



HAL
open science

Algorithmes d'imagerie SAR polarimétrique basés sur des modèles à sous-espace.

Frédéric Brigui

► **To cite this version:**

Frédéric Brigui. Algorithmes d'imagerie SAR polarimétrique basés sur des modèles à sous-espace.. Electromagnétisme. Université Paris Ouest-Nanterre La Défense, 2010. Français. NNT: . tel-01286553

HAL Id: tel-01286553

<https://theses.hal.science/tel-01286553v1>

Submitted on 11 Mar 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Algorithmes d'imagerie SAR polarimétrique basés sur des modèles à sous-espace.

Application à la détection de cible sous couvert forestier

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le décembre 2010

pour l'obtention du grade de

Docteur de l'université Paris Ovest

(spécialité Traitement du Signal)

par

Frédéric BRIGUI

Composition du jury

<i>Président :</i>	Pr. Jocelyn CHANUSSOT	(GISPSA-Lab Grenoble)
<i>Rapporteurs :</i>	Dr. Ridha TOUZI Dr. François VINCENT	(CCT Canada) (ISAE Toulouse)
<i>Examineurs :</i>	Pr. Philippe FORSTER Dr. Guillaume GINOLHAC Dr. Laetitia THIRION-LEFEVRE M. Marc LESTURGIE Dr. Carole NAHUM	(Directeur de Thèse, Université Paris Ovest) (Encadrant, Université Paris Ovest) (Encadrante, SONDRRA) (Directeur de SONDRRA) (DGA)

Table des matières

Introduction	1
1 Radar à synthèse d'ouverture :	
processeurs classiques et notions de polarimétrie	7
1.1 Configuration SAR	7
1.1.1 Configuration géométrique	7
1.1.2 Signal reçu continu	8
1.1.3 Signal reçu échantillonné	9
1.2 Algorithmes classiques de formation d'image SAR	10
1.2.1 Algorithmes TDCA et Backprojection	10
1.2.1.1 TDCA	10
1.2.1.2 Algorithme de Backprojection	11
1.2.2 Algorithme de Migration Radiale ou Range Migration Algorithm (RMA)	12
1.2.3 Résolutions des images	13
1.3 Traitements polarimétriques	13
1.3.1 Matrice de rétrodiffusion	14
1.3.2 Décompositions cohérentes	14
1.3.2.1 Décomposition lexicographique	15
1.3.2.2 Décomposition de Pauli	16
1.3.2.3 Autres Décompositions	17
1.4 Algorithmes de formation d'image SAR issus de la théorie de l'estimation (CSAR)	18
1.4.1 Modèles	18
1.4.1.1 Cas de la simple polarisation	18
1.4.1.2 Cas de la double polarisation	18
1.4.2 Définition de l'intensité	20
1.4.2.1 Cas de la simple polarisation	20
1.4.2.2 Cas de la double polarisation	21
1.4.3 Résolutions des images	21
1.4.3.1 Cas de la simple polarisation	22

Table des matières

1.4.3.2	Cas de la double polarisation	22
1.4.4	Performances de détection	23
1.4.5	Équivalence avec les algorithmes CSAR et les traitements SAR classiques	24
1.4.5.1	CSAR et algorithmes classiques de formation d'image SAR	24
1.4.5.2	CSAR et traitements polarimétriques	25
1.5	Conclusion	26
2	Modèles à sous-espace dans un contexte FoPen	27
2.1	Modélisation des diffuseurs en FoPen	27
2.1.1	Caractéristiques de la cible et du bruit structuré	28
2.1.1.1	Description du cadre du FoPen	28
2.1.1.2	Information a priori	28
2.1.2	Modélisation de la cible	29
2.1.2.1	Élément canonique	30
2.1.2.2	Modélisation par sous-espace	31
2.1.3	Modélisation des interférences	32
2.1.3.1	Élément canonique	32
2.1.3.2	Modélisation par sous-espace	33
2.1.4	Discussion	34
2.2	Génération des sous-espaces en simple polarisation p	35
2.2.1	Hypothèses	35
2.2.2	Formation des bases	35
2.2.3	Implémentation	37
2.3	Génération des sous-espaces en double polarisation	38
2.3.1	Génération	38
2.3.1.1	Matrices polarimétriques	38
2.3.1.2	Formation des bases	39
2.3.2	Sous-espaces cible	39
2.3.2.1	Matrices cible et bases associées	39
2.3.2.2	Interprétation physique	40
2.3.3	Sous-espaces interférence	40
2.3.3.1	Matrices interférence et bases associées	40
2.3.3.2	Interprétation physique	40
2.4	Angles entre sous-espaces	40
2.4.1	Définition	41
2.4.2	Représentation	42
2.5	Conclusion	42

3	Processeurs SAR polarimétriques basés sur des modèles de cible à sous-espace	45
3.1	Introduction	45
3.2	Définition des algorithmes de formation d'image SAR basés sur des modèles de cible à sous-espace	46
3.2.1	Modélisation du signal reçu	46
3.2.2	Intensités	46
3.2.2.1	Cas général	46
3.2.2.2	Cas de la simple polarisation	47
3.2.2.3	Cas de la double polarisation	47
3.2.3	Résolutions des images	48
3.2.3.1	Cas de la simple polarisation	49
3.2.3.2	Cas de la double polarisation	49
3.2.4	Performances de détection	50
3.2.5	Discussion	51
3.3	Application à des données simulées	52
3.3.1	Performances de détection	52
3.3.1.1	Configuration	52
3.3.1.2	Validation des modélisations	54
3.3.1.3	Courbes de détection	56
3.3.2	Données simulées FoPen	58
3.3.2.1	Configuration	58
3.3.2.2	Images	59
3.3.3	Conclusion	61
3.4	Conclusion	62
4	Processeurs SAR polarimétriques basés sur des modèles de cible et d'interférence à sous-espace	63
4.1	Introduction	63
4.2	Modélisation du problème	64
4.2.1	Modélisation du signal reçu	64
4.2.2	Sous-espace $\langle H J_{xy} \rangle$	64
4.2.2.1	Les projecteurs obliques	65
4.2.2.2	Les projecteurs orthogonaux	65
4.2.2.3	Expressions du signal reçu	66
4.3	Processeurs SAR basés sur des projecteurs obliques : l'OBSAR (Oblique SAR)	68
4.3.1	Modélisation du signal reçu	68
4.3.2	Estimation des vecteurs de coordonnées	68

Table des matières

4.3.3	Intensités	69
4.3.3.1	Définition	69
4.3.3.2	Cas de la simple polarisation	69
4.3.3.3	Cas de la double polarisation	69
4.3.4	Performances de détection et de réduction des fausses alarmes	70
4.3.5	Conclusion	71
4.4	Processeurs SAR basés sur des projecteurs orthogonaux : le SARSESIO (SAR à Sous-Espace Signal et Interférence Orthogonale)	71
4.4.1	Modélisation du signal reçu	72
4.4.2	Estimation des vecteurs de coordonnées	73
4.4.3	Intensité	73
4.4.3.1	Définition	73
4.4.3.2	Cas de la simple polarisation	75
4.4.3.3	Cas de la double polarisation	75
4.4.4	Performances de détection et de réduction des fausses alarmes	76
4.4.5	Conclusion	77
4.5	Application à des données simulées	77
4.5.1	Validation des modélisations à sous-espaces	78
4.5.1.1	Configuration	78
4.5.1.2	Angles entre sous-espaces	79
4.5.1.3	Validation des modélisations	81
4.5.2	Performances de détection et de réduction de fausses alarmes	84
4.5.2.1	Courbes ROC (Receiving Operating Characteristics)	84
4.5.3	Données simulées en FoPen	87
4.5.3.1	Images en simple polarisation p	87
4.5.3.2	Images en double polarisation	87
4.6	Conclusion	88
5	Données Réelles	91
5.1	Introduction	91
5.2	Configuration	91
5.2.1	Description générale des données	91
5.2.2	Configuration des algorithmes	92
5.2.2.1	Récapitulatif	92
5.2.2.2	Sous-espaces cible	93
5.2.2.3	Sous-espaces interférence	94
5.3	Images	97

5.3.1	Simple polarisation p	97
5.3.1.1	Polarisation HH	97
5.3.1.2	Polarisation VV	100
5.3.1.3	Conclusion	102
5.3.2	Double Polarisation	102
5.3.2.1	Type trièdre	103
5.3.2.2	Type dièdre	105
5.3.2.3	Conclusion	108
5.4	Conclusion	108

Conclusion et perspectives

1	Conclusion	111
2	Perspectives	113

Annexe A

Autres outils polarimétriques

A.1	Décompositions incohérentes	119
A.1.1	Décomposition polarimétrique H/A/ α	119
A.1.2	Autres Décompositions	121

Annexe B

Génération des sous-espaces polarimétriques décorrélés et processeurs SAR associés

B.1	Génération des sous-espaces polarimétriques décorrélés	123
B.1.1	Matrice cible	123
B.1.2	Génération de la base	124
B.2	Définition de l'algorithme SARSES <i>deco</i>	124

Publications

Bibliographie

129

Table des matières

Acronymes

Organismes

SONDRA : Supélec ONERA NUS DSTA Research Alliance.
ONERA : Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales.
NUS : National University of Singapour.
DSTA : Defence and Science Technology Agency.
DGA : Direction Générale de l'Armement.

Acronymes généraux

RSO / SAR : Radar à Synthèse d'Ouverture / Synthetic Aperture Radar.
CSAR : Classique SAR.
SARSES : SAR à Sous Espace Signal.
SARSESIO : SAR à Sous Espace Signal et Interférence Orthogonale.
OBSAR : Oblique SAR.
FoPen : Foliage Penetration.
BSA : BackScattering Alignment.
RSB / SNR : Rapport Signal à Bruit / Signal to Noise Ratio.
ROC : Receive Operating Characteristic.
SVD : Singular Value Decomposition.

Acronymes

Symboles

Les caractères gras désignent des vecteurs ou des matrices.

$v(n)$	n^{ieme} élément du vecteur \mathbf{v} .
$\langle U \rangle$	Sous espace vectoriel de dimensions D_U .
$\langle U \rangle^\perp$	Sous espace vectoriel orthogonal au sous espace $\langle U \rangle$.
\mathbf{P}_U	Projecteur orthogonale dans le sous espace $\langle U \rangle$.
\mathbf{P}_U^\perp	Projecteur orthogonale dans le sous espace $\langle U \rangle^\perp$.
\mathbf{E}_{UV}	Projecteur oblique dans le sous espace $\langle U \rangle$ parallèlement au sous-espace $\langle V \rangle$.
$\mathbf{Id}_{N \times N}$	Matrice identité $N \times N$.
\mathbf{M}^*	Conjugué de la matrice \mathbf{M} .
\mathbf{M}^T	Transposé de la matrice \mathbf{M} .
\mathbf{M}^\dagger	Transposé conjugué de la matrice \mathbf{M} .
$\text{tr}(\mathbf{M})$	Trace de la matrice \mathbf{M} .
$\mathbf{0}_{N \times M}$	Matrice de dimensions $N \times M$ et ne contenant que des zéros.
$\mathbf{0}_N$	Vecteur colonne nul à N éléments.
$\text{diag}(\mathbf{v})$	Matrice diagonale dont les éléments diagonaux sont les éléments du vecteur \mathbf{v} .
$\ \mathbf{v}\ $	Norme du vecteur \mathbf{v} .
$ a $	Valeur absolue du scalaire a .
$\downarrow^k(\mathbf{v})$	Décale k fois les éléments de v vers le bas en ajoutant k 0 sur les premiers éléments du vecteur \mathbf{v} et en supprimant les k derniers éléments du vecteurs \mathbf{v} .
$\underline{\mathbf{v}}$	Vecteur de N éléments tel que pour tout $n \in [0, N - 1]$, les éléments de $\underline{\mathbf{v}}$ s'écrivent en fonction des éléments du vecteur \mathbf{v} de la façon suivante : $\underline{v}(n) = v(-n \bmod N)$. On a de plus : $\text{TFD}(\underline{\mathbf{v}}^*) = \text{TFD}^*(\mathbf{v})$.
$\text{TF}_{t \rightarrow f}(g(t))$	Transformée de Fourier par rapport à la variable t de la fonction g . f est la variable d'arrivée.
$\text{TFD}(\mathbf{v})$	Transformée de Fourier Discrète du vecteur \mathbf{v} .
$\text{TFD}^{-1}(\mathbf{v})$	Transformée de Fourier Discrète inverse du vecteur \mathbf{v} .
$\mathbf{v} \bullet \mathbf{u}$	Produit élément par élément des vecteurs \mathbf{v} et \mathbf{u} .
$y(t) * h(t)$	Produit de convolution entre $y(t)$ et $h(t)$. $y(t) * h(t) = \int_x y(x) h(t - x) dx$
$\mathbf{y} * \mathbf{h}$	Produit de convolution numérique des vecteurs \mathbf{y} et \mathbf{h} de N et M échantillons. Si on pose $\mathbf{z} = \mathbf{y} * \mathbf{h}$, avec \mathbf{z} un vecteur de $N + M - 1$ éléments, alors pour tout $n \in [0, N + M - 2]$, $z(n) = \sum_{k=0}^{N-1} y(k) h(n - k)$.

$\mathbf{y} \odot \mathbf{h}$ Produit de convolution cyclique entre les vecteurs \mathbf{y} et \mathbf{h} de N éléments chacun. Si on pose $\mathbf{z} = \mathbf{y} \odot \mathbf{h}$ le vecteur de N éléments tel que pour tout $n \in [0, N - 1]$:

$$z(n) = \sum_{k=0}^{N-1} y(k) h(n - k \bmod N).$$

On a de plus :

$$\mathbf{y} \odot \mathbf{h} = \text{TFD}^{-1}(\text{TFD}(\mathbf{y}) \text{TFD}(\mathbf{h})).$$

$n \bmod N$ n modulo N .

$\lceil x \rceil$ Partie entière supérieure de x .

$E[X]$ Espérance de la variable aléatoire X .

$X \sim p(x)$ La variable aléatoire X a une distribution de densité de probabilité $p(x)$.

$\mathcal{N}(\mathbf{m}, \mathbf{R})$ Distribution complexe normale circulaire de moyenne \mathbf{m} et de matrice de covariance \mathbf{R} .

$\chi^2(d, \nu)$ Distribution du χ^2 à d degrés de liberté, de paramètre de décentrement ν . Si $\nu = 0$, la distribution est centrée.

Symboles

Table des figures

1.1	<i>Illustration d'une configuration géométrique d'un SAR en monostatique</i>	8
1.2	<i>Schéma simplifié de l'interaction entre une onde électromagnétique et un diffuseur</i>	14
1.3	<i>Images issues de la décomposition sur la base lexicographique.</i>	16
1.4	<i>Image RGB issue de la décomposition de Pauli.</i>	17
1.5	<i>Mécanismes de diffusion et éléments canoniques.</i>	19
2.1	<i>Angles d'incidence (θ_i, φ_i).</i>	29
2.2	<i>Angles d'orientation (α, β) de la plaque.</i>	30
2.3	<i>Angles d'orientation (γ, δ) du cylindre.</i>	33
2.4	<i>Exemple d'angles entre les sous-espaces $\langle H_{xy}^V \rangle$ et $\langle J_{xy}^V \rangle$.</i>	42
3.1	<i>Représentation simplifiée de la projection orthogonale du signal reçu \mathbf{z}</i>	47
3.2	<i>Représentation simplifiée de la projection du signal reçu \mathbf{z} sur les sous-espaces polarimétriques</i>	48
3.3	<i>Configuration géométrique des données simulées pour la plaque PC et la boîte sur sol.</i>	53
3.4	<i>Valeurs singulières de \mathbf{S}_{xy}^H ou de \mathbf{S}_{xy}^V</i>	54
3.5	<i>Valeurs singulières de \mathbf{S}_{xy}^\pm</i>	54
3.6	<i>Probabilités de détection des algorithmes SARSES.</i>	57
3.7	<i>Probabilités de détection des algorithmes SARSES de la boîte sur sol.</i>	58
3.8	<i>Configuration de la scène observée dans un contexte FoPen</i>	59
3.9	<i>Images SAR classiques en polarisation HH et VV d'une boîte PC dans une forêt</i>	60
3.10	<i>Images SARSES HH et SARSES VV d'une boîte PC dans une forêt</i>	60
3.11	<i>Images CSAR+ et CSAR- d'une boîte PC dans une forêt</i>	61
3.12	<i>Images SARSES+ et SARSES- d'une boîte PC dans une forêt</i>	61
4.1	<i>Décompositions du sous-espace $\langle H J_{xy} \rangle$</i>	67
4.2	<i>Projections orthogonales et obliques des interférences</i>	72
4.3	<i>Valeurs singulières des matrices \mathbf{I}_{xy}^H et \mathbf{I}_{xy}^V</i>	80
4.4	<i>Valeurs singulières de \mathbf{I}_{xy}^+</i>	81
4.5	<i>Angles entre les sous-espaces $\langle H_{xy}^p \rangle$ et $\langle J_{xy}^p \rangle$</i>	82
4.6	<i>Angles entre les sous-espaces $\langle H_{xy}^- \rangle$ et $\langle J_{xy}^- \rangle$</i>	83
4.7	<i>Courbes P_d en fonction de P_{fa} pour le SARSES HH, l'OBSAR HH et le SARSESIO HH.</i>	85
4.8	<i>Courbes P_d en fonction de P_{fa} pour le SARSES VV, l'OBSAR VV et le SARSESIO VV.</i>	86
4.9	<i>Courbes P_d en fonction de P_{fa} pour le SARSES-, l'OBSAR- et le SARSESIO-.</i>	86
4.10	<i>Images OBSAR HH et OBSAR VV d'une boîte PC dans une forêt</i>	87
4.11	<i>Images SARSESIO HH et SARSESIO VV d'une boîte PC dans une forêt</i>	88
4.12	<i>Images OBSAR- et SARSESIO- d'une boîte PC dans une forêt</i>	88

Table des figures

5.1	<i>Configuration de la scène</i>	92
5.2	<i>Valeurs singulières de \mathbf{S}_{xy}^H ou de \mathbf{S}_{xy}^V</i>	94
5.3	<i>Valeurs singulières de \mathbf{S}_{xy}^\pm</i>	94
5.4	<i>Valeurs singulières de la matrice \mathbf{I}_{xy}^H</i>	95
5.5	<i>Valeurs singulières de la matrice \mathbf{I}_{xy}^V</i>	96
5.6	<i>Valeurs singulières de \mathbf{I}_{xy}^+</i>	96
5.7	<i>Image CSAR HH.</i>	98
5.8	<i>Image SARSES HH.</i>	98
5.9	<i>Image OBSAR HH.</i>	99
5.10	<i>Image SARSESIO HH.</i>	99
5.11	<i>Image CSAR VV.</i>	100
5.12	<i>Image SARSES VV.</i>	101
5.13	<i>Image OBSAR VV.</i>	101
5.14	<i>Image SARSESIO VV.</i>	102
5.15	<i>Image CSAR+.</i>	103
5.16	<i>Image SARSES+.</i>	104
5.17	<i>Image OBSAR+.</i>	104
5.18	<i>Image SARSESIO+.</i>	105
5.19	<i>Image CSAR-.</i>	106
5.20	<i>Image SARSES-.</i>	106
5.21	<i>Image OBSAR-.</i>	107
5.22	<i>Image SARSESIO-.</i>	107
A.1	<i>Images issues de la décomposition $H/A/\alpha$.</i>	121
A.2	<i>Plan H/α pour l'identification des mécanismes de diffusion.</i>	121

Liste des tableaux

1.1	<i>Matrices de Sinclair de diffuseurs canoniques, dits purs.</i>	15
3.1	<i>Proportions des signaux reçues des cibles décrites par les modèles du point blanc isotrope et les sous-espaces cible en polarisation HH et polarisation VV.</i>	55
3.2	<i>Proportions des signaux reçues des cibles décrites par les modèles polarimétriques du point blanc isotrope et les sous-espaces polarimétriques cible.</i>	56
4.1	<i>Proportions des signaux reçues de la cible et des interférences décrites par les sous-espaces cible et les sous-espaces interférence en polarisation HH et polarisation VV.</i>	81
4.2	<i>Proportions des signaux reçues de la cible et des interférences décrites par les sous-espaces polarimétriques cible et le sous-espace polarimétrique interférence.</i>	83

Liste des tableaux

Introduction

Le Radar à Synthèse d'Ouverture (RSO) ou Synthetic Aperture Radar en anglais (SAR) est un système radar aéroporté. Comme n'importe quel radar, les données SAR sont issues du rayonnement électromagnétique d'une scène sous observation : le radar illumine une zone, le rayonnement interagit avec l'ensemble des diffuseurs présents et l'antenne capte une partie du rayonnement réfléchi qui dépend des positions des diffuseurs et de leurs propriétés électromagnétiques. De plus le SAR étant aéroporté, il permet d'illuminer des zones de sol (ou de mer) pour en capter son rayonnement. Enfin, le SAR a la particularité de créer une ouverture d'antenne synthétique en effectuant une série de mesures sur la trajectoire de vol. La résolution transverse d'un radar étant dépendante de la taille de son antenne, elle est souvent limitée pour des raisons matérielles. Grâce à sa série de mesures, le SAR génère une antenne synthétique nettement plus longue qu'une antenne réelle, ce qui améliore grandement sa résolution transverse. La synthèse d'ouverture consiste alors à combiner les différentes mesures acquises le long de la trajectoire de vol, pour former une image en haute résolution. Cette synthèse est réalisée au moyen d'algorithmes appelés processeurs SAR ou algorithmes de formation d'image SAR [1].

De par leurs hautes résolutions, les images SAR permettent de cartographier précisément des zones de la surface terrestre. L'interprétation des images SAR est ainsi utilisée pour segmenter différentes zones de la scène, pour classifier les diffuseurs selon leurs propriétés physiques ou encore pour détecter des cibles. De nombreux traitements ont été développés pour interpréter les images SAR comme par exemple la polarimétrie : le rayonnement électromagnétique est polarisé et les diffuseurs interagissent différemment selon la polarisation. Des images SAR peuvent être alors formées en différentes polarisations ; l'exploitation et la combinaison de ces images permettent d'extraire des informations sur les diffuseurs [2].

L'interprétation des images SAR n'est possible que si celles-ci ne sont pas trop bruitées. En effet, la synthèse d'ouverture introduit naturellement un bruit nommé speckle qui dégrade la précision des images SAR. La solution la plus commune pour réduire le speckle est d'appliquer un filtre à l'image SAR [3] qui suppose que le bruit est Gaussien. Cependant dans certains cas, comme pour la détection en milieu complexe, l'application de tels filtres n'est pas suffisante. Effectivement, un milieu peut être transparent au rayonnement électromagnétique pour certaines fréquences mais cela implique un bruit plus fort et plus hétérogène. Ce bruit gêne ou empêche la détection et est l'origine de nombreuses fausses alarmes. Il est alors impossible d'imager les diffuseurs se trouvant dans ce milieu et de détecter d'éventuelles cibles. L'objectif de notre étude est de développer de nouvelles méthodes pour permettre la détection en milieu complexe en utilisant le SAR. Nous nous focalisons sur la détection de cible manufacturée sous couvert forestier (FoPen pour Foliage Penetration) : pour certaines fréquences (bandes P et L), la canopée est transparente au rayonnement électromagnétique et la cible est alors détectable. Plusieurs traitements sur des images en FoPen ont été proposés. Par exemple dans [4], le bruit est modélisé en utilisant des distributions plus complexes que la distribution Gaussien ; pour cela, on utilise des zones de l'image contenant seulement de la végétation pour définir ces distributions. Ce dernier point est un inconvénient car il est difficile de savoir quelle zone de l'image contient uniquement de la forêt. Dans [5], la détection de changement est appliquée : deux images de la scène, acquises à des différents moments, sont comparées. On peut ainsi détecter les pixels de l'image qui ont changé. Cette méthode est malheureusement peu appli-

Introduction

cable car il faut que la cible se soit déplacée entre les acquisitions pour qu'elle n'apparaisse que sur une seule image. Une liste de références sur ces traitements est disponible dans [6].

Les traitements appliqués sur les image SAR visant à augmenter la détection d'une cible en FoPen partagent tous le même inconvénient : ils interviennent après la formation de l'image et leurs performances sont tributaires de la synthèse SAR. En effet, pour créer une image, un algorithme classique d'imagerie SAR fait l'hypothèse que les diffuseurs sont des points blancs isotropes. Cette hypothèse est valide pour des objets dont les dimensions sont très supérieures à la longueurs d'onde du rayonnement [7] ; un diffuseur est alors vu comme un ensemble de points brillants et on suppose que son rayonnement ne varie pas le long de la trajectoire de vol du SAR. En revanche, dans le cadre de la détection de cibles manufacturées sous couvert forestier, les longueurs d'onde utilisées sont proches des dimensions des cibles. Les propriétés des diffuseurs et notamment de la cible dépendent alors fortement des angles d'incidence et des fréquences du rayonnement de l'antenne. La modélisation par le point blanc isotrope ne rend pas compte de ces propriétés : une grande partie du signal provenant de la cible n'est pas pris en compte pour former l'image SAR. De nombreux pré-traitements utilisent la variation de l'angles d'incidence du SAR. Contrairement aux post-traitements, ces techniques mettent l'accent sur les propriétés physiques de la cible et du milieu plutôt que sur les propriétés statistiques du bruit. Une première tentative a été faite dans [8]. Tout d'abord l'image SAR est formée de manière classique. Puis on considère que la cible à détecter est modélisée par un ensemble de dièdres ; un banc de filtres adaptés à chaque orientation et à chaque taille de dièdre est ensuite appliqué en post traitement sur l'image SAR. Ce genre de traitement ne donne pas de bons résultats car il n'est pas robuste (configurations non prévues par le banc de filtre) et il impose une importante charge de calcul qui le rend inapplicable sur des données réelles. Dans [9], une approche similaire est proposée en générant un sous-espace à partir d'un ensemble de dièdre. Néanmoins, ces travaux souffrent des mêmes inconvénients que ceux de [8]. Dans [10], il est proposé d'adapter la formation d'image SAR pour augmenter la discrimination entre la cible et le bruit généré par la forêt. Pour cela, un algorithme identifie les zones de l'ouverture synthétique qui correspondent à un rayonnement anisotropique pour finalement former l'image SAR. Cette idée est reprise dans [11] où on utilise plusieurs sous-ouvertures pour détecter les signaux anisotropiques. Ces techniques donnent des résultats encourageants mais n'exploitent pas toute l'information provenant de la cible puisqu'elles reposent en fin de compte sur des images formées en utilisant le modèle de point blanc isotrope. Nous proposons donc de remettre totalement en question le principe de formation d'image SAR en considérant que la cible ne peut pas être modélisée par le point blanc isotrope. Pour prendre en compte les propriétés d'anisotropie de la cible qui ne sont classiquement pas prises en compte par le point blanc isotrope, plusieurs approches sont possibles. Dans [12], l'analyse en ondelette des données SAR permet de rendre compte de l'anisotropie du rayonnement de la cible. A partir de l'analyse en ondelette, une image est formée. Cependant, le traitement en ondelette ne considère qu'une fréquence donnée ; de plus, la base d'ondelette doit être de grande dimension pour pouvoir décrire une cible d'orientation inconnue. Cette grande dimension risque d'augmenter la réponse du bruit. Notre approche consiste à intégrer de l'information a priori sur la cible et le milieu forestier avant de former l'image SAR. Pour cela, nous modélisons la cible et les diffuseurs du milieu forestier par des éléments canoniques ; ces éléments sont choisis pour décrire au mieux la cible et le milieu forestier. Comme un élément canonique est orienté dans l'espace, nous générons un sous-espace de faible dimension en calculant les réponses de l'élément canonique pour toutes ses orientations. Enfin, nous formons une image SAR en utilisant le sous-espace généré.

Résumé de la thèse précédente

Le développement de nouveaux algorithmes de formation d'image SAR dédiés à la détection en FoPen et basés sur des modèles à sous-espace a déjà été initiée par R. Durand dans une précédente thèse

[13] et nos travaux s'inscrivent dans la continuité de celle-ci. Nous résumons les points importants de cette précédente thèse. Comme dit précédemment, les algorithmes classiques SAR consistent à s'adapter à la réponse d'un point blanc isotrope. Dans la thèse de R. Durand, l'image SAR est formée en posant le problème de détection suivant : soit un pixel contient une plaque d'orientation inconnue plus du bruit soit elle contient uniquement du bruit. Pour tenir compte de toutes les orientations, il est possible de supposer que la réponse d'une plaque, quelque soit son orientation, appartient à un sous-espace de rang faible, appelé sous-espace cible (ou signal). En utilisant les méthodes à sous-espaces de [14], on génère l'image SAR correspondant au problème de détection précédent ; ce nouvel algorithme basé sur des détecteurs à sous-espace a été appelé le SARSES (SAR à Sous-Espaces Signal) [15]. La thèse de R. Durand a aussi résolue le problème du temps de calcul qu'amène l'application de cet algorithme. En effet, le calcul de l'intensité de chaque pixel de l'image SARSES implique la génération du sous-espace cible et le calcul de sa base ; pour former une image complète, le temps de calcul devient alors prohibitif. Il a été donc proposé de réduire ce temps de calcul : en utilisant la structure des données SAR, les tailles des matrices impliquées dans la génération du sous-espace signal peuvent être considérablement réduites. De plus, il est possible d'utiliser une approximation qui permet de ne générer qu'une seule base pour former une image complète ; ceci réduit considérablement le temps de calcul. Enfin, le SARSES a été étendu aux traitements des données SAR compressées qui est usuellement plus rapide [16]. Nous considérons pour notre étude que les méthodes développées pour réduire le temps de calcul de la formation de l'image SAR sont toujours valides et nous les utilisons pour produire nos images. Enfin, il a été développé un deuxième algorithme proposant de réduire les fausses alarmes dues aux troncs des arbres. Ceux-ci sont alors modélisés par des cylindres diélectriques. Pour former l'image SAR, on pose le problème de détection suivant : soit le pixel contient la réponse d'une plaque d'orientation inconnue plus du bruit soit le pixel contient la réponse d'un cylindre d'orientation inconnue plus du bruit. Comme pour le SARSES, un sous-espace interférence est généré à partir des réponses du cylindre pour toutes ses orientations et le sous-espace signal est généré comme pour le SARSES. Cet algorithme a été appelé le SARSESI (SAR à Sous-Espaces Signal et Interférence)[17]. Le SARSES a montré de très bons résultats en terme de détection et de robustesse, à la fois sur des données simulées et réelles. En revanche, les résultats du SARSESI sur les mêmes données sont mitigés ; les fausses alarmes dues au troncs sont bien réduites. Néanmoins, la réponse de la cible est aussi fortement réduite voire supprimée dans certain cas.

Extension 1 : Utilisation de l'information polarimétrique

Le SARSES a été développé uniquement en polarisation VV. Nous proposons d'étendre le SARSES aux polarisations HH et VV. En effet, plusieurs études ont montré que l'utilisation de l'information polarimétrique permet d'augmenter les performances de détection. Dans [18, 19], il est proposé d'utiliser l'information polarimétrique pour mieux modéliser le bruit qui est supposé Gaussien ; en s'appuyant sur des données secondaires, on estime la matrice de covariance du bruit pour les différents canaux polarimétriques. Une étude similaire est présentée dans [20] pour le cas d'un bruit non Gaussien et également dans [21]. Cette dernière étude propose également une méthode reposant sur les propriétés polarimétriques de la cible : celle-ci consiste à choisir la polarisation optimale du signal émis pour augmenter la détection de la cible. Ces études montrent que les performances de détection sont augmentées lorsque plusieurs canaux de polarisation sont utilisés. Dans notre cas, nous nous intéressons au développement de modèles à sous-espace prenant en compte plusieurs polarisations. Le but est d'intégrer l'information polarimétrique aux sous-espaces utilisés dans la thèse de R. Durand ; cela nous permet d'inclure d'avantage d'information a priori sur les propriétés physique de la cible et sur le milieu forestier. La prise en compte de plusieurs polarisations nous amène à mieux considérer les mécanismes de diffusion des diffuseurs ; selon les modèles polarimétriques que nous utilisons, nous pouvons choisir de détecter des cibles aux propriétés polarimétriques différentes. Enfin, nous montrons que l'information polarimétrique permet de

Introduction

mieux discriminer la cible des interférences ; ainsi la réduction des fausses alarmes dues aux troncs est envisageable sans perte de détection de la cible.

Extension 2 : Réduction des fausses alarmes

L'algorithme SARSESI développé par R. Durand n'apporte pas de résultats satisfaisants. Nous nous focalisons donc dans un deuxième temps sur la réduction des fausses alarmes dues aux troncs des arbres. La plupart des techniques existantes de réduction du bruit (aléatoire ou structuré) se basent sur des traitements adaptatifs [22] : on utilise des données secondaires pour estimer les propriétés statistiques du clutter et des interférences. Ce type de traitements est proposé dans [23, 24, 25] pour le cas de détecteurs à sous-espace. Ces méthodes présentent de bons résultats en termes de réduction de fausses alarmes, néanmoins il est difficile de les utiliser dans le cas du SAR. En effet, les données secondaires ne doivent pas contenir la réponse de la cible. En SAR, les données contiennent malheureusement toujours une partie de la réponse de la cible. Une étude a été menée dans [26], pour construire des données secondaires à partir des données SAR ; pour cela, on projette les données SAR dans le sous-espace orthogonal à la réponse de la cible. Dans notre étude, nous proposons de prendre en compte les propriétés électromagnétiques des troncs d'arbres dans nos modèles. Le signal reçu SAR est alors composé de la réponse de la cible et des réponses des troncs des arbres. A partir de cette modélisation du signal reçu, nous formons une image SAR dans laquelle la cible est détectée et les interférences sont réduites. Nous développons deux algorithmes pour réduire les fausses alarmes. Le premier repose sur les projections obliques [27] qui paraissent totalement adaptées à la modélisation du signal reçu. Nous montrons que cette algorithme préserve la détection de la cible tout en réduisant les interférences ; cependant, ses performances de réduction des interférences sont très sensibles à leurs modélisations. C'est pourquoi un deuxième algorithme est proposé ; celui-ci ne prend en compte que la partie de la réponse des interférences orthogonales à la réponse de la cible, pour la formation d'images SAR. Nous montrons que cet algorithme est robuste à la modélisation des interférences mais peut entraîner une baisse de la réponse de la cible.

Plan de la thèse

Le chapitre 1 est consacré aux notions de base du SAR, le but étant de familiariser le lecteur à sa géométrie et à la structure de ses données. Pour comprendre la synthèse SAR, nous présentons trois algorithmes classiques de formation d'image SAR. Nous présentons ensuite quelques outils polarimétriques appliqués aux images SAR. Ces outils nous permettront de comprendre le rôle des polarisations dans l'interprétation physique des mécanismes de diffusion. Enfin, partant du constat que les processeurs SAR classiques reposent tous sur le modèle de point blanc isotrope, nous proposons une démarche originale pour former des images SAR ; fortement inspirée du problème de détection développé dans [13, 15], l'imagerie SAR est vue comme un problème d'estimation d'un paramètre inconnu à partir d'un modèle de diffuseur. Cette approche nous permet d'intégrer plus facilement des modèles de cibles et d'interférences plus complexes. Avec cette méthode, une image SAR classique s'obtient en utilisant le modèle du point blanc isotrope. De plus, toujours en utilisant le point blanc isotrope, nous introduisons des modèles polarimétriques exploitant les polarisations HH et VV ; nous montrons que les images SAR obtenues à partir de ces modèles sont équivalents à certaines décompositions polarimétriques.

Dans le chapitre 2, nous nous focalisons sur des modèles différents du point blanc isotrope. En effet, la démarche proposée dans le chapitre 1 permet de changer de modèle de diffuseur pour former une image SAR. Pour choisir des nouveaux modèles, nous décrivons d'abord la détection sous couvert forestier pour connaître les diffuseurs d'intérêt ; ceux-ci sont de deux types, la cible et les interférences. Ces diffuseurs sont modélisés par des éléments canoniques. La cible est un objet manufacturé ; elle est modélisée par un ensemble de plaque. Les interférences qui sont à l'origine du bruit structuré, sont principalement

les troncs d'arbres de la forêt ; elles sont modélisées par des cylindres diélectriques reposant sur le sol. Nous montrons également comment obtenir les sous-espaces cible et interférence à partir des réponses électromagnétiques des éléments canoniques pour toutes leurs orientations possibles. Nous présentons également l'extension de ces modèles à plusieurs polarisations. Enfin, nous proposons une approche pour savoir si le modèle de la cible et des interférences sont différentiables. Pour cela, nous calculons les angles entre les sous-espaces cible et interférence.

Le chapitre 3 présente un premier type d'algorithme de formation d'image SAR utilisant les modèles à sous-espace, le SARSES (SAR à Sous-Espace Signal). Le but du SARSES est de former des images dans lesquelles la détection de la cible est augmentée. Le SARSES a été précédemment développé dans [13, 15] pour une polarisation VV ; dans ce chapitre, nous étendons le SARSES aux données SAR en double polarisation (HH et VV). Le principe du SARSES est simple : une image SAR est formée à partir de l'estimation d'un paramètre inconnu et de l'utilisation d'un modèle à sous-espace plaque. L'intensité pour un pixel obtenu par le SARSES est la projection du signal reçu SAR dans le sous-espace plaque. En utilisant des modèles à sous-espace polarimétrique, nous espérons augmenter la détection de la cible par rapport au bruit blanc. De plus, l'information polarimétrique nous permet également de discriminer les cibles selon deux mécanismes de diffusion (de type trièdre ou de type dièdre). Pour évaluer les performances du SARSES en double polarisation, nous comparons ses performances de détection en bruit blanc Gaussien avec celles du SARSES HH et VV sur des données simulées. Deux cibles aux propriétés de diffusion différentes sont alors simulées ; nous vérifions également que le SARSES en double polarisation permet de discriminer ces cibles. Enfin, nous simulons des données dans un contexte FoPen ; nous montrons que si la cible est bien détectée, de nombreuses fausses alarmes dues aux troncs d'arbres sont encore présentes.

La question des fausses alarmes dues aux troncs est abordée au chapitre 4. Pour réduire leurs réponses, nous proposons deux algorithmes différents, l'OBSAR (Oblique SAR) et le SARSESIO (SAR à Sous-Espace Signal et Interférence Orthogonale). Ces algorithmes utilisent à la fois le sous-espace plaque pour modéliser la réponse de la cible et le sous-espace cylindre sur sol pour modéliser la réponse des interférences. Le principe de l'OBSAR repose sur les projections obliques : l'intensité obtenue par l'OBSAR pour un pixel est la projection oblique du signal reçu SAR dans le sous-espace cible parallèlement au sous-espace interférence (en comparaison, pour le SARSES le signal reçu SAR est projeté orthogonalement dans le sous-espace cible). L'OBSAR permet alors de réduire la réponse des troncs d'arbre ; cependant, cette réduction dépend fortement de la précision du modèle des interférences qui ne sont pas forcément bien connues. Le principe du deuxième algorithme, le SARSESIO, repose sur des projections orthogonales : deux images sont formées en projetant le signal reçu SAR dans le sous-espace cible et dans la partie du sous-espace interférence qui n'appartient pas au sous-espace cible. La première image est celle obtenue par le SARSES ; la deuxième image est une image dans laquelle seules les interférences ont une réponse. L'intensité obtenue par le SARSESIO pour un pixel est alors donnée par la différence de ces deux images ; les interférences sont réduites mais pas la cible. Par rapport à l'OBSAR, le SARSESIO est plus robuste à la modélisation des interférences ; cependant, une part de la cible peut être également réduite. Nous évaluons les performances de réduction de fausse alarme de l'OBSAR et du SARSESIO sur des données simulées et les comparons au SARSES ; nous montrons que la réduction des fausses alarmes est possible en double polarisation mais pas en simple polarisation. Enfin, nous appliquons l'OBSAR et le SARSESIO sur des données simulées dans un contexte FoPen.

Le chapitre 5 termine ce manuscrit en présentant les résultats des algorithmes SARSES, OBSAR et SARSESIO sur des données réelles. Ces données permettent de valider dans un contexte réelle, les résultats obtenus dans les précédents chapitres.

Introduction

Chapitre 1

Radar à synthèse d'ouverture : processeurs classiques et notions de polarimétrie

Ce chapitre présente, d'une manière générale, le principe du radar à synthèse d'ouverture ou SAR en anglais (Synthetic Aperture Radar), en configuration monostatique seulement. Nous insisterons sur les algorithmes de formation d'images SAR et sur certains traitements polarimétriques usuellement appliqués à ces images. Cette présentation nous permettra d'introduire une nouvelle approche pour former des images SAR que nous utiliserons tout au long de notre étude.

Les images SAR sont générées à partir de la synthèse des données reçues ; plusieurs approches pour générer les images SAR sont possibles, aussi nous présenterons trois algorithmes SAR communément utilisées. Nous verrons que ces algorithmes supposent que les diffuseurs sont considérés comme des points blancs isotropes. Ensuite, nous présenterons les méthodes utilisées pour traiter l'information polarimétrique. Celles-ci sont des post-traitements sur les amplitudes complexes des images formées par les précédents algorithmes et ils permettent, entre autre, de caractériser les propriétés de diffusion des cibles. Enfin, nous proposerons une approche originale pour générer des images SAR. Nous poserons le problème de la formation d'image SAR comme un problème d'estimation s'appuyant sur le modèle de point blanc isotrope. Avec cette méthode, l'information polarimétrique est intégrée en pré-traitement en définissant des modèles polarimétriques s'appuyant encore une fois sur le point blanc isotrope. Nous montrerons que ce nouvel algorithme est équivalent aux algorithmes classiques couplés à certains traitements polarimétriques.

1.1 Configuration SAR

Avant d'aborder les traitements des données SAR, nous présentons dans cette partie leur acquisition et leur modélisation. Nous introduisons notamment l'écriture numérique du signal reçu dont nous nous servirons dans toute notre étude.

1.1.1 Configuration géométrique

Considérons un radar aéroporté ou spatioporté décrivant une trajectoire rectiligne selon un axe u . Un signal $e(t)$ de fréquence centrale f_0 , de largeur de bande B et d'une durée T_e est émis à chaque position u_i , $i \in \llbracket 1, N \rrbracket$, de l'antenne. L'écart entre chaque position u_i est constant et est noté δ_u . Nous nous plaçons dans une configuration monostatique ; l'antenne est ainsi émettrice et réceptrice. De plus on se

place dans l'hypothèse "stop and go" : l'antenne se trouve au même endroit à l'émission et à la réception du signal. Ainsi à chaque signal émis $e(t)$, le radar reçoit un signal reçu $z_i(t)$ d'une durée T_r associé à la position u_i . Le signal $z_i(t)$ est le signal émis rétrodiffusé par les différents diffuseurs présents. Ce système permet de créer une antenne synthétique d'une grande longueur constituée des N positions u_i du radar ; on peut ainsi avoir des grandes résolutions. La Figure 1.1 illustre la configuration géométrique que nous avons retenu ; elle montre aussi l'acquisition du signal reçu à chaque position u_i de l'antenne [1].

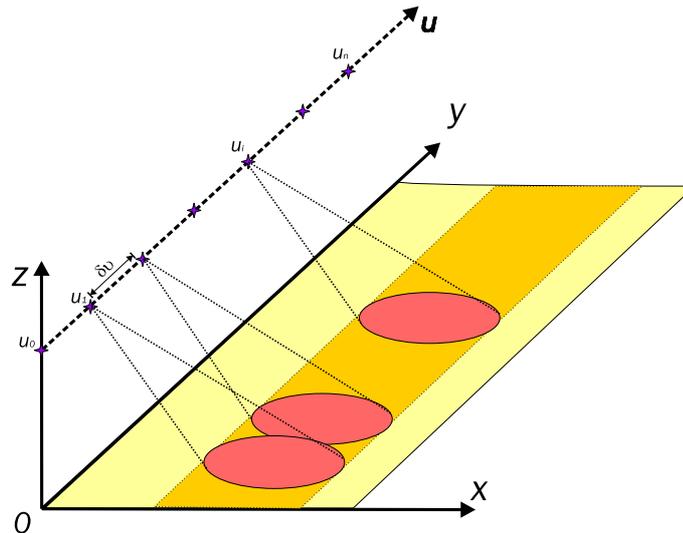


FIG. 1.1 – Illustration d'une configuration géométrique d'un SAR en monostatique

Précisons que nous utiliserons le mode stripmap du SAR ; l'antenne ne change pas de direction de pointage durant l'acquisition des données. La scène est ainsi observée avec différents points d'acquisition correspondant aux positions u_i de l'antenne. De plus, ce mode permet de créer une antenne synthétique large. D'autres modes d'observation comme le spotlight sont aussi possibles [1].

1.1.2 Signal reçu continu

La scène radar observée est décomposée en positions (x, y) et chaque position (x, y) peut comporter un diffuseur. Considérons que c'est effectivement le cas à la position (x, y) . A la position u_i de l'antenne, le signal émis $e(t)$ atteint le diffuseur en (x, y) qui le réfléchit ; comme nous sommes en configuration monostatique, nous considérons seulement la part du signal réfléchi dans la direction de l'antenne. Cette part est caractérisée par le coefficient de rétrodiffusion $c_{xy}(f, u_i)$ du diffuseur qui dépend à la fois des propriétés géométriques et électriques du diffuseur ainsi que de la configuration radar (position u_i de l'antenne, fréquence et polarisation du signal émis). Classiquement, on formule des hypothèses de blancheur et d'isotropie sur le coefficient de rétrodiffusion : la blancheur signifie que $c_{xy}(f, u_i)$ ne varie pas avec la fréquence et l'isotropie signifie que $c_{xy}(f, u_i)$ ne dépend pas des angles d'incidence du signal émis. Ainsi, le coefficient de rétrodiffusion ne dépend pas de la configuration radar et nous le noterons $c(x, y)$ quelque soit la position u_i de l'antenne et la fréquence f du signal émis. En notant par $\tau_i(x, y)$ le temps mis par le signal pour faire l'aller-retour entre la position u_i de l'antenne et la position (x, y) , le signal reçu $y_i(t)$ s'écrit :

$$y_i(t) = c(x, y) e(t - \tau_i(x, y)) \quad (1.1)$$

$$= c(x, y) \left(e(t) * \delta(t - \tau_i(x, y)) \right) \quad (1.2)$$

En notant c la célérité de la lumière et h la hauteur de vol du SAR, le temps $\tau_i(x, y)$ s'écrit :

$$\tau_i(x, y) = \frac{2\sqrt{x^2 + (y - u_i)^2 + h^2}}{c}. \quad (1.3)$$

Ramené en bande de base, le signal reçu $\hat{y}_i(t)$ issu d'un diffuseur en (x, y) s'écrit :

$$\hat{y}_i(t) = c(x, y) \left(\hat{e}(t) * \delta(t - \tau_i(x, y)) \right) \exp(-2j\pi f_0 \tau_i(x, y)) \quad (1.4)$$

où $\hat{e}(t)$ est le signal émis ramené en bande de base. Pour la suite, nous écrirons toujours les signaux ramenés en bande de base et nous posons :

$$e(t) = \hat{e}(t) \quad (1.5)$$

$$y_i(t) = \hat{y}_i(t) \quad (1.6)$$

Si on considère maintenant qu'on a D diffuseurs localisés en (x_d, y_d) , $d \in \llbracket 1, D \rrbracket$, de coefficients de rétrodiffusion $c(x_d, y_d)$, $d \in \llbracket 1, D \rrbracket$, le signal reçu non bruité $z_i(t)$ à une position u_i de l'antenne s'écrit :

$$z_i(t) = \sum_{d=1}^D c(x_d, y_d) \left(e(t) * \delta(t - \tau_i(x_d, y_d)) \right) \exp(-2j\pi f_0 \tau_i(x_d, y_d)) \quad (1.7)$$

1.1.3 Signal reçu échantillonné

Pour traiter les données SAR, nous utilisons des signaux numériques et donc échantillonnés. Ainsi le signal émis $e(t)$ quand il est échantillonné, s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{e} = [e_1 \quad \dots \quad e_{\lceil T_e F_s \rceil}]^T \quad (1.8)$$

où \mathbf{e} est le signal émis échantillonné à la fréquence F_s pendant une durée T_e .

Le signal \mathbf{e} est émis en polarisation H et en polarisation V ; en toute rigueur, nous devrions préciser cette polarisation mais nous supposons que $\mathbf{e}^H = \mathbf{e}^V = \mathbf{e}$.

Le signal $z_i(t)$ est reçu dans différents canaux polarimétriques. Nous noterons dorénavant par p le canal polarimétrique ; quatre valeurs de p sont possibles :

- $p = HH$ ou $p = VV$, canaux de co-polarisations.
- $p = HV$ ou $p = VH$, canaux de cross-polarisations.

Après échantillonnage, le signal reçu $z_i^p(t)$ pour une position u_i de l'antenne et pour la polarisation p s'écrit :

$$\mathbf{z}_i^p \in \mathbb{C}^{K \times 1}, \quad \mathbf{z}_i^p = [z_{i1}^p \quad \dots \quad z_{i(\lceil T_r F_s \rceil)}^p]^T \quad (1.9)$$

Notons $K = \lceil T_r F_s \rceil$ le nombre d'échantillons de \mathbf{z}_i^p . Le signal reçu \mathbf{z}^p est la concaténation des \mathbf{z}_i^p ($i = 1, \dots, N$) et s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{z}^p \in \mathbb{C}^{NK \times 1}, \quad \mathbf{z}^p = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_1^{pT} & \mathbf{z}_2^{pT} & \dots & \mathbf{z}_N^{pT} \end{bmatrix}^T \quad (1.10)$$

De plus, nous pouvons considérer des signaux reçus dans plusieurs canaux polarimétriques. Pour des raisons de modélisation que nous aborderons au chapitre 2, nous nous limiterons dans cette étude aux co-polarisations HH et VV. Pour simplifier les écritures, nous notons respectivement par H et par V, les polarisations HH et VV. Le signal reçu \mathbf{z} pour les N positions de l'antenne et dans les canaux de polarisation que nous considérons, s'écrit :

$$\mathbf{z} \in \mathbb{C}^{2NK \times 1}, \quad \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}^{HT} & \mathbf{z}^{VT} \end{bmatrix}^T \quad (1.11)$$

Dans la suite du manuscrit, nous adoptons les nominations suivantes :

- Simple polarisation p quand nous traitons des signaux \mathbf{z}^p dans un seul canal de polarisation.
- Double polarisation quand nous traitons des signaux \mathbf{z} dans les 2 canaux de polarisation HH et VV.

1.2 Algorithmes classiques de formation d'image SAR

A partir des données SAR reçues, nous pouvons former une image de la scène observée ; plusieurs algorithmes de formation d'image SAR ont été développés au cours des années, certains étant plus rapides que d'autres. Nous présentons ici brièvement les algorithmes de formation d'image SAR suivants : l'algorithme de Corrélation Spatio-Temporel ou Time Domain Correlation Algorithm (TDCA), l'algorithme Backprojection et l'algorithme de Migration Radial ou Range Migration Algorithm (RMA). Nous présenterons plus tard la méthode avec laquelle nous développerons de nouveaux processeurs d'image SAR. Nous présentons ici directement les versions numériques des algorithmes TDCA, Backprojection et RMA. Ces algorithmes opèrent sur chaque canal de polarisation p . Le détails de ces algorithmes ainsi que leurs versions opérant sur des signaux continus sont disponibles dans [1, 13].

1.2.1 Algorithmes TDCA et Backprojection

Les algorithmes TDCA et Backprojection sont tous les deux basés sur un traitement spatio-temporel des données. Leur principe commun est de considérer que l'intensité d'une image SAR à une position (x, y) correspond à la corrélation entre le signal reçu et la réponse d'un point blanc isotrope (ou point brillant) à cette même position. Ils diffèrent néanmoins par leur temps de calcul.

1.2.1.1 TDCA

Le TDCA est un processeur SAR basé sur la corrélation entre le signal reçu \mathbf{z}^p et le modèle de signal attendu défini dans l'Eq. (1.4), c'est-à-dire le signal émis retardé. Rappelons que le signal émis retardé d'un temps $\tau_i(x, y)$ correspond à la réponse du point blanc isotrope à la position (x, y) pour une position u_i de l'antenne émettrice. En utilisant des signaux échantillonnés, le signal émis retardé exprimé en continu dans l'Eq. (1.4) s'écrit à l'aide du vecteur $\mathbf{r}_i^p(x, y)$ de dimension $\lceil T_r F_s \rceil$ de la manière suivante :

$$\mathbf{r}_i^p(x, y) = \left[\mathbf{0}_{\lceil \tau_i(x, y) F_s \rceil}^T \quad \left[\mathbf{e} \right]^T \exp(-2j\pi f_0 \tau_i(x, y)) \quad \mathbf{0}_{\lceil T_r F_s \rceil - \lceil T_e F_s \rceil - \lceil \tau_i(x, y) F_s \rceil}^T \right]^T \quad (1.12)$$

L'amplitude de chaque pixel de coordonnées (x, y) est alors donnée par [1] :

$$I_{TDCA}(x, y) = \sum_{i=1}^N \mathbf{z}_i^{pT} \mathbf{r}_i^{p*}(x, y) \quad (1.13)$$

On pose \mathbf{e}' tel que :

$$\mathbf{e}' = \left[\mathbf{e}^T \quad 0_{\lceil T_e F_s \rceil + 1} \cdots 0_{\lceil T_r F_s \rceil} \right]^T \quad (1.14)$$

\mathbf{e}' étant le vecteur du signal émis de longueur égale à celle de \mathbf{z}_i^p . L'intensité I_{TDCA} s'écrit alors :

$$I_{TDCA}(x, y) = \sum_{i=1}^N \mathbf{z}_i^{pT} \downarrow^{\lceil \tau_i(x, y) F_s \rceil} (\mathbf{e}'^*) \exp(2\pi f_0 \tau_i(x, y)) \quad (1.15)$$

où $\downarrow^{\lceil \tau_i(x, y) F_s \rceil} = \downarrow^w$ signifie que l'on décale w fois les éléments de \mathbf{z}_i^p vers le bas en ajoutant w fois 0 sur les premiers éléments de \mathbf{z}_i^p et en supprimant les w derniers éléments de celui-ci. En pratique, le TDCA n'est jamais utilisé car son temps de calcul en $\mathcal{O}(N^4)$ est prohibitif. L'algorithme de Backprojection similaire au TDCA corrige en partie ce problème en utilisant un préfiltrage adapté.

1.2.1.2 Algorithme de Backprojection

L'algorithme de Backprojection est basé sur le même principe que le TDCA mais en considérant un préfiltrage adapté sur les données SAR. Ce préfiltrage peut être considéré comme une compression en distance du signal reçu \mathbf{z}_i^p à la position u_i de l'antenne. Revenons à l'Eq. (1.15) définissant l'amplitude complexe du pixel de coordonnées (x, y) obtenu par le TDCA :

$$\begin{aligned} I_{TDCA}(x, y) &= \sum_{i=1}^N \mathbf{z}_i^{pT} \downarrow^{\lceil \tau_i(x, y) F_s \rceil} (\mathbf{e}'^*) \exp(2\pi f_0 \tau_i(x, y)) \\ &= \sum_{i=1}^N p_i(\lceil \tau_i(x, y) F_s \rceil) \exp(2j\pi f_0 \tau_i(x, y)) \end{aligned} \quad (1.16)$$

où $p_i(\lceil \tau_i(x, y) F_s \rceil) = \mathbf{z}_i^{pT} \downarrow^{\lceil \tau_i(x, y) F_s \rceil} (\mathbf{e}'^*)$.

