



Surveillance passive des milieux réverbérants par corrélation de bruit ambiant : application à la localisation de défauts

Lynda Chehami

► To cite this version:

Lynda Chehami. Surveillance passive des milieux réverbérants par corrélation de bruit ambiant : application à la localisation de défauts. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 2015. Français. NNT : . tel-01279241v1

HAL Id: tel-01279241

<https://theses.hal.science/tel-01279241v1>

Submitted on 13 Mar 2016 (v1), last revised 5 Apr 2016 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE VALENCIENNES ET DU
HAINAUT-CAMBRÉSIS

Spécialité : ÉLECTRONIQUE

École doctorale :

Sciences Pour l'Ingénieur (SPI)

Unité de Recherche :

Institut d'Électronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie (IEMN)

Présentée et soutenue le 01/12/2015 à Valenciennes par :

LYNDA CHEHAMI

Surveillance passive des milieux réverbérants par corrélation de
bruit ambiant : application à la localisation de défauts

JURY

ÉRIC LAROSE	Chargé de Recherche HDR, ISTerre Grenoble	Rapporteur
ALAIN LHÉMERY	HDR, Expert Senior CND, CEA-LIST	Rapporteur
GILLES DESPAUX	Professeur, Université de Montpellier	Président
SÉBASTIEN ROLET	Ingénieur, Airbus, Toulouse	Examineur
JULIEN DE ROSNY	Directeur de Recherche, Institut Langevin, Paris	Examineur
CLAIRE PRADA	Directrice de Recherche, Institut Langevin, Paris	Examinatrice

Directeur de thèse :

Emmanuel Moulin, Professeur, Université de Valenciennes

Co-directeur de thèse :

Jamal Assaad, Professeur, Université de Valenciennes

*Tout obstacle renforce la détermination
Celui qui s'est fixé un but
n'en change pas.*

Léonard De Vinci (1452 - 1519)

Remerciements

Ces remerciements clôturent mes travaux de thèse, financés par l'ANR et effectués aux laboratoires IEMN-DOAE de Valenciennes et l'Institut Langevin de l'ESPCI dont je tiens à remercier chaleureusement tous les membres. J'ai eu, au cours de cette thèse, le plaisir et la chance de rencontrer de nombreuses personnes, qui ont influencé d'une façon ou d'une autre mes travaux de recherche.

Je souhaite exprimer en premier lieu, ma profonde reconnaissance envers Emmanuel MOULIN, mon directeur de thèse, de m'avoir fait bénéficier de son expertise d'un encadrement scientifique de grande qualité. Je lui en sais gré d'avoir toujours montré de la disponibilité et de la patience devant ma lenteur à appliquer ses idées. Emmanuel a su maintenir un équilibre subtil de rigueur scientifique, de bienveillance mais également ses nobles qualités humaines, qui m'ont permis de me dépasser au quotidien.

Un grand merci à Julien DE ROSNY, mon co-directeur de thèse exceptionnel, pour m'avoir accueillie à l'Institut Langevin, pour sa présence quotidienne et son encadrement durant ces trois années. Julien est doté de très grandes qualités scientifiques, et a contribué indéniablement à l'avancement de cette thèse dans la bonne voie. Je salue également sa personnalité à la fois sympathique, sérieuse et modeste.

Un grand merci également à Claire PRADA-JULIA, ma co-directrice de thèse particulière, non seulement pour la confiance et la liberté qu'elle m'a accordées tout au long de ces trois années de thèse, mais aussi pour le soutien et les conseils qu'elle m'a prodigués aux moments opportuns.

Je tiens à remercier Olivier BOU MATAR LACAZE, pour ses conseils précieux, ses discussions enrichissantes lors des réunions à l'IEMN de Lille.

Je remercie également Jamal ASSAAD, mon co-directeur de thèse, de m'avoir donné cette opportunité d'effectuer mes recherches au laboratoire IEMN ainsi que sa contribution importante à ce travail. Je salue profondément ses nobles qualités humaines ainsi que ses explications et ses conseils précieux (surtout en traitement de signal).

Un merci particulier à Farouk BENMEDDOUR, pour ses discussions enrichissantes, ses conseils précieux ainsi que sa personnalité sympathique et modeste.

Mes remerciements s'adressent aussi à mes co-équipiers lyonnais (spécialistes en tribologie!) du laboratoire LaMCoS, Eric CHATELET, Francesco MASSI, Konstantinos GRYLIAS, Giovanna LACERRA, et Elena PAIFELMAN, avec qui j'ai partagé une autre facette

d'acoustique. Merci pour les conseils pédagogiques, cette ambiance sympathique, les encouragements pour la soutenance, et le voyage à Rome.

Mes sincères remerciements s'adressent aussi aux rapporteurs Monsieur LHÉMERY Alain et Monsieur LAROSE Éric, d'avoir accepté de relire le manuscrit de thèse malgré leurs emplois du temps plus que surchargés ainsi qu'aux examinateurs Gilles DESPAUX et Sébastien ROLET qui m'ont fait le grand honneur d'évaluer ce travail et d'accepter de participer à ce jury.

Merci à mes anciens profs de Master : Brice SORLI, Jean Paul MICALLEF, et Olivier STRAUSS, de m'avoir donné cette chance de poursuivre un doctorat. Merci également à mon maître de stage à Fogale NanoTech, Bruno LUONG, pour m'avoir donné ce goût particulier à la recherche. Un grand merci aussi à mes anciens profs de Licence à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

Juste quelques mots pour ne pas être ingrate envers tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont aidé pendant ces trois dernières années. Je remercie tous les membres du Département Opto-Acoustique et Électronique de l'IEMN de Valenciennes ainsi que tout le personnel de l'Institut Langevin. En particulier Edith Bantegnies, Virginie Shæfer, Françoise Desruelles et Lucie Dupont de laboratoire IEMN ainsi que Patricia Daenens et Emmanuel Labbey du laboratoire Langevin.

Je remercie également tous mes compagnons doctorants qui ont dû supporter quotidiennement mes humeurs, particulièrement l'équipe féminine du laboratoire IEMN : Rafatou et Basma, du laboratoire Langevin : Daria, Claudia et Youliane, et du laboratoire LAMAV : Fatiha et Sadjiya, avec qui j'ai partagé des moments plus que agréables. Je remercie profondément mes trois sœurs adorées Lilia Bouha, Aminata Sene et Dihya Bessah pour leur soutien dans les moments difficiles.

Je ne peux bien évidemment pas achever ces remerciements sans citer mes chers parents, Lila et Mokrane, mes chers frères, Ahmed, Hocine, Mouloud, et Karim. Enfin, un immense merci à ma petite famille Ait Dris pour le soutien qu'ils m'ont apporté (et qu'ils continuent de m'apporter), et surtout pour l'amour qu'ils me donnent au quotidien.



À ma mère
À mon père
et
À mes frères

Introduction générale	1
1 Propagation réverbérante des ondes élastiques dans les plaques minces et ses applications au SHM	5
1.1 Introduction	5
1.2 Ondes élastiques ultrasonores dans les plaques minces	6
1.2.1 Ondes de Lamb	6
1.2.2 Vibration d'une plaque infinie en flexion	9
1.2.3 Plaque finie réverbérante - approche modale	13
1.3 Traitement des signaux réverbérés par corrélation de bruits	16
1.3.1 Principe et approches théoriques	16
1.3.2 Application en contrôle de santé intégré	21
1.4 Conclusion	24
2 Estimation passive des fonctions de Green dans une plaque mince réverbérante	25
2.1 Introduction	25
2.2 Reconstruction des fonctions de Green à partir d'un nombre fini de sources .	26
2.2.1 Généralités	26
2.2.2 Développement théorique : formulation mathématique	26
2.2.3 Résultats numériques	30
2.3 Qualité de reconstruction des fonctions de Green	35
2.3.1 Description statistique	35
2.3.2 Estimation quantitative	37
2.3.3 Résultats numériques	39
2.3.4 Résultats expérimentaux	40
2.4 Conclusion	45
3 Localisation passive de défauts	46
3.1 Introduction	46
3.2 Fonctions de corrélation et sensibilité au défaut : détection, localisation et imagerie	47
3.2.1 Détection de défaut par méthode différentielle	47
3.2.2 Localisation avec un ensemble de sources ponctuelles - comparaison à l'imagerie active (pitch-catch)	50
3.2.3 Localisation avec des sources étendues	54
3.3 Influence des paramètres expérimentaux	62
3.3.1 Nombre de capteurs	62
3.3.2 Atténuation du milieu réverbérant	64
3.3.3 Distribution des sources de bruit	66
3.4 Identification des zones de bruit : étude expérimentale	70

Table des matières Page

3.5	Amélioration de la localisation avec la méthode DORT	73
3.6	Conclusion	77
4	Développement de sources secondaires non-linéaires large bande	79
4.1	Introduction	79
4.2	Translation du champ basse fréquence vers les hautes fréquences par frottement-étude expérimentale	80
4.2.1	Description du dispositif de conversion	81
4.2.2	Caractérisation expérimentale des signaux secondaires	83
4.2.3	Exploitation des signaux secondaires pour la détection et la localisation de défaut	87
4.3	Influence des paramètres expérimentaux	89
4.3.1	Nombre de sources secondaires	89
4.3.2	Distance défaut-récepteurs	91
4.3.3	Résolution	92
4.3.4	Position de l'excitation basse fréquence	93
4.4	Conclusion	96
5	Caractérisation passive de défauts : estimation de la section efficace de diffusion	97
5.1	Introduction	97
5.2	Section efficace de diffusion en milieu infini	98
5.2.1	Généralités	98
5.2.2	Section efficace de diffusion dans le cas d'une plaque	99
5.2.3	Modélisation numérique de la section de diffusion et comparaison avec la littérature	102
5.3	Estimation passive de la section efficace de défaut dans une plaque réverbérante	106
5.3.1	Développement théorique	106
5.3.2	Validation numérique	110
5.4	Conclusion	114
	Conclusion générale et perspectives	115
	Annexes	118
A	Estimation théorique du terme $\langle D_{ij}(\omega) ^2 \rangle$	118
B	Développement théorique du terme $E \left[\left\langle R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega) ^2 \right\rangle \right]$	122
C	Estimation passive de la section de diffusion de défaut	128
	Références	129

1	Configuration active du système CSI. Le transducteur est en émission/réception : (a) structure sans défaut, (b) structure avec défaut.	2
2	Configuration passive du système CSI. Les transducteurs sont en écoute passive.	2
1.1	Ondes de Lamb (tirée de la thèse de O. Xeridat[28]) : (a) symétrique, (b) antisymétrique.	7
1.2	Courbes de dispersion des : (a) huit premiers modes de Lamb symétriques (ligne en pointillé) et antisymétrique (trait plain en rouge), (b) six premiers modes transverses horizontaux, pour une plaque d'aluminium d'épaisseur $2h$ (tirées de la thèse de O. Xeridat[28]).	8
1.3	Courbes de dispersion montrant la vitesse de phase (courbe bleue) et de groupe (courbe rouge en pointillé) du mode de Lamb A_0 en fonction de la fréquence, d'une plaque d'aluminium d'épaisseur : (a) $e = 3$ mm, (b) $e = 6$ mm.	11
1.4	Calcul approché du nombre de modes d'une plaque dont les bords sont appuyés[40]. Chaque couple (m, n) est associé au rectangle de coordonnées $(\frac{m\pi}{a}, \frac{n\pi}{b})$	15
1.5	Schéma illustrant la reconstruction passive de la fonction de Green par corrélation de champs acoustiques.	18
2.1	Vue schématique d'une réalisation donnée de l'expérience.	27
2.2	Géométrie de la simulation par éléments finis d'ondes de flexion dans une plaque de $50 \times 30 \times 3$ mm d'épaisseur. Les sources sont indiquées par (+) et les récepteurs par un petit disque.	30
2.3	Signal réverbérant typique enregistré sur l'un des points de réception (choisi arbitrairement) par la méthode des éléments finis. La courbe en pointillé représente la décroissance de l'enveloppe de la forme $e^{-t/\tau}$	31
2.4	Signal d'excitation : (a) un cycle d'une sinusoïde de $50 \mu s$, (b) le spectre du signal d'excitation.	32
2.5	$C_{24}(t)$ obtenue en sommant sur : 10, 20, 30, et 40 sources de bruit, respectivement.	33
2.6	$C_{38}(t)$ (courbe en pointillé) comparée à la partie causale (courbe verte) de la réponse mesurée en actif $s_{38}(t)$	34
2.7	$C_{38}(t)$ (courbe en pointillé) comparée à la partie causale (courbe rouge) de la fonction de Green et anti-causale (courbe bleue).	34
2.8	$C_{11}(t)$ (courbe en pointillé) comparée à la partie causale de la fonction de Green (courbe en rouge) et anti-causale (courbe en bleu).	35
2.9	Évolution du RNL pour six paires de récepteurs, en fonction de nombre de sources, comparé à la relation théorique $(\frac{1}{N_s}[A-1])$ (courbe noire en pointillé). La référence $C_{ij}^\infty(t)$ est prise comme la somme sur les 40 sources ($C_{ij}^{40}(t)$).	40

2.10	Rapport bruit à signal (moyenné sur 6 paires de récepteurs) en fonction de nombre de sources (courbe bleue) comparé à la relation théorique ($\frac{1}{N_s}[A-1]$) (courbe noire en pointillé).	41
2.11	Vue d'ensemble du dispositif expérimental par vibrométrie à laser.	42
2.12	Capteur piézoélectrique utilisée dans les expérimentations, de diamètre $d = 15$ mm, et d'épaisseur $e = 0,48$ mm.	43
2.13	Exemple typique d'une intercorrélacion $C_{12}(t)$, obtenue en sommant sur : 50, 150, 250, et 304 sources, respectivement.	43
2.14	Estimation du temps de décroissance de la plaque d'aluminium de $50 \times 60 \times \text{cm}^2$ et 3 mm d'épaisseur. ($\tau = 1/85 \simeq 12$ ms).	44
2.15	Rapport bruit à signal obtenu en moyennant sur toutes les paires des transducteurs (sans les autocorrélacions) en fonction du nombre de sources (courbe bleue), comparé à la théorique (courbe noire). La référence $C_{ij}^\infty(t) = C_{ij}^{304}(t)$	44
2.16	Rapport bruit à signal obtenu en moyennant sur toutes les paires des transducteurs (sans les autocorrélacions) en fonction du nombre de sources (courbe bleue), comparé à la théorique (courbe noire) en échelle semi-logarithmique. La référence $C_{ij}^\infty(t) = C_{ij}^{304}(t)$	45
3.1	Comparaison entre $\Delta C_{27}(t)$ (courbe grise) et $\Delta s_{27}(t) \otimes g(t)$ (courbe noire en pointillé).	48
3.2	Schéma illustrant la localisation de défaut dans une plaque.	49
3.3	Géométrie de la configuration numérique testée : plaque d'aluminium de $50 \times 30 \text{ cm}^2$ et 3 mm d'épaisseur. 20 sources sont réparties aléatoirement sur la surface de la plaque (+), ainsi que 8 récepteurs ponctuels (petits disques). Le défaut est placé à (0,3 , 0,1) m.	51
3.4	Résultat de localisation passive de défaut obtenu à partir de $\Delta \mathbf{s}(t)$. Le maximum d'intensité correspond à la position du défaut (0,3 , 0,1) m.	51
3.5	Résultat de localisation de défaut obtenu à partir de $\Delta \mathbf{C}(t)$ moyennée sur 20 sources de bruit. Le maximum d'intensité correspond à la position du défaut (0,3 , 0,1) m.	52
3.6	Photographie du banc de test utilisé : l'excitation est générée par ①, le champ de déplacement normal des ondes de flexion est mesuré par le réseau d'imagerie (ici 8). Les signaux mesurés sont ensuite amplifiés par ② à la réception avant d'être numérisés par la carte d'acquisition.	53
3.7	Images de localisation de défaut obtenues à partir de $\Delta \mathbf{C}(t)$ (a' , b' , c' , d'), comparées à l'imagerie active de la matrice pitch-catch $\Delta \mathbf{s}(t)$ (a, b, c ,d). Le défaut est placé à : ($a - a'$) (1,05 , 0,515) m, ($b - b'$) (1,435 , 0,544) m, ($c - c'$) (0,592 , 0,429) m et ($d - d'$) (1,463 , 0,155) m, respectivement.	55
3.8	$C_{18}(t)$ estimée à partir d'une séquence de bruit de frottement (courbe noire) comparée à la primitive de la réponse active $s_{18}(t)$ (courbe grise en pointillé).	56

3.9	Images de localisation obtenues par corrélation de bruits de frottement créé par une éponge grattante, pour des défauts placés à : (a) (0,81 , 0,595) m, (b) (1,12 , 0,57) m, (c) (0,49 , 0,31) m et (d) (0,39 , 0,635) m, respectivement.	57
3.10	Images de localisation obtenues par corrélation de bruits de frottement créé par les doigts, le défaut est placé à la position : (a) (1,12 , 0,57) m, (b) (0,486 , 0,468) m, respectivement.	57
3.11	Schéma de la configuration testée.	58
3.12	Images de localisation obtenues par corrélation de bruits acoustiques, le défaut est placé à la position : (a) (0,77 , 0,525) m et (b) (1,12 , 0,57) m, respectivement.	58
3.13	Résultats de localisation obtenus par corrélation de bruits de frottement créé par une éponge grattante : (a) un trou de 15 mm de diamètre placé à (1,025 , 0,343) m (centre du trou), (b) une inclusion massive de 8 mm de diamètre, placée à (0,58 , 0,348) m (centre de l'inclusion).	59
3.14	Images de localisation obtenues par corrélation de bruits de frottement créé par une éponge grattante : (a) une rainure de 30 mm × 1 mm × 2 mm de profondeur, située à (0,82, 0,49) m (centre de la fissure), (b) une rainure traversante de 30 mm × 1 mm × 3 mm de profondeur, située à (0,86 , 0,54) m (centre de la rainure).	60
3.15	Images de localisation par corrélation de bruits de frottement créé par une éponge grattante. Le défaut fixe (indiqué par un cercle) est placé à (1,075, 0,485) m et le défaut variable (indiqué par un carré) est placé à : (a) 1 cm, (b) 2 cm, (c) 4 cm et (d) 10 cm du premier défaut, respectivement.	61
3.16	Images de localisation par corrélation de bruits acoustiques (en décibel) : a) 6 capteurs, b) 5 capteurs, c) 4 capteurs et d) 3 capteurs, respectivement. Le défaut est placé à (1,12 , 0,57) m.	63
3.17	Courbes de dispersion d'une plaque de plexiglas de 10 mm d'épaisseur, montrant la vitesse de phase (courbe bleue) et de groupe (courbe rouge en pointillé) du mode de Lamb A0 en fonction de la fréquence.	64
3.18	Résultats de localisation de défaut obtenus à partir de $\Delta \mathbf{C}(t)$ issue de 20 sources de bruit. Le défaut est placé à la position (0,7 , 0,55) m : a) $\tau = 15$ ms et b) $\tau = 0,5$ ms.	65
3.19	$C_{18}(t)$ estimée à partir d'une séquence de bruit de frottement créé sur une petite zone (courbe noire) comparée à la primitive de la réponse active $s_{18}(t)$ (courbe grise en pointillé).	67
3.20	Images de localisation (en décibel) obtenues à partir de différentes zones de frottement. Le défaut est placé à (1,12, 0,57) m. Les zones de frottement sont indiquées par des rectangles noirs.	68

3.21	Images de localisation (en décibel) de $\Delta\mathbf{C}(t)$ obtenues par frottement. Le défaut est placé à (1,12 , 0,57) m. Les zones de frottement sans et avec défaut sont indiquées par un rectangle noir et en pointillé, respectivement. La position de défaut est indiquée par un petit cercle noir.	69
3.22	Vue schématique d'une réalisation donnée de l'expérience.	70
3.23	Description de la configuration expérimentale testée.	72
3.24	Évaluation de r en fonction de l'indice de la zone de frottement dans une plaque sans défaut.	73
3.25	Évaluation de r en fonction de l'indice de la zone de frottement dans une plaque avec défaut.	74
3.26	Distribution des valeurs singulières normalisée et moyennée sur la bande fréquentielle de : $\Delta\mathbf{s}(\omega)$ (petits disques), $\Delta\mathbf{C}(\omega)$ pour 20 sources (petits carrés) et $\Delta\mathbf{C}(\omega)$ pour 3 sources (petits losanges).	75
3.27	Résultats de localisation passive de défaut obtenus à partir de $\Delta\mathbf{C}(t)$ issue de 3 sources de bruit : (a) avant filtrage, (b) après filtrage DORT par rétro-propagation du premier vecteur propre.	77
4.1	Dispositif non-linéaire : (a) représentation mécanique du système à 3 degrés de liberté, (b) photographie du système masse-ressort. Le résonateur primaire est couplé par frottement sec au résonateur secondaire.	82
4.2	(a) Schéma du dispositif expérimental : le pot vibrant génère le champ BF primaire. 12 systèmes masse-ressort $S_1...S_{12}$ (+) sont collés à la plaque. Chaque résonateur secondaire ramène le champ primaire BF en un champ secondaire HF (interactions poutre-surface de contact), et le réinjecte à la plaque. (b) Photographie du banc de test utilisé.	84
4.3	Densité spectrale de puissance en échelle semi-logarithmique (somme sur les 8 capteurs) des 12 résonateurs ($S_1...S_{12}$) entre 5 et 30 kHz : la courbe noire représente la référence (sans résonateurs) tandis que la courbe en pointillé représente la DSP avec tous les résonateurs.	85
4.4	Image de beamforming de la source secondaire (en décibel) : le résonateur secondaire est situé à (0,595 , 0,44) m et le résonateur primaire à (0,61 , 0,485) m, respectivement. La source d'excitation du pot vibrant est un bruit blanc de [70 150] Hz.	86
4.5	Images de localisation (en décibel) obtenues avec : (a) le bruit acoustique généré par le haut-parleur et (b) les 12 résonateurs ($S_1...S_{12}$). Le défaut est mis au centre du réseau à la position (0,615 , 0,444) m.	88
4.6	Image de localisation de défaut situé à la position (0,42 , 0,38) m, obtenue avec les 12 résonateurs ($S_1...S_{12}$) en décibel.	89

4.7	Images de localisation (en décibel) obtenues avec : (a) 10 résonateurs ($S_1...S_{10}$), (b) 6 résonateurs ($S_1...S_6$), (c) 4 résonateurs ($S_1...S_4$), (d) 2 résonateurs (S_1 et S_2), (e) 1 résonateur (S_1) et (f) 0 résonateurs. Le défaut est mis à la position (0,615 , 0,444) m, la source d'excitation du pot vibrant est un bruit blanc.	90
4.8	Évaluation de l'intensité des lobes secondaires (en décibel) en fonction de nombre de résonateurs.	91
4.9	Images de localisation (en décibel) obtenues avec les 12 résonateurs, pour un défaut placé à : (a) 4 cm, (b) 10 cm, (c) 12 cm et (d) 14 cm, du réseau d'imagerie. Les positions du défaut sont (a) (0,406 , 0,367) m, (b) (0,362 , 0,327) m, (c) (0,348 , 0,314) m et (d) (0,334 , 0,30) m, respectivement. La source d'excitation du pot vibrant est un bruit blanc.	92
4.10	Images de localisation (en décibel) obtenues avec les 12 résonateurs, pour un défaut placé à (0,6 , 0,506) m et un second à : (a) (0,61 , 0,407) m, (b) (0,61 , 0,45) m, respectivement. La source d'excitation du pot vibrant est un bruit blanc.	93
4.11	Image de localisation de défaut obtenue avec les 12 résonateurs. La position du pot vibrant est fixée à (0,2 , 0,2) m pour les deux cas avec et sans défaut. Le défaut est situé à la position (0,615 , 0,444) m.	94
4.12	Description de la configuration testée : a) avec défaut, le pot vibrant est fixé à la position (0,2 , 0,2) m, b) sans défaut, le pot vibrant est déplacé à la position (0,465 ,0,635) m.	95
4.13	Image de localisation de défaut obtenue avec les 12 résonateurs. La position du pot vibrant est fixée à (0,2 , 0,2) m pour le cas avec défaut, et à (0,465 ,0,635) m pour le cas sans défaut. Le défaut est situé à la position (0,615 , 0,444) m.	96
5.1	Diffusion d'une onde incidente par une hétérogénéité rigide.	98
5.2	Diffusion d'une onde de flexion par un diffuseur cylindrique dans une plaque infinie.	100
5.3	Calcul numérique par éléments finis de la section de diffusion de défaut : (a) plaque sans défaut, (b) plaque avec défaut.	102
5.4	Géométrie du défaut testé.	103
5.5	Exemple d'un signal temporel recueilli sur un récepteur en gardant que les premiers paquets d'ondes.	104
5.6	Diagramme de diffusion ($ f(\theta, \omega) $) de défaut de diamètre $\Phi = 5$ mm et d'épaisseur 3 mm pour $f_1=5$ kHz et $f_2=20$ kHz.	104
5.7	Comparaison entre σ numérique obtenue avec le code ELMER (courbe en trait continu) et σ théorique obtenue dans les travaux de Norris et Vemula pour une inclusion rigide cylindrique (courbe en pointillé).	105
5.8	Description de la configuration testée.	106

5.9	(a) Image de localisation passive de défaut obtenue à partir de $\Delta\mathbf{C}$ issue de 30 sources. (b) Zoom sur une petite zone autour de la position de défaut. Ces images sont normalisées par rapport au maximum de l'intensité.	112
5.10	La moyenne des autocorrélations des signaux.	113
5.11	Comparaison entre la $bpf_{(x_d, y_d)}(t)$ (terme de gauche de la relation (5.35) dans le domaine temporel) calculé à partir de l'image de localisation (courbe en pointillé) et le terme de droite (dans le domaine temporel) de la relation (5.35) (courbe en trait continu), pour un défaut isotrope.	113
5.12	Comparaison entre σ numérique calculée dans la section 5.2.3 (courbe en trait continu) et σ de l'image de localisation du défaut, obtenue à partir de la relation (5.36) (courbe en pointillé), pour un défaut isotrope.	114

1.1	Valeurs de la masse volumique ρ , du module de Young E , et du coefficient de Poisson ν de l'aluminium.	12
3.1	Niveau des lobes secondaires en décibel en excluant la zone du point focal ($\lambda/2$ autour de 0 décibel)	63
3.2	Propriétés élastiques du plexiglas.	64

Introduction générale

Au cours de ces vingt dernières années, l'évaluation non destructive des matériaux dans le domaine de l'aéronautique fait état « d'avancées significatives » que ce soit en modélisation, en instrumentation (vibromètres, réseaux de capteurs...), ou en traitement du signal pour caractériser différents types de défauts comme des rainures, fissures, trous, etc. Cependant les techniques conventionnelles de contrôle non destructif (CND) nécessitent l'immobilisation de la structure à tester et donc représentent un manque à gagner significatif. Afin de répondre à ce problème, des techniques de Contrôle Santé Intégré (CSI) (Structural Health Monitoring (SHM) en anglais) ont été développées. Le CSI a pour but de surveiller en permanence l'état de santé (corrosions, chocs, fissures...) des matériaux ou des structures en cours de service. Partant de ce point de vue, les capteurs utilisés doivent être fixés ou intégrés dans la structure. Dans ce travail on s'intéresse particulièrement au contrôle de structures planes par des ondes de Lamb. La propagation de ce type d'onde est considérée comme un bon candidat pour le CSI, grâce à leur sensibilité aux défauts, leur facilité de détection par des transducteurs acoustiques ainsi que leur capacité à se propager sur de longues distances.

Les méthodes classiques de SHM et plus généralement de CSI reposent sur le principe de l'échographie (pulse-echo, pitch-catch). Ainsi, elles utilisent généralement un transducteur en émission/réception couplé à l'échantillon à inspecter (voir figure 1). Les ondes ultrasonores générées se propagent alors dans le matériau. La présence d'un défaut fait apparaître un écho sur le signal réfléchi. La distance est ainsi déduite du temps d'aller-retour entre le transducteur et le défaut. La présence de réverbérations sur les parois latérales de l'échantillon peut compliquer significativement la détection.

Certaines contraintes sont spécifiques au CSI. En effet, contrairement au CND classique, il n'est pas possible de balayer physiquement la pièce à inspecter du fait que les capteurs sont intégrés à la structure. Il faut donc utiliser des techniques de traitement du signal robustes pour extraire des informations utiles sur le défaut en utilisant un nombre limité de capteurs. Il est également important de réduire la consommation d'énergie des sources ultrasonores, d'alléger l'électronique (circuits, encombrement des capteurs, etc.), et de limiter les interactions électromagnétiques entre les câbles.

C'est pour répondre à cette dernière problématique que nous proposons dans ce tra-

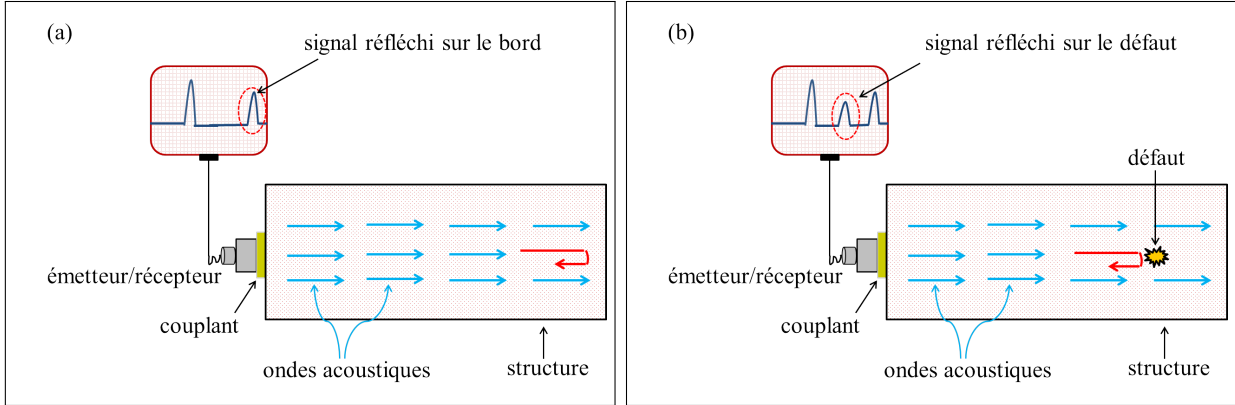


Figure 1 – Configuration active du système CSI. Le transducteur est en émission/réception : (a) structure sans défaut, (b) structure avec défaut.

vail d'utiliser le bruit ambiant afin d'« illuminer » la pièce à inspecter. En effet, lorsque le bruit est diffus, c-à-d sans position ni direction privilégiées, l'intercorrélation des champs enregistrés entre deux points du milieu converge vers la réponse impulsionnelle (c-à-d la fonction de Green) comme si l'un des deux récepteurs avait été substitué par une source transitoire (voir figure 2). Cette approche a été exploitée en sismologie dès 1970. Quelques années après, et dans le domaine ultrasonore, Lobkis et Weaver [1] ont montré que cette dernière est également valable dans les solides réverbérants. Depuis ces travaux, il s'avère que ce principe est très général et peut s'appliquer à une très grande variété de systèmes.

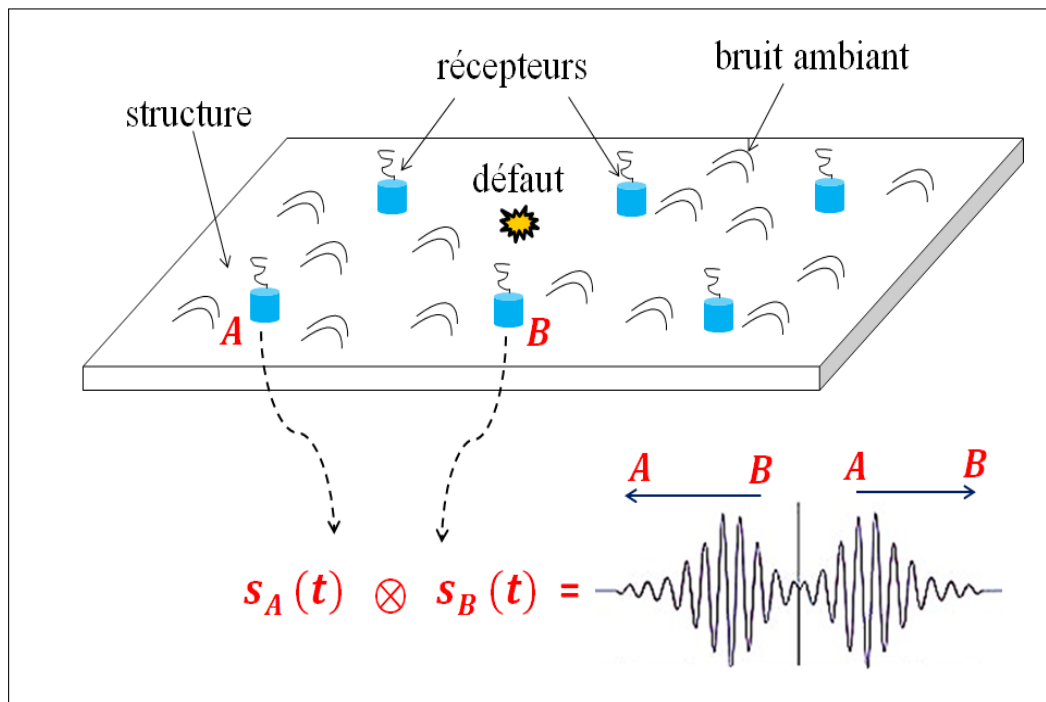


Figure 2 – Configuration passive du système CSI. Les transducteurs sont en écoute passive.

Ainsi, depuis une quinzaine d'années, le principe d'estimation des fonctions de Green

par corrélation de champs acoustiques se développe et a gagné une place importante dans différents domaines d'application comme l'acoustique sous marine, l'imagerie médicale, la sismologie, etc. En contrôle santé intégré, peu de travaux ont été publiés à ce sujet. On citera les travaux pionniers de Farrar et James [2] qui consistent à remonter à l'amortissement et aux fréquences de résonance d'un pont par corrélation des vibrations induites par la circulation du trafic automobile. Peu après, Larose et al. [3], montrent l'apport de cette approche sur l'estimation passive des courbes de dispersion d'une plaque de plexiglas par corrélation de vibrations produites par un jet d'air. En 2008 Sabra et al. [4], mettent en évidence la possibilité de détecter un défaut dans une plaque. Récemment, Sabra et al. [5] montrent la possibilité de reconstruire la fonction de Green à partir d'une version sous-échantillonnée de la fonction de corrélation temporelle en utilisant des transducteurs micro-usinés (cMUT). Ceci permet alors d'obtenir un moyen d'assouplir les exigences d'échantillonnage pour les enregistrements synchrones de bruit thermomécanique à hautes fréquences sur plusieurs récepteurs.

Le groupe de recherche TPIA (Transduction, Propagation et Imagerie Acoustique) du laboratoire IEMN (Institut d'Électronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie) a depuis une vingtaine d'années, travaillé sur différents aspects du CSI dédié en particulier à des applications aéronautiques. Notamment, on cite les travaux de Moulin et al. [6] qui confirment la faisabilité de cette approche même dans des conditions peu favorables telle qu'une distribution non uniforme des sources de bruit.

Au cours de ces travaux, nous avons établi une relation simple entre la corrélation et la fonction de Green, en fonction de paramètres facilement accessibles expérimentalement. Le but de cette thèse est donc d'étudier le potentiel que peut offrir la corrélation de champs acoustiques ambiants pour des applications de localisation et de caractérisation de défauts dans des plaques, utilisant un réseau de faible nombre de capteurs. Notons que pour une application CND aéronautique, le champ diffus peut être créé par le bruit des turboréacteurs et les couplages aéro-acoustiques, par exemple.

Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit trouve son originalité dans l'ensemble des recherches menées aux laboratoires IEMN et l'Institut Langevin. Cette thèse est financée par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) dans le cadre du projet ANR Blanc PASNI (Passive Acoustic Sensing Network and Imaging), porté par un consortium de trois laboratoires UMR CNRS : l'IEMN (Valenciennes), l'Institut Langevin (Paris) et le LaMCoS (Lyon).

Ce manuscrit est divisé en cinq chapitres. Dans le premier chapitre, après quelques généralités sur les ondes de Lamb dans les plaques minces, nous expliquons en quoi la qualité de reconstruction des fonctions de Green dépend des différents paramètres (champ diffus, nombre de sources, etc.).

Puis nous présenterons dans le deuxième chapitre les détails d'un calcul théorique qui

établit la connexion entre fonctions de Green et les corrélations estimées à partir de quelques sources réparties sur la surface d'une plaque. Nous introduisons un estimateur de la qualité de reconstruction des fonctions de Green basé sur le calcul du niveau de bruit relatif RNL (Relative Noise Level en anglais). Cette approche théorique est ensuite validée par des comparaisons avec des résultats numériques et expérimentaux. Nous déduisons enfin les paramètres clés qui participent à la bonne reconstruction des fonctions de Green.

Dans la continuité des deux premiers chapitres, la troisième partie de ce manuscrit consiste à appliquer ces résultats à la détection passive d'un défaut dans une plaque réverbérante. On montre numériquement et expérimentalement que malgré la reconstruction imparfaite des fonctions de Green, la localisation de rainures, trous, et inclusions est possible. Nous verrons qu'à travers un traitement simple, il est possible d'identifier les zones d'où provient le bruit. Enfin, on montre l'efficacité de la méthode de décomposition de l'opérateur de retournement temporel (DORT) pour diminuer la présence de lobes secondaires, en particulier lorsque le champ de bruit provient d'un faible nombre de sources.

Dans le chapitre quatre, nous proposons des sources secondaires artificielles qui permettent de convertir les vibrations ambiantes basses fréquences en hautes fréquences par des effets non-linéaires de frottement. Ces dernières présentent l'avantage d'apporter un spectre large bande nécessaire à la bonne estimation des fonctions de Green par corrélation. De plus, comme ces sources sont localisées, elles permettent une bonne estimation de la corrélation différentielle (avant et après apparition de défaut).

Dans les premiers chapitres, seule la position de défaut est détectée. Dans le chapitre 5, nous proposons une méthode pour caractériser le défaut. À cette fin, nous estimons la section efficace de diffusion de ce dernier à partir des corrélations de bruit.

Chapitre 1

Propagation réverbérante des ondes élastiques dans les plaques minces et ses applications au SHM

Sommaire

1.1	Introduction	5
1.2	Ondes élastiques ultrasonores dans les plaques minces	6
1.2.1	Ondes de Lamb	6
1.2.2	Vibration d'une plaque infinie en flexion	9
1.2.3	Plaque finie réverbérante - approche modale	13
1.3	Traitement des signaux réverbérés par corrélation de bruits	16
1.3.1	Principe et approches théoriques	16
1.3.2	Application en contrôle de santé intégré	21
1.4	Conclusion	24

1.1 Introduction

L'intérêt des méthodes de contrôle et d'évaluation non destructive des matériaux, réside dans la possibilité de déterminer la présence, l'emplacement, et la gravité des défauts (une hétérogénéité de matière, une variation locale de propriétés physiques ou chimiques, etc.) cachés dans les composants critiques d'une structure. Ces opérations constituent aujourd'hui une tâche importante dans la conception et la construction des systèmes de surveillance SHM. Bien entendu, c'est dans les domaines d'activités où le niveau de sécurité doit être élevé, que les avantages majeurs de CSI sont attendus. À ce titre, le génie civil (ponts, bâtiments, etc.), le nucléaire, la pétrochimie, et les transports (aéronautique principalement, ferroviaire, routier et maritime) constituent les sujets d'étude privilégiés.

Comme dans le milieu médical, les contrôles non destructifs emploient différentes techniques d'imagerie pour le diagnostic des structures. Parmi les méthodes les plus courantes, on peut citer l'inspection visuelle (elle permet de déceler les défauts débouchants telles

que les fissures), le ressuage (méthode de liquide pénétrant)[7, 8], les méthodes employant les rayonnements ionisants adaptées pour la détection de défauts internes, telle que la tomographie[9, 10], et enfin les méthodes magnétiques telles que les courants de Foucault[11, 12] et la magnétoscopie. Toutes ces méthodes sont adaptées pour des défauts bien spécifiques (géométrie, taille, défaut de surface ou de volume, etc.) et dans des conditions bien particulières (milieu conducteur par exemple pour la méthode magnétique). Après l'avènement des ultrasons (ondes sonores ayant des fréquences plus élevées que celles perceptibles par l'oreille humaine $f > 18$ kHz) dans les années cinquante, d'autres méthodes de contrôle exploitant les ondes acoustiques ultrasonores, sont apparues[13, 14] dont le principe ressemble à l'échographie médicale (transmission, réflexion). Grâce aux longueurs d'ondes relativement petites (~ 10 mm), ces ondes interagissent fortement avec des défauts de cette taille (trous, fissures, inclusions, etc.), et permettent d'inspecter de grands volumes grâce à leur capacité à se propager sur de grandes distances. Actuellement, cette technique d'imagerie acoustique a pris une place essentielle dans différents domaines d'application allant du domaine médical[15], maritime[16], sismique[17] au contrôle et évaluation non destructive des matériaux[18, 19, 20].

Ce chapitre introductif a pour but de rappeler quelques généralités sur la propagation des ondes de Lamb en milieux réverbérants de type « plaques ». Ensuite, on rappelle les différentes techniques exploitant la réverbération des ondes pour améliorer l'extraction des fonctions de Green. Enfin, un état de l'art dans le contrôle non destructif sera dressé afin de situer ce travail par rapport aux travaux existants en CND.

1.2 Ondes élastiques ultrasonores dans les plaques minces

1.2.1 Ondes de Lamb

Depuis plus d'une décennie, l'utilisation des ondes guidées fait l'objet d'un regain d'intérêt, notamment dans le cadre du contrôle non destructif en vue de détecter des défauts de surface ou dans l'épaisseur[21, 22, 23, 19]. Ces ondes permettent en effet, de détecter des défauts dans des structures de formes complexes grâce à leur capacité à se propager sans atténuation significative, sur de longues distances en suivant le profil des pièces à inspecter. On distingue généralement deux principaux modes de propagation d'ondes ultrasonores guidées que l'on peut générer dans les matériaux : les ondes de Rayleigh, non dispersives, se propageant en surface et les ondes de Lamb, dispersives, se propageant dans l'épaisseur. Ces deux familles d'ondes ont été découvertes principalement par Rayleigh[24] et Lamb[25]. Une analyse complète de ces ondes peut être trouvée par exemple dans Viktorov[26] ou Royer et Dieulesaint[27]. Les ondes de Lamb sont prédominantes dans le CND de structures planes. Ainsi, de nombreuses études expérimentales ont été menées pour générer et recevoir ce type d'ondes et étudier leurs interactions avec les défauts dans ces structures.

Dans le cas d'une plaque homogène, isotrope, d'épaisseur constante $e = 2h$ et de dimensions latérales infinies, les ondes de Lamb qui se propagent entraînent deux catégories de

déformations :

- les modes symétriques (S) : les composantes longitudinales du déplacement u_x sont égales de part et d'autre du plan moyen de la plaque, alors que les composantes normales u_z sont opposées (cas de la figure 1.1-(a)),
- les modes antisymétriques (A) : les composantes normales sont égales de part et d'autre du feuillet moyen de la plaque et les composantes longitudinales u_x opposées (cas de la figure 1.1-(b)).

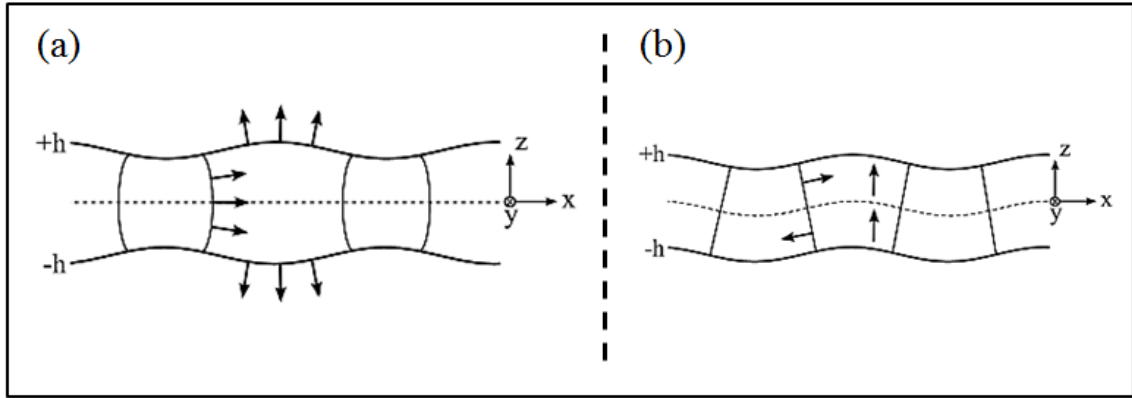


Figure 1.1 – Ondes de Lamb (tirée de la thèse de O. Xeridat[28]) : (a) symétrique, (b) antisymétrique.

Ici, le système de coordonnées (x, y) correspond au plan moyen de la plaque et la propagation se fait suivant l'axe x .

Notons qu'un autre mode de déformation peut s'ajouter aux ondes de Lamb symétriques et antisymétriques, il s'agit des ondes transversales horizontales ou TH. Ce type d'ondes se propagent à la vitesse $V_T = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ suivant x et sont polarisées suivant la direction y . Ici ρ représente la densité volumique de la plaque, et μ représente le module de cisaillement, son expression est donnée par la relation (1.1).

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (1.1)$$

où E est le module de Young et ν représente le coefficient de Poisson.

Sur la figure 1.2, sont tracées les relations de dispersion (l'évolution du produit « fréquence $\times$ épaisseur » en fonction du produit « nombre d'onde $\times$ épaisseur ») des huit premiers modes de Lamb (figure 1.2-(a)) symétriques S_n et antisymétrique A_n ¹ ainsi que la

1. L'ordre du mode n ($n \in \mathbb{N}^*$) indique le nombre de nœuds du champ de déplacement mécanique le long de l'épaisseur de la plaque lorsque le mode vibre à une fréquence proche de sa fréquence de coupure[28].

relation de dispersion pour les six premiers modes transverses horizontaux TH_n^2 (figure 1.2-(b)), calculées pour une plaque d'aluminium homogène d'épaisseur $e = 2h$, de coefficient de Poisson $\nu = 0,34$ et dans laquelle la vitesse des ondes transversales vaut $V_T = 3140$ m/s.

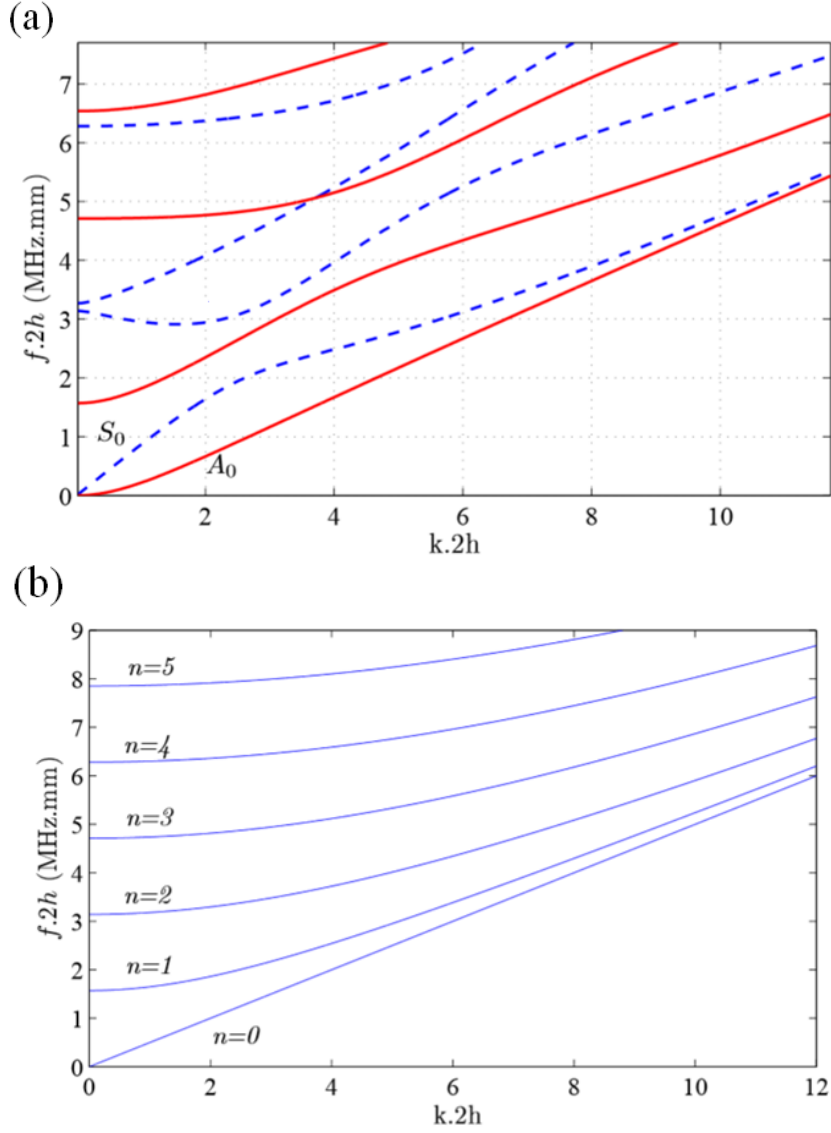


Figure 1.2 – Courbes de dispersion des : (a) huit premiers modes de Lamb symétriques (ligne en pointillé) et antisymétrique (trait plein en rouge), (b) six premiers modes transverses horizontaux, pour une plaque d'aluminium d'épaisseur $2h$ (tirées de la thèse de O. Xeridat[28]).

Comme on peut l'observer, les seuls modes sans fréquence de coupure sont en plus du mode TH_0 , les modes de Lamb fondamentaux antisymétrique A_0 et symétrique S_0 . On distingue aussi le caractère non dispersif du seul mode transverse horizontal TH_0 .

Comme nous le verrons plus tard, nos configurations numériques et expérimentales sont telles que nous nous situons dans une gamme de produits (fréquence $\times$ épaisseur) faible,

2. Les n pairs correspondent aux modes TH symétriques tandis que les n impairs concernent les modes TH antisymétriques.

pour laquelle les seuls modes propagatifs sont les deux modes de Lamb fondamentaux A0 (dit de flexion) et S0 ainsi que le mode TH0. Dans le cas expérimental, l'excitation de nos plaques est appliquée par une simple pastille piézoélectrique collée sur la surface de la plaque, d'une manière à privilégier une propagation monomodale A0. Dans le domaine de la vibroacoustique, ce mode est encore appelé mode de flexion.

Il est dès lors intéressant de rappeler les théories classiques qui permettent de modéliser le mouvement de flexion et son comportement à basse fréquence.

1.2.2 Vibration d'une plaque infinie en flexion

Au cours des travaux effectués dans ce manuscrit, nous nous sommes principalement intéressés à la propagation des ondes de flexion dans des plaques minces de formes rectangulaires, à basse fréquence (quelques dizaines de kHz). L'approximation basse fréquence correspond au cas où la longueur d'onde des ondes de flexion générées est grande devant l'épaisseur de la plaque ($\lambda > e$). Nous abordons dans cette section les principaux modèles théoriques utilisés analytiquement ou numériquement dans la modélisation de la propagation du mode de Lamb A0. Deux modèles seront alors présentés : le modèle de Kirchhoff[29] et le modèle de Mindlin[30, 31]. Ces deux derniers permettent de modéliser une plaque fine par un système à deux dimensions.

Modèle de Kirchhoff-Love

La théorie des plaques minces énoncée par Love[32] sur les hypothèses de Kirchhoff s'inspire de celle des poutres minces d'Euler-Bernoulli qui régit le comportement des poutres en flexion pure. La théorie de Kirchhoff repose sur les hypothèses suivantes[29, 33] :

- la plaque est considérée homogène et isotrope,
- la plaque est initialement plane,
- l'épaisseur de la plaque est petite devant les autres dimensions latérales (plaque mince),
- le déplacement transversal du plan moyen de la plaque (voir figure 1.2) est petit ou comparable à l'épaisseur e de la plaque,
- un segment de la plaque initialement perpendiculaire au plan moyen le reste lors de la déformation (hypothèse de Kirchhoff-Love). La déformation est en flexion pure, il n'y a pas de cisaillement transversal,
- l'effet de l'inertie de rotation est négligé. Seul le déplacement transversal ($u_z = w(x, y, t)$) est considéré.

L'équation de propagation est alors établie pour la composante normale du déplacement $u_z = w(x, y)$. Dans le cadre de l'hypothèse de Love-Kirchhoff, on peut montrer que w est

solution de l'équation de propagation suivante[34] :

$$D \Delta^2 w(x, y, t) + \rho e \left[\frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} \right] = -q(x_s, y_s, t), \quad (1.2)$$

où Δ^2 est l'opérateur bilaplacien, $q(x_s, y_s, t)$ est la composante transversale de la force exercée sur la surface de la plaque aux coordonnées (x_s, y_s) , ρ est la densité volumique, e est l'épaisseur de la plaque, et D est la rigidité de flexion de la plaque, son expression est donnée par :

$$D = \frac{E e^3}{12 (1 - \nu^2)}, \quad (1.3)$$

où E est le module de Young et ν le coefficient de Poisson.

Dans le cas d'une onde de flexion harmonique, le déplacement transversal $w(x, y, t)$ (solution de l'équation (1.2) sans le second membre) est de la forme suivante :

$$w(x, y, t) = w_0 e^{j[\omega t - (k_x x + k_y y)]}, \quad (1.4)$$

où w_0 est l'amplitude de l'onde harmonique, ω est la pulsation, k_x et k_y sont les nombres d'ondes associés aux directions (Ox) et (Oy) , liés au nombre d'onde k par la relation : $k^2 = k_x^2 + k_y^2 = \frac{\omega^2}{V_\phi^2(\omega)}$, où V_ϕ est la vitesse de phase de l'onde de flexion.

En faisant usage de la relation (1.2) (sans le terme source), on retrouve l'expression de la relation de dispersion du mode de Lamb A0 valable à basse fréquence.

$$k^4(\omega) = \frac{\rho e}{D} \omega^2. \quad (1.5)$$

La vitesse de phase V_ϕ et de groupe V_g des ondes de flexion sont alors déduites de la relation (1.5).

$$V_\phi = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\omega} \left(\frac{D}{\rho e} \right)^{\frac{1}{4}}, \quad V_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = 2 \sqrt{\omega} \left(\frac{D}{\rho e} \right)^{\frac{1}{4}}. \quad (1.6)$$

À partir de l'équation (1.6), on déduit que les ondes de flexion dans les plaques minces isotropes sont fortement dispersives, puisque leur vitesse de phase dépend de la fréquence. Afin d'illustrer ce caractère dispersif, les courbes de dispersion de vitesse de phase et de groupe pour une plaque d'aluminium d'épaisseur $e = 3$ mm et $e = 6$ mm, sont tracées en fonction de la fréquence f sur la figure 1.3, en utilisant l'équation (1.6).

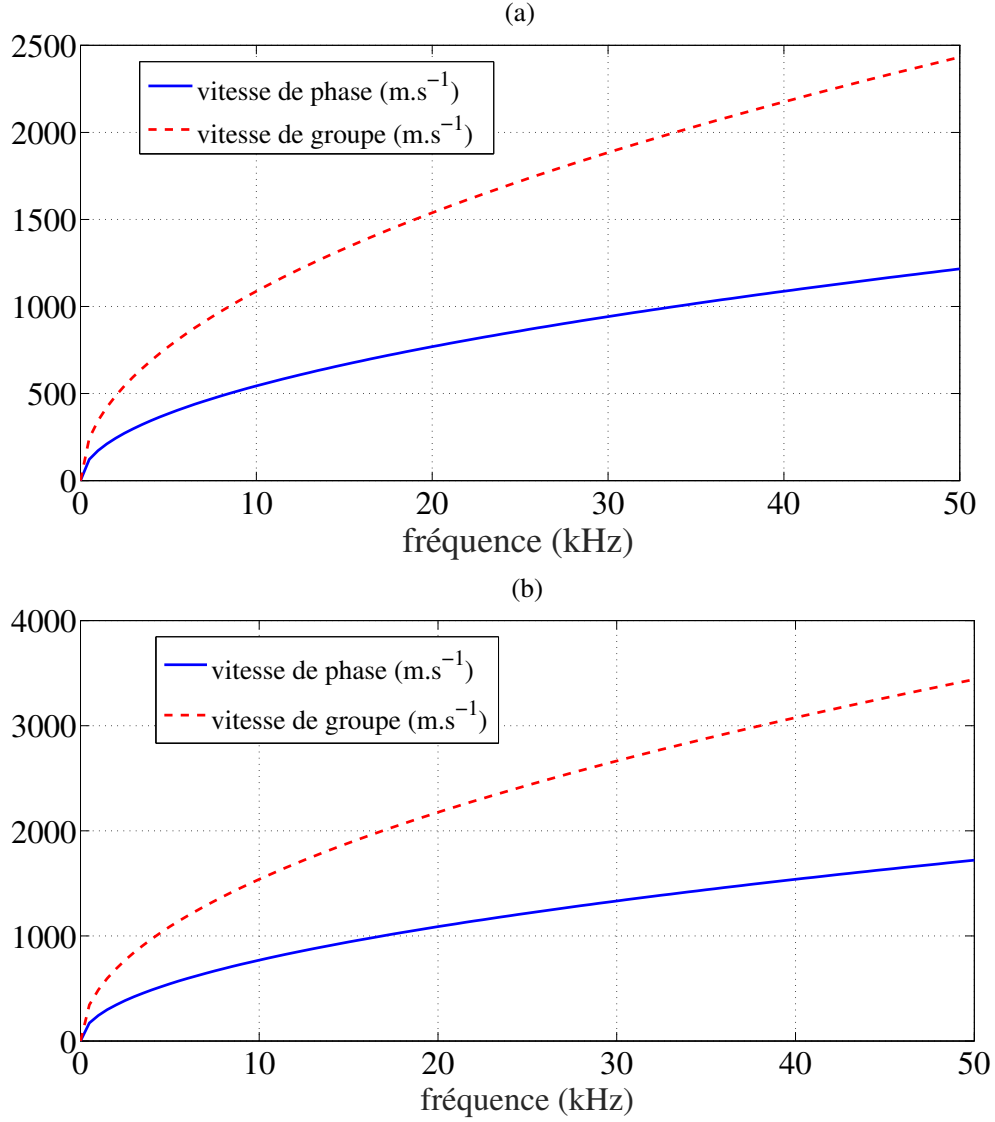


Figure 1.3 – Courbes de dispersion montrant la vitesse de phase (courbe bleue) et de groupe (courbe rouge en pointillé) du mode de Lamb A0 en fonction de la fréquence, d’une plaque d’aluminium d’épaisseur : (a) $e = 3$ mm, (b) $e = 6$ mm.

