



HAL
open science

Etude et conception d'un préhenseur versatile sous-actionné : application dans la préparation de commandes de détail

Vincent Begoc

► To cite this version:

Vincent Begoc. Etude et conception d'un préhenseur versatile sous-actionné : application dans la préparation de commandes de détail. Automatique / Robotique. Université des sciences et techniques de Montpellier 2 (1970-2014), 2008. Français. NNT : 2008MON20035 . tel-01285733

HAL Id: tel-01285733

<https://theses.hal.science/tel-01285733>

Submitted on 1 Apr 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ACADÉMIE DE MONTPELLIER

UNIVERSITE MONTPELLIER II

– SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC –

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ MONTPELLIER II

Discipline : Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal

Formation Doctorale : Systèmes Automatiques et Microélectroniques

École Doctorale : Information, Structures et Systèmes

présentée et soutenue publiquement

par

Vincent BEGOC

Le 3 avril 2008

Titre :

Etude et conception d'un préhenseur versatile
sous-actionné : application dans la préparation
de commandes de détail

JURY

M. Etienne DOMBRE	Directeur de Recherche CNRS au LIRMM, Montpellier	<i>Directeur de Thèse</i>
M. Claude DURAND	Ingénieur, B+ Equipment, Gemenos	<i>Examineur</i>
M. Clément GOSSELIN	Professeur à l'Université Laval, Québec, Canada	<i>Rapporteur</i>
M. Jean-Claude GUINOT	Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie	<i>Président du Jury</i>
M. Sébastien KRUT	Dr., chargé de recherche CNRS au LIRMM, Montpellier	<i>Examineur</i>
M. Gilles LOPEZ	Ingénieur, Techno Concept, Montpellier	<i>Invité</i>
M. François PIERROT	Directeur de Recherche CNRS au LIRMM, Montpellier	<i>Examineur</i>
M. Saïd ZEGHLOUL	Professeur de l'université de Poitiers	<i>Rapporteur</i>

ACADÉMIE DE MONTPELLIER

UNIVERSITE MONTPELLIER II

– SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC –

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ MONTPELLIER II

Discipline : Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal

Formation Doctorale : Systèmes Automatiques et Microélectroniques

École Doctorale : Information, Structures et Systèmes

présentée et soutenue publiquement

par

Vincent BEGOC

Le 3 avril 2008

Titre :

Etude et conception d'un préhenseur versatile
sous-actionné : application dans la préparation
de commandes de détail

JURY

M. Etienne DOMBRE	Directeur de Recherche CNRS au LIRMM, Montpellier	<i>Directeur de Thèse</i>
M. Claude DURAND	Ingénieur, B+ Equipment, Gemenos	<i>Examineur</i>
M. Clément GOSSELIN	Professeur à l'Université Laval, Québec, Canada	<i>Rapporteur</i>
M. Jean-Claude GUINOT	Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie	<i>Président du Jury</i>
M. Sébastien KRUT	Dr., chargé de recherche CNRS au LIRMM, Montpellier	<i>Examineur</i>
M. Gilles LOPEZ	Ingénieur, Techno Concept, Montpellier	<i>Invité</i>
M. François PIERROT	Directeur de Recherche CNRS au LIRMM, Montpellier	<i>Examineur</i>
M. Saïd ZEGHLOUL	Professeur de l'université de Poitiers	<i>Rapporteur</i>

CONFIDENTIAL

Table des matières

Table des matières	v
Table des illustrations	ix
Liste des tableaux	xv
Introduction générale	1
Hypothèses et notations	5
Chapitre 1 : Préhension – État de l'Art	7
Introduction.....	8
1.1 Technologies de préhension	8
1.1.1 Préhenseurs attractifs	9
1.1.1.1 Adhésion par dépression	9
1.1.1.1.1 Ventouse avec générateur de vide.....	9
1.1.1.1.2 Ventouse à génération de vide intégrée	9
1.1.1.2 Adhésion électromagnétique.....	10
1.1.1.3 Adhésion électrostatique	11
1.1.2 Préhenseurs contigus.....	11
1.1.2.1 Adhésion par agent chimique	11
1.1.2.2 Adhésion de Van der Waals	12
1.1.2.3 Adhésion cryogénique	15
1.1.3 Préhenseurs à contacts mécaniques	15
1.1.4 Bilan.....	18
1.2 Mains robotiques.....	19
1.2.1 Approche bionique.....	19
1.2.1.1 La main humaine	19
1.2.1.2 Les mains bioniques remarquables	21
1.2.2 Le sous-actionnement.....	24
1.2.2.1 Définition.....	24
1.2.2.2 Classification des mains sous-actionnées	25
1.2.2.3 Les mains sous-actionnées remarquables.....	28
1.2.2.3.1 Mains à sous-actionnement différentiel.....	28
1.2.2.3.1.1 Mains sous-actionnées à barres	28
1.2.2.3.1.2 Mains sous-actionnées à câbles	32
1.2.2.3.1.3 Mains à différentiel fluïdique	36
1.2.2.3.2 Mains à sous-actionnement compliant	36

1.2.2.3.3	Mains à sous-actionnement autobloquant.....	38
1.2.2.4	Bilan.....	40
1.3	Etude du cas Intelpick.....	42
1.3.1	La problématique de la préhension dans l'application Intelpick	42
1.3.2	Ebauche de solution de préhenseur.....	42
1.4	Plan de l'exposé.....	43
Chapitre 2	Fermeture géométrique – vers un idéal de prise	45
	Introduction.....	46
2.1	Fermeture géométrique - une définition inadaptée au cas des prises sous-actionnées ..	47
2.1.1	Rappels sur la définition originale	47
2.1.1.1	Etat de l'art.....	47
2.1.1.2	Formulation mathématique.....	49
2.1.1.3	Méthode d'analyse de la fermeture géométrique	51
2.1.2	Analyse de la fermeture géométrique des prises sous-actionnées	53
2.1.2.1	Analyse d'un mécanisme pleinement actionné.....	53
2.1.2.2	Analyse d'un mécanisme sous-actionné	54
2.1.2.3	Analyse d'un mécanisme sous-actionné avec transmission irréversible	55
2.1.2.4	Analyse d'un mécanisme sous-actionné – introduction aux effets de 2 nd ordre	56
2.1.2.5	Discussion.....	58
2.2	Extension de la fermeture géométrique au cas des prises sous-actionnées.....	59
2.2.1	Définition.....	59
2.2.2	Formulation mathématique.....	59
2.2.2.1	Reformulation des contraintes de contact	60
2.2.2.1.1	Cas de deux solides en mouvement	60
2.2.2.1.2	Cas d'une prise enveloppante.....	61
2.2.2.2	Contraintes imposées par les mécanismes unidirectionnels.....	62
2.2.2.2.1	Classification des mécanismes unidirectionnels	63
2.2.2.2.2	Formulation mathématique	66
2.2.2.3	Modélisation cinématique du cas général.....	68
2.2.2.4	Fermeture géométrique et phénomène d'éjection	71
2.2.3	Bilan.....	74
2.3	Extension de travaux de la littérature au cas des prises sous-actionnées.....	75
2.3.1	Méthode d'analyse géométrique	75
2.3.2	Nombre minimal de contraintes unilatérales pour la fermeture géométrique au 1 ^{er} ordre	79
2.3.3	Bilan.....	80
2.4	Introduction à la fermeture géométrique d'ordre supérieur des prises sous- actionnées.....	80
2.4.1	Introduction	81
2.4.2	Méthode d'analyse de la fermeture géométrique d'ordre supérieur.....	81
2.4.3	Localisation des prises fermées géométriquement à un ordre supérieur.....	84
2.4.4	Bilan.....	87

2.5	Etude de cas	87
2.5.1	Modélisation cinématique de la prise.....	88
2.5.2	Etude de la fermeture géométrique de la prise	90
2.6	Conclusion	91
Chapitre 3 : Fermeture en force – vers des applications industrielles		93
Introduction.....		94
3.1	Rappels sur la fermeture en force.....	95
3.1.1	Fermeture passive et fermeture active	95
3.1.2	Une condition nécessaire pour la fermeture en force passive.....	96
3.1.2.1	Cas d'une prise non-déficiente.....	97
3.1.2.2	Cas d'une prise sous-actionnée.....	98
3.1.3	Conclusion.....	99
3.2	Une condition nécessaire pour la fermeture en force passive des prises sous- actionnées.....	100
3.2.1	Modélisation cinématique de la prise.....	100
3.2.2	Méthode d'analyse géométrique	103
3.2.2.1	Construction du polytope des efforts d'actionnement admissibles	106
3.2.2.2	Construction du polytope des efforts de contact admissibles	108
3.2.2.2.1	Transformation par \mathbf{T}^{-T}	108
3.2.2.2.2	Matrice \mathbf{J}^T inversible.....	109
3.2.2.2.3	Matrice \mathbf{J}^T non-inversible	110
3.2.2.3	Construction du polyèdre des efforts de contact transmissibles	113
3.2.2.3.1	Modélisation des efforts de contact	114
3.2.2.3.2	Cas du contact ponctuel rigide sans frottement	115
3.2.2.3.3	Cas du contact ponctuel rigide avec frottement	116
3.2.2.4	Ecriture du polytope des efforts de contact applicables.....	117
3.2.2.5	Construction du polytope des efforts opérationnels applicables	118
3.2.2.6	Test de la condition nécessaire pour la fermeture en force passive	121
3.2.2.7	Inclusion du polytope tâche dans le polytope des efforts opérationnels	122
3.3	Etude de cas : une main sous-actionnée à 3 phalanges	122
3.3.1	Cas sans frottement.....	123
3.3.2	Cas avec frottement.....	127
3.4	Conclusion	129
Chapitre 4 : Application au cas Intelpick		131
Introduction.....		132
4.1	Démonstrateur de l'application Intelpick	132
4.1.1	Fonctionnement général.....	132
4.1.2	La stratégie de préhension.....	134
4.1.2.1	Le prototype de préhenseur	134
4.1.2.2	La planification de prise.....	135
4.1.3	Résultats	137
4.2	La main TWIX	139
4.2.1	Principe de fonctionnement.....	139

4.2.1.1	Le mécanisme de fermeture.....	140
4.2.1.2	Le parallélogramme pneumatique.....	141
4.2.1.3	Introduction de mécanismes unidirectionnels	144
4.2.1.4	Le circuit de commande pneumatique	145
4.2.2	Dimensionnement	147
4.2.3	Bilan.....	147
4.3	La main Octopus.....	147
4.3.1	Principe de fonctionnement.....	147
4.3.1.1	Mécanisme d'ouverture/fermeture du doigt.....	148
4.3.1.2	Description du mécanisme d'actionnement	151
4.3.2	Modèle cinématique	153
4.3.3	Dimensionnement	154
4.3.3.1	Fermeture en force.....	155
4.3.3.2	Fermeture séquentielle des phalanges.....	157
4.3.4	Bilan.....	159
4.4	Conclusion	160
Conclusion et perspectives		161
Références bibliographiques		165
Annexe A : Notions de programmation linéaire		171
A.1	Introduction.....	171
A.2	Transformation linéaire d'un polyèdre convexe	172
A.2.1	Ecriture matricielle d'un polyèdre convexe	172
A.2.2	Transformation par une matrice carrée inversible.....	173
A.2.3	Projection d'un polytope.....	174
Annexe B : Plans d'ensemble de la main Octopus.....		175
Annexe C : Liste de publications		179
C.1	Actes de conférences internationales	179
C.2	Actes de conférences françaises.....	179

Table des illustrations

Figure 0.1 : Entrepôt logistique de préparation de commandes détail équipé d'un système de stockage automatisé [Dematic, 2007].	2
Figure 1.1 : Variété de ventouses [Wolf <i>et al.</i> , 2005].	9
Figure 1.2 : Ventouse à effet Bernoulli (www.schmalz.fr).	10
Figure 1.3 : Ventouse magnétique (www.schmalz.fr).	10
Figure 1.4 : (a) Préhenseur à ruban adhésif, (b) préhenseur à adhésif persistant [Monkman <i>et al.</i> , 2007].	12
Figure 1.5 : La face antérieure d'un doigt de gecko est constituée de millions de sils microscopiques organisés en structure hiérarchisée [Autumn, 2006].	13
Figure 1.6 : Mécanisme d'adhésion d'une sétule [Autumn, 2006].	14
Figure 1.7 : Adhésif synthétique composé de nanotubes de carbone [Yurdumakan <i>et al.</i> , 2005].	14
Figure 1.8 : Préhenseur à froid, illustration du principe de préhension : vaporisation d'eau, refroidissement à -10°C pour créer l'adhésion, saisie puis dépose (www.naiss.de).	15
Figure 1.9 : Pinces mécaniques (www.festo.fr).	16
Figure 1.10 : (a) Pince à verrouillage de force, (b) pince à verrouillage de formes [Wolf <i>et al.</i> , 2005].	17
Figure 1.11 : Squelette de la main humaine (www.fr.wikipedia.org).	20
Figure 1.12 : Tendons fléchisseurs et extenseurs du doigt [Netter et Kirschner, 2005]. Les flèches en trait plein indiquent l'action de la traction du TLE sur les phalanges et les flèches en trait pointillé indiquent l'action des muscles interosseux et lombricaux.	21
Figure 1.13 : Mains bioniques conçues pour réaliser des opérations de manipulation et de préhension.	23
Figure 1.14 : Exemples de mécanisme différentiel à une entrée et deux sorties : (a) différentiel classique à engrenages (http://fr.wikipedia.org), (b) différentiel à engrenages plans, (c) mécanisme poulie/câble, (d) mécanisme à palonnier, (e) connecteur fluïdique [Birglen et Gosselin, 2006].	26
Figure 1.15 : Pince sous-actionnée différentielle (a) et auto-bloquante (b).	28
Figure 1.16 : Prothèses de mains, utilisant un mécanisme de sous-actionnement à palonniers entre les doigts (a) [Spellerberg, 1864], (b) [Dale, 1948], (c) [Hobbs, 1949].	29
Figure 1.17 : (a) La main MARS, (b) la main SARAH (http://robot.gmc.ulaval.ca).	30
Figure 1.18 : Illustration de la séquence de fermeture d'un doigt sous-actionné à 2 phalanges, utilisant un sous-actionnement de type 4 barres [Laliberté <i>et al.</i> , 2002].	30

Figure 1.19 : (a) Prothèse de main TBM [Dechev, 2001], (b) mécanisme de sous-actionnement de type « 4-barres » entre phalanges.	31
Figure 1.20 : (a) Prothèse de main Southampton, (b) schéma de principe du mécanisme de sous-actionnement entre phalanges [Light et Chappell, 2000].	31
Figure 1.21 : Prothèse de main sous-actionnée, utilisant un mécanisme de sous-actionnement de type 4-barres entre les phalanges [Nasser, 2006].	32
Figure 1.22 : Le Soft Gripper de Hirose (www-robot.mes.titech.ac.jp).	32
Figure 1.23 : (a) Mécanisme de sous-actionnement à poulie/câble, (b) mécanisme de sous-actionnement à came/câble [Krut, 2005].	33
Figure 1.24 : (a) La main sous-actionnée du LMS, (b) séquence de fermeture du doigt sous-actionné [Arsicault, 2004].	33
Figure 1.25 : La prothèse de main sous-actionnée de Laval [Birglen et Gosselin, 2006].	35
Figure 1.26 : (a) La main TUDelft, (b) mécanisme de sous-actionnement entre doigts, (c) mécanisme de sous-actionnement entre phalanges [Jobin <i>et al.</i> , 2004].	35
Figure 1.27 : (a) La main SDM, (b) doigt à liaisons flexibles [Dollar, 2007].	35
Figure 1.28 : La main pneumatique du laboratoire de robotique de Laval (www.robot.gmc.ulaval.ca).	36
Figure 1.29 : Mécanisme de sous-actionnement compliant entre doigts de la main TBM, (a) avec des ressorts d'extension, (b) avec des ressorts de compression [Dechev, 2001].	37
Figure 1.30 : (a) Main RTR II, (b) sous-actionnement compliant entre les doigts (c) sous-actionnement différentiel de type poulie/câble entre phalanges [Zecca, 2003].	38
Figure 1.31 : (a) La main SPRING, (b) la main RTR IV du ARTS Lab, (c) la cyberhand [Cyberhand].	38
Figure 1.32 : Main à ouverture active [Lopez, 2001].	39
Figure 1.33 : (a) BarretHand [Wolf <i>et al.</i> , 2005], (b) son mécanisme de sous-actionnement [Townsend, 2000].	40
Figure 1.34 : (a) Rangement ordonné des objets dans un bac, (b) (c) arrangement en vrac.	42
Figure 2.1 : (a) Prise fermée géométriquement au 1 ^{er} ordre, (b) prise fermée géométriquement au 2 nd ordre, (c) prise non-fermée géométriquement [Cheong, 2006].	47
Figure 2.2 : Inclusion des ensembles de prises respectant les différents types de fermeture géométrique.	48
Figure 2.3 : L'origine de l'espace opérationnel est à l'intérieur strictement du polytope convexe $conv(\mathbf{P})$: la prise est fermée géométriquement.	52
Figure 2.4 : L'origine de l'espace opérationnel est à l'extérieur strictement du polytope convexe $conv(\mathbf{P})$: la prise n'est pas fermée géométriquement.	52
Figure 2.5 : Schéma d'une prise pleinement actionnée à deux contacts. Cette prise est fermée géométriquement, car toute translation suivant \vec{x} est interdite.	53
Figure 2.6 : Schéma d'une prise sous-actionnée à deux contacts. Cette prise n'est pas fermée géométriquement, car l'objet peut translater librement suivant \vec{x} dans les deux sens.	54
Figure 2.7 : Schéma d'une prise sous-actionnée à deux contacts. Cette prise est fermée géométriquement au 1 ^{er} ordre grâce à l'introduction de deux mécanismes irréversibles dans la transmission du mouvement de fermeture de la pince.	55

Figure 2.8 : Schéma d'une prise sous-actionnée à deux contacts. Cette prise n'est pas fermée géométriquement car l'objet peut translater vers la droite. L'objet a tendance à évoluer vers la position centrale où la prise est alors fermée géométriquement au 2 nd ordre.....	56
Figure 2.9 : Représentation de $\frac{dq_m}{du}$ et $\frac{d^2q_m}{du^2}$ en fonction de u ; lorsque l'objet est en position centrée : $u = 0$, la prise est fermée géométriquement au 2 nd ordre.....	58
Figure 2.10 : Deux solides en contact séparés par un plan tangent (π).....	60
Figure 2.11 : Prise enveloppante d'un disque par une main à deux doigts et deux phalanges par doigt.....	61
Figure 2.12 : Exemples de mécanismes anti-retour, (a) mécanisme « rochet et cliquet » (http://kmoddl.library.cornell.edu), (b) roue libre, (c) accouplement à ressort enroulé.....	63
Figure 2.13 : Exemples de mécanismes irréversibles de type (a) « roue et vis sans fin » et (b) « vis - écrou ».....	64
Figure 2.14 : Représentation d'un mécanisme irréversible.....	65
Figure 2.15 : Modélisation d'un doigt sous-actionné à n phalanges avec un mécanisme différentiel de type 4-barres (a) et de type poulie/câble (b).....	68
Figure 2.16 : Représentation des domaines des mouvements $\dot{\boldsymbol{w}}$ interdits par les contraintes de contact (a) et (b), par les deux mécanismes irréversibles « roue et vis sans fin » (c) et (d). L'union des domaines interdits couvre l'espace entier des mouvements de la prise hormis le vecteur nul, la prise est donc fermée géométriquement.....	70
Figure 2.17 : Représentation des domaines des mouvements $\dot{\boldsymbol{w}}$ interdits par les contraintes de contact (a) et (b), par l'actionneur à transmission unidirectionnelle (c). (d) Représentation de la direction de mouvements autorisés, la prise n'est pas fermée géométriquement au 1 ^{er} ordre.....	71
Figure 2.18 : Illustration du phénomène d'éjection pour un doigt sous-actionné à deux phalanges [Laliberté <i>et al.</i> , 2002].....	72
Figure 2.19 : Représentation du polytope convexe $conv({}^1\boldsymbol{M}')$ pour un doigt à deux phalanges.....	73
Figure 2.20 : Représentation du polytope convexe $conv(\boldsymbol{M})$ sous forme d'un ensemble de points (a), comme l'intersection d'un ensemble de demi-espaces (b).....	76
Figure 2.21 : Représentation du polytope $conv(\boldsymbol{M})$ pour la pince sous-actionnée présentée au §2.1.2.3.....	78
Figure 2.22 : Représentation du polytope $conv(\boldsymbol{M})$ pour la pince sous-actionnée présentée au §2.1.2.2.....	79
Figure 2.23 : (a) prise fermée géométriquement au 2 nd ordre, (b) prise non-fermée géométriquement [Rimon et Burdick, 1996].....	81
Figure 2.24 : (a) (b) (c) Représentation des demi-espaces interdits par chacun des trois contacts. (d) Représentation de la direction des vitesses admissibles dans la configuration d'origine \boldsymbol{w}_0 , il s'agit de la rotation suivant $\bar{\boldsymbol{z}}$	82
Figure 2.25 : Représentation de l'espace des vitesses admissibles après une rotation infinitésimale positive suivant $\bar{\boldsymbol{z}}$ (a) et après une rotation négative suivant $\bar{\boldsymbol{z}}$ (b). Dans les deux cas, l'objet tend à revenir vers sa position d'origine.....	83

Figure 2.26 : Représentation du domaine des vitesses admissibles lorsque l'objet est en position centrée, après un déplacement de la prise infinitésimal suivant le vecteur \vec{e}_1 appartenant au noyau de \mathbf{M} respectivement dans le sens positif $\dot{u}_x = \dot{x}_1 = \dot{x}_2 \geq 0$ (a) et dans le sens négatif (b). Dans les deux cas, la prise tend à revenir vers sa configuration d'origine.	84
Figure 2.27 : Représentation du déterminant de la matrice \mathbf{M} en fonction de la configuration de l'objet. La courbe indique les configurations pour lesquelles la matrice est singulière (déterminant nul). Il peut y avoir fermeture géométrique de l'objet uniquement dans ces configurations.....	86
Figure 2.28 : Evolution des courbes des configurations de l'objet pour lesquelles la matrice \mathbf{M} est singulière en fonction de la longueur des barres $c_{1,k}$	86
Figure 2.29 : Représentation du déterminant de la matrice \mathbf{M} en fonction de la configuration de l'objet, pour la prise d'un disque de diamètre 0,8 (a) et 1.2 (b) avec $c_{1,k} = l_{1,k}/2$	87
Figure 2.30 : Modélisation d'une main sous-actionnée à 2 doigts et 2 phalanges par doigt, avec un mécanisme de sous-actionnement de type différentiel entre les doigts et les phalanges. Deux mécanismes unidirectionnels empêchent tout mouvement de retour des barres d'actionnement $a_{1,1}$ et $a_{1,2}$	88
Figure 3.1 : (a) prise respectant la fermeture en force passive, (b) prise ne respectant pas la fermeture en force passive [Bicchi, 2000].....	96
Figure 3.2 : (a) Prise à 4 contacts ponctuels sans frottement exercés par un mécanisme non-déficient, (b) le polytope des efforts opérationnels contient l'origine en son intérieur, la prise respecte la fermeture en force active et la condition nécessaire à la fermeture en force passive.	97
Figure 3.3 : (a) Prise à 4 contacts ponctuels sans frottement exercée par un mécanisme sous-actionné à deux actionneurs, (b) le polytope des efforts opérationnels ne contient pas l'origine strictement en son intérieur, la prise ne respecte pas la fermeture en force passive.	98
Figure 3.4 : (a) Prise à 4 contacts ponctuels sans frottement exercée par un mécanisme sous-actionné à un seul actionneur, (b) le polytope des efforts opérationnels ne contient pas l'origine strictement en son intérieur, la prise ne respecte pas la fermeture en force passive.	99
Figure 3.5 : Illustration des notations en effort pour un cas plan.....	101
Figure 3.6 : Descriptif de la méthode de construction du polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet.....	104
Figure 3.7 : Schéma d'une prise sous-actionnée à deux contacts, (a) sans frottement, (b) avec frottement pour le 2 ^{ème} contact.....	104
Figure 3.8 : Représentation du polytope des efforts d'actionnement admissibles \mathcal{P}'_{adm} pour les prises de la Figure 3.7.	108
Figure 3.9 : Le polytope des efforts de contact admissibles \mathcal{P}^c_{adm} obtenu directement par transformation linéaire \mathbf{J}^{-T} , pour la prise de la de la Figure 3.7.a.....	109
Figure 3.10 : (a) Représentation du demi-espace des efforts d'actionnement admissibles transformé dans $\mathcal{I}(\mathbf{J}^T)$, (b) extrusion du demi-espace suivant $\mathcal{N}(\mathbf{J}^T)$	112

Figure 3.11 : Polytope des efforts de contact admissibles \mathcal{P}_{adm}^c obtenu après extrusion suivant $\mathcal{N}(\mathbf{J}^T)$, pour la prise de la de la Figure 3.7.b.....	113
Figure 3.12 : Représentation du polyèdre des efforts de contact transmissibles dans le cas d'une prise avec des contacts rigides sans frottement.....	116
Figure 3.13 : Modélisation du cône de frottement sous forme de pyramide à k faces.....	116
Figure 3.14 : (a) Intersection du polytope des efforts de contact admissibles \mathcal{P}_{adm}^c avec le polyèdre des efforts de contact transmissibles \mathcal{P}_{tr}^c , (b) représentation du polytope des efforts de contact applicables \mathcal{P}_{ap}^c , pour la prise de la de la Figure 3.7.a.	118
Figure 3.15 : Représentation du polytope des efforts de contact applicables \mathcal{P}_{ap}^c , pour la prise de la de la Figure 3.7.b.	118
Figure 3.16 : (a) Recherche des sommets du polytope des efforts de contact applicables \mathcal{P}_{ap}^c , (b) écriture de \mathcal{P}_{ap}^c comme l'enveloppe convexe d'un ensemble de points.....	120
Figure 3.17 : Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f , pour les cas (a) et (b) respectivement de la prise représentée en Figure 3.7. Dans le cas (b) contrairement au cas (a), la prise respecte la condition nécessaire pour la fermeture en force car l'origine est à l'intérieur strictement du polytope \mathcal{P}_{ap}^f	121
Figure 3.18 : Représentation d'une main sous-actionnée à 2 doigts et 3 phalanges, avec un mécanisme de sous-actionnement de type différentiel entre les doigts et entre les phalanges du second doigt. Deux mécanismes unidirectionnels empêchent tout mouvement de retour du doigt 1 et de la barre d'actionnement $a_{1,2}$	123
Figure 3.19 : Représentation du polytope des couples d'actionnement admissibles \mathcal{P}_{adm}^t	125
Figure 3.20 : Représentation du polytope des couples articulaires admissibles \mathcal{P}_{adm}^r	125
Figure 3.21 : Représentation du polytope des efforts de contact admissibles \mathcal{P}_{adm}^c et du polytope des efforts de contact applicables \mathcal{P}_{ap}^c	126
Figure 3.22 : Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet \mathcal{P}_{ap}^f	126
Figure 3.23 : Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet \mathcal{P}_{ap}^f en considérant des contacts avec frottement (coefficient de frottement de 0,4) et du polytope de la tâche \mathcal{P}_{task}^f	128
Figure 3.24 : (a) Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f avec un couple maximal de $1N.m$ en sortie des « roues et vis sans fin », (b) Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f , avec $c_{1,2} = 2/3 a_{1,2}$	129
Figure 4.1 : (a) Système de stockage à gares de type « homme vers charge » (www.knapp.com), (b) système de stockage automatisé à transtockeur de type « charge vers homme » [Dematic, 2007].....	133
Figure 4.2 : Vue CAO de la cellule de démonstration.....	133
Figure 4.3 : (a) Préhenseur instrumenté à ventouses, (b) intégration mécanique des capteurs de force.	135
Figure 4.4 : (a) Capteur de forces bas coût, (b) intégration mécanique du capteur.	135

Figure 4.5 : Le robot peut adopter 2 configurations différentes pour une même position et orientation du préhenseur.	136
Figure 4.6 : Photographies du démonstrateur de l'application Intelpick.	138
Figure 4.7 : La main TWIX : une main auto-adaptative à énergie pneumatique.....	139
Figure 4.8 : Un connecteur pneumatique à une entrée et plusieurs sorties.	139
Figure 4.9 : Illustration d'une prise fine (a)(b) et d'une prise enveloppante (c)(d)(e).	140
Figure 4.10 : Schéma de fonctionnement de la main TWIX.	141
Figure 4.11 : Mécanisme à double parallélogramme de la Sarah Hand [Laliberté et al., 2002].....	141
Figure 4.12 : Illustration du parallélogramme pneumatique : les vérins V_3 et V'_3 sont connectés entre eux pour contraindre la phalange distale à rester perpendiculaire à la paume.	142
Figure 4.13 : Illustration du bon positionnement des vérins V_3 et V'_3	144
Figure 4.14 : Illustration du fonctionnement d'un clapet anti-retour piloté, (a) entrée 12 non-pilotée : écoulement unidirectionnel, (b) entrée 12 pilotée : écoulement bidirectionnel.	144
Figure 4.15 : Schéma de commande pneumatique de la main TWIX.	146
Figure 4.16 : Etat du circuit de commande pneumatique pour les séquence 1 (a) et séquence 2 (b) de la fermeture et pour l'ouverture (c) de la main.....	146
Figure 4.17 : La main Octopus pour une prise en deux temps : extraction par dépression, puis stabilisation par un mécanisme sous-actionné à trois doigts.	148
Figure 4.18 : Illustration de la prise en deux temps par la main Octopus : (a) extraction de l'objet, (b,c,d) fermeture du mécanisme stabilisateur.	148
Figure 4.19 : Illustration du mécanisme différentiel de type poulie/câble provoquant l'ouverture du doigt.....	149
Figure 4.20 : Illustration des trois mécanismes permettant de déporter les ressorts et les roues libres au niveau de la paume.....	150
Figure 4.21 : Vues CAO d'un doigt de la main Octopus.	151
Figure 4.22 : Illustration des sens de rotation des différents arbres pendant (a) la phase d'ouverture et (b) la phase de fermeture.	153
Figure 4.23 : Représentation du polytope \mathcal{P}_{task}^f des efforts extérieurs exercés sur l'objet pendant la tâche.	156
Figure 4.24 : Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet avec les paramètres optimaux pour respectivement 100% (a) et 50% (b) des capacités des actionneurs, lors de la prise d'un cylindre de diamètre 100mm.....	157
Figure 4.25 : Illustration des vecteurs poids des phalanges.....	159
Figure A.1 : (a) Polyèdre défini par un ensemble de demi-espaces, (b) polyèdre défini par l'enveloppe convexe d'un ensemble de points.	172
Figure A.2 : Représentation d'un demi-espace autorisé et de son écriture à l'aide des deux vecteurs \mathbf{n}_i et \mathbf{b}_i	173
Figure A.3 : Projection d'un polytope [Ponce <i>et al.</i> , 1996].	174

Liste des tableaux

Tableau 1.1 : Comparaison des pinces mécaniques en fonction du type d'énergie utilisé [Schunk, 2007].	17
Tableau 1.2 : Synthèse comparative des technologies de préhension (chiffres donnés par les fabricants ou bien extraits de [Monkman <i>et al.</i> , 2007]). Le signe + signifie avantageux et le signe - désavantageux.	18
Tableau 1.3 : Caractéristiques des mains bioniques.	22
Tableau 1.4 : Caractéristiques des mains robotiques sous-actionnées, le signe \emptyset indique qu'il n'y a pas de sous-actionnement.	41
Tableau 2.1 : Différents types de comportements en fermeture géométrique de pinces sous-actionnées.	58
Tableau 2.2 : Paramètres géométriques de la main sous-actionnée et rayon de l'objet saisi.	85
Tableau 2.3 : Paramètres géométriques de la main sous-actionnée.	90
Tableau 2.4 : Paramètres géométriques des deux prises étudiées.	90
Tableau 3.1 : Ecriture des inégalités à vérifier par chaque composante du vecteur des couples d'actionnement \mathbf{t} .	107
Tableau 3.2 : Modélisation des actions de contact mécanique.	115
Tableau 3.3 : Paramètres géométriques de la prise.	123
Tableau 4.1 : Liste des composants pneumatiques utilisés dans la commande de la main.	145

Introduction générale

Les progrès constants dans les domaines de l'automatique et de la vision permettent aux robots d'évoluer de façon autonome dans des environnements toujours plus complexes. Ces nouvelles possibilités ouvrent des perspectives vers des applications plus évoluées qui nécessitent des préhenseurs flexibles, capables de saisir des objets dont la géométrie, les dimensions, le type de matériau peuvent varier. Les récents et remarquables développements dans le domaine de la robotique de service sont le signe le plus révélateur de cette nouvelle tendance. Certains de ces robots sont dotés de mains robotiques leur permettant d'interagir avec un environnement domestique. Ces mains ont été conçues à l'image de la main humaine dans le but de bénéficier des mêmes capacités de saisie et de manipulation. Il en résulte, néanmoins, un système d'une grande complexité, dont le fonctionnement en mode autonome n'est pas encore opérationnel et fait toujours l'objet de nombreux travaux. En outre, la main humaine n'est qu'une solution de préhenseur parmi tant d'autres et pas nécessairement la meilleure. Ce manuscrit tente de répondre de manière globale et pragmatique à cette problématique en étudiant des solutions de préhenseurs « mécaniquement intelligents » au bénéfice d'une simplification de l'algorithme de planification de prise.

Contexte industriel

Les travaux menés au cours de cette thèse s'inscrivent dans un contexte industriel défini par le projet Intelpick dont l'objectif est de développer un système de préparation robotisée de commandes de détail. Ce projet est à l'initiative de la société B+Equipment, spécialisée dans la conception de systèmes automatisés d'emballage et de conditionnement. Labellisé Eureka en juin 2004, le projet Intelpick fait intervenir deux autres partenaires dont le LIRMM, au travers de cette thèse, pour son expérience en matière de robotique et de préhension et une société hollandaise spécialisée dans le domaine de la vision.

La préparation de commandes de détail consiste à regrouper dans un colis les différents articles composant une commande, avant leur expédition. Ce processus réserve encore une place importante à l'intervention manuelle, en particulier pour traiter les articles appartenant aux catégories B¹ et C représentant les références à faible et moyenne rotation. En effet, dans ces catégo-

¹ La loi de Pareto permet de classer les articles d'un entrepôt en trois différents groupes selon le pourcentage de sorties et de références que ces articles représentent. Groupe A : 80% des sorties et 20% des références, groupe B : 15% des sorties et 30 % des références, groupe C : 5% des sorties et 50 % des références.

ries, les références sont nombreuses ce qui complexifie l'automatisation de l'opération de prise & dépose consistant à prélever un article dans un bac puis à le déposer dans un colis.

La tendance actuelle à la diminution des délais de livraison ainsi qu'à l'augmentation du nombre de commandes conjuguée avec la diminution du nombre d'articles par commande, encourage les entrepôts de logistique à automatiser le processus de préparation de commandes. Les systèmes de stockage automatisés (Figure 0.1), dont le marché est en pleine expansion actuellement, proposent un élément de réponse en automatisant l'acheminement des bacs de prélèvement et des colis jusqu'à l'opérateur. Par opposition avec les systèmes à gares rencontrés plus fréquemment, ce type de système évite à l'opérateur de se déplacer pour prélever les articles, permettant ainsi de doubler les cadences de prélèvement (de 400 à 800 articles/heure). L'objectif du projet Intelpick est de compléter ce système en automatisant l'opération de prise & dépose, rendue particulièrement pénible par son aspect répétitif. Le cœur de cette thèse réside dans le développement et la réalisation du système de préhension pour le système Intelpick.

Ce système de préhension devra être particulièrement versatile pour permettre de traiter des objets de dimensions et de géométrie très diverses. Un des points clé pour permettre le fonctionnement autonome de l'opération de préhension réside dans la planification de prise. Pour simplifier cette problématique et diminuer le temps de calcul, nous étudierons des solutions de préhenseurs auto-adaptatifs en s'appuyant sur le concept du sous-actionnement. Devant le manque d'outils propres à l'analyse des prises réalisées par ce type de mécanisme, nous nous attacherons à étendre les propriétés de fermeture géométrique et de fermeture en force au cas des mains sous-actionnées.

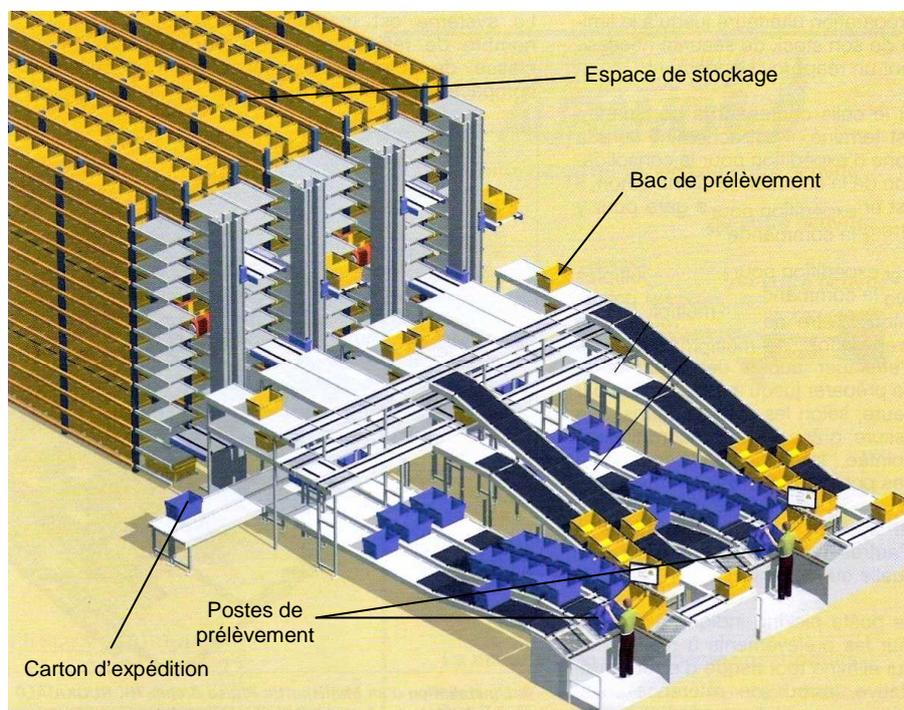


Figure 0.1 : Entrepôt logistique de préparation de commandes détail équipé d'un système de stockage automatisé [Dematic, 2007].

Contributions

Etat de l'art

Nous présentons un état de l'art non-exhaustif des technologies permettant d'appliquer des efforts sur un objet pour permettre alternativement sa saisie puis sa libération. Dans ce cadre, nous nous intéressons plus particulièrement aux mains robotiques sous-actionnées. Nous proposons de classer ces mains en fonction des caractéristiques de la prise ou plus précisément en fonction de l'expression des efforts de contact exercés sur l'objet.

Extension de la fermeture géométrique au cas des prises sous-actionnées

La définition de la fermeture géométrique telle qu'elle est largement acceptée dans la littérature repose sur l'hypothèse que les contacts sont fixes. Après avoir montré que cette définition est de fait inappropriée pour traiter le cas des prises sous-actionnées, nous formulons une définition plus générale. Celle-ci consiste à vérifier que les mouvements du système complet « objet + main » sont empêchés par les contraintes de contact ainsi que les contraintes imposées par les mécanismes à transmission unidirectionnelle.

Analyse de la fermeture géométrique des prises sous-actionnées

Nous proposons une méthode géométrique d'analyse de la fermeture géométrique au 1^{er} ordre. Nous en déduisons une règle de conception simple pour concevoir un mécanisme capable de réaliser des prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre. Pour compléter cette étude, nous suggérons une méthode d'analyse de la fermeture géométrique à un ordre supérieur, basée sur une modélisation au 1^{er} ordre de la prise.

Analyse de la fermeture en force des prises sous-actionnées

Les mains sous-actionnées arborent une cinématique particulière qui empêche de contrôler indépendamment les efforts de contact exercés par chaque phalange. Pour cette raison, les méthodes existantes d'analyse de la fermeture en force ne sont pas applicables au cas des prises sous-actionnées. Nous énonçons une condition nécessaire pour la fermeture en force passive des prises sous-actionnées. Celle-ci consiste à vérifier que le domaine des efforts opérationnels applicables sur l'objet contient l'origine. Nous donnons une méthode pour construire ce domaine.

Conception du démonstrateur de l'application Intelpick

Nous présentons le démonstrateur de l'application Intelpick conçu pendant la thèse ainsi que la stratégie de préhension adoptée.

Conception et développement des prototypes de main TWIX et Octopus

A partir des conclusions tirées des travaux sur la fermeture géométrique et la fermeture en force des prises sous-actionnées, deux prototypes de mains ont été fabriqués. Ces deux prototypes intègrent des mécanismes unidirectionnels pour permettre de réaliser des prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre et éliminer complètement le phénomène d'éjection qui constitue une limite du sous-actionnement.

Hypothèses et notations

Les travaux présentés dans ce manuscrit reposent sur les hypothèses majeures suivantes :

- évolution quasi-statique des systèmes étudiés, les effets de l'inertie sont donc négligés,
- corps rigides et non-déformables : l'objet saisi comme les phalanges du préhenseur,
- contacts ponctuels entre les phalanges et l'objet, pas plus de un contact par phalange.

Par convention, les notations suivantes sont utilisées dans ce manuscrit :

- $A = \text{diag}(\mathbf{B}_1, \dots, \mathbf{B}_n)$ la matrice diagonale par blocs, où le $i^{\text{ème}}$ bloc de la diagonale est la matrice \mathbf{B}_i
- $\mathbf{C}(\mathbf{x})$, la matrice du pré-produit vectoriel associé au vecteur \mathbf{x}
- $C_\alpha = \cos(\alpha)$ et $S_\alpha = \sin(\alpha)$
- $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ signifie que toutes les composantes du vecteur \mathbf{x} sont positives ou nulles.

\mathbf{P}	la matrice de projection
\mathbf{G}	la matrice prise
\mathbf{T}	la matrice de transmission de la main
\mathbf{J}	la matrice jacobienne de la main
\mathbf{K}	la matrice des contraintes imposées par les mécanismes unidirectionnels
\mathbf{M}	la matrice des contraintes unilatérales
\mathbf{f}	le vecteur des efforts opérationnels
$\boldsymbol{\tau}$	le vecteur des couples articulaires de la main
$\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_{n_p}]^T$	le vecteur des efforts de contact de la prise
\mathbf{c}_j	le vecteur des efforts de contact du $j^{\text{ème}}$ point de contact
$\mathbf{t} = [\mathbf{t}_1^T, \dots, \mathbf{t}_{n_{act}}^T]^T$	le vecteur des couples d'actionnement de la main
\mathbf{t}_i	le vecteur des couples d'actionnement du $i^{\text{ème}}$ mécanisme d'actionnement
\mathbf{p}_j	le vecteur position du $j^{\text{ème}}$ point de contact exprimé dans le repère \mathfrak{R}_p attaché à la paume de la main
\mathbf{R}_j	la matrice d'orientation du repère \mathfrak{R}_j attaché au $j^{\text{ème}}$ point de contact dans le repère \mathfrak{R}_p
\mathbf{u}	le vecteur configuration de l'objet
\mathbf{w}	le vecteur configuration de la prise
$\dot{\boldsymbol{\theta}}$	le vecteur des vitesses articulaires de la main

$\dot{\mathbf{q}}_u$	le vecteur des vitesses en sortie des mécanismes irréversibles
$\dot{\mathbf{q}}_c$	le vecteur des vitesses contraintes
m	le nombre de doigts de la main
n	le nombre de phalanges par doigt
d	la dimension de l'espace opérationnel (configuration de l'objet)
g	la dimension de l'espace des configurations de la prise : système $\{main + objet\}$
n_c	le nombre total de contacts ponctuels de la prise (y compris la paume si celle-ci est en contact avec l'objet)
n_p	le nombre total de phalanges de la main et le nombre de degrés de liberté lorsque l'on considère des liaisons pivot entre phalanges,
n_u	le nombre de mécanismes unidirectionnels introduits dans la transmission du mouvement de fermeture/ouverture de la main.
n_k	le nombre total de contraintes unilatérales du problème
n_T	la dimension de l'espace des efforts d'actionnement \mathbf{t}
n_f	la dimension de l'espace des efforts de contact \mathbf{c}
n_{act}	le nombre d'actionneurs de la main
$\theta_{i,k}$	les coordonnées articulaires de la phalange i du doigt k
$l_{i,k}$	la longueur de la phalange i du doigt k
$A_{i,k}$	le point de contact entre l'objet et la phalange i du doigt k
$O_{i,k}$	le centre de rotation de la liaison pivot entre les phalanges i et $i-1$ du doigt k
$\mathbf{x}_{i,k}$	le vecteur tangent à la phalange i du doigt k
$\mathbf{y}_{i,k}$	le vecteur normal à la phalange i du doigt k
$k_{i,k}$	la projection du vecteur du point $O_{i,k}$ au point de contact $A_{i,k}$ suivant $\mathbf{x}_{i,k}$
$e_{i,k}$	la projection du vecteur du point $O_{i,k}$ au point de contact $A_{i,k}$ suivant $\mathbf{y}_{i,k}$, ou la demi-épaisseur de la phalange i du doigt k
$\mathbf{r}_{ij,k}$	le vecteur du point $O_{i,k}$ au point $A_{j,k}$
\mathcal{P}_{adm}^t	le polytope des efforts d'actionnement admissibles
\mathcal{P}_{adm}^r	le polytope des couples articulaires admissibles
\mathcal{P}_{adm}^c	le polytope des efforts de contact admissibles par les actionneurs et respectant l'équilibre statique de la main
\mathcal{P}_{tr}^c	le polyèdre des efforts de contact transmissibles
\mathcal{P}_{ap}^c	le polytope des efforts de contact applicables sur l'objet
\mathcal{P}_{ap}^f	le polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet
\mathcal{P}_{task}^f	le polytope des efforts opérationnels de la tâche

Préhension – État de l’Art

Résumé du chapitre :

Ce chapitre propose une approche globale et pragmatique du problème de la préhension autonome d’objets aux géométries et dimensions variées. Nous dressons une liste non-exhaustive des technologies de préhension existantes, puis nous nous intéressons aux mains robotiques qui s’inspirent du modèle humain, souvent considéré comme le préhenseur universel par excellence. Ces mains robotiques peuvent être classées en deux grandes catégories selon qu’elles sont conçues pour réaliser des opérations de manipulation ou de préhension. Dans ce dernier cas, le sous-actionnement apparaît comme une solution judicieuse pour réduire le nombre d’actionneurs tout en préservant la capacité de la main à s’adapter automatiquement à la géométrie de l’objet saisi. Nous proposons une nouvelle classification pour ces mains sous-actionnées basée sur l’expression des efforts de contact. Nous concluons ce chapitre en proposant une ébauche de solution de système de préhension pour l’application Intelpick.

Sommaire :

Introduction.....	8
1.1 Technologies de préhension	8
1.2 Mains robotiques.....	19
1.3 Etude du cas Intelpick.....	42
1.4 Plan de l’exposé	43

Introduction

La plupart des applications industrielles de prise et dépose peuvent être résolues par un système de préhension simple permettant de saisir un objet unique dont la position est connue a priori. Les progrès continus dans le domaine de la robotique permettent désormais de résoudre des applications plus complexes nécessitant des préhenseurs flexibles, capables de saisir des objets dont la géométrie, les dimensions, le matériau peuvent varier. Dans cette optique, nous dressons une liste non-exhaustive des technologies utilisables pour la préhension, puis, nous évoquons l'ensemble des travaux consacrés à la conception de mains robotiques. En copiant le modèle humain, l'objectif visé est de bénéficier des mêmes capacités de préhension¹ et de manipulation². Cependant, pour évoluer en complète autonomie, ce type de main nécessite une architecture de commande et un algorithme de planification de prise très complexes. Aussi, nous étudions plus en détail le concept du sous-actionnement permettant de concevoir des mécanismes qui s'adaptent automatiquement à la géométrie de l'objet sans nécessiter de schéma de commande complexe. Ce chapitre est conclu par la proposition d'une ébauche de solution de préhenseur pour l'application Intelpick.

1.1 Technologies de préhension

De l'industrie automobile à l'industrie agroalimentaire, les objets à manipuler sont d'une grande diversité. Pour répondre à la spécificité de chaque application, les concepteurs de préhenseurs disposent d'une multitude de technologies pour exercer des efforts sur l'objet et permettre alternativement sa saisie puis sa libération. Ces technologies peuvent être classées en trois catégories différentes selon [Monkman *et al.*, 2007] :

- les préhenseurs attractifs (attractive gripper) : lorsque l'effort de saisie est généré par un champ attractif. Il peut s'agir d'un champ de pression (ventouse), d'un champ magnétique ou encore d'un champ électrostatique,
- les préhenseurs contigus (contigutive gripper) : lorsque l'effort de saisie nécessite la contiguïté (contact intime) de deux surfaces. L'effort de saisie peut être de nature chimique, thermique ou généré par les effets de tension interfaciale,
- les préhenseurs à contact mécanique (impactive gripper), lorsque l'effort de saisie est généré par un ensemble de contacts mécaniques.

L'auteur propose une 4^{ème} catégorie de préhenseur que nous ne présentons pas : les préhenseurs pénétratifs (ingressive gripper), lorsque l'effort de saisie est généré par l'intrusion d'aiguilles dans l'objet.

¹ **Préhension** : Action de saisir, de prendre.

² **Manipulation** : Action de modifier de façon contrôlée la position et/ou l'orientation d'un objet. On distingue le cas de la manipulation dextre, lorsque le mouvement de l'objet est imposé par des doigts [Okamura, 2000].

1.1.1 Préhenseurs attractifs

1.1.1.1 Adhésion par dépression

1.1.1.1.1 Ventouse avec générateur de vide

Une large part des préhenseurs industriels utilise le principe de l'adhésion par dépression. Ces préhenseurs intègrent une ou plusieurs ventouses. Le principe de fonctionnement d'une ventouse est simple : la pression ambiante plaque la pièce contre la ventouse aussitôt que la pression à l'intérieur de la ventouse est inférieure à la pression ambiante. L'effort de traction maximal que peut produire une ventouse s'exprime par la relation suivante [Mantriota, 2007] :

$$F_z = -\int_S \Delta p . dx . dy = S . \Delta p \quad (0.1)$$

où $\Delta p = p_a - p_v$ est la différence de pression exprimée en N/mm^2 , avec p_a la pression ambiante et p_v la pression à l'intérieur de la ventouse. S désigne la surface de l'objet sur laquelle s'exerce une différence de pression.

Dans le cas idéal et purement théorique où la pression interne est nulle et dans le cas où le préhenseur fonctionne dans un environnement à pression atmosphérique (1013 mbar), l'effort normal de saisie obtenu peut atteindre $10N/cm^2$.



Figure 1.1 : Variété de ventouses [Wolf *et al.*, 2005].

Les technologies actuelles de générateur de vide permettent de réduire le temps de réponse à quelques centièmes de secondes. Il est donc possible d'utiliser ce type de préhenseur dans des applications de prise & dépose à haute cadence, où les temps de cycle avoisinent depuis peu 0.25s avec le robot Par4 [Nabat *et al.*, 2005].

1.1.1.1.2 Ventouse à génération de vide intégrée

Sur le même principe que la ventouse classique présentée précédemment, la ventouse à génération de vide intégrée utilise également la dépression pour saisir un objet. La différence majeure réside dans la manière dont est fabriqué le vide. En effet, dans ce cas, le vide est directement créé à l'intérieur de la ventouse en utilisant le principe de Bernoulli (Figure 1.2), qui stipule qu'une variation de vitesse d'un fluide s'accompagne d'une variation de pression. Ce type de préhenseur permet la saisie sans contact, il est donc recommandé lorsque les objets à saisir sont particulièrement sensibles.

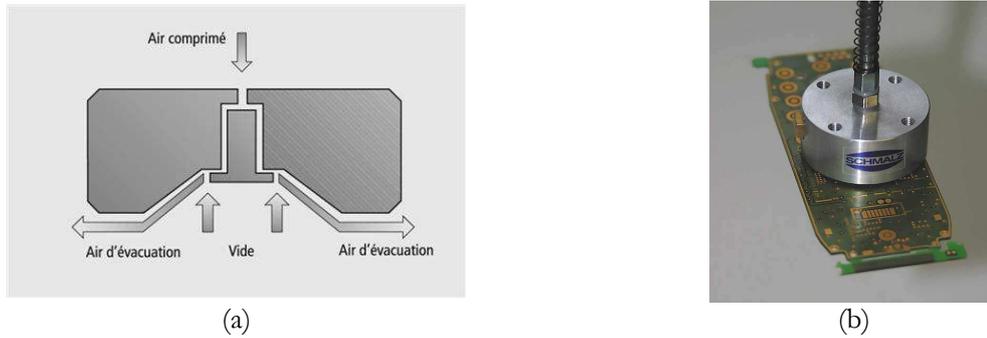


Figure 1.2 : Ventouse à effet Bernoulli (www.schmalz.fr).

1.1.1.2 Adhésion électromagnétique

L'action d'un champ magnétique sur un objet se traduit par une force d'attraction ou de répulsion. Cette force est donnée par la relation suivante dans le cas d'un champ magnétique uniforme et d'un courant uniforme :

$$\vec{F} = \vec{I} \wedge \vec{B} \quad (0.2)$$

Ce champ magnétique est produit par un aimant permanent ou par un électroaimant, une bobine de fil conducteur, qui laisse apparaître un champ magnétique lorsque le fil est parcouru par un courant électrique. Dans ce cas, l'effort de préhension produit est

$$F = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 I^2 A}{2\ell^2} \quad (0.3)$$

avec I l'intensité du courant traversant la bobine, N le nombre de spires de la bobine, ℓ la longueur de la bobine, A la surface de contact. μ_0 désigne la perméabilité du vide et μ_r la perméabilité relative de l'objet saisi.

L'adhésion électromagnétique est principalement utilisée pour la saisie de matériaux ferromagnétiques (fer, nickel, cobalt, ...) (Figure 1.3).



Figure 1.3 : Ventouse magnétique (www.schmalz.fr).

1.1.1.3 Adhésion électrostatique

On qualifie un préhenseur d'électrostatique lorsqu'il utilise, pour saisir un objet, la force d'attraction qui existe entre deux charges électriques au repos. C'est le phénomène énoncé dans la loi de Coulomb, dont la formulation mathématique est :

$$\vec{F}_{M'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q_M Q_{M'} \overline{MM'}}{|MM'|^2 |MM'|} = Q_{M'} \vec{E}_{M'} \quad (0.4)$$

où $\vec{F}_{M'}$ est la force exercée par la charge Q_M placée en M sur la charge $Q_{M'}$ placée en M' . Cette force est directement proportionnelle à $\vec{E}_{M'}$, le champ électrique au point M' . ϵ_0 représente la permittivité du vide et ϵ_r la permittivité relative de l'isolant qui sépare les deux charges.

Il est possible d'appliquer cet effet sur la plupart des matériaux : métaux ferreux ou non-ferreux, matériaux conducteurs non-métalliques et semi-conducteurs. Dans la pratique, deux surfaces sont portées à des potentiels différents, celles du préhenseur et de l'objet saisi. Cette différence de potentiel induit un champ électrique qui produit par conséquent une force d'attraction exprimée sous la forme suivante :

$$F = -\epsilon_0\epsilon_r \frac{V^2}{2d^2} S \quad (0.5)$$

où V est la différence de potentiel, S la superficie du préhenseur et d la distance entre les deux surfaces.

Pour produire une force d'attraction de $0,15 \text{ N/cm}^2$, lorsque la surface du préhenseur et celle de l'objet à saisir sont séparées par une couche d'air de 1mm, il faut une différence de potentiel de 2000V. La nécessité de hautes tensions limite l'utilisation de ce type d'effets dans des applications à l'échelle macroscopique. Par contre, ce type d'effet est utilisé en micro-préhension, où les tensions requises sont beaucoup plus faibles (1V pour une bille de silicium de $100 \mu\text{m}$ de diamètre) [Monkman, 2003].

1.1.2 Préhenseurs contigus

1.1.2.1 Adhésion par agent chimique

Un adhésif est un matériau mou qui, placé sous forme de film mince entre deux objets, rend difficile leur séparation [Gay]. Selon le type d'adhésif utilisé et les caractéristiques des surfaces accolées, l'adhésion peut être permanente ou temporaire. Nous nous intéressons à ce dernier cas. L'utilisation d'adhésifs chimiques pour la préhension robotisée est plus généralement rencontrée dans l'industrie textile et l'industrie du papier. Dans ce cas, l'adhésif se présente généralement sous forme de ruban (Figure 1.4.a). Des progrès récents dans le domaine de la chimie des polymères ont permis d'élargir le champ d'applications des adhésifs en développant des adhésifs réutilisables. Le pouvoir d'adhésion de ces adhésifs est suffisamment persistant pour réaliser quelques centaines de cycles de prise et dépose avant d'être remplacé [Monkman et Shimmin, 1991]. La Figure 1.4.b illustre un préhenseur utilisant un tel adhésif [Monkman *et al.*, 2007].

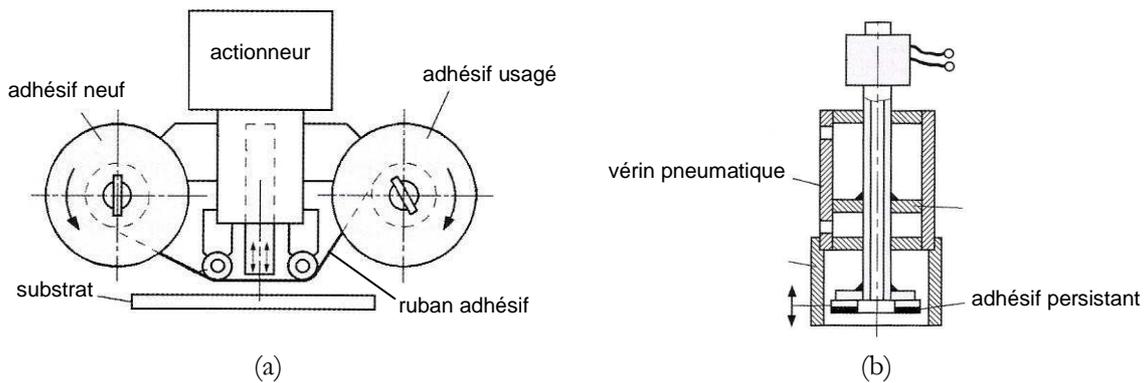


Figure 1.4 : (a) Préhenseur à ruban adhésif, (b) préhenseur à adhésif persistant
[Monkman *et al.*, 2007].

1.1.2.2 Adhésion de Van der Waals

Les forces de Van der Waals sont des forces intermoléculaires de faible intensité. Ces forces ont plusieurs origines : les effets d'orientation entre dipôles permanents (énergie de Keesom), les effets d'induction résultants de l'interaction entre un dipôle permanent et une molécule apolaire (énergie de Debye) et les effets de dispersion entre dipôles instantanés (énergie de London). Il est à noter que ces derniers effets, les effet de London, sont toujours présents quels que soient les matériaux en présence, donnant ainsi aux forces de Van der Waals leur caractère universel.

$$E_{Van\ der\ Waals} = -\frac{1}{r^6} [C_{Keesom} + C_{Debye} + C_{London}] \quad (0.6)$$

avec r la distance moyenne entre les molécules considérées.

L'ensemble de ces termes en r^{-6} correspond par dérivation suivant r à une force attractive en r^{-7} . En micro-préhension, les forces de Van der Waals dominent les forces gravitationnelles et peuvent par conséquent être utilisés pour la saisie. Ainsi, il suffit de présenter le préhenseur à proximité de l'objet pour que celui-ci adhère naturellement au préhenseur. Une nouvelle difficulté apparaît alors qui inverse le problème de la préhension : comment séparer l'objet du préhenseur.

S'il est vrai que les efforts de Van der Waals jouent un rôle prépondérant à une échelle sub-millimétrique, cela n'empêche pas leur utilisation à une échelle macroscopique. C'est ce qu'a récemment découvert l'équipe de recherche dirigée par K. Autumn dans le cadre de ses études sur la locomotion du gecko [Autumn *et al.*, 2002]. Cette famille de lézards a longtemps intrigué les chercheurs par sa capacité à défier les lois de la gravité en grim pant aux murs ou en se déplaçant sur des surfaces en surplomb. Ceci est rendu possible par les millions de poils microscopiques dont sont recouverts les doigts du gecko qui, grâce aux forces de Van der Waals, constituent à une échelle macroscopique un adhésif efficace.

La face antérieure d'un doigt de gecko (Figure 1.5) est organisée en lamelles (ou scansors), constituées de poils (ou sétules) (14400/mm²) dont le diamètre est de quelques dizaines de microns. A leur extrémité, ces sétules se scindent en une centaine de sils encore plus fins, de quel-

ques centaines de nanomètres de diamètre, se terminant en forme de spatule. Cette structure hiérarchisée permet de mettre un maximum de spatules au contact, en s'adaptant à la fois globalement et localement à la géométrie et aux irrégularités de la surface de contact. L'effet cumulé des forces d'interaction de Van der Waals entre chaque spatule et la surface de contact confère au doigt son pouvoir adhésif. Une seule sétule peut supporter un effort de cisaillement maximal de 200 micronewtons [Autumn *et al.*, 2000]. Cependant, pour amorcer l'adhésion, il est nécessaire d'orienter correctement la sétule et d'exercer une précharge de 50 micronewtons sur celle-ci, perpendiculairement à la surface (Figure 1.6). L'augmentation de l'angle entre l'axe de la sétule et le substrat au-dessus de 30° conduit à son détachement. Dans la pratique, pour détacher sa patte, le gecko provoque l'hyper-extension de chacun de ses doigts, comme on pèle un adhésif lorsqu'on souhaite le décoller [Russell, 2002]. Les doigts de gecko disposent pour cela d'une cinématique particulière composée de quatre phalanges et de tendons.

Une autre propriété essentielle de cet adhésif est qu'il ne se « salit » pas, ce qui permet une utilisation répétée sans détérioration du pouvoir d'adhésion. Ceci s'explique par le fait que l'énergie d'interaction entre le substrat et une particule de saleté est plus faible que l'énergie d'interaction entre les spatules et une particule de saleté, ainsi la saleté adhère mieux au substrat qu'aux doigts du gecko [Hansen et Autumn, 2005].

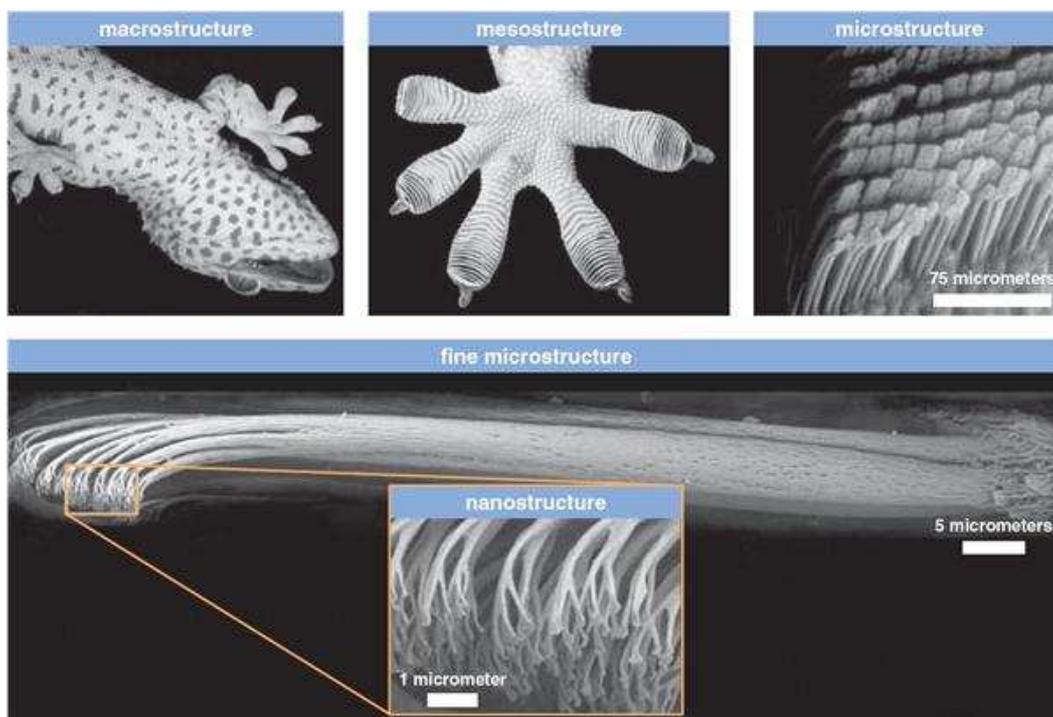


Figure 1.5 : La face antérieure d'un doigt de gecko est constituée de millions de sils microscopiques organisés en structure hiérarchisée [Autumn, 2006].

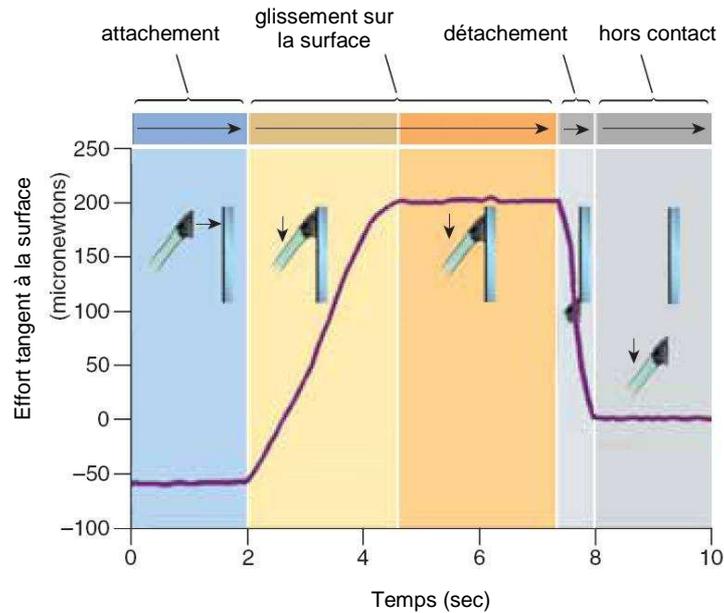


Figure 1.6 : Mécanisme d'adhésion d'une sétule [Autumn, 2006].

Depuis ces récentes découvertes, plusieurs équipes de recherche ont tenté de fabriquer un adhésif synthétique disposant des mêmes propriétés. A ce jour, les résultats les plus probants permettent, avec un tapis de nanotubes de carbone, d'obtenir des forces d'adhésion jusqu'à 200 fois supérieures à l'adhésif naturel [Yurdumakan *et al.*, 2005] (Figure 1.7). Cependant, cet adhésif ne fonctionne qu'à l'échelle du nanomètre – alors que l'adhésif naturel du gecko fonctionne à l'échelle du millimètre voire du centimètre – puisqu'il ne reproduit pas la même structure hiérarchisée. Les récents progrès dans le domaine des nanotechnologies laissent imaginer la possibilité, à moyen terme, de reproduire l'adhésif gecko. Les champs d'application sont très larges, y compris dans le domaine de la préhension.

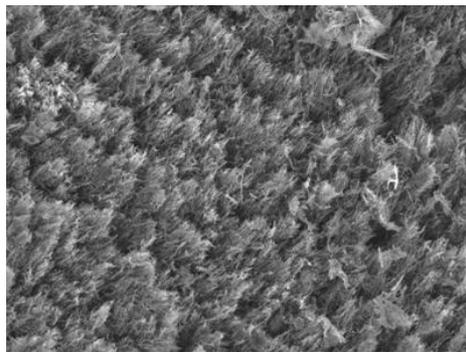


Figure 1.7 : Adhésif synthétique composé de nanotubes de carbone [Yurdumakan *et al.*, 2005].

1.1.2.3 Adhésion cryogénique

Chacun a un jour expérimenté - parfois à ses dépens - la force d'adhésion de la glace avec différents matériaux. Le mécanisme d'adhésion de la glace n'est pas encore bien compris, on sait seulement qu'il résulte de trois catégories d'effets : les liaisons hydrogène, les interactions de Van der Waals et les interactions électrostatiques [Petrenko, 2004]. Les efforts obtenus peuvent atteindre $140\text{N}/\text{cm}^2$ [IceVice, 2001], ce chiffre est donné à titre indicatif, car les efforts de saisie dépendent des propriétés de la glace et du matériau en contact.

Ce type d'effet est principalement utilisé pour saisir des matériaux perméables à l'air et très souples – lorsque les ventouses ne sont plus efficaces – tels que les tissus, les fibres de verre et de carbone. Le champs d'application de cette technologie est grandement limité par le temps de réponse qui est de l'ordre d'une à deux secondes [Stephan, 2001]. Les préhenseurs à froid conçus par la société Naiss (Figure 1.8) fournissent des efforts de saisie de l'ordre de $3.5\text{N}/\text{cm}^2$.



Figure 1.8 : Préhenseur à froid, illustration du principe de préhension : vaporisation d'eau, refroidissement à -10°C pour créer l'adhésion, saisie puis dépose (www.naiss.de).