Le terme $p_i(\lceil \tau_i(x, y) F_s \rceil)$ peut être calculé plus rapidement. Pour cela, on définit le vecteur $\underline{\mathbf{e}}''$ dont les éléments \underline{e}_n'' , $n \in \llbracket 1, \lceil F_s T_r \rceil \rrbracket$ s'écrivent :

$$\underline{e}_n'' = e'_{(-n \bmod \lceil T_r F_s \rceil + 1)} \quad (1.17)$$

Le terme $p_i(\lceil F_s \tau_i(x, y) \rceil)$ peut alors être exprimé comme un élément du vecteur \mathbf{p}_i défini comme suit :

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{z}_i^p * \underline{\mathbf{e}}''^* \quad (1.18)$$

L'opération de convolution numérique étant lourde, le vecteur \mathbf{p}_i peut être obtenu en utilisant une convolution circulaire beaucoup plus rapide de par l'utilisation indirecte des TFD (transformée de Fourier

discrète) et donc de la FFT (transformée de Fourier rapide). La convolution circulaire est possible si les vecteurs \mathbf{z}_i et \mathbf{e}'' contiennent suffisamment de 0 en début ou en fin de vecteur [13]. Nous avons alors :

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{z}_i \odot \mathbf{e}''^* \quad (1.19)$$

$$= \text{TFD}^{-1}(\text{TFD}(\mathbf{z}_i^p) \text{TFD}^*(\mathbf{e}'')) \quad (1.20)$$

Par cette opération, le coût en temps de calcul de l'algorithme Backprojection est ainsi en $\mathcal{O}(N^3)$ et son intensité est définie par :

$$I_{BP}(x, y) = \sum_{i=1}^N p_i(\lceil F_s \tau_i(x, y) \rceil) \exp(2j\pi f_0 \tau_i(x, y)) \quad (1.21)$$

D'après l'Eq. (1.16), il est clair que l'image obtenue par le Backprojection est la même que celle obtenue par le TDCA. Cependant, l'opération de filtrage adapté réduit la complexité de l'algorithme et accélère significativement le temps de calcul de l'image à former. De plus, le Backprojection est particulièrement bien adapté aux données réelles puisqu'elles sont souvent fournies avec des signaux compressés.

1.2.2 Algorithme de Migration Radiale ou Range Migration Algorithm (RMA)

Le RMA est un algorithme qui diverge des deux précédents d'un point de vue performance de calcul. Les données SAR ne sont plus traitées temporellement, mais fréquemment afin d'exploiter la vitesse de calcul des FFT. Le temps de calcul du RMA est ainsi de l'ordre de $\mathcal{O}(N^2 \log N)$ ce qui le rend plus rapide que le TDCA ou le Backprojection ; néanmoins, le traitement des données SAR pour générer une image est moins intuitif.

Les signaux reçus \mathbf{z}_i^p s'expriment en fonction du temps et des positions u_i de l'antenne et sont modélisés de la manière suivante :

$$\mathbf{z}_i^p = \sum_{(x,y)} c(x, y) \mathbf{r}_i^{p*}(x, y) \quad (1.22)$$

La première opération du RMA consiste à calculer les vecteurs \mathbf{Z}_i^p qui dépendent de la fréquence et des u_i en appliquant une transformée de Fourier aux vecteurs de signal reçu \mathbf{z}_i^p pour $\forall i \in \llbracket 1, N \rrbracket$:

$$\mathbf{Z}_{f,i}^p = TF_{t \rightarrow f}[\mathbf{z}_i^p] \quad (1.23)$$

où $TF_{t \rightarrow f}$ est la transformée de Fourier en fréquence. Soit \mathbf{E}' la transformée de Fourier du signal émis \mathbf{e}' . Pour chaque i , on définit le vecteur \mathbf{P}_i^p en faisant le filtrage adapté de chaque élément du vecteur $\mathbf{Z}_{f,i}^p$:

$$\mathbf{P}_{f,i}^p = \mathbf{Z}_{f,i}^p \bullet \mathbf{E}^* \quad (1.24)$$

On calcule le vecteur \mathbf{P}_{f,k_u}^p en appliquant la transformée de Fourier en u , $TF_{u \rightarrow k_u}$, de la manière suivante :

$$\mathbf{P}_{f,k_u}^p = TF_{u \rightarrow k_u}[\mathbf{P}_{f,i}^p] \quad (1.25)$$

On peut exprimer le vecteur \mathbf{P}_{f,k_u}^p en fonction des fréquences spatiales k_x et k_y en utilisant l'interpolation de Stolt [28] :

$$\mathbf{P}_{k_x, k_y}^p = \text{stolt}[\mathbf{P}_{f, k_u}^p] \quad (1.26)$$

On obtient ainsi le vecteur \mathbf{P}_{k_x, k_y}^p dans l'espace des fréquences spatiales. Pour générer une image, il suffit d'appliquer une dernière transformée de Fourier inverse en 2 dimensions $TF_{(k_x, k_y) \rightarrow (x, y)}^{-1}$. L'amplitude complexe de chaque pixel est donnée alors par :

$$\mathbf{I}_{RMA}(x, y) = TF_{(k_x, k_y) \rightarrow (x, y)}^{-1}[\mathbf{P}_{k_x, k_y}^p] = c(x, y) \quad (1.27)$$

L'image obtenue avec l'algorithme RMA part d'une modélisation identique du signal rétrodiffusé que les algorithmes TDCA et Backprojection. L'équivalence des images obtenues avec ces différents algorithmes est démontrée et discutée dans [29][30].

1.2.3 Résolutions des images

Les algorithmes précédemment étudiés forment une image en 2 dimensions :

- dans la direction perpendiculaire à la trajectoire de l'antenne, ici représentée par l'axe des x .
- dans la direction parallèle à la trajectoire de l'antenne, ici représentée par l'axe des y .

Nous distinguons ainsi deux paramètres de résolution [1] :

- **Résolution radiale** δ_x

La résolution radiale δ_x donne la résolution en distance de l'image. Cette valeur dépend de la largeur de bande B du signal émis. En supposant que $\frac{B}{f_0} \ll 1$, la résolution radiale est approchée par :

$$\delta_x = \frac{c}{2B} \quad (1.28)$$

- **Résolution transverse** δ_y

La résolution transverse δ_y donne la résolution en azimut de l'image. Cette valeur dépend de plusieurs paramètres : la longueur de l'antenne synthétique L qui est la distance entre la première position u_1 et la dernière position u_N de l'antenne, de la fréquence f_0 du signal émis et de la distance moyenne D entre l'antenne et le centre de la scène observée. La résolution transverse est approximée par :

$$\delta_y = \frac{cD}{2f_0L} \quad (1.29)$$

1.3 Traitements polarimétriques

Nous exposons dans cette section, les bases des traitements polarimétriques communément utilisés en SAR. Ces traitements visent notamment à associer l'information polarimétrique contenue dans les canaux HH, VV, VH et HV à des mécanismes de diffusion.

1.3.1 Matrice de rétrodiffusion

Nous considérons qu'une onde électromagnétique $\mathbf{E}^{em} = \begin{pmatrix} E_H^{em} \\ E_V^{em} \end{pmatrix}$ est émise par une source en polarisation H et V puis est réfléchi par un diffuseur comme illustré sur la Figure 1.2. L'onde réfléchi est notée $\mathbf{E}^{re} = \begin{pmatrix} E_H^{re} \\ E_V^{re} \end{pmatrix}$ et son étude permet d'obtenir différentes informations sur les propriétés intrinsèques du diffuseur.

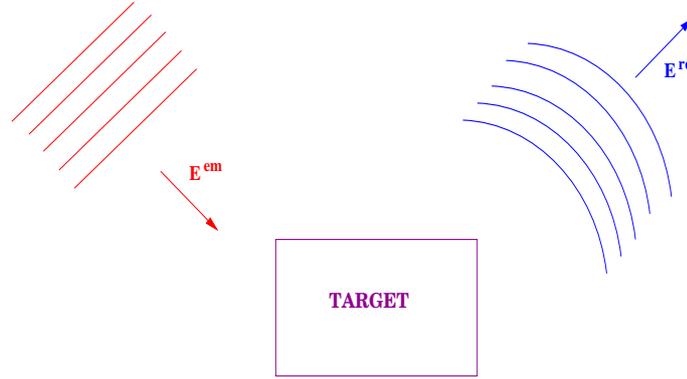


FIG. 1.2 – Schéma simplifié de l'interaction entre une onde électromagnétique et un diffuseur

La matrice de rétrodiffusion ou de Sinclair [31, 2] définit le processus de transformation de l'onde \mathbf{E}^{em} en l'onde réfléchi \mathbf{E}^{re} . Elle est définie comme suit :

$$\begin{pmatrix} E_H^{re} \\ E_V^{re} \end{pmatrix} = \mathbf{S} \begin{pmatrix} E_H^{em} \\ E_V^{em} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{HH} & S_{HV} \\ S_{VH} & S_{VV} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_H^{em} \\ E_V^{em} \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

où S_{HH} , S_{VV} sont les coefficients complexes des co-polarisations et S_{HV} , S_{VH} sont les coefficients des cross-polarisations. La matrice de Sinclair définit totalement la modification de polarisation d'une onde émise par un diffuseur quelconque.

Le tableau 1.1 présente les matrices de Sinclair de quelques diffuseurs canoniques, dits purs [32]. Précisons que nous adoptons la convention BSA (Back Scattering Alignement) pour l'écriture des matrices de Sinclair et cela pour toute notre étude.

1.3.2 Décompositions cohérentes

Les décompositions cohérentes ont pour objectif d'exprimer les éléments de la matrice de Sinclair d'un diffuseur particulier en tant que combinaison des réponses de diffuseurs dits purs. Pour appliquer ces décompositions, on suppose qu'un pixel de l'image contient un unique diffuseur déterministe plus éventuellement du bruit.

La décomposition de \mathbf{S} en une combinaison de matrices \mathbf{S}_i associées à des mécanismes de diffusion d'objets canoniques ou à d'autres mécanismes de diffusion élémentaire s'écrit :

$$\mathbf{S} = \sum_{i=1}^k c_i \mathbf{S}_i \quad (1.31)$$

Diffuseur Canonique	Matrice de Sinclair	Interprétation du mécanisme de diffusion
Trièdre	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	Simple rebond (réflexion impaire)
Dièdre (orienté à 0°)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	Double rebond (réflexion paire)
Hélice (ou dièdre orienté à 45°)	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	Dépolarisation

TAB. 1.1 – Matrices de Sinclair de diffuseurs canoniques, dits purs.

où les c_i représentent le poids des matrices \mathbf{S}_i dans la décomposition de \mathbf{S} . Notons que dans la plupart des décompositions, les matrices \mathbf{S}_i sont orthogonales de telle manière qu'un phénomène de diffusion ne soit contenu que dans une des matrices \mathbf{S}_i . Les décompositions de \mathbf{S} sont multiples ; nous nous focaliserons ici sur deux décompositions, la décomposition lexicographique et la décomposition de Pauli, qui sont à la base de la plupart des traitements polarimétriques.

1.3.2.1 Décomposition lexicographique

La base lexicographique B_L [33] s'écrit de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 B_L &= \{ \mathbf{S}_{L1}, \mathbf{S}_{L2}, \mathbf{S}_{L3}, \mathbf{S}_{L4} \} \\
 &= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

En décomposant la matrice \mathbf{S} sur cette base nous obtenons :

$$\mathbf{S} = I_{L1}\mathbf{S}_{L1} + I_{L2}\mathbf{S}_{L2} + I_{L3}\mathbf{S}_{L3} + I_{L4}\mathbf{S}_{L4} \tag{1.33}$$

où les coefficients complexes d'intensité I_{L1} , I_{L2} , I_{L3} et I_{L4} sont donnés par :

$$I_{L1} = S_{HH}, \quad I_{L2} = S_{VV}, \quad I_{L3} = S_{HV}, \quad I_{L4} = S_{VH} \tag{1.34}$$

En monostatique, le principe de réciprocité s'applique aux polarisations HV et VH ; on a donc $S_{HV} = S_{VH}$ et on ne considère qu'une seule des deux cross-polarisations.

La décomposition lexicographique nous permet de considérer séparément les éléments de la matrice de Sinclair. A titre d'exemple, nous présentons sur la Figure 1.3, les images en HH, VV et HV issues de la décomposition sur la base lexicographique. Il est cependant difficile d'interpréter de telles images.

En pratique, cette décomposition n'est pas très utilisée. En considérant séparément les éléments de \mathbf{S} , nous perdons l'information sur les phases relatives entre les canaux de polarisation. Ainsi, les éléments de la base lexicographique ne sont pas associés à des mécanismes de diffusion.

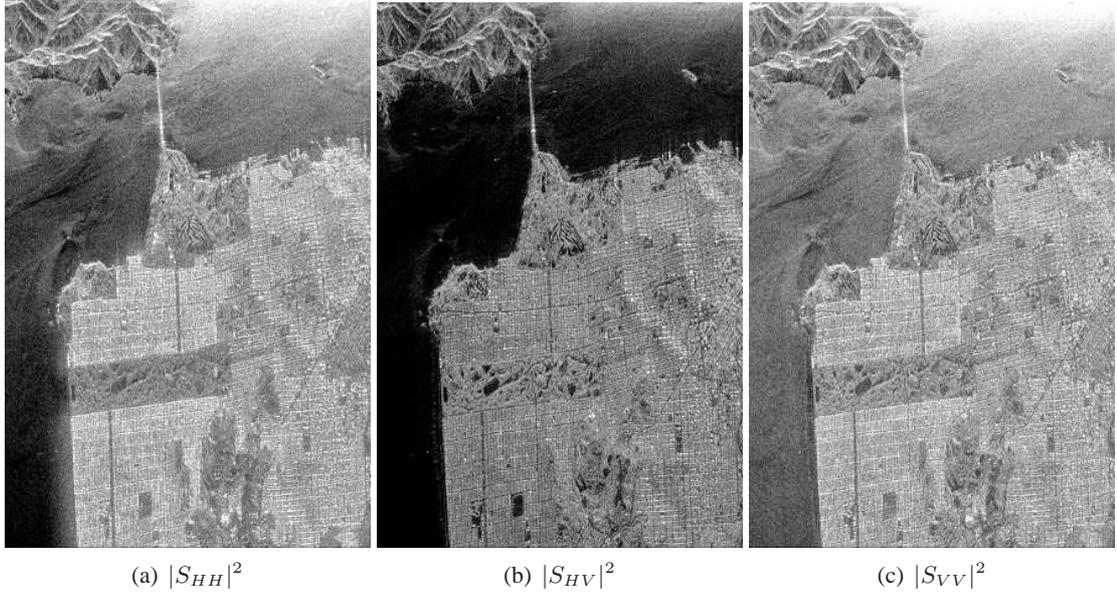


FIG. 1.3 – Images issues de la décomposition sur la base lexicographique [34].

1.3.2.2 Décomposition de Pauli

La base de Pauli [35] s'écrit :

$$\begin{aligned}
 B_P &= \{ \mathbf{S}_{P1}, \mathbf{S}_{P2}, \mathbf{S}_{P3}, \mathbf{S}_{P4} \} \\
 &= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & j \\ -j & 0 \end{pmatrix} \right\}
 \end{aligned} \tag{1.35}$$

Dans la configuration monostatique, le principe de réciprocité [32] peut être appliqué ($S_{HV} = S_{VH}$). La décomposition de la matrice de Sinclair \mathbf{S} dans la base de Pauli est donc :

$$\mathbf{S} = I_{P1}\mathbf{S}_{P1} + I_{P2}\mathbf{S}_{P2} + I_{P3}\mathbf{S}_{P3} \tag{1.36}$$

où les coefficients complexes d'intensité I_{P1} , I_{P2} et I_{P3} sont donnés par :

$$I_{P1} = S_{HH} + S_{VV}, \quad I_{P2} = S_{HH} - S_{VV}, \quad I_{P3} = S_{HV} \tag{1.37}$$

La décomposition de Pauli peut être interprétée soit en termes de contributions d'éléments canoniques, soit en termes de mécanismes de diffusion élémentaire. En effet, on constate que le premier élément de la base de Pauli \mathbf{S}_{P1} est la matrice de diffusion du trièdre du tableau 1.1. En plus d'être un élément canonique, le trièdre est aussi représentatif d'un mécanisme de diffusion élémentaire, le simple rebond. Le même commentaire s'applique aux autres éléments de la base de Pauli. \mathbf{S}_{P2} est la matrice de diffusion du dièdre orienté à 0° qui représente le mécanisme de diffusion élémentaire du double rebond. Enfin, la matrice \mathbf{S}_{P3} est la matrice de diffusion d'un dièdre orienté à 45° représentant le mécanisme de diffusion de dépolarisation. Comme nous nous limiterons dans notre étude aux co-polarisations, nous détaillerons dans la partie suivante les mécanismes de diffusion liés aux polarisations HH et VV.

Nous présentons sur la Figure 1.4, une image RGB issue de la décomposition de Pauli : en bleu on

représente le mécanisme de diffusion du simple rebond, en rouge le mécanisme de diffusion du double rebond et en vert le mécanisme de diffusion de la dépolarisation. Les différentes zones de l'image sont ainsi associées à des mécanismes de diffusion. Par exemple, la mer apparaît en bleu pour le simple rebond, les zones urbaines apparaissent en rouge pour le double rebond et enfin les zones forestières sont en vert pour la dépolarisation.



FIG. 1.4 – Image RGB issue de la décomposition de Pauli. $|S_{HH} + S_{VV}|^2$, $|S_{HH} - S_{VV}|^2$, $|S_{HV}|^2$ [34].

1.3.2.3 Autres Décompositions

D'autres décompositions ont été développées. Nous en présentons succinctement quelques unes :

– Décomposition de Krogager

La décomposition de Krogager [36] est une décomposition dite cohérente en ce sens qu'elle aboutit à l'extraction de paramètres physiques reliés à l'aspect physique du diffuseur. La matrice de Sinclair est alors décomposée en une combinaison de matrice de diffusion d'une sphère, d'un dièdre avec une certaine orientation et d'une hélice. La décomposition de Krogager fait intervenir six paramètres indépendants qui peuvent être chacun interprétés physiquement.

– Décomposition de Cameron

La décomposition de Cameron [37] n'est pas basée directement sur des matrices de diffusion d'éléments canoniques mais sur deux propriétés des diffuseurs : la réciprocité et la symétrie. Une première décomposition amène à séparer les matrices de Sinclair des diffuseurs réciproques de celles des diffuseurs non-réciproques. Ensuite, une deuxième décomposition est appliquée sur les matrices de Sinclair des diffuseurs réciproques pour les séparer en deux groupes : les diffuseurs symétriques et les diffuseurs non-symétriques. L'interprétation de la décomposition de Cameron est moins directe que les précédentes décompositions. Cette décomposition est utilisée pour classer les diffuseurs par rapport aux éléments canoniques tels que le trièdre, le dièdre ou encore le cylindre.

D'autres outils polarimétriques sont présentés en Annexe A. Plus détails sur les décompositions et sur d'autres traitements polarimétriques sont donnés dans [34].

1.4 Algorithmes de formation d'image SAR issus de la théorie de l'estimation (CSAR)

Dans cette section, nous abordons la formation classique d'image SAR en utilisant une démarche originale. La formation d'image est vue comme l'estimation pour chaque pixel (x, y) d'un paramètre inconnu à partir d'un modèle de diffusion, ici le point blanc isotrope. Nous développons également cette méthode pour des données polarimétriques (HH et VV), l'information polarimétrique étant intégrée au modèle avant même de former l'image. Nous montrons enfin qu'en utilisant une unique polarisation, nous obtenons des images équivalentes à celles des algorithmes TDCA, Backprojection et RMA ; en utilisant plusieurs polarisations (HH et VV), nous formons des images équivalentes à certaines décompositions polarimétriques.

1.4.1 Modèles

Nous considérons qu'un unique diffuseur est localisé à la position (x, y) de la scène observée par le SAR. Classiquement, ce diffuseur est modélisé par un point blanc isotrope. Le coefficient de diffusion $c(x, y)$ de ce modèle possède les propriétés suivantes :

- point blanc : $c(x, y)$ est constant avec la fréquence f du signal émis.
- point isotrope : $c(x, y)$ est constant selon les angles d'incidence du signal émis (qui dépendent directement des positions u_i de l'antenne) et quelque soit la polarisation de celui-ci.

D'un point vue physique, le point blanc isotrope rétrodiffuse le signal émis de la même manière quelque soit la fréquence, les angles d'incidence et la polarisation du signal émis.

1.4.1.1 Cas de la simple polarisation

A une position u_i de l'antenne et à la polarisation p , un point blanc isotrope en (x, y) a pour réponse :

$$\mathbf{r}_i^p = \left[\mathbf{0}_{[\tau_i(x,y)F_s]}^T \quad \left[\mathbf{e} \right]^T \exp \left(-2j\pi f_0 \tau_i(x_d, y_d) \right) \quad \mathbf{0}_{[T_r F_s] - [T_e F_s] - [\tau_i(x,y)F_s]}^T \right]^T \quad (1.38)$$

La réponse du point blanc isotrope n'est autre que le signal émis retardé du temps d'aller-retour du signal. Pour les N positions de l'antenne, le signal reçu SAR d'un point blanc isotrope en (x, y) s'écrit en concaténant les réponses \mathbf{r}_i^p de l'Eq. (1.38) :

$$\mathbf{r}^p = [\mathbf{r}_1^{pT} \quad \mathbf{r}_2^{pT} \quad \dots \quad \mathbf{r}_N^{pT}] \quad (1.39)$$

1.4.1.2 Cas de la double polarisation

Pour traiter le cas de la double polarisations, nous utilisons le vecteur du signal reçu \mathbf{z} défini dans l'Eq. (1.11). Pour prendre en compte l'information polarimétrique, nous devons définir un modèle dont

1.4. Algorithmes de formation d'image SAR issus de la théorie de l'estimation (CSAR)

la réponse polarimétrique $\mathbf{r}_{xy} \in \mathbb{C}^{2NK \times 1}$ est construite à partir du point blanc isotrope. Nous introduisons la matrice de polarisation $\mathbf{P} \in \mathbb{C}^{2NK \times 2NK}$ qui caractérise les propriétés polarimétriques de notre modèle. Celui-ci s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{xy} &= \mathbf{P} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{xy}^H \\ \mathbf{r}_{xy}^V \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{P} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{xy}^p \\ \mathbf{r}_{xy}^p \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.40)$$

où $\mathbf{r}_{xy}^H = \mathbf{r}_{xy}^V = \mathbf{r}_{xy}^p$ est la réponse du point blanc isotrope pour une polarisation quelconque p. La matrice \mathbf{P} relie les réponses en HH et en VV. Nous choisissons d'écrire \mathbf{P} selon deux éléments canoniques du Tableau 1.1 représentatifs de mécanisme de diffusion :

– Modèle Trièdre

Dans le modèle du trièdre, les réponses en HH et en VV sont égales en amplitude et en phase . La matrice de polarisation \mathbf{P}^+ associée s'écrit :

$$\mathbf{P}^+ = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{[NK \times NK]} & \mathbf{0}_{[NK \times NK]} \\ \mathbf{0}_{[NK \times NK]} & \mathbf{1}_{[NK \times NK]} \end{pmatrix} \quad (1.41)$$

– Modèle Dièdre

Dans le modèle du dièdre, les réponses en HH et en VV sont égales en amplitude et opposées en phase. La matrice de polarisation \mathbf{P}^- associée au dièdre s'écrit :

$$\mathbf{P}^- = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{[NK \times NK]} & \mathbf{0}_{[NK \times NK]} \\ \mathbf{0}_{[NK \times NK]} & -\mathbf{1}_{[NK \times NK]} \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

Les deux matrices \mathbf{P}^+ et \mathbf{P}^- peuvent être aussi associées à des mécanismes de diffusion élémentaire. \mathbf{P}^+ est associée au simple rebond alors que \mathbf{P}^- est associée au double rebond comme illustré sur la Figure 1.5.

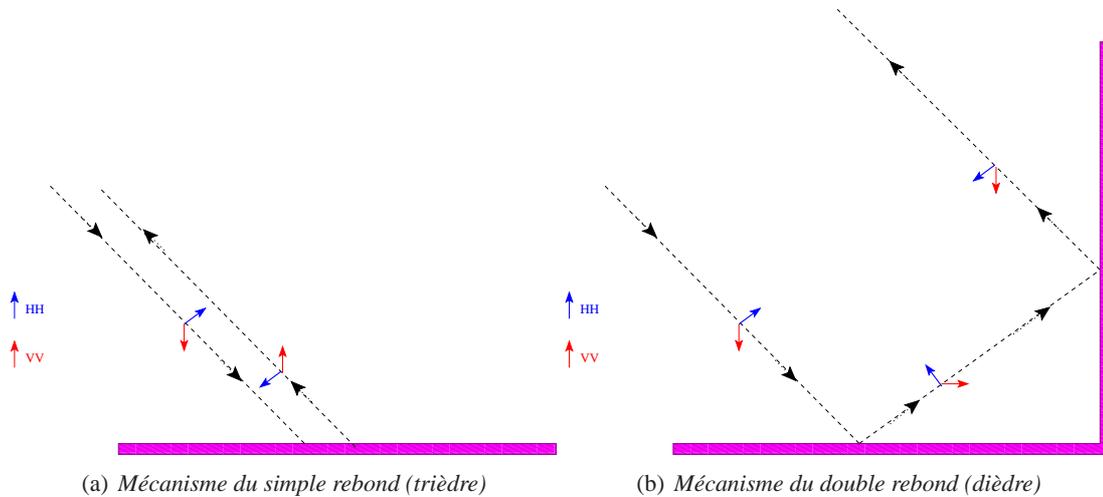


FIG. 1.5 – Mécanismes de diffusion et éléments canoniques.

A partir des matrices \mathbf{P}^+ et \mathbf{P}^- et de la réponse du point blanc isotrope, nous définissons alors deux modèles polarimétriques \mathbf{r}_{xy}^+ et \mathbf{r}_{xy}^- :

$$\mathbf{r}_{xy}^+ = \mathbf{P}^+ \mathbf{r}_{xy}, \quad \mathbf{r}_{xy}^- = \mathbf{P}^- \mathbf{r}_{xy} \quad (1.43)$$

Le modèle \mathbf{r}_{xy}^+ est la concaténation des modèles du point blanc isotrope en HH et en VV ; c'est la réponse SAR d'un trièdre parfait [32]. Il s'écrit :

$$\mathbf{r}_{xy}^+ = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{xy}^{pT} \\ \mathbf{r}_{xy}^{pT} \\ \mathbf{r}_{xy} \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

Ce modèle est très restrictif d'un point de vue polarimétrique puisqu'il décrit seulement les diffuseurs de type trièdre.

Le modèle \mathbf{r}_{xy}^- est la réponse SAR d'un dièdre parfait [32] et s'écrit :

$$\mathbf{r}_{xy}^- = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{xy}^{pT} \\ \mathbf{r}_{xy} \\ -\mathbf{r}_{xy}^{pT} \end{pmatrix} \quad (1.45)$$

Dans ce modèle, les réponses en HH et en VV sont égales en amplitude mais sont en opposition de phase. Les deux modèles \mathbf{r}_{xy}^+ et \mathbf{r}_{xy}^- sont orthogonaux.

1.4.2 Définition de l'intensité

La méthode de génération d'image SAR que nous exposons ci-dessous sera la méthode utilisée tout au long de notre étude, quelque soit le modèle de diffuseur utilisé. Cette méthode se résume ainsi :

- Modélisation du signal reçu à partir d'un modèle choisi auparavant.
- Estimation d'un coefficient (ou d'un vecteur selon le modèle) mesurant la proportion du signal reçu correspondant au modèle.
- Estimation de l'intensité pour chaque position (x, y) à partir de l'estimation du coefficient.

1.4.2.1 Cas de la simple polarisation

En considérant le modèle de point blanc isotrope pour une polarisation p et en considérant D diffuseurs aux positions (x_d, y_d) , le signal reçu \mathbf{z}^p de la scène SAR observée est modélisé par :

$$\mathbf{z}^p = \sum_{d=1}^D a_d^p \mathbf{r}_d^p + \mathbf{n}^p \quad (1.46)$$

où a_d^p sont des coefficients complexes et $\mathbf{n}^p \in \mathbb{C}^{NK \times 1}$ est un vecteur de bruit blanc Gaussien de variance σ^2 . Les coefficients a_d^p sont inconnus ; ils représentent la proportion du signal émis rétrodiffusé par un diffuseur en (x_d, y_d) et prennent également en compte les effets d'atténuation dus au milieu dans lequel est plongé le diffuseur.

Pour plus de simplicité, nous considérons un unique diffuseur localisé en (x, y) présent dans la scène observée. Le signal reçu \mathbf{z}^p s'écrit alors :

$$\mathbf{z}^p = a_{xy}^p \mathbf{r}_{xy}^p + \mathbf{n}^p \quad (1.47)$$

1.4. Algorithmes de formation d'image SAR issus de la théorie de l'estimation (CSAR)

Pour former l'image SAR, nous devons d'abord estimer le coefficient a_{xy}^p . Pour cela, nous utilisons les moindres carrés :

$$a_{xy}^p = \arg \left(\min_{a_{xy}^p} \| \mathbf{z}^p - a_{xy}^p \mathbf{r}_{xy}^p \|^2 \right) \quad (1.48)$$

L'estimé \hat{a}_{xy}^p se calcule directement en résolvant l'Eq. (1.48) :

$$\hat{a}_{xy}^p = \mathbf{r}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}^p \quad (1.49)$$

Comme on ne connaît pas a priori la position (x, y) du diffuseur, nous estimons alors le coefficient a_{xy}^p pour toutes les positions de la scène observée. Nous créons une image SAR en définissant son intensité comme suit :

$$I_{CSAR}^p(x, y) = \frac{\| \mathbf{r}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}^p \|^2}{\sigma^{p2}} \quad (1.50)$$

Nous appelons cet algorithme, le CSAR (classique SAR). Nous constatons que l'intensité de l'image CSAR est un filtre adapté appliqué au signal reçu \mathbf{z}^p .

1.4.2.2 Cas de la double polarisation

On considère ici les deux polarisations HH et VV. Puisque nous avons deux modèles possibles en double polarisation, le signal reçu polarimétrique \mathbf{z} d'un diffuseur en (x, y) peut s'écrire de deux manières différentes :

$$\mathbf{z}^+ = a_{xy}^+ \mathbf{r}_{xy}^+ + \mathbf{n} \quad \text{et} \quad \mathbf{z}^- = a_{xy}^- \mathbf{r}_{xy}^- + \mathbf{n} \quad (1.51)$$

où $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{2NK \times 1}$ est un vecteur de bruit blanc Gaussien de variance σ^2 ; a_{xy}^+ et a_{xy}^- sont des coefficients complexes inconnus. L'estimation de ces coefficients est identique à l'estimation des coefficients a_{xy}^p dans l'Eq. (1.48). Nous obtenons ainsi les estimés \hat{a}_{xy}^+ et \hat{a}_{xy}^- :

$$\hat{a}_{xy}^+ = \mathbf{r}_{xy}^{+\dagger} \mathbf{z} \quad \text{et} \quad \hat{a}_{xy}^- = \mathbf{r}_{xy}^{-\dagger} \mathbf{z} \quad (1.52)$$

Comme précédemment, nous définissons deux intensités correspondant aux modèles \mathbf{r}_{xy}^+ et \mathbf{r}_{xy}^- :

$$I_{CSAR}^+(x, y) = \frac{\| \mathbf{r}_{xy}^{+\dagger} \mathbf{z} \|^2}{\sigma^2} \quad \text{et} \quad I_{CSAR}^-(x, y) = \frac{\| \mathbf{r}_{xy}^{-\dagger} \mathbf{z} \|^2}{\sigma^2} \quad (1.53)$$

Plus précisément, en utilisant les Eq. (1.44) et Eq. (1.45), nous avons :

$$I_{CSAR}^+(x, y) = \frac{\| \mathbf{r}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{z}^H + \mathbf{r}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{z}^V \|^2}{\sigma^2} \quad (1.54)$$

et

$$I_{CSAR}^-(x, y) = \frac{\| \mathbf{r}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{z}^H - \mathbf{r}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{z}^V \|^2}{\sigma^2} \quad (1.55)$$

1.4.3 Résolutions des images

Nous présentons le calcul des résolutions des images obtenues par les algorithmes CSAR pour les différents cas exposés ci-dessus. Le calcul des résolutions se fait en utilisant la fonction d'ambiguïté qui dépend du système radar et du modèle utilisé.

1.4.3.1 Cas de la simple polarisation

Soit \mathbf{r}_0^p la réponse rétrodiffusée par le modèle de point blanc isotrope à une position de référence $0 = (x_0, y_0)$ pour une polarisation p . Soit \mathbf{r}_{xy}^p la réponse rétrodiffusée par le modèle de point blanc isotrope à la position $(x, y) = (x_0 + \Delta_x, y_0 + \Delta_y)$ pour la même polarisation p . La fonction d'ambiguïté $\rho_{Iso}^p(x, y)$ est définie par [1] :

$$\rho_{Iso}^p(x, y) = \frac{\|\mathbf{r}_0^{p\dagger} \mathbf{r}_{xy}^p\|^2}{\|\mathbf{r}_0^{p\dagger} \mathbf{r}_0^p\|^2} \quad (1.56)$$

Pour $(x, y) = (x_0, y_0)$, $\rho_{Iso}^p(x_0, x_0) = 1$. Plus (x, y) augmentent, plus $\rho_{Iso}^p(x, y)$ diminue. Les résolutions classiquement utilisées en SAR sont obtenues pour des valeurs de la fonction d'ambiguïté inférieure à $-3dB$. Elles peuvent s'obtenir analytiquement ou en traçant $\rho_{Iso}^p(x, y)$; on trouve approximativement, les résolutions données dans les Eq. (1.28) et Eq. (1.29). De plus, une fois les résolutions $(\delta_x^{Iso}, \delta_y^{Iso})$ calculées, nous avons :

$$\|\mathbf{r}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{r}_{x'y'}^p\| \approx 0 \quad (x - x', y - y') \geq (\delta_x^{Iso}, \delta_y^{Iso}) \quad (1.57)$$

1.4.3.2 Cas de la double polarisation

Soit \mathbf{r}_0^\pm la réponse rétrodiffusée par les modèles polarimétriques issus du point blanc isotrope, à une position de référence $0 = (x_0, y_0)$. Soit \mathbf{r}_{xy}^\pm la réponse rétrodiffusée par les mêmes modèles polarimétriques à la position $(x, y) = (x_0 + \Delta_x, y_0 + \Delta_y)$. La fonction d'ambiguïté $\rho_{Iso}^\pm(x, y)$ est définie par [1] :

$$\rho_{Iso}^\pm(x, y) = \frac{\|\mathbf{r}_0^{\pm\dagger} \mathbf{r}_{xy}^\pm\|^2}{\|\mathbf{r}_0^{\pm\dagger} \mathbf{r}_0^\pm\|^2} \quad (1.58)$$

Comme définie dans les Eq. (1.44) et Eq. (1.44), les réponses \mathbf{r}_{xy}^\pm s'écrivent :

$$\mathbf{r}_{xy}^\pm = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{xy}^p \\ \pm \mathbf{r}_{xy}^p \end{pmatrix} \quad (1.59)$$

Précisons que l'écriture de \mathbf{r}_{xy}^\pm est valable quelque soit la position (x, y) et notamment pour la position de référence $0 = (x_0, y_0)$. La fonction d'ambiguïté de l'Eq. (1.60) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \rho_{Iso}^\pm(x, y) &= \frac{\left\| \begin{pmatrix} \mathbf{r}_0^{p\dagger} \\ \pm \mathbf{r}_0^{p\dagger} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_{xy}^p & \pm \mathbf{r}_{xy}^p \end{pmatrix} \right\|^2}{\left\| \begin{pmatrix} \mathbf{r}_0^{p\dagger} \\ \pm \mathbf{r}_0^{p\dagger} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{r}_0^p & \pm \mathbf{r}_0^p \end{pmatrix} \right\|^2} \\ &= \frac{\|2\mathbf{r}_0^{p\dagger} \mathbf{r}_{xy}^p\|^2}{\|2\mathbf{r}_0^{p\dagger} \mathbf{r}_0^p\|^2} \\ &= \rho_{Iso}^p(x, y) \end{aligned} \quad (1.60)$$

Nous obtenons donc les mêmes résolutions que pour les algorithmes CSAR en HH et en VV.

1.4.4 Performances de détection

Nous pouvons calculer les performances, en terme de détection, des images CSAR dans le cas d'une polarisation ou de 2 polarisations. Ces performances permettent d'évaluer quantitativement la détection d'une cible potentielle ainsi que le taux de fausses alarmes. Nous considérons dans un premier temps le cas d'une simple polarisation p .

– **Probabilité de fausse alarme P_{fa}**

Nous définissons tout d'abord la probabilité de fausse alarme P_{fa} liée au bruit blanc Gaussien. Les fausses alarmes se traduisent dans l'image par des pixels de forte intensité mais ne contenant pas de diffuseurs. Considérons un pixel (x, y) ne contenant pas de diffuseur ; le signal reçu provenant de ce pixel et sa distribution qui lui est associée sont :

$$\mathbf{z}^p = \mathbf{n}^p, \quad \mathbf{z}^p \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad (1.61)$$

La probabilité de fausse alarme se définit comme suit :

$$P_{fa} = P(I_{CSAR}^p(x, y) > \eta) \quad (1.62)$$

où η est un seuil de détection fixé et $P(I_{CSAR}^p(x, y) > \eta) = \int_{\eta}^{+\infty} f_I^{CSAR}(t) dt$, $f_I^{CSAR}(t)$ étant la densité de probabilité de $I_{CSAR}^p(x, y)$.

La distribution de \mathbf{z}^p définie dans l'Eq. (1.61) étant normale, la densité de probabilité $f_I^{CSAR}(t)$ de $I_{CSAR}^p(x, y)$ est un χ^2 centré [38] :

$$I_{CSAR}^p(x, y) \sim \frac{1}{2} \chi^2(2, 0) \quad (1.63)$$

Nous constatons que la densité de probabilité de $I_{CSAR}^p(x, y)$ est indépendante de σ^{p^2} ce qui nous assure pour un seuil η donné, une probabilité de fausse alarme constante. On montre que :

$$\eta = \sqrt{-\ln(P_{fa})} \quad (1.64)$$

Cette relation nous permet de fixer un seuil de détection η correspondant à la probabilité de fausse alarme P_{fa} .

– **Probabilité de détection P_d**

Nous définissons ensuite la probabilité de détection P_d . P_d mesure la capacité de notre algorithme à imager un diffuseur et plus particulièrement une cible potentielle lorsque celle-ci est plongée dans du bruit blanc Gaussien. Considérons un pixel (x, y) contenant une cible ; le signal reçu provenant de ce pixel et sa distribution qui lui est associée sont :

$$\mathbf{z}^p = a_{xy}^p \mathbf{r}_{xy}^p + \mathbf{n}^p, \quad \mathbf{z}^p \sim \mathcal{N}(\|a_{xy}^p \mathbf{r}_{xy}^p\|^2, \sigma^{p^2}) \quad (1.65)$$

La probabilité de détection s'écrit comme suit :

$$P_d = P(I_{CSAR}^p(x, y) > \eta) \quad (1.66)$$

où η est le seuil de détection fixé précédemment pour une probabilité de fausses alarmes donnée et $P(I_{CSAR}^p(x, y) > \eta) = \int_{\eta}^{+\infty} f_{Ixy}^{CSAR}(t) dt$, $f_{Ixy}^{CSAR}(t)$ étant la densité de probabilité de $I_{CSAR}^p(x, y)$.

La distribution de \mathbf{z}^p définie dans l'Eq. (1.65) étant gaussienne et décentrée, la densité de probabilité $f_{Ixy}(t)$ de $I_{CSAR}^p(x, y)$ est un χ^2 décentré [38] :

$$I_{CSAR}^p(x, y) \sim \frac{1}{2}\chi^2(2, \frac{\|a_{xy}^p\|^2}{\sigma^{p^2}}) \quad (1.67)$$

En double polarisation, le calcul des performances se déroule de la même manière en considérant cette fois-ci les signaux \mathbf{z}^+ et \mathbf{z}^- . Nous obtenons alors :

– **Probabilité de fausse alarme** P_{fa}

$$I_{CSAR}^+(x, y) \sim \frac{1}{2}\chi^2(2, 0) \quad I_{CSAR}^-(x, y) \sim \frac{1}{2}\chi^2(2, 0) \quad (1.68)$$

– **Probabilité de détection** P_d

$$I_{CSAR}^+(x, y) \sim \frac{1}{2}\chi^2(2, \frac{\|a_{xy}^+\|^2}{\sigma^2}) \quad I_{CSAR}^-(x, y) \sim \frac{1}{2}\chi^2(2, \frac{\|a_{xy}^-\|^2}{\sigma^2}) \quad (1.69)$$

1.4.5 Équivalence avec les algorithmes CSAR et les traitements SAR classiques

Nous montrons dans cette partie que les algorithmes CSAR développés par la méthode ci-dessus sont équivalents à certains traitements SAR classiquement utilisés. Nous commencerons par présenter l'équivalence des algorithmes CSAR en polarisation p avec des algorithmes TDCA, Backprojection et RMA. Nous présenterons ensuite l'équivalence des algorithmes CSAR en double polarisation avec les décompositions polarimétriques classiquement utilisées.

1.4.5.1 CSAR et algorithmes classiques de formation d'image SAR

Nous considérons ici des données non polarimétriques. Avant d'aborder les algorithmes classiques de formation d'image SAR, nous montrons que l'algorithme CSAR peut être obtenu à une constante près en utilisant la théorie de la détection [14, 15]. Pour chaque pixel (x, y) , on pose le problème de détection suivant :

$$\begin{cases} H_0 : \mathbf{z}^p = \mathbf{n}^p \\ H_1 : \mathbf{z}^p = a_{xy}^p \mathbf{r}_{xy}^p + \mathbf{n}^p \end{cases} \quad (1.70)$$

Sous l'hypothèse H_0 , on considère que le pixel (x, y) ne contient que du bruit et sous l'hypothèse H_1 on suppose que le pixel (x, y) contient une cible plus du bruit. Pour résoudre le problème de détection de l'Eq. (1.70), on calcule le Rapport de Vraisemblance Généralisé (RVG)[38]. Pour former une image, on fixe l'intensité $I_{CSAR'}^p(x, y)$ comme :

$$I_{CSAR'}^p(x, y) = \frac{\|\mathbf{r}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}^p\|^2}{\sigma^{p^2} N \|\mathbf{e}\|^2} \quad (1.71)$$

En posant la constante $A = N \|\mathbf{e}\|^2$, on a ainsi :

$$I_{CSAR'}^p(x, y) = \frac{I_{CSAR}^p(x, y)}{A} \quad (1.72)$$

1.4. Algorithmes de formation d'image SAR issus de la théorie de l'estimation (CSAR)

Les deux intensités sont égales à une constante près A et les algorithmes CSAR et CSAR' sont alors équivalents en polarisation p . Il est clair que l'algorithme CSAR' peut aussi traiter directement les données polarimétriques comme dans l'algorithme CSAR et donnerait le même résultat.

Considérons l'algorithme TDCA (Time Domain Correlation Algorithm). Pour chaque (x, y) , l'amplitude du pixel générée par le TDCA est donné dans l'Eq. (1.15) :

$$I_{TDCA}^p(x, y) = \sum_{i=1}^N \mathbf{z}_i^T \downarrow^{\lceil F_s \tau_i(x, y) \rceil} \mathbf{e}^* \exp(2\pi f_0 \tau_i(x, y)) \quad (1.73)$$

$$= \mathbf{r}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}^p \quad (1.74)$$

En posant $B = \sigma^{p2}$, on a :

$$\|I_{TDCA}^p(x, y)\| = B \sqrt{I_{CSAR}(x, y)} \quad (1.75)$$

Encore une fois l'algorithme CSAR et le TDCA sont équivalents en polarisation p . Il a été aussi montré dans [13] que l'algorithme TDCA est équivalent à l'algorithme dérivé de la théorie de la détection en polarisation p .

De plus, l'algorithme TDCA étant équivalent à l'algorithme Backprojection et RMA, l'algorithme CSAR est aussi équivalent à ces deux algorithmes en polarisation p .

Grâce à ces équivalences, il est possible de développer des algorithmes CSAR en y intégrant les méthodes utilisées dans le BackProjection ou dans le RMA pour réduire le coût en temps de calcul. Ceci a déjà été développé dans [16] où des algorithmes de formation d'image SAR utilisant la théorie de la détection sont proposés dans des versions BackProjection et RMA.

1.4.5.2 CSAR et traitements polarimétriques

Les algorithmes CSAR en double polarisation sont développés en intégrant l'information polarimétrique avant même la formation de l'image SAR. Ceci n'est pas usuel dans les algorithmes classiques de formation d'image SAR et il n'y a donc pas d'équivalence avec des algorithmes déjà existants comme nous l'avons vu précédemment pour une polarisation. Néanmoins, les algorithmes CSAR en double polarisation sont équivalents à des post-traitements SAR classiquement utilisés pour traiter les données polarimétriques.

Nous nous intéressons à la décomposition de Pauli décrite dans la Section 1.3.2.2 et plus précisément à ces deux premiers termes concernant les co-polarisations. Les deux premiers termes I_{P1} et I_{P2} de la décomposition de Pauli de l'Eq. (1.37) donnent des images I_{Pauli1} et I_{Pauli2} dont les intensités s'écrivent :

$$\begin{aligned} I_{Pauli1} &= |I_{P1}|^2 \\ &= |I^H(x, y) + I^V(x, y)|^2 \end{aligned} \quad (1.76)$$

et,

$$\begin{aligned} I_{Pauli2} &= |I_{P2}|^2 \\ &= |I^H(x, y) - I^V(x, y)|^2 \end{aligned} \quad (1.77)$$

où $I^H(x, y)$ et $I^V(x, y)$ sont les intensités complexes des images SAR en HH et VV. Par exemple, en utilisant le TDCA, nous avons $I^H(x, y) = I_{TDCA}^H(x, y)$ et $I^V(x, y) = I_{TDCA}^V(x, y)$. Comme le TDCA et le CSAR sont équivalents, nous pouvons également écrire I_{Pauli1} et I_{Pauli2} de la manière suivante :

$$I_{Pauli1} = \|\mathbf{r}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{z}^H + \mathbf{r}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{z}^V\|^2 \quad (1.78)$$

et,

$$I_{Pauli2} = \|\mathbf{r}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{z}^H - \mathbf{r}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{z}^V\|^2 \quad (1.79)$$

Comme nous l'avons vu dans la Section 1.3.2.2, les intensités I_{Pauli1} et I_{Pauli2} sont associées à des mécanismes de diffusion ; I_{Pauli1} représente les mécanismes de simple rebond alors que I_{Pauli2} représente des mécanismes de double rebond.

En comparant les valeurs des intensités I_{Pauli1} et I_{Pauli2} avec les intensités I_{CSAR}^+ et I_{CSAR}^- définies dans les Eq. (1.54) et Eq. (1.55), il est clair que :

$$I_{CSAR}^+ = \sigma^2 I_{Pauli1}, \quad I_{CSAR}^- = \sigma^2 I_{Pauli2} \quad (1.80)$$

Les algorithmes CSAR + et - sont donc équivalents aux images issues de la décomposition de Pauli. Cela veut dire que pour considérer des mécanismes de simple rebond, il suffit de considérer un modèle polarimétrique de type trièdre. De même, les mécanismes de double rebond peuvent être représentés en considérant un modèle polarimétrique de type dièdre. Il serait intéressant d'étendre cette méthode polarisation HV et VH pour retrouver le troisième terme de la décomposition de Pauli.

1.5 Conclusion

Nous avons introduit dans ce chapitre les notions de base du SAR en configuration monostatique et notamment la structure des données reçues par un tel système. Nous avons également présenté les algorithmes classiques de formation d'image SAR, qui permettent de synthétiser les données reçues SAR en une image. Ensuite, quelques traitements polarimétriques ont été exposés ; ces traitements appliqués aux images SAR permettent d'utiliser les polarisations pour extraire des informations sur les propriétés des diffuseurs : une des décompositions les plus simples, celle de Pauli, permet de classer les diffuseurs selon des mécanismes de diffusion élémentaire comme le trièdre et le dièdre. Nous avons finalement développé une démarche originale pour la formation d'image SAR que nous avons appelé l'algorithme CSAR.

La démarche du CSAR s'appuie sur deux constatations sur les algorithmes de formation d'image SAR et sur les traitements polarimétriques :

- les algorithmes classiques de formation d'image SAR abordent la synthèse des données de différentes manières, néanmoins ils sont tous basés sur le modèle de point blanc isotrope. Le CSAR s'appuie sur une démarche plus générale : les données SAR sont modélisées par le point blanc isotrope et la formation d'image SAR est vue comme un problème d'estimation.
- les traitements polarimétriques interviennent en post-traitement, une fois les images formées dans chaque canal de polarisation. Cependant, la décomposition de Pauli est interprétée avec l'aide de diffuseurs canoniques. Dans le CSAR, nous couplons les propriétés polarimétriques de ces diffuseurs canoniques au modèle de point blanc isotrope. L'information polarimétrique est traitée avant même de former l'image.

Cette nouvelle approche permet de concevoir facilement des algorithmes de formation d'image SAR en utilisant d'autres modèles. Ces modèles peuvent décrire une seule polarisation ou plusieurs. Le choix du modèle de cible ou d'interférence dépend de l'application SAR ; le prochain chapitre aborde la détection sous couvert forestier et les modèles que nous retenons pour développer de nouveaux algorithmes.

Chapitre 2

Modèles à sous-espace dans un contexte FoPen

Ce chapitre est consacré à la modélisation des diffuseurs à l'aide d'éléments canoniques et de modèles à sous-espace. De plus, nous verrons aussi l'intégration de l'information polarimétrique dans les modèles à sous-espace.

Le modèle du point blanc isotrope ne prend pas en compte les propriétés de diffusion des diffuseurs notamment de la cible. Nous perdons donc beaucoup d'information en considérant ce modèle. Dans des milieux complexes où la détection de cible est difficile, le point blanc isotrope ne semble donc pas être le meilleur choix. La démarche que nous avons développée dans l'algorithme CSAR pour former des images SAR permet de considérer n'importe quel autre modèle différent du point blanc isotrope. Nous pouvons ainsi utiliser des modèles plus adaptés aux diffuseurs d'un milieu complexe. A partir de ce cadre, nous définissons des modèles de cible et d'interférences (autres diffuseurs déterministes) qui prennent en compte leurs propriétés de diffusion. Cependant, nos modèles doivent pouvoir décrire une large gamme de cibles et d'interférences puisque l'on ne connaît pas a priori tous les paramètres de ceux-ci. Pour répondre à ces contraintes, nous proposons d'une part d'utiliser des éléments canoniques comme modèles puis d'autre part de générer des sous-espaces à partir des éléments canoniques pour prendre en compte toutes leurs configurations possibles. Enfin, comme pour le modèle de point isotrope, nous intégrons l'information polarimétrique aux modèles à sous-espaces en utilisant les propriétés de diffusion du trièdre et du dièdre. Nous présenterons aussi les angles entre sous-espaces qui nous permettent par la suite de mesurer les différences entre le sous-espace de la cible et celui des interférences.

Pour caractériser les diffuseurs, nous nous plaçons dans le cadre de la détection sous couvert forestier, dit FoPen (Foliage Penetration).

2.1 Modélisation des diffuseurs en FoPen

Nous présentons dans cette partie la modélisation des diffuseurs qui doit prendre en compte leurs propriétés de diffusion. Les modèles que nous utilisons sont des éléments canoniques que nous choisissons selon le diffuseur à modéliser. Nous distinguons deux types de diffuseur : la cible et les interférences qui constituent dans un milieu complexe du bruit structuré. Enfin, nous introduisons les modèles à sous-espace dérivés des réponses de ces éléments canoniques. Cette étude se fait dans le cadre du FoPen mais n'y est pas spécifique : elle peut être appliquée à d'autres cas où l'on cherche à détecter une cible noyée dans un bruit structuré.

2.1.1 Caractéristiques de la cible et du bruit structuré

2.1.1.1 Description du cadre du FoPen

Les caractéristiques de la cible et du milieu dans lequel elle se trouve sont essentielles pour pouvoir choisir les éléments canoniques qui sont à la base de nos modèles. Nous proposons donc de décrire de manière générale le cadre du FoPen : une cible se trouve dans une forêt. En FoPen, on suppose que le rayonnement électromagnétique est émis dans une certaine gamme de fréquence permettant la pénétration de la canopée. Le rayonnement atteint ainsi les diffuseurs se trouvant dans la forêt ; ce rayonnement est ensuite réfléchi et traverse encore une fois la canopée. Une cible peut alors être détectée même si elle est cachée sous un couvert forestier. Même si le rayonnement passe à travers la canopée, la détection en FoPen est difficile : le bruit aléatoire est souvent fort et d'autres diffuseurs peuvent constituer du bruit structuré. Dans ce cadre, nous distinguons deux types de diffuseurs déterministes :

- La cible, qui est par définition le diffuseur à détecter. Dans notre étude, la cible est un objet manufacturé appelé MMT (pour Man-Made Target).
- Les interférences, qui sont des diffuseurs que l'on ne veut pas détecter. Dans le cadre du FoPen, les interférences sont principalement les troncs des arbres [39].

La cible et les interférences constituent la partie déterministe du signal reçu par opposition au bruit qui en est la partie aléatoire. La partie aléatoire du signal reçu est composée d'une part du bruit blanc Gaussien lié au système d'acquisition et d'autre part de la réponse des diffuseurs aléatoires du milieu comme les branches ou le feuillage des arbres. Dans cette étude, nous supposons que ces bruits peuvent être modélisés par un seul bruit blanc Gaussien de variance σ^{p^2} pour une simple polarisation et σ^2 pour une double polarisation.

2.1.1.2 Information a priori

Nous avons vu précédemment les types de diffuseurs déterministes dans le cadre du FoPen. Nous présentons ici les paramètres que nous devons prendre en compte pour modéliser leur rétrodiffusion. Considérons un diffuseur déterministe à la position (x, y) . La rétrodiffusion de celui-ci dépend de plusieurs paramètres qui sont :

- Les paramètres intrinsèques, qui sont des paramètres constitutifs du diffuseur. On retiendra : les propriétés électriques de son matériau, sa forme géométrique et ses dimensions. Ces paramètres sont supposés fixes. Ils caractérisent les diffuseurs et nous permettront de choisir les éléments canoniques pour modéliser la cible et les interférences.
- Les paramètres externes, qui sont les angles d'orientation du diffuseur et les paramètres du rayonnement comme la fréquence, la polarisation ou les angles d'incidence et de diffusion. Ces paramètres varient selon la configuration radar. Plus précisément, en SAR monostatique nous avons :
 - la fréquence f : elle dépend du signal émis et varie dans la bande de fréquence B .
 - les angles d'incidence (θ_i, φ_i) : ils sont définis dans la Figure 2.1 et dépendent de la position u_i de l'antenne et de la position (x, y) du diffuseur.
 - les angles de diffusion (θ_s, φ_s) : ces angles définissent la direction dans laquelle le signal est observé. Puisque nous sommes en monostatique, (θ_s, φ_s) dépendent des angles d'incidence comme suit [32] :

$$\theta_s = \pi - \theta_i, \quad \varphi_s = \pi + \varphi_i \quad (2.1)$$

– la polarisation p : c'est le canal de polarisation considéré, HH, VV, HV ou VH.