Le matériau utilisé principalement dans ce manuscrit est l’aluminium puisque cette application est dédiée au SHM aéronautique. En effet, le choix de ce type de matériau a une relation directe avec le poids quasi-total de l’avion, c’est pourquoi l’utilisation de matériaux plus légers tel que l’alliage d’aluminium 2024 T3, est très courante dans l’industrie aéronautique (fuselages, ailes, etc.). Il est alors nécessaire de rappeler les paramètres physiques de ce dernier, qui sont consignés dans le tableau 1.1.

La prise en considération de l’atténuation et de l’absorption dans l’équation (1.2) consiste à ajouter un terme équivalent à une force de dissipation dans l’équation (1.2) qui deviendrait :

$$D \Delta^2 w(x, y, t) + \rho e \left[\frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau_a} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial t} \right] = -q(x_s, y_s, t), \quad (1.7)$$

Tableau 1.1 – Valeurs de la masse volumique ρ , du module de Young E , et du coefficient de Poisson ν de l'aluminium.

Matériau	ρ ($kg.m^{-3}$)	E (GPa)	ν
Aluminium	2700	70	0,35

où τ_a modélise l'atténuation de la propagation.

La relation (1.7), permet de modéliser fidèlement les ondes de flexion à basse fréquence dans une plaque. Grâce à cette équation, le milieu de propagation 3D est assimilé à un milieu bidimensionnel et donc un gain de mémoire et de temps de calcul importants.

Modèle de Reissner-Mindlin

Pour des produits (fréquence $\times$ épaisseur) plus élevés, les hypothèses de la théorie de Kirchhoff ne sont plus valables. Il est alors nécessaire de prendre une théorie plus complète qui prend en compte les effets d'inertie de rotation et de cisaillement. On peut alors faire appel à des approximations moins restrictives, ce qui est le cas de la théorie de Reissner et de Mindlin[30, 31].

Dans le cadre de la théorie de Mindlin, les sections droites ne sont pas nécessairement perpendiculaires au plan moyen à cause de la rotation et de cisaillement transverse de la plaque. Dans ce cas, le champ de déplacement s'exprime en coordonnées cylindriques en fonction du déplacement normal $u_z = w(r, \theta)$, les rotations $u_r = -z \Pi_r(r, \theta)$ et $u_\theta = -z \Pi_\theta(r, \theta)$ autour de l'axe Or et Oz [35], où Π_r et Π_θ représentent les rotations.

Le déplacement transversal $w(r, \theta)$ se décompose en une partie propagative w_1 et une partie évanescence w_2 (liée à l'atténuation lors de la propagation). Les rotations Π_r et Π_θ , s'expriment alors en fonction de trois potentiels w_1 , w_2 et V , solutions d'une équation de Helmholtz classique. On remonte ainsi aux relations de dispersion de la théorie de Mindlin données par :

$$k_{1,2}^2 = \frac{1}{2} (k_p^2 + k_{T'}^2) \pm \sqrt{k_f^4 + \frac{1}{4} (k_p^2 + k_{T'}^2)^2}, \quad k_3^2 = \kappa^2 \frac{k_1^2 k_2^2}{k_p^2}, \quad (1.8)$$

où $k_f = k$ est le nombre d'onde de flexion du modèle de Kirchhoff défini par la relation (1.5), k_p celui de l'onde longitudinale associé au mode S0, et $k_{T'}$ correspond à celui de l'onde de cisaillement ajusté par un facteur de correction $\kappa = \frac{1}{\sqrt{12}}$ (prend en compte le fait que les déformations de cisaillement ne sont pas constantes sur l'épaisseur de la plaque[28]).

À basse fréquence ($f <$ à la fréquence de coupure du mode A1), seul le nombre d'onde k_1 est réel, associé à la propagation du mode A0, k_2 et k_3 sont quant à eux imaginaires et sont liés à des modes évanescents.

Dans le cadre de nos simulations numériques à basse fréquence, on utilisera le modèle de Reissner-Mindlin implémenté dans le code éléments finis ELMER[36], pour la modélisation du mode de flexion A0 dans des plaques minces.

1.2.3 Plaque finie réverbérante - approche modale

La méthode de décomposition modale dérive du principe suivant lequel on peut décomposer le champ acoustique complexe d'un milieu linéaire clos, en une somme pondérée de champs élémentaires, ayant chacun une forme caractéristique, appelés "mode vibratoire"[37, 38, 39]. Du point de vue physique, ces modes sont solutions de l'équation de propagation du milieu (équation (1.2) dans le cas des plaques minces, par exemple), ils peuvent donc s'exprimer comme produit d'une fonction de l'espace et d'une fonction sinusoïdale dépendante du temps. D'un point de vue mathématique, ce seront les vecteurs propres du laplacien pour les membranes ou du bilaplacien pour les plaques minces qui incluent les conditions aux limites.

Dans le cas d'une plaque mince homogène et isotrope aux conditions aux limites simplement supportée (une approche analytique couramment utilisée en vibration), de dimensions $(a \times b)$, soumise à des vibrations en flexion, la décomposition modale du déplacement normal $w(x, y, t)$ peut être écrite comme une combinaison linéaire de modes de plaque :

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e^{j\omega_{mn}t} \phi_{mn}(x, y), \quad (1.9)$$

où $\phi_{mn}(x, y)$ est le déplacement modal. Les indices m et n , sont des entiers positifs et se réfèrent au numéro du mode excité. Les modes propres $\phi_{mn}(x, y)$ satisfaisant l'équation de Love-Kirchhoff (relation (1.2)), s'écrivent de la même façon que pour une membrane rectangulaire[40, 41] :

$$\phi_{mn}(x, y) = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right). \quad (1.10)$$

Les pulsations propres ω_{mn} d'un mode (m, n) , sont liées aux caractéristiques de la plaque par l'équation suivante (par exemple le livre de M. Bruneau[40], page 388) :

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{\rho e}} \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right], \quad (1.11)$$

où D est la rigidité en flexion de la plaque (voir équation (1.3)), ρ est la densité volumique, et e est l'épaisseur de la plaque.

La méthode de décomposition modale appliquée notamment en acoustique des salles[42], offre aujourd'hui un vaste champ d'application notamment pour l'étude des milieux réverbérants. À ce stade, on peut citer les travaux de G. Ribay[43] de l'Institut Langevin

qui a adapté une approche modale pour relier la qualité de la focalisation par retournement temporel aux caractéristiques du milieu réverbérant (plaque), ou alors les travaux de H. Achdjian[41] réalisés à l'IEMN, en utilisant une approche statistique modale pour la description de la réverbération dans une plaque, il montre qu'on peut remonter à certains paramètres physiques du milieu.

— Densité modale

Pour caractériser le champ de réverbération dans une plaque, deux autres paramètres ont été introduits initialement en acoustique des salles : le temps de réverbération et la densité des réflexions ou densité modale (en fréquentiel). Le temps de réverbération, introduit par Sabine[44] et Eyring[45], constitue une grandeur fondamentale en acoustique des salles. Celui-ci est défini comme la durée requise pour que le niveau sonore diminue de 60 décibel après l'arrêt de la source principale dans le milieu. Par ailleurs, on entend par « densité modale » (ou D_m), le nombre moyen de modes par unité de fréquence dans une structure de forme quelconque. Cette dernière intervient beaucoup dans les phénomènes de couplage linéaire ou non linéaire, de rayonnement acoustique, et de la caractérisation statistique des réverbérations[43, 46, 41]. La densité modale est homogène à un temps, dans la littérature on lui donne aussi le nom de temps de Heisenberg T_H [47, 48]. Dans le cas d'une plaque réverbérante dont le temps de réverbération T_r est plus long que T_H , les modes propres de vibration sont résolus. Le temps de Heisenberg correspond à la densité de modes D_m autour de la pulsation ω . Si on définit $\delta\omega$, la distance moyenne entre deux modes propres de la plaque, alors le temps de Heisenberg est tout simplement l'inverse de cette pulsation.

$$T_H = D_m(\omega) = \frac{2\pi}{\delta\omega}. \quad (1.12)$$

Dans le cas de configuration numérique ou expérimentale, le temps de Heisenberg (appelé aussi Break Time) caractérise par exemple le temps d'enregistrement nécessaire pour pouvoir séparer deux modes lors du calcul du spectre par transformée de Fourier.

Le calcul approché de la densité modale (tel qu'il est décrit notamment par Kittel[49]), est basé sur la connaissance des pulsations propres de la plaque (équation (1.11)). Ainsi, le nombre de modes inférieurs à une pulsation ω donnée, est simplement le nombre de couples (m, n) différents vérifiant l'équation (1.13), dans une plaque rectangulaire de longueur a et de largeur b , dont les bords sont parfaitement réfléchissants.

$$\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} < \frac{\sqrt{\omega}}{\left(\frac{D}{\rho e}\right)^{1/4}}. \quad (1.13)$$

Le nombre de couples (m, n) correspond alors au nombre de points (nombre de nœuds de maillage) de plan de coordonnées $\left(\frac{m\pi}{a}, \frac{n\pi}{b}\right)$ situés à l'intérieur du quart du cercle de rayon $R = \frac{\sqrt{\omega}}{\left(\frac{D}{\rho e}\right)^{1/4}}$ (figure 1.4).

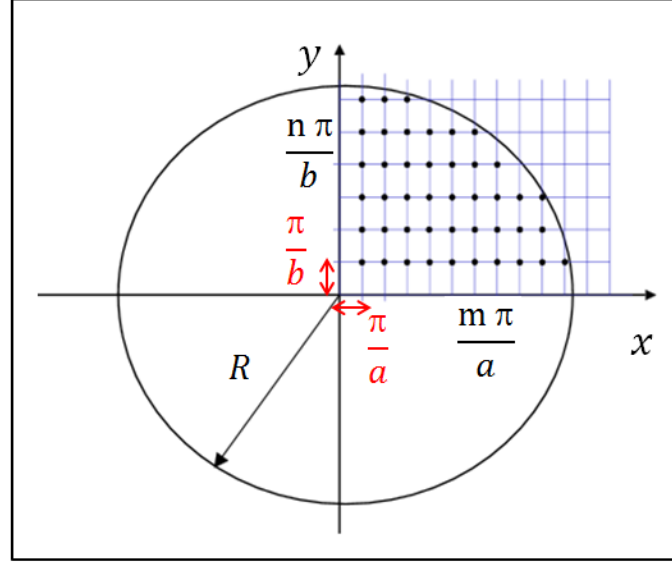


Figure 1.4 – Calcul approché du nombre de modes d’une plaque dont les bords sont appuyés[40]. Chaque couple (m, n) est associé au rectangle de coordonnées $\left(\frac{m\pi}{a}, \frac{n\pi}{b}\right)$.

Le nombre de modes $M(\omega)$ de pulsation inférieure à une pulsation ω donnée, est estimé asymptotiquement[40] en divisant l’aire du quart du cercle de rayon R par l’aire élémentaire du maillage, soit $\frac{\pi^2}{ab}$.

$$M(\omega) = \frac{R^2 \mathcal{S}}{4\pi} = \frac{\mathcal{S}}{4\pi} \left(\frac{\omega}{\sqrt{\frac{D}{\rho e}}} \right), \quad (1.14)$$

où $\mathcal{S} = a \times b$ est l’aire de la plaque.

La densité modale notée D_m est ainsi obtenue en dérivant l’équation (1.14) par rapport à ω .

$$D_m = \frac{\partial M(\omega)}{\partial \omega} = \frac{\mathcal{S}}{4\pi} \left(\sqrt{\frac{\rho e}{D}} \right). \quad (1.15)$$

Contrairement aux barres et aux membranes, la densité modale pour les plaques à appui simple, isotrope, est indépendante de la fréquence, et est indépendante de la géométrie des plaques considérées tant qu’elles ont la même aire[50, 51].

De la relation (1.14), on remarque que le nombre de modes dans la plaque est proportionnel à la fréquence. Lorsque l’atténuation τ_a augmente, la largeur de modes définie par $\frac{1}{\tau_a}$ augmente, au delà d’une fréquence appelée « fréquence de Schroeder[52] », les modes vont donc interférer les uns avec les autres d’autant plus que la fréquence est élevée. Cet aspect est généralement quantifié par la notion du recouvrement modal[53]. L’approche modale est alors mise en défaut lorsque la densité modale est importante (pour des fréquences élevées). Il n’est alors plus possible de séparer les modes et le spectre des signaux réverbérants devient

quasiment continu[53]. Il en résulte alors un champ complètement aléatoire qui peut être considéré comme diffus[53, 52] et des traitements particuliers tels que le retournement temporel ou corrélation de bruits, seront bien adaptés. C'est justement cette dernière méthode qui est utilisée dans ce manuscrit et fera l'objet de la section suivante.

1.3 Traitement des signaux réverbérés par corrélation de bruits

On a vu dans l'introduction que les méthodes d'imagerie classique (l'échographie par exemple), reposent généralement sur l'analyse des signaux réfléchis (après envoi d'une onde acoustique dans le milieu) pour aboutir à certaines propriétés du milieu (présence d'un défaut). Dans le cas d'un milieu totalement ou partiellement fermé (cas d'une plaque par exemple), à l'écho obtenu sur la cible cherchée (défaut) se superposent en général un grand nombre de signaux réfléchis aux interfaces ou sur des petites hétérogénéités (milieu diffusant). Ce phénomène, introduit par Sabine au début du 20^{ème} siècle en acoustique des salles, est appelé réverbération. De nouvelles méthodes d'imagerie ont été proposées, pour tirer partie des réverbérations. L'utilisation des corrélations croisées des signaux enregistrés par des réseaux de capteurs intégrés à la structure, en est un exemple. Une autre idée récente consiste à tirer profit des sources acoustiques naturelles (toute source non contrôlée excitant un milieu comme le vent, la pluie, le trafic routier, les travaux de rénovation, bruit aérodynamique, etc.), on parle également de « sources ambiantes », ou « sources d'opportunité ». Dans ce cas, l'intérêt des réverbérations réside dans le fait qu'elles favorisent le caractère diffus du champ acoustique, même lorsque les sources ne sont pas idéalement réparties. Nous verrons dans cette section comment l'idée d'exploiter le bruit ambiant en imagerie passive a pris forme.

1.3.1 Principe et approches théoriques

Depuis près d'un siècle, le bruit (sismique, acoustique, aérodynamique...) est considéré par les chercheurs comme des signaux aléatoires non désirés, se superposant à des signaux utiles, qu'ils cherchent donc à supprimer afin d'améliorer le rapport signal à bruit des signaux utiles. Dans les années soixante, Claerbout[54] propose une nouvelle façon d'interpréter le bruit ambiant. Il explique ainsi que la propagation du bruit acoustique dans un milieu peut être illustrée par un rayon lumineux à travers l'atmosphère, qui acquiert au cours de sa propagation suffisamment d'informations sur les objets qu'il rencontre sur son chemin (imagerie à partir de l'intensité incohérente réémise par les objets « daylight imaging »). Un exemple concret en optique est celui de la photographie où une image d'un objet peut être obtenue en exploitant la lumière ambiante rétro-diffusée par celui-ci. Cependant, des travaux théoriques montrent que le bruit a le potentiel pour l'imagerie acoustique passive en tirant partie des sources ambiantes. Dans la littérature, cette méthode repose mathématiquement sur l'estimation des fonctions de Green du milieu par corrélation de bruits.

— Fonction de Green

Par définition, on appelle fonction de Green[55, 56] « FG », la réponse impulsionnelle (ou fonction de transfert) spatiale et temporelle du milieu défini par l'équation d'onde. Dans le cas de notre étude où le milieu considéré est une plaque isotrope et homogène, la fonction de Green est solution de l'équation d'onde (1.7) avec un terme de source $\delta(\mathbf{r}) \delta(t)$ [57] :

$$D \Delta^2 G(\mathbf{r}, t) + \rho e \left[\frac{\partial^2 G(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} + \frac{1}{\tau_a} \frac{\partial G(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right] = -\delta(\mathbf{r}) \delta(t), \quad (1.16)$$

avec δ est la distribution de Dirac, et $\mathbf{r}$ est le vecteur de position.

Physiquement, elle représenterait le signal qu'enregistrerait un capteur dans un milieu donné, si la source était une impulsion $\delta(\mathbf{r}) \delta(t)$. Puisque le spectre $\delta(\mathbf{r}) \delta(t)$ contient toutes les fréquences, la fonction de Green du milieu aura donc la particularité de contenir toute l'information utile à la caractérisation de celui-ci. C'est d'ailleurs le principe qui sous-entend les méthodes d'imagerie passive. Dans le domaine fréquentiel, la fonction de Green dans le cadre de l'approximation de Kirchhoff-Love, pour l'excitation par une force normale en surface, s'écrit ainsi[41, 58] :

$$G(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{1}{D 8 k^2} \left[Y_0(k \mathbf{r}) + \frac{2}{\pi} K_0(k \mathbf{r}) + j J_0(k \mathbf{r}) \right], \quad (1.17)$$

où $k(\omega)$ est le nombre d'onde, J_0 , Y_0 sont les fonctions de Bessel de première et seconde espèce, et K_0 est la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce.

Dans les cas pratiques, le signal enregistré au niveau des capteurs contient toujours la signature acoustique de la source (signal d'excitation). Il devient alors difficile de déterminer quelle part du signal correspond respectivement à la source et au milieu. Si on connaît le signal d'excitation (bande de fréquence, amplitude), une opération de déconvolution permet de remonter à la fonction de Green du milieu (du moins dans la bande de fréquence du signal d'excitation).

— Relation entre fonction de Green et corrélation

La reconstruction de la fonction de Green par intercorrélation de champs d'onde entre deux points du milieu, est une idée récente introduite et développée parallèlement dans différents domaines de la physique théorique et expérimentale. Cette relation se traduit par le fait que sous l'hypothèse d'un champ diffus, la corrélation croisée des signaux enregistrés par deux capteurs passifs contient essentiellement la même information sur le milieu que le signal que l'on aurait acquis, si un de ces capteurs était actif (émetteur) et l'autre était passif (récepteur). Ce principe est illustré sur la figure 1.5.

Le concept de champ diffus peut être introduit selon différents points de la vibroacoustique. Par exemple, en régime établi, un champ diffus est caractérisé par un niveau

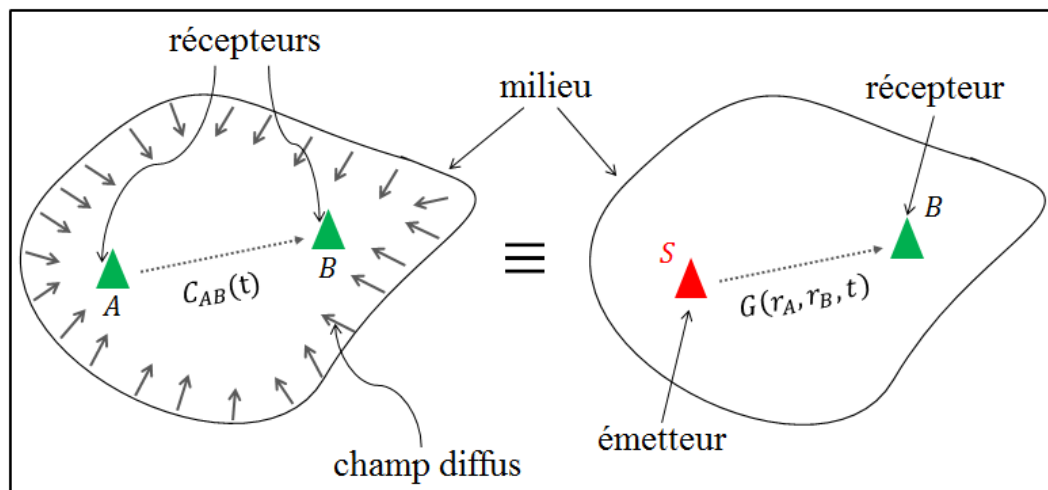


Figure 1.5 – Schéma illustrant la reconstruction passive de la fonction de Green par corrélation de champs acoustiques.

de pression acoustique uniforme spatialement. En régime transitoire, il présente une décroissance exponentielle en fonction du temps lorsque la source est éteinte. En acoustique géométrique, où les ondes sont vues comme des « rayons », un champ est diffus lorsqu'il est homogène et isotrope. Cela signifie que toutes les ondes arrivant au niveau d'un récepteur quelconque placé dans le milieu, ont les mêmes densités d'énergie (homogénéité) et aucune direction n'est privilégiée (isotropie). En terme de rayon, cela implique, qu'en chaque point du milieu, la densité des rayons est la même et le nombre de rayons incidents est le même dans chaque direction. Weaver[59], insiste sur l'aspect aléatoire en expliquant que lorsqu'un milieu clos est excité par une source, le champ acoustique peut être décomposé en une partie déterministe correspondant aux trajets directs de la source au récepteur, et une partie aléatoire constituée de réflexions multiples. Le temps de transition entre ces deux régimes est appelé « temps de mélange » t_m ou « mixing time » en anglais, défini par Polack[60]. Weaver montre alors qu'après un temps de propagation suffisamment long ($t \gg t_m$), lorsque les ondes ont été réfléchies de nombreuses fois dans le milieu considéré, le champ créé peut être considéré comme une somme d'ondes planes d'amplitudes et de phases aléatoires, provenant de manière équiprobable de toutes les directions, c'est le régime de champ diffus. D'un point de vue modale, les conditions d'établissement de ce dernier sont : une forte densité modale et une faible atténuation. Ceci implique que l'information sur tous les trajets possibles est présente dans un champ diffus, ce qui explique qu'il est possible d'extraire la fonction de Green[61]. Dans la pratique, ce champ peut être obtenu soit par une distribution particulière de sources, soit par des diffuseurs introduits dans le milieu (diffusion multiple), ou alors tout simplement par la nature réverbérante de celui-ci.

Si la méthode d'imagerie passive par corrélation de bruits est une technique récente, la relation entre corrélation et fonction de Green est en revanche très ancienne et a été abordée en électromagnétisme dans les années cinquante par Rytov[62], qui établit une simple relation algébrique entre la fonction de corrélation spatiale d'un champ électromagnétique d'origine thermique et la fonction de Green déterministe (théorème de fluctuation-dissipation[63]).

À la fin des années 50, la relation de Rytov a été redécouverte en sismologie par Aki[64] sur l'étude de la coda (dernière partie du signal sismique de longue durée) des ondes sismiques, puis par Claerbout sur l'étude de la réflectivité verticale d'un milieu stratifié[54] et d'autres[65]. Cependant, ce n'est qu'au début des années 90, qu'une première application d'imagerie passive par corrélation a été utilisée en héliosismologie par Duvall et al.,[66] pour l'imagerie du soleil. Depuis, différentes approches théoriques sont établies en différentes manières selon les conditions considérées sur la nature du champ d'onde créé (élastique, acoustique, diffus, etc.), du milieu (homogénéité, isotropie, absorption, atténuation, etc.) et des conditions aux limites (milieu ouvert ou fermé). L'objectif principal est unique et consiste à obtenir la formulation mathématique la plus simple dans les conditions que l'on se fixe.

Dans le domaine ultrasonore, Lobkis et Weaver[1] adoptent une approche modale pour exprimer le champ d'onde ultrasonore dans un milieu élastique homogène fermé. Ils démontrent que sous l'hypothèse d'une équipartition ou d'une distribution de sources décorréelées suffisante, la dérivée temporelle de la fonction d'intercorrélation entre deux points devrait être proportionnelle à la réponse impulsionnelle ou la fonction de Green du milieu.

$$\frac{\partial}{\partial t} C(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) = -\frac{\sigma^2}{4a(\mathbf{r})} [G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) - G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, -t)], \quad (1.18)$$

où $C(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t)$ est la corrélation croisée entre les deux points du milieu situés en positions $\mathbf{r}_A$ et $\mathbf{r}_B$, $\mathbf{G}$ est la fonction de Green entre ces deux mêmes points, $a(\mathbf{r})$ est un coefficient d'amortissement due à la dissipation, et σ est la puissance du bruit (lié à la source). Dans le cas où ces deux paramètres $a(\mathbf{r})$ et σ sont dépendants, on retrouve le théorème de fluctuation-dissipation de Rytov, où la source et le milieu sont dépendants, autrement dit, le bruit ambiant provient du milieu lui-même (phonons thermiques).

Cette relation (connue également en acoustique sous la dénomination d'identité de Ward) est ensuite vérifiée expérimentalement en laboratoire dans un solide réverbérant[67]. Les auteurs estiment ainsi la fonction de Green entre deux récepteurs ultrasonores en écoute passive collés à la surface du solide (bloc d'aluminium), en utilisant simplement un bruit ambiant (agitation thermique) enregistré dans la plage des fréquences allant de 100 à 900 kHz, qu'une expérience active en pitch-catch peut donner. Depuis, ces résultats pionniers ont motivé beaucoup de chercheurs dans différents domaines, différentes configurations en termes de milieu, des sources de provenance de bruit, et des fréquences.

En milieux hétérogènes (diffusants) ouverts, Derode et al.,[68] proposent une analogie de la corrélation avec le principe du retournement temporel[69] qui consiste à réémettre une onde réversible dans un milieu non dissipatif pour une focalisation spatio-temporelle d'énergie. Notons par $q(t)$ le signal d'excitation de la source S , et $s_A(t)$, $s_B(t)$ les signaux mesurés respectivement au niveau des récepteurs A et B issus de la source S , qui peuvent s'écrire ainsi :

$$s_A(t) = G(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_A, t) \otimes q(t), \quad s_B(t) = G(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_B, t) \otimes q(t). \quad (1.19)$$

L'intercorrrelation des signaux $s_A(t)$ et $s_B(t)$ peut s'écrire ainsi :

$$C(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) = s_A(-t) \otimes s_B(t) = G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_S, -t) \otimes G(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_S, t) \otimes R_b(t), \quad (1.20)$$

où $\otimes$ représente le produit de convolution, et $R_b(t) = q(t) \otimes q(-t)$.

Si le milieu de propagation est non déformable et à faible atténuation, la propagation est réciproque entre la source S et le récepteur A . Alors, quand on corrèle les fonctions de Green $G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_S, -t) \otimes G(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_S, t)$ reçues aux récepteurs A et B , le résultat est aussi égal à $G(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_A, -t) \otimes G(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_S, t)$. Imaginons maintenant qu'on réalise une expérience de retournement temporel : A émet un pulse, S enregistre la réponse impulsionnelle $G(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_A, t)$ et enfin réémettre en chronologie inverse $G(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_A, -t)$ depuis S au point de focalisation B . Le champ de focalisation ψ_{RT} obtenu au point B est simplement $G(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_A, -t) \otimes G(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_S, t) \otimes R_b(-t)$, qui est par réciprocity acoustique équivalent à l'intercorrrelation $C(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t)$ des signaux enregistrés en A et B quand S émet $R_b(t)$.

Dans le cas d'une distribution suffisante de sources autour des récepteurs, Derode et al., [70] montrent expérimentalement que la fonction de Green entre deux récepteurs ultrasonores passifs, peut être reconstruite en faisant une somme de corrélations sur N_s sources décorréelées, émettant autour de 3,1 MHz.

$$\sum_{k=1}^{N_s} G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_k, -t) \otimes G(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_k, t) \otimes f(t) = G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) + G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, -t). \quad (1.21)$$

Ils déduisent alors qu'une bonne convergence vers les fonctions de Green à partir de la fonction de corrélation peut être obtenue uniquement si on dispose d'une distribution suffisante de sources. Ils ajoutent que cette limitation (nombre important de sources) peut être compensée par la complexité du milieu (milieu diffusant), en considérant des signaux de longue durée, ce qui est le cas en sismologie où la croûte terrestre peut être assimilée à un milieu multi-diffusant. Suite aux multiples réflexions sur les diffuseurs, les signaux sismiques prennent l'apparence d'un signal dont l'amplitude suit une distribution aléatoire, mais restent liés de façon déterministe aux propriétés du milieu et donc sensibles au plus petit changement dans celui-ci (vitesse, température, etc.). L'exploitation de l'information (amplitude ou phase) portée par la coda, a été abordée par Snieder [71], où il propose une technique passive dite « interférométrie de coda » ou CWI (Coda Wave Interferometry), dont le principe repose sur la comparaison d'amplitude ou de phase entre l'état avant et après perturbation, en calculant les coefficients de corrélation (relation 7 de l'article [71]), et elle est très utilisée dans le suivi temporel des activités des séismes et des volcans.

L'approche de corrélation de bruit a été ensuite généralisée pour le cas avec atténuation où les sources sont aléatoirement réparties sur la surface et également à l'intérieur du volume, par Snieder [72] et Gouédard [73]. Pour les milieux absorbants, Snieder [74] et Roux [75] utilisent le théorème de la phase stationnaire pour déterminer les zones où les sources de bruit vont contribuer de manière constructive à la fonction de Green (appelées « zones de Fresnel »). Stehly et al., [76] montrent qu'en présence d'un grand nombre de sources ou

des sources plus énergétiques au voisinage du couple de récepteurs, une asymétrie peut être observée, reflétant un flux d'énergie se propageant dans une direction privilégiée. Ainsi, en étudiant la symétrie des fonctions de corrélation estimées entre plusieurs paires de récepteurs, on peut mesurer la direction principale du flux d'énergie à travers le réseau de capteurs. Les approches théoriques développées récemment en géophysique sur la corrélation de bruits sont résumées dans le tutoriel de Wapenaar[77]. Aujourd'hui cette technique est utilisée à plusieurs échelles comme l'acoustique sous-marine où on peut citer le papier de Sabra [78] qui valide cette approche avec une instrumentation immergée dans l'océan pacifique écoutant le bruit de poissons migrateurs émettant dans la bande [350-700] Hz, le domaine médical[79], en optique[80], et également à l'échelle micro-onde, où on peut citer le travail de M. Davy et al.,[81] de l'Institut Langevin qui montrent qu'une estimation de la fonction de Green peut être obtenue par corrélation des radiations thermiques dans une cavité réverbérante. Il est donc bien entendu que pour une application donnée, la caractérisation passive d'un milieu dépend des propriétés du bruit ambiant (puissance, fréquence, répartition spatiale des sources, etc.).

Bien que l'utilisation de ces techniques d'imagerie soit désormais relativement courante en géophysique, elles ne sont pas si couramment utilisées en caractérisation des milieux solides (notamment la recherche de défauts) et en contrôle non destructif (CND). Comme nous le verrons dans la section suivante, peu de travaux sont effectués à ce sujet.

1.3.2 Application en contrôle de santé intégré

L'utilisation des méthodes de corrélation de bruits ambiants dans le domaine du contrôle santé intégré répond aux problématiques rencontrées dans les techniques traditionnelles (pulse-echo, pitch-catch), notamment pour limiter les besoins en énergie. En termes d'apports, l'imagerie passive ne nécessite pas un ajout d'énergie supplémentaire à celle présente dans le milieu (bruit ambiant). Les avantages sont alors conséquents, notamment pour des applications aéronautiques, où les systèmes embarqués doivent être les plus basse consommation et légers possibles. De plus, le contrôle se fait d'une manière non invasive sans endommager le milieu. Ce dernier point est très important dans le domaine du contrôle santé intégré, où l'inspection classique (en actif) de défauts impose à l'expérimentateur la mise hors service de la structure. Par ailleurs, lorsque le contrôle se fait par les sources ambiantes, la structure peut rester dans un mode fonctionnel et la surveillance peut se faire en continu en adaptant une instrumentation en surface ou en volume (réseau de quelques capteurs intégrés à la structure, en écoute passive), c'est le principe du CSI passif.

En contrôle non destructif des matériaux, notamment dans les domaines des transports (ferroviaire, aéronautique, pétrolier) et de l'ingénierie civile, les sources de bruit acoustique sont nombreuses (moteurs, bruits aérodynamiques, contacts roue-rail, etc.). Ceci rend alors compatible la méthode de caractérisation et suivi structurel (détection d'endommagements) avec une solution de type corrélation de bruits. En ingénierie civile, C.R. Farrar et G. H. James [2], montrent expérimentalement sur un pont (pont I-40 au-dessus de Rio Grande aux Etats-Unis) qu'une estimation de la réponse impulsionnelle peut être obtenue par cor-

rélation des vibrations induites par la circulation du trafic automobile et piétons sur le pont. Ils étudient ainsi les fonctions de Green reconstruites pour identifier les modes étroitement espacés (pics de résonances) du pont et leur amortissement associé. L'analyse de l'amplitude de ces modes constitue un indicateur sur la présence de défauts dans le pont, cependant cela n'identifie pas où se situent les dégradations. Cremona[82], reprend les travaux de Farrar et James sur les ponts et montre la possibilité de localiser des défauts contrôlés (réversibles) en comparant l'énergie des modes de vibration dans le cas sans et avec défaut. Peu après, Snieder[83], propose une extension de cette application mais cette fois-ci pour la surveillance des immeubles, en corrélant les vibrations induites par les secousses des séismes.

Une application potentielle sur l'extraction passive des ondes de Lamb a été proposée par K. Sabra et al.,[4] et A. Duroux et al.,[84]. L'estimation de la fonction de Green a été obtenue par corrélation des champs de vitesse créé dans une plaque d'aluminium d'épaisseur comparable aux panneaux de voilure aéronautiques, par un ensemble de sources contrôlées émettant entre 4-100 kHz, en adaptant une instrumentation laser. Il a été montré en particulier, l'influence des caractéristiques des sources de bruit (positions dans la plaque, nombre de sources, le spectre des sources et la durée des signaux) sur la qualité des fonctions de Green reconstruites. Ils montrent aussi la possibilité de détecter des défauts en comparant aux fonctions de Green reconstruites dans le cas d'une plaque saine (sans défaut). Dans le même ordre d'idée, E. Larose et al.,[3] reprend les travaux de Sabra, en remplaçant les sources contrôlées par un bruit ambiant (jet d'air) dans une plaque de plexiglas. Une méthode de détection et de localisation de défauts millimétriques par interférométrie de coda a été également proposée par E. Larose et al.,[85] dans le béton.

Dans les systèmes d'éoliennes, récemment, J. D. Tippmann et al.,[86] appliquent cette approche à la surveillance d'éventuels défauts dans les turbines à vent. Les fonctions de Green sont alors estimées entre deux capteurs passifs, en corrélant le bruit créé sur les lames en fonctionnement. Les auteurs observent une asymétrie des fonctions de Green causales et anti-causales due aux non-linéarités introduites par les défauts. Une autre application récente a été proposée par V. Rémy et al.,[87] sur la localisation passive par réseau de capteurs, appliquée à la surveillance de géométrie des structures. La méthode repose sur l'estimation passive des temps de propagation inter-capteurs, en utilisant la corrélation de codas des sources ambiantes incontrôlées dans un milieu de propagation acoustique homogène (poutres d'acier).

Au niveau de l'IEMN, cette thématique a été abordée depuis quelques années pour des applications SHM dédiées au domaine des transports, essentiellement tournées à la détection et l'imagerie passive de défauts dans des milieux réverbérants. Les différents travaux effectués ont été réalisés en particulier, sur des plaques, des tubes ou des rails. Un des objectifs est le développement de réseaux de capteurs CSI à basse consommation, purement passif.

Dans les plaques minces réverbérantes E. Moulin[6] et N. Abou Leyla[88] montrent que la détection d'un défaut dans une plaque est possible en dépit d'une distribution non uniforme des sources de bruit sur la plaque. L'influence d'un défaut sur la fonction de corrélation a été étudiée théoriquement en comparant le rapport d'énergie entre la variation de corrélation des signaux reçus sur deux capteurs à l'apparition d'un défaut et la corrélation des signaux enregistrés pour une plaque saine[89]. Cette approche est ensuite testée sur les tubes, où on peut citer les travaux de S. Djili et al.,[90]. Dans ces travaux, la fonction de Green est estimée par corrélation de l'écoulement d'eau dans un tube d'acier, entre deux capteurs passifs. La reproductibilité de la fonction d'intercorrélation et sa sensibilité à la présence d'un défaut ont été vérifiées pour plusieurs fréquences entre 200 Hz et 35 kHz. H. Achdjian[41], montre dans ses travaux de thèse (soutenue récemment) qu'une estimation passive de l'énergie injectée par les sources ambiantes dans le milieu peut être obtenue par corrélation des signaux enregistrés entre deux capteurs passifs. Enfin, un ensemble de résultats prometteurs sur la détection passive de défauts dans les rails ont été obtenus dans le cadre de travaux de thèse de L. Sadoudi[91]. Pour un résumé de ces travaux, l'auteur peut consulter le papier de J. Assaad[92].

Dans tous les travaux décrits sommairement notamment pour le CSI des milieux réverbérants, la littérature ne montre pas une relation simple entre la corrélation et la fonction de Green, en fonction de paramètres facilement accessible expérimentalement. De plus, les travaux existants sur la détection passive de défauts (notamment les travaux de Abou-Leyla[88], Moulin[6]) ne permettent pas de localiser ni d'imager le milieu réverbérant. Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit trouve son originalité dans ce contexte. Comme nous le verrons dans les chapitres suivants, des approches de ce type peuvent être mises en œuvre pour la caractérisation et la localisation de défauts dans des structures solides où la réverbération acoustique est significative.

1.4 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre quelques rappels sur la propagation des ondes élastiques dans les plaques minces. Pour cela on a rappelé premièrement, les deux théories fondamentales souvent utilisées dans les plaques minces infinies que sont le modèle de Kirchhoff et le modèle de Mindlin. Ensuite on a vu que dans le cas d'un milieu fermé (plaque, par exemple) les réverbérations issues de multiples réflexions sur les parois peuvent engendrer un champ diffus dans le milieu. Dans ces conditions, on a rappelé que la corrélation de bruits constitue un bon candidat pour l'estimation des fonctions de Green du milieu. La littérature dans différents domaines notamment en géophysique, abonde de résultats très convaincants obtenus grâce à ces approches. En revanche, l'exemple de Lobkis et Weaver a permis d'illustrer clairement, que cette reconstruction est très sensible vis-à-vis du nombre de sources de bruit nécessaires pour converger au mieux vers la fonction de Green ainsi que la durée des signaux temporels à considérer dans les corrélations. L'application de cette approche en SHM a également été abordée, et les études menées sur ce sujet confirment la problématique du champ diffus (hypothèse rarement vérifiée dans la pratique) vis-à-vis de la qualité des fonctions de Green reconstruites.

Nous proposons dans la suite de cette thèse de reprendre et adapter cette idée générale pour la localisation et l'imagerie de défauts dans les plaques réverbérantes à partir de l'approche de corrélation de bruits. À la différence de ce qui existe sur cette technique notamment en SHM, nous proposons une approche matricielle basée sur l'estimation des matrices de corrélations d'un réseau de plusieurs capteurs opérant en écoute passive. L'application des algorithmes d'imagerie tel que le Beamforming ou migration de Kirchhoff en sismologie, en prenant en compte la dispersion du mode de Lamb A0, permet de localiser des défauts structurels allant d'une simple hétérogénéité (aimant, trou) jusqu'à une rainure ou une inclusion. Les résultats obtenus sont ensuite comparés à des essais réalisés en configuration active par pitch-catch.

Chapitre 2

Estimation passive des fonctions de Green dans une plaque mince réverbérante

Sommaire

2.1	Introduction	25
2.2	Reconstruction des fonctions de Green à partir d'un nombre fini de sources	26
2.2.1	Généralités	26
2.2.2	Développement théorique : formulation mathématique	26
2.2.3	Résultats numériques	30
2.3	Qualité de reconstruction des fonctions de Green	35
2.3.1	Description statistique	35
2.3.2	Estimation quantitative	37
2.3.3	Résultats numériques	39
2.3.4	Résultats expérimentaux	40
2.4	Conclusion	45

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, le milieu réverbérant considéré est une plaque mince de géométrie essentiellement rectangulaire, homogène et isotrope afin de faciliter les calculs. Ce travail est effectué pour des produits (fréquence $\times$ épaisseur) très faibles pour lesquels il n'existe que les deux modes fondamentaux de Lamb (A0 et S0) ainsi que le mode TH0. L'excitation de nos plaques est contrôlée par un capteur piézoélectrique collée sur la surface (cas expérimental) ou une force normale à la surface (cas numérique). Ainsi, le seul mode de Lamb qui va nous intéresser est le premier mode antisymétrique A0.

Dans la première partie de ce chapitre, on s'intéresse à l'extraction des fonctions de Green entre deux capteurs par corrélation des champs acoustiques enregistrés en ces derniers. Tout d'abord, un calcul théorique a été développé en supposant un nombre fini de sources (N_s). Dans ce cas, la convergence vers la fonction de Green est obtenue en sommant

les différentes corrélations estimées sur N_s sources.

Dans la deuxième partie nous nous intéresserons à un modèle qui prédit les caractéristiques de la fonction de corrélation vis-à-vis du nombre de sources utilisées. Par analogie avec les travaux de Weaver et Lobki[93], la qualité de reconstruction des fonctions de Green est évaluée théoriquement par le calcul du niveau de bruit relatif en fonction de nombre de sources exploitées dans le processus de reconstruction.

2.2 Reconstruction des fonctions de Green à partir d'un nombre fini de sources

2.2.1 Généralités

On rappelle que le but de ce travail comme déjà évoqué précédemment, est de substituer le contrôle actif nécessitant l'utilisation d'une source contrôlée (type piézoélectrique), par un contrôle passif exploitant le champ réverbérant présent dans la structure, en utilisant des récepteurs en écoute passive. Afin de simuler un bruit ambiant, on a opté pour des sources large bande réparties aléatoirement sur la surface d'une plaque. Cette dernière peut représenter une structure aéronautique par exemple.

Le calcul théorique développé dans ce manuscrit tient compte de l'atténuation des ondes de Lamb dans la plaque, nous pourrions ainsi observer si les résultats de cette étude dépendent d'un matériau donné.

Plusieurs travaux théoriques et expérimentaux montrent que la convergence des fonctions de corrélation vers la fonction de Green dépend essentiellement de deux hypothèses qui sont un champ diffus et des sources décorréelées. Comme déjà évoqué plus haut dans la section 1.3.1, le champ diffus peut être établi après un grand nombre de réflexions. L'hypothèse de sources décorréelées quant à elle, nécessite que les sources de bruit soient séparées spatialement.

Dans le cadre de cette étude, on suppose que le bruit provient des sources distinctes possédant les mêmes propriétés statistiques (en terme d'énergie par exemple). On verra dans le paragraphe suivant la simplification des calculs que peut apporter cette hypothèse.

2.2.2 Développement théorique : formulation mathématique

Nous allons ici expliquer la reconstruction de la fonction de Green par corrélation des sources de bruit. Ainsi, nous essayerons de répondre au fur et à mesure aux questions suivantes : quelles sont les lois physiques qui font converger la corrélation temporelle $C(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t)$ vers la fonction de Green $G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, t) - G(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, -t)$? et de quels paramètres dépend finalement cette convergence ?

Considérons une plaque de dimensions finies dont l'épaisseur e est inférieure à ses autres dimensions caractéristiques (voir figure 2.1). Par définition, les sources de bruit ne peuvent être contrôlées. Néanmoins, il est possible de considérer un bruit provenant d'un nombre fini de sources $S_k (k = 1 \dots N_s)$ aléatoirement distribuées dans la plaque et émettant simultanément des bruits décorrélés $q_k(t)$, de même densité spectrale d'énergie $R_b(\omega)$.

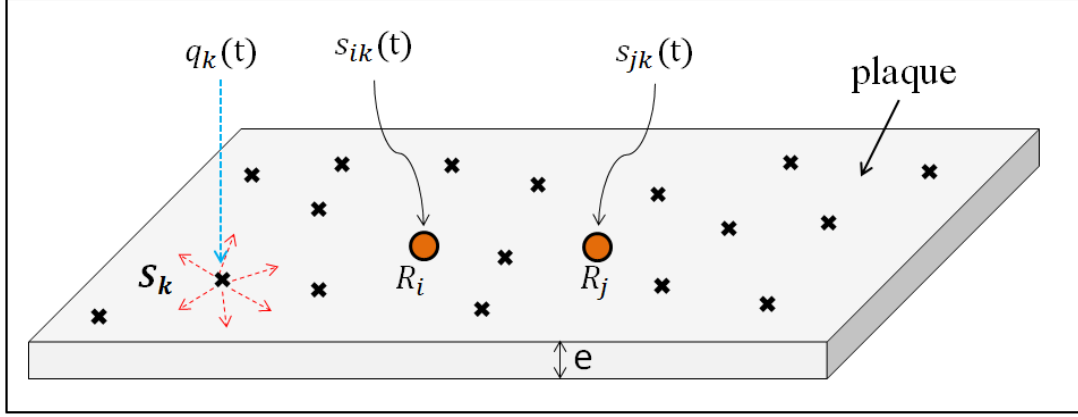


Figure 2.1 – Vue schématique d'une réalisation donnée de l'expérience.

On considère dans cette étude le cas de deux récepteurs R_i et R_j . On note par $s_{ik}(t)$ et $s_{jk}(t)$, les réponses enregistrées aux récepteurs R_i et R_j , respectivement, lorsque la source S_k émet $q_k(t)$.

Pour une source donnée, le signal reçu sur le récepteur R_i (resp. R_j), peut s'écrire ainsi :

$$s_{ik}(t) = G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k, t) \otimes q_k(t). \quad (2.1)$$

Maintenant, pour N_s sources émettant simultanément, le signal enregistré sur le capteur R_i (ou R_j) serait la somme de tous les signaux provenant des différentes sources.

$$s_i(t) = \sum_{k=1}^{N_s} s_{ik}(t). \quad (2.2)$$

Dans ce cas, l'intercorrélation des champs enregistrés en R_i et R_j serait

$$\begin{aligned} C_{ijN_s}(t) &= s_i(-t) \otimes s_j(t), \\ &= \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{k'=1}^{N_s} R_{s_{ik}, s_{jk'}}(t), \end{aligned} \quad (2.3)$$

avec

$$\begin{aligned} R_{s_{ik}, s_{jk'}}(t) &= s_{ik}(-t) \otimes s_{jk'}(t), \\ &= G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k, -t) \otimes G(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_{k'}, t) \otimes q_k(-t) \otimes q_{k'}(t). \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.2. RECONSTRUCTION DES FONCTIONS DE GREEN À PARTIR D'UN NOMBRE FINI DE SOURCES

Puisque on fait l'hypothèse de sources décorréées, alors $q_k(-t) \otimes q_{k'}(t)$ convergera à $\delta_{kk'} R_b(t)$, où $\delta_{kk'}$ est le delta de Kronecker qui est égal à 1 si $k = k'$ et zéro sinon, et $R_b(t)$ est l'autocorrélation du bruit. La relation (2.3) peut alors être réécrite ainsi :

$$\begin{aligned} C_{ijN_s}(t) &= \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{k'=1}^{N_s} G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k, -t) \otimes G(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_{k'}, t) \otimes \delta_{kk'} R_b(t), \\ &= \sum_{k=1}^{N_s} G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k, -t) \otimes G(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k, t) \otimes R_b(t), \\ &= \sum_{k=1}^{N_s} R_{s_{ik}, s_{jk}}(t). \end{aligned} \quad (2.5)$$

La transformée de Fourier de la fonction d'intercorrélacion temporelle donnée par l'équation (2.5) peut être écrite ainsi :

$$C_{ijN_s}(\omega) = \sum_{k=1}^{N_s} G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) G^*(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) R_b(\omega). \quad (2.6)$$

Pour les milieux finis à faible atténuation, G.Barton[94] montre que les fonctions de Green peuvent être décomposées selon les modes propres du milieu (voir section 1.2.3 du chapitre 1).

Notons par $\phi_n(\mathbf{r})$, le mode propre de la plaque correspondant à la pulsation naturelle ω_n . L'expression de $G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega)$ peut être alors écrite sous la forme suivante :

$$G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = \frac{1}{\rho_s} \sum_n \frac{\phi_n(\mathbf{r}_i) \phi_n(\mathbf{r}_j)}{(\omega^2 - \omega_n^2) - \frac{j\omega}{\tau_a}}, \quad (2.7)$$

avec $\tau_a = \tau/2$ un terme d'atténuation lié à la réverbération, et τ est la constante de temps caractéristique de la décroissance exponentielle des signaux réverbérés (voir section 2.2.3).

La partie imaginaire de $G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega)$ est donnée par :

$$Im G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = \frac{\omega}{\rho_s \tau_a} \sum_n \frac{\phi_n(\mathbf{r}_i) \phi_n(\mathbf{r}_j)}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau_a^2}}. \quad (2.8)$$

En remplaçant l'équation (2.7) dans l'équation (2.6), on peut écrire :

$$C_{ijN_s}(\omega) = 2j Im G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) F(\omega) + N_{ijN_s}(\omega). \quad (2.9)$$

Le terme $F(\omega)$ est donné par

$$F(\omega) = \frac{R_b(\omega) N_s \tau_a}{2j \omega \rho_s \mathcal{S}}, \quad (2.10)$$

où ρ_s est le produit de la densité volumique par l'épaisseur de la plaque, et $\mathcal{S}$ est l'aire de la plaque.

L'équation (2.9) montre que la partie imaginaire de la fonction de Green est contenue dans la fonction de corrélation. Ainsi, il est possible de reconstruire en partie la fonction de

Green de la plaque de manière passive.

On déduit donc que la reconstruction des fonctions de Green dépend de plusieurs paramètres tels que : les propriétés géométriques du milieu (aire de la plaque et son épaisseur) ; les propriétés physiques (densité volumique) ; de l'atténuation du mode fondamental de Lamb (A0) (caractéristique liée à la réverbération dans la plaque) ; et du nombre de sources de bruit (nombre de réalisations) sur lequel sont estimées les fonctions de corrélation temporelles.

Le terme $N_{ijN_s}(\omega)$ représente physiquement toutes les contributions incohérentes des résidus de reconstruction de la fonction de Green, son expression est donnée par[95] :

$$N_{ijN_s}(\omega) = \left(\sum_{n \neq n', k} \frac{\phi_n(\mathbf{r}_i)\phi_n(\mathbf{r}_k)\phi_{n'}(\mathbf{r}_j)\phi_{n'}(\mathbf{r}_k)}{[(\omega^2 - \omega_n^2) - j\frac{\omega}{\tau_a}][(\omega^2 - \omega_{n'}^2) + j\frac{\omega}{\tau_a}]} + \sum_{n=n'} \frac{\delta\phi_n^2\phi_n(\mathbf{r}_i)\phi_n(\mathbf{r}_j)}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau_a^2}} \right) \frac{R_b(\omega)}{\rho_s^2}, \quad (2.11)$$

avec $\delta\phi_n^2 = \frac{1}{N_S} \sum_k |\phi_n(\mathbf{r}_k)|^2 - \frac{1}{S}$.

Selon les résultats obtenus précédemment, la fonction de corrélation temporelle est donc tout simplement la transformée de Fourier inverse de l'équation (2.9) :

$$C_{ijN_s}(t) = [G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, t) - G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, -t)] \otimes f(t) + n_{ijN_s}(t), \quad (2.12)$$

où $\otimes$ est le symbole de convolution, $n_{ijN_s}(t)$ est la transformée de Fourier inverse de $N_{ijN_s}(\omega)$ et

$$f(t) = \frac{N_S \tau_a}{2 \mathcal{S} \rho_s} \int_{-\infty}^t R_b(\tau) d\tau. \quad (2.13)$$

Notons que l'expression précédente peut être écrite aussi en fonction de $s_{ij}(t)$ et de la fonction de corrélation. En effet, comme

$$s_{ij}(t) = G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, t) \otimes q_j(t), \quad (2.14)$$

il vient

$$C_{ijN_s}(t) = [s_{ij}(t) - s_{ij}(-t)] \otimes g(t) + n_{ijN_s}(t), \quad (2.15)$$

avec

$$g(t) = \frac{N_S \tau_a}{2 \mathcal{S} \rho e} \int_{-\infty}^t q_k(-\tau) d\tau, \quad (2.16)$$

où τ_a est le temps d'atténuation, $\mathcal{S}$ est l'aire de la plaque, ρ est la densité volumique, et e est l'épaisseur de la plaque.

Quand les sources de bruit sont suffisamment large bande et que les récepteurs R_i et R_j sont espacés d'une distance $\Delta r > \frac{V_\phi}{BP}$ (par exemple dans un milieu dispersif, V_ϕ représente la vitesse de phase à la fréquence maximale de la bande passante BP), les parties causale $s_{ij}(t) \otimes g(t)$ et anti-causale $s_{ij}(-t) \otimes g(-t)$ ne se chevauchent pas. Dans ce cas, les temps

positifs de la fonction d'intercorrélation peuvent être interprétés comme la réponse que l'on reçoit sur le récepteur R_j quand l'autre récepteur R_i émet $e(t)$, et vice versa (par réciprocity acoustique).

Cependant, comme le bruit est créé par un nombre fini de sources, le terme additif $n_{ijN_s}(t)$ dégrade l'extraction de la fonction de Green. En effet, ce terme convergerait vers zéro dans le cas où l'on disposerait d'un nombre important de sources de bruit uniformément distribuées sur la surface de la plaque. Dans ce cas, on retrouverait le résultat de Weaver et Lobkis[96].

2.2.3 Résultats numériques

Dans ce paragraphe, la reconstruction des réponses impulsionnelles (fonctions de Green) est étudiée numériquement sur une plaque réverbérante et pour un ensemble de sources de bande passante de quelques kHz.

Un code de simulation aux éléments finis ELMER[36] est utilisé pour simuler la propagation des ondes acoustiques dans une plaque d'aluminium de dimensions $0,5 \times 0,3 \text{ m}^2$ et 3 mm d'épaisseur, de propriétés physiques $\rho = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$, $\nu = 0,35$, et $E = 70 \text{ GPa}$. Sur la figure 2.2, est montrée la configuration testée.

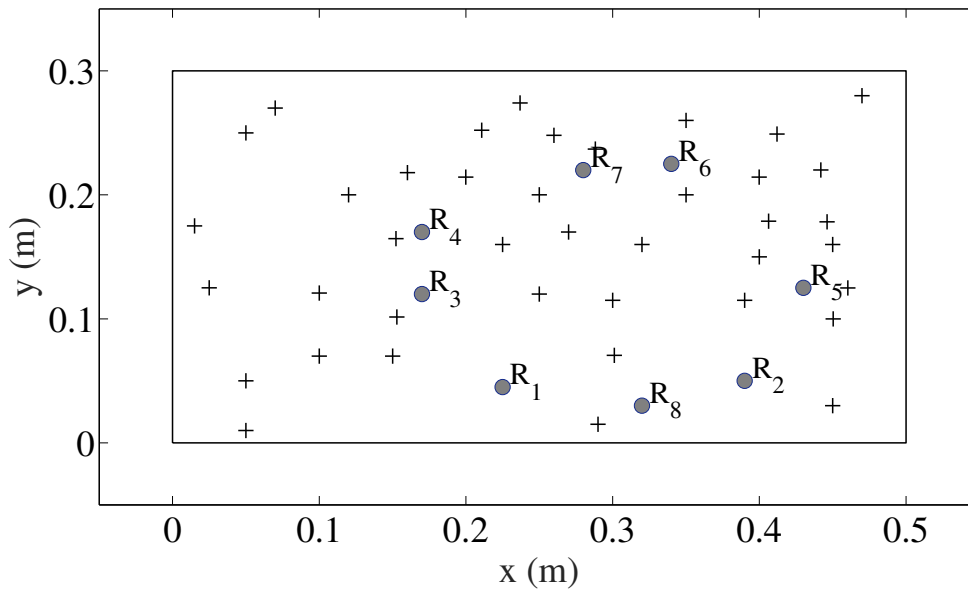


Figure 2.2 – Géométrie de la simulation par éléments finis d'ondes de flexion dans une plaque de $50 \times 30 \times 3 \text{ mm}$ d'épaisseur. Les sources sont indiquées par (+) et les récepteurs par un petit disque.

Ce code utilise le modèle de plaque de Reissner-Mindlin décrit précédemment (section 1.2.2) et seul le mode de flexion (équivalent à A0 dans la bande de fréquence considérée)

est simulé. L'atténuation n'étant pas prise en compte dans ce code, on la simulera artificiellement en multipliant en post-traitement les signaux par une exponentielle décroissante ($e^{-t/\tau}$). Un signal typique de la réponse vibratoire issue de la simulation par éléments finis (après introduction de l'atténuation) est représenté sur la figure 2.3.

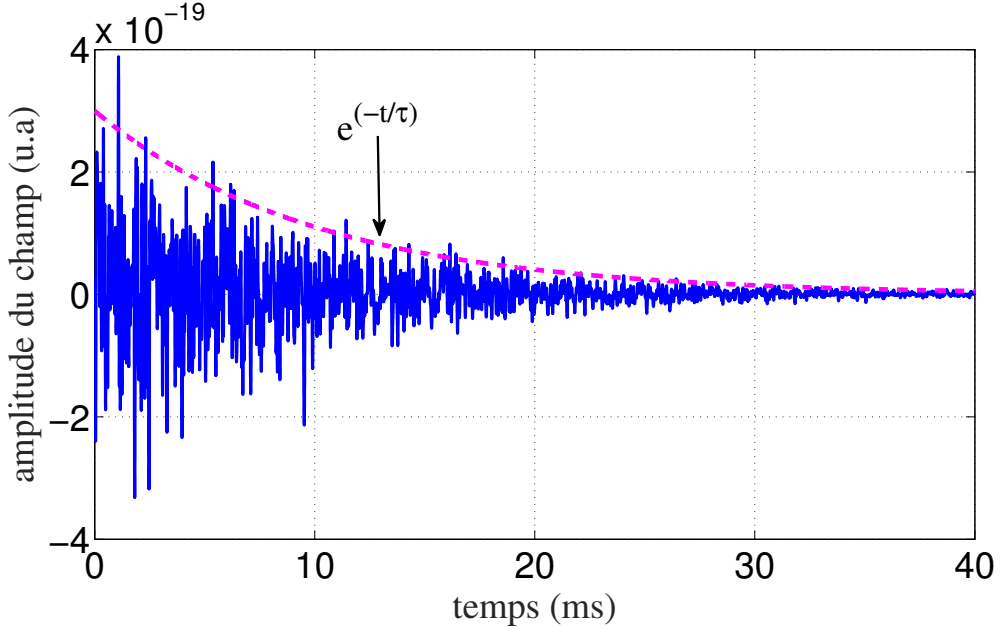


Figure 2.3 – Signal réverbérant typique enregistré sur l'un des points de réception (choisi arbitrairement) par la méthode des éléments finis. La courbe en pointillé représente la décroissance de l'enveloppe de la forme $e^{-t/\tau}$.