1.1.3 Préhenseurs à contacts mécaniques

Plus que les autres effets jusqu'alors introduits, les préhenseurs à contacts mécaniques présentent, à nos yeux, un sens physique évident, puisque c'est le type d'effet utilisé par la main humaine pour saisir et manipuler des objets. La particularité de l'action de contact mécanique réside dans son unilatéralité. En effet, à l'inverse des autres effets qui permettent à la fois de repousser un objet et de l'attirer, le contact mécanique permet uniquement d'exercer un effort de compression sur l'objet. Par conséquent, un seul contact mécanique n'est pas suffisant pour saisir un objet. Ceci explique pourquoi la main humaine adopte cette cinématique particulière avec un pouce opposé aux quatre autres doigts. Ce type d'effet est très couramment utilisé dans l'industrie sous la forme de pince à deux ou trois mors (Figure 1.9), ou plus rarement sous la forme de main robotique que nous étudierons plus en détail au §1.2.

Il existe plusieurs critères permettant de classer une pince : le type d'énergie utilisée, le mode de verrouillage et la cinématique adoptée pour les mouvements de fermeture et d'ouverture de la pince. On se propose de parcourir chacun de ces critères dans ce paragraphe.



Figure 1.9 : Pincés mécaniques (www.festo.fr).

Une large majorité des pincés mécaniques fonctionnent à l'énergie pneumatique, pour des raisons évidentes de coût, mais aussi parce que ces pincés affichent un excellent rapport effort développé/poids propre ainsi que des temps de fermeture et d'ouverture relativement courts compris entre 0.01s et 0.2s (tant et si bien qu'il faut généralement réduire la vitesse de fermeture des mors pour éviter d'endommager l'objet). Les temps de réponse ne sont donnés qu'à titre indicatif car ils dépendent du volume de la chambre du vérin et du débit qui lui-même dépend de la section des conduites pneumatiques utilisées. L'énergie pneumatique se prête mal à l'asservissement du fait de la compressibilité de l'air. On note cependant l'existence de la pince HGPP Festo offrant la possibilité de contrôler indépendamment la position, la vitesse ou l'effort exercé par chaque mors. Pour ce faire, la pince intègre des distributeurs proportionnels piézoélectriques.

L'utilisation d'une pince hydraulique permet d'exercer des efforts de serrage très importants puisque les pressions de service, dans les installations hydrauliques, sont au minimum dix fois supérieures aux 6 bars couramment utilisés dans les installations pneumatiques. Si les pincés hydrauliques sont également de faible coût, la mise en œuvre se révèle coûteuse. Il est en effet plus difficile d'acheminer ce type d'énergie jusqu'au poignet du robot que les énergies pneumatiques et électriques. Les temps de fermeture et d'ouverture sont compris entre 0,2s et 0,5s.

Les pincés à actionnement électrique sont principalement utilisées dans des applications nécessitant un asservissement des mors en position, en vitesse ou en effort. En effet, leur coût élevé doit se justifier par des applications où le mode de fonctionnement TOR (Tout Ou Rien) des préhenseurs pneumatiques et hydrauliques n'est pas suffisant. Les progrès réalisés en matière de conception des moteurs électriques permettent d'obtenir un rapport effort développé/poids propre comparable à celui de l'énergie hydraulique. La pince électrique affiche cependant de mauvaises performances en terme de temps de fermeture.

Le Tableau 1.1 permet la comparaison de trois pincés équivalentes en termes d'effort de serrage et de course, utilisant des sources d'énergie différentes.

Energie	Référence de la pince (Schunk)	Effort de serrage	Course	Poids de la pince	Temps De fermeture
Pneumatique	PGN 100	550 N	10 mm	0,75 kg	50 ms
Hydraulique	HGN 100	620 N	10 mm	1,2 kg	200 ms
Electrique	EGN 100	720 N	10 mm	1,35 kg	350 ms

Tableau 1.1 : Comparaison des pinces mécaniques en fonction du type d'énergie utilisé [Schunk, 2007].

Les pinces mécaniques peuvent être rangées en deux catégories selon que le mouvement des mors relativement à la partie fixe de la pince est une translation ou une rotation. Il ne s'agit pas ici de détailler toutes les cinématiques permettant de transformer le mouvement de translation d'un piston (généralement utilisé dans les pinces pneumatiques et hydrauliques) en rotation des mors, ou bien le mouvement de rotation d'un axe de moteur électrique en translation des mors. A ce sujet, le lecteur pourra se référer à [Wolf *et al.*, 2005] qui propose une synthèse des cinématiques existantes.

Enfin, les pinces mécaniques peuvent être classées en fonction du mode de verrouillage utilisé pour maintenir l'objet en équilibre : verrouillage des forces ou verrouillage des formes¹ (Figure 1.10). Dans le cas d'une pince à verrouillage des forces, l'équilibre de l'objet dépend de l'effort de serrage, de la masse de l'objet et du coefficient de frottement entre le mors et l'objet. Les pinces à verrouillage de formes disposent de mors aux formes spécialement adaptées pour englober l'objet. Ainsi, l'équilibre de la prise ne dépend pas du coefficient de frottement mais de la géométrie du système d'actions de contact.



Figure 1.10 : (a) Pince à verrouillage de force, (b) pince à verrouillage de formes [Wolf *et al.*, 2005].

¹ Les termes « verrouillage des forces » et « verrouillage des formes » sont ceux empruntés dans l'industrie.

1.1.4 Bilan

Les principales caractéristiques des technologies de préhension précédemment détaillées sont reprises dans le Tableau 1.2. On y indique les types de matériaux tolérés par chaque technologie. On précise la capacité de chaque technologie à s'adapter passivement à la surface de contact (sans nécessiter de stratégie de contrôle particulière). L'intensité de l'effort de saisie n'est pas indiquée pour les pinces mécaniques car celle-ci dépend de la référence de pince choisie. On précise également le temps de génération de la prise. Enfin, le coût et l'incertitude liée à l'innovation sont des critères qui seront pris en compte dans le choix de la technologie de préhension pour le système de préhension de l'application Intelpick.

	Types de matériaux tolérés	Adaptabilité à la géométrie de la surface de contact	Intensité de l'effort de saisie par unité de surface	Temps minimal de génération de la prise	Coût	Incertitude liée à l'innovation
Ventouse classique	matériaux rigides non poreux	+	5 N/cm ²	1 - 10 ms	+	+
Adhésion électromagnétique	matériaux magnétiques	-	4 N/cm ²	>20ms	+	+
Adhésion électrostatique	matériaux conducteurs et semi-conducteurs	-	0,015 N/cm ² (2000V)	1 - 10ms	?	+
Adhésion chimique	tous matériaux	-	0,3 N/cm ²	25ms	-	+
Adhésif synthétique Gecko	tous matériaux	+	10 N/cm ² cisaillement	?	non-commercialisé	-
Adhésion cryogénique	tous matériaux	-	4 N/cm ²	1 s	-	-
Pince pneumatique	tous matériaux	-	L'effort de serrage dépend du dimensionnement de la pince	10 ms	+	+
Pince hydraulique	tous matériaux	-		50 à 500 ms	+	+
Pince électrique	tous matériaux	Compliance active par une commande en effort		50 à 500 ms	-	+

Tableau 1.2 : Synthèse comparative des technologies de préhension (chiffres donnés par les fabricants ou bien extraits de [Monkman *et al.*, 2007]). Le signe + signifie avantageux et le signe - désavantageux.

1.2 Mains robotiques

Les mains robotiques constituent un sous-ensemble des préhenseurs à actions de contact mécanique présentés au §1.1.3. L'objectif de ces mains est de pallier le manque de flexibilité des pinces mécaniques classiques souvent dédiées à la saisie d'un seul et même objet. Elles arborent pour cela une cinématique plus complexe, composée de plusieurs doigts, eux-mêmes composés de plusieurs phalanges. Les mains robotiques peuvent être classées en deux catégories selon qu'elles sont dédiées à des applications de manipulation dextre et de saisie, ou bien de saisie uniquement.

Dans le premier cas, les concepteurs se sont inspirés du modèle humain, en reproduisant une cinématique et un système sensoriel identiques à la main humaine. Grâce aux récents progrès en mécatronique, cette approche bionique propose aujourd'hui des mains équipées de capteurs évolués, permettant d'exercer des efforts de saisie importants, le tout dans des dimensions équivalentes à celles de la main humaine. Le dernier point dur (et pas des moindres) consiste à doter ces mains d'un système de prise de décision leur permettant de saisir des objets de manière autonome.

La deuxième catégorie de mains robotiques est souvent présentée comme une solution alternative aux mains bioniques. Equipée de très peu d'actionneurs et capteurs, leur architecture de commande est grandement simplifiée. Cependant, cette simplification se fait au détriment des fonctionnalités de la main, capable uniquement de saisir des objets et non plus de les manipuler. Cette seconde approche est basée sur le principe du sous-actionnement, consistant à réduire le nombre d'actionneurs tout en préservant les capacités de la main à s'adapter à la géométrie de l'objet.

1.2.1 Approche bionique

1.2.1.1 La main humaine

Ce court paragraphe consacré à la main humaine est l'occasion d'introduire plusieurs termes utilisés dans la suite de ce manuscrit, caractérisant à fois la main humaine et les mains robotiques.

La main humaine comporte cinq doigts dont un pouce en opposition. Le squelette de la main est composé de 27 os au total qui peuvent être répartis en trois catégories (Figure 1.11) :

- le carpe est composé de 8 os, il remplit le rôle de liaison rotule entre l'avant-bras et le métacarpe,
- le métacarpe comprend les 5 os du squelette de la paume, il relie le carpe aux phalanges proximales,
- les phalanges forment le squelette des doigts, 2 pour le pouce, 3 pour les autres doigts. La phalange proximale relie le métacarpe au doigt, elle est suivie de la phalange moyenne (hormis pour le pouce) puis de la phalange distale.

Les articulations métacarpo-phalangiennes (MCP) peuvent être assimilées à des liaisons cardan (deux degrés de liberté en rotation), les articulations interphalangiennes proximales (IPP) et

distales (IPD) sont assimilées à des liaisons pivot, on parle simplement d'articulation interphalangienne (IP) pour le pouce. Au total, la main compte 20 articulations, 4 par doigt. Ces articulations sont actionnées par un système complexe de muscles antagonistes et de tendons. Les 35 muscles dédiés à la main (hors poignet) sont soit logés dans l'avant-bras (muscle extrinsèque), soit dans la main (muscle intrinsèque). Chaque phalange possède son propre système fléchisseur (Figure 1.12). Les muscles interosseux actionnent la phalange proximale, le muscle fléchisseur commun superficiel actionne la phalange moyenne et le muscle fléchisseur commun profond actionne la phalange distale. Il n'existe qu'un seul tendon extenseur par doigt, qui agit sur les trois phalanges. Le pouce, lui, possède deux tendons extenseurs, le long pour la deuxième phalange, le court pour la première. Un système de muscles interosseux permet les mouvements d'abduction/adduction des doigts.

Théoriquement, le nombre de muscles devrait suffire à commander indépendamment la position de chaque phalange. Dans la pratique, on observe un certain couplage entre les rotations des joints IPD et IPP lorsque le doigt évolue en espace libre (sans contact avec l'environnement). En revanche, lorsque la phalange moyenne est bloquée, ce couplage disparaît, ce qui permet de mettre toutes les phalanges au contact quelle que soit la géométrie de l'objet saisi.

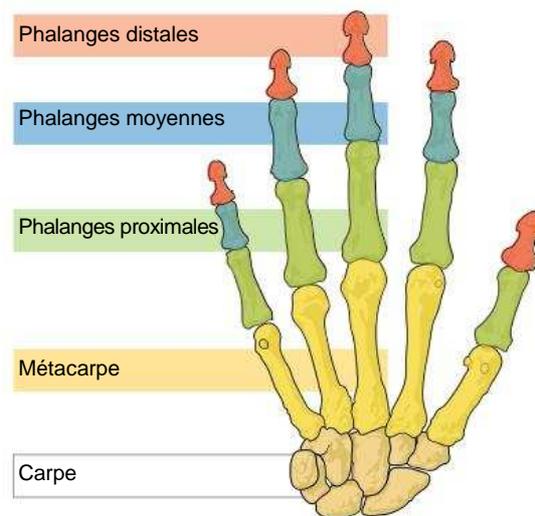


Figure 1.11 : Squelette de la main humaine (www.fr.wikipedia.org).

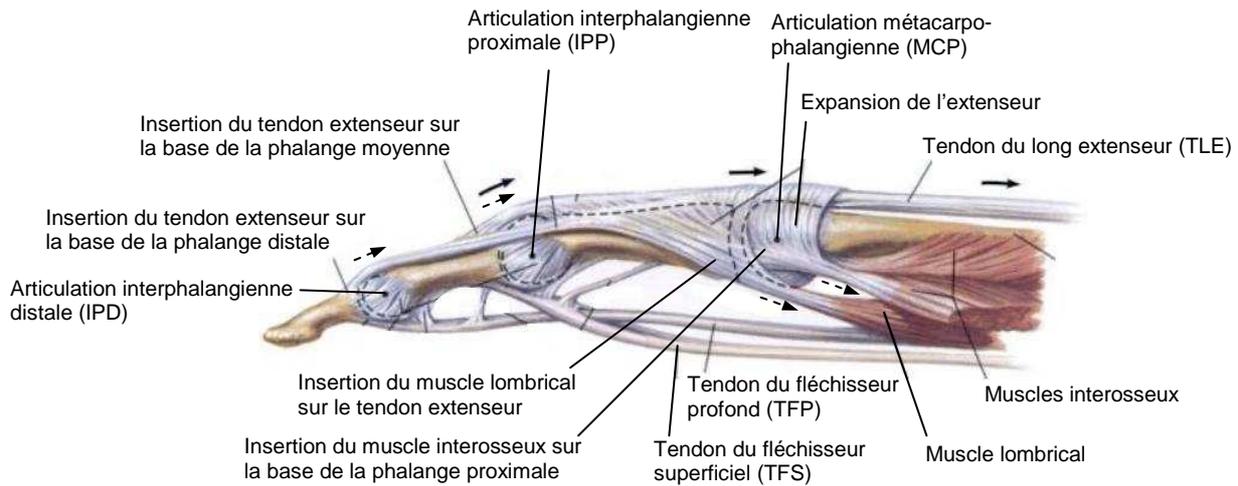


Figure 1.12 : Tendons fléchisseurs et extenseurs du doigt [Netter et Kirschner, 2005].
 Les flèches en trait plein indiquent l'action de la traction du TLE sur les phalanges et les flèches en trait pointillé indiquent l'action des muscles interosseux et lombricaux.

1.2.1.2 Les mains bioniques remarquables

Les principaux travaux portant sur la conception de mains bioniques ont démarré au début des années 80. L'objectif est alors de concevoir des systèmes de télémanipulation disposant d'une interface homme-machine intuitive et confortable. En effet, en équipant le robot distant d'une main robotique, l'opérateur peut utiliser toutes ses facultés de préhension et de manipulation pour réaliser des opérations complexes. Dans cette optique de substitution à la main humaine, les mains bioniques doivent reproduire l'ensemble des mouvements réalisés par la main humaine permettant la manipulation et la préhension. Parmi les mains représentatives de cette approche, on peut citer la UTAH/MIT hand [Jacobsen *et al.*, 1986], la main du Robonaut [Ambrose *et al.*, 2000], la main DIST [Caffaz et Cannata, 1998], les mains du DLR [Butterfass *et al.*, 1998; Butterfass *et al.*, 2001], la Gifu Hand [Mouri *et al.*, 2002], la main du Naist [Ueda *et al.*, 2005].

D'autres mains bioniques ont été conçues dans le but d'étudier la manipulation, parmi lesquelles la main du Stanford/JPL [Salisbury et Craig, 1982], la main du LMS [Gazeau *et al.*, 2001]. D'après Salisbury, au minimum neuf degrés de liberté contrôlés sont nécessaires pour permettre la manipulation [Salisbury et Mason, 1985]. Plus récemment, des mains bioniques ont été développées pour équiper les robots humanoïdes avec des mains dextres et ainsi leur permettre d'évoluer dans un environnement domestique. La Shadow Hand [Shadow Robot Company, 2003], la main du DLR désormais commercialisée par la société Schunk [Schunk, 2006] et la main du robot humanoïde HRP-3 [Kaneko *et al.*, 2007] en sont des exemples.

Le Tableau 1.3 propose une synthèse des mains bioniques en reprenant leurs caractéristiques principales. On y indique le nombre d'articulations que compte la main, par analogie avec la main humaine, et le nombre de degrés de liberté. Il arrive que les rotations des articulations interphalangiennes proximales et distales soient couplées, ce qui explique pourquoi dans certains cas la main compte moins de degrés de liberté que d'articulations. C'est le cas de plusieurs mains telles que la main du Robonaut, les mains du DLR, la main Giffu III, la main du NAIST et la main du HRP-3. Enfin, on indique le nombre total d'actionneurs ainsi que le type de transmission utilisés.

Fig.	Nom	Nb. d'articulations	Nb. de ddl	Nb. d'actionneurs	Type de transmission	Référence
(a)	Stanford/JPL Hand	9	9	12	A câbles	[Salisbury et Craig, 1982]
(b)	Utah/MIT hand	16	16	32	A câbles	[Jacobsen <i>et al.</i> , 1986]
(c)	Main DIST	16	16	20	A câbles	[Caffaz et Cannata, 1998]
(d)	DLR I	16	12	12	Mécanique	[Butterfass <i>et al.</i> , 1998]
(e)	Main du Robonaut	20	12	12	A câbles	[Ambrose <i>et al.</i> , 2000]
(f)	DLR II	16	12	12	Mécanique	[Butterfass <i>et al.</i> , 2001]
(g)	Main du LMS	16	16	16	A câbles	[Gazeau <i>et al.</i> , 2001]
(h)	Main Gifu III	20	16	16	Mécanique	[Mouri <i>et al.</i> , 2002]
(i)	ShadowHand	22	22	44	A câbles	[Shadow Robot Company, 2003]
(j)	Main du NAIST	16	12	12	Mécanique	[Ueda <i>et al.</i> , 2005]
(k)	Main DLR/Schunk	17	13	13	Mécanique	[Schunk, 2006]
(l)	Main du HRP-3	17	13	13	Mécanique	[Kaneko <i>et al.</i> , 2007]

Tableau 1.3 : Caractéristiques des mains bioniques.

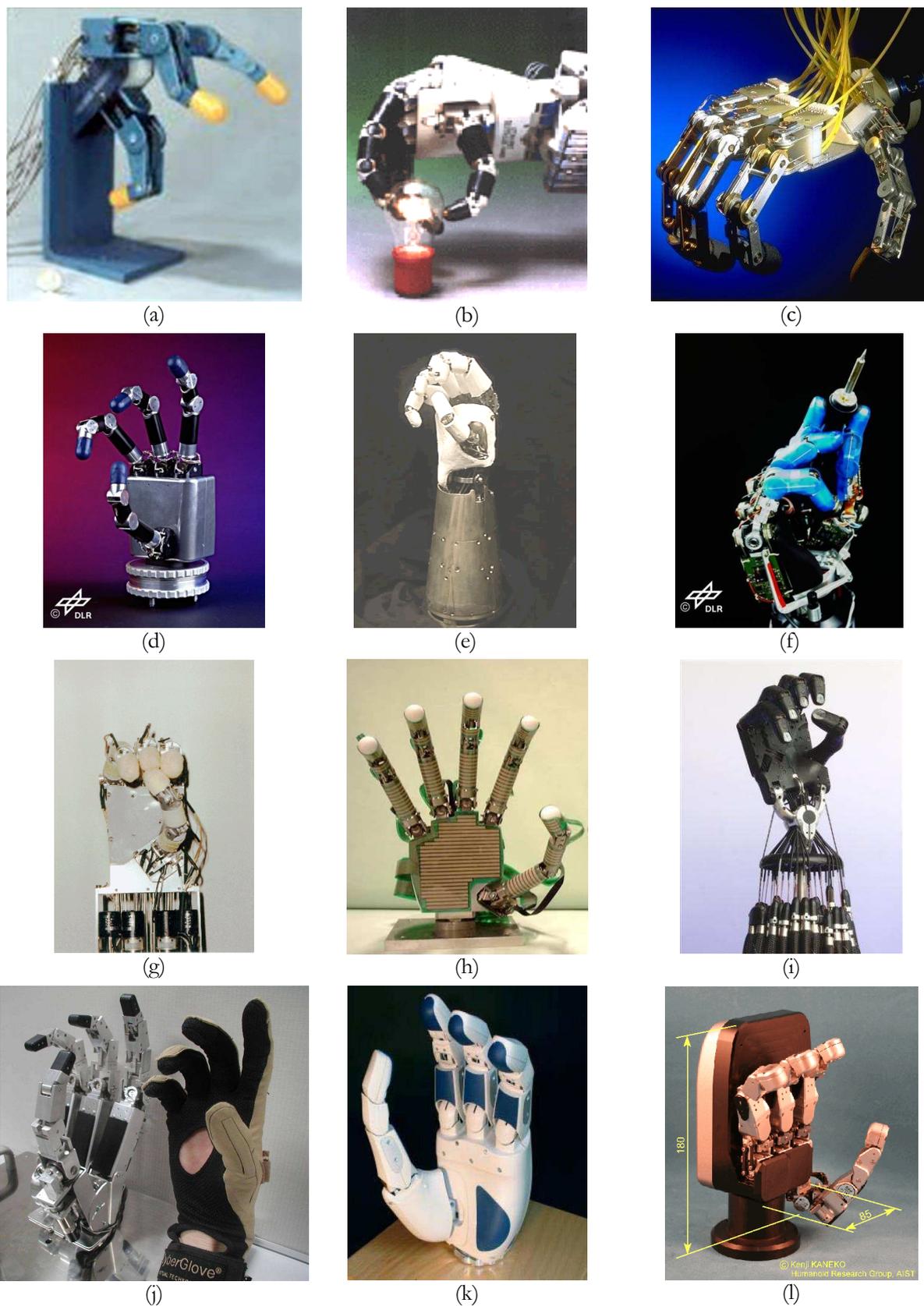


Figure 1.13 : Mains bioniques conçues pour réaliser des opérations de manipulation et de préhension.

1.2.2 Le sous-actionnement

Malgré les progrès réalisés dans la conception de mains bioniques, ces mains présentent de nombreux inconvénients qui empêchent leur utilisation dans des applications plus larges telles que la conception de préhenseurs industriels flexibles ou de prothèses de main. En effet, le nombre important d'actionneurs et de capteurs en font un outil lourd, coûteux et nécessitant une architecture de commande très évoluée. Plusieurs équipes de recherches ont alors adopté une démarche différente consistant à réaliser un compromis entre les fonctionnalités de la main et sa complexité globale. La fonction de manipulation a ainsi été mise de côté, jugée complexe et coûteuse à réaliser et somme toute d'intérêt limité. Les efforts se sont alors concentrés sur la conception de mécanismes ingénieux permettant de diminuer le nombre d'actionneurs et par conséquent le poids et le coût de la main, tout en préservant la capacité de la main à englober l'objet pour réaliser une prise robuste. C'est cette approche, basée sur le principe du sous-actionnement, que l'on se propose d'étudier dans ce paragraphe.

1.2.2.1 Définition

Les termes rencontrés dans la littérature pour évoquer les mains sous-actionnées sont nombreux. On parle tour à tour de mécanisme sous-actionné, mais aussi de mécanisme compliant, conformable ou encore auto-adaptatif pour qualifier la même catégorie de mécanismes. Nous les regrouperons dans ce manuscrit sous le terme de mécanisme sous-actionné, pour lequel on adopte la définition suivante :

Un mécanisme est dit sous-actionné, lorsqu'il utilise moins d'actionneurs qu'il ne compte de degrés de liberté. [Laliberté et al., 2002]

Du point de vue de la commande, il en résulte que la dimension de l'espace d'état (c'est-à-dire le nombre de variables indépendantes décrivant l'état du système) est supérieure à la dimension du vecteur d'entrée (de commande). Nous verrons dans la suite de ce manuscrit que le sous-actionnement est un moyen de diminuer la dimension du vecteur d'entrée, mais qu'il n'est pas l'unique manière d'y parvenir.

Le concept du sous-actionnement a une signification différente selon qu'il s'agit d'une main robotique ou d'un robot manipulateur. Les robots manipulateurs sous-actionnés comportent généralement un ou plusieurs degrés de liberté non-actionnés. La commande d'un tel système nécessite la modélisation des phénomènes dynamiques pour prévoir le mouvement de chaque degré de liberté non-actionné. L'introduction d'un degré de liberté non-actionné dans une main robotique sous-actionnée est généralement évitée, car la configuration de la main doit être complètement déterminée statiquement en position fermée comme en position ouverte. En position fermée, la configuration de la main est déterminée par la géométrie de l'objet saisi. En position ouverte, elle est généralement imposée par la présence de ressorts de rappel et de butées mécaniques. Cela explique pourquoi, dans le cas d'une main robotique, l'introduction du sous-

actionnement permet de simplifier la commande, alors que dans le cas d'un robot manipulateur, l'introduction de degrés de liberté non-actionnés complique grandement la commande.

Le nombre de degrés de liberté d'un système est défini par le nombre de coordonnées généralisées indépendantes requises pour définir entièrement la configuration du système à chaque instant [IFTToMM]. Il faut donc considérer le couplage souvent introduit entre les rotations des articulations (IPP) et (IPD) lorsqu'on souhaite déterminer le nombre de degrés de liberté d'une main. C'est le cas de plusieurs mains bioniques figurant dans le Tableau 1.3 : les mains du DLR, la main du Robonaut, la main du NAIST et la main du robot HRP-3. C'est également le cas de la main sous-actionnée du TUAT/Karlsruhe qui compte 4 doigts et 5 articulations¹ par doigt mais totalise uniquement 16 degrés de liberté [Fukaya *et al.*, 2000]. Avec un seul actionneur pour provoquer le mouvement de fermeture/ouverture de la main, cette main est bien sous-actionnée.

Comme le fait remarquer [Krut, 2005], il n'est pas toujours possible d'appliquer la formule de Grübler-Kutzbach pour déterminer le degré de liberté d'une main sous-actionnée. En effet cette méthode consiste à déterminer le rang d'un système linéaire d'équations cinématiques, elle n'est donc pas applicable aux mains sous-actionnées qui :

- font intervenir des mécanismes irréversibles ou des mécanismes anti-retour dans la transmission du mouvement de fermeture/ouverture des doigts, car ceux-ci introduisent des contraintes non-linéaires. C'est le cas de nombreuses mains sous-actionnées comme la BarrettHand [Townsend, 2000] ou la Sarah Hand [Laliberté et Gosselin, 2003],
- utilisent des corps compliant pour distribuer le couple moteur sur les doigts comme c'est le cas avec la main RTR II [Massa *et al.*, 2002].

Après avoir précisé la notion de degré de liberté, il convient de donner une définition au terme actionneur tel qu'utilisé dans ce manuscrit. Un actionneur est un sous-ensemble qui engendre le mouvement relatif entre les parties qui lui sont attachées en réponse à un signal [IFTToMM].

1.2.2.2 Classification des mains sous-actionnées

Il existe une grande diversité de dispositifs mécaniques permettant l'adaptation de la main à la géométrie de l'objet. [Krut, 2005] propose de classer les mains sous-actionnées en fonction du type de mécanisme utilisé pour réaliser le sous-actionnement :

- les mécanismes différentiels, lorsque le sous-actionnement est réalisé par un différentiel classique à engrenages, par des mécanismes de type « poulies/câbles » ou encore par des mécanismes de type « 4 barres »,
- les mécanismes compliant, lorsque le sous-actionnement est réalisé à l'aide de corps non-rigides, par exemple, la main RTR II utilise des ressorts pour distribuer le couple exercé par le moteur sur chaque doigt,
- les mécanismes à déclenchement, comme la BarrettHand dont la transmission de l'articulation (MCP) se désaccouple dès que la phalange proximale est au contact de l'objet, la phalange distale poursuit sa course jusqu'à venir au contact de l'objet.

¹ Le terme d'articulation est ici employé par analogie avec la main humaine.

Nous proposons une nouvelle classification en s'intéressant plutôt aux caractéristiques de la prise réalisée par la main sous-actionnée. On se base pour cela sur l'expression des efforts de contact en fonction des couples exercés par les actionneurs en entrée du mécanisme et des perturbations exercées sur l'objet. Ainsi, une main sous-actionnée peut être :

- différentielle,
- compliant,
- autobloquante.

Les deux premières catégories sont identiques à la formulation donnée par [Krut 2005]. Un mécanisme est dit différentiel (Figure 1.14) lorsque son comportement d'un point de vue cinéto-tatique peut être décrit par les équations suivantes :

$$\frac{r_e}{F_a} = \frac{r_1}{F_1^a} = \dots = \frac{r_n}{F_n^a} \quad (0.7)$$

$$r_a \cdot \dot{\theta}_a + \sum_{i=1}^n r_i^a \cdot \dot{\theta}_i^a = 0 \quad (0.8)$$

où F_a désigne l'effort ou le couple d'actionnement exercé en entrée du différentiel et F_i^a l'effort ou le couple transmis sur la sortie i . $(\theta_a, \theta_1^a, \dots, \theta_n^a)$ décrivent la configuration du mécanisme différentiel et $(r_a, r_1^a, \dots, r_n^a)$ les rapports de transmission. On trouvera un état de l'art des mécanismes différentiels dans [Birglen et Gosselin, 2006].

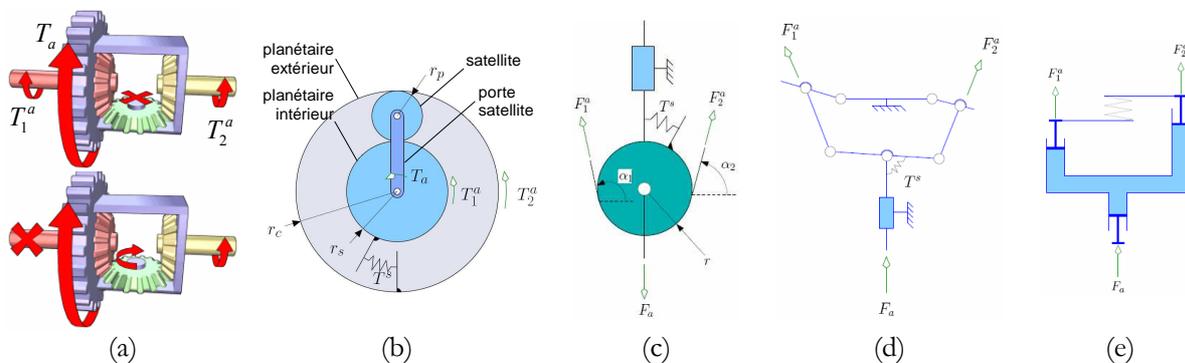


Figure 1.14 : Exemples de mécanisme différentiel à une entrée et deux sorties : (a) différentiel classique à engrenages (<http://fr.wikipedia.org>), (b) différentiel à engrenages plans, (c) mécanisme poulie/câble, (d) mécanisme à palonnier, (e) connecteur fluïdique [Birglen et Gosselin, 2006].

Un mécanisme est dit compliant lorsque les efforts en sortie de ce mécanisme sont donnés en fonction de la configuration du mécanisme et de la raideur des corps introduits dans la transmission du mouvement de fermeture :

$$F = R \theta \quad (0.9)$$

où $\mathbf{F} = [F_1^a \ \cdots \ F_n^a]$ est le vecteur des efforts en sortie du mécanisme compliant, \mathbf{R} la matrice de raideur du mécanisme et $\boldsymbol{\theta}$ le vecteur configuration du mécanisme.

En introduisant la catégorie des mécanismes sous-actionnés autobloquants, on souhaite distinguer les mains qui introduisent des mécanismes irréversibles ou anti-retour dans la transmission du mouvement de fermeture des doigts. En effet, cela modifie l'expression des efforts de contact et par conséquent, les caractéristiques de la prise puisque ce type de mécanisme empêche tout mouvement de retour des doigts ou des phalanges quelles que soient les perturbations exercées sur l'objet saisi. Théoriquement, les efforts de contact peuvent alors être infinis. On dit alors d'un mécanisme qu'il est autobloquant, lorsque la configuration du mécanisme est contrainte par un ensemble d'inégalités de ce type :

$$\delta_i \cdot \dot{\boldsymbol{\theta}}_i^a \geq 0, \forall i = \{1, \dots, n\} \quad (0.10)$$

$\delta_i = \pm 1$ selon les cas.

Pour illustrer ces propos, prenons l'exemple d'une pince sous-actionnée à deux mors (Figure 1.15.a). Le sous-actionnement entre les mors est réalisé par un différentiel classique à engrenages (non-représenté en Figure 1.15.a pour ne pas alourdir la figure à cause des renvois d'angles), de sorte que :

$$T_1^a = T_2^a = \frac{T_a}{2} \quad (0.11)$$

La relation entre les efforts de contact s'écrit alors :

$$F_1^a = F_2^a = R \frac{T_a}{2} \quad (0.12)$$

où R est le rayon des roues couplées aux crémaillères.

Lorsqu'on ajoute après chaque sortie du mécanisme différentiel un mécanisme irréversible de type « crémaillère et vis sans fin » qui empêche tout mouvement de retour des phalanges (Figure 1.15.b), alors l'égalité (0.12) n'est plus vérifiée. On peut en revanche écrire les inégalités suivantes, vraies quelles que soient les perturbations exercées sur l'objet :

$$F_1^a \geq R \frac{T_a}{2} \quad (0.13)$$

$$F_2^a \geq R \frac{T_a}{2} \quad (0.14)$$

ou de manière équivalente, dans l'espace dual des vitesses :

$$\dot{x}_1^a \geq 0 \quad (0.15)$$

$$\dot{x}_2^a \leq 0 \quad (0.16)$$

avec \dot{x}_1^a et \dot{x}_2^a les vitesses de déplacement du mors gauche et droit respectivement.

Intuitivement, on remarque que l'introduction des mécanismes irréversibles a un effet déterminant sur les caractéristiques globales de la prise puisque dans le cas (a), l'objet peut se déplacer

librement selon l'axe x , alors que dans le cas (b) ce déplacement est interdit par les mécanismes irréversibles. Ainsi, pour différencier ces deux types de comportement, on classera la pince (a) dans la catégorie des mécanismes sous-actionnés différentiels et la pince (b) dans la catégorie des mécanismes sous-actionnés autobloquants, bien que dans ce dernier cas le mécanisme utilisé pour réaliser le sous-actionnement soit un mécanisme différentiel.

Nous verrons dans la suite de cette étude, qu'une même main peut utiliser plusieurs types de sous-actionnement différents. En particulier, il est fréquent que le mécanisme de sous-actionnement entre phalanges soit différent du mécanisme de sous-actionnement entre doigts.

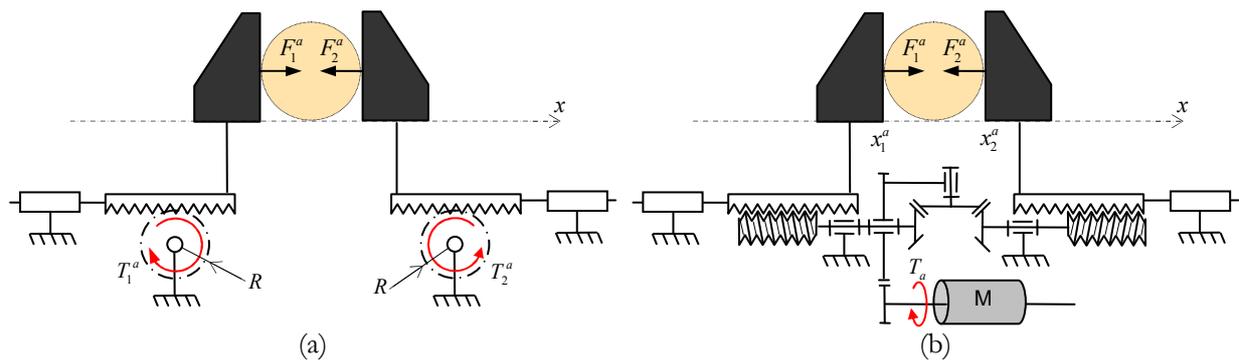


Figure 1.15 : Pince sous-actionnée différentielle (a) et auto-bloquante (b).

1.2.2.3 Les mains sous-actionnées remarquables

Il est délicat de classer les mains sous-actionnées car celles-ci font parfois intervenir différents types de sous-actionnement. Par exemple, le sous-actionnement entre doigts peut être autobloquant, alors que le sous-actionnement entre phalanges est différentiel. Nous proposons néanmoins dans la suite de présenter les mains sous-actionnées par catégorie : différentiel, compliant ou autobloquant. Lorsque la main utilise différents types de sous-actionnement, l'accent sera mis sur le mécanisme faisant l'originalité de la main.

1.2.2.3.1 Mains à sous-actionnement différentiel

1.2.2.3.1.1 Mains sous-actionnées à barres

Les mécanismes de sous-actionnement à barres sont composés de biellettes et de liaisons rigides et se présentent généralement sous la forme de palonnier ou de mécanisme 4-barres. On note l'utilisation, dès 1864, de palonniers en cascade dans la conception de prothèses de main [Dale, 1948 ; Hobbs, 1949 ; Spellerberg, 1864] (Figure 1.16). L'introduction de ces palonniers permet de distribuer sur chaque doigt l'effort exercé par un unique actionneur, provoquant ainsi l'adaptation de la main à la géométrie de l'objet en contact.

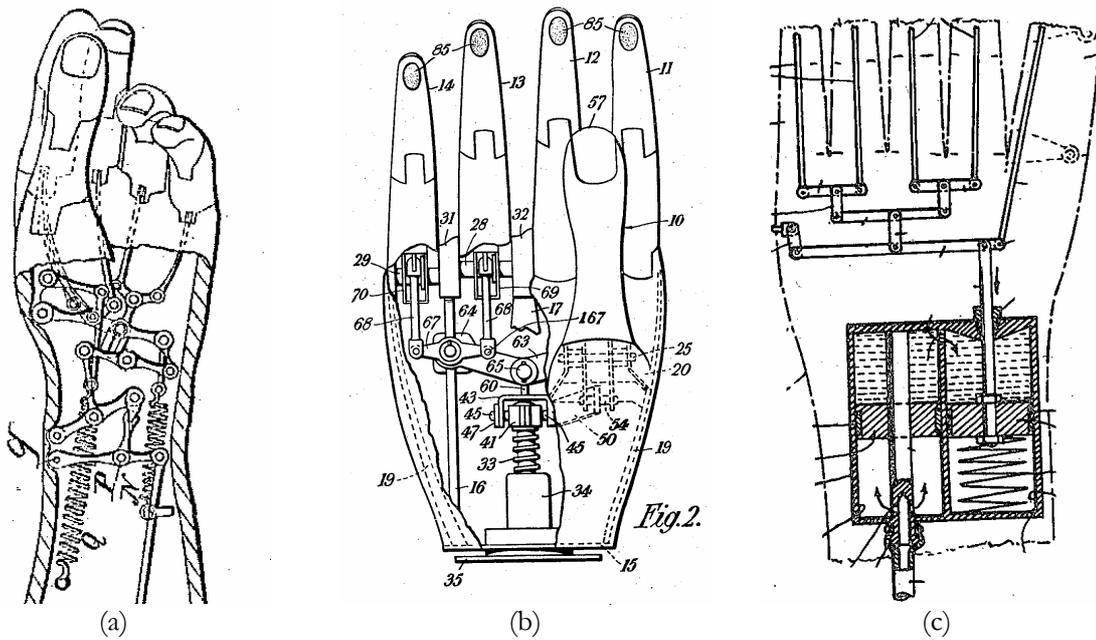


Figure 1.16 : Prothèses de mains, utilisant un mécanisme de sous-actionnement à pa-lonniers entre les doigts (a) [Spellerberg, 1864], (b) [Dale, 1948], (c) [Hobbs, 1949].

Les mains MARS [Gosselin et Laliberté, 1998] et SARAH [Laliberté et Gosselin, 2003] du laboratoire de robotique de l'université Laval comptent chacune 3 doigts et 3 phalanges par doigt (Figure 1.17). Les trois phalanges sont sous-actionnées par un mécanisme de type 4 barres. La main MARS utilise un actionneur par doigt pour piloter le mouvement d'ouverture/fermeture de la main. La main SARAH n'en utilise qu'un seul puisqu'elle dispose d'un mécanisme de sous-actionnement à différentiel planétaire à 3 sorties entre les doigts. Dans ce dernier cas, un mécanisme irréversible de type « écrou et vis sans fin » a été introduit dans la transmission du mouvement de fermeture de chaque doigt. Le sous-actionnement entre les doigts peut donc être qualifié d'autobloquant. Des actionneurs permettent d'orienter les doigts suivant un axe perpendiculaire à la paume. Une particularité de ces mains est liée à leur capacité à réaliser des prises fines (avec les phalanges distales uniquement), grâce à l'utilisation d'un mécanisme à double parallélogramme. On note l'existence de la main inventée par [Bartholet, 1992] qui constitue en quelques sortes une version à deux phalanges par doigt de la main MARS.

Le fonctionnement d'un mécanisme de type 4-barres est décrit sur la Figure 1.18, avec un exemple de doigt à deux phalanges. Seule la barre du bas est actionnée. Lorsque aucune phalange n'est encore au contact, la position relative de la phalange distale par rapport à la phalange proximale est imposée par le ressort de rappel et la butée mécanique : le doigt est complètement ouvert. En poussant sur la barre d'actionnement, le doigt se referme jusqu'à mettre la phalange proximale au contact de l'objet. Lorsque le moment exercé par la barre d'actionnement entre les deux phalanges est supérieur au couple de rappel exercé par le ressort, la phalange distale se déplace jusqu'à entrer en contact à son tour avec l'objet. Ainsi, avec un seul actionneur et sans aucun capteur, le sous-actionnement permet l'adaptation du doigt à la forme de l'objet. Ce type de mécanismes 4-barres peut être étendu à 3 phalanges et plus.

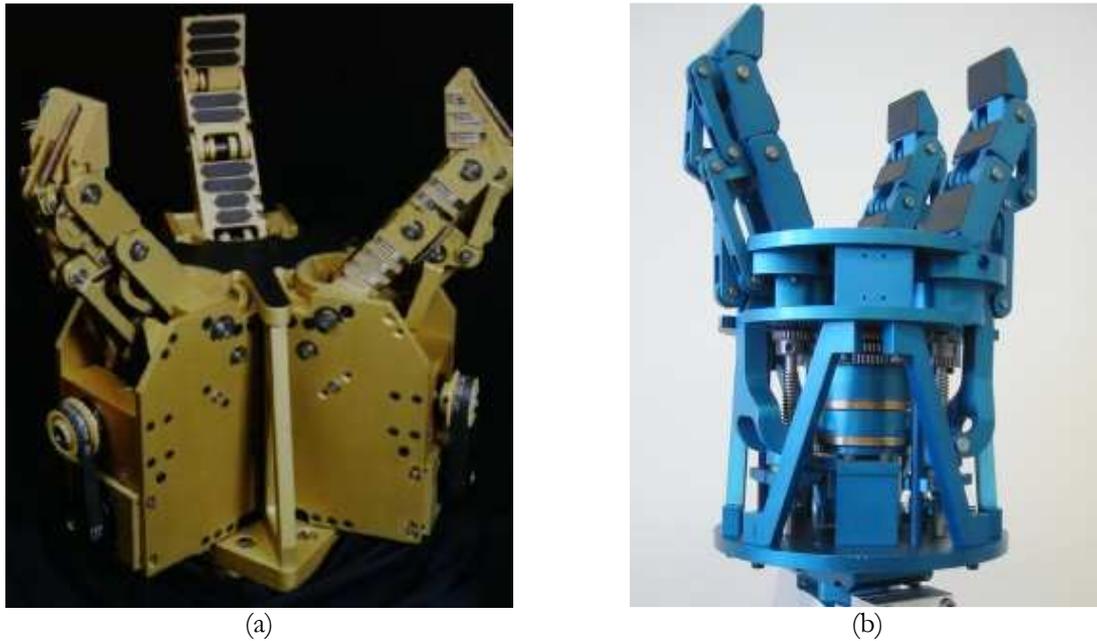


Figure 1.17 : (a) La main MARS, (b) la main SARAH (<http://robot.gmc.ulaval.ca>).

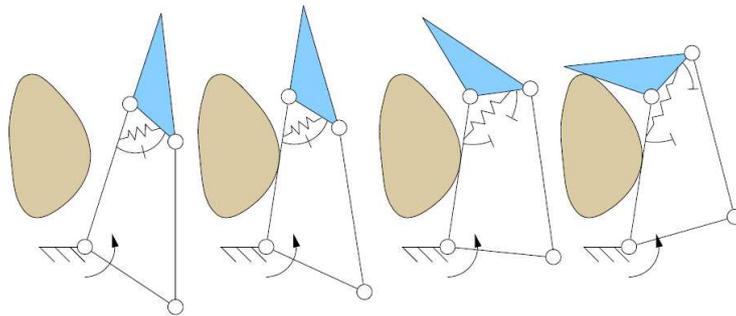


Figure 1.18 : Illustration de la séquence de fermeture d'un doigt sous-actionné à 2 phalanges, utilisant un sous-actionnement de type 4 barres [Laliberté *et al.*, 2002].

L'utilisation de mécanismes 4-barres dans la conception de mains robotiques n'est pas récente comme l'atteste un brevet datant de 1919 [Henning, 1919]. Ce brevet détaille la conception d'une prothèse de main utilisant un mécanisme de sous-actionnement 4-barres entre les phalanges et un mécanisme composé de palonniers entre les doigts, de sorte que le mouvement de fermeture/ouverture de la main est provoqué par un seul câble. Plus récentes, les références suivantes décrivent des mains robotiques sous-actionnées utilisant également des mécanismes 4-barres [Itoh, 1975] [Maeda, 1982]. Néanmoins, l'étude cinématique de ces mécanismes n'a démarré que tardivement, menée essentiellement au laboratoire de robotique de l'université Laval [Laliberté *et al.*, 2002] [Birglen et Gosselin, 2004.a] .

Les mains MARS et SARAH n'ont pas un aspect anthropomorphe et ne sont d'ailleurs pas destinées à des applications de prothèse de main, mais plutôt à des applications dans le domaine spatial ou industriel. On notera donc les tentatives de [Dechev, 2001 ; Light et Chappell, 2000] et [Nasser, 2006] pour adapter le mécanisme de sous-actionnement de type 4-barres aux contraintes

dimensionnelles et esthétiques imposées lors de la conception d'une prothèse de main. Dans le cas de la prothèse TBM (Figure 1.19), le sous-actionnement entre doigts est de type compliant. La main Southampton (Figure 1.20) compte 6 moteurs électriques, un par doigt et deux pour le pouce (abduction/adduction). La prothèse représentée en Figure 1.21 utilise un différentiel à engrenages planétaires. Quatre mécanismes irréversibles de type « écrou et vis sans fin » empêchent les mouvements d'ouverture des doigts, le sous-actionnement entre doigts est donc auto-bloquant.

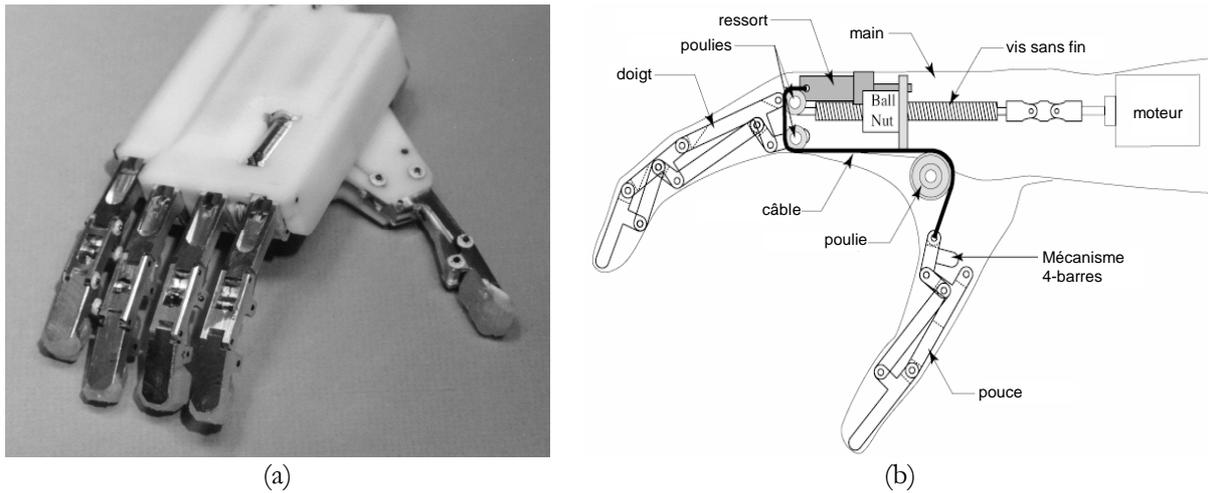


Figure 1.19 : (a) Prothèse de main TBM [Dechev, 2001], (b) mécanisme de sous-actionnement de type « 4-barres » entre phalanges.

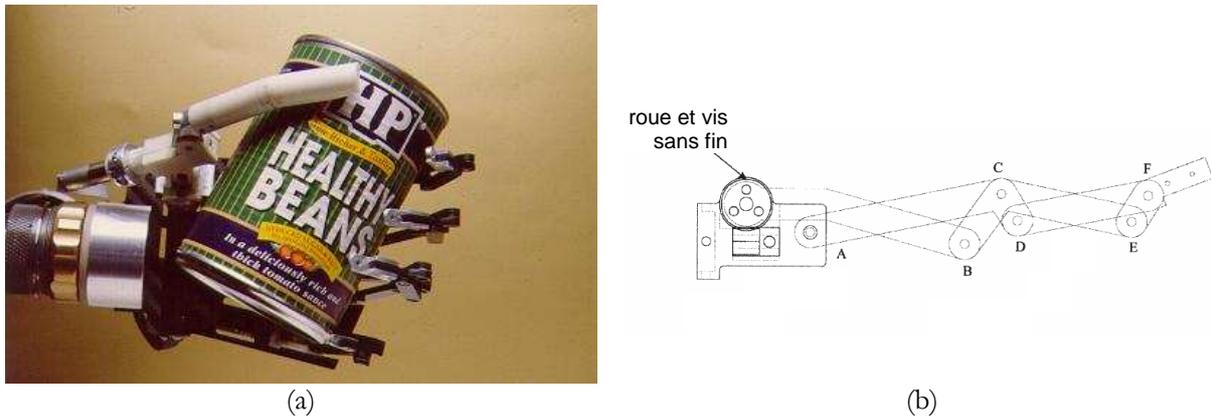


Figure 1.20 : (a) Prothèse de main Southampton, (b) schéma de principe du mécanisme de sous-actionnement entre phalanges [Light et Chappell, 2000].

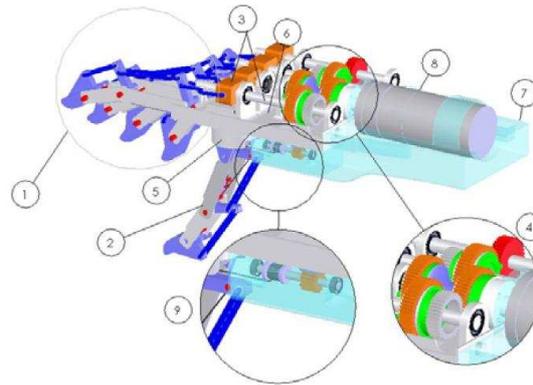


Figure 1.21 : Prothèse de main sous-actionnée, utilisant un mécanisme de sous-actionnement de type 4-barres entre les phalanges [Nasser, 2006].

1.2.2.3.1.2 Mains sous-actionnées à câbles

De nombreuses prothèses de main utilisent des mécanismes à poulie et câble pour introduire du sous-actionnement entre les doigts et les phalanges. En effet, ce type de mécanisme permet de réaliser des constructions compactes et légères. Avec le soft gripper, Hirose figure parmi les pionniers en matière de conception de mécanismes sous-actionnés à câbles [Hirose, 1978] (Figure 1.22). On citera néanmoins deux brevets rapportant l'invention de préhenseurs sous-actionnés à câbles et devant la publication de Hirose de quelques années [Mullen, 1972 ; Skinner, 1975].

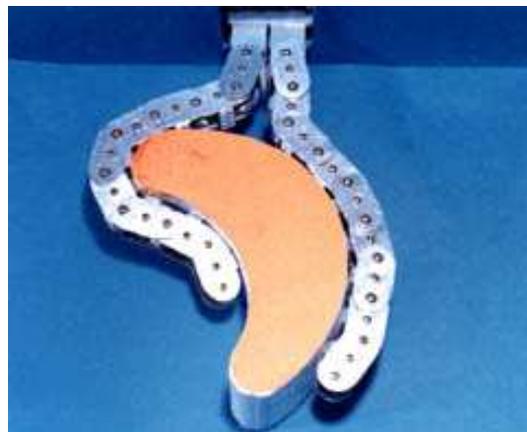


Figure 1.22 : Le Soft Gripper de Hirose (www-robot.mes.titech.ac.jp).

Dans ses travaux, Hirose donne le rapport optimal des rayons des poulies pour obtenir une répartition homogène des efforts de contact, autrement dit, pour que les efforts exercés par chaque phalange soient identiques. Les résultats obtenus sont vrais uniquement lorsque le doigt est dans sa configuration étendue (lorsque les phalanges sont colinéaires) et lorsque les points de contact sont situés au centre de chaque phalange. Il est néanmoins possible de réaliser un doigt à deux phalanges isotrope en effort pour toute configuration du doigt, en remplaçant les poulies par des cames (Figure 1.23.b) dont le profil peut être calculé par la méthode présentée dans [Krut, 2005].

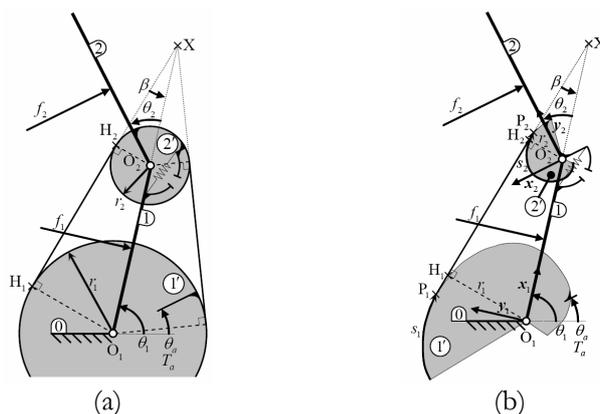


Figure 1.23 : (a) Mécanisme de sous-actionnement à poulie/câble, (b) mécanisme de sous-actionnement à came/câble [Krut, 2005].

Depuis les travaux de Hirose, de nombreuses prothèses de mains utilisant un sous-actionnement de type poulie/câble entre les phalanges ont été développées. Les prothèses du ARTS Lab en sont des exemples parmi d'autres, puisque le sous-actionnement entre les phalanges est réalisé par des mécanismes de type poulie/câble. Néanmoins, le mécanisme de sous-actionnement entre doigts est de type compliant, nous présentons donc ces prothèses dans le §1.2.2.3.2 traitant des mains à sous-actionnement compliant.

La main sous-actionnée développée au LMS de Poitiers compte 3 doigts avec 3 phalanges par doigt et un seul actionneur pour 9 degrés de liberté [Champeau, 1991] (Figure 1.24.a). Les doigts sont sous-actionnés entre eux par un mécanisme différentiel à câbles identique à celui représenté en Figure 1.26.b. Le mécanisme de sous-actionnement entre phalanges est de type poulie/câble (Figure 1.24.b).

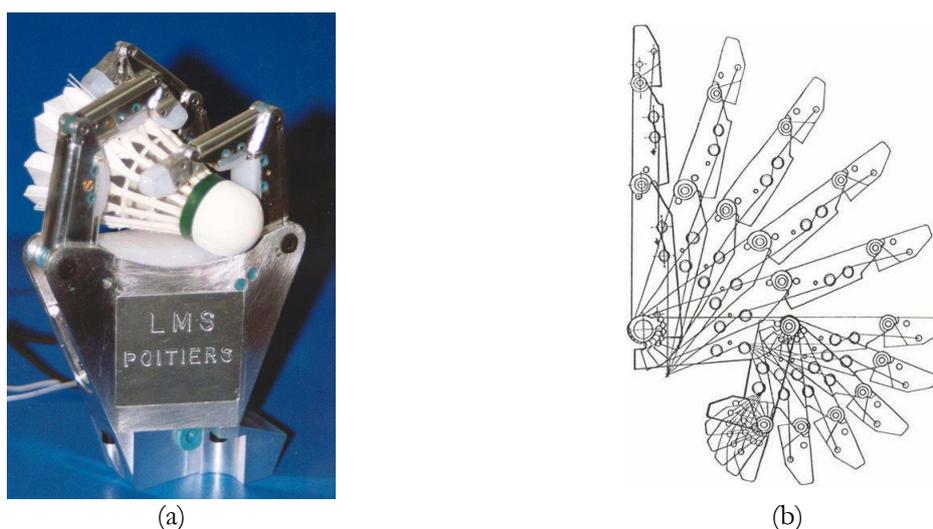


Figure 1.24 : (a) La main sous-actionnée du LMS, (b) séquence de fermeture du doigt sous-actionné [Arsicault, 2004].

Un prototype de main sous-actionnée à tendons a récemment été fabriqué au laboratoire de robotique de l'université Laval (Figure 1.25). Cette main comporte 5 doigts avec quatre degrés de liberté par doigt et un seul actionneur. Une succession de mécanismes de type poulie/câble permet le sous-actionnement entre les doigts et entre les phalanges. Le mouvement d'abduction/adduction du pouce est non-actionné. Une deuxième version légèrement modifiée de cette main a été fabriquée pour pouvoir être adaptée sur un patient amputé de la main. Ainsi, équipé d'un harnais dorsal, l'utilisateur peut provoquer l'ouverture de la prothèse par un mouvement d'épaule. Contrairement à la version précédente, cette main est à ouverture active. En effet, les prothèses de main peuvent être classées en deux catégories distinctes : à ouverture active ou bien à fermeture active, selon qu'il faut exercer un effort pour provoquer respectivement l'ouverture de la main ou sa fermeture. Dans ce dernier cas, l'effort exercé sur l'objet est proportionnel à l'effort développé par l'utilisateur (en négligeant les frottements), ce qui lui donne une meilleure transparence. Malgré cet avantage, ce type de prothèses est peu utilisé car en position repos la main adopte une configuration complètement ouverte jugée peu naturelle.

Pour s'affranchir de ce désagrément, la main TU Delft (à fermeture active) a été conçue de manière à être équilibrée statiquement lorsqu'elle n'est soumise à aucun effort et ce, quelle que soit sa configuration. Pour compenser l'élasticité du gant recouvrant le mécanisme de la prothèse, des ressorts précontraints sont utilisés. La main TU Delft comporte 3 doigts, 2 phalanges par doigt, une seule pour le pouce (Figure 1.26-a). Les doigts sont sous-actionnés entre eux par un mécanisme différentiel à câbles (Figure 1.26-b). Le mécanisme de sous-actionnement entre les phalanges n'utilise pas de poulies (Figure 1.26-c). L'auteur explique néanmoins que ce mécanisme présente un rapport de transmission (rapport effort d'actionnement sur effort des phalanges) très sensible à la configuration du doigt [De Visser et Herder, 2000].

La main SDM est composée de 4 doigts et de deux phalanges par doigt (Figure 1.27.a). Le mécanisme de sous-actionnement entre les doigts est réalisé par une succession de mécanismes poulie/câble. Les doigts ont été réalisés par le procédé SDM (Shape Deposition Manufacturing) permettant d'intégrer à l'intérieur des phalanges les capteurs de position à effet Hall et les gaines de passage du câble [Dollar, 2006] (Figure 1.27.b). Les articulations metacarpophalangienne (MCP) et interphalangienne (IP) sont des liaisons flexibles. La liaison MCP est volontairement moins raide que la liaison IP, de sorte que la phalange proximale se ferme plus rapidement que la phalange distale et arrive au contact de l'objet avant celle-ci.

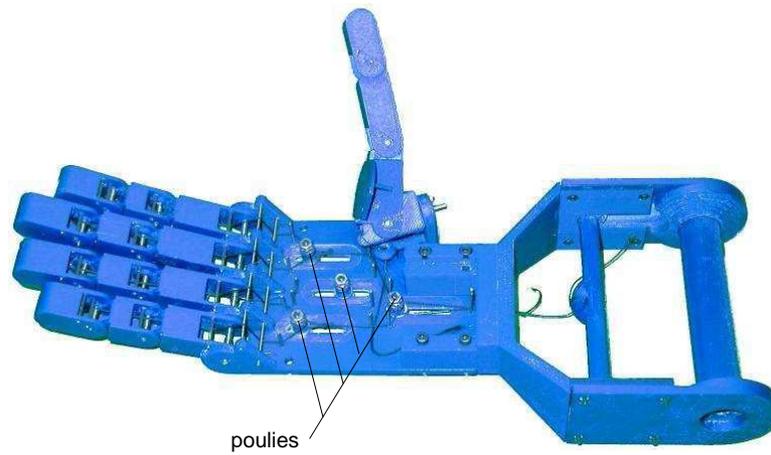
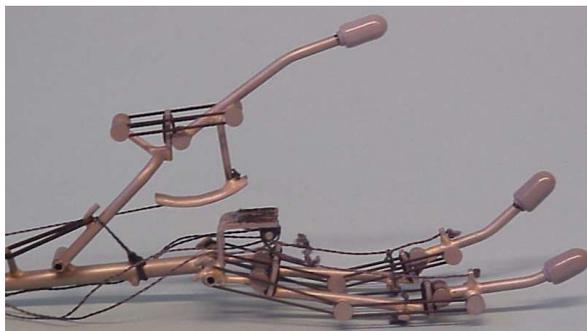
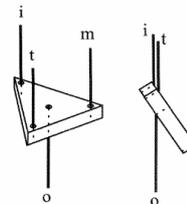


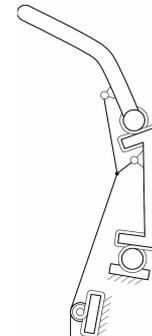
Figure 1.25 : La prothèse de main sous-actionnée de Laval [Birglen et Gosselin, 2006].



(a)

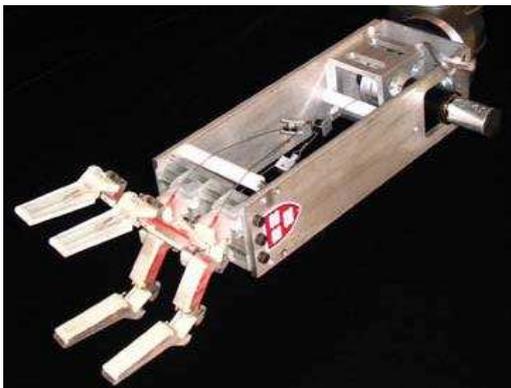


(b)

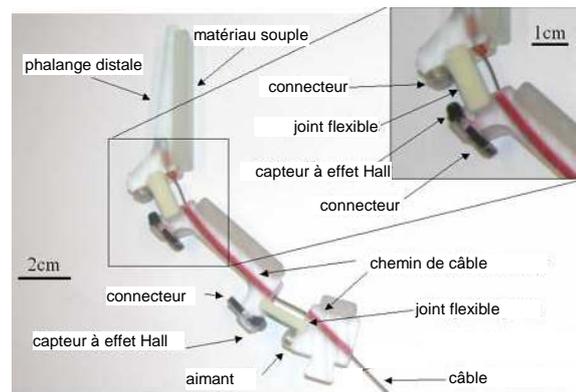


(c)

Figure 1.26 : (a) La main TUDelft, (b) mécanisme de sous-actionnement entre doigts, (c) mécanisme de sous-actionnement entre phalanges [Jobin *et al.*, 2004].



(a)



(b)

Figure 1.27 : (a) La main SDM, (b) doigt à liaisons flexibles [Dollar, 2007].

1.2.2.3.1.3 Mains à différentiel fluidique

Malgré sa simplicité de mise en œuvre, peu de mécanismes utilisent un sous-actionnement de type fluidique. En effet, un simple connecteur en T suffit pour partager l'effort en entrée sur deux sorties. Son faible succès dans la conception de prothèse de main s'explique par la difficulté à produire l'énergie pneumatique ou hydraulique. On notera cependant l'utilisation d'une mini-pompe hydraulique logée dans la paume de la main développée à l'université de Karlsruhe [Schulz *et al.*, 2004] (avec 8 actionneurs hydrauliques et 8 degrés de liberté, cette main n'est pas sous-actionnée). On pourrait en revanche s'attendre à rencontrer plus de pinces industrielles hydrauliques ou pneumatiques sous-actionnées, mais le couplage entre les mors permet le centrage de la pièce relativement à la paume, ce qui est le comportement généralement souhaité.

On citera donc comme seul exemple la pince pneumatique développée au laboratoire de robotique de l'université Laval [Laliberté et Gosselin, 2003] (Figure 1.28). Cette main ressemble à la main SARAH présentée au §1.2.2.3.1.1. La différence réside dans le mécanisme d'actionnement des doigts. Dans le cas de la main pneumatique, trois vérins pneumatiques permettent d'actionner le mouvement de fermeture/ouverture des doigts. Des clapets anti-retour pilotés empêchent tout mouvement de recul des doigts pendant la séquence fermeture de la main. D'après la définition d'un actionneur donnée au §1.2.2.1, un vérin est un actionneur, si bien que le mécanisme d'actionnement des doigts n'est pas sous-actionné. Néanmoins, le différentiel pneumatique entre les vérins (c'est-à-dire un simple connecteur avec une entrée et trois sorties) permet de partager l'effort en entrée sur chaque doigt et ainsi de réduire la dimension du vecteur d'entrée de la commande.

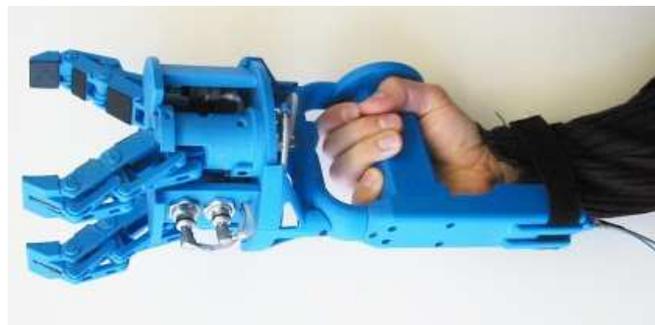


Figure 1.28 : La main pneumatique du laboratoire de robotique de Laval (www.robot.gmc.ulaval.ca).

1.2.2.3.2 Mains à sous-actionnement compliant

Les mains RTR II, SPRING et RTRIV du ARTS Lab, ainsi que la main TBM introduite au §1.2.2.3.1.1, utilisent un mécanisme de sous-actionnement compliant entre les doigts. Le mécanisme de sous-actionnement utilisé entre les phalanges est de type différentiel. Dans le cas de la main TBM, le mécanisme de sous-actionnement entre les doigts est illustré par la Figure 1.29. Chaque doigt est connecté par l'intermédiaire d'un ressort à un même solide qui translate pour provoquer le mouvement de fermeture/ouverture de la main. On remarque simplement qu'en

utilisant ce type de mécanisme, pour un effort d'actionnement identique, l'effort global de serrage dépend de la taille de l'objet.

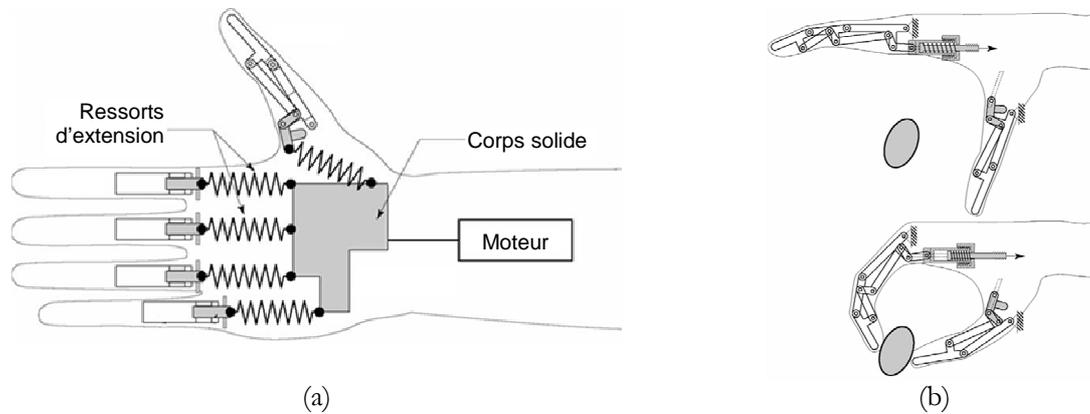


Figure 1.29 : Mécanisme de sous-actionnement compliant entre doigts de la main TBM, (a) avec des ressorts d'extension, (b) avec des ressorts de compression [Dechev, 2001].

