# Modélisation du comportement mécanique des engrenages en plastique renforcé

Julien Cathelin

▶ **To cite this version:**

Julien Cathelin. Modélisation du comportement mécanique des engrenages en plastique renforcé. Mécanique [physics.med-ph]. INSA de Lyon, 2014. Français. NNT : 2014ISAL0029 . tel-01278627

**HAL Id: tel-01278627**

**https://theses.hal.science/tel-01278627**

Submitted on 24 Feb 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre 2014ISAL0029
Année 2014

# THÈSE

## MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MECANIQUE DES ENGRENAGES EN PLASTIQUE RENFORCÉ

Présentée devant
**L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

Pour obtenir
**Le grade de Docteur**

École doctorale
**Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique**

Spécialité
**MÉCANIQUE - GÉNIE MÉCANIQUE - GÉNIE CIVIL**

par
**Julien CATHELIN**
**Ingénieur INSA de Lyon**

Thèse soutenue le 19 mars 2014 devant la Commission d'examen

**Jury**

| | |
|---|---|
| N. BAHLOULI | Professeur (ICube – Université de Strasbourg) – Rapporteur |
| R. BIGOT | Professeur (LCFC – ENSAM de Metz) – Rapporteur |
| L. CHAZEAU | Professeur (MATEIS – INSA de Lyon) |
| M. GUINGAND | MCF HdR (LAMCOS – INSA de Lyon) |
| J. RECH | Professeur (LTDS, ENI de Saint Etienne) – Président du Jury |
| J. P. de VAUJANY | MCF (LAMCOS – INSA de Lyon) |

LaMCoS - UMR CNRS 5514 - INSA de Lyon
20, avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

| | | **NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE** |
|---|---|---|
| **Chimie** | **CHIMIE DE LYON**<br>**http://www.edchimie-lyon.fr**<br><br>Sec. :Renée EL MELHEM<br>Bat Blaise Pascal<br>3e etage<br>Insa : R. GOURDON | M. Jean Marc LANCELIN<br>Université de Lyon – Collège Doctoral<br>Bât ESCPE<br>43 bd du 11 novembre 1918<br>69622 VILLEURBANNE Cedex<br>Tél : 04.72.43 13 95<br>directeur@edchimie-lyon.fr |
| **E.E.A.** | **ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE**<br>**http://edeea.ec-lyon.fr**<br><br>Sec. : M.C. HAVGOUDOUKIAN<br>eea@ec-lyon.fr | M. Gérard SCORLETTI<br>Ecole Centrale de Lyon<br>36 avenue Guy de Collongue<br>69134 ECULLY<br>Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17<br>Gerard.scorletti@ec-lyon.fr |
| **E2M2** | **EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION**<br>**http://e2m2.universite-lyon.fr**<br><br>Insa : H. CHARLES | Mme Gudrun BORNETTE<br>CNRS UMR 5023 LEHNA<br>Université Claude Bernard Lyon 1<br>Bât Forel<br>43 bd du 11 novembre 1918<br>69622 VILLEURBANNE Cédex<br>Tél : 06.07.53.89.13<br>e2m2@ univ-lyon1.fr |
| **EDISS** | **INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE**<br>**http://www.ediss-lyon.fr**<br><br>Insa : M. LAGARDE | Mme Emmanuelle CANET-SOULAS<br>INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1<br>Bâtiment IMBL<br>11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon<br>696621 Villeurbanne<br>Tél : 04.72.68.49.09 Fax :04 72 68 49 16<br>Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr |
| **INFOMATHS** | **INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES**<br>**http://infomaths.univ-lyon1.fr**<br><br>Sec. :Renée EL MELHEM<br>Bat Blaise Pascal<br>3e etage<br>infomaths@univ-lyon1.fr | Mme Sylvie CALABRETTO<br>LIRIS – INSA de Lyon<br>Bat Blaise Pascal<br>7 avenue Jean Capelle<br>69622 VILLEURBANNE Cedex<br>Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax 04 72 43 16 87<br>Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr |
| **Matériaux** | **MATERIAUX DE LYON**<br>**http://ed34.universite-lyon.fr**<br><br>Sec. : M. LABOUNE<br>PM : 71.70 –Fax : 87.12<br>Bat. Saint Exupéry<br>Ed.materiaux@insa-lyon.fr | M. Jean-Yves BUFFIERE<br>INSA de Lyon<br>MATEIS<br>Bâtiment Saint Exupéry<br>7 avenue Jean Capelle<br>69621 VILLEURBANNE Cedex<br>Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28<br>Jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr |
| **MEGA** | **MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE**<br>**http://mega.universite-lyon.fr**<br><br>Sec. : M. LABOUNE<br>PM : 71.70 –Fax : 87.12<br>Bat. Saint Exupéry<br>mega@insa-lyon.fr | M. Philippe BOISSE<br>INSA de Lyon<br>Laboratoire LAMCOS<br>Bâtiment Jacquard<br>25 bis avenue Jean Capelle<br>69621 VILLEURBANNE Cedex<br>Tél :04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37<br>Philippe.boisse@insa-lyon.fr |
| **ScSo** | **ScSo***<br>**http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/**<br><br>Sec. : Viviane POLSINELLI<br>Brigitte DUBOIS<br>Insa : J.Y. TOUSSAINT | M. OBADIA Lionel<br>Université Lyon 2<br>86 rue Pasteur<br>69365 LYON Cedex 07<br>Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48<br>Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr |

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Résumé

Les engrenages en matériau polymère présentent de nombreux avantages par rapport aux aciers. Ils sont plus légers, résistants à la corrosion, fonctionne sans lubrifiant et leurs coûts de revient est moindre grâce à leur moulage par injection. Ils sont de plus en plus utilisés dans des domaines variés, mais se limitent à la transmission de mouvement. L'ajout de fibres de verre courtes permet d'augmenter leur tenue mécanique et d'élargir leur domaine d'utilisation à des transmissions de petite à moyenne puissance.

Le polyamide (Nylon) renforcé de fibres de verre est le composite le plus couramment utilisé dans le domaine des engrenages. Néanmoins, son comportement viscoélastique ainsi que la présence de fibres introduit une difficulté supplémentaire dans sa modélisation. En effet, le comportement viscoélastique des polymères dépend de la température et de la vitesse de rotation. Pour les Polyamides, l'humidité doit également être prise en compte. Par conséquent, la viscoélasticité peut influencer la répartition des charges, l'erreur de transmission sous charge, la raideur d'engrènement…

La première étape de ces travaux fut de réaliser un moule afin de mieux comprendre la relation entre le procédé de mise en forme, la géométrie obtenue et l'orientation des fibres dans les dentures. Cela a également donné une plus grande liberté sur le choix du matériau utilisé ainsi que la géométrie des engrenages. A partir d'éprouvettes prélevés sur ces engrenages et l'utilisation d'appareils de caractérisation, un modèle rhéologique linéaire de Kelvin généralisé est défini afin de simuler le comportement viscoélastique du Polyamide 6 renforcé.

Dans une seconde étape, ce modèle viscoélastique prenant en compte la température, la vitesse de rotation ainsi que l'humidité dans les dentures est intégré dans un modèle quasi-statique du partage des charges développé par le LaMCoS. Le calcul des déplacements se fait sur un maillage recouvrant la totalité de la dent et fait appel à la méthode des coefficients d'influence pour la determination des quels l'orientation local des fibres est prise en compte. Des corrections de denture spécifiques aux engrenages moulés sont ajoutées afin de prendre en compte la géométriques induites par ce procédé. Ce processus de calcul permet d'obtenir les résultats essentiels pour les engrenages (répartition des charges, pressions de contact, erreur de transmission sous charge, raideur d'engrènement) avec un temps de calcul raisonnable pour un utilisateur en bureau d'étude.

L'exploitation du modèle mis en place nous a fourni des résultats intéressants sur l'influence des historiques qui peut représenter jusqu'à 15% du déplacement total en tête de denture, la localisation de la contrainte maximum en pied de dent, qui s'avère identique à celle des engrenages en acier, ou sur l'influence de la dilatation vis-à-vis de l'erreur de transmission. D'autre part, nous avons pu montrer la faible différence entre une dispersion homogène et isotrope de la repartition des fibres et une description anisotrope decrivant la répartition réelle des fibres.

Enfin, des essais expérimentaux ont été réalisés sur des engrenages en Polyamide 6 renforcés fabriqués dans le cadre de cette thèse. Deux types de résultats sont obtenus: la température de l'engrenage pendant son fonctionnement et l'erreur de transmission sous charge. Cette dernière permet de valider le modèle quasi-statique du partage des charges. Quant à la mesure de la température, elle est utilisée afin de valider le choix du modèle thermique implémenté dans la simulation du partage des charges.

**Mots-Clés:** engrenages plastique, polyamide 6 renforcé, viscoélasticité, partage des charges



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Abstract

Polymer gears replace metal ones in many motion and light power transmission applications. They present several advantages: they can be used without lubricant, their meshing is silencer, resistance to corrosion is better, weight is reduced…However they have a poor heat resistance and are limited to rotation transmission. In order to improve the gears performance, glass fibre reinforcement is being increasingly used, where their lower cost and higher strength, compared to unreinforced polyamide, offer a potential increase in gear performance.

Mechanical behaviour of polymers materials is very complex; it depends on time, history of displacement, temperature and for several polymers, on humidity. Moreover, an addition of fibres can make the material properties heterogeneous and anisotropic. The particular case of Polyamide 6 + 30% glass fibres which is the most common fibre reinforced plastic is studied in this work.

In the first part of this work, a mould was developed to better control the material choice and moulding conditions. Using tomographic observations, investigations were done to better understand the relation between moulding conditions, gears geometry and fibres orientation. Based on these observations and with the help of mechanical characterisation, a linear rheological generalized-Kelvin model was developed to simulate the viscoelastic behavior of the polymer material.

In a second part, this model taking into account temperature, humidity and rotation speed is integrated in quasi-static load sharing computation developed by the LaMCoS laboratory. In the load sharing calculus, the displacements are obtained on a large meshing covering the entire surface of the tooth. This relation integrates the viscoelastic displacement, the fibre orientation and the geometrical influence coefficients. Specific geometrical teeth corrections adapted to moulded gears are added to account for shrinkage effects on the final gear geometry. The method permits to obtain results such as the loaded transmission error, the instantaneous meshing stiffness, the load sharing and the root tooth stress at different temperature, humidity and rotation speeds within a reasonable computation time.

Investigation have shown interesting results regarding the historic of displacements which represents up to 15% of the total displacement at the tip radius, the localization of the maximal tooth root stress, which is the same than metal gears, or the influence of the thermal expansion toward transmission error. On another hand, we have highlighted the low difference between a realistic description of the fibre orientation and an homogeneous anisotropic one.

The last step concerns the validation of the numerical. The measurements are carried out on a test bench developed at the LaMCoS laboratory. It provides two experimental results: the temperature of the gear during operation, and the load transmission error using optical encoders to measure the angular positions of the pinion and the gear. This one is global enough to validate the three steps of the model: geometry, kinematics and load sharing. The temperature measurements are compared with the predictions of different gear thermal behaviour model in order to valide the one used in the load sharing simulation.

**Key words**: Plastic reinforced gears, Polyamide 6, viscoelasticity, load sharing



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Tables des matières

**Résumé** ..... **4**

**Abstract** ..... **5**

**Tables des matières** ..... **6**

**Introduction générale** ..... **10**

**Chapitre I Etude bibliographique** ..... **13**
**1. Introduction** ..... **13**
**2. Généralités** ..... **13**
2.1 Polymères dans le domaine des engrenages ..... 13
2.2 Renforts ..... 15
2.3 Les Polyamides renforcés ..... 15
2.4 Conclusion ..... 16
**3. Mise en forme des engrenages en polymère renforcé** ..... **17**
3.1 Moulage par injection ..... 17
3.2 Condition d'injection et géométrie induite ..... 19
3.3 Orientation des fibres ..... 22
3.4 Conclusion ..... 25
**4. Modélisation comportementale du Polyamide** ..... **25**
4.1 Propriétés viscoélastique du Polyamide ..... 26
4.2 Comportement mécanique linéaire du Polyamide ..... 26
4.3 Comportement mécanique des fibres de verre ..... 27
4.4 Modélisation du comportement mécanique du Polyamide ..... 27
4.5 Prise en compte des fibres ..... 29
4.6 Conclusion ..... 29
**5. Modélisation du comportement thermique des engrenages polymères** ..... **30**
5.1 Comportement thermique ..... 30
5.2 Sources d'échauffement ..... 30
5.3 Modèles thermiques couramment utilisés ..... 32
5.4 Dilatation thermique du Polyamide ..... 36
5.5 Conclusion ..... 38
**6. Modélisation du comportement mécanique des engrenages plastiques** ..... **38**
6.1 Flexion d'une dent par Tsukamoto [65] et Moriwaki [66] ..... 38
6.2 Méthode globale élément finis « MARC » ..... 39
6.3 Méthode basée sur la norme VDI 2736 ..... 40
6.4 Modélisation du comportement quasi-statique sous charge « LaMCoS » ..... 42
6.5 Relaxation d'une dent et déformation résiduelle ..... 43
6.6 Conclusion ..... 45
**7. Etudes expérimentales des engrenages polymères renforcés** ..... **45**
7.1 Mesure du coefficient de frottement ..... 45
7.2 Etude expérimentale du comportement thermique ..... 48
7.3 Mesure de l'erreur de transmission ..... 50
7.4 Conclusion ..... 51
**8. Conclusion** ..... **52**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

**Chapitre II Etude du matériau ..... 53**
**1. Introduction ..... 53**
**2. Etude de la mise en forme et propriétés induite ..... 53**
2.1 Structure du moule ..... 53
2.2 Obtention de la géométrie et des conditions d'injection ..... 56
2.3 Répartition des fibres ..... 56
**3. Modélisation du PA6 renforcé de fibre de verre ..... 63**
3.1 Le modèle ..... 63
3.2 Calcul du déplacement viscoélastique avec le modèle de Kelvin généralisé ..... 64
3.3 Limite de linéarité ..... 64
3.4 Etude de spectrométrie ..... 68
3.5 Modélisation viscoélastique ..... 72
3.6 Prise en compte des fibres ..... 75
**4. Etude du coefficient de frottement ..... 77**
4.1 Sensibilité des modèles thermiques par rapport aux coefficients de friction ..... 78
4.2 Principe de la mesure ..... 78
4.3 Préparation des échantillons ..... 79
4.4 Etude EHD ..... 80
**5. Conclusion ..... 82**

**Chapitre III Développement d'un modèle comportementale ..... 83**
**1. Introduction ..... 83**
**2. Définition de la géométrie ..... 84**
2.1 Métrologie ..... 84
2.2 Principe de la mesure ..... 85
2.3 Résultats de mesure ..... 86
2.4 Comparaison par rapport à la norme ISO 1328 ..... 89
2.5 Prise en compte des défauts de géométrie dans la modélisation ..... 89
2.6 Prise en compte de la dilatation ..... 91
**3. Partage de charge ..... 91**
3.1 Description du problème ..... 91
3.2 Méthode des coefficients d'influence ..... 93
3.3 Prise en compte des fibres ..... 96
3.4 Conclusion ..... 101
3.5 Déplacement viscoélastique d'un nœud ..... 102
3.6 Prise en compte de la température ..... 103
3.7 Prise en compte des historiques ..... 103
3.8 Résolution du partage des charges ..... 104
3.9 Obtention de la contrainte en pied de dent ..... 107
**4. Influence de l'orientation des fibres ..... 107**
4.1 Modèle de répartition des fibres ..... 108
4.2 Résultats ..... 110
4.3 Conclusion ..... 112
**5. Influence de la dilatation ..... 112**
5.1 Conditions de simulation ..... 113
5.2 Résultats ..... 113
**6. Conclusion ..... 114**

**Chapitre IV Exploitation du modèle ..... 115**
**1. Introduction ..... 115**
**2. Présentation du logiciel ..... 115**
2.1 Interface utilisateur ..... 116
2.2 Aperçu de la géométrie ..... 117
2.3 Fonctionnement à vide ..... 117
2.4 Résultats accessibles ..... 118



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

**3. Localisation de la contrainte en pied de dent ..... 122**
3.1 Obtention de la contrainte en pied de dent ..... 122
3.2 Résultats ..... 122
**4. Plan d'expériences ..... 123**
4.1 Eléments sur les plans d'expériences ..... 123
4.2 Influence des historiques ..... 125
4.3 Etude de la contrainte en pied de dent du pignon ..... 132
4.4 Etude de la pression maximum sur les flancs ..... 133
4.5 Etude de l'erreur de transmission ..... 134
4.6 Conclusion ..... 136
4.7 Comparaison aux prédictions de la norme VDI 2736 [1] ..... 136
4.8 Bilan ..... 138
**5. Conclusion ..... 139**
**Chapitre V Etudes expérimentales ..... 140**
**1. Introduction ..... 140**
**2. Le banc d'essai ..... 140**
2.1 Présentation du banc ..... 140
2.2 Mise en position du banc ..... 143
2.3 Acquisition de l'erreur de transmission ..... 144
2.4 Acquisition de la température ..... 148
**3. Etude du comportement thermique ..... 148**
3.1 Conditions des essais ..... 149
3.2 Résultats ..... 150
3.3 Comparaison des modèles ..... 154
3.4 Conclusion ..... 155
**4. Etude de l'erreur de transmission ..... 156**
4.1 Méthode de recalage ..... 156
4.2 Mesure de l'erreur de transmission ..... 157
4.3 Comparaison avec PRINCE COMPOSITE ..... 159
4.4 Prise en compte des défauts géométriques ..... 160
**5. Conclusion ..... 163**

**Conclusion générale ..... 164**

**Références bibliographiques ..... 167**

**Liste des figures ..... 173**

**Liste des tableaux ..... 178**

**Annexes ..... 180**
**1. Conditions d'injection ..... 180**
1.1 Caractéristiques de la presse à injecter ..... 180
1.2 Etape de la simulation ..... 180
1.3 Conditions d'injection ..... 183
1.4 L'injection ..... 186
**2. Tomographie HPC ..... 187**
**3. Limite de linéarité ..... 189**
3.1 Roue achetée dans le commerce ..... 189
3.2 Roue injectée réalisée dans le cadre de cette thèse ..... 190
**4. Modèle bi-parabolique ..... 191**
4.1 Calcul de la complaisance de conservation et de perte ..... 191
4.2 Obtention des paramètres du modèle bi-parabolique ..... 192
**5. Mesure HFRR ..... 194**
**6. Mesure EHD ..... 196**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

**7. Métrologie ..... 199**
7.1 Pignon injecté Z=32 ..... 199
7.2 Roue achetée dans le commerce Z=45 ..... 200
7.3 Pignon acheté dans le commerce Z=29 ..... 201
**8. Calcul des coefficients d'influence de surface ..... 204**
**9. Calcul de la convergence ..... 208**
**10. Coefficients de tenseur utilisé sous Abaqus ..... 210**
**11. Influence de T, C, Répartition des fibres pour : ..... 213**
11.1 Taux de fibres : 30%, U=300 tours/min ..... 213
11.2 Taux de fibres : 22,5%, U=300 tours/min ..... 216
11.3 Taux de fibres : 15%, U=300 tours/min ..... 217
11.4 Influence du partitionnement ..... 218
**12. Interface utilisateur ..... 220**
**13. Méthode des plans d'expérience ..... 223**
13.1 Tableau des résultats ..... 223
13.2 Méthodologie des plans d'expérience ..... 225
13.3 Analyse de la variance ..... 226
**14. Caractéristique des éléments du banc ..... 229**
14.1 Frein magnétique ..... 229
14.2 Couplemètre ..... 229
14.3 Codeurs optiques ..... 229
14.4 Accouplements à soufflets ..... 230
14.5 Roulements à billes ..... 230
14.6 Caméra infrarouge ..... 230
**15. Matériel d'acquisition ..... 231**
**16. Essais de portée ..... 233**
**17. Recalage et mesures de l'erreur de transmission ..... 234**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Introduction générale

Actuellement, les engrenages en polymère se sont positionnés comme une alternative sérieuse aux engrenages en acier dans une large gamme d'application. Leur utilisation a évolué de la transmission de mouvement vers une utilisation en transmission de puissance.

En plus de leur faible coût de production, les engrenages plastiques ont un grand nombre d'avantages mécaniques, physico-chimiques et pratiques, sur les engrenages métalliques :

- Utilisation sans lubrifiant,
- Fonctionnement silencieux,
- Temps de fabrication réduit,
- Poids réduit,
- Résistance à la corrosion.

Suite aux exigences des concepteurs, voulant tirer le meilleur parti des engrenages plastiques, des matériaux « hautes performances » sont apparus. Ces matériaux font appel à des renforcements sous forme de micro fibres ou nano charges pour améliorer leur capacité de transmission de puissance. Des lubrifiants internes sont également ajoutés pour minimiser leur usure. Ces engrenages se retrouvent dans de nombreux domaines :

- Automobile,
- Electroménager,
- Electrotechnique,
- Mécanique.

Le besoin d'innover, la réduction des coûts de développement, de conception et de fabrication est l'un des principaux objectifs des industriels. Grâce à l'amélioration de la performance des moyens de calculs, les modèles numériques sont rapides, robustes et peuvent produire des résultats précis. Depuis de nombreuses années, le laboratoire LaMCoS s'investit dans le développement de modèles numériques pour les engrenages. Ces modèles quasi-statiques, basés sur un même processus, permettent de prédire des résultats essentiels pour la conception d'engrenages :

- Partage des charges,
- Pressions de contact,
- Contraintes en pied de dent,
- Raideur d'engrènement,
- Erreur de transmission sous charge.

Ce travail de thèse s'inscrit au carrefour de deux compétences : les engrenages et les matériaux polymères, avec une collaboration entre les laboratoires LaMCoS et MATEIS. Il fait suite à une première thèse sur la modélisation du comportement mécanique d'engrenage cylindrique en Polyamide 6-6 taillé. L'étude des engrenages en polymère renforcé présente deux difficultés supplémentaires par rapport à un engrenage en Polyamide 6-6 taillé. La première difficulté concerne le comportement du matériau. En plus d'être viscoélastique, celui-ci est inhomogène et anisotrope. La seconde difficulté concerne la maîtrise de la géométrie. Les engrenages en plastique renforcé sont réalisés en moulage par injection. Ce procédé va conditionner la géométrie finale des pièces et la répartition des renforts en son sein.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Pour modéliser le comportement mécanique des engrenages en polymère, des modèles basés sur des normes sont utilisés, comme la méthode VDI 2736 [1], qui est une adaptation de la norme ISO 6336 [2]. D'autres tels que Lin et al. [3] et Tsukamoto et al. [4] utilisent des calculs par éléments finis. Mais en dépit de leur qualité, les modèles ne prennent pas correctement en compte la viscoelasticité. De plus, les engrenages en polymères renforcés sont considérés comme homogènes et isotrope, sans que l'effet de l'orientation du renforcement sur leur comportement ne soit discuté.

L'objectif principal de cette thèse est donc de comprendre l'effet du renforcement sur le comportement des engrenages polymères et de mettre au point une simulation quasi-statique de partage des charges afin de fournir les informations nécessaires à la conception d'engrenages en plastique renforcé. Ce modèle est une adaptation du processus de calcul développé au cours de ces dernières années par le laboratoire LaMCoS. L'approche consiste à résoudre les équations de compatibilité des déplacements avec la méthode des coefficients d'influence, qui permet de prendre en compte, de manière séparée, les effets de volume et de surface. Le processus de calcul est divisé en trois étapes :

- Calcul de la géométrie initiale issue des conditions de fabrication. A partir de cette définition, un modèle CAO reproduit automatiquement la géométrie de l'engrenage,
- Etude de la cinématique à vide, qui correspond au fonctionnement de l'engrenage sans aucune charge appliquée. Elle permet de définir les écarts à vide et les zones potentielles de contact,
- Etude du comportement sous charge qui correspond au calcul du partage des charges entre les différentes dents simultanément en contact.

Cette démarche a l'avantage d'être efficace et rapide en temps de calcul. Elle a été validée pour plusieurs types d'engrenages en acier : cylindriques hélicoïdaux extérieurs [5] et intérieurs [6], pignon-crémaillères, faces [7] et spiro-coniques [8]. Plus récemment cette méthode a été adaptée aux engrenages en polymère. Elle a été adaptée dans un premier temps pour un engrenage roue vis avec la roue en Polyamide 6-6 et la vis en acier [9] ainsi que pour des engrenages cylindriques en Polyamide 6-6 [10].

Dans cette thèse, la seconde étape du processus de simulation ne sera pas détaillée, car la nature du matériau ne nécessite pas de modification de la méthode. Par contre, pour intégrer la variabilité de la géométrie due aux conditions de moulage ainsi que le caractère viscoélastique, inhomogène et anisotropique du matériau, la première et la troisième étape sont modifiées.
Pour l'étude de la relation procédé-géométrie, un moule a été fabriqué. Des simulations sur le procédé d'injection ainsi que des mesures expérimentales sur la géométrie finale des pièces injectées ont été réalisées. Un modèle rhéologique linéaire est ensuite utilisé pour simuler le comportement mécanique du Polyamide 6 chargé de 30% de fibre de verre. Le modèle choisi est celui de Kelvin généralisé qui a l'avantage de faciliter la prise en compte du large spectre de temps de relaxation mécanique et de la dépendance de ces temps avec la température et l'humidité.

Le mémoire de thèse est divisé en cinq chapitres :

Le chapitre 1 synthétise l'état de l'art dans le domaine. Dans un premier temps, les différents matériaux polymères utilisés pour les engrenages sont présentés, ainsi que le procédé de mise en forme de moulage par injection. Ensuite, un ensemble de méthodes concernant la modélisation du comportement mécanique du Polyamide 6 renforcé ainsi que le comportement thermique des engrenages plastiques est décrit. Une synthèse des travaux sur la modélisation du comportement sous charge des engrenages en polymère est alors proposée. Enfin, différents travaux expérimentaux permettant de valider les démarches numériques sont décrits.

Le chapitre 2 détaille le choix de la loi de comportement nécessaire au calcul du partage des charge et l'identification des paramètres de cette loi dans le cas du Polyamide 6 chargé de fibres de



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

verre. Une étude expérimentale par tomographie et une simulation du procédé d'injection permet de connaître la répartition des fibres en denture. Une caractérisation expérimentale est ensuite réalisée avec des essais de fluage et de spectrométrie mécanique effectués au Laboratoire MATEIS afin d'en identifier les paramètres : complaisance élastique et spectre de temps de relaxation en fonction de la température, de l'orientation des fibres et du taux d'humidité. Enfin, une étude expérimentale sur la mesure du coefficient de friction en condition d'engrènement est présentée.

Le chapitre 3 concerne la modélisation du comportement sous charge. Il porte essentiellement sur la modification de la première et troisième étape du processus de calcul développé par le LaMCoS: implémentation de correction de denture et intégration de la loi de comportement viscoélastique. Cela passe par l'étude de la géométrie des engrenages injectés, l'adaptation du maillage de résolution du partage des charges, l'utilisation des coefficients d'influence géométriques spécifiques, la prise en compte de l'anisotropie et de la température d'échauffement. Basé sur ce modèle, une étude sur l'influence de l'orientation des fibres est réalisée. Elle permet de conclure sur la relation entre la précision de la prise en compte de l'orientation des fibres et la précision des résultats de partage de charge. Enfin, le calcul des contraintes en pied de dent est présenté.

Le chapitre 4 décrit le logiciel « PRINCE COMPOSITE », développé dans le cadre de cette thèse et son exploitation. Trois études sont réalisées. La première, basée sur la méthode des plans d'expérience, traite de l'influence des conditions de fonctionnement vis-à-vis du partage des charges (Pression sur les flancs, contrainte en pied de dent et erreur de transmission) et de la nature des déplacements en tête de denture (élastique, visqueux, historique). Ces résultats sont ensuite comparés aux prédictions de la norme VDI 2736 [1]. Deux investigations concernant la localisation de la contrainte maximum en pied de dent, ainsi que l'influence de la dilatation, sont aussi réalisées.

Le chapitre 5 concerne la validation du modèle numérique. Dans un premier temps, le banc d'essai utilisé pour mesurer la température et l'erreur de transmission sous charge lors du fonctionnement de l'engrenage est présenté. Les données obtenues de l'experience sont ensuite utilisées pour valider le modèle de partage des charges dans son ensemble. L'erreur de transmission sous charge englobe les différentes déformations (flexion, contact) de l'engrenage ainsi que plusieurs défauts dus à la fabrication et aux erreurs de montage. Cette compraison a permis de montrer un bon accord entre l'amplitude de l'erreur de transmission simulée et mesurée. Dans un deuxième temps, les mesures thermiques obtenues sur le banc sont comparées à deux modèles de la littérature permettant l'évaluation de la température de volume d'un engrenage en fonctionnement. Le plus précis a été ensuite implanté dans le logiciel.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Chapitre I
# Etude bibliographique

## 1. Introduction

Ce premier chapitre présente l'état de l'art des travaux sur les engrenages en polymère renforcé.

Tout d'abord des généralités sur les matériaux polymères utilisés dans le domaine des engrenages sont présentées ainsi que le choix du matériau utilisé dans le cadre de cette thèse.

La seconde partie concernera l'étude des méthodes classiques de mise en forme des engrenages en polymère renforcé. L'influence du procédé de moulage par injection sur la géométrie ainsi que la répartition des fibres seront abordés.

Une troisième partie sera consacrée à la modélisation des polymères renforcés, du point de vue du comportement mécanique. Plusieurs aspects seront abordés : l'inhomogénéité, et l'influence de la température et de l'humidité sur leur comportement.

Dans une quatrième partie sera abordé le comportement thermique des engrenages plastiques ainsi que différents modèles thermiques proposés dans la littérature.

Dans une cinquième partie les différentes méthodes proposées pour modéliser le comportement sous charge des engrenages en polymère renforcé seront listées. La méthode de calcul du LaMCoS pour modéliser le comportement mécanique quasi-statique sous charge des engrenages sera partiellement détaillée.

Enfin la sixième et dernière partie traitera des mesures expérimentales. Celles-ci permettent de contrôler les surfaces de dentures injectées, de mesurer le coefficient de friction du matériau ou encore de valider les modèles numériques développés.

## 2. Généralités

Depuis le début du XX$^{e}$ siècle un grand nombre de matériaux polymères ont été mis au point. Les premiers engrenages plastiques remontent aux années 50. Depuis, leurs domaines d'application et leur performance sont en constante évolution grâce à une meilleure connaissance de leur comportement et au développement de nouveaux matériaux.

### 2.1 Polymères dans le domaine des engrenages

Une grande famille de polymère est celle des thermoplastiques. Les thermoplastiques sont constitués de longues chaînes moléculaires non réticulées entre elles. Leurs propriétés mécaniques sont fortement influencées par la température. Les thermoplastiques peuvent être totalement amorphe ou semi cristallins. A l état amorphe, les chaines sont completement désorganisées, et en fonction de leur longueur, plus ou moins enchevetrées (cf. Figure 1.1.a). Lorsqu' une partie des chaines peut



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

s'organiser en domaine cristallin, les autres restants à l'état amorphe, on dit que le thermoplastique est un semi cristallins (cf. Figure 1.1.b).

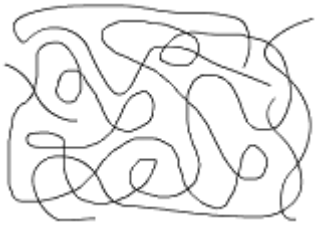
| a. Structure amorphe | b. Structure cristalline |
|---|---|
|  | |

**Figure 1.1 : Comparaison de la composition structurel des thermoplastiques amorphes et semi cristallin**

A la température de transition vitreuse notée Tg, correspond une chute de la raideur du matériau. Les polymères amorphes sont généralement utilisés pour des températures inférieures à la transition vitreuse. A cause de leur plage de température d'utilisation limitée, on ne les retrouve pas dans le domaine des engrenages [11].
Dans le cas de thermoplastique semi-cristallin, pour une température comprise entre Tg et la température de fusion des cristallites, la phase amorphe est molle, alors que la phase cristalline reste rigide. Cette matière a donc un comportement intermediaire entre le comportement d'un amorphe visqueux et d'un elastomère. Elle est donc relativement ductile et rigide.
En raison de ces propriétés les polymères semi cristallins sont donc particulièrement appropriés pour le domaine des engrenages plastiques, où ils peuvent être utilisés sur une large plage de température (Figure 1.2).

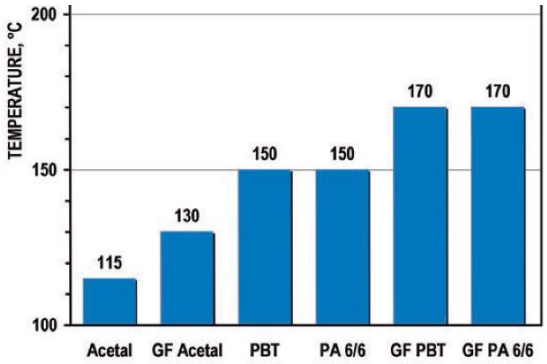



**Figure 1.2 : Limite d'utilisation en température des polymères couramment employés pour les engrenages [12]**

Les matériaux semi cristallins sont souvent pourvus d'une bonne résistance à l'usure par rapport aux amorphes, ce qui augmente leur intérêt [13]. Cependant, tous les thermoplastiques semi-cristallins ne sont pas utilisés dans le domaine de la production d'engrenages en grande série. Le moulage par injection, qui est à l'origine du succès des engrenages plastique, n'est pas possible pour le Polyimide (PI) et le Polytétrafluoroéthylène (PTFE). Leur prix très élevé explique aussi leur faible utilisation. D'autre polymères comme le Polyéthylène (PE) ou le Polyphénylène sulfide (PPS) ne sont pas utilisés en raison de leur mauvais comportement à l'usure, due à une faible résistance en température [14].
D'après Tsukamoto [15], 85% de la production d'engrenages plastiques est dominée par deux matériaux le Polyoxyméthylène (POM) et le Polyamide (PA). Le reste se compose pour l'essentiel du Polypropylène (PP), du Polytéréphtalate de butylène (PBT) et du Polyétheréthercétone (PEEK).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 2.2 Renforts

Par l'ajout d'additifs et de renfort, les propriétés mécaniques et tribologiques des plastiques peuvent être optimisées. Les principaux renforts utilisés dans les engrenages permettant l'augmentation des performances mécaniques sont les fibres de verre, de carbone et d'aramide. Elles se présentent sous forme de fibre dite courte avec un ratio longueur sur diamètre inférieur à 50. Elles permettent une augmentation de la rigidité et de la tenue thermique. Cependant, elles diminuent la résistance aux chocs du matériau. Leurs particularités sont résumées dans le Tableau 1.1.

| Renfort | Point fort | Module d'Young [GPa] |
|---|---|---|
| Fibre de verre | Prix très bas | 70 |
| Fibre de carbone | Module d'Young élevé | 600 |
| Fibre d'aramide | Bonne résistance aux chocs | 100 |

**Tableau 1.1 : Particularités des renforts couramment utilisés**

Concernant les propriétés tribologiques, les fibres de carbone et les fibres d'aramide sont beaucoup moins abrasives que les fibres de verres [16], elles permettent même une amélioration de la résistance à l'usure par rapport à un matériau non chargé dans le cas de glissement pur [17]. Un désavantage des fibres de carbone est leur prix élevé, de 10 à 15 fois celle des fibres de verre [18]. En ajoutant des renforts, il faut aussi prendre en compte l'adhérence entre la matrice et les fibres. Par exemple dans le cas du POM, un ajout de fibre de verre a un impact plus faible sur le module d'Young final du matériau par rapport à un Polyamide renforcé. Ces résultats sont présentés dans la Figure 1.3.

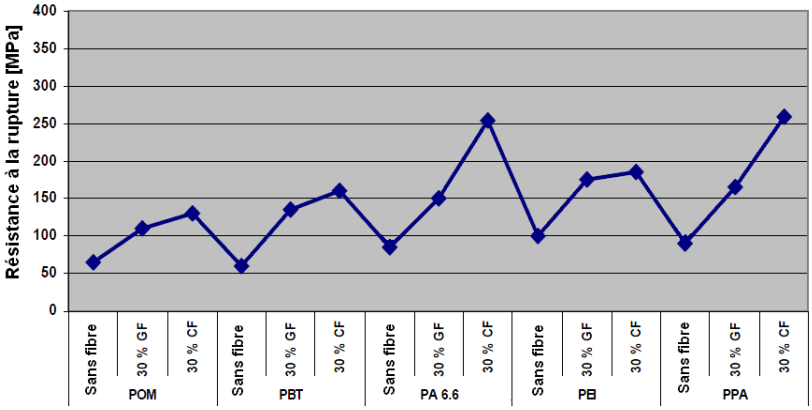



**Figure 1.3 : Effet du renforcement par ajout de 30% de fibre de verre (GF) ou de carbone (CF) sur la résistance à la rupture [19].**

Dans le domaine des engrenages en plastique renforcé, deux matrices sont particulièrement utilisées : le Polyamide et le Polyétheréthercétone (PEEK) [20]. Tous deux sont fréquemment utilisés et ont fait l'objet de nombreuses études.

## 2.3 Les Polyamides renforcés

### 2.3.1 Les types de Polyamide

Les Polyamides sont des thermoplastiques semi cristallins présentant un très bon compromis entre caractéristiques mécaniques, thermiques et chimiques. Ils présentent également une résistance à la fatigue et à l'usure élevée ainsi qu'un faible coefficient de frottement. La température de transition vitreuse généralement admise pour les Polyamides est de 60°C à sec.

L'appellation Polyamide concerne tous les thermoplastiques contenant des groupements amides N-H-C-O résultants de la réaction d'un acide et d'une amine.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Les principales variétés sont :

- les Polyamides 6;
- les Polyamides 6-4, 6-12, 6-6 et 6-10 ;
- les Polyamides 11 et 12 ;

Les chiffres qui suivent l'appellation Polyamide (PA 6, PA 11, PA 12, PA 6-6, PA 4-6, PA 6-10, PA 6-12) sont relatifs à la longueur des maillons entre groupes amides et à l'arrangement de ces groupes. Certaines propriétés sont nettement affectées par la longueur de ces chaînes.

Les différents types de Polyamides se distinguent principalement par leur température de fusion, et par conséquent leur tenue thermique (Tableau 1.2). Les Polyamides présentent cependant un inconvénient majeur : l'hydrophilie importante du groupement amide. En effet, celle-ci entraîne une absorption importante d'eau affectant ainsi les propriétés mécaniques et dimensionnelles. Cette absorption se manifeste par une prise d'eau importante et un gonflement.

| Type | Température de fusion [°C] | Température de transition vitreuse [°C] |
|---|---|---|
| PA 6 | 218-220 | 50-60 |
| PA 6-6 | 255-260 | 50-60 |
| PA 6-10 | 210-220 | 50 |
| PA 6-12 | 208-216 | 45 |
| PA 4-6 | 293-295 | 85 |
| PA 11 | 183-187 | 30 |
| PA 12 | 172-180 | 55 |

**Tableau 1.2 : Température de fusion et de transition vitreuse des Polyamides**

### 2.3.2 Ajout de fibres de verre

Les fibres de verre sont choisies comme renforts, essentiellement en raison de leurs bonnes propriétés mécaniques et de leur faible coût.

La liaison entre les fibres et la matrice est créée pendant la phase d'élaboration du composite. La qualité de cette liaison (présence ou non de porosités, défauts, …) dépend essentiellement du procédé de fabrication et du type des constituants de base utilisés. Chacun des Polyamides cités dans le Tableau 1.2 est proposé avec des renforts en fibre de verre par les principaux producteurs de matière première. Cependant, la majorité des recherches scientifiques dans le domaine des engrenage renforcés se concentre sur deux matériaux renforcé à 30% de fibre de verre, le PA 6-6 [21] [22] [23] [24] et le PA 6 [25] [26] [27] [28].

## 2.4 Conclusion

Le Polyamide 6 renforcé de fibre de verre à 30% a été choisi dans le cadre de cette thèse. Ceci pour plusieurs raisons évoquées précédemment : son faible coût, sa large utilisation, son bon comportement tribologique et thermique.

Le choix entre un Polyamide 6 et un Polyamide 6-6 ayant une moins bonne stabilitée géométrique vis-à-vis de l'humidité mais une température de fusion plus élevée, s'est fait pour des raisons pratiques. Afin de gagner du temps, des engrenages ont été achetés dans le commerce dès le début de cette thèse et seuls des engrenages PA6 +30%FV étaient disponibles à l'achat dans les dimensions souhaitées.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 3. Mise en forme des engrenages en polymère renforcé

Des engrenages ont été fabriqués durant la thèse pour avoir le choix du matériau et une bonne maîtrise des conditions de mise en forme et de la géométrie finale. Le moulage par injection est la principale méthode de mise en forme des engrenages en plastique renforcé [29]. En effet, lors de l'injection, les fibres s'orientent d'une manière idéale en pied de dent et sur les flancs; ceci n'est pas possible par extrusion ou en taillage.

## 3.1 Moulage par injection

### 3.1.1 Principe

Le principe du procédé de moulage par injection consiste à injecter une résine de polymères thermoplastiques, préalablement chauffée, dans un moule régulé en température. La température plus basse du moule va alors amorcer la solidification de la résine. Le polymère se solidifiant dans le moule va créer un solide épousant la forme et les dimensions de l'empreinte du moule. On peut distinguer quatre phases principales pendant le cycle d'injection.

- La phase de plastification

Les granulés sont progressivement chauffés, fondu et homogénéisés par le cisaillement dû à la rotation de la vis. L'apport énergétique nécessaire à la fusion provient de l'action conjuguée de la dissipation mécanique et du transfert thermique depuis le fourreau chauffé. Cette étape est l'une des origines de la diminution de la longueur moyenne des fibres, et va ainsi induire une distribution de longueur non homogène dans l'écoulement [30].

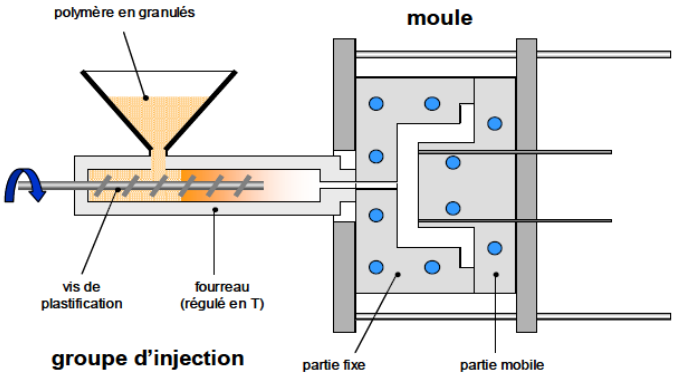



**Figure 1.4 : Phase de plastification [31]**

- La phase de remplissage

A l'instant choisi, la vis est poussée axialement et joue le rôle d'un piston en injectant à vitesse contrôlée le polymère fondu dans la cavité du moule. Pendant le remplissage, les fibres vont s'orienter dans des directions privilégiées selon les sollicitations mises en jeu.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

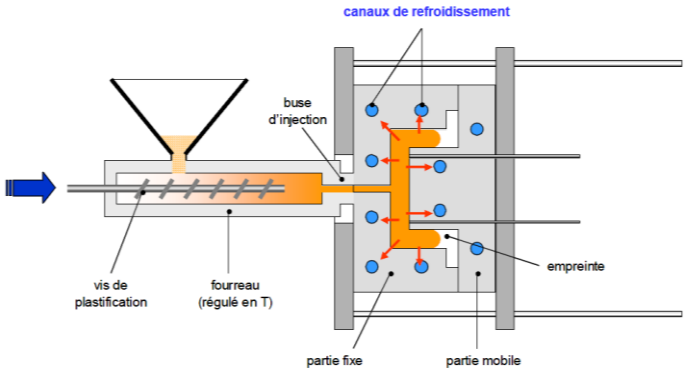



**Figure 1.5 : Phase de remplissage [31]**

- La phase de commutation et maintien

Une fois la cavité remplie, une pression élevée est maintenue, autant que possible, jusqu'au figeage de la matière. Une quantité supplémentaire de polymère est alors introduite dans la cavité, dans le but de limiter le retrait thermique et d'uniformiser progressivement la pression dans la cavité.

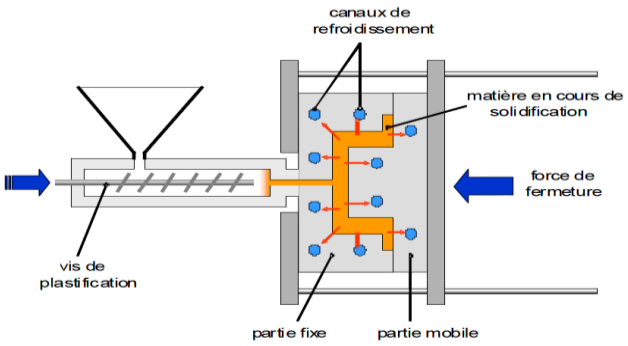



**Figure 1.6 : Phase de maintien et de solidification [31]**

- La phase d'éjection

La pièce reste quelques instants dans le moule afin que le refroidissement puisse se poursuivre. Une fois que la pièce est refroidie, le moule s'ouvre et la pièce est éjectée par des éjecteurs. Pendant ce temps, la phase de plastification recommence, de façon à préparer le prochain cycle.

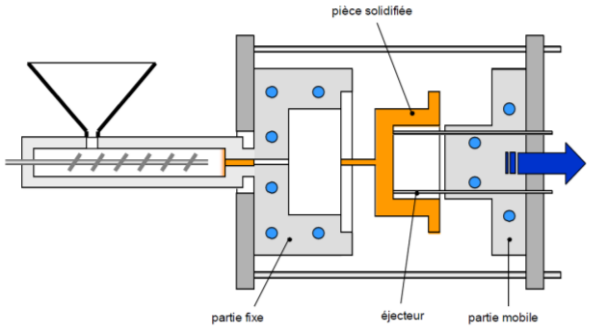



**Figure 1.7 : Phase d'éjection [31]**



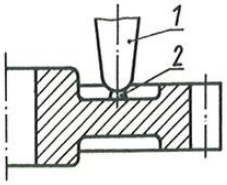
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 3.1.2 Type de canaux d'alimentation

Trois types de canaux d'alimentation, appelée aussi carottes sont couramment utilisés pour la mise en forme des engrenages [25].

- Injection capillaire

L'injection capillaire est la plus couramment utilisée [25]. Elle peut être réalisée avec plusieurs capillaires, généralement 3 positionné à 120° sur le voile afin de diminuer le temps de cycle. Un second avantage concerne la séparation carotte/pièce qui est aisée et ne nécessite pas de reprise lors de l'utilisation de canaux chauds.

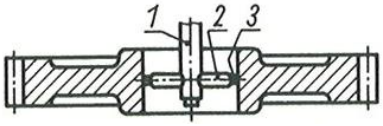



1 : Carotte
2 : Seuil

**Figure 1.8 : Injection capillaire [25]**

- Injection en diaphragme

L'injection par diaphragme contrairement à l'injection capillaire ne présente pas de ligne de recollement. Elle permet également un remplissage progressif et homogène de l'empreinte. Cependant une reprise de la pièce est nécessaire pour enlever la carotte d'injection. Cette solution sera retenue afin d'avoir des propriétés mécaniques et géométriques identiques sur toutes les dents.

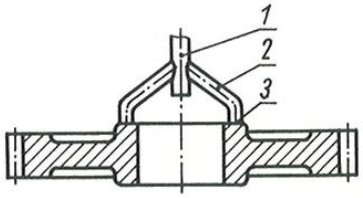



1 : Canal
2 : Carotte
3 : Seuil

**Figure 1.9 : Injection en diaphragm [25]**

- Injection en parapluie

L'injection en parapluie est une variante de l'injection en diaphragme. Cependant le fait de ne pas injecter au centre de l'engrenage, entraîne une dissymétrie de remplissage et donc d'orientation des fibres.




1 : Canal
2 : Carotte
3 : Seuil

**Figure 1.10 : Injection en parapluie [25]**

## 3.2 Condition d'injection et géométrie induite

### 3.2.1 Géométrie de l'engrenage

Une fois les paramètres de bases établis tels que le module, le nombre de dent et la largeur il est possible de définir les proportions d'épaisseur de paroi qui faciliteront un moulage précis. Le but est de diminuer les déformations de post moulage correspondant à la relaxation des contraintes. Dans le cas d'un engrenage droit, le producteur de matière première Dupont de Nemours [32] conseille la géométrie présentée sur la Figure 1.11 pour une carotte d'injection de type diaphragme ou capillaire.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Le paramètre $t$ correspond à l'épaisseur de la dent au primitif, soit $\pi.m$ avec $m$ le module de la dent et $h$ l'épaisseur que le moyeu doit respecter $h \leq 2t$ .

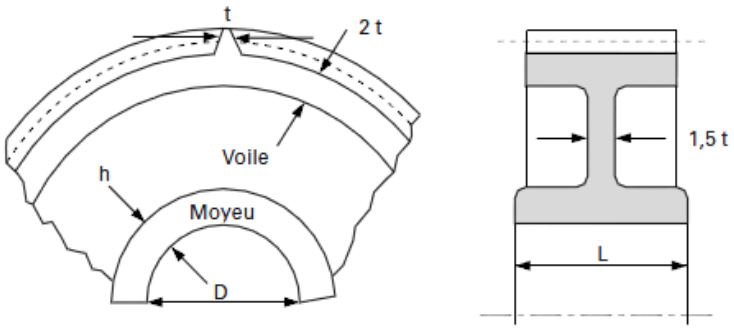
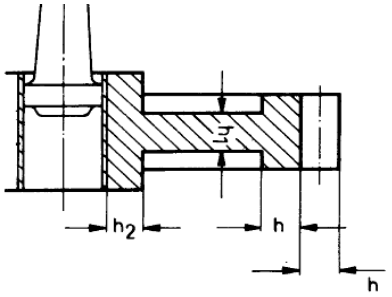



**Figure 1.11 : Proportion recommandées par Dupont de Nemours [32].**

Au contraire du guide de conception de Dupond de Nemours [32], W. Kraus [25] propose dans le cas d'une injection de type diaphragme un moyeu plus épais que le voile. La géométrie est représentée sur la Figure 1.12. Cette dernière est composée d'une section quasi constante entre le voile, la jante et le moyeu.




$h<h_1<h_2$
$h_1>1,1h$
$h_2>1,2h$

**Figure 1.12 : Proportion recommandées par W.Kraus [25]**

L'influence de la hauteur du voile sur le partage des charges a été étudiée par H.Kim [5] dans le cas d'engrenage cylindrique en acier. Il a été démontré que la présence d'un voile n'a plus aucune influence sur le comportement de l'engrenage pour une épaisseur supérieure à 3 fois le module.
Cette condition est respectée par Dupont de Nemours où le voile a une épaisseur de $\pi \times m$ alors que la géométrie proposé par W. Kraus a une épaisseur de voile de $2,25 \times m$. Il est également à noter que le voile se situe dans les deux cas proposés sur le plan de symétrie de l'engrenage. Cela évite un retrait différentiel au niveau de la jonction entre la jante et le voile [33].

Dans le cas des travaux de thèse, une section constante de $3 \times m$ sur le voile, le moyeu et la jante a été choisie. Cela permet de ne pas avoir d'influence de la jante et de se situer à l'intermédiaire des propositions de Dupond de Nemours [32] et W. Kraus [25].

### 3.2.2 Géométrie du moule

Le principal problème posé par la fabrication d'engrenage en plastique précis est le retrait au moulage. L'empreinte du moule doit être découpée de manière à permettre non seulement un retrait diamétral, mais également un effet de retrait sur le profil des dentures. Avec une cavité correctement conçue pour compenser le retrait et des conditions de moulage contrôlées, les engrenages moulés appartiennent aux classes ISO 8 à 11 ou AGMA 6 à 10 [32]. La Figure 1.13 représente le retrait en denture dans le cas d'un polymère non renforcé [32].



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

**Figure 1.13 : Retrait sur les dentures [32]**

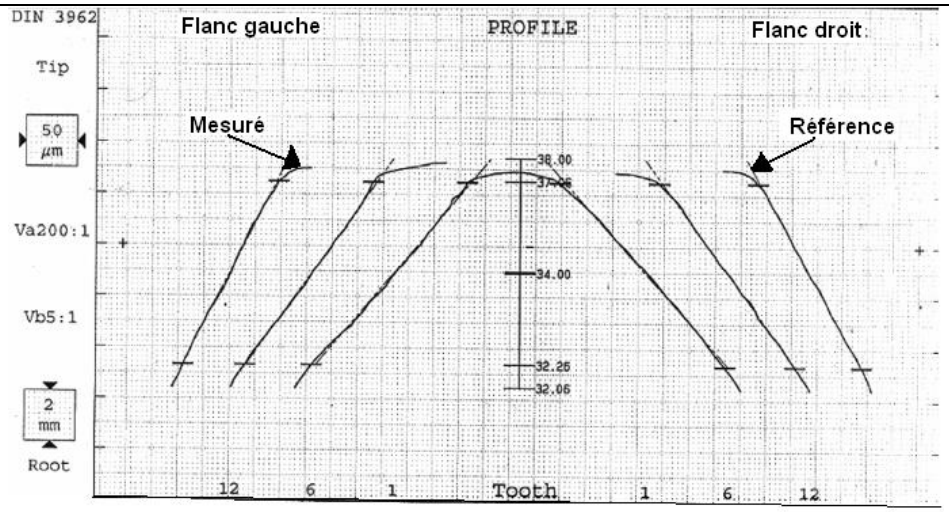
### 3.2.3 Condition d'injection

La simulation assistée par ordinateur aide au choix des paramètres et à la définition de l'empreinte afin de respecter les limites de tolérance. La connaissance de la progression du front de matière, des effets d'orientation, du retrait différentiel et des déformations résiduelles sont nécessaires pour réaliser des engrenages de précision. Il est important que le logiciel utilisé pour la simulation de l'injection prenne en compte l'effet d'orientation des fibres sur le retrait. La présence de fibre rend le retrait non linéaire [21]. La Figure 1.14 extraite des travaux de S. Senthilvelan et al. [21] présente le retrait sur le profil des flancs de denture dans le cas d'un engrenage de module 2 à 17 dents. La Figure 1.14.a correspond à un PA6 non renforcé et la Figure 1.14.b correspond à un PA6 avec 30% de fibres de verre courtes injecté dans le même moule. Lorsque le profil de référence et le profil mesuré sont confondus, cela correspond à un cas sans défaut. Malgré un coefficient de dilatation thermique plus faible, le PA6 renforcé a une déviation de profil plus élevé. Elle est de 6µm dans le cas du PA6 non renforcé et est de 26µm dans le cas du PA6 renforcé.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

a. PA6 non renforcé




b. PA6 renforcé à 30% de fibre de verre

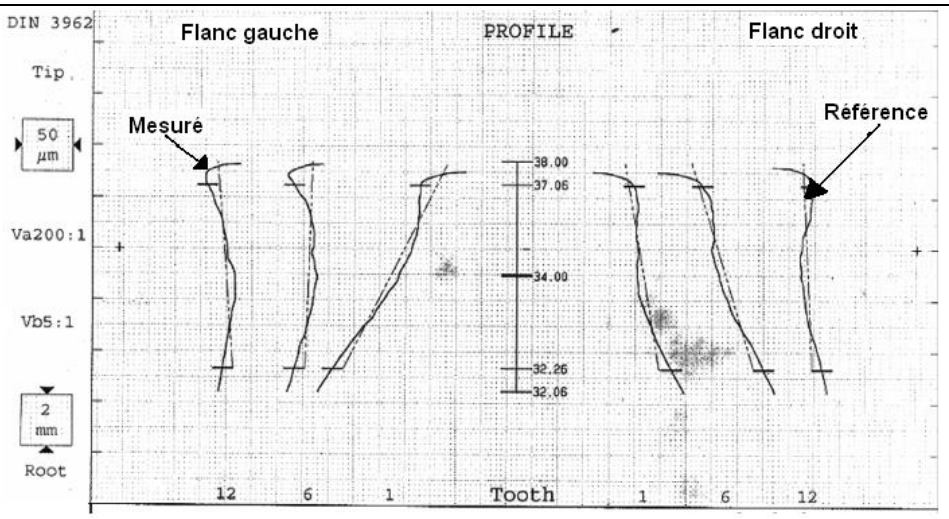



**Figure 1.14 : Déviation du profil [21]**

## 3.3 Orientation des fibres

L'orientation des fibres et leur distribution dans un composant injecté dépendent d'un grand nombre de paramètres tels que : les conditions de moulage (localisation de la carotte, type de carotte, température, débit, pression, temps de maintien), le polymère, sa viscosité et le type de fibre (Ratio géométrique, densité, quantité volumique) [34].

### 3.3.1 Mécanisme d'orientation

Deux types de sollicitations vont orienter préférentiellement les fibres pendant l'étape de remplissage [35]:

- Le cisaillement présent majoritairement dans les canaux d'alimentation des moules ou dans les cavités minces,
- L'élongation, localement prépondérante dans certaines régions telles que les seuils d'injection, et au front de matière lors de l'injection.

Les écoulements mis en jeu dans les procédés industriels combinent les deux mécanismes précédents. Au cours du procédé de remplissage, les fibres vont s'orienter dans des directions privilégiées en fonction de la sollicitation appliquée.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 3.3.2 Cas du moulage par injection

Les écoulements mis en jeu dans les procédés d'injection conjuguent et parfois opposent le cisaillement et l'élongation. L'orientation des fibres, pour un thermoplastique chargé de fibres de verre, présente alors une structure assez particulière dans l'épaisseur de la pièce que l'on dénomme communément structure cœur peau [36].

La Figure 1.15 illustre ce mécanisme et montre l'orientation des fibres dans un disque injecté par le centre, d'après des observations expérimentales avec des fibres courtes par R.S. Bay et al. [36]. Ces observations mettent en évidence plusieurs couches distinctes, avec une symétrie par rapport au plan médian du disque:

- Une fine couche de peau (A), près des parois, dans laquelle les fibres semblent orientées de manière isotrope.
- Deux couches de peau (B) où les contraintes de cisaillement sont importantes et donc, les fibres sont orientées selon la direction de l'écoulement,
- Une couche de cœur (D) caractérisée par des contraintes d'élongation prépondérantes : les fibres sont orientées perpendiculairement au sens de l'écoulement,
- Enfin, les deux dernières couches (C), dans lesquelles l'orientation des fibres est aléatoire, sont des couches de transition entre les états d'orientation (B) et (D).

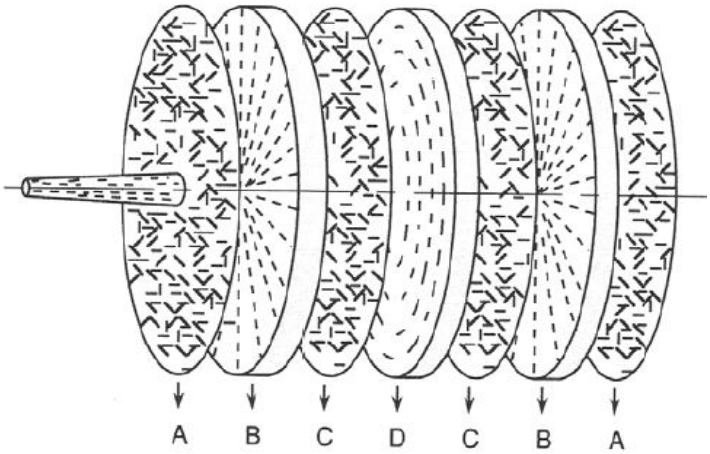



**Figure 1.15 : Orientation des particules dans un disque injecté par le centre [36]**

Kenig [37] identifie l'origine de cette structure en couche à l'aide des mécanismes d'écoulement :

- Au voisinage du seuil d'injection, le front de matière adopte un écoulement d'extension radiale qui s'apparente à un écoulement élongationnel de type divergent, et provoque une orientation transverse des fibres par rapport à la direction d'écoulement. A cœur, le cisaillement étant pratiquement nul, les fibres conservent leur orientation initiale, transverse à la direction de l'écoulement (couche (D)).
- Loin du seuil d'injection et en amont du front de matière, un écoulement de cisaillement se met en place et favorise une orientation des fibres dans la direction de l'écoulement. Le cisaillement étant maximal au niveau des points d'inflexion des profils de vitesse (Figure 1.16), l'orientation des fibres est unidirectionnel dans le sens de l'écoulement à une certaine distance de la paroi (couche (B)).
- Au niveau de la paroi, une couche de polymère solidifiée se forme dans laquelle les fibres ne sont pas orientées de façon préférentielle. L'effet fontaine a un rôle déterminant puisqu'il ramène la matière du centre vers les parois froides du moule où les fibres vont être figées avec une orientation désordonnée. L'épaisseur de cette couche va dépendre de la vitesse de refroidissement (couche (A)).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

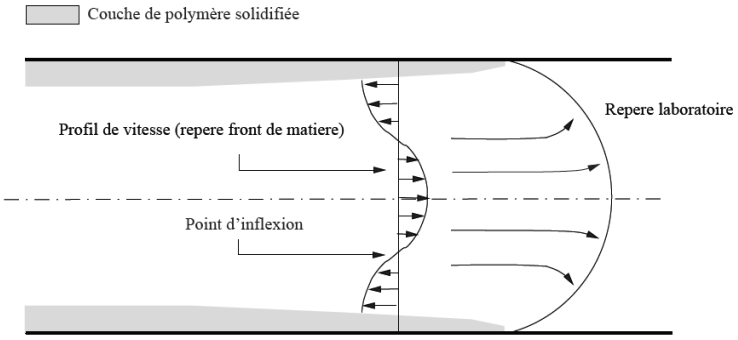



**Figure 1.16 : Modèle d'écoulement au front d'avancée de matière (effet fontaine) [36]**

Tous les auteurs reconnaissent l'existence d'une orientation multi-couches. Néanmoins les différences entre les auteurs viennent du décompte du nombre de couches dans l'épaisseur selon la finesse de l'observation.

### 3.3.3 Orientation dans les dentures

Senthilvelan et al. [21] ainsi que Weale et al. [34] se sont intéressés à la répartition des fibres dans les dentures d'engrenage dans le cas d'un Polyamide 6 renforcé de fibres de verre.
Les engrenages de Weale et al. sont injectés par une carotte de type diaphragme, alors que ceux de Senthilvelan et al. sont injectés par trois points situés sur le voile.
A partir d'observations microscopiques Weale et al. distinguent deux zones. La peau de l'engrenage où les fibres sont parallèles à la surface, mais de manière inorganisée et une zone de cœur où les fibres sont désordonnées. Ces deux zones sont représentées sur la Figure 1.17.a. Cette figure a servi de base pour la simulation de la flexion d'une dent.
Senthilvelan et al. [21], à partir d'observations expérimentales et de simulations de l'écoulement lors du procédé de moulage par injection, a distingué ces deux mêmes zones. Il a cependant supposé des fibres majoritairement unidirectionnelles en surface Figure 1.17 b).

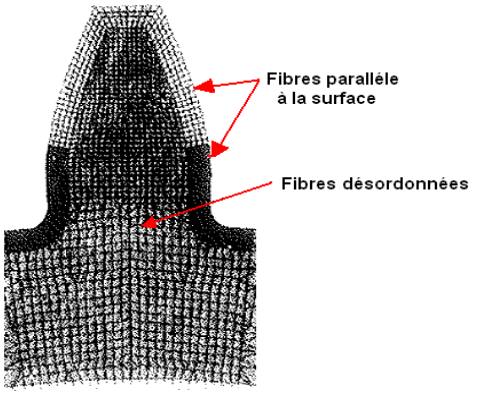
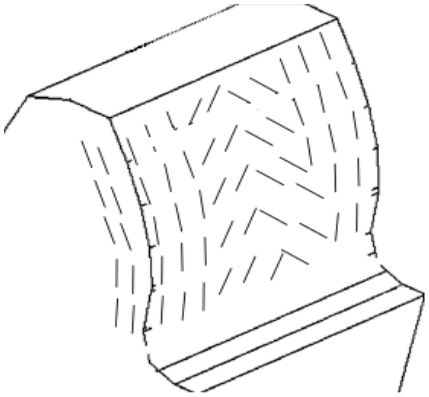
| a. Orientation des fibres d'après Weale et al. [34] | b. Orientation des fibres d'après Senthilvelan et al. [21] |
|---|---|
|  |  |



**Figure 1.17 : Schéma d'orientation des fibres en denture**

Les résultats de simulation obtenus par Senthilvelan et al. [21], dans le cas d'une injection à 3 points, montrent également une forte orientation des fibres dans les dentures et un certain désordre au cœur des dentures. La Figure 1.18 montre une orientation proche de l'unidirectionnel à la surface des dentures. Le facteur d'anisotropie varie entre 0 et 1. Une orientation de 1 correspond à un parfait alignement des fibres avec la direction de référence et un facteur de 0 indique un alignement perpendiculaire parfait avec la direction de référence.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

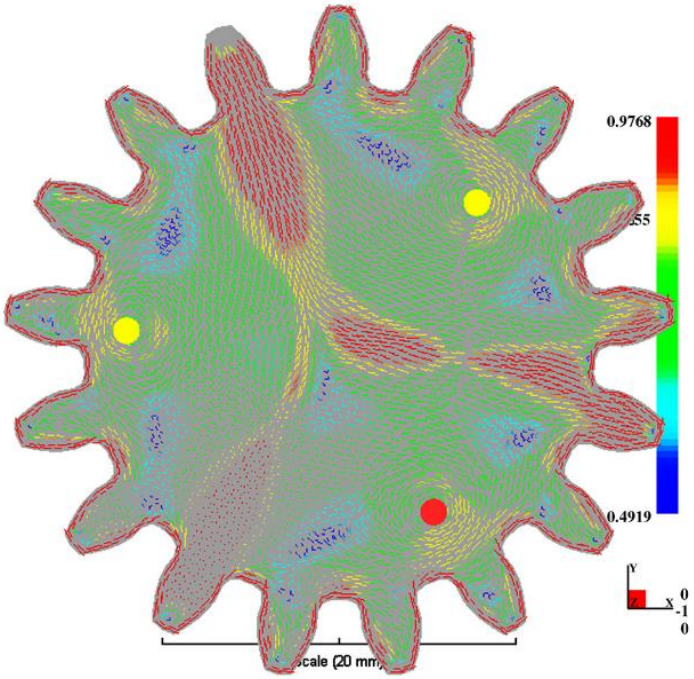



**Figure 1.18 : Prédiction de l'orientation moyenne des fibres dans le cas d'un PA6-6 renforcé de fibre de verre [21]**

## 3.4 Conclusion

Les méthodes de mise en forme des engrenages en plastique renforcé ainsi que les mécanismes de répartition des fibres ont été présentées dans ce chapitre

Une injection de type diaphragme a été choisie pour fabriquer les engrenages utilisés dans le travail de thèse. Elle permet un remplissage progressif et homogène de l'empreinte, sans créer de ligne de recollement. Cette technique permet d'avoir une répartition des fibres et un retrait homogène.

Les conseils de conception fournis par Dupond de Nemours [32] et W. Kraus [25] ont amené à choisir une solution intermédiaire avec une géométrie à section constante.

Les études sur la localisation des fibres dans les dentures fait par Weale et al. [34] et Senthilvelan et al. [21] montrent des modèles plus ou moins fins sans réel quantification de l'orientation des fibres. Il sera donc nécessaire de s'intéresser à l'orientation des fibres de manière précise à cœur et en surface. Cela sera possible de manière théorique par l'utilisation de logiciel de simulation, comme l'a fait Senthilvelan et de manière expérimentale par des études tomographiques.

# 4. Modélisation du comportement du Polyamide

Le comportement du Polyamide renforcé de fibres de verre est complexe. Il est à la fois viscoélastique et anisotrope, due à la présence des fibres de verre courtes. Une bonne compréhension du comportement du Polyamide est nécessaire afin de pouvoir le modéliser.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 4.1 Propriétés viscoélastique du Polyamide

Le comportement viscoélastique est intermédiaire entre le comportement du solide élastique caractérisé par sa raideur et le fluide newtonien caractérisé par sa viscosité. Pour les polymères, le module élastique $E(t)$ ou la complaisance élastique $J(t)$ deviennent fonction du temps. Dans le domaine linéaire, le module élastique ou la complaisance ne dépendent pas du niveau de contrainte appliqué mais uniquement du temps d'application de la contrainte [38].

## 4.2 Comportement mécanique linéaire du Polyamide

L'étude des polymères aux faibles contraintes peut être réalisée par deux types d'essais : les essais dynamiques qui permettent la mesure du module ou de la complaisance complexe $J(i\omega)$, et les essais « statiques », tel le fluage pendant lequel la contrainte est constante $J(t)$. Le fluage et la spectrométrie mécanique conduisent à des informations en principe équivalentes, puisque la complaisance complexe $J(i\omega)$ mesurée en contrainte périodique est la transformée de Laplace Carson de la complaisance $J(t)$, réponse du matériau au stimulus échelon de contrainte [39].

Grâce à ces essais, plusieurs processus de relaxation peuvent être mis en évidence. La Figure 1.19 montre le comportement typique d'un Polyamide 6-6 étudié en torsion dynamique, en fonction de la température *T*, à une fréquence constante. Trois zones sont observées. Dans la zone A, le polymère est à l'état vitreux, hors équilibre ; il a un module élevé. Dans cette zone peuvent avoir lieu une ou plusieurs relaxations secondaires ($\beta, \gamma, \ldots$). Dans la zone B, la relaxation principale ou relaxation $\alpha$ peut être observée. Le module chute d'une décade et la dissipation d'énergie (mesurée par $\tan\delta$) atteint un maximum, ce qui se traduit par un échauffement interne du matériau. La relaxation $\alpha$ est associée à la transition vitreuse. La zone C correspond au plateau caoutchoutique caractérisé par un module sensiblement constant. Aux températures plus élevées, le polymère s'écoule.

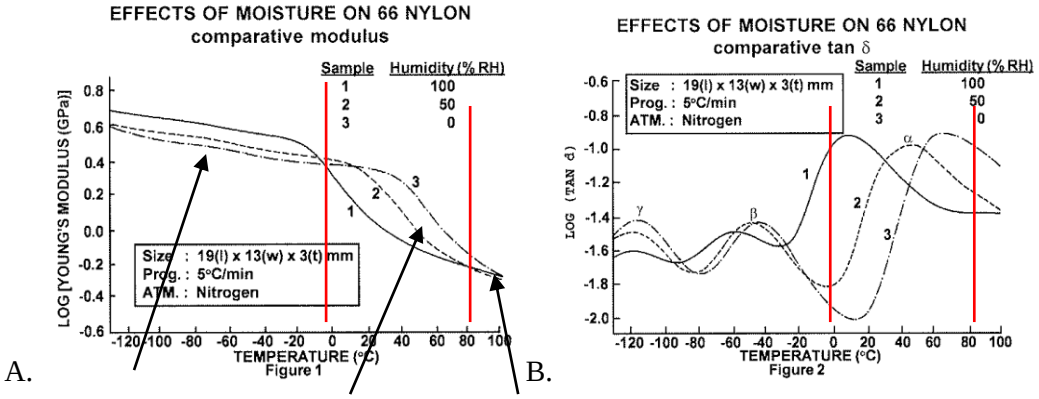



**Figure 1.19: Mesure DMA du module d'Young (A) et du facteur de perte (B) d'un Polyamide 6-6 en fonction de la température à différents niveaux d'humidité [40]**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 4.3 Comportement mécanique des fibres de verre

Ce sont les propriétés mécaniques des fibres de verre de renforcement qui sont à l'origine du développement considérable des composites dans tous les domaines industriels. Leur comportement, de type élastique, est régi par la loi de Hooke. Les fibres de verre considérées ici se présentent sous forme discontinue. Leurs longueurs varient entre 0,2 et 0,3mm. Leurs propriétés sont données dans le Tableau 1.3.

| Désignation | Verre E |
|---|---|
| Masse volumique [Kg/m$^3$] | 2600 |
| Contrainte à la rupture en traction [MPa] | 3200 à 3400 |
| Module d'élasticité en traction [MPa] | 72000 à 73000 |
| Coefficient de poisson | 0.22 |

**Tableau 1.3 : Caractéristiques mécaniques des fibres de Verres (E) [41].**

## 4.4 Modélisation du comportement mécanique du Polyamide

Pour rendre compte du comportement mécanique linéaire du Polyamide, un modèle rhéologique est utilisé dans cette étude. Il définit une loi de comportement qui relie déplacement et contrainte. Dans un premier temps, les éléments de base des modèles rhéologiques sont présentés. Dans un second temps, les modèles obtenus en combinant ces éléments sont décrits.

### 4.4.1 Eléments de base des modèles rhéologiques.

Le ressort : la déformation est instantanée et reversible (cf.Figure 1.20). Ce comportement est modélisé par la loi de Hooke (1.1) :

$$\sigma = E\varepsilon \qquad (1.1)$$
$$\tau = G\gamma \qquad (1.2)$$
$$E = 2G(1+\nu) \qquad (1.3)$$

E représente le module d'élasticité ou d'Young, G le module de cisaillement et $\nu$ le coefficient de Poisson.

**Figure 1.20: Ressort caractérisant l'élasticité**

L'amortisseur : la déformation augmente à une vitesse constante (proportionnelle à la contrainte) (cf. Figure 1.21). Ce comportement est typique du fluide newtonien (1.4). Pour représenter le comportement visqueux d'un matériau.

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon} \qquad (1.4)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

**Figure 1.21 : Amortisseur caractérisant le comportement visqueux**

### 4.4.2 Les modèles élémentaires

Pour modéliser un comportement viscoélastique, les éléments élastiques et visqueux sont utilisés. Deux modèles élémentaires (Figure 1.22) particulièrement utilisés pour la modélisation viscoélastique sont ceux de Maxwell (association d'un ressort et d'un amortisseur en série et celui de Kelvin-Voigt (association en parallèle).

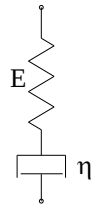
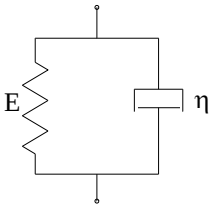
| a) modèle de Maxwell | b) modèle de Kelvin-Voigt |
|---|---|
|  |  |



**Figure 1.22: Modèle élémentaire [42]**

Le modèle de Kelvin-Voigt conduit à une équation de la complaisance élastique de la forme suivante (1.5). Cette relation fait intervenir le temps de relaxation $\tau$ , lequel correspond au temps de réponse du matériau [42].

$$J(t) = J_r\left(1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) \qquad (1.5)$$

$J_r$ représente la complaisance relaxée.

### 4.4.3 Modèles généralisés

Hiltcher et al [9] et E. Letzelter [10] ont fait le choix d'un modèle de Kelvin généralisé pour simuler le comportement du Polyamide 6-6 respectivement dans le cas d'engrenage cylindrique et celui d'un engrenage roue vis avec une roue en Polyamide 6-6 et une vis en acier. Ce modèle permet de décrire le large spectre des temps de relaxation du Polyamide qui sont dépendant de la température (cf. Figure 1.19).

Ce modèle rhéologique correspond à l'association en série de plusieurs éléments de Kelvin Voigt et d'un ressort (cf. Figure 1.23). Un groupe d'éléments de Kelvin-Voigt en série représente un spectre discret de temps de relaxation, chaque temps $\tau_i$ étant associé à un couple ($E_i$ , $\eta_i$ ). Les équations (1.6) et (1.7) sont associées à ce modèle.

$$\sigma = \sum_{i=0}^{n}\left(E_i\left(\varepsilon_i + \tau_i \dot{\varepsilon}_i\right)\right) \qquad (1.6)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + \sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i \qquad (1.7)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

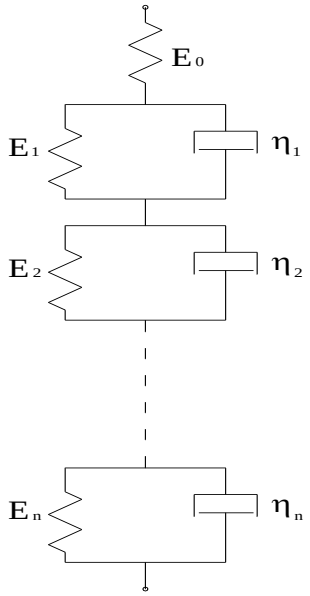



**Figure 1.23: Modèle de Kelvin généralisé [10]**

## 4.5 Prise en compte des fibres

Dès lors qu'on travaille sur des composites comprenant plusieurs matériaux, il n'est pas toujours aisé de déterminer le module d'élasticité. De plus, les pièces réalisées en moulage par injection contenant des fibres de verre sont anisotropes et cela est d'autant plus vrai lorsque la géométrie de la pièce est complexe. De nombreuses études sur la prédiction des propriétés élastiques de composites à fibres courtes ont été réalisées [43][44][45] [46]. En fait, on distingue les modéles phénoménologiques comme les lois de mélange [46] et les modéles de champ moyen avec dans ces derniers, prise en compte ou pas du facteur de forme et de l'anisotropie.

Le modèle d'Halpin Tsaï [44] permentant de prendre en compte l'anisotropie ansi que le facteur de forme de fibres est choisi dans cette thèse. De plus, différents niveaux de complexités d'orientation des fibres peuvent être adoptés dans la prise en compte de l'effet de renforcement des fibres dans les dentures, comme le montre les travaux de Weale et al. [34].

## 4.6 Conclusion

Ce paragraphe a présenté de façon synthétique le comportement mécanique du Polyamide 6 ainsi que la prise en compte du renforcement et de son orientation.

La solution retenue pour modéliser le comportement est d'utiliser le modèle rhéologique de Kelvin généralisé. Il a l'avantage de prendre en compte le large spectre de relaxation du Polyamide 6 dans une formulation analytique, qui sera facilement introduite dans le modèle quasi-statique de partage des charges. Les fibres ayant un comportement élastique, leur présence pourra être intégrée par une modification de la partie élastique de chaque bloc de Kelvin Voigt.

Le choix du modèle permettant la prise en compte des fibres est complexe et de nombreuses solutions existent dans la littérature. Il sera donc nécessaire de comparer ces modèles afin d'obtenir un bon compromis entre leur complexité et leur précision.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 5. Modélisation du comportement thermique des engrenages polymères

Le comportement du Polyamide est fortement influencé par la température (Figure 1.19). Il est donc nécessaire de pouvoir prédire avec précision la température des engrenages en fonction des conditions de fonctionnement. Ces données pourront être par la suite intégrées dans les lois de comportement du matériau.

## 5.1 Comportement thermique

Dans le cas des engrenages en acier, la chaleur générée est dissipée la plupart du temps par le lubrifiant. Dans le cas d'engrenages en polymère, qui fonctionnent en générale sans lubrifiant et ont une mauvaise conduction, la chaleur se dissipe moins facilement et provoque une élévation non négligeable de la température de service. La conséquence directe est une augmentation plus rapide de l'usure des dentures et de l'engrenage jusqu'à rupture sous plus hautes sollicitations.
Le transfert de chaleur dans le volume du pignon ou d'une roue, et du pignon vers l'arbre le supportant, se fait par conduction, celui avec l'air environnant par convection.
Plusieurs auteurs ont étudié le comportement thermique des engrenages en polymère et leurs performances. Des études expérimentales ont été conduites par Senthilvelan et al. [23], [27], Düzcükoglu et al. [47], [48] et Mao et al. [49]. Elles ont montré une forte relation entre les conditions de fonctionnement, la géométrie de l'engrenage et l'échauffement.

A partir des résultats expérimentaux, plusieurs modèles théoriques basés sur un bilan global des sources de chaleur et des pertes ont été développés. Hooke et al. [22], Hachman et al. [13], Mao et al.[49], [50], Block et al.[51], [52], Moriwaki et al. [53] et Koffi et al. [54] ont proposé des modèles prédisant la température de volume ou celle au point de cntact d'un engrenage en fonctionnement. La plupart des études montrent que les pertes de puissance et les échauffements dans les engrenages en matériau polymère, sont essentiellement dus à trois phénomènes : le piégeage de l'air entre les dents, le frottement au contact et l'échauffement viscoélastique interne. Ces trois aspects vont être détaillés dans le paragraphe suivant.

## 5.2 Sources d'échauffement

### 5.2.1 Echauffement dû au piégeage de l'air entre les dents

L'échauffement dû au piégeage de l'air entre les dents a été étudié par Diab et al. [54] et [55] ainsi que Changenet et al. [56] pour les engrenages en acier. Lors de l'engrènement, entre le moment où une dent du pignon intercepte le cylindre de la tête de la roue menée et celui où elle remplit presque complètement l'espace inter dents, une fraction de l'air se trouve expulsée hors de la zone d'engrènement. Dans une seconde phase, la dent du pignon libère progressivement le volume entre les deux dents de la roue, entraînant ainsi un effet d'aspiration du fluide environnant. L'air peut quitter la zone d'engrènement suivant la direction axiale ou radiale de la dent. La perte totale associée à ce phénomène correspond à l'énergie échangée avec le milieu ambiant pour les phases de compression et d'aspiration. Elle dépend des caractéristiques de l'air, de la géométrie, du milieu ambiant et des vitesses de rotation. La Figure 1.24 présente un schéma de principe du phénomène du piégeage de l'air entre les dents.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

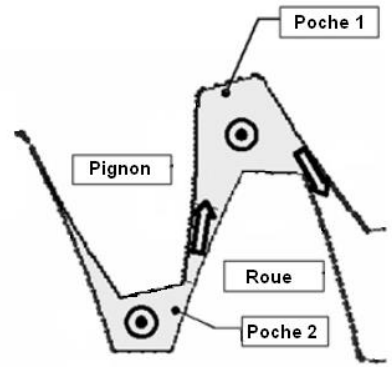



**Figure 1.24 : Schéma de principe du phénomène de piégeage [55]**

### 5.2.2 Echauffement dû au frottement

Dans les engrenages, le frottement des dentures conduit à une source majeure de chaleur. Plusieurs paramètres peuvent l'influencer, tels que la pression de contact ou la géométrie. Plusieurs modèles thermiques ont été développés pour ce type d'échauffement.

Le modèle de Koffi et al. [54] estime l'énergie créée par frottement (1.8).

$$E_{gf} = \mu.W_0.\frac{W_i}{W_n}.\frac{1}{\cos\theta_f}.V_s.\Delta_s \qquad (1.8)$$

Où $\cos\theta_f$ est l'angle de pression, $V_s$ la vitesse de glissement, $\Delta_s$ le déplacement du point de contact mesuré le long de la ligne d'action, $\mu$ le coefficient de frottement, $W_0$ le chargement transmis par unité de surface et $W_i / W_n$ le facteur de partage des charges.

En 1937, Block [51] étudie le comportement thermique de deux solides en contact. La température flash provient de la dissipation de chaleur au niveau du contact qui résulte du frottement.

En 1963, il établit un modèle simple qui estime la température flash d'une dent d'un engrenage soumise à une pression de contact de type Hertzienne [52]. Ce modèle sera ensuite repris et affiné par différents auteurs: Tobe et Kato [57], Hachman et al. [13] et Mao et al.[49] afin de prendre en compte le frottement comme source d'échauffement dans le comportement thermique des engrenages.

### 5.2.3 Echauffement viscoélastique interne

Ce type d'échauffement est lié à l'énergie dissipée par frottement visqueux interne pendant la déformation d'un solide viscoélastique. La mesure caractéristique de l'amortissement ou du facteur de perte $\tan\delta$ est le ratio entre l'énergie dissipée par cycle et le maximum d'énergie elastique mise en jeu pendant le cycle. La quantité de chaleur interne développée par un polymère quand il est déformé (déformations à amplitude constante) peut être estimée par la relation (1.9) [58].

$$Q \simeq \pi E'' \varepsilon_0^2 \qquad (1.9)$$

$E''$ est le module de perte, $\varepsilon_0$ est l'amplitude maximale de déformation pendant le cycle.

Un modèle a été développé par Koffi et al. [54] pour l'échauffement viscoélastique interne (1.10). Il intègre plusieurs propriétés des matériaux polymères comme le facteur de perte $\tan\delta$ et le module de conservation $E'$.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$E_{gh} = \frac{\tan\delta}{\tan\delta^2 + 1} . \frac{\sigma_0^2}{4} . \frac{t.\pi}{E'.\cos\theta_f} . V_s . \Delta_s \qquad (1.10)$$

$\cos\theta_f$ est l'angle de pression, $t$ l'épaisseur de la dent au rayon de base, $\sigma_0$ la contrainte appliquée au rayon de base, $V_s$ la vitesse de glissement et $\Delta_s$ le déplacement du point de contact mesuré le long de la ligne d'action.

Koffi et al. [54] proposent d'appliquer ses modèles (1.8) et (1.10) pour un engrenage en polymère ayant 20 dents pour la roue et le pignon. Le module élastique du matériau est de 2 GPa, le facteur de perte de 0,05, le coefficient de frottement de 0,1 et le couple appliquée de 53 N.mm (cf. Figure 1.25).

Les résultats montrent que dans le cas d'un contact roulant entre deux matériaux polymères, l'énergie créée par frottement est beaucoup plus grande que l'énergie interne du polymère. Kukureka et al. [24], Mao [49] et [50] confirment également cette hypothèse dans leurs travaux.

L'échauffement viscoélastique est donc généralement négligé par rapport à l'échauffement par frottement.

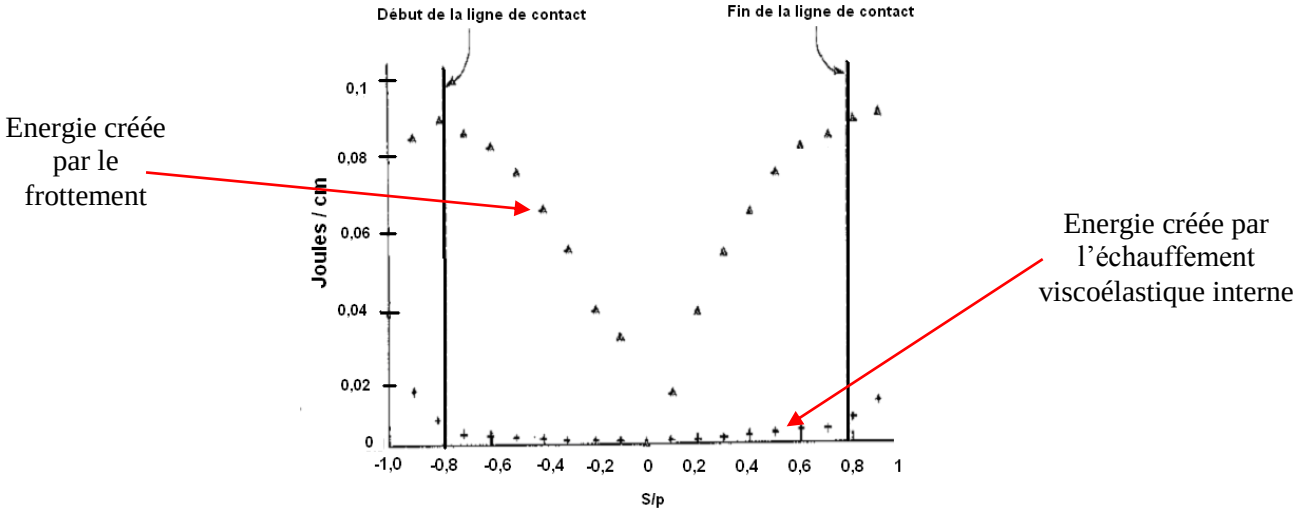



**Figure 1.25: Modélisation de l'énergie générée par frottement et hystérésis en fonction de la position angulaire [54]**

## 5.3 Modèles thermiques couramment utilisés

### 5.3.1 Modèle de Block

Block [51] a établi un modèle qui estime la température « flash» d'une dent d'un engrenage soumise à une pression de contact, de type Hertzienne [36]. La température flash $\Delta T_f$, provient de la dissipation de chaleur au niveau du contact qui résulte de la combinaison du frottement $\mu$, du glissement $V_1^{1/2} - V_2^{1/2}$ ainsi que des caractéristiques géométriques de l'engrenage.

$$\Delta T_f = 1{,}11.\mu.F.\frac{\left(V_1^{1/2} - V_2^{1/2}\right)}{b.\sqrt{2.k.\rho.c.a}} \qquad (1.11)$$

$\mu$ est le coefficient de frottement, $F$ la force normale appliquée sur la dent, $b$ la largeur de denture, $V_1$ la vitesse de glissement du pignon, $V_2$ la vitesse de glissement de la roue, $k$ la conductivité thermique du matériau, $c$ la chaleur spécifique du matériau, $\rho$ la densité du matériau et $a$ la moitié de la largeur de contact.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Cette température reste cependant très difficile à observer comme le montre les travaux de E. Letzelter [10]. De plus, d'après W. Kraus [25] son caractère instantané et localisé ne lui donne pas suffisamment de temps pour modifier significativement les propriétés mécaniques au contact des dentures.

### 5.3.2 Modèle de Hooke

Contrairement au modèle de Block où toute l'énergie de friction est dissipée dans le contact, Hooke et al. [22] proposent un équilibre entre l'énergie générée dans le contact et l'air piégé entre les dents. La température du fluide pompé est ensuite suposée égale à la température de volume de l'engrenage. La Figure 1.26 présente le principe utilisé par Hooke pour établir son modèle.

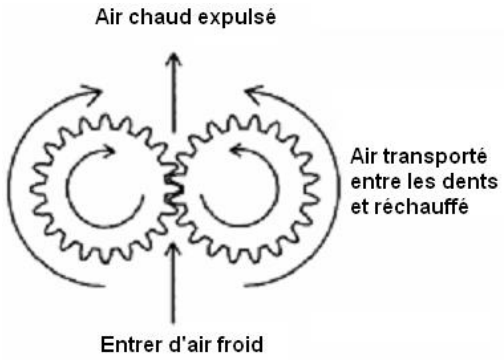



**Figure 1.26: Modèle de transfert de chaleur de l'engrenage [22]**

La relation (1.12) correspond au volume du fluide pompé à chaque tour, la relation (1.13) décrit le modèle de génération de chaleur dans un engrenage et la relation (1.14) présente la puissance moyenne perdue par frottement pour une seule dent en contact.

$$V = 2.\pi.b.\left(r^2 - r_1^2\right) \qquad (1.12)$$

$$\Delta H = \omega.V.\Delta T_v.c.\rho \qquad (1.13)$$

$$\Delta H = \mu.F.V_S \text{ avec } V_s = \frac{\pi.\omega.r_b}{Z} = \frac{\pi.\omega.C}{Z.F} \qquad (1.14)$$

$b$ est la largeur de denture, $r$ le rayon de tête, $r_1$ le rayon de référence, $\omega$ la vitesse de rotation, $V$ le volume de fluide pompé, $\Delta T_v$ la température du volume, $\rho$ la densité de l'air et $c$ la chaleur spécifique de l'air. $\mu$ est le coefficient de frottement, $F$ la charge appliquée, $V_s$ la vitesse de glissement moyenne, $r_b$ le rayon de base de la roue, $Z$ le nombre de dent de la roue et $C$ le couple appliqué.
A partir des trois dernières relations, Hooke a pu établir un modèle (1.15) pour estimer la température du volume $\Delta T_v$ d'un engrenage en polymère supposée égale à celle du gaz pompé.

$$\Delta T_v = \frac{0,625.\mu.C}{c.\rho.z.b.\left(r^2 - r_1^2\right)} \qquad (1.15)$$

Ce modèle suppose que la température de volume est proportionnelle au couple. Cependant, l'auteur informe que ce modèle simple pour les transferts de chaleur nécessite encore quelques développements, mais il fournit déjà une bonne base pour la prédiction de la température de volume des engrenages en polymère.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 5.3.3 Modèle de Hachmann et Strickle

Le modèle de Hachmann et Strickle [13] se base sur un bilan thermique (cf. Figure 1.27), où sont pris en compte : une source de chaleur due à l'échauffement de friction $Q_1$ et aux deux sources de déperdition par convection avec le milieu ambiant $Q_2$, la convection entre le milieu ambiant et le carter $Q_3$. Il est à noter que les déperditions par conduction sur les arbres ne sont pas prises en compte.