Pour les besoins de la simulation, les sources considérées $q(t)$ sont impulsionnelles de forme sinusoïdale pondérée par une fenêtre rectangulaire (de durée T), de spectre égal à $\sqrt{R_b(\omega)}$ (voir figure 2.4), plutôt qu'un bruit continu.

$$q(t) = \sin(2\pi f_c t) \cap \left(\frac{t}{T}\right), \quad (2.17)$$

où la fréquence centrale f_c est de 20 kHz.

Une simulation est effectuée pour chaque position de source, puis on somme après calcul des corrélations. De cette façon, on simule une situation similaire à celle de sources de bruit décorréliées (équation (2.5)).

Le pas d'échantillonnage temporel est de $2 \mu\text{s}$. Le temps d'enregistrement est de 40 ms. Le temps de Heisenberg (densité modale) T_H pour cette plaque est de l'ordre de 16 ms. Le pas de discrétisation spatiale est de 5 mm, ce qui correspond à peu près à un dixième de la longueur d'onde centrale. Les positions des sources sont aléatoirement réparties sur la surface de la plaque, tandis que les positions des récepteurs sont arbitraires mais connues (voir figure 2.2). Dans la configuration testée, on a simulé 40 sources de bruit, ainsi que 8 récepteurs. Toutefois, pour gagner du temps on utilise la réciprocité acoustique, dont l'idée

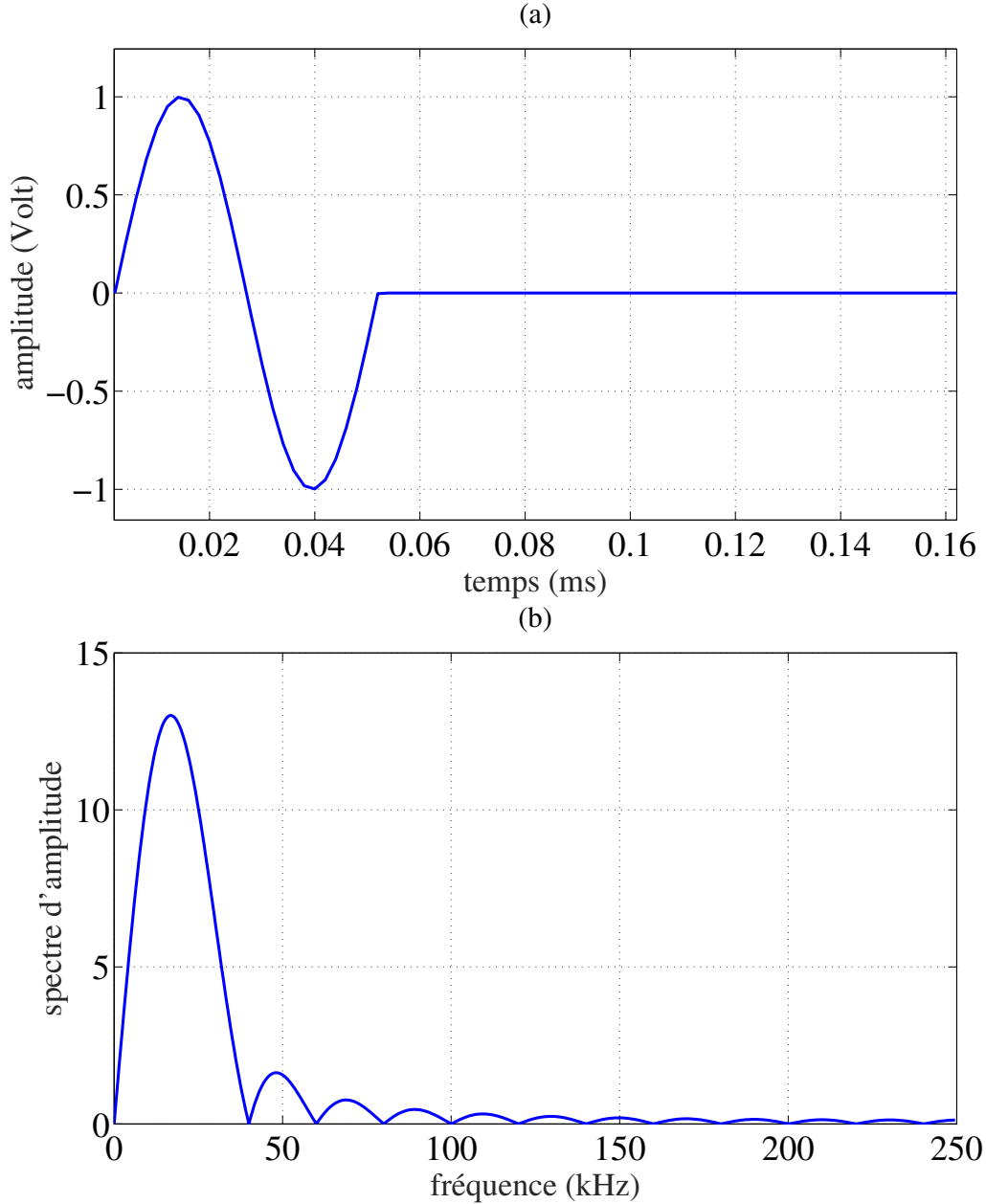


Figure 2.4 – Signal d'excitation : (a) un cycle d'une sinusoïde de $50 \mu s$, (b) le spectre du signal d'excitation.

est de pouvoir intervertir le rôle de la source (l'excitation) et du récepteur et de se ramener à huit calculs au lieu de quarante. Les signaux obtenus sont ensuite multipliés par une exponentielle décroissante en temps ($e^{-t/\tau}$) pour simuler l'atténuation dans le milieu (ici $\tau = 10$ ms ce qui correspond à une valeur observée expérimentalement).

À partir des huit calculs, on construit $N_R \times N_R$ réponses, notées par $s_{ij}(t)$ (cas actif), et $C_{ij}(t)$ (cas passif). Un exemple typique d'une intercorrélation obtenue après sommation sur les 40 sources, est présenté sur la figure 2.5.

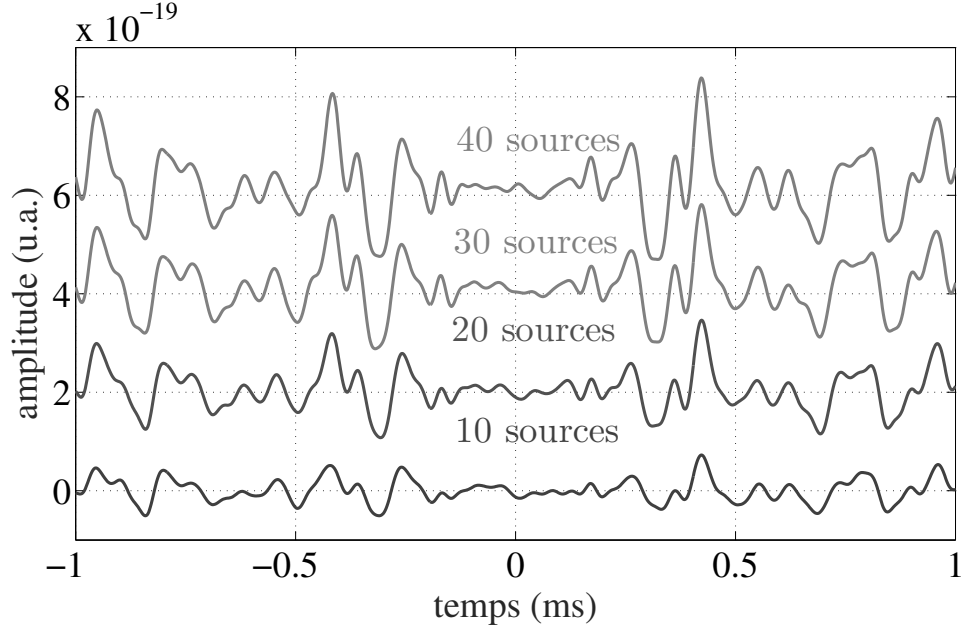


Figure 2.5 – $C_{24}(t)$ obtenue en sommant sur : 10, 20, 30, et 40 sources de bruit, respectivement.

Une symétrie est observée par rapport au temps zéro de corrélation quand on a beaucoup de sources. Cette dernière vient du premier terme de l'équation (2.15). Le terme $n_{ijN_s}(t)$ étant quant à lui non symétrique, la symétrie de la fonction de corrélation observée constitue un bon indicateur pour vérifier la qualité de l'estimation des fonctions de Green.

Un outil de contrôle consiste à comparer $C_{ij}(t)$ aux signaux mesurés en actif (pitch-catch) $s_{ij}(t)$. Sur la figure 2.6, est montrée une réponse typique $s_{38}(t)$, comparée à la partie causale et anti-causale de la fonction de corrélation temporelle $C_{38}(t)$ estimée sur 40 sources de bruit et mesurée entre les récepteurs R_3 et R_8 .

Comme on peut l'observer sur la figure 2.6, les deux courbes présentent une différence importante en amplitude et en phase. Cela s'explique par le fait que la fonction d'intercorrélation $C_{38}(t)$ ne converge pas vers $s_{38}(t)$ mais $s_{38}(t) \otimes g(t)$ comme le confirme la figure 2.7.

Comme on peut l'observer sur la figure 2.7, on peut séparer les parties causale et anti-causale si les récepteurs sont suffisamment éloignés. Dans le cas contraire, les deux parties se chevauchent. Pour confirmer cette interprétation, on a tracé un exemple d'une autocorrélation $C_{11}(t)$ comparée à $s_{11}(t) \otimes g(t)$ (voir figure 2.8).

Comme on peut l'observer sur la figure 2.8, la fonction de Green est correctement reconstruite. Les légères différences sont liées au terme parasite $n_{ijN_s}(t)$ qui dépend du nombre de sources de bruit. En $t = 0$ s, les deux parties causale et anti-causale interfèrent. Ceci est dû

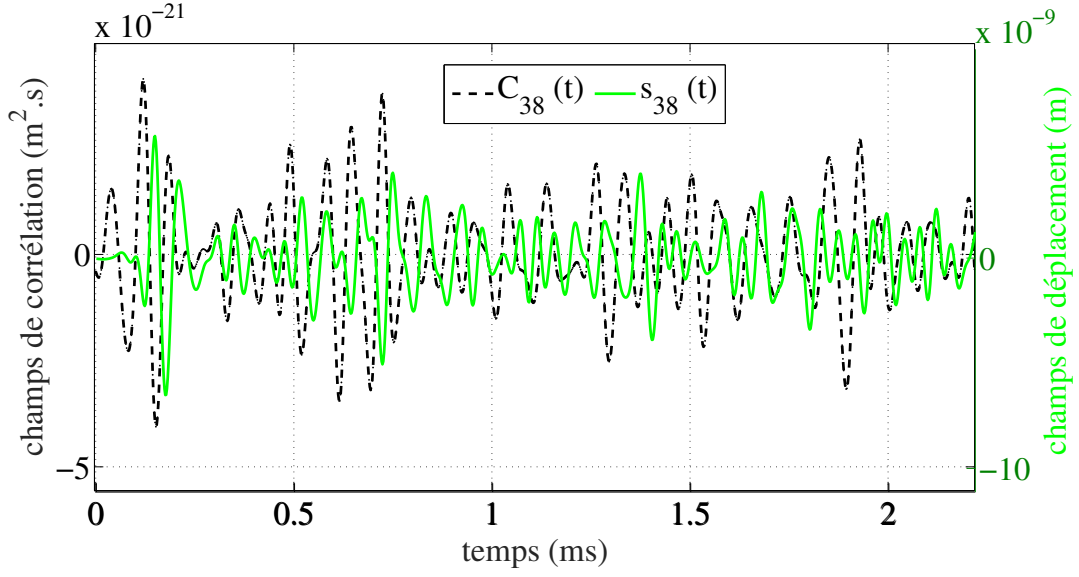


Figure 2.6 – $C_{38}(t)$ (courbe en pointillé) comparée à la partie causale (courbe verte) de la réponse mesurée en actif $s_{38}(t)$.

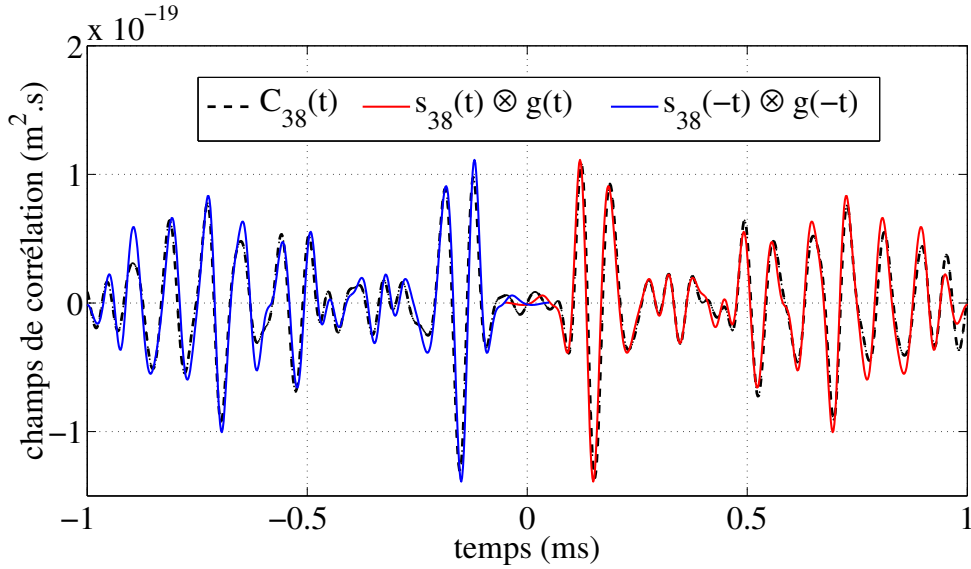


Figure 2.7 – $C_{38}(t)$ (courbe en pointillé) comparée à la partie causale (courbe rouge) de la fonction de Green et anti-causale (courbe bleue).

au fait qu'on reconstruit une fonction de Green purement imaginaire¹ à l'origine (la partie réelle est nulle), ce qui explique un facteur 2 par rapport à $s_{11}(t) \otimes g(t)$.

Ces résultats viennent donc confirmer et valider la théorie. Dans le paragraphe suivant, on propose un critère d'évaluation de la qualité des fonctions de Green reconstruites par le moyen du niveau de bruit relatif (RNL).

1. Pour une plaque infinie, la fonction de Green entre un point et lui-même est donnée par : $-\frac{j}{8Dk^2(\omega)}$.

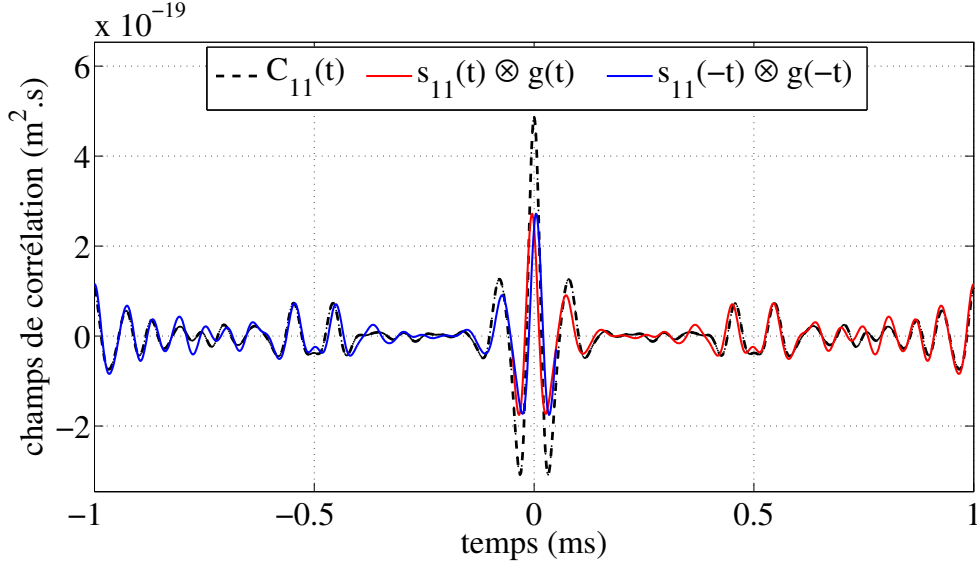


Figure 2.8 – $C_{11}(t)$ (courbe en pointillé) comparée à la partie causale de la fonction de Green (courbe en rouge) et anti-causale (courbe en bleu).

2.3 Qualité de reconstruction des fonctions de Green

Comme déjà vu précédemment, la qualité de reconstruction des fonctions de Green dépend du nombre de sources de bruit sur lequel sont estimées les fonctions de corrélation temporelles.

Peu de recherches se sont intéressées à ce sujet. Dans [93], Weaver et Lobkis étudient les paramètres statistiques (moyenne, variance) des fonctions de corrélation pour prédire le comportement moyen des corrélations temporelles vis-à-vis des fonctions de Green reconstruites dans des solides réverbérants (bloc d'aluminium). Ils proposent ainsi une approche statistique pour prédire le taux de convergence des fonctions de corrélation vers les fonctions de Green pour ces milieux.

Ici, on propose d'étudier cette évolution par une approche statistique basée sur le calcul d'un simple niveau de bruit relatif RNL (Relative Noise Level en anglais) pour une plaque.

2.3.1 Description statistique

Par commodité, l'équation (2.12) peut être écrite sous la forme suivante :

$$C_{ijN_s}(t) = N_s D_{ij}(t) + n_{ijN_s}(t), \quad (2.18)$$

où

$$D_{ij}(t) = \frac{\tau_a}{2\mathcal{S}\rho h} [G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, t) - G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, -t)] \otimes \int_{-\infty}^t R_b(\tau) d\tau. \quad (2.19)$$

L'erreur de reconstruction sur une réalisation de C_{ijN_s} peut être quantifiée par le rapport

suivant, noté " $rnl|_{N_s}$ " pour « Relative Noise Ratio ».

$$rnl|_{N_s} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (C_{ijN_s}(t) - C_{ij}^{\infty}(t))^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} (C_{ij}^{\infty}(t))^2 dt}. \quad (2.20)$$

Physiquement parlant, ce paramètre représente un rapport d'énergie entre les résidus de reconstruction n_{ijN_s} et les fonctions de Green.

C_{ij}^{∞} est supposée être la corrélation temporelle estimée sur une infinité de sources, ce qui est dans le cas idéal rien d'autre que $N_s D_{ij}$.

Il est particulièrement intéressant d'étudier le RNL par le moyen d'une espérance mathématique spatiale sur toutes les combinaisons possibles des sources. Cela revient donc à trouver un comportement moyen en fonction de N_s .

On définit donc $RNL(N_s)$ comme la valeur moyenne spatiale de $rnl|_{N_s}$, sur les tous les ensembles possibles de N_s sources :

$$RNL(N_s) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} E[(C_{ijN_s}(t) - N_s D_{ij}(t))^2] dt}{\int_{-\infty}^{\infty} N_s^2 D_{ij}^2(t) dt}, \quad (2.21)$$

où $E[.]$ est la moyenne d'ensemble.

Comme déjà évoqué plus haut, la moyenne du terme n_{ijN_s} sur un nombre infini de sources réparties sur la plaque est nulle. L'espérance mathématique (moyenne spatiale sur tous les ensembles possibles de N_s sources) de $C_{ijN_s}(t)$ est tout simplement la partie déterministe de l'équation (2.18), qui est $N_s D_{ij}(t)$.

On reconnaît ainsi un terme de variance de $C_{ijN_s}(t)$ dans le numérateur de l'équation (2.21) qui est égal à $E[C_{ijN_s}^2(t)] - E[C_{ijN_s}(t)]^2$. Donc, en injectant l'équation (2.5) dans l'équation (2.21), on obtient :

$$RNL(N_s) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left(E \left[\left(\sum_{k=1}^{N_s} R_{s_{ik}, s_{jk}}(t) \right)^2 \right] - E \left[\sum_{k=1}^{N_s} R_{s_{ik}, s_{jk}}(t) \right]^2 \right) dt}{N_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} D_{ij}^2(t) dt}. \quad (2.22)$$

De même, la moyenne spatiale de $\sum_{k=1}^{N_s} R_{s_{ik}, s_{jk}}(t)$ est donnée par $N_s D_{ij}(t)$. Dans ce cas, l'équation (2.22) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$RNL(N_s) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \left(E \left[\left(\sum_{k=1}^{N_s} R_{s_{ik}, s_{jk}}(t) \right)^2 \right] - N_s^2 D_{ij}^2(t) \right) dt}{N_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} D_{ij}^2(t) dt}. \quad (2.23)$$

En développant le carré de l'équation (2.23) on peut alors écrire :

$$RNL(N_s) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{N_s} E \left[R_{s_{ik}, s_{jk}}^2(t) \right] dt}{N_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} D_{ij}^2(t) dt} + \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{k \neq l}^{N_s} E \left[R_{s_{ik}, s_{jk}}(t) R_{s_{il}, s_{jl}}(t) \right] dt}{N_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} D_{ij}^2(t) dt} - 1. \quad (2.24)$$

Dans le cadre de cette étude, on suppose que les sources sont aléatoirement réparties sur la surface de la plaque et suffisamment distantes (pas spatial $> \lambda$). Sous cette hypothèse $R_{s_{ik}, s_{jk}}(t)$ et $R_{s_{il}, s_{jl}}(t)$ sont considérés indépendants pour $k \neq l$ et $E \left[R_{s_{ik}, s_{jk}}(t) R_{s_{il}, s_{jl}}(t) \right] = E \left[R_{s_{ik}, s_{jk}}(t) \right]^2 = D_{ij}^2(t)$, l'équation (2.24) peut être donc réécrite ainsi :

$$RNL(N_s) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} N_s E \left[R_{s_{ik}, s_{jk}}^2(t) \right] dt}{N_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} D_{ij}^2(t) dt} + \frac{\int_{-\infty}^{\infty} N_s (N_s - 1) D_{ij}^2(t) dt}{N_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} D_{ij}^2(t) dt} - 1. \quad (2.25)$$

Finalement, l'expression du RNL peut s'écrire ainsi :

$$RNL(N_s) = \frac{1}{N_s} (A - 1), \quad (2.26)$$

avec

$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} E \left[R_{s_{ik}, s_{jk}}^2(t) \right] dt}{\int_{-\infty}^{\infty} D_{ij}^2(t) dt}. \quad (2.27)$$

L'équation (2.26), montre que le niveau de bruit relatif suit une loi en $1/N_s$.

Pour aller plus loin, il est intéressant d'estimer le terme A . Cette étude fera l'objet de la section suivante.

2.3.2 Estimation quantitative

Que ce soit en domaine temporel ou fréquentiel, l'égalité de Parseval stipule une conservation d'énergie, alors l'équation (2.27) peut être écrite en domaine fréquentiel sous la forme suivante :

$$A = \frac{\int_{bf} E \left[|R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right] d\omega}{\int_{bf} |D_{ij}(\omega)|^2 d\omega}, \quad (2.28)$$

où $R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)$ est la transformée de Fourier de $R_{s_{ik}, s_{jk}}(t)$ et bf est la bande fréquentielle considérée.

Nous souhaitons ici estimer un comportement moyen indépendant des positions d'un couple de récepteurs particulier. On introduit donc une autre moyenne spatiale sur les positions des récepteurs (notée par $\langle \cdot \rangle$). L'expression de l'équation (2.28) sera donc remplacée par l'expression suivante :

$$A = \frac{\int_{bf} \left\langle E \left[|R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right] \right\rangle d\omega}{\int_{bf} \left\langle |D_{ij}(\omega)|^2 \right\rangle d\omega}. \quad (2.29)$$

L'expression du terme $\langle |D_{ij}(\omega)|^2 \rangle$ est donnée en détails dans l'annexe A. Ici, on donne juste son expression finale.

$$\langle |D_{ij}(\omega)|^2 \rangle \simeq \frac{|R_b(\omega)|^2}{\omega^4} \frac{d_0 \pi \tau_a^3}{4 \rho_s^4 \mathcal{S}^4}. \quad (2.30)$$

Comme on a vu au chapitre 1, la densité modale pour les plaques est indépendante de la fréquence, $d_0 = D_m(\omega_n)$, son expression est donnée par l'équation (1.15).

De même, on déduit l'expression du terme $E \left[\left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle \right]$. Les détails de ce calcul sont présentés dans l'annexe B. Pour une plaque de forme rectangulaire, elle est donnée par :

$$E \left[\left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle \right] = \frac{|R_b(\omega)|^2}{\omega^4} \frac{1}{16 \rho_s^4 \mathcal{S}^4} [9 d_0 \pi \tau_a^3 + 4 \pi^2 d_0^2 \tau_a^2]. \quad (2.31)$$

On peut obtenir également le résultat du RNL en considérant une plaque de forme chaotique définie par l'état où les ondes multiples réfléchies atteindront au bout d'un temps donné n'importe quel point dans le milieu sans aucune direction privilégiée avec des phases et des amplitudes aléatoires (exemple du billard chaotique[97]). Dans ce cas, il est montré que les modes propres de la plaque peuvent être représentés par des variables aléatoires gaussiennes (théorème de la limite centrale), ce qui permet d'écrire $E[\phi^4] = 3E[\phi^2]$, où ϕ est une variable aléatoire gaussienne (mode propre). On montre alors que l'expression du terme $E \left[\left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle \right]$ peut s'écrire sous ce forme (voir annexe B) :

$$E \left[\left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle \right] = \frac{|R_b(\omega)|^2}{\omega^4} \frac{1}{4 \rho_s^4 \mathcal{S}^4} [3 d_0 \pi \tau_a^3 + \pi^2 d_0^2 \tau_a^2]. \quad (2.32)$$

De l'équation (2.30), et l'équation (2.31), on déduit donc l'expression finale du paramètre A pour une plaque rectangulaire, et de l'équation (2.32) pour une plaque de forme chaotique, en remplaçant par l'expression de la densité modale d_0 .

$$A = \begin{cases} \frac{9}{4} + \frac{\mathcal{S}}{4 \tau_a} \sqrt{\frac{\rho_s}{D}} & \text{(plaque de forme rectangulaire),} \\ 3 + \frac{\mathcal{S}}{4 \tau_a} \sqrt{\frac{\rho_s}{D}} & \text{(plaque de forme chaotique).} \end{cases} \quad (2.33)$$

Comme on peut l'observer, le paramètre A est indépendant de la fréquence et dépend uniquement des paramètres structuraux de la plaque. Sa valeur est très importante pour quantifier la qualité de reconstruction des fonctions de Green.

L'expression finale du niveau de bruit relatif est ainsi déduite à partir de l'équation (2.33) :

$$RNL(N_s) = \begin{cases} \frac{1}{N_s} \left(\frac{5}{4} + \frac{\mathcal{S}}{4\tau_a} \sqrt{\frac{\rho_s}{D}} \right) & \text{(plaque de forme rectangulaire),} \\ \frac{1}{N_s} \left(2 + \frac{\mathcal{S}}{4\tau_a} \sqrt{\frac{\rho_s}{D}} \right) & \text{(plaque de forme chaotique).} \end{cases} \quad (2.34)$$

À partir de la relation (2.34), on tire 3 conclusions intéressantes sur les conditions de reconstruction des fonctions de Green. En particulier, l'erreur de reconstruction diminue lorsque :

1. le nombre de sources de bruit N_s augmente ;
2. le temps d'atténuation τ_a augmente ;
3. l'aire de la plaque diminue (et donc le libre parcours moyen diminue).

Ces résultats sont cohérents avec les travaux existants dans la littérature dans d'autres cas de figure par exemple les milieux multi-diffusants (Larose et al.,[98]).

2.3.3 Résultats numériques

Pour valider le calcul du RNL, on a appliqué ce modèle théorique sur les résultats de la simulation numérique décrite au paragraphe 2.2.3 pour 8 récepteurs, 40 sources de bruit, et un temps caractéristique d'atténuation $\tau_a = 0,01$ s (cette valeur est de l'ordre de celle observée expérimentalement sur ce type de plaques). Pour remarquer la faible dépendance du RNL vis-à-vis des positions des récepteurs, on a tracé le RNL pour six paires de récepteurs sur la figure 2.9. La référence $C_{ij}^\infty(t)$ est estimée sur 40 sources.

Les différents résultats obtenus confirment la faible influence des positions des capteurs sur le RNL et sont en bon accord avec la théorie (voir équation (2.34)). La différence observée entre la courbe théorique et la courbe numérique est due au fait que le RNL est estimé sur une seule réalisation (pour un couple particulier de récepteurs). Pour confirmer ce résultat, on a tracé de nouveau le RNL moyenné sur les six paires de récepteurs (voir figure 2.10). La référence $C_{ij}^\infty(t)$ est estimée à partir des 40 sources de bruit.

Comme on peut l'observer sur la figure 2.10, le résultat obtenu est en excellent accord avec la théorie. Pour des valeurs faibles de nombre de sources $N_s < 5$, le terme parasite n_{ijN_s} est dominant, ce qui fait que la fonction de Green est noyée dans les résidus de reconstruction. Enfin, du fait qu'on prend la référence $C_{ij}^\infty(t)$ comme la somme sur les 40 sources

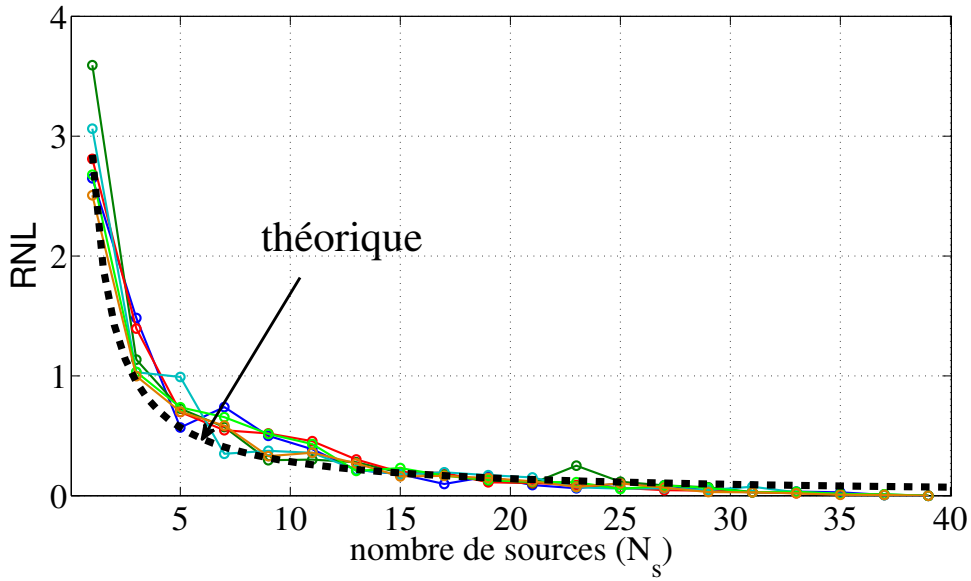


Figure 2.9 – Évolution du RNL pour six paires de récepteurs, en fonction de nombre de sources, comparé à la relation théorique ($\frac{1}{N_s}[A - 1]$) (courbe noire en pointillé). La référence $C_{ij}^\infty(t)$ est prise comme la somme sur les 40 sources ($C_{ij}^{40}(t)$).

($C_{ij}^{40}(t)$), il est normal que la courbe théorique passe au dessus de la courbe du RNL estimé numériquement lorsque N_s approche la limite de 40.

La validation expérimentale de ce résultat théorique fera l'objet de la prochaine section.

2.3.4 Résultats expérimentaux

Le banc de test consiste en une plaque d'aluminium de $50 \times 60 \times 0,3$ cm (voir figure 2.11). Les vibrations sont générées par des transducteurs piézoélectriques (figure 2.12).

Au lieu de mesurer les vibrations avec un autre transducteur, nous utilisons un vibromètre laser à balayage Polytec PSV-400, réglé d'une façon à ce que 1 V d'amplitude corresponde à une vitesse de 5 mm/s. Ce dernier est monté sur un banc à deux axes, qui permet de balayer les vitesses sur la plaque. La distance laser-échantillon est de 49 cm environ². Le laser de détection est relié à un moteur pas à pas. La forme d'onde d'excitation est programmée sur Matlab et envoyée par la suite sur une voie d'émission de la carte d'acquisition MOTU (24 voies, 92 Kéch/S) liée au transducteur considéré. Ici, on suppose que le bruit est généré au niveau du spot laser et que l'on enregistre les signaux sur les transducteurs (par réciprocité).

Pour étudier expérimentalement le comportement moyen du RNL indépendamment des

2. Ces dimensions sont choisies d'une manière à ce que le vibromètre fixé à la platine de déplacement selon x, puisse cartographier toute la surface de l'échantillon.

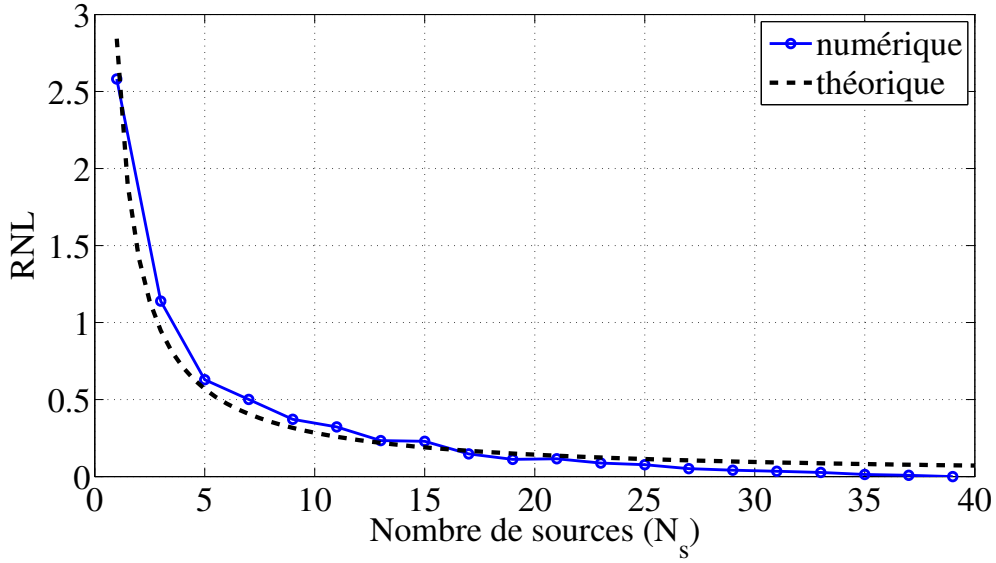


Figure 2.10 – Rapport bruit à signal (moyenné sur 6 paires de récepteurs) en fonction de nombre de sources (courbe bleue) comparé à la relation théorique ($\frac{1}{N_s}[A - 1]$) (courbe noire en pointillé).

positions des récepteurs, six transducteurs ont été collés sur la surface de la plaque. Le principe de fonctionnement, est que pour un point de mesure donné, on émet alternativement sur les 6 transducteurs un chirp linéaire large bande de 100 Hz à 40 kHz, d’amplitude 0,8 V pour une durée d’émission de 1,5 s afin d’améliorer la mesure. Le temps d’enregistrement est de 1,8 s. La densité modale pour cette plaque est de l’ordre de 32 ms. Le pas de maillage spatial est de 30 mm. On balaye une surface³ de $47 \times 55 \text{ cm}^2$ environ. On mesure ainsi une carte champ de vitesse selon x et y de 304 points de mesure.

Afin de traiter le chirp comme une impulsion, on corrèle les signaux enregistrés sur les six transducteurs avec le chirp d’excitation (compression d’impulsion). Par conséquent, le signal d’émission $q(t)$ est tout simplement l’autocorrélation du chirp. Le signal ainsi mesuré par le vélocimètre laser est numérisé sur l’une des voies de réception de la carte MOTU. Une fois l’acquisition faite, les signaux sont traités sur Matlab.

Tout d’abord, on a vérifié la symétrie des fonctions de corrélation temporelles estimées sur une variété de sources. Sur la figure 2.13, est tracé un exemple d’une intercorrélacion entre les transducteurs R_1 et R_2 ($C_{12}(t)$).

Comme on peut l’observer sur la figure 2.13, une apparente symétrie des fonctions de corrélation par rapport au temps $t = 0 \text{ s}$, est obtenue. Cependant, comme on est à la limite de la fréquence de Shannon, les courbes sont pas assez échantillonnées. Ces résultats traduisent une reconstruction correcte des fonctions de Green. Une fois cette vérification

3. On a laissé 3,7 cm des deux côtés haut et bas de la plaque et 2,5 cm des cotes droit et gauche

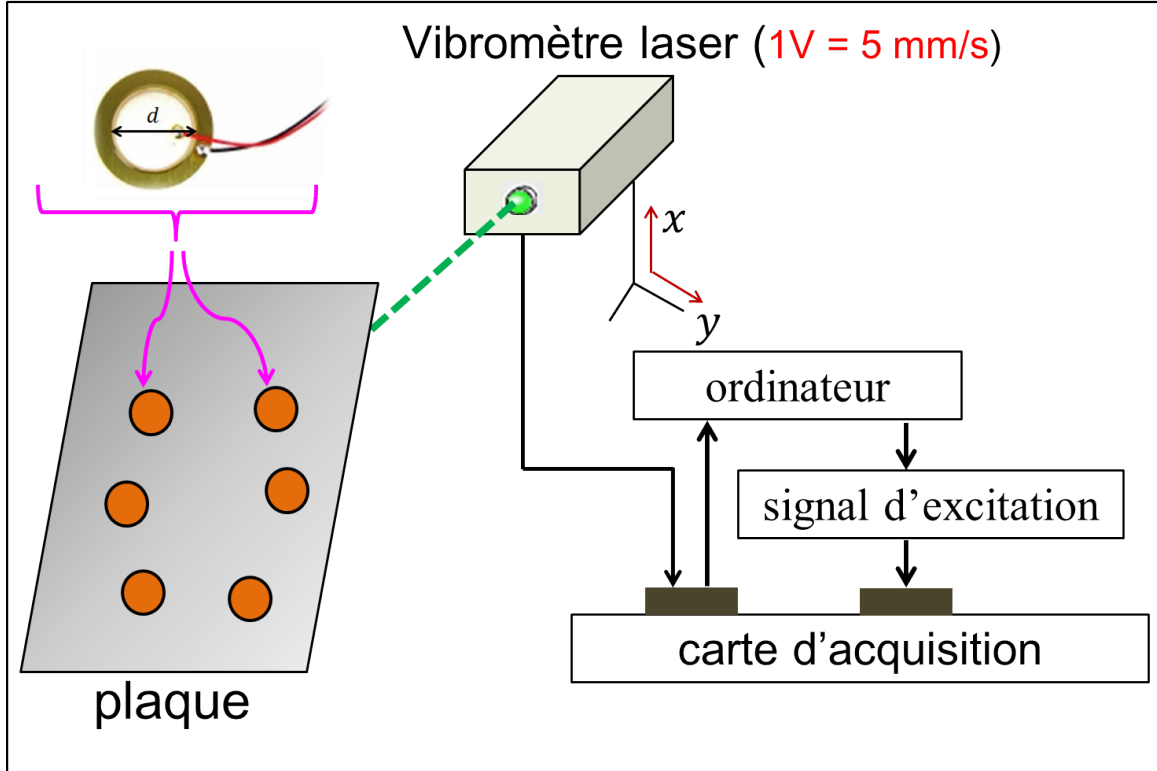


Figure 2.11 – Vue d’ensemble du dispositif expérimental par vibrométrie à laser.

réalisée, on procède à l’estimation du RNL. Cependant, pour le calcul théorique de celui-ci à partir de l’équation (2.34), il est impératif de connaître le temps de décroissance τ pour la plaque utilisée. L’extraction de ce coefficient peut être obtenue à partir des mesures transitoires sur cinq capteurs.

Sur la figure 2.14, on trace la moyenne des enveloppes à l’échelle logarithmique tout en enlevant les trajets directs de propagation (pour ne garder que la partie réverbérante).

À partir du résultat montré sur la figure 2.14, la pente est obtenue en faisant un ajustement linéaire (courbe en pointillé). On déduit donc le temps de décroissance de l’enveloppe (τ) de la plaque qui est de 12 ms. Enfin, on estime le RNL avec la bonne valeur expérimentale de $\tau_a = \tau/2 = 6$ ms.

Sur la figure 2.15-(a), est tracé le niveau de bruit relatif expérimental en fonction de nombre de sources (ici jusqu’à 100 sources). Sachant que la fonction de corrélation temporelle C_{ij}^∞ est prise comme la somme des corrélations sur les 304 sources (C_{ij}^{304}).

Comme on peut l’observer, les deux courbes théorique et expérimentale sont en bon accord. Toutefois, pour des valeurs faibles de nombre de sources ($N_s < 5$), le terme parasite n_{ijN_s} est dominant ce qui confirme le résultat obtenu numériquement (voir figure 2.10).

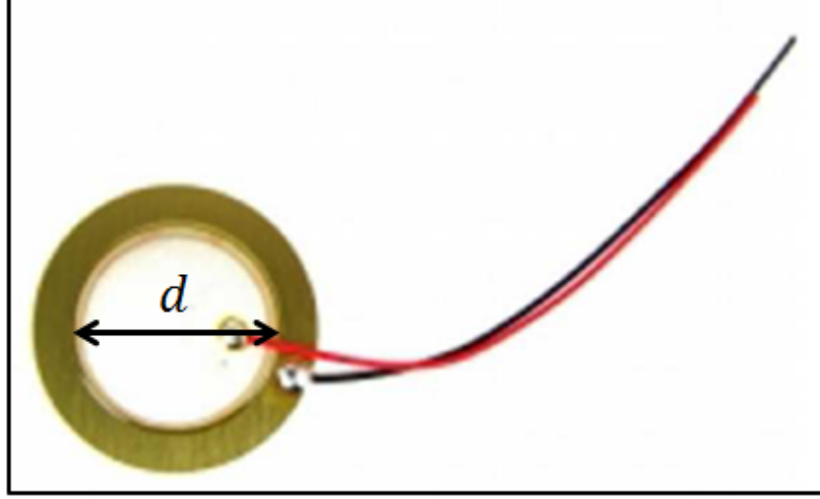


Figure 2.12 – Capteur piézoélectrique utilisée dans les expérimentations, de diamètre $d = 15$ mm, et d'épaisseur $e = 0,48$ mm.

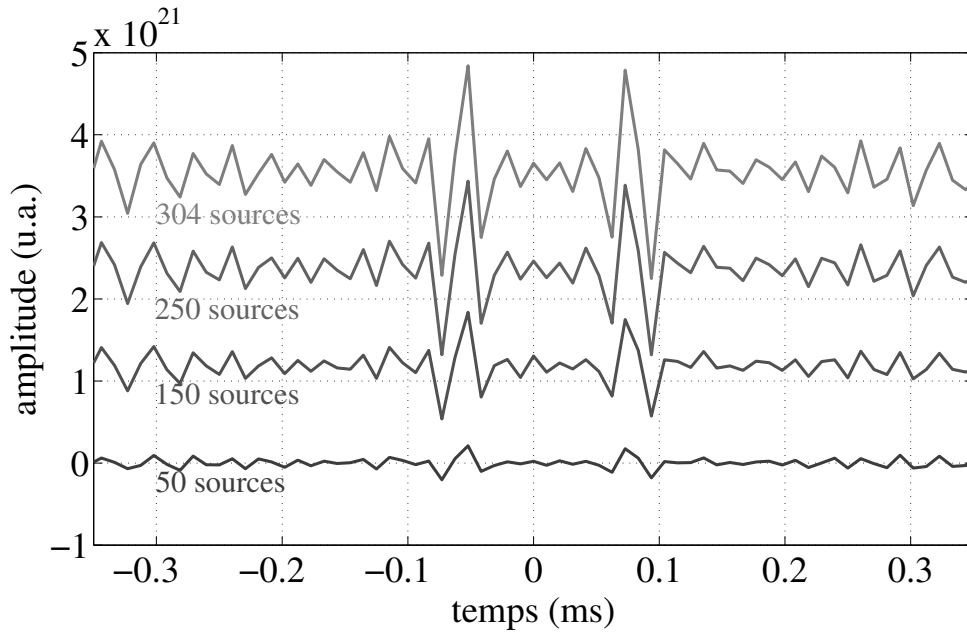


Figure 2.13 – Exemple typique d'une intercorrélacion $C_{12}(t)$, obtenue en sommant sur : 50, 150, 250, et 304 sources, respectivement.

Pour mieux mettre en évidence l'évaluation du RNL pour des valeurs élevées de N_s , on a tracé ce dernier à l'échelle semi-logarithmique (voir figure 2.15).

Comme on peut l'observer sur la figure 2.16, pour des valeurs élevées de nombre de sources ($N_s > 100$), le RNL estimé ne suit plus la théorie. En effet, cela peut être interprété par le fait que l'hypothèse des sources décorréelées n'est plus respectée pour une telle surface, en d'autres termes le pas spatial entre les sources devient plus petit qu'une longueur d'onde. Ces résultats expérimentaux viennent donc valider les résultats théoriques et numériques.

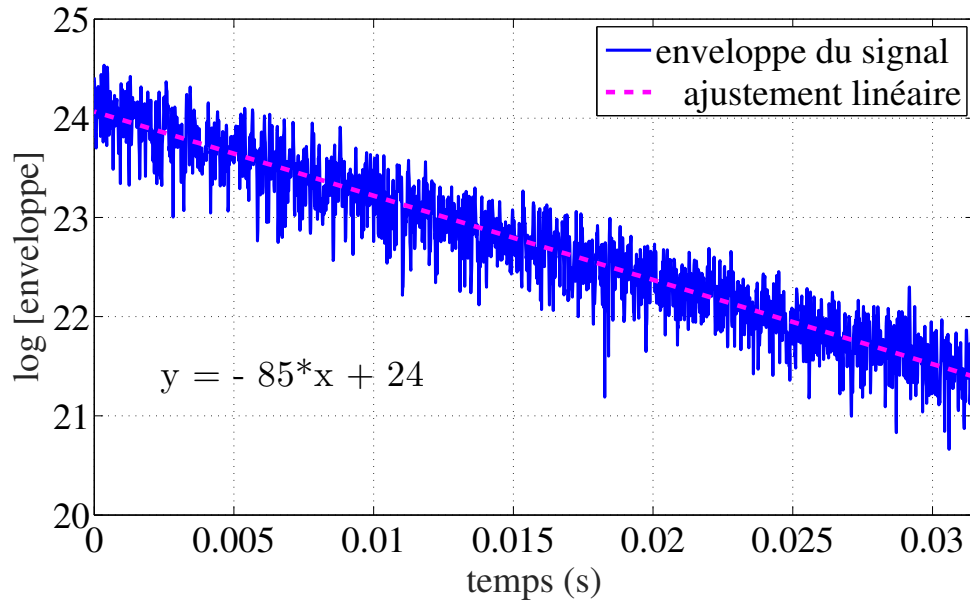


Figure 2.14 – Estimation du temps de décroissance de la plaque d’aluminium de $50 \times 60 \times \text{cm}^2$ et 3 mm d’épaisseur. ($\tau = 1/85 \simeq 12 \text{ ms}$).

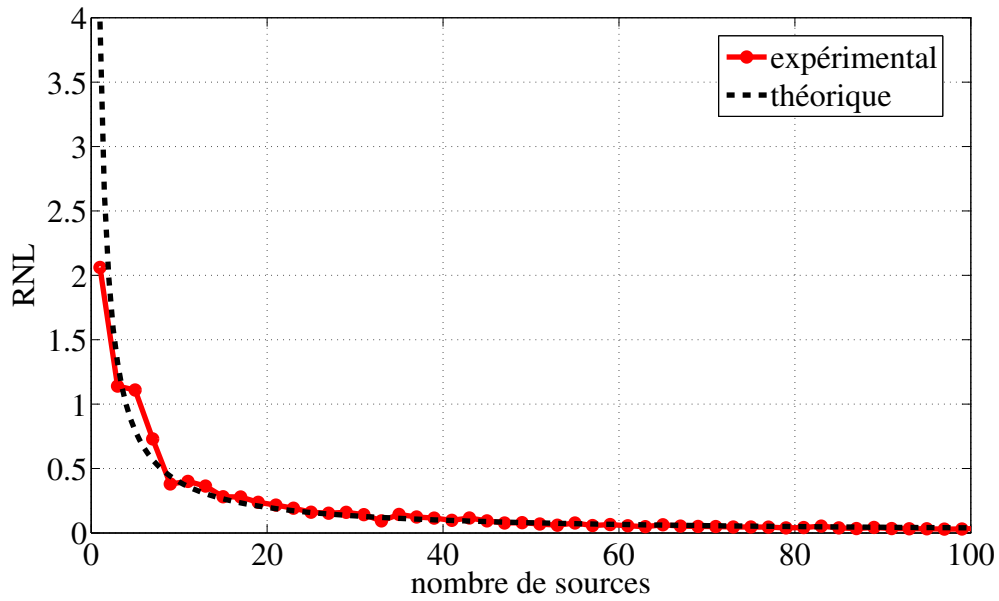


Figure 2.15 – Rapport bruit à signal obtenu en moyennant sur toutes les paires des transducteurs (sans les autocorrélations) en fonction du nombre de sources (courbe bleue), comparé à la théorique (courbe noire). La référence $C_{ij}^\infty(t) = C_{ij}^{304}(t)$.

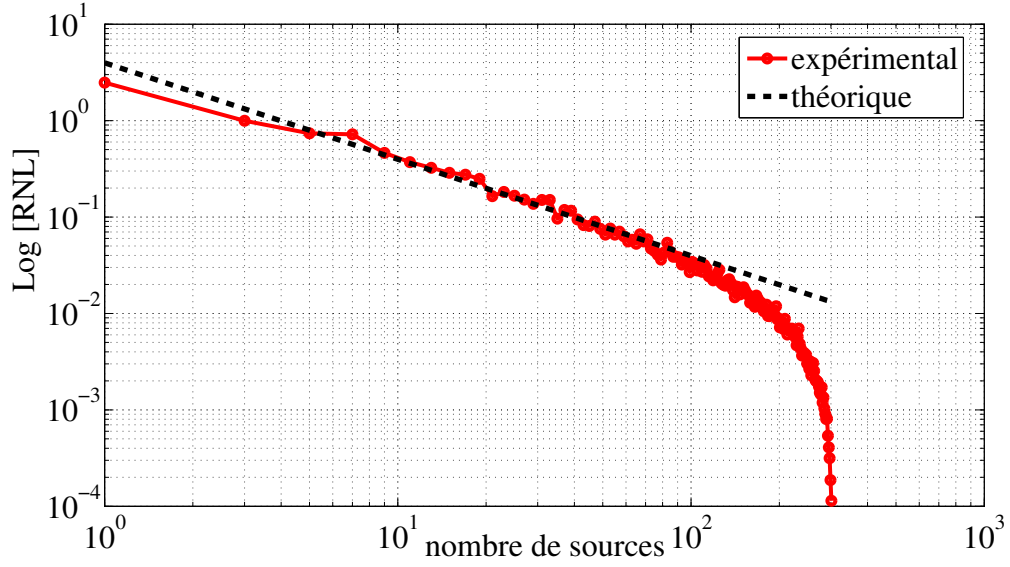


Figure 2.16 – Rapport bruit à signal obtenu en moyennant sur toutes les paires des transducteurs (sans les autocorrélations) en fonction du nombre de sources (courbe bleue), comparé à la théorie (courbe noire) en échelle semi-logarithmique. La référence $C_{ij}^\infty(t) = C_{ij}^{304}(t)$.

2.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre on a montré la possibilité d'extraire les fonctions de Green à partir d'un nombre fini de sources de bruit. L'expression qui établit la connexion entre les corrélations (passif) et l'émission-réception (actif) pour une plaque mince, est développée. Les expériences numériques et expérimentales ont validé la théorie. Dans la deuxième partie, on a proposé un outil de prédiction et un critère d'évaluation de la qualité de reconstruction des fonctions de Green. Il est montré que l'erreur de reconstruction dépend uniquement du nombre de sources de bruit ainsi que des propriétés structurales du milieu. Ensuite, ce résultat a été validé par des expériences numériques et expérimentales.

Dans la continuité de ce chapitre, on propose d'appliquer ce modèle à des fins d'imagerie de défauts dans des plaques.

Chapitre 3

Localisation passive de défauts

Sommaire

3.1	Introduction	46
3.2	Fonctions de corrélation et sensibilité au défaut : détection, localisation et imagerie	47
3.2.1	Détection de défaut par méthode différentielle	47
3.2.2	Localisation avec un ensemble de sources ponctuelles - comparaison à l'imagerie active (pitch-catch)	50
3.2.3	Localisation avec des sources étendues	54
3.3	Influence des paramètres expérimentaux	62
3.3.1	Nombre de capteurs	62
3.3.2	Atténuation du milieu réverbérant	64
3.3.3	Distribution des sources de bruit	66
3.4	Identification des zones de bruit : étude expérimentale	70
3.5	Amélioration de la localisation avec la méthode DORT	73
3.6	Conclusion	77

3.1 Introduction

ON a vu au chapitre précédent que les fonctions de Green de la plaque peuvent être reconstruites par corrélation de champs acoustiques générés par les sources de bruit (équation (2.12) du chapitre 2). Le but de ce chapitre est d'abord d'établir la pertinence de cette méthode pour détecter et localiser un défaut dans une plaque élastique réverbérante en dépit d'une convergence imparfaite des fonctions de Green. Ensuite d'étudier les différents paramètres qui peuvent influencer la robustesse de cette application. Selon l'ordre d'importance, on s'est intéressé premièrement au nombre de capteurs nécessaire pour la localisation de défaut, ensuite à la nature du matériau constituant la plaque (atténuation) et enfin à la non-stationnarité des sources de bruit entre les deux états avant et après apparition de défaut. On propose ensuite une extension de la méthode passive par corrélation de champs pour l'identification des zones de bruit (ici frottement). Enfin, un filtrage basé

sur la technique de décomposition en valeurs singulières (DORT) est tout particulièrement utilisé pour améliorer les images de localisation.

3.2 Fonctions de corrélation et sensibilité au défaut : détection, localisation et imagerie

3.2.1 Détection de défaut par méthode différentielle

Afin de distinguer la réponse de défaut des autres paquets d'ondes issus des réverbérations, on propose ici d'utiliser la méthode de « waveform differencing » (ou mode différentiel en français) [99, 100] entre l'état avant et après apparition de défaut. L'idée de base est qu'à partir d'un réseau de transducteurs déployé en surface de la plaque, on enregistre les réponses entre capteurs pour une plaque saine dite de référence sous forme d'une matrice notée $\mathbf{K}^{ref}(t)$, et l'autre avec défaut, notée par $\mathbf{K}^{def}(t)$. Les éléments de ces matrices constituent toutes les réponses possibles entre les paires de récepteurs. Notons que ces matrices sont symétriques par réciprocité acoustique.

L'étape suivante consiste à soustraire la matrice référentielle de la matrice avec défaut, ainsi on obtient $\Delta\mathbf{K}(t)$.

$$\Delta\mathbf{K}(t) = \mathbf{K}^{def}(t) - \mathbf{K}^{ref}(t), \quad (3.1)$$

avec $\Delta\mathbf{K}(t) \Rightarrow \Delta\mathbf{C}(t)$ en passif où les autocorrélations sont consignées dans les termes diagonaux et $\Delta\mathbf{K}(t) \Rightarrow \Delta\mathbf{s}(t)$ en actif (matrice des réponses inter-éléments). Pour ce dernier cas, les éléments diagonaux constituent tous les signaux reçus sur les transducteurs en émission eux-mêmes. La matrice $\Delta\mathbf{K}(t)$ est ensuite utilisée pour l'imagerie et la localisation de défaut en mode passif ou actif.

Sur la figure 3.1, est tracé un signal typique de la matrice active $\Delta s_{27}(t)$ convolué par $g(t)$ (équation (2.16)), comparé à $\Delta C_{27}(t)$ obtenue à partir de 20 sources de bruit, issu de la même configuration numérique décrite dans la section 2.2.3 du chapitre 2. Le défaut testé ici est une inclusion rigide (masse volumique et module de Young, dix fois plus grands que ceux d'aluminium) de 3 mm de profondeur.

Sur le signal actif $\Delta s_{27}(t) \otimes g(t)$ (comme on l'a vu au chapitre 2, la convolution est nécessaire pour une comparaison quantitative), on observe clairement la réponse de la première réflexion sur le défaut qui arrive à peu près à 350 μs . En revanche, sur $\Delta C_{27}(t)$ la réponse de défaut est chevauchée avec les premiers paquets d'ondes. En effet, les anomalies constatées sur le début de $\Delta C_{27}(t)$ sont liées au terme parasite $n_{27N_s}(t)$ qui dégrade la reconstruction de la fonction de Green. Sous cette contrainte, la localisation de défaut par temps de vol est difficile, donc on propose d'appliquer un algorithme de rétro-propagation pour diminuer les termes parasites.

Les méthodes de localisation de défaut ou de source sont très employées dans de nombreuses applications (automobile, aéronautique, pipeline, etc.). Une technique connue de

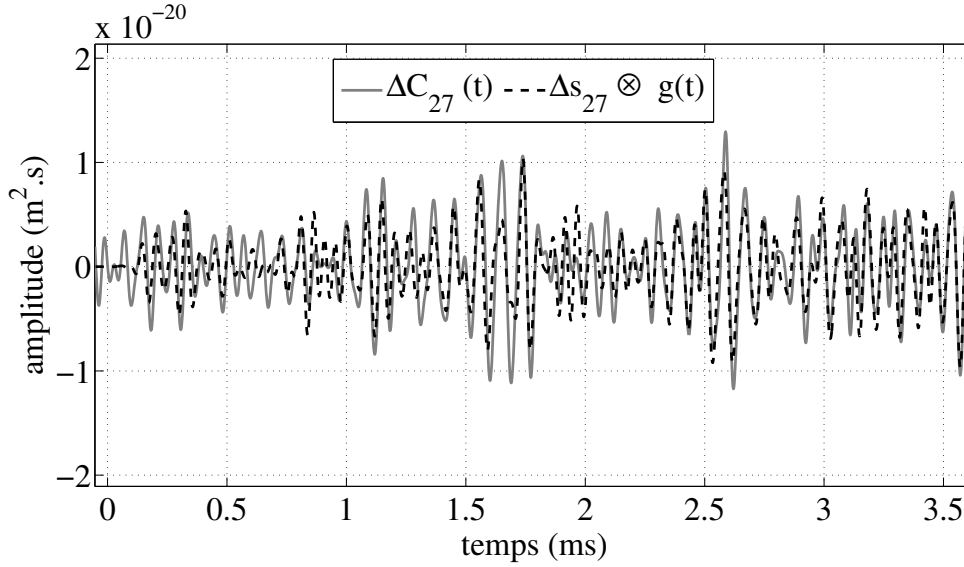


Figure 3.1 – Comparaison entre $\Delta C_{27}(t)$ (courbe grise) et $\Delta s_{27}(t) \otimes g(t)$ (courbe noire en pointillé).

localisation de défaut est la formation de voies, ou « Beamforming » (BF) en anglais [101]. Les algorithmes de beamforming conçus spécialement pour le traitement d’antennes, sont avantageusement appliqués à l’évaluation et le contrôle non destructifs des matériaux. Dans ce domaine, J. Michael a montré l’efficacité de la technique « delay-and-sum » (DS) pour la localisation de défauts dans des structures de type « plaque » [102, 103, 104, 105] sans tenir compte de la dispersion des ondes de Lamb dans le milieu et pour une configuration donnée du réseau de capteurs (émission/réception). Cette technique (décrite en détail dans le livre de Benesty et al., [106]) consiste à sélectionner une petite fenêtre temporelle des signaux de chaque paire émetteur-récepteur autour du temps correspondant au trajet émetteur-pixel-récepteur. La somme de ces signaux fenêtrés doit alors donner un maximum d’amplitude pour les pixels placés sur un diffuseur (défaut). On peut montrer que cet algorithme est en effet équivalent à la formation de voie classique. Ici, on utilise une méthode apparentée à celle-ci, mais tenant compte de la dispersion du mode de Lamb A0 pour détecter et localiser des défauts dans des plaques. Les réseaux de capteurs sont de géométrie arbitraire et peuvent fonctionner à la fois en émission/réception (actif) et en réception seule (passif).

