

Étalonnage d'un espace de travail par multilatération Martin Camboulives

▶ To cite this version:

Martin Camboulives. Étalonnage d'un espace de travail par multilatération. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Paris Saclay (COmUE), 2015. Français. NNT: 2015SACLN024. tel-01294433

HAL Id: tel-01294433 https://theses.hal.science/tel-01294433

Submitted on 29 Mar 2016 $\,$

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





NNT: 2015SACLN024

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY, préparée à l'ENS Cachan

ÉCOLE DOCTORALE N°579 Sciences Mécaniques et énergétiques, Matériaux et Géosciences

Spécialité de doctorat : Génie Mécanique

Par

M. Martin Camboulives

Etalonnage d'un espace de travail par multilatération

Thèse présentée et soutenue à Cachan, le 11 décembre 2015 :

Composition du Jury :

M. Jean-François Fontaine, Professeur, Université de Bourgogne, Rapporteur

M. Jean-Marc Linarès, Professeur, IUT d'Aix-Marseille, Rapporteur

M. Jean-Yves Hascoët, Professeur, Ecole Centrale de Nantes, Président du jury

M. José Salgado, Ingénieur, LNE, Examinateur

M. Mohamed Damak, Ingénieur Docteur, Invité

Mme Claire Lartigue, Professeur, Université Paris-Sud, Directeur de thèse M. Pierre Bourdet, Professeur, Co-encadrant



à Marion, à ma famille.

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au Laboratoire Universitaire de Recherche en Production Automatisée (LURPA) au sein de l'équipe Géométrie Tridimensionnelle des pièces et des mécanismes (Géo3D) et en collaboration avec le Laboratoire national de métrologie et d'essais (LNE).

Je tiens tout d'abord à remercier Claire Lartigue et Pierre Bourdet qui ont assuré l'encadrement de mes travaux de thèse. Je leur suis reconnaissant pour toutes les connaissances scientifiques et techniques qu'ils ont su partager avec moi ainsi que pour leurs nombreuses qualités humaines, en particulier la patience dont ils ont su faire preuve et le soutien qu'ils m'ont offert jusqu'à la fin des travaux.

Je remercie également Georges Vailleau, responsable du pôle métrologie dimensionnelle au LNE, qui a assuré l'encadrement de mes travaux de thèse au LNE. Son expertise technique a été très profitable à ma thèse, et sa sympathie a toujours rendu le travail agréable. Je tiens aussi à remercier José Salgado qui m'a apporté un regard critique très constructif pour mon travail.

Je tiens également à remercier le personnel du département de métrologie dimensionnelle du LNE avec qui j'ai eu l'opportunité de travailler, pour leur accueil au sein du laboratoire et les connaissances qu'ils m'ont transmises ; plus particulièrement Stéphane Camus et Hichem Nouira avec qui j'ai pu échanger et améliorer mon travail.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur Jean-Yves Hascoët qui a accepté de présider le jury de thèse, et à messieurs Jean-Marc Linarès et Jean-François Fontaine pour avoir consacré de leur temps à rapporter mes travaux puis aux discussions constructives que nous avons eu par la suite.

Merci également à tous les membres du LURPA qui m'ont permis de progresser dans mes travaux. En particulier, Yann Quinsat et Sylvain Lavernhe m'ont beaucoup apporté grâce aux nombreuses discussions que nous avons eues. Merci aussi à tous les doctorants du Civil avec qui j'ai passé de bons moments durant ces années de doctorat : Pierre-Antoine, Mickaël, Virgile, Cyril, Fabien, Lorène et tous les autres.

Merci à ma famille pour leur encouragements et leur soutien tout au long de mes études.

Enfin, merci à Marion pour son rôle majeur dans la rédaction et la soutenance de ma thèse. Par son soutien, sa patience et ses encouragements, elle m'a permis de mener à bien mon travail.

Table des matières

Ta	ble de	s matières	vii
Lis	ste des	figures	xi
Li	Liste des tableaux xv		vii
1	Métł	odes d'étalonnage d'un espace de travail	1
	1	Introduction	3
		1.1 Espace de travail	3
		1.2 Objectifs de l'étalonnage	4
	2	Modélisation des défauts	5
		2.1 Modèle point à point	5
		2.2 Modèle basé sur la chaîne cinématique de la machine	6
		2.2.1 Modèle des 21 défauts d'une machine 3-axes	6
		2.2.2 Discrétisation des défauts des axes	11
		2.2.3 Corrélation entre les défauts cinématiques	12
		2.2.4 Forme polynomiale	13
	3	Méthodes conventionnelles d'identification des défauts	14
		3.1 Méthodes directes	14
		3.1.1 Evaluation des petites rotations : <i>Roulis, Tangage, Lacet</i>	14
		3.1.2 Evaluation des rectitudes des axes et du roulis du coulisseau <i>zrz</i>	16
		3.2 Méthodes par artefacts	18
		3.2.1 Barres à trous et plaques à trous ou à billes	18
		3.2.2 Synthèse sur les méthodes conventionnelles	23
	4	Méthodes d'étalonnage par multilateration	24
		4.1 Multilateration à l'aide d'un ball-bar	24
		4.2 Multilateration par laser trackers ou Laser Tracer	27
		4.3 Multilateration par un unique Laser Tracer	32
	5	Synthèse et positionnement des travaux	33
2	Etalo	nnage par multilatération à partir d'un Système Mesurant de Référence (SMR)	35
	1	Introduction	37
	2	Mise en contexte du problème	37
	3	Nécessité de s'affranchir de la cinématique de la machine	39

	4	Const	ruction du SMR à l'aide de 4 Laser Tracer indépendamment de la cinématique.	47
		4.1	Formulation du problème	47
		4.2	Mise en oeuvre et résolution	49
			4.2.1 Choix de 10 points optimum dans le volume de la machine	49
			4.2.2 Utilisation de plus de 10 points pour résoudre le problème	50
	5	Const	ruction du SMR par un unique Laser Tracer.	52
		5.1	Prise en compte de l'erreur de repositionnement de la MMT : Recalage aux co-	
			ordonnées nominales	52
		5.2	Remise en position du réflecteur	53
		5.3	Validation de la possibilité d'utiliser un unique Laser Tracer	55
	6	Etalor	nnage par évaluations des défauts cinématiques : Application à une MMT/MOCN	
		3-axes	S	56
		6.1	Identification des défauts volumiques le long des trajectoires	57
		6.2	Obtention des petites rotations du 1^{ier} axe de la chaine cinématique \ldots	59
		6.3	Obtention des petites rotations du $2^{i eme}$ axe de la chaine cinématique \ldots \ldots	60
		6.4	Obtention des 3 petites rotations du $3^{i eme}$ axe de la chaine cinématique \ldots	62
		6.5	Identification des rectitudes	63
		6.6	Identification des orthogonalités	63
		6.7	Procedure complète pour une machine 3-axes	65
			6.7.1 Positionnement des Laser Tracer	65
			6.7.2 Cube de positionnement	66
		6.8	Résultats obtenus lors de l'étalonnage d'une MMT en condition de laboratoire .	66
	7	Concl	usion	69
3	Ince	ertitude	es associées à la procédure	71
	1	Introd	luction	73
	2	Analy	se des sources d'incertitudes	73
		2.1	Incertitudes liées aux mesure des longueurs interférométriques	75
		2.2	Incertitudes liées au repositionnement du porteur du rétro-réflecteur	75
		2.3	Incertitudes liées au positionnement du réflecteur sur le porteur	78
		2.4	Effet du défaut de l'erreur de remise en position du réflecteur.	80
		2.5	Incertitudes liées à l'algorithme de résolution	81
		2.6	Synthèse de l'analyse des sources d'incertitudes	82
	3	Incert	itudes d'étalonnage	82
		3.1	Module d'évaluation des incertitudes	84
		3.2	Résultats d'étalonnage d'une MMT lors de la prise en compte de toutes les	
			sources d'incertitudes	87
		3.3	Influences relatives de chacune des sources d'incertitude	88
			3.3.1 Indicateurs d'incertitudes	88
			3.3.2 Résultats obtenus à l'aide des indicateurs	91

		3.3.3	Sensibilité des incertitudes aux sources d'incertitude	92
		3.3.4	Conséquences de l'erreur de calcul du SMR sur les profils des défauts	
		(cinématiques	95
	4	Synthèse de l'étude	e des incertitudes	99
4	Арр	lication de la méth	ode à d'autres moyens de mesures	101
	1	Introduction		103
	2	Espace de travail a	ssocié à un système de mesure optique	103
	3	Démarche générale	e de simulation d'étalonnage d'un espace de travail	105
	4	Application à l'éta	lonnage d'un espace de travail associé à un système optique.	107
		4.1 Evaluation	des incertitudes.	107
		4.2 Résultats d	les simulations.	109
	5	Conclusions		110
Li	ste de	s références		115

Annexe	I
1	Détail du calcul des rectitudes des axes et des petites rotations du coulisseau IV
2	Détail du calcul des orthogonalités à l'aide d'une cale placée à 45 degrés dans les 3 plans VIII
3	Méthode de la barre à trous
4	Machine virtuelle
5	Convergence des positions relatives calculées du Laser Tracer
6	Données du constructeur pour le Laser Tracer

Liste des figures

1	Définition de l'espace de travail dans le cas d'une chaîne de solides	3
2	Définition de l'espace de travail dans le cas d'un appareil de mesure optique	4
3	Etalonnage de deux points d'un espace de travail.	5
4	Etalonnage d'un espace de travail associé à un appareil de mesure optique	6
5	Déformation de l'espace de mesure par l'ensemble des défauts qui affectent le système.	6
6	Liaison prismatique entre un chariot et son guidage	7
7	Notations de la convention VDI2617 pour les liaisons prismatiques.	8
8	Modèle cinématique d'une MMT 3-axes.	9
9	Ecarts dus aux 3 défauts d'orthogonalité des couples d'axes.	10
10	Filtrage des défauts géométriques des guidages par les patins aérostatiques.	12
11	Corrélation entre le tangage/lacet et les rectitudes transversales [Ekinci,2007]	12
12	Positionnement des niveaux électroniques pour la mesure de xrx et xry	15
13	Positionnement des niveaux électroniques pour la mesure de <i>yrx</i> et <i>yry</i>	15
14	Comparaison des justesses droite et gauche pour l'obtention du lacet de l'axe X	16
15	Mesure du lacet yrz par interféromètre laser	16
16	Utilisation d'un capteur confocal chromatique pour la mesure des rectitudes	17
17	Utilisation d'un capteur confocal chromatique pour la mesure des rectitudes	17
18	Retournement de la règle de granit pour éliminer son profil de rectitude propre.	18
19	Géométrie globale de la barre à trous : Alésages, trous oblongs et directions de mesure.	19
20	Résultat de la mesure locale de la justesse et de la rectitude locale à l'aide de la barre à	
	trous.	19
21	Décalage horizontal de la barre à trous posée sur la tranche.	20
22	Orientation de la tête de mesure afin d'identifier le lacet du deuxième axe	21
23	Mise en place parallèlement au troisième axe de la barre à trous et orientations du palpeur	
	pour la détermination des défauts cinématiques du coulisseau de la MMT.	21
24	Positionnement de la barre à trous dans l'espace de mesure de la MMT pour évaluer les	
	pentes des roulis xrx et yry ainsi que les défauts d'orthogonalité ywx et zwx	22
25	Différentes conceptions de plaques à billes ou à trous.	23
26	Positions de la plaque à trous et orientation du styler pour l'étalonnage d'une MMT selon	
	le modèle des 21 défauts [Kunzmann, 1990]	23
27	Principe de la multilatération.	24
28	Etalonnage d'une MOCN à l'aide d'un ball-bar. Une extrémité est solidaire de la table	
	tandis que l'autre est solidaire de la broche.	25

29	Positionnement du socle du ball-bar et trajectoires sphériques du point terminal de la	
	cinématique dans l'espace de travail de la machine [Florussen,2001]	26
30	Technologie du laser tracker	28
31	Incertitude de mesure du laser tracker	28
32	Réalisation de la multilateration à l'aide de 4 laser trackers. Les coordonnées des points	
	sont obtenues dans le repère construit sur les trois positions LT_1 , LT_2 et LT_3 [Umetsu,2005].	29
33	Positionnement optimal des 4 laser trackers d'après les travaux présentés par [Umetsu,2005].	30
34	Laser Tracer en cours de mesure	30
35	technologie du Laser Tracer	31
36	Multilateration par 4 Laser Tracer qui visent simultanément le réflecteur déplacé par la	
	MMT [Wendt&al,2012]	31
37	Mesure de longueurs dans le volume [Wendt&al,2003]. Le cinquième Laser Tracer (ici	
	sur la gauche) ne fonctionne pas en poursuite, il n'est utilisé qu'en tant qu'interféromètre	
	(pas de modification de l'élévation ni de l'azimut lors des mouvements de la MMT.)	32
38	Superposition du SMR au moven de mesure qu'on souhaite étalonner	38
39	Déformation de la grille de points par les écarts volumiques du moyen de mesure	38
40	Inconnues et données du problème	30
40	Erreur sur les positions calculées du Laser Tracer en utilisant les coordonnées indiquées	57
71	nar les règles	42
42	Machine virtuelle et posages du Laser Tracer	42
43	Exemples de profils d'erreurs issus d'un calcul du SMR utilisant les coordonnées indi-	12
10	quées par la MMT.	44
44	Correction des fichiers de mesure à l'aide des défauts calculés	45
45	Utilisation de 3 ou 4 Laser Tracer pour réaliser la multilateration.	45
46	Distances entre les 4 positions du Laser Tracer	46
47	Evolution de la distance entre LT_A et LT_B au cours des itérations.	46
48	Problème de base à 4 Laser Tracer.	47
49	Construction du SMR	48
50	Choix pertinent des points pour le calcul des positions	49
51	Différents cas pour définir l'enveloppe convexe à partir de 10 points	50
52	Choix pertinent des points pour le calcul des positions des lasers tracers	50
53	Fichiers de mesure issus de la simulation de la proédure d'étalonnage	51
54	Evolution de l'erreur movenne sur le calcul des positions du Laser Tracer en fonction du	
51	nombre de points considérés dans le cube de repositionnement.	52
55	Recalage des trajectoires aux configurations nominales	53
56	Limite de visibilité de l'œil de chat en fonction des positions du Laser Tracer.	54
57	Fixation de l'œil de chat à l'extrémité de la cinématique.	54
58	Etapes de simulation de l'étalonnage d'une machine à mesurer.	55

59	Comparaison des défauts cinématiques de l'axe X : Valeurs arbitraires (en pointillés	
	noirs) et valeurs obtenues par la multilatération (en rouge).	56
60	Influence des configurations sur les erreurs en translation	57
61	Identification des erreurs volumiques le long de trajectoires nominalement parallèles	58
62	Comparaison de justesses/rectitudes locales pour déterminer les rotations de l'axe X	59
63	Trajectoires requises pour évaluer les petites rotations de l'axe X	60
64	Obtention des rotations du deuxième axe de la chaine cinématique.	61
65	Trajectoires requises pour l'axe Y	62
66	Trajectoires requises pour l'axe Z	63
67	Calcul des orthogonalités à l'aide des trajectoires parallèles suivant \vec{x} .	64
68	Calcul de l'orthogonalité xwy.	64
69	Procedure complete pour une machine 3-axes	66
70	Défauts cinématiques en translation : Justesse xtx , rectitudes transversale xty et rectitude	
	verticale xtz.	67
71	Défauts cinématiques de rotation : roulis xrx , tangage xry et lacet xrz	68
72	Etude des sources d'incertitude lors de la procédure d'étalonnage	74
73	Correction de l'erreur de repositionnement de la machine	76
74	Limites du cône de visibilité du rélecteur, exemple dans le cas d'une MMT	78
75	Décalage du réflecteur par assemblage d'éléments modulaires	79
76	Erreur de remise en position du réflecteur autour de positions nominales lors des simula-	
	tions	79
77	Décalage des positions calculées du Laser Tracer. Sur ce schéma, les normes des vecteurs	
	$P_{i,neutre}P_{i,j}$ sont augmentées pour la lisibilité, elles sont en réalité de l'ordre de quelques	
	millimètres. Les distances entre le Laser Tracer et le rétro-réflecteur valent quant à elles	
	plusieurs centaines de millimètres	80
78	Etapes successives du module d'évaluation des incertitudes.	83
79	Tableaux des coordonnées des points réellement atteints par la machine. .	85
80	Types de tableaux de trajectoires en fonction du décalage appliqué au réflecteur.	86
81	Procedure complete pour une machine 3-axes	86
82	Défauts cinématiques de translation du deuxième axe de la MMT avec prise en compte	
	des sources d'incertitudes : toutes les sources d'incertitude (en vert), l'interféromètre	
	uniquement (en rouge), les résultats fournis par Trac-Cal (en bleu).	89
83	Défauts cinématiques de rotation du deuxième axe de la MMT avec prise en compte	
	des sources d'incertitudes : toutes les sources d'incertitude (en vert), l'interféromètre	
	uniquement (en rouge), les résultats fournis par Trac-Cal (en bleu)	90
84	Influences des sources d'incertitude.	92
85	Incertitudes sur le SMR et les défauts cinématiques en fonction des valeurs du modèle	
	d'incertitudes associé aux longueurs délivrées par l'interféromètre	92

86	Incertitudes sur le SMR et les défauts cinématiques en fonction de la résolution des règles	
	de la machine	94
87	Erreur de remise en position du réflecteur autour de positions nominales lors des simula- tions	95
88	Incertitudes sur le SMR et les défauts cinématiques en fonction de la remise en position	05
89	Modélisation des erreurs de position relatives entre les positions successives du Laser	95
	Tracer dans un espace en deux dimensions.	96
90	Détail des erreurs de mesure de la justesse et de la rectitude dans le plan pour un point	~-
	de la trajectoire	97
91	Influence d'une valeur erronnée de D sur les défauts mesurés	98
92	Influence d'une valeur erronnée de D sur les défauts mesurés d'un axe vertical (coulis-	
	seau de la MMT	98
93	Capteur optique C-Track.	104
94	Espace de travail d'un appareil de mesure optique	104
95	Positionnement des cibles et du réflecteur.	105
96	Etapes successives des simulations de l'étalonnage d'un espace de travail.	106
97	Données de mesure (avec $j = 1 a 4$)	108
98	Transformation entre les repères robot et SMR	108
99	Principe de mesure des rectitudes horizontales	IV
100	Extraction de la valeur utile de hauteur mesurée	V
101	Retournement de la règle de granit	V
102	Mesure des défauts cinématique du coulisseau à l'aide d'un capteur confocal et d'une	
	équerre rectifiée.	VI
103	Positionnement de l'équerre de rectitude et de la machine pour la mesure des rectitudes	
	ztx et zty ainsi que du roulis zrz	VII
104	Calcul des orthogonalités à l'aide d'une cale.	VIII
105	Posages de la barre à trous avec un décalage horizontal.	Х
106	Posages de la barre à trous avec un décalage vertical.	XI
107	Déformation du volume de mesure de la MMT à cause du roulis <i>xrx</i>	XII
108	Allongement/Rétrécissement des diagonales du cube dûs au roulis xrx	XII
109	Déformation du volume de mesure de la MMT à cause du roulis yry	XIII
110	Allongement/Rétrécissement des diagonales du cube dûs au roulis yry	XIV
111	Positionnement de la barre à trous dans l'espace de mesure de la MMT pour évaluer les	
	pentes des roulis xrx et yry ainsi que les défauts d'orthogonalité ywx et zwx.	XIV
112	Machine virtuelle et posages du Laser Tracer.	XVI
113	Exemple de défauts cinématiques virtuels de l'axe X	XVIII
114	Exemple de défauts cinématiques virtuels de l'axe Y	XIX
115	Exemple de défauts cinématiques virtuels de l'axe Z.	XX

116	Erreurs paramétriques de l'axe X obtenues avec un SMR calculé à l'aide des coordonnées
	indiquées par la MMT. Aucune itération n'est effectuée lors de ce calcul
117	Evolution des distances entre les positions du Laser Tracer lors du traitement du premier
	axe de la machine

118	Erreurs paramétriques de l'axe X obtenues avec un SMR calculé à l'aide des coordonnées	
	indiquées par la MMT. 60 itérations ont été effectuées lors de ce calcul	III

Liste des tableaux

1	Fichier de données pour la simulation de la procédure d'étalonnage	43
2	Données disponibles au terme de la procédure de mesure	84
3	Valeurs attribuées aux sources d'incertitude	88
4	Valeurs numériques des paramètres de simulation dans les deux cas étudiés	93
5	Valeurs attribuées aux sources d'incertitude.	109
6	Résultats des simulations.	110

Introduction

La production de pièces avec des tolérances serrées et/ou avec des formes complexes requiert des moyens de production et de mesure multi-axes, dont les performances ne peuvent être garanties qu'au travers de corrections logicielles basées sur l'évaluation des défauts volumiques de ces moyens. En effet, en fonction du type de machine ou de système de mesure, un espace volumique (ou espace de travail 3D) dans lequel la fonction de production ou de mesure est remplie, peut être défini. En chaque point de l'espace de travail, un défaut volumique est évalué, il correspond à la différence entre l'indication donnée par l'appareil associé à l'espace de travail (Machines à Mesurer Tridimensionnelles, Machines-outil à Commande Numérique ou système de mesure optique) et l'indication obtenue par un étalon. On parle alors d'étalonnage de l'espace de travail.

Les évaluations des défauts doivent être réalisées en garantissant la traçabilité des mesures avec des niveaux d'incertitude compatibles avec les performances recherchées sur les moyens. Dans le cas des moyens de mesures 3D, la diversité des configurations et technologies des systèmes (MMT, bras mesureur, Machine Outil, ...) a conduit à développer des stratégies d'évaluation spécifiques à chacune des configurations et dimensions des équipements. Les moyens et les méthodes d'étalonnage utilisés ont été largement éprouvés et validés dans le passé. Leur mise en œuvre, basée sur une investigation axe par axe au moyen d'étalons matériels, de niveaux électroniques et d'interféromètre laser conduit cependant à des temps d'immobilisation et à des coûts de raccordement aux étalons pénalisants.

Le LNE, laboratoire national de métrologie et d'essais, qui en tant que laboratoire national de métrologie a pour rôle d'apporter aux industriels les moyens d'assurer la traçabilité de leur mesure avec le niveau d'incertitude requis, s'est doté d'un laser tracer pour évaluer les moyens de mesure 3D. Récemment mis sur le marché, ce nouvel appareil développé et diffusé par la société Etalon¹, est le résultat d'un partenariat entre le laboratoire national de métrologie allemand PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt) et le laboratoire national de métrologie britannique NPL (National Physical Laboratory). Le laser tracer est un laser de poursuite composé d'un interféromètre d'une résolution de 1 nm monté sur une tourelle. Son originalité de conception est de garantir une stabilité mécanique du « point de rotation » du laser autour du centre d'une sphère-miroir fixe ayant un défaut de forme inférieur à $0,050\mu$ m. La précision mécanique des roulements et l'alignement des deux axes de rotation de la tourelle n'ont pas d'effet sur la précision du « point de rotation » du laser. L'optique de renvoi du faisceau est de forme sphérique (œil de chat) avec un angle d'ouverture de 120°. Avec ses compensations environnementales, la mesure de la variation du déplacement de l'œil de chat par rapport à la sphère fixe se fait avec une incertitude de mesure globale U = $0,2\mu$ m + $0,3\mu$ m/mètre. C'est cette seule mesure qui est ensuite exploitée

^{1.} www.etalon-ag.com

pour identifier les défauts par multilatération.

Le Laser Tracer offre ainsi de nouvelles possibilités dans l'évaluation et le raccordement de système de mesure 3D : simplicité de son raccordement (longueur d'onde), polyvalence face aux diverses configuration 3D ou multi-axes, aptitude à mesurer de grand volume et, enfin, temps de mise en œuvre fortement réduits par rapport aux techniques conventionnelles. En revanche les conditions de réalisation des mesures et de traitement des données permettant d'aboutir à l'estimation des défauts volumiques du système, requièrent une parfaite maîtrise des techniques de mesure par multilatération et de calcul permettant d'aboutir aux défauts recherchés.

Dans le contexte d'une collaboration avec le LNE, les travaux proposés dans cette thèse portent sur la maîtrise des techniques de mesure par multilatération, dans le cas particulier où les mesures sont effectuées par un seul laser tracer dont les bras morts et les positionnements successifs sont inconnus dans le volume de travail de l'équipement à caractériser. L'évaluation du niveau d'incertitude des estimations des défauts ou d'erreurs géométriques est fonction du choix d'un modèle de comportement géométrique de l'équipement, du choix d'une stratégie sous contraintes matérielles, des différents placements du laser tracer et de sa cible, et enfin du choix des algorithmes de calcul utilisés. L'hypothèse est faite ici que l'incertitude de mesure obtenue par mesure avec un laser tracer est compatible avec les exigences d'un raccordement aux étalons.

Nous proposons dans cette thèse de construire, à partir des relevés issus du seul laser tracer, un Système de Mesure de Référence (SMR), défini à partir des positions identifiées du laser tracer dans l'espace de travail. Obtenue par multilatération, l'évaluation des performances géométriques du SMR permet ensuite de quantifier les défauts volumiques de tout type de système de mesure. Cette approche se démarque des approches d'optimisation globale proposées dans la littérature qui s'attachent à optimiser en même temps les défauts ainsi que les positions du laser tracer et des zones mortes. L'utilisation d'un modèle cinématique pour caractériser les défauts d'un système de mesure multi-axes à identifier a été retenue. Cette modélisation, largement utilisée et validée depuis de nombreuses années, a permis dans le cas d'une MMT de comparer nos résultats expérimentaux obtenus à l'aide du SMR à ceux obtenus par des moyens de mesure classiques et à ceux obtenus par une approche d'optimisation globale proposée par le logiciel Trac-Cal©de la société Etalon.

Le chapitre 1, présente à partir d'une étude bibliographique, les différentes façons d'exprimer les défauts volumiques d'un espace de travail, ainsi que les méthodes d'étalonnage dites conventionnelles et celles plus récentes basées sur une technique de multilatération qui permettent d'identifier ces défauts. L'analyse des avantages et des limites des méthodes présentées dans la littérature permet de définir les problématiques auxquelles cette étude doit répondre. Le chapitre 2 propose, justifie et détaille, dans un premier temps, la construction d'un système mesurant de référence (SMR). Celui ci est obtenu par multilatération à partir de longueurs interférométriques fournies à une constante près nommée brasmort, par un unique Laser Tracer que l'on positionne successivement en différents points de l'espace.

Dans un deuxième temps, il est proposé une procédure d'étalonnage permettant d'obtenir les 21 défauts d'une MMT à l'aide du SMR. Dans le chapitre 3, les limites des possibilités d'étalonnage offertes par la multilatération à l'aide d'un unique Laser Tracer sont étudiées. Quatre sources (ou facteurs) d'incertitude qui interviennent lors d'une procédure d'étalonnage sont identifiées puis étudiées d'un point de vue qualitatif et quantitatif. L'impact de chacun de ces facteurs sur les résultats d'un étalonnage est alors simulé par une méthode de Monte-Carlo. Enfin, il est mis en évidence la robustesse de la méthode utilisée en fonction des conditions d'étalonnage et du matériel mis à disposition.

Le chapitre 4 est consacré à l'extension de la démarche à d'autres configurations de système de mesure. La démarche est en particulier illustrée pour un système de mesure optique.

Chapitre

Méthodes d'étalonnage d'un espace de travail

1 Introduction

Dans ce chapitre, nous définissons les notions d'espace de travail et de méthode d'étalonnage de l'espace de travail. En premier lieu, la définition de l'espace de travail est donnée pour les cas d'étude qui nous intéressent. Ensuite, les différentes façons d'exprimer les défauts géométriques de l'espace de travail sont détaillées. Enfin, les méthodes d'identification des défauts dites conventionnelles ainsi que celles basées sur la multilateration, plus récentes, sont étudiées. Nous conclurons sur les limites des méthodes présentées dans la littérature afin de définir les problématiques auxquelles cette étude répond.

1.1 Espace de travail

La production et le contrôle des pièces obtenues dans l'industrie fait appel à des machines ou des équipements de natures variées. En fonction du type de machine ou de système de mesure, un espace volumique dans lequel la fonction de production ou de mesure est remplie est défini. Dans la suite de nos travaux, il correspond à la définition de l'espace de travail.

Il est possible de distinguer deux types d'espaces de travail volumiques, selon que le système de production ou de mesure présente ou non une cinématique réalisant les déplacements.

Dans le cas d'une machine-outil à commande numérique (MOCN), d'une machine à mesurer tridimensionnelle (MMT) ou d'un robot, l'espace de travail résulte de l'ensemble des configurations de la chaîne de solides. Ses extrémités sont donc définies par les courses de chaque élément. La figure 1 illustre le cas d'une structure 3-axes.



Figure 1 – Définition de l'espace de travail dans le cas d'une chaîne de solides.

Sur la figure 1, le point noté O_3 est le point terminal de la chaîne cinématique de la machine. L'ensemble des positions qu'il peut occuper dans le repère de travail noté R_{MMT} définit l'espace de travail.

La situation précédente est la plus courante. Cependant, il existe des systèmes de mesure sans contact qui ne font pas appel à une chaîne cinématique. Dans ce cas, l'espace de travail est l'ensemble des points de l'espace pour lesquels l'appareil est en mesure de fournir un résultat de mesure. Dans la plupart des cas, l'espace de travail défini par le constructeur de l'appareil est inférieur à ce que l'appareil peut mesurer, de façon à se limiter à un espace de travail pour lequel l'exactitude de mesure reste inférieure à un seuil défini par le constructeur (environ $30\mu m$ pour un appareil dont le volume optique est de l'ordre de 5 à $10m^3$).

Quelle que soit la nature de l'espace de travail considéré, celui-ci présente des défauts qui dépendent de la qualité de la chaîne métrologique et de l'éventuelle chaîne cinématique du système de production ou de mesure [David,1993].

L'objectif de l'étalonnage est de quantifier ces défauts volumiques.



Figure 2 – Définition de l'espace de travail dans le cas d'un appareil de mesure optique.

1.2 Objectifs de l'étalonnage

Le Vocabulaire International de Métrologie définit (dans sa dernière version de 2008 [ISO,2008]) l'étalonnage comme l'opération qui, dans des conditions spécifiées, établit en une première étape une relation entre les valeurs et les incertitudes de mesure associées qui sont fournies par des étalons et les indications correspondantes avec les incertitudes associées, puis utilise en une seconde étape cette information pour établir une relation permettant d'obtenir un résultat de mesure à partir d'une indication.

Dans le cadre de nos travaux, l'interprétation est la suivante : en chaque point de l'espace de travail, un vecteur de défaut volumique est déterminé. Il correspond à la différence entre l'indication donnée par l'appareil associé à l'espace de travail (MMT, MOCN ou système de mesure optique) et l'indication obtenue par l'étalon. Ce vecteur est affecté d'une incertitude sur chacune de ses composantes.

Ce vecteur peut comporter trois composantes (défaut volumique en position) ou six composantes (défaut volumique en postion et en orientation) comme illustré sur la figure 3 pour deux points arbitraires de l'espace de travail.



Figure 3 – Etalonnage de deux points d'un espace de travail.

Le défaut volumique précédemment défini peut être exprimé de différentes façons. La première, très simple, consiste à le définir indépendamment en chaque point de l'espace de travail. Chaque point de l'espace est affecté de trois ou six composantes indépendantes des autres points. La seconde façon d'exprimer le défaut est d'avoir recours à des défauts cinématiques. A l'aide d'un modèle de propagation des défauts cinématiques, le défaut volumique est calculé en chaque point de l'espace. Cette approche présente l'avantage de minimiser le nombre d'inconnues à déterminer pour étalonner tout l'espace de travail. De plus, elle peut permettre une interprétation physique et mécanique du défaut observé. C'est par exemple le cas du torseur des petits déplacements associés aux glissières d'une MOCN/MMT [Bourdet,1987] [Bourdet,1976]. Le modèle à 21 défauts qui en résulte permet d'isoler les défauts de chaque axe et peut permettre de qualifier les éléments mécaniques de la chaîne de solides. Nous nous intéressons ainsi dans le paragraphe suivant aux différentes approches de modélisation des défauts.