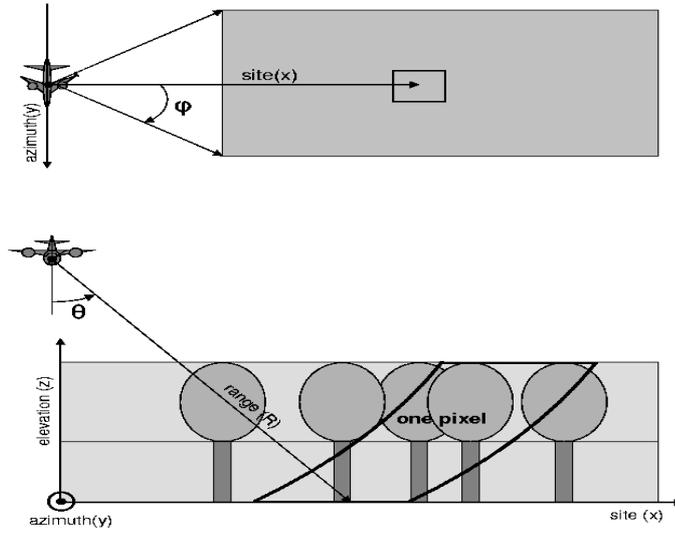


FIG. 2.1 – Angles d'incidence (θ_i, φ_i) [40].

La réponse SAR \mathbf{y}_{ixy}^p d'un diffuseur avec une certaine orientation, à la position (x, y) pour une position u_i de l'antenne et à la polarisation p se modélise alors par l'intermédiaire de son coefficient de rétrodiffusion $c_{xy}^p(f, \theta_i, \varphi_i)$. Nous définissons le vecteur $\mathbf{c}_{xy}^p(\theta_i, \varphi_i) \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ qui contient les coefficients $c_{xy}^p(f, \theta_i, \varphi_i)$ pour $f \in [f_0 - \frac{B}{2}, f_0 + \frac{B}{2}]$, c'est-à-dire pour la bande de fréquence B du signal émis. La réponse \mathbf{y}_{ixy}^p s'écrit alors :

$$\mathbf{y}_{ixy}^p = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{[\tau_i(x,y)F_s]}^T & \left[TFD^{-1} [\text{diag}(\mathbf{E}) \mathbf{c}_{xy}^p(\theta_i, \varphi_i)] \frac{\exp 2\pi f_0 \tau_i(x, y)}{R_{ixy}} \right]^T & \mathbf{0}_{[T_r F_s] - [T_e F_s] - [\tau_i(x,y)F_s]}^T \end{bmatrix}^T \quad (2.2)$$

où \mathbf{E} est la transformée de Fourier discrète de \mathbf{e} et TFD^{-1} est la transformée inverse et discrète de Fourier. R_i est la distance entre le diffuseur à la position (x, y) et la position u_i de l'antenne ; la distance entre l'antenne et le diffuseur est importante en SAR, on a donc $\forall(x, y)$, $R_{ixy} \approx R_i$ et $\forall i$, $R_i \approx R$ où R est une constante. R peut être factorisé dans l'équation (2.3). Comme c est une constante, elle n'aura pas d'intérêt dans la suite des traitements à venir. La réponse \mathbf{y}_{ixy}^p se récrit :

$$\mathbf{y}_{ixy}^p = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{[\tau_i(x,y)F_s]}^T & \left[TFD^{-1} [\text{diag}(\mathbf{E}) \mathbf{c}_{xy}^p(\theta_i, \varphi_i)] \exp 2\pi f_0 \tau_i(x, y) \right]^T & \mathbf{0}_{[T_r F_s] - [T_e F_s] - [\tau_i(x,y)F_s]}^T \end{bmatrix}^T \quad (2.3)$$

L'Eq. (2.3) décrit la réponse de n'importe quel diffuseur par l'intermédiaire des coefficients de diffusion. Le modèle du point blanc isotrope classiquement utilisé et introduit dans le chapitre 1 correspond à un coefficient de rétrodiffusion égal à l'unité quelque soit la fréquence, la polarisation ou les angles d'incidence.

2.1.2 Modélisation de la cible

Pour prendre en compte les propriétés de rétrodiffusion de la MMT, nous choisissons un élément canonique et nous développons un modèle à sous-espace à partir de cet élément.

2.1.2.1 Élément canonique

Nous supposons qu'une MMT peut être vue comme un ensemble de plaques parfaitement conductrices (PC). Cette modélisation a été introduite dans [15]. Dans d'autres études, la MMT a été modélisée par d'autres éléments canoniques comme dans [9] où il est proposé d'utiliser la rétrodiffusion d'un dièdre ou comme dans [8] où la cible est modélisée par un ensemble de dièdres.

Pour calculer le coefficient de rétrodiffusion de la plaque PC, nous utilisons l'Optique Physique (OP) [32] qui nous permet d'avoir une valeur exacte du coefficient. L'OP est une approximation valable pour des longueurs d'onde du signal émis très inférieures au rayon de courbure de l'objet et nous supposons que ce sera toujours le cas dans notre étude.

Outre le choix de l'élément canonique, nous devons préciser ses caractéristiques, c'est-à-dire pour la plaque PC, ses dimensions et son orientation :

- Dimensions : nous notons (l, L) les dimensions de la plaque PC qui sont supposées connues. Le choix de la dimension dépend de la taille de la cible à modéliser.
- Orientations : pour définir l'orientation de la plaque, nous introduisons les angles (α, β) . Ces angles sont définis dans la Figure 2.2. Initialement pour une orientation nulle, la plaque se trouve dans le plan (xOy) . La première rotation d'angle α est définie dans le sens contraire d'une aiguille d'une montre autour de l'axe \hat{x} ; par cette rotation, les axes \hat{y} et \hat{z} sont tournés dans le plan (xOy) . Nous obtenons ainsi le système de coordonnées local $(0, x, \hat{y}', \hat{z}')$ dans lequel se trouve la plaque. Une deuxième rotation d'angle β peut être ensuite appliquée autour de l'axe \hat{y}' , faisant tourner les axes \hat{x} et \hat{z}' dans le plan (xOy') . Nous obtenons ainsi un nouveau système de coordonnées local $(0, \hat{x}'', \hat{y}', \hat{z}'')$; avec ces coordonnées, la plaque se trouve dans le plan $(x''Oy')$. Comme la plaque possède un axe de symétrie, ces deux rotations suffisent à décrire toutes ses orientations possibles dans un espace en 3D.

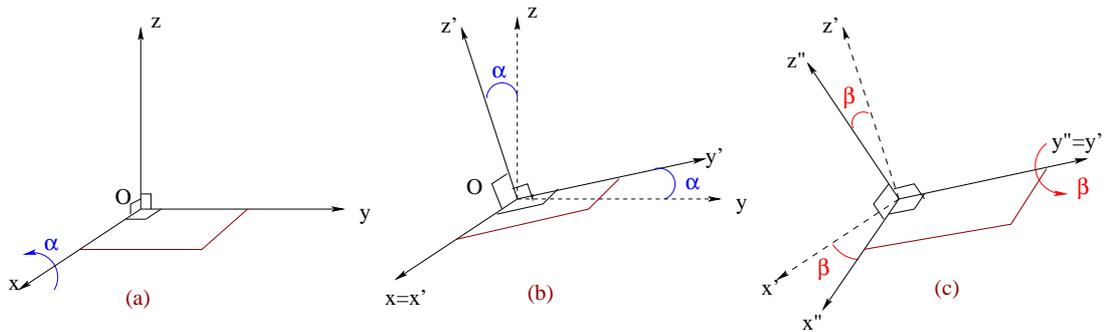


FIG. 2.2 – Angles d'orientation (α, β) de la plaque. (a) Orientation de la plaque sans rotation (b) Effet d'une rotation d'angle α autour de \hat{x} (c) Effet d'une seconde rotation d'angle β autour de \hat{y}'

Nous notons par $c_{pla}^p(f, \theta_i, \varphi_i, \alpha, \beta)$ le coefficient de rétrodiffusion de la plaque PC pour des dimensions (l, L) , pour une orientation donnée (α, β) et pour la polarisation p . Nous définissons également le vecteur $\mathbf{c}_{pla}^p(\theta_i, \varphi_i, \alpha, \beta) \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ qui contient les coefficients $c_{pla}^p(f, \theta_i, \varphi_i, \alpha, \beta)$ pour $f \in [f_0 - \frac{B}{2}, f_0 + \frac{B}{2}]$. La réponse $\mathbf{y}_{ixy}^p(\alpha, \beta)$ d'une plaque PC localisée en (x, y) et soumise au signal émis e depuis la position u_i et à la polarisation p de l'antenne s'écrit :

$$\mathbf{y}_{ixy}^p(\alpha, \beta) = \left[\mathbf{0}_{[\tau_i(x,y)F_s]}^T \left[TFD^{-1}[\text{diag}(\mathbf{E})\mathbf{c}_{pla}^p(\theta_i, \varphi_i, \alpha, \beta)] \exp 2\pi f_0 \tau_i(x, y) \right]^T \mathbf{0}_{[T_r F_s] - [T_c F_s] - [\tau_i(x,y)F_s]}^T \right]^T \quad (2.4)$$

Le réponse $\mathbf{y}_{xy}^p(\alpha, \beta)$ d'une plaque en (x, y) pour les N positions de l'antenne et pour une polarisation p s'écrit alors :

$$\mathbf{y}_{xy}^p(\alpha, \beta) = [\mathbf{y}_{1xy}^p(\alpha, \beta)^T \quad \mathbf{y}_{2xy}^p(\alpha, \beta)^T \quad \dots \quad \mathbf{y}_{Nxy}^p(\alpha, \beta)^T]^T \quad (2.5)$$

Le signal reçu \mathbf{z}_{MMT}^p d'une MMT constituée d'une plaque PC en (x, y) sans considérer de bruit se modélise de la manière suivante :

$$\mathbf{z}_{MMT}^p = a_{xy}^p \mathbf{y}_{xy}^p(\alpha, \beta) \quad (2.6)$$

où a_{xy}^p est un coefficient complexe inconnu. Ce coefficient mesure la proportion du signal de la cible décrite par le modèle de plaque ; il prend aussi en compte les effets d'atténuation si la cible se trouve dans un milieu complexe.

De la même manière, nous pouvons considérer le signal reçu \mathbf{z}_{MMT} pour les polarisations HH et VV ; soit le modèle polarimétrique $\mathbf{y}_{xy}(\alpha, \beta)$ issu de la plaque PC que nous définirons dans la section 2.3. Le signal reçu \mathbf{z}_{MMT} s'écrit alors :

$$\mathbf{z}_{MMT} = a_{xy} \mathbf{y}_{xy}(\alpha, \beta) \quad (2.7)$$

où a_{xy} est un coefficient complexe inconnu. Comme pour le cas d'une unique polarisation p , ce coefficient mesure la proportion du signal de la cible décrite par le modèle $\mathbf{y}_{xy}(\alpha, \beta)$. Notons que ce coefficient prend aussi en compte les effets d'atténuation d'un éventuel milieu complexe mais de manière approximative : l'atténuation dépend généralement de la polarisation mais a_{xy} englobe les polarisations HH et VV dans une même mesure. Nous ne prenons donc pas en compte dans notre modélisation la dépendance de l'atténuation à la polarisation.

2.1.2.2 Modélisation par sous-espace

Les angles d'orientation (α, β) de la plaque PC qui décrivent le mieux la cible sont inconnus. De plus, de nombreuses orientations sont possibles puisque ces angles peuvent prendre des valeurs contenues dans l'ensemble $[0, 180^\circ] \times [0, 180^\circ]$. Comme on ne connaît pas a priori l'orientation de la cible, il est impossible de connaître les angles d'orientation (α, β) optimaux de notre modèle. Pour résoudre ce problème, nous supposons que l'ensemble décrit par les signaux $\mathbf{y}_{xy}^p(\alpha, \beta)$ rétrodiffusés par la plaque pour tous les angles (α, β) possibles appartient à un sous-espace $\langle H_{xy}^p \rangle$ de rang faible D_{Hp} que nous appelons le sous-espace cible :

$$\forall (\alpha, \beta) \in [0^\circ, 180^\circ] \times [0^\circ, 180^\circ] \quad \mathbf{y}_{xy}^p(\alpha, \beta) \in \langle H_{xy}^p \rangle \quad (2.8)$$

La dimension D_{Hp} de $\langle H_t^p \rangle$ doit être faible sinon nous risquons de décrire aussi la réponse du bruit : la détection de la cible en utilisant ce modèle ne serait alors pas possible. Malheureusement, nous ne pouvons pas vérifier a priori si le sous-espace $\langle H_{xy}^p \rangle$ est effectivement de rang faible ; néanmoins, l'hypothèse de rang faible de $\langle H_{xy}^p \rangle$ a été vérifiée dans [15, 13] pour la polarisation VV. Nous vérifierons

cette hypothèse pour les sous-espaces cible en polarisation HH et en double polarisation dans le chapitre 3.

La modélisation du signal reçu \mathbf{z}_{MMT}^p d'une MMT de l'Eq. (2.6) devient ainsi :

$$\mathbf{z}^p = \mathbf{H}_{xy}^p \boldsymbol{\lambda}_{xy}^p \quad (2.9)$$

où les colonnes de $\mathbf{H}_{xy}^p \in \mathbb{C}^{NK \times D_{Hp}}$ forment une base orthonormale du sous-espace cible $\langle H_{xy}^p \rangle$ et $\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p \in \mathbb{C}^{D_{Hp} \times 1}$ est le vecteur inconnu des coordonnées du signal rétrodiffusé par la cible dans $\langle H_{xy}^p \rangle$ ¹.

Si nous utilisons des données polarimétriques, la modélisation du signal reçu s'écrit :

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} \quad (2.10)$$

où $\mathbf{H}_{xy} \in \mathbb{C}^{2NK \times D_H}$ est une base du sous-espace cible polarimétrique $\langle H_{xy} \rangle$ de rang D_H et $\boldsymbol{\lambda}_{xy}$ est le vecteur inconnu des coordonnées de \mathbf{z} dans ce sous-espace. Nous verrons dans la section 2.3 comment générer des sous-espaces polarimétriques à partir du modèle de la plaque PC.

2.1.3 Modélisation des interférences

Nous appliquons la même idée que pour la cible en choisissant un élément canonique pour modéliser les interférences puis pour développer un modèle d'interférence à sous-espace.

2.1.3.1 Élément canonique

Les interférences dans notre étude sont les troncs d'arbres de la forêt. Nous supposons que les interférences sont des cylindres diélectriques reposant sur un sol diélectrique. Cette modélisation s'inspire fortement de [41] : dans cette étude, cette modélisation est utilisée pour simuler la réponse d'un tronc d'arbre.

Pour calculer le coefficient de rétrodiffusion d'un cylindre diélectrique fini sur sol, nous utilisons l'approximation du cylindre infini [32]. Nous précisons les caractéristiques du cylindre diélectrique :

- Dimensions : nous notons (r, L') le rayon et la hauteur du cylindre qui sont supposés connus. Le choix des dimensions du cylindre dépend de la taille des arbres de la forêt.
- Constante diélectrique : nous notons par ϵ la constante diélectrique du cylindre. Nous la supposons connue.
- Orientations : pour définir l'orientation du cylindre, nous introduisons les angles (γ, δ) . Ces angles sont définis dans la Figure 2.3. Initialement pour une orientation nulle, l'axe principal du cylindre se trouve selon l'axe \hat{z} . Pour changer son orientation, deux rotations successives dans le sens trigonométrique sont effectuées. La première est une rotation d'angle δ autour de l'axe \hat{z} créant un système de coordonnées locales $(O, \hat{x}', \hat{y}', \hat{z}')$. La deuxième rotation d'angle γ est appliquée autour de l'axe \hat{y}' faisant tourner les axes \hat{x}' et \hat{z}' dans le plan $(x'Oz')$; nous obtenons ainsi un dernier système de coordonnées locales $(O, \hat{x}'', \hat{y}', \hat{z}'')$. Après ces transformations, l'axe principal du cylindre se trouve selon l'axe \hat{z}'' .

Nous notons par $c_{cyl}^p(f, \theta_i, \varphi_i, \gamma, \delta)$ le coefficient de rétrodiffusion du cylindre diélectrique sur sol, pour des dimensions (r, L') , pour une orientation donnée (γ, δ) et pour la polarisation p . Nous définissons également le vecteur $\mathbf{c}_{cyl}^p(\theta_i, \varphi_i, \gamma, \delta) \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ qui contient les coefficients $c_{cyl}^p(f, \theta_i, \varphi_i, \gamma, \delta)$ pour $f \in$

¹Le vecteur $\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p$ est l'équivalent du coefficient a_{xy}^p utilisé pour le modèle de la plaque. $\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p$ a la même signification que a_{xy}^p .

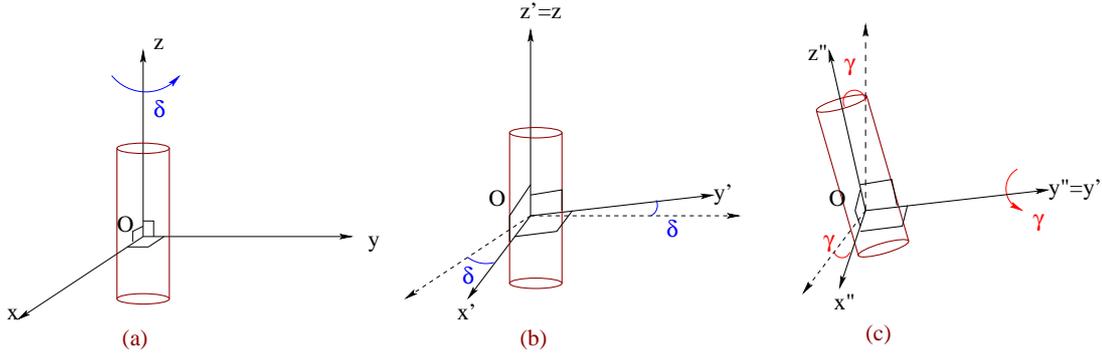


FIG. 2.3 – Angles d'orientation (γ, δ) du cylindre. (a) Orientation du cylindre sans rotation (b) Effet d'une rotation d'angle δ autour de \hat{z} (c) Effet d'une seconde rotation d'angle γ autour de \hat{y}'

$[f_0 - \frac{B}{2}, f_0 + \frac{B}{2}]$. La réponse \mathbf{i}_{ixy}^p d'un cylindre localisé en (x, y) et soumis au signal émis \mathbf{e} depuis la position u_i et à la polarisation p de l'antenne s'écrit :

$$\mathbf{i}_{ixy}^p(\gamma, \delta) = \left[\mathbf{0}_{[\tau_i(x,y)F_s]}^T \quad \left[TFD^{-1}[\text{diag}(\mathbf{E})\mathbf{c}_{cyl}^p(\theta_i, \varphi_i, \gamma, \delta)] \exp 2\pi f_0 \tau_i(x, y) \right]^T \quad \mathbf{0}_{[T_r F_s] - [T_e F_s] - [\tau_i(x,y)F_s]}^T \right]^T \quad (2.11)$$

La réponse $\mathbf{i}_{xy}^p(\gamma, \delta)$ d'un cylindre diélectrique sur sol en (x, y) pour les N positions de l'antenne et pour une polarisation p s'écrit alors :

$$\mathbf{i}_{xy}^p(\gamma, \delta) = [\mathbf{i}_{1xy}^p(\gamma, \delta)^T \quad \mathbf{i}_{2xy}^p(\gamma, \delta)^T \quad \dots \quad \mathbf{i}_{Nxy}^p(\gamma, \delta)^T]^T \quad (2.12)$$

Le signal reçu $\mathbf{z}_{T_{ronc}}^p$ d'un tronç en (x, y) sans considérer de bruit se modélise de la manière suivante :

$$\mathbf{z}_{T_{ronc}}^p = b_{xy}^p \mathbf{i}_{xy}^p(\gamma, \delta) \quad (2.13)$$

où b_{xy}^p est un coefficient d'atténuation complexe. Ce coefficient utilisé pour le modèle de cylindre sur sol est l'équivalent du coefficient a_{xy}^p utilisé pour le modèle de la plaque.

De la même manière, nous pouvons considérer le signal reçu $\mathbf{z}_{T_{ronc}}$ pour les polarisations HH et VV avec un modèle polarimétrique $\mathbf{i}_{xy}(\gamma, \delta)$ que nous définirons dans la section 2.3. Le signal reçu $\mathbf{z}_{T_{ronc}}$ s'écrit alors :

$$\mathbf{z}_{T_{ronc}} = b_{xy} \mathbf{i}_{xy}(\gamma, \delta) \quad (2.14)$$

où b_{xy} est un coefficient complexe inconnu.

2.1.3.2 Modélisation par sous-espace

Comme pour le modèle de plaque, nous ne pouvons pas privilégier une orientation (γ, δ) du cylindre. L'ensemble des orientations (γ, δ) doit rendre compte des orientations possibles d'un arbre ; en supposant qu'un arbre peut être penché jusqu'à 10° , l'ensemble est contenu dans $[0, 360^\circ] \times [0, 10^\circ]$. Nous supposons ensuite que l'ensemble décrit par les signaux rétrodiffusés $\mathbf{i}_{xy}^p(\gamma, \delta)$ du cylindre pour tous les angles (γ, δ) possibles, appartient à un sous-espace $\langle J_{xy}^p \rangle$ de dimension D_{Jp} que nous appelons le sous-espace interférence :

$$\forall (\gamma, \delta) \in [0, 360^\circ] \times [0, 10^\circ] \quad \mathbf{i}_c^p(\gamma, \delta) \in \langle J_c^p \rangle \quad (2.15)$$

Nous vérifierons dans le chapitre 4 que la dimension D_{J^p} du sous-espace $\langle J_{xy}^p \rangle$ est faible.

La modélisation du signal \mathbf{z}^p d'un tronç de l'Eq. (2.13) devient ainsi :

$$\mathbf{z}_{Tronc}^p = \mathbf{J}_{xy}^p \boldsymbol{\mu}_{xy}^p \quad (2.16)$$

où les colonnes de $\mathbf{J}_{xy}^p \in \mathbb{C}^{NK \times D_{J^p}}$ forment une base orthonormale du sous-espace interférence $\langle J_{xy}^p \rangle$ et $\boldsymbol{\mu}_{xy}^p \in \mathbb{C}^{D_{J^p} \times 1}$ est le vecteur inconnu des coordonnées du signal rétrodiffusé par le tronç dans $\langle J_{xy}^p \rangle$.

Si nous utilisons des données polarimétriques, la modélisation du signal reçu s'écrit :

$$\mathbf{z}_{Tronc} = \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} \quad (2.17)$$

où $\mathbf{J}_{xy} \in \mathbb{C}^{2NK \times D_J}$ est une base du sous-espace interférence polarimétrique $\langle J_{xy} \rangle$ de rang D_J et $\boldsymbol{\mu}_{xy}$ est le vecteur inconnu des coordonnées de \mathbf{z}^{Tronc} dans ce sous-espace. Nous verrons dans la Section 2.3 comment générer des sous-espaces polarimétriques à partir du modèle de cylindre diélectrique sur sol.

2.1.4 Discussion

Nous proposons ici de discuter de ces nouveaux modèles à sous-espace. Premièrement, nous pouvons nous interroger sur l'apport de ces modèles par rapport au modèle de point blanc isotrope classiquement utilisé : celui-ci décrit seulement une partie de la réponse des diffuseurs. Nous espérons donc que les modèles à sous-espace permettront de décrire plus fidèlement le rayonnement de la cible et des interférences ; en effet, les éléments canoniques qui génèrent les sous-espaces, ont des rayonnements dont les propriétés varient avec la fréquence, les angles d'incidence et la polarisation. Ainsi les modèles à sous-espace prennent en compte des propriétés plus variées que le modèle du point blanc isotrope.

Dans un deuxième temps, nous pouvons discuter du choix des éléments canoniques ; dans notre étude, ce choix se fait sur des considérations géométriques : la MMT est vue comme un ensemble de plaques et les troncs d'arbres comme des cylindres diélectriques sur sol. La modélisation de la cible par un ensemble de plaque a été introduite dans [15, 13] pour développer des algorithmes de formation d'image SAR en polarisation VV ; de très bons résultats ont été obtenus avec ces algorithmes. Comme notre étude fait suite à cette thèse, il est logique, par soucis de cohérence, d'utiliser cet élément canonique. De plus nous pouvons aussi nous appuyer sur les résultats de [42], [43]. Dans ces études, il est question de modélisation électromagnétique de cibles à facette et de temps de calcul : pour diminuer celui-ci, les auteurs proposent de générer un sous-espace à partir du rayonnement d'une plaque pour différentes orientations. Ils montrent que le rayonnement de cibles à facette peut être calculé en utilisant ce sous-espace. Nous espérons donc que les sous-espaces générés par la plaque modéliseront fidèlement le rayonnement de la MMT et ainsi augmenter sa détection par rapport au bruit aléatoire.

Pour les troncs d'arbres, nous ne pouvons malheureusement pas nous appuyer sur des études précédentes. Il paraît cependant logique de modéliser les troncs par des sous-espaces générés par des cylindres diélectriques sur sol. Nous espérons qu'avec ces sous-espaces nous puissions réduire le bruit structuré ; cela suppose que nous sommes capable de distinguer le rayonnement de la cible de celui des troncs d'arbres. A priori, les sous-espaces cible et interférence ne sont pas orthogonaux ; si ils sont trop semblables, nous ne pourrons pas différencier la cible des troncs d'arbres et donc il ne sera pas possible de réduire le bruit structuré. Nous introduirons dans la section 2.4 les angles entre sous-espaces ; ces angles nous donneront une mesure quantitative de la "différence" entre les sous-espaces cible et interférence.

2.2 Génération des sous-espaces en simple polarisation p

Les sous-espaces contiennent l'ensemble des signaux rétrodiffusés par un élément canonique à une position et à une polarisation p données quelque soit l'orientation de celui-ci. La génération de ces sous-espaces en polarisation p se fait directement à partir des réponses électromagnétiques des éléments canoniques. La méthode que nous présentons a été développée dans [13, 15] et est valable pour n'importe quel élément canonique. Elle permet de calculer les bases des sous-espaces indispensables à l'implémentation de nos processeurs.

2.2.1 Hypothèses

Les sous-espaces en polarisation p doivent décrire précisément la diffusion d'un type de cible ou d'interférence. Pour cela, les sous-espaces doivent satisfaire les contraintes suivantes :

1. Les modèles canoniques de la cible ou de l'interférence qui engendrent les sous-espaces doivent prendre en compte les propriétés de diffusion de ces dernières qui peuvent varier suivant la fréquence, les angles d'incidence et la polarisation².
2. Les sous-espaces générés par ces modèles doivent être de rangs faibles pour caractériser efficacement la diffusion de la cible ou de l'interférence pour n'importe quelle orientation ; un sous-espace de dimension trop grande risquerait de décrire n'importe quel type de diffuseur mais aussi de décrire la réponse du bruit.

La première contrainte est satisfaite lors du choix des modèles canoniques et se base sur les propriétés de diffusion de la cible ou de l'interférence. La deuxième contrainte ne peut se vérifier qu'a posteriori, une fois les bases formées.

2.2.2 Formation des bases

Nous considérons la génération des bases \mathbf{H}_{xy}^p et \mathbf{J}_{xy}^p des sous-espaces cible $\langle H_{xy}^p \rangle$ et interférence $\langle J_{xy}^p \rangle$. La méthode de génération des bases ne dépend pas du sous-espace considéré (cible ou interférence). Aussi nous décrivons seulement la génération de \mathbf{H}_{xy}^p pour une position quelconque (x, y) .

Le sous-espace $\langle H_{xy}^p \rangle$ est engendré par l'ensemble des signaux :

$$\mathbf{y}_{xy}^p(\alpha, \beta) = [\mathbf{y}_{1xy}^p(\alpha, \beta)^T \quad \mathbf{y}_{2xy}^p(\alpha, \beta)^T \quad \dots \quad \mathbf{y}_{Nxy}^p(\alpha, \beta)^T]^T \quad (2.18)$$

où $\mathbf{y}_{i xy}^p(\alpha, \beta)$, $i \in \llbracket 1, N \rrbracket$, est le signal rétrodiffusé par l'élément canonique situé en (x, y) , d'orientation (α, β) , reçu à la position u_i et pour la polarisation p . Nous supposons que l'ensemble des angles $(\alpha, \beta) \in [0^\circ, 180^\circ] \times [0^\circ, 180^\circ]$ est échantillonné en considérant les couples (α_q, β_r) avec $(q, r) \in (\llbracket 1, Q \rrbracket \times \llbracket 1, R \rrbracket)$; l'ensemble $(\llbracket 1, Q \rrbracket \times \llbracket 1, R \rrbracket)$ couvre ainsi l'ensemble $[0^\circ, 180^\circ] \times [0^\circ, 180^\circ]$. La base \mathbf{H}_{xy}^p s'obtient en minimisant le critère $C(\mathbf{H}_{xy}^p)$:

²La rapidité de calcul des coefficients peut être également une contrainte pour la génération des sous-espaces ; dans ce cas, on privilégiera les méthodes asymptotiques qui sont plus rapides aux méthodes intégrales qui sont plus précises.

$$C(\mathbf{H}_{xy}^p) = \sum_{q,r} \|\mathbf{y}_{xy}^p(\alpha_q, \beta_r)\|^2 - \|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{y}_{xy}^p(\alpha_q, \beta_r)\|^2 \quad (2.19)$$

Le critère de l'Eq. (2.19) est satisfait [44] en calculant la base \mathbf{H}_{xy}^p par la décomposition en valeurs singulières (SVD pour Singular Value Decomposition) de la matrice \mathbf{Y}_{xy}^p . Cette matrice que nous appelons matrice cible (pour la génération de \mathbf{J}_{xy}^p cette matrice est appelée la matrice interférence et est notée \mathbf{I}_{xy}^p) est définie de la manière suivante :

$$\mathbf{Y}_{xy}^p = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{xy}^p(\alpha_1, \beta_1) & \dots & \mathbf{y}_{xy}^p(\alpha_Q, \beta_R) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{1xy}^p(\alpha_1, \beta_1) & \dots & \mathbf{y}_{1xy}^p(\alpha_Q, \beta_R) \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{y}_{Nxy}^p(\alpha_1, \beta_1) & \dots & \mathbf{y}_{Nxy}^p(\alpha_Q, \beta_R) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

La matrice cible \mathbf{Y}_{xy}^p a pour dimensions $(NK \times QR)$ et s'écrit plus précisément en utilisant le modèle canonique de l'Eq. (2.3) :

$$\mathbf{Y}_{xy}^p = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{\lceil \tau_1(x,y)F_s \rceil} & \dots \\ \text{TFD}^{-1} [\text{diag}(\mathbf{E}) \mathbf{c}_{pla}^p(\theta_1, \varphi_1, \alpha_1, \beta_1)]^T \exp(-j2\pi f_0 \tau_1(x, y)) & \dots \\ \mathbf{0}_{\lceil T_r F_s \rceil - \lceil T_e F_s \rceil - \lceil \tau_1(x,y)F_s \rceil} & \dots \\ \dots & \dots \\ \mathbf{0}_{\lceil \tau_N(x,y)F_s \rceil} & \dots \\ \text{TFD}^{-1} [\text{diag}(\mathbf{E}) \mathbf{c}_{pla}^p(\theta_N, \varphi_N, \alpha_1, \beta_1)]^T \exp(-j2\pi f_0 \tau_N(x, y)) & \dots \\ \mathbf{0}_{\lceil T_r F_s \rceil - \lceil T_e F_s \rceil - \lceil \tau_N(x,y)F_s \rceil} & \dots \\ \dots & \dots \\ \dots & \mathbf{0}_{\lceil \tau_1(x,y)F_s \rceil} \\ \dots & \text{TFD}^{-1} [\text{diag}(\mathbf{E}) \mathbf{c}_{pla}^p(\theta_1, \varphi_1, \alpha_P, \beta_Q)]^T \exp(-j2\pi f_0 \tau_1(x, y)) \\ \dots & \mathbf{0}_{\lceil T_r F_s \rceil - \lceil T_e F_s \rceil - \lceil \tau_1(x,y)F_s \rceil} \\ \dots & \dots \\ \dots & \mathbf{0}_{\lceil \tau_N(x,y)F_s \rceil} \\ \dots & \text{TFD}^{-1} [\text{diag}(\mathbf{E}) \mathbf{c}_{pla}^p(\theta_N, \varphi_N, \alpha_P, \beta_Q)]^T \exp(-j2\pi f_0 \tau_N(x, y)) \\ \dots & \mathbf{0}_{\lceil T_r F_s \rceil - \lceil T_e F_s \rceil - \lceil \tau_N(x,y)F_s \rceil} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Les lignes de \mathbf{Y}_{xy}^p dépendent de la configuration SAR alors que ses colonnes dépendent des orientations considérées.

La SVD de la matrice cible \mathbf{Y}_{xy}^p s'écrit :

$$\mathbf{Y}_{xy}^p = \mathbf{U}_{Y_{xy}}^p \mathbf{\Sigma}_{Y_{xy}}^p \mathbf{V}_{Y_{xy}}^{p\dagger} \quad (2.23)$$

où $\mathbf{U}_{Y_{xy}}^p \in \mathbb{C}^{NK \times \min(NK, QR)}$ et $\mathbf{V}_{Y_{xy}}^p \in \mathbb{C}^{\min(NK, QR) \times QR}$ sont deux matrices unitaires et $\mathbf{\Sigma}_{Y_{xy}}^p \in \mathbb{R}^{\min(NK, QR) \times \min(NK, QR)}$ une matrice diagonale positive contenant les valeurs singulières. \mathbf{H}_{xy}^p est formée des D'_{Hp} vecteurs singuliers gauches de $\mathbf{U}_{Y_{xy}}^p$ correspondant aux D'_{Hp} valeurs singulières non

nulles de $\Sigma_{Y_{xy}}^p$. En pratique, de nombreuses valeurs singulières sont très petites et on ne garde seulement que les D_{H^p} plus significatives. Le sous espace résultant est connu comme étant le meilleur sous espace de dimension D_{H^p} minimisant le critère $C(\mathbf{H}_{xy}^p)$.

2.2.3 Implémentation

Nous discutons dans cette partie de l'implémentation de la base dans un processeur SAR. Le principal problème est le temps de calcul de la base \mathbf{H}_{xy}^p . Pour former une image SAR complète, il faut générer autant de fois la base \mathbf{H}_{xy}^p qu'il y a de pixels (x, y) dans l'image. De plus, chaque génération de base \mathbf{H}_{xy}^p implique le calcul de la SVD de la matrice cible \mathbf{Y}_{xy}^p qui contient en SAR un grand nombre de lignes $((N \text{ positions } u_i) \times (K \text{ échantillons temporels}))^3$. Le temps de calcul devient alors prohibitif.

Ce problème a été étudié et résolu dans [13, 15]. Nous résumons les différentes méthodes qui y sont développées et que nous appliquerons dans nos processeurs (en simple polarisation ou en double polarisation) :

– **Échantillonnage angulaire**

L'implémentation de la base \mathbf{H}_{xy}^p implique l'échantillonnage des angles (α, β) dans la matrice cible \mathbf{Y}_{xy}^p . Le choix du pas d'échantillonnage angulaire influence grandement la précision du sous-espace $\langle H_{xy}^p \rangle$ en tant que modèle ; cependant, il fixe aussi la dimension de la matrice cible \mathbf{Y}_{xy}^p et le temps de calcul de sa SVD. Il faut donc choisir un pas d'échantillonnage angulaire suffisamment petit pour générer un sous-espace proche de ce que l'on recherche théoriquement, mais aussi suffisamment grand pour ne pas augmenter plus que nécessaire la charge de calcul en générant une matrice cible trop grande. Le choix du pas d'échantillonnage angulaire se fait selon le critère suivant : l'erreur induite par le pas d'échantillonnage angulaire ne doit pas être supérieure à l'erreur induite par le rang réduit D_{H^p} du sous-espace.

– **Suppression des zéros**

La matrice cible \mathbf{Y}_{xy}^p possède un grand nombre de lignes NK correspond au nombre K d'échantillons temporels multiplié par le nombre N de positions u_i de l'antenne. L'Eq. (2.22) montre que les colonnes de \mathbf{Y}_{xy}^p possèdent la même structure composée d'intervalles de signaux rétrodiffusés et d'autres de zéros. Les intervalles de zéros sont connus puisqu'ils dépendent du temps d'émission, du temps d'écoute et de temps $\tau_i(x, y)$. Les zéros de la \mathbf{Y}_{xy}^p peuvent être supprimés pour créer une matrice $\mathbf{Y}_{xy}^{p'}$ dont le nombre de lignes est largement inférieur. Il est montré que les valeurs singulières de $\mathbf{Y}_{xy}^{p'}$ sont identiques à celles de \mathbf{Y}_{xy}^p . On applique alors la SVD à la matrice $\mathbf{Y}_{xy}^{p'}$ dont le temps de calcul est inférieur celui de la SVD de \mathbf{Y}_{xy}^p . On obtient un vecteur singulier gauche $\mathbf{U}_{xy}^{p'}$ à partir duquel on reconstruit le vecteur singulier gauche \mathbf{U}_{xy}^p en y incluant les zéros aux bons intervalles.

– **Unique base de référence**

On peut décomposer la matrice cible $\mathbf{Y}_{xy}^{p'}$ dont les zéros ont été supprimés, en une matrice de référence $\mathbf{Y}_{x_0y_0}^{p'}$ et une matrice Φ'_{xy} . La matrice $\mathbf{Y}_{x_0y_0}^{p'}$ contient les coefficients de rétrodiffusion du modèle pour une position (x_0, y_0) et la matrice Φ'_{xy} contient les termes de déphasage dépendant de la position u_i de l'antenne et de la position (x, y) . Il est possible de générer qu'une seule base de référence $\mathbf{H}_{x_0y_0}^{p'}$ issue de la SVD de $\mathbf{Y}_{x_0y_0}^{p'}$; les autres bases $\mathbf{H}_{xy}^{p'}$ peuvent être approximées par la

³Par exemple pour nos simulations, on considère 200 positions u_i de l'antenne et 41 échantillons en fréquence. De plus, on considère 400 orientations de la plaque. La matrice cible est alors de dimensions 82000×400 .

multiplication de $\mathbf{H}_{x_0y_0}^{p'}$ et de la matrice de déphasage Φ'_{xy} . Il a été montré que cette approximation n'entraînait pas d'erreur supérieure à l'erreur due à l'échantillonnage angulaire.

Le temps de calcul est très réduit puisqu'il suffit d'une unique SVD pour toute l'image⁴.

2.3 Génération des sous-espaces en double polarisation

Nous proposons dans cette section d'intégrer l'information polarimétrique aux modèles à sous-espace. Les sous-espaces polarimétriques de la cible ou des interférences sont générés à partir des éléments canoniques choisis ci-dessus mais en tenant compte de leurs propriétés polarimétriques. Nous proposons d'intégrer l'information polarimétrique en gardant l'information de la phase relative entre les canaux de polarisation. Il est aussi possible d'intégrer l'information polarimétrique sans tenir compte de la phase relative entre les canaux de polarisation ; nous présentons cette méthode dans l'annexe B.

Nous verrons d'abord dans un premier temps la méthode pour générer les sous-espaces polarimétriques puis nous discuterons de leur interprétation physique.

2.3.1 Génération

2.3.1.1 Matrices polarimétriques

Nous considérons la génération des sous-espaces polarimétriques de la cible ; les sous-espaces polarimétriques des interférences sont générés de la même manière.

Pour intégrer l'information polarimétrique en tenant compte de la phase relative entre HH et VV, nous définissons une matrice qui contient les réponses de l'élément canonique pour différentes orientations en concaténant les réponses en canaux HH et VV. De plus, pour décrire la relation entre les canaux HH et VV nous utilisons la matrice de polarisation \mathbf{P} de dimension $(2NK \times 2NK)$ définie dans l'Eq. (1.40). En utilisant le modèle de plaque $\mathbf{y}_{xy}^p(\alpha, \beta)$, la matrice cible \mathbf{Y}_{xy} s'écrit :

$$\mathbf{Y}_{xy} = \mathbf{P} \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{xy}^H \\ \mathbf{Y}_{xy}^V \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

où \mathbf{Y}_{xy}^H et \mathbf{Y}_{xy}^V définies dans l'Eq. (2.21) sont les matrices cible contenant les réponses rétrodiffusées par un élément canonique, ici la plaque, en HH et en VV.

Comme dans le chapitre 1, nous utilisons des éléments canoniques pour définir la matrice de polarisation. Nous avons ainsi deux cas :

– Modèle Trièdre :

$$\mathbf{P}^+ = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{[NK \times NK]} & \mathbf{0}_{[NK \times NK]} \\ \mathbf{0}_{[NK \times NK]} & \mathbf{1}_{[NK \times NK]} \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

– Modèle Dièdre :

$$\mathbf{P}^- = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{[NK \times NK]} & \mathbf{0}_{[NK \times NK]} \\ \mathbf{0}_{[NK \times NK]} & -\mathbf{1}_{[NK \times NK]} \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

A partir de ces deux matrices de polarisation, nous calculons deux matrices cibles polarimétriques distinctes :

⁴Dans [13], un exemple de temps de calcul pour former une image SAR de taille réaliste est donnée. Sans appliquer les différentes méthodes présentées ci-dessus, il faudrait plus de 200 jours pour former une image SAR avec un ordinateur doté d'un processeur de 2GHz. En les appliquant, ce temps est réduit à environ 2min.

2.3. Génération des sous-espaces en double polarisation

$$\mathbf{Y}_{xy}^+ = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{[NK \times NK]} & \mathbf{0}_{[NK \times NK]} \\ \mathbf{0}_{[NK \times NK]} & \mathbf{1}_{[NK \times NK]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{xy}^H \\ \mathbf{Y}_{xy}^V \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

et

$$\mathbf{Y}_{xy}^- = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{[NK \times NK]} & \mathbf{0}_{[NK \times NK]} \\ \mathbf{0}_{[NK \times NK]} & -\mathbf{1}_{[NK \times NK]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{xy}^H \\ \mathbf{Y}_{xy}^V \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

Précisons que par leur construction, les matrices \mathbf{Y}_{xy}^+ et \mathbf{Y}_{xy}^- issues des mêmes éléments canoniques, génèrent des sous-espaces orthogonaux d'un point de vue polarimétrique.

2.3.1.2 Formation des bases

Les bases polarimétriques \mathbf{H}_{xy}^+ et \mathbf{H}_{xy}^- se calculent en utilisant la SVD de \mathbf{Y}_{xy}^+ et \mathbf{Y}_{xy}^- . Nous avons :

$$\mathbf{Y}_{xy}^\pm = \mathbf{U}_{Y_{xy}}^\pm \boldsymbol{\Sigma}_{Y_{xy}}^\pm \mathbf{V}_{Y_{xy}}^{\pm\dagger} \quad (2.29)$$

où $\mathbf{U}_{Y_{xy}}^\pm \in \mathbb{C}^{2NK \times \min(2NK, QR)}$ et $\mathbf{V}_{Y_{xy}}^\pm \in \mathbb{C}^{\min(2NK, QR) \times QR}$ sont deux matrices unitaires contenant respectivement les vecteurs singuliers gauches et droits ; $\boldsymbol{\Sigma}_{Y_{xy}}^\pm \in \mathbb{R}^{\min(2NK, QR) \times \min(2NK, QR)}$ est une matrice diagonale positive contenant les valeurs singulières. Comme pour le cas d'une simple polarisation, les bases H_{xy}^\pm sont formées par les vecteurs singuliers gauches de $\mathbf{U}_{Y_{xy}}^\pm$ correspondant aux D_H^\pm valeurs singulières les plus grandes.

2.3.2 Sous-espaces cible

En intégrant l'information polarimétrique, nous générons deux sous-espaces $\langle H_{xy}^+ \rangle$ et $\langle H_{xy}^- \rangle$ issus respectivement des matrices \mathbf{Y}_{xy}^+ et \mathbf{Y}_{xy}^- .

2.3.2.1 Matrices cible et bases associées

En modélisant la rétrodiffusion de la plaque PC en utilisant l'OP, nous avons la propriété d'égalité entre les réponses en HH et en VV [32] :

$$\mathbf{y}_{xy}^H(\alpha, \beta) = \mathbf{y}_{xy}^V(\alpha, \beta) = \mathbf{y}_{xy}^{OP}(\alpha, \beta), \quad \forall (\alpha, \beta) \in ([0, 180^\circ] \times [0, 180^\circ]) \quad (2.30)$$

En utilisant cette propriété, nous avons aussi l'égalité des matrices cibles en HH et VV :

$$\mathbf{Y}_{xy}^H(\alpha, \beta) = \mathbf{Y}_{xy}^V(\alpha, \beta) = \mathbf{Y}_{xy}^{OP}(\alpha, \beta) \quad (2.31)$$

En utilisant l'Eq. (2.31), nous pouvons démontrer [45] que premièrement les bases \mathbf{H}_{xy}^H et \mathbf{H}_{xy}^V sont égales et que deuxièmement les bases \mathbf{H}_{xy}^+ et \mathbf{H}_{xy}^- s'expriment en fonction des bases \mathbf{H}_{xy}^H et \mathbf{H}_{xy}^V de la manière suivante :

$$\mathbf{H}_{xy}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{xy}^H \\ \mathbf{H}_{xy}^V \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_{xy}^- = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{xy}^H \\ -\mathbf{H}_{xy}^V \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

Les bases \mathbf{H}_{xy}^+ et \mathbf{H}_{xy}^- sont ainsi exprimées en fonction des bases \mathbf{H}_{xy}^H et \mathbf{H}_{xy}^V . Nous retrouvons la structure des modèles de type trièdre et dièdre.

2.3.2.2 Interprétation physique

L'interprétation physique du sous-espace $\langle H_{xy}^+ \rangle$ est directe : c'est le sous-espace contenant les réponses d'une plaque PC en HH et VV. De par l'organisation des données, le sous-espace $\langle H_{xy}^+ \rangle$ ne peut alors décrire que des mécanismes de diffusion de type simple rebond associé à l'élément canonique de la plaque. De même, le sous-espace $\langle H_{xy}^- \rangle$ décrit des mécanismes de diffusion de type double rebond avec un modèle de plaque PC en rétrodiffusion.

2.3.3 Sous-espaces interférence

Comme pour la cible, en intégrant l'information polarimétrique au modèle du cylindre sur sol, nous générons deux sous-espaces interférence polarimétriques.

2.3.3.1 Matrices interférence et bases associées

A partir du cylindre sur sol, nous définissons les deux matrices interférences suivantes :

$$\mathbf{I}_{xy}^+ = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{xy}^H \\ \mathbf{I}_{xy}^V \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}_{xy}^- = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{xy}^H \\ -\mathbf{I}_{xy}^V \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

où les matrices \mathbf{I}_{xy}^H et \mathbf{I}_{xy}^V contiennent respectivement les réponses $\mathbf{i}_{xy}^H(\gamma, \delta)$ et $\mathbf{i}_{xy}^V(\gamma, \delta)$ du cylindre sur sol pour toutes les orientations (γ, δ) . Précisons que $\mathbf{I}_{xy}^H \neq \mathbf{I}_{xy}^V$. Les matrices \mathbf{I}_{xy}^+ et \mathbf{I}_{xy}^- génèrent respectivement les sous-espaces interférence $\langle J_{xy}^+ \rangle$ et $\langle J_{xy}^- \rangle$, qui sont orthogonaux entre eux.

2.3.3.2 Interprétation physique

Contrairement aux sous-espaces cible, il est difficile d'interpréter à la fois les deux sous-espaces interférence $\langle J_{xy}^+ \rangle$ et $\langle J_{xy}^- \rangle$. En effet, l'élément qui génère les sous-espaces cible est la plaque qui ne possède qu'un seul mécanisme de diffusion. Le cylindre sur sol possède plusieurs mécanismes de diffusion : un mécanisme de simple rebond avec la rétrodiffusion du cylindre et un mécanisme de double rebond avec l'interaction entre le cylindre et le sol. Le premier sous-espace interférence $\langle J_{xy}^+ \rangle$ est l'extension naturelle à la double polarisation des sous-espaces $\langle J_{xy}^H \rangle$ et $\langle J_{xy}^V \rangle$: $\langle J_{xy}^+ \rangle$ est le sous-espace en double polarisation des réponses d'un cylindre diélectrique sur sol. La signification physique de $\langle J_{xy}^- \rangle$ est alors problématique : c'est un sous-espace orthogonal à $\langle J_{xy}^+ \rangle$. La combinaison des mécanismes de diffusion du cylindre sur sol et de la matrice polarimétrique de type dièdre ne permettent pas d'interprétation physique valable. Ainsi, nous n'utiliserons pas ce sous-espace ; d'ailleurs nous n'en avons aucune utilité puisque les interférences sont déjà totalement décrites par $\langle J_{xy}^+ \rangle$. Pour plus de simplicité, le sous-espace interférence $\langle J_{xy}^+ \rangle$ est désormais noté $\langle J_{xy} \rangle$.

2.4 Angles entre sous-espaces

Nous générons des sous-espaces cible et interférence. On cherche par là à d'augmenter la détection de la cible avec le premier et à réduire les fausses alarmes dues aux interférences avec le second. Cela implique que nous puissions différencier la réponse d'une cible de celle d'une interférence. Nous avons jusqu'ici considéré qu'en utilisant un modèle de diffusion adapté à la cible et un autre décrivant les interférences, on construirait ainsi deux sous-espaces bien distinct (on entend par distinct le fait qu'un vecteur appartenant au sous-espace cible a une projection faible dans le sous-espace interférence). A priori, il est difficile de savoir si cette distinction est possible mais nous pouvons comparer les sous-espaces cible et

interférence en calculant les angles entre eux. Les angles entre sous-espaces sont l'équivalent des angles entre vecteurs mais pour des dimensions supérieures à 1. Ils permettent ainsi de mesurer la position relative des deux sous-espaces. Nous présentons le calcul des angles entre sous-espaces introduit dans [46] pour le cas d'un sous-espace cible $\langle H_{xy}^p \rangle$ et d'un sous-espace interférence $\langle J_{xy}^p \rangle$. Cependant cette méthode est valable pour n'importe quel autre sous-espace. Précisons néanmoins que nous ne pouvons calculer les angles qu'entre deux sous-espaces de même taille, leurs rangs pouvant être différents.

2.4.1 Définition

Soient les sous-espaces $\langle H_{xy}^p \rangle$ de dimension D_{H^p} et $\langle J_{xy}^p \rangle$ de dimension D_{J^p} , pour une position (x, y) et une polarisation p . Leurs bases respectives \mathbf{H}_{xy}^p et \mathbf{J}_{xy}^p sont calculées comme décrit ci-dessus. \mathbf{H}_{xy}^p et \mathbf{J}_{xy}^p sont respectivement composées des vecteurs \mathbf{h}_{ixy}^p et \mathbf{j}_{ixy}^p de taille NK tels que :

$$\mathbf{H}_{xy}^p = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1xy}^p & \cdots & \mathbf{h}_{D_{H^p}^p xy}^p \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$\mathbf{J}_{xy}^p = \begin{bmatrix} \mathbf{j}_{1xy}^p & \cdots & \mathbf{j}_{D_{J^p}^p xy}^p \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Les angles θ_{kl}^p entre $\langle H_{xy}^p \rangle$ et de $\langle J_{xy}^p \rangle$ sont alors définis par :

$$\cos(\theta_{kl}^p) = \|\mathbf{h}_{kxy}^{p\dagger} \mathbf{j}_{lxy}^p\|, \text{ pour } (k,l) \in \llbracket 1, D_H^p \rrbracket \times \llbracket 1, D_J^p \rrbracket \quad (2.36)$$

Pour un couple (k, l) de vecteurs des bases \mathbf{H}_{xy}^p et \mathbf{J}_{xy}^p et en utilisant l'Eq. (2.36), nous avons :

$$\theta_{kl}^p = \text{acos}(\|\mathbf{h}_{kxy}^{p\dagger} \mathbf{j}_{lxy}^p\|) \quad (2.37)$$

Ainsi $\langle H_{xy}^p \rangle$ et $\langle J_{xy}^p \rangle$ sont orthogonaux si :

$$\forall (k, l) \in \llbracket 1, D_H^p \rrbracket \times \llbracket 1, D_J^p \rrbracket, \theta_{kl} = 90^\circ \quad (2.38)$$

En écriture matricielle, l'orthogonalité entre $\langle H_{xy}^p \rangle$ et $\langle J_{xy}^p \rangle$ s'écrit :

$$\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{J}_{xy}^p = \mathbf{0}_{D_H^p \times D_J^p} \quad (2.39)$$

De même, les sous-espaces $\langle H_{xy}^p \rangle$ et $\langle J_{xy}^p \rangle$ sont colinéaires si leurs rangs sont égaux et si :

$$\forall l \in \llbracket 1, D_H^p \rrbracket, \exists k \in \llbracket 1, D_J^p \rrbracket, \theta_{kl}^p = 0^\circ \quad (2.40)$$

ce qui correspond en écriture matricielle à :

$$\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{J}_{xy}^p = \mathbf{Id}_{D_H^p \times D_J^p} \quad (2.41)$$

où $\mathbf{Id}_{D_H^p \times D_J^p}$ est la matrice identité de dimension $D_{H^p} = D_{J^p}$

2.4.2 Représentation

Nous considérons une certaine configuration SAR. Pour cette configuration, nous générons les sous-espaces $\langle H_{xy}^V \rangle$ et $\langle J_{xy}^V \rangle$ pour une position (x, y) et pour la polarisation VV. Leurs bases respectives \mathbf{H}_{xy}^V et \mathbf{J}_{xy}^V sont de dimensions $D_{HV} = 6$ et $D_{JV} = 10$. La Figure 2.4 est la représentation que nous adopterons pour les angles entre $\langle H_{xy}^V \rangle$ et $\langle J_{xy}^V \rangle$. Cette figure est un exemple ; les angles pour le cas de la polarisation HH ou des doubles polarisations se représentent de la même manière.

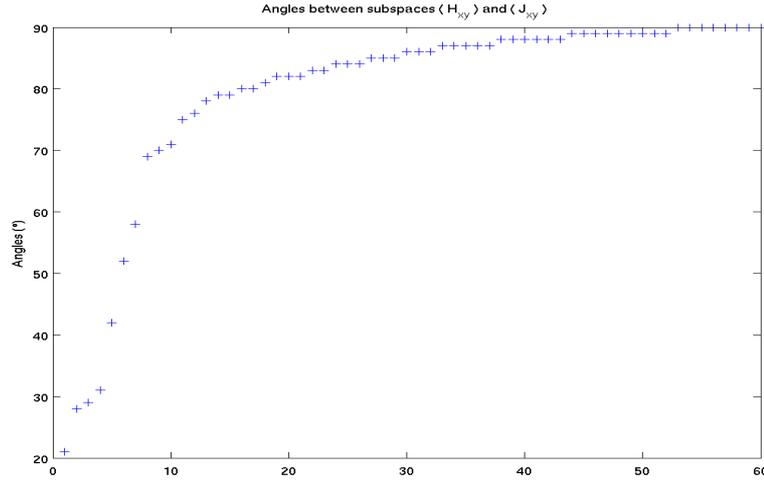


FIG. 2.4 – Exemple d’angles entre les sous-espaces $\langle H_{xy}^V \rangle$ et $\langle J_{xy}^V \rangle$.

On propose de tracer les angles θ_{kl}^V par ordre croissant de leur valeur en degré. Les abscisses ne représentent que les numéros de couple (k, l) . Notons que les premiers angles θ_{kl}^V sont les plus intéressants pour mesurer la position relative des deux sous-espaces. Dans cet exemple, plusieurs valeurs des angles θ_{kl}^V entre le sous-espace cible et le sous-espace interférence sont inférieurs à 45° ; il est donc possible que la position relative des sous-espaces $\langle H_{xy}^V \rangle$ et $\langle J_{xy}^V \rangle$ ne permettent pas de discriminer une cible d’une interférence en polarisation VV.