Soit un réseau de N transducteurs déployé en surface d’une plaque avec défaut, dont les positions (x_n, y_n) , $n = 1, 2, 3 \dots N$, sont connues.

Prenons le cas de deux transducteurs T_m et T_n (voir figure 3.2). Notons par $q_0(t)$, le signal d’excitation généré par le transducteur T_m et $s_n(t)$, la réponse reçue au transducteur T_n (voir figure 3.2).

En milieu infini, l’onde arrivant au transducteur T_n peut emprunter deux chemins différents : une partie directe correspondant au trajet $T_m \rightarrow T_n$, et une partie de diffusion

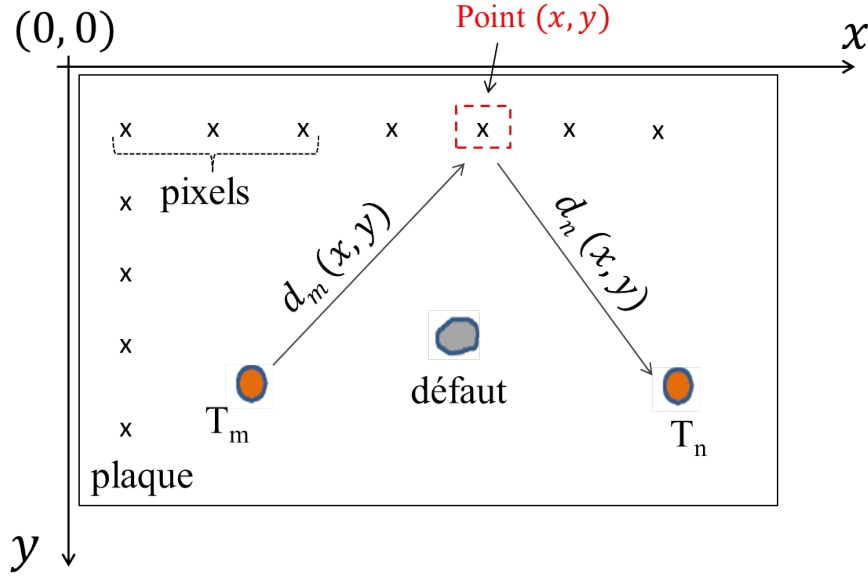


Figure 3.2 – Schéma illustrant la localisation de défaut dans une plaque.

correspondant aux trajets $T_m \rightarrow \text{défaut} \rightarrow T_n$.

On teste l'existence d'un diffuseur (défaut) pour chaque point (x, y) de l'image (pixel dans le langage traitement d'image). Notons par $d_m(x, y)$, la distance caractérisant la propagation du transducteur T_m au point de l'image (x, y) et $d_n(x, y)$, la distance caractérisant la propagation complémentaire du pixel (x, y) au transducteur T_n .

$$\begin{aligned} d_m(x, y) &= \sqrt{(x_m - x)^2 + (y_m - y)^2}, \\ d_n(x, y) &= \sqrt{(x_n - x)^2 + (y_n - y)^2}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Notons maintenant par $d_{mn}(x, y)$, la distance totale du transducteur T_m au transducteur T_n .

$$d_{mn}(x, y) = d_m(x, y) + d_n(x, y). \quad (3.3)$$

L'étape suivante consiste à compenser les déphasages dus à la propagation $T_m \rightarrow T_n$, en multipliant en domaine de Fourier $\Delta \mathbf{K}_{mn}(\omega)$ par une fonction $\psi(\omega)$ donnée par l'équation (3.4), ce qui revient à une rétro-propagation.

$$\psi(\omega) = e^{[+j k(\omega) d_{mn}(x, y)]}, \quad (3.4)$$

avec $k(\omega)$, le nombre d'onde à la pulsation ω , son expression est déduite de la relation de dispersion du mode de Lamb A0 (voir équation (1.5) du chapitre 1).

Cette opération est ensuite suivie d'une sommation cohérente de tous les signaux rétro-propagés notée par *bpf* (back-propagation function en anglais), pour chaque point de l'image

(x,y).

$$bpf_{(x,y)}(\omega) = \sum_{m=1, n=1}^{N,N} \Delta \mathbf{K}_{mn}(\omega) \psi(\omega). \quad (3.5)$$

Si le point (x,y) est sur la position de défaut, on s'attend à obtenir une somme constructive des paquets d'ondes rétro-propagés, ce qui n'est pas le cas pour une autre position.

L'intensité du pixel $I(x, y)$ est ainsi obtenue en intégrant sur la durée des premiers paquets d'ondes (intervalle de temps $\left[-\frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{2}\right]$).

$$I(x, y) = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} |bpf_{(x,y)}(t)|^2 dt. \quad (3.6)$$

Dans la section suivante, on montre les résultats de localisation obtenus à partir des sources impulsionnelles (courte durée d'émission) ou continues.

3.2.2 Localisation avec un ensemble de sources ponctuelles - comparaison à l'imagerie active (pitch-catch)

Résultats numériques

Pour tester cet algorithme pour la localisation passive, on a commencé par une simulation numérique avec le code ELMER. La configuration testée est la même que celle décrite précédemment (section 2.2.3 du chapitre 2) en rajoutant un défaut (voir figure 3.3) et en simulant moins de sources (ici 20 sources). L'état sans défaut est défini comme le cas où les propriétés physiques du matériau sont uniformes (ρ , E). L'état avec défaut est quant à lui défini par une variation locale de ces propriétés. Le défaut testé est une inclusion rigide et massive de 5 mm de diamètre ($\simeq \lambda/7$), dont le module de Young ainsi que la densité volumique, sont dix fois supérieurs à ceux de l'aluminium.

Le réseau de capteurs (ici 8) fonctionne en émission-réception pour le cas actif et uniquement en réception pour le cas passif. Le défaut est placé à (0,3 , 0,1) m de la plaque (l'origine est prise à l'angle bas gauche de la plaque).

À partir des signaux reçus, on construit la matrice $\mathbf{K}^{\text{ref}}(t)$ pour la plaque saine, et $\mathbf{K}^{\text{def}}(t)$ pour la plaque avec défaut.

Après la différence des deux matrices, on procède à la localisation du défaut. La rétro-propagation se fait par la relation (3.5). Sur la figure 3.4, est montré le résultat du beamforming de $\Delta \mathbf{s}(t)$ (donc en mode actif). La position de défaut est indiquée par un petit cercle noir et les positions des récepteurs par $\times$. L'origine est prise à l'angle bas gauche de la plaque.

Comme on peut l'observer, l'intensité maximale de l'image est focalisée sur la position de défaut. Cependant, les quelques réflexions qui seraient incluses dans le début de $\Delta \mathbf{s}(t)$ vont produire inévitablement des lobes indésirables sous forme d'artéfacts sur l'image. En théorie, on pourrait rétro-propager dans la plaque finie, en incluant les réflexions multiples

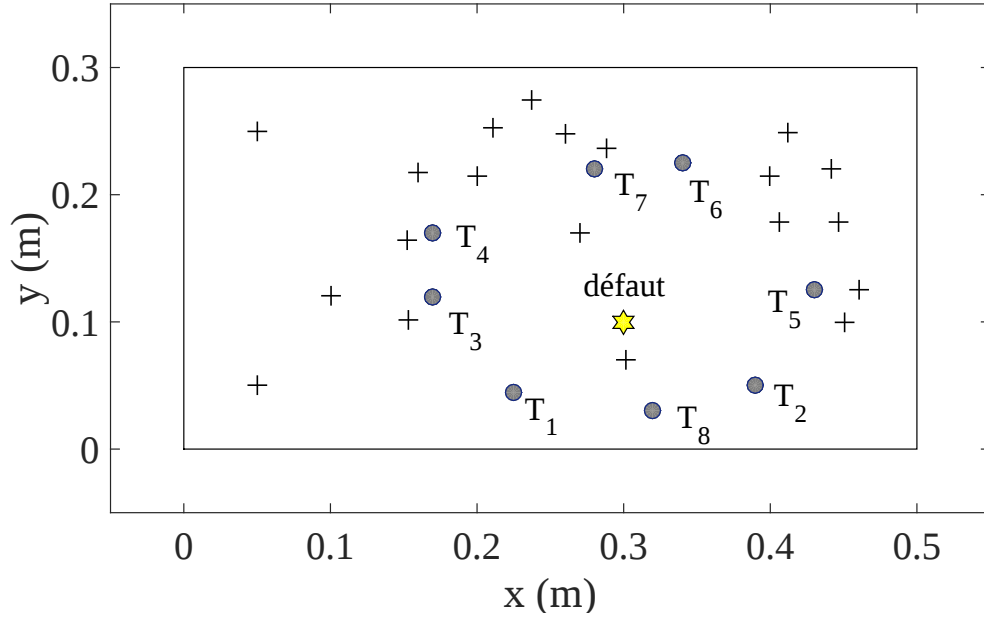


Figure 3.3 – Géométrie de la configuration numérique testée : plaque d'aluminium de $50 \times 30 \text{ cm}^2$ et 3 mm d'épaisseur. 20 sources sont réparties aléatoirement sur la surface de la plaque (+), ainsi que 8 récepteurs ponctuels (petits disques). Le défaut est placé à $(0,3, 0,1) \text{ m}$.

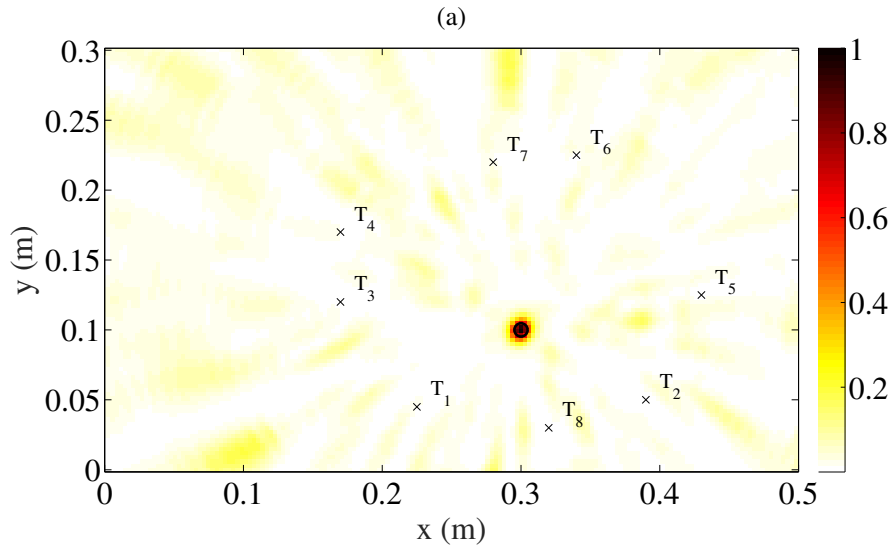


Figure 3.4 – Résultat de localisation passive de défaut obtenu à partir de $\Delta \mathbf{s}(t)$. Le maximum d'intensité correspond à la position du défaut $(0,3, 0,1) \text{ m}$.

(trajets de défaut aux bords de la plaque), mais cela nécessiterait une connaissance parfaite des propriétés de la plaque, ce qui est irréaliste dans la pratique.

Par la suite, l'algorithme de localisation est appliqué sur $\Delta \mathbf{C}(t)$ moyennée sur les 20

sources de bruit (donc en mode passif). L'image de défaut est montrée sur la figure 3.5.

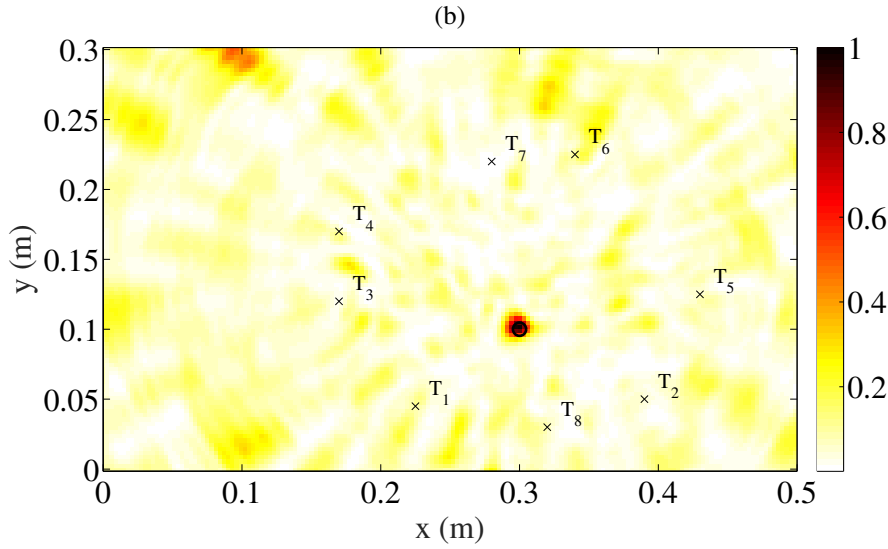


Figure 3.5 – Résultat de localisation de défaut obtenu à partir de $\Delta\mathbf{C}(t)$ moyennée sur 20 sources de bruit. Le maximum d'intensité correspond à la position du défaut (0,3 , 0,1) m.

Comme on peut l'observer, le résultat de localisation obtenu en passif est comparable à celui obtenu en actif, avec une excellente résolution ($\lambda/2$). Les légères différences sont liées aux résidus de reconstruction des fonctions de Green. Toutefois, le niveau d'intensité de ces derniers est suffisamment faible par rapport au lobe principal lié au défaut.

Résultats expérimentaux

Le dispositif expérimental utilisé (figure 3.6) est composé d'une plaque d'aluminium rectangulaire de dimensions 2 m $\times$ 1 m et d'épaisseur 6 mm. La plaque est disposée horizontalement et isolée de son support par des petits blocs en polystyrène pour limiter le couplage (conditions aux limites libres).

Nous avons collé vingt transducteurs piézoélectriques identiques (épaisseur 500 μm , diamètre 20 mm), à des positions aléatoires sur la surface de la plaque. Ces derniers jouent le rôle des sources de bruit. Huit autres transducteurs (de même caractéristiques que ceux utilisés pour les sources de bruit) ont été également collés à la surface de la plaque servant de réseau de récepteurs (resp. émetteurs/récepteurs) pour l'imagerie passive (resp. active). Notons que la géométrie du réseau d'imagerie est arbitraire, ici on a opté pour une forme quasi-circulaire afin de déterminer un domaine intérieur et extérieur du réseau.

Les transducteurs servant de sources de bruit, sont excités successivement par le générateur de signaux arbitraires (voir figure 3.6), avec un cycle d'une sinusoïde à 20 kHz. Cette gamme de fréquences particulière a été choisie de manière à privilégier l'émission d'un seul

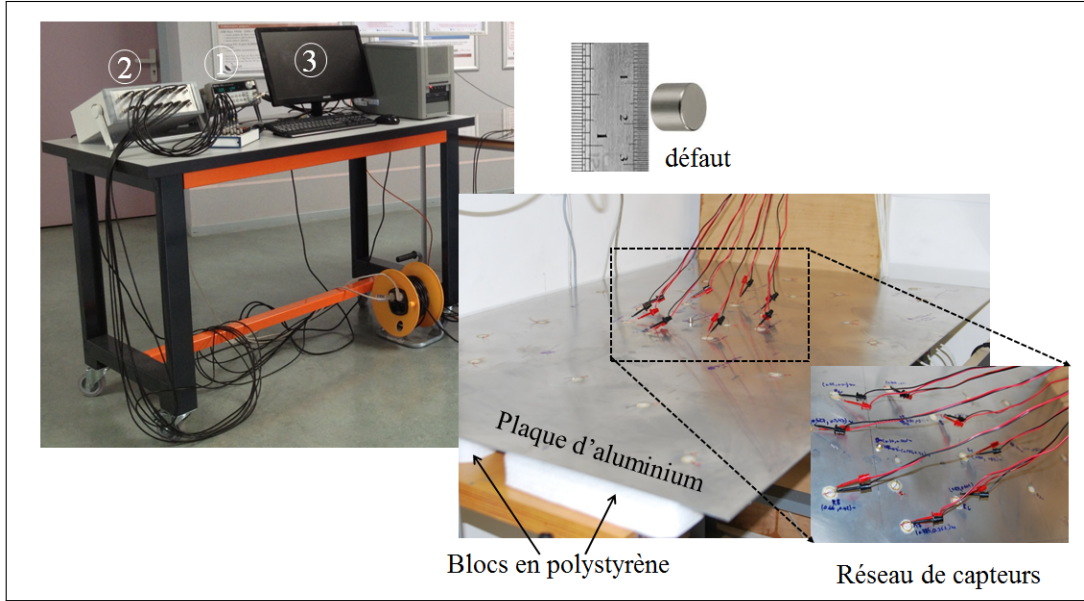


Figure 3.6 – Photographie du banc de test utilisé : l'excitation est générée par ①, le champ de déplacement normal des ondes de flexion est mesuré par le réseau d'imagerie (ici 8). Les signaux mesurés sont ensuite amplifiés par ② à la réception avant d'être numérisés par la carte d'acquisition.

mode (ici A0).

Pour chaque source, huit signaux sont enregistrés simultanément sur le réseau d'imagerie. Ces derniers sont ensuite numérisés sur 24 bits à 2 MEch/s par la carte d'acquisition, pendant 40 ms ($\simeq$ temps de réverbération $\tau_r = 32$ ms). Cette durée a été ajustée de manière à obtenir un rapport signal à bruit suffisant dans les fonctions de corrélation. Notons que pour cette plaque, le temps de Heisenberg (T_H) est de l'ordre de 106 ms qui est supérieur au temps de réverbération. Dans ce cas, les modes ne sont pas résolus en fréquence. Cependant, nous verrons que cela n'empêche pas la reconstruction des fonctions de Green et la bonne localisation du défaut.

Pour des raisons pratiques, le défaut testé est réversible. Il s'agit d'un couple d'aimants « néodyme » de mêmes dimensions (diamètre 9 mm et hauteur 10 mm) couplés de part et d'autre de la surface de la plaque (face supérieure et inférieure) avec du miel alimentaire pour améliorer l'adhésion. Ceci est un moyen simple pour simuler une hétérogénéité dans le milieu et un outil très commode notamment si on veut tester d'autres positions de défauts sans pour autant endommager la plaque.

À partir des 20×8 réponses, on construit 8×8 corrélations pour chacune des sources. La matrice $\mathbf{C}^{\text{ref}}$ (resp. $\mathbf{C}^{\text{def}}$) est ensuite obtenue en moyennant sur le nombre de sources.

La matrice différentielle $\Delta \mathbf{C}$ est ainsi obtenue en retranchant $\mathbf{C}^{\text{ref}}$ de $\mathbf{C}^{\text{def}}$. De même, pour comparer avec les résultats en actif, la matrice différentielle des réponses inter-éléments

(Δs) est également mesurée. Sur la figure 3.7, sont tracées les images de localisation pour différentes positions de défaut, comparées aux images obtenues avec l'expérience pitch-catch.

Comme on peut l'observer sur la figure 3.7, le défaut est correctement localisé quelque soit sa position (à l'intérieur ou à l'extérieur du réseau d'imagerie). Néanmoins, le niveau des lobes secondaires est beaucoup plus petit quand le défaut est à l'intérieur du réseau de capteurs qu'à l'extérieur. Dans le premier cas où les transducteurs entourent le défaut, la limite de résolution est atteinte ($\lambda/2 \simeq 1,75$ cm). Dans le second cas (défaut en dehors du réseau), les lobes parasites sont plus forts et la résolution est dégradée car la distance capteurs-défaut atteint le même ordre de grandeur que l'ouverture du réseau. Enfin, les résultats d'imagerie passive sont très satisfaisants en comparant à ceux obtenus par l'imagerie active.

3.2.3 Localisation avec des sources étendues

On s'intéresse ici à la détection et à la localisation de défauts à partir des sources de bruit plus réalistes. Les deux sources ambiantes testées sont : le frottement (une façon de simuler un bruit aérodynamique) et un bruit acoustique sans contact avec la structure.

La configuration expérimentale testée ici est la même que celle décrite dans le paragraphe 3.2.2 avec une autre plaque de dimensions $1,5 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 3 \text{ mm}$ d'épaisseur. Les signaux sont enregistrés sur les huit transducteurs et numérisés par la carte d'acquisition MOTU (24 voies, 96 Kéch/S) durant 60 s. Cette durée plus longue que le temps de réverbération, a été ajustée de manière à obtenir un rapport signal à bruit suffisant dans la gamme de fréquences de travail pour les fonctions de corrélation. Cependant, dans la pratique, les sources de bruit peuvent ne pas être temporellement stationnaires et présenter des fluctuations en fréquence. Afin de mitiger ces deux effets, un traitement de signal a été effectué sur les signaux bruts (avant corrélation). D'abord, une normalisation en amplitude par rapport à l'enveloppe temporelle des signaux a été effectuée pour compenser les fluctuations temporelles. Ensuite, un blanchiment en fréquence entre 0,5 kHz et 30 kHz, est appliqué sur les signaux obtenus.

L'opération est réalisée une fois sans défaut et une autre fois avec défaut (même aimant utilisé dans la section 3.2.2). La matrice différentielle $\Delta \mathbf{C}$, est ainsi estimée à partir de la différence $\mathbf{C}^{\text{def}} - \mathbf{C}^{\text{ref}}$.

[a] bruit de frottement

Le bruit est ici généré en frottant continument et manuellement sur la surface de la plaque autour du réseau de transducteurs en utilisant la partie grattante de l'éponge ou alors tout simplement par les doigts.

Un résultat typique d'une intercorrélation estimée à partir d'une séquence de bruit de frottement pour un couple de transducteurs, est montré sur la figure 3.8. Sur la même figure,

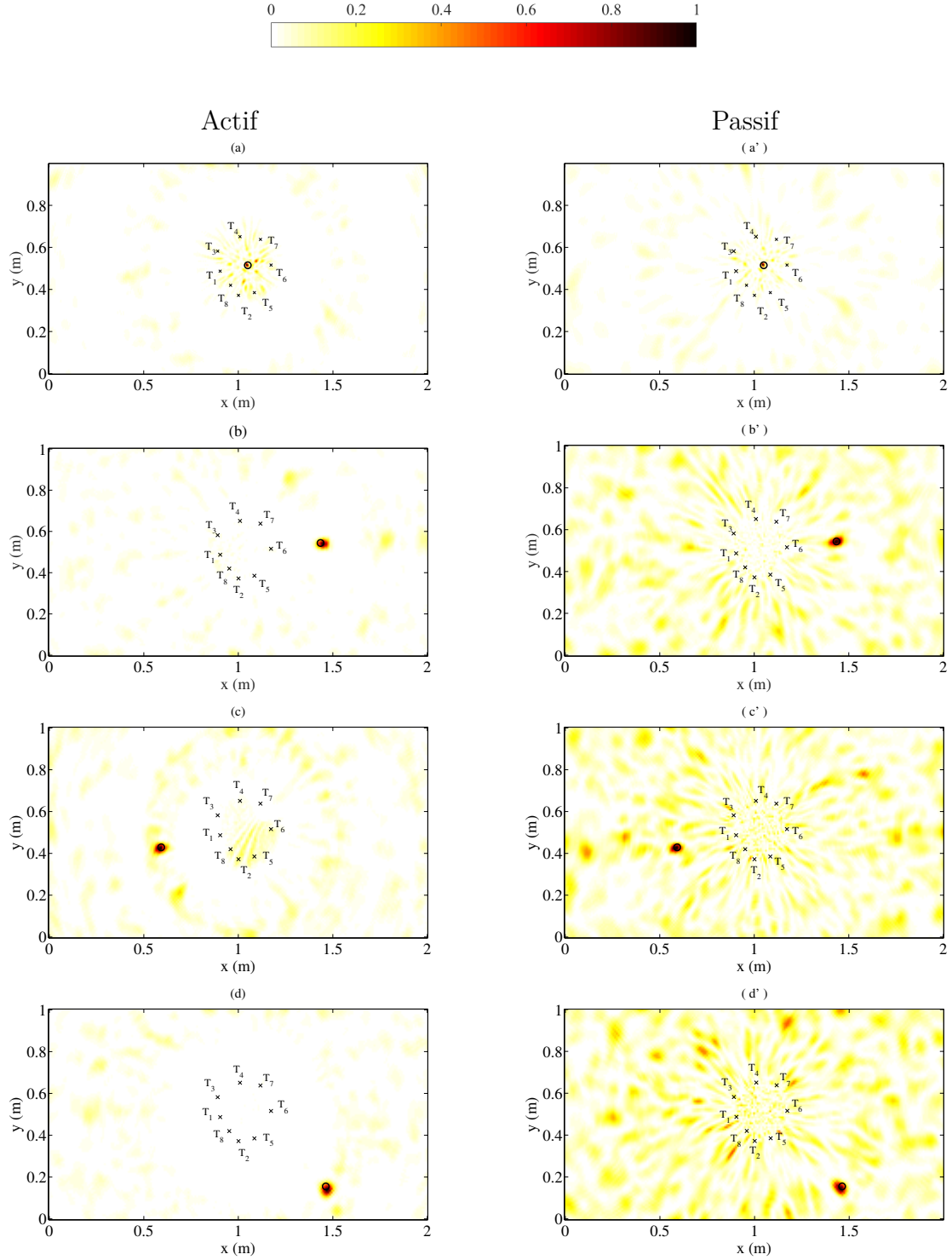


Figure 3.7 – Images de localisation de défaut obtenues à partir de $\Delta \mathbf{C}(t)$ (a' , b' , c' , d'), comparées à l'imagerie active de la matrice pitch-catch $\Delta \mathbf{s}(t)$ (a , b , c , d). Le défaut est placé à : ($a - a'$) (1,05 , 0,515) m, ($b - b'$) (1,435 , 0,544) m, ($c - c'$) (0,592 , 0,429) m et ($d - d'$) (1,463 , 0,155) m, respectivement.

est tracée la réponse mesurée en pitch-catch (courbe en pointillé).

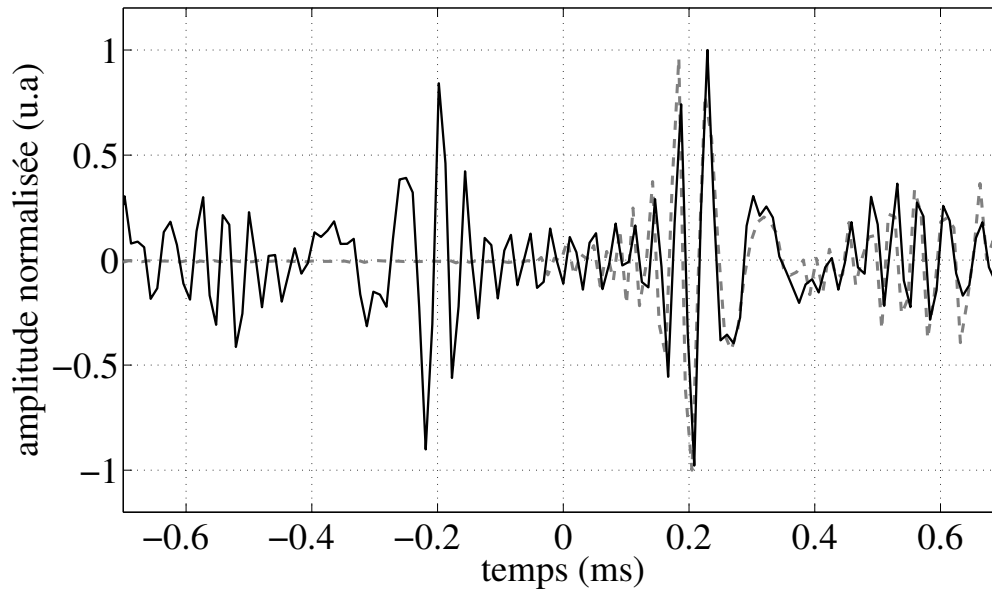


Figure 3.8 – $C_{18}(t)$ estimée à partir d’une séquence de bruit de frottement (courbe noire) comparée à la primitive de la réponse active $s_{18}(t)$ (courbe grise en pointillé).

L’excellent accord entre la réponse réelle (actif) et estimée (passif) confirme la possibilité d’extraire la fonction de Green à partir de ce type de bruit. Ceci est confirmé par les différents résultats montrés sur la figure 3.9, et la figure 3.10, pour différentes positions de défaut [107, 108, 109, 110].

[b] bruit acoustique

Une deuxième expérience est réalisée avec un bruit blanc simulé par Matlab et envoyé par Bluetooth à un haut parleur sans fil. Pendant l’émission, on déplace manuellement le haut-parleur sur la surface de la plaque à une distance source-surface de 5 cm à 10 cm environ (voir figure 3.11).

Sur la figure 3.12 sont tracés deux exemples de localisation pour deux positions différentes de défaut.

Une intensité maximale est observée au point de défaut. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus précédemment avec le bruit de frottement [111].

Autres cas d’essais

— Détection d’inclusions, trous et rainures

On propose à présent de localiser des défauts plus réalistes qu’un simple aimant, à savoir :

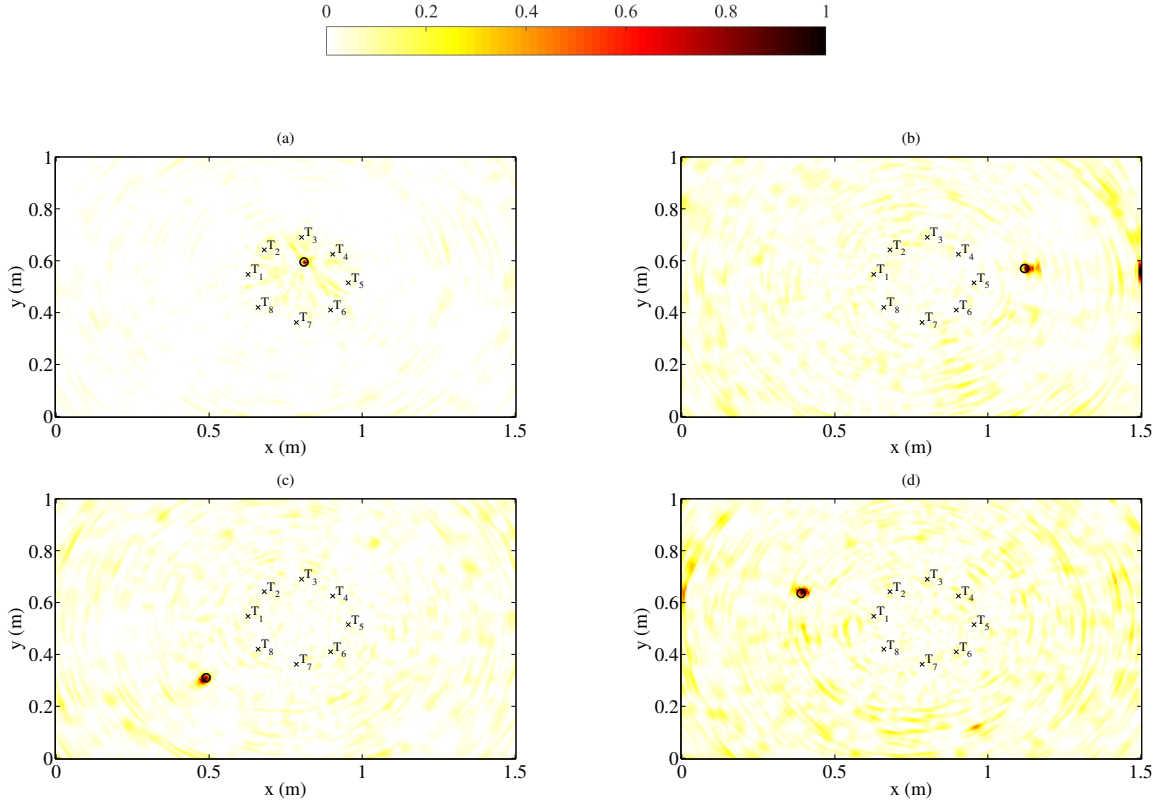


Figure 3.9 – Images de localisation obtenues par corrélation de bruits de frottement créé par une éponge grattante, pour des défauts placés à : (a) (0,81 , 0,595) m, (b) (1,12 , 0,57) m, (c) (0,49 , 0,31) m et (d) (0,39 , 0,635) m, respectivement.

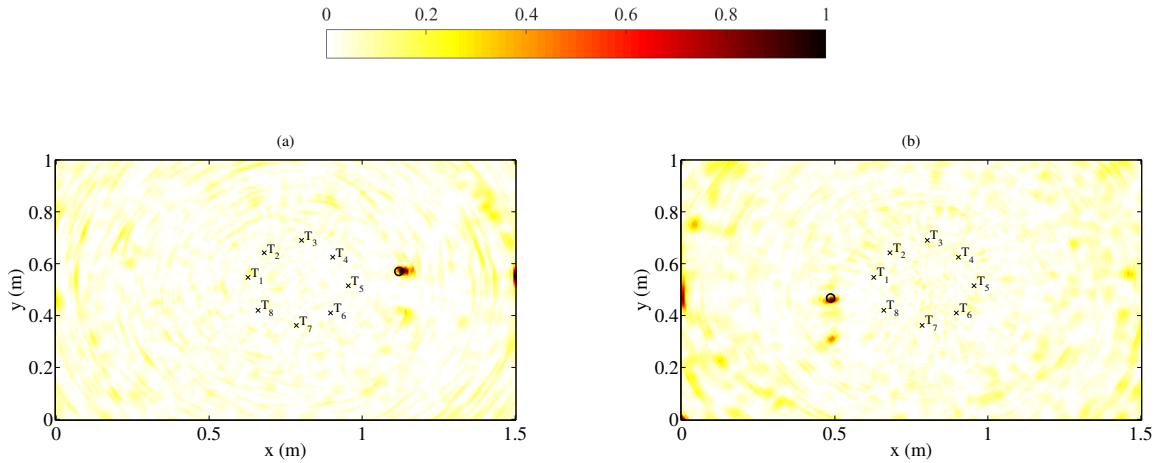


Figure 3.10 – Images de localisation obtenues par corrélation de bruits de frottement créé par les doigts, le défaut est placé à la position : (a) (1,12 , 0,57) m, (b) (0,486 , 0,468) m, respectivement.

- des trous de 13 à 15 mm de diamètre ;
- des inclusions massives (8 mm de diamètre et 3 mm de profondeur) ;

3.2. FONCTIONS DE CORRÉLATION ET SENSIBILITÉ AU DÉFAUT : DÉTECTION, LOCALISATION ET IMAGERIE

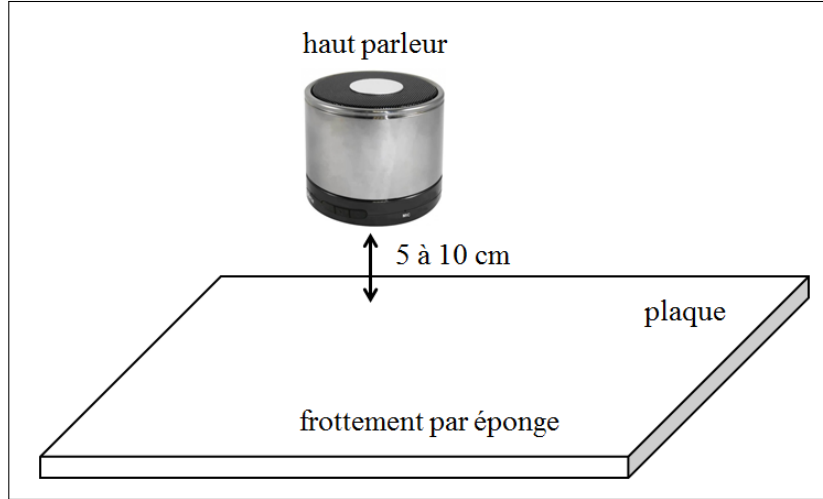


Figure 3.11 – Schéma de la configuration testée.

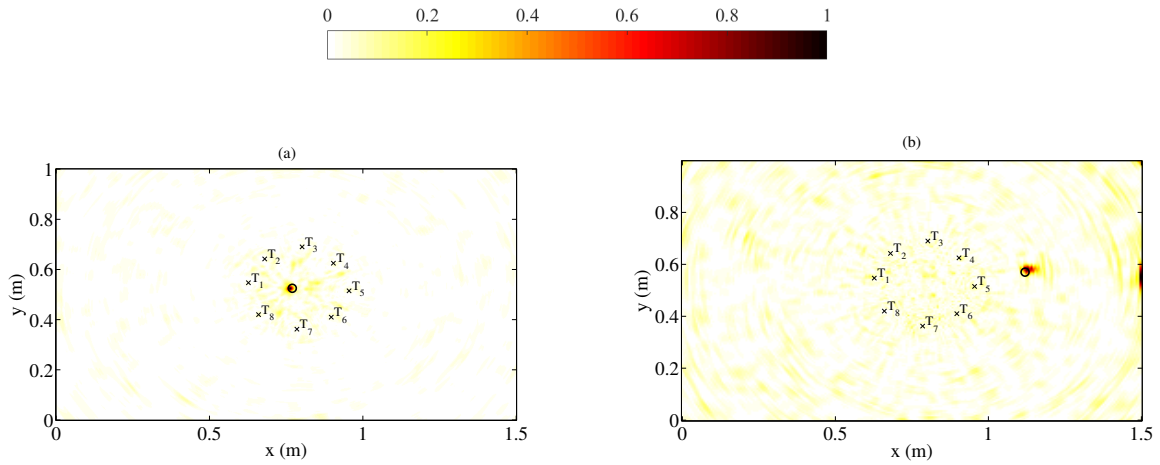


Figure 3.12 – Images de localisation obtenues par corrélation de bruits acoustiques, le défaut est placé à la position : (a) (0,77 , 0,525) m et (b) (1,12 , 0,57) m, respectivement.

- des rainures surfaciques (30 mm $\times$ 1 mm et 2 mm de profondeur) ;
- des rainures traversantes (30 mm $\times$ 1 mm et 3 mm de profondeur).

Le bruit est généré en frottant sur la surface de la plaque. Les signaux enregistrés sur les 8 transducteurs sont normalisés en temps et blanchis en fréquence avant les corrélations. La référence est acquise avant qu'un endommagement affecte la plaque.

Sur la figure 3.13 sont tracés les résultats de beamforming obtenus par corrélation de bruits de frottement, pour un trou de 15 mm de diamètre et une inclusion massive introduite dans l'épaisseur de la plaque. La position de défaut est indiquée par un petit cercle noir.

Malgré le fait que le diamètre de l'inclusion est inférieur à celui du trou (voir figure 3.13), le niveau des lobes secondaires est plus élevé pour cette dernière. Ce résultat peut être in-

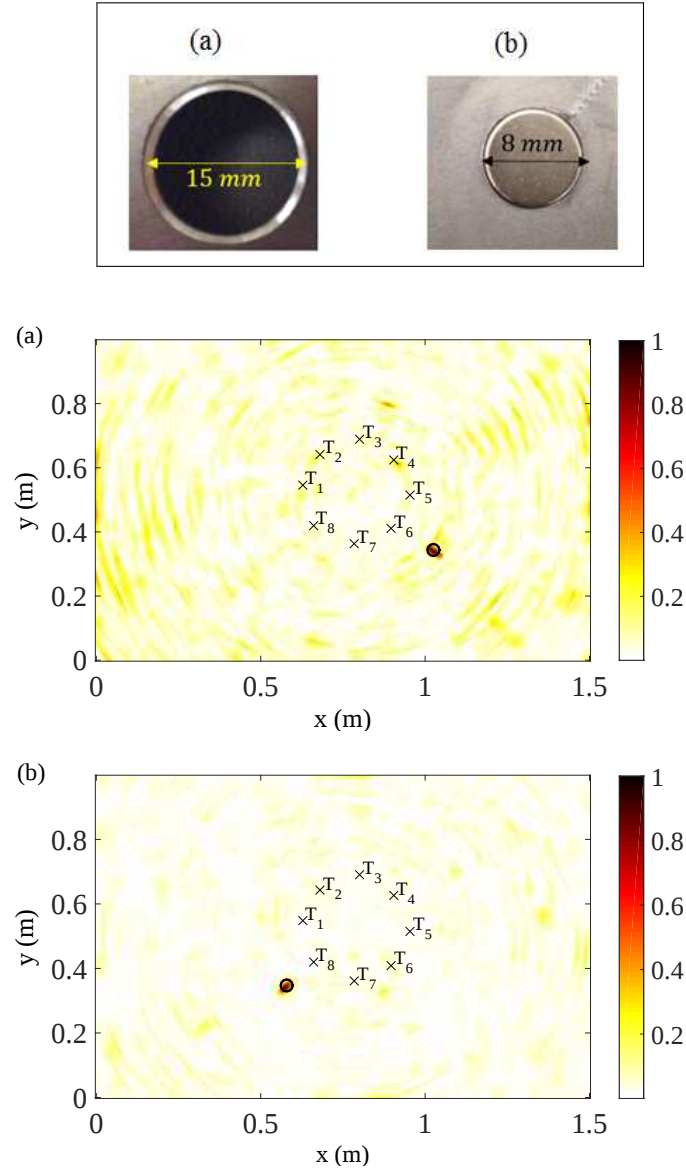


Figure 3.13 – Résultats de localisation obtenus par corrélation de bruits de frottement créé par une éponge grattante : (a) un trou de 15 mm de diamètre placé à (1,025 , 0,343) m (centre du trou), (b) une inclusion massive de 8 mm de diamètre, placée à (0,58 , 0,348) m (centre de l’inclusion).

interprété par le fait que la section de diffusion d’un trou est beaucoup plus faible que celle d’une inclusion [28]. Dans le cas de ces essais, on déduit que le diamètre 15 mm pour le trou est le diamètre minimal de détection. Néanmoins cette technique reste avantageuse pour des défauts centimétriques, ce qui est l’ordre de grandeur de taille de défauts recherchés actuellement en CND aéronautique.

Ensuite, on s’est intéressé au cas de fissures. Nous avons donc usiné dans la plaque d’aluminium de 3 mm d’épaisseur, des rainures semi-traversantes, et traversantes (voir figure 3.14). Les essais expérimentaux montrent qu’une rainure peut être détectée si elle est

3.2. FONCTIONS DE CORRÉLATION ET SENSIBILITÉ AU DÉFAUT : DÉTECTION, LOCALISATION ET IMAGERIE

dans la direction parallèle au réseau d'imagerie. Les résultats du beamforming sont montrés sur la figure 3.14.

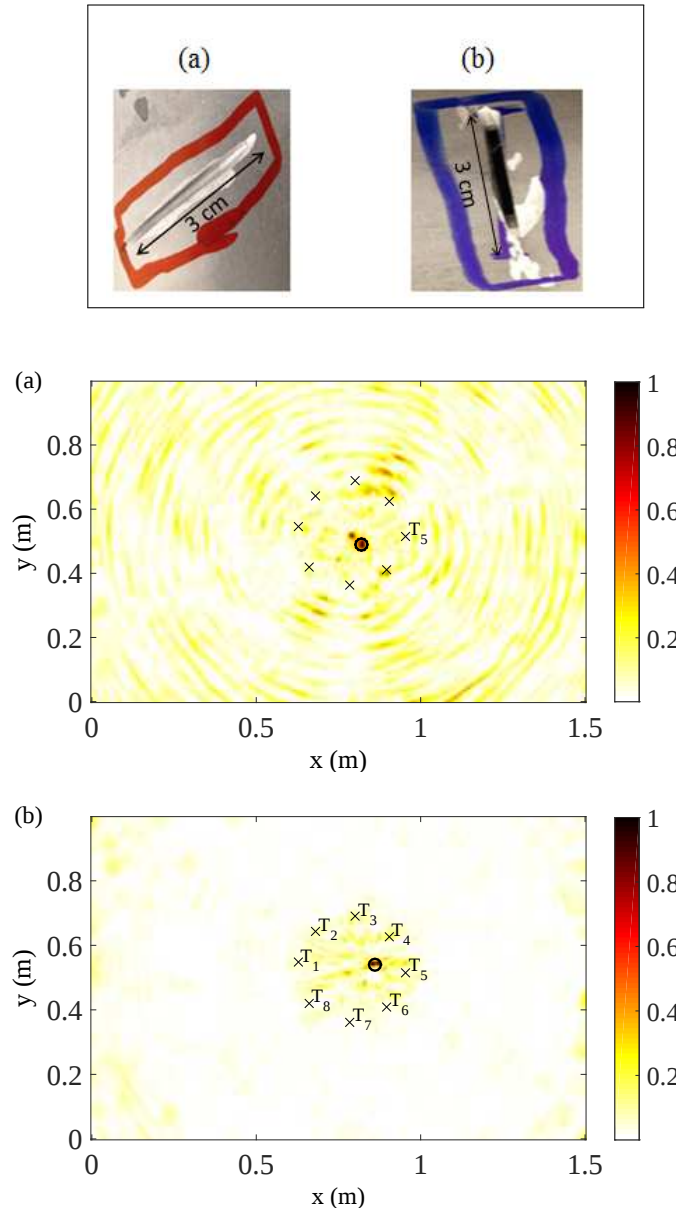


Figure 3.14 – Images de localisation obtenues par corrélation de bruits de frottement créé par une éponge grattante : (a) une rainure de $30 \text{ mm} \times 1 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ de profondeur, située à $(0,82, 0,49) \text{ m}$ (centre de la fissure), (b) une rainure traversante de $30 \text{ mm} \times 1 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$ de profondeur, située à $(0,86, 0,54) \text{ m}$ (centre de la rainure).

Comme on peut l'observer, les défauts sont correctement détectés dans les deux cas. La qualité de l'image obtenue pour une rainure traversante, nous informe sur l'excellente reconstruction des fonctions de Green ainsi qu'à son importante section efficace de diffusion. En revanche, ce qui est détecté ici n'est pas connu a priori, ça peut être le bord du défaut par exemple. Nous verrons dans le chapitre 5 qu'il est possible de relier directement

l'intensité de l'image de défaut obtenue à sa section efficace de diffusion.

— Séparation de deux défauts

On a vu dans les travaux précédents [112], que le mode différentiel permet de ressortir la réponse d'un diffuseur dans la plaque. Il est intéressant d'évaluer également la méthode vis-à-vis de la résolution minimale nécessaire pour distinguer deux tâches focales (deux défauts).

Pour cela, une série d'expériences ont été menées au laboratoire pour la même plaque d'aluminium avec une autre distribution de capteurs (voir figure 3.15). Les défauts utilisés consistent en deux paires d'aimants couplés de part et d'autre de la surface de la plaque d'aluminium. La position du premier défaut a été fixée à (1,075 , 0,485) m tandis que la position du deuxième est variable. Sur la figure 3.15, sont tracés les résultats de localisation lorsque l'on fait varier la distance entre les deux défauts.

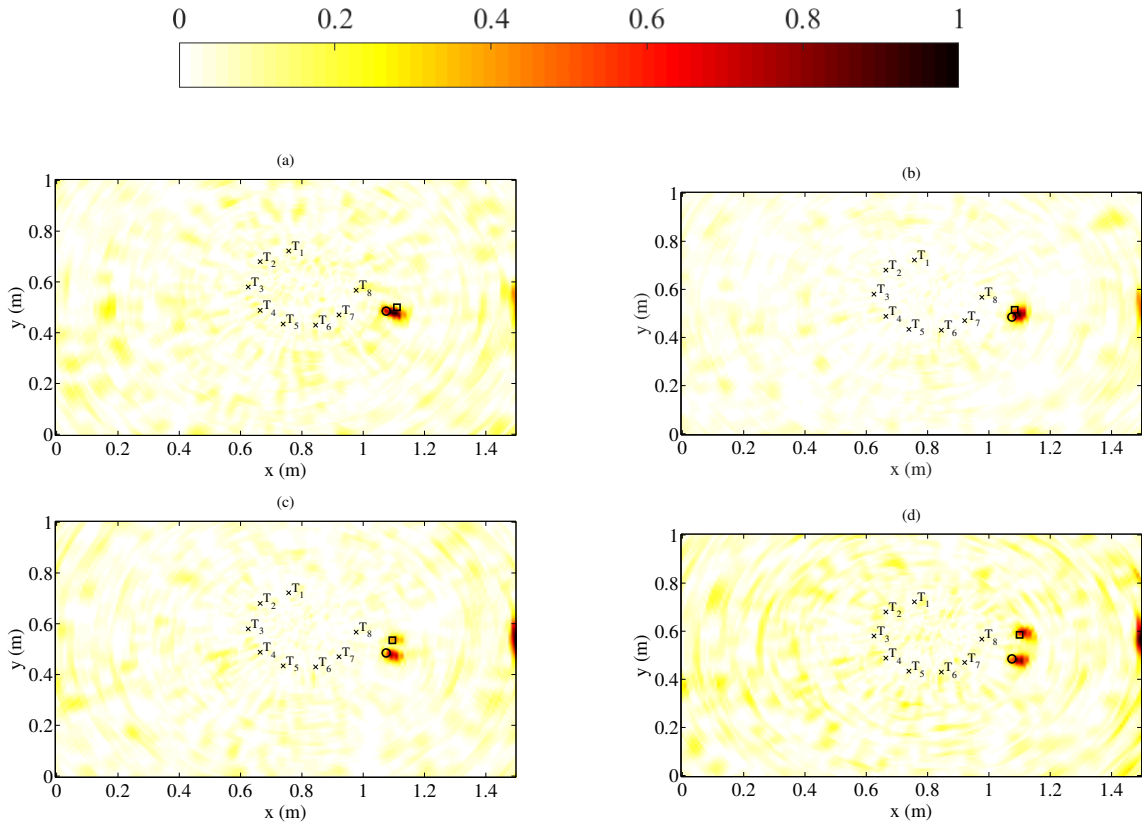


Figure 3.15 – Images de localisation par corrélation de bruits de frottement créé par une éponge grattante. Le défaut fixe (indiqué par un cercle) est placé à (1,075, 0,485) m et le défaut variable (indiqué par un carré) est placé à : (a) 1 cm, (b) 2 cm, (c) 4 cm et (d) 10 cm du premier défaut, respectivement.

Comme on peut l'observer, quand les deux défauts sont proches (figure 3.15-(a) et figure 3.15-(b)), la distinction des deux défauts est difficile. En outre quand les deux diffuseurs

s'éloignent et ce à partir de 4 cm environ, ce qui correspond à peu près à une longueur d'onde de propagation, les deux tâches focales se distinguent (voir figure 3.15-(c)). Néanmoins, sur la figure 3.15-(d), on focalise plutôt sur le premier diffuseur malgré le fait que les deux défauts sont de même matériau.

3.3 Influence des paramètres expérimentaux

Afin de préciser les conditions de validité de l'approche décrite précédemment, nous avons testé la robustesse de cette technique vis-à-vis de différents paramètres expérimentaux :

- le nombre de capteurs pour réaliser l'image de défaut,
- l'atténuation du mode de flexion A_0 ,
- les caractéristiques spatio-temporelles des sources de bruit.

3.3.1 Nombre de capteurs

Ici, parallèlement à une exploitation optimale des données passives, nous cherchons à réduire le nombre de capteurs nécessaire à la détection et à la localisation de défaut.

Pour étudier cet aspect, quelques tests sont menés pour la même plaque d'aluminium décrite précédemment (voir section 3.2.3). Le bruit est créé par le haut-parleur qu'on déplace au dessus de la plaque à une distance de 5 cm environ.

Comme le montre la figure 3.12, lorsque les 8 récepteurs sont tous utilisés pour l'imagerie, les résultats de beamforming sont excellents. En revanche, sur la figure 3.16 on observe une augmentation des lobes parasites quand le nombre de capteurs diminue. La dégradation de l'image à partir de 3 capteurs est importante. Cela constitue donc le seuil minimal de nombre de capteurs à prendre en considération si on tente une localisation importante d'un défaut.

Afin de quantifier le niveau de ces lobes secondaires, on a calculé la valeur de l'intensité de ces derniers en balayant toute la plaque à part la zone du point focale (une petite zone incluant le défaut). Sur le tableau 3.1, sont consignées les valeurs des intensités de ces lobes secondaires par rapport au lobe principal (0 décibel) en fonction de nombre de capteurs.

Ce niveau procède de deux effets concaténants. Le premier réside dans le fait que le filtrage des contributions indésirables ($n(t)$) par la sommation cohérente se fait d'une manière moins efficace quand seulement quelques paires de capteurs sont prises en compte dans les corrélations. Le deuxième est lié à la taille et le nombre d'éléments du réseau d'imagerie. En effet, dès que les fonctions de Green sont correctement estimées par corrélation de bruit, la capacité de détection est déterminée par la loi classique de traitement de réseau liant la

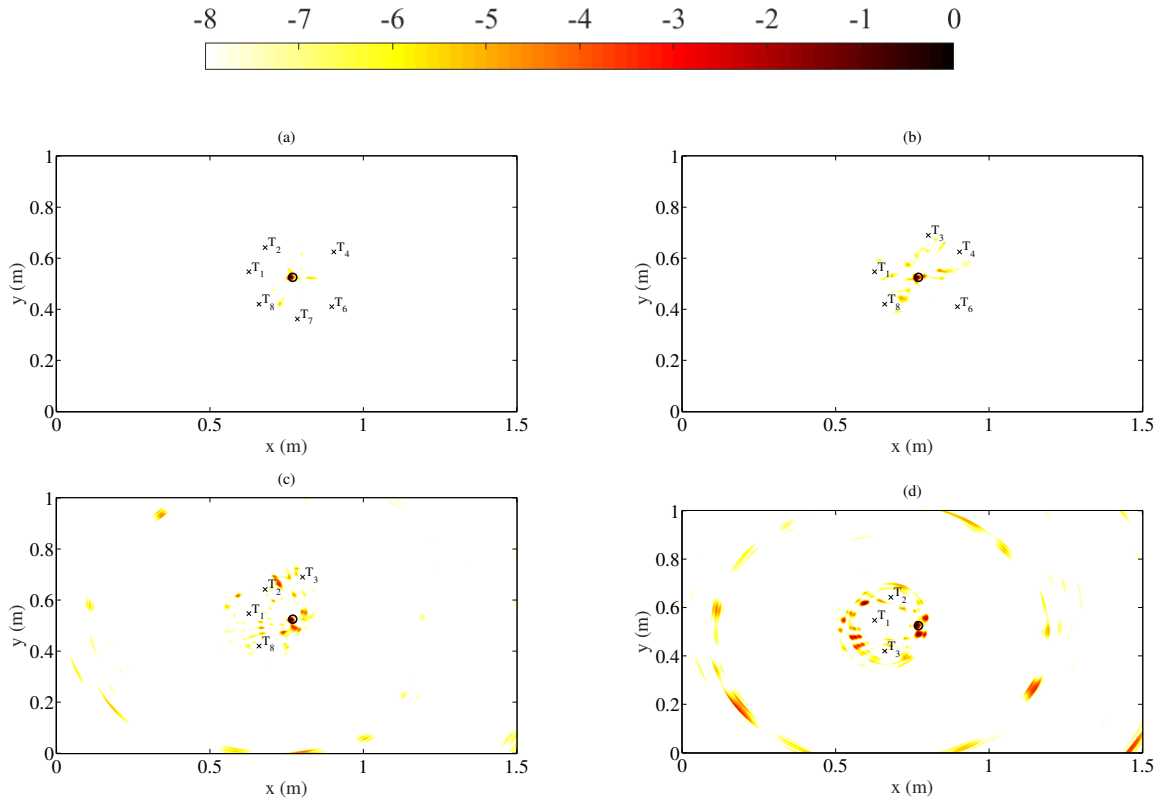


Figure 3.16 – Images de localisation par corrélation de bruits acoustiques (en décibel) : a) 6 capteurs, b) 5 capteurs, c) 4 capteurs et d) 3 capteurs, respectivement. Le défaut est placé à $(1,12, 0,57)$ m.

Tableau 3.1 – Niveau des lobes secondaires en décibel en excluant la zone du point focal ($\lambda/2$ autour de 0 décibel)

Nombre de récepteurs	8	6	5	4	3
Niveau des lobes parasites (décibel)	-7,20	-5,28	-3,82	-2,99	-1,10

résolution à son ouverture.

Ces résultats prometteurs ouvrent des pistes à des méthodes d'imagerie par faible nombre de capteurs. À notre connaissance, ces résultats sont les premiers en SHM passif.

Jusqu'à maintenant, l'imagerie de défauts par corrélation de bruits est portée sur des structures en aluminium. Pourtant en aéronautique, pour des soucis de réduction de poids de l'avion, les matériaux composites sont très utilisés. Cependant, la forte atténuation de ces derniers peut altérer la détection de défaut par la méthode de corrélation. Il est donc intéressant d'étudier l'impact de ce paramètre sur la reconstruction des fonctions de Green

et plus spécifiquement sur l'imagerie de défaut en ces milieux.

3.3.2 Atténuation du milieu réverbérant

L'étude numérique est réalisée en utilisant le code ELMER pour une plaque de plexiglas de 10 mm d'épaisseur. Sur la figure 3.17 sont tracées les courbes de dispersion pour cette plaque. Ces courbes sont déterminées à partir des propriétés élastiques du plexiglas consignées dans le tableau 3.2, en utilisant la relation basse fréquence vue au chapitre 1 (équation (1.5)).

Tableau 3.2 – Propriétés élastiques du plexiglas.