Le laboratoire « ARTS Lab » en collaboration avec un consortium de laboratoires européens a développé plusieurs prothèses de mains. Après la tentative non-concluante de prothèse pleinement actionnée RTR I [Dario *et al.*, 2000], une seconde version RTR II (Figure 1.30.a) a été fabriquée avec une motorisation réduite à deux actionneurs (contre 6 pour la RTR I) dans le but de simplifier la commande [Massa *et al.*, 2002]. Un actionneur permet de provoquer la fermeture ou l'ouverture de la main et un second actionneur permet le mouvement d'abduction/adduction du pouce. Un mécanisme de sous-actionnement compliant à ressorts permet de partager l'effort d'actionnement entre les trois doigts (Figure 1.30.b). Le sous-actionnement entre phalanges est réalisé par un mécanisme à poulies/câbles (Figure 1.30.c). A nouveau, dans le souci de simplifier la commande de la prothèse et permettre l'utilisation des signaux EMG¹ pour piloter sa fermeture, un nouveau prototype (la main SPRING ou RTR III) a été développé avec un seul moteur (Figure 1.31.a) [Carrozza *et al.*, 2004]. Le mécanisme de sous-actionnement est identique à la main RTR II, la différence majeure réside dans la suppression du mouvement d'abduction/adduction du pouce. La main RTR IV utilise le même mécanisme d'actionnement que la main RTR III, elle a simplement été moulée en silicone pour améliorer son apparence [Carrozza *et al.*, 2005] (Figure 1.31.b). Ainsi, les articulations interphalangiennes sont réalisées par des liaisons flexibles et le chemin de câble est directement intégré dans les doigts. Enfin, la cyberhand, objectif ultime du projet du même nom, compte 5 doigts, 16 degrés de liberté et 6 actionneurs dont un moteur par doigt et un supplémentaire pour le mouvement d'abduction/adduction du pouce [Cipriani C. *et al.*, 2006] (Figure 1.31.c). Les phalanges sont sous-actionnées entre elles par un mécanisme identique à celui utilisé sur la main RTR II.

¹ Un signal électromyographique est une représentation graphique de l'activité électrique d'un muscle.

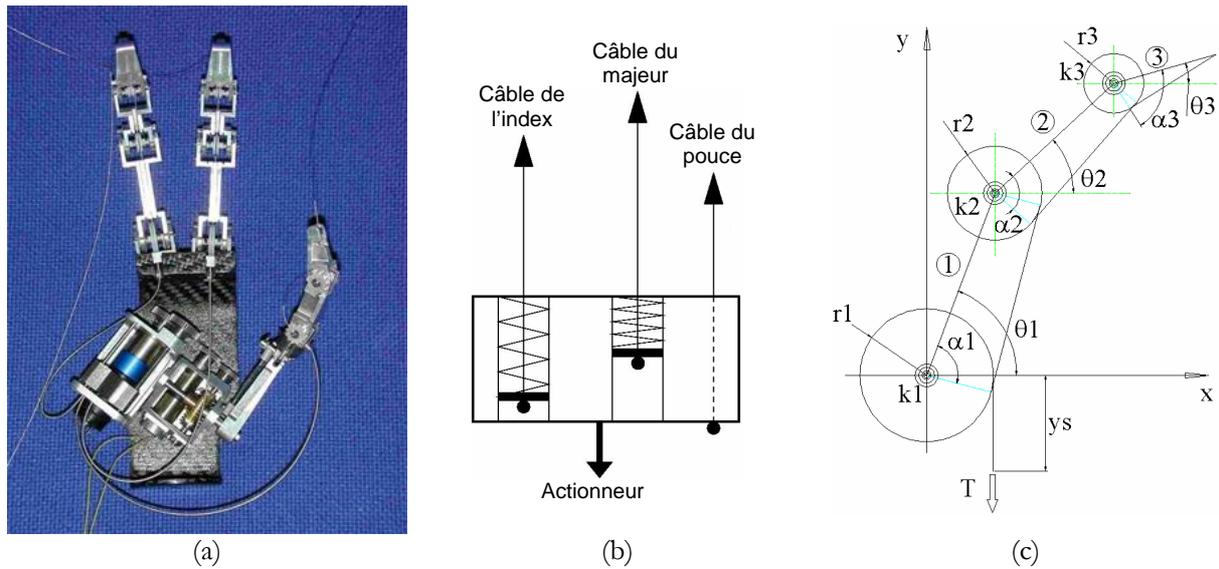


Figure 1.30 : (a) Main RTR II, (b) sous-actionnement compliant entre les doigts (c) sous-actionnement différentiel de type poulie/câble entre phalanges [Zecca, 2003].

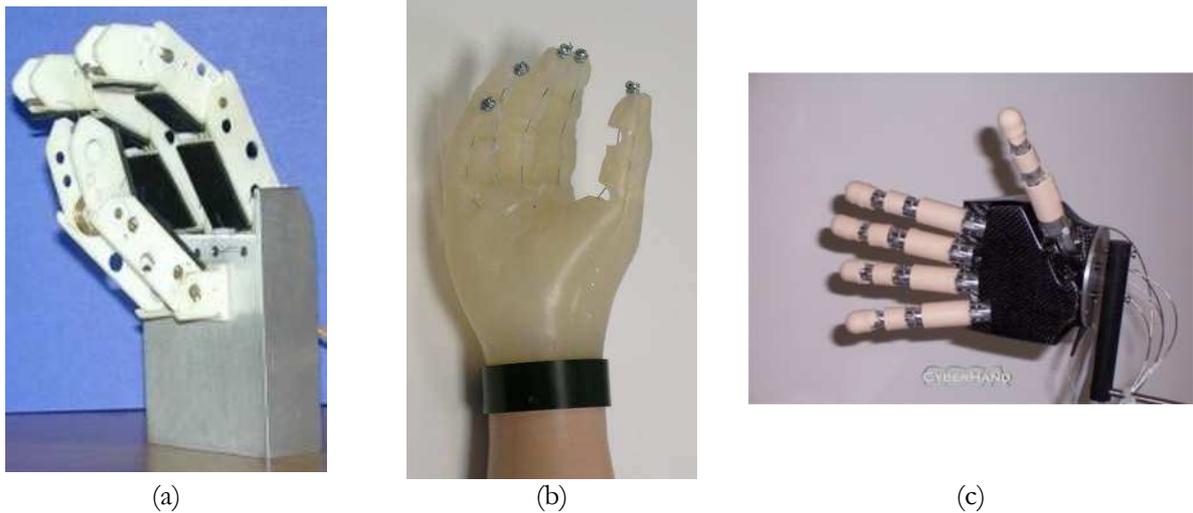


Figure 1.31 : (a) La main SPRING, (b) la main RTR IV du ARTS Lab, (c) la cyber-hand [Cyberhand].

1.2.2.3.3 Mains à sous-actionnement autobloquant

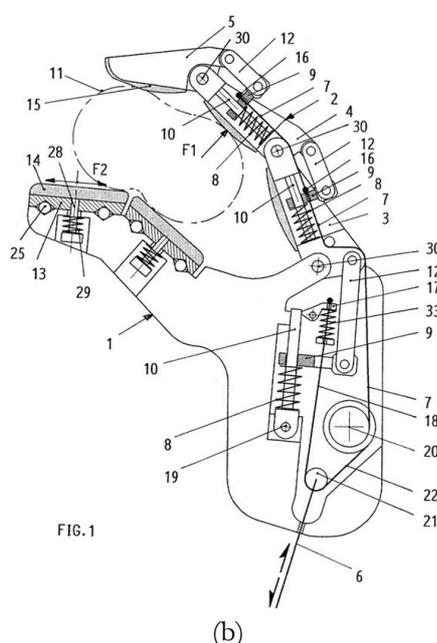
Le principe de sous-actionnement utilisé dans la main conçue par [Lopez, 2001] est assez singulier car il n'utilise aucun mécanisme différentiel ou compliant pour distribuer l'effort d'actionnement, contrairement aux mécanismes rencontrés jusqu'ici. La fermeture des phalanges est provoquée par des ressorts de faible raideur (le pouce est fixe) (Figure 1.32). Des mécanismes à arc-boutement empêchent tout mouvement de retour des phalanges. L'ouverture de la main est provoquée par la mise en tension d'un unique câble (repéré 6 sur la Figure 1.32). Celui-ci provoque la tension du câble 18 et des câbles 7 (un câble par doigt). La tension de ces câbles permet de

désactiver les mécanismes à arc-boutement par l'intermédiaire d'inserts fixés sur les câbles. Les ressorts sont comprimés jusqu'à ouverture complète de la main.

L'effort de serrage dû aux ressorts est quasiment nul, cependant, un mécanisme breveté permet d'augmenter passivement l'effort de serrage en fonction du poids de l'objet ou des accélérations qu'il subit. Lorsque un effort extérieur s'exerce sur l'objet, les composantes normales des efforts de contact résultants exercés sur la phalange sont reprises par les mécanismes anti-retour. Les composantes tangentielles entraînent par frottement la partie superficielle et mobile de la phalange en translation. Par construction cette translation dans le plan tangent à la phalange est couplée à une translation suivant la normale, provoquant ainsi l'effort de serrage. De cette manière, l'effort de serrage dépend de l'effort tangentiel, permettant ainsi de saisir des objets fragiles comme des objets lourds.



(a)



(b)

Figure 1.32 : Main à ouverture active [Lopez, 2001].

Contrairement aux mains sous-actionnées jusqu'alors présentées, la BarrettHand a connu un véritable succès commercial. Il est important de noter que l'on évoque ici la première génération de cette main à 3 doigts, 1 actionneur pour deux phalanges par doigt et un quatrième actionneur pour modifier la configuration de la main. Avec 4 actionneurs et 7 degrés de liberté, la BarrettHand est bien sous-actionnée. La nouvelle version de cette main commercialisée depuis 2006 par la société Schunk compte désormais 7 actionneurs pour 7 degrés de mobilité et n'est donc plus sous-actionnée [Townsend *et al.*, 2007].

Le principe de sous-actionnement utilisé par la BarrettHand est décrit sur la Figure 1.33. Au début de la phase de fermeture, les phalanges sont couplées en rotation par un jeu d'engrenages. Lorsque la phalange proximale entre en contact avec l'objet, la transmission du mouvement de fermeture de l'articulation métacarpophalangienne se désaccouple. Plus précisément, le désaccouplement a lieu lorsque le couple à transmettre par l'arbre de transmission 1 est supérieur au

couple de frottement des rondelles de Belleville. Un dispositif irréversible de type roue et vis sans fin empêche alors tout mouvement de la phalange proximale. La phalange distale peut poursuivre son mouvement de fermeture jusqu'à entrer en contact avec l'objet. L'ensemble des dispositifs irréversibles utilisés dans la transmission des mouvements de fermeture des phalanges permet à la main de résister à des efforts extérieurs importants, dans certaines directions ou toutes suivant la géométrie des points de contact.

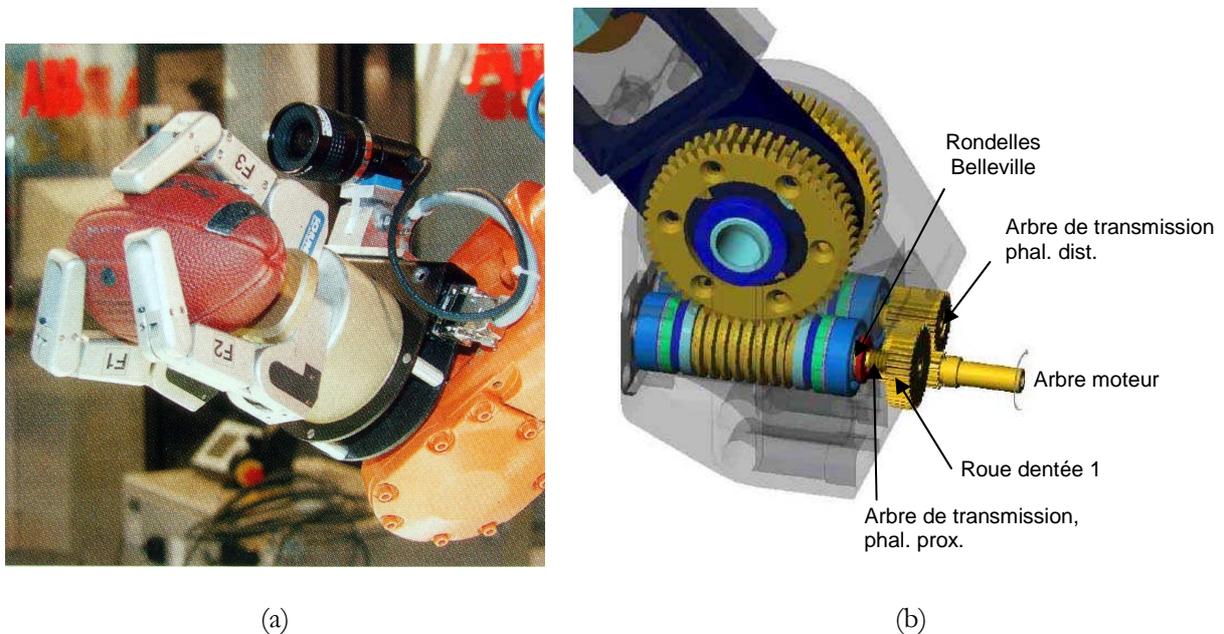


Figure 1.33 : (a) BarretHand [Wolf *et al.*, 2005], (b) son mécanisme de sous-actionnement [Townsend, 2000].

1.2.2.4 Bilan

Le Tableau 1.4 reprend l'ensemble des caractéristiques principales des mains sous-actionnées présentées dans ce paragraphe. On donne pour chaque main le nombre de degrés de liberté et le nombre d'actionneurs. Par définition, ce dernier doit être inférieur au nombre de degrés de liberté de la main. Les mécanismes de sous-actionnement peuvent appartenir à trois différentes catégories, les mécanismes à sous-actionnement différentiel, compliant ou bien autobloquant. Les mécanismes de sous-actionnement entre doigts et entre phalanges sont souvent distincts, on propose donc d'indiquer le type de sous-actionnement utilisé pour chaque sous-ensemble. On met en avant dans ce tableau l'utilisation récurrente de mécanismes irréversibles dans la transmission des mouvements de fermeture des doigts et/ou des phalanges. L'usage de ce type de mécanismes a une forte influence sur la stabilité de la prise. Nous aurons l'occasion de détailler ce point dans le prochain chapitre.

Nom	Nb. de ddl	Nb. d'act.	Type de sous-act. entre doigts	Type de sous-act. entre phalanges	Mécanismes irréversibles	Référence
Soft Gripper	18	2	différentiel poulies/câbles	différentiel poulies/câbles	∅	[Hirose, 1978]
Main du LMS	9	1	différentiel à câbles	différentiel poulies/câbles	∅	[Champeau, 1991]
TU Delft Hand	5	1	différentiel à câbles	différentiel poulies/câbles	∅	[De Visser et Herder, 2000]
BarrettHand	7	3+1	∅	autobloquant	6 roues et vis sans fin	[Townsend, 2000]
Prothèse TBM	15	1	compliant	différentiel 4-barres	∅	[Dechev, 2001]
Main Southampton	15	4+2	∅	différentiel 4-barres	6 roues et vis sans fin	[Light et Chappell, 2000]
Main de Lopez	9	1	autobloquant		9 dispositifs à arc-boutement	[Lopez, 2001]
MARS	12	3+3	∅	différentiel 4-barres	3 écrous et vis sans fin	[Laliberté <i>et al.</i> , 2002]
SARAH	10	1+1	autobloquant	différentiel 4-barres	3 écrous et vis sans fin	[Laliberté <i>et al.</i> , 2002]
Main pneumatique de Laval	10	3+1	∅	différentiel 4-barres	3 clapets anti-retour pilotés	[Laliberté et Gosselin, 2003]
RTR II	9	1+1	compliant	différentiel poulies/câbles	1 écrou et vis sans fin	[Massa <i>et al.</i> , 2002]
SPRING Hand	8	1	compliant	différentiel poulies/câbles	1 écrou et vis sans fin	[Carrozza <i>et al.</i> , 2004]
RTR IV	14	1	compliant	différentiel à câbles	∅	[Carrozza <i>et al.</i> , 2005]
Prothèse de Nasser	15	1	autobloquant	différentiel 4-barres	4 écrous et vis sans fin	[Nasser, 2006]
Cyberhand	16	5+1	∅	différentiel poulies/câbles	∅	[Cipriani C. <i>et al.</i> , 2006]
Prothèse de Laval	17	1	différentiel poulies/câbles	différentiel poulies/câbles	∅	[Birglen et Gosselin, 2006]
SDM Hand	8	1	différentiel poulies/câbles	différentiel à câbles	∅	[Dollar, 2007]

Tableau 1.4 : Caractéristiques des mains robotiques sous-actionnées, le signe ∅ indique qu'il n'y a pas de sous-actionnement.

1.3 Etude du cas Intelpick

1.3.1 La problématique de la préhension dans l'application Intelpick

L'objectif du projet Intelpick est de développer un système robotisé de préparation de commandes de détail. La préparation de commandes de détail consiste à regrouper dans un colis les différents articles composant une commande, avant leur expédition. Le destinataire est soit le client final (e-commerce ou fournitures de bureau par exemple) soit le détaillant (cosmétique, édition/multimédia, pharmaceutique). Plus précisément, il s'agit d'automatiser l'opération de prise et dépose, consistant à prélever un article dans un bac puis à le déposer dans un carton d'expédition.

Les objets traités sont de géométrie et de dimensions variées, majoritairement en plastique ou carton. Les dimensions de l'objet sont cependant limitées par les critères suivants : la somme des trois dimensions du parallélépipède dans lequel est inclus l'objet est comprise entre 50mm et 500mm. Les objets situés dans un même bac de prélèvement sont tous identiques. Dans ce bac, les objets peuvent être arrangés de façon ordonnée ou bien en vrac (Figure 1.34). De manière plus quantitative, le temps de cycle moyen d'une opération de prise & dépose doit être de l'ordre de 4 secondes.

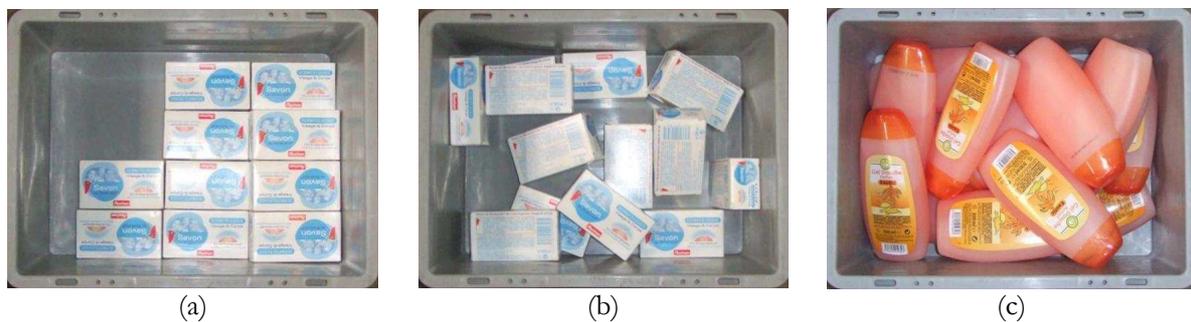


Figure 1.34 : (a) Rangement ordonné des objets dans un bac, (b) (c) arrangement en vrac.

1.3.2 Ebauche de solution de préhenseur

Le choix d'une stratégie globale de préhension sous-entend la conception d'un système de préhension, mais aussi la mise au point d'un algorithme de planification de prise. La planification de prise peut être décomposée en trois étapes distinctes :

- la localisation de l'objet à saisir et des éventuels obstacles environnants,
- la synthèse de prise [Shimoga, 1996], c'est-à-dire la détermination de la position des points de contact relativement à l'objet à saisir pour réaliser une prise robuste,
- la génération de la trajectoire d'approche.

Dans le cadre de l'application Intelpick, ces deux problématiques sont portées à un haut niveau de difficulté, puisqu'il s'agit de saisir, de façon complètement autonome, des objets de formes et dimensions très variées. Ainsi, le système de préhension doit être versatile pour s'adapter à tous types d'objets et le planificateur de prise doit permettre de configurer correctement le préhenseur pour réaliser une prise robuste quel que soit l'objet à saisir.

Les deux notions, système de préhension et synthèse de prise, sont fortement interdépendantes. En effet, la synthèse de prise diffère lorsqu'il s'agit d'un préhenseur à ventouse plutôt que d'une pince à deux mors. Il paraît alors judicieux d'orienter le choix d'une solution globale vers un préhenseur dont la synthèse de prise est plus simple à réaliser et ne nécessite pas de temps de calcul trop importants. Pour cette raison, la préhension par dépression a été sélectionnée parmi l'ensemble des technologies présentées au §1.1. Cette technologie dispose effectivement de caractéristiques intéressantes en terme de temps de cycle, d'effort de saisie et de coût. En outre, l'utilisation de ventouses à soufflets confère une certaine compliance au préhenseur autorisant ainsi une erreur sur la position et l'orientation de l'effecteur terminal par rapport à l'objet à saisir.

Ce type de préhenseur permet également de répondre de manière simple à certaines contraintes spécifiques à l'application Intelpick, que sont le déficit d'accessibilité et de visibilité des objets. En effet, l'objet à saisir n'est pas isolé mais placé dans un bac, avec dans son environnement proche d'autres objets semblables, si bien que toutes les faces de l'objet ne sont pas accessibles par le préhenseur. D'autre part, le système de vision, permettant d'acquérir un nuage de points tridimensionnels de la scène, devra être positionné au-dessus du bac pour éviter les problèmes d'occlusion par les bords du bac. Ainsi, les faces visibles et accessibles sont principalement les faces horizontales positionnées en haut de l'empilement d'objets. Celles-ci correspondent idéalement avec les faces utiles à la préhension lorsqu'on utilise un préhenseur à dépression.

Néanmoins, les préhenseurs à dépression, dans leur grande majorité, supportent plus favorablement des efforts de traction. Ainsi, suivant la direction des efforts exercés sur l'objet pendant le déplacement, ce type de préhenseur peut s'avérer insuffisamment robuste. Dans ce cas, on prévoit d'ajouter un mécanisme stabilisateur, en complément du préhenseur à dépression, de façon à rendre la prise plus robuste. Ce mécanisme doit envelopper l'objet une fois que ce dernier a été extrait de son environnement proche et que toutes ses faces sont accessibles. Le concept du sous-actionnement sera utilisé avec intérêt pour permettre à ce mécanisme de se conformer automatiquement à la géométrie de l'objet.

1.4 Plan de l'exposé

Dans la suite de ce manuscrit, on se propose d'étudier la conception du mécanisme stabilisateur sous-actionné. Il nous faudra naturellement justifier des capacités de ce mécanisme à stabiliser un objet, en utilisant les propriétés de fermeture géométrique et de fermeture en force. Néanmoins, du fait de leur cinématique originale, les mains sous-actionnées représentent un cas particulier auquel les méthodes traditionnelles d'analyse de prise ne sont pas applicables.

Nous proposons donc d'étendre au cas des prises sous-actionnées les propriétés de fermeture géométrique et de fermeture en force respectivement dans le chapitre 2 et le chapitre 3. Dans la

suite du manuscrit on utilise le raccourci « prise sous-actionnée » pour qualifier une prise exercée par un mécanisme sous-actionné. L'étude de ces deux critères fournit de nouveaux outils pour aider à la conception de mains sous-actionnées.

Dans le chapitre 4, nous présentons le démonstrateur réalisé au cours de cette thèse pour valider dans des conditions d'exploitation les travaux réalisés par les différents acteurs investis dans le projet Intelpick. Nous proposons également deux prototypes de préhenseurs auto-adaptatifs TWIX et Octopus, dont la conception repose sur l'utilisation des résultats de l'étude de la fermeture géométrique et de la fermeture en force.

Fermeture géométrique – vers un idéal de prise

Résumé du chapitre :

L'objet de ce chapitre est de proposer des outils permettant d'analyser la robustesse d'une prise sous-actionnée. En effet, malgré l'intérêt des chercheurs pour l'étude de la fermeture géométrique et de la fermeture en force, aucune des méthodes proposées ne permet de considérer la particularité de la cinématique des mains sous-actionnées. Après avoir montré que la définition originale de la fermeture géométrique n'est pas adaptée au cas des prises sous-actionnées car elle est basée sur l'hypothèse que les contacts sont fixes, nous formulons une définition plus générale. A partir de cette nouvelle définition, nous proposons une méthode géométrique pour l'analyse de la fermeture géométrique au 1^{er} ordre des prises sous-actionnées, ainsi qu'une règle de conception simple pour concevoir une main capable de réaliser des prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre. Nous proposons également une méthode d'analyse de la fermeture géométrique à un ordre supérieur des prises sous-actionnées basée sur une modélisation au 1^{er} ordre de la prise.

Sommaire :

Introduction.....	46
2.1 Fermeture géométrique - une définition inadaptée au cas des prises sous-actionnées ..	47
2.2 Extension de la fermeture géométrique au cas des prises sous-actionnées.....	59
2.3 Extension de travaux de la littérature au cas des prises sous-actionnées	75
2.4 Introduction à la fermeture géométrique d'ordre supérieur des prises sous-actionnées ...	80
2.5 Etude de cas.....	87
2.6 Conclusion	91

Introduction

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le concept du sous-actionnement permet de réaliser des préhenseurs qui s'adaptent automatiquement à la géométrie de l'objet à saisir, sans nécessiter de nombreux capteurs ou actionneurs, ni de stratégie de commande complexe. Ainsi, à l'aide d'une simple commande « Tout Ou Rien » tel qu'utilisée couramment pour piloter le mouvement de fermeture/ouverture d'une pince à deux mors, l'utilisation d'un préhenseur sous-actionné permet de multiplier le nombre de contacts avec l'objet et de réaliser une prise enveloppante a priori plus robuste qu'une prise à deux contacts. Pour autant, il existe très peu de préhenseurs sous-actionnés dans l'industrie, en premier lieu parce que la plupart des opérations de préhension peuvent être résolues à l'aide de préhenseurs simples dédiés à des objets uniques, mais aussi parce que ce type de préhenseur exhibe dans certains cas un comportement aberrant résultant en une prise instable. En effet, dans [Laliberté *et al.*, 2002], l'auteur introduit un phénomène caractéristique des mains sous-actionnées : le phénomène d'éjection. Celui-ci peut-être expliqué par l'étude cinématique d'un doigt sous-actionné. Dans certaines configurations du doigt, la distribution des efforts de contact dégénère, c'est-à-dire que pour garantir l'équilibre statique du doigt, certaines phalanges doivent exercer un effort négatif sur l'objet. Du fait de l'unilatéralité des actions de contact, l'équilibre ne peut être atteint, initiant ainsi un phénomène d'éjection.

Ce phénomène d'éjection souligne la nécessité d'une étude plus approfondie de la stabilité des prises sous-actionnées, qui prennent en compte la cinématique particulière de ce type de mécanismes. En effet, l'étude de la stabilité des prises sous-actionnées a fait l'objet de peu de travaux. Il existe donc peu d'outils permettant de concevoir et dimensionner un tel mécanisme de manière à maximiser ses capacités à stabiliser un objet, si bien que sa conception résulte plus souvent d'une démarche intuitive.

Il existe principalement deux critères permettant de caractériser la robustesse d'une prise : la fermeture géométrique (form-closure) et la fermeture en force (force-closure). Ces deux propriétés permettent une étude statique et locale de la stabilité d'une prise. La fermeture géométrique décrit la capacité d'une main à empêcher tout mouvement d'un objet. La fermeture en force décrit la capacité d'une main à contrebalancer toute perturbation extérieure exercée sur l'objet par l'application d'une combinaison d'efforts de contact respectant les capacités des actionneurs et les contraintes de frottement [Bicchi, 1995]. A l'inverse de la fermeture en force, la fermeture géométrique est une propriété purement géométrique puisqu'elle ne dépend pas des capacités des actionneurs ou de la présence éventuelle d'efforts de frottement entre le préhenseur et l'objet. Ces deux propriétés ont fait l'objet de nombreux travaux, mais n'ont jamais été étendues au cas particulier des prises exercées par un mécanisme sous-actionné à notre connaissance¹.

Dans le but de fournir un ensemble complet d'outils propres à l'analyse des caractéristiques d'une prise sous-actionnée, nous proposons respectivement dans ce chapitre puis dans le suivant d'étendre à ce cas les propriétés de fermeture géométrique et de fermeture en force. L'étude de la

¹ Les travaux de [Luo *et al.*, 2004] sur l'analyse des prises sous-actionnées ne prennent pas en compte la cinématique particulière des mains sous-actionnées.

fermeture géométrique ne concerne que les mains sous-actionnées différentielles ou autobloquantes mais pas les mains compliantes.

2.1 Fermeture géométrique - une définition inadaptée au cas des prises sous-actionnées

2.1.1 Rappels sur la définition originale

2.1.1.1 Etat de l'art

La définition de la fermeture géométrique ne fait pas consensus dans la littérature. D'une manière générale, la différence majeure avec la fermeture en force réside dans la non-considération des forces de frottement. Dans les quelques papiers où les forces de frottement sont considérées, les propriétés de fermeture géométrique et de fermeture en force deviennent alors équivalentes. Dans ce manuscrit, on souhaite conserver à la fermeture géométrique son caractère géométrique et donc indépendant de phénomènes physiques tels que les frottements. Les travaux cités en référence dans la suite se rapprochent de cette conception de la fermeture géométrique.

La fermeture géométrique permet de décrire la capacité d'une main ou plus généralement d'un ensemble de contraintes de contact à empêcher les mouvements d'un objet. Le terme « contrainte de contact » relate le fait que les déplacements relatifs de deux solides rigides en contact sont restreints par la condition de non-interpénétration. La Figure 2.1.a illustre la prise fermée géométriquement d'un triangle, en effet tout mouvement de l'objet dans le plan provoque l'interpénétration d'au moins un contact (supposé fixe) avec l'objet.

La propriété de fermeture géométrique a fait l'objet de nombreux travaux qui portent principalement sur trois différents thèmes : la détermination du nombre minimum de contacts nécessaires à la fermeture géométrique, la synthèse de prise et l'analyse de la prise. Ces travaux peuvent également être classés en deux familles selon qu'ils sont basés sur une modélisation au 1^{er} ordre de la prise ou qu'ils introduisent les effets géométriques de 2nd ordre, en considérant la courbure des surfaces en contact.

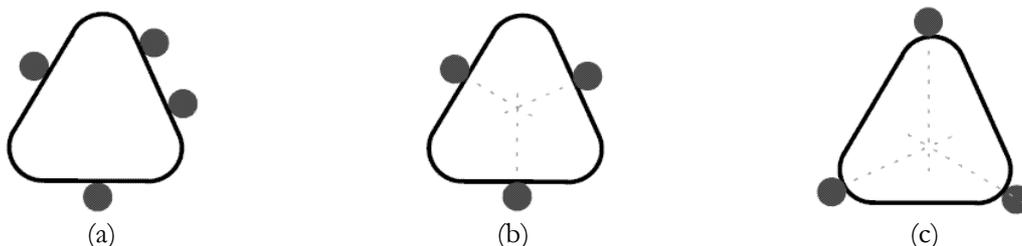


Figure 2.1 : (a) Prise fermée géométriquement au 1^{er} ordre, (b) prise fermée géométriquement au 2nd ordre, (c) prise non-fermée géométriquement [Cheong, 2006].

Les premiers travaux ont démarré avec [Reulaux, 1876] qui démontre qu'un minimum de 4 contacts ponctuels sont nécessaires à la fermeture géométrique d'un objet dans le plan. Ces travaux sont étendus au cas spatial par [Somov, 1900] et [Lakshminarayana, 1978] qui démontrent que 7 contacts ponctuels sont nécessaires à la fermeture géométrique de tout polyèdre. [Markenscoff *et al.*, 1990] et [Mishra *et al.*, 1987] prouvent que 4 (resp. 7) contacts ponctuels sont nécessaires et suffisants à la fermeture géométrique de tout polyèdre dans le cas 2D (resp. 3D). Jusqu'alors, ces travaux sont basées sur des théories du 1^{er} ordre. En adoptant une modélisation au 2nd ordre de la prise, [Rimon et Burdick, 1995] prouvent que tout objet peut être immobilisé à l'aide de 3 (resp. 4) contacts convexes dans le plan (resp. dans l'espace). En effet, pour la prise illustrée sur la Figure 2.1.b comme pour la prise de la Figure 2.1.c, les théories du 1^{er} ordre indiquent que l'objet peut tourner autour du point intersection des normales de contact. Pourtant, le bon sens nous fait dire que la prise (b) est stable alors que la prise (c) ne l'est pas. Ceci peut être démontré en considérant la courbure relative des doigts et de l'objet, c'est-à-dire en adoptant une modélisation géométrique de la prise au 2nd ordre.

On distingue à partir de maintenant dans ce manuscrit deux définitions, la fermeture géométrique au 1^{er} ordre et la fermeture géométrique au 2nd ordre [Rimon et Burdick, 1996]. Bien sûr, chacune de ces deux définitions implique celle de fermeture géométrique. Pour illustration (Figure 2.1), les prises (a) et (b) sont fermées géométriquement, la prise (c) ne l'est pas. La prise (a) est fermée géométriquement au 1^{er} ordre, car une modélisation au 1^{er} ordre suffit pour démontrer la fermeture géométrique, alors que la prise (b) est fermée géométriquement au 2nd ordre, car une modélisation au 2nd ordre est nécessaire pour démontrer la fermeture géométrique.

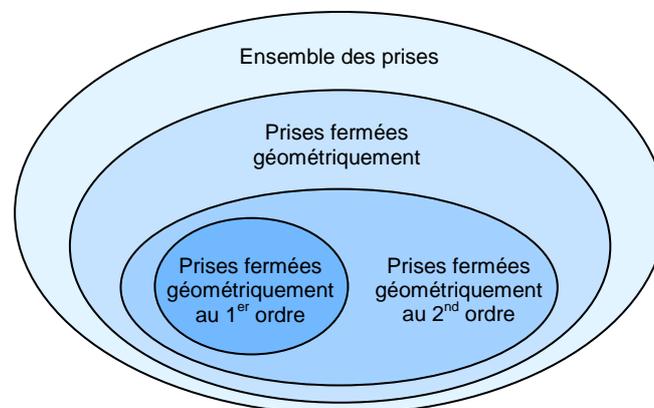


Figure 2.2 : Inclusion des ensembles de prises respectant les différents types de fermeture géométrique.

La seconde problématique abordée dans la littérature est celle de la synthèse de prise, qui consiste à déterminer la position des points de contact de manière à obtenir la fermeture géométrique d'un objet connaissant sa géométrie. [Mishra *et al.*, 1987] présente un algorithme permettant de générer une prise fermée géométriquement au 1^{er} ordre d'un objet 2D (resp. 3D) avec 6 (resp. 12) contacts ponctuels. [Markenscoff *et al.*, 1990] utilisent le plus grand cercle inscrit dans l'objet pour générer une prise fermée géométriquement au 1^{er} ordre d'un polygone 2D avec 4

contacts ponctuels. [Czyzowicz *et al.*, 1999] fournit un algorithme permettant de réaliser la fermeture géométrique au 2nd ordre d'un polygone dans le plan avec 3 contacts ponctuels. [Van der Stappen *et al.*, 2000] propose un algorithme qui calcule toutes les configurations possibles d'un ensemble de contacts ponctuels avec au plus 4 (resp. 3) contacts produisant une prise fermée géométriquement d'un polygone au 1^{er} ordre (resp. 2nd ordre).

Plusieurs méthodes permettent l'analyse d'une prise fermée géométriquement. [Reulaux, 1876] propose une méthode géométrique dans le plan de l'objet, applicable uniquement au cas 2D. Cette méthode est étendue par [Van der Stappen *et al.*, 2000] au cas des prises fermées géométriquement au 2nd ordre en prenant en compte la courbure des surfaces en contact. Une autre méthode d'analyse de la fermeture géométrique au 1^{er} ordre est proposée par [Rimon et Burdick, 1996], celle-ci consiste à vérifier que le polytope convexe formé par les normales au contact (dirigées vers la matière) et exprimées dans l'espace opérationnel contient bien l'origine de l'espace opérationnel. Cette méthode très simple à appréhender est décrite plus en détail au §2.1.1.3. Une méthode analogue, mais appliquée dans l'espace dual des efforts opérationnels, est couramment utilisée pour l'analyse de la fermeture en force. Elle consiste à vérifier que le polytope convexe formé par les torseurs des efforts de contact transmissibles contient l'origine [Salisbury et Craig, 1982] [Ponce *et al.*, 1996]. Lorsque l'on néglige les frottements, ces deux méthodes sont équivalentes [Rimon et Burdick, 1996]. Si l'on dispose d'une modélisation au second ordre de la prise, on pourra appliquer la méthode d'analyse proposée par [Rimon et Burdick, 1996].

2.1.1.2 Formulation mathématique

Dans l'analyse de la fermeture géométrique d'un objet, chaque phalange en contact pourra être perçue comme un obstacle rigide réduisant le champ des déplacements de l'objet. On utilise la définition suivante pour la fermeture géométrique, définition qui est largement acceptée dans la littérature :

Une prise est dite fermée géométriquement si et seulement si pour tout mouvement de l'objet au moins une des contraintes de contact est violée.

Le terme « contrainte de contact » fait référence à la condition de non-interpénétration qui s'applique à deux corps rigides en contact. Cette contrainte de contact est généralement approximée au 1^{er} ordre par souci de simplification et s'écrit sous la forme d'une inégalité [Bicchi et Kumar, 2001] :

$$f(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) \geq 0 \quad (2.1)$$

où $\boldsymbol{\theta}$ décrit la configuration de la main², $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ est le vecteur des vitesses articulaires. \mathbf{u} est la configuration (position et orientation) de l'objet dans l'espace opérationnel et $\dot{\mathbf{u}}$ le vecteur des vitesses opérationnelles (par abus de notation).

² Par analogie avec la main humaine, on utilise le terme de main pour décrire un mécanisme composé de plusieurs chaînes (ou doigts) reliés à un bâti (ou paume) par une liaison pivot ou cardan ; chaque chaîne est composée de plusieurs éléments (ou phalanges) reliés en série par des liaisons pivot.

Dans la majeure partie de la littérature, la configuration de la main est supposée fixe, permettant ainsi d'éviter l'étude cinématique de la main. A travers cette hypothèse, on suppose que la commande en position de chacune des phalanges en contact est infiniment rigide et que les moteurs sont surdimensionnés par rapport aux perturbations susceptibles d'être exercées sur l'objet. La contrainte de contact pour la $i^{\text{ème}}$ phalange s'écrit alors :

$$\hat{\mathbf{n}}_i^T \dot{\mathbf{u}} \geq 0 \quad (2.2)$$

Si cette condition n'est pas respectée, il y a interpénétration de la phalange avec l'objet.

Le vecteur $\hat{\mathbf{n}}_i$ est donné par la relation suivante :

$$\hat{\mathbf{n}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{C}(\mathbf{p}_i) \end{bmatrix} \mathbf{n}_i \quad (2.3)$$

$\mathbf{C}(\mathbf{p}_i)$ est la matrice de pré-produit vectoriel associée au vecteur \mathbf{p}_i , où \mathbf{p}_i est le vecteur position du $i^{\text{ème}}$ point de contact exprimé dans le repère \mathfrak{R}_p attaché à la paume de la main et \mathbf{n}_i est le vecteur normal du $i^{\text{ème}}$ point de contact dirigé vers la matière de l'objet saisi, exprimé dans le repère \mathfrak{R}_p .

Regroupons l'ensemble des contraintes de contact sous forme matricielle :

$$\mathbf{P} \dot{\mathbf{u}} \geq \mathbf{0} \quad (2.4)$$

avec

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{n}}_1 & \cdots & \hat{\mathbf{n}}_{n_c} \end{bmatrix}^T \quad (2.5)$$

La matrice \mathbf{P} est appelée la matrice de projection, que l'on écrit à l'aide de la matrice \mathbf{N} et de la matrice prise \mathbf{G} (grasp matrix ou grasp map) [Bicchi et Kumar, 2001] :

$$\mathbf{P} = \mathbf{N}^T \mathbf{G}^T \quad (2.6)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \cdots & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{C}(\mathbf{p}_1) & \cdots & \mathbf{C}(\mathbf{p}_{n_c}) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{N} = \text{diag}(\mathbf{n}_1, \cdots, \mathbf{n}_{n_c}) \quad (2.8)$$

Ainsi, il est possible d'écrire les propositions suivantes [Bicchi et Kumar, 2001] :

- (i) **la prise n'est pas fermée géométriquement** si et seulement si il existe un mouvement de l'objet $\dot{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{*d}$ tel que toutes les contraintes de contact sont respectées, c'est-à-dire lorsque toute les composantes $\hat{\mathbf{n}}_i^T \dot{\mathbf{u}}$ sont strictement positives :

$$\exists \dot{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{*d}, \forall i \in \{1, \cdots, n_c\} \hat{\mathbf{n}}_i^T \dot{\mathbf{u}} > 0 \quad (2.9)$$

- (ii) **la prise est fermée géométriquement au 1^{er} ordre** si et seulement si quel que soit le mouvement de l'objet $\dot{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{*d}$, au moins une des contraintes de contact est violée $\hat{\mathbf{n}}_i^T \dot{\mathbf{u}} < 0$:

$$\forall \dot{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{*d}, \exists i \in \{1, \dots, n_c\} \hat{\mathbf{n}}_i^T \dot{\mathbf{u}} < 0 \quad (2.10)$$

- (iii) il y a **incertitude** sur la fermeture géométrique de la prise lorsque la condition (i) n'est pas respectée et qu'il existe un mouvement de l'objet $\dot{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{*d}$ tel que toutes les composantes $\hat{\mathbf{n}}_i^T \dot{\mathbf{u}}$ sont positives ou nulles :

$$\exists \dot{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{*d}, \forall i \in \{1, \dots, n_c\} \hat{\mathbf{n}}_i^T \dot{\mathbf{u}} \geq 0 \quad (2.11)$$

Dans les cas (i) et (ii), l'approximation au 1^{er} ordre des contraintes de contact est suffisante pour conclure sur la fermeture géométrique ou non de la prise. Dans le cas (iii), au moins une composante $\hat{\mathbf{n}}_i^T \dot{\mathbf{u}}$ est nulle, si bien que l'approximation au 1^{er} ordre n'est pas suffisante. Il faut alors considérer les effets de 2nd ordre ou d'ordre supérieur pour pouvoir conclure sur la fermeture géométrique de la prise. Si la conclusion est qu'il y a effectivement fermeture géométrique, on parle alors de fermeture géométrique au 2nd ordre (ou à un ordre supérieur).

2.1.1.3 Méthode d'analyse de la fermeture géométrique

Il existe une méthode couramment utilisée dans la littérature pour l'analyse de la fermeture géométrique [Mishra *et al.*, 1987] [Rimon et Burdick, 1996]. Celle-ci consiste à construire le polytope $\text{conv}(\mathbf{P})$, puis à vérifier que l'origine est à l'intérieur strictement de ce polytope. On note $\text{conv}(\mathbf{P})$, l'enveloppe convexe de l'ensemble de points $\mathcal{S} = \{\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_{n_c}\}$, où \mathbf{P}_i est le point de coordonnées $\hat{\mathbf{n}}_i$ ($\hat{\mathbf{n}}_i^T$ est la ligne i de la matrice \mathbf{P}). Il est difficile de donner un sens physique au polytope $\text{conv}(\mathbf{P})$, à moins de raisonner dans l'espace dual des efforts de contact. En effet, lorsque l'on suppose que les forces de frottement sont nulles, le polytope $\text{conv}(\mathbf{P})$ correspond au domaine des efforts opérationnels transmissibles (positifs) tels que la somme des efforts de contact est égale à 1. Dans la suite, on utilise cet outil pour vérifier que l'ensemble des contraintes de contact couvre (et empêche) l'ensemble des directions de déplacement de l'objet.

Ainsi, on écrit les propositions suivantes :

- (i) la prise n'est pas fermée géométriquement si et seulement si l'origine de l'espace opérationnel est située à l'extérieur strictement du polytope $\text{conv}(\mathbf{P})$,
- (ii) la prise est fermée géométriquement au 1^{er} ordre si et seulement si l'origine de l'espace opérationnel est située à l'intérieur strictement du polytope $\text{conv}(\mathbf{P})$,
- (iii) il y a incertitude sur la fermeture géométrique de la prise lorsque l'origine de l'espace opérationnel est située sur la frontière du polytope $\text{conv}(\mathbf{P})$.

Ces propositions sont illustrées à l'aide de deux exemples simples. Pour faciliter la visualisation, on choisit d'étudier un espace opérationnel de dimension 2, ainsi seules les translations³ de

³ Bien entendu, lorsque l'on considère tous les mouvements de l'objet dans le plan y compris les rotations, la fermeture géométrique d'un disque est impossible à garantir car la rotation autour du centre du disque ne peut pas être empêchée, quel que soit le nombre de contacts mis en jeu.

l'objet dans le plan sont considérées. L'exemple de la Figure 2.3 représente la prise d'un disque respectant la fermeture géométrique, puisque l'origine de l'espace des configurations de l'objet est à l'intérieur strictement du polytope $\text{conv}(\mathbf{P})$. La prise représentée en Figure 2.4 n'est pas fermée géométriquement, car l'origine de l'espace des configurations est à l'extérieur strictement du polytope $\text{conv}(\mathbf{P})$.

Cette méthode géométrique permet aisément d'appréhender le fait qu'au moins $d+1$ contacts ponctuels sont nécessaires à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre d'un objet dans un espace opérationnel de dimension d . En effet, le polytope doit être composé d'au moins $n+1$ points pour contenir en son intérieur strictement l'origine d'un espace de dimension n .

Il existe un autre type de représentation dans l'espace opérationnel permettant de conclure sur la fermeture géométrique. Celui-ci consiste à représenter les demi-espaces des mouvements autorisés par les contraintes de contact (tel qu'il n'y a pas interpénétration avec l'objet). En effet, chaque vecteur $\hat{\mathbf{n}}_i$ définit un demi-espace interdit aux mouvements de l'objet tel que $\hat{\mathbf{n}}_i^T \dot{\mathbf{u}} < 0$. $\hat{\mathbf{n}}_i$ est le vecteur normal à l'hyperplan pointant vers le demi-espace des mouvements autorisés. Si l'union des demi-espaces interdits est \mathbb{R}^{*d} , alors l'ensemble des mouvements est interdit hormis le vecteur nul. L'objet est donc immobilisé : il y a fermeture géométrique au 1^{er} ordre.

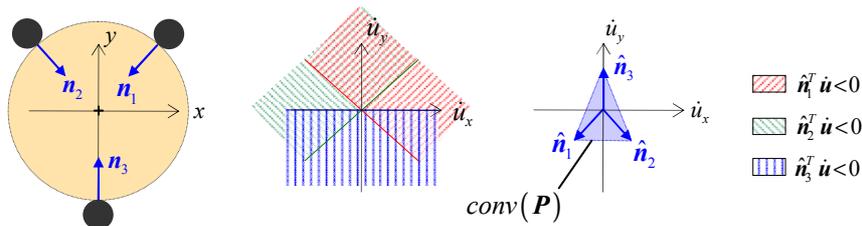


Figure 2.3 : L'origine de l'espace opérationnel est à l'intérieur strictement du polytope convexe $\text{conv}(\mathbf{P})$: la prise est fermée géométriquement.

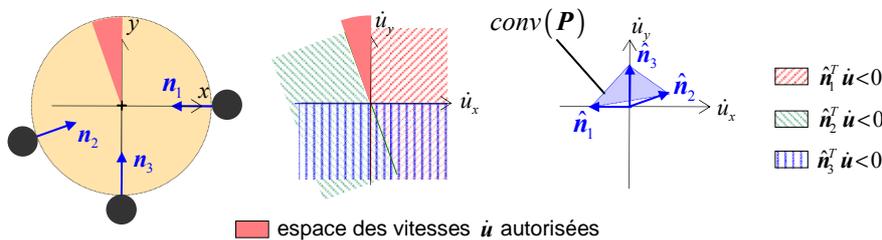


Figure 2.4 : L'origine de l'espace opérationnel est à l'extérieur strictement du polytope convexe $\text{conv}(\mathbf{P})$: la prise n'est pas fermée géométriquement.

2.1.2 Analyse de la fermeture géométrique des prises sous-actionnées

Dans ce paragraphe, on montre par l'exemple que la définition de la fermeture géométrique telle qu'elle est largement acceptée dans la littérature et telle qu'elle est présentée au §2.1.1, ne permet pas de traiter le cas des prises sous-actionnées. On démontre cela en faisant l'analyse de la fermeture géométrique d'une prise simple à deux doigts. Chaque pince diffère par le type d'actionnement et le type de transmission utilisé pour produire le mouvement de fermeture. Afin de simplifier au maximum cette analyse et permettre une bonne compréhension du fonctionnement de chaque mécanisme, on considère un espace opérationnel à une seule dimension, c'est-à-dire que l'on étudie simplement la capacité de chaque pince à empêcher la translation suivant x de l'objet.

2.1.2.1 Analyse d'un mécanisme pleinement actionné

Le premier mécanisme étudié est pleinement actionné (Figure 2.5), c'est-à-dire que chacun des deux mors de la pince est actionné indépendamment. On fait l'hypothèse que la commande en position de chaque mors est infiniment rigide de sorte que chaque mors est considéré comme fixe relativement au bâti :

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0 \quad (2.12)$$

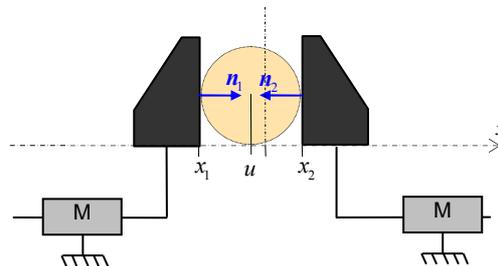


Figure 2.5 : Schéma d'une prise pleinement actionnée à deux contacts. Cette prise est fermée géométriquement, car toute translation suivant \bar{x} est interdite.

Puisque les mors sont fixes, le mors gauche impose la condition de non-interpénétration suivante :

$$\dot{u}_x \geq 0 \quad (2.13)$$

et le mors droit impose :

$$\dot{u}_x \leq 0 \quad (2.14)$$

Le seul mouvement de l'objet respectant les contraintes de contact (2.13) et (2.14) est $\dot{u}_x = 0$. L'objet est donc immobilisé et la prise est fermée géométriquement. Par ailleurs, lorsque l'on applique la méthode d'analyse décrite au §2.1.1.3, le polytope $\text{conv}(\mathbf{P})$ est réduit à un segment,

avec $\hat{n}_1 = 1$ et $\hat{n}_2 = -1$. L'origine de l'espace opérationnel est bien à l'intérieur strictement de ce segment.

2.1.2.2 Analyse d'un mécanisme sous-actionné

Le mécanisme étudié dans ce paragraphe diffère du précédent par son type d'actionnement (Figure 2.6). En effet, le mécanisme de fermeture/ouverture est sous-actionné par un mécanisme différentiel de type poulie/tendon. L'introduction du sous-actionnement permet de mettre les deux mors au contact quelle que soit la position de l'objet et ce, avec un seul actionneur.

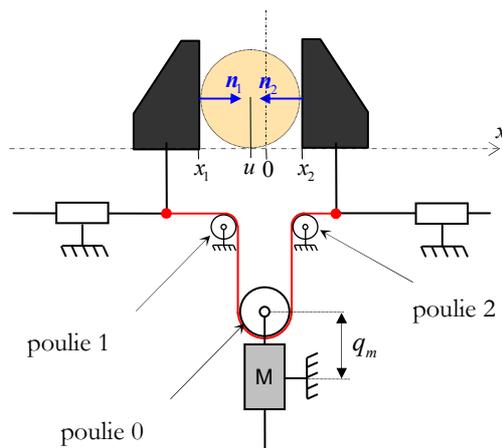


Figure 2.6 : Schéma d'une prise sous-actionnée à deux contacts. Cette prise n'est pas fermée géométriquement, car l'objet peut translater librement suivant \vec{x} dans les deux sens.

Lorsque l'on renouvelle l'analyse de la fermeture géométrique de cette prise, on en déduit qu'elle est fermée géométriquement puisque les mors et l'objet sont positionnés identiquement à la prise décrite au §2.1.2.1. Pourtant, le bon sens nous fait dire que l'objet n'est pas immobilisé et qu'il peut translater librement suivant \vec{x} dans les deux sens, relativement au bâti. Il est possible de le prouver de façon analytique en écrivant la relation introduite par le mécanisme de sous-actionnement :

$$\dot{x}_2 - \dot{x}_1 = 2\dot{q}_m \quad (2.15)$$

avec \dot{q}_m la vitesse en sortie de l'actionneur linéaire.

De la même façon que pour l'exemple du §2.1.2.1, on suppose que la commande en position de l'actionneur est de raideur infinie, si bien qu'une fois les mors au contact de l'objet, on garantit :

$$\dot{q}_m = 0 \quad (2.16)$$

Les relations (2.15) et (2.16) impliquent :

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 \quad (2.17)$$

La condition de non-interpénétration pour le mors gauche s'écrit :

$$\dot{x}_1 \leq \dot{u}_x \quad (2.18)$$

et pour le mors droit :

$$\dot{u}_x \leq \dot{x}_2 \quad (2.19)$$

Les relations (2.17), (2.18) et (2.19) impliquent alors :

$$\dot{u}_x = \dot{x}_1 = \dot{x}_2 \quad (2.20)$$

Ainsi, tous mouvements coordonnés de l'objet et des mors vérifiant la relation (2.20) ne peuvent être interdits ni par les contraintes de contact, ni par la contrainte imposée par l'actionneur (2.19). Bien que les mors restent toujours au contact de l'objet, ce mécanisme est incapable de réaliser une prise fermée géométriquement, car l'objet peut toujours se déplacer relativement à la paume.

2.1.2.3 Analyse d'un mécanisme sous-actionné avec transmission irréversible

Le mécanisme étudié dans ce paragraphe est sous-actionné par un différentiel à engrenage (Figure 2.7). Le mouvement de fermeture de chaque mors est transmis via un mécanisme irréversible de type « crémaillère et vis sans fin ». La notion d'irréversibilité est détaillée au §2.2.2.2. Lorsque les deux mors sont en contact, les deux mécanismes irréversibles imposent les égalités suivantes :

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0 \quad (2.21)$$

Les mors étant considérés comme fixes, on peut se ramener à l'étude du cas pleinement actionné (Figure 2.5). La prise est donc fermée géométriquement.

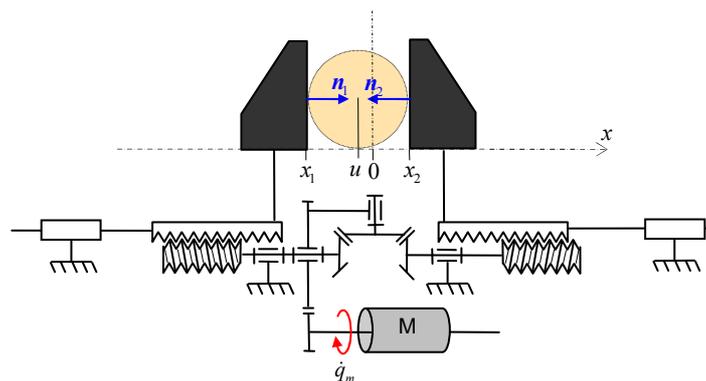


Figure 2.7 : Schéma d'une prise sous-actionnée à deux contacts. Cette prise est fermée géométriquement au 1^{er} ordre grâce à l'introduction de deux mécanismes irréversibles dans la transmission du mouvement de fermeture de la pince.

NB : On peut discuter l'utilisation d'une commande en position pour commander une pince sous-actionnée. En effet l'introduction du sous-actionnement n'a d'intérêt que lorsque l'on ne

connait de l'objet ni la position, ni les dimensions, ni la forme. Par conséquent, on ne connaît pas la position à atteindre par les mors. Il paraît donc plus logique de commander une pince sous-actionnée en effort, où la consigne devient l'effort de serrage. Dans ce cas précis, les contraintes imposées par chaque mécanisme irréversible deviennent :

$$\dot{x}_1 \geq 0 \text{ et } \dot{x}_2 \leq 0 \quad (2.22)$$

En effet, lorsque le couple en entrée des mécanismes irréversibles est maintenu tout au long de la séquence de fermeture, les mors peuvent avancer mais pas reculer. Cette nouvelle formulation des contraintes ne modifie pas (dans ce cas précis) la conclusion sur la fermeture géométrique de la prise.

2.1.2.4 Analyse d'un mécanisme sous-actionné – introduction aux effets de 2nd ordre

Le mécanisme étudié dans ce paragraphe est sous-actionné par un mécanisme de type poulie/tendon. L'unique actionneur provoque la fermeture de la pince en tendant le câble 0, cette tension est transmise aux câbles 1 et 2 qui sont connectés au câble 0 au point A (Figure 2.8). De même que pour le mécanisme de la Figure 2.6, la méthode d'analyse présentée au §2.1.1.3 conclut à la fermeture géométrique de la prise. Pourtant, cette fois encore, le bon sens nous fait dire que l'objet (tel que représenté en Figure 2.8) peut se déplacer vers la droite.

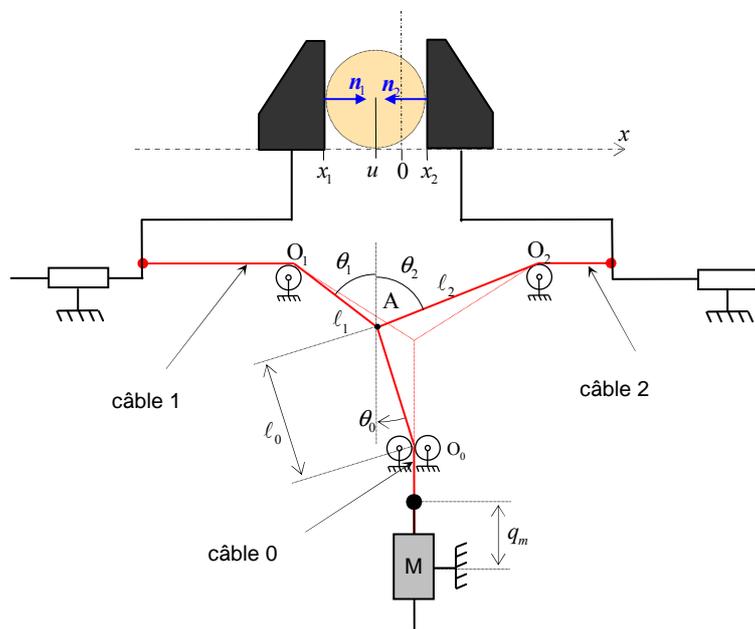


Figure 2.8 : Schéma d'une pince sous-actionnée à deux contacts. Cette pince n'est pas fermée géométriquement car l'objet peut translater vers la droite. L'objet a tendance à évoluer vers la position centrale où la prise est alors fermée géométriquement au 2nd ordre.

Comme nous l'avons soulevé précédemment, l'utilisation d'une commande en position n'a que peu de sens lorsqu'on souhaite commander la fermeture d'une pince sous-actionnée. On mo-

délise alors le comportement de l'actionneur comme un mécanisme irréversible, de telle sorte que pendant la séquence de fermeture de la pince celui-ci ne recule jamais quelles que soient les perturbations exercées sur l'objet. La relation suivante est imposée par l'actionneur :

$$\dot{q}_m \leq 0 \quad (2.23)$$

ou de manière équivalente :

$$\dot{\ell}_0 \leq 0 \quad (2.24)$$

Le mécanisme de sous-actionnement impose la relation suivante :

$$S_{\theta_2-\theta_0} \dot{\ell}_1 + S_{\theta_1+\theta_0} \dot{\ell}_2 + S_{\theta_1+\theta_2} \dot{\ell}_0 = 0 \quad (2.25)$$

où ℓ_i est la distance du point O_i au point A et θ_i est l'angle entre le câble i et la verticale.

On peut réécrire la relation (2.25) comme suit :

$$S_{\theta_2-\theta_0} \dot{x}_1 - S_{\theta_1+\theta_0} \dot{x}_2 + S_{\theta_1+\theta_2} \dot{q}_m = 0 \quad (2.26)$$

En supposant que les mors restent toujours au contact de l'objet ($\dot{x}_1 = \dot{u} = \dot{x}_2$), il est possible d'écrire \dot{q}_m en fonction du déplacement de l'objet \dot{u} :

$$\dot{q}_m = \lambda \dot{u} = \frac{S_{\theta_1+\theta_0} - S_{\theta_2-\theta_0}}{S_{\theta_1+\theta_2}} \dot{u} \quad (2.27)$$

On remarque que le coefficient λ n'est pas constant puisqu'il dépend des angles θ_0 , θ_1 , θ_2 . Lorsqu'on suppose les mors au contact de l'objet, il est possible d'écrire l'expression de ce coefficient en fonction de la position de l'objet u . On pose la condition aux limites suivants : $u = 0$ lorsque $\theta_0 = 0$. La Figure 2.9 représente l'évolution de $\lambda = dq_m/du$ et de sa dérivée d^2q_m/du^2 en fonction de u . On distingue trois cas différents :

- (i) $\lambda > 0$ lorsque l'objet est sur la gauche ($u < 0$) : la condition imposée par l'actionneur (2.23) est vérifiée quel que soit $\dot{u} \geq 0$, l'objet peut donc se déplacer vers la droite,
- (ii) $\lambda < 0$ lorsque l'objet est sur la droite ($u > 0$) : la condition (2.23) est vérifiée quel que soit $\dot{u} \leq 0$, l'objet peut se déplacer vers la gauche,
- (iii) $\lambda = 0$ lorsque l'objet est centré ($u = 0$) : la condition (2.23) est vérifiée quel que soit \dot{u} .

Dans les deux premiers cas, la prise résultante n'est pas fermée géométriquement. Dans le cas (iii), on a $\dot{q}_m = 0$ quel que soit \dot{u} , ce qui signifie que l'objet peut se déplacer de gauche à droite. Cependant, si on considère les effets de 2nd ordre, on remarque que d^2q_m/du^2 est positif, c'est-à-dire que l'actionneur a tendance à reculer quel que soit le mouvement de l'objet. Cette position d'équilibre est donc stable. On dit dans ce cas, que la prise est fermée géométriquement au 2nd ordre.

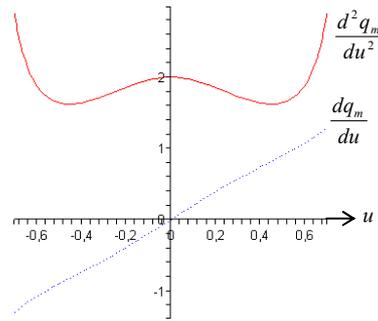


Figure 2.9 : Représentation de $\frac{dq_m}{du}$ et $\frac{d^2q_m}{du^2}$ en fonction de u ; lorsque l'objet est en position centrée : $u = 0$, la prise est fermée géométriquement au 2nd ordre.

2.1.2.5 Discussion

Nous avons analysé dans ce paragraphe la fermeture géométrique de 4 différentes prises à deux contacts. Chaque prise se différencie par le type d'actionnement et le type de transmission utilisé pour réaliser le mouvement de fermeture/ouverture de la pince.

Lorsque l'on applique directement la méthode d'analyse de la fermeture géométrique telle que présentée au §2.1.1.3, celle-ci conclut à la fermeture géométrique de manière identique pour les 4 prises. En effet, lorsque l'on ne considère pas la cinématique de la pince mais seulement la position respective des points de contact et de l'objet, alors les 4 prises sont semblables. Bien entendu, comme cela a été montré, cette conclusion est fautive et l'introduction de sous-actionnement ou de mécanismes irréversibles influence grandement la stabilité de la prise (Tableau 2.1). Cela s'explique car la propriété de fermeture géométrique telle qu'elle est régulièrement rencontrée dans la littérature est basée sur l'hypothèse que les points de contact sont fixes relativement à la paume ou au bâti. Or dans le cas d'un mécanisme sous-actionné, cette hypothèse est fautive.

L'étude de cas simples tels que ceux proposés permet d'appréhender de manière intuitive les différents types de fermetures géométriques. On retrouve bien entendu le même type de phénomènes pour les mains sous-actionnées plus complexes. On propose donc dans le paragraphe suivant une méthode d'analyse de la fermeture géométrique d'une main sous-actionnée à plusieurs doigts et plusieurs phalanges. Cette méthode prend en compte non seulement les contraintes de contact mais aussi les contraintes imposées par les mécanismes irréversibles.

Type d'actionnement	Pleinement actionnée	Pince sous-actionnée 1	Pince sous-actionnée 2	Pince sous-actionnée 3
Capacité en fermeture géométrique	oui	non	oui	oui à une position unique
Type de fermeture géométrique	1 ^{er} ordre	∅	1 ^{er} ordre	2 nd ordre

Tableau 2.1 : Différents types de comportements en fermeture géométrique de pinces sous-actionnées.

2.2 Extension de la fermeture géométrique au cas des prises sous-actionnées

2.2.1 Définition

La propriété de fermeture géométrique telle qu'elle est régulièrement rencontrée dans la littérature est basée sur l'hypothèse que les points de contact sont fixes. Considérant une main robotique, cette hypothèse revient à supposer que la commande en position de chaque phalange est infiniment rigide, de sorte que la configuration de la main est inchangée quelle que soit l'amplitude des perturbation exercées sur l'objet. Ceci permet de grandement simplifier le problème en évitant l'analyse de la cinématique de la main. Cette hypothèse est justifiable pour la plupart des mains robotiques dont la position de chaque phalange peut être contrôlée indépendamment. A l'inverse, il n'est pas possible de contrôler indépendamment la position de chaque phalange d'une main sous-actionnée. L'hypothèse des points de contact fixes est donc fautive dans le cas d'une main sous-actionnée.

On souhaite reformuler la définition de la fermeture géométrique de telle sorte qu'elle s'applique au cas des prises sous-actionnées. Puisque l'immobilité des points de contact (ou de la main) n'est pas garantie, on se propose d'étudier non plus simplement les mouvements de l'objet mais les mouvements de la prise, c'est-à-dire les mouvements du système global composé de l'objet et de la main. Il s'agit ensuite de vérifier que toute variation de la configuration de la prise est bien empêchée par un ensemble de contraintes cinématiques unilatérales. Parmi ces contraintes cinématiques, on considère les contraintes de contact (non-inté-pénétration) et les contraintes imposées par les mécanismes irréversibles. En effet, l'introduction de mécanismes irréversibles dans la transmission du mouvement de fermeture/ouverture d'une pince sous-actionnée a une influence directe sur la stabilité de la prise comme nous l'avons montré au §2.1.2. Ceci explique pourquoi un grand nombre de mains sous-actionnées présentées au §1.2.2.3 utilisent des mécanismes irréversibles, sans jamais le justifier cependant.

Nous proposons de reformuler la définition de la fermeture géométrique comme suit :

Une prise est dite fermée géométriquement si et seulement si pour toute variation de la configuration de la prise, au moins une des contraintes cinématiques unilatérales est violée.

2.2.2 Formulation mathématique

L'objet de ce paragraphe est la formulation mathématique des contraintes imposées par un mécanisme irréversible et la réécriture des contraintes cinématiques de contact. On souhaite conserver une modélisation au 1^{er} ordre pour des raisons de simplicité. Dans la suite de cette

étude, on considère des prises enveloppantes et non pas des prise fines, c'est-à-dire que la main englobe l'objet de sorte que plusieurs phalanges d'un même doigt sont au contact de l'objet.

2.2.2.1 Reformulation des contraintes de contact

2.2.2.1.1 Cas de deux solides en mouvement

Puisqu'on ne considère plus les phalanges comme étant fixes dans l'espace, il est nécessaire de reformuler la condition de non-interpénétration (2.2) en introduisant la vitesse de déplacement des phalanges.

Considérons deux solides rigides indéformables en contact S_1 et S_2 , séparés au point de contact A par un plan tangent (π) de vecteur normal \mathbf{n}_A (Figure 2.10). Soient \mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2 les configurations de S_1 et S_2 respectivement. La condition de non-interpénétration approximée au 1^{er} ordre s'écrit :

$$v_2^y \geq v_1^y \quad (2.28)$$

où v_1^y et v_2^y sont les vitesses de déplacement selon la normale \mathbf{n}_A au point de contact A appartenant respectivement au solide S_1 et au solide S_2 .

De manière équivalente, on écrit,

$$\hat{\mathbf{n}}_A^T \dot{\mathbf{u}}_2 \geq \hat{\mathbf{n}}_A^T \dot{\mathbf{u}}_1 \quad (2.29)$$

avec

$$\hat{\mathbf{n}}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{C}(\mathbf{p}_A) \end{bmatrix} \mathbf{n}_A \quad (2.30)$$

où \mathbf{p}_A est la position du point de contact A .

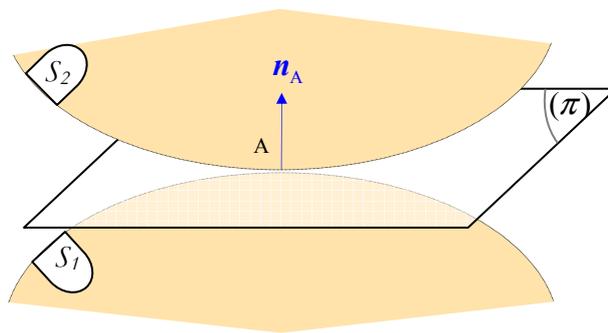


Figure 2.10 : Deux solides en contact séparés par un plan tangent (π) .

2.2.2.1.2 Cas d'une prise enveloppante

Étudions maintenant le cas qui nous intéresse plus précisément, celui d'une prise enveloppante exercée par une main à m doigts et n phalanges par doigt. On considère un seul contact ponctuel par phalange.