2 Modélisation des défauts

2.1 Modèle point à point.

Ce modèle est utilisé pour étalonner un ensemble de points sans chaîne cinématique machine associée. Dans le cadre de notre étude, cela correspond à l'étalonnage de l'espace de travail d'un appareil de mesure optique. La méthode d'étalonnage consiste à comparer les coordonnées d'un ensemble de points exprimées dans un repère associé à l'étalon aux coordonnées de l'ensemble de points exprimées dans un repère associé à l'appareil dont nous étalonnons l'espace de travail (voir figure 4).



Figure 4 – Etalonnage d'un espace de travail associé à un appareil de mesure optique.

Dans ce cas, l'étalonnage du volume se fait à un mouvement de corps solide près. La donnée d'étalonnage clef est la déformation du nuage de points entre les deux repères, et non sa position (figure 5).



Figure 5 – Déformation de l'espace de mesure par l'ensemble des défauts qui affectent le système.

2.2 Modèle basé sur la chaîne cinématique de la machine.

Nous nous intéressons ici aux espaces de travail associés aux machines cartésiennes à 3-axes et plus particulièrement aux MMT. Rappelons que dans la partie 1.2, il a été fixé comme objectif d'identifier en tout point de l'espace de travail un vecteur de défaut volumique à 6 composantes entre une indication donnée par la machine que nous étalonnons et la référence construite à l'aide de l'étalon. Le modèle le plus courant utilisé pour les MMT est le modèle des 21 défauts.

2.2.1 Modèle des 21 défauts d'une machine 3-axes.

Une machine est constituée d'un ensemble d'éléments mécaniques liés les uns aux autres par des liaisons uniquement prismatiques dans le cas d'une machine 3-axes. Ces liaisons sont affectées de défauts de plusieurs types. Dans le cadre de nos travaux, les solides sont supposés indéformables. De plus, les défauts cinématiques sont considérés uniquement de nature quasi-statique. Donc les liaisons entre les

solides sont supposées infiniment rigides et elles ne se déforment pas sous l'effet des masses des éléments et des accélérations lors du pilotage de la machine.



Figure 6 – Liaison prismatique entre un chariot et son guidage.

Dans ce cadre, [Ekinci,2007] a établi une hiérarchisation des défauts en trois catégories : défauts géométriques, cinématiques et volumiques. Les défauts cinématiques sont causés par les défauts géométriques et sont la cause des défauts volumiques.

Défauts géométriques :

Ce premier niveau contient les défauts des solides qui constituent les éléments de guidage de la MMT et qui sont de deux natures. La première est l'ensemble des défauts de forme des pistes sur lesquelles les patins aérostatiques prennent appui. Cela correspond donc aux défauts de planéité des pistes de guidage mais aussi au vrillage des éléments ou à leur flexion (permanents et non issus des masses en mouvement). La seconde correspond au positionnement et à l'orientation relatifs des éléments qui constituent les guidages. Ainsi, les orthogonalités de la MMT sont directement liées à ce défaut d'assemblage.

Les défauts de ce premier niveau sont susceptibles d'évoluer lentement dans le temps par rodage des guidages au fur et à mesure du fonctionnement de la machine. En cas de collision entre la pièce à mesurer et la MMT, ce sont ces défauts qui sont modifiés.

Défauts cinématiques :

Ce deuxième niveau comprend les 6 défauts d'axe d'une liaison prismatique, soit trois rotations (roulis, lacet et tangage) et trois translations (deux rectitudes transversales à la glissière et une justesse dans la direction de la glissière).

Défauts volumiques :

En chaque point de l'espace de travail d'une MMT, il est possible de définir un défaut volumique caractérisé par trois composantes de position et trois composantes d'orientation. Ce défaut volumique est le résultat de la combinaison (linéaire dans l'hypothèse de petites rotations) des défauts cinématiques.

Pour l'expression des défauts cinématiques d'une liaison prismatique, nous nous référons dans ces travaux à la convention VDI 2617 [VDI 2617] représentée sur la figure 7.



(a) Noms des 6 défauts élémentaires d'une liaison prismatique.

(b) Ensemble des 21 défauts tels que la convention VDI les représente.

X

Figure 7 – Notations de la convention VDI2617 pour les liaisons prismatiques.

Ainsi, xry représente un défaut de rotation de l'axe X autour de Y (ou tangage de l'axe X), et xty représente un défaut de rectitude de l'axe X sur Y.

La taille globale d'une liaison glissière et des éléments mécaniques est de l'ordre de quelques centaines de millimètres. Les défauts géométriques sont quant à eux de l'ordre de quelques micromètres et micro-radians. Ainsi, les mouvements parasites du chariot dus aux défauts de la liaison lors de sa translation le long du guidage peuvent être représentés par un torseur des petits déplacements. Nous pouvons exprimer les torseurs des petits déplacements aux centres des liaisons prismatiques [Bourdet,1987][Hennebelle,2007]. En reprenant les notations de la figure 2.2.1, il est possible d'exprimer par exemple au point O_1 le défaut du déplacement suivant l'axe \vec{X} du corps S_1 par rapport au bâti S_0 par [Bourdet, 1996] :

$$\{\mathscr{T}_{O_1}(S_1/S_0)\} = \left\{\begin{array}{c} R_X\\ D_{O_1}(S_1/S_0)\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} xrx & xtx\\ xry & xty\\ xrz & xtz\end{array}\right\}$$
(1.1)



Figure 8 – Modèle cinématique d'une MMT 3-axes.

On note S_0 le bâti de la machine, S_1 , S_2 et S_3 les 3 corps qui translatent respectivement selon \overrightarrow{X} , \overrightarrow{Y} et \overrightarrow{Z} . On note O_1 , O_2 , O_3 les points appartenant aux solides S_1 , S_2 , S_3 qui sont coïncidents lorsque les 3 corps sont sur leur origine règle. Le point O_3 est le point auquel est attaché l'ensemble des défauts résultants entre le solide S_3 et le solide S_0 . P est le point d'intérêt (point de palpage, centre de cibles) dont on connaît les coordonnées x_P , y_P , z_P définies par rapport à O_3 dans le repère machine.

Ainsi, le vecteur $\overrightarrow{e(P)}$ associé au défaut volumique au point P s'exprime à l'aide des défauts de déplacement au point P du solide S_3 par rapport au solide $S_0 : \overrightarrow{e(P)} = \overrightarrow{D_P(S_3/S_0)}$.

Afin d'exprimer le déplacement du solide S_3 par rapport au solide S_0 au point P, on définit les 3 torseurs de petits déplacements aux points O_1 , O_2 , O_3 .

Déplacement du corps S_1 de l'axe \overrightarrow{X} par rapport au bâti S_0 :

$$\{\mathscr{T}_{O_1}(S_1/S_0)\} = \left\{\begin{array}{c} R_X\\ D_{O_1}(S_1/S_0)\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} xrx & xtx\\ xry & xty\\ xrz & xtz\end{array}\right\}$$
(1.2)

Déplacement du corps S_2 de l'axe \overrightarrow{Y} par rapport au corps S_1 de l'axe \overrightarrow{X} :

$$\{\mathscr{T}_{O_2}(S_2/S_1)\} = \left\{\begin{array}{c} R_Y\\ D_{O_2}(S_2/S_1)\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} yrx & ytx\\ yry & yty\\ yrz & ytz\end{array}\right\}$$
(1.3)

Déplacement du corps S_3 de l'axe \overrightarrow{Z} par rapport au corps S_2 de l'axe \overrightarrow{Y} :

$$\{\mathscr{T}_{O_3}(S_3/S_2)\} = \left\{\begin{array}{c} R_Z\\ D_{O_3}(S_3/S_2)\end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{cc} zrx & ztx\\ zry & zty\\ zrz & ztz\end{array}\right\}$$
(1.4)

Le déplacement de S_3 par rapport à S_0 au point O_3 est donné par la somme des 3 torseurs de petits déplacements et s'exprime par :

$$\overrightarrow{D_{O_3}(S_3/S_0)} = \underbrace{\begin{pmatrix} xtx + ytx + ztx \\ xty + yty + zty \\ xtz + ytz + ztz \end{pmatrix}}_{\overrightarrow{T}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -xrz & xry + yry \\ 0 & 0 & -xrx - yrx \\ 0 & xrx & 0 \end{pmatrix}}_{\overrightarrow{A}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{\overrightarrow{X}}$$
(1.5)

Avec x, y et z les coordonnées du point O_3 dans l'espace de travail.

Afin d'exprimer le défaut au point P, un changement de point par rapport à l'expression 1.5 est nécessaire et conduit à :

$$\overrightarrow{D_P(S_3/S_0)} = \overrightarrow{T} + A \cdot \overrightarrow{X} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -xrz - yrz - zrz & xry + yry + zry \\ xrz + yrz + zrz & 0 & -xrx - yrx - zrx \\ -xry - yry - zry & xrx + yrx + zrx & 0 \end{pmatrix}}_{A_P} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix}}_{\overrightarrow{X_P}} \underbrace{\vdots}_{\overrightarrow{X_P}} \underbrace{(1.6)}_{\overrightarrow{X_P}} \underbrace{\vdots}_{\overrightarrow{X_P}} \underbrace{i}_{\overrightarrow{X_P}} \underbrace{$$

Les 6 défauts propres à chacune des 3 glissières sont ainsi pris en compte. Pour compléter ce modèle, il faut y intégrer les erreurs dues à l'orthogonalité des axes pris deux à deux (figure 2.2.1).



Figure 9 – Ecarts dus aux 3 défauts d'orthogonalité des couples d'axes.

Soit :

$$\overrightarrow{D_{O_3}(S_3/S_0)} = \overrightarrow{T} + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -xrz - ywx & xry + yry + +zwx \\ 0 & 0 & -xrx - yrx - zwy \\ 0 & xrx0 & & \\ & & & \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & &$$

Au final, cela conduit à une expression du vecteur associé au défaut volumique pour tout point du volume de travail :

$$\overrightarrow{e(P)} = \overrightarrow{T} + A \cdot \overrightarrow{X} + A_P \cdot \overrightarrow{X_P}$$
(1.8)

L'équation 1.8 peut s'appliquer en tout point de l'espace de travail, c'est à dire en chaque noeud de l'espace discrétisé. Ces noeuds ont des coordonnées vraies. L'hypothèse est faite que le défaut volumique est le même dans le cube centré sur le noeud considéré et dont l'arrête vaut l'erreur de remise en position de la machine. En effet, quelle que soit sa qualité, une machine à mesurer tridimensionnelle atteint dans le cas le plus critique une position située à une distance de l'ordre du micromètre de sa consigne. Dans cette plage, la variation des 18 défauts cinématiques (appelée également erreurs paramétriques) est supposée négligeable.

2.2.2 Discrétisation des défauts des axes.

Les défauts sont en général évalués de manière discrète, en un nombre fini de points de l'espace de travail. Les défauts étant identifiés par axe, il se pose alors le problème de la discrétisation des axes pour en décrire les défauts. Choisir un pas de discrétisation trop grand mène à une perte de données quant aux profils des défauts. A l'inverse, choisir un pas de discrétisation trop petit implique alors une surabondance de données.

Les patins aérostatiques sont la technologie principale employée pour réaliser les guidages bilatéraux des MMT. Ils assurent un frottement sec quasi-inexistant entre les différents solides de la chaîne cinématique et combinent cet avantage à une grande rigidité lorsque l'épaisseur du film d'air est maintenue à quelques micromètres.

Ces patins ont un diamètre d'environ 50 à 100 mm pour une machine dont l'espace de travail est de l'ordre du mètre cube. Ils réalisent ainsi une fonction de filtrage des défauts géométriques des guidages en lissant la surface de contact entre les deux solides (voir figure 10).



Figure 10 – Filtrage des défauts géométriques des guidages par les patins aérostatiques.

Par conséquent, un choix judicieux du pas de discrétisation des axes pour identifier les profils de défauts est une valeur sensiblement égale au diamètre des patins aérostatiques. Utiliser une valeur plus grande mène à une perte de données. Utiliser une valeur plus faible implique un nombre de mesures plus grand lors de l'étalonnage de la machine, donc un temps d'immobilisation de la machine plus important.

2.2.3 Corrélation entre les défauts cinématiques.

Malgré la distinction entre les défauts dits *géométriques* et les défauts *de guidage*, il existe des liens forts entre certains paramètres. [Florussen,2001] utilise cette relation pour réduire le nombre de paramètres représentatifs de la machine 3-axes de 21 à 15. Il illustre le cas des orthogonalités qui sont une fonction linéaire des rectitudes des axes. [Ekinci,2007] et [Florussen,2001] mettent en évidence la relation forte entre les rectitudes des guidages, le tangage et le lacet :



Figure 11 - Corrélation entre le tangage/lacet et les rectitudes transversales [Ekinci,2007].

La figure 11 permet d'établir que le défaut de rectitude pour une abscisse donnée est l'intégration de la rotation du guidage du début de l'axe jusqu'à l'abscisse considérée [Ekinci,2007] :

$$\delta_z(x) = \int_0^x \varepsilon_y(x) \cdot dx \tag{1.9}$$

Ces corrélations peuvent être utilisées pour réduire le nombre d'inconnues dans le cadre d'une résolution globale d'un système d'équations traduisant la mesure de l'espace de travail. Cependant, dans la suite des travaux, nous considérons toujours 21 défauts, aucune réduction du modèle n'est opérée. A posteriori, il sera envisageable de recourir à ces corrélations afin d'avoir une redondance pour le calcul des erreurs de tangage et lacet.

2.2.4 Forme polynomiale.

Dans la modélisation du défaut faite en partie 2.2.1, il a été supposé que chaque défaut variable le long de l'axe qu'il affecte est un vecteur dont les composantes sont indépendantes. Chaque défaut est ainsi modélisé de la façon suivante (exemple de la rectitude verticale du deuxième axe de la chaîne cinématique de la machine) :

$$ytz = \left(ytz_1 \quad \cdots \quad ytz_i \quad \cdots \quad ytz_{N_y}\right)$$
 (1.10)

Où N_y est le nombre de points d'étalonnage le long de l'axe considéré. La donnée d'étalonnage est donc discrète et seulement obtenue aux noeuds de l'espace de travail découpé en parallélépipèdes élémentaires. De plus, afin de connaître le défaut considéré en toute valeur discrète de l'axe, chaque point de l'axe doit être mesuré lors de l'étalonnage. L'allure du profil des défauts n'est pas contraint.

[Belforte,1987] a eu recours aux polynômes de Legendre pour représenter les défauts des axes. L'identification des coefficients est faite par la mesure d'un ensemble de sphères reliées de manière rigide les unes aux autres.

Dans une démarche de modélisation proche, [Florussen,2001] a modélisé les défauts cinématiques par des polynômes dont l'écriture est la suivante (exemple de la rectitude suivant \vec{x} du coulisseau de l'axe \vec{z}):

$$ztx(z) = \sum_{i=1}^{N} \beta_{ztx,i} \cdot (z - z_0)^i$$
(1.11)

Ces modélisations permettent de gagner du temps lors de la procédure d'étalonnage car il n'est pas nécessaire de mesurer tous les points de l'axe pour calculer les coefficients des polynômes.

Ces représentations polynomiales sont plus adaptées à un étalonnage périodique ou ponctuel rapide. Elles sont cumulées à un étalonnage « fin » pour lequel les défauts des axes respectent des contraintes (par exemple des profils de rectitude aux moindres carrés ou des erreurs nulles à l'origine des axes) mais sans modèle fixé. C'est ce dernier type d'étalonnage qui est traité dans ces travaux.

Quelle que soit l'approche choisie pour exprimer le défaut dans l'espace de travail, il est possible d'avoir recours à plusieurs méthodes et moyens pour l'identifier. Dans cette étude, nous distinguerons deux ensembles de méthodes d'identification : les méthodes dites conventionnelles basées sur des mesures directes et l'emploi d'artefacts 2D ou 3D, et les méthodes plus récentes basées sur l'emploi de techniques de multilatération.
3 Méthodes conventionnelles d'identification des défauts

Les méthodes d'étalonnage dites conventionnelles dans ces travaux de thèse sont toutes celles qui ont été utilisées et validées autres que celles utilisant la multilatération. Nous distinguerons dans ces travaux deux catégories :

- Les méthodes directes : Ce sont les premières méthodes à avoir été développées [Sartori&al,1995],
 [Agapiou,2007], [Evans&al,1996], [Schwenke&al,2007]. Elles sont basées sur des mesures interférométriques et l'emploi de comparateurs, de règles en granit et de niveaux électroniques. Les redondances pour l'obtention des défauts sont simples à mettre en oeuvre.
- Les méthodes par artefacts : Ces méthodes ont vu le jour durant les années 1980 et sont toujours en cours de développement [Balsamo,2009], [Knapp,2005].

Dans cette partie, nous décrivons ces méthodes d'étalonnage et leur pertinence en regard de la modélisation du défaut choisi.

3.1 Méthodes directes

La description des méthodes est proposée pour l'étalonnage d'une MMT qui présente une architecture à portique mobile et une chaîne cinématique de type $X \rightarrow Y \rightarrow Z$. La méthode décrite a été élaborée à partir d'une synthèse des méthodes proposées dans la littérature. Ces méthodes proposent d'évaluer en premier lieu les petites rotations qui ont un impact sur les autres défauts, puis les défauts de justesse et rectitude et enfin les défauts de perpendicularité.

3.1.1 Evaluation des petites rotations : Roulis, Tangage, Lacet

Roulis et Tangages des axes X et Y : xrx, xry, yry et yrx

La mesure de ces 4 petites rotations est faite par un couple de niveaux électroniques. Ces niveaux mesurent une variation d'angle par rapport à leur définition de la gravité. Ceci est réalisé en pratique par un liquide contenu dans les appareils. Le premier niveau est positionné sur le solide de référence et le second niveau sur le solide mobile de l'axe que l'on qualifie. La différence des deux indique directement les deux petites rotations recherchées.



Figure 12 – Positionnement des niveaux électroniques pour la mesure de xrx et xry

On note R_{x-i} et R_{y-i} les écarts d'orientation du niveaux *i* par rapport à la gravité. La mesure des roulis et tangages de l'axe X s'obtient directement par comparaison pour chaque abscisse *x* :

$$\begin{cases} xrx(x) = R_{x-2}(x) - R_{x-1}(x) \\ xry(x) = R_{y-2}(x) - R_{y-1}(x) \end{cases}$$
(1.12)

De la même manière, on positionne les niveaux sur le portique et sur le chariot transversal pour la mesure des roulis et tangages de l'axe Y :



Figure 13 – Positionnement des niveaux électroniques pour la mesure de yrx et yry

$$\begin{cases} yrx(y) = R_{x-2}(y) - R_{x-1}(y) \\ yry(y) = R_{y-2}(y) - R_{y-1}(y) \end{cases}$$
(1.13)

Lacet de l'axe X : xrz

Cet angle est déterminé par comparaison de justesses à droite et à gauche du volume, celles-ci étant mesurées par un interféromètre. Utiliser ce bras de levier égal à la course en Y de la MMT permet une évaluation du lacet meilleure qu'en utilisant un trajet unique avec un boîtier de renvoi à mesure d'angle.

Le principe est en effet le même, mais le bras de levier environ dix à vingt fois plus grand. L'effet du lacet sur les justesses est ainsi d'autant plus observable.



Figure 14 – Comparaison des justesses droite et gauche pour l'obtention du lacet de l'axe X

Lacet de l'axe Y yrz, angles zrx et zry de l'axe Z

Pour la mesure de ces 3 angles, il est impossible d'avoir recours à deux trajectoires parallèles par changement de configuration de la machine car l'axe Y est en aval de l'axe X, et on ne dispose donc que d'une possibilité de mouvement sur l'axe Z. Il est donc nécessaire d'avoir recours à un interféromètre avec un kit de mesure angulaire.



Figure 15 – Mesure du lacet yrz par interféromètre laser

Le même dispositif et la même méthode sont employés pour la détermination des angles *zrx* et *zry* du coulisseau vertical.

3.1.2 Evaluation des rectitudes des axes et du roulis du coulisseau zrz

La mesure des rectitudes requiert l'utilisation de règles de granit ainsi que d'une équerre pour l'axe vertical (coulisseau). Un comparateur mécanique est adapté à cette mesure, mais il est possible d'affiner la résolution et de réduire les incertitudes de mesure en utilisant d'autres moyens comme l'utilisation d'un capteur confocal chromatique (voir figures 16(a) et 16(b)).



(a) Mesure de la rectitude verticale de l'axe Y.



(b) Mesure à l'aide d'une équerre pour caractériser le coulisseau.



Les petites rotations agissent sur le bras de levier existant entre le point terminal O_3 de la cinématique machine et l'axe du capteur; il est donc nécessaire de quantifier leur influence et de la compenser. En fonction de la configuration de la tête de mesure, les deux bras de levier *a* et *b* illustrés sur la figure 17(a) seront donc pris en compte.



(a) Geometrie du capteur et décalages entre le point O_3 et le faisceau.

(b) Trajet aller-retour du faisceau sur la tranche de la règle pour établir le profil de rectitude locale.

Figure 17 – Utilisation d'un capteur confocal chromatique pour la mesure des rectitudes.

Le principe de retournement permet d'identifier puis d'éliminer le profil de rectitude propre de la règle. Par ailleurs, afin d'améliorer la qualité des résultats, il est possible d'éliminer le profil parasite de rectitude dû à la flexion de la règle de granit sous son poids propre en utilisant la théorie des poutres.

L'identification des six défauts cinématiques du coulisseau requiert de nombreuses positions de l'équerre de granit. Un système d'équations linéaires en est issu; il permet d'identifier les six inconnues en utilisant les valeurs précédemment calculées de roulis pour les premier et deuxième axes de la MMT. Le détail de toute la procédure est donné dans l'annexe 1 en fin de ce manuscrit.

Mesure des défauts d'orthogonalité ou défauts d'équerrages

La méthode traditionnellement utilisée est la mesure de deux cales à approximativement à 45° dans les diagonales des trois plans *xy*, *xz* et *yz*. La figure 18 illustre la mesure de l'équerrage entre l'axe X et l'axe Y.



Figure 18 - Retournement de la règle de granit pour éliminer son profil de rectitude propre.

Le défaut d'équerrage correspondant est l'angle noté *ywx*. La longueur que la machine indique pour les deux mesures de la cale sont les longueurs notées AC et DB. Dans le cas d'une machine pour laquelle les axes X et Y sont parfaitement orthogonaux, on peut établir (le détail des calculs se trouve dans l'annexe 18) :

$$ywx = \frac{AC^2 - DB^2}{AC^2 + DB^2}$$
(1.14)

Avec AC et DB les longueurs indiquées par la machine pour les mesures de la cale étalon dans le plan xy pour les deux positions à $\pm 45^{\circ}$.

3.2 Méthodes par artefacts

3.2.1 Barres à trous et plaques à trous ou à billes

Barre à trous

Une barre à trous est un étalon de *justesse* (suivant sa direction principale) et de *rectitude* (suivant sa direction secondaire). Ces directions notées respectivement \vec{u} et \vec{v} sont illustrées sur la figure 19.



Figure 19 – Géométrie globale de la barre à trous : Alésages, trous oblongs et directions de mesure.

La barre à trous élaborée par le Laboratoire National de métrologie et d'Essais est une barre d'acier étiré de section rectangulaire [Camus,2006]. Il en existe des versions dont les longueurs varient d'environ 50 cm à 1.50 m afin de s'adapter aux dimensions des MMT étalonnées. Des alésages sont usinés dans cette barre à intervalles réguliers. Ces alésages présentent une bonne qualité dimensionnelle et ils sont rectifiés. En pratique, leur espacement est de l'ordre de 50mm car, comme expliqué au paragraphe 2.2.2, cette distance correspond au diamètre des patins aérostatiques d'une MMT dont le volume de mesure est de l'ordre du mètre cube. Elle correspond donc aussi au pas de discrétisation des défauts des axes le plus judicieux. D'autre part, deux cylindres calibrés sont solidarisés à la barre dans son plan principal et perpendiculairement à sa direction principale. Ils sont accessibles au palpage par des trous oblongs usinés dans la barre d'acier (voir figure 19).

Une fois la barre à trous mesurée, il est possible de construire les points d'intersection des axes des alésages avec le plan médian (\vec{u}, \vec{v}) . Le référentiel de mesure est donc propre à la barre et il n'est pas nécessaire de dégauchir très précisément la barre à trous comme c'est le cas d'une mesure avec des règles de granit (voir paragraphe 3.1.2). Chaque barre à trous est étalonnée en justesse et en rectitude. Ces deux données sont représentées par les positions des intersections des alésages avec le plan médian de la barre. Ceci permet de représenter la géométrie de la barre à trous par une ligne brisée telle que l'illustre la figure 20.



Figure 20 – Résultat de la mesure locale de la justesse et de la rectitude locale à l'aide de la barre à trous.

En fonction du défaut cinématique que l'on souhaite identifier, la barre est disposée à plat ou sur sa tranche dans le volume de mesure de la machine étalonnée. La position des points d'appui est une donnée essentielle puisqu'elle détermine la flexion de la barre sous son poids propre. Cette flexion peut être compensée en anticipant la flèche qui résulte de cette déformation en chaque point de la barre.

Chaque barre à trous est caractérisée par son profil de rectitude et de justesse qui constitue l'étalon pour la mesure. Lors des mesures, afin d'éliminer le profil de rectitude, il est judicieux de procéder à deux mesures entre lesquelles la barre est retournée, de sorte que la comparaison des deux résultats de mesure permette d'isoler la rectitude de l'axe cinématique étalonné et la rectitude propre de la barre. Pour les justesses, la barre à trous est nécessairement étalonnée. En effet, des comparaisons de justesses à différents endroits du volume de la MMT (afin d'identifier le tangage et le lacet des axes) ne requièrent qu'une stabilité géométrique de l'étalon entre les différentes mesures. Ceci est concrètement assuré par la stabilité thermique de l'enceinte de mesure. Par contre, déterminer la justesse des axes impose de connaître le profil de justesse propre de la barre pour l'éliminer lors de la mesure.

La barre peut être posée à plat ou sur sa tranche, en deux positions qui peuvent être décalées dans la direction horizontale ou verticale. Pour le premier axe d'une MMT, on peut donc considérer quatre mesures différentielles. L'exemple de la première configuration est donné ci-dessous, les autres sont décrites dans l'annexe 3.

Première configuration : Les deux positions sont décalées d'une distance d_h suivant l'horizontale et la barre à trous est posée sur la tranche (figure 21).



Figure 21 – Décalage horizontal de la barre à trous posée sur la tranche.

A l'aide de ces posages, on obtient :

- 2 fois la justesse de l'axe,
- Le lacet par comparaison des justesses,
- Le roulis à une pente près par comparaison des rectitudes verticales droite et gauche.

Cette façon de procéder suppose de pouvoir obtenir les décalages horizontaux et verticaux par modification de la configuration des axes de la MMT. Or dans le cas du traitement des deuxième et troisième axes de la MMT (respectivement le portique et le coulisseau), ces décalages ne peuvent pas être obtenus uniquement par la modification de la configuration des axes de la MMT. Ils sont alors créés par modification de l'offset du palpeur.

Lors du traitement du deuxième axe, créer un décalage suivant la direction horizontale par déplacement du premier axe de la cinématique machine ne permet pas d'observer les effets des rotations du deuxième axe. Ceci est dû au fait que le premier axe est en amont du deuxième. Par contre, obtenir un décalage suivant la direction verticale par déplacement du troisième axe de la cinématique machine est faisable car il est en aval du deuxième axe. Pour obtenir le décalage horizontal, on a donc recours à un palpeur orienté dans la direction du premier axe. Le bras de levier créé (voir figure 22) permet alors de mettre en évidence le lacet du deuxième axe.



Figure 22 – Orientation de la tête de mesure afin d'identifier le lacet du deuxième axe.

Dans le cas du dernier axe de la cinématique machine, il faut encore avoir recours aux rotations de la tête de mesure de la MMT pour mettre en évidence les rotations. Le palpeur est orienté dans la direction du premier axe (figure 23(a)) puis dans la direction du deuxième axe (figure 23(b)) pour palper les alésages de la barre à trous qui est positionnée verticalement.



(a) Orientation du palpeur dans la direction du 1^{ier} axe de la MMT.

(b) Orientation du palpeur dans la direction du $2^{i \grave{e}me}$ axe de la MMT.

Figure 23 – Mise en place parallèlement au troisième axe de la barre à trous et orientations du palpeur pour la détermination des défauts cinématiques du coulisseau de la MMT.

La procédure illustrée sur la figure 23 permet d'obtenir 6 équations pour chaque abscisse du coulisseau. La résolution de ces équations est très proche de celle opérée pour l'identification des six défauts du coulisseau par des mesures directes (voir paragraphe 3.1.2 et annexe 1). Elle fait appel aux valeurs des roulis des premier et deuxième axe, il faut donc déterminer leurs pentes.

A l'issue de l'identification des 18 défauts cinématiques des axes, il faut identifier les orthogonalités de la machine. Cette étape permet aussi de définir la pente des profils de roulis pour le premier et le deuxième axe. De plus, ces deux profils de roulis interviennent dans la détermination des défauts cinématiques du coulisseau comme c'était le cas lors d'un étalonnage à l'aide de moyens conventionnels (voir annexe 1). La méthode d'identification des orthogonalités est similaire à celle développée au paragraphe 3.1.2. La barre à trous étant étalonnée en justesse, nous pouvons donc l'utiliser comme une cale étalon en la plaçant à $\pm 45^{\circ}$ dans les plans de travail de la MMT. Les valeurs d'orthogonalité sont calculées à l'aide de la formulation 1.14. De plus, des mesures d'orthogonalités dans plusieurs plans (voir figure 24) permettent d'identifier les pentes des profils de roulis. Le détail de cette méthode est proposée dans l'annexe 3.



(a) Mesure du défaut d'orthogonalité *ywx* dans les faces inférieure et supérieure du cube.



(b) Mesure du défaut d'orthogonalité *xwz* dans les faces gauche et droite du cube.

Figure 24 – Positionnement de la barre à trous dans l'espace de mesure de la MMT pour évaluer les pentes des roulis *xrx* et *yry* ainsi que les défauts d'orthogonalité *ywx* et *zwx*.

Plaques à trous ou à sphères

Les plaques à trous ont une conception proche de celle des barres à trous. La fabrication fait appel à une plaque en acier ou en Zerodur (le recours au Zerodur est plus rare en raison des coûts de fabrication plus élevés).



(a) Plaque à trous en Zerodur [Trapet,1991].



(b) Mesure d'une plaque d'acier dans laquelle sont logées des billes en céramique [Knapp,2005].

Figure 25 – Différentes conceptions de plaques à billes ou à trous.

Le palpage des alésages calibrés de la plaque donne lieu à une identification des défauts cinématiques axe par axe d'une façon proche de la méthode de la barre à trous, comme l'a présenté [Kunzmann,1990] (voir figure 26). Les mesures différentielles de rectitudes et de justesses nécessaires à l'identification des rotations sont obtenues par des orientations différentes du stylet de mesure.



Figure 26 – Positions de la plaque à trous et orientation du styler pour l'étalonnage d'une MMT selon le modèle des 21 défauts [Kunzmann,1990].

Les plaques à billes sont réalisées en acier et les sphères sont en céramique (voir figure 25). Le palpage de sphères donne lieu à une résolution globale d'un système d'équations qui donne le vecteur défaut volumique en chaque point du volume utile de la MMT en fonction des valeurs des défauts cinématiques, comme l'a présenté [Bringmann,2005]. Un modèle linéaire (celui des 21 défauts dans le cas d'une machine à trois axes cartésien) est requis pour cette identification.

3.2.2 Synthèse sur les méthodes conventionnelles

Comme nous venons de le voir, les méthodes conventionnelles permettent d'identifier les défauts cinématiques des machines cartésiennes à 3-axes (et plus particulièrement les MMT) axe par axe. Que ce soit par méthode directe ou avec l'utilisation d'artefacts, ces méthodes nécessitent une mise en oeuvre rigoureuse, parfois séquentielle, et souvent très longue voire fastidieuse (de l'ordre de 2 à 3 jours pour un

espace de travail de 1 m^3 environ). Les incertitudes associées à ces méthodes sont rarement évoquées. Par ailleurs, elles restent entièrement dédiées aux machines à chaînes de solides.

4 Méthodes d'étalonnage par multilateration

La multilatération consiste à déterminer les coordonnées d'un point de l'espace à partir des distances qui le séparent de N points dont les coordonnées sont connues (figure 27).



Figure 27 – Principe de la multilatération.