2.5 Conclusion

Nous avons développé dans ce chapitre les modèles de la cible et des interférences à l’aide d’éléments canoniques pour des applications FoPen. Un élément canonique est orienté dans l’espace ; pour prendre en compte ses orientations, nous supposons que les réponses de cet élément appartient à un sous-espace de rang faible. Ces modèles prennent en compte les propriétés électromagnétiques de la cible et des interférences ; leurs intérêts sont ainsi de mieux décrire les diffuseurs (cible et interférences) que le modèle de point blanc isotrope. Nous montrons ensuite comment générer ces sous-espaces et calculer les bases qui leurs sont associées. Nous étendons ces modèles à la double polarisation. Enfin, nous introduisons le calcul des angles entre sous-espaces.

Nous espérons qu’en utilisant ces modèles, la réponse de la cible est mieux décrite ; nous devrions donc augmenter sa détection. De plus, la modélisation des interférences a pour but d’être utilisée pour réduire leurs réponses. Cependant, est-il possible de différencier la cible de l’interférence à partir de ces modé-

lisations ? Rien ne nous le garantit mais les angles entre sous-espaces devraient nous donner une mesure de leurs positions relatives ce qui devrait nous renseigner sur la possibilité de discrimination des cibles et des interférences.

Pour la suite de notre étude, nous récapitulons ici les différents sous-espaces qui modélisent la cible et les interférences :

– **Sous-espaces Cible**

$\langle H_{xy}^H \rangle, \langle H_{xy}^V \rangle$: sous-espaces d'une plaque PC en HH et en VV.

$\langle H_{xy}^+ \rangle$: sous-espace polarimétrique de type trièdre d'une plaque PC.

$\langle H_{xy}^- \rangle$: sous-espace polarimétrique de type dièdre d'une plaque PC.

– **Sous-espaces Interférence**

$\langle J_{xy}^H \rangle, \langle J_{xy}^V \rangle$: sous-espaces d'un cylindre diélectrique sur sol en HH et en VV.

$\langle J_{xy} \rangle$: sous-espace polarimétrique d'un cylindre diélectrique sur sol.

Chapitre 3

Processeurs SAR polarimétriques basés sur des modèles de cible à sous-espace

3.1 Introduction

Ce chapitre présente les algorithmes qui se basent sur la modélisation en sous-espace de la cible ; nous nous concentrons sur la détection de la cible dans un environnement fortement bruité. Ce type d'algorithme a déjà été développé dans [15] pour la polarisation VV ; à partir de la modélisation en sous-espace, on y définit un problème de détection pour chaque position (x, y) . La résolution de ce problème de détection permet ensuite de définir la valeur de l'intensité. Cet algorithme a montré un gain conséquent en détection par rapport aux algorithmes classiques de formation d'image SAR. Notre approche ici est légèrement différente ; nous utilisons le formalisme de l'algorithme CSAR présenté dans la Section 1.4 dans lequel le signal reçu est modélisé par un modèle de point blanc isotrope. L'intensité de l'image est ensuite calculée en estimant la proportion du signal reçu correspondant au modèle de point blanc isotrope. Ici, au lieu de considérer le modèle du point blanc isotrope, nous utilisons les modèles de cible basés sur des sous-espaces développés dans la section 2.1.2. A partir de ces modèles, nous estimons la proportion du signal reçu contenue dans les sous-espaces cibles pour chaque position (x, y) , puis nous calculons l'intensité de l'image. Les algorithmes développés sont équivalents à ceux de [15] ; l'apport de notre étude est d'étendre ces algorithmes aux données en double polarisation. Nous développons deux nouveaux algorithmes à partir des sous-espaces polarimétriques cible de type trièdre et de type dièdre. Un troisième algorithme polarimétrique est présenté en annexe sec :deco mais celui-ci ne traite pas l'information polarimétrique de façon cohérente contrairement aux autres. Nous présentons également le calcul des performances de détection des algorithmes ainsi que le calcul des résolutions des images obtenues, pour la simple et la double polarisation. Les algorithmes basés sur des modèles à sous-espace sont ensuite appliqués sur des données simulées. Nous évaluons d'abord la capacité des sous-espaces cible à modéliser une cible complexe. Ces algorithmes ayant déjà été étudiés en polarisation VV, nous nous focalisons ici sur l'apport de l'information polarimétrique. Nous calculons le gain en détection des algorithmes polarimétriques pour une cible canonique et pour une cible complexe. Outre le gain en détection, nous verrons que grâce à l'information polarimétrique, nous pouvons distinguer les cibles selon leurs mécanismes de diffusion. Enfin, nous appliquerons nos algorithmes à des données simulées dans un contexte Fopen et présenterons les images obtenues.

3.2 Définition des algorithmes de formation d'image SAR basés sur des modèles de cible à sous-espace

La démarche adoptée pour former les images SAR est identique que l'on considère un seul canal de polarisation (HH ou VV) ou plusieurs (HH et VV). Aussi, nous décrivons le principe de formation d'image SAR seulement pour le vecteur de signal reçu $\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}^{HT} & \mathbf{z}^{VT} \end{bmatrix}^T$. Enfin, rappelons que l'approche utilisée pour former une image SAR s'appuie sur celle présentée dans la section 1.4, à savoir la formation d'image SAR à partir du modèle de point isotrope.

3.2.1 Modélisation du signal reçu

Le signal reçu \mathbf{z} est modélisé en utilisant le modèle polarimétrique à sous-espace développé dans l'Eq. (2.10) de la Section 2.1.2.2. Pour plus de simplicité, on considère un unique diffuseur en (x, y) que l'on suppose être une MMT. Le signal reçu \mathbf{z} s'écrit alors :

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{n} \quad (3.1)$$

où \mathbf{n} est le vecteur de bruit blanc Gaussien de variance σ^2 ; \mathbf{H}_{xy} est une base orthonormée du sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$ et $\boldsymbol{\lambda}_{xy}$ est le vecteur inconnu des coordonnées de \mathbf{z} dans ce sous-espace. $\langle H_{xy} \rangle$ peut être n'importe quel sous-espace polarimétrique développé précédemment.

Pour former l'image SAR, nous devons estimer $\boldsymbol{\lambda}_{xy}$. Ce vecteur complexe de dimension $(D_H \times 1)$ représente les coordonnées du signal reçu \mathbf{z} dans $\langle H_{xy} \rangle$; autrement dit $\boldsymbol{\lambda}_{xy}$ mesure la quantité du vecteur \mathbf{z} qui appartient à $\langle H_{xy} \rangle$. L'estimé $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ du vecteur de coordonnées s'obtient en utilisant les moindres carrés [47] :

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy} = \arg \left(\min_{\boldsymbol{\lambda}_{xy}} \|\mathbf{z} - \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy}\|^2 \right) \quad (3.2)$$

puis en résolvant directement l'Eq. (3.2) :

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy} = \mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{z} \quad (3.3)$$

Le vecteur $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ est donc la projection orthogonale du signal reçu \mathbf{z} dans le sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$.

3.2.2 Intensités

3.2.2.1 Cas général

Pour former une image SAR complète, nous répétons l'opération d'estimation de l'Eq. (3.2) pour toutes les positions (x, y) . Nous créons ensuite une image en fixant l'intensité pour une position (x, y) comme suit :

$$\begin{aligned} I_{SDSAR}(x, y) &= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \\ &= \frac{\mathbf{z}^\dagger \mathbf{P}_{H_{xy}} \mathbf{z}}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

où $\mathbf{P}_{H_{xy}} = \mathbf{H}_{xy} \mathbf{H}_{xy}^\dagger$ est le projecteur orthogonal sur $\langle H_{xy} \rangle$. La Figure 3.1 illustre la projection du signal reçu \mathbf{z} sur le sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$ en utilisant le projecteur orthogonal $\mathbf{P}_{H_{xy}}$. Nous appelons cet algorithme le SARSES (SAR à Sous-Espace Signal).

3.2. Définition des algorithmes de formation d'image SAR basés sur des modèles de cible à sous-espace

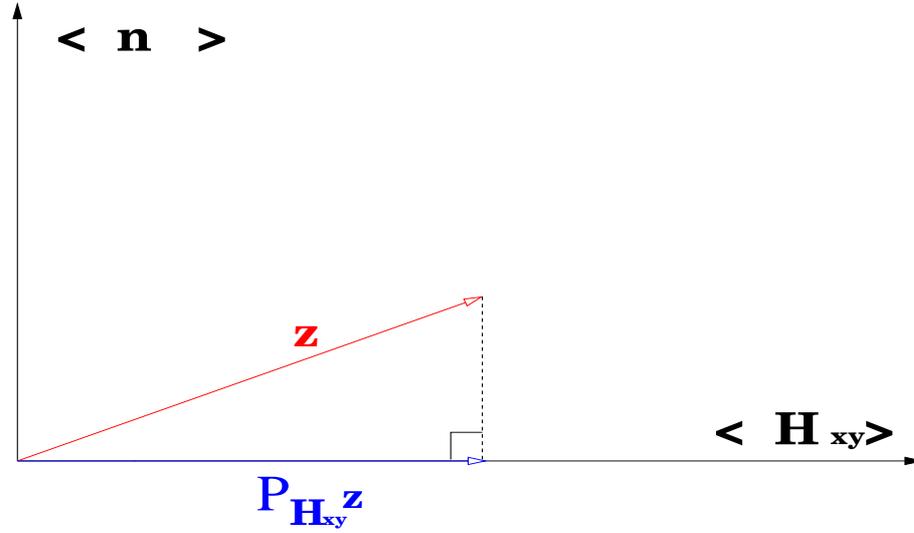


FIG. 3.1 – Représentation simplifiée de la projection du signal reçu \mathbf{z} sur le sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$

Cet algorithme peut être obtenu en utilisant le Matched Subspace Detector [38]. Dans [13, 15], pour former une image en polarisation VV, on construit le détecteur de Neyman-Person suivant :

- sous l'hypothèse H_0 , on suppose qu'il n'y a pas de cible. Le signal reçu est alors composé uniquement d'un bruit blanc Gaussien.
- sous l'hypothèse H_1 , on suppose qu'il y a une cible. Le signal reçu est composé de la réponse de la cible (qui est modélisée par le sous-espace cible) et d'un bruit blanc Gaussien.

Le problème de détection se résout en calculant le rapport de vraisemblance généralisé (RVG). L'intensité de l'image SARSES est définie comme étant le logarithme népérien du RVG. De plus dans [15, 13], l'algorithme SARSES est aussi développé pour du bruit blanc Gaussien de variance inconnue. Dans [45], cette méthode a été étendue aux données en double polarisation.

3.2.2.2 Cas de la simple polarisation

A partir de l'Eq. (3.4), nous pouvons définir les algorithmes SARSES H et SARSES V issus de l'algorithme SARSES respectivement appliqué aux polarisations HH et VV. Leurs intensités s'expriment telles que :

$$I_{SARSES}^H = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{z}^H\|^2}{\sigma^{H^2}}, \quad I_{SARSES}^V = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{z}^V\|^2}{\sigma^{V^2}} \quad (3.5)$$

où σ^{H^2} et σ^{V^2} sont les variances de bruit en HH et en VV ; les bases \mathbf{H}_{xy}^H et \mathbf{H}_{xy}^V sont respectivement les bases orthonormées des sous-espaces $\langle H_{xy}^H \rangle$ et $\langle H_{xy}^V \rangle$ définis dans la Section 2.2.

3.2.2.3 Cas de la double polarisation

Nous avons vu dans la Section 2.3.2 que nous pouvons définir deux sous-espaces cible polarimétriques $\langle H_{xy}^+ \rangle$ et $\langle H_{xy}^- \rangle$ suivant l'organisation des données polarimétriques HH et VV. A partir de ces deux sous-espaces et en utilisant l'Eq. (3.4), nous définissons les algorithmes SARSES+ et SARSES– dont les images ont pour intensité :

$$I_{SARSES}^+ = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{\dagger+} \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2}, \quad I_{SARSES}^- = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{\dagger-} \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \quad (3.6)$$

où σ^2 est la variance du bruit en double polarisation ; \mathbf{H}_{xy}^+ et \mathbf{H}_{xy}^- sont respectivement les bases des sous-espaces polarimétriques $\langle H_{xy}^+ \rangle$ et $\langle H_{xy}^- \rangle$. Les projections orthogonales sur les différents espaces polarimétriques sont illustrées sur la Figure 3.2.

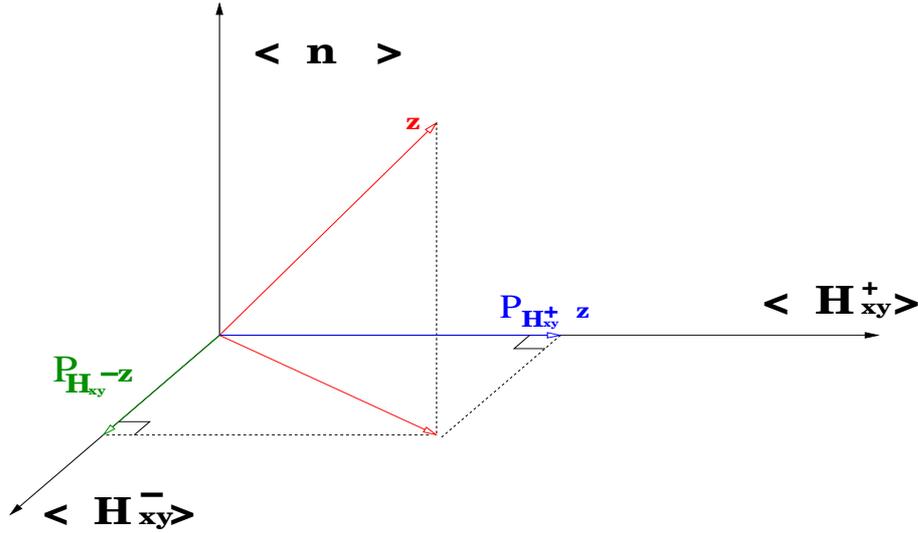


FIG. 3.2 – Représentation simplifiée de la projection du signal reçu \mathbf{z} sur les sous-espaces polarimétriques

D'après l'Eq. (2.32), les bases \mathbf{H}_{xy}^+ et \mathbf{H}_{xy}^- peuvent être exprimées en fonction des bases \mathbf{H}_{xy}^H et \mathbf{H}_{xy}^V . Les intensités I_{SARSES}^+ et I_{SARSES}^- s'écrivent alors :

$$I_{SARSES}^+ = \frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{z}^H + \mathbf{H}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{z}^V\|^2}{\sigma^2} \quad (3.7)$$

$$I_{SARSES}^- = \frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{z}^H - \mathbf{H}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{z}^V\|^2}{\sigma^2}$$

Nous précisons que les algorithmes SARSES peuvent s'écrire de façon à pouvoir traiter des signaux compressés ce qui est souvent le cas pour les données réelles ; ceci a déjà été fait dans [16] pour le SARSES HH et le SARSES VV. Cette écriture est directement applicable au SARSES+ et au SARSES-. Un troisième algorithme, le SARSES_{deco} est présenté en annexe B ; avec cette algorithme l'information polarimétrique n'est pas traitée de façon cohérente et présente moins d'intérêt que les SARSES+ et le SARSES-.

3.2.3 Résolutions des images

Les images obtenues par les algorithmes SARSES ont des résolutions qui se calculent avec la fonction d'ambiguïté. Nous écrivons ci-dessous le calcul de celles-ci dont la méthode est la même que dans la Section 1.4.3.

3.2. Définition des algorithmes de formation d'image SAR basés sur des modèles de cible à sous-espace

3.2.3.1 Cas de la simple polarisation

Soit $\mathbf{y}_0^p(\alpha, \beta)$ le signal rétrodiffusé par l'élément canonique, à la position $0 = (x_0, y_0)$ avec une orientation définie par (α, β) et pour la polarisation p . On appelle $\langle H_0^p \rangle$ le sous-espace généré par un tel élément. Soit \mathbf{H}_{xy}^p une base orthonormée du modèle à sous-espace $\langle H_{xy}^p \rangle$ à la position $(x, y) = (x_0 + \Delta_x, y_0 + \Delta_y)$. La fonction d'ambiguïté $\rho_{H^p}(x, y)$ associée à l'image obtenue par le SARSES à la polarisation p s'écrit [15] :

$$\rho_{H^p}(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{y}_0^p(\alpha, \beta)\|^2}{\|\mathbf{H}_0^{p\dagger} \mathbf{y}_0^p(\alpha, \beta)\|^2} \quad (3.8)$$

Les angles (α, β) étant inconnus et couvrant un large ensemble de valeurs, on définit une nouvelle fonction d'ambiguïté, $\hat{\rho}_{H^p}(x, y)$, en moyennant $\rho_{H^p}(x, y)$ sur $(\alpha, \beta) \in [0^\circ, 180^\circ] \times [0^\circ, 180^\circ]$:

$$\hat{\rho}_{H^p}(x, y) = E_{\alpha, \beta} \left[\frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{y}_0^p(\alpha, \beta)\|^2}{\|\mathbf{H}_0^{p\dagger} \mathbf{y}_0^p(\alpha, \beta)\|^2} \right] \quad (3.9)$$

$$= \frac{1}{QR} \sum_{q,r} \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{y}_0^p(\alpha_q, \beta_r)\|^2}{\|\mathbf{H}_0^{p\dagger} \mathbf{y}_0^p(\alpha_q, \beta_r)\|^2} \quad (3.10)$$

Cette fonction d'ambiguïté donne une résolution moyenne des images obtenues par le SARSES en polarisation p .

Une fois les résolutions $(\delta_x^{H^p}, \delta_y^{H^p})$ calculées, nous avons :

$$\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{y}_{x'y'}^p(\alpha, \beta)\| \approx 0 \quad (x - x', y - y') \geq (\delta_x^{H^p}, \delta_y^{H^p}) \quad (3.11)$$

3.2.3.2 Cas de la double polarisation

Soit $\mathbf{y}_0^\pm(\alpha, \beta) = [\mathbf{y}_0^{HH}(\alpha, \beta) \pm \mathbf{y}_0^{VV}(\alpha, \beta)]^T$ la réponse rétrodiffusée par les modèles polarimétriques issus de la plaque PC, à une position de référence $0 = (x_0, y_0)$. Soit \mathbf{H}_{xy}^\pm une base orthonormée du sous-espace cible $\langle H_{xy}^\pm \rangle$ pour la position $(x, y) = (x_0 + \Delta_x, y_0 + \Delta_y)$. Comme pour le cas d'une polarisation, nous utilisons la moyenne sur l'ensemble des angles (α, β) . La fonction d'ambiguïté $\hat{\rho}_{H^\pm}(x, y)$ associée aux images obtenues par le SARSES \pm s'écrit :

$$\hat{\rho}_{H^\pm}(x, y) = E_{\alpha, \beta} \left[\frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{\pm\dagger} \mathbf{y}_0^\pm(\alpha, \beta)\|^2}{\|\mathbf{H}_0^{\pm\dagger} \mathbf{y}_0^\pm(\alpha, \beta)\|^2} \right] \quad (3.12)$$

$$= \frac{1}{QR} \sum_{q,r} \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{\pm\dagger} \mathbf{y}_0^\pm(\alpha_q, \beta_r)\|^2}{\|\mathbf{H}_0^{\pm\dagger} \mathbf{y}_0^\pm(\alpha_q, \beta_r)\|^2} \quad (3.13)$$

Nous avons vu dans la Section 2.3.2 que les bases \mathbf{H}_{xy}^\pm peuvent s'écrire d'après l'Eq. (2.32) de la manière suivante :

$$\mathbf{H}_{xy}^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{xy}^H \\ \pm \mathbf{H}_{xy}^V \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

D'après l'Eq. (2.31) de la section 2.3.2, nous avons l'égalité des réponses $\mathbf{y}_0^H(\alpha, \beta)$ et $\mathbf{y}_0^V(\alpha, \beta)$ en utilisant l'OP ; nous avons donc $\mathbf{H}_{xy}^H = \mathbf{H}_{xy}^V = \mathbf{H}_{xy}^p$. La fonction d'ambiguïté $\rho_{H^\pm}(x, y)$ de l'Eq. (3.13) s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{H^\pm}(x, y) &= \frac{1}{QR} \sum_{q,r} \frac{\left\| \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \\ \pm \mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \end{pmatrix} (\mathbf{y}_0^p(\alpha_q, \beta_r) \quad \pm \mathbf{y}_0^p(\alpha_q, \beta_r)) \right\|^2}{\left\| \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \mathbf{H}_0^{p\dagger} \\ \pm \mathbf{H}_0^{p\dagger} \end{pmatrix} (\mathbf{y}_0^p(\alpha_q, \beta_r) \quad \pm \mathbf{y}_0^p(\alpha_q, \beta_r)) \right\|^2} \\ &= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{y}_0^p(\alpha_q, \beta_r)\|^2}{\|\mathbf{H}_0^{p\dagger} \mathbf{y}_0^p(\alpha_q, \beta_r)\|^2} \\ &= \rho_{H^p}(x, y) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Nous obtenons donc les mêmes résolutions que les algorithmes SARSES en HH et en VV.

3.2.4 Performances de détection

Comme pour les algorithmes CSAR dans la Section 1.4.4, nous calculons les performances en termes de détection des algorithmes SARSES pour une ou plusieurs polarisations. Nous présentons ces calculs pour l'algorithme SARSES en polarisation p mais ils s'appliquent également aux algorithmes SARSES+ et SARSES−.

- **Probabilité de fausse alarme** $P_{fa} = P(I_{SARSES}^p(x_0, y_0) > \eta)$

Nous calculons tout d'abord la probabilité de fausse alarme P_{fa} liée au bruit blanc Gaussien. Considérons un pixel $0 = (x_0, y_0)$ ne contenant pas de diffuseur ; le signal reçu provenant de ce pixel et la distribution qui lui est associée sont :

$$\mathbf{z}_0^p = \mathbf{n}^p, \quad \mathbf{z}_0^p \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad (3.16)$$

La distribution de l'intensité $I_{SARSES}^p(x_0, y_0)$ est alors un χ^2 centré [38] :

$$I_{SARSES}^p(x_0, y_0) = \frac{\|\mathbf{H}_0^{p\dagger} \mathbf{z}_0^p\|^2}{\sigma^{p^2}} \quad (3.17)$$

$$\sim \frac{1}{2} \chi^2(2D_{H^p}, 0) \quad (3.18)$$

- **Probabilité de détection** $P_d = P(I_{SARSES}^p(x, y) > \eta)$

Nous calculons ensuite la probabilité de détection P_d . Considérons un pixel (x, y) contenant une cible ; le signal reçu provenant de ce pixel et la distribution qui lui est associée sont :

$$\mathbf{z}_{xy}^p = \mathbf{H}_{xy}^p \boldsymbol{\lambda}_{xy}^p + \mathbf{n}^p, \quad \mathbf{z}_{xy}^p \sim \mathcal{N}(\|\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p\|^2, \sigma^{p^2}) \quad (3.19)$$

La distribution de l'intensité $I_{SARSES}^p(x, y)$ est alors un χ^2 décentré [38] :

3.2. Définition des algorithmes de formation d'image SAR basés sur des modèles de cible à sous-espace

$$I_{SARSES}^p(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{\sigma^{p^2}} \quad (3.20)$$

$$\sim \frac{1}{2} \chi^2(2D_{Hp}, 2 \frac{\|\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p\|^2}{\sigma^{p^2}}) \quad (3.21)$$

Le calcul de la probabilité de fausse alarme montre que les algorithmes SARSES possèdent la propriété de taux de fausse alarme constant ou Constant False Alarm Rate (CFAR) : la probabilité de fausse alarme est indépendante de la variance du bruit. On peut donc trouver un seuil η garantissant une probabilité de fausse alarme donnée.

Pour les algorithmes SARSES+ et SARSES−, la probabilité de détection et la probabilité de fausse alarme se déduisent directement des calculs ci-dessus. Nous pouvons montrer que :

– Probabilité de fausse alarme

$$I_{SARSES}^\pm(x_0, y_0) = \frac{\|\mathbf{H}_0^{\pm\dagger} \mathbf{z}_0\|^2}{\sigma^2} \quad (3.22)$$

$$\sim \frac{1}{2} \chi^2(2D_{H^\pm}, 0)$$

– Probabilité de détection

$$I_{SARSES}^\pm(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{\pm\dagger} \mathbf{z}_{xy}\|^2}{\sigma^2} \quad (3.23)$$

$$(3.24)$$

$$\sim \frac{1}{2} \chi^2(2D_{H^\pm}, 2 \frac{\|\boldsymbol{\lambda}_{xy}^\pm\|^2}{\sigma^2}) \quad (3.25)$$

3.2.5 Discussion

L'intégration de l'information polarimétrique à l'algorithme SARSES nous permet de définir deux nouveaux algorithmes, le SARSES+ et le SARSES− : la méthode de formation d'image SAR est commune aux deux algorithmes. Néanmoins, le SARSES+ est adapté à la détection de cibles faisant intervenir le simple rebond et le SARSES− est adapté à la détection de cibles faisant intervenir le double rebond. Nous pouvons ainsi sélectionner les cibles selon leurs mécanismes de diffusion, ce qui n'était pas possible avec le SARSES HH et le SARSES VV.

Pour les résolutions des images SAR, l'information polarimétrique n'apporte aucun gain, ce à quoi nous nous attendions. Nous n'étudierons pas plus en avant les résolutions de ces nouvelles images et nous nous utiliserons les résolutions de [13] obtenues en traçant la fonction d'ambiguïté pour la polarisation VV. Néanmoins, il serait intéressant d'analyser plus précisément l'impact des modèles à sous-espace sur les résolutions pour les comparer avec celles classiquement utilisées en SAR. Plusieurs interrogations se posent : quelle est l'influence du rang du sous-espace sur les résolutions ? Si on considère seulement le modèle de plaque, les résolutions changent-elles ?

Si les images SARSES± ont les mêmes résolutions que les images SARSES HH et SARSES VV, nous espérons que la performances de détection des SARSES± sont meilleures que celles des SARSES HH

et SARSES VV. Malheureusement, les expressions théoriques des probabilités de détection ne nous permettent pas de montrer un gain en détection des algorithmes polarimétriques.

La partie suivante nous permettra d'évaluer les performances en termes de détection des algorithmes polarimétriques ; nous vérifierons leurs propriétés de sélection de cibles selon leurs mécanismes de diffusion.

3.3 Application à des données simulées

Nous étudions dans cette section, les performances de détection d'une cible par les différents algorithmes SARSES et les comparons à celles des algorithmes classiques (CSAR). Il a déjà été montré dans [15, 13] que le SARSES VV augmente la probabilité de détection par rapport au CSAR VV. Nous nous focalisons donc sur les performances de détection des algorithmes SARSES+ et SARSES-. Pour tester les performances de nos algorithmes, nous simulons des cibles dont les propriétés de diffusion sont différentes. Nous testons la validité des modèles à sous-espaces et traçons les courbes de détection pour chacune de ces cibles. Enfin, nous simulons une MMT dans une forêt de tronc pour appliquer les algorithmes SARSES à un contexte de détection en FoPen.

3.3.1 Performances de détection

3.3.1.1 Configuration

Paramètres SAR

- Configuration de l'antenne synthétique : le vol est défini entre $u_1 = -50\text{m}$ et $u_{200} = 50\text{m}$ avec $\delta_u = 0.5\text{m}$, à une altitude de 100m.
- Signal émis : le signal émis est un chirp de fréquence centrale 400MHz, de largeur de bande 100MHz, et de durée d'émission $T_e = 2.10^{-7}\text{s}$.
- Configuration de la scène sous observation : on représentera la scène simulée telle que $x \in [90, 140]\text{m}$ et $y \in [-25, 20]\text{m}$.

Paramètres des cibles

Nous considérons séparément deux cibles aux coordonnées $(115, -1, 0)$:

- La première cible est une plaque PC de dimensions $2\text{m} \times 1\text{m}$ et d'orientation $(\alpha, \beta) = (0^\circ, 0^\circ)$. Sa réponse électromagnétique est calculée en utilisant l'OP [32]. D'un point de vue polarimétrique, la diffusion de la plaque PC est de type trièdre. Enfin, précisons que cette cible est identique à l'élément canonique qui génère les sous-espaces cibles.
- La deuxième cible étudiée est une boîte PC de dimensions $2\text{m} \times 1.5\text{m} \times 1\text{m}$, d'orientation $(\alpha, \beta) = (0^\circ, 0^\circ)$ et sur un sol PC. Sa réponse électromagnétique est calculée en utilisant Feko [48] qui est un logiciel commercial de modélisation électromagnétique. L'avantage de ce type de simulation est de prendre en compte des phénomènes comme les couplages, les effets d'arêtes, etc. D'un point de vue polarimétrique, la diffusion de la boîte sur sol est représentative de celle d'une MMT ; de plus, elle est majoritairement de type dièdre. Précisons que la réponse de cette cible est calculée de façon totalement différente de celle de l'élément canonique générateur des sous-espaces cible.

Nous présentons ces deux cibles et leurs orientations par rapport à la trajectoire du vol SAR sur la Figure 3.3(a) pour la plaque et sur la Figure 3.3(b) pour la boîte sur sol.

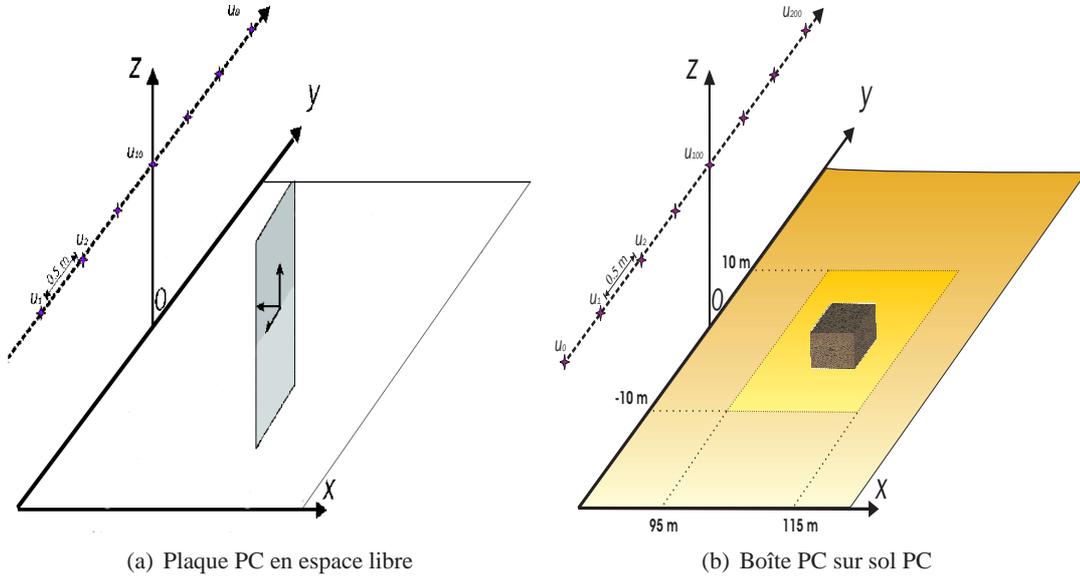


FIG. 3.3 – Configuration géométrique des données simulées pour la plaque PC et la boîte sur sol.

Ces deux cibles nous permettent de tester nos algorithmes sur des diffuseurs aux propriétés différentes mais aussi de tester la robustesse du modèle de cible à sous-espace en considérant la boîte sur sol.

Paramètres des sous-espaces

- Élément canonique : l'élément qui génère les sous-espaces cible est une plaque PC de dimensions $2\text{m} \times 1\text{m}$ dont la réponse électromagnétique est calculée en utilisant l'OP [32]. Ses orientations (α, β) couvrent l'ensemble $([0^\circ, 180^\circ] \times [0^\circ, 180^\circ])$. D'autres choix de dimensions sont possibles mais il a été montré dans [13, 15] que les dimensions de la plaque influencent peu les performances de détection des algorithmes.
- Rangs des sous-espaces : les rangs des sous-espaces sont choisis en fonction des valeurs singulières des matrices cible. Les matrices cible \mathbf{S}_{xy}^H et \mathbf{S}_{xy}^V étant égales, nous représentons sur la Figure 3.4 leurs valeurs singulières qui sont identiques. De plus, comme les valeurs singulières de \mathbf{S}_{xy}^H et de \mathbf{S}_{xy}^V sont identiques, celles de \mathbf{S}_{xy}^+ et \mathbf{S}_{xy}^- le sont aussi et sont représentées sur Figure 3.5. Nous constatons tout d'abord que l'hypothèse de rang faible des sous-espaces cible est vérifiée. Les rangs des sous-espaces sont choisis en repérant la cassure de la courbe décrite par les valeurs singulières. Remarquons d'ailleurs que la courbe décrite par les valeurs singulières des matrices \mathbf{S}_{xy}^p est la même que celle décrite par les valeurs singulières des matrices \mathbf{S}_{xy}^\pm .

Nous avons donc pour les rangs des sous-espaces :

- $\langle H_{xy}^H \rangle$ et $\langle H_{xy}^V \rangle$: $D_{HH} = D_{HV} = 10$
- $\langle H_{xy}^+ \rangle$ et $\langle H_{xy}^- \rangle$: $D_{H+} = D_{H-} = 10$

Pour le SARSESDeco, nous utilisons les résultats de [45] pour fixer le rang de $\langle H_{xy}^{deco} \rangle$, $D_{H^{deco}}$.

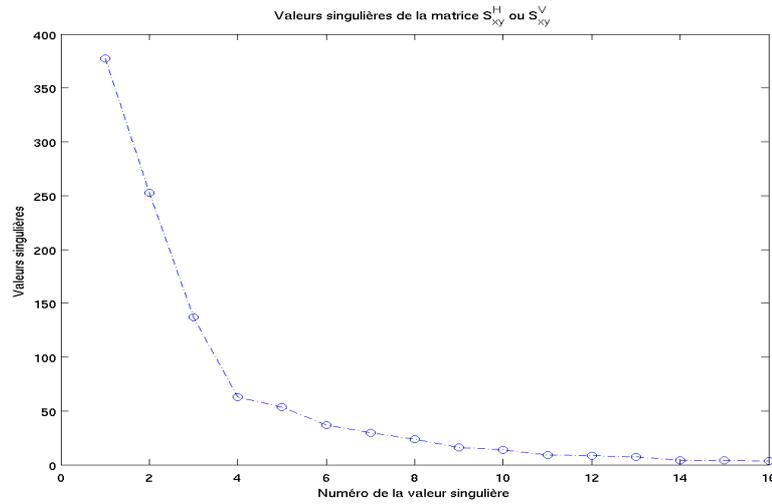


FIG. 3.4 – Valeurs singulières de \mathbf{S}_{xy}^H ou de \mathbf{S}_{xy}^V

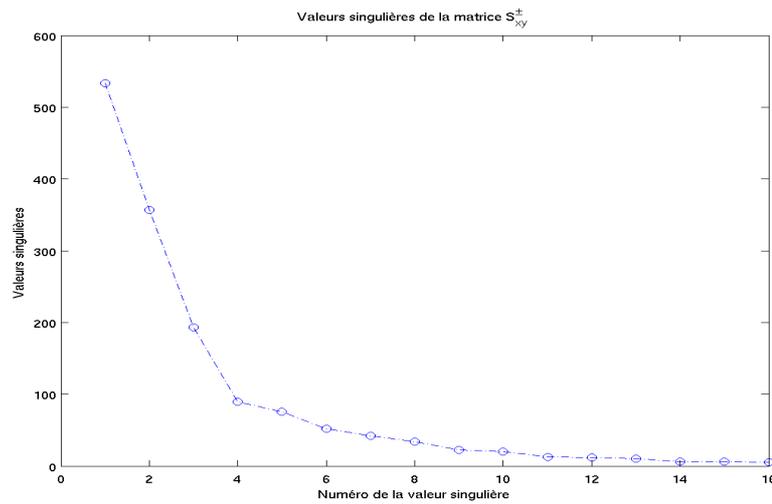


FIG. 3.5 – Valeurs singulières de \mathbf{S}_{xy}^\pm

De plus, il faut choisir un pas d'échantillonnage angulaire des angles d'orientation (α, β) ; ce choix se fait en satisfaisant un critère sur l'erreur engendrée par l'échantillonnage et par la troncature du sous-espace. Nous utiliserons les résultats de [13, 15] qui nous donnent un pas de 9° pour les deux angles d'orientation (α, β) .

3.3.1.2 Validation des modélisations

Avant de mesurer les performances de détection des algorithmes SARGES, nous testons les modèles à sous-espaces sur les deux cibles décrites précédemment. Notons $p_{cible}^{(H^p)}$ la proportion du signal de la cible contenue dans les sous-espaces $\langle H_{xy}^p \rangle$. Nous calculons cette quantité de la manière suivante :

	Point blanc isotrope HH \mathbf{r}_{xy}^H	Point blanc isotrope VV \mathbf{r}_{xy}^V	Sous-espace cible HH $\langle H_{xy}^H \rangle$	Sous-espace cible VV $\langle H_{xy}^V \rangle$
Plaque PC	72%	72%	98%	98%
Boîte sur sol	25%	23%	93%	94%

TAB. 3.1 – Proportions des signaux reçues des cibles décrites par les modèles du point blanc isotrope et les sous-espaces cible en polarisation HH et polarisation VV.

$$p_{cible}^{\langle H^p \rangle} = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}^p\|^2}{\|\mathbf{z}^p\|^2} \times 100 \quad (3.26)$$

Pour comparaison, nous calculons également la proportion du signal de la cible $p_{cible}^{\mathbf{r}^p}$ décrite par le modèle du point blanc isotrope :

$$p_{cible}^{\mathbf{r}^p} = \frac{\|\mathbf{r}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}^p\|^2}{\|\mathbf{z}^p\|^2} \times 100 \quad (3.27)$$

Le tableau 3.1 présente les différentes valeurs de $p_{cible}^{\langle H^p \rangle}$ et de $p_{cible}^{\mathbf{r}^p}$ pour la plaque et la boîte sur sol.

Nous constatons premièrement que le modèle de point blanc isotrope ne décrit pas entièrement les réponses des cibles ; ceci est encore plus marqué pour la boîte sur sol. En utilisant les sous-espaces cible qui sont générés par une plaque PC, nous remarquons que la plaque est bien entendu correctement modélisée : seulement 2% des réponses de la plaque en HH et en VV sont non représentées. Ceci est dû à la troncature des sous-espaces et à l'échantillonnage angulaire des angles d'orientation qui introduisent des erreurs dans la modélisation. De plus les sous-espaces cible modélisent avec précision les réponses de la boîte sur le sol en HH et VV. Ceci est un résultat important : même si les sous-espaces cible sont générés à partir d'un élément simple et en espace libre, ils sont capables de modéliser le rayonnement d'objet complexe et sur sol. Ce résultat confirme la robustesse de notre modélisation pour des cibles réalistes. De la même façon, nous pouvons comparer les modèles polarimétriques et leurs capacités à modéliser les cibles dans le tableau 3.2. Nous obtenons en général les mêmes résultats que précédemment, le point blanc isotrope (type trièdre ou dièdre) modélise seulement une partie des réponses des cibles alors qu'avec les sous-espaces cible, la majeure partie de leurs réponses est correctement décrite. La différence entre les modèles polarimétriques et les modèles pour une seule polarisation réside dans la discrimination des cibles selon leurs propriétés de diffusion ; nous constatons que la plaque est décrite par les modèles polarimétriques de type trièdre, que ce soit en utilisant le point blanc isotrope ou le sous-espace cible. Par opposition, la boîte sur sol est majoritairement décrite par les modèles polarimétriques de type dièdre que ce soit encore une fois en utilisant le point blanc isotrope ou le sous-espace cible.

	Point blanc isotrope Type trièdre \mathbf{r}_{xy}^+	Point blanc isotrope Type dièdre \mathbf{r}_{xy}^-	Sous-espace cible Type trièdre $\langle H_{xy}^+ \rangle$	Sous-espace cible Type dièdre $\langle H_{xy}^- \rangle$
Plaque PC	72%	$\approx 0\%$	98%	$\approx 0\%$
Boîte sur sol	1%	46%	2%	92%

TAB. 3.2 – Proportions des signaux reçues des cibles décrites par les modèles polarimétriques du point blanc isotrope et les sous-espaces polarimétriques cible.

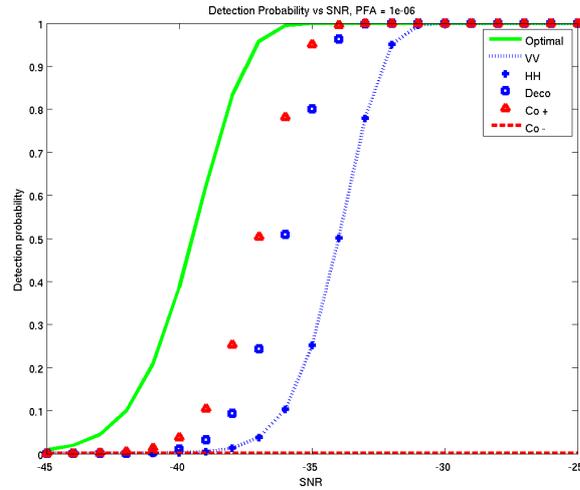
D'une manière générale, nous retenons que le point blanc isotrope, classiquement utilisé, décrit toujours une partie des cibles (en double polarisation, de type trièdre ou de type dièdre). Néanmoins, les sous-espaces cible les décrivent toujours mieux.

3.3.1.3 Courbes de détection

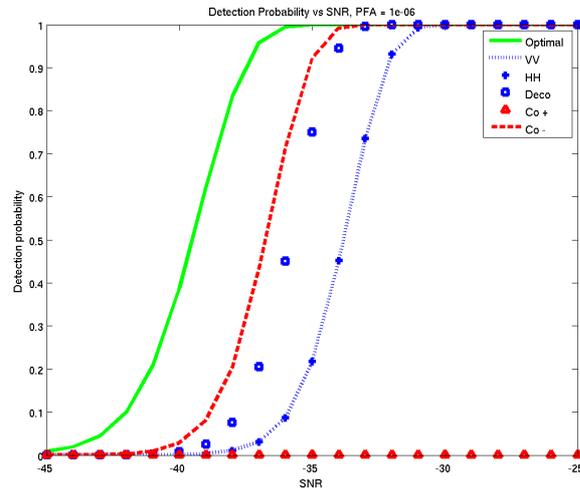
Nous considérons ici les performances des algorithmes SARSES à détecter une cible dans du bruit blanc Gaussien. Il a déjà été montré dans [15] que les algorithmes SARSES VV apportent un gain de plusieurs dB par rapport à l'algorithme CSAR VV pour la plaque et la boîte sur sol. Ainsi, nous nous intéressons plus précisément sur les performances de détection des algorithmes polarimétriques SARSES+ et SARSES- par rapport aux SARSES HH et aux SARSES VV pour les deux cibles considérées. Nous représentons sur la Figure 3.6, les probabilités de détection P_d des algorithmes SARSES en fonction du rapport signal à bruit (SNR en anglais pour Signal Noise Ratio) pour la plaque en espace libre sur la Figure 3.6(a) et pour la boîte sur sol sur la Figure 3.6(b) ; nous fixons la probabilité de fausse alarme à 10^{-6} . Nous considérons les performances des algorithmes suivants :

- SARSES HH et SARSES VV qui modélisent la cible par les sous-espaces $\langle H_{xy}^H \rangle$ et $\langle H_{xy}^V \rangle$ qui n'utilisent pas l'information polarimétrique.
- SARSES+ (ou Co+) et SARSES- (ou Co-) qui modélisent la cible par les sous-espaces $\langle H_{xy}^+ \rangle$ et $\langle H_{xy}^- \rangle$ qui prennent en compte l'information polarimétrique.
- SARSES $_{deco}$ qui modélise la cible par le sous-espace $\langle H_{xy}^{deco} \rangle$ qui prend en compte l'information polarimétrique.
- Optimal qui est un filtre adapté du signal reçu par le signal simulé. Ce cas représente la détection optimale pour laquelle la cible est parfaitement connue.

La Figure 3.6 montre de manière générale un gain en détection des algorithmes SARSES polarimétriques par rapport aux algorithmes SARSES HH et SARSES VV. Le SARSES $_{deco}$ qui n'exploite pas la phase relative en HH et VV, permet déjà un gain en détection de $2dB$ par rapport au SARSES HH et au SARSES VV que ce soit pour la plaque ou pour la boîte sur sol. De plus, le SARSES+ permet de détecter la plaque avec un gain de $3dB$ en comparaison avec les SARSES HH et VV sur la Figure 3.6(a) alors que le SARSES- permet de détecter la boîte sur sol avec un gain de $3dB$ par rapport aux SARSES



(a) Plaque PC en espace libre



(b) Boîte PC sur sol PC

FIG. 3.6 – Probabilités de détection des algorithmes SARSES en fonction du SNR pour différentes cibles.

HH et VV sur la Figure 3.6(b). Enfin, les Figures 3.6(a) et 3.6(b) illustrent la propriété des sous-espaces polarimétriques $\langle H_{xy}^+ \rangle$ et $\langle H_{xy}^- \rangle$ à discriminer les cibles par rapport à leurs propriétés de diffusion. Ainsi la plaque en espace libre est détectée avec le SARSES+ dont le modèle à sous-espace $\langle H_{xy}^+ \rangle$ est associé aux mécanismes de diffusion de type trièdre ; la boîte sur sol est détectée avec le SARSES– dont le modèle à sous-espace $\langle H_{xy}^- \rangle$ est associé aux mécanismes de diffusion de type dièdre.

Le mécanisme de diffusion majoritaire de la boîte sur sol est de type dièdre ; néanmoins, des mécanismes de type trièdre sont aussi présents mais minoritaires. Sur la Figure 3.7, nous représentons les probabilités de détection décrites ci-dessus mais en considérant des SNR plus forts. Nous constatons que le SARSES+ détecte le mécanisme de diffusion de type trièdre de la boîte sur sol pour des SNR de fortes valeurs.

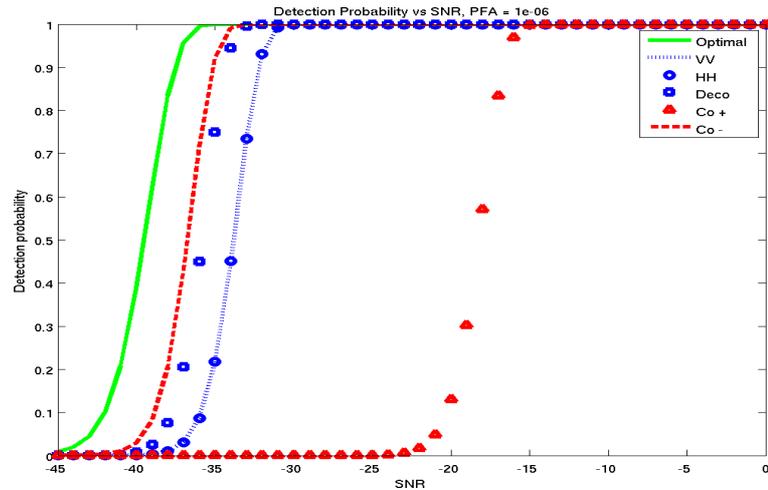


FIG. 3.7 – Probabilités de détection des algorithmes SARSES en fonction du SNR pour la boîte sur sol.

Dorénavant, nous n’appliquerons plus le SARSES $_{deco}$ qui n’est autre que la somme des intensités du SARSES HH et SARSES VV et qui donc ne présente pas d’intérêt particulier. Pour plus de détails, le SARSES $_{deco}$ a été étudié en détails dans [45].

3.3.2 Données simulées FoPen

Nous proposons maintenant d’appliquer les algorithmes SARSES sur des données simulées dans un contexte de FoPen. Nous présentons les images obtenues par les différents algorithmes et analysons le contenu de celles-ci.

3.3.2.1 Configuration

Les paramètres SAR et les paramètres des sous-espaces sont identiques à ceux des simulations précédentes et sont décrits dans la Section 3.3.1.1.

Pour simuler un environnement FoPen, nous considérons une cible et des interférences :

- La cible est la boîte sur sol utilisée dans les simulations précédentes et dont les caractéristiques sont écrites dans la Section 3.3.1.1.
- Les interférences sont les éléments d’une forêt. La réponse de celle-ci est simulée par le logiciel COSMO [41]. En FoPen, les interférences étant principalement dues au troncs des arbres, la forêt simulée est une forêt de cylindres diélectriques de hauteur 11m et de rayon 20cm reposant sur un sol. Les cylindres diélectriques sont espacés de 4m, plus ou moins 1m. De plus, les orientations (γ, δ) des cylindres sont choisies aléatoirement dans l’ensemble $([0^\circ, 360^\circ] \times [0^\circ, 10^\circ])^5$.

Une illustration de cette configuration est donnée sur la Figure 3.8. Précisons que ces données simulées ne sont pas bruitées mais prennent en compte les effets d’atténuation causés par la canopée et les branches

⁵La configuration des troncs a été choisie pour simuler la réponse de la forêt de Nezer [49] car nous appliquerons au chapitre 5 nos algorithmes sur des données réelles acquises au-dessus de cette forêt.

des arbres ; nous nous intéressons à la réponse de la cible comparée à celles des troncs dans un cadre FoPen réaliste.

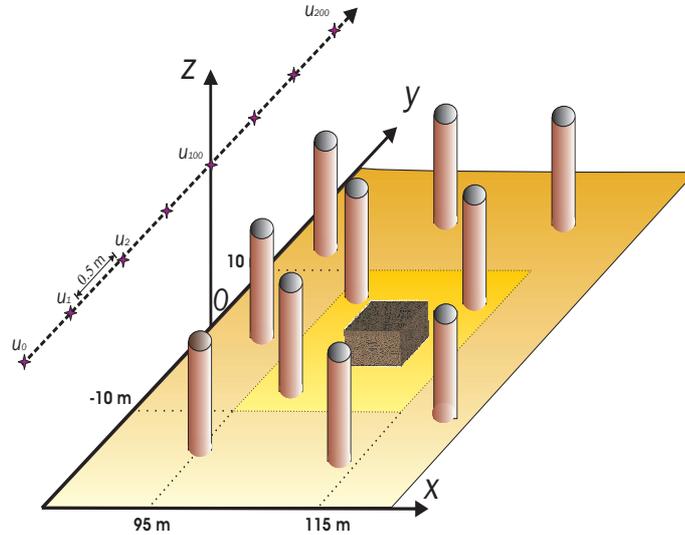


FIG. 3.8 – Configuration de la scène observée dans un contexte FoPen

3.3.2.2 Images

Nous présentons les images obtenues par les algorithmes SARSES pour une simple polarisation p sur la Figure 3.10 et pour la polarisation double sur la Figure 3.12. Ces images représentent l'énergie du signal reçu contenue dans les différents sous-espaces cible divisée par l'énergie du bruit aléatoire. L'intensité des images n'a donc pas d'unité. Comme les données ne sont pas bruitées, nous fixons l'énergie du bruit à 1. Enfin, pour comparaison nous représentons les images de la même scène simulée, obtenues par des algorithmes classiques d'imagerie SAR sur la Figure 3.9 pour les polarisations simples HH et VV, et sur la Figure 3.11 pour la double polarisation. Il est clair que sur ces images, la cible n'est pas détectée et de nombreuses alarmes sont présentes ; les images polarimétriques n'apportent d'ailleurs pas d'amélioration.

Sur les images SARSES en polarisation HH sur la Figure 3.10(a) et en polarisation VV sur la Figure 3.10(b), nous constatons que tous les diffuseurs, la cible et les interférences, ont une réponse non nulle ; les sous-espaces $\langle H_{xy}^H \rangle$ et $\langle H_{xy}^V \rangle$ décrivent donc aussi bien la cible et que les troncs des arbres. En polarisation HH, les troncs ont des intensités en moyenne égale à $3 \cdot 10^4$ et la cible a une intensité de $4 \cdot 10^4$ (on considère le pixel central) ; nous remarquons même que certains arbres ont une intensité supérieure à celle de la cible. La boîte sur sol est correctement imagée mais de nombreuses interférences le sont aussi. En polarisation VV, ce phénomène est moins marqué puisque la boîte sur sol a l'intensité maximale de $2,5 \cdot 10^4$ alors qu'en moyenne les troncs ont une intensité voisine de $1 \cdot 10^4$. Cette différence est due à la nature du rayonnement des troncs qui est de moindre intensité dans la polarisation VV ; elle s'explique également par les effets d'atténuation qui n'ont généralement pas la même puissance en HH et VV. La cible et les interférences sont bien imagés par le SARSES HH et le SARSES VV ; cependant en utilisant juste une polarisation (HH ou VV), il n'est pas possible de discriminer la cible des interférences.

Sur les images en double polarisation obtenues par le SARSES+ sur la Figure 3.12(a) et par le SARSES- sur la Figure 3.12(b), l'analyse est à peu près la même que pour les images SARSES HH et SARSES VV : tous les diffuseurs ont une intensité non-nulle sur les images. Néanmoins, nous retrouvons

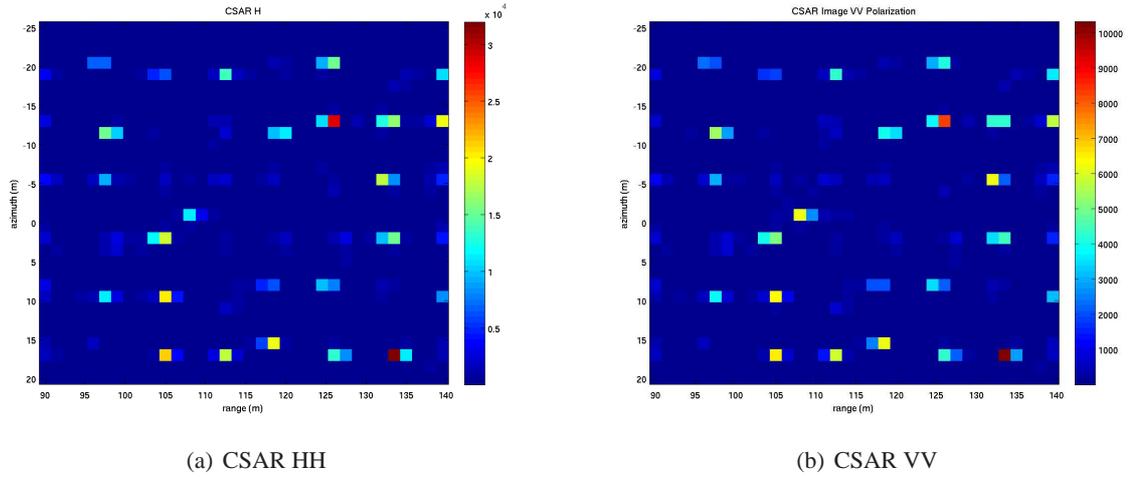


FIG. 3.9 – Images SAR classiques en polarisation HH et VV d'une boîte PC dans une forêt

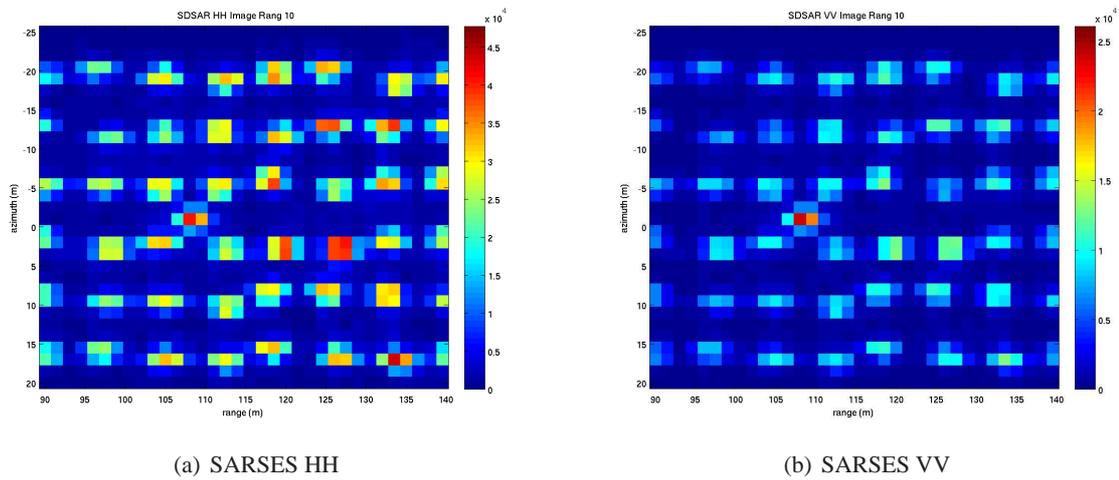


FIG. 3.10 – Images SRSAR HH et SRSAR VV d'une boîte PC dans une forêt

la propriété de discrimination des diffuseurs selon leurs mécanismes de diffusion. Sur l'image SRSAR+ on voit seulement la partie du signal reçu z correspondant à un mécanisme de diffusion de type trièdre ; nous remarquons que les troncs ont une intensité assez forte de l'ordre de $4 \cdot 10^3$ alors que la boîte sur sol n'est quasiment pas visible avec une intensité de $1 \cdot 10^3$, ce qui est cohérent avec les résultats du tableau 3.2 et ceux des courbes de probabilités de détection de la Figure 3.7. L'image SRSAR+ montre donc qu'il est possible de distinguer la cible des interférences dans le cadre de la détection en FoPen. Sur l'image SRSAR-, seule la partie du signal reçu z correspondant à un mécanisme de diffusion de type dièdre est représentée. Les troncs ont une intensité en moyenne égale à $4 \cdot 10^4$ et la boîte sur sol a une intensité d'environ $7 \cdot 10^4$. La cible possède l'intensité maximale mais comme en polarisation HH et VV, il est difficile de discriminer la boîte sur sol en considérant les mécanismes de type dièdre. Notons que l'échelle des intensités entre les images SRSAR+ et SRSAR- sont très différentes puisqu'elle varie de 0 à $6 \cdot 10^3$ pour l'image SRSAR+ et de 0 à $7 \cdot 10^4$ pour l'image SRSAR-.