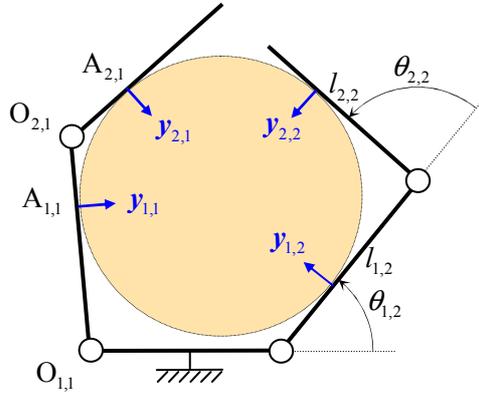


Figure 2.11 : Prise enveloppante d'un disque par une main à deux doigts et deux phalanges par doigt.

Lorsque toutes les phalanges sont au contact, les conditions de non-interpénétration s'écrivent :

$$v_{i,k}^{y,o} \geq v_{i,k}^{y,p}, \quad \forall i = \{1, \dots, n\} \text{ et } \forall k = \{1, \dots, m\} \quad (2.31)$$

avec $v_{i,k}^{y,o}$ et $v_{i,k}^{y,p}$ les vitesses du point de contact $A_{i,k}$ appartenant respectivement à l'objet et à la phalange i du doigt k , selon la normale au contact $y_{i,k}$.

On cherche à exprimer ces conditions de non-interpénétration sous forme matricielle. On utilise pour cela la matrice jacobienne du doigt J_k reliant le vecteur $\dot{\theta}_k$ au vecteur $v_k^{y,p}$. En faisant l'hypothèse de contact sans frottement, on obtient :

$$v_k^{y,p} = J_k \dot{\theta}_k \quad (2.32)$$

$$J_k = \begin{bmatrix} k_{1,k} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{r}_{12,k}^T \mathbf{x}_{2,k} & k_{2,k} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{r}_{1n,k}^T \mathbf{x}_{n,k} & \mathbf{r}_{2n,k}^T \mathbf{x}_{n,k} & \mathbf{r}_{3n,k}^T \mathbf{x}_{n,k} & \dots & k_{n,k} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

avec $v_k^{y,p} = [v_{1,k}^{y,p}, v_{2,k}^{y,p}, \dots, v_{n,k}^{y,p}]^T$, le vecteur des vitesses des phalanges du doigt selon les normales aux phalanges et $\dot{\theta}_k = [\dot{\theta}_{1,k}, \dot{\theta}_{2,k}, \dots, \dot{\theta}_{n,k}]^T$, le vecteur des vitesses articulaires du doigt k .

$$\mathbf{r}_{ij,k}^T \mathbf{x}_{j,k} = k_{j,k} + \sum_{p=i}^{j-1} l_{p,k} \cos \left(\sum_{q=p+1}^j \theta_{q,k} \right), \quad i < j \quad (2.34)$$

$$\mathbf{r}_{ii,k}^T \mathbf{x}_{i,k} = k_{i,k} \quad (2.35)$$

On écrit la généralisation à m doigts de la relation (2.32) à l'aide de la matrice jacobienne de la main \mathbf{J} :

$$\mathbf{v}^{y,p} = \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{J} = \text{diag}(\mathbf{J}_1, \dots, \mathbf{J}_m) \quad (2.37)$$

avec $\mathbf{v}^{y,p} = [\mathbf{v}_1^{y,pT}, \mathbf{v}_2^{y,pT}, \dots, \mathbf{v}_m^{y,pT}]^T$, le vecteur des vitesses des phalanges et $\dot{\boldsymbol{\theta}} = [\dot{\boldsymbol{\theta}}_1^T, \dot{\boldsymbol{\theta}}_2^T, \dots, \dot{\boldsymbol{\theta}}_m^T]^T$, le vecteur des vitesses articulaires de la main.

De la même façon, on exprime la relation linéaire reliant le vecteur des vitesses opérationnelles de l'objet $\dot{\mathbf{u}}$ au vecteur $\mathbf{v}^{y,o}$, à l'aide de la matrice de projection \mathbf{P} définie au §2.1.1.2 :

$$\mathbf{v}^{y,o} = \mathbf{P} \dot{\mathbf{u}} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{N}^T \mathbf{G}^T \quad (2.39)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \dots & \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{C}(\mathbf{r}_1) & \dots & \mathbf{C}(\mathbf{r}_{n_c}) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{N} = \text{diag}(\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_{n_c}) \quad (2.41)$$

avec $\mathbf{v}^{y,o} = [\mathbf{v}_1^{y,oT}, \mathbf{v}_2^{y,oT}, \dots, \mathbf{v}_m^{y,oT}]^T$, le vecteur des vitesses des points de contact attachés à l'objet selon la normale au contact.

On peut donc reformuler la relation (2.31) sous la forme suivante :

$$\mathbf{v}^{y,o} - \mathbf{v}^{y,p} \geq \mathbf{0} \quad (2.42)$$

Ainsi l'approximation au 1^{er} ordre de la condition de non-interpénétration pour une prise enveloppante s'écrit :

$$\mathbf{P} \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\theta}} \geq \mathbf{0} \quad (2.43)$$

La relation (2.43) suppose que chaque phalange soit au contact de l'objet, lorsque ça n'est pas le cas, on introduit la matrice de sélection \mathbf{S} :

$$\mathbf{S}(\mathbf{P} \dot{\mathbf{u}} - \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\theta}}) \geq \mathbf{0} \quad (2.44)$$

où \mathbf{S} est la matrice identité dont on supprime la ligne j si la phalange i du doigt k n'est pas au contact avec l'objet ($j = (k-1).n + i$).

2.2.2.2 Contraintes imposées par les mécanismes unidirectionnels

Nous avons mis en évidence précédemment au §2.1.2 l'influence des mécanismes unidirectionnels sur la fermeture géométrique des prises sous-actionnées. On propose dans la suite de modéliser leur action sur le mécanisme de saisie sous forme d'une condition unilatérale, comme nous venons de le faire pour les contraintes de contact.

2.2.2.2.1 Classification des mécanismes unidirectionnels

On dit d'un mécanisme qu'il est à transmission de mouvement unidirectionnelle, lorsque la vitesse en sortie de ce mécanisme vérifie la relation suivante :

$$\dot{q}_s \geq 0 \quad (2.45)$$

où \dot{q}_s est la vitesse en sortie du mécanisme.

Dans la suite de ce manuscrit, on utilise par abus de langage le raccourci « mécanisme unidirectionnel » pour évoquer ce type de mécanismes. On fait rentrer dans cette catégorie les mécanismes anti-retour et les mécanismes irréversibles.

Parmi les mécanismes anti-retour, on peut citer :

- les mécanismes à blocage par obstacle tels que le mécanisme à encliquetage (rochet + cliquet) (Figure 2.12.a) et l'engrenage à pignon baladeur,
- les mécanismes à blocage par coincement tels que les roues libres (à rampe ou à came) (Figure 2.12.b) et les accouplements à ressort enroulé (Figure 2.12.c),
- les mécanismes à blocage par arc-boutement comprenant tous les mécanismes de type glissant/arc-boutant, tels que celui utilisé dans la main sous-actionnée conçue par [Lopez, 2001],
- le clapet anti-retour quand on utilise l'énergie fluïdique.

Dans le cas d'un mécanisme à encliquetage, il existe un léger recul de la roue avant blocage. L'angle de recul dépend du nombre de dents. Il peut être réduit en ajoutant des cliquets dont l'action est désynchronisée.

Dans le cas de la roue libre et de l'accouplement à ressort enroulé, la condition unilatérale s'écrit différemment :

$$\dot{\theta}_s \geq \dot{\theta}_e \quad (2.46)$$

où $\dot{\theta}_s$ et $\dot{\theta}_e$ sont respectivement les vitesses en sortie et en entrée du mécanisme. On retrouve la condition (2.45) lorsque la vitesse en entrée est nulle.

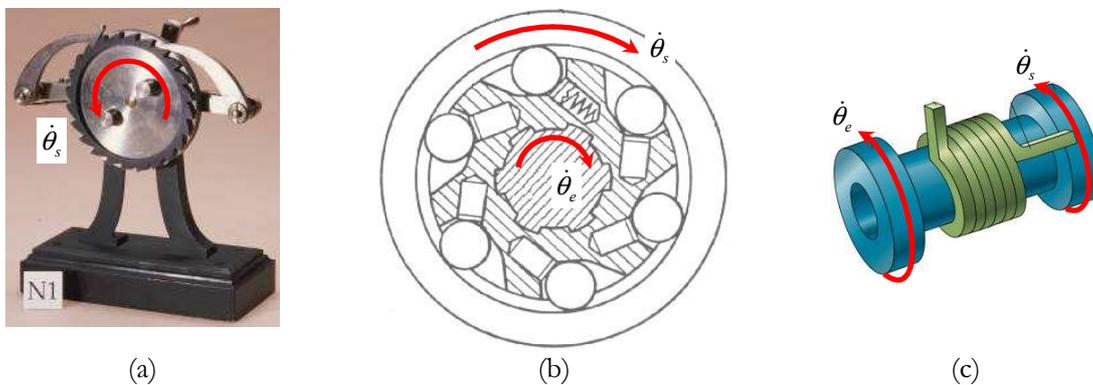


Figure 2.12 : Exemples de mécanismes anti-retour, (a) mécanisme « rochet et cliquet » (<http://kmoddl.library.cornell.edu>), (b) roue libre, (c) accouplement à ressort enroulé.

Une autre catégorie de mécanisme permet d'obtenir la condition unilatérale (2.45) : les mécanismes irréversibles. Un mécanisme est dit irréversible lorsqu'il est incapable de transmettre le mouvement et la puissance de la sortie vers l'entrée [IFTtoMM].

Rentrent dans cette catégorie :

- la cale triangulaire,
- le mécanisme « roue et vis sans fin » (Figure 2.13.a),
- le mécanisme « crémaillère et vis sans fin »,
- le mécanisme « vis - écrou » (Figure 2.13.b),
- roue libre irréversible.

Pour les quatre premiers mécanismes, l'irréversibilité est garantie si la condition de frottement statique est vérifiée quel que soit l'effort en sortie du mécanisme lorsque l'effort en entrée est nul. Ecrivons cette condition pour le mécanisme de la cale triangulaire, représenté en Figure 2.14 :

$$\frac{f_t}{f_n} = \left| \frac{f_e \cdot \cos(\alpha) + f_s \cdot \sin(\alpha)}{f_e \cdot \sin(\alpha) - f_s \cdot \cos(\alpha)} \right| \leq \tan(\varphi) \quad (2.47)$$

où f_t et f_n sont respectivement les composantes tangentielle et normale de la résultante des actions de contact. f_e et f_s sont respectivement l'effort en entrée et l'effort en sortie du mécanisme irréversible. α est l'angle d'inclinaison du plan de contact et φ est l'angle de frottement statique entre les deux solides en contact.

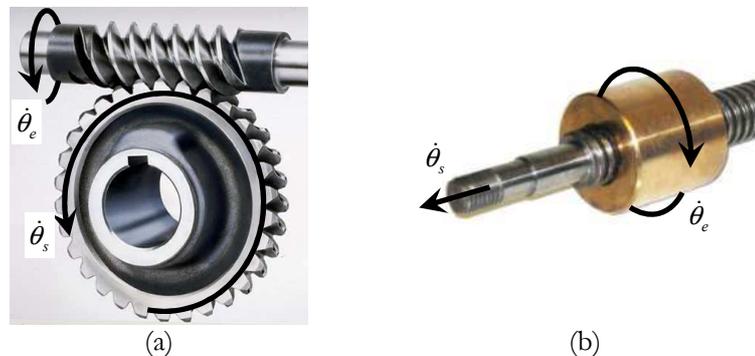


Figure 2.13 : Exemples de mécanismes irréversibles de type (a) « roue et vis sans fin » et (b) « vis - écrou ».

Lorsque l'effort en entrée est nul, on réécrit la condition de frottement (2.47) :

$$|\tan(\alpha)| \leq \tan(\varphi) \quad (2.48)$$

ou de façon équivalente :

$$\alpha \leq \varphi \text{ avec } \{\alpha, \varphi\} \in \left[0; \frac{\pi}{2} \right] \quad (2.49)$$

Si le mécanisme est conçu de telle sorte que la condition (2.49) est vérifiée, alors, lorsque $f_e = 0$, le mécanisme est bloqué quel que soit $f_s \neq 0$, car la résultante des actions de contact est toujours à l'intérieur du cône de frottement. Le travail en sortie du mécanisme est complètement absorbé par les frottements et n'est donc pas transmis vers l'entrée.

A l'inverse, lorsque $f_s = 0$, la condition de frottement statique doit être faussée quel que soit $f_e \neq 0$, de sorte que le travail puisse être transmis de l'entrée vers la sortie. Réécrivons dans ce cas la relation (2.47) :

$$\left| \frac{1}{\tan(\alpha)} \right| \leq \tan(\varphi) \quad (2.50)$$

Pour que la relation (2.50) ne soit jamais vérifiée, il faut :

$$\varphi \leq \frac{\pi}{2} - \alpha \text{ avec } \{\alpha, \varphi\} \in \left[0; \frac{\pi}{2} \right] \quad (2.51)$$

Ainsi, un mécanisme est dit irréversible s'il est conçu de telle sorte que les conditions (2.49) et (2.51) sont vérifiées.

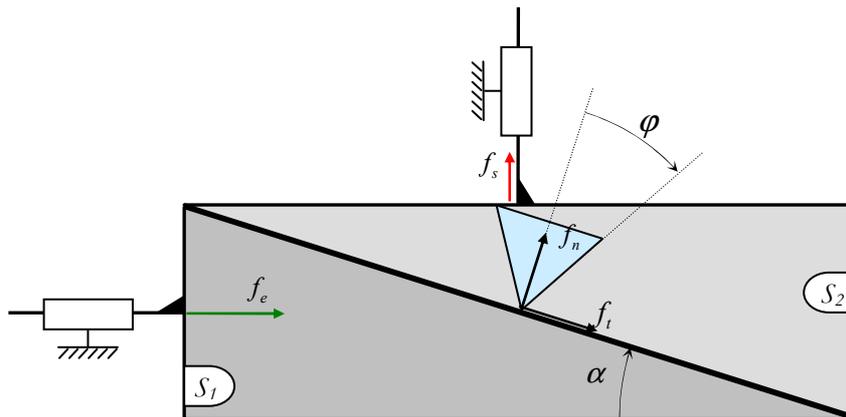


Figure 2.14 : Représentation d'un mécanisme irréversible.

Le fonctionnement d'un mécanisme irréversible est différent de celui des mécanismes anti-retour présentés précédemment. Néanmoins, il est possible d'imposer une transmission de mouvement unidirectionnelle $\dot{q}_s \geq 0$ en maintenant un effort positif en entrée du mécanisme irréversible. On précise que cet effort dépend de l'effort exercé en sortie du mécanisme et doit être suffisamment grand pour que la condition de frottement ne soit pas respectée et que le travail en entrée puisse être transmis vers la sortie.

Dans la pratique, on remarque que les concepteurs de mains sous-actionnées préfèrent introduire des mécanismes irréversibles. En effet, les mécanismes irréversibles présentent un avantage par rapport aux mécanismes anti-retour, puisqu'il suffit d'inverser le sens de rotation en entrée pour inverser le sens de rotation en sortie et ainsi permettre l'ouverture de la pince. Dans le cas d'un mécanisme unidirectionnel, il faudra prévoir un mécanisme de désactivation de la fonction

anti-retour. Parmi les solutions existantes, on citera celle proposée par [IFTToMM] pour désactiver un mécanisme glissant/arc-boutant, la roue libre débrayable [Baumann *et al.*, 2005] ou encore le clapet anti-retour piloté.

2.2.2.2 Formulation mathématique

On veut dans ce paragraphe donner une méthode générale pour écrire les contraintes imposées par les mécanismes unidirectionnels sous forme matricielle :

$$\dot{\mathbf{q}}_u = \mathbf{K} \dot{\boldsymbol{\theta}} \geq \mathbf{0} \quad (2.52)$$

- $\dot{\mathbf{q}}_u$, le vecteur des vitesses des paramètres en sortie des mécanismes unidirectionnels,
- \mathbf{K} , la matrice reliant le vecteur des vitesses articulaires de la main $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ au vecteur $\dot{\mathbf{q}}_u$.

L'expression de la contrainte imposée par un mécanisme unidirectionnel en fonction des vitesses articulaires de la main dépend de la position de ce mécanisme dans le système de transmission du mouvement de fermeture. Dans le cas de la main de Lopez, les mécanismes anti-retour sont positionnés directement derrière chaque phalange, alors que pour la Sarah Hand, un mécanisme de type « vis - écrou » transmet le mouvement de fermeture à chaque doigt sous-actionné. Il paraît donc difficile de proposer une méthode générale pour écrire la contrainte cinématique imposée par les mécanismes unidirectionnels. On note néanmoins, une préférence chez les concepteurs de mains sous-actionnées (présentées au §1.2.2.3) à positionner un mécanisme irréversible en entrée de chaque doigt. C'est le cas des mains MARS et SARAH, de la main Southampton, de la main TBM (hormis le pouce) ou encore de la main de Nasser. On se propose donc de présenter, au moins pour ces cas, l'écriture de la matrice \mathbf{K} . Dans chacun de ces cas, les phalanges sont sous-actionnées entre elles, par un mécanisme différentiel de type 4-barres.

Pour illustrer ces propos, étudions le cas de la main Sarah présentée au §1.2.2.3.1.1. Pour chacun des trois doigts, un mécanisme irréversible de type « vis - écrou » impose l'inégalité suivante :

$$\dot{\theta}_{a,k} \geq 0, \text{ pour } k = 1, \dots, 3 \quad (2.53)$$

où $\dot{\theta}_{a,k}$ est la vitesse de la barre d'actionnement $a_{1,k}$ du doigt k (Figure 2.15).

Dans le cas de la main Sarah, on écrit donc :

$$\dot{\mathbf{q}}_u = \left[\dot{\theta}_{a,1}, \dot{\theta}_{a,2}, \dot{\theta}_{a,3} \right]^T \quad (2.54)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \left[\dot{\theta}_{1,1}, \dot{\theta}_{1,1}, \dot{\theta}_{3,1}, \dot{\theta}_{1,2}, \dot{\theta}_{1,2}, \dot{\theta}_{3,2}, \dot{\theta}_{1,3}, \dot{\theta}_{1,3}, \dot{\theta}_{3,3} \right]^T \quad (2.55)$$

La méthode d'analyse cinétostatique d'un doigt sous-actionné de [Birglen et Gosselin, 2004.a] nous permet de décrire le couplage entre les vitesses articulaires du doigt et la vitesse en entrée du mécanisme différentiel. On rappelle brièvement cette méthode.

Rappels : Méthode d'analyse cinéto-statique d'un doigt sous-actionné de [Birglen et Gosselin, 2004.a]

Cette méthode s'applique à un doigt à n phalanges sous-actionnées entre elles par un mécanisme différentiel de type « 4-barres », poulie/tendon ou engrenages. Elle repose sur l'introduction de deux matrices \mathbf{J}_k et \mathbf{T}_k permettant de complètement décrire les relations cinématiques entre les vitesses des phalanges en sortie et la vitesse d'actionnement en entrée du mécanisme sous-actionné. La matrice \mathbf{J}_k a été introduite précédemment (2.32). On rappelle ci-dessous l'écriture de la matrice \mathbf{T}_k pour un doigt sous-actionné à n phalanges et un seul actionneur tel que représenté sur la Figure 2.15 :

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_k = \mathbf{T}_k \boldsymbol{\omega}_{a,k} \quad (2.56)$$

$$\mathbf{T}_k = \begin{bmatrix} X_{1,k} & X_{2,k} & X_{3,k} & \cdots & X_{n,k} \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

avec $\boldsymbol{\omega}_{a,k} = [\dot{\theta}_{a,k}, \dot{\theta}_{2,k}, \dot{\theta}_{3,k}, \dots, \dot{\theta}_{n,k}]^T$.

Pour un mécanisme de sous-actionnement de type 4-barres :

$$X_{i,k} = -\prod_{i=2}^n \frac{h_{i,k}}{h_{i,k} + l_{i-1,k}} \quad (2.58)$$

L'expression analytique de $h_{i,k}$ est donnée dans [Birglen et Gosselin, 2004.a].

Pour un mécanisme de sous-actionnement de type poulie/tendon :

$$X_{i,k} = -\prod_{i=1}^n \frac{r_{2i,k}}{r_{2i-1,k}} \quad (2.59)$$

La matrice \mathbf{T}_k est en règle générale carrée de dimension $n \times n$, avec n le nombre de phalanges du doigt k . Si le doigt est pleinement actionné, alors $\mathbf{T}_k = \mathbf{I}_n$. On remarque que dans tous les cas, la matrice inverse de \mathbf{T}_k s'écrit :

$$\mathbf{T}_k^{-1} = -\mathbf{T}_k + 2\mathbf{I}_n \quad (2.60)$$

$$\mathbf{T}_k^{-1} = \begin{bmatrix} 2 - X_{1,k} & -X_{2,k} & -X_{3,k} & \cdots & -X_{n,k} \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

La première ligne de cette matrice \mathbf{T}_k^{-1} nous intéresse tout particulièrement, car elle décrit le couplage entre $\dot{\theta}_{a,k}$ et les vitesses articulaires du doigt $\dot{\theta}_k$. Ainsi pour la main Sarah, la matrice \mathbf{K} s'écrit :

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 2 - X_{1,1} & -X_{2,1} & -X_{3,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 - X_{1,2} & -X_{2,2} & -X_{3,2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 - X_{1,3} & -X_{2,3} & -X_{3,3} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

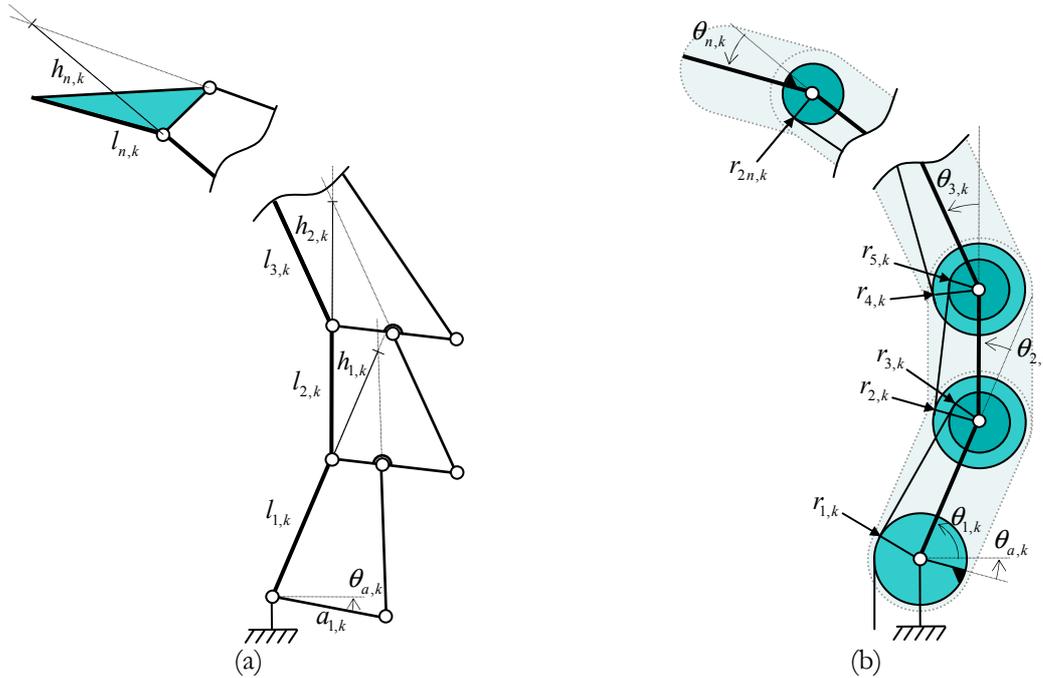


Figure 2.15 : Modélisation d'un doigt sous-actionné à n phalanges avec un mécanisme différentiel de type 4-barres (a) et de type poulie/câble (b).

2.2.2.3 Modélisation cinématique du cas général

L'objectif de ce paragraphe est de proposer une approche globale pour l'étude de la fermeture géométrique au 1^{er} ordre d'une prise. Cette approche permet de traiter les cas où les mains sont sous-actionnées ou non, les cas où toutes les phalanges sont au contact ou non, ainsi que les cas où la paume est au contact ou non avec l'objet. On introduit pour cela le vecteur des contraintes unilatérales $\dot{\mathbf{q}}_c$ contenant toutes les contraintes cinématiques unilatérales du problème. Ce vecteur est construit de telle sorte que la $i^{\text{ème}}$ composante doit être positive ou nulle sinon la contrainte correspondante est violée. On écrit ensuite la relation linéaire reliant le vecteur $\dot{\mathbf{w}}$ au vecteur contrainte $\dot{\mathbf{q}}_c$:

$$\dot{\mathbf{q}}_c = \mathbf{M} \dot{\mathbf{w}} \quad (2.63)$$

$$\dot{q}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{S} \mathbf{P} & -\mathbf{S} \mathbf{J} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \\ \hat{\mathbf{n}}_p^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\boldsymbol{\theta}} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

où $\dot{\mathbf{w}} = [\dot{\mathbf{u}}^T, \dot{\boldsymbol{\theta}}^T]^T$ par abus de notation, représente les petits mouvements de la configuration de la prise.

$$\hat{\mathbf{n}}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 \\ \mathbf{C}(\mathbf{p}_p) \end{bmatrix} \mathbf{n}_p \quad (2.65)$$

où \mathbf{n}_p est la normale au contact de la paume et \mathbf{p}_p est la position du point de contact paume/objet exprimée dans le repère attaché au bâti.

La dernière ligne de la matrice \mathbf{M} n'est considérée que si la paume est en contact avec l'objet. On traite différemment le contact avec la paume car celle-ci est toujours considérée comme fixe relativement au bâti. Si le contact entre l'objet est linéique (resp. surfacique), on pourra le modéliser par deux (resp. trois) contacts ponctuels.

Ainsi, il est possible de réécrire les propositions (2.9), (2.10), (2.11) appliquées au cas des prise sous-actionnées tel que défini ci-dessus :

- (i) **la prise n'est pas fermée géométriquement** si et seulement si il existe un mouvement de la prise $\dot{\mathbf{w}} \in \mathbb{R}^{*g}$ tel que toutes les composantes $\dot{q}_{c,i}$ sont strictement positives :

$$\exists \dot{\mathbf{w}} \in \mathbb{R}^{*g}, \forall i \in \{1, \dots, n_k\} \dot{q}_{c,i} > 0 \quad (2.66)$$

- (ii) **la prise est fermée géométriquement au 1^{er} ordre** si et seulement si, quel que soit le mouvement de la prise $\dot{\mathbf{w}} \in \mathbb{R}^{*g}$, au moins une des contraintes unilatérales du problème est violée $\dot{q}_{c,i} < 0$:

$$\forall \dot{\mathbf{w}} \in \mathbb{R}^{*g}, \exists i \in \{1, \dots, n_k\} \dot{q}_{c,i} < 0 \quad (2.67)$$

- (iii) il y a **incertitude** sur la fermeture géométrique de la prise lorsque la condition (i) n'est pas respectée et qu'il existe un mouvement de l'objet $\dot{\mathbf{w}} \in \mathbb{R}^{*g}$ tel que toutes les composantes $\dot{q}_{c,i}$ sont positives ou nulles :

$$\exists \dot{\mathbf{w}} \in \mathbb{R}^{*g}, \forall i \in \{1, \dots, n_k\} \dot{q}_{c,i} \geq 0 \quad (2.68)$$

avec $g = n_p + d$, la dimension de l'espace des configurations de la prise et $n_k = n_c + n_u$, le nombre de contraintes unilatérales du problème.

On note que la définition originale de la fermeture géométrique au 1^{er} ordre est une condition nécessaire à la définition étendue de la fermeture géométrique au 1^{er} ordre (2.67). En effet, le do-

maine des mouvements de la prise $\dot{\boldsymbol{w}}$ tels que $\dot{\boldsymbol{u}} \in \mathbb{R}^{*d}$ et $\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$ est un sous-ensemble du domaine des mouvements de la prise tels que $\dot{\boldsymbol{w}} \in \mathbb{R}^{*g}$.

Illustrons cette nouvelle définition de la fermeture géométrique, par l'étude des cas de prises à deux mors présentés au §2.1.2. Il s'agit donc de vérifier que les déplacements de la prise $\dot{\boldsymbol{w}} = [\dot{u}_x \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2]^T$ sont empêchés par l'ensemble des contraintes cinématiques unilatérales du problème, c'est-à-dire les contraintes de contact et celles imposées par les mécanismes unidirectionnels.

Pour la pince sous-actionnée présentée au §2.1.2.3, les contraintes de contact s'écrivent :

$$\dot{x}_1 \leq \dot{u}_x \leq \dot{x}_2 \quad (2.69)$$

Les contraintes imposées par les mécanismes irréversibles s'écrivent :

$$\dot{x}_1 \geq 0 \quad (2.70)$$

$$\dot{x}_2 \leq 0 \quad (2.71)$$

Réécrivons l'ensemble de ces contraintes unilatérales sous forme matricielle :

$$\dot{\boldsymbol{q}}_c = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

Les domaines des mouvements de la prise $\dot{\boldsymbol{w}}$ interdits respectivement par la contrainte de contact mors gauche/objet et la contrainte de contact mors droit/objet sont représentés en Figure 2.16.a et Figure 2.16.b. Les domaines de mouvements interdits par les deux mécanismes irréversibles de type « crémaillère et vis sans fin » sont représentés en Figure 2.16.c et Figure 2.16.d. Ces domaines sont ouverts, donc l'union de ces quatre domaines couvre l'ensemble de l'espace des mouvements de la prise, hormis le vecteur nul. Le système « objet + main » est donc immobilisé : la prise est fermée géométriquement.

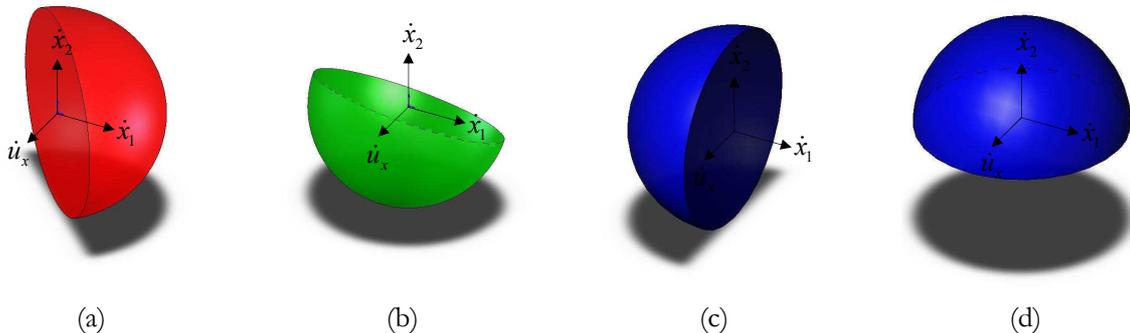


Figure 2.16 : Représentation des domaines des mouvements $\dot{\boldsymbol{w}}$ interdits par les contraintes de contact (a) et (b), par les deux mécanismes irréversibles « roue et vis sans fin » (c) et (d). L'union des domaines interdits couvre l'espace entier des mouvements de la prise hormis le vecteur nul, la prise est donc fermée géométriquement.

Étudions maintenant la pince sous-actionnée à deux mors présentée au §2.1.2.2. Les contraintes de contact sont identiques au cas précédent :

$$\dot{x}_1 \leq \dot{u}_x \leq \dot{x}_2 \quad (2.73)$$

On suppose que l'actionneur impose une transmission de mouvement unidirectionnelle de sorte que :

$$\dot{q}_m \leq 0 \quad (2.74)$$

La relation (2.74) et la relation imposée par le mécanisme différentiel (2.15) donnent :

$$\dot{x}_2 - \dot{x}_1 \leq 0 \quad (2.75)$$

Réécrivons l'ensemble de ces contraintes unilatérales sous forme matricielle :

$$\dot{q}_c = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_x \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Les domaines des mouvements de la prise \dot{w} interdits par les contraintes de contact sont représentés en Figure 2.17.a et Figure 2.17.b. Le domaine de mouvements interdits par l'actionneur est représenté en Figure 2.17.c. Ces domaines sont ouverts, aussi l'union de ces trois domaines ne couvre pas l'ensemble de l'espace des mouvements de la prise, puisque les mouvements dont la direction est donnée par la droite $\dot{u}_x = \dot{x}_1 = \dot{x}_2$ sont autorisés (Figure 2.17.d).

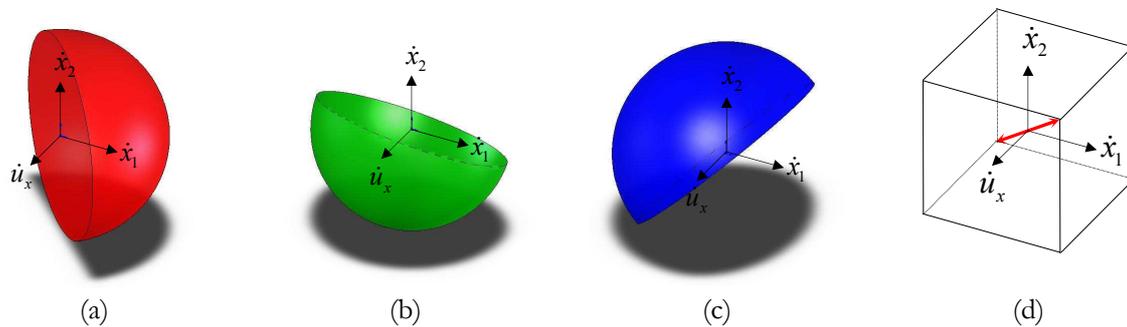


Figure 2.17 : Représentation des domaines des mouvements \dot{w} interdits par les contraintes de contact (a) et (b), par l'actionneur à transmission unidirectionnelle (c). (d) Représentation de la direction de mouvements autorisés, la prise n'est pas fermée géométriquement au 1^{er} ordre.

2.2.2.4 Fermeture géométrique et phénomène d'éjection

Dans certaines configurations du doigt, la distribution des efforts de contact dégénère, c'est-à-dire que certains efforts de contact doivent être négatifs pour que le doigt soit en équilibre statique. Du fait de l'unilatéralité des actions de contact, l'équilibre ne peut pas être satisfait, si bien que la (ou les) phalange(s) correspondante(s) perd(ent) le contact avec l'objet. La Figure 2.18 illustre ce phénomène avec un doigt sous-actionné à deux phalanges. La phalange distale reste au contact, tandis que la phalange proximale recule. Ce mouvement continue jusqu'à ce que la phalange distale atteigne un « point d'équilibre », ou bien jusqu'à ce que l'objet soit complète-

ment éjecté. Ce « phénomène d'éjection » a été introduit dans [Laliberté *et al.*, 2002]. [Birglen et Gosselin, 2004.b] proposent une méthode pour optimiser les dimensions du mécanisme sous-actionné de façon à minimiser voire complètement annuler l'apparition de ce phénomène. Dans [Birglen, 2004], l'auteur conclut que la positivité des efforts de contact est une condition nécessaire à la fermeture géométrique et à la fermeture en force.

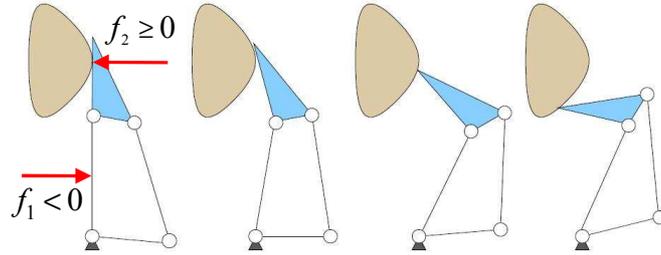


Figure 2.18 : Illustration du phénomène d'éjection pour un doigt sous-actionné à deux phalanges [Laliberté *et al.*, 2002].

Par définition, lorsqu'une prise respecte la fermeture géométrique telle que nous l'avons définie dans le paragraphe précédent, alors le système « main + objet » est complètement immobilisé. Tout mouvement de recul des phalanges est donc également empêché et le phénomène d'éjection ne peut avoir lieu.

On souhaite étudier plus en détail la relation entre la positivité des efforts de contact et la fermeture géométrique au 1^{er} ordre. On considère le cas d'une main sous-actionnée à m doigts et n phalanges par doigt, avec un sous-actionnement de type différentiel entre phalanges. Un mécanisme unidirectionnel est positionné en entrée de chaque doigt, de sorte que les inégalités suivantes sont vérifiées pendant la fermeture de la main :

$$\dot{\theta}_{a,k} \geq 0, \text{ pour } k = \{1; \dots; m\} \quad (2.77)$$

On suppose que toutes les phalanges sont au contact de l'objet ($\mathbf{S} = \mathbf{I}$), mais pas la paume. La relation (2.64) peut se réécrire comme suit :

$$\dot{q}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & -\mathbf{J} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{w}} \quad (2.78)$$

Pour les besoins de la démonstration, on pose $\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}^{-1} \mathbf{v}_y^p$ (la matrice \mathbf{J} est supposée inversible) et on étudie non plus le vecteur $\dot{\mathbf{w}} = [\dot{\mathbf{u}}^T \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}^T]^T$ mais le vecteur $\dot{\mathbf{w}}' = [\dot{\mathbf{u}}^T \quad \mathbf{v}^{y,pT}]^T$. On réécrit alors la relation (2.78) :

$$\dot{q}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \mathbf{J}^{-1} \end{bmatrix} \dot{\mathbf{w}}' \quad (2.79)$$

Dans ce cas, la proposition (2.67) nécessaire et suffisante pour la fermeture géométrique au 1^{er} ordre devient :

$$\forall \dot{\mathbf{w}}' \in \mathbb{R}^{*g}, \exists i \in \{1, \dots, n_k\} \dot{q}_{c,i} < 0 \quad (2.80)$$

Une condition nécessaire à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre (2.67) peut être écrite comme suit :

$$\forall \mathbf{v}_y^p \in \mathbb{R}^{*n_p}, \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{0}, \exists i \in \{1, \dots, n_k\} \dot{q}_{c,i} < 0 \quad (2.81)$$

En effet, le domaine des mouvements $\dot{\mathbf{w}}'$ tels que $\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{0}$ et $\mathbf{v}^{y,p} \neq \mathbf{0}$ est un sous-ensemble du domaine des mouvements tels que $\dot{\mathbf{w}}' \neq \mathbf{0}$. Dans ce cas, il s'agit de vérifier que lorsque l'objet est fixe, alors les doigts sont immobilisés par l'ensemble des contraintes unilatérales. On souhaite se concentrer sur un seul doigt, on écrit ainsi une nouvelle condition nécessaire à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre :

$$\forall \mathbf{v}_1^{y,p} \in \mathbb{R}^{*n}, \mathbf{v}_k^{y,p} = \mathbf{0}, \forall k \in \{2, \dots, m\}, \dot{\mathbf{u}} = \mathbf{0}, \exists i \in \{1, \dots, n_k\} \dot{q}_{c,i} < 0 \quad (2.82)$$

Avec cette nouvelle proposition il s'agit de vérifier que lorsque l'objet ainsi que toutes les phalanges sont fixes, hormis celles du doigt 1, alors les phalanges du doigt 1 sont immobilisées par les contraintes unilatérales. Simplifions l'écriture de la proposition (2.82), en introduisant le vecteur ${}^1\dot{\mathbf{q}}_c$ contenant les composantes du vecteur contraintes $\dot{\mathbf{q}}_c$ qui dépendent des vitesses des phalanges du doigt 1 (les autres composantes de $\dot{\mathbf{q}}_c$ sont nulles quel que soit $\mathbf{v}_1^{y,p}$) :

$$\forall \mathbf{v}_1^{y,p} \in \mathbb{R}^{*n}, \exists i \in \{1, \dots, n+1\} {}^1\dot{q}_{c,i} < 0 \quad (2.83)$$

avec
$${}^1\dot{\mathbf{q}}_c = {}^1\mathbf{M}' \mathbf{v}_1^{y,p} \quad (2.84)$$

et
$${}^1\mathbf{M}' = \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_{n \times n} \\ \mathbf{K}_1 \mathbf{J}_1^{-1} \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

La proposition (2.83) est vérifiée si et seulement si les composantes du vecteur ligne $(\mathbf{K}_1 \mathbf{J}_1^{-1})$ sont strictement positives. Ceci peut être vérifié graphiquement à l'aide du polytope convexe $\text{conv}({}^1\mathbf{M}')$ formé par les vecteurs lignes ${}^1\mathbf{m}'_i$ de la matrice ${}^1\mathbf{M}'$. Il faut et il suffit que celui-ci contienne l'origine en son intérieur strictement (Figure 2.19). La même conclusion est obtenue pour chaque doigt. On peut donc énoncer une condition nécessaire pour la fermeture géométrique au 1^{er} ordre : les composantes des vecteurs lignes $(\mathbf{K}_k \mathbf{J}_k^{-1})$ sont strictement positives quel que soit $k = \{1; \dots; m\}$.

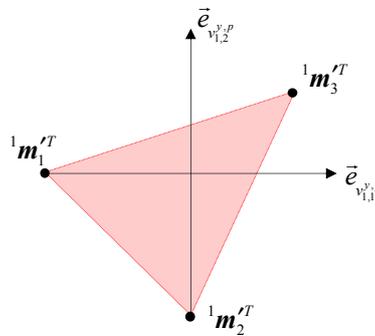


Figure 2.19 : Représentation du polytope convexe $\text{conv}({}^1\mathbf{M}')$ pour un doigt à deux phalanges.

Étudions maintenant les conditions de la positivité des efforts de contact pour un doigt sous-actionné à n phalanges. Lorsque les forces de frottement sont négligeables, la relation entre les efforts de contact et les efforts d'actionnement pour le $k^{\text{ème}}$ doigt s'écrit [Birglen et Gosselin, 2004.a] :

$$\mathbf{c}_k = \mathbf{J}_k^{-T} \mathbf{T}_k^{-T} \mathbf{t}_k \quad (2.86)$$

avec \mathbf{c}_k , le vecteur des efforts de contact et $\mathbf{t}_k = [T_{a,k}, T_{2,k}^s, \dots, T_{n,k}^s]$, le vecteur d'actionnement du $k^{\text{ème}}$ doigt, avec $T_{a,k}$ le couple d'actionnement en entrée du doigt et $T_{i,k}^s$ le couple articulaire exercé par le ressort de rappel au niveau du $i^{\text{ème}}$ joint interphalangien.

Lorsque l'on considère que les couples exercés par les ressorts de rappel entre les phalanges sont nuls, la relation (2.86) devient :

$$\mathbf{c}_k = (\mathbf{K}_k \mathbf{J}_k^{-1})^T T_{a,k} \quad (2.87)$$

D'après cette relation, les efforts de contact du $k^{\text{ème}}$ doigt sont strictement positifs si et seulement si toutes les composantes du vecteur ligne $(\mathbf{K}_k \mathbf{J}_k^{-1})$ sont strictement positives (avec $T_{a,k} > 0$).

Cette étude nous permet de conclure, pour une main sous-actionnée à m doigts et n phalanges par doigt, que la stricte positivité des efforts de contact est effectivement une condition nécessaire à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre lorsqu'on considère que les couples exercés par les ressorts de rappel sont nuls.

2.2.3 Bilan

Dans ce paragraphe, nous avons proposé une nouvelle définition de la fermeture géométrique applicable au cas des prises sous-actionnées, puisque dans ce cas l'hypothèse de contacts fixes n'est pas correcte. Nous avons reformulé les contraintes de contact en supposant que les phalanges et l'objet sont en mouvement. Nous avons également introduit les contraintes unilatérales imposées par les mécanismes unidirectionnels. L'ensemble de ces contraintes unilatérales approximées au 1^{er} ordre sont regroupées à l'aide de la matrice \mathbf{M} . Nous en avons déduit une condition suffisante à la non-fermeture géométrique, une condition nécessaire et suffisante à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre ainsi qu'une condition nécessaire à la fermeture géométrique d'ordre supérieur. Il apparaît que la fermeture géométrique au 1^{er} ordre dans sa définition originale est nécessaire à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre dans sa définition étendue. Par ailleurs, nous avons mis en avant le lien entre la positivité des efforts de contact et la fermeture géométrique au 1^{er} ordre d'une main sous-actionnée.

2.3 Extension de travaux de la littérature au cas des prises sous-actionnées

Le formalisme adopté pour définir la fermeture géométrique étendue au cas des prises sous-actionnées est identique à celui utilisé pour la définition originale. Seule la dimension du problème diffère. Dans les deux cas, il s'agit de vérifier qu'un ensemble de contraintes unilatérales empêche tous mouvements du système étudié. Dans la définition originale, l'ensemble des contraintes de contact est modélisé au 1^{er} ordre par l'expression :

$$P \dot{u} \geq 0 \quad (2.88)$$

Dans la définition étendue au cas des prises sous-actionnées, présentée dans le paragraphe 2.2, l'ensemble des contraintes unilatérales est modélisé au 1^{er} ordre par l'expression :

$$M \dot{w} \geq 0 \quad (2.89)$$

Dans les deux cas, l'étude de la fermeture géométrique des prises sous-actionnées revient à résoudre un problème classique de programmation linéaire (Annexe A). Il s'agit de déterminer l'ensemble des solutions admissibles, c'est-à-dire qui satisfont un ensemble de contraintes linéaires. Si l'ensemble des solutions admissibles est réduit au singleton vecteur nul, alors la prise respecte la fermeture géométrique. Cette analogie nous permet d'étendre au cas des prises sous-actionnées quelques travaux importants déjà démontrés portant sur la fermeture géométrique originale. Aussi, dans ce paragraphe, nous proposons d'étendre la méthode d'analyse de la fermeture géométrique présentée au §2.1.1.3, ainsi que les travaux sur le nombre minimal de contacts ponctuels nécessaires à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre.

2.3.1 Méthode d'analyse géométrique

La méthode d'analyse géométrique présentée dans ce paragraphe est issue des travaux de [Mishra *et al.*, 1987]. Celle-ci consiste à construire le polytope convexe $conv(\mathbf{M})$ formé par les vecteurs lignes de la matrice \mathbf{M} , puis à vérifier la position de l'origine de l'espace des configurations de la prise par rapport au polytope $conv(\mathbf{M})$.

Ainsi, on écrit les propositions suivantes :

- (i) la prise n'est pas fermée géométriquement si et seulement si l'origine de l'espace des configurations de la prise est située à l'extérieur strictement de $conv(\mathbf{M})$,
- (ii) la prise est fermée géométriquement au 1^{er} ordre si et seulement si l'origine de l'espace des configurations de la prise est située à l'intérieur strictement de $conv(\mathbf{M})$,
- (iii) il y a incertitude sur la fermeture géométrique de la prise lorsque l'origine de l'espace des configurations de la prise est située sur la frontière de $conv(\mathbf{M})$.

Nous proposons dans la suite de ce paragraphe une méthode permettant de déterminer si l'origine de l'espace des configurations est à l'intérieur du polytope ou non pour un espace des configurations de dimension g . Cette méthode se décompose en trois étapes :

1. écriture de la matrice \mathbf{M} ,
2. écriture du polytope convexe $\text{conv}(\mathbf{M})$ sous forme d'un ensemble de demi-espaces,
3. détermination de la position de l'origine par rapport au polytope $\text{conv}(\mathbf{M})$.

Etape 1. Ecriture de la matrice \mathbf{M}

On utilise pour cette étape les méthodes données au §2.1.1.2 pour déterminer successivement les matrices \mathbf{P} , \mathbf{J} et \mathbf{K} .

Etape 2. écriture du polytope convexe $\text{conv}(\mathbf{M})$ sous forme d'un ensemble de demi-espaces

Un polytope convexe peut être défini de deux manières (Annexe A) :

- comme l'enveloppe convexe d'un ensemble de points (Figure 2.20.a),
- comme l'intersection d'un ensemble de demi-espaces (Figure 2.20.b).

On note $\text{conv}(\mathbf{M})$, l'enveloppe convexe de l'ensemble de points $\mathcal{S}_M = \{M_1, \dots, M_{n_k}\}$, où M_j est le point de coordonnées \mathbf{m}_j et \mathbf{m}_j^T est la ligne j de la matrice \mathbf{M} . On souhaite écrire ce polytope comme l'intersection d'un ensemble de demi-espaces, car cette écriture permet aisément de déterminer si l'origine est à l'intérieur du polytope. Chaque demi-espace est défini par deux vecteurs : le vecteur normal à l'hyperplan $\hat{\mathbf{n}}_i$ pointant vers l'intérieur du polytope et le vecteur des coordonnées \mathbf{b}_i d'un point B_i qui appartient à l'hyperplan. Ainsi tout point \mathbf{x} appartient au demi-espace considéré si et seulement si :

$$\hat{\mathbf{n}}_i^T (\mathbf{x} - \mathbf{b}_i) \geq 0 \quad (2.90)$$

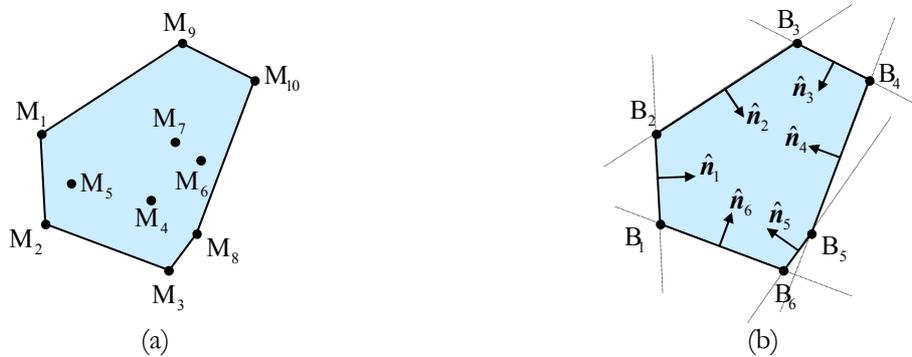


Figure 2.20 : Représentation du polytope convexe $\text{conv}(\mathbf{M})$ sous forme d'un ensemble de points (a), comme l'intersection d'un ensemble de demi-espaces (b).

Chaque hyperplan correspond à une frontière du polytope. La commande `convhulln()` dans Matlab permet de déterminer l'ensemble des frontières d'un polytope convexe de dimension N . Chaque frontière est définie par un g -uplet de points $\{M_1, M_2, \dots, M_g\}$, où g est la dimension de l'espace des configurations de la prise.

Considérons la frontière i formée par les g points $\{M_1, M_2, \dots, M_g\}$, on choisit arbitrairement $B_i = M_1$. La résolution du système d'équations linéaires suivant permet d'obtenir la direction du vecteur normal \hat{n}_i :

$$\hat{n}_i^T (\mathbf{m}_j - \mathbf{b}_i) = 0, \forall j \in \{1, \dots, g\} \quad (2.91)$$

$$\hat{n}_i^T \hat{n}_i = 1 \quad (2.92)$$

Il reste à vérifier le sens du vecteur \hat{n}_i en s'assurant qu'il pointe bien vers l'intérieur du polytope, c'est-à-dire que chaque point de \mathcal{S}_M vérifie le système d'inégalités suivant :

$$\hat{n}_i^T (\mathbf{m}_k - \mathbf{b}_i) \geq 0, \forall k \in \{1, \dots, n_k\} \quad (2.93)$$

avec n_k le nombre de contraintes unilatérales.

Etape 3. Détermination de la position de l'origine par rapport au polytope $\text{conv}(\mathbf{M})$

Maintenant que le polytope convexe $\text{conv}(\mathbf{M})$ est défini par un ensemble de demi-espaces, il est aisé de déterminer si l'origine de l'espace des configurations de la prise est bien à l'intérieur strictement du polytope. Il suffit de vérifier que l'origine est à l'intérieur strictement de chaque demi-espace, c'est-à-dire que le système d'inégalités suivant est vérifié :

$$\hat{n}_i^T (\mathbf{0} - \mathbf{b}_i) > 0, \forall i \in \{1, \dots, n_f\} \quad (2.94)$$

ou de manière équivalente :

$$\hat{n}_i^T \mathbf{b}_i < 0, \forall i \in \{1, \dots, n_f\} \quad (2.95)$$

avec n_f le nombre de demi-espaces.

On peut alors réécrire les propositions énoncées au début de ce paragraphe :

- (i) la prise n'est pas fermée géométriquement si et seulement si au moins une des composantes $\hat{n}_i^T \mathbf{b}_i$ est positive strictement,
- (ii) la prise est fermée géométriquement au 1^{er} ordre si et seulement si toutes les composantes $\hat{n}_i^T \mathbf{b}_i$ sont négatives strictement,
- (iii) il y a incertitude sur la fermeture géométrique de la prise si la condition (i) n'est pas vérifiée et au moins une des composantes $\hat{n}_i^T \mathbf{b}_i$ est nulle.

Illustrons à nouveau ces travaux avec l'exemple des pinces sous-actionnées à deux mors présentées au §2.1.2. On écrit la matrice \mathbf{M} pour la pince présentée au §2.1.2.3 :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.96)$$

Dans ce cas, le polytope $\text{conv}(\mathbf{M})$ contient bien l'origine en son intérieur strictement (Figure 2.21), la prise est donc fermée géométriquement.

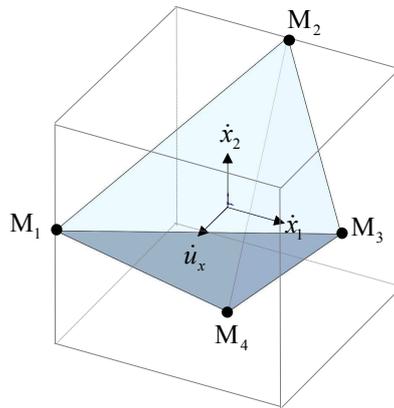


Figure 2.21 : Représentation du polytope $\text{conv}(\mathbf{M})$ pour la pince sous-actionnée présentée au §2.1.2.3.

De la même manière, on écrit la matrice \mathbf{M} pour la pince présentée au §2.1.2.2 :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

Dans ce cas, l'origine est située sur la frontière du polytope $\text{conv}(\mathbf{M})$ (Figure 2.22), on peut d'ailleurs remarquer que le polytope n'est formé que de 3 points, ce qui n'est pas suffisant pour contenir l'origine en son intérieur strictement. La prise ne respecte donc pas la fermeture géométrique au 1^{er} ordre, mais elle respecte éventuellement la fermeture géométrique d'ordre supérieur. Néanmoins pour ce cas précis, les effets d'ordre supérieur sont inexistantes, la modélisation au 1^{er} ordre est donc suffisante. On conclut que la prise n'est pas fermée géométriquement.

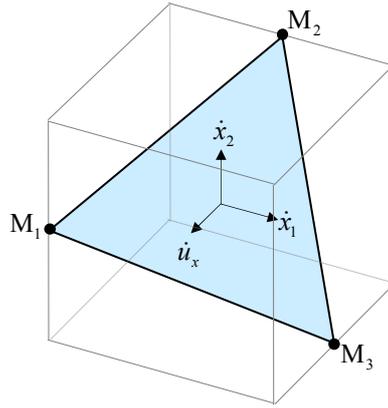


Figure 2.22 : Représentation du polytope $\text{conv}(M)$ pour la pince sous-actionnée présentée au §2.1.2.2.

2.3.2 Nombre minimal de contraintes unilatérales pour la fermeture géométrique au 1^{er} ordre

Dans ce paragraphe, on se propose d'étendre un résultat important, celui du nombre minimal de contacts ponctuels nécessaires à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre. Ces travaux ont été initiés par [Reulaux, 1876] et [Somov, 1900] et démontrés plus tard par [Lakshminarayana, 1978], [Markenscoff *et al.*, 1990] et [Mishra *et al.*, 1987]. Ces travaux démontrent que $d + 1$ contacts sont nécessaires à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre :

$$n_c \geq d + 1 \quad (2.98)$$

- n_c , le nombre de contraintes unilatérales de contact,
- d , la dimension de l'espace des configurations de l'objet.

Par analogie entre les propositions (2.10) et (2.67), on écrit :

$$n_k \geq g + 1 \quad (2.99)$$

- n_k , le nombre de contraintes unilatérales du problème,
- g , la dimension de l'espace des configurations de la prise,

$g + 1$ contraintes unilatérales sont nécessaires à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre où g est la dimension de l'espace des configurations de la prise.

On réécrit la relation (2.99)

$$n_u + n_c \geq n_p + d + 1 \quad (2.100)$$

- n_u , le nombre de contraintes unilatérales imposées par les mécanismes unidirectionnels,

- n_p , la dimension de l'espace des configurations de la main.

L'inégalité (2.100) permet de poser une règle de conception simple. En considérant le meilleur des cas, c'est-à-dire lorsque toutes les phalanges sont au contact y compris la paume ($n_c = n_p + 1$), au moins d mécanismes unidirectionnels sont nécessaires pour que la main soit capable de réaliser une prise fermée géométriquement au 1^{er} ordre.

Sur la base de cette nouvelle règle, dressons un bilan des mains sous-actionnées existantes, présentées dans le §1.2.2.3 et regroupées dans le Tableau 1.4. On constate que parmi les 16 mains étudiées, seules 3 mains comptent au moins 6 mécanismes unidirectionnels : la main de Lopez, la main de Southampton et la BarrettHand. Toutes les autres mains sont donc incapables de réaliser des prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre dans l'espace ($d = 6$). Bien entendu, ces mains sont capables de réaliser des prises stables, mais il s'agira d'un autre type de stabilité tel que la fermeture géométrique d'ordre supérieur ou la fermeture en force.

2.3.3 Bilan

Nous avons proposé dans ce paragraphe une méthode géométrique d'analyse de la fermeture géométrique. Celle-ci consiste à construire le polytope convexe formé par les vecteurs lignes de la matrice M . Si celui-ci contient l'origine en son intérieur strictement, alors la prise respecte la fermeture géométrique. Si l'origine est à l'extérieur strictement du polytope, alors la prise n'est pas fermée géométriquement. Si l'origine est située sur la frontière, on ne peut pas conclure. Enfin, nous avons étendu les travaux sur le nombre minimal de doigts nécessaires à la fermeture géométrique du 1^{er} ordre pour le cas des prises sous-actionnées. Cette étude nous a permis d'énoncer une règle de conception simple sur le nombre minimal de mécanismes unidirectionnels à introduire dans la transmission du mouvement de fermeture d'une main sous-actionnée pour que celle-ci soit capable de réaliser des prises qui respectent la fermeture géométrique au 1^{er} ordre.

2.4 Introduction à la fermeture géométrique d'ordre supérieur des prises sous-actionnées

Comme nous venons de le montrer au §2.3.2, la plupart des mains sous-actionnées n'utilisent pas suffisamment de mécanismes unidirectionnels pour pouvoir réaliser des prises qui respectent la fermeture géométrique au 1^{er} ordre. En revanche, ces mains peuvent réaliser des prises fermées géométriquement à un ordre supérieur. Les travaux présentés dans ce paragraphe constituent un début de réponse à l'analyse de la fermeture géométrique d'ordre supérieur des prises sous-actionnées. On présente dans la suite une méthode d'analyse de la fermeture géométrique d'ordre supérieur basée sur une modélisation au 1^{er} ordre de la prise.

2.4.1 Introduction

Comme nous l'avons montré au §2.1.1.1, il arrive que les théories du 1^{er} ordre ne soient pas suffisantes pour analyser la fermeture géométrique d'une prise. Dans le cas des prises représentées en Figure 2.23.a et Figure 2.23.b, une modélisation au 1^{er} ordre de la prise nous indique que l'objet peut tourner autour de l'axe \vec{z} . Néanmoins, l'intuition nous fait dire que la prise (a) est complètement immobilisée lorsque les points de contact sont fixes, alors que la prise (b) ne l'est pas. [Rimon et Burdick, 1996] montrent qu'en considérant la courbure des phalanges et de l'objet, c'est-à-dire en adoptant une modélisation au 2nd ordre de la prise, il est possible de conclure sur la fermeture géométrique de ce type de prises.



Figure 2.23 : (a) prise fermée géométriquement au 2nd ordre, (b) prise non-fermée géométriquement [Rimon et Burdick, 1996].

Par l'exemple de la pince sous-actionnée présentée au §2.1.2.4, nous avons montré que le même type de fermeture géométrique peut se produire pour les prises sous-actionnées. Dans l'exemple étudié, le mécanisme de saisie doit être modélisé au 2nd ordre pour pouvoir conclure sur la fermeture géométrique de la prise. Cette modélisation étant lourde à déterminer pour une main sous-actionnée à plusieurs doigts et plusieurs phalanges, on propose une méthode d'analyse de la fermeture géométrique d'ordre supérieur basée sur une modélisation au 1^{er} ordre de la prise.

2.4.2 Méthode d'analyse de la fermeture géométrique d'ordre supérieur

Nous avons énoncé au §2.2.2.3 une condition nécessaire à la fermeture géométrique d'ordre supérieur des prises sous-actionnées (2.68). Nous avons également dérivé une condition nécessaire équivalente basée sur l'étude du polytope $\text{conv}(\mathbf{M})$ formé par les vecteurs lignes de la matrice \mathbf{M} : l'origine doit être sur la frontière du polytope.

Soit \mathbf{w}_0 le vecteur configuration d'une prise vérifiant la condition nécessaire à la fermeture géométrique d'ordre supérieur. Pour vérifier si cette prise respecte la fermeture géométrique, on propose de parcourir l'ensemble discrétisé des configurations de la prise voisines de \mathbf{w}_0 et atteinte après un déplacement infinitésimal $d\mathbf{w}$ admissible par les contraintes unilatérales. Si pour chaque configuration voisine, la prise tend à revenir vers sa configuration d'origine \mathbf{w}_0 , alors la

prise est fermée géométriquement. Cette méthode est également applicable aux cas des prises où les contacts peuvent être considérés comme fixes, on étudiera dans ce cas la matrice \mathbf{P} .

Illustrons cette méthode avec deux exemples différents, celui de la prise du triangle représentée en Figure 2.23.a et celui de la prise sous-actionnée présentée au §2.1.2.4. Dans le premier cas, les contacts sont considérés fixes dans l'espace, on étudie donc directement la matrice \mathbf{P} . Celle-ci est donnée à partir de la relation (2.5) avec $\dot{\mathbf{u}} = [\dot{u}_x \quad \dot{u}_y \quad \dot{\psi}_z]$ le vecteur des vitesses de l'objet dans le plan :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

Les vitesses admissibles sont données par le noyau de la matrice \mathbf{P} dont la base est formée du vecteur $[0 \quad 0 \quad 1]^T$. En effet, tout vecteur $\dot{\mathbf{u}}$ appartenant au noyau de \mathbf{P} est tel que $\mathbf{P}\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{0}$; les contraintes de contact sont donc respectées quel que soit $\dot{\mathbf{u}} \in \mathcal{N}(\mathbf{P})$. Dans la pratique, cela signifie que l'objet peut tourner autour de l'axe \bar{z} dans les deux sens (Figure 2.24.d). Étudions alors deux nouvelles configurations voisines de la configuration originale, obtenues après respectivement une rotation infinitésimale positive et une rotation infinitésimale négative suivant \bar{z} . On détermine la matrice \mathbf{P} pour chaque configuration, après avoir modifié les normales au contact ; les coordonnées des points de contact en revanche sont inchangées. On en déduit le nouvel espace des vitesses admissibles (Figure 2.25). Il apparaît qu'après une rotation infinitésimale négative, l'objet dans sa nouvelle configuration peut seulement tourner dans le sens positif et vice versa. La configuration d'origine est donc stable, puisque l'objet tend à la regagner lorsqu'il s'en éloigne. On conclut que la prise est fermée géométriquement.

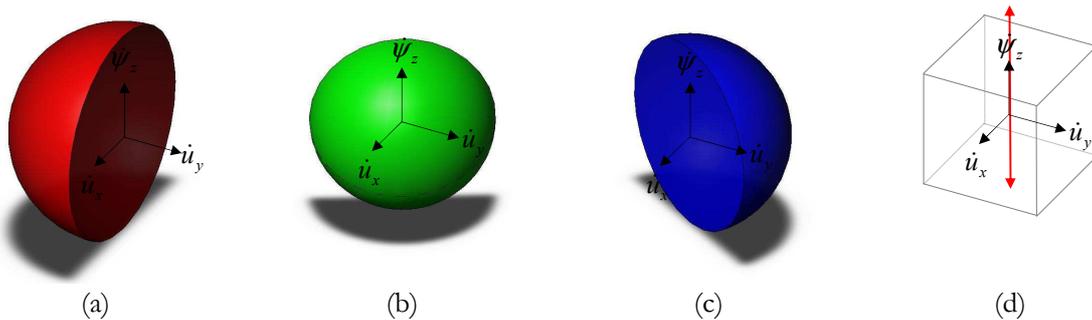


Figure 2.24 : (a) (b) (c) Représentation des demi-espaces interdits par chacun des trois contacts. (d) Représentation de la direction des vitesses admissibles dans la configuration d'origine w_0 , il s'agit de la rotation suivant \bar{z} .

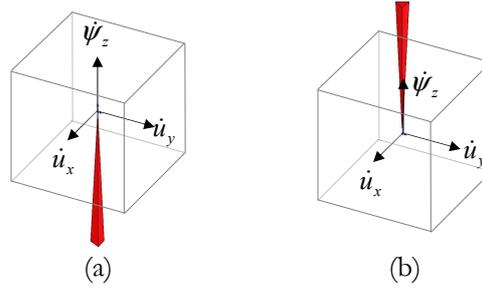


Figure 2.25 : Représentation de l'espace des vitesses admissibles après une rotation infinitésimale positive suivant \bar{z} (a) et après une rotation négative suivant \bar{z} (b). Dans les deux cas, l'objet tend à revenir vers sa position d'origine.

Étudions maintenant le cas de la pince sous-actionnée à deux mors présentée au §2.1.2.4. Il s'agit de vérifier que lorsque l'objet est en position centrée, la prise respecte la fermeture géométrique. L'expression des conditions unilatérales est donnée au §2.1.2.4, on en déduit la matrice \mathbf{M} , avec $\dot{\mathbf{w}} = [\dot{u}_x \quad \dot{x}_1 \quad \dot{x}_2]^T$:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{S_{\theta_2 - \theta_0}}{S_{\theta_1 + \theta_2}} & -\frac{S_{\theta_1 + \theta_0}}{S_{\theta_1 + \theta_2}} \end{bmatrix} \quad (2.102)$$

Lorsque l'objet est en position centrée $u_x = 0$, alors $\theta_0 = 0$ et $\theta_1 = \theta_2$. La matrice \mathbf{M} est singulière, la base du noyau est donnée par le vecteur $\vec{e}_1 = [1 \quad 1 \quad 1]^T$. Ainsi, tout mouvement de la prise $\dot{\mathbf{w}}$ tel que $\dot{u}_x = \dot{x}_1 = \dot{x}_2$ est admissible par les contraintes unilatérales (Figure 2.26.a). Comme précédemment, on étudie les deux configurations voisines de la configuration originale, obtenues après un déplacement infinitésimal selon le vecteur \vec{e}_1 respectivement dans le sens positif $\dot{u}_x = \dot{x}_1 = \dot{x}_2 \geq 0$ et dans le sens négatif. On détermine la matrice \mathbf{M} pour ces deux configurations, après avoir modifié la valeur des angles $(\theta_0, \theta_1, \theta_2)$. On en déduit le nouveau domaine des vitesses $\dot{\mathbf{w}}$ admissibles pour chaque configuration. Comme pour l'exemple précédent, on conclut que la prise respecte la fermeture géométrique car elle a tendance à regagner sa configuration d'origine lorsqu'elle s'en éloigne.

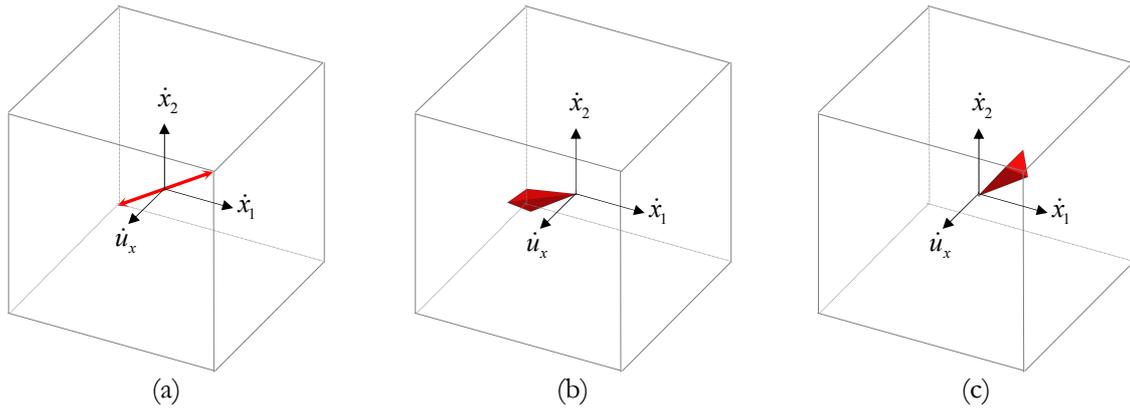


Figure 2.26 : Représentation du domaine des vitesses admissibles lorsque l'objet est en position centrée, après un déplacement de la prise infinitésimal suivant le vecteur \vec{e}_1 appartenant au noyau de M respectivement dans le sens positif $\dot{u}_x = \dot{x}_1 = \dot{x}_2 \geq 0$ (a) et dans le sens négatif (b). Dans les deux cas, la prise tend à revenir vers sa configuration d'origine.