Partant de ce principe, il est ainsi facile d'établir le défaut volumique en tout point par comparaison des coordonnées obtenues par la machine aux coordonnées obtenues par mulilatération qui constituent la référence. La multilatération est ainsi utilisée pour les méthodes d'étalonnage des espaces de travail soit par l'utilisation de ball-bar soit plus récemment par l'utilisation de Laser Tracer.

4.1 Multilateration à l'aide d'un ball-bar

Des équipes ont proposé des méthodes d'identification des défauts cinématiques par mesures de longueurs dans le volumes de travail de la machine à l'aide d'un ball-bar [Florussen,2001], [Zargarbashi,2006]. Le socle (première sphère) du ball-bar est posé sur le marbre de la MMT ou la table de la MOCN, et son extrémité (seconde sphère) est fixée au point terminal de la chaîne cinématique de la machine (voir figure 28). Pour ce type d'étalonnage, une modélisation particulière des défauts cinématiques est adoptée et une résolution globale est opérée.



Figure 28 – Etalonnage d'une MOCN à l'aide d'un ball-bar. Une extrémité est solidaire de la table tandis que l'autre est solidaire de la broche.

Modélisation des défauts cinématiques

Les travaux de [Florussen,2001] s'appuient sur le modèle cinématique de la machine étalonnée. Dans le cas d'une machine à 3-axes cartésiens, c'est donc le modèle des 21 défauts qui est retenu. Dans ces travaux, le défaut d'orientation au point terminal de la cinématique de la machine n'est pas pris en compte. Cette simplification est forte dans le sens où elle ne permet pas de compenser les défauts volumiques qui apparaissent lors de l'utilisation d'un stylet en étoile à cause des bras de levier entre le point de référence de l'axe du coulisseau et le centre de la bille qui réalise le palpage.

Les défauts cinématiques sont représentés par des polynômes. Cette représentation est détaillée dans le paragraphe 2.2.4. Ces polynômes sont de degré 1 à 3 en fonction du défaut cinématique considéré. Par exemple, les rectitudes sont représentées par des paraboles, les orthogonalités étant quant à elles considérées comme des valeurs constantes. De plus, les travaux proposent également d'avoir recours aux polynômes de Legendre et aux séries de Fourier afin de représenter les défauts cinématiques, sans toutefois développer les calculs.

Les défauts volumiques (notés $\xi(u)$ où u est le vecteur coordonnées du point considéré dans l'espace de travail de la machine) sont écrits sous la forme matricielle linéaire 1.15 qui fait apparaître d'une part la configuration de la machine (matrice notée H(u)) et les coefficients des polynômes (vecteur β) qui traduisent les défauts cinématiques :

$$\xi(u) = H(u) \cdot \beta \tag{1.15}$$

Formulation linéaire liant les défauts volumiques aux résultats de mesure

Lors de la mesure des différents points du volume par le ball-bar, l'extrémité de l'appareil liée au socle est positionnée de manière approximative. Dès lors, un vecteur γ traduisant l'écart entre la position approximée et la position réelle doit être considéré, et devient une inconnue au même titre que les défauts volumiques de la machine. Ce vecteur γ est défini pour chaque position numérotée de 1 à 5 sur la figure 29.

Déroulement de la mesure

La mesure est réalisée sur des portions de sphères réparties dans le volume de la machine étalonnée. Les sphères ont logiquement pour rayon moyen la longueur nominale du ball-bar et elles sont réparties dans tout le volume (voir figure 29).



Figure 29 – Positionnement du socle du ball-bar et trajectoires sphériques du point terminal de la cinématique dans l'espace de travail de la machine [Florussen,2001].

Afin d'identifier toutes les rotations de la cinématique, des décalages de la sphère liée à la broche par rapport à la direction de la broche sont opérés. Il permettent d'amplifier le défaut volumique local d'une valeur qui correspond aux petites rotations multipliées par la longueur du bras de levier.

Lors de ce type d'étalonnage, la donnée de mesure qui permet d'identifier les défauts de la machine est la variation de longueur mesurée par le ball-bar autour d'une valeur nominale. Le ball-bar permet une mesure dans une unique direction; cette donnée est donc la projection du défaut de la machine sur la direction du ball-bar ainsi que celle du défaut de positionnement du socle du ball-bar sur la table (ou le marbre) de la machine étalonnée. Ce qui se traduit par l'équation 1.16

$$\Delta r(u) = n^{T}(u) \cdot \xi(u) - n^{T}(u) \cdot \gamma$$
(1.16)

Où $\Delta r(u)$ est la variation de longueur par rapport à la longueur nominale au point de coordonnée u, $n^{T}(u)$ est le vecteur directeur du ball-bar, $\xi(u)$ est le vecteur défaut volumique et γ est le vecteur qui traduit le défaut de positionnement du socle du ball-bar.

A partir de cette équation, une formulation globale peut être établie qui donne l'ensemble des défauts cinématiques et des défauts de positionnement du socle (classés dans le vecteur noté β) en fonction des écarts mesurés Δr classés dans un vecteur y (équation 1.17). Cette formulation est résolue aux moindres carrés.

$$\beta = (X^T X)^{-1} \cdot X^T \cdot y \tag{1.17}$$

En pratique, ces travaux se sont heurtés à des problèmes de convergence lors de la résolution du système 1.17 à cause des corrélations entre les défauts cinématiques de rectitudes et ceux de rotations

(voir paragraphe 2.2.3).

Ainsi, des simplifications très fortes du modèle cinématique doivent être effectuées. En particulier les rectitudes ne sont pas prises en compte car leur influence globale est moindre que celles des rotations qui sont amplifiées par les bras de levier obtenus lors des changements de configuration de la machine (éloignement du point terminal par rapport aux guidages donc effet d'Abbe plus important).

Il apparaît donc que cette approche ne peut aborder qu'une inspection régulière des machines sans toutefois pouvoir donner accès aux profils des défauts cinématiques le long des axes. Elle se limite à l'observation des évolutions des défauts cinématiques dans le temps et propose une correction additionnelle par des pentes ou des paraboles sur les profils existants déterminés à l'aide de moyens conventionnels.

4.2 Multilateration par laser trackers ou Laser Tracer

Des méthodes d'étalonnage des MMT par la mesure parallèle de la position du point terminal de la cinématique machine par des laser trackers ont été proposées. Parmi elles, nous pouvons citer les travaux de [Peggs&al,2000], [Aguado,2012] et [Wendt&al,2012]. Les travaux de [Umetsu,2005] donnent une vision globale de ce type d'approche pour l'étalonnage des MMT.

A l'instar de la proposition de méthode développée par [Florussen,2001], ce type d'étalonnage utilise uniquement des longueurs pour l'étalonnage. En l'occurrence, il s'agit dans ce cas de longueurs interférométriques délivrées par un laser tracker. Ces longueurs sont possiblement absolues mais seul leur variation par rapport à une valeur initiale est utilisée.

Fonctionnement du laser tracker

Le laser tracker a été élaboré sur le principe illustré sur la figure 30. Un interféromètre laser est installé sur une tête qui pivote autour de deux axes (azimut et élévation). Les mesures prennent en compte la distance renvoyée par l'interféromètre et les valeurs des angles indiquées par les codeurs angulaires des deux axes de rotation. La qualité de la mesure est dépendante de la précision mécanique du système. En effet, il est d'une part nécessaire que le laser soit aligné avec le centre de rotation de la tête. D'autre part, il faut que les deux axes de rotation soient sécants et orthogonaux entre eux.



Figure 30 - Technologie du laser tracker

Les incertitudes δd sur la longueur d renvoyée par l'interféromètre et δA et δB sur la configuration angulaire de l'appareil ont un impact suivant la direction du laser et sur les directions orthogonales au laser comme illustré sur la figure 31.



Figure 31 – Incertitude de mesure du laser tracker

Cependant, une part d'erreur est due aux défauts de la mécanique des laser trackers : l'alignement du laser avec le centre de rotation et l'orthogonalité des axes est entachée d'erreurs égales à la qualité de fabrication et d'assemblage des composants.

Modélisation des défauts cinématiques par des B-Splines.

Les travaux de [Umetsu,2005] s'appuient sur une modélisation des défauts cinématiques par des B-Spline. Cette modélisation est aussi utilisée par [Schwenke&al,2007] pour l'interpolation des défauts cinématiques entre les points de mesure et leur extrapolation en dehors du volume de mesure de la MMT. Elle permet une grande liberté pour les profils des défauts cinématiques. Elle est plus fidèle à la réalité que la modélisation polynomiale globale (dont le degré ne dépasse pas 3 en pratique pour éviter des oscillations trop fortes) mais requiert en contre partie plus de coefficients donc plus d'inconnues à déterminer lors de l'étalonnage. Identifier les défauts cinématiques de la machine revient donc à identifier les points de contrôle des courbes B-Spline représentant chacun des 18 défauts cinématiques, avec un paramétrage uniforme, proportionnel ou centripète de la séquence nodale. La donnée disponible pour la résolution est la position des points mesurés dans le volume par multilateration, dans un repère propre à l'ensemble des laser trackers. Cette position mesurée dévie de la position nominale d'un vecteur défaut volumique qui résulte de la propagation des 21 défauts de la machine.

Formulation linéaire liant les défauts volumiques aux résultats de mesure

La multilateration est employée dans ces travaux pour déterminer les positions étalonnées des points mesurés dans un repère construit sur les positions des laser trackers (voir figure 32).



Figure 32 – Réalisation de la multilateration à l'aide de 4 laser trackers. Les coordonnées des points sont obtenues dans le repère construit sur les trois positions LT_1 , LT_2 et LT_3 [Umetsu,2005].

Par conséquent, il faut connaître les positions relatives des lasers trackers pour réaliser l'étalonnage dans ce repère. Ces positions relatives inconnues sont intégrées à la formulation globale de l'étalonnage, comme c'est le cas lors de l'étalonnage d'une MOCN par un double ball-bar ([Florussen,2002]) pour lequel il faut intégrer un vecteur γ qui permet l'obtention des positions étalonnées du socle. De plus, ce repère étant différent de celui de la machine étalonnée, la modélisation intègre aussi une matrice de rotation et un vecteur de translation entre ces repères. Ces deux termes sont optimisés lors de la résolution en même temps que les défauts cinématiques et les positions des trackers sont évalués. Leur valeur initiale approchée (requise car la résolution itérative) est obtenue à l'aide des coordonnées indiquées par la machine.

Positionnement optimal des lasers trackers

La réduction des incertitudes d'étalonnage de la machine requiert un positionnement particulier des trackers. [Zhang&al,2003] ont proposé un ensemble de positions des trackers (au nombre de quatre) basé sur le calcul des incertitudes lors de l'étalonnage du système mesurant constitué des quatre trackers. Cette méthode s'appuie sur les travaux réalisés pour la sélection des satellites décrits dans [Kihara&al,1984] pour le positionnement GPS. Dans les travaux présentés dans [Umetsu,2005], la disposition est celle proposée sur la figure 33.



Figure 33 – Positionnement optimal des 4 laser trackers d'après les travaux présentés par [Umetsu,2005].

Une disposition optimale des trackers au sens mathématique doit cependant prendre en compte les difficultés pratiques de mise en oeuvre. En effet, sur le schéma de la figure 33, le tracker LT3 est très élevé. Cette position doit être réalisée avec un support dont la rigidité est importante pour ne pas avoir de problème de stabilité lors de la mesure. De plus, ce support doit avoir une hauteur importante (de l'ordre de la diagonale du volume de mesure de la MMT) donc un encombrement non négligeable.

Multilateration par 4 lasers tracers sans utilisation du modèle cinématique de la machine

Certains travaux récents sont basés sur l'utilisation du Laser Tracer. Celui-ci a été conçu sur le même principe que le laser tracker mais le centre optique est réalisé ici par une pièce unique qui est la sphère réflectrice sur un pilier d' $Invar^{(R)}$, celle-ci possédant un défaut de forme inférieur à 50 nm.



Figure 34 – Laser Tracer en cours de mesure

La figure 35 résume la façon dont le Laser Tracer et son réflecteur (4) sont construits. A l'instar des lasers tracker, le Laser Tracer est constitué d'un interféromètre laser (3) en rotation autour de deux axes, élévation et azimuth. Ces rotations sont pilotées par deux moteurs électriques (1) équipés de codeurs angulaires. Afin de réaliser un centre de rotation optique isolé des composants mécaniques, la sphère réflectrice (2) est fixée à l'extrémité d'un pilier en $Invar^{(\mathbb{R})}$ (5) directement lié au socle du Laser Tracer. L'asservissement des deux axes permet la poursuite du réflecteur lorsqu'il parcourt sa trajectoire dans le

volume de travail. Ce réflecteur est fixé à la place du palpeur lorsqu'il s'agit de qualifier une MMT, et de l'outil lorsqu'une MOCN et traitée. Il est constitué d'un œil de chat qui renvoie le rayon laser émis par le boîtier interféromètre.



(a) Eléments constituants du Laser Tracer



(b) Sphère réflectrice matérialisant le centre optique

Figure 35 - technologie du Laser Tracer

Les travaux présentés par [Wendt&al,2012] proposent de réaliser des mesures par multilateration à l'aide de quatre Laser Tracer visant simultanément un réflecteur placé à l'extrémité de la chaîne cinématique de la MMT.



Figure 36 - Multilateration par 4 Laser Tracer qui visent simultanément le réflecteur déplacé par la MMT [Wendt&al,2012].

Ceci permet l'obtention de deux jeux de données lors de la mesure d'une pièce : celui délivré par la machine et celui issu de la multilateration. L'auteur précise qu'il faut réaliser la mesure deux fois. La première avec la MMT et avec la pièce et la seconde avec la MMT et simultanément les quatre Laser Tracer mais cette fois-ci sans la pièce afin d'éviter les ruptures des faisceaux lumineux. Cette technique permet l'étalonnage d'une MMT car les coordonnées de l'ensemble des points atteints par la MMT peut être comparé aux coordonnées de ces points indiquées par les quatre Laser Tracer (à une translation et une rotation de repère près). La performance de cette méthode est assurée par l'utilisation simultanée de

quatre Laser Tracer. Elle a pu être vérifiée dans ces travaux par comparaison à des moyens conventionnels d'étalonnage. La mesure de segments de droites dans l'espace de travail de la MMT permet de mettre en évidence la justesse de mesure de ce système (voir figure 37) quasiment égale à celle de l'interféromètre qui équipe le Laser Tracer.



Figure 37 – Mesure de longueurs dans le volume [Wendt&al,2003]. Le cinquième Laser Tracer (ici sur la gauche) ne fonctionne pas en poursuite, il n'est utilisé qu'en tant qu'interféromètre (pas de modification de l'élévation ni de l'azimut lors des mouvements de la MMT.)

Cette méthode est certes performante, mais elle implique d'avoir à disposition 4 Laser Tracer. Ils ne peuvent pas être remplacés par des laser trackers conventionnels dont l'incertitude de mesure est plus grande, en particulier à cause de l'incertitude sur la position du centre de rotation de la tête. Des études ont ainsi été menées pour n'avoir recours qu'à un seul appareil.

4.3 Multilateration par un unique Laser Tracer

Les travaux du NPL et du PTB détaillés dans [Schneider,2004], [Schwenke&al,2005] et [Schwenke&al,2009] sont relatifs à la multilateration à l'aide d'un unique Laser Tracer et sont basés sur les travaux précédents de ces laboratoires (voir [Peggs&al,2000] et [Wendt&al,2003]). Toutes ces méthodes s'appuient sur un modèle cinématique de la machine (modèle des 21 défauts cinématiques dans le cas d'une machine à trois axes cartésiens). La formulation globale est proche de celle élaborée dans les travaux de [Umetsu,2005]. En plus des positions des Laser Tracer, les bras-morts des interféromètres doivent être calculés puisque l'appareil ne délivre que des longueurs interférométriques relatives à un zéro fait au moment où le réflecteur est détecté. Les positions étalonnées des Laser Tracer sont elles aussi des inconnues qui sont obtenues lors de la résolution globale.

Ces méthodes sont robustes ([Linares,2014]) et donne plus rapidement des résultats que les moyens conventionnels tels que la plaque à trous ([Schwenke&al,2005]). Cependant, il s'agit d'une résolution globale du problème qui n'indique pas quels sont distinctement les effets de chacune des sources d'incertitude sur les incertitudes finales sur les profils des défauts cinématiques. D'autre part, certains points restent flous, comme la façon dont les sources d'incertitude sont prises en compte dans les algorithmes de résolution.

5 Synthèse et positionnement des travaux

La multilateration dédiée à l'étalonnage des moyens de mesure est performante. Des moyens techniques développés dans la dernière décennie (Laser Tracer dont la « position »est le centre de rotation d'une sphère réflectrice dont le défaut de forme est inférieur à 50 nm) permettent de la réaliser avec des incertitudes d'étalonnage faibles et avec une excellente reproductibilité de l'étalonnage ([Linares,2014]). Cependant, les méthodes actuelles ne fonctionnent qu'en résolution globale pour laquelle tous les défauts cinématiques sont obtenus en même temps que les positions et bras-morts des Laser Tracer sont calculés ([Schwenke&al,2005]). De plus, les études réalisées ne précisent pas quel est le poids de chacune des sources d'incertitudes sur le résultat final pour chacun des défauts cinématiques.

Ainsi, l'objectif de ces travaux de thèse porte sur la maîtrise des techniques d'étalonnage par multilatération, dans le cas particulier où les mesures sont effectuées par un seul Laser Tracer dont les positionnements successifs sont inconnus dans le volume de travail de l'équipement à caractériser. L'utilisation d'un laser tracer unique permet de limiter les contraintes de coûts et la durée d'intervention.

Dans le chapitre 2, nous proposons une méthode d'étalonnage par multilateration utilisant un unique tracer composée de deux étapes majeures plus particulièrement adaptée aux machines cartésiennes 3-axes. La première étape consiste en la construction d'un Système Mesurant de Référence (SMR) qui définit l'étalon de référence et qui est construit à partir des positions successives du Laser Tracer. L'originalité ici est que le SMR est construit indépendamment de la cinématique de la machine. La seconde étape est l'extraction des défauts paramétriques des axes de la machine. S'inspirant des méthodes conventionnelles, la procédure d'extraction des 21 défauts s'appuie sur la mesure de points selon des trajectoires particulières, les coordonnées des points étant obtenues par multilatération dans le SMR. Notre approche, d'abord validée à l'aide d'une machine virtuelle (dont les 21 défauts sont connus), a été appliquée sur une MMT chez un industriel en conditions de laboratoire. Le protocole Trac-Cal, qui est proposé par le logiciel associé au Laser Tracer utilisé, a été appliqué à la même machine pour procéder à une comparaison avec nos résultats. Notons que notre approche qui découple la construction du SMR, soit l'identification des positions du laser tracer, de l'identification des défauts cinématiques se démarque des approches plus globales proposées dans la littérature.

Dans le chapitre 3, nous proposons d'associer une incertitude de mesure aux défauts identifiés. Le bilan d'incertitudes associé à notre méthode de d'étalonnage est ainsi établi sur la base d'une recherche des facteurs d'incertitude. Nous mettons en avant différentes sources d'incertitude majeures dont certaines ne sont pas prises en compte dans la littérature. En effet, classiquement seules les incertitudes associées au Laser Tracer sont considérées. Dans notre approche, nous considérons les sources d'incertitude dites *matérielles*, plus particulièrement associées à l'utilisation du Laser Tracer et aux erreurs de repositionnement de la machine. L'utilisation d'un unique Laser Tracer (au lieu de plusieurs) apparait être une limite. Enfin, la méthode de résolution utilisée est également source d'incertitude. Pour chacune des limites identifiées, nous proposons un modèle permettant de calculer l'incertitude associée. Un module d'étalonnage virtuel est ensuite développé. Partant d'un volume de travail 3D présentant des défauts volumiques, le module simule l'étalonnage 3D en intégrant les incertitudes précédemment définies par simulation Monte-Carlo. Il est ainsi possible d'évaluer l'influence de chacun des facteurs d'incertitude sur la procédure associée. Le module de simulation développé s'avère un outil performant pour l'évaluation des incertitudes associées aux méthodes d'étalonnage par mulitlatération. Il est ainsi possible de valider a priori la pertinence de la méthode mise en oeuvre en regard d'une incertitude attendue.

Le chapitre 4 est quant à lui dédié aux extensions possibles de l'approche développée pour des espaces de travail variés. Nous proposons de traiter le cas d'espaces de travail associés à des systèmes de mesure optiques. Ce dernier cas est intéressant car il montre la pertinence de la méthode pour des espaces de travail sans cinématique machine. La construction du SMR facilite grandement l'obtention des défauts volumiques associés à l'espace de travail du système optique. La méthode de simulation des incertitudes associées à la procédure d'étalonnage développée au chapitre précédent peut être simplement mise en œuvre. Il suffit d'y inclure les sources d'incertitude potentielles liées à la procédure d'étalonnage définie.

Enfin, nos travaux se terminent par quelques éléments de conclusions et perspectives.

Chapitre



Etalonnage par multilatération à partir d'un Système Mesurant de Référence (SMR)

1 Introduction

La multilatération permet d'obtenir les coordonnées d'un point de l'espace à partir de distances étalonnées qui le séparent de bases dont les positions sont connues. En pratique dans cette étude, les bases en question sont des Laser Tracer, et les distances étalonnées sont les longueurs interférométriques fournies par chaque Laser Tracer à une constante près nommée bras-mort.

Nous proposons dans ce chapitre la mise en place d'une méthode d'étalonnage d'un espace de travail 3D par multilatération basée sur la définition d'un Système Mesurant de Référence (SMR). Dans l'approche proposée, le SMR définit l'étalon de référence et il est construit à partir des positions du Laser Tracer dans l'espace de travail.

La première partie du chapitre est ainsi consacrée à une mise en contexte du problème. Dans la deuxième partie, nous montrons la nécessité de calculer les composantes du SMR en s'affranchissant des coordonnées restituées par le système de mesure dont on étalonne l'espace de travail. En effet, celles-ci sont entachées des erreurs de la machine et peuvent conduire à des résultats erronés. Dans la troisième partie, nous mettons en place le calcul du SMR à partir d'une mesure réalisée simultanément par quatre lasers tracers. Nous considérons dans la quatrième partie, le cas pratique où la multilatération est effectuée à l'aide d'un unique laser tracer que l'on positionne successivement en différents points de l'espace. L'utilisation d'une seul Laser Tracer est rendue nécessaire par le fait que peu de laboratoires ou entreprises ont les moyens d'acquérir plusieurs lasers tracers d'un coût unitaire élevé (>100K euros). Nous explicitons alors les problématiques propres à cette méthode qui nécessite un repositionnement de la machine et une ré-orientation du réflecteur entre chaque série de mesures. Enfin dans une cinquième partie, nous proposons une procédure d'étalonnage permettant d'obtenir les 21 défauts d'une MMT à l'aide du SMR. Pour cela, les étapes successives de la procédure sont décrites ainsi que la manière d'extraire les défauts des axes à partir des résultats de mesure des Laser Tracer. Cette procédure s'inspire grandement des méthodes convientionnelles d'évaluations des défauts cinématiques des machines à mesurer 3 axes. La procédure est mise en oeuvre sur une MMT et les résultats sont comparés à ceux obtenus à l'aide du logiciel dédié au laser tracer.

2 Mise en contexte du problème

L'objectif de l'étalonnage est d'obtenir le défaut volumique en tout point de l'espace de travail. Le défaut volumique, parfois appelé également erreur volumique, est défini comme la différence entre les coordonnées indiquées par le moyen de mesure et celles indiquées par la référence. Dans le cadre de notre approche, l'étalon de référence est le Système Mesurant de Référence (SMR) construit sur les positions des Laser Tracer. La figure 38 illustre la superposition du moyen de mesure et du SMR dans les cas d'une MMT à coordonnées et d'un capteur optique 3D.



Figure 38 – Superposition du SMR au moyen de mesure qu'on souhaite étalonner.

L'espace de travail discrétisé est un ensemble de points dont l'agencement est nominalement parfait. C'est par exemple une grille de points dans le cas d'une MMT. Le défaut volumique en chaque point conduit à une déformation de la grille de points (voir figure 39).



Figure 39 – Déformation de la grille de points par les écarts volumiques du moyen de mesure.

Le problème posé consiste donc à déterminer les déformations locales de la grille. Il est important de noter que le défaut volumique mesuré en chaque point est déterminée à un déplacement de solide près. Nous traiterons plus particulièrement dans ce chapitre le cas d'une MMT à 3-axes cartésiens.

On considère la situation pour laquelle un Laser Tracer est installé dans l'espace de travail et le centre de sa sphère réflectrice occupe la position notée $LT_j(x_{0,j}, y_{0,j}, z_{0,j})$. Le réflecteur est fixé à la place du palpeur de la MMT. Pour chaque position LT_j du Laser Tracer, on mesure un ensemble de points P_i qui sont des positions atteintes par la MMT. Chaque point P_i est caractérisé par deux jeux de coordonnées : les coordonnées $(x_{i,règles}, y_{i,règles}, z_{i,règles})$, indiquées par les règles de la MMT, et les coordonnées (x_i, y_i, z_i) traduisant la position du point P_i dans le repère du SMR. Les positions $LT_j(x_{0,j}, y_{0,j}, z_{0,j})$ du Laser Tracer et ainsi que les bras-mort associés $d_{0,j}$ sont dans un premier temps inconnues. Lors de la manipulation, l'opérateur dispose d'une estimation du bras-mort $d_{0,j}$ à quelques centimètres près pour la composensation thermique de l'interféromètre. L'étalon de mesure est la distance relative $d_{i,j}$ délivrée par l'interféromètre du Laser Tracer (voir figure 40).



Figure 40 – Inconnues et données du problème.

L'objectif de l'étalonnage consiste donc à déterminer la différence entre les coordonnées $x_{i,règles}$, $y_{i,règles}$, $z_{i,règles}$ indiquées par la machine et les coordonnées x_i , y_i , z_i données dans le SMR pour le point P_i . Il faut donc déterminer les coordonnées $(x_{0,j}, y_{0,j}, z_{0,j}, d_{0,j})$ du Laser Tracer pour chaque posage LT_j avant de calculer les coordonnées des points P_i atteints par le réflecteur dans l'espace de travail. Pour cela, on dispose des coordonnées indiquées par la machine et des longueurs étalon $d_{i,j}$ indiquées par le Laser Tracer. Nous allons montrer dans le paragraphe 3 que seule la donnée des longueurs interférométriques est utilisable pour résoudre le problème.

3 Nécessité de s'affranchir de la cinématique de la machine

L'approche la plus simple pour obtenir le Système Mesurant de Référence semble être le recours aux coordonnées $x_{ij,règles}$, $y_{ij,règles}$ et $z_{ij,règles}$ indiquées par la machine dont on souhaite étalonner le volume. Cette section illustre que cette démarche est peu pertinente car, d'une part, elle est intrinsèquement liée à la cinématique de la machine et, d'autre part, elle ne permet pas un calcul rigoureux des incertitudes au terme de l'étalonnage.

Considérons une position du Laser Tracer notée LT_j . Pour cette position, le réflecteur décrit une trajectoire dans le volume de travail définie par les points P_i dont les coordonnées sont celles indiquées par les règles de la machine lors de la mesure. Les inconnues à déterminer pour ce posage LT_j sont les coordonnées du Laser Tracer notées $x_{0,j}, y_{0,j}, z_{0,j}$ et $d_{0,j}$, connaissant les valeurs relevées sur les règles $x_{ij,règles}$, $y_{ij,règles}$ et $z_{ij,règles}$ et les longueurs interférométriques associées $d_{i,j}$.

Pour chacun des points, il est possible d'établir l'équation suivante :

$$\|\overrightarrow{LT_{j}P_{i}}\| = d_{0,j} + d_{i,j} \quad \forall i, j$$

$$\Leftrightarrow (x_{i,j \ r \`{e}gles} - x_{0,j})^{2} + (y_{i,j \ r \`{e}gles} - y_{0,j})^{2} + (z_{i,j \ r \`{e}gles} - z_{0,j})^{2} = (d_{0,j} + d_{i,j})^{2}$$
(2.1)

Pour chacun des m posages LT_j , nous supposons que N_j points sont mesurés. Afin d'alléger les équations, les simplifications d'écriture suivantes sont adoptées dans ce paragraphe :

 $\begin{array}{l} - x_{i,j \ r \`{e}gles}, y_{,ij \ r \`{e}gles}, z_{i,j \ r \`{e}gles} \ \text{et} \ d_{i,j} \rightarrow x_{ir}, y_{ir}, z_{ir} \ \text{et} \ d_i \\ - x_{0j}, y_{0j}, z_{0j} \ \text{et} \ d_{0j} \rightarrow x_0, y_0, z_0 \ \text{et} \ d_0 \\ - N_j \rightarrow N \end{array}$

Afin de se ramener à un système d'équations linéaires, la première équation est soustraite à toutes les autres, ce qui conduit au système suivant :

$$\begin{cases} 0 = 0 \\ \dots \\ x_{ir}^2 - x_{1r}^2 - 2.(x_{ir} - x_{1r}).x_0 + y_{ir}^2 - y_{1r}^2 - 2.(y_{ir} - y_{1r}).y_0 + z_{ir}^2 - z_{1r}^2 - 2.(z_{ir} - z_{1r}).z_0 \\ = d_i^2 - d_1^2 + 2.(d_i - d_1).d_0 \\ \dots \\ x_{Nr}^2 - x_{r1}^2 - 2.(x_{Nr} - x_{1r}).x_0 + y_{Nr}^2 - y_{1r}^2 - 2.(y_{Nr} - y_{1r}).y_0 + z_{Nr}^2 - z_{1r}^2 - 2.(z_{Nr} - z_{1r}).z_0 \\ = d_N^2 - d_1^2 + 2.(d_N - d_1).d_0 \end{cases}$$

$$(2.2)$$

En posant :

$$\forall i \in [2, N], \quad 2 \cdot K_{i-1} = (x_{ir}^2 - x_{1r}^2) + (y_{ir}^2 - y_{1r}^2) + (z_{ir}^2 - z_{1r}^2) - (d_i^2 - d_1^2)$$
(2.3)

Il vient :

$$K_{i-1} = (x_{ir} - x_{1r}) \cdot x_0 + (y_{ir} - y_{1r}) \cdot y_0 + (z_{ir} - z_{1r}) \cdot z_0 + (d_i - d_1) \cdot d_0$$
(2.4)

En notant r_i le résidu pour chaque équation, on obtient alors :

$$\begin{array}{l}
0 = 0 \\
\dots \\
K_{i-1} - (x_{ir} - x_{1r}) \cdot x_0 + (y_{ir} - y_{1r}) \cdot y_0 + (z_{ir} - z_{1r}) \cdot z_0 + (d_i - d_1) \cdot d_0 = r_i \\
\dots \\
K_{N-1} - (x_{Nr} - x_{1r}) \cdot x_0 + (y_{Nr} - y_{1r}) \cdot y_0 + (z_{Nr} - z_{1r}) \cdot z_0 + (d_N - d_1) \cdot d_0 = r_N
\end{array}$$
(2.5)

Ceci conduit à un système de N - 1 équations linéaires à 4 inconnues x_0, y_0, z_0, d_0 . La première équation est utilisée pour passer d'équations quadratiques à des équations linéaires. Ainsi, pour chaque position du Laser Tracer la trajectoire considérée doit comporter un minimum de 5 points pour déterminer les 4 inconnues. En pratique lors d'un étalonnage, on dispose d'un minimum de 20 points. Les équations sont donc surabondantes et la résolution est faite par une méthode des moindres carrés en minimisant la somme des carrés des résidus du système précédemment établi :

$$W = \sum_{i=2}^{N} r_i^2$$

$$W = \sum_{i=2}^{N} [K_{i-1} - ((x_{ir} - x_{1r}) \cdot x_0 + (y_{ir} - y_{1r}) \cdot y_0 + (z_{ir} - z_{1r}) \cdot z_0 + (d_i - d_1) \cdot d_0)]^2$$
(2.6)

Minimiser W revient à écrire :

$$\frac{\partial W}{\partial x_0} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial y_0} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial z_0} = 0, \quad \frac{\partial W}{\partial d_0} = 0$$
(2.7)

Ceci conduit à un système de 4 équations à 4 inconnues qui peut être écrit sous la forme matricielle suivante :

$$V \cdot X = B \tag{2.8}$$

Avec :

$$V = \begin{pmatrix} \sum (x_{ir} - x_{1r})^2 & \sum (x_{ir} - x_{1r}) \cdot (y_{ir} - y_{1r}) & \sum (x_{ir} - x_{1r}) \cdot (z_{ir} - z_{1r}) & \sum (x_{ir} - x_{1r}) \cdot (d_i - d_1) \\ & \sum (y_{ir} - y_{1r})^2 & \sum (y_{ir} - y_{1r}) \cdot (z_{ir} - z_{1r}) & \sum (y_{ir} - y_{1r}) \cdot (d_i - d_1) \\ & \sum (z_{ir} - z_{1r})^2 & \sum (z_{ir} - z_{1r}) \cdot (d_i - d_1) \\ & (symétrie) & \sum (d_i - d_1)^2 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ d_0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} \sum K_{i-1} \cdot (x_{ir} - x_{1r}) \\ \sum K_{i-1} \cdot (y_{ir} - y_{1r}) \\ \sum K_{i-1} \cdot (z_{ir} - z_{1r}) \\ \sum K_{i-1} \cdot (d_i - d_1) \end{pmatrix}$$

La résolution du système linéaire 2.8 permet de déterminer les coordonnées des centres de la sphère réflectrice et les bras-morts associés aux positions des Laser Tracer.

