HAL
open science

Modélisation numérique des écoulements cavitants : application à des écoulements 2D instationnaires

Maxime Champagnac

To cite this version:

Maxime Champagnac. Modélisation numérique des écoulements cavitants : application à des écoulements 2D instationnaires. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Grenoble, 2011. Français. NNT : . tel-01302172

HAL Id: tel-01302172

https://theses.hal.science/tel-01302172

Submitted on 13 Apr 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE L'UNIVERSITE DE GRENOBLE

N° attribué par la bibliothèque

|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

T H E S E

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE GRENOBLE

Spécialité : « Mécanique des Fluides, Procédés, Energétique »

préparée au **L**aboratoire des **E**coulements **G**éophysiques et **I**ndustriels
(LEGI, UMR 5519, CNRS-UJF-GINP)

dans le cadre de l' **Ecole Doctorale**
Ingénierie - Matériaux - Mécanique - Energétique - Environnement - Procédés - Production

présentée et soutenue publiquement par

Maxime Champagnac

le 08 mars 2011

MODELISATION NUMERIQUE DES ECOULEMENTS CAVITANTS : APPLICATION A DES ECOULEMENTS 2D INSTATIONNAIRES

Directeur de thèse

M. Eric Goncalvès

JURY

M. Jean-Louis Kueny	Pr, Grenoble-INP	Président
M. Farid Bakir	Pr, ENSAM Paris	Rapporteur
Mme Henda Djeridi	Pr, Université de Brest Occidentale	Rapporteur
M. Alban Leroyer	Mcf, Ecole Centrale de Nantes	Examinateur
M. Eric Goncalvès	Mcf, Grenoble-INP	Directeur de thèse

Copier sur un seul, c'est du plagiat.
Copier sur deux, c'est de la recherche.

Wilson Mizner [1876 - 1933]

L'imagination est plus importante que le savoir.

Albert Einstein [1879 - 1955]

Le gain de la recherche,
c'est la recherche elle-même.

Grégoire de Nysse [∼336 - ∼394]

Remerciements

A ceux qui m'ont beaucoup appris, à ceux qui m'ont soutenu.

Table des matières

Introduction **1**

I Positionnement du problème **5**

1 Contexte et enjeux de l'étude **7**
1.1 Les enjeux industriels 7
1.1.1 Les enjeux du spatial 7
1.1.2 Les enjeux du naval 12
1.1.3 Les enjeux de la production hydroélectrique 18
1.1.4 La conception des moteurs à combustion 20
1.2 Exploitation de la cavitation 21
1.2.1 Dépollution par cavitation 21
1.2.2 Un stimulateur d'énergie d'adhésion 21
1.2.3 La cavitation au service de la médecine 22
1.2.4 La cavitation dans la nature 22

2 Présentation de la cavitation **25**
2.1 La cavitation : un changement de phase 25
2.1.1 Les différents états de la matière 25
2.1.2 La vaporisation 26
2.2 Le cycle de la cavitation 27
2.2.1 Origine de la cavitation 27
2.2.2 Condensation des cavités 28
2.3 Conséquences de la cavitation 30
2.3.1 Bruit et vibrations 30
2.3.2 Baisses de performance 30
2.3.3 Erosion de cavitation 31

II Modélisation **33**

3 Modélisation de l'écoulement **35**
3.1 Introduction à la turbulence 35
3.2 Approche numérique de la turbulence 38
3.2.1 Simulation Numérique Directe 38
3.2.2 Simulation des Grandes Echelles 38
3.2.3 Equations de Reynolds moyennées 39

3.3 Modèles de turbulence 41
3.3.1 Longueur de mélange 42
3.3.2 Modèle à deux équations : $k - \varepsilon$ 42
3.3.3 Modèle à deux équations : $k - \varepsilon$ RNG 44
3.3.4 Modèle $k - \omega$ 45
3.3.5 Loi de paroi 46
3.4 Introduction aux écoulements diphasiques 50
3.5 Les méthodes de résolution directe 51
3.6 Les méthodes de résolution moyennée 51
3.6.1 Les équations locales moyennées dans le temps 52
3.6.2 Les différents modèles 53
3.6.3 Les équations d'état 56
3.6.4 Présentation de différents modèles de cavitation 59

4 Présentation du code IZ 73
4.1 Traitement numérique 73
4.1.1 Transformation des équations 74
4.1.2 Projection des équations 76
4.1.3 Discrétisation spatiale des équations 77
4.1.4 Schéma temporel 79
4.1.5 Algorithme de résolution 81
4.2 Génération des maillages - code MZ 88
4.3 Conditions initiales et aux limites 88
4.4 Limitation de la viscosité effective 89

5 Codes de calcul 91
5.1 Quelques codes existants 91
5.1.1 Le code CAVKA 91
5.1.2 Les codes Fluent et ACE+ 92
5.1.3 Le code CFX 92
5.1.4 Le code Star-CD 93
5.1.5 Le code Open FOAM 93
5.1.6 Fine/Turbo^{TM} 93
5.2 Solveur compressible maison - code Caviflow 93
5.2.1 Système d'équations 93
5.2.2 Le préconditionnement à bas nombre de Mach 94
5.2.3 Discrétisation spatiale 95
5.2.4 Discrétisation temporelle 96
5.2.5 Conditions aux limites d'entrée et de sortie 96

III Exploitation numérique 99

6 Validation en régime non cavitant 101
6.1 Définition des géométries 101
6.1.1 Géométrie du Venturi 4° 101
6.1.2 Géométrie du Venturi 8° 104

6.2 Validation du modèle de turbulence 107
6.3 Comparaison avec le code Caviflow 109

7 Etude de la cavitation par poche attachée 113
7.1 Influence de la rampe de pression 113
7.2 Loi barotrope : influence de la célérité minimale du son 116
7.2.1 Calculs avec une poche de cavitation stable 118
7.2.2 Calculs avec une poche de cavitation instationnaire. 120
7.3 Comparaison des solveurs 122
7.3.1 Calculs avec une poche de cavitation stable - V4° 123
7.3.2 Calculs avec une poche de cavitation instationnaire - V4° . . . 125
7.3.3 Calculs avec une poche de cavitation instationnaire - V8° . . . 129
7.4 Transport de taux de vide 133
7.4.1 Influence du jeu de constantes 134
7.5 Evolution du volume de vapeur 141
7.6 Excitation d'une poche par fluctuation de débit 143
7.6.1 Définition du cas de référence : poche stable 144
7.6.2 Excitation de la poche de cavitation 145

8 Développement d'un modèle de turbulence 151
8.1 Ecriture pour un modèle $k - \varepsilon$ 151
8.2 Application au cas du Venturi 4° 153
8.3 Etude de l'influence de la correction SST 154
8.4 Couplage de la correction SST au limiteur de μ_t 155
8.4.1 Réduction d'un facteur $a = 1/10$ 155
8.4.2 Réduction d'un facteur $a = 1/8$ 158
8.4.3 Réduction d'un facteur $a = 1/4$ 159
8.4.4 Réduction d'un facteur $a = 1/2$ 160
8.4.5 Une autre approche 161

9 Etude d'une couche de mélange cavitante 167
9.1 Définition de la géométrie du convergent 168
9.1.1 Géométries de convergent testées 169
9.1.2 Choix de la géométrie du convergent 172
9.2 Calculs préliminaires 173
9.2.1 Régime non-cavitant 174
9.2.2 Régime cavitant 177
9.2.3 Etude d'un nouveau couple de vitesse 179
9.3 Calculs avec les conditions expérimentales 183

Conclusion 188

Annexes **194**

A Equations de la mécanique des fluides **197**
A.1 Description d'un fluide en mouvement . . . 197
A.1.1 Représentation lagrangienne . . . 197
A.1.2 Représentation eulerienne . . . 197
A.2 Rappels mathématiques . . . 198
A.2.1 Dérivée totale : . . . 198
A.2.2 Opérateur $\vec{\nabla}$: . . . 198
A.2.3 Produit scalaire : . . . 198
A.2.4 Produit vectoriel : . . . 199
A.2.5 Produit tensoriel : . . . 199
A.2.6 Convention d'Einstein : . . . 199
A.2.7 Moyenne d'ensemble : . . . 199
A.2.8 Symbole de Kronecker : . . . 200
A.3 Equations de Navier-Stokes . . . 200
A.3.1 Formulation différentielle . . . 200
A.3.2 Formulation cartésienne . . . 200
A.3.3 Tenseur des contraintes visqueuses . . . 201
A.4 Décomposition de Reynolds . . . 201
A.5 Equations de Reynolds . . . 202
A.6 Décomposition de Favre . . . 202
A.7 Equations de l'écoulement moyen compressible . . . 203
A.8 Tenseur de Reynolds . . . 203
A.9 Approximation de Boussinesq . . . 204

B Un autre modèle de turbulence : $k - \varepsilon$ réalisable **207**
B.1 Impératifs mathématiques . . . 207
B.2 Modification de la constante de viscosité turbulente . . . 207
B.3 Modification de l'échelle temporelle de la turbulence . . . 208

C Comparaison des modèles diphasiques **211**
C.1 Avantages et inconvénients des modèles à trois équations . . . 211
C.2 Avantages et inconvénients des modèles TTV . . . 211
C.3 Avantages et inconvénients des modèles 5 équations . . . 212
C.4 Avantages et inconvénients des modèles bi-fluide . . . 212
C.5 Tableau récapitulatif . . . 212

D Système matriciel en variables primitives **215**
D.1 Equation pour la vitesse . . . 215
D.2 Equation pour le taux de vide . . . 215
D.3 Equation pour la pression . . . 217
D.4 Système matriciel . . . 217

E Article : Int. Journal of Computational Fluid Dynamics **219**

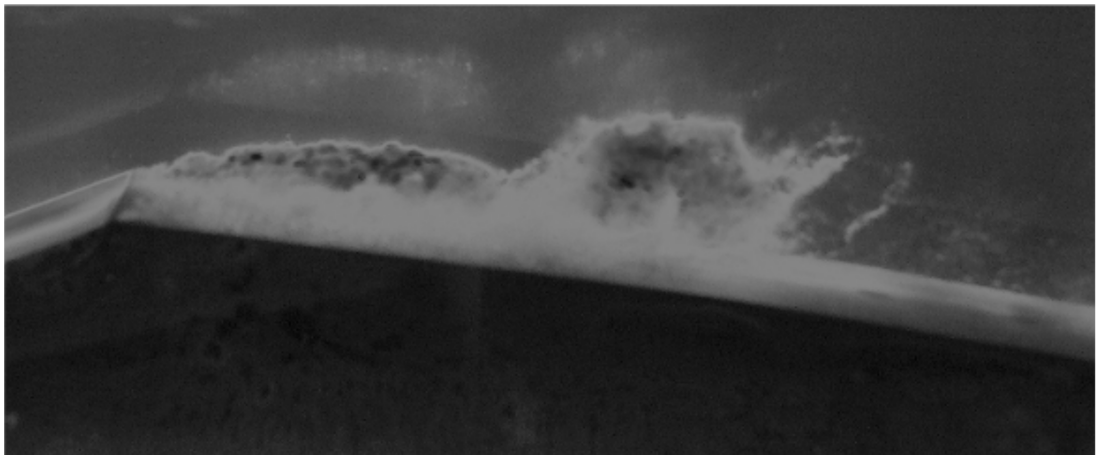
Nomenclature

$\alpha = \frac{\rho_m - \rho_l}{\rho_v - \rho_l}$	Taux de vide	$-$
$\alpha = \frac{T_k}{t} = \frac{V_k}{V}$	Taux de présence	$-$
$\dot{m}_k$	Densité de flux de masse à l'interface	$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$	Rapport des chaleurs massiques (en thermodynamique)	$-$
$\gamma = \frac{L}{R_0}$	Paramètre adimensionnel d'existence du microjet (en érosion)	$-$
Γ_k	terme source du transfert de masse	$kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$
λ	Viscosité de dilatation	$Pa \cdot s$
μ	Viscosité dynamique du fluide	Pl ou $Pa \cdot s$
$\nu = \frac{\mu}{\rho}$	Viscosité cinématique du fluide	m^2/s
ρ	Masse volumique du fluide	kg/m^3
ρ_l	Masse volumique de la phase liquide	kg/m^3
ρ_m	Masse volumique du mélange homogène	kg/m^3
ρ_v	Masse volumique de la phase vapeur	kg/m^3
ρ_{ref}	Masse volumique de référence	kg/m^3
$\sigma_{ref} = \frac{P_{ref} - P_{vap}}{1/2 \cdot \rho_{ref} U_{ref}^2}$	Nombre de cavitation	$-$
$\vec{\dot{q}}$	Flux de chaleur perdu par conduction	$J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$\vec{\vec{\tau}}$	Tenseur des contraintes visqueuses	Pa
$\vec{\vec{I}}$	Tenseur identité	$-$
$\vec{f}$	Forces massiques exercées sur le fluide	N/kg
$\vec{M}_k$	terme source du transfert de quantité de mouvement	$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-2}$
c	Vitesse du son	m/s
C_p	Capacité calorifique massique à pression constante	$-$
C_v	Capacité calorifique massique à volume constante	$-$
C_μ	Constante de viscosité turbulente dans le modèle k-ε	$-$

c_{min}	Célérité minimale du son dans le fluide diphasique	m/s
$Cp = \frac{P-P_{ref}}{1/2\rho_{ref}U_{ref}^2}$	Coefficient de pression	$-$
$e = u + \frac{1}{2}\vec{U}^2$	Energie totale par unité de masse	J/kg
F	Poussée	N
f_k^d	Forces de frottement interfaciales	$N \cdot m^{-3}$
g_0	Accélération de la pesanteur	m/s^2
H_k^Γ	transfert d'énergie dû au transfert de masse	$J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$I_{sp} = \frac{F}{q \cdot g_0}$	Impulsion spécifique	s
L	Distance d'une bulle à la paroi la plus proche	m
$L_{k,k'}$	chaleur latente de changement de phase (de k à k')	$J \cdot m \cdot kg^{-1}$
L_{ref}	Longueur de référence	m
M_k^Γ	transfert de quantité de mouvement dû au transfert de masse	$kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-2}$
n	Quantité de matière	mol
P	Pression instantanée	Pa
$P_{k\,int}$	Pression dans la phase k à l'interface	Pa
P_{ref}	Pression de référence	Pa
P_{vap}	Pression de vapeur saturante	Pa
q	Débit massique	kg/s
Q_k	terme source du transfert d'énergie	$J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
$Q_{k\,int}$	transfert de chaleur à l'interface	$J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$
r	Perte de chaleur volumique due au rayonnement	$J \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$
$R = 8.314472$	Constante des gaz parfait	$J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$
R_0	Rayon d'une bulle de cavitation	m
$Re = \frac{U_{ref}L_{ref}}{\nu}$	Nombre de Reynolds	$-$
$Sr = \frac{L_{ref}}{T_{ref} \cdot U_{ref}}$	Nombre de Strouhal	$-$
T	Température	K
t	Temps	s
T_k	Temps de présence de la phase k	s
T_{ref}	Temps de référence, calculé pour avoir un $Sr = 1$	s
U	Vitesse	m/s

u	Energie interne massique	J/kg
U_{int}	Vitesse de l'interface	m/s
U_{ref}	Vitesse de référence	m/s
V	Volume	m^3
v	Volume molaire	m^3/mol
V_k	Volume de la phase k	m^3
z	Altitude	m

Introduction



Cavitation instationnaire dans un venturi à 8°

Introduction générale

La cavitation est un phénomène qui apparaît fréquemment dans les composants hydrauliques classiques tels que les pompes, vannes, turbines et hélices. La géométrie des parois ainsi que des phénomènes de décollement ou de cisaillement peuvent provoquer des augmentations locales de la vitesse engendrant des diminutions locales de la pression dans le fluide. Lorsque cette pression est inférieure à la pression de vapeur saturante du fluide, il se produit une vaporisation locale du liquide créant ainsi des cavités de vapeur. C'est ce phénomène de changement de phase que l'on nomme cavitation.

Elle est rarement provoquée volontairement ; c'est notamment le cas de certaines applications médicales, ou pour faire du nettoyage de surfaces. Mais dans la grande majorité des cas, ce phénomène est néfaste car il est à l'origine de dysfonctionnement voir même d'endommagement grave de pièces mécaniques. C'est en ce sens qu'au niveau pratique la cavitation est évitée autant que possible.
Dans le contexte spatial, c'est au niveau des turbopompes des moteurs que l'on retrouve le phénomène de cavitation. L'importance du phénomène est diminuée en augmentant la pression des ergols dans les réservoirs. Ceci contraint à une augmentation de l'épaisseur des parois augmentant par la même occasion le poids du lanceur. Il est également possible de diminuer la cavitation en fonctionnant avec de plus basses vitesses de rotation ce qui oblige, pour une performance équivalente, à augmenter la taille des composants de la pompe provoquant ici encore une augmentation du poids du lanceur.
La volonté des agences spatiales serait, à l'inverse, de diminuer le poids du lanceur dans le but d'augmenter la charge utile de celui-ci. Et pour y parvenir il est important et nécessaire d'étudier, de comprendre, et de maîtriser cet important enjeu pratique qu'est la cavitation.

Suivant cet objectif, le Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) finance des études expérimentales et numériques au LEGI. Ces échanges portent aussi bien sur des géométries tridimensionnelles (de type inducteur de turbopompe) que sur des géométries bidimensionnelles (de type venturi, hydrofoil ou couche de mélange). Dans le cadre de ce partenariat, un des codes de calcul du CNES a ainsi été développé ici-même au LEGI, il s'agit du code IZ.

Du point de vue scientifique, la cavitation représente un enjeu phénoménal tant la complexité d'un écoulement cavitant est grande. En effet, de tels écoulements sont à la fois tridimensionnels, turbulents, fortement instationnaires et diphasiques.

Pour faire face à cette nécessité industrielle et ce challenge scientifique, de nombreuses études ont été / sont / vont être menées au LEGI. Ces travaux reposent sur une solide interaction entre les expérimentateurs et les numériciens afin de compa-

rer les mesures obtenues sur les manipulations expérimentales avec les résultats des simulations numériques.

La présente thèse s'inscrit dans cette logique, menée par le LEGI depuis plusieurs années au sein de l'équipe Energétique. Nous cherchons à modéliser les phénomènes de cavitation qui apparaissent dans des géométries 2D à l'aide du code IZ tout en comparant ces résultats aux mesures réalisées sur banc d'essai. Ces travaux expérimentaux sont réalisés au LEGI, dans le cadre d'autres études doctorales. Enfin, les résultats numériques sont également comparés à ceux obtenus avec d'autres modèles numériques développés au laboratoire. Cette thèse se situe dans la continuité des études préalablement menées par l'équipe (anciennement nommée Turbomachines et Cavitation) sur la modélisation de la cavitation en eau froide [222] [37] [148] [27] [163].

Ce mémoire se répartit en 3 parties principales :

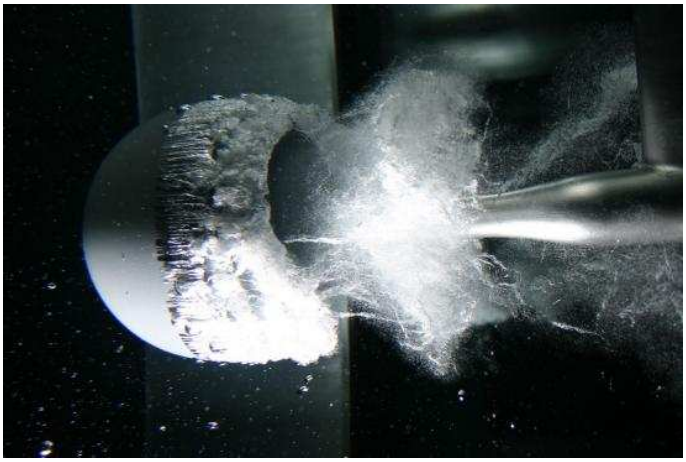
Pour commencer nous présentons le contexte et les enjeux de l'étude. Nous détaillons ensuite les phénomènes de cavitation et leurs conséquences.

Vient ensuite une présentation des codes et modèles utilisés dans ce travail.

La dernière partie repose sur la présentation des résultats numériques obtenus. Nous y présentons la validation des modèles étudiés sur une géométrie de venturi mais nous introduisons également les premiers calculs cavitants sur une géométrie de couche de mélange bidimensionnelle. Pour la définition de cette géométrie, nous faisons appel à une utilisation prédictive du code IZ. Puis pour approcher au mieux le phénomène cavitant tant pour l'écoulement moyen que pour la turbulence, nous proposons une nouvelle modélisation physique.

Première partie

Positionnement du problème



Cavitation instationnaire autour d'une sphère

Il n'y a pas de problèmes ; il n'y a que des solutions.
L'esprit de l'homme invente ensuite le problème.

André Gide [1869 - 1951]

Chapitre 1

Contexte et enjeux de l'étude

Ce chapitre présente le contexte général des travaux réalisés, au LEGI, sur la cavitation en eau froide. De manière plus générale, nous énonçons les enjeux industriels menant à réaliser des études pour réduire les problèmes liés à la cavitation. Enfin, nous présentons les applications où la cavitation est exploitée.

1.1 Les enjeux industriels

La cavitation est une source de problèmes techniques primordiaux dans bien des domaines, de la construction navale à l'aérospatiale en passant par les ouvrages hydrauliques. Du point de vue industriel, les enjeux économiques sont tels qu'il est nécessaire de comprendre au mieux le phénomène afin de prédire sa naissance, son comportement, et les implications sur la machine étudiée. Bien souvent l'objectif est d'essayer de l'empêcher mais le coût financier est tel qu'il vaut parfois mieux laisser se développer la cavitation tout en la contrôlant.

1.1.1 Les enjeux du spatial

Le développement des nouvelles technologies, aussi bien au niveau civil que militaire, passe par la mise en place de réseaux de satellite. C'est ainsi que la bulle Internet a nécessité le déploiement d'une constellation de satellites de communication à la fin des années 1990. Aujourd'hui, la multiplication des demandes de services par satellite (géolocalisation, télévision, téléphonie, ...) amorce une nouvelle aire de forte activité pour les lanceurs orbitaux. Sans oublier également la mise en orbite de satellites scientifiques ou militaires notamment pour l'observation ou la navigation qui nécessitent là aussi des lancements multiples.

Ces satellites sont bien souvent de plus en plus gros et lourds, demandant toujours des lanceurs plus puissants. C'est ainsi que l'on trouve dès le milieu des années 1990 des satellites dépassant les 2 tonnes et par la même occasion dépassant la capacité de lancement de la fusée Ariane IV. En prévision de cela, la fusée Ariane V était à l'étude depuis 1985 [92].

Un lanceur orbital tel que la fusée Ariane V (Figure 1.1) est constitué de 2 étages distincts. La partie inférieure est identique pour tous les lanceurs d'une même version

tandis que la partie supérieure est adaptée à chaque mission en fonction du matériel embarqué.

FIG. 1.1 – Centre Spatial Guyanais : décollage d'une fusée Ariane 5.

La partie inférieure du lanceur, se compose de 3 moteurs. Deux propulseurs à poudre sont disposés de part et d'autre de la fusée assurant une poussée supplémentaire au décollage et pendant les 70 premiers kilomètres de vol. Tandis que le troisième moteur, de type Vulcain, est intégré à l'Étage Principal Cryotechnique et fonctionne avec des ergols liquides (hydrogène et oxygène). La fusée Ariane V, dans sa version ECA (la plus utilisée de nos jours), a une charge utile de 9,6 tonnes pour une masse totale entre 760 et 780 tonnes.

Au vu de ces valeurs, l'importance des études sur la propulsion spatiale apparaît très clairement. A configuration identique, en maintenant les mêmes performances sur les moteurs, tout gain de poids sur le lanceur se répercute immédiatement sur une augmentation de la capacité de lancement.

1.1.1.1 Les technologies propulsives

La conquête de l'espace a permis l'élaboration de multiples technologies propulsives toujours basées sur une réaction de combustion. Cette réaction chimique ne peut se produire qu'en réunissant un combustible, un comburant et une énergie d'activation. Dans la plupart des cas, la chaleur produite permet à la réaction de s'auto-entretenir (sans nécessité de source d'énergie extérieure). Sur Terre, un moteur à propulsion utilise l'oxygène contenu dans l'air en guise de comburant. Mais pour un moteur amené à fonctionner en dehors de l'atmosphère terrestre, il devient nécessaire d'embarquer un comburant en plus du carburant.

On nomme, en astronautique, ergols les substances, indifféremment liquides ou solides, qui sont utilisées comme combustible (réducteur) ou comburant (oxydant). Pour comparer les différents propergols (ensemble de plusieurs ergols) utilisés pour fournir l'énergie de propulsion, on utilise l'impulsion spécifique notée I_{sp} (Equation (1.1)). Il s'agit du temps pendant lequel un kilogramme de ce propergol peut fournir une poussée équivalente au poids d'une masse d'un kg au niveau de la mer (sur

Terre). Avec F la poussée, q le débit massique d'éjection des gaz et g_0 l'accélération de la pesanteur on note :

$$I_{sp} = \frac{F}{q \cdot g_0} \tag{1.1}$$

On remarque qu'à poussée égale, plus l'I_{sp} d'un propulseur est grande, moins il consomme d'ergols. Par conséquent, dans le cas d'un lanceur, en choisissant un couple comburant-combustible avec un meilleur I_{sp}, il est possible d'embarquer moins de propergol et ainsi diminuer sa masse. Le calcul n'est pas aisé car il faut alors adapter l'ensemble du moteur, des réservoirs, prendre en compte les pression et température de stockage, tout ceci changeant la masse à vide du lanceur. Quoi qu'il en soit, on conserve l'I_{sp} comme grandeur de comparaison pour les propergols.

Les premières fusées atteignant la frontière de l'espace, utilisent la combustion de l'alcool entretenue à l'aide du meilleur oxydant : l'oxygène proposant ainsi un I_{sp} de 230s à 250s. Au cours des années 1950, l'alcool est remplacé par le kérosène déjà utilisé pour les moteurs d'avion à réaction. Ce nouveau carburant permet d'atteindre un I_{sp} de l'ordre de 320s et permet enfin les réelles premières de l'histoire de la conquête de l'espace. En effet, c'est ce propergol, utilisé par les russes dans leur lanceur Semiorka, qui permet la mise en orbite du premier satellite artificiel : Spoutnik 1. Dans les faits, 2 mises en orbite ont été réalisées, car le corps central de la fusée le fut également, provoquant un affolement chez les américains pour des raisons stratégiques militaires.

1.1.1.2 Les moteurs cryotechniques

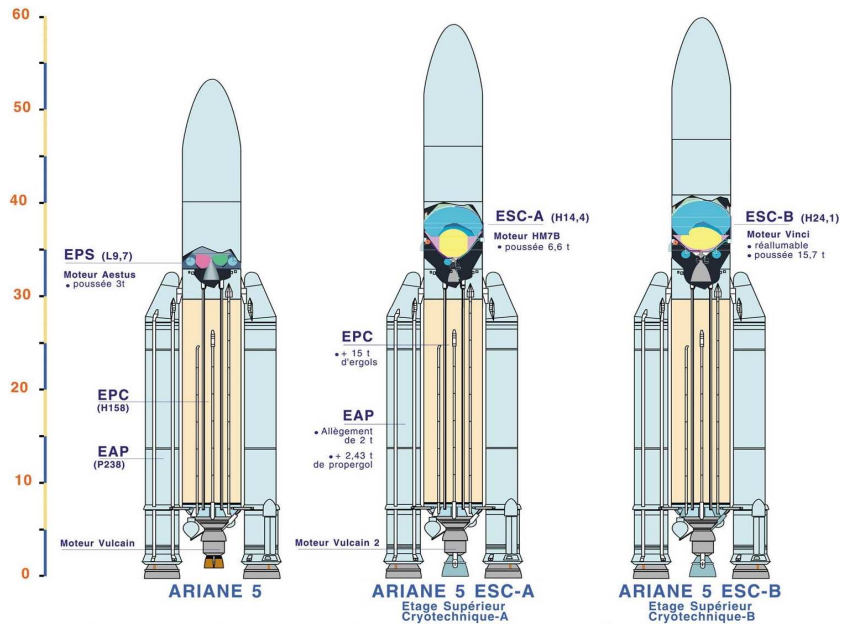


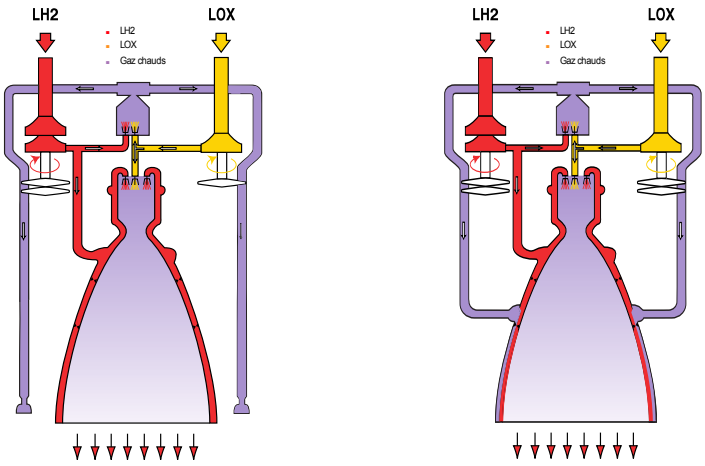
FIG. 1.2 – Evolutions du lanceur Ariane V

La compétition étant lancée, on assiste très rapidement à une montée en puissance des réacteurs et on rêve à l'Est comme à l'Ouest d'obtenir la maîtrise du couple idéal

hydrogène - oxygène avec son I_{sp} de l'ordre de 440s. Le stockage de l'hydrogène et de l'oxygène, sous la forme liquide, se réalise à très basse température (respectivement 21K et 91K) et c'est pourquoi on nomme les moteurs faisant appel à ce couple des moteurs cryotechniques. Ce sont les américains qui parviennent en premier, dès 1963, à la maîtrise, bien qu'alors laborieuse, de cette technologie. La réelle maîtrise n'est obtenue qu'en 1981 avec la navette Columbia tandis que les russes font preuve de leur maîtrise du démesuré avec le lancement en 1987 de leur première fusée à propulsion cryotechnique, Energia, permettant dans sa version la plus grande, la mise en orbite de 88 tonnes ! [7]

Ce type de propulsion reste toujours la meilleure disponible à l'heure actuelle et seules quatre autres nations ont rejoint la communauté des pays qui la maîtrise : la France (via la communauté européenne), le Japon, la Chine, et depuis le 15 avril 2010 l'Inde.

Les moteurs utilisés par l'Agence Spatiale Européenne sur son lanceur Ariane V [143] sont conçus par la SNECMA (avec l'implication de nombreux autres industriels) en particulier pour la turbopompe à hydrogène. Et on dénombre 4 moteurs cryotechniques : Le moteur Vulcain et le Vulcain 2 (son successeur) pour le premier étage du lanceur ; le HM7B et le Vinci (son successeur pas encore utilisé en vol, mais prévu pour 2016) pour le deuxième étage (Figure 1.2).

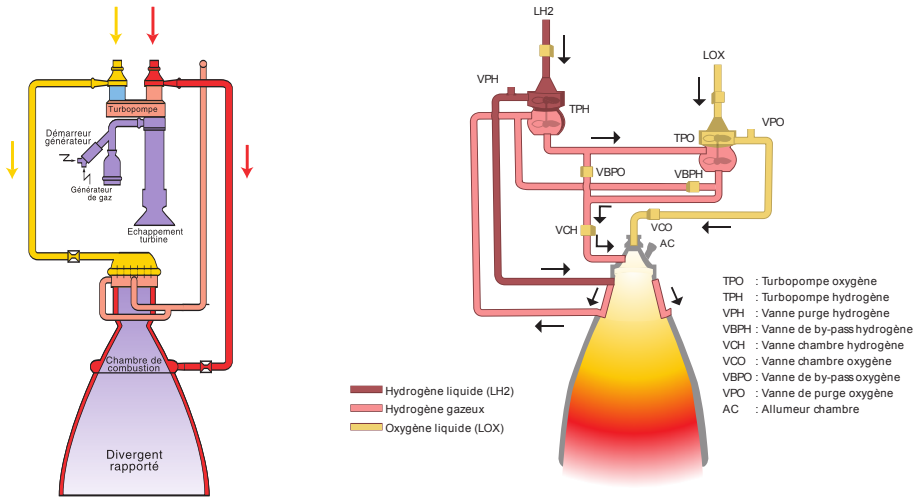


(a) Schéma du moteur Vulcain (b) Schéma du moteur Vulcain 2

FIG. 1.3 – Moteurs propulsant l'Etage Principal Cryotechnique

La principale évolution du Vulcain 2 par rapport à son prédécesseur repose sur l'expulsion des gaz chauds dans la tuyère (Figure 1.3) [168]. On note tout de même, un agrandissement général des dimensions du moteur ainsi qu'un accroissement de la vitesse de la turbopompe hydrogène [210] [211]. La poussée dans le vide du propulseur passant ainsi de 1120 kN à 1340 kN.