Les deux exemples présentés précédemment peuvent être résolus graphiquement, car la dimension de l'espace des vitesses du système étudié le permet. Lorsque la dimension est supérieure à 3, on pourra vérifier pour chaque configuration voisine de la configuration originale que le déplacement infinitésimal que doit réaliser la prise pour revenir à la configuration originale appartient à l'espace des vitesses autorisées. En toute rigueur, cette méthode ne constitue pas une condition nécessaire et suffisante pour la fermeture géométrique d'ordre supérieur, il s'agit plus d'une représentation permettant d'appréhender l'analyse de ce type de prise.

2.4.3 Localisation des prises fermées géométriquement à un ordre supérieur

Nous avons évoqué précédemment qu'une condition nécessaire à la fermeture géométrique est que l'origine soit sur la frontière du polytope $\text{conv}(\mathbf{M})$. Pour cela, il faut qu'au moins deux vecteurs lignes de \mathbf{M} soient liés. De manière équivalente, pour une matrice $\mathbf{M}_{n_k \times g}$ avec $n_k \leq g$, il faut que le rang en lignes de la matrice soit inférieur à n_k , le nombre de lignes (non nulles). Ou encore, lorsque la matrice \mathbf{M} est carrée, il est équivalent de vérifier qu'elle est singulière. La base du noyau de \mathbf{M} (noté $\mathcal{N}(\mathbf{M})$) définit alors le sous-espace des déplacements de la prise admissibles par les contraintes unilatérales.

Considérons une prise dont les contraintes unilatérales sont exprimées à l'aide de la matrice $\mathbf{M}_{n_k \times g}$. Comme nous l'avons vu au §2.3.2, il faut $n_k > g$ pour que la prise soit capable de réaliser des prises qui respectent la fermeture géométrique au 1^{er} ordre. Considérons le cas spécifique où la matrice \mathbf{M} est carrée ($n_k = g$). Dans ce cas, la prise ne peut pas réaliser de prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre mais uniquement à un ordre supérieur. La singularité de la matrice \mathbf{M} est une condition nécessaire à la fermeture géométrique d'ordre supérieur. En discrétisant l'espace des configurations de la prise, il est possible alors de déterminer les configurations de la

prise pour lesquelles la matrice est singulière. On pourra utiliser la méthode présentée au §2.4.2 pour retenir parmi ces configurations celles qui sont fermées géométriquement.

Prenons l'exemple de la prise d'un disque par une main sous-actionnée à deux doigts et deux phalanges par doigt (Figure 2.30). Les phalanges sont sous-actionnées par un mécanisme différentiel de type « 4 barres ». On place un mécanisme unidirectionnel de type « vis - écrou » à l'entrée de chaque doigt. Lorsque toutes les phalanges sont au contact et que la paume est inexistante, on obtient bien une matrice carrée $\mathbf{M}_{6 \times 6}$. L'écriture de la matrice \mathbf{M} est détaillée au §2.5.1, on omettra la dernière ligne de la matrice donnée par la relation (2.114), puisqu'on ne considère pas la paume pour cet exemple. Les paramètres géométriques du mécanisme sont donnés dans le Tableau 2.2. Puisqu'on étudie uniquement les configurations de la prise pour laquelle les phalanges sont toutes au contact, il n'est pas nécessaire de parcourir l'espace des configurations de la prise, il suffit de parcourir l'espace des configurations de l'objet. La configuration de la main est déterminée en fonction de celle de l'objet, de sorte que toutes les phalanges soient au contact de l'objet. On conserve uniquement les configurations de la main pour lesquelles les phalanges sont tangentes à la surface en contact.

$l_{1,k}$	$l_{2,k}$	$a_{1,k}$	$b_{1,k}$	$c_{1,k}$	$\psi_{2,k}$	R_{obj}
1	1	1	1	1/2	120°	2/3

Tableau 2.2 : Paramètres géométriques de la main sous-actionnée et rayon de l'objet saisi.

On considère un espace des configurations de l'objet de dimension 2 : $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x & u_y \end{bmatrix}^T$, les rotations dans le plan ne sont pas considérées. Cet espace est d'abord discrétisé, puis en chaque point on calcule la matrice \mathbf{M} et son déterminant. La Figure 2.27 représente le déterminant de la matrice \mathbf{M} en fonction de la configuration de l'objet dans le plan. Par extrapolation, on en déduit les configurations de l'objet pour lesquelles le déterminant est nul et la matrice \mathbf{M} singulière. L'ensemble de ces configurations est décrit par une courbe représentée en Figure 2.27. Après application de la méthode d'analyse de la fermeture géométrique d'ordre supérieur présentée au §2.4.2, on en déduit que toutes les configurations de l'objet appartenant à cette courbe sont fermées géométriquement.

Si l'objet est directement saisi dans une de ces configurations, l'objet est immobilisé, la prise est fermée géométriquement. Si l'objet est saisi au voisinage de cette courbe, il aura tendance à se déplacer jusqu'à atteindre une configuration située sur cette courbe. En revanche, si l'objet est saisi dans une configuration éloignée de cette courbe, il peut soit évoluer vers cette courbe soit s'en éloigner avant d'être éjecté, à moins bien sûr qu'il ne rencontre sur son chemin une configuration qui respecte la fermeture en force ou un autre type de stabilité. Il est également possible qu'après la perte d'un ou plusieurs contacts, la prise soit fermée géométriquement. On ne considère pas ces configurations dans notre exemple, mais la méthode proposée au §2.4.2 permet également de résoudre ces cas.

L'étude que nous venons de réaliser est valable pour une main avec des paramètres géométriques donnés et pour un objet donné. Lorsque les paramètres géométriques du mécanisme différentiel « 4 barres » sont modifiés, l'écriture de la matrice \mathbf{K} change. Par conséquent les configurations de l'objet pour lesquelles la matrice \mathbf{M} est singulière évoluent également (Figure 2.28). De la même façon, lorsque la main saisit un objet circulaire de diamètre différent, la main adopte une configuration différente pour une même position de l'objet, l'écriture des matrices \mathbf{P} et \mathbf{J} s'en retrouve modifiée (Figure 2.29).

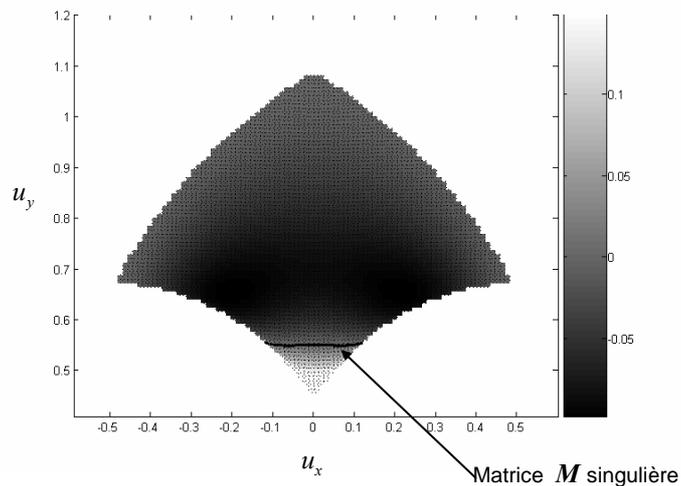


Figure 2.27 : Représentation du déterminant de la matrice \mathbf{M} en fonction de la configuration de l'objet. La courbe indique les configurations pour lesquelles la matrice est singulière (déterminant nul). Il peut y avoir fermeture géométrique de l'objet uniquement dans ces configurations.

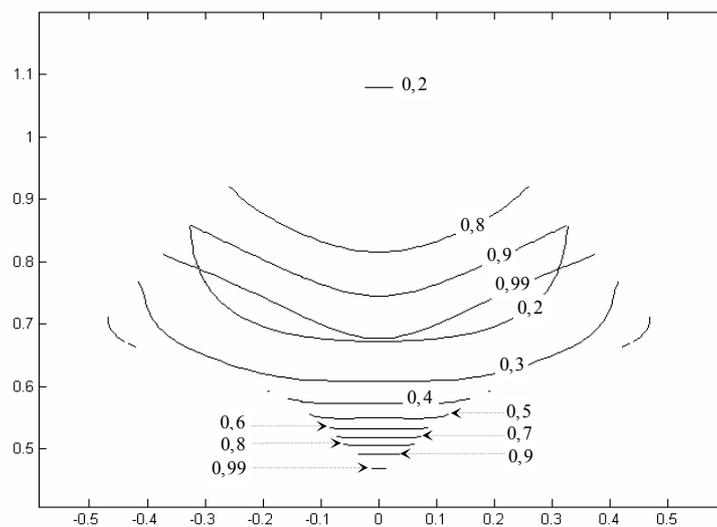


Figure 2.28 : Evolution des courbes des configurations de l'objet pour lesquelles la matrice \mathbf{M} est singulière en fonction de la longueur des barres $c_{1,k}$.

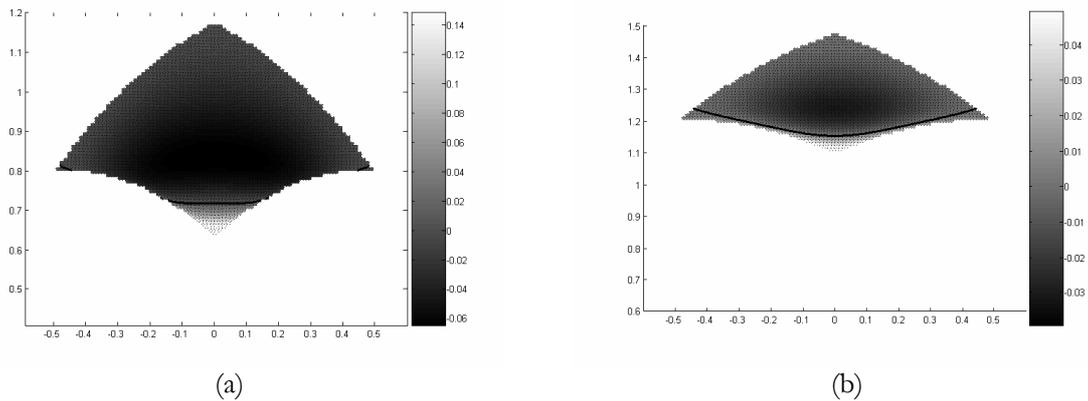


Figure 2.29 : Représentation du déterminant de la matrice \mathbf{M} en fonction de la configuration de l'objet, pour la prise d'un disque de diamètre 0,8 (a) et 1.2 (b) avec $c_{1,k} = l_{1,k}/2$.

2.4.4 Bilan

Les travaux exposés dans ce paragraphe constituent une introduction à l'étude de la fermeture géométrique d'ordre supérieur des prises sous-actionnées. Nous avons présenté une méthode d'analyse de la fermeture géométrique à un ordre supérieur. Celle-ci consiste à vérifier que lorsque l'objet réalise un déplacement infinitésimal le long d'une direction de déplacement autorisée par les contraintes unilatérales, celui-ci a tendance à revenir vers la configuration d'origine. Nous avons proposé une condition nécessaire pour la fermeture géométrique à un ordre supérieur : le rang en lignes de la matrice \mathbf{M} est inférieur au nombre de lignes. Cette proposition n'est vraie que si $\mathbf{M}_{n_k \times g}$ est rectangulaire avec $n_k \leq g$. De manière équivalente, la singularité de la matrice \mathbf{M} , lorsque \mathbf{M} est carrée, est une condition nécessaire à la fermeture géométrique d'ordre supérieur. A partir de l'étude du déterminant de la matrice \mathbf{M} , nous avons localisé les configurations de l'objet « potentiellement » fermées géométriquement, pour le cas d'une prise sous-actionnée à deux doigts et deux phalanges par doigt, dont on considère toutes les phalanges au contact.

2.5 Etude de cas

Pour illustrer les travaux présentés tout au long de ce chapitre, considérons la prise d'un disque par une main sous-actionnée à deux doigts et deux phalanges par doigt (Figure 2.30). Le lecteur pourra y voir une version simplifiée de la Sarah Hand [Laliberté *et al.*, 2002], puisqu'on retrouve un sous-actionnement entre doigts de type différentiel à engrenages et un sous-actionnement entre phalanges de type « 4 barres ». Par ailleurs, le mouvement de fermeture de chaque doigt est transmis par un mécanisme irréversible de type « vis - écrou ».

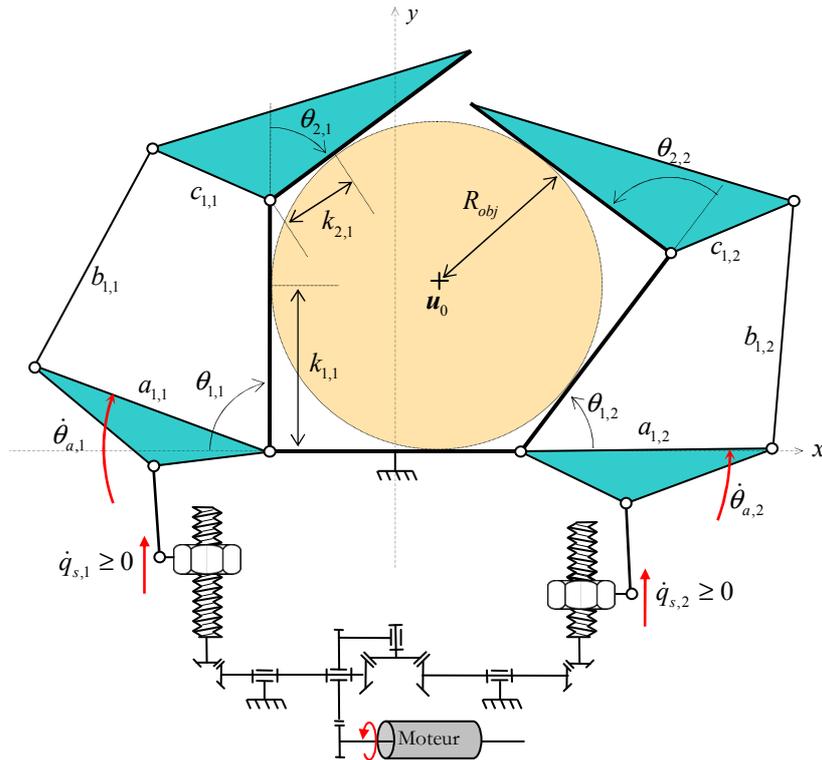


Figure 2.30 : Modélisation d'une main sous-actionnée à 2 doigts et 2 phalanges par doigt, avec un mécanisme de sous-actionnement de type différentiel entre les doigts et les phalanges. Deux mécanismes unidirectionnels empêchent tout mouvement de retour des barres d'actionnement $a_{1,1}$ et $a_{1,2}$.

2.5.1 Modélisation cinématique de la prise

On considère uniquement les translations de l'objet dans le plan ($\dot{\mathbf{u}} = [\dot{u}_x \quad \dot{u}_y]^T$), de sorte que les matrices \mathbf{G} et \mathbf{N} s'écrivent ((2.40) et (2.41)) :

$$\mathbf{G}_{2 \times 8} = [\mathbf{I}_2 \quad \mathbf{I}_2 \quad \mathbf{I}_2 \quad \mathbf{I}_2] \quad (2.103)$$

$$\mathbf{N}_{8 \times 4} = \text{diag}(\mathbf{y}_{1,1}, \mathbf{y}_{2,1}, \mathbf{y}_{1,2}, \mathbf{y}_{2,2}) \quad (2.104)$$

$$\mathbf{y}_{i,k} = \begin{bmatrix} (-1)^{k-1} \cdot \sin(\alpha_{i,k}) \\ \cos(\alpha_{i,k}) \end{bmatrix} \quad (2.105)$$

avec $\alpha_{i,k} = \sum_{j=1}^i \theta_{i,k}$.

Finalement, on écrit la matrice $\mathbf{P} = \mathbf{N}^T \mathbf{G}^T$:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{y}_{1,1} \quad \mathbf{y}_{2,1} \quad \mathbf{y}_{1,2} \quad \mathbf{y}_{2,2}]^T \quad (2.106)$$

$$\mathbf{P}_{2 \times 4} = \begin{bmatrix} S_{\theta_{1,1}} & S_{\theta_{1,1}+\theta_{2,1}} & -S_{\theta_{1,2}} & -S_{\theta_{1,2}+\theta_{2,2}} \\ C_{\theta_{1,1}} & C_{\theta_{1,1}+\theta_{2,1}} & C_{\theta_{1,2}} & C_{\theta_{1,2}+\theta_{2,2}} \end{bmatrix}^T \quad (2.107)$$

La matrice jacobienne de la main \mathbf{J} est donnée à l'aide des relations (2.33) et (2.37) :

$$\mathbf{J}_{4 \times 4} = \left[\begin{array}{cc|cc} k_{1,1} & 0 & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \\ k_{2,1} + l_{1,1} \cdot \cos(\theta_{2,1}) & k_{2,1} & & \\ \hline \mathbf{0}_{2 \times 2} & & k_{1,2} & 0 \\ & & k_{2,2} + l_{1,2} \cdot \cos(\theta_{2,2}) & k_{2,2} \end{array} \right] \quad (2.108)$$

On considère que les quatre phalanges sont au contact avec l'objet, de sorte que la matrice de sélection \mathbf{S} s'écrit :

$$\mathbf{S} = \mathbf{I}_{4 \times 4} \quad (2.109)$$

Ecrivons les contraintes imposées par les deux mécanismes irréversibles pendant la phase de fermeture de la main :

$$\dot{q}_{s,1} \geq 0 \text{ et } \dot{q}_{s,2} \geq 0 \quad (2.110)$$

où $\dot{q}_{s,1}$ et $\dot{q}_{s,2}$ représentent les vitesses de déplacement des crémaillères. On suppose que l'intervalle d'évolution de $\theta_{a,1}$ et $\theta_{a,2}$ est tel que la relation (2.110) équivaut à :

$$\dot{\theta}_{a,1} \geq 0 \text{ et } \dot{\theta}_{a,2} \geq 0$$

L'écriture de la matrice de transmission inverse \mathbf{T}^{-1} nous permet d'écrire directement la matrice \mathbf{K} :

$$\mathbf{T}^{-1} = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & \frac{h_1}{h_1 + l_{1,1}} & \mathbf{0}_{2 \times 2} & \\ 0 & 1 & & \\ \hline \mathbf{0}_{2 \times 2} & & 1 & \frac{h_2}{h_2 + l_{1,2}} \\ & & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (2.111)$$

$$\mathbf{K}_{2 \times 4} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{h_1}{h_1 + l_{1,1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{h_2}{h_2 + l_{1,2}} \end{bmatrix} \quad (2.112)$$

On considère que l'objet est en contact avec la paume, la contrainte de contact s'écrit à l'aide du vecteur $\hat{\mathbf{n}}_p$:

$$\hat{\mathbf{n}}_p = \mathbf{I}_2 \mathbf{n}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.113)$$

Finalement, on écrit la matrice \mathbf{M} reliant le vecteur $\dot{\mathbf{w}} = [\dot{\theta}_{1,1} \quad \dot{\theta}_{2,1} \quad \dot{\theta}_{1,2} \quad \dot{\theta}_{2,2} \quad \dot{u}_x \quad \dot{u}_y]^T$ au vecteur contrainte $\dot{\mathbf{q}}_c$ à l'aide de la relation (2.64) :

$$\mathbf{M}_{7 \times 6} = \left[\begin{array}{cc|cccc} S_{\theta_{1,1}} & C_{\theta_{1,1}} & -k_{1,1} & 0 & 0 & 0 \\ S_{\theta_{1,1}+\theta_{2,1}} & C_{\theta_{1,1}+\theta_{2,1}} & -(k_{2,1}+l_{1,1} \cdot C_{\theta_{2,1}}) & -k_{2,1} & 0 & 0 \\ -S_{\theta_{1,2}} & C_{\theta_{1,2}} & 0 & 0 & -k_{1,2} & 0 \\ -S_{\theta_{1,2}+\theta_{2,2}} & C_{\theta_{1,2}+\theta_{2,2}} & 0 & 0 & -(k_{2,2}+l_{1,2} \cdot C_{\theta_{2,2}}) & -k_{2,2} \\ \hline 0 & 0 & 1 & \frac{h_1}{h_1+l_{1,1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{h_2}{h_2+l_{1,2}} \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (2.114)$$

On remarque que la matrice \mathbf{M} obtenue est de dimension 7×6 . Si le contact entre l'objet et la paume est perdue, la dimension de la matrice est réduite à 6×6 . Dans ce cas, la prise résultante ne peut pas respecter la fermeture géométrique au 1^{er} ordre. On se référera alors au §2.4 pour l'étude de ce type de prise.

2.5.2 Etude de la fermeture géométrique de la prise

Commençons par analyser la prise telle qu'elle est représentée en Figure 2.30. Les paramètres géométriques de la main sont rapportés dans le Tableau 2.3. Pour la prise d'un objet circulaire de rayon $R_{obj} = 2/3 l_{1,k}$ et de position $\mathbf{u} = [1/6 \quad R_{obj}]^T$, de manière à ce que l'objet soit en contact avec la paume, on obtient la configuration de la main détaillée dans le Tableau 2.4 lorsque toutes les phalanges sont au contact. Dans la suite, l'unité de distance est donnée par la longueur de la phalange proximale.

$l_{1,k}$	$l_{2,k}$	$a_{1,k}$	$b_{1,k}$	$c_{1,k}$	$\psi_{2,k}$
1	1	1	1	1/2	120°

Tableau 2.3 : Paramètres géométriques de la main sous-actionnée.

	R_{obj}	\mathbf{u}_{0x}	\mathbf{u}_{0y}	$\theta_{1,1}$	$\theta_{2,1}$	$\theta_{1,2}$	$\theta_{2,2}$	$k_{1,1}$	$k_{2,1}$	$k_{1,2}$	$k_{2,2}$
Prise 1	2/3	1/6	R_{obj}	90°	53°	53°	90°	2/3	1/3	1/3	2/3
Prise 2	2/3	0	R_{obj}	74°	74°	74°	74°	2/3	1/3	1/3	2/3

Tableau 2.4 : Paramètres géométriques des deux prises étudiées.

Les paramètres géométriques définissant la configuration de la prise sont reportés dans le Tableau 2.4. Nous sommes maintenant en mesure de déterminer complètement la matrice \mathbf{M} et de construire le polytope $\text{conv}(\mathbf{M})$. Ce polytope n'est pas représenté car il est exprimé dans un espace de dimension 6. Après application de la méthode définie au §2.3.1, on conclut que l'origine de l'espace des configurations est à l'extérieur strictement du polytope : la prise n'est donc pas fermée géométriquement. Par ailleurs, on remarque qu'une des composantes de $\mathbf{K}\mathbf{J}^{-1}$ est négative, la prise ne remplit donc pas la condition nécessaire à la fermeture géométrique de 1^{er} ordre énoncée au §2.2.2.4.

Ce résultat peut paraître surprenant, en effet l'intuition nous fait dire que l'objet est immobilisé puisque les points de contact sont correctement répartis autour de l'objet. Cette prise, respecte d'ailleurs la fermeture géométrique dans sa définition originale. Cet exemple fait donc clairement apparaître la spécificité des prises sous-actionnées, comme, nous l'avions illustré avec des mécanismes sous-actionnés plus simples au §2.1.2, ainsi que l'intérêt de la définition étendue que nous avons proposée dans ce chapitre.

Etudions une nouvelle prise, avec une position différente de l'objet : $\mathbf{u} = [0 \quad R_{obj}]^T$. La configuration de la main est donnée au Tableau 2.3. Dans ce cas, après une étude identique, on conclut que la prise est fermée géométriquement. Si on parcourt de cette manière l'ensemble des configurations de la prise pour lesquelles la paume et les phalanges sont en contact, on en déduit que u_{0x} doit être compris entre $-0,005$ et $0,005$ pour satisfaire la fermeture géométrique au 1^{er} ordre. Lorsqu'on fait varier le diamètre de l'objet, cet intervalle évolue ; pour certains diamètres, il arrive qu'il n'existe aucune configuration respectant la fermeture géométrique. Dans le cas étudié, lorsque $R_{obj} \geq 0,68$, le mécanisme n'est plus capable de réaliser des prises qui respectent la fermeture géométrique. Il est possible d'améliorer les performances du mécanisme en modifiant les paramètres géométriques du mécanisme différentiel « 4 barres ». Par exemple, lorsqu'on fait varier la longueur de la barre $c_{1,k}$, le meilleur comportement est obtenu pour $c_{1,k} = 0,42$. Le mécanisme est alors capable de réaliser des prises fermées géométriquement de disques dont le rayon R_{obj} est inférieur à 1,16.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en avant l'inadéquation de la définition de la fermeture géométrique telle qu'elle est largement acceptée dans la littérature, avec le cas des prises sous-actionnées. Celle-ci repose sur l'hypothèse que les points de contact sont fixes, hypothèse fautive dans le cas d'une prise sous-actionnée. Nous avons donc proposé une définition plus générale consistant à vérifier que le système formé par la main et l'objet est immobilisé par un ensemble de contraintes. Parmi ces contraintes figurent les contraintes de contact auxquelles nous avons ajouté les contraintes imposées par les mécanismes unidirectionnels. En effet, nous avons montré par quelques exemples simples que ces mécanismes ont une grande influence sur la stabilité de la prise. D'ailleurs, de nombreuses mains sous-actionnées existantes utilisent ce type de mécanismes, sans que son utilisation ne soit jamais justifiée cependant. Nous avons reformulé les

contraintes de contact en considérant des phalanges mobiles et proposé une écriture au 1^{er} ordre des contraintes imposées par les mécanismes unidirectionnels.

Nous avons proposé une condition nécessaire et suffisante à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre des prises sous-actionnées. Le formalisme mathématique adopté est identique à la fermeture géométrique originale. Nous avons donc pu étendre certains travaux de la littérature portant sur la fermeture géométrique originale au cas des prises sous-actionnées. Ainsi, nous avons proposé une méthode d'analyse de la fermeture géométrique au 1^{er} ordre des prises sous-actionnées et une condition nécessaire et suffisante sur le nombre minimal de contraintes unilatérales nécessaires à la fermeture géométrique au 1^{er} ordre des prises sous-actionnées.

Cette étude nous a permis d'énoncer une règle de conception simple portant sur le nombre minimal de mécanismes unidirectionnels à introduire dans la transmission du mouvement de fermeture des doigts d'une main sous-actionnée pour que celle-ci soit capable de produire des prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre. Très peu de mains existantes remplissent cette condition, pour autant ces mains sont capables de réaliser des prises stables respectant la fermeture géométrique à un ordre supérieur ou encore la fermeture en force... Nous avons donc proposé un début de réflexion sur la notion de fermeture géométrique à un ordre supérieur des prises sous-actionnées en proposant une condition nécessaire et une méthode d'analyse basée sur une modélisation au 1^{er} ordre de la prise. La fermeture en force des prises sous-actionnées est abordée au chapitre suivant.

Il est intéressant de mettre en relief ces travaux avec l'étude du mécanisme stabilisateur que nous avons l'intention de fabriquer. Pour ne pas déstabiliser l'objet, ce mécanisme doit pouvoir réaliser une prise fermée géométriquement quelle que soit la position de l'objet relativement à la paume. Il faudra donc utiliser suffisamment de mécanismes irréversibles pour qu'il puisse réaliser des prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre et non pas à un ordre supérieur. En effet dans ce dernier cas, nous avons remarqué que l'objet a tendance à se déplacer jusqu'à atteindre un minimum local. On souhaite éviter ce type de déplacements.

Ces travaux ont fait l'objet de publications en conférence [Bégoc *et al.*, 2006], [Bégoc *et al.*, 2007.a] et [Bégoc *et al.*, 2007.b].

Fermeture en force – vers des applications industrielles

Résumé du chapitre :

L'immobilisation d'un objet peut être garantie par la géométrie des points de contact – c'est le cas traité au chapitre 2 – mais plus fréquemment celle-ci est accomplie grâce aux forces de frottement. La fermeture en force permet d'analyser ce dernier type de prises. Dans la littérature, les travaux sur la fermeture en force sont généralement destinés à l'étude des mains robotiques pleinement actionnées conçues pour réaliser des opérations de manipulation. Dans ce chapitre, on propose l'examen de la fermeture en vue d'applications plus industrielles. Ainsi, on s'intéresse aux mécanismes prévus pour la saisie et donc naturellement aux préhenseurs sous-actionnés. De plus, les travaux présentés permettent de modéliser des contacts autres que les contacts mécaniques unilatéraux peu représentatifs de la diversité des technologies de préhension utilisées dans l'industrie. Basée sur une modélisation au 1^{er} ordre de la prise, on propose une condition nécessaire pour la fermeture en force passive, consistant à vérifier que le domaine des efforts opérationnels applicables sur l'objet contient l'origine.

Sommaire :

Introduction.....	94
3.1 Rappels sur la fermeture en force.....	95
3.2 Une condition nécessaire pour la fermeture en force passive des prises sous-actionnées.....	100
3.3 Etude de cas : une main sous-actionnée à 3 phalanges.....	122
3.4 Conclusion.....	129

Introduction

Il existe plusieurs outils permettant de vérifier l'immobilisation d'un objet, parmi lesquels figurent la fermeture en force que nous allons étudier dans ce chapitre et la fermeture géométrique étudiée au chapitre précédent. Il est généralement accepté dans la littérature que la fermeture en force se distingue de la fermeture géométrique par la prise en compte des forces de frottement et des capacités des actionneurs, c'est du moins le point de vue adopté tout au long de ce manuscrit.

Par la prise en compte des forces de frottement, la fermeture en force est une propriété moins exigeante que la fermeture géométrique. En effet, il est admis que les forces de frottement améliorent la robustesse de la prise, puisque celles-ci s'opposent naturellement à tout mouvement relatif de l'objet par rapport à la phalange en contact. Comme nous l'avons démontré dans le chapitre précédent, l'utilisation du sous-actionnement permet de multiplier le nombre de points de contact mais n'améliore la capacité de la main à produire des prises fermées géométriquement que si des mécanismes unidirectionnels sont introduits en nombre suffisant dans la transmission du mouvement de fermeture de la main. A titre d'exemple, il faut au minimum 7 mécanismes irréversibles lorsque toutes (et seulement toutes) les phalanges sont au contact pour réaliser une prise fermée géométriquement au 1^{er} ordre. Très peu de mains sous-actionnées existantes remplissent ces conditions ; leur capacité à immobiliser un objet dépend donc fortement des forces de frottement en présence.

Par son caractère strictement géométrique, la fermeture géométrique ne s'applique qu'à des préhenseurs à actions de contact mécanique unilatérales. Cette catégorie de préhenseur ne représente qu'une faible part des préhenseurs industriels. La fermeture en force permet de considérer différents types de contact : mécaniques avec ou sans frottement, mais aussi à dépression, magnétique ... (voir la liste des technologies de préhension présentée au §1.1).

Enfin, dans le chapitre précédent, nous avons présenté la fermeture géométrique comme un type de prise idéal, en ce que la robustesse de ce type de prise ne dépend pas du coefficient de frottement. Néanmoins, la non prise en compte de l'amplitude des efforts de contact et des capacités des actionneurs peut parfois aboutir à des prises aberrantes, lorsque celles-ci nécessitent des efforts de contact et couples moteurs très importants pour résister à des perturbations comparativement faibles. La fermeture en force permet d'identifier ce type de problème.

Pour l'ensemble de ces raisons, on s'intéresse dans la suite de ce chapitre à la fermeture en force des prises sous-actionnées. De la même façon que pour la fermeture géométrique, à notre connaissance, il n'existe dans la littérature aucuns travaux qui prennent en compte la cinématique particulière des prises sous-actionnées et permettent d'analyser la fermeture en force des prises effectuées par ce type de mécanismes. En effet, l'utilisation d'une main sous-actionnée ne permet pas de contrôler indépendamment les efforts exercés par chaque phalange sur l'objet. On propose dans la suite une condition nécessaire pour la fermeture en force d'une prise sous-actionnée.

3.1 Rappels sur la fermeture en force

3.1.1 Fermeture passive et fermeture active

La propriété de fermeture en force peut être interprétée de deux manières selon le contexte dans lequel elle est appliquée : la manipulation ou la prise d'objets. Dans le premier cas, il s'agit de vérifier que le mécanisme qui saisit l'objet est capable d'exercer sur l'objet des efforts dans n'importe quelle direction (de manière à contrôler tout mouvement de l'objet dans l'espace). Dans le deuxième cas, on s'intéresse à la capacité du mécanisme à immobiliser l'objet quelles que soient les perturbations exercées sur l'objet. Ces deux propriétés ont été identifiées par [Yoshikawa, 1999] et nommées respectivement la fermeture en force active et la fermeture en force passive. La fermeture en force active nécessite une commande en effort évoluée pour éliminer les perturbations extérieures exercées sur l'objet. A l'inverse, dans le cas de la fermeture en force passive, le mécanisme de saisie exerce des efforts initiaux sur l'objet, puis on examine la capacité de la prise à résister passivement, c'est-à-dire sans aucun contrôle des efforts de contact, à des perturbations extérieures.

La fermeture en force passive concerne les mécanismes déficients [Bicchi, 1994]. Un mécanisme est déficient lorsqu'il n'est pas possible de commander chaque composante du vecteur des efforts de contact par l'application d'une combinaison appropriée des couples exercés par les actionneurs. D'après [Bicchi, 1994], il est équivalent de vérifier que le rang de la jacobienne est inférieur à la dimension du vecteur des efforts de contact (lorsque la jacobienne est la matrice qui au vecteur des couples d'actionnement associe le vecteur des efforts de contact). Le cas des mécanismes déficients n'est pas un cas marginal puisqu'une pince industrielle à deux mors est un mécanisme déficient ou bien encore une main robotique réalisant une prise enveloppante.

Dans le cas d'un mécanisme déficient, les méthodes classiques d'analyse de la fermeture en force ne permettent pas de conclure. Une de ces méthodes consiste à vérifier que l'ensemble des efforts opérationnels transmissibles par les phalanges sur l'objet contient un voisinage autour de l'origine. Cependant, dans le cas d'un mécanisme déficient, cette condition n'est pas suffisante car il n'est pas possible de garantir que toutes les combinaisons linéaires des efforts de contact soient réalisables. Il faut, pour pouvoir conclure, considérer la cinématique du mécanisme qui réalise la prise. Les deux exemples de prise représentés en Figure 3.1 illustrent ce constat. Ces deux prises à 3 contacts avec frottement sont identiques, en revanche les mécanismes qui exercent la prise sont différents. On comprend intuitivement que le mécanisme de la Figure 3.1.a respecte la fermeture en force passive, car celui-ci peut résister à toute perturbation dans le plan par un serrage approprié de l'objet. A l'inverse, le mécanisme de la Figure 3.1.b ne respecte pas la fermeture en force passive car le mécanisme ne peut pas résister à un effort horizontal vers la droite exercé sur l'objet.

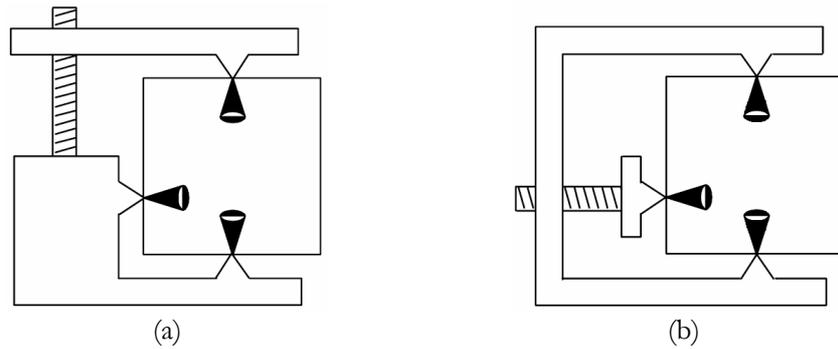


Figure 3.1 : (a) prise respectant la fermeture en force passive, (b) prise ne respectant pas la fermeture en force passive [Bicchi, 2000].

[Shapiro *et al.*, 2001] fournissent une condition nécessaire et suffisante à la fermeture en force passive, basée sur le calcul de l'énergie potentielle élastique de la prise. Ils fournissent également une condition nécessaire pour la fermeture en force passive :

Une prise respecte la fermeture en force passive seulement si le domaine des efforts opérationnels transmissibles par un ensemble de contacts contient l'origine en son intérieur.

Cette condition est souvent donnée dans la littérature pour définir la fermeture en force [Kerr et Roth, 1986], [Ferrari et Canny, 1992], [Chen et Burdick, 1993], [Murray *et al.*, 1994]. On rappelle que cette condition n'est nécessaire et suffisante à la fermeture en force que dans l'hypothèse où la prise n'est pas cinématiquement déficiente. Cette hypothèse est en règle générale vérifiée lorsqu'il s'agit de mains robotiques conçues pour la manipulation. Dans ce type d'application, la prise est réalisée par 3 doigts ou plus, où seule la phalange distale est au contact. Si chaque doigt compte 3 degrés de liberté et que l'on considère des contacts ponctuels rigides avec frottement (effort de contact à 3 composantes), alors la prise n'est pas cinématiquement déficiente.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéressons à la propriété de fermeture en force passive. En effet, nous considérons des prises enveloppantes réalisées par un mécanisme sous-actionné, or un tel mécanisme est déficient puisqu'il n'est pas possible de contrôler chaque composante du vecteur des efforts de contact. Nous étudions la condition proposée par [Shapiro *et al.*, 2001] nécessaire pour la fermeture en force passive, basée sur une modélisation au premier ordre de la prise et donc simple à mettre en oeuvre.

3.1.2 Une condition nécessaire pour la fermeture en force passive

Soit un objet rigide \mathcal{B} saisi par q corps rigides, dans notre cas des phalanges. On considère des contacts ponctuels entre les phalanges et \mathcal{B} .

Si la prise de l'objet \mathcal{B} respecte la fermeture en force passive, alors le polytope des efforts opérationnels que peuvent transmettre les phalanges sur \mathcal{B} contient l'origine de l'espace des efforts opérationnels en son intérieur strictement.

Dans la suite de ce chapitre, on montre à l'aide de quelques exemples simples que la construction du polytope des efforts opérationnels nécessite quelques modifications lorsque le mécanisme qui réalise la prise est sous-actionné. En effet, dans le cas d'une main sous-actionnée, les efforts exercés par chaque phalange ne peuvent pas être contrôlés indépendamment, mais sont liés par une relation cinématique. Cette relation est obtenue en faisant l'équilibre statique de la main lorsque l'objet est considéré fixe [Birglen et Gosselin, 2004.a]. De toute évidence l'équilibre statique de la main est une condition nécessaire pour la fermeture en force passive, cette relation doit donc être prise en compte dans la construction du polytope des efforts opérationnels.

3.1.2.1 Cas d'une prise non-déficiente

On étudie dans ce paragraphe une prise à 2 doigts et 2 phalanges par doigt (Figure 3.2.a). On considère des contacts ponctuels sans frottement entre les phalanges et l'objet. Avec 4 actionneurs et un vecteur des efforts de contact de dimension 4, la prise n'est pas déficiente. Le polytope des efforts opérationnels est représenté en Figure 3.2.b ; pour simplifier le problème et faciliter sa visualisation, le moment suivant \vec{z} n'est pas considéré. Ce polytope contient toutes les combinaisons linéaires positives des efforts de contact. Chaque effort de contact doit respecter les inégalités suivantes :

$$0 \leq c_i \leq 1, \forall i = 1, \dots, 4 \quad (3.1)$$

On remarque que le polytope des efforts opérationnels résultant contient en son intérieur l'origine. La condition nécessaire pour la fermeture en force passive est donc respectée.

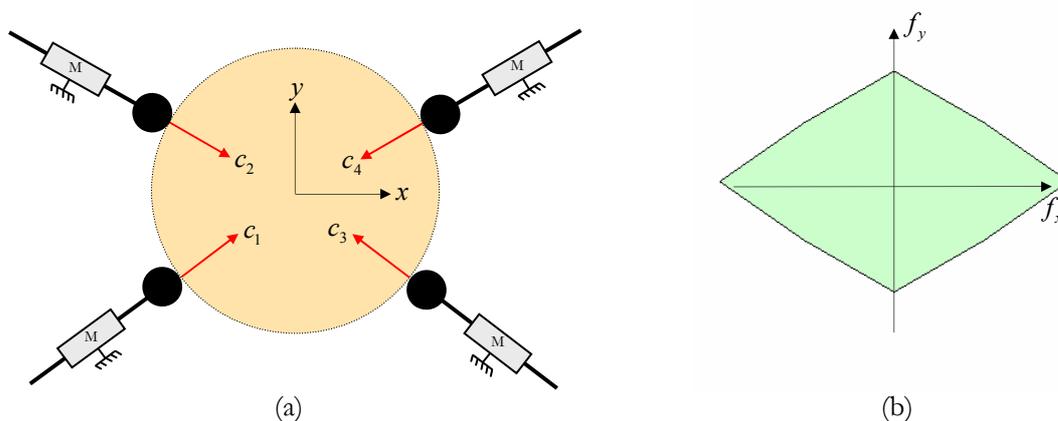


Figure 3.2 : (a) Prise à 4 contacts ponctuels sans frottement exercés par un mécanisme non-déficent, (b) le polytope des efforts opérationnels contient l'origine en son intérieur, la prise respecte la fermeture en force active et la condition nécessaire à la fermeture en force passive.

3.1.2.2 Cas d'une prise sous-actionnée

On étudie dans ce paragraphe une prise exercée par un mécanisme sous-actionné utilisant 2 actionneurs pour 4 ddl (Figure 3.3.a). On considère à nouveau des contacts ponctuels sans frottement entre les phalanges et l'objet. Chaque doigt est sous-actionné par un mécanisme de type 4-barres. L'étude cinématique d'un doigt sous-actionné de [Birglen et Gosselin, 2004.a] nous permet de poser les relations suivantes nécessaires à l'équilibre statique de chaque doigt :

$$c_2 = \frac{2}{3}c_1 \quad (3.2)$$

$$c_4 = \frac{2}{3}c_3 \quad (3.3)$$

Parmi les combinaisons linéaires positives des efforts de contact, on ne retient que celles qui respectent les relations (3.2) et (3.3). On remarque que la prise en compte de ces relations a une forte incidence sur le polytope des efforts opérationnels (Figure 3.3.b). Contrairement à l'exemple précédent, ce polytope ne contient pas l'origine de l'espace des efforts opérationnels en son intérieur strictement. Puisque cette prise n'est pas capable d'appliquer sur l'objet des efforts dans toutes les directions, on peut conclure que cette prise ne respecte pas la fermeture en force passive. En particulier, cette prise est incapable de produire un effort tel que $f_y < 0$.

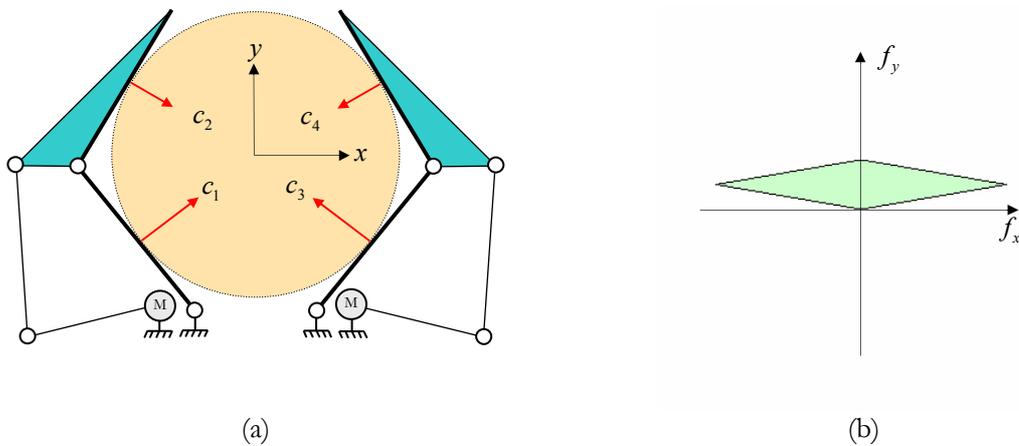


Figure 3.3 : (a) Prise à 4 contacts ponctuels sans frottement exercée par un mécanisme sous-actionné à deux actionneurs, (b) le polytope des efforts opérationnels ne contient pas l'origine strictement en son intérieur, la prise ne respecte pas la fermeture en force passive.

Considérons un nouvel exemple de prise exercée par un mécanisme sous-actionné utilisant cette fois un actionneur pour 4 ddl (Figure 3.4.a). Un palonnier permet de partager le couple moteur sur chaque doigt. L'étude cinématique du mécanisme nous permet d'obtenir la relation suivante entre les efforts de contact :

$$c_4 = \frac{2}{3}c_3 = c_2 = \frac{2}{3}c_1 \quad (3.4)$$

Dans ce cas, le polytope des efforts opérationnels est ramené à un segment qui ne peut donc pas contenir l'origine en son intérieur. Encore une fois, on conclut que cette prise ne respecte pas la fermeture en force passive. Ce deuxième exemple met en évidence le fait que le degré de sous-actionnement de la main a également une incidence sur le polytope des efforts opérationnels.

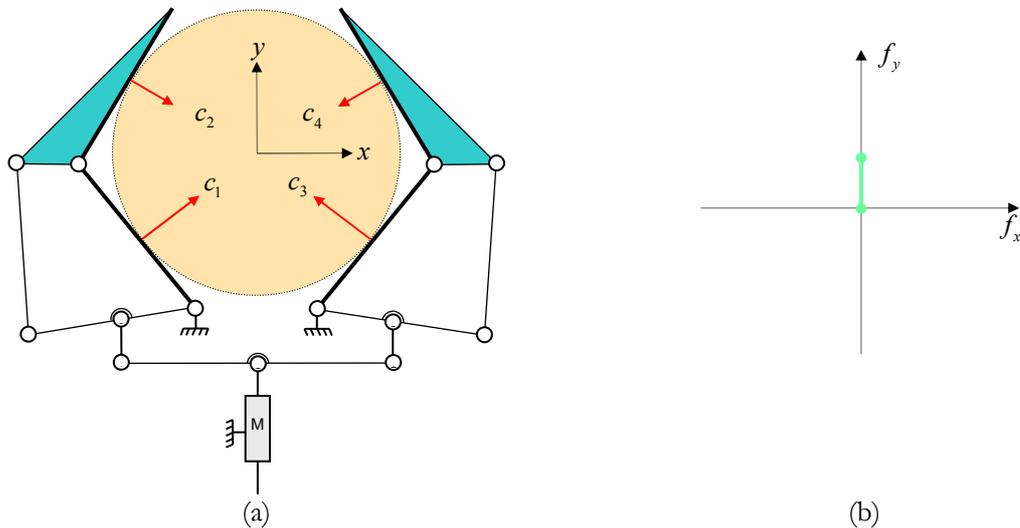


Figure 3.4 : (a) Prise à 4 contacts ponctuels sans frottement exercée par un mécanisme sous-actionné à un seul actionneur, (b) le polytope des efforts opérationnels ne contient pas l'origine strictement en son intérieur, la prise ne respecte pas la fermeture en force passive.

3.1.3 Conclusion

Nous avons présenté dans ce paragraphe deux propriétés : la fermeture en force active et la fermeture en force passive. Dans le cas de la prise d'objets, on s'intéresse à la fermeture en force passive. Il existe une condition nécessaire pour la fermeture en force passive, consistant à vérifier que le polytope des efforts opérationnels que peuvent transmettre les phalanges sur l'objet contient en son intérieur strictement l'origine de l'espace des efforts opérationnels. S'il ne s'agit que d'une condition nécessaire, celle-ci est simple à vérifier car basée sur une modélisation au 1^{er} ordre de la prise.

Nous avons montré par quelques exemples simples que dans le cas d'une prise sous-actionnée, la considération des relations cinématiques qui lient les efforts de contact entre eux a une forte incidence sur la construction du polytope des efforts opérationnels. On propose dans la suite de ce chapitre de généraliser l'étude de cette condition au cas des mains sous-actionnées à m doigts et n phalanges par doigt.

3.2 Une condition nécessaire pour la fermeture en force passive des prises sous-actionnées

Basée sur la méthode d'analyse géométrique de la fermeture en force passive introduite au §3.1.2, on propose une nouvelle méthode permettant d'analyser la condition nécessaire pour la fermeture en force passive pour le cas général d'une prise à m doigts et n phalanges par doigt. La modélisation adoptée permet de traiter le cas des prises sous-actionnées comme celui des prises pleinement actionnées. La méthode consiste à construire le polytope des efforts opérationnels applicables par l'ensemble des contacts sur l'objet puis à vérifier qu'il contient bien en son intérieur l'origine de l'espace des efforts opérationnels. On considère la cinématique du mécanisme qui exerce les efforts de contact dans la construction de ce polytope. Ainsi, dans le cas d'une prise sous-actionnée, on ne retient que les combinaisons linéaires des efforts de contact qui respectent l'équilibre statique du mécanisme. On détaille dans la suite de ce paragraphe la méthode de construction du polytope des efforts opérationnels applicables par la main sur l'objet.

3.2.1 Modélisation cinématique de la prise

On souhaite écrire le modèle cinématique d'une prise exercée par une main dont toutes les phalanges sont au contact de l'objet. On considère des liaisons pivot entre phalanges ainsi qu'entre la paume et la phalange proximale. Les axes des liaisons pivot d'un même doigt sont parallèles. On n'impose pour l'instant aucune restriction sur le type de contact entre les phalanges et l'objet, on considère en effet que le torseur des actions de contact transmissibles est formé de 6 composantes. On écrit ce modèle en deux étapes, en s'intéressant dans un premier temps à la relation entre le vecteur des efforts de contact \mathbf{c} et le vecteur des efforts opérationnels \mathbf{f} , puis dans un deuxième temps à la relation entre le vecteur d'actionnement \mathbf{t} et le vecteur \mathbf{c} .

Ecrivons la relation cinématique associant le vecteur des efforts de contact \mathbf{c} au vecteur des efforts opérationnels \mathbf{f} :

$$\mathbf{f} = \mathbf{P}^T \mathbf{c} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{P}^T = \mathbf{G} \mathbf{N} \quad (3.6)$$

Les matrices \mathbf{G} et \mathbf{N} , pour le cas spatial, s'écrivent :

$$\mathbf{G} = \left[\begin{array}{cc|ccc} \mathbf{I}_3 & \mathbf{C}(p_1) & \dots & \mathbf{I}_3 & \mathbf{C}(p_{n_p}) \\ \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 & & \mathbf{0}_3 & \mathbf{I}_3 \end{array} \right] \quad (3.7)$$

$$\mathbf{N} = \text{diag}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_{n_p}, \mathbf{R}_{n_p}) \quad (3.8)$$

avec :

- $\mathbf{f} = [f_x, f_y, f_z, m_x, m_y, m_z]^T$, dans le cas spatial,

- $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_{n_p}]^T$, où n_p est le nombre de contacts,
- $\mathbf{c}_j = [f_{j,x}^c, f_{j,y}^c, f_{j,z}^c, m_{j,x}^c, m_{j,y}^c, m_{j,z}^c]^T$ est l'effort de contact transmissible par la $j^{\text{ème}}$ phalange sur l'objet, considérant que le contact peut transmettre des efforts dans toutes les directions,
- \mathbf{p}_j , le vecteur position du point de contact attaché à la $j^{\text{ème}}$ phalange, exprimé dans le repère \mathcal{R}_p attaché à la paume,
- \mathbf{R}_j , la matrice d'orientation du repère \mathcal{R}_j attaché à la $j^{\text{ème}}$ phalange.

Pour alléger les notations, on parle de la $j^{\text{ème}}$ phalange plutôt que de la phalange i du doigt k (avec $j = (k-1)n + i$).

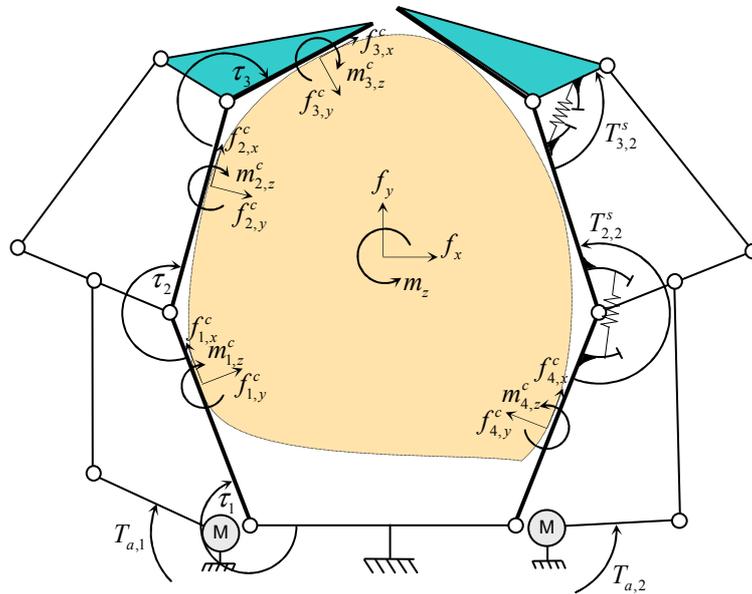


Figure 3.5 : Illustration des notations en effort pour un cas plan.

Ecrivons maintenant la relation associant le vecteur des efforts de contact \mathbf{c} au vecteur des efforts d'actionnement \mathbf{t} . On présente une approche générale permettant de modéliser le cas d'une main pleinement actionnée comme celui d'une main sous-actionnée à l'aide de la matrice jacobienne de la main \mathbf{J} et de la matrice de transmission \mathbf{T} introduite par [Birglen et Gosselin, 2004.a] :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{T}^{-T} \mathbf{t} = \mathbf{J}^T \mathbf{c} \quad (3.9)$$

avec $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \dots, \tau_{n_p}]$ le vecteur des couples articulaires.

Considérons une main composée de plusieurs actionneurs, où chaque actionneur peut agir soit directement sur un couple articulaire soit indirectement sur plusieurs couples articulaires par l'intermédiaire d'un mécanisme sous-actionné. La matrice \mathbf{T} s'écrit dans ce cas :

$$\mathbf{T} = \text{diag}(\mathbf{T}_1, \dots, \mathbf{T}_{n_{act}}) \quad (3.10)$$

- n_{act} , le nombre d'actionneurs,
- \mathbf{T}_i , la matrice de transmission décrivant le mécanisme sous-actionné associé au $i^{\text{ème}}$ actionneur, $\mathbf{T}_i = 1$ lorsque l'actionneur agit directement sur le couple articulaire,
- $\mathbf{t} = [\mathbf{t}_1^T, \dots, \mathbf{t}_{n_{act}}^T]$, avec \mathbf{t}_i le vecteur d'actionnement associé au $i^{\text{ème}}$ actionneur,
- $\mathbf{t}_i = [T_{a,i}^s, T_{2,i}^s, T_{3,i}^s, \dots, T_{N_i,i}^s]$ dans le cas d'un mécanisme sous-actionné à N_i sorties et $\mathbf{t}_i = [T_{a,i}]$ lorsque le mécanisme n'est pas sous-actionné et que l'actionneur agit directement sur le couple articulaire,
- N_i , le nombre de sorties du $i^{\text{ème}}$ mécanisme d'actionnement,
- $T_{a,i}$, le couple exercé par l'actionneur en entrée du $i^{\text{ème}}$ mécanisme d'actionnement,
- $T_{j+1,i}^s$, le couple de rappel du ressort j du $i^{\text{ème}}$ mécanisme d'actionnement. En effet, lorsque le mécanisme est sous-actionné, des ressorts sont utilisés pour forcer la configuration du mécanisme en position repos. On considère l'action de ces ressorts de rappel dans l'étude de l'équilibre statique du mécanisme.

Les méthodes d'analyse cinématique proposées dans [Birglen et Gosselin, 2004.a] et [Birglen et Gosselin, 2006] permettent l'écriture des matrices \mathbf{T}_i . Lorsque la main est complètement actionnée, alors $\mathbf{T} = \mathbf{I}_{n_{act}}$. La matrice \mathbf{T} est généralement une matrice carrée de dimension n_p .

La matrice jacobienne de la main s'écrit :

$$\mathbf{J} = \text{diag}(\mathbf{J}_1, \dots, \mathbf{J}_m) \quad (3.11)$$

où \mathbf{J}_k est la matrice jacobienne du doigt k et s'écrit comme suit lorsque l'on considère des contacts ponctuels sans frottement :

$$\mathbf{J}_k = \begin{bmatrix} k_{1,k} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{r}_{12,k}^T \mathbf{x}_{2,k} & k_{2,k} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{r}_{1n,k}^T \mathbf{x}_{n,k} & \mathbf{r}_{2n,k}^T \mathbf{x}_{n,k} & \mathbf{r}_{3n,k}^T \mathbf{x}_{n,k} & \dots & k_{n,k} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

On souhaite maintenant écrire cette matrice pour le cas général, c'est-à-dire en considérant que le torseur des actions transmissibles du contact possède 6 composantes. On précise que par contact, on n'entend pas forcément un contact mécanique unilatéral : on peut imaginer par exemple que les phalanges soient munies d'un adhésif ou d'une ventouse permettant de transmettre des efforts et moments dans toutes les directions. Cette écriture permet également de traiter les contacts ponctuels avec frottement :

$$\mathcal{T}(\text{phalange} \rightarrow \text{objet}) = \left\{ \begin{array}{cc} f_x^c & m_x^c \\ f_y^c & m_y^c \\ f_z^c & m_z^c \end{array} \right\}_{(x,y,z)} \quad (3.13)$$

Puisque l'on considère que le doigt est un mécanisme plan, seules les composantes f_x^c , f_y^c et m_z^c ont une influence sur l'équilibre statique du doigt. On écrit alors la matrice jacobienne d'un doigt à n phalanges sous la forme suivante :

$$\mathbf{J}_k = \left[\begin{array}{c|c|c|c|c} e_{1,k} & & & & \\ k_{1,k} & & & & \\ 0 & & & & \\ 0 & \mathbf{0}_{6 \times 1} & \mathbf{0}_{6 \times 1} & \dots & \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ 0 & & & & \\ 1 & & & & \\ \hline \mathbf{r}_{12,k}^T \mathbf{y}_{2,k} & e_{2,k} & & & \\ \mathbf{r}_{12,k}^T \mathbf{x}_{2,k} & k_{2,k} & & & \\ 0 & 0 & \mathbf{0}_{6 \times 1} & \dots & \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ 0 & 0 & & & \\ 0 & 0 & & & \\ 1 & 1 & & & \\ \hline \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hline \mathbf{r}_{1n,k}^T \mathbf{y}_{n,k} & \mathbf{r}_{2n,k}^T \mathbf{y}_{n,k} & \mathbf{r}_{3n,k}^T \mathbf{y}_{n,k} & & e_{n,k} \\ \mathbf{r}_{1n,k}^T \mathbf{x}_{n,k} & \mathbf{r}_{2n,k}^T \mathbf{x}_{n,k} & \mathbf{r}_{3n,k}^T \mathbf{x}_{n,k} & & k_{n,k} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & 0 \\ 1 & 1 & 1 & & 1 \end{array} \right] \quad (3.14)$$

Avec cette nouvelle écriture, on obtient une matrice \mathbf{J}_k qui n'est plus carrée contrairement à (3.12). Nous verrons dans le prochain paragraphe, que cela empêche l'inversion de la relation (3.9) pour obtenir l'expression du vecteur des actions de contact \mathbf{c} en fonction du vecteur des couples articulaires $\boldsymbol{\tau}$.

3.2.2 Méthode d'analyse géométrique

On propose dans ce paragraphe une méthode d'obtention du polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet \mathcal{P}_{ap}^c . Celle-ci commence par la construction du polytope des efforts d'actionnement admissibles \mathcal{P}_{adm}^t , c'est-à-dire le domaine des couples d'actionnement qui respectent les capacités des actionneurs et l'équilibre statique de la main. On applique à ce polytope une succession de transformations linéaires (Figure 3.6). On transforme d'abord le polytope \mathcal{P}_{adm}^t

dans l'espace des couples articulaires à l'aide de la matrice \mathbf{T}^{-T} . Puis, on transforme ce nouveau polytope dans l'espace des efforts de contact par la matrice \mathbf{J}^{-T} . On distingue alors deux cas, selon que la matrice \mathbf{J}^T est inversible ou ne l'est pas. Dans ce dernier cas, on utilise la décomposition en valeurs singulières pour obtenir le polytope des efforts de contact admissibles \mathcal{P}_{adm}^c par « extrusion ». L'intersection avec le polyèdre des efforts de contact transmissibles \mathcal{P}_{tr}^c nous donne le polytope des efforts de contact applicables sur l'objet \mathcal{P}_{ap}^c . Enfin, la projection par \mathbf{P}^T de \mathcal{P}_{ap}^c permet d'obtenir le polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f .

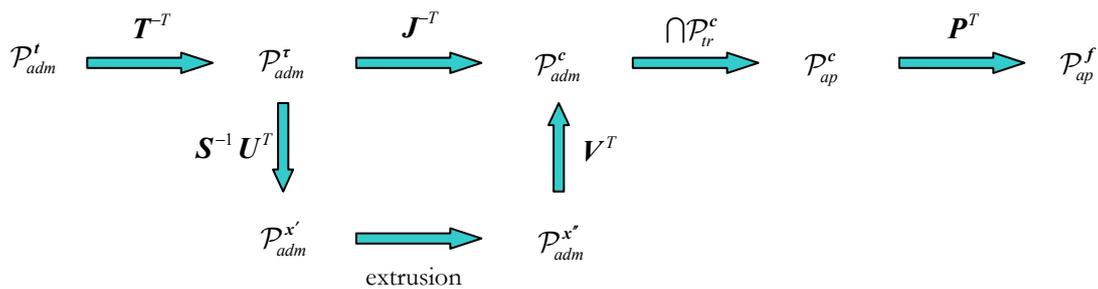


Figure 3.6 : Descriptif de la méthode de construction du polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet.

La méthode est illustrée par l'étude de la prise sous-actionnée représentée en Figure 3.7. Deux cas différents sont étudiés selon que la matrice \mathbf{J}^T est inversible ou ne l'est pas. Dans ce dernier cas, seul un des deux contacts est un contact avec frottement afin que l'espace des efforts de contact soit de dimension 3, de manière à faciliter la visualisation des différentes étapes de notre méthode.

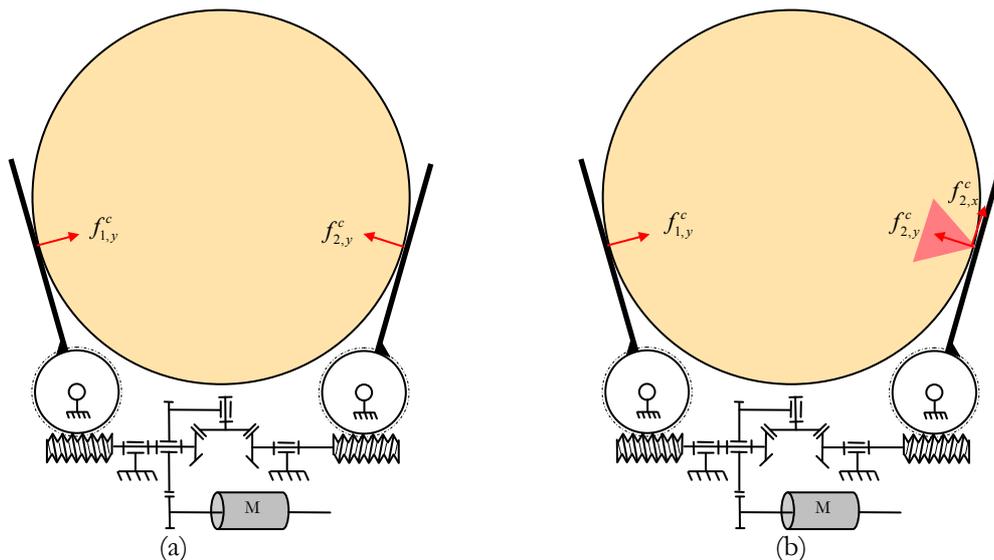


Figure 3.7 : Schéma d'une prise sous-actionnée à deux contacts, (a) sans frottement, (b) avec frottement pour le 2^{ème} contact.

La transformation d'un polytope par une application linéaire doit suivre quelques règles qui sont données en Annexe A. On rappelle qu'on peut définir un polytope comme :

- l'enveloppe convexe d'un ensemble de points \mathcal{S} notée :

$$\mathcal{P} = \text{conv}(\mathcal{S}) \quad (3.15)$$

- l'intersection d'un ensemble de demi-espaces fermés notée :

$$\mathcal{P} = \bigcap_{i=1}^{n_H} \mathcal{D}_i \quad (3.16)$$

avec \mathcal{D}_i le $i^{\text{ème}}$ demi-espace et n_H le nombre de demi-espaces qui composent le polytope.

On définit un demi-espace à l'aide de deux vecteurs : un vecteur normal \mathbf{n}_i pointant vers le demi-espace autorisé et un point de coordonnées \mathbf{b}_i appartenant à l'hyperplan qui sépare les deux demi-espaces. Ainsi tout point de coordonnées \mathbf{x} appartient au demi-espace autorisé si et seulement si :

$$\mathbf{n}_i^T (\mathbf{x} - \mathbf{b}_i) \geq 0 \quad (3.17)$$

On note comme suit le demi-espace défini par ces deux vecteurs (\mathcal{HS} pour half-space) :

$$\mathcal{D}_i = \mathcal{HS}(\mathbf{n}_i, \mathbf{b}_i) \quad (3.18)$$

Dans le but d'alléger les écritures dans la suite, on définit l'intersection d'un ensemble de demi-espaces à l'aide de deux matrices \mathbf{N} et \mathbf{B} , chacune regroupe l'ensemble des vecteurs \mathbf{n}_i et \mathbf{b}_i .

$$\mathcal{P} = \bigcap \mathcal{HS}(\mathbf{N}, \mathbf{B}) \quad (3.19)$$

avec

$$\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_{n_H}] \quad (3.20)$$

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_{n_H}] \quad (3.21)$$

Selon le type de transformation linéaire, on adoptera l'une ou l'autre modélisation. Par exemple, lorsque la transformation linéaire est définie par une matrice \mathbf{L} carrée et inversible, on écrit le polytope à transformer comme l'intersection d'un ensemble de demi-espaces. La transformation du polytope par l'application est donnée par l'intersection des demi-espaces transformés. On rappelle que la transformée du demi-espace $\mathcal{D}_i = \mathcal{HS}(\mathbf{n}_i, \mathbf{b}_i)$ par la matrice \mathbf{L} est $\mathcal{D}'_i = \mathcal{HS}(\mathbf{L}^T \mathbf{n}_i, \mathbf{L} \mathbf{b}_i)$.

Lorsque la matrice est rectangulaire de dimension $q \times r$ avec $q < r$, on parle de projection du polytope. Dans ce cas, on écrit le polytope à projeter comme l'enveloppe convexe d'un ensemble de points. Le polytope projeté est donné par l'enveloppe convexe des points projetés [Huynh *et al.*, 1992].

3.2.2.1 Construction du polytope des efforts d'actionnement admissibles

Il s'agit de construire le polytope des efforts d'actionnement admissibles \mathcal{P}_{adm}^t , c'est-à-dire le domaine des efforts d'actionnement qui respectent les capacités des actionneurs et des mécanismes unidirectionnels. Commençons par écrire les inégalités qui doivent être respectées par chaque composante du vecteur \mathbf{t} . On distingue trois cas différents, selon que cette composante correspond au couple exercé par un actionneur, un mécanisme unidirectionnel ou bien un ressort de rappel.

Actionneur

Le couple délivré par chaque actionneur est compris entre une valeur maximale et une valeur minimale :

$$T_{a,i}^{\min} \leq T_{a,i} \leq T_{a,i}^{\max} \quad (3.22)$$

où $T_{a,i}^{\max}$ et $T_{a,i}^{\min}$ sont respectivement les couples maximal et minimal admissibles par l'actionneur i .

Mécanisme unidirectionnel

Dans le §2.2.2.2.1, nous avons introduit les mécanismes irréversibles et les mécanismes anti-retour. Ces mécanismes peuvent être modélisés comme des actionneurs, puisqu'ils sont capables d'exercer un couple résistant qui ne dépend pas de l'actionneur situé en amont mais des caractéristiques mécaniques de la transmission. En effet, la roue d'un mécanisme roue et vis sans fin, peut supporter un couple maximal dans les deux directions qui dépend du matériau et du module des dents d'engrenage. Ainsi pour un mécanisme irréversible, on écrit une relation similaire à (3.22) :

$$T_{a,i}^{\min} \leq T_{a,i} \leq T_{a,i}^{\max} \quad (3.23)$$

Un mécanisme anti-retour étant capable de transmettre un effort dans une unique direction, on écrit :

$$0 \leq T_{a,i} \leq T_{a,i}^{\max} \quad (3.24)$$

Ressort de rappel

Le couple exercé par un ressort de rappel constitue un cas particulier puisque celui-ci n'est pas borné, mais a une valeur fixe $T_{j,i}^s(\boldsymbol{\theta})$ étant donnée la configuration de la main $\boldsymbol{\theta}$. Il en résulte que le domaine des efforts d'actionnement est une hypersurface. Cependant, pour les besoins de notre méthode, le domaine des efforts d'actionnement admissibles doit être décrit comme l'intersection d'un ensemble de demi-espaces. On pourrait décrire les conditions à respecter par le couple ressort comme suit :

$$T_{j,i}^s(\boldsymbol{\theta}) \leq T_{j,i}^s \leq T_{j,i}^s(\boldsymbol{\theta}) \quad (3.25)$$

Mais, pour éviter des problèmes d'ordre numérique, on préférera introduire un intervalle infiniment petit autour de la valeur du couple ressort :

$$T_{j,i}^s(\boldsymbol{\theta}) - \varepsilon \leq T_{j,i}^s \leq T_{j,i}^s(\boldsymbol{\theta}) + \varepsilon \quad (3.26)$$

avec ε tel que $T_{j,i}^s \gg \varepsilon > 0$.