Une fois les coordonnées des positions du Laser Tracer et les bras-morts connues, les coordonnées des points visés sont obtenues par multilateration. S'en suit alors la procédure d'étalonnage qui fournit les erreurs en chaque point.

Cependant, les données d'entrée au calcul précédent sont les coordonnées indiquées par les règles. Ces coordonnées sont elles-mêmes entachées des défauts volumiques de la machine. La position calculée du Laser Tracer et le bras-mort associé à la mesure sont donc affectés d'une erreur. Il y a une incohérence entre les longueurs interférométriques enregistrées et les coordonnées indiquées par la machine. La figure 41 illustre cet effet.



Figure 41 – Erreur sur les positions calculées du Laser Tracer en utilisant les coordonnées indiquées par les règles.

Afin de quantifier l'erreur obtenue sur les positions calculées des lasers tracers par cette méthode, une MMT 3-axes virtuelle a été élaborée. Elle permet la validation des calculs en simulant le comportement d'une machine affectée des 21 défauts. Cette MMT et le positionnement correspondant des Laser Tracer sont illustrés sur la figure 42. Elle présente un espace de travail de $1000mm \times 600mm \times 400mm$ et sa chaîne cinématique est X,Y,Z.

Le volume utile de la machine est discrétisé en cubes de $50mm \times 50mm \times 50mm$, et en chacun des noeuds, un défaut volumique vrai est calculé qui résulte de la propagations des 21 défauts à l'aide du torseur des petits déplacements (cf. chapitre 1 paragraphe 2.2.1, équation 1.8). Les 21 défauts sont choisis arbitrairement. Les défauts de rectitude et de justesse ont une amplitude de $\pm 5\mu m$ et les défauts angulaires ont une amplitude de $\pm 5\mu rd$ de façon à rester dans un cadre réaliste. La description complète de la MMT virtuelle fait l'objet de l'annexe 4.



Figure 42 - Machine virtuelle et posages du Laser Tracer.

Afin d'étalonner le volume utile de cette machine par multilateration, le laser tracer occupe quatre positions LT_A , LT_B , LT_C et LT_D situées à l'extérieur de l'espace de travail de la MMT. La justification de l'emploi de quatre positions pour le laser tracer sera faite ultérieurement. S'agissant d'une simulation, les positions vraies (exactes) du Laser Tracer sont connues dans le référentiel de la MMT et sont définies (en mm) par :

$$LT_A = \begin{pmatrix} -200\\ -200\\ 0 \end{pmatrix} \qquad LT_B = \begin{pmatrix} 1200\\ -200\\ 150 \end{pmatrix} \qquad LT_C = \begin{pmatrix} -200\\ 800\\ 150 \end{pmatrix} \qquad LT_D = \begin{pmatrix} 1200\\ 800\\ 0 \end{pmatrix}$$

La simulation de l'étalonnage de la machine conduit à définir des fichiers de points mesurés dans l'espace de la machine, selon des trajectoires spécifiques (voir paragraphe 6.7) pour chacune des positions du Laser Tracer, les fichiers de points étant exprimés dans le repère de la MMT. Le tableau 2 résume l'allure du fichier obtenu pour une position du laser.

Position LT_j									
P_i	$x_{i,rgles}$	$y_{ij,rgles}$	$z_{ij,rgles}$	$d_{ij,interfero}$					
P_1	$x_{1,rgles}$	$y_{1j,rgles}$	$z_{1j,rgles}$	d_1					
P_2	$x_{2,rgles}$	$y_{2j,rgles}$	$z_{2j,rgles}$	d_2					
P_N	$x_{Nj,rgles}$	$y_{Nj,rgles}$	$z_{Nj,rgles}$	d_{Nj}					

Tableau 1 – Fichier de données pour la simulation de la procédure d'étalonnage

A partir des fichiers simulés, le calcul proposé à l'équation 2.8 est mené, ce qui aboutit aux erreurs entre les quatre positions calculées LT_j du Laser Tracer et les valeurs vraies données (en mm) par :

$$\overrightarrow{LT_A vrai} \overrightarrow{LT_A calcul} = \begin{pmatrix} 0.052\\ -0.094\\ 0.002 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{LT_B vrai} \overrightarrow{LT_B calcul}} = \begin{pmatrix} 0.129\\ -0.083\\ 0.021 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{LT_C vrai} \overrightarrow{LT_C calcul} = \begin{pmatrix} -0.029\\ 0.039\\ 0.030 \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{LT_D vrai} \overrightarrow{LT_D calcul}} = \begin{pmatrix} -0.078\\ -0.105\\ 0.036 \end{pmatrix}$$

En regard du défaut volumique moyen de la machine considérée, l'erreur qui en résulte sur les positions calculées du Laser Tracer est environ dix fois plus importante. Cette erreur sur les positions calculées du Laser Tracer a un impact non négligeable sur le calcul des défauts de la machine. Afin de quantifier cet impact, nous proposons dans une première approche de considérer l'étalonnage d'une MMT virtuelle pour laquelle seul l'axe X présente des défauts. Nous avons reporté les profils arbitraires de défauts cinématiques (*xtx*, *xty*, *xtz*, *xrx*, *xry* et *xrz*) de l'axe X sur la (figure 43). La simulation de l'étalonnage consiste alors à déterminer ces six défauts.

La démarche est alors la suivante. Des fichiers de points mesurés sont défins puis les positions du Laser Tracer sont calculées. Il est possible d'associer un référentiel ou SMR aux quatre posistions comme décrit sur la figure 49. Une procédure d'extraction des défauts d'axe est appliquée, procédure dont le déroulement est indépendant du calcul du SMR et dont la description fait l'objet du paragraphe 6. Les défauts simulés sont alors comparés aux défauts de l'axe. On constate au terme du calcul des six défauts que les profils présentent des allures proches des valeurs vraies, bien que les valeurs soient décalées. La figure 43 illustre par exemple les profils de la rectitude verticale *xtz* et du lacet *xrz* associé à la MMT virtuelle. Les résultats complets associés aux six défauts sont présentés dans l'annexe 5.



Figure 43 - Exemples de profils d'erreurs issus d'un calcul du SMR utilisant les coordonnées indiquées par la MMT.

Les défauts calculés présentant une allure comparable aux défauts choisis arbitrairement dans la définition de la MMT virtuelle, il peut être envisagé de recourir à une approche itérative pour faire correspondre les valeurs calculées avec les valeurs vraies. Les étapes de cette démarche sont les suivantes :

Etape n °**1** : Calcul des positions et bras-morts du Laser Tracer à partir de la formulation de l'équation 2.8 puis construction du SMR.

Etape n °**2** : Multilatération des points mesurés dans le SMR et extraction des six défauts de l'axe X de la MMT à l'aide de la procédure décrite au paragraphe 6.

Etape n °**3** : Correction des coordonnées de la machine à l'aide des six défauts calculés à la deuxième étape. Lors de cette étape, les coordonnées lues sur les règles de la machine sont corrigées à l'aide des composantes des défauts volumiques en chaque point (voir figure 44). Ces défauts volumiques sont obtenus par la propagation des six défauts d'axe dans l'espace de travail par les torseurs des petits déplacements et la connaissance de la cinématique de la machine.



Position LTj								
Points	X _{règles}	Y _{règles}	Z _{règles}	d _{interfero}				
1	x _{1,règles} - e _X (P ₁)	y _{1,règles} - e _Y (P ₁)	z _{1,règles} - e _Z (P ₁)	d _{1j}				
2	x _{2,règles} - e _x (P ₂)	y _{2,règles} - e _Y (P ₂)	z _{2,règles} - e _Z (P ₂)	d _{2j}				
Nj	$x_{N,regles} - e_X(P_N)$	y _{N,règles} - e _Y (P _N)	z _{N,règles} - e _Z (P _N)	d _{Nj}				

Figure 44 - Correction des fichiers de mesure à l'aide des défauts calculés

Etape n °4 : Calcul du nouveau SMR à l'aide des coordonnées machine corrigées à l'étape précédente, puis recalcul des six défauts de l'axe X (étape n °2).

Etape n °5 : Bouclage des étapes précédentes jusqu'à la convergence des résultats.

Le critère d'arrêt pour une telle méthode est la stabilité des positions relatives du Laser Tracer. Pour cela, les distances entre les positions sont suivies au cours des itérations. Il est important ici de souligner que pour réaliser la multilatération, il faut utiliser quatre positions différentes de Laser Tracer (ou 4 Lasers Tracers agissant simultanément)(voir figure 45(b)). En utiliser seulement trois implique deux solutions symétriques par rapport au plan qui contient les centres des trois Laser Tracer (Points P_A et P_B sur la figure 45(a)). Dans ces travaux, nous faisons donc le choix de toujours réaliser la multilatération à l'aide de 4 positions de Laser Tracer (soit 4 positions successives d'un unique Laser Tracer, soit la position de 4 Lasers Tracers agissant simultanément).



(a) Couple de solutions symétriques par rapport au plan qui contient les 3 Laser Tracer.

(b) Solution unique lors de la multilateration par 4 Laser Tracer.

Figure 45 – Utilisation de 3 ou 4 Laser Tracer pour réaliser la multilateration.

Ainsi, pour un ensemble de 4 positions de Laser Tracer réalisant la multilatération, les distances relatives que nous étudions sont présentées sur la figure 46.



Figure 46 – Distances entre les 4 positions du Laser Tracer

A l'itération k, il s'agit de vérifier que les n_{it} itérations précédentes ont conduit à des distances entre les positions LT_j comprises dans un intervalle borné. On considère N points mesurés et quatre positions du Laser Tracer. Dans le cas d'une MMT, l'objectif est d'avoir un écart entre les distances des positions des lasers inférieur à 0.1 μm .

En simulant une machine affectée des seuls 6 défauts du premier axe, une convergence des valeurs calculées vers les valeurs vraies a pu être observée (voir figure 47).



Figure 47 – Evolution de la distance entre LT_A et LT_B au cours des itérations.

Nous avons reporté en annexe 5 les résultats de simulation. Au final, l'écart entre les valeurs vraies et les valeurs simulés est inférieur à 1%, ce qui montre que la méthode proposée permet d'identifier les défauts cinématiques de la machine.

Cependant, cette approche ne paraît pas adaptée au final à l'étalonnage d'une machine 3-axes affectée de 21 défauts. Un premier aspect problématique de l'approche est qu'elle dépend intrinsèquement de la géométrie de la machine car la construction du SMR passe par une correction progressive des défauts paramétriques de la machine. La robustesse de la méthode est donc limitée. De plus, le calcul des incertitudes (indispensables pour l'étalonnage) pour les 21 défauts de la machine par une approche de Monte-Carlo ne semble pas réalisable avec cette approche dans le sens où elle requiert elle-même une phase d'itérations pour converger vers les positions relatives stables du Laser Tracer car trop couteuse en temps de calcul. Enfin, elle resterait limitée aux systèmes de mesure présentant une cinématique machine et ne pourrait être appliquée à des systèmes de mesure optiques par exemple.

4 Construction du SMR à l'aide de 4 Laser Tracer indépendamment de la cinématique.

Le paragraphe précédent a permis de conclure qu'il est souhaitable de construire le SMR de manière aussi indépendante que possible des informations indiquées par la machine que l'on étalonne. Dans ce paragraphe, une méthode de construction du SMR considérant le cas idéal où quatre Laser Tracer sont disponibles pour effectuer l'étalonnage est présentée. L'approche que nous proposons est indépendante de la géométrie de la machine qui est étalonnée.

Il est en effet possible de construire le SMR en ayant recours aux seules longueurs étalon fournies par l'interféromètre et ainsi de s'affranchir des défauts de la machine qui vont de paire avec l'utilisation des coordonnées lues sur les règles. De plus, le calcul du système de référence peut être iso-contraint en choisissant un nombre de points visés tel qu'il n'y ait pas de redondance des mesures.



4.1 Formulation du problème

Figure 48 – Problème de base à 4 Laser Tracer.

Le problème consiste à effectuer la multilatértion de N points P_i définis par les coordonnées (x_i, y_i, z_i) . Ces points sont mesurés par m Laser Tracer LT_j qui occupent les positions (x_0j, y_0j, z_0j) . A chaque position LT_j est associée un bras mort d_0j et la distance interférométrique d_ij pour le point P_i . La figure 48 illustre les données et les inconnues du problème.

Les inconnues du problème sont donc (x_0j, y_0j, z_0j, d_0j) pour chaque Laser Tracer ainsi que (x_i, y_i, z_i) pour chacun des N points mesurés, ce qui conduit à 4.m + 3.N inconnues. Les données sont les m.Nlongueurs interférométriques. Le problème est iso-contraint pour 4.m + 3.N = m.N soit $N = \frac{4.m}{m-3}$. On a vu précédemment (voir figure 45) que 4 Laser Tracer sont utilisés dans ces travaux (m = 4). Pour 4 Laser Tracer, le nombre de points à viser est N = 16.

Pour chaque point visé, le problème s'écrit sous la forme :

$$\|\overline{LT_jP_i}\|^2 = (d_{0,j} + d_{i,j})^2$$
(2.9)

Soit encore :

$$(x_i - x_{0j})^2 + (y_i - y_{0j})^2 + (z_i - z_{0j})^2 = (d_{ij} + d_{0j})^2$$
(2.10)

Soit le système suivant pour 4 Laser Tracer utilisés :

$$(x_{i} - x_{01})^{2} + (y_{i} - y_{01})^{2} + (z_{i} - z_{01})^{2} = (d_{i} + d_{01})^{2}$$

$$(x_{i} - x_{02})^{2} + (y_{i} - y_{02})^{2} + (z_{i} - z_{02})^{2} = (d_{i} + d_{02})^{2}$$

$$(x_{i} - x_{03})^{2} + (y_{i} - y_{03})^{2} + (z_{i} - z_{03})^{2} = (d_{i} + d_{03})^{2}$$

$$(x_{i} - x_{04})^{2} + (y_{i} - y_{04})^{2} + (z_{i} - z_{04})^{2} = (d_{i} + d_{04})^{2}$$
(2.11)

Le nombre de points visés peut être réduit en positionnant judicieusement le SMR (cf. figure 49) : l'origine du repère est fixée sur la première position du Laser Tracer ($x_{0,1} = y_{0,1} = z_{0,1} = 0$). L'axe \vec{X} passe par la seconde position ($y_{0,2} = z_{0,2} = 0$). Le plan Z = 0 contient la troisième position ($z_{0,3}$). Le problème perd donc 6 inconnues et le nombre de points visés doit respecter la contrainte 4.m + 3.N - 6 = m.N, soit $N = \frac{4 \cdot j - 6}{j - 3}$. Pour m=4, il suffit donc de 10 points atteints par le réflecteur.



Figure 49 - Construction du SMR

Les équations à respecter sont alors les suivantes, pour i = [1, N] avec $N \ge 10$:

x_i^2	+	y_i^2	+	z_i^2	=	$(d_i + d_{01})^2$	
$(x_i - x_{02})^2$	+	y_i^2	+	z_i^2	=	$(d_i + d_{02})^2$	(2.12)
$(x_i - x_{03})^2$	+	$(y_i - y_{03})^2$	+	z_i^2	=	$(d_i + d_{03})^2$	(2.12)
$(x_i - x_{04})^2$	+	$(y_i - y_{04})^2$	+	$(z_i - z_{04})^2$	=	$(d_i + d_{04})^2$	

La résolution peut être effectuée pour N = 10 exactement ou pour N > 10.

4.2 Mise en oeuvre et résolution

Le système d'équations non-linéaires 2.12 est résolu à l'aide du logiciel Matlab. La fonction de résolution (fonction *lsqnonlin*) fait appel à un algorithme itératif. Ce type d'algorithme requiert une solution initiale proche du résultat pour initialiser le calcul. C'est ce que nous nommons *pas initial* du calcul itératif.

La façon la plus pertinente d'obtenir ce pas initial est d'avoir recours aux coordonnées indiquées par la machine et d'utiliser la méthode de construction du SMR décrite au paragraphe 3. Pour une MMT affectée de 21 défauts, on peut envisager dans le cas général un défaut volumique de l'ordre de la dizaine de micromètres. A l'aide du calcul des positions du Laser Tracer décrit dans la partie 3, on calcule alors des positions et bras-morts du Laser Tracer éloignés de quelques centièmes de millimètres des valeurs vraies. Ces valeurs sont ensuite utilisées pour définir le pas initial du calcul itératif mené par Matlab.

4.2.1 Choix de 10 points optimum dans le volume de la machine

Afin d'aboutir à un système d'équations bien conditionné, il est préférable de répartir au mieux les 10 points dans le volume. Des configurations pour lesquelles les points sont coplanaires voire alignés sont à proscrire. Le volume de l'enveloppe convexe des 10 points est un critère possible de choix. En le maximisant, on s'assure que les points sont tous suffisament espacés.



Figure 50 - Choix pertinent des points pour le calcul des positions

Supposons que N points ont été mesurés, avec $N \approx 100$. Trois cas sont possibles pour le choix de 10 points dans l'enveloppe convexe du nuage :


Figure 51 – Différents cas pour définir l'enveloppe convexe à partir de 10 points

Dans le premier cas, le groupe de $n_p < 10$ points est complété en choisissant arbitrairement $10 - n_p$ points dans le nuage. Dans le second cas, les 10 points sont parfaitement définis. Dans le troisième cas, les 10 points sont choisis parmi le groupe de $n_p > 10$ en maximisant le volume de leur enveloppe convexe. On doit alors parcourir $\binom{N}{10}$ combinaisons. Le nombre de combinaisons possibles est restreint de par la disposition non aléatoire des points dans le volume utile. En effet, comme nous le verrons ils sont organisés en trajectoires rectilignes, l'enveloppe en compte en pratique moins de 20.

4.2.2 Utilisation de plus de 10 points pour résoudre le problème

Surcontraindre le système d'équations est une manière efficace de résoudre le problème afin de réduire les incertitudes en moyennant sur les erreurs des longueurs interférométriques. Ainsi, il est possible d'utiliser un plus grand nombre de points pour améliorer l'exactitude de la construction du SMR. On met ici en évidence la pertinence de l'augmentation du nombre de points utilisés pour résoudre le problème. Nous définissons ici la notion de *cube de positionnement* comme l'ensemble des points qui permettent le calcul des positions et bras-morts du Laser Tracer.



Figure 52 – Choix pertinent des points pour le calcul des positions des lasers tracers

Dans le cas de la MMT virtuelle définie en annexe 4, le cube de positionnement est constitué de 74 points. Il est possible ainsi de considérer *n* variant de 1 point sur 7 (pour un total de 11 points) à tous les points. L'exactitude de construction du SMR en fonction du nombre de points considérés est évaluée de la façon suivante. Les 4 lasers tracers sont positionnés dans l'espace de travail, leurs positions LT_j et bras-morts d_{0j} sont connus, ce qui permet de construire le SMR exact (noté SMR_{vrai}). La procédure de mesure des points du cube par les lasers est simulée et aboutit à l'obtention de fichiers de mesure simulés (figure 53).

$$SMR_{vrai} = \begin{pmatrix} x_{02 \ vrai} & 0 & 0 \\ x_{03 \ vrai} & y_{03 \ vrai} & 0 \\ x_{04 \ vrai} & y_{04 \ vrai} & z_{04 \ vrai} \end{pmatrix} , \quad SMR_{calcul} = \begin{pmatrix} x_{02 \ calcul} & 0 & 0 \\ x_{03 \ calcul} & y_{03 \ calcul} & 0 \\ x_{04 \ calcul} & y_{04 \ calcul} & z_{04 \ calcul} \end{pmatrix}$$

Position LT _j								
Points	X _{ij,règles}	Y _{ij,règles}	Z _{ij,règles}	d _{ij, interferomètre}				
1	X _{1j,règles}	y _{1j,règles}	Z _{1j,règles}	d _{1j}				
2	X _{2j,règles}	y _{2j,règles}	Z _{2j,règles}	d _{2j}				
N	x _{Nj,règles}	y _{Nj,règles}	Z _{Nj,règles}	d _{Nj}				

Figure 53 – Fichiers de mesure issus de la simulation de la proédure d'étalonnage

Lors de cette simulation, les longueurs interférométriques délivrées par les Laser Tracer sont affectées de l'incertitude indiquée par le constructeur ($U = 0.2\mu m + 0.3\mu m/m$). Ces fichiers de mesure sont ensuite utilisés pour le calcul du SMR (noté SMR_{calcul}). En simulant un grand nombre de fois (au minimum 100 fois) la procédure de mesure des points du cube et le calcul du SMR correspondant, on peut en déduire une erreur moyenne du SMR_{calcul} par rapport au SMR_{vrai} pour chaque nombre de points considérés dans le cube de positionnement pour mener le calcul. Pour définir l'erreur du SMR_{calcul} par rapport au SMR_{vrai} , la distance moyenne entre les positions vraies et les positions calculées des Laser Tracer est définie comme suit :

$$d_{moyenne} = \frac{1}{3} \cdot \left(\| \overrightarrow{LT_{2 vrai}LT_{2 calcul}} \| + \| \overrightarrow{LT_{3 vrai}LT_{3 calcul}} \| + \| \overrightarrow{LT_{4 vrai}LT_{4 calcul}} \| \right)$$

Les résultats obtenus au terme des simulations sont présentés sur la figure 54.



Nombre de points considérés

Figure 54 – Evolution de l'erreur moyenne sur le calcul des positions du Laser Tracer en fonction du nombre de points considérés dans le cube de repositionnement.

Ces résultats mettent en avant que l'erreur diminue fortement au delà de 30 points. Ainsi, il est préférable de considérer un minimum d'une trentaine de points pour le calcul du SMR, même si mathématiquement dix sont suffisants. Afin d'améliorer l'exactitude du calcul, doubler ce nombre est envisageable. Le temps d'immobilisation de la machine est alors légèrement augmenté (de l'ordre de 5 secondes par point supplémentaire). Pour une trentaine de points mesurés, on aboutit à une erreur moyenne de l'ordre de l'incertitude sur les longueurs interférométriques.

Cette méthode de construction du SMR s'avère donc pertinente. Cependant, le cas pour lequel quatre Laser Tracer sont disponibles est idéal. Il est irréalisable dans la très grande majorité des cas à cause du prix unitaire élevé du Laser Tracer. Il est donc nécessaire de développer une méthode de construction du SMR avec un unique appareil.

5 Construction du SMR par un unique Laser Tracer.

Le paragraphe précédent a permis de conclure que la méthode de construction du SMR à l'aide des seules longueurs interférometriques est pertinente. Un cas idéal basé sur l'emploi de 4 Laser Tracer a été validé, mais il demeure peu réaliste en pratique à cause du coût unitaire de l'appareil.

Il est alors nécessaire d'envisager un cas plus réaliste pour lequel un seul Laser Tracer est disponible. Il en découle deux nouvelles problématiques. La première est la prise en compte du défaut de repositionnement de la machine pour une consigne donnée. La seconde est la prise en compte de la remise en position du réflecteur à l'extrémité de la cinématique machine.

5.1 Prise en compte de l'erreur de repositionnement de la MMT : Recalage aux coordonnées nominales

La MMT est affectée d'une erreur de positionnement de l'ordre de quelques microns. En effet, pour une même consigne, le point atteint est systématiquement différent. Des paramètres comme la vitesse d'avance ou la direction d'accostage sont ici très influents. Cependant, la configuration de la machine est connue avec une résolution et une incertitude moindres. La différence entre la configuration nominale (la consigne) et la configuration mesurée est donc une donnée utilisable (vecteurs $\vec{r_{ij}}$ sur la figure 55). De plus, les vecteurs directeurs des faisceaux (vecteurs $\vec{n_{ij}}$ sur la figure 55) peuvent être évalués d'une part à l'aide des coordonnées lues sur les règles, et d'autre part à l'aide des positions du Laser Tracer calculées lors de la détermination du pas initial du calcul itératif (voir paragraphe 4.2).



Figure 55 - Recalage des trajectoires aux configurations nominales

La figure 55 illustre la différence connue entre les coordonnées de consigne et celles que le réflecteur atteint. Les normes des écarts $\|\vec{r}_{ij}\|$ sont très petites en comparaison des distances qui séparent le réflecteur des centres du Laser Tracer. Ainsi, les composantes des vecteurs directeurs \vec{n}_{ij} sont quasi indépendantes de l'erreur de repositionnement de la MMT. De façon symétrique, une erreur sur les positions calculées du Laser Tracer aura peu d'incidence sur ces vecteurs \vec{n}_{ij} . Les longueurs mesurées par l'interféromètre peuvent alors être corrigées par l'équation suivante :

$$d_{ij,corrigée} = d_{ij} - \vec{r}_{ij} \cdot \vec{n}_{ij} \tag{2.13}$$

5.2 Remise en position du réflecteur

Travailler avec un unique Laser Tracer au lieu de quatre implique de parcourir quatre fois le même ensemble de points dans le volume utile de la machine en changeant à chaque fois la position du Laser Tracer et l'orientation du rétro-réflecteur ou $\alpha il de chat$. En effet, l'angle depuis lequel le rétro-réflecteur est visible est limité. Il varie de 120 à 160 degrés en fonction du modèle (voir figure 56).



Figure 56 – Limite de visibilité de l'œil de chat en fonction des positions du Laser Tracer.

Techniquement, la façon dont l'œil de chat est mis en position à l'extrémité de la machine est très peu répétable. Une simple vis et un appui plan assurent la mise en position et le maintien. Il n'est pas prévu d'autres surfaces. La figure 57 illustre cette fixation.

Ainsi, des lors que l'oeil de chat est réorienté, son centre optique est déplacé de quelques millimètres. Par conséquent, le point de la machine visé par le Laser Tracer n'est pas le même pour chacune des quatre positions.

De plus, afin d'observer puis de calculer les rotations des axes de la machine, il est dans certains cas nécessaire d'avoir recours à des décalages du rétro-réflecteur par rapport au point terminal de la cinématique. Ce décalage peut techniquement être obtenu par une rotation de la tête de mesure, auquel cas la rotation est très répétable. Il peut aussi être réalisé par l'assemblage d'éléments modulaires. Dans ce dernier cas, lorsque les éléments sont assemblés, démontés pour une autre mesure puis assemblés à nouveau, il est techniquement difficile d'atteindre une répétabilité de la mise en position meilleure que le millimètre.



Figure 57 – Fixation de l'œil de chat à l'extrémité de la cinématique.

5.3 Validation de la possibilité d'utiliser un unique Laser Tracer

La simulation de la procédure d'étalonnage basée sur l'utilisation d'un unique Laser Tracer à partir d'une MMT viruelle est synthétisée sur la figure 58.

A partir de la donnée de défauts cinématiques arbitrairement définis, la démarche de simulation fait apparaître 5 étapes majeures :



Figure 58 – Etapes de simulation de l'étalonnage d'une machine à mesurer.

- Etape 1 : Identification des défauts volumiques à partir des défauts cinématiques en utilisant le torseur des petits déplacements (formulation 1.8),
- Etape 2 : Simulation de la mesure conduisant à des fichiers de points mesurés simulés,

- Etape 3 : Création du SMR à partir des fichiers de points simulés selon le calcul détaillé précédemment (2.12),
- Etape 4 : Multilatération des points de mesure dans le SMR,
- Etape 5 : Identification des 21 défauts à partir des fichiers de points précédents.



Figure 59 – Comparaison des défauts cinématiques de l'axe X : Valeurs arbitraires (en pointillés noirs) et valeurs obtenues par la multilatération (en rouge).

Cette simulation a permis d'obtenir des résultats probants relativement à la détermination des défauts cinématiques de l'axe X de la MMT virtuelle (voir figure 59). Cependant, la validité de ces résultats est fonction du repositionnement de la machine qui est source d'incertitude sur les résultats obtenus. La pertinence de la méthode fait ainsi l'objet du chapitre 3. Cette pertinence est étudiée en particulier au travers des incertitudes sur les 21 défauts calculés de la MMT. La démarche d'identification de ces défauts doit donc être explicitée et fait l'objet du paragraphe suivant.

6 Etalonnage par évaluations des défauts cinématiques : Application à une MMT/MOCN 3-axes.

L'objectif est d'évaluer les 21 défauts cinématiques d'une architecture à 3 axes à l'aide d'une technique de multilatération utilisant un unique Laser Tracer. Dans ce paragraphe, l'ordre des axes est supposé être $X \rightarrow Y \rightarrow Z$. Les défauts des axes sont évalués en se basant sur les méthodes dites conventionnelles, et plus particulièrement sur la méthode des barres à trous [Camus,2006]. Les défauts volumiques sont évalués après la mesure des points par multilateration a posteriori de la construction du SMR.

Les défauts de la machine, propagés par des torseurs des petits déplacements, sont évalués dans un ordre prédéfini. En effet, les défauts en translation sont fonction de la configuration des axes car des bras de levier interviennent (illustration figure 60 : la rectitude verticale en y_1 est augmentée par la valeur du

roulis de l'axe X). En revanche, les défauts en rotation sont des invariants quel que soit le point considéré du solide. Il est donc judicieux d'évaluer en premier lieu les petites rotations (roulis, lacet et tangage) de chaque axe.



Figure 60 - Influence des configurations sur les erreurs en translation

La multilateration permet l'étalonnage d'une machine en une journée quand les moyens dits conventionnels en requièrent quatre ou cinq. Ce gain de temps est d'autant plus significatif que les trajectoires du réflecteur dans le volume (qui définissent les points mesurés) sont pertinentes. Déterminer des trajectoires pertinentes pour la détermination des défauts est donc la première étape. Par la suite, des trajectoires supplémentaires peuvent être incluses pour permettre une redondance des résultats.

6.1 Identification des défauts volumiques le long des trajectoires

Le développement d'une méthode d'étalonnage par multilateration, inspirée des techniques d'étalonnage par barres à trous, implique la mesure d'erreurs volumiques le long de trajectoires rectilignes. Celles-ci sont l'équivalent des barres à trous. Les points sont répartis en groupes de trois trajectoires nominalement parallèles qui sont parcourues par le réflecteur fixé à l'extrémité de la chaîne cinématique de la machine. La figure 61 représente cette situation générique pour chacun des 3 axes de la machine.



Figure 61 - Identification des erreurs volumiques le long de trajectoires nominalement parallèles

La première étape est la détermination du vecteur \vec{u}_1 qui caractérise la direction globale de la trajectoire (1). Ce vecteur est obtenu par ajustement d'une droite aux moindres carrés aux seuls points de la trajectoire (1). Les trajectoires (2) et (3) étant décalées suivant les deux autres axes de la machine, on peut par exemple compléter le trièdre avec les vecteurs suivants :

$$\overrightarrow{u_{13}} = \overrightarrow{\frac{P_{1.1,mes}P_{3.1,mes}}{\|\vec{P}_{1.1,mes}P_{3.1,mes}\|}} \quad \overrightarrow{u_{12}} = \overrightarrow{\frac{P_{1.1,mes}P_{2.1,mes}}{\|\vec{P}_{1.1,mes}P_{2.1,mes}\|}}$$
(2.14)

A cause des défauts volumiques, ce trièdre n'est pas exactement orthogonal. Cependant, ces déafuts d'orthogonalité sont quasiment nuls car les défauts volumiques sont de l'ordre du micromètre alors que la distance entre les trajectoires est de l'ordre du mètre. On peut aussi choisir de construire le vecteur $\overrightarrow{u_{13}}$ par projection du point $P_{3.1,mes}$ sur la trajectoire (1), et déduire $\overrightarrow{u_{12}}$ par produit vectoriel.