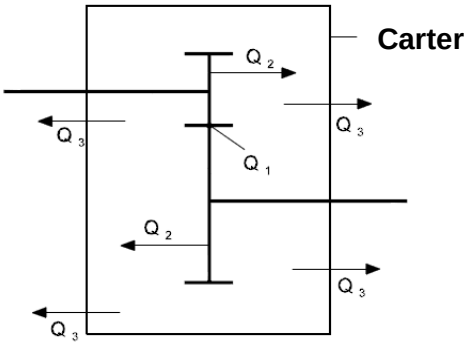



**Figure 1.27 : Modèle d'échange thermique dans une transmission**

- $Q_1$ est donné par l'équation (1.16). La chaleur générée est fonction du coefficient de frottement et des paramètres géométriques de l'engrenage.

$$Q_1 = 2,6.P_2.f_{12}.\frac{i_u + 1}{z_1 + 5.i_u} \qquad (1.16)$$

$Q_1$ = Perte de puissance [W]
$P_2$ = Puissance apportée à l'engrenage [W]
$f_{12}$ = Coefficient de friction dynamique [-]
$i_u = z_1 / z_2$ = Rapport de transmission [-]

- $Q_2$ correspond aux échanges thermiques par convection forcée avec le milieu ambiant. L'équation (1.17) est proportionnelle à la surface de l'engrenage.

$$Q_2 = A_1.\alpha_w.(T_{Zi} - T_l) \qquad (1.17)$$

$Q_2$ = Perte de puissance [W]
$A_1$ = Surface d'échange thermique de l'engrenage [m²]
$T_{Zi}$ = Coefficient de friction dynamique [°C]
$\alpha_w$ = Coefficient de conduction thermique de l'engrenage [W/m².K]
$T_l$ = Température ambiante (dans le carter) [°C]

- $A_1$ est défini par l'équation (1.18)

$$A_1 = k_1.m_{12}.z_i.b_i \qquad (1.18)$$

$k_1$ = Nombre sans dimension déterminé de manière expérimentale [-]



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

$m_{12}$ = Module [mm]
$z_i$ = Nombre de dents
$b_i$ = Largeur [mm]

- $\alpha_w$ correspond au coefficient de transfert thermique. Les dentures sont considérées comme une surface de hauteur $m.\pi$ recevant un flux d'air à la vitesse $V_X$ .

$$\alpha_w = \frac{1}{20}.\frac{\lambda_L}{m_{12}}.\left[\frac{V_X.m_{12}}{a_k}\right]^{0.75} \qquad (1.19)$$

$\alpha_w$ = Coefficient de conduction thermique de l'engrenage [W/m².K]
$\lambda_L$ = Conductivité de l'air [W/m.K]
$V_X$ = Vitesse au diamètre de tête [m/s]
$a_k$ = Diffusivité thermique de l'air [m²/s]

L'équation finale obtenue avec le bilan $Q_1 = Q_2$, en absence de carter, a été recalée sur des mesures expérimentales. Le coefficient de recalage $k_2$ a été obtenu dans le cas d'engrenage PA6/PA6, acier/PA6 avec et sans lubrifiant (Module 6, $Z_1 = 21$, $Z_2 = 26$).

$$T_{zi} = T_u + P_i.f_{12}.f_{ED}.136.\frac{i_u + 1}{z_1 + 5i_u}.\frac{k_2.17100}{b_{12}.z_i(V_x.m_{12})^{0.75}} \qquad (1.20)$$

Les valeurs de $k_2$ sont donné dans le Tableau 1.4. En fonction de la valeur choisie, il est possible d'obtenir la température de volume (colonne 2) ou la température de surface de denture (colonne 3).

| Couple | $k_2$ pour le calcul de la température de volume | $k_2$ pour le calcul de la température de contact |
|---|---|---|
| PA6/PA6 à sec | 2,4 | 10 |
| PA6/Acier à sec | 1 | 7 |
| Si $V_X < 1$m/s | 0 | 0 |
| Lubrification à l'huile | 0 | 0 |

**Tableau 1.4 : Valeurs de $k_2$ [13]**

Il est possible de prendre en compte l'effet transitoire de la montée en température à l'aide du facteur $f_{ED}$ détaillé dans l'équation (1.21).

$$f_{ED} = 0.052.\left[\frac{t_{ED}}{t'}\right]^{0.64} \qquad (1.21)$$

$f_{ED}$ = Facteur sans dimension pour prendre en compte le temps de fonctionnement
$t_{ED}$ = Temps de fonctionnement [s]
$t'$ =Temps total d'observation [s]



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Ce modèle prend un plus grand nombre de paramètres en compte que les deux précédents via notamment la notion de temps $f_{ED}$. Il a également fait l'objet d'un recalage sur des essais expérimentaux dans le cas d'engrenage en Polyamide 6 renforcé de fibres de verre. Il sera donc nécessaire de comparer sa pertinence avec le modèle proposé par Hooke.

### 5.3.4 Conclusion sur les modèles thermiques

Les difficultés de mesure de la température flash, ainsi que son temps d'application très court comparé au temps de diffusion thermique dans le polymère, a conduit à la non prise en compte de la température flash dans le modèle.

L'échauffement dû au piégeage est déjà intégré dans le modèle de Hooke [22] ainsi que celui de Hachmann et Strickle [13] lors du reaclage des modèles sur des résultats experimentaux. De plus cet échauffement entre en jeux que pour des vitesses élevées. Pour ces raisons, il ne sera pas pris en compte.

Dans ces travaux E. Letzelter [10] a utilisé le modèle de Hooke pour simuler l'échauffement de volume des engrenages. Il semble cependant intéressant de comparer ce modèle avec celui proposé par Hachmann et Strickle.

## 5.4 Dilatation thermique du Polyamide

Un changement de température ou d'humidité, en plus de modifier le comportement mécanique du Polyamide va modifier la géométrie des dentures. W. Krause [59] s'est intéressé à ces effets sur la géométrie d'engrenages en PA6 avec et sans fibres.

### 5.4.1 Effet de la température

Les travaux de W. Kraus [59] mettent en évidence une non linéarité du coefficient d'expansion thermique dans le cas du Polyamide 6. La Figure 1.28 montre que, dans le cas du PA6 avec ou sans renfort, l'expansion thermique est linéaire jusqu'à 40°C puis stagne voir diminue dans le cas du PA6 renforcé, lorsque la température augmente. W. Krause explique ce phénomène par une réorganisation interne du matériau sous l'effet de la cristallisation au-dessus de la température de transition vitreuse. La Figure 1.28 correspond à la mesure du diamètre extérieur d'un engrenage de module 0,5 à 89 dents.

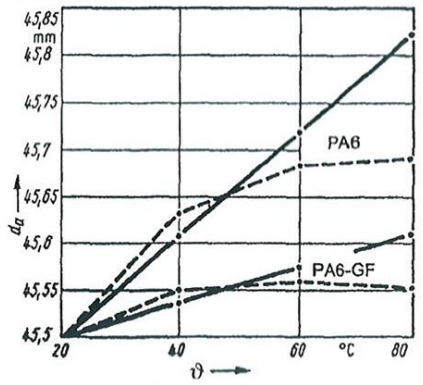



**Figure 1.28 : Mesure du diamètre extérieur d'un engrenage (m=0.5, Z=89, Rh=0%) [59]**

Des mesures réalisées sur le profil des dentures suivant la norme DIN 58400 [60] définissant le profil des dentures, ont conduit à l'équation (1.22). Une augmentation de la température se traduit par une augmentation du module *m* des dentures. La Figure 1.29 montre l'effet de l'expansion thermique sur le module d'un engrenage en POM de module 0,4.

$$m' = m.[1+\alpha.(T-20°C)] \qquad (1.22)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

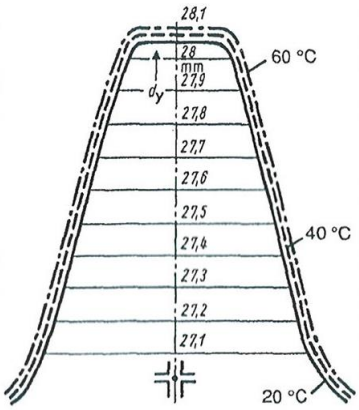



**Figure 1.29 : Dilatation d'une dent en POM m=0.4 mesurée selon la DIN 58400.**

### 5.4.2 Effet de l'humidité

Des mesures expérimentales effectuées par W.Krause [59], avec un contrôle de l'humidité dans le cas d'engrenage en PA6, ont conduit à l'équation (1.23).

$$m' = m.[1 + \Delta d'.g] \qquad (1.23)$$

$\Delta d'$ est un facteur lié à la vitesse d'absorption de l'humidité par le Polyamide et à la durée d'exposition. Les valeurs sont fournies par la Figure 1.30.

$g$ est un facteur lié aux types d'additifs ou de renfort présent dans le Polyamide 6. Dans le cas de charges inférieures à 5% de la masse, la valeur de g est égale à 1. Dans le cas d'un chargement de fibre de verre à 30% de la masse, la valeur de g est de 0,6.

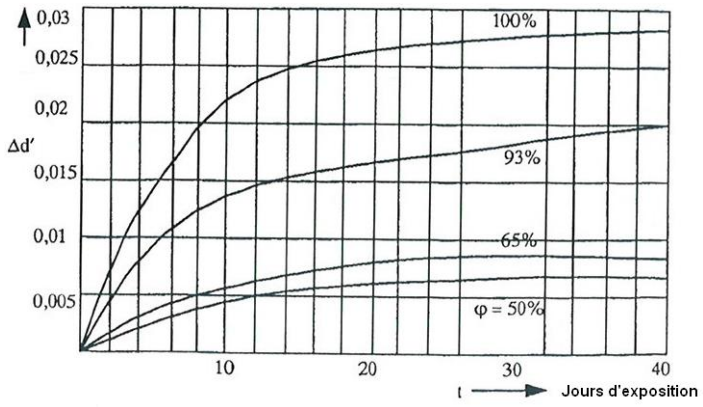



**Figure 1.30 : Choix du coefficient $\Delta d'$ en fonction de l'humidité ambiante φ et du nombre de jours d'exposition [59]**

Il est donc possible de regrouper l'effet de l'humidité et de la température dans une même équation.

$$m' = m.[1 - \alpha.(T - 20°C) - \Delta d'.g] \qquad (1.24)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 5.5 Conclusion

Une source d'échauffement non négligeale a été repertorié dans les engrenages polymères : le glissement au contact.

Dans ses travaux E. Letzelter [10] a utilisé le modèle de Hooke [22] pour simuler la température de volume de l'engrenage et celui de Block [51] pour simuler la température au point de contact. Le modèle de Block n'est pas repris car son caractère instantané n'a pas le temps d'affecter le comportement mécanique au contact du Polyamide. Il semble cependant intéressant de comparer le modèle de Hooke à la qualité de la prédiction du modèle proposé par Hachmann et Strickle [13].

Le coefficient d'expansion thermique du Polyamide 6 est trois fois supérieur à celui de l'acier. Pour cela un jeu au montage sera nécessaire. Par ailleurs, à notre connaissance, aucun travaux n'évoquent l'influence de l'expansion thermique et celle due à l'humidité sur le comportement mécanique des engrenages en polymère. Des investigations seront à mener sur ce point.

# 6. Modélisation du comportement mécanique des engrenages plastiques

Historiquement, le comportement sous charge des engrenages a été étudié de manière expérimentale, avant d'être modélisé. La bibliographie sur la modélisation du comportement mécanique des engrenages en polymère est assez pauvre.

Certains auteurs comme D.J. Weale [34] et A.L. Gasparin [26] ont développé des méthodes pour les engrenages en Polyamide renforcé supposé isotrope. D'autres auteurs tels que Jabbour et Asmar [61], Tsai et Tsai [62], Walton et al. [63] [64] et Tsukamoto et al. [65] ont travaillé sur des méthodes dans le cas d'engrenages en Polyamide non renforcé. Néanmoins, ces méthodes proposent des calculs élastiques, sans prendre en compte le comportement viscoélastique du Polyamide.

Dans les paragraphes suivant nous nous intéressons uniquement aux méthodes qui prennent en compte ce dernier.

## 6.1 Flexion d'une dent par Tsukamoto [65] et Moriwaki [66]

Tsukamoto [65] a été l'un des premiers à présenter le comportement viscoélastique d'une dent d'un engrenage en Polyamide.

Pour modéliser les déformations d'une dent en Polyamide, Moriwaki [66] utilise la loi de comportement du modèle rhéologique linéaire de Kelvin-Voigt (1.25).

$$\sigma(t) = E.\varepsilon(t) + \tau.\dot{\varepsilon}(t) \qquad (1.25)$$

Lors d'un calcul de déplacement par la méthode des éléments finis, il est nécessaire de reconsidérer la matrice de rigidité en fonction du module de viscosité et de l'évolution du chargement. Moriwaki et al. [66] proposent donc d'effectuer deux calculs de déplacements, un au temps $t$ et un au temps $t + \Delta t$.

Dans le cas d'un Polyamide qui présente un large spectre de temps de relaxation, il serait pourtant plus judicieux d'utiliser le modèle de Kelvin généralisé (cf. Chapitre 1, paragraphe 4.4).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 6.2 Méthode globale élément finis « MARC »

La méthode globale « MARC » est un code de calcul de type éléments finis qui peut être employée pour résoudre des problèmes de structure des engrenages (analyse de raideur d'engrènement, problème de contact entre les dents,…). L'aire de contact entre les dents peut être simulée en utilisant des éléments de contact. Cependant, l'inconvénient majeur de ce type de méthode est le temps de calculs, de plusieurs jours qui peut être très long pour une utilisation dans un milieu industriel.
Lin et Kuang [3] ont intégré dans leur modèle dynamique des éléments de « MARC ». Le modèle dynamique de Lin et Kuang [3] permet de simuler le contact entre les dents et l'usure d'un engrenage dans le cas d'un Polyamide 6-6 non renforcé. Le modèle éléments finis est utilisé pour analyser la raideur d'engrènement et simuler l'aire de contact de la dent. La Figure 1.31 présente le modèle éléments finis de l'engrenage et le maillage de la zone de contact. La raideur de la dent est approximée par la relation linéaire suivante (1.26).

$$\bar{K}_{Nylon}(T) = \bar{K}^{*}_{Nylon} \cdot \frac{E_{Nylon}(T)}{E^{*}_{Nylon}} \qquad (1.26)$$

$E^{*}_{Nylon}$ est le module d'Young du Polyamide 6-6 à 20°C, $E_{Nylon}$ le module d'Young du Polyamide 6-6 fonction de la température *T*, $\bar{K}^{*}_{Nylon}$ la raideur en flexion par unité de largeur à 20°C et $\bar{K}_{Nylon}$ la raideur en flexion par unité de face.
Pour tenir compte de la viscoélasticité dans le modèle dynamique, le module est donné par la relation (1.27). Cette relation a été déterminée en recalant des résultats expérimentaux présentés dans les travaux de Tsukamoto [4]. La nature de l'essai n'est pas précisée. On ne peut donc pas savoir s'il s'agit d'un essai dynamique ou monotone (traction-compression).

$$E_{Nylon}(T) = E^{*}_{Nylon} \cdot \left[-1.929.\ln(T) + 11.949\right] \qquad (1.27)$$

La Figure 1.32 montre l'évolution du module élastique en fonction de la température d'un matériau en Polyamide 6-6 estimée par la relation (1.27) $\left(E^{*}_{Nylon} = 3,2GPa\right)$. Sur la Figure 1.33, on constate que le module chute d'un facteur trois. Comme on le voit sur la Figure 1.32, cette chute est mal décrite.

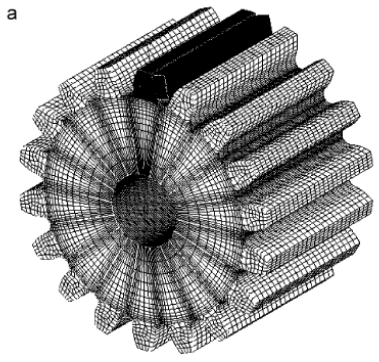
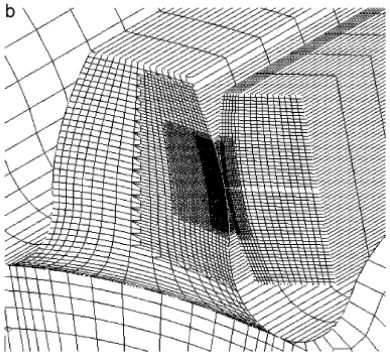
| a. Modèle éléments finis de l'engrenage | b. Détail du maillage de la zone de contact |
|---|---|
|  |  |

**Figure 1.31: (a) Modèle éléments finis « Marc » [3]**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

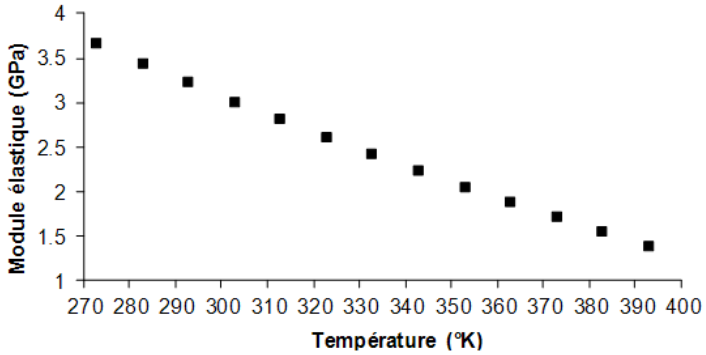



**Figure 1.32: Evolution du module élastique $E_{Nylon}$ en fonction de la température**

Les méthodes globales éléments finis permettent de proposer des résultats supplémentaires par rapport aux méthodes présentées aux paragraphes 6.1 et 6.2 (ex : usure, partage des charges, prise en compte de la géométrie exacte de l'engrenage…). Néanmoins, elles présentent deux inconvénients majeurs : les temps de calcul sont en général prohibitifs et le comportement viscoélastique est pris en compte de manière simple, sans prise en compte des effets de l'humidité.

## 6.3 Méthode basée sur la norme VDI 2736

En comparaison avec les méthodes précédentes, qui sont basées sur le calcul du déplacement viscoélastique de la dent d'un engrenage, les méthodes normalisées permettent d'obtenir rapidement des résultats pour dimensionner des engrenages.
La méthode VDI 2736 [1] est une méthode allemande de dimensionnement connue et largement utilisée. Elle est basée sur la norme ISO 6336 [2] dédiée aux engrenages en acier et fait suite à la première norme sur les engrenages plastiques, qui a été retiré, la VDI 2545 [33].
Il existe deux principaux risques de ruine des engrenages: par rupture en pied de dent ou par pression sur le flanc. Ces deux cas sont évalués par la VDI 2736. Une méthode de calcul de la flexion en tête de denture, qui est en lien avec l'erreur de transmission, est également proposée.

### 6.3.1 Rupture en pied de dent

Le but du calcul de la contrainte en pied de dent est de comparer une contrainte maximale (subie par l'engrenage en fonctionnement) à une contrainte limite d'endurance du matériau. Le calcul porte à la fois sur l'évaluation de la contrainte maximale $\sigma_f$ (appelée contrainte limite de base) et de la limite d'endurance $\sigma_{FP}$. L'objectif du dimensionnement est de vérifier l'inéquation suivante (1.28).

$$\sigma_f \leq \frac{\sigma_{FP}}{S_{F\min}} \qquad (1.28)$$

$S_{F\min}$ représente le coefficient de sécurité. La contrainte limite de base $\sigma_f$, qui tient compte de l'environnement et du fonctionnement de l'engrenage grâce à des facteurs généraux $K_i$, est définie par la relation (1.29) [1].

$$\sigma_f = \frac{F_t}{b.m_n}.Y_{Fa}.Y_{Sa}.Y_{\varepsilon}.Y_{\beta} \qquad (1.29)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

$Y_{Fa}$ représente le facteur de forme, $Y_{\varepsilon}$ le facteur de conduite, $Y_{\beta}$ le facteur d'inclinaison et $Y_{Sa}$ le facteur de concentration de contrainte.

La méthode VDI 2736 [1] fournit, des abaques délivrant la valeur de la contrainte en flexion $\sigma_{FP}$ d'engrenages en POM, PA6-6, PA12, avec et sans fibre de verre. Ces résultats sont fonction de la température dans le volume de la dent et du nombre de cycles.

### 6.3.2 Pression maximale admissible sur les flancs

L'objectif du dimensionnement est de vérifier l'inéquation suivante (1.30).

$$\sigma_H \leq \frac{\sigma_{HP}}{S_{H\min}} \qquad (1.30)$$

$\sigma_{HP}$ est la contrainte de pression admissible et $S_{H\min}$ représente le coefficient de sécurité. La pression sur le flanc de denture $\sigma_H$ est calculée au rayon primitif selon la relation (1.31).

$$\sigma_H = Z_E.Z_H.Z_{\varepsilon}.Z_{\beta}\sqrt{\frac{F_t}{b.d_1}.\frac{u+1}{u}} \qquad (1.31)$$

Où : $b$ (mm) est la largeur de denture, $u$ le rapport de réduction, $d_1$ le diamètre primitif du pignon, $Z_H$ le facteur géométrique, $Z_{\varepsilon}$ le facteur de conduite, $Z_{\beta}$ le facteur d'inclinaison et $Z_E$ le facteur matériau. Ce dernier facteur permet de prendre en compte le comportement viscoélastique du Polyamide. $Z_E$ est relié au module dynamique du matériau par la relation (1.32).

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi.\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)}} \qquad (1.32)$$

$E_1$ et $E_2$ correspondent respectivement au module élastique du pignon et celui de la roue; $\nu_1$, $\nu_2$ sont les coefficients de poisson. Le choix de la valeur du module d'Young peut se faire sur la Figure 1.33.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

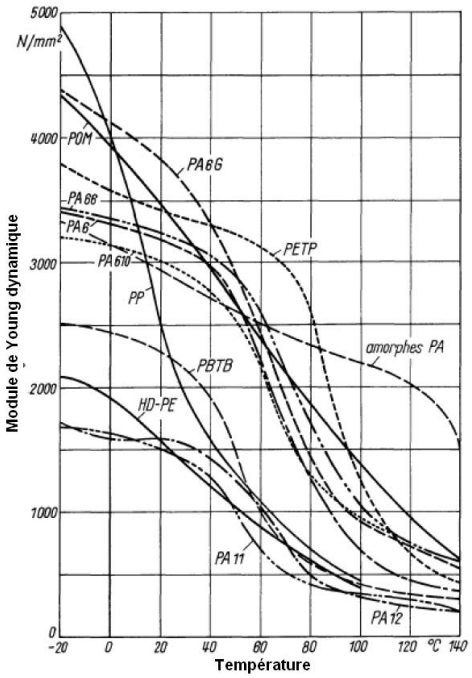



**Figure 1.33 : Evolution du module élastique en fonction de la température, à une fréquence et à un taux d'humidité donné [67]**

### 6.3.3 Conclusion

La VDI 2736 propose une méthode pour dimensionner rapidement un engrenage en polymère. Elle intègre la plupart des contraintes liées au matériau polymère : la dépendance du module élastique en fonction de la température à une fréquence de sollicitation.
Cependant, la VDI 2736 a des limites. L'humidité relative du matériau n'est pas prise en compte ainsi que l'effet de la vitesse de rotation sur le module d'Young du matériau. Elle ne propose pas non plus de résultats comme l'erreur de transmission, la portée… Enfin, elle ne prend pas en compte les erreurs de montage et les corrections de profil.

## 6.4 Modélisation du comportement quasi-statique sous charge « LaMCoS »

Par rapport aux méthodes précédentes, la modélisation complète du partage des charges permet d'obtenir rapidement plusieurs résultats essentiels pour dimensionner des engrenages : le partage des charges, les pressions de contact, l'erreur de transmission, la raideur d'engrènement, le rapprochement des corps, les contraintes en pied de dent et les déplacements de la dent. La modélisation du partage des charges prend également en compte la géométrie exacte de l'engrenage et les défauts d'assemblage.

Ce processus a été mis au point pour plusieurs géométries en acier [68] : cylindriques [6], [69], [70] et [5], faces [7] et [71], spiro-coniques [8] et pignon-crémaillère [72].
Plus récemment, il a été adapté pour les engrenages roue en polymère et vis en acier [9] et cylindrique dans le cas d'une roue et d'un pignon en Polyamide 6-6 [10].



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

L'étude du comportement sous charge suit un processus en trois étapes :

1 – Définition de la géométrie des flancs de denture,
2 – Calcul de la cinématique à vide (prise en compte d'éventuels défauts de montage),
3 – Calcul du partage de charge instantané

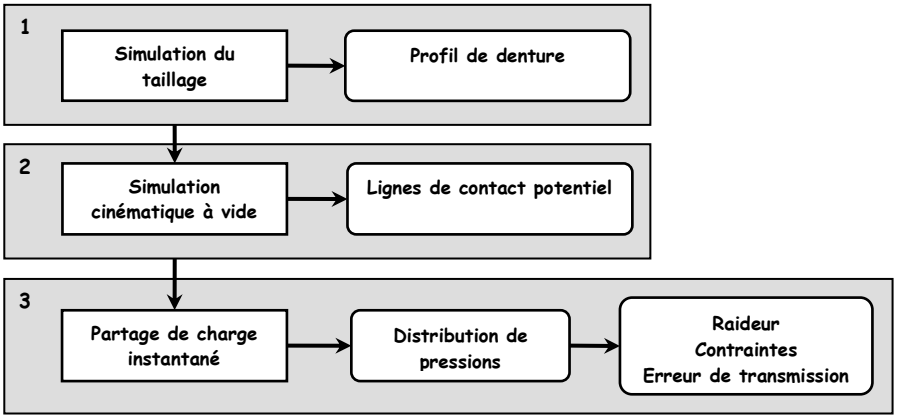



**Figure 1.34 : Processus du calcul de comportement sous charge**

L'étude de la modélisation du comportement des engrenages fait apparaître quatre aspects complémentaires : les modèles doivent prendre en compte à la fois le comportement rhéologique des couples d'engrenages, le contact entre le pignon et la roue, parfois la déformation des supports, et le partage de charge entre les différentes dents en prise simultanément. La résolution consiste donc à déterminer une solution qui vérifie :

- Les équations de compatibilité,
- Les conditions d'équilibre,
- Le critère de contact,
- Les équations de la viscoélasticité.

## 6.5 Relaxation d'une dent et déformation résiduelle

Lorsqu'un matériau polymère est soumis à une contrainte $\sigma$ allant de $t_0 \le t \le t_{load}$, il se déforme suivant la relation (1.33).

$$\varepsilon\left(t_{load}\right) = \sigma.J\left(1-\exp\left(-\frac{t_{load}}{\tau}\right)\right) \qquad (1.33)$$

$\tau$ est le temps moyen de relaxation.

Ensuite, lors du relâchement de la charge $\sigma$, le matériau se relaxe de $t_{load} \le t \le t_{final}$ Après la relaxation, à $t_{final}$, il ne retrouve pas la position initiale $\varepsilon\left(t_0\right)$. Ce phénomène est décrit par l'équation (1.34).

$$\varepsilon\left(t_{final}\right) = \sigma.J\left(1-\exp\left(-\frac{\left(t_{final}\right)}{\tau}\right)\right) - \sigma.J\left(1-\exp\left(-\frac{\left(t_{final}-t_{load}\right)}{\tau}\right)\right) \qquad (1.34)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Ce cycle de chargement est représenté sur la Figure 1.35.

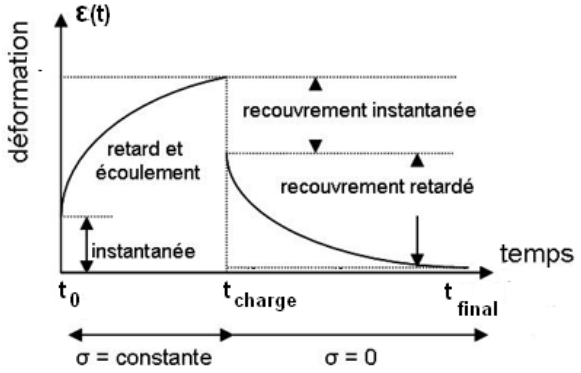



**Figure 1.35 : Comportement viscoélastique du Polyamide sur un cycle de chargement dans son domaine linéaire [73]**

Dans le cas des engrenages ce cycle est appliqué de manière continue sur les dents. Suivant le temps de relaxation, cette déformation restant à $t_{final}$ peut être négligée ou pas lors d'un cycle de charge/décharge. Ainsi, une répétition du cycle de charge - décharge peut conduire à une augmentation de la déformation avant le chargement suivant.

D'après Vuoristo et Kuokkala [74], un matériau polymère viscoélastique est considéré relaxé si le temps de déchargement $t_{final}$ est égal à dix fois le temps de chargement $t_{load}$ en condition linéaire. Dans le cas d'un engrenage avec plus de 10 dents, cette condition est réalisée mais n'est pas suffisante pour un grand nombre de chargement.

E. Letzelter [10] s'est intéressé à cet effet dans le cas du Polyamide 6-6. Il a réalisé des simulations de traction sur une poutre à différentes vitesse de chargement et températures pour des nombres élevés de cycles. Ses résultats montrent que l'effet d'historique apparait surtout pour des températures en dessous de la transition vitreuse (Tg=60°C). La Figure 1.36 présentent le ratio de la déformation de la dent à $t_{final}$ pour $t_{load} = t_{final}/10$.

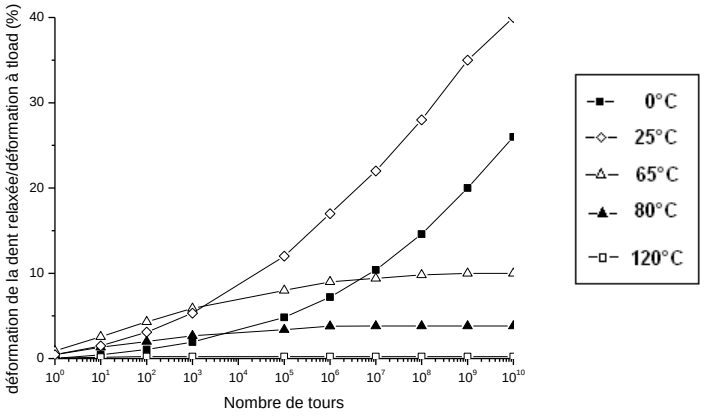



**Figure 1.36: Ratio de la déformation de la dent à $t_{final}$ pour chaque tour de la roue par la déformation de la dent à 800 tours/min, 0°C, 25°C, 65°C, 80°C et 120°C à sec [10]**

A partir de ses résultats, E. Letzelter [10] a supposé que dans le cas d'une vitesse de rotation permanente, et pour un nombre de tour inférieur à 10.000, les dents peuvent être considérées comme entièrement relaxées pour chaque tour de la roue, quelle que soit la température de l'engrenage. Par contre l'historique du chargement subi par les dents juste avant qu'elles ne rentrent dans le contact doit être pris en compte car le matériau n'a pas le temps de se relaxer entre deux positions quasi-statique successives.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 6.6 Conclusion

En résumé, le modèle développé par le LaMCoS est basé sur la résolution des équations de compatibilité des déplacements et l'utilisation de coefficients d'influence. Par rapport aux modèles présentés aux paragraphes 6.1, 6.2 et 6.3, cette méthode a l'avantage de fournir la plupart des résultats nécessaire au dimensionnement des engrenages (erreur de transmission, pression de contact, partage des charges…) en tenant compte de la géométrie de l'engrenage et de ces conditions de montage dans un temps de calcul assez court.

Les coefficients d'influence de contact sont calculés avec les équations de Boussinesq. Les coefficients d'influence de flexion sont calculés avec un logiciel éléments finis et une base de fonction. Ainsi, il est possible de prendre en compte les déformations de volume quelle que soit la géométrie de l'engrenage.

La modélisation du partage des charges développée par le LaMCoS a été validée pour plusieurs géométries d'engrenages (spiro-coniques, faces, roue et vis et cylindriques) ainsi que dans le cas d'engrenage en Polyamide 6-6 non renforcé. Cette méthode sera la base pour le développement du modèle de partage des charges dans le cas des engrenages en Polyamide 6 renforcé de fibres de verre courtes.

Les travaux de E.Letzelter [10] supposent la déformation résiduelle des dentures par fluage comme négligeable en régime permanent pour un nombre de tour inférieur à 10.000, ce qui sera d'autant plus vrais dans le cas du Polyamide 6 renforcé. Par contre, l'historique du chargement subi par les dents juste avant qu'elles ne rentrent dans le contact sera pris en compte.

# 7. Etudes expérimentales des engrenages polymères renforcés

Afin de valider le modèle numérique développé, des mesures expérimentales peuvent être mises en place. Deux paramètres sont étudiés, la température de l'engrenage en fonctionnement et l'erreur de transmission correspondant à une variation de la position angulaire de la roue par rapport à sa position théorique. Cette dernière est due aux déformations des dentures, à des défauts ou à des corrections de géométrie, à des défauts d'assemblage, à des effets dynamiques… L'erreur de transmission intègre donc un ensemble de phénomène. Une comparaison de l'erreur de transmission avec un modèle numérique sur les engrenages validera l'ensemble du modèle.

## 7.1 Mesure du coefficient de frottement

Les travaux de Koffi et al. [54], Block [51] et Hachmann-Strickle [13] ont établi le lien entre l'échauffement et le coefficient de friction entre les dentures. Il est donc nécessaire de bien connaître la valeur de ce coefficient afin de prédire l'échauffement.

La plupart des études utilisent un coefficient de frottement moyen provenant de la littérature et obtenu dans des conditions parfois différentes de celles de l'application considérée. Dans le cadre de cette étude, il est préférable d'utiliser le coefficient de frottement dynamique mesuré dans les conditions de contact d'un engrenage.

De nombreux travaux sur le coefficient de frottement du Polyamide 6 renforcé de fibre de verre courtes ne prennent pas en compte l'influence de l'orientation des fibres [75][76][77]. Cependant, les études de Sung et al. [78] et Kim et al. [79] montrent l'influence de l'orientation des fibres respectivement dans le cas d'un PTFE et d'un PA 12 renforcé. Trois orientations sont considérées, comme représentées sur la Figure 1.37. L'essai de frottement est de type « Pin on plate » avec une contre surface métallique. Les résultats sont représentés sur la Figure 1.38. Ils montrent que l'orientation des fibres n'a pas d'influence. Cependant, ce test n'est pas réalisé dans des conditions d'engrènement.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

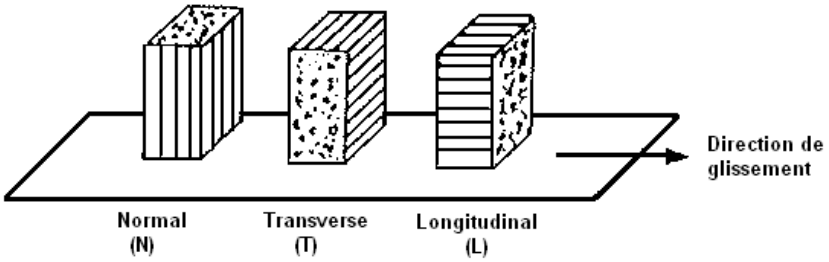



**Figure 1.37 : Les trois orientations considérées par Kim et al. [78]**

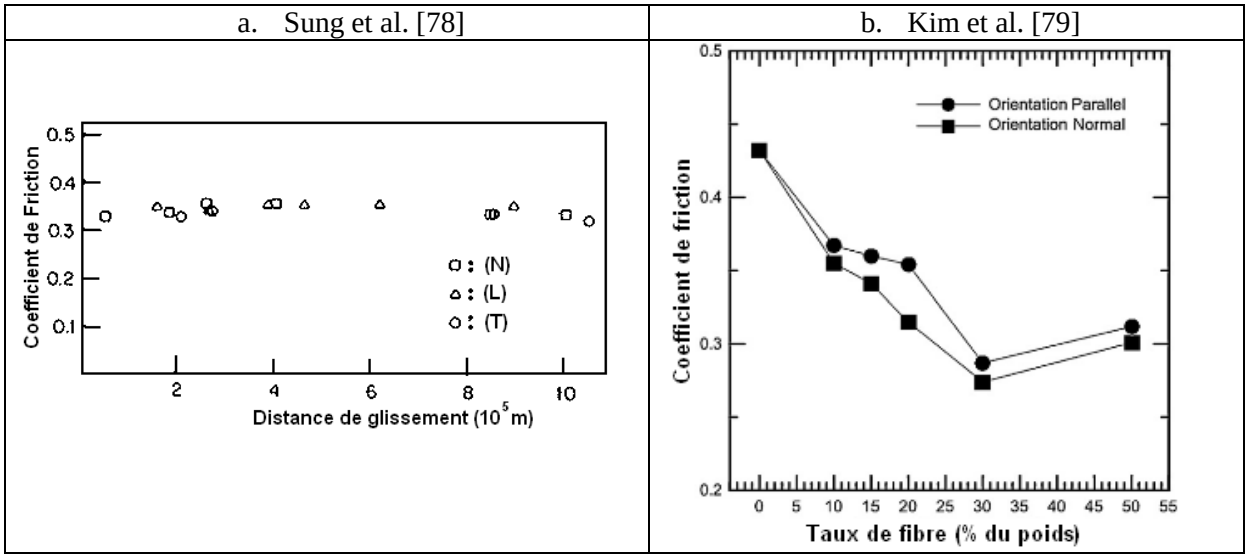



**Figure 1.38 : Coefficient de friction pour les trois orientations (N) normal, (L) parallèle, (T) transverse.**

La faible influence de l'orientation des fibres est justifiée par Kim et al. [79] selon le mécanisme représenté sur la Figure 1.39. Les fibres ont tendance à s'aligner sous l'effet mécanique répété de la force tangentielle. Après une période de rodage, les fibres se retrouvent selon la direction de sollicitation quelle que soit leur orientation de départ.

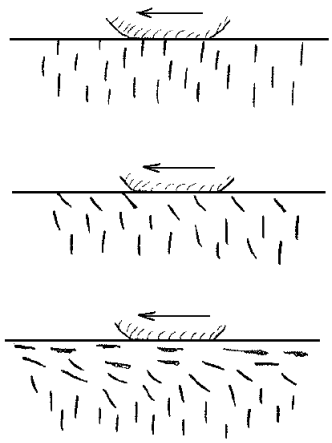


**Figure 1.39 : Mécanisme d'alignement des fibres normal à la direction de sollicitation [79]**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 7.1.1 Mesure du coefficient de frottement en condition d'engrènement

Lors de l'engrènement, le contact entre le pignon et la roue est de type roulement avec glissement. Ueda et al. [80] ont réalisé des mesures du coefficient de frottement dynamique avec une machine expérimentale qui reproduit les conditions de contact d'un engrenage. Le matériau utilisé était du Polyoxyméthylène (POM). Le dispositif est représenté sur la Figure 1.40

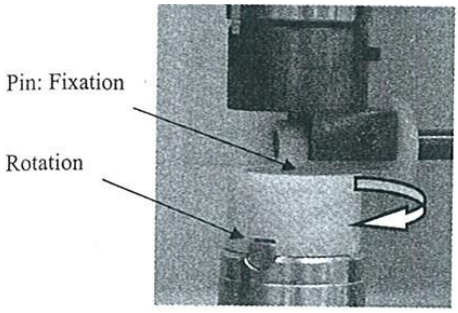



**Figure 1.40 : Machine de mesure du coefficient de frottement dans les conditions de contact d'un engrenage [80]**

Les résultats montrent sur la Figure 1.41 que le coefficient de frottement dynamique augmente en fonction de deux paramètres : la durée de l'essai et la vitesse de glissement.

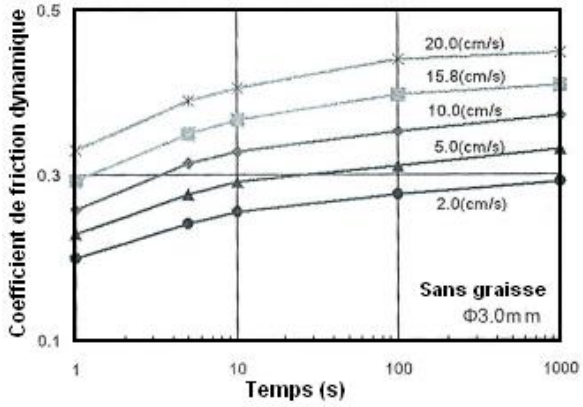



**Figure 1.41 : Coefficient de frottement dynamique avec un échantillon de diamètre 3 mm [80]**

Des résultats similaires sur l'influence du glissement ont été obtenus pour un PA 6-6 non renforcé dans les travaux de thèse de E.Letzelter [10]. Pour cela une machine bi-disque de mesure de type EHD (élasto-hydro-dynamique) fut utilisée. Les résultats sont présentés sur la Figure 1.42. Il est noté que l'humidité a une influence sur le comportement tribologique du PA 6-6.

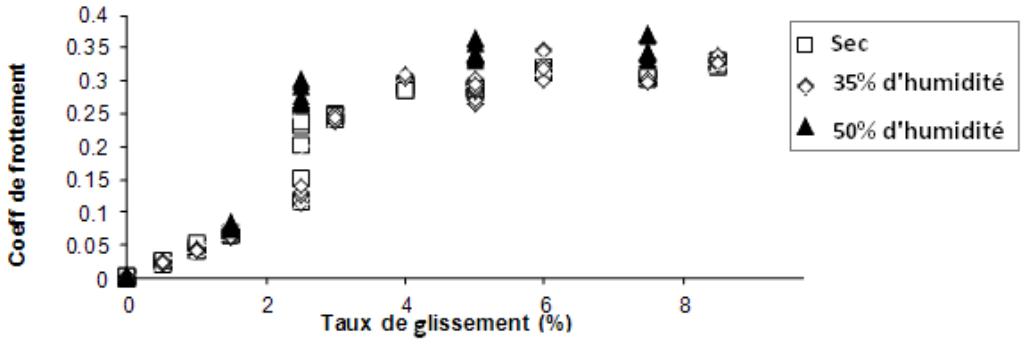



**Figure 1.42: Mesure du coefficient de frottement à sec, 35% d'humidité et 50% d'humidité [10]**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Kukureka et al. [24] ont étudié un contact de type roulement avec glissement dans le cas d'un PA6-6 renforcé de 30% de fibres de verre courtes. Le dispositif est de type bi-disque représenté sur la Figure 1.43 a).

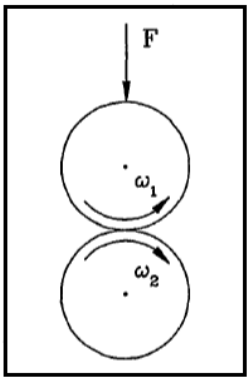
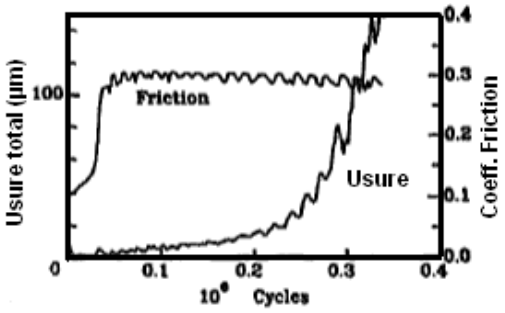
| a. Machine de mesure bi-disque de 30mm de diamètre et 10mm de largeur | b. Coefficient de friction et de l'usure à 20% de glissement, 1000tr/minute 300N |
|---|---|
|   |   |

**Figure 1.43 : Mesure du coefficient de friction en condition d'engrènement par Kukureka et al. [24]**

Les disques sont obtenus par moulage et plusieurs essais à différents taux de glissement ont été menés. Comme Ueda et al. [80], le coefficient de friction évolue en fonction de la durée de l'essai et de la vitesse de glissement. Kukureka et al. ont noté une évolution non linéaire de l'usure au cours des essais. Cela vient d'un gradient de cristallinité dans l'épaisseur des disques due au procédé de moualage par injection. Cependant le coefficient de friction ne varie pas en fonction de ce gradient (Figure 1.43.b). Dans cet essai, aucune remarque n'est apportée concernant l'orientation des fibres.

### 7.1.2 Conclusion

Les mesures de Kim et al. [78] et Sung et al. [78] montrent une faible influence de l'orientation des fibres sur le coefficient de friction. Il sera cependant intéressant de valider cette hypothèse dans le cas d'un Polyamide 6. Il est aussi à noter que le taux de cristallinité ne semble pas influencer la valeur du coefficient de frottement.

Les travaux de Kukureka et al.[24], E. Letzelter [10] et Ueda et al. [80] soulignent l'importance de bien reproduire les conditions d'engrénement afin de mesures la valeur du coefficient de friction dynamique. Le dispositif utilisé par E. Letzelter [10] qui permet de bien reproduire le contact avec roulement et glissement sera réutilisé dans cette thèse.

## 7.2 Etude expérimentale du comportement thermique

Plusieurs auteurs comme Senthilvelan et Gnanamoorthy [27], Düzcükoglu [47], [48], Mao [49], Feulner [81] et Erhard et al. [82] ont étudié le comportement thermique des engrenages en polymère de manière expérimentale.

Les résultats montrent qu'une augmentation constante de la puissance à transmettre par l'engrenage et des vitesses de rotation va entraîner une élévation des puissances dissipées.

Senthilvelan et Gnanamoorthy [27] comparent le comportement thermique entre des engrenages renforcés avec des fibres de carbone et de verre et d'autres non renforcés. Les résultats montrent que la variation de la température est assez élevée, supérieure à +15°C (Figure 1.44). Cependant, il est à noter que l'échauffement est moins important lorsque l'engrenage est renforcé en fibres de verre ou de carbone, +12°C.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

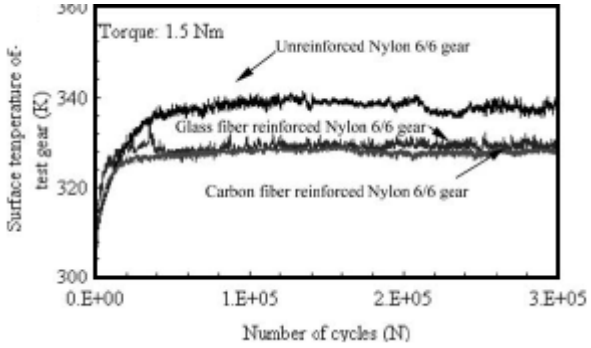
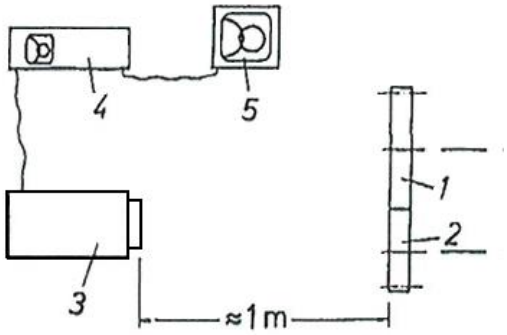



**Figure 1.44 : Température de surface d'un engrenage renforcé et non renforcé à 1.5 N.m, Engrenage cylindrique droit de module 2mm, 17 dents et 10mm de largeur [27]**

### 7.2.1 Dispositif de mesure

Les moyens de mesure utilisés par Mao [49], Feulner [81], Erhard et al. [82] et Lezelter et al. [83] sont des caméras infrarouges placées au-dessus ou face à l'engrènement. Cependant un emplacement d'observation latéral semble préférable pour visualiser la zone de contact. En effet une mesure au-dessus de l'engrènement présente plus de perturbations, dues au flux d'air généré par l'engrènement. Il est de plus difficile de mesurer la température de piégeage en pied de dent ou celle du point de contact.

Erhard et al. [82], comme Lezelter et al. [83], utilisent une caméra thermique latérale pour valider les modèles thermiques proposés dans la VDI 2736 [1] par Block [51] et Hooke [22].




1- Roue

2- Pignon

3- Caméra infrarouge

4- Boitier d'acquisition

5- Moniteur

**Figure 1.45 : Dispositif de mesure thermique proposé par Erhard et al. [82]**

Le dispositif développé par Lezelter et al. [83] permet à l'aide d'un système de périscope, une mesure plus précise dans la zone de contact et des dents en prise. Malgré cela une mesure de la température flash reste difficile à observer. Le dispositif est représenté sur la Figure 1.46.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

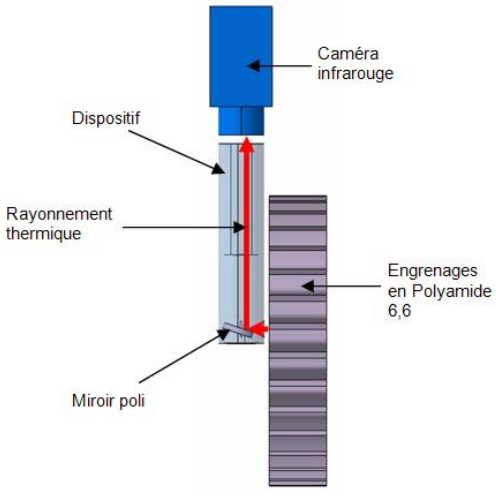



**Figure 1.46 : Dispositif de mesure développé par Lezelter et al. [83]**

### 7.2.1 Conclusion

Les travaux de Senthilvelan et Gnanamoorthy [27], montrent que la variation de température de surface des engrenages en plastique renforcé n'est pas négligeable.

Lezelter et al. [83] et Erhard et al. [82] ont développé des mesures similaires afin de comparer et recaler leur modèle théorique avec des modèles expérimentaux. Dans cette thèse, le dispositif de E.Letzelter sera utilisé, ce qui permet des mesures globales en utilisant la caméra de face et des mesures locales en utilisant le dispositif présenté sur la Figure 1.46.

## 7.3 Mesure de l'erreur de transmission

L'erreur de transmission correspond à une variation de la position angulaire de la roue par rapport à sa position théorique. Elle est due aux déformations des dentures, à des défauts ou à des corrections de géométrie, à des défauts d'assemblage, à des effets dynamiques… L'erreur de transmission intègre donc un ensemble de phénomènes.

Rémond [84] et [85] a développé un principe original pour mesurer l'erreur de transmission. Il utilise deux codeurs optiques placés sur l'arbre de rotation du pignon et de la roue. Le principe de la mesure est basé sur le comptage des impulsions délivrées par une horloge à haute fréquence (environ 80 MHz) entre deux fronts montants du codeur optique. Cette méthode de comptage est synchronisée à la même référence de temps et elle permet de connaître la position exacte du pignon et de la roue en fonction du temps. Il est ainsi possible de déterminer l'erreur de transmission à des vitesses importantes tout en utilisant des codeurs ayant une faible résolution.

Récemment, Guingand et al. [86], Teixeira [87] et Letzelter [88] ont utilisé la méthode développée par Rémond pour valider un modèle quasi-statique de partage des charges. Cela dans le cas d'un engrenage roue et vis (roue en Polyamide 6-6 et vis en acier), un engrenage spiro-conique en acier et un engrenage droit cylindrique en Polyamide 6-6. La Figure 1.47 présente l'erreur de transmission mesurée pour un tour complet de la roue dans le cas d'engrenage cylindrique en PA 6-6. L'oscillation principale est due au décentrage de la roue par rapport à son axe.

La Figure 1.48 présente la comparaison de l'erreur de transmission simulée par E. Letzelter [88] avec celle mesurée dans le cas d'engrenage cylindrique en PA 6-6. Les résultats montrent que la méthode développée par Rémond permet de valider experimentalement le modèle quasi-statique de partage des charges.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

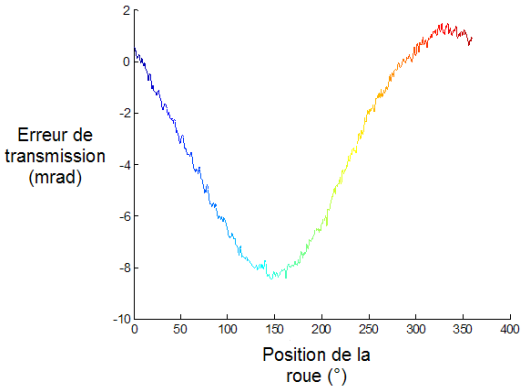



**Figure 1.47 : Erreur de transmission mesurée sur un tour complet de la roue [10]**

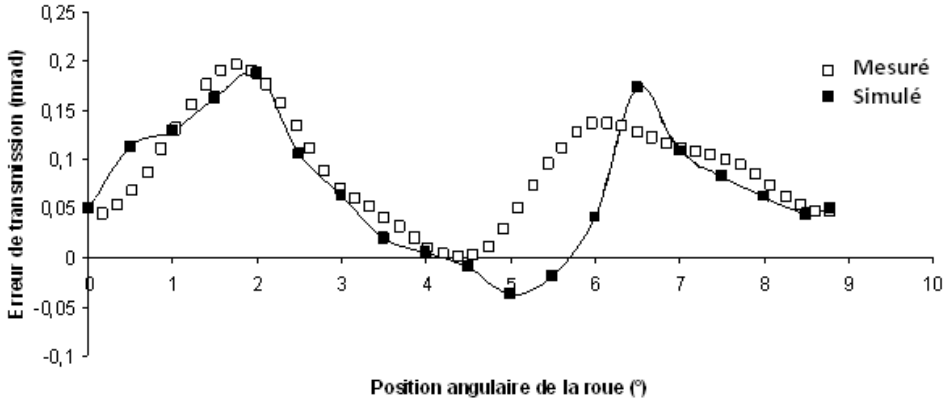



**Figure 1.48 : Erreur de transmission simulée et mesurée, à 300 tours/min et 15 N.m [10]**

## 7.4 Conclusion

Dans le but de valider le modèle numérique, un banc d'essai sera développé. La température de l'engrenage en fonctionnement ainsi que la mesure de l'erreur de transmission ont été choisies afin de valider l'ensemble de l'engrènement sous charge.

Pour la mesure de la température, une camera thermique reprenant le dispositif dévelopé par E.Lezelter [83] sera utiliséE. La mesure de l'erreur de transmission fera appel à la méthode développée par Rémond [84] qui parait pertinente pour le cas d'étude de cette thèse.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 8. Conclusion

Au cours de cette étude bibliographique, la plupart des aspects liés au problème de la modélisation du comportement mécanique des engrenages en polymère ont été abordés. Ce sujet est vaste, il se situe à la frontière de la science des matériaux et de la mécanique des engrenages.

A partir d'une étude sur les différents matériaux polymère renforcé utilisés dans le domaine des engrenages, il a été décidé de travailler avec le Polyamide 6 + 30% FV. Ce matériau est très couramment utilisé et présente un bon rapport prix/performance.

La présence des fibres impose une mise en forme par moulage. La localisation du/des point(s) d'injection, les conditions d'injection vont influencer la répartition des fibres ainsi que la qualité géométrique de l'engrenage. Une injection de type diaphragme pour un remplissage progressif et homogène dans l'empreinte a été choisie. Cela limite le faux rond, les lignes de soudure, et la répartition des fibres est identique sur toutes les dents.

Les travaux de E. Letzelter [10] portant sur le comportement mécanique des engrenages en Polyamide 6-6 seront adaptés dans le cadre de cette thèse. Par contre des engrenages moulés par injection et non pas taillés seront considérés. De plus, la présence de fibres de verre courtes va entrainer la modification du comportement rhéologique du matériau. Ces inhomogénéités seront à prendre en compte et leur influence sera étudiée. Un modèle de Kelvin généralisé a été choisi pour modéliser le Polyamide 6 + 30%FV dans son domaine linéaire, ce qui permet de prendre en compte le large spectre de temps de relaxation du Polyamide 6. Les paramètres : complaisances élastiques et temps de relaxation seront déterminés expérimentalement pour chaque bloc de Kelvin Voigt.

Les Polyamides étant très sensibles à la variation de la température, il sera nécessaire de tenir compte de l'échauffement dans le modèle de partage des charges. La source principale d'échauffement provenant de la friction au contact, une bonne connaissance du coefficient de frottement sera primordiale. Deux modèles thermiques ont été mis en évidence lors de cette étude bibliographique. Celui de Hooke, utilisés par E. Lezelter, et celui issu de la norme VDI 2736 [33] pour prédire la température de volume. Ces modèles sont tous basés sur un bilan thermique. Une comparaison de leurs prédictions face à des essais expérimentaux sera nécessaire pour quantifier leur précision.

Dans le but de valider le modèle numérique, une comparaison des valeurs simulées de l'erreur de transmission sous charge avec celles mesurées sera réalisée.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Chapitre II
# Etude du matériau

## 1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'étudier les propriétés mécaniques et tribologiques du Polyamide 6 renforcé de fibres de verre courtes. En effet, dans le modèle de partage des charges, il est nécessaire de déterminer le déplacement sous charge ainsi que l'échauffement des dentures.

Une première partie est consacrée à l'étude de l'orientation des fibres dans les dentures. L'orientation locale des fibres impacte en effet directement le comportement mécanique du matériau. Cette étude passe par une comparaison entre les résultats de simulation du procédé de moulage par injection et des résultats d'études expérimentaux par tomographie sur les engrenages réalisés.

Dans une seconde partie, le modèle rhéologique choisi pour décrire le comportement mécanique de ce polymère est présenté. L'obtention des paramètres de ce modèle sont déterminés expérimentalement. Deux types d'essai sont effectués. Les essais statiques de fluage sont réalisés afin de déterminer la limite de linéarité à différentes températures. Cette donnée est essentielle car le modèle rhéologique utilisé est linéaire. Les essais dynamiques de spectrométrie permettent de connaître l'évolution du module élastique et de la complaisance complexe, en fonction de la fréquence ou de la température, par le biais de courbes maîtresses. Ces propriétés viscoélastiques sur une large gamme de température et de fréquence, sont alors décrites via une modélisation phénoménologique des résultats expérimentaux de spectrométrie. Finalement, des modèles permettant la prise en compte de l'orientation des fibres dans le modèle rhéologique seront présentés.

La troisième et dernière partie est consacrée à l'étude tribologique du Polyamide 6 renforcé. Le coefficient de frottement dans les conditions de contact d'un engrenage en Polyamide 6 +30%FV est mesuré. Cette donnée est nécessaire pour la simulation du comportement thermique de l'engrenage.

## 2. Etude de la mise en forme et propriétés induite

### 2.1 Structure du moule

Dans le cadre de la thèse, un moule a été conçu afin de fabriquer des engrenages en polymère renforcé. Le mode d'injection utilisé est de type diaphragme, avec un Polyamide 6 chargé de fibres de verre courtes, représentant 30% de la masse du matériau. Ce polymère provient de chez Rhodia, référence : Technyl C 218 V30 BLACK.

La géométrie des engrenages réalisés est donnée dans le Tableau 2.5.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

| | |
|---|---|
| Module | 3 |
| Nombre de dent du pignon | 32 |
| Nombre de dent de la roue | 41 |
| Largeur [mm] | 30 |
| Angle de pression [ °] | 20° |
| Coefficient de déport | 0 |
| Rayon de pied [mm] | 1 |

**Tableau 2.5 : Géométrie des engrenages moulés**

### 2.1.1 Condition de réalisation du moule

Généralement, un moule est réalisé en deux étapes. Tout d'abord un prototype est développé. La géométrie de l'empreinte est obtenue grâce au retrait du matériau, multiplié par les dimensions de la pièce initiale. Les conditions d'injection sont définies en fonction du temps de cycle souhaité et des limites rhéologiques de la matière donnée par le fabricant. Une optimisation des conditions d'injection et de la géométrie est également possible grâce à l'utilisation de logiciel de simulation. A noter que de nombreux phénomènes comme la cristallisation, le comportement viscoélastique de l'écoulement et les interactions fibre matière sont généralement pris en compte de manière très simplifiée.

### 2.1.2 Géométrie et simplification

La structure du moule a été conçue de manière à minimiser les coûts. La carcasse ainsi que les empreintes sont réalisées en aluminium, afin de réduire les temps d'usinage.

Plusieurs simplifications ont été réalisées. Tout d'abord une structure dite « deux plaques » avec une empreinte réversible a été choisie, pour permettre d'utiliser une même carcasse pour le pignon et la roue. La Figure 2.49 présente la structure avec en rouge, l'empreinte et le canal d'alimentation et en bleu les canaux de refroidissement.

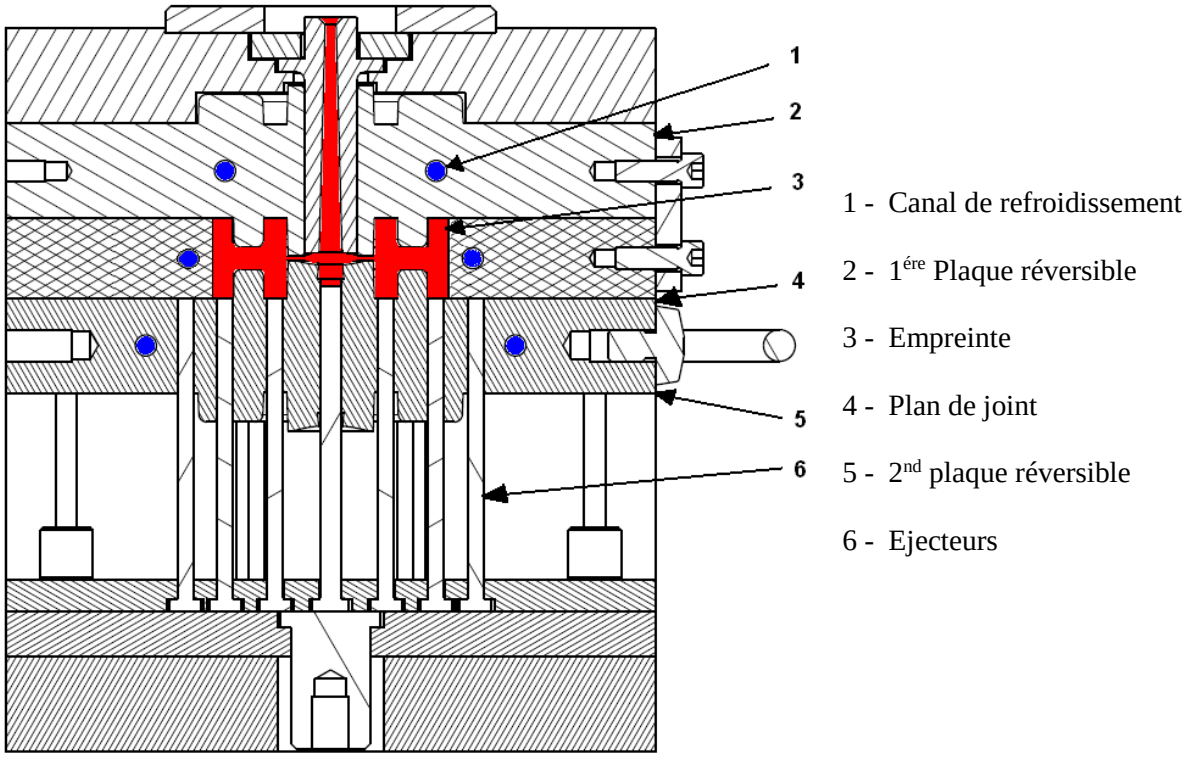



**Figure 2.49 : Structure du moule**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

La seconde simplification concerne les canaux de refroidissement. Pour des questions de coût, les canaux sont de forme parallélépipédique et non pas circulaire (ce qui permettrait d'épouser au mieux la géométrie de l'empreinte). Les canaux centraux sont représentés sur la Figure 2.50 en couleur bleu.

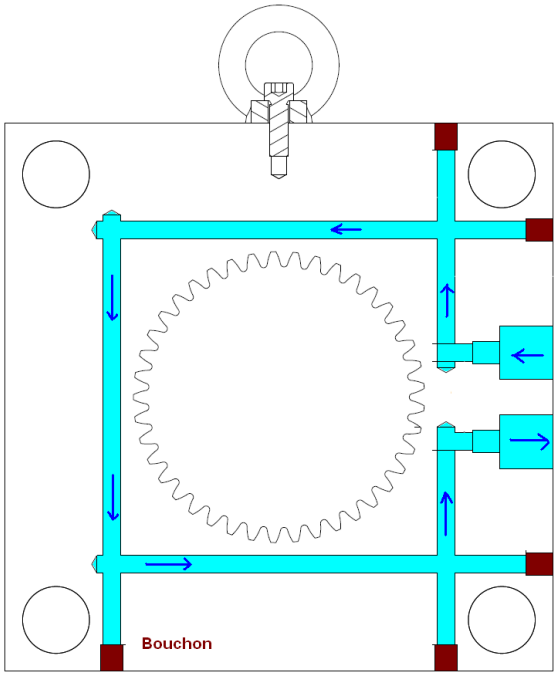



**Figure 2.50 : Géométrie des canaux de refroidissement.**

La troisième simplification concerne les dentures. Le retrait obtenu par simulation numérique est de type tridimensionnel avec un retrait plus sur l'extérieur des dentures. Le procédé d'électroérosion à fil utilisé pour la découpe de l'empreinte permet ce type de correction, en orientant le fil dans l'espace. Cependant, cette étape augmente fortement le temps d'usinage et donc le coût de l'empreinte. Une valeur moyenne de la compensation du retrait a donc été utilisée. La Figure 2.51 montre le retrait tridimensionnel de la pièce obtenu par simulation dans les conditions d'injection finalement choisies pour réaliser la roue.

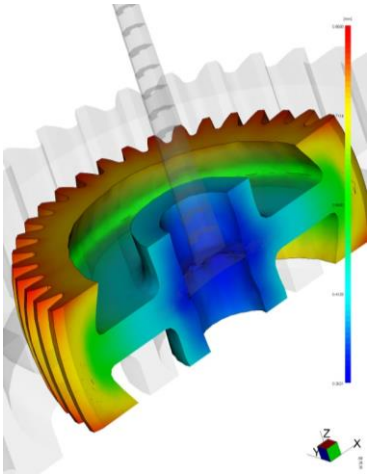


**Figure 2.51 : Retrait simulé de la roue x 100 dans les conditions d'injection**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 2.2 Obtention de la géométrie et des conditions d'injection

La géométrie et les conditions d'injection sont obtenues par simulation numérique sur le logiciel Moldflow Insight 2010. Tout d'abord, la pièce à réaliser est générée par CAO puis importée dans Moldflow. Elle est ensuite maillée et la géométrie du canal d'alimentation doit être dessinée.

Moldflow possède dans sa base de données les caractéristiques de nombreux matériaux, dont celui utilisé, le Technyl C 218 V30 BLACK. Ces caractéristiques comprennent notamment: la température d'injection conseillée, le cisaillement maximum, le comportement PVT (Pression, volume température) du matériau, son comportement thermique…Il faut également renseigner le logiciel sur la géométrie du moule, l'orientation de la gravité, la localisation des canaux de refroidissement, le type de presse à injecter, le matériau du moule.

Trois types de simulation sont possibles : « Plan médian, Double domaine et 3D ». Les engrenages ayant une géométrie complexe avec des sections épaisses ayant de fortes variations, une simulation de type 3D a été choisie.

Afin de minimiser les contraintes internes, une injection à débit variable a été fixée. Cela se traduit par un déplacement du front de matière à vitesse constante dans l'empreinte du moule. Le résultat dans le cas de la roue est présenté sur la Figure 2.52. Plus de détails sur les conditions d'injection sont apportés en Annexe 1.

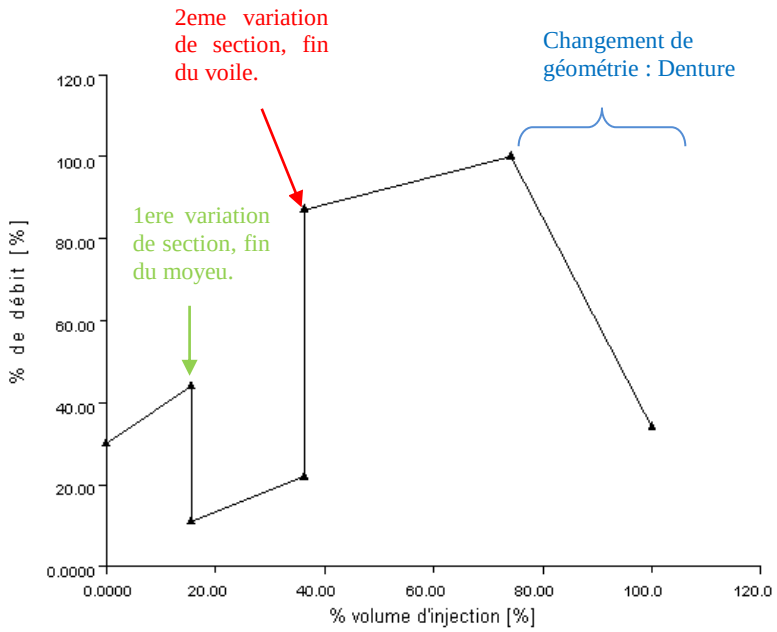



**Figure 2.52 : Débit variable en entrée du canal d'injection**

Une fois les conditions d'injection définies, la géométrie de l'empreinte permettant de compenser l'effet du retrait peut être obtenue.

## 2.3 Répartition des fibres

Afin de prévoir la flexion des dentures, il est nécessaire de connaître l'orientation des fibres avec précision. Weale et al. [34] et Senthilvelan et al. [21] ont montré des tendances similaires avec des fibres parallèles aux flancs des dentures en surface et plutôt aléatoires à cœur. Cependant les travaux de Senthilvelan et al. [21] ont montré la forte influence de la localisation du point d'injection sur la répartition des fibres. De plus, une incertitude réside sur l'orientation des fibres en surface, Senthilvelan et al. considère les fibres en surface comme orthotrope contrairement à Weale et al. les supposant unidirectionnel. Pour vérifier ou infirmer ces hypothèses sur l'orientation des fibres, une étude théorique à été menée à partir des conditions d'injection ainsi qu'une étude tomographique sur les engrenages réalisés.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 2.3.1 Résultats de simulation

La répartition des fibres est exprimée grâce au torseur d'orientation présent dans chaque élément tétraédrique du maillage (cf. Figure 2.54). 1 représente un parfait alignement avec la direction principale et 0 un alignement parfaitement perpendiculaire à la direction principale. Trois torseurs sont représentés correspondants aux trois directions de l'espace.

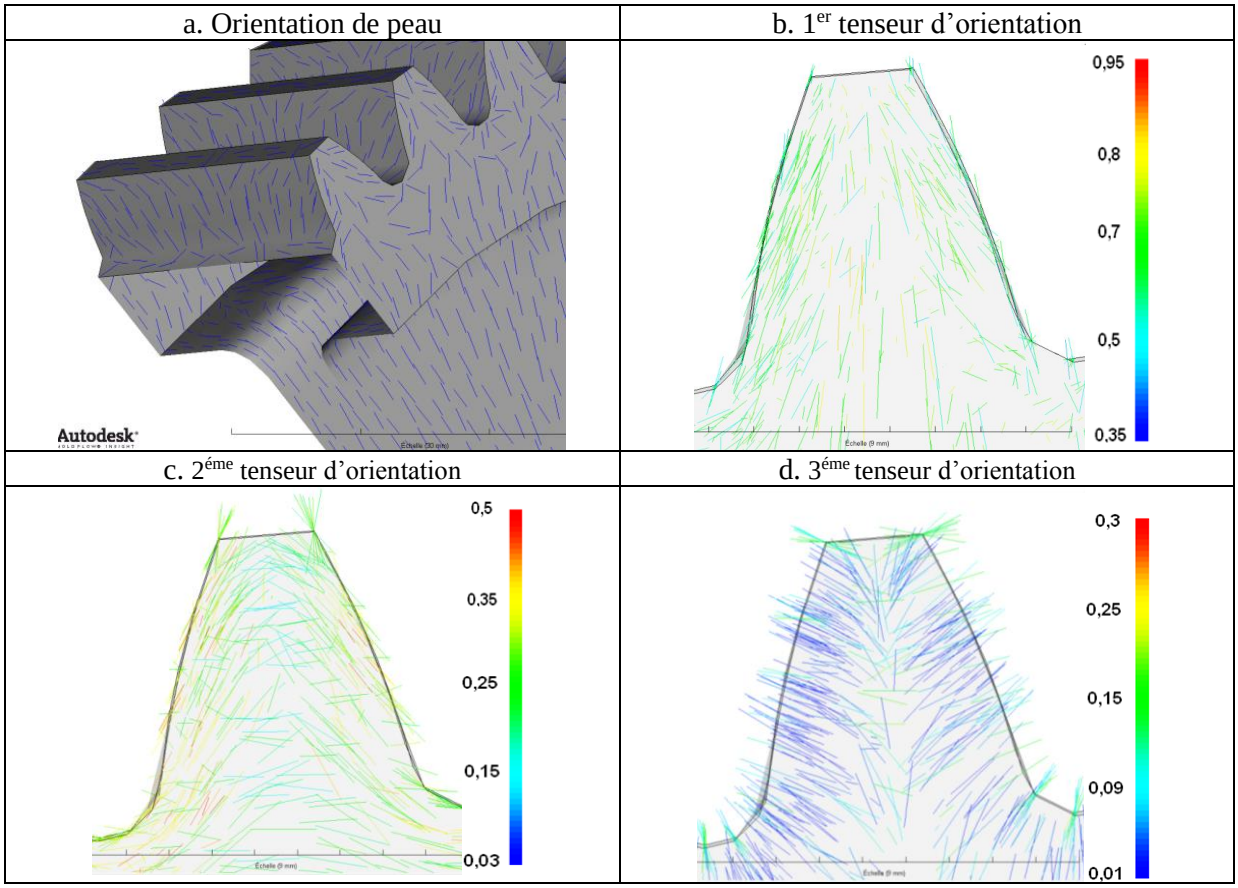



**Figure 2.53 : Répartition des fibres dans les trois directions de l'espace**

La Figure 2.53.a représente l'orientation des fibres en surface et les Figure 2.53.b à la Figure 2.53.d l'orientation dans chaque direction de l'espace, selon une vue de face de la roue.
Sur la Figure 2.53.b, en proche surface, les fibres tendent à être parallèles aux flancs, sans toutefois être unidirectionnelle. Cela est dû au fort cisaillement de surface.
Sur la Figure 2.53.c, un important désordre est noté au cœur de la dent, les fibres en surface restant parallèles aux flancs.
La Figure 2.53.d correspond au 3éme tenseur d'orientation, moins de 5% des fibres sont normales aux flancs.
Des résultats identiques sont obtenus pour le pignon. Il est à noter que lors des essais de définition des conditions de moulage, le débit, la température du moule et la pression de contact influent peu sur la répartition finale des fibres.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

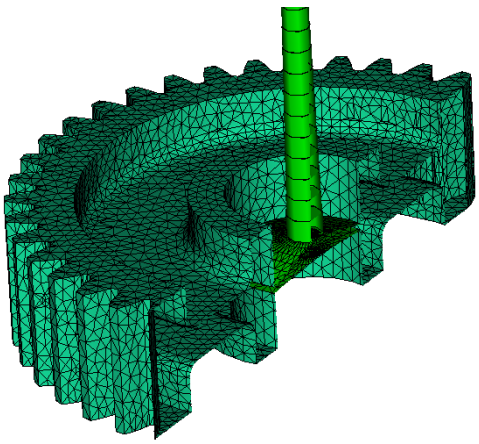


**Figure 2.54 : Maillage tétraédrique de la roue**

## 2.3.2 Résultats de tomographie

La tomographie est une technique d'imagerie, qui permet de reconstruire le volume d'un objet à partir d'une série de mesures effectuées par tranche depuis l'extérieur de cet objet. La résolution utilisée est de 1,5µm par voxel (pixel cubique).

Les éprouvettes sont prélevées dans les dentures, sur le flanc et au milieu de la roue. Elles ont une épaisseur de 2 mm. La Figure 2.55 représente la localisation des éprouvettes.

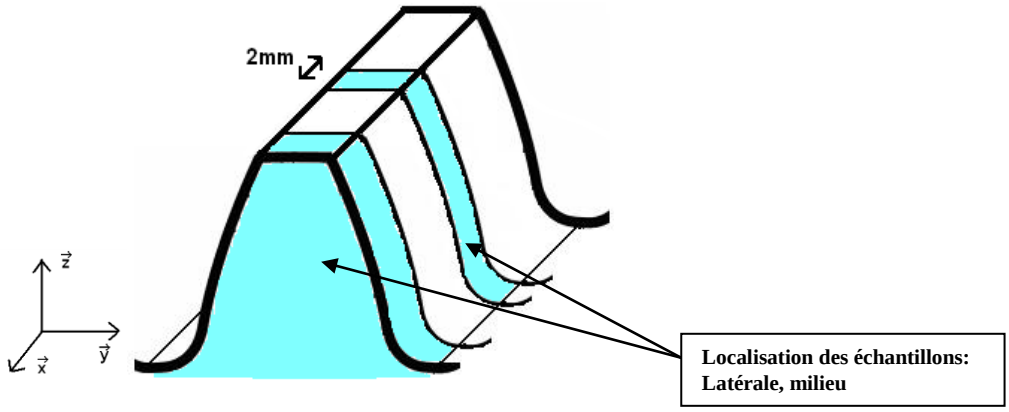



**Figure 2.55 : Localisation des éprouvettes**

On peut observer sur l'échantillon situé en surface (Figure 2.56.a) la répartition des fibres sur la peau, située à 0,03 mm de la surface latérale à la dent. La Figure 2.56.b représente la répartition des fibres située à 0,2 mm de la surface latérale à la dent. Une organisation progressive des fibres peut être notée entre ces deux images.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

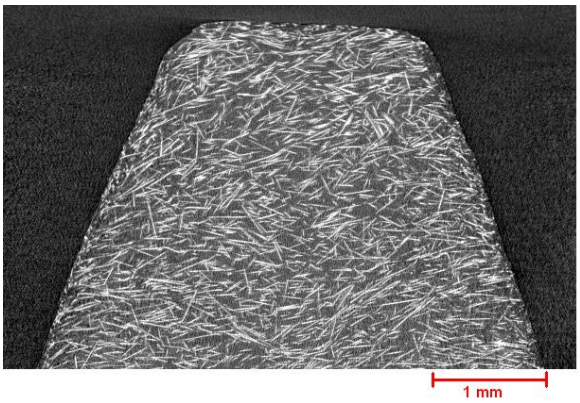
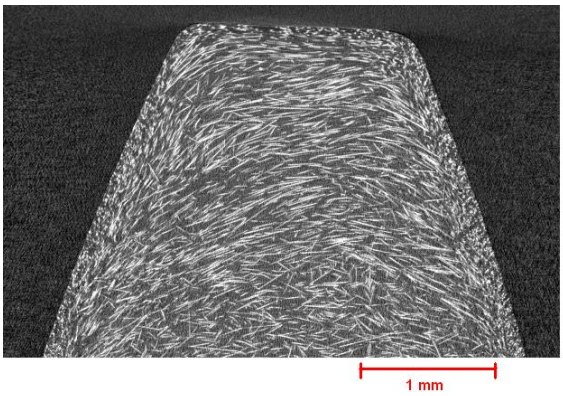
| a. Plan de coupe ( $\vec{y}$ , $\vec{z}$ ), surface (0,03mm) | b. Plan de coupe ( $\vec{y}$ , $\vec{z}$ ), surface (0,2mm) |
|---|---|
|   |   |

**Figure 2.56 : Tomographie échantillon latérale**

Sur l'échantillon situé au milieu de la dent (Figure 2.57.a et .b) une structure cœur peau avec des fibres parallèles au flanc en surface et plutôt anisotrope, voire perpendiculaire au plan de symétrie de la denture peut être notée. Ceci est mis en évidence sur la Figure 2.58 où une structure cœur peau montre des fibres perpendiculaires au plan de coupe.

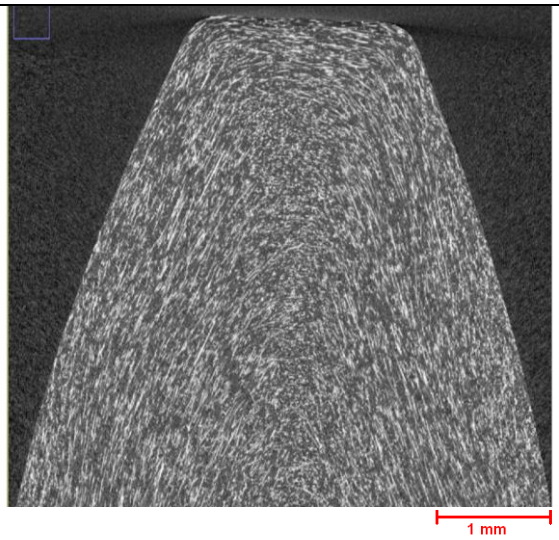
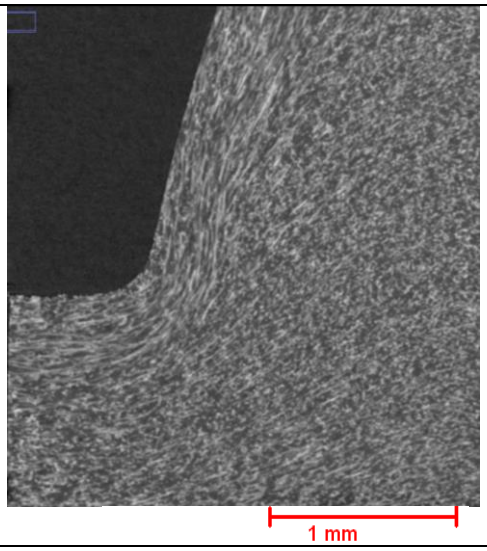
| a. Plan de coupe ( $\vec{y}$ , $\vec{z}$ ), tête au milieu | b. Plan de coupe ( $\vec{y}$ , $\vec{z}$ ), pied au milieu |
|---|---|
|   |   |

**Figure 2.57 : Tomographie à cœur sur l'échantillon du milieu**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

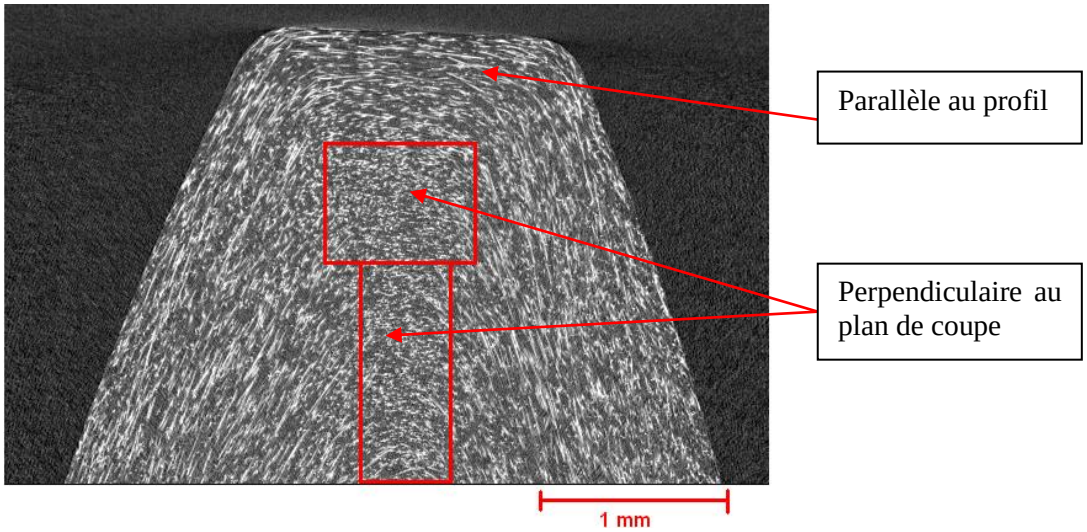



**Figure 2.58 : Structure cœur peau au milieu de la dent**

Cette répartition des fibres est quasiment identique sur toute la largeur de la denture (voir grâce à la Figure 2.59 selon le plan de coupe ( $\vec{x}$ , $\vec{y}$ ) à 1,2 mm sous le sommet de la dent).

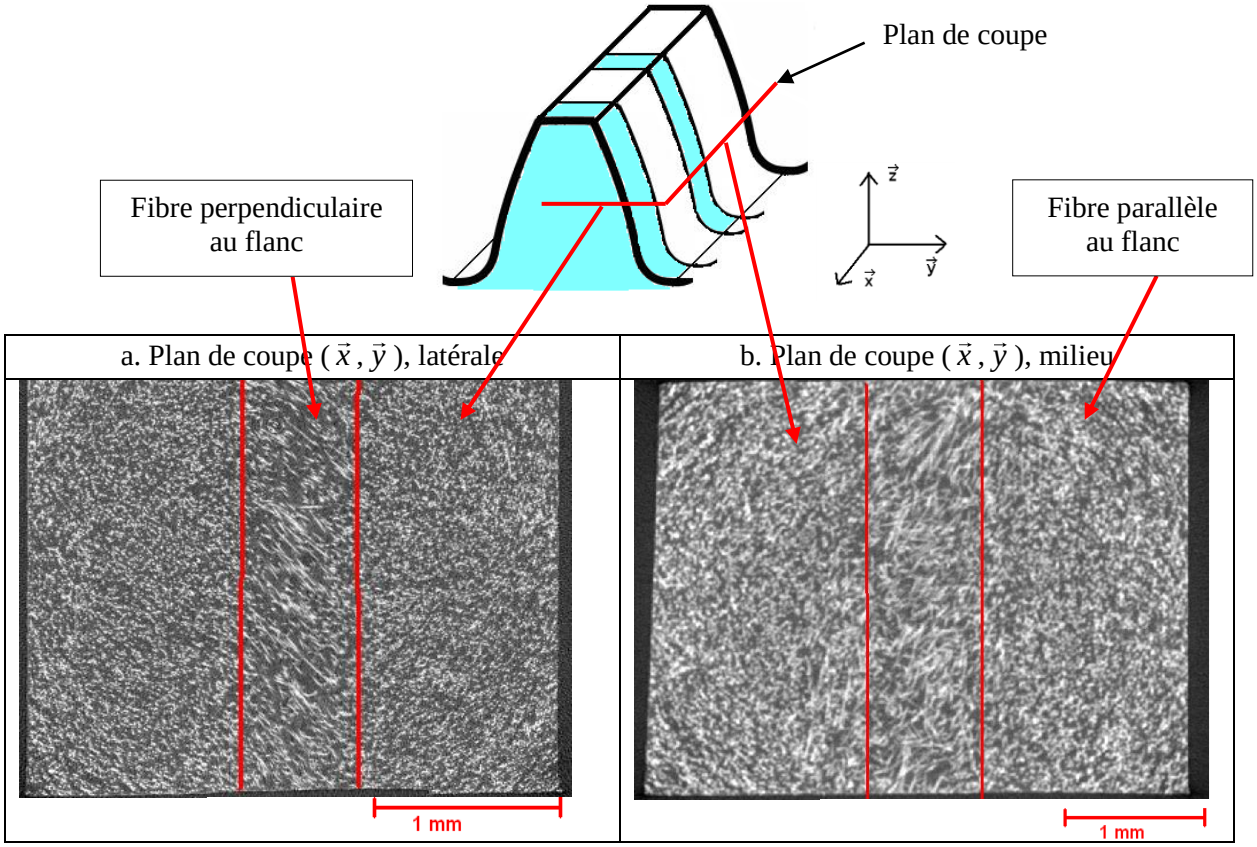



**Figure 2.59 : Répartition des fibres en coupe transverse**

Des mesures ont été également réalisées sur un engrenage acheté dans le commerce. Ce dernier, en polyamide 6 renforcé de fibre de verre a été injecté en parapluie (cf. Figure 1.10). L'analyse tomographique montre une répartition qualitative similaire. Ces résultats sont présentés dans l'annexe 2. L'analyse du pied de dent (Figure 2.60) montre une organisation aléatoire.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

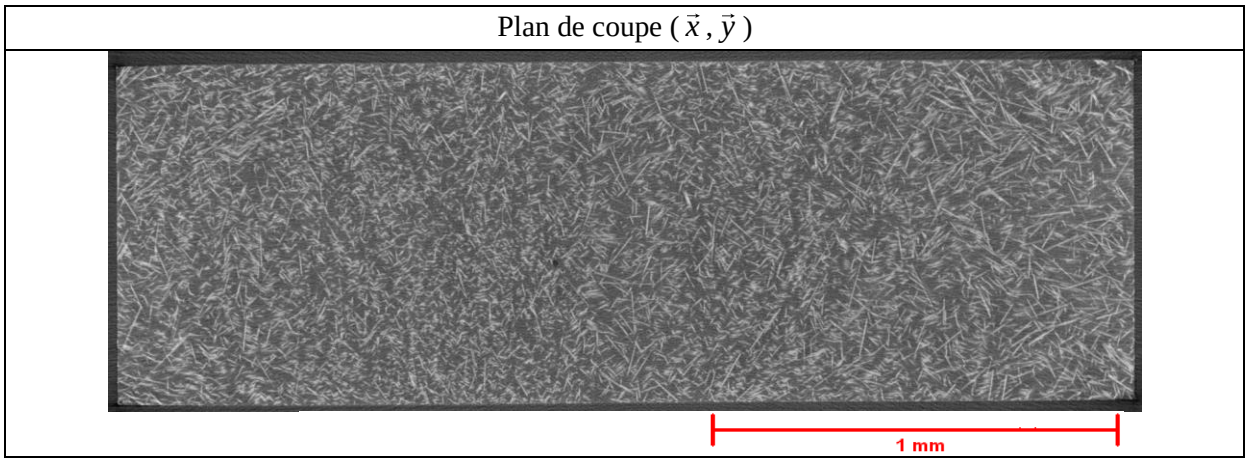



**Figure 2.60 : Répartition des fibres en pied de dent à 1cm du sommet.**

Il faut noter que malheureusement aucun résultat quantitatif sur l'orientation à partir des images tomographiques n'a pu être obtenu, en raison de la trop basse résolution de l'image obtenue.

### 2.3.3 Conclusion

Les résultats quantitatifs de simulation et les résultats qualitatifs de tomographie montrent une même tendance. La schématisation de la Figure 2.61.a est proposée pour modéliser la répartition des fibres. Les zones représentées avec des fibres unidirectionnellessont en fait très schématique. Comme les images tomographiques et la simulation le montrent, un grand nombre de fibres se situent dans un cône proche de la direction privilégiée (Figure 2.61.b).

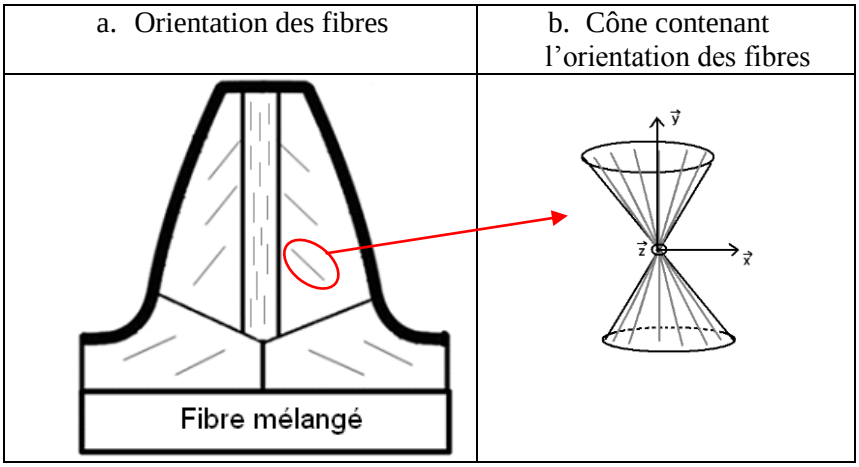



**Figure 2.61 : Schéma de la répartition des fibres**

### 2.3.4 Vérification du taux de fibres

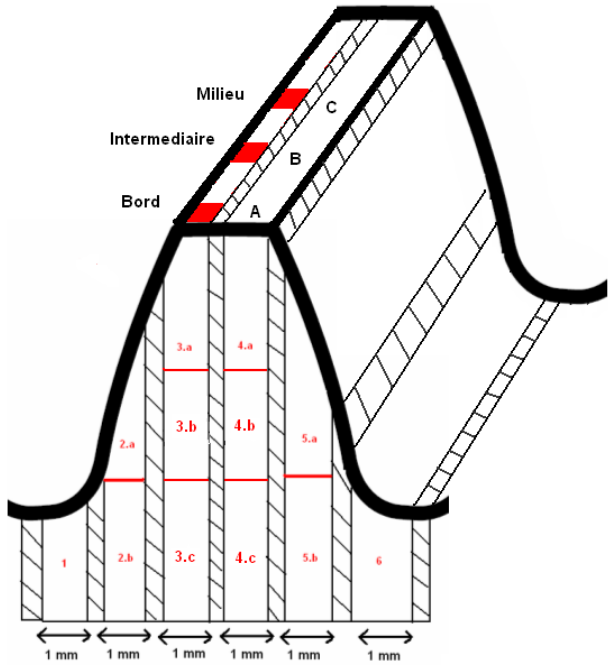
Plusieurs mesures ont été réalisées afin de vérifier si la répartition du taux de fibre était homogène à l'intérieur des dentures. Pour cela, des échantillons à divers endroits à l'intérieur des dentures ont été prélevés à l'aide d'une fraise scie deux tailles développée à cet effet (cf. Figure 2.62). Cette fraise comporte peu de dents, pour éviter un échauffement rapide du Polyamide ainsi qu'une épaisseur plus importante sur l'extérieur pour éviter tout coincement. La localisation des échantillons est présentée sur la Figure 2.63.a. Pour chaque échantillon, des prélèvements ont eu lieu sur le bord, au milieu et dans une zone intermediaire, représentées en rouge sur la Figure 2.63.b.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

**Figure 2.62 : Fraise 2 tailles utilisées pour le prélèvement des échantillons**

| a. Zone de prélèvement des échantillons | b. Géométrie de l'éprouvette |
|---|---|



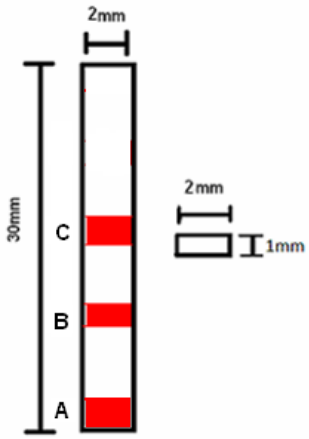




**Figure 2.63 : Localisation et géométrie des échantillons**

La mesure du taux de fibres se fait par analyse thermo gravimétrie (ATG). Cela consiste à chauffer un échantillon d'environ 20 mg, soit 2mm$^3$ jusqu'à 600°C et d'observer l'évolution du poids. Les pertes sont dues à la pyrolyse de la matrice. Les déchets de la combustion sont enlevés par un flux d'air permanent. La rampe de chauffe est de 20°C/min.

Nous supposons une répartition symétrique des fibres de chaque côté de la dent. Les échantillons 4.a, 4.b, 4.c, 5.a, 5.b et 6 ont été analysés. Les résultats varient entre 28,7% et 29,8% de fibres par rapport au poids total. Les résultats sont représentés sur la Figure 2.64 pour les prélèvements se situant au milieu des dentures (C) sur la Figure 2.63.b. Le taux de fibre peut donc être considéré comme constant dans les dentures et égale à 30% en masse.

Il est à noter que de nombreuses bulles d'air étaient présentes à l'intérieur des dentures lors des prélèvements des échantillons sur les engrenages achetés dans le commerce. Cela n'est pas le cas pour ceux fabriqués pour cette étude.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

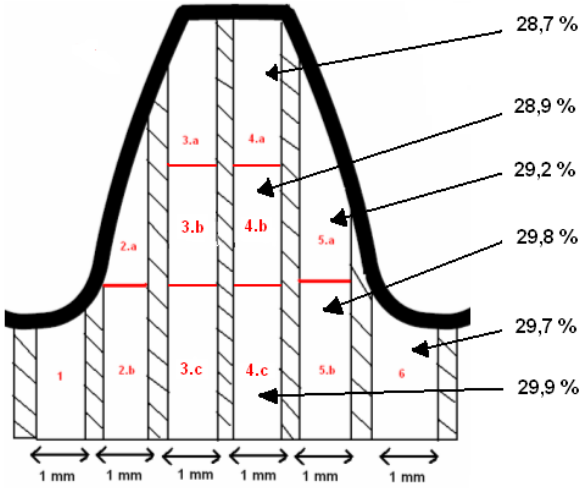



**Figure 2.64 : Taux de fibre mesuré par ATG au milieu de la denture (C)**

# 3. Modélisation du PA6 renforcé de fibre de verre

## 3.1 Le modèle

Le modèle de Kelvin généralisé a été retenu pour décrire le comportement mécanique du Polyamide 6 +30% FV. Il est construit à partir d'un ressort et de plusieurs éléments de Kelvin-Voigt en série. Ce modèle est utilisé dans l'hypothèse des petites déformations et contraintes, c'est-à-dire que la réponse mécanique du matériau est considérée dans le domaine linéaire.