Concernant le moteur du second étage de la fusée Ariane V, le moteur Vinci n'est pas une simple évolution du HM7B mais bien un remplaçant (Figure 1.4). Ses caractéristiques sont très enthousiastes, en effet, il dispose d'une tuyère télescopique lui conférant un faible volume pendant toute la phase de vol où il est inactif et donc une diminution intrinsèque du poids de l'Etage à Propergols Stockables (EPS) dans



(a) Schéma du moteur HM7B (b) Schéma du moteur Vinci

FIG. 1.4 – Moteurs propulsant le composite supérieur

lequel il est stocké. La puissance du Vinci est fortement plus importante que celle du HM7B puisqu'on atteint le 180 kN [167] dans le vide contre seulement 64.8 kN [166] précédemment. Enfin, le dernier atout n'est pas le moindre puisque la nouvelle technologie permet de réaliser un moteur cryotechnique réallumable en vol.

1.1.1.3 Principe de fonctionnement

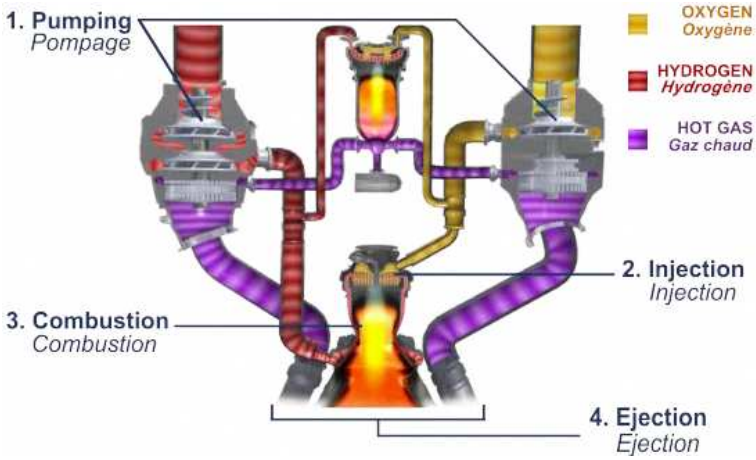
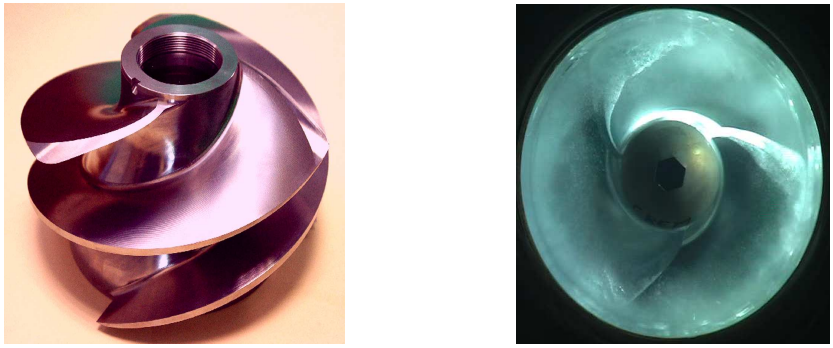


FIG. 1.5 – Fonctionnement du Vulcain2

Le lanceur est propulsé par le principe d'action-réaction. Les gaz chauds sont expulsés par la tuyère (Figure 1.5 (4)) créant ainsi la poussée nécessaire au décollage de la fusée. Ces gaz chauds sont le produit de la réaction de combustion des ergols (3) injecté à très forte pression (2). Dans le cas du Vulcain 2, la pression de combustion est de 115 bars tandis que la pression de stockage des ergols est de l'ordre de 3 bars. Cette mise en pression est réalisée à l'aide d'une turbopompe à 2 étages. La turbine, alimentée en gaz chauds par un générateur de gaz, fournit l'énergie à la pompe, qui

fournit la pression aux ergols. La pompe se décompose en deux parties, l'une avec une roue centrifuge qui réalise la majorité de l'augmentation de la pression, l'autre avec une roue axiale appelée inducteur. L'inducteur assure à la pompe un NPSH (net positive suction head) suffisant pour éviter la cavitation.

L'inducteur est susceptible de provoquer l'apparition de la cavitation à cause des zones de dépression sur les aubes et encore plus aux grandes vitesses de rotation de ces turbopompes. Afin d'étudier le développement de la cavitation, l'inducteur CREM1 (Figure 1.6) a été dessiné et testé par le CREMHyG pour le compte du CNES [153] et a été étudié numériquement au sein de l'équipe pour des calculs cavitants en eau froide [61].



(a) (b)

Fig. 1.6 – Inducteur CREM1

Une meilleure compréhension du phénomène de cavitation, permettrait, tout en gardant des performances égales, de diminuer la pression dans les réservoirs. Si l'on parvient à réduire celle-ci de 0,2 bar, le gain de poids espéré serait de 200 kg sur le lanceur. Ceci permettant alors soit de diminuer le poids total de la fusée, soit de lancer de plus importantes charges. Au 1er janvier 2010, la fusée Ariane 5 totalise 46 lancements avec succès. En sachant que chaque kilogramme mis en orbite a un coup de l'ordre de 30 000 euros, le gain serait de l'ordre de six millions d'euros par lanceur !

1.1.2 Les enjeux du naval

Les embarcations navales ont trois types de propulsions. La propulsion humaine est la moins puissante et la plus rustique, mais peut être également la moins polluante. Le record absolu de vitesse est obtenu avec une machine à pédale conçue par le Massachusetts Institute of Technology en 1991 avec une pointe à 18,5 noeuds.

Les voiliers quant à eux puisent leur énergie dans la force du vent. Ils rejoignent la propulsion humaine au niveau de la pollution, mais sont tout de même d'une technique plus évoluée. Ils permettent d'atteindre de plus hautes vitesses frôlant maintenant les 50 noeuds.

Les bateaux à moteurs ne sont utilisés que depuis la fin du XIXe siècle avec le développement, fiable, des machines à vapeur. Jusqu'alors, le rendement trop faible ne permettait pas de rivaliser avec la puissance du vent, malgré l'aspect intermittent de cette source d'énergie.

1.1.2.1 Les loisirs nautiques

Si aucun pédalo n'a jamais connu de problème lié à la cavitation, ce phénomène est un terme souvent abordé en windsurf, en kitesurf, ou en voilier. Pour ces sports nautiques aérotractés, la voile seule ne suffit pas à donner à l'embarcation la direction souhaitée. Orienter sa voile permet, en changeant l'incidence avec le vent, de modifier la distribution de portance et de traînée aérodynamique, mais le navire subit alors une dérive, c'est-à-dire un dérapage latéral, dû à l'effet du vent. Pour contrer cela, il est nécessaire d'utiliser un plan anti-dérive (quille en bateau, aileron en planche à voile ou en kite) sur lequel s'exerce également une portance et une traînée mais de type hydrodynamique [87] [86].

Pendant la navigation, il arrive que le navire subisse une dérive anormale. Ces phénomènes que l'on nomme spinout en windsurf trouvent leur origine dans trois causes distinctes (qui peuvent également se combiner) à savoir : le décrochage, la ventilation et la cavitation.

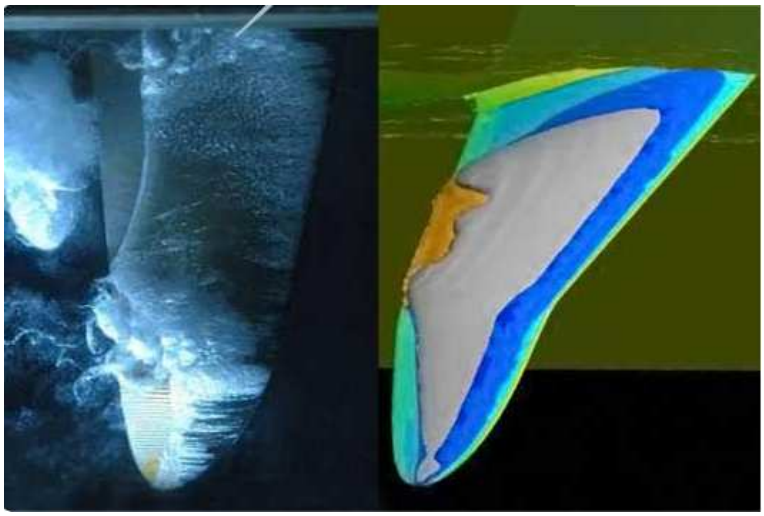


FIG. 1.7 – Expérimentation et modélisation d'un écoulement autour d'un aileron de planche à voile

Il y a décrochage de l'aileron (ou du gouvernail pour un bateau), lorsque l'incidence donnée à celui-ci est trop importante ; l'écoulement autour de la gouverne est alors turbulent. Il y a ventilation lorsque l'aileron se trouve dans un milieu diphasique eau-air ; ce qui se produit sur de l'écume ou lorsque le clapot trop important fait passer des poches d'air sous la planche. Enfin, il y a cavitation lorsque la vitesse de l'écoulement autour du foil est trop importante (Figure 1.7).

Y compris avec les meilleures géométries d'ailerons, la cavitation empêche les embarcations aérotractées de dépasser les 50 noeuds les rendant instables au delà. C'est alors que l'idée est venue, pour dépasser cette vitesse que l'eau leur impose, de rendre ces voiliers "volants". C'est ainsi que l'on trouve des navires comme l'hydroptère (Figure 1.8) qui parviennent à domestiquer la cavitation quelques temps et repousser la limite toujours plus loin, jusqu'à atteindre 61 noeuds en décembre 2008. Ce record ne peut être atteint qu'en pointe, car juste après avoir atteint cette vitesse le navire chavire, la cavitation ayant rendu la navigation trop instable. Par

conséquent, la vitesse maximale stabilisée sur un mille nautique est de 50,17 noeuds (record mondial du 8 novembre 2009).

FIG. 1.8 – l'Hydroptère : le voilier le plus rapide sur le mille nautique

L'augmentation des performances des sports nautiques aérotractés passe obligatoirement par une maîtrise de la cavitation. Les instabilités apparaissant au delà des 50 noeuds fixe une limite au développement, tout comme l'avait fait le mur du son en aéronautique.

1.1.2.2 Propulsion marine motorisée

L'hélice est connue dans son principe depuis les phéniciens (2000 ans avant JC ±500 ans) dans une application de type moulin à vent. Mais ce n'est qu'en -200 qu'on voit apparaître une utilisation hydraulique en tant que pompage pour l'irrigation des cultures. A partir de là, son utilisation motrice est décrite par Léonard de Vinci, et elle est utilisée pour des jouets pour enfants.

Avec l'arrivée du commerce mondial et de la propriété intellectuelle, de nombreux inventeurs revendiquent la paternité de l'hélice, et c'est en France que Frederic Sauvage dépose en 1832 un brevet sur l'hélice comme moyen de propulsion nautique. Il s'agit alors d'une simple vis d'Archimède animée en rotation par une machine à vapeur.

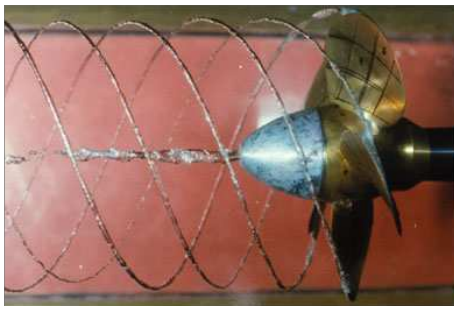
En 1835, un fermier australien (F.P. Smith) se pencha sur la conception d'un navire propulsé par une hélice. Il obtint l'année suivante l'aide financière nécessaire à son projet, et fabriqua un bateau-modèle dont la mise à l'eau en 1836 fut si satisfaisante qu'un bateau de six tonneaux fut construit, propulsé par une hélice en bois de deux tours. C'est à la fin de l'année 1937 que le propulseur, ayant éprouvé un choc, fut brisé à la moitié de sa longueur, et donna aussitôt de meilleurs résultats ! Ceci marqua le début des études sur les pales d'hélices rendues complexes en raison de la conception mentale de l'hélice en tire-bouchon.

Les formes actuelles des hélices marines (Figure 1.9) ont des caractéristiques hydrodynamiques (poussée, rendement) bien définies en fonction du nombre et de la géométrie des pales. Il est ainsi possible, à partir d'abaques, de définir rapidement la géométrie en fonction des spécifications du navire. [6]

FIG. 1.9 – Hélice de navire

Si les géométries sont maintenant relativement maîtrisées, il demeure deux problèmes importants qui font encore aujourd'hui l'objet de nombreuses études dans le but d'augmenter la vitesse de propulsion des hélices : la cavitation et les vibrations du navire.

L'eau liquide subit, au passage de l'hélice, une très forte accélération. En même temps que celle-ci, une surpression se ressent sur l'intrados des aubes, tandis qu'une dépression se ressent sur l'extrados. Lorsque localement, la pression est suffisamment faible, le liquide tend à se vaporiser.



(a) Cavitation en bout de pales

(b) Poches de cavitation attachées

FIG. 1.10 – Cavitation sur une hélice marine

La cavitation se localise principalement en bout de pale, là où les vitesses tangentielles sont les plus grandes, mais également dans l'axe de rotation de l'hélice, où le cisaillement de l'écoulement est très important (Figure 1.10a). Initialement sous forme de petites bulles, le développement du phénomène fait grossir les structures cavitantes jusqu'à la formation de poches de vapeurs attachées (Figure 1.10b).

Le comportement hydrodynamique du fluide autour d'une hélice en régime cavitant est différent du comportement en écoulement sub-cavitant. La propulsion perd

alors en performances, entraînant un surplus, coûteux, de consommation. Mais ce phénomène physique est gênant pour d'autres raisons également : on constate un endommagement de l'hélice (Figure 1.11) ; des vibrations répercutées sur le navire ; du bruit généré par l'implosion des bulles.

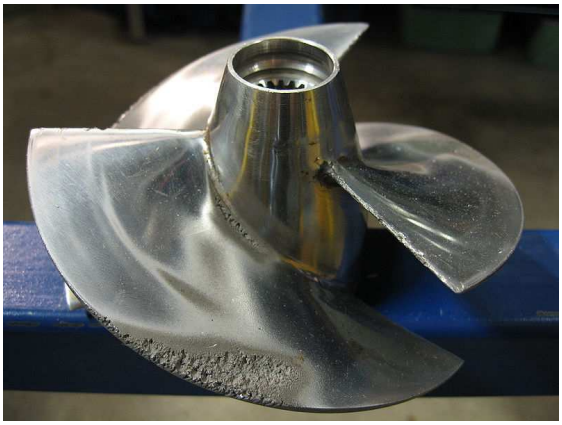


FIG. 1.11 – Erosion de cavitation sur les pales d'une hélice

Le bruit de la cavitation est une conséquence anodine pour la marine marchande ou pour le transport de passager, mais il est très important pour les applications militaires car il compromet alors la furtivité des sous-marins. L'utilisation d'une tuyère permet d'augmenter la poussée à faible vitesse (Figure 1.12) mais dégrade les performances à haute vitesse. Mais l'utilisation d'une tuyère autour de l'hélice permet également de limiter les survitesses en bout de pale retardant ainsi l'apparition de la cavitation.

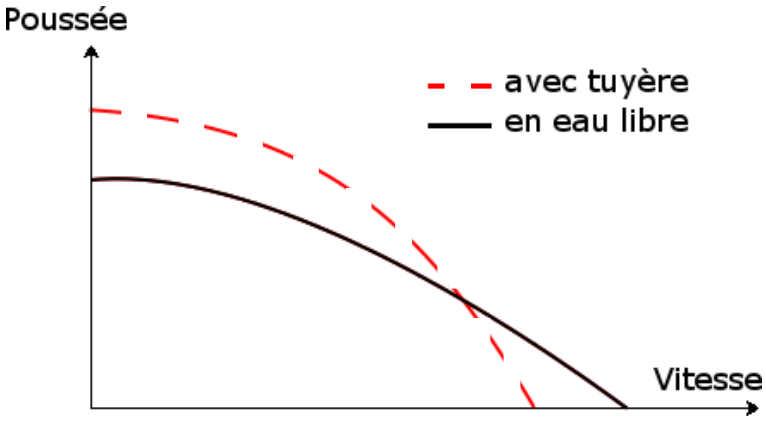


FIG. 1.12 – Influence d'une tuyère sur les performances d'une hélice

Il est possible de monter le propulseur sur une nacelle orientable de manière à guider le navire en orientant le flux hydraulique des hélices. Mais le plus fréquemment, l'hélice n'a pas de liberté azimutale et la direction est assurée par un gouvernail monté juste après l'hélice. La cavitation s'échappant de l'hélice et venant défiler le long du gouvernail est alors source de vibration sur celui-ci (Figure 1.13) risquant de l'endommager.

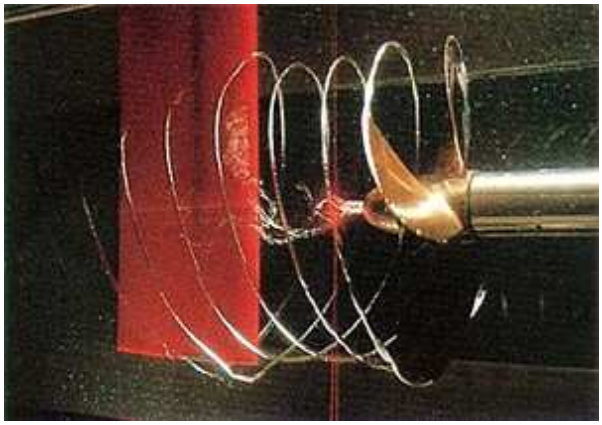


FIG. 1.13 – Tourbillons hélicoïdaux d'une hélice placée devant un gouvernail

Sur les bateaux à grande vitesse (supérieure à 30 noeuds), lorsque la cavitation est inévitable, il est souvent fait usage d'hélices de surface. Celles-ci ne sont pas totalement immergées afin que la pale puisse passer en surface. Ce faisant, la pale se "nettoie" des bulles de vapeur d'eau évitant ainsi le développement des poches attachées qui entraîne la chute de performances. Le soucis de la ventilation (air transporté sous l'eau par les pales) est évité par l'utilisation d'un profil de pale particulier. Ainsi, le record de vitesse en bateau à moteur a pû être élevé à la vitesse de 66,57 noeuds par Eugenio Molinari en 2007.

1.1.2.3 Supercavitation

Le phénomène de cavitation est évité autant que possible sur l'ensemble des propulseurs marins. Et les records de vitesse sur l'eau, pour y être au minimum confrontés, cherchent à tirer parti au maximum de l'interface avec l'air (exemple de l'hydroptère et des bateaux à grande vitesse). Mais dans un milieu sous-marin, il n'y a pas d'autre choix que de subir la cavitation.

A la fin du XXe siècle, les russes ont annoncé disposer de torpilles capables d'atteindre 200 noeuds, les Shkval. Ces torpilles ne sont pas propulsées par une hélice mais par un moteur-fusée et tirent parti de la cavitation en créant une grosse bulle autour d'elles, réduisant ainsi la friction avec l'eau : c'est le principe de la supercavitation (Figure 1.14).

FIG. 1.14 – Vue d'artiste d'une torpille supercavitante

La surface de contact de la torpille avec l'eau se réduit au strict minimum, se

limitant au nez et aux pointes des ailerons. Les gaz résultants de la combustion servent principalement à la poussée du moteur fusée, mais une partie est injectée par des tuyères au niveau du nez (Figure 1.15) de manière à augmenter le volume de la bulle et éviter qu'elle ne se referme sur le corps de la torpille.

FIG. 1.15 – Nez de la torpille supercavitante russe

1.1.3 Les enjeux de la production hydroélectrique

FIG. 1.16 – Barrage et retenue de Monteynard (Isère)

La production électrique est basée principalement sur l'utilisation de sources d'énergie nucléaire ou fossile, bien que de plus en plus, il est fait également appel à des sources d'énergie renouvelable. Le soleil est à l'origine de la majorité de ces sources, et notamment, il est à l'origine de l'énergie hydraulique. Les sources d'énergies des centrales hydroélectriques se partagent en quatre familles :

- la hauteur de chute et le débit d'un cours d'eau sont utilisés dans le cas d'une centrale hydroélectrique (barrage, Figure 1.16). L'origine de ces cours d'eau se trouve dans le cycle de l'eau dont la pleine responsabilité revient au soleil qui

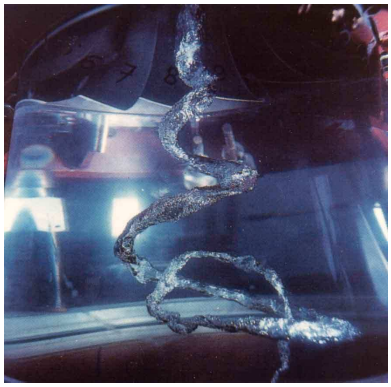
évapore les océans transportant ainsi de la masse depuis les faibles altitudes vers les plus hautes altitudes où l'eau se condense sous forme de pluie ou de neige.
- l'énergie des marées est utilisée par une centrale marémotrice. Les marées sont le résultat des forces de gravitation de la lune et du soleil.
- l'énergie des courants marins est utilisée par une hydrolienne pour faire tourner sa turbine. C'est la réception inégale de l'énergie solaire sur la Terre qui charge de manière inhomogène les régions. Les océans se mettent alors en mouvement pour chercher un équilibre thermique créant ainsi les courants marins.
- l'énergie des vagues peut également être exploitée. Les vagues sont formées par le cisaillement du vent à la surface des océans. Le vent étant lui même généré par le soleil de la même manière que les courants marins.

Le fonctionnement général des machines hydrauliques est de procéder à une transformation d'énergie hydraulique en énergie électrique. De manière générale, la pression de l'écoulement diminue lors de son passage dans la turbine. On trouve alors des zones, sur les parties mécaniques, où les conditions sont favorables au développement de la cavitation.

A l'exception d'une fine zone au voisinage du coeur de la colline de rendement, la cavitation est omniprésente dans une roue de turbine hydraulique [56]. Le type de cavitation et les sites de son apparition dépendent des conditions de l'écoulement.

La cavitation de sortie est générée sur les aubes, en sortie de roue, lors d'un fonctionnement à pleine charge (Figure 1.17a), tandis que la cavitation interaube est générée par les vortex dus aux incidences négatives rencontrées à faible débit et à charge partielle. Enfin, la cavitation d'entrée est générée sur l'extrados (sous forte chute) ou l'intrados (sous basses chutes) à cause d'un excès d'incidence sur l'arête d'entrée de la roue.

(a) Cavitation de sortie, du côté de la ceinture



(b) Torche de cavitation sous la roue d'une turbine

FIG. 1.17 – Type de cavitation sur une roue

Sous la roue, les particules fluides ont leur composante de vitesse périphérique qui augmente lorsqu'elles se rapprochent de l'axe de rotation. Cette accélération entraîne, en respect du principe de Bernoulli, une importante chute de pression provoquant de la cavitation sous forme de torche.

La forme de la torche dépend de la rotation résiduelle de l'écoulement sous la

roue. A charge partielle, la roue et la rotation tournent dans le même sens, générant une torche de forme hélicoïdale (Figure 1.17b) tandis qu'à forte charge, les deux rotations sont opposées, générant une torche de forme axiale [90].

La cavitation générée dans ses machines tournantes est source de bruit et de vibrations, mais également d'endommagement des roues. On assiste à un phénomène d'érosion très rapide contraignant les constructeurs à étudier chaque turbine en fonction de l'application désirée. Ce problème est d'une telle récurrence que les industriels exigent une garantie sur la quantité de masse arrachée en fonction du temps de fonctionnement.

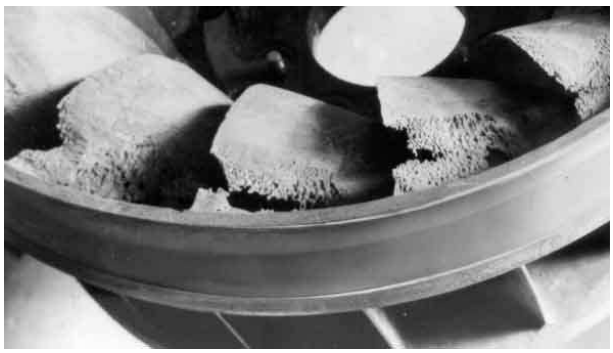


FIG. 1.18 – Erosion de cavitation sur une roue de turbine Francis

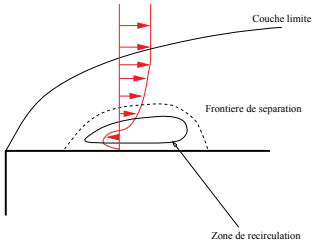
Outre la dégradation physique de la roue, la cavitation est également responsable de diminution des performances de la machine. De nombreuses études sont ainsi menées afin d'optimiser les performances des roues en prenant en compte le développement de la cavitation dont il est bien rare de s'affranchir [66].

1.1.4 La conception des moteurs à combustion

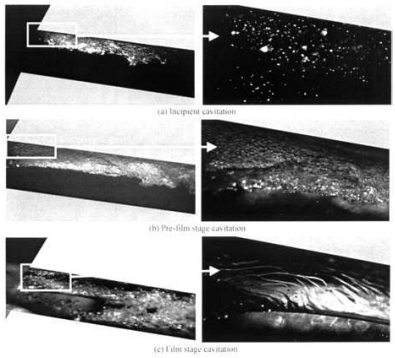
Le moteur diesel repose sur l'auto-inflammation du gazole sous de fortes pressions. L'augmentation des performances passe par un mélange aussi homogène que possible du carburant et de l'air qui lui sert de combustible. Pour cela, on introduit dans le piston, peu avant le point mort haut, le carburant à l'aide d'un injecteur à haute pression assurant une pulvérisation très fine du gazole.

Pour une bonne combustion il est important d'assurer une pulvérisation turbulente, continue, constante et bien répartie du gazole. Les injecteurs fonctionnent alors à très haute pression (jusqu'à 2 500 bars avec une rampe commune et piézoélectrique). De très petites dimensions, les orifices d'injection contraignent l'écoulement à une très haute vitesse. On rencontre également des recirculations en paroi de l'orifice. Ces deux évènements conjugués sont source de cavitation dans l'injecteur.

L'industrie automobile, ainsi que tous les fabricants de moteurs diesel (bateau, avion, etc.) financent de très nombreuses études pour optimiser l'injection du gazole afin d'augmenter les performances et réduire la consommation.



(a) Schéma de l'écoulement [52]



(b) Les différentes formes de cavitation [223]

FIG. 1.19 – Ecoulement dans un injecteur diesel

1.2 Exploitation de la cavitation

Bien que généralement problématique, il existe tout de même des applications spécifiques où la cavitation est recherchée et provoquée.

1.2.1 Dépollution par cavitation

Lors de l'édition 2010 du forum 4i (Innovation Industrie Investissement International) a été présenté un procédé de dépollution des eaux de surface ou nappes phréatiques basé sur l'action de la cavitation. Cet axe de recherche, nécessaire pour améliorer l'état sanitaire des eaux rejetées, se décompose en 2 projets : Cavhyte et Cavichoc. Basé sur le même principe, ces projets se différencient par la géométrie utilisée (respectivement un venturi et un tube à choc) et le choix entre les deux est fonction de l'usage et du volume à traiter.

La dépression engendrée par la géométrie génère la cavitation de l'écoulement. Les bulles de vapeur d'eau créée absorbent les polluants volatiles qui migrent spontanément dans les cavités. Les structures cavitantes sont ensuite convectées vers des zones de plus haute pression où elles implosent violemment, dissociant l'eau en hydrogène et hydroxyde. Ces dernières molécules, par leur très important pouvoir oxydant, réagissent avec le polluant. Les composés non-volatiles subissent quand à eux une onde de choc pouvant les briser suivant le même phénomène que les parties mécaniques soumises à l'érosion de cavitation.

On notera comme limites à ce procédé le fort coût énergétique nécessaire à la génération abondante de la cavitation ainsi que la nécessité d'un écoulement riche en eau. Ce traitement surviendrait donc en aval des traitements actuels permettant déjà de grandement réduire la charge en polluant des eaux usées.

1.2.2 Un stimulateur d'énergie d'adhésion

Un adhésif est un matériau qui permet de faire adhérer entre eux des objets. Il fonctionne en contournant la rugosité des objets de manière à entrer en contact avec le maximum de surface possible. Pour éviter le décollement, on choisit des matériaux

qui possèdent une très forte dissipation. Ainsi, même lorsque le décollement est initié, il faut encore fournir beaucoup d'énergie pour le propager.

Les efforts exercés sur les objets en adhésion, font subir à l'adhésif de fortes dépressions pouvant provoquer la cavitation de ce dernier. Les cavités d'une pression bien inférieure à la pression atmosphérique génère un effet ventouse qui apparaît comme une composante essentielle de l'énergie d'adhésion [145]. Dès lors que les cavités ont atteint la surface libre, la dépression disparaît dans un bref bruit (Figure 1.20) et le décollement se produit facilement.

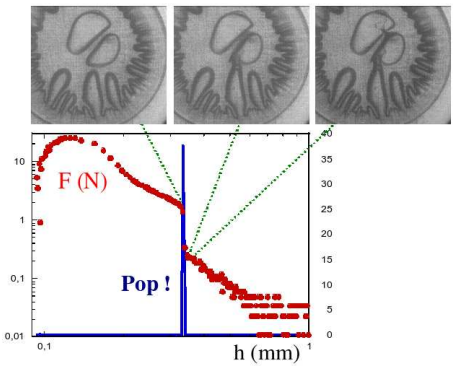


FIG. 1.20 – Force de résistance et bruit enregistrés lors d'un décollement

1.2.3 La cavitation au service de la médecine

La puissance destructrice de la cavitation a rapidement intéressé le milieu médical afin de détruire localement des corps sans intervention physique directe.

En générant des ultrasons de basse fréquence (de ±40 KHz) puis en les orientant vers une zone précise, il est possible de faire caviter le liquide (sang, ...) à ce niveau.

De très petites bulles (diamètre inférieur au micron) ne sont pas excitées par l'onde ultrasonore. En revanche, le liquide alentour se vaporise, en franchissant l'interface et en faisant grandir la bulle. La diffusion rectifiée permet la croissance de la bulle, grâce à l'effet de surface. En effet, le flux entrant dans la bulle étant supérieur au flux sortant, il en résulte une augmentation de la taille de la cavité. Dès lors que celle-ci est suffisamment grande pour être excitée par l'onde acoustique elle implose au passage d'un pic de surpression en générant une onde de choc.

Cette onde de choc est utilisée pour détruire le corps ciblé (par exemple des calculs biliaires) et désobstrué le vaisseau sans intervention mécanique directe et sans chirurgie nécessaire [170].

Le principe est repris par les instituts de minceur proposant ainsi de détruire les acides gras complexes des réserves lipidiques en acides gras simples, rapidement évacués par le corps.

1.2.4 La cavitation dans la nature

En sachant les difficultés que l'Homme rencontre dès lors qu'il est confronté au phénomène de cavitation, il est amusant de savoir qu'il existe dans la nature une

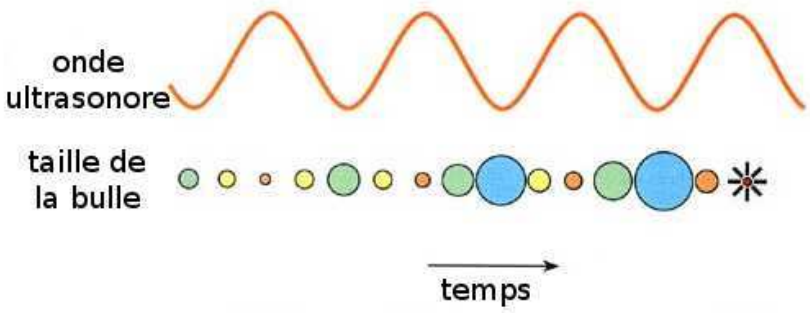


FIG. 1.21 – Évolution de la taille d'une bulle au cours du temps sous l'effet d'une onde acoustique

crevette tropicale (Alpheus heterochaelis - Figure 1.22) qui maîtrise depuis toujours ce phénomène.

FIG. 1.22 – Alpheus heterochaelis et sa pince hypertrophiée

En refermant cette énorme pince, la crevette engendre un écoulement tellement violent qu'il génère de la cavitation (figure 1.23). C'est l'implosion de cette bulle qui émet une onde de choc susceptible d'assommer le plancton environnant dont se nourrit alors la crevette à l'aide de son autre pince, plus fine et plus agile [208].