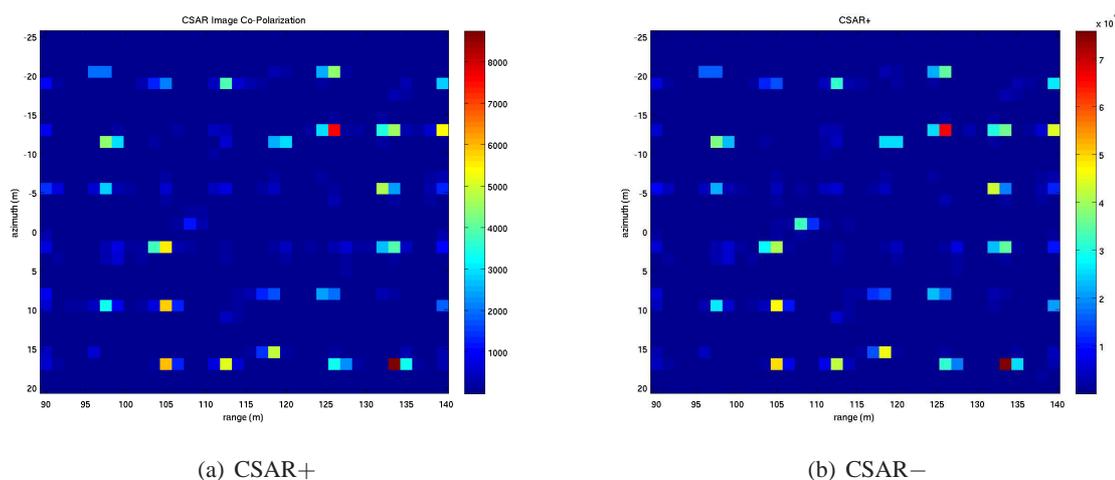


FIG. 3.11 – Images CSAR+ et CSAR- d'une boîte PC dans une forêt

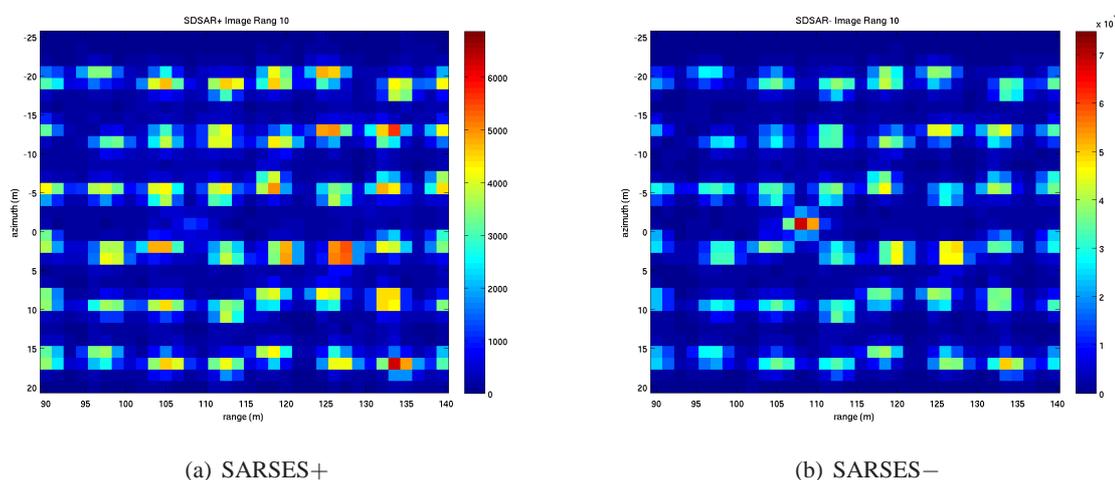


FIG. 3.12 – Images SRSAR+ et SRSAR- d'une boîte PC dans une forêt

3.3.3 Conclusion

L'application des algorithmes SRSAR sur des données simulées mais réalistes nous permet d'évaluer la robustesse et les performances de détection de ceux-ci et notamment l'apport de l'information polarimétrique. Nous résumons ici les résultats obtenus :

- Validation des modèles à sous-espaces pour la cible.
 Nous avons comparé les proportions du signal reçu décrit par les sous-espaces cible pour différentes cibles, avec celles décrites par le modèle de point blanc isotrope. La plaque est mieux décrite par les sous-espaces cible (en simple et double polarisation) mais c'est un résultat attendu. La boîte sur sol est aussi mieux décrite : ce résultat montre **la robustesse des sous-espaces cible à décrire des cibles constituées d'un ensemble de plaque et de plus, reposant sur un sol.**
- Détection en bruit aléatoire.
 Nous avons comparé les performances de détection en bruit blanc Gaussien des algorithmes SRSAR

en simple polarisation avec celles des algorithmes SARSES en double polarisation. Nous avons montré que **l'utilisation de la double polarisation permet un gain significatif en détection**. Les algorithmes SARSES en double polarisation permettent également **la discrimination des cibles selon les mécanismes de diffusion (trièdre, dièdre)**.

– Application en FoPen.

Nous avons appliqué les algorithmes SARSES sur des données simulant la boîte sur sol dans un milieu forestier réaliste. Les images SAR ont montré que la réponse de la cible est forte mais celle des troncs aussi : les sous-espaces cible décrivent donc aussi les interférences. **Nous ne pouvons donc pas discriminer la cible des interférences avec les images SARSES**. Cependant, nous avons vu que le comportement polarimétrique des troncs diffère de celui de la boîte sur sol sur l'image SARSES+.

3.4 Conclusion

Nous avons développé dans ce chapitre les algorithmes SARSES pour les polarisations HH et VV, ainsi que pour la double polarisation. En se servant de l'approche de formation d'image SAR exposée au Chapitre 1 et en utilisant les modèles de cibles à sous-espaces du Chapitre 2, nous avons défini 4 algorithmes de formation d'image SAR dont notamment deux nouveaux : le SARSES+ qui se base sur une modélisation de la cible en sous-espace de type trièdre et le SARSES– qui se base sur une modélisation de la cible en sous-espace de type dièdre. Après avoir calculé les statistiques des intensités et les résolutions de ces nouvelles images, nous avons appliqué les algorithmes SARSES à des données simulées. Ces applications nous ont montré d'une manière générale l'intérêt de la modélisation en sous-espace de la cible et plus précisément l'apport de l'information polarimétrique.

Comparés aux algorithmes classiques de formation d'image SAR, les algorithmes SARSES HH et VV permettent de mieux détecter la cible en prenant en compte les propriétés électromagnétiques de celle-ci. Si on prend en plus en compte les propriétés polarimétriques de la cible, nous pouvons encore augmenter les performances de détection : c'est ce qu'ont montré l'algorithme SARSES_{deco} mais surtout les algorithmes SARSES– et SARSES+. De plus, nous pouvons différencier les cibles selon les mécanismes de diffusion de type trièdre et de type dièdre. En termes de détection de cible, ces résultats sont très encourageants ; par contre dans un contexte FoPen, les fausses alarmes dues aux interférences sont encore fortes. Les modèles polarimétriques de type trièdre et de type dièdre de la cible ne sont pas adaptés à la réduction des fausses alarmes. En fait, cela montre la limite de algorithmes SARSES± : ils sont capables d'imager et de différencier des diffuseurs selon les mécanismes de diffusion élémentaire (trièdre et dièdre) mais pas de différencier un arbre d'une cible. Pour réduire les interférences, plusieurs méthodes peuvent être imaginées. On pourrait se servir d'une autre décomposition polarimétrique plus adaptée à la détection en FoPen mais le choix de celle-ci n'est pas évident. Nous proposons dans le chapitre suivant, une autre approche pour réduire les fausses alarmes dues aux interférences : les troncs des arbres sont modélisés par un sous-espace généré à partir des réponses d'un élément canonique et des algorithmes d'imagerie SAR sont développés à partir de cette modélisation.

Chapitre 4

Processeurs SAR polarimétriques basés sur des modèles de cible et d'interférence à sous-espace

4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré aux algorithmes SAR qui se basent sur la modélisation en sous-espace de la cible et aussi des interférences. Le but de tels algorithmes est de permettre la détection de la cible et la rejection des interférences.

Nous avons vu précédemment dans le chapitre 3 qu'en prenant en compte les propriétés de diffusion de la cible, il est possible d'augmenter sa détection par rapport à un bruit blanc. Néanmoins dans un milieu complexe, d'autres diffuseurs, appelés interférences, sont présents ; par rapport à la cible, ces interférences constituent un bruit structuré à l'origine de nombreuses fausses alarmes. Pour rejeter ces fausses alarmes, nous proposons de modéliser ces interférences à l'aide de sous-espaces prenant en compte leurs propriétés de diffusion. A partir de cette modélisation, nous développons deux algorithmes permettant de réduire les fausses alarmes tout en préservant la détection de la cible. Nous présentons d'abord un algorithme basé sur des projections obliques ; cet algorithme permet de former une image en projetant le signal reçu dans le sous-espace cible parallèlement au sous-espace interférence, ce qui permet à la fois de supprimer le bruit blanc et de réduire les interférences. Nous voyons ensuite, un deuxième algorithme qui part de la même modélisation du signal reçu. Dans cet algorithme, deux images sont formées : la première provient de la projection du signal reçu dans le sous-espace cible comme pour l'algorithme SARSES. La deuxième image est issue de la projection du signal reçu dans la partie du sous-espace interférence orthogonale au sous-espace cible ; cela nous permet d'avoir une image dans laquelle la cible ne doit pas avoir de réponse et dans laquelle seules les interférences apparaissent. En combinant les deux images, nous pouvons grâce à la première image, détecter la cible et grâce à la deuxième, rejeter les interférences. Pour ces deux algorithmes nous calculons également leurs performances en termes de détection et de réduction de fausses alarmes.

Nous appliquons ces algorithmes à des données simulées. Nous évaluons d'abord la capacité des sous-espaces interférence à modéliser celles-ci. Nous utilisons ensuite les angles entre sous-espaces pour mesurer la "différence" entre les sous-espace cible et interférence. En simulant une cible complexe et une interférence, nous évaluons les performances de détection et de réduction de fausses alarmes des algorithmes en les comparant au SARSES. Nous montrons que l'information polarimétrique est indispensable pour espérer réduire les fausses alarmes. Enfin, nous formons des images de données simulées en FoPen avec ces deux algorithmes et analysons celles-ci pour savoir si la cible est correctement imagée

et si les interférences sont réduites.

4.2 Modélisation du problème

Nous présentons dans cette section, la modélisation du signal reçu \mathbf{z} en utilisant des modèles à sous-espace pour la cible et pour l'interférence. Nous décrivons ensuite deux écritures de ce signal reçu. La modélisation de celui-ci est écrite pour des données polarimétriques (double polarisation) ; le cas d'une simple polarisation s'écrit de la même manière.

4.2.1 Modélisation du signal reçu

Le signal reçu \mathbf{z} est modélisé en utilisant les modèles polarimétriques à sous-espace développés dans l'Eq. (2.10) de la Section 2.1.2.2 pour la cible et dans l'Eq. (2.17) de la Section 2.1.3.2 pour les interférences. Pour plus de simplicité, nous supposons qu'une cible est localisée à la position (x, y) . Le signal reçu \mathbf{z} s'écrit alors :

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \nu \quad (4.1)$$

où \mathbf{H}_{xy} est une base orthonormée du sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$ et $\boldsymbol{\lambda}_{xy}$ est le vecteur inconnu des coordonnées de \mathbf{z} dans ce sous-espace ; le sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$ peut être n'importe quel sous-espace cible développé dans la Section 2.3. Le vecteur ν est un vecteur de bruit composé d'une composante structurée et d'une composante aléatoire. La composante aléatoire du bruit est modélisée par le vecteur \mathbf{n} de bruit blanc Gaussien. La composante structurée correspond à la réponse des interférences modélisée en utilisant les modèles polarimétriques des interférences dans l'Eq. (2.17) de la Section 2.1.3.2. Comme nous ne connaissons pas a priori les positions des interférences, le vecteur de bruit ν s'écrit :

$$\nu = \sum_{(x,y)} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} + \mathbf{n} \quad (4.2)$$

où \mathbf{J}_{xy} est une base orthonormée du sous-espace $\langle J_{xy} \rangle$ et $\boldsymbol{\mu}_{xy}$ est le vecteur inconnu des coordonnées de \mathbf{z} dans ce sous-espace. Le signal reçu \mathbf{z} de l'Eq. (4.1) s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \nu \\ &= \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \sum_{(x,y)} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} + \mathbf{n} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Pour simplifier les calculs d'estimation qui suivront, nous pouvons écrire le signal reçu pour la contribution du pixel (x, y) uniquement, de la manière suivante :

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} + \mathbf{n} \quad (4.4)$$

4.2.2 Sous-espace $\langle H J_{xy} \rangle$

Nous introduisons ici le sous-espace $\langle H J_{xy} \rangle$ qui définit le sous-espace des réponses structurées : $\langle H J_{xy} \rangle$ contient les sous-espaces cible $\langle H_{xy} \rangle$ et interférence $\langle J_{xy} \rangle$. On introduit le projecteur orthogonal $\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}$ sur $\langle H J_{xy} \rangle$ tel que :

$$\mathbf{I} = \mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}} + \mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}^\perp \quad (4.5)$$

où $\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}^\perp$ est le projecteur orthogonal sur le sous-espace orthogonal à $\langle H J_{xy} \rangle$ qui contient le bruit non structuré. D'après [14], le projecteur $\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}$ peut se décomposer de deux manières :

1. au moyen de projecteurs obliques.
2. au moyen de projecteurs orthogonaux.

4.2.2.1 Les projecteurs obliques

Dans ce cas, le projecteur $\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}$ s'écrit :

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}} = \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}\mathbf{J}_{xy}} + \mathbf{E}_{\mathbf{J}_{xy}\mathbf{H}_{xy}} \quad (4.6)$$

où $\mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}\mathbf{J}_{xy}}$ et $\mathbf{E}_{\mathbf{J}_{xy}\mathbf{H}_{xy}}$ sont deux projecteurs obliques. $\mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}\mathbf{J}_{xy}}$ est le projecteur oblique dans $\langle H_{xy} \rangle$ selon la direction $\langle J_{xy} \rangle$ et $\mathbf{E}_{\mathbf{J}_{xy}\mathbf{H}_{xy}}$ est le projecteur oblique dans $\langle J_{xy} \rangle$ selon la direction $\langle H_{xy} \rangle$. Un exemple de projection oblique est proposé Figure 4.1(a). Ces projecteurs s'écrivent de la manière suivante dans le cas de bases orthonormées \mathbf{H}_{xy} et \mathbf{J}_{xy} [27] :

$$\mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}\mathbf{J}_{xy}} = \mathbf{I} - \mathbf{J}_{xy}(\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy})^{-1} \mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \quad (4.7)$$

$$\mathbf{E}_{\mathbf{J}_{xy}\mathbf{H}_{xy}} = \mathbf{I} - \mathbf{H}_{xy}(\mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{\mathbf{J}_{xy}}^\perp \mathbf{H}_{xy})^{-1} \mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{\mathbf{J}_{xy}}^\perp$$

D'après leurs définitions, les projecteurs obliques ont les propriétés suivantes :

$$\mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}\mathbf{J}_{xy}} \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} = \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}\mathbf{J}_{xy}} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} = \mathbf{0} \quad (4.9)$$

L'Eq. (4.9) signifie qu'en utilisant le projecteur oblique $\mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}\mathbf{J}_{xy}}$, un élément appartenant à $\langle J_{xy} \rangle$ a une projection nulle dans le sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$; en revanche, l'Eq. (4.8) montre qu'un élément appartenant à $\langle H_{xy} \rangle$ reste inchangé en utilisant cette même projection. Nous obtenons des propriétés équivalentes pour le projecteur oblique $\mathbf{E}_{\mathbf{J}_{xy}\mathbf{H}_{xy}}$.

$$\mathbf{E}_{\mathbf{J}_{xy}\mathbf{H}_{xy}} \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} = \mathbf{0} \quad (4.10)$$

$$\mathbf{E}_{\mathbf{J}_{xy}\mathbf{H}_{xy}} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} = \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} \quad (4.11)$$

L'Eq. (4.11) signifie qu'en utilisant le projecteur oblique $\mathbf{E}_{\mathbf{J}_{xy}\mathbf{H}_{xy}}$, un élément appartenant à $\langle H_{xy} \rangle$ a une projection nulle sur $\langle J_{xy} \rangle$ et un élément appartenant à $\langle J_{xy} \rangle$ est inchangé par cette même projection dans l'Eq. (4.10).

4.2.2.2 Les projecteurs orthogonaux

Dans ce cas, le projecteur $\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}$ s'écrit :

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}} = \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}} + \mathbf{P}_{\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}} \quad (4.12)$$

où $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}$ et $\mathbf{P}_{\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}}$ sont deux projecteurs orthogonaux. $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}$ est le projecteur orthogonal dans le sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$ et $\mathbf{P}_{\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}}$ est le projecteur orthogonal dans le sous-espace $\langle \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \rangle$ qui est la partie de $\langle J_{xy} \rangle$ orthogonal à $\langle H_{xy} \rangle$. Les projections orthogonales $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}$ et $\mathbf{P}_{\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}}$ sont illustrées dans la Fig. 4.1(b). Ces projections s'écrivent de la manière suivante dans le cas de bases orthonormées [14] :

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}} &= \mathbf{H}_{xy}\mathbf{H}_{xy}^\dagger \\ \mathbf{P}_{\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}} &= \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}(\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy})^{-1} \mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp\end{aligned}\quad (4.13)$$

Ces projecteurs ont les propriétés suivantes :

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}} \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} = \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} = \mathbf{H}_{xy} \mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} \quad (4.15)$$

L'Eq. (4.14) montre qu'un élément qui appartient à $\langle \mathbf{H}_{xy} \rangle$ est inchangé par la projection orthogonale $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}$. L'Eq. (4.15) montre que la projection par $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}$ d'un élément appartenant à $\langle \mathbf{J}_{xy} \rangle$ dépend du produit $\mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{J}_{xy}$, autrement dit des angles entre les deux sous-espaces ; si les sous-espaces sont orthogonaux, la projection est nulle et si les sous-espaces sont colinéaires, on retrouve le résultat de la projection d'un élément appartenant à $\langle \mathbf{H}_{xy} \rangle$. Dans la plupart des cas, les sous-espaces sont simplement disjoints et la projection de $\mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}$ se situe entre 0 et lui-même. Le projecteur $\mathbf{P}_{\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}}$ a les propriétés suivantes :

$$\mathbf{P}_{\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}} \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} = \mathbf{0} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} = \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} \quad (4.17)$$

L'Eq. (4.16) montre qu'un élément de $\langle \mathbf{H}_{xy} \rangle$ a une projection nulle dans le sous-espace $\langle \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \rangle$ alors qu'un élément de $\langle \mathbf{J}_{xy} \rangle$ a une projection non nulle dans $\langle \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \rangle$ dans l'Eq. (4.17). La valeur de cette projection dépend des angles entre le sous-espace $\langle \mathbf{J}_{xy} \rangle$ et le sous-espace $\langle \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \rangle$. Les propriétés des projecteurs obliques et orthogonaux nous permettent dans la suite de proposer deux approches différentes pour réduire les fausses alarmes.

4.2.2.3 Expressions du signal reçu

Le signal reçu \mathbf{z} s'écrit en fonction du projecteur $\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}$ de la manière suivante :

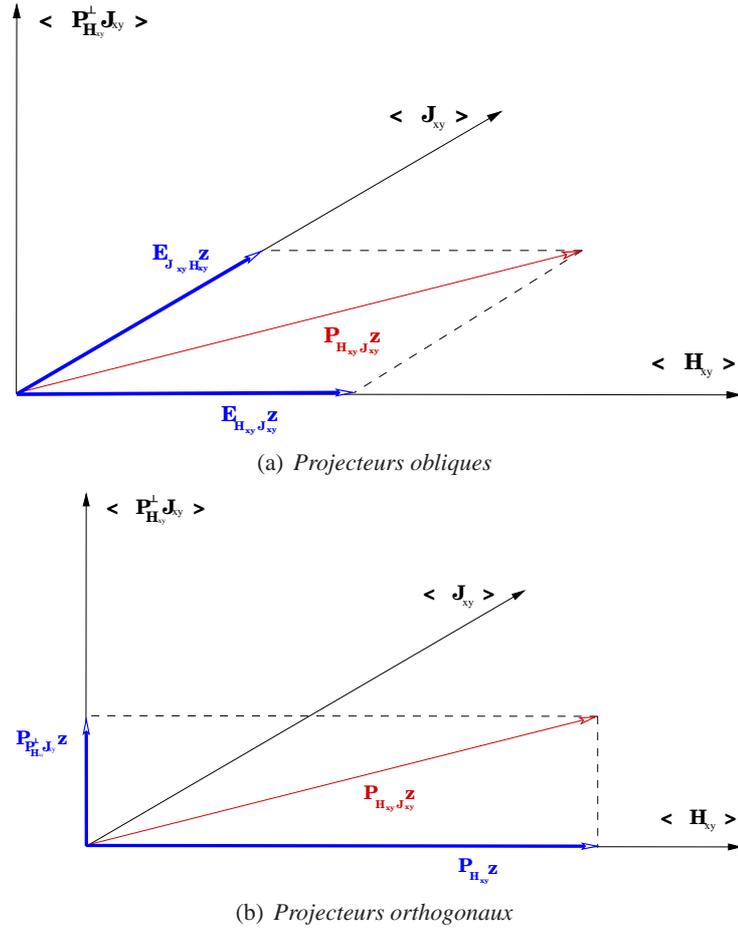
$$\begin{aligned}\mathbf{z} &= \mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}} \mathbf{z} + \mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}^\perp \mathbf{z} \\ &= \mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}} (\mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}) + \mathbf{n}\end{aligned}\quad (4.18)$$

où $\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}^\perp \mathbf{z} = \mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}^\perp \mathbf{n} = \mathbf{n}$ est la projection du vecteur de bruit aléatoire dans le sous-espace orthogonal à $\langle \mathbf{H}\mathbf{J}_{xy} \rangle$. Par définition, ce qui n'appartient au sous-espace $\langle \mathbf{H}\mathbf{J}_{xy} \rangle$ est considéré comme du bruit ; le vecteur du bruit \mathbf{n} est donc inchangé.

Suivant la décomposition de $\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}$ choisie, le signal reçu \mathbf{z} peut s'écrire de deux manières différentes.

- En utilisant les projecteurs obliques de l'Eq. (4.7) et leurs propriétés, le signal reçu s'exprime tel que :

$$\begin{aligned}\mathbf{z} &= \mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}} (\mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}) + \mathbf{n} \\ &= \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} + \mathbf{n}\end{aligned}\quad (4.19)$$

FIG. 4.1 – Décompositions du sous-espace $\langle H J_{xy} \rangle$

– En utilisant les projecteurs orthogonaux de l'Eq. 4.13 :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{z} &= \mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}} (\mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}) + \mathbf{n} \\
 &= \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} + \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} + \mathbf{n}
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

De ces deux écritures, nous développons dans les sections suivantes deux processeurs SAR différents permettant de réduire les interférences tout en détectant la cible. La première écriture du signal reçu de l'Eq. (4.19) fait intervenir deux termes, la réponse de la cible et celle de l'interférence ; comparé à l'écriture du signal reçu pour le SARGES, nous ajoutons la réponse des interférences. Pour estimer $\boldsymbol{\lambda}_{xy}$, il ne suffira plus de projeter orthogonalement \mathbf{z} dans le sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$: le terme des interférences ajoute une direction pour laquelle la projection dans $\langle H_{xy} \rangle$ doit être nulle, ce qui nous amènera à considérer une projection parallèle à la direction du bruit aléatoire et à celle des interférences. La deuxième écriture du signal reçu de l'Eq. (4.20) montre une approche différente : les deux premiers termes appartiennent tous les deux au sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$ alors que le troisième lui est orthogonal. Nous considérerons ainsi seulement des projections orthogonales dans les deux sous-espaces orthogonaux $\langle H_{xy} \rangle$ et $\langle \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \rangle$.

4.3 Processeurs SAR basés sur des projecteurs obliques : l'OBSAR (Oblique SAR)

Nous proposons de développer des processeurs SAR basés sur la modélisation du signal reçu \mathbf{z} utilisant la décomposition de $\langle HJ_{xy} \rangle$ en deux projections obliques. Nous présentons également les performances de détection et de fausses alarmes associées à ces processeurs. Le calcul des résolutions des images obtenues n'est pas présenté ici car il est identique à celui des processeurs SARSES de la Section 3.2.3.

4.3.1 Modélisation du signal reçu

Pour modéliser le signal reçu \mathbf{z} , nous utilisons la décomposition du projecteur $\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}$ en projecteurs obliques. D'après l'Eq. (4.19), le signal reçu \mathbf{z} s'écrit :

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_{xy}\boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{J}_{xy}\boldsymbol{\mu}_{xy} + \mathbf{n} \quad (4.21)$$

4.3.2 Estimation des vecteurs de coordonnées

Pour former une image SAR, nous estimons le vecteur complexe de coordonnées $\boldsymbol{\lambda}_{xy}$ de dimension $(D_H \times 1)$ représentant les coordonnées du signal reçu \mathbf{z} dans $\langle H_{xy} \rangle$. L'estimé du vecteur de coordonnées $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ s'obtient en utilisant les moindres carrés [47][27] :

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy} = \underset{\boldsymbol{\lambda}_{xy}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{z} - \mathbf{H}_{xy}\boldsymbol{\lambda}_{xy} - \mathbf{J}_{xy}\boldsymbol{\mu}_{xy}\|^2 \quad (4.22)$$

L'estimé $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ se calcule directement en résolvant l'Eq. (4.22) :

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy} = \mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{z} - \mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{J}_{xy} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy} \quad (4.23)$$

L'estimé $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy}$ s'obtient en fonction de $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ en résolvant l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy} &= \underset{\boldsymbol{\mu}_{xy}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{z} - \mathbf{H}_{xy}\boldsymbol{\lambda}_{xy} - \mathbf{J}_{xy}\boldsymbol{\mu}_{xy}\|^2 \\ &= \mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{z} - \mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{H}_{xy} \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy} \end{aligned} \quad (4.24)$$

En utilisant l'estimé $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy}$ de l'Eq. (4.24), l'estimé $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ de l'Eq. (4.23) s'écrit :

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy} &= \mathbf{H}_{xy}^\dagger (\mathbf{I} - \mathbf{J}_{xy} (\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy})^{-1} \mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp) \mathbf{z} \\ &= \mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy} \mathbf{J}_{xy}} \mathbf{z} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Le vecteur de coordonnées $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ est ainsi la projection oblique du signal reçu \mathbf{z} dans le sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$ parallèlement au sous-espace $\langle J_{xy} \rangle$.

Par comparaison, nous avons vu dans l'Eq. (3.3) de la section 3.2 que le vecteur de coordonnée $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ estimé pour l'algorithme SARSES est la projection orthogonale du signal reçu \mathbf{z} dans $\langle H_{xy} \rangle$, cette projection permettant de supprimer le bruit aléatoire. Ici, en modélisant le comportement des interférences, le vecteur de coordonnées $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ pour l'OBSAR est estimé en projetant \mathbf{z} orthogonalement au sous-espace du bruit et parallèlement au sous-espace interférence $\langle J_{xy} \rangle$ ce qui permet d'une part de supprimer le bruit aléatoire mais aussi de supprimer le bruit structuré.

4.3.3 Intensités

4.3.3.1 Définition

Comme pour l'algorithme SARSEs de la Section 3.2, le vecteur de coordonnée $\hat{\lambda}_{xy}$ est estimé pour toutes les positions (x, y) d'après l'Eq. (4.25). L'image obtenue par l'OBSAR est définie par la valeur de son intensité $I_{OBSAR}(x, y)$ pour une position (x, y) de la manière suivante :

$$\begin{aligned} I_{OBSAR}(x, y) &= \frac{\|\hat{\lambda}_{xy}\|^2}{\sigma^2} \\ &= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy} \mathbf{J}_{xy}} \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \\ &= \frac{\mathbf{z}^\dagger \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy} \mathbf{J}_{xy}}^\dagger \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}} \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy} \mathbf{J}_{xy}} \mathbf{z}}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (4.26)$$

où $\mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy} \mathbf{J}_{xy}}$ est le projecteur oblique sur $\langle H_{xy} \rangle$ selon $\langle J_{xy} \rangle$ défini dans l'Eq. (4.7).

4.3.3.2 Cas de la simple polarisation

A partir de l'Eq. (4.26), nous pouvons directement définir les algorithmes OBSAR HH et OBSAR VV en utilisant les modèles à sous-espace de la cible et de l'interférence en polarisation HH et VV définis dans la Section 2.2. La cible est alors décrite par les sous-espaces $\langle H_{xy}^H \rangle$ et $\langle H_{xy}^V \rangle$. Pour décrire les interférences, nous utilisons les sous-espaces interférences $\langle J_{xy}^H \rangle$ et $\langle J_{xy}^V \rangle$. Les intensités de l'OBSAR HH et de l'OBSAR VV s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} I_{OBSAR}^H(x, y) &= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}^H \mathbf{J}_{xy}^H} \mathbf{z}^H\|^2}{\sigma^H} \\ I_{OBSAR}^V(x, y) &= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}^V \mathbf{J}_{xy}^V} \mathbf{z}^V\|^2}{\sigma^V} \end{aligned} \quad (4.27)$$

4.3.3.3 Cas de la double polarisation

A partir de l'Eq. (4.26), nous pouvons définir les algorithmes OBSAR+ et OBSAR- avec les modèles à sous-espaces polarimétriques de la cible et de l'interférence présentés dans la Section 2.3. Selon le type de cibles à détecter, nous modélisons celle-ci en utilisant soit le sous-espace cible de type trièdre $\langle H_{xy}^+ \rangle$, soit le sous-espace cible de type dièdre $\langle H_{xy}^- \rangle$. Pour modéliser les interférences, nous utilisons le sous-espace polarimétrique interférence $\langle J_{xy} \rangle$. Les images obtenues par l'OBSAR+ et l'OBSAR- ont ainsi pour intensités :

$$\begin{aligned} I_{OBSAR}^+(x, y) &= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{+\dagger} \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}^+ \mathbf{J}_{xy}} \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \\ I_{OBSAR}^-(x, y) &= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{-\dagger} \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}^- \mathbf{J}_{xy}} \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (4.28)$$

L'OBSAR+ permet de détecter des cibles de type trièdre et de rejeter la réponse des interférences ; l'OBSAR- permet de détecter des cibles de type dièdre et de rejeter la réponse des interférences.

4.3.4 Performances de détection et de réduction des fausses alarmes

Comme pour les algorithmes SARSES dans la Section 3.2.4, nous calculons les performances en termes de détection des algorithmes OBSAR pour une ou plusieurs polarisations. Encore une fois, nous présentons ces calculs pour l'algorithme OBSAR en polarisation p mais ils s'appliquent directement aux algorithmes OBSAR+ et OBSAR-.

– **Probabilité de détection P_d**

Considérons un pixel (x, y) contenant une cible ; le signal reçu provenant de ce pixel et la distribution qui lui est associée sont :

$$\mathbf{z}_{xy}^p = \mathbf{H}_{xy}^p \boldsymbol{\lambda}_{xy}^p + \mathbf{n}^p, \quad \mathbf{z}_{xy}^p \sim \mathcal{N}(\mathbf{H}_{xy}^p \boldsymbol{\lambda}_{xy}^p, \sigma^{p2}) \quad (4.29)$$

La distribution de $I_{OBSAR}^p(x, y)$ est alors un χ^2 décentré [27] :

$$I_{OBSAR}^p(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}^p \mathbf{J}_{xy}^p} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{\sigma^{p2}} \quad (4.30)$$

$$\sim \frac{1}{2} \chi^2(2D_{H^p}, 2 \frac{\|\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p\|^2}{\sigma^{p2}}) \quad (4.31)$$

Pour le cas où le signal reçu ne contient que la réponse d'une cible appartenant parfaitement au sous-espace $\langle H_{xy}^p \rangle$, le vecteur de coordonnées $\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p$ est égal à $\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}$; nous retrouvons la valeur du vecteur de coordonnées calculé pour le SARSES. Comparé à ce dernier, nous n'avons pas de perte de détection avec l'OBSAR, bien entendu pour une cible appartenant parfaitement à $\langle H_{xy}^p \rangle$. En pratique, une partie de la réponse de la cible n'est pas décrite à cause de la faible dimension du sous-espace $\langle H_{xy}^p \rangle$; celle-ci est faible et la perte en détection qu'elle entraîne, est négligeable. La distribution de $I_{OBSAR}^p(x, y)$ calculée ci-dessus reste valable ; seul le vecteur de coordonnées $\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p$ est diminué en norme.

– **Probabilité de fausse alarme P_{fa}**

Nous calculons ensuite la probabilité de fausse alarme P_{fa} liée au bruit structuré. Considérons un pixel (x, y) contenant une interférence ; le signal reçu provenant de ce pixel et la distribution qui lui est associée sont :

$$\mathbf{z}_{xy}^p = \mathbf{J}_{xy}^p \boldsymbol{\mu}_{xy}^p + \mathbf{n}^p, \quad \mathbf{z}_{xy}^p \sim \mathcal{N}(\mathbf{J}_{xy}^p \boldsymbol{\mu}_{xy}^p, \sigma^{p2}) \quad (4.32)$$

D'après les propriétés du projecteur oblique $\mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}^p \mathbf{J}_{xy}^p}$, la distribution de $I_{OBSAR}^p(x, y)$ est alors un χ^2 centré [27] :

$$I_{OBSAR}^p(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}^p \mathbf{J}_{xy}^p} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{\sigma^{p2}} \quad (4.33)$$

$$= 0 \quad (4.34)$$

$$\sim \frac{1}{2} \chi^2(2D_{J^p}, 0) \quad (4.35)$$

La probabilité de fausse alarme ainsi calculée correspond au cas idéal où le sous-espace $\langle J_{xy}^p \rangle$ modélise parfaitement les interférences. En pratique, une modélisation parfaite des interférences n'est pas possible car elle implique une connaissance exacte du milieu interférant. Considérons

4.4. Processeurs SAR basés sur des projecteurs orthogonaux : le SARSESIO (SAR à Sous-Espace Signal et Interférence)

donc le pixel (x, y) qui contient une interférence qui n'est pas parfaitement modélisée par $\langle J_{xy}^p \rangle$. Le signal reçu de ce pixel et sa distribution sont alors :

$$\mathbf{z}_{xy}^p = \mathbf{J}_{xy}^p \boldsymbol{\mu}_{xy}^p + \delta_{xy}^J + \mathbf{n}^p, \quad \mathbf{z}_{xy}^p \sim \mathcal{N}(\mathbf{J}_{xy}^p \boldsymbol{\mu}_{xy}^p + \delta_{xy}^J, \sigma^{p2}) \quad (4.36)$$

où δ_{xy}^J est la partie de l'interférence qui n'est pas modélisée par $\langle J_{xy}^p \rangle$. La distribution de $I_{OBSAR}^p(x, y)$ est alors un χ^2 décentré [27] :

$$I_{OBSAR}^p(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}^p} \mathbf{J}_{xy}^p \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{\sigma^{p2}} \quad (4.37)$$

$$= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}^p} \mathbf{J}_{xy}^p \delta_{xy}^J\|^2}{\sigma^{p2}} \quad (4.38)$$

$$\sim \frac{1}{2} \chi^2(2D_{J^p}, 2 \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{E}_{\mathbf{H}_{xy}^p} \mathbf{J}_{xy}^p \delta_{xy}^J\|^2}{\sigma^{p2}}) \quad (4.39)$$

En pratique, la probabilité de fausse alarme P_{fa} sera calculée de cette manière et la valeur obtenue servira à calculer le seuil η .

Pour les algorithmes OBSAR+ et OBSAR−, la probabilité de détection P_d et la probabilité de fausse alarme P_{fa} se déduisent directement des calculs ci-dessus en changeant les bases cible et interférence pour une polarisation p par les bases des sous-espaces polarimétriques.

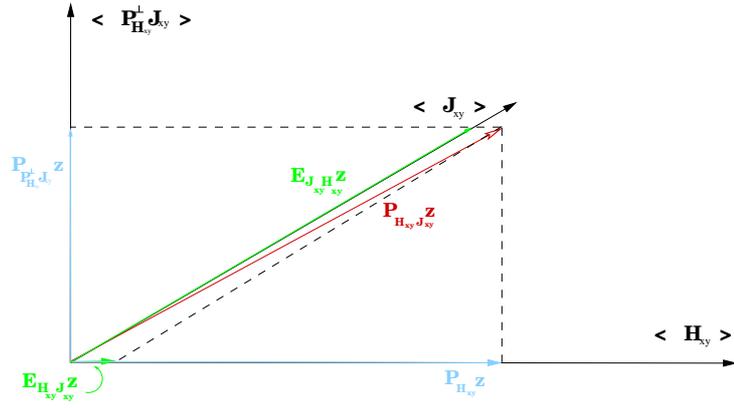
4.3.5 Conclusion

Nous avons développé dans cette partie des processeurs SAR permettant de détecter une cible et de réduire les interférences en utilisant les projecteurs obliques. En prenant en compte les interférences dans la modélisation du signal reçu \mathbf{z} , le vecteur des coordonnées de \mathbf{z} dans $\langle H_{xy} \rangle$ se calcule alors en projetant obliquement \mathbf{z} dans $\langle H_{xy} \rangle$.

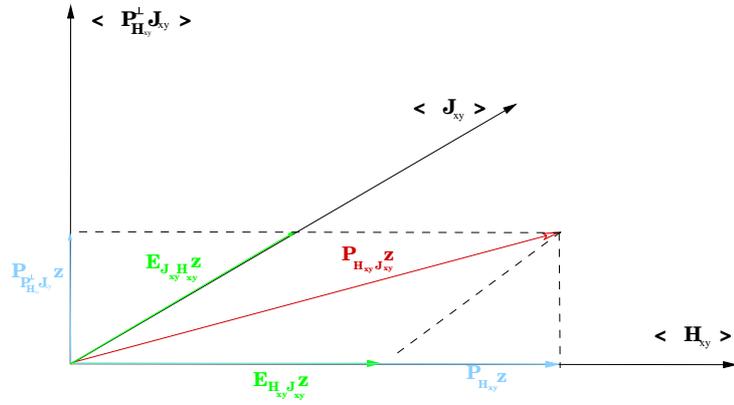
La projection oblique est présentée dans [27] comme un traitement adapté à la détection d'une cible dans un bruit structuré. Cependant, la suppression des interférences est efficace si celles-ci sont parfaitement décrites par le sous-espace interférence. Dans ce cas, l'interférence a une réponse nulle quand sa réponse est projetée obliquement sur $\langle H_{xy} \rangle$ comme illustré sur la Fig. 4.2(a). Si nous considérons que les interférences sont modélisées de manière approximative, la projection oblique ne permet plus de supprimer efficacement les interférences comme illustré sur la Fig. 4.2(b). Nous proposons donc de développer un autre processeur plus robuste qui se base sur la même modélisation du signal reçu \mathbf{z} mais en utilisant la décomposition en projections orthogonales du sous-espace $\langle H_{xy} \rangle$; nous verrons dans la partie suivante le développement de ce processeur.

4.4 Processeurs SAR basés sur des projecteurs orthogonaux : le SARSESIO (SAR à Sous-Espace Signal et Interférence Orthogonale)

Nous proposons de développer des processeurs SAR basés sur la modélisation du signal reçu \mathbf{z} utilisant la décomposition de $\langle H_{xy} \rangle$ en deux projections orthogonales. Nous présentons également les statistiques associées à ces processeurs. Le calcul des résolutions des images obtenues n'est pas présenté ici car il est identique à celui des processeurs SARSES de la Section 3.2.3.



(a) Modélisation parfaite des interférences



(b) Modélisation approximative des interférences

FIG. 4.2 – Projections orthogonales et obliques des interférences

4.4.1 Modélisation du signal reçu

Le signal reçu \mathbf{z} est désormais modélisé en utilisant la décomposition du projecteur $\mathbf{P}_{\mathbf{H}\mathbf{J}_{xy}}$ en projecteurs orthogonaux. D'après l'Eq. (4.20), le signal reçu \mathbf{z} s'écrit :

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} + \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} + \mathbf{n} \quad (4.40)$$

La partie déterministe du signal reçu \mathbf{z} est alors décomposée en deux parties :

- Partie de \mathbf{z} dans $\langle H_{xy} \rangle$.

Elle correspond à la réponse de la cible $\mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy}$ plus la partie de la réponse de l'interférence se projetant dans $\langle H_{xy} \rangle$, $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}$. En écrivant que $\mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} = \mathbf{H}_{xy} \mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}$, on peut simplifier la modélisation de \mathbf{z} de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}} \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} &= \mathbf{H}_{xy} (\boldsymbol{\lambda}_{xy} + \boldsymbol{\lambda}'_{xy}) \\ &= \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}''_{xy} \end{aligned} \quad (4.41)$$

où $\boldsymbol{\lambda}'_{xy} = \mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}$ et $\boldsymbol{\lambda}''_{xy} = \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \boldsymbol{\lambda}'_{xy}$ est le vecteur des coordonnées de \mathbf{z} dans $\langle H_{xy} \rangle$. Il n'est pas possible d'estimer séparément $\boldsymbol{\lambda}_{xy}$ et $\boldsymbol{\lambda}'_{xy}$; nous ne pouvons donc estimer que le vecteur

λ''_{xy} . Par simplicité d'écriture, λ''_{xy} sera écrit λ_{xy} .

- Partie de \mathbf{z} dans $\langle P_{H_{xy}}^\perp J_{xy} \rangle$.
Elle correspond à la partie de la réponse de l'interférence n'appartenant pas au sous-espace cible $\langle H_{xy} \rangle$, $\mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}$. Cette partie de \mathbf{z} ne contient pas de réponse de cible.

En utilisant les projecteurs orthogonaux, le signal reçu \mathbf{z} de l'Eq. (4.20) peut donc s'écrire :

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} + \mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy} + \mathbf{n} \quad (4.42)$$

Le signal reçu \mathbf{z} est alors composé d'une réponse $\mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy}$ qui appartient à $\langle H_{xy} \rangle$ et d'une réponse $\mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}$ appartenant à $\langle P_{H_{xy}}^\perp J_{xy} \rangle$. En pratique, une cible et une interférence ne peuvent pas se trouver à la même position (x, y) ; $\mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy}$ correspond donc soit à la réponse de la cible soit à la partie de la réponse de l'interférence contenue dans $\langle H_{xy} \rangle$. $\mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}$ correspond seulement à la réponse de l'interférence qui n'appartient pas à $\langle H_{xy} \rangle$.

4.4.2 Estimation des vecteurs de coordonnées

A partir de la modélisation du signal reçu \mathbf{z} de l'Eq. (4.42), nous pouvons former deux images SAR en estimant les deux vecteurs de coordonnées $\boldsymbol{\lambda}_{xy}$ de dimension $(D_H \times 1)$ et $\boldsymbol{\mu}_{xy}^\perp$ de dimension $(D_J \times 1)$. Le vecteur $\boldsymbol{\lambda}_{xy}$ représente les coordonnées de \mathbf{z} dans $\langle H_{xy} \rangle$ alors que $\boldsymbol{\mu}_{xy}^\perp$ représente les coordonnées de \mathbf{z} dans $\langle P_{H_{xy}}^\perp J_{xy} \rangle$. Les estimés $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ et $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy}^\perp$ des vecteurs de coordonnées s'obtiennent de la même manière que précédemment en utilisant les moindres carrés [47] :

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy} &= \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\lambda}_{xy}} \|\mathbf{z} - \mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}^\perp - \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy}\|^2 \\ \hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy}^\perp &= \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\mu}_{xy}^\perp} \|\mathbf{z} - \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy} - \mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}^\perp\|^2 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Sachant que les sous-espaces $\langle H_{xy} \rangle$ et $\langle P_{H_{xy}}^\perp J_{xy} \rangle$ sont orthogonaux, la résolution de l'Eq. (4.43) revient à résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy} &= \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\lambda}_{xy}} \|\mathbf{z} - \mathbf{H}_{xy} \boldsymbol{\lambda}_{xy}\|^2 \\ \hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy}^\perp &= \operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\mu}_{xy}^\perp} \|\mathbf{z} - \mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy} \boldsymbol{\mu}_{xy}^\perp\|^2 \end{aligned} \quad (4.44)$$

Les estimés $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ et $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy}^\perp$ se calculent directement en résolvant l'Eq. (4.44) :

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy} &= \mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{z} \\ \hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy}^\perp &= (\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy})^{-1} \mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{z} \end{aligned} \quad (4.45)$$

Nous remarquons que le vecteur de coordonnées $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ de \mathbf{z} dans $\langle H_{xy} \rangle$ est identique à celui de l'algorithme SARSES dans l'Eq. (3.3) de la Section 3.2. La décomposition de $\mathbf{P}_{H_{xy}}$ en projections orthogonales ne nous permet donc pas de définir un vecteur de coordonnées $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ qui supprime les réponses des interférences. En revanche, le vecteur de coordonnées $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy}^\perp$ de \mathbf{z} dans $\langle P_{H_{xy}}^\perp J_{xy} \rangle$ nous permet de sélectionner la partie de \mathbf{z} provenant uniquement des interférences. Nous verrons dans la section suivante comment utiliser $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy}^\perp$ pour supprimer les interférences.

4.4.3 Intensité

4.4.3.1 Définition

Comme pour les algorithmes SARSES et OBSAR, nous pouvons former des images à partir des estimés $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_{xy}$ et $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{xy}^\perp$. En répétant l'opération d'estimation de l'Eq. (4.45) pour toutes les positions (x, y) ,

nous construisons deux images en fixant leurs intensités de la manière suivante :

$$\begin{aligned} I_{SARSES}(x, y) &= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \\ I_{SARSEI\perp}(x, y) &= \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (4.46)$$

où $\mathbf{J}'_{xy} = (\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy})^{-1} \mathbf{P}_{\mathbf{H}_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy}$. Bien entendu, l'image obtenue à partir de l'estimé de $\hat{\lambda}_{xy}$ est la même que l'image SARSES. L'image SARSEI \perp (pour SAR à Sous-Espace Interférence Orthogonale) s'obtient grâce à l'estimé $\hat{\mu}_{xy}^\perp$; par définition, l'image SARSEI \perp ne contient que la réponse des interférences.

Nous pouvons ensuite combiner ces deux images pour en former une troisième dans laquelle la cible est détectée mais pas les interférences. Pour cela, nous nous inspirons de l'algorithme appelé SARSESI (SAR à Sous-espace Signal et Interférence) développé dans [17]. Cet algorithme se base sur un problème de détection dont les hypothèses sont pour chaque position (x, y) :

- dans l'hypothèse H_0 , on suppose que le signal reçu \mathbf{z} est un bruit blanc Gaussien plus la réponse de l'interférence.
- dans l'hypothèse H_1 , on suppose que le signal reçu \mathbf{z} est un bruit blanc Gaussien plus la réponse de la cible.

La résolution de ce problème de détection amène à former une image $I_{SARSESI}(x, y)$ par la soustraction de l'image SARSES et de l'image SARSEI (SAR à Sous-espace Interférence), cette dernière étant l'image obtenue en projetant le signal reçu \mathbf{z} dans $\langle J_{xy} \rangle$:

$$I_{SARSESI}(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{z}\|^2 - \|\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \quad (4.47)$$

Cet algorithme présente cependant des performances mitigées en termes de détection et de réduction des interférences ; en effet, si les sous-espaces $\langle H_{xy} \rangle$ et $\langle J_{xy} \rangle$ ne sont pas orthogonaux, la cible a évidemment une réponse non nulle dans $\langle H_{xy} \rangle$ mais aussi dans $\langle J_{xy} \rangle$. La soustraction des images SARSES et SARSEI peut donc entraîner une réduction de la réponse de la cible et dégrader ainsi sa détection. Ici, nous définissons l'algorithme SARSESI \perp (SAR à Sous-espace Signal et Interférence Orthogonale) en soustrayant les images SARSES et SARSEI \perp ; contrairement au SARSESI, l'image des interférences ne contient pas la cible, aussi nous ne risquons pas de réduire sa réponse. Comme il est possible que les échelles des intensités de l'image SARSES et de l'image SARSEI \perp ne soient pas les mêmes, nous normalisons les intensités $I_{SARSES}(x, y)$ et $I_{SARSEI\perp}(x, y)$ de la manière suivante :

$$\begin{aligned} I'_{SARSES}(x, y) &= \frac{I_{SARSES}(x, y)}{\sum_{x,y} I_{SARSES}(x, y)} \\ I'_{SARSEI\perp}(x, y) &= \frac{I_{SARSEI\perp}(x, y)}{\sum_{x,y} I_{SARSEI\perp}(x, y)} \end{aligned} \quad (4.48)$$

où $\sum_{x,y} I_{SARSES}(x, y)$ est la somme sur tous les pixels (x,y) des intensités de l'image SARSES et $\sum_{x,y} I_{SARSEI\perp}(x, y)$ est la somme sur tous les pixels (x,y) des intensités de l'image SARSEI \perp . Posons $A_1 = \sum_{x,y} I_{SARSES}(x, y)$ et $A_2 = \sum_{x,y} I_{SARSEI\perp}(x, y)$. L'image obtenue par le SARSESI \perp est définie par la différence des images SARSES et SARSEI \perp . Il se peut que pour certains pixels, cette différence soit négative ; néanmoins, la réduction d'interférence n'a de sens que pour des valeurs au-dessus ou égales à zéro. Ainsi nous définissons une contrainte de positivité sur $I_{SARSESI\perp}(x, y)$. L'intensité $I_{SARSESI\perp}(x, y)$ pour une position (x, y) s'écrit alors :

4.4. Processeurs SAR basés sur des projecteurs orthogonaux : le SARSESIO (SAR à Sous-Espace Signal et Interférenc

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{SARSESIO}(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^\dagger \mathbf{z}\|^2}{A_1 \sigma^2} - \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{z}\|^2}{A_2 \sigma^2} \quad \text{si } I'_{SARSES}(x, y) - I'_{SARSEI\perp}(x, y) \geq 0 \\ I_{SARSESIO}(x, y) = 0 \quad \text{si } I'_{SARSES}(x, y) - I'_{SARSEI\perp}(x, y) < 0 \end{array} \right. \quad (4.49)$$

4.4.3.2 Cas de la simple polarisation

En utilisant l'expression générale de l'intensité de l'image SARSESIO de l'Eq. (4.49) et en utilisant les modèles à sous-espaces de la cible et de l'interférence en polarisation HH et VV définis dans la Section 2.2, nous définissons directement les algorithmes SARSESIO HH et SARSESIO VV. L'intensité de l'images SARSESIO HH s'écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{SARSESIO}^H(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{z}^H\|^2}{A_1^H \sigma^{H^2}} - \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{z}^H\|^2}{A_2^H \sigma^{H^2}} \quad \text{si } I_{SARSES}^{H'}(x, y) - I_{SARSEI\perp}^{H'}(x, y) \geq 0 \\ I_{SARSESIO}^H(x, y) = 0 \quad \text{si } I_{SARSES}^{H'}(x, y) - I_{SARSEI\perp}^{H'}(x, y) < 0 \end{array} \right. \quad (4.50)$$

et celle de l'image SARSESIO VV s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{SARSESIO}^V(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{z}^V\|^2}{A_1^V \sigma^{V^2}} - \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{z}^V\|^2}{A_2^V \sigma^{V^2}} \quad \text{si } I_{SARSES}^{V'}(x, y) - I_{SARSEI\perp}^{V'}(x, y) \geq 0 \\ I_{SARSESIO}^V(x, y) = 0 \quad \text{si } I_{SARSES}^{V'}(x, y) - I_{SARSEI\perp}^{V'}(x, y) < 0 \end{array} \right. \quad (4.51)$$

4.4.3.3 Cas de la double polarisation

En utilisant l'Eq. (4.49), nous pouvons définir les algorithmes SARSESIO+ et SARSESIO- à partir des modèles à sous-espaces polarimétriques de la cible et de l'interférence. La cible est décrite soit par $\langle H_{xy}^+ \rangle$, soit par $\langle H_{xy}^- \rangle$. Nous définissons alors l'image obtenue par le SARSESIO+ de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{SARSESIO}^+(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{+\dagger} \mathbf{z}\|^2}{A_1^+ \sigma^2} - \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^{+\dagger} \mathbf{z}\|^2}{A_2 \sigma^2} \quad \text{si } I_{SARSES}^{+'}(x, y) - I_{SARSEI\perp}'(x, y) \geq 0 \\ I_{SARSESIO}^+(x, y) = 0 \quad \text{si } I_{SARSES}^{+'}(x, y) - I_{SARSEI\perp}'(x, y) < 0 \end{array} \right. \quad (4.52)$$

L'image obtenue par le SARSESIO- s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{SARSESIO}^-(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{-\dagger} \mathbf{z}\|^2}{A_1^- \sigma^2} - \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^{-\dagger} \mathbf{z}\|^2}{A_2 \sigma^2} \quad \text{si } I_{SARSES}^{-'}(x, y) - I_{SARSEI\perp}'(x, y) \geq 0 \\ I_{SARSESIO}^-(x, y) = 0 \quad \text{si } I_{SARSES}^{-'}(x, y) - I_{SARSEI\perp}'(x, y) < 0 \end{array} \right. \quad (4.53)$$

4.4.4 Performances de détection et de réduction des fausses alarmes

Comme pour les algorithmes OBSAR dans la Section 4.3.4, nous calculons les performances en termes de détection et de réduction des fausses alarmes des algorithmes SARSESIO pour une ou plusieurs polarisations. Encore une fois, nous présentons ces calculs pour l'algorithme SARSESIO en polarisation p mais ils s'appliquent directement aux algorithmes SARSESIO+ et SARSESIO-.