On s'intéresse dans cette méthode à l'évolution des défauts volumiques le long de deux trajectoires parallèles afin d'observer les effets d'angles. On choisit donc de construire des « points de référence »(en noir sur la figure 61) qui appartiennent à des trajectoires parallèles dont les premiers points sont égaux aux premiers points mesurés (en rouge sur la figure 61). Ces points sont espacés du pas de discrétisation des axes de la machine. Les vecteurs $\overrightarrow{P_{m.n,ref}P_{m.n,mes}}$ ne sont donc pas les défauts volumiques de la machine, mais leur évolution le long de droites parallèles. Si les droites (2) et (3) sont décalées par rapport à la droite (1) suivant un seul axe de la machine, on peut exprimer ces évolutions des défauts volumiques de la façon suivante :

$$E_{u_1}(P_{m.n}) = \overrightarrow{P_{m.n,ref}P_{m.n,mes}} \cdot \overrightarrow{u_1}$$
$$E_{u_{13}}(P_{m.n}) = \overrightarrow{P_{m.n,ref}P_{m.n,mes}} \cdot \overrightarrow{u_{13}}$$
$$E_{u_{12}}(P_{m.n}) = \overrightarrow{P_{m.n,ref}P_{m.n,mes}} \cdot \overrightarrow{u_{12}}$$

En pratique, les vecteurs $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{u_{13}}$ et $\overrightarrow{u_{13}}$ correspondent donc aux directions des axes de la machine.

6.2 Obtention des petites rotations du 1^{ier} axe de la chaine cinématique

Pour la machine considérée, l'axe X est le premier axe de la chaine de solides, il est donc possible d'utiliser les deux autres afin de créer les décalages requis pour la mesure des rotations. En effet, les défauts volumiques verticaux et horizontaux (appelés justesses locales et rectitudes locales) étant affectées par les rotations selon la configuration des axes, l'idée est de retrouver les rotations à partir de ces rectitudes et justesses apparentes. La figure 62 en illustre le principe.

Soit $\vec{E}(x, y, z)$ le défaut volumique au point d'abscisse (x, y, z), on note E_x , E_y et E_z ses composantes. Les décalages du réflecteur sont quant à eux notés Δy et Δz .



Figure 62 – Comparaison de justesses/rectitudes locales pour déterminer les rotations de l'axe X

Le tangage xry s'obtient par comparaison de justesses locales suivant deux trajectoires contenues dans le plan XZ et espacées de Δz . Son expression, à une constante près, est donc :

$$xry(x) = \frac{E_x(x, y, z + \Delta z) - E_x(x, y, z)}{\Delta z}$$
(2.15)

Le lacet xrz s'obtient par comparaison de justesses locales suivant deux trajectoires conte-

nues dans le plan XY et espacées de Δy . D'où son expression, à une constante près :

$$xrz(x) = \frac{E_x(x, y, z) - E_x(x, y + \Delta y, z)}{\Delta y}$$
(2.16)

Le roulis xrx est obtenu par comparaison de rectitudes locales verticales et horizontales. Le résultat est obtenu de manière redondante en utilisant un bras de levier en Y et en Z. Le roulis est donc défini comme la moyenne des deux valeurs :

$$xrx(x) = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{E_z(x, y + \Delta y, z) - E_z(x, y, z)}{\Delta y} + \frac{E_y(x, y, z) - E_y(x, y, z + \Delta z)}{\Delta z}\right] \quad (2.17)$$

Les trajectoires à effectuer pour obtenir les deux couples de défauts correspondent à 3 parcours complets de l'axe X comme présentées sur la figure 63.



Figure 63 – Trajectoires requises pour évaluer les petites rotations de l'axe X

6.3 Obtention des petites rotations du 2^{ième} axe de la chaine cinématique

Le deuxième axe de la chaine cinématique est ici l'axe Y. Le calcul des petites rotations de l'axe Y requiert un décalage (ou offset) au niveau de la tête de mesure. En effet, il est possible de modifier l'altitude en Z du coulisseau pour obtenir deux trajectoires parallèles dans le plan YZ, mais il est impossible d'avoir deux trajectoires parallèles contenues dans le plan XY car l'axe X est en amont de l'axe Y dans la chaine cinématique. Les figures 64(a) et 64(b) illustrent cet aspect.



(a) Bras de levier par les trajectoires (b) Bras de levier par rotation de la tête de mesure

Figure 64 – Obtention des rotations du deuxième axe de la chaine cinématique.

Le tangage yrx s'obtient par comparaison de justesses sur les deux trajectoires obtenues par changement d'altitude Z :

$$yrx(y) = \frac{E_y(x, y, z) - E_y(x, y, z + \Delta z)}{\Delta z}$$
(2.18)

Le lacet yrz s'obtient par comparaison de justesses sur les deux trajectoires obtenues par rotation de la tête de mesure afin de former un offset suivant \vec{x} noté L_{offset} :

$$yrz(y) = \frac{E_{y offset}(x, y, z) - E_y(x, y, z)}{L_{offset}}$$
(2.19)

Le roulis yry s'obtient par comparaison de rectitudes horizontales et verticales. Il est possible d'utiliser le couple de trajectoires obtenu par changement d'altitude en Z et le couple obtenu par application de l'offset. L'incertitude du résultat étant globalement proportionnelle à l'inverse de l'écart entre les deux trajectoires, les deux calculs sont pondérés :

$$yry(y) = (1 - \frac{L_{offset}}{\Delta z}) \cdot \frac{E_x(x, y, z + \Delta z) - E_x(x, y, z)}{\Delta z} + \frac{L_{offset}}{\Delta z} \cdot \frac{E_z(x, y, z) - E_{z offset}(x, y, z)}{L_{offset}}$$
(2.20)

Les trajectoires à effectuer sont 3 parcours complets de l'axe Y. Le deuxième est le décalage du premier en \vec{z} et le troisième est identique au deuxième mais avec application d'un offset dans la direction \vec{x} comme illustré sur la figure 65.



Figure 65 – Trajectoires requises pour l'axe Y

<u>Remarque</u>: Le décalage peut en pratique être réalisé par une rotation de la tête de mesure. Il en résulte alors un décalage qui comprend aussi une composante en \vec{z} . Seule la composante E_z de l'erreur est mesurée, ce bras de levier en \vec{z} n'a donc aucune influence.

6.4 Obtention des 3 petites rotations du 3^{ième} axe de la chaine cinématique

Le calcul des petites rotations de l'axe Z ne peut être fait qu'en utilisant des décalages de l'oeil de chat par rapport au point terminal de la cinématique de la machine. Un décalage est donc successivement appliqué en \vec{x} puis en \vec{y} :



(a) Premier décalage du réflecteur

(b) Second décalage du réflecteur

$$zrx(z) = \frac{E_{z \ offset_X}(x,y,z) - E_z(x,y,z)}{L_{offset}}$$
$$zry(z) = \frac{E_z(x,y,z) - E_{z \ offset_Y}(x,y,z)}{L_{offset}}$$
(2.21)

$$zrz(z) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{E_{x \ offset_Y}(x,y,z) - E_x(x,y,z)}{L_{offset}} + \frac{E_{y \ offset_X}(x,y,z) - E_y(x,y,z)}{L_{offset}}\right)$$

Les points sont parcourus selons 3 trajectoires parallèles. La première peut être placée n'importe où dans le volume utile de la machine. Pour la seconde trajectoire un décalage est appliqué suivant \vec{x} par rapport à la trajectoire initiale. La troisième trajectoire est quant à elle obtenue par un décalage appliqué suivant \vec{y} (voir figure 66).



Figure 66 – Trajectoires requises pour l'axe Z

6.5 Identification des rectitudes

Pour le calcul des rectitudes, les mêmes trajectoires et les mêmes mesures des défauts volumiques que celles utilisées pour le calcul des rotations sont utilisées. Par convention, les six défauts de chacun des axes seront nuls à la prise d'origine de leurs règles de mesure. Les défauts de rectitude sont alors définis par rapport à ce zéro. En fonction de l'éloignement de la trajectoire par rapport aux zéros des axes, il est toujours nécessaire de compenser les effets de levier dus aux petites rotations. La localisation de ce zéro dans le volume est arbitraire.

6.6 Identification des orthogonalités

Les orthogonalités sont évaluées d'après l'approche décrite dans [Kruth,2003] et illustrée sur la figure 67. Ce choix permet d'utiliser les trajectoires déjà réalisées pour l'étalonnage des axes, sans avoir à parcourir de nouveaux points dans le volume. Ceci permet un gain de temps dans la procédure. L'exemple est donné sur la figure 67 à l'aide des trajectoires parallèles suivant \vec{x} pour en déduire l'orthogonalité xwy.



Figure 67 – Calcul des orthogonalités à l'aide des trajectoires parallèles suivant \vec{x} .

Dans le plan XY, la modélisation est proposée sur la figure 68.



Figure 68 – Calcul de l'orthogonalité xwy.

Les figures 67 et 68 illustrent le cas où on considère les couples de points (P_2, P'_5) et $(P_5$ et P'_2). Dans la méthode, le calcul pourra être fait avec tous les couples de points qui permettent d'établir le même schéma que la figure 68.

La modélisation est la suivante :

$$P_2 P_5^{\prime 2} = (P_2 P_5 + P_5 B)^2 + (B P_5^{\prime})^2$$
(2.22)

$$P_2'P_5^2 = (P_2P_5 - P_2A)^2 + (P_2'A)^2$$
(2.23)

En considérant la distance L, on a :

$$P_2 P_5^{\prime 2} = (L.cos(\beta) + L.sin(\beta).tan(ywx))^2 + (L.sin(\beta).\frac{1}{cos(\theta)})^2$$
(2.24)

$$P_{2}'P_{5}^{2} = (L.cos(\beta) - L.sin(\beta).tan(ywx))^{2} + (L.sin(\beta).\frac{1}{cos(\theta)})^{2}$$
(2.25)

On en déduit :

$$\frac{P_2 P_5^{\prime 2} - P_{\prime 2} P_5^2}{P_2 P_5^{\prime 2} + P_2^{\prime} P_5^2} = \frac{2.sin(\beta).cos(\beta).tan(ywx)}{cos(\beta)^2 + sin(\beta)^2.tan(ywx) + \frac{sin(\beta)^2}{cos(ywx)^2}} \approx 2.sin(\beta).cos(\beta).ywx \quad (2.26)$$

Soit :

$$ywx = \frac{\frac{P_2P_5'^2 - P_2'P_5^2}{P_2P_5'^2 + P_2'P_5^2}}{2.sin(\beta).cos(\beta)}$$
(2.27)

Cette formulation n'est valable que pour des angles de 45 ± 15 degrés, donc tous les points des trajectoires ne seront pas nécessairement utilisés dans le processus. La redondance du calcul est toutefois réalisable.

6.7 Procedure complète pour une machine 3-axes

Dans ce paragraphe, les étapes successives de la procédure d'étalonnage des 21 défauts cinématiques d'une machine 3-axes sont décrites. Les trajectoires requises sont celles définies au paragraphe précédent avec la prise en compte des contraintes matérielles (visibilité du réflecteur). La procédure décrite ici permet également de mettre en oeuvre les étapes de construction du système de mesure de référence (SMR) qui ont été explicitées dans le troisième paragraphe.

6.7.1 Positionnement des Laser Tracer

Déterminer la position d'un point dans l'espace par multilateration requiert 4 longueurs si on souhaite avoir une unique solution. Chaque point des trajectoires sera donc vu par 4 Laser Tracer. Ils sont globalement disposés aux 4 angles de l'espace de travail (positions A, B, C et D sur la figure 81), le plus espacés possible. Deux d'entre eux sont surélevés pour que l'ensemble ne soit pas coplanaire.

La figure 81 illustre le choix des placements du Laser Tracer compatibles avec les contraintes technologiques (visibilité du réflecteur), ainsi que les trajectoires parcourues par le réflecteur dans le volume de mesure de la MMT.



Figure 69 – Procedure complete pour une machine 3-axes

Lorsque la tête est orientée en (c) pour effectuer les trajectoires (6) et (7) aux positions B et D, le Laser Tracer n'est pas en mesure de viser le réflecteur à cause du coulisseau. C'est le cas losrque l'on utilise la rotation de la tête de mesure pour créer l'offset. Pour palier à ce problème, on positionne le Laser Tracer en E et F. L'ensemble A-C-E-F permet alors d'avoir les 4 points de vue requis pour la multilateration. En fin de compte, il est donc nécessaire d'avoir recours à six positions du Laser Tracer.

6.7.2 Cube de positionnement

Les positions et bras-morts du Laser Tracer sont calculés à partir d'un parallélépipède rectangle situé approximativement au centre du volume utile de la machine. Il est identique pour toutes les positions du Laser Tracer. On le parcourt systématiquement avant chaque ensemble de trajectoires (voir figure 81). Son amplitude doit être maximale pour garantir un bon conditionnement du calcul.

6.8 Résultats obtenus lors de l'étalonnage d'une MMT en condition de laboratoire

La procédure a été mise en oeuvre pour une machineWenzel LH65 de la société Renishaw. C'est une MMT à portique dont l'espace de travail est de l'ordre de $900mm \times 500mm \times 400mm$ et dont la chaîne cinématique est $Y \rightarrow X \rightarrow Z$. Il est nécessaire d'avoir recours à un décalage du réflecteur pour le calcul du lacet de l'axe X et des rotations de l'axe Z. On s'intéresse donc ici à l'axe X puisqu'il permet d'illustrer toutes les méthodes d'identification des défauts cinématiques. Afin de valider la procédure développée dans nos travaux, les données de mesure issues des manipulations ont été simultanément utilisées pour l'étalonnage par nos algorithmes, mais aussi par le logiciel Trac-Cal©, logiciel associé au laser tracer utilisé. Ce logiciel met en œuvre l'approche globale d'indetification des défauts en même temps que l'identification des positions laser. Les caractéristques du laser tracer sont fournis dans l'annexe 6. Dès lors, l'étalonnage est réalisé dans des conditions strictement identiques pour les deux procédures et une comparaison des résultats obtenus peut avoir lieu. Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures 70 et 71 : en bleu les valeurs fournies par le logiciel Trac-Cal©, en rouge celles fournies par nos algorithmes. Il est intéressant de souligner ici que le temps associé à la procédure est de l'ordre de 6h, contre plus de 2 jours pour les méthodes conventionnelles d'étalonnage des MMT.



Figure 70 – Défauts cinématiques en translation : Justesse xtx, rectitudes transversale xty et rectitude verticale xtz.



Figure 71 – Défauts cinématiques de rotation : roulis xrx, tangage xry et lacet xrz.

Les profils de justesse sont similaires avec les deux méthodes. Les rectitudes verticales sont similaires mais décalées de la différence entre les valeurs obtenues sur le premier point de l'axe. Les profils de rectitude transversale xty sont similaires à une pente près qui correspond en réalité à la différence des orthogonalités obtenues avec les deux méthodes. En effet, $xwy_{Trac-Cal} \approx -13.5\mu rd$ et $xwy \approx -2.5\mu rd$ par notre approche. Les $11\mu rd$ de différence correspondent à la pente de décalage entre les deux profils. Les profils de tangage xry et de roulis xrx sont très similaires. La différence constante sur toute la longueur de l'axe correspond à la différence entre les valeurs obtenues sur le premier point de l'axe comme c'était le cas pour la rectitude verticale. On dénote en revanche des différences plus importantes entre les deux profils de lacet difficilement explicables. Cependant, l'ensemble de ces résultats est satisfaisant et montre la pertinence de la procédure que nous avons proposée pour l'évaluation des défauts cinématiques à partir de la construction du SMR indépendamment de la cinématique de la machine, en utilisant la multilatération à l'aide d'un unique Laser Tracer.

Rappelons qu'une des problématiques essentielles associée à nos travaux concerne l'évaluation des incertitudes associées à la procédure d'étalonnage. Nous avons donc calculé l'incertitude sur la détermination des défauts cinématiques grâce à une simulation de type MonteCarlo. Afin de comparer nos valeurs à celles données par le logiciel Trac-Cal, nous n'avons considéré dans un premier temps que les incertitudes associées aux longueurs mesurées. Ainsi, considérant une disctribution normale définie à partir de l'incertitude associée à la mesure interférométrique, une valeur aléatoire d'incertitude est ajoutée à la longueur mesurée. L'incertitude résultant sur chaque défaut cinématique peut alors être calculée. Les résultats sont reportés sur les figures 70 et 71. Les barres d'erreur reportées représentent les incertitudes de mesure. Toute-fois, comme nous l'avons vu aux paragraphes 5.1 et 5.2, l'utilisation d'un unique Laser Tracer fait apparaître des limites sources potentielles d'incertitude qu'il convient de prendre en compte. Ainsi, nous proposons dans le chapitre suivant une étude sur l'ensemble des limites et facteurs d'incertitude associées à la procédure d'étalonnage proposée.

7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en place une méthode d'étalonnage d'une machine à 3axes cartésiens basée sur la multilatération à l'aide d'un unique Laser Tracer. Cette méthode d'étalonnage s'appuie sur une idée originale qui est la construction d'un Système Mesurant de Référence (SMR) dans lequel les défauts volumiques sont évalués.

Dans un premier temps, nous avons mis en évidence la nécessité de mettre en place un SMR indépendant des coordonnées indiquées par les règles de la machine. Pour ce faire, nous avons observé l'impact des 21 défauts de la machine sur les positions calculées du Laser Tracer si l'on ne s'affranchit pas de la cinématique de la machine qui rend délicat le calcul des incertitudes associées à la méthode. En outre, une méthode de construction du SMR, indépendante des valeurs lues sur les règles, peut plus facilement être applicable à tout type d'espace de travail dont on cherche à évaluer les défauts volumiques. Ainsi, nous avons proposé une méthode de construction du SMR qui a été validée dans le cas idéal où quatre Laser Tracer sont utilisés simultanément. Par la suite, la méthode a été adaptée au cas pratique où un unique Laser Tracer est disponible. Ceci est rendu nécessaire par le coût unitaire élevé du Laser Tracer. Le Laser Tracer est alors positionné successivement en plusieurs positions de l'espace. Il a été mis en évidence que la capacité de positionnement de la MMT est une donnée clef de la validité de la méthode. Enfin, une procédure globale d'étalonnage d'une MMT au sens des 21 défauts à l'aide d'un unique Laser Tracer a été proposée. Cette procédure s'avère satisfaisante en comparaison d'une méthode plus classique d'étalonnage par multilatération.

La problématique suivante est le calcul des incertitudes associées à la méthode proposée qui ne se limitent pas aux seules incertitudes associées à l'instrument de mesure. Cette problématique fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre



Incertitudes associées à la procédure

1 Introduction

Dans ce chapitre, les limites des possibilités d'étalonnage offertes par la multilatération à l'aide d'un unique Laser Tracer sont étudiées. Ces limites sont évaluées par le biais des incertitudes sur les résultats.

Chaque caractéristique du SMR et chaque résultat d'étalonnage sont affectés d'une incertitude dont on souhaite qu'elle soit minimale. Il convient donc d'en déterminer les différentes sources et d'isoler leur impact sur chaque valeur d'étalonnage délivrée.

Les étapes de la procédure dépendent des caractéristiques et des performances du matériel, qu'il s'agisse de la machine dont on étalonne l'espace de travail ou du Laser Tracer lui-même. Elles dépendent aussi de la configuration de ce matériel (positions et orientations relatives des éléments en particulier) qui relève de la méthode employée pour mener l'étalonnage et, dans une moindre mesure, de l'habileté de l'opérateur. Enfin, les résultats dépendent aussi de la façon dont sont menés les calculs pour aboutir aux résultats d'étalonnage.

Dans ce chapitre, nous établissons la liste des sources (ou facteurs) d'incertitude qui interviennent lors de la procédure d'étalonnage. Ces facteurs, au nombre de quatre, sont étudiés un à un d'un point de vue qualitatif et quantitatif dans la première partie de ce chapitre. Ensuite, il s'agit d'observer l'impact de ces facteurs sur les résultats. Pour cela, des simulations qui font appel à une méthode de Monte-Carlo sont utilisées. La façon dont elles sont menées fait l'objet de la deuxième partie de ce chapitre. Enfin, les résultats de simulations d'étalonnage complets pour lesquels les différents facteurs interviennent sont étudiés. Nous mettons alors en évidence la robustesse de la méthode en fonction des conditions d'étalonnage et du matériel à disposition. La méthode de simulation proposée permet ainsi de déterminer a priori l'incertitude associée à la procédure d'étalonnage utilisée.

2 Analyse des sources d'incertitudes

Nous nous intéressons dans ce paragraphe aux différentes sources d'incertitudes qui interviennent durant l'étalonnage. Pour ce faire, le diagramme d'Ishikawa représenté en figure 72 nous permet d'établir la liste des sources d'incertitude qui interviennent dans la procédure.



Figure 72 – Etude des sources d'incertitude lors de la procédure d'étalonnage.

Les sources principales sont ici associées au **matériel**, à la **méthode**, au **milieu** ainsi qu'à la **main d'oeuvre**. Dans le cadre de cette étude, la matière n'est pas une source d'incertitude. En effet, elle intervient quand l'aspect thermique du problème est pris en compte c'est à dire lorsque les coefficients de dilatation thermique (propre aux matières des solides considérés) interviennent. Dans le cadre de cette étude, nous faisons l'hypothèse que la procédure d'étalonnage est réalisée dans un environnement contrôlé en température.

Le matériel est de façon logique un groupe principal de sources d'incertitude. Bien que la conception du Laser Tracer soit telle que la qualité de la mesure soit quasi-indépendante des éléments mécaniques qui le composent, les performances de l'interféromètre demeurent limitées. Ses performances sont intrinsèquement liées à la qualité du milieu dans lequel est réalisé l'ensemble des mesures (stabilité thermique au cours de l'étalonnage, hygrométrie, pollution éventuelle par des particules, voir paragraphe 2.1). Par ailleurs, la chaîne cinématique à laquelle est associé l'espace que l'on étalonne, lorsqu'elle existe, influe elle aussi directement sur la qualité de l'étalonnage (voir paragraphe 2.2).

Concernant la méthode d'étalonnage proprement dite, nous avons explicité au chapitre 2 la méthode d'extraction des défauts paramétriques d'une architecture 3-axes. Cette méthode fait intervenir des trajectoires dans le volume utile de la machine (MMT ou MOCN 3-axes). Pour un ensemble de trajectoires données, il est préférable de positionner le Laser Tracer de telle sorte que la multilatération soit bien réalisée afin de limiter les incertitudes (voir paragraphe 2.3).

La méthode qui conduit au calcul des positions et des bras-morts du Laser Tracer s'appuie également sur un algorithme de résolution potentiellement source d'erreurs. Son impact sera discuté dans le paragraphe 2.5.

Enfin, l'habileté de l'opérateur qui réalise l'étalonnage peut aussi avoir un impact significatif lors de la réalisation des décalages du réflecteur dans le cas de l'étalonnage d'une machine 3axes. Dans les méthodes actuellement proposées, les sources d'incertitudes prises en compte sont le bruit sur les longueurs interférométriques, la remise en position de l'oeil de chat et le repositionnement de la machine ([Schwenke&al,2005],[Schneider,2004]). Cependant, si un modèle d'incertitude est proposé pour les longueurs interférométriques, il n'y a aucune explication quant à la façon dont la remise en position de l'oeil de chat ou l'erreur de repositionnement de la MMT sont prises en compte.

Dans le paragraphe suivant, nous détaillons les modèles d'incertitude que nous avons retenus pour les différentes sources d'incertitude énoncées précédemment.

2.1 Incertitudes liées aux mesure des longueurs interférométriques

Lorsqu'un point P_i est mesuré par la position LT_j du Laser Tracer, l'interféromètre du Laser Tracer délivre une longueur qui correspond à la variation $d_{i,j}$ de distance entre le centre de la sphère réflectrice du Laser Tracer et le centre optique du réflecteur augmentée de la valeur du bras mort $d_{0,j}: d_{i,j} + d_{0,j}$. Pour cette donnée, le modèle d'incertitude est linéaire et l'écart type $\sigma_{i,j}$ pour chacune des longueurs mesurées est obtenue à l'aide de l'équation 3.1 :

$$\sigma_{i,j} = u_0 + (d_{i,j} + d_{0,j}) \cdot u_L$$

avec : $u_0 = 0.1 \mu m$ et $u_L = 0.15 \mu m/m$ (3.1)

L'incertitude élargie $U_{i,j}$ correspondante vaut alors $U_{i,j} = 2 \cdot \sigma_{i,j}$.

A l'heure actuelle, le modèle décrit à l'équation 3.1 est le seul proposé dans la littérature relative aux recherches sur le Laser Tracer et la multilateration, ainsi qu'aux logiciels associés. Nous proposons de rendre ce modèle plus adaptable aux conditions dans lesquelles les manipulations ont lieu. Pour cela, nous affectons un coefficient multiplicateur α au mèdle décrit à l'équation 3.1 :

$$\sigma_{i,j} = \alpha (u_0 + (d_{i,j} + d_{0,j}) \cdot u_L)$$
avec : $u_0 = 0.1 \mu m$ et $u_L = 0.15 \mu m/m$
(3.2)

Ce coefficient permet de simuler un environnement de type laboratoire ($\alpha \approx 0.5$) pour lequel la stabilité du milieu (thermique et hygrométrique) est excellente. Un coefficient $\alpha \approx 1 \cdots 2$ correspond à un étalonnage dans une salle de métrologie industrielle. Enfin, un coefficient $\alpha = 3$ correspond à un atelier de production dont le milieu est mal (ou pas) régulé en température durant la durée de l'étalonnage (environ six heures en continu).

2.2 Incertitudes liées au repositionnement du porteur du rétro-réflecteur

L'erreur de repositionnement du porteur est un facteur d'incertitude dont la plage de valeurs est très large en fonction de la nature du porteur. En effet, si le volume étalonné est associé à une machine de type MOCN, cette erreur est égale à la résolution des règles de la machine en raison des forts termes intégrateurs dans la chaîne de commande de la machine. En revanche, dans le cas d'une MMT, cette valeur peut être de l'ordre de plusieurs microns. Et si le porteur est un robot, il n'est pas possible d'envisager une remise en position meilleure que le centième de millimètre. Dans tous les cas, des facteurs externes tels que la vitesse d'avance ou la direction d'accostage sont ici très influents.

Dans les travaux publiés portant sur le Laser Tracer [Schwenke&al,2005] et dans le logiciel Trac-Cal qui lui est associé, l'erreur de repositionnement est prise en compte mais il n'est pas fait mention de la façon dont les algorithmes procèdent. Nous proposons dans cette étude une approche qui permet de recaler les mesures à une configuration de consigne pour compenser l'erreur de repositionnement.

La configuration du porteur est connue à la résolution des règles et/ou des codeurs angulaires près. La transformée géométrique directe de la machine permet donc de déduire directement l'écart $\overrightarrow{r_{i,j}}$ entre la consigne $\overrightarrow{P_{i,consigne}}$ et le point mesuré $\overrightarrow{P_{ij,règles}}$ par l'intermédiaire des règles et/ou codeurs angulaires :

$$\overrightarrow{r_{i,j}} = \overrightarrow{P_{ij,règles}} - \overrightarrow{P_{i,consigne}}$$
(3.3)

L'hypothèse de variations « lentes » des défauts volumiques le long des axes permet de supposer qu'aux deux positions considérées dans l'expression précédente, le défaut volumique est identique.

Par conséquent, la différence entre la consigne et la position atteinte mesurée par les règles peut être corrigée. La figure 73 illustre la façon de procéder.



Figure 73 – Correction de l'erreur de repositionnement de la machine.

Les vecteurs $\overrightarrow{n_{ij}}$ sont les vecteurs directeurs unitaires du faisceau de l'interféromètre.

Les normes des vecteurs $\overrightarrow{r_{ij}}$ sont de l'ordre de quelques micromètres. Les distances entre le centre du Laser Tracer et le réflecteur sont supérieures à 250mm (distance minimale en-deçà

de laquelle il y a collision entre le Laser Tracer et le réflecteur). Ainsi, les composantes des vecteurs $\overrightarrow{n_{ij}}$ sont insensibles à l'ajout à leur extrémité des vecteurs $\overrightarrow{r_{ij}}$, même si $\overrightarrow{r_{ij}}$ et $\overrightarrow{n_{ij}}$ sont orthogonaux. De la même façon, une modification de la position LT_j de quelques micromètres a une influence négligeable sur les composantes du vecteur $\overrightarrow{n_{ij}}$.

Pour chacun des points P_i , il est donc possible de projeter le vecteur de recalage au nominal $\overrightarrow{r_{ij}}$ sur la direction du faisceau $\overrightarrow{n_{ij}}$ afin de se ramener à une situation de mesure pour laquelle la machine n'a aucune erreur de repositionnement :

$$d_{i,j \ recal\acute{e}} = d_{i,j \ mesur\acute{e}} - \overrightarrow{r_{i,j}} \cdot \overrightarrow{n_{i,j}}$$
(3.4)

Dans l'expression 3.4, notons que le terme $\overrightarrow{r_{i,j}}$ est tributaire de la résolution des règles et/ou codeurs du porteur. De plus, une erreur de quantification des règles a un impact direct sur ce terme.

Il est donc nécessaire d'étudier dans un premier temps la pertinence de la méthode de recalage à la consigne. Dans un second temps, il s'agit d'étudier l'exactitude des résultats en fonction de la résolution et des erreurs de quantification des règles pour une erreur de remise en position du porteur donnée.

Caractérisation de l'erreur de repositionnement du porteur.

Conformément aux estimations faites au début de ce paragraphe pour tous les types de cinématiques, les valeurs de repositionnement de la machine varient de $1\mu m$ (cas d'une MMT) à $50\mu m$ (cas d'un robot). Les règles ont une résolution variable de $0.05\mu m$ (cas d'une MMT) à $1\mu m$.

On suppose que l'erreur de repositionnement de la machine par rapport à sa consigne suit une loi normale. Ainsi, les valeurs d'erreurs de repositionnement indiquées correspondent à l'écart-type de l'erreur de repositionnement autour d'une valeur de consigne. On le note $\sigma_{Pos.MMT}$.

Influence de l'erreur de quantification des règles.

Lorsque les règles de la machine sont lues et que le vecteur de repositionnement $\overrightarrow{r_{i,j}}$ est évalué, les valeurs sont arrondies à la résolution des règles. Actuellement, les MMT délivrent cette information avec une résolution de l'ordre du dixième de micromètre. Donc lorsqu'on corrige l'erreur de repositionnement de la machine à l'aide de l'équation 3.4, les composantes de $\overrightarrow{r_{i,j}}$ sont fausses d'une valeur qui peut atteindre la moitié de la résolution des règles. L'erreur associée est caractérisée par l'écart-type $\sigma_{lecture}$.

2.3 Incertitudes liées au positionnement du réflecteur sur le porteur

Réaliser l'étalonnage par multilateration à l'aide d'un unique Laser Tracer plutôt que quatre implique de parcourir quatre fois le même ensemble de points dans l'espace de travail de la machine. A chaque parcours, la position LT_j du Laser Tracer est modifiée de même que l'orientation du réflecteur. Il est en effet nécessaire d'orienter le réflecteur de sorte qu'il soit toujours vu par le Laser Tracer quel que soit le point qu'il atteint lors de son parcours dans l'espace de travail. En effet, l'angle de visibilité du réflecteur est limité à 120°ou 160°en fonction du modèle de réflecteur utilisé. La figure 74 illustre ce problème. Dans la configuration représentée, seules les positions **A** et **C** du Laser Tracer peuvent « voir »le réflecteur (cône vert de visibilité).



Figure 74 – Limites du cône de visibilité du rélecteur, exemple dans le cas d'une MMT.

Dans la littérature portant sur le Laser Tracer et la multilateration [Schwenke&al,2005], la prise en compte de l'erreur de remise en position de l'oeil de chat n'est pas détaillée. Elle est prise en compte dans les calculs car le logiciel Trac-Cal permet de l'indiquer. Cependant, aucune communication n'a été faite sur la façon de procéder pour la prendre en compte dans le bilan d'incertitude final.