Matériau	ρ ($kg.m^{-3}$)	E (GPa)	ν
Plexiglas	1185	3	0,415

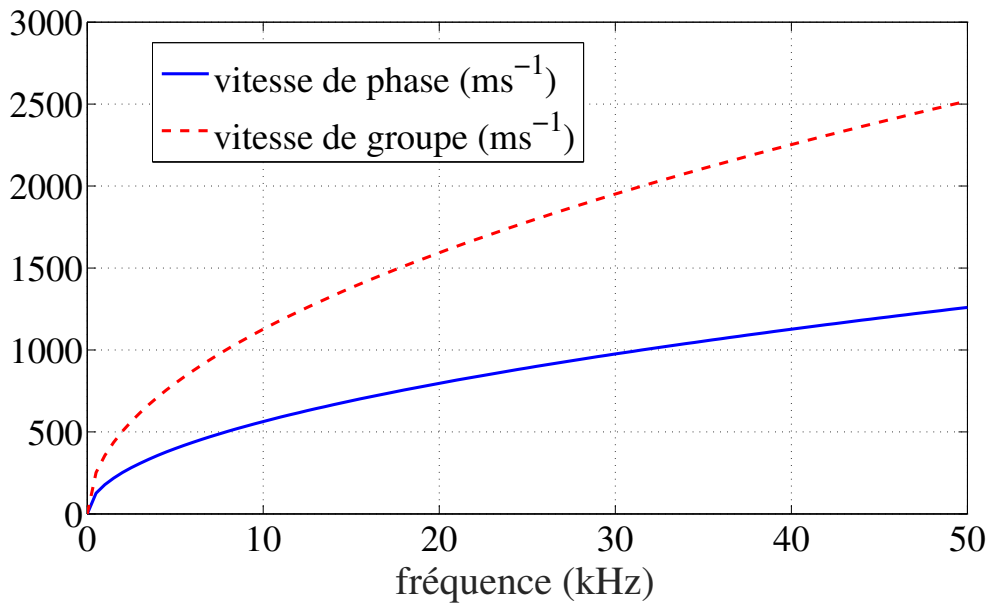


Figure 3.17 – Courbes de dispersion d'une plaque de plexiglas de 10 mm d'épaisseur, montrant la vitesse de phase (courbe bleue) et de groupe (courbe rouge en pointillé) du mode de Lamb A0 en fonction de la fréquence.

Le défaut est simulé par une modification locale de ces propriétés. Le signal d'excitation est un cycle de sinusoïde centrée à 20 kHz (force normale appliquée à la surface de la plaque). Vingt sources ponctuelles sont réparties aléatoirement sur la surface de la plaque. Le réseau d'imagerie est constitué de 6 récepteurs. L'acquisition des signaux se fait une fois sans défaut et une autre avec défaut. L'atténuation est introduite après le traitement des données. La matrice ΔC est ainsi estimée par mode différentiel entre les deux cas avec et sans défaut.

Sur la figure 3.18, sont tracés les résultats de beamforming d'un défaut fixé à la position (0,7 , 0,55) m et ce, pour deux atténuations différentes. La position de défaut est indiquée par un cercle noir.

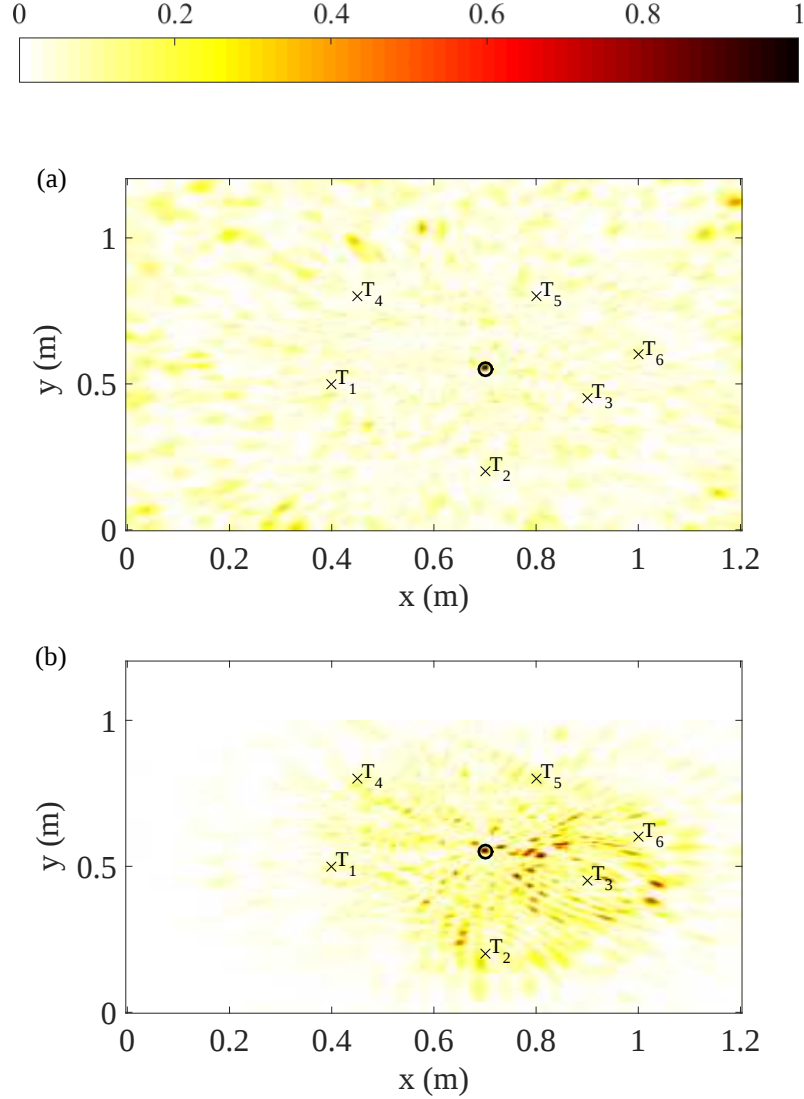


Figure 3.18 – Résultats de localisation de défaut obtenus à partir de $\Delta\mathbf{C}(t)$ issue de 20 sources de bruit. Le défaut est placé à la position (0,7 , 0,55) m : a) $\tau = 15$ ms et b) $\tau = 0,5$ ms.

Comme on peut l'observer sur la figure 3.18-(a), on a une excellente focalisation sur le point de défaut. En effet, l'atténuation introduite dans ce cas correspond à celle de l'aluminium, on comprend donc que les fonctions de Green reconstruites sont de très bonne qualité. Toutefois sur la figure 3.18-(b), quand l'atténuation s'approche de la valeur observée expérimentalement pour le plexiglas ($\tau = 0,5$ ms), la détection du défaut devient difficile. Ces résultats sont la conséquence de la relation (2.34). On a vu que cette relation théorique du niveau du bruit relatif (RNL) dépend des paramètres structuraux de la plaque,

dont le terme lié à la réverbération τ . Dans le cas d'une plaque réverbérante présentant une faible atténuation acoustique (τ plus grand) le niveau de bruit est plus faible. Dans ce cas, on s'attend à une reconstruction correcte des fonctions de Green et la figure 3.18-(a) le confirme. Dans le cas contraire, le champ quasi-diffus n'est pas créé dans la plaque à cause de la forte atténuation. Dans ce cas, le terme parasite n est dominant et les fonctions de Green sont erronées. Néanmoins, cette limitation peut être compensée en augmentant le nombre de sources (un moyen artificiel de créer un champ diffus dans la plaque) ce qui est difficile à réaliser.

Ces résultats sont prometteurs et méritent une étude approfondie sur la reconstruction passive des fonctions de Green et l'imagerie de défauts dans les matériaux composites utilisés souvent en industrie aéronautique.

3.3.3 Distribution des sources de bruit

Comme nous l'avons vu dans la section précédente 3.2.3, une reconstruction parfaite des fonctions de Green est obtenue lorsque les sources de bruit sont réparties d'une façon homogène sur toute la plaque (cas de frottement par exemple). Or, en situation réelle, les sources acoustiques naturelles peuvent être plus ou moins localisées plutôt que réparties uniformément sur la surface de la structure. Cette contrainte peut constituer un réel problème pour détecter le défaut.

Dans cette section, nous étudions l'influence de l'étendu de la zone sur laquelle le bruit est généré. Contrairement aux résultats de beamforming présentés sur la figure 3.9, le bruit est ici créé en frottant avec une éponge sur de petites zones de $37 \times 33 \text{ cm}^2$ environ. Pour la même position de défaut (même aimant utilisé dans la section 3.2.2) fixé à (1,12 , 0,57) m, quatre zones de frottement ont été testées. Pour plus de clarté, l'intensité $I(x, y)$ est représentée en décibel. Premièrement on a vérifié la qualité des fonctions de Green reconstruites pour ces zones. Sur la figure 3.19, est tracé un résultat typique d'une intercorrélacion pour le même couple de transducteurs utilisé dans le cas de frottement uniforme sur toute la plaque (voir figure 3.8) et comparé à la réponse mesurée en pitch-catch (courbe en pointillé).

Les similitudes entre la réponse réelle (actif) et estimée (passif) confirment la présence dans la fonction de corrélation de caractéristiques propres à la fonction de Green, malgré le fait que le champ soit créé sur une petite zone de la plaque. Le fait que la reconstruction soit clairement moins bonne que sur la figure 3.8 est lié à la plus faible diversité spatiale du champ. Néanmoins, la qualité de la fonction de Green obtenue reste comparable et correcte.

Deuxièmement, on s'est intéressé à la localisation de défaut. Les résultats obtenus sont montrés sur la figure 3.20. Les zones de frottement sont indiquées par des rectangles noirs sur les images.

En observant les différents résultats obtenus, deux conclusions peuvent être tirées. La première réside dans l'imagerie elle même de défaut dans le sens où on obtient le maximum

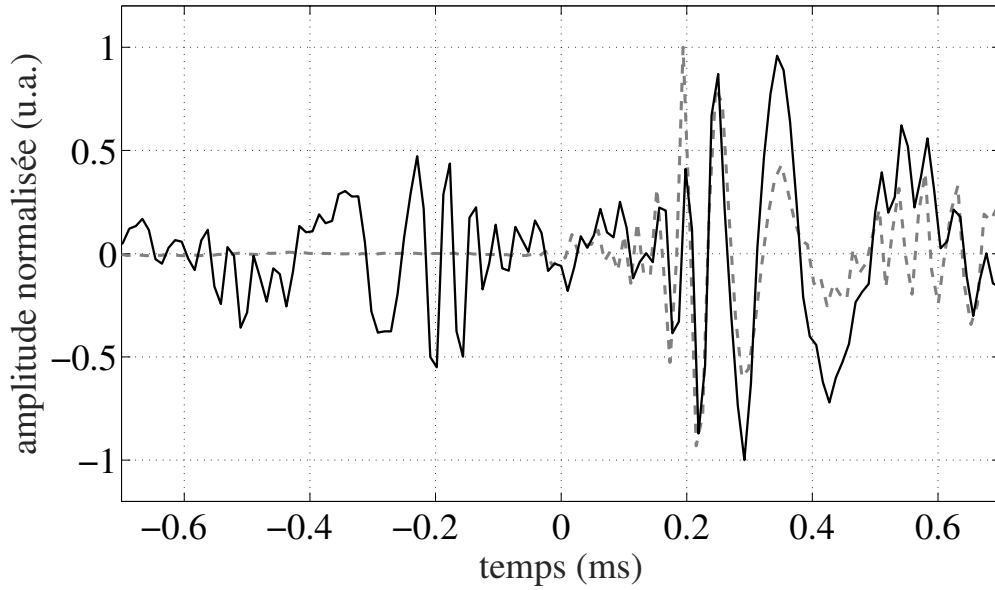


Figure 3.19 – $C_{18}(t)$ estimée à partir d’une séquence de bruit de frottement créé sur une petite zone (courbe noire) comparée à la primitive de la réponse active $s_{18}(t)$ (courbe grise en pointillé).

d’intensité sur le point focal du défaut. La taille relativement faible des zones de frottement ajoutent uniquement de légers lobes secondaires sur les images de localisation qui restent en dessous du niveau du lobe principal. La reconstruction parfaite des fonctions de Green n’est finalement pas une condition nécessaire pour détecter le défaut.

Quand à la deuxième, on observe que la position spatiale des zones de frottement a peu d’influence sur la localisation. En effet, le champ diffus dans ces conditions est créé d’une façon ou d’une autre par les réverbérations de la plaque. Ainsi, les propriétés du champ quasi-diffus obtenu dépendent faiblement de la position spatiale par rapport à la surface de la plaque. Notons qu’un résultat équivalent peut être obtenu si on frotte uniquement sur le périmètre de ces zones.

Jusqu’à présent, les matrices de corrélation avec et sans défaut ont été enregistrées lorsque le bruit est créé à partir de la même zone de frottement. Or, dans une application aéronautique, les sources de bruit liées aux phénomènes aéro-acoustiques sont susceptibles de varier suivant l’instant où la mesure est réalisée. Dans ce cas, la détection de défaut par mode différentiel devient hasardeuse. Il est donc intéressant d’étudier ce phénomène sur les matrices de corrélations.

Plusieurs tests sont donc menés dans cette étude. Les matrices $\mathbf{C}^{\text{ref}}(t)$ et $\mathbf{C}^{\text{def}}(t)$, sont estimées à partir des zones de frottement différentes. Sur la figure 3.21, sont tracés les résultats de localisation pour la même position de défaut que précédemment (voir figure 3.20). La zone de frottement pour le cas sans défaut est indiquée par un rectangle noir, tandis que

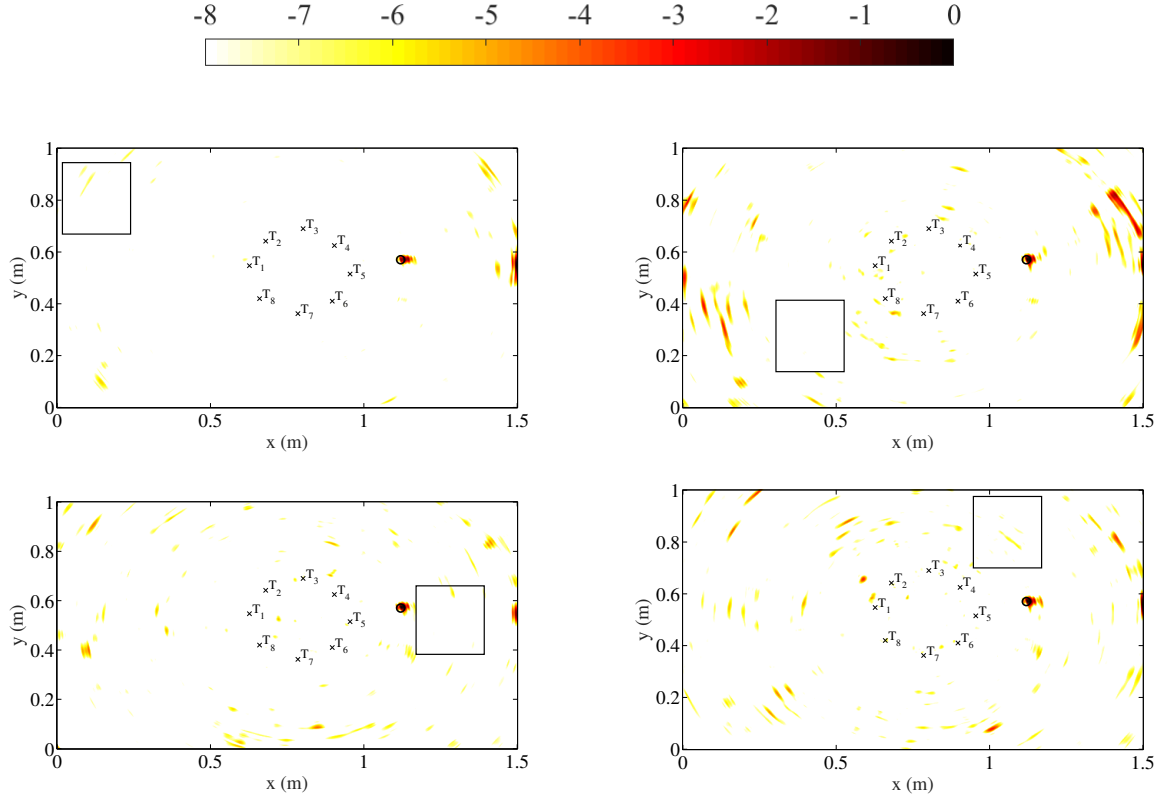


Figure 3.20 – Images de localisation (en décibel) obtenues à partir de différentes zones de frottement. Le défaut est placé à (1,12, 0,57) m. Les zones de frottement sont indiquées par des rectangles noirs.

cette dernière est indiquée par un rectangle en pointillé pour le cas avec défaut.

Dans le premier cas (voir figure 3.21-(a)), lorsque les zones de frottement sont assez proches l'une de l'autre on obtient quand même un lobe d'une forte intensité focalisé sur la position de défaut. Dans le cas contraire, la détection de défaut est impossible (figure 3.21-(b)) malgré la bonne reconstruction des fonctions de Green (figure 3.19). En effet, les résultats obtenus ici, peuvent être interprétés de la manière suivante : premièrement, pour des raisons de commodité, il est convenable de réécrire l'équation (2.12) vue au chapitre 2 sous un formalisme matriciel.

$$\mathbf{C}(t) = [\mathbf{G}(t) - \mathbf{G}(-t)] \otimes f(t) + \mathbf{n}(t), \quad (3.7)$$

où $\mathbf{n}(t)$ est le terme parasite regroupant les résidus de reconstruction.

Notons maintenant A (resp. B) la zone sur laquelle est créé le frottement et pour laquelle est estimée la matrice des corrélations sans défaut (resp. avec défaut) $\mathbf{C}^{ref}(t)$ (resp. $\mathbf{C}^{def}(t)$). L'expression de la matrice différentielle $\Delta\mathbf{C}(t)$, est ainsi réécrite sous la forme suivante :

$$\Delta\mathbf{C}(t) = [\Delta\mathbf{G}(t) - \Delta\mathbf{G}(-t)] \otimes f(t) + \mathbf{n}_B(t) - \mathbf{n}_A(t) + \delta\mathbf{n}(t), \quad (3.8)$$

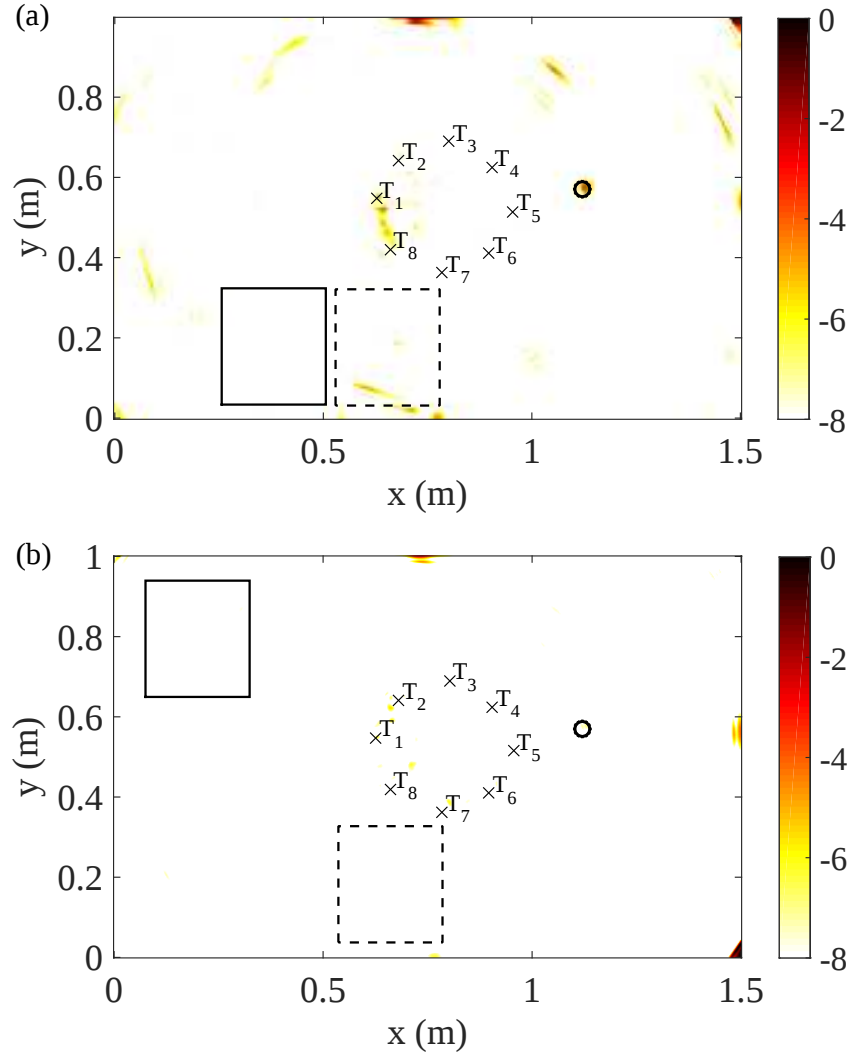


Figure 3.21 – Images de localisation (en décibel) de $\Delta\mathbf{C}(t)$ obtenues par frottement. Le défaut est placé à (1,12 , 0,57) m. Les zones de frottement sans et avec défaut sont indiquées par un rectangle noir et en pointillé, respectivement. La position de défaut est indiquée par un petit cercle noir.

où $\Delta\mathbf{G}$ représente la variation de la fonction de Green due au défaut. Les termes $\mathbf{n}_A$ et $\mathbf{n}_B$ sont les contributions parasites, sans défaut, obtenues à partir des zones de frottement A et B, respectivement. Finalement, $\delta\mathbf{n}$ est la différence des termes parasites avec et sans défaut quand le frottement est créé sur la même zone.

Quand les zones de frottement sont les mêmes ($A = B$), même si $\mathbf{n}_A$ est relativement important vu la petite taille de la zone A par rapport à la surface totale de la plaque, $\Delta\mathbf{C}$ élimine suffisamment ces contributions et il reste uniquement quelques erreurs liées à $\delta\mathbf{n}$. Dans ce cas, les lobes secondaires sont de très faibles amplitudes par rapport au niveau du lobe principal lié au défaut (voir figure 3.20). Dans le cas contraire, $\mathbf{n}_B(t) - \mathbf{n}_A(t)$ constitue la partie dominante de l'image qui rend la détection de défaut difficile (figure 3.21-(b)). Fi-

nalement, la condition de stationnarité des sources constitue un paramètre important pour une détection optimale de défaut.

Nous proposons dans la section suivante (section 3.4) une méthode d'identification de ces zones de bruit pour une estimation correcte de la matrice $\Delta \mathbf{C}$.

3.4 Identification des zones de bruit : étude expérimentale

L'identification des sources de bruit est une étape importante en imagerie passive notamment en sismologie [76]. Ici, on propose une méthode permettant d'identifier les zones de sources dans le cas des solides réverbérants. Le but de cette étude est d'identifier d'une manière passive les zones où le bruit a été créé avant et après l'apparition de défaut afin de faire le calcul de la corrélation différentielle sur la bonne référence.

Considérons une plaque mince réverbérante de faible atténuation acoustique d'épaisseur e , ainsi que deux récepteurs R_i et R_j .

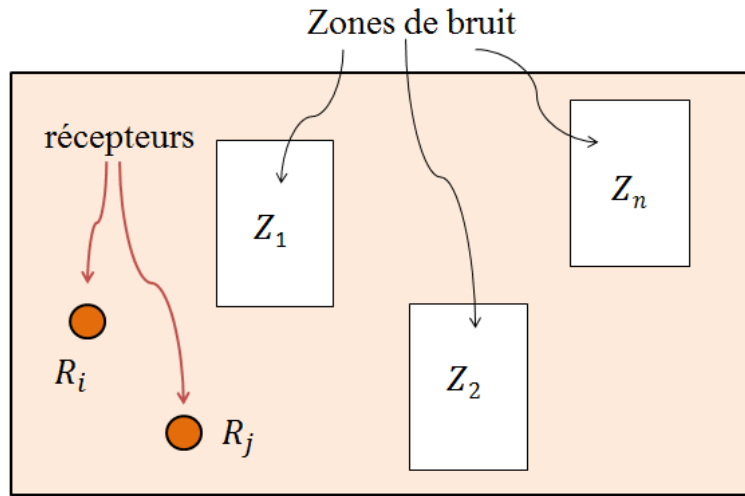


Figure 3.22 – Vue schématique d'une réalisation donnée de l'expérience.

Le bruit est supposé être créé sur des zones localisées Z_n de mêmes dimensions, sur la surface de la plaque (figure 3.22). Lorsque le bruit est créé sur la zone Z_n , la corrélation des signaux enregistrés sur la paire de récepteurs est notée $\mathbf{C}_{Z_n,ij}(t)$. On construit ainsi un dictionnaire de référence contenant toutes les intercorrélations estimées pour différentes zones de bruit Z_n .

Notons maintenant par B , la zone qu'on cherche à identifier (une plaque avec défaut) dans le dictionnaire de référence (une plaque sans défaut), la corrélation des signaux enregistrés sur la paire de récepteurs est notée $\mathbf{C}_{B,ij}(t)$. Dans le cas expérimental qui nous

intéresse, cette dernière peut être celle sur laquelle est créé le frottement et pour laquelle est estimée la matrice des corrélations avec défaut $\mathbf{C}^{def}$.

Dans ce cas, la relation (3.7) peut s'écrire ainsi :

$$\mathbf{C}_{Z_n,ij}(t) = [\mathbf{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, t) - \mathbf{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, -t)] \otimes f(t) + \mathbf{n}_{Z_n,ij}(t), \quad (3.9)$$

où $\mathbf{n}_{Z_n,ij}$ est le résidu de reconstruction associé à la zone de frottement Z_n .

Il peut être tentant ici d'utiliser la technique de localisation par retournement temporel mono-voie[113, 43] consistant à localiser la position d'un impact à partir de l'autocorrélation maximale entre la réponse enregistrée après l'impact et toutes les réponses impulsionnelles du milieu à imager avant l'impact. Cependant, dans notre cas, les zones de sources étant relativement étendues (frottement), la partie déterministe $[\mathbf{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, t) - \mathbf{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, -t)] \otimes f(t)$ est le terme dominant dans la relation (3.9). Ce terme étant le même pour toutes les zones Z_n , toutes les réponses reconstruites $\mathbf{C}_{Z_n,ij}(t)$ seront très similaires entre elles. Dans ce cas, l'identification de la zone B à partir de l'intercorrélacion entre $\mathbf{C}_{B,ij}(t)$ et $\mathbf{C}_{Z_n,ij}(t)$ ne permettra pas une distinction claire de la zone de sources. Une solution plus satisfaisante ici consiste donc à travailler sur la différence $\mathbf{C}_{B,ij}(t) - \mathbf{C}_{Z_n,ij}(t)$ pour annuler le terme stationnaire $([\mathbf{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, t) - \mathbf{G}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, -t)] \otimes f(t))$ de l'équation (3.9).

Un traitement simple pour l'identification de la zone de bruit, consiste à calculer l'erreur quadratique de la différence $\mathbf{C}_{B,ij}(t) - \mathbf{C}_{Z_n,ij}(t)$ notée par $\mathcal{E}$.

$$\mathcal{E}_n = \int_t [\mathbf{C}_{B,ij}(t) - \mathbf{C}_{Z_n,ij}(t)]^2 dt = \int_t [\mathbf{n}_{B,ij}(t) - \mathbf{n}_{Z_n,ij}(t) + \delta \mathbf{n}]^2 dt, \quad (3.10)$$

où $\delta \mathbf{n}$ est la différence des termes parasites entre le cas avec et sans défaut.

Dans le cas sans défaut ($\delta \mathbf{n} = 0$), lorsque la zone B coïncide avec une des zones Z_n du dictionnaire de référence, l'erreur quadratique $\mathcal{E}_n$ tend vers zéro. Dans les autres cas, $\mathcal{E}_n$ aurait une valeur non nulle ($\delta \mathbf{n} \neq 0$). Le principe d'identification consistera donc à rechercher la valeur de n pour laquelle l'inverse de l'erreur quadratique $r = \frac{1}{\mathcal{E}_n}$ est maximale. On s'attend alors à un maximum d'amplitude à l'indice n de la zone Z_n du dictionnaire de référence.

Pour valider ce principe, quelques essais expérimentaux ont été effectués. Le dispositif expérimental est le même que celui décrit dans la section 3.2.2. La surface de la plaque est divisée en cinq zones $Z_1 \dots Z_5$ distantes (voir figure 3.23).

Deux capteurs piézoélectriques (R_1 et R_2) sont collés sur la surface de la plaque aux positions (0,334, 0,095) m et (0,151, 0,135) m, respectivement. On définit deux surfaces de bruit $A_1 = 15 \text{ cm}^2$ et $A_2 = 3 \text{ cm}^2$, respectivement pour chaque zone. Le bruit est créé en frottant continument avec une éponge grattante sur l'aire A_2 de chaque zone pendant $T = 30 \text{ s}$. Les signaux enregistrés sur les capteurs sont échantillonnés à 192 Ké/S. Ces

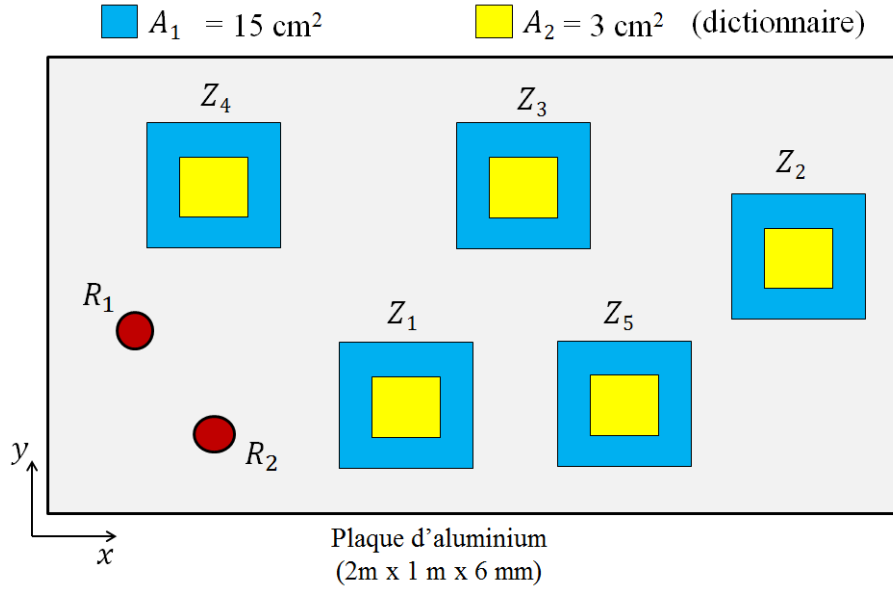


Figure 3.23 – Description de la configuration expérimentale testée.

derniers sont ensuite blanchis en fréquence entre 5 kHz et 30 kHz avant la corrélation [111]. On construit ainsi le dictionnaire de référence contenant toutes les réponses $\mathbf{C}_{Z_n,12}(t)$ obtenues pour une plaque saine (sans défaut) et pour l'aire A_2 . On cherche alors à identifier la réponse $\mathbf{C}_{B,12}(t)$ estimée à partir de la zone B pour une plaque contenant un défaut, dans le dictionnaire de référence.

Dans un premier temps, on a testé ce principe sur une plaque saine. Sur la figure 3.24 sont tracés les résultats obtenus pour chaque surface de frottement. Les valeurs de r sont normalisées par rapport au minimum de l'inverse de l'erreur quadratique.

Comme on peut l'observer sur la figure 3.24, les zones de frottement sont correctement identifiées. Lorsque l'aire de la zone de frottement B est plus large que celles enregistrées dans le dictionnaire de référence, la valeur de r est beaucoup plus faible que lorsque les aires A sont identiques. On constate néanmoins une identification sans ambiguïté de la zone incluse.

Dans un second temps, on a testé la méthode pour une plaque contenant un défaut (le dictionnaire de référence est obtenu pour une plaque sans défaut et en frottant sur l'aire A_2). Ici, le défaut testé est le même aimant que celui utilisé précédemment dans la section 3.2.2 fixé à la position (1,308, 0,697) m de la plaque. Sur la figure 3.25, est tracé l'inverse de l'erreur quadratique r pour chaque zone de frottement.

Comme on peut l'observer sur la figure 3.25, l'amplitude de r est beaucoup plus faible que dans le cas sans défaut (figure 3.24) notamment pour les surfaces relativement larges. Ceci peut être interprété par la contribution non négligeable du terme parasite différentiel

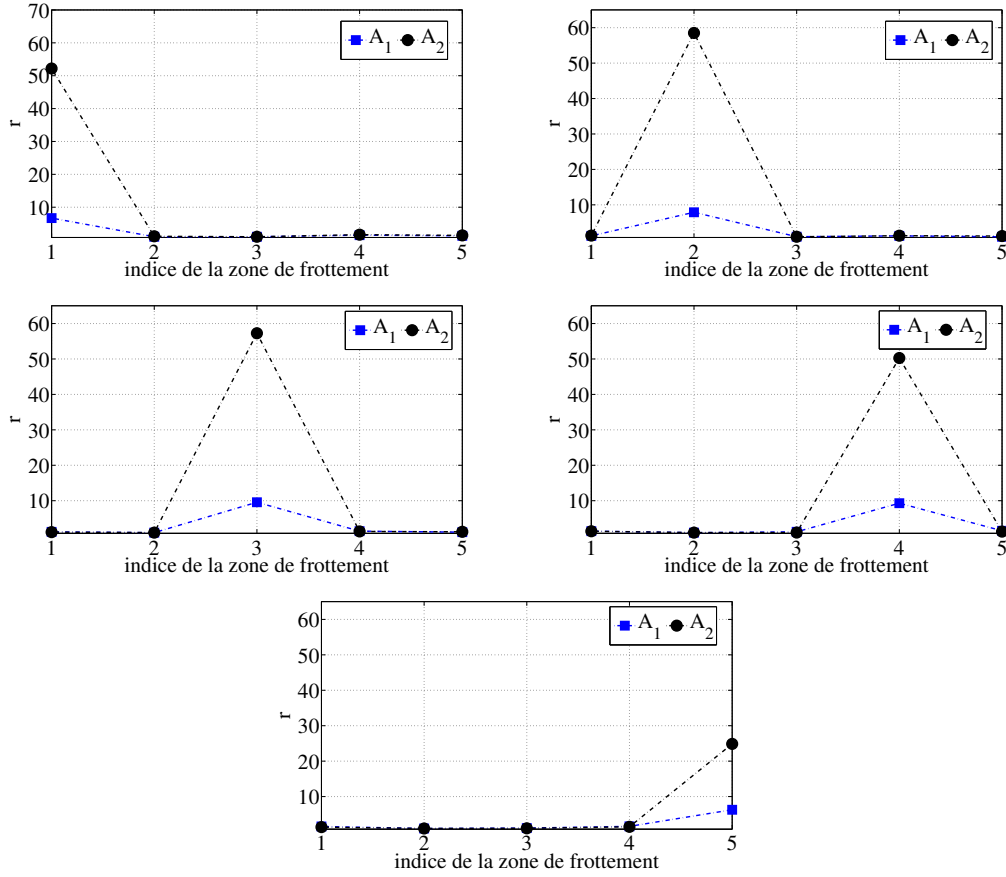


Figure 3.24 – Évaluation de r en fonction de l'indice de la zone de frottement dans une plaque sans défaut.

δn . Néanmoins, les résultats obtenus laissent une dynamique suffisante pour une identification correcte des zones de frottement.

Ces résultats expérimentaux viennent donc confirmer une méthode purement passive pour l'identification des sources de bruit.

3.5 Amélioration de la localisation avec la méthode DORT

La méthode de Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel (DORT) est une technique émergeant de l'analyse du processus de retournement temporel itératif avec une approche matricielle. Les avantages d'une telle méthode résident dans le fait qu'elle peut séparer une information acquise par le réseau de transducteurs en espace « signal » et espace « bruit ». Ces méthodes sont très appréciées pour leur efficacité notamment pour localiser des cibles en milieux très bruités. À l'Institut Langevin, cette dernière a été utilisée correctement par Kerbat et al., en contrôle non destructif sur des billettes de titane [114], ou alors pour la séparation des différents modes de Lamb générés dans un cylindre en acier [115].

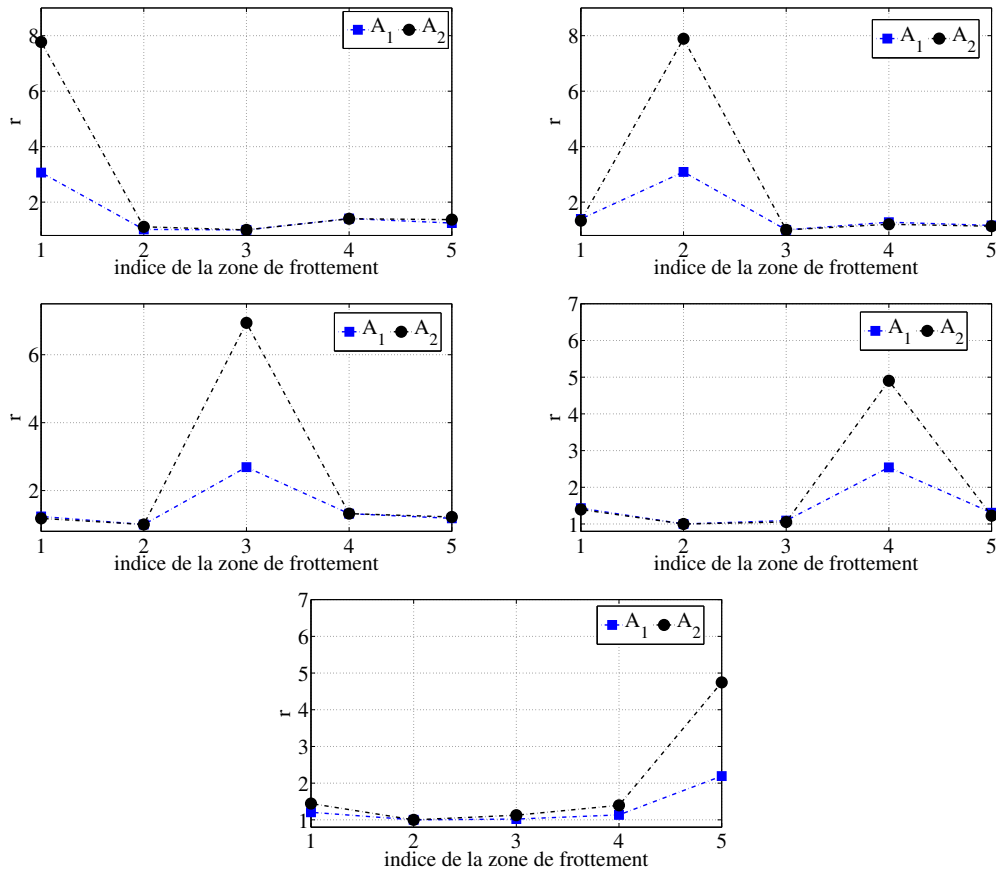


Figure 3.25 – Évaluation de r en fonction de l'indice de la zone de frottement dans une plaque avec défaut.

En acoustique sous-marine, la méthode DORT permet de séparer l'écho d'une cible, de la réverbération ainsi que de séparer deux cibles proches [116]. Nous avons donc cherché à savoir si cette méthode pouvait apporter une amélioration du rapport signal à bruit des images de localisation passive de défaut.

Dans le cas de notre étude, les lobes parasites sont essentiellement liés au terme parasite $\mathbf{n}(t)$ dû au nombre limité de sources de bruit. Afin de pallier cette limitation, on tire profit de la méthode DORT par décomposition en valeurs singulières (SVD¹) de la matrice de co-variance $\Delta\mathbf{C}(\omega)$. L'idée est de reconstruire une version filtrée de $\Delta\mathbf{C}(\omega)$ en gardant uniquement la valeur la plus significative des vecteurs propres de cette matrice. Dans ce cas, la reconstruction de bpf (formation d'image) devrait apporter une valeur ajoutée significative à la qualité de focalisation sur la cible (défaut).

Pour chaque pulsation ω , la SVD peut être écrite sous cette forme :

$$\Delta\mathbf{C}(\omega) = \sum_{i=1}^{N_R} \mathbf{U}_{\Delta C}^i(\omega) \mathbf{S}_{\Delta C}^i(\omega) \tilde{\mathbf{V}}_{\Delta C}^i(\omega), \quad (3.11)$$

1. en utilisant les bibliothèques de fonctions de décomposition en valeurs singulières de MATLAB.

où $\sim$ est la conjugaison hermitienne, $\mathbf{U}_{\Delta C}^i$ et $\mathbf{V}_{\Delta C}^i$ sont le $i^{\text{ème}}$ vecteur singulier correspondant à la $i^{\text{ème}}$ valeur singulière $S_{\Delta C}^i$. N_R , est le nombre d'éléments du réseau (nombre de récepteurs). La matrice $\mathbf{S}_{\Delta C}^i$ est diagonale de rang N_R . Dans le cas général si $\Delta \mathbf{C}(\omega)$ n'est pas une matrice carrée de dimensions (n, m) , le rang de $\mathbf{S}_{\Delta C}^i$ est donné par la valeur minimale de (n, m) .

On applique donc cette méthode à un cas illustratif de la matrice $\Delta \mathbf{C}(\omega)$ issue de 3 sources et ce, pour les résultats numériques décrits précédemment (cas de sources localisées de la section 3.2.2). Comme outil de comparaison, on décompose aussi la matrice active $\Delta \mathbf{s}(\omega)$. Sur la figure 3.26, est tracée la distribution des valeurs singulières moyennée sur toute la bande de fréquences [0-40] kHz et normalisée par rapport à la première valeur.

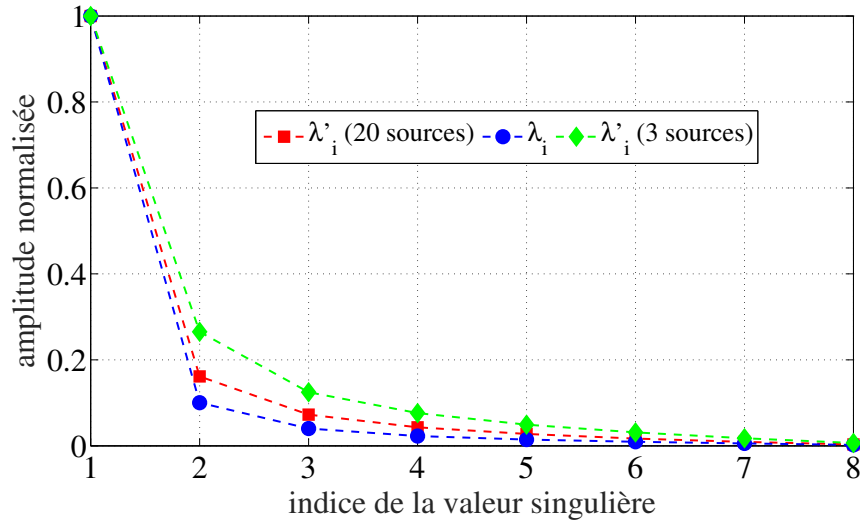


Figure 3.26 – Distribution des valeurs singulières normalisée et moyennée sur la bande fréquentielle de : $\Delta \mathbf{s}(\omega)$ (petits disques), $\Delta \mathbf{C}(\omega)$ pour 20 sources (petits carrés) et $\Delta \mathbf{C}(\omega)$ pour 3 sources (petits losanges).

La courbe bleue (petits disques) montre que la première valeur singulière λ_1 est largement dominante, par conséquent $\Delta \mathbf{s}(\omega)$ est proche d'une matrice de rang "1". On trouve ainsi, le résultat classique de la méthode DORT quand un seul diffuseur est considéré. Dans ce cas, l'information portée sur le défaut est inhérente à la première valeur singulière.

L'étape suivante consiste donc à rétro-propager le premier vecteur propre de la matrice $\Delta \mathbf{C}$, obtenue à partir de 3 sources de bruit. Ainsi, on obtient une version filtrée de $\Delta \mathbf{C}$, où les contributions des autres valeurs singulières sont supprimées.

Notons par *sbp* (singular back-propagation function en anglais), la version filtrée de *bpf* vue précédemment (relation (3.5)).

$$sbp_{(x,y)}(\omega) = \mathbf{S}_{\Delta C}^1 \left(\sum_i [U_{\Delta C}^1]_i e^{-j d_i(x,y) k(\omega)} \right) \left(\sum_i [\tilde{\mathbf{V}}_{\Delta C}^1]_i e^{-j d_i(x,y) k(\omega)} \right). \quad (3.12)$$

L'intensité du pixel $I(x, y)$ est obtenue en faisant usage de la relation (3.6).

$$I(x, y) = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} |sbp_{(x,y)}(t)|^2 dt. \quad (3.13)$$

L'intervalle de temps $\left[-\frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{2}\right]$ correspond à la durée des premiers paquets d'ondes.

Sur la figure 3.27, sont tracés les résultats de beamforming obtenus pour la matrice brute ainsi que la matrice filtrée. La position de défaut est indiquée par un cercle noir.

Comme attendu, l'application de la méthode DORT montre une réduction significative des lobes parasites ainsi qu'une meilleure localisation. Toutefois, les imperfections observées sur la figure 3.27-(b) sont liées aux réflexions incluses dans la durée (T_0) des premiers paquets d'onde sur laquelle est estimée l'intensité de l'image de localisation passive (équation (3.6)). En revanche, le rapport entre la première valeur singulière et les suivantes de la matrice $\Delta \mathbf{C}(\omega)$ (3 fois inférieur à celle de $\Delta \mathbf{s}(\omega)$), est une conséquence directe de la reconstruction imparfaite de la fonction de Green par le processus de corrélation. En effet, la matrice $\Delta \mathbf{C}(\omega)$ peut être vue comme l'image de $\Delta \mathbf{s}(\omega)$ affectée par le bruit des résidus de reconstruction $\mathbf{n}$. Ainsi, plus le niveau de bruit relatif (RNL) est grand quand le nombre de sources est faible, plus la reconstruction passive de la fonction de Green est erronée et plus les lobes secondaires sont significatifs. Le rang de la matrice $\Delta \mathbf{C}(\omega)$ devient plus grand que 1.

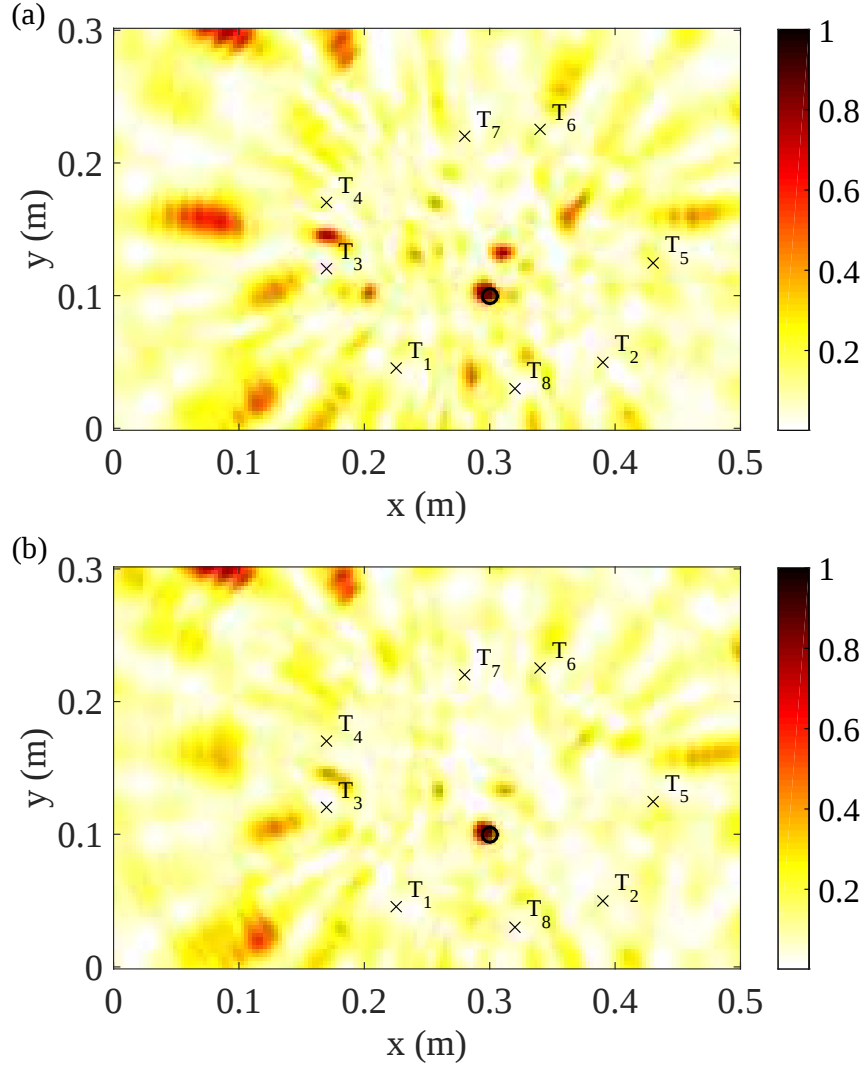


Figure 3.27 – Résultats de localisation passive de défaut obtenus à partir de $\Delta\mathbf{C}(t)$ issue de 3 sources de bruit : (a) avant filtrage, (b) après filtrage DORT par rétro-propagation du premier vecteur propre.

3.6 Conclusion

Les études menées dans ce chapitre illustrent la possibilité d'extraire les fonctions de Green à partir des sources de bruit. Ces dernières sont ainsi exploitées pour la détection et la localisation de défauts dans un milieu réverbérant.

Premièrement, nous avons montré que l'estimation correcte des fonctions de Green dépend de la répartition spatiale du champ acoustique. Néanmoins, pour la matrice différentielle, il a été souligné que la capacité de localisation de défaut est plus sensible à la non-stationnarité des sources de bruit qu'à la qualité des fonctions de Green reconstruites. On a montré aussi à travers un calcul simple (erreur quadratique) que les zones de frottement peuvent être identifiées par corrélation de champs acoustiques. Ceci a pour but d'identifier les zones où le bruit a été créé avant et après apparition de défaut. Ensuite,

nous avons montré expérimentalement la capacité de cette technique à détecter des trous, inclusions massives et même des fissures. Les différents résultats obtenus sont prometteurs pour des applications CND et méritent une étude plus poussée et ce, notamment pour la contrainte de la non-stationnarité des sources de bruit.

Deuxièmement, on a montré l'efficacité de la méthode DORT sur le filtrage des images de localisation passive issues d'un nombre relativement faible de sources de bruit.

Dans l'optique de la contrainte rencontrée précédemment, on propose dans le chapitre suivant un prototype acousto-mécanique qui permet d'une part, d'apporter une composante stationnaire dans l'espace aux sources de bruit et de transférer le champ ambiant basse fréquence en hautes fréquences, en exploitant les non-linéarités de frottement, d'autre part.

Chapitre 4

Développement de sources secondaires non-linéaires large bande

Sommaire

4.1	Introduction	79
4.2	Translation du champ basse fréquence vers les hautes fréquences par frottement- étude expérimentale	80
4.2.1	Description du dispositif de conversion	81
4.2.2	Caractérisation expérimentale des signaux secondaires	83
4.2.3	Exploitation des signaux secondaires pour la détection et la localisation de défaut	87
4.3	Influence des paramètres expérimentaux	89
4.3.1	Nombre de sources secondaires	89
4.3.2	Distance défaut-récepteurs	91
4.3.3	Résolution	92
4.3.4	Position de l'excitation basse fréquence	93
4.4	Conclusion	96

4.1 Introduction

ON a vu au chapitre 3, que l'estimation fidèle des fonctions de Green n'est pas une condition suffisante pour détecter le défaut dans la plaque. La stationnarité des sources de bruit est en effet nécessaire pour une estimation correcte de la position de défaut. De plus, pour une application réelle (un avion en cours de vol par exemple), les vibrations ambiantes induites notamment par les moteurs sont de nature basse fréquence. Des problèmes spécifiques se posent alors dans ce contexte. D'une part, il est nécessaire de se ramener à des sources de bruit large bande afin d'estimer correctement les fonctions de Green à partir des corrélations. D'autre part, il est important de garder les positions des sources secondaires fixes entre l'état avant et après apparition de défaut. Ceci a pour but comme évoqué plus haut (chapitre 3), d'estimer la matrice différentielle $\Delta\mathbf{C}$ avec la bonne référence.

Dans ce chapitre, on propose une solution tout à fait innovante qui consiste à mettre en place des sources secondaires artificielles qui d'une part translatent le champ ambiant de basses fréquences (BF) en hautes fréquences (HF) et d'autre part permettent de se ramener à des sources de bruit spatialement stationnaires. Ce travail complémentaire qui couple la mécanique et l'acoustique a été réalisé en étroite collaboration avec le laboratoire de mécanique des contacts et des structures (LaMCoS) à Lyon.

Dans la première partie de ce chapitre, on présente le dispositif acousto-mécanique dans son modèle équivalent à un système masse ressort à 3 ddl (degrés de liberté), puis on s'intéresse à la caractérisation expérimentale des signaux acoustiques secondaires (HF) générés. Dans la seconde partie, les signaux HF secondaires sont exploités pour la détection et la localisation de défaut. Enfin, une étude expérimentale sur l'influence de certains paramètres sur la localisation de défaut a été exposée.

4.2 Translation du champ basse fréquence vers les hautes fréquences par frottement- étude expérimentale

Dans le domaine aéronautique, les sources de bruit sont nombreuses (bruit des moteurs, vibration des freins, etc.) et se présentent en différentes localisations de la structure (ailes, par exemple). Cependant, ces sources émettent des vibrations à basse fréquences (< 1 kHz), ce qui ne permet pas d'obtenir une résolution suffisante pour la méthode de localisation de défaut développée précédemment. De plus, ces dernières sont spectralement à bande étroite et présentent de raies importantes (liées aux harmoniques), ce qui est un réel verrou pour l'application de détection envisagée. La conversion des basses fréquences (sources primaires) vers les composantes hautes fréquences (sources secondaires) par frottement sec (deux solides maintenus en contact, et effectuant un mouvement l'un par rapport à l'autre, en l'absence de lubrification) est une solution possible à ce problème.

Dans[117], A. Akay a fait une étude bibliographique de référence sur les systèmes frot-tants. Généralement on distingue deux modes de frottement :

- frottement sans glissement (la vitesse de glissement est nulle) : exemple de frottement d'un doigt mouillé qui s'accroche sur le bord d'un verre,
- frottement avec glissement (la vitesse de glissement est non nulle et est opposée à la force de frottement) : exemple de frottement d'une poutre sur un disque en rotation.

À travers des résultats expérimentaux, il en ressort que le comportement de ces derniers est sensible à la rugosité de surface. Dans le cas des structures avec des efforts suffisamment importants, les solides en contact forment un système couplé. La réponse est alors complexe et souvent non-linéaire. L'auteur constate alors que ce dernier répond acoustiquement sur une fréquence propre du système couplé. Ce phénomène de sélection de modes appelé par l'auteur « mode lock-in » (ou verrouillage de modes) dépend de la vitesse de glissement, de l'état de surface de contact (rugosité) et de sa géométrie.

Ces systèmes de frottement sec avec glissement peuvent en effet, conduire à des instabilités dynamiques (grincements...) lors du glissement à des vitesses réduites considérées comme une suite d'états collés-glissés (ou stick-slip en anglais)[118, 119], ou à des effets d'amortissement dus à la friction. Ces dernières sont généralement considérées comme indésirables et on cherche par tout moyen de les supprimer. Cependant, des travaux récents[120] prouvent leur intérêt dans le transfert d'énergie entre différents systèmes vibratoires couplés, et le bilan énergétique est alors établi par analyse statistique d'énergie (Statistical Energy Analysis en anglais, SEA) initiée par Lyon et Maidanik[121, 122] qui est une approche statistique adaptée aux problèmes d'acoustique et de vibrations hautes fréquences des systèmes complexes tels que les avions, les voitures, les bâtiments, etc.

Dans [123], K.C. Gryllias et al., montrent qu'il est possible de transférer l'énergie ambiante basse fréquence accordée sur les modes propres de la structure en vibration à des résonateurs, ces derniers réinjectent à leurs fréquences propres le champ acoustique secondaire dans le système. C'est justement ce dispositif développé qui est utilisé ici, dont le principe est expliqué dans la section suivante.

4.2.1 Description du dispositif de conversion

Le dispositif de conversion proposé est équivalent à un système masse-ressort-frotteur à 3 degrés de liberté (figure 4.1-(a)). Ce dernier est constitué d'un résonateur principal (masse m_p ; ressort de constante de raideur k_p ; coefficient d'amortissement c_p) couplé par contact frottant à un résonateur secondaire (une poutre modélisée par une masse m_s ; ressort de constante de raideur k_s ; coefficient d'amortissement c_s), la modélisation mécanique du système est présentée sur la figure 4.1-(b). La déformation locale de la structure (pour une application aéronautique, celle-ci peut être la déformation locale de l'aile d'avion) est modélisée par un système masse-ressort (masse m_a ; ressort de constante de raideur k_a ; coefficient d'amortissement c_a). Les degrés de liberté m_p , m_s et m_a correspondent respectivement aux masses du résonateur principal, secondaire et de la déformation locale de la structure. L'excitation basse fréquence est imposée par la base (simulant le bruit ambiant venant des moteurs, bruit aérodynamique, etc.). Le résonateur secondaire est une poutre flexible dont une des extrémités est fixée sur la surface de la structure d'étude et l'autre est couplée par frottement sec à la masse du résonateur principal. Le frottement sec est modélisé par un ressort de constante de raideur tangentielle k_t .