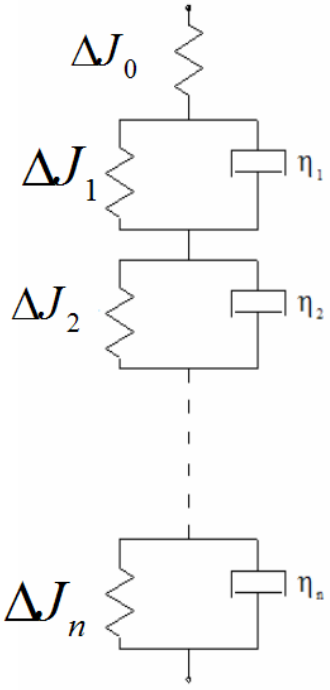



**Figure 2.65 : Modèle de Kelvin généralisé**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 3.2 Calcul du déplacement viscoélastique avec le modèle de Kelvin généralisé

Pour un bloc de Kelvin-Voigt, la fonction fluage (2.35) et l'équation différentielle associée (2.36) sont donnés.

$$\varepsilon_i(t) = \sigma(t).\Delta J_i\left(1-\exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right)\right) \qquad (2.35)$$

$$\sigma(t) = \frac{1}{\Delta J_i}\varepsilon^i(t) + \frac{\tau_i}{\Delta J_i}\dot{\varepsilon}^i(t) \qquad (2.36)$$

A partir de l'équation différentielle (2.36), pour un bloc de Kelvin-Voigt, et par un schéma incrémental, il est possible de déterminer une loi qui régit le déplacement du modèle de Kelvin généralisé (2.38).

$\dot{\varepsilon}^i(t)$ peut être remplacée par la relation (2.37) en utilisant la méthode des différences finies.

$$\dot{\varepsilon}^i = \frac{\varepsilon^i(t)-\varepsilon^i(t-dt)}{\Delta t} \qquad (2.37)$$

$$\varepsilon(t) = \sigma(t)\sum_{i=0}^{n}\Delta J_i\left(\frac{dt}{dt+\tau_i}\right) + \sum_{i=0}^{n}\varepsilon_i(t-dt)\left(\frac{\tau_i}{dt+\tau_i}\right) \qquad (2.38)$$

Le déplacement viscoélastique (2.39) est alors déduit de (2.38).

$$\frac{u(t)}{l} = \sigma(t)\sum_{i=0}^{n}\Delta J_i\left(\frac{dt}{dt+\tau_i}\right) + \sum_{i=0}^{n}u_i(t-dt)\left(\frac{\tau_i}{dt+\tau_i}\right) \qquad (2.39)$$

$l$ est la longueur de l'échantillon de Polyamide.

A partir de la relation (2.39), le déplacement global du modèle de Kelvin généralisé à un instant *t*, soumis à une contrainte $\sigma(t)$ alors qu'il a subi un déplacement $u(t-dt)$ peut être déterminé. Cette relation contient les propriétés mécaniques du Polyamide avec la complaisance élastique $\Delta J_i$ et les temps de relaxation $\tau_i$. Ces propriétés seront déduites des essais de caractérisation détaillés dans le paragraphe suivant.

## 3.3 Limite de linéarité

Le modèle de Kelvin généralisé utilisé dans cette étude est linéaire. Il est donc nécessaire d'estimer la limite de linéarité du matériau pour l'utiliser. La limite de linéarité du polyamide 6 + 30% FV dépend de la température, de l'humidité et de l'orientation locale des fibres.

Les travaux de Letzelter [10] ont montré qu'une augmentation de température du Polyamide 6-6 est en première approximation équivalent à une augmentation d'humidité. Cette étude sera donc limitée à l'étude de la limite de linéarité en fonction de la température, pour différentes localisations des éprouvettes dans les dentures.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 3.3.1 Essais

Les essais de fluage ont été réalisés au laboratoire MATEIS de l'INSA de Lyon, sur une machine conventionnelle multifonction en mode de traction-compression, avec une cellule de force de 250 N. La Figure 2.66 présente une photo de la machine Gabo Qualimeter Explorer.

| a. Vue global Gabo Qualimeter | b. Mors de fixation |
|---|---|
| | |

**Figure 2.66 : Gabo Qualimeter Explorer**

La fixation des échantillons est effectuée par des mors à serrage manuel. Pour les essais en température, l'échantillon est enfermé dans une étuve régulée en température.

Les tests de fluage ont été réalisés sous contrainte constante $\sigma_0$. L'appareil fournit la force de traction *F* exercée sur l'échantillon, en fonction du déplacement $\Delta L$ de la traverse. La contrainte vraie $\sigma$ et la déformation vraie $\varepsilon$ sont calculées, en considérant que le volume de l'échantillon reste constant au cours de l'essai, par les relations (2.40) et (2.41).

$$\sigma = \frac{F}{S_0}\left(1+\frac{\Delta L}{L_0}\right) \quad (2.40)$$

$$\varepsilon = \ln\left(1+\frac{\Delta L}{L_0}\right) \quad (2.41)$$

$L_0$ est la longueur initiale de l'éprouvette entre les mors et $S_0$ la section initiale de l'éprouvette.
Une courbe de fluage en fonction du temps $\sigma_0 = f(t)$ est tracée. La pente en un point de la courbe détermine la vitesse de fluage en ce point.

### 3.3.2 Réalisation et localisation des éprouvettes

L'étude porte uniquement sur les dents, car le voile n'est pas un point critique des engrenages dans le cadre de ces travaux. Les éprouvettes sont toute parallélépipédiques 1 mm x 2 mm x 30 mm (cf. Figure 2.63.a) et elles sont prélevées avec l'outil présenté sur la figure Figure 2.62. Les zones de prélèvement sont présentées sur la Figure 2.67.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

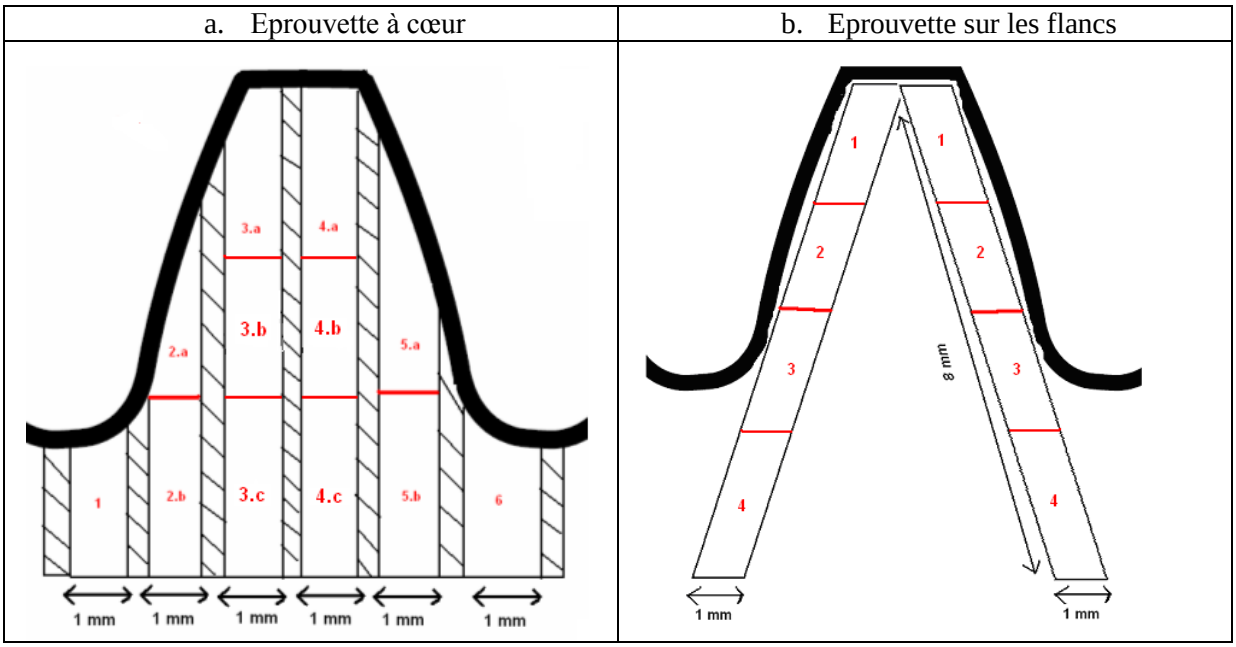



**Figure 2.67 : Repérage des éprouvettes**

Les propriétés de part et d'autre de la dent étant supposées symétriques, seule la moitié des échantillons représentés sur la Figure 2.67 ont été analysés.

### 3.3.3 Mesures

Pour chaque éprouvette, trois tests ont été mis en œuvre afin de tracer la courbe de fluage à la température de -20°C, 20°C et 120°C à humidité ambiante. Les essais ont été réalisés sur une durée de 200 à 300 secondes, à différents niveau de contrainte. La Figure 2.68, Figure 2.69, Figure 2.70, représentent respectivement la complaisance de traction à -20°C, 20°C et 120°C pour l'échantillon 4.b. L'ensemble des résultats est accessible en annexe 3.

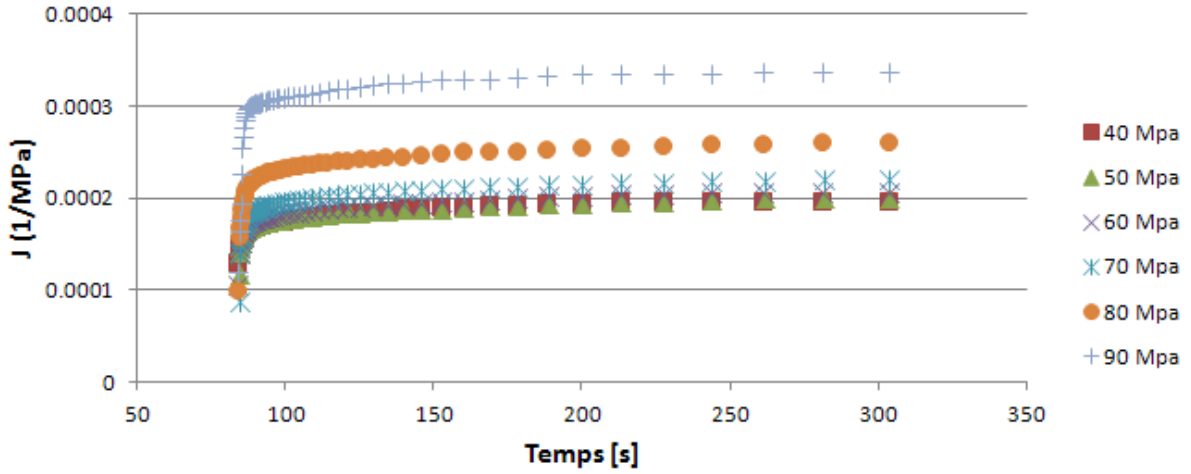



**Figure 2.68 : Complaisance de traction en fonction du temps à -20°C et humidité ambiante**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

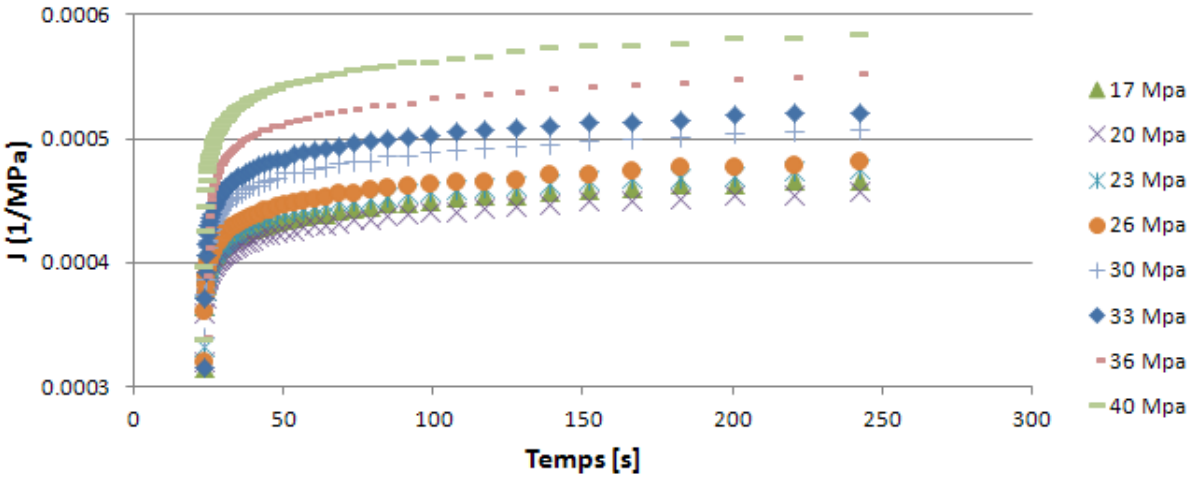



**Figure 2.69 : Complaisance de traction en fonction du temps à 20°C et humidité ambiante**

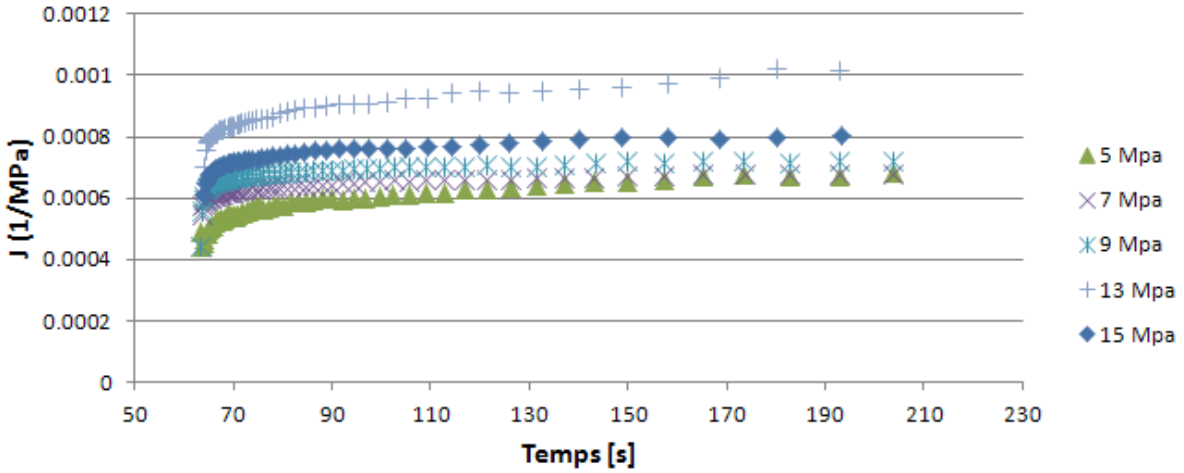



**Figure 2.70 : Complaisance de traction en fonction du temps à 120°C et humidité ambiante**

A partir de ces trois figures, il est possible de tracer l'évolution de la complaisance relaxée *J* en fonction de la contrainte comme le montre la Figure 2.71.

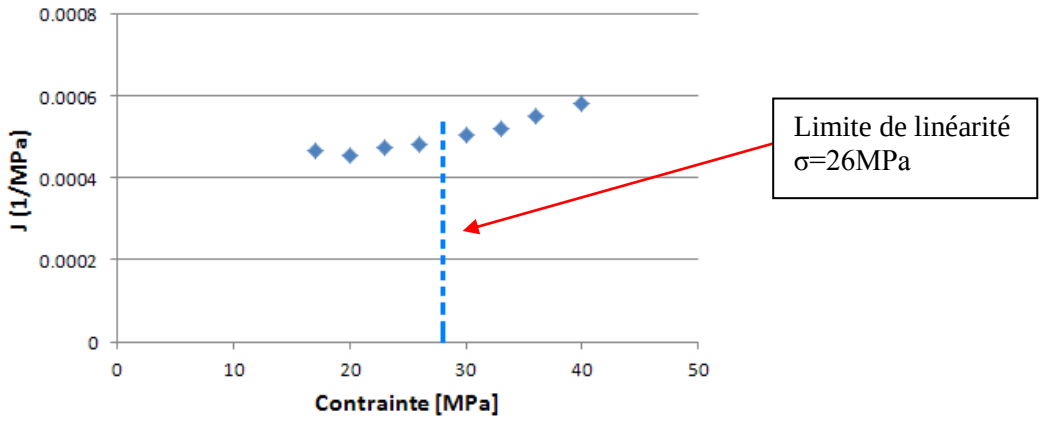



**Figure 2.71 : Courbe représentant J = f(σ) pour l'échantillon 4.b à 20°C et t=250s**

Les valeurs de la contrainte maximum dans le domaine linéaire à température ambiante de 20°C sont représentées sur la Figure 2.72.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

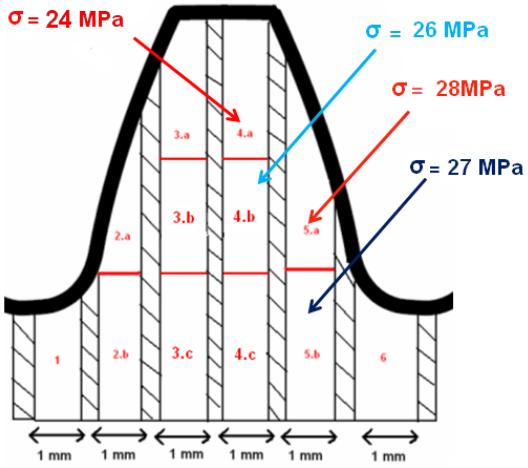



**Figure 2.72 : Contrainte maximaledans le domaine linéaire à 20°C et40% d'humidité (symétrique)**

### 3.3.4 Résultats

L'ensemble des résultats pour les engrenages achetés et ceux réalisés au cours de cette thèse sont accessibles dans l'annexe 3. Les données suivantes concernent les engrenages fabriqués.

A température ambiante, la limite de linéarité varie entre 25MPa et 30 MPa selon la localisation des éprouvettes. Cependant, des essais de reproductibilité ont montré des variations de l'ordre de 10 à 20%, pour des mêmes échantillons prélevés sur différentes dents d'une même roue. Cela peut être expliqué par des différences entre la répartition des fibres et la cristallinité du matériau, mais aussi par des imprécisions d'usinage, pour la localisation des éprouvettes, leurs géométries et leurs montages dans les mors. Des résultats de reproductibilité sont décrits en annexe 3.

La limite de linéarité minimum obtenue parmi tous les échantillons testés à chaque température pour être sûr de ne jamais dépasser la limite de linéarité dans les dentures a été retenue.

A -20 °C et 40% d'humidité, le matériau est plus rigide donc sa limite de linéarité est logiquement plus élevée. D'après les mesures, elle se situe aux alentours de 55 MPa.

A 120 °C et 40% d'humidité le Polyamide 6 renforcé est plus visqueux. La limite de linéarité à cette température se situe aux alentours de 9 MPa.

A 20°C et 40% d'humidité, on est alors dans le domaine de la transition vitreuse du Polyamide, les résultats sont intermédiaires. La limite de linéarité se situe aux alentours de 24 MPa.

Il est à noter qu'un changement de cellule de force fut nécessaire pour les mesures à 120°C. Celle à 250N n'étant pas suffisamment sensible, une cellule de 50N a été utilisée.

## 3.4 Etude de spectrométrie

La spectrométrie mécanique permet l'étude des propriétés viscoélastiques d'un matériau par la mesure de son module dynamique en fonction de la température (mesures isochrones) ou de la fréquence (mesures isothermes). Lors de ce type d'essai, l'échantillon est soumis à une contrainte sinusoïdale (2.42) de faible amplitude, pour rester dans le domaine linéaire du matériau.

$$\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t) \qquad (2.42)$$

La déformation résultante (2.43) est également sinusoïdale, mais retardée d'un angle $\phi$ par rapport à la contrainte.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \phi) \qquad (2.43)$$

Le module $E^*$ symbolise le module de rigidité complexe (ou module élastique complexe) ; il est le lien entre la contrainte et la déformation dynamique. $J^*$ représente la complaisance élastique complexe. Elle lie la déformation dynamique et la contrainte (2.44).

$$\begin{cases} E^*(i\omega) = E' + iE'' \\ J^*(i\omega) = J' + iJ'' \\ J^*(i\omega) = \dfrac{1}{E^*(i\omega)} \end{cases} \qquad (2.44)$$

$E'$, le module de conservation, est la partie réelle du nombre complexe $E^*(i\omega)$. Il représente le comportement élastique du matériau. $E''$, module de perte, est la partie imaginaire et représente le comportement visqueux du matériau. $J'$ est la complaisance de conservation et $J''$ la complaisance de perte. L'angle de déphasage $\phi$ est relié à la capacité d'amortissement du matériau. Le facteur de perte $\tan\phi = E''/E'$ caractérise le frottement intérieur.
Pour caractériser complètement le comportement viscoélastique linéaire du matériau, il suffit de connaître l'une des fonctions complexes $E^*$ ou $J^*$.

Les essais expérimentaux ont été réalisés au laboratoire MATEIS avec le spectromètre précédemment utilisé pour les essais de linéarité (Figure 2.66). Cet appareil travaille en traction dynamique. Il se compose d'une partie mécanique (vibreur), permettant la sollicitation en traction de l'échantillon et d'une partie électronique, qui assure le pilotage en fréquence et en température de l'expérience, ainsi que le traitement des mesures. L'échantillon de forme parallélépipédique est fixé par son extrémité inférieure à un mors fixe. Le mors inférieur est solidaire d'une tige rigide sur laquelle s'applique un effort de traction, créé par vibreur. La déformation longitudinale de l'échantillon est mesurée par un micromètre. L'échantillon est situé dans une enceinte thermoregulée. Il est possible d'injecter de l'azote liquide dans l'enceinte du four afin de le contrôler en température. Le schéma de principe est représenté sur la Figure 2.73.

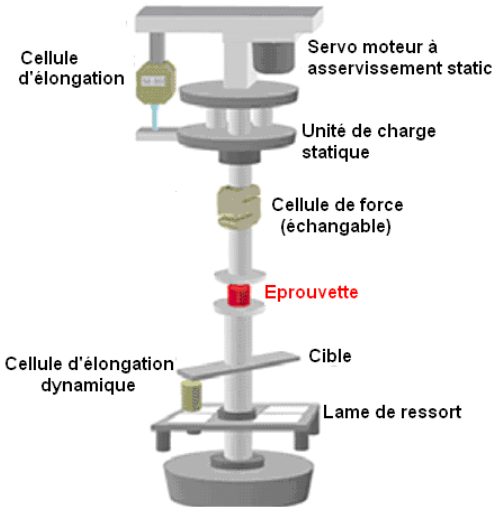



**Figure 2.73 : Schéma détaillé du spectromètre**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 3.4.1 Choix de l'échantillon

La modélisation du comportement d'un composite à fibre courte nécessite la connaissance du comportement rhéologique du matériau dans la direction parallèle et perpendiculaire aux fibres. Deux solutions sont possibles afin de prendre en compte les fibres dans le modèle de Kelvin Voigt généralisé :

- Obtenir une courbe maîtresse pour un Polyamide 6 renforcé dont l'orientation des fibres est connue (parallèle ou perpendiculaire).
- Obtenir une courbe maitresse pour un Polyamide 6 non renforcé et ajouter l'effet du renforcement des fibres de manière théorique par les équations de Halpin Tsaï [44].

La première solution est plus précise car elle prend en compte les éventuelles modifications de cristallinité de la matrice en Polyamide 6 dûes à la présence des fibres. Cependant il faut s'assurer que l'orientation des fibres n'influe pas sur le comportement rhéologique de la matrice.

Les échantillons sont prélevés dans le voile de la roue comme le montre la Figure 2.74.b. Le voile est soumis à un remplissage radial, ce qui permet d'avoir des fibres fortement orientées de manière radiale comme le montre la Figure 2.74.a. La géométrie des éprouvettes est de forme parallélépipédique de 1 mm x 4 mm x 30 mm.

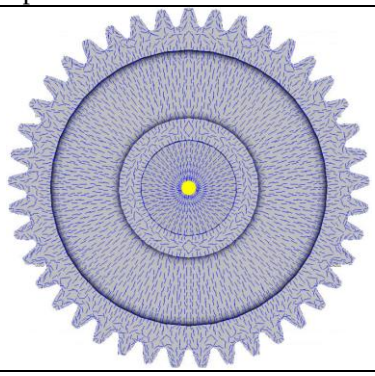
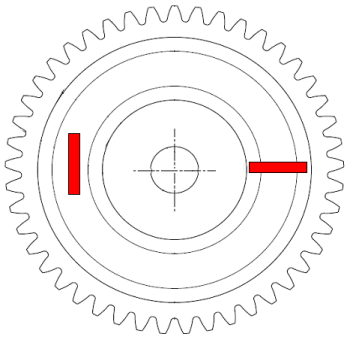
| a. Répartition des fibres en surface | b. Zone de prélèvement des éprouvettes |
|---|---|
|  |  |

**Figure 2.74 : Zone de prélèvement des éprouvettes**

Pour identifier les propriétés mécaniques du Polyamide 6 +30%FV, plusieurs essais ont été réalisés sur une plage de fréquence de 0,1 Hz à 50 Hz, à une température allant de 0°C à 120°C, par pas de 5°C et pour une humidité ambiante à 40% et à sec. Dans ce dernier cas, les échantillons ont été placés dans une étuve à 80°C pendant 48h afin de les sécher.

### 3.4.2 Résultats

Les résultats présentés correspondent à un échantillon étudié à sec avec des fibres parallèles à la direction de sollicitation (Figure 2.75). A partir de ces mesures et en utilisant l'équivalence temps-température, une courbe maîtresse a été construite. Pour réaliser cela, chaque courbe issue des essais de spectrométrie a été translatée d'un facteur appelé « facteur de glissement ». Ce coefficient est égal à 1 à la température de référence choisie : la température de transition vitreuse Tg=60°C. La courbe maîtresse permet ainsi d'obtenir l'évolution de la complaisance complexe sur une large plage de fréquences ou de températures. Elle permet également d'estimer les propriétés mécaniques à des fréquences ou des températures non accessibles expérimentalement. La courbe maîtresse obtenue est présentée en Figure 2.76 pour le module élastique et sur la Figure 2.77 pour le module de perte.
Cette construction suppose que les modifications microstructurels du matériau sur le domaine de température des essais, sont suffisament faible pour qu'on puisse considerer le matériau comme thermoréologiquement simple. Cela revient à considerer que les valeurs des complaisances relaxées et non relaxées ne sont pas modifiées.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

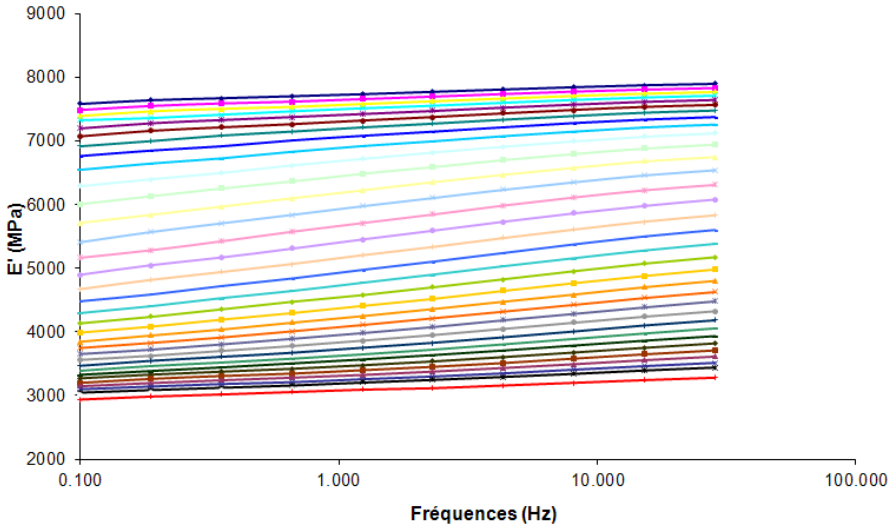



**Figure 2.75 : Evolution de la complaisance de conservation sur une plage de fréquence fixe à différentes températures allant de (-) -20°C à (-) 120°C**

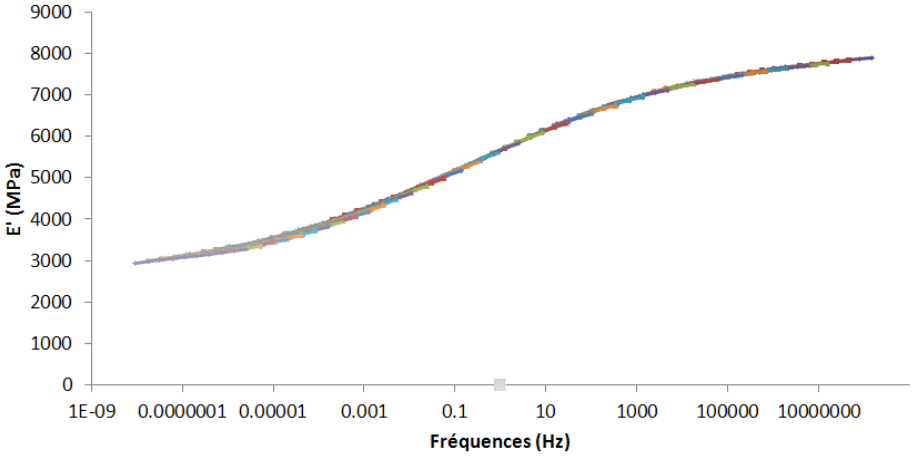



**Figure 2.76 : Courbe maîtresse du module de conservation déduite des mesures isothermes de spectrométrie mécanique à une température de référence de 60°C et à sec**

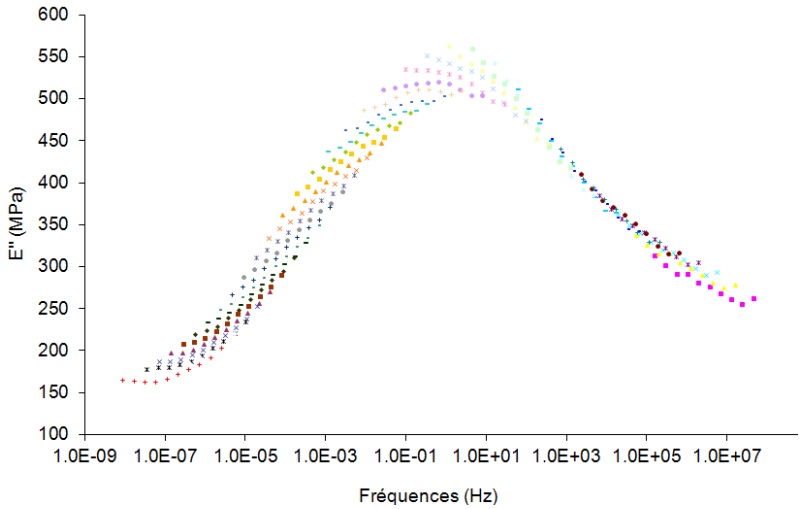



**Figure 2.77 : Courbe maîtresse du module de perte déduite des mesures isothermes de spectrométrie mécanique à une température de référence de 60°C et à sec**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Les facteurs de glissement nécessaires pour construire la courbe maîtresse à une température de référence de 60°C et à sec sont tracés sur la Figure 2.78.

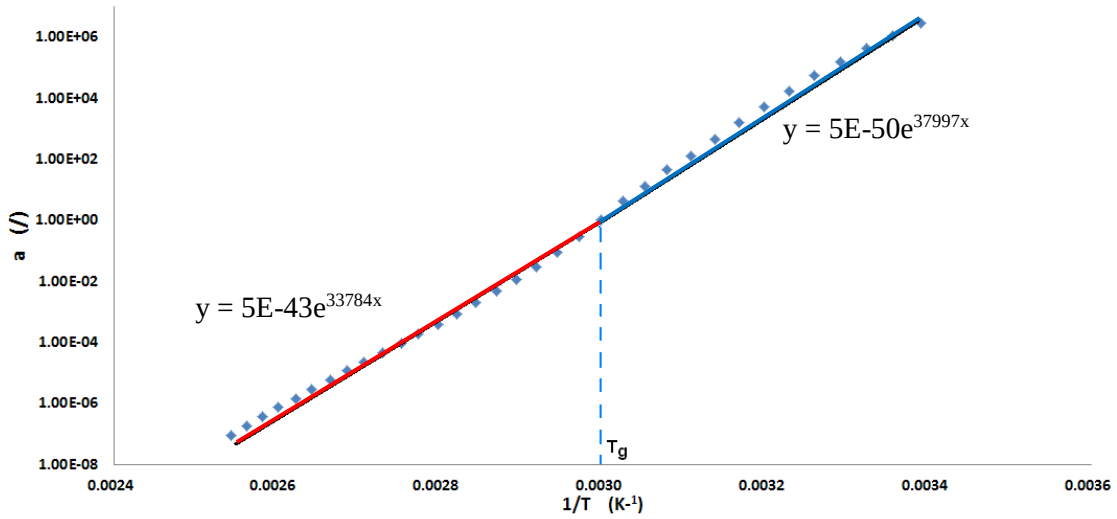



**Figure 2.78 : Distribution des facteurs de glissement à une température de référence de 60°C (à sec)**

L'analyse des résultats des Figure 2.75,Figure 2.76 etFigure 2.77, traduit bien le comportement viscoélastique du Polyamide 6.

- Aux basses fréquences correspondant aux hautes températures, le module élastique est plus faible, ce qui signifie que le matériau est moins rigide et sa déformation est élevée. A cette température, les temps de relaxation sont très courts.
- Aux hautes fréquences correspondant aux basses températures, le module élastique est élevé, ce qui signifie que le matériau est plus rigide. A cette température, les temps de relaxation sont très longs.

L'allure de ces courbes suggère que l'équivalence temps-température peut être appliquée en première approximation et valide donc la démarche choisie.

## 3.5 Modélisation viscoélastique

Le paragraphe précédent a permis de caractériser les propriétés mécaniques avec l'essai statique de fluage et l'essai dynamique de spectrométrie. Le traitement et l'analyse de ces essais permettent d'obtenir la distribution des temps de relaxation $\tau_i$ et les complaisances élastiques associées à chaque bloc de Kelvin-Voigt $\Delta J_i$ du modèle de Kelvin généralisé.

Pour atteindre cet objectif, il est pratique d'obtenir la courbe maîtresse de façon analytique. Pour cela, le modèle bi-parabolique (2.45) développé par Decroix et al. [89] et Diaz-Calleja et al. [90] est utilisé.

$$J^*(i\omega, T_{ref}) = \frac{1+\lambda(i\omega\tau')^{-\chi}+(i\omega\tau')^{-\chi'}}{\frac{1}{J_u}-\frac{1}{J_r}}+\frac{1}{J_r} \qquad (2.45)$$

$\tau'$, $\lambda$, $\chi$ et $\chi'$ sont des paramètres du modèle bi-parabolique. $J_u$ représente la complaisance non relaxée et $J_r$ la complaisance relaxée. L'avantage de ce modèle est qu'il permet d'ajuster avec une grande précision les valeurs expérimentales de la courbe maîtresse. La Figure 2.79 montre la



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

correspondance entre les courbes maitresses avec la bi-parabolique. L'obtention des valeurs numériques des paramètres du modèle bi-parabolique est présentée dans l'annexe 4.

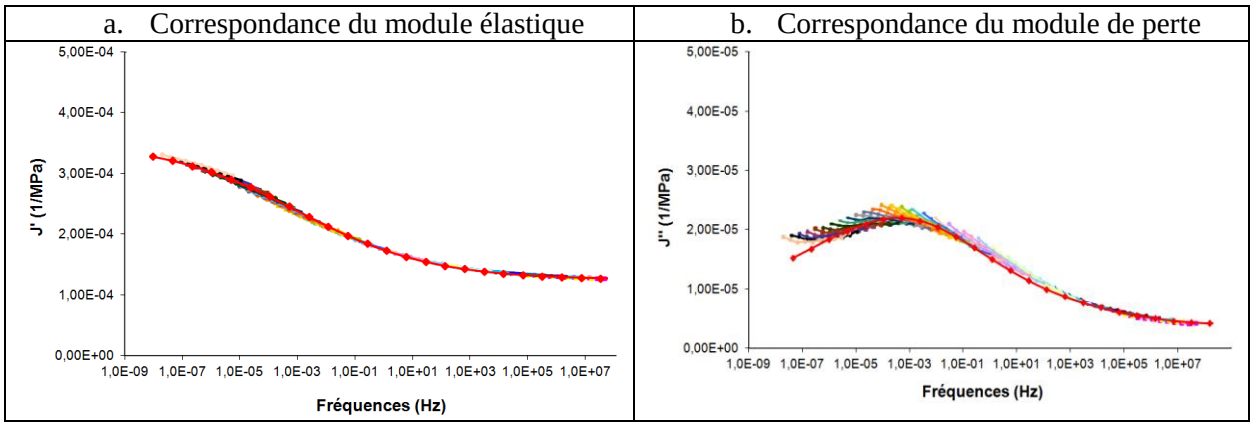



**Figure 2.79 : Correspondance entre la courbe expérimentale et le modèle bi-parabolique à T=Tg (♦)**

La courbe maîtresse obtenue sous forme numérique, peut être discrétisée en plusieurs éléments. Un élément représente un bloc de Kelvin-Voigt dans le modèle de Kelvin généralisé. La Figure 2.80 présente la discrétisation de la courbe maîtresse expérimentale.

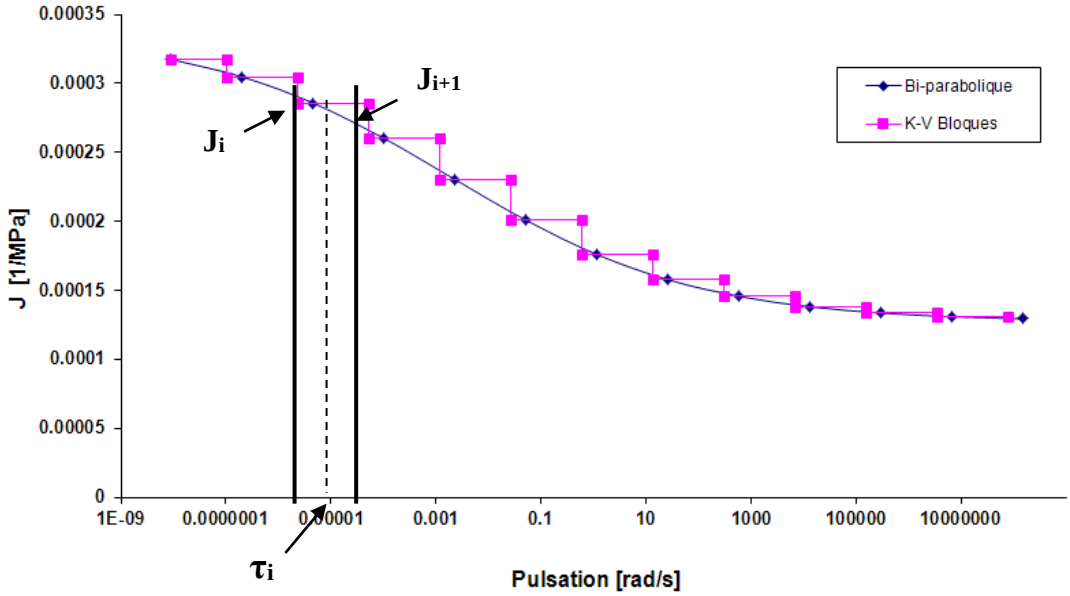



**Figure 2.80 : Discrétisation de la courbe maîtresse expérimentale à T=Tg**

Afin d'obtenir un compromis entre temps de calcul et précision, 25 blocs de Kelvin-Voigt ont été choisi dans le modèle de Kelvin généralisé, pour prendre en compte le large spectre de relaxation du Polyamide 6 +30% FV.

La courbe maîtresse est discrétisée en plusieurs éléments. Le temps de relaxation est donc distribué pour chaque pulsation $\omega_i$ donnée autour du temps de relaxation moyen (2.46) (cf. Figure 2.80).

$$\omega_i.\tau_i(T_{ref}) = 1 \qquad (2.46)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

L'hypothèse est posée qu'un changement de température ne modifie pas la distribution de ces temps. Ainsi, les facteurs de glissement $a_{T_{ref}}(T)$ déduits à une température de référence $T_{ref}$ permettent d'obtenir la distribution des temps de relaxation à une température $T$ (2.47). Dans notre cas $T_{ref} = T_g$.

$$\tau_i(T) = \tau_i(T_{ref}).a_{T_{ref}}(T) \qquad (2.47)$$

L'évolution des facteurs de glissement $a_{T_{ref}}(T)$ peut être décrit, en première approximation à partir des relations (2.48) et (2.49), obtenues en effectuant une régression exponentielle de la courbe (Figure 2.78). $T_1$ correspond à la température de transition vitreuse.

$$T < T_1 \; : \; a_{60°C}(T) = 5.10^{-50} \exp\left(37997\left(\frac{1}{T}\right)\right) \qquad (2.48)$$

$$T \geq T_1 \; : \; a_{60°C}(T) = 5.10^{-43} \exp\left(33784\left(\frac{1}{T}\right)\right) \qquad (2.49)$$

### 3.5.1 Influence de l'humidité

L'humidité est un paramètre qui peut influencer l'évolution des propriétés mécaniques du Polyamide. E. Lezelter [10] considère qu'une variation de l'humidité produit le même effet qu'une variation de la température sur le spectre des temps de relaxation. De plus, cette variation est linéaire. Une seule mesure expérimentale est donc nécessaire pour obtenir l'équivalence température-humidité.

Pour cela, l'évolution de la microstructure, c'est-à-dire une modification de la structure semi cristalline, est supposée négligeable dans la plage de température et de fréquence étudiée.

La Figure 2.81 présente l'évolution des coefficients de décalage obtenus expérimentalement à sec et à 45% d'humidité.

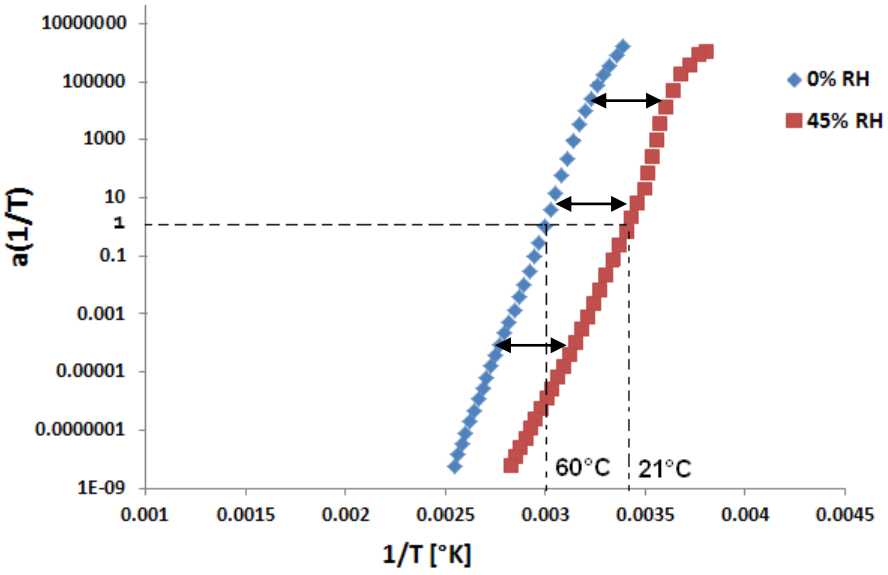



**Figure 2.81 : Coefficient de décalages déduits des mesures de spectrométrie mécanique à une température de référence de 60°C à 0% d'humidité et 45%**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

La Figure 2.81 montre qu'un saut d'humidité revient grossièrement à une translation horizontale des coefficients de décalage. Il suffit donc d'ajouter un facteur correctif de température dans la relation (2.12) pour prendre en compte l'effet de l'humidité (2.50). Un saut de 45% d'humidité a un effet similaire à une augmentation de 40°C sur un matériau sec.

$$\tau_i\left(T,\%humidité\right)=\tau_i\left(T_{ref},\sec\right).a_{T_{ref},\sec}\left(T+0,9\times Rh\%\right) \qquad (2.50)$$

## 3.6 Prise en compte des fibres

Les analyses de spectrométrie ont été obtenues sur des éprouvettes avec des fibres parallèles à la direction de sollicitation. Les fibres ne sont cependant pas unidirectionnelles dans les engrenages comme le montrent les analyses tomographiques du chapitre II, paragraphe 2.3.2. Afin de prendre en compte l'orientation des fibres dans le modèle de Kelvin généralisé des modifications sur la partie élastique du modèle sont à prévoir. En effet, les fibres ont un comportement purement élastique, contrairement à la matrice. La première étape consiste à caracteriser l'influence des fibres sur le comportement rhéologique de la matrice en Polyamide 6.

### 3.6.1 Influence de l'orientation des fibres sur le module de perte

L'objectif est de determiner si le comportement de la matrice et celui des fibres peut être dissocié, en d'autres termes si la complaisance du composite $J_c^*$ peut être exprimé par l'équation (2.51) avec $J_{\text{hom}}^*$ la complaisance complexe de la matrice et $f(\varphi)$ une fonction dépendant du taux de fibre et de leur orientation. Si cela n'est pas le cas l'équation (2.52) est utilisée.

$$J_c^{'}+iJ_c^{"}=f(\varphi)\times(J_{\text{hom}}^{'}+iJ_{\text{hom}}^{"}) \qquad (2.51)$$

$$J_c^{'}+iJ_c^{"}=f(J_{\text{hom}}^{'},J_{\text{hom}}^{"},\varphi) \qquad (2.52)$$

Deux essais de spectrométrie ont été réalisés. L'un avec des fibres parallèles à la direction de sollicitation, l'autre avec des fibres perpendiculaires à la direction de sollicitation.

La Figure 2.82 présente l'évolution de la complaisance de perte adimensionné par rapport à $J_{\text{max}}^{"}$ (la complaisance de perte maximum), pour des fibres parallèles et perpendiculaires à la direction de sollicitation. Une bonne correspondance entre les deux courbes justifie la faible influence de l'orientation des fibres sur le comportement rhéologique de la matrice.

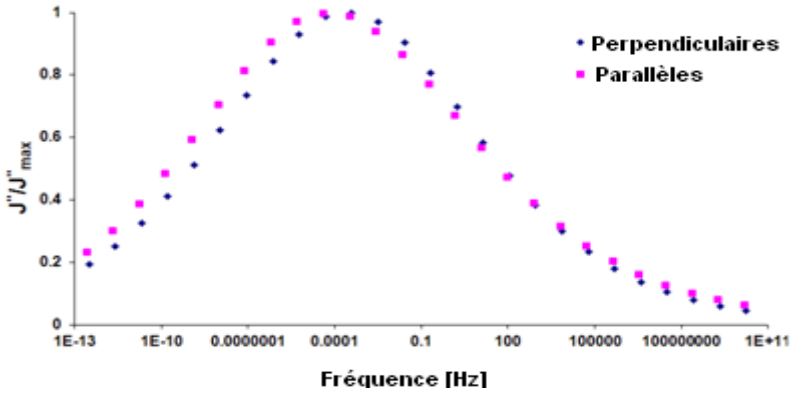



**Figure 2.82 : Complaisance de perte avec fibres parallèles et perpendiculaires à la direction de sollicitation**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Il est donc possible d'ajouter ou de retirer l'effet des fibres dans un modèle de Kelvin generalisé en venant modifier la valeurs des coefficients $\Delta J_i$ . La relation (2.53) vient supprimer la présence de fibres dans le cas de coefficients $\Delta J_{i_//}$ obtenus sur des éprouvettes à fibres parallèle à la direction de solicitation. La relation (2.54) vient suprimer la présence de fibres parallèle à la direction de solicitation et intégrer la présence de fibres perpendiculaires à la direction de solicitation

$$\Delta J_{i_\text{hom}} = \frac{J_{\text{hom}}}{J_{//}} \Delta J_{i_//} \qquad (2.53)$$

$$\Delta J_{i_\perp} = \frac{J_{\perp}}{J_{//}} \Delta J_{i_//} \qquad (2.54)$$

$\Delta J_{i_\text{hom}}$ correspond à la complaisance élastique du bloc *i*, obtenu pour la matrice en polyamide seul, $\Delta J_{i_\perp}$ à la complaisance élastique du bloc *i*, obtenu pour le composite dans le cas de fibres perpendiculaire à la direction de solicitation. $J_{\text{hom}}$ correspond à la complaisance élastique relaxé de la matrice sans fibre, $J_{//}$ à la complaisance élastique relaxé du polymère dans la direction parallèle aux fibres et $J_{\perp}$ à la complaisance élastique relaxé du polymère dans la direction perpendiculaire aux fibres. $J_{\text{hom}}$, $J_{//}$, $J_{\perp}$ sont exprimées à une même température T, de préférence à froid.

## 3.6.2 Détermination des modules parallèle et perpendiculaire

La prise en compte des fibres dans le modèle rhéologique nécessite la connaissance du facteur de renforcement apporté par les fibres. (cf. Figure 2.83).

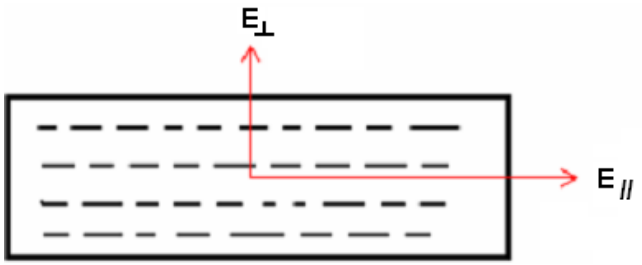



**Figure 2.83 : Matériau unidirectionnel à fibres courtes**

Le modèle d'Halpin Tsaï [44] permet d'estimer les modules élastiques dans les directions parallèles et perpendiculaires aux fibres dans le cas de fibres courtes unidirectionnelles, (2.55) et (2.56) :

$$E_{//} = E_m * \frac{1 + F \times V_f \times \eta_{//}}{1 - V_f \times \eta_{//}} \qquad (2.55)$$

$$E_{\perp} = E_m * \frac{1 + \alpha_f \times V_f \times \eta_{\perp}}{1 - V_f \times \eta_{\perp}} \qquad (2.56)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Avec :

| Facteur de forme | | |
|---|---|---|
| $F = \alpha_f \frac{l}{d}$ (2.57) | $\eta_{//} = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + F}$ (2.58) | $\eta_{\perp} = \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + \alpha}$ (2.59) |

l : longueur des fibres (dans le cas étudié : 105µm)
d : diamètre des fibres (dans le cas étudié: 12µm)
$\alpha_f$ : un facteur géométrique (dans le cas étudié: 2)
$E_f$ : Module de Young des fibres
$E_m$ : Module de Young de la matrice (Polyamide 6)
$V_f$ : Volume massique des fibres

Cependant, les résultats de ce modèle sont très dépendants du facteur de forme F. Ce dernier peut être modifié lors du process. Un recalage par rapport à des essais expérimentaux est donc nécessaire.

Le facteur de forme *F* a été déterminé à partir des essais de spectrométries réalisées sur des éprouvettes à fibres parallèles et perpendiculaire. Les modules élastiques relaxés sont de 7,52MPa pour $E_{//}$ et 3,5MPa pour $E_{\perp}$. Les équations (2.55) et (2.56) permettent de déterminer le facteur de forme : $F = 10,4$. Ce résultat montre une forte diminution de la longueur des fibres au cours du process passant de 300µm à 105µm.

## 4. Etude du coefficient de frottement

D'après la revue bibliographique, la connaissance du coefficient de frottement est nécessaire pour évaluer l'échauffement des engrenages en fonctionnement. Ce coefficient évolue en fonction de la température, de la vitesse de glissement et du chargement.

Dans des conditions de contact classique d'un engrenage, il existe deux phases de glissement autour du point primitif (roulement pure), la direction du glissement étant de signe opposé de part et d'autre comme le représente la Figure 2.84.

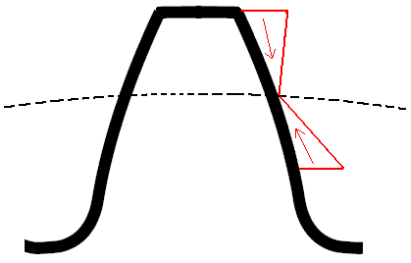


**Figure 2.84 : Profil du glissement sur les flancs**

Dans un premier temps, une étude de sensibilité a été réalisée entre la valeur du coefficient de frottement et la température au point de contact obtenue par les modèles de Block [51] et Hackman et al. [13]. L'objectif de cette étude est d'estimer le degré de précision nécessaire sur la connaissance du coefficient de frottement.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Des études expérimentales ont été menées sur une machine de type EHD (élasto hydro dynamique) pouvant reproduire les conditions d'engrènement. Cependant, l'orientation des fibres lors de cet essai n'a pas pu être identique. Pour cela une première étude en glissement pure a été réalisé pour appuyer les résultats de la bibliographie montrant une non influence de l'orientation des fibres sur le coefficient de frottement.

## 4.1 Sensibilité des modèles thermiques par rapport aux coefficients de friction

L'échauffement de volume est étudié ici. Les Figure 2.85.a et .b représentent respectivement la prédiction de température de volume du modèle de Hackman et al. [13] et Hooke [51] dans le cas du pignon (Module=3, Z=32) pour des coefficients de frottement compris entre 0,2 et 0,3 par pas de 0,01. Le coefficient est étudié sur une plage de vitesse entre 0 et 1000tr/min pour un couple variant de 0 à 20N.m, ce qui correspond aux paramètres de l'engrenage étudié dans ces travaux.

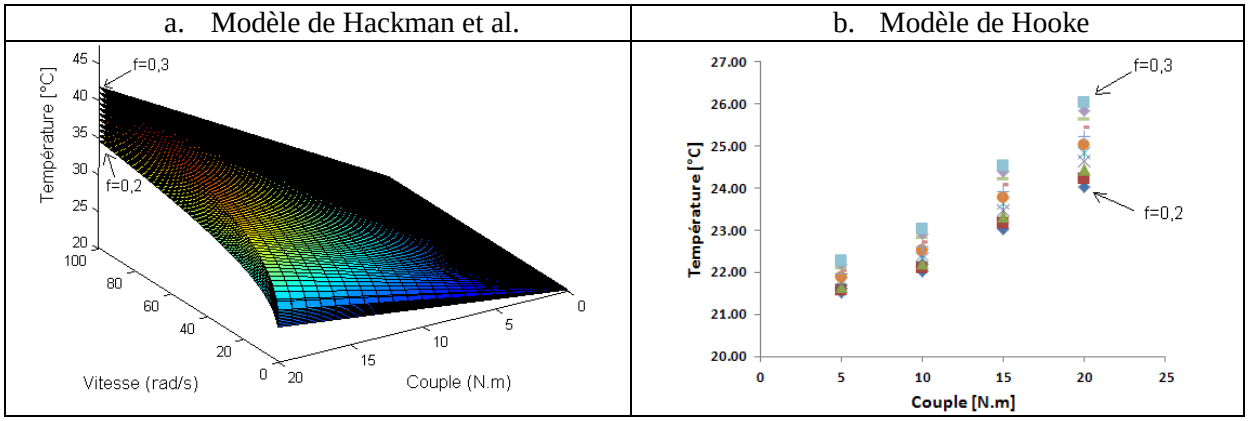



**Figure 2.85 : Influence du coefficient de friction sur la température de volume estimé par les modèles de Hackman et al. [13] et Hooke [22]**

D'après l'étude de sensibilité de l'engrenage en température, une prédiction à 1°C près, semble satisfaisante. La Figure 2.85 montre que les plus grandes variations se retrouvent à haute vitesse et haute température. Dans ces conditions une variation de 0,02 du coefficient de friction correspond à 1°C. Par la suite, une variation inférieure à 0,02 du coefficient de friction sera négligée.

## 4.2 Principe de la mesure

Pour mesurer le coefficient de frottement dans les conditions de contact d'un engrenage, deux solides sont mis en rotation : un disque plan et un « tonneau » (cf. Figure 2.86). La machine est reliée à un ordinateur qui paramètre le réglage et l'acquisition des données. Il est possible de rentrer les données suivantes : vitesse linéaire, force normale appliquée au tonneau, température du lubrifiant et taux de glissement.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

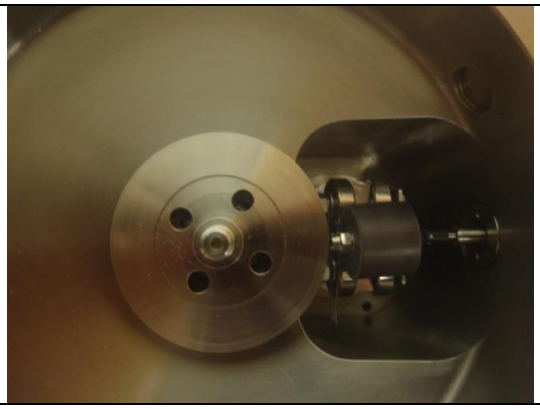
| a. Disque | b. Tonneau |
|---|---|
| |  |

**Figure 2.86: Dispositif de mesure : (a) disque et (b) tonneau**

## 4.3 Préparation des échantillons

Afin de reproduire une orientation des fibres la plus proche possible de la réalité, le disque fut prélevé sur le voile des engrenages, et le tonneau sur le moyeu d'un pignon moulé acheté dans le commerce en PA+30%FV. Les dimensions du disque et du tonneau permettent de reproduire une ligne de contact de 30mm de largeur comme sur les engrenages de l'étude. Les zones de prélèvement sont représentées sur la Figure 2.87.

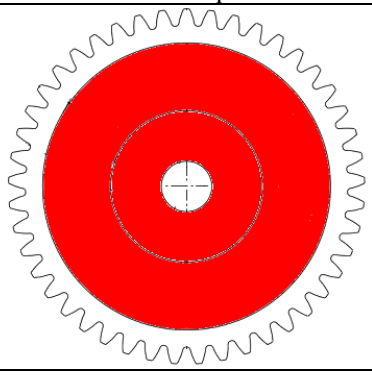
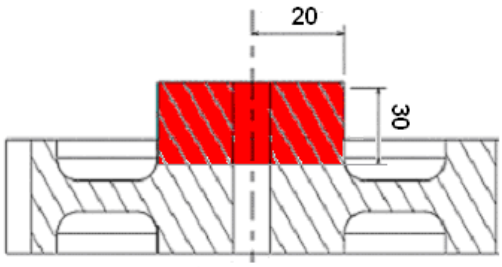
| a. Prélèvement du disque sur le voile | b. Prélèvement du tonneau sur le moyeu |
|---|---|
|  |  |

**Figure 2.87 : Localisation du disque et du tonneau sur la roue (m=3, Z=41)**

Cependant, une différence d'orientation existe. En engrènement, les fibres sont parallèles et suivant la direction de frottement comme le montre la Figure 2.88. Selon le dispositif EHD, les fibres se retrouvent parallèles entre elles mais perpendiculaires à la direction de frottement comme le montre la Figure 2.88.a.

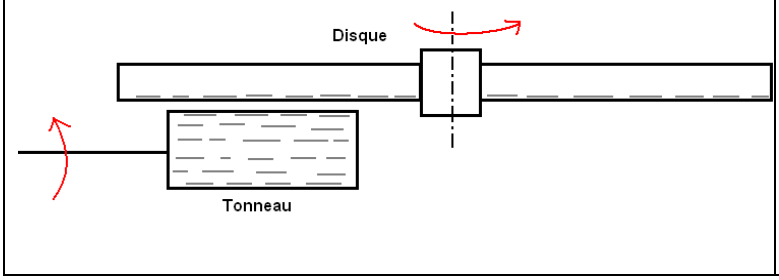
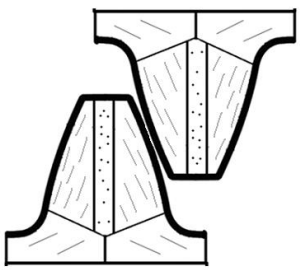
| a. Condition dans le dispositif EHD | b. Condition d'engrènement |
|---|---|
|  |  |

**Figure 2.88 : Orientation des fibres en condition de glissement**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

D'après l'étude bibliographique, l'orientation de fibres de verre courtes ne semble pas impacter la valeur du coefficient de frottement selon le mécanisme présenté sur la Figure 1.39. Les travaux de Sung et al. [78] et Kim et al. [79] ont montré des écarts de coefficient de frottement inférieurs à 0,02 entre les fibres parallèles et perpendiculaires dans le cas de contact plastique acier.

Afin de vérifier cette hypothèse, une étude de type HFRR (High Frequency Reciprocating Rig) a été réalisée. La mesure consiste à faire glisser une bille en acier sur un échantillon de Polyamide 6 +30%FV. Les échantillons sont prélevés sur le voile des engrenages. Toutefois, ce dispositif ne reproduit pas les conditions d'engrènement. Les résultats montrent une grande similitude entre les directions tangentielles et parallèles de sollicitation, avec des écarts de coefficient de frottement de l'ordre de 0,01 à 0,02. Plus de détail sur la mesure HFFR et les résultats sont données en annexe 5.

## 4.4 Etude EHD

L'étude EHD a été réalisée avec une étude paramétrée, en faisant varier la vitesse de roulement, le taux de glissement, la pression de contact entre le tonneau et le disque et la température. La relation 2.18 présente le calcul du taux de glissement, avec $V_1$ : la vitesse du solide 1 et $V_2$ : la vitesse du solide 2.

$$S = \frac{|V_2 - V_1|}{V_2 + V_1} \qquad (2.60)$$

### 4.4.1 Influence de la charge et du taux de glissement

La première étude concerne l'influence de la charge. Des essais à différentes charges [1-15] N, température [25-50] °C, vitesse de roulement [0,06-0,3] m/s et taux de glissement [1-30] % ont été réalisés. Les résultats montrent une forte influence du chargement. A faible chargement de [1-3] N la valeur du coefficient de friction est élevée, tandis que pour les hautes charges une valeur constante et quasiment identique du coefficient de frottement est obtenue. Ce phénomène peut s'expliquer par une forte adhésion entre le disque et le tonneau pour les faibles chargements. Cependant, dans le cas d'un engrènement, l'effort de contact et généralement bien supérieur à 3N.

La Figure 2.89 présente l'évolution du coefficient de frottement en fonction de la charge et du taux de glissement à 25°C, 0,06m/s et 40% d'humidité. La valeur du coefficient de frottement semble se stabiliser à partir de 10%. Il est à noter que la valeur du coefficient de frottement à forte charge est inférieure aux valeurs trouvées dans la littérature, donnant un coefficient généralement proche de 0,2.

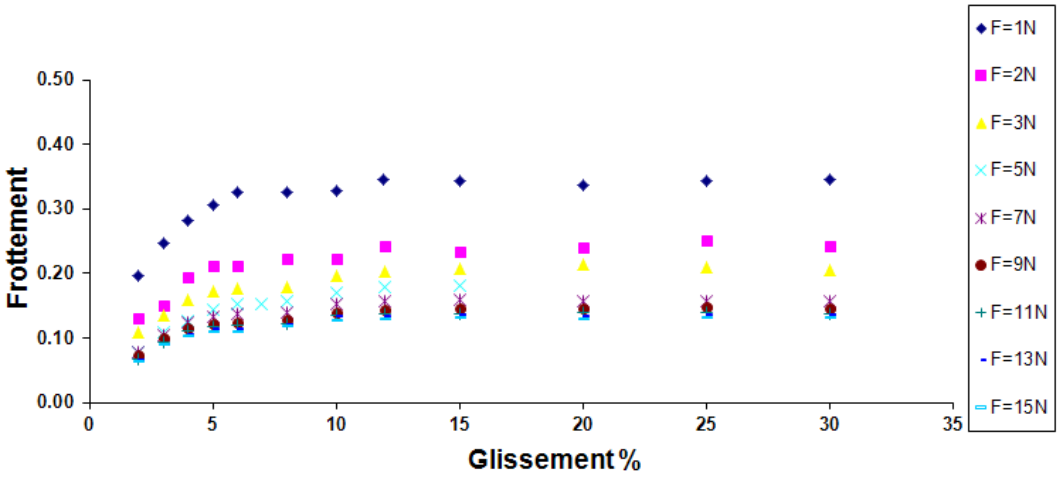



**Figure 2.89 : Coefficient de frottement mesuré par EHD à 25°C, 40% d'humidité et 0,06 m/s en fonction du taux de glissement et de la charge**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Pour l'ensemble des essais, le coefficient de frottement tend vers une valeur comprise entre 0,13 et 0,15 à fort chargement. Les résultats des essais réalisés à 50°C dans les mêmes conditions de chargement et de glissement montrent des tendances et des coefficients de friction similaires. L'ensemble des courbes expérimentales est donné en annexe 6.

### 4.4.2 Influence de la vitesse de roulement

Des essais à différentes températures [25-75] °C, vitesse de roulement $\Delta U \in [0,02\text{-}0,3]$ m/s, taux de glissement [1-30] % et charge constante de 10N ont été réalisés. Ils montrent une faible dispersion des résultats au-dessus de 50°C (cf. Figure 2.90). Les résultats tendent vers un coefficient de frottement de 0,17.

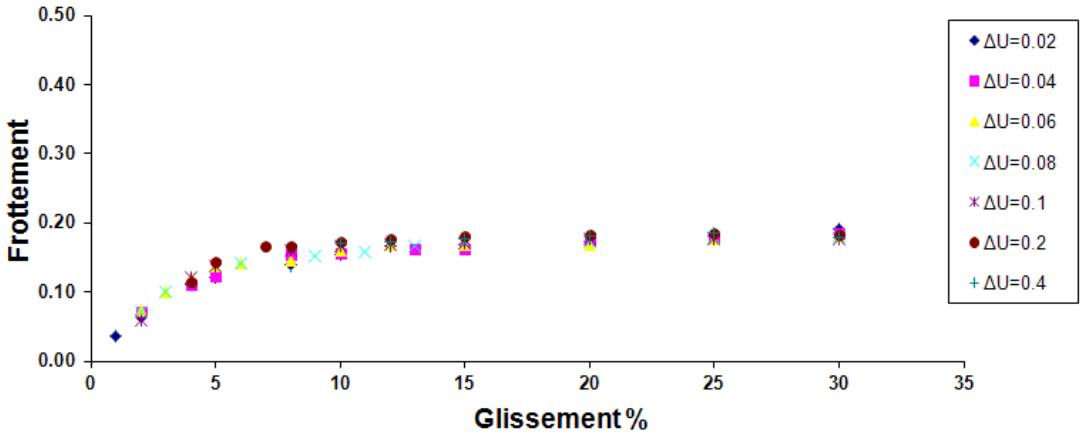



**Figure 2.90: Influence de la vitesse de roulement à 50°C, 40% RH et 10N en fonction du taux de glissement**

Une plus grande dispersion est obtenue à température ambiante, 25°C et 40% d'humidité avec des résultats variant entre 0,15 et 0,2. Cependant, aucune différence n'apparait pour les faibles taux de glissement, comme le montre la Figure 2.91.

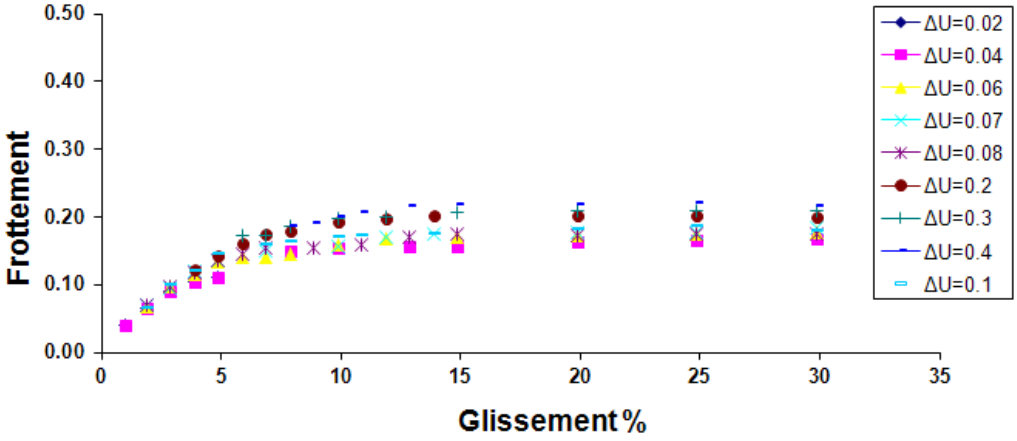



**Figure 2.91 : Influence de la vitesse de roulement à 25°C, 40% RH et 10N en fonction du taux de glissement**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 4.4.3 Conclusion des essais EHD

La valeur du coefficient de frottement mesuré varie entre 0,05 et 0,2 en fonction des conditions d'essai. Elle est fortement influencée par la vitesse de glissement et moins par le chargement, la température et la vitesse de roulement.

La charge moyenne sur les dentures étant généralement supérieure à 10N dans le cas d'engrenage de module 3, l'effet du paramètre le plus influent, le taux de glissement, sera retenu. La valeur maximale du glissement, dans le cas des engrenages de cette étude, est de 7% en tête de denture, quelle que soit la vitesse de rotation, ce qui correspond à un coefficient de 0,15 pour l'ensemble des essais.

Ces courbes peuvent également être utilisées pour comparer la prédiction de la température éclair. Elles permettront d'estimer, en chaque point de contact, l'échauffement en fonction de l'effort, de la vitesse de glissement et de la température.

## 5. Conclusion

Dans un premier temps, la méthode de mise en forme par moulage a été présentée. La répartition qualitative des fibres observée par tomographie a montré un bon accord avec la répartition quantitative obtenue par simulation.

Dans un second temps, le modèle rhéologique choisi pour décrire le comportement mécanique viscoélastique du Polyamide 6 +30% FV dans le domaine linéaire est présenté. Il s'agit du modèle de Kelvin généralisé, utilisé dans cette étude dans le cas de déformations et de contraintes faibles. Ce modèle peut être intégré facilement dans un calcul quasi-statique de partage des charges.

Une campagne expérimentale pour déterminer la limite de linéarité à différentes températures et les localisations sur les dentures a été réalisée. Des différences de limite de linéarité entre les échantillons étudiés ont conduit à selectionner la limite minimum obtenue à chaque température. Cette valeur sert de référence à ne pas dépasser. En parallèle avec cette étude des mesures par thermogravimétrie ont montré une répartition homogène des fibres.

Les essais de spectrométrie ont fourni l'évolution du module ou de la complaisance complexe en fonction de la fréquence ou de la température à différents taux d'humidité. Supposant les modifications microstructurels du matériau comme faible dans la plage de température des essais, le principe d'équivalence temps-température est utilisé afin de construire des courbes maîtresses à différentes températures et taux d'humidité.

Ensuite, un modèle phénoménologique de ces courbes maîtresses a permis d'obtenir les coefficients du modèle de Kelvin généralisé (la complaisance $\Delta J_i$ et les temps de relaxation $\tau_i$). Des essais expérimentaux sur des éprouvettes à fibres parallèles et perpendiculaires à la direction de sollicitation ont pu mettre en évidence la non influence de l'orientation des fibres sur les temps de relaxation de la matrice. Ce résultat, permet de découpler l'influence des fibres et celui de la matrice dans le modèle de Kelvin généralisé.

Dans une troisième partie, le comportement tribologique du Polyamide 6 +30% FV est étudié. Pour cela une machine EHD reproduisant les conditions de contact d'un engrenage est utilisée. Ainsi, il est possible d'obtenir une valeur du coefficient de frottement en fonction du taux de glissement, de la température, de la charge et de la vitesse de roulement. Les résultats ont montrés une forte influence de la vitesse de glissement et une moindre influence du chargement, de la température et de la vitesse de roulement. Ces résultats seront utiles à l'estimation de la température de volume.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Chapitre III
# Développement d'un modèle comportementale

## 1. Introduction

L'étude quasi-statique consiste à déterminer comment se répartit le couple moteur sur les dents instantanément en contact. Le processus développé par le laboratoire LaMCoS est utilisé. Les différentes étapes du modèle numérique sont indiquées sur la Figure 2.92.

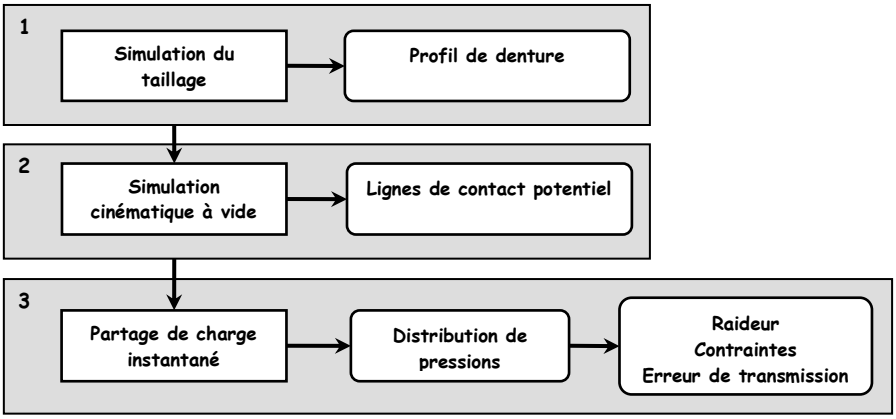



**Figure 2.92 : Processus du calcul de comportement sous charge**

Cette méthode permet d'obtenir rapidement des résultats comme les pressions instantanées de contact, la répartition des efforts sur les dents de l'engrenage, l'erreur de transmission, la raideur d'engrènement, les contraintes en pied de dent…

La définition des profils est le sujet de la première partie de ce chapitre. La géométrie précise des dents a été mesurée avec une machine tridimensionnelle. Ensuite, une simulation de cette géométrie a été implémentée.

La dernière phase du processus, largement détaillée dans la seconde partie du chapitre est la description du calcul des répartitions de charges instantanées. L'anisotropie, le comportement viscoélastique et l'effet de l'échauffement de l'engrenage pendant le fonctionnement est pris en compte. L'objectif de cette étape est de prévoir, lorsqu'un couple est appliqué à l'organe moteur, pour chaque position cinémato-statique, les pressions de contact instantanées le long des flancs de toutes les dents en contact simultanément. Une fois cette distribution des charges connue, les modèles devront fournir les contraintes en pied de dent, les raideurs équivalentes ou encore l'erreur de transmission sous charge.

Dans une dernière partie deux investigations sont réalisées. La première porte sur la relation entre l'orientation des fibres et les résultats de partage des charges (Erreur de transmission / Contrainte en pied de dent / Pression sur les flancs). L'objectif est d'obtenir un compromis entre le niveau de complexité de prise en compte de l'orientation des fibres et la précision des résultats de simulation.

La seconde investigation porte sur l'influence de la dilatation. Pour cela des calculs avec et sans dilatation sont comparés.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 2. Définition de la géométrie

Malgré la prise en compte du retrait dans la conception du moule (cf. Chapitre II, paragraphe 2.1.2), la géométrie finale n'est pas parfaite. De plus, le Polyamide 6 renforcé, a un retrait anisotrope comme le montrent les travaux de Senthilvelan et al. [21].

## 2.1 Métrologie

Les mesures ont été réalisées au service Unité Métrologie Qualité (UMQ) de l'entreprise Mécafi basé à Châtellerault (86). Un palpeur MMT 3D ZEISS (Figure 3.93) a été utilisé. Ce dispositif permet de réaliser des mesures en continu par contact, par l'intermédiaire d'un bras principal possédant à son extrémité une ou plusieurs sondes (palpeurs à bille). La précision des mesures est le micromètre.
Les palpeurs permettent un déplacement selon les trois directions:

- Le support du bras se déplace sur le bâti selon la largeur de la machine (A),
- Le bâti se déplace sur le marbre, selon la profondeur de la machine (B),
- Le bras se déplace dans son support verticalement (C).

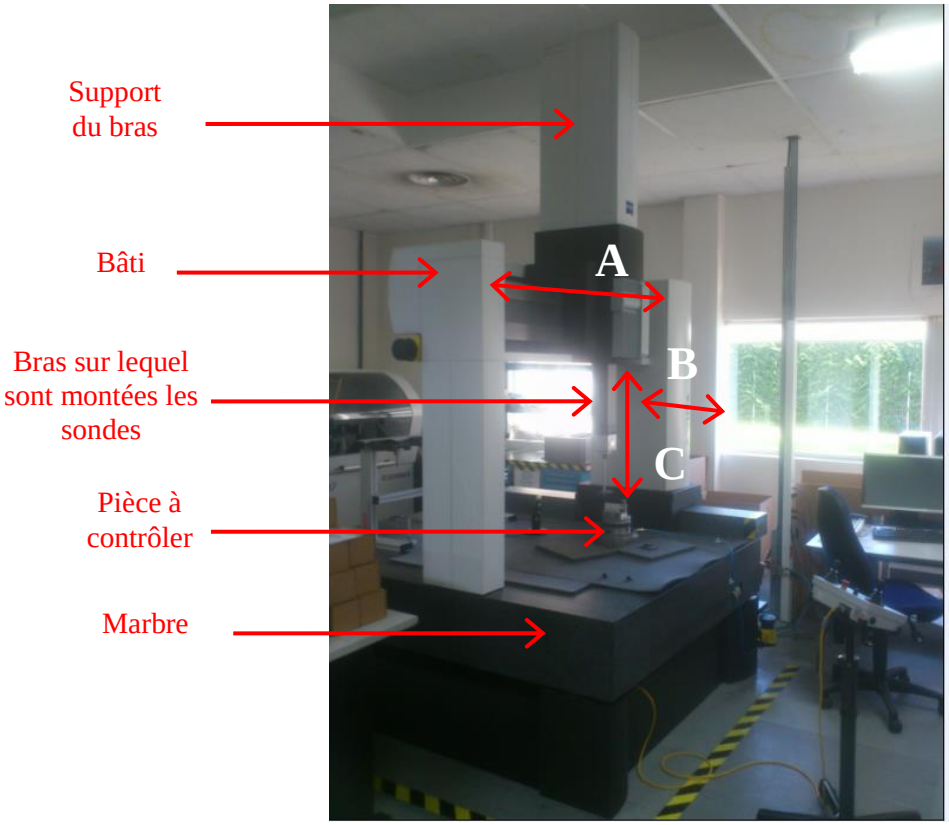



**Figure 3.93 : Machine MMT 3D ZEISS**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 2.2 Principe de la mesure

Afin de pouvoir effectuer correctement les mesures sur le pignon et la roue, il convient de mettre en place un repère de travail. Ce repère est défini pour le pignon sur la Figure 3.94. Il est établi de la même manière pour la roue :

- L'axe de l'alésage central permet de définir l'axe Z, dirigé vers le haut
- La face avant de la roue sert de plan de référence. Son intersection avec l'axe Z forme l'origine du repère.
- La direction de l'axe X est palpée sur les flancs de la dent de référence,
- Enfin, l'axe Y correspond à la troisième direction formant un trièdre direct.

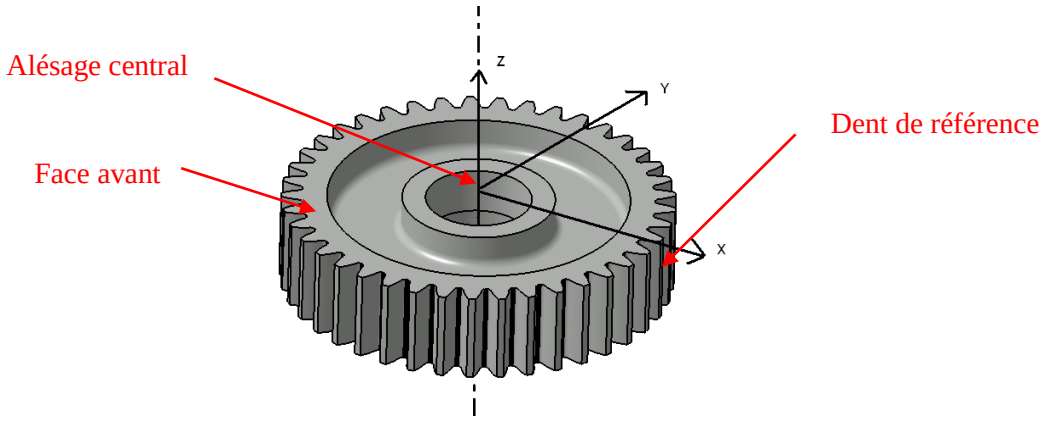



**Figure 3.94 : Définition du système d'axes du repère de la roue injectée**

Trois dents du pignon sont mesurées sur leur flanc gauche et droit. La première dent à mesurer est celle de référence. Les deux autres dents sont décalées de 120 degrés environ (Figure 3.95).

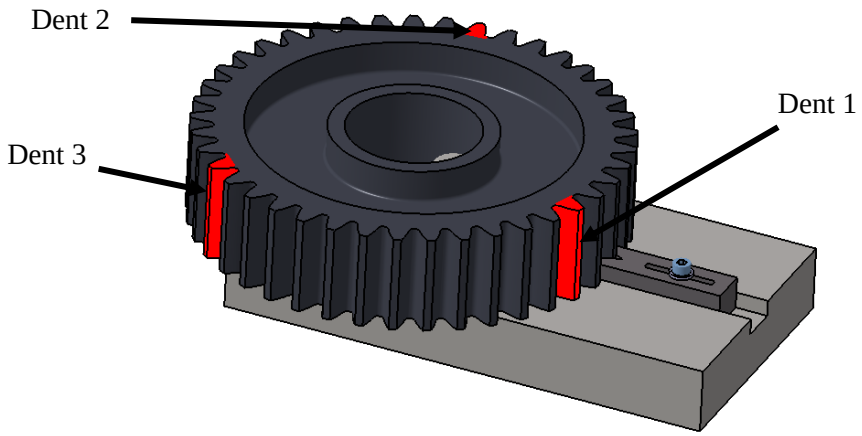



**Figure 3.95 : Dents à mesurer sur la roue**

Sur chacune des trois dentures considérées, 5 lignes de mesures régulièrement espacées sont étudiées en continu (Figure 3.97).

Une fois le repère défini, chaque ligne sur les flancs est successivement palpée automatiquement selon une programmation définie à partir de la CAO :

- Une distance de 2mm par rapport au pied de dent est définie, afin que le palpeur utilisé pour les mesures ne vienne pas se coincer avec le fond de dent.
- Une marge de sécurité est gardée à 0,2mm pour que les points ne soient pas directement situés sur les bords de denture présentant des bavures.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Ainsi, connaissant les coordonnées données par la CAO pour le point analysé et celles du point mesuré, l'écart de moulage est simplement la distance entre ces deux points, mesurée suivant la normale sortante de la surface CAO. De plus, la valeur définissant l'écart entre les deux points possède un signe (Figure 3.96) : si trop de matière est enlevée en un point (cas a), l'écart obtenu sera négatif ; dans le cas inverse (cas b), l'écart sera positif.

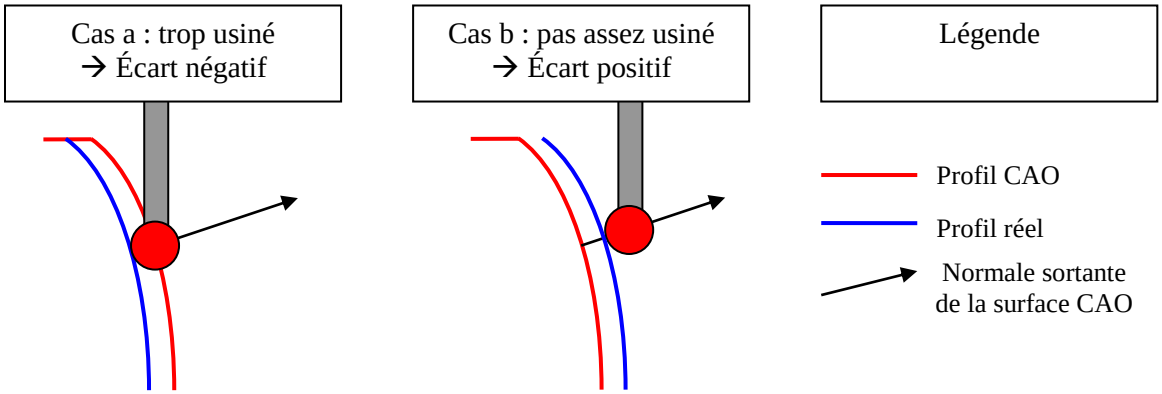



**Figure 3.96: Signe de l'écart mesuré**

## 2.3 Résultats de mesure

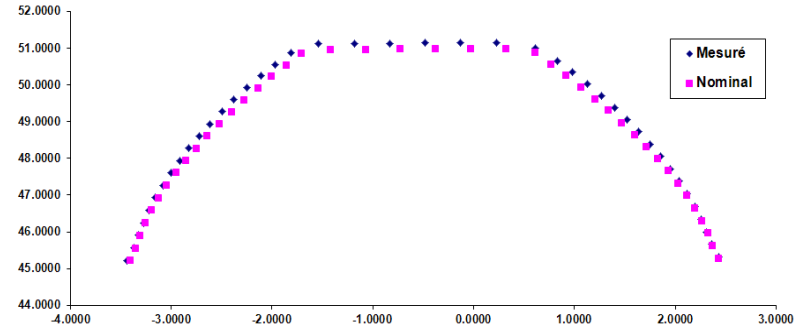
Dans cette partie les résultats du cas de la roue de l'engrenage moulé sont présentés. Les autres résultats (pignon moulé, roue et pignon acheté sur le marché) sont regroupés dans l'annexe 7.

Deux type de défaut sont observés: un surplus ou un manque en tête pour tous les engrenages contrôlés et une conicité en tête avec un côté plus épais que l'autre. Cela est visible sur la Figure 3.97.a sur un bord de la roue et la Figure 3.97.b prise sur l'autre bord de la roue moulée au LaMCoS. Le profil de couleur bleue correspond au profil mesuré. Ces résultats ont subi un recalage angulaire numérique par le logiciel de métrologie ZEISS entre le profil CAO et celui mesuré sur les trois dents, afin de minimiser les écarts de profil sur les trois dents étudiées.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

a. Profil à 0,2 mm du bord gauche




b. Profil à 0,2mm du bord droit

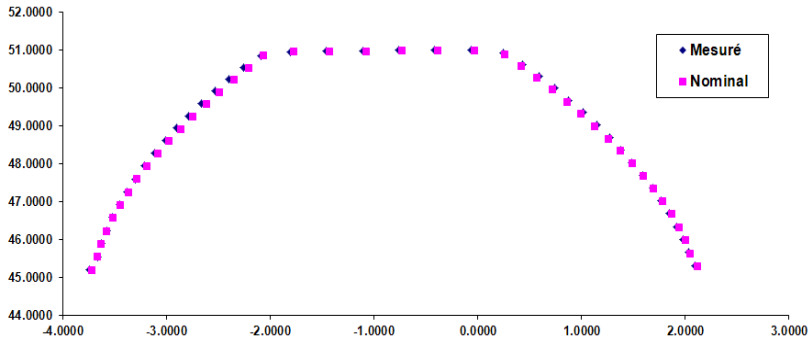



**Figure 3.97 : Profil nominal et mesuré à 0,2mm du bord gauche et droit**

Une cartographie des écarts de surface peut être obtenue (cf. Figure 3.99). Les résultats correspondent aux écarts relevés sur les flancs gauche et droit de chaque dent. L'axe des abscisses représente la hauteur de la dent et celui des ordonnées sa largeur. L'échelle des résultats est présentée sur la Figure 3.98 avec une valeur positive correspondant à un écart positif.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

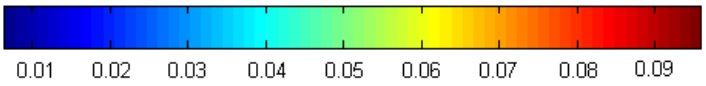



**Figure 3.98 : Echelle de couleur des écarts en [mm]**

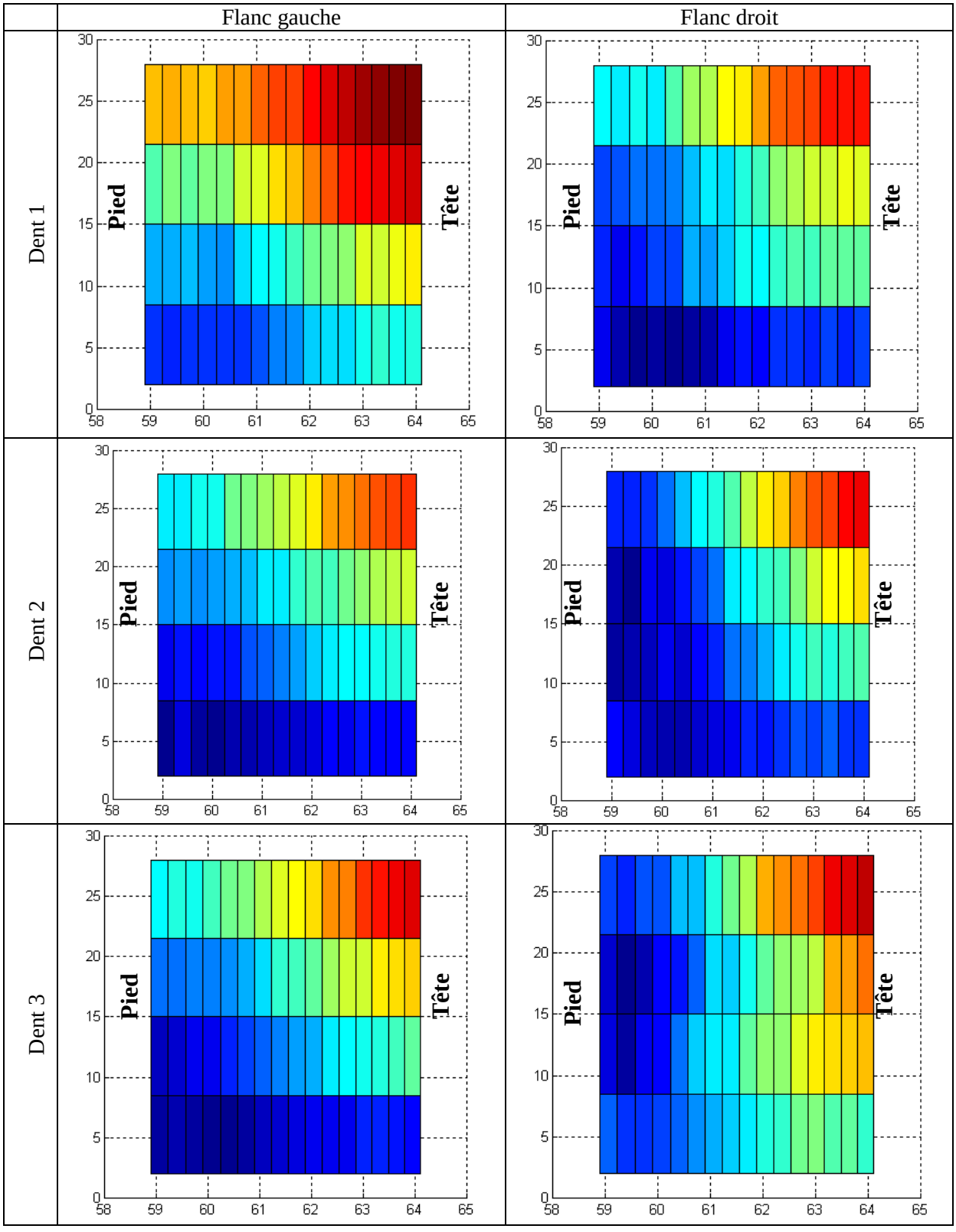



**Figure 3.99 : Ecarts entre les surfaces des dents et de la CAO pour le cas de la roue moulée au LaMCoS**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Dans tous les cas analysés, que ce soit pour l'engrenage moulé ou alors acheté dans le commerce, les erreurs ont une amplitude de l'ordre de 20 à 100 µm. Les erreurs les plus importantes sont situées principalement sur la tête et sur les bords de dentures. Elles sont dues à une surestimation du retrait en tête. De plus, ce retrait a eu lieu de manière différentielle pour les engrenages fabriqués, ce qui crée un effet de conicité. En effet, à l'ouverture du moule, avant la phase d'éjection, une partie de l'engrenage se retrouve à l'air libre alors que l'autre moitié est toujours prisonnière du moule chaud pendant 10 à 20 secondes.

## 2.4 Comparaison par rapport à la norme ISO 1328

En utilisant la norme ISO 1328-1 [91] dédiée aux contrôles des engrenages cylindriques, la classe de qualité des engrenages peut être estimée.
Pour cela l'écart total de profil $f_\alpha$ est obtenu à partir des mesures précédentes, par rapport à la direction normale au profil au milieu de la dent. Seuls les points sur la surface active hors limite de tête et de pied sont pris en compte, soit 92% de la longueur. Cette étude est réalisée sur 3 dents également espacées à 120°. Les résultats pour la roue sont présentés dans le Tableau 3.6.

| Dent | Ecart [µm] | Classe |
|---|---|---|
| N°1 flanc droit | 46.0 | 11 |
| N°1 flanc gauche | 36.8 | 10 |
| N°2 flanc droit | 54.4 | 11 |
| N°2 flanc gauche | 67.6 | 12 |
| N°3 flanc droit | 68.8 | 12 |
| N°3 flanc gauche | 65.5 | 12 |

**Tableau 3.6 : Classe de qualité sur chaque flanc**

A partir du Tableau 3.6, la classe de qualité de la roue est estimée à 12 ce qui est courant pour un engrenage plastique. Le pignon a une classe de 13 tandis que ceux achetés dans le commerce sont de classe de 12. Le détail des résultats est fourni en annexe 7.