Afin d'observer puis de calculer certains des défauts cinématiques des axes (petites rotations), il est nécessaire d'appliquer un décalage (offset) sur le réflecteur par rapport à sa position neutre. C'est par exemple le cas pour la mesure du lacet du deuxième axe et des trois rotations du troisième axe d'une architecture 3-axes. Ce décalage peut être réalisé de deux façons différentes : soit par rotation de la tête de mesure (cas d'une MMT), soit par assemblage d'éléments modulaires (voir figure 75).

Si la rotation de la tête de mesure est utilisée, le défaut de répétabilité du décalage du réflecteur est minimal. La source d'erreur est uniquement due à la fixation du réflecteur à l'extrémité de la tête de mesure. Dans le cas de la figure 75, lorsque les éléments sont assemblés puis démontés et réassemblés pour une autre mesure, l'évaluation de la différence entre deux décalages successifs est au mieux de l'ordre du millimètre.



Figure 75 – Décalage du réflecteur par assemblage d'éléments modulaires.

Le positionnement du réflecteur sur le porteur est très fortement dépendant de la technologie retenu et de l'opérateur qui la réalise.

On suppose que les mises en position de l'oeil de chat autour des positions de consigne suivent une loi normale quelle que soit la technologie employée. La positions de consigne peut être soit la position neutre nominale, soit la position décalée nominale (voir figure 87).



Figure 76 – Erreur de remise en position du réflecteur autour de positions nominales lors des simulations.

On note σ_x , σ_y et σ_z les écarts-types des variations des composantes du vecteur d'erreur de remise en position du réflecteur par rapport aux positions de consigne nominales. Dans la suite des travaux, on prendra la même valeur pour les écarts types que l'on note $\sigma_{Re-MiP} = \sigma_{x, y ou z}$.

Nous considérons des valeurs de σ_{Re-MiP} comprises entre 0.1mm et 6mm.

Les valeurs basses de $0.1mm \rightarrow 1mm$ correspondent à l'étalonnage d'une MMT pour laquelle on utilise les rotations de la tête de mesure. Le rétro-réflecteur est alors simplement tourné autour de son axe de fixation, il n'est pas démonté.

Les valeurs moyennes et hautes de $1mm \rightarrow 6mm$ correspondent à l'étalonnage d'une machine pour laquelle on utilise un assemblage d'éléments modulaires.

2.4 Effet du défaut de l'erreur de remise en position du réflecteur.

L'effet du défaut de remise en position du réflecteur sur la création du SMR est délicat à observer. En effet, si on considère une machine uniquement affectée de défauts cinématiques en translation, le décalage résultant du calcul de la position du réflecteur par rapport à ses positions nominales est sans influence sur le résultat d'étalonnage.



Figure 77 – Décalage des positions calculées du Laser Tracer. Sur ce schéma, les normes des vecteurs $P_{i,neutre}P_{i,j}$ sont augmentées pour la lisibilité, elles sont en réalité de l'ordre de quelques millimètres. Les distances entre le Laser Tracer et le rétro-réflecteur valent quant à elles plusieurs centaines de millimètres

Lors de la procédure d'étalonnage, nous considérons toujours que la position nominale du réflecteur est visée (point $P_{i,neutre}$ sur la figure 77). Or, il existe un décalage dû à l'erreur de remise en position de réflecteur (point réel $P_{i,j}$). Ainsi, lors du calcul, la position calculée du Laser Tracer est décalée de ce même vecteur.

En l'absence de défauts cinématiques de rotation, tous les points du parcours du rétroréflecteur auraient le même écart par rapport à la position nominale. Il ne serait donc pas requis de viser, pour chaque position du Laser Tracer, toujours les mêmes points. Cependant, les écarts entre les points visés se répercutent directement sur les positions calculées du centre du Laser Tracer. Par conséquent, afin d'observer par simulation les erreurs sur les positions calculées qui sont dues aux rotations, il faut prendre en compte l'erreur de remise en position du réflecteur, dans le repère du SMR.

On considère les valeurs vraies des quatre positions du Laser Tracer dans le repère machine notées $\underline{LT_{vrai\,mac}}$ ainsi que les quatre décalages vrais de mise en position de l'oeil de chat pour chacune des positions du Laser Tracer notée $e_{ReMiP\,vraie}$:

$$\underline{LT_{vrai\,mac}} = \begin{pmatrix} x_{01\,vrai\,mac} & y_{01\,vrai\,mac} & z_{01\,vrai\,mac} \\ x_{02\,vrai\,mac} & y_{02\,vrai\,mac} & z_{02\,vrai\,mac} \\ x_{03\,vrai\,mac} & y_{03\,vrai\,mac} & z_{03\,vrai\,mac} \\ x_{04\,vrai\,mac} & y_{04\,vrai\,mac} & z_{04\,vrai\,mac} \end{pmatrix}, \ \underline{\underline{EReMiP\,vraie}} = \begin{pmatrix} dec_{1,x} & dec_{1,y} & dec_{1,z} \\ dec_{2,x} & dec_{2,y} & dec_{2,z} \\ dec_{3,x} & dec_{3,y} & dec_{3,z} \\ dec_{4,x} & dec_{4,y} & dec_{4,z} \end{pmatrix}$$

On en déduit les positions du Laser Tracer dans la base de la machine $(\overrightarrow{x_{mac}}, \overrightarrow{y_{mac}}, \overrightarrow{z_{mac}})$ augmentées des décalages de l'oeil de chat qui s'ajoutent aux positions du Laser Tracer :

$$\underline{LT_{vrai\,mac\,dec}} = \underline{LT_{vrai\,mac}} - \underline{e_{ReMiP\,vraie}}$$
(3.5)

L'ensemble des positions $LT_{vrai \, mac \, dec}$ est exprimé dans le repère construit sur les trois premiers termes dont la base est $(\overline{x_{SMR \, dec}}, \overline{y_{SMR \, dec}}, \overline{z_{SMR \, dec}})$, de sorte qu'on obtient :

$$\underline{LT_{vrai\,SMR\,dec}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ x_{02\,vrai\,SMR\,dec} & 0 & 0 \\ x_{03\,vrai\,SMR\,dec} & y_{03\,vrai\,SMR\,dec} & 0 \\ x_{04\,vrai\,SMR\,dec} & y_{04\,vrai\,SMR\,dec} & z_{04\,vrai\,SMR\,dec} \end{pmatrix}$$
(3.6)

De la même façon, les positions vraies du Laser Tracer non affectées par l'erreur e_{ReMiP} sont passées dans le repère construit sur les trois premiers termes dont la base est $(\overrightarrow{x_{SMR}}, \overrightarrow{y_{SMR}}, \overrightarrow{z_{SMR}})$:

$$\underline{LT_{vrai\,SMR}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ x_{02\,vrai\,SMR} & 0 & 0 \\ x_{03\,vrai\,SMR} & y_{03\,vrai\,SMR} & 0 \\ x_{04\,vrai\,SMR} & y_{04\,vrai\,SMR} & z_{04\,vrai\,SMR} \end{pmatrix}$$
(3.7)

Lors de l'étude du SMR, le terme d'erreur par rapport aux valeurs vraies est donc le suivant :

$$\underline{\acute{e}cart_{SMR\,ReMiP}} = \underline{LT_{vrai\,SMR\,dec}} - \underline{LT_{vrai\,SMR}} \tag{3.8}$$

Une fois que le terme exprimé à l'équation 3.8 est soustrait, le terme d'erreur restant est le résultat des rotations de la chaîne cinématique du porteur et du bras de levier entre chaque position de consigne du réflecteur et la position vraie décalée.

2.5 Incertitudes liées à l'algorithme de résolution

Afin de résoudre le système d'équations non-linéaires décrites au paragraphe 4.1, du chapitre 2 un algorithme itératif est utilisé. Il en existe plusieurs, la plupart étant basés sur la méthode du

gradient. Les résultats dépendent du choix de la solution initiale approchée requise pour la résolution. Cependant, une étude préliminaire a permis de montrer que l'influence de l'algorithme choisi est négligeable devant celle des autres sources d'incertitudes étudiées dans ce chapitre. Dès lors, cette source d'incertitude n'est pas considérée dans le reste des travaux présentés.

2.6 Synthèse de l'analyse des sources d'incertitudes

L'étude des sources d'incertitudes présentée dans ce chapitre permet d'établir que l'interféromètre du Laser Tracer n'est pas l'unique source d'incertitude à prendre en compte dans la procédure d'étalonnage par multilateration. En effet, les sources d'incertitude identifiées sont les suivantes :

- L'interféromètre caractérisé par l'écart-type $\sigma_{i,j} = \alpha \cdot (u_0 + (d_{i,j} + d_{0,j}) \cdot u_L),$
- La MMT dont la remise en position est caractérisée par l'écart-type $\sigma_{Pos.MMT}$,
- Le codeur des règles caractérisé par $\sigma_{lecture}$,
- La mise en position du réflecteur caractérisé par l'écart-type σ_{Re-MiP}

Les incertitudes associées à l'interféromètre et à la résolution des règles sont des cas déjà traités. Cependant, les incertitudes liées aux écarts de remise en position de la MMT par rapport à sa consigne nominale et celles liées aux écarts de mise en position du réflecteur par rapport à des positions nominales sont dépendantes de la stratégie d'étalonnage. En effet, les écarts de remise en position de la MMT résultent d'une part de la vitesse d'avance de la MMT et d'autre part de l'espacement des points mesurées dans l'espace de travail. Toutes ces sources d'incertitude affectent le déroulement de l'étalonnage et la construction du Système Mesurant de Référence (SMR), et par conséquent les résultats de l'étalonnage. Le paragraphe suivant traite donc de l'impact de ces sources d'incertitude.

3 Incertitudes d'étalonnage

L'objectif de ce paragraphe est de définir les limites des possibilités d'étalonnage offertes par un unique interféromètre asservi en poursuite. Pour cela, nous avons choisi de mettre en place des simulations qui reproduisent fidèlement le comportement des différents éléments (Laser Tracer, porteur, réflecteur) lors d'un étalonnage en conditions réelles. Ainsi, il est possible de faire varier le comportement d'un paramètre en considérant les autres parfaits pour en évaluer l'influence sur un indicateur d'exactitude donné.

Les simulations mises en place permettent d'étudier le comportement d'une machine 3axes. Les incertitudes sont évaluées par une approche de Monte-Carlo. La figure 78 illustre le déroulement complet de la procédure.

A priori de la simulation, il est nécessaire de réaliser la procédure de mesure selon la stratégie décrite au paragraphe 6 du chapitre 2. A partir de cette procédure de mesure, les positions



Figure 78 – Etapes successives du module d'évaluation des incertitudes.

 LT_j du Laser Tracer sont évaluées dans le repère de la MMT. On dispose aussi des coordonnées des points $x_{ij,règles}$, $y_{ij,règles}$ et $z_{ij,règles}$ indiquées par la machine (voir tableau 2).

Position LT_j							
P_i	$x_{ij,règles}$	$y_{ij,r \`egles}$	$z_{ij,règles}$	$d_{ij,interfero}$			
P_1	$x_{1j,règles}$	$y_{1j,r\`egles}$	$z_{1j,règles}$	$d_{1j,interfero}$			
P_2	$x_{2j,règles}$	$y_{2j,r\`egles}$	$z_{2j,règles}$	$d_{2j,interfero}$			
P_N	$x_{Nj,regles}$	$y_{Nj,regles}$	$z_{Nj,regles}$	$d_{Nj,interfero}$			

Tableau 2 – Données disponibles au terme de la procédure de mesure.

Par comparaison entre les positions atteintes par la machine et les positions nominales, il est possible d'évaluer la source d'incertitude $\sigma_{Pos.MMT}$ qui caractérise la capacité de remise en position de la MMT. La valeur de σ_{Re-MiP} est estimée à partir de la façon dont est monté le rétro-réflecteur à l'extrémité de la cinématique machine. La valeur du coefficient α est estimée à partir des conditions d'étalonnage (performances de la régulation thermique de la salle, voir paragraphe 2.1).

Par conséquent, les données d'entrée pour le module de simulation sont les fichiers de mesure fournis par le Laser Tracer au terme de la procédure de mesure, ainsi que les valeurs des 4 sources d'incertitudes listées au paragraphe 2.6.

3.1 Module d'évaluation des incertitudes

Le module d'évaluation des incertitudes comporte cinq étapes principales (voir figure 78) dont seule la première n'est pas bouclée pour la méthode de Monte-Carlo. Un calcul analytique des composantes d'incertitudes n'est pas envisageable à cause de la complexité de la formulation et de la résolution itérative. Nous avons donc recours à une méthode par tirages de Monte-Carlo. Une centaine de tirages est utilisée pour chaque simulation. Le module de simulation a pour objectif de reproduire le comportement de la machine réelle lors de la procédure d'étalonnage. Une centaine de procédure d'étalonnage sont menées, chacune d'elles donnant lieu à des défauts cinématiques différents en raison des sources d'incertitude. A partir de ces différences, il est possible d'identifier les écarts-types en chaque abscisse des défauts cinématiques.

La première étape consiste à définir les défauts volumiques. Ils résultent de la propagation des défauts cinématiques dans l'espace de travail de la MMT par les torseurs des petits déplacements (voir paragraphe 2.2.1 du chapitre 1). Cette étape n'est réalisée qu'une seule fois.

La deuxième étape est la simulation de la procédure de mesure. Pour cette étape, les positions du Laser Tracer sont toujours identiques. Lors de cette étape, les sources d'incertitudes décrites au paragraphe 2.6 interviennent dans le calcul des longueurs interférométriques mesurées ainsi que dans la lecture des règles de la machine virtuelle, car le comportement de la MMT et celui du Laser Tracer sont simulés. A l'issue de cette étape, on dispose de fichiers de mesure fictifs dans lesquels sont enregistrées les coordonnées lues sur les règles de la MMT pour chaque point de mesure ainsi que les longueurs interférométriques correspondantes.

La troisième étape est l'utilisation des fichiers de mesure issus de l'étape précédente pour calculer le système mesurant de référence (SMR). On utilise pour cela la formulation décrite au paragraphe 4.1 du chapitre 2.

La quatrième étape est la multilateration des points atteints par le réflecteur dans l'espace de travail à l'aide du SMR et des longueurs interférométriques correspondantes.

La dernière étape est l'identification des défauts cinématiques de la machine virtuelle.

Les étapes 2 à 5 sont répétées une centaine de fois environ. Pour chaque itération, les défauts cinématiques sont différents à cause des sources d'incertitudes qui interviennent à la deuxième étape. On peut donc déduire les incertitudes en chaque abscisse des profils des défauts cinématiques de la MMT virtuelle.

Détail des calculs opérés durant la deuxième étape :

Les trajectoires étant définies dans le volume de la machine conformément à la procédure d'étalonnage, la liste des points atteints réellement par la machine est établie. Ces tableaux traduisent le comportement de la machine. Les coordonnées X_{ij} , Y_{ij} et Z_{ij} sont donc exprimées avec un nombre de chiffres significatifs non restreint :

	x _{ij}	Y _{ij}	Z _{ij}	d _{i j}
Point 1	299,996325264	450,003684349	250,002389749	
Point 2	300,003254926	499,994656848	249,996293651	
Point 3	299,992129430	549,995663691	250,008165158	

Figure 79 – Tableaux des coordonnées des points réellement atteints par la machine.

Au total, trois groupes de tableaux sont disponibles (figure 80), qui correspondent à l'orientation neutre et aux deux orientations de la tête de mesure nécessaires aux décalages du réflecteur pour la mesure de certains défauts de rotation.


Figure 80 – Types de tableaux de trajectoires en fonction du décalage appliqué au réflecteur.

Pour chaque groupe de tableaux correspondant aux données associées à chacun des 4 Laser Tracer, nous disposons de 4 tableaux : Les groupes (a) et (b) pour les positions A, B, C et D du Laser Tracer. Le groupe (c) pour les positions A, C, E et F (voir figure 81).



Figure 81 - Procedure complete pour une machine 3-axes

Pour chacun des points des tableaux, la distance réelle entre le réflecteur et le centre du Laser Tracer est calculée. Cette distance prend en compte la position du Laser Tracer, son bras-mort, la configuration de la machine, le positionnement du réflecteur (cube de remise en position autour de l'offset nominal noté e_{Re-MiP}) et l'erreur locale de la machine en position et en orientation :

$$d_{ij} = \|\overrightarrow{P_{ij,r\acute{e}el}} + \overrightarrow{E_i} + \overrightarrow{e_{Re-MiP,j}} - \overrightarrow{LT_j} + \overrightarrow{\Omega(S_3/S_0)} \wedge \left(\overrightarrow{e_{Re-MiP,j}} + \overrightarrow{(O_3P)_j}\right)\| - d_{0,j} \quad (3.9)$$

- $P_{ij,r\acute{e}el}$: Position réellement atteinte par le point O_3 ,
- E_i : Erreur volumique au point d'indice P_i ,
- $-e_{Re-MiP,j}$: Erreur de remise en position du réflecteur,
- $-LT_j$: Position du Laser Tracer,
- $\Omega(S_3/S_0)$: Rotation de S_3 par rapport a S_0 .
- $-(O_3P)_i$: Décalage du réflecteur,
- $d_{0,j}$: Bras-mort de l'interféromètre.

Chacune de ces distances est ensuite affectée d'une erreur correspondant à l'incertitude de mesure de l'interféromètre (voir équation 3.1).

D'autre part, les valeurs lues sur les règles sont elles aussi affectées d'une erreur de lecture aléatoire dont la valeur vaut plus ou moins la résolution des règles.

Les valeurs de distances $d_{i,j}$ sont arrondies au nanomètre (résolution de l'interféromètre) pour correspondre à une mesure réelle. De même, les valeurs atteintes exactement par la machine $P_{ij,réel}$ sont arrondies à la résolution des règles.

Finalement, nous disposons de fichiers de mesure réalistes utilisables par les algorithmes pour l'étalonnage.

3.2 Résultats d'étalonnage d'une MMT lors de la prise en compte de toutes les sources d'incertitudes

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à nouveau à l'étalonnage d'une MMT 3-axes à portique dont l'espace de travail est de l'ordre du mètre cube (machine Wenzel LH65 de la société Renishaw France). Les résultats d'étalonnage obtenus au paragraphe 6.8 du chapitre 2 ne prenaient en compte que l'interféromètre comme source d'incertitude. Nous considèrons maintenant toutes les sources d'incertitude telles qu'elles ont été listées au paragraphe 2.6 : l'interféromètre, la capacité de repositionnement de la MMT, la lecture des règles de la MMT et la mise en position du rétro-réflecteur sur la machine. Les plages de valeurs attribuées à ces sources d'incertitude sont données dans le tableau 3. Le coefficient α est égal à 1 pour les conditions d'étalonnage étudiées.

Sources d'incertitude	Valeurs attribuées		
Interferomètre	$u_0 = 0.1 \mu m$		
$\sigma_{i,j} = [u_0 + (d_{i,j} + d_{0,j}).u_L]$	$u_L = 0.15 \mu m/m$		
Positionnement de la MMT	$\sigma_{PosMMT} = 1\mu m$		
Lecture des règles	$\sigma_{lecture} = 0.1 \mu m$		
MiP du rétro-réflecteur	$\sigma_{Re-MiP} = 3mm$		

Tableau 3 – Valeurs attribuées aux sources d'incertitude.

Les incertitudes obtenues pour les défauts cinématiques sont illustrées sur les figures 82 et 83.

Ces résultats illustrent l'importance de prendre en compte toutes les sources d'incertitude car l'incertitude est nettement plus importante pour chacun des défauts cinématiques de la machine. En effet, pour la plupart des défauts cinématiques, l'incertitude est en chaque abscisse environ 50% supérieure aux valeurs initiales d'incertitude ne prenant en compte que l'interféromètre.

3.3 Influences relatives de chacune des sources d'incertitude

Dans cette partie, nous nous intéressons à évaluer quelles sont les influences relatives de chaque source dans le résultat final.

3.3.1 Indicateurs d'incertitudes

Afin d'étudier l'influence relative de chaque source d'incertitude sur le résultat final, chacune d'elles est étudiée séparément à l'aide du module décrit au paragraphe 3.1. On définit deux indicateurs d'incertitude.

Le premier indicateur est noté σ_{SMR} . Il permet de quantifier l'impact des sources d'incertitude sur la construction du système mesurant de référence. A l'issu des N_s simulations de Monte-Carlo, un écart-type σ_{LT_j} peut être évalué pour chaque position LT_j du Laser Tracer. L'indicateur σ_{SMR} est alors défini comme étant la moyenne des σ_{LT_j} :

$$\sigma_{SMR} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{j=1}^{4} \sigma_{LT_j} \tag{3.10}$$

Le second indicateur est la valeur moyenne des incertitudes élargies des défauts cinématiques. Les défauts cinématiques qui requièrent un décalage du réflecteur (le lacet de la traverse et les trois rotations du coulisseau) sont en pratique affectés d'incertitudes bien plus importantes. On ne s'intéresse donc ici qu'aux défauts cinématiques qui ne requièrent pas de décalage du réflecteur. L'équation 3.11 détaille l'expression du second critère noté $\overline{u_{défauts cin.}}$:



Figure 82 – Défauts cinématiques de translation du deuxième axe de la MMT avec prise en compte des sources d'incertitudes : toutes les sources d'incertitude (en vert), l'interféromètre uniquement (en rouge), les résultats fournis par Trac-Cal (en bleu).



Figure 83 – Défauts cinématiques de rotation du deuxième axe de la MMT avec prise en compte des sources d'incertitudes : toutes les sources d'incertitude (en vert), l'interféromètre uniquement (en rouge), les résultats fournis par Trac-Cal (en bleu).

$$\overline{u_{d\acute{e}fauts cin.}} = \frac{1}{17} \cdot \left(\frac{u_{xtx,moy} + u_{xty,moy} + u_{xtz,moy}}{u_0 trans.} + \frac{u_{xrx,moy} + u_{xry,moy} + u_{xrz,moy}}{u_0 rot.} + \frac{u_{ytx,moy} + u_{yty,moy} + u_{ytz,moy}}{u_0 trans.} + \frac{u_{yrx,moy} + u_{yry,moy}}{u_0 rot.} + \frac{u_{ztx,moy} + u_{zty,moy} + u_{ztz,moy}}{u_0 trans.} + \frac{u_{xwy}}{u_0 trans.} + \frac{u_{xwy}}{u_0 rot.} + \frac{u_{xwy}}{u_0 rot.} + \frac{u_{ywz}}{u_0 rot.} \right)$$
(3.11)

Les termes $u_{0,trans}$ et $u_{0,rot}$ valent respectivement $1\mu m$ et $1\mu rd$. Ceci permet d'inclure les défauts cinématiques de translation et de rotation dans l'expression de l'indicateur. Les termes $u_{xtx,moy}$, $u_{xty,moy}$, etc... sont chacun les moyennes des incertitudes le long des trois axes de la machine. On a donc par exemple :

$$u_{xtx,moy} = \frac{\sum_{i=1}^{n_X} u_{xtx_i}}{n_X}$$

Avec n_X , le nombre de points pour lesquels on évalue les défauts cinématiques. Dans ce critère, les incertitudes affectées aux défauts d'orthogonalité de la machine ont le même poids qu'une moyenne des incertitudes d'un des défauts cinématiques. En effet, un écart sur une valeur d'orthogonalité se traduit par une pente sur l'ensemble d'un profil de rectitude.

3.3.2 Résultats obtenus à l'aide des indicateurs

Nous considérons à nouveau la machine d'essai Wenzel LH65 ainsi que les valeurs listées dans le tableau 3 pour les sources d'incertitudes. Dans ces conditions, les influences de chacune des sources d'incertitudes sont détaillées sur la figure 84.

Ces résultats mettent en évidence la prépondérance de l'interféromètre dans l'incertitude d'étalonnage. Cependant, un tiers environ de l'incertitude d'étalonnage provient des autres sources. Ainsi, prendre en compte toutes les sources listées précédemment dans le bilan d'incertitude est une approche plus pertinente d'étalonnage de la MMT.

Nous pouvons remarquer que le fait d'utiliser un unique Laser Tracer plutôt que quatre a un impact faible puisque seulement 10% de l'incertitude globale y est lié. Ceci est permis par la correction des longueurs $d_{i,j}$ délivrées par l'interféromètre (voir équation 3.4). Le recalage au nominal proposé au paragraphe 2.2 s'avère donc pertinent.



Figure 84 – Influences des sources d'incertitude.

3.3.3 Sensibilité des incertitudes aux sources d'incertitude

Dans ce paragraphe, nous évaluons la sensibilité du calcul du SMR à la variation de chacun des facteurs d'incertitude identifiés précédemment au travers des indicateurs σ_{SMR} et $\overline{u_{défauts cin.}}$.

Longueurs interférométriques délivrées par le Laser Tracer

Nous étudions les variations des indicateurs d'incertitudes pour les différents tirages de Monte-Carlo. A chaque tirage, les longueurs interférométriques délivrées par le Laser Tracer sont bruitées en respectant la loi décrite à l'équation 3.1 en faisant varier le facteur α .



(a) Indicateur n°1 sur les positions du Laser Tracer.



Figure 85 – Incertitudes sur le SMR et les défauts cinématiques en fonction des valeurs du modèle d'incertitudes associé aux longueurs délivrées par l'interféromètre.

Ces courbes de résultats présentent un profil quasi-linéaire. On en déduit que l'altération de l'exactitude du SMR et les incertitudes sur les erreurs paramétriques sont linéaires suivant les coefficients du modèle d'incertitude présenté en 2.1. En pratique, cela signifie qu'une altération des conditions de mesure lors d'un étalonnage n'annule pas la validité des résultats car

les calculs des défauts cinématiques restent valides. Il demeure donc possible d'utiliser cette technologie et la méthode illustrée au chapitre 2 dans des conditions idéales de laboratoire ou dans un atelier.

Défaut de repositionnement de la MMT.

Afin d'identifier la sensibilité des résultats aux performances de la MMT, il est nécessaire d'étudier dans un premier temps la pertinence de la méthode de recalage à la consigne proposée au paragraphe 5.1. Ensuite, il s'agit d'étudier l'exactitude des résultats en fonction de la résolution des règles de la MMT pour un défaut de repositionnement de la MMT donnée. Enfin, il faut évaluer l'impact des erreurs de quantification des règles pour un défaut de remise en position du porteur donné. Dans chaque situation, on étudie les variations des deux indicateurs.

a-Recalage aux coordonnées de consigne : compensation du défaut de repositionnement du porteur.

Nous souhaitons valider la méthode qui permet de compenser le défaut de repositionnement de la MMT noté $\sigma_{Pos MMT}$. Pour cela, nous simulons tout d'abord l'étalonnage d'une MMT dont le défaut de repositionnement est nul. Ensuite cette MMT est affectée d'une erreur de repositionnement et les simulations sont menées à nouveau. Les résultats de ces deux simulations sont alors comparées.

Les valeurs choisies pour les essais sont représentatives d'une MMT de qualité moyenne (MMT virtuelle) et d'un étalonnage dans des conditions moyennes :

- **Résolution des règles :** $0.05 \mu m$.
- Remise en position de l'oeil de chat : $\sigma_{Re-MiP} = 1mm$.
- Longueurs interférométriques : $\alpha = 1$.

Le tableau 4 illustre les résultats obtenus au terme des simulations.

Indicateurs	$\sigma_{PosMMT} = 0\mu m$	$\sigma_{Pos\;MMT} = 5\mu m$	$\sigma_{PosMMT} = 50\mu m$
n°1	$C_{1,0}$	$C_{1,0}$ + 9%	$C_{1,0}$ + 21%
n°2	$C_{2,0}$	$C_{2,0}$ + 7%	$C_{2,0} + 11\%$

Tableau 4 – Valeurs numériques des paramètres de simulation dans les deux cas étudiés.

Dans ce tableau, $C_{1,0}$ et $C_{2,0}$ représentent les valeurs des indicateurs de référence. On constate que le recalage à la consigne est efficace dans le cas d'une MMT classique pour laquelle un défaut de repositionnement de $5\mu m$ est une valeur réaliste, voire majorante par rapport aux machines actuellement produites. En effet, les indicateurs ont été augmentés d'une valeur inférieure à 10%.

Avec l'augmentation du défaut de repositionnement de la MMT, on constate que les indicateurs sont altérés à hauteur de seulement 20% alors que le repositionnement de la machine a été porté à $50\mu m$, valeur plus représentative d'un robot à bras que d'une MMT. On en conclut donc que la méthode de recalage aux coordonnées de consigne est pertinente.

b -Influence de la résolution des règles de la MMT

Dans les formulations 3.3 et 3.4 pour le recalage à la consigne, le terme r_{ij} est obtenu par comparaison de la lecture des règles de la MMT par rapport à la consigne nominale. Ce terme est donc mesuré à la résolution des règles près. Une résolution plus grossière signifie donc une perte de données quant à la position des axes de la MMT.

Dans ce paragraphe, on considère les paramètres suivants pour mener les simulations :

- **Résolution des règles :** $0.01\mu m$ $0.05\mu m$ $0.1\mu m$ $1\mu m$.
- Repositionnement de la MMT : $\sigma_{Pos MMT} = 5 \mu m$
- Erreur de quantification : Aucune.
- Remise en position de l'oeil de chat : $\sigma_{Re-MiP} = 1mm$
- Longueurs interférométriques : $\alpha = 1$.

Les indicateurs d'incertitude obtenus sont illustrés sur la figure 86 :





Figure 86 – Incertitudes sur le SMR et les défauts cinématiques en fonction de la résolution des règles de la machine.

Deux observations peuvent être faites à partir de ces résultats. Premièrement, affiner la résolution des règles n'apporte pas d'amélioration significative des lors que la résolution est de l'ordre de $0.1\mu m$, les deux indicateurs présentent en effet une asymptote horizontale à l'origine. D'autre part, dégrader la résolution s'avère critique dès lors que sa valeur excède $0.1\mu m$. En effet, on observe une augmentation très significative des deux indicateurs pour des valeurs de résolutions supérieures à $0.1\mu m$. Cette seconde observation confirme l'importance du recalage au nominal détaillé au paragraphe 2.2.

c - Influence de la remise en position du réflecteur

Lors des simulations, on suppose à chaque tirage que le centre du réflecteur est contenu dans un cube centré autour d'une position neutre ou de décalage comme illustré sur la figure 87.



Figure 87 – Erreur de remise en position du réflecteur autour de positions nominales lors des simulations.

Nous avons fait l'hypothèse au paragraphe 2.3 que la répartition des distances du reflecteur par rapport à ce centre suit une loi normale au court des tirages. Le paramètre qui traduit cette dispersion est σ_{Re-MiP} suivant les trois axes de la machine. Les résultats des simulations qui permettent d'identifier son impact sur l'étalonnage sont illustrés sur les figures 88(a) et 88(b).



Figure 88 - Incertitudes sur le SMR et les défauts cinématiques en fonction de la remise en position du réflecteur.

Les figures 88(a) et 88(b) mettent en évidence une augmentation quasi linéaire des indicateurs d'incertitude en fonction de l'augmentation de l'erreur de remise en position du réflecteur. On note en particulier que l'accroissement des incertitudes sur les défauts cinématiques qui ne requièrent pas de décalage du réflecteur est faible.

3.3.4 Conséquences de l'erreur de calcul du SMR sur les profils des défauts cinématiques

Une erreur sur le calcul du SMR a des répercutions sur la multilateration des points. Dans cette partie, on étudie cet impact qualitativement. Un cas simplifié en deux dimensions est étudié puis les conclusions qui en sont tirées sont élargies à un espace en trois dimensions.



Figure 89 – Modélisation des erreurs de position relatives entre les positions successives du Laser Tracer dans un espace en deux dimensions.

Le modèle présenté sur le schéma 89 indique que l'erreur relative de positionnement des Laser Tracer est uniquement suivant la droite qui relie leurs centres respectifs. La raison est qu'une erreur transversale engendre uniquement une rotation du problème puisqu'on se place dans le cadre des petits déplacements. Ici, on n'évalue que l'erreur sur la mesure de la justesse et sur la mesure de la rectitude transversale de la ligne de points P_i .

On se place au terme de la construction du SMR. Les bras-morts sont calculés et on dispose donc de longueurs interférométriques absolues. Les données du problème sont les suivantes :

- Longueurs interférométriques : d_{1i} et d_{2i} .
- Distance entre positions calculées des Laser Tracer : D.