Actionneur	$T_{a,i}^{\min} \leq T_{a,i} \leq T_{a,i}^{\max}$
Mécanisme irréversible	$T_{a,i}^{\min} \leq T_{a,i} \leq T_{a,i}^{\max}$
Mécanisme anti-retour	$0 \leq T_{a,i} \leq T_{a,i}^{\max}$
Ressort de rappel	$T_{j,i}^s(\boldsymbol{\theta}) - \varepsilon \leq T_{j,i}^s \leq T_{j,i}^s(\boldsymbol{\theta}) + \varepsilon$

Tableau 3.1 : Ecriture des inégalités à vérifier par chaque composante du vecteur des couples d'actionnement \mathbf{t} .

Ecrivons maintenant le domaine des efforts d'actionnement admissibles comme l'intersection d'un ensemble de demi-espaces autorisés. Le polytope des efforts d'actionnement admissibles est un hyper-rectangle de dimension n_T (avec n_T , la dimension du vecteur \mathbf{t}). Au total $2n_T$ demi-espaces définissent le polytope \mathcal{P}_{adm}^t , puisque chaque composante du vecteur \mathbf{t} est bornée par deux demi-espaces :

$$\mathcal{P}_{adm}^t = \bigcap_{i=1}^{2n_T} \mathcal{D}_i \quad (3.27)$$

Les n_T premiers demi-espaces correspondent aux bornes supérieures des composantes du vecteur \mathbf{t} . Chaque composante doit vérifier l'inégalité $T_i \leq T_i^{\max}$ que l'on définit par le demi-espace suivant :

$$\mathcal{D}_i = \mathcal{HS}(\mathbf{n}_i^t, \mathbf{b}_{0,i}^t) \quad (3.28)$$

avec
$$\mathbf{n}_i^t = -[0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T \quad (3.29)$$

$$\mathbf{b}_{0,i}^t = [T_1^{\max}, T_2^{\max}, \dots, T_{n_T}^{\max}]^T \quad (3.30)$$

Les n_T demi-espaces suivants correspondent aux bornes inférieures des composantes du vecteur \mathbf{t} et s'écrivent :

$$\mathcal{D}_{i+n_T} = \mathcal{HS}(\mathbf{n}_{i+n_T}^t, \mathbf{b}_{0,i+n_T}^t) \quad (3.31)$$

avec
$$\mathbf{n}_{i+n_T}^t = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T \quad (3.32)$$

$$\mathbf{b}_{0,i+n_T}^t = [T_1^{\min}, T_2^{\min}, \dots, T_{n_T}^{\min}]^T \quad (3.33)$$

Finalement, on écrit le polytope des efforts d'actionnement admissibles à l'aide de deux matrices :

$$\mathcal{P}_{adm}^t = \cap \mathcal{HS}(\mathbf{N}_{adm}^t, \mathbf{B}_{adm}^t) \quad (3.34)$$

avec

$$\mathbf{N}_{adm}^t = [\mathbf{n}_1^t, \dots, \mathbf{n}_{2n_T}^t] = [-\mathbf{I}_{n_T} \quad \mathbf{I}_{n_T}] \quad (3.35)$$

$$\mathbf{B}_{adm}^t = [\mathbf{b}_{0,1}^t, \dots, \mathbf{b}_{0,2n_T}^t] \quad (3.36)$$

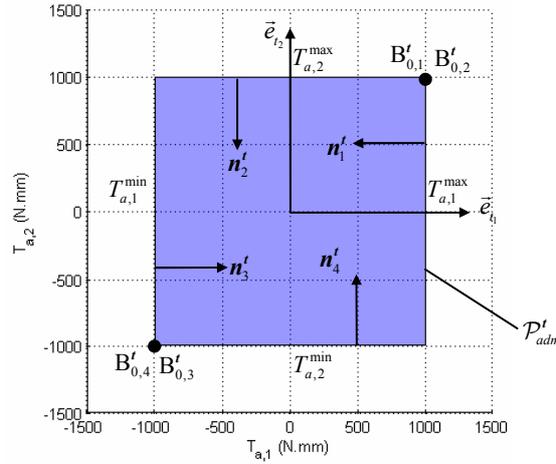


Figure 3.8 : Représentation du polytope des efforts d'actionnement admissibles \mathcal{P}_{adm}^t pour les prises de la Figure 3.7.

3.2.2.2 Construction du polytope des efforts de contact admissibles

Il s'agit de transformer le polytope des efforts d'actionnement admissibles dans l'espace des efforts de contact afin d'obtenir le polytope des efforts de contact admissibles par les actionneurs \mathcal{P}_{adm}^c . On utilise pour cela la relation (3.9). Ainsi, on applique dans un premier temps la transformation dans l'espace des couples articulaires par \mathbf{T}^{-T} . Dans un deuxième temps, on applique la transformation du polytope des couples articulaires admissibles par \mathbf{J}^{-T} . Pour cette dernière transformation, on distingue deux cas selon que la matrice \mathbf{J}^T est inversible ou ne l'est pas.

3.2.2.2.1 Transformation par \mathbf{T}^{-T}

La transformation du polytope des efforts d'actionnement admissibles \mathcal{P}_{adm}^t dans l'espace des couples articulaires est réalisée à l'aide de la matrice \mathbf{T}^{-T} . Elle permet d'obtenir le polytope des couples articulaires admissibles \mathcal{P}_{adm}^r .

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{T}^{-T} \mathbf{t} \quad (3.37)$$

La matrice \mathbf{T}^{-T} est de dimension $n_p \times n_T$, où n_p est la dimension de l'espace des configurations de la main. Lorsque la matrice \mathbf{T}^{-T} est carrée (ce qui est généralement le cas) et inversible,

on obtient directement le polytope transformé \mathcal{P}_{adm}^{τ} comme l'intersection de cet ensemble de demi-espaces transformés :

$$\mathcal{P}_{adm}^{\tau} = \bigcap \mathcal{HS} \left(N_{adm}^{\tau}, B_{adm}^{\tau} \right) \quad (3.38)$$

avec
$$N_{adm}^{\tau} = T N_{adm}^t \quad (3.39)$$

$$B_{adm}^{\tau} = T^{-T} B_{adm}^t \quad (3.40)$$

Si la matrice T^{-T} est rectangulaire, avec $n_p < n_T$, il s'agit de projeter le polytope \mathcal{P}_{adm}^t dans l'espace des couples articulaires. Dans ce cas, la méthode décrite précédemment n'est pas correcte. Il faut exprimer \mathcal{P}_{adm}^t comme l'enveloppe convexe d'un ensemble de points. Le polytope \mathcal{P}_{adm}^{τ} correspond alors à l'enveloppe convexe des points projetés.

3.2.2.2.2 Matrice J^T inversible

Si la matrice J^T est inversible on peut directement exprimer le vecteur des efforts de contact en fonction du vecteur des couples articulaires :

$$c = J^{-T} \tau \quad (3.41)$$

Comme dans le paragraphe précédent, on obtient également directement le polytope des efforts de contact \mathcal{P}_{adm}^c :

$$\mathcal{P}_{adm}^c = \bigcap \mathcal{HS} \left(N_{adm}^c, B_{adm}^c \right) \quad (3.42)$$

avec
$$N_{adm}^c = J N_{adm}^{\tau} \quad (3.43)$$

$$B_{adm}^c = J^{-T} B_{adm}^{\tau} \quad (3.44)$$

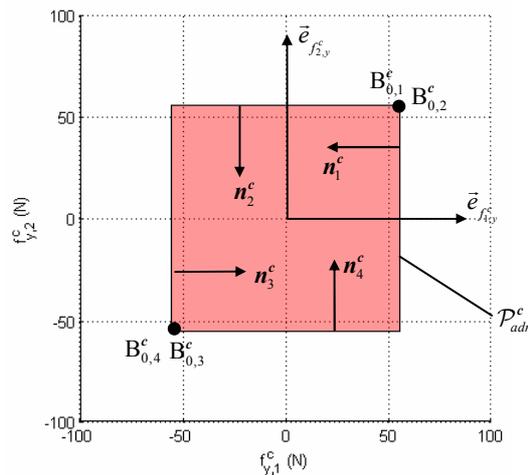


Figure 3.9 : Le polytope des efforts de contact admissibles \mathcal{P}_{adm}^c obtenu directement par transformation linéaire J^{-T} , pour la prise de la de la Figure 3.7.a.

3.2.2.2.3 Matrice \mathbf{J}^T non-inversible

Lorsque la matrice \mathbf{J}^T n'est pas inversible, la méthode décrite dans le paragraphe précédent n'est pas applicable directement. Ce cas est à considérer dès lors que l'on choisit, par exemple, de prendre en compte les forces de frottement, puisque la matrice \mathbf{J} résultante n'est plus carrée (§3.2.1). La dimension de l'espace des efforts d'actionnement n_p est alors inférieure à la dimension de l'espace des efforts de contact n_f . On ne considère pas dans ce paragraphe le cas où $n_p > n_f$, on suppose que chaque phalange en contact est susceptible de transmettre un effort dans au moins une direction.

La méthode d'obtention du polytope des efforts de contact admissibles par les actionneurs se déroule en quatre étapes successives :

1. Décomposition en valeurs singulières (DVS) de la matrice \mathbf{J}^T ,
2. Transformation du polytope des efforts d'actionnement admissibles \mathcal{P}_{adm}^r dans l'espace image de la matrice \mathbf{J}^T ,
3. Extrusion du polytope \mathcal{P}_{adm}^r suivant le noyau de la matrice \mathbf{J}^T ,
4. Transformation du polyèdre obtenu dans l'espace des efforts de contact.

Etape 1 : DVS de la matrice \mathbf{J}^T

On rappelle les principes de base de la DVS [Rotella et Borne, 1995]. Toute matrice $\mathbf{L}(q \times r)$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{L} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (3.45)$$

- $\mathbf{U}(q \times q)$ et $\mathbf{V}(r \times r)$ sont deux matrices orthogonales telles que $\mathbf{U}^{-1} = \mathbf{U}^T$ et $\mathbf{V}^{-1} = \mathbf{V}^T$,
- $\mathbf{\Sigma}_{(q \times r)} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_s)$, avec $s = \min\{q, r\}$. Dans le cas qui nous intéresse où $q < r$, on écrit :

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & \mathbf{0} & & \\ & \sigma_2 & & & & \\ & & \ddots & & & \\ \mathbf{0} & & & \sigma_q & & \\ & & & & & \mathbf{0}_{q \times (r-q)} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

On réalise la décomposition en valeurs singulières de la matrice \mathbf{J}^T :

$$\mathbf{J}^T = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \quad (3.47)$$

Etape 2 : Transformation de \mathcal{P}_{adm}^r dans l'espace image de la matrice \mathbf{J}^T

Réécrivons la relation (3.9) :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \mathbf{c} \quad (3.48)$$

$$\mathbf{U}^T \boldsymbol{\tau} = \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T \mathbf{c} \quad (3.49)$$

On écrit la matrice Σ sous la forme suivante :

$$\Sigma = \mathbf{D} \mathbf{E} \quad (3.50)$$

- $\mathbf{D}(n_p \times n_p)$ est une matrice diagonale carrée :

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & & \mathbf{0} \\ & \sigma_2 & & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \sigma_{n_p} \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

- $\mathbf{E}(n_p \times n_f)$ une matrice de projection :

$$\mathbf{E} = \left[\mathbf{I}_{n_p} \mid \mathbf{0}_{n_p \times (n_f - n_p)} \right] \quad (3.52)$$

La matrice \mathbf{D} étant inversible, on obtient le vecteur \mathbf{x}' , transformation du vecteur $\boldsymbol{\tau}$ dans l'espace image de \mathbf{J}^T noté $\mathcal{I}(\mathbf{J}^T)$:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^T \boldsymbol{\tau} \quad (3.53)$$

On précise que le vecteur \mathbf{x}' n'a aucun sens physique, il est introduit pour les besoins de notre méthode. La matrice $\mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^T$ étant inversible par définition, on obtient directement la transformation dans $\mathcal{I}(\mathbf{J}^T)$ du polytope \mathcal{P}_{adm}^τ , que l'on note $\mathcal{P}_{adm}^{\mathbf{x}'}$:

$$\mathcal{P}_{adm}^{\mathbf{x}'} = \cap \mathcal{HS}(\mathbf{N}_{adm}^{\mathbf{x}'}, \mathbf{B}_{adm}^{\mathbf{x}'}) \quad (3.54)$$

avec

$$\mathbf{N}_{adm}^{\mathbf{x}'} = \mathbf{D} \mathbf{U}^T \mathbf{N}_{adm}^\tau \quad (3.55)$$

$$\mathbf{B}_{adm}^{\mathbf{x}'} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{B}_{adm}^\tau \quad (3.56)$$

Etape 3 : Extrusion de $\mathcal{P}_{adm}^{\mathbf{x}'}$ suivant le noyau de \mathbf{J}^T

On note \mathbf{x}'' la transformation par \mathbf{V}^T du vecteur \mathbf{c} :

$$\mathbf{x}'' = \mathbf{V}^T \mathbf{c} \quad (3.57)$$

Ainsi, on peut écrire :

$$\mathbf{x}' = \mathbf{E} \mathbf{x}'' \quad (3.58)$$

A nouveau, le vecteur \mathbf{x}'' n'a aucun sens physique, il est introduit pour les besoins de notre méthode. La matrice \mathbf{E} n'étant pas inversible, on cherche comment exprimer les valeurs admissibles de \mathbf{x}'' en fonction des valeurs admissibles de \mathbf{x}' . \mathbf{x}'' est un vecteur de dimension n_f , dont les $n_f - n_p$ dernières composantes appartiennent au noyau de la matrice \mathbf{J}^T , noté $\mathcal{N}(\mathbf{J}^T)$. Ainsi ces composantes, peuvent prendre une valeur quelconque sans jamais influencer le vecteur \mathbf{x}' ni par conséquent le vecteur $\boldsymbol{\tau}$. Le noyau $\mathcal{N}(\mathbf{J}^T)$ contient :

$$-\infty \leq x_i'' \leq +\infty, \forall i = n_p, \dots, n_f \quad (3.59)$$

De manière plus graphique, le vecteur \mathbf{x}' représente la projection du vecteur \mathbf{x}'' selon le noyau $\mathcal{N}(\mathbf{J}^T)$ dans l'image $\mathcal{I}(\mathbf{J}^T)$. Pour retrouver les valeurs admissibles de \mathbf{x}'' , il faut donc « extruder » les valeurs admissibles de \mathbf{x}' suivant le noyau.

Reprenons le demi-espace autorisé après transformation dans $\mathcal{I}(\mathbf{J}^T)$ (voir Figure 3.10.a), défini par la relation suivante :

$$\mathbf{n}_j^{x'} (\mathbf{x}' - \mathbf{b}_{0,j}^{x'}) \geq 0 \quad (3.60)$$

Après extrusion (voir Figure 3.10.b), on obtient le demi-espace autorisé pour \mathbf{x}'' , que l'on peut exprimer ainsi :

$$\mathbf{n}_j^{x''} (\mathbf{x}'' - \mathbf{b}_{0,j}^{x''}) \geq 0 \quad (3.61)$$

où les vecteurs $\mathbf{n}_j^{x''}$ et $\mathbf{b}_{0,j}^{x''}$ s'écrivent simplement :

$$\mathbf{n}_j^{x''} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_j^{x'} \\ \mathbf{0}_{(n_f - n_p) \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$\mathbf{b}_{0,j}^{x''} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{0,j}^{x'} \\ \mathbf{0}_{(n_f - n_p) \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

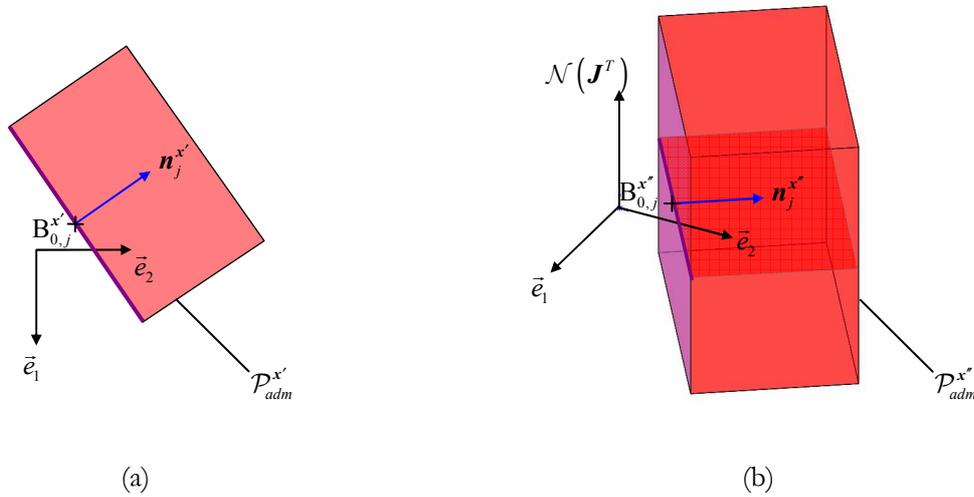


Figure 3.10 : (a) Représentation du demi-espace des efforts d'actionnement admissibles transformé dans $\mathcal{I}(\mathbf{J}^T)$, (b) extrusion du demi-espace suivant $\mathcal{N}(\mathbf{J}^T)$.

On peut maintenant écrire le polyèdre $\mathcal{P}_{adm}^{x''}$ comme l'intersection de l'ensemble des demi-espaces extrudés :

$$\mathcal{P}_{adm}^{x''} = \bigcap \mathcal{HS}(\mathbf{N}_{adm}^{x''}, \mathbf{B}_{adm}^{x''}) \quad (3.64)$$

avec

$$\mathbf{N}_{adm}^{x''} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{adm}^{x'} \\ \mathbf{0}_{(n_f - n_p) \times (2n_p)} \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

$$\mathbf{B}_{adm}^{x''} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{adm}^{x'} \\ \mathbf{0}_{(n_f - n_p) \times (2n_p)} \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

On parle ici de polyèdre, car après l'extrusion, il n'est pas garanti que le domaine formé par les demi-espaces soit un domaine borné.

Etape 4 : Transformation du polyèdre obtenu dans l'espace des efforts de contact

Pour obtenir le domaine des efforts de contact admissibles \mathcal{P}_{adm}^c , il suffit d'appliquer la transformation \mathbf{V} . On rappelle que la matrice \mathbf{V} est par définition inversible :

$$\mathbf{f}^c = \mathbf{V} \mathbf{x}'' \quad (3.67)$$

On écrit directement le polytope \mathcal{P}_{adm}^c à l'aide de la matrice \mathbf{V} inversible par définition :

$$\mathcal{P}_{adm}^c = \bigcap \mathcal{HS}(\mathbf{N}_{adm}^c, \mathbf{B}_{adm}^c) \quad (3.68)$$

avec

$$\mathbf{N}_{adm}^c = \mathbf{V} \mathbf{N}_{adm}^{x''} \quad (3.69)$$

$$\mathbf{B}_{adm}^c = \mathbf{V} \mathbf{B}_{adm}^{x''} \quad (3.70)$$

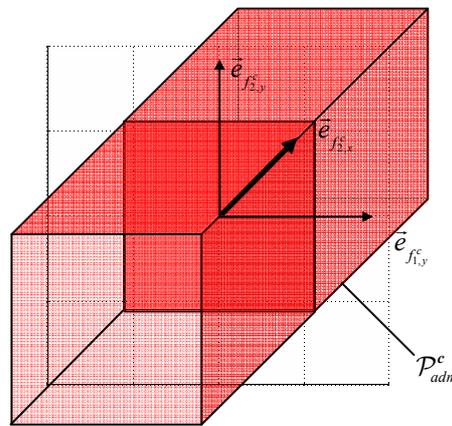


Figure 3.11 : Polytope des efforts de contact admissibles \mathcal{P}_{adm}^c obtenu après extrusion suivant $\mathcal{N}(\mathbf{J}^T)$, pour la prise de la de la Figure 3.7.b.

3.2.2.3 Construction du polyèdre des efforts de contact transmissibles

Physiquement, le domaine obtenu jusqu'alors \mathcal{P}_{adm}^c contient l'ensemble des combinaisons linéaires des efforts de contact qui respectent les capacités des actionneurs et l'équilibre statique de la main. Il faut également tenir compte du type de contact entre l'objet et les phalanges et vérifier que les efforts de contact admissibles par les actionneurs peuvent être transmis par la liaison

{*phalange/objet*}. En effet, lorsque l'on considère des contacts mécaniques sans frottement, seules les combinaisons linéaires positives des efforts de contact selon la normale peuvent être transmises à l'objet. On introduit dans ce paragraphe différents types de contact mécanique, que l'on modélise sous forme d'un ensemble de demi-espaces, de manière à obtenir le polyèdre des efforts de contact transmissibles \mathcal{P}_r^c .

3.2.2.3.1 Modélisation des efforts de contact

On rappelle que l'on ne considère dans ce manuscrit que des contacts ponctuels. Trois différents types de contact sont généralement identifiés, le contact rigide sans frottement, le contact rigide avec frottement et le contact déformable avec frottement (cf. Tableau 3.2).

Considérons deux solides en contact S_1 et S_2 séparés au point de contact A par un plan tangent (π) de normale \vec{y} . Dans le cas d'un contact rigide sans frottement, l'effort exercé par S_1 sur S_2 $\vec{f}_{1 \rightarrow 2}$ est dirigé selon la normale et orienté vers la matière de S_2 .

$$f_y \geq 0 \quad (3.71)$$

Dans le cas d'un contact ponctuel rigide avec frottement, des efforts tangentiels peuvent également être transmis. La loi de Coulomb permet d'exprimer la condition de frottement sous la forme suivante :

$$\sqrt{f_x^2 + f_z^2} \leq \mu \cdot |f_y| \quad (3.72)$$

où f_x et f_z sont les composantes tangentielles de l'effort de contact et μ le coefficient de frottement statique. La condition d'équilibre statique est respectée tant que l'effort de contact reste à l'intérieur du cône de frottement, de direction \vec{y} et d'angle $\alpha = \text{atan}(\mu)$.

Dans le cas d'un contact ponctuel déformable avec frottement, on considère le moment t_y qui s'oppose au pivotement suivant \vec{y} . La condition de frottement statique dépend des effets combinés des efforts tangentiels et du moment de torsion. L'approximation linéaire de cette contrainte de frottement s'exprime sous la forme suivante [Buss *et al.*, 1996] :

$$\frac{1}{\mu} \sqrt{f_x^2 + f_z^2} + \frac{1}{\eta} |t_y| \leq |f_y| \quad (3.73)$$

Type de contact	Schématisation	Torseur d'action mécanique transmissible	Contraintes de contact
Contact ponctuel rigide sans frottement		$_A \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ f_y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$	$f_y \geq 0$
Contact ponctuel rigide avec frottement		$_A \begin{Bmatrix} f_x & 0 \\ f_y & 0 \\ f_z & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$	$f_y \geq 0$ loi de Coulomb : $\sqrt{f_x^2 + f_z^2} \leq \mu f_y $
Contact ponctuel déformable avec frottement		$_A \begin{Bmatrix} f_x & 0 \\ f_y & t_y \\ f_z & 0 \end{Bmatrix}_{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}$	$f_y \geq 0$ Modèle linéarisé : $\frac{1}{\mu} \sqrt{f_x^2 + f_z^2} + \frac{1}{\eta} t_y \leq f_y $

Tableau 3.2 : Modélisation des actions de contact mécanique.

3.2.2.3.2 Cas du contact ponctuel rigide sans frottement

Considérons le cas d'une prise à n_p contacts rigides sans frottement. On écrit ainsi le vecteur des efforts de contact $\mathbf{c} = [f_{1,y}^c, f_{2,y}^c, \dots, f_{n_p,y}^c]^T$. Les efforts de contact qui peuvent être exercés sur l'objet vérifient les conditions suivantes :

$$f_{i,y}^c \geq 0, \forall i = \{1, \dots, n_p\} \quad (3.74)$$

Le domaine des efforts de contact transmissibles obtenu \mathcal{P}_{tr}^c est représenté en Figure 3.12. On écrit le polyèdre obtenu à l'aide des deux matrices \mathbf{N}_{tr}^c et \mathbf{B}_{tr}^c :

$$\mathcal{P}_{tr}^c = \cap \mathcal{HS}(\mathbf{N}_{tr}^c, \mathbf{B}_{tr}^c) \quad (3.75)$$

avec
$$\mathbf{N}_{tr}^c = \mathbf{I}_{n_p \times n_p} \quad (3.76)$$

$$\mathbf{B}_{tr}^c = \mathbf{0}_{n_p \times n_p} \quad (3.77)$$

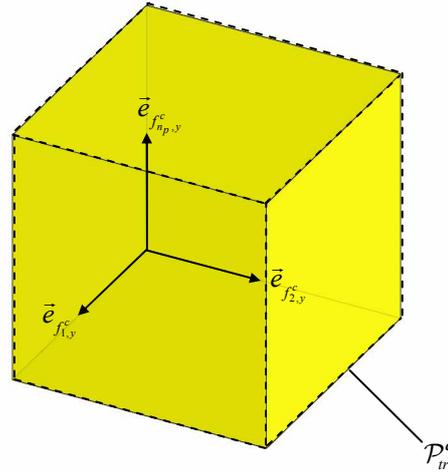


Figure 3.12 : Représentation du polyèdre des efforts de contact transmissibles dans le cas d'une prise avec des contacts rigides sans frottement.

3.2.2.3.3 Cas du contact ponctuel rigide avec frottement

Dans le cas d'une prise à n_p contacts rigides avec frottement, on écrit ainsi le vecteur des efforts de contact $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1^T, \dots, \mathbf{c}_{n_p}^T]^T$ avec $\mathbf{c}_i = [f_{i,x}^c, f_{i,y}^c, f_{i,z}^c]^T$. Pour pouvoir exprimer le domaine des efforts de contact transmissibles sous la forme d'un ensemble de demi-espaces, on approxime le cône de frottement par une pyramide à k faces (Figure 3.13).

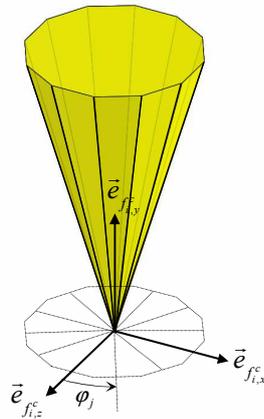


Figure 3.13 : Modélisation du cône de frottement sous forme de pyramide à k faces.

Pour chaque effort de contact \mathbf{c}_i , la condition suivante doit être vérifiée pour appartenir à la pyramide :

$$\mathbf{n}_{i,j}^{c T} (\mathbf{c}_i - \mathbf{b}_{0,i,j}^c) \geq 0, \forall j = 1, \dots, k \quad (3.78)$$

$$\mathbf{b}_{0,i,j}^c = \mathbf{0}_{3 \times 1} \quad (3.79)$$

$$\mathbf{n}_{i,j}^c = \begin{bmatrix} -\cos \alpha_i \cdot \cos \varphi_j \\ \sin \alpha_i \\ \sin \varphi_j \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

avec α_i l'angle du cône de frottement du contact i et φ_j l'angle d'orientation de la $j^{\text{ème}}$ face de la pyramide :

$$\varphi_j = \frac{j}{k} \pi \quad (3.81)$$

On écrit à nouveau le polyèdre des efforts de contact transmissibles \mathcal{P}_{tr}^c à l'aide des deux matrices \mathbf{N}_{tr}^c et \mathbf{B}_{tr}^c :

$$\mathcal{P}_{tr}^c = \cap \mathcal{HS}(\mathbf{N}_{tr}^c, \mathbf{B}_{tr}^c) \quad (3.82)$$

avec

$$\mathbf{N}_{tr}^c = \text{diag}(N_1, \dots, N_{n_p}) \quad (3.83)$$

$$N_i = [\mathbf{n}_{i,1}^c, \dots, \mathbf{n}_{i,k}^c] \quad (3.84)$$

$$\mathbf{B}_{tr}^c = \mathbf{0}_{3n_p \times k \cdot n_p} \quad (3.85)$$

Il ne s'agit pas dans ce paragraphe d'écrire les matrices \mathbf{N}_{tr}^c et \mathbf{B}_{tr}^c pour tout type de contact, mais simplement de montrer qu'il est possible de décrire le domaine des efforts de contact sous forme de demi-espaces à quelques approximations près.

3.2.2.4 Ecriture du polytope des efforts de contact applicables

On appelle le polyèdre des efforts de contact applicables \mathcal{P}_{ap}^c , l'ensemble des efforts qui à la fois respectent les capacités des actionneurs et sont transmissibles par le type de contact considéré entre chaque phalange et l'objet. Ce domaine est défini par l'intersection du polyèdre des efforts de contact transmissibles \mathcal{P}_{tr}^c et du polyèdre des efforts de contact admissibles \mathcal{P}_{adm}^c .

$$\mathcal{P}_{ap}^c = \mathcal{P}_{adm}^c \cap \mathcal{P}_{tr}^c \quad (3.86)$$

L'intersection de deux polyèdres est simplement défini par l'intersection de l'ensemble des demi-espaces qui définissent ces deux polyèdres. On écrit donc \mathcal{P}_{ap}^c à l'aide des matrices \mathbf{N}_{ap}^c et \mathbf{B}_{ap}^c formées par la collection des deux ensembles de demi-espaces :

$$\mathcal{P}_{ap}^c = \cap \mathcal{HS}(\mathbf{N}_{ap}^c, \mathbf{B}_{ap}^c) \quad (3.87)$$

$$\mathbf{N}_{ap}^c = [\mathbf{N}_{adm}^c \mid \mathbf{N}_{tr}^c] \quad (3.88)$$

$$\mathbf{B}_{ap}^c = [\mathbf{B}_{adm}^c \mid \mathbf{B}_{tr}^c] \quad (3.89)$$

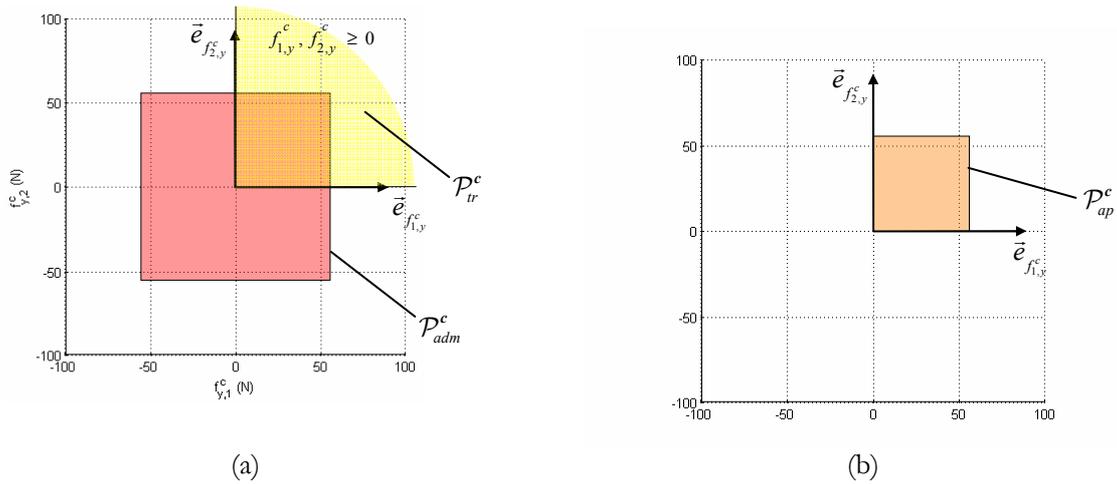


Figure 3.14 : (a) Intersection du polytope des efforts de contact admissibles \mathcal{P}_{adm}^c avec le polyèdre des efforts de contact transmissibles \mathcal{P}_{tr}^c , (b) représentation du polytope des efforts de contact applicables \mathcal{P}_{ap}^c , pour la prise de la de la Figure 3.7.a.

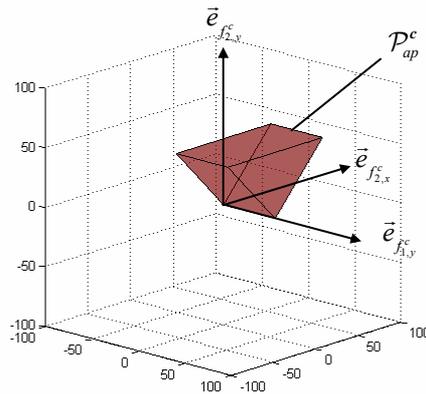


Figure 3.15 : Représentation du polytope des efforts de contact applicables \mathcal{P}_{ap}^c , pour la prise de la de la Figure 3.7.b.

3.2.2.5 Construction du polytope des efforts opérationnels applicables

Pour obtenir le domaine des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f , il faut projeter le polyèdre des efforts de contact applicables \mathcal{P}_{ap}^c dans l'espace des efforts opérationnels en utilisant la matrice \mathbf{P}^T . On parle de projection, car on suppose que la matrice \mathbf{P}^T est rectangulaire de dimension $d \times n_f$ avec $d < n_f$. Pour réaliser cette projection, on exprime \mathcal{P}_{ap}^c sous forme d'un ensemble de points que l'on projette ensuite dans l'espace des efforts opérationnels. L'enveloppe convexe de ces points projetés constitue le polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f . Pour que cette méthode soit correcte, le polyèdre \mathcal{P}_{ap}^c doit être borné.

Etape 1 : Ecriture du polytope \mathcal{P}_{ap}^c comme l'enveloppe convexe d'un ensemble de points

On souhaite écrire le polytope \mathcal{P}_{ap}^c comme l'enveloppe convexe d'un ensemble de points, à partir d'un ensemble de demi-espaces. Pour déterminer les sommets du polytope, on calcule tous les points intersection de n_f -uplet d'hyperplans qui forment les frontières du polytope \mathcal{P}_{ap}^c . Il existe $C_{n_H}^{n_f}$ combinaisons de n_f -uplet d'hyperplans, où n_H est le nombre d'hyperplans définissant le polytope.

Soit C_i l'intersection du $i^{\text{ème}}$ n_f -uplet d'hyperplans, de coordonnées \mathbf{c}_i dans le repère \mathfrak{R}_p . Pour tout n_f -uplet d'hyperplans, on obtient le système d'équations suivant :

$$\mathbf{n}_{i_j}^{cT} (\mathbf{c}_i - \mathbf{b}_{0,i_j}^c) = 0, \forall j = 1, \dots, n_f \quad (3.90)$$

On écrit ce système d'équations sous forme matricielle :

$$\mathbf{c}_i = \mathbf{N}_i^{-T} \mathbf{d}_i \quad (3.91)$$

avec
$$\mathbf{N}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{i_1}^c & \dots & \mathbf{n}_{i_{n_f}}^c \end{bmatrix} \quad (3.92)$$

$$\mathbf{d}_i = \begin{bmatrix} d_{i_1}, \dots, d_{i_{n_f}} \end{bmatrix}^T \quad (3.93)$$

où
$$d_{i_j} = \mathbf{n}_{i_j}^{cT} \mathbf{b}_{0,i_j}^c \quad (3.94)$$

avec $\mathbf{n}_{i_j}^c$ et \mathbf{b}_{0,i_j}^c respectivement le vecteur normal et un point appartenant à l'hyperplan j du $i^{\text{ème}}$ n_f -uplet d'hyperplans.

Parmi ces $C_{n_H}^{n_f}$ points d'intersection C_k , on élimine ceux qui sont à l'extérieur du polytope \mathcal{P}_{ap}^c (Figure 3.16) pour ne conserver que les sommets, c'est-à-dire les m_C points qui sont sur la frontière du polytope et vérifient les inégalités suivantes :

$$\mathbf{n}_{k_j}^c (\mathbf{c}_k - \mathbf{b}_{0,k_j}^c) \geq 0, \forall j = 1, \dots, n_f \quad (3.95)$$

Soit $\mathcal{S}_C = \{C_1^{\text{vrtx}}, \dots, C_{m_C}^{\text{vrtx}}\}$ l'ensemble de sommets obtenus ; le polytope \mathcal{P}_{ap}^c s'écrit alors :

$$\mathcal{P}_{ap}^c = \text{conv}(\mathcal{S}_C) \quad (3.96)$$

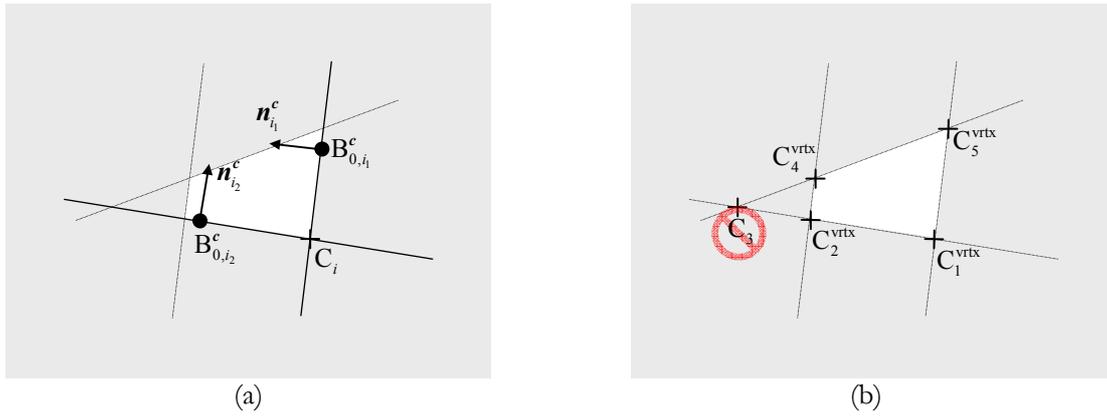


Figure 3.16 : (a) Recherche des sommets du polytope des efforts de contact applicables \mathcal{P}_{ap}^c , (b) écriture de \mathcal{P}_{ap}^c comme l'enveloppe convexe d'un ensemble de points.

Etape 2 : Projection des sommets dans l'espace des efforts opérationnels

On appelle F_k le projeté du point C_k^{vrtx} dans l'espace des efforts opérationnels par la matrice P^T . L'expression de cette matrice est donnée au §3.2.1. f_k est le vecteur des coordonnées du point F_k :

$$f_k = P^T c_k^{vrtx}, \forall k = 1, \dots, m_c \quad (3.97)$$

Soit $\mathcal{S}_F = \{F_1, \dots, F_{m_c}\}$ l'ensemble de points obtenus ; le polytope \mathcal{P}_{ap}^f s'écrit :

$$\mathcal{P}_{ap}^f = conv(\mathcal{S}_F) \quad (3.98)$$

Etape 3 : Ecriture du polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f sous forme d'un ensemble de demi-espaces

Enfin, on souhaite exprimer le polytope formé par l'enveloppe convexe de l'ensemble de points F_k sous forme d'un ensemble de demi-espaces, où chaque demi-espace \mathcal{D}_i s'écrit :

$$\mathcal{D}_i = \mathcal{HS}(n_i^f, b_{0,i}^f) \quad (3.99)$$

On pourra utiliser la commande Matlab `convhulln()` pour retrouver les combinaisons de d points qui forment les faces du polytope. Pour chaque combinaison de points appartenant à une même face, on écrit le système d'équations permettant de déterminer le vecteur normal n_i^f de la face correspondante :

$$n_i^{fT} (f_{i_j} - b_{0,i}^f) = 0, \forall j = 1, \dots, d \quad (3.100)$$

$$n_i^{fT} n_i^f = 1 \quad (3.101)$$

où f_{i_j} est le vecteur des coordonnées du $j^{\text{ème}}$ point de la face i . On choisit de manière arbitraire $b_{0,i}^f = f_{i_1}$.

Pour garantir que le vecteur normal \mathbf{n}_i^f pointe vers l'intérieur du polytope, tous les points F_k doivent être dans le demi-espace fermé i , ou de manière équivalente, les inégalités suivantes doivent être vérifiées :

$$\mathbf{n}_i^{fT} (\mathbf{f}_k - \mathbf{b}_{0,i}^f) \geq 0, \forall k = 1, \dots, m_F \quad (3.102)$$

Finalement, on écrit le polytope \mathcal{P}_{ap}^f comme l'intersection d'un ensemble de n_s demi-espaces à l'aide des matrices \mathbf{N}_{ap}^f et \mathbf{B}_{ap}^f :

$$\mathcal{P}_{ap}^f = \bigcap \mathcal{HS}(\mathbf{N}_{ap}^f, \mathbf{B}_{ap}^f) \quad (3.103)$$

avec
$$\mathbf{N}_{ap}^f = [\mathbf{n}_1^f, \dots, \mathbf{n}_{n_s}^f] \quad (3.104)$$

$$\mathbf{B}_{ap}^f = [\mathbf{b}_1^f, \dots, \mathbf{b}_{n_s}^f] \quad (3.105)$$

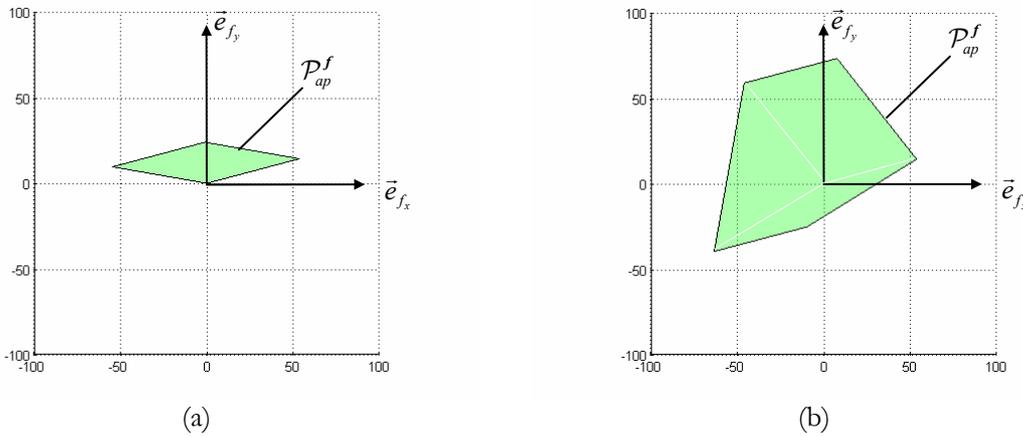


Figure 3.17 : Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f , pour les cas (a) et (b) respectivement de la prise représentée en Figure 3.7. Dans le cas (b) contrairement au cas (a), la prise respecte la condition nécessaire pour la fermeture en force car l'origine est à l'intérieur strictement du polytope \mathcal{P}_{ap}^f .

3.2.2.6 Test de la condition nécessaire pour la fermeture en force passive

On fournit dans ce paragraphe un test permettant de déterminer si la prise respecte la condition nécessaire pour la fermeture en force passive. Il suffit pour cela de vérifier que l'origine de l'espace des efforts opérationnels est située à l'intérieur strictement du polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet \mathcal{P}_{ap}^f . Ainsi, le système d'inégalités suivant doit être vérifié :

$$\mathbf{n}_i^{fT} (\mathbf{0} - \mathbf{b}_{0,i}^f) > 0, \forall i = 1, \dots, n_s \quad (3.106)$$

où n_s est le nombre de faces du polytope \mathcal{P}_{ap}^f .

3.2.2.7 Inclusion du polytope tâche dans le polytope des efforts opérationnels

Il s'agit dans ce paragraphe de fournir un critère utile au dimensionnement des mains sous-actionnées. On souhaite vérifier que la prise peut résister à certains efforts dont on détermine la direction et l'intensité maximale en fonction de la tâche à accomplir, lors d'un déplacement par exemple. Dans ce but, on propose de vérifier que le polytope \mathcal{P}_{ap}^f contient le polytope des efforts de la tâche \mathcal{P}_{task}^f . Le polytope des efforts de la tâche contient l'ensemble des efforts extérieurs exprimés dans l'espace opérationnel qui sont appliqués sur l'objet pendant la tâche $\mathcal{P}_{task}^{f^{ext}}$. Ce polytope ne peut pas être directement comparé avec \mathcal{P}_{ap}^f , on introduit donc le polytope \mathcal{P}_{task}^f qui contient l'ensemble des efforts opérationnels que doit exercer le mécanisme de saisie sur l'objet pour s'opposer à l'ensemble des efforts contenus dans $\mathcal{P}_{task}^{f^{ext}}$.

Encore une fois, l'inclusion de \mathcal{P}_{task}^f dans \mathcal{P}_{ap}^f n'est pas une condition suffisante pour affirmer que le mécanisme de saisie est capable de lutter contre les efforts de la tâche, mais il s'agit d'une condition nécessaire uniquement. En effet, il n'est pas garanti que toutes les combinaisons des efforts de contact qui appartiennent au polytope des efforts de contact applicables \mathcal{P}_{ap}^c soient réalisables dans la pratique. En revanche, si cette condition n'est pas respectée, on peut conclure que le mécanisme de saisie ne peut pas lutter aux efforts de la tâche.

Soit \mathcal{P}_{task}^f le polytope des efforts de la tâche défini par l'enveloppe convexe d'un ensemble de m_F points $\mathcal{S}_{F_{task}} = \{F_1^{task}, \dots, F_{m_F}^{task}\}$:

$$\mathcal{P}_{task}^f = conv(\mathcal{S}_{F_{task}}) \quad (3.107)$$

Le polytope de la tâche \mathcal{P}_{task}^f est à l'intérieur du polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f si et seulement si le système d'équations suivant est vérifié :

$$\mathbf{n}_i^{fT} (\mathbf{f}_j^{task} - \mathbf{b}_{0,i}^f) \geq 0, \forall i = 1, \dots, n_s, \forall j = 1, \dots, m_F \quad (3.108)$$

où n_s est le nombre de faces du polytope \mathcal{P}_{ap}^f et \mathbf{f}_j^{task} est le vecteur des coordonnées du point F_k^{task} .

3.3 Etude de cas : une main sous-actionnée à 3 phalanges

On étudie dans ce paragraphe la prise d'un disque par une main sous-actionnée à 2 doigts et 3 phalanges, actionnée par un seul actionneur. La relation (2.100) permet de conclure que lorsque l'objet n'est pas en contact avec la paume, il n'existe pas suffisamment de contraintes unilatérales pour obtenir la fermeture géométrique au 1^{er} ordre de la prise. Néanmoins, on montre que lorsque l'on considère les forces de frottement, ce type de préhenseur est capable d'appliquer des efforts sur l'objet dans toutes les directions.

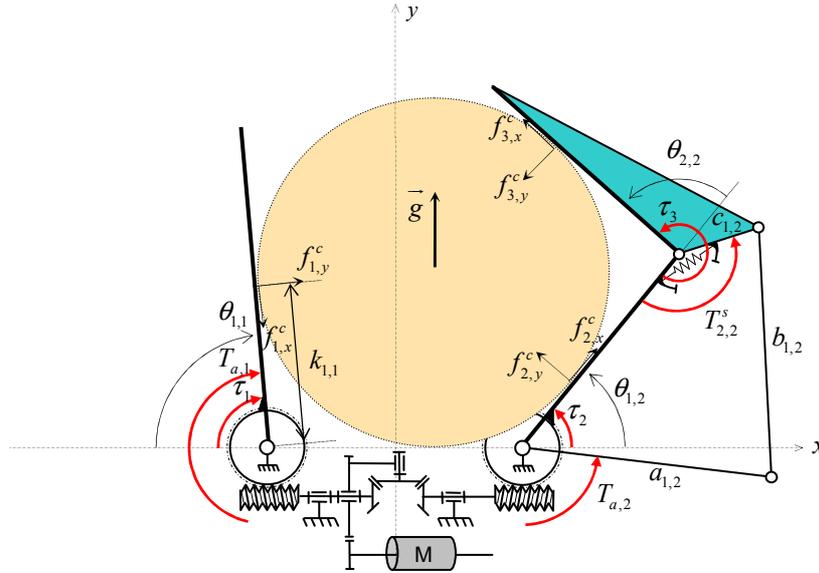


Figure 3.18 : Représentation d'une main sous-actionnée à 2 doigts et 3 phalanges, avec un mécanisme de sous-actionnement de type différentiel entre les doigts et entre les phalanges du second doigt. Deux mécanismes unidirectionnels empêchent tout mouvement de retour du doigt 1 et de la barre d'actionnement $a_{1,2}$.

$l_{1,1}$	$l_{1,2}$	$l_{2,2}$	$a_{1,2}$	$b_{1,2}$	$c_{1,2}$	$\psi_{2,2}$	$e_{1,1}$	$e_{1,2}$	$e_{2,2}$
38mm	30	30	30	30	10	120°	0	0	0
R_{obj}	u_{0x}	u_{0y}	$\theta_{1,1}$	$\theta_{1,2}$	$\theta_{2,2}$	$k_{1,1}$	$k_{1,2}$	$k_{2,2}$	
21mm	4,5	21	86°	53°	86°	19,5	10,5	19,5	

Tableau 3.3 : Paramètres géométriques de la prise.

3.3.1 Cas sans frottement

A partir de l'étude cinématique de la prise réalisée au §3.2.1, on donne l'expression des matrices \mathbf{P}^T , \mathbf{T} et \mathbf{J} .

- $\mathbf{f} = [f_x, f_y]^T$, le vecteur des efforts opérationnels,
- $\mathbf{c} = [f_{1,y}^c, f_{2,y}^c, f_{3,y}^c]^T$, vecteur des efforts de contact,
- $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]^T$, le vecteur des couples articulaires,

$$\mathbf{P}^T = [\mathbf{y}_{1,1}, \mathbf{y}_{1,2}, \mathbf{y}_{2,2}] \quad (3.109)$$

$$\mathbf{P}^T = \begin{bmatrix} S_{\theta_{1,1}} & -S_{\theta_{1,2}} & -S_{\theta_{1,2}+\theta_{2,2}} \\ C_{\theta_{1,1}} & C_{\theta_{1,2}} & C_{\theta_{1,2}+\theta_{2,2}} \end{bmatrix} \quad (3.110)$$

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{c|cc} k_{1,1} & \mathbf{0}_{1 \times 2} & \\ \hline \mathbf{0}_{2 \times 1} & k_{1,2} & 0 \\ & k_{2,2} + l_{1,2} \cdot C_{\theta_{2,2}} & k_{2,2} \end{array} \right] \quad (3.111)$$

$$\mathbf{T}^{-T} = \left[\begin{array}{c|cc} 1 & \mathbf{0}_{1 \times 2} & \\ \hline \mathbf{0}_{2 \times 1} & 1 & 0 \\ & \frac{h_2}{h_2 + l_{1,2}} & 1 \end{array} \right] \quad (3.112)$$

Définition du polytope des efforts d'actionnement

Soit $\mathbf{t} = [T_{a,1}, T_{a,2}, T_{2,2}^s]^T$ le vecteur des efforts d'actionnement. On suppose que le couple exercé par le ressort est négligeable :

$$-\varepsilon \leq T_{2,2}^s \leq \varepsilon \quad (3.113)$$

Pour les deux premières composantes du vecteur \mathbf{t} , le couple maximal est donné par les caractéristiques mécaniques du mécanisme unidirectionnel « roue et vis sans fin ».

$$-500 N.mm \leq \{T_{a,1}, T_{a,2}\} \leq 500 N.mm \quad (3.114)$$

On obtient les matrices \mathbf{N}_{adm}^t et \mathbf{B}_{adm}^t suivantes définissant le polytope des couples d'actionnement admissibles :

$$\mathbf{N}_{adm}^t = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.115)$$

$$\mathbf{B}_{adm}^t = \begin{bmatrix} 500 & 500 & 500 & -500 & -500 & -500 \\ 500 & 500 & 500 & -500 & -500 & -500 \\ \varepsilon & \varepsilon & \varepsilon & -\varepsilon & -\varepsilon & -\varepsilon \end{bmatrix} \quad (3.116)$$

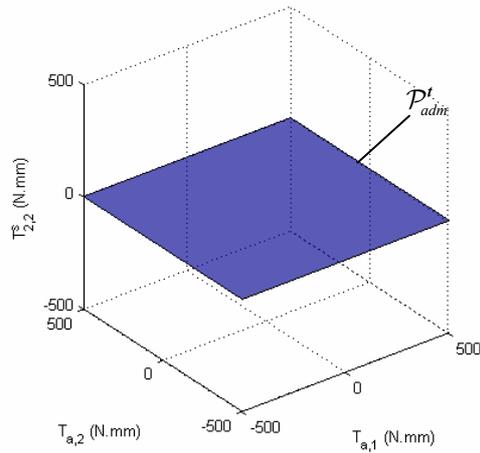


Figure 3.19 : Représentation du polytope des couples d'actionnement admissibles

$$\mathcal{P}_{adm}^t.$$

Transformation dans l'espace des efforts de contact

La matrice \mathbf{T}^{-T} étant inversible, on obtient directement le polytope des couples articulaires admissibles \mathcal{P}_{adm}^r à l'aide de la relation (3.38) (Figure 3.20).

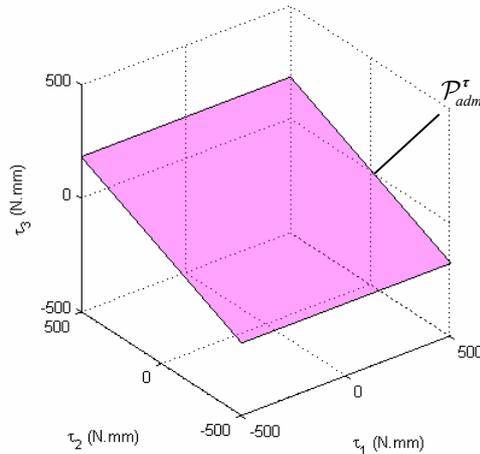


Figure 3.20 : Représentation du polytope des couples articulaires admissibles \mathcal{P}_{adm}^r .

Transformation dans l'espace des efforts de contact

La matrice \mathbf{J}^T étant inversible, on obtient directement le polytope des efforts de contact admissibles \mathcal{P}_{adm}^c à l'aide de la relation (3.42) (Figure 3.21.a). On considère des contacts sans frottement, on retient donc uniquement les combinaisons linéaires positives des efforts de contact (Figure 3.21.b).

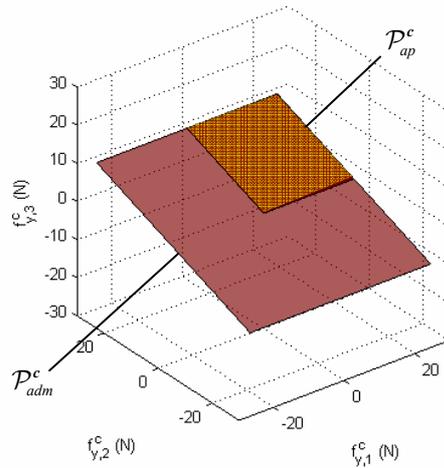


Figure 3.21 : Représentation du polytope des efforts de contact admissibles \mathcal{P}^c_{adm} et du polytope des efforts de contact applicables \mathcal{P}^c_{ap} .

Projection dans l'espace des efforts opérationnels

On obtient le polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}^f_{ap} par projection de \mathcal{P}^c_{ap} à l'aide de la méthode décrite au §3.2.2.5. On rappelle que pour faciliter la visualisation, on ne considère pas le moment suivant \bar{z} . On remarque que le polytope obtenu ne contient pas l'origine de l'espace des efforts opérationnels en son intérieur strictement. La prise ne respecte donc pas la fermeture en force passive.

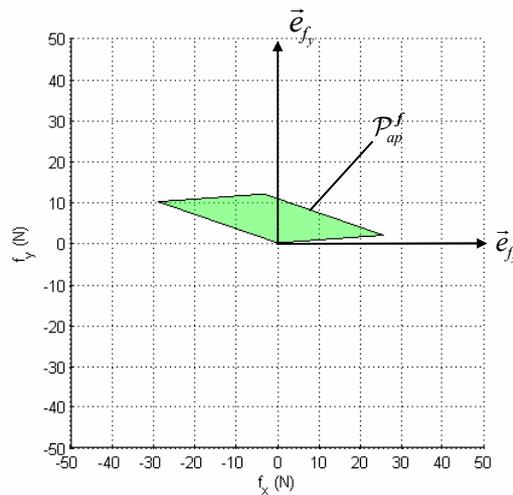


Figure 3.22 : Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet \mathcal{P}^f_{ap} .

3.3.2 Cas avec frottement

On renouvelle l'étude menée au paragraphe précédent en introduisant les forces de frottement.

- $\mathbf{f} = [f_x, f_y]^T$, le vecteur des efforts opérationnels,
- $\mathbf{c} = [c_1^T, c_2^T, c_3^T]^T$, le vecteur des efforts de contact,
- $\mathbf{c}_j = [f_{j,x}^c, f_{j,y}^c]^T$, le vecteur des efforts de contact du $j^{\text{ème}}$ point de contact.

$$\mathbf{G} = [\mathbf{I}_2 \quad \mathbf{I}_2 \quad \mathbf{I}_2] \quad (3.117)$$

$$\mathbf{N} = \text{diag}(\mathbf{x}_{1,1}, \mathbf{y}_{1,1}, \mathbf{x}_{1,2}, \mathbf{y}_{1,2}, \mathbf{x}_{2,2}, \mathbf{y}_{2,2}) \quad (3.118)$$

où

$$\mathbf{x}_{i,k} = \begin{bmatrix} (-1)^k \cdot \cos(\alpha_{i,k}) \\ \sin(\alpha_{i,k}) \end{bmatrix} \quad (3.119)$$

$$\mathbf{y}_{i,k} = \begin{bmatrix} (-1)^{k-1} \cdot \sin(\alpha_{i,k}) \\ \cos(\alpha_{i,k}) \end{bmatrix} \quad (3.120)$$

avec

$$\alpha_{i,k} = \sum_{j=1}^i \theta_{j,k} \quad (3.121)$$

Finalement, on écrit la matrice \mathbf{P}^T :

$$\mathbf{P}^T = [\mathbf{x}_{1,1}, \mathbf{y}_{1,1}, \mathbf{x}_{1,2}, \mathbf{y}_{1,2}, \mathbf{x}_{2,2}, \mathbf{y}_{2,2}] \quad (3.122)$$

$$\mathbf{P}^T = \begin{bmatrix} -C_{\theta_{1,1}} & S_{\theta_{1,1}} & C_{\theta_{1,2}} & -S_{\theta_{1,2}} & C_{\theta_{1,2}+\theta_{2,2}} & -S_{\theta_{1,2}+\theta_{2,2}} \\ S_{\theta_{1,1}} & C_{\theta_{1,1}} & S_{\theta_{1,2}} & C_{\theta_{1,2}} & S_{\theta_{1,2}+\theta_{2,2}} & C_{\theta_{1,2}+\theta_{2,2}} \end{bmatrix} \quad (3.123)$$

On suppose toutes les phalanges d'épaisseur nulle : $e_{i,k} = 0, \forall k = \{1; 2\}$. La matrice jacobienne de la main $\mathbf{J}_{6 \times 3}$ est donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ k_{1,1} & & \mathbf{0}_{2 \times 2} & & & \\ \hline & & 0 & 0 & & \\ \mathbf{0}_{4 \times 1} & & k_{1,2} & 0 & & \\ & & l_{1,2} \cdot S_{\theta_{2,2}} & 0 & & \\ & & k_{2,2} + l_{1,2} \cdot C_{\theta_{2,2}} & k_{2,2} & & \end{bmatrix} \quad (3.124)$$

La matrice de transmission de la main $\mathbf{T}_{3 \times 3}$ est identique au cas sans frottement (3.112).

Construction du polytope des efforts opérationnels

Le polytope des couples d'actionnement admissibles est identique à celui formulé dans le paragraphe précédent. On n'illustre pas les étapes qui conduisent à la construction du polytope des

efforts de contacts applicables, car la dimension de l'espace des efforts de contact ne le permet pas. On conclut simplement en montrant que l'introduction des forces de frottement permet de satisfaire la condition nécessaire pour la fermeture en force passive, puisque le polytope des efforts opérationnels applicables contient l'origine en son intérieur (Figure 3.23).

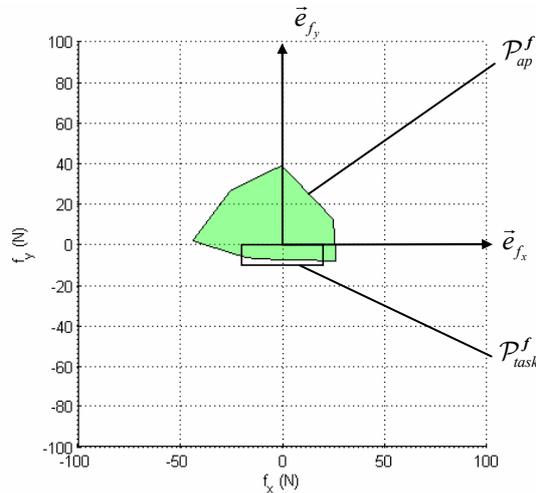


Figure 3.23 : Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet \mathcal{P}_{ap}^f en considérant des contacts avec frottement (coefficient de frottement de 0,4) et du polytope de la tâche \mathcal{P}_{task}^f .

Inclusion du polytope de la tâche dans le polytope des efforts opérationnels

Une fois l'objet saisi, celui-ci est déplacé par un bras manipulateur. La main doit alors résister à des efforts dus à la gravité (suivant \vec{e}_y) ainsi qu'à l'accélération et la décélération provoquées par le manipulateur (suivant \vec{e}_x). On suppose que la masse de l'objet est de 1 kg et que l'accélération maximale est de $2g$ (avec g l'accélération due à la gravité). Le polytope de la tâche obtenu n'est pas inclus dans le polytope des efforts opérationnels (Figure 3.23). Le mécanisme de saisie tel qu'il est conçu ne pourra donc pas résister aux efforts extérieurs exercés sur l'objet pendant la tâche. Pour pallier ce problème, il est possible de sélectionner un couple « roue et vis sans fin » qui résiste à un couple plus important (Figure 3.24.a). On pourra également modifier les paramètres géométriques du mécanisme de saisie de manière à ce que la phalange distale du deuxième doigt transmette un effort plus important, en augmentant par exemple la longueur de la barre $c_{1,2}$ (Figure 3.24.b).

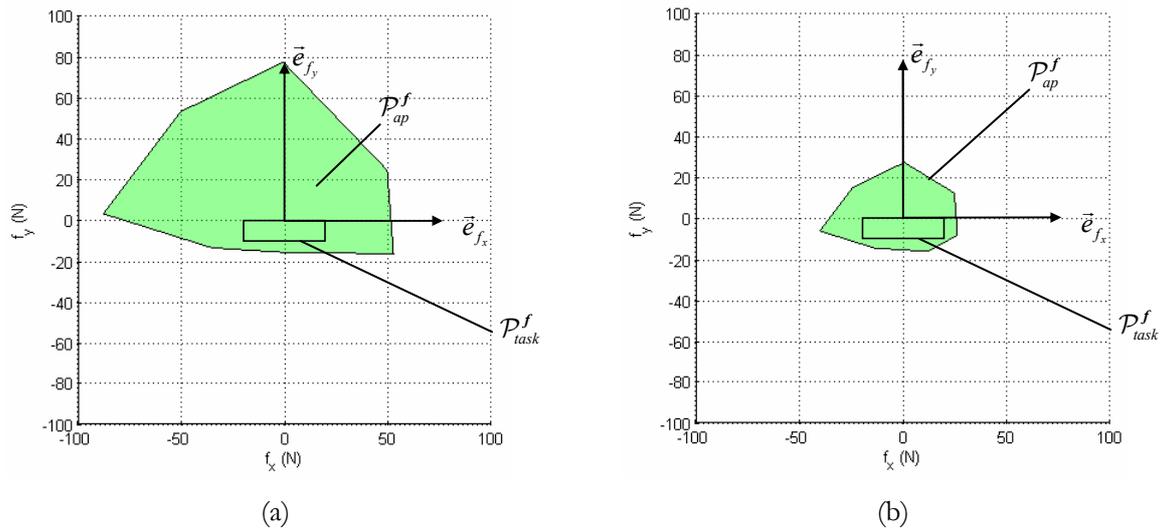


Figure 3.24 : (a) Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f avec un couple maximal de $1N.m$ en sortie des « roues et vis sans fin », (b) Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables \mathcal{P}_{ap}^f , avec $c_{1,2} = 2/3 a_{1,2}$.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode permettant de vérifier une condition nécessaire pour la fermeture en force passive des prises sous-actionnées. Celle-ci consiste à vérifier que le polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet contient l'origine en son intérieur strictement. Partant du constat qu'il n'existe aucun travaux permettant d'analyser la fermeture en force des prises exercées par un mécanisme sous-actionné, nous avons utilisé une modélisation de la prise qui permet de prendre en compte la cinématique particulière de ce type de mécanismes. En effet, lorsque l'on utilise une main sous-actionnée, il n'est pas possible de contrôler indépendamment chaque effort de contact. Pour garantir l'équilibre statique de la main, certaines relations linéaires entre les efforts de contact doivent être vérifiées, ce qui réduit fortement le domaine des efforts opérationnels applicables sur l'objet.

Nous avons proposé une méthode permettant de construire ce domaine. Celle-ci permet de considérer d'autres types de contact que les contacts mécaniques traditionnellement rencontrés dans la littérature. Ainsi, par exemple, la méthode est applicable à des préhenseurs plus couramment rencontrés dans l'industrie utilisant la dépression comme technologie de préhension.

Enfin, nous avons montré que ces travaux peuvent être utiles à l'étape de la conception pour dimensionner le mécanisme de saisie, en comparant le polytope des efforts opérationnels avec le polytope des efforts de la tâche.

Application au cas Intelpick

Résumé du chapitre :

Ce chapitre présente les différentes réalisations matérielles de cette thèse. Ainsi, un démonstrateur a été conçu pour valider en conditions d'exploitation les travaux réalisés par les différents partenaires investis dans le projet Intelpick. Deux prototypes de préhenseur auto-adaptatif TWIX et Octopus ont également été fabriqués. La conception de ces deux préhenseurs repose sur les résultats des travaux portant sur la fermeture géométrique au 1^{er} ordre présentée au chapitre 2. Ainsi, des mécanismes unidirectionnels sont introduits en nombre suffisant dans la transmission du mouvement de fermeture pour que ces préhenseurs soient capable de réaliser des prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre. D'autre part, les dimensions du prototype Octopus sont optimisées à l'aide de deux critères reposant respectivement sur l'étude de la fermeture géométrique au 1^{er} ordre et de l'étude de la fermeture en force. Ce dernier chapitre constitue donc une synthèse des travaux présentés dans ce manuscrit.

Sommaire :

Introduction.....	132
4.1 Démonstrateur de l'application Intelpick	132
4.2 La main TWIX	139
4.3 La main Octopus.....	147
4.4 Conclusion	160

Introduction

Un démonstrateur a été conçu durant cette thèse pour valider les différents points durs du projet au niveau du système de vision, du système robotique et du système de préhension. Nous expliquons dans la suite le fonctionnement général de ce démonstrateur, ainsi que la stratégie de préhension mise au point. Puis, nous exposons les résultats obtenus avec ce démonstrateur. Nous présentons également deux prototypes de préhenseur auto-adaptatif fabriqués au cours de cette thèse : la main TWIX et la main Octopus. Nous expliquons comment les travaux présentés précédemment sur la fermeture géométrique et la fermeture en force des prises sous-actionnées ont été utilisés pour optimiser les capacités de ces préhenseurs à stabiliser les objets. En particulier, on montre comment introduire des mécanismes unidirectionnels dans la transmission du mouvement de fermeture de la main pour permettre à la main de réaliser des prises qui respectent la fermeture géométrique au 1^{er} ordre.

4.1 Démonstrateur de l'application Intelpick

4.1.1 Fonctionnement général

Il existe principalement deux catégories de système de préparation de commandes de détail nommées « homme vers charge » et « charge vers homme ». Dans le cas d'installations de type « homme vers charge » (Figure 4.1.a), l'opérateur se déplace pour prélever les objets dans les bacs stockés sur étagère. Dans le cas d'installations de type « charge vers homme » (Figure 4.1.b), un système automatisé de type mini-transtockeur achemine les bacs et les cartons d'expédition jusqu'à l'opérateur qui travaille à poste fixe. Le démonstrateur de l'application Intelpick a été conçu pour s'intégrer dans une installation qui utilise ce dernier type de stockage. En effet, on note un développement rapide des systèmes de stockage automatisé apparus récemment au catalogue de grands ingénieristes du secteur tels que les sociétés Knapp, Dematic et Savoye Logistics. Par ailleurs, les installations de type « charge vers homme » présentent un cas nettement plus favorable à l'automatisation puisqu'elles permettent au robot d'évoluer dans un environnement mieux connu, les bacs de prélèvement étant de format identique et leur position connue avec précision.