Considérons maintenant $y(t)$ le déplacement absolu à la base et $x(t)$ le déplacement absolu de la masse à partir de sa position d'équilibre. Lorsque la masse m_p se met en mouvement et acquiert une vitesse $\dot{x}$, les vibrations du résonateur principal à la fréquence $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_p}{m_p}}$ créent une force de frottement non-linéaire F_{nl} à la surface de contact qui est

4.2. TRANSLATION DU CHAMP BASSE FRÉQUENCE VERS LES HAUTES FRÉQUENCES PAR FROTTEMENT- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

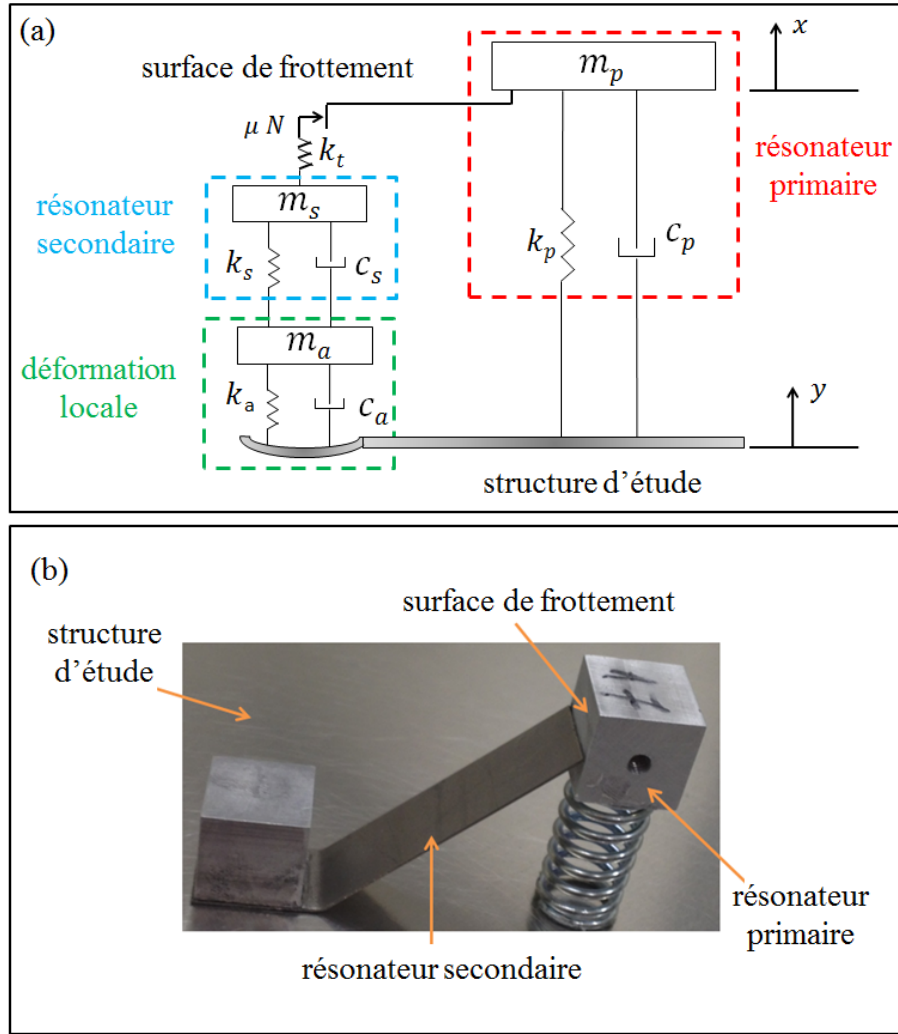


Figure 4.1 – Dispositif non-linéaire : (a) représentation mécanique du système à 3 degrés de liberté, (b) photographie du système masse-ressort. Le résonateur primaire est couplé par frottement sec au résonateur secondaire.

donnée par :

$$F_{nl}(t) = \begin{cases} k_t (x(t) - y(t)) & (\text{adhérence}), \\ \mu N(t) & (\text{glissement}), \end{cases} \quad (4.1)$$

où N est la force normale et $\mu = \frac{|F_{nl}|}{|N|}$ est le coefficient de frottement statique défini par la loi de Coulomb, comme le rapport entre la force de frottement tangentielle à l'interface de glissement et la force normale N .

Ce dernier se couple alors avec le second résonateur qui répond par ses propres fréquences $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}$ à la structure.

Le système d'équations qui régit ce dispositif peut s'écrire ainsi[123] :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_p & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_p \\ \ddot{x}_s \\ \ddot{x}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_p & 0 & 0 \\ 0 & c_s & -c_s \\ 0 & -c_s & (c_s + c_a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_s \\ \dot{x}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_p & 0 & 0 \\ 0 & k_s & -k_s \\ 0 & -k_s & (k_s + k_a) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_s \\ x_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -F_{nl} \\ F_{nl} \\ 0 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} k_p y + c_p \dot{y} \\ 0 \\ k_a y + c_a \dot{y} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

où k_a est la constante de raideur du ressort liée à la déformation locale de l'aile, c_p , c_s , et c_a sont les coefficients d'amortissement visqueux pour le résonateur primaire, secondaire et de la déformation locale, respectivement.

Grâce aux non-linéarités de frottement dues essentiellement aux effets de glissement, le champ ambiant basses fréquences est transféré au second résonateur. Ce dernier réinjecte le champ secondaire hautes fréquences dans le milieu (fréquences propres du résonateur secondaire).

Dans le cadre de notre étude, les signaux acoustiques générés par les sources secondaires seront mesurés à l'aide des transducteurs piézoélectriques du même type que ceux utilisés dans les expériences de localisation de défaut par corrélation de bruits vues au chapitre 3. Ceci permettra de vérifier l'adéquation des caractéristiques du champ secondaire généré avec la technique de localisation passive développée précédemment.

4.2.2 Caractérisation expérimentale des signaux secondaires

Le banc de test consiste en une plaque d'aluminium de $102 \times 102 \text{ cm}^2 \times 0,3 \text{ cm}$ d'épaisseur, suspendue sur les quatre coins à un support rigide. 12 sources secondaires $S_1 \dots S_{12}$ (indiquées par +) ont été collées sur la surface de la plaque à des positions choisies aléatoirement (figure 4.2-(a)). Un réseau de 8 transducteurs piézoélectriques a été également déployé sur la surface de la plaque $R_1 \dots R_8$ (indiqués par un disque). Les enregistrements des signaux mesurés sur le réseau de capteurs seront réalisés d'abord sans défaut. Les vibrations basses fréquences (simulant un bruit ambiant) sont générées par un pot vibrant excité par un bruit blanc de bande passante [70 150] Hz et d'amplitude 300 mV (figure 4.2-(b)).

Le résonateur primaire est accordé sur les basses fréquences. La poutre flexible transfère le champ secondaire généré par les interactions non-linéaires de frottement à l'interface de glissement, à la surface de la plaque. Ainsi, les premiers modes de Lamb sont excités. Notons, qu'à ces gammes de fréquences, le mode de flexion A0 est dominant. Le système d'acquisition est une carte MOTU à 8 voies qui échantillonne à 192 Ké/h/S. La carte enregistre continuellement le déplacement normal (vibrations en flexion). Les signaux collectés sur les 8 voies pour une durée totale $T = 70 \text{ s}$, sont ensuite traités sur Matlab.

4.2. TRANSLATION DU CHAMP BASSE FRÉQUENCE VERS LES HAUTES FRÉQUENCES PAR FROTTEMENT- ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

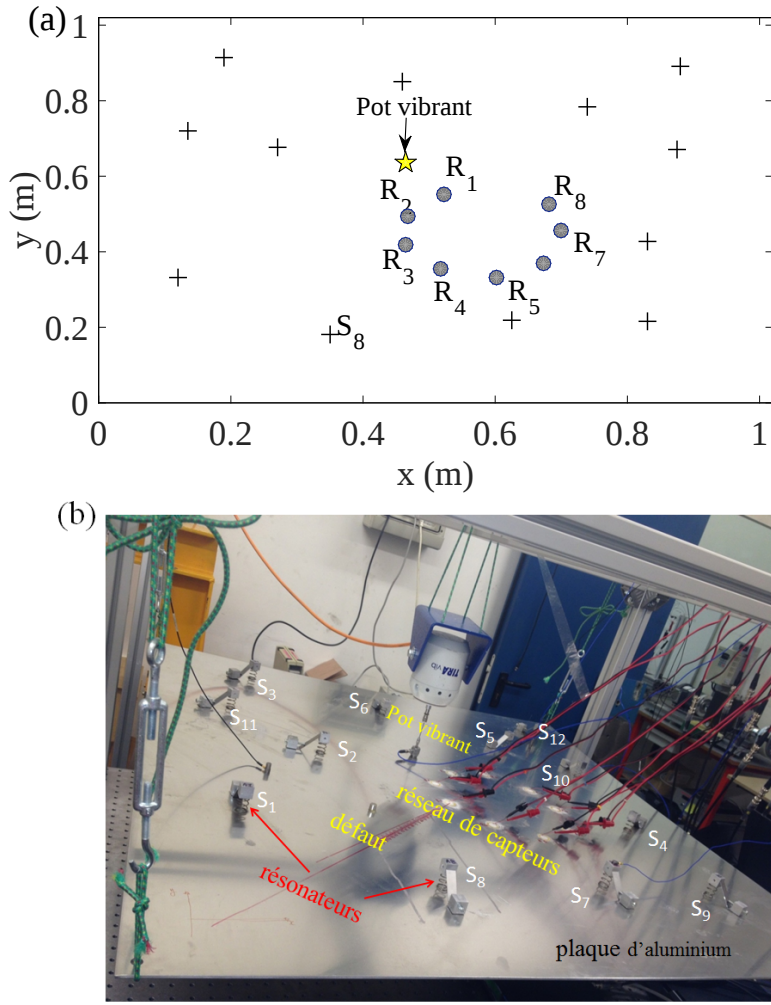


Figure 4.2 – (a) Schéma du dispositif expérimental : le pot vibrant génère le champ BF primaire. 12 systèmes masse-ressort $S_1 \dots S_{12}$ (+) sont collés à la plaque. Chaque résonateur secondaire ramène le champ primaire BF en un champ secondaire HF (interactions poutre-surface de contact), et le réinjecte à la plaque. (b) Photographie du banc de test utilisé.

Afin de faire en sorte que les sources n'entrent pas en résonance entre elles et donc les moins corrélées possibles, il a été décidé de donner des masses m_p (quelques dizaines de grammes) légèrement différentes entre les résonateurs et même constante de raideur $k_p = 2500 \text{ N/m}$.

Tout d'abord, une acquisition des signaux a été réalisée en désactivant tous les résonateurs, en intercalant une feuille de papier à l'interface de contact (masse du résonateur primaire-poutre). Ces signaux vont servir de référence pour le champ basse fréquence généré par le pot vibrant. Ensuite, l'expérience a été répétée 12 fois en activant à chaque acquisition un seul résonateur (on enlève le papier à l'interface). Enfin, une dernière acquisition a été faite en activant tous les résonateurs. Les signaux enregistrés pour cette dernière vont servir de base de comparaison pour le champ secondaire haute fréquence généré dans la plaque.

Pour voir si la partie de l'énergie convertie des basses fréquences aux hautes fréquences est suffisante pour détecter un défaut, on calcule la densité spectrale de puissance (DSP) pour chaque résonateur. Cette dernière est estimée en calculant la somme du module de la transformée de Fourier de l'autocorrélation du signal enregistré sur chaque capteur, sur une fenêtre temporelle de 5,2 ms. Sur la figure 4.3 est tracée la DSP de chaque résonateur, comparée à la référence (sans résonateurs) en échelle semi-logarithmique.

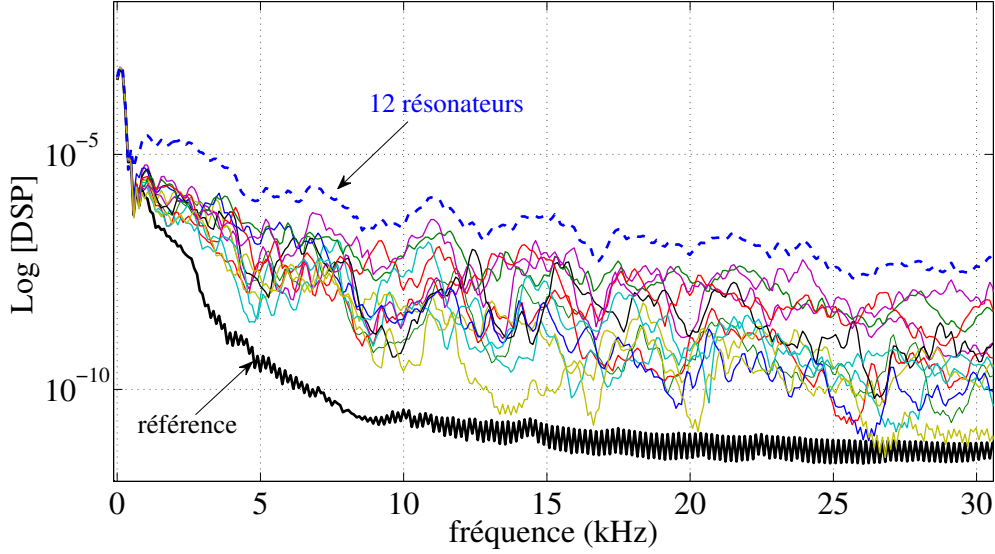


Figure 4.3 – Densité spectrale de puissance en échelle semi-logarithmique (somme sur les 8 capteurs) des 12 résonateurs ($S_1 \dots S_{12}$) entre 5 et 30 kHz : la courbe noire représente la référence (sans résonateurs) tandis que la courbe en pointillé représente la DSP avec tous les résonateurs.

Comme on peut l'observer sur la figure 4.3, un transfert d'énergie remarquable notamment à la fréquence 5 kHz, d'un facteur 10000 entre la référence et la DSP du premier résonateur. Ce résultat confirme alors la possibilité de transfert d'énergie grâce aux interactions non-linéaires entre la poutre et le résonateur primaire.

— Imagerie du résonateur

Cette expérience complémentaire avait pour but de mieux comprendre le comportement de la source secondaire. À cette fin, les 12 résonateurs sont désactivés. Le dispositif non linéaire est placé au centre du réseau d'imagerie à la position (0,595 , 0,44) m pour le résonateur secondaire (point de fixation de la poutre sur la plaque) et (0,61 , 0,485) m pour le résonateur primaire (la référence a été prise comme l'angle bas gauche de la plaque). La base est accordée sur les basses fréquences générées par le pot vibrant (même type de bruit que précédemment). On estime alors la matrice des corrélations $\mathbf{C}^{ref}$ à partir des enregistrements des signaux sur une durée $T = 25$ s, pour une plaque saine. Cette durée a été ajustée afin d'obtenir une bonne estimation des fonctions de corrélations.

Pour trouver la position de la source, on rétro-propage la matrice $\mathbf{C}^{ref}$ pour chaque point (x,y) de la plaque, par la relation suivante :

$$\psi(\omega) = e^{[+j k(\omega) d'_{mn}(x,y)]}, \quad (4.3)$$

avec $k(\omega)$, le nombre d'onde à la pulsation ω , son expression est déduite de la relation de dispersion du mode de Lamb A0 (voir équation (1.5) du chapitre 1).

Ici comme on tente de localiser une source, on travaille sur la différence (beamforming classique) au lieu de la somme pour le cas d'un défaut (voir relation (3.4)) des trajets d_m (résonateur $\rightarrow$ récepteur R_m) et d_n (résonateur $\rightarrow$ récepteur R_n), i.e. $d'_{mn} = d_m - d_n$.

Cette opération est ensuite suivie d'une sommation cohérente de tous les signaux rétro-propagés en utilisant la relation (3.5) vue au chapitre 3 pour la localisation d'un défaut. L'intensité de l'image est calculée par la relation (3.6) sur une durée $T_0 = 0,025$ ms, des premiers paquets d'ondes. La position du résonateur primaire est indiquée par un carré tandis que celle du secondaire est indiquée par un cercle.

Le résultat de beamforming (un zoom sur la zone délimitée par le réseau de récepteurs) est tracé en décibel (pour plus de clarté) sur la figure 4.4.

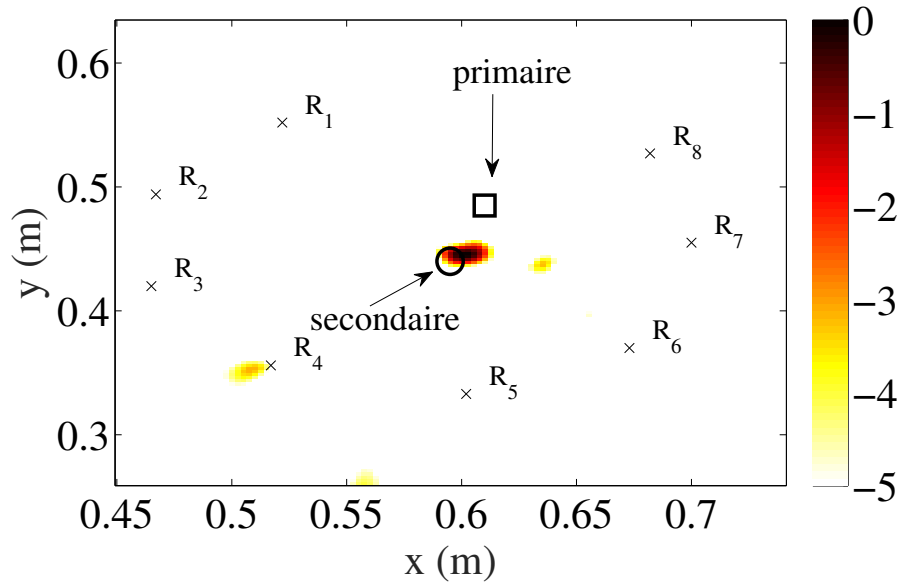


Figure 4.4 – Image de beamforming de la source secondaire (en décibel) : le résonateur secondaire est situé à (0,595 , 0,44) m et le résonateur primaire à (0,61 , 0,485) m, respectivement. La source d'excitation du pot vibrant est un bruit blanc de [70 150] Hz.

Comme attendu, l'intensité maximale est focalisée sur le résonateur secondaire rayonnant la haute fréquence utile pour l'application.

Cette étude préliminaire ainsi que les résultats obtenus laissent espérer un niveau de bruit suffisant dans la bande fréquentielle utile [5 30] kHz pour l'application de détection et de localisation de défaut développée dans les travaux précédents [107, 108, 109, 110].

4.2.3 Exploitation des signaux secondaires pour la détection et la localisation de défaut

Pour détecter le défaut, on a gardé la même configuration expérimentale que celle utilisée dans la section 4.2.2 en activant les 12 résonateurs. L'excitation basse fréquence (bruit blanc de [70 150] Hz) se fait par le pot vibrant situé à la position (0,465 , 0,635) m. Les signaux acoustiques générés par les sources secondaires sont mesurés à l'aide des 8 transducteurs piézoélectriques collés à la surface de la plaque (voir figure 4.2-(b)). Le système d'acquisition est une carte MOTU à 8 voies qui échantillonne à 192 Kéchant/S. Pour compenser les fluctuations temporelles et fréquentielles, les signaux bruts (les premières 25 s) sont normalisés en temps et blanchis en fréquence entre [5 30] kHz (où le mode Lamb A0, dit « de flexion » est dominant), avant la corrélation. D'abord, une première acquisition des réponses entre les transducteurs, est obtenue sans défaut. On construit ainsi la matrice des corrélations $\mathbf{C}^{ref}(t)$ de 8×8 éléments. Ensuite, une deuxième acquisition est réalisée lorsque l'on couple le défaut à la surface de plaque. Le défaut ici, consiste en deux aimants de 9 mm de diamètre et de 10 mm de hauteur, couplés de part et d'autre de la surface de la plaque à l'aide du miel pour améliorer l'adhésion (ce sont les mêmes aimants utilisés dans le chapitre 3). On estime cette fois-ci la matrice $\mathbf{C}^{def}(t)$. Après formation de la matrice différentielle $\Delta\mathbf{C}(t)$, l'algorithme d'imagerie est appliqué pour localiser le défaut.

Afin de vérifier nos résultats, on a fait une autre mesure complémentaire servant de référence. Le principe de cette dernière était de désactiver les 12 sources secondaires ainsi que le pot vibrant et les substituer par une excitation ambiante. Un bruit blanc est alors simulé par Matlab et envoyé par Bluetooth à un haut-parleur sans fil (même haut-parleur que celui utilisé dans la section 3.2.3 du chapitre 3). Pendant l'émission, on déplace manuellement le haut-parleur sur la surface de la plaque à une distance source-surface de 5 cm à 10 cm environ. Les signaux sont enregistrés sur le réseau de 8 transducteurs et blanchis en fréquence entre 5 et 30 kHz avant les corrélations. L'algorithme d'imagerie est alors appliqué sur la matrice différentielle de corrélations (voir figure 4.5-(a)) pour une position de défaut (0,615 , 0,444) m.

Sur la figure 4.5-(b), est tracé le résultat de localisation obtenu avec les 12 résonateurs comparé à l'image de localisation de défaut obtenue avec le bruit acoustique généré par le haut-parleur (figure 4.5-(a)), en absence des résonateurs. L'origine est prise sur l'angle gauche bas de la plaque (coté S_1 et S_8). La position des récepteurs est indiquée par 'x' et la position du défaut est indiquée par un petit cercle noir 'o'.

Comme attendu pour le cas de la figure 4.5-(a), le défaut est correctement localisé (une tâche focale d'une forte intensité sur l'image). Un résultat équivalent est également obtenu

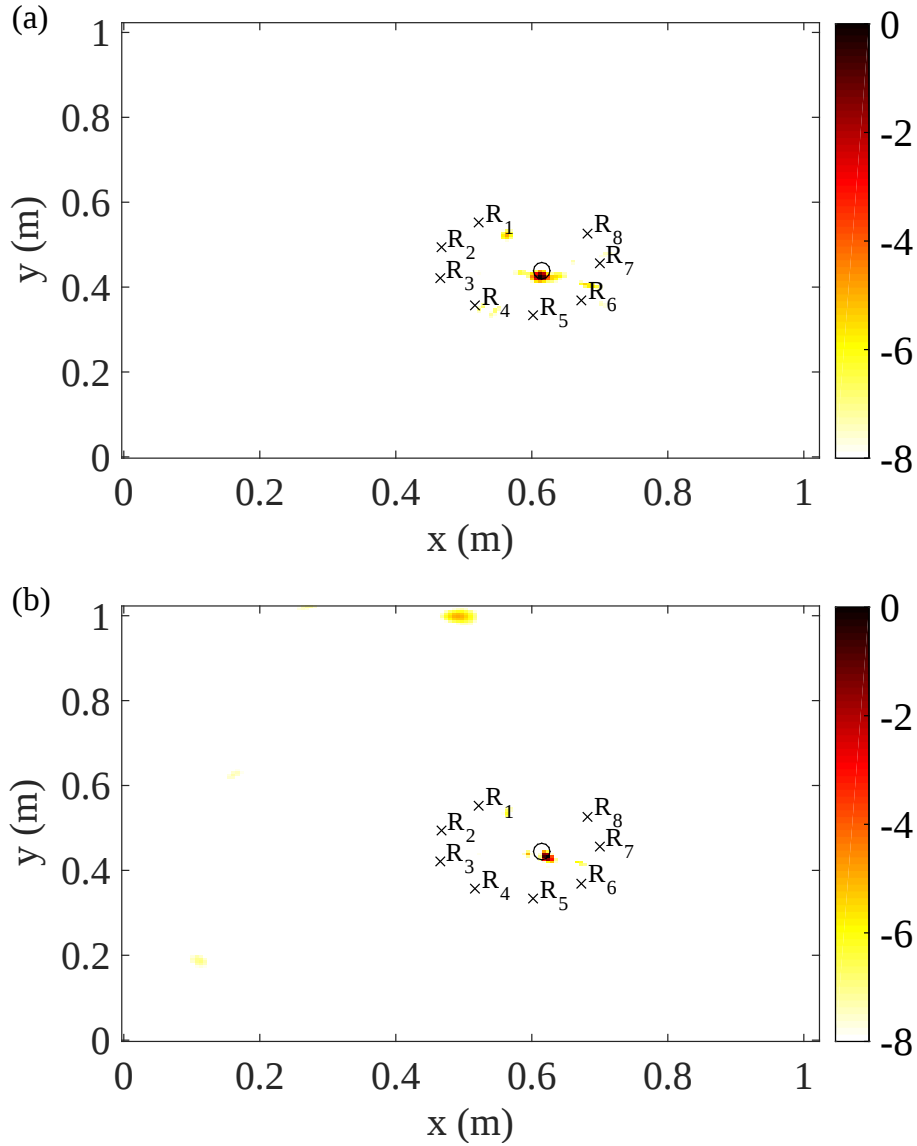


Figure 4.5 – Images de localisation (en décibel) obtenues avec : (a) le bruit acoustique généré par le haut-parleur et (b) les 12 résonateurs ($S_1...S_{12}$). Le défaut est mis au centre du réseau à la position (0,615 , 0,444) m.

avec les 12 sources secondaires où l'intensité maximale est retrouvée sur la position de défaut. La qualité de l'image obtenue avec ces derniers confirme que le niveau du signal obtenu avec les résonateurs est suffisant pour cette application avec une excellente résolution.

Les champs hautes fréquences générés par les sources secondaires, ont été testés pour une autre position de défaut à l'extérieur du réseau d'imagerie en gardant la même position du pot vibrant que précédemment. Le défaut est alors mis à la position (0,42 , 0,38) m. Le résultat d'imagerie est présenté sur la figure 4.6 en décibel.

Comme on peut l'observer, le défaut est de nouveau correctement localisé. Le rapport

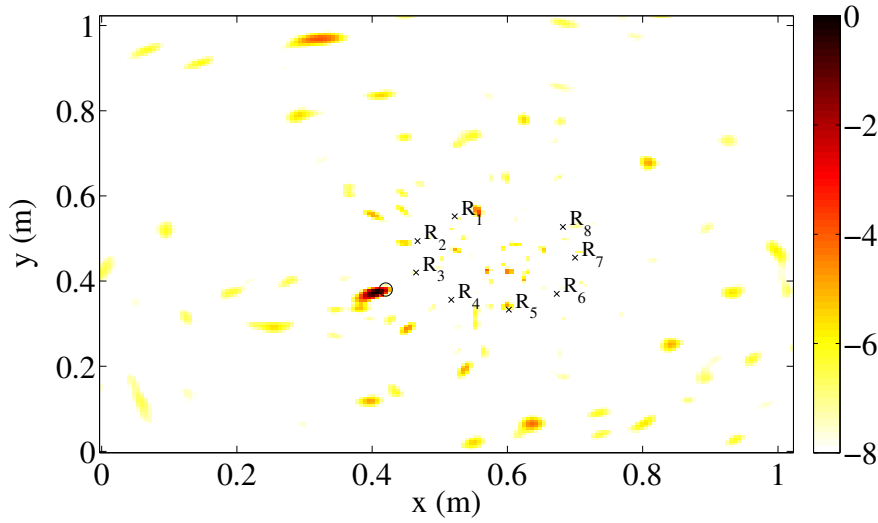


Figure 4.6 – Image de localisation de défaut situé à la position (0,42 , 0,38) m, obtenue avec les 12 résonateurs ($S_1...S_{12}$) en décibel.

signal à bruit de l'image obtenue est une conséquence directe de la qualité des fonctions de Green reconstruites. Du point de vue contraste, les lobes secondaires apparus sur l'image de localisation peuvent être justifiés par rapport à la géométrie du réseau de capteurs ainsi que la position de défaut par rapport à celui-ci. Nous reviendrons sur ce point dans la section 4.3.2. Ces résultats expérimentaux sont bien comparables à ceux du chapitre 3.

Dans la section suivante, on étudie les différents paramètres qui peuvent influencer la localisation de défaut.

4.3 Influence des paramètres expérimentaux

4.3.1 Nombre de sources secondaires

Comme déjà montré sur les figures 4.5-(b) et 4.6, les images de localisation obtenues avec 12 résonateurs sont de bonne qualité. Afin de vérifier la robustesse de cette technique, on l'a également testée pour différents nombres de résonateurs à savoir : 10, 6, 4, 2, 1 et zéro résonateurs.

Ces acquisitions ont donc été réalisées en gardant la même configuration expérimentale (même position de pot vibrant, même excitation basse fréquence) que précédemment (voir section 4.2.2). Des enregistrements des signaux mesurés sur le réseau de capteurs sont d'abord réalisés sur une plaque saine, puis avec défaut (mêmes aimants que précédemment). Pour chaque mesure, on active (on enlève le papier à l'interface de frottement entre la poutre et le résonateur primaire) successivement les sources secondaires qu'on veut tester. Sur la figure 4.7, sont présentés les résultats de localisation obtenus avec les différents ensembles de résonateurs, pour la même position de défaut que dans le cas de la figure 4.5, en décibel.

La position de défaut est indiquée par un cercle noir 'o'.

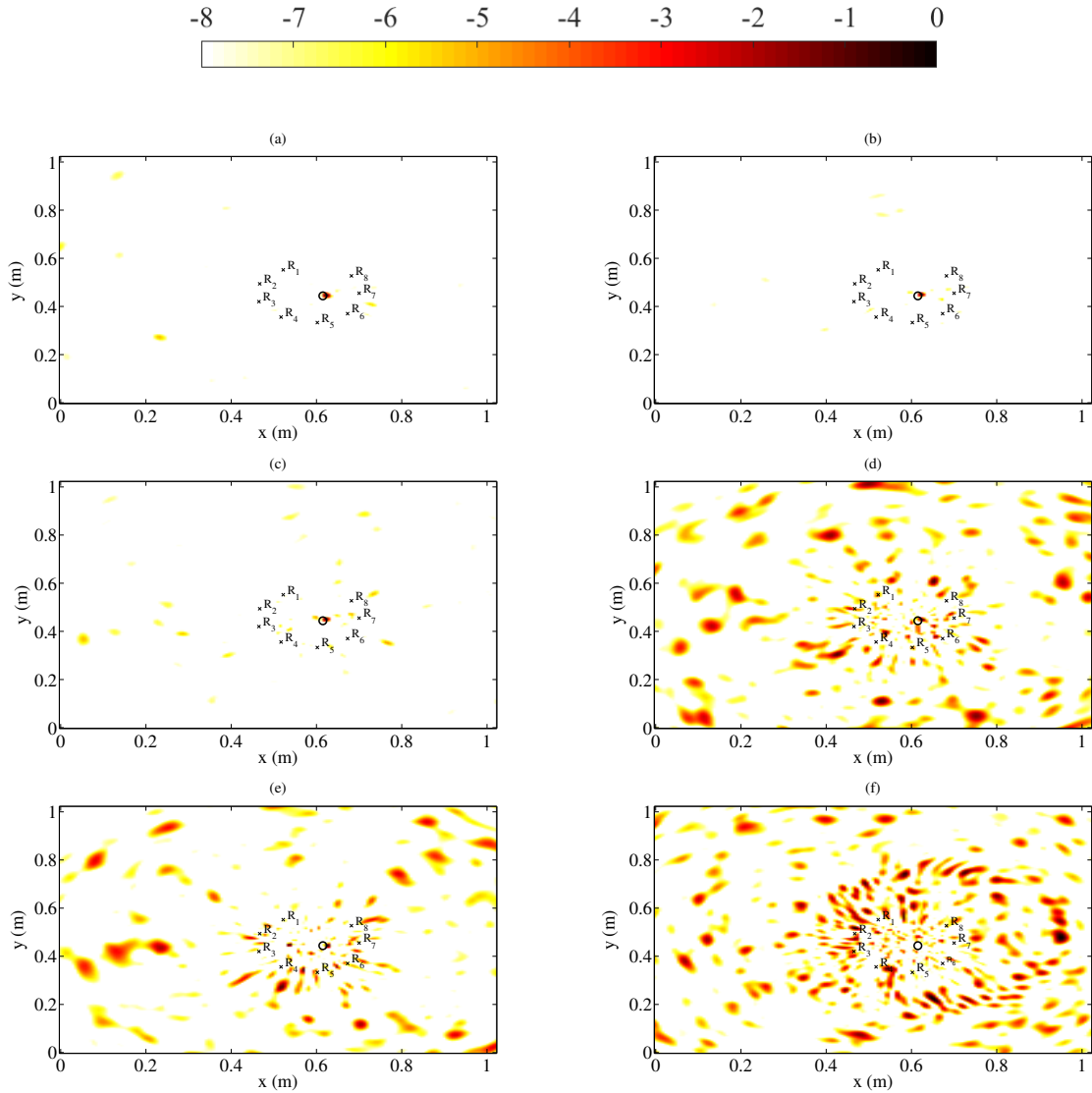


Figure 4.7 – Images de localisation (en décibel) obtenues avec : (a) 10 résonateurs ($S_1...S_{10}$), (b) 6 résonateurs ($S_1...S_6$), (c) 4 résonateurs ($S_1...S_4$), (d) 2 résonateurs (S_1 et S_2), (e) 1 résonateur (S_1) et (f) 0 résonateurs. Le défaut est mis à la position (0,615 , 0,444) m, la source d'excitation du pot vibrant est un bruit blanc.

Comme on peut l'observer sur la figure 4.7, la localisation reste efficace jusqu'à 4 résonateurs, tandis que le niveau de bruit augmente en diminuant le nombre de résonateurs. Afin de quantifier le niveau de ces lobes secondaires, on a calculé la valeur de l'intensité de ces derniers en balayant toute la plaque à part le lobe principal dû au défaut (2,5 cm autour de 0 décibel). Sur la figure 4.8, est tracée l'évaluation de l'intensité de ces lobes secondaires par rapport au lobe principal (0 décibel) en fonction de différents nombre de sources.

Ces résultats peuvent être interprétés par le fait que l'annulation des contributions pa-

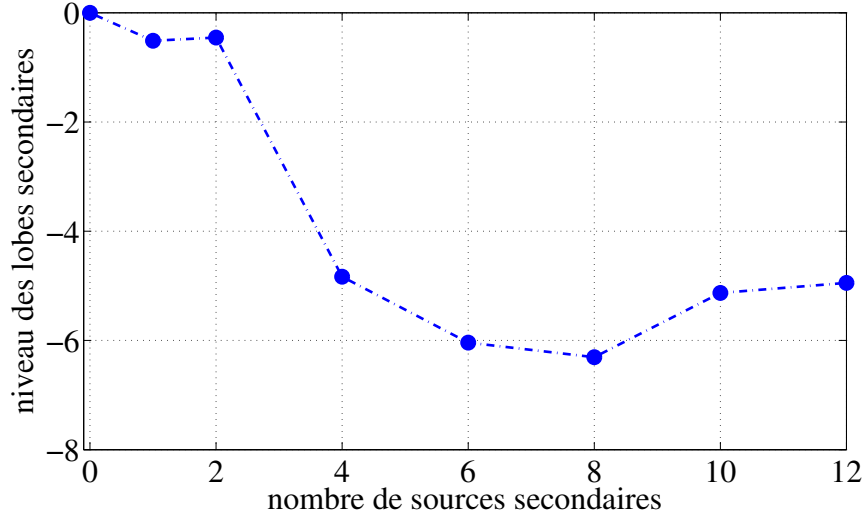


Figure 4.8 – Évaluation de l'intensité des lobes secondaires (en décibel) en fonction de nombre de résonateurs.

parasites $n_{ijN_s}(t)$ se fait d'une façon moins efficace quand le nombre de sources est faible, notamment pour $N_s < 4$. Dans ce cas, la reconstruction des fonctions de Green est incorrecte. La valeur des lobes indésirables légèrement plus élevée pour 10 et 12 résonateurs peut être expliquée par le fait que ces derniers commencent à se coupler ou alors, la force de génération du bruit est différente pour chaque résonateur. Néanmoins, la qualité des images obtenues pour $N_s \geq 4$ reste satisfaisante et offre des perspectives prometteuses pour des applications d'imagerie passive dédiées au SHM.

4.3.2 Distance défaut-récepteurs

Il est intéressant également d'évaluer la robustesse de cette technique vis-à-vis de la distance de défaut par rapport au réseau d'imagerie en utilisant les sources secondaires. Comme déjà montré dans la figure 4.6, l'image de localisation obtenue pour un défaut situé à 2 cm du réseau présentait un rapport signal à bruit correct. Maintenant, on teste cette technique pour différentes distances défaut-réseau d'imagerie.

Une série d'acquisitions a donc été réalisée pour le même défaut utilisé précédemment (aimants) pour quatre distances différentes. Premièrement l'aimant a été fixé à une distance de 4 cm du récepteur R_3 , puis on augmente la distance à 10 cm, 12 cm et enfin 14 cm. La matrice différentielle $\Delta \mathbf{C}(t)$ estimée est ainsi retro-propagée pour localiser le défaut. Les résultats de localisation obtenus sont présentés sur la figure 4.9 en décibel. La position de défaut est indiquée par un cercle noir.

Les images de localisation obtenues montrent une dégradation non négligeable lorsque le défaut s'éloigne du réseau. Ces résultats peuvent être liés à deux effets. Premièrement, les contributions parasites $n(t)$ ne s'annulent pas suffisamment dans la matrice différentielle,

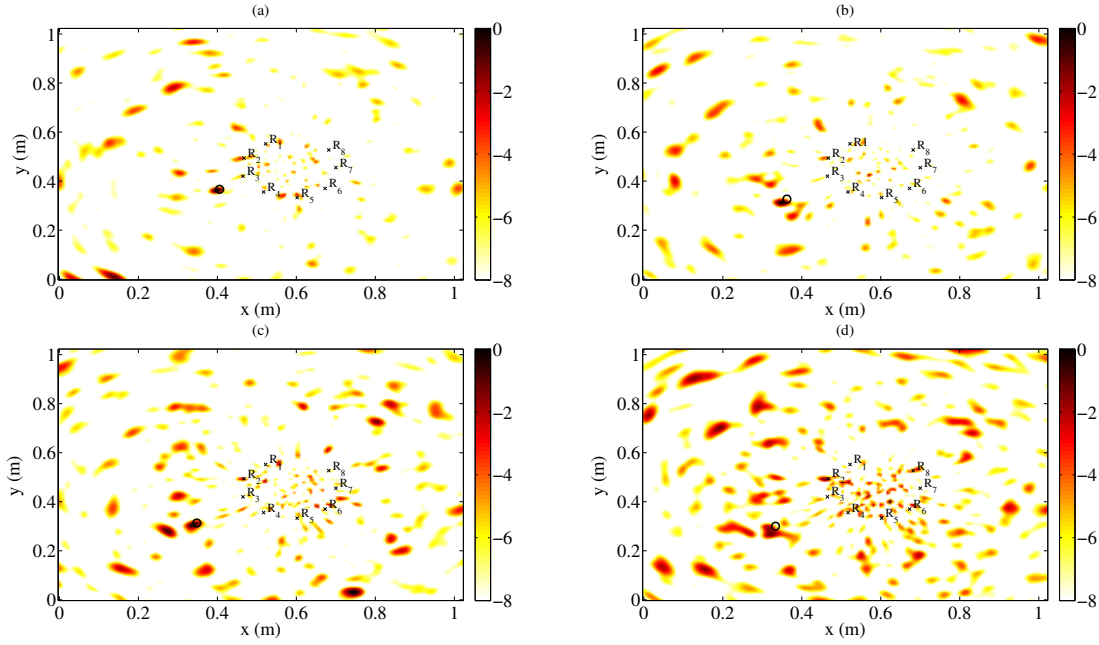


Figure 4.9 – Images de localisation (en décibel) obtenues avec les 12 résonateurs, pour un défaut placé à : (a) 4 cm, (b) 10 cm, (c) 12 cm et (d) 14 cm, du réseau d'imagerie. Les positions du défaut sont (a) (0,406 , 0,367) m, (b) (0,362 , 0,327) m, (c) (0,348 , 0,314) m et (d) (0,334 , 0,30) m, respectivement. La source d'excitation du pot vibrant est un bruit blanc.

d'une part. D'autre part, les réverbérations incluses probablement sur l'intervalle T_0 des premiers paquets d'onde rétro-propagés lorsque on se rapproche des bords, fait augmenter l'intensité des lobes parasites. Il est aussi observé que la tâche focale s'élargit de plus en plus qu'on s'éloigne du réseau. Cet effet est lié à l'ouverture du réseau.

4.3.3 Résolution

On a vu au chapitre 3, que la méthode de localisation par corrélation de bruits de frottement permettait de séparer deux défauts espacés de λ . Nous allons tester ici si la résolution est identique même avec ce type de bruit. La même configuration expérimentale que précédemment a été mise en place à cet effet. Deux paires d'aimants (mêmes dimensions, même matériau) ont été alors collées à la surface de la plaque d'aluminium. Le premier défaut est placé à la position (0,6 , 0,506) m et est indiqué par un cercle noir 'o', tandis que le deuxième est placé successivement aux positions (0,61 , 0,407) m et (0,61 , 0,45) m, et est indiqué par un petit carré. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 4.10.

Comme on peut l'observer sur la figure 4.10, les deux défauts sont correctement localisés. Sur la figure 4.10-(a), quand les deux diffuseurs sont très proches, la distinction des deux défauts reste difficile. En outre, quand les deux diffuseurs s'éloignent et ce à partir de 2,5 cm, qui correspond à peu près à une longueur d'onde, les deux tâches se distinguent (cas de la figure 4.10-(b)). On retrouve alors le résultat obtenu au chapitre 3 (paragraphe 3.2.3).

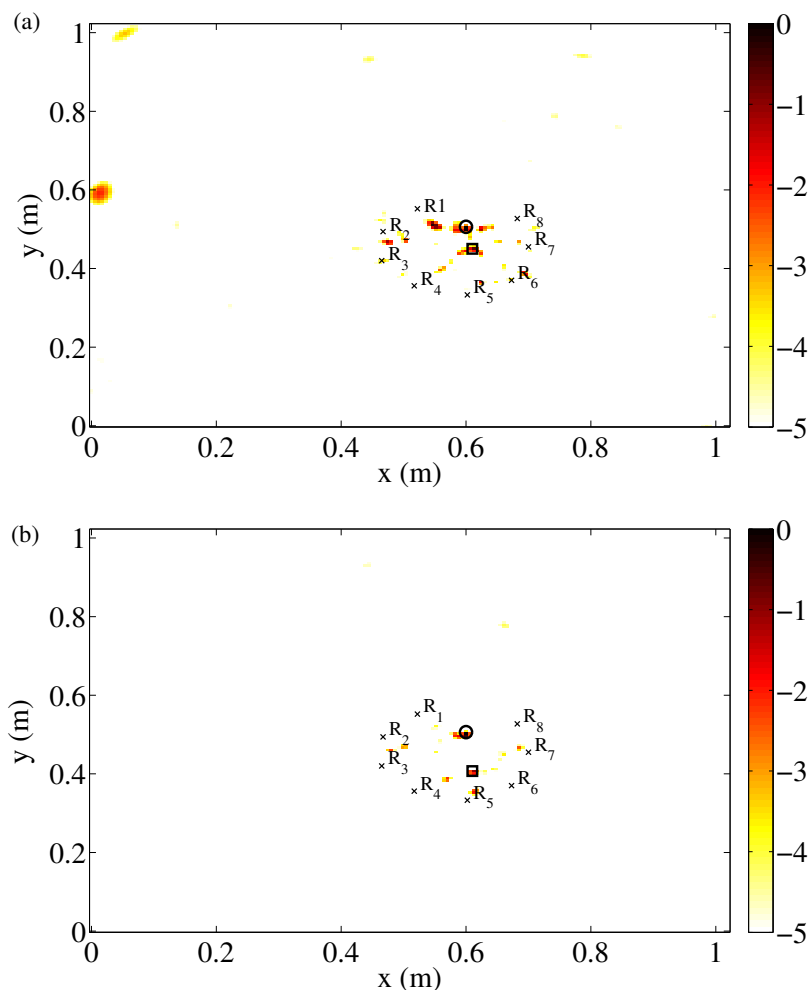


Figure 4.10 – Images de localisation (en décibel) obtenues avec les 12 résonateurs, pour un défaut placé à $(0,6, 0,506)$ m et un second à : (a) $(0,61, 0,407)$ m, (b) $(0,61, 0,45)$ m, respectivement. La source d’excitation du pot vibrant est un bruit blanc.

Jusqu’à maintenant, les résultats de localisation présentés sont obtenus en considérant une position fixe de l’excitation basse fréquence générée par le pot vibrant. Dans la section suivante, on verra l’influence de la stationnarité spatiale de la source d’excitation basse fréquence sur la localisation de défaut.

4.3.4 Position de l’excitation basse fréquence

Ici, on s’intéresse à l’influence de la position du pot vibrant (source d’excitation basse fréquence) sur la localisation de défaut. À cette fin, deux expériences ont été menées sur la même plaque d’aluminium et pour les mêmes sources secondaires. Les signaux sont mesurés sur un réseau de neuf transducteurs et échantillonnés à 102 Ké/h/S (système d’acquisition OROS à 16 voies) au lieu de 192 Ké/h/S dans les autres mesures. Premièrement, le point d’application du pot vibrant est fixé à la position $(0,2, 0,2)$ m, et les acquisitions ont été

réalisées une fois sans défaut et une autre avec défaut (mêmes aimants que précédemment). Les signaux collectés sont ensuite normalisés et blanchis en fréquence entre 5 et 30 kHz, avant la corrélation. On estime ainsi la matrice différentielle des corrélations. Le résultat de beamforming obtenu est montré sur la figure 4.11. La position de défaut est indiquée par un cercle noir 'o'.

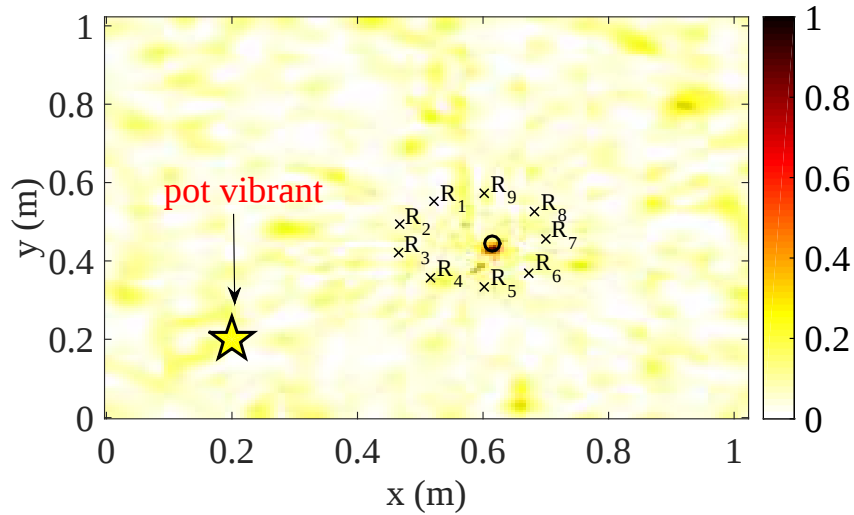


Figure 4.11 – Image de localisation de défaut obtenue avec les 12 résonateurs. La position du pot vibrant est fixée à (0,2 , 0,2) m pour les deux cas avec et sans défaut. Le défaut est situé à la position (0,615 , 0,444) m.

Comme on peut l'observer sur la figure 4.11, le défaut est de nouveau correctement localisé. Ceci tend à montrer que la détection de défaut est indépendante de la position d'excitation de la basse fréquence, du moins tant que la matrice différentielle est estimée avec la bonne référence (mêmes positions de sources secondaires entre l'état avant et après apparition de défaut).

Dans des conditions pratiques, les sources primaires basses fréquences peuvent en effet varier selon l'instant où la mesure a été faite avec et sans défaut. Pour avoir une idée sur l'influence de ce facteur, une deuxième expérience a été réalisée en déplaçant le pot vibrant entre l'acquisition avec et sans défaut. Le schéma de la configuration testée est montré sur la figure 4.12.

La matrice des corrélations avec défaut est estimée pour la même position du pot vibrant que la figure 4.11, tandis que la matrice sans défaut est estimée pour une position différente, située à (0,465 , 0,635) m. La matrice différentielle obtenue à partir des 12 résonateurs est alors rétro-propagée. Le défaut est placé à la même position que précédemment. Le résultat de localisation obtenu est montré sur la figure 4.13.

Contrairement au résultat montré sur la figure 4.11, lorsque l'excitation basse fréquence

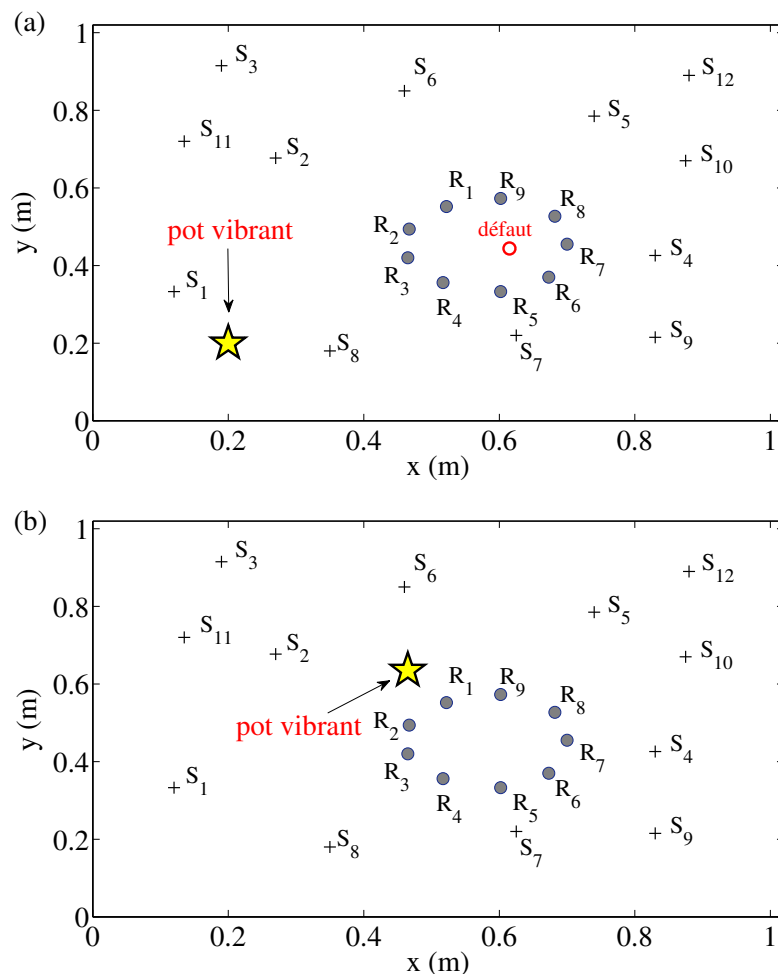


Figure 4.12 – Description de la configuration testée : a) avec défaut, le pot vibrant est fixé à la position (0,2 , 0,2) m, b) sans défaut, le pot vibrant est déplacé à la position (0,465 ,0,635) m.

n'est pas stationnaire entre l'état avec et sans défaut, la qualité de l'image obtenue est dégradée.

Ce résultat peut être interprété par le fait que les amplitudes modales du champ de déplacement normal (ondes de flexion) soient différentes localement au niveau de chaque résonateur primaire. De ce fait, les résonateurs qui se trouvent sur les ventres de vibration vont générer un champ secondaire de forte amplitude et vice versa pour ceux se trouvant sur les nœuds. Par conséquent, une importante variation de la position du pot vibrant entre les deux états avec et sans défaut, va avoir de grande influence sur le champ secondaire généré, et donc une localisation difficile comme le confirme la figure 4.13.

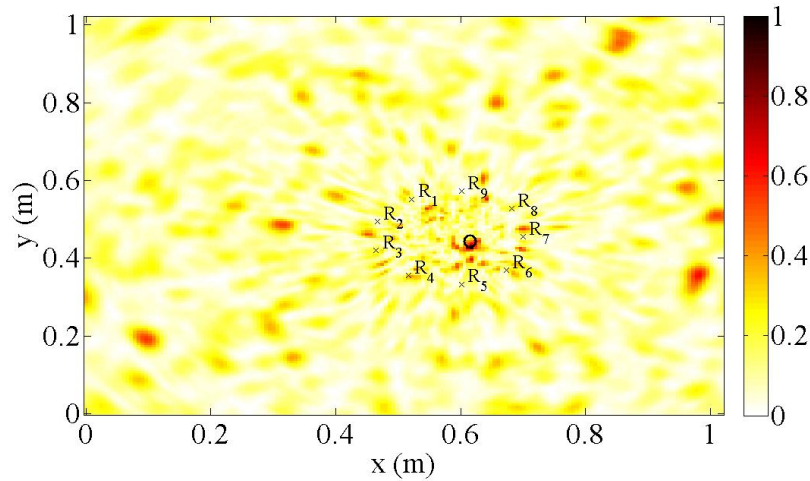


Figure 4.13 – Image de localisation de défaut obtenue avec les 12 résonateurs. La position du pot vibrant est fixée à $(0,2, 0,2)$ m pour le cas avec défaut, et à $(0,465, 0,635)$ m pour le cas sans défaut. Le défaut est situé à la position $(0,615, 0,444)$ m.

4.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un dispositif de conversion de champ basse fréquence vers les composantes hautes fréquences. Dans un premier temps, on a montré l'efficacité des sources secondaires développées au laboratoire des Mécaniques des Contacts et des Structures (LaMCoS) pour réaliser cette tâche. Dans un second temps, on a appliqué correctement la méthode de détection-localisation de défauts.

Cette partie complémentaire qui couple la partie mécanique et acoustique offre des perspectives prometteuses ainsi que des applications potentielles en contrôle non destructif. En effet, ces sources permettent normalement d'utiliser la technique de détection et de localisation développée au chapitre 3 même dans des situations où le spectre de bruit est trop bas en fréquence. Ces travaux ont donné lieu à une publication commune (en cours) entre le laboratoire des Mécaniques des Contacts et des Structures (LaMCoS), l'Institut d'Électronique, de Micro-électronique et de Nanotechnologie (IEMN) de Valenciennes et l'Institut Langevin de Paris.

Chapitre 5

Caractérisation passive de défauts : estimation de la section efficace de diffusion

Sommaire

5.1	Introduction	97
5.2	Section efficace de diffusion en milieu infini	98
5.2.1	Généralités	98
5.2.2	Section efficace de diffusion dans le cas d'une plaque	99
5.2.3	Modélisation numérique de la section de diffusion et comparaison avec la littérature	102
5.3	Estimation passive de la section efficace de défaut dans une plaque ré- verbérante	106
5.3.1	Développement théorique	106
5.3.2	Validation numérique	110
5.4	Conclusion	114

5.1 Introduction

LA diffusion des ondes de Lamb par des hétérogénéités a été largement étudiée en évaluation et contrôle non destructifs des matériaux. En effet, elle permet d'avoir une information sur la signature de défaut (taille, directivité, etc.).

Dans la continuité des travaux présentés dans les chapitres précédents, nous allons aborder ici d'un point de vue théorique et numérique la caractérisation passive d'une inclusion cylindrique dans une plaque réverbérante par estimation de la section efficace de diffusion. Contrairement à la littérature, où cette dernière est généralement calculée dans des conditions bien spécifiques (milieu infini, champ lointain, onde incidente plane, un grand nombre de capteurs, etc.), nous verrons qu'une estimation peut être obtenue par corrélation de champs acoustiques enregistrés sur quelques capteurs (en écoute passive). On montre en particulier, à travers un exemple numérique réalisé par la méthode des éléments finis dans le domaine temporel, que l'intensité de la tâche focale de l'image de localisation calculée par

l'équation (3.5) du chapitre 3, peut être directement reliée à la section de diffusion du défaut.

5.2 Section efficace de diffusion en milieu infini

5.2.1 Généralités

Lorsqu'une onde incidente rencontre un diffuseur de propriétés différentes de celles du reste du milieu (densité volumique, module de Young, vitesse, impédance, etc.), la majeure partie de cette onde est diffusée en différentes directions, amplitudes et phases. À basse fréquence, lorsque la longueur d'onde λ est plus grande que la dimension caractéristique du diffuseur, l'amplitude de diffusion n'a pas une direction privilégiée, on parle alors d'une diffusion isotrope.

Considérons le cas simple d'une onde plane arrivant sur un diffuseur (voir figure 5.1) après une distance de propagation $R \gg \lambda$ (champ lointain).

Notons par $W^{inc}(\omega)$, le champ incident sur le diffuseur (voir figure 5.1).

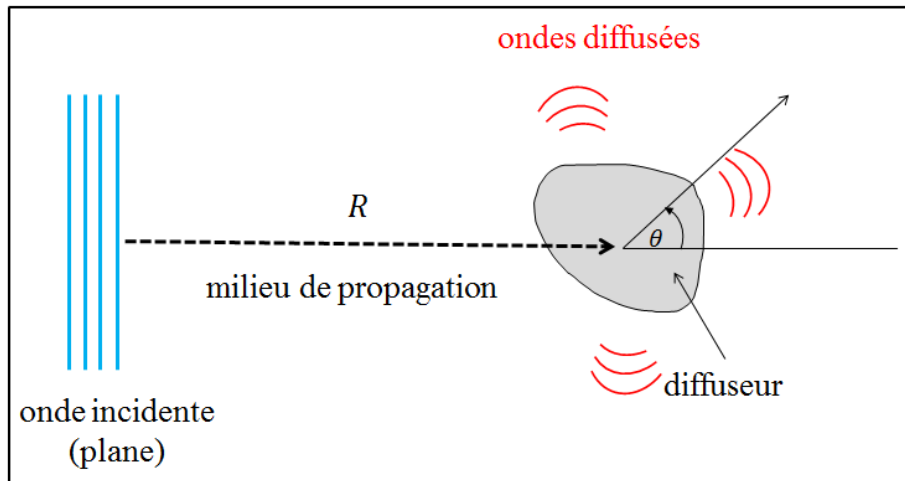


Figure 5.1 – Diffusion d'une onde incidente par une hétérogénéité rigide.

En champ lointain, pour un milieu 2D, le champ diffusé $W^{diff}(\omega, \theta)$ en tout point de l'espace repéré par la direction θ , en domaine fréquentiel, est par définition :

$$W^{diff}(\omega, \theta) = f(\theta, \omega) \frac{W^{inc}(\omega) e^{-j k(\omega) R}}{\sqrt{R}}, \quad (5.1)$$

où k est le nombre d'onde et $f(\theta, \omega)$ est l'amplitude de diffusion en champ lointain¹ suivant l'angle θ [124, 28].

1. On parle de scattering function ou far-field pattern en anglais.

On définit la section efficace de diffusion σ comme l'intégrale du carré de la fonction d'anisotropie $f(\theta, \omega)$.

$$\sigma(\omega) = \int_0^{2\pi} |f(\theta, \omega)|^2 d\theta. \quad (5.2)$$

σ caractérise la capacité d'un défaut à intercepter l'onde incidente[124, 48]. Pour un milieu bidimensionnel, σ est homogène à une longueur.

5.2.2 Section efficace de diffusion dans le cas d'une plaque

Le calcul de la section efficace de diffusion dans des plaques a fait l'objet de nombreux travaux théoriques. Souvent, l'étude se fait à basse fréquence, notamment pour des produits (fréquences, épaisseur) faibles afin de ne considérer que les deux modes fondamentaux de Lamb S0 et A0 (dit de flexion). Se basant sur la théorie de Mindlin, Chao et Pao[125] étaient parmi les premiers qui ont étudié analytiquement la diffusion du mode antisymétrique fondamental A0 par un trou circulaire dans une plaque infinie. Peu après, ces travaux sont confirmés par ceux de Norris et Vemula[126] qui font appel à la théorie des plaques classiques de Kirchhoff pour décrire le mouvement de flexion dans la plaque. Dans leur second article[35], ils étendent le domaine de validité de l'article précédent en considérant la théorie de Mindlin complète[30, 31]. Dans les deux articles, ils considèrent les deux configurations du trou traversant appelée « limite souple », et d'une inclusion infiniment rigide correspondant à une condition d'encastrement sur le bord du défaut, appelée « limite rigide ». Depuis, de nombreuses études théoriques, numériques et expérimentales ont été mises en œuvre à ce sujet. Dans [28], O. Xeridat présente dans ses travaux de thèse un état de l'art détaillé sur les différents travaux de recherche en lien avec ce sujet. Ici, on s'intéresse uniquement aux travaux de Norris et Vemula sur le calcul de la section efficace de diffusion d'une inclusion dans une plaque infinie, qui servira de base de comparaison.