Les inconnues à déterminer et le défaut de la trajectoire sur lequel elles influent sont les suivants :

- Longueurs l_{1i} et $l_{2i} \rightarrow \text{Défaut}$ de justesse noté xtx_i .

- Hauteur $hi \rightarrow$ Défaut de rectitude xty_i .

Equations dont on dispose pour résoudre le problème :

$$\begin{aligned} h_i^2 + l_{1i}^2 &= d_{1i}^2 & (a) \\ h_i^2 + l_{2i}^2 &= d_{2i}^2 & (b) \\ D &= l_{1i} + l_{2i} & (c) \\ (c) \Leftrightarrow l_{1i}^2 &= (D - l_{2i})^2 = D^2 - 2.D.l_{2i} + l_{2i}^2 \\ \text{Soit} : (b) - (a) : 2.D.l_{2i} - D^2 = d_{2i}^2 - d_{1i}^2 \\ \Leftrightarrow l_{2i} &= \frac{D^2 + d_{2i}^2 - d_{1i}^2}{2.D} \\ \text{Et} : h &= \sqrt{d_{2i}^2 - l_{2i}^2} \end{aligned}$$
(3.12)

De ces équations, on peut déduire une expression en chaque point de l'erreur sur l'évaluation de la justesse et de la rectitude verticale (respectivement xtx_i et xty_i dans le cas de l'exemple traité sur la figure 89). Le détail pour chaque point est illustré sur la figure 90.



Figure 90 – Détail des erreurs de mesure de la justesse et de la rectitude dans le plan pour un point de la trajectoire.

La représentation de la figure 90 permet de déduire les expressions de xtx_i et xty_i :

$$xtx_i = l_{1i} - l_{1,init} - \varepsilon$$

$$xty_i = h_i - h_{init}$$
(3.13)

Si on considère une erreur symétrique de $2.5\mu m$ sur les deux positions du Laser Tracer disposé en x = 0 et x = 500 (soit $x_{01 vrai} = -2.5\mu m$ et $x_{02 vrai} = 500.025mm$), les points sont

situés de x = 0 à x = 500mm à une hauteur de h = 90mm. En utilisant les expressions établies aux équations 3.13, on obtient les courbes suivantes pour les impacts de cet écart de $5\mu m$ sur les mesures de la justesse et de la rectitude :



Figure 91 - Influence d'une valeur erronnée de D sur les défauts mesurés

De façon claire sur la figure 91, nous constatons que l'écartement des Laser Tracer engendre une pente linéaire sur la justesse et un creux en parabole sur le profil de rectitude. En terme de valeurs, nous concluons qu'une erreur donnée sur les positions relatives engendre une erreur de même amplitude sur le profil de justesse et une erreur du même ordre sur les rectitudes transversales. Cette conclusion est valable pour un axe horizontal.

Dans le cas d'un axe vertical (coulisseau de la MMT), l'impact est différent. En reprenant les équations 3.13 pour le traitement d'un axe vertical, les résultats sont ceux illustrés sur la figure 92.



Figure 92 – Influence d'une valeur erronnée de D sur les défauts mesurés d'un axe vertical (coulisseau de la MMT

Ces résultats montrent que l'étalonnage de la justesse du coulisseau est très sensible aux erreurs de calcul du SMR, en particulier pour les points qui se trouvent à une altitude proche de celle des Laser Tracer. L'erreur de mesure de justesse de l'axe vertical accroît de façon exponentielle à l'approche de cette altitude particulière qui est une singularité pour le calcul des défauts cinématiques.

4 Synthèse de l'étude des incertitudes

Les travaux présentés dans ce chapitre ont permis d'associer une incertitude d'étalonnage en chaque abscisse des défauts cinématiques de la MMT étalonnée. Pour cela, le bilan d'incertitudes a inclus des facteurs dont le rôle n'était auparavant pas pris en compte dans la littérature. Ces facteurs sont majoritairement liés au fait de n'utiliser qu'un seul Laser Tracer au lieu de quatre pour étalonner la MMT. Nous avons proposé un module d'évaluation des incertitudes qui permet, grâce à des simulations de Monte Carlo, d'identifier l'influence de chacun de facteurs d'incertitude. La pertinence d'une stratégie d'étalonnage (positionnement des Laser Tracer par rapport à l'espace de travail) peut donc être évaluée à priori de la mise en oeuvre de la procédure. L'outil de simulation proposé s'appuie sur la simulation du comportement de la MMT et de celui du Laser Tracer lors de la mesure. Deux indicateurs d'incertitude ont été proposés pour l'étude des incertitude ; l'un est lié à l'exactitude de calcul du système mesurant de référence (SMR) construit sur les positions successives du Laser Tracer, l'autre est une image de l'incertitude obtenu sur les profils des défauts cinématiques calculés.

En premier lieu, le repositionnement de la MMT doit impérativement être compensé afin de réaliser la multilateration, car le même point doit être visé successivement par le Laser Tracer positionné en différents points de l'espace. Or, la position atteinte par le réflecteur est systématiquement différente de la consigne nominale. Nous avons donc proposé un modèle dit de *recalage au nominal* qui permet de corriger cette erreur de repositionnement du porteur. Les simulations menées (voir chapitre 3.3.3) ont permis de valider la pertinence de ce modèle, même pour des erreurs de repositionnement de l'ordre de plusieurs centièmes de millimètre. Ensuite, la mise en position du réflecteur à l'extrémité de la structure de la MMT est affectée d'une dispersion de l'ordre du millimètre à cause de la conception même des composants. Les deux indicateurs d'incertitudes ont permis de mettre en évidence que ce facteurs d'incertitude a un impact très limité sur les incertitudes des défauts cinématiques (voir chapitre 3.3.3).

L'outil d'évaluation des incertitudes que nous proposons s'avère performant pour l'étalonnage d'un espace de travail associé à une machine à mesurer tridimensionnelle à 3 axes cartésiens. Puisqu'il existe d'autres types d'appareils permettant de réaliser des mesures en 3D, nous proposons dans le chapitre suivant d'extrapoler la méthode d'étalonnage par multilateration à d'autres moyens de mesures.

Chapitre

4

Application de la méthode à d'autres moyens de mesures

1 Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons proposé une méthode d'étalonnage par multilateration utilisant un unique Laser Tracer plus particulièrement adaptée aux machines cartésiennes 3-axes. Cette méthode s'appuie sur la construction d'un Système Mesurant de Référence (SMR) à partir des positions du Laser Tracer. L'originalité est que le SMR, qui définit l'étalon de référence, est construit indépendamment de la cinématique de la machine. Il est alors possible de définir une procédure d'extraction des 21 défauts de la machine qui s'appuie sur la mesure de points selon des trajectoires particulières, les coordonnées des points étant obtenues par multilatération dans le SMR. Nous avons ensuite proposé un module d'étalonnage virtuel qui, partant d'un volume de travail 3D présentant des défauts volumiques, simule l'étalonnage en intégrant les incertitudes associées aux limites de la procédure par simulation Monte-Carlo. Il est ainsi possible d'évaluer l'influence de chacun des facteurs d'incertitude sur la procédure associée. Ce module de simulation permet de valider a priori la pertinence de la méthode d'étalonnage mise en oeuvre en regard d'une incertitude attendue.

L'ensemble de la démarche a été appliqué et validé pour une MMT à 3 axes cartésiens. Cedendant, l'approche proposée découple la construction du SMR de l'identification des défauts cinématiques. Elle peut donc être facilement étendue à des systèmes de mesure 3D variés. L'objectif du présent chapitre est donc de montrer comment la démarche globale peut s'appliquer à des espaces de mesure sans cinématique machine. Il s'agit alors d'identifier les défauts volumiques associés à l'espace de mesure, ainsi que les incertitudes associées à la méthode d'étalonnage mise en œuvre. Afin d'illustrer notre propos, nous traitons le cas d'espaces de travail associés à un système de mesure optique.

2 Espace de travail associé à un système de mesure optique

De façon à illustrer notre démarche, nous considèrons dans ces travaux l'exemple d'un système de mesure optique par stéréovision, le C-Track¹ qui est un capteur de stéréo-vision actif, muni de deux caméras infrarouges, chacune entourée d'émetteurs infrarouges. Des cibles disponibles en versions magnétiques ou adhésives, disposées sur la pièce à mesurer, réfléchissent les rayons infrarouges. Les images obtenues ne comportent que les rayons infrarouges réfléchis par les cibles, laissant noir toute autre partie de la scène observée. Le traitement pour la reconnaissance des cibles peut donc être fait efficacement, et en temps réel. Une cible représente alors un point de l'espace de travail et un ensemble de cibles peut être ainsi mesuré et suivi soit en dynamique, soit en statique.

^{1.} http://www.creaform3d.com/



Figure 93 – Capteur optique C-Track.

Par conséquent, il est possible d'envisager l'étalonnage des positions de cibles particulières dans le volume de travail associé au système de mesure optique. Il suffit alors de mesurer la position des cibles par multilatération dans un SMR parallèlement à la mesure par le système optique ; l'étalonnage est obtenu par comparaison des deux jeux de coordonnées de points mesurés. L'étalonnage est alors réalisé point à point, indépendamment d'une cinématique associée à la machine. La mise en oeuvre nécessite cependant un porteur extérieur (un robot sur la figure 94) dont le rôle est de placer à la fois le réflecteur des Laser Tracer et des cibles du capteur optique en certains points particuliers de l'espace. Deux situations sont alors possibles.



Figure 94 – Espace de travail d'un appareil de mesure optique.

Si quatre Laser Tracer sont disponibles, la seule contrainte sur le porteur est sa stabilité lors des arrêts aux points de mesure. En effet, pour réaliser la comparaison des coordonnées indiquées par l'appareil de mesure optique et celles indiquées par le SMR, il faut que le même point physique soit mesuré. Si un seul Laser Tracer est disponible, la performance de la mesure dépend

aussi du repositionnement du porteur, en particulier s'il s'agit d'un robot comme dans l'exemple de la figure 94. Nous avons cependant montré au chapitre 3 que le recalage au nominal des positions atteintes par le réflecteur permet de n'utiliser qu'un unique Laser Tracer. La démarche est similaire lorsqu'un appareil de mesure optique et un robot plutôt qu'une MMT sont utilisés. Dans nos travaux, nous ne considérons que ce cas de figure.

L'étalonnage des positions d'un ensemble de cibles par multilateration est plus simple que celui d'une machine 3-axes dont on veut identifier les 21 défauts. En effet, seule la position importe dans ce cas. Il n'est pas nécessaire de décaler le réflecteur par rapport à une position neutre de référence pour identifier des rotations, inexistantes dans le cas d'un capteur optique. Le réflecteur parcourt quatre fois l'ensemble des positions définis dans le volume de travail car le Laser Tracer est positionné en quatre positions différentes. La seule contrainte est que ces positions soient non coplanaires pour réaliser la multilateration.

Le réflecteur du Laser Tracer est pourvu de cibles réfléchissantes qui permettent de mesurer ses déplacements à l'aide de l'appareil de mesure optique. Lors de la manipulation, le Laser Tracer est utilisé en parallèle pour étalonner les positions du réflecteur par multilateration 95.



Figure 95 – Positionnement des cibles et du réflecteur.

3 Démarche générale de simulation d'étalonnage d'un espace de travail

Nous reprenons ici la démarche globale de simulation d'étalonnage avec calcul des incertitudes proposées au chapitre 3. La méthode de simulation mise en place permet d'étudier le comportement d'une machine 3-axes ou d'un ensemble de points d'un espace quelconque sans cinématique associée. La figure 96 illustre le déroulement complet d'une simulation pour laquelle nous retrouvons les principales étapes précédemment proposées.



Figure 96 – Etapes successives des simulations de l'étalonnage d'un espace de travail.

La première étape consiste à définir les défauts volumiques. Ces défauts peuvent résulter de la propagation de 21 défauts dans le cas d'une machine 3-axes (MMT ou MOCN), et dans ce cas le défaut volumique comporte un terme de translation et un terme de rotation. Dans le cas d'une mesure optique, les défauts sont définis sans cinématique associée et sont liés au modèle de sténopé des caméras. Dans notre cas, l'erreur volumique se limite à un vecteur à trois composantes en chaque point atteint de l'espace. Cette étape n'est réalisée qu'une seule fois.

La seconde étape consiste à simuler la procédure de mesure à l'aide du Laser Tracer. Cette étape permet de générer des fichiers de mesure identiques à ceux obtenus au terme d'un étalonnage réel. Lors de cette étape, les sources d'incertitudes associées à la procédure d'étalonnage interviennent dans le calcul des longueurs interférométriques mesurées. La troisième étape est l'utilisation des fichiers de mesure issus de l'étape précédente pour calculer le système mesurant de référence (SMR). On utilise pour cela la formulation décrite au paragraphe 4.1 du chapitre 2.

La quatrième étape est la multilateration des points atteints par le réflecteur dans l'espace de travail à l'aide du SMR et des longueurs interférométriques correspondantes. Il est alors possible d'identifier les défauts volumiques associés à l'espace de travail.

Les étapes 2 à 5 sont simulées N fois par méthode de Monte-Carlo. Nous présentons plus particulièrement ces étapes dans le cadre de l'étalonnage d'un espace de travail associé à un système de mesure optique.

4 Application à l'étalonnage d'un espace de travail associé à un système optique.

4.1 Evaluation des incertitudes.

A l'issue de l'étape 1, nous disposons de fichiers correspondant à la mesure fictive traduisant la liste des points atteints par le réflecteur. Ainsi, lorsqu'on simule l'étalonnage d'un volume optique, les distances interférométriques d_{ij} sont calculées à l'aide des valeurs réelles de la même façon que lors des simulations d'une MMT. Elles s'expriment de la façon suivante :

$$d_{ij} = \|\overrightarrow{P_{ij,r\acute{e}el}} + \overrightarrow{E_i} + \overrightarrow{Def_{ij}} - \overrightarrow{LT_j}\| - d_{0,j}$$

$$(4.1)$$

Avec :

- $-P_{ij,r\acute{e}el}$: Position théoriquement exacte que devrait atteindre le réflecteur,
- $-E_i$: Défaut volumique au point d'indice P_i ,
- Def_{ij} : Défaut du positionnement relatif des cibles par rapport au réflecteur,
- $-LT_j$: Position du Laser Tracer,
- $d_{0,i}$: Bras-mort de l'interféromètre.

Comme précédemment, la position réelle atteinte est entachée du défaut de repositionnement du porteur qui peut être caractérisée par son écart type, $\sigma_{Pos.porteur}$.

Les erreurs volumiques du porteur (par exemple un robot) ne sont pas prises en comptes car elles sont systématiques. Puisque le même point de consigne est atteint pour les 4 trajectoires, la même erreur intervient à chaque fois. Etant donné que nous cherchons à étalonner le système optique et non le robot, cette erreur n'a pas d'influence sur l'étalonnage. Seule sa répétabilité sera prise en compte par les mesures issues de l'appareil de mesure optique.

Chacune de ces distances est ensuite affectée d'une erreur correspondant à l'incertitude de mesure associée à l'interféromètre (voir équation3.1). Ce qui conduit au terme des simulations à 4 fichiers de données fictives qui ont chacun la forme suivante :

	X _{i,j}	Y _{i,j}	Z _{i,j}	d _{i,j}
Point 1	X _{1,j}	Υ _{1,j}	Z _{1,j}	d _{1,j}
Point i				
Point N	X _{N,j}	Y _{N,j}	Z _{N,j}	d _{N,j}
Point N	X _{N,j}	Y _{N,j}	Z _{N,j}	d _{N,}

Données du C-Track

Figure 97 – Données de mesure (avec $j = l \ a \ 4$)

L'ensemble des longueurs interférométriques est arrondi au nanomètre, résolution de l'interféromètre. Ceci donne des tableaux de mesure fictifs tels qu'ils sont obtenus au terme d'une manipulation réelle.

La résolution requiert une solution initiale proche du résultat à obtenir. Les composantes sont les coordonnées des positions du Laser Tracer, leur bras-mort et les coordonnées des points visés. Les positions approximatives du Laser Tracer et les valeurs des bras-morts sont données à plusieurs centimètres par une mesure externe et qui pratiquement sont estimées au mètre à ruban. En ce qui concerne les points visés, les coordonnées indiquées par le robot peuvent être utilisées pour en vérifier la répétabilité. La transformation entre le repère associé au C-Track et le SMR initial construit précédemment est alors estimée afin d'exprimer les coordonnées des points visés du SMR initial.



Figure 98 – Transformation entre les repères robot et SMR

Les défauts volumiques sont obtenus par comparaisons des valeurs simulées, exprimées dans le SMR, aux valeurs mesurées par le système optique, exprimées dans le repère du système optique. Il est donc nécessaire de recaler ces deux nuages de points.

4.2 Résultats des simulations.

Afin de procéder à une comparaison des coordonnées pour valider la méthode, un repère identique doit être utilisé. Pour les nuages de points du C-Track et du Laser Tracer. On choisit de le construire sur trois positions particulières du réflecteur et des cibles.

Les positions théoriques exactes des cibles sont initialement exprimées dans le repère du système de mesure optique afin de rendre compte d'une mesure optique parfaite. Une fois l'erreur de mesure considérée, les coordonnées des cibles entâchées de l'erreur de mesure sont également exprimées dans le repère des cibles ; elles sont notées $Cibles_{C-Track}$. La différence entre les positions théoriques exactes et les positions entachées d'une erreur nous indique l'erreur de mesure optique dans le repère des cibles. L'objectif est de retrouver cette erreur à l'aide du Laser Tracer.

Pour cela, les coordonnées des cibles mesurées par multilateration sont exprimées dans le repère des cibles et la différence $Cibles_{C-Track}$ - $Cibles_{multilat}$ est l'erreur optique obtenue par la multilateration. Comparer cette erreur à l'erreur de mesure optique exacte permet de caractériser la méthode.

Nous effectuons un ensemble de 100 simulations par la méthode de Monte-Carlo. Pour évaluer la méthode, nous évaluons les indicateurs suivants :

- l'incertitude moyenne sur l'ensemble des défauts volumiques des cibles, notée U_{moy} ,
- l'incertitude maximale sur l'ensemble des défauts volumiques des cibles, notée U_{max} ,
- l'indicateur de qualité de construction du SMR défini par l'équation 3.10, σ_{SMR}

Les 2 premiers indicateurs peuvent s'aparenter au second indicateur utilisé pour les défauts cinématiques de la MMT proposé au chapitre précédent. Afin de tester de mettre en avant l'influence de chaque source d'incertitude, nous proposons 3 cas de tests différents, chacun intégrant tout ou partie des sources d'incertitudes. Rappelons que pour la mesure avec le système optique proposé, nous avons identifié 3 sources d'incertitudes dont les valeurs sont reportées dans le tableau 5. Les valeurs associées au porteur sont des valeurs estimées considérant un robot 6 axes (de type STAUBLI RX90) pour lequel l'incertitude sur le repositionnement correspond à l'erreur de répétabilité du robot et le positionnement des cibles par rapport à l'oeil de chat correspond à l'incertitude associée à l'évaluation de la distance entre le réflecteur et le point de référence des 12 cibles rétro-réfléchissantes.

Sources d'incertitude	Valeurs attribuées	
Interferomètre	$u_0 = 0.1 \mu m$	
$\sigma_{i,j} = [u_0 + (d_{i,j} + d_{0,j}).u_L]$	$u_L = 0.15 \mu m/m$	
Positionnement du porteur	$\sigma_{Pos.porteur} = 0.02mm$	
Positionnement des cibles par rapport au réflecteur	$Def_{ij} = 0.05mm$	

Tableau 5 – Valeurs attribuées aux sources d'incertitude.

Les résultats relatifs aux 3 cas testés sont reportés dans le tableau 6.

Sources d'incertitude	U _{moy}	Umax	σ_{SMR}
Interferomètre seul	0.048mm	0.080mm	0.345mm
Interféromètre + Positionnement du porteur	0.052mm	0.089	0.334mm
Interféromètre + Positionnement porteur + Cibles/réflecteur	> 1mm	> 1mm	> 1mm

Tableau 6 – Résultats des simulations.

Ces résultats mettent en avant deux points particuliers. Tout d'abord l'évaluation du positionnement des cibles par rapport au réflecteur s'avère être le paramètre le plus significatif relativement aux incertitudes associées à la procédure de mesure. Comme on pouvait s'y attendre, l'incertitude associée à la procédure d'étalonnage est de l'ordre du millimètre, ce qui la rend non pertinente. Le second point est que l'ordre de grandeur des incertitudes obtenues est plus important que celui observé lors de l'étalonnage d'une MMT. Ceci est surement lié au choix du mode de recalage des nuages de points. En effet, utiliser un repère construit sur uniquement 3 cibles reporte leurs erreurs sur les autres. Une méthode plus judicieuse est probablement d'avoir recours à une analyse des composantes principales pour déterminer les 3 directions globales du nuage de points et construire une base. Le repère peut alors être centré sur le centre de gravité du nuage.

5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons présenté une démarche globale de simulation de la procédure d'étalonnage d'un espace de travail quelconque permettant d'identifier les incertitudes associées. Nous avons illustré notre propos en nous appuyant sur un espace de travail associé à un système de mesure optique, le C-Track. La procédure d'étalonnage s'appuie sur la construction d'un SMR dans lequel les défauts volumiques sont identifiés pour un ensemble de points particuliers. Les points sont un ensemble de cibles visés par le système optique et par le Laser Tracer. La procédure d'étalonnage s'en trouve alors simplifiée puisqu'il s'agit de réaliser la même trajectoire pour 4 positions différentes du Laser Tracer. Il se trouve cependant le problème de faire coïncider les nuages de points obtenus par les 2 moyens de mesure. L'évaluation des incertitudes par simulation nécessite l'identification au préalable des sources d'incertitude participant au budget global. Une fois ces sources identifiées, et un modèle d'incertitude associé, il est possible de simuler la procédure d'étalonnage par une méthode de Monte-Carlo. Comme pour le cas d'une machine avec cinématique, l'intérêt de notre approche est de pouvoir évaluer l'influence de chaque source d'incertitude sur l'incertitude globale. Dans le cas traité, les simulations ont montré l'importance de l'évaluation du point de référence des cibles par rapport au centre de l'oeil de chat.

Conclusion & Perspectives

Au terme d'un état de l'art des techniques d'étalonnage des moyens de mesures présentées dans le chapitre 1, nous avons conclu à la performance des systèmes basés sur la multilateration. En particulier, le Laser Tracer permet ces étalonnages en respectant une durée minimale d'immobilisation du matériel. De plus, la conception de l'appareil autour d'un centre optique (sphère réflectrice dont le défaut de sphéricité est inférieur à 50 nm) permet de supprimer les incertitudes issues des défauts mécaniques ddes axes de la tourelle. Cependant, les incertitudes associées à cette technique particulière demeurent essentiellement focalisées sur l'interféromètre qu'il utilise. De plus, les méthodes proposées recourent à une résolution globale du problème d'étalonnage à partir d'un modèle cinématique du porteur. Enfin, les études présentées la littérature ne précisent pas quel est le poids de chacune des sources d'incertitude sur le résultat final.

Le chapitre 2 est centré autour de la méthode d'étalonnage d'une MMT que nous proposons. Elle consiste en l'identification des 21 défauts cinématiques caractéristiques d'une architecture à 3 axes cartésiens. Dans un premier temps, nous explicitons la nécessité de procéder à l'étalonnage en recourant uniquement aux longueurs interférométriques délivrées par le Laser Tracer (chapitre 3). Pour cela, une première méthode itérative est présentée qui se base sur la donnée des règles de la MMT lors de la procédure d'étalonnage. Ces itérations étant chronophages, un calcul ultérieur des incertitudes par des tirages de Monte-Carlo n'est pas envisageable. D'autre part, la convergence de cette méthode n'est pas systématique. Le coût unitaire du Laser Tracer impose d'élaborer des méthodes d'étalonnage pour lesquelles l'appareil est disposé en plusieurs points de l'espace pour réaliser une multilatération séquentielle. Cette méthode implique que la MMT étalonnée réalise plusieurs fois un ensemble de points pré-défini. La qualité de l'étalonnage est donc tributaire de ses performances de remise en position. Pour s'en affranchir, nous proposons une phase dite de recalage au nominal dans la procédure . Ensuite, sur la base des méthodes d'étalonnage utilisant des barres à trous, nous proposons une stratégie originale d'identification des 21 défauts de la MMT. Elle se démarque des travaux présentés dans la littérature par son approche axe par axe plutôt que par une résolution globale du problème. Sa validation a eu lieu dans un laboratoire industriel, par comparaison avec les résultats fournis pas le logiciel Trac-Cal associé au Laser Tracer. La méthode de construction du SMR que nous proposons ne repose pas sur le modèle cinématique de la machine étalonnée, nous pouvons donc envisager son application à des systèmes mesurants différents des MMT. De plus, la stratégie que nous proposons permet l'obtention des 21 défauts d'une machine 3-axes. Sur le même principe de construction de SMR, nous pouvons envisager une stratégie d'identification des défauts d'axes supplémentaires tels que les axes rotatifs afin d'extrapoler la méthode aux machine-outils 5-axes largement répandues dans l'industrie. D'autre part, les coordonnées de chaque point mesuré par le SMR ne sont calculées que sur un unique parcours des trajectoires par le réflecteur. Ceci permet l'identification des défauts cinématiques systématiques de la machine. Effectuer les mêmes trajectoires en sens retour et en déduire un second jeu de coordonnées pour chaque point permettrait d'identifier des défauts d'une autre nature permettant d'affiner la caractérisation de la machine étalonnée.

Le chapitre 3 permet l'association d'une incertitude d'étalonnage en chaque abscisse des défauts cinématiques obtenus à l'issue de la procédure d'étalonnage que nous avons proposé. La base de ce travail est l'inventaire des phénomènes qui contribuent à l'incertitude globale. A l'heure actuelle, les longueurs interférométriques sont prépondérantes dans les formulations illustrées dans la littérature. Nous avons proposé dans nos travaux d'étudier aussi l'impact de la répétabilité en positionnement de la MMT ainsi que de la remise en position du réflecteur lorsqu'il est ré-orienté. L'outil que nous proposons pour l'évaluation des incertitudes est un module de simulation qui permet de reproduire le comportement de la MMT ainsi que celui du Laser Tracer. Ainsi, nous pouvons isoler chaque source d'incertitude et quantifier son impact sur le résultat final. Cet outil a permis de démontrer que la part due aux longueurs interférométriques est de moitié sur le résultat final d'étalonnage pour des conditions d'étalonnage de laboratoire. Les autres sources ne doivent donc pas être négligées. De plus, il nous a permis de quantifier la sensibilité du résultat d'étalonnage à chacune des composantes d'incertitudes. Enfin, nos travaux ont permis d'identifier la conséquence d'une erreur de calcul du système mesurant de référence (construit sur les positions du Laser Tracer) sur les défauts cinématiques de rectitude et de justesse dans les cas génériques de trajectoires horizontales ou verticales dans l'espace de travail de la MMT. L'indicateur basé sur les incertitudes des défauts cinématiques ne prend en compte que les défauts cinématiques qui ne requièrent pas de décalage du réflecteur par rapport à une position neutre. Il serait intéressant de développer un troisième critère spécifiquement basé sur les incertitudes des défauts cinématiques qui nécessitent ce décalage (lacet de la traverse et petites rotations du coulisseau pour une machine à trois axes cartésiens. De plus, le parcours en sens retour des trajectoires suggéré en ouverture des travaux du chapitre 2 permettrait de faire apparaître d'autres sources d'incertitude dont l'influence sur le résultat final d'étalonnage pourrait être significatif. Enfin, une amélioration globale de la démarche présentée aux chapitres 2 et 3 est l'augmentation significative du nombre de tirages de Monte-Carlo pour l'évaluation des incertitudes. Pour cela, il faudrait affiner la façon dont les itérations sont menées (sur la base d'une méthode du gradient) lors de la résolution afin d'en diminuer le nombre.

Le chapitre 4 présente une extrapolation de nos travaux à des moyens de mesures sans cinématique associée. En effet, un aspect très intéressant du Laser Tracer est sa capacité à étalonner de grand volumes de travail (de l'ordre de 10 mètres dans la diagonale). Nous proposons donc une adaptation de la méthode de construction d'un système mesurant de référence à ces moyens de mesure. D'autre part, notre module d'évaluation des incertitudes d'étalonnage permet aussi de prendre en compte le comportement d'un système porteur du réflecteur et des cibles optiques ainsi que du comportement du moyen de mesure optique. A l'instar de ce qui est présenté dans le chapitre 3, cet outil nous permet d'anticiper les résultats d'étalonnage en fonction des sources d'incertitudes listées. En particulier, nos travaux prennent en compte les déformations du porteur, non négligeables si le porteur est un robot à bras. L'amélioration de cette méthode passera nécessairement par l'optimisation du calcul du centre optique associé aux cibles placées sur le support du réflecteur. En effet, la visibilité des cibles est limitée lors des mouvements du porteur qui cache certaines cibles.

Liste des références

- [Agapiou,2007] Agapiou John S., Du H. Assuring the day-to-day accuracy of coordinate measuring machines - A comparison of tools and procedures Journal of Manufacturing Processes, 2007, 9(2):109-120
- [Aguado,2012] Aguado S., Samper D., Santolaria J., Aguilar J.J., Identification strategy of error parameters in volumetric error compensation of machine tool based on laser tracker measurements. International Journal of Machine Tools and Manufacture 2012, 53:160–169.
- [Balsamo,1997] Balsamo A., Franke M., Trapet E., Wäldele F., *Result of the CIRP-Euromet Intercomparison of ball plate-based techniques for determining CMM parametric errors* Annals of the CIRP, 1977, 46(1):463-466
- [Balsamo,2009] Balsamo A., Pedone P., Ricci E., Verdi M., *Low-cost interferometric compensation of geometrical errors*. Annals of the CIRP 2009, 58:459–462.
- [Belforte,1987] Belforte G., Bona B., Canuto E., Donati F., Ferraris F., Gorini I., Coordinate measuring machines and machine tools selfcalibration and error correction. Annals of the CIRP, 1987, 36(1):359–364.
- [Bourdet,1976] Bourdet P. et Clément A., *Controlly a Complex Surface with a 3 Axis Measuring Machine*. Annals of CIRP, 1976, 25 :354-361.
- [Bourdet,1987] Bourdet P., Contribution à la mesure tridimensionnelle : Modèle d'identification des surfaces, métrologie fonctionnelle des pièces mécaniques, correction géométrique des machines à mesurer tridimensionnelles. Thèse d'Etat, Chapitre VII, Nancy I - LURPA ENS Cachan, 23 Juin 1987
- [Bourdet, 1996] Bourdet P., Mathieu L., Lartigue C., Ballu A., The concept of the small displacement torsor in metrology, Advanced Mathematical Tools in Metrology II. World Scientific Publishing Company, Series Advances in Mathematics for Applied Sciences, 1996,40:110-122
- [Brecher,2009] Brecher C., Utsch P., Wenzel C., *Five-axes accuracy enhancement by compact and integral design*. Annals of the CIRP, 2009, 58:355–358.
- [Bringmann,2009] Bringmann B., Knapp W., *Machine tool calibration : geometric test uncertainty depends on machine tool performance*. Precision Engineering, 2009, 33 :524–529.
- [Bringmann,2008] Bringmann B., Besuchet J.P., Rohr L., Systematic evaluation of calibration methods. Annals of the CIRP, 2008, 57:529–532.