– **Probabilité de détection** P_d

Considérons un pixel (x, y) contenant une cible ; le signal reçu provenant de ce pixel et la distribution qui lui est associée sont :

$$\mathbf{z}_{xy}^p = \mathbf{H}_{xy}^p \boldsymbol{\lambda}_{xy}^p + \mathbf{n}^p, \quad \mathbf{z}_{xy}^p \sim \mathcal{N}(\mathbf{H}_{xy}^p \boldsymbol{\lambda}_{xy}^p, \sigma^{p2}) \quad (4.54)$$

La distribution de $I_{SARSESIO}^p(x, y)$ est alors un χ^2 décentré [38] :

$$I_{SARSESIO}^p(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{A_1^p \sigma^{p2}} - \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{A_2^p \sigma^{p2}} \quad (4.55)$$

$$(4.56)$$

$$= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{A_1^p \sigma^{p2}} \quad (4.57)$$

$$(4.58)$$

$$\sim \frac{1}{2} \chi^2(2D_{H^p}, 2 \frac{\|\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p\|^2}{A_1^p \sigma^{p2}}) \quad (4.59)$$

La probabilité de détection calculée ci-dessus correspond au cas idéal où la cible est parfaitement modélisée par le sous-espace $\langle H_{xy}^p \rangle$. En pratique, la modélisation de la cible n'est pas parfaite. Considérons le pixel (x, y) contenant une cible qui n'est pas parfaitement modélisée par $\langle H_{xy}^p \rangle$; le signal reçu provenant de ce pixel et la distribution qui lui est associée sont :

$$\mathbf{z}_{xy}^p = \mathbf{H}_{xy}^p \boldsymbol{\lambda}_{xy}^p + \delta_{xy}^H + \mathbf{n}^p, \quad \mathbf{z}_{xy}^p \sim \mathcal{N}(\mathbf{H}_{xy}^p \boldsymbol{\lambda}_{xy}^p + \delta_{xy}^H, \sigma^{p2}) \quad (4.60)$$

où δ_{xy}^H est la partie de la réponse de la cible qui n'appartient pas à $\langle H_{xy}^p \rangle$. La distribution de $I_{SARSESIO}^p(x, y)$ est alors une différence de deux χ^2 décentrés et indépendants [38] :

$$I_{SARSESIO}^p(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{A_1^p \sigma^{p2}} - \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{A_2^p \sigma^{p2}} \quad (4.61)$$

$$(4.62)$$

$$= \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{A_1^p \sigma^{p2}} - \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^{p\dagger} \delta_{xy}^H\|^2}{A_2^p \sigma^{p2}} \quad (4.63)$$

$$(4.64)$$

$$\sim \frac{1}{2} \chi^2(2D_{H^p}, 2 \frac{\|\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p\|^2}{A_1^p \sigma^{p2}}) - \frac{1}{2} \chi^2(2D_{J^p}, 2 \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^{p\dagger} \delta_{xy}^H\|^2}{A_2^p \sigma^{p2}}) \quad (4.65)$$

En pratique, l'Eq. (4.61) sera utilisée pour calculer la probabilité de détection P_d . Nous pouvons constater que les performances de détection du SARSESIO sont davantage dégradées par une erreur de modélisation comparé à celles de l'OBSAR. Si la réponse de la cible n'est pas totalement contenue dans le sous-espace $\langle H_{xy}^p \rangle$, le vecteur $\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p$ est premièrement diminué en norme (comme pour l'OBSAR) et deuxièmement la distribution de $I_{SARSESIO}^p(x, y)$ est une différence de χ^2 .

– **Probabilité de fausse alarme** P_{fa}

Nous calculons ensuite la probabilité de fausse alarme P_{fa} liée au bruit structuré. Considérons un pixel (x, y) contenant une interférence ; le signal reçu provenant de ce pixel et la distribution qui lui est associée sont :

$$\mathbf{z}_{xy}^p = \mathbf{J}_{xy}^p \boldsymbol{\mu}_{xy}^p + \mathbf{n}^p, \quad \mathbf{z}_{xy}^p \sim \mathcal{N}(\mathbf{J}_{xy}^p \boldsymbol{\mu}_{xy}^p, \sigma^{p2}) \quad (4.66)$$

La distribution de $I_{SARSESIO}^p(x, y)$ est alors la différence de deux χ^2 décentrés et indépendants [38] :

$$I_{SARSESIO}^p(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{A_1^p \sigma^{p2}} - \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}_{xy}^p\|^2}{A_2^p \sigma^{p2}} \quad (4.67)$$

$$(4.68)$$

$$\sim \frac{1}{2} \chi^2(2D_{H^p}, 2 \frac{\|\boldsymbol{\lambda}_{xy}^p\|^2}{A_1^p \sigma^{p2}}) - \frac{1}{2} \chi^2(2D_{J^p}, 2 \frac{\|\boldsymbol{\mu}_{xy}^p\|^2}{A_2^p \sigma^{p2}}) \quad (4.69)$$

Nous voyons que la réduction des interférences est moins influencée par la précision de la modélisation des interférences ; en effet la réduction des interférences repose sur la projection du signal reçu dans la partie de $\langle J_{xy} \rangle$ orthogonale à $\langle H_{xy} \rangle$. Il suffit donc que les interférences aient des projections suffisamment grandes dans $\langle P_{H_{xy}}^\perp J_{xy} \rangle$ pour réduire les fausses alarmes. Cela rend ainsi le SARSESIO plus robuste à la modélisation des interférences.

Pour les algorithmes SARSESIO+ et SARSESIO–, la probabilité de détection P_d et la probabilité de fausse alarme P_{fa} et se déduisent directement des calculs ci-dessus en changeant les bases cible et interférence pour une polarisation p par les bases des sous-espaces polarimétriques.

Les probabilités de détection et de fausse alarme présentées ci-dessus font intervenir la différence de deux χ^2 ; pour calculer ces probabilités il existe plusieurs méthodes. Dans [50], les probabilités de détection et de fausse alarme sont calculées en décomposant en séries les différences de χ^2 ; nous n'utiliserons pas cette méthode car numériquement, elle présente des problèmes de convergence et a un coût de calcul assez grand. Une autre méthode présentée dans [51] propose d'approximer les probabilités de détection et de fausse alarme par des distributions Gaussiennes en utilisant la méthode de la phase stationnaire ; nous ne retenons pas cette méthode car le calcul du point stationnaire peut s'avérer délicat. Nous utilisons plutôt une méthode simple, la méthode de Monte Carlo pour estimer numériquement les probabilités de détection et de fausse alarme.

4.4.5 Conclusion

Nous avons développé des processeurs SAR permettant de détecter une cible et réduire les interférences, en utilisant des projections orthogonales. Le principe du SARSESIO repose sur la différence de deux images : la première image contient la cible mais aussi les interférences alors que la deuxième ne contient uniquement que les interférences. Cette méthode est intéressante du point de vue de la modélisation des interférences ; celle-ci peut être approximative, les fausses alarmes sont toujours réduites. Néanmoins, la cible peut être également réduite ce qui rend le SARSESIO sensible à la modélisation de la cible.

4.5 Application à des données simulées

Nous appliquons dans cette section les algorithmes OBSAR et SARSESIO à des données simulées. Nous nous intéressons d'abord à la validité de la modélisation des diffuseurs par des sous-espaces et plus

spécialement à la modélisation des interférences. Nous traçons ensuite les performances de détection et de réduction de fausses alarmes de l'OBSAR et du SARSESIO. Enfin, nous appliquons ces deux algorithmes à des données simulées en FoPen et nous analysons les images obtenues.

Avant d'appliquer l'OBSAR et le SARSESIO aux données simulées, nous proposons de récapituler les points positifs et négatifs de ces deux algorithmes :

- **OBSAR** : en théorie, l'OBSAR dont le principe repose sur des projections obliques, permet de supprimer totalement les interférences tout en préservant la détection de la cible obtenue avec le SARSES. Cependant, l'efficacité de la réduction des fausses alarmes dépend fortement de la précision des interférences. Dans un cadre réaliste, l'intensité des interférences est moins diminuée qu'en théorie. En ce qui concerne les erreurs de modélisation de la cible, l'OBSAR y est peu sensible et permet de préserver la détection de la cible obtenue avec le SARSES.
- **SARSESIO** : le SARSESIO repose sur des projections orthogonales. L'image SARSESIO est obtenue en faisant la différence de l'image SARSES et de l'image SARSEI \perp qui ne contient que une partie de la réponse des interférences. Comme nous n'utilisons que la partie orthogonale du sous-espace interférence au sous-espace cible, la modélisation des interférences n'a pas besoin d'être précise pour réduire efficacement les fausses alarmes. En revanche, la SARSESIO est sensible à la modélisation de la cible et peut entraîner une perte de sa détection.

4.5.1 Validation des modélisations à sous-espaces

Nous avons vu dans la Section 3.3.1.2 du Chapitre 3, que les sous-espaces cible générés à partir d'une plaque PC modélisaient plus fidèlement les propriétés de diffusion d'une MMT que le modèle classique de point blanc isotrope. Ici, nous nous intéressons à la réponse des interférences et au sous-espace qui les modélise.

4.5.1.1 Configuration

Paramètres SAR

Nous considérons la même configuration SAR que dans la Section 3.3.1.1 où nous avons considéré un vol SAR avec 200 positions u_i de l'antenne, un signal émis avec une bande de fréquence de 100MHz, de fréquence centrale 400MHz, et une scène radar comprise entre $[90, 140]m$ et $[-25, 20]m$.

Paramètres de la cible et de l'interférence

Pour étudier la modélisation de la cible et de l'interférence, nous considérons séparément deux diffuseurs aux coordonnées $(115, -1, 0)$:

- la cible (MMT) : pour modéliser celle-ci, nous considérons une boîte PC de dimensions $2m \times 1.5m \times 1m$, d'orientation $(\alpha, \beta) = (0^\circ, 0^\circ)$ et reposant sur un sol PC. Cette cible a déjà été utilisée dans la section 3.3 du chapitre 3. Les détails du calcul du rayonnement de la boîte sur sol sont présentés en Section 3.3.1.1.
- l'interférence : dans un contexte FoPen, l'interférence est un tronc d'arbre. Pour modéliser celle-ci, nous considérons un cylindre diélectrique de hauteur de 11m et de rayon 20cm, reposant sur un sol PC. Sa réponse électromagnétique est calculée en utilisant COSMO [41, 40] qui est un code permettant de calculer rapidement la réponse électromagnétique d'une forêt. Précisons que

ce tronç d'arbre est simulé de la même manière que pour la forêt simulée de la section 3.3 du chapitre 3.

La cible et l'interférence nous permettront d'évaluer les performances de détection et de réduction de fausse alarme de l'OBSAR et du ARSESIO.

Paramètres des sous-espaces

Les paramètres des sous-espaces cible sont les mêmes que ceux employés pour les algorithmes SARSES et ils ont déjà été présentés dans la section 3.3.1.1. Ainsi, nous présentons seulement les paramètres des sous-espaces interférence.

- Éléments canoniques : l'élément qui génère les sous-espaces interférence est un cylindre diélectrique de hauteur de 11m et de rayon de 20cm reposant sur un sol diélectrique ; sa réponse électromagnétique est calculée en utilisant des méthodes asymptotiques. Ses orientations (γ, δ) couvrent l'ensemble $([0^\circ, 360^\circ] \times [0^\circ, 10^\circ])$ avec des pas d'échantillonnage de 9° pour γ et de 2° pour δ .
- Rangs des sous-espaces : les rangs des sous-espaces sont choisis en fonction des valeurs singulières des matrices interférences. Nous représentons sur la Figure 4.3 les valeurs singulières des matrices interférences \mathbf{I}_{xy}^H et \mathbf{I}_{xy}^V . Comme pour les sous-espaces cible, les sous-espaces interférence sont de rangs faibles. Ceux-ci sont choisis en repérant la cassure de la courbe décrite par les valeurs singulières.
Pour choisir les rangs des sous-espaces polarimétriques, nous représentons également les valeurs singulières de la matrice interférence \mathbf{I}_{xy}^+ sur la Figure 4.4. Nous constatons également que le sous-espace interférence polarimétrique est de rang faible.

Nous avons donc pour les rangs des sous-espaces interférence :

- $\langle J_{xy}^H \rangle$ et $\langle J_{xy}^V \rangle$: $D_{J^H} = 10$ et $D_{J^V} = 10$.
- $\langle J_{xy} \rangle$: $D_J = 10$.

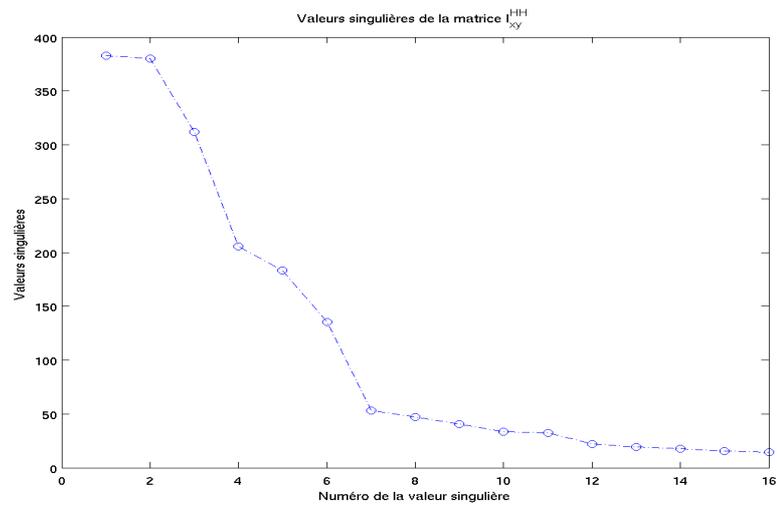
Nous rappelons que les rangs des sous-espaces cible (pour une polarisation simple ou pour des polarisations doubles) sont eux aussi égaux à 10.

4.5.1.2 Angles entre sous-espaces

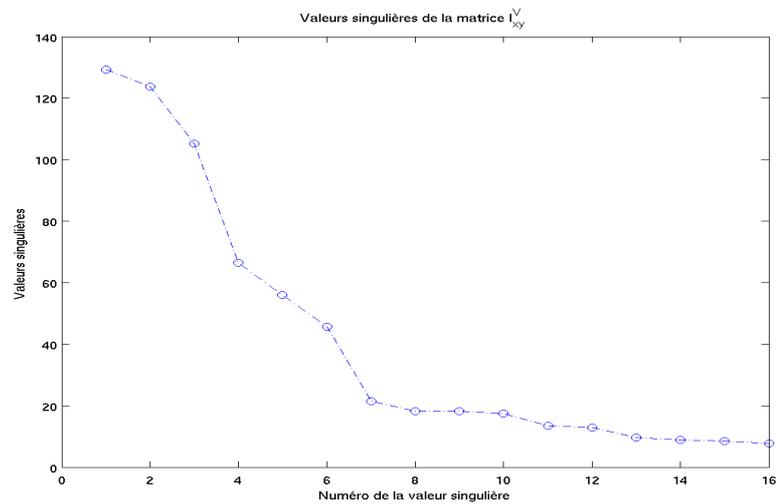
Nous présentons dans cette partie les angles entre les sous-espaces dont le calcul a été exposé en section 2.4. Les angles entre sous-espaces nous permettent de savoir si nous pouvons différencier le sous-espace cible du sous-espace interférence et donc si nous pouvons espérer réduire la réponse des interférences sans dégrader la détection de la cible.

Simple Polarisation p

La Figure 4.5 présente les angles entre le sous-espace cible et le sous-espace interférence, pour la polarisation HH sur la Figure 4.5(a) et pour la polarisation VV sur la Figure 4.5(b). Pour la polarisation HH, l'angle minimal entre les sous-espaces est de 22° et en polarisation VV, il est de 19° . Les sous-espaces cible et interférence en polarisation HH ou en polarisation VV peuvent être assez proches. Il sera donc difficile de discriminer un élément du sous-espace $\langle H_{xy}^p \rangle$ d'un élément appartenant au sous-espace $\langle J_{xy}^p \rangle$ en utilisant une seule polarisation p.



(a) Polarisation HH

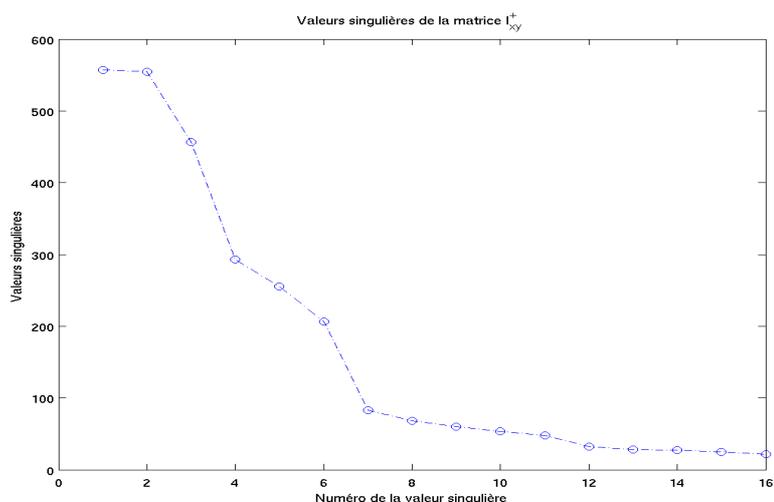


(b) Polarisation VV

FIG. 4.3 – Valeurs singulières des matrices \mathbf{I}_{xy}^H et \mathbf{I}_{xy}^V

Double Polarisation

Nous représentons sur la Figure 4.6, les angles entre les sous-espaces cible $\langle H_{xy}^- \rangle$ et $\langle J_{xy} \rangle$ générés en utilisant les polarisations HH et VV. L'angle minimal entre ces deux sous-espaces est égal à 48° . Le sous-espace interférence $\langle J_{xy} \rangle$ n'est donc pas très proche du sous-espace cible $\langle H_{xy}^- \rangle$. Nous pouvons donc espérer qu'un élément appartenant à $\langle H_{xy}^- \rangle$ sera facilement différenciable d'un élément appartenant à $\langle J_{xy} \rangle$. Comparé aux sous-espaces utilisant une polarisation, nous voyons clairement que l'information polarimétrique permet de mieux séparer les sous-espaces cible et interférence.

FIG. 4.4 – Valeurs singulières de I_{xy}^+

	Sous-espace cible HH $\langle H_{xy}^H \rangle$	Sous-espace cible VV $\langle H_{xy}^V \rangle$	Sous-espace interférence HH $\langle J_{xy}^H \rangle$	Sous-espace interférence VV $\langle J_{xy}^V \rangle$
Boite sur sol	94%	94%	88%	88%
Arbre	89%	93%	92%	93%

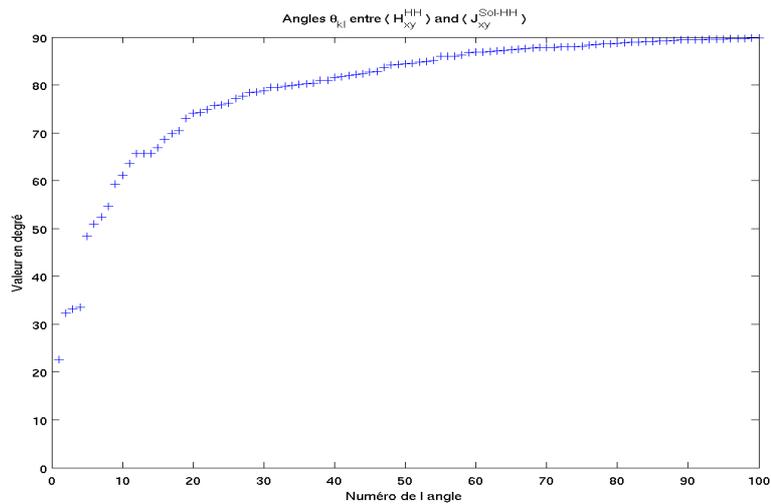
TAB. 4.1 – Proportions des signaux reçus de la cible et des interférences décrites par les sous-espaces cible et les sous-espaces interférence en polarisation HH et polarisation VV.

4.5.1.3 Validation des modélisations

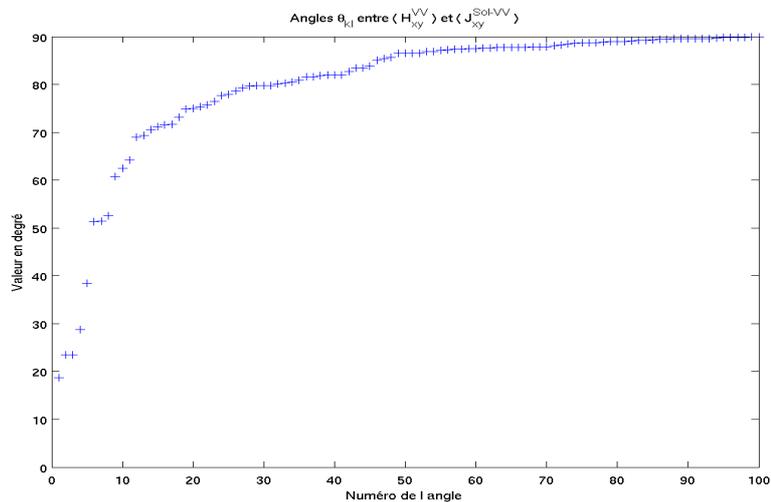
Comme pour les sous-espace cible dans la section 3.3.1.2, nous testons les modèles à sous-espaces interférence sur la cible et l'interférence. De plus par comparaison, nous calculons aussi la proportion de l'interférence décrite par les sous-espaces cible.

Pour calculer la proportion de la cible ou de l'interférence contenue dans un sous-espace donné, nous utilisons l'Eq. (3.26) du chapitre 3.

Le tableau 4.1 présente la proportion de la boîte sur sol et de l'arbre décrite par les sous-espaces cible et interférence en polarisation p. Nous remarquons tout d'abord que la boîte sur sol et l'arbre sont tous les deux parfaitement décrits à 10% près par les sous-espaces cible $\langle H_{xy}^H \rangle$ et $\langle H_{xy}^V \rangle$. Ce résultat est attendu vu les résultats de la section 3.3.2 dans laquelle nous avons appliqué le SARSEs à des données FoPen : la cible est détectée mais les arbres ont aussi une réponse assez forte. Pour les sous-espaces interférence $\langle J_{xy}^H \rangle$ et $\langle J_{xy}^V \rangle$, les résultats sont similaires : la cible et l'arbre ont environ 90% de leurs réponses dé-



(a) Polarisation HH

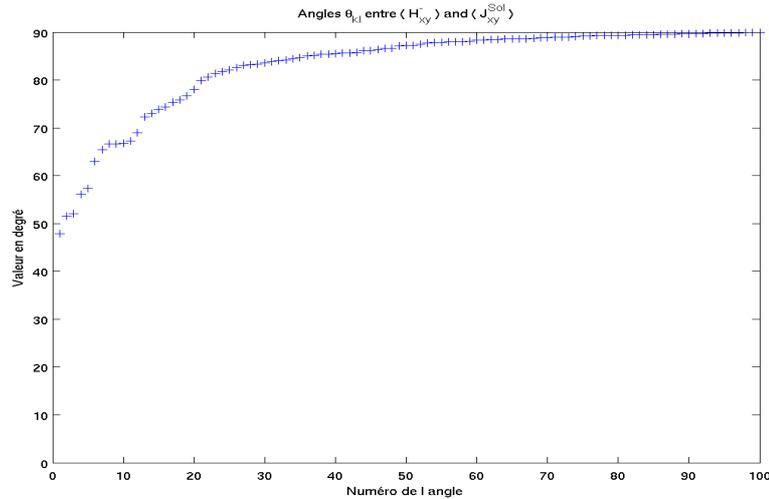


(b) Polarisation VV

FIG. 4.5 – Angles entre les sous-espaces $\langle H_{xy}^p \rangle$ et $\langle J_{xy}^p \rangle$

crites par les sous-espaces interférences. Ce résultat confirme que les sous-espace cible et interférence en polarisation p sont très proches comme il a été montré dans la partie précédente avec le calcul des angles. Il est donc clair que la modélisation par sous-espace permet de décrire fidèlement des diffuseurs de différents types mais ne permet pas forcément de les différencier.

La même étude est présentée dans le tableau 4.2 pour des données polarimétriques. Encore une fois, la boîte sur sol et l'arbre sont quasiment aussi bien décrits par le sous-espace cible $\langle H_{xy}^- \rangle$ ou le sous-espace interférence $\langle J_{xy} \rangle$. Plus précisément, l'arbre est même un peu mieux décrit par le sous-espace cible que par le sous-espace interférence alors que les angles calculés dans la section précédente montre que ces deux sous-espaces sont bien disjoints. Cela veut dire que le sous-espace interférence $\langle J_{xy} \rangle$ ne décrit pas parfaitement l'arbre ; l'OBSAR reposant sur des projecteurs obliques peut donc ne pas être la méthode la plus efficace dans ce cas là. Nous comparerons ses performances dans la section suivante avec celles du SARSESIO.

FIG. 4.6 – Angles entre les sous-espaces $\langle H_{xy}^- \rangle$ et $\langle J_{xy} \rangle$

	Sous-espace cible Type trièdre $\langle H_{xy}^+ \rangle$	Sous-espace cible Type dièdre $\langle H_{xy}^- \rangle$	Sous-espace interférence $\langle J_{xy} \rangle$
Boîte sur sol	2%	92%	80%
Arbre	9%	81%	79%

TAB. 4.2 – Proportions des signaux reçues de la cible et des interférences décrites par les sous-espaces polarimétriques cible et le sous-espace polarimétrique interférence.

L'erreur de modélisation des troncs d'arbres par le sous-espace interférence en double polarisation (environ 20%) peut paraître surprenante : en effet, le rayonnement des troncs simulés par COSMO est calculé à partir de l'élément canonique (cylindre sur sol) qui génère le sous-espace interférence. Cependant, pour les données simulées par COSMO, le rayonnement des troncs (et de la cible également) est atténué pour simuler l'effet de la canopée, ce qui n'est pas pris en compte par le sous-espace interférence. Pour un tronc d'arbre, cette atténuation est différente selon les polarisations HH et VV [40]. Il s'ensuit que la modélisation des interférences ne peut pas être parfaite. D'un côté, il est dommage que les interférences ne soient pas modélisées parfaitement : nous ne vérifierions pas que l'OBSAR supprime totalement les interférences pour le cas d'une modélisation complète. D'un autre côté, cette erreur est intrinsèque au choix de la modélisation qui ne prend pas en compte les effets d'atténuation ; de plus, dans un cas réel, il aurait été difficile de calculer a priori ces effets. La question de l'erreur de modélisation se pose aussi pour le sous-espace cible qui ne prend pas non plus en compte l'atténuation de la canopée. Cependant, la boîte sur sol a des réponses semblables en HH et VV ; cela expliquerait que l'erreur de modélisation de la cible soit moindre et que le sous-espace cible décrive mieux les deux diffuseurs.

4.5.2 Performances de détection et de réduction de fausses alarmes

Nous considérons ici les performances de détection de la cible et de réduction des fausses alarmes dues au bruit aléatoire et structuré, pour les algorithmes OBSAR et SARSESIO. Le bruit aléatoire est un bruit blanc Gaussien et le bruit structuré est la réponse des troncs. La cible est la boîte sur sol. Pour évaluer la capacité des algorithmes à réduire les fausses alarmes, nous représentons la probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausse alarme. Le rapport signal à bruit est fixé à -30dB.

Nous considérons les performances des algorithmes suivants en simple polarisation p ou en double polarisation :

- SARSES HH, SARSESVV et SARSES– qui utilisent la modélisation par sous-espaces $\langle H_{xy}^p \rangle$ pour une unique polarisation p et le sous-espace $\langle H_{xy}^- \rangle$ en double polarisation (nous n'utiliserons pas le sous-espace $\langle H_{xy}^+ \rangle$ puisque la cible est une boîte sur sol). Précisons que la probabilité de fausse alarme n'est plus calculée seulement par rapport au bruit aléatoire comme dans le chapitre 2 mais par rapport au bruit aléatoire et structuré.
- OBSAR HH, OBSAR VV et OBSAR– qui utilisent la modélisation par sous-espaces cible et interférence et dont les images sont obtenues à l'aide de projections obliques.
- SARSESIO HH, SARSESIO VV et SARSESIO– qui utilisent la modélisation par sous-espaces cible et interférence et dont les images sont obtenues à l'aide de projections orthogonales⁶.

Nous ne comparons pas les performances de réduction de fausses alarmes avec celles du CSAR : en effet, nous avons vu au chapitre 3 que les images CSAR n'étaient pas exploitables.

Nous précisons que les performances du SARSESIO sont calculées numériquement en effectuant 10 millions de tirages Monte Carlo. Pour le SARSES et l'OBSAR, nous pouvons directement utiliser les expressions théoriques des probabilités de détection et de fausses alarmes ; leurs performances sont calculées avec Matlab.

4.5.2.1 Courbes ROC (Receiving Operating Characteristics)

Nous présentons dans cette partie les courbes de probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausse alarme (courbe ROC) calculée précédemment. Ces courbes permettent d'évaluer les performances de détection de la cible en considérant les fausses alarmes dues au bruit aléatoire et aux interférences.

Simple polarisation p

Les Figure 4.7 et Figure 4.8 représentent respectivement les probabilités de détection de la boîte sur sol en fonction des probabilités de fausses alarmes liées au bruit blanc Gaussien et aux interférences en polarisation HH et en polarisation VV.

En polarisation HH, nous constatons que la probabilité de détection de la cible et la probabilité de fausses alarmes sont quasiment identiques : que ce soit avec le SARSES, l'OBSAR ou le SARSESIO, nous avons autant de chances de détecter une cible que de faire apparaître une fausse alarme. L'OBSAR et le SARSESIO ne permettent pas de réduire les fausses alarmes en polarisation HH ; néanmoins, leurs

⁶La matrice $(\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy})^{-1}$ qui intervient dans l'intensité du SARSESIO et de l'OBSAR peut être mal conditionnée. Pour régler ce problème, nous utilisons des techniques simples de régularisation de matrices [52]. Ainsi, $(\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy})^{-1} = \mathbf{Id} - \sum_{k=1}^r \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k^\dagger$ où \mathbf{u}_k est le k^{me} vecteur propre issu de la décomposition en valeurs propres de $(\mathbf{J}_{xy}^\dagger \mathbf{P}_{H_{xy}}^\perp \mathbf{J}_{xy})$. r est le nombre de valeurs propres significatives.

courbes ROC sont identiques à celle du SARSES ce qui signifie que les performances en détection obtenues avec le SARSES ne sont pas dégradée par l'OBSAR et le SARSESIO.

En polarisation VV, les courbes ROC des différents algorithmes montrent que les fausses alarmes sont moins fortes relativement à la cible qu'en polarisation HH. Cependant, le SARSESIO et l'OBSAR ne permettent pas de réduire les fausses alarmes par rapport au SARSES. De plus, la courbe du SARSESIO est légèrement au dessous de celles du SARSES et du OBSAR : pour une probabilité de fausse alarme de 10^{-2} , la probabilité de détection du SARSES et de l'OBSAR est de 0,9 alors qu'elle est égale à 0,87 pour le SARSESIO. Comme les fausses alarmes ne peuvent pas être plus fortes que celles du SARSES, les moins bonnes performances du SARSESIO s'expliquent par la perte de détection de la cible qui peut se produire en utilisant le SARSESIO.

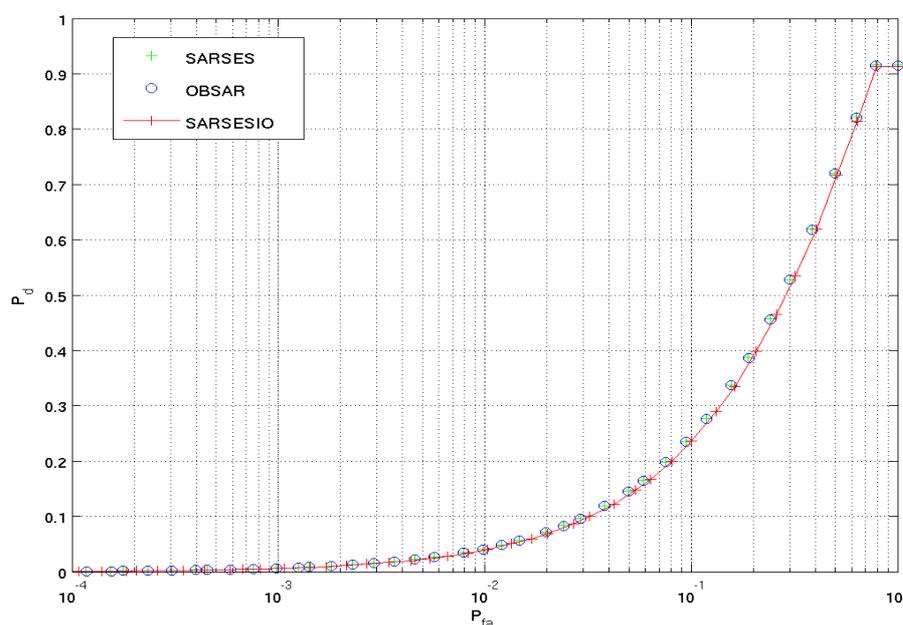


FIG. 4.7 – Courbes P_d en fonction de P_{fa} pour le SARSES HH, l'OBSAR HH et le SARSESIO HH.

Double Polarisation

La Figure 4.9 montre la probabilité de détection de la boîte sur sol en fonction de la probabilité de fausses alarmes liées au bruit blanc Gaussien et aux interférences en double polarisation. Nous voyons très clairement que les algorithmes OBSAR– et SARSESIO– sont plus performants que le SARSES–. Les sous-espaces cible et interférence sont assez différents pour permettre de différencier la cible des interférences et ainsi obtenir des bons résultats pour l'OBSAR– et du SARSESIO–. Pour une probabilité de fausses alarmes de 10^{-2} , la probabilité de détection d'OBSAR– et du SARSESIO– est égale à 1 alors que pour le SARSES–, elle atteint seulement 0,79. D'ailleurs le SARSES– a une probabilité de détection de 1 pour une probabilité de fausses alarmes inférieure à 10^{-1} . Nous constatons de plus que l'OBSAR– est très légèrement meilleur que le SARSESIO– pour des probabilités de fausses alarmes inférieures à 10^{-3} . Ce résultat peut s'expliquer de deux manières : soit le SARSESIO– réduit moins les interférences soit le SARSESIO– réduit autant ou même plus les fausses alarmes que l'OBSAR– mais dégrade également la détection de la cible. Nous vérifierons sur les images SAR de données simulées en FoPen que les performances du SARSEIO sont inférieures à celles de l'OBSAR car l'intensité de la

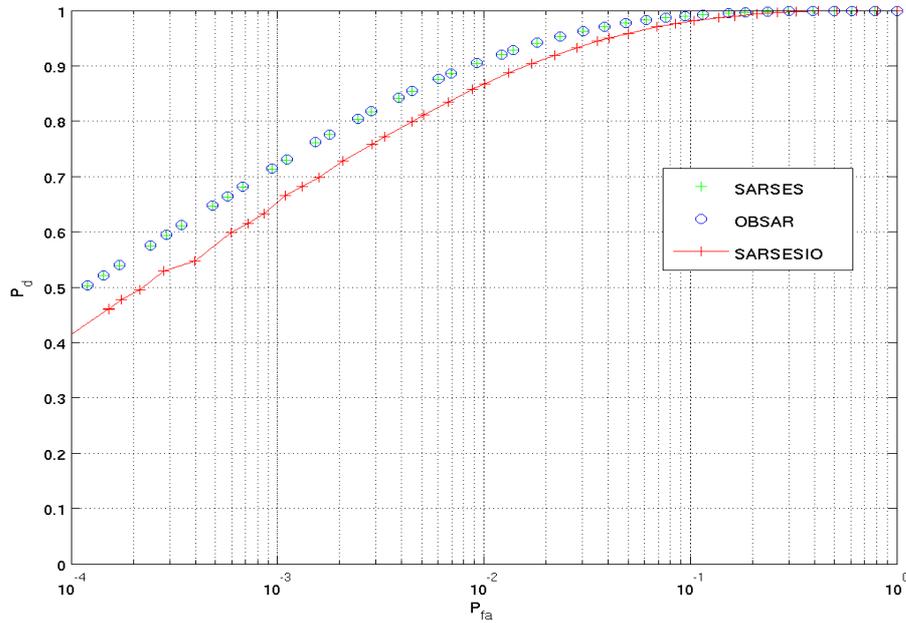


FIG. 4.8 – Courbes P_d en fonction de P_{fa} pour le SARSES VV, l'OBSAR VV et le SARSESIO VV.

cible est légèrement diminuée.

Enfin, nous insistons sur l'apport de l'information polarimétrique : la réduction de fausses alarmes est seulement possible en utilisant la double polarisation.

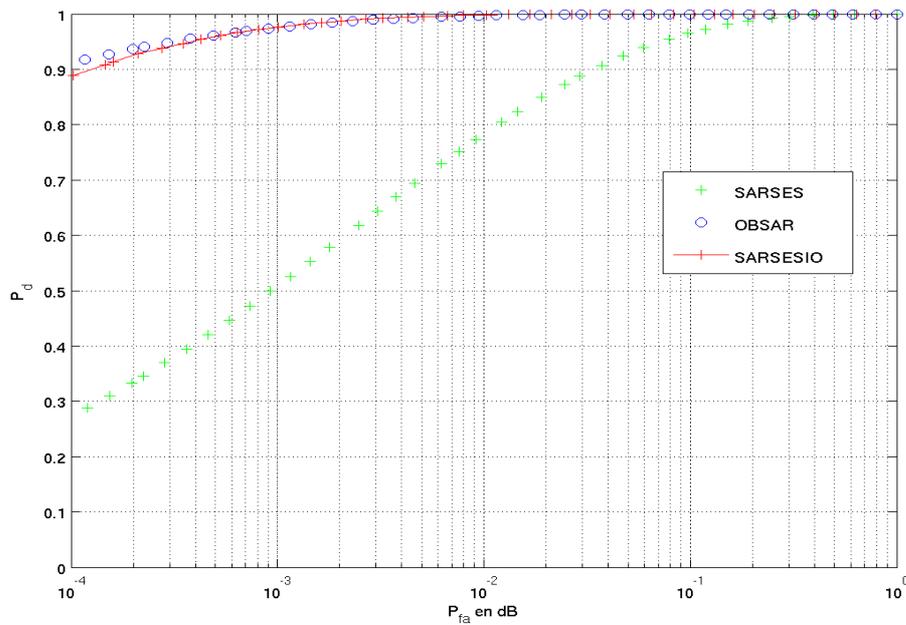


FIG. 4.9 – Courbes P_d en fonction de P_{fa} pour le SARSES-, l'OBSAR- et le SARSESIO-.

4.5.3 Données simulées en FoPen

Nous proposons maintenant d'appliquer les algorithmes OBSAR et SARSESIO⁷ sur des données simulées dans un contexte FoPen pour les simples polarisations p et pour les doubles polarisations. Nous reprenons la même configuration des données de la section 3.3.2 du chapitre 3 sur lesquelles nous avons appliqué les algorithmes SARSES.

4.5.3.1 Images en simple polarisation p

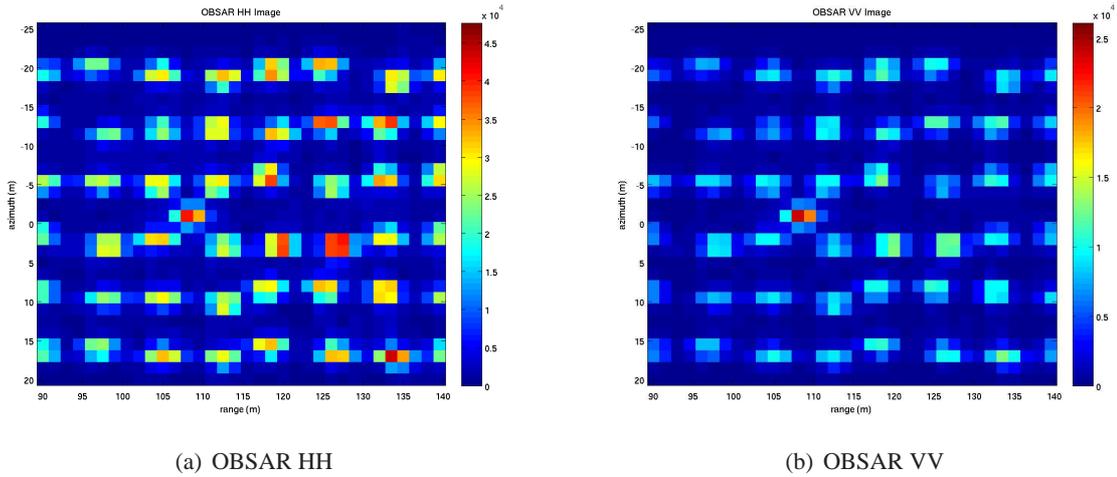


FIG. 4.10 – Images OBSAR HH et OBSAR VV d'une boîte PC dans une forêt

Les images obtenues par l'OBSAR HH et l'OBSAR VV sont respectivement présentées sur les Figures 4.10(a) et 4.10(b). Nous présentons également sur la Figure 4.11(a) l'image SARSESIO HH et sur la Figure 4.11(b) l'image SARSESIO VV. Nous constatons que pour toutes les images, il n'y a pas de réduction d'interférences notable comparé aux images du SARSES HH et du SARSES VV. Nous sommes dans un cas où les cibles et les interférences ne sont pas distinguables en utilisant nos modèles. Il est donc normal que les interférences ne soient pas réduites. Comparé aux images SARSES HH et VV, la cible est légèrement réduite pour le SARSESIO HH et le SARSESIO VV mais pas pour l'OBSAR HH et l'OBSAR VV. Ceci illustre encore une fois la préservation de la détection de la cible par l'OBSAR. D'une manière générale, ces résultats sont encourageants : les images obtenues ne sont pas (ou peu) dégradées par les traitements de réduction de fausses alarmes et nous obtenons des résultats similaires aux SARSES.

4.5.3.2 Images en double polarisation

En double polarisation, les sous-espace cible et interférence étant assez différents, nous pouvons espérer que l'OBSAR– et le SARSESIO– soient plus performants qu'en polarisation p dans la réduction des interférences. Sur l'image OBSAR– de la Figure 4.12(a), nous constatons que les interférences ont perdu en intensité comparé à l'image du SARSES– ; de plus l'intensité de la cible est inchangée. Nous obtenons de meilleurs résultats avec l'image du SARSESIO– sur la Figure 4.12(b). Certes l'intensité

⁷Pour comparer les intensités des images SARSESIO avec celles des images OBSAR et SARSES, son intensité est redéfinie telle que : $I_{SARSESIO}^p(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}^p\|^2}{\sigma^{p2}} - \alpha \frac{\|\mathbf{J}_{xy}^{p\dagger} \mathbf{z}^p\|^2}{A_2 \sigma^{p2}}$ avec $\alpha = \frac{A_1^p}{A_2^p}$. Ceci est aussi valable pour la double polarisation.

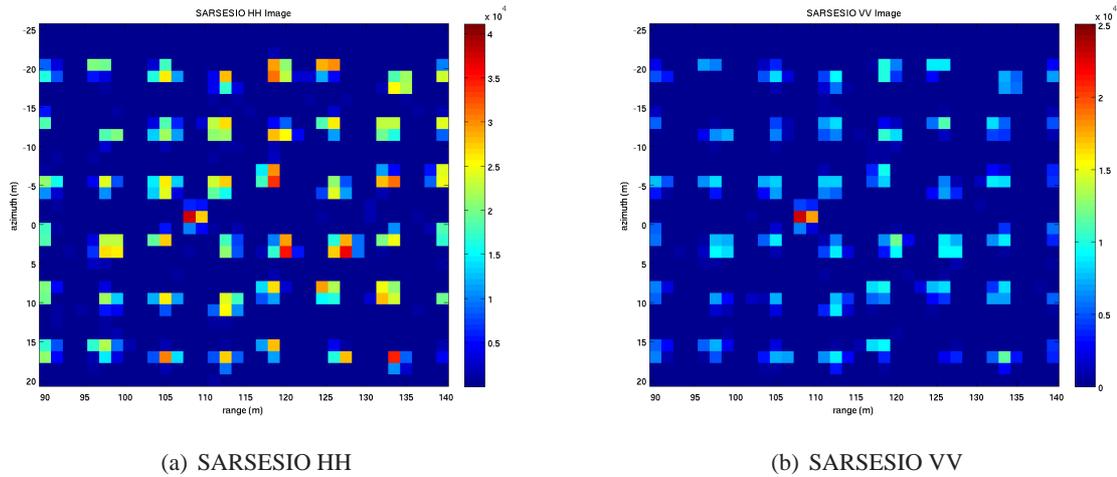


FIG. 4.11 – Images SARSESIO HH et SARSESIO VV d'une boîte PC dans une forêt

de la cible a un peu diminué comparé au SARSES–, mais les interférences sont plus fortement réduites que pour l'OBSAR–. La modélisation des interférences n'étant pas parfaite, l'OBSAR– utilisant la projection oblique n'est pas forcément optimal.

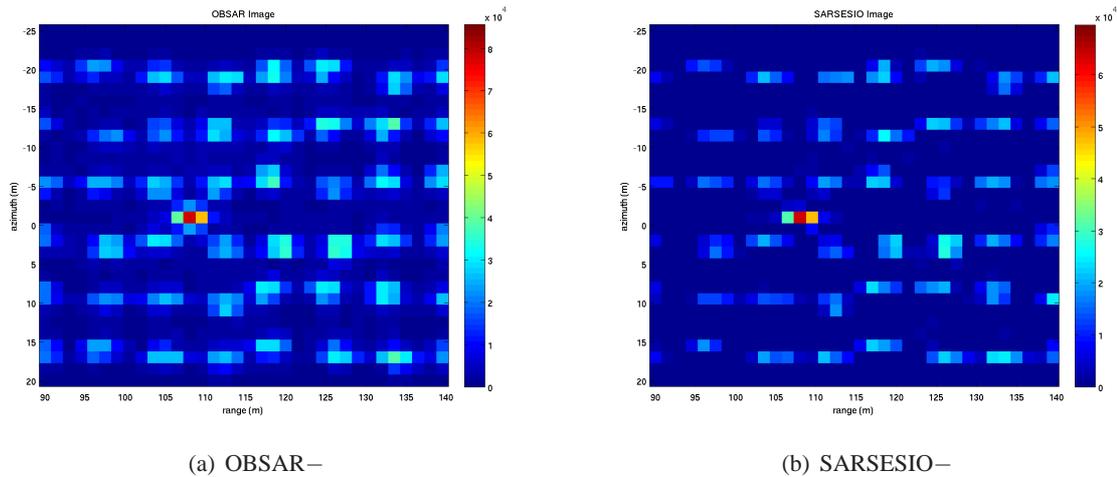


FIG. 4.12 – Images OBSAR– et SARSESIO– d'une boîte PC dans une forêt

4.6 Conclusion

Nous avons présenté dans cette section les algorithmes OBSAR et SARSESIO. Les deux algorithmes se basent sur une modélisation du signal reçu par des sous-espaces cible et interférence. L'OBSAR repose sur la projection oblique dans le sous-espace cible parallèlement au sous-espace interférence. Le SARSESIO se base sur la différence de deux images, la première étant l'image SARSES et la seconde étant une image des interférences seulement. Pour ces deux algorithmes, nous avons présenté le calcul des probabilités de détection et de fausses alarmes. L'OBSAR est théoriquement l'algorithme optimal pour la réduction des interférences. Néanmoins en pratique, le SARSESIO est plus robuste par rapport à la modélisation des interférences.

Nous avons ensuite testé les deux algorithmes sur des données simulées. Nous avons constaté qu'en utilisant une polarisation, il n'était pas possible de réduire efficacement les interférences : les images du SARSESIO et de l'OBSAR sont alors similaires aux images du SARSES. Par contre, en intégrant l'information polarimétrique, les interférences peuvent être réduites. Leur réduction est plus forte avec le SARSESIO qu'avec l'OBSAR confirmant la robustesse du premier algorithme à la modélisation des interférences. En revanche en comparant avec le SARSES, l'intensité de la cible est inchangée avec l'OBSAR alors qu'elle est réduite avec le SARSESIO. Le SARSESIO est ainsi plus sensible à la modélisation de la cible que l'OBSAR.

Chapitre 5

Données Réelles

5.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'application des algorithmes précédemment développés sur des données réelles FoPen, fournies par l'ONERA. Les simulations nous ont permis d'évaluer les performances des algorithmes en termes de détection et de réduction de fausses alarmes. Les données réelles nous offrent l'opportunité d'appliquer nos algorithmes dans un contexte réaliste : le bruit n'est pas forcément Gaussien et provient aussi bien de la synthèse SAR que des éléments de la forêt, de plus les cibles sont complexes. Nos algorithmes sont appliqués en simple polarisation (HH et VV) et en double polarisation.

L'application des algorithmes sur des données réelles a plusieurs objectifs :

1. Comparer les images des différents algorithmes (CSAR, SARSES, SARSESIO et OBSAR) pour montrer les avantages ou les inconvénients des approches utilisées.
2. Vérifier la robustesse de nos algorithmes. Les modélisations de la cible et des interférences sont par définition approximatives pour des données réelles et nous testons alors leurs robustesses.
3. Comparer les images en simple et double polarisation pour montrer l'apport de l'information polarimétrique.

L'analyse des images SAR que nous faisons est simple : la cible a-t-elle une intensité assez grande pour être détectée sur l'image ? Les fausses alarmes sont-elles assez faibles pour ne pas les confondre avec la cible ?

5.2 Configuration

5.2.1 Description générale des données

Les données présentées dans cette section ont été acquises par RAMSES, le précédent moyen SAR aéroporté de l'ONERA. Elles proviennent de la campagne de mesure PYLA'2004 et ont été acquises entre 400MHz et 470MHz, en survolant une forêt des Landes (forêt de Nezer).

Nous nous intéressons à une parcelle de cette forêt dans laquelle des cibles ont été placées : un camion dont la longueur est parallèle au plan de vol du SAR et un trièdre orienté vers celui-ci. Leurs positions respectives dans la scène radar sont illustrées sur la Figure 5.1. La forêt est décrite précisément dans [41].

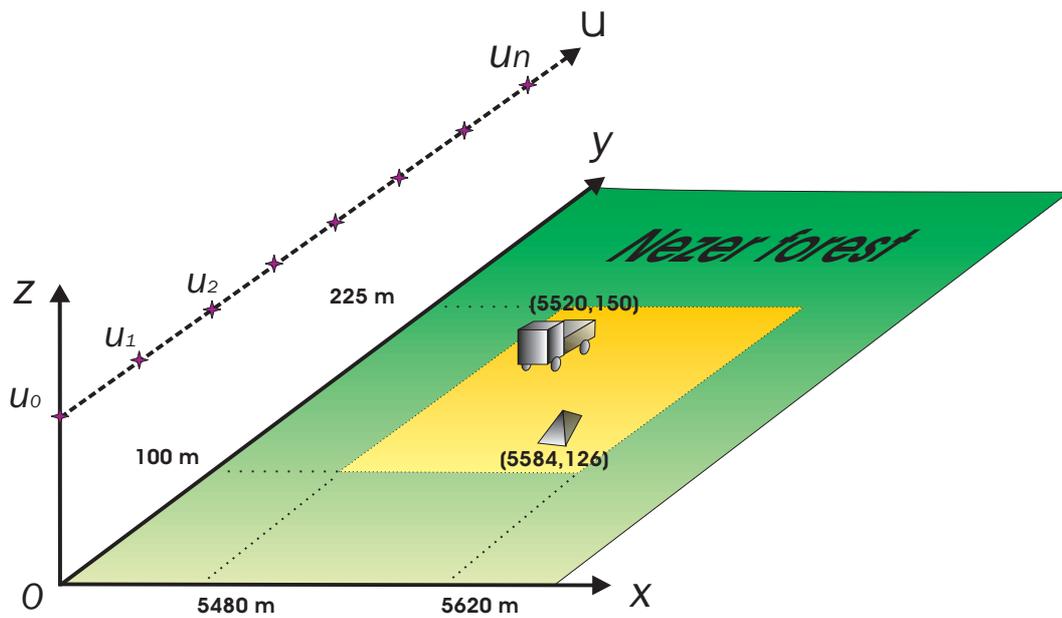


FIG. 5.1 – Configuration de la scène

5.2.2 Configuration des algorithmes

5.2.2.1 Récapitulatif

Nous récapitulons brièvement les propriétés des algorithmes précédemment développés que nous appliquons aux données réelles :

- **CSAR** : présenté dans le chapitre 1, le CSAR est un algorithme classique de formation d'image SAR. Il se base sur le modèle de point blanc isotrope ; aucune hypothèse n'est faite sur les cibles à détecter. En utilisant la double polarisation, le CSAR+ et le CSAR- permettent d'obtenir des images correspondantes aux images issues de la décomposition de Pauli : le CSAR+ permet d'obtenir l'image d'objets dont les propriétés de diffusion sont de type trièdre et le CSAR- permet d'obtenir l'image d'objets dont les propriétés de diffusion sont de type dièdre. Nous n'attendons pas de bons résultats avec les algorithmes CSAR (en simple et double polarisation) : la cible ne devrait pas être détectable et de nombreuses fausses alarmes devraient être présentes.
- **SARSES** : présenté dans le chapitre 3, le SARSES est un algorithme de formation d'image SAR qui se base sur une modélisation par sous-espace de la cible. Nous faisons l'hypothèse qu'une cible peut être modélisée par un élément canonique qui permet de générer par la suite le sous-espace cible. De plus, le SARSES est applicable à des données polarimétriques (HH et VV) en utilisant le SARSES+ et le SARSES-. En prenant en compte les propriétés de la cible, il a été montré dans [15] que le SARSES appliqué à une simple polarisation augmente la détection d'une MMT comparé au CSAR. Il a été également montré dans [45] et dans le chapitre 3 que le SARSES+ et le SARSES- permettent non seulement d'augmenter la détection d'une MMT comparé au SARSES VV ou au SARSES HH mais aussi de distinguer les cibles selon leurs mécanismes de diffusion. Cependant, le SARSES ne devrait pas permettre de réduire les réponses d'autres diffuseurs tel que les troncs d'arbres d'une forêt. Nous nous attendons à ce que la cible soit détectée et que les fausses alarmes soient nombreuses.

- **OBSAR** : présenté dans le chapitre 4, l’OBSAR est un algorithme de formation d’image SAR qui se base sur une modélisation par sous-espace de la cible et des interférences. La cible est modélisée de la même manière que pour le SARSES ; les interférences sont modélisées par un cylindre diélectrique sur sol qui permet de générer le sous-espace interférence. L’OBSAR permet ainsi, en prenant en considération les propriétés de diffusion de la cible, d’augmenter sa détection et permet également en considérant les propriétés de diffusion des interférences, de réduire leurs réponses. Nous avons vu au chapitre 4 qu’avec l’OBSAR, les interférences ne sont pas réduites en simple polarisation ; sur des données en double polarisation, l’OBSAR permet de réduire les interférences et de détecter la cible. Néanmoins, l’efficacité de la réduction des interférences de l’OBSAR dépendant grandement de la précision de la modélisation des interférences, les résultats risquent d’être mitigés.
- **SARSESIO** : présenté dans le chapitre 4, le SARSESIO est un algorithme de formation d’image SAR qui se base sur la même modélisation par sous-espace de la cible et des interférences que l’OBSAR. Le principe du SARSESIO est différent de l’OBSAR et se base sur un algorithme développé dans [17] : une première image des cibles est formée (image identique à celle du SARSES). Pour réduire les interférences, une deuxième image est obtenue en utilisant la partie du sous-espace interférence orthogonale au sous-espace cible. L’image finale du SARSESIO est la différence de ces deux images. Nous avons vu au chapitre 4 que le SARSESIO est plus robuste que l’OBSAR à la modélisation des interférences. Pour une simple polarisation, le SARSESIO donne une image quasiment équivalente au SARSES ; pour une double polarisation, le SARSESIO permet de réduire efficacement les interférences tout en préservant la détection de la cible.