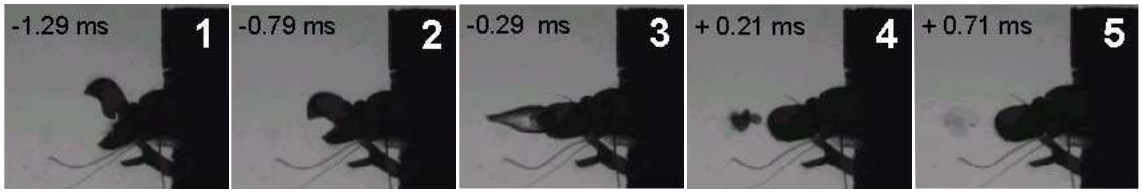


FIG. 1.23 – Séquence de fermeture de la pince avec création des bulles de vapeur à l'extrémité

Il a ensuite été montré que cette même bulle est luminescente et de haute température [160].

Il est notable que dans la nature non plus, la cavitation n'est pas toujours un phénomène sans conséquence. On la retrouve chez les plantes vasculaires, dans le procédé de circulation de la sève. Les bulles de vapeur rompent la continuité de la colonne d'eau entraînant une déshydratation des feuilles d'une hauteur supérieure

à la structure de cavitation [195] [43]. Ce phénomène de blocage cavitant est une menace directe à la survie de la plante.

Une autre conséquence de la cavitation se manifeste dans la nature ; elle concerne les dauphins. Le zoologiste James Gray a mesuré des vitesses maximales pour les dauphins, en eau peu profonde, de 54 km/h. Il a estimé en 1936, que la musculature de ces cétacés n'était pas assez puissante pour atteindre ces vitesses. Intrigués, de nombreux scientifiques ont cherché comment faisait le dauphin pour réduire sa traînée et ses frottements dans l'eau. C'est en 2008 que Timothy Wei leva le paradoxe de Gray en montrant que les dauphins étaient en réalité 10 fois plus puissants que les précédentes estimations [214]. Mais alors pourquoi ne vont ils pas plus vite ? Simplement parce qu'au delà de cette vitesse, leurs nageoires provoquent de la cavitation, qui en implosant provoque des douleurs au dauphin. Les espadons et les thons, qui atteignent des vitesses plus rapides, ne ressentent pas la douleur sur leurs nageoires. Ils y subissent en revanche des lésions typiques et usantes.

Chapitre 2

Présentation de la cavitation

Dans ce chapitre, nous développons plus en détail le phénomène physique afin de bien situer les conditions d'apparition de la cavitation. Ce changement de phase est présenté depuis la germination de la cavité jusqu'au collapsus de cette bulle de vapeur lors d'une violente recompression.

La cavitation est un changement de phase qui tient son nom à la formation de cavités de vapeur (des poches et/ou des bulles) au sein d'un liquide homogène suite à une diminution de la pression environnante.

2.1 La cavitation : un changement de phase

2.1.1 Les différents états de la matière

A chaque état de la matière correspond des caractéristiques physiques (densité, réfraction, ...) qui se traduisent par des comportements physiques propres. Il existe quatre principaux états de la matière que l'on peut classer par enthalpie croissante (Figure 2.1).

- L'état solide : défini par une forme propre et un volume propre, il est caractérisé par une absence de liberté entre les molécules.
- L'état liquide : défini par un volume propre et une forme fluide, il est caractérisé

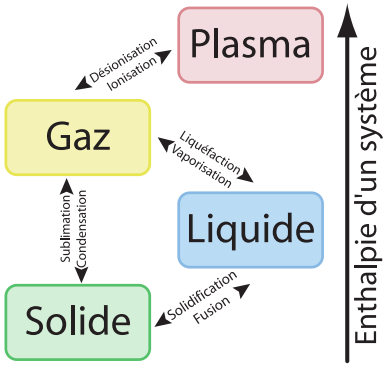


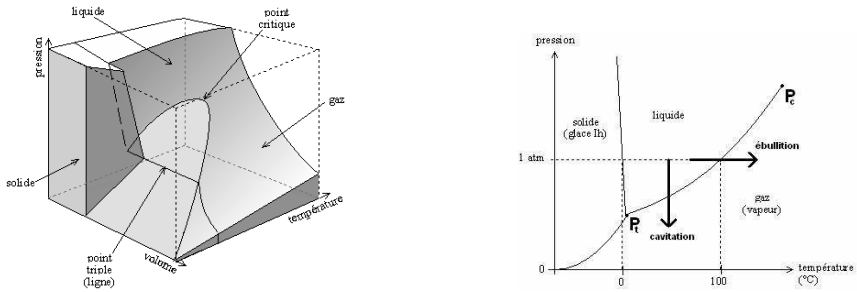
Fig. 2.1 – Etat de la matière

par une faible liaison des molécules le rendant fortement déformable mais très difficilement compressible.
- L'état gazeux : défini par un volume libre et une forme fluide, il est caractérisé par une absence de liaison entre les molécules les rendant libres. Un gaz occupe tout le volume mis à sa disposition faisant ainsi grandement varier sa masse volumique.
- L'état plasma : défini comme un gaz, il s'en diffère par la liberté des électrons vis à vis des atomes qui le compose. Il est ainsi, à l'inverse des gaz, un très bon conducteur électrique.

L'état plasma est obtenu par ionisation d'un gaz, lorsque ce dernier est soumis à un champ électromagnétique de forte intensité. Bien que très fréquent dans l'univers (99% de la matière connue) il est inexistant sur Terre à l'état naturel puisque sa condition d'apparition est trop éloignée des conditions usuelles. On ne s'intéresse alors (dans notre domaine) qu'aux trois autres états de la matière.

2.1.2 La vaporisation

La phase d'un corps est déterminée directement par ses paramètres thermodynamiques : pression, température, volume. Il est alors aisé de tracer un diagramme représentant l'état du corps en fonction de ces trois grandeurs (Figure 2.2a).



(a) dans l'espace (P,V,T) (b) dans le plan (P,T)

FIG. 2.2 – Diagramme de phase de l'eau

En projetant ce diagramme dans l'espace température-pression, on définit une fonction analytique pour P_{vap}, la pression de vapeur saturante (Figure 2.2b). Celle-ci décrit la frontière entre la phase liquide et gazeuse avec comme limites, d'une part, le point triple (Pt) et d'autre part le point critique Pc.

Dès lors que la pression locale est inférieure à la pression de vapeur saturante, on assiste à un changement de phase du corps. Deux chemins principaux permettent ce phénomène :
- Une transformation isobare résultante d'un apport de chaleur extérieur permet d'augmenter la température et donc la valeur de P_{vap} qui en dépend directement.
- Une transformation isotherme dans laquelle la variation significative de pression découle de la dynamique de l'écoulement.

Le premier des chemins décrit correspond au phénomène d'ébullition tandis que le second est celui correspondant au phénomène de cavitation.

On remarque, dans les faits, que le phénomène n'est pas toujours isotherme et qu'il peut survenir une légère variation de température implicite au changement de phase. Il conviendra de parler de cavitation dès lors que le changement de phase résulte d'un abaissement de pression même si on est en présence d'un effet thermodynamique.

2.2 Le cycle de la cavitation

2.2.1 Origine de la cavitation

L'énergie d'un fluide se répartit en trois composantes (Equation 2.1) : son énergie cinétique, son énergie potentielle, et son énergie de pression. En posant les hypothèses d'un fluide parfait, incompressible, irrotationnel, s'écoulant en régime permanent dans une conduite, on peut appliquer le théorème de Bernoulli.

$$\frac{U^2}{2 \cdot g_0} + z + \frac{P}{\rho \cdot g_0} = cst \tag{2.1}$$

Il apparaît directement une corrélation entre la vitesse et la pression. Ainsi, une augmentation de la première induit une chute de la seconde qui, localement, peut franchir la valeur seuil de pression de vapeur saturante (P_{vap}) provoquant la cavitation du fluide.

Les principales sources de cavitation sont soit la géométrie des parois qui imposent une augmentation de vitesse soit une fluctuation turbulente de la pression dans une zone de cisaillement de l'écoulement.

Dès le XIXe siècle, il a été montré qu'un liquide au repos pouvait subir des pressions inférieures à sa pression de vapeur saturante sans pour autant changer de phase [17] [157]. Ceci est lié à la tension de rupture du liquide suffisamment importante pour empêcher la cavitation parvenant ainsi à porter le liquide, localement, à des pressions négatives [10] [84] [26].

Dans le cas des liquides usuellement employés, il existe dans le fluide des amorces de rupture permettant le phénomène de cavitation.

Certains gaz non condensables peuvent se retrouver dans l'eau sous deux formes :

- Sous forme de gaz occlus (microbulles dont la taille varie entre le micromètre et le demi-millimètre [62] [64]).
- Sous forme de gaz dissous.

Ces microbulles jouent un rôle prépondérant dans la cavitation puisqu'elles constituent les amorces de rupture, ou en d'autres mots, les amorces de bulles de cavitation. C'est pour cette raison qu'on leur donne le nom de germes de cavitation.

On peut remarquer que ces microbulles, en substituant le milieu homogène initial par un milieu hétérogène, modifient aussi bien la masse volumique de l'eau que sa compressibilité. Dans les faits, cette variation est négligée dans nos calculs cavitants instationnaires.

La qualité de l'eau joue donc un rôle important lors d'une manipulation expérimentale [102]. Outre les gaz contenus dans l'eau, il est remarquable que de nombreux sites de nucléations puissent exister sur les parties mécaniques du banc d'essai. Ainsi, une veine remplie en eau peut maintenir des cavités gazeuses, par exemple, au fond de

sillons d'usinages, sur le bord d'un cordon de soudure ou à l'intérieur d'un matériau poreux. Enfin, les particules solides présentes dans l'écoulement (rouille, particules de PIV, ...) peuvent également jouer le rôle de germes de cavitation.

Afin d'assurer la reproductibilité d'une mesure expérimentale, il est nécessaire de suivre un protocole de dégazage permettant de réduire le nombre de germes à un taux fixe [3]. Ceci est d'autant plus primordial que l'inception (Figure 2.3) dépend directement de ce taux.

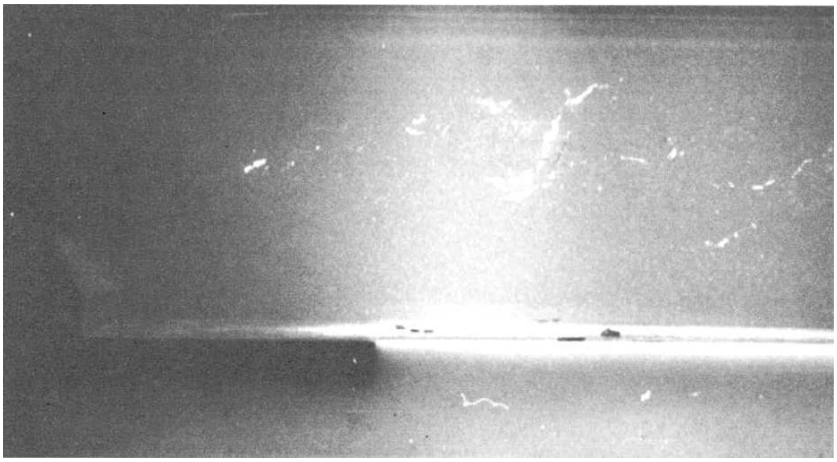


FIG. 2.3 – Inception de la cavitation - [94]

2.2.2 Condensation des cavités

Lorsque les germes de cavitation (en rouge sur la Figure 2.4) rencontrent une zone de faible pression, ils permettent au fluide de se vaporiser augmentant ainsi la taille de la bulle. Cette cavité de vapeur est ensuite convectée par l'écoulement vers des zones de plus forte pression. En dépassant la pression de vapeur saturante, le fluide subit une condensation quittant l'état gazeux pour redevenir liquide. La pression exercée de toute part par le liquide sur la bulle provoque une diminution très rapide de l'interface : c'est l'implosion de la structure de cavitation. Lorsque la vapeur s'est totalement liquéfiée, il ne reste plus que le gaz incondensable pour résister au mouvement du liquide. Ceci est vu, par l'écoulement, comme une soudaine résistance : c'est une onde de surpression qui émane du collapsus de la bulle.

Ce phénomène, bien que représenté symétriquement sur la Figure 2.4, est fortement tridimensionnel. La principale raison est l'inhomogénéité du mélange vapeur-gaz dans la bulle.

L'existence de ces surpressions lors de la phase finale de l'implosion d'une cavité est connue depuis près d'un siècle [152]. Mais l'hypothèse de la résistance des gaz incondensables n'a été vérifiée que plus tard [77]. La vitesse du collapsus de la bulle et donc du liquide se propageant vers le coeur de la bulle est tellement importante que souvent une partie de la vapeur n'a pas le temps de se condenser et se joint au gaz occlus pour résister à l'implosion [201].

Le phénomène de condensation se réalisant sur une très courte période (10 ns à 1 μs) [200] il est difficilement observable. L'énergie, bien que faible, est libérée

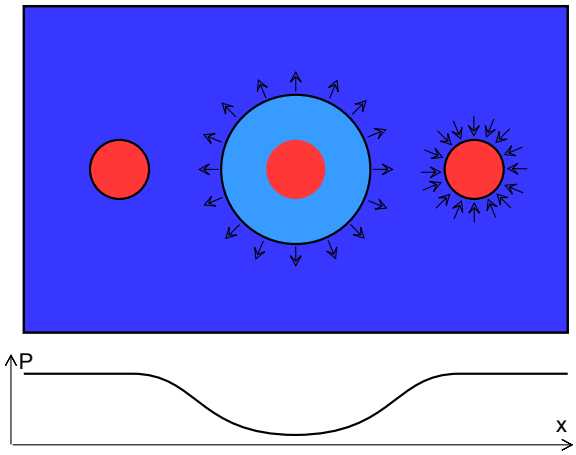


FIG. 2.4 – Cycle d'une bulle de cavitation

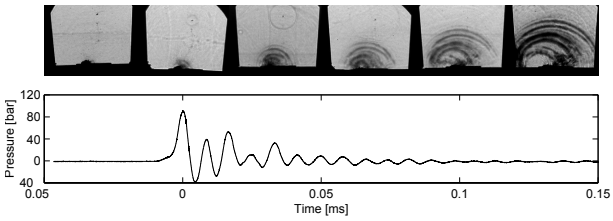


FIG. 2.5 – Onde de surpression en strioscopie et signal de pression à la paroi [42]

si rapidement que le pic de surpression enregistré atteint des valeurs de l'ordre de quelques gigapascals [85] [65] [41].

Lorsque l'implosion se produit proche d'une paroi, celle-ci se retrouve impactée par l'onde de surpression (Figure 2.5). La sollicitation est telle qu'on assiste souvent à une altération mécanique de la structure. Les aciers inoxydables sont enrichis en chrome qui forme par oxydation un composé de surface qui arrête la corrosion du fer (c'est donc le fer qui est rendu inoxydable et non l'acier). L'érosion de cavitation, en supprimant cette couche protectrice, rend possible l'oxydation de l'acier du fer contenu dans l'alliage ce qui résulte en une rapide détérioration des parois solides.

Bien que l'onde de pression soit considérée comme prédominante dans l'érosion de cavitation, il existe un second phénomène physique lors de l'implosion qui pourrait

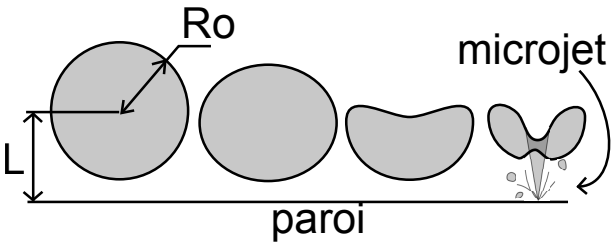


FIG. 2.6 – Microjet dans une bulle implosant proche d'une paroi solide

avoir une influence non négligeable. Comme signalé précédemment, le collapsus d'une bulle de cavitation se produit de manière dissymétrique. En particulier proche d'une paroi où le champ de pression est variable, présentant un fort gradient. On assiste alors à un microjet liquide qui traverse la bulle et vient frapper la surface (Figure 2.6).

Ce jet liquide peut atteindre de très grandes vitesses de l'ordre de plusieurs centaines de m/s [101] [23] impliquant une pression à l'impact de l'ordre de 100MPa à 1GPa.

L'existence du microjet est paramétrée par un rapport liant taille de la bulle et distance à la paroi [132] (Equation 2.2). La formation du jet liquide n'apparaît que pour des valeurs de γ comprises entre 0,3 et 1,5. Son importance dans le phénomène d'érosion n'est avancée que pour des valeurs de γ entre 0,6 et 0,8 [189].

$$\gamma = \frac{L}{R_0} \tag{2.2}$$

2.3 Conséquences de la cavitation

Abordées dans le chapitre précédent, les conséquences de la cavitation sont nombreuses. Si l'importance des nuisances dépend grandement du domaine d'application, la nature de ces préjudices est invariable. On peut comparer directement le phénomène de cavitation dans un liquide à la présence de jeux dans les liaisons pour l'étude des solides.

2.3.1 Bruit et vibrations

Le bruit n'apparaît pas directement comme une nuisance car il ne perturbe pas le fonctionnement de la machine hydraulique. En revanche, il peut malgré tout causer bien des torts. Pour commencer, les applications militaires demandant le maximum de discrétion ne peuvent pas se permettre une source de bruits parasite. On peut également considérer les conditions de travail des personnes qui voisinent un écoulement cavitant. Les machines industrielles ne sont déjà pas spécialement silencieuses, mais en présence de cavitation le bruit généré par l'écoulement peut atteindre 20 à 30 dB de plus que l'écoulement subcavitant.

La principale source de bruit est l'onde de surpression émise par l'implosion des bulles. Mais ces chocs peuvent également faire vibrer des parois solides augmentant d'autant le bruit de l'installation.

Les vibrations du système ne sont pas à négliger car elle perturbent les appareils de mesure, mais pire, elles peuvent endommager des parties mobiles en leur infligeant des contraintes non prévues initialement.

2.3.2 Baisses de performance

La cavitation est responsable d'une augmentation de la traînée et d'une diminution de la portance toutes deux sources d'altération des performances. Le développement des cavités entraîne ainsi une chute de rendement, voir même un blocage

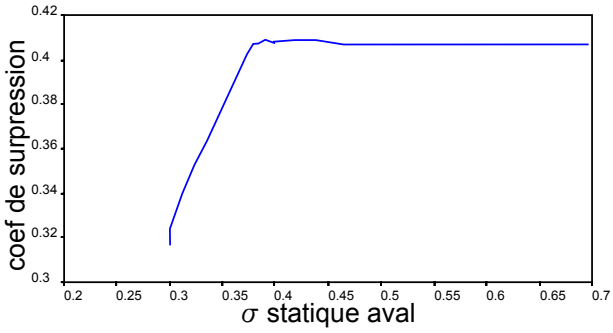


FIG. 2.7 – Allure de la courbe de performance d'une pompe spatiale en fonction de la pression [18]

cavitant lorsque l'intégralité de la conduite est obstruée par une poche de cavitation. De manière générale, la baisse de performance provient du recouvrement de parties actives par des cavités. En effet, la géométrie de ces parties actives est alors, du point de vue de l'écoulement, modifiée. Les performances d'une machine sont donc inversement proportionnelles à l'abondance de cavitation qui est quant à elle inversement proportionnelle à la pression (Figure 2.7).

2.3.3 Erosion de cavitation

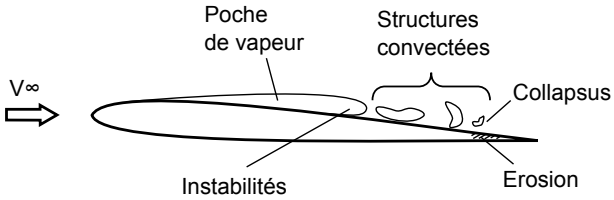


FIG. 2.8 – Mécanisme hydrodynamique de l'érosion par cavitation

Des géométries bidimensionnelles de type hydrofoil ou venturi sont utilisées pour étudier l'érosion. L'écoulement subit d'abord une dépression liée à l'accélération sur l'extrados où apparaissent les structures de cavitation qui sont ensuite convectées pour imploser en aval, érodant la surface solide au niveau de la fin de la zone cavitante. Le processus est illustré par la figure 2.8 [111].

L'érosion de cavitation est une conséquence d'autant plus importante d'un point de vue industriel qu'elle touche directement à la sécurité et à la durée de vie des équipements (Figure 2.9). Au-delà d'un délai appelé "période d'incubation", on constate un arrachement de matière. C'est ce dernier cas qu'on appelle érosion.

La boucle PREVERO [16], construite au LEGI en 2003, permet l'étude expérimentale des mécanismes d'érosion par cavitation sur une éprouvette (Figure 2.10b) impactée par un jet à grande vitesse (Figure 2.10a).

Parallèlement, des travaux de recherches numériques basés sur un modèle élasto-plastique [154] sont menés afin d'évaluer la puissance d'agressivité d'un écoulement cavitant [140] [30].

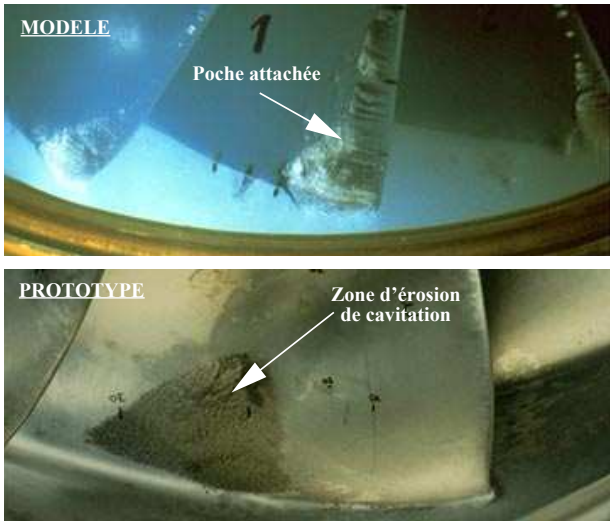
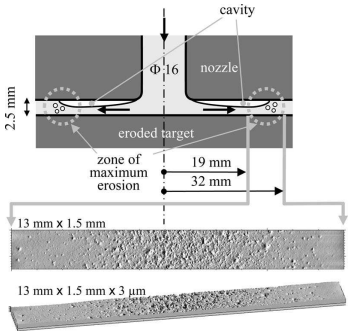


FIG. 2.9 – développement de la cavitation (en haut) et dégâts d'érosion sur le prototype après 400 h de fonctionnement [58]



(a) Schéma de la section d'essais [63]

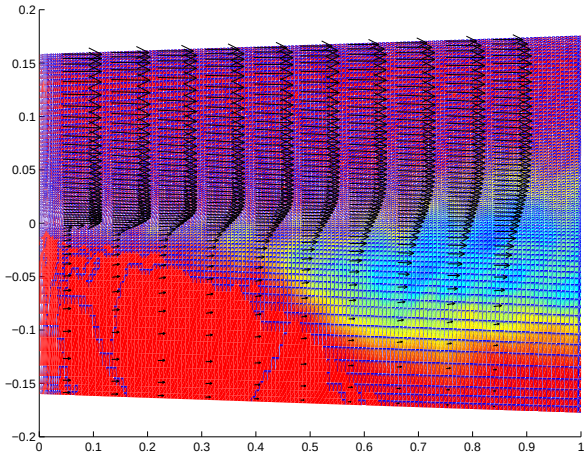
(b) Eprouvette érodée

FIG. 2.10 – Tunnel hydrodynamique de l'équipe Energétique du LEGI

Certains chercheurs suggèrent une profonde correlation entre l'érosion d'une surface et l'étude des structures macroscopiques de cavitation [51].

Deuxième partie

Modélisation



Modélisation d'une couche de mélange cavitante

Il importe en peinture, que le portrait ressemble au modèle,
mais non pas le modèle au portrait.

Paul-Jean Toulet [1867 - 1920]

Chapitre 3

Modélisation d'un écoulement turbulent, cavitant, instationnaire

La première hypothèse nécessaire à notre étude est celle des milieux continus. Nous étudions les fluides à l'échelle macroscopique ne prenant pas en compte l'aspect "granulaire" dû aux atomes constituant la matière.

Compte tenu de cette approche, il est possible de décrire le mouvement des fluides à l'aide des équations de Navier-Stokes.

En considérant un volume élémentaire et en y appliquant le principe de conservation des masses on obtient l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \tag{3.1}$$

En réalisant, sur le même volume de contrôle, un bilan de la quantité de mouvement on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) = -\vec{\nabla} P + \vec{\nabla} \cdot \vec{\vec{\tau}} + \rho \vec{f} \tag{3.2}$$

Il reste le bilan d'énergie totale que l'on peut exprimer de la sorte :

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(\rho e + P)\vec{U}] = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\vec{\tau}} \cdot \vec{U}) + \rho \vec{f} \cdot \vec{U} - \vec{\nabla} \cdot \vec{q} + r \tag{3.3}$$

Le système composé des deux premières équations (équations 3.1 ; 3.2) est nommé d'après deux physiciens du XIXe siècle (Claude Navier et George Stokes) qui ont respectivement trouvé puis complété ces équations aux dérivées partielles. Le bilan d'énergie leur est parfois ajouté lorsque l'on considère que les effets thermodynamiques ne sont pas négligeables.

3.1 Introduction à la turbulence

La turbulence est expérimentée par tous au quotidien. On la visualise facilement en observant la fumée d'une cigarette, le déplacement des nuages, le mélange de fluides (lait+café, sirop+eau, ...) ou tout simplement l'écoulement d'un torrent de

montagne. Il s'agit là d'un phénomène connu depuis la nuit des temps mais décrit pour la première fois par Léonard de Vinci (Figure 3.1). Fidèle à son habitude, l'artiste ne chercha pas d'explication théorique mais en fit de bonnes descriptions accompagnées de dessins d'une grande finesse.

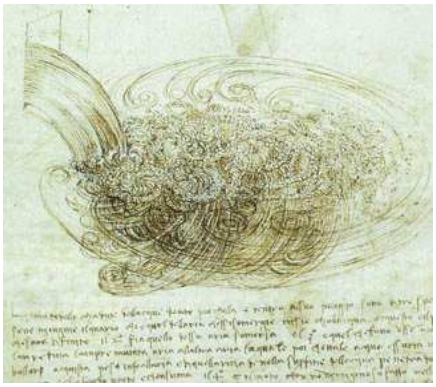


FIG. 3.1 – Représentation de la turbulence par Léonard de Vinci

C'est également à Léonard de Vinci que l'on doit le mot turbulence (turbolenza en italien) signifiant à l'origine "mouvements désordonnés d'une foule". Cependant, si ce mouvement complexe est bien désordonné, il est régit par des lois et en ce sens, il est très loin du désordre total que l'on imaginerait à première vue.

L'observation de la turbulence décrit des structures tourbillonnaires de différente taille et énergie. Expérimentalement, l'anglais Osborne Reynolds a pu observer vers la fin du XIXe siècle la transition du régime laminaire vers le régime turbulent dans un écoulement de conduite. Il a alors introduit un nombre sans dimension portant son nom (équation 3.4) qui informe sur la nature du régime de l'écoulement (laminaire, transitoire ou turbulent).

$$Re = \frac{U_{ref} L_{ref}}{\nu} \tag{3.4}$$

Le nombre de Reynolds rapporte l'importance des effets d'inertie à celle des effets visqueux. Il est facilement mis en évidence en utilisant un fluide donné (ν fixe) dans une certaine conduite (L_{ref} fixe) puis en faisant varier la vitesse de l'écoulement (U_{ref}). A basse vitesse, le nombre de Reynolds est faible et l'écoulement est laminaire (Figure 3.2a) tandis qu'à plus haute vitesse, lorsque le nombre de Reynolds dépasse la valeur critique $Re_c = 2000$, l'écoulement est turbulent (Figure 3.2b).

Habituellement, on indique l'échelle de longueur retenue en indice. Dans le cas présent nous devrions noter $Re_{L_{ref}}$ mais comme, pour l'ensemble de cette étude, le Reynolds sera toujours calculé sur la longueur de référence. Nous nous permettons de le noter sans indice.

Différentes tailles de tourbillon existent, nous utilisons le terme échelles pour les décrire. Un point fixe dans un écoulement (description eulérienne) enregistre des fluctuations de vitesse au passage des tourbillons. Ces fluctuations sont d'amplitude et de période proportionnelles à l'échelle du tourbillon. Un enregistrement local de la vitesse résolue en temps (Figure 3.3) illustre clairement la présence de fluctuation de différentes échelles.

(a) Écoulement laminaire (b) Écoulement turbulent

FIG. 3.2 – Régime de l'écoulement

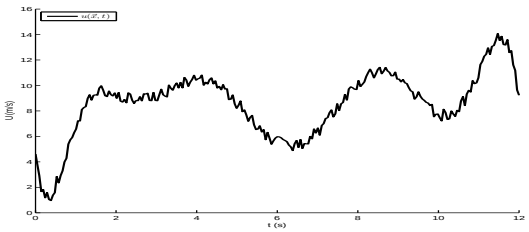


FIG. 3.3 – Vitesse instantanée en un point fixe

En introduisant r la longueur d'onde (équivalent spatial d'une période temporelle) des tourbillons, et k sa transformée dans l'espace de Fourier ($k = \frac{2\pi}{r}$) il est possible de tracer le spectre d'énergie cinétique $E(k)$ (Figure 3.4).

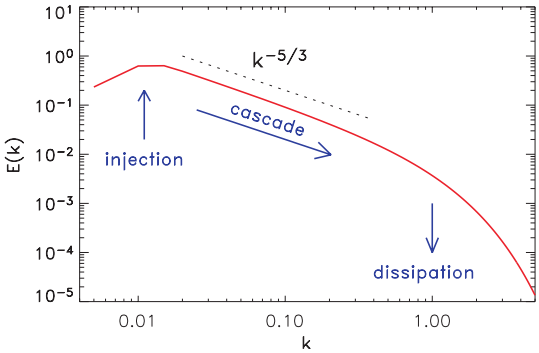


FIG. 3.4 – Schéma illustrant le spectre de Kolmogorov [106]

On remarque que les plus gros tourbillons, ayant la plus grande longueur d'onde, et donc le plus bas nombre d'onde, ont une grande énergie tandis que les plus petits tourbillons ont une plus faible énergie. Ceci a rappelé à Richardson [159] le poème de Swift :

So, naturalists observe, a flea
Has smaller fleas that on him prey ;
And these have smaller yet to bite 'em,
And so proceed ad infinitum.

Jonathan Swift

Big whirls have little whirls
That feed on their velocity,
And little whirls have lesser whirls
And so on to viscosity.

Lewis Fry Richardson

On peut considérer que Swift avait une vision eulérienne du phénomène dans le sens où il imagine la dissipation se poursuivant jusqu'aux échelles infiniment petites tandis que Richardson interprète cela au sens des fluides visqueux.

L'énergie est apportée aux grandes échelles par l'écoulement moyen du fluide, du point de vue des tourbillons, on assiste alors à une production d'énergie (domaine

d'injection). Celle-ci est transférée le long d'une "cascade d'énergie" conduisant à des petites échelles statistiquement homogènes et isotropes (domaine inertiel) où il y a finalement dissipation de l'énergie sous forme de chaleur. Kolmogorov [105] décrit cette cascade à l'aide de la loi :

$$E(k) = C_K \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \tag{3.5}$$

3.2 Approche numérique de la turbulence

La description numérique d'un écoulement turbulent peut se faire en suivant différentes méthodes dont voici les trois axes principaux :

- la Simulation Numérique Directe (*Direct Numerical Simulation - DNS*)
- la Simulation des Grandes Echelles (*Large Eddy Simulation - LES*)
- les équations de Reynolds moyennées (*Reynolds Averaged Navier Stokes - RANS*)

3.2.1 Simulation Numérique Directe

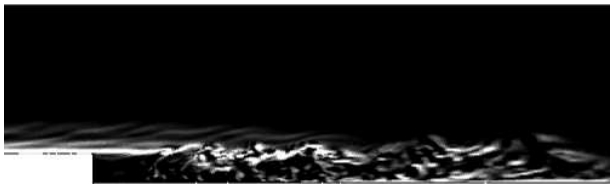


FIG. 3.5 – Simulation DNS d'une marche descendante [219]

En simulant l'écoulement turbulent dans sa globalité, c'est-à-dire en résolvant toutes les échelles de tourbillons, on obtient la résolution des valeurs locales et instantanées des inconnues dans tout le domaine. Aucun modèle ni aucune simplification n'est nécessaire. Si cette démarche est valable pour un écoulement simple, il n'en est rien pour un écoulement complexe de type industriel.

Les écoulements typiques simulés dans ce travail ont des nombres de Reynolds de l'ordre de 10^6. A ce régime turbulent, l'échelle de Kolmogorov (caractéristique des tailles des tourbillons responsables de la dissipation) est de 30000 fois plus petite que celle des grandes échelles. Ceci se ressent par un coût en temps de calcul bien trop élevé pour que la simulation puisse être envisagée.