Les calculs de la section efficace de diffusion (dans le cadre des travaux de Norris et Vemula) pour une inclusion cylindrique sont exposés ci-après dans le modèle de Kirchhoff.

Soit une plaque infinie, homogène, isotrope et d'épaisseur e dans laquelle se trouve un diffuseur cylindrique de rayon a . Ce dernier peut être modélisé par une variation de propriétés locales de la plaque (densité volumique, module de Young, rigidité en flexion) (figure 5.2).

On définit alors deux domaines. Un domaine extérieur défini pour $r > a$, et un domaine intérieur (hétérogénéité) défini pour $r \leq a$.

— Onde incidente :

On considère une onde incidente dans la direction $\theta = 0$ dont le nombre d'onde est k_1 . Cette dernière s'écrit de la façon suivante, selon les coordonnées cylindriques :

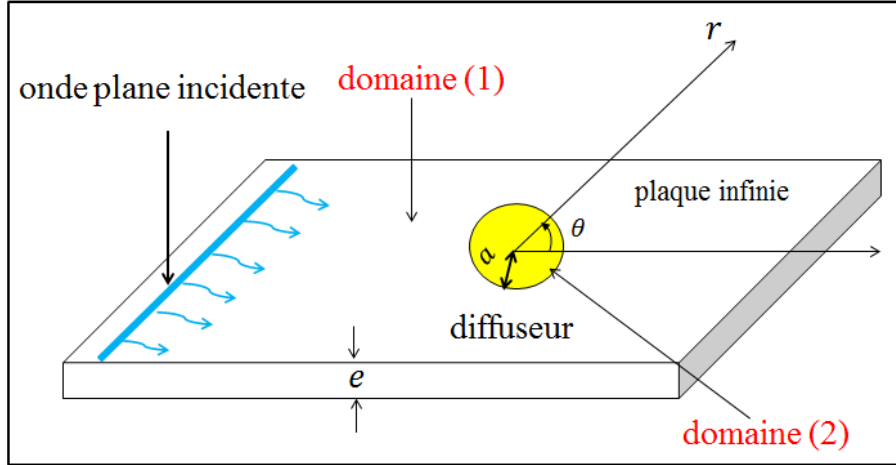


Figure 5.2 – Diffusion d’une onde de flexion par un diffuseur cylindrique dans une plaque infinie.

$$W^{inc}(\omega, \theta) = e^{(j k_1(\omega) r \cos(\theta))} = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n j^n J_n(k_1(\omega) r) \cos(n \theta), n \in \mathbb{N} \quad (5.3)$$

où les J_n sont les fonctions de Bessel de première espèce et ϵ_n vaut 2 si $n \neq 0$ et 1 sinon.

— **Onde diffusée :**

Norris et Vemula montrent que l’onde diffusée par l’hétérogénéité peut s’écrire ainsi :

$$W^{diff}(\omega, \theta) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} [A_n H_n^{(1)}(k_1(\omega) r) + B_n K_n(k_1(\omega) r)] \cos(n \theta), & \text{pour } r > a \\ 0 & \text{ailleurs,} \end{cases} \quad (5.4)$$

où les $H_n^{(1)}$ sont les fonctions de Hankel de première espèce définies par $H_n = J_n + j Y_n$, avec Y_n les fonctions de Bessel de seconde espèce. Les K_n sont les fonctions de Bessel modifiées. Les coefficients A_n et B_n se calculent à partir des conditions aux limites.

— **Onde à l’intérieur du diffuseur :**

Norris et Vemula montrent que du fait de la symétrie, l’onde dans le diffuseur cylindrique peut s’écrire ainsi :

$$W^c(\omega, \theta) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} [C_n J_n(k_2(\omega) r) + D_n I_n(k_2(\omega) r)] \cos(n \theta), & \text{pour } r \leq a \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (5.5)$$

Dans cette expression, l'indice c se réfère au cylindre. Les I_n sont les fonctions de Bessel modifiées. De même que pour l'onde diffusée, les coefficients C_n et D_n se calculent à partir des conditions aux limites.

Le champ total dans la plaque s'écrit alors comme suit :

$$W(\omega, \theta) = W^{inc}(\omega, \theta) + W^{diff}(\omega, \theta) + W^c(\omega, \theta). \quad (5.6)$$

Ici comme on tente de calculer la section efficace de diffusion, on s'intéresse au champ diffusé W^{diff} par le défaut uniquement. Par conséquent, on aura besoin de calculer seulement les deux coefficients A_n et B_n qui sont déterminés à partir du système d'équations suivant (voir équation 24 du [126]) :

$$\begin{bmatrix} H_n^{(1)}(\kappa_1) & K_n(\kappa_1) & -J_n(\kappa_2) & -I_n(\kappa_2) \\ \kappa_1 H_n^{(1)'}(\kappa_1) & \kappa_1 K_n'(\kappa_1) & -\kappa_2 J_n'(\kappa_2) & -\kappa_2 I_n'(\kappa_2) \\ S_H(\kappa_1) & S_K(\kappa_1) & -S_J(\kappa_2) & -S_I(\kappa_2) \\ T_H(\kappa_1) & T_K(\kappa_1) & -T_J(\kappa_2) & -T_I(\kappa_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \\ C_n \\ D_n \end{bmatrix} = -\epsilon_n j^n \begin{bmatrix} J_n(\kappa_1) \\ \kappa_1 J_n'(\kappa_1) \\ S_J(\kappa_1) \\ T_J(\kappa_1) \end{bmatrix}, n \in \mathbb{N} \quad (5.7)$$

où

$$\begin{cases} S_X(\kappa_\alpha) = D_\alpha \left[n^2 (1 - \nu_\alpha) \mp \kappa_\alpha^2 \right] X_n(\kappa_\alpha) - D_\alpha (1 - \nu_\alpha) \kappa_\alpha X_n'(\kappa_\alpha), \\ T_X(\kappa_\alpha) = D_\alpha \left[n^2 (1 - \nu_\alpha) \right] X_n(\kappa_\alpha) - D_\alpha \left[n^2 (1 - \nu_\alpha) \pm \kappa_\alpha^2 \right] \kappa_\alpha X_n'(\kappa_\alpha), \end{cases} \quad (5.8)$$

où $\alpha = 1$ ou 2 (domaine 1 ou 2), $\kappa_\alpha = k_\alpha a$, X se réfère aux fonctions de Bessel $H^{(1)}$, J , I , K , D_α , et ν_α sont respectivement, la rigidité en flexion et le coefficient de Poisson, et ϵ_n vaut 2 si $n \neq 0$ et 1 sinon.

— Section efficace de diffusion :

La section efficace de diffusion définie précédemment (section 5.2.1) est déduite à partir de l'amplitude de diffusion en champ lointain f (far-field pattern en anglais). Selon les travaux de Norris et Vemula[126], l'expression de f peut s'écrire ainsi :

$$f(\theta, \omega) = \frac{2}{\sqrt{\pi k(\omega)}} \sum_{n=0}^{\infty} (-j)^n A_n \cos(n\theta). \quad (5.9)$$

Une fois $f(\theta, \omega)$ connue, ils déduisent σ par la relation (5.2) qui peut être vérifiée par le théorème optique classique de Born et Wolf utilisé en électromagnétisme[127] :

$$\sigma(\omega) = -2 \sqrt{\frac{\pi}{k(\omega)}} \operatorname{Re} f(0, \omega), \quad (5.10)$$

où $Re f(0, \omega)$ est la partie réelle de l'amplitude de diffusion dans la direction $\theta = 0$.

5.2.3 Modélisation numérique de la section de diffusion et comparaison avec la littérature

Comme déjà vu précédemment (section 5.2.2), la section efficace de diffusion se calcule en toute rigueur dans une plaque infinie et le défaut doit être en champ lointain de la source. Dans le cas des simulations numériques, pour s'approcher au mieux de ces conditions, nous ferons en sorte de prendre les dimensions de la plaque suffisamment grandes pour pouvoir séparer les premiers paquets d'ondes des réflexions. Nous tâcherons également de placer les capteurs sur un cercle de rayon R d'au minimum quelques longueurs d'onde.

Dans le cas de notre étude, on cherche à caractériser la section efficace de diffusion d'une inclusion cylindrique dans une plaque. Pour cela, nous modélisons numériquement avec la méthode des éléments finis (logiciel ELMER, modèle de Mindlin-Reissner) la propagation des ondes de flexion dans une plaque d'aluminium de forme rectangulaire et d'épaisseur $e = 3$ mm. Le signal d'excitation est un cycle de sinusoïde à $f_0 = 20$ kHz. On suppose ici que la rayon de courbure de l'onde sphérique émise par la source est suffisamment grand devant la longueur d'onde de propagation pour pouvoir faire l'hypothèse d'une onde plane. Les dimensions de la plaque sont choisies suffisamment grandes ($3 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 3 \text{ mm}$ d'épaisseur) et la source très loin des bords pour éviter le chevauchement des premiers paquets d'ondes avec les réflexions (figure 5.3).

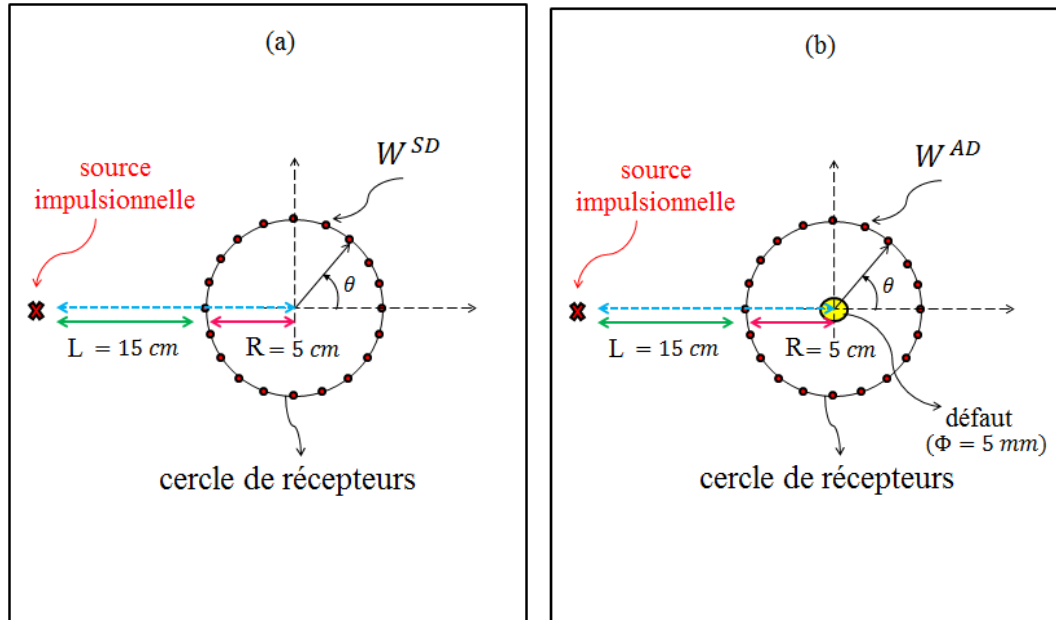


Figure 5.3 – Calcul numérique par éléments finis de la section de diffusion de défaut : (a) plaque sans défaut, (b) plaque avec défaut.

Les récepteurs (ici 121 récepteurs, repérés par l'angle θ) sont placés sur un cercle de

rayon $R = 5$ cm. Dans un premier temps, les signaux ont été enregistrés au niveau de chaque récepteur pour une plaque saine (figure 5.3)-(a)). Dans un second temps, un défaut a été simulé au centre du cercle de récepteurs (figure 5.3)-(b)) et les signaux sont également enregistrés. Ici, l'état sans défaut est défini comme le cas où toutes les propriétés physiques (Module d'Young E , coefficient de Poisson ν , masse volumique ρ et épaisseur e) des matériaux (plaque, défaut) sont uniformes. L'état avec défaut est quant à lui défini comme une modification locale de ces propriétés. Le défaut simulé est une inclusion rigide (ici, $E_{alu} \times 10$ et $\rho_{alu} \times 10$) de diamètre $\Phi = 5$ mm et d'épaisseur 3 mm (voir figure 5.4). La taille des éléments de maillage est la même pour ces deux cas. La fréquence d'échantillonnage est de 500 kHz et le pas temporel est de $2 \mu s$.

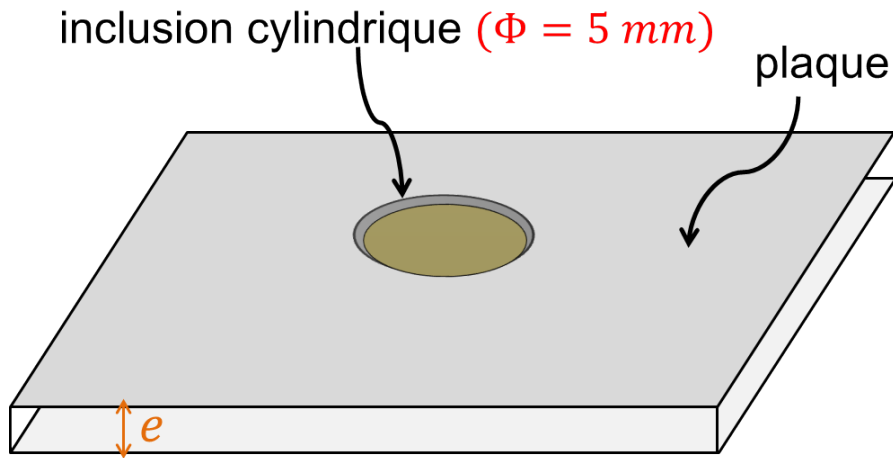


Figure 5.4 – Géométrie du défaut testé.

Un fenêtrage temporel est ensuite appliqué sur les signaux temporels afin de n'en garder que les premiers paquets d'ondes. Un signal typique est montré sur la figure 5.5.

Le calcul se fait ici en deux étapes. Premièrement, on calcule le champ en tout point du cercle repéré par la direction θ en l'absence du défaut W^{SD} . Deuxièmement, on simule le champ en présence du défaut W^{AD} . Le champ diffusé W^{diff} est alors déduit de la différence entre le champ incident sans défaut et le champ avec défaut ($W^{diff} = W^{AD} - W^{SD}$) en gardant uniquement les premiers paquets d'ondes. Enfin, on définit le champ incident W^{inc} comme la moyenne de tout le champ reçu en tout point du cercle repéré par la direction θ ($|W^{inc}(\omega)|$).

L'amplitude de diffusion $f(\theta)$ s'écrit alors ainsi :

$$f(\theta, \omega) = \frac{W^{diff}(\omega, \theta)}{|W^{inc}(\omega)|} \sqrt{R} = \frac{[W^{AD}(\omega, \theta) - W^{SD}(\omega, \theta)]}{|W^{inc}(\omega)|} \sqrt{R}. \quad (5.11)$$

Dans un premier temps, on a tracé le diagramme de diffusion de défaut défini comme le module de la relation (5.11), pour deux fréquences différentes $f_1 = 5$ kHz et $f_2 = 20$ kHz

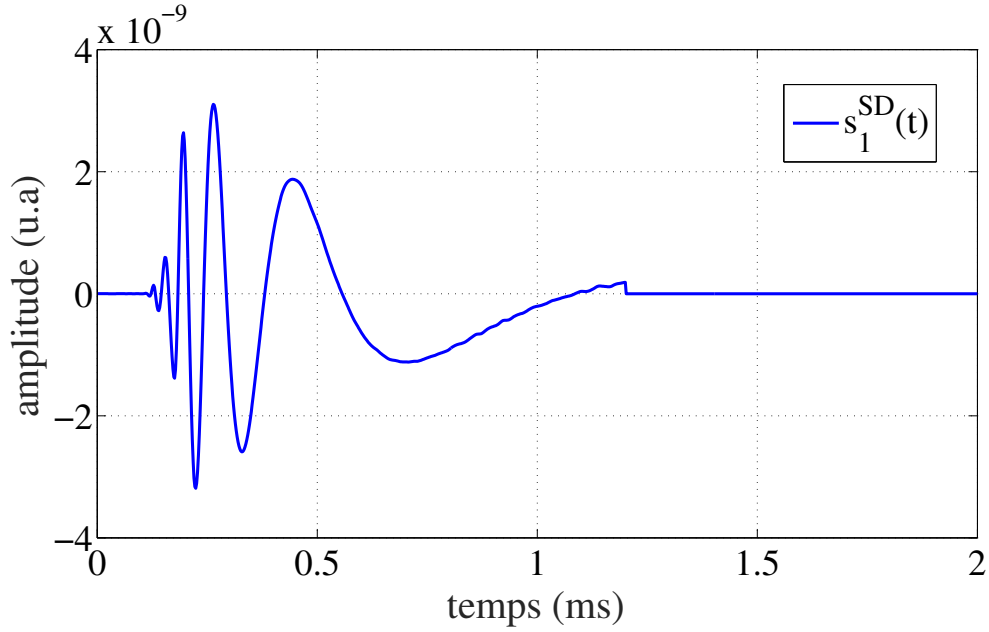


Figure 5.5 – Exemple d'un signal temporel recueilli sur un récepteur en gardant que les premiers paquets d'ondes.

en coordonnées polaires (figure 5.6).

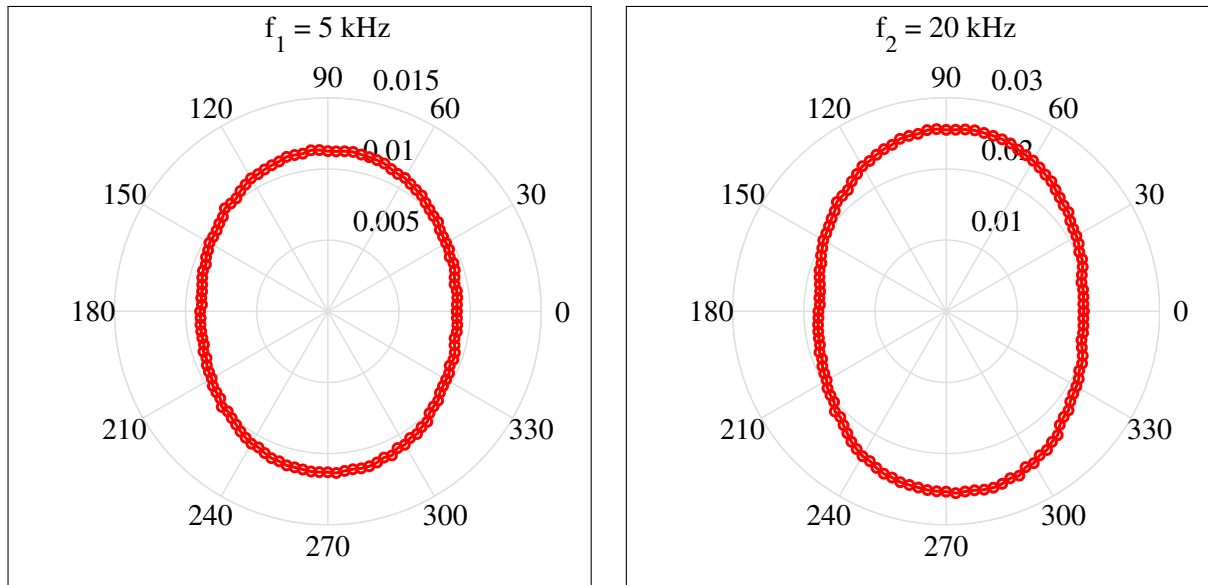


Figure 5.6 – Diagramme de diffusion ($|f(\theta, \omega)|$) de défaut de diamètre $\Phi = 5$ mm et d'épaisseur 3 mm pour $f_1 = 5$ kHz et $f_2 = 20$ kHz.

Comme on peut l'observer sur la figure 5.6-(a), le défaut rayonne de façon approximativement isotrope à la fréquence de 5 kHz. Ceci peut s'expliquer par le fait que la longueur d'onde ($\lambda = 3,5$ cm) est grande par rapport à la taille du défaut. À plus hautes fréquences, la diffusion par le défaut s'éloigne graduellement du comportement isotrope comme on peut le voir sur la figure 5.6-(b) à 20 kHz.

Dans un second temps et après avoir calculé $f(\theta, \omega)$, on a déduit la section efficace de diffusion en utilisant l'équation (5.2). Sur la figure 5.7, est tracé le résultat obtenu pour ce type de défaut (courbe bleue).

Dans le but de confirmer les résultats obtenus, nous avons comparé σ numérique obtenue avec le code ELMER dans le modèle de Mindlin-Reissener à σ obtenue dans les travaux de Norris et Vemula avec le modèle de Kirchhoff. Le résultat obtenu est tracé sur la même figure 5.7 (courbe en pointillé).

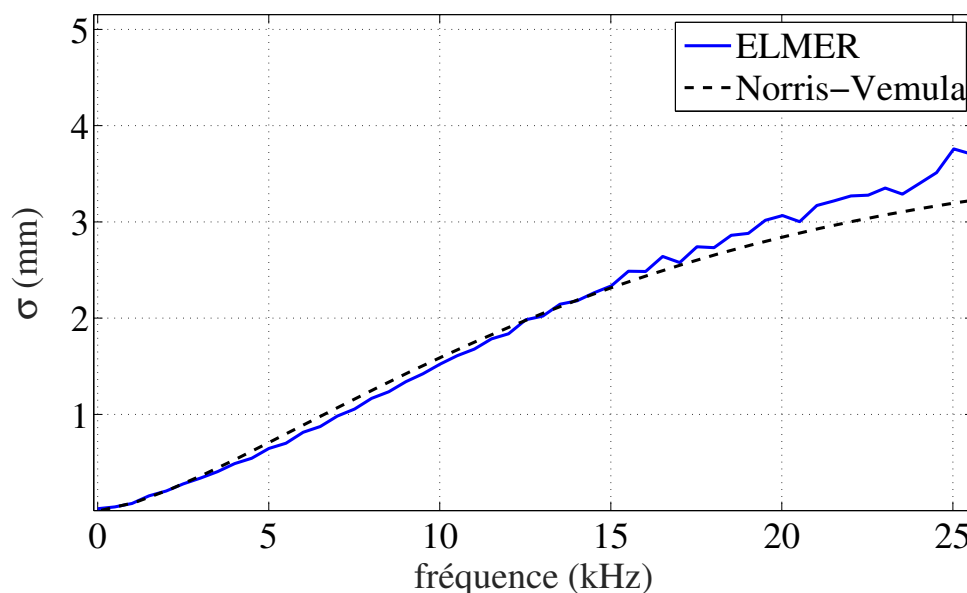


Figure 5.7 – Comparaison entre σ numérique obtenue avec le code ELMER (courbe en trait continu) et σ théorique obtenue dans les travaux de Norris et Vemula pour une inclusion rigide cylindrique (courbe en pointillé).

Comme on peut l'observer sur la figure 5.7, les deux courbes sont en excellent accord. On vérifie ainsi que malgré les contraintes de la simulation éléments finis (plaque finie, récepteurs proches du défaut, fronts d'onde du champ incident non plans), le comportement du défaut et la section efficace en particulier sont correctement estimés.

Nous verrons dans le paragraphe suivant, qu'il est possible d'estimer σ à partir du réseau de récepteurs servant à faire la localisation passive du défaut.

5.3 Estimation passive de la section efficace de défaut dans une plaque réverbérante

5.3.1 Développement théorique

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, la section de diffusion est liée en théorie au comportement du défaut dans une plaque infinie. Dans le cas réaliste d'une plaque finie, nous verrons que l'application de l'algorithme de sommation cohérente permettant de localiser le défaut à partir de la matrice de corrélations différentielle permet de se ramener à un cas proche de la condition de plaque infinie. Il sera alors possible de relier directement la section de diffusion aux propriétés de l'image de localisation.

Considérons une paire de récepteurs R_i et R_j (voir figure 5.8).

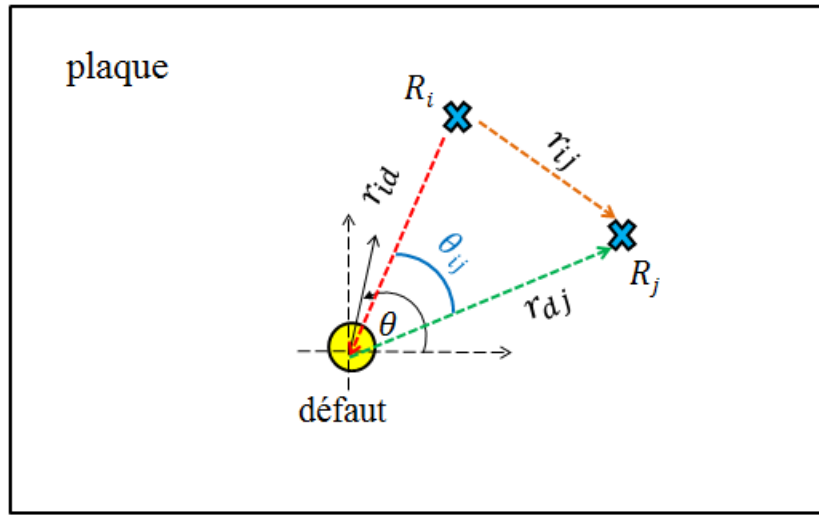


Figure 5.8 – Description de la configuration testée.

La fonction de Green entre ces deux récepteurs $G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega)$ peut s'écrire ainsi :

$$G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = G_0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) + \Delta G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega), \quad (5.12)$$

où G_0 est la fonction de Green dans la plaque finie sans défaut et G , est la fonction de Green dans la plaque avec défaut. $\Delta G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega)$, est la partie de la fonction de Green due au défaut.

On peut décomposer G_0 et ΔG en une composante correspondant à une plaque infinie (ou composante balistique, correspondant aux paquets d'ondes des trajets directs) et une composante réverbérée :

$$\begin{cases} G_0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = G_0^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) + G_0^R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega), \\ \Delta G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = \Delta G^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) + \Delta G^R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega). \end{cases} \quad (5.13)$$

L'indice R ici, se réfère à la composante réverbérée.

On a vu au chapitre 1, que dans le cadre de l'approximation de Kirchhoff-Love, $G_0^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega)$ pour l'excitation par une force normale en surface, peut s'écrire ainsi[41, 58] (voir relation (1.17)) :

$$G_0^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = \frac{-1}{8Dk^2(\omega)} \left[Y_0(k(\omega)r_{ij}) + \frac{2}{\pi} K_0(k(\omega)r_{ij}) + j J_0(k(\omega)r_{ij}) \right], \quad (5.14)$$

avec r_{ij} , la distance du récepteur R_i au récepteur R_j . $k(\omega)$ est le nombre d'onde, J_0 , Y_0 sont les fonctions de Bessel de première et seconde espèce, K_0 est la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce, et D est la rigidité en flexion.

D'après l'équation (5.1), l'expression de $\Delta G^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega)$ en champ lointain (en pratique, au moins quelques longueurs d'onde de propagation) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\Delta G^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = G_0^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_d, \omega) f(\theta_{ij}, \omega) \frac{1}{\sqrt{r_{dj}}} e^{-j k(\omega) r_{dj}}, \quad (5.15)$$

où r_{dj} est la distance défaut-récepteur R_j .

Or, en champ lointain (pour une distance r_{id} supérieure à quelques longueurs d'onde), la fonction de Green $G_0^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_d, \omega)$ est donnée, après développement asymptotique des fonctions de Bessel de l'équation (5.14), par [41] :

$$G_0^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_d, \omega) \simeq \frac{(j-1)}{8Dk^2(\omega)} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-j k(\omega) r_{id}}}{\sqrt{k(\omega) r_{id}}}. \quad (5.16)$$

Ainsi la relation (5.15) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\Delta G^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = f(\theta_{ij}, \omega) \frac{(j-1)}{8Dk^2(\omega)} \frac{1}{\sqrt{\pi k(\omega)}} \frac{e^{-j k(\omega) r_{idj}}}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}}, \quad (5.17)$$

avec $r_{idj} = r_{id} + r_{dj}$, la distance totale du récepteur R_i au récepteur R_j via le défaut.

D'après la relation (2.9) du chapitre 2, on a :

$$C(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = 2j F(\omega) \text{Im}G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) + N(\omega), \quad (5.18)$$

avec $\text{Im}G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega)$, la partie imaginaire de la fonction de Green.

$$\text{Im}G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = \frac{[G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) - G^*(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega)]}{2j}. \quad (5.19)$$

On rappelle que l'expression de $F(\omega)$ est donnée par :

$$F(\omega) = \frac{R_b(\omega) N_s \tau_a}{2j \omega \rho_s \mathcal{S}}, \quad (5.20)$$

5.3. ESTIMATION PASSIVE DE LA SECTION EFFICACE DE DÉFAUT DANS UNE PLAQUE RÉVERBÉRANTE

où ρ_s est le produit de la densité volumique par l'épaisseur de la plaque, $\mathcal{S}$ est l'aire de la plaque et $R_b(\omega)$ est la densité spectrale d'énergie des sources.

On suppose ici que la reconstruction converge suffisamment vers la fonction de Green pour considérer $N(\omega) \simeq 0$, d'où d'après les relations (5.12) et (5.18) :

$$C(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = 2j F(\omega) \text{Im} G_0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) + 2j F(\omega) \text{Im} \Delta G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega). \quad (5.21)$$

De la même manière que pour l'équation (5.12), la relation (5.21) peut s'écrire ainsi :

$$C(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = C_0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) + \Delta C(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega), \quad (5.22)$$

avec,

$$\begin{cases} C_0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = 2j F(\omega) \text{Im} G_0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega), \\ \Delta C(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = 2j F(\omega) \text{Im} \Delta G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega). \end{cases} \quad (5.23)$$

Notons maintenant par $\Delta C^+(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega)$, la partie correspondant aux temps positifs de la composante de la corrélation due au défaut, qui peut s'écrire ainsi :

$$\Delta C^+(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = F(\omega) \Delta G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega). \quad (5.24)$$

D'après la relation (5.13), l'expression de ΔC^+ peut être réécrite ainsi :

$$\Delta C^+(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = F(\omega) \Delta G^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) + F(\omega) \Delta G^R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega). \quad (5.25)$$

En injectant l'équation (5.17) dans l'équation (5.25), cette dernière peut s'écrire alors ainsi :

$$\Delta C^+(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) = F(\omega) f(\theta_{ij}, \omega) \frac{(j-1)}{8 D k^2(\omega)} \frac{1}{\sqrt{\pi k(\omega)}} \frac{e^{-j k(\omega) r_{idj}}}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}} + F(\omega) \Delta G^R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega). \quad (5.26)$$

Estimation de σ à partir de l'intensité de la tâche focale

Intéressons nous maintenant à l'intensité de la tâche focale de l'image de localisation de défaut. On a vu précédemment dans le chapitre 3, que la rétro-propagation des signaux $\Delta C(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega)$ se fait par la fonction *bpf* (équation (3.5) du chapitre 3). Ainsi, en considérant N_R récepteurs répartis sur la surface de la plaque dont les positions sont connues et pour

une position donnée de défaut (x_d, y_d) , cette dernière peut être écrite ainsi :

$$\begin{aligned} bpf_{(x_d, y_d)}(\omega) &= \sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} \Delta C^+(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) e^{j r_{idj} k(\omega)}, \\ &= \sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} F(\omega) \Delta G^\infty(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) e^{j r_{idj} k(\omega)} + \\ &\quad \sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} F(\omega) \Delta G^R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) e^{j r_{idj} k(\omega)}, \end{aligned} \quad (5.27)$$

avec r_{idj} , la distance totale du récepteur R_i au récepteur R_j via le défaut.

En injectant l'équation (5.26) dans l'équation (5.27), on obtient :

$$\begin{aligned} bpf_{(x_d, y_d)}(\omega) &= \sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} F(\omega) f(\theta_{ij}, \omega) \frac{(j-1)}{8Dk^2(\omega)} \frac{1}{\sqrt{\pi k(\omega)}} \frac{1}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}} + \\ &\quad \sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} F(\omega) \Delta G^R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) e^{j r_{idj} k(\omega)}. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Dans la première somme, les déphasages sont compensés par la rétro-propagation et une somme cohérente est alors obtenue sur les paquets d'ondes. La seconde somme est quant à elle incohérente et c'est justement la raison comme décrit précédemment (voir section 3.2.1 du chapitre 3) pour laquelle on fait la rétro-propagation en milieu infini afin de ne considérer que la partie cohérente dans l'imagerie de défaut. Si on suppose maintenant que cette dernière est suffisamment faible devant la première somme (si on somme sur suffisamment de paires), alors elle pourra être négligée dans la suite, et la relation (5.28) pourrait s'écrire ainsi :

$$bpf_{(x_d, y_d)}(\omega) = F(\omega) \frac{(j-1)}{8Dk^2(\omega)} \frac{1}{\sqrt{\pi k(\omega)}} \sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} \frac{f(\theta_{ij}, \omega)}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}}. \quad (5.29)$$

D'après l'équation (5.20), pour calculer le terme $F(\omega)$, on a besoin de connaître le terme R_b . Nous allons montrer que celui-ci peut être estimé de manière passive, à partir de l'autocorrélation.

En effet, on a :

$$\begin{aligned} C_0(\mathbf{r}, \omega) &\simeq 2j F(\omega) \text{Im} G_0(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i, \omega), \\ &= 2j F(\omega) \text{Im} G_0^\infty(\mathbf{r}, \omega) + 2j F(\omega) \text{Im} G_0^R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i, \omega), \end{aligned} \quad (5.30)$$

avec C_0 l'autocorrélation du signal reçu sur le récepteur lui-même (partie causale + partie anti-causale) et G_0 est la fonction de Green d'un point vers lui-même.

5.3. ESTIMATION PASSIVE DE LA SECTION EFFICACE DE DÉFAUT DANS UNE PLAQUE RÉVERBÉRANTE

Maintenant, pour minimiser la partie réverbérée, on fait la moyenne des autocorrélations $\bar{C}_0(\mathbf{r}, \omega)$ sur tous les récepteurs.

$$\bar{C}_0(\mathbf{r}, \omega) = 2j F(\omega) \text{Im}G_0^\infty(\mathbf{r}, \omega) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 2j F(\omega) \text{Im}G_0^R(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i, \omega). \quad (5.31)$$

Au voisinage de $r \simeq 0$, la partie imaginaire de la fonction de Green approchée dans une plaque (voir équation (5.14)), est donnée par (dans les approximations asymptotiques des fonctions de Bessel) :

$$\text{Im}G_0^\infty(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{1}{D8k^2(\omega)}. \quad (5.32)$$

Le second terme de l'équation (5.31), quant à lui, est une somme de termes incohérents. Il sera donc négligé devant le premier.

Ainsi, on obtient l'expression du terme $F(\omega)$.

$$F(\omega) = \frac{-\bar{C}_0(\mathbf{r}, \omega) D 8 k^2(\omega)}{2j}. \quad (5.33)$$

On voit donc que si on connaît les paramètres D et $k(\omega)$, on peut déduire le terme de source équivalent $F(\omega)$ sans connaissance du signal d'excitation.

Dans l'hypothèse d'un défaut isotrope, l'amplitude de diffusion est la même quelque soit la direction θ_{ij} .

$$f(\theta_{ij}, \omega) = f(\omega), \forall \theta_{ij}. \quad (5.34)$$

Sous cette hypothèse, l'expression de l'amplitude de l'image de localisation de défaut dans le domaine de Fourier, peut être mise sous cette forme (en injectant l'équation (5.33) dans la relation (5.29)) :

$$bpf_{(x_d, y_d)}(\omega) = \frac{(-1-j)}{2\sqrt{\pi}} \frac{f(\omega) \bar{C}_0(\mathbf{r}, \omega)}{\sqrt{k(\omega)}} \sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} \frac{1}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}}. \quad (5.35)$$

On déduit alors que l'amplitude de l'image de localisation est liée à l'amplitude de diffusion de défaut dans le cas d'une plaque réverbérante.

5.3.2 Validation numérique

Nous simulons maintenant, un cas réverbérant avec le même défaut que celui modélisé dans la section 5.2.3. Ainsi, en connaissant l'amplitude de diffusion $f(\omega)$ (déduite à partir de la simulation numérique précédente pour une plaque infinie), on peut vérifier la relation (5.35).

La configuration testée consiste en une plaque d'aluminium de dimensions $1 \text{ m} \times 0,7 \text{ m}$ et d'épaisseur $e = 3 \text{ mm}$. On a simulé 30 sources de bruit réparties aléatoirement sur la surface de la plaque ainsi que 8 récepteurs dont les positions sont connues. La forme d'onde d'excitation est la même que précédemment (un cycle de sinusoïde de fréquence 20 kHz). Le temps d'enregistrement est de 40 ms.

Les signaux réverbérés sont récupérés sur les huit récepteurs dans le cas d'état référence et dans le cas avec défaut. On estime ainsi les matrices de corrélation $\mathbf{C}^{ref}$ et $\mathbf{C}^{def}$ en sommant sur les 30 sources. La matrice $\Delta\mathbf{C}$ est ainsi obtenue par mode différentiel. Sur la figure 5.9-(b), est présenté le résultat de localisation en balayant une petite zone autour de défaut. Le défaut est placé à la position (0,5 , 0,325) m. La position de défaut est indiquée par +. La position des récepteurs est indiquée par $\times$. L'origine est prise à l'angle bas gauche de la plaque. L'intensité de défaut est calculée par la relation (3.6) vue au chapitre 3.

Afin de vérifier la relation (5.35), on a calculé tout d'abord (avant de passer dans le domaine de Fourier) $\bar{C}_0(\mathbf{r}, t)$ à partir de la moyenne des autocorrélations des signaux recueillis sur les positions des capteurs (voir figure 5.10). Si les capteurs sont suffisamment éloignés des bords de la plaque d'une manière à ce qu'aucune réflexion ne vienne se superposer dans l'intervalle $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$, alors ce paquet d'onde centré en $t = 0 \text{ ms}$ est le même que pour une plaque infinie. Donc, pour supprimer les paquets d'ondes dus aux réflexions, un fenêtrage temporel de $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ (fenêtre indiquée en pointillé sur la figure 5.10) est appliqué sur la moyenne des autocorrélations des signaux. On calcule alors la transformée de Fourier de l'autocorrélation fenêtrée afin de pouvoir calculer le terme de droite de la relation (5.35).

Après passage dans le domaine temporel (par transformée de Fourier inverse de la relation (5.35)), nous représentons sur la figure 5.11 le terme de gauche de la relation (5.35) calculé à partir de l'image de localisation de défaut pour la plaque réverbérante (courbe rouge en pointillé), qu'on compare au terme de droite (courbe bleue en trait continu).

Comme on peut l'observer, l'amplitude de défaut est correctement reconstruite par les paquets d'ondes centraux des deux courbes. Les fluctuations visibles de part et d'autre de ce paquet d'onde central sur la courbe rouge sont dûs aux réverbérations.

Cependant, l'intérêt pratique de l'approche théorique développée dans ce chapitre est plutôt de pouvoir estimer σ à partir de l'intensité de la tâche focale sur la position du défaut de la figure 5.9. Tel qu'on fait l'imagerie au chapitre 3, on considère uniquement les premiers paquets d'ondes de la bpf pour le calcul de l'intensité de l'image de localisation. Notons alors $bpf_{(x_d, y_d)}^\infty(t)$, la version temporelle fenêtrée de $bpf_{(x_d, y_d)}(t)$ (mise à zéro pour $|t| > T_0/2$ de la figure 5.11).

Après passage dans le domaine de Fourier, en remplaçant $bpf_{(x_d, y_d)}(\omega)$ par $bpf_{(x_d, y_d)}^\infty(\omega)$ dans la relation (5.35), et en faisant usage de la relation (5.2), on peut déduire σ , qui peut

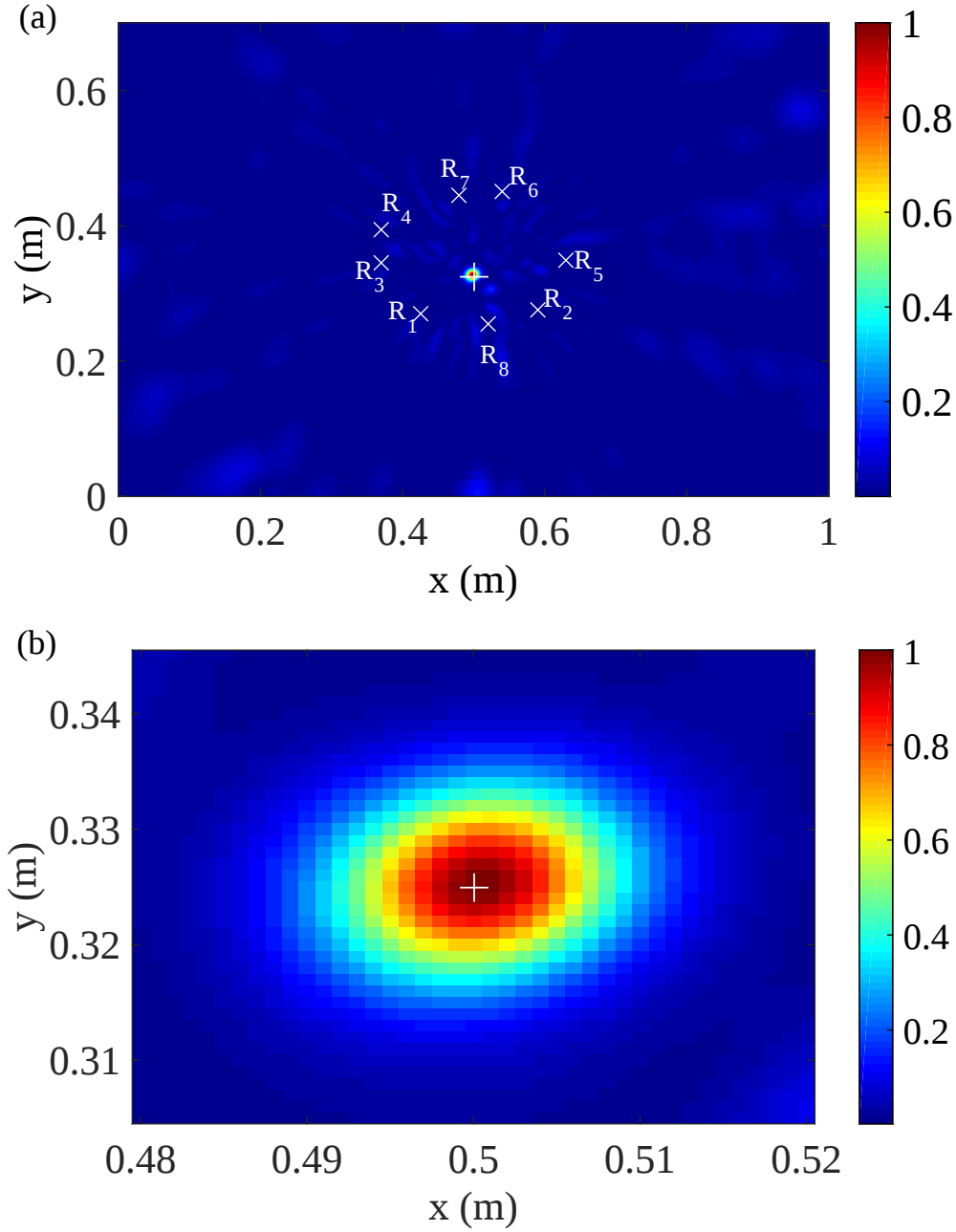


Figure 5.9 – (a) Image de localisation passive de défaut obtenue à partir de $\Delta\mathbf{C}$ issue de 30 sources. (b) Zoom sur une petite zone autour de la position de défaut. Ces images sont normalisées par rapport au maximum de l'intensité.

être mise sous cette forme (les détails sont donnés dans l'annexe C) :

$$\sigma(\omega) = \frac{4\pi^2}{\left[\sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} \frac{1}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}}\right]^2} \frac{k(\omega) \left| bpf_{(x_d, y_d)}^\infty(\omega) \right|^2}{\left| \bar{C}_0(\mathbf{r}, \omega) \right|^2}. \quad (5.36)$$

La relation (5.36) permet d'estimer d'une manière passive la section de diffusion de défaut présent dans une plaque réverbérante.

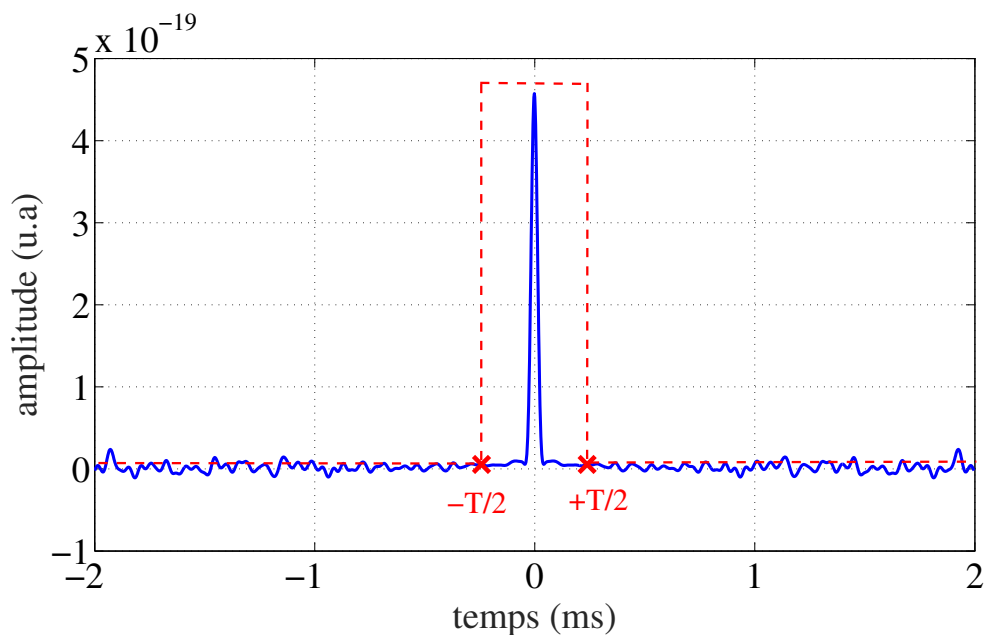


Figure 5.10 – La moyenne des autocorrélations des signaux.

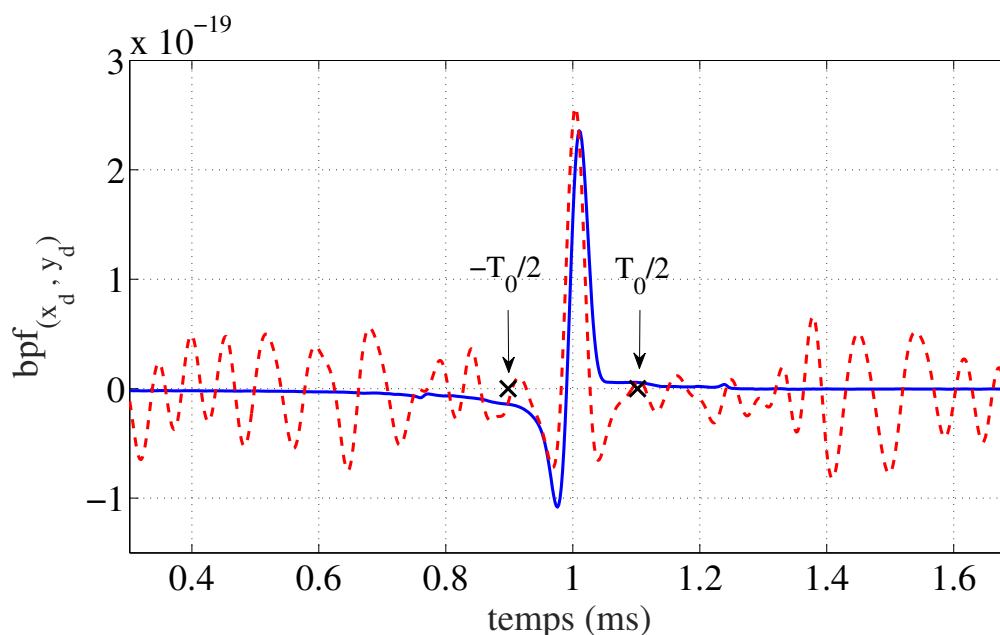


Figure 5.11 – Comparaison entre la $bpf_{(x_d, y_d)}(t)$ (terme de gauche de la relation (5.35) dans le domaine temporel) calculé à partir de l'image de localisation (courbe en pointillé) et le terme de droite (dans le domaine temporel) de la relation (5.35) (courbe en trait continu), pour un défaut isotrope.

Afin de vérifier cette dernière, on a tracé sur la figure 5.12, la section efficace calculée dans la section 5.2.3 (courbe en trait continu) et σ obtenue à partir de la $bpf_{(x_d, y_d)}^\infty$ de l'image de localisation pour une durée de fenêtrage des premiers paquets d'ondes $T_0 = 0,2$ ms (courbe en pointillé) sur une gamme de fréquences de 0 à 25 kHz.

Comme on peut l'observer sur la figure 5.12, l'estimation de la section efficace de diffu-

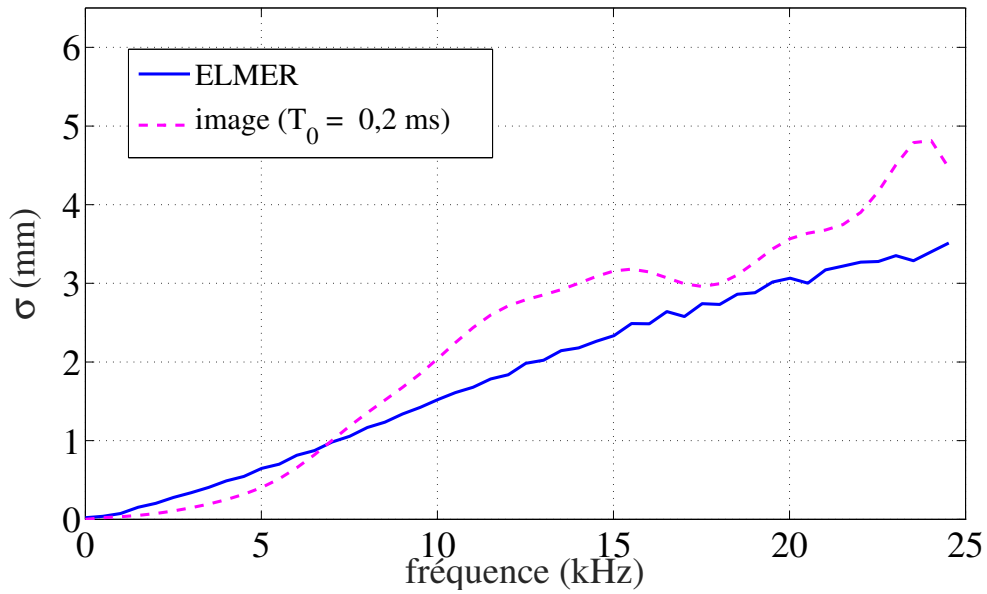


Figure 5.12 – Comparaison entre σ numérique calculée dans la section 5.2.3 (courbe en trait continu) et σ de l’image de localisation du défaut, obtenue à partir de la relation (5.36) (courbe en pointillé), pour un défaut isotrope.

sion σ reconstruite à partir de l’image de localisation pour un intervalle de fenêtrage $T_0 = 0,2$ ms, est en bon accord avec la courbe obtenue dans la section 5.2.3. L’écart observé peut être interprété par le fait que la plaque soit trop petite pour isoler efficacement les paquets d’ondes utiles des premiers paquets réfléchis sur les bords. En outre, le nombre d’éléments du réseau d’imagerie peut être insuffisant pour réduire suffisamment les termes incohérents des équations (5.28) et (5.31). Enfin l’hypothèse d’isotropie du défaut est quelque peu abusive lorsque l’on monte en fréquence, comme on peut l’observer sur la figure 5.6-(b).

Ces résultats prometteurs viennent donc valider la théorie. Ceci pourra offrir un moyen de quantifier l’importance des défauts dans des situations pratiques.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé une relation théorique qui relie l’intensité de l’image de localisation de défaut à la section efficace de diffusion de celui-ci. Les résultats de comparaison théoriques et numériques sont satisfaisants et nous avons montré la possibilité de remonter à une estimation de la section efficace de diffusion de défaut d’une manière passive sans avoir recours à un très grand nombre de récepteurs et sans connaître les sources d’excitation. En outre, le résultat obtenu est en accord avec les travaux de Norris et Vemula sur la diffusion des ondes de flexion par une inclusion dans une plaque mince infinie. Ces résultats sont prometteurs et pourraient permettre à l’avenir, en plus de la simple localisation de défaut, de caractériser celui-ci dans un milieu réverbérant.

Conclusion générale et perspectives

LE travail de recherche mené lors de cette thèse a porté sur l'étude et l'utilisation de champs d'ondes complexes issus de la propagation des ondes élastiques guidées en milieux réverbérants. La réverbération, aussi complexe soit-elle, contient des informations qui peuvent permettre d'imager le milieu de propagation. Nous avons proposé une méthode d'analyse de l'information portée par les signaux multiplement réfléchis (réverbérés), fondée sur la technique de corrélation de bruits, qui permet de reconstruire la fonction de Green élastique entre deux capteurs passifs. L'objectif est de faire de l'imagerie « sans source », grâce au bruit ambiant. La motivation de ces travaux était donc d'adapter cette méthode passive au cas des solides réverbérants pour des applications de contrôle-santé ou caractérisation des structures instrumentées en surface (réseau de quelques capteurs répartis). Dans une première étape, il a été montré numériquement et expérimentalement que l'on pouvait estimer la fonction de Green dans des plaques réverbérantes. Dans un second temps, nous avons exploité cette propriété pour détecter et localiser des défauts dans ces milieux.

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, nous avons présenté un état de l'art sur la propagation des ondes de Lamb dans les plaques élastiques, le SHM et l'estimation des fonctions de Green par corrélation de bruits.

Dans le chapitre deux, nous avons démontré à partir d'une décomposition modale, une identité qui relie linéairement la fonction de Green à la corrélation de bruits dans les plaques. Il a été montré que le nombre de sources jouait un rôle fondamental pour l'estimation de la fonction de Green de ces milieux. À partir de ce formalisme, la qualité de l'estimation des fonctions de Green peut être évaluée par le biais d'un niveau de bruit relatif. Il a été particulièrement montré que ce dernier suit une loi inversement proportionnelle au nombre de sources de bruits décorrélées. Elle dépend également des paramètres structuraux du milieu (densité modale, propriétés physiques, etc.). Puis des résultats numériques et expérimentaux ont validé l'approche théorique.

Au chapitre trois, nous avons présenté une application originale de localisation de défauts en ces milieux. En effet, en dépit d'une convergence imparfaite vers les fonctions de Green, nous avons montré qu'il était possible de détecter et de localiser des défauts dans une plaque réverbérante en utilisant un faible nombre de capteurs passifs. Les conditions d'application de la méthode et plusieurs exemples numériques et expérimentaux ont été présentés. Lors d'une convergence non parfaite vers les fonctions de Green et dans le cas

particulier d'un bruit continu (frottement), il a été montré, que les résidus de corrélation peuvent être exploités pour identifier les zones de bruit même en présence d'un défaut. Enfin, quand le nombre de sources de bruit est insuffisant pour une reconstruction optimale des fonctions de Green ainsi qu'une localisation sans ambiguïté de défaut, nous avons proposé un outil efficace de filtrage basé sur la méthode DORT.

Nous avons proposé ensuite au chapitre quatre, un prototype acousto-mécanique à double fonctionnalité. Premièrement, les sources secondaires développées ont permis d'apporter une composante stationnaire dans l'espace aux sources de bruit. Deuxièmement, ces dernières ont permis de convertir les vibrations ambiantes basses fréquences en hautes fréquences par des effets non-linéaires de frottement. On a vu que le niveau des signaux secondaires générés est significatif dans la gamme de fréquences qui nous intéressait. La méthode de localisation développée au chapitre trois a été ensuite appliquée avec succès sur des défauts réversibles (aimants) collés de part et d'autre d'une plaque d'aluminium.

Enfin, le dernier chapitre a été consacré à la caractérisation théorique et numérique des défauts. Nous avons en particulier développé une relation théorique qui relie l'intensité de l'image de localisation passive de défaut à la section efficace de diffusion de ce dernier. La prédiction théorique est bien validée numériquement. Pour des diffuseurs cylindriques, on retrouve bien la section efficace calculée par Norris et Vemula.

Les travaux présentés dans cette thèse ont abouti à des résultats originaux qui nous semblent prometteurs sur la possibilité d'extraire des informations utiles à partir du champ réverbérant quasi-diffus. La méthode proposée de corrélation de bruits a permis d'estimer passivement la position de défaut dans le milieu et à quelques propriétés de celui-ci (section efficace, taille, diagramme de rayonnement, etc.). Cette technique purement passive offre une alternative aux techniques classiques de CND. Elle se distingue par une relative simplicité de traitements (corrélations, sommes) et surtout une absence de sources ultrasonores contrôlées. Ainsi, un système embarqué de surveillance peut être envisagé par implémentation d'un réseau de quelques capteurs intégrés à la structure.

À l'heure actuelle, ces travaux ont fait l'objet de 3 publications dans des revues internationales avec comité de lecture[95, 111, 112], d'autres publications sur le calcul du RNL, la section efficace de diffusion et les sources secondaires sont en cours de préparation. Ces travaux ont également été présentés dans des conférences avec actes[107, 108, 109, 110, 92], et obtenus deux prix : un prix de meilleure communication et un prix de jeune chercheur.

Il se dégage de ces travaux plusieurs perspectives intéressantes. Il reste évidemment de nombreuses questions en terme d'applicabilité industrielle de la méthode. Premièrement, il serait intéressant de s'affranchir de la limite actuelle de la méthode différentielle, qui est connue pour manquer de robustesse sur le long terme. L'approfondissement de l'utilisation de la méthode DORT évoquée au chapitre 3 pourrait apporter quelques pistes dans ce sens.

Par ailleurs, pour des raisons de simplification, nous avons considéré des milieux homogènes, isotropes à faible atténuation acoustique. Il serait dès lors intéressant, de généraliser cette méthode de localisation de défauts dans des milieux anisotropes, multicouches, à forte atténuation tels que les composites qui sont très utilisés à l'heure actuelle en aéronautique. Il serait également important de quantifier l'influence de ces paramètres sur le rapport signal à bruit des fonctions de Green reconstruites. Cette étape a été simplement ébauchée numériquement au chapitre trois et méritera certainement d'être approfondie.