Pour appliquer ces différents algorithmes, nous devons définir les paramètres des sous-espaces qui modélisent la cible et les interférences. Pour les sous-espaces cible et interférence, nous présentons dans la prochaine partie les paramètres des éléments canoniques qui les génèrent ainsi que le choix des rangs des sous-espaces. Ces paramètres seront communs aux différents algorithmes.

5.2.2.2 Sous-espaces cible

- **Élément canonique** : l’élément canonique qui modélise la MMT est une plaque PC de dimensions $4m \times 2m$. Les angles d’orientation (α, β) de celle-ci couvre l’ensemble $[0, 180^\circ] \times [0, 180^\circ]$ avec un pas de 9° ⁸. Cet élément génère les sous-espaces cible suivants : $\langle H_{xy}^H \rangle$, $\langle H_{xy}^V \rangle$, $\langle H_{xy}^+ \rangle$ et $\langle H_{xy}^- \rangle$.
- **Rangs** : les rangs des sous-espaces cibles sont choisis selon les valeurs singulières de la matrice cible. Nous avons vu au chapitre 3 que pour une plaque PC, les valeurs singulières en HH et en VV sont identiques. Nous représentons ainsi sur la Figure 5.2, les valeurs singulières de la matrice cible en HH ou en VV. De même, en double polarisation, les valeurs singulières sont identiques si l’on considère la matrice cible S_{xy}^+ ou la matrice cible S_{xy}^- ; leurs valeurs singulières sont représentées dans la Figure 5.3. Nous fixons les rangs des sous-espaces cible tels que :
 - $D_H^H = 10$, $D_H^V = 10$.
 - $D_H^+ = 10$, $D_H^- = 10$.
 Si on considère la courbe des valeurs singulières, les rangs des sous-espaces devraient être plus faibles que ceux retenus. Nous surestimons un peu leurs rangs afin de mieux décrire la cible et donc

⁸La taille des plaques sont choisie en fonction de la taille du pixel. Le pas d’échantillonnage ne peut pas être trop petit à cause du temps de calcul des bases. Ces paramètres sont ceux choisis dans [13, 15]

de gagner en robustesse. En revanche, nous ne pouvons pas augmenter les rangs des sous-espaces cible sinon nous risquons d'augmenter la réponse du bruit.

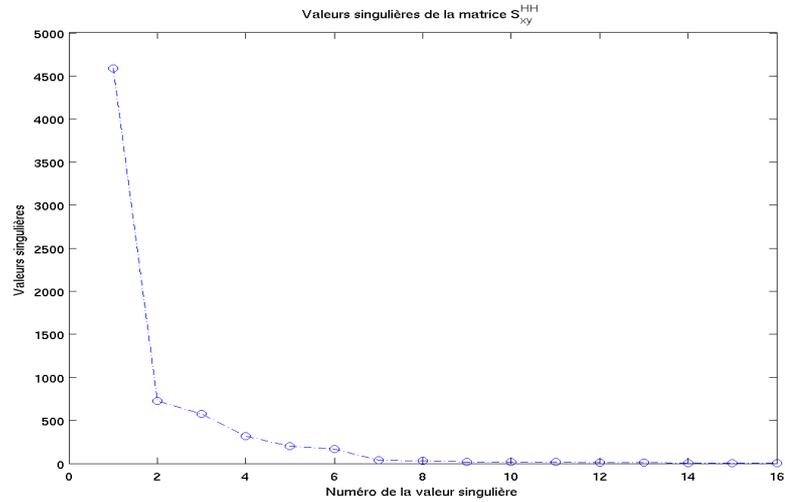


FIG. 5.2 – Valeurs singulières de S_{xy}^H ou de S_{xy}^V

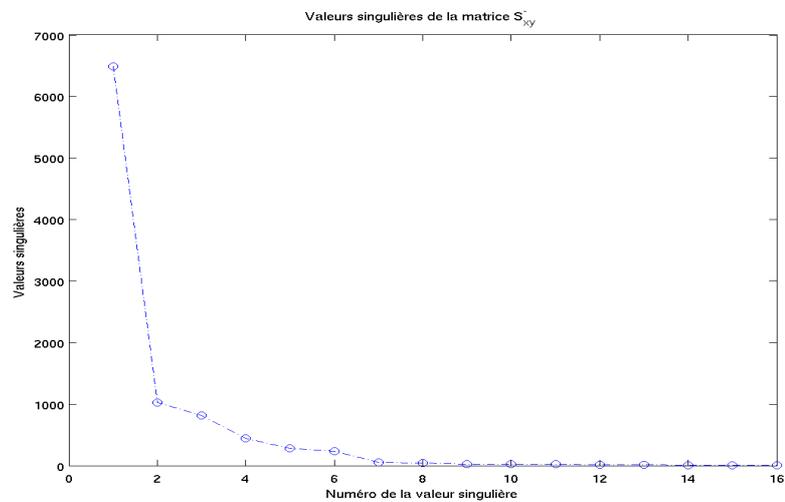


FIG. 5.3 – Valeurs singulières de S_{xy}^{\pm}

5.2.2.3 Sous-espaces interférence

- **Élément canonique** : l'élément canonique qui modélise les interférence est un cylindre diélectrique reposant sur sol PC. Le cylindre a une hauteur de 11m et un rayon de 20cm. Ces angles d'orientation (γ, δ) couvre l'ensemble $[0, 360^\circ] \times [0, 10^\circ]$ avec un pas angulaire de 10° pour γ et un pas angulaire de 2° pour δ . La permittivité du cylindre est calculée à partir de [53] en considérant

du bois contenant 50% d'eau⁹. Cet élément nous permet de générer les sous-espaces interférence suivants : $\langle J_{xy}^H \rangle$, $\langle J_{xy}^V \rangle$ et $\langle J_{xy} \rangle$.

- **Rangs** : pour fixer les rangs des sous-espaces interférences, nous représentons sur les Figure 5.4 et 5.5, les valeurs singulières des matrices interférences en polarisation HH et VV et sur la Figure 5.6, les valeurs singulières de la matrice interférence en double polarisation. D’après ces figures, nous avons :
 - $D_J^H = 10$, $D_J^V = 10$.
 - $D_J = 10$.

Comme pour les rangs des sous-espaces cible, nous surestimons volontairement les rangs des sous-espaces interférence. Cela n’est pas dérangeant pour les interférences ; nous décrivons plus largement les interférences sans risquer d’augmenter le bruit sur les images finales.

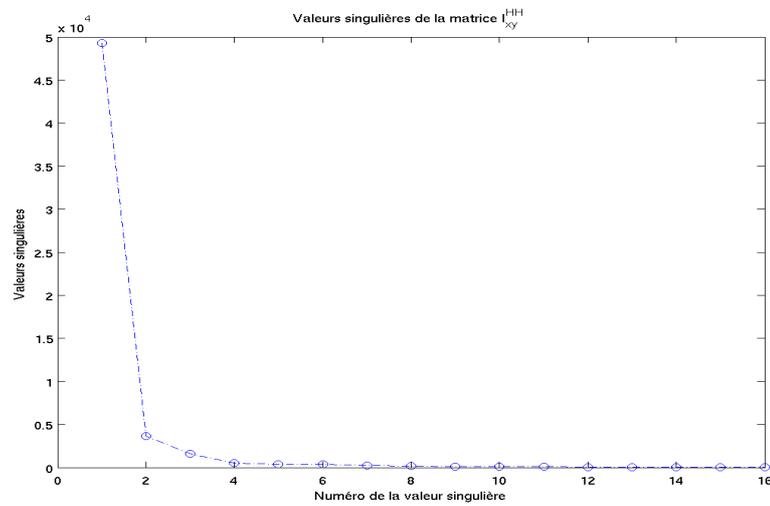


FIG. 5.4 – Valeurs singulières de la matrice \mathbf{I}_{xy}^H .

⁹Les paramètres du cylindre diélectrique sont issus de [49] et permettent de reproduire approximativement les paramètres des troncs la forêt de Nezer (notamment la parcelle qui nous intéresse).

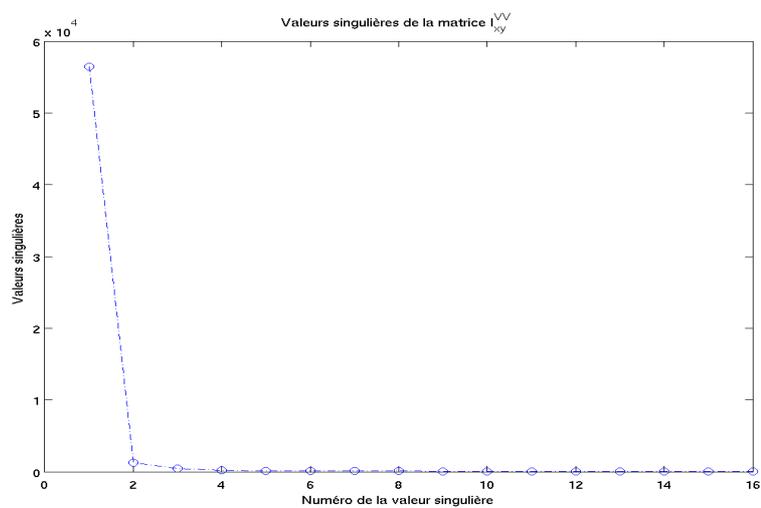


FIG. 5.5 – Valeurs singulières de la matrice I_{xy}^V .

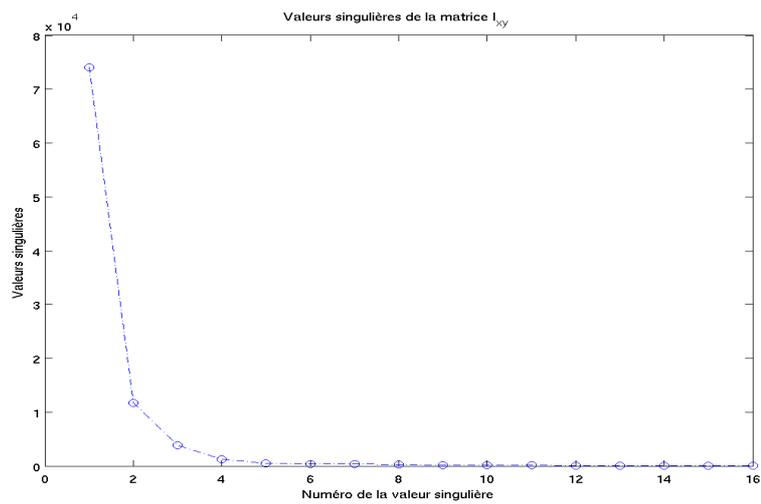


FIG. 5.6 – Valeurs singulières de I_{xy}^+

5.3 Images

Dans cette partie, nous appliquons les algorithmes CSAR, SARSES, OBSAR et SARSESIO aux données de Nezer en utilisant les paramètres du vol SAR et ceux des sous-espaces décrits ci-dessus. Pour mettre l'accent sur l'apport de l'information polarimétrique dans la détection de cible et la réduction de fausses alarmes, nous présentons d'abord les images obtenues par les différents algorithmes en polarisation HH et en polarisation VV. Puis nous montrons les images obtenues en utilisant les deux canaux de polarisation HH et VV.

5.3.1 Simple polarisation p

5.3.1.1 Polarisation HH

Nous présentons ici les images SAR obtenues par les différents algorithmes pour la polarisation HH des données de Nezer ; plus précisément, l'image CSAR HH est présentée sur la Figure 5.7, l'image SARSES HH sur la Figure 5.8, l'image OBSAR HH sur la Figure 5.9 et enfin l'image SARSESIO HH sur la Figure 5.10.

De manière générale, nous constatons que les différentes images en polarisation HH ne nous permettent pas de détecter les deux cibles, le camion et le trièdre. Sur l'image CSAR HH de la Figure 5.7, les cibles n'apparaissent pas distinctement et beaucoup de fausses alarmes sont présentes. Ce résultat est attendu puisqu'a priori le CSAR n'est pas adapté à la détection en milieu complexe : tous les diffuseurs, cibles et interférences, ont potentiellement une réponse non-nulle avec l'approximation du point blanc isotrope. De plus, le CSAR ne permet pas de réduire le bruit aléatoire. Sur l'image SARSES HH de la Figure 5.8, l'image n'est pas plus exploitable ; on note cependant que l'image semble moins bruitée que celle du CSAR HH mais sans pouvoir distinguer les cibles. Puisque sur l'image SARSES on ne peut pas détecter les cibles, il en est de même sur les images obtenues d'une part avec l'OBSAR HH sur la Figure 5.9 et d'autre part avec le SARSESIO HH sur la Figure 5.10. Notons que l'image SARSESIO HH semble moins bruitée que celle du SARSES et de l'OBSAR ; il est cependant difficile de savoir si ce qui apparaît plus clairement sur l'image SARSESIO HH est simplement du bruit aléatoire ou des diffuseurs déterministes.

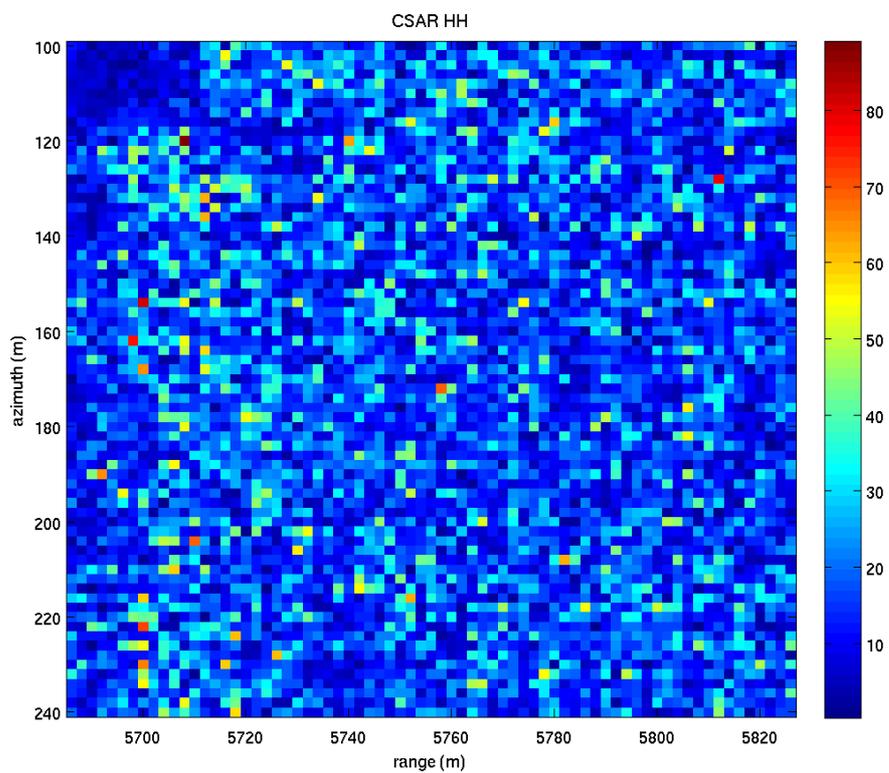


FIG. 5.7 – Image CSAR HH.

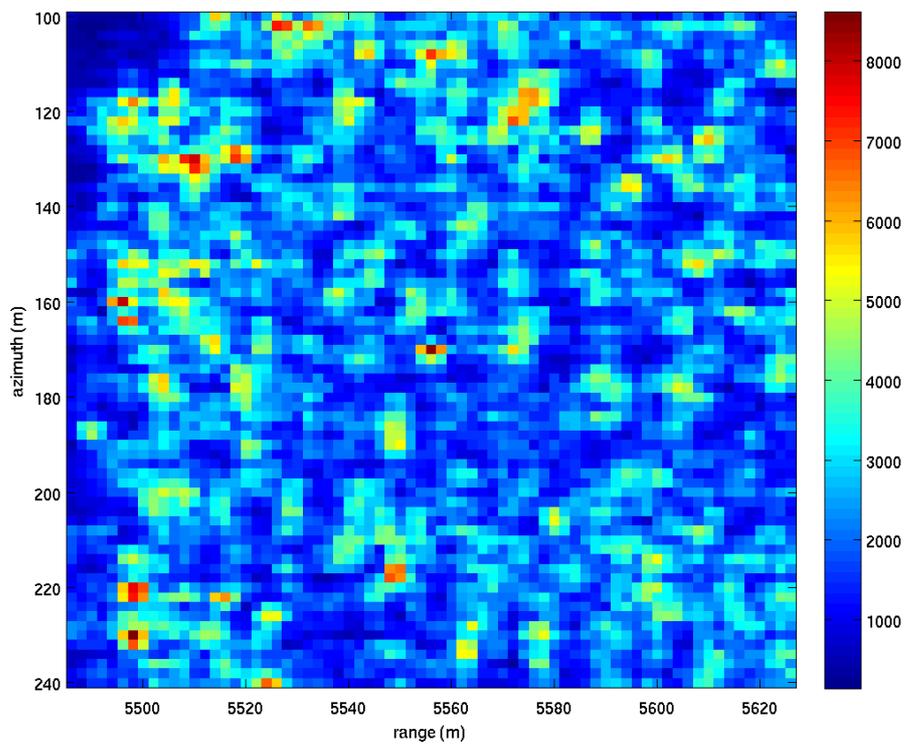


FIG. 5.8 – Image SARSES HH.

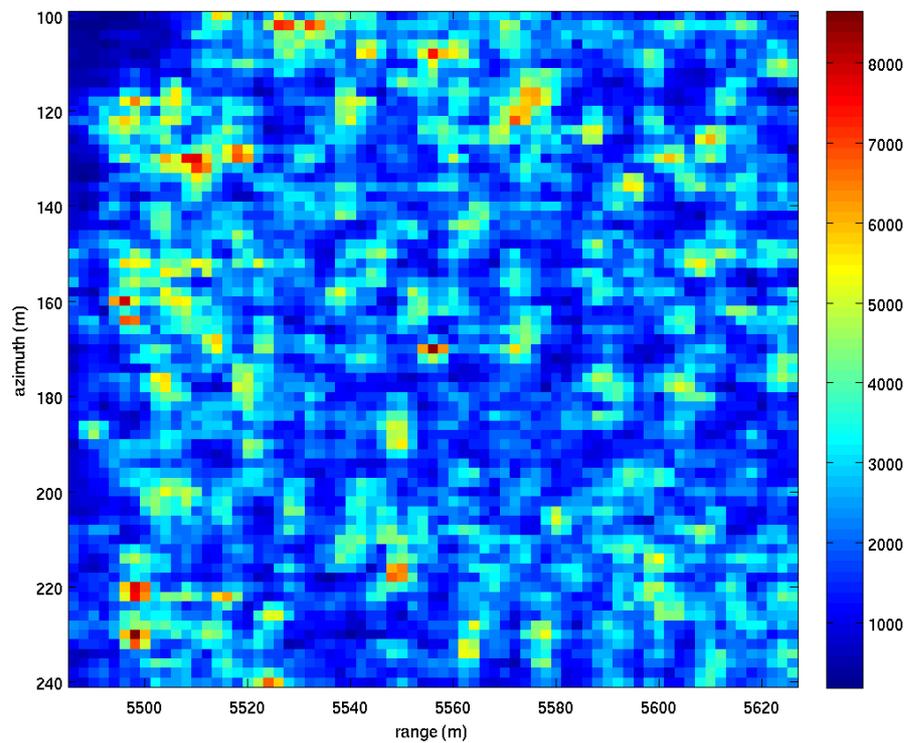


FIG. 5.9 – Image OBSAR HH.

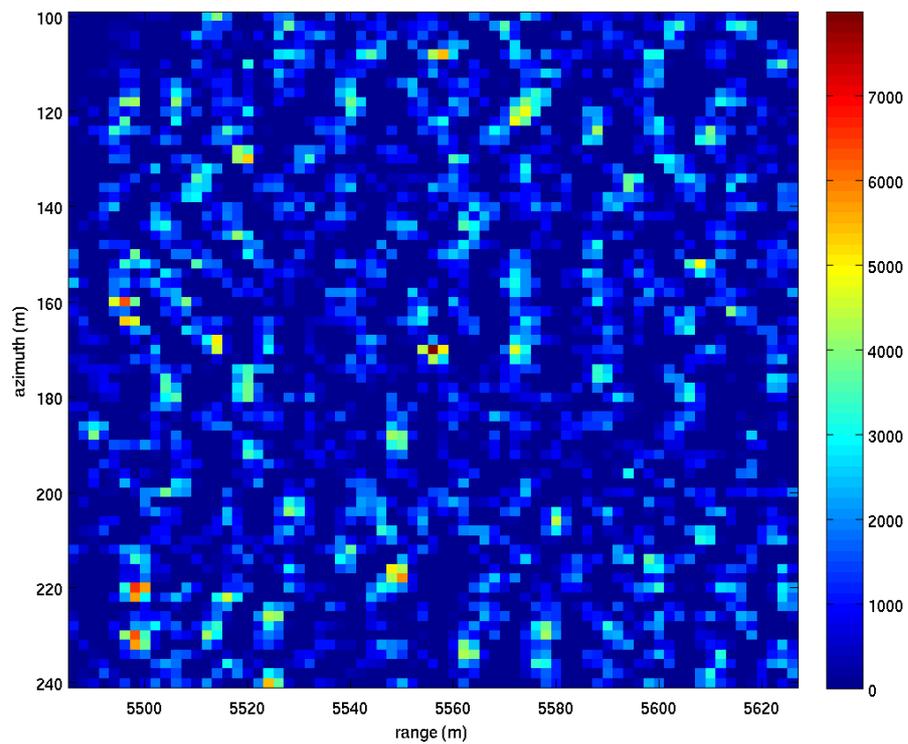


FIG. 5.10 – Image SARSESIO HH.

5.3.1.2 Polarisation VV

Nous présentons maintenant les images pour la polarisation VV et plus précisément l'image CSAR VV sur la Figure 5.11, l'image SARSES VV sur la Figure 5.12, l'image OBSAR VV sur la Figure 5.14 et l'image SARSESIO VV sur la Figure 5.14.

Globalement, nous obtenons des résultats très encourageants. L'algorithme CSAR VV ne permet pas, comme pour le CSAR HH, de générer une image dans laquelle les cibles ont une réponses bien nettes. Par contre, on voit très clairement sur l'image SARSES VV à la fois le camion et le trièdre. Ce résultat déjà présenté dans [15] permet de valider l'approche par sous-espace de la formation d'image SAR et montre la robustesse du SARSES VV. L'image de l'OBSAR est quasiment identique à l'image SARSES VV et n'amène aucune amélioration. Enfin sur l'image SARSESIO VV, nous notons que le bruit est réduit ; de plus certains pixels des cibles sont supprimés. Néanmoins les pixels de plus fortes intensités du trièdre et du camion ne sont que légèrement réduits et permettent toujours leurs détections. Cela illustre le principal défaut du SARSESIO : on risque de dégrader la détection de la cible.

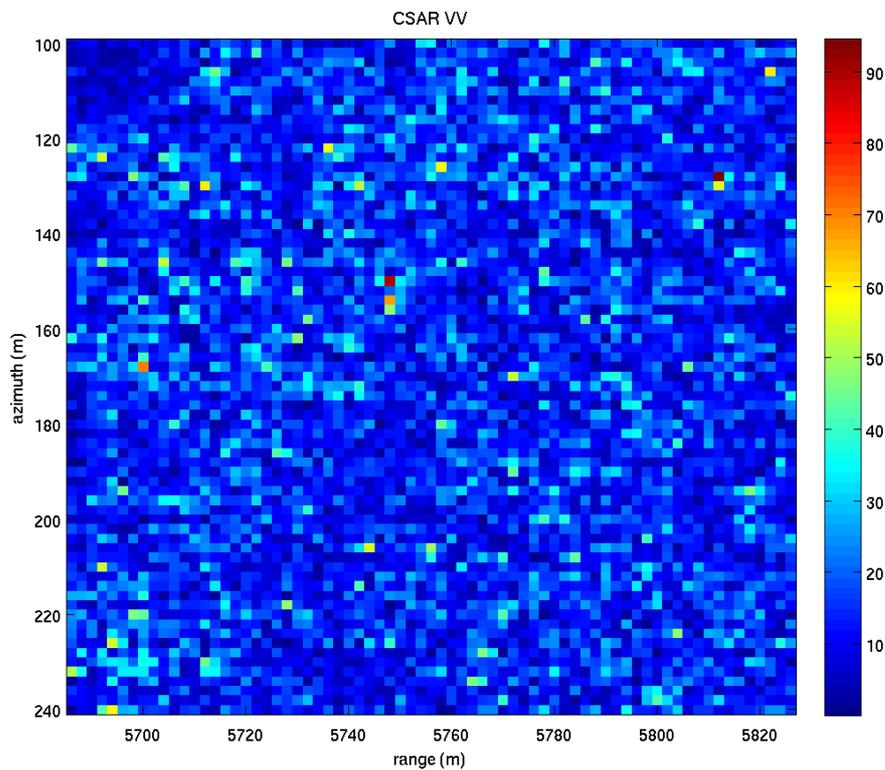


FIG. 5.11 – Image CSAR VV.

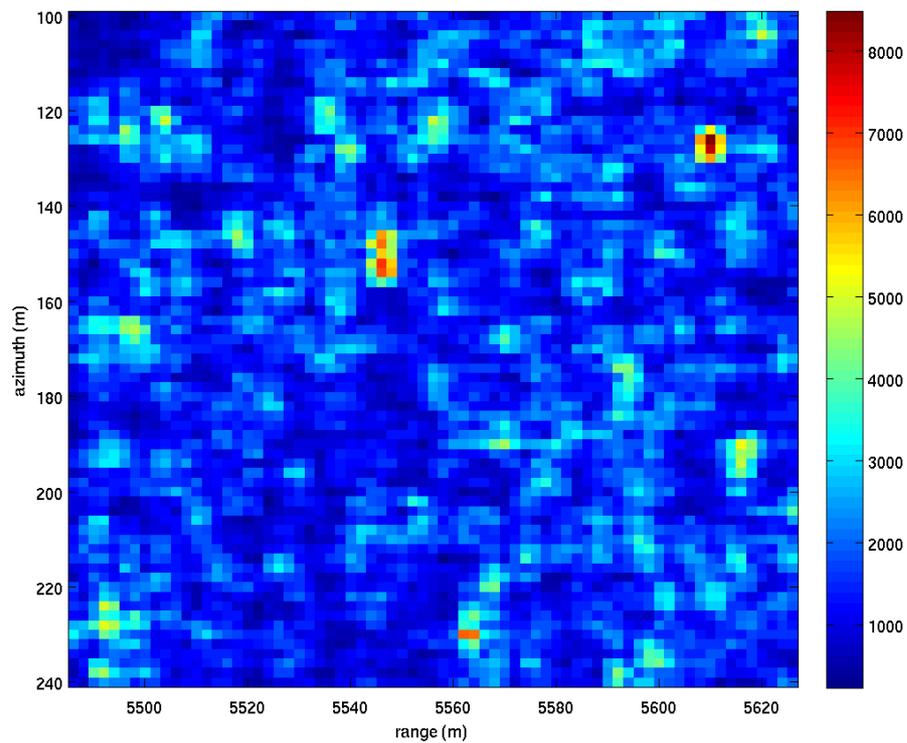


FIG. 5.12 – Image SARSES VV.

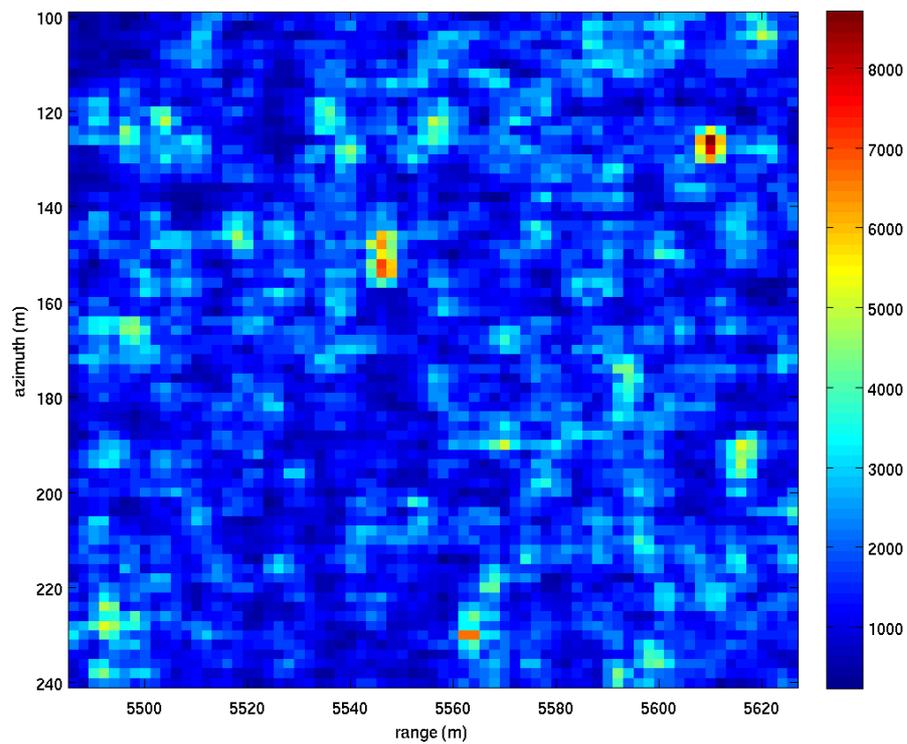


FIG. 5.13 – Image OBSAR VV.

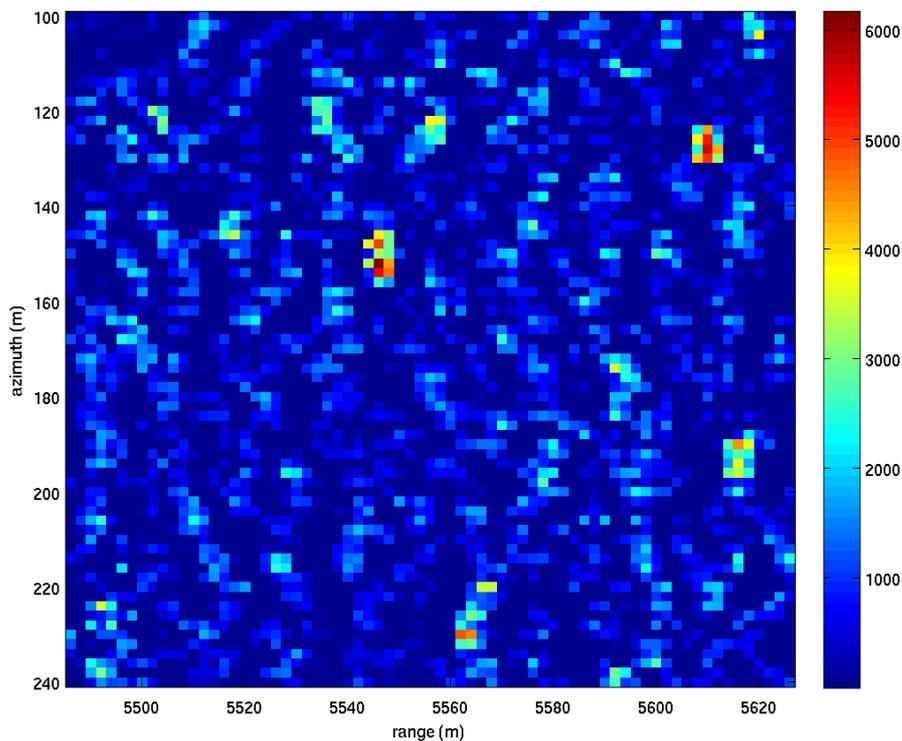


FIG. 5.14 – Image SARSESIO VV.

5.3.1.3 Conclusion

Les résultats obtenus en polarisation HH et VV sont mitigés. En effet, nous voyons que l’approche par sous-espace permet de détecter les cibles en polarisation VV mais pas en polarisation HH avec l’algorithme SARSES. Ce résultat rejoint ceux obtenus sur les données simulées. En polarisation VV, le SARSES donne une image dans laquelle la cible a une forte intensité et les troncs ont une intensité relativement plus faible. En polarisation HH, la cible et les troncs ont la même intensité. La non détection des cibles sur données réelles pour la polarisation HH est sûrement due à la forte réponse de la forêt dans ce canal ; de plus, cette non détection peut aussi s’expliquer par l’atténuation due à la canopé qui s’avère être plus forte en polarisation HH [49].

Pour les algorithmes OBSAR et SARSESIO, nous retrouvons les résultats précédemment obtenus dans le chapitre 4, les images OBSAR sont similaires aux images SARSES sans véritable réduction de fausses alarmes en simple polarisation. Les images SARSESIO sont moins bruitées mais les intensités des cibles sont légèrement réduites. Finalement, les modèles de cible et d’interférence en simple polarisation ne contiennent pas assez d’information pour les différencier entre elles. Cependant, les résultats en termes de détection ne sont pas ou peu dégradés comparés au SARSES.

5.3.2 Double Polarisation

Dans cette partie, nous espérons que l’apport de l’information polarimétrique permettra d’obtenir de meilleurs résultats qu’en utilisant une unique polarisation. Nous séparons les images en deux groupes :

le premier est consacré à la détection de cible de type trièdre à l'aide du sous-espace cible $\langle H_{xy}^+ \rangle$ alors que le second groupe d'image montre la détection de cible de type dièdre à l'aide du sous-espace cible $\langle H_{xy}^- \rangle$.

5.3.2.1 Type trièdre

Nous présentons les images obtenues par les différents algorithmes en considérant les canaux de polarisation HH et VV. Sur la Figure 5.15, l'image CSAR+ est encore trop bruitée ; le trièdre a la plus forte intensité mais n'est pas pour autant détectable. Sur l'image SARSES+ sur la Figure 5.16, nous voyons très clairement la réponse du trièdre qui a l'intensité maximale, le camion n'étant pas détecté puisque son rayonnement est de type dièdre. Nous montrons donc que le SARSES+ permet de détecter une cible selon ses mécanismes de diffusion. De plus, ce résultat sur données réelles prouve la robustesse du SARSES+. En revanche, l'image SARSES+ contient encore beaucoup de fausses alarmes avec des intensités qui peuvent atteindre 70% de l'intensité du trièdre. Pour l'OBSAR+ sur la Figure 5.17, nous obtenons un résultat moyen : globalement, les fausses alarmes ne sont pas réduites mais la détection du trièdre reste intacte comparé au SARSES. Notons cependant que l'intensité des fausses alarmes ne dépassent pas 60% de l'intensité du trièdre. Enfin, sur l'image du SARSESIO+ sur la Figure 5.18, les fausses alarmes sont nettement réduites. Cependant, l'intensité du trièdre n'est plus maximale ; une fausse alarme a une intensité plus forte de 14% que celle du trièdre. Malheureusement, nous ne pouvons pas savoir si cette fausse alarme est due à un tronc d'arbre ou autre chose. Ce résultat illustre encore une fois les avantages et les inconvénients du SARSESIO.

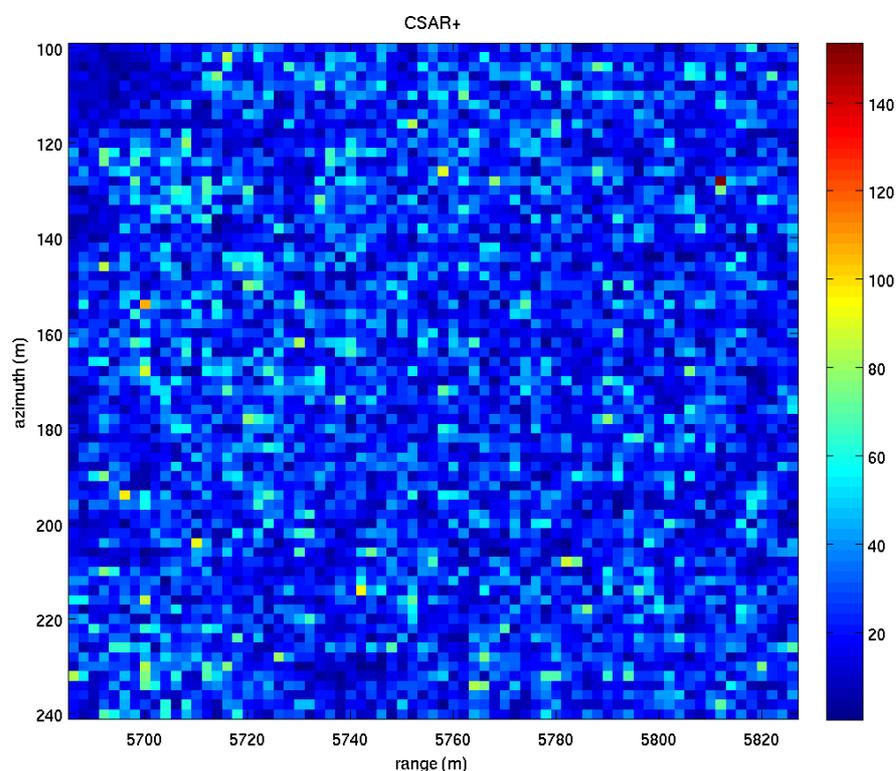


FIG. 5.15 – Image CSAR+.

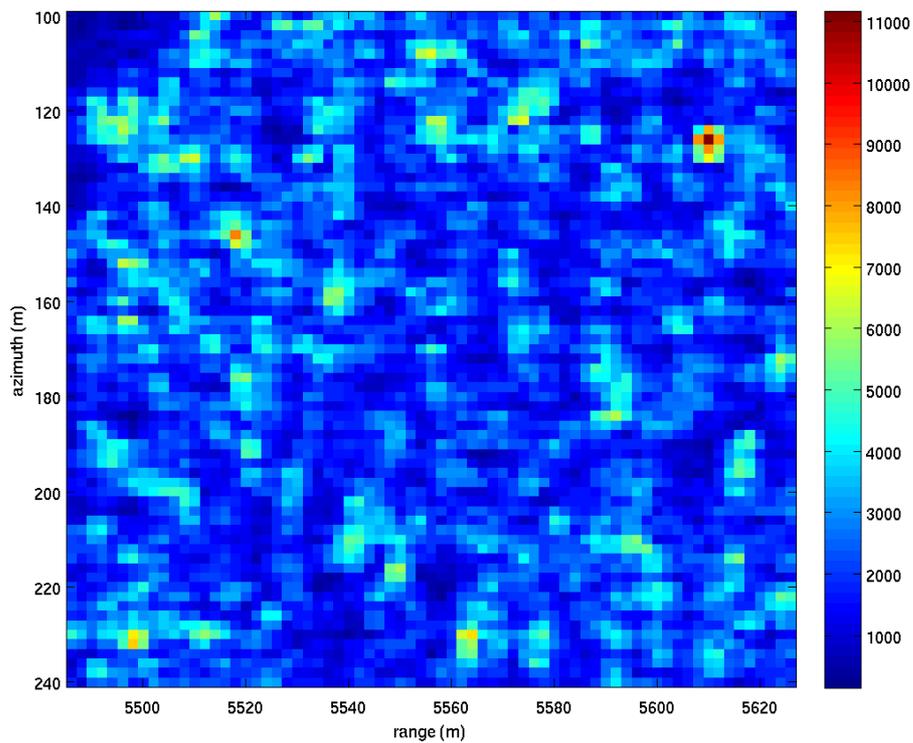


FIG. 5.16 – Image SARSES+.

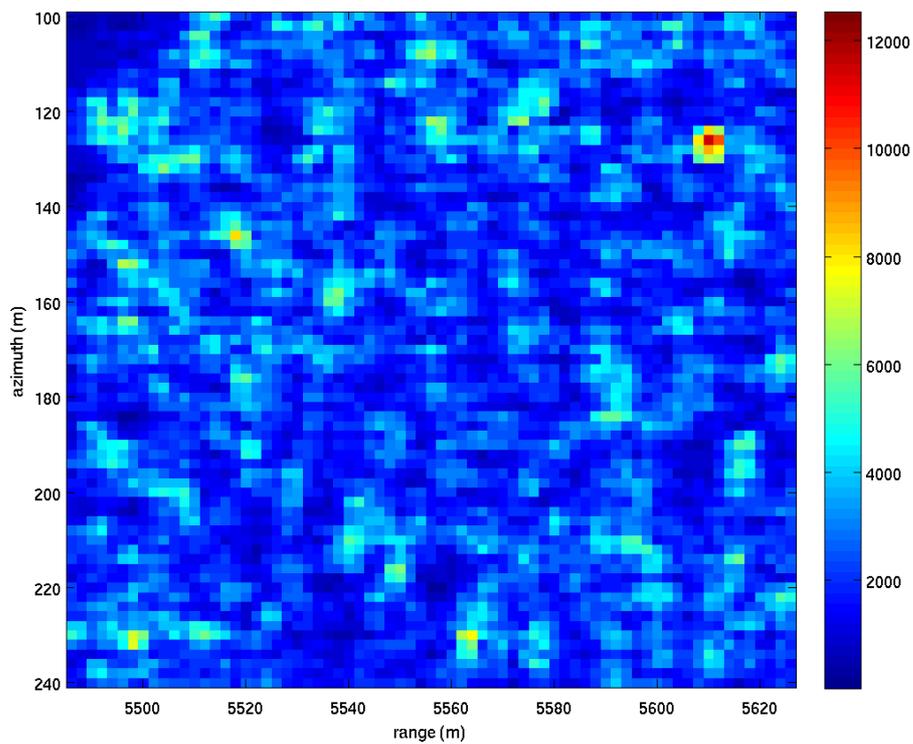


FIG. 5.17 – Image OBSAR+.

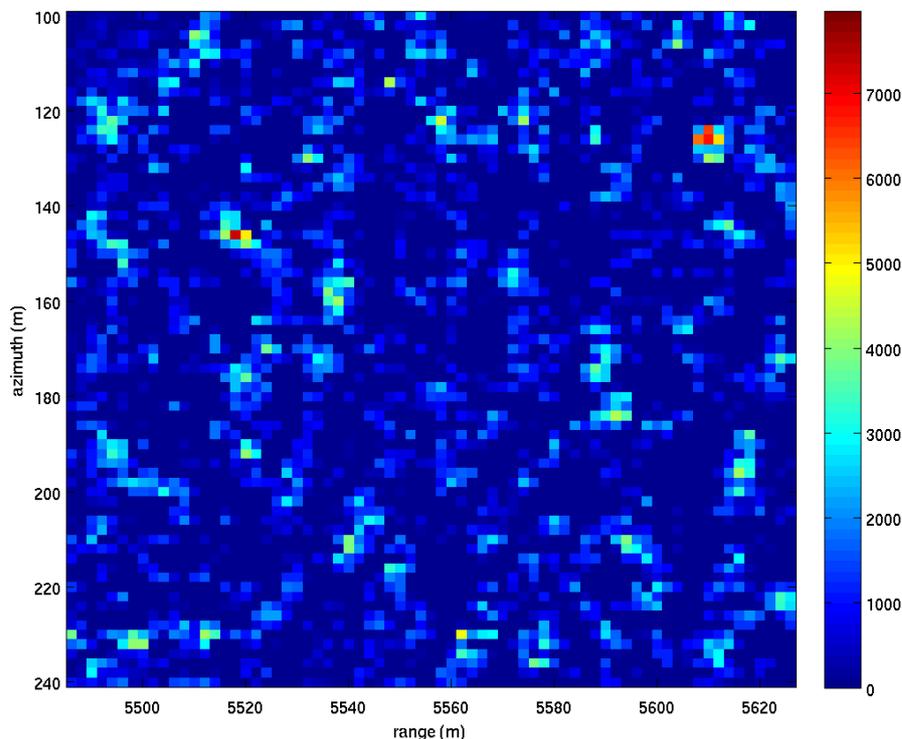


FIG. 5.18 – Image SARSESIO+.

5.3.2.2 Type dièdre

Nous abordons maintenant la détection de type de dièdre en utilisant le sous-espace cible $\langle H_{xy}^- \rangle$. Encore une fois, l'image CSAR– sur la Figure 5.19 n'est pas exploitable pour détecter la cible, ici le camion (type dièdre) : celui a l'intensité maximale mais de nombreuses fausses alarmes ont des intensités comparables à la sienne. Par contre, sur l'image du SARSES– de la Figure 5.20, on voit très clairement le camion ; le trièdre lui n'est pas détecté puisque son mécanisme de diffusion est de type trièdre. Les intensités du pixel du camion sont maximales et les intensités des fausses alarmes les plus fortes atteignent environ 70% de l'intensité du camion. En ce qui concerne la réduction de fausses alarmes, on constate sur l'image OBSAR– de la Figure 5.21 que celles-ci ne sont pas vraiment réduites. Le camion possède toujours l'intensité maximale et l'intensité des fausses alarmes ne dépassent pas 65% de l'intensité de la cible, ce qui est une légère amélioration comparée au SARSES. Sur l'image SARSESIO de la Figure 5.22, on voit très nettement que les fausses alarmes sont réduites ; la réponse du camion est diminuée sur certain pixel mais il reste largement détectable puisque il a toujours l'intensité maximale. De plus, l'intensité des fausses alarmes ne dépassent pas 50% de l'intensité du camion ce qui montre l'efficacité du SARSESIO.

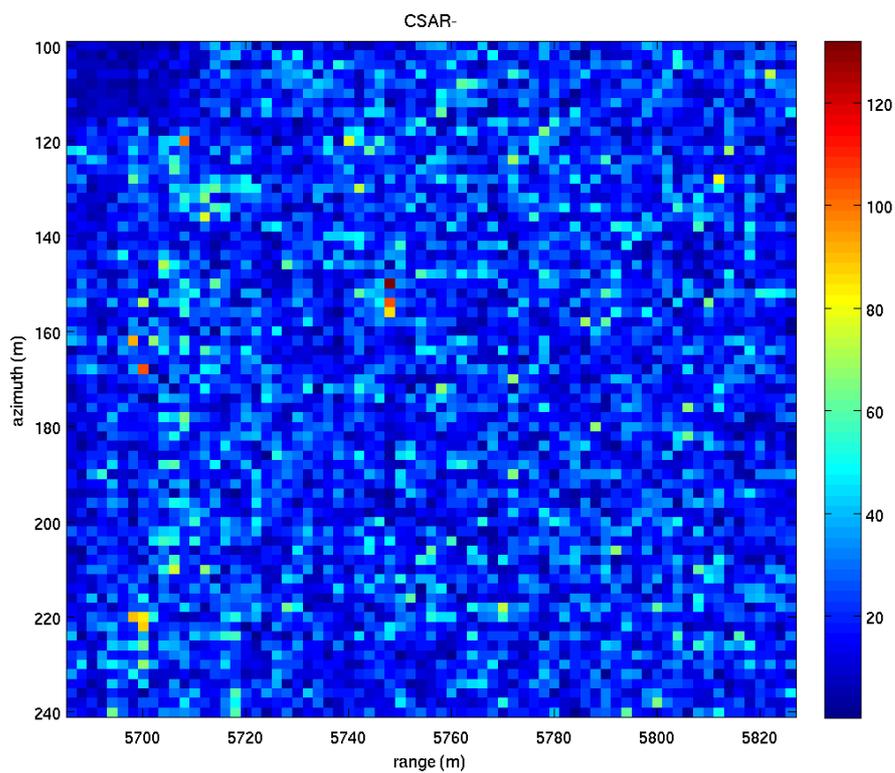


FIG. 5.19 – Image CSAR–.

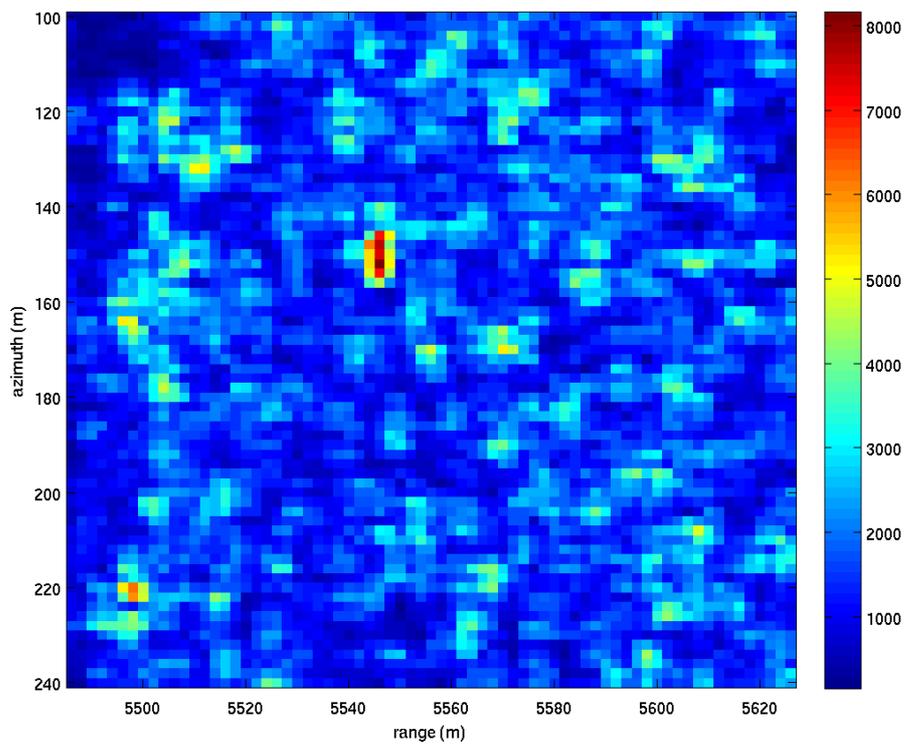


FIG. 5.20 – Image SARSES–.

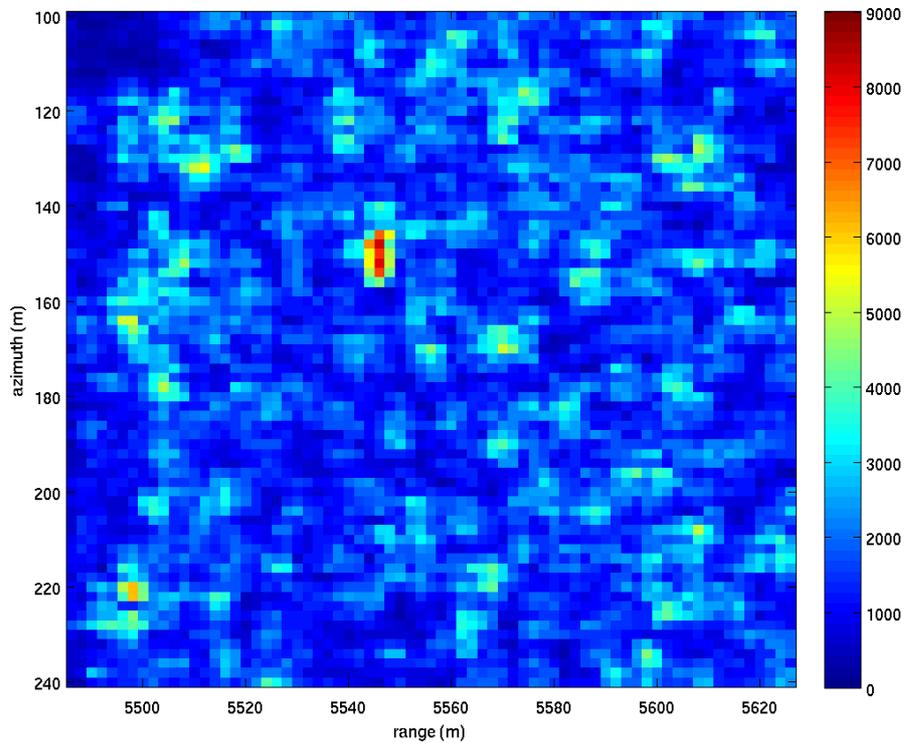


FIG. 5.21 – Image OBSAR–.

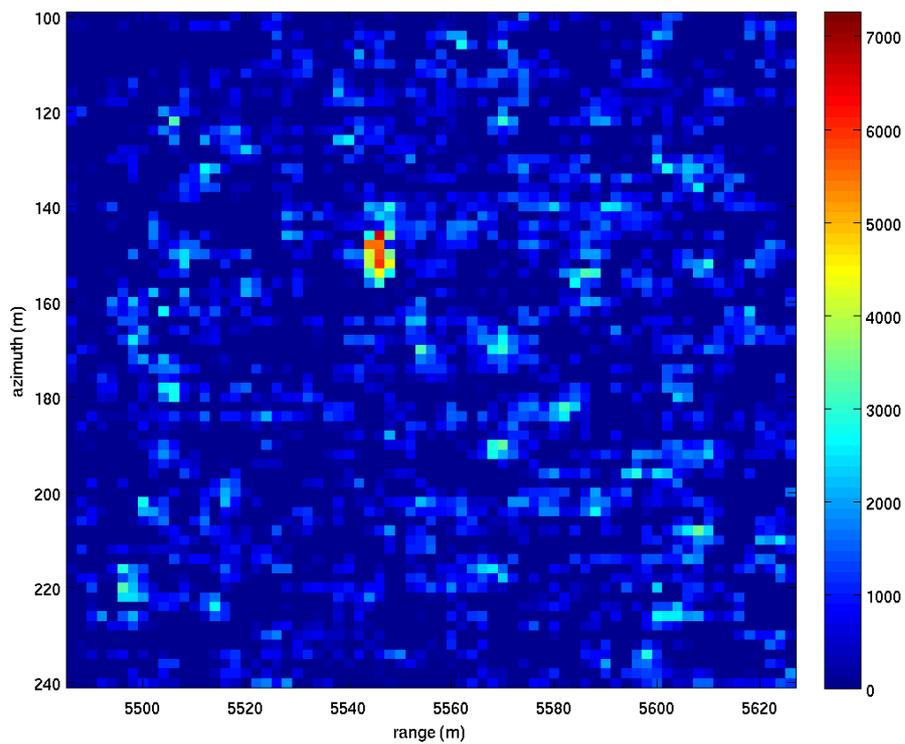


FIG. 5.22 – Image SARSESIO–.

5.3.2.3 Conclusion

Les résultats obtenus en double polarisation sont très encourageants. Les algorithmes SARSES+ et SARSES− permettent de détecter les cibles selon leurs mécanismes de diffusion. Les algorithmes OBSAR+ et OBSAR− réduisent très légèrement les fausses alarmes mais préservent l'intensité des cibles. Enfin, les algorithmes SARSESIO+ et SARSESIO− donnent des résultats assez plus ou moins bons. Le SARSESIO+ réduit globalement les fausses alarmes mais la cible est aussi réduite. En revanche, le SARSESIO− donnent de très bons résultats : l'intensité de la cible est légèrement réduite et les fausses alarmes sont quasiment supprimées.