3.2.2 Simulation des Grandes Echelles

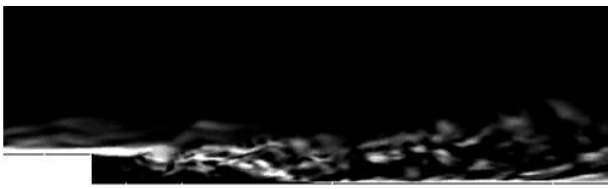


FIG. 3.6 – Simulation LES d'une marche descendante [219]

Résoudre l'intégralité des échelles étant trop coûteux, on impose une échelle de coupure en dessous de laquelle l'écoulement n'est plus résolu mais modélisé. L'avantage de la grande diminution du temps de calcul est mis en balance avec la nécessité d'introduire des modèles pour la dissipation de l'énergie cinétique turbulente.

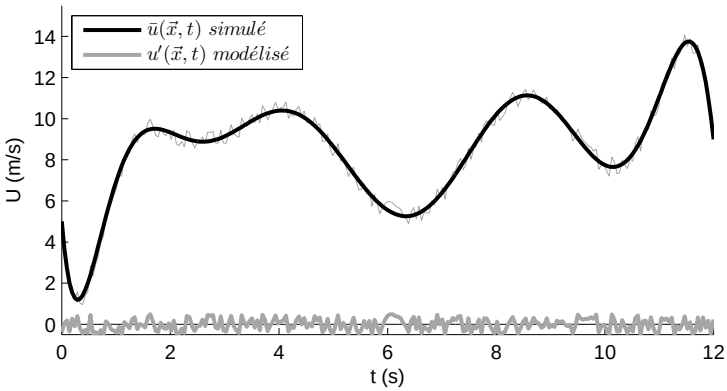


FIG. 3.7 – Vitesse instantanée en un point fixe

Pour illustrer l'effet d'une telle coupure sur les variables de l'écoulement, reprenons le cas de la vitesse illustrée sur la figure 3.3. Les grandes échelles calculées correspondent à la vitesse indiquée en noir sur la figure 3.7 tandis que les petites échelles modélisées sont représentées en gris.

3.2.3 Equations de Reynolds moyennées

FIG. 3.8 – Simulation RANS d'une marche descendante [219]

La résolution des équations de Navier-Stokes dans un écoulement turbulent est trop coûteuse à cause des larges gammes d'échelles. Reynolds propose alors une séparation d'échelle. Lorsqu'on a affaire à un écoulement dont les grandes échelles présentent un régime quasi-permanent, leur contribution moyenne est constante. On peut alors décomposer toute variable ϕ en somme d'une partie constante et d'une partie fluctuante :

$$\phi(\vec{x},t) = \overline{\phi}(\vec{x}) + \phi'(\vec{x},t) \tag{3.6}$$

La décomposition 3.6 s'applique facilement à la variable de vitesse ($\vec{U}$) dans les

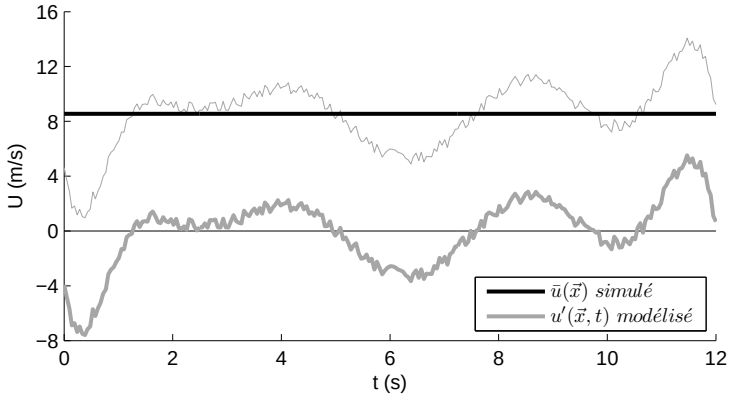


FIG. 3.9 – Vitesse instantanée en un point fixe

équations de Navier-Stokes (3.1 ; 3.2) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho \left(\overline{U_j} + U'_j\right)}{\partial x_j} = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\rho\left(\overline{U_i} + U'_i\right)\right) + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho\left(\overline{U_i}\,\overline{U_j} + \overline{U_i}\,U'_j + U'_i\,U'_j + U'_i\,\overline{U_j}\right)\right) = \dfrac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \dfrac{\partial P}{\partial x_i} + \rho f_i \end{cases} \tag{3.7}$$

La difficulté du calcul provient des fluctuations. On applique alors l'opérateur de moyenne à l'ensemble du système. Les fluctuations sont par définition de moyenne nulle, cela permet de minimiser le nombre terme.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \dfrac{\partial \overline{\rho}\,\overline{U_j}}{\partial x_j} + \dfrac{\partial \overline{\rho U'_j}}{\partial x_j} = 0 \\ \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\overline{\rho}\,\overline{U_i} + \overline{\rho U'_i}\right) + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\,\overline{U_i}\,\overline{U_j} + \overline{U_i}\,\overline{\rho U'_j} + \overline{U_j}\,\overline{\rho U'_i} + \overline{\rho U'_i U'_j}\right) \\ \qquad\qquad = \dfrac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} - \dfrac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \overline{\rho} f_i \end{cases} \tag{3.8}$$

La formulation générale du système d'équation RANS est obtenue pour un écoulement incompressible. La densité étant constante, on peut la sortir de la moyenne. Plusieurs termes de fluctuation s'annulent alors grâce à la définition de l'opérateur de moyenne.

Pour simplifier au maximum la formulation, on fait dès maintenant l'hypothèse faite dans les codes de calcul utilisés en négligeant les forces volumiques appliquées au fluide ($f_i = 0$).

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \dfrac{\partial \overline{\rho}\,\overline{U_j}}{\partial x_j} = 0 \\ \dfrac{\partial \overline{\rho}\,\overline{U_i}}{\partial t} + \dfrac{\partial \overline{\rho}\,\overline{U_i}\,\overline{U_j}}{\partial x_j} = \dfrac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} - \dfrac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} - \dfrac{\partial \overline{\rho}\,\overline{U'_i U'_j}}{\partial x_j} \end{cases} \tag{3.9}$$

La formulation ci-dessus est donc vraie en incompressible uniquement. Cependant, en appliquant la décomposition de Favre (voir A.6) aux variables du système,

on obtient une formulation similaire sans avoir négligé la compressibilité (c'est-à-dire les fluctuations de masse volumique). Ce système d'équation est parfois appelé FANS (pour *Favre Averaged Navier Stokes*).

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \dfrac{\partial \overline{\rho}\,\widetilde{U_j}}{\partial x_j} = 0 \\ \dfrac{\partial \overline{\rho}\,\widetilde{U}_i}{\partial t} + \dfrac{\partial \overline{\rho}\,\widetilde{U}_i\,\widetilde{U_j}}{\partial x_j} = \dfrac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} - \dfrac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} - \dfrac{\partial \overline{\rho}\,\widetilde{U_i'U_j'}}{\partial x_j} \end{cases} \tag{3.10}$$

Cette démarche permettant l'analogie des équations entre l'approche compressible et incompressible est vraie pour toutes les équations que l'on va traiter. Pour des raisons d'homogénéité, le reste de ce manuel sera traité avec l'approche incompressible et donc le formalisme de Reynolds.

L'équation non linéaire de conservation de la quantité de mouvement fait apparaître un terme agissant comme une contrainte supplémentaire s'ajoutant à la pression et à la viscosité.

$$R_{ij} = -\rho\overline{U_i'U_j'} \tag{3.11}$$

Le tenseur des contraintes de Reynolds (équation 3.11) ouvre le système car il y a alors plus d'inconnues que d'équations. Il est donc impératif d'utiliser un modèle pour l'évaluer et fermer le problème.

3.3 Modèles de turbulence

Différentes approches permettent de modéliser les aspects turbulents des équations de Reynolds.

Boussinesq fait l'hypothèse que les contraintes turbulentes sont assimilables à des contraintes visqueuses en étant proportionnelles aux vitesses de déformation. Il exprime ainsi le tenseur de Reynolds sous la forme :

$$R_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \tag{3.12}$$

Où k est l'énergie cinétique turbulente par unité de masse :

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{U_i'U_i'} \right) \tag{3.13}$$

L'approximation de Boussinesq introduit autant d'équations qu'il y a d'inconnues dans le tenseur de Reynolds plus une. Il reste alors à déterminer la viscosité turbulente (μ_t) pour clore le système d'équations.

De nombreux modèles existent pour calculer cette viscosité. On les distingue par le nombre d'équations qu'ils ajoutent.

- Les modèles algébriques (dits à 0 équation)
  - Longueur de mélange [149]
  - Viscosité tourbillonnaire de Cebeci-Smith [192]
  - Viscosité tourbillonnaire de Baldwin-Lomax [9]

- Les modèles à une équation de transport
  - Energie cinétique turbulente
  - Viscosité turbulente
- Les modèles à deux équations de transport
  - $k - \varepsilon$
  - $k - \omega$
  - ...

Certains modèles se passent de l'approximation de Boussinesq. C'est le cas des modèles aux tensions de Reynolds qui résolvent un système de six équations (une pour chacune des composantes R_{ij}) couplé à une septième équation pour l'échelle de longueur.

Finalement, on retiendra particulièrement les modèles de longueur de mélange qui sont très utilisés en raison de leur simplicité et des relativement bons résultats obtenus (vis-à-vis du temps de calcul nécessaire). On retiendra également les modèles à deux équations qui obtiennent de meilleurs résultats au prix d'une plus grande complexité et d'un plus long temps de calcul.

3.3.1 Longueur de mélange

Dans les modèles à 0 équation, la viscosité turbulente est prise proportionnelle à l'échelle de vitesse et à l'échelle de longueur caractérisant les mouvements turbulents de l'écoulement étudié [161]. Prandtl le formule en 1925 sous la forme :

$$\nu_t \propto \hat{V} L \tag{3.14}$$

Il postule ensuite que l'échelle de vitesse est égale au produit de la moyenne temporelle du gradient de vitesse par la longueur de mélange. En couplant ceci à une longueur de mélange caractéristique de la turbulence de l'écoulement tout en supposant le coefficient de proportionnalité de la viscosité égal à l'unité, il obtient l'expression :

$$\nu_t = L^2 \overline{\frac{\partial U}{\partial y}} \tag{3.15}$$

3.3.2 Modèle à deux équations : $k - \varepsilon$

La seconde approche généralement utilisée pour modéliser μ_t repose sur l'ajout de deux équations servant à évaluer chacune des deux échelles nécessaires.

Le passage de la viscosité cinématique à la viscosité dynamique s'applique également aux grandeurs turbulentes.

$$\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho} \tag{3.16}$$

Tandis que la proportionnalité est assurée par un paramètre dont la valeur restera à fixer par des comparaisons avec des mesures expérimentales.

$$\mu_t = \rho C_\mu \hat{V} L \tag{3.17}$$

Prandtl et Kolmogorov proposent alors de prendre l'énergie cinétique de la turbulence comme échelle de vitesse (plus exactement la racine carré de k pour rester homogène).

$$\mu_t = \rho C_\mu \sqrt{k} L \tag{3.18}$$

La seconde échelle nécessaire au calcul de la viscosité turbulente est obtenue en introduisant un terme de dissipation turbulente (noté ε) défini par :

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{L} \tag{3.19}$$

La viscosité se calcule alors directement à l'aide de k et de ε

$$\begin{aligned} \mu_t &= \rho C_\mu \sqrt{k} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \\ &= \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \end{aligned} \tag{3.20}$$

La fermeture du système nécessite maintenant le rajout de deux équations pour les grandeurs k et ε. Hanjalic [78] annonce, en 1970, que les équations associées permettant une prédiction satisfaisante de la turbulence à haut nombre de Reynolds aussi bien proche que loin des parois solides seraient de la forme :

$$\begin{aligned} \rho \frac{\mathrm{D}k}{\mathrm{D}t} &= \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial y}\right) + \mu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 - \rho\varepsilon \\ \rho \frac{\mathrm{D}\varepsilon}{\mathrm{D}t} &= \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k}\mu_t \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 - C_2 \frac{\varepsilon}{k}\rho\varepsilon \end{aligned} \tag{3.21}$$

C'est à Tennekes et Lumley [199] qu'on doit, deux ans plus tard, la formulation de l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente. En multipliant chacune des équations de la conservation du mouvement par le terme de fluctuation turbulente de même direction (U' pour l'équation de la QDM suivant x, etc.) puis en sommant ces trois équations, on obtient l'équation de transport de la fluctuation d'énergie cinétique. En appliquant le même procédé aux equations moyennées on obtient une nouvelle équation. La différence entre ces deux expressions est l'équation générale du transport de la grandeur k :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k \overline{U_i})}{\partial x_i} = & \overbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\overline{P'U'_j} + 2\mu \overline{U'_j \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U'_j}{\partial x_i}\right)} - \frac{1}{2}\rho \overline{U'_i U'_i U'_j}\right)}^{\text{Transport}} \\ & \underbrace{-\rho \overline{U'_i U'_j}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i}}_{\text{Production}} - \underbrace{\rho\varepsilon}_{\text{Dissipation}} \end{aligned} \tag{3.22}$$

Le terme de transport se décompose en trois. Il y a respectivement la contribution de la pression, des contraintes visqueuses et des contraintes turbulentes. Cependant ce terme n'est pas mesurable expérimentalement en particulier à cause du terme de pression. Par conséquent il est modélisé à l'aide de la viscosité turbulente et on a :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k \overline{U_i}) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] - \rho\overline{U_i'U_j'}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} - \rho\varepsilon \tag{3.23}$$

L'expression de l'équation de transport de la dissipation turbulente est due à Jones et Launder [100] qui rajoutent ainsi à l'expression générale les effets de la diffusion visqueuse. Elle s'exprime sous une forme similaire à celle de k :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\varepsilon \overline{U_i}) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] - C_{\varepsilon 1}\frac{\varepsilon}{k}\rho\overline{U_i'U_j'}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} - C_{\varepsilon 2}\frac{\rho\varepsilon^2}{k} \tag{3.24}$$

Ces deux équations sont souvent simplifiée, dans leur notation, en définissant le terme de production d'énergie turbulente créée par le cisaillement et dont l'expression est :

$$P_k = -\rho\overline{U_i'U_j'}\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} = \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i}\left(\mu_t\left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\left(\rho k + \mu_t\frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_k}\right)\delta_{ij}\right) \tag{3.25}$$

Le modèle $k-\varepsilon$ standard fait appel à cinq paramètres (respectivement C_μ, σ_k, σ_ε, $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$) que l'on suppose constants et dont les valeurs sont déterminées de manière expérimentale sur des écoulements simples, incompressibles et stationnaires.

De nombreux jeux de valeurs sont utilisés, les plus fréquents sont recensés dans le tableau 3.1.

C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	Nom(s)	Référence
0.09	1.	1.3	1.55	2.	Jones ; Launder	[100]
0.09	1.	1.3	1.44	1.92	Launder ; Sharma	[110]
0.09	1.	1.3	1.45	1.9	Pope	[146]
0.09	1.	1.3	1.35	1.8	Chien	[29]

TAB. 3.1 – Constantes du modèle $k - \varepsilon$ standard

A proximité d'une paroi solide, l'écoulement ainsi que le développement de la turbulence sont affectés. Le rôle de la viscosité prend de l'importance compte tenu de l'adhérence à la paroi. On assiste également à un phénomène de confinement influençant les gradients de vitesse. Pour ces raisons, il est nécessaire de coupler le modèle de turbulence à des fonctions d'amortissement et/ou à une loi de paroi.

3.3.3 Modèle à deux équations : $k - \varepsilon$ RNG

Le groupe de renormalisation (en anglais Re-Normalisation Group) permet de prendre en compte les effets des plus petites échelles. En appliquant l'approche mathématique RNG au modèle $k-\varepsilon$, Yakhot et Orszag fournissent une formulation théorique des différentes échelles de la turbulence [221] [136]. Dans les conditions de turbulence développée, les équations de transport ne sont pas modifiées dans leur

formulation. En revanche, la constante $C_{\varepsilon 2}$ est remplacée par la fonction $C^*_{\varepsilon 2}$ et les valeurs des paramètres sont réévalués (voir tableau 3.2.

$$C^*_{2\varepsilon} = C_{2\varepsilon} + \frac{C_\mu \eta^3 (1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \tag{3.26}$$

$$\text{avec} \qquad \eta = Sk/\varepsilon \qquad \text{et} \qquad S = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i}\right)^2} \tag{3.27}$$

Cette modification revient donc à rajouter un terme source à l'équation 3.24.

C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	η_0	β
0.0845	0.7194	0.7194	1.42	1.68	4.38	0.012

TAB. 3.2 – Constantes du modèle $k - \varepsilon$ RNG

En étant presque aussi performant que le $k - \varepsilon$ standard mais en fournissant de meilleurs résultats [79] [226], le modèle RNG attire l'intérêt de bien des codes commerciaux. Dans les faits, si la performance est en retrait dans le cas d'un écoulement dans un convergent, elle se retrouve améliorée pour une étude de divergent.

3.3.4 Modèle $k - \omega$

Kolmogorov a introduit, en 1942, un modèle à deux équations [107]. La première, basée sur une équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente k et la seconde basée sur une équation de transport pour une fréquence caractéristique de la turbulence notée ω. L'inverse de ω représente l'échelle de temps caractéristique de la dissipation turbulente. On remarquera l'expression suivante :

$$\omega = \frac{\varepsilon}{k} \tag{3.28}$$

Wilcox propose une amélioration de ce modèle de turbulence présentant l'avantage de ne pas comporter de fonction d'amortissement dans les seconds membres des équations de transport [215].

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k \overline{U_i}) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma^* \mu_t)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] + P_k - \beta^* \rho k \omega \tag{3.29}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega \overline{U_i}) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu + \sigma \mu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_j}\right] + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2 + P_d \tag{3.30}$$

où la viscosité turbulente s'exprime :

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \tag{3.31}$$

En 1998, Wilcox propose une amélioration de son modèle permettant de modéliser les effets des fluctuations de la masse volumique [216]. Si les équations restent les mêmes, ce sont les expressions des paramètres de fermeture qui diffèrent. Enfin, en 2008, il propose de nouvelles expressions pour ces coefficients [217]. Les paramètres de ces trois différentes versions du modèle de turbulence de Wilcox sont rappelés dans la table 3.3.

3.3.5 Loi de paroi

On considère les équations RANS (équations 3.9) et en particulier le bilan de quantité de mouvement avec les hypothèses de couche limite. Les dérivées transverses prennent une plus grande importance que les dérivées longitudinales.

Le comportement de l'écoulement, proche paroi, dépend de l'ordre de grandeur relatif des termes :

$$\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - \overline{\rho}\,\overline{U_i'U_j'}\right] \tag{3.32}$$

Par définition, on note U_*^2 l'ordre de grandeur de la quantité $\overline{U_i'U_j'}$ et on a :

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho_{paroi}}} \tag{3.33}$$

où τ_p est la contrainte de frottement pariétal

On peut ainsi introduire une distance adimensionnée à la paroi caractéristique de la couche limite turbulente.

$$y^+ = \frac{yU_*\rho}{\mu} \tag{3.34}$$

On lui associe la vitesse adimensionnée :

$$U^+ = \frac{\overline{U}}{U_*} \tag{3.35}$$

La bonne détermination du profil de vitesse moyenne contraint le dimensionnement du maillage à respecter la condition $y^+ \sim 1$ ce qui représente une très forte contrainte. Heureusement, il existe une alternative basée sur les propriétés de la couche limite turbulente qui permet de relaxer le maillage.

La couche limite turbulente, d'épaisseur δ, se décompose en deux parties distinctes. La partie externe (loin des parois) dépend des conditions globales de l'écoulement tandis que la partie interne présente une distribution de vitesse adimensionnelle indépendant de l'écoulement extérieur. Cette partie se décompose en trois zones :

- la zone de sous-couche visqueuse ($y^+ < 5$) : dans cette zone, les contraintes laminaires dominent l'écoulement et la vitesse varie linéairement avec la distance à la paroi. On a donc directement :

$$U^+ = y^+ \tag{3.36}$$

- la zone tampon : il s'agit d'une zone de transition où le comportement se situe entre les deux zones environnantes. Dans cette zone, la turbulence commence à influencer l'écoulement dans une proportion similaire aux effets visqueux. Egalement appelée couche d'amortissement cette zone est convenablement décrite mathématiquement par la relation empirique :

$$U^+ = 5\ln\left[y^+ + 0.205\right] - 3.27 \tag{3.37}$$

– la zone de sous-couche inertielle ($30 < y^+ < 0.2\delta$) : la turbulence domine l'écoulement rendant négligeable les effets visqueux. La vitesse varie en suivant une fonction logarithmique de la distance à la paroi :

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \ln\left(E \cdot y^+\right) \tag{3.38}$$

Les constantes sont calées expérimentalement et on a $\kappa \approx 0.4$ et $E \approx 8.8$ en régime hydraulique lisse [146]. κ est la constante de Von Karman évaluée entre 0.35 [24] et 0.436 [225] ; plus fréquemment sa valeur est choisie entre 0.39 [5] et 0.42 [131].

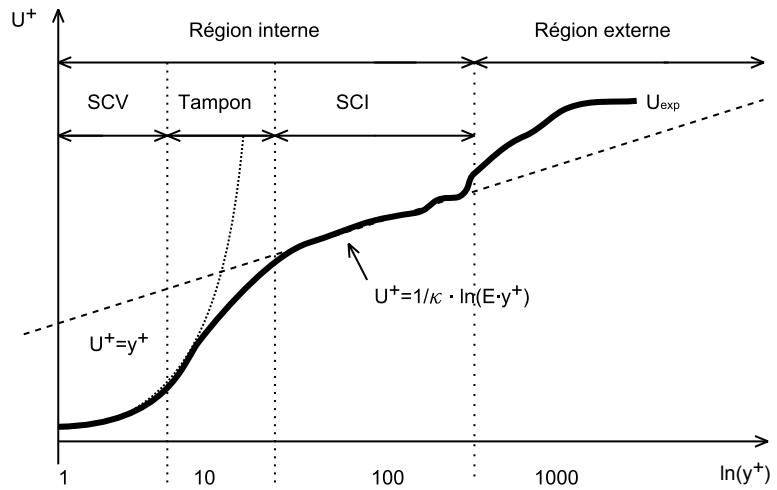


FIG. 3.10 – Profil de vitesse adimensionnelle dans la couche limite turbulente

On remarquera que la limite supérieure de la partie interne de la couche limite turbulente et donc la limite supérieure de la zone logarithmique diminue en présence d'un gradient de pression adverse. On considère souvent comme limite la valeur $y^+ = 500$ pour des calculs de développement de couche limite sur des plaques planes, mais dans les cas de géométries complexes, il n'est pas rare de voir cette valeur descendre jusqu'à $y^+ = 150$. Dans un écoulement décollé on observe même une disparition totale de la zone logarithmique.

L'application de la loi de paroi permet, avec le calcul du frottement τ_p, d'expliciter les conditions aux limites pour la vitesse tangentielle. L'hypothèse supplémentaire nécessaire à l'évaluation des grandeurs k et ε est que la turbulence produite (P_k) est dissipée sur place (ε).

$$P_k = \rho\varepsilon \tag{3.39}$$

La contrainte de cisaillement τ_p est supposée constante dans toute la zone logarithmique et s'exprime :

$$\tau_p = \rho U_*^2 = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial y} \tag{3.40}$$

Dans cette zone, la production s'écrit :

$$P_k = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 \tag{3.41}$$

La dérivée de la loi logarithmique nous donne :

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{U_*}{\kappa y} \tag{3.42}$$

En combinant ces quatre expressions, on exprime ε et k par :

$$\varepsilon = \frac{U_*^3}{\kappa y} \tag{3.43}$$

$$k = \frac{U_*^2}{\sqrt{C_\mu}} \tag{3.44}$$

Modèle Référence	$k-\omega$ (1988) [215]	$k-\omega$ (1998) [216]	$k-\omega$ (2008) [217]
α	$\frac{5}{9}$	$\frac{13}{25}$	$\frac{13}{25}$
β	$\frac{3}{40}$	$\beta_0 f_\beta$	$\beta_0 f_\beta$
β_0	/	$\frac{9}{125}$	$\frac{8.85}{125}$
f_β	/	$\frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega}$	$\frac{1+85\chi_\omega}{1+100\chi_\omega}$
χ_ω	/	$\left\lvert \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{\left(\beta_0^*\omega\right)^3} \right\rvert$	$\left\lvert \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta^*\omega)^3} \right\rvert$
β^*	$\frac{9}{100}$	$\beta_0^* f_{\beta^*}$	$\frac{9}{100}$
β_0^*	/	$\frac{9}{100}$	/
f_{β^*}	/	$\begin{cases} 1 & \text{si } \chi_k \leq 0 \\ \frac{1+680\chi_k^2}{1+400\chi_k^2} & \text{si } \chi_k \geq 0 \end{cases}$	/
χ_k	/	$\frac{1}{\omega^3}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}$	/
σ	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
σ^*	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$
P_d	/	/	$\sigma_d \frac{\rho}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}$
σ_d	/	/	$\begin{cases} 0 & \text{si } \frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j} \leq 0 \\ \frac{1}{8} & \text{sinon} \end{cases}$

TAB. 3.3 – Coefficients des modèles $k-\omega$ de Wilcox

3.4 Introduction aux écoulements diphasiques

Il existe de nombreux cas d'écoulements multiphasiques que ce soit géophysiques ou industriels. On les distingue non seulement par le nombre de phases (solide, liquide, gazeux) mises en jeu mais également par le nombre de corps (eau, air, terre, ...). Dans le cas des écoulements diphasiques, on rencontre majoritairement une phase liquide d'eau couplée à une phase gazeuse d'air. Cependant, il est important de remarquer que le phénomène de cavitation diffère par l'existence d'un unique fluide (l'eau) présent sous deux phases distinctes.

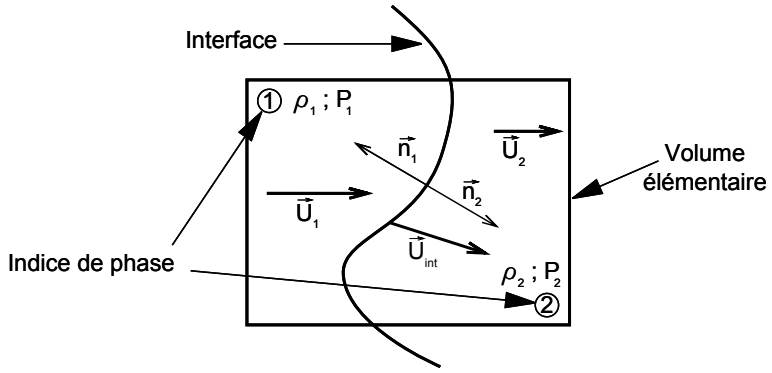


FIG. 3.11 – Représentation des deux phases dans un même volume élémentaire

En présence de deux phases, l'équation de continuité (équation 3.1) peut être exprimée pour chacune d'elles. Il faut alors également rajouter une condition de saut, ou intervient la vitesse locale de l'interface ($\vec{U}_{int}$), pour prendre en compte les échanges de masse à l'interface ($\dot{m}$). Les indices $_1$ et $_2$ représentent les deux différentes phases.

$$\dot{m}_1 = -\dot{m}_2$$

$$\rho_1(\vec{U}_1 - \vec{U}_{int}) \cdot \vec{n}_1 = \rho_2(\vec{U}_2 - \vec{U}_{int}) \cdot \vec{n}_2$$

Pour la quantité de mouvement (équation 3.2), la présence de deux phases distinctes oblige à exprimer cette équation pour chacune des phases et à associer une condition de saut. En négligeant la tension superficielle, la relation s'écrit :

$$\dot{m}_1 \vec{U}_1 - \left(\vec{\vec{\tau}}_1 - P_1 \cdot \vec{\vec{I}}\right) \vec{n}_1 = -\left[\dot{m}_2 \vec{U}_2 - \left(\vec{\vec{\tau}}_2 - P_2 \cdot \vec{\vec{I}}\right) \vec{n}_2\right]$$

$$\left[\rho_1(\vec{U}_1 - \vec{U}_{int}) \cdot \vec{n}_1\right] \cdot \vec{U}_1 - \vec{\vec{\tau}}_1 \cdot \vec{n}_1 + P_1 \cdot \vec{n}_1 = \left[\rho_2(\vec{U}_2 - \vec{U}_{int}) \cdot \vec{n}_2\right] \cdot \vec{U}_2 - \vec{\vec{\tau}}_2 \cdot \vec{n}_2 + P_2 \cdot \vec{n}_2$$

Il reste le bilan d'énergie (équation 3.3) auquel on peut, en considérant les transferts de chaleur ($\dot{q}$), associer la condition de saut suivante :

$$\dot{m}_1\, e_1 + \vec{\dot{q}}_1 \cdot \vec{n}_1 - \left(\left(\vec{\vec{\tau}}_1 - P_1 \cdot \vec{\vec{I}}\right) \vec{n}_1\right) \cdot U_1 = -\left[\dot{m}_2\, e_2 + \vec{\dot{q}}_2 \cdot \vec{n}_2 - \left(\left(\vec{\vec{\tau}}_2 - P_2 \cdot \vec{\vec{I}}\right) \vec{n}_2\right) \cdot U_2\right]$$

$$\left[\rho_1(\vec{U}_1 - \vec{U}_i nt) \cdot \vec{n}_1\right] \cdot e_1 + \vec{\dot{q}}_1 \cdot \vec{n}_1 - \left(\vec{\vec{\tau}}_1 \cdot \vec{n}_1 + P_1 \cdot \vec{n}_1\right) \cdot U_1 =$$
$$\left[\rho_2(\vec{U}_2 - \vec{U}_i nt) \cdot \vec{n}_2\right] \cdot e_2 + \vec{\dot{q}}_2 \cdot \vec{n}_2 - \left(\vec{\vec{\tau}}_2 \cdot \vec{n}_2 + P_2 \cdot \vec{n}_2\right) \cdot U_2$$

Si, bien souvent, on peut faire l'hypothèse que les deux fluides sont non miscibles, il n'en est pas question lorsqu'on modélise un changement de phase. On notera tout de même que modéliser les deux fluides distinctement oblige à tenir compte de la présence des interfaces au coeur des volumes élémentaires, complexifiant énormément la formulation mathématique de l'écoulement.

Dans le cadre d'un écoulement diphasique gaz/liquide, deux approches possible permettent la modélisation :

- les méthodes directes ou à suivi d'interface
- les méthodes moyennées ou de diffusion de l'interface

3.5 Les méthodes de résolution directe

Les méthodes dites de résolutions directes permettent de résoudre toutes les échelles spatiales et temporelles des écoulements diphasiques. Ce sont des méthodes qui, tout en résolvant les équations de Navier-Stokes, reconstruisent les interfaces et décrivent leur propagation.

Il existe différents moyens de représenter l'évolution spatio-temporelle d'une interface :

- Front Tracking (méthode lagrangienne)
- Front Capturing (méthode eulérienne) [118]
- Level Set (méthode eulérienne)
- Volume Of Fluid (méthode eulérienne)
- Interfaces diffuses [98]

Le changement de phase est un phénomène difficile à prendre en compte dans ces méthodes, car il fait alors apparaître plusieurs vitesses au niveau de l'interface (les vitesses des phases en plus de la vitesse de l'interface).

De plus, la reconstruction de l'interface en écoulements tridimensionnels peut s'avérer difficile et coûteuse en temps de calcul.

Ces méthodes ne sont donc généralement utilisées qu'avec des géométries simples et des fluides non miscibles. Il n'est pas possible de les utiliser pour la modélisation d'un écoulement cavitant industriel.

3.6 Les méthodes de résolution moyennée

Dans la plupart des problèmes, on n'a pas besoin de connaître la valeur locale instantanée des différentes variables de l'écoulement, ce qui serait de toute façon extrêmement difficile : limitation due autant aux capacités des ordinateurs qu'à la difficulté de pouvoir prédire la position des interfaces. On s'intéresse plus souvent à la prédiction de grandeurs "moyennes" comme la perte de pression lors d'un écoulement à bulles, le débit massique de vapeur dans une conduite...

Pour cela, on utilisera des formes "moyennées" des équations de bilan afin de prédire des valeurs moyennes des paramètres de l'écoulement qui aient un sens et qui soient accessibles expérimentalement. De plus, comme les bilans font apparaître des équations aux dérivées partielles, il est souhaitable que les grandeurs moyennes et leurs dérivées premières, spatiale et temporelle, soient continues. La présence

d'interfaces entraîne de sérieuses difficultés pour la formulation mathématique du problème, de la même manière que pour les ondes de choc en monophasique.