Le démonstrateur reproduit donc l'intégration du système Intelpick dans une installation de type « charge vers homme » (Figure 4.2). Le robot de prélèvement travaille à poste fixe et deux convoyeurs sont intégrés au démonstrateur pour acheminer respectivement les bacs de prélèvement et les colis. Le robot choisi dispose de six axes pour positionner et orienter le préhenseur dans l'espace (KUKA KR5-sixx). Ce robot présente une capacité d'emport de 5kg suffisante pour les besoins de l'application.

Le système de vision a été développé par notre partenaire vision. Celui-ci permet d'acquérir un nuage de points tridimensionnels de la scène, puis d'extraire de cette image 3D les informations nécessaires à la prise d'un objet. Le principe de mesure adopté est celui de la triangulation laser, l'utilisation de deux caméras élimine les problèmes d'occlusion par les bords du bac et per-

met ainsi une mesure sur l'ensemble du bac. Dans les applications de guidage de robot par un système de vision à triangulation laser, il existe trois configurations possibles :

1. le robot porte le système de vision et le préhenseur, le bac est à poste fixe,
2. le système de vision est monté sur un axe linéaire externe, le bac est à poste fixe,
3. le système de vision est à poste fixe, le bac est déplacé par un convoyeur.

Pour des raisons d'encombrement et de temps de cycle, nous avons sélectionné la deuxième configuration. En positionnant le système de vision en amont du poste de prélèvement, les opérations de localisation des objets et de prise & dépose peuvent alors être réalisées en temps masqué.

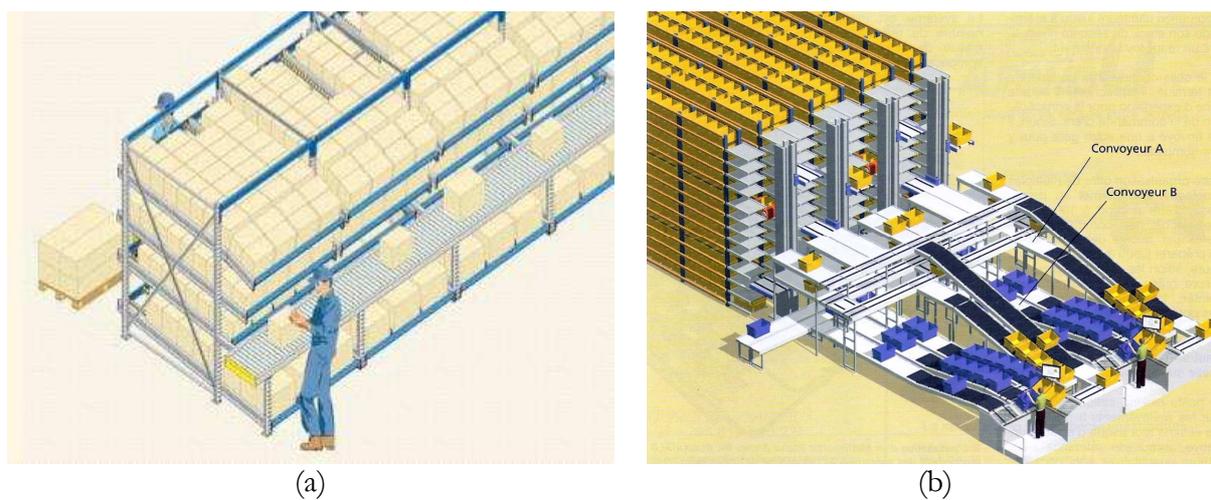


Figure 4.1 : (a) Système de stockage à gares de type « homme vers charge » (www.knapp.com), (b) système de stockage automatisé à transtockeur de type « charge vers homme » [Dematic, 2007].

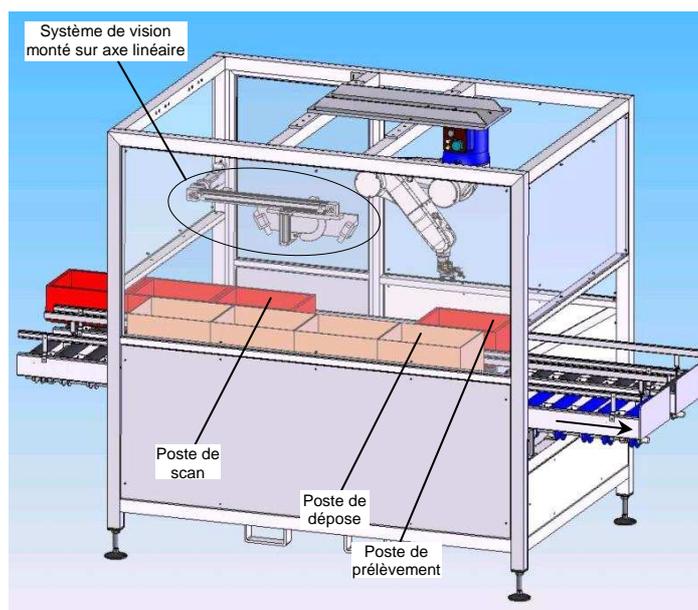


Figure 4.2 : Vue CAO de la cellule de démonstration.

4.1.2 La stratégie de préhension

Comme nous l'avons évoqué au §1.3.2, le développement d'une stratégie globale de préhension implique non seulement la conception d'un préhenseur mais aussi le développement d'un algorithme de planification de la prise. Ces deux notions sont fortement interdépendantes et le choix du préhenseur peut permettre de simplifier la planification de prise. Pour cette raison entre autres, nous avons fait le choix d'utiliser un préhenseur à dépression.

4.1.2.1 Le prototype de préhenseur

Le préhenseur conçu pour l'application Intelpick est un préhenseur simple à quatre ventouses (Figure 4.3.a). Ainsi, il est possible d'adapter le nombre de ventouses au contact en fonction des dimensions de l'objet. Les quatre ventouses forment un rectangle dont les dimensions ont été optimisées de manière à pouvoir saisir un maximum d'objets. L'augmentation du nombre de ventouses en contact améliore nettement la robustesse de la prise car cela permet de faire travailler chaque ventouse en traction. Dans ce cas, il n'est pas indispensable d'utiliser un mécanisme stabilisateur comme nous l'avons préconisé au §1.3.2. Les ventouses ont été choisies avec soufflets pour introduire une certaine compliance et ainsi autoriser une erreur sur la position et l'orientation du préhenseur relativement à l'objet à saisir. De manière à évaluer la qualité de la prise et détecter l'éventuelle perte de l'objet, le préhenseur a été instrumenté. Pour quantifier la robustesse de chaque point de contact, chaque ventouse est équipée d'un capteur de vide et d'un capteur de force uni-axial. L'association de ces deux capteurs permet d'évaluer en temps réel la charge maximale applicable (fonction du vide dans la ventouse) ainsi que la charge appliquée sur la ventouse. On en déduit le degré de sollicitation de chaque ventouse et donc plus globalement la robustesse de la prise. La combinaison de ces deux capteurs permet également de détecter la présence d'un contact. Ceci est nécessaire lors de la phase d'approche pour vérifier la mise en contact de chaque ventouse avec l'objet, mais aussi lors de la phase de déplacement de l'objet pour détecter l'éventuelle perte de l'objet.

Les mesures des efforts exercés par chaque ventouse sur l'objet ont été intégrées dans la commande du robot dans le but d'ajouter une compliance active à la compliance passive introduite par les ventouses à soufflets [Janicaud, 2007]. En effet, lors des premiers essais avec le système de vision, l'imprécision sur la position et l'orientation des objets était trop élevée pour être compensée par la compliance propre des ventouses à soufflets, si bien que les ventouses n'étaient pas toutes au contact de l'objet. L'objectif est d'utiliser les capteurs de force pour déplacer le robot de manière à garantir que chaque ventouse exerce un certain effort de compression sur l'objet. L'utilisation du contrôleur industriel fourni par Kuka ne permet pas de modifier en continu et en temps réel la position de l'effecteur terminal en fonction des efforts mesurés. La modification de l'orientation du préhenseur étant réalisée de manière séquentielle (une ventouse après l'autre), il ne s'agit donc pas d'une commande en effort à proprement parler. Depuis, ce problème d'imprécision a été directement résolu au niveau du système de vision.

Les capteurs de force utilisés sont des capteurs à bas coût (Measurement Specialties FS20, 80€/pce, Figure 4.4.a), permettant de mesurer des efforts de compression de 0 à 15N. L'inconvénient principal de ce type de capteur réside dans la nécessité d'une intégration méca-

que spécifique (Figure 4.3.b). Pour pouvoir mesurer des efforts de compression et de traction au niveau de chaque ventouse, nous avons introduit un ressort de compression qui précontraint le capteur d'effort Figure 4.4.b. Ce montage permet de protéger le capteur contre toute surcharge. En effet, lorsque l'effort en compression est supérieur à 8N, l'effort exercé sur le capteur est nul. A l'inverse, la ventouse sélectionnée est capable d'exercer un effort maximal en traction de 17N ; le bras de levier a été dimensionné pour que l'effort équivalent mesuré par le capteur soit inclus dans la plage de mesure.

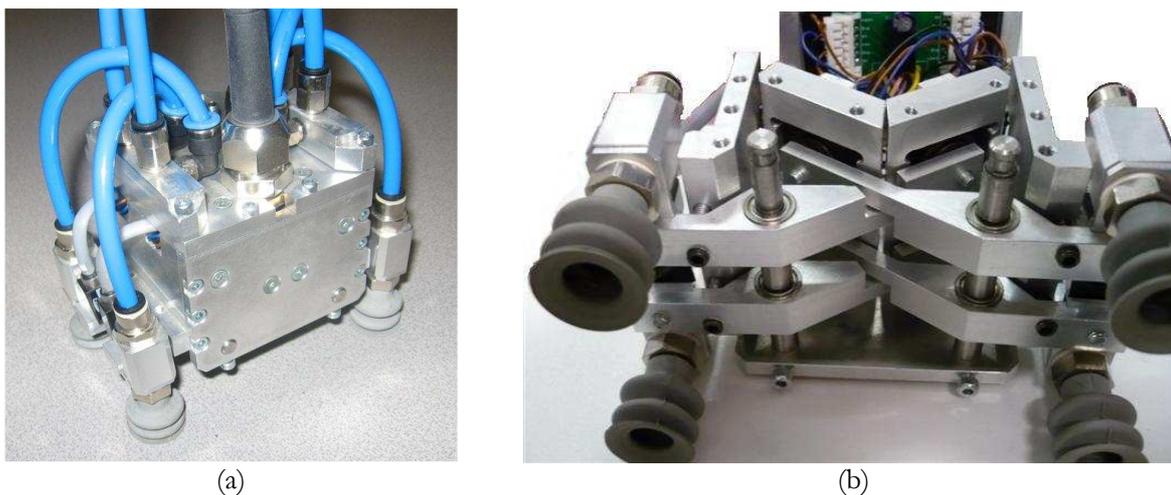


Figure 4.3 : (a) Préhenseur instrumenté à ventouses, (b) intégration mécanique des capteurs de force.

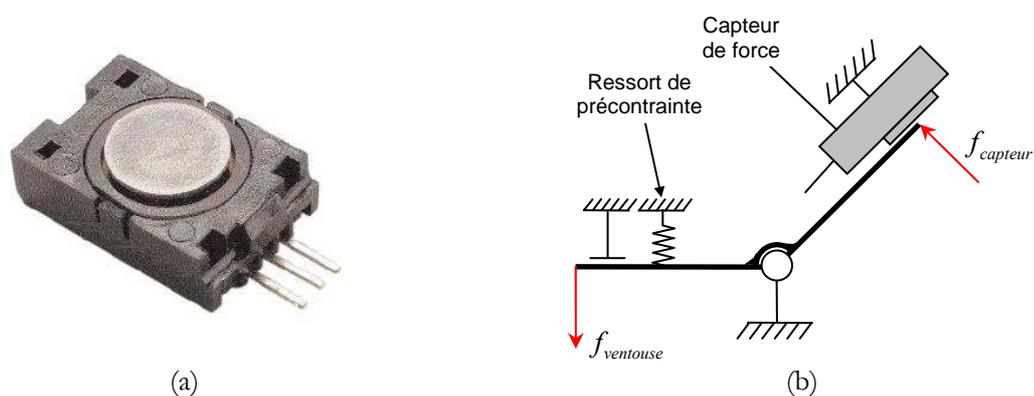


Figure 4.4 : (a) Capteur de forces bas coût, (b) intégration mécanique du capteur.

4.1.2.2 La planification de prise

Dans notre cas, la planification de prise se décompose en trois étapes distinctes :

- la localisation de plusieurs objets dans le bac,
- la synthèse de prise,

- la génération de trajectoire du robot.

Le système de vision fournit à l'algorithme de planification de prise une liste de faces de préhension candidates. Chaque surface est définie par sa position et son orientation dans le bac ainsi que ses dimensions. A partir de ces paramètres, nous avons développé une règle heuristique simple permettant de classer chaque face de la liste par ordre de priorité.

On démarre la synthèse de prise avec le premier candidat de la liste. Grâce à l'utilisation d'un préhenseur à dépression, cette étape est très simple. Il s'agit de déterminer le nombre maximal de ventouses qui peuvent être mises en contact avec l'objet, en fonction des dimensions de la surface de préhension, puis de positionner ces ventouses relativement à la zone de préhension de manière à faire coïncider le barycentre de l'ensemble des points de contact avec le barycentre de la surface de préhension.

La génération de trajectoire est précédée d'une étape consistant à choisir une configuration pour le robot qui garantit que chaque articulation respecte ses limites mécaniques et que le robot évite toute collision avec l'environnement ainsi que les positions singulières. En effet, le préhenseur évolue dans un environnement très exigu : le bac de prélèvement. Il est donc indispensable de garantir l'évitement de collisions entre le préhenseur et le bac mais aussi entre le bras du robot et les bords du bac. Lors de la conception, la position de la base du robot par rapport au bac a été déterminée pour permettre l'accessibilité à l'intégralité du bac de prélèvement ainsi qu'au colis. Dans cette optique, le robot a été positionné tête en bas, à l'aplomb du bac de prélèvement. L'inconvénient de cette solution est qu'une position singulière¹ est au centre du bac de prélèvement, mais elle apporte l'avantage de pouvoir utiliser deux configurations différentes du robot pour une même position et orientation du préhenseur (Figure 4.5).

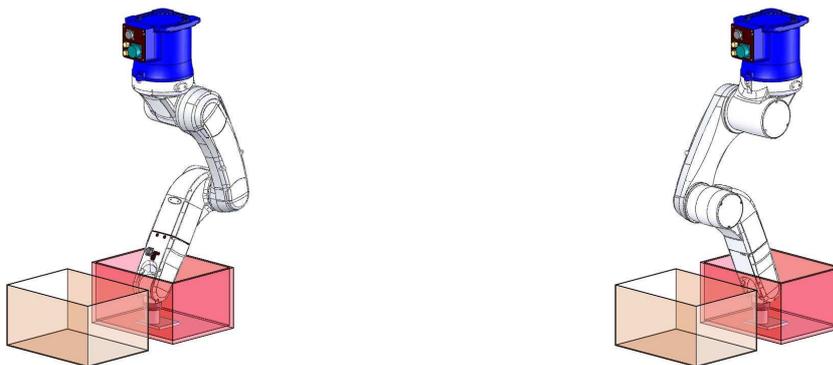


Figure 4.5 : Le robot peut adopter 2 configurations différentes pour une même position et orientation du préhenseur.

Nous avons développé un logiciel qui détermine la meilleure configuration du robot. Dans un premier temps, celui-ci calcule toutes les configurations possibles en fonction de la position et de

¹ La position qui fait coïncider le centre de rotation instantanée du poignet avec l'axe 1 du robot.

l'orientation de l'objet, à partir du modèle géométrique inverse du robot. Puis, pour chaque configuration, ce logiciel vérifie le respect des limites articulaires, détermine la proximité d'une configuration singulière et calcule la distance minimale entre l'avant-bras du robot et le bac ainsi qu'entre le préhenseur et le bac. En fonction de ces critères, une règle heuristique permet de déterminer la meilleure configuration à adopter par le robot. Si aucune configuration n'est correcte, on applique le même algorithme au candidat suivant sur la liste des faces de préhension. Enfin, ce logiciel calcule la trajectoire à suivre par le robot, garantissant que les limites articulaires soient respectées sur l'ensemble du trajet. Cette trajectoire est définie par un ensemble de points de passage directement fournis au contrôleur du robot.

4.1.3 Résultats

Des tests réalisés en décembre 2007 en collaboration avec notre partenaire vision ont permis de valider le fonctionnement général du démonstrateur. En ce qui concerne le système de préhension, la technologie de saisie par dépression que nous avons adoptée s'avère être un choix judicieux à plusieurs titres. D'abord, cette technologie permet de simplifier l'algorithme de synthèse de prise. Ensuite, la dépression est particulièrement versatile puisque d'une manière générale, elle permet de traiter les objets qui présentent une face de préhension lisse (plane ou courbe), étanche et de dimension suffisante pour y mettre au moins une ventouse. Enfin, la compliance propre des ventouses à soufflets permet de compenser les imprécisions introduites par le système de vision sur la position et l'orientation de l'objet. On note cependant une dégradation rapide de la robustesse de la prise au fur et à mesure que le nombre de ventouses au contact diminue. On propose dans la suite d'améliorer la stabilité de la prise à l'aide de mécanismes stabilisateurs auto-adaptatifs.

D'une manière plus quantitative, le temps de cycle global obtenu lors de ces tests est de l'ordre de 16 secondes, ce qui est bien au-dessus des 5 secondes souhaitées. On rappelle que les opérations suivantes peuvent être réalisées en temps masqué :

1. la localisation de plusieurs objets : acquisition et calcul,
2. synthèse de prise, génération de trajectoire et cycle de prise & dépose.

Le temps de cycle global est limité par l'opération de localisation de l'objet, dont le temps de cycle est de 16 secondes à raison de 3 secondes pour l'acquisition du nuage de points tridimensionnels et de 13 secondes¹ de calcul. Le cycle de prise & dépose dure en moyenne 7 secondes, le temps de calcul nécessaire à la synthèse de prise et à la génération de trajectoire n'excèdent pas 1 seconde².

¹ Temps de calcul obtenu avec un processeur Intel® Core™ Quad 2,40GHz et 1.97 Gb de RAM.

² Temps de calcul obtenu avec un processeur Intel® Celeron® 2,40 GHz et 506Mo de RAM.



Figure 4.6 : Photographies du démonstrateur de l'application Intelpick.

4.2 La main TWIX

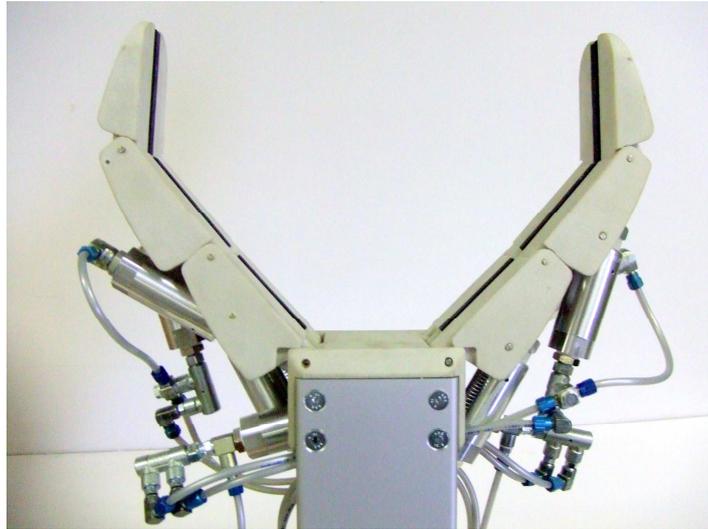


Figure 4.7 : La main TWIX : une main auto-adaptative à énergie pneumatique.

4.2.1 Principe de fonctionnement

La main TWIX est une main auto-adaptative à deux doigts et trois phalanges par doigt, conçue pour la prise d'objets (prise fine et prise enveloppante). Cette main fonctionne entièrement à l'énergie pneumatique pour deux raisons : pour faciliter l'introduction de sous-actionnement (un simple connecteur pneumatique permet de distribuer l'énergie en entrée vers plusieurs sorties (Figure 4.8)) et pour faciliter l'introduction de mécanismes unidirectionnels (clapets anti-retour pilotés). La main TWIX ne peut pas être qualifiée de sous-actionnée car elle utilise 8 actionneurs (ou vérins pneumatiques) pour seulement 6 degrés de liberté. L'utilisation du mécanisme différentiel (c'est-à-dire le connecteur pneumatique) permet néanmoins de simplifier le schéma de commande pneumatique qui permet la fermeture automatique des phalanges. L'utilisation de clapets anti-retour pilotés permet de complètement éliminer le phénomène d'éjection introduit par [Laliberté et Gosselin, 2003]. Enfin, un mécanisme original est présenté : « le parallélogramme pneumatique », celui-ci permet à la main de réaliser des prises fines.

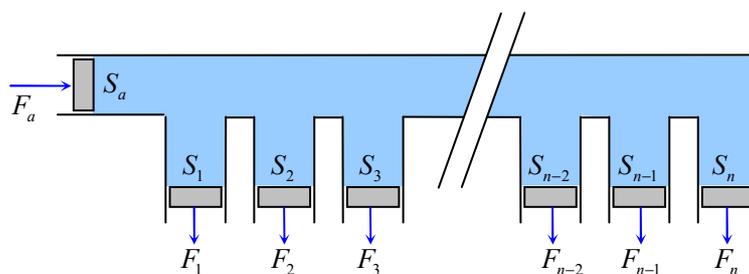


Figure 4.8 : Un connecteur pneumatique à une entrée et plusieurs sorties.

4.2.1.1 Le mécanisme de fermeture

La fermeture de la main TWIX est réalisée à l'aide de six vérins pneumatiques (Figure 4.10). Chaque vérin permet de piloter le mouvement de fermeture d'une phalange. Deux vérins supplémentaires sont nécessaires à la réalisation du parallélogramme pneumatique que nous présentons au §4.2.1.2. Des ressorts de rappel et des butées mécaniques entre les phalanges permettent de forcer la main en position ouverte lorsque celle-ci est au repos.

Du point de vue de la commande pneumatique, la fermeture de la main se déroule en deux séquences distinctes. Durant la première séquence, les phalanges distales restent perpendiculaires à la paume pour permettre la réalisation de prises fines (Figure 4.9). Dès que chaque doigt a établi un premier contact avec l'objet, la seconde séquence est déclenchée. Celle-ci consiste à alimenter tous les vérins en pression de manière à mettre toutes les phalanges en contact avec l'objet pour réaliser une prise enveloppante ou bien conserver la prise fine suivant la géométrie et la position de l'objet saisi. Dans le cas d'une prise enveloppante, la 1^{ère} séquence est cependant nécessaire car elle permet d'assurer que la phalange proximale entre en contact avec l'objet avant les deux autres phalanges.

Lors de la 2^{nde} séquence, tous les vérins sont connectés à une même chambre sous pression si bien qu'on se ramène au schéma pneumatique représenté en Figure 4.8. Ce type de mécanisme induit la relation suivante caractéristique d'un mécanisme différentiel :

$$\frac{F_a}{S_a} = \frac{F_1}{S_1} = \dots = \frac{F_n}{S_n} \quad (4.1)$$

où F_a et F_i sont respectivement l'effort en entrée du mécanisme et l'effort de la $i^{\text{ème}}$ sortie. S_a et S_i sont les aires de la section de l'entrée et de la $i^{\text{ème}}$ sortie du mécanisme.

Il en résulte un certain couplage entre les efforts exercés par les vérins et par conséquent entre les efforts de contact exercés par les phalanges sur l'objet. Ainsi, même si la main TWIX ne peut pas être qualifiée de sous-actionnée, elle présente le même type de comportement qu'une main sous-actionnée différentielle.

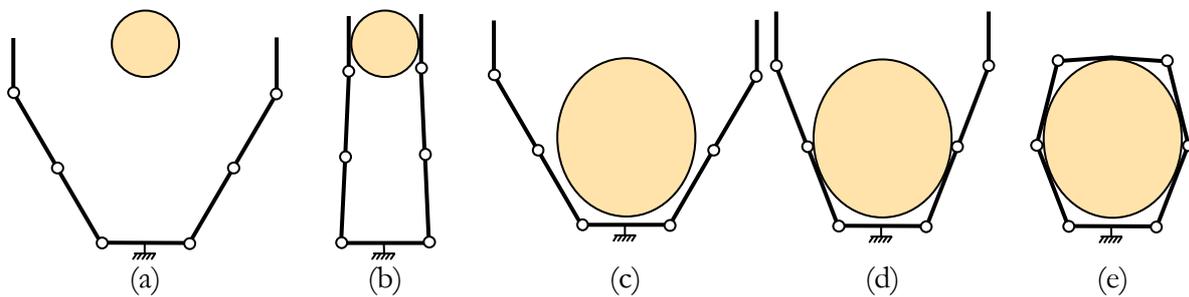


Figure 4.9 : Illustration d'une prise fine (a)(b) et d'une prise enveloppante (c)(d)(e).

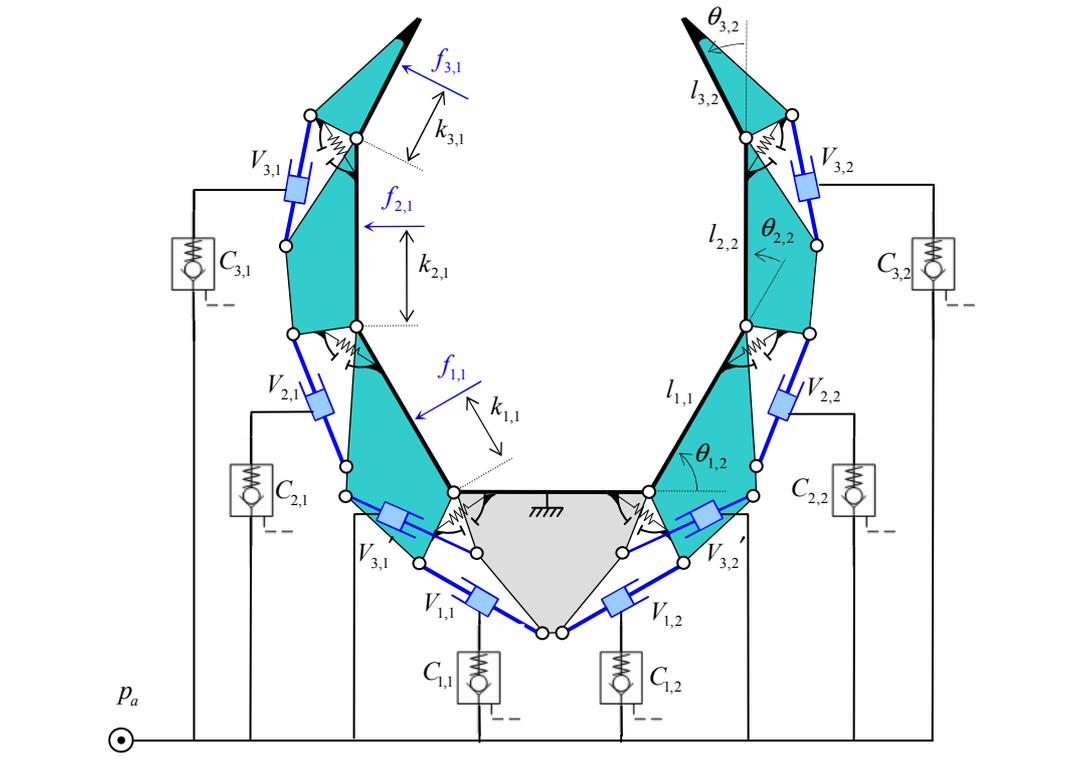


Figure 4.10 : Schéma de fonctionnement de la main TWIX.

4.2.1.2 Le parallélogramme pneumatique

On décrit dans ce paragraphe le mécanisme qui contraint les phalanges distales à rester perpendiculaires à la paume pendant la séquence 1 de la fermeture, de manière à réaliser des prises fines. Cette fonctionnalité est présente sur les main MARS [Gosselin et Laliberté, 1998] et SARAH [Laliberté et al., 2002], elle est réalisée par un double parallélogramme (Figure 4.11). Dans le cas de la main TWIX, cette fonctionnalité est accomplie par un mécanisme basé sur un arrangement spécifique de vérins que nous avons nommé « parallélogramme pneumatique ». Pour clarifier le propos, les notations sont données pour un seul doigt dans la suite de ce paragraphe et on considère un doigt à deux phalanges uniquement. Le principe est identique pour un doigt à trois phalanges ou plus.

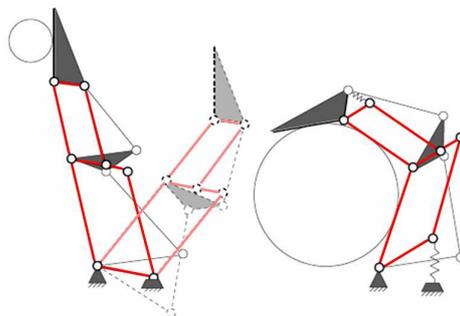


Figure 4.11 : Mécanisme à double parallélogramme de la Sarah Hand [Laliberté et al., 2002].

Lors de la séquence 1 de la fermeture du doigt, seul le vérin V_1 qui provoque la fermeture de la phalange proximale est alimenté (Figure 4.12). Les chambres des vérins V_3 et V'_3 sont connectées entre elles et isolées de l'extérieur, de telle manière que lorsque la tige du vérin V'_3 sort, celle du vérin V_3 rentre. Les pistons des vérins V_3 et V'_3 sont supposés de même diamètre, de sorte que la relation suivante est vérifiée :

$$\dot{s}'_3 = -\dot{s}_3 \quad (4.2)$$

où \dot{s}'_3 et \dot{s}_3 représentent respectivement la vitesse de sortie de tige des vérins V'_3 et V_3 . Bien sûr, les vérins utilisés doivent être à faible frottement de manière à minimiser l'erreur introduite dans la relation (4.2) due à la compressibilité de l'air.

On s'attache dans la suite à déterminer les paramètres géométriques de ce mécanisme de sorte que la relation (4.2) entraîne l'égalité suivante :

$$\dot{\theta}_1 = -\dot{\theta}_3 \quad (4.3)$$

où $\dot{\theta}_1$ et $\dot{\theta}_3$ représentent respectivement les vitesses articulaires de la phalange proximale et de la phalange distale. Dans le cas d'un doigt à 3 phalanges, on suppose $\theta_2 = 0$ pendant toute la séquence 1.

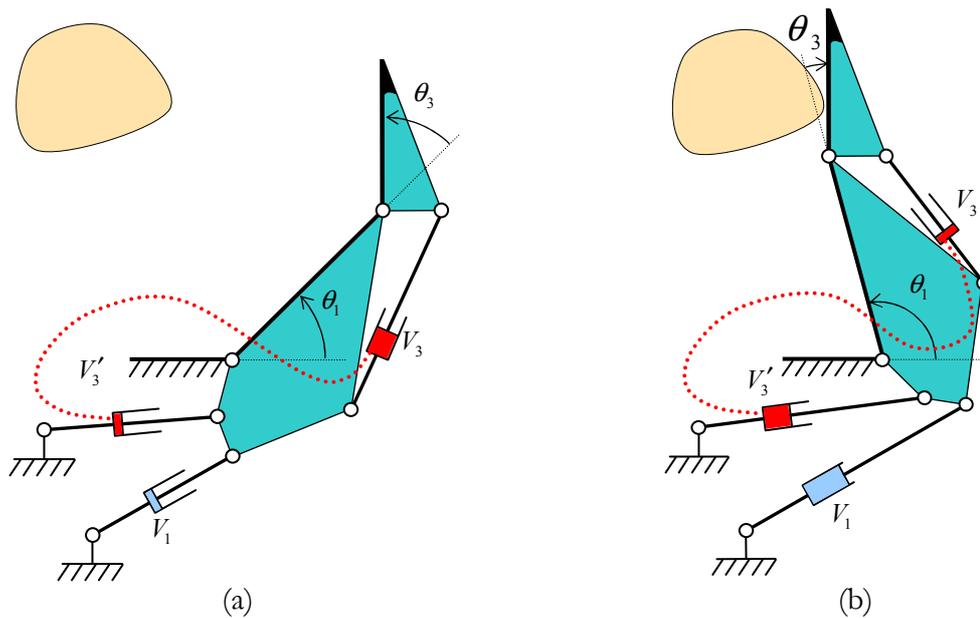


Figure 4.12 : Illustration du parallélogramme pneumatique : les vérins V_3 et V'_3 sont connectés entre eux pour contraindre la phalange distale à rester perpendiculaire à la paume.

On précise que lorsque le doigt est dans sa configuration initiale, complètement ouvert, les ressorts et les butées mécaniques forcent la phalange distale à être perpendiculaire à la paume de la main :

$$\theta_1^{ini} + \theta_3^{ini} = \frac{\pi}{2} \quad (4.4)$$

Les relations (4.3) et (4.4) suffisent à garantir que la phalange distale reste perpendiculaire tout au long de la séquence 1 de la fermeture du doigt. On explique maintenant comment positionner les vérins V_3 et V'_3 de manière à vérifier (4.3).

La relation entre la vitesse de sortie de tige du vérin V_3 et la vitesse articulaire de la phalange distale est donnée par l'égalité suivante (Figure 4.13) :

$$\dot{s}_3 = \frac{\mathbf{b}_3 \times \mathbf{c}_3}{\|\mathbf{b}_3\|} \dot{\theta}_3 \quad (4.5)$$

où \mathbf{c}_3 est le vecteur qui relie O_3 à P_3 et \mathbf{b}_3 le vecteur qui relie B_3 à P_3 .

Lorsqu'on positionne le vérin de telle sorte que la tige du vérin est perpendiculaire à la barre c_3 lorsque la phalange distale a parcouru la moitié de sa course angulaire et lorsqu'on fait l'hypothèse que le point B_3 est à l'infini ($s_3 \gg c_3$), alors on peut réécrire la relation (4.5) comme suit :

$$\dot{\theta}_3 = \dot{\alpha}_3 = \frac{\dot{s}_3}{c_3 \cos(\alpha_3)} \quad (4.6)$$

où c_3 est la longueur de la barre qui sert de bras de levier au vérin V_3 et α_3 est l'angle entre la barre c_3 et l'axe Δ_3 . L'axe Δ_3 est donné par la position de la barre c_3 lorsque la phalange distale a parcouru la moitié de sa course angulaire. s_3 est la longueur du point P_3 au point B_3 .

On reproduit le même arrangement pour le vérin V'_3 , à la seule différence près que le point P'_3 est positionné de sorte que l'on ait :

$$c'_3 = c_3 \quad (4.7)$$

$$\text{et } \alpha_3'^{ini} = -\alpha_3^{ini} \quad (4.8)$$

On écrit la relation entre la vitesse de sortie de tige du vérin V'_3 et la vitesse articulaire de la phalange proximale :

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\alpha}'_3 = \frac{\dot{s}'_3}{c'_3 \cos(\alpha'_3)} \quad (4.9)$$

où c'_3 est la longueur de la barre qui sert de bras de levier au vérin V'_3 et α'_3 est l'angle entre la barre c'_3 et l'axe Δ'_3 . L'axe Δ'_3 est donné par la position de la barre c'_3 lorsque la phalange distale a parcouru la moitié de sa course angulaire. s'_3 est la longueur du point P'_3 au point B'_3 .

Les relations (4.2), (4.6), (4.7), (4.8) et (4.9) donnent :

$$\dot{\alpha}'_3 = -\dot{\alpha}_3 \quad (4.10)$$

Par intégration de la relation (4.10) avec la condition aux limites (4.8), on suppose que la relation (4.10) et donc la relation (4.3) est vraie quelle que soit la configuration du doigt.

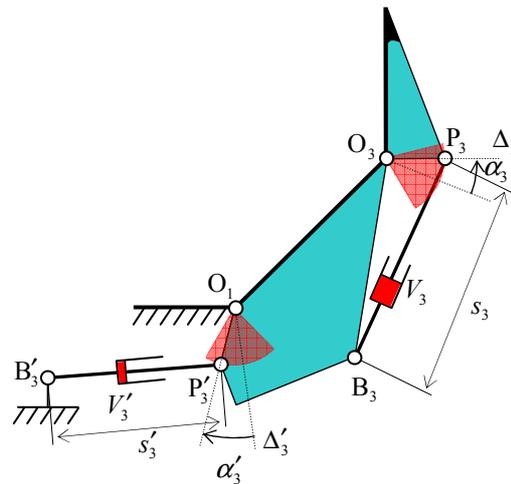


Figure 4.13 : Illustration du bon positionnement des vérins V_3 et V'_3 .

4.2.1.3 Introduction de mécanismes unidirectionnels

Comme nous l'avons démontré dans le chapitre 2, les mécanismes unidirectionnels doivent être introduits en nombre suffisant dans la transmission du mouvement de fermeture de la main pour que celle-ci soit capable de réaliser des prises fermées géométriquement. Dans le cas de la main TWIX, au moins 4 mécanismes unidirectionnels sont nécessaires (lorsqu'on considère uniquement les mouvements de l'objet dans le plan). On choisit de monter un clapet anti-retour piloté sur chaque vérin $V_{1,1}$, $V_{2,1}$, $V_{3,1}$, $V_{1,2}$, $V_{2,2}$ et $V_{3,2}$ (Figure 4.10). Ce type de composant permet de contrôler le sens d'écoulement du fluide qui le traverse. Par défaut, lorsque l'entrée 12 n'est pas pilotée (Figure 4.14), l'écoulement du fluide est unidirectionnel (de 1 vers 2) ; lorsque cette entrée est pilotée, l'écoulement est bidirectionnel.

Lors de la fermeture de la main, l'écoulement du fluide est unidirectionnel de sorte que tout mouvement de recul de la tige du vérin (et par conséquent de la phalange correspondante) est interdit. Lors de l'ouverture de la main, toutes les entrées 12 des clapets anti-retour sont pilotées pour permettre un écoulement bidirectionnel de l'air et évacuer l'air contenu dans les vérins.



Figure 4.14 : Illustration du fonctionnement d'un clapet anti-retour piloté, (a) entrée 12 non-pilotée : écoulement unidirectionnel, (b) entrée 12 pilotée : écoulement bidirectionnel.

Une des limitations majeures des mains sous-actionnées réside dans le phénomène d'éjection introduit dans [Laliberté et al., 2002]. En effet, dans certaines configurations du doigt, les efforts exercés par certaines phalanges sur l'objet doivent être négatifs pour permettre l'équilibre statique du doigt. Du fait de l'unilatéralité des efforts de contact, cet équilibre ne peut pas être atteint, ce qui provoque un mouvement de recul des phalanges correspondantes. En positionnant un mécanisme unidirectionnel dans la transmission du mouvement de fermeture de chaque phalange, tout mouvement de recul des phalanges est interdit, le phénomène d'éjection est par conséquent complètement éliminé.

4.2.1.4 Le circuit de commande pneumatique

On détaille dans ce paragraphe le circuit pneumatique permettant de commander l'ouverture et la fermeture de la main (Figure 4.15). Les composants pneumatiques utilisés apparaissent dans le Tableau 4.1.

$V_{i,k}$	vérin pneumatique à diaphragme à faible frottement, utilisé pour la fermeture de la $i^{\text{ème}}$ phalange du $k^{\text{ème}}$ doigt	MM2 - Controlair Inc.
$V'_{3,k}$	vérin nécessaire à la réalisation du parallélogramme pneumatique du $k^{\text{ème}}$ doigt	MM2 - Controlair Inc.
$C_{i,k}$	clapet anti-retour piloté, utilisé pour contrôler le sens du flux d'air en entrée du vérin $V_{i,k}$	HGL - Festo
D_M	distributeur manuel monostable 5/3	Camozzi
D_{BP}	distributeur monostable 5/2, avec déclenchement à basse pression	Bosch Rexroth
D_k	distributeur monostable 5/3,	(Bosch Rexroth)

Tableau 4.1 : Liste des composants pneumatiques utilisés dans la commande de la main.

Du point de vue de l'utilisateur, la commande de la main est volontairement très simple, puisqu'un simple distributeur à commande manuelle (D_M) permet de piloter¹ la fermeture et l'ouverture de la main. L'enchaînement des différentes séquences lors de la fermeture de la main est réalisé automatiquement.

Lors de la séquence 1 de la fermeture de la main (Figure 4.16.a), seuls les vérins $V_{1,1}$ et $V_{1,2}$ sont alimentés. Le clapet $C_{3,k}$ est piloté de manière à faire communiquer les chambres des vérins $V_{3,k}$ et $V'_{3,k}$ (pour chaque doigt k) et activer la fonction « parallélogramme pneumatique ».

¹ Il s'agit d'une commande de type TOR (Tout Ou Rien).

Dès que chaque doigt est en contact avec l'objet et que la pression en entrée des vérins $V_{1,1}$ et $V_{1,2}$ dépasse un certain seuil, le distributeur D_{BP} commute et la séquence 2 commence (Figure 4.16.b). Tous les vérins sont alors alimentés (y compris les vérins $V'_{3,k}$) et les clapets sont rendus unidirectionnels.

L'ouverture de la main est provoquée à l'aide du distributeur à commande manuelle (D_M) (Figure 4.16.c). Tous les clapets anti-retour sont rendus bidirectionnels pour permettre la mise à l'échappement des vérins.

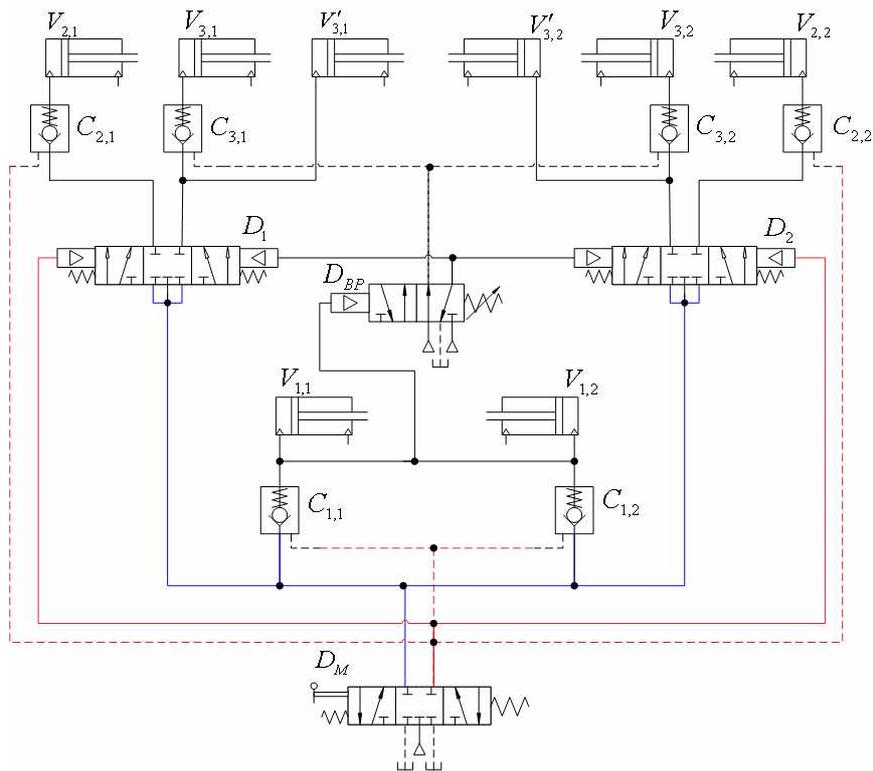


Figure 4.15 : Schéma de commande pneumatique de la main TWIX.

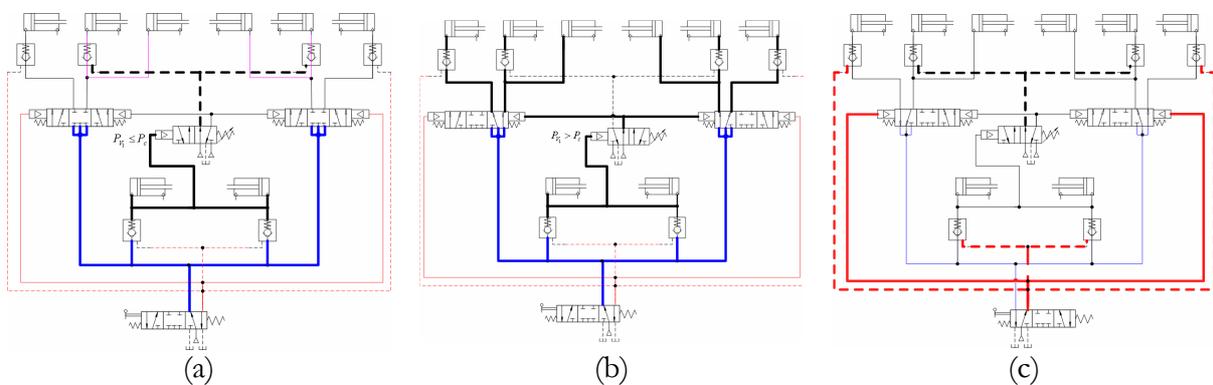


Figure 4.16 : Etat du circuit de commande pneumatique pour les séquence 1 (a) et séquence 2 (b) de la fermeture et pour l'ouverture (c) de la main.

4.2.2 Dimensionnement

L'optimisation des paramètres de la main TWIX a été réalisée à l'aide de la méthode proposée dans [Birglen et Gosselin, 2004]. Les auteurs proposent de déterminer les paramètres géométriques optimaux d'un doigt sous-actionné à 2 phalanges en fonction de deux critères : l'isotropie des efforts de contact et l'évitement du phénomène d'éjection. Dans le cas de la main TWIX, comme nous l'avons expliqué précédemment, le phénomène d'éjection est complètement éliminé grâce aux clapets anti-retour. Cependant, il est préférable que les efforts de contact soient positifs de manière à ce que chaque phalange contribue à la prise. On dit d'un doigt qu'il est isotrope en effort lorsque les efforts de contact exercés au centre des phalanges sont de même intensité. Cette propriété est d'une importance majeure lorsqu'il s'agit d'éviter d'endommager l'objet. Ainsi, la main TWIX a été optimisée en fonction de ces deux critères. La méthode d'optimisation n'est pas rapportée dans ce manuscrit mais pourra être retrouvée dans [Bégoc et al., 2007.b].

4.2.3 Bilan

Nous venons de présenter le prototype TWIX, une main auto-adaptative à deux doigts et trois phalanges par doigt, fonctionnant à l'énergie pneumatique. Cette main est capable de réaliser des prises enveloppantes comme des prises fines, grâce au « parallélogramme pneumatique ». Des mécanismes unidirectionnels (clapet anti-retour) ont été introduits dans la transmission du mouvement de fermeture de chaque phalange. Ceci permet d'éliminer complètement le phénomène d'éjection et d'augmenter les capacités de la main à produire des prises fermées géométriquement d'après les travaux présentés au chapitre 2.

4.3 La main Octopus

La main Octopus (Figure 4.17) a été développée pour répondre aux contraintes de l'application Intelpick. L'objectif est donc de développer un préhenseur capable de réaliser une prise en deux temps. Ainsi, l'objet à saisir est d'abord extrait du container à l'aide d'un préhenseur à dépression, puis la prise est rendue plus robuste à l'aide d'un mécanisme stabilisateur. Ce mécanisme stabilisateur a été dimensionné à l'aide des travaux sur la fermeture géométrique et la fermeture en force présentés dans les chapitres précédents. Les plans d'ensemble représentés en Annexe B.

4.3.1 Principe de fonctionnement

La main Octopus est composée d'un mécanisme stabilisateur et d'une ventouse logée au creux de la main. La ventouse permet d'extraire l'objet du container et le stabilisateur de réaliser une prise enveloppante de l'objet (Figure 4.18). Il s'agit d'un mécanisme sous-actionné, prenant la forme d'une main à trois doigts avec trois phalanges par doigt, capable de s'adapter automatiquement à la géométrie de l'objet. Pour éviter de déstabiliser l'objet saisi au moment de la mise au contact des doigts, les efforts exercés par les phalanges doivent être très faibles. Comme pour la main TWIX, des mécanismes anti-retour sont introduits dans la transmission du mouvement de

fermeture des phalanges de façon à augmenter les capacités du stabilisateur à réaliser des prises fermées géométriquement. On s'attache dans la suite de ce paragraphe à décrire le principe de fonctionnement du mécanisme stabilisateur.

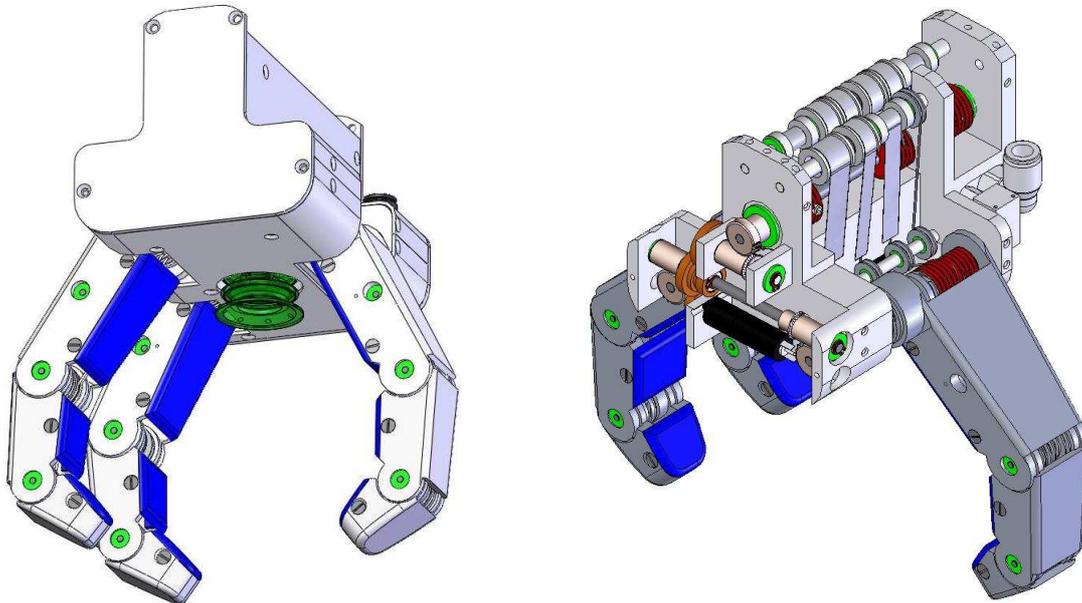


Figure 4.17 : La main Octopus pour une prise en deux temps : extraction par dépression, puis stabilisation par un mécanisme sous-actionné à trois doigts.

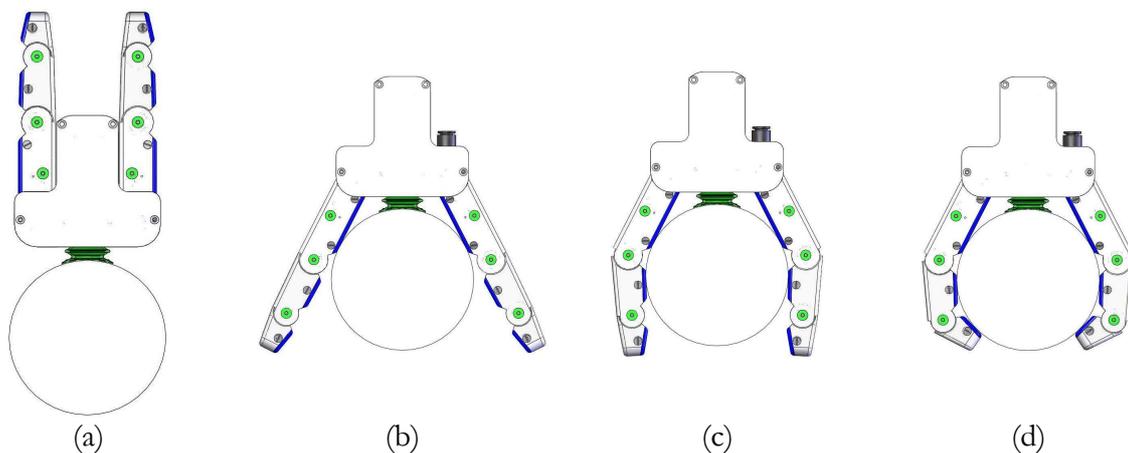


Figure 4.18 : Illustration de la prise en deux temps par la main Octopus : (a) extraction de l'objet, (b,c,d) fermeture du mécanisme stabilisateur.

4.3.1.1 Mécanisme d'ouverture/fermeture du doigt

Chaque doigt est sous-actionné par un mécanisme différentiel de type poulie/câble (Figure 4.19). A l'inverse des mains qui utilisent ce type de sous-actionnement telles que celles présentées

au §1.2.2.3.1.2, la tension du câble entraîne non pas la fermeture mais l'ouverture du doigt. La fermeture du doigt est provoquée par trois ressorts qui exercent en continu un moment entre chaque phalange. Au fur et à mesure que l'on déroule le câble d'ouverture, les phalanges se ferment l'une après l'autre dès que le couple interphalangien correspondant est positif (voir §4.3.3.2). Les ressorts et les rapports des rayons des poulies peuvent être dimensionnés de façon à obtenir une fermeture séquentielle des phalanges (voir §4.3.3.2), en commençant par la phalange proximale, puis la phalange moyenne, puis la phalange distale.

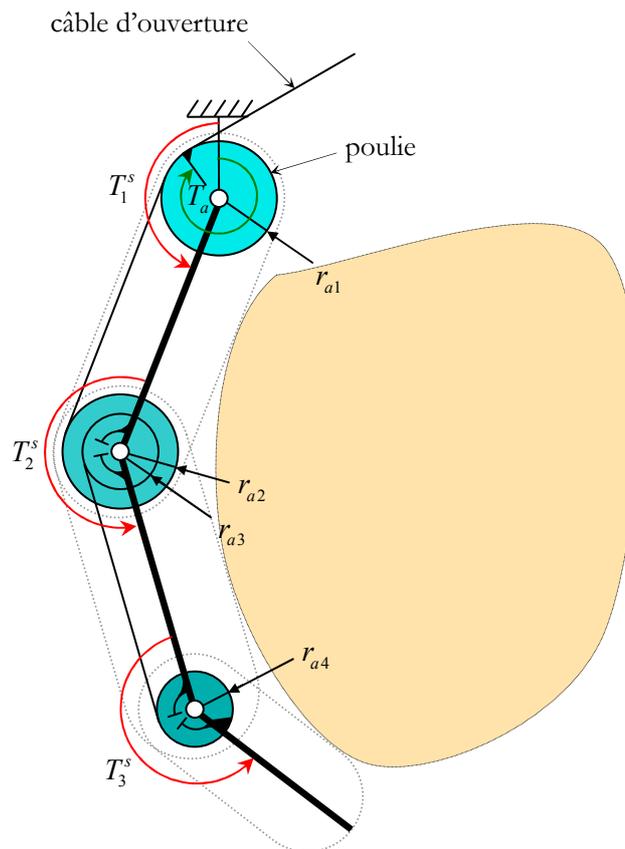


Figure 4.19 : Illustration du mécanisme différentiel de type poulie/câble provoquant l'ouverture du doigt.

A chaque cycle de fermeture, le câble d'ouverture est déroulé d'une longueur fixe. Cette longueur doit être suffisante pour permettre la fermeture complète du doigt (jusqu'à ce que les phalanges soient en butée). Bien sûr, dans la majorité des cas de prise, le doigt n'est pas complètement fermé lorsqu'il est au contact de l'objet, si bien que le câble d'ouverture continue à être déroulé, alors que toutes les phalanges sont au contact. Un système spécifique logé à l'intérieur de la phalange proximale permet de rattraper le mou du câble (mécanisme non-représenté en Figure 4.19, mais en Figure 4.21).

Pour des raisons d'encombrement, les ressorts ne sont pas directement placés entre les phalanges, mais déportés à l'intérieur de la paume. Trois mécanismes de type poulie/câble agissent en parallèle avec le mécanisme décrit sur la Figure 4.19 pour transmettre les couples exercés par les

ressorts au niveau des joints interphalangiens (Figure 4.20). On remarque que les deux mécanismes de la Figure 4.20.b et c sont également des mécanismes différentiels. La relation entre les efforts exercés par les ressorts et les couples interphalangiens correspondants est donnée par l'égalité suivante :

$$\begin{bmatrix} T_1^s \\ T_2^s \\ T_3^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{r_{22}}{r_{21}} & 0 \\ 1 & \frac{r_{32}}{r_{31}} & \frac{r_{32}r_{34}}{r_{31}r_{33}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 \\ 0 & r_{21} & 0 \\ 0 & 0 & r_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1^s \\ F_2^s \\ F_3^s \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

où F_i^s est l'effort exercé par le $i^{\text{ème}}$ ressort. Les ressorts utilisés sont des ressorts spirales à très longue course qui présentent la particularité d'exercer un effort de rappel constant quelle que soit l'extension du ressort.

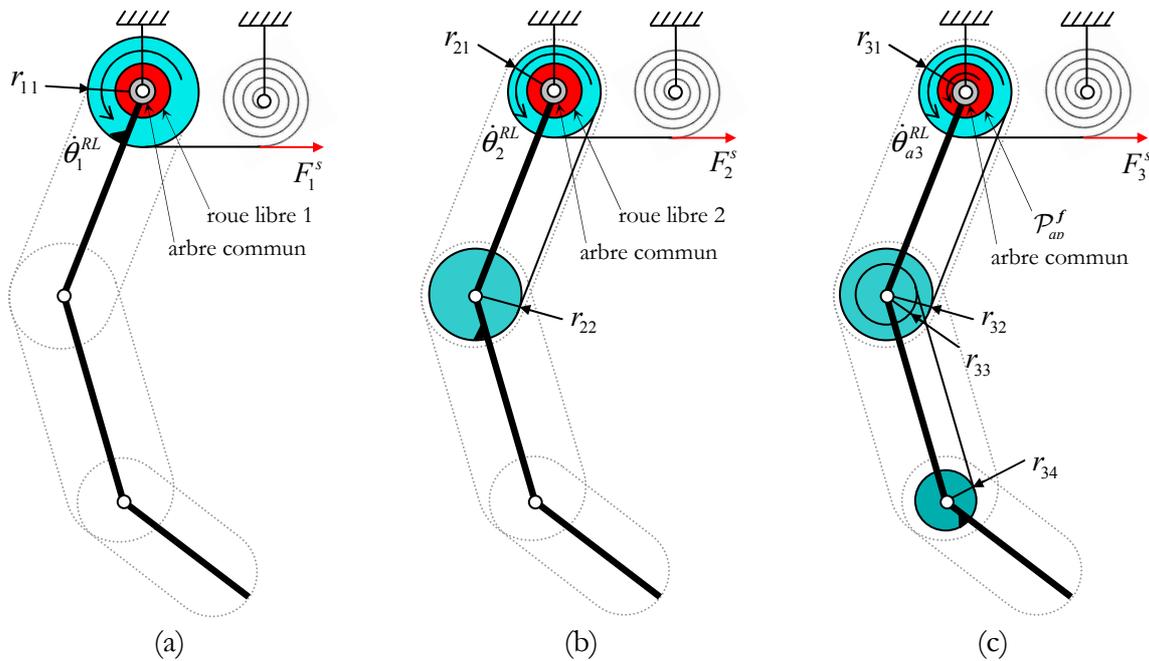


Figure 4.20 : Illustration des trois mécanismes permettant de déporter les ressorts et les roues libres au niveau de la paume.

Pour permettre la réalisation de prises fermées géométriquement, des mécanismes unidirectionnels sont introduits dans la transmission du mouvement de fermeture des phalanges. Dans le cas de la main Octopus, il s'agit de roues libres, un composant standard et miniature. Comme pour la main TWIX, on souhaite que ces mécanismes unidirectionnels interdisent tout mouvement de recul des phalanges lors de la fermeture de la main de manière à éliminer complètement le phénomène d'éjection. Pour ce faire, il faut introduire autant (sinon plus) de roues libres que de phalanges. La solution la plus intuitive serait de monter une roue libre sur chaque joint interphalangien, mais dans notre cas, les roues libres doivent être déportées au niveau de la paume à l'aide

des mécanismes décrits en Figure 4.20. En effet, à l'inverse des clapets anti-retour pilotés utilisés sur la main TWIX, il n'existe pas de solution standard pour désactiver la rotation unidirectionnelle de la roue libre lors de l'ouverture du doigt. Pour pallier ce problème, les roues libres sont montées sur un même arbre qui est en liaison pivot par rapport à la paume de la main (Figure 4.21).

Lors de la fermeture de la main, cet arbre est maintenu fixe, de sorte que les 3 roues libres imposent les relations suivantes :

$$\dot{\theta}_j^{RL} \geq \dot{\theta}_c = 0, \forall j = \{1; 2; 3\} \quad (4.12)$$

où $\dot{\theta}_c$ est la vitesse de rotation de l'arbre commun aux roues libres relativement à la paume et $\dot{\theta}_j^{RL}$ la vitesse de rotation de la bague extérieure de la roue libre qui porte la poulie de rayon r_{j1} relativement à la paume.

Pour ouvrir le doigt, il faut simultanément tendre le câble d'ouverture et provoquer une rotation négative de l'arbre commun $\dot{\theta}_c < 0$, pour permettre une rotation négative de chaque roue libre par rapport à la paume.

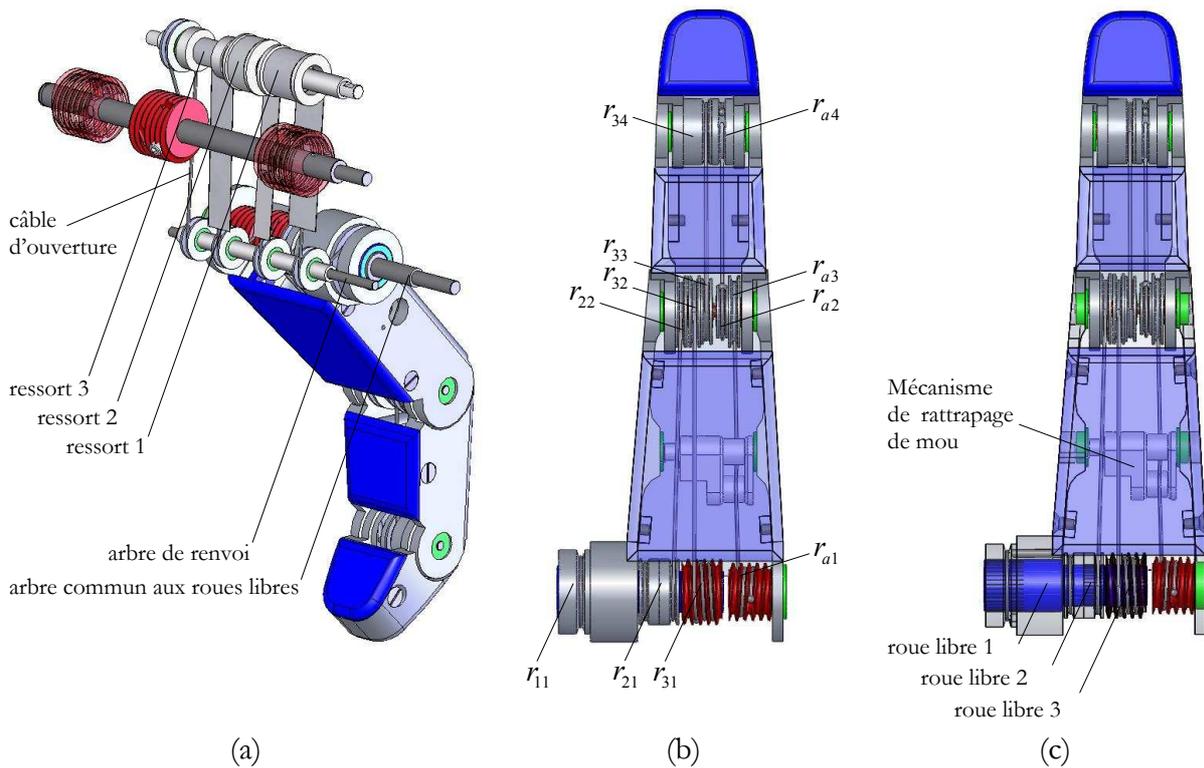


Figure 4.21 : Vues CAO d'un doigt de la main Octopus.

4.3.1.2 Description du mécanisme d'actionnement

Un seul moteur logé dans la paume de la main permet de commander le mouvement de fermeture/ouverture des trois doigts. Selon le sens de rotation du moteur, celui-ci provoque la fer-

meture ou bien l'ouverture de la main. On présente dans la suite le train d'engrenages qui permet de transmettre le mouvement de rotation du moteur aux doigts. On introduit pour cela les termes suivants :

- arbre moteur,
- arbre commun 1 A_{c1} : porte les roues libres des doigts 1 et 2,
- arbre commun 2 A_{c2} : porte les roues libres du doigt 3,
- arbre d'enroulement des câbles d'ouverture A_{ouv} : sur cet arbre sont fixées trois poulies sur lesquelles s'enroulent les câbles d'ouverture des 3 doigts,
- arbre à vis sans fin 1 A_{vsf1} ,
- arbre à vis sans fin 2 A_{vsf2} .

Lors de l'ouverture de la main, comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe précédent, il faut simultanément tendre les câbles d'ouverture des doigts et provoquer une rotation des arbres communs A_{c1} et A_{c2} . La Figure 4.22.a illustre les sens de rotation des différents arbres pendant la phase de fermeture. Le moteur entraîne par un engrenage parallèle l'arbre A_{vsf2} qui entraîne simultanément les deux arbres communs A_{c1} et A_{c2} par deux engrenages « roue et vis sans fin »¹ et l'arbre A_{vsf1} par un engrenage parallèle. Ce dernier entraîne l'arbre A_{ouv} par un engrenage « roue et vis sans fin », de manière à enrouler les câbles d'ouverture des doigts.

Pour fermer la main, le sens de rotation du moteur est simplement inversé (Figure 4.22.b). Dans ce cas, l'arbre A_{vsf2} n'est plus entraîné car les pignons correspondants sont montés sur une roue libre qui ne transmet aucune puissance dans ce sens de rotation ; ainsi les arbres communs A_{c1} et A_{c2} sont fixes. L'arbre A_{vsf1} est lui en mouvement et entraîne l'arbre A_{ouv} , de manière à dérouler les câbles d'ouverture. On remarque qu'il n'y a aucun sous-actionnement entre les doigts, mais qu'il s'agit plutôt d'un couplage. Les trois câbles sont déroulés simultanément, à la même vitesse. Pour autant, cela n'implique pas un couplage entre la fermeture des trois doigts. En effet, comme nous l'avons expliqué dans le paragraphe précédent, les trois câbles d'ouverture sont déroulés d'une même longueur constante à chaque cycle de fermeture. Lorsque toutes les phalanges d'un doigt sont au contact de l'objet, le câble d'ouverture n'est plus en tension et n'entraîne donc plus la fermeture du doigt.

¹ Les hélices des deux vis montées sur l'arbre à vis sans fin 2 sont de sens différent (hélice à gauche et hélice à droite).

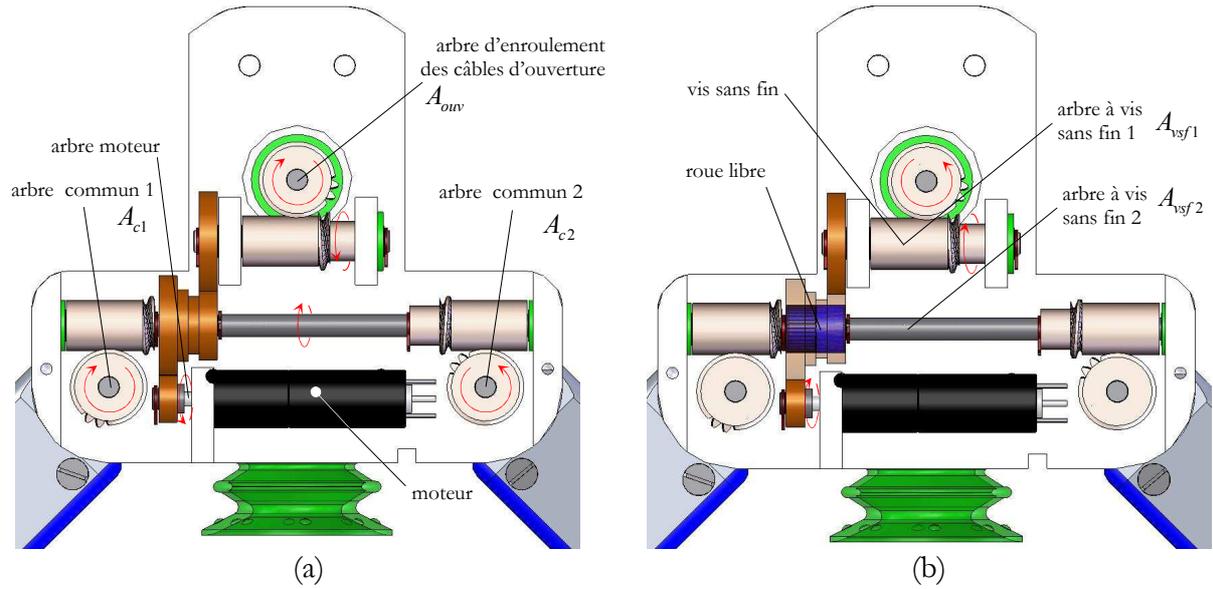


Figure 4.22 : Illustration des sens de rotation des différents arbres pendant (a) la phase d'ouverture et (b) la phase de fermeture.