## 2.5 Prise en compte des défauts de géométrie dans la modélisation

Les défauts géométriques observés en métrologie ont été pris en compte par des corrections de denture sur le profil théorique de référence. Elles ont lieu sur les deux flancs de la développante, à partir de la face avant ou de la face arrière (cf. Figure 3.100)

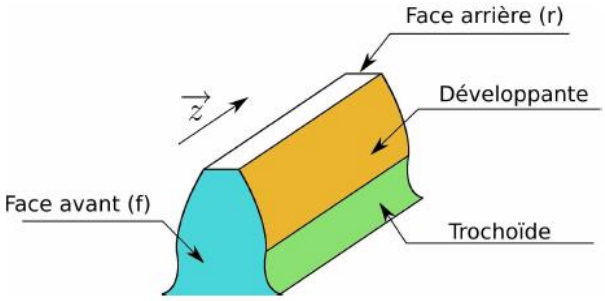



**Figure 3.100 : Définition de la face avant et de la face arrière**

Les deux types de corrections développées sont présentés sur la Figure 3.101.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

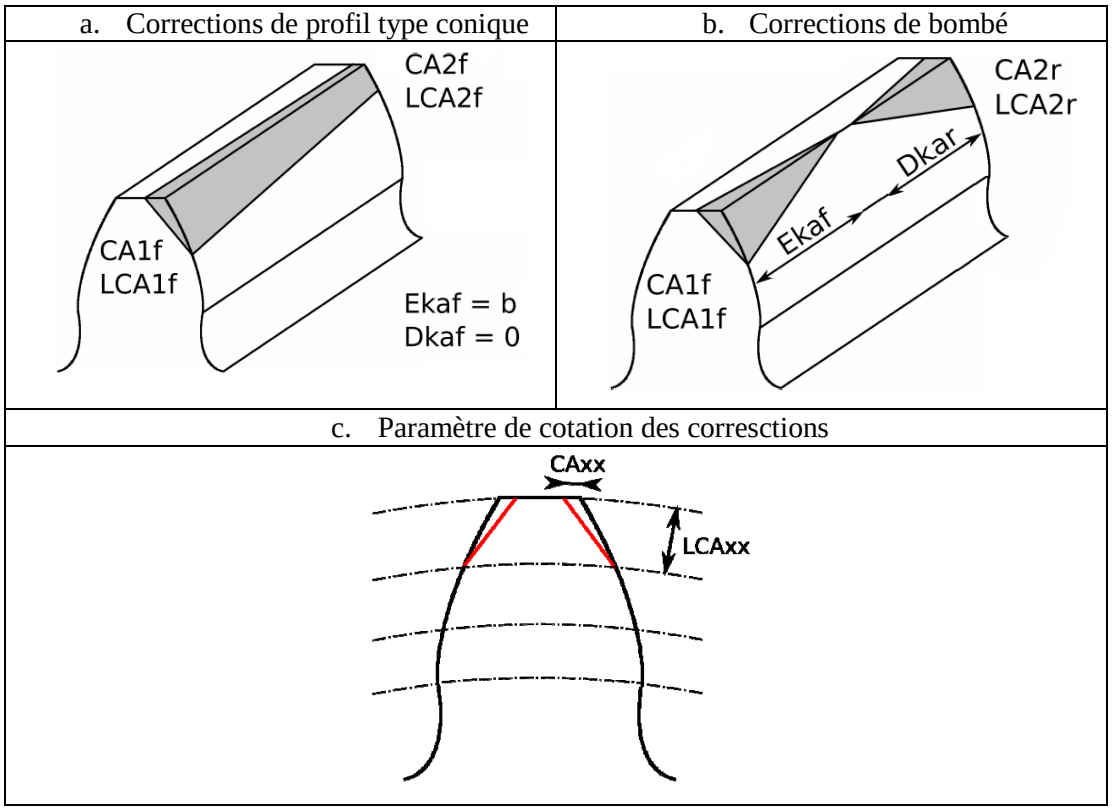



**Figure 3.101: Types de corrections utilisés**

Les corrections de profil sont uniquement prises en compte pour le calcul de la cinématique. La forme des corrections peut être de deux types :

- Linéaire : la déformation du profil par rapport au profil initial évolue de façon linéaire
- Parabolique : la déformation du profil évolue dans ce cas de façon parabolique.

L'application de la correction se fait par simple rotation d'angle $d\theta$ du profil initial autour de l'axe de rotation de l'élément à corriger (pignon ou roue). $r_{point}$ correspond à la distance entre le point à corriger et l'axe de rotation de la pièce corrigée, comme présenté sur la Figure 3.102

Les corrections étant faibles, l'approximation est faite que la valeur de la correction à appliquer correspondant à la longueur de l'arc de cercle $P_iP_c$. Ainsi, la rotation $d\theta$ est simplement définie par $d\theta = \dfrac{correction}{r_{point}}$.

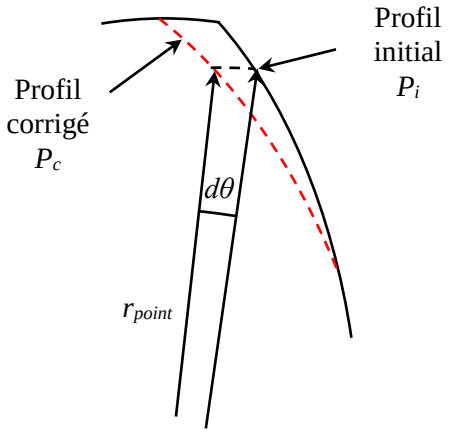



**Figure 3.102 : Principe d'application de la correction**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

A partir de ce type de correction il donc possible de prendre en compte tous les défauts géométriques observés en métrologie.

## 2.6 Prise en compte de la dilatation

Une variation de température ou d'humidité conduit à une modification du module de l'engrenage suivant l'équation (3.61) proposé par W. Kraus [59].

$$m' = m.[1 - \alpha.(T - 20°C) - \Delta d'.g] \quad (3.61)$$

Avec $\alpha$ le coefficient d'expension thermique, $\Delta d'$ le coefficient d'expension due à l'humidité et au temps d'exposition et g le facteur matériau.
Le module des dentures est donc directement recalculé pour s'adapter aux conditions de température et d'humidité. Le coefficient de dilatation utilisé est supposé isotrope. La prise en compte de la dilation permet de définir le jeu d'entraxe afin d'éviter tout serrage de l'engrenage.

# 3. Partage de charge

Les profils de denture étant maintenant définis, le calcul du partage de charge peut être réalisé. La méthode du laboratoire LaMCoS, déjà validée sur diverses géométries d'engrenages est utilisée. Elle permet de prendre en compte le comportement viscoélastique des matériaux polymères et des géométries assez générales dans leur environnement (supports, arbres, voiles, …), tout en ayant des temps de calculs raisonnables.

Cette modélisation est basée sur la résolution de l'équation de compatibilité des déplacements, qui permettra d'obtenir le partage des charges, les pressions instantanées de contact, l'erreur de transmission sous charge ainsi que la raideur d'engrènement. L'équation de compatibilité prendra en compte à la fois les déformations globales de flexion et les déformations locales de contact, par la méthode des coefficients d'influence. Ces coefficients sont obtenus par une modélisation du comportement élastique et par un modèle de contact.

Dans la modélisation (Icard [8], Jacquin [7]) l'effet de flexion des corps est calculé par une modélisation Eléments Finis, et celui de surface est déterminé par une approche locale, basée sur une discrétisation de la zone de contact à travers les théories de Boussinesq [92].

Lors de l'engrènement à vide des engrenages, plusieurs dents participent potentiellement au partage de charge. Cela impose de résoudre autant de fois le problème de contact entre deux corps qu'il y a de dents potentiellement dans le contact sous charge, en tenant compte du couplage entre les dents.

## 3.1 Description du problème

Le problème de la répartition des charges est avant tout un problème de contact entre deux corps. C'est un problème classique de mécanique des contacts. L'idée, pour la résolution de ce problème, est d'éviter l'interpénétration des deux corps en présence, tout en respectant le principe de l'énergie potentielle minimum. Une discrétisation de la surface est nécessaire à la résolution du problème.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 3.1.1 Le maillage

Le calcul de répartition des charges à un instant *t*, nécessite la connaissance de celui-ci depuis l'entrée en contact du premier couple de dent jusqu'à la position désirée. Il n'est donc pas possible de calculer la répartition des charges directement pour une position cinématique donnée.
En effet, les dents qui sont en contact peuvent influencer le comportement mécanique des dents voisines par effet de volume.
Pour tenir compte des déplacements de toutes les dents aux instants précédents, un maillage large a été créé. Il encadre toute la surface de denture active et il est placé sur toutes les dents potentiellement en contact. La Figure 3.103 propose un schéma du maillage étendu. Notons que les vecteurs $\overrightarrow{x_n}$ et $\overrightarrow{y_n}$ sont les coordonnées du plan tangent aux deux profils dans le repère du pignon.

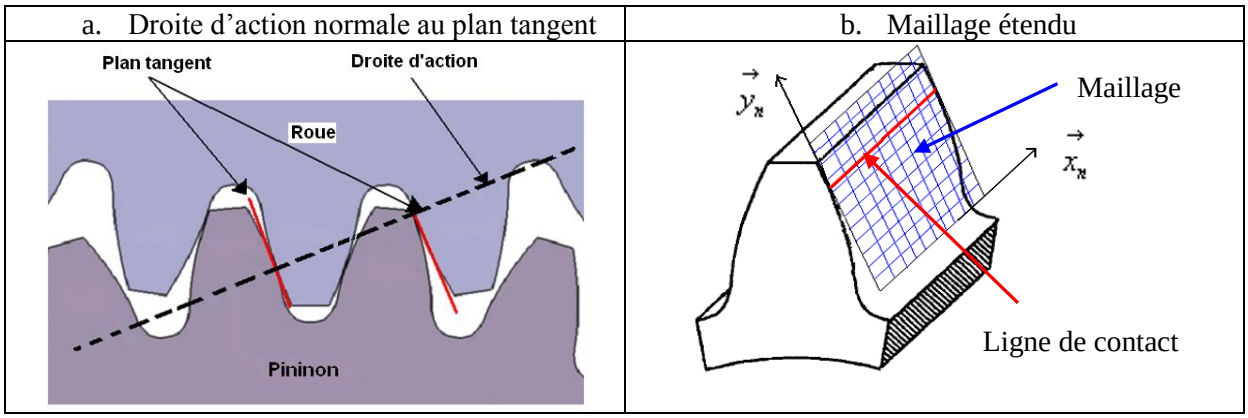



**Figure 3.103 : Schéma du maillage étendu sur une dent en polyamide 6 +30%FV**

### 3.1.2 Equations de compatibilité de déplacements

Sur la zone de contact potentiel, la répartition des charges adéquate est recherchée de telle manière qu'elle satisfasse l'équation de compatibilité des déplacements (condition de non pénétration des corps) en tout point des deux corps solides. Les conditions de contact peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} y_k = u_{1k} + u_{2k} + ei_k - \alpha = 0 \\ P_k \geq 0 \\ ef_k = 0 \end{cases} \quad (3.62) \quad \text{Dans la zone de contact}$$

$$\begin{cases} y_k = u_{1k} + u_{2k} + ei_k - \alpha \geq 0 \\ P_k = 0 \\ ef_k \geq 0 \end{cases} \quad (3.63) \quad \text{Hors de la zone de contact}$$

où $u_{1k}$ et $u_{2k}$ sont les déplacements linéaire des corps 1 et 2 au point *k*, $ei_k$ est l'écart initial au point *k*, $ef_k$ est l'écart final au point *k*, $\alpha$ le rapprochement global des surfaces en contact et $P_k$ la pression au point *k*. Ces grandeurs sont schématisées sur la Figure 3.104.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

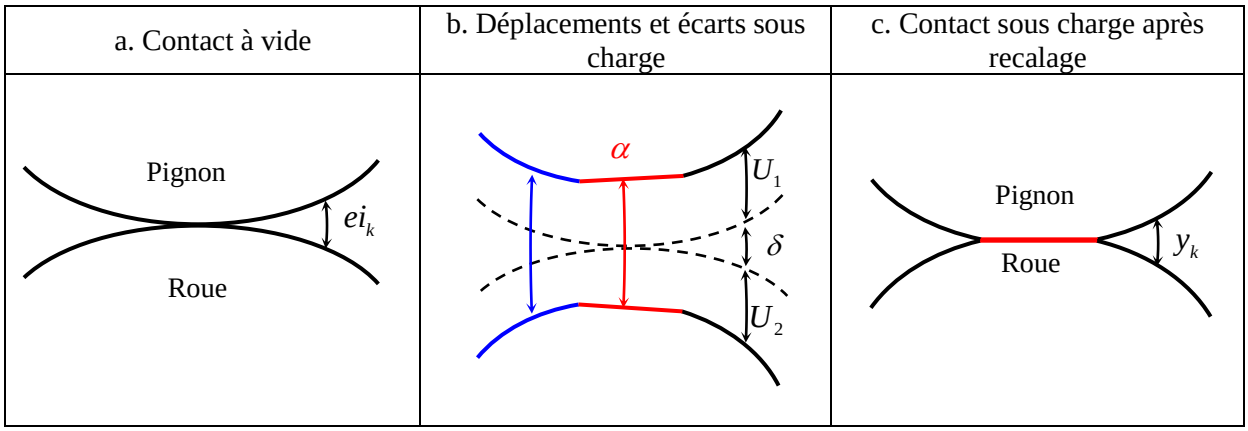



**Figure 3.104 : Définition des écarts et déplacements**

### 3.1.3 Hypothèse sur la zone de contact

Le pignon et la roue ont les mêmes propriétés mécaniques, ce sont des solides quasi-identiques en contact. De plus, en raison du faible coefficient de frottement du Polyamide renforcé, le couplage entre l'effort normal et les déplacements tangentiels et entre les efforts tangentiels et le déplacement normal sont négligés. La zone de contact sous charge dépend uniquement de l'effort normal au contact (ou au plan tangent). La surface du contact potentiel est alors située dans un plan parallèle au plan tangent au point de contact à vide : l'aire de contact se situe dans le plan en position déformée, comme présenté sur la Figure 3.105. Dans le cas où une ligne de contact existe à vide, le point de référence est le point situé au milieu de la ligne de contact.

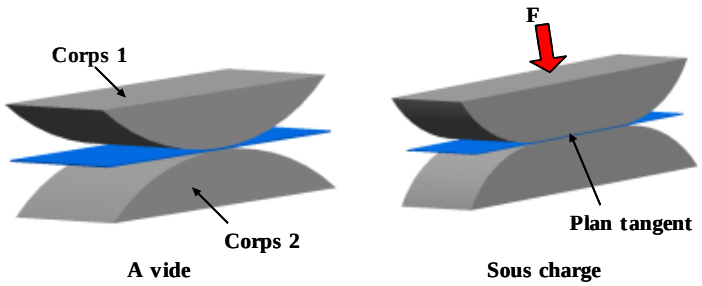



**Figure 3.105 : Zone de contact à vide et sous charge**

## 3.2 Méthode des coefficients d'influence

Pour résoudre le partage des charges, il est nécessaire de déterminer le déplacement $u_k$ en fonction de la pression $p_k$. Pour cela, la méthode des coefficients d'influence a été utilisée.

Dans le cas de matériau élastique, le coefficient d'influence $C_{kj}$ correspond au déplacement du point *k* du maillage dû à une pression unitaire autour du point *j* du maillage (3.64).

$$u_k(t) = \sum_{j=1}^{N} C_{kj} p_j(t) \qquad (3.64)$$

*N* est le nombre de nœuds dans le maillage, *k* l'indice du nœud où le déplacement $u(t)$ est étudié et *j* l'indice du nœud où la pression $p(t)$ est appliquée.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

En écrivant cette relation sous forme matricielle, et en posant $u_k = U(M_k)$ et $p_j = P(M_j)$, les déplacements s'expriment sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} U(M_1) \\ \vdots \\ U(M_k) \\ \vdots \\ U(M_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1,1} & \cdots & C_{1,N} \\ \vdots & C_{kj} & \vdots \\ C_{N,1} & \cdots & C_{N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(M_1) \\ \vdots \\ P(M_1{}_k) \\ \vdots \\ P(M_N) \end{bmatrix} \qquad (3.65)$$

Où :

- U : est le vecteur des déplacements pour tous les points $M_k$
- C : est la matrice des coefficients d'influence $C_{kj}$
- P : est le vecteur des efforts appliqués aux différents points $M_j$

De façon générale, la matrice des coefficients d'influence prend en compte à la fois les effets de flexion des corps et les effets de surface. Ces deux effets étant considérés découplés dans le cadre de cette étude, cette matrice peut être décomposée en trois sous matrices : une pour la déformation de surfaces ($C_{kj}^S$) et deux pour la flexion du pignon et de la roue ($C_{kj}^{1V}$ et $C_{kj}^{2V}$), comme présenté dans l'équation (3.66):

$$C_{kj} = C_{kj}^S + C_{kj}^{1V} + C_{kj}^{2V} \qquad (3.66)$$

### 3.2.1 Coefficient d'influence de volume

Les coefficients d'influence de flexion sont calculés grâce à une modélisation par Eléments Finis standard. En effet, il est très difficile d'obtenir une expression analytique pour des formes de jante et de voile complexes, ainsi que la présence d'une éventuelle structure de support telle qu'un arbre ou un palier.

Le calcul est réalisé une seule fois et sur un nombre restreint de points, correctement choisis le long du flanc de denture.

A partir de ces quelques coefficients d'influence, il sera possible de déterminer par interpolation les valeurs nécessaires pour tous les points potentiels de contact et pour chacune des positions cinématiques, sans avoir à refaire des calculs Eléments Finis.

Dans cette étude, notons que le calcul des coefficients d'influence de flexion est brièvement détaillé. La méthode complète est présentée dans les travaux de Teixeira et al. [87].

Des efforts unitaires (1N) sont successivement appliqués sur les nœuds de la dent centrale représentés par des points rouges (cf. Figure 3.106). Pour chaque effort appliqué, les déplacements seront mesurés sur l'ensemble des points des trois dents. Ce calcul éléments finis fait appel aux hypothèses de la mécanique des petites déformations et de l'élasticité linéaire. Il est réalisé une seule fois pour l'ensemble des points [87].



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

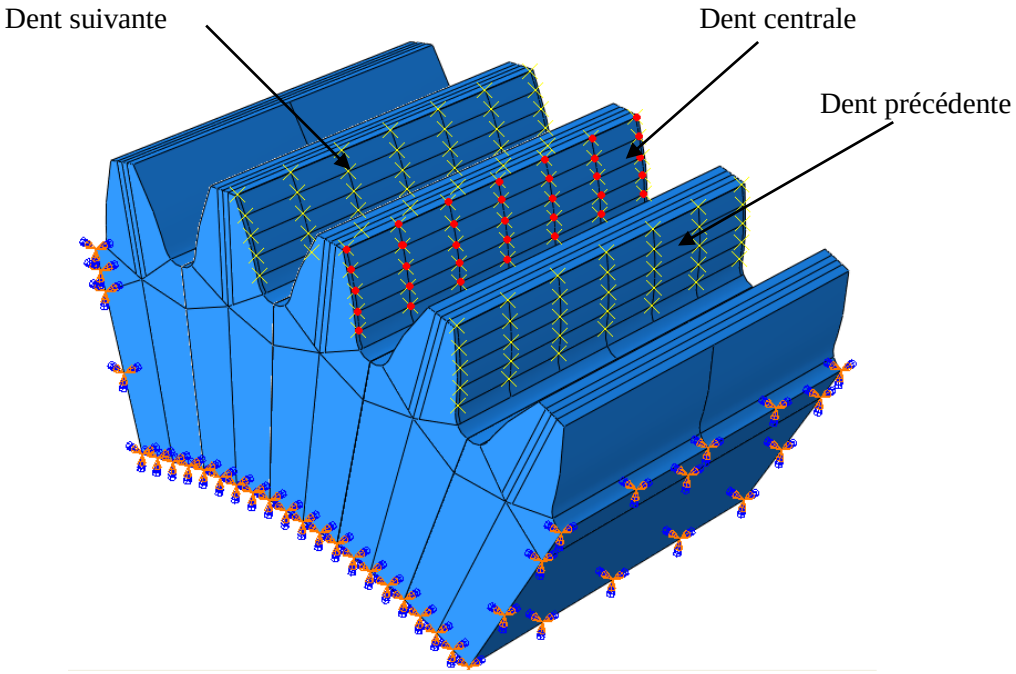



**Figure 3.106 : Localisation des points de chargement unitaire**

Pour chaque point, les déplacements calculés prennent en compte à la fois les effets de flexion, les déformations de surface ainsi que les effets dus au maillage qui se déforme autour du point d'application de la charge. Afin d'obtenir les effets dus à la flexion uniquement (les effets du contact sont pris en compte séparément), Sainsot [93] propose d'effectuer le calcul en deux étapes successives avec des conditions aux limites différentes :

- calcul avec flanc anti-homologue au contact libre (cf. Figure 3.107.a) : permet d'obtenir le déplacement dû à la conjugaison de tous les effets cités précédemment.
- calcul avec flanc anti-homologue au contact bloqué (cf. Figure 3.107.b) : permet d'obtenir le déplacement dû à la conjugaison de tous les effets cités précédemment sauf celui de flexion.

a. Calcul EF libre b. Calcul EF bloqué

**Figure 3.107 : Deux types de conditions aux limites**

En notant $C_{kj}^{l}$ et $C_{kj}^{b}$ les coefficients d'influence du point *k* quand un effort est appliqué sur le point *j* dans le cas d'un calcul avec flanc anti-homologue au contact respectivement libre et bloqué, alors le coefficient d'influence de ce point correspondant à la flexion seulement sera issu du calcul (3.67).

$$C_{kj}^{V} = C_{kj}^{l} - C_{kj}^{b} \qquad (3.67)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 3.2.2 Coefficient d'influence de surface

Le calcul est réalisé pendant le calcul de partage des charges pour chaque point potentiellement en contact. Le déplacement normal (3.68) du corps *i* au point *k* de coordonnées $(x_k, y_k)$ dans le plan tangent dû à une pression constante *P* au point *j* est calculé en utilisant la théorie de Boussinesq [92].

$$u_k(x,y) = \iint_A A_{kj}(x-x', y-y').p_j(x', y')dx'dy' \qquad \text{avec } k,j = 1, 2, 3 \tag{3.68}$$

A correspond à l'aire totale de contact potentiel, (x,y) et (x',y') sont les coordonnées dans le plan tangent des deux points considérés. $A_{kj}$ correspond à la matrice des coefficients d'influence de contact.

En partant de cette expression, et grâce aux hypothèses posées en début de cette partie, l'expression des coefficients d'influence de surface est obtenue:

$$C_{kj}^S = A_{kj} = \frac{1-\nu_c}{\pi G_c}\left\{(Y+b).\ln\left(\frac{(X+a)+\sqrt{(X+a)^2+(Y+b)^2}}{(X-a)+\sqrt{(X-a)^2+(Y+b)^2}}\right)+\left(\frac{(Y+b)+\sqrt{(X+a)^2+(Y+b)^2}}{(Y-b)+\sqrt{(X+a)^2+(Y-b)^2}}\right)\right.$$
$$\left.+(X+a).\ln\left(\frac{(Y+b)+\sqrt{(X+a)^2+(Y+b)^2}}{(Y-b)+\sqrt{(X+a)^2+(Y-b)^2}}\right)+(X-a).\ln\left(\frac{(Y-b)+\sqrt{(X-a)^2+(Y-b)^2}}{(Y+b)+\sqrt{(X-a)^2+(Y+b)^2}}\right)\right\} \tag{3.69}$$

avec : $\begin{cases} X = x_k - x_j \\ Y = y_k - y_j \end{cases}$

a et b sont les dimensions des éléments du maillage.

L'intégralité des développements permettant d'obtenir cette définition des coefficients d'influence de contact est présentée dans l'annexe 8. Les déplacements de surface du point k peuvent donc être exprimés comme suit :

$$u_k^s = \sum_{j=1}^{N} C_{kj}^s p_j \tag{3.70}$$

Avec :

$$u_k^s = u_{1k} + u_{2k} \tag{3.71}$$

Il est à noter que ce coefficient n'a de sens que si les deux points *k* et *j* sont sur la même dent. Ainsi, si ces points sont sur des dents différentes, alors les coefficients d'influence de surface correspondant à ces deux points prendront des valeurs nulles.

## 3.3 Prise en compte des fibres

Le modèle présenté ne concerne qu'un matériau viscoélastique isotrope. Le découplage entre le comportement des fibres et celui de la matrice (Chapitre II paragraphe 3.6) permet de prendre en compte l'orientation locale dans les coefficients d'influence de volume et de surface.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 3.3.1 Fibres en surface

En surface, les fibres sont perpendiculaires à la direction de sollicitation. La présence et l'orientation des fibres de surface sont intégrées dans les coefficients d'influence par l'équation (3.72). Cela est possible car le comportement de la matrice et celui des fibres peut être dissocié (cf. Chapitre II, paragraphe 3.6.1).

Le terme $J_{mat}$ représente la complaisance du matériau utilisé pour l'obtention des coefficients d'influence de surface. Cet adimensionnement permet de ne pas tenir compte du module élastique utilisé. En effet, le comportement viscoélastique de la matrice en Polyamide 6 est pris en compte de à l'aide du modèle de Kelvin généralisé. $J_{\perp}$ correspond à la complaisance relaxé du matériau composite dans le cas d'une sollicitation perpendiculaire aux fibres et $J_{\text{hom}}$ correspond à la complaisance relaxé du Polyamide sans fibres. Ces deux coefficients ont été obtenus à partir des données expérimentales et à l'aide des équations d'Halpin Tsaï (2.55) et (2.56) (Cf. Chapitre II, paragraphe 3.6.2).

Des simulations ont été envisagées selon trois cas. L'un supposant le matériau de surface isotrope avec une complaisance de valeur $J_{\perp}$, le second cas avec un matériau unidirectionnel ($J_{\perp}, J_{//}$) et le troisième, plus proche des observations tomographiques avec un matériau anisotrope contenant 1/3 de fibres orienté à 0°, 1/3 à -20° et 1/3 à +20°. Un effort de 100N est appliqué afin de créer un contact. Les résultats sur la Figure 3.108 montrent des pressions et des déplacements semblables avec moins de 2% de différence entre les différents cas. Cela permet de supposer que le matériau utilisé pour le calcul des déplacements de surface est isotrope avec une complaisance $J_{\perp}$. De ce fait les coefficients d'influence de surface $C_{kj}^{*S}$ s'écrit :

$$C_{kj}^{*S} = \frac{J_{\perp}}{J_{\text{hom}}} \times \frac{1}{J_{mat}} C_{kj}^{S} \qquad (3.72)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

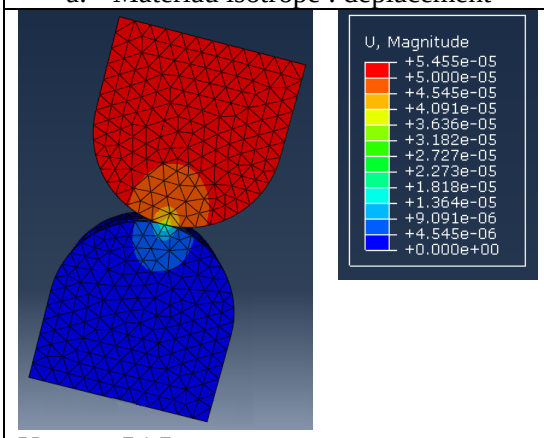
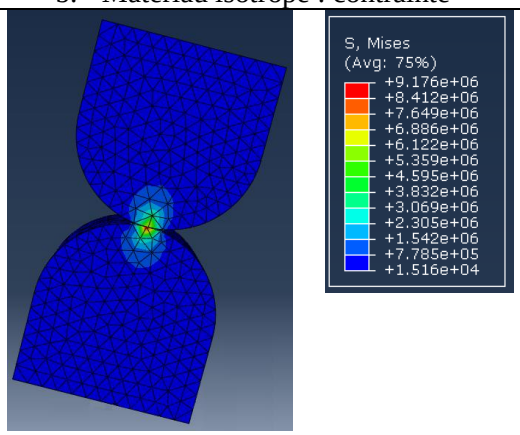
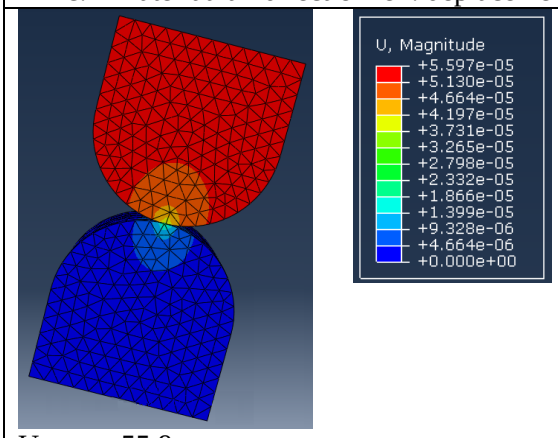
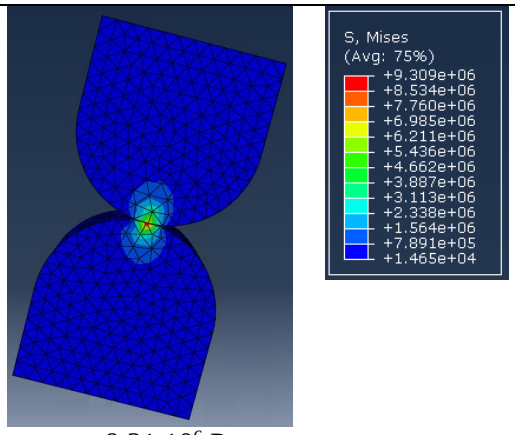
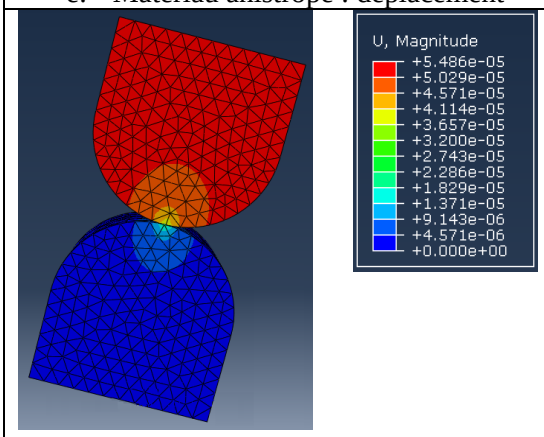
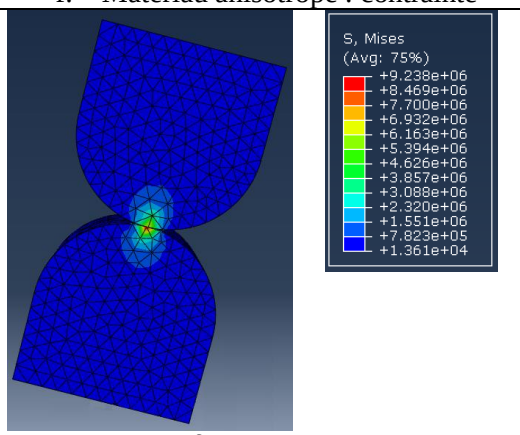
| a. Matériau isotrope : déplacement | b. Matériau isotrope : contrainte |
|---|---|
|   Umax = 54.5µm |   **σ**max = 9.17.10$^{e}$9 Pa |
| c. Matériau unidirectionnel : déplacement | d. Matériau unidirectionnel : contrainte |
|   Umax = 55,9µm |   **σ**max = 9.31.10$^{6}$ Pa |
| e. Matériau anistrope : déplacement | f. Matériau anisotrope : contrainte |
|   Umax = 54,8µm |   **σ**max = 9.24.10$^{6}$Pa |

**Figure 3.108 : Déplacement et contrainte dans le cas d'un matériau isotrope, unidirectionnel et anisotrope**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 3.3.2 Fibres à cœur

L'orientation des fibres à cœur est prise en compte dans les coefficients d'influence de volume obtenu par une méthode éléments finies standards présentée au Chapitre III, paragraphe 3.2.1. L'orienttion des fibres est intégrée dans chaque section des dentures comme le montre la Figure 2.61.

Le comportement des fibres étant purement élastique, les coefficients d'influence de volume sont adimensionnés par la complaisance de la matrice $J_{mat}$ utilisée dans la méthode éléments finies (3.73). Le coefficient $C_{kj}^{*V}$ prend donc en compte l'influence de la géométrie, l'orientation des fibres mais ne tient pas compte du comportement élastique de la matrice en Polyamide 6 utilisée dans la méthode éléments finies.

$$C_{kj}^{*V} = \frac{1}{J_{mat}} C_{kj}^{V} \qquad (3.73)$$

Les observations tomographiques ont montré des répartitions relativement complexes de fibres. Pour cela, différentes organisations locales de fibres ont été retenues à l'intérieur de la dent comme le montre la Figure 2.61. Il est donc possible de décrire chaque partition de denture représentée sur la Figure 3.106 par un matériau de type isotrope, unidirectionnel, orthotrope ou anisotrope. Ces modélisations sont présentées ci-après :

- **Matériau isotrope :**

Lorsque les fibres sont réparties de manière aléatoire dans l'espace, Tsaï et Pagano [43] propose un modèle 3D par l'équation (3.74).

$$E_{3D} = 3/8 * E_{//} + 5/8 * E_{\perp} \qquad (3.74)$$

$E_{//}$ et $E_{\perp}$ sont obtenus à partir de l'équation d'Halpin Tsaï (2.55) et (2.56).

- **Matériau unidirectionnel :**

Dans le cas d'un matériau unidirectionnel, il est possible de simuler le comportement volumique à partir des équations d'Halpin-Tsaï (2.55), (2.56) et du tenseur de souplesse (3.75).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{//} \\ \varepsilon_{//} \\ \varepsilon_{\perp} \\ \gamma_{//} \\ \gamma_{//\perp} \\ \gamma_{//\perp} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_{//} & -\nu_{//}/E_{//} & -\nu_{\perp//}/E_{\perp} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{//}/E_{//} & 1/E_{//} & -\nu_{\perp//}/E_{\perp} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{//\perp}/E_{//} & -\nu_{//\perp}/E_{//} & 1/E_{\perp} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{//} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{//\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{//\perp} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{//} \\ \sigma_{//} \\ \sigma_{\perp} \\ \sigma_{//} \\ \sigma_{//\perp} \\ \sigma_{//\perp} \end{Bmatrix} \qquad (3.75)$$

Les symboles $//$ et $\perp$ concerne respectivement les fibres parallèle et perpendiculaire à la direction de sollicitation. $G$ correspond au module de torsion, $\nu$ au coefficient de poisson et $\gamma$ au déplacement transversal. L'ensemble des coefficients sont obtenus à partir des équations d'Halpin Tsaï [44].

$$\nu_{//\perp} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f) \qquad (3.76)$$

$$\nu_{\perp//} = \frac{\nu_{//\perp}}{E_{//}} . E_{\perp} \qquad (3.77)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\nu_{//} = \nu_m \left( 1 + \frac{\frac{\nu_f}{\nu_m} - 1}{\frac{\nu_f}{\nu_m} + 1} . V_f \right) \quad (3.78)$$

$$G_{//} = \frac{E_{//}}{2(1+\nu_{//})} \quad (3.79)$$

$$G_{\perp} = G_m \left( 1 + \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + 1} . V_f \right) / \left( 1 - \frac{\frac{E_f}{E_m} - 1}{\frac{E_f}{E_m} + 1} . \mathrm{V}_f \right) \quad (3.80)$$

- **Matériau orthotrope :**

La Figure 3.109 représente un matériau orthotrope composé de plusieurs plis unidirectionnels ayant des orientations à (-45°/0°/+45°).

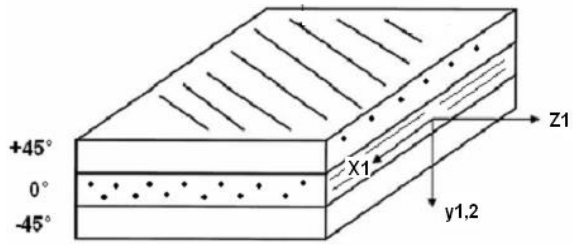



**Figure 3.109 : Composite stratifié composé de plis unidirectionnels (-45°/0°/+45°)**

Il est possible d'exprimer le comportement de ce matériau en supposant les fibres mélangées à l'intérieur de ce volume tout en gardant leur orientation respective. Cette matrice de raideur s'exprime dans un repère global et le comportement de chaque pli est regroupé par l'équation (3.81).

$$[C_{global}]_R = \sum_V \nu_j * [C_{\alpha j}]_R \quad (3.81)$$

avec $j \in [1, N]$, $\nu_j$ représente la fraction volumique de la j$^{ème}$ couche, $\alpha_j$ correspond à l'angle de rotation de la j$^{ème}$ couche, N au nombre de couches et R au repère global.

Il est donc nécessaire que la matrice de chaque pli soit exprimée dans un même repère. L'expression de $[C_{\alpha j}]_R$ s'obtient grâce au torseur (3.82) et à l'opérateur de Voigt permettant un changement de repère de R' vers R tel que :

$$[C_{\alpha j}]_R = [T][C_{\alpha j}]_{R'}[T]^T \quad (3.82)$$

avec $[T]$ le torseur de Voigt exprimé en (3.83).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$[T]=\begin{bmatrix} U_{11}^{\ 2} & U_{21}^{\ 2} & U_{31}^{\ 2} & 2U_{21}U_{31} & 2U_{11}U_{31} & 2U_{21}U_{11} \\ U_{12}^{\ 2} & U_{22}^{\ 2} & U_{11}^{\ 2} & 2U_{22}U_{32} & 2U_{12}U_{32} & 2U_{12}U_{22} \\ U_{13}^{\ 2} & U_{23}^{\ 2} & U_{33}^{\ 2} & 2U_{23}U_{32} & 2U_{13}U_{33} & 2U_{13}U_{23} \\ U_{12}U_{13} & U_{22}U_{23} & U_{32}U_{33} & U_{23}U_{32}+U_{22}U_{33} & U_{13}U_{32}+U_{12}U_{33} & U_{13}U_{22}+U_{12}U_{23} \\ U_{11}U_{13} & U_{21}U_{23} & U_{31}U_{33} & U_{23}U_{31}+U_{21}U_{33} & U_{13}U_{31}+U_{11}U_{33} & U_{13}U_{21}+U_{22}U_{11} \\ U_{11}U_{12} & U_{21}U_{22} & U_{31}U_{32} & U_{22}U_{31}+U_{32}U_{21} & U_{12}U_{31}+U_{32}U_{11} & U_{12}U_{21}+U_{22}U_{11} \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

Les valeurs de $U_{ij}$ sont fonction de l'axe de rotation entre le repère local du pli et le repère global du composite. Pour un angle de rotation $\theta$, ces valeurs sont regroupées dans le Tableau 3.7.

| Rotation sur l'axe x | Rotation sur l'axe y | Rotation sur l'axe z |
|---|---|---|
| $U_x=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ | $U_y=\begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$ | $U_z=\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ |

**Tableau 3.7 : Matrice de rotation autour de l'axe x, y et z**

- **Matériau anisotrope :**

Dans le cas anisotrope, en plus des différentes orientations de fibre dans un même plan, des fibres hors plan sont à prendre en compte. Le tenseur de Voigt (3.83) ainsi que l'équation (3.81) permettent de prendre en compte des fibres dans les trois directions de l'espace. Le choix de la direction de rotation se fait à l'aide des matrices de rotations proposées dans le Tableau 3.7.

## 3.4 Conclusion

En résumé, les coefficients d'influence géométriques utilisés pour les engrenages en Polyamide 6 renforcé peuvent s'écrire de la manière suivante (3.84).

$$C_{kj}^{*}=C_{kj}^{*1V}+C_{kj}^{*2V}+C_{kj}^{*S} \text{ avec } C_{kj}^{*}=\frac{C_{kj}}{J_{mat}} \quad (3.84)$$

$C_{kj}^{*1V}$ sont les coefficients d'influence géométrique de flexion du pignon, $C_{kj}^{*2V}$ les coefficients d'influence géométrique de flexion de la roue, $C_{kj}^{*S}$ les coefficients d'influence géométrique de surface et $J_{mat}$ la complaisance du matériau utilisé pour l'obtention de ces coefficients.

Les coefficients d'influence de surface $C_{kj}^{*S}$ permettent de prendre en compte les déplacements dus à l'écrasement au contact des dentures où les fibres sont suposées perpendiculaire à l'effort.

Les coefficients d'influence de volume $C_{kj}^{*V}$ permettent de prendre en compte les déplacements dus à la flexion. Ils sont obtenus par une méthode éléments finis standard où divers orientation de fibres peuvent être implémentées dans chaque section de denture comme représentées sur la Figure 3.110. Une modification d'orientation est réalisée grâce à l'utilisation du torseur de Voigt (3.83) et la variation de quantité de fibre est prise en compte à partir des équations de Halpin Tsaï [44].

Ces coefficents prennent donc en compte la géométrie de l'engrenage ainsi que la quantité et l'orientation des fibres. En revanche les propriétés mécaniques de la matrice en Polyamide 6 ne le sont pas.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

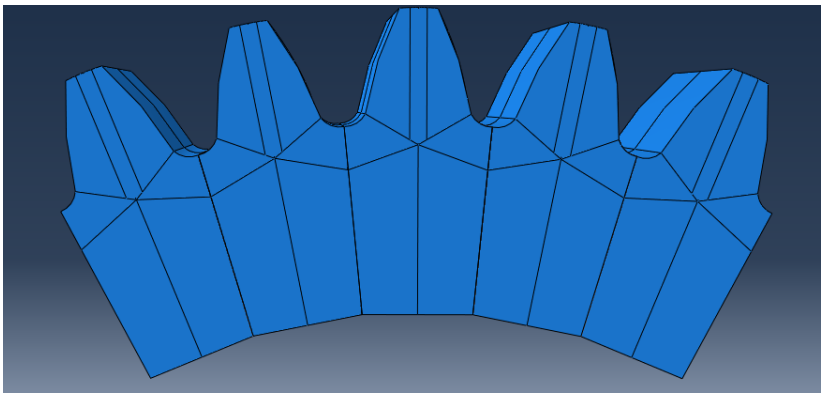


**Figure 3.110 : Sections de denture**

## 3.5 Déplacement viscoélastique d'un nœud

Il est possible d'exprimer le déplacement d'un nœud du maillage $u_k(t)$ sur une dent en Polyamide 6 renforcé (cf. Figure 3.103). Le modèle de Kelvin généralisé de la matrice en Polyamide 6 (3.86) est combiné avec la méthode des coefficients d'influence prenant en compte la présence des fibres, leur orientation ainsi que la géométrie de l'objet étudié (3.85). Le déplacement viscoélastique $u_k(t)$ obtenu est résumé dans l'équation (3.88). Il intègre les coefficients d'influence géométriques, la pression, l'historique du déplacement et les paramètres viscoélastiques du matériau. Dans le cas de la résolution du partage des charges, la pression de contact $p_j(t)$ est utilisée, elle se substitue à $\sigma(t)$ de la relation (3.86).

$$u_k(t) = \sum_{j=1}^{N} C_{kj}.p_j(t) \qquad (3.85)$$

$$\frac{u(t)}{l} = \sigma(t)\sum_{i=0}^{n}\Delta J_{i_\text{hom}}\left(\frac{dt}{dt+\tau_i}\right) + \sum_{i=0}^{n} u_i(t-dt)\left(\frac{\tau_i}{dt+\tau_i}\right) \qquad (3.86)$$

$$u_k^i(t) = \sum_{j=1}^{N} C_{kj}^* p_j(t)\Delta J_{i_\text{hom}}\left(\frac{dt}{\tau_i+dt}\right) + u_k^i(t-dt)\left(\frac{\tau_i}{\tau_i+dt}\right) \qquad (3.87)$$

$$u_k(t) = \sum_{i=0}^{n} u_k^i(t) \qquad (3.88)$$

$n$ est le nombre d'éléments de Kelvin-Voigt dans le modèle de Kelvin généralisé, $i$ l'indice d'un élément de Kelvin-Voigt $i$, $\Delta J_{i_\text{hom}}$ la complaisance élastique de la matrice en Polyamide 6 pour un élément de Kelvin-voigt $i$ et $\tau_i$ le temps de relaxation d'un élément de Kelvin-voigt $i$.

Le paramètre $l$ qui représente la longueur utile d'un échantillon en Polyamide 6 renforcé dans la relation (3.86) est intégré dans les coefficients d'influence de flexion dans la relation (3.88).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 3.6 Prise en compte de la température

Le comportement mécanique du Polyamide 6 est fortement dépendant de la température (cf. chapitre I, paragraphe 4.2). Il est donc important d'en tenir compte dans le modèle quasi-statique du partage des charges.

Deux modèles thermiques simples proposant une estimation rapide de l'élévation de température de volume $\Delta T_{volume}$ ont été présentés dans le chapitre bibliographique (cf. Chapitre I, paragraphe 5.3). Le modèle thermique de Hachmann et Strickle [13] est retenu pour simuler le comportement thermique des engrenages en plastique renforcé car il permet de prendre en compte l'évolution temporelle de la température contrairement à celui de Hooke [22].

La température au point de contact, aussi appelée température éclair n'est pas intégrée dans le modèle rhéologique. Comme son nom l'indique, la rapidité de cet échauffement localisé en un point de contact n'a pas le temps de pénétrer en profondeur pour modifier le comportement rhéologique du matériau. La température au point de contact est donc considérée égale à la température de volume de l'engrenage.

Pour ajuster le comportement mécanique de l'engrenage aux élévations de température estimées pendant le fonctionnement, la distribution des temps de relaxation $\tau_i$ est modifiée. La distribution des temps de relaxation $\tau_i^T$ est ajustée à la température du volume (3.89) . Pour cela la relation (3.90) utilisant les coefficients de translation thermique $a_{T_{ref}}(T)$ entre en jeu avec T la somme de la température ambiante $T_{amb}$ et $\Delta T_{volume}$ l'élévation de température de volume prédite par le modèle de Hachmann et Strickle (3.91).

$$u_k^i(t) = \sum_{j=1}^{N} C_{kj}^* p_j(t) \Delta J_i \left( \frac{dt}{\tau_i^T + dt} \right) + u_k^i(t - dt) \left( \frac{\tau_i^T}{\tau_i^T + dt} \right) \quad (3.89)$$

$$\tau_i^T(T, \%humidité) = \tau_i(T_{ref}, \sec).a_{T_{ref},\sec}(T + 0,9 \times Rh\%) \quad (3.90)$$

$$T = T_{amb} + \Delta T_{Volume} \quad (3.91)$$

## 3.7 Prise en compte des historiques

Il est nécessaire de créer un historique des déplacements des dentures avant de réaliser le calcul de partage des charges. En effet, la flexion d'une dent entraîne des déplacements de volume sur les dents en amont et en aval. Ces déplacements viscoélastiques successifs vont s'ajouter et viennent modifier la position initiale des dents lors de l'engrènement.

La prise en compte de l'historique deux voire trois dents avant la dent étudiée entraine des variations de résultats inférieures à 1% au regard de l'erreur de transmission, de la contrainte en pied de dent et de la pression sur les flancs. Un compromis entre le temps de calcul et le degré de précision a été fait, l'enregistrement des historiques a lieu sur une dent avant l'entrée en contact de la dent étudiée (dent 0).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

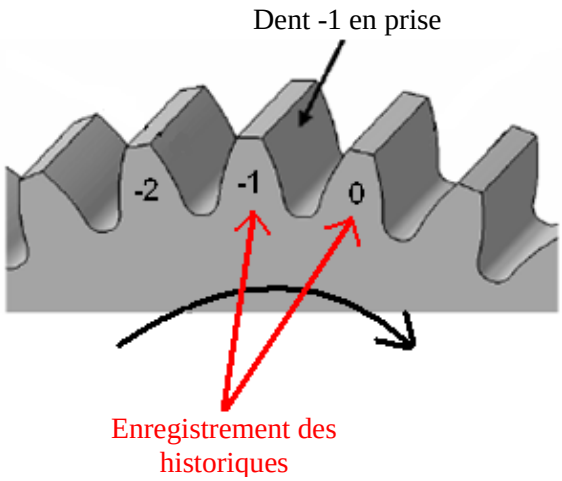



**Figure 3.111: Numérotation des dents pour la création de l'historique du déplacement**

## 3.8 Résolution du partage des charges

La résolution du partage des charges revient à résoudre le système

$$\begin{cases} y_k = u_{1k} + u_{2k} + ei_k - \alpha \\ \sum_{k=1}^{N} p_k . R_k . S_k = Couple \end{cases} \quad \text{avec } k \in [1, N] \qquad (3.92)$$

où $N$ est le nombre de surfaces rectangulaires considérées, $S_k$ est la petite surface rectangulaire autour du point *k*, et $R_k$ le « bras de levier » de cet élément de surface. *Couple* est le couple global appliqué sur le pignon, qui est l'organe moteur.

Le problème exprimé ici possède N+1 équations (N conditions de compatibilité des déplacements et une condition sur le couple total), avec 2N+1 inconnues :

- $p_k$ → N inconnues : pressions instantanées en chaque point potentiellement en contact,
- $y_k$ → N inconnues : écarts sous charge linéaire en chaque point potentiellement en contact,
- $\alpha$ → 1 inconnue : rapprochement global linéaire des surfaces en contact.

Les conditions de contact $\left(P_k \geq 0,\ ef_k = 0\right)$ ou de non contact $\left(P_k = 0,\ ef_k \geq 0\right)$ apportent $N$ équations supplémentaires.
Le système d'équations permet donc de calculer le problème de partage des charges car il y a autant d'équations que d'inconnues.

En posant $ef_k$, les écarts finaux (cf. Figure 3.104.b)

$$ef_k = y_k + \alpha \qquad (3.93)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 3.8.1 Algorithme de résolution

La méthode du point fixe, qui assure une convergence quasi-systématique [94], a été choisie pour résoudre le problème du partage des charges (cf. Figure 3.112).

En suivant les développements de l'annexe 9, le système (3.92) se réduit à un système de *N* équations, dont les inconnues sont les *N* pressions $p_k$ :

$$p_k = \frac{Couple}{\sum_{i=1}^{N} S_k \frac{p_k}{u_k + ei_k}} \frac{p_k}{u_k + ei_k} \quad \text{avec } k \in [1, N] \qquad (3.94)$$

Pour compléter la compréhension de l'algorithme, quelques rappels sont utiles. Le déplacement total $u_k$ correspond au déplacement de la roue et du pignon (3.95). Chacun de ces déplacements est obtenu avec la loi de déplacement total du modèle de Kelvin généralisé (3.96) pour l'ensemble des *n* blocs. L'expression $u_k$ dépend donc de la pression, de la température au travers des temps de relaxation et du temps de chargement (3.97).

$$u_k = u_{1k} + u_{2k} \qquad (3.95)$$

$$u_k = \sum_{i=0}^{n} u_k^i \qquad (3.96)$$

$$u_k^i = f(p_k, \tau, t) \qquad (3.97)$$

L'algorithme peut alors s'écrire selon un organigramme qui est présenté sur la Figure 3.112. La convergence a lieu lorsque les écarts finaux $ef_k$ sont constants dans le contact.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

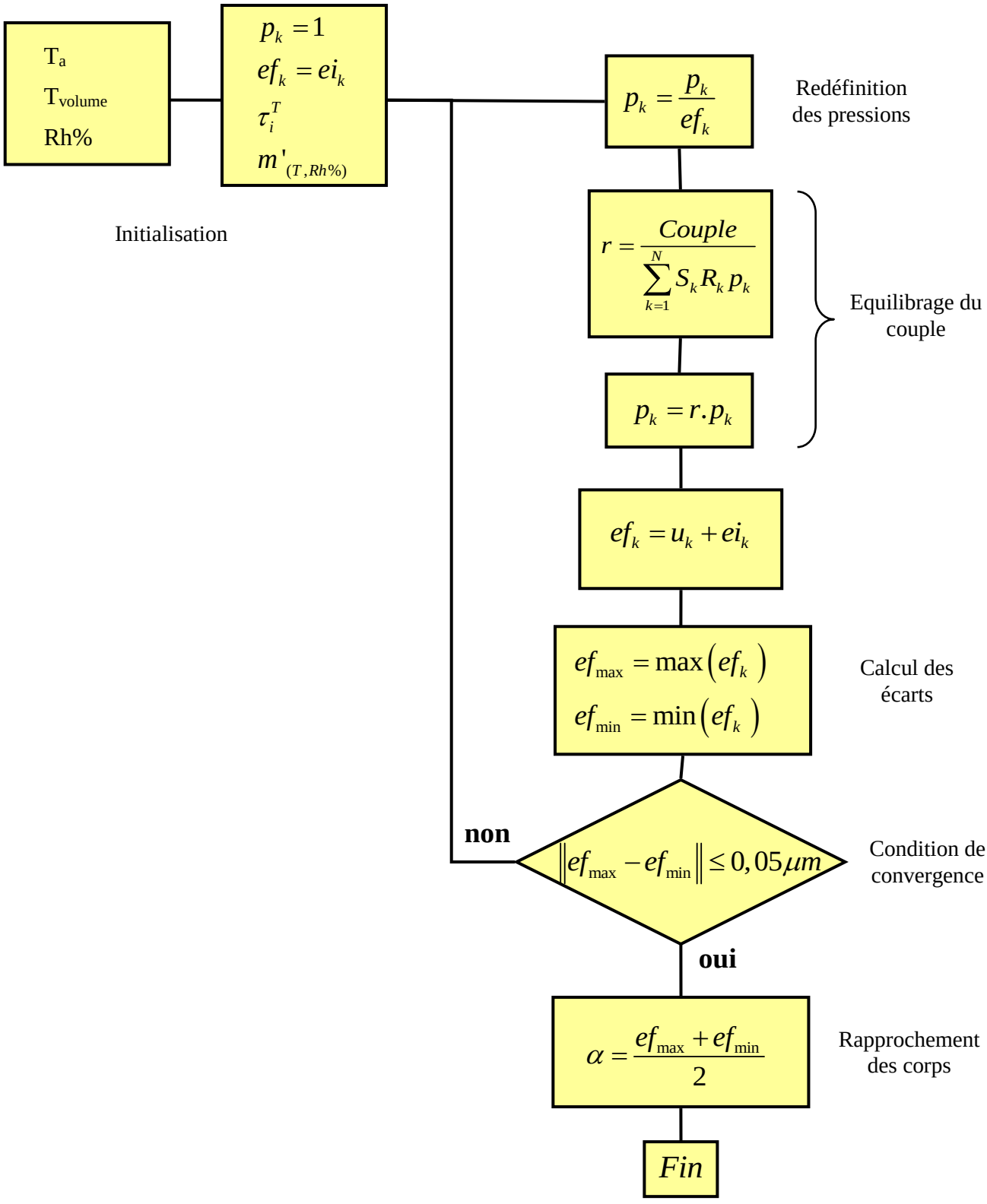



**Figure 3.112 : Algorithme de calcul de la répartition des charges**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Une fois toutes les valeurs des différents paramètres du problème calculées, le partage de charge peut être réalisé.

La connaissance de $p_k$ donne accès à la répartition des pressions sur les dentures.

La connaissance de α donne accès à l'erreur de transmission.

Ce calcul est réalisé deux fois, la première pour constituer l'historique des déplacements, il a lieu sur la dent précédant la dent étudiée. Le second calcul a lieu sur la dent étudiée et cela pour autant de positions quasi-statiques demandées par l'utilisateur.

## 3.9 Obtention de la contrainte en pied de dent

A partir des pressions de contact calculées avec le modèle de partage des charges, les contraintes en pied de dent peuvent être calculées avec l'atelier éléments finis du logiciel CATIA.

Bien que le calcul éléments finis dans le logiciel CATIA soit élastique, la viscoélasticité est prise en compte de façon approximative par le module élastique équivalent, évalué à partir des courbes de spectrométrie mécanique, en fonction de la température et de la fréquence de rotation de l'engrenage.

Pour réaliser ces calculs, un maillage avec des éléments tétraédriques à dix nœuds est défini.

Les conditions limites sont des encastrements sur l'alésage de l'engrenage et un chargement d'efforts radiaux est imposé sur les flancs de denture pour chaque position cinématique (cf. Figure 3.113). Ce chargement est issu de la résolution du partage des charges.

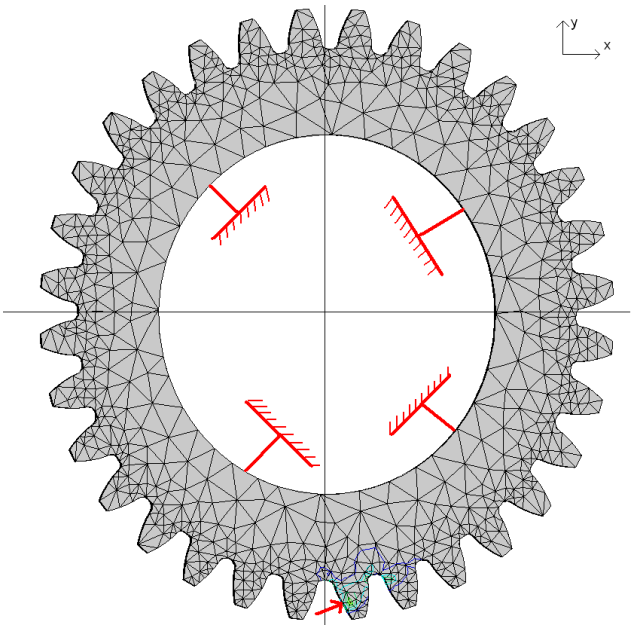



**Figure 3.113 : Chargement sur le pignon**

# 4. Influence de l'orientation des fibres

L'objectif de cette partie est d'évaluer la relation entre le niveau de complexité de la modélisation de la répartition des fibres et l'influence de ce choix sur les résultats de partage des charges. Une bonne compréhension de cette relation permettra d'orienter la décision quant au modèle de répartition des fibres à utiliser dans PRINCE COMPOSITE afin d'optimiser la relation entre précision du résultat et temps de calcul.

Pour cela cinq modèles ont été créés avec des niveaux de complexité graduelle, allant d'une répartition des fibres isotrope à une répartition anisotrope. Ces cinq cas se basent sur les modèles décrits au Chqpitre II, paragraphe 3.3.2. Différentes sections ont été créées sur les dentures à partir des



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

observations de tomographie (cf. Figure 3.114). Chaque section peut adopter une orientation locale et une quantité de fibres différentes. Ainsi les modifications développées dans le logiciel Abaqus sont effectuées avec des macros commandes.

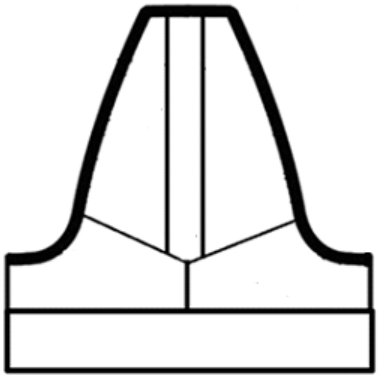


**Figure 3.114 : Section sur les dentures**

## 4.1 Modèle de répartition des fibres

Cinq modèles de répartition des fibres sont envisagés. Ces modèles sont utilisés pour l'obtention des coefficients d'influence de volume. Les coefficients d'influence de surface prennent en compte dans tous les cas présentés, des fibres unidirectionnelles, parallèles à la surface (cf. paragraphe 3.3.1).

- Modèle 1 : Cas isotrope

Le premier cas correspond à une modélisation isotrope des fibres à partir de la relation proposé par Halpin et Kardos [43]. Il est possible d'adapter cette équation au taux de fibre $V_f$ comme le montre l'équation (3.98). Le choix de $\alpha_f$ fait suite au recalage de l'équation de Halpin Tsaï à partir de mesures expérimentales comme décrit au Chapitre II, paragraphe 3.6.2.

$$E_{3D} = 0{,}184 \times E_m \times \frac{1 + F \times V_f \times \eta_{//}}{1 - V_f \times \eta_{//}} + 0{,}816 \times E_m \times \frac{1 + \alpha_f \times V_f \times \eta_{\perp}}{1 - V_f \times \eta_{\perp}} \qquad (3.98)$$

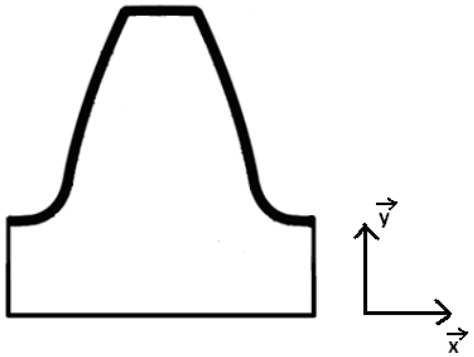



**Figure 3.115 : Modèle isotrope**

- Modèle 2 : Cas unidirectionnel

Le second cas correspond à des fibres complétement unidirectionnelles comme le montre la Figure 3.116. Des sections symétriques sont utilisées sur chaque côté de la dent afin d'obtenir une orientation parallèle aux flancs. Les propriétés mécaniques sont prises en compte par le tenseur de raideur (3.75) et les équations d'Halpin-Tsaï (2.55), (2.56). Le pied de dent ainsi que le voile sont supposés isotrope et restent modélisés par la relation proposée par Halpin et Kardos [43].



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

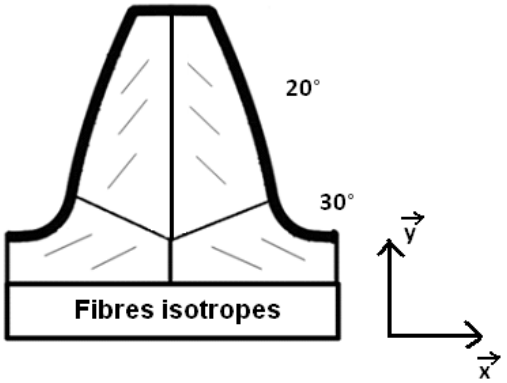



**Figure 3.116 : Modèle unidirectionnel et hétérogène**

Les valeurs du tenseur utilisé sont données en annexe 10.

- Modèle 3 : Cas orthotrope

Afin de prendre en compte les fibres déviant de l'orientation unidirectionnelle mais toujours contenues dans le plan ( $\vec{x}$ , $\vec{y}$ ), un cas orthotrope est envisagé.

Le tenseur de raideur est obtenu par homogénéisation à l'aide de la relation (3.81). Il est supposé que 20% de fibres dévient de 10° par rapport à la direction générale et 10% de fibres de 20°. Cela se traduit par l'équation (3.99)

$$[C_{global}]_R = 0,1*[C_{10°}]_R + 0,1*[C_{-10°}]_R + 0,05*[C_{20°}]_R + 0,05*[C_{-20°}]_R + 0,7*[C_{0°}]_R \quad (3.99)$$

Le tenseur de raideur global $[C_{global}]$ est donné pour chaque section représentée sur la Figure 3.116.

Pour chaque orientation les torseurs sont tous exprimés dans la même base R à l'aide de la relation de Voigt (3.83). Les valeurs des tenseurs utilisés sont données en annexe 10.

- Modèle 4 : Cas anisotrope

Les observations tomographiques et les résultats de simulations avec Moldflow montrent que toutes les fibres ne sont pas orientées dans le plan de coupe. Pour cela, différentes orientations de fibres dans le plan ( $\vec{x}$ , $\vec{y}$ ), d'autres dans le plan ( $\vec{y}$ , $\vec{z}$ ) sont ajoutées.

A partir des résultats de simulation le tenseur global prend en compte dans le plan ( $\vec{x}$ , $\vec{y}$ ) :

- 20% de fibres déviant de 10° par rapport à la direction générale
- 10% de fibres déviant de 20° par rapport à la direction générale

Dans le plan ( $\vec{y}$ , $\vec{z}$ ) :

- 10% de fibres déviant de 5° par rapport à la direction générale
- 5% de fibres déviant de 10° par rapport à la direction générale

Les valeurs des tenseurs utilisés sont données en annexe 10.

- Modèle 5 : Cas anisotrope avec section à fibres centrale

Pour approcher au plus les observations sur l'orientation des fibres, une nouvelle section centrale est prise en compte comme le montre la Figure 3.117. Dans cette section les fibres sont perpendiculaires au plan de coupe ( $\vec{x}$ , $\vec{y}$ ).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

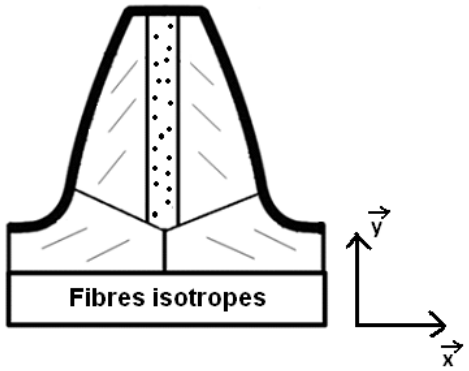



**Figure 3.117 : Modèle anisotrope avec section à fibre normal**

## 4.2 Résultats

A partir des cinq modèles d'orientation des fibres, trois études sont réalisées. La première considère l'influence de cette orientation sur des paramètres dimensionnant comme la pression maximum sur les flancs, l'erreur de transmission et la contrainte en pied de dent. La seconde étude, similaire à la première, ajoute comme paramètre d'entrée la quantité de fibres. La troisième étude s'intéresse à l'influence de la taille et du positionnement des sections.

Avant de commencer cette étude, il a été vérifié que les résultats de CATIA et Abaqus concordent dans le cas de matériau isotrope et homogène.

### 4.2.1 Etude de l'influence de la répartition des fibres

En plus de faire varier l'organisation des fibres, les essais sont réalisés à différentes températures [20°C – 100°C] et couples [5N.m – 20N.m]. L'humidité est de 0% et la vitesse de 300tr/min. Le Tableau 3.8 concerne les résultats obtenus à 60°C et 20N.m. L'ensemble des résultats se trouve dans l'annexe 11.

| Modèle | Err. T. Moy [mrad] | | Err. T. Amp. [mrad] | | P max [MPa] | | σ principale max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 0.966 | 8.2% | 0.278 | 7.7% | 24.25 | 0.2% | 7.51 | 0.4% |
| Modèle 2 | 1.050 | 0.3% | 0.253 | 1.9% | 24.25 | 0.2% | 7.47 | 0.1% |
| Modèle 3 | 1.063 | 0.9% | 0.253 | 1.9% | 24.2 | 0% | 7.52 | 0.5% |
| Modèle 4 | 1.059 | 0.6% | 0.254 | 1.5% | 24.2 | 0% | 7.42 | 0.8% |
| Modèle 5 | 1.053 | | 0.258 | | 24.2 | | 7.48 | |

**Tableau 3.8 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=20Nm, T=60°C, U=300 tours/min**

A partir du Tableau 3.8 et des tableaux en annexe 11, les conclusions suivantes ont été tirées :

- **La pression maximum au primitif change peu** pour les différents modèles. Cela peut s'expliquer par une répartition des charges similaires et des propriétés de surfaces identiques entre les cinq modèles. En effet, les déplacements de surface obtenue avec les équations de Boussinesq [92] supposent les fibres perpendiculaires à la direction de sollicitation dans les 5 cas.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

- **La contrainte en pied de dent change peu** entre les modèles car elle ne dépend pas du module élastique mais seulement de la répartition des charges sur les dentures. Cette dernière est similaire entre les différents cas.

- **La température et le couple (annexe 11) ont peu d'influence** sur les écarts (%) entre les cinq modèles pour les trois paramètres étudiés : l'erreur de transmission, la contrainte et la pression maximum au primitif. Ces écarts restent du même ordre de grandeur à 1% près.

- **Les écarts de résultats entre les modèles 2, 3, 4 et 5 sont faibles**. Seul le modèle 1 se distingue. Ces écarts se retrouvent essentiellement sur l'amplitude et la moyenne de l'erreur de transmission. Les écarts maximum entre le modèle 5 et les modèles 2, 3 et 4 sont de 1,2 % concernant l'erreur de transmission moyenne, et de 2,7% pour l'amplitude de l'erreur de transmission.
  Les écarts maximum entre le modèle 5 et le modèle 1 sont de 9,1 % concernant l'erreur de transmission moyenne, et de 8,1% pour l'amplitude de l'erreur de transmission.

### 4.2.2 Etude de l'influence de la quantité de fibre

Sur la base des expériences réalisées au paragraphe précédent, des calculs similaires sont réalisés pour un Polyamide 6 renforcé de 15% et 22,5% de fibres. La température de l'étude est comprise entre [0°C – 100°C]. Un couple de 20N.m est choisi car il correspond aux cas où les écarts sont les plus élevés. L'humidité est de 0%. L'ensemble des résultats se trouve dans l'annexe 11.

A partir des tableaux de l'annexe 11, les conclusions suivantes sont énoncées :

- Une diminution du taux de fibres de 30% à 15% se traduit par une augmentation de l'erreur de transmission en moyenne de l'ordre de 20% et en amplitude de l'ordre de 30%. La pression de contact diminue d'environ 10%. Ceci s'explique par une réduction de la rigidité et donc une augmentation de la surface de contact.

- Des résultats similaires sont trouvés pour l'ensemble des calculs à 15%, 22.5% et 30 % de fibres pour les modèles 2, 3, 4 et 5. Seul le modèle 1 se distingue avec des écarts plus importants, notamment sur l'amplitude de l'erreur de transmission.

- Plus le taux de fibre baisse, plus l'écart entre les différents modèles diminue. Avec 15% de fibres, les écarts restent inférieurs à 3% par rapport au modèle de référence. Cela vient d'une diminution de l'anisotropie des propriétés mécaniques

### 4.2.3 Etude de l'influence du partitionnement

Cette étude permet de vérifier l'importance du positionnement des sections et son influence sur les paramètres de dimensionnement des engrenages. Pour cela, l'épaisseur de la section centrale est modifiée de +/- 10% ainsi que l'angle en pied de dent (cf. Figure 3.118).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

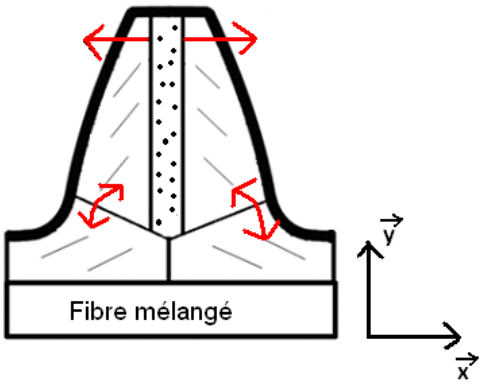



**Figure 3.118 : Variation du positionnement des sections**

Les calculs sont réalisés pour un couple de 0N.m et à trois températures différentes (0°C, 60°C et 100°C). L'humidité est de 0%. L'ensemble des résultats se trouve en annexe 11.
Les conclusions suivantes ont été tirées :

- Les écarts restent inférieurs à 3% pour l'ensemble des calculs.
- Une variation de 10% de l'épaisseur de la section centrale est plus influente sur les résultats de partage des charges qu'une variation d'angle de 10%.

## 4.3 Conclusion

Cette étude a permis de comprendre l'influence des fibres et de leur modélisation sur le comportement mécanique des engrenages en plastique renforcé (contrainte, pression et erreur de transmission). Les différents essais ont montré des écarts maximum de 10% sur l'erreur de transmission entre une prise en compte des fibres par modèle isotrope et un modèle complexe anisotrope.

Cette faible différence peut s'expliquer par un petit facteur de forme des fibres de 10,4. De plus ces écarts concernent principalement l'erreur de transmission. La contrainte en pied de dent et la pression sur les flancs montrent des résultats similaires avec des écarts inférieurs à 3%.

Les écarts les plus importants ont lieu à haute température et pour des sollicitations proches de la limite de linéarité. Les modèles non isotropes 2, 3, 4 et 5 montrent des résultats très similaires (écarts inférieurs à 3%). En fonction des conditions d'utilisation de l'engrenage et de la précision souhaitée, l'utilisateur peut donc faire appel à un modèle isotrope ou un modèle anisotrope.

Un écart maximum de 10% sur la précision du résultat regardant l'erreur de transmission et inférieur à 3% concernant la contrainte en pied de dent et la pression sur les flancs est dans une majorité des cas acceptables. Le modèle 1, isotrope est celui choisi pour le développement du logiciel PRINCE COMPOSITE.

# 5. Influence de la dilatation

Une variation de température ou d'humidité conduit à une modification du module de l'engrenage suivant l'équation (1.24) proposé par W. Kraus [59]. Pour justifier la prise en compte de la dilatation dans le partage des charges, plusieurs calculs ont été réalisés avec et sans prise en compte de la dilatation. Cette étude toute comme celle menée par W. Kraus ne prend cependant pas en compte l'effet d'anisotropie des fibres.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 5.1 Conditions de simulation

La géométrie de l'engrenage correspond à celle donnée dans le Tableau 2.5. Un jeu de montage est utilisé comme le conseille Boyer [95] et W. Kraus [59]. Dans le cas d'engrenage de module 3 et de la géométrie utilisée, le jeu nécessaire est alors de 0,2mm.
Les calculs sont réalisés pour les cas les plus défavorables avec un couple élevé de 20N.m, à 300tr/min et des températures de 40 et de 80°C, correspondant à la dilatation maximum possible de l'engrenage. Le coefficient de dilatation choisi est de $68.10^{-6}\,K^{-1}$ [59].

## 5.2 Résultats

Le Tableau 4.9 correspond aux valeurs obtenues sans dilatation de l'erreur de transmission, de la pression maximum ainsi que de la contrainte en pied de dent maximum.

Le Tableau 4.10 correspond aux mêmes calculs que ceux présentés sur le Tableau 4.9 avec la prise en compte de la dilatation. Les écarts par rapport au Tableau 4.9 sans dilation sont exprimés en pourcentage.

Pour l'ensemble des calculs, la géométrie est supposée parfaite à température ambiante, soit en tenant compte de l'équivalence température – humidité, 60°C avec 0% d'humidité. A 40°C le module est pris à 2,996 et à 80°C il est de 3,004.

| | Err. T. moy [mrad] | Amp. Err. T. [mrad] | Pression [MPa] | Contrainte [MPa] |
|---|---|---|---|---|
| 40°C | 0,637 | 0,299 | 30 | 9.40 |
| 80°C | 1,269 | 0,310 | 23 | 8.82 |

**Tableau 4.9 : Essais sans dilatation et jeu entraxe 0,2mm**

| | Err. T. moy [mrad] | | Amp. Err. T. [mrad] | | Pression [MPa] | | Contrainte [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 40°C | 0,662 | 3,9% | 0,360 | 34% | 31 | 3% | 9,3 | 0,2% |
| 80°C | 1,233 | 2,8% | 0,200 | 35% | 22 | 4,3% | 8,4 | 0,6% |

**Tableau 4.10 : Essais avec dilatation et jeu entraxe 0,2mm**

Les résultats avec prise en compte ou non de la dilatation montrent des écarts faibles, inférieurs à 4% dans le cas de l'erreur de transmission moyenne, la pression maximum au primitif et la contrainte maximum en pied de dent. Cependant l'amplitude de l'erreur de transmission est fortement affectée par la dilatation, un écart de 35% est relevé à 80°C. L'effet de la dilatation, bien supérieur à celui de l'orientation des fibres doit donc être pris en compte dans l'étude du comportement des engrenages plastiques. Le module de l'engrenage sera adapté aux conditions d'humidité ambiante, de température ambiante, ainsi qu'à la température d'échauffement de Hachmann et Strickle [13], à l'aide de la formule proposée par W.Kraus (1.24).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 6. Conclusion

Dans ce chapitre, les profils de denture précis ont pu être définis numériquement, en se basant sur les observations expérimentales obtenu à l'aide d'une machine de contrôle 3D. Ces comparaisons entre le profil théorique CAO et celui mesuré par le palpeur 3D ont montré deux types de défauts: une conicité des dentures sur leur largeur et un manque ou un surplus de matière en tête. Les écarts de surfaces obtenus permettent de quantifier la classe de qualité des engrenages et de définir des corrections de denture dans le logiciel de simulation, afin de reproduire une géométrie plus exacte des engrenages.

Dans une seconde partie, le modèle de partage de charge a été présenté, s'appuyant sur les profils de denture définis précédemment. Ce modèle se base sur les équations de compatibilité des déplacements ainsi que sur la méthode des coefficients d'influence. Dans un esprit de simplicité, les effets dus à la flexion et au contact ont été séparés :

- Les effets de flexion sont estimés par les combinaisons d'un calcul Eléments Finis permettant de prendre en compte tout type de géométrie (arbres, voiles, paliers,…)
- Les effets de contact ont été obtenus par la théorie de Boussinesq.

La viscoélasticité du Polyamide 6 est intégrée en utilisant le modèle de Kelvin généralisé. Le couplage entre les déplacements viscoélastiques et la méthode des coefficients d'influence permet de tenir compte des propriétés viscoélastiques, des effets de volume et de contact.

L'orientation des fibres est prise en compte dans les coefficients d'influence de volume et de surface. Cela est rendu possible par le découplage entre le comportement purement élastique des fibres et le comportement viscoélastique du Polyamide 6. Cette hypothèse de non influence des fibres sur le comportement rhéologique de la matrice a été démontrée au Chapitre II, paragraphe 3.6.

La modélisation du comportement mécanique du Polyamide 6 renforcé nécessite de connaître l'historique du déplacement du matériau. A un instant t de l'engrènement il est nécessaire de garder en mémoire les déformations précédentes. Le maillage de résolution des équations de compatibilité a été adapté sur l'ensemble de la surface active des dents potentiellement en contact. L'obtention des historiques est réalisée à partir du calcul du partage des charges sur une dent avant la dent étudiée.

Un calcul de contrainte en pied de dent par l'atelier éléments finis de CATIA est présenté. La viscoélasticité du matériau est prise en compte en adaptant le module élastique.

Finalement, deux études exploitant le modèle de partage des charges ont été réalisées. La première portait sur la relation entre le niveau de précision de la prise en compte des fibres et l'amplitude des résultats donnés par le logiciel PRINCE COMPOSITE. Les résultats calculés sont l'erreur de transmission : son amplitude et sa valeur moyenne, la contrainte maximale en pied de dent et la pression maximum sur les flancs au primitif. Parmi les cinq modèles étudiés à niveau de complexité graduelle se rapprochant de la répartition réelle des fibres, les écarts n'excédaient pas 10% pour l'amplitude de l'erreur de transmission. De plus, les écarts concernant la pression de contact et la contrainte en pied de dent restent inférieurs à 3%. Un modèle supposant la répartition des fibres isotrope dans le volume des dentures sera dans la majorité des cas suffisant.

La seconde étude a permis de justifier la prise en compte de la dilation sur le comportement des engrenages en Polyamide renforcé. La géométrie des pièces polymère, notamment celle en Polyamide, est fortement influencée par la température et l'humidité ambiante. Leur coefficient de dilatation est 15 fois plus élevé que celui de l'acier. Des études avec et sans prise en compte de la dilatation ont montré des écarts supérieurs à 30% pour l'amplitude de l'erreur de transmission pour une élévation de température de 20°C. Ces calculs ont été réalisés en prenant un jeu de fonctionnement conseillé par la littérature pour éviter tout problème de serrage. L'effet de dilatation n'est donc pas négligeable sur le comportement des engrenages polymères.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Chapitre IV
# Exploitation du modèle

## 1. Introduction

Une fois la distribution des charges connue, le modèle de partage des charges fournit des résultats tels que: pression de contact, contraintes en pied de dent, raideur instantanée, erreur de transmission sous charge... Ce chapitre s'intéresse à l'exploitation de ces résultats.

La première partie est consacrée à la présentation du logiciel « PRINCE COMPOSITE », qui intègre le modèle développé dans le cadre de cette thèse. L'interface utilisateur permettant d'accéder aux différents résultats (profil de l'engrenage, erreur cinématique à vide, position des lignes de contact, partage des charges, erreur de transmission sous charge, pression de contact et raideur d'engrènement) est détaillée.

Les parties suivantes concernent l'exploitation du logiciel.

La première étude traite de la localisation de la contrainte en pied de dent. Pour un engrenage acier, la norme montre que la contrainte maximale se situe proche d'un point théorique du flanc pour lequel la tangente fait un angle de 30° avec l'axe de la dent. Ceci est vérifié dans le cas des engrenages en Polyamide 6 renforcé.

La seconde étude porte sur la prise en compte des historiques de déplacements et de leur influence sur le comportement mécanique des engrenages. Pour cela un plan d'expérience à trois niveaux a été réalisé prenant en compte le couple, la vitesse et la température de fonctionnement.

## 2. Présentation du logiciel

Le logiciel « PRINCE COMPOSITE » est l'adaptation de différents logiciels développés au LaMCoS. Il est composé de plusieurs onglets :

- Géométrie du pignon et de la roue.
- Corrections de dentures
- Cinématique à vide.
- Définition des maillages utilisés pour le calcul des coefficients de flexion.
- Calcul des coefficients d'influence de flexion.
- Calcul du partage des charges.
- Analyse des résultats du partage des charges.
- Calcul des contraintes en pied de dent.

Les coefficients de flexion et le calcul des contraintes en pied de dent sont calculés à partir de l'atelier éléments finis du logiciel CATIA ou Abaqus. CATIA est utilisé dans le cas de matériaux isotrope et Abaqus dans le cas de matériau anistrope. Des macro-commandes entre PRINCE COMPOSITE et CATIA / Abaqus ont été développées pour créer une géométrie de l'engrenage et effectuer les calculs de flexion automatiquement. Il est possible de résumer le logiciel PRINCE à partir de l'algorithme de la Figure 4.119.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

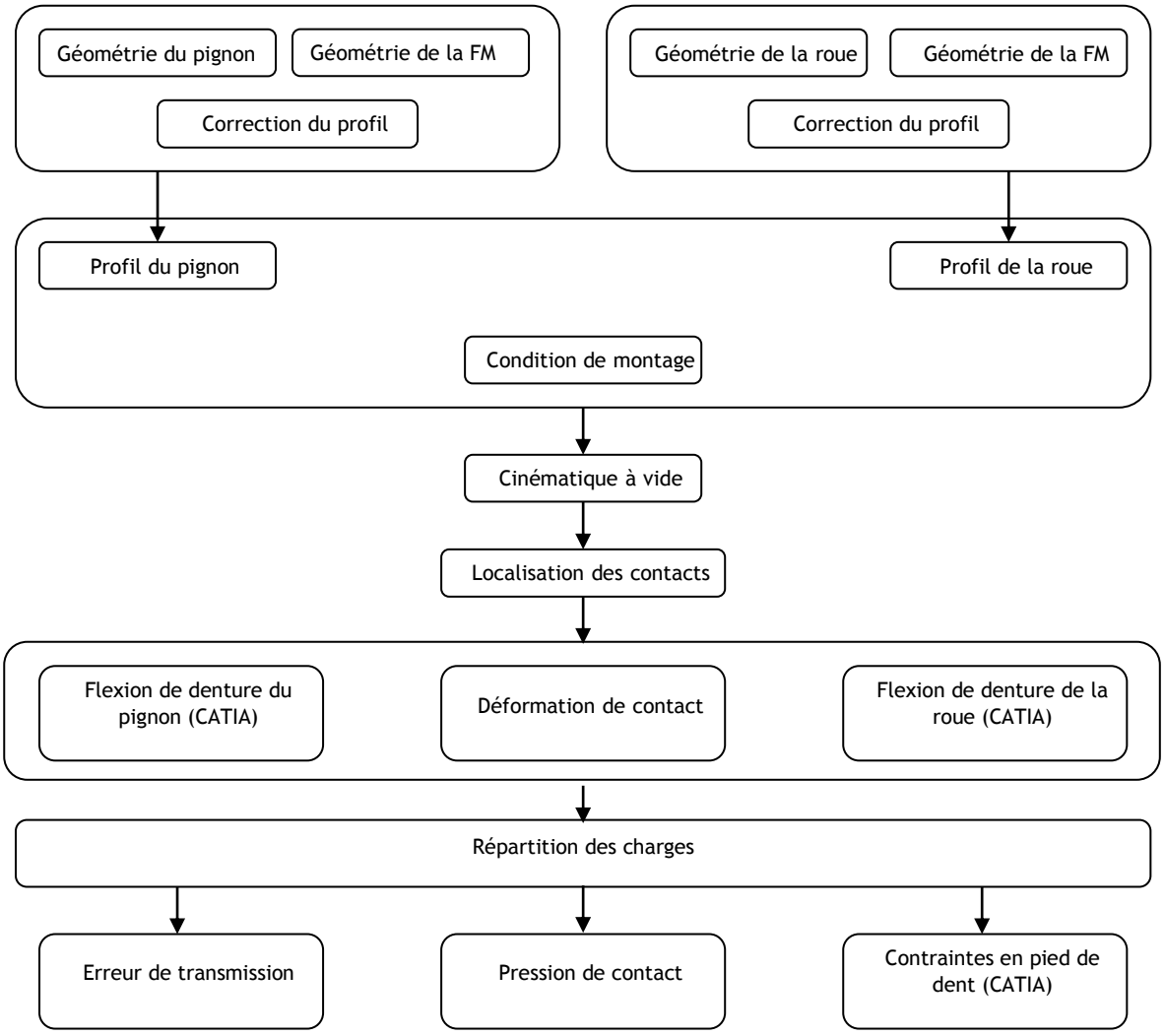



**Figure 4.119 : Algorithme général du logiciel PRINCE.**

## 2.1 Interface utilisateur

Une interface, a été créée pour permettre d'établir un dialogue entre l'utilisateur et le code source (cf. Figure 4.120). Elle est composée de plusieurs onglets et de sous menu se rapportant aux conditions de fonctionnement, de montage ou à la géométrie des dentures. Des détails sur cette interface sont donnés en annexe 12.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

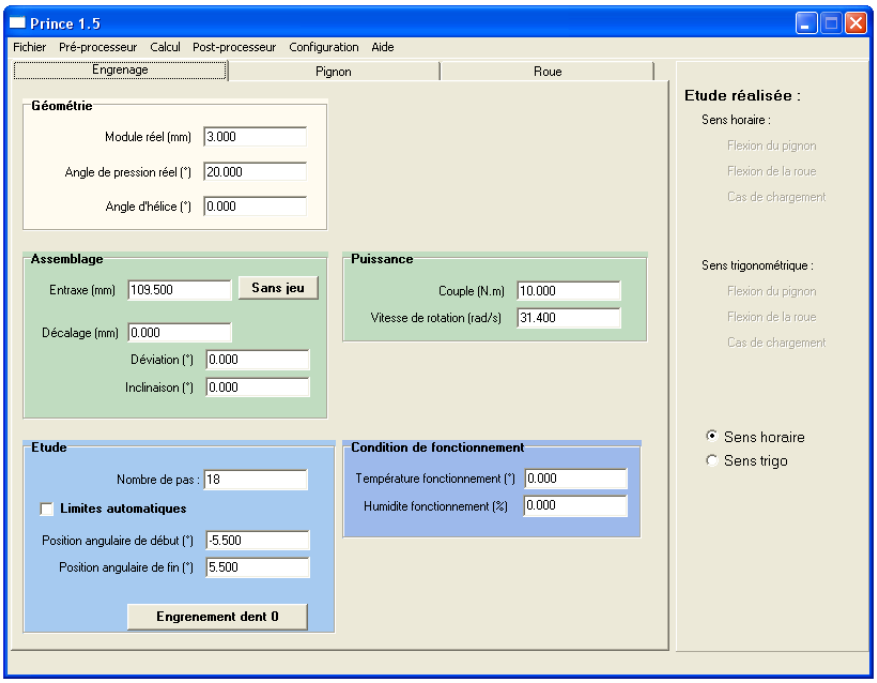



**Figure 4.120 : Interface utilisateur onglet « engrenage »**

## 2.2 Aperçu de la géométrie

La simulation du retrait post moulage permet d'obtenir la géométrie exacte des roues et du pignon. La Figure 4.121 présente la simulation du profil du pignon au centre de la dent avec les corrections de denture de couleur rouge.

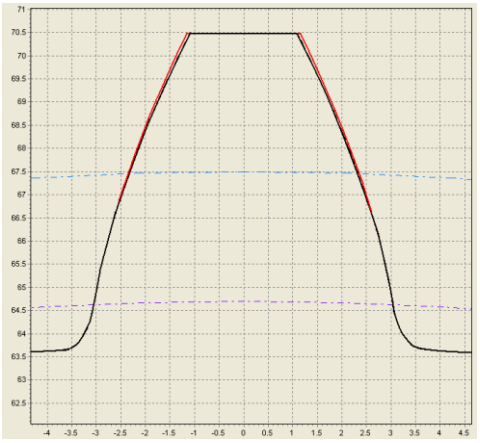


**Figure 4.121 : Aperçu de la géométrie exacte**

## 2.3 Fonctionnement à vide

La simulation de la cinématique à vide permet d'obtenir les zones de contact potentiel et les écarts à vide entre les dents en regard. La Figure 4.122 correspond à l'interface graphique représentant les erreurs cinématiques à vide et les lignes de contact potentiel, sur plusieurs dents.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

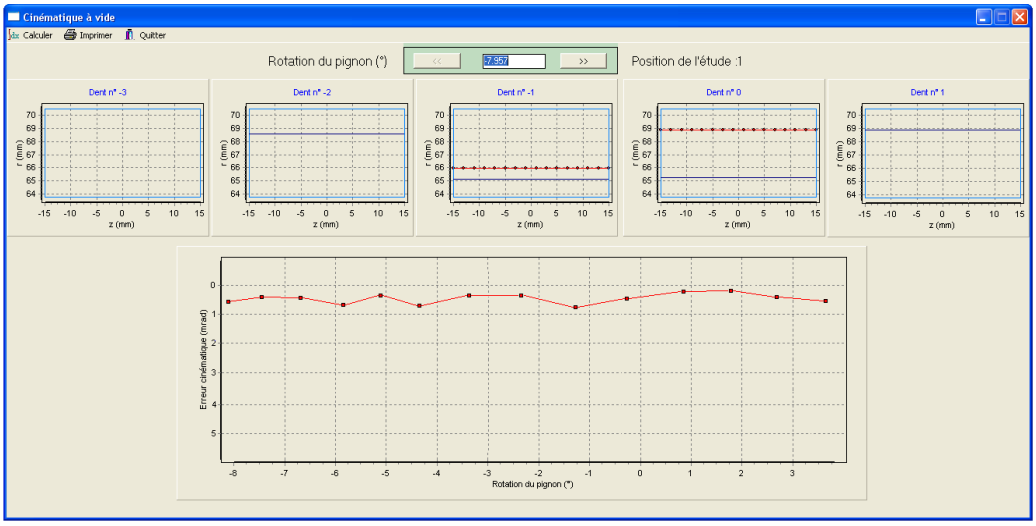



**Figure 4.122 : Ligne potentiel de contact et erreur de transmission à vide**

## 2.4 Résultats accessibles

Après la cinématique à vide les coefficients d'influence de flexion sont calculés avec un modèle éléments finis (CATIA). L'interaction entre PRINCE COMPOSITE et CATIA est automatisé à partir de macro commande. Ensuite le partage de charge peut être executé.
Voici quelques résultats obtenus avec le modèle numérique développé. Pour cet exemple, la géométrie utilisée est celle des engrenages réalisés dans le cadre de cette thèse, sans correction de denture particulière (Tableau 4.12). Cette géométrie servira également de base pour les travaux présentés dans ce chapitre.

Les conditions de fonctionnement sont représentées dans le Tableau 4.11.

| | |
|---|---|
| Couple [N.m] | 3 |
| Vitesse [tr/min] | 32 |
| Entraxe [mm] | 41 |
| Température [°C] | 30 |
| Humidité [Rh%] | 20° |

**Tableau 4.11 : Conditions de fonctionnement**

| | |
|---|---|
| Module [mm] | 3 |
| Nombre de dent du pignon | 32 |
| Nombre de dent de la roue | 41 |
| Largeur [mm] | 30 |
| Angle de pression [ °] | 20° |
| Coefficient de déport | 0 |
| Rayon de pied [mm] | 1 |

**Tableau 4.12 : Géométrie des engrenages moulés**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 2.4.1 Répartition des charges

Le premier résultat obtenu est la répartition des efforts sur chaque dent en contact (cf. Figure 4.123). On peut donc suivre, pour une zone angulaire particulière, le nombre de dents en contact et l'effort que supporte chacune de ces dents.

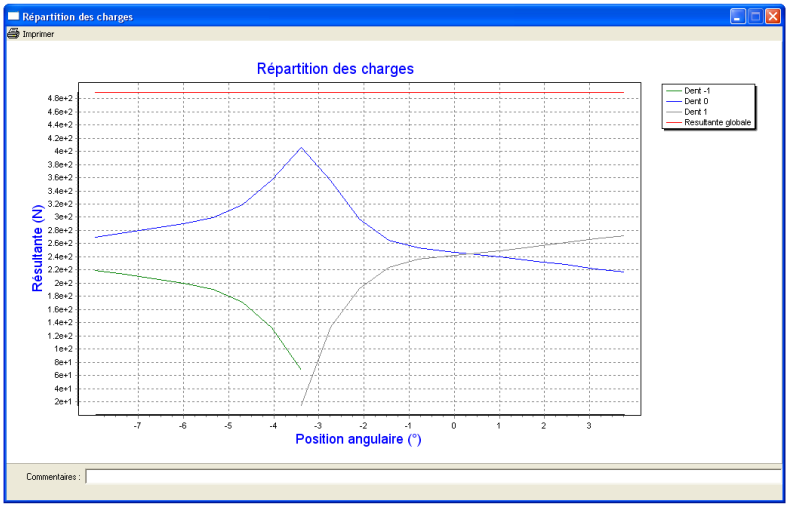



**Figure 4.123 : Représentation de la répartition des charges sur 3 dents**

Le partage des charges de la Figure 4.123 correspond à un passage de la dent 0. La numérotation des dents est présentée sur la Figure 4.124 ci-dessous.
Nous pouvons distinguer trois phases, une première avec deux dents en contact (dent -1 et dent 0) puis une position avec trois dent en contact (dent -1, dent 0 et dent 1) et une dernière phase avec de nouveau deux dents en contact (dent 0 et dent 1). Nous pouvons remarquer que la résultante globale est constante pendant la période d'engrènement.