Le point de départ de ces méthodes est l'utilisation des lois de conservation instantanées de la mécanique des fluides pour chaque phase. Les interfaces apparaissent comme des surfaces de discontinuité pour les différentes propriétés du fluide. On exprime les bilans fondamentaux à l'aide des "relations de saut".

Il existe de nombreuses manières de "moyenner". On peut effectuer des moyennes des lois de conservation :

- dans l'espace
- dans le temps
- statistiquement sur un ensemble de mesures
- par une combinaison des précédentes (espace/temps, statistique/espace...)

La moyenne spatiale a été principalement utilisée dans le domaine du génie nucléaire (moyenne sur une tranche d'une conduite). Elle a permis le développement de codes 1D d'analyse de sûreté des réacteurs nucléaires en moyennant les équations sur la section d'une conduite.

De manière similaire à l'utilisation de l'approche RANS pour les écoulements monophasiques turbulents, la moyenne temporelle est très utilisée pour les écoulements diphasiques, particulièrement s'ils sont turbulents. En effet, les phénomènes de transport étant fortement dépendant des fluctuations locales des variables, il est plus facile dans ce cas de lier les lois d'état et de comportement nécessaires à la fermeture du problème avec des mesures expérimentales [93].

3.6.1 Les équations locales moyennées dans le temps

En régime turbulent monophasique, on utilise l'approche moyennée au sens de Reynolds qui traite statistiquement les équations de Navier-Stokes instantanées. Pour un écoulement stationnaire, la moyenne d'ensemble des équations (moyenne obtenue sur un grand nombre de réalisations) peut être remplacée par une moyenne temporelle (hypothèse d'ergodicité).

En écoulement diphasique, la localisation de l'interface n'étant pas connue dans le temps et dans l'espace, les équations instantanées ne peuvent être résolues. On décompose donc chaque variable des équations en une partie moyenne et une partie fluctuante dûe aux variations au sein des phases et aux passages successifs des interfaces.

L'opérateur de moyenne temporelle des équations instantanées fait apparaître le taux de présence α, défini par,

$$\alpha = \frac{T_k}{T} \tag{3.45}$$

qui représente le temps T_k de présence de la phase k, par rapport à une durée T.

Après discrétisation spatiale du domaine de calcul, le taux de présence devient moyenné sur chaque maille et il s'exprime alors comme la fraction volumique,

$$\alpha = \frac{V_k}{V} \tag{3.46}$$

où V_k est le volume de la phase k dans une maille de volume V.

3.6.2 Les différents modèles

Différentes classes de modèles sont présents dans la littérature en fonction du nombre de lois de conservation traitées et des hypothèses effectuées : modèle équilibré/modèle relaxé, modèle homogène/modèle à deux vitesses, modèle 2-fluide/modèle 1-fluide (voir tableau 3.4). On distingue :

– Les modèles 2-fluides

Ils peuvent prendre explicitement en compte les effets de déséquilibres entre les phases (déséquilibre de la pression, de la vitesse, de la température) mais restent difficiles à utiliser en écoulements industriels. Un modèle à 7 équations a été utilisé pour de la supercavitation et des problèmes de tube à choc par Saurel [128] [176].

– Les modèles de mélange homogène 1-fluide

Ils sont composés de trois lois de conservation écrites pour le mélange et reposent sur une hypothèse de non glissement entre les phases. Avec l'hypothèse d'équilibre thermodynamique, ils constituent les modèles HEM (Homogeneous Equilibrium Model). Des effets de déséquilibres peuvent être introduits empiriquement [224]. Différentes équations d'état pour le mélange, en cavitation, ont été développées : loi barotrope [34] [151], algorithme de calcul de température [54].

– Les modèles réduits à 5 équations

Ce sont des modèles obtenus par réduction d'un modèle 2-fluide complet. Ils impliquent deux températures, ce qui permet de restituer des effets de déséquilibre thermique. On citera le modèle de Saurel [158] pour des calculs de cavitation dans des injecteurs diesel.

– Les modèles relaxés à 4 équations

Pour des applications en ébullition et évaporation flash, un modèle à 4 équations a été développé : le modèle HRM (Homogeneous Relaxation Model). Il est composé de trois lois de conservation pour le mélange plus une équation pour le taux de vide. Cette dernière contient un terme source de relaxation. Un temps de relaxation est introduit, il quantifie le temps pour que le système regagne l'état d'équilibre. Ce temps est difficile à déterminer et est estimé à partir de données expérimentales [13] [49]. Une autre formulation du terme de relaxation a été proposée par Helluy [82], basé sur un problème d'optimisation de l'entropie du mélange.

– Les modèles à transport de taux de vide (TTV)

Ce modèle, utilisé en cavitation [89] [205] [227], fait intervenir une équation pour le taux de vide. L'équation inclut un terme source qui modélise la condensation et l'évaporation. Il est déterminé par ajustements successifs pour retrouver des formes de poches observées expérimentalement. Ce terme source introduit des constantes ajustables dont on trouvera différents jeux de valeurs dans un article d'Utturkar [205].

modèles	7 équations	5 équations	4 équations	3 équations
équations	2 masses 2 QdM 2 énergies + alpha	2 masses 1 QdM 1 énergie + alpha	1 masse 1 QdM 1 énergie + alpha	1 masse 1 QdM 1 énergie
caractéristiques	2 pressions 2 vitesses 2 températures	1 pression 1 vitesse 2 températures	1 pression 1 vitesse 1 température	1 pression 1 vitesse 1 température
dénomination	2-fluide	réduit	1-fluide relaxé HRM ou TTV	1-fluide HEM ou HNEM
applications	1D Euler	2D Euler	2D, 3D N-S	2D, 3D N-S

TAB. 3.4 – synthèse des différentes classes de modèles

3.6.2.1 Les modèles bi-fluide

Il s'agit d'écrire les équations de Navier-Stokes pour les phases en présence. On prendra le cas de deux phases, k étant l'indice de phase, $k = 1, 2$. On obtient les six équations de conservation suivantes :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_k \rho_k \vec{U}_k\right) = \Gamma_k \tag{3.47}$$

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \vec{U}_k}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_k \rho_k \vec{U}_k \otimes \vec{U}_k\right) = -\nabla(\alpha_k P_k) + \nabla.(\alpha_k \vec{\vec{\tau}}_k) + \alpha_k \rho_k \vec{f}_k + \vec{M}_k \tag{3.48}$$

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k e_k}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_k \rho_k e_k \vec{U}_k\right) = -\nabla.\left[\alpha_k \vec{q}_k\right] - \nabla.\left[P\vec{U}_k\right] + \nabla.\left[\vec{\vec{\tau}}_k.\vec{U}_k\right] + \alpha_k \rho_k \vec{f}_k.\vec{U}_k + Q_k \tag{3.49}$$

e est l'énergie totale massique ; Γ_k, $\vec{M}_k$, Q_k sont les termes sources relatifs aux transferts de masse, de quantité de mouvement et d'énergie entre les phases. Ils représentent les effets interfaciaux et doivent être modélisés.

$$M_k = M_k^\Gamma + P_{k\,int} \nabla \alpha_k + f_k^d \tag{3.50}$$

Le terme M_k^Γ représente le transfert de quantité de mouvement dû au transfert de masse. f_k^d correspond à la force de frottement interfaciale s'exerçant sur la phase k. $P_{k\,int}$ est la pression dans la phase k à l'interface.

$$Q_k = H_k^\Gamma - P_{k\,int} \frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + \vec{f}_k^d.\vec{U}_{k\,int} + Q_{k\,int} \tag{3.51}$$

$H_k^\Gamma = L_{k,k'} \Gamma_k$ représente le transfert d'énergie dû au transfert de masse, où $L_{k,k'}$ est la chaleur latente de changement de phase. $Q_{k\,int}$ correspond au transfert de chaleur interfacial. $\vec{U}_{k\,int}$ est le vecteur vitesse dans la phase k à l'interface.

De plus

$$\sum_{k=1}^{2} \vec{M}_k = \vec{M}_m = 0 \tag{3.52}$$

$$\sum_{k=1}^{2} Q_k = Q_m = 0 \tag{3.53}$$

Il faut noter que ces deux termes, bien que généralement pris égaux à zéro, ne le sont pas forcément. En effet due à la variation de la courbure de l'interface, la quantité de mouvement et l'énergie fournies par une phase ne sont pas égales à celles reçues par l'autre.

3.6.2.2 Les modèles mono-fluide

Ce modèle, appelé aussi approche de mélange homogène des écoulements diphasiques, consiste à écrire les équations de Navier-Stokes moyennées pour un fluide "mélange". On suppose que les deux phases se déplacent à la même vitesse (i.e. on néglige le terme de traînée entre les phases). Les échanges et les déséquilibres entre phases ne sont alors plus directement modélisés, mais il est possible de les représenter dans la fermeture du système. En effet, l'utilisation de lois d'état différentes pour chaque phase entraînera un décalage des grandeurs physiques des phases.

Une grandeur physique de mélange est définie par une pondération par le taux de vide entre les valeurs de cette grandeur pour chaque phase. Pour la pondération des grandeurs extensives, on utilisera la masse volumique.

$$\rho_m = \alpha\rho_v + (1-\alpha)\,\rho_l \tag{3.54}$$

$$u_m = \frac{1}{\rho_m}\left(\alpha\rho_v u_v + (1-\alpha)\,\rho_l u_l\right) \tag{3.55}$$

Les équations de conservation sont les suivantes :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla.\left(\rho_m \vec{U}_m\right) = 0 \tag{3.56}$$

$$\frac{\partial \rho_m \vec{U}_m}{\partial t} + \nabla.\left(\rho_m \vec{U}_m \otimes \vec{U}_m\right) = -\nabla(P_m) + \nabla.(\vec{\vec{\tau}}_m) + \rho_m \vec{f}_m \tag{3.57}$$

$$\frac{\partial \rho_m e_m}{\partial t} + \nabla.\left(\rho_m e_m \vec{U}_m\right) = -\nabla.\left[\vec{\dot{q}}_m\right] - \nabla.\left[P\vec{U}_m\right] + \nabla.\left[\vec{\vec{\tau}}_m.\vec{U}_m\right] + \rho_m \vec{f}_m.\vec{U}_m \tag{3.58}$$

On peut remarquer que l'énergie nécessaire au changement de phase, la chaleur latente, n'apparaît pas explicitement dans l'équation de conservation de l'énergie. En effet, ce terme est implicite pour le mélange. L'énergie du mélange contient à la fois celle du liquide et celle de la vapeur. Lorsqu'il y a vaporisation, le liquide fournit la chaleur latente multipliée par la masse vaporisée à la vapeur. Mais l'énergie du mélange ne varie pas, permettant ainsi l'équilibre thermique. La réponse de la phase vapeur à un changement de pression de la phase liquide est supposée instantanée, assurant l'équilibre mécanique.

La définition 3.54 permet d'introduire une nouvelle expression pour le taux de vide :

$$\alpha = \frac{\rho_m - \rho_l}{\rho_v - \rho_l} \tag{3.59}$$

3.6.2.3 Les modèles à 4 équations

C'est un intermédiaire entre les deux précédents. Il consiste à résoudre les équations de conservation pour le mélange (équations 3.56 3.57 3.58), plus une équation de continuité pour une phase (équation 3.47). Cela permet de faire apparaître explicitement le terme de transfert de masse.

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla.\left(\rho_m \vec{U}_m\right) = 0 \tag{3.60}$$

$$\frac{\partial \rho_m \vec{U}_m}{\partial t} + \nabla.\left(\rho_m \vec{U}_m \otimes \vec{U}_m\right) = -\nabla(P_m) + \nabla.(\vec{\vec{\tau}}_m) + \rho_m \vec{f}_m \tag{3.61}$$

$$\frac{\partial \rho_m e_m}{\partial t} + \nabla.\left(\rho_m e_m \vec{U}_m\right) = -\nabla.\left[\vec{q}_m\right] - \nabla.\left[P\vec{U}_m\right] + \nabla.\left[\vec{\vec{\tau}}_m.\vec{U}_m\right] + \rho_m \vec{f}_m.\vec{U}_m \tag{3.62}$$

$$\frac{\partial \alpha_1 \rho_1}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_1 \rho_1 \vec{U}_1\right) = \Gamma_1 \tag{3.63}$$

Différents modèles existent selon la modélisation du terme d'échange de masse entre les phases.

3.6.3 Les équations d'état

Toute propriété d'un système thermodynamique à l'équilibre se trouve reliée aux variables d'état du système. On appelle équation d'état toute équation reliant une propriété du système à un ensemble de variables indépendantes. Les principales relations existantes dans la littérature sont présentées ici.

3.6.3.1 Fluide incompressible

Cette hypothèse conduit à une loi d'état très simplifiée :

$$\rho = \rho_0 \tag{3.64}$$

Avec $C_p = C_v = C$ qui sont respectivement la capacité calorifique massique à pression constante et la capacité calorifique massique à volume constant. Cette égalité conduit à la relation suivante entre l'énergie interne et la température :

$$du = CdT \tag{3.65}$$

Cette hypothèse a pour conséquence de découpler les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement avec l'équation de conservation de l'énergie. En effet la température n'apparaît plus dans les deux premières, elle n'a alors plus d'influence sur les autres grandeurs physiques.

3.6.3.2 Loi de Tait

Il est possible dans le cas d'un écoulement faiblement compressible de prendre en compte la compressibilité d'un fluide par la relation : $\Delta P = c^2 \Delta\rho$ et ainsi d'exprimer

la loi de Tait :

$$\frac{\rho}{\rho_{ref}} = \sqrt[n]{\frac{P + P_0}{P_{ref} + P_0}} \tag{3.66}$$

Où ρ_{ref} et P_{ref} sont une masse volumique et une pression de référence ; dans le cas de l'eau, $P_0 = 3 \cdot 10^8 Pa$ et $n = 7$.

C'est cette formulation qui est utilisée [206] [148] pour prendre en compte la compressibilité dans les phases pures, pour la modélisation de la cavitation. La vitesse du son c est une donnée pour chacune des phases.

3.6.3.3 Loi des gaz parfaits

Cette loi d'état permet de modéliser un grand nombre de gaz avec une bonne approximation :

$$PV = nRT \tag{3.67}$$

avec $R = 8.314472 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

Elle s'écrit aussi sous la forme : $P = \rho r T$ où $r = R/M = C_p - C_v$

En fonction de l'énergie interne : $P(\rho, u) = (\gamma - 1)\rho u$

où $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ est le rapport des chaleurs spécifiques.

Avec la loi de Joule : $\Delta u = C_v \Delta T$ et $\Delta h = C_p \Delta T$ où C_v et C_p sont constants.

Il existe également la loi des gaz semi parfaits, qui définit $C_p(T)$ et $C_v(T)$ non plus comme des constantes, mais à l'aide de lois polynomiales, en fonction de la température.

3.6.3.4 Loi de van der Waals

Elle a été proposée en 1873. Elle contient deux constantes a et b calées sur le comportement du fluide au point critique. Elle représente l'une des premières lois d'état pour les gaz réels.

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT \tag{3.68}$$

où v est le volume molaire.

Cette loi produit une vitesse du son négative $\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} < 0\right)$ dans la zone de transition de phase (équilibre thermodynamique instable).

3.6.3.5 Loi des gaz raides

Souvent détaillée dans la littérature [126], cette loi est valable pour un grand nombre de fluides, et est même parfois utilisée pour des solides :

$$P(\rho, u) = (\gamma - 1)\rho(u - q) - \gamma P_\infty \tag{3.69}$$

Le terme $(\gamma - 1)\rho(u - q)$ représente l'effet répulsif intermoléculaire. Le terme $-\gamma P_\infty$ représente l'attraction moléculaire, responsable de la cohésion des liquides ou des solides. Ce terme est nul pour la loi d'état des gaz parfaits.

Elle est calée pour chaque fluide par les constantes γ et $P_\infty(q = 0)$. En présence de changement de phase, le paramètre q est non nul, et est appelé "énergie de formation".

Les capacités calorifiques sont constantes dans l'approximation des gaz raides. De la même manière que pour la loi des gaz parfaits, une loi des gaz semi-raides permet de définir C_v et C_p par des lois polynomiales, en fonction de la température.

Plusieurs jeux de paramètres pour l'eau à $\sim 293K$ ont été proposés (voir table 3.5)

Référence	γ	P_∞ (Pa)	q (J/kg)	C_p (J/K.kg)	c (m/s)
[175]	$4,4$	$6 \cdot 10^8$	0	–	1625
[11]	3	$8,533 \cdot 10^8$	$-0,1148 \cdot 10^7$	4200	1569
[137]	$2,8$	$8,5 \cdot 10^8$	0	4186	1486
[127]	$2,35$	10^9	$-0,1167 \cdot 10^7$	4268	1300
[28]	$1,932$	$1,1645 \cdot 10^9$	0	8095	1487
[70]	$1,01$	$1,211 \cdot 10^7$	$-0,1142 \cdot 10^7$	4183	$110,7$

TAB. 3.5 – Paramètres de la loi des gaz raides

3.6.3.6 Loi de Tamman

Cette loi est équivalente à celle des gaz raides :

$$P + P_c = \rho_l K(T + T_c) \tag{3.70}$$

L'utilisation des paramètres P_c, K, T_c, est une autre formulation mais équivalente de la loi des gaz raides paramétrée par q, P_∞ et γ.

3.6.3.7 Loi de type Mie-Gruneisen

A l'aide du coefficient de Grüneisen $\Gamma = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial e}\big|_\rho$ on exprime la loi :

$$P(\rho, u) = P_\infty(\rho) + \Gamma(\rho)\rho\left[u - u_{ref}(\rho)\right] \tag{3.71}$$

où $P_\infty(\rho)$ est donné en fonction du fluide.

A partir de la loi de Mie-Grüneisen, en supposant les variations de masse volumique faibles, on obtient la loi d'état des gaz raides. Pour des évolutions isentropiques, cela devient la loi de Tait. Autre cas particulier : si P_∞ est nul, alors on obtient la loi des gaz parfaits.

3.6.3.8 Loi de Benedict-Webb-Rubin

Pour s'approcher le plus possible de la représentation des gaz réels, il existe des lois d'état de forme encore plus complexe comme l'équation de Redlich-Kwong-Soave ou aussi l'équation de Benedict-Webb-Rubin [15].

La loi de Benedict-Webb-Rubin s'écrit :

$$P = RTd + d^2\left(RT\left(B + bd\right) - \left(A + ad - a\alpha d^4\right)\right) - \frac{1}{T^2}\left(C - cd\left(1 + \gamma d^2\right)\mathrm{e}^{-\gamma d^2}\right) \tag{3.72}$$

Avec, P la pression, R la constante des gaz parfaits, T la température, d la densité molaire, et a, b, c, A, B, C, α, γ des paramètres empiriques. Cette loi est par exemple utilisée pour représenter les réfrigérants. Elle sert à caractériser l'hydrogène avec la formulation "condensable fluid" dans le code Fine™/Turbo.

3.6.4 Présentation de différents modèles de cavitation

Nous présentons une revue de différents modèles rencontrés dans la littérature décrivant les phénomènes de cavitation avec ou sans effet thermodynamique.

En eau froide, ou plus généralement pour un fluide non thermosensible, les phénomènes dynamiques et thermiques sont découplés. L'équation de l'énergie n'est donc pas nécessaire.

A contrario, en fluide thermosensible, il est nécessaire d'intégrer l'équation de l'énergie.

3.6.4.1 Modèles avec loi d'état du mélange

Ce sont des modèles à 3 équations (ou 2 sans l'énergie) pour lesquelles le changement de phase est pilotée par une loi d'état. Il existe dans la littérature plusieurs types de fermeture différents pour raccorder les deux phases.

Loi barotrope sinusoïdale : Existant dans Fine™/Turbo, ce modèle barotrope a été développé par les thèses successives de O. Coutier-Delgosha [35] et de B. Pouffary [148]. Il a été initialement proposé par Y. Delannoy [45] et implémenté dans le code IZ. Cette loi relie la pression à la masse volumique par une relation en sinus :

$$\rho = \frac{\rho_l + \rho_v}{2} + \frac{\rho_l - \rho_v}{2} \sin\left(\frac{P - P_{vap}}{c_{min}^2} \frac{2}{\rho_l - \rho_v}\right) \tag{3.73}$$

c_{min} représente la vitesse du son minimale dans le mélange.

Cette loi est centrée sur la pression de vapeur et s'applique sur un intervalle dont les bornes sont :

$$P = P_{vap} \pm \frac{\pi}{4} (\rho_l - \rho_v) c_{min}^2 \tag{3.74}$$

Au delà de ces bornes, dans les phases pures, le fluide est supposé incompressible.

Loi barotrope logarithmique : A partir de l'intégration de la vitesse du son de Wallis dans le mélange, D. Schmidt propose une loi barotrope de la forme [177] [178] :

$$P = P_{sat} + P_{vl} \cdot \ln\left[\frac{\rho_v c_v^2 (\rho_l + \alpha (\rho_v - \rho_l))}{\rho_l (\rho_v c_v^2 - \alpha (\rho_v c_v^2 - \rho_l c_l^2))}\right] \tag{3.75}$$

où P_{sat} est une valeur de pression caractérisant la pression de saturation liquide, c'est-à-dire la pression minimale que peut atteindre le liquide avant de commencer à caviter ; P_{vl} représente un paramètre dépendant des propriétés du fluide et indépendant du taux de vide :

$$P_{vl} = \frac{\rho_v c_v^2 \rho_l c_l^2 (\rho_v - \rho_l)}{\rho_v^2 c_v^2 - \rho_l^2 c_l^2} \tag{3.76}$$

Cette expression est reprise par J. Mireau [130] et N. Dumont [52] pour simuler la cavitation du diesel dans les injecteurs de moteurs à pistons. Une version modifiée a été proposée par W. Xie [220] afin d'éviter l'apparition de pression négative.

Loi à l'équilibre de Saurel : Pour des écoulements compressibles, R. Saurel [173] [174] utilise la loi de Tait pour le liquide et la loi des gaz parfaits pour la vapeur, pour calculer la pression dans chaque phase. Le mélange est supposé à l'équilibre mécanique et thermique. Dans ce cas, il existe une relation logarithmique reliant P et T de la forme :

$$\ln(P/P_0) = \sum_k a_k (T/T_0)^k \tag{3.77}$$

Les masses volumiques de chaque phase sont données par des fonctions polynomiales de la température. Le taux de vide est défini par :

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_{l\ sat}(T)}{\rho_{v\ sat}(T) - \rho_{l\ sat}(T)} \tag{3.78}$$

Loi à l'équilibre basée sur l'enthalpie libre : Edwards et al. [54] proposent un modèle à l'équilibre pour simuler des écoulements diphasiques d'octane. Les phases pures sont régies par la loi de Sanchez-Lacombe. L'équilibre thermodynamique est défini par l'égalité des enthalpies libres ($g = h - T \cdot s$) entre les phases :

$$g_l = g_v \tag{3.79}$$

La résolution itérative de cette équation permet de déterminer la pression de vapeur $P_{vap}(T)$. Le taux de vide est calculé par :

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_{l\ sat}(T)}{\rho_{v\ sat}(T) - \rho_{l\ sat}(T)} \tag{3.80}$$

Loi barotrope de Rapposelli : En utilisant une analyse thermique sur une bulle, on peut obtenir une relation entre la vitesse du son dans un mélange diphasique et la température [151]. Il est possible en intégrant cette célérité de retrouver une loi entre la masse volumique et la pression. Cette loi a été utilisée pour des calculs d'hydrofoil en écoulement non visqueux [191].

La vitesse du son vérifie la relation :

$$\frac{1}{\rho c^2} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial P} \cong \frac{1-\alpha}{P}\left[(1-\varepsilon_l)\frac{P}{\rho_l c_l^2} + \varepsilon_l g^* \left(\frac{P_c}{P}\right)^{\eta}\right] + \frac{\alpha}{\gamma_v P} \tag{3.81}$$

Dans cette expression, ε_l représente la fraction de liquide participant aux échanges de chaleur avec la vapeur :

$$\varepsilon_l = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left[\left(1 + \frac{\delta_T}{R}\right)^3 - 1\right] \tag{3.82}$$

$\frac{\delta_T}{R}$ est un paramètre de contrôle obtenu à partir de calage du modèle sur des résultats expérimentaux.

Pour l'eau froide :

$g^* = 1.67$; $\eta = 0.73$; $P_c = 221.29 \cdot 10^5 Pa$

Loi d'état basée sur l'entropie : Barberon et Helluy [11] proposent de calculer l'entropie du mélange pour évaluer la pression et la température. Les phases pures sont régies par la loi des gaz raides. A l'équilibre thermodynamique, l'entropie spécifique du mélange est maximale. Une recherche du maximum permet de déterminer l'entropie à l'équilibre, puis la pression.

$$P = T\frac{\partial s}{\partial v} \tag{3.83}$$

où v est le volume massique.

Loi de type mélange de gaz raides : A partir de l'hypothèse d'équilibres thermique et mécanique, une expression de la pression et de la température peut être déterminée [70] :

$$P\left(\rho, u, \alpha\right) = \left(\gamma(\alpha) - 1\right)\rho(u - q(\alpha)) - \gamma(\alpha)P_\infty(\alpha) \tag{3.84}$$

$$\frac{1}{\gamma(\alpha) - 1} = \frac{\alpha}{\gamma_v - 1} + \frac{1-\alpha}{\gamma_l - 1} \tag{3.85}$$

$$\rho q(\alpha) = \alpha\rho_v q_v + (1-\alpha)\rho_l q_l \tag{3.86}$$

$$P_\infty(\alpha) = \frac{\gamma(\alpha) - 1}{\gamma(\alpha)}\left[\alpha\frac{\gamma_v P_\infty^v}{\gamma_v - 1} + (1-\alpha)\frac{\gamma_l P_\infty^l}{\gamma_l - 1}\right] \tag{3.87}$$

$$T\left(\rho, h, \alpha\right) = \frac{h - q(\alpha)}{C_p(\alpha)} \tag{3.88}$$

avec $\rho C_p(\alpha) = \alpha\rho_v C_{p\,v} + (1-\alpha)\rho_l C_{p\,l}$

Le taux de vide est calculé par la relation : $\alpha = \frac{\rho - \rho_{l\ sat}(T)}{\rho_{v\ sat}(T) - \rho_{l\ sat}(T)}$.

Une extension aux fluides thermosensibles est proposée par E. Goncalvès [70] en introduisant une variation linéaire de P_{vap}, ρ_l et ρ_v avec la température.

Ces lois, testées en géométrie de Venturi (Venturi 4 degrés), ont donné de mauvais résultats.

Loi d'état tabulée : La masse volumique du mélange ρ est obtenue à partir de la pression P et de l'enthalpie h en introduisant la quantité x définie par :

$$x = \frac{h - h_l}{h_v - h_l} \tag{3.89}$$

Les deux phases pures définies respectivement par $x < 0$ et $x > 1$ pour le liquide et la vapeur sont raccordées dans le domaine $0 \leq x \leq 1$ à l'aide de la relation [207][33] :

$$\frac{1}{\rho} = x\frac{1}{\rho_v} + (1-x)\frac{1}{\rho_l} \tag{3.90}$$

Les variables $\rho_k(P, h)$ et $h_k(P)$ prennent leurs valeurs dans des tables.

Loi polynomiale (de degré 5) : Il est possible de modéliser la variation continue de la masse volumique entre les phases liquide et vapeur par une fonction polynomiale. C. Song [194] [193] propose ainsi un polynôme de degré 5 :

$$P = \sum_{i=0}^{5} A_i \rho^i \qquad , \varepsilon \leq P \leq P_c \tag{3.91}$$

$$P = B\rho \qquad , 0 \leq P \leq \varepsilon \tag{3.92}$$

3.6.4.2 Modèles à 4 équations, dit "transport taux de vide" (TTV)

Une équation de conservation d'une des phases est ajoutée (voir équation 3.63), dont le terme source Γ_1 modélise l'échange de masse entre les phases. Il existe une multitude de modélisation de ce terme.

Modèle de Merkle (1998) : Un des premiers modèles utilisant l'équation de conservation de la masse pour la phase vapeur afin de représenter la cavitation est celui de Merkle [125].

L'équation résolue pour la phase vapeur est :

$$\frac{\partial x_v}{\partial t} + \vec{U}.\nabla x_v = -\frac{x_v}{\tau_v} = \frac{x_l}{\tau_l} \tag{3.93}$$

où x_v et x_l sont les fractions massiques des phases vapeur et liquide ($x_k = \frac{\alpha \rho_k}{\rho}$).

Le terme source est défini par :

$$\frac{1}{\tau_v} = \begin{cases} 0 & \text{quand } P < P_{vap} \\ \frac{1}{k\tau_{ref}} \left| \frac{P - P_{vap}}{q} \right| & \text{quand } P > P_{vap} \end{cases} \tag{3.94}$$

τ_l est défini de la même façon pour la condensation.

$\tau_{ref} = \frac{L_{ref}}{U_{ref}}$ est le temps caractéristique de l'écoulement.

$k \approx 10^{-3}$ est une constante.

Le paramètre q n'est pas précisé dans l'article [125] mais semble être la pression de référence P_{ref}.

Modèle de Kunz (2000) : Le modèle de Kunz [109] consiste à subdiviser le terme source en un terme lié à la vaporisation et un autre lié à la condensation :

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \nabla.(\alpha_l u) = \left(\dot{m}^+ + \dot{m}^-\right) \tag{3.95}$$

Ce modèle est repris dans le code IZ [155], avec une analyse des valeurs des constantes.

Les termes sources ont pour expression :

$$\dot{m}^- = \frac{C_{dest} \rho_v \alpha_l \min(0, P - P_v)}{\rho_l (\rho_l U_{ref}^2 / 2) t_\infty} \tag{3.96}$$

$$\dot{m}^+ = \frac{C_{prod} \rho_v \alpha_l^2 (1 - \alpha_l)}{\rho_l t_\infty} \tag{3.97}$$

où t_∞est un temps de relaxation, et les constantes C_{dest} et C_{prod}, des paramètres à caler.

Modèle de Senocak et Shyy (2001) : En partant du modèle de Kunz, I. Senocak et al. tentent d'éliminer des constantes [182]. Ils ont pour cela l'idée d'introduire la vitesse normale à l'interface. Se pose alors le problème de localiser l'interface. Cette difficulté est franchie par le calcul du gradient de masse volumique. Ils obtiennent ainsi une interface, fictive car il n'y a aucun traitement de cette interface, (Figure 3.12) [185].

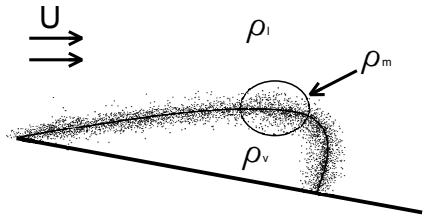


FIG. 3.12 – Représentation d'une poche avec l'approche de Senocak et Shyy [184]

Les termes sources de transfert de masse sont alors :

$$\dot{m}^- = \frac{\rho_v \alpha_l \min(0, P - P_{vap})}{\rho_v (U_{v,n} - U_{int,n})^2 (\rho_l - \rho_v) t_\infty} \tag{3.98}$$

$$\dot{m}^+ = \frac{(1-\alpha_l) \max(0, P - P_v)}{(U_{v,n} - U_{int,n})^2 (\rho_l - \rho_v) t_\infty} \tag{3.99}$$

avec $U_{v,n} = \vec{U}.\vec{n}$ et $\vec{n} = \frac{\nabla \alpha_l}{|\nabla \alpha_l|}$

Pour un calcul stationnaire, la composante normale de la vitesse de l'interface, $U_{int,n}$ est égale à zéro. Ce modèle est appelé Sharp Interfacial Dynamics Model (IDM).

Modèle de Saito (2003) : Le modèle de Saito [169] utilise une équation de la masse pour la phase vapeur. Le système est fermé par la modélisation du terme source ainsi que par une loi d'état du mélange. Cette dernière est donnée grâce à la pondération par le titre des lois d'état de chaque phase (respectivement loi de Tamman pour le liquide et loi des gaz parfaits pour la vapeur) :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_l}(1-x) + \frac{1}{\rho_v} x \tag{3.100}$$

soit :

$$\rho = \frac{P\,(P + P_c)}{K\,(1-x)\,P(T + T_c) + rx\,(P + Pc)\,T} \tag{3.101}$$

La pression de vaporisation est donnée par une formule empirique, fonction de la température.

Le terme source de transfert de masse est proportionnel à la différence de pression $P_{vap} - P$, ainsi qu'à l'inverse de la racine carrée de la température de saturation.

$$\dot{m} = \begin{cases} \dot{m}^+ & \text{si } P < P^*_{vap} \\ \dot{m}^- & \text{si } P \geq P^*_{vap} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} \dot{m}^+ = C_e A \alpha\,(1-\alpha)\,\frac{\rho_l}{\rho_v}\frac{P^*_{vap} - P}{\sqrt{2\pi R T_S}} \\ \dot{m}^- = C_c A \alpha\,(1-\alpha)\,\frac{P^*_{vap} - P}{\sqrt{2\pi R T_S}} \end{array} \tag{3.102}$$

T_S est la température de saturation. $A = C_a \alpha (1-\alpha)$

A est un paramètre qui représente la taille de la surface d'échange entre les deux phases.