- [Bringmann,2005] Bringmann B., Küng A., *A measuring artefact for true 3D machine testing and calibration*. Annals of the CIRP, 2005, 54 :471–474.
- [Camus,2006] Camus S., Contrôle des machines à mesurer tridimensionnelles par la méthode des barres à trous Mémoire d'ingénieur CNAM, Laboratoire National de Métrologie et d'Essais, 22 mai 2006
- [Choi,2004] Choi J.P., Min B.K., Lee S.J., Reduction of machining errors of a three-axis machine tool by on-machine measurement and error compensation system. Journal of Materials Processing Technology, 2004, 156 :2056–2064.
- [Coorevits,1990] Coorevits T., *Contribution au développement des techniques d'autocalibrage appliquées aux machines à mesurer tridimensionnelles* Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers, février 1990
- [David,1993] David J.-M., Coorevits T., *Les limites de la correction par logiciel des erreurs de géométrie des M.M.T. : Définition d'une architecture nouvelle de machine*. 6ième Congrès International de Métrologie, 1993
- [Du,2010] Du Z., Zhang S., Hong M., Development of a multi-step measuring method for motion accuracy of NC machine tools based on cross grid encoder. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2010, 50 :270–280.
- [Duffie,1987] Duffie N.A., Maimberg S.J., *Error diagnosis and compensation using kinematic models and position error data*. Annals of the CIRP, 1987, 36:355–358.
- [Ekinci,2007] Ekinci T.O., Mayer J.R.R., *Relationships between straightness and angular kinematic errors in machines*. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2007, 47 :1997–2004
- [Erkan,2010] Erkan T., Mayer J.R.R., A cluster analysis applied to volumetric errors of fiveaxis machine tools obtained by probing an uncalibrated artefact. Annals of the CIRP, 2010, 59:539–542.
- [Evans&al,1996] Evans C.J., Hocken R.J., Estler W.T. *Self-calibration : reversal, redundancy, error separation and absolute testing* Annals of the CIRP, 1996, 45(2) :617-634
- [Florussen,2002] Florussen G.H.J., Accuracy analysis of multi-axis machines by 3D length measurements Ph.D Thesis, Eindhoven University of Technology, June 4th 2002
- [Florussen,2001] Florussen G.H.J., Delbressine F.L.M., Van de Molengraft M.J.G., Schellekens P.H.J., *Assessing geometrical errors of multi-axis machines by three-dimensional length measurements*. Measurement, 2001, 30 :241–255.
- [Grzesiak, ?] Grzesiak J.-L., Vailleau G.-P., David J.-M., Coorevits T., Acquisition des erreurs de géométrie des MMT à l'aide de barres à trous et incertitudes associées
- [Hennebelle,2007] Hennebelle F., *Détermination des incertitudes de mesure sur machines à mesurer tridimensionnelles. Application aux engrenages* Thèse de doctorat, Laboratoire de Métrologie et de Mathématiques Appliquées, ENSAM de Lille, 5 décembre 2007

- [ISO,2008] International Organization for Standardization Vocabulaire international des termes fondamentaux et généraux de Métrologie
- [Iwasawa,2004] Iwasawa K., Iwama A., Mitsui K., Development of a measuring method for several types of programmed tool paths for NC machine tools using a laser displacement interferometer and a rotary encoder. Precision Engineering, 2004, 28:399–408.
- [Jouy,1986] Jouy F., *Theoretical modelisation and experimental identification of the geometrical parameters of the coordinate machine by measuring a multi-directed bar.* Annals of the CIRP, 1986, 35 :393–396.
- [Kihara&al,1984] Kihara M., Okada T., A satellite selection method and accuracy for the global position system Navigation, 1984, 31(1): 8-20
- [Knapp,2005] Bringmann B., Küng A., Knapp W. A measuring artefact for true 3D machine testing and calibration Annals of the CIRP, Manufacturing Technology, 2005, 54(1):471-474
- [Kruth,2003] Kruth J.P., Zhou L., Van den Bergh C., Vanherck P. A method for squareness error verification on a coordinate measuring machine. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology (2003) 21 :874-878
- [Kunzmann,1990] Kunzmann H., Trapet F., Wäldele F. A uniform concept for calibration, acceptance test and periodic inspection of coordinate measuring machines using reference objects Annals of the CIRP, 1990, 30(1):561-564
- [Lei,2009] Lei W.T., Paung I.M., Yu C.C., *Total ball bar dynamic tests for five-axis CNC machinetools*. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2009, 49 :488–499.
- [Linares,2014] Linares J.-M., Chaves-Jacob J., Schwenke H., Longstaff A., Fletcher S., Flore J., Uhlmann E., Wintering J., *Impact of measurement procedure when error mapping and compensating a small CNC machine using a multilateration laser interferometer* Precision Engineering, 2014, 38:578–588.
- [Mathien,1995] Mathien J-P. Contrôle des machines à mesurer Techniques de l'ingénieur R1318
- [Mayer,2010] Mayer J.R.R, Erkan T. A cluster analysis applied to volumetric errors of five-axis machine tools obtained by probing an uncalibrated artefact Annals of the CIRP, Manufacturing Technology, 2010, 59(1):539-542
- [Mayer,2009] Mayer J.R.R., Erkan T., Dupont Y. Compensation of the unknown geometry of a reconfigurable uncalibrated 3D ball artefact for five-axis machine volumetric check Proceedings of the 24th ASPE Annual Meeting (2009), Monterey, CA
- [Mayer,2012] Mayer J.R.R., *Five-axis machine tool calibration by probing a scale enriched reconfigurable uncalibrated master balls artefact.* Annals of the CIRP, 2012, 61:515–518.

- [Moustafa&al,2009] Moustafa S.(NIS), Gerwien N.(PTB), Haertig F.(PTB), Wendt K.(PTB) Comparison of error mapping techniques for coordinate measuring machines using the plate method and Laser Tracer technique XIX IMEKO World Congress, Fundamental and Applied Metrology, September 6-11, 2009, Lisbon, Portugal
- [Patel,2000] Patel A.J., Ehmann K.F., *Calibration of a hexapod machine tool using a redundant leg.* International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2000, 40 :489–512.
- [Peggs&al,2000] Hughes E.B.(NPL), Wilson A.(NPL), Peggs G.N.(NPL) Design of a highaccuracy CMM based on multilateration techniques Annals of the CIRP, 2000 49(1):391-394
- [Sartori&al,1995] Sartori S., Zhang G.X. *Geometric error measurement and compensation of machines* Annals of the CIRP, 1995, 44(2) :599-609
- [Schneider,2004] Schneider A.T. *LaserTracer A new type of self tracking laser interferometer* IWAA 2004, CERN, Geneva, 4-7 October 2004
- [Schwenke&al,2005] Schwenke H.(PTB), Franke M.(PTB), Hannaford J.(NPL) Error mapping of CMMs and machine tools by a single tracking interferomter. Annals of the CIRP, Manufacturing Technology, 2005, 54(1):475-478
- [Schwenke&al,2007] Schwenke H., Knapp W., Haitjema H., Weckenmann A., Schmitt R., Delbressine F. Geometric error measurement and compensation of machines - an update Annals of the CIRP, Manufacturing Technology, 2008, 57(2) :660-675
- [Schwenke&al,2009] Schwenke H., Schmitt R., Jatzkowski P., Warmanna C. On-the-fly calibration of linear and rotary axes of machine tools and CMMs using a tracking interferometer. Annals of the CIRP, 2009, 58(1):477-480
- [Soons,1993] Soons J.A., *Accuracy analysis of multi-axis machines* Ph.D Thesis, Eindhoven University of Technology, June 16th 1993
- [Tan,2003] Tan K.K., Huang S.N., Lee T.H., Measurement dynamic S-function for geometrical error compensation based on neural network approximations. Measurement, 2003, 34:143–156.
- [Trapet,1991] Trapet E., Wäldele F., A reference object based method to determine the parametric error components of coordinate measuring machines and machine tools. Measurement, 1991, 9:17-22
- [Umetsu,2005] Umetsu K., Ryosyu F., Sonko O., Toshiyuki T., Tomizo K., *Geometric calibration of a coordinate measuring machine using a laser tracking system*. Measurement Science and Technology, 2005, 16:2466-2472
- [VDI 2617] VDI/VDE 2617 Accuracy of coordinate measuring machines Characteristics and their testing - Guideline for the application of DIN EN ISO 10360 to coordinate measuring machines with optical distance sensors, 2012

- [Wang,2004] Wang H., Fan K.C., Identification of strut and assembly errors of a 3-PRS serial parallel machine tool. International Journal of Machine Tools and Manufacture 2004, 44 :1171–8.
- [Wang,1999] Wang S.M., Ehmann K.F., Measurement methods for the position errors of a multi-axis machine. Part 1 : principles and sensitivity analysis. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1999, 39 :951–964.
- [Wang,1999] Wang S.M., Ehmann K.F., Measurement methods for the position errors of amulti-axis machine. Part 2 : Applications and experimental results. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1999, 39 :1485–1505.
- [Wendt&al,2003] Wendt K., Schwenke H., Bösemann W., Dauke M., *Inspection of large CMMs by sequential multilateration using a single laser tracker* Laser metrology and machine performance, 2003, 6 :121-130
- [Wendt&al,2003] Wendt K., Härtig F., Keck C., Kniel K., Schwenke H., Wäldele F. Improvement of measurement accuracy by combined evaluation of CMM and tracking interferometer measurement XVII IMEKO World Congress, Metrology in the 3rd Millenium, June 22-27, 2003, Dubrovnik, Croatia
- [Wendt&al,2012] Wendt K., Franke M., Härtig F. *Measuring large 3D structures using four portable tracking laser interferometers* Measurement, 2012, 45(10) :2239-2245
- [Zargarbashi,2006] Zargarbashi S.H.H., Mayer J.R.R., Assessment of machine tool trunnion axis motion error using magnetic double ball bar. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2006, 46 :1823–1834.
- [Zargarbashi,2005] Zargarbashi S.H.H., Mayer J.R.R., A model based method for centering double ballbar test results preventing fictitious ovalization effects. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2005, 45 :1132–1139.
- [Zhang,1985] Zhang G., Veale R., Charlton T., Hocken R., Borchardt B., *Error compensation of coordinate measuring machines*. Annals of the CIRP, 1985, 34 :445–448.
- [Zhang&al,2003] Zhang G.X., Li X.H., Lin Y.B., Liu X.L., Li X.F., Guo J.B., Qiu Z.R., Zhao S.Z., Jiang C.Z., Fan Y.M. A study on the optimal design of laser-based multilateration systems Annals of the CIRP, Manufacturing Technology, 2003, 52(1):427-430
- [Zhu,2012] Zhu S., Ding G., Qin S., Lei J., Zhuang L., Yan K., Integrated geometric error modeling identification and compensation of CNC machine tools. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2012, 52 :24–9.

Annexes
Détail du calcul des rectitudes des axes et des petites rotations du coulisseau

Rectitude horizontale de l'axe X : xty

La procédure est illustrée sur la figure 99(a). La règle est grossièrement alignée avec l'axe X de sorte que la course du capteur ne soit pas dépassée. A intervalles réguliers (Pas_x), un profil est relevé sur toute la largeur de la règle. Chaque profil est mesuré 6 fois car nous effectuons trois aller-retours tels qu'ils sont définis sur la figure 99(b), ceci afin d'évaluer la répétabilité des mesures et de diminuer les incertitudes. L'hypothèse est faite qu'on mesure toujours le même profil même si la MMT n'atteint jamais la même coordonnée en X lorsqu'elle se repositionne. La lenteur de variation des profils de rectitude des règles de la machine et de la règle permet cette hypothèse, de même que l'aptitude de la MMT à atteindre un point de consigne avec une erreur de positionnement inférieure à 2μ m.



Figure 99 – Principe de mesure des rectitudes horizontales

Afin de conserver une unique valeur de hauteur mesurée pour chaque abscisse X, les six profils sont moyennés. Une droite des moindres carrés est alors calculée à partir du profil moyen, et le point milieu de la droite est conservé comme donnée unique de mesure. L'exemple est donné sur la figure 100(b).



Figure 100 – Extraction de la valeur utile de hauteur mesurée

Le retournement de la règle de granit permet de déterminer et d'éliminer son profil de rectitude propre. On le note $\vec{d_{règle}} = d_{règle} \cdot \vec{n}$.



Figure 101 - Retournement de la règle de granit

$$\begin{cases} h_1(x) = -d_{r\dot{e}gle}(x) - xty(x) \\ h_2(x) = -d_{r\dot{e}gle}(x) + xty(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xty(x) = \frac{1}{2} \cdot (h_2(x) - h_1(x)) \\ d_{r\dot{e}gle}(x) = -\frac{1}{2} \cdot (h_2(x) + h_1(x)) \end{cases}$$
(2)

A ces termes de rectitude doivent s'ajouter les effets des petites rotations et bras de levier existant entre le point terminal de la cinématique machine et l'axe du capteur. Ces effets sont compensés en utilisant les valeurs des petites rotations évaluées auparavant.

Rectitude verticale de l'axe X : xtz

Pour mesurer xtz, le même principe de mesures de profils est appliqué. Cependant, le positionnement de la règle ne permet pas de faire un retournement. Il est donc nécessaire de connaître le profil de la règle pour le soustraire aux mesures du capteur confocal. La rectitude propre de la règle découle de la procédure de mesure de *xty*. Les effets des petites rotations sont compensés de la même manière que lors de la mesure de *xty*; ceci requiert la connaissance de *xrx*.

Traitement de l'axe Y : Obtention de ytx et ytz

La détermination des rectitudes horizontale et verticale de l'axe Y est faite par la même manipulation que pour l'axe X. Une règle différente est utilisée pour des raisons d'encombrement, mais le principe et les mesures sont identiques.

Rectitudes et roulis de l'axe Z : ztx, zty et zrz

Pour les rotations de l'axe Z de la MMT, un niveau électronique ne permet pas de mesurer le roulis (aussi appelé vrillage). De plus, même s'il est théoriquement possible de mesurer les rotations du coulisseau autour des deux premiers axes, ce n'est matériellement pas toujours réalisable. Dans la plupart des cas car il est impossible de fixer un niveau électronique sur le coulisseau.

La procédure utilisée fait ainsi appel à des mesures de rectitude sur une équerre posée sur le marbre. Lors de l'étalonnage du coulisseau, le roulis et les rectitudes transversales sont obtenus par la même manipulation. Il est nécessaire d'avoir au préalable mesuré les roulis des axes X et Y ainsi que les rotations *zrx* et *zry*.



(a) Positionnement de l'équerre et du capteur confocal pour la mesure.

(b) Trajet du faisceau du capteur sur la surface rectifiée de l'équerre.

Figure 102 – Mesure des défauts cinématique du coulisseau à l'aide d'un capteur confocal et d'une équerre rectifiée.

Trois erreurs inconnues interviennent dans le résultat de mesure : les rectitudes transversales ztx et zty et le roulis zrz. Il faut donc multiplier les configurations pour déterminer les 3 inconnues en jeu. La figure 103 illustre les six positions requises de l'équerre.



(a) Configurations pour la mesure de *ztx* et *zrz*

(b) Configurations pour la mesure *zty* et *zrz*

Figure 103 – Positionnement de l'équerre de rectitude et de la machine pour la mesure des rectitudes ztx et zty ainsi que du roulis zrz

Pour une même altitude z, on note $h_{1x}(z)$, $h_{2x}(z)$, $h_{3x}(z)$, $h_{1y}(z)$, $h_{2y}(z)$ et $h_{3y}(z)$ les 6 valeurs du comparateur mesurées suivant la normale notée \vec{n} . Les équations 3 qui découlent de ce modèle sont les suivantes :

$$\begin{aligned} h_{1\,x}(z) &= -ztx(z) - d_{r\grave{e}gle}(z) + a \cdot zrz(z) + b \cdot zry(z) \\ h_{2\,x}(z) &= ztx(z) - d_{r\grave{e}gle}(z) - a \cdot zrz(z) - b \cdot zry(z) \\ h_{3\,x}(z) &= ztx(z) - d_{r\grave{e}gle}(z) + a \cdot zrz(z) - b \cdot zry(z) + z \cdot \Delta yry_{config.2 \to config.3} \\ h_{1\,y}(z) &= -zty(z) - d_{r\grave{e}gle}(z) + a \cdot zrz(z) - b \cdot zrx(z) \\ h_{2\,y}(z) &= zty(z) - d_{r\grave{e}gle}(z) - a \cdot zrz(z) + b \cdot zrx(z) \\ h_{3\,y}(z) &= zty(z) - d_{r\grave{e}gle}(z) + a \cdot zrz(z) + b \cdot zrx(z) \\ \end{aligned}$$

$$\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(3)} \end{aligned}$$

D'après cette modélisation, on constate qu'il est nécessaire de connaître les petites rotations *zrx* et *zry* propres au coulisseau, mais aussi les roulis *xrx* et *yry* des autres axes pour déterminer les inconnues *ztx*, *zty* et *zrz*.

2 Détail du calcul des orthogonalités à l'aide d'une cale placée à 45 degrés dans les 3 plans



Figure 104 – Calcul des orthogonalités à l'aide d'une cale.

$$L^{2} = AB^{2} + BC^{2} = AB^{2} + AD^{2}$$
(4)

En prenant en compte le défaut d'orthogonalité, l'expression de la longueur mesurée devient dans chaque cas :

$$AC^2 = AB'^2 + B'C^2 \tag{5}$$

$$= \left(L.\cos(\beta) + L.\sin(\beta).\tan(ywx)\right)^2 + \left(\frac{L.\sin(\beta)}{\cos(ywx)}\right)^2 \tag{6}$$

$$DB^2 = DA'^2 + A'B^2 (7)$$

$$= \left(\frac{L.sin(\beta)}{cos(ywx)}\right)^2 + \left(L.cos(\beta) - L.sin(\beta).tan(ywx)\right)^2$$
(8)

On déduit alors l'expression :

$$\frac{AC^2 - DB^2}{AC^2 + DB^2} = \frac{2.sin(\beta).cos(\beta).tan(ywx)}{cos^2(\beta) + sin^2(\beta).tan^2(ywx) + \frac{sin^2(\beta)}{cos^2(ywx)}}$$
(9)

Or l'angle β vaut approximativement 45 °et l'angle *ywx* est petit (de l'ordre de la dizaine de

microradians). On en déduit donc :

$$\begin{aligned}
\sin(ywx) &\sim \tan(ywx) \sim ywx \\
\cos(ywx) &\sim 1
\end{aligned}$$
(10)

L'expression 9 devient alors :

$$\frac{AC^2 - DB^2}{AC^2 + DB^2} \approx \frac{2.sin(\beta).cos(\beta).ywx}{cos^2(\beta) + sin^2(\beta).ywx^2 + sin^2(\beta)} \approx 2.sin(\beta).cos(\beta).ywx$$
(11)

Dans le cas où $\beta = 45$ °, on a $cos(\beta) = sin(\beta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. On en déduit donc l'expression du défaut d'orthogonalité :

$$ywx = \frac{AC^2 - DB^2}{AC^2 + DB^2}$$
(12)

Avec AC et DB les longueurs indiquées par la machine pour les mesures de la cale étalon dans le plan xy pour les deux positions à ±45 °.

3 Méthode de la barre à trous

Mesures différentielles de justesses et de rectitudes :

Première configuration : Les deux positions sont décalées d'une distance d_h suivant l'horizontale et la barre à trous est posée sur la tranche (figure 105(a)). A l'aide de ces posages, on obtient :

- 2 fois la justesse de l'axe,
- Le lacet par comparaison des justesses,
- Le roulis à une pente près par comparaison des rectitudes verticales droite et gauche.

Deuxième configuration : Les deux positions sont décalées d'une distance d_h suivant l'horizontale et la barre à trous est posée sur le flanc (figure 105(b)). A l'aide de ces posages, on obtient :

- 2 fois la justesse de l'axe,
- Le lacet par comparaison des justesses,
- La rectitude horizontale de l'axe.



(a) Décalage horizontal de la barre à trous posée sur la tranche

(b) Décalage horizontal de la barre à trous posée sur le flanc

Figure 105 – Posages de la barre à trous avec un décalage horizontal.

Troisième configuration : Les deux positions sont décalées d'une distance d_v suivant la verticale et la barre à trous est posée sur la tranche (figure 106(a)). A l'aide de ces posages, on obtient :

- 2 fois la justesse de l'axe,
- Le tangage par comparaison des justesses,
- La rectitude verticale.

Quatrième configuration : Les deux positions sont décalées d'une distance d_v suivant la verticale et la barre à trous est posée sur le flanc (figure 106(b)). A l'aide de ces posages, on obtient :

- 2 fois la justesse de l'axe,
- Le tangage par comparaison des justesses,

- La rectitude horizontale de l'axe.





(a) Décalage vertical de la barre à trous posée sur la tranche

(b) Décalage vertical de la barre à trous posée sur le flanc

Figure 106 – Posages de la barre à trous avec un décalage vertical.

Cas particulier des roulis : évaluation des pentes de xrx, yry et zrz par des mesures d'orthogonalités dans des plans.

Lorsque les premiers et deuxième axes de la machine sont sujets à un roulis, le volume de la machine est déformé. Sur le plan mécanique, la pente de ces profils de roulis est due au vrillage (aussi appelé vissage) des éléments mécaniques qui assurent le guidage en translation des solides. Il résulte de ce vrillage une déformation de l'espace de travail de la MMT. On considère ici une portion cubique de l'espace de mesure de la MMT. Les faces de ce cube ont des diagonales dont la longueur est égale à la longueur de la barre à trou.

La figure 107 illustre la déformation de l'espace de travail de la MMT due à la vrille du marbre. Les pistes gauche et droite sur lesquelles se déplace le portique ne sont pas parallèles. Ceci engendre un accroissement (ou une diminution) linéaire du roulis *xrx* le long de l'axe.



Figure 107 – Déformation du volume de mesure de la MMT à cause du roulis xrx.

Lorsque la méthode de la barre à trous est utilisée pour évaluer le roulis du premier axe, il faut positionner la barre à trous « à gauche et à droite »dans l'espace de travail de la machine. En pratique, il est impossible que ces deux mises en position soient coplanaires. Ceci implique que le profil de roulis extrait est affecté d'une pente égale à la différence d'inclinaison des deux positions de la barre à trous. Cette pente a un effet déformant sur le volume de travail de la machine similaire à un vissage réel du marbre illustré sur la figure 107. A cause de cette déformation, certaines diagonales du cube sont allongées tandis que d'autres sont raccourcies (voir figure 107).



Figure 108 - Allongement/Rétrécissement des diagonales du cube dûs au roulis xrx

Les faces gauche, droite, inférieure et supérieure du cube sont déformées. Le défaut d'orthogonalité des couples d'axe concernés a lui aussi un effet d'allongement/rétrécissement des diagonales du cube (voir paragraphe 3.1.2).

Considérons le défaut d'orthogonalité *ywx*. Il a pour effet la déformation identique des faces inférieure et supérieure du cube. Donc la différence d'orthogonalité entre ces deux faces permet

d'obtenir une première valeur de la pente du roulis xrx.

Considérons désormais le défaut d'orthogonalité xwz. Il a pour effet la déformation identique des faces gauche et droite du cube. Donc la différence d'orthogonalité entre ces deux faces permet d'obtenir une seconde valeur de la pente du roulis xrx.

Dans la grande majorité des cas, ces deux valeurs des pentes du roulis *xrx* sont différentes. Cette différence s'explique par l'effet déformant qu'à le roulis de la traverse (noté *yry* dans le cas d'une architecture $X \rightarrow Y \rightarrow Z$) sur les faces du cube.

La vrille de la traverse du portique engendre une déformation du cube différente de celle due à la vrille du marbre. En effet, on peut la qualifier de déformation « par tranches » dans le sens où chaque tranche du cube d'abscisse x donnée est déformée de la même façon, ce qui n'était pas le cas pour la vrille du marbre. La figure 109 représente la déformation du cube issu de la vrille de la traverse qui est l'élément mécanique assurant le guidage du chariot par rapport au portique.



Figure 109 – Déformation du volume de mesure de la MMT à cause du roulis yry.

L'allongement et le rétrécissement des diagonales du cube a aussi lieu, mais ce ne sont pas les mêmes que dans le premier cas. La figure 110 les représente.



Figure 110 - Allongement/Rétrécissement des diagonales du cube dûs au roulis yry

Lorsque le roulis de la traverse est évalué, la barre à trous est positionné dans l'axe de la traverse et elle est palpée dans deux configurations présentées sur la figure 23(a). Ces deux trajets du chariot de chaque côté de la barre à trous ne sont pas coplanaires à cause de la différence de roulis *xrx* entre les deux positions. Il en résulte une pente fictive sur le profil de roulis de la traverse qui a un effet déformant sur le volume de travail de la MMT similaire à celui d'un vissage réel de la taverse.

A cause de la pente du roulis *yry*, les faces gauche, droite, inférieure et supérieure du cube sont déformées. Comme précédemment, il faut prendre en compte l'effet déformant dû au défaut d'orthogonalité des couples d'axe concernés.

Afin de déterminer les pentes de *xrx* et *yry*, il faut positionner la barre à trous dans les positions illustrées par la figure 111.



(a) Mesure du défaut d'orthogonalité *ywx* dans les faces inférieure et supérieure du cube.



(b) Mesure du défaut d'orthogonalité *xwz* dans les faces gauche et droite du cube.



En écrivant le système d'équations qui traduit les effets des pentes de *xrx* et *yry* ainsi que des défauts d'orthogonalité *xwy* et *zwx* sur les allongements/rétrécissement des diagonales, on peut isoler les deux valeurs des pentes de *xrx* et *yry*. Pour cela, on peut remarquer que l'effet d'allongement provoqué par la pente de *xrx* est opposé à celui provoqué par la pente de *yry* sur les faces inférieure et supérieure du cube (voir figures 108 et 110), donc ils peuvent être distingués dans les équations.

4 Machine virtuelle

Cette MMT présente un espace de travail de $1000mm \times 600mm \times 400mm$ et sa chaîne cinématique est $\vec{X} \to \vec{Y} \to \vec{Z}$. Afin d'étalonner le volume utile de cette machine par multilateration, le Laser Tracer est disposé en quatre positions LT_A , LT_B , LT_C et LT_D sur le marbre. La figure 112 illustre la MMT et le Laser Tracer positionné.



Figure 112 - Machine virtuelle et posages du Laser Tracer.

S'agissant d'une simulation, les positions vraies (exactes) du Laser Tracer sont connues dans le référentiel de la MMT. Pour la validation des calculs, on les définit ainsi :

$$LT_A = \begin{pmatrix} -200\\ -200\\ 0 \end{pmatrix} \qquad LT_B = \begin{pmatrix} 1200\\ -200\\ 150 \end{pmatrix} \qquad LT_C = \begin{pmatrix} -200\\ 800\\ 150 \end{pmatrix} \qquad LT_D = \begin{pmatrix} 1200\\ 800\\ 0 \end{pmatrix}$$

Ces positions sont toutes situées à l'extérieur de l'espace de travail de la MMT, comme l'illustre la figure 112.

Le volume utile de la machine est discrétisé en cubes de $50mm \times 50mm \times 50mm$. En chacun des noeuds de ce volume, une erreur volumique vraie est calculée par propagations des 18 erreurs paramétriques et des 3 équerrages à l'aide du torseur des petits déplacements. D'après la notation VDI adoptée, on a donc l'erreur volumique e(X) au point P de coordonnées X, et son expression est (cf. chapitre 2.2.1) :

$$e(\vec{X}) = T(X) + A(X) \cdot X + A_P(X) \cdot X_P \tag{13}$$

- e(X): erreur volumique au point P_i ,
- -T(X): terme des erreurs de rectitudes et de justesses au point P_i ,
- -A(X): Premier terme des petites rotations au point P_i ,

- -X: coordonnées volumiques du point P_i ,
- A_P : Second terme des petites rotations au point P_i ,
- X_P : Bras de levier existant entre le point P_i et la position du centre du réflecteur (ou du palpeur).

Les valeurs de défauts sont choisies arbitrairement. Afin de rester dans un cadre réaliste, les amplitudes des justesses et rectitudes sont de l'ordre de $\pm 5\mu m$ et les amplitudes des roulis, lacets et tangages sont de l'ordre de $\pm 5\mu rad$.

Les valeurs des défauts d'orthogonalités sont les suivantes :

 $xwy = 6\mu rd$ $ywz = -21\mu rd$ $zwx = 16\mu rd$

Les courbes illustrant ces défauts sont les suivantes :



Figure 113 – Exemple de défauts cinématiques virtuels de l'axe X.



Figure 114 – Exemple de défauts cinématiques virtuels de l'axe Y.



Figure 115 – Exemple de défauts cinématiques virtuels de l'axe Z.



5 Convergence des positions relatives calculées du Laser Tracer

Figure 116 – Erreurs paramétriques de l'axe X obtenues avec un SMR calculé à l'aide des coordonnées indiquées par la MMT. Aucune itération n'est effectuée lors de ce calcul.



Figure 117 - Evolution des distances entre les positions du Laser Tracer lors du traitement du premier axe de la machine.



Figure 118 – Erreurs paramétriques de l'axe X obtenues avec un SMR calculé à l'aide des coordonnées indiquées par la MMT. 60 itérations ont été effectuées lors de ce calcul.

6 Données du constructeur pour le Laser Tracer

Interferometer

- Resolution : 1 nm
- Frequency stability over 24 h : $2 \cdot 10^{-8}$
- Spatial accuracy of displacements : 0.2 μ .m + 0.3 μ .m/m (2 σ)
- Wavelength : 632 nm
- Laser class : 2M

Working range

- Horizontal tilt range : $\pm 200^{\circ}$
- Vertical tilt range : 18° to + 85°
- Measurement range : 0.2 to 15 m
- Angular range of Reflector $120:\pm60^{\circ}$
- Angular range of Reflector $160 : \pm 80^{\circ}$

Environmental conditions

- Temperature range for accuracy specification : 15°C to 35°C
- Humidity : 0% to 80% non-condensing

Dimensions and weights

- Weight of LaserTRACER : approx. 12 kg
- Height of LaserTRACER : 200 mm
- Width of LaserTRACER (base plate) : 240 mm
- Depth of LaserTRACER : 256 mm
- Height of reference sphere above table surface : 165 mm
- Weight of electronic unit : approx. 15 kg
- Stability of reference sphere at $\delta T = \pm 1 \text{ K} : \pm 0.3 \ \mu.m$



Titre : Etalonnage d'un espace de travail par multilatération

Mots clés : Multilatération, Incertitudes, Etalonnage, Machines à mesurer tridimensionnelles

Résumé : Les travaux présentés dans cette thèse ont pour objectif la maîtrise des techniques d'étalonnage des espaces de travail 3D par multilatération. Nous avons proposé une méthode d'étalonnage par multilateration s'appuyant sur l'utilisation d'un unique Laser Tracer plus particulièrement adaptée aux machines cartésiennes 3-axes. Cette méthode s'appuie sur la construction d'un SMR, Système Mesurant de Référence, à partir des positions du Laser Tracer. L'originalité est que le SMR est construit indépendamment de la cinématique de la machine. Il est alors possible de définir une procédure d'extraction des 21 défauts de la machine qui s'appuie sur la mesure de points selon des trajectoires particulières, les coordonnées des points étant obtenues par multilatération dans le SMR.

Nous avons ensuite proposé un module d'étalonnage virtuel qui, partant d'un volume de travail 3D présentant des défauts volumiques, simule l'étalonnage en intégrant les incertitudes associées aux limites de la procédure par simulation Monte-Carlo. Ce module de simulation permet de valider a priori la pertinence de la méthode d'étalonnage mise en œuvre en regard d'une incertitude attendue. L'ensemble de la démarche a été appliqué et validé dans un premier temps pour une MMT à 3 axes cartésiens. L'approche proposée découplant la construction du SMR de l'identification des défauts cinématiques, elle a ensuite été étendue à des systèmes de mesure 3D variés sans cinématique machine associée. Cette démarche globale a été illustrée au travers du cas de l'étalonnage d'un espace de mesure associée à un système de mesure optique.

Title : Calibration of a 3D working space using multilateration

Keywords : Multilateration, Uncertainties, Calibration, Coordinate measuring machine

Abstract: Calibrating a Coordinate Measuring Machine (CMM) consists in identifying a volumetric error at each point of the given space. Our work aims at developing a method of calibration based on the use of a laser Tracer and relying on multilateration techniques. A specific attention is also done on assessing its limits thanks to uncertainty analysis. The distances required for the multilateration procedure are defined as the relative measured length between the center of the Laser Tracer and the retroreflector attached to the CMM end point. A reference measuring frame is built from the measurements. The calibration thus consists in calculating the difference between the coordinates indicated by the machine the ones evaluated by the reference measuring frame. As a single Laser Tracer is used, the main difficulty lies in the construction of the reference frame from the successive positions of the device.

In our approach, it is built prior to the extraction of the parametric errors which is led thanks to a specific procedure. To perform the measurements, a strategy has to be defined considering that the four tracking interferometers shall not be located in the same plane, and should be located at the extremities of the calibrated space. For this matter, a specific strategy has been developed. Another contribution of our approach is the evaluation of uncertainties associated to the calibration. Hence, the procedure limits are identified and classified into three types: limits associated to devices, limits linked to the use of a single Laser Tracer, and limits linked to the algorithm. To evaluate uncertainties, a virtual measurement module has been developed. It simulates a realistic calibration and allows the study of the influence of each uncertainty component on the calibration procedure.