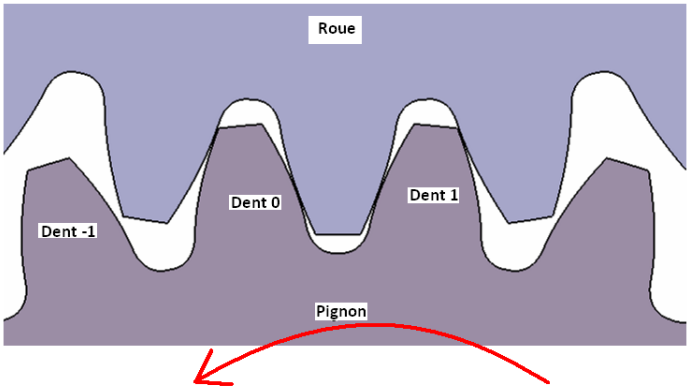



**Figure 4.124 : Numérotation des dents**

### 2.4.2 Pression instantanée

La Figure 4.125 représente, pour une position cinématique donnée, les lignes de contact et la pression sur chaque dent chargée. La position choisie sur la figure correspond à celle où le chargement est maximum sur la dent 0, avec trois dents en contact. Les zones de contact sur les cinq dents étudiées sont représentées sur la partie haute de la figure, ligne verte pour la roue et multicolore pour le pignon. Les pressions sur les dentures situées sur le graphique central correspondent à la pression maximum.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

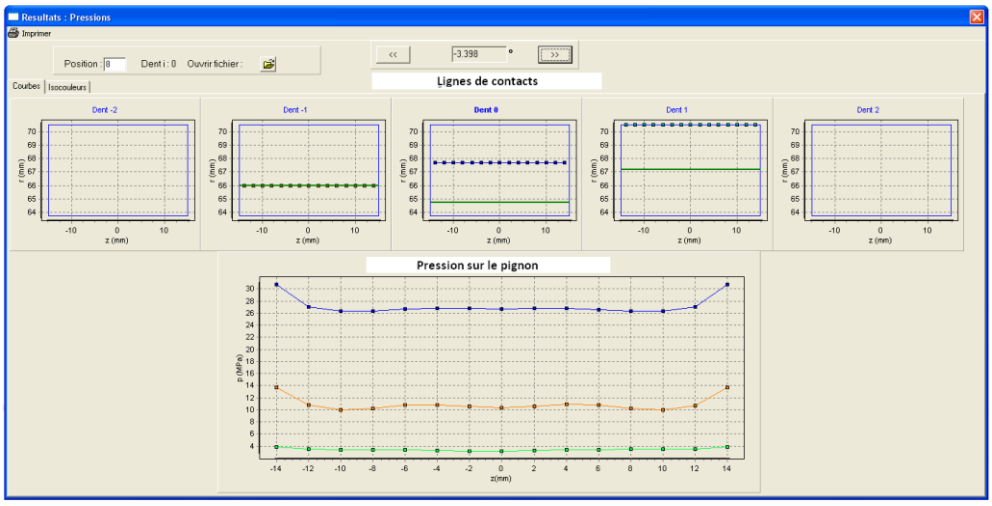



**Figure 4.125 : Lignes de contact sous charge et pressions instantanées pour une position donnée**

## 2.4.3 Erreur de transmission

L'erreur de transmission sous charge, dont le principe de calcul a été présenté dans le Chapitre III, paragraphe 3.8, correspond aux erreurs dues à la flexion des dents et de leurs supports, à l'écrasement des surfaces au niveau du contact, ajoutée à l'erreur cinématique à vide.

Cette erreur correspond à l'angle entre la position théorique et la position réelle de la dent pour une position cinématique donnée. Le calcul étant fait sur différentes positions cinématiques, on peut alors représenter l'erreur de transmission (Figure 4.126). Cette erreur est représentée en angulaire sur la roue (en milliradians).

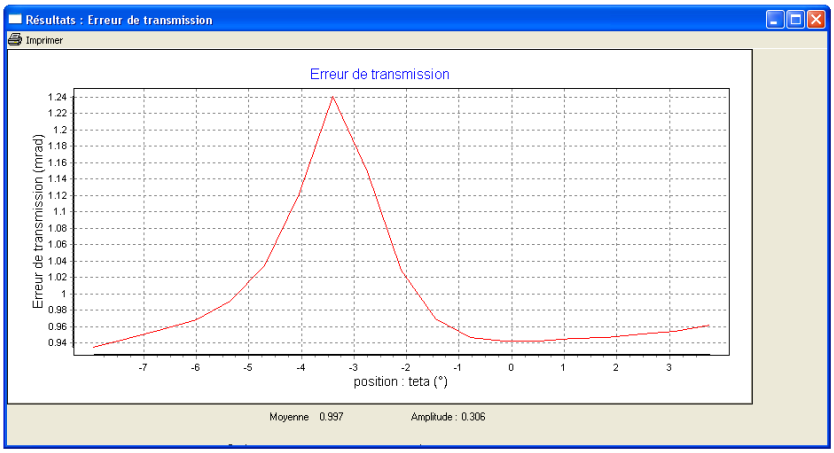



**Figure 4.126 : Erreur de transmission sur un pas de dent**

## 2.4.4 Raideur d'engrènement

La raideur d'engrènement approximée par l'équation (4.100), est liée à l'erreur de transmission et au couple transmis. Cette donnée peut ensuite être utilisée pour le développement d'un modèle dynamique.

$$K = \frac{Couple}{\varepsilon} \qquad (4.100)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

*K* représente la raideur et ε le rapprochement des corps linéaires.

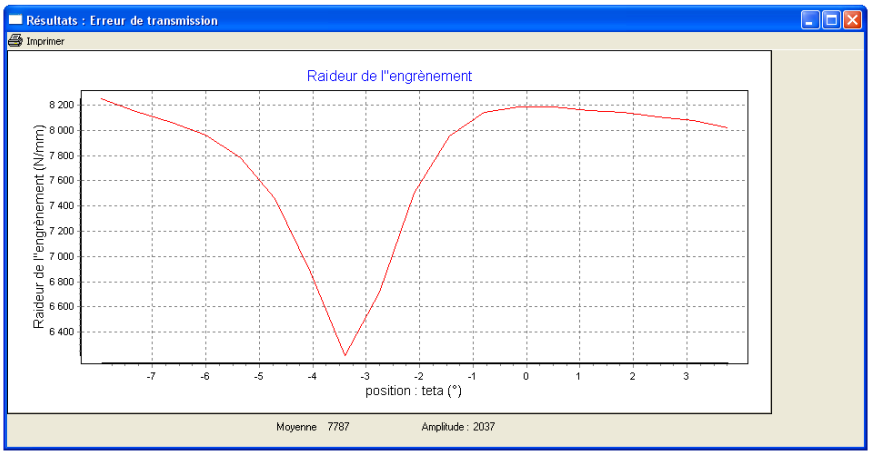



**Figure 4.127 : Raideur pour un pas de dent**

## 2.4.5 Contrainte en pied de dent

La méthode du calcul des contraintes en pied de dent est décrite dans le Chapitre III, paragraphe 3.9. Le maillage utilisé pour réaliser le calcul éléments finis est créé automatiquement par des macros commandes. La taille globale des éléments est fonction du module et un affinement local du maillage est réalisé sur les flancs qui encadrent la dent centrale.

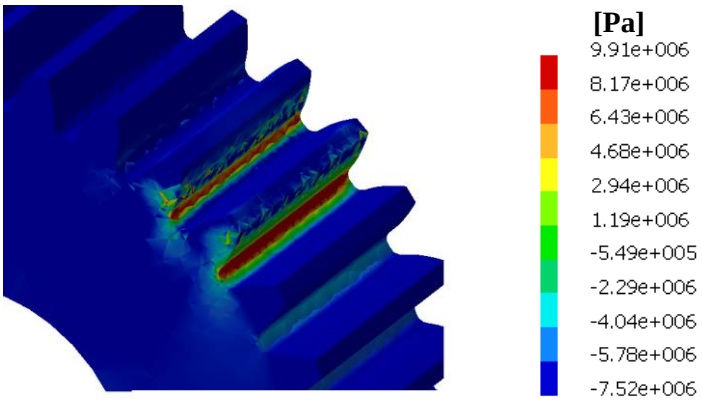



**Figure 4.128 : Contrainte principale en pied de dent**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 3. Localisation de la contrainte en pied de dent

D'après la norme ISO 6336 [2], pour un engrenage acier, la contrainte maximale se situe proche d'un point théorique du flanc pour lequel la tangente fait un angle de 30° avec l'axe de la dent (cf. Figure 4.129).

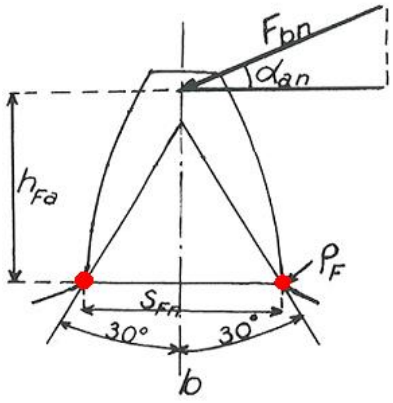



**Figure 4.129 : Localisation de la contrainte en pied de dent [2]**

Le dimensionnement est basé sur la contrainte de traction. Cette valeur s'obtient en visualisant les contraintes principales. L'objectif de ce paragraphe est de vérifier si cette hypothèse peut s'appliquer aux engrenages en plastique renforcé.

## 3.1 Obtention de la contrainte en pied de dent

Pour ne pas surcharger les calculs et la taille des données, la contrainte en pied de dent est localisée dans une fenêtre d'observation comme le montre la Figure 4.130.

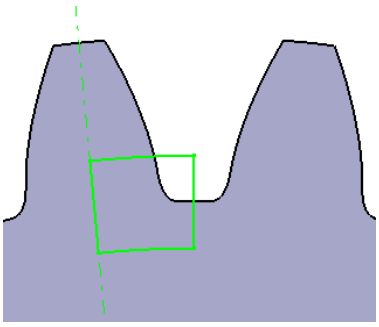


**Figure 4.130 : Fenêtre d'observation de la contrainte en pied de dent**

Une discrétisation en volumes de 1mm de large est réalisée, dans chacun d'eux, la contrainte maximale de coordonnées (x, y, z) est recherchée.

## 3.2 Résultats

Les calculs sont réalisés pour la géométrie donnée dans le Tableau 2.5 pour différentes conditions de fonctionnement. La Figure 4.131 représente la localisation de la contrainte en pied de dent pour des conditions de fonctionnement suivantes : 20N.m, 300tr/min et à la température de transition vitreuse.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

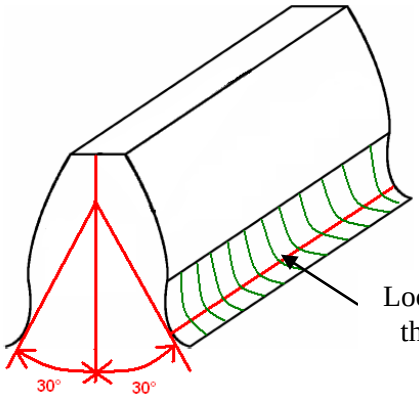
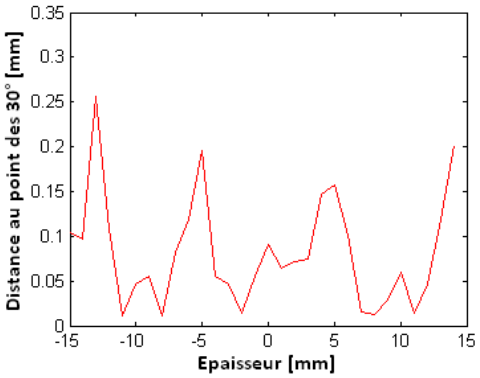
| a. Recherche de la contrainte | b. Distance de la contrainte par rapport à la ligne théorique en [mm] |
|---|---|
|  |  |



**Figure 4.131 : Localisation de la contrainte**

La Figure 4.131.a représente les sections sur lesquelles sont recherchées les contraintes maximums et la Figure 4.131.b la distance du point de contrainte maximale à la ligne théorique.

Les écarts entre la position du point théorique de la contrainte maximale et sa localisation calculée sont inférieurs à 0,2mm. Soit en degré un écart de +/- 0,5° par rapport au cône théorique à 30°. En conclusion, cette méthode décrite par la norme pour les dentures métalliques parait convenir aussi aux engrenages polymères.

# 4. Plan d'expériences

L'objectif de cette partie est d'étudier le comportement des engrenages en Polyamide 6+30%FV en fonction des conditions d'utilisation. Trois paramètres de fonctionnement ont été étudiés: la vitesse, la température et le couple. En sortie quatre résultats ont été obtenus : l'origine des déplacements (élastique, visqueux, historiques), la contrainte maximum en pied de dent, la pression maximum sur les flancs au primitif et l'erreur de transmission. Ces études ont été réalisées à l'aide de plans d'expériences complet.

Les résultats permettent de définir des lois de comportement analytiques, de vérifier l'utilité de la prise en compte des historiques de déplacements et de comparer les prédictions du modèle développé dans cette thèse avec ceux de la norme VDI 2736.

## 4.1 Eléments sur les plans d'expériences

Le traitement statistique par des plans d'expériences permet de déterminer les facteurs significativement influents, ainsi que leurs éventuels effets de couplages. L'équation exprimant le phénomène selon les seuls paramètres et couplage peut être déduite.

### 4.1.1 Présentation du modèle

Les conditions de fonctionnement sont étudiées selon des critères de dimensionnement utilisés dans la norme VDI2736 [1] (contrainte maximum en pied de dent, pression maximum sur les flancs au primitif, flexion en tête de dent). A cela s'ajoute l'amplitude de l'erreur de transmission ε et l'origine des déplacements en tête de denture (élastique, visqueux, surfacique, volumique, historique). L'erreur de transmission n'est pas prédite par la norme car elle nécessite la connaissance précise du partage de



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

charge. L'origine des déplacements permet de comprendre l'importance de chaque type de déplacement et de conclure quant à la pertinence de leur prise en compte.

### 4.1.2 Présentation des facteurs

Pour cette analyse, trois facteurs ont été sélectionnés : le couple C, la vitesse w et la température T. Ces facteurs ont une forte influence sur le comportement et ils sont les trois principaux facteurs utilisés dans la norme VDI 2736. Les conditions de montage ainsi que la géométrie ne sont pas pris en compte dans ces plans d'expérience.

Une première série d'essais ayant montré un comportement quadratique de ces paramètres, trois niveaux de modalités seront donc utilisés. Le plan factoriel complet étant de type $3^n$ avec n facteur contrôlés possédant 3 niveaux chacun, 27 sites expérimentaux sont donc nécessaires pour représenter l'ensemble des différentes combinaisons envisageables. La notation des facteurs et de leur niveau sont précisées dans le Tableau 4.13 ci-dessous.

| Symbolique | Niveau | | |
|---|---|---|---|
| | Bas | Moyen | Haut |
| C : Couple [N.m] | 5 | 12,5 | 20 |
| W : Vitesse [tr/min] | 5 | 500 | 1000 |
| T : Température [°C] | 40 | 80 | 120 |

**Tableau 4.13 : Niveaux des facteurs**

### 4.1.3 Analyse de l'influence des facteurs

Le tableau des résultats est donné dans l'annexe 13. Quatre outils sont utilisés pour interpréter les résultats : l'équation de régression, l'équation véritable, le comparateur d'influence et le test de Fischer Snedecor.

L'équation de régression (4.101) permet d'exprimer sous forme polynomiale la valeur suivie en fonction des différents paramètres et leurs couplages.

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i.x_i + \sum_{i=1}^{q} \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^{q} a_{ij}.x_i.x_j + \ldots \qquad (4.101)$$

$y$ étant la sortie (le résultat) et les $x_i$ les facteurs adimensionnés que l'on peut faire varier. $a_i$ sont les coefficients de régression qui caractérisent le modèle que l'on cherche à déterminer.

Cependant, cette équation ne donne pas directement la loi de comportement recherchée. Pour cela l'équation véritable, où les facteurs adimensionnés sont remplacés par leur valeur réelle est utilisée. A partir de ces équations, il est possible de tracer l'évolution de la contrainte, pression ou l'amplitude erreur de transmission en fonction des paramètres.

Le comparateur d'influence, basé sur un calcul de variance, permet de comparer l'influence de chaque facteur et de leurs couplages. Afin de supprimer les facteurs et les couplages non influents, le test de Fischer Snedecor est utilisé. Le principe de ce test est de donner une variable $F_\alpha$ au-delà de laquelle l'hypothèse de non influence est erronée. L'application de ce test résulte simplement de la comparaison entre $F_\alpha$ et $F_{expé}$ le comparateur d'influence. Généralement $\alpha$=0,5% est une très bonne hypothèse. Plus de détails sur l'obtention de ces trois outils sont donnés en annexe 13.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 4.2 Influence des historiques

### 4.2.1 Paramètres du plan d'expériences

Le critère utilisé correspond au déplacement total en tête de denture dans le cas d'un chargement en tête de dent. Ce déplacement λ provient d'un cumul de déplacements (4.102) :

$$\lambda_{totale} = \lambda_{elS} + \lambda_{elV} + \lambda_{visS} + \lambda_{visV} + \lambda_{histoS} + \lambda_{histoV} \qquad (4.102)$$

$\lambda_{elS}$ : déplacement élastique de surface, $\lambda_{elV}$ : déplacement élastique de volume, $\lambda_{visS}$ : déplacement visqueux de surface, $\lambda_{visV}$ : déplacements visqueux de volume, $\lambda_{histoS}$ : historiques de surface et $\lambda_{histoV}$ : historiques de volume. Ce paramètre correspond au paramètre λ(µm) utilisé dans la VDI 2736 [1].

### 4.2.2 Déplacement total en tête de dent λ

L'analyse de variance et de régression donne les coefficients de l'équation de régression au risque de 0,5% :

| λ | 1 | C | w | T | C.T | C² | w² | T² |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Coef. | 33,16 | -1,25 | -0,04 | -0,81 | 0,07 | $-3.10^{-3}$ | $2.10^{-5}$ | $3.10^{-6}$ |

**Tableau 4.14 : L'équation de régression véritable « déplacement total en tête λ »**

A partir du calcul des carrés moyens, qui est un estimateur mathématique comparateur d'influence (cf. Annexe 13), il est possible de classifier les paramètres et éventuel couplage par ordre d'influence.
Le Tableau 4.15 montre que la température est le facteur le plus influent devant le couple puis la vitesse. Il existe aussi un fort couplage entre le couple et la température.

| | C | w | T | C.w | C.T | w.T | Résiduel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carrés moyens | 9923 | 0537 | 12059 | 63 | 1422 | 357 | 5 |

**Tableau 4.15 : Carré moyen résiduel « déplacement total en tête λ »**

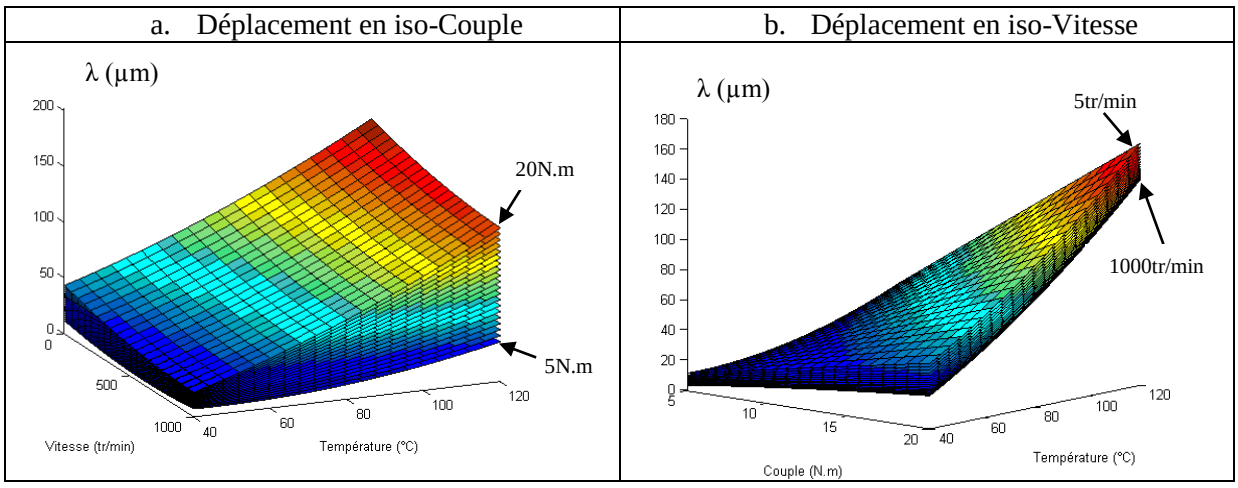



**Figure 4.132 : Evolution du déplacement total en tête λ**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

A partir de la Figure 4.132 , on peut observer sur la courbe iso-couple une légère influence de la vitesse. Son impact semble quadratique. Toujours sur la Figure 4.132.a, on constate que la température donne un comportement légèrement quadratique. Pour finir l'iso-vitesse (Figure 4.132.b) informe de l'impact linéaire du couple et montre que l'influence de la température est prédominante sur celle du couple.
Finalement, le Tableau 4.16 résume l'influence et le comportement des trois variables étudiées (température, couple, et vitesse).

| Paramètre | Influence | Evolution |
|---|---|---|
| Couple moteur | Influent | Linéaire |
| Vitesse de rotation | Peu influent | Quadratique |
| Température | Très influent | Quadratique |

**Tableau 4.16 : Bilan de l'étude sur le déplacement total en tête λ**

## 4.2.3 Déplacement total élastique en tête de dent $\lambda_{el}$

$\lambda_{el}$ correspond à la part des déplacements élastiques en % par rapport au déplacement total. L'analyse de variance fournit les coefficients de l'équation de régression au risque de 0,5% :

| $\lambda_{el}$ | 1 | C | w | T | T.w | C.T | $C^2$ | $w^2$ | $T^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Coef. | 131,5 | -0,14 | 0,042 | -1,29 | $-8.10^{-5}$ | $1.10^{-4}$ | $2.10^{-3}$ | $-2.10^{-5}$ | $3.10^{-3}$ |

**Tableau 4.17 : L'équation véritable de régression « déplacement total élastique en tête $\lambda_{el}$ »**

La température est le facteur le plus influent devant la vitesse puis le couple (cf. Tableau 4.18)

| | C | w | T | C.w | C.T | w.T | Résiduel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carrés moyens | 3 | 516 | 12057 | 0,05 | 1,66 | 256,6 | 0,02 |

**Tableau 4.18 : Carré moyen résiduel « déplacement total élastique en tête $\lambda_{el}$ »**

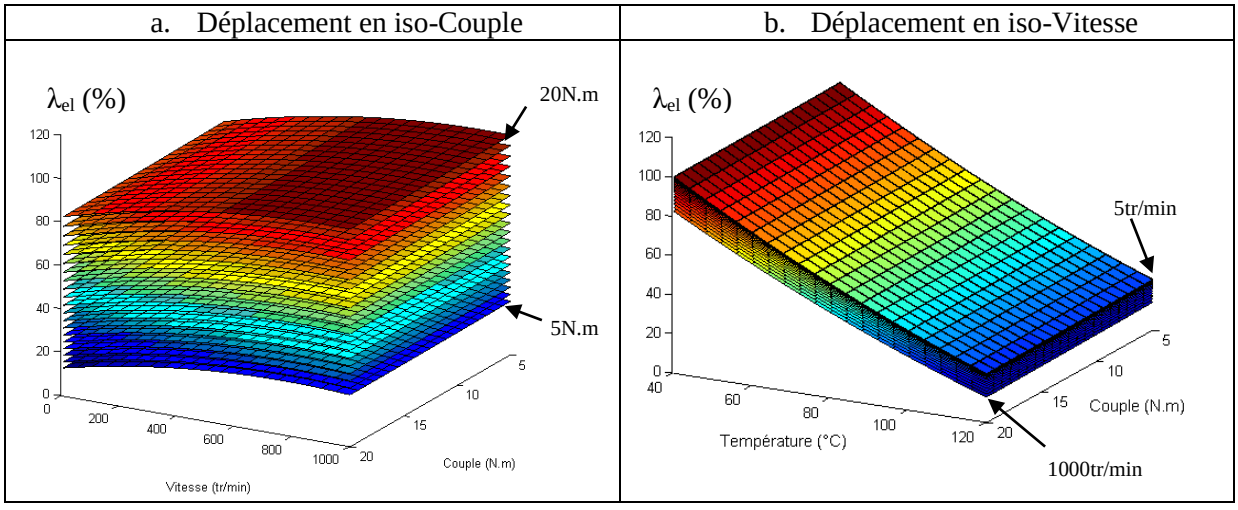



**Figure 4.133 : Evolution du déplacement élastique total en tête $\lambda_{el}$**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Sur la Figure 4.133, on remarque que pour ce type de déplacement, la vitesse influe de manière non négligeable, même si le facteur principal reste la température. Les déplacements élastiques ont un rôle prépondérant à basse température (100%) et relativement faible à haute température (20%).
Finalement, le Tableau 4.19 résume l'influence et le comportement des trois variables étudiées (température, couple, et vitesse).

| Paramètre | Influence | Evolution |
|---|---|---|
| Couple moteur | Très peu influent | - |
| Vitesse de rotation | Influent | Quadratique |
| Température | Très influent | Quadratique |

**Tableau 4.19 : Bilan de l'étude sur le déplacement total élastique en tête $\lambda_{el}$**

## 4.2.4 Déplacement total visqueux en tête de dent $\lambda_{visco}$

$\lambda_{visco}$ correspond à la part des déplacement visqueux en % par rapport au déplacement total.
L'analyse de variance et de régression donne les coefficients de l'équation de régression au risque de 0,5% :

| $\lambda_{visco}$ | 1 | w | T | w.T | $W^2$ | $T^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Coef. | -1,73 | $-3{,}2.10^{-2}$ | $1{,}9.10^{-1}$ | $7.10^{-5}$ | $2.10^{-5}$ | $4.10^{-3}$ |

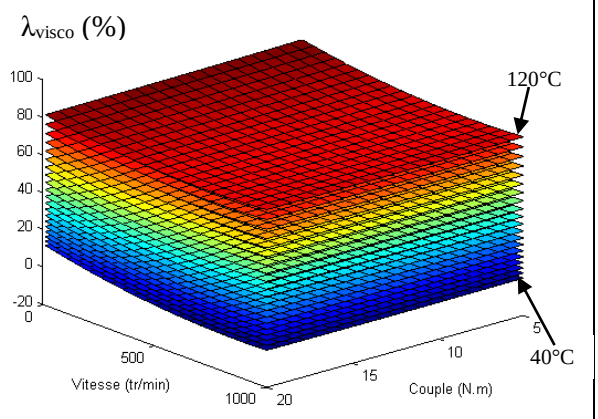
**Tableau 4.20 : L'équation de régression véritable « déplacement total visqueux en tête $\lambda_{visco}$ »**

La température est le facteur le plus influent devant la vitesse (cf. Tableau 4.21)

| | C | w | T | C.w | C.T | w.T | Résiduel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carrés moyens | 2 | 283 | 12007 | 0,35 | 1,15 | 78,3 | 0,39 |

**Tableau 4.21 : Carré moyen résiduel « déplacement total visqueux en tête $\lambda_{visco}$ »**

a. Déplacement en iso-Température




b. Déplacement en iso- Vitesse

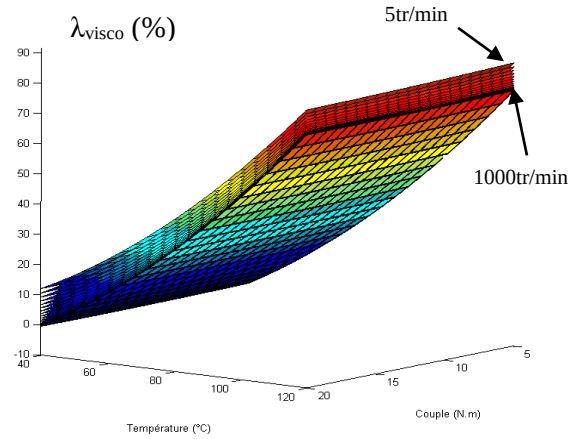



**Figure 4.134 : Evolution du déplacement visqueux total en tête $\lambda_{visco}$**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Sur la Figure 4.134 on remarque que pour ce type de déplacement, la vitesse influe de manière non négligeable même si le facteur principal reste la température. Au contraire des déplacements élastiques, les déplacements visqueux ont lieu à haute température (80%) et sont quasi inexistants à basse température.
Finalement, le Tableau 4.22 résume l'influence et le comportement des trois variables étudiées (température, couple, et vitesse).

| Paramètre | Influence | Evolution |
|---|---|---|
| Couple moteur | Très peu influent | - |
| Vitesse de rotation | Influent | Quadratique |
| Température | Très influent | Quadratique |

**Tableau 4.22 : Bilan de l'étude sur le déplacement total visqueux en tête $\lambda_{visco}$**

## 4.2.5 Déplacement total des historiques en tête de dent $\lambda_{histo}$

L'analyse de variance et de régression donne les coefficients de l'équation de régression au risque de 0,5% :

| $\lambda_{histo}$ | 1 | C | w | T | C.T | w.T | $C^2$ | $w^2$ | $T^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Coef. | -31 | $2{,}8.10^{-1}$ | $-9.10^{-3}$ | 1,1 | $1.10^{-4}$ | $2.10^{-5}$ | $-6.10^{-3}$ | $4.10^{-6}$ | $-7.10^{-3}$ |

**Tableau 4.23 : L'équation de régression véritable « déplacement historique total en tête $\lambda_{histo}$ »**

La température est le facteur le plus influent devant la vitesse puis le couple (cf. Tableau 4.24)

| | C | w | T | C.w | C.T | w.T | Résiduel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carrés moyens | 9,7 | 35 | 364 | 0,6 | 5,5 | 53,6 | 0,59 |

**Tableau 4.24 : Carré moyen résiduel « déplacement historique total en tête $\lambda_{histo}$ »**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

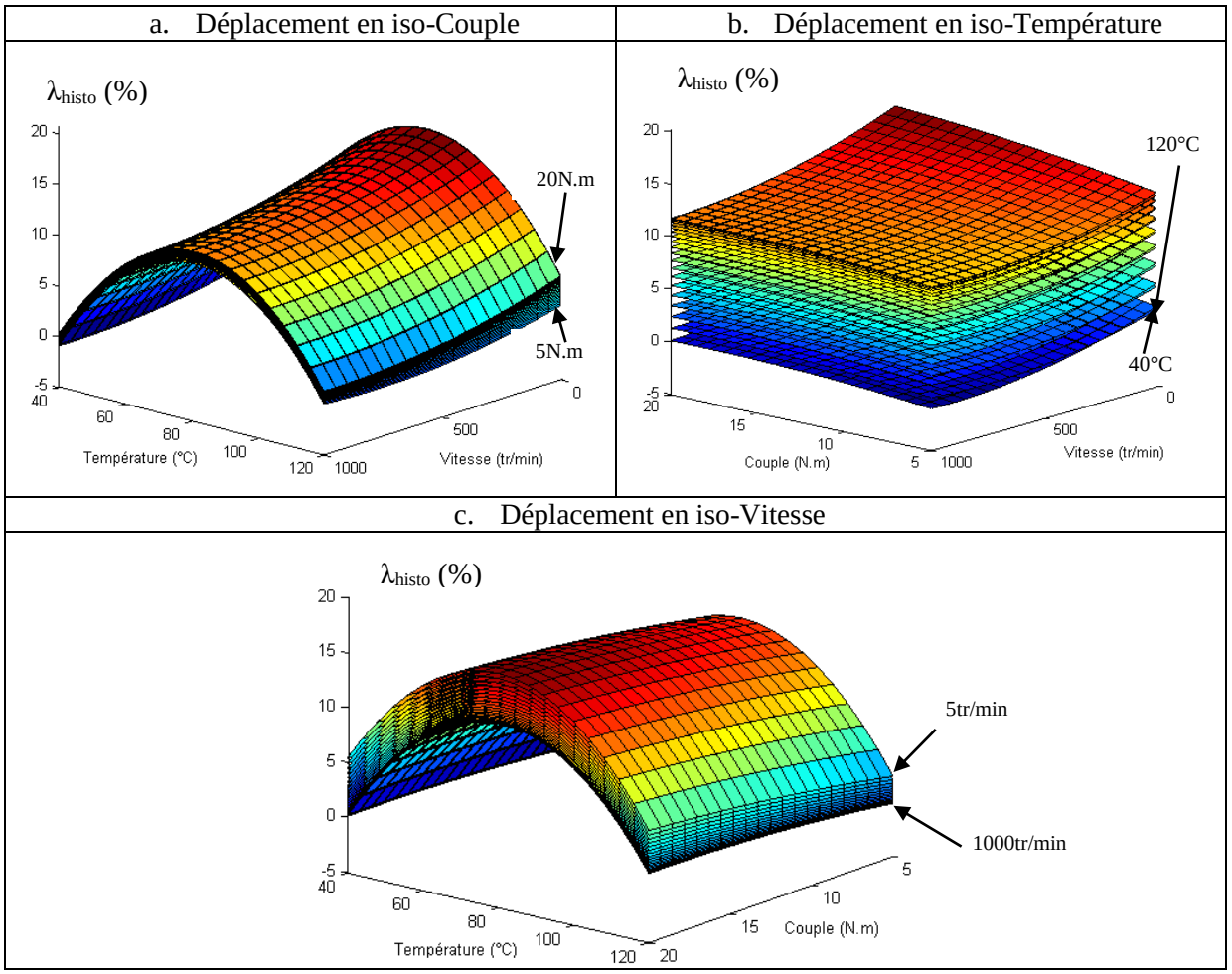



**Figure 4.135 : Evolution du déplacement historique total en tête $\lambda_{histo}$**

La Figure 4.135 montre le comportement fortement quadratique de la température sur l'historique des déplacements. Un maximum de l'ordre de 15% est atteint à la température de transition vitreuse (60°C). Cela s'explique par le comportement fortement visco-élastique du matériau à proximité de la température de transition vitreuse. A haute et basse température les historiques sont quasi inexistants. On peut également constater sur la courbe en iso-Couple (cf. Figure 4.135.a) que, plus la vitesse de rotation est lente, plus les historiques des déplacements sont conséquents.
Finalement, le Tableau 4.25 résume l'influence et le comportement des trois variables étudiées (température, couple, et vitesse).

| Paramètre | Influence | Evolution |
|---|---|---|
| Couple moteur | Très peu influent | - |
| Vitesse de rotation | Influent | Quadratique |
| Température | Très influent | Quadratique |

**Tableau 4.25 : Bilan de l'étude sur le déplacement historique total en tête $\lambda_{histo}$**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 4.2.6 Déplacement total de surface en tête de dent $\lambda_S$

L'analyse de variance et de régression donne les coefficients de l'équation de régression au risque de 0,5% :

| $\lambda_S$ | 1 | C | w | T | C.T | w.T | $C^2$ | $W^2$ | $T^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Coef. | 28,8 | $3{,}6.10^{-1}$ | $1{,}5.10^{-2}$ | $9{,}9.10^{-2}$ | $-2.10^{-3}$ | $-3.10^{-5}$ | $-7.10^{-3}$ | $-8.10^{-6}$ | $-2.10^{-3}$ |

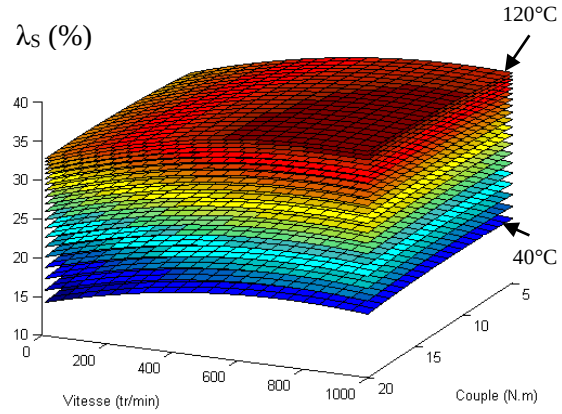
**Tableau 4.26 : L'équation véritable de régression « déplacement de surface total en tête $\lambda_S$ »**

La température est le facteur le plus influent devant la vitesse (cf.Tableau 4.27).

| | C | w | T | C.w | C.T | w.T | Résiduel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carrés moyens | 1,2 | 59,8 | 798,6 | 0,2 | 1,6 | 53,1 | 0,1 |

**Tableau 4.27 : Carré moyen résiduel « déplacement de surface total en tête $\lambda_S$ »**

a. Déplacement en iso-Température




b. Déplacement en iso-Vitesse

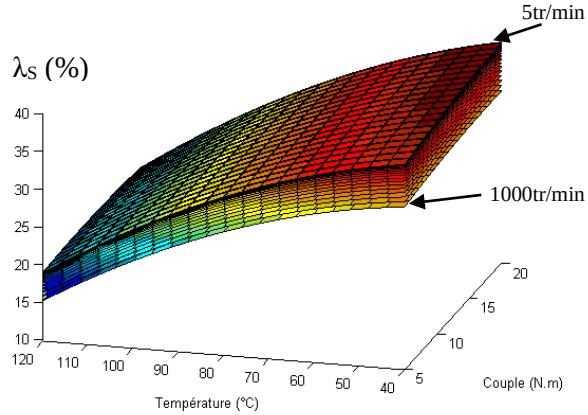



**Figure 4.136 : Evolution du déplacement de surface total en tête $\lambda_S$**

Sur la Figure 4.136, le facteur le plus influent est la température. Les déplacements de surface représentent jusqu'à 40% des déplacements totaux à basse température et 15% à haute température.
Finalement, le Tableau 4.28 résume l'influence et le comportement des trois variables étudiées (température, couple, et vitesse).

| Paramètre | Influence | Evolution |
|---|---|---|
| Couple moteur | Très peu influent | - |
| Vitesse de rotation | Influent | Quadratique |
| Température | Très influent | Quadratique |

**Tableau 4.28 : Bilan de l'étude sur le déplacement de surface total en tête $\lambda_S$**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 4.2.7 Déplacement total de volume en tête de dent $\lambda_V$

L'analyse de variance et de régression donne les coefficients de l'équation de régression au risque de 0,5% :

| $\lambda_V$ | 1 | C | w | T | C.T | w.T | $C^2$ | $W^2$ | $T^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Coef. | 71,2 | $-3,6.10^{-1}$ | $-1,5.10^{-2}$ | $-9,9.10^{-2}$ | $2.10^{-3}$ | $3.10^{-5}$ | $7.10^{-3}$ | $8.10^{-6}$ | $2.10^{-3}$ |

**Tableau 4.29 : L'équation véritable de régression « déplacement de volume total en tête $\lambda_V$ »**

La température est le facteur le plus influent devant la vitesse (cf. Tableau 4.30)
Les carrés moyens sont identiques à ceux du déplacement surfacique.

| | C | w | T | C.w | C.T | w.T | Résiduel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carrés moyens | 1,2 | 59,8 | 798,6 | 0,2 | 1,6 | 53,1 | 0,1 |

**Tableau 4.30 : Carré moyen résiduel « déplacement de volume total en tête $\lambda_V$ »**

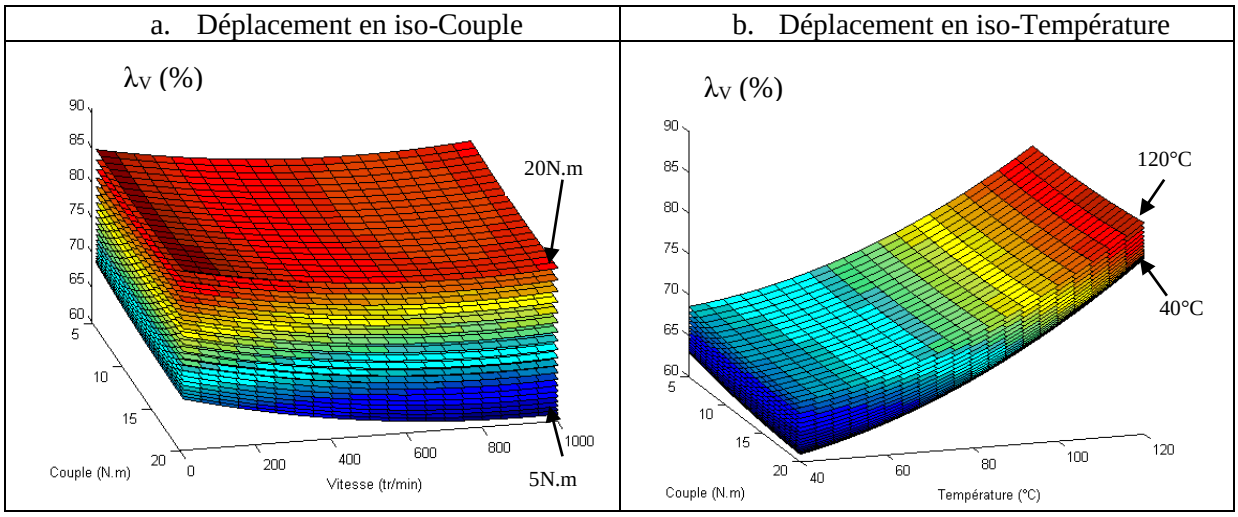



**Figure 4.137 : Evolution du déplacement de volume total en tête $\lambda_V$**

Sur la Figure 4.137 le facteur le plus influent est la température. Au contraire des déplacements de surface, les déplacements de volume sont importants à haute température, jusqu'à 85% du déplacement total. Ils restent cependant dominants à basse température (60%).

Finalement, le Tableau 4.31 résume l'influence et le comportement des trois variables étudiées (température, couple, et vitesse).

| Paramètre | Influence | Evolution |
|---|---|---|
| Couple moteur | Très peu influent | - |
| Vitesse de rotation | Influent | Quadratique |
| Température | Très influent | Quadratique |

**Tableau 4.31 : Bilan de l'étude sur le déplacement de volume total en tête $\lambda_V$**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 4.2.8 Conclusion

Cette étude a permis d'évaluer la part de chaque matrice de déplacements sur le déplacement total. Ces déplacements sont écrits sous forme de fonction analytique où le rôle des facteurs (température, vitesse, couple) a pu être visualisé graphiquement. Les résultats montrent un rôle prépondérant du couple et de la température sur la flexion en tête de denture ainsi qu'une influence non négligeable des historiques de déplacement et des déplacements de surface. Les historiques représentent jusqu'à 15% du déplacement total, les déplacements de surface jusqu'à 40%.

## 4.3 Etude de la contrainte en pied de dent du pignon

La contrainte en pied de dent correspond à la contrainte principale maximale lors d'un chargement au plus haut contact unique.

L'analyse de variance et de régression donne les coefficients de l'équation de régression au risque de 0,5% :

| σ | 1 | C | T | C.T | C² | T² |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Coef. | $-3.10^{-2}$ | $4{,}9.10^{-1}$ | $-2{,}7.10^{-«}$ | $-2.10^{-5}$ | $8.10^{-4}$ | $3.10^{-6}$ |

**Tableau 4.32 : L'équation véritable de régression « contraint en pied de dent σ »**

Le paramètre w, vitesse, est non influent au risque 0,5%. Les carrés moyens (cf. Tableau 4.33) montrent que C « couple » est de loin le paramètre qui influe le plus sur la contrainte en pied de dent, ce qui est évident.

| | C | w | T | C.w | C.T | w.T | Résiduel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carrés moyens | 130,1 | 0,03 | 1,6 | 0,003 | 0,3 | 0,01 | 0,003 |

**Tableau 4.33 : Carré moyen résiduel « contraint en pied de dent σ »**

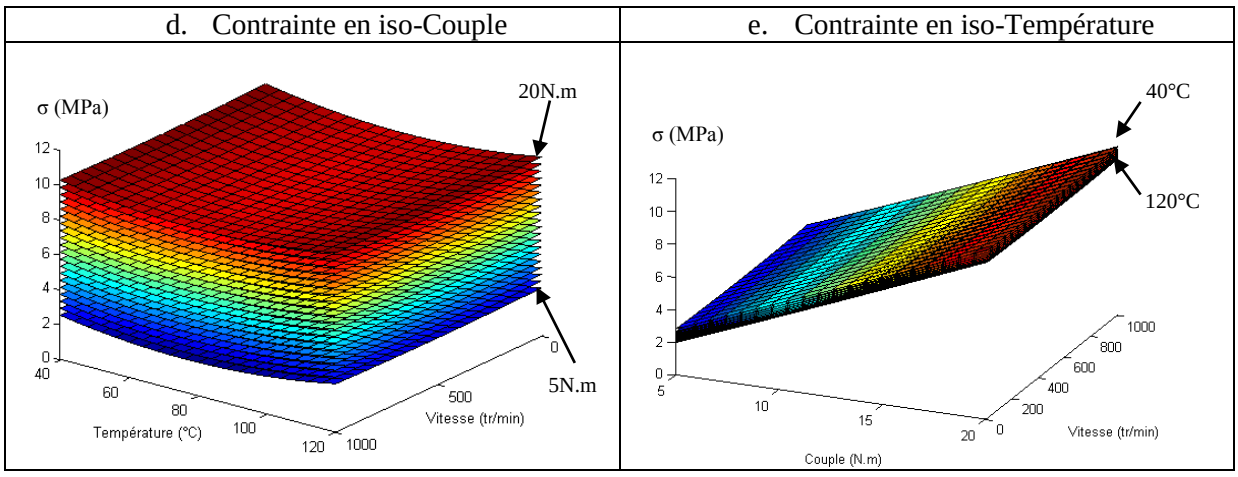



**Figure 4.138 : Evolution de la contrainte en pied de dent σ**

Sur la Figure 4.138, l'iso-couple et iso-température montrent que les surfaces sont quasiment des plans, la température semble induire une évolution quadratique mais peu influente. Sur les deux courbes, la vitesse n'implique aucune variation. Le couple possède un comportement linéaire sur la contrainte en pied de dent.

Finalement, le Tableau 4.34 résume l'influence et le comportement des trois variables étudiées (température, couple, et vitesse).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

| Paramètre | Influence | Evolution |
|---|---|---|
| Couple moteur | Très influent | Linéaire |
| Vitesse de rotation | Non influent | . |
| Température | Peu influent | Quadratique |

**Tableau 4.34 : Bilan de l'étude de la contrainte en pied de dent σ**

## 4.4 Etude de la pression maximum sur les flancs

La contrainte maximum sur les flancs est calculée au primitif.
L'analyse de variance et de régression donne les coefficients de l'équation de régression au risque de 0,5% :

| P | 1 | C | w | T | C.T | w.T | $C^2$ | $w^2$ | $T^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Coef. | 15,62 | 1,27 | $3.10^{-3}$ | $-7.10^{-2}$ | $-5.10^{-3}$ | $6.10^{-6}$ | $-1.10^{-2}$ | $-2.10^{-6}$ | $2.10^{5}$ |

**Tableau 4.35 : L'équation véritable de régression « pression sur flanc P »**

Tous les paramètres sont pris en compte par le critère de Fisher-Snedecor à 0,5% (cf. Tableau 4.36). Le couple et la température sont influents.

| | C | w | T | C.w | C.T | w.T | Résiduel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carrés moyens | 188,2 | 5,9 | 242,8 | 0,3 | 7,8 | 1,5 | 0,05 |

**Tableau 4.36 : Carré moyen résiduel « pression sur flanc P »**

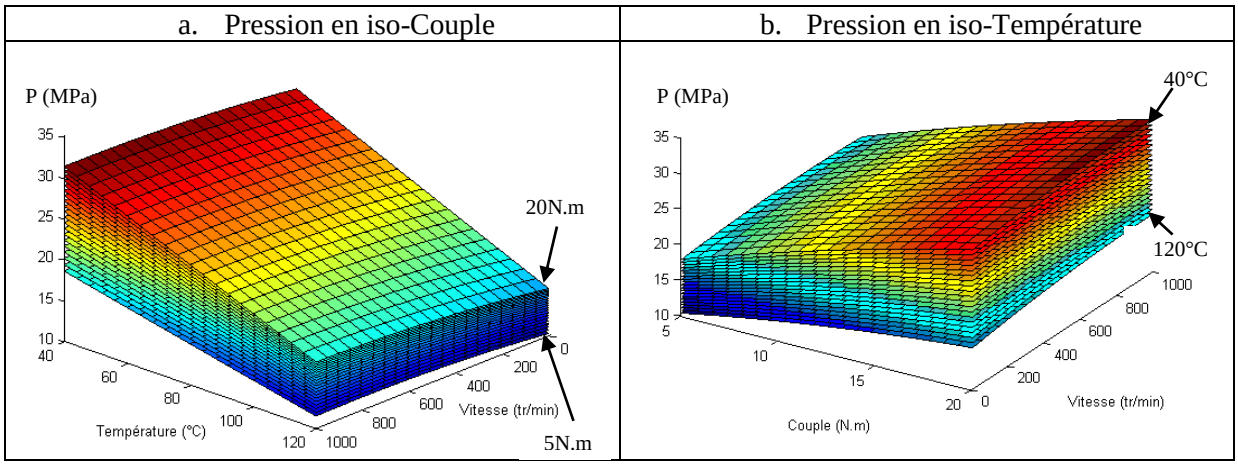



**Figure 4.139 : Evolution de la pression maximum au primitif P**

Sur la Figure 4.139 l'iso-couple montre que la température a une influence linéaire, tandis que l'iso-température donne la même information pour le couple. Il ressort des deux figures que la vitesse à une très faible influence.
Finalement, le Tableau 4.37 résume l'influence et le comportement des trois variables étudiées (température, couple, et vitesse).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

| Paramètre | Influence | Evolution |
|---|---|---|
| Couple moteur | Très influent | Linéaire |
| Vitesse de rotation | Non influent | . |
| Température | Influent | Linéaire |

**Tableau 4.37 : Bilan sur l'étude de la pression maximum au primitif P**

## 4.5 Etude de l'erreur de transmission

L'analyse de variance et de régression donne les coefficients de l'équation de régression au risque de 0,5% :

| P | 1 | C | T | C.T |
|---|---|---|---|---|
| Coef. | $-6{,}9.10^{-2}$ | $2{,}58.10^{-2}$ | $3.10^{-3}$ | $-2{,}8.10^{-4}$ |

**Tableau 4.38 : L'équation véritable de régression « amplitude de l'erreur de transmission ε »**

D'après le calcul des carrés moyens (cf. Tableau 4.39), l'équation est régie en premier lieu par le couplage couple-température. La température en tant que paramètre seul n'a pas été retenue comme influente d'après Fisher-Snedecor au risque de 0,5%.

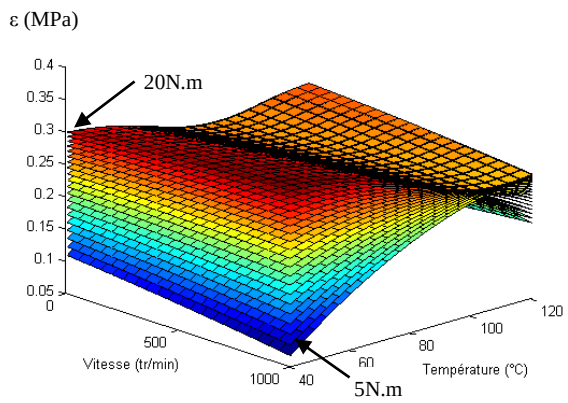
| | C | w | T | C.w | C.T | w.T | Résiduel |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Carrés moyens | 8,2 | 0 | 3,6 | 1,1 | 723 | 0,1 | 0,8 |

**Tableau 4.39 : Carré moyen résiduel « amplitude de l'erreur de transmission ε»**

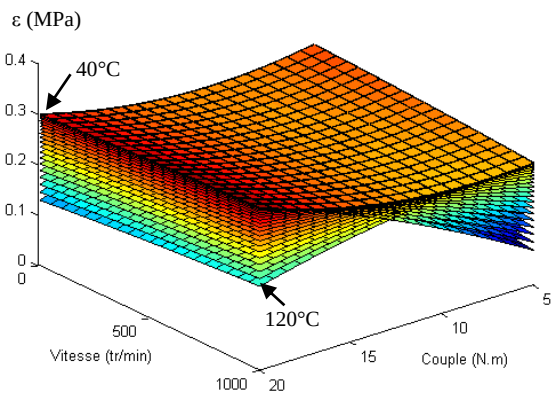


Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

a. Amplitude de l'erreur de transmission en iso-Couple




b. Amplitude de l'erreur de transmission en iso-Température




c. Amplitude de l'erreur de transmission en iso-vitesse

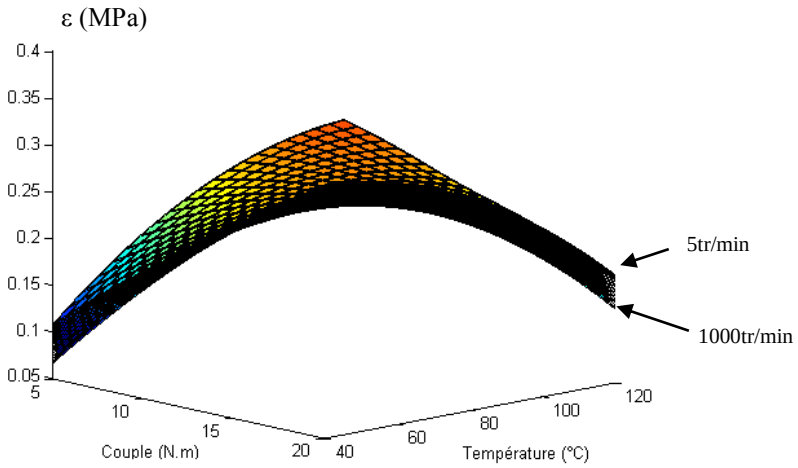



**Figure 4.140 : Evolution de l'amplitude de l'erreur de transmission ε**

Encore une fois les deux courbes (cf. Figure 4.140.b et .c) montrent que la vitesse est faiblement influente, même si une légère variation a lieu sur l'iso-couple Figure 4.140. L'iso-température montre que le couple à un impact linéaire et l'iso-couple que l'influence de la température est presque quadratique. Cependant, il est possible que cette analyse soit en grande partie due au fort couplage entre le couple et la température, que l'on peut visualiser sur l'iso-vitesse (cf. Figure 4.140.c).
Finalement, le Tableau 4.40 résume l'influence et le comportement des trois variables étudiées (température, couple, et vitesse).

| Paramètre | Influence | Evolution |
|---|---|---|
| Couple moteur | Très influent | Linéaire |
| Vitesse de rotation | Non influent | . |
| Température | Influent | Uniquement par couplage |

**Tableau 4.40 : Bilan sur l'étude de l'amplitude de l'erreur de transmission ε**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 4.6 Conclusion

L'étude sur l'origine de la flexion a montré l'importance des historiques de déplacements aux températures proches de la transition vitreuse. Ces derniers représentent jusqu'à 15% du déplacement total à la température de transition vitreuse. De même, la comparaison entre les déplacements de volume et de surface, mesurés sur la ligne de contact montrent l'importance de leur prise en compte respective. Les déplacements de surface représentent jusqu'à 40% du déplacement total à faible température.

Les deux paramètres caractéristiques du bruit (amplitude de l'erreur de transmission, flexion maximum en tête de dent), ont un comportement similaire vis-à-vis du couple et de la température, avec un très fort couplage entre les deux. Pour le déplacement en tête de dent, la température prédomine alors que pour l'amplitude de l'erreur de transmission c'est plutôt le couple.

La pression sur les flancs des dentures au primitif ainsi que la contrainte en pied de dent dépendent toutes deux du couple appliqué. La pression sur les flancs est aussi affectée par la température qui est directement relié au module d'Young du matériau.

En revanche, sur la plage d'étude réalisée entre 1 et 1000tr/min, la vitesse de rotation à montré sa faible influence.

## 4.7 Comparaison aux prédictions de la norme VDI 2736 [1]

Les équations de régression obtenues à partir des plans d'expérience sont facilement comparables aux prédictions de la norme VDI 2736. Nous nous intéressons aux trois paramètres de dimensionnement, la contrainte en pied de dent, la pression sur les flancs au primitif et à la flexion en tête de denture. L'ensemble de ces comparaisons est réalisé en fonction du couple et de la température pour une vitesse de 50tr/min. Les résultats correspondent aux valeurs mesurées sur la roue.

### 4.7.1 Contrainte en pied de dent du pignon

Selon la norme, la contrainte maximum en pied de dent lors d'un chargement au plus haut contact unique est donnée par l'équation (4.103).

$$\sigma_f = \frac{F_t}{b.m_n}.Y_{Fa}.Y_{Sa}.Y_\varepsilon.Y_\beta \qquad (4.103)$$

Les valeurs des différents paramètres sont obtenues à partir d'abaques proposés dans la norme. $Y_{Fa} = 2,45$ le facteur de forme, $Y_\varepsilon = 0.69$ le facteur de conduite, $Y_\beta = 1$ le facteur d'inclinaison et $Y_{Sa} = 1,75$ le facteur de correction de contrainte.

L'équation obtenue (4.104), dépend seulement du couple appliqué C et de la géométrie du pignon. L'équation (4.105), fonction du couple et de la température, correspond à celle provenant des plans d'expériences pour une vitesse de 50tr/min.

$$\sigma_{f_VDI} = 0,615.C \qquad (4.104)$$

$$\sigma_{f_\mathrm{Prince}} = -0,03 + 0,49.C - 0,0027.T - 0,00002.T.C + 0,0008.C^2 + 0,000003.T^2 \qquad (4.105)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

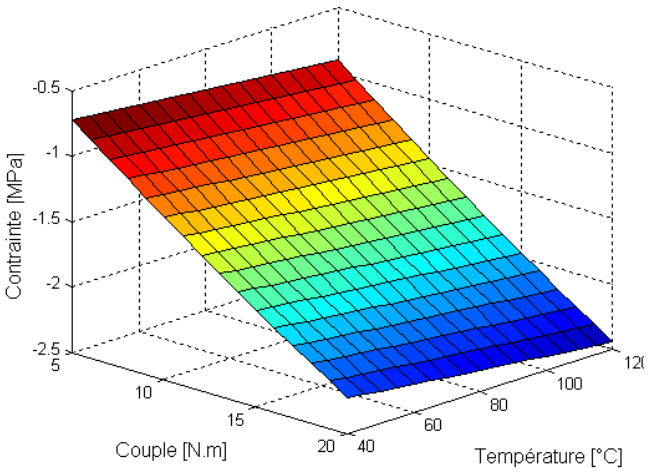



**Figure 4.141 : Différence entre la contrainte en pied de dent obtenue sous PRINCE et par la norme VDI 2736**

La Figure 4.141 représente la différence entre la contrainte calculée par PRINCE COMPOSITE et celle prédite par la norme. Une sure-estimation de la norme vis-à-vis des résultats de PRINCE est visible. L'écart le plus important se trouve à fort couple (20 N.m) et haute température (120°C) où la norme prédit une contrainte de 12,3MPa et PRINCE une contrainte de 9,8 MPa soit un écart de 20%. Cette différence provient d'une augmentation progressive du nombre de dent en prise lorsque la température augmente.

## 4.7.2 Pression sur les flancs

La contrainte maximum sur les flancs au primitif est donnée par l'équation (4.106).

$$\sigma_H = Z_E.Z_H.Z_\varepsilon.Z_\beta\sqrt{\frac{F_t}{b.d_1}.\frac{u+1}{u}} \qquad (4.106)$$

Les valeurs des différents paramètres sont obtenues à partir d'abaques proposés dans la norme avec $b$ (mm) la largeur de denture, $u$ le rapport de réduction, $d_1$ le diamètre primitif du pignon, $Z_H = 2,5$ le facteur géométrique, $Z_\varepsilon = 0,87$ le facteur de conduite, $Z_\beta = 1$ le facteur d'inclinaison et $Z_E$ le facteur matériau.

$Z_E$ est défini par l'équation (4.107). Ce dernier facteur permet de prendre en compte le comportement viscoélastique du Polyamide par le module dynamique du matériau. Dans notre cas $E_1$=$E_2$=E car le pignon et la roue ont les mêmes propriétés. Le module dynamique E du matériau a dû être défini à partir d'essais de DMA pour une fréquence de sollicitation de 0,8Hz correspondant à 50tr/min. Une régression numérique à l'aide d'un polynôme d'ordre 3 a permis de définir numériquement l'évolution du module d'Young en fonction de la température (4.108). La norme supposant le matériau isotrope, l'équation (4.107) se base sur l'expression de Tsaï et Pagano (3.74).

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi.\left(\frac{1-\nu^2}{E_1}+\frac{1-\nu^2}{E_2}\right)}} \qquad (4.107)$$

$$E = 0,0058.T^3 - 1,1058.T^2 + 27,884.T + 4480,3 \qquad (4.108)$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

L'équation (4.110) fonction du couple et de la température, correspond à celle provenant des plans d'expérience à une vitesse de 50tr/min.

$$\sigma_{H_VDI} = \sqrt{C}.\sqrt{E}.0,0828 \tag{4.109}$$

$$\sigma_{H_Prince} = 15,98 + 1,27.C - 0,07.T - 0,005.C.T + 0,00036.T - 0,01C^2 + 0,00002.T^2 \tag{4.110}$$

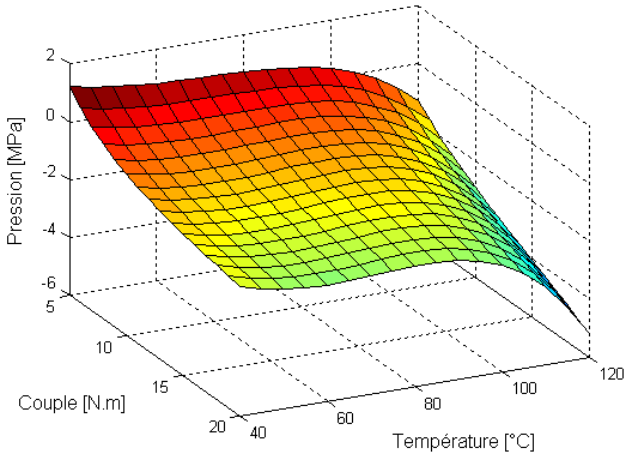



**Figure 4.142 : Différence entre la pression sur les flancs obtenus avec PRINCEet par la norme VDI 2736**

La Figure 4.142 montre un bon accord entre les résultats de la norme et ceux obtenus sous PRINCE COMPOSITE. Une sous-estimation de la norme à faible couple et faible température ainsi qu'une sure-estimation à fort couple et fort température de l'ordre de 23% sont observables. Les écarts restent inférieurs à 4,5MPa, soit une prédiction de 17,2 MPa pour PRINCE contre 22,4 MPa pour la norme à haute température et fort couple et 16,3 MPa pour PRINCE contre 15,6 MPa pour la norme à faible température et haut couple.

## 4.8 Bilan

La contrainte en pied de dent obtenue avec PRINCE COMPOSITE ainsi que celle de la norme VDI 2736 dépendent très fortement du couple. Cependant, une sous estimation de PRINCE composite allant jusqu'à 20% est observée à fort couple et température. Cette différence provient d'une augmentation du nombre de dent en contact. Ce facteur n'est pas pris en compte dans la norme VDI 2736.

Concernant la pression maximum sur le flanc au primitif, en plus du couple, la température est influente : une hausse de température implique un écrasement plus grand du matériau et une surface de contact plus importante pour répartir la charge. Ces deux paramètres, température et couple sont bien pris en compte par la norme VDI 2736 dans l'évaluation de la pression. Pourtant, des écarts de l'ordre de 23% existent entre ces deux modèles. Cette différence peut s'expliquer par une différence de propriétés du matériau où les fibres sont supposées homogènes isotropes par la VDI et perpendiculaire à l'effort de contact dans PRINCE. La non prise en compte de l'évolution du nombre de dent en contact va aussi créer in des différences de chargement et donc de pression de contact, notament à haute température.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 5. Conclusion

A partir du logiciel « PRINCE COMPOSITE » développé pour la simulation du comportement des engrenages en plastique renforcé, diverses études ont été réalisées.

La première étude porte sur la localisation de la contrainte maximum en pied de dent. Cette dernière est connue pour se situer à l'intersection d'un cône de 60° avec le pied de denture dans le cas des engrenages acier. Une étude éléments finis réalisée à partir des résultats de partage des charges a permis de montrer une localisation identique dans le cas des engrenages en Polyamide 6 renforcé de fibres de verre courtes.

La seconde étude concerne la compréhension de l'origine des déplacements en tête de denture ainsi que la contrainte maximum en pied de dent et la pression maximum sur les flancs au primitif en fonction des conditions de fonctionnement (vitesse, température, couple). Ces études sont réalisées sous forme de plan d'expériences complet permettant d'obtenir des équations analytiques des résultats de sortie de PRINCE COMPOSITE en fonction des trois facteurs étudiés. Les résultats montrent un impact des historiques allant jusqu'à 15% du déplacement total en tête de denture à la température de transition vitreuse. La pression maximum sur les flancs ainsi que l'erreur de transmission sont fortement influencées par le couple et la température. La contrainte en pied de dent évolue quant à elle de manière linéaire avec le couple sans être influencée par la température. Dans toutes les études réalisées, l'effet de la vitesse de rotation semble cantonné à un rôle secondaire sur les paramètres dimensionnant les engrenages plastiques, dans les conditions d'utilisation choisies.

La dernière étude porte sur une comparaison entre les calculs de PRINCE COMPOSITE et les prédictions de la norme VDI 2736 dans le cas de la contrainte en pied de dent et de la pression sur les flancs. Des tendances similaires sont observées, cependant à haute température et fort couple, un écart entre les deux calculs apparait. Les résultats de PRINCE sont jusqu'à 23% inférieurs à ceux de la norme. Cette différence montre l'intéret de prendre en compte l'évolution de la répartition des charges ainsi que l'orientation des fibres en surface dans PRINCE COMPOSITE.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Chapitre V
# Etudes expérimentales

## 1. Introduction

Ce chapitre présente l'ensemble des essais expérimentaux et des comparaisons réalisés dans le but de valider le modèle de partage des charges. Il est composé de trois parties principales.
L'ensemble des études expérimentales est basé sur deux géométries d'engrenages :

- La première correspond à un engrenage acheté dans le commerce (m=3, Z1=29, Z2=45).
- La seconde est celle des engrenages réalisés dans cette thèse et présentés dans le Tableau 2.5.

La première partie est consacrée à la présentation des essais expérimentaux. Un banc muni d'une caméra thermique ainsi que de codeurs optiques permet de suivre la température ainsi que l'erreur de transmission à vide ou sous charge. Des erreurs de positionnement sont également prises en compte.

La seconde partie porte sur l'étude du comportement thermique des engrenages et sur le choix du modèle thermique à utiliser. Deux modélisations sont proposées dans la littérature, celle de la VDI 2736, issue des travaux de H. Hachmann et E. Strickle [13] et celle de Hooke [22]. Les résultats expérimentaux sont comparés aux résultats théoriques attendus.

A l'aide de ce banc d'essai, plusieurs séries de mesures ont été réalisées, dans différentes configurations. Le couple d'entrée, les vitesses de rotation ainsi que les défauts de positionnement sont autant d'entrées qui peuvent être modifiées. L'exploitation de l'ensemble de ces résultats est regroupée dans la dernière partie. Les résultats expérimentaux ont été comparés au modèle numérique de l'engrènement sous charge afin de juger de sa pertinence.

## 2. Le banc d'essai

Dans le but de valider les modèles numériques, un banc d'essai existant à été adapté dans le cadre de cette thèse. Ce dernier permet de mesurer l'erreur de transmission et l'échauffement thermique.

Les positions précises du pignon et de la roue sont mesurées sur le banc d'essai à l'aide de codeurs optiques rotatifs placés sur leur arbre respectif. Un traitement numérique des signaux mesurés permet ensuite d'obtenir l'erreur de transmission.

### 2.1 Présentation du banc

Le banc d'essai utilisé dans cette thèse se base sur celui développé par E. Letzelter [10]. Le banc est présenté en condition réelle sur les Figure 5.143 et Figure 5.144. Les

Figure 5.145 et Figure 5.146 détaillent respectivement un schéma en perspective du banc et le principe de la mesure thermique.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

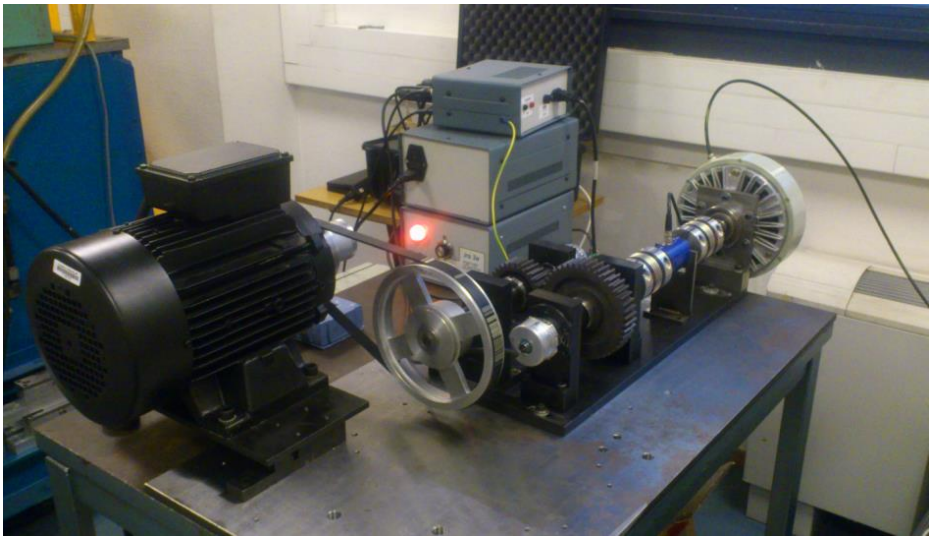


**Figure 5.143 : Présentation du banc, sans caméra thermique**

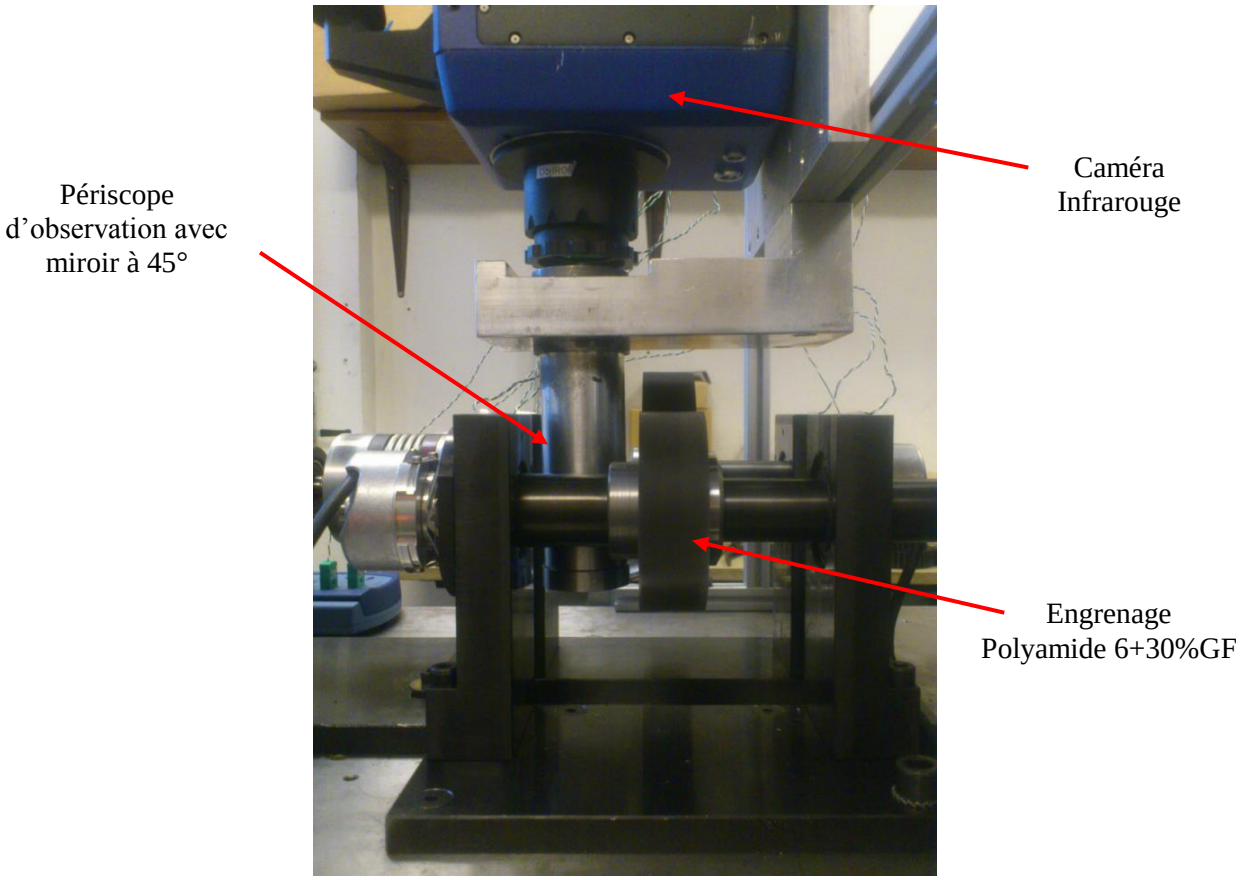



**Figure 5.144 : Présentation du banc, mesure thermique**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

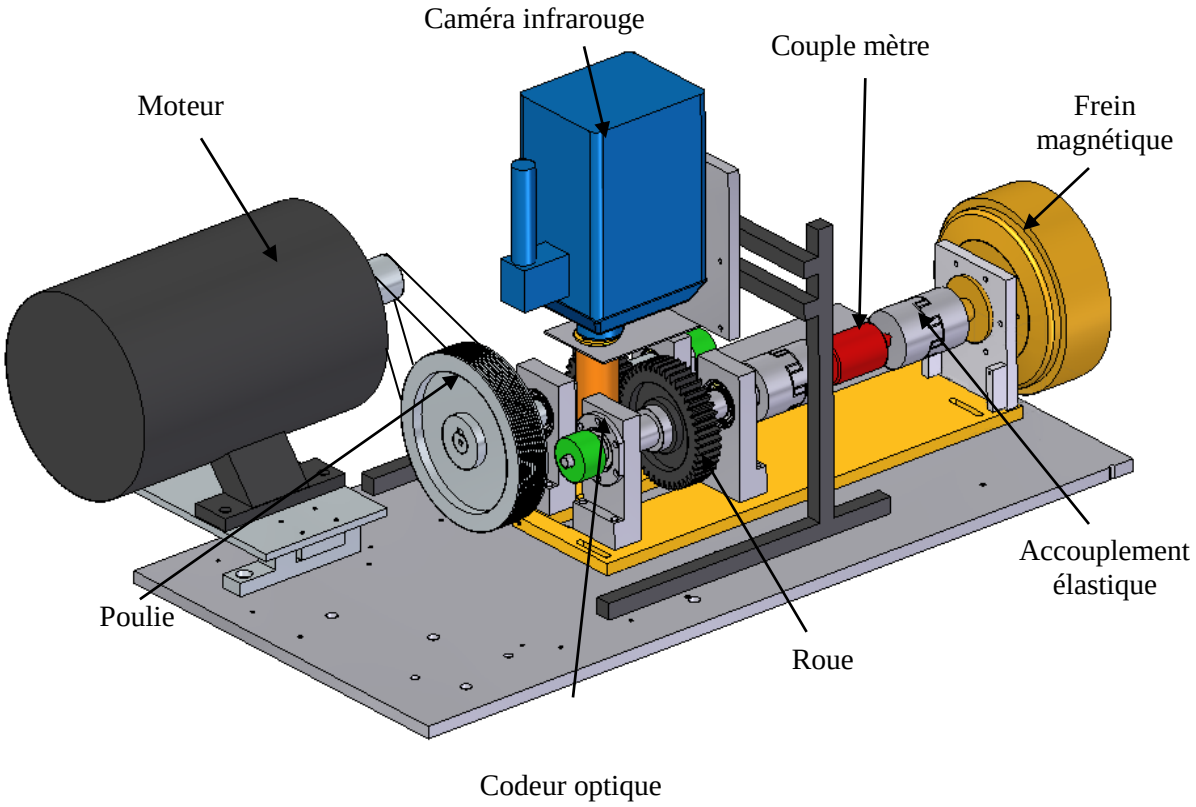



**Figure 5.145 : Schéma du banc**

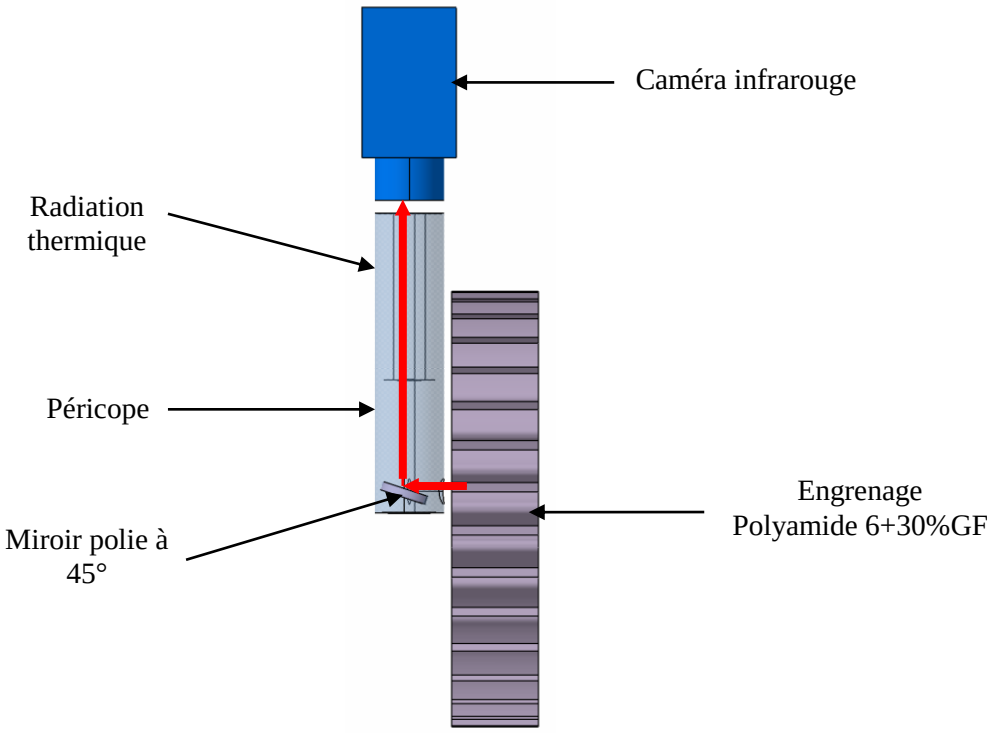



**Figure 5.146 : Schéma de la mesure thermique**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

L'ensemble des éléments du banc d'essai (cf. Figure 5.145) peut être décomposé en trois parties principales :

- l'arbre moteur, qui comprend le pignon et un codeur optique,
- l'arbre récepteur, composé de la roue, d'un couple mètre, d'un frein magnétique, de deux accouplements et d'un codeur optique.
- La caméra thermique et son système de mesure

Le pignon est monté sur un arbre par l'intermédiaire d'un clavetage et d'une bague de serrage. Cet arbre est relié au moteur par l'intermédiaire d'une courroie et est guidé en rotation par des roulements à billes montés dans des supports.

L'arbre récepteur supporte également la roue avec un clavetage et une bague de serrage. Il sera guidé en rotation à l'aide de deux roulements à billes montés dans des supports. Dans le prolongement de l'arbre récepteur se trouvent un couple-mètre et le frein à poudre magnétique pour créer un couple résistif dans le système. Suite aux recommandations du fournisseur du couple-mètre, les deux accouplements permettant de relier l'arbre récepteur et le frein sont réalisés par des accouplements à soufflets semi-rigides clavetés. De plus, il faut veiller à bloquer le couple-mètre en rotation, afin d'éviter que les fils ne s'enroulent lors du fonctionnement du banc.

Le montage global comporte par ailleurs les deux codeurs permettant la mesure de la position angulaire du pignon et de la roue. Ces codeurs sont placés au plus près des roues et à des endroits où les arbres ne sont pas sollicités en torsion, afin de réduire les erreurs de mesure.

Par rapport au banc utilisé par E. Letzelter [10], les améliorations apportées concernent le montage des arbres et des engrenages, le rapport de réduction de la courroie et la plaque support. L'utilisation de roulements à billes à la place de rotule permet une diminution de leur échauffement et une maîtrise plus précise des conditions de montage. Une courroie avec un rapport de réduction 0,5 à la place de 2 permet d'utiliser le moteur dans sa gamme de vitesse nominale, avec une réduction des oscillations de rotation. La plaque support à l'origine en plastique a été remplacée par une plaque en acier pour une meilleur rigidité de l'ensemble. Finalement, un nouveau système de fixation des engrenages, à l'aide de bague de serrage et d'un clavetage est utilisé à la place de moyeu expansible, pour éviter une désolidarisation de l'engrenage par dilatation. Les caractéristiques des éléments mécaniques du banc sont détaillées en annexe 14.

## 2.2 Mise en position du banc

Afin de pouvoir contrôler l'entraxe et l'inclinaison un jeu de cale est utilisé. L'inclinaison et la déviation correspondent à une erreur de positionnement d'une roue autour de l'axe $\vec{x}$ et $\vec{y}$ (cf. Figure 5.147 )

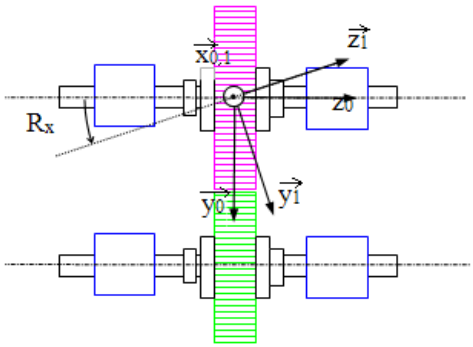
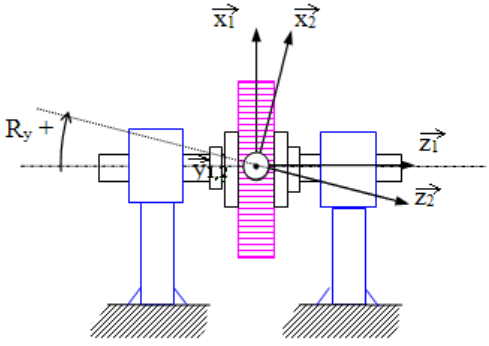
| a. Définition de l'inclinaison $(R_X)$ | b. Définition de la déviation $(R_Y)$ |
|---|---|
|  |  |



**Figure 5.147 : Définition de l'inclinaison et de la déviation**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Les calles sont placées entre l'arbre d'entrée et l'arbre de sortie de part et d'autre de l'engrenage, comme le montre la Figure 5.148 afin de contrôler le parallélisme.

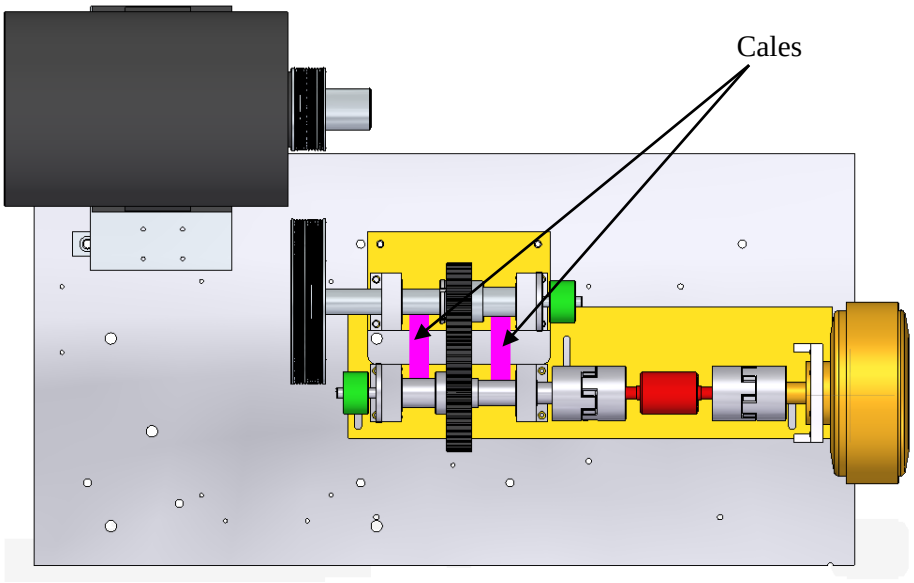



**Figure 5.148 : Mise en position du jeu de cales**

En fonction de l'entraxe souhaité, plusieurs épaisseurs de cales sont à disposition.

## 2.3 Acquisition de l'erreur de transmission

Le système d'acquisition est composé de différents éléments principaux, présentés en annexe 15. On retrouve notamment :

- Un boîtier codeur,
- Un boîtier couple-mètre,
- Un rack d'acquisition.

### 2.3.1 Information de sortie

Les codeurs optiques montés sur l'arbre d'entrée et de sortie ont une résolution de 1024 raies, c'est-à-dire qu'une mesure est réalisée toutes les 1/1024 tours (environ 0.352 degrés). Le rack d'acquisition possède une horloge interne calibrée à $F_{horloge}$ = 80MHz. Il est alors possible, pour chacun des deux codeurs, de connaître le nombre d'impulsions $N_i$ entre deux fronts montants de codeurs successifs $F_i$ et $F_{i+1}$, $i$ allant de $1$ à $N$, $N$ étant le nombre de points successifs mesurés, définis par l'utilisateur. Toutes ces valeurs $N_i$ sont enregistrées dans des fichiers. Ces notations, ainsi que la mise en parallèle des signaux d'un codeur et de l'horloge interne, sont représentées sur la Figure 5.149.

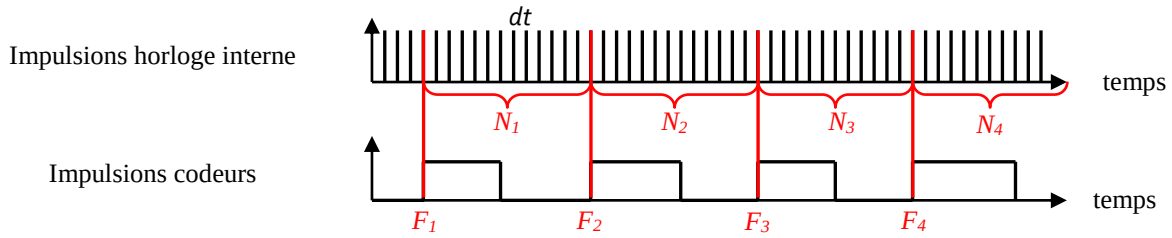



**Figure 5.149 : Signaux des codeurs et de l'horloge interne**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Connaissant la fréquence de l'horloge interne du rack d'acquisition, le temps entre deux impulsions de cette horloge interne est également connu et défini par : $dt = 1/F_{horloge}$. Le temps entre deux fronts montants de codeurs peut également être déduit par la relation : $dt_i = N_i.dt$. Ainsi, la courbe discrète position/temps pour le pignon et la roue peut être définie (Figure 5.150)

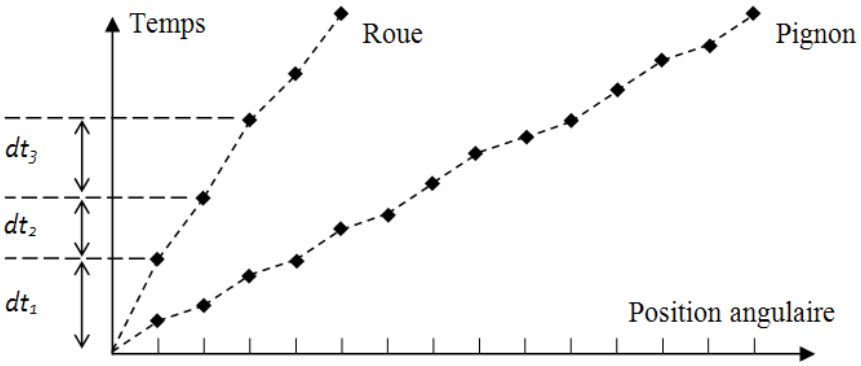



**Figure 5.150 : Courbe position/temps du pignon et de la roue**

Il est à noter qu'au bout d'une même durée, plus de points sont présents sur la courbe du pignon que sur celle de la roue. En effet, lors de l'engrènement, le pignon tourne plus vite que la roue, les fronts montants de codeurs sont donc plus nombreux.

### 2.3.2 Erreur de transmission

L'erreur de transmission, calculée sur la roue, est obtenue en quatre étapes, à partir des deux courbes discrètes position/temps précédentes :

- 1 : interpolation linéaire des données discrètes,
- 2 : pour les positions du pignon $\theta_{pig}$ voulues, détermination du temps approximé $t_{pig_approx}$ (chemin bleu sur la Figure 5.151 ),
- 3 : au même instant, pour $t_{roue} = t_{pig_approx}$, détermination de la position approximée de la roue $\theta_{roue_approx}$ (chemin rouge sur la Figure 5.152),
- 4 : calcul de l'erreur de transmission $\Delta\theta_{roue}$ par la relation :

$$\Delta\theta_{roue} = \theta_{roue_approx} - \theta_{roue_théorique} = \theta_{roue_approx} - \frac{Z_1}{Z_2}\theta_{pig} \qquad (5.111)$$

où $Z_1$ et $Z_2$ sont les nombres de dents du pignon et de la roue.

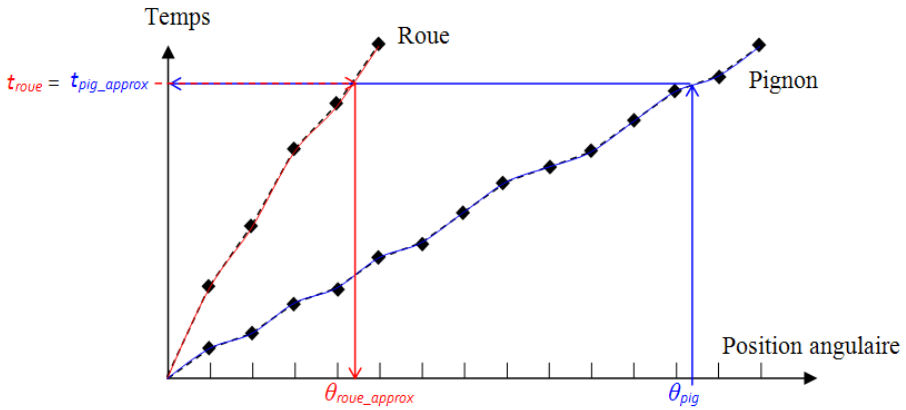



**Figure 5.151 : Calcul de l'erreur de transmission**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

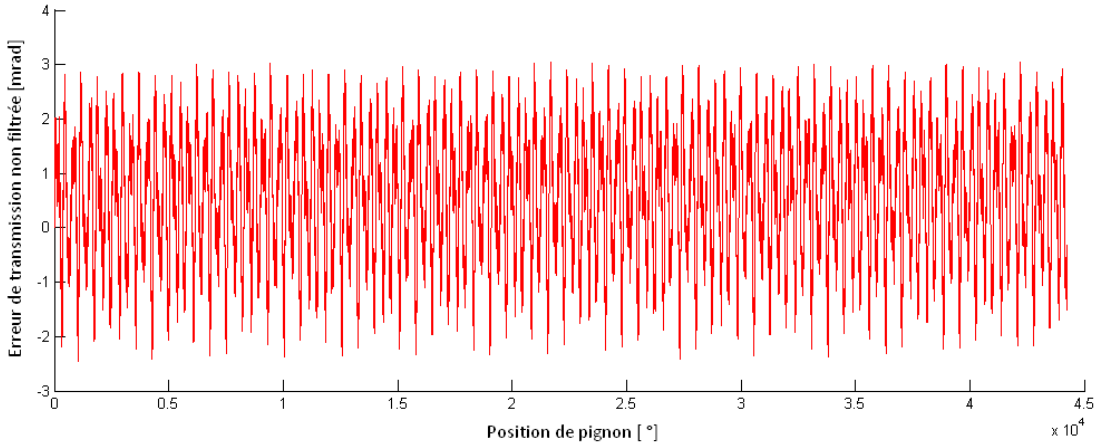



**Figure 5.152 : Erreur de transmission « brute »**

Un exemple de courbes obtenues par ce procédé est représenté sur la Figure 5.152. Cette courbe « brute » est assez chaotique. On retrouve par exemple un motif qui se répète à faible fréquence. Il correspond à un tour de pignon.

Un certain faux rond existe, (cf. zoom sur la Figure 5.153). Celui-ci peut être dû à un retrait non homogène ou à un mauvais centrage de l'alésage. Ce défaut peut également exister si les arbres supportant les roues ne sont pas parfaitement rectilignes.

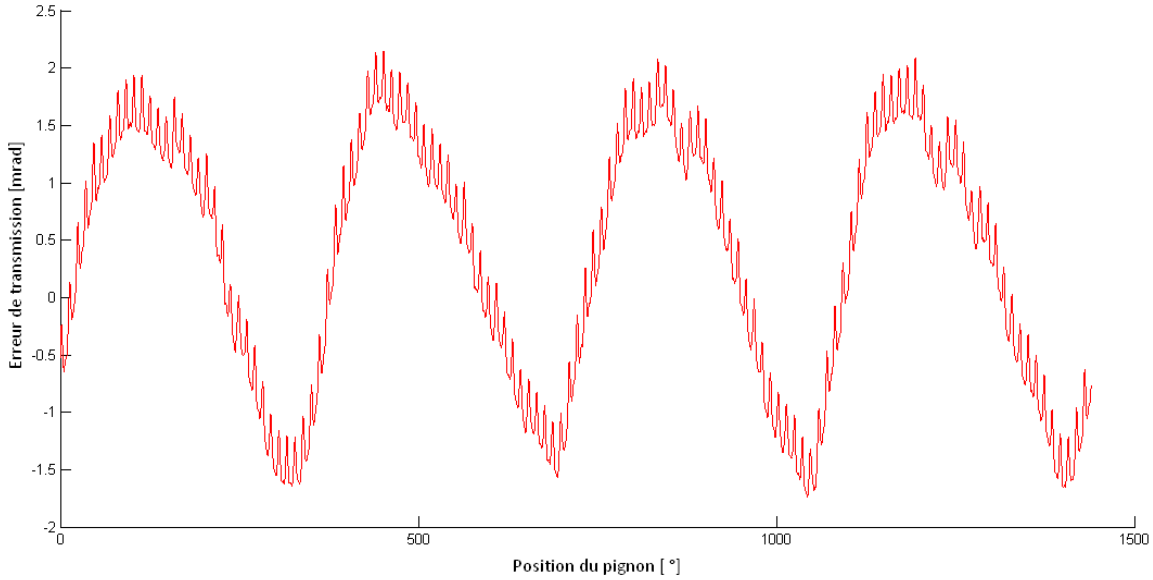



**Figure 5.153 : Effet de faux rond sur 4 tours de pignon**

## 2.3.3 Filtrage de l'erreur de transmission

Pour obtenir une erreur de transmission moins perturbée, un filtrage simple est réalisé, afin de comparer les mesures avec le modèle numérique de PRINCE COMPOSITE. Dans un premier temps, l'erreur de transmission est moyennée sur un tour de pignon. Cette moyenne est obtenu sur 32x41=1312 tours de pignons afin que chacune des 32 dents du pignon ait rencontré l'ensemble des 41 dents de la roue. Le résultat est représenté sur la Figure 5.154. Il correspond à l'erreur de transmission pour chaque dent du pignon rencontrant une « dent moyenne » de la roue.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

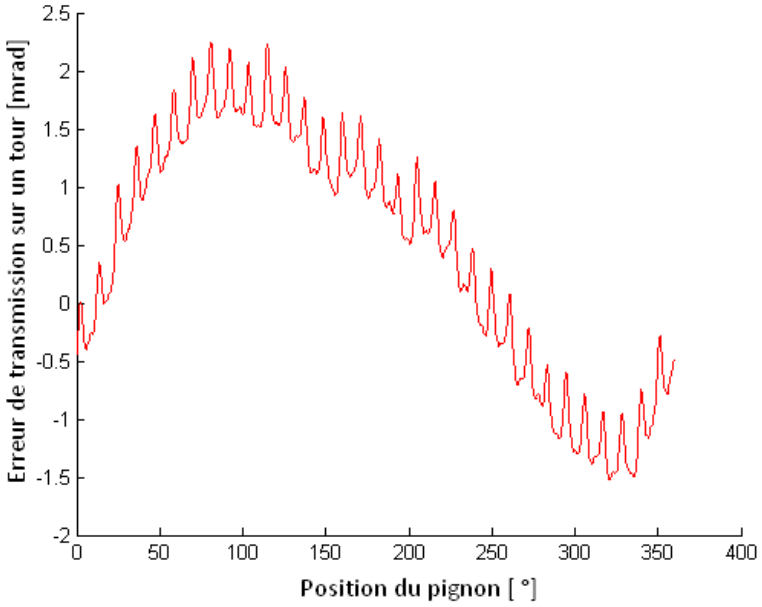



**Figure 5.154 : Erreur de transmission moyenne sur un tour de pignon**

Ensuite la courbe obtenue sur la Figure 5.154 est découpée en 32 parties qui correspondent à chaque passage de dent (petites oscillations). Ces courbes sont ensuite superposées (exemple Figure 5.155). On pourra d'ailleurs noter qu'elles sont généralement très similaires.