La pression de vapeur est donnée par la formule empirique suivante pour l'eau froide :

$$P^*_{vap} = 22,13 \cdot 10^6 \mathrm{e}^{\left(1-\frac{647,31}{T}\right)\left(7,21379+\left(1,152\cdot 10^{-5}-4,787\cdot 10^{-9}T\right)(T-483,16)^2\right)} \tag{3.103}$$

Les paramètres $C_{a,c,e}$ sont des constantes empiriques.

Modèle de Vortmann (2003) : Ce modèle [212] utilise une équation pour le titre vapeur x :

$$\frac{\partial x}{\partial t} + \vec{U}.\nabla x = (1-x)K_{l\to v} - xK_{v\to l} \tag{3.104}$$

Les termes K sont des termes intégrant l'enthalpie libre et font intervenir un temps de relaxation fixée à $10^{-4} s \cdot kg \cdot m^{-3}$. La pression de vapeur est supposée constante.

Modèle de Utturkar (2005) : Le modèle IDM précédent a été modifié pour prendre en compte les effets thermodynamiques [205]. Cette nouvelle modélisation se dénomme Mushy Interfacial Dynamics Model. Le modèle originel sans effets thermodynamiques utilise les relations de saut d'une interface liquide-vapeur pour construire le terme source de transfert de masse. Cette méthode est justifiée par les auteurs par le fait que les poches de cavitation en eau froide contiennent un taux de vide important. En partant de l'analyse de Hord [88] sur la composition des poches de cavitation en fluide cryogénique, qui décrit les zones de vapeur comme une zone de mélange ayant un taux de vide plus faible, un modèle utilisant cette fois les relations de saut entre le liquide et le mélange est formulé.

Le terme source de transfert de masse se met alors sous la forme :

$$\dot{m}^- = \frac{\rho_l \alpha_l \min(0, P - P_{vap})}{\rho_i (U_{m,n} - U_{int,n})^2 (\rho_l - \rho_v) t_\infty} \tag{3.105}$$

$$\dot{m}^+ = \frac{\rho_l (1-\alpha_l) \max(0, P - P_{vap})}{\rho_j (U_{m,n} - U_{int,n})^2 (\rho_l - \rho_v) t_\infty} \tag{3.106}$$

si $\alpha_l \geq 0.99 \quad \rho_i = \rho_m$ et $\rho_j = \rho_m$

$\alpha_l < 0.99 \quad \rho_i = \rho_v$ et $\rho_j = \rho_l$

Ce modèle reste valide pour les écoulements cavitants en eau froide. De même que pour le modèle sharp IDM,

avec $U_{m,n} = \vec{U}.\vec{n}$ et $\vec{n} = \frac{\nabla \alpha_l}{|\nabla \alpha_l|}$

et pour un calcul stationnaire, la composante normale de la vitesse de l'interface, $U_{int,n}$ est égale à zéro.

Des calculs sont présentés pour analyser les effets thermodynamiques pour un écoulement d'azote autour d'une ogive, 2D, turbulent. Les profils de pression en paroi dans la poche montrent un bon comportement qualitatif du modèle, et le taux de vide dans les poches est nettement diminué en comparaison des calculs en eau froide.

Modèle de Hosangadi et Ahuja (2005) : Ce modèle [89] utilise un terme source basé sur celui du modèle de Merkle [125]. Ces travaux sont développés dans le code CRUNCH. A notre connaissance ils sont les premiers à avoir calculé la chute de performance d'un inducteur en fluide cryogénique. Ils utilisent l'équation suivante :

$$\frac{\partial \rho_v \alpha}{\partial t} + \nabla.(\rho_v \alpha \vec{U}) = m_t \tag{3.107}$$

m_t est le terme source de transfert de masse : $m_t = \dot{m}^- \alpha \rho_v + \dot{m}^+ (1-\alpha)\rho_l$ avec :

$$\dot{m}^- = \begin{cases} 0 & \text{si } P < P_{vap} \\ \frac{1}{\tau_v}\frac{U_{ref}}{L_{ref}}\left[\frac{P-P_{vap}}{\frac{1}{2}\rho_l U_{ref}^2}\right] & \text{si } P > P_{vap} \end{cases} \tag{3.108}$$

$$\dot{m}^+ = \begin{cases} \frac{1}{\tau_l}\frac{U_{ref}}{L_{ref}}\left[\frac{P-P_{vap}}{\frac{1}{2}\rho_l U_{ref}^2}\right] & \text{si } P < P_{vap} \\ 0 & \text{si } P > P_{vap} \end{cases} \tag{3.109}$$

τ_v et τ_l sont respectivement les constantes de temps de vaporisation et de condensation égales à une valeur identique, $0.01s$. Les propriétés thermodynamiques de chaque phase sont calculées à partir des tables de données NIST [133].

Modèle avec terme source issue de l'équation simplifiée de Rayleigh-Plesset : Ces modèles, contrairement à l'approche bubble tracking, ne résolvent pas l'équation complète de Rayleigh-Plesset [22] qui s'écrit :

$$R\frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{1}{\rho}\left(P_{vap} + P_g - P_\infty(t) - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu}{R}\frac{dR}{dt}\right) \tag{3.110}$$

Cette équation représente l'évolution d'une bulle sphérique dans un milieu liquide. R est le rayon de la bulle, P_{vap} la pression de saturation, P_g la pression des gaz dissous, les deux derniers termes représentant respectivement les tensions de surface et les effets visqueux.

La cavitation est modélisée par une équation pour le taux de vide où le terme source S dépend du nombre de germes, du rayon caractéristique de ces germes ainsi que de la variation de ce rayon obtenue selon l'équation simplifiée de Rayleigh-Plesset :

$$\begin{aligned} S &\propto n_0 4\pi R^2 \frac{dR}{dt} \\ \frac{dR}{dt} &= \pm\sqrt{\frac{2}{3}\frac{|P-P_v|}{\rho_l}} \end{aligned} \tag{3.111}$$

3.6.4.3 Modèle à 5 équations de Saurel

Ce modèle est constitué de 4 lois de conservation (pour les masses des phases liquide et vapeur, la quantité de mouvement du mélange, l'énergie totale du mélange) auxquelles s'ajoute une équation pour le taux de vide. La formulation non visqueuse est :

$$\frac{\partial \alpha \rho_v}{\partial t} + div\left(\alpha \rho_v \vec{U}\right) = \dot{m} \tag{3.112}$$

$$\frac{\partial (1-\alpha)\rho_l}{\partial t} + div\left((1-\alpha)\rho_l \vec{U}\right) = -\dot{m} \tag{3.113}$$

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + div\left(\rho \vec{U} \otimes \vec{U}\right) + \nabla P = 0 \tag{3.114}$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + div\left(\vec{U}(\rho e + P)\right) = 0 \tag{3.115}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \alpha =& \frac{\alpha(1-\alpha)(\rho_l c_l^2 - \rho_v c_v^2)}{\alpha \rho_l c_l^2 + (1-\alpha)\rho_v c_v^2} div(\vec{U}) \\ &+ \frac{\alpha(1-\alpha)}{\alpha \rho_l c_l^2 + (1-\alpha)\rho_v c_v^2}\left(\frac{\Gamma_v}{\alpha} + \frac{\Gamma_l}{1-\alpha}\right) Q + \frac{\frac{\rho_v c_v^2}{\alpha} + \frac{\rho_l c_l^2}{1-\alpha}}{\frac{c_v^2}{\alpha} + \frac{c_l^2}{1-\alpha}} \dot{m}\end{aligned} \tag{3.116}$$

Les transferts de masse $\dot{m}$ et de chaleur Q entre les phases s'écrivent :

$$\dot{m} = \nu \rho (g_l - g_v) \quad \text{et} \quad Q = H(T_l - T_v)$$

Ils font intervenir les enthalpies libres et températures des phases pures ainsi que deux coefficients de relaxation ν et H.

La quantité $\Gamma = \frac{1}{\rho} \left.\frac{\partial P}{\partial e}\right|_\rho$ est le coefficient de Grüneisen des phases pures, régies par la loi des gaz raides. Une hypothèse d'équilibre mécanique permet de calculer la pression du mélange :

$$P\left(\rho, e, \alpha, \rho_v, \rho_l\right) = \frac{(\rho e - \alpha \rho_v q_v - (1-\alpha)\rho_l q_l) - \left[\alpha \frac{\gamma_v P_\infty^v}{\gamma_v - 1} + (1-\alpha)\frac{\gamma_l P_\infty^l}{\gamma_l - 1}\right]}{\frac{\alpha}{\gamma_v - 1} + \frac{1-\alpha}{\gamma_l - 1}} \tag{3.117}$$

Les coefficients de relaxation ν et H sont inconnus et très difficile à déterminer en pratique. Pour lever cette indétermination, la résolution s'effectue en deux étapes :

- On suppose que l'équilibre thermodynamique est atteint, c'est-à-dire les coefficients de relaxation sont pris infinis. Ceci permet de déterminer un taux de vide à l'équilibre α_{eq}.
- Puis le système complet est résolu. Le terme d'échange de masse entre les phases est évalué par : $\dot{m} = \frac{\partial \alpha \rho_v}{\partial t} = \frac{(\alpha \rho_v)_{eq} - \alpha \rho_v}{\Delta t}$. Idem pour le terme Q.

Ce modèle a été testé sur des cas de tube à choc 1D, sur un écoulement 2D supercavitant autour d'un obstacle et sur un écoulement en Venturi 2D correspondant à un injecteur de carburant (dodécane).

3.6.4.4 Modèles bi-fluide

Modèle de Grogger et Alajbegovic (1998) : Ce modèle bi-fluide a été appliqué initialement à la cavitation en eau froide dans des venturis 2D et 3D [73]. Il a plus récemment été appliqué à des phénomènes de cavitation pour des écoulements triphasiques (liquide, vapeur, air) turbulents de diesel dans une géométrie d'injecteur (3D) [4]. Ce modèle est basé sur la résolution des équations de conservation de masse

et de quantité de mouvement pour chaque phase (4 équations en diphasique, 6 en triphasique). Il a l'avantage de modéliser les interactions de quantité de mouvement entre les phases.

Le système résolu dans le cas diphasique est le suivant (k = l, v) :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla . \left(\alpha_k \rho_k \vec{U}_k \right) = \Gamma_k \tag{3.118}$$

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \vec{U}_k}{\partial t} + \nabla . \left(\alpha_k \rho_k \vec{U}_k \otimes \vec{U}_k \right) = -\alpha_k \nabla P + \nabla . (\alpha_k \vec{\vec{\tau}}_k) + \vec{f}_k^d + \vec{U}_k \Gamma_k \tag{3.119}$$

Le terme source de transfert de masse est donné à partir de l'étude de la variation du rayon d'une bulle, par l'équation de Rayleigh-Plesset simplifiée :

$$\Gamma_l = \rho_l N 4\pi R^2 \frac{\partial R}{\partial t} = -\Gamma_v$$

Le rayon R est défini de la façon suivante en fonction du taux de vide α :

$$R = \frac{1}{2} \left(\frac{6\alpha}{N\pi} \right)^{1/3}$$

N représente la densité de bulles :

$$N = \begin{cases} N_0 & \text{pour } \alpha \leq 0.5 \\ 2\left(N_0 - 1\right)\left(1 - \alpha\right) & \text{pour } \alpha > 0.5 \end{cases}$$

où N_0 est le nombre de bulles initial et a pour valeur 10^{12}.

Le variation de rayon est modélisé par :

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \pm \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|P - P_{vap}|}{\rho_l}}$$

Le terme source de transfert de quantité de mouvement est basé sur la force de traînée d'une sphère à laquelle s'ajoute un terme de dispersion turbulente :

$$\vec{f}_l^d = c_{TD} \rho_l k_l \nabla \alpha + c_D \rho_l \frac{\left| \vec{U}_{rel} \right| \vec{U}_{rel}}{2} A = -\vec{f}_v^d$$

avec $\vec{U}_{rel} = \vec{U}_l - \vec{U}_v$

Le terme A représente la surface apparente d'une bulle sphérique. C_{TD} est le coefficient de dispersion turbulente et k est l'énergie cinétique turbulente. Le coefficient de traînée c_D est donné par la relation :

$$c_D = \begin{cases} \frac{24}{Re} \left(1 + 0.15 \cdot Re^{0.687}\right) & \text{si } Re_P < 1000 \\ 0.44 & \text{si } Re_P > 1000 \end{cases}$$

Re est Re_P sont respectivement le nombre de Reynolds relatif à l'écoulement et le nombre de Reynolds relatif aux bulles. C'est l'un des premiers modèles de cavitation qui a modélisé le glissement entre les phases en cavitation. L'évolution de ce modèle par la résolution des équations de conservation de l'énergie ne semble pas encore réalisée.

Modèle à 7 équations de Baer et al. et Saurel et al. : Le modèle de Baer et Nunziato [8] utilise l'équation de transport de la fraction volumique α_1 pour fermer le modèle bi-fluide à six équations [173]. Il a été initialement proposé sans transfert de masse. Les travaux de thèse de O. Le Métayer [126] ont consisté à introduire par la suite un terme de changement de phase. Il permet de résoudre des problèmes complexes comme les écoulements à trois vitesses.

Le système de sept équations de Baer-Nunziato sans changement de phase s'écrit :

Conservation de la masse (2 équations) :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_k \rho_k \vec{U}_k\right) = 0 \tag{3.120}$$

Conservation de la quantité de mouvement (2 équations) :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \vec{U}_k}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_k \rho_k \vec{U}_k \otimes \vec{U}_k\right) = -\nabla(\alpha_k P_k) + \nabla.(\alpha_k \vec{\vec{\tau}}_k) + \alpha_k \rho_k \vec{f}_k + f_k^d + P_{int} \nabla \alpha_k \tag{3.121}$$

Conservation de l'énergie (2 équations) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_k \rho_k e_k}{\partial t} + \nabla.\left(\alpha_k \rho_k e_k \vec{U}_k\right) = &- \nabla.\left[\alpha_k \vec{q}_k\right] - \nabla.\left[P_k \vec{U}_k\right] + \nabla.\left[\vec{\vec{\tau}}_k.\vec{U}_k\right] \\ &+ P_I \vec{U}_{int}.\nabla \alpha_k + \mu P_{int}\left(P_k - P_{k'}\right) \\ &+ \alpha_k \rho_k \vec{f}_k.\vec{U}_k + f_k^d.u_{int} + Q_{k\,int} \end{aligned} \tag{3.122}$$

Equation sur la fraction volumique :

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + \vec{u}_{int} \cdot \nabla \alpha_1 = -\mu\left(P_1 - P_2\right) \tag{3.123}$$

$k = 1, 2$ est l'indice de phase. L'indice $_{int}$ représente l'interface. Le terme $\mu\left(P_1 - P_2\right)$ qui représente la production de fraction volumique α_1, est égal à la différence des pressions phasiques multipliée par un coefficient μ qui contrôle la vitesse à laquelle les deux phases atteignent l'équilibre des pressions. Cette expression entraîne des termes $\mu P_{int}\left(P_k - P_{k'}\right)$ dus au travail de la pression interfaciale dans les équations de conservation de l'énergie.

Pour fermer le système, le modèle original propose de représenter la pression de l'interface pI par la pression de la phase la plus compressible, et la vitesse de l'interface $\vec{U}_{int}$ par la vitesse de la phase la moins compressible. Par la suite, R. Saurel [174] modélise la pression d'interface par une pression de mélange : $P_{int} = \sum_{k=1}^{2} \alpha_k P_k$

L'étude réalisée par O. Le Métayer consiste, après résolution d'un problème de Riemann inerte i.e. sans changement de phase, à prendre en compte un terme de transfert de masse par les relations de Rankine-Hugoniot à travers le front. Différents modèles sont proposés. Le plus complexe traite trois vitesses, une pour chaque phase, plus celle du front. Plus de détails sur ce modèle sont disponibles dans les références [174] [176] [126] [1].

Ces modèles ont été utilisés et validés sur des écoulements en tubes à choc 1D, non visqueux.

Modèle à 10 équations de Saurel et Le Métayer (2001) : Saurel et Le Métayer [176] proposent un modèle multiphasique basé sur cinq équations par phase, dont la formulation très générale permet de traiter différentes applications (matériaux compressibles, écoulements homogènes liquide-gaz, évolution de chocs, cavitation). Cette approche est basée sur le modèle de Baer et Nunziato [8]. Le système d'équation s'écrit pour chaque phase k :

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k}{\partial t} + \nabla . \left(\alpha_k \rho_k \vec{U}_k \right) = m_k \tag{3.124}$$

$$\frac{\partial \alpha_k \rho_k \vec{U}_k}{\partial t} + \nabla . \left(\alpha_k \rho_k \vec{U}_k \otimes \vec{U}_k \right) = -\nabla(\alpha_k P_k) + m_k \vec{U}_{int} + \vec{f}_k^d + P_{int} \nabla \alpha_k \tag{3.125}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_k \rho_k e_k}{\partial t} + \nabla . \left(\alpha_k \rho_k e_k \vec{U}_k \right) = & - \nabla . \left[P_k \vec{U}_k \right] + P_{int} u_{int} . \nabla \alpha_k + m_k E_{k\,int} \\ & - \mu P_{int} \left(P_k - P_{k'} \right) + \vec{f}_k^d \cdot \vec{U}_{int} + Q_{k\,int} \end{aligned} \tag{3.126}$$

$$\frac{\partial \alpha_k}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \alpha_k = \mu \left(P_k - P_{k'} \right) + \frac{m_k}{\rho_X} \tag{3.127}$$

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} + \nabla \cdot \left(N_k \vec{U}_k \right) = \dot{N}_k \tag{3.128}$$

avec les relations de saut suivantes :

$$\sum_k m_k = 0 \tag{3.129}$$

$$\sum_k m_k \vec{U}_{int} + \vec{f}_k^d + P_{int} \nabla \alpha_k = 0 \tag{3.130}$$

$$\sum_k P_{int} \vec{U}_{int} \cdot \nabla \alpha_k + m_k E_{k\,int} - \mu P_{int} \left(P_k - P_{k'} \right) + \vec{f}_k^d \cdot \vec{U}_{int} + Q_{k\,int} = 0 \tag{3.131}$$

On reconnaît les trois équations de conservation de masse, quantité de mouvement et énergie, auxquelles s'ajoutent une équation de transport de la fraction volumique de la phase k, α_k, ainsi qu'une équation du nombre N_k d'entités de la phase k (ex : nombre de bulles pour un écoulement diphasique liquide-gaz majoritairement liquide).

Le terme source $\dot{N}_k$de cette équation représente les phénomènes de coalescence et de fractionnement.

Ce système d'équation fait apparaître la vitesse d'interface, définie par :

$$\vec{U}_{int} = \frac{\sum_k \alpha_k \rho_k \vec{U}_k}{\sum_k \alpha_k \rho_k} \tag{3.132}$$

ainsi que la pression de l'interface :

$$P_{int} = \sum_k \alpha_k \left(P_k + \rho_k \left(\vec{U}_{int} - \vec{U}_k \right)^2 \right) \tag{3.133}$$

Le terme de transfert de quantité de mouvement dû aux forces de traînée entre les phases est modélisé par un terme de relaxation de la vitesse :

$$\vec{f}_k^d = \lambda_k \left(\vec{U}_k - \vec{U}_{k'} \right) \tag{3.134}$$

Pour un écoulement à deux phases, les auteurs proposent le terme de transfert de masse suivant, obtenu à partir des relations de saut à l'interface :

$$m_1 = -\frac{Q_{1\,int} + Q_{2\,int}}{E_{1\,int} - E_{2\,int}} \tag{3.135}$$

Le transfert d'énergie à l'interface est modélisé par des corrélations empiriques du nombre de Nusselt :

$$Q_{k\,int} = h_k \left(T_{k\,int} - T_k \right) A_{ech} \tag{3.136}$$

où A_{ech} est la surface caractéristique des échanges interfaciaux.
Pour des entités sphériques (bulles, gouttes) on obtient :

$$A_{ech} = N_1 4\pi R^2 \tag{3.137}$$

et avec la définition du coefficient d'échange suivante :

$$h_k = \frac{\lambda_k Nu}{2R} \tag{3.138}$$

le nombre de Nusselt est défini à partir des nombres de Reynolds et de Prandtl :

$$Nu = 2 + 0.6 Re^{1/2} Pr_l^{1/3} \tag{3.139}$$

Les termes $\mu \left(P_k - P_{k'} \right)$ et $\mu P_{int} \left(P_k - P_{k'} \right)$ sont des termes de relaxation et caractérisent le retour à l'équilibre entre les pressions de chaque phase, contrôlé par la valeur de μ.

Le transfert de masse fait apparaître un terme supplémentaire, $\frac{m_k}{\rho_X}$, dans l'équation de transport de la fraction volumique, où ρ_X représente la masse volumique de la phase la moins compressible. Ce terme est dû au découplage entre la résolution numérique du transfert de masse et de la propagation acoustique.

Modèle à 6 équations du code Saturne de EDF : Mimouni et al. [129] présentent des calculs de cavitation réalisés avec le code NEPTUNE développé originellement par EDF et le CEA pour l'étude des écoulements diphasiques en ébullition. NEPTUNE utilise une approche bi-fluide et permet de simuler un grand nombre de configurations d'écoulement : phase gazeuse ou liquide avec des particules solides, phase liquide et sa vapeur, ainsi que différentes topologies d'écoulement : phases dispersées, écoulements avec une phase continue...

Le terme de transfert de masse est donné par la relation suivante, obtenue à partir des relations de saut à l'interface :

$$\Gamma_l = -\Gamma_v = \frac{q_{l\,int} + q_{v\,int}}{h_{v\,int} - h_{l\,int}} A_{int} \tag{3.140}$$

$q_{k\ int}$ représente le flux de chaleur interfacial dans la phase k, $h_{k\ int}$ l'enthalpie de la phase k à l'interface et $A_{int} = 6\alpha/d$ la surface caractéristique des échanges (α est le taux de vide et d le diamètre moyen des bulles pris égal à $0.1mm$).

Les enthalpies de chaque phase à l'interface sont supposées à saturation. Le flux de chaleur interfacial est modélisé de la façon suivante :

$$q_{k\ int} = c_{k\ int}\left(T_{sat}(p) - T_k\right) \tag{3.141}$$

Avec les capacités calorifiques suivantes :

$$c_{l\ int} = \frac{Nu_l \lambda_l}{d} \quad \text{et} \quad c_{v\ int} = \frac{\alpha \rho_v C_{p\ v}}{\Delta t} \tag{3.142}$$

Le nombre de Nusselt du liquide est modélisé par :

$$Nu_l = 2 + 0.6 Re^{1/2} Pr_l^{1/3} \tag{3.143}$$

avec Re le nombre de Reynolds basé sur le rayon d'une bulle, et Pr_l le nombre de Prandtl du liquide :

$$Re = \frac{|U_v - U_l| d}{\nu_l} \quad \text{et} \quad \mathrm{Pr}_l = \frac{\nu_l}{a_l} \tag{3.144}$$

Dans ces équations, λ_l est la conductivité thermique du liquide, $C_{p\ v}$ la capacité calorifique de la vapeur à pression constante, Δt le pas de temps itératif, ν_l la viscosité cinématique du liquide et a_l la diffusivité thermique du liquide.

Le transfert de quantité de mouvement est basé sur un terme dû au transfert de masse, et un terme de traînée. Des résultats sont présentés pour un écoulement 3D d'eau froide à travers un diaphragme. Ces calculs sont comparés aux données d'essais du cas test dénommé SUPER MOBY DICK. Ces travaux permettent d'apporter une nouvelle modélisation des transferts interfaciaux pour la cavitation basée sur ceux de l'ébullition.

Chapitre 4

Présentation du code IZ

L'étude des écoulements cavitants est rendue complexe par la présence simultanée de zone liquide incompressible et de zone de mélange (liquide/vapeur) fortement compressible. Il est donc envisageable d'aborder une approche incompressible avec un solveur du type "pressure-based" aussi bien qu'une approche compressible avec un solveur du type "density-based".

Dans les deux cas, le champs de vitesse est obtenu à partir des équations de quantité de mouvement. Lors d'une approche compressible, le champ de densité est obtenu à l'aide de l'équation de continuité tandis que la pression est déterminée par une équation d'état. Pour l'approche incompressible, l'équation de continuité est manipulée afin d'en extraire une équation de pression ou de correction de pression.

Le code IZ, présenté dans ce chapitre, est développé au LEGI pour le compte du CNES. Il résout les équations de Navier Stokes, moyennées selon la décomposition de Reynolds, sous forme adimensionnées. Afin de suivre une approche incompressible ce code repose sur un solveur "pressure-based". L'équation du bilan d'énergie n'est pas traitée car on néglige l'effet thermodynamique du changement de phase dans le cas de l'eau froide.

4.1 Traitement numérique

L'analyse expérimentale des écoulements est généralement réalisée, pour des commodités de taille, sur des modèles à échelle réduite. Les résultats sont fournis sous forme adimensionnelle de manière à pouvoir ensuite les appliquer, par similitude, aux conditions des vrais écoulements industriels. Cette approche peut également être entreprise pour des études numériques. Le système d'équation régissant la physique de l'écoulement est alors exprimé adimensionnellement.

Ces équations sont ensuite discrétisées en faisant appel à la formulation des volumes finis. On applique cette méthode numérique sur un maillage bidimensionnel curviligne orthogonal ce qui permet une discrétisation aisée des équations qui gouvernent l'écoulement.

Un algorithme de résolution de type SIMPLE est ensuite utilisé pour calculer le couplage vitesse pression de l'écoulement. Des modifications ont été apportées afin de tenir compte du phénomène de cavitation [156].

Pour limiter les soucis de stabilité du calcul, le schéma temporel choisi est totalement implicite.

4.1.1 Transformation des équations

Les équations qui gouvernent la mécanique des fluides sont transformées sous une forme adimensionnelle en faisant appel aux normalisations appropriées.

Pour chaque cas, nous introduisons les grandeurs de référence suivantes :

- L_{ref} : Longueur caractéristique de l'étude. On utilise la dimension caractéristique de l'écoulement ; dans le cas d'un écoulement autour d'un cylindre il s'agit du diamètre tandis que pour un profil on choisira la corde.
- U_{ref} : Vitesse de référence. Généralement on utilise la vitesse moyenne de l'écoulement, parfois on considère la vitesse dans la section d'entrée du domaine de calcul.
- P_{ref} : Pression de référence. Elle est majoritairement considérée en sortie du domaine de calcul.
- f_{ref} : Fréquence de référence. On lui préfère souvent son inverse que l'on défini alors comme un temps de référence noté T_{ref}.
- ρ_{ref} : Masse volumique de la phase liquide pure. Elle est supposée constante.
- μ_{ref} : Viscosité dynamique du liquide pur. Elle est également supposée constante.

Ces grandeurs permettent l'utilisation de nombres adimensionnels usuels, respectivement le nombre de Strouhal et le nombre de Reynolds.

$$Sr = \frac{f_{ref} L_{ref}}{U_{ref}} = \frac{L_{ref}}{U_{ref} T_{ref}} \tag{4.1}$$

$$Re = \frac{\rho_{ref} U_{ref} L_{ref}}{\mu_{ref}} \tag{4.2}$$

A l'exception des calculs nécessitants des conditions aux limites périodiques, le nombre de Strouhal est pris unitaire. Ceci permet alors de ne pas définir de temps de référence celui-ci étant obtenu directement à partir de la vitesse et de la longueur de référence.

$$T_{ref} = \frac{L_{ref}}{U_{ref}} \tag{4.3}$$

Les équations sont exprimées pour les caractéristiques du mélange à l'aide de l'approche homogène et on a :

$$\rho = \rho_l + \alpha(\rho_v - \rho_l) \tag{4.4}$$

$$\mu = \mu_l + \alpha(\mu_v - \mu_l) \tag{4.5}$$

Les variables adimensionnelles, repérées par une étoile, sont définies par les relations suivantes :

$$x^* = \frac{x}{L_{ref}} \tag{4.6}$$

$$t^* = \frac{t}{T_{ref}} \tag{4.7}$$

En faisant un bilan hydraulique simplifié sur le fluide dans une conduite et en négligeant les effets de compressibilités et de variation d'altitude, on peut écrire d'après le théorème de Bernouilli :

$$P + 1/2\rho V^2 = cste = P_{ref} + 1/2\rho V_{ref}^2 \tag{4.8}$$

En réorganisant les termes, nous obtenons :

$$\frac{P - P_{ref}}{1/2\rho V_{ref}^2} = 1 - (\frac{V}{V_{ref}})^2 \tag{4.9}$$

L'équation 4.9 définit, pour le terme de gauche, un nombre d'Euler (rapport des forces de pression et des forces d'inertie) caractéristique d'un écoulement. Ce nombre sans dimension est utilisé pour introduire le coefficient de pression, noté Cp.

$$Cp = \frac{P - P_{ref}}{1/2\rho_{ref} U_{ref}^2} \tag{4.10}$$

En considérant la pression de vapeur saturante comme référence dans l'expression 4.10 on introduit une autre grandeur adimensionnée que l'on appelle nombre de cavitation.

$$\sigma = \frac{P - P_{vap}}{1/2\rho U^2} \tag{4.11}$$

Ce paramètre est souvent confondu avec le nombre de Thoma (4.12) utilisé uniquement dans les turbomachines et défini par le rapport de l'énergie massique nette à l'aspiration et l'énergie massique de la machine [83]. Le nombre de Thoma est utilisé pour vérifier la similitude à la cavitation des modèles [99].

$$\sigma_T = \frac{NPSE}{E} \tag{4.12}$$

Si les hypothèses nécessaires au théorème de Bernouilli (fluide parfait, incompressible, écoulement isotherme, irrotationnel) sont contestables dans un écoulement cavitant, la définition du nombre de cavitation demeure car elle illustre efficacement le niveau de pression indifféremment du fluide utilisé.

Les autres grandeurs thermodynamiques du problème, une fois adimensionnées,

sont également repérées par une étoile :

$$U_i^* = \frac{U_i}{U_{ref}} \tag{4.13}$$

$$k^* = \frac{k}{U_{ref}^2} \tag{4.14}$$

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{U_{ref}^3/L_{ref}} \tag{4.15}$$

$$\mu_t^* = \frac{\mu_t}{\rho_{ref} L_{ref} U_{ref}} \tag{4.16}$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho_{ref}} = 1 + \alpha(\rho_v/\rho_l - 1) \tag{4.17}$$

$$\mu^* = \frac{\mu}{\mu_{ref}} = 1 + \alpha(\mu_v/\mu_l - 1) \tag{4.18}$$

En injectant tous ces termes dans les équations de l'écoulement nous obtenons le système RANS sous forme adimensionnelle :

$$\begin{cases} Sr\dfrac{\partial\overline{\rho^*}}{\partial t^*} + \dfrac{\partial\overline{\rho^*}\,\overline{U_j^*}}{\partial x_j^*} = 0 \\ Sr\dfrac{\partial\overline{\rho^*}\,\overline{U_i^*}}{\partial t^*} + \dfrac{\partial\overline{\rho^*}\,\overline{U_i^*}\,\overline{U_j^*}}{\partial x_j^*} = -\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial\overline{Cp}}{\partial x_i^*} \\ \qquad + \dfrac{\partial}{\partial x_j^*}\left[\left(\dfrac{\mu^*}{Re} + \mu_t^*\right)\left(\dfrac{\partial U_i^*}{\partial x_j^*} + \dfrac{\partial U_j^*}{\partial x_i^*} - \dfrac{2}{3}\delta_{ij}\dfrac{\partial U_k^*}{\partial x_k^*}\right) - \dfrac{2}{3}\delta_{ij}\rho^* k^*\right] \end{cases} \tag{4.19}$$

4.1.2 Projection des équations

La simulation des écoulements dans des conduites est facilitée par un maillage adapté à la géométrie. Pour cela, on définit les parois solides comme des lignes de mailles et on génère un maillage curviligne (figure 4.1).