Les sources secondaires proposées au chapitre 4 restent encore au stade du « prototype de faisabilité ». Il serait notamment intéressant de trouver un moyen pour la miniaturisation. Un autre aspect concerne la caractérisation des sources de bruit en conditions réelles (en vol).

D'autres études peuvent être menées immédiatement notamment la poursuite des travaux sur la section de diffusion de défaut. Cette dernière a été ébauchée numériquement au chapitre 5, et méritera certainement d'être approfondie, notamment trouver un moyen pour pallier l'hypothèse forte de « défaut isotrope ». Enfin, il serait utile de mieux définir les limites pratiques de la méthode d'imagerie, notamment par rapport à l'amplitude des lobes secondaires.

Annexe A

Estimation théorique du terme $\langle |D_{ij}(\omega)|^2 \rangle$

On a :

$$C_{ijN_s}(\omega) = N_s D_{ij}(\omega) + N_{ijN_s}(\omega). \quad (\text{A.1})$$

D'une part on a montré dans[95] que :

$$C_{ijN_s}(\omega) = 2j \operatorname{Im} G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) F(\omega) + N_{ijN_s}(\omega), \quad (\text{A.2})$$

où

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \frac{R_b(\omega) N_s \tau_a}{2j \omega \rho_s \mathcal{S}}, \\ \operatorname{Im} G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) &= \frac{\omega}{\rho_s \tau_a} \sum_n \frac{\phi_n(\mathbf{r}_i) \phi_n(\mathbf{r}_j)}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau_a^2}}, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

avec $R_b(\omega)$ est la densité spectrale d'énergie de bruit, $\mathcal{S}$ est l'aire de la plaque, et τ_a est le temps d'atténuation.

Alors, par analogie et on comparant l'équation (A.1) à l'équation (A.2), il vient :

$$\begin{aligned} N_s D_{ij}(\omega) &= 2j \operatorname{Im} G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \omega) F(\omega), \\ &= 2j \left[\frac{\omega}{\rho_s \tau_a} \sum_n \frac{\phi_n(\mathbf{r}_i) \phi_n(\mathbf{r}_j)}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau_a^2}} \right] \left[\frac{R_b(\omega) N_s \tau_a}{2j \omega \rho_s \mathcal{S}} \right], \\ &= \frac{N_s}{\rho_s^2 \mathcal{S}} R_b(\omega) \sum_n \phi_n(\mathbf{r}_i) \phi_n(\mathbf{r}_j) f(\omega, \omega_n), \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

avec

$$f(\omega, \omega_n) = \frac{1}{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau_a}\right)^2}. \quad (\text{A.5})$$

Il vient alors

$$D_{ij}(\omega) = \frac{R_b(\omega)}{\rho_s^2 \mathcal{S}} \sum_n \phi_n(\mathbf{r}_i) \phi_n(\mathbf{r}_j) f(\omega, \omega_n). \quad (\text{A.6})$$

Alors, la valeur absolue est donnée par :

$$|D_{ij}(\omega)|^2 = \frac{|R_b(\omega)|^2}{\rho_s^4 \mathcal{S}^2} \left[\sum_n \phi_n^2(\mathbf{r}_i) \phi_n^2(\mathbf{r}_j) f^2(\omega, \omega_n) + \sum_n \sum_{n \neq n'} \phi_n(\mathbf{r}_i) \phi_n(\mathbf{r}_j) \phi_{n'}(\mathbf{r}_i) \phi_{n'}(\mathbf{r}_j) f(\omega, \omega_n) f(\omega, \omega_{n'}) \right]. \quad (\text{A.7})$$

Rappelons que le but de ce calcul est de trouver un comportement moyen indépendamment des positions des récepteurs R_i et R_j . Donc, il est commode de prendre une valeur moyenne sur les positions des récepteurs notée par $\langle . \rangle$.

$$\langle |D_{ij}(\omega)|^2 \rangle = \frac{|R_b(\omega)|^2}{\rho_s^4 \mathcal{S}^2} \left[\sum_n \langle \phi_n^2(\mathbf{r}_i) \phi_n^2(\mathbf{r}_j) \rangle f^2(\omega, \omega_n) + \sum_n \sum_{n \neq n'} \langle \phi_n(\mathbf{r}_i) \phi_n(\mathbf{r}_j) \phi_{n'}(\mathbf{r}_i) \phi_{n'}(\mathbf{r}_j) \rangle f(\omega, \omega_n) f(\omega, \omega_{n'}) \right]. \quad (\text{A.8})$$

On suppose que pour $i \neq j$, $\phi_n(\mathbf{r}_i)$ et $\phi_n(\mathbf{r}_j)$ sont indépendants, il vient donc :

$$\langle |D_{ij}(\omega)|^2 \rangle = \frac{|R_b(\omega)|^2}{\rho_s^4 \mathcal{S}^2} \left[\sum_n \langle \phi_n^2(\mathbf{r}_i) \rangle \langle \phi_n^2(\mathbf{r}_j) \rangle f^2(\omega, \omega_n) + \sum_n \sum_{n \neq n'} \langle \phi_n(\mathbf{r}_i) \phi_{n'}(\mathbf{r}_i) \rangle \langle \phi_n(\mathbf{r}_j) \phi_{n'}(\mathbf{r}_j) \rangle f(\omega, \omega_n) f(\omega, \omega_{n'}) \right]. \quad (\text{A.9})$$

L'orthogonalité des modes stipule que :

$$\iint_S \phi_n(\mathbf{r}) \phi_{n'}(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r} = \delta_{n,n'}, \quad (\text{A.10})$$

$$\langle \phi_n(\mathbf{r}) \phi_{n'}(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{\mathcal{S}} \iint_S \phi_n(\mathbf{r}) \phi_{n'}(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r} = \frac{\delta_{n,n'}}{\mathcal{S}}, \forall n, n',$$

où $\delta_{n,n'}$ est le delta de Kronecker et $n, n' \in \mathbb{N}$.

$$\delta_{n,n'} = \begin{cases} 0 & \text{si } n \neq n', \\ 1 & \text{si } n = n'. \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

Il vient alors

$$\langle |D_{ij}(\omega)|^2 \rangle = \frac{|R_b(\omega)|^2}{\rho_s^4 \mathcal{S}^4} \sum_n f^2(\omega, \omega_n). \quad (\text{A.12})$$

Calculons donc le terme $\sum_n f^2(\omega, \omega_n)$. On a :

$$f^2(\omega, \omega_n) = \frac{1}{\left[(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau_a} \right)^2 \right]^2}. \quad (\text{A.13})$$

Quand le spectre des modes propres est inférieur à une fréquence donnée dite de Schroeder[43], les modes sont résolus et présentent un spectre discret. Cependant, à la présence d'une densité modale très élevée et à une fréquence supérieure à celle de Schroeder, tous les modes

se chevauchent et leur spectre devient alors continu. Cette hypothèse est très utilisée pour les plaques à cause de leur densité modale très élevée. Se basant ainsi sur cette hypothèse, on peut substituer la somme discrète par une simple intégrale.

Comme on a vu au chapitre 1, la densité modale pour les plaques est une constante $D_m(\omega_n) \simeq d_0$ (relation (1.15)). Alors, l'équation (A.12) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \sum_n f^2(\omega, \omega_n) &\simeq d_0 \int_0^\infty f^2(\omega, \omega_n) d\omega_n, \\ &\simeq d_0 \int_0^\infty \frac{1}{[(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + (\frac{\omega}{\tau_a})^2]^2} d\omega_n, \\ &\simeq d_0 \int_0^\infty \frac{1}{[(\omega - \omega_n)(\omega + \omega_n)]^2 + (\frac{\omega}{\tau_a})^2]^2} d\omega_n. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

On peut montrer que $f(\omega, \omega_n)$ est négligeable seulement en dehors d'un intervalle étroit autour de ω . Alors, l'équation précédente peut être écrite sous cette forme :

$$\begin{aligned} \sum_n f^2(\omega, \omega_n) &\simeq d_0 \int_0^\infty \frac{1}{[(\omega_n - \omega)^2 4\omega^2 + (\frac{\omega}{\tau_a})^2]^2} d\omega_n, \\ &\simeq \frac{d_0}{\omega^4} \int_0^\infty \frac{1}{[4(\omega_n - \omega)^2 + \frac{1}{\tau_a^2}]^2} d\omega_n. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Prenons maintenant $u = \omega_n - \omega$ et $v = \frac{1}{2\tau_a}$, il vient alors

$$\sum_n f^2(\omega, \omega_n) \simeq \frac{d_0}{16\omega^4} \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{(u^2 + v^2)^2} du. \quad (\text{A.16})$$

L'équation précédente peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \sum_n f^2(\omega, \omega_n) &\simeq \frac{d_0}{16\omega^4 v^2} \int_{-\infty}^\infty \frac{v^2 + u^2 - u^2}{(u^2 + v^2)^2} du, \\ &\simeq \frac{2d_0}{16\omega^4 v^2} \left[\int_0^\infty \frac{1}{(u^2 + v^2)} du + \int_0^\infty \frac{u^2}{(u^2 + v^2)^2} du \right], \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

avec,

$$\frac{u^2}{(u^2 + v^2)^2} = \frac{1}{2(u^2 + v^2)} - \frac{d}{2du} \left(\frac{u}{u^2 + v^2} \right). \quad (\text{A.18})$$

Donc, l'équation précédente devient :

$$\sum_n f^2(\omega, \omega_n) \simeq \frac{d_0}{8\omega^4 v^2} \left[\int_0^\infty \frac{1}{(u^2 + v^2)} du - \frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{1}{(u^2 + v^2)} du + \frac{1}{2} \frac{u}{(u^2 + v^2)} \Big|_0^\infty \right]. \quad (\text{A.19})$$

Cependant $\frac{1}{2} \frac{u}{(u^2 + v^2)} \Big|_0^\infty = 0$, alors l'équation (A.19) devient :

$$\begin{aligned}
 \sum_n f^2(\omega, \omega_n) &\simeq \frac{d_0}{8 \omega^4 v^2} \left[\frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{1}{(u^2 + v^2)} du \right], \\
 &\simeq \frac{d_0}{16 \omega^4 v^2} \left[\frac{1}{v} \arctan \frac{u}{v} \Big|_0^\infty \right], \\
 &\simeq \frac{d_0}{16 \omega^4 v^2} \left[\frac{\pi}{2v} \right], \\
 &\simeq \frac{d_0 \pi}{32 \omega^4 v^3}.
 \end{aligned} \tag{A.20}$$

Sachant que $v = \frac{1}{2\tau_a}$, l'expression de $\sum_{n=1}^\infty f^2(\omega, \omega_n)$ est donc tout simplement :

$$\sum_{n=1}^\infty f^2(\omega, \omega_n) \simeq \frac{d_0 \pi \tau_a^3}{4 \omega^4}. \tag{A.21}$$

Il vient alors,

$$\langle |D_{ij}(\omega)|^2 \rangle \simeq \frac{|R_b(\omega)|^2}{\rho_s^4 \mathcal{S}^4} \frac{d_0 \pi \tau_a^3}{4 \omega^4}. \tag{A.22}$$

Annexe B

Développement théorique du terme

$$E \left[\left\langle \left| R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega) \right|^2 \right\rangle \right]$$

On a :

$$R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega) = G^*(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k, \omega) G(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k, \omega) R_b(\omega). \quad (\text{B.1})$$

La valeur absolue de $R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} \left| R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega) \right|^2 &= |G^*(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k, \omega) G(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k, \omega) R_b(\omega)|^2 \\ &= |G^*(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k, \omega)|^2 |G(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k, \omega)|^2 |R_b(\omega)|^2 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Prenons maintenant, la valeur moyenne de $\left| R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega) \right|^2$ sur les positions des récepteurs R_i et R_j

$$\left\langle \left| R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega) \right|^2 \right\rangle = \left\langle |G^*(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k, \omega)|^2 |G(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k, \omega)|^2 \right\rangle |R_b(\omega)|^2. \quad (\text{B.3})$$

On remarque que $\left\langle |G(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k, \omega)|^2 \right\rangle = \left\langle |G(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_k, \omega)|^2 \right\rangle$, alors l'équation (B.3) devient :

$$\left\langle \left| R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega) \right|^2 \right\rangle = \left\langle |G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_k, \omega)|^2 \right\rangle^2 |R_b(\omega)|^2, \quad (\text{B.4})$$

avec,

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_k, \omega) = \frac{1}{\rho_s} \sum_n \frac{\phi_n(\mathbf{r}_k) \phi_n(\mathbf{r})}{(\omega^2 - \omega_n^2) - j \frac{\omega}{\tau_a}}, \quad (\text{B.5})$$

où τ_a est le temps d'atténuation.

Alors, l'équation (B.4) devient :

$$\left\langle \left| R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega) \right|^2 \right\rangle = \left\langle \left| \frac{1}{\rho_s} \sum_n \frac{\phi_n(\mathbf{r}_k) \phi_n(\mathbf{r})}{(\omega^2 - \omega_n^2) - j \frac{\omega}{\tau_a}} \right|^2 \right\rangle^2 |R_b(\omega)|^2. \quad (\text{B.6})$$

Séparons maintenant en double sommation les termes $n = n'$ ainsi que les termes croisés, l'équation (B.6) devient :

$$\begin{aligned} \left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle &= \left\langle \frac{1}{\rho_s^2} \sum_n \phi_n^2(\mathbf{r}_k) \phi_n^2(\mathbf{r}) f(\omega, \omega_n) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho_s^2} \sum_n \sum_{n \neq n'} \phi_n(\mathbf{r}_k) \phi_{n'}(\mathbf{r}_k) \phi_n(\mathbf{r}) \phi_{n'}(\mathbf{r}) \right. \\ &\quad \left. g(\omega, \omega_n) g^*(\omega, \omega_{n'}) \right\rangle |R_b(\omega)|^2, \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

où $g(\omega, \omega_n)$ est donnée par

$$g(\omega, \omega_n) = \frac{1}{(\omega^2 - \omega_n^2) - j \frac{\omega}{\tau_a}}. \quad (\text{B.8})$$

L'équation précédente peut être réécrite comme ci dessous en rentrant la valeur moyenne à l'intérieur de la somme :

$$\begin{aligned} \left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle &= \frac{|R_b(\omega)|^2}{\rho_s^4} \left[\sum_n \phi_n^2(\mathbf{r}_k) \langle \phi_n^2(\mathbf{r}) \rangle f(\omega, \omega_n) \right. \\ &\quad \left. + \sum_n \sum_{n \neq n'} \phi_n(\mathbf{r}_k) \phi_{n'}(\mathbf{r}_k) \langle \phi_n(\mathbf{r}) \phi_{n'}(\mathbf{r}) \rangle \right. \\ &\quad \left. g(\omega, \omega_n) g^*(\omega, \omega_{n'}) \right]^2. \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

L'orthogonalité des modes stipule que $(\langle \phi_n(\mathbf{r}) \phi_{n'}(\mathbf{r}) \rangle = 0, \text{ et } \langle \phi_n^2(\mathbf{r}) \rangle = \frac{1}{S})$, il vient alors

$$\left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle = \frac{|R_b(\omega)|^2}{\rho_s^4 S^2} \left[\sum_n \phi_n^2(\mathbf{r}_k) f(\omega, \omega_n) \right]^2. \quad (\text{B.10})$$

Par séparation en double somme les termes $n = n'$ et les termes croisés, l'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} \left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle &= \frac{|R_b(\omega)|^2}{\rho_s^4 S^2} \left[\sum_n \phi_n^4(\mathbf{r}_k) f^2(\omega, \omega_n) \right. \\ &\quad \left. + \sum_n \sum_{n \neq n'} \phi_n^2(\mathbf{r}_k) \phi_{n'}^2(\mathbf{r}_k) f(\omega, \omega_n) f(\omega, \omega_{n'}) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Prenons maintenant la valeur moyenne sur k sources (notée par $[\cdot]$), l'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} E \left[\left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle \right] &= \frac{|R_b(\omega)|^2}{\rho_s^4 S^2} \left[\sum_n E [\phi_n^4(\mathbf{r}_k)] f^2(\omega, \omega_n) \right. \\ &\quad \left. + \sum_n \sum_{n \neq n'} E [\phi_n^2(\mathbf{r}_k) \phi_{n'}^2(\mathbf{r}_k)] f(\omega, \omega_n) f(\omega, \omega_{n'}) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Considérons I_1 et I_2 comme :

$$\begin{aligned} I_1 &= \sum_n E [\phi_n^4(\mathbf{r}_k)] f^2(\omega, \omega_n), \\ I_2 &= \sum_n \sum_{n \neq n'} E [\phi_n^2(\mathbf{r}_k) \phi_{n'}^2(\mathbf{r}_k)] f(\omega, \omega_n) f(\omega, \omega_{n'}). \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Pour une plaque rectangulaire, on a vu au chapitre 1, que l'expression du déplacement modal de forme sinusoïdale est donnée par[40] :

$$\phi_{mn}(x, y) = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right), \quad (\text{B.14})$$

$$\begin{aligned} E \left[\phi_n^4(\mathbf{r}_k) \right] &\simeq \frac{1}{\mathcal{S}} \int_x \int_y \phi_{mn}^4(x, y) \, dx \, dy, \\ &\simeq \frac{1}{\mathcal{S}} \int_x \int_y \frac{16}{\mathcal{S}^2} \sin^4\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin^4\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \, dx \, dy, \\ &\simeq \frac{16}{\mathcal{S}^3} \int_x \sin^4\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx \int_y \sin^4\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy. \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

On peut montrer facilement que

$$\sin^4(u) = \frac{1}{8} [\cos(4u) - 4 \cos(2u) + 3]. \quad (\text{B.16})$$

Sachant que x varie entre 0 et a , il vient

$$\begin{aligned} \int_0^a \sin^4\left(\frac{m\pi x}{a}\right) dx &= \frac{1}{8} \int_0^a \left[\cos\left(4\frac{m\pi x}{a}\right) - 4 \cos\left(2\frac{m\pi x}{a}\right) + 3 \right] dx, \\ &= \frac{1}{8} \int_0^a \cos\left(4\frac{m\pi x}{a}\right) dx - \frac{4}{8} \int_0^a \cos\left(2\frac{m\pi x}{a}\right) dx + \frac{3}{8} \int_0^a dx, \\ &= \frac{1}{8} \sin(4m\pi) - \frac{4}{8} \sin(2m\pi) + \frac{3a}{8}, \\ &= \frac{3a}{8}. \quad \forall m, m \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Même chose pour

$$\int_0^b \sin^4\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dy = \frac{3b}{8}. \quad \forall n, n \in \mathbb{N} \quad (\text{B.18})$$

Alors, on déduit

$$E \left[\phi_n^4(\mathbf{r}_k) \right] \simeq \frac{9}{4} \frac{1}{\mathcal{S}^2}. \quad (\text{B.19})$$

On retrouve alors le résultat classique issu de l'analyse statistique de l'énergie (ou Statistical Energy Analysis en anglais (SEA)) des modes, du coefficient K défini par[128] :

$$K = \frac{E \left[\phi_n^4(\mathbf{r}_k) \right]}{E \left[\phi_n^2(\mathbf{r}_k) \right]^2} = \begin{cases} \left(\frac{3}{2} \right)^d & (\text{modes sinusoïdaux}), \\ 3 & (\text{modes gaussiens}), \end{cases} \quad (\text{B.20})$$

où d est la dimension du milieu considéré (ici $d = 2$).

On déduit alors l'expression de $E \left[\phi_n^4(\mathbf{r}_k) \right]$ pour une plaque de forme chaotique, donnée par l'équation (B.21) :

$$E \left[\phi_n^4(\mathbf{r}_k) \right] \simeq 3 \frac{1}{\mathcal{S}^2}. \quad (\text{B.21})$$

Donc,

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{9}{4} \frac{1}{\mathcal{S}^2} \sum_n f^2(\omega, \omega_n), \\ &= \frac{9}{4} \frac{1}{\mathcal{S}^2} \frac{d_0 \pi \tau_a^3}{4 \omega^4}. \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Il vient

$$\sum_n E \left[\phi_n^4(\mathbf{r}_k) \right] f^2(\omega, \omega_n) = \frac{9}{16} \frac{d_0 \pi \tau_a^3}{\mathcal{S}^2 \omega^4}. \quad (\text{B.23})$$

Maintenant, on a

$$\begin{aligned} E \left[\phi_n^2(\mathbf{r}_k) \phi_{n'}^2(\mathbf{r}_k) \right] &\simeq \frac{1}{\mathcal{S}} \int_x \int_y \phi_{mn}^2(x, y) \phi_{m'n'}^2(x, y) dx dy, \\ &\simeq \frac{1}{\mathcal{S}} \int_x \int_y \frac{16}{\mathcal{S}^2} \sin^2\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin^2\left(\frac{n \pi y}{b}\right) \sin^2\left(\frac{m' \pi x}{a}\right) \sin^2\left(\frac{n' \pi y}{b}\right) dx dy, \\ &\simeq \frac{16}{\mathcal{S}^3} \int_x \sin^2\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin^2\left(\frac{m' \pi x}{a}\right) dx \int_y \sin^2\left(\frac{n \pi y}{b}\right) \sin^2\left(\frac{n' \pi y}{b}\right) dy. \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

On a :

$$\sin^2(u) = \frac{1}{2} [1 - \cos(2u)]. \quad (\text{B.25})$$

Alors,

$$\begin{aligned} \int_x \sin^2\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin^2\left(\frac{m' \pi x}{a}\right) dx &= \frac{1}{4} \int_0^a \left[1 - \cos\left(2 \frac{m \pi x}{a}\right) \right] \left[1 - \cos\left(2 \frac{m' \pi x}{a}\right) \right] dx, \\ &= \frac{1}{4} \int_0^a dx - \frac{1}{4} \int_0^a \cancel{\cos\left(2 \frac{m' \pi x}{a}\right)} dx \\ &\quad - \frac{1}{4} \int_0^a \cancel{\cos\left(2 \frac{m \pi x}{a}\right)} dx + \frac{1}{4} \int_0^a \cancel{\cos\left(2 \frac{(m - m') \pi x}{a}\right)} dx \\ &\quad + \frac{1}{4} \int_0^a \cancel{\cos\left(2 \frac{(m + m') \pi x}{a}\right)} dx, \\ &= \frac{a}{4}. \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

Donc, on déduit

$$\begin{cases} \int_x \sin^2\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin^2\left(\frac{m' \pi x}{a}\right) dx = \frac{a}{4}, \\ \int_y \sin^2\left(\frac{n \pi y}{b}\right) \sin^2\left(\frac{n' \pi y}{b}\right) dy = \frac{b}{4}. \end{cases} \quad (\text{B.27})$$

Ainsi, on obtient :

$$\begin{aligned} E \left[\phi_n^2(\mathbf{r}_k) \phi_{n'}^2(\mathbf{r}_k) \right] &\simeq \frac{16}{\mathcal{S}^3} \frac{a}{4} \frac{b}{4}, \\ &\simeq \frac{1}{\mathcal{S}^2}, \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

où $\mathcal{S}$ est l'aire de la plaque.

Alors,

$$E \left[\phi_n^2(\mathbf{r}_k) \phi_{n'}^2(\mathbf{r}_k) \right] = \frac{1}{\mathcal{S}^2}. \quad (\text{B.29})$$

Il est à noter que ce résultat est valable pour $n \neq n'$ et $m \neq m'$. Il existe des cas où $n \neq n'$ mais $m = m'$ ou vice versa. Dans ces cas, l'équation (B.29) devient :

$$E \left[\phi_n^2(\mathbf{r}_k) \phi_{n'}^2(\mathbf{r}_k) \right] = \frac{3}{2} \frac{1}{\mathcal{S}^2}. \quad (\text{B.30})$$

Vu le faible nombre de ces cas, on peut négliger l'erreur introduite. Il vient alors

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{1}{\mathcal{S}^2} \sum_n \sum_{n \neq n'} f(\omega, \omega_n) f(\omega, \omega_{n'}), \\ &= \frac{1}{\mathcal{S}^2} \sum_n f(\omega, \omega_n) \sum_{n \neq n'} f(\omega, \omega_{n'}), \\ &= \frac{d_0^2}{\mathcal{S}^2} \int_0^\infty f(\omega, \omega_n) d\omega_n \int_0^\infty f(\omega, \omega_{n'}) d\omega_{n'}. \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

On a :

$$\int_0^\infty f(\omega, \omega_n) d\omega_n = \int_0^\infty \frac{1}{4\omega^2(\omega_n - \omega)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau_a}\right)^2} d\omega_n. \quad (\text{B.32})$$

Notons $u = \omega_n - \omega$, il vient

$$\begin{aligned} \int_0^\infty f(\omega, \omega_n) d\omega_n &= \frac{2}{4\omega^2} \int_0^\infty \frac{1}{u^2 + k^2} du, \\ &= \frac{1}{2\omega^2} \frac{\pi}{2k}, \\ &= \frac{\pi}{2} \frac{\tau_a}{\omega^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.33})$$

Donc,

$$\begin{aligned} \int_0^\infty f(\omega, \omega_n) d\omega_n &= \int_0^\infty f(\omega, \omega_{n'}) d\omega_{n'}, \\ &= \frac{\pi}{2} \frac{\tau_a}{\omega^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

$$\sum_n \sum_{n \neq n'} f(\omega, \omega_n) f(\omega, \omega_{n'}) = \left(\frac{\pi}{2} \frac{d_0 \tau_a}{\omega^2} \right)^2. \quad (\text{B.35})$$

Ainsi, on aura

$$\sum_n \sum_{n \neq n'} E \left[\phi_n^2(\mathbf{r}_k) \phi_{n'}^2(\mathbf{r}_k) \right] f(\omega, \omega_n) f(\omega, \omega_{n'}) = \frac{\pi^2}{4} \frac{\tau_a^2 d_0^2}{\mathcal{S}^2 \omega^4}. \quad (\text{B.36})$$

Finalement, on déduit l'expression de $E \left[\left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle \right]$

$$\begin{aligned} E \left[\left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle \right] &= \frac{|R_b(\omega)|^2}{\rho_s^4 \mathcal{S}^2} \left[\frac{9}{16} \frac{d_0 \pi \tau_a^3}{\mathcal{S}^2 \omega^4} + \frac{\pi^2}{4} \frac{d_0^2 \tau_a^2}{\mathcal{S}^2 \omega^4} \right], \\ &= \frac{|R_b(\omega)|^2}{\omega^4} \frac{1}{16 \rho_s^4 \mathcal{S}^4} \left[9 d_0 \pi \tau_a^3 + 4 \pi^2 d_0^2 \tau_a^2 \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

Pour une plaque de forme chaotique, ce terme est égal à :

$$E \left[\left\langle |R_{s_{ik}, s_{jk}}(\omega)|^2 \right\rangle \right] = \frac{|R_b(\omega)|^2}{\omega^4} \frac{1}{4 \rho_s^4 \mathcal{S}^4} \left[3 d_0 \pi \tau_a^3 + \pi^2 d_0^2 \tau_a^2 \right]. \quad (\text{B.38})$$

Annexe C

Estimation passive de la section de diffusion de défaut

En introduisant l'équation (5.33) dans l'équation (5.29), l'expression de bpf peut être réécrite ainsi :

$$bpf_{(x_d, y_d)}(\omega) = \frac{(-1-j)}{2\sqrt{\pi}} \frac{\bar{C}_0(\mathbf{r}, \omega)}{\sqrt{k(\omega)}} \sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} \frac{f(\theta_{ij}, \omega)}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}}. \quad (\text{C.1})$$

Dans l'hypothèse d'un défaut isotrope, l'amplitude de diffusion est la même quelque soit la direction θ_{ij} .

$$f(\theta_{ij}, \omega) = f(\omega), \forall \theta_{ij}. \quad (\text{C.2})$$

Sous cette hypothèse, l'équation (C.1) peut s'écrire ainsi :

$$bpf_{(x_d, y_d)}(\omega) = \frac{(-1-j)}{2\sqrt{\pi}} \frac{f(\omega) \bar{C}_0(\mathbf{r}, \omega)}{\sqrt{k(\omega)}} \sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} \frac{1}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}}. \quad (\text{C.3})$$

Le module au carré de l'équation (C.3) est donné par :

$$\left| bpf_{(x_d, y_d)}(\omega) \right|^2 = |f(\omega)|^2 \frac{1}{2\pi} \frac{|\bar{C}_0(\mathbf{r}, \omega)|^2}{k(\omega)} \left[\sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} \frac{1}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}} \right]^2. \quad (\text{C.4})$$

La section efficace de diffusion σ définie par l'équation (5.2) peut alors s'écrire ainsi :

$$\sigma(\omega) = 2\pi |f(\omega)|^2. \quad (\text{C.5})$$

En injectant l'équation (C.5) dans l'équation (C.4), on obtient :

$$\left| bpf_{(x_d, y_d)}(\omega) \right|^2 = \frac{\sigma(\omega)}{4\pi^2} \frac{|\bar{C}_0(\mathbf{r}, \omega)|^2}{k(\omega)} \left[\sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} \frac{1}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}} \right]^2. \quad (\text{C.6})$$

Enfin, l'expression de σ peut être mise sous cette forme :

$$\sigma(\omega) = \frac{4\pi^2}{\left[\sum_{i=1, j=1}^{N_R, N_R} \frac{1}{\sqrt{r_{id} r_{dj}}} \right]^2} \frac{k(\omega) \left| bpf_{(x_d, y_d)}^\infty(\omega) \right|^2}{|\bar{C}_0(\mathbf{r}, \omega)|^2}, \quad (\text{C.7})$$

où $bpf_{(x_d, y_d)}^\infty(\omega)$ est la version fenêtrée (mise à zéro pour $|t| > T_0/2$) de $bpf_{(x_d, y_d)}(\omega)$.

Références

- [1] O.I. Lobkis and R. Weaver. On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field. *J. Acoust. Soc. Am*, **110**(6) :3011–3017, 2001.
- [2] C.R. Farrar and G.H. James III. System identification from ambient vibration measurements. *J. Sound & Vibration*, **205**(1) :1–18, 1997.
- [3] E. Larose, P. Roux, and M. Campillo. Reconstruction of Rayleigh-Lamb dispersion spectrum based on noise obtained from an air-jet forcing. *J. Acoust. Soc. Am*, **122**(6) :3437–3444, 2007.
- [4] K.G. Sabra, A. Duroux, A. Srivastava, F. Lanza di Scalea, and I. Bartoli. Passive-only wave-based structural health monitoring from ambient noise. *Health Monitoring of Structural and Biological Systems*, 9 Mars, Tribikram Kundu, San Diego, Californie, 2008.
- [5] K.G. Sabra, J. Romberg, S. Lani, and F. Levent Degertekin. Passive ultrasonics using sub-Nyquist sampling of high-frequency thermal-mechanical noise. *J. Acoust. Soc. Am*, **135**(6) :EL364–EL370, 2014.
- [6] E. Moulin, N. Abou Leyla, J. Assaad, and S. Grondel. Applicability of acoustic noise correlation for structural health monitoring in nondiffuse field conditions. *Appl. Phys. Lett*, **95**(9) :094104, 2009.
- [7] R. Clark, W.D. Dover, and L.J. Bond. The effect of crack closure on the reliability of NDT predictions of crack size. *NDT Int*, **20**(5) :269–275, 1987.
- [8] S.N. Dwivedi and A. Sharan. Development of knowledge-based engineering module for diagnosis of defects in casting and interpretation of defects by nondestructive testing. *J. Mater. Process. Technol*, **141**(2) :155–162, 2003.
- [9] P.M.V. Subbarao, P. Munshi, and K. Muralidhar. Performance of iterative tomographic algorithms applied to non-destructive evaluation with limited data. *NDT & E Int*, **30**(6) :359–370, 1997.
- [10] H.J. Krause, G.I. Panaitov, and Y. Zhang. Conductivity tomography for non-destructive evaluation using pulsed eddy current with HTS SQUID magnetometer. *IEEE Trans. Appl. Supercon*, **13**(2) :215–218, 2003.

- [11] K.F. Bainton. Characterizing defects by determining magnetic leakage fields. *NDT Int*, **10**(5) :253–257, 1977.
- [12] H. Yunze, P. Mengchun, L. Feilu, and T. Guiyun. Pulsed eddy current imaging and frequency spectrum analysis for hidden defect nondestructive testing and evaluation. *NDT & E Int*, **44**(4) :344–352, 2011.
- [13] J. Blitz and G. Simpson. *Ultrasonic methods of Non-destructive testing*. "Volume 2 of Non-Destructive Evaluation". Springer Science & Business Media, Berlin, 1996. 264 p.
- [14] B.W. Drinkwater and P.D. Wilcox. Ultrasonic arrays for non-destructive evaluation : A review. *NDT & E Int*, **39**(7) :525–541, 2006.
- [15] A. Bybi. *Contribution à l'étude et à la correction de la diaphonie dans les réseaux de transduction piézoélectriques pour l'imagerie médicale*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis (UVHC), 2012.
- [16] P.H. Milne. *Underwater acoustic positioning systems*. "Technology & Engineering". Gulf Publishing Company, New York, 1983. 284 p.
- [17] R. Brossier. *Imagerie sismique à deux dimensions des milieux visco-élastiques par inversion des formes d'ondes : développements méthodologiques et applications*. Thèse de doctorat, Université Nice Sophia Antipolis (UNS), 2009.
- [18] R. Truell, C. Elbaum, and B.B. Chick. *Ultrasonic Methods in Solid State Physics*. "Ultrasonics". Academic Press, New York, 1969. 464 p.
- [19] F. Benmeddour, S. Grondel, J. Assaad, and E. Moulin. Experimental study of the A0 and S0 Lamb waves interaction with symmetrical notches. *Ultrasonics*, **49**(2) : 202–205, 2009.
- [20] F. Benmeddour. *Étude expérimentale et numérique de l'interaction des ondes de Lamb en présence d'endommagements dans des structures d'aluminium*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis (UVHC), 2008.
- [21] D.C. Worlton. Ultrasonics testing with Lamb waves. *J. Nondestr. Test*, **15**(4) :218–222, 1957.
- [22] S. Grondel, J. Assaad, F. El Youbi, E. Moulin, and N. Abou Leyla. Experimental Lamb mode identification in a plate containing a hole using dual signal processing. *Meas. Sci. Technol*, **19**(12) :125703, 2008.
- [23] E. Moulin, S. Grondel, J. Assaad, and L. Duquenne. Modeling a surface-mounted Lamb wave emission-reception system : Applications to structural health monitoring. *J. Acoust. Soc. Am*, **124**(6) :3521–3527, 2008.
- [24] L. Rayleigh. On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. *Proc. London Math. Soc*, **17**(1) :4–11, 1885.

- [25] H. Lamb. On waves in an elastic plate. *Proc. R. Soc. Lond*, **93**(648) :114–128, 1917.
- [26] I.A. Viktorov. *Rayleigh and Lamb waves : Physical theory and applications*. "Ultrasonic Technology". Plenum Press, New York, 1967. 154 p.
- [27] D. Royer and E. Dieulesaint. *Elastic waves in solids I*. "Advanced Texts in Physics". Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 2000. 374 p.
- [28] O. Xéridat. *Ondes de Lamb en milieux complexes : propagation, diffusion, localisation*. Thèse de doctorat, Université Nice Sophia Antipolis (UNS), 2011.
- [29] S. Timoshenko and J.N. Goodier. *Theory of elasticity*. "Engineering societies monographs". McGraw Hill, New York, 1951. 506 p.
- [30] R.D. Mindlin. Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotropic and elastic plates. *J. Appl. Mech*, **18**(1) :31–38, 1951.
- [31] R.D. Mindlin. Thickness-Shear and flexural vibrations of crystal plates. *J. Appl. phys*, **22**(3) :316, 1951.
- [32] A.E.H. Love. The small free vibrations and deformation of a thin elastic shell. *Philos. Trans. R. Soc. Lon*, **179** :491–546, 1888.
- [33] E. Ventsel and T. Krauthammer. *Thin plates and shells : theory : analysis, and applications*. "Science". CRC Press, New York, 2001. 688 p.
- [34] M. Dubois. *Contrôle des ondes de flexion dans les plaques*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot (Paris VII), 2014.
- [35] C. Vemula and A.N. Norris. Flexural wave propagation and scattering on thin plates using Mindlin theory. *Wave Motion*, **26**(1) :1–12, 1997.
- [36] Voir [http ://www.projet-plume.org/fiche/elmer](http://www.projet-plume.org/fiche/elmer).
- [37] A.W. Leissa. Vibration of Plates. *NASA SP-160*, 1969. 353 p.
- [38] J.M. Berman. Behavior of sound in a bounded space. *J. Acoust. Soc. Am*, **57**(6) : 1275–1291, 1975.
- [39] E. Anyunzoghe. *Contribution à la méthode intégrro-modale pour l'analyse modale acoustique de cavités de forme quelconque*. Thèse de doctorat, Université Laval (UL), 2001.
- [40] M. Bruneau. *Manuel d'Acoustique fondamentale*. "Etudes en mecanique materiaux". Hermes Science Publications, Paris, 1998. 576 p.
- [41] H. Achdjian. *Propriétés de moyennage d'ensemble des signaux acoustiques en milieu réverbérant et applications potentielles au contrôle et à la caractérisation des structures*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis (UVHC), 2014.

- [42] P.M. Morse and R. Bolt. Sound waves in room. *Rev. Mod. Phys.*, **16**(3-4) :324, 1944.
- [43] G. Ribay. *Localisation de source en milieu réverbérant par Retournement Temporel*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot (Paris VII), 2006.
- [44] W.C. Sabine. *Collected papers on acoustics*. "NA2800 S33". Harvard University Press, Cambridge, 1922. 279 p.
- [45] C.F. Eyring. Reverberation time in "dead" rooms. *J. Acoust. Soc. Am.*, **1**(2A) :217–241, 1930.
- [46] K.A. Castillo. *Simulation numérique d'un réverbérateur à plaque*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure de Techniques Avancées (ENSTA ParisTech - Unité de Mécanique), 2009.
- [47] J. de Rosny. *Milieux réverbérants et réversibilité*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (UPMC), 2000.
- [48] E. Larose. *Diffusion multiple des ondes sismiques et expériences analogiques en ultrasons*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier (UJF), 2005.
- [49] C. Kittel. *Thermal Physics*. "Science". J. Wiley & sons, New York, 1969. 418 p.
- [50] R. Balian and C. Bloch. Distribution of eigenfrequencies for the wave equation in a finite domain : I. Three-dimensional problem with smooth boundary surface. *Annals of Physics*, **60**(2) :401–447, 1970.
- [51] F. Monsef and A. Cozza. Analyse physique des chambres réverbérantes à brassage de modes. *Journées scientifiques URSI, 26-27 Mars, Paris, France*, pages 229–233, 2013.
- [52] M.R. Schroeder. Statistical parameters of the frequency response curves of large rooms. *J. Acoust. Eng. Soc.*, **35**(5) :299–306, 1987.
- [53] A. Beskind. *Modèles et méthodes de description spatiale de scènes sonores*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (UPMC), 2003.
- [54] J.F. Claerbout. Synthesis of a layered medium from its acoustic transmission response. *Geophysics*, **33**(2) :264–269, 1968.
- [55] G. Green. *An essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism*. T. Wheelhouse, Berlin, 1828. 72 p.
- [56] L. Challis and F. Sheard. The Green of Green functions. *Physics Today*, pages 41–46, 2003.
- [57] P.M. Morse and K.U. Ingard. *Theoretical Acoustics*. "Science". McGraw-Hill, New York, 1968. 938 p.

- [58] R. Gunda, S.M. Vijayakar, R. Singh, and J.E. Farstad. Harmonic Green's function of a semi-infinite plate with clamped or free edges. *J. Acoust. Soc. Am*, **103**(2) :888–899, 1998.
- [59] R. L. Weaver. Diffuse waves in finite plates. *J. Sound & Vibration*, **94**(3) :319–335, 1984.
- [60] J. D. Polack. *La transmission de l'énergie sonore dans les salles*. Thèse de doctorat, Université du Mans (UM), 1988.
- [61] P. Gouédard. *Techniques de corrélation : Aspects méthodologiques et application à la sub-surface*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier (UJF), 2008.
- [62] S.M. Rytov. On thermal agitation in distributed systems. *Soviet. Physics. Doklady*, **1** :555–559, 1957.
- [63] R. Kubo. The fluctuation-dissipation theorem. *Rep. Prog. Phys*, **29**(Part I) :255–284, 1966.
- [64] K. Aki. Space and time spectra of stationary stochastic waves with special reference to microtremors. *Bull. Earthquake-Res*, **35** :415–456, 1957.
- [65] C. Weller. Seismic exploration method. Brevet US3812457 A, Shell Oil Company, 1974.
- [66] T.L. Duvall, S.M. Jefferies, J.W. Harvey, and M.A. Pomerantz. Time-distance helioseismology. *Nature*, **362** :430–432, 1993.
- [67] R.L. Weaver and O.I. Lobkis. Ultrasonic without a source : thermal fluctuation correlations at MHz frequencies. *Phys. Rev. Lett*, **87**(13) :134301, 2001.
- [68] A. Derode, E. Larose, M. Tanter, J. de Rosny, A. Tourin, M. Campillo, and M. Fink. Recovering the Green's function from field-field correlations in an open scattering medium (L). *J. Acoust. Soc. Am*, **113**(6) :2973–2976, 2003.
- [69] M. Fink. Time-Reversed acoustics. *Physics Today*, **50**(3) :34–40, 1997.
- [70] A. Derode, E. Larose, M. Campillo, and M. Fink. How to estimate the Green's function of a heterogeneous medium between two passive sensors? Application to acoustic waves. *Appl. Phys. Lett*, **83**(15) :3054–3056, 2003.
- [71] R. Snieder. The theory of Coda Wave Interferometry. *Pure. Appl. Geophys*, **163**(2) : 455–473, 2006.
- [72] R. Snieder. Extracting the Green's function of attenuating heterogeneous acoustic media from uncorrelated waves. *J. Acoust. Soc. Am*, **121**(5) :2637–2642, 2007.

- [73] P. Gouédard, L. Stehly, F. Brenguier, M. Campillo, Y. Collin de Verdière, E. Larose, L. Margerin, P. Roux, J.F. Sanchez-Sesma, N.M. Shapiro, and R.L. Weaver. Cross-correlation of random fields : mathematical approach and applications. *Geophys. Prospect*, **56**(3) :375393, 2008.
- [74] R. Snieder. Extracting the Green’s function from the correlation of coda waves : A derivation based on stationary phase. *Phys. Rev. E* **69** :046610, 2004.
- [75] P. Roux, K.G. Sabra, W.A. Kuperman, and A. Roux. Ambient noise cross-correlation in free space : Theoretical approach. *J. Acoust. Soc. Am*, **117**(1) :79–84, 2005.
- [76] L. Stehly, M.Campillo, and N.M. Shapiro. A study of the seismic noise from its long-range correlation properties. *J. Geophys. Res*, **111** :B10306, 2006.
- [77] K. Wapenaar, D. Draganov, R. Sneider, X. Campman, and A. Verdel. Tutorial on seismic interferometry : Part 1- Basic principles and applications. *Geophysics*, **75**(5) : 75A195–75A209, 2010.
- [78] K.G. Sabra, P. Roux, A.M. Thode, G.L. D’Spain, W.S. Hodgkiss, and W.A. Kuperman. Using ocean ambient noise for array self-localization and self-synchronization. *IEEE J. Ocean. Eng*, **30**(2) :338–347, 2005.
- [79] K.G. Sabra, S. Conti, P. Roux, and W.A. Kuperman. Passive in vivo elastography from skeletal muscle noise. *App. Phys. Lett*, **90**(19) :194101, 2007.
- [80] A. Badon, G. Lerosey, A.C. Boccara, M. Fink, and A. Aubry. Retrieving Time-Dependent Green’s Functions in Optics with Low-Coherence Interferometry. *Phys. Rev. Lett*, **114**(2) :023901, 2015.
- [81] M. Davy, M. Fink, and J. de Rosny. Green’s Function Retrieval and Passive Imaging from Correlations of Wideband Thermal Radiations. *Phys. Rev. Lett*, **110**(20) :203901, 2013.
- [82] C. Cremona, F. Barbosa, and A. Alvandi. Identification modale sous excitation ambiante : Application à la surveillance des ponts. *Mécanique & Industries*, **4**(3) :259–271, 2003.
- [83] R. Snieder. *Extracting the Time-Domain Building Response from Random Vibrations*. "Coupled site and soil-structure interaction effects with application to seismic risk mitigation". Springer, 2009. 10 p.
- [84] A. Duroux, K.G. Sabra, J. Ayers, and M. Ruzzene. Extracting guided waves from cross-correlations of elastic diffuse fields : Application to remote structural health monitoring. *J. Acoust. Soc. Am*, **127**(1) :204–215, 2010.
- [85] E. Larose, T. Planes, V. Rosseto, and L. Margerin. Locating a small change in a multiple scattering environment. *Appl. Phys. Lett*, **96**(20) :204101, 2010.

- [86] J.D. Tippmann and F.Lanza di Scalea. Experiments on a wind turbine blade testing an indication for damage using the causal and anti-causal Green's function reconstructed from a diffuse field. *Health Monitoring of Structural and Biological Systems, 9 Mars, Tribikram Kundu, San Diego, Californie*, 2014.
- [87] V. Rémy, M. Carmona, O. Michel, and J.L. Lacoume. Passive Acoustic Sensor Network Localization : Application to Structure geometry Monitoring. *7th European Workshop on Structural Health Monitoring, 8-11 Juillet, La Cité, Nantes, France*, pages 197–204, 2014.
- [88] N. Abou Leyla, E. Moulin, and J. Assaad. Influence of a localized defect on acoustic field correlation in a reverberant medium. *J. Appl. Phys*, **110**(8) :084906, 2011.
- [89] E. Moulin, H. Achdjian, J. Assaad, F. Benmeddour, K. Hourany, and Y. Zatar. Statistical model of the impulse response of a reverberant plate : application to parameter estimation and correlation analysis. *11^{ème} Congrès Français d'Acoustique joint with 2012 Annual IOA Meeting, Acoustics 2012, 23-27 Avril, Nantes, France*, pages 685–691, 2012.
- [90] S. Djili, E. Moulin, J. Assaad, F. Boubenider, and F. Benmeddour. Contrôle passif des tubes par intercorrélacion de champ acoustique ambiant. *3^{ème} Conférence internationale sur le soudage, le CND et l'industrie des matériaux et alliages, IC-WNDT-MI'12, 26-28 Novembre, Aïn el Turck, Oran, Algérie*, pages 17–21, 2012.
- [91] L. Sadoudi, M. Boquet, E. Moulin, Y. Elhilali, F. Benmeddour, and J. Assaad. Contribution au développement d'un réseau sans fil pour le contrôle santé intégré (CSI) des structures. *17^{èmes} Journées nationales du réseau doctoral en Micro-Nanoélectronique, JNRDM 2014, 26-28 Mai, Villeneuve d'Ascq, Lille, France*, 2014.
- [92] J. Assaad, H. Achdjian, E. Moulin, F. Benmeddour, S. Djili, M. Bocquet, and L. Chehami. Towards a low-consumption structural health monitoring sensor network concept exploiting physics-based signal processing of reverberant ambient acoustic fields for transportation structure monitoring. *Actes de TELECOM'2013 & 8^{èmes} Journées Franco-Maghrébines des Micro-ondes et leurs Applications, 13-15 Mars, Marrakech, Maroc*, 2013.
- [93] R.L. Weaver and O.I. Lobkis. The mean and variance of diffuse field correlations in finite bodies. *J. Acoust. Soc. Am*, **118**(6) :3447–3456, 2005.
- [94] G. Barton. *Elements of Green's functions and propagation : Potentials, diffusion, and waves*. "Oxford Science Publications". Clarendon Press, Oxford, 1989. 480 p.
- [95] L. Chehami, E. Moulin, J. de Rosny, C. Prada, O. Bou Matar, F. Benmeddour, and J. Assaad. Detection and localization of a defect in a reverberant plate using acoustic field correlation. *J. Appl. Phys*, **115**(10) :104901, 2014.
- [96] R. L. Weaver and O. Lobkis. Diffuse fields in open systems and the emrgence of the Green's function (L). *J. Acoust. Soc. Am*, **116**(5) :2731–2734, 2004.

- [97] F. Mortessagne. *Dynamique et interférences géométriques dans les billards chaotiques. Application à l'acoustique des salles*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (UPMC), 1994.
- [98] E. Larose, P. Roux, M. Campillo, and A. Derode. Fluctuations of correlations and Green's function reconstruction : role of scattering. *J. App. Phys*, **103**(11) :114907, 2008.
- [99] J.E. Michaels, Y. Lu, and T.E. Michaels. Methodologies for quantifying changes in diffuse ultrasonic signals with applications to structural health monitoring. *Health Monitoring and Smart Nondestructive Evaluation of Structural and Biological Systems IV, SPIE 5768, 8-11 Mars, San-Diego, Californie*, **97** :97–105, 2005.
- [100] J.E. Michael and T.E. Michaels. Damage localization in inhomogeneous plates using a sparse array of ultrasonic transducers. *Rev. Prog. QNDE*, **26** :846–853, 2007.
- [101] D.H. Johnson and D.E. Dudgeon. *Array Signal Processing : Concepts and Techniques*. "signal processing series". Prentice Hall, USA, 1993. 533 p.
- [102] J.E. Michaels and T.E . Michaels. Enhanced differential methods for guided wave phased array imaging using spatially distributed piezoelectric transducers. *Rev. Prog. QNDE*, **25A** :837–844, 2006.
- [103] J.E. Michael and T.E . Michael. Guided wave signal processing and image fusion for *insitu* damage localization in plates. *Wave motion*, **44**(6) :482–492, 2007.
- [104] J.E. Michael. Detection, localization and characterization of damage in plates with an *in situ* array of spatially distributed ultrasonic sensors. *Smart. Mater. Struct*, **17** (3) :035035, 2008.
- [105] J.E. Michael, A.J. Croxford, and P.D. Wilcox. Imaging Algorithms for locating damage via in situ ultrasonic sensors. *IEEE Sensors Applications Symposium, 12-14 Février, Atlanta, USA*, pages 63–67, 2008.
- [106] J. Benesty, J. Chen, and Y. Luang. *Microphone array signal processing*. "Springer Topics in Signal Processing". Springer-Verlag, Heidelberg, 2008.
- [107] L. Chehami, E. Moulin, J. de Rosny, and C. Prada. Estimation des fonctions de Green par corrélation de bruit : application pour la localisation et l'imagerie de défauts dans des plaques minces réverbérantes. *12^{ème} Congrès Français d'Acoustique, CFA, 22-25 Avril, Poitiers, France*, pages 25–30, 2014.
- [108] L. Chehami, E. Moulin, J. de Rosny, C. Prada, J. Assaad, and F. Benmeddour. Experimental study of passive defect detection and localization in thin plates from noise correlation. *International Congress on Ultrasonics, ICU 2015, 10-14 Mai, Structural Health Monitoring, Metz, France*, 2015.

- [109] L. Chehami, J. de Rosny, E. Moulin, C. Prada, and J. Assaad. Passive imaging of defect in reverberant plate using correlation of ambient noise. *26th International Conference on Noise and Vibration Engineering, ISMA 2014, joint with 5th International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics, USD 2014, 15-17 Septembre, Leuven, Belgique*, pages 3717–3726, 2014.
- [110] L. Chehami, J. de Rosny, C. Prada, and E. Moulin. Passive flaw detection and localization in thin plate from ambient noise cross-correlation. *2014 IEEE International Ultrasonics Symposium, IUS 2014, 3-6 Septembre, Chicago, IL, USA*, pages 138–141, 2014.
- [111] L. Chehami, J. de Rosny, C. Prada, E. Moulin, and J. Assaad. Experimental study of passive defect localization in plates using ambient noise. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Control*, **62**(8) :1544–1553, 2015.
- [112] L. Chehami, E. Moulin, J. Assaad, J. de Rosny, C. Prada, F. Benmeddour, and H. Achdjian. Extraction des fonctions de Green par corrélation de bruit : application pour la détection et l’imagerie de défaut dans des plaques minces réverbérantes. *Leb. Sci. J*, **16**(1) :57–68, 2015. Numéro spécial.
- [113] C. Draeger and M. Fink. One-channel time-reversal in chaotic cavities : Theoretical limits. *J. Acoust. Soc. Am*, **105**(2) :611–617, 1999.
- [114] E. Kerbrat, C. Prada, D. Cassereau, and M. Fink. Ultrasonic non destructive testing of scattering media using the Decomposition of the Time Reversal Operator. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Control*, **49**(8) :1103–1113, 2002.
- [115] E. Kerbrat, D. Clorennec, C. Prada, D. Royer, D. Cassereau, and M. Fink. Detection of cracks in a thin air-filled hollow cylinder by application of the DORT method to elastic components of the echo. *Ultrasonics*, **40**(1-8) :715–720, 2002.
- [116] D. Clorennec, C. Prada, F.D. Philippe, E. Cochard, J. de Rosny, S. Tauvry, P. Billand, and M. Fink. Détection et localisation 3D de cibles en environnement réverbérant à l’aide de la méthode DORT. *10^{ème} Congrès Français d’Acoustique, CFA 10, 12-16 Avril, Lyon, France*, pages 1–6, 2010.
- [117] A. Akay. Acoustic of friction. *J. Acoust. Soc. Am*, **111**(4) :1525–1548, 2002.
- [118] F. Cantone and F. Massi. A numerical investigation into the squeal instability : Effect of damping. *Mech. Sys. Signal. Pr*, **25**(5) :1727–1737, 2011.
- [119] D. Tonazzi, F. Massi, A. Culla, L. Baillet, A. Fregolent, and Y. Berthier. Instability scenarios between elastic media under frictional contact. *Mech. Sys. Signal. Pr*, **40**(2) :754–766, 2013.
- [120] A. Carcaterra and A. Akay. Theoretical foundations of apparent-damping phenomena and nearly irreversible energy exchange in linear conservative systems. *J. Acoust. Soc. Am*, **121**(4) :1971–1982, 2007.

- [121] R.H. Lyon and G. Maidanik. Power flow between linearly coupled oscillators. *J. Acoust. Soc. Am*, **34**(5) :623–639, 1962.
- [122] R.H. Lyon. *Statistical energy analysis of dynamical systems : theory and applications*. "Science, Technology, and Society". MIT Press, 1975. 388 p.
- [123] K.C. Gryllias, E. Chatelet, F. Massi, and E. Moulin. Energy transfer between acoustic fields by dry frictional contacts for SHM : a lumped numerical analysis. *26th International Conference on Noise and Vibration Engineering, ISMA 2014, joint with 5th International Conference on Uncertainty in Structural Dynamics, USD 2014, 15-17 Septembre, Leuven, Belgique*, 2014.
- [124] A. Tourin. *Diffusion multiple et renversement du temps des ondes ultrasonores*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot (Paris VII), 1999.
- [125] C.C. Chao and Y.H. Pao. Diffractions of flexural waves by a cavity in an elastic plate. *AIAA Journal*, **2**(11) :2004–2010, 1964.
- [126] A.N. Norris and C. Vemula. Scattering of flexural waves on thin plates. *J. Sound & Vibration*, **181**(1) :115–125, 1995.
- [127] M. Born and E. Wolf. *Principles of Optics : Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and diffraction of light*. Macmillan, New York, 1964. 808 p.
- [128] V. Cotoni, R.S. Langly, and M.R.F. Kidner. Numerical and experimental validation of variance prediction in the statistical energy analysis of built-up systems. *J. Sound & Vibration*, **288**(3) :701–728, 2005.



RÉSUMÉ



LA reconstruction passive des fonctions de Green par corrélation de bruit ambiant suscite aujourd'hui un grand intérêt en contrôle santé intégré (CSI). Dans ce manuscrit, nous proposons une méthode originale reposant sur l'application de cette approche pour détecter et localiser des défauts (fissures, trous, rainures) dans des plaques minces réverbérantes avec un faible nombre de capteurs. Les ondes de flexion qui se propagent sur la plaque sont engendrées soit par un ensemble de sources aléatoirement réparties sur la surface ou un bruit ambiant. Un réseau de capteurs sensibles au déplacement normal permet d'estimer la matrice de corrélations inter-éléments avant et après l'apparition d'un défaut. Un critère d'évaluation de la qualité des corrélations est proposé sous forme d'un niveau de bruit relatif entre les résidus de reconstruction et les fonctions de Green. La matrice différentielle de corrélations avant et après défaut est utilisée pour l'imagerie de défaut. En dépit de la reconstruction imparfaite des réponses impulsionnelles, la technique proposée s'avère comparable aux méthodes actives avec une excellente résolution. On a proposé ensuite une extension de la méthode passive par corrélation de champs pour l'identification des zones de bruit. Un filtrage basé sur la technique de décomposition en valeurs singulières (DORT) est tout particulièrement utilisé pour améliorer les images de localisation. Des sources acoustiques secondaires ont été développées pour la translation du bruit ambiant basses fréquences en composantes hautes fréquences, utilisées pour localiser des défauts dans des plaques. Enfin, on a montré que ce type de méthode pourrait être également utilisé pour caractériser un défaut dans une structure réverbérante, en particulier, il a été souligné que l'intensité des images de localisation obtenues est liée à la section de diffusion de celui-ci.

Mots clés : Imagerie passive, corrélation de bruit, fonctions de Green, ondes de Lamb, réverbération, méthode DORT, localisation d'un défaut.



ABSTRACT



Green's functions retrieval from ambient noise correlation has recently drawn a new interest in structural health monitoring. In this manuscript, we propose an original method based on this approach to detect and locate defects (cracks, holes, grooves) in a reverberant thin plate with a limited number of sensors. Flexural waves that propagate on the plate are generated by either a set of sources distributed randomly on the surface or an ambient noise. Covariance matrices are estimated from the sparse array after damage and compared to baseline-correlation matrix recorded from the healthy plate. An evaluation criterion has developed in the form of relative noise level to predict the quality of the GF reconstruction. The differential correlation matrix w/o defect is used to localize the defect. We have shown numerically and experimentally that this technique is exploitable for defect detection and localization, despite a non-perfect estimation of the GF. We have also proposed a passive technique to identify the regions of noise. A filtering technique based on the singular value decomposition is shown to improve the detection. A secondary acoustic sources have been developed to harvesting the LF ambient noise to HF field, used to localize defects in plate-like structures. Finally, it was shown that such method could also be used to characterize a defect in a reverberant structure, in particular, it has been drawn that the obtained images intensity is related to the defect cross-section.

Keywords : Passive imaging, noise correlation, Green's functions, Lamb waves, reverberation, DORT method, defect localization.