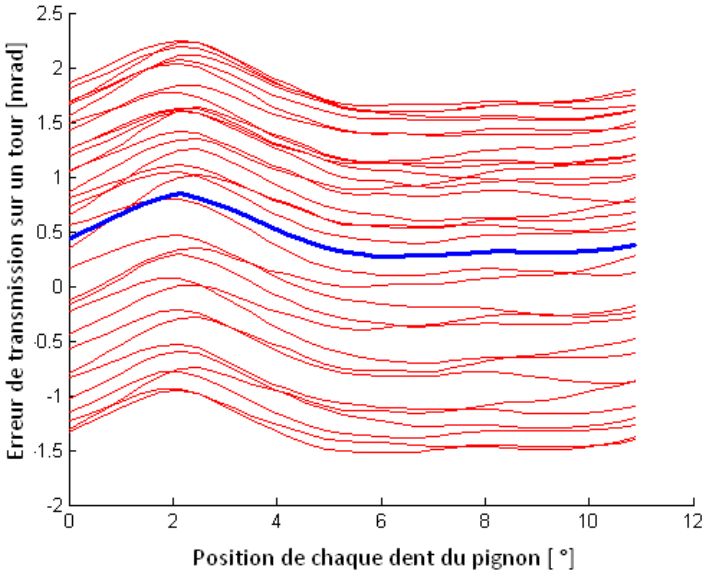



**Figure 5.155 : Superposition des courbes correspondant à chaque passage de dent**

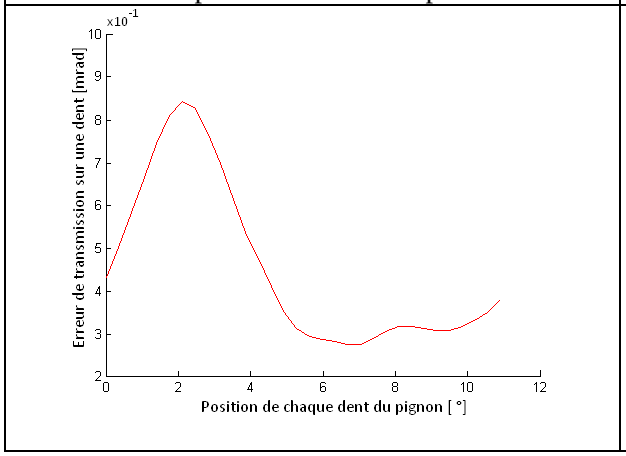
Le résultat présenté sur la Figure 5.156.a correspond à l'erreur de transmission du passage d'une dent moyenne du pignon engrenant avec une dent moyenne de la roue. Cette mesure s'obtient en moyennant les résultats d'erreur de transmission obtenus sur la Figure 5.155. Ce calcul revient donc à moyenner l'ensemble des passages de dent entre deux couples identiques.

L'erreur de transmission peut également être représentée sur trois pas de dent, dans le but d'avoir une vision plus globale de la courbe (cf. Figure 5.156.b).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

a. Représentation sur un pas de dent




b. Représentation sur trois pas de dent

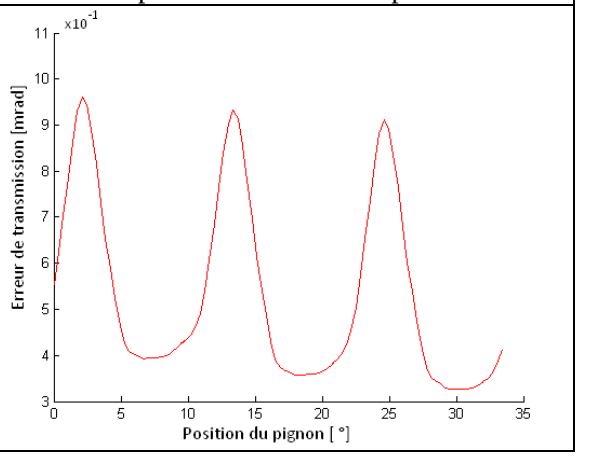



**Figure 5.156 : Erreur de transmission « filtrée »**

## 2.4 Acquisition de la température

La mesure de la température est obtenue grâce au dispositif présenté sur la Figure 5.146 et mise au point par E.Letzelter [10][83]. Un miroir plaqué or incliné à 45° permet la réflexion totale de l'image dans le domaine infrarouge. La zone d'observation de la caméra est présentée sur la Figure 5.157. Les mesures thermiques sont donc réalisées sur le profil des dents engrenant.

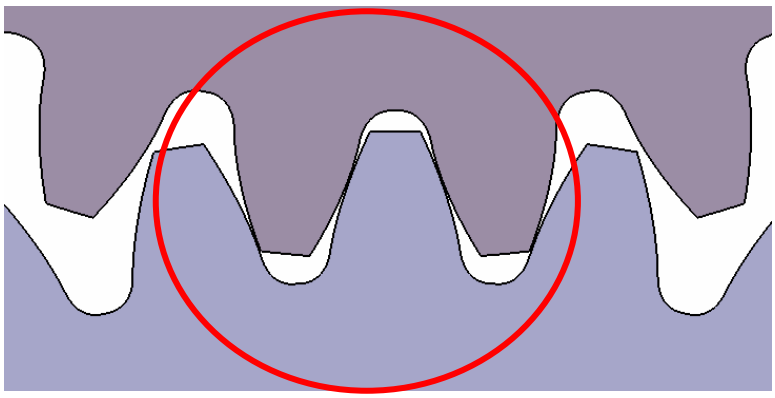


**Figure 5.157 : Zone filmée par la caméra infrarouge**

La caméra est reliée à un déclencheur permettant la prise d'une photo sur un même couple de dent au cours du temps. Plus de détails sur les caractéristiques de la caméra sont donnés en annexe 15.

Des mesures d'émissivité ont été réalisées sur les engrenages étudiés. La couleur noire d'origine des engrenages leur confère une émissivité proche de 0.98. De plus, l'angle d'observation du capteur ou de la caméra doit être inférieur à 45° pour éviter une baisse de l'émissivité du matériau [96].

# 3. Etude du comportement thermique

L'objectif de cette partie est d'effectuer des mesures thermiques avec la caméra infra-rouge afin de choisir le modèle le mieux adapté pour prédire la température de l'engrenage en fonctionnement. Cette donnée est nécessaire, comme l'ont montré les résultats des études du Chapitre 4, paragraphe 4 portant sur l'influence de la température sur le comportement des engrenages. De plus, la faible conductivité thermique du Polyamide 6 renforcé, 150 fois plus faible que celle de l'acier, tend à augmenter fortement l'échauffement des dentures.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Dans la littérature, deux modèles sont utilisés pour prédire l'échauffement thermique des engrenages plastiques : celui de Block [51] et de Hooke [22] modélisant respectivement la température flash et la température de volume. Le modèle de Hachmann et Strickle [13] prédisent ces deux mêmes températures.

## 3.1 Conditions des essais

Cinq mesures différentes avec les engrenages fabriqués dont la géométrie décrite dans le Tableau 2.5 (page 54) ont été réalisées. Les conditions d'essais sont données dans le Tableau 5.41.

| Cas | Couple [N.m] | Vitesse [tr/min] | Entraxe [mm] |
|---|---|---|---|
| 1 | 7.5 | 200 | 111.2 |
| 2 | 7.5 | 400 | 111.2 |
| 3 | 15 | 200 | 111.2 |
| 4 | 15 | 400 | 111.2 |
| 5 | 7.5 | 400 | 111 |

**Tableau 5.41 : Conditions d'essai**

Chaque essai est réalisé pendant 8h afin d'atteindre le régime permanent. La Figure 5.158 présente le résultat d'une mesure après 2h d'essais pour un couple de 7,5N.m et 400tr/min. Une différence de température entre le pignon et la roue est visible. Cela provient de leur différence de taille. Cet aspect est pris en compte par les modèles de Block [51] et de Hachmann et Strickle [13]. Cependant un gradient de température est visible sur le pignon. Cela provient d'une source d'échauffement extérieur. Cette dernière a pu être mise en évidence sur la Figure 5.159.

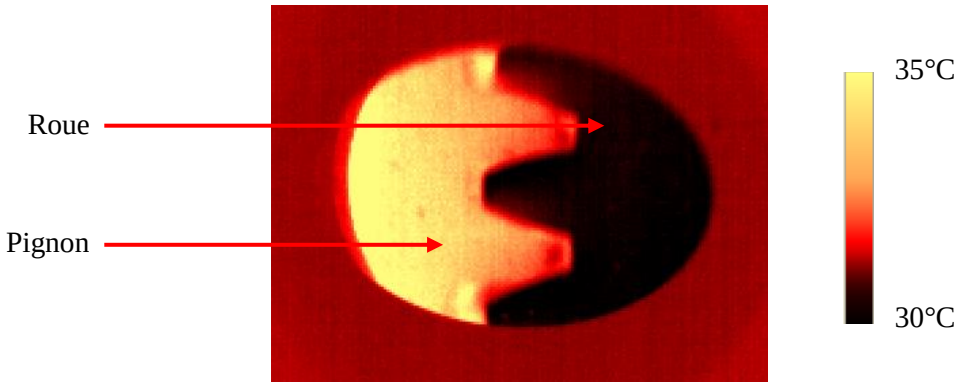



**Figure 5.158 : Mesure thermique à 7,5N.m et 400tr/min**

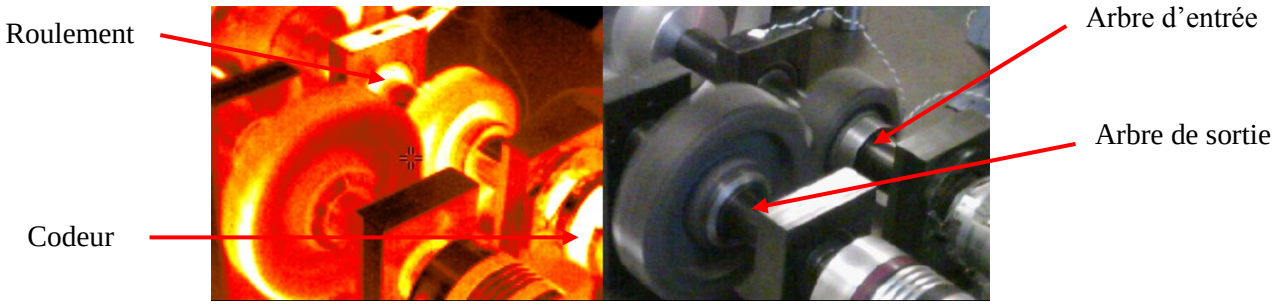



**Figure 5.159 : Aperçu du banc d'essai à 7,5N.m et 400tr/min**

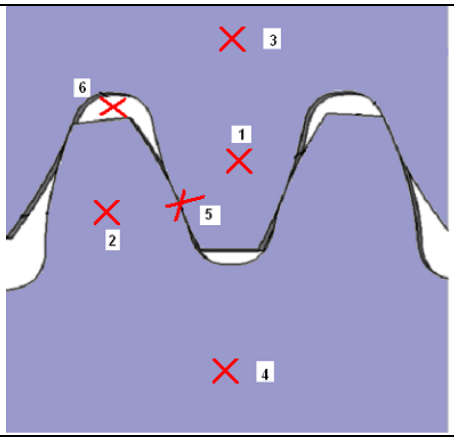


Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

La Figure 5.159 a été obtenue grâce à un appareil photo thermique. Cette image a permis de mettre en évidence l'ensemble des sources de chaleur du banc. Le gradient thermique provient d'une part de la mauvaise évacuation de la chaleur sur le voile par convection forcée ainsi que de l'échauffement des roulements, supports de l'arbre d'entrée.

Sur chaque image, un certain nombre de points de mesure sont choisis, afin de distinguer la température de piégeage, de volume ainsi que celle de contact.

Leur emplacement est choisi pour étudier l'évolution de la température par rapport aux sources d'échauffement analysées dans la bibliographie. Les points 1 et 2 mesurent l'échauffement sur la dent du pignon pour le point 1 et de la roue pour le point 2. Les points 3 et 4 mesurent l'échauffement sur la jante du pignon pour le point 3 et de la roue pour le point 4. Le point 5 est au contact des dents de l'engrenage pour mesurer l'échauffement dû au frottement. Le point 6 est placé dans le volume d'air entre les dents pour mesurer l'échauffement dû au phénomène de piégeage. Ces points de mesure permettent également d'observer si la répartition de la température est homogène ou hétérogène sur l'ensemble de l'engrenage.




1 – Température de volume pignon
2 – Température de volume roue
3 – Température de volume pignon
4 – Température de volume roue
5 – Température de contact
6 – Piégeage de l'air

**Figure 5.160 : Points de mesure**

## 3.2 Résultats

La Figure 5.161 présente les images thermiques réalisées par caméra infrarouge au bout de 8 heures d'essai. Les Figure 5.162 à Figure 5.166 montrent l'évolution de la température $\Delta T$ par rapport à la température ambiante, en fonction du temps, pour les points de mesure (Figure 5.160).

Dans le cas d'un fonctionnement à vide (cf. Figure 5.161), les résultats montrent que la principale zone d'échauffement est localisée près de l'arbre du pignon. L'échauffement de l'arbre est dû aux roulements à billes présenté sur la Figure 5.159. On peut cependant noter une diminution de cet échauffement par rapport aux travaux de E. Letzelter [10] utilisant des paliers lisses.

L'échauffement dû au piégeage, qui n'est pas lié à la charge mais en partie à la vitesse de rotation, est faible. Les effets du frottement sont négligeables car l'engrenage n'est pas chargé.

Dans le cas d'un fonctionnement sous charge (Figure 5.161.b et .c), les résultats montrent que les trois principales zones d'échauffement sont localisées sur la jante à proximité des arbres, au niveau du contact (frottement entre les dents) et en pied de dent (piégeage de l'air). Cependant, la température flash localisée au point de contact est difficilement mesurable, du fait de sa très faible taille.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

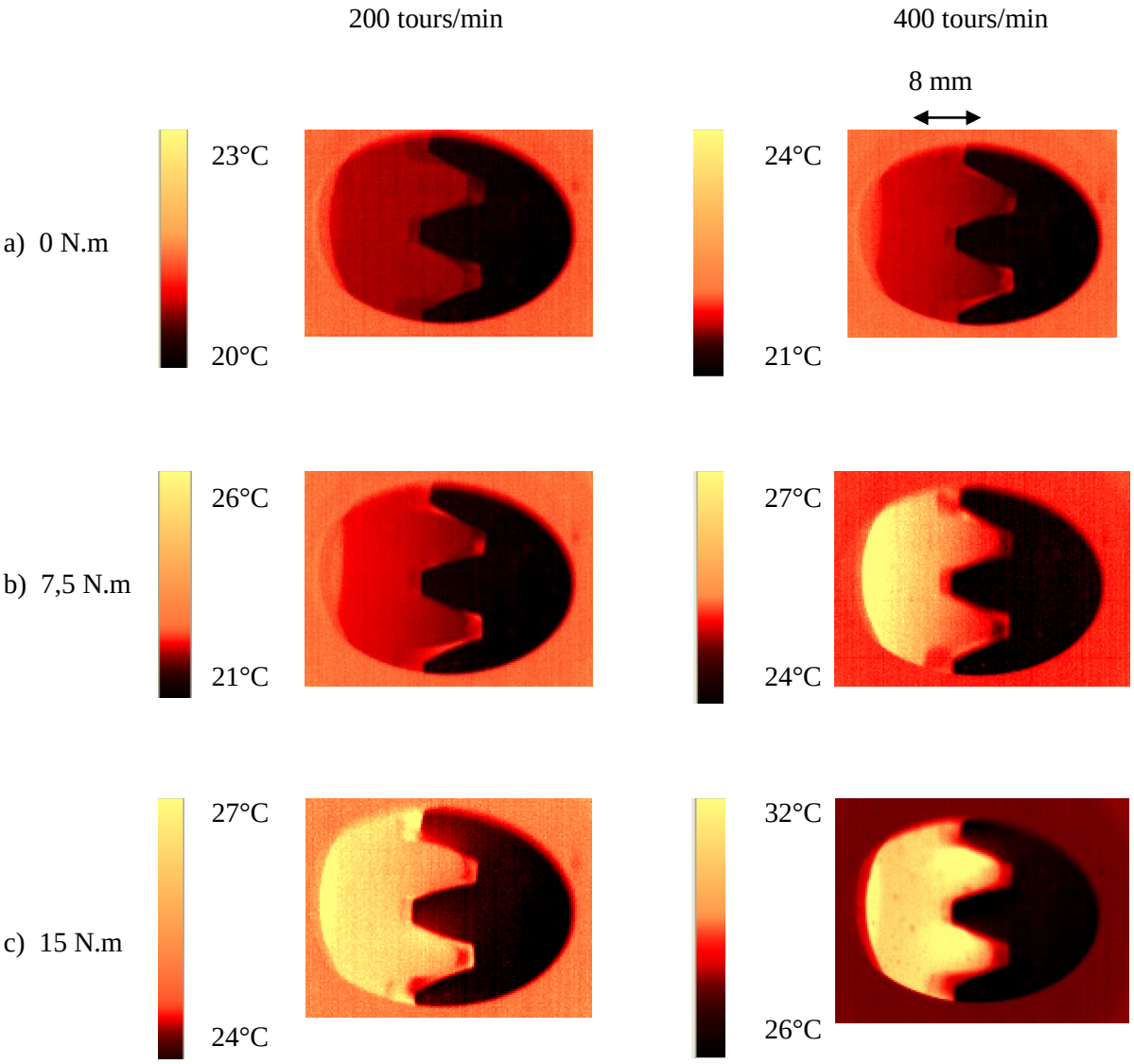



**Figure 5.161 : Résultats obtenu par mesure thermique**

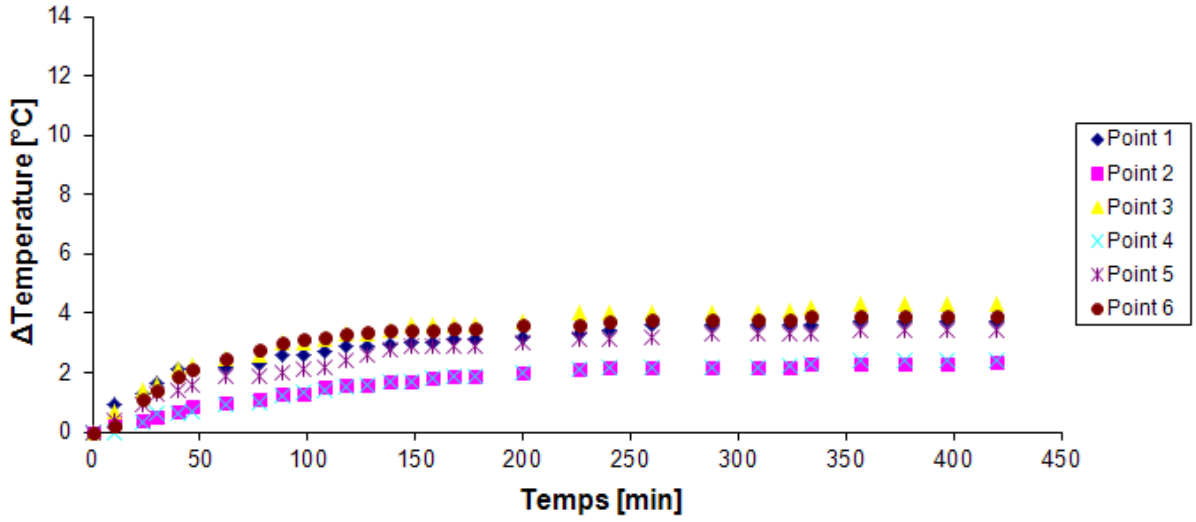



**Figure 5.162 : Evolution de la température à 7,5N.m, à 200tr et entraxe de 109,7mm (cas 1)**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

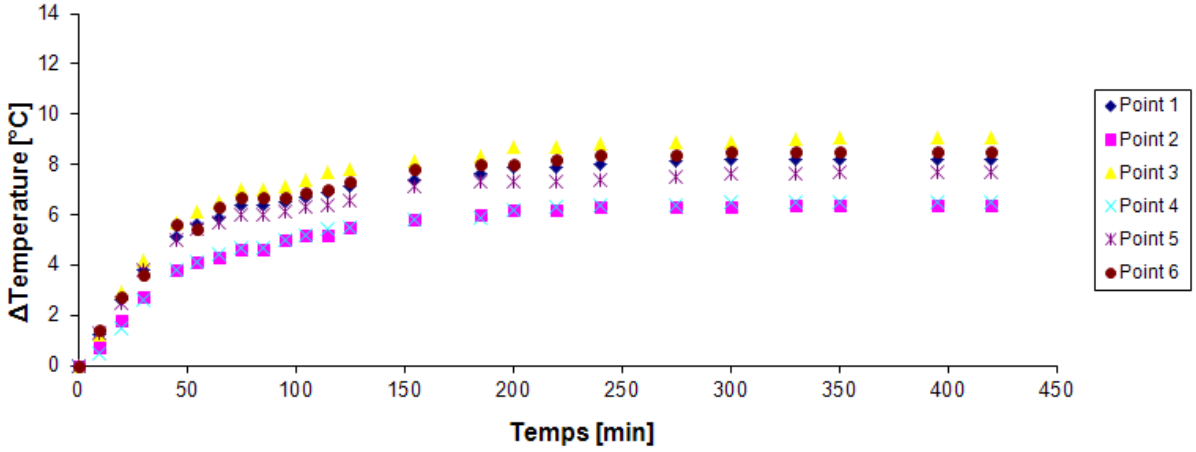



**Figure 5.163 : Evolution de la température à 7,5N.m, à 400tr et entraxe de 109,7mm (cas 2)**

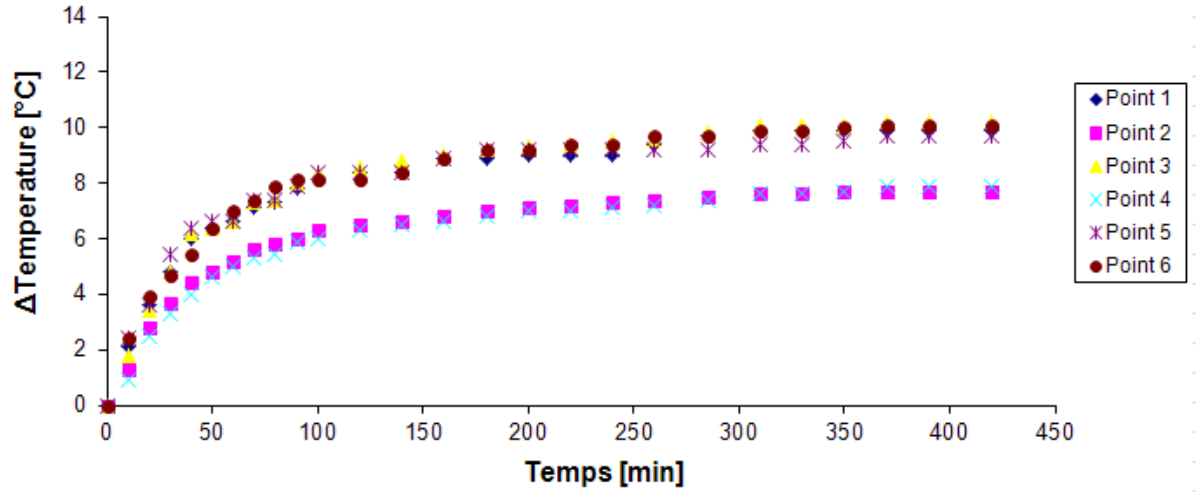



**Figure 5.164 : Evolution de la température à 15N.m, à 200tr et entraxe de 109,7mm (cas 3)**

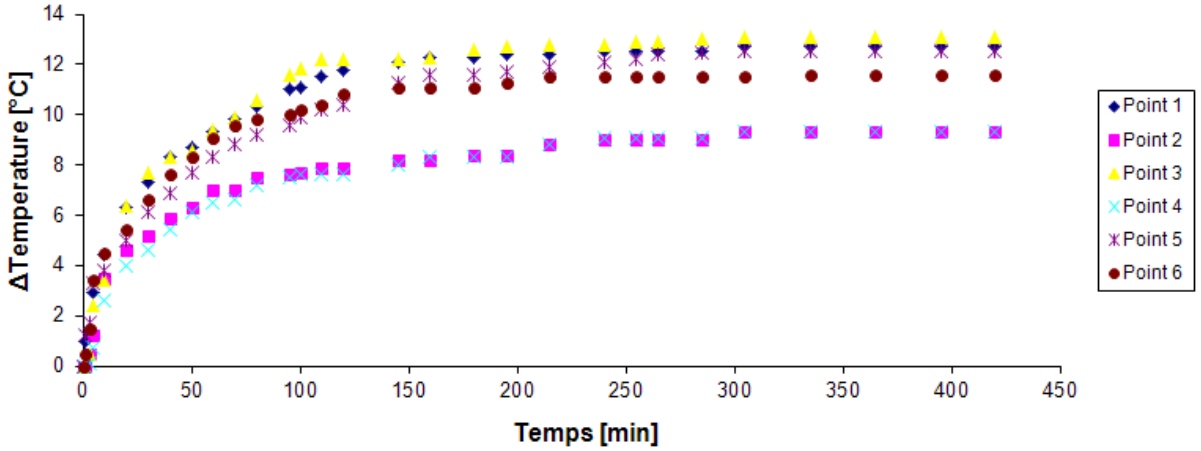



**Figure 5.165 : Evolution de la température à 15N.m, à 400tr et entraxe de 109,7mm (cas 4)**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

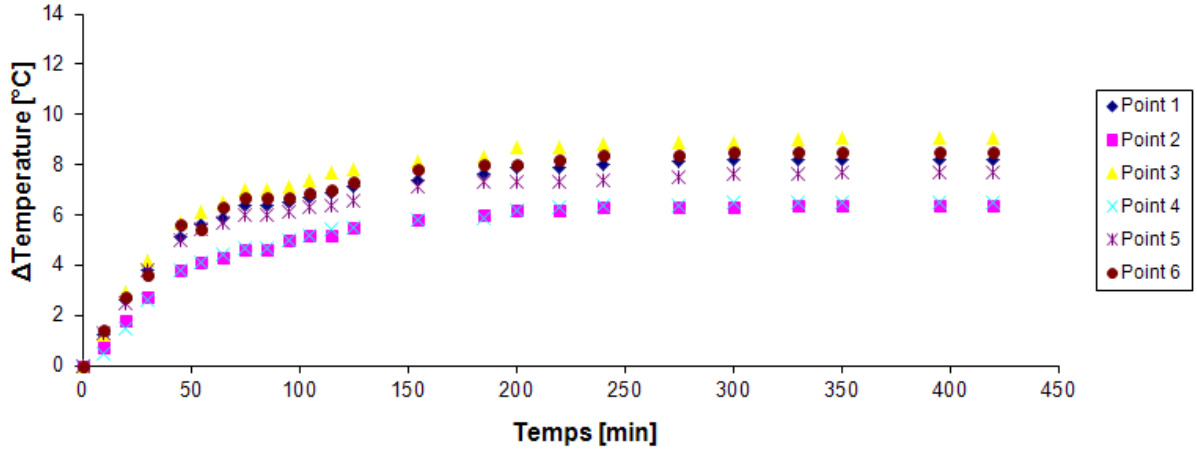



**Figure 5.166 : Evolution de la température à 7,5N.m, à 400tr et entraxe de 109,5mm (cas 5)**

Pour les essais présentés sur les Figure 5.162 à Figure 5.165 le jeu ajouté à l'entraxe théorique est de 0,2 mm. Les Figure 5.166 etFigure 5.167 correspondent à un cas de montage avec un entraxe sans jeu.

Les résultats montrent que sans jeu, le volume entre les dents est très réduit et l'effet du piégeage est plus important. Il entraîne donc une augmentation rapide de la température de l'air piégé et par conséquent des dents. En comparaison, les résultats de la Figure 5.163 (avec jeu) et Figure 5.166 (sans jeu), la température de volume atteinte lors d'un fonctionnement sur 8 heures avec un jeu de 0,2 mm est de 26,5°C contre 28,7°C sans jeu. Il est à noter que l'entraxe n'est pas pris en compte par les modèles de Block [51], Hooke [22] et Hachmann-Strickle [13].

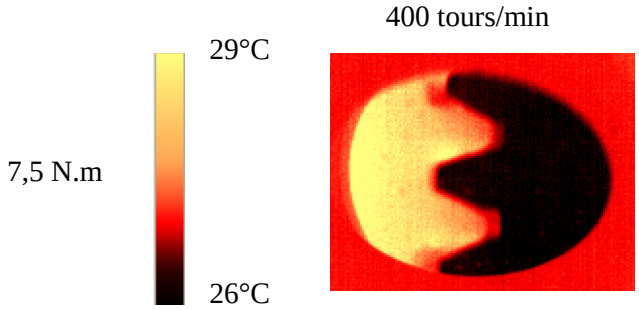



**Figure 5.167 : Cas sans jeu à 7,5N.m et 400tr et 109,5mm d'entraxe**

Les résultats des Figure 5.162 à la Figure 5.166 montrent que la répartition de la température est homogène sur l'engrenage, malgré une mauvaise conductivité du Polyamide 6. En effet, la différence maximale de température mesurée entre les différents points du pignon et de la roue est inférieure à 1°C. Dans le logiciel PRINCE COMPOSITE le module élastique est supposé homogène dans l'ensemble de l'engrenage. De plus, la hauteur de la jante étant égale à 3 fois le module, la température du voile est considérée non influente sur le comportement de l'engrenage [5].

Par contre, la différence de température mesurée entre le début et la fin des essais n'est pas négligeable. On peut donc conclure que les propriétés mécaniques du matériau peuvent évoluer pendant le fonctionnement de l'engrenage, surtout lorsque la température de celui-ci est proche de la transition vitreuse.

Pour vérifier la pertinence des deux modèles d'estimation de la température de volume proposés dans la littérature, les résultats expérimentaux sont comparés aux résultats théoriques. Rappelons que pour utiliser ces modèles, le coefficient de frottement dans les conditions de contact d'un engrenage en Polyamide 6 renforcé de fibre de verre a dû être déterminé expérimentalement au



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

chapitre 2, paragraphe 4. Ainsi pour un taux de glissement maximal de 7%, la valeur du coefficient de frottement est de 0,15.
Le tableau 4.14 résume l'ensemble des résultats.

| Vitesse [tour/min] | Couple [N.m] | ΔT(°C) Pignon | ΔT(°C) Roue |
|---|---|---|---|
| 200 | 7,5 | 4,3 | 2,4 |
| | 15 | 10,2 | 7,9 |
| 400 | 7,5 | 9,1 | 6,5 |
| | 15 | 13,1 | 9,3 |

**Tableau 5.42 : Résultats obtenus**

## 3.3 Comparaison des modèles

Hooke [22] ainsi que Hachmann et Strickle [13] proposent chacun un modèle permettant de déterminer la température du volume pendant le fonctionnement de l'engrenage. Le détail de ces modèles se situe dans le Chapitre bibliographique (cf. Chapitre I, paragraphe 5.3).
Le modèle de Hooke est décrit par l'équation (5.112)

$$T_v = \frac{0,625.\mu.C}{c.\rho.z.b.\left(r^2 - r_1^2\right)} \qquad (5.112)$$

.
Le modèle de Hachmann et Strickle est décrit par l'équation (5.113)

$$T_{zi} = T_u + P_i.f_{12}.f_{ED}.136.\frac{i_u + 1}{z_1 + 5i_u}.\frac{k_2.17100}{b_{12}.z_i(V_x.m_{12})^{0.75}} \qquad (5.113)$$

### 3.3.1 Résultats du modèle de Hooke

Le Tableau 5.43 correspond aux résultats obtenus par le modèle de Hooke dans les conditions des essais expérimentaux. Il est à remarquer que la vitesse de rotation n'a pas d'effet sur les résultats. Les températures estimées sont inférieures à celles mesurées.

| Vitesse [tour/min] | Couple [N.m] | ΔT(°C) Pignon | ΔT(°C) Roue |
|---|---|---|---|
| 200 | 7,5 | 1,5 | 1,2 |
| | 15 | 3,0 | 2,4 |
| 400 | 7,5 | 1,5 | 1,2 |
| | 15 | 3,0 | 2,4 |

**Tableau 5.43 : Température estimée par le modèle de Hooke**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 3.3.2 Résultats du modèle de Hachemann et Strickle

Le Tableau 5.44 correspond aux résultats obtenus par le modèle de Hachemann et Strickle dans les conditions des essais expérimentaux réalisés dans cette thèse. Les températures sont proches de celles mesurées lors des essais.

| Vitesse [tour/min] | Couple [N.m] | ΔT(°C) Pignon | ΔT(°C) Roue |
|---|---|---|---|
| 200 | 7,5 | 5,2 | 4,1 |
| | 15 | 10,5 | 8,2 |
| 400 | 7,5 | 6,2 | 4,9 |
| | 15 | 12,5 | 9,7 |

**Tableau 5.44 : Température estimée par le modèle de Hachemann et Strickle**

## 3.4 Conclusion

Les écarts entre les résultats expérimentaux et théoriques sont présentés sur la Figure 5.168. Les écarts entre la valeur mesurée et le modèle de Hachemann et Strickle n'excéde pas 3°C alors qu'ils sont de 11°C pour le modèle de Hooke. Cette différence peut s'expliquer par une meilleure prise en compte de l'ensemble des paramètres influençant l'échauffement, dont la vitesse, par le modèle de Hachemann et Strickle. Ce modèle a de plus été recalé par des essais expérimentaux à l'aide d'une caméra thermique (cf. Figure 5.169). La mesure de température a été réalisée par une vue latérale similaire au dispositif utilisé dans cette thèse.

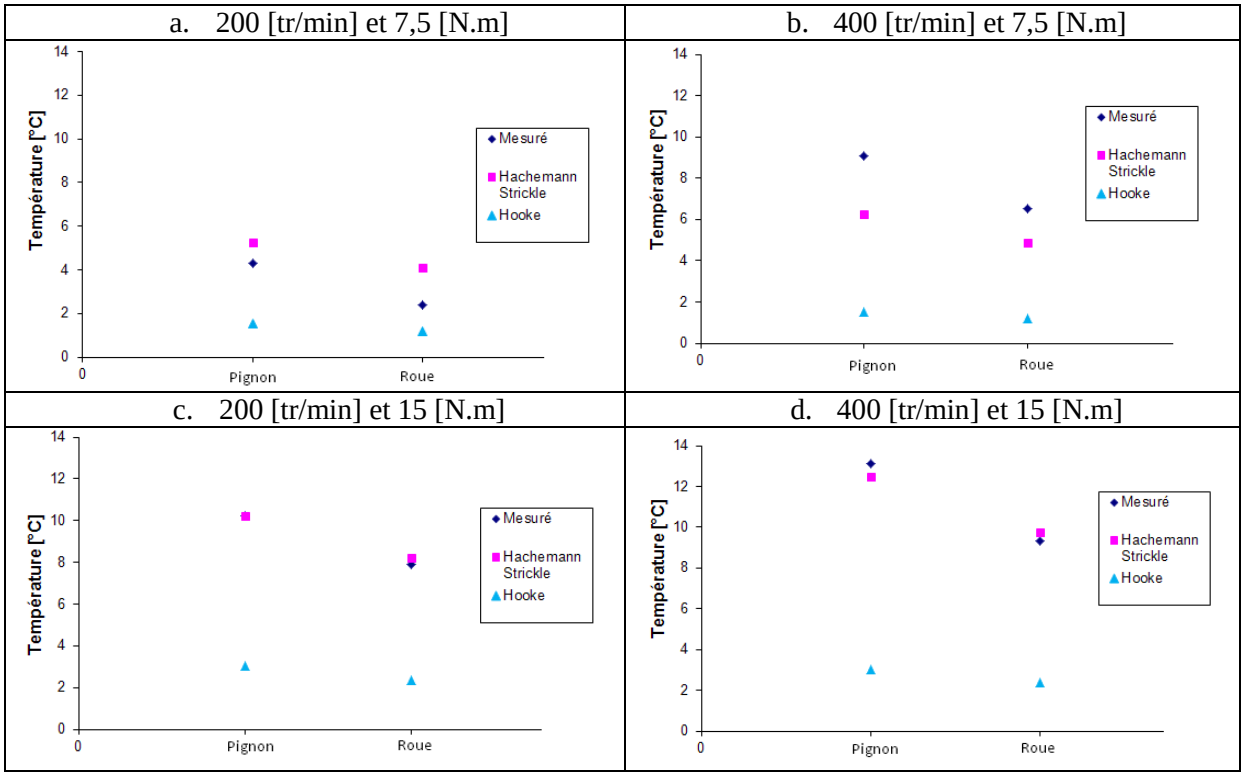



**Figure 5.168 : Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

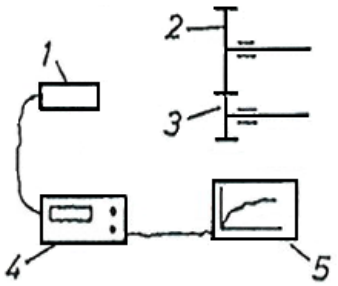
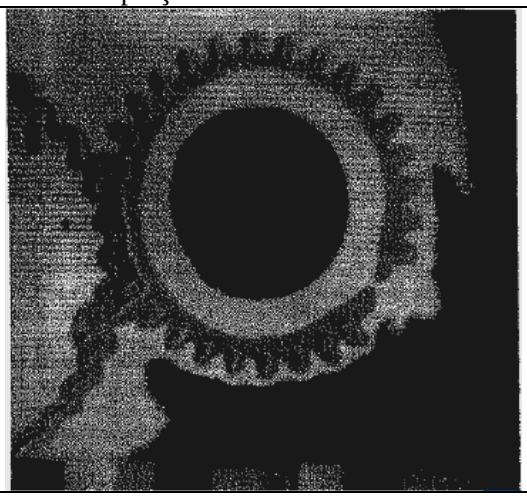
| Positionnement de la caméra | a. Aperçu du résultat |
|---|---|
|  1 : Caméra<br>2 : Pignon<br>3 : Roue<br>4 : Acquisition<br>5 : Traitement |  |

**Figure 5.169 : Mesure de recalage effectué par Hachemann et Strickle**

Un écart de 3°C par rapport à la température mesurée reste admissible au vu des résultats obtenu dans le chapitre IV, paragraphe 4. Une variation de 3°C a une influence inférieure à 2% sur la contrainte en pied de dent, la pression maximum sur les flancs au primitif ou l'erreur de transmission.

Afin d'obtenir un résultat plus précis, il serait nécessaire de modéliser l'ensemble des éléments du banc d'essai ainsi que leurs déperditions de chaleur par conduction, convection et rayonnement. Cela fut réalisé dans les travaux de thèse C. Changenet [97] portant sur la modélisation d'une transmission mécanique. L'utilisation de ce type de modèle n'a pas été retenu dans le cadre de cette thèse car trop couteux en temps de développement et en essais.

Le modèle de Hachemann et Strickle est retenu pour l'estimation de la température des dentures dans PRINCE COMPOSITE. Ce modèle a montré une précision suffisante et la possibilité de prendre en compte l'évolution temporelle de la température ainsi que l'influence d'un éventuel cartère.

# 4. Etude de l'erreur de transmission

## 4.1 Méthode de recalage

Différents types d'essais ont été entrepris pour mesurer l'erreur de transmission. Deux séries sont définies, pour chacun des deux types d'engrenages (acheté et fabriqué) :

- Série 1 : Influence de la vitesse

Des essais à un couple constant de 20N.m et différentes vitesses comprises entre 50 et 300tr/min sont réalisés.

- Série 2 : Influence du couple

Des essais à vitesse constante de 50tr/min pour différents couples compris entre 0 et 20N.m ont été réalisés. La vitesse de rotation est la plus lente possible afin de s'approcher du modèle quasi-statique.

Pour l'ensemble de ces essais, le jeu d'entraxe est de 0,2 mm, la température ambiante de 19°C et l'humidité de 40%. Les mesures sont réalisées une fois que la valeur du couple mesuré avec le couplemètre est stabilisée.

Des essais de portée ont été réalisés pour vérifier si des défauts géométriques locaux des dentures ou de montage modifient le contact entre les dents. Les résultats en annexe 16 montrent une répartition des contacts homogène sur l'ensemble des dentures.

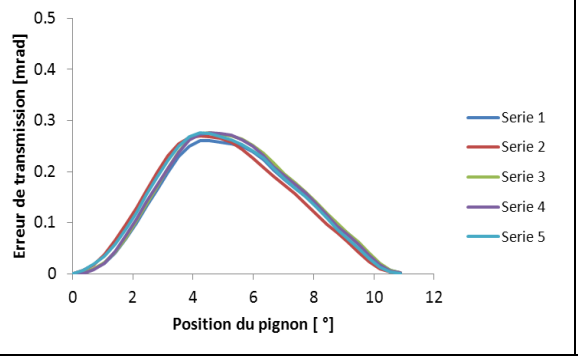


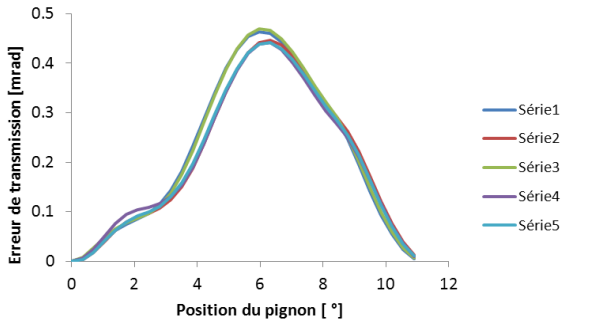
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Des essais ont été réalisés plusieurs fois pour les engrenages achetés et fabriqués, afin de vérifier la reproductibilité des mesures. Des essais à vide et sous charge à 20N.m sont présentés dans la Figure 5.170.

a. A vide, 50tr/min et 109,7 mm d'entraxe

b. En charge, 400tr/min et 109,7 mm d'entraxe




c. En charge, 400tr/min et 109,9 mm d'entraxe

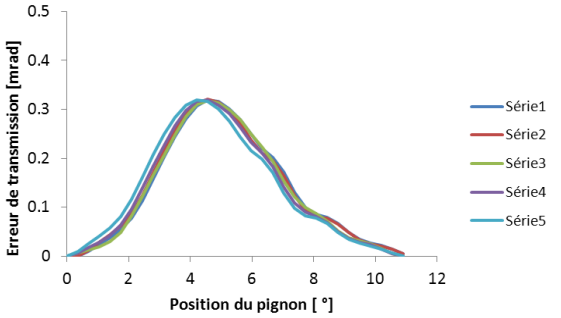



**Figure 5.170 : Reproductibilité des mesures**

On peut tout de suite constater que les courbes sont très proches les unes des autres lorsqu'un couple est appliqué, quelle que soit la configuration. On peut donc considérer une bonne reproductibilité des essais sous charge.

A vide, les courbes sont également proches. Des résultats similaires sont obtenus pour l'engrenage acheté (cf. annexe 17).

## 4.2 Mesure de l'erreur de transmission

Deux séries d'essais sont réalisées, la première concerne l'influence de la vitesse sur l'amplitude de l'erreur de transmission. D'après l'étude menée au chapitre IV, paragraphe 4, l'erreur de transmission est indépendante de la vitesse de rotation pour des plages comprise entre 10 et 100tr/min.

La seconde série d'essais concerne l'influence du couple. Ce dernier est supposé avoir un fort impact sur l'erreur de transmission.

### 4.2.1 Influence de la vitesse, du couple et de l'entraxe

Le Figure 5.171 présente l'ensemble des résultats obtenus à vide, 10N.m, 15N.m et 20N.m pour les engrenages moulés et la Figure 5.172 pour les engrenages achetés dans le commerce. Comme prévu, une bonne reproductibilité des résultats est observable pour des vitesses comprises entre 50tr/min et 300tr/min, les écarts restant inférieurs à 12%.

L'influence du couple se traduit comme prévu par une augmentation de l'erreur de transmission.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

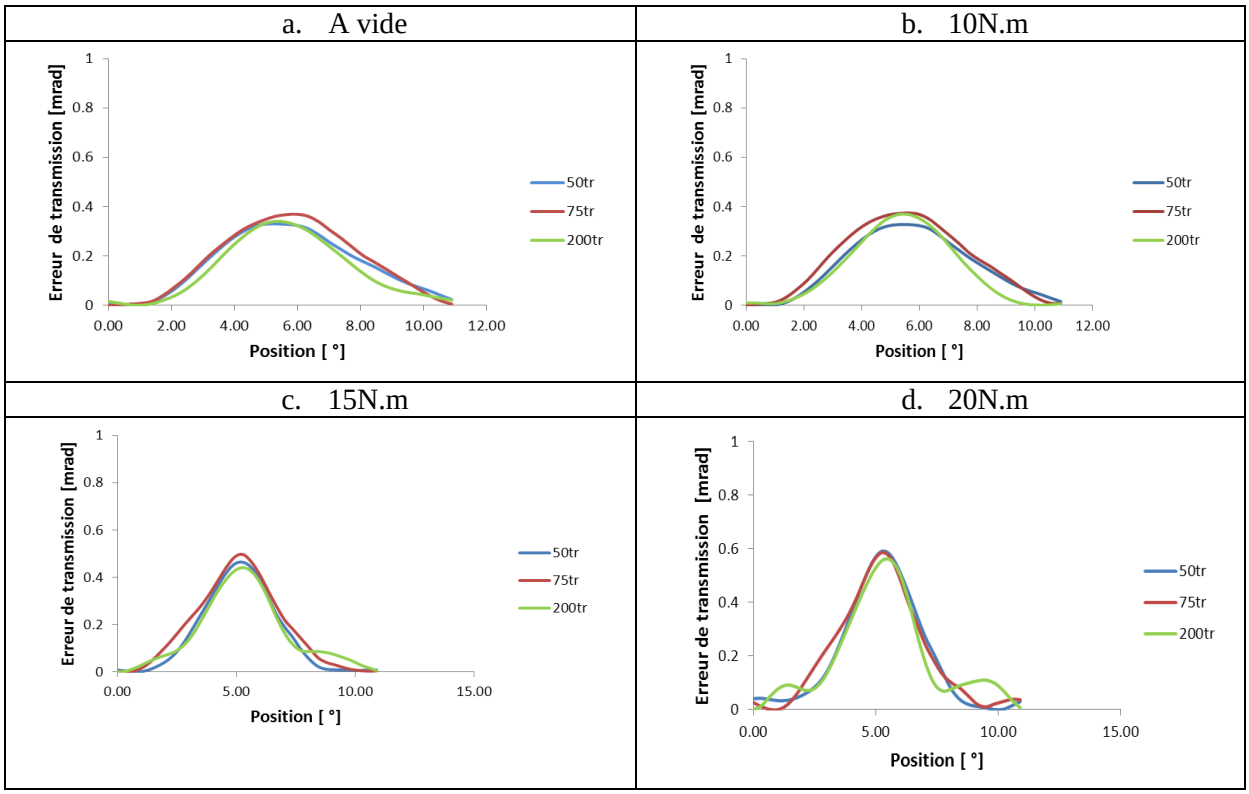



**Figure 5.171 : Influence de la vitesse sur l'erreur de transmission (engrenage moulés)**

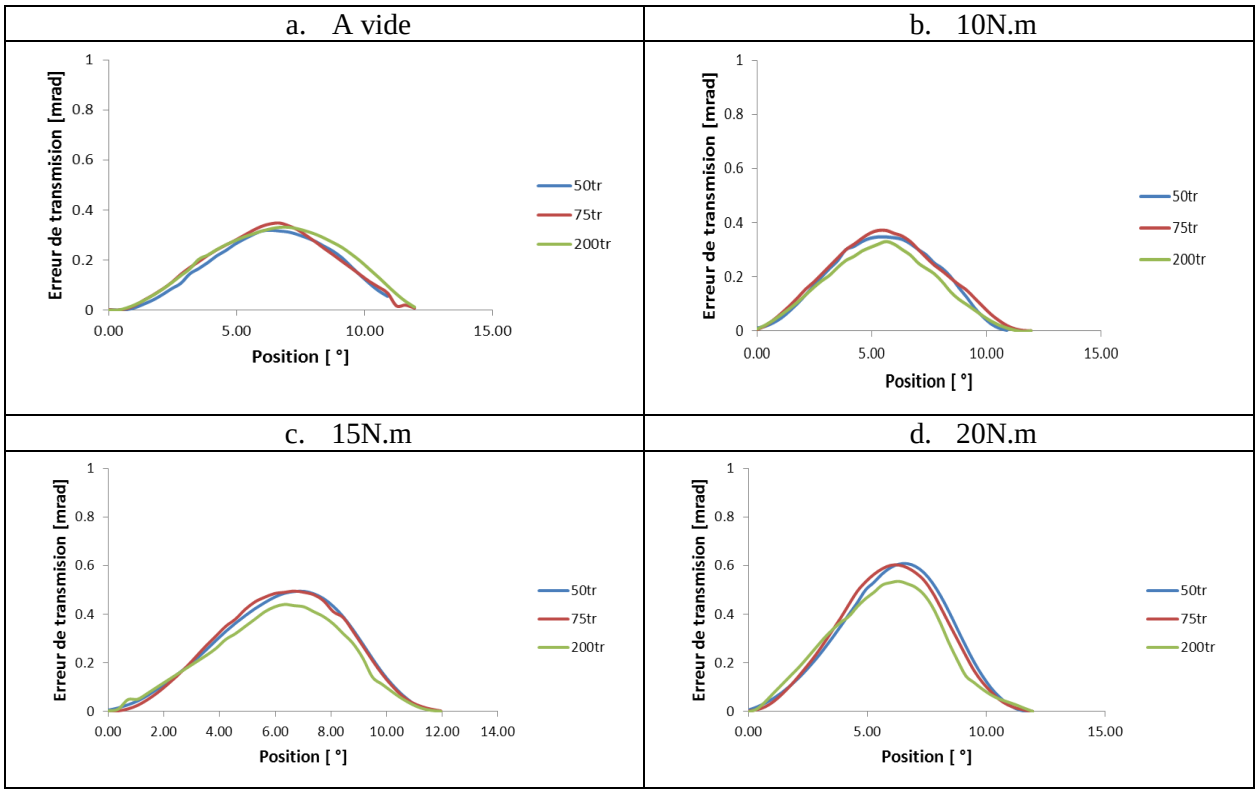



**Figure 5.172 : Influence de la vitesse sur l'erreur de transmission (engrenage achetés)**

La Figure 5.173 représente l'erreur de transmission à 50tr/min pour des couples de 10N.m, 15N.m et 20N.m. Une augmentation de l'amplitude de l'erreur de transmission en fonction du couple. Ces résultats sont en accord avec l'étude menée au chapitre 4, paragraphe 6.5.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

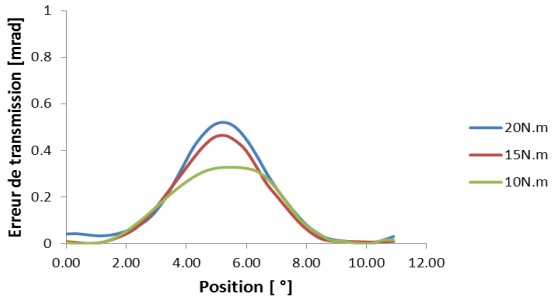
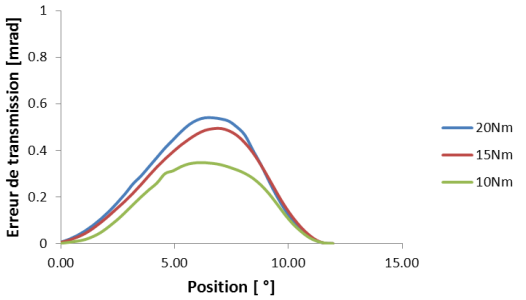
| a. Engrenage moulé | b. Engrenage acheté |
|---|---|
|  |  |



**Figure 5.173 : Erreur de transmission en fonction du couple**

La Figure 5.174 représente l'influence de l'entraxe à 50tr/min et 20N.m pour les deux types d'engrenages. Un amincissement du pic de l'erreur de transmission est observé lorsque l'entraxe diminue.

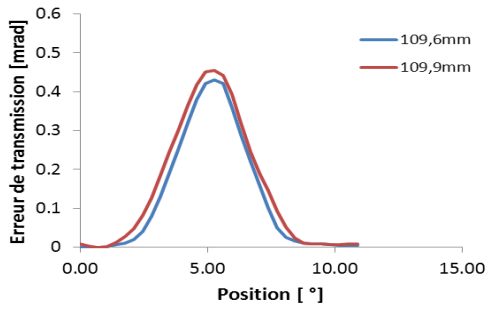
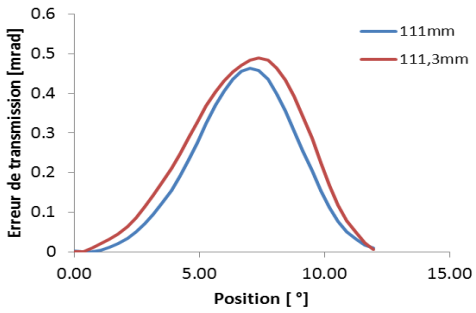
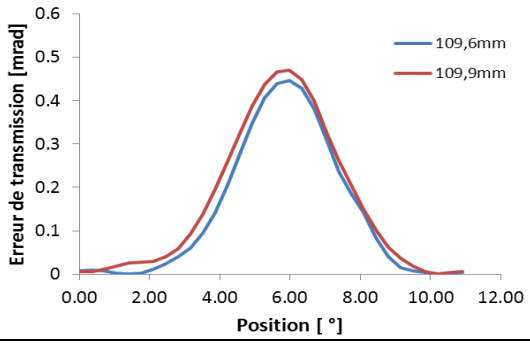
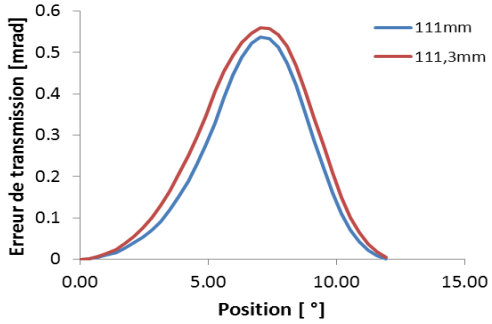
| | a. Engrenage moulé | b. Engrenage acheté |
|---|---|---|
| 15N.m |  |  |
| 20N.m |  |  |



**Figure 5.174 : Influence de l'entraxe à 20N.m et 50tr/min**

## 4.3 Comparaison avec PRINCE COMPOSITE

Une vitesse de 50tr/min a été choisi pour se rapprocher au plus du cas quasi-statique.
Un premier recalage, sans implémentation de correction de denture et de défaut de montage est réalisé. La comparaison est effectuée à 15N.m et 20N.m et 50tr/min. Deux valeurs d'entraxe sont utilisées : +0,1mm et +0,3mm par rapport à la valeur nominale.
La Figure 5.175 regroupe les résultats de comparaison sans prendre en compte les corrections de denture ainsi que les éventuelles erreurs de positionnement. L'erreur de transmission simulée (rouge) est dans l'ensemble des résultats bien inférieurs à l'erreur de transmission mesurée (bleu).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

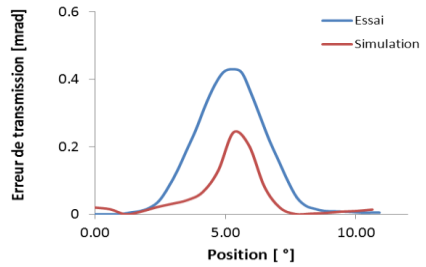
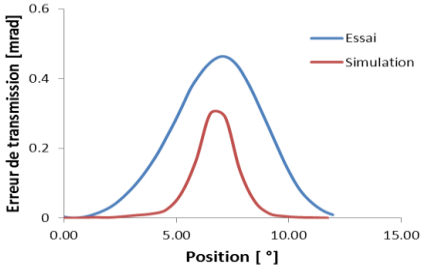
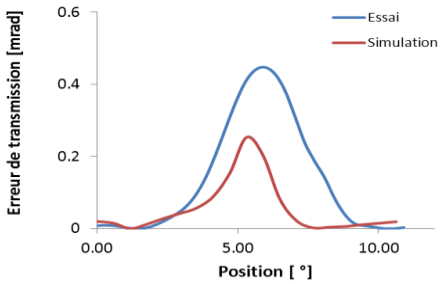
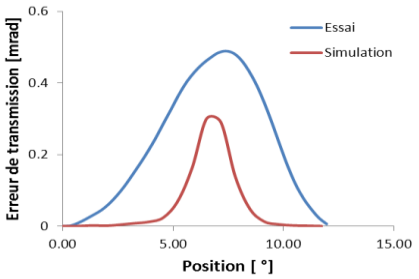
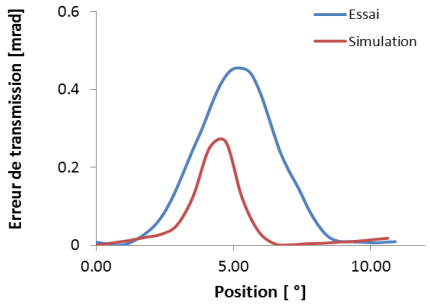
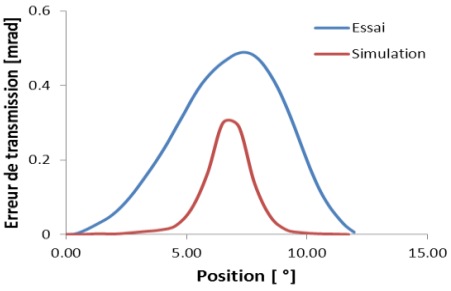
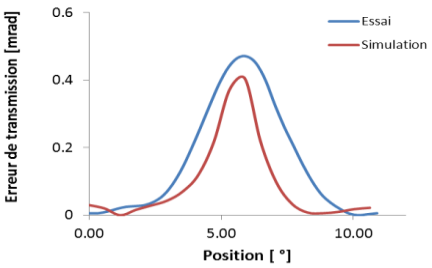
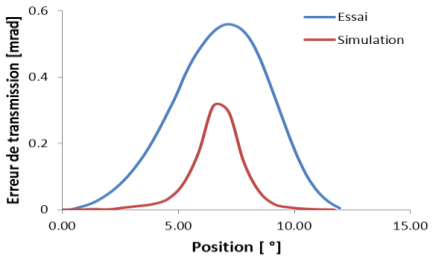
| | c. Engrenage moulé | d. Engrenage acheté |
|---|---|---|
| 15N.m 109,6mm |  |  |
| 20N.m 109,6mm |  |  |
| 15N.m 109,9mm |  |  |
| 20N.m 109,9mm |  |  |



**Figure 5.175 : Recalage sans prise en compte de défauts**

## 4.4 Prise en compte des défauts géométriques

Afin d'affiner la comparaison, les défauts géométriques observés au Chapitre III, paragraphe 2 pour chaque type d'engrenage sont prise en compte. La seconde partie fera intervenir des erreurs de montage minimes dues aux défauts de positionnement des axes observés sur le banc d'essai.

### 4.4.1 Influence du profil de denture

La Figure 5.177 présente les défauts géométriques. Deux cas sont envisagés, l'un prend en compte les écarts maximum de profil, l'autre prend en compte les écarts minimum observés sur l'une des trois dents (voir annexe 7). Ces écarts sont décrits sur la Figure 5.176.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

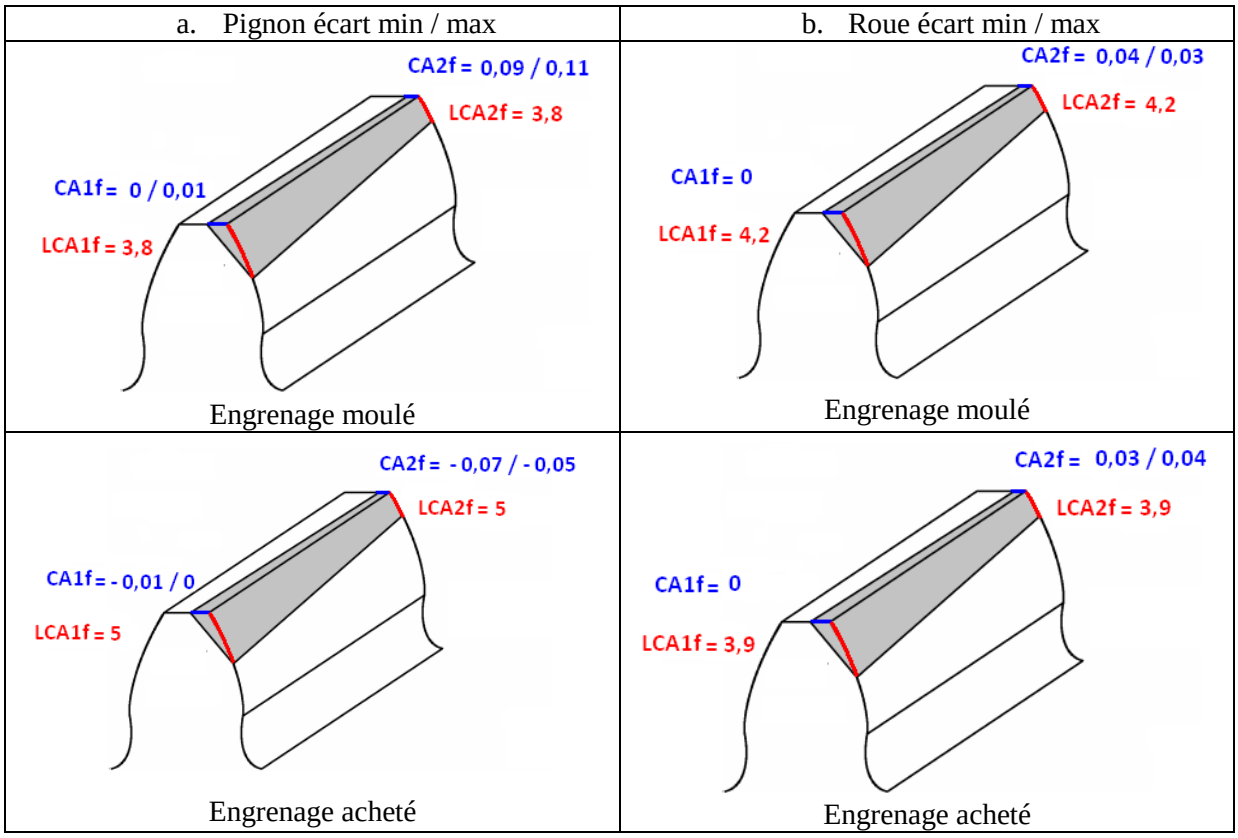



**Figure 5.176 : Ecarts minimum et maximum utilisé pour la simulation**

Les comparaisons présentées sur la Figure 5.177 montrent une bonne corrélation pour les deux niveaux de couples, d'entraxes et les deux géométries. L'ordre de grandeur ainsi que la forme des courbes ou l'amplitude de l'erreur de transmission sont proches. Les écarts d'amplitude de l'erreur de transmission restent inférieurs à 10%. Ces écarts acceptables peuvent provenir d'hypothèses simplificatrices du modèle « PRINCE COMPOSITE », de la qualité du positionnement géométrique des engrenages sur le banc d'essai ou de la méconnaissance des conditions hygrométriques.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

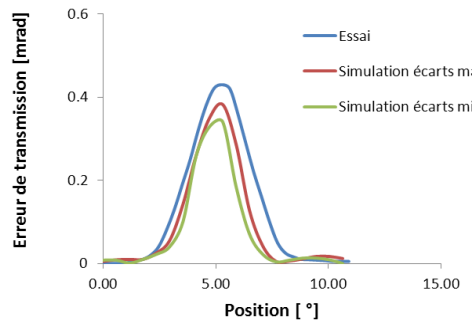
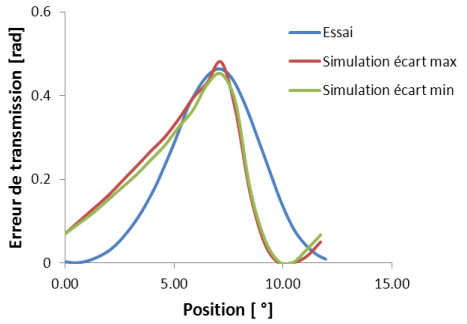
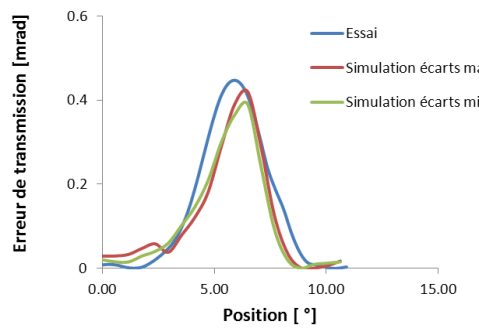
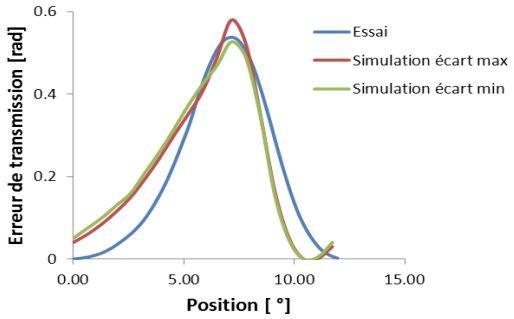
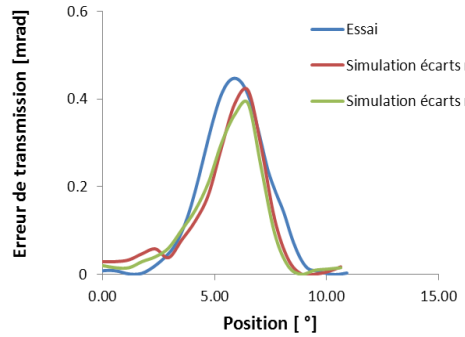
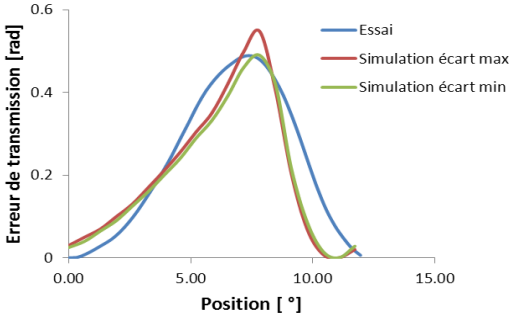
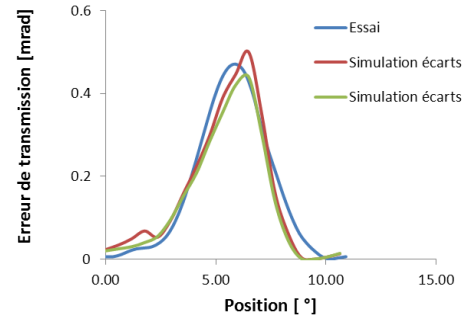
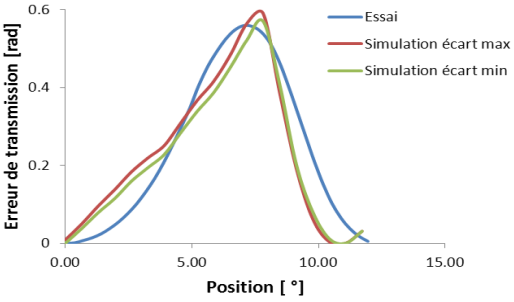
| | e. Engrenage moulé | f. Engrenage acheté |
|---|---|---|
| 15N.m<br>Entraxe 109,6 / 111 mm |  |  |
| 20N.m<br>Entraxe 109,6 / 111 mm |  |  |
| 15N.m<br>Entraxe 109,9 / 111,3 mm |  |  |
| 20N.m<br>Entraxe 109,9 / 111,3 mm |  |  |

**Figure 5.177 : Recalage avec correction de denture réelle**

## 4.4.2 Influence des conditions de montage

Lors du réglage de l'entraxe à l'aide des cales étalons (cf. Figure 5.148), on peut observer une légère modification de l'entraxe lors du serrage, en particulier dans le cas des engrenages moulés sans jeu avec 109,6mm d'entraxe. Pour cela, 0,05 mm d'entraxe ont été ajouté dans la simulation. Un meilleur recalage est obtenu comme le montre la Figure 5.178.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

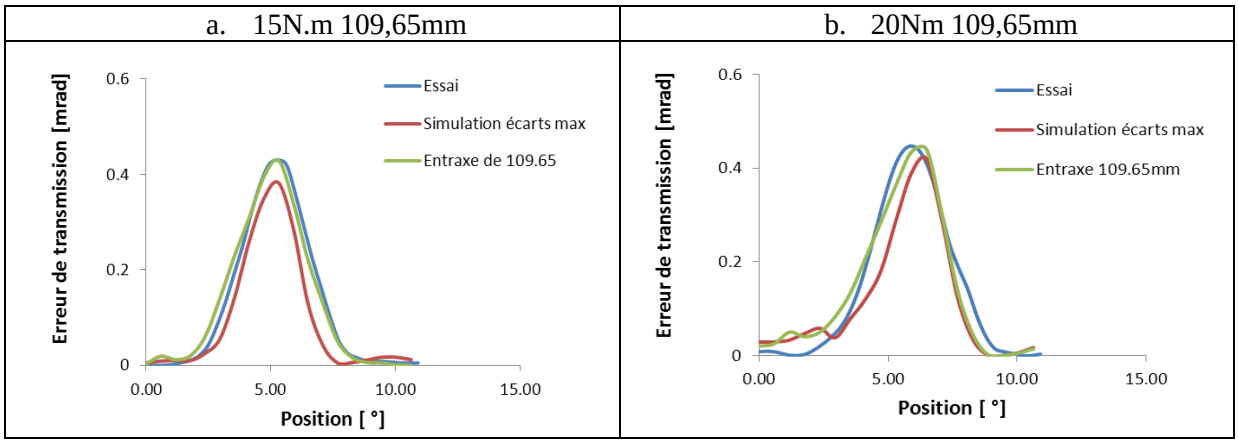



**Figure 5.178 : Modification d'entraxe pour l'engrenage moulé**

# 5. Conclusion

Un banc d'essai a été amélioré, permettant la mesure de l'erreur de transmission sous charge ainsi que la température de l'engrenage.

La mesure de la température lors du fonctionnement est obtenue par une caméra rapide infrarouge. Six essais ont été réalisés à différents couples et vitesses. Le but était multiple : identifier les sources d'échauffement, mesurer les élévations de température sur le profil de l'engrenage et analyser si cet échauffement sur le profil de l'engrenage est homogène ou hétérogène. En analysant les mesures, trois sources d'échauffement ont été observées: le frottement, le piégeage de l'air entre les dents et l'échauffement de l'arbre par conduction provenant des roulements à billes. L'échauffement de l'engrenage est relativement homogène avec une faible différence de température entre les points de mesure répartis sur le profil de l'engrenage. Cependant la température flash au contact n'est pas visible, du fait de son caractère instantané et très localisé. La différence de température entre le début et la fin de l'essai est suffisamment importante pour modifier les propriétés mécaniques du matériau pendant le fonctionnement de l'engrenage.

Deux modèles thermiques issus de la littérature, permettant l'évaluation de la température de volume des engrenages, ont été comparés. Ces modèles font intervenir le coefficient de frottement mesuré dans les conditions de contact d'un engrenage (cf. Chapitre II, paragraphe 4). Celui proposé par Hachmann et Strickle [13] présente le meilleur compromis entre complexité et qualité de la prédiction. Des écarts inférieurs à 3°C sont obtenus. Ce modèle été choisi dans le code PRINCE.

La mesure de l'erreur de transmission est obtenue à l'aide de codeurs optiques montés sur l'arbre d'entrée et de sortie du banc d'essai. Quatre essais ont été réalisés sur deux types d'engrenages de même module : ceux fabriqués durant ce projet et d'autre achetés sur le marché. Les paramètres utilisés sont le couple (15 N.m et 20 N.m et l'entraxe (sans jeux et + 0,3 mm). La vitesse a été choisie à 50tr/min, pour se rapprocher au plus du cas quasi-statique.

Les résultats numériques issus du logiciel PRINCE COMPOSITE ont été comparés aux résultats d'essais. Ce recalage a pu mettre en évidence l'influence de la géométrie. Une non prise en compte des défauts géométrique conduit à une prédiction de l'amplitude de l'erreur de transmission deux fois plus faible. Cependant, une fois la géométrie prise en compte, erreurs de transmission mesurée et simulée sont très proches. Il est aussit important de noter qu'il est difficile de recaler parfaitement les courbes étant données les nombreuses approximations du modèle et les imprécisions du montage éventuelles.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Conclusion générale

Le comportement mécanique sous charge des engrenages cylindriques en Polyamide 6 renforcé de fibres de verre courtes est étudié dans ce travail de thèse. Présentant de nombreux avantages par rapport aux aciers, les engrenages en polymères sont de plus en plus utilisés dans les transmissions de mouvement. L'ajout de fibres augmente leur tenue mécanique et permet de diversifier leur domaine d'utilisation. Dans la revue bibliographique, la plupart des modèles simulent le comportement sous charge des engrenages en plastique, avec ou sans renfort, ne tiennent pas compte de façon précise du comportement viscoélastique.

Un des principaux apports de ce travail de recherche est d'avoir intégré le comportement viscoélastique du Polyamide 6 ainsi que la présence des fibres dans un modèle quasi-statique de partage des charges d'un engrenage. Ce modèle comportemental prend en compte la vitesse de déformation, l'historique du déplacement, la charge, la température, l'humidité ainsi que la répartition, l'orientation des fibres et le retrait géométrique des dentures.

L'objectif général de ce travail était d'une part de modéliser et de comprendre l'effet du renforcement sur le comportement des engrenages et de proposer un outil numérique de dimensionnement précis, fiable et rapide pour les engrenages en Polyamide 6 renforcé. Ce modèle doit proposer plusieurs résultats comme le partage des charges, les pressions de contact, l'erreur de transmission sous charge, les contraintes en pied de dent,…

Pour réaliser cet objectif, ce travail a été découpé en trois étapes bien distinctes :

- Modélisation du comportement mécanique du Polyamide 6 renforcé,
- Modélisation du partage des charges en intégrant le déplacement viscoélastique,
- Comparaison numérique avec d'autres méthodes et validation expérimentale du modèle développé.

Le chapitre I présente un état de l'art de la modélisation du comportement mécanique des engrenages polymères et renforcé ou non par des fibres. Il commence par une présentation des différents polymères et renforts utilisés dans le domaine des engrenages ainsi que leurs avantages et inconvénients. La technique de mise en forme en moulage par injection est présentée. Ensuite les différents modèles issus de la littérature et permettant de simuler le comportement sous charges des engrenages en plastique sont décrits. Leurs défauts respectifs sont relevés et des outils permettant leur amélioration sont abordés.

Le chapitre II décrit la modélisation du comportement mécanique du Polyamide 6 renforcé. Dans un premier temps des observations sur l'orientation des fibres dans les dentures sont menées. Deux méthodes sont utilisées : la première, expérimentale est l'imagerie par rayon X (tomographie). La seconde théorique, fait appel à la simulation du procédé d'injection des engrenages réalisés dans le cadre de cette thèse. Un bon accord est obtenu entre les résultats. La seconde partie de ce chapitre concerne la mise au point du modèle rhéologique dans le cas d'un Polyamide 6 renforcé. En première approximation, le modèle de Kelvin généralisé a été choisi car il permet de déterminer le déplacement d'un polymère ayant un spectre de temps de relaxation assez large, comme le Polyamide 6. Il permet également d'intégrer dans la modélisation les paramètres suivants : temps de chargement, vitesse, historique du déplacement, température et humidité. Tout d'abord des essais de fluage ont permis d'obtenir la limite de linéarité à différentes températures à l'aide d'échantillons prélevés à différents endroits sur les dentures. Ensuite les paramètres $\Delta J_i$ (complaisances) et $\tau_i$ (temps de relaxation) du modèle de Kelvin sont obtenus à l'aide de mesure par spectrométrie mécanique. Des essais



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

expérimentaux sur des éprouvettes à fibres parallèles et perpendiculaires à la direction de sollicitation ont pu mettre en évidence le découplage entre le comportement des fibres et celui de la matrice. A partir de ces résultats et d'une modélisation phénoménologique, les propriétés sous forme numérique ont été obtenues pour simuler le déplacement d'une éprouvette en Polyamide 6 renforcé. Enfin des mesures de coefficient de frottement en conditions d'engrènement sont présentées. Ces résultats obtenus à différentes température, vitesse de roulement et vitesse de glissement seront par la suite utilisés par le modèle thermique afin de prédire l'échauffement des dentures. Il est apparu que la vitesse de roulement ainsi que la charge appliquée ont peu d'influence sur la valeur du coefficient de friction.

Le chapitre III aborde en première partie la mesure métrologique des flancs de denture à partir d'une machine tridimensionnelle. Des mesures ont été réalisées sur deux types d'engrenage, l'un provenant du commerce et l'autre fut fabriqué dans le cadre de ce projet. Ces résultats ont permis de définir des corrections de denture afin de prendre en compte la géométrie exacte lors de la simulation du partage des charges. Ensuite, la modélisation du comportement sous charge des engrenages en Polyamide 6 renforcé est présentée. Cette méthode développée au LaMCoS et déjà utilisée dans le cas d'engrenage cylindrique en Polyamide 6-6 isotrope se base sur la résolution des équations de compatibilité des déplacements et sur la méthode des coefficients d'influence. Les effets dus à la flexion et au contact ont été séparés afin de limiter les temps de calculs. Les effets de flexion sont estimés par la combinaison de calculs Eléments Finis. Les effets de contact ont été obtenus par la théorie de Boussinesq. C'est dans ces deux étapes que l'influence des fibres et de leur orientation a été implantée. Les coefficients d'influence de flexion et locales et de contact sont combinés à la loi de déplacement viscoélastique issue du modèle de Kelvin généralisé afin de prendre en compte la nature viscoélastique du Polyamide. Le modèle permet d'obtenir, dans un temps de calcul raisonnable, le partage de charge entre les dents simultanément en contact, les pressions de contact, la rigidité d'engrènement, l'erreur de transmission sous charge et les contraintes en pied de dent. Suite au développement du logiciel, deux études paramétriques ont été réalisées. La première a permis de conclure sur la relation précision de la prise en compte de l'orientation des fibres et précision des résultats de partage de charge (contrainte en pied de dent, pression sur les flancs et erreur de transmission). Il en ressort que le facteur le plus sensible à l'orientation des fibres est l'erreur de transmission. Un écart maximum de 10% est observé sur son amplitude entre un modèle isotrope et un modèle anisotrope proche des observations expérimentales. La seconde étude sur l'influence de la dilatation a montré la nécessité de sa prise en compte. Des écarts allant jusqu'à 35% sur l'amplitude de l'erreur de transmission sont observés.

Le chapitre IV présente le logiciel « PRINCE COMPOSITE », développé dans le cadre de cette thèse. Ensuite une exploitation du modèle mis en place est réalisée. Deux études basées sur la méthode des plans d'expérience portant sur l'influence du couple, de la vitesse et de la température de fonctionnement sur la nature des déplacements (élastique, visqueux, historique) et le partage des charges (Pression sur les flancs au primitif, contrainte en pied de dent et erreur de transmission) sont réalisées. Il apparait que les historiques atteignent 15% du déplacement total à la température de transition vitreuse. Une dernière étude comparative, entre les calculs de PRINCE COMPOSITE et les prédictions de la norme VDI 2736 a permis d'estimer l'apport scientifique du modèle de partage des charges. La méthode VDI 2736 prend en compte la viscoélasticité de manière simple. Les résultats montrent que le modèle de partage des charges permet une plus grande plage d'utilisation. En effet, le modèle de partage des charges prend en compte le nombre exact de dents en contact, la vitesse de rotation, la température et l'humidité. Il donne également un plus grand nombre de résultats. Néanmoins, nous pouvons souligner que la méthode standard permet d'obtenir très rapidement des résultats approximatifs.

Le chapitre V aborde la validation expérimentale à l'aide d'un banc d'essai développé à cet effet. Il permet de réaliser deux mesures : la température de l'engrenage pendant le fonctionnement et l'erreur de transmission sous charge. Les résultats thermiques ont montré que l'échauffement de l'engrenage est relativement homogène et que les élévations de température sont suffisamment importantes pour modifier les propriétés mécaniques du matériau. A partir de ces résultats deux modèles thermiques obtenus dans la littérature ont été testés. Celui proposé par Hachmann et Strickle est retenu pour sa



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

bonne prédiction à 3°C près. La mesure de l'erreur de transmission sous charge est obtenue à partir de codeurs optiques. Les essais expérimentaux ont permis de mettre en évidence l'influence de la vitesse ainsi que celle de l'entraxe sur l'erreur de transmission. D'autre part, des comparaisons entre les résultats numériques et les simulations ont été menées sur deux engrenages et ont permis de valider le modèle.

En conclusion, l'objectif fixé de proposer un modèle du comportement sous charge des engrenages en tenant compte de façon précise du comportement mécanique des plastiques renforcés a été atteint. Les comparaisons des résultats numériques et expérimentaux ont confirmé la validité des simulations basées sur des modèles scientifiques. De plus, les essais d'exploitation de PRINCE COMPOSITE ont permis de tirer d'importante conclusion sur la pertinence de la prise en compte des historiques, de la dilatation thermique et de la et de l'orientation des fibres.

Ce modèle peut servir de base et d'ouverture à différentes réflexions et futurs développements. L'analyse bibliographique montre la grande diversité de matériaux polymères utilisés dans le domaine des engrenages plastiques, tel que le POM, PBT ou PEEK. Ce modèle peut être facilement adapté à une banque de matériau polymère, avec ou sans renforcement. Seule une caractérisation par spectrométrie mécanique pour l'obtention des coefficients du modèle de Kelvin généralisé semble nécessaire.

Lors de l'étude des différents articles, un point a retenu notre attention. Un certain nombre de travaux mettent en avant l'utilisation d'engrenage bi-matière POM/PA ou POM/PBT permettant une réduction du coefficient de friction et donc de l'usure et de l'échauffement. Cependant, avec de tels matériaux, une modification du code de calcul du partage des charges serait nécessaire. En effet la surface de contact ne serait plus un plan mais une surface tris dimensionnelle. Cette modification permettrait également de prendre en compte le cas d'engrenage plastique-acier couramment utilisé.

Le modèle sous charge en quasi-statique peut aussi servir de base à des études dynamiques. La détermination des rigidités d'engrènement, l'erreur de transmission, la localisation des zones de contact sont des paramètres nécessaires aux modèles dynamiques. Au sein du laboratoire LaMCoS, déjà plusieurs exploitations du modèle quasi-statique ont permis le développement de modèles dynamiques originaux.

L'intégration d'un modèle d'usure serait aussi intéressante afin de prédire la durée de vie des engrenages polymères. En effet l'étude bibliographique a montré que l'usure est le principal critère de défaillance des engrenages polymères et plus particulièrement des engrenages en plastique renforcé. Des plus, des modèles d'usure développés spécialement pour les engrenages polymères existent tel que celui de Feulner [81].

Enfin, le modèle de partage des charges développé, est validé uniquement avec une seule géométrie à denture droite. D'autres validations sont nécessaires pour confirmer les résultats obtenus, notamment avec des géométries de plus petit taille, à denture droite et hélicoïdale.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Références bibliographiques


[1] **VDI 2736.** Blatt 2, Thermoplastische Zahnräder Stirnradgetriebe Tragfähigkeitsberechnung, Beuth Verlag Gmbh, 2013, 20p.

[2] **ISO 6336**, Calcul de la capacité de charge des engrenages cylindriques à denture droite et hélicoïdale, ISO, 2006.

[3] **LIN A., KUANG J.**, Dynamic interaction between contact loads and tooth wear of engaged plastic gear pairs, *International Journal of Mechanical Science*, 2007, vol. 50, p. 205-13.

[4] **TSUKAMOTO N.,** A study on strength design methods for plastic gears, *JSME International Journal Serial 3*, 1991, vol. 34, p. 121-126.

[5] **KIM H.**, Distribution des charges et des contraintes dans les engrenages cylindrique avec voile. Simulation numérique par méthode des prismes finis. *Thèse , Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 1996

[6] **DE VAUJANY J.P.**, Comportement d'engrenage cylindrique intérieur. Effets de jante et de voile. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 1996.

[7] **JACQUIN C.Y.**, Modélisation et optimisation du comportement sous charge des engrenages faces. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2001.

[8] **ICARD Y.**, Engrenage spiro-conique : Modélisation sous charge appliqué au domaine aéronautique. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2005.

[9] **HILTCHER Y., GUINGAND M., DE VAUJANY J.-P.**, Load sharing of worm gear with plastic wheel, *Journal of mechanical design*, Vol.129, 2006, p.23-30.

[10] **LETZELTER E.**, Modélisation du comportement mécanique des engrenages en polymère. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2010.

[11] **MENGES G.**, Einsatz und Berechnung von Kunststoffzahnrädern, *Maschinenmarkt Jg.72*, 1966, Vol. 34 , p. 913-923.

[12] **SMITH Z., SHERIDAN D.**, Processing and the design of precision plastic gears. *Power transmission engineering*, 2007.

[13] **HACHEMANN H., STRICKLE E.**, Reibung und verschleiβ an der Gleitpaarung Polyamid/Stahl bei Trockenlauf. *Kunststoffe*, 1969.

[14] **BASF,** Reibung und Verscheiβ bei Polymerwerkstoffen Technische Informationen Vol.4, 1996

[15] **TSUKAMOTO N.**, Argument on plastics gear for power transmission, *JSME International Journal,* Series C, Vol.38, 1998, p. 1-7.

[16] **CRIPPA G., DAVOLI P.**, Comparative fatigue resistance of fiber reinforced Nylon 6 gears. *Journal of Mechanical Design*, Vol.117, 1995, p. 193-198.




Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

[17] **VOβ H.**, Verschleiβ langfaserverstärkter thermoplaste, *Kunststoff n°77*, 1987.

[18] **FLEMMING M. ZIEGMANN G., ROTH S.**, Faserverbundbauweisen, Halbzeug und Bauweisen, *Springer Verlag*, 1996.

[19] **JANSEEN R., LANGHART J.**, Sesigning plastic gear. *Sabic innovative Plastics eSeminar*, 2010

[20] **WOOD A., WILLIAMS V., WEIDIG R.,** Comparative study of the relative performance of spur gears manufactured from steel and Victrex PEEK. *VDI Bericht,* vol. 2108, p. 47-62

[21] **SENTHILVELAN S., GNANAMOORTHY R.**, Influence of reinforcement on composite gear metrology, *Mechanism and machine theory*, 43, 2008, p.1198-1209.

[22] **HOOKE C.J., MAO K., WALTON D., BREEDS A.R., KUKUREKA S.N.**, Measurement and prediction of the surface temperature in polymer gear and is relationship to gear wear, *Journal of tribology*, Vol.115, 1993, p.119-124

[23] **SENTHILVELAN S., GNANAMOORTHY R.**, Damping characteristics of unreinforced, glass and carbon fiber reinforced nylon 6/6 spur gear. *Polymer testing*, Vol.25, 2006, p. 56-62

[24] **HOOKE C.J., KUKUREKA S.N., LIAO P., RAO M., CHEN Y.K.**, Wear and friction of nylon-glass fibre composite in non-conformal contact under combined rolling and sliding. *Wear*, Vol.197, 1996, p.115-122.

[25] **KRAUSE W.**, Plastzahnräder, *Verlag Technik Berlin*, 1985.

[26] **GASPARIN A.L., CORSO L.L., TENTARDINI E.K., NUNES R.C.R., FORTE M.M.C., OLIVEIRA R.V.B.**, Polyamide worm gear: Manufacturing and performance. *Material research*, Vol.15, 2012

[27] **SENTHILVELAN S., GNANAMOORTHY R.**, Effect of rotational speed on the performance of unreinforced and glass fiber reinforced Nylon 6 spur gear. *Material and design*, Vol.28, 2007, p. 765-772.

[28] **GULLU A., OZDEMIR A., OZDEMIR E.**, Experimental investigation of the effect of glass fibres on the mechanical properties of polypropylene (PP) and Polyamide 6 (PA6) plastics. *Materials and design*, Vol.27, 2006, p. 316-323.

[29] **KLEISS R.E., KLEISS J.**, A practical guide for molding better plastic geared transmission. *Proceedings of SPE annual technical conference*, Atlanta, 1998.

[30] **MEGALLY A.**, Modélisation de l'orientation des fibres. *Thèse, Ecole National Supérieure des Mines de Paris*, 2005.

[31] **EL OTMANI R.,** Etude du refroidissement d'un polymère chaud sur une paroi métallique froide : influence des paramètres d'interfaces, application à l'injection des polymères. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2009.

[32] **DUPONT DE NEMOURS**, Guide conception plasturgie-Principe généraux de conception-Module 1, 2012.

[33] **VDI 2545**, VDI Richtlinien, Zahnräder aus thermoplastichen Kunststoffen, 1981



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

[34] **WEALE D.J.**, WHITE J., WALTON D., The effect of fiber orientation and distribution on the tooth stiffness of a polymer composite gear. *Proceedings of SPE annual technical conference*, Atlanta, 1998.

[35] **REDJEB A.**, Simulation numérique de l'orientation de fibres en injection de thermoplastique renforcé. *Thèse Ecole National Supérieure des Mines de Paris* , 2007.

[36] **BAY R.S.**, Fiber orientation in injection molded composites : A comparison of theory and experiment. *Thèse, Univerity of Illinois*, 1991.

[37] **KENIG S.**, Fiber orientation development in molding of polymer composites. *Polymer Composite*, vol.7, p. 50-55, 1986.

[38] **CHABERT E.**, Propriétés mécaniques de nanocomposites à matrice polymère : Approche expérimentale et modélisation. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2002.

[39] **FERRY J.D.**, Viscoelastic properties of polymers, *2nd edition J. Wiley and sons*.

[40] **TA INSTRUMENT.**, Thermal analysis application Brief: Measurement of moisture effects on the mechanical properties of 66 Nylon, TA-133.

[41] **BERTHEREAU A., DALLIES E.**, Fibre de verre de renforcement, Technique de l'ingénieur, *ref. AM5132*, 2008.

[42] **CHABOCHE J.L., LEMAITRE J.**, Mécanique des matériaux solides. *Paris : Dunod*.

[43] **HALPIN J.C., PAGANO N.J.**, The laminate approximation for randomly oriented fibrous composites. *Journal of Composite Material*, 1969, vol.3, p. 720

[44] **HALPIN J.C., KARDOS J.L.**, The Halpin-Tsai equations: A review, Polymer engineering and sience, vol.16, 1976, p.334-352

[45] **COX H.L.**, The elasticity and strength of paper and other fibrous materials. *British Journal of Applied Physic*, 1952, vol.3, p. 72.

[46] **KRENCHEL H.**, Fibre reinforcement. *Copenhagen: Akademisk Forlag*, 1964.

[47] **DUZCUKOGLU H.**, Study on development of Polyamide gears for improvement of load-carrying capacity, *Tribology International*, 2009, vol. 42, p. 1146-53.

[48] **DUZCUKOGLU H.**, PA 66 spur gear durability improvement with tooth width modification, **Materials and Design**, 2009, vol. 30, p. 1060-67.

[49] **MAO K.**, A new approach for polymer composite gear design, *Wear*, 2007, vol. 262, p. 423-41.

[50] **MAO K.**, A numerical method for polymer composite gear flash temperature prediction, *Wear*, 2007, vol. 262, p. 1321-29.

[51] **BLOCK H.**, The flash temperature concept, *Wear*, 1963, vol. 6, p. 483-93.

[52] **BLOCK H.,** Theoretical study of temperature rise at surface of actual contact under



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

oiliness lubricating conditions, *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 1937, vol. 2, p. 222-35.

[53] **UEDA A., TAKAHASHI H., NAKAMURA M., MORIWAKI I.**, Computer simulation on the heat generation in meshing of plastic spur gears (effect of module and gear speed on heat radiation), *Proceedings of MPT2009, JSME International Conference on Motion and Power Transmissions*, Sendai, Japan, May 13-15, 2009.