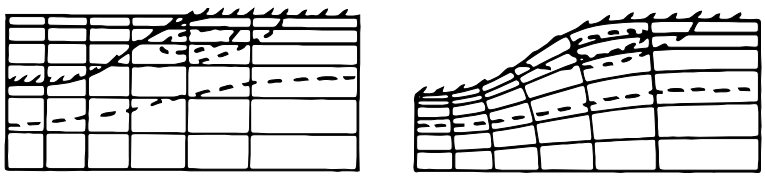


FIG. 4.1 – Profil de divergent : (a) coordonnées cartésiennes ; (b) coordonnées curvilignes [147]

Les équations précédentes étant formulées dans le cas cartésien, il importe de les écrire sous la forme généralisée. Pour cela, on utilise la méthode de S.B. Pope [147]. On suppose l'existence de coordonnées orthogonales généralisées (x^1, x^2) définies par rapport aux coordonnées cartésiennes par $x^1 = x^1(\overline{x}^1, \overline{x}^2)$ et $x^2 = x^2(\overline{x}^1, \overline{x}^2)$. Les vecteurs de base du nouveau système sont $\vec{g}_i = \frac{\partial\vec{x}}{\partial x^i}$ et selon la définition d'orthogonalité, le tenseur métrique $g_{ij} = \vec{g}_i \circ \vec{g}_j$ est diagonal et les facteurs d'échelle sont $h_i = \sqrt{g_{ii}}$.

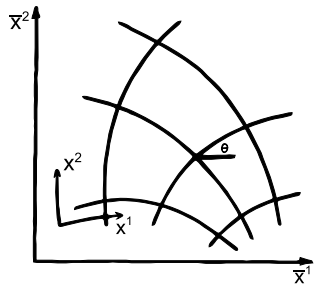


FIG. 4.2 – Lignes des coordonnées locales dans un repère cartésien [147]

On peut alors définir les composantes physiques d'un déplacement, d'un gradient et de la divergence d'un scalaire.

$$\begin{array}{ccccc}
\text{déplacement} & : & dx^1 = \frac{d\overline{x}^1}{h_1} & ; & dx^2 = \frac{d\overline{x}^2}{h_2} \\
\text{gradient} & : & \frac{\partial}{\partial x^1} = h_1 \frac{\partial}{\partial \overline{x}^1} & ; & \frac{\partial}{\partial x^2} = h_2 \frac{\partial}{\partial \overline{x}^2} \\
\text{divergence} & : & \nabla_1 (\quad) = \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial x^1} \left(h_2 (\quad)\right) & ; & \nabla_2 (\quad) = \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial x^2} \left(h_1 (\quad)\right)
\end{array} \tag{4.20}$$

Toutes les équations de conservation peuvent s'écrire sous la forme générale de transport d'une grandeur physique ϕ. Les équations de l'écoulement sont alors des cas particuliers de l'équation :

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho\phi U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\Gamma_\phi \partial_i \phi) + S_\phi \tag{4.21}$$

Cette équation s'écrit dans le repère curviligne local sous la forme :

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t} + \nabla_1 \left(\rho\phi U - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x^1} \right) + \nabla_2 \left(\rho\phi U - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x^2} \right) = +S_\phi \tag{4.22}$$

4.1.3 Discrétisation spatiale des équations

Pour des commodités d'écriture, et afin de facilité le raisonnement, nous partirons pour la suite de l'équation 4.21.

A partir de cette équation on retrouve la conservation de la masse en prenant $\phi = 1$ ainsi que les autres bilans en prenant pour ϕ la variable générale nécessaire ; Γ_ϕ et S_ϕ sont respectivement le coefficient de diffusion et le terme source de l'équation.

La méthode des volumes finis se base sur l'application du théorème de Green-Ostrogradski :

$$\iiint_V \text{div } \vec{F} dV = \iint_\Sigma \vec{F} \cdot \vec{n} dS \tag{4.23}$$

En appliquant ce théorème à la forme intégrale de l'équation 4.21 on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho\phi dV + \iint_\Sigma \rho\phi U_j \cdot n_j dS = \iint_\Sigma \Gamma_\phi \partial_j \phi \cdot n_j dS + \iiint_V S_\phi dV \tag{4.24}$$

Le domaine est divisé en un nombre fini de volumes de contrôle. L'équation s'applique à chaque volume noté V dont la surface est Σ et de normale extérieure $\vec{n}$.

Toutes les variables à l'exception des composantes de vitesses sont calculées au centre des mailles. La vitesse est exprimée pour chacune de ses composantes au centre de la face séparant une maille de la précédente. On se retrouve alors avec 3 points différents pour chaque maille. Chacun de ces points dispose de son propre volume de contrôle. La figure 4.3 localise les points du maillage par rapport à la maille (en gras).

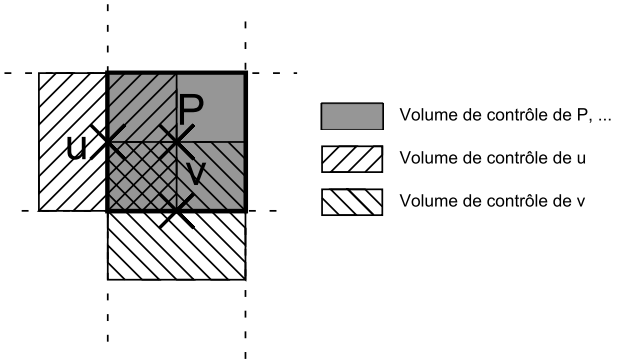


FIG. 4.3 – Maillage décalé et volume de contrôle des différentes variables

Les faces d'un volume de contrôle sont repérées par les points cardinaux (notés en anglais et en minuscule). Il en est de même pour les volumes contigus (notés en anglais et en majuscule).

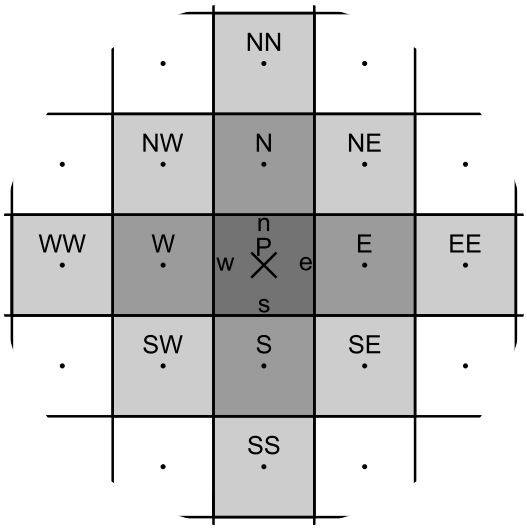


FIG. 4.4 – Volume de contrôle et points d'interpolation

Les intégrales de flux et d'accroissement dû à la diffusion sont de type surfaciques. Il est possible de les exprimer sous forme de sommes discrètes :

$$\iint_{\Sigma} \phi dS = \sum_{k=e,w,n,s} \phi_k \delta S_k \tag{4.25}$$

La sommation nécessite la connaissance de la valeur de ϕ_k sur chacune des surfaces S_k alors que nous ne la connaissons qu'aux noeuds. Il est nécessaire d'utiliser un schéma de discrétisation spatial des variables convectées.

B. Leonard propose un adimensionnement [112] pour étudier les différents schémas en fonction des valeurs amont (ϕ_{am}) et aval (ϕ_{av}) :

$$\hat{\phi} = \frac{\phi - \phi_{am}}{\phi_{av} - \phi_{am}} \tag{4.26}$$

On peut alors tracer le diagramme de la variable normalisée pour différents schémas numériques.

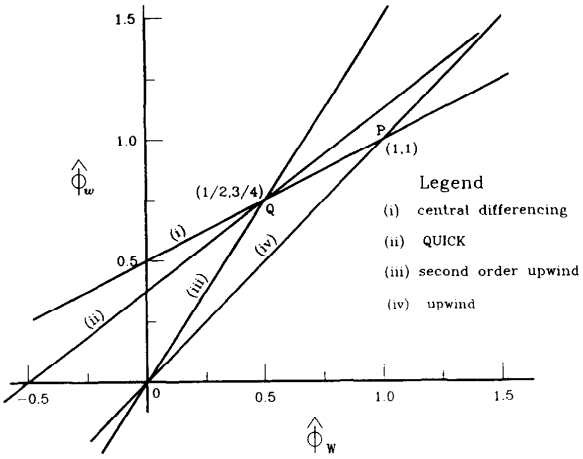


FIG. 4.5 – Diagramme de la variable au point w en fonction de sa valeur amont (au point W) [31]

On remarquera sur la figure 4.5 la présence du point Q. Un schéma passant par ce point est forcement une approximation du second ordre au moins. Le schéma HLPA, proposé par Zhu [228], utilisé est une combinaison linéaire et parabolique qui passe par les points O, Q et P.

Il permet d'approximer une variable par :

$$\hat{\phi} = \begin{cases} a + b\hat{\phi_C} + c\hat{\phi_C}^2 & \text{si } 0 \leq \hat{\phi_C} \leq 1 \\ \hat{\phi_C} & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.27}$$

où a, b et c sont des coefficients de pondération et $\hat{\phi_C}$ la variable convectée résultante de :

$$\hat{\phi_C} = \hat{\phi_W} U_w^+ + \hat{\phi_P} U_w^- \tag{4.28}$$

$$U_w^+ = \frac{1 + \frac{|U_w|}{U_w}}{2} \quad \text{et} \quad U_w^- = \frac{1 - \frac{|U_w|}{U_w}}{2} \tag{4.29}$$

4.1.4 Schéma temporel

Le terme de dérivée temporelle d'une grandeur, par exemple pour la vitesse U au pas de temps n :

$$\left.\frac{\partial U}{\partial t}\right|_n = F\left(U, x, t, \frac{\partial U}{\partial t}, \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}\right) \tag{4.30}$$

est discrétisé par [14] :

$$\frac{(1+\psi)U^{n+1}-(1+2\psi)U^{n}+\psi U^{n-1}}{\Delta t}=\theta F^{n+1}+(1-\theta-\phi)F^{n}-\theta F^{n-1} \quad (4.31)$$

Ainsi, en fonction des valeurs de θ, ϕ et ψ il est possible de définir différents schémas temporels. Les tests effectués sur différents schémas montrent des difficultés à la convergence, pour des écoulements complexes, avec tous les schémas à l'exception des schémas implicites du premier et du second ordre.

	θ	ϕ	ψ
1er ordre implicite	1	0	0
2ème ordre implicite	1	0	1/2
Crank-Nicolson	1/2	0	0
1er ordre explicite	0	0	0

TAB. 4.1 – Paramètres des schémas usuels

L'intérêt du second ordre est d'éviter une éventuelle dissipation numérique pouvant grandement modifier les résultats dans le cadre d'écoulement instationnaire.

Le caractère instationnaire d'un calcul cavitant est assez bien représenté par le volume de vapeur au sein du domaine de calcul. Si on considère deux calculs réalisés dans les mêmes conditions (sur une géométrie de venturi à 8°, avec un maillage de 160 mailles de long sur 50 de haut), ne différant que par l'ordre du schéma temporel, on observe une fluctuation relativement similaire du volume de vapeur au cours du temps (Figure 4.6).

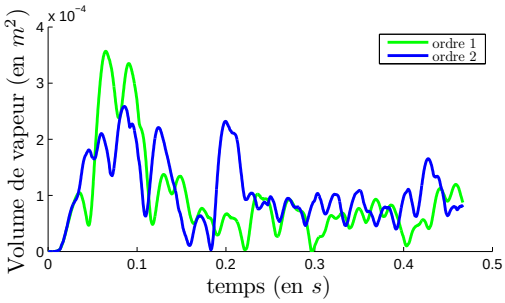


FIG. 4.6 – Volume de vapeur dans le domaine de calcul bidimensionnel

En menant une étude approfondie sur le volume de vapeur, en particulier en calculant la moyenne temporelle glissante (réalisée sur un intervalle de $0.1s$), on constate une légère variation. L'ordre 2 en temps semble aboutir à des structures de cavitation légèrement plus importantes (Figure 4.7a). L'étude fréquentielle appliquée aux fluctuations de volume de vapeur (Figure 4.7b) couple cette augmentation du volume de vapeur à une très légère diminution de la fréquence des lâchers (52,5Hz contre 56,5Hz).

Cependant, on constate également un temps de calcul grandement augmenté passant de $8530s$ à $12980s$ (+52%). Par conséquent, nous n'utiliserons lors de cette étude, qu'une discrétisation temporelle implicite du premier ordre.

4.1.5 Algorithme de résolution

La discrétisation des équations intégrales (équation 4.24) permet l'obtention du système discret :

$$\begin{cases} A_P^{U_i} U_{i\,P} = \sum_k A_k^{U_i\,k} U_{i\,k} + S_u^{U_i} + D^{U_i}\left(P_{am} - P_{av}\right) \\ A_P^{\phi} \phi_P = \sum_k A_k^{\phi} \phi_k + S_u^{\phi} \end{cases} \tag{4.32}$$

L'indice $_k$ s'étend aux quatre points voisins (E, W, N, S) tandis que les points amonts sont respectivement w et s pour les vitesses suivant x (U_x) et y (U_y). La grandeur ϕ représente les variables scalaires (ρ, k, ε).

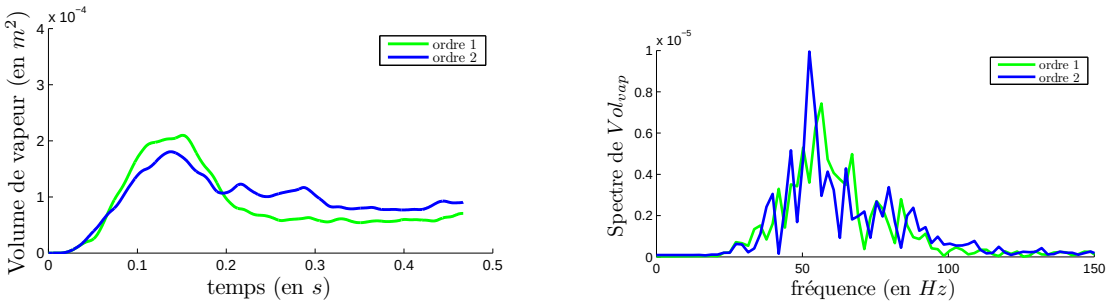
Développé pour une approche incompressible, l'algorithme SIMPLE [138] ne résout pas d'équation pour la masse volumique puisqu'elle n'est pas censée varier. Cet algorithme se base sur une prédiction de la pression puis une correction de cette valeur estimée. Dans la simulation d'un écoulement cavitant, la densité est alors déterminée à partir de la pression.

Dans cet algorithme, les termes de flux convectifs sont évalués à partir de composantes de vitesse estimées. La résolution des équations de quantité de mouvement fait appel à un champ de pression lui aussi estimé. Puis une équation de correction de pression, déduite de l'équation de conservation de la masse, permet le calcul d'une pression corrigée. Cette pression est utilisée pour recalculer les champs de vitesse des équations de quantité de mouvement. Il ne reste plus qu'à itérer jusqu'à une convergence des champs de vitesse et de pression.

4.1.5.1 Le maillage décalé

Il parait évident, une fois le maillage établi, de considérer les vitesses aux mêmes emplacements que les variables scalaires (telles que la pression, la masse volumique, etc.). Cependant, en définissant la pression et la vitesse à un même noeud il apparaît un filtrage des fluctuations lors du calcul des dérivées spatiales.

Pour le calcul de l'équation de quantité de mouvement projetée sur x, on discré-



(a) Moyenne glissante du volume de vapeur (b) Spectre du volume de vapeur

FIG. 4.7 – Influence de l'ordre en temps

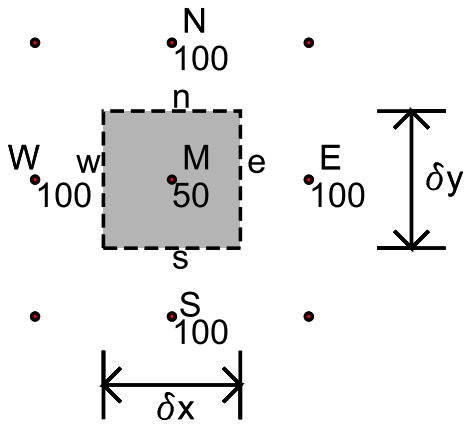


FIG. 4.8 – Profil de pression représenté par la valeur en chaque noeud.

tise le terme de pression, au point M (voir figure 4.8), de la manière suivante :

$$\begin{aligned}\frac{\partial P}{\partial x} &= \frac{P_e - P_w}{\delta x} = \frac{\left(\frac{P_E+P_M}{2}\right) - \left(\frac{P_M+P_W}{2}\right)}{\delta x} \\ &= \frac{P_E - P_W}{2\delta x}\end{aligned} \tag{4.33}$$

La pression au noeud (P_M) n'apparaît pas. Dans le cadre d'un champ de pression tel que celui de la figure 4.8, on obtient un gradient de pression nul au point M, ce qui est manifestement faux. Pour éviter cela, il est conseillé d'utiliser un maillage décalé pour les composantes de vitesses [80].

En considérant respectivement les composantes U_x et U_y de la vitesse sur le centre des faces ouest et sud du volume de contrôle des variables scalaires, on se retrouve avec trois volumes de contrôle distincts (voir figure 4.3).

L'expression du terme de pression de l'équation du bilan de quantité de mouvement suivant la direction horizontale sur le volume de contrôle de U_x s'écrit :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{P_M - P_W}{\delta x} \tag{4.34}$$

L'utilisation de maillage décalé permet alors de simuler correctement le gradient de pression de la figure 4.8.

4.1.5.2 Algorithmes SIMPLE

La démarche utilisée ici consiste à corriger les champs de vitesses calculés par les équations de quantité de mouvement de manière à ce que les champs corrigés vérifient la continuité. Elle a été introduite en 1972 par Patankar et Spalding (SIMPLE [138]) et a connu, depuis, plusieurs variantes. En 1980, Patankar [139] propose une version avec une équation supplémentaire (SIMPLER). En 1984 Van Doormaal et Raithby [48] proposent une amélioration de l'algorithme (SIMPLEC) visant à une augmentation de la précision des résultats. Enfin, en 1999, Sheng [186] décrit un algorithme permettant de traiter des écoulements avec de forts gradients de densité (SIMPLET).

On peut également rajouter à ces méthodes les algorithmes basés sur PISO ou FIMOSE qui fonctionnent également sur le principe d'une correction de vitesse basée sur la correction de pression (voir [209] pour le détail de ces méthodes).

SIMPLE standard : L'algorithme SIMPLE (signifiant Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) est basé sur un principe de prévision/correction pour le calcul de la pression. Pour l'initialisation, à un pas de temps donné, on estime le champs de pression par sa valeur au pas de temps précédent P^*. Les équations discrétisées de la quantité de mouvement (équation 4.32) sont résolues pour obtenir les composantes du champs de vitesse U_i^*.

$$A_P^{U_i} U_{i\,P}^* = \sum_k A_k^{U_i\,k} U_{i\,k}^* + S_u^{U_i} + D^{U_i} \left(P_{am}^* - P_{av}^*\right) \tag{4.35}$$

Maintenant, la correction de pression P' est définie comme l'écart de la pression estimée à la pression réelle.

$$P = P^* + P' \tag{4.36}$$

Il en est de même pour les composantes de la vitesse.

$$U_i = U_i^* + U_i' \tag{4.37}$$

En soustrayant l'équation 4.35 à l'expression 4.32 et en appliquant la définition des corrections de pression et de vitesse on obtient :

$$A_P^{U_i} U_{i\,P}' = \sum_k A_k^{U_i\,k} U_{i\,k}' + D^{U_i} \left(P_{am}' - P_{av}'\right) \tag{4.38}$$

La principale approximation de l'algorithme SIMPLE est de négliger les termes $\sum_k A_k^{U_i\,k} U_{i\,k}'$ ce qui simplifie l'expression du terme de correction de vitesse. La vitesse réelle est alors calculée :

$$U_{i\,P} = U_{i\,P}^* + d^{U_i} \left(P_{am}' - P_{av}'\right) \tag{4.39}$$

avec $d^{U_i} = \frac{D^{U_i}}{A_P^{U_i}}$

En injectant les composantes de la vitesse dans l'équation de continuité, on aboutit à l'équation de correction de la pression :

$$\sum_k \left(\rho d^{U_i} D^{U_i}\right)_k \cdot P_P' = \sum_k \left(\rho d^{U_i} D^{U_i} P'\right)_k + B \tag{4.40}$$

$$B = \left(\rho U_k^* D^{U_i}\right)_{am} - \left(\rho U_k^* D^{U_i}\right)_{av} \tag{4.41}$$

Il ne reste alors plus qu'à itérer jusqu'à la convergence des variables.

SIMPLER - SIMPLE Revised : Dans cette approche, l'estimation de pression est calculée à partir d'une équation de pression générée depuis l'équation de continuité [139]. Pour la résoudre, on introduit des pseudo-vitesses $\hat{U}$ définie par :

$$\hat{U}_{i\,P} = \frac{\sum_k A_k^{U_i\,k} U_{i\,k} + S_u^{U_i}}{A_P^{U_i}} \tag{4.42}$$

On définit ainsi la vitesse sous la forme (avec d^{U_i} définit dans l'algorithme SIMPLE) :

$$U_{i\,P} = \hat{U}_{i\,P} + d^{U_i}\left(P_{am} - P_{av}\right) \tag{4.43}$$

Cette description est injectée dans l'équation de continuité pour obtenir l'équation de la pression :

$$\sum_k \left(\rho d^{U_i} D^{U_i}\right)_k \cdot P_P = \sum_k \left(\rho d^{U_i} D^{U_i} P\right)_k + B \tag{4.44}$$

$$B = \left(\rho \hat{U}_k D^{U_i}\right)_{am} - \left(\rho \hat{U}_k D^{U_i}\right)_{av} \tag{4.45}$$

On résout ensuite, à partir de la valeur de pression obtenue, les équation de quantité de mouvement pour obtenir les nouvelles valeurs de vitesse estimées U^* puis on termine l'itération comme avec un SIMPLE standard.

SIMPLEC - SIMPLE Consistent : Une autre variante de l'algorithme [48] ne néglige pas les termes environnants de la correction de vitesse. Ils sont approximés par la valeur de la correction au noeud étudié.

$$\sum_k A_k^{U_i\,k} U'_{i\,k} \approx \sum_k A_k^{U_i\,k} U'_{i\,P} \tag{4.46}$$

On exprime ainsi la vitesse réelle sous la forme :

$$\begin{aligned} U_{i\,P} &= U^*_{i\,P} + d^{U_i}\left(P'_{am} - P'_{av}\right) \\ d^{U_i} &= \frac{D^{U_i}}{A_P^{U_i} \sum_k A_k^{U_i\,k}} \end{aligned} \tag{4.47}$$

Le déroulement itératif de l'algorithme est strictement identique à celui du SIMPLE standard.

SIMPLET - SIMPLE with Test : Compte tenu des fortes variations de masse volumique dans un écoulement cavitant, une boucle interne est rajoutée sur la correction de pression afin de conserver une densité comprise entre celles du liquide et de la vapeur [116].

Dans l'algorithme proposé par Fares Mahjoub dans sa thèse [117], la masse volumique est calculée à l'aide du modèle de cavitation choisi, en général une loi d'état de type barotrope. Dans les régions diphasiques, les forts gradients de pression imposent de forts gradients de densité se traduisant parfois par des difficultés à converger. On assiste même, à cause de la discrétisation de la loi, à des valeurs non physiques ($\rho \leq \rho_v$ ou $\rho \geq \rho_l$). Pour éviter cela, on applique une sous-relaxation à la valeur de la masse volumique [44] avant d'itérer dessus.

Choix de l'algorithme : L'algorithme SIMPLEC semble présenter une meilleure précision que SIMPLE compte tenu de la plus faible approximation réalisée. Cependant, une comparaison des résultats obtenus pour un venturi à 8°, sur le volume de

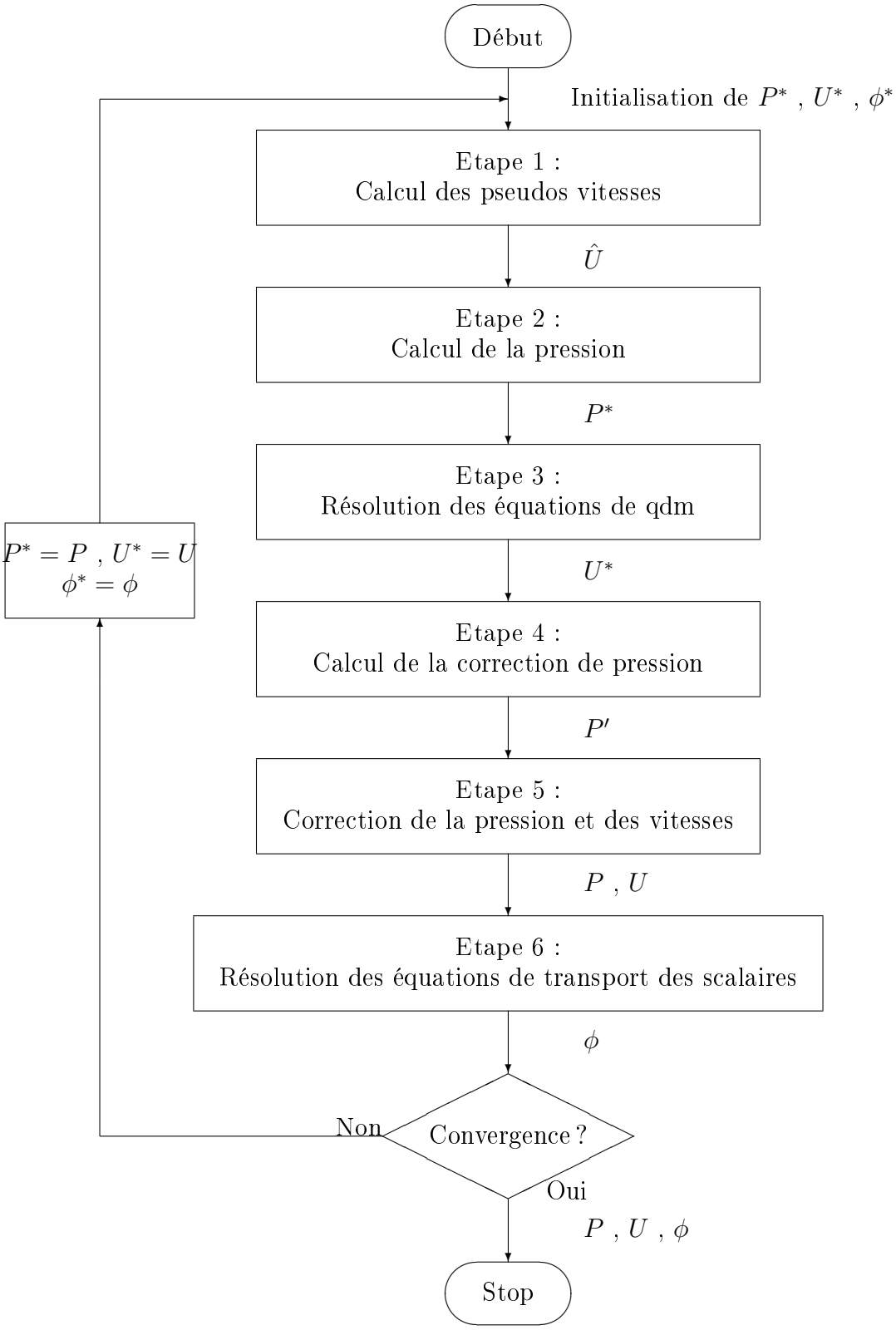


FIG. 4.9 – Organigramme de l'algorithme SIMPLER

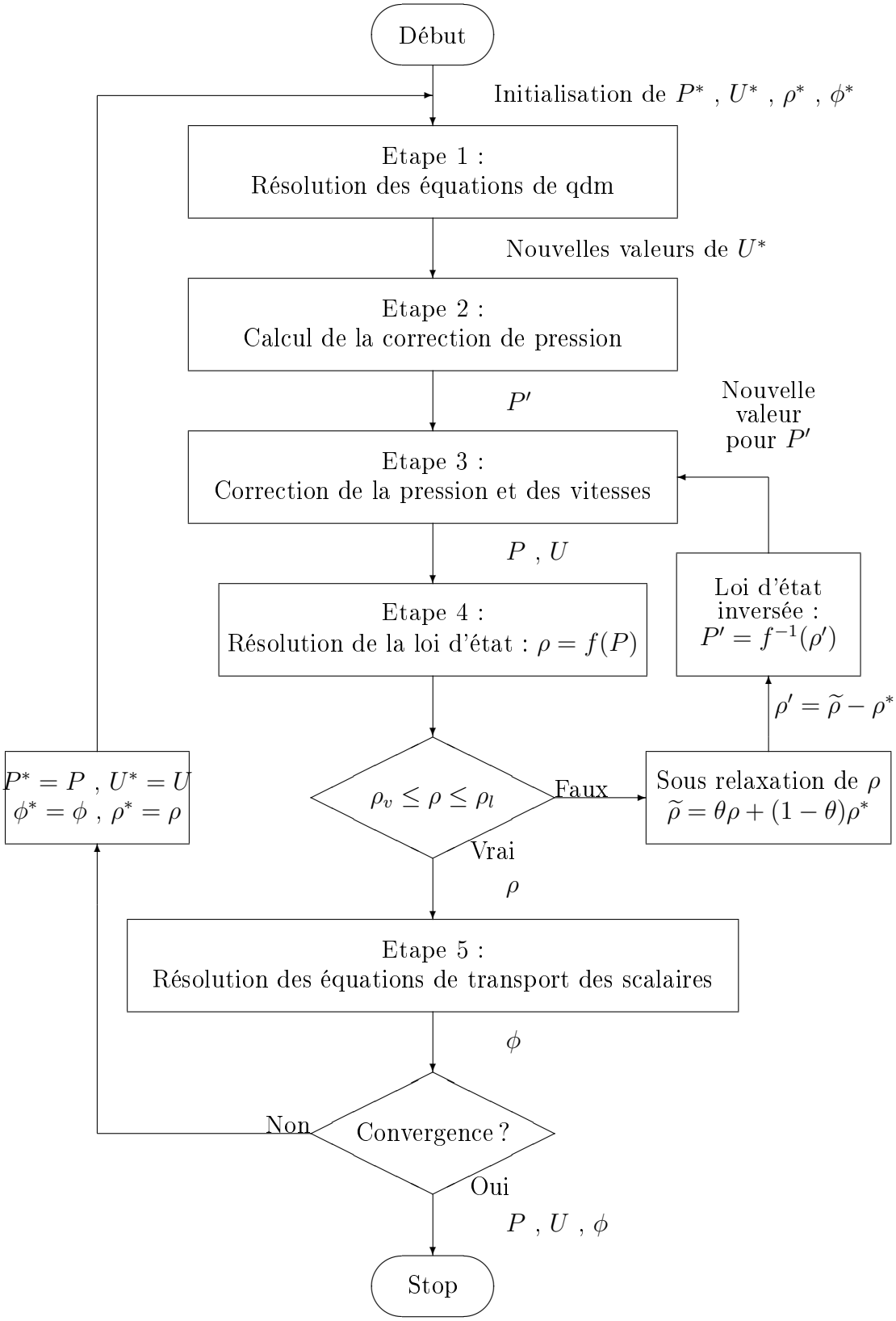


FIG. 4.10 – Organigramme de l'algorithme SIMPLET

vapeur, montre que la principale différence entre les deux algorithmes est le temps de calcul très fortement augmenté.

Bien que plus lent à converger pour un résultat équivalent dans la majorité des cas, SIMPLEC permet d'avoir un résultat plus précis en cas de maillage grossier.

Dans un écoulement cavitant, la convergence est meilleure avec la boucle supplémentaire de l'algorithme SIMPLET. Tandis que dans un écoulement non cavitant, c'est la version SIMPLER qui augmente la stabilité du calcul.

Nous utiliserons donc systématiquement l'algorithme SIMPLER pour réaliser le calcul stationnaire non cavitant servant à l'initialisation puis l'algorithme SIMPLET pour le calcul instationnaire cavitant.

4.1.5.3 Critère de convergence

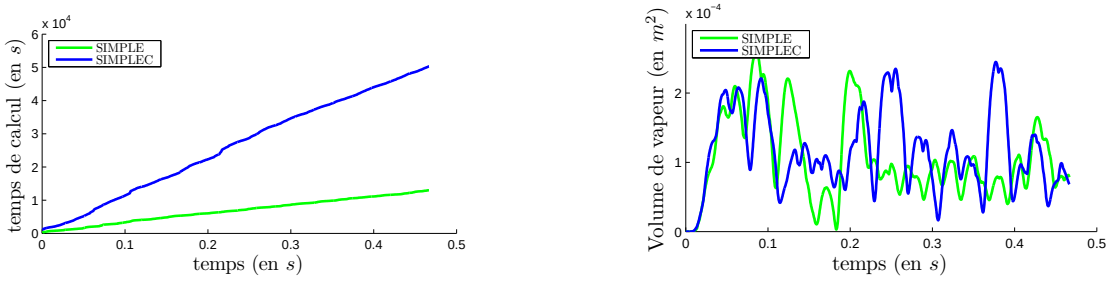
Les algorithmes décrits ci-avant ne fournissent pas directement un résultat exact. Il est nécessaire d'itérer afin de faire converger le résultat vers une valeur finale avant de passer au pas de temps suivant.