5.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'appliquer les nouveaux algorithmes sur des données réelles présentant deux cibles ayant des mécanismes de diffusion différents et placées sous un couvert forestier. Nous avons ainsi pu appliquer nos algorithmes dans des conditions réelles de détection en FoPen. Nous récapitulons les principaux résultats issus des images SAR des différents algorithmes :

- **SARSES** : en utilisant une seule polarisation, le SARSES permet de détecter la cible (trièdre ou camion). Cependant, cette détection dépend du canal de polarisation : en polarisation HH, la forêt a une réponse trop forte pour pouvoir détecter les cibles alors qu'en polarisation VV, les deux cibles sont détectées. En utilisant la double polarisation, le SARSES permet également détecter les cibles mais en plus de les sélectionner selon leurs mécanismes de diffusion. Enfin, le SARSES en simple et double polarisation est un algorithme robuste : à partir d'une modélisation simple par un élément canonique, nous sommes capable de détecter des cibles réelles.
- **OBSAR** : en utilisant une seule polarisation, l'OBSAR ne donne pas des résultats satisfaisants. En effet, si les sous-espaces cible et interférence sont trop proches, la réduction de fausses alarmes est légère. En double polarisation, nous nous heurtons au problème de la précision de la modélisation des interférences : pour des données réelles, il est difficile de décrire fidèlement le milieu complexe. L'OBSAR n'est alors pas efficace pour réduire les fausses alarmes dans un contexte réelle. Notons tout de même que l'OBSAR ne dégrade pas la détection des cibles.
- **SARSESIO** : en utilisant une seule polarisation, le SARSESIO ne permet pas de réduire les fausses alarmes car les cibles et les interférences ont des propriétés de diffusion trop proches. Cependant, la détection des cibles n'est que faiblement dégradée et nous obtenons pratiquement les mêmes résultats que pour le SARSES. En double polarisation, le SARSESIO a montré de très bonnes capacités à réduire les fausses alarmes même si la modélisation des interférences est approximative. L'intensité des cibles est réduite mais n'entraîne pas une trop grande perte de détection. De plus, comme le SARSES, le SARSESIO est un algorithme robuste au vu des résultats sur données réelles.

D'une manière générale, les algorithmes prenant en compte les propriétés électromagnétiques de la cible et des interférences sont plus performants que les algorithmes classique de formation d'image SAR, en ce qui concerne la détection en FoPen. La variation d'angle d'incidence qu'apporte le SAR est une variable importante qu'il faut prendre en compte pour les applications FoPen. Ceci vaut également pour les polarisations ; le choix d'une polarisation peut déjà s'avérer payant pour détecter une cible en FoPen (polarisation VV). Et la combinaison de plusieurs canaux est encore plus intéressante : elle permet la

sélection de cibles et la discrimination des interférences et des cibles. On peut conclure que l'apport de l'information polarimétrique est très important aussi bien pour la détection de cibles que pour la réduction des fausses alarmes.

Conclusion et perspectives

Cette thèse porte sur le développement de nouveaux algorithmes de formation d'image SAR basés sur des modèles à sous-espaces. Le travail de cette thèse s'inscrit directement dans la continuité de la thèse de R. Durand [13] dans laquelle ont été développés les premiers algorithmes SAR basés sur des modèle à sous-espace, en polarisation VV. Nous nous plaçons dans le contexte de la détection sous couvert forestier. Le principal but de notre présente étude est d'étendre les algorithmes de [13] à des données polarimétriques (HH et VV). Nous avons également abordé la question de la réduction des fausses alarmes dues aux troncs des arbres.

D'une manière générale, nous avons vu que l'information polarimétrique pouvait être exploitée pour augmenter les performances de détection et de réduction de fausses alarmes. Afin d'améliorer les performances de détection d'une cible, nous avons développé des algorithmes utilisant une double polarisation, SARSES+ et SARSES-, qui ont montré des gains en détection comparés à ceux du SARSES HH et SARSES VV. De plus, grâce à l'information polarimétrique, nous pouvons distinguer les cibles selon leurs mécanismes de diffusion. Pour la réduction des interférences, la prise en compte de plusieurs canaux polarimétriques nous a permis de définir des sous-espaces cible et interférence assez différents pour pouvoir différencier une cible manufacturée d'un tronc d'arbre. En développant deux nouveaux algorithmes, l'OBSAR et le SARSESIO, nous avons constaté que l'information polarimétrique permet également de réduire les fausses alarmes ce qui n'est pas possible sinon.

1 Conclusion

Notre étude débute au chapitre 1 avec la présentation du SAR d'un point de vue système et formation d'image. La configuration géométrique du SAR et la structure de ses données sont décrites. Nous présentons trois algorithmes classiques de formation d'image SAR et montrons que les images obtenues à partir de ceux-ci sont parfaitement équivalentes. L'étude de ces algorithmes montre que n'importe quel diffuseur y est modélisé par un point blanc isotrope, ce qui peut constituer une grande approximation pour certaines cibles. Nous introduisons également quelques outils de base de la polarimétrie. L'utilisation des images en différentes polarisations permet entre autres une étude physique des diffuseurs basée sur les mécanismes de diffusion en jeu.

On montre ensuite que la formation d'image SAR peut être vue comme un problème d'estimation et nous reformulons ainsi les algorithmes classiques d'imagerie SAR (CSAR) : pour chaque pixel de l'image, on suppose que le signal rétrodiffusé est modélisé par un point blanc isotrope multiplié par un coefficient complexe inconnu à estimer plus du bruit blanc Gaussien. L'intensité du pixel est alors le module au carré de ce coefficient représentant la part du signal rétrodiffusé correspondant au modèle de point isotrope. Pour utiliser plusieurs canaux de polarisation, le modèle doit être exprimé lui aussi pour les différents polarisations. En se limitant aux polarisations doubles HH et VV, nous avons introduit des modèles polarimétriques se basant sur des mécanismes canoniques de diffusion, le trièdre et le dièdre. On montre qu'en utilisant ces modèles et l'algorithme CSAR, nous retrouvons les images de la décomposition de

Pauli permettant de séparer les diffuseurs selon les mécanismes de diffusion du trièdre et du dièdre. Cette approche de la formation d'image SAR repose donc sur le choix d'un modèle a priori prenant en compte certaines propriétés du rayonnement des diffuseurs.

Le point blanc isotrope est un modèle général ne faisant que peu d'hypothèses a priori sur les diffuseurs ce qui lui donne l'avantage de ne pas être sélectif. Néanmoins pour des applications de détection en environnement complexe, le point blanc isotrope ne paraît pas être le modèle le plus adapté. Plus précisément, pour des applications de détection de cibles manufacturées sous couvert forestier, l'hypothèse de décomposition en points blancs isotropes est éloignée de la réalité physique des cibles. Le chapitre 2 est alors consacré au développement de nouveaux modèles adaptés aux applications FoPen. Nous distinguons deux types de diffuseurs, les cibles à détecter et les autres diffuseurs de la forêt, les interférences, qui peuvent être à l'origine de nombreuses fausses alarmes. Les cibles et les interférences sont modélisées par des ensembles d'éléments canoniques : une cible manufacturée est ainsi vue comme un ensemble de plaques parfaitement conductrices de différentes orientations et un tronc d'arbre (interférence majeure en FoPen) est vu comme un cylindre diélectrique reposant sur un sol et d'orientation inconnue. Pour prendre en compte toutes les orientations possibles de la plaque et du cylindre, nous introduisons des modèles à sous-espaces. La cible est modélisée par un sous-espace de rang faible généré à partir de la réponse d'une plaque PC pour toutes ses orientations possibles et le tronc d'arbre est modélisé par un sous-espace de rang faible généré à partir de la réponse d'un cylindre diélectrique sur sol pour toutes ses orientations possibles. Enfin, il est possible d'utiliser plusieurs canaux de polarisation dans ces modèles. Pour la cible, nous nous basons sur les mécanismes de diffusion élémentaires décrits par le trièdre et par le dièdre. En associant les propriétés polarimétriques du trièdre ou dièdre et la modélisation par un sous-espace plaque, nous construisons les deux modèles à sous-espaces polarimétriques de la cible ; un premier modèle permettant de décrire les cibles dont les mécanismes de diffusion sont de type trièdre et un second modèle décrivant les cibles dont les mécanismes de diffusion sont de type dièdre. Les angles entre sous-espaces sont introduits afin de pouvoir comparer les sous-espaces cible avec les sous-espaces interférences.

Pour utiliser la modélisation des cibles par sous-espaces, nous développons dans le Chapitre 3 l'algorithme SARSES. Le SARSES se base sur la même approche que le CSAR mais les modèles utilisées sont dorénavant les sous-espaces cibles. Le paramètre à estimer devient alors le vecteur des coordonnées du signal reçu dans le sous-espace cible pour une position donnée. Le SARSES ayant déjà été développé dans [15] en polarisation VV, nous nous focalisons sur les SARSES polarimétriques : le SARSES+ détecte les cibles manufacturées dont le rayonnement est de type trièdre et le SARSES- détecte les cibles manufacturées dont le rayonnement est de type dièdre. Nous décrivons comment calculer les performances en terme de détection de ces algorithmes ainsi que leurs fonctions d'ambiguïté. Nous évaluons les performances de détection des SARSES± sur des données simulées réalistes. En simulant deux cibles dont les propriétés de diffusion sont de type trièdre pour la première et de type dièdre pour la seconde, nous montrons que les algorithmes polarimétriques apportent un gain en détection par rapport aux algorithmes utilisant une unique polarisation. De plus, nous pouvons distinguer les cibles selon leurs mécanismes de diffusion. Enfin, les algorithmes SARSES± sont appliqués à des données simulées dans un contexte FoPen. Puisque la cible est une boîte sur sol, elle est détectée par le SARSES-. En analysant l'image SARSES-, on constate que la cible est bien détectée mais que les troncs des arbres ont des réponses quasiment aussi fortes que celle de la cible.

Les algorithmes SARSES donnent de bons résultats en termes de détection en bruit blanc, mais il reste le problème des fausses alarmes causées par les interférences. Pour aborder le problème de la réduction des fausses alarmes, nous proposons au chapitre 4 deux algorithmes basés sur la modélisation par sous-espaces de la cible mais aussi des interférences. Le premier algorithme que nous développons est l'OBSAR : le signal reçu est modélisé par la réponse de la cible à l'aide du sous-espace plaque plus la réponse des interférences à l'aide du sous-espace cylindre sur sol, auxquelles on ajoute un bruit blanc

Gaussien. Partant de cette modélisation, l'estimation du vecteur des coordonnées du signal reçu dans le sous-espace cible nous amène à considérer non plus la projection orthogonale mais la projection oblique dans le sous-espace cible suivant le sous-espace interférence. D'un point de vue théorique, seules les cibles appartenant au sous-espace plaque devraient être détectées réglant ainsi le problème des fausses alarmes dues aux interférences. Néanmoins, si la modélisation des interférences n'est pas parfaite, la réduction des fausses alarmes par l'OBSAR est sérieusement dégradée. Nous développons donc un deuxième algorithme, le SARSESIO, qui part de la même modélisation du signal reçu mais dont le principe diffère de l'OBSAR : une première image des cibles est formée comme dans le SARSES à partir de la projection orthogonale du signal reçu dans le sous-espace plaque. Le sous-espace interférence est divisé en deux parties : la première qui est colinéaire au sous-espace cible et la seconde qui lui est orthogonale. Le signal reçu est projeté sur cette dernière et on forme une image interférence dans laquelle seules les interférences ont une réponse non-nulle. Une dernière image est construite en faisant la différence de l'image des cibles et de l'image interférence. La modélisation des interférences n'a plus besoin d'être parfaite mais assez proche pour pouvoir réduire efficacement les fausses alarmes. Nous avons donc développé deux algorithmes aux propriétés différentes : l'OBSAR préserve parfaitement la détection de la cible mais est très sensible à la modélisation des interférences alors que le SARSESIO dégrade légèrement la détection de la cible mais est capable de réduire les fausses alarmes même si la modélisation des interférences est approximative. Les performances en termes de réduction de fausses alarmes de l'OBSAR et du SARSESIO sont ensuite évaluées sur des données simulées d'une cible manufacturée et d'un tronc d'arbre. Nous montrons qu'il est possible de réduire les interférences seulement en utilisant la double polarisation. En utilisant une unique polarisation, les sous-espaces cible et interférence sont trop proches. Les images de l'OBSAR et du SARSESIO n'améliorent pas les images du SARSES. En double polarisation, nous montrons que l'OBSAR et le SARSESIO réduisent efficacement les interférences comparé au SARSES. Cette réduction est plus marquée sur l'image du SARSESIO que sur celle de l'OBSAR ; en revanche, l'intensité de la cible est totalement préservée avec l'OBSAR alors qu'elle diminue avec le SARSESIO.

Dans le dernier chapitre de cette thèse (chapitre 5), nous appliquons les nouveaux algorithmes à des données réelles de l'ONERA : un camion et un trièdre sont placés dans la forêt de Nezer. Les images issues de ces données par les différents algorithmes confirment les résultats sur données simulées. Les algorithmes SARSES \pm permettent d'une part de détecter nettement les deux cibles et d'autre part de sélectionner soit le camion soit le trièdre. Les résultats des SARSES \pm confortent les bons résultats des simulations et montre la robustesse de ces algorithmes. Les images obtenues de l'OBSAR sont similaires à celles du SARSES : la modélisation des interférences est forcément approximative pour des données réelles et la réduction des fausses alarmes avec l'OBSAR est ainsi limitée. En double polarisation, la réduction de fausses alarmes est légère mais n'importe pas un gain significatif. Les images du SARSESIO ne montrent pas d'amélioration réelle de réduction de fausses alarmes en utilisant une unique polarisation comparé au SARSES ; les images SARSESIO sont néanmoins moins bruitées. Par contre, en double polarisation, nous constatons que les fausses alarmes sont réduites et que les cibles sont toujours clairement détectables même si leurs intensités diminuent.

2 Perspectives

Pour conclure cette étude, nous exposons les pistes qui nous semblent intéressantes.

Validation

Nous avons testé nos algorithmes sur des données simulées et réelles ; il apparaît que d'autres tests seraient nécessaires.

Autres jeux de données réelles

Nous avons testé nos algorithmes sur les données réelles de la forêt de Nezer. Cette forêt n'est pas très dense, les arbres étant assez espacés pour laisser passer un camion. Ces données nous offrent un cadre réaliste de détection en FoPen mais nous pourrions appliquer nos algorithmes à des données de forêt plus dense. Nous pourrions plus particulièrement valider la robustesse du SARSES pour la détection de cibles et celle du SARSESIO et de l'OBSAR pour la réduction de fausses alarmes dans un environnement qui génère davantage de bruit (aléatoire et structuré).

Les données de Nezer comportaient deux cibles aux propriétés polarimétriques différentes ce qui nous a permis de valider la discrimination des cibles selon leur mécanisme de diffusion avec les algorithmes SARSES+ et SARSES-. De nouvelles données comportant des cibles aux propriétés polarimétriques variées nous offriraient la possibilité de tester davantage les algorithmes SARSES+ et SARSES-.

Erreurs de modélisation

Nous avons vu que des erreurs de modélisation des interférences limitaient la réduction des fausses alarmes pour l'OBSAR. Nous n'avons pas évalué les performances de l'OBSAR sur des interférences parfaitement modélisées. Nous pourrions étudier la réduction des interférences par l'OBSAR et également le SARSESIO, en fonction des erreurs des modélisations. Cette étude pourrait se faire aussi pour des erreurs de modélisation de la cible ; nous avons vu que le SARSESIO dégradait la détection de la cible : qu'en est-il pour une cible dont le rayonnement serait moins bien modélisé ?

Notons que des études sur des erreurs de modélisation et sur leurs conséquences sur la détection ont déjà l'objet de certains travaux. Par exemple dans [54], on propose de développer un détecteur plus robuste prenant en compte des erreurs éventuelles de modélisation de la cible et des interférences.

Angles entre sous-espaces

Les angles entre sous-espaces nous donnent une mesure des positions relatives des sous-espaces cible et interférence. Ce qui nous intéresse, c'est de savoir si la modélisation des cibles et celle des interférences permettent de les différencier ; si c'est le cas, nous pouvons réduire les fausses alarmes. Nous pourrions étudier la réduction des fausses alarmes par l'OBSAR et le SARSESIO en fonction des angles entre les sous-espaces ; ainsi, nous estimerions un angle minimal pour lequel la réduction des interférences n'est pas possible.

Modélisation physique

Nous abordons ici la question de la modélisation des diffuseurs. Celle-ci nous permet de mieux décrire la cible et les interférences. Une meilleure modélisation implique logiquement de meilleures performances de détection et de réduction de fausses alarmes.

Cross-polarisations

Pour des raisons de modélisation, nous n'avons pas utilisé les cross-polarisations, HV et VH, dans nos algorithmes. L'intégration de la double polarisation nous a donné de très bons résultats en termes de

détection de la cible et de réduction des fausses alarmes. Nous espérons logiquement que l'intégration des cross-polarisations aux SARSES, SARSESIO et à l'OBSAR augmenterait les performances précédemment citées. La réponse des interférences en HV et VH peut s'obtenir facilement avec le modèle de cylindre diélectrique sur sol puisqu'il a une réponse non-nulle dans ces canaux. Pour la cible, la modélisation par un sous-espace plaque PC donne des réponses nulles dans les cross-polarisations ; pour prendre en compte ces termes, deux phénomènes physiques peuvent être modélisés. Le premier serait de considérer que la plaque n'est pas parfaitement conductrice mais juste métallique, les cross-polarisations sont alors non nulles [32] ; il faudrait alors choisir une constante diélectrique pour la plaque métallique. Le second moyen pour considérer les cross-polarisations serait de modéliser la diffraction provoquée par les bords de la plaque : le calcul des coefficients de rétrodiffusion pour la diffraction des bords est un peu plus compliqué que celle d'une plaque en OP. Cependant, celle-ci est possible et facilement implémentable dans nos processeurs. Pour la détection de la cible, l'intégration des cross-polarisations ne peut qu'augmenter les performances de détection : nous ajoutons encore un peu plus d'information a priori sur la cible. Par contre, pour la réduction des fausses alarmes cela paraît plus compliqué : si on considère un modèle de plaque métallique ou même diélectrique, ne risquons-nous pas de générer des sous-espaces cible et interférence trop proches ? La prise en compte de la diffraction paraît être plus intéressante car les troncs des arbres n'en provoquent pas ou peu ; la diffraction serait donc un phénomène distinctif de la cible. Néanmoins, cela implique que les réponses de la cible et des interférences soient assez fortes en HV et VH comparées aux polarisations HH et VV.

Atténuation

En FoPen, la réponse des diffuseurs se trouvant sous la canopée est atténuée par celle-ci. Nos modélisations de la cible et des interférences ne prennent pas en compte cette atténuation ce qui introduit des erreurs plus ou moins grandes dans celles-ci (ces erreurs peuvent être compensées durant l'estimation des vecteurs des coordonnées). L'atténuation causée par la canopée dépend de la fréquence, des angles d'incidence et de la polarisation du rayonnement [41] ; elle dépend également de la forêt considérée. On pourrait prendre en compte facilement l'effet d'atténuation dans nos modèles ; les réponses des éléments canoniques seraient atténuées avant de former les sous-espaces cible et interférence. Il faudrait d'abord calculer la valeur de l'atténuation selon le type de forêt, ce qui implique une connaissance de l'environnement dans lequel se trouve la cible.

Modèle discriminant

La modélisation de la cible que nous utilisons ne permet pas de la différencier des interférences. Nous pourrions développer un modèle plus sélectif qui ne décrirait pas la réponse des troncs d'arbres. Ceci serait possible en utilisant la polarisation. Au lieu d'utiliser des modèles polarimétriques de diffuseurs purs (trièdre ou dièdre), nous pourrions nous appuyer sur d'autres décompositions plus pertinentes pour la détection FoPen comme par exemple, la décomposition de Cameron qui est basée entre autre sur la symétrie des diffuseurs. Cependant, ce type de décomposition est beaucoup moins facile à intégrer que celle en diffuseurs purs.

Algorithmes

Rangs des sous-espaces

Les rangs des sous-espaces sont choisis en fonction des valeurs singulières de la SVD des matrices cible et interférence ; ce choix a été proposé dans [13, 15] et nous ne l'avons pas remis en question dans

cette étude. Néanmoins, il serait intéressant de mieux étudier la sélection des rangs. En effet, les rangs ne doivent pas être trop grands sinon la réponse du bruit dans les sous-espaces est trop forte. De plus les rangs doivent ne doivent être trop petits non plus pour pouvoir décrire des cibles et des troncs d'arbres aux orientations diverses. Les rangs des sous-espaces sont donc des paramètres qui influencent fortement les performances de détection et de réduction de fausses alarmes des algorithmes. De plus, les rangs des sous-espaces influencent également les angles entre eux et donc la réduction des fausses alarmes. Le choix du rang pourrait dépendre aussi des angles entre sous-espaces pour les générer les plus "différents" possibles.

Résolutions des images

Nous n'avons pas étudié dans ce manuscrit les résolutions des nouvelles images que nous formons ; nous avons certes donné les formules théoriques des fonctions d'ambiguïté de nos algorithmes sans toutefois pousser l'analyse plus loin. D'ailleurs, les résolutions utilisées dans notre étude proviennent des fonctions d'ambiguïté qui ont été tracées dans [13, 15]. Nous pouvons nous demander comment les résolutions sont influencées par l'utilisation de modèles à sous-espace.

En imagerie SAR classique, les résolutions (transverse et radiale) des images dépendent de la largeur de l'antenne synthétique et de la bande de fréquence du signal émis. Cela est valable pour des algorithmes utilisant le point blanc isotrope comme modèle. Pour le cas d'algorithme utilisant d'autres modèles, les résolutions classiques ne sont plus valables : c'est pourquoi celles-ci sont calculées pour le SARSES, l'OBSAR et le SARSESIO, en traçant la fonction d'ambiguïté. Il serait néanmoins intéressant d'analyser les expressions théoriques des fonctions d'ambiguïté pour comprendre l'influence de nos modèles sur les résolutions : par exemple, quelle est l'influence du rangs des sous-espaces sur les résolutions ? Si nous considérons des sous-espaces de rangs très grands, les résolutions sont largement dégradées et la réponse d'un diffuseur s'étale alors sur plusieurs pixels. Ceci se comprend intuitivement : avec des rangs très grands, les modèles à sous-espaces ont de trop grand degré de liberté. Une cible en (x, y) aura sa réponse la plus forte sur sa position mais les sous-espaces cible générés pour les pixels voisins la décriront aussi. On peut aussi se demander si les résolutions dépendent de l'élément canonique (plaque ou cylindre).

Traitement adaptatif

Une autre méthode pour réduire les fausses alarmes serait d'adapter le SARSES aux traitements adaptatifs. Par contre, il n'est pas facile d'avoir des données secondaires en SAR. En s'inspirant de [26], une solution serait de construire des données secondaires en projetant le signal reçu dans la partie orthogonale du sous-espace cible ; cependant, ces données seront forcément incomplètes et ne permettront peut être pas d'évaluer correctement la matrice de covariance du bruit. Cette idée pourrait aussi s'appliquer à l'OBSAR : les données secondaires seraient obtenues en projetant le signal reçu dans la partie orthogonale du sous-espace cible et du sous-espace interférence.

Autres applications

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressé au système SAR en monostatique. Nous pourrions considérer d'autres applications, comme le SAR bistatique ou multistatique ; exploiterions d'avantage que la rétrodiffusion de la cible et des interférences ; cependant, il est difficile de savoir quelle configuration sera la plus adaptée à la détection de telle cible alors qu'il est déjà difficile de faire cela en monostatique. De plus, les mécanismes de diffusion étant différents, il faudrait ré-adapter les algorithmes polarimétriques avec d'autres modèles.

Il serait intéressant d'utiliser des sous-ouvertures de l'antenne synthétique du SAR ; avec les sous-ouvertures et en utilisant le modèle de plaque, nous pourrions caractériser plus précisément l'anisotropie de la cible.

Outre le SAR, nous pourrions appliquer nos algorithmes à d'autres systèmes imageurs, comme le SAS (Synthetic Aperture Sonar) pour la détection de mines enfouies. Plus généralement, les sous-espaces générés à partir d'éléments canoniques pourraient être utilisés pour d'autres systèmes radar comme le MIMO ou pour d'autres applications comme le contrôle non destructif.

Conclusion et perspectives

Annexe A

Autres outils polarimétriques

A.1 Décompositions incohérentes

La matrice de Sinclair écrite dans l'Eq. (1.30) permet seulement de caractériser le comportement polarimétrique des diffuseurs déterministes. Les décompositions incohérentes permettent de traiter les diffuseurs distribués ou probabilistes et ainsi de caractériser leurs comportements polarimétriques. Ces diffuseurs sont en majorité des surfaces naturelles comme les zones agricoles, les sols, les forêts... Nous présentons ici la décomposition H/A/ α [2, 55] et ses applications pour la classification.

A.1.1 Décomposition polarimétrique H/A/ α

Pour développer les traitements polarimétriques et notamment la décomposition H/A/ α , on introduit le vecteur cible. Le vecteur cible est la vectorisation de la matrice de Sinclair ou de ses décompositions. Ainsi, le vecteur cible \mathbf{k}_P issu de la décomposition de Pauli de \mathbf{S} s'écrit :

$$\mathbf{k}_P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_{HH} + S_{VV} \\ S_{HH} - S_{VV} \\ 2S_{HV} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Comme la matrice de Sinclair ne peut pas caractériser les diffuseurs distribués, leurs comportements polarimétriques sont caractérisés par la matrice de cohérence \mathbf{T} [2] :

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= E(\mathbf{k}_P \mathbf{k}_P^\dagger) \\ &= \begin{pmatrix} E((S_{HH} + S_{VV})(S_{HH} + S_{VV})^*) & E((S_{HH} + S_{VV})(S_{HH} - S_{VV})^*) & 2E((S_{HH} + S_{VV})S_{HV}^*) \\ E((S_{HH} - S_{VV})(S_{HH} + S_{VV})^*) & E((S_{HH} - S_{VV})(S_{HH} - S_{VV})^*) & 2E((S_{HH} - S_{VV})S_{HV}^*) \\ 2E(S_{HV}(S_{HH} + S_{VV})^*) & 2E(S_{HV}(S_{HH} - S_{VV})^*) & 4E(S_{HV}S_{HV}^*) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

La décomposition H/A/ α repose sur la décomposition en valeurs propres de la matrice de cohérence \mathbf{T} qui s'exprime :

$$\mathbf{T} = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^\dagger \quad (\text{A.3})$$

où \mathbf{v}_i sont les vecteurs propres de \mathbf{T} associés aux valeurs propres λ_i avec $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$. La décomposition H/A/ α consiste alors à associer des mécanismes de diffusion à chaque vecteur propre. Les vecteurs propres peuvent être paramétrés sous la forme :

Annexe A. Autres outils polarimétriques

$$\mathbf{v}_i = (\cos(\alpha_i) \quad \sin(\alpha_i) \cos(\beta_i) e^{j\delta_i} \quad \sin(\alpha_i) \sin(\beta_i) e^{j\gamma_i}) \quad (\text{A.4})$$

où les angles α_i , β_i , δ_i et γ_i caractérisent les mécanismes de diffusion associés au i^{eme} vecteur propre.

A partir de la décomposition en valeurs propres de \mathbf{T} , on calcule trois paramètres scalaires. Ces paramètres permettent de caractériser le diffuseur distribué et sont utilisés ensuite en classification. Ces paramètres sont l'entropie H, l'anisotropie A et l'angle α .

- Entropie H : elle permet de déterminer le caractère aléatoire du processus de diffusion.

$$H = - \sum_{i=1}^3 P_i \log_3(P_i) \quad (\text{A.5})$$

où les $P_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^3 \lambda_i}$ sont les probabilités associées aux valeurs propres λ_i de \mathbf{T} . L'entropie H varie entre 0 et 1. Si H tend vers 0, le mécanisme de diffusion associé à la valeur propre la plus grande est dominant. Si H tend vers 1, il n'y a pas de mécanismes de diffusion dominants ; on considère que le mécanisme de diffusion est aléatoire. Entre 0 et 1, le mécanisme de diffusion du diffuseur est une combinaison des mécanismes indépendants de diffusion pondérés par les valeurs propres λ_i et associés aux vecteurs propres \mathbf{v}_i .

- Anisotropie : elle est un paramètre complémentaire à l'entropie et permet de déterminer l'importance relative des mécanismes de diffusion secondaires (associés aux valeurs propres λ_2 et λ_3).

$$A = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3} \quad (\text{A.6})$$

L'anisotropie varie entre 0 ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$) et 1 ($\lambda_3 = 0$)

- Angle α : il décrit physiquement le mécanisme de diffusion.

$$\alpha = \sum_{i=1}^3 P_i \alpha_i \quad (\text{A.7})$$

L'angle α varie de 0° à 90° . Quand α est petit, le mécanisme de diffusion correspond au simple rebond ; pour α proche de 45° , le mécanisme de diffusion est volumique comme par exemple pour la végétation. Pour α proche de 90° , le mécanisme de diffusion correspond au double rebond.

La décomposition H/A/ α permet de déterminer le mécanisme de diffusion prédominant et son importance à travers les paramètres H/A et permet de caractériser ce mécanisme par l'angle α . Un exemple d'images issues de cette décomposition est présentée sur la Figure A.1. Sur l'image de l'entropie, les zones de forte intensité en rouge correspondent à des zones où un mécanisme de diffusion est prépondérant comme dans les zones forestières ; sur l'image de l'angle α , la mer apparaît en bleu ce qui veut dire que le mécanisme de diffusion majoritaire est de type simple rebond alors que les zones urbaines sont en rouge pour un mécanisme de diffusion de type double rebond. Enfin, l'image de l'anisotropie nous renseigne l'importance des mécanismes de diffusion secondaires ; la mer est en bleu pour des mécanismes de diffusion secondaires faibles alors que dans les zones urbaines en rouge, les mécanismes de diffusion secondaires sont plus importants.

Il est possible d'utiliser la décomposition H/A/ α pour faire de la classification non supervisée. A partir de l'entropie et de l'angle α , on définit le plan H/ α divisé en neuf zones différentes qui permettent

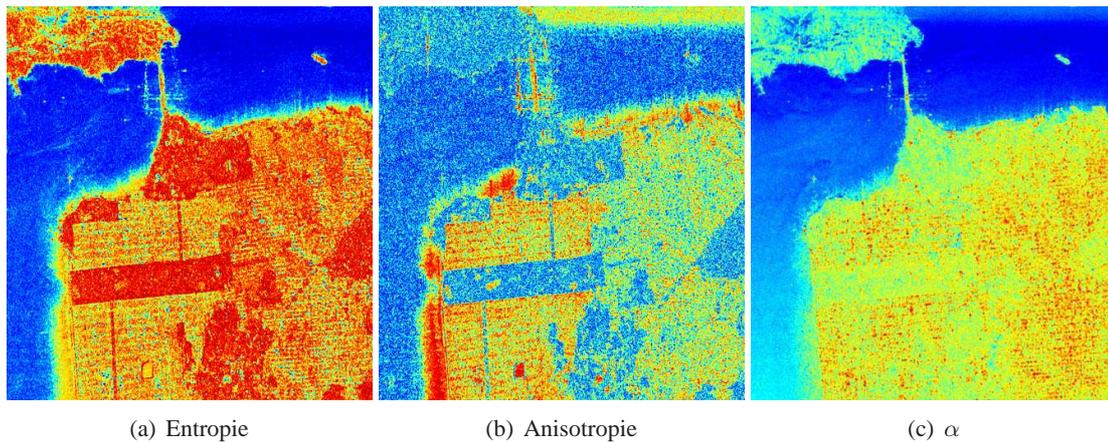


FIG. A.1 – Images issues de la décomposition $H/A/\alpha$. [34]

d’identifier le mécanisme de diffusion. La classification H/α est représentée sur la Figure A.2. Chaque pixel peut être repéré sur le plan H/α et selon la zone dans laquelle il se trouve, on peut le classifier [34].

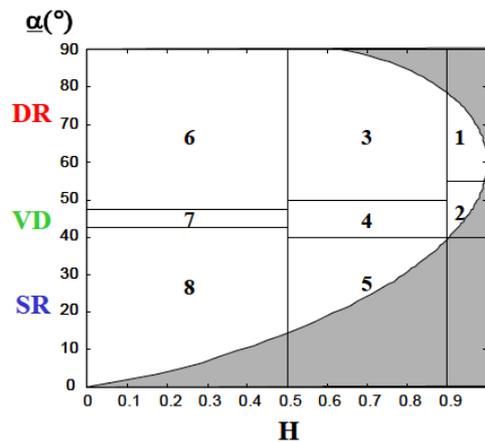


FIG. A.2 – Plan H/α pour l’identification des mécanismes de diffusion [34].

D’autres classifications basées sur la décomposition en valeurs propres de \mathbf{T} ont été développées ; dans [2], la classification $H/A/\alpha$ exploite l’entropie, l’angle α et l’anisotropie ou dans [56] la classification H/α Wishart exploite l’entropie et l’angle α supposant en plus que la matrice de cohérence \mathbf{T} suit la distribution de Wishart.

A.1.2 Autres Décompositions

D’autres décompositions incohérentes peuvent être utilisées comme par exemple :

- La décomposition de Huynen

Elle est une des premières décompositions à avoir été développée [57] ; elle repose sur la matrice de cohérence \mathbf{T} et associe à chacun des éléments de \mathbf{T} une interprétation phénoménologique du processus de diffusion.

Annexe A. Autres outils polarimétriques

- Décomposition de Freeman-Durden

Cette décomposition [58] est basée sur la matrice de covariance \mathbf{C} qui est l'équivalent de la matrice de cohérence mais en utilisant la base lexicographique pour exprimer la matrice de Sinclair. La matrice de covariance est alors décomposable en trois mécanismes de diffusion : le simple rebond, le double rebond et la diffusion volumique.

- Décomposition de Yamaguchi

La décomposition de Yamaguchi [59] est une amélioration de la décomposition de Freeman-Durden qui ajoute une quatrième mécanisme de diffusion caractérisé par la diffusion d'une hélice. De plus, le cas des diffuseurs non-symétriques y est abordé.

Annexe B

Génération des sous-espaces polarimétriques décorrélés et processeurs SAR associés

Nous présentons une autre façon d'intégrer l'information polarimétrique dans nos modèles. Les réponses en HH et VV sont considérées indépendamment ; nous générons des sous-espaces polarimétriques en supposant qu'il n'y pas de relation entre les polarisations HH et VV. La méthode que nous développons ici s'applique à n'importe quel modèle. Aussi nous présentons ici le cas de la génération du sous-espace cible. Nous appellerons ce sous-espace, le sous-espace cible polarimétrique décorrélé puisque les modèles en HH et VV sont pris en compte indépendamment.

B.1 Génération des sous-espaces polarimétriques décorrélés

B.1.1 Matrice cible

Pour générer le sous-espace cible polarimétrique décorrélé $\langle H_{xy}^{deco} \rangle$, nous devons définir la matrice cible \mathbf{Y}_{xy}^{deco} qui l'engendre. \mathbf{Y}_{xy}^{deco} est définie à partir des matrices cibles \mathbf{Y}_{xy}^H et \mathbf{Y}_{xy}^V en polarisation HH et VV de la manière suivante :

$$\mathbf{Y}_{xy}^{deco} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{xy}^H & \mathbf{0}_{[NK \times PQ]} \\ \mathbf{0}_{[NK \times PQ]} & \mathbf{Y}_{xy}^V \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

La matrice \mathbf{Y}_{xy}^{deco} est de dimension $(2NK \times 2PQ)$; chacune de ses colonnes contient les réponses de la plaque PC en polarisation HH ou en polarisation VV. Les PQ premières colonnes contenant les réponses de la plaque en HH sont orthogonales aux colonnes contenant les réponses en VV. Les colonnes de \mathbf{Y}_{xy}^{deco} engendrent ainsi un sous-espace polarimétrique formé de deux parties orthogonales correspondant aux polarisations HH et VV. Il n'y a donc pas de relation entre les modèles en polarisation HH et en polarisation VV.

B.1.2 Génération de la base

Comme pour le cas d'une polarisation p , la base de $\langle H_{xy}^{deco} \rangle$ se calcule à partir de la SVD de la matrice cible \mathbf{Y}_{xy}^{deco} :

$$\mathbf{Y}_{xy}^{deco} = \mathbf{U}_{Yxy}^{deco} \mathbf{\Sigma}_{Yxy}^{deco} \mathbf{V}_{Yxy}^{deco\dagger} \quad (\text{B.2})$$

où \mathbf{U}_{Yxy}^{deco} de dimension $(2NK \times \min(2NK, 2QR))$ et \mathbf{V}_{Yxy}^{deco} de dimension $(\min(2NK, 2QR) \times 2QR)$ sont deux matrices unitaires contenant respectivement les vecteurs singuliers gauches et droites. $\mathbf{\Sigma}_{Yxy}^{deco}$ de dimension $(\min(2NK, 2QR) \times \min(2NK, 2QR))$ est une matrice diagonale positive contenant les valeurs singulières.

La base \mathbf{H}_{xy}^{deco} est formé des $D_{H^{deco}}$ vecteurs singuliers gauches correspondant aux $D_{H^{deco}}$ valeurs singulières les plus grandes.

La base \mathbf{H}_{xy}^{deco} peut être exprimée en fonction des bases \mathbf{H}_{xy}^H et \mathbf{H}_{xy}^V . Considérons la SVD de la matrice \mathbf{Y}_{xy}^{deco} de l'Eq. B.2. Puisque la matrice \mathbf{Y}_{xy}^{deco} est bloc diagonale, sa SVD peut s'écrire en fonction des SVD des matrices cibles \mathbf{Y}_{xy}^H et \mathbf{Y}_{xy}^V :

$$\mathbf{Y}_{xy}^{deco} = \mathbf{U}_{Yxy}^{deco} \mathbf{\Sigma}_{Yxy}^{deco} \mathbf{V}_{Yxy}^{deco\dagger} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{Yxy}^H \mathbf{\Sigma}_{Yxy}^H \mathbf{V}_{Yxy}^{H\dagger} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_{Yxy}^V \mathbf{\Sigma}_{Yxy}^V \mathbf{V}_{Yxy}^{V\dagger} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

La matrice de vecteurs singuliers gauches \mathbf{U}_{Yxy}^{deco} s'écrit donc sous la forme :

$$\mathbf{U}_{Yxy}^{deco} = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_{Yxy}^H & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{U}_{Yxy}^V \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

La base \mathbf{H}_{xy}^{deco} qui est constituée des $D_{H^{deco}}$ colonnes de \mathbf{U}_{Yxy}^{deco} associée aux valeurs singulières les plus grandes aura donc la même structure. Pour le cas du sous-espace cible, d'après l'Eq. (2.31) on a $\mathbf{H}_{xy}^H = \mathbf{H}_{xy}^V$. La base \mathbf{H}_{xy}^{deco} s'écrit donc :

$$\mathbf{H}_{xy}^{deco} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{xy}^H & \mathbf{0}_{[NK \times D_{HV}]} \\ \mathbf{0}_{[NK \times D_{HH}]} & \mathbf{H}_{xy}^V \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

où $D_H^H + D_H^V = D_H^{deco}$.

On génère de la même manière les sous-espaces polarimétriques interférences $\langle J_{xy}^{deco} \rangle$ et sa base \mathbf{J}_{xy}^{deco} .

B.2 Définition de l'algorithme SARSES $_{deco}$

Le SARSES $_{deco}$ est basée sur la même modélisation que les algorithmes SARSES+ et SARSES-. Pour former une image, nous estimons de la même manière le vecteur des coordonnées de \mathbf{z} et nous dérivons ensuite l'intensité de l'image. On note par λ_{xy}^{deco} le vecteur de coordonnées de \mathbf{z} dans $\langle H_{xy}^{deco} \rangle$. L'estimé $\hat{\lambda}_{xy}^{deco}$ s'écrit alors :

$$\hat{\lambda}_{xy}^{deco} = \mathbf{H}_{xy}^{deco\dagger} \mathbf{z} \quad (\text{B.6})$$

B.2. Définition de l'algorithme SARSESDeco

On définit ensuite l'intensité de l'image SARSESDeco pour chaque pixel (x,y) :

$$I^{deco}(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{deco\dagger} \mathbf{z}\|^2}{\sigma^2} \quad (\text{B.7})$$

En utilisant l'expression de la base \mathbf{H}_{xy}^{deco} en fonction des bases \mathbf{H}_{xy}^H et \mathbf{H}_{xy}^V de l'Eq. (B.5), l'intensité de l'image formée par le SARSESDeco s'écrit :

$$I^{deco}(x, y) = \frac{\|\mathbf{H}_{xy}^{H\dagger} \mathbf{z}^H\|^2 + \|\mathbf{H}_{xy}^{V\dagger} \mathbf{z}^V\|^2}{\sigma^2} \quad (\text{B.8})$$

En supposant que le bruit en HH et VV soient identiques, le SARSESDeco revient à sommer les intensités des images SARSES HH et SARSES VV.

Annexe B. Génération des sous-espaces polarimétriques décorrelés et processeurs SAR associés

Publications

Reuves internationales à comité de lecture

- F. Brigui, L. Thirion-Lefèvre, G. Ginolhac et P. Forster, *New polarimetric signal subspace detectors for SAR processors*, CR Physique de l'Académie des Sciences, Propagation and Remote Sensing, pp.104-113, Janvier 2010.
- F. Brigui, G. Ginolhac, L. Thirion-Lefèvre et P. Forster, *SAR processors based on signal and interference subspace models using oblique projectors*, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, (soumis).

Reuves nationales à comité de lecture

- F. Brigui, R. Durand, G. Ginolhac, L. Thirion-Lefèvre et P. Forster, *Nouvelles techniques d'imagerie pour le radar à synthèse d'ouverture. Exploitation de modèles physiques*, Revue d'Instrumentation Mesure Métrologie, vol. 9, n° 3-4, pp.65-86, 2009.

Conférences internationales avec actes et à comité de lecture

- F. Brigui, G. Ginolhac, L. Thirion-Lefèvre et P. Forster, *Oblique polarimetric SAR processors based on signal and interference subspace models*, IEEE International Conference on Geoscience and Remote Sensing (IGARSS), Honolulu Hawaii USA, Juillet 2010.
- F. Brigui, G. Ginolhac, L. Thirion-Lefèvre et P. Forster, *Orthogonal polarimetric SAR processors based on signal and interference subspace models*, IEEE International Conference on Geoscience and Remote Sensing (IGARSS), Honolulu Hawaii USA, Juillet 2010.
- F. Brigui, G. Ginolhac, L. Thirion-Lefèvre et P. Forster, *New polarimetric signal and interference subspace detectors for SAR processors*, International Radar Conference, Bordeaux France, Septembre 2009.
- F. Brigui, L. Thirion-Lefèvre, G. Ginolhac et P. Forster, *New polarimetric signal subspace detectors for SAR processors*, IEEE International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASSP), Tapei Taiwan, Avril 2009.

Conférences nationales avec actes et à comité de lecture

- F. Brigui, L. Thirion-Lefèvre, G. Ginolhac et P. Forster, *Processeurs SAR basés sur des détecteurs à sous-espaces*, Assemblée Générale du GDR Ondes, Paris, Octobre 2009.

Publications

- F. Brigui, L. Thirion-Lefèvre, G. Ginolhac et P. Forster, *Processeurs SAR basés sur des détecteurs à sous-espaces*, Journées Scientifiques d'URSI-France, Propagation et Télédétection, Paris, 2009.

Communications sans actes

- *Performances of subspace SAR processors for target detection and interference rejection*, Workshop SONDRRA, Cargese France, Mai 2010.
- *New polarimetric signal and interference subspace detectors for SAR processors*, Commission Électromagnétique, Supélec, Gif-sur-Yvette France, Mars 2010
- *Nouveaux processeurs SAR basés sur des modèles de cibles et d'interférences à sous-espaces*, Séminaire SONDRRA, Gif-sur-Yvette France, Octobre 2009
- *Techniques d'imagerie et de détection à sous-espaces exploitant un modèle physique*, Workshop Localisation de Sources, Cachan France, Mai 2009

Bibliographie

- [1] M. Soumekh, *Synthetic Aperture Radar Signal Processing*, Wiley - Interscience Publication, 1999.
- [2] S.R. Cloude and E. Pottier, "A review of target decomposition theorems in radar polarimetry," *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sens.*, vol. 34, no. 2, pp. 498 – 518, March 1996.
- [3] R. Touzi, "A review of speckle filtering in the context of estimation theory," *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sens.*, vol. 40, no. 11, pp. 2392 – 2404, November 2002.
- [4] R. Kappoor, A. Banerjee, G.A. Tsihrintzis, and N. Nandhakumar, "UWB radar detection of targets in foliage using alpha-stable clutter models," *IEEE Trans. on Aerosp. and Electron. Syst.*, vol. 35, no. 3, pp. 819 – 834, July 1999.
- [5] L. Novak, "FOPEN change detection experiments using CARABAS public release data set," in *Proc. of SPIE, Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery XVII*, April 2010, vol. 7699.
- [6] J.A. Richards, "The use of multiple-polarization data in foliage penetrating (FOPEN) synthetic aperture radar (SAR) applications," July 2002.
- [7] H.C. van de Hulst, *Light scattering by small particles*, Dover Publications, INC, 1981.
- [8] M. Allen, J.M. Jauregui, and L.E. Hoff, "FOPEN-SAR detection by direct use of simple scattering physics," in *Proc. of SPIE*, April 1995, vol. 2487, pp. 45 – 55.
- [9] A. Sharma and R.L. Moses, "Matched subspace detectors for discrimination of targets from trees in sar imagery," *Signal, System and Computer 2000*, vol. 2, pp. 1721 – 1726, November 2000.
- [10] R.D. Chaney, A.S. Wilsky, and L.M. Novak, "Coherent aspect-dependant SAR image formation," *Proceedings of the SPIE, Algorithms for SAR imagery*, vol. 2234, pp. 256 – 274, April 1994.
- [11] A. Kim, J. Fisher, A.S. Wilsky, and P. Viola, "Nonparametric estimation of aspect dependance for ATR," in *Algorithms for Synthetic Aperture Radar Imagery VI, Orlando, USA*, April 1999, pp. 332 – 342.
- [12] M. Tria, *Imagerie Radar à Synthèse d'Ouverture par analyse en ondelettes continues multidimensionnelles*, thèse soutenue en novembre 2005, ONERA, Université Paris XI.
- [13] R. Durand, *Processeurs SAR Basés sur des Détecteurs de Sous-Espaces*, thèse soutenue en novembre 2007, Université Paris X.
- [14] L.L. Scharf and B. Friedlander, "Matched subspace detectors," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 42, no. 8, pp. 2146 – 2157, August 1994.
- [15] R. Durand, G. Ginolhac, L. Thirion-Lefevre, and P. Forster, "New SAR processor based on matched subspace detectors," *IEEE Trans. on Aerosp. and Electron. Syst.*, vol. 45, no. 1, pp. 221 – 236, January 2009.
- [16] R. Durand, G. Ginolhac, L. Thirion-Lefevre, and P. Forster, "Backprojection version of subspace detector SAR processor," *IEEE Trans. on Aerosp. and Electron. Syst.*, 2011.

Bibliographie

- [17] G. Ginolhac, L. Thirion-Lefevre, R. Durand, and P. Forster, "SAR processors based on signal or interference subspace detector," *IEEE Trans. on Aerosp. and Electron. Syst.*, vol. 46, no. 3, pp. 1006 – 1020, July 2010.
- [18] L.M. Novak, M.B. Sechtin, and M.J. Cardullo, "Studies of target detection algorithms that use polarimetric radar data," *IEEE Trans. on Aerosp. and Electron. Syst.*, vol. 25, no. 2, pp. 150 – 165, March 1989.
- [19] D. Pastina, P. Lombardo, and T. Bucciarelli, "Adaptive polarimetric target detection with coherent radar part i. detection against gaussian background.," *IEEE Trans. on Aerosp. and Electron. Syst.*, vol. 37, no. 4, pp. 1194 – 1206, October 2001.
- [20] P. Lombardo, D. Pastina, and T. Bucciarelli, "Adaptive polarimetric target detection with coherent radar part ii. detection against non-gaussian background.," *IEEE Trans. on Aerosp. and Electron. Syst.*, vol. 37, no. 4, pp. 1207 – 1220, October 2001.
- [21] M. Hurtado and A. Nehorai, "Polarimetric detection of targets in heavy inhomogeneous clutter," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 56, no. 4, pp. 1349 – 1361, April 2008.
- [22] S. Kraut, L.L. Scharf, and L.T. Mc Whorter, "Adaptive subspace detectors," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 49, no. 1, pp. 1 – 16, January 2001.
- [23] F. Bandiera, A. De Maio, A.S. Greco, and G. Ricci, "Adaptive radar detection of distributed targets in homogeneous and partially homogeneous noise plus subspace interference," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 55, no. 4, pp. 1223 – 1237, April 2007.
- [24] F. Bandiera, O. Besson, D. Orlando, G. Ricci, and L.L. Scharf, "Glr-based direction detectors in homogeneous noise and subspace interference," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 55, no. 6, pp. 2386 – 2394, June 2007.
- [25] F. Bandiera, O. Besson, and G. Ricci, "An ABORT-like detector with improved mismatched signals rejection capabilities," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 56, no. 1, pp. 14 – 25, January 2008.
- [26] F. Bandiera, M. Jahangir, G. Ricci, and R. Verrienti, "Adaptive radar detection without secondary data : exploiting a diversity idea," in *14th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2006)*, Florence, Italy, September 2006.
- [27] R.T. Behrens and L.L. Scharf, "Signal processing applications of oblique projection operators," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 42, no. 6, pp. 1413 – 2124, June 1994.
- [28] R.H. Stolt, "Migration by Fourier transform," *Geophysics*, vol. 43, pp. 23 – 48, January 1978.
- [29] P. T. Gough and D. W. Hawkins, "Imaging algorithms for a strip-map synthetic aperture sonar : Minimizing the effects of aperture errors and aperture undersampling," *IEEE J. of Oceanic Eng.*, vol. 22, no. 1, pp. 27 – 39, January 1997.
- [30] T. Rastello, *Synthèse des Méthodes d'Inversion dans le Domaine de Fourier*, thèse soutenue en janvier 1997, Institut National des Sciences Appliquées.
- [31] S.R. Cloude, "Group theory and polarization algebra," *Optik*, vol. 75, no. 1, pp. 26 – 36, 1986.
- [32] F.T. Ulaby and C. Elachi, *Radar Polarimetry for Geoscience Application*, F.T. Ulaby, C. Elachi Editors, 1990.
- [33] M. Borgeaud, S.V. Nghiem, R.T. Shin, and J.A. Kong, "Theoretical models for polarimetric microwave remote sensing of Earth terrain," *J. Electromagnet Wave*, vol. 3, no. 1, pp. 61 – 81, 1989.
- [34] J.S. Lee and E. Pottier, *Polarimetric radar imaging from basics to applications*, CRC press Taylor & Francis Group, LLC, USA, 2009.

- [35] S.R. Cloude, *Polarimetry : the characterization of polarimetric effects in EM scattering*, thèse soutenue en 1986, University of Birmingham.
- [36] E. Krogager, “A new decomposition of the radar target scattering matrix,” *Electron. Lett.*, vol. 26, no. 18, pp. 1525 – 1527, 1990.
- [37] W.L. Cameron, N.N. Youssef, and L.K. Leung, “Simulated polarimetric signatures of primitive geometrical shapes,” *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sens.*, vol. 34, no. 3, pp. 793 – 803, May 1996.
- [38] L.L. Scharf, *Statistical Signal Processing : Detection, Estimation and Time Series Analysis*, Addison-Wesley Publishing Co., 1990.
- [39] L. Thirion and E. Colin, “On the use of a coherent scattering model to determine the origin of artificial signatures of a target hidden in a forest,” in *POLINSAR (ESA Workshop)*, Frascati, Italy, January 2005, pp. 17 – 21.
- [40] L. Thirion, E. Colin, and C. Dahon, “Capabilities of a forest coherent scattering model applied to radiometry, interferometry and polarimetry at p and l bands,” *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sens.*, vol. 44, no. 4, pp. 849 – 862, April 2006.
- [41] L. Thirion, I. Chênerie, and C. Galy, “Application of a coherent model in simulating the backscattering coefficient of mangrove forest,” *Wave Random Media*, vol. 14, no. 2, pp. 299 – 316, April 2004.
- [42] G. Tiberi, S. Rosace, G. Manara, and R. Mittra, “Electromagnetic scattering from large faceted conducting bodies by using analytically derived characteristic basis function,” *IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett.*, vol. 2, pp. 290 – 293, October 2003.
- [43] J. Laviada, F. Las-Heras, M.R. Pino, and R. Mittra, “Solution of electrically large problems with multilevel characteristic basis function,” *IEEE Trans. on Antenna and Propag.*, vol. 57, no. 10, pp. 3189 – 3198, October 2009.
- [44] P. Forster, “Generalized rectification of cross spectral matrices for array of arbitrary geometry,” *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 49, no. 5, pp. 972 – 978, May 2001.
- [45] F. Brigui, L. Thirion-Lefevre, G. Ginolhac, and P. Forster, “New polarimetric signal subspace detectors for SAR processors,” *CR. Acad. Sci. IV*, vol. 11, no. 1, pp. 104 – 113, January 2010, Propagation and remote sensing.
- [46] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, Johns Hopkins Series in the Mathematical Sciences, 1983.
- [47] H. V. Trees, *Estimation and Modulation Theory*, vol. 1, John Wiley and Sons, 2001.
- [48] *Feko, User’s Manual, EM Software and System*, 2004.
- [49] C. Dahon, *Contribution à l’analyse de la réponse polarimétrique d’un couvert forestier*, thèse soutenue en décembre 2004, Université Rennes 1.
- [50] S.B. Provost and E.M. Rudiuk, “The exact distribution of indefinite quadratic forms in noncentral normal vectors,” *Ann. I. Stat. Math.*, vol. 48, no. 2, 1996.
- [51] C. Musso, E. Jay, and J.P. Ovalez, “Saddlepoint approximation applied to fusion in multiple sensor and to detection in clutter,” in *Proc. of the Sixth International Conference of Information Fusion 2003*, 2003, vol. 1, pp. 122 – 128.
- [52] D.W. Tufts, R. Kumaresan, and I. Kirsteins, “Data adaptive signal estimation by singular value decomposition of data matrix,” *P. IEEE*, vol. 70, no. 6, pp. 684 – 685, June 1982.

Bibliographie

- [53] F.T. Ulaby and M.A. El-Rayes, "Microwave dielectric spectrum of vegetation. part ii : Dual dispersion model," *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sens.*, vol. 25, no. 5, pp. 550 – 557, 1987.
- [54] A. De Maio, S. De Nicola, Y. Huang, S. Zhang, and A. Farina, "Adaptive detection and estimation in presence of useful signal and interference mismatches," *IEEE Trans. on Signal Process.*, vol. 57, no. 2, pp. 436 – 450, February 2009.
- [55] S.R. Cloude and E. Pottier, "An entropy based classification scheme for land applications of polarimetric SAR," *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sens.*, vol. 35, no. 1, pp. 68 – 78, January 1997.
- [56] J.S. Lee, M.R. Grunes, T.L. Ainsworth, L.J. Du, D.L. Schuler, and S.R. Cloude, "Unsupervised classification using polarimetric decomposition and the complex Wishart distribution," *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sens.*, vol. 37, no. 1, pp. 2249 – 2259, September 1999.
- [57] J.R. Huynen, "Measurement of the target scattering matrix," *P. IEEE*, vol. 53, no. 8, pp. 936 – 946, August 1965.
- [58] A. Freeman and S.L. Durden, "A three-component scattering model for polarimetric SAR data," *IEEE Trans. on Geosci. and Remote Sens.*, vol. 36, no. 3, pp. 963 – 973, May 1998.
- [59] Y. Yamaguchi, Y. Yajima, and H. Yamada, "A four-component decomposition of POLSAR images based on the coherency matrix," *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sens.*, vol. 3, no. 3, pp. 292 – 296, July 2006.