[54] **KOFFI D., GAUVIN R., YELLE H.**, Heat generation in thermoplastic spur gears, Journal of Mechanics, *Transmissions, and Automation in Design*, 1985, vol. 107, p. 31-37.

[55] **DIAB Y., VILLE F., HOUJOH H., SAINSOT P., VELEX P.**, Experimental and numerical investigations on the air-pumping phenomenon in high-speed spur and helical gears, *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 219, p. 785-99.

[56] **DIAB Y.**, Analyse des pertes de puissance dans les transmissions par engrenages à grande vitesse. Applications aux réducteurs industriels et aux machines textiles. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2005.

[57] **TOBE T., KATO M.**, A study on flash temperature on the spur gear teeth, *Journal of Engineering for Industry*, 1974, vol. 96, p. 78-84.

[58] **VAN KREVELEN D.W.**, Properties of Polymers, *3rd edition Elsevier*.

[59] **KRAUSE W.**, Flankenspiel bei Kunststoffzahnrädern, *Antriebtechnik*, Vol.42, p. 41-43

[60] **DIN 58400** : Bezugsprofil für Stirnräder mit Evolventenverzahnung, für die Feinwerktechnik, 1967.

[61] **JABBOUR T., GHAZI A.**, Stress calculation for plastic helical gears under a real transverse contact ratio, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 44, 2009, p. 2236-2247.

[62] **TSAI M.H., TSAI Y.C.**, A method for calculating static transmission errors of plastic spur gears using FEM evaluation, *Finite Elements in Analysis and Design*, 1997, vol. 27, p. 345-357.

[63] **WALTON D., CROPPER A.B., WEALE D.J., KLEIN MEULEMAN P.**, The efficiency and friction of plastic cylindrical gears Part 1: Influence of materials, *Journal Engineering Tribology Part J*, vol. 216, p. 75-92.

[64] **WALTON D., CROPPER A.B., WEALE D.J., KLEIN MEULEMAN P.**, The efficiency and friction of plastic cylindrical gears Part 2: Influence of tooth geometry, *Journal Engineering Tribology Part J*, vol. 216, p. 92-103.

[65] **TSUKAMOTO N.**, Investigation about the strength of plastic gears, *Bulletin of JSME*, 1983, vol. 26, p. 1661-1669.

[66] **MORIWAKI I., TADA K., TOKUDA K., HUI G.D., SAITO K.**, Viscoelastic behaviour of plastic gears for power transmission – Fundamental investigation. *7th International power transmission and gearing conference*, ASME, San Diego, 1996, vol.88, p. 125-131.

[67] **ERHARD G., STRICKLE E.,** Maschinenelemente aus thermoplastischen Kunststoffen, Grundlagen und Verbindungselemente. VDI Verlag, 1974, 152p.

[68] **GUINGAND M.**, Prévision et optimisation du comportement quasi-statique sous charge



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

des engrenages. *Habilitation à diriger des recherches, Institut National des Sciences Appliqués de Lyon*, 2006.

[69] **OLAKOREDE A.A.**, Répartition des charges et résistance en conception d'engrenages cylindriques, application de la méthode des prismes finis en CAO. **Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**, 1990.

[70] **DE VAUJANY J.P., KIM H.C., GUINGAND M.**, Effects of rim and web on stresses of internal cylindrical gears, *Proceedings of the 7th international power transmission and gearing conference ASME*, New York, USA, 1996.

[71] **GUINGAND M., DE VAUJANY J.P., ICARD Y.**, Analysis and optimization of the loaded meshing of face gears. *Journal of Mechanical Design*, 2005, vol. 127, p. 135-43.

[72] **DE VAUJANY J.P., GUINGAND M.**, Geometry, kinematics and load sharing of pinion rack gear with variable ratio. *Proceedings of MPT2009, JSME International Conference on Motion and Power Transmissions*, Sendai, Japan, May 13-15, 2009.

[73] **MENGES G, HABERSTROH E., MICHALEI W., SCHMACHTENBERG E.,** Werkstoffkunde Kunststoffe, Carl Hanser Verlag, 2002, 411p.

[74] **VUORISTO T., KUOKKALA V.T.**, Creep, recovery and high strain rate response of soft roll cover materials, *Mechanics of Materials*, 2002, vol. 34, p. 494-404.

[75] **SRINAT G., GNANAMOORTHY R.**, Effect of fibre reinforcement on the friction and wear behaviour of Nylon 66. *Applied Composite Material*, 2005, vol.12, p. 369-383

[76] **DAVIM P., CARDOSO R.**, Effect of the reinforcement (carbon or glass fibres) on friction and wear behaviour of the PEEK against steel surface at long dry sliding. *Wear*, 2009, Vol.266, p. 795-799.

[77] **KUKUREKAS.N., HOOKE C.J., RAO M., LIAO P., CHEN Y.K.**, The effect of fibre reinforcement on the friction and wear of Polyamide 66 under dry rolling-sliding contact. *Tribology International*, 1999, vol.32, p. 107-116.

[78] **SUNG N.H., SUH N.P.**, Effect of fiber orientation on friction and wear of fiber reinforced polymeric composites., *Wear*, 1979, vol. 58, p.129-141

[79] **KIM S.S., SHIN M.W., JANG H.**, Tribological properties of short glass fiber reinforced Polyamide 12 sliding on medium carbon steel. *Wear*, 2012, vol.274, p.34-42

[80] **UEDA A., KATSUYOSHI S., ICHIRO M.**, The frictional coefficient and the simulation of plastic gears using basic experimental data, *Proceedings of VDI 2005, International Conference on Gears*, Munich, October, 2005.

[81] **FEULNER R.**, Verschleiss trocken laufender Kunststoffgetriebe Kennwertermittlung und Auslegung. *Thèse, Université de Erlangen*, 2008

[82] **ERHARD G., WEIS C.**, Zur Berechnung der Zahn und Flankentemperature von Zahnrädern aus Polymerwerkstoffen, *Konstruktion*, vol. 39, 1987, p. 423-430

[83] **LETZELTER E., GUINGAND M., DE VAUJANY J.P., SCHLOSSER P.**, A new experimental approach for measuring thermal behaviour of nylon 6/6 cylindrical gears. *Polymer testing*, vol. 29, 2010, p. 1041-1051



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

[84] **REMOND D.**, Practical performances of high-speed measurement of gear transmission error or torsional vibrations with optical encoders, *Journal of measurement science and technology*, 1998, vol. 9, p. 347-53.

[85] **REMOND D., MAHFOUDH J.**, From transmission error measurements to angular sampling in rotating machines with discrete geometry, *Shock and Vibration*, 2005, vol. 12, p. 149-61.

[86] **GUINGAND M., DE VAUJANY J.P., REMOND D.**, Numerical and experimental study of the loaded transmission error of a worm gear with a plastic wheel, Proceedings of DETC'07, *ASME 2007 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, Las Vegas, Nevada USA, September 4-7, 2007.

[87] **TEIXEIRA J.,** Definition analytique des surfaces de denture et comportement sous charge des engrenages spiro-coniques. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2012.

[88] **CATHELIN J., LETZELTER E., GUINGAND M., De VAUJANY J.P., CHAZEAU L.**, Experimental and numerical study of a loaded cylindrical PA66 gear. Journal of Mechanical design, vol. 135, 2013

[89] **DECROIX J.Y., PILOZ A., DOUILLARD A., MAY J.F., VALET G.**, Mathematical model for viscoelastic behaviour of poly-$\alpha$-olefins. Application to polyolefin blends and to hexane-1-propene copolymers, *European Polymer Journal*, 1975, vol. 11, p. 625-630.

[90] **DIAZ-CALLEJA R., SANCHIS M.J., MOSTOS J.**, Biparabolic model to represent dielectric relaxation data, *Polymer*, 1996, vol. 37, p. 4003.

[91] **ISO 1328-1,** Engrenage cylindrique – système ISO de précision, Partie 1: Définition et valeurs admissible des des écarts pour flancs homologues de la denture. 1995

[92] **BOUSSINESQ J.**, Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du movement des solides élastiques. Paris: Albert BLANCHARD, 1969, 564p.

[93] **SAINSOT P.**, Analyse du contact entre dentures d'engrenages cylindriques de réducteur. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 1989.

[94] **BERGOUGNIOUX M.**, Optimisation et contrôle des systèmes linéaires. Cours et exercices avec solutions. *Paris : DUNOD*, 2001, 260 p.

[95] **BOYER A.**, Transmission de puissance et engrenages en matière plastique, *Journée engrenages et transmissions ECAM, IET, CETIM*, 1990.

[96] **VUILLERMOZ P.L., VUILLERMOZ A., PAJANI D.**, Infrared thermography in materials fabrication – Optimization and quality control. *Mémoires et études scientifiques de la revue de métallurgie*, 1989, vol. 86, p. 297-307.

[97] **CHANGENET C.,** Modélisation thermique des transmissions par engrenages. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2006.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Liste des figures


Figure 1.1 : Comparaison de la composition structurel des thermoplastiques amorphes et semi cristallin ..... 14
Figure 1.2 : Limite d'utilisation en température des polymères couramment employés pour les engrenages [12] ..... 14
Figure 1.3 : Effet du renforcement par ajout de 30% de fibre de verre (GF) ou de carbone (CF) sur la résistance à la rupture [19]. ..... 15
Figure 1.4 : Phase de plastification [31] ..... 17
Figure 1.5 : Phase de remplissage [31] ..... 18
Figure 1.6 : Phase de maintien et de solidification [31] ..... 18
Figure 1.7 : Phase d'éjection [31] ..... 18
Figure 1.8 : Injection capillaire [25] ..... 19
Figure 1.9 : Injection en diaphragm [25] ..... 19
Figure 1.10 : Injection en parapluie [25] ..... 19
Figure 1.11 : Proportion recommandées par Dupont de Nemours [32]. ..... 20
Figure 1.12 : Proportion recommandées par W.Kraus [25] ..... 20
Figure 1.13 : Retrait sur les dentures [32] ..... 21
Figure 1.14 : Déviation du profil [21] ..... 22
Figure 1.15 : Orientation des particules dans un disque injecté par le centre [36] ..... 23
Figure 1.16 : Modèle d'écoulement au front d'avancée de matière (effet fontaine) [36] ..... 24
Figure 1.17 : Schéma d'orientation des fibres en denture ..... 24
Figure 1.18 : Prédiction de l'orientation moyenne des fibres dans le cas d'un PA6-6 renforcé de fibre de verre [21] ..... 25
Figure 1.19: Mesure DMA du module d'Young (A) et du facteur de perte (B) d'un Polyamide 6-6 en fonction de la température à différents niveaux d'humidité [40] ..... 26
Figure 1.20: Ressort caractérisant l'élasticité ..... 27
Figure 1.21 : Amortisseur caractérisant le comportement visqueux ..... 28
Figure 1.22: Modèle élémentaire [42] ..... 28
Figure 1.23: Modèle de Kelvin généralisé [10] ..... 29
Figure 1.24 : Schéma de principe du phénomène de piégeage [55] ..... 31
Figure 1.25: Modélisation de l'énergie générée par frottement et hystérésis en fonction de la position angulaire [54] ..... 32
Figure 1.26: Modèle de transfert de chaleur de l'engrenage [22] ..... 33
Figure 1.27 : Modèle d'échange thermique dans une transmission ..... 34
Figure 1.28 : Mesure du diamètre extérieur d'un engrenage (m=0.5, Z=89, Rh=0%) [59] ..... 36
Figure 1.29 : Dilatation d'une dent en POM m=0.4 mesurée selon la DIN 58400. ..... 37
Figure 1.30 : Choix du coefficient $\Delta d'$ en fonction de l'humidité ambiante φ et du nombre de jours d'exposition [59] ..... 37
Figure 1.31: (a) Modèle éléments finis « Marc » [3] ..... 39
Figure 1.32: Evolution du module élastique $E_{Nylon}$ en fonction de la température ..... 40
Figure 1.33 : Evolution du module élastique en fonction de la température, à une fréquence et à un taux d'humidité donné [67] ..... 42
Figure 1.34 : Processus du calcul de comportement sous charge ..... 43
Figure 1.35 : Comportement viscoélastique du Polyamide sur un cycle de chargement dans son domaine linéaire [73] ..... 44
Figure 1.36: Ratio de la déformation de la dent à $t_{final}$ pour chaque tour de la roue par la déformation de la dent à 800 tours/min, 0°C, 25°C, 65°C, 80°C et 120°C à sec [10] ..... 44
Figure 1.37 : Les trois orientations considérées par Kim et al. [78] ..... 46
Figure 1.38 : Coefficient de friction pour les trois orientations (N) normal, (L) parallèle, (T) transverse. ..... 46




Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Figure 1.39 : Mécanisme d'alignement des fibres normal à la direction de sollicitation [79] ..... 46
Figure 1.40 : Machine de mesure du coefficient de frottement dans les conditions de contact d'un engrenage [80] ..... 47
Figure 1.41 : Coefficient de frottement dynamique avec un échantillon de diamètre 3 mm [80] ..... 47
Figure 1.42: Mesure du coefficient de frottement à sec, 35% d'humidité et 50% d'humidité [10] ..... 47
Figure 1.43 : Mesure du coefficient de friction en condition d'engrènement par Kukureka et al. [24] 48
Figure 1.44 : Température de surface d'un engrenage renforcé et non renforcé à 1.5 N.m, Engrenage cylindrique droit de module 2mm, 17 dents et 10mm de largeur [27] ..... 49
Figure 1.45 : Dispositif de mesure thermique proposé par Erhard et al. [82] ..... 49
Figure 1.46 : Dispositif de mesure développé par Lezelter et al. [83] ..... 50
Figure 1.47 : Erreur de transmission mesurée sur un tour complet de la roue [10] ..... 51
Figure 1.48 : Erreur de transmission simulée et mesurée, à 300 tours/min et 15 N.m [10] ..... 51
Figure 2.49 : Structure du moule ..... 54
Figure 2.50 : Géométrie des canaux de refroidissement. ..... 55
Figure 2.51 : Retrait simulé de la roue x 100 dans les conditions d'injection ..... 55
Figure 2.52 : Débit variable en entrée du canal d'injection ..... 56
Figure 2.53 : Répartition des fibres dans les trois directions de l'espace ..... 57
Figure 2.54 : Maillage tétraédrique de la roue ..... 58
Figure 2.55 : Localisation des éprouvettes ..... 58
Figure 2.56 : Tomographie échantillon latérale ..... 59
Figure 2.57 : Tomographie à cœur sur l'échantillon du milieu ..... 59
Figure 2.58 : Structure cœur peau au milieu de la dent ..... 60
Figure 2.59 : Répartition des fibres en coupe transverse ..... 60
Figure 2.60 : Répartition des fibres en pied de dent à 1cm du sommet. ..... 61
Figure 2.61 : Schéma de la répartition des fibres ..... 61
Figure 2.62 : Fraise 2 tailles utilisées pour le prélèvement des échantillons ..... 62
Figure 2.63 : Localisation et géométrie des échantillons ..... 62
Figure 2.64 : Taux de fibre mesuré par ATG au milieu de la denture (C) ..... 63
Figure 2.65 : Modèle de Kelvin généralisé ..... 63
Figure 2.66 : Gabo Qualimeter Explorer ..... 65
Figure 2.67 : Repérage des éprouvettes ..... 66
Figure 2.68 : Complaisance de traction en fonction du temps à -20°C et humidité ambiante ..... 66
Figure 2.69 : Complaisance de traction en fonction du temps à 20°C et humidité ambiante ..... 67
Figure 2.70 : Complaisance de traction en fonction du temps à 120°C et humidité ambiante ..... 67
Figure 2.71 : Courbe représentant J = f(σ) pour l'échantillon 4.b à 20°C et t=250s ..... 67
Figure 2.72 : Contrainte maximaledans le domaine linéaire à 20°C et40% d'humidité (symétrique) .. 68
Figure 2.73 : Schéma détaillé du spectromètre ..... 69
Figure 2.74 : Zone de prélèvement des éprouvettes ..... 70
Figure 2.75 : Evolution de la complaisance de conservation sur une plage de fréquence fixe à différentes températures allant de (-) -20°C à (-) 120°C ..... 71
Figure 2.76 : Courbe maîtresse du module de conservation déduite des mesures isothermes de spectrométrie mécanique à une température de référence de 60°C et à sec ..... 71
Figure 2.77 : Courbe maîtresse du module de perte déduite des mesures isothermes de spectrométrie mécanique à une température de référence de 60°C et à sec ..... 71
Figure 2.78 : Distribution des facteurs de glissement à une température de référence de 60°C (à sec) 72
Figure 2.79 : Correspondance entre la courbe expérimentale et le modèle bi-parabolique à T=Tg (♦) 73
Figure 2.80 : Discrétisation de la courbe maîtresse expérimentale à T=Tg ..... 73
Figure 2.81 : Coefficient de décalages déduits des mesures de spectrométrie mécanique à une température de référence de 60°C à 0% d'humidité et 45% ..... 74
Figure 2.82 : Complaisance de perte avec fibres parallèles et perpendiculaires à la direction de sollicitation ..... 75
Figure 2.83 : Matériau unidirectionnel à fibres courtes ..... 76
Figure 2.84 : Profil du glissement sur les flancs ..... 77
Figure 2.85 : Influence du coefficient de friction sur la température de volume estimé par les modèles de Hackman et al. [13] et Hooke [22] ..... 78



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Figure 2.86: Dispositif de mesure : (a) disque et (b) tonneau ..... 79
Figure 2.87 : Localisation du disque et du tonneau sur la roue (m=3, Z=41) ..... 79
Figure 2.88 : Orientation des fibres en condition de glissement ..... 79
Figure 2.89 : Coefficient de frottement mesuré par EHD à 25°C, 40% d'humidité et 0,06 m/s en fonction du taux de glissement et de la charge ..... 80
Figure 2.90: Influence de la vitesse de roulement à 50°C, 40% RH et 10N en fonction du taux de glissement ..... 81
Figure 2.91 : Influence de la vitesse de roulement à 25°C, 40% RH et 10N en fonction du taux de glissement ..... 81
Figure 2.92 : Processus du calcul de comportement sous charge ..... 83
Figure 3.93 : Machine MMT 3D ZEISS ..... 84
Figure 3.94 : Définition du système d'axes du repère de la roue injectée ..... 85
Figure 3.95 : Dents à mesurer sur la roue ..... 85
Figure 3.96: Signe de l'écart mesuré ..... 86
Figure 3.97 : Profil nominal et mesuré à 0,2mm du bord gauche et droit ..... 87
Figure 3.98 : Echelle de couleur des écarts en [mm] ..... 88
Figure 3.99 : Ecarts entre les surfaces des dents et de la CAO pour le cas de la roue moulée au LaMCoS ..... 88
Figure 3.100 : Définition de la face avant et de la face arrière ..... 89
Figure 3.101: Types de corrections utilisés ..... 90
Figure 3.102 : Principe d'application de la correction ..... 90
Figure 3.103 : Schéma du maillage étendu sur une dent en polyamide 6 +30%FV ..... 92
Figure 3.104 : Définition des écarts et déplacements ..... 93
Figure 3.105 : Zone de contact à vide et sous charge ..... 93
Figure 3.106 : Localisation des points de chargement unitaire ..... 95
Figure 3.107 : Deux types de conditions aux limites ..... 95
Figure 3.108 : Déplacement et contrainte dans le cas d'un matériau isotrope, unidirectionnel et orthotrope ..... 98
Figure 3.109 : Composite stratifié composé de plis unidirectionnels (-45°/0°/+45°) ..... 100
Figure 3.110 : Sections de denture ..... 102
Figure 3.111: Numérotation des dents pour la création de l'historique du déplacement ..... 104
Figure 3.112 : Algorithme de calcul de la répartition des charges ..... 106
Figure 3.113 : Chargement sur le pignon ..... 107
Figure 3.114 : Section sur les dentures ..... 108
Figure 3.115 : Modèle isotrope ..... 108
Figure 3.116 : Modèle unidirectionnel et hétérogène ..... 109
Figure 3.117 : Modèle anisotrope avec section à fibre normal ..... 110
Figure 3.118 : Variation du positionnement des sections ..... 112
Figure 4.119 : Algorithme général du logiciel PRINCE. ..... 116
Figure 4.120 : Interface utilisateur onglet « engrenage » ..... 117
Figure 4.121 : Aperçu de la géométrie exacte ..... 117
Figure 4.122 : Ligne potentiel de contact et erreur de transmission à vide ..... 118
Figure 4.123 : Représentation de la répartition des charges sur 3 dents ..... 119
Figure 4.124 : Numérotation des dents ..... 119
Figure 4.125 : Lignes de contact sous charge et pressions instantanées pour une position donnée ..... 120
Figure 4.126 : Erreur de transmission sur un pas de dent ..... 120
Figure 4.127 : Raideur pour un pas de dent ..... 121
Figure 4.128 : Contrainte principale en pied de dent ..... 121
Figure 4.129 : Localisation de la contrainte en pied de dent [2] ..... 122
Figure 4.130 : Fenêtre d'observation de la contrainte en pied de dent ..... 122
Figure 4.131 : Localisation de la contrainte ..... 123
Figure 4.132 : Evolution du déplacement total en tête $\lambda$ ..... 125
Figure 4.133 : Evolution du déplacement élastique total en tête $\lambda_{el}$ ..... 126
Figure 4.134 : Evolution du déplacement visqueux total en tête $\lambda_{visco}$ ..... 127
Figure 4.135 : Evolution du déplacement historique total en tête $\lambda_{histo}$ ..... 129



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Figure 4.136 : Evolution du déplacement de surface total en tête $\lambda_S$ ..... 130
Figure 4.137 : Evolution du déplacement de volume total en tête $\lambda_V$ ..... 131
Figure 4.138 : Evolution de la contrainte en pied de dent $\sigma$ ..... 132
Figure 4.139 : Evolution de la pression maximum au primitif P ..... 133
Figure 4.140 : Evolution de l'amplitude de l'erreur de transmission $\varepsilon$ ..... 135
Figure 4.141 : Différence entre la contrainte en pied de dent obtenue sous PRINCE et par la norme 137
Figure 4.142 : Différence entre la pression sur les flancs obtenus avec PRINCEet par la norme VDI 2736 ..... 138
Figure 5.143 : Présentation du banc, sans caméra thermique ..... 141
Figure 5.144 : Présentation du banc, mesure thermique ..... 141
Figure 5.145 : Schéma du banc ..... 142
Figure 5.146 : Schéma de la mesure thermique ..... 142
Figure 5.147 : Définition de l'inclinaison et de la déviation ..... 143
Figure 5.148 : Mise en position du jeu de cales ..... 144
Figure 5.149 : Signaux des codeurs et de l'horloge interne ..... 144
Figure 5.150 : Courbe position/temps du pignon et de la roue ..... 145
Figure 5.151 : Calcul de l'erreur de transmission ..... 145
Figure 5.152 : Erreur de transmission « brute » ..... 146
Figure 5.153 : Effet de faux rond sur 4 tours de pignon ..... 146
Figure 5.154 : Erreur de transmission moyenne sur un tour de pignon ..... 147
Figure 5.155 : Superposition des courbes correspondant à chaque passage de dent ..... 147
Figure 5.156 : Erreur de transmission « filtrée » ..... 148
Figure 5.157 : Zone filmée par la caméra infrarouge ..... 148
Figure 5.158 : Mesure thermique à 7,5N.m et 400tr/min ..... 149
Figure 5.159 : Aperçu du banc d'essai à 7,5N.m et 400tr/min ..... 149
Figure 5.160 : Points de mesure ..... 150
Figure 5.161 : Résultats obtenu par mesure thermique ..... 151
Figure 5.162 : Evolution de la température à 7,5N.m, à 200tr et entraxe de 109,7mm (cas 1) ..... 151
Figure 5.163 : Evolution de la température à 7,5N.m, à 400tr et entraxe de 109,7mm (cas 2) ..... 152
Figure 5.164 : Evolution de la température à 15N.m, à 200tr et entraxe de 109,7mm (cas 3) ..... 152
Figure 5.165 : Evolution de la température à 15N.m, à 400tr et entraxe de 109,7mm (cas 4) ..... 152
Figure 5.166 : Evolution de la température à 7,5N.m, à 400tr et entraxe de 109,5mm (cas 5) ..... 153
Figure 5.167 : Cas sans jeu à 7,5N.m et 400tr et 109,5mm d'entraxe ..... 153
Figure 5.168 : Comparaison des résultats expérimentaux et théoriques ..... 155
Figure 5.169 : Mesure de recalage effectué par Hachemann et Strickle ..... 156
Figure 5.170 : Reproductibilité des mesures ..... 157
Figure 5.171 : Influence de la vitesse sur l'erreur de transmission (engrenage moulés) ..... 158
Figure 5.172 : Influence de la vitesse sur l'erreur de transmission (engrenage achetés) ..... 158
Figure 5.173 : Erreur de transmission en fonction du couple ..... 159
Figure 5.174 : Influence de l'entraxe à 20N.m et 50tr/min ..... 159
Figure 5.175 : Recalage sans prise en compte de défauts ..... 160
Figure 5.176 : Ecarts minimum et maximum utilisé pour la simulation ..... 161
Figure 5.177 : Recalage avec correction de denture réelle ..... 162
Figure 5.178 : Modification d'entraxe pour l'engrenage moulé ..... 163



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Figure A.1 : Presse à injecté Krau Maffei KM 160CX ..... 180
Figure A.2 : Paramètres étudiés ..... 182
Figure A.3 : Courbe du débit de remplissage ..... 183
Figure A.4 : Palier de maintien ..... 183
Figure A.5 : Solidification du seuil ..... 184
Figure A.6: Retrait sur les dentures ..... 184
Figure A.7 : Géométrie finale du moule ..... 185
Figure A.8 : Etapes de l'injection de la roue ..... 186
Figure A.9 : Localisation des échantillons ..... 187
Figure A.10 : Tomographie en surface ..... 187
Figure A.11 : Tomographie à cœur sur l'échantillon du milieu ..... 187
Figure A.12 : Répartition des fibres en coupe transverse ..... 188
Figure A.13 : Limite de linéarité sur roue Z=45 ..... 189
Figure A.14 : Limite de linéarité sur roue Z=41 ..... 190
Figure A.15 : Reproductibilité de la limite de linéarité à 20°C sur l'échantillon 4.b ..... 190
Figure A.16 : Obtention du module relaxé $E_r$ et non relaxé $E_u$ ..... 192
Figure A.17 : obtention de paramètres $\chi$ et $\chi'$ et $f_0$ ..... 192
Figure A.18 : Courbe Cole-Cole E''=f(E') ..... 193
Figure A.19: Principe de la mesure ..... 194
Figure A.20 : Echantillon HFRR ..... 194
Figure A.21 : Résultats de mesure HFRR ..... 195
Figure A.22 : Influence du taux de chargement et de la température ..... 197
Figure A.23 : Influence de la température, de la vitesse de roulement $\Delta U$ et du taux de glissement . 198
Figure A.24 : Ecarts entre les surfaces des dents moulés et de la CAO pour le cas de la roue ..... 200
Figure A.25 : Echelle de couleur des écarts ..... 200
Figure A.26 : Ecarts entre les surfaces des dents moulés et de la CAO pour le cas de la roue ..... 201
Figure A.27 : Echelle de couleur des écarts ..... 201
Figure A.28 : Ecarts entre les surfaces des dents moulés et de la CAO pour le cas de la roue ..... 202
Figure A.29 : Echelle de couleur des écarts ..... 202
Figure A.30 : Concavité en tête de denture (dent 2 flanc gauche) ..... 203
Figure A.31: Numérotation des sections ..... 218
Figure A 32 : Interface utilisateur onglet « engrenage » ..... 220
Figure A 33: Interface utilisateur onglet « pignon » ..... 221
Figure A 34: Interface utilisateur onglet « roue » ..... 221
Figure A 35 : Menu de saisi des corrections de denture ..... 222
Figure A.36 : Eléments du système d'acquisition ..... 231
Figure A.37 : Branchements des éléments du système d'acquisition ..... 232
Figure A.38 : Portée obtenue au bleu de Prusse ..... 233
Figure A.39 : Reproductibilité des mesures ..... 234



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Liste des tableaux

Tableau 1.1 : Particularités des renforts couramment utilisés ..... 15
Tableau 1.2 : Température de fusion et de transition vitreuse des Polyamides ..... 16
Tableau 1.3 : Caractéristiques mécaniques des fibres de Verres (E) [41]. ..... 27
Tableau 1.4 : Valeurs de $k_2$ [13] ..... 35
Tableau 2.5 : Géométrie des engrenages moulés ..... 54
Tableau 3.6 : Classe de qualité sur chaque flanc ..... 89
Tableau 3.7 : Matrice de rotation autour de l'axe x, y et z ..... 101
Tableau 3.8 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=20Nm, T=60°C, U=300 tours/min ..... 110
Tableau 4.9 : Essais sans dilatation et jeu entraxe 0,2mm ..... 113
Tableau 4.10 : Essais avec dilatation et jeu entraxe 0,2mm ..... 113
Tableau 4.11 : Conditions de fonctionnement ..... 118
Tableau 4.12 : Géométrie des engrenages moulés ..... 118
Tableau 4.13 : Niveaux des facteurs ..... 124
Tableau 4.14 : L'équation de régression véritable « déplacement total en tête λ » ..... 125
Tableau 4.15 : Carré moyen résiduel « déplacement total en tête λ » ..... 125
Tableau 4.16 : Bilan de l'étude sur le déplacement total en tête λ ..... 126
Tableau 4.17 : L'équation véritable de régression « déplacement total élastique en tête $\lambda_{el}$ » ..... 126
Tableau 4.18 : Carré moyen résiduel « déplacement total élastique en tête $\lambda_{el}$ » ..... 126
Tableau 4.19 : Bilan de l'étude sur le déplacement total élastique en tête $\lambda_{el}$ ..... 127
Tableau 4.20 : L'équation de régression véritable « déplacement total visqueux en tête $\lambda_{visco}$ » ..... 127
Tableau 4.21 : Carré moyen résiduel « déplacement total visqueux en tête $\lambda_{visco}$ » ..... 127
Tableau 4.22 : Bilan de l'étude sur le déplacement total visqueux en tête $\lambda_{visco}$ ..... 128
Tableau 4.23 : L'équation de régression véritable « déplacement historique total en tête $\lambda_{histo}$ » ..... 128
Tableau 4.24 : Carré moyen résiduel « déplacement historique total en tête $\lambda_{histo}$ » ..... 128
Tableau 4.25 : Bilan de l'étude sur le déplacement historique total en tête $\lambda_{histo}$ ..... 129
Tableau 4.26 : L'équation véritable de régression « déplacement de surface total en tête $\lambda_S$ » ..... 130
Tableau 4.27 : Carré moyen résiduel « déplacement de surface total en tête $\lambda_S$ » ..... 130
Tableau 4.28 : Bilan de l'étude sur le déplacement de surface total en tête $\lambda_S$ ..... 130
Tableau 4.29 : L'équation véritable de régression « déplacement de volume total en tête $\lambda_V$ » ..... 131
Tableau 4.30 : Carré moyen résiduel « déplacement de volume total en tête $\lambda_V$ » ..... 131
Tableau 4.31 : Bilan de l'étude sur le déplacement de volume total en tête $\lambda_V$ ..... 131
Tableau 4.32 : L'équation véritable de régression « contraint en pied de dent σ » ..... 132
Tableau 4.33 : Carré moyen résiduel « contraint en pied de dent σ » ..... 132
Tableau 4.34 : Bilan de l'étude de la contrainte en pied de dent σ ..... 133
Tableau 4.35 : L'équation véritable de régression « pression sur flanc P » ..... 133
Tableau 4.36 : Carré moyen résiduel « pression sur flanc P » ..... 133
Tableau 4.37 : Bilan sur l'étude de la pression maximum au primitif P ..... 134
Tableau 4.38 : L'équation véritable de régression « amplitude de l'erreur de transmission ε » ..... 134
Tableau 4.39 : Carré moyen résiduel « amplitude de l'erreur de transmission ε» ..... 134
Tableau 4.40 : Bilan sur l'étude de l'amplitude de l'erreur de transmission ε ..... 135
Tableau 5.41 : Conditions d'essai ..... 149
Tableau 5.42 : Résultats obtenus ..... 154
Tableau 5.43 : Température estimée par le modèle de Hooke ..... 154
Tableau 5.44 : Température estimée par le modèle de Hachemann et Strickle ..... 155



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Tableau A.1 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle unidirectionnel, 30% fibres ..... 210
Tableau A.2 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle unidirectionnel, 22,5% fibres ..... 210
Tableau A.3 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle unidirectionnel, 15% fibres ..... 210
Tableau A.4 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle orthotrope, 30% fibres ..... 210
Tableau A.5 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle orthotrope, 22,5% fibres ..... 211
Tableau A.6 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle orthotrope, 15% fibres ..... 211
Tableau A.7 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle anisotrope, 30% fibres ..... 211
Tableau A.8 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle anisotrope, 22,5% fibres ..... 211
Tableau A.9 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle anisotrope, 15% fibres ..... 212
Tableau A.10 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=5Nm, T=0°C, U=300 tours/min ..... 213
Tableau A.11 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=5Nm, T=60°C, U=300 tours/min ..... 213
Tableau A.12 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=5Nm, T=100°C, U=300 tours/min ..... 213
Tableau A.13 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=12.5Nm, T=0°C, U=300 tours/min ..... 214
Tableau A.14 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=12.5Nm, T=60°C, U=300 tours/min ..... 214
Tableau A.15 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=12.5Nm, T=100°C, U=300 tours/min ..... 214
Tableau A.16 : Résultats Modèle 1 à 5 30%fibres, C=20Nm, T=0°C, U=300 tours/min ..... 215
Tableau A.17 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=20Nm, T=60°C, U=300 tours/min ..... 215
Tableau A.18 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=20Nm, T=100°C, U=300 tours/min ..... 215
Tableau A.19 : Résultats Modèle 1 à 5: 22.5%fibres, C=20Nm, T=0°C, U=300 tours/min ..... 216
Tableau A.20 : Résultats Modèle 1 à 5: 22.5%fibres, C=20Nm, T=60°C, U=300 tours/min ..... 216
Tableau A.21 : Résultats Modèle 1 à 5: 22.5%fibres, C=20Nm, T=100°C, U=300 tours/min ..... 216
Tableau A.22 : Résultats Modèle 1 à 5: 15%fibres, C=20Nm, T=0°C, U=300 tours/min ..... 217
Tableau A.23 : Résultats Modèle 1 à 5: 15%fibres, C=20Nm, T=60°C, U=300 tours/min ..... 217
Tableau A.24 : Résultats Modèle 1 à 5: 15%fibres, C=20Nm, T=100°C, U=300 tours/min ..... 217
Tableau A.25 : Modèle 5 réf.: Résultat 30%fibres, C=20 Nm, U=400tours/min ..... 218
Tableau A.26 : Modèle 5, épaisseur+10% : Résultats, Influence T : 30%fibres, C=20 Nm, U=400tours/min ..... 218
Tableau A.27 : Modèle 5, épaisseur-10% : Résultats, Influence T 30%fibres, C=20 Nm, U=400tours/min ..... 218
Tableau A.28 : Modèle 5, angle +10% : Résultats, Influence T 30%fibres, C=20 Nm, U=400tours/min ..... 219
Tableau A.29 : Modèle 5, angle -10% : Résultat 30%fibres, C=20 Nm, U=400tours/min ..... 219
Tableau A.30 : Expérience réalisés ..... 223
Tableau A.31 : Résultat du plan d'expérience ..... 224
Tableau A.32: Matrice des essais ..... 225
Tableau A.33 : Nombre de degré de liberté ..... 227



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# Annexes

## 1. Conditions d'injection

### 1.1 Caractéristiques de la presse à injecter

Une presse Krauss Maffei KM-160CX de 160 tonnes (cf. Figure A.1) a été utilisée. Cette force correspond à la pression de fermeture pour maintenir le moule fermé. Cette presse permet un remplissage à débit variable

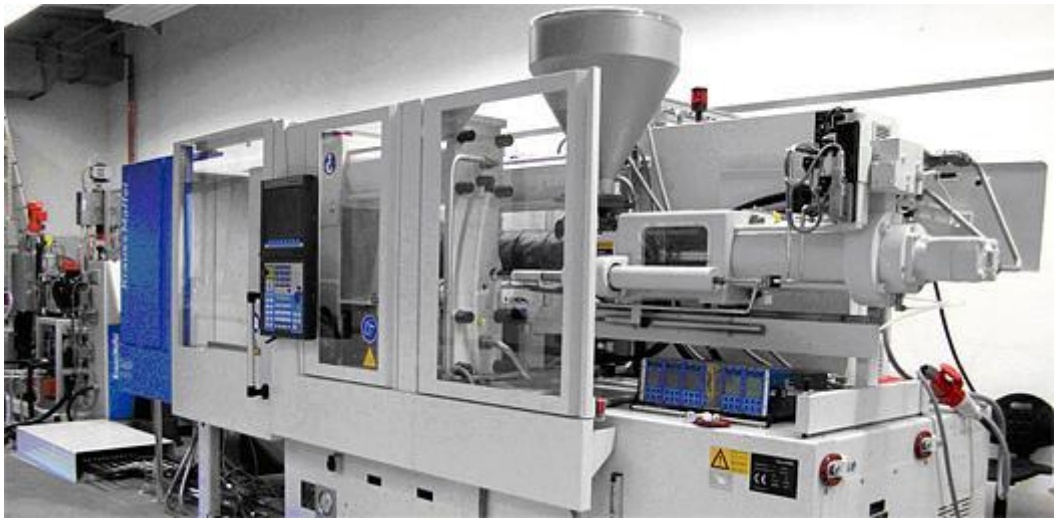


**Figure A.1 : Presse à injecté Krau Maffei KM 160CX**

### 1.2 Etape de la simulation

L'objectif de la simulation est de définir la géométrie de la cavité du moule en fonction des conditions d'injections. La simulation est réalisée en sept étapes principales.

- Importation de la géométrie CAO

La géométrie CAO du pignon et de la roue est générée sous CATIA V5 puis importée en format IGES dans le logiciel Moldflow Insight 2010. Cette géométrie a été définie selon des lois de conception présentées dans le chapitre I, paragraphe 3.1

- Maillage de la pièce

La pièce à réaliser doit être maillée. Un maillage volumique à partir d'élément tétraédrique est choisi. Le maillage doit être raffiné avec un contrôle de forme et de facettisation. L'objectif est d'avoir des éléments réparties de manière uniforme et avec des facettes de taille régulière tendant vers un triangle équilatérale.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

- Dessin du point d'injection

Le point d'injection est dessiné, raccordé à la pièce puis maillé avec des éléments volumiques. Une carotte directe de forme conique a été utilisée. Cet élément standard est peu couteux. La buse est directement achetée chez un fabricant de pièce détachée.

- Renseignement matière et machine

A partir de la banque de données matière intégrée à Moldflow les propriétés du Technyl C216 V30 ont pu être renseignées. Cela permet de définir automatiquement un certain nombre de paramètres d'injection par défaut tel que la température d'injection, la température du moule, le taux de cisaillement maximum.
Les caractéristiques techniques de la presse à injecter (force de fermeture, débit maximum,…) et les dimensions géométriques du moule sont données.

- Dessin des canaux de refroidissement

Les canaux de refroidissement ainsi que le matériau du moule sont précisés. Une solution avec des canaux carrés est choisie pour une raison de coût. Quatre règles sont à respecter pour la définition des canaux et de leur apport en eau.

- La distance entre la pièce et les canaux doit être de 2.5 fois le diamètre du canal.
- La distance entre les canaux doit être de 3 fois le diamètre du canal.
- La température du liquide de refroidissement doit être environ 15 °C plus basse que la température du moule.
- Le liquide de refroidissement ne doit pas gagner plus de 3°C entre sa température d'entrée et sa température de sortie.

- Etude dans une fenêtre de moulage

Une étude complète est réalisée. Les phénomènes suivant sont pris en compte :

- Thermique du Moule.
- Remplissage de la pièce.
- Compactage de la matière.
- Gauchissement de la pièce.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

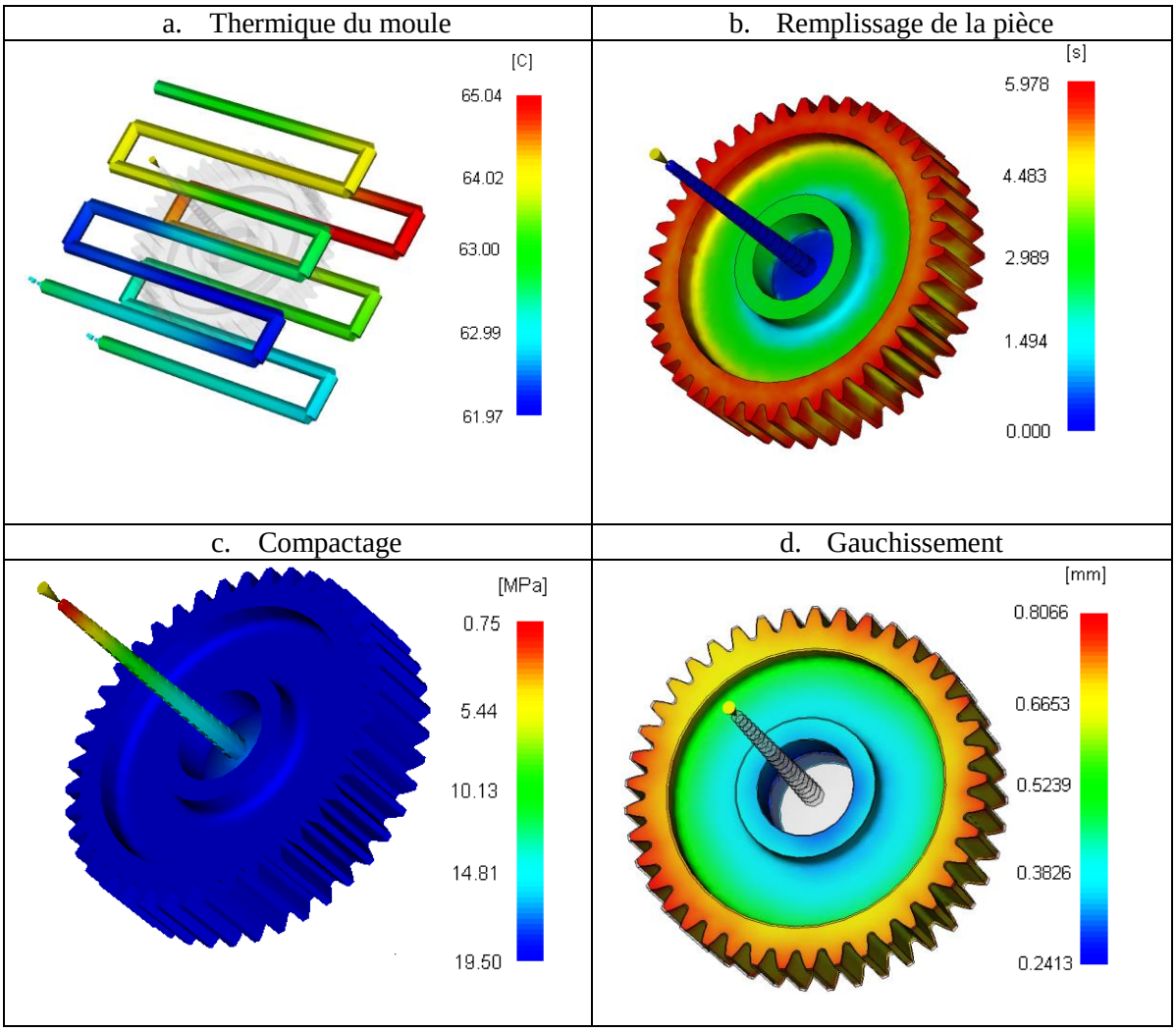



**Figure A.2 : Paramètres étudiés**

Afin de pouvoir déterminer quels sont les meilleurs paramètres d'injection, il peut être intéressant de faire varier certains paramètres et de noter le gauchissement maximal obtenu en résultat. Pour cela, un plan d'expérience sur les paramètres suivant a été réalisé:

- Le temps d'injection.
- Le débit d'injection.
- Le temps de maintien.
- Le temps de refroidissement.
- La pression de maintien.

Les simulations ont montré qu'une forte pression de maintien et un long temps de maintien diminuent le gauchissement mais augmente les contraintes internes. Pour cela une pression de maintien par paliers est utilisée.
Un débit variable avec un front de matière à vitesse constante permet de diminuer le gauchissement et les contraintes internes. Un long temps de refroidissement permet de diminuer le gauchissement.

- Définition de la cavité et des conditions d'injection

A partir de la géométrie de notre pièce finale, les déplacements de gauchissement sont multipliés par -1 pour obtenir la cavité idéale.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 1.3 Conditions d'injection

- Température

La température du moule est de 80°C et celle d'injection est de 260°C. Elles correspondent aux données conseillées par le fabricant de matière. Avant leur utilisation, les granulés ont dû être séchés en étuve pendant 12h à 100°C afin d'évacuer leur humidité.

- Débit

Les courbes de la Figure A.3 correspondent au débit de remplissage de la roue a) et à celui du pignon b).

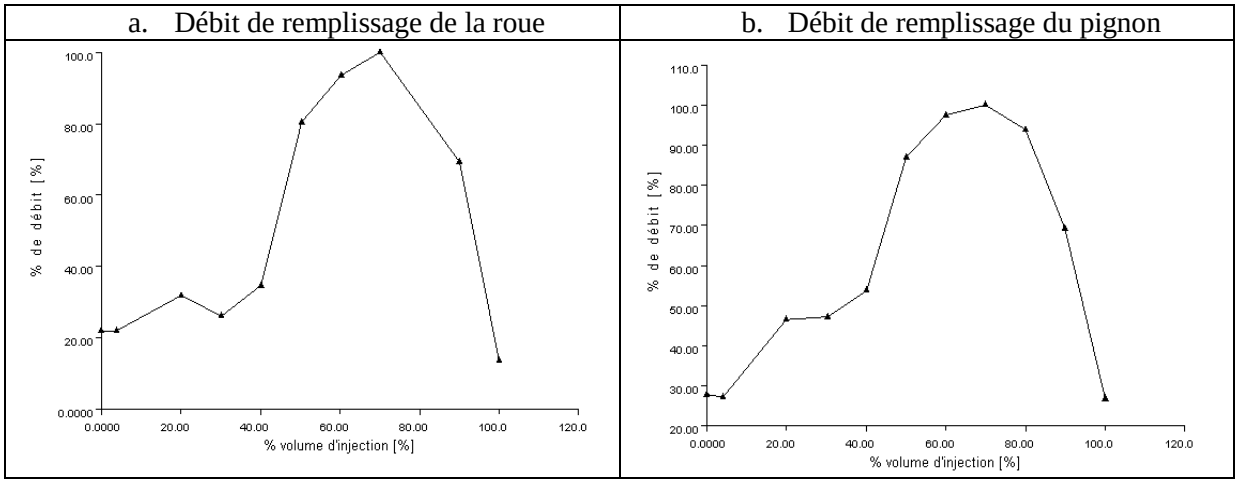



**Figure A.3 : Courbe du débit de remplissage**

Le débit d'eau était de 2 litres/minute à une température de 65°C.

- Palier de maintien

Les paliers de pression représentés sur la Figure A.4, correspondent à la pression appliquée par la presse à l'entrée de la buse d'injection, une fois la cavité remplie. Il est à noter que les pertes de pression sont très importantes dans la buse d'injection, d'où des pressions élevé de maintien.
La valeur de la pression initiale correspond à la valeur conseillée par Moldflow. Les paliers sont ensuite contrôlés en fonction de la vitesse de solidification du seuil d'injection (cf. Figure A.5).

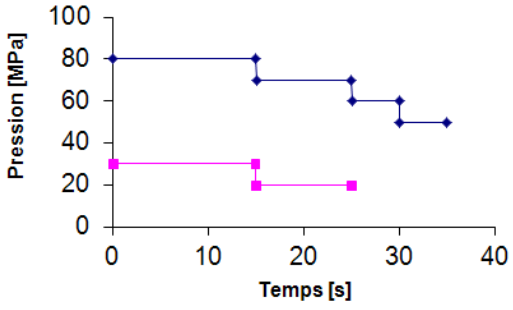



**Figure A.4 : Palier de maintien**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

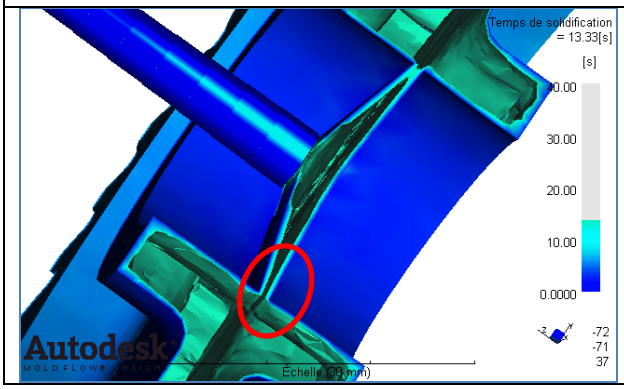
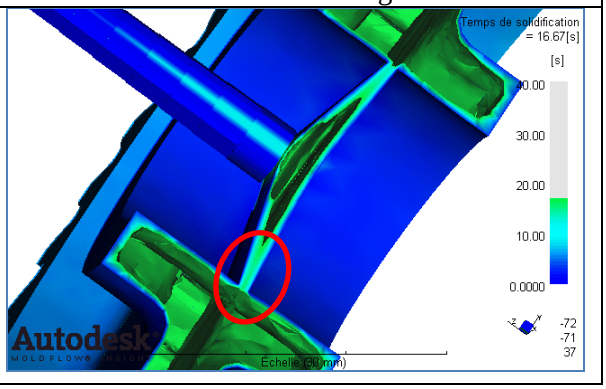
| a. Seuil libre | b. Seuil gelé |
|---|---|
|  |  |



**Figure A.5 : Solidification du seuil**

Le temps de cycle (injection + maintien + éjection) était de 51,5 secondes pour la roue (6,5+35+10) et de 40,5 secondes pour le pignon (5,5+25+10).

- Définition de la géométrie

Le retrait est essentiellement radial comme le montre la Figure A.2.d. Cependant les retraits au niveau des dentures est complexe comme le montre la Figure A.6.a. Afin de conserver des coûts de fabrication raisonnable la valeur moyenne du retrait en tête de denture est utilisée. Cela permet d'utiliser une section de denture constante dans l'empreinte du moule. Pour cela, l'écart entre le profil du bord et celui au centre est calculé comme le montre la Figure A.6.b. Cette opération est réalisée après l'exportation de l'empreinte au format STL de Moldflow Insight vers CATIA V5. La valeur des écarts entre le bord et le milieu de l'engrenage atteint 50µm sur les flancs et en tête de denture et jusqu'à 90µm en pied de dent pour la roue. Dans le cas de la roue les écarts sont de l'ordre de 40µm sur les flancs et en tête de denture et jusqu'à 75µm en pied de dent.

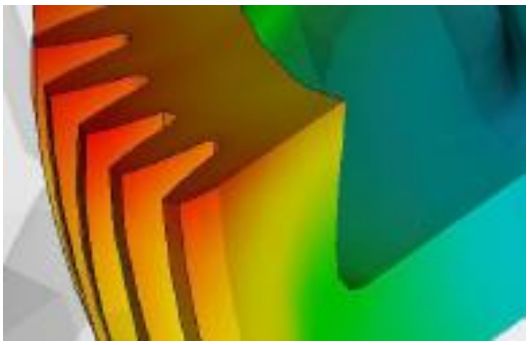
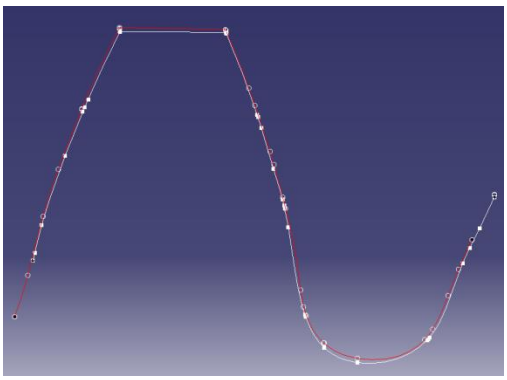
| a. Retrait sur les dentures | b. Ecart de profil entre le centre et le bord |
|---|---|
|  |  |

**Figure A.6: Retrait sur les dentures**

A partir de la valeur moyenne du profil, la cavité est reconstituée à partir d'un ensemble de points connus.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

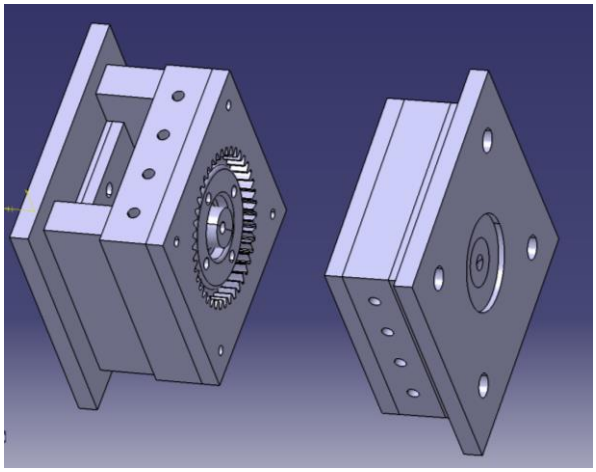


**Figure A.7 : Géométrie finale du moule**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 1.4 L'injection

Au total 30 pièces de chaque ont été réalisées. Seules les 3 premières pièces n'ont pas été conservées à cause d'un remplissage partiel de l'empreinte. Les différentes étapes du moulage sont représentées sur la Figure A.8 ci-dessous.

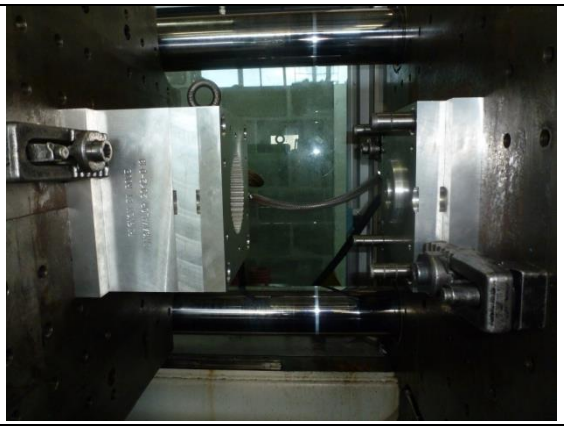
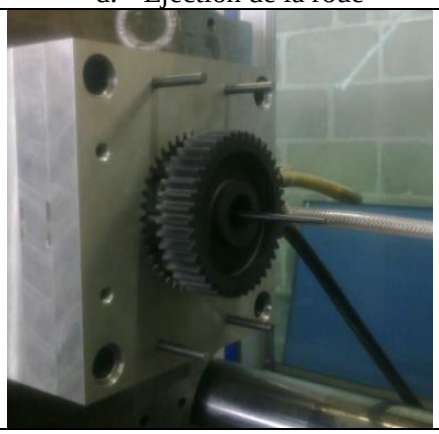
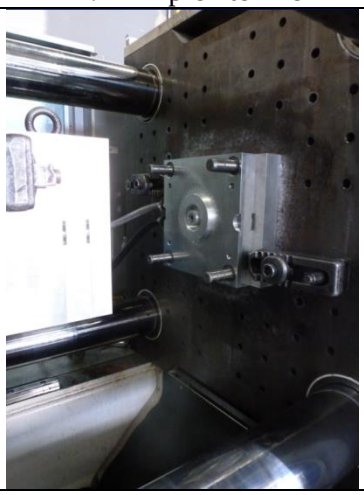
| c. Moule ouvert | d. Ejection de la roue |
|---|---|
|  |  |
| e. Empreinte mobile | f. Empreinte fixe |
| |  |

**Figure A.8 : Etapes de l'injection de la roue**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 2. Tomographie HPC

Les figures suivantes reprennent les résultats de l'étude tomographique réalisée sur les engrenages achetés dans le commerce. Ils sont injectés par une carotte de type parapluie située sur le moyeu (cf. Figure 1.9).

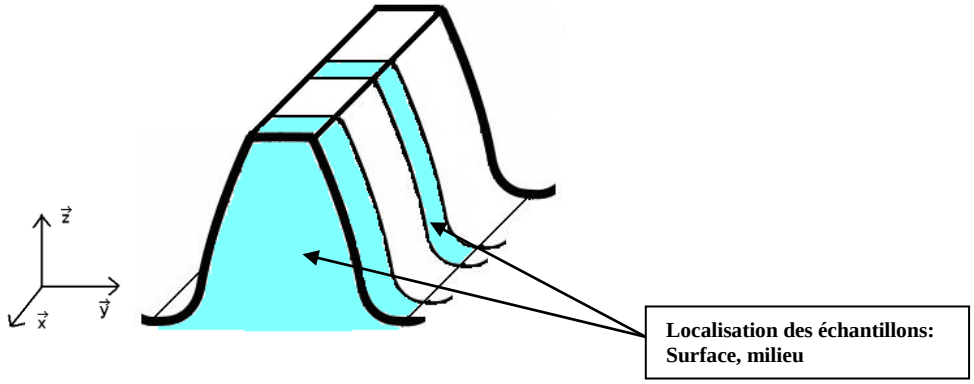



**Figure A.9 : Localisation des échantillons**

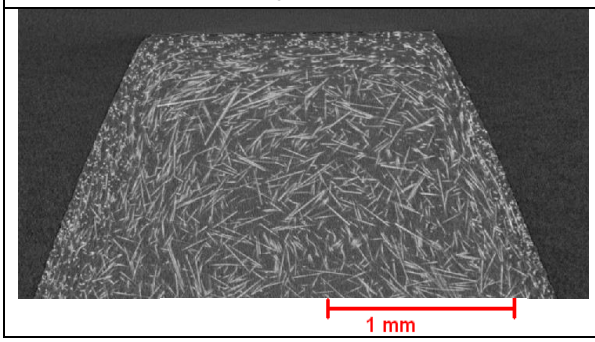
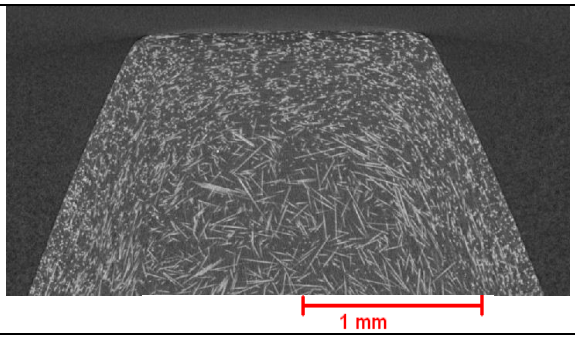
| a. Plan de coupe ( $\vec{y}$ , $\vec{z}$ ), surface (0,03mm) | b. Plan de coupe ( $\vec{y}$ , $\vec{z}$ ), surface (0,2mm) |
|---|---|
|  |  |



**Figure A.10 : Tomographie en surface**

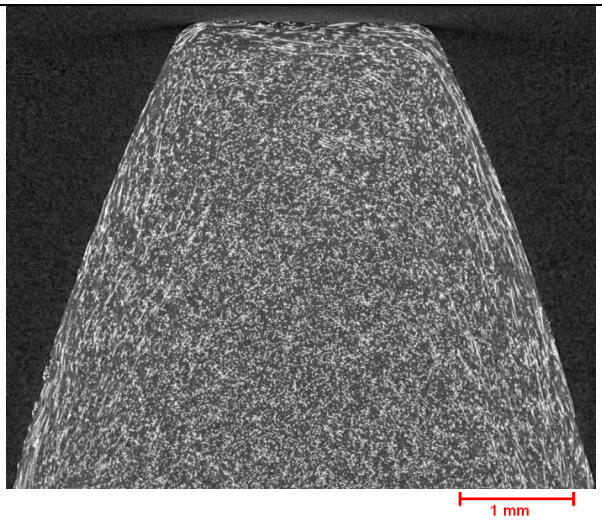
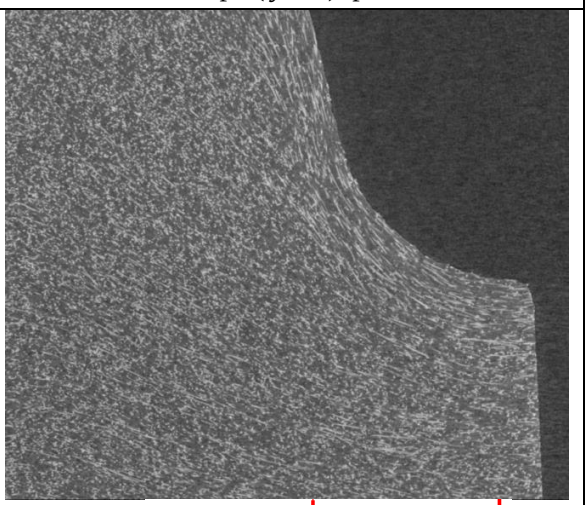
| a. Plan de coupe ( $\vec{y}$ , $\vec{z}$ ), tête au milieu | b. Plan de coupe ( $\vec{y}$ , $\vec{z}$ ), pied au milieu |
|---|---|
|  |  |



**Figure A.11 : Tomographie à cœur sur l'échantillon du milieu**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

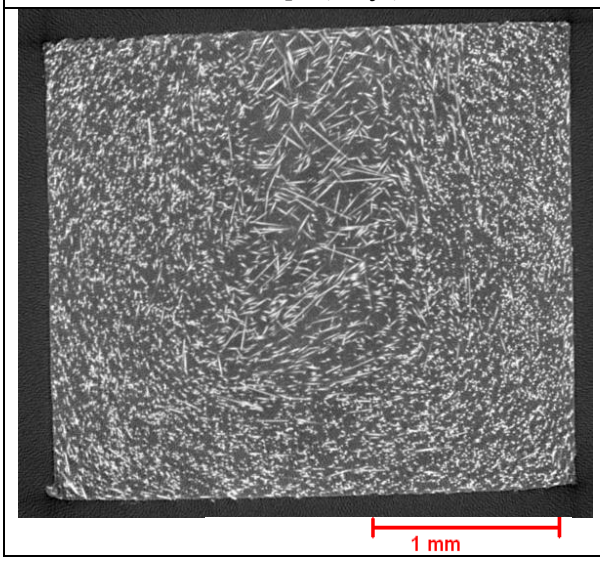
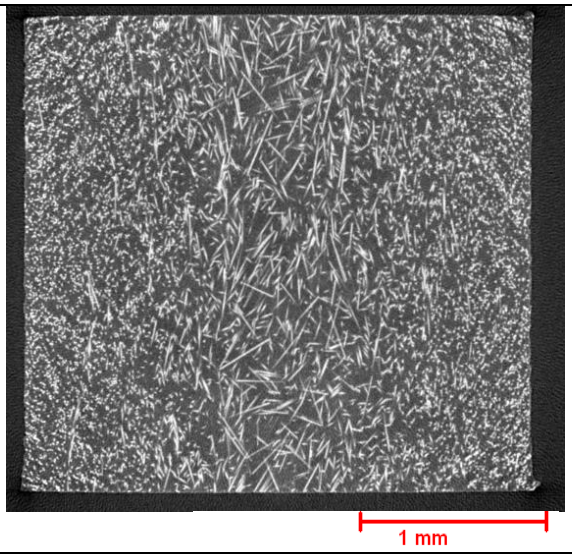
| a. Plan de coupe ( $\vec{x}$ , $\vec{y}$ ), surface | b. Plan de coupe ( $\vec{x}$ , $\vec{y}$ ), milieu |
|---|---|
|   |   |

**Figure A.12 : Répartition des fibres en coupe transverse**

Les résultats montrent une organisation de type cœur-peau similaire à celle observée sur les engrenages injectés dans le cadre de cette thèse.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 3. Limite de linéarité

La limite de linéarité a été obtenue sur les engrenages fabriqués dans le cadre de cette thèse ainsi que sur ceux achetés dans le commerce. Dans les deux cas les essais ont lieu sur une dent prélevée de la roue. Chaque échantillon est découpé comme le montre la Figure 2.20. Des tests de relaxation sont faits à -20°C, 20°C et 120°C.
Les résultats présentés sur les Figure A.13 et Figure A.14 mettent en évidence la limite de linéarité en fonction du taux de déplacement, en pourcent.

## 3.1 Roue achetée dans le commerce

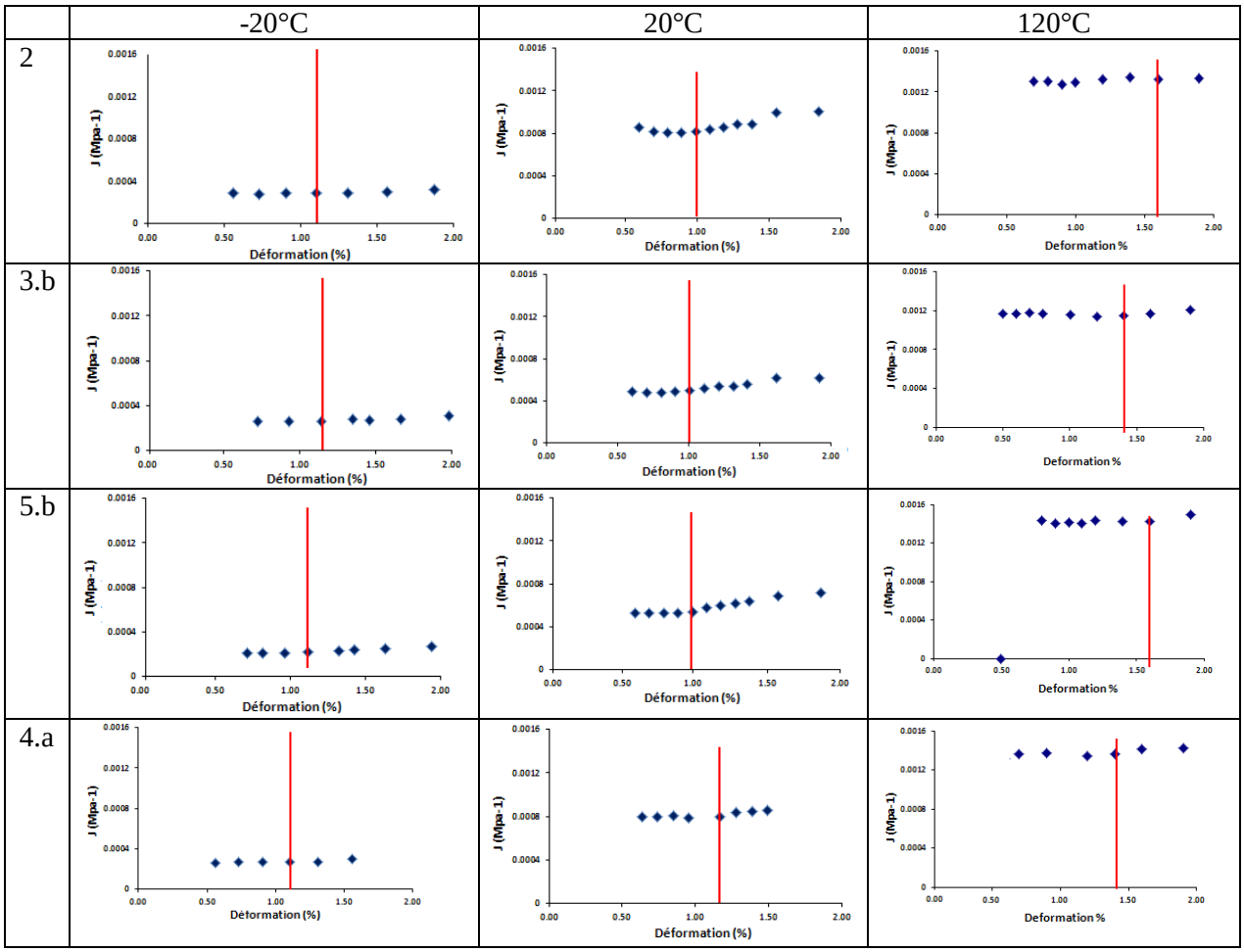



**Figure A.13 : Limite de linéarité sur roue Z=45**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 3.2 Roue injectée réalisée dans le cadre de cette thèse

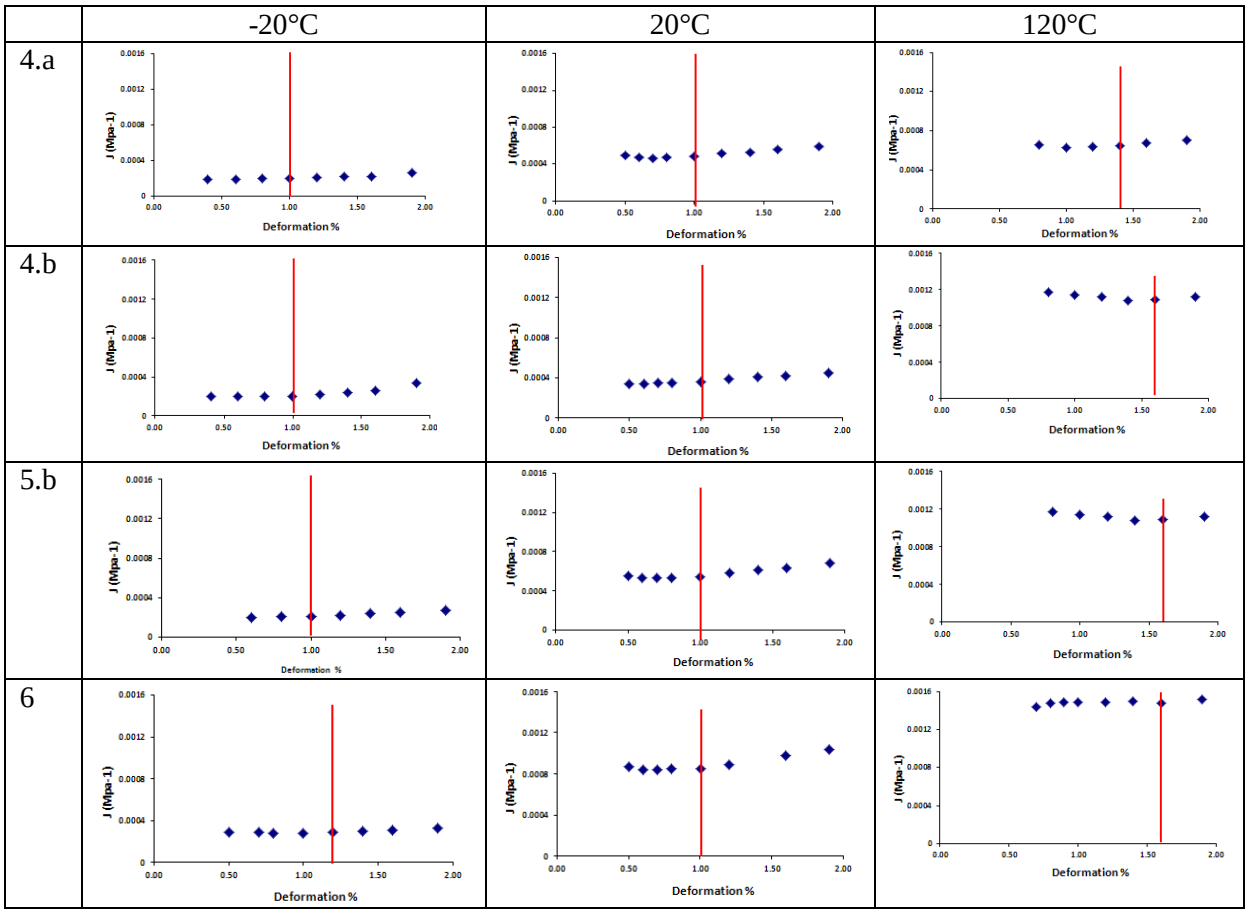



**Figure A.14 : Limite de linéarité sur roue Z=41**

La Figure A.15 représente un essai de reproductibilité sur trois échantillons (4.b), prélevés sur trois dents d'une même roue fabriquée. Les essais sont réalisés à 20°C.

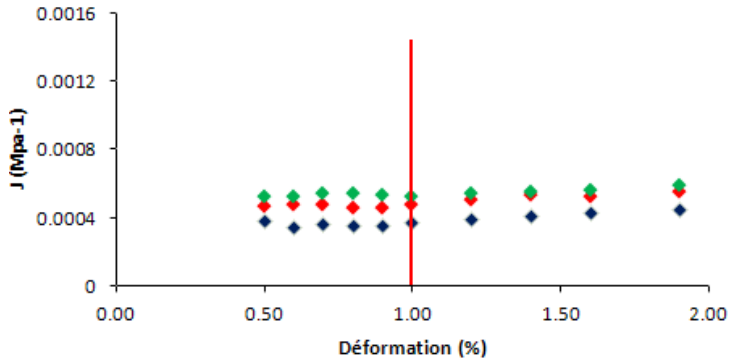



**Figure A.15 : Reproductibilité de la limite de linéarité à 20°C sur l'échantillon 4.b**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 4. Modèle bi-parabolique

Pour décrire l'évolution des modules en dynamique, le modèle bi-parabolique [89] a été utilisé. D'après Diaz-Calleja et Sanchis [90], le modèle biparabolique peut s'ajuster aux valeurs expérimentales. Notons qu'il s'agit uniquement d'un modèle mathématique, il n'a aucune signification physique. Ce modèle est utilisé pour obtenir la courbe maîtresse de façon numérique et ainsi obtenir la distribution spectrale des complaisances et des temps de relaxation. Le modèle bi-parabolique s'exprime sous forme complexe. L'équation (A.1) correspond au module complexe et l'équation (A.2) à la complaisance.

$$E^*(i\omega, T_{ref}) = \frac{E_u - E_r}{1 + Q(i\omega\tau)^{-\chi} + (i\omega\tau)^{-\chi'}} + E_r = E' + iE'' \qquad \text{(A.1)}$$

$$J^*(i\omega, T_{ref}) = \frac{1}{E^*(i\omega, T_{ref})} \qquad \text{(A.2)}$$

## 4.1 Calcul de la complaisance de conservation et de perte

Un changement de variable est réalisé pour simplifier l'expression (A.1).

Avec

$$a = Q.(\omega.\tau)^{-\chi} \qquad \text{(A.3)}$$

$$b = (\omega.\tau)^{-\chi'} \qquad \text{(A.4)}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2}\chi \qquad \text{(A.5)}$$

$$\beta = \frac{\pi}{2}\chi' \qquad \text{(A.6)}$$

Nous obtenons :

$$E^* = \frac{E_u - E_r}{1 + a.\exp(-i\alpha) + b\exp(i\beta)} + E_r \qquad \text{(A.7)}$$

En posant

$$x = 1 + a.\cos(\alpha) + b.\cos(\beta) \qquad \text{(A.8)}$$

$$y = 1 + a.\sin(\alpha) + b.\sin(\beta) \qquad \text{(A.9)}$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

L'expression 3 peut maintenant être scindée en sa partie réelle et imaginaire

$$E' = E_r + (E_u - E_r) \times \frac{x}{x^2 + y^2} \quad \text{et} \quad E'' = (E_u - E_r) \times \frac{y}{x^2 + y^2} \qquad \text{(A.10)}$$

## 4.2 Obtention des paramètres du modèle bi-parabolique

Les coefficients cités ci-dessus s'obtiennent des différentes courbes expérimentales.

$E_r$ : module relaxé $E_r = \lim_{f \to 0} E \; E_r = \min_{f \to 0} E$

$E_u$ : module non relaxé $E_u = \lim_{f \to \infty} E \; E_u = \min_{f \to \infty} E$

$\tau$ : temps caractéristique $\tau = \frac{1}{2\pi f_0} \quad \tau = \frac{1}{2\pi f_0}$ avec $f_0$ correspondant au maximum de E" = f(f)

Q : facteur d'ajustement

$\chi$ : pente droite de la courbe Cole-Cole E"=f(E') (en valeur absolue)

$\chi'$ : pente gauche de la courbe Cole-Cole E"=f(E')

L'obtention des facteurs ci-dessus est présentée dans les Figure A.16 et Figure A.17.

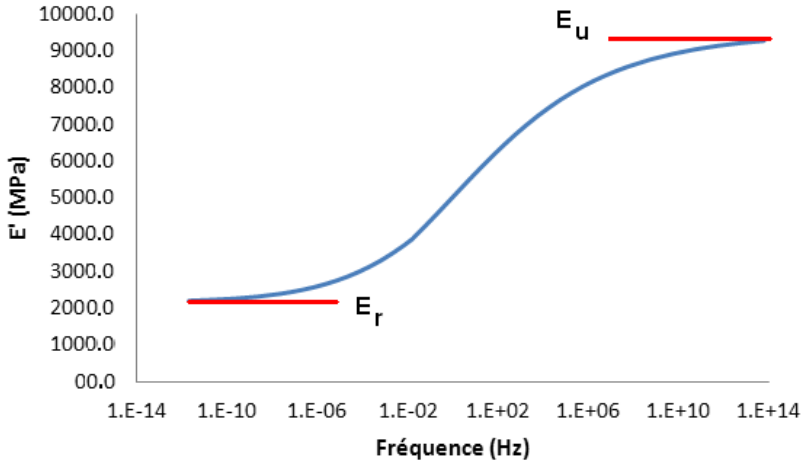



**Figure A.16 : Obtention du module relaxé $E_r$ et non relaxé $E_u$**

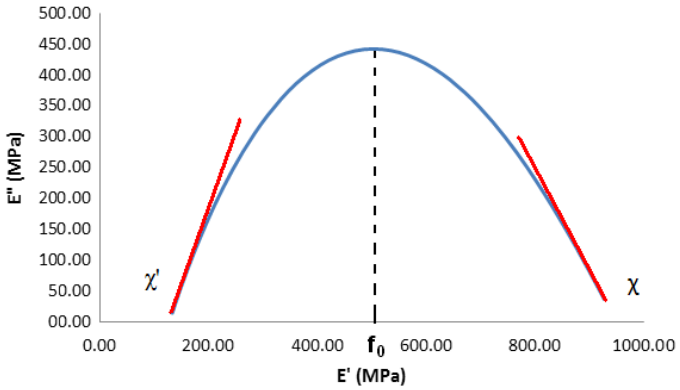



**Figure A.17 : obtention de paramètres $\chi$ et $\chi'$ et $f_0$**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Pour réaliser un bon recalage du modèle bi-parabolique sur la courbe expérimentale, la courbe Cole-Cole Figure A.18 qui représente la fonction E"=f(E') est nécessaire. Un alignement correct de la courbe Cole-Cole numérique sur la courbe Cole-Cole expérimentale donne une indication sur la qualité du recalage. Une trop grande différence entre les deux courbes indiquerait qu'un mauvais recalage a été effectué. Pour ajuster la courbe Cole-Cole numérique sur la courbe expérimentale, les paramètres $\chi$ , $\chi'$ , $Q$ et $\tau$ peuvent être ajustés.

Cependant, il faut noter qu'avec le modèle bi-parabolique on peut approcher correctement les résultats de $E'(i\omega, T_{ref})$ ou de $E''(i\omega, T_{ref})$. La Figure A.18 représente la courbe Cole-Cole obtenue par spectrométrie et par modélisation.

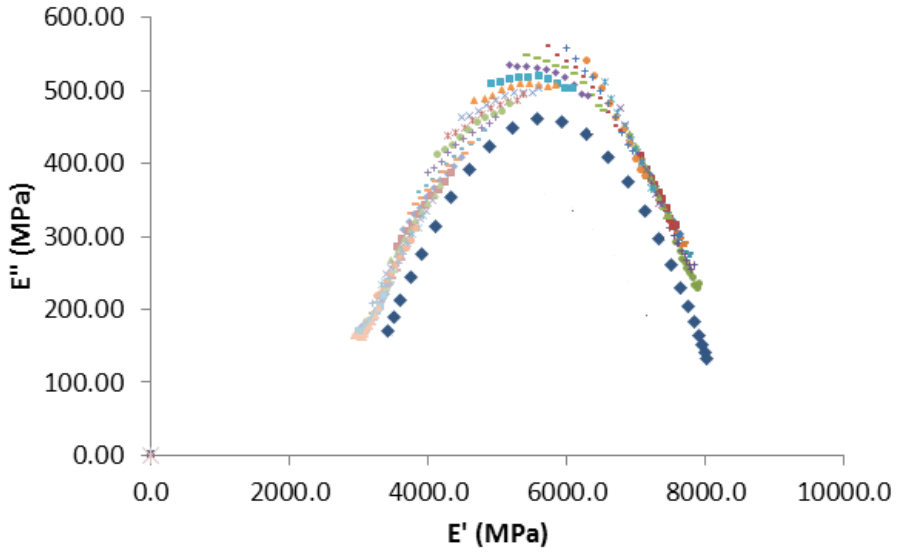



**Figure A.18 : Courbe Cole-Cole E''=f(E')**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 5. Mesure HFRR

Afin de valider l'hypothèse de non influence dans le cas de fibre parallèle ayant différentes orientations, des essais de type HFRR (High Frequency Reciprocating Rig) ont été réalisés. Le principe de la mesure consiste en une bille en acier glissant sur un échantillon de Polyamide 6 +30%FV avec un glissement pure sur une distance de 2mm (cf. Figure A.19). Ce dispositif ne reproduit cependant pas les conditions d'engrènement. Les échantillons sont prélevés sur le voile des engrenages par carottage comme le montre la Figure A.20.a. A partir des échantillons, il suffit de les tourner sur eux même pour choisir l'orientation voulue. La Figure A.20.b représente les deux cas d'essais étudiés.

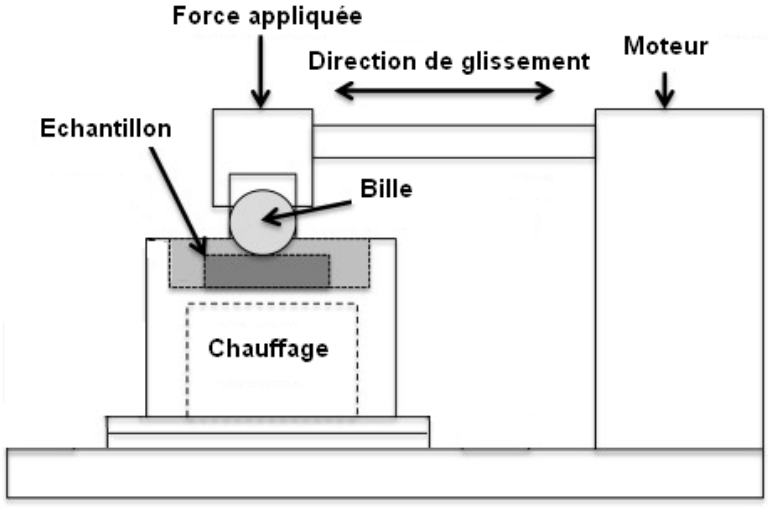



**Figure A.19: Principe de la mesure**

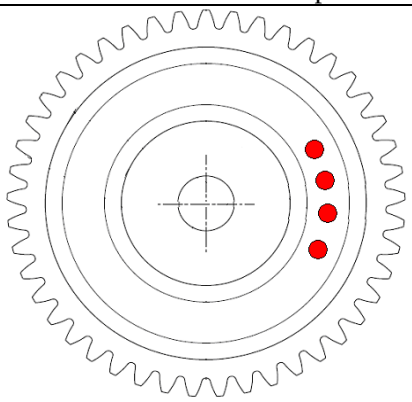
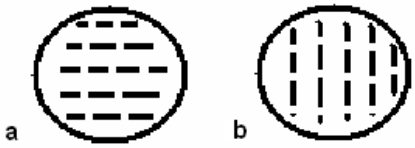
| a. Zone de prélèvements | b. Orientations possible |
|---|---|
|  |  |



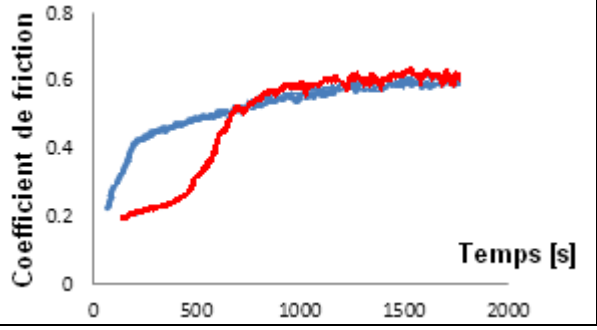
**Figure A.20 : Echantillon HFRR**

Une étude de type paramétré est réalisée en variant la vitesse de glissement, la pression appliquée à l'échantillon et la température. Des résultats sont présentés sur la Figure A.21 où l'on peut voir en régime établie des différences de coefficient de friction inférieur à 0.02.

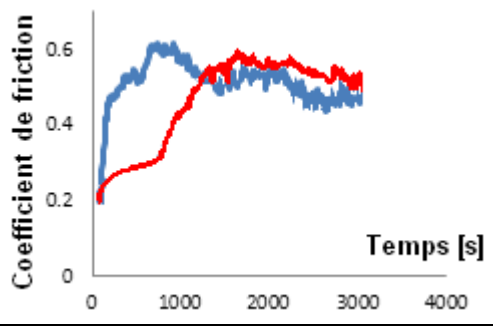


Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

a. Conditions d'essai : 100g, 28°C, 20Hz




b. Conditions d'essai : 300g, 28°C, 40Hz




c. Conditions d'essai : 500g, 48°C, 20Hz

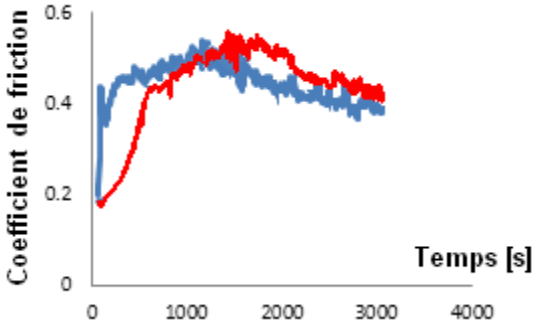



**Figure A.21 : Résultats de mesure HFRR**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

**Les**

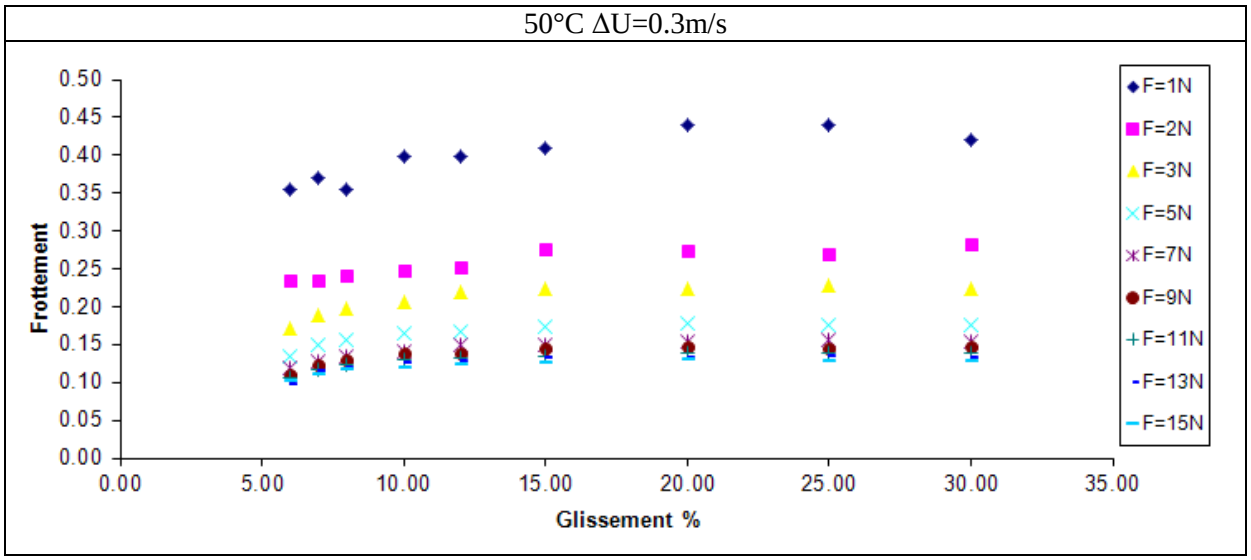
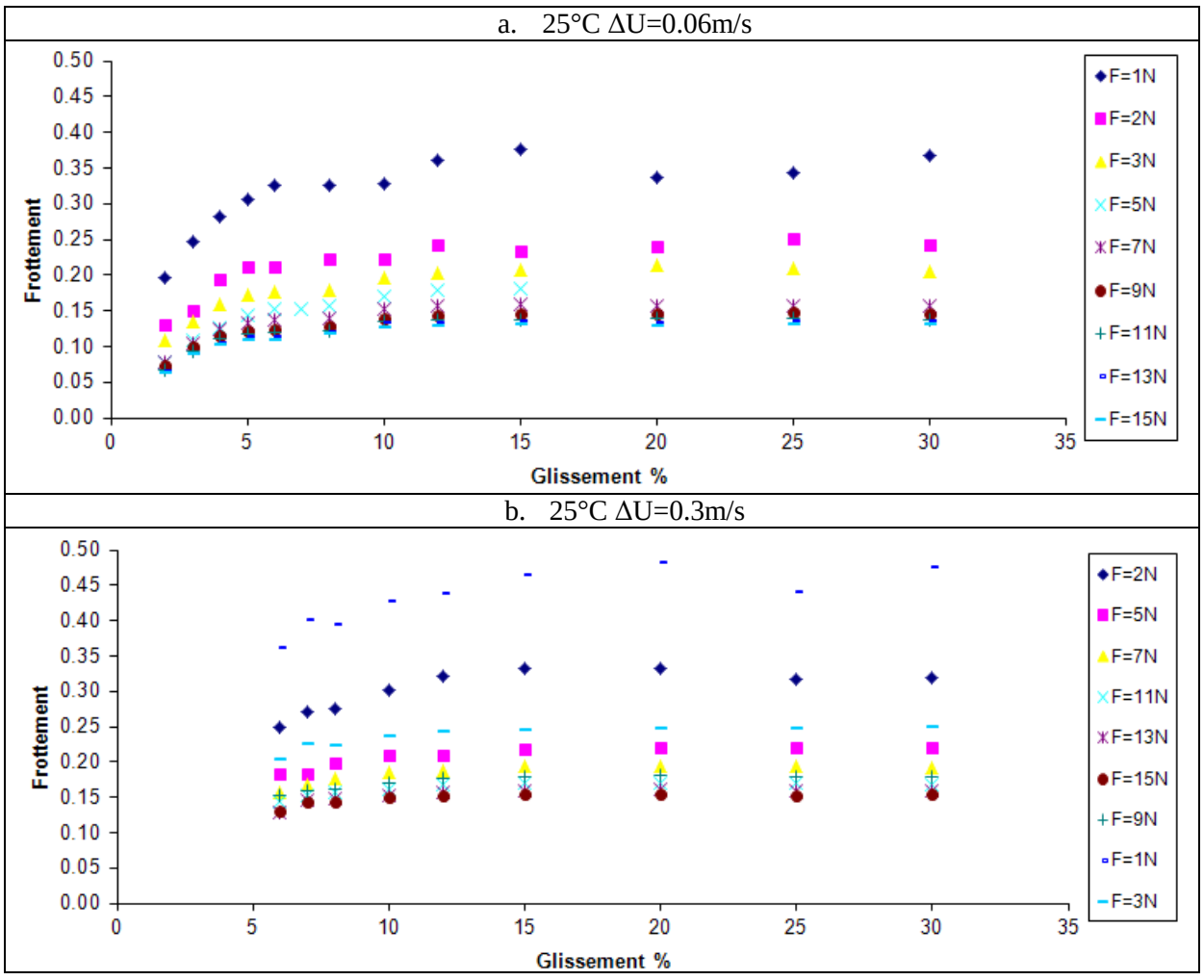


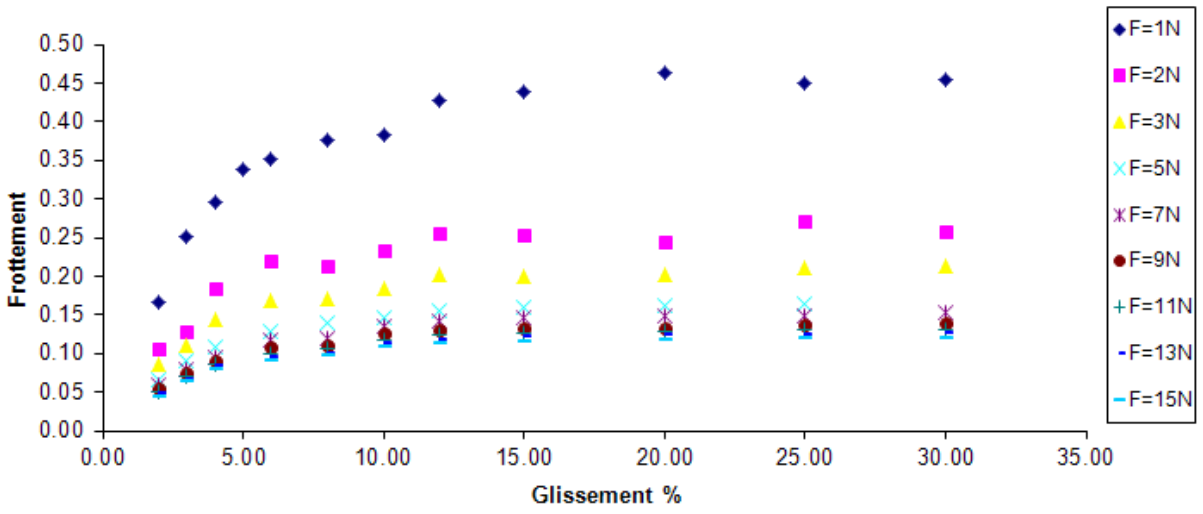

Figure A.22.a-d. regroupent les essais réalisés à 25°C et 50°C en fonction du chargement et du taux de glissement.






Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

c. 50°C ΔU=0.06m/s




50°C ΔU=0.3m/s

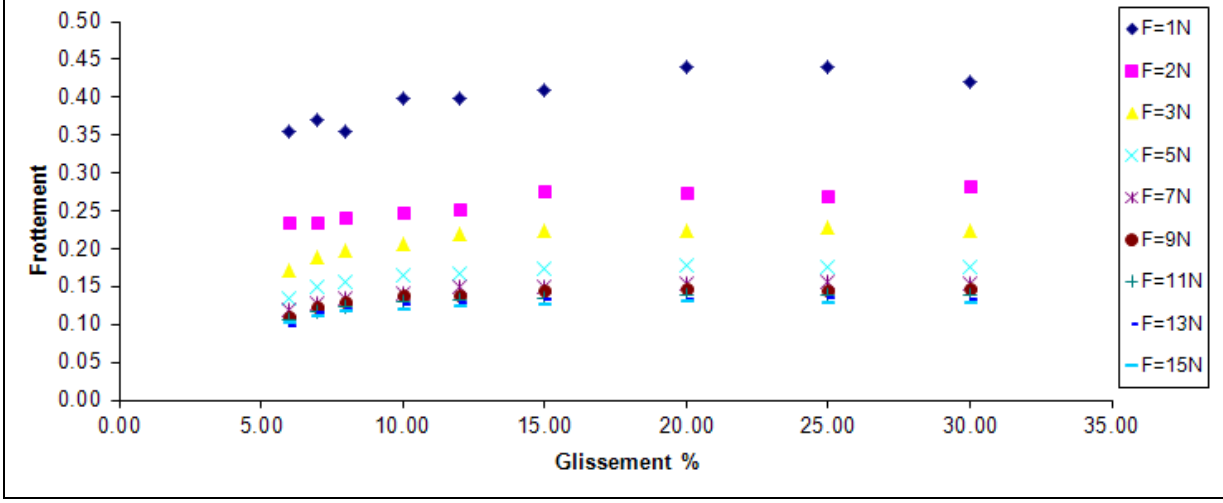


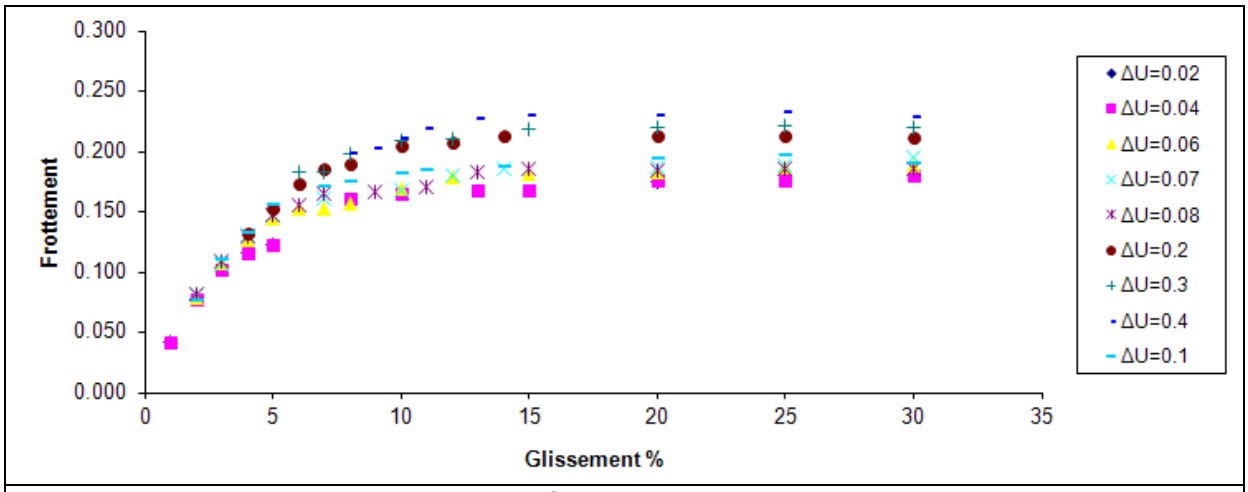

**Figure A.22 : Influence du taux de chargement et de la température**

Les Figure A.23.a-c. regroupent les essais réalisés à 25°C, 50°C et 75°C en fonction de la vitesse ΔU de roulement et du taux de glissement.

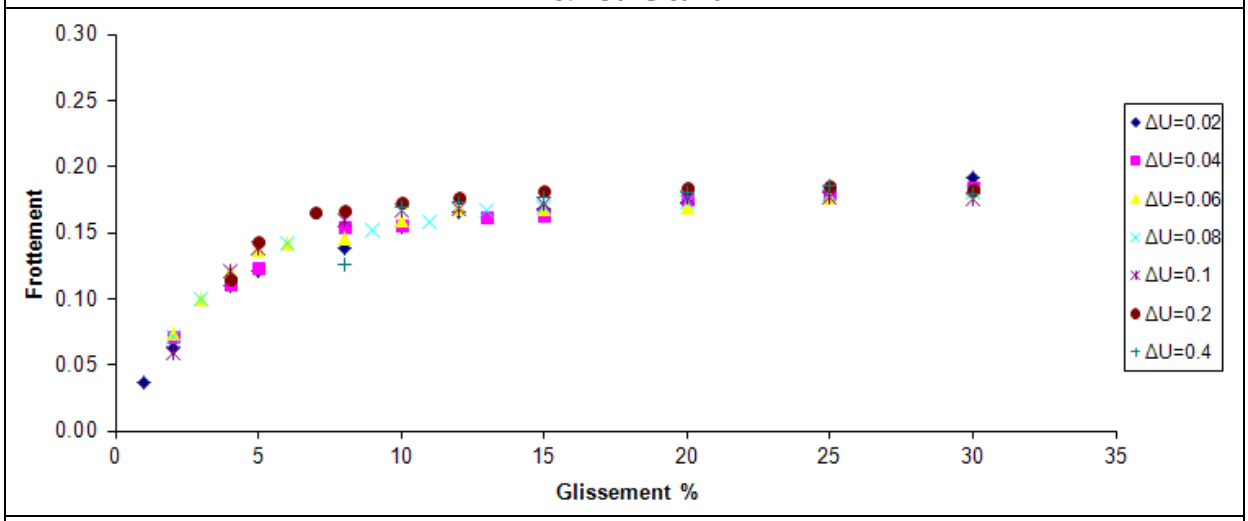
a. 25°C et 10N



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés




b. 50°C et 10N




c. 75°C et 10N

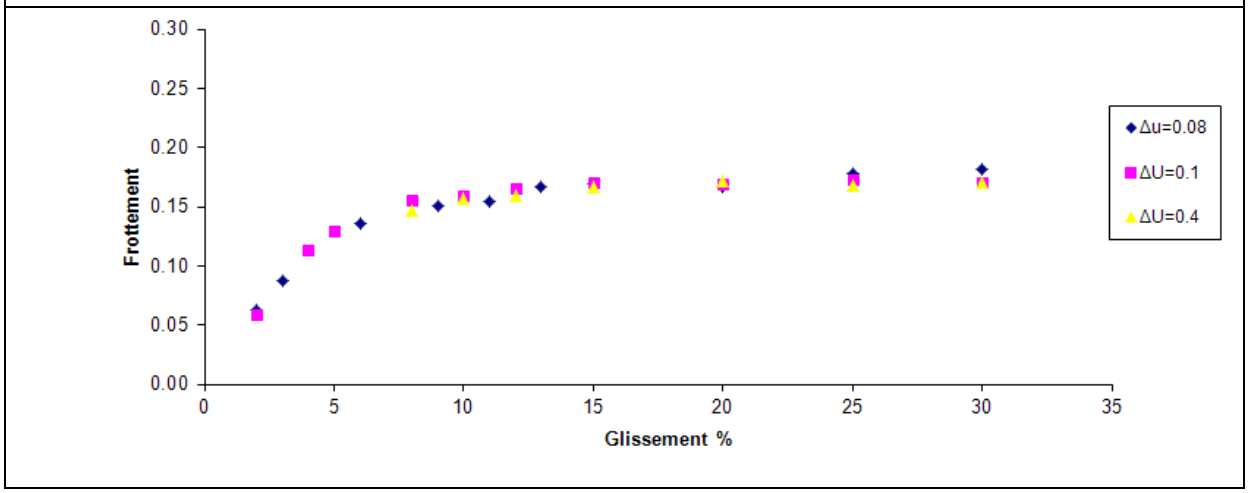


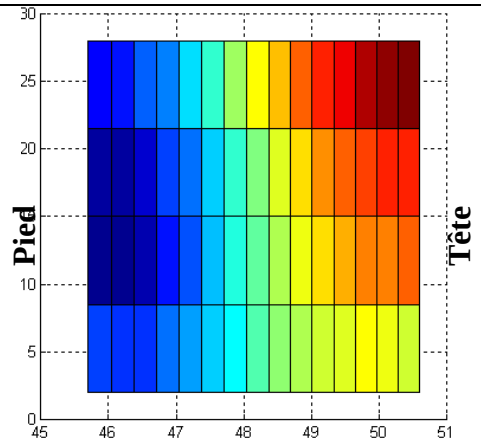
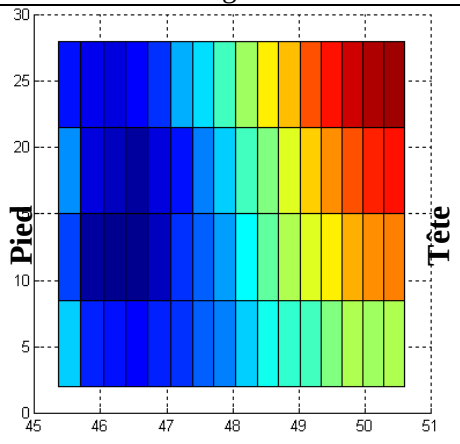

**Figure A.23 : Influence de la température, de la vitesse de roulement ΔU et du taux de glissement**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 7. Métrologie

## 7.1 Pignon injecté Z=32

| | Flanc droit | Flanc gauche |
|---|---|---|
| Dent 1 |  |  |





Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

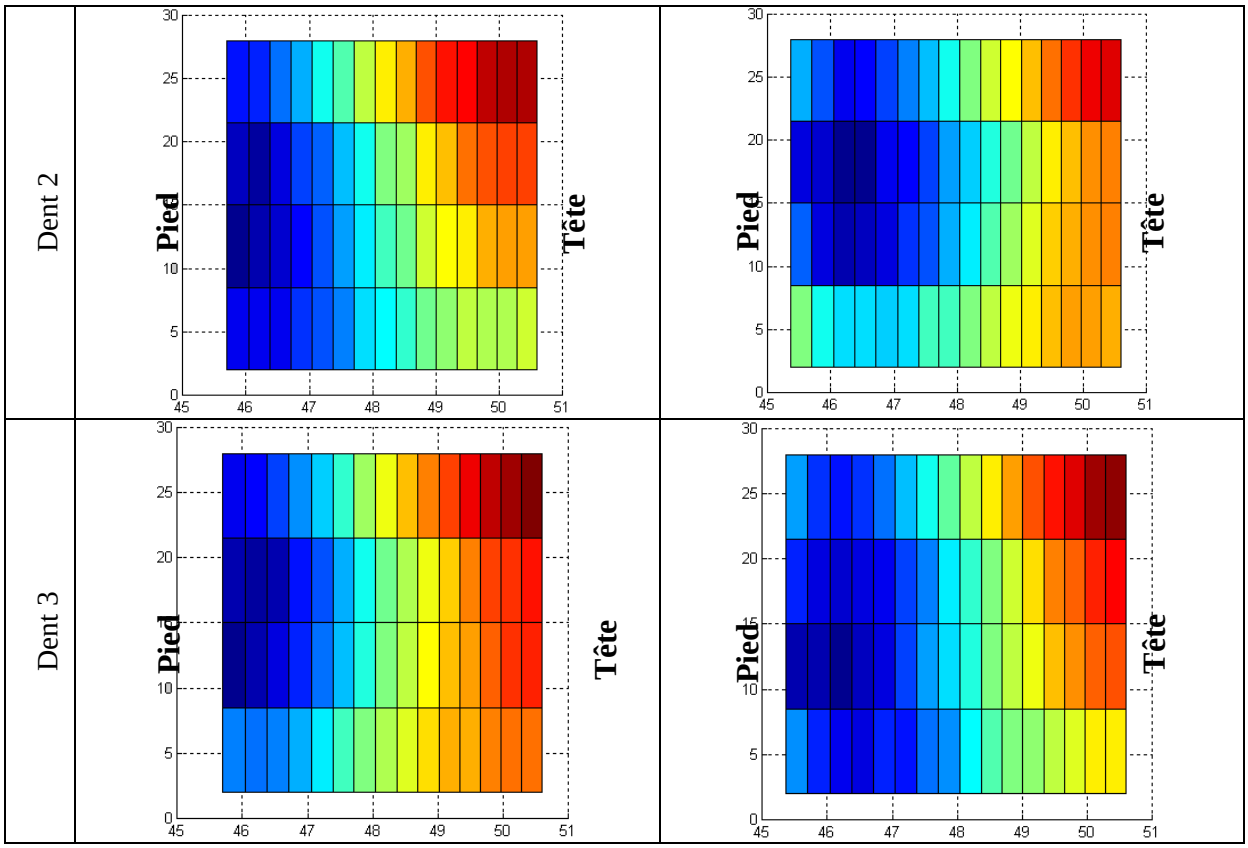



**Figure A.24 : Ecarts entre les surfaces des dents moulés et de la CAO pour le cas de la roue**

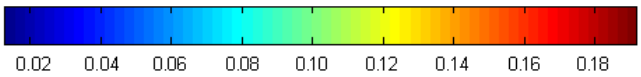
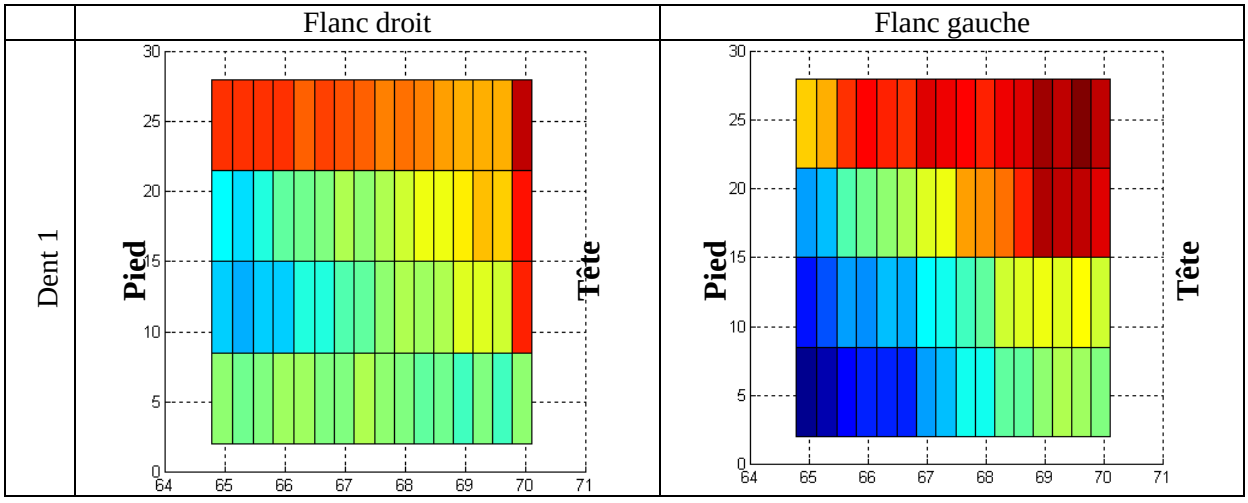



**Figure A.25 : Echelle de couleur des écarts**

Les défauts sont de type conicité avec un surplus de matière en tête allant de 150 à 180 µm.

## 7.2 Roue achetée dans le commerce Z=45






Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

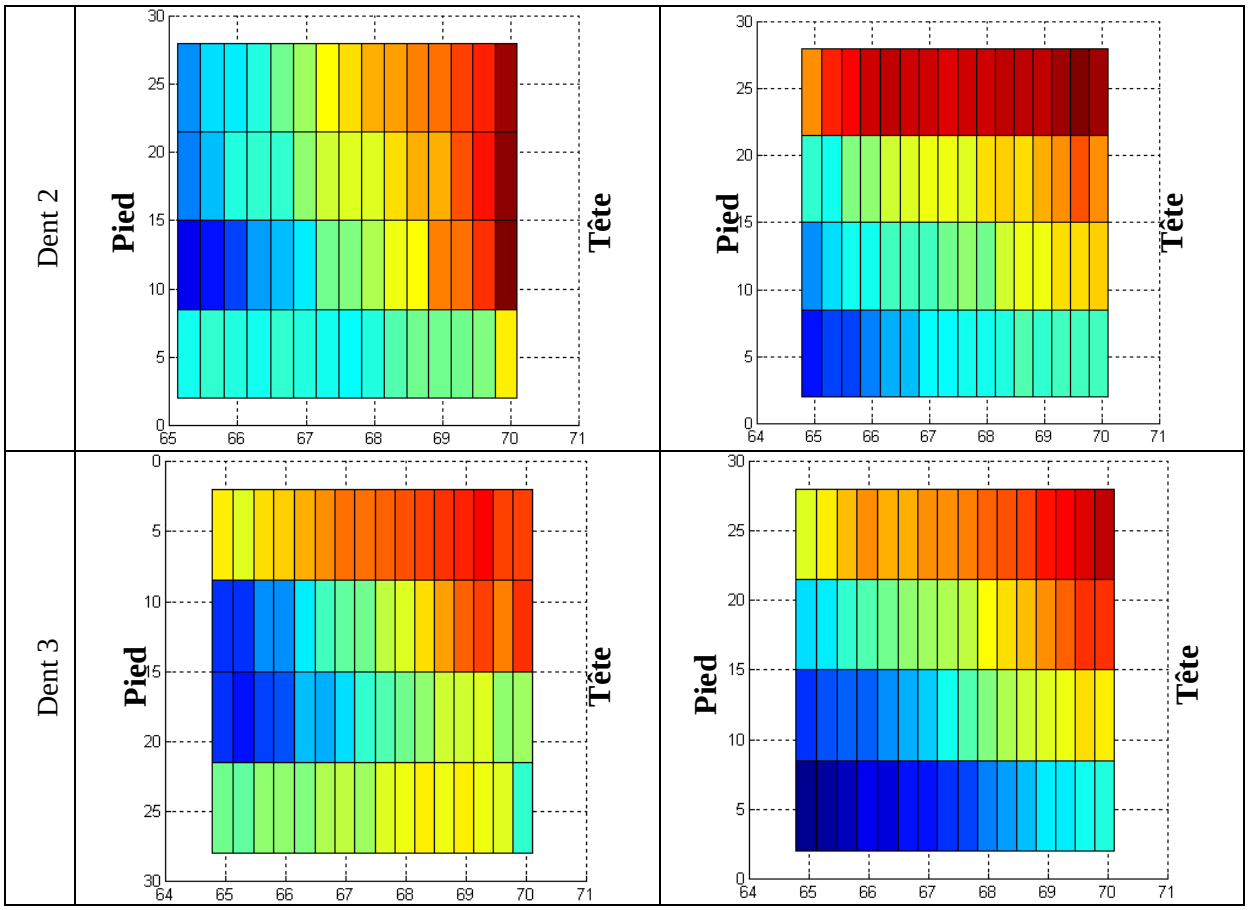



**Figure A.26 : Ecarts entre les surfaces des dents moulés et de la CAO pour le cas de la roue**

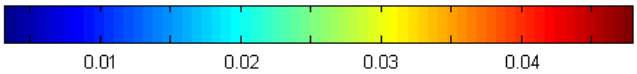



**Figure A.27 : Echelle de couleur des écarts**

Les défauts sont de type conicité avec un surplus de matière en tête allant de 30 à 55 µm.

## 7.3 Pignon acheté dans le commerce Z=29

| | Flanc droit | Flanc gauche |
|---|---|---|



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

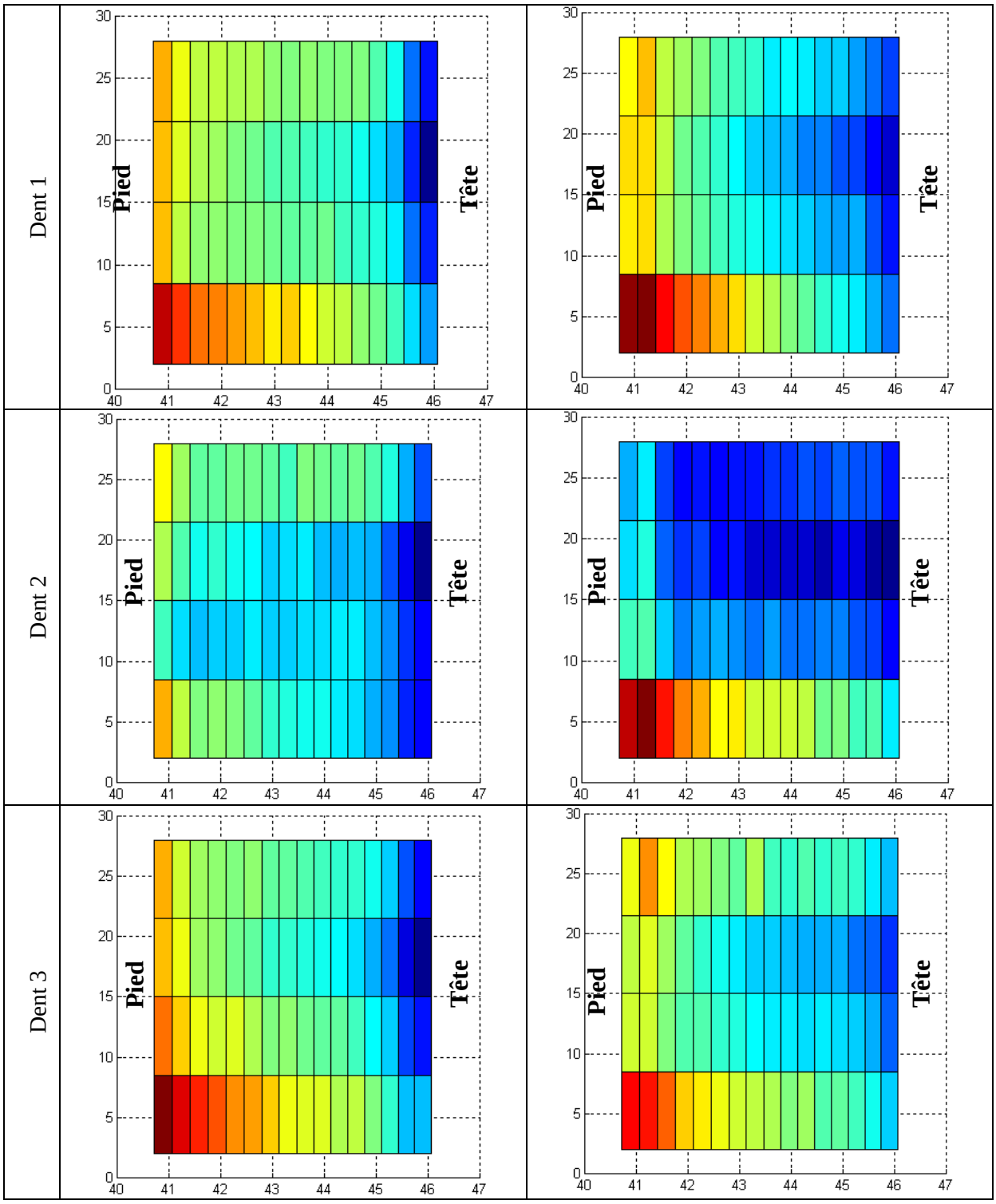



**Figure A.28 : Ecarts entre les surfaces des dents moulés et de la CAO pour le cas de la roue**

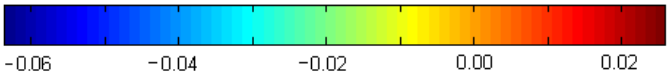



**Figure A.29 : Echelle de couleur des écarts**

Les défauts sont un surplus de matière en tête allant de 100 à 130 µm avec une légère concavité en tête de denture pour certaines dents (cf. Figure A.28).



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

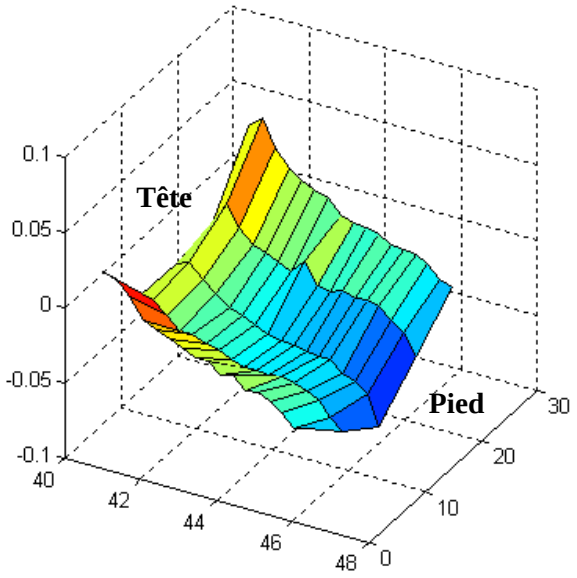



**Figure A.30 : Concavité en tête de denture (dent 2 flanc gauche)**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 8. Calcul des coefficients d'influence de surface

Les deux solides (dent du pignon et dent de la roue) étant approximés par deux demi-espaces élastiques, l'expression des déplacements est connue. En utilisant les fonctions potentielles de Boussinesq et Cerruti [92] on obtient l'expression générale suivante pour le déplacement :

$$u_i(x,y) = \iint_A A_{ik}(x-x',y-y').p_k(x',y')dx'dy' \text{ avec } i,k = 1, 2, 3 \qquad \text{(A.11)}$$

$A_c$ correspond à l'aire totale de contact potentiel.

La matrice $[A_{ik}]$ des coefficients d'influence de contact est connue explicitement en fonction des trois constantes combinées K, $G_c$, $\nu_c$ des deux demi-espaces élastiques et des fonctions potentielles de Boussinesq et Cerruti. Son expression est la suivante :

$$\begin{cases} A_{11}(X,Y) = \dfrac{1}{\pi G_c}.\left\{\dfrac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}} - \dfrac{\nu_c.Y^2}{\left(\sqrt{X^2+Y^2}\right)^3}\right\} \\ A_{22}(X,Y) = \dfrac{1}{\pi G_c}.\left\{\dfrac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}} - \dfrac{\nu_c.X^2}{\left(\sqrt{X^2+Y^2}\right)^3}\right\} \\ A_{12}(X,Y) = A_{21}(X,Y) = \dfrac{\nu_c}{\pi G_c}.\dfrac{X.Y}{\left(\sqrt{X^2+Y^2}\right)^3} \\ A_{33}(X,Y) = \dfrac{(1-\nu_c)}{\pi G_c}.\dfrac{1}{\sqrt{X^2+Y^2}} \\ A_{13}(X,Y) = -A_{31}(X,Y) = \dfrac{K}{\pi G_c}.\dfrac{X}{X^2+Y^2} \\ A_{23}(X,Y) = -A_{32}(X,Y) = \dfrac{K}{\pi G_c}.\dfrac{Y}{X^2+Y^2} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} X = x - x' \\ Y = y - y' \\ \dfrac{1}{G_c} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{G_1} + \dfrac{1}{G_2}\right) \\ \nu_c = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\nu_1}{G_1} + \dfrac{\nu_2}{G_2}\right).G_c \\ K = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1-2\nu_1}{G_1} - \dfrac{1-2\nu_2}{G_2}\right).G_c \end{cases} \qquad \text{(A.12)}$$

où $\nu_i$ est le coefficient de Poisson de l'élément *i*, et où $G_i = \dfrac{E_i}{2(1+\nu_i)}$, avec $E_i$ le module d'Young de l'élément *i*. *i* valant 1 ou 2.

En faisant l'hypothèse que les deux solides ont les mêmes caractéristiques élastiques, alors K=0 (les solides sont donc des solides quasi-identiques).

On a donc :

$$A_{13}(X,Y) = A_{31}(X,Y) = A_{23}(X,Y) = A_{32}(X,Y) = 0 \qquad \text{(A.13)}$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Les expressions des déplacements s'écrivent donc de la façon suivante :

$$\begin{cases} u_1(x,y) = \iint_{A_c} A_{11}(X,Y).p_1(x',y').dx'dy' + \iint_{A_c} A_{12}(X,Y).p_2(x',y').dx'dy' \\ u_2(x,y) = \iint_{A_c} A_{21}(X,Y).p_1(x',y').dx'dy' + \iint_{A_c} A_{22}(X,Y).p_2(x',y').dx'dy' \\ u_3(x,y) = \iint_{A_c} A_{33}(X,Y).p_3(x',y').dx'dy' \end{cases} \quad \text{(A.14)}$$

Ne considérant que des efforts normaux, nous prendrons $p_1(x',y') = p_2(x',y') = 0$ et $p_3(x',y') = p(x',y')$. Nous avons donc les relations suivantes :

$$\begin{cases} u_1(x,y) = 0 \\ u_2(x,y) = 0 \\ u_3(x,y) = \iint_{A_c} A_{33}(X,Y).p(x',y').dx'dy' = u(x,y) \end{cases} \quad \text{(A.15)}$$

Pour la résolution numérique du problème de contact entre les deux solides, le plan tangent où se situe l'aire potentielle de contact a été discrétisé en N rectangles de taille constante (2a*2b) sur lesquels la distribution de pression normale est considérée constante.

La discrétisation de l'aire de contact permet d'obtenir les expressions des déplacements en tout point *i* sous la forme discrète suivante :

$$u_i(x,y) = \sum_{j=1}^{N} \left( \iint_{A_{c,j}} A_{33}(X',Y').dX'dY' \right).p_j \quad \text{(A.16)}$$

L'aire de contact $A_{c,k}$ correspond au rectangle *k* sur lequel s'applique un chargement constant normal. L'intégrale sur $A_{c,k}$ des coefficients d'influence correspond à une intégration entre les bornes suivantes :

$$A_{c,j} \Leftrightarrow \begin{vmatrix} X-a \le X' \le X+a \\ Y-b \le Y' \le Y+b \end{vmatrix} \text{ avec : } \begin{cases} X = x_k - x_j \\ Y = y_k - y_j \end{cases} \quad \text{(A.17)}$$

Nous pouvons également écrire :

$u_k^s = \sum_{j=1}^{N} C_{kj}^s p_j$ avec : $C_{kj}^S = \iint_A A_{33}(\mathrm{X',Y'})dX'dY' = \frac{1-\nu_c}{\pi G_c}.J_3(X,Y)$, qui correspond au coefficient d'influence de surface.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Le calcul de l'intégrale $J_3(X,Y)$ est présenté ci-dessous :

$$J_3(X,Y)=\int_{Y-b}^{Y+b}\int_{X-a}^{X+a}\frac{dX'dY'}{\sqrt{X'^2+Y'^2}}=\int_{Y-b}^{Y+b}\int_{X-a}^{X+a}\frac{X'^2+Y'^2}{\left(\sqrt{X'^2+Y'^2}\right)^3}dX'dY' \tag{A.18}$$

$$=\int_{Y-b}^{Y+b}\int_{X-a}^{X+a}\frac{X'^2}{\left(\sqrt{X'^2+Y'^2}\right)^3}dX'dY'+\int_{Y-b}^{Y+b}\int_{X-a}^{X+a}\frac{Y'^2}{\left(\sqrt{X'^2+Y'^2}\right)^3}dX'dY'$$

$$=J_1(X,Y)+J_2(X,Y)$$

Ainsi, pour déterminer l'intégrale $J_3(X,Y)$, il est nécessaire de déterminer les intégrales $J_1(X,Y)$ et $J_2(X,Y)$. Leur calcul se déroule comme suit :

$$J_1(X,Y)=\int_{Y-b}^{Y+b}\int_{X-a}^{X+a}\frac{X'^2}{\left(\sqrt{X'^2+Y'^2}\right)^3}dX'dY'=\left[\left[Y'.\ln\left(X'+\sqrt{X'^2+Y'^2}\right)\right]_{X-a}^{X+a}\right]_{Y-b}^{Y+b}$$

$$=(Y+b).\ln\left((X+a)+\sqrt{(X+a)^2+(Y+b)^2}\right)-(Y+b).\ln\left((X-a)+\sqrt{(X-a)^2+(Y+b)^2}\right)$$
$$-(Y-b).\ln\left((X+a)+\sqrt{(X+a)^2+(Y-b)^2}\right)+(Y-b).\ln\left((X-a)+\sqrt{(X-a)^2+(Y-b)^2}\right)$$

$$=(Y+b).\ln\left(\frac{(X+a)+\sqrt{(X+a)^2+(Y+b)^2}}{(X-a)+\sqrt{(X-a)^2+(Y+b)^2}}\right)+(Y-b).\ln\left(\frac{(X-a)+\sqrt{(X-a)^2+(Y-b)^2}}{(X+a)+\sqrt{(X+a)^2+(Y-b)^2}}\right)$$

De la même manière, on détermine $J_2(X,Y)$.

$$J_2(X,Y)=(X+a).\ln\left(\frac{(Y+b)+\sqrt{(X+a)^2+(Y+b)^2}}{(Y-b)+\sqrt{(X+a)^2+(Y-b)^2}}\right)+(X-a).\ln\left(\frac{(Y-b)+\sqrt{(X-a)^2+(Y-b)^2}}{(Y+b)+\sqrt{(X-a)^2+(Y+b)^2}}\right) \tag{A.19}$$

Ainsi, on peut remonter à la valeur de $J_3(X,Y)$ :

$$J_3(X,Y)=(Y+b).\ln\left(\frac{(X+a)+\sqrt{(X+a)^2+(Y+b)^2}}{(X-a)+\sqrt{(X-a)^2+(Y+b)^2}}\right)+(Y-b).\ln\left(\frac{(X-a)+\sqrt{(X-a)^2+(Y-b)^2}}{(X+a)+\sqrt{(X+a)^2+(Y-b)^2}}\right)$$

$$+(X+a).\ln\left(\frac{(Y+b)+\sqrt{(X+a)^2+(Y+b)^2}}{(Y-b)+\sqrt{(X+a)^2+(Y-b)^2}}\right)+(X-a).\ln\left(\frac{(Y-b)+\sqrt{(X-a)^2+(Y-b)^2}}{(Y+b)+\sqrt{(X-a)^2+(Y+b)^2}}\right) \tag{A.20}$$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

$J_3(X,Y)$ étant maintenant connu, on connaît alors la valeur des différents coefficients d'influence de surface :

$$C_{ij}^{s} = \frac{1-\nu_c}{\pi G_c}.\left\{(Y+b).\ln\left(\frac{(X+a)+\sqrt{(X+a)^2+(Y+b)^2}}{(X-a)+\sqrt{(X-a)^2+(Y+b)^2}}\right)+(Y-b).\ln\left(\frac{(X-a)+\sqrt{(X-a)^2+(Y-b)^2}}{(X+a)+\sqrt{(X+a)^2+(Y-b)^2}}\right)\right.$$

$$\left.+(X+a).\ln\left(\frac{(Y+b)+\sqrt{(X+a)^2+(Y+b)^2}}{(Y-b)+\sqrt{(X+a)^2+(Y-b)^2}}\right)+(X-a).\ln\left(\frac{(Y-b)+\sqrt{(X-a)^2+(Y-b)^2}}{(Y+b)+\sqrt{(X-a)^2+(Y+b)^2}}\right)\right\} \quad \text{(A.21)}$$

avec : $\begin{cases} X = x_k - x_j \\ Y = y_k - y_j \end{cases}$



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 9. Calcul de la convergence

Il a été montré dans le chapitre III que le problème de partage de charge pouvait se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{cases} ef_k = u_k + ei_k \\ \sum_{k=1}^{N} p_k.R_k.S_k = Couple \qquad i \in [1, N] \\ p_k(ef_k - \alpha) = 0 \end{cases} \tag{A.22}$$

Les inconnues de ce système d'équations sont les paramètres $p_k$, $ef_k$ et $\alpha$. Le problème défini possède maintenant 2N+1 équations avec 2N+1 inconnues.

En modifiant la troisième équation de ce nouveau système, celui-ci devient :

$$\begin{cases} ef_k = u_k + ei_k \\ \sum_{k=1}^{N} p_k.R_k.S_k = Couple \\ p_k = \alpha\left(\frac{p_k}{ef_k}\right) \end{cases} \tag{A.23}$$

Après intégration de cette nouvelle définition de $p_k$ dans la seconde équation, et puisque le paramètre $\alpha$ est constant, le système suivant est obtenu :

$$\begin{cases} u_k + ei_k = ef_k \\ \alpha\sum_{k=1}^{N} R_k.S_k.\left(\frac{p_k}{ef_k}\right) = Couple \\ p_k = \alpha\left(\frac{p_k}{ef_k}\right) \end{cases} \tag{A.24}$$

Dans la seconde équation du système, le paramètre $\alpha$ peut maintenant être isolé, pour obtenir le système suivant :



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$\begin{cases} u_k + ei_k = ef_k \\ \alpha = \dfrac{Couple}{\sum_{k=1}^{N} R_k.S_k.\left(\dfrac{p_k}{ef_k}\right)} \\ p_k = \alpha\left(\dfrac{p_k}{ef_k}\right) \end{cases} \qquad \text{(A.25)}$$

L'intégration de cette définition de $\alpha$ dans la troisième équation permet d'obtenir un nouveau système, à deux équations :

$$\begin{cases} u_k + ei_k = ef_k \\ p_k = \dfrac{Couple}{\sum_{k=1}^{N} R_k.S_k.\left(\dfrac{p_k}{ef_k}\right)}\left(\dfrac{p_k}{ef_k}\right) \end{cases} \qquad \text{(A.26)}$$

Enfin, en intégrant la définition de $ef_k$ de la première équation dans la seconde, c'est finalement un système de *N* équations non linéaires à *N* inconnues qu'il faut résoudre, dont les seules inconnues sont les pressions $p_k$ :

$$p_k = \frac{Couple}{\sum_{k=1}^{N} R_k.S_k.\left(\dfrac{p_k}{u_k + ei_k}\right)}\frac{p_k}{u_k + ei_k} \qquad i \in [1, N] \qquad \text{(A.27)}$$

Cette dernière équation peut s'exprimer sous forme matricielle $[P] = f([P])$, qui peut être résolue par une méthode itérative de la forme : $[P]^{k+1} = f\left([P]^k\right)$ où $[P]^k$ est le vecteur des pressions à l'itération $k$. La méthode du point fixe est ici utilisée, et est basée sur la convergence du rapprochement des corps $\alpha$, ce qui revient à dire que les écarts finaux $ef_k$ sont constants dans le contact.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 10. Coefficients de tenseur utilisé sous Abaqus

Un document Excel a été créé afin d'automatiser l'obtenir les tenseurs de raideur en fonction de l'orientation des fibres, de la quantité de fibre et de la base de coordonnées voulues.

- **Matrice modèle unidirectionnel**

Avec 30% de fibres

**Ce =**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 8.93 | 2.11 | 2.11 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2.11 | 4.42 | 1.79 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2.11 | 1.79 | 4.42 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.32 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.66 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.66 |

**Tableau A.1 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle unidirectionnel, 30% fibres**

22 ,5% de fibres

**Ce =**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6.52 | 1.50 | 1.50 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1.50 | 3.15 | 1.27 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1.50 | 1.27 | 3.15 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.94 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.66 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.66 |

**Tableau A.2 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle unidirectionnel, 22,5% fibres**

15% de fibres

**Ce =**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4.41 | 1.34 | 1.34 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1.34 | 2.76 | 1.18 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1.34 | 1.18 | 2.76 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.79 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.66 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.66 |

**Tableau A.3 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle unidirectionnel, 15% fibres**

- **Matrices modèle orthotrope**

30% de fibres

**Ce =**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6.35 | 2.00 | 3.20 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2.00 | 4.42 | 1.90 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 3.20 | 1.90 | 4.84 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.10 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.75 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.88 |

**Tableau A.4 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle orthotrope, 30% fibres**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

22,5% de fibres

**Ce =**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4.72 | 1.42 | 2.17 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1.42 | 3.15 | 1.35 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2.17 | 1.35 | 3.60 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.85 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.33 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.75 |

**Tableau A.5 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle orthotrope, 22,5% fibres**

15% de fibres

**Ce =**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3.55 | 1.29 | 1.65 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1.29 | 2.76 | 1.23 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1.65 | 1.23 | 3.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.75 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.97 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.70 |

**Tableau A.6 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle orthotrope, 15% fibres**

- **Matrice modèle anisotrope**

30% de fibres

**Ce =**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6.25 | 2.07 | 3.17 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2.07 | 4.40 | 1.92 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 3.17 | 1.92 | 4.84 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.11 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.73 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.94 |

**Tableau A.7 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle anisotrope, 30% fibres**

22,5% de fibres

**Ce =**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4.65 | 1.46 | 2.16 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 1.46 | 3.14 | 1.36 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 2.16 | 1.36 | 3.60 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.86 | 0.00 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 1.32 | 0.00 |
| 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.79 |

**Tableau A.8 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle anisotrope, 22,5% fibres**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

15% de fibres

$$Ce = \begin{bmatrix} 3.51 & 1.30 & 1.64 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 1.30 & 2.76 & 1.24 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 1.64 & 1.24 & 3.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.75 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.96 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.72 \end{bmatrix}$$

**Tableau A.9 : Tenseurs de rigidité [GPa], Modèle anisotrope, 15% fibres**

- **Matrice modèle anisotrope avec section à fibre normal**

Cette matrice correspond au cas unidirectionnel représenté dans les Tableau A.1, Tableau A.2 et Tableau A.3.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 11. Influence de T, C, Répartition des fibres pour :

## 11.1 Taux de fibres : 30%, U=300 tours/min

**Couple : 5 Nm**

**T= 0°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | | σ principale max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 0.223 | 8.2% | 0.125 | 7.4% | 8.2 | 0% | 1.91 | 3.2% |
| Modèle 2 | 0.243 | 0% | 0.132 | 2.2% | 8.1 | 1.2% | 1.9 | 2.7% |
| Modèle 3 | 0.245 | 0.8% | 0.134 | 0.7% | 8.2 | 0% | 1.87 | 1.1% |
| Modèle 4 | 0.244 | 0.4% | 0.134 | 0.7% | 8.2 | 0% | 1.87 | 1.1% |
| Modèle 5 | 0.243 | | 0.135 | | 8.2 | | 1.85 | |

**Tableau A.10 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=5Nm, T=0°C, U=300 tours/min**

**T= 60°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | | σ principale max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 0.270 | 8.1% | 0.142 | 7.2% | 8.2 | 0% | 1.91 | 3.2% |
| Modèle 2 | 0.293 | 0.3% | 0.150 | 1.9% | 8 | 2.4% | 1.9 | 2.7% |
| Modèle 3 | 0.297 | 1.0% | 0.154 | 0.6% | 8.1 | 1.2% | 1.87 | 1.1% |
| Modèle 4 | 0.296 | 0.7% | 0.153 | 0% | 8.1 | 1.2% | 1.87 | 1.1% |
| Modèle 5 | 0.294 | | 0.153 | | 8.2 | | 1.85 | |

**Tableau A.11 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=5Nm, T=60°C, U=300 tours/min**

**T= 100°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | | σ principale max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 0.549 | 8.6% | 0.274 | 0.7% | 8 | 6.7% | 1.91 | 3.2% |
| Modèle 2 | 0.600 | 0.2% | 0.272 | 1.5% | 7.5 | 0% | 1.9 | 2.7% |
| Modèle 3 | 0.607 | 1.0% | 0.274 | 0.7% | 7.5 | 0% | 1.87 | 1.1% |
| Modèle 4 | 0.605 | 0.7% | 0.274 | 0.7% | 7.5 | 0% | 1.87 | 1.1% |
| Modèle 5 | 0.601 | | 0.276 | | 7.5 | | 1.85 | |

**Tableau A.12 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=5Nm, T=100°C, U=300 tours/min**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

**Couple : 12.5 N.m**

**T= 0°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | | σ principale max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 0.523 | 7.9% | 0.285 | 2.4% | 20 | 0% | 4.8 | 2.8% |
| Modèle 2 | 0.567 | 0.2% | 0.288 | 1.4% | 19.5 | 2.5% | 4.75 | 1.7% |
| Modèle 3 | 0.573 | 0.8% | 0.290 | 0.6% | 19.6 | 2% | 4.68 | 0.2% |
| Modèle 4 | 0.571 | 0.5% | 0.290 | 0.6% | 19.6 | 2% | 4.67 | 0% |
| Modèle 5 | 0.568 | | 0.292 | | 20 | | 4.67 | |

**Tableau A.13 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=12.5Nm, T=0°C, U=300 tours/min**

**T= 60°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | | σ principale max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 0.629 | 8.0% | 0.291 | 7.0% | 19 | 2.7% | 4.8 | 2.8% |
| Modèle 2 | 0.682 | 0.3% | 0.280 | 1.4% | 18.4 | 0.5% | 4.75 | 1.7% |
| Modèle 3 | 0.690 | 0.9% | 0.282 | 0.7% | 18.2 | 1.6% | 4.68 | 0.2% |
| Modèle 4 | 0.687 | 0.4% | 0.282 | 0.7% | 18.2 | 1.6% | 4.67 | 0% |
| Modèle 5 | 0.684 | | 0.284 | | 18.5 | | 4.67 | |

**Tableau A.14 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=12.5Nm, T=60°C, U=300 tours/min**

**T= 100°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | | σ principale max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 1.275 | 9.1% | 0.233 | 6.7% | 15 | 0% | 4.8 | 2.8% |
| Modèle 2 | 1.398 | 1.0% | 0.221 | 1.3% | 14.5 | 3.3% | 4.75 | 1.7% |
| Modèle 3 | 1.417 | 1.1% | 0.221 | 1.3% | 14.5 | 3.3% | 4.68 | 0.2% |
| Modèle 4 | 1.410 | 0.6% | 0.221 | 1.3% | 14.8 | 1.3% | 4.67 | 0% |
| Modèle 5 | 1.402 | | 0.218 | | 15 | | 4.67 | |

**Tableau A.15 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=12.5Nm, T=100°C, U=300 tours/min**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## Couple : 20 Nm

**T=0°C**

| Modèle | Err. T. Moy [mrad] | | Err. T. Amp. [mrad] | | P max [MPa] | | σ principale max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 0.799 | 8.2% | 0.304 | 3.7% | 27.5 | 1.8% | 7.51 | 0.4% |
| Modèle 2 | 0.868 | 0.3% | 0.288 | 1.7% | 27 | 0% | 7.47 | 0.1% |
| Modèle 3 | 0.878 | 0.9% | 0.288 | 1.7% | 27 | 0% | 7.52 | 0.5% |
| Modèle 4 | 0.874 | 0.4% | 0.289 | 1.3% | 27 | 0% | 7.42 | 0.8% |
| Modèle 5 | 0.870 | | 0.293 | | 27 | | 7.48 | |

**Tableau A.16 : Résultats Modèle 1 à 5 30%fibres, C=20Nm, T=0°C, U=300 tours/min**

**T=60°C**

| Modèle | Err. T. Moy [mrad] | | Err. T. Amp. [mrad] | | P max [MPa] | | σ principale max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 0.966 | 8.2% | 0.278 | 7.7% | 24.25 | 0.2% | 7.51 | 0.4% |
| Modèle 2 | 1.050 | 0.3% | 0.253 | 1.9% | 24.25 | 0.2% | 7.47 | 0.1% |
| Modèle 3 | 1.063 | 0.9% | 0.253 | 1.9% | 24.2 | 0% | 7.52 | 0.5% |
| Modèle 4 | 1.059 | 0.6% | 0.254 | 1.5% | 24.2 | 0% | 7.42 | 0.8% |
| Modèle 5 | 1.053 | | 0.258 | | 24.2 | | 7.48 | |

**Tableau A.17 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=20Nm, T=60°C, U=300 tours/min**

**T=100°C**

| Modèle | Err. T. Moy [mrad] | | Err. T. Amp. [mrad] | | P max [MPa] | | σ principale max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 1.979 | 9.1% | 0.243 | 8.5% | 23 | 0% | 7.51 | 0.4% |
| Modèle 2 | 2.171 | 0.3% | 0.230 | 2.7% | 23 | 0% | 7.47 | 0.1% |
| Modèle 3 | 2.201 | 1.1% | 0.225 | 0.4% | 23 | 0% | 7.52 | 0.5% |
| Modèle 4 | 2.190 | 0.6% | 0.227 | 1.3% | 23 | 0% | 7.42 | 0.8% |
| Modèle 5 | 2.177 | | 0.224 | | 23 | | 7.48 | |

**Tableau A.18 : Résultats Modèle 1 à 5: 30%fibres, C=20Nm, T=100°C, U=300 tours/min**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 11.2 Taux de fibres : 22,5%, U=300 tours/min

**Couple : 20 Nm**

**T= 0°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 0.875 | 8.0% | 0.170 | 8.9% | 25.5 | 2% |
| Modèle 2 | 0.942 | 1.0% | 0.158 | 1.3% | 25 | 0% |
| Modèle 3 | 0.955 | 0.4% | 0.158 | 1.3% | 25 | 0% |
| Modèle 4 | 0.954 | 0.3% | 0.158 | 1.3% | 25 | 0% |
| Modèle 5 | 0.951 | | 0.156 | | 25 | |

**Tableau A.19 : Résultats Modèle 1 à 5: 22.5%fibres, C=20Nm, T=0°C, U=300 tours/min**

**T= 60°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 1.066 | 7.7% | 0.170 | 0.6% | 23.5 | 2.2% |
| Modèle 2 | 1.144 | 1% | 0.172 | 1.7% | 23 | 0% |
| Modèle 3 | 1.160 | 0.4% | 0.171 | 1.2% | 23 | 0% |
| Modèle 4 | 1.158 | 0.2% | 0.172 | 1.8% | 23 | 0% |
| Modèle 5 | 1.155 | | 0.169 | | 23 | |

**Tableau A.20 : Résultats Modèle 1 à 5: 22.5%fibres, C=20Nm, T=60°C, U=300 tours/min**

**T= 100°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 2.227 | 8.4% | 0.229 | 9.8% | 20 | 0% |
| Modèle 2 | 2.406 | 1.1% | 0.263 | 3.5% | 20 | 0% |
| Modèle 3 | 2.443 | 0.5% | 0.266 | 4.7% | 20 | 0% |
| Modèle 4 | 2.440 | 0.3% | 0.266 | 4.7% | 20 | 0% |
| Modèle 5 | 2.432 | | 0.254 | | 20 | |

**Tableau A.21 : Résultats Modèle 1 à 5: 22.5%fibres, C=20Nm, T=100°C, U=300 tours/min**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 11.3 Taux de fibres : 15%, U=300 tours/min

**Couple : 20 Nm**

**T= 0°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 1.016 | 3.5% | 0.162 | 2.5% | 25 | 2.0% |
| Modèle 2 | 1.087 | 3.2% | 0.162 | 2.5% | 24.5 | 0% |
| Modèle 3 | 1.101 | 4.5% | 0.162 | 2.5% | 24.5 | 0% |
| Modèle 4 | 1.097 | 4.1% | 0.162 | 2.5% | 24.5 | 0% |
| Modèle 5 | 1.053 | | 0.158 | | 24.5 | |

**Tableau A.22 : Résultats Modèle 1 à 5: 15%fibres, C=20Nm, T=0°C, U=300 tours/min**

**T= 60°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 1.235 | 3.6% | 0.177 | 3.5% | 23 | 3.6% |
| Modèle 2 | 1.324 | 3.3% | 0.177 | 3.5% | 22.5 | 1.3% |
| Modèle 3 | 1.341 | 4.6% | 0.176 | 2.9% | 22.5 | 1.3% |
| Modèle 4 | 1.336 | 4.3% | 0.176 | 2.9% | 22.5 | 1.3% |
| Modèle 5 | 1.281 | | 0.171 | | 22.2 | |

**Tableau A.23 : Résultats Modèle 1 à 5: 15%fibres, C=20Nm, T=60°C, U=300 tours/min**

**T= 100°C**

| Modèle | Err. T. moy [mrad] | | Err. T. amp [mrad] | | P max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Modèle 1 | 2.620 | 3.7% | 0.295 | 5.1% | 20 | 1.0% |
| Modèle 2 | 2.818 | 3.5% | 0.335 | 7.7% | 20.2 | 0% |
| Modèle 3 | 2.860 | 5.1% | 0.344 | 7.4% | 20.2 | 0% |
| Modèle 4 | 2.848 | 4.6% | 0.343 | 6.7% | 20.2 | 0% |
| Modèle 5 | 2.722 | | 0.311 | | 20.2 | |

**Tableau A.24 : Résultats Modèle 1 à 5: 15%fibres, C=20Nm, T=100°C, U=300 tours/min**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 11.4 Influence du partitionnement

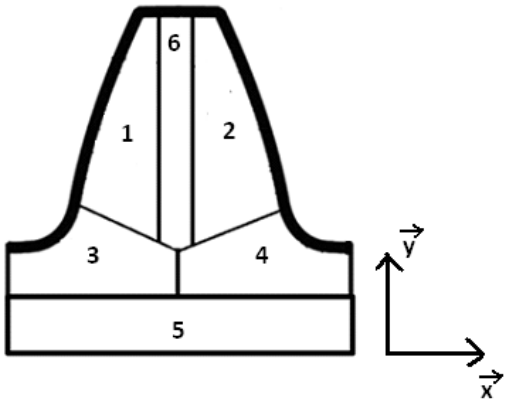



**Figure A.31: Numérotation des sections**

Modèle 5 de référence

| | Err. T. moy [mrad] | Amp. Err. T. [mrad] | P max [MPa] |
|---|---|---|---|
| T=0°C | 0.870 | 0.293 | 27 |
| T=60°C | 1.053 | 0.258 | 25 |
| T=100°C | 2.177 | 0.224 | 23 |

**Tableau A.25 : Modèle 5 réf.: Résultat 30%fibres, C=20 Nm, U=400tours/min**

Modèle 5 épaisseur zone 5 : +10%

| | Err. T. moy [mrad] | | Amp. Err. T. [mrad] | | P max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T=0°C | 0.850 | 2.3% | 0.294 | 0.3% | 27 | 0% |
| T=60°C | 1.029 | 2.3% | 0.261 | 1.2% | 25 | 0% |
| T=100°C | 2.180 | 1.9% | 0.227 | 1.3% | 23 | 0% |

**Tableau A.26 : Modèle 5, épaisseur+10% : Résultats, Influence T : 30%fibres, C=20 Nm, U=400tours/min**

Modèle 5 épaisseur zone 5: –10%

| | Err. T. moy [mrad] | | Amp. Err. T. [mrad] | | P max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T=0°C | 0.844 | 2.3% | 0.297 | 0.3% | 27 | 0% |
| T=60°C | 1.021 | 2.3% | 0.265 | 1.1% | 25 | 0% |
| T=100°C | 2.161 | 0.1% | 0.237 | 1.3% | 24 | 3% |

**Tableau A.27 : Modèle 5, épaisseur-10% : Résultats, Influence T 30%fibres, C=20 Nm, U=400tours/min**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

Modèle 5 angle d'ouverture de zone 3 et 4 : +10%

| | Err. T. moy [mrad] | | Amp. Err. T. [mrad] | | P max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T=0°C | 0.866 | 0.5% | 0.296 | 1.0% | 25 | 7,4% |
| T=60°C | 1.048 | 0.5% | 0.261 | 1.1% | 25 | 0% |
| T=100°C | 2.167 | 0.5% | 0.227 | 1.3% | 24 | 3% |

**Tableau A.28 : Modèle 5, angle +10% : Résultats, Influence T 30%fibres, C=20 Nm, U=400tours/min**

Cas 5 angle d'ouverture de zone 3 et 4 : –10%

| | Err. T. moy [mrad] | | Amp. Err. T. [mrad] | | P max [MPa] | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| T=0°C | 0.857 | 1.5% | 0.294 | 0.3% | 27 | 0% |
| T=60°C | 1.037 | 1.5% | 0.260 | 0.8% | 25 | 0% |
| T=100°C | 2.200 | 1.0% | 0.226 | 0.9% | 25 | 8,7% |

**Tableau A.29 : Modèle 5, angle -10% : Résultat 30% fibres, C=20 Nm, U=400tours/min**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 12. Interface utilisateur

L'interface sur les Figure A 32, Figure A 33 et Figure A 34, a été créée pour permettre d'établir un dialogue entre l'utilisateur et le code source.

L'onglet engrenage sur la Figure A 32 possède plusieurs rubriques. Les rubriques « Puissance » et « Condition de fonctionnement » permettent de renseigner le logiciel sur les conditions d'utilisation telles que la température, l'humidité, le couple ou la vitesse de rotation. La rubrique « Assemblage » concerne les conditions de montage.

Pour cela trois paramètres sont à préciser : l'entraxe, le décalage sur la largeur de denture, l'inclinaison et la déviation.

Une dernière rubrique « Etude » permet de définir la plage angulaire d'étude et la finesse du pas quasi-statique.

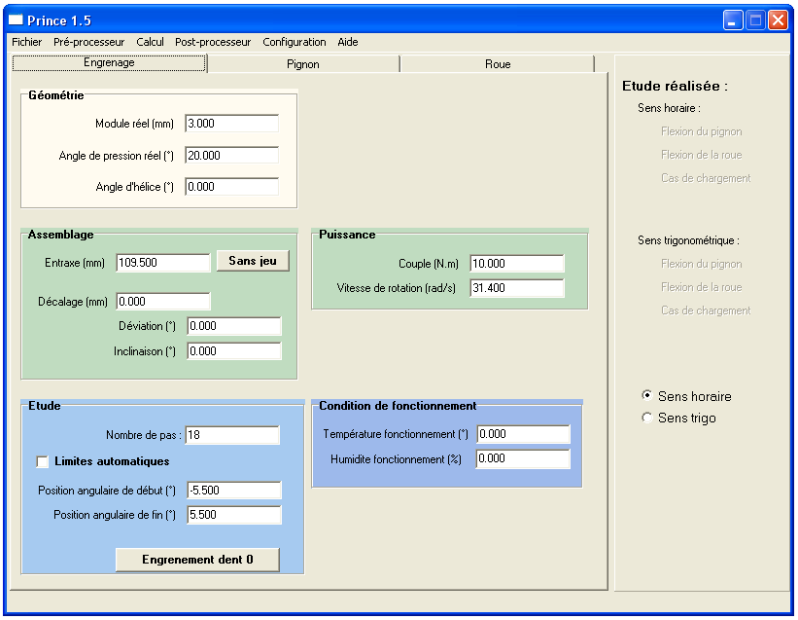



**Figure A 32 : Interface utilisateur onglet « engrenage »**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

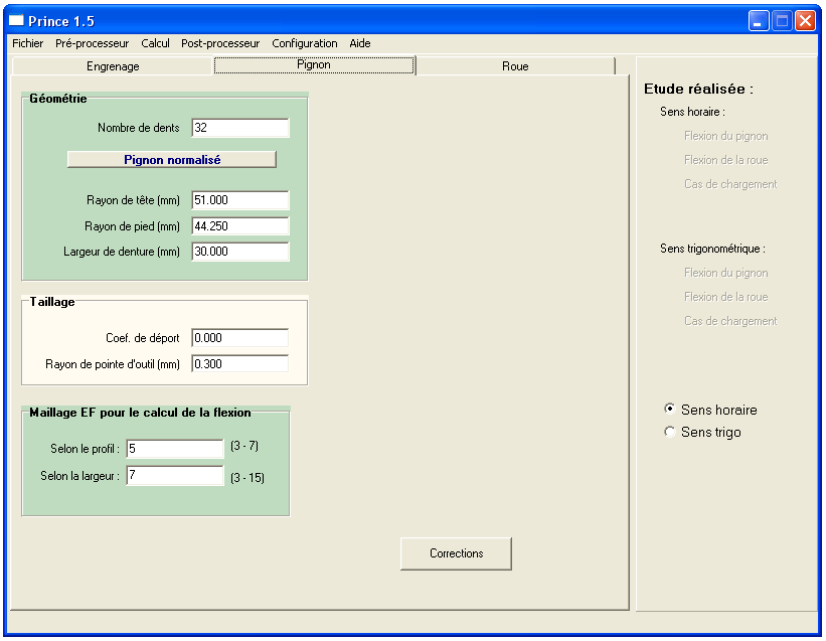



**Figure A 33: Interface utilisateur onglet « pignon »**

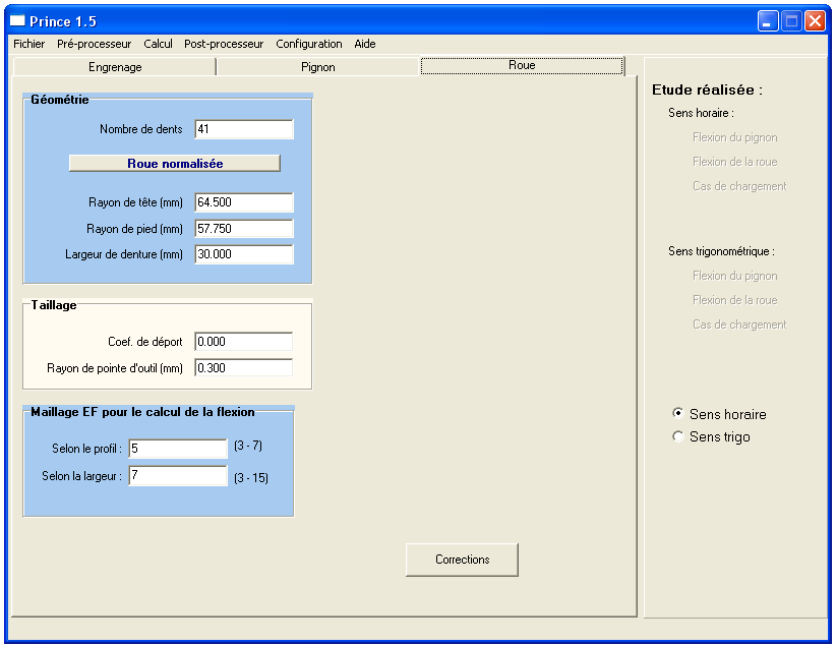



**Figure A 34: Interface utilisateur onglet « roue »**

Les onglets « pignon » et « roue » Figure A 33 et Figure A 34 permettent de renseigner le logiciel sur la géométrie détaillée de l'engrenage tel que le module, nombre de dents, déports, largeur…

Un sous menu « correction » intégré aux onglets « roue » et « pignon » permet d'apporter des détails concernant les corrections de denture exposées au Chapitre III, paragraphe 2.5. Ce sous menu est présenté sur la Figure A 35. Dans la rubrique « Pied », il est également possible d'apporter des corrections de denture en pied de dent de manière similaire à celle de tête.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

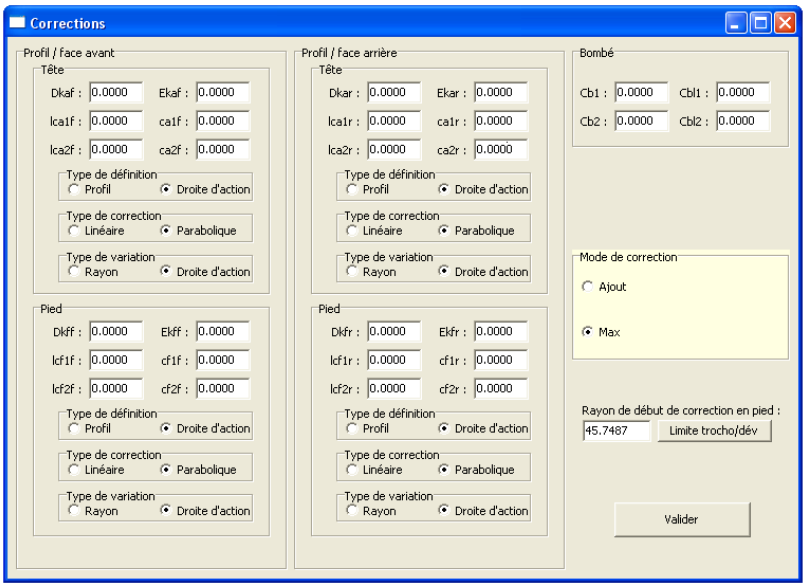



**Figure A 35 : Menu de saisi des corrections de denture**

L'ensemble de ces paramètres est également accessible via un fichier texte, sauvegardant les données de l'interface.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 13. Méthode des plans d'expérience

## 13.1 Tableau des résultats

- Expériences réalisées

| EXP | C | w | T |
|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 10 | 40 |
| 2 | 5 | 10 | 80 |
| 3 | 5 | 10 | 120 |
| 4 | 5 | 500 | 40 |
| 5 | 5 | 500 | 80 |
| 6 | 5 | 500 | 120 |
| 7 | 5 | 1000 | 40 |
| 8 | 5 | 1000 | 80 |
| 9 | 5 | 1000 | 120 |
| 10 | 12.5 | 10 | 40 |
| 11 | 12.5 | 10 | 80 |
| 12 | 12.5 | 10 | 120 |
| 13 | 12.5 | 500 | 40 |
| 14 | 12.5 | 500 | 80 |
| 15 | 12.5 | 500 | 120 |
| 16 | 12.5 | 1000 | 40 |
| 17 | 12.5 | 1000 | 80 |
| 18 | 12.5 | 1000 | 120 |
| 19 | 20 | 10 | 40 |
| 20 | 20 | 10 | 80 |
| 21 | 20 | 10 | 120 |
| 22 | 20 | 500 | 40 |
| 23 | 20 | 500 | 80 |
| 24 | 20 | 500 | 120 |
| 25 | 20 | 1000 | 40 |
| 26 | 20 | 1000 | 80 |
| 27 | 20 | 1000 | 120 |

**Tableau A.30 : Expériences réalisées**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

- Résultats obtenus par la simulation

| EXP | P [Mpa] | σ [Mpa] | Δε [mrad] | λ [µm] | $\lambda_{el}$ [µm] | $\lambda_{visco}$ [µm] | $\lambda_{histo}$ [µm] | $\lambda_S$ [µm] | $\lambda_V$ [µm] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 18 | 2.46 | 0.104 | 6.43 | 5.74 | 0.63 | 0.06 | 2.16 | 4.27 |
| 2 | 13.8 | 2.17 | 0.229 | 26.76 | 9.14 | 13.35 | 4.27 | 5.86 | 20.90 |
| 3 | 10.5 | 2.56 | 0.283 | 36.33 | 7.28 | 28.71 | 0.34 | 6.47 | 29.86 |
| 4 | 18 | 2.42 | 0.098 | 5.91 | 5.65 | 0.16 | 0.10 | 2.06 | 3.85 |
| 5 | 15.6 | 2.03 | 0.149 | 13.54 | 8.48 | 3.97 | 1.09 | 4.48 | 9.06 |
| 6 | 11 | 2.55 | 0.279 | 35.08 | 7.32 | 27.13 | 0.63 | 5.96 | 29.12 |
| 7 | 18 | 2.43 | 0.097 | 5.78 | 5.58 | 0.11 | 0.08 | 2.02 | 3.76 |
| 8 | 16 | 2.14 | 0.138 | 11.78 | 7.86 | 3.24 | 0.68 | 3.98 | 7.80 |
| 9 | 11.5 | 2.55 | 0.279 | 34.79 | 7.34 | 26.68 | 0.77 | 5.85 | 28.94 |
| 10 | 25 | 6.17 | 0.229 | 20.38 | 18.12 | 1.98 | 0.28 | 7.20 | 13.18 |
| 11 | 18 | 5.73 | 0.279 | 70.76 | 22.52 | 32.92 | 15.31 | 14.72 | 56.04 |
| 12 | 14 | 6.52 | 0.186 | 94.41 | 18.89 | 74.37 | 1.16 | 16.97 | 77.44 |
| 13 | 25.5 | 6.09 | 0.215 | 19.09 | 18.24 | 0.51 | 0.34 | 7.02 | 12.08 |
| 14 | 20.5 | 5.64 | 0.274 | 38.07 | 23.17 | 10.84 | 4.06 | 12.70 | 25.37 |
| 15 | 14.5 | 6.5 | 0.196 | 91.29 | 18.99 | 70.19 | 2.11 | 15.71 | 75.58 |
| 16 | 25.5 | 6.1 | 0.213 | 18.77 | 18.13 | 0.37 | 0.27 | 6.94 | 11.83 |
| 17 | 21 | 5.86 | 0.271 | 33.63 | 21.95 | 9.03 | 2.65 | 11.59 | 22.04 |
| 18 | 14.5 | 6.5 | 0.197 | 90.56 | 19.02 | 68.97 | 2.57 | 15.43 | 75.13 |
| 19 | 30 | 10.48 | 0.3 | 34.04 | 30.17 | 3.28 | 0.59 | 12.10 | 21.93 |
| 20 | 21 | 9.28 | 0.215 | 114.56 | 35.31 | 51.78 | 27.47 | 23.07 | 91.49 |
| 21 | 16.5 | 10.34 | 0.143 | 151.84 | 30.22 | 119.68 | 1.94 | 26.80 | 125.04 |
| 22 | 31 | 10.41 | 0.297 | 31.96 | 30.45 | 0.85 | 0.66 | 11.82 | 20.15 |
| 23 | 24 | 8.88 | 0.319 | 62.22 | 37.28 | 17.44 | 7.50 | 20.59 | 41.64 |
| 24 | 18 | 10.32 | 0.15 | 146.99 | 30.44 | 113.00 | 3.55 | 24.97 | 122.01 |
| 25 | 31 | 10.44 | 0.298 | 31.46 | 30.34 | 0.62 | 0.51 | 11.72 | 19.74 |
| 26 | 25 | 9.27 | 0.298 | 55.17 | 35.55 | 14.62 | 5.00 | 18.94 | 36.22 |
| 27 | 18 | 10.32 | 0.154 | 145.85 | 30.49 | 111.05 | 4.31 | 24.57 | 121.28 |

**Tableau A.31 : Résultats du plan d'expérience**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 13.2 Méthodologie des plans d'expérience

La théorie des plans d'expériences sert à étudier un système sous forme de « boite noire » comprenant des entrées et des sorties. Les entrées sont appelées facteurs et peuvent variés sur un domaine défini. L'expérimentateur peut modifier leur niveau à son grè. Les sorties sont mesurées par l'expérimentateur et consignées.

La loi de comportement du paramètre étudié est généralement exprimée par une forme polynomiale car elle est très adaptable à la précision souhaitée, et simple à mettre en place. L'équation de régression du modèle est de la forme :

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i.x_i + \sum_{i=1}^{q} \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^{q} a_{ij}.x_i.x_j + \ldots \text{ avec } i,k = 1, 2, 3 \qquad \text{(A.28)}$$

$y$ étant la sortie et les $x_i$ les facteurs que l'on peut faire varier. Les $a_i$ sont les coefficients de régression qui caractérisent le modèle que l'on cherche à déterminer.

Cette équation se traduit sous forme matricielle par Y=AX avec Y une matrice colonne contenant l'ensemble des résultats des essais, A la matrice colonne des coefficients de régression, et X la matrice caractéristique de l'organisation des essais.

Un plan complet de q facteurs à s niveaux comporte N = s^q essais à réaliser, la matrice X des essais et le vecteur Y des résultats auront alors N lignes.
Notons p le nombre de coefficients du modèle, N étant le nombre d'essais :

- Y est un vecteur (N,1)
- X est une matrice (N,p)
- A est un vecteur (p,1)

Pour que l'on puisse résoudre le système matriciel, il est nécessaire que N soit supérieur ou égal à p. C'est à dire que l'on ait un nombre d'essais (équations) supérieur ou égal au nombre de coefficients (inconnus). X est défini par l'expérimentateur avant même de faire les essais, on y répertorie chaque essai avec son ordre sur les lignes, et les différents termes du modèle mathématique sur les colonnes. Elle est, par exemple, pour un plan complet de trois facteurs à deux niveaux, de la forme :

| | moyenne | Facteur 1 | Facteur 2 | Facteur 3 | Interaction 12 | Interaction 13 | Etc... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Essai 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | ... |
| Essai 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | ... |
| Essai 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | ... |
| Essai 4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | ... |
| Essai 5 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | ... |
| Essai 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | ... |
| Essai 7 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | ... |
| Essai 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | ... |

**Tableau A.32: Matrice des essais**

Y est mesuré par l'expérimentateur au cours des essais. La seule inconnue du modèle qui permet d'obtenir son équation mathématique est A. Trouver l'équation du modèle revient alors à résoudre le système Y=XA. La matrice X n'étant souvent pas carrée, elle est non inversible. Pour cela une astuce mathématique s'appuyant sur la notion de matrice pseudo-inverse à été mise au point permettant de résoudre de tels systèmes.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

$$A = (X^t X)^{-1} X^t Y \qquad \text{(A.29)}$$

$(X^t X)^{-1}$ est appelée matrice de dispersion du système.

## 13.3 Analyse de la variance

L'analyse de variance permet de définir quels paramètres ou interactions sont influentes, et lesquels ne le sont pas, à un risque donné. Elle donne une bonne visualisation intuitive du modèle.

### 13.3.1 Harmonisation des facteurs

Pour pouvoir étudier correctement les influences, on effectue un changement de variable sur les facteurs pour les rendre comparables.

On définit l'équation (A.30) de tel sorte que tous les paramètres aient pour valeur -1 et 1 pour les facteurs à deux niveaux, ou -1, 0 et 1 pour ceux à trois niveaux.

$$x = \frac{x_{réel} - x_{moy}}{\Delta x} \qquad \text{(A.30)}$$

- $x$ est la variable comparable utilisée dans le plan
- $x_{réel}$ est sa valeur réelle
- $x_{moy}$ est la valeur moyenne de sa plage de définition $x_{moy} = \frac{x_{haut} + x_{bas}}{2}$
- $\Delta x$ est l'amplitude de la page $\Delta x = \frac{x_{haut} - x_{bas}}{2}$
- $x_{haut}$ et $x_{bas}$ sont les valeurs hautes et basses de la variable $x_{reel}$.

### 13.3.2 Somme des carrés des écarts

La somme des carrés des écarts à la moyenne constitue un estimateur mathématique fréquemment utilisé en analyse de variance. On calculera alors cet estimateur pour chaque facteur et chaque interaction comme suit :

$$S_T = \sum_{i=1}^{N} (y_i - y_.)^2 \qquad S_1 = q^{s-1} \sum_{i=1}^{q} (y_{i.} - y_.)^2 \qquad S_1 = q^{s-2} \sum_{i=1}^{q} \sum_{j=1}^{q} (y_{ij.} - y_{i.} - y_{j.} + y_.)^2 \qquad \text{(A.31)}$$

- $S_T$ représente la somme des carrés des écarts totale
- $S_1$ représente la somme des carrés des écarts d'un facteur
- $S_2$ représente la somme des carrés des écarts d'une interaction d'ordre 2
- etc...

Notation : le point signifie 'moyenne sur tous les autres facteurs'. Par exemple yi. signifie y au niveau i du facteur étudié, moyenné sur tous les autres facteurs. y. Signifie moyenne sur tous les facteurs.

A chaque terme est associé un nombre de degrés de liberté dont les valeurs sont regroupées dans le Tableau A.32 ci-dessous.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

| | Totale | Facteur | Interaction d'ordre 2 | Interaction d'ordre n |
|---|---|---|---|---|
| Ddl | N-1 | s-1 | $(s-1)^2$ | $(s-1)^n$ |

**Tableau A.33 : Nombre de degré de liberté**

On peut alors écrire :

$$S_T = \sum S_1 + \sum S_2 + ... + S_R \quad \text{(A.32)}$$

$$ddl_T = \sum ddl_1 + \sum ddl_2 + ... + ddl_R \quad \text{(A.33)}$$

avec $S_R$ la somme des carrés des écarts résiduelle.

### 13.3.3 Somme des carrés des écarts résiduelles

Ce terme contient habituellement la partie non déterministe de l'analyse, c'est à dire la partie liée aux répétitions. Une répétition consiste à effectuer plusieurs fois le même essai pour évaluer la partie aléatoire. Dans mon cas les essais sont effectués numériquement sur un logiciel et sont donc 100% reproductibles.

Cependant l'ensemble des interactions de plus faibles influences non étudiées est placé dans la partie résiduelle. Le critère d'influence utilisé par la suite se servira de la somme des carrés des écarts résiduelle comme élément de comparaison.

### 13.3.4 Carré moyen et test de Fischer-Snedecor

Le carré moyen est un estimateur mathématique comparateur d'influence dans le sens où il rapporte chaque terme à ses degrés de liberté.

$$cm_i = \frac{S_i}{ddl_i} \quad \text{(A.34)}$$

Cet estimateur permet ensuite de calculer notre comparateur d'influence $F_{exp}$.

$$F_{\exp} = \frac{cm_i}{cm_R} \quad \text{(A.35)}$$

Il fournit un ratio dans lequel chaque terme est au même niveau et est comparé au carré moyen résiduel. Ce terme suit une loi de Fisher prenant en paramètre le nombre de degrés de liberté des deux termes du ratio et cette propriété va servir à définir convenablement un seuil d'influence.

En effet, on définit le critère d'influence : $F_{\exp} > F_\alpha$

$F_\alpha$ est le seuil d'influence, il découle de la loi inverse de Fisher-Snedecor $F_{\alpha inv} = F_{fisher_inverse}(1-\alpha, ddl_i, ddl_R)$ . Ce paramètre sert de seuil pour affirmer qu'un paramètre est ou n'est pas influent, à un risque α de se tromper. Le choix de α est réservé à l'utilisateur mais en général α=0,5% est une très bonne hypothèse.

Cela permet de simplifier notre équation en y supprimant les termes non influents au risque α.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

### 13.3.5 Détermination de la matrice A

Un programme Maltab est développé permettant de manipuler des résultats de manière rapide, aboutie, et libre. Ce code génère la matrice des essais X suivant le nombre de facteurs, de niveaux et le modèle mathématique. Il va extraire le vecteur de résultat Y et résoudre pour obtenir l'équation du modèle. Enfin il va procéder à une analyse de variance pour indiquer à l'utilisateur quels coefficients garder à un risque α d'erreur.

### 13.3.6 Equation véritable

Pour retrouver l'équation, un changement de variable inverse sur les facteurs est nécessaire.
Le programme Matlab donne :

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i.x_i + \sum_{i=1}^{q} \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^{q} a_{ij}.x_i.x_j + \ldots \qquad \text{(A.36)}$$

avec $-1 < x_i < 1$. L'équation véritable est :

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{q} a_i.\left( \frac{x_{réel_i} - x_{moy_i}}{\Delta x_i} \right) + \sum_{i=1}^{q} \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^{q} a_{ij}.\left( \frac{x_{réel_i} - x_{moy_i}}{\Delta x_i} \right).\left( \frac{x_{réel_j} - x_{moy_j}}{\Delta x_j} \right) \qquad \text{(A.37)}$$

Cette équation peut ensuite être développée afin de connaître les coefficients physiques devant chaque facteur et les interactions éventuelles.

### 13.3.7 Représentation des résultats

Afin d'avoir une représentation graphique, un programme Matlab permet de représenter l'équation. Si le nombre de facteurs est de trois, l'équation est de la forme y = f(x,y,z). Le meilleur moyen de représenter une telle expression est de tracer des iso-courbes y = f(x,y,k) pour différents k parcourant le domaine de définition de z. On aura alors un empilement de surfaces décrivant l'équation.

Si le nombre de paramètres est supérieur à trois, une représentation générale est impossible à moins d'entrer dans la quatrième ou la cinquième dimension. Il faudra se contenter de représenter des courbes ou des surfaces.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 14. Caractéristique des éléments du banc

## 14.1 Frein magnétique

Les caractéristiques du frein magnétique utilisé sont les suivantes :

- Marque : Placid Industries
- Modèle : KB-5 (“large magnetic particle brake”)
- Masse : environ 14kg
- Arbre de sortie : diamètre 25mm claveté
- Couple maxi : 50Nm

Système de fixation par 6 vis M6 réparties sur un diamètre de 100mm.

## 14.2 Couplemètre

Les caractéristiques du couplemètre sont les suivantes :

- Marque : MEIRI
- Modèle : 2200-75
- Couple nominal : 75 Nm
- Arbre de sortie : diamètre 14mm claveté

Recommandation de montage :

- Utilisation d'accouplements à soufflets semi-rigide clavettés,
- Bloquer le corps du couplemètre en rotation à l'aide des méplats pour éviter que les fils s'enroulent autour du couplemètre.

En fonction de la tension de sortie du couplemètre, il est possible d’obtenir facilement le couple mesuré, puisqu’une loi linéaire existe entre ces deux grandeurs. La relation liant la tension et le couple est la suivante :

$$Couple = 37,5 \times (Tension - 2,5)$$

## 14.3 Codeurs optiques

Un codeur spécialement conçu pour les encombrements réduits a été utilisé pour le pignon. Pour les deux codeurs, l'arbre du capteur est directement relié à l'arbre à mesurer à l'aide d'un accouplement intégré.

- Marque : Heidenhain
- Référence Pignon : ERN 1020
  - Nombre de traits : 1024
  - Dimensions et tolérances de l'arbre qui sera fixé dans le codeur : arbre Ø12 g7

- Référence Roue : ERN 420
  - Nombre de traits : 1024
  - Dimensions et tolérances de l'arbre qui sera fixé dans le codeur : arbre Ø6 g7



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

## 14.4 Accouplements à soufflets

La société Meiri qui commercialise le couplemètre conseille d'utiliser des accouplements à soufflets semi-rigides clavetés. Le choix s'est porté sur un modèle à demi-moyeu amovible afin de permettre un montage et démontage relativement facile du couplemètre sans nécessiter un démontage du frein.

- Marque : R+W
- Référence : BKH / 60 / 25 / 14 claveté
- Tolérances des alésages des accouplements : H7

## 14.5 Roulements à billes

Les roulements montés sur l'arbre de la roue et du pignon sont des roulements à contact droit à une rangée de billes. La charge est tournante par rapport aux bagues intérieures : ces dernières sont donc montées serrées alors que les bagues extérieures sont montées glissantes.

Marque : SNR
Références :

- Q6004 – 2RS (d=20, D=42, B=12)
  avec d : diamètre intérieur, D : diamètre extérieur, B : largeur du roulement.

Tolérances de montage recommandées :

- Alésage : H7
- Arbre : j6

## 14.6 Caméra infrarouge

L'optique utilisée a un champ de vision allant de $42° \times 34°$ (12 mm) à $2,7° \times 2°$ (200 mm), la résolution utilisée est de $160 \times 128$ mm/px et la caméra peut être déclenchée à une fréquence maximale de 380 Hz.

- Marque: Flir
- Référence: SC7000

La précision de la mesure est donnée par la caméra infrarouge : $\pm 1°C$.



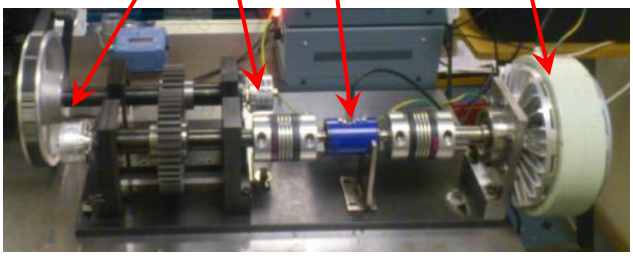
Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 15. Matériel d'acquisition

Le système d'acquisition est composé de différents éléments principaux, présentés sur la Figure A.36. On retrouve notamment :

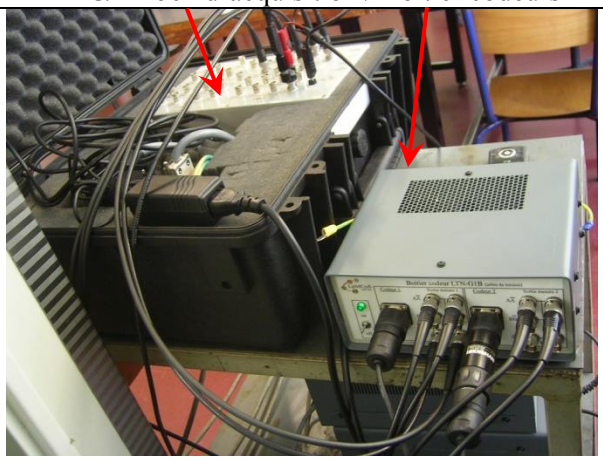
- le boîtier codeur,
- le boîtier couple-mètre,
- le rack d'acquisition,
- la caméra thermique.

a. Codeurs / Couple-mètre / Frein



b. Régulateur du frein / Boîtier couple-mètre

c. Rack d'acquisition / Boîtier codeurs



d. Caméra thermique / Visé optique

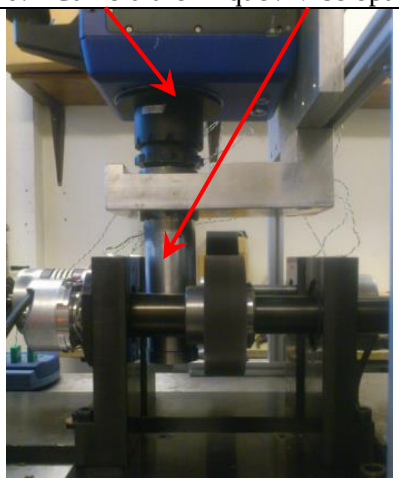


**Figure A.36 : Eléments du système d'acquisition**

La Figure A.37 schématise la façon dont sont reliés ces différents éléments :

- Les deux codeurs incrémentaux sont branchés en entrée du boîtier codeur. De ce boîtier sortent six câbles : quatre transmettant les informations des codeurs (deux pour chaque codeur), et deux autres pour relier les masses entre elles. Ces six câbles sont connectés aux bornes d'entrées du rack d'acquisition,
- Le couplemètre est quant à lui connecté à l'entrée du boîtier couplemètre, qui est lui aussi relié au rack d'acquisition,
- Ce rack d'acquisition traite l'ensemble des données et les transmet sur le PC par un câble USB. Un logiciel fourni permet de définir la durée de l'acquisition, le nombre de points pris en compte, et s'assure que les mesures des deux codeurs débutent au même moment, afin de pouvoir synchroniser les signaux de sortie. Une visualisation directe des courbes de résultats est également possible.



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

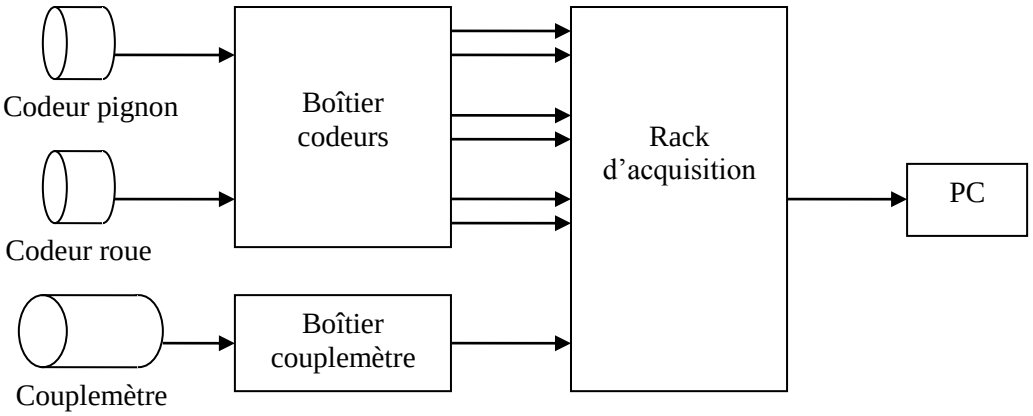



**Figure A.37 : Branchements des éléments du système d'acquisition**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

# 16. Essais de portée

Pour rappel, les portées correspondent aux zones de contact sur les flancs de denture durant l'engrènement. Elles sont obtenues par application de bleu de Prusse rendant les parties sans contact de couleur bleu foncé.
La Figure A.38 montre une répartition des contacts homogène sur l'ensemble des dentures.

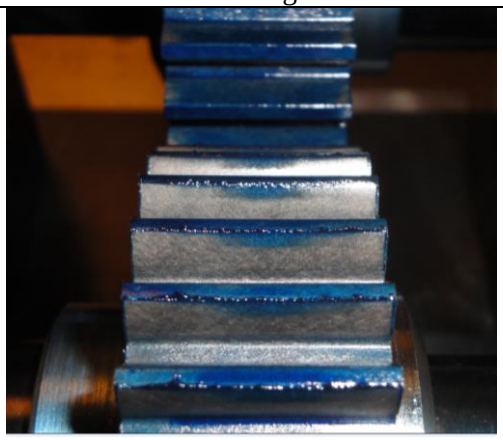
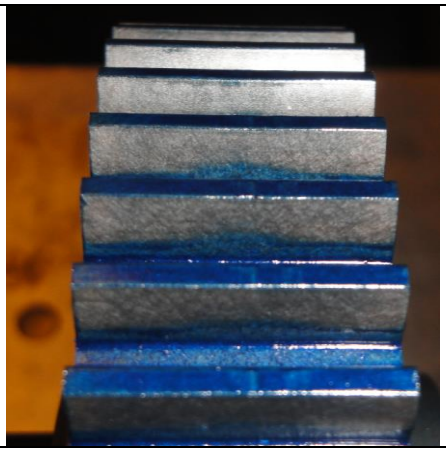
| a. Engrenage acheté (Z1=32, Z2=41)<br>Pignon | b. Engrenage moulé (Z1=32, Z2=41)<br>Roue |
|---|---|
|  |  |

**Figure A.38 : Portée obtenue au bleu de Prusse**

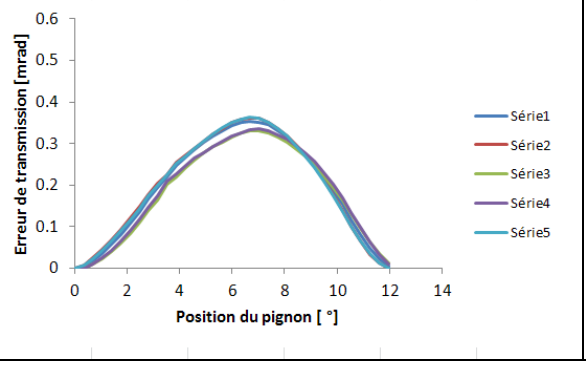


Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

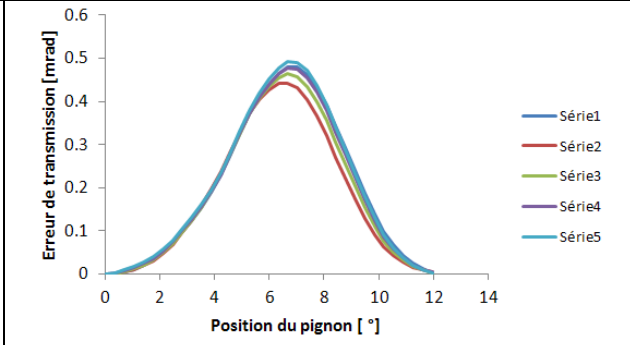
# 17. Recalage et mesures de l'erreur de transmission

La Figure A.39 concerne les essais de reproductibilité de la mesure d'erreur de transmission pour les engrenages achetés chez HPC. Tout comme les engrenages CDA une bonne reproductibilité est constatée.

a. A vide à 50tr/min et 111 mm d'entraxe




b. En charge à 50tr/min et 111 mm d'entraxe




c. En charge à 300tr/min et 111,3 mm d'entraxe

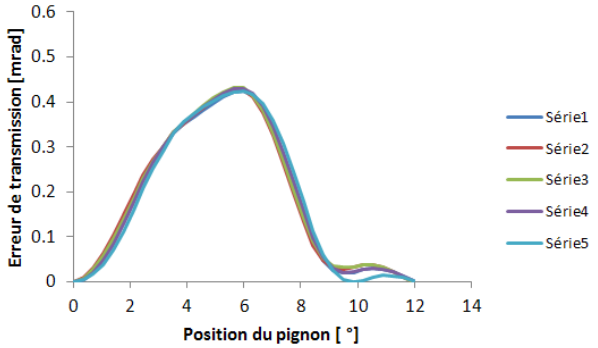



**Figure A.39 : Reproductibilité des mesures**



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : CATHELIN DATE de SOUTENANCE : 19.03.2014

Prénoms : Julien

TITRE :
Modélisation du comportement des engrenages en plastique renforcé

NATURE : Doctorat
Ecole doctorale : MEGA (mécanique, énergétique, génie civil et acoustique)

Spécialité : Mécanique

RESUME :

Les engrenages en matériau polymère présentent de nombreux avantages par rapport aux aciers. Ils sont plus légers, résistants à la corrosion, fonctionne sans lubrifiant et leurs coûts de revient est moindre grâce au moulage par injection. Ils sont de plus en plus utilisés dans des domaines variés, mais se limitent à la transmission de mouvement. L'ajout de fibre de verre courte permet d'augmenter leur tenue mécanique et de diversifier leur domaine d'utilisation à des transmissions de petite à moyenne puissance.
Le polyamide (Nylon) renforcé de fibres de verre est le composite le plus couramment utilisé dans le domaine des engrenages. Néanmoins, son comportement viscoélastique ainsi que la présence de fibres introduit une difficulté supplémentaire dans la modélisation. En outre, le comportement viscoélastique dépend de la température et pour le Polyamide, de l'humidité. Par conséquent, la viscoélasticité impacte directement la répartition des charges, l'erreur de transmission sous charge, la raideur d'engrènement…
Dans cette thèse, une méthode numérique originale modélisant le comportement mécanique des engrenages en Polyamide 6 renforcé de fibre de verre est proposée. L'approche utilise le modèle rhéologique linéaire de Kelvin généralisé pour simuler le comportement viscoélastique du matériau et prendre en compte la température, l'humidité ainsi que le taux de fibre et leur anisotropie. Ensuite ce modèle rhéologique est intégré dans le modèle quasi-statique du partage des charges développé par le LaMCoS. Ce processus de calcul permet d'obtenir les résultats essentiels pour les engrenages (répartition des charges, pressions de contact, erreur de transmission sous charge, raideur d'engrènement) avec un temps de calcul assez court.
Afin de de valider les modèles numériques développés, un banc d'essai a été mis en place, permettant la mesure de l'erreur de transmission et la visualisation de la température de l'engrenage pendant son fonctionnement.

MOTS CLES :
Engrenages, Polyamide 6, viscoélasticité, partage des charges, fibre de verre

Laboratoire(s) de recherches : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS) UMR CNRS-INSA n°5259

Directeur de thèse : Maître de conférences HDR Michèle GUINGAND et Maître de conférences Jean-Pierre de VAUJANY

Président du jury :

Composition du jury : BAHLOULI Nadia, BIGOT Régis, CHAZEAU Laurent, GUINGAND Michèle, RECH Joël, DE VAUJANY Jean-Pierre



Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2014ISAL0029/these.pdf
© [J. Cathelin], [2014], INSA de Lyon, tous droits réservés