4.3.2 Modèle cinématique

On donne dans ce paragraphe l'écriture des matrices spécifiques à la main Octopus et nécessaires à l'étude de la fermeture géométrique et de la fermeture en force, c'est-à-dire :

- la matrice des contraintes cinématiques unilatérales imposées par les mécanismes unidirectionnels \mathbf{K} ,
- la matrice de transmission \mathbf{T} .

On suppose dans la suite que les trois doigts sont conçus de manière identique, avec des longueurs de phalange et des rayons de poulie identiques.

La matrice \mathbf{K} , introduite au chapitre 2, permet d'écrire la relation entre le vecteur $\dot{\mathbf{q}}_u$ des vitesses en sortie des mécanismes unidirectionnels et le vecteur des vitesses articulaires $\dot{\boldsymbol{\theta}}$:

$$\dot{\mathbf{q}}_u = \mathbf{K} \dot{\boldsymbol{\theta}} \geq \mathbf{0} \quad (4.13)$$

Dans le cas de la main Octopus, les mécanismes unidirectionnels intervenant dans la transmission du mouvement de fermeture des phalanges sont au nombre de trois par doigt (Figure 4.20). Soit $\dot{\theta}_{j,k}^{RL}$ la vitesse de rotation de la $j^{\text{ème}}$ roue libre du $k^{\text{ème}}$ doigt.

$$\dot{\mathbf{q}}_u = [\dot{\theta}_{1,1}^{RL}, \dot{\theta}_{2,1}^{RL}, \dot{\theta}_{3,1}^{RL}, \dot{\theta}_{1,2}^{RL}, \dot{\theta}_{2,2}^{RL}, \dot{\theta}_{3,2}^{RL}, \dot{\theta}_{1,3}^{RL}, \dot{\theta}_{2,3}^{RL}, \dot{\theta}_{3,3}^{RL}]^T \quad (4.14)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{K}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{K}_3 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\text{avec } \mathbf{K}_1 = \mathbf{K}_2 = \mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{r_{22}}{r_{21}} & 0 \\ 1 & \frac{r_{32}}{r_{31}} & \frac{r_{32}r_{34}}{r_{31}r_{33}} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

On donne maintenant l'expression de la matrice \mathbf{T} qui relie le vecteur des efforts d'actionnement $\boldsymbol{\tau}$ au vecteur des couples articulaires \mathbf{m} .

$$\mathbf{m} = \mathbf{T}^{-T} \boldsymbol{\tau} \quad (4.17)$$

Comme nous l'avons précisé dans le §3.2.2.1, lors de la construction du polytope des efforts d'actionnement admissibles, les mécanismes unidirectionnels peuvent être modélisés comme des actionneurs. Le vecteur d'actionnement s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\tau}_1^T, \boldsymbol{\tau}_2^T, \boldsymbol{\tau}_3^T]^T \quad (4.18)$$

avec $\boldsymbol{\tau}_k = [T_{a,k}, T_{1,k}^{RL}, T_{2,k}^{RL}, T_{3,k}^{RL}, F_{1,k}^s, F_{2,k}^s, F_{3,k}^s]^T$, le vecteur d'actionnement du $k^{\text{ème}}$ doigt. $T_{a,k}$ est le couple exercé par le câble d'ouverture sur la poulie r_{a1} , $T_{j,k}^{RL}$ est le couple exercé par la $j^{\text{ème}}$ roue libre et $F_{i,k}^s$ est l'effort exercé par le $i^{\text{ème}}$ ressort.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 \\ \mathbf{m}_2 \\ \mathbf{m}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1^{-T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}_2^{-T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{T}_3^{-T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 \\ \boldsymbol{\tau}_2 \\ \boldsymbol{\tau}_3 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\text{avec } \mathbf{T}_1^{-T} = \mathbf{T}_2^{-T} = \mathbf{T}_3^{-T} = \begin{bmatrix} -1 & \vdots & \vdots & \mathbf{K}_1^T \mathbf{K}_1^T \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 \\ 0 & r_{21} & 0 \\ 0 & 0 & r_{31} \end{bmatrix} \\ -\frac{r_{a2}}{r_{a1}} & \vdots & \vdots & \\ \frac{r_{a2}r_{a4}}{r_{a1}r_{a3}} & \vdots & \vdots & \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

4.3.3 Dimensionnement

On présente dans ce paragraphe la méthode adoptée pour dimensionner les différents paramètres de la main Octopus. D'une manière générale, on souhaite maximiser les capacités de la main à réaliser des prises dont la robustesse ne dépend pas des forces de frottement. Cette propriété peut être vérifiée par l'étude de la fermeture géométrique. Néanmoins, comme nous l'avons évoqué au chapitre 3, ce critère manque parfois de réalisme car l'intensité des couples exercés par les actionneurs ou par les mécanismes unidirectionnels n'est pas prise en compte. Ainsi, une prise peut respecter la fermeture géométrique alors qu'elle nécessite des couples infinis au niveau des mécanismes unidirectionnels pour résister à des perturbations minimales. On décide donc de coupler l'étude de la fermeture géométrique à celle de la condition nécessaire à la ferme-

ture en force. On explique également comment dimensionner les doigts de façon à rendre séquentielle la fermeture des phalanges.

4.3.3.1 Fermeture en force

On souhaite optimiser les paramètres de la main de façon à ce qu'elle réalise, dans un maximum de cas, une prise qui respecte à la fois la fermeture géométrique (chapitre 2) et la condition nécessaire à la fermeture en force (chapitre 3). La difficulté de cette étude réside dans la diversité des objets, tant par leur géométrie que par leurs dimensions, si bien qu'il n'est pas envisageable d'étudier tous les cas de prise possibles. On se limite donc (arbitrairement) à une seule famille d'objets, les objets cylindriques, dont on fait varier le diamètre de 40 à 100 mm.

Le critère de fermeture géométrique est un critère purement qualitatif. La fonction de coût à minimiser utilisée dans notre processus d'optimisation est donc donnée à partir de la fermeture en force. Il s'agit du coefficient de sécurité facteur de réduction applicable au polytope des efforts d'actionnement qui garantit que le polytope des efforts de la tâche \mathcal{P}_{task}^f est contenu dans le polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet \mathcal{P}_{ap}^f (voir §3.2.2.7) quel que soit le diamètre du cylindre saisi. En d'autres termes, il s'agit de l'inverse du coefficient de sécurité maximal, que l'on peut imposer sur les couples maximaux auxquels peuvent résister les roues libres, tel que \mathcal{P}_{task}^f soit à l'intérieur de \mathcal{P}_{ap}^f .

Les paramètres à optimiser sont ceux qui influencent principalement la construction du polytope \mathcal{P}_{ap}^f :

- les longueurs des phalanges (la longueur totale du doigt est fixée à 110mm),
- les rapports des rayons des poulies $\frac{r_{22}}{r_{21}}$, $\frac{r_{32}}{r_{31}}$ et $\frac{r_{34}}{r_{33}}$.

Pour limiter le nombre de paramètres à optimiser, on suppose que les trois doigts sont conçus de manière identique et que les rapports des poulies $\frac{r_{22}}{r_{21}}$ et $\frac{r_{32}}{r_{31}}$ sont égaux.

Le polytope des efforts de la tâche correspond au domaine des efforts opérationnels que doivent exercer les phalanges sur l'objet, pour compenser les efforts extérieurs qui sont typiquement exercés sur l'objet pendant la tâche à réaliser. Pour simplifier l'étude, on ramène la main à un mécanisme plan. En considérant que, en plus de la gravité, l'objet peut subir une accélération latérale de $1G$ pendant son déplacement, on obtient le polytope représenté en Figure 4.23. On suppose que la trajectoire empruntée par le robot qui porte le préhenseur est telle qu'il n'y a pas d'accélération suivant y . Pour simplifier l'étude et se ramener à un espace des efforts opérationnels de dimension 2, on néglige les moments exercés sur l'objet pendant le déplacement. Le polytope \mathcal{P}_{task}^f est alors défini par les inégalités suivantes :

$$-mg \leq f_x \leq mg \quad (4.21)$$

$$0 \leq f_z \leq mg \quad (4.22)$$

où g est l'accélération due à la gravité et m la masse de l'objet. Pour prendre en compte le fait que d'une manière générale, plus les dimensions de l'objet sont faibles, plus la masse de l'objet est faible, on pose :

$$m = \mu d^2 \quad (4.23)$$

où d est le diamètre du cylindre saisi et μ est une constante telle que $m = 1kg$, lorsque le diamètre est maximal ($d = 50mm$).

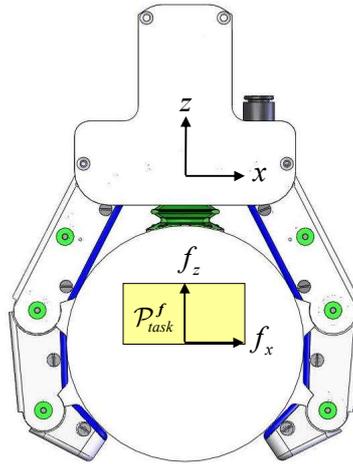


Figure 4.23 : Représentation du polytope \mathcal{P}_{task}^f des efforts extérieurs exercés sur l'objet pendant la tâche.

Dans la construction du polytope des efforts d'actionnement admissibles, on néglige l'action des ressorts devant les couples maximaux qui peuvent être exercés par les roues libres et on considère que la tension dans le câble d'ouverture est nulle ($T_{a,k} = 0$). Ainsi, on peut ramener la matrice \mathbf{T}^{-T} à une matrice carrée. Le polytope des efforts d'actionnement admissibles est un hypercube de dimension 9 défini par le système d'inégalités suivant :

$$0 \leq T_{j,k}^{RL} \leq T_{j,k}^{RLmax}, \forall j = [1;3], \forall k = [1;3] \quad (4.24)$$

Toutes les roues libres choisies peuvent supporter un couple maximal de 0,34 N.mm, hormis la roue libre 1 du doigt 3 qui peut supporter un couple max. de 1,76N.mm, permettant ainsi de compenser la dissymétrie de la main (le doigt 3 est seul en opposition avec les deux autres doigts).

Après optimisation, on obtient les paramètres suivants :

$$\begin{cases} L_1 = 53mm \\ L_2 = 34mm \\ L_3 = 23mm \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \frac{r_{22}}{r_{21}} = \frac{r_{32}}{r_{31}} = 1.1 \\ \frac{r_{34}}{r_{33}} = 1.0 \end{cases} \quad (4.25)$$

Ces paramètres permettent de garantir d'une part, que la main réalise une prise fermée géométriquement de cylindres dont le diamètre varie de 40 à 100 mm et d'autre part, que le polytope tâche est à l'intérieur du polytope des efforts opérationnels en utilisant au maximum 50% des

capacités des roues libres. Le cas le plus limitant est rencontré pour un objet de diamètre 100mm. La Figure 4.24 illustre le polytope des efforts opérationnels lorsque l'on considère respectivement 100% (a) et 50% (b) des capacités maximales des roues libres.

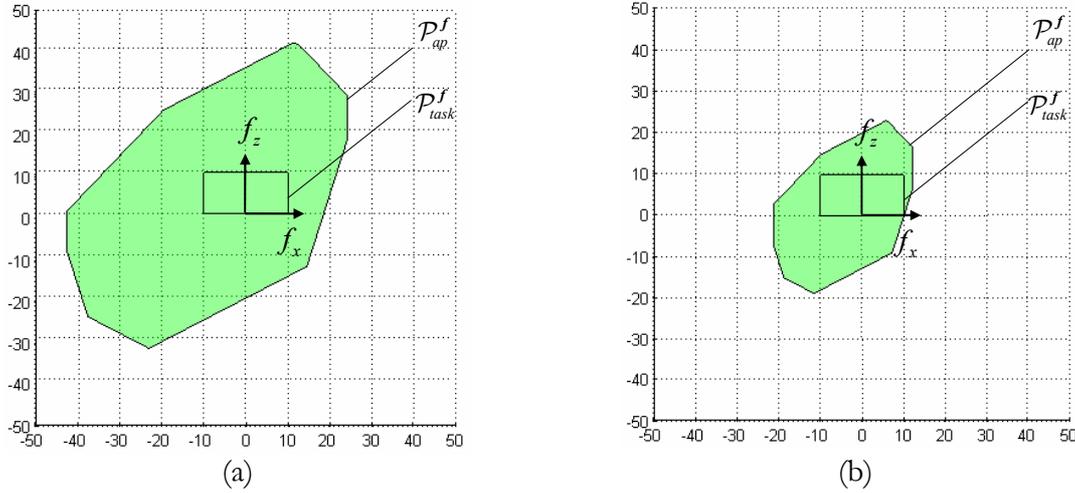


Figure 4.24 : Représentation du polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet avec les paramètres optimaux pour respectivement 100% (a) et 50% (b) des capacités des actionneurs, lors de la prise d'un cylindre de diamètre 100mm.

4.3.3.2 Fermeture séquentielle des phalanges

Pour garantir que toutes les phalanges soient au contact de l'objet, la mise au contact des phalanges doit se faire de manière séquentielle, c'est-à-dire que la phalange proximale doit entrer en contact avant la phalange moyenne qui elle-même doit entrer en contact avant la phalange distale. On se propose de dimensionner les paramètres des doigts de façon à garantir la fermeture séquentielle des phalanges.

La phalange se ferme lorsque le couple articulaire correspondant est positif. On donne l'expression du vecteur des couples articulaires en fonction du couple appliqué par le câble d'ouverture, des efforts exercés par les ressorts et du poids propre des phalanges. On remarque que l'influence du poids des phalanges sur l'équilibre statique du doigt dépend de sa configuration. On utilise pour ce faire la matrice \mathbf{J}^T et on modélise le poids propre des phalanges comme un vecteur d'efforts de contact :

$$\begin{bmatrix} m_{1,k} \\ m_{2,k} \\ m_{3,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -\frac{r_{a2}}{r_{a1}} \\ \frac{r_{a2}r_{a4}}{r_{a1}r_{a3}} \end{bmatrix} \mathbf{A}^T \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & 0 \\ 0 & r_{21} & 0 \\ 0 & 0 & r_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_a \\ F_1^s \\ F_2^s \\ F_3^s \end{bmatrix} + \mathbf{J}^T \mathbf{c}_p \quad (4.26)$$

avec $\mathbf{c}_p = [\mathbf{c}_1^T, \mathbf{c}_2^T, \mathbf{c}_3^T]^T$ et $\mathbf{c}_i = [f_{ix} \quad f_{iy}]^T$ le poids de la $i^{\text{ème}}$ phalange, exprimé dans le repère attaché à cette phalange (Figure 4.25). On suppose que la paume de la main est horizontale au moment de la saisie et que la gravité s'exerce dans le sens $-\vec{e}_z$ (Figure 4.23) de sorte que \mathbf{c}_i s'écrit :

$$\mathbf{f}_i = [C_{\alpha_i} M_i \mathbf{g} \quad S_{\alpha_i} M_i \mathbf{g}]^T \quad (4.27)$$

où M_i est la masse de la $i^{\text{ème}}$ phalange et $\alpha_i = \sum_{j=1}^i \theta_j$ représente la configuration articulaire du doigt.

Pour garantir la fermeture séquentielle des phalanges, il suffit de déterminer les valeurs de T_a qui annulent respectivement $m_{1,k}$, $m_{2,k}$ et $m_{3,k}$ et de vérifier qu'elles respectent les inégalités suivantes :

- lors de la fermeture de la phalange proximale (les phalanges moyennes et distales sont complètement ouvertes) :

$$T_a(m_{1,k} = 0) > T_a(m_{2,k} = 0), \forall \theta_{1,k} \in [\theta_{1,k}^{\min}, \theta_{1,k}^{\max}], \theta_{2,k} = \theta_{2,k}^{\max}, \theta_{3,k} = \theta_{3,k}^{\max} \quad (4.28)$$

$$T_a(m_{1,k} = 0) > T_a(m_{3,k} = 0), \forall \theta_{1,k} \in [\theta_{1,k}^{\min}, \theta_{1,k}^{\max}], \theta_{2,k} = \theta_{2,k}^{\max}, \theta_{3,k} = \theta_{3,k}^{\max} \quad (4.29)$$

- lors de la fermeture de la phalange moyenne (la phalange distale est complètement ouverte) :

$$T_a(m_{2,k} = 0) > T_a(m_{3,k} = 0), \forall \theta_{1,k} \in [\theta_{1,k}^{\min}, \theta_{1,k}^{\max}], \forall \theta_{2,k} \in [\theta_{2,k}^{\min}, \theta_{2,k}^{\max}], \theta_{3,k} = \theta_{3,k}^{\max} \quad (4.30)$$

- lors de la fermeture de la phalange distale :

$$T_a(m_{3,k} = 0) > 0, \forall \theta_{1,k} \in [\theta_{1,k}^{\min}, \theta_{1,k}^{\max}], \forall \theta_{2,k} \in [\theta_{2,k}^{\min}, \theta_{2,k}^{\max}], \forall \theta_{3,k} \in [\theta_{3,k}^{\min}, \theta_{3,k}^{\max}] \quad (4.31)$$

où $\theta_{i,k}^{\min}$ et $\theta_{i,k}^{\max}$ représentent respectivement les configurations articulaires de la $i^{\text{ème}}$ phalange du doigt k , lorsque celle-ci est respectivement complètement ouverte et complètement fermée.

En effet, pendant la phase de fermeture, au fur et à mesure que le câble d'ouverture est déroulé, la tension dans le câble diminue. Dès que le couple $T_a(m_{1,k} = 0)$ est atteint, la phalange proximale commence à se fermer. Les deux autres phalanges sont en position complètement ouverte (en butée) car les moments $m_{2,k}$ et $m_{3,k}$ sont négatifs. La tension dans le câble d'ouverture reste constante jusqu'à ce que la phalange proximale entre en contact avec l'objet, puis la phalange moyenne, suivie de la phalange distale.

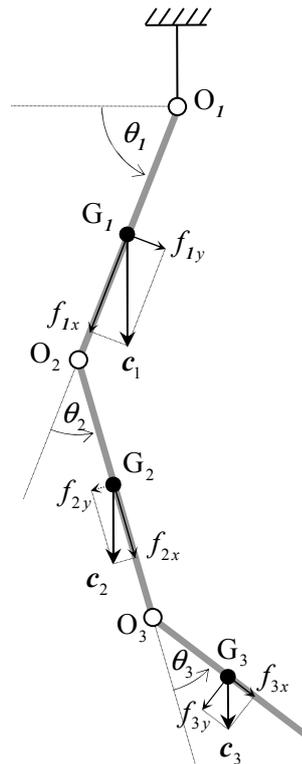


Figure 4.25 : Illustration des vecteurs poids des phalanges.

Les masses des phalanges ainsi que les distances du centre de gravité représenté par le point G_i au point O_i sont déterminés à l'aide d'un logiciel de CAO :

$$\begin{cases} M_1 = 47g \\ M_2 = 16g \\ M_3 = 11g \end{cases} \text{ et } \begin{cases} k_1 = 19mm \\ k_2 = 16mm \\ k_3 = 7mm \end{cases} \quad (4.32)$$

Après l'introduction de quelques facteurs de sécurité dans les inégalités (4.28), (4.30) et (4.31), on obtient les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} F_1^s = 2,2 \text{ N} \\ F_2^s = 2,2 \text{ N} \\ F_3^s = 1,5 \text{ N} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} r_{a1} = 5,25mm \\ r_{a2}/r_{a1} = 1,1 \\ r_{a4}/r_{a3} = 1,3 \end{cases} \quad (4.33)$$

Avec ces paramètres, on obtient des efforts de contact dont l'intensité n'excède pas 1,2N pour la prise d'objets cylindriques dont le diamètre varie de 40 à 100mm.

4.3.4 Bilan

Nous venons de présenter le prototype Octopus, un préhenseur combinant les effets d'une ventouse et d'une main sous-actionnée à trois doigts et trois phalanges par doigt. Le principe de fonctionnement du mécanisme stabilisateur permettant de réaliser une prise enveloppante de l'objet saisi a été décrit en détail. Nous avons expliqué comment un seul actionneur permet de

provoquer la fermeture et l'ouverture de la main. Des mécanismes unidirectionnels (roues libres) ont été introduits dans la transmission du mouvement de fermeture des phalanges de manière à autoriser la main à produire des prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre. Par ailleurs, les paramètres géométriques du mécanisme stabilisateur ont été optimisés de manière à maximiser les capacités de la main à réaliser des prises qui respectent la fermeture géométrique ainsi que la condition nécessaire à la fermeture en force.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté l'ensemble des réalisations matérielles de cette thèse. D'une part, un démonstrateur pour l'application Intelpick a été conçu, fabriqué et testé. La stratégie de préhension adoptée a été détaillée et les résultats obtenus avec ce démonstrateur présentés. D'autre part, deux prototypes de préhenseur ont été conçus et fabriqués : la main TWIX et la main Octopus. Tous deux sont des mécanismes sous-actionnés et se distinguent des autres mains sous-actionnées existantes par leur fonctionnement original. Justifiés par l'étude de la fermeture géométrique présentée au chapitre 2, des mécanismes unidirectionnels ont été introduits dans la transmission du mouvement de fermeture des phalanges de façon à augmenter les capacités de ces mains à produire des prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre. En outre, le dimensionnement de la main Octopus a été optimisé à l'aide des propriétés de fermeture géométrique et de fermeture en force.

Conclusion et perspectives

Nous nous sommes attachés tout au long de ce manuscrit à proposer une solution opérationnelle à la problématique de la prise autonome d'objets aux géométries variées. Cette étude s'est déroulée dans le cadre de l'application Intelpick et répond par conséquent à certaines contraintes spécifiques à cette application. En particulier, la durée totale du cycle de prise et dépose ne doit pas dépasser 4 à 5 secondes. Par conséquent, nous nous sommes plus particulièrement penchés sur l'étude de préhenseurs dont l'exécution de la saisie est rapide mais aussi dont la synthèse de prise est simple et peu coûteuse en temps de calcul. Ce double objectif peut être atteint de plusieurs manières : par le choix d'une technologie de préhension appropriée ou bien par la conception d'un mécanisme auto-adaptatif lorsqu'il s'agit d'un préhenseur à actions de contact mécanique. La solution de préhenseur retenue pour l'application Intelpick consiste en un système à dépression secondé par un mécanisme stabilisateur sous-actionné. Devant le manque de critères propres à l'analyse de la stabilité d'une prise exercée par un mécanisme sous-actionné, nous avons étendu les propriétés de fermeture géométrique et de fermeture en force à ce cas particulier. Ainsi nous avons proposé une méthode d'analyse de la fermeture géométrique au 1^{er} ordre, une méthode d'analyse de la fermeture géométrique à un ordre supérieur, ainsi qu'une condition nécessaire pour la fermeture en force. Ces travaux nous ont permis de justifier la nécessité d'introduire des mécanismes unidirectionnels dans la transmission du mouvement de fermeture d'une main sous-actionnée pour améliorer ses capacités à produire des prises stables. Les résultats de ces travaux ont été utilisés dans la conception de deux prototypes de préhenseur TWIX et Octopus.

Rappel des contributions

1. Classification des mains sous-actionnées

Nous avons présenté un état de l'art des technologies de préhension et des mains sous-actionnées. Nous avons proposé une nouvelle classification des mains sous-actionnées, basée sur l'étude de l'expression des efforts de contact. Nous avons pu déduire de cette étude de l'existant une ébauche de solution de préhenseur pour le système Intelpick. Celui-ci utilisera les effets cumulés d'un système à dépression et d'un mécanisme stabilisateur sous-actionné pour réaliser une prise en deux temps : extraction puis stabilisation.

2. Fermeture géométrique des prises sous-actionnées

Nous avons formulé une définition de la fermeture géométrique étendue au cas des prises sous-actionnées. Cette nouvelle définition consiste à étudier les mouvement du système formé

par la main et l'objet puis à vérifier que ceux-ci sont bien empêchés par un ensemble de contraintes cinématiques parmi lesquelles les contraintes de contact et les contraintes imposées par les mécanismes unidirectionnels. Nous avons proposé une méthode d'analyse de la fermeture géométrique au 1^{er} ordre, applicable au cas des mains sous-actionnées différentielles et autobloquantes. De cette étude nous avons dérivé une règle de conception simple sur le nombre minimal de mécanismes unidirectionnels nécessaires pour concevoir une main sous-actionnée capable de réaliser des prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre. Pour compléter cette étude, nous avons proposé une méthode d'analyse de la fermeture géométrique à un ordre supérieur basée sur une modélisation au 1^{er} ordre de la prise.

3. Fermeture en force des prises sous-actionnées

Nous avons énoncé une condition nécessaire à la fermeture en force passive étendue au cas des prises sous-actionnées. Celle-ci consiste à construire le polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet en tenant compte de la cinématique particulière des mains sous-actionnées. En effet, il est impossible avec une main sous-actionnée de contrôler indépendamment chaque effort de contact exercé sur l'objet. Nous avons donné une méthode pour construire ce polytope par l'application de plusieurs transformations linéaires successives.

4. Démonstrateur de l'application Intelpick

Avec le démonstrateur, nous avons apporté une réponse complète, pratique et opérationnelle à la problématique de la prise d'objets aux géométries variées. Nous avons présenté la conception du préhenseur temporairement utilisé pour effectuer les tests ainsi que les travaux portant sur la génération de trajectoire du robot pour éviter toute collision avec les bords du bac.

5. Conception et fabrication de deux prototypes de préhenseur auto-adaptatif

Nous avons conçu au cours de cette thèse deux prototypes de préhenseur auto-adaptatif : TWIX et Octopus. Contrairement au préhenseur Octopus, la main TWIX n'est pas sous-actionnée car elle utilise plus d'actionneurs que de degrés de liberté. Néanmoins, l'introduction d'un mécanisme différentiel fluide (un simple connecteur à une entrée et plusieurs sorties en réalité) nous a permis de simplifier le schéma de commande. Ces deux préhenseurs reposent sur les conclusions de l'étude de la fermeture géométrique. Ainsi, des mécanismes unidirectionnels ont été introduits en nombre suffisant dans la transmission du mouvement de fermeture pour permettre la réalisation de prises fermées géométriquement au 1^{er} ordre. En outre, les mécanismes unidirectionnels permettent de complètement éliminer le phénomène d'éjection. Enfin, les dimensions de la main Octopus ont été optimisées à partir d'un critère dérivé de l'étude de la fermeture en force.

Perspectives

Nous avons proposé dans ce manuscrit quelques outils permettant l'analyse des propriétés de fermeture géométrique et de fermeture en force des prises sous-actionnées. Ces travaux peuvent être poursuivis de plusieurs manières : en développant de nouveaux outils pour analyser les caractéristiques des prises sous-actionnées, en utilisant ces travaux pour contribuer à une meilleure compréhension du comportement des mécanismes sous-actionnés ou encore en dérivant de ces

outils, de nouveaux critères d'optimisation pour aider à la conception de mains sous-actionnées plus performantes.

1. De nouveaux outils pour l'analyse des prises sous-actionnées

Les travaux présentés dans ce manuscrit laissent des possibilités d'amélioration ainsi que quelques questions ouvertes sur les propriétés de fermeture géométrique et de fermeture en force. Tout d'abord, la méthode d'analyse de la fermeture géométrique à un ordre supérieur que nous avons proposé ne repose pas sur un formalisme mathématique suffisamment rigoureux. Elle constitue donc plus à nos yeux un début de réflexion sur la fermeture géométrique à un ordre supérieur des prises sous-actionnées. D'autre part, nous n'avons proposé qu'une condition nécessaire à la fermeture en force passive, ce qui constitue une forte limitation à nos travaux. L'étude de l'énergie potentielle élastique de la prise, telle que le préconise [Shapiro *et al.*, 2001], devrait permettre de poser une condition nécessaire et suffisante pour la fermeture en force passive. Ainsi, on disposerait d'un critère pour l'analyse de la stabilité des prises sous-actionnées compliantes.

2. Utilisation des outils développés pour une meilleure compréhension des comportement des mécanismes sous-actionnés

La propriété de fermeture géométrique permet une étude purement locale de la stabilité de la prise. Néanmoins, lorsqu'une prise n'est pas fermée géométriquement, il serait intéressant de savoir si l'objet peut ou non s'échapper de la main. Ceci doit être réalisable en parcourant le domaine des configurations possibles de la prise à partir des directions de déplacement autorisés de la prise et en vérifiant que sur l'ensemble de ce domaine (si celui-ci est fermé) l'objet reste à l'intérieur de la main. Cette étude nous permettrait alors de déterminer l'ensemble des configurations de l'objet qui garantissent que l'objet ne peut pas être perdu par la main. Cette information peut être utile à l'étape de la planification de prise par exemple, pour positionner la main relativement à l'objet avec un certain intervalle d'erreur de manière à garantir une saisie robuste de l'objet étant données sa géométrie et ses dimensions.

3. Nouveaux critères de performance pour les mains sous-actionnées

Dans le cadre de la conception du prototype Octopus, nous avons proposé deux critères d'optimisation utilisant respectivement la propriété de fermeture géométrique au 1^{er} ordre et la condition nécessaire à la fermeture des forces. Suivant le type d'applications, on pourra définir des nouveaux critères d'optimisation, comme par exemple l'isotropie en effort de la prise. Ce critère pourra être déterminé à partir du plus grand ellipsoïde inscrit dans le polytope des efforts de contacts applicables sur l'objet ou bien à partir du plus grand ellipsoïde inscrit dans le polytope des efforts opérationnels applicables sur l'objet par la main.

Références bibliographiques

- [Ambrose *et al.*, 2000] Ambrose R.O., Aldridge H., Askew R.S., Burrige R.R., Bluethmann W., Diftler M., Lovchik C., Magruder D. et Rehnmark F. (2000). Robonaut: NASA's space humanoid. *IEEE Intelligent Systems*, 15(4):57-63.
- [Arsicault, 2004] Arsicault M. (2004). *Préhension versatile et manipulation dextre en robotique - micro-robotique intratubulaire*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Poitiers - Génie Mécanique, Productique, Transport - spécialité Robotique, Microrobotique.
- [Autumn, 2006] Autumn K. (2006). How gecko toes stick. *American Scientist*, 94(2):124-132.
- [Autumn *et al.*, 2000] Autumn K., Liang Y.A., Hsieh T.S., Zesch W., Chan W.P., Kenny T.W., Fearing R. et Full R.J. (2000). Adhesive force of a single gecko foot-hair. *Nature*, 405(6787):681-685.
- [Autumn *et al.*, 2002] Autumn K., Sitti M., Liang Y.A., Peattie A.M., Hansen W.R., Sponberg S., Kenny T.W., Fearing R., Israelachvili J.N. et Full R.J. (2002). Evidence for Van der Waals adhesion in gecko setae. *Proc. of the National Academy of Sciences*, 99(19):12252-12256.
- [Bartholet, 1992] Bartholet S.J. (1992). Reconfigurable end effector. US 5.108.140.
- [Baumann *et al.*, 2005] Baumann D., Hofmann D., Vollert H., Nagel W., Henke A., Foitzik B. et Goetzmann B. (2005). Disengaging free-wheel and electromechanical vehicle brake having a disengaging free-wheel. WO 2005.111458.
- [Bicchi, 1994] Bicchi A. (1994). On the problem of decomposing grasp and manipulation forces in multiple whole-limb manipulation. *Int. J. of Robotics and Autonomous Systems*, 13(2):127-147.
- [Bicchi, 1995] Bicchi A. (1995). On the closure properties of robotic grasping. *Int. J. of Robotics Research*, 14(4):319-334.
- [Bicchi, 2000] Bicchi A. (2000). Hands for dexterous manipulation and robust grasping: a difficult road towards simplicity. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16(6):652-662.
- [Bicchi et Kumar, 2001] Bicchi A. et Kumar V. (2001). Robotic grasping and manipulation. In *Ramsete: articulated and mobile robots for services and technology*. Springer-Verlag. pp. 55-74.
- [Birglen, 2004] Birglen L. (2004). *Analysis and control of underactuated robotic hands*. Thèse de doctorat, Faculté des sciences et de génie, Université Laval, Québec, Canada.
- [Birglen et Gosselin, 2004.a] Birglen L. et Gosselin C. (2004). Kinetostatic analysis of underactuated fingers. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 20(2):211-221.

- [Birglen et Gosselin, 2004.b] Birglen L. et Gosselin C. Optimal design of 2-phalanx underactuated fingers. (2004). In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Intelligent Manipulation and Grasping (IMG'04)*, pp. 110-116, Genova, Italy.
- [Birglen et Gosselin, 2006] Birglen L. et Gosselin C. (2006). Force analysis of connected differential mechanisms: application to grasping. *Int. J. of Robotics Research*, 25(10):1033-1046.
- [Buss *et al.*, 1996] Buss M., Hashimoto H. et Moore J. (1996). Dextrous hand grasping force optimization. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(3):406-418.
- [Butterfass *et al.*, 2001] Butterfass J., Grebenstein M., Liu H. et Hirzinger G. (2001). DLR-hand II next generation of a dextrous robot hand. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'01)*, pp. 109-120.
- [Butterfass *et al.*, 1998] Butterfass J., Hirzinger G., Knoch S. et Liu H. (1998). DLR's multisensory articulated hand - part I: hard- and software architecture. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'98)*, pp. 2081-2086.
- [Bégoc *et al.*, 2006] Bégoc V., Krut S., Dombre E., Durand C. et Pierrot F. (2006). On the form-closure capability of robotic underactuated hands. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV'06)*, Singapour.
- [Bégoc *et al.*, 2007.a] Bégoc V., Krut S., Dombre E., Durand C. et Pierrot F. (2007). Mechanical design of a new pneumatically driven underactuated hand. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'07)*, pp. 927-933, Rome, Italie.
- [Bégoc *et al.*, 2007.b] Bégoc V., Krut S., Dombre E., Durand C. et Pierrot F. (2007). Towards principles for the design of a form-closure capable underactuated pneumatic hand. In *Proc. of the 12th IFTOMM world congress in Mechanism and Machine Science*, Besançon, France.
- [Caffaz et Cannata, 1998] Caffaz A. et Cannata G. (1998). The design and development of the DIST-hand dextrous gripper. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'98)*, pp. 2075-2080.
- [Carrozza *et al.*, 2005] Carrozza M., Cappiello G., Stellan G., Zaccone F., Vecchi F., Micera S. et Dario P. (2005). A cosmetic prosthetic hand with tendon driven underactuated mechanism and compliant joints: ongoing research and preliminary results. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'05)*, pp. 2672-2677.
- [Carrozza *et al.*, 2004] Carrozza M., Suppo C., Sebastiani F., Massa B., Vecchi F., Lazzarini R., Cutkosky M. et Dario P. (2004). The SPRING hand: development of a self-adaptive prosthesis for restoring natural grasping. *Autonomous Robots*, 16(2):125-141.
- [Champeau, 1991] Champeau H. (1991). *Conception et réalisation d'une main mécanique anthropomorphe en vue de son implantation sur le robot manus*. Mémoire de DEA, Université de Poitiers.
- [Chen et Burdick, 1993] Chen I. et Burdick J.W. (1993). A qualitative test for n-finger force-closure grasps on planar objects with applications to manipulation and finger gaits. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'93)*, pp. 814-820.
- [Cheong, 2006] Cheong J. (2006). *Immobilizing grasps for two- and three-dimensional objects*. Thèse de doctorat, Utrecht University, The Netherlands.
- [Cipriani C. *et al.*, 2006] Cipriani C., Zaccone F., Stellan G., Beccai L., Cappiello G., Carrozza M. C. et Dario P. (2006). Closed-loop controller for a bio-inspired multi-fingered underactuated prosthesis. *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'06)*, pp. 2111-2116, Orlando, Florida, USA.
- [Cyberhand] <http://www.cyberhand.org>

- [Czyzowicz *et al.*, 1999] Czyzowicz J., Stojmenovic I. et Urrutia J. (1999). Immobilizing a shape. *Int. J. Comput. Geometry Appl.*, 9(2):181-206.
- [Dale, 1948] Dale F. (1948). Artificial hand. US 2.457.305.
- [Dario *et al.*, 2000] Dario P., Carrozza M.C., Micera S., Massa B. et Zecca M. (2000). Design and experiments on a novel biomechatronic hand. *In Proc. of Int. Symposium on Experimental Robotics*, pp. 159-168.
- [De Visser et Herder, 2000] De Visser H. et Herder J. (2000). Force directed design of a voluntary closing hand prosthesis. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 37(3):261-271.
- [Dechev, 2001] Dechev, N. and Cleghorn, W.L. and Naumann, S. (2001). Multiple finger, passive adaptive grasp prosthetic hand. *Mechanism and Machine Theory*, 36(10):1157-1173.
- [Dematic, 2007] Dematic (2007). Un système automatisé pouvant traiter 1000 lignes de commandes/heure. *Interfaces Logistiques*, (201):48-50.
- [Dollar, 2006] Dollar, A.M. and Howe, R.D. (2006). A robust compliant grasper via shape deposition manufacturing. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 11(2):154-161.
- [Dollar, 2007] Dollar, Aaron M. and Howe, Robert D. (2007). Simple, robust autonomous grasping in unstructured environments. *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'07)*, pp. 4693-4700, Roma, Italy.
- [Ferrari et Canny, 1992] Ferrari C. et Canny J. (1992). Planning optimal grasps. *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'92)*, pp. 2290-2295, Nice, France.
- [Fukaya *et al.*, 2000] Fukaya N., Toyama S., Asfour T. et Dillmann R. (2000). Design of the TUAT/Karlsruhe humanoid hand. *In Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS'00)*, pp. 1754-1759, Takamatsu, Japan.
- [Gay] <http://www.crpp-bordeaux.cnrs.fr/~cgay/adhesion.html>.
- [Gazeau *et al.*, 2001] Gazeau J., Zegloul S., Arsicault M. et Lallemand J. (2001). The LMS hand: force and position controls in the aim of the fine manipulation of objects. *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'01)*, pp. 2642-2648.
- [Gosselin et Laliberté, 1998] Gosselin C.M. et Laliberté T. (1998). Underactuated mechanical finger with return actuation. US 5.762.390.
- [Hansen et Autumn, 2005] Hansen W. et Autumn K. (2005). Evidence for self-cleaning in gecko setae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 102(2):385-389.
- [Henning, 1919] Henning F. (1919). Artificial hand. US 1.298.502.
- [Hirose, 1978] Hirose, Shigeo and Umetani, Yoji. (1978). The development of soft gripper for the versatile robot hand. *In Mechanism and machine theory*, pp. 351-359.
- [Hobbs, 1949] Hobbs E. (1949). Actuating mechanism for artificial hand. US 2.464.577.
- [Huynh *et al.*, 1992] Huynh T., Lassez C. et Lassez J. (1992). Practical issues on the projection of polyhedral sets. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 6(4):295-315.
- [IFTtoMM] <http://www.iftomm.3me.tudelft.nl/>.
- [IceVice, 2001] IceVice (2001). Catalogue fabricant.
- [Itoh, 1975] Itoh H. (1975). Mechanical hand. US 3.927.424.
- [Jacobsen *et al.*, 1986] Jacobsen S., Iverson E., Knutti D., Johnson R. et Biggers K. (1986). Design of the UTAH/MIT dextrous hand. *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'86)*, pp. 1520-1532.

- [Janicaud, 2007] Janicaud F. (2007). *Développement d'une commande en effort pour un robot de pick and place*. Rapport de stage d'ingénieur, Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Limoges (ENSIL).
- [Jobin *et al.*, 2004] Jobin J., Buddenberg H. et Herder J. (2004). An underactuated prosthesis finger mechanism with rolling joints. *In Proc. of ASME Design Engineering Technical Conferences*, pp. 159-168, Salt Lake City, Utah.
- [Kaneko *et al.*, 2007] Kaneko K., Harada K. et Kanehiro F. (2007). Development of multi-fingered hand for life-size humanoid robots. *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'07)*, pp. 913-920, Rome, Italie.
- [Kerr et Roth, 1986] Kerr J. et Roth B. (1986). Analysis of multifingered hands. *Int. J. of Robotics Research*, 4(4):3-17.
- [Krut, 2005] Krut S. A force-isotropic underactuated finger. (2005). *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'05)*, pp. 2314-2319, Barcelone, Espagne.
- [Lakshminarayana, 1978] Lakshminarayana K. (1978). Mechanics of form closure. *ASME*, 78-DET-32:2-8.
- [Laliberté et Gosselin, 2003] Laliberté T. et Gosselin C. (2003). Actuation system for highly underactuated gripping mechanism. US 6.505.870.
- [Laliberté *et al.*, 2002] Laliberté T., Birglen L. et Gosselin C. (2002). Underactuation in robotic grasping hands. *Japanese Journal of Machine Intelligence and Robotic Control, Special Issue on Underactuated Robots*, 4(3):77-87.
- [Light et Chappell, 2000] Light C. et Chappell P. (2000). Development of a lightweight and adaptable multiple-axis hand prosthesis. *Medical Engineering and Physics*, 22(10):679-684.
- [Lopez, 2001] Lopez G. (2001). Préhenseur anthropomorphe à serrage automatique. FR 2.822.404.
- [Luo *et al.*, 2004] Luo M., Mei T., Wang X. et Yu Y. (2004). Grasp characteristics of an underactuated robot hand. *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'04)*, pp. 2236-2241, New Orleans, LA, USA.
- [Maeda, 1982] Maeda Y. (1982). Object grasping system. US 4.364.593.
- [Mantriota, 2007] Mantriota G. (2007). Theoretical model of the grasp with vacuum gripper. *Mechanism and Machine Theory*, 42(1):2-17.
- [Markenscoff *et al.*, 1990] Markenscoff X., Ni L. et Papadimitriou C.H. (1990). The geometry of grasping. *Int. J. of Robotics Research*, 9(1):61-74.
- [Massa *et al.*, 2002] Massa B., Roccella S., Carrozza M.C. et Dario P. (2002). Design and development of an underactuated prosthetic hand. *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'02)*, pp. 3374-3379.
- [Mishra *et al.*, 1987] Mishra B., Schwartz J.T. et Sharir M. (1987). On the existence and synthesis of multifinger positive grips. *Algorithmica*, 2(1):541-558.
- [Monkman et Shimmin, 1991] Monkman G. et Shimmin C. (1991). Use of permanently pressure-sensitive chemical adhesives in robot gripping devices. *Int. J. of Clothing Science and Technology*, 3(2):6-11.
- [Monkman, 2003] Monkman G.J. (2003). Electroadhesive microgrippers. *Industrial Robot: An International Journal*, 30(4):326-330.
- [Monkman *et al.*, 2007] Monkman G.J., Hesse S., Steinmann R. et Schunk H. (2007). *Robot grippers*. Wiley-VCH.
- [Mouri *et al.*, 2002] Mouri T., Kawasaki H., Yoshikawa K., Takai J. et Ito S. (2002). Anthropomorphic robot hand: GIFU hand III. *In Proc. of JSME Conf. on Robotics and Mechatronics*, pp. 1288-1293.

- [Mullen, 1972] Mullen J. (1972). Mechanical hand. US 3.694.021.
- [Murray *et al.*, 1994] Murray R.M., Sastry S. et Li Z. (1994). *A mathematical introduction to robotic manipulation*. CRC Press.
- [Nabat *et al.*, 2005] Nabat V., Company O., Krut S., Rodriguez M., Pierrot F. (2005). Par 4: Very High Speed Parallel Robot for Pick and Place. In *Proc. of IEEE/R SJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems (IROS'05)*.
- [Nasser, 2006] Nasser, Salim and Rincon, Diana and Rodriguez, Manuel. (2006). Design of an anthropomorphic underactuated hand prosthesis with passive-adaptive grasping capabilities. In *Florida Conf. on Recent Advances in Robotics and Robot Showcase*.
- [Netter et Kirschner, 2005] Netter F.H. et Kirschner C.G. (2005). *Netter's atlas of human anatomy for cpt coding*. AMA Press.
- [Okamura *et al.*, 2000] Okamura A.M., Smaby N. et Cutkosky M.R. (2000). An overview of dexterous manipulation. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'00)*, pp. 255-262.
- [Petrenko, 2004] Petrenko V. (2004). Systems and methods for modifying ice adhesion strength. US 6.818.831.
- [Ponce *et al.*, 1996] Ponce J., Sullivan S., Sudsang A., Boissonnat J. et Merlet J. (1996). On computing four-finger equilibrium and force-closure grasps of polyhedral objects. *Int. J. Robotics Research*, 16(1):11-35.
- [Reulaux, 1876] Reulaux F. (1876). *The kinematics of machinery*. MacMillan, NY.
- [Rimon et Burdick, 1995] Rimon E. et Burdick J.W. (1995). New bounds on the number of frictionless fingers required to immobilize 2d objects. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'95)*, pp. 751-757.
- [Rimon et Burdick, 1996] Rimon E. et Burdick J.W. (1996). On force and form closure for multiple finger grasps. In *Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'96)*, pp. 1795-1800, Minneapolis, MN, USA.
- [Rotella et Borne, 1995] Rotella F. et Borne P. (1995). *Théorie et pratique du calcul matriciel*. Editions TECHNIP.
- [Russell, 2002] Russell A.P. (2002). Integrative functional morphology of the gekkotan adhesive system. *Integr. Comp. Biol.*, 42(6):1154-1163.
- [Salisbury et Craig, 1982] Salisbury J.K. et Craig J.J. (1982). Articulated hands: force control and kinematic issues. *Int. J. of Robotics Research*, 1(1):4-17.
- [Salisbury et Mason, 1985] Salisbury J.K. et Mason M. (1985). *Robot hands and the mechanics of manipulation*. MIT Press.
- [Schulz *et al.*, 2004] Schulz S., Ebersoldt A., Kargov A., Oberle R. et Pylatiuk C. (2004). Künstliche Hand auf der Basis flexibler Fluidaktoren. In *Proc. of Symposium Maritime Elektrotechnik, Elektronik und Informationstechnik*.
- [Schunk, 2006] Schunk (2006). Modular robotics.
- [Schunk, 2007] Schunk (2007). Catalogue fabricant.
- [Shadow Robot Company, 2003] Shadow Robot Company. (2003). Design of a dextrous hand for advanced clawar applications. In *Proc. of CLAWAR 2003*.
- [Shapiro *et al.*, 2001] Shapiro A., Rimon E. et Burdick J. (2001). Passive force closure and its computation in compliant-rigid grasps. In *Proc. of IEEE/R SJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1769-1775, Maui, HI, USA.

- [Shimoga, 1996] Shimoga K. (1996). Robot grasp synthesis algorithms: a survey. *Int. J. of Robotics Research*, 15(3):230-266.
- [Somov, 1900] Somov P. (1900). Über Gebiete von Schraubengeschwindigkeiten eines starren Körpers bei verschiedener Zahl von Stützflächen. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, (45):p. 245--306.
- [Spellerberg, 1864] Spellerberg E. (1864). Artificial arm. US 42.515.
- [Stephan, 2001] Stephan J. (2001) *Beitrag zum greifen von textilien*. Thèse de doctorat, Technischen Universität Berlin.
- [Townsend, 2000] Townsend W. (2000). The BarrettHand grasper - programmably flexible part handling and assembly. *Industrial Robot: An International Journal*, 27(3):181-188.
- [Townsend *et al.*, 2007] Townsend W.T., Hauptman T., Crowell A., Zenowich B., Lawson J., Krutik V. et Doo B. (2007). Intelligent, self-contained robotic hand. US 7.168.748.
- [Ueda *et al.*, 2005] Ueda J., Ishida Y., Kondo M. et Ogasawara T. (2005). Development of the NAIST-hand with vision-based tactile fingertip sensor. *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'05)*, pp. 2332-2337, Barcelone, Espagne.
- [Van der Stappen *et al.*, 2000] Van der Stappen A., Wentink C. et Overmars M. (2000). Computing immobilizing grasps of polygonal parts. *Int. J. of Robotics Research*, 19(5):467-479.
- [Wolf *et al.*, 2005] Wolf A., Steinmann R. et Schunk H. (2005). *Grippers in motion*. Springer.
- [Yoshikawa, 1999] Yoshikawa T. (1999). Passive and active closures by constraining mechanisms. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 121(3):418-424.
- [Yurdumakan *et al.*, 2005] Yurdumakan B., Raravikar N.R., Ajayan P.M. et Dhinojwala A. (2005). Synthetic gecko foot-hairs from multiwalled carbon nanotubes. *ChemComm*, (30):3799-3801.
- [Zecca, 2003] Zecca M. (2003). *On the development of a cybernetic prosthetic hand*. Thèse de doctorat, Scuola Superiore Santa Anna.

Notions de programmation linéaire

A.1 Introduction

Les travaux présentés dans ce manuscrit utilisent des notions de programmation linéaire. En mathématiques, les problèmes de programmation linéaire sont des problèmes d'optimisation où la fonction de coût et les contraintes sont toutes linéaires.

Dans notre cas, il ne s'agit pas de minimiser une fonction de coût, mais simplement de vérifier de vérifier qu'il existe un ensemble de solutions qui satisfait les contraintes linéaires. Par exemple, pour la fermeture géométrique, il s'agit de construire le domaine des vitesses de la prise qui respectent les contraintes linéaires et de vérifier si cet ensemble est réduit au singleton vecteur nul. Pour la fermeture en force, il s'agit de construire le domaine des efforts opérationnels qui sont applicables par l'objet et de vérifier que celui-ci contient un voisinage autour de l'origine.

D'un point de vue géométrique, cet ensemble de solutions bornées par des contraintes linéaires est un polyèdre convexe. Il existe deux manières de définir un polyèdre convexe (Figure A.1), comme :

(i) l'enveloppe convexe d'un ensemble de points \mathcal{S} notée :

$$\mathcal{P} = \text{conv}(\mathcal{S}) \tag{A.1}$$

(ii) l'intersection d'un ensemble de demi-espaces fermés notée :

$$\mathcal{P} = \bigcap_{i=1}^{n_H} \mathcal{D}_i \tag{A.2}$$

avec \mathcal{D}_i le $i^{\text{ème}}$ demi-espace et n_H le nombre de demi-espaces qui composent le polytope.

Ces deux définitions ne sont pas strictement équivalentes, puisque (i) implique que le polyèdre est un domaine borné alors que la définition (ii) autorise des polyèdres non-bornés. Dans le cas d'un polyèdre borné, ces deux définitions sont équivalentes. On utilise généralement le terme polytope pour décrire un polyèdre borné.

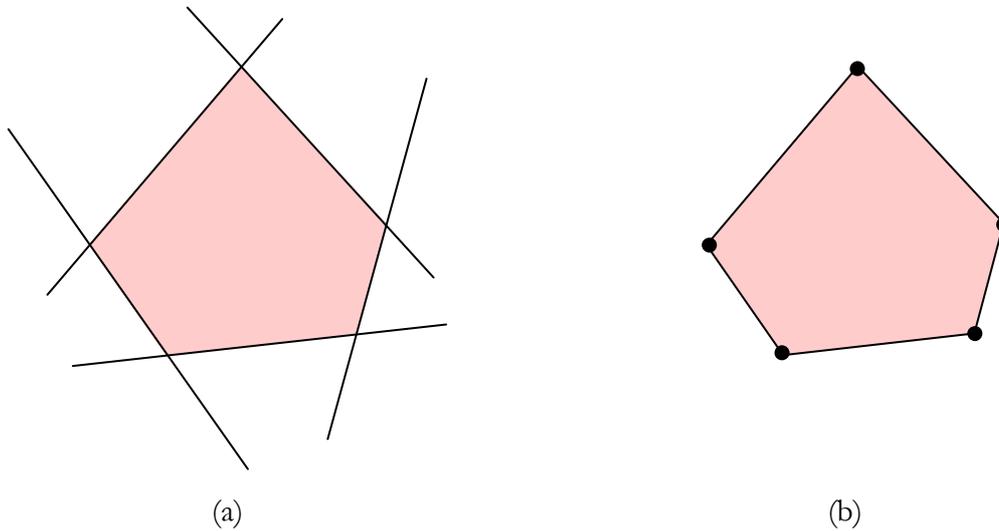


Figure A.1 : (a) Polyèdre défini par un ensemble de demi-espaces, (b) polyèdre défini par l'enveloppe convexe d'un ensemble de points.

A.2 Transformation linéaire d'un polyèdre convexe

A.2.1 Ecriture matricielle d'un polyèdre convexe

Pour faciliter l'écriture de la transformée d'un polyèdre convexe par une application linéaire, on donne une écriture matricielle d'un polyèdre convexe.

On définit un demi-espace à l'aide d'une normale \mathbf{n}_i pointant vers le demi-espace autorisé et d'un point \mathbf{b}_i appartenant à l'hyperplan qui sépare les deux demi-espaces (Figure A.2). Ainsi, tout point \mathbf{x} appartient au demi-espace autorisé si et seulement si :

$$\mathbf{n}_i^T (\mathbf{x} - \mathbf{b}_i) \geq 0 \quad (\text{A.3})$$

On note comme suit le demi-espace défini par ces deux vecteurs (\mathcal{HS} pour half-space) :

$$\mathcal{D}_i = \mathcal{HS}(\mathbf{n}_i, \mathbf{b}_i) \quad (\text{A.4})$$

Un polytope formé par l'intersection d'un ensemble de n demi-espaces est défini dans ce manuscrit par une collection de vecteur normaux \mathbf{N} et une collection de vecteurs points appartenant aux hyperplans \mathbf{B} , que l'on écrit sous forme matricielle :

$$\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_n] \quad (\text{A.5})$$

$$\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_n] \quad (\text{A.6})$$

Dans le but d'alléger les écritures, on propose de noter l'intersection d'un ensemble de demi-espaces défini par les deux matrices \mathbf{N} et \mathbf{B} comme suit :

$$\mathcal{P} = \bigcap \mathcal{HS}(\mathbf{N}, \mathbf{B}) \quad (\text{A.7})$$

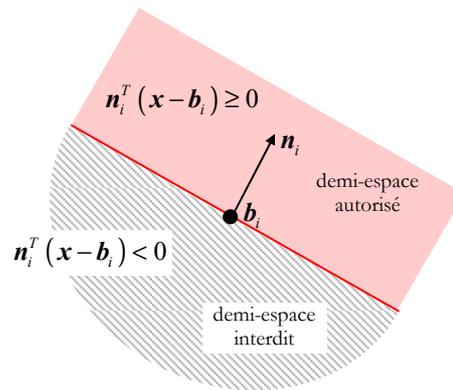


Figure A.2 : Représentation d'un demi-espace autorisé et de son écriture à l'aide des deux vecteurs \mathbf{n}_i et \mathbf{b}_i .

A.2.2 Transformation par une matrice carrée inversible

Considérons une application linéaire \mathbf{L} inversible de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^n , qui à \mathbf{x} associe \mathbf{x}' . La transformation par \mathbf{L} d'un demi-espace défini par un vecteur normal \mathbf{n} et un point \mathbf{b} est un demi-espace défini par un vecteur normal $\mathbf{n}' = \mathbf{L}^{-T} \mathbf{n}$ et un point $\mathbf{b}' = \mathbf{L} \mathbf{b}$. Les inégalités suivantes sont équivalentes :

$$\mathbf{n}'^T (\mathbf{x}' - \mathbf{b}') \geq 0 \quad (\text{A.8})$$

$$(\mathbf{L}^{-T} \mathbf{n})^T (\mathbf{L} \mathbf{x} - \mathbf{L} \mathbf{b}) \geq 0 \quad (\text{A.9})$$

$$\mathbf{n}^T \mathbf{L}^{-1} \mathbf{L} (\mathbf{x} - \mathbf{b}) \geq 0 \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{n}^T (\mathbf{x} - \mathbf{b}) \geq 0 \quad (\text{A.11})$$

Soit \mathcal{P}' la transformation par \mathbf{L} du polytope $\mathcal{P} = \bigcap \mathcal{HS}(\mathbf{N}, \mathbf{B})$. Si \mathbf{L} est une matrice inversible, \mathcal{P}' s'écrit :

$$\mathcal{P}' = \bigcap \mathcal{HS}(\mathbf{N}', \mathbf{B}') \quad (\text{A.12})$$

avec
$$\mathbf{N}' = \mathbf{L}^{-T} \mathbf{N} \quad (\text{A.13})$$

$$\mathbf{B}' = \mathbf{L} \mathbf{B} \quad (\text{A.14})$$

A.2.3 Projection d'un polytope

Lorsque la matrice L est une matrice rectangulaire de dimension $n \times m$ avec $n < m$ et que l'on souhaite réaliser une projection du polytope \mathcal{P} de \mathbb{R}^m dans \mathbb{R}^n , il n'est pas possible d'appliquer les relations (A.13) et (A.14). Il existe plusieurs méthodes pour la projection de polytopes présentées dans [Huynh *et al.*, 1992], dont la plus intuitive consiste à modéliser le polytope sous forme d'une enveloppe convexe, puis à projeter les sommets de l'enveloppe dans \mathbb{R}^n . Le polytope \mathcal{P}' , projeté du polytope \mathcal{P} , est formé par l'enveloppe convexe des points projetés. Cette méthode n'est correcte que si le polyèdre \mathcal{P} est borné.

Soit $\mathcal{P} = \text{conv}(\mathcal{S})$, avec \mathcal{S} un ensemble m de points $\mathcal{S} = \{P_1, \dots, P_m\}$, avec p_i le vecteur des coordonnées du point P_i . Alors, le polytope \mathcal{P}' , projeté du polytope \mathcal{P} , s'écrit :

$$\mathcal{P}' = \text{conv}(\mathcal{S}') \quad (\text{A.15})$$

avec
$$\mathcal{S}' = \{P'_1, \dots, P'_m\} \quad (\text{A.16})$$

où les coordonnées p'_i du point projeté P'_i s'écrivent :

$$p'_i = L p_i, \forall i = \{1, \dots, m\} \quad (\text{A.17})$$

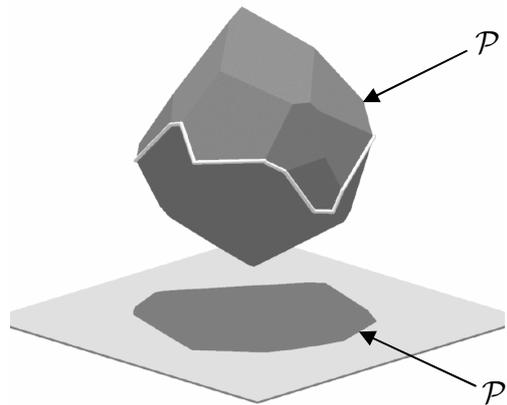
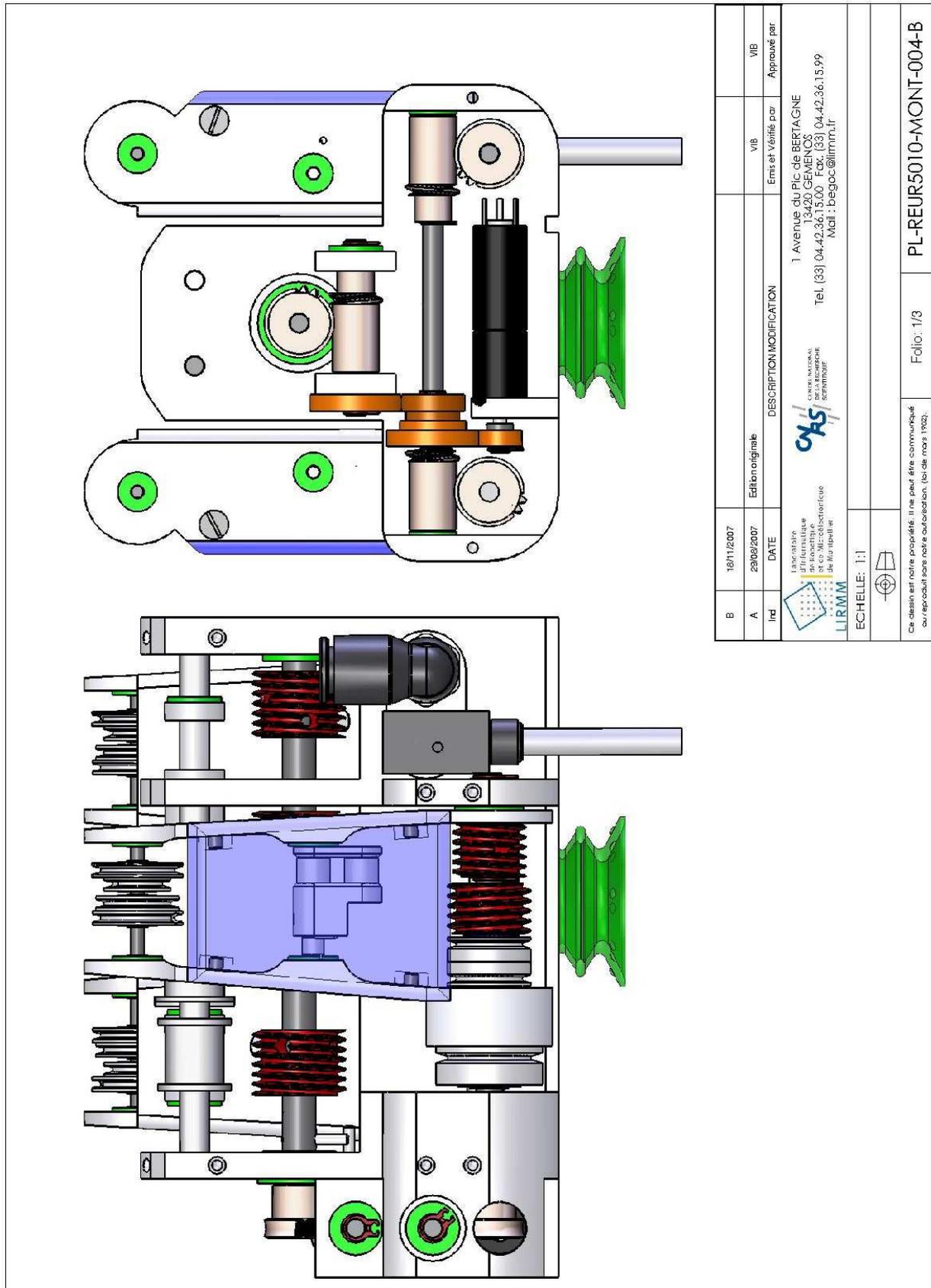


Figure A.3 : Projection d'un polytope [Ponce *et al.*, 1996].

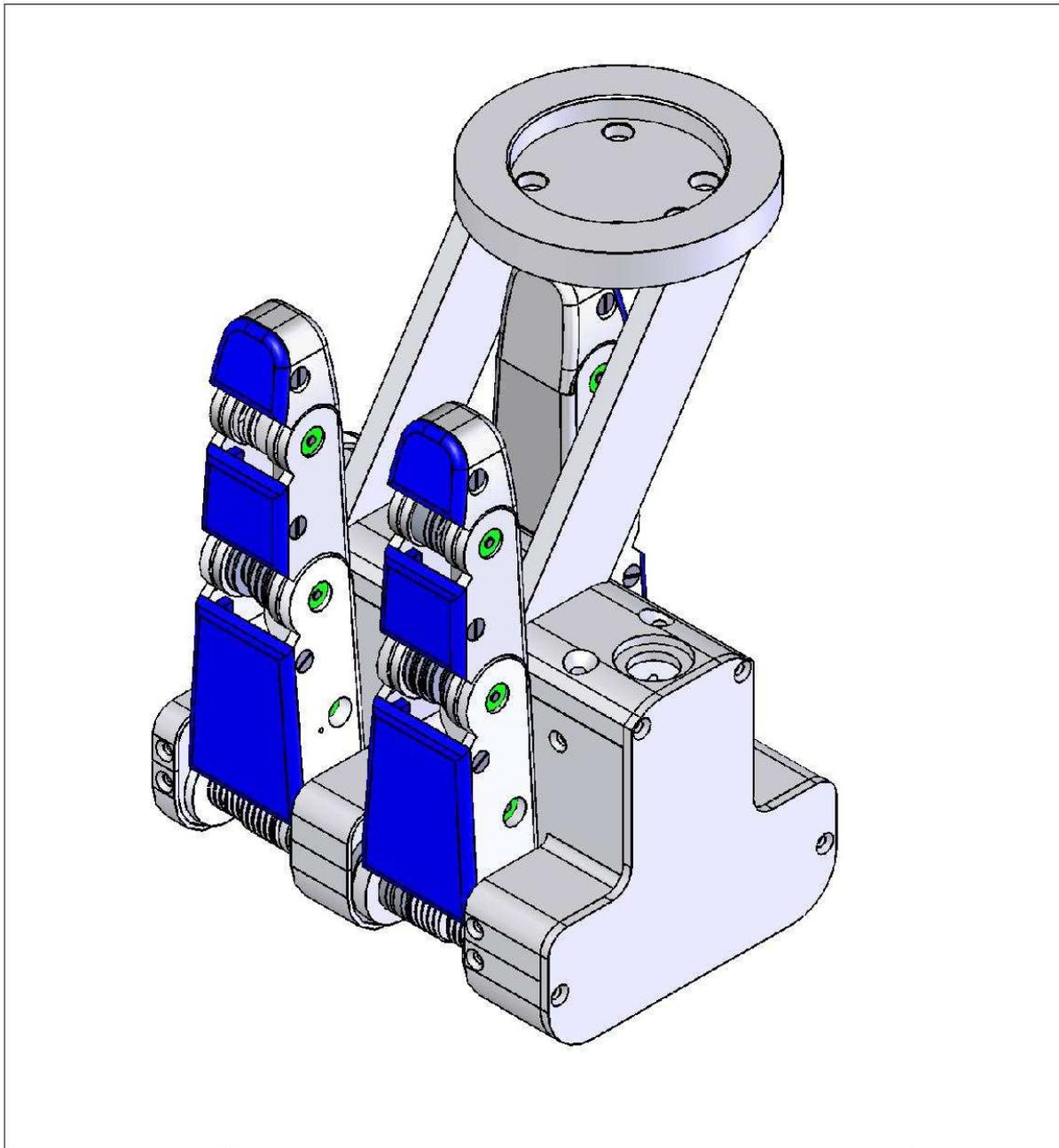
Pour vérifier que le polyèdre \mathcal{P} est borné, il suffit de montrer que le polytope formé par les vecteurs colonnes de la matrice \tilde{N}_f^{ap} , ou de manière équivalente par les normales aux frontières du polytope $\mathcal{P}_{ap}(f)$ pointant vers l'intérieur du polytope, contient en son intérieur l'origine de l'espace des efforts de contact.

Annexe B

**Plans d'ensemble de la main
Octopus**



B	18/11/2007	Edité originale	DESCRIPTION MODIFICATION	vib	vib	Approuvé par
A	29/02/2007	DATE				
Ind	<p>  Laboratoire d'Informatique et de Robotique de Montpellier </p> <p>  Centre National de la Recherche Scientifique </p> <p> 1 Avenue du Pic de BERTAGNE 34293 GEMENOS Tel. (33) 04.42.36.15.00 Fax. (33) 04.42.36.15.99 Mail : begoc@lirmm.fr </p>					
ECHELLE: 1:1 						
Ce dessin est notre propriété. Il ne peut être communiqué ou reproduit sans notre autorisation. (loi de mars 1957).			Folio: 1/3		PL-REUR5010-MONT-004-B	



B	18/11/2007			
A	29/08/2007	Edition originale	MVI	VIB
Ind	DATE	DESCRIPTION MODIFICATION	Emis et Vérifié par	Approuvé par


 Laboratoire
 d'Informatique
 de Robotique
 et de Microélectronique
 de Montpellier


 CENTRE NATIONAL
 DE LA RECHERCHE
 SCIENTIFIQUE

1 Avenue du Pic de BERTAGNE
 13420 GEMENOS
 Tel. (33) 04.42.36.15.00 Fax. (33) 04.42.36.15.99
 Mail : begoc@lirmm.fr

ECHELLE: 1:2



Ce dessin est notre propriété. Il ne peut être communiqué ou reproduit sans notre autorisation. (loi de mars 1902).

Folio: 1/1

PL-REUR5010-MONT-005-B

Liste de publications

C.1 Actes de conférences internationales

- [Bégoc *et al.*, 2006] Bégoc V., Krut S., Dombre E., Durand C. et Pierrot F. (2006). On the form-closure capability of robotic underactuated hands. *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV'06)*, Singapour.
- [Bégoc *et al.*, 2007.a] Bégoc V., Krut S., Dombre E., Durand C. et Pierrot F. (2007). Mechanical design of a new pneumatically driven underactuated hand. *In Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation (ICRA'07)*, pp. 927-933, Rome, Italie.
- [Bégoc *et al.*, 2007.b] Bégoc V., Krut S., Dombre E., Durand C. et Pierrot F. (2007). Towards principles for the design of a form-closure capable underactuated pneumatic hand. *In Proc. of the 12th IFTOMM world congress in Mechanism and Machine Science*, Besançon, France.

C.2 Actes de conférences françaises

- [Bégoc, 2007.c] Bégoc V. (2007). De l'Étude à la Réalisation d'une main sous-actionnée pour application dans la préparation de commandes de détail. *In Proc. of Doctiss'07*, Montpellier, France.