A chaque itération de l'algorithme on applique une méthode de résolution à direction alternée qui consiste à considérer les lignes du maillage comme des blocs et à résoudre sur ces blocs les équations en suivant un balayage du nord au sud. Ensuite, en considérant les blocs constitués des colonnes, on résout les équations en suivant un balayage de l'ouest à l'est.

Les valeurs ainsi obtenues permettent d'estimer un résidu représentant la convergence de la solution à cette itération.

$$Res_\phi = \frac{1}{Vol_{domaine}} \sum_{domaine} \left| S_u^\phi - A_P^\phi \phi_P - \sum_k A_k^\phi \phi_k \right| \tag{4.48}$$

La somme des écarts, sur chaque maille, pondérée par la dimension du domaine de calcul, est comparée à un seuil fixé dans le jeu de données. Si le résidu est plus faible que le seuil imposé, la convergence est atteinte. Lorsque la convergence est atteinte pour toutes les grandeurs, le calcul pour ce pas de temps est terminé et on peut passer au temps suivant.



(a) Temps de calcul (b) Volume de vapeur

FIG. 4.11 – Comparaison de SIMPLEC et SIMPLE

4.2 Génération des maillages - code MZ

Outre la simulation de domaines simples (plaque plane, cube, ...) il est nécessaire de respecter des frontières géométriques de formes diverses. Deux stratégies principales s'offrent alors à nous :

- un maillage en coordonnées cartésiennes : simple à générer, il impose des contraintes sur l'expression et la résolution du système d'équation.
- un maillage en coordonnées curvilignes : plus simple à gérer au niveau de la résolution, il impose de fortes contraintes lors de la génération du maillage.

Afin d'exprimer clairement les différents termes physiques des équations, c'est le second choix qui est fait. On réalise ainsi un maillage curviligne orthogonal généré par bloc. La méthode de Ryskin et Leal [165] permet de minimiser les défauts d'orthogonalité des mailles. Elle est adaptée afin de pouvoir fixer des positions de mailles sur les frontières des blocs [44].

Le code générateur de maillage MZ est développé par le LEGI pour le compte du CNES. Il crée deux fichiers de maillage. L'un, contenant tous les points du maillage et des maillages décalés (points de maille "M", points de vitesses "U" et "V", points de pression "P"), est utilisé par IZ. Le second ne contient que les noeuds du maillage (points "M") ; il est généré au format Tecplot, utilisable directement par Caviflow (code décrit dans le chapitre suivant).

4.3 Conditions initiales et aux limites

L'initialisation des grandeurs turbulentes k et ε est réalisée en imposant un taux de turbulence K et une échelle de longueur de turbulence L_m dans tout le domaine de calcul. Ces valeurs servent également de condition limite sur la section d'entrée. Les valeurs de k et ε dans le domaine sont finalement indépendantes des valeurs de K et L_m dès lors qu'on s'éloigne un peu de l'entrée.

	$\vec{U}$	k	ε	P
Entrée	$\vec{U} = \vec{U_0}$ $\frac{\partial \vec{U}}{\partial n} = 0$	$k = K^2 \vec{U_0}^2$ $\frac{\partial k}{\partial n} = 0$	$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{L_m}$ $\frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0$	libre
Sortie	$\frac{\partial \vec{U}}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial k}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0$	$P = P_0$
Paroi	$U_n = 0$ $\tau_p = f(U_t, k)$	$\left(\frac{\partial k}{\partial n}\right)_p = 0$ $P, \rho\varepsilon = f(U, k, \varepsilon)$	$\varepsilon = \frac{C_\mu \cdot k^{3/2}}{\kappa y}$	libre

TAB. 4.2 – Conditions aux limites usuelles : les indices $_n$, $_t$, $_p$ sont respectivement pour normal, tangent, paroi

Les conditions usuelles de calcul sont une pression imposée en sortie et une vitesse imposée en entrée. Les conséquences sur le déroulement de l'algorithme de résolution sont d'annuler la correction de pression sur les mailles de sortie du domaine de calcul. Il en résulte l'impossibilité de calculer la correction de vitesse. La vitesse en sortie est donc calculée directement par l'équation de continuité.

Pour l'équation de pression, qui s'exprime de manière générale :

$$A_P^\phi \phi_P = \sum_k A_k^\phi \phi_k + S_u^\phi$$

Les critères d'une condition de type Dirichlet ($\phi = \phi_{imposé}$) se traduisent par :

$$A_P^\phi = 1 \ \ ; \ \ A_k^\phi = 0 \ \ ; \ \ S_u^\phi = \phi_{imposé} \ \ ; \ \ \phi = P \tag{4.49}$$

Tandis qu'une condition de Neumann ($\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$), typiquement nécessaire aux parois ou aux axes de symétrie, s'exprime en annulant les contributions de la matrice associée à la variable dont le gradient est nul ainsi qu'en annulant les coefficients correspondant à la frontière considérée (par exemple $A_k^\phi\Big|_{k=w}$ pour une frontière ouest).

4.4 Limitation de la viscosité effective

Si l'utilisation du modèle $k - \varepsilon$ RNG résulte en une meilleure simulation du comportement turbulent de l'écoulement à comparer du $k - \varepsilon$ standard, il n'en est rien pour la cavitation. En effet, les poches de cavitation calculées dans des géométries de venturi ont une forte tendance à résulter en un comportement stationnaire, y compris pour des configurations qui conduisent expérimentalement à de grosses recirculations instationnaires. La formulation incompressible des équations de turbulence a tendance à surestimer la viscosité effective μ_{eff} dans les zones diphasiques qui sont hautement compressibles.

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \tag{4.50}$$

Afin de retrouver le caractère instationnaire, J-L. Reboud propose de diminuer la viscosité effective en modifiant l'expression de la viscosité turbulente (3.20) en introduisant une fonction non linéaire de la densité [156].

$$\mu_t = f(\rho) C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{4.51}$$

L'expression de $f(\rho)$ permettant des lâchers de nuages de vapeur dans l'écoulement est du type :

$$f(\rho) = \rho_v + (1 - \alpha)^n (\rho_l - \rho_v) \quad \text{avec } n > 1 \tag{4.52}$$

Cette fonction présente l'avantage de diminuer très rapidement dès lors qu'on s'éloigne des phases pures [38].

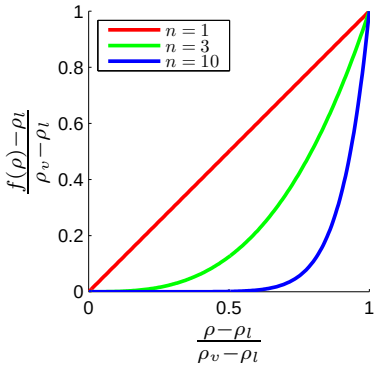
La viscosité turbulente est négligeable dans les zones proche paroi en comparaison de la viscosité laminaire et inversement, lorsqu'on s'éloigne des zones de couche limite pour se retrouver dans des zones turbulentes. La transition de l'influence d'une zone à l'autre est adoucie par l'expression de la viscosité effective à l'aide d'un modèle bas-Reynolds.

$$\mu_{eff} = \mu \left[1 + \sqrt{\frac{\mu_t}{\mu}} \right]^2 \tag{4.53}$$

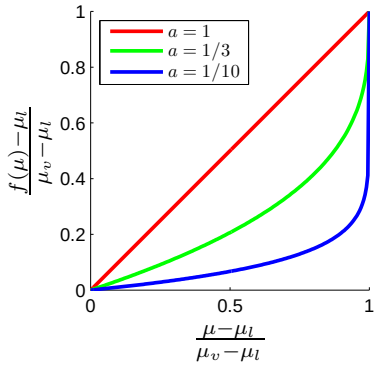
Cette modification, testée avec des géométries bidimensionnelles de venturi permet effectivement d'obtenir un comportement cavitant plus proche de la physique de l'écoulement [39].

Une seconde formulation est proposée pour la réduction de la viscosité effective. Il ne s'agit plus de modifier l'expression de μ_t mais directement celle de la viscosité μ en la remplaçant par $f(\mu)$ pour la rendre dépendante du taux de vide α de manière non linéaire.

$$f(\mu) = \mu_{liquide} + \alpha^a \left(\mu_{vapeur} - \mu_{liquide}\right) \quad \text{avec } a < 1 \tag{4.54}$$



(a) Influence de n sur $f(\rho)$



(b) Influence de a sur $f(\mu)$

FIG. 4.12 – Limitation de la viscosité

L'effet est similaire et permet une réduction importante de la viscosité effective dès qu'on est en présence de cavitation.

Chapitre 5

Codes de calcul

Ce chapitre présente sommairement les codes de calculs les plus couramment utilisés pour des simulations d'écoulements instationnaires cavitants. Le code de calculs compressible développé au LEGI est ensuite plus amplement détaillé.

5.1 Quelques codes existants

5.1.1 Le code CAVKA

Le code CAVKA (pour CAVitation KArlsruhe) a été développé à l'Université de Karlsruhe par Sauer [172]. Il modélise la cavitation par une équation sur le taux de vide où le terme source S est obtenu à partir d'un nombre de germes n_0, d'un rayon caractéristique de ces germes R, et de la variation temporelle de ce rayon selon l'équation simplifiée de Rayleigh-Plesset.

$$S = \frac{n_0 4\pi R^2}{1 + n_0 \frac{4}{3}\pi R^3} \frac{dR}{dt} \tag{5.1}$$

n_0 représente la concentration de bulles par unité de volume de liquide pur (par défaut 10^8),et le terme de variation de rayon est exprimé par :

$$\frac{dR}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{3}\frac{|P - P_{vap}|}{\rho_l}} \tag{5.2}$$

Cette expression du terme source de transfert de masse est obtenue à partir de la relation entre le taux de vide et les bulles :

$$\begin{aligned} \alpha = \frac{V_v}{V_{cell}} &= \frac{N_B\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{V_v + V_l} \\ &= \frac{n_0 \frac{4}{3}\pi R^3}{1 + n_0 \frac{4}{3}\pi R^3} \end{aligned} \tag{5.3}$$

où N_B représente le nombre total de bulles dans une cellule et V_{cell} le volume d'une cellule. Une étude de Schnerr [180] comparent les résultats obtenus avec le code

CAVKA à un autre code CATUM pour un écoulement non-visqueux instationnaire sur des hydrofoils 2D.

Un modèle avec effets thermodynamiques a été proposé par les mêmes auteurs [172]. Il propose de coupler les grandeurs thermodynamiques de chaque phase et notamment la pression de vapeur, à la température, provenant de la résolution de l'équation de l'énergie pour le mélange. Des calculs instationnaires en eau chaude sont présentés dans une tuyère 2D.

5.1.2 Les codes Fluent et ACE+

Ils contiennent tous deux le modèle de Singhal [190] [50] [227] dont le changement de phase est géré par l'équation de conservation de la phase vapeur :

$$\frac{\partial x_v \rho_m}{\partial t} + \nabla.(x_v \rho_m U) = Re - Rc \tag{5.4}$$

x_v est le titre vapeur, Re et Rc sont respectivement les termes sources de vaporisation et de condensation :

$$\begin{cases} Re = Ce\frac{\sqrt{k}}{\sigma}\rho_l\rho_v\sqrt{\frac{2}{3}\frac{P_{vap}-P}{\rho_l}}\,(1-x_v-x_g) & \text{si } P < P_{vap} \\ Rc = Cc\frac{\sqrt{k}}{\sigma}\rho_l\rho_l\sqrt{\frac{2}{3}\frac{P_{vap}-P}{\rho_l}}\,x_g & \text{si } P > P_{vap} \end{cases} \tag{5.5}$$

Ce et Cc sont des constantes empiriques, k est l'énergie cinétique locale, σ la tension de surface, et x_g la fraction massique des gaz dissous. D'après Singhal [190], $Ce = 0.02$ et $Cc = 0.01$.

5.1.3 Le code CFX

Ce code contient un modèle TTV [20] [119]. La forme du terme source S est basée sur l'équation de Rayleigh-Plesset simplifiée :

$$S = \begin{cases} S_v = F_v N_v \rho_v 4\pi R_B^2\sqrt{\frac{2}{3}\frac{|P_{vap}-P|}{\rho_e}} & \text{si } P < P_{vap} \\ S_l = F_c N_c \rho_v 4\pi R_B^2\sqrt{\frac{2}{3}\frac{|P_{vap}-P|}{\rho_e}} & \text{si } P > P_{vap} \end{cases} \tag{5.6}$$

La phase dispersée, de masse volumique ρ_d est considérée comme homogènement mélangée dans la phase liquide et on peut ainsi définir la densité associée :

$$\rho_e = \frac{1}{\frac{1-x_d}{\rho_l} + \frac{x_d}{\rho_d}} \tag{5.7}$$

N_v et N_c représentent le nombre de bulles, différent selon le phénomène physique (vaporisation ou condensation) modélisé.

$$N_v = (1-\alpha)\frac{3\alpha_d}{4\pi R_B^3} \quad \text{et} \quad N_c = \frac{3\alpha}{4\pi R_B^3}$$

α_d représente le taux de gaz incondensables contenus dans la phase liquide.

F_v et F_c sont des constantes empiriques et représentent la différence des échelles de temps entre les phénomènes de vaporisation et de condensation : $F_v = 50$ et $F_c = 0.01$

Enfin R_B est le rayon initial des bulles, et x_d est le titre thermodynamique des gaz incondensables : $R_B = 10^{-6}m$ et $x_d = 10^{-5}$ par défaut.

5.1.4 Le code Star-CD

Star-CD contient un modèle Rayleight-Plesset. L'expression du terme source nous est inconnue car non explicitée dans les papiers [103] [204] [203].

5.1.5 Le code Open FOAM

Ce code (libre) est un solveur RANS 1-fluide basé sur des schémas de type pressure-based (SIMPLE et PISO). Plusieurs modèles TTV ont été implémenté [57], les modèles de Kunz, de Merkle et Sauer et Schnerr. La validation est effectuée sur un écoulement derrière un hémisphère et sur deux hydrofoils (Naca0012 et Naca66).

5.1.6 Fine/Turbo^{TM}

Développé par Numeca International, ce code a été complété par un module cavitant développé au LEGI dans le cadre de trois thèses successives. Ce solveur compressible est modifié avec un préconditionnement et résout le système système des équations de Navier-Stokes moyénées en 3D pour un fluide homogène. Il est détaillé par Hakimi dans sa version originale [76] (sans changement de phase). Le modèle de cavitation est implémenté lors de la thèse d'Olivier Coutier [35] et de Benoit Pouffary [148] puis modifié pour prendre en compte les effets thermiques de changement de phase de fluides thermosensibles lors de la thèse de Julien Rolland [163]. La description du modèle de cavitation a été publiée dans le cadre de comparaison avec des mesures expérimentales [12].

La densité est calculée à l'aide d'une loi barotrope sinusoïdale dont la pente maximale est obtenue à l'aide de la célérité minimale du son dans le milieu diphasique c_{min}. Cette valeur est indiquée dans le jeu de donnée par le paramètre :

$$AMIN^2 = \frac{\rho_l - \rho_v}{2} c_{min}^2 \tag{5.8}$$

5.2 Solveur compressible maison - code Caviflow

Ce code est développé au LEGI par Eric Goncalvès. Il résout les équations de Navier-Stokes moyennées (moyenne de Favre), compressibles, instationnaires, tridimensionnelles, couplées avec un modèle de turbulence à équations de transport formulées dans le cadre de l'hypothèse de Boussinesq.

La discrétisation est de type volumes finis centrée, sur des maillages quadratiques, structurés, multi-blocs. L'approche de l'écoulement est du type fluide homogène.

5.2.1 Système d'équations

Le système des équations de Navier-Stokes moyennées, 1-fluide, compressibles, couplées avec un modèle de turbulence à deux équations de transport (k, Ψ) et à l'équation de bilan d'énergie s'écrit, sous forme conservative :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \text{div}\ (F_c(w) - F_v(w, w_x, w_y, w_z)) = S(w) \tag{5.9}$$

$$w = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho U \\ \rho E \\ \rho k \\ \rho \Psi \end{pmatrix} \quad ; \quad F_c = \begin{pmatrix} \rho U \\ \rho U \otimes U + P\overline{\overline{I}} \\ (\rho E + P)U \\ \rho k U \\ \rho \Psi U \end{pmatrix} \quad ; \quad F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \overline{\overline{\tau^v}} + \overline{\overline{\tau^t}} \\ (\overline{\overline{\tau^v}} + \overline{\overline{\tau^t}}).U - q^v - q^t \\ (\mu + \mu_t/\sigma_k)\,\mathrm{grad}\,k \\ (\mu + \mu_t/\sigma_\Psi)\,\mathrm{grad}\,\Psi \end{pmatrix}$$

où w désigne le vecteur des variables conservatives, F_c et F_v les densités de flux convectif et visqueux, et S le terme source qui ne concerne que les équations de transport de la turbulence.

Les modèles de turbulence sont formulés dans le cadre de l'hypothèse de Boussinesq. Le vecteur flux de chaleur est obtenu via une hypothèse de nombre de Prandtl turbulent constant, fixé à 1.

Dans le liquide, la viscosité moléculaire est évaluée par une loi exponentielle, et dans le gaz, par une loi de Sutherland. La viscosité du mélange est calculée comme une moyenne arithmétique entre les viscosités des phases pures :

$$\begin{aligned} \mu_l(T) &= \mu_{0_l} \exp(B/T) \\ \mu_v(T) &= \mu_{0_v} \sqrt{\frac{T}{293}} \frac{1 + T_S/293}{1 + T_S/T} \\ \mu(T, \alpha) &= \alpha \mu_v(T) + (1 - \alpha)\mu_l(T) \end{aligned} \tag{5.10}$$

où μ_{0_l}, μ_{0_v}, B et T_S sont des constantes.

Le nombre de Prandtl du mélange est aussi évalué par une moyenne arithmétique entre les valeurs des phases pures :

$$P_r(\alpha) = \alpha P_{r_v} + (1 - \alpha) P_{r_l} \tag{5.11}$$

Différents modèles de turbulence sont utilisés. Ils sont présentés dans les publications concernées [70][71][68][72][69].

Enfin la loi d'état, permettant la fermeture du système, est soit de type barotrope sinusoïdale, soit basée sur un mélange de gaz raides. Dans les zones de phases pures, on applique la loi des gaz raides.

5.2.2 Le préconditionnement à bas nombre de Mach

Pour les écoulements à basse vitesse, la dominance du terme de convection rend le système raide ce qui nuit à la convergence des solveurs compressibles. Un préconditionnement est alors nécessaire. Les ondes acoustiques physiques (dépendant de c la célérité du son) sont remplacées par des pseudo-ondes qui évoluent à une vitesse plus proche de la vitesse de l'écoulement (U), réduisant la raideur du système. Le préconditionnement est basé sur la modification du terme de dérivée temporelle des variables primitives ($W = (P, u, s)$) par une multiplication avec une matrice P_e, dite matrice de préconditionnement. L'expression en variables conservatives ($w = (\rho, \rho U, \rho E)$; on n'applique pas de préconditionnement aux variables ρk

et $\rho\Psi$) de cette matrice est noté P_c. La vitesse du son ainsi diminuée, on exprime l'équation 5.9 sous la forme :

$$P_c^{-1}\frac{\partial w}{\partial t} + \text{div}\ (F_c(w) - F_v(w, w_x, w_y, w_z)) = S(w) \tag{5.12}$$

avec

$$P_c^{-1} = \frac{\partial w}{\partial W} P_e^{-1} \frac{\partial W}{\partial w} \tag{5.13}$$

Pour le préconditionnement, la matrice de Turkel est utilisée [74, 202] :

$$P_e = \begin{bmatrix} \beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.14}$$

β est un paramètre d'ordre de grandeur du nombre de Mach local M. Dans notre étude, nous avons choisi la formulation de Choi et Merkle [32] :

$$\beta^2 = \min\left[\max\left(M^2, KM_\infty^2\right), 1\right] \tag{5.15}$$

Cette forme implique qu'il n'y a pas de préconditionnement en régime transsonique et supersonique (dans le mélange liquide/vapeur). En effet, lorsque $M \geq 1$,on a $\beta^2 = 1$ et la matrice P_e (ainsi que P_c) devient la matrice identité.

De plus, pour une vitesse très faible, β^2 ne dépasse pas un certain pourcentage de la vitesse infinie amont M_∞, déterminé par le coefficient K. Pour des calculs non visqueux, K est usuellement pris égal à 1 ; tandis que pour des calculs cavitants (et visqueux) K vaut de plus fortes valeurs (souvent 3 ou 5).

On remarquera que la matrice de préconditionnement des variables conservatives peut s'exprimer en fonction de l'enthalpie h et de l'énergie de formation q sous la forme :

$$P_c^{-1} = I_d + \frac{1-\beta^2}{\beta^2(h-q)} \times B \tag{5.16}$$

La matrice B possède la propriété d'idempotence (c'est-à-dire $B^2 = B$) et s'exprime :

$$B = \begin{bmatrix} \frac{U^2}{2} & -U & 1 \\ \frac{U^2}{2}U & -U^2 & U \\ \frac{U^2}{2}(H-q) & -U(H-q) & H-q \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

où $H = h + \frac{U^2}{2}$ représente l'enthalpie totale.

5.2.3 Discrétisation spatiale

Pour le champ moyen, les densités de flux convectif aux interfaces sont évaluées par un schéma centré du 2nd ordre (Jameson [97]). Le préconditionnement induit des modifications des termes de dissipation artificielle :

$$\begin{aligned} D_2(w) &= P_c^{-1} \sum_{l=i,j,k} \delta_l \left(P_c \varepsilon_l^{(2)} |\lambda_+| \delta_l w\right) \\ D_4(w) &= P_c^{-1} \sum_{l=i,j,k} \delta_l \left(P_c \varepsilon_l^{(4)} |\lambda_+| \delta_l^3 w\right) \end{aligned} \tag{5.18}$$

où, pour chaque direction l, $\varepsilon_l^{(2)} = k^{(2)} \max(\nu_l, \nu_{l+1})$ et $\varepsilon_l^{(4)} = \max(0, k^{(4)} - \varepsilon_l^{(2)})$. $k^{(2)}$ et $k^{(4)}$ sont des coefficients constants. λ_+ est le rayon spectral du système préconditionné. δ_l est l'opérateur de différence et ν_l est un senseur basé sur un gradient de pression. Pour les écoulements diphasiques, le senseur ν_l est aussi basé sur un gradient de masse volumique.

Les densités de flux visqueux sont évaluées avec un schéma centré d'ordre 2.

Pour le champ turbulent, le schéma décentré de Roe [162] est utilisé. L'ordre 2 est obtenu en introduisant une méthode de flux limité [198].

5.2.4 Discrétisation temporelle

L'intégration temporelle s'effectue par une méthode implicite sans matrice [114, 115].

La phase implicite s'écrit à l'itération n :

$$\Delta w^n + \sum_{l=i,j,k} \left[\sigma_l \delta_l \mu_l (\Delta f_l^n) - \sigma_l \delta_l (\rho_l^V I_d \Delta w^n) - \sigma_l \delta_l \left(D_l \delta_l \Delta w^n\right)\right] = R_{expl}^n \tag{5.19}$$

Avec le préconditionnement bas Mach, les matrices de dissipation sont modifiées, le système s'écrit :

$$\Delta w^n + \sum_{l=i,j,k} \left[\sigma_l \delta_l \mu_l (\Delta f_l^n) - \sigma_l \delta_l (\rho_l^V \Delta w^n) - 0.5 \sigma_l \delta_l \left(P_c^{-1} \rho (P_c A_l) \delta_l \Delta w^n\right)\right] = R_{expl}^n \tag{5.20}$$

où A_l est la matrice jacobienne du flux convectif pour la direction l et $\rho(P_c A_l)$ désigne le rayon spectral de la matrice $P_c A_l$.

Dans cette formulation, la matrice P_c^{-1} est encore présente. En utilisant la propriété d'idempotence de la matrice B, les opérations sur les matrices et les produits matrice/vecteur peuvent se calculer facilement, ce qui permet de préserver le bas coût de la méthodes [104].

En écoulement instationnaire, la méthode du pas de temps dual est utilisée [96]. La dérivée en temps physique est discrétisée à l'ordre 2. L'initialisation de la dérivée en temps physique est effectuée à l'ordre 1.

5.2.5 Conditions aux limites d'entrée et de sortie

Le traitement numérique des conditions aux limites repose sur l'utilisation des caractéristiques du système des équations d'Euler préconditionnées [67]. Les relations de compatibilité discrétisées s'écrivent, pour un écoulement bidimensionnel :

$$-c^2(\rho^c - \rho^s) + (P^c - P^s) = 0 \tag{5.21}$$

$$V_t^c - V_t^s = 0 \tag{5.22}$$

$$(\lambda_+ - V_n)(P^c - P^s) + \rho \beta^2 c^2 (V_n^c - V_n^s) = 0 \tag{5.23}$$

$$(\lambda_- - V_n)(P^c - P^s) + \rho \beta^2 c^2 (V_n^c - V_n^s) = 0 \tag{5.24}$$

Les variables avec l'exposant ^{c} sont celles à calculer aux frontières. Les variables avec l'exposant ^{s} désigne celles obtenues avec le schéma numérique. V_t et V_n sont respectivement les composantes tangente et normale de la vitesse.

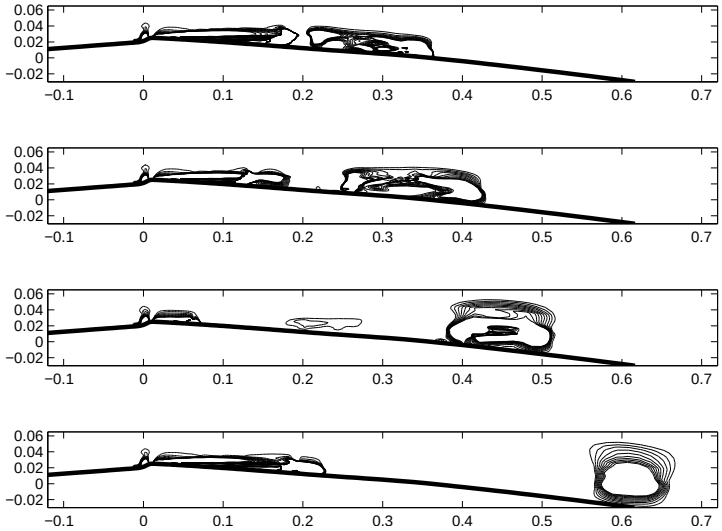
En entrée, quatre variables doivent être imposées : on choisit les pression et température d'arrêt P_i et T_i ainsi que la direction de la vitesse (deux angles). Une méthode de Newton permet d'évaluer la pression à partir de la relation (5.24) et les variables conservatives peuvent être évaluées à la frontière.

En sortie, seulement une variable est imposée : on choisit la pression statique. Les variables conservatives sont calculées à partir des trois relations (5.21)-(5.23).

On suppose qu'aux entrée et sortie du domaine de calcul, l'écoulement est composé de liquide pur.

Troisième partie

Exploitation numérique : calculs bidimensionnels en eau froide



Isolignes de critère Q positif pour un écoulement cavitant dans une géométrie de venturi

Du haut des trois Pucelles on voit Seyssins, Vif et Saillans !

Proverbe Grenoblois

Chapitre 6

Validation des modèles de turbulence en régime non cavitant

Pour les besoins de la définition d'une veine d'essai, nous réalisons des calculs en régime non cavitant et nous intéressons à la répartition en paroi des pressions.

Les géométries de type venturi sont d'abord présentées. Ces géométries sont également étudiée pour le reste de l'étude en régime cavitant.

Des calculs en géométrie de Venturi 4° sont effectués pour établir la validation du modèle de turbulence via des comparaisons essais/calcul des pressions. Les résultats obtenus sont également comparés à ceux issus des calculs avec le code Caviflow à l'aide des modèles Spalart-Allmaras et $k-\omega$ SST.

6.1 Définition des géométries

Les récentes campagnes expérimentales du laboratoire reposent sur deux géométries de venturi. Les mesures ont donné lieu à différents articles dans des congrès internationaux [164, 141] et des journaux [12, 72]. Ces deux géométries sont donc les plus documentées à notre disposition, et c'est tout naturellement que nous les choisissons pour la validation des modèles utilisés.

Ces géométries de venturi ont un profil dessiné de manière à reproduire le champ de pression à l'extrados d'une aube d'inducteur. Chacun correspond à un point de fonctionnement différent. Elles permettent donc d'étudier, dans une configuration très simplifiée, des phénomènes représentatifs du fonctionnement cavitant d'un inducteur. En effet, au niveau expérimental, cette transposition à un problème bidimensionnel permet de ne pas avoir d'élément tournant.

6.1.1 Géométrie du Venturi 4°

6.1.1.1 Description de l'étude expérimentale de référence

Cette géométrie (Figure 6.2) a servi de base aux premiers tests réalisés dans le cadre de la présente étude. D'après les essais réalisés précédemment, le comportement de l'écoulement cavitant est quasi stable, sans périodicité nette des lâchers des structures de vapeur. La poche de cavitation reste attachée au col du venturi avec

FIG. 6.1 – Photographie de la poche de cavitation attachée au venturi à 4°.

une longueur totale oscillant légèrement. Le venturi est constitué d'un convergent à 4,3° suivi d'un divergent à 4°.

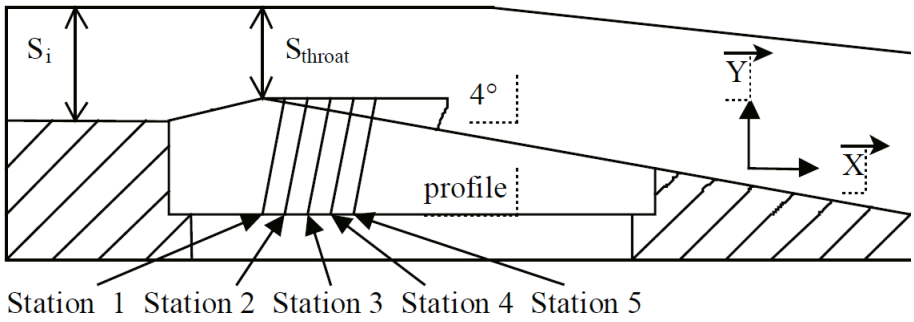


FIG. 6.2 – Définition du profil expérimental du Venturi 4°

Puits n°	1	2	3	4	5
X_i (en mm)	5.1	20.9	38.4	55.8	73.9

TAB. 6.1 – Abscisses des puits de mesure

Les mesures expérimentales ont été réalisées aux niveaux des puits de mesures indiqués sur la Figure 6.2 et dont les abscisses sont relevées dans la table 6.1. A l'aide d'une bi-sonde optique (Figure 6.3), des mesures intrusives ont permis l'acquisition de deux signaux (un par sonde) qui ont été ensuite corrélés pour obtenir une vitesse instantanée ainsi qu'un taux de vide moyen. La campagne de mesure prise en référence est celle réalisée par Guillaume BOITEL lors de son DEA [19] et publiée dans les articles [12] et [164].

La définition du point de fonctionnement considéré est donnée au niveau de la section d'entrée. Nous connaissons donc la vitesse et la pression à cette abscisse.

Nous considérons alors le jeu de valeurs suivant :

- $V_{ref} = 10.8m \cdot s^{-1}$
- $\sigma_{ref} = \frac{P_{ref} - P_{vap}}{1/2 \cdot \rho V_{ref}^2} = 0.547$
- $L_{ref} = 252mm$
- $Re_{L_{ref}} = 2.71 \cdot 10^6$
- $Temp_{ref} = 20\,^{\circ}C$

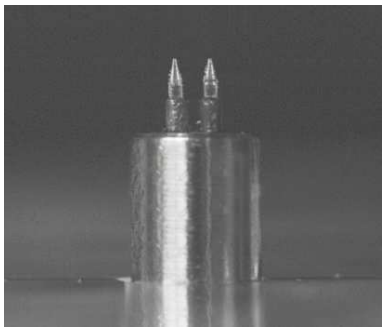


FIG. 6.3 – Bi-sonde optique aux pointes de saphir.

L'observation du fonctionnement de la manipulation en utilisant ces paramètres physiques, conclut sur une longueur de poche fluctuante autour d'une longueur de $80mm$ environ ($70mm \leq L \leq 85mm$). Des mesures expérimentales, l'analyse aboutit à des profils de taux de vide moyennés, qu'on prendra comme référence pour valider les résultats numériques.

En plus de la sonde optique, les puits de mesure ont permis des mesures de pression moyenne sur la paroi inférieure du venturi (dans et en aval de la poche de cavitation).

6.1.1.2 Maillage utilisé pour l'étude numérique

Sur la base d'un maillage de 230x50 mailles (maillage v4m6) réalisé précédemment au sein de l'équipe [155], un nouveau maillage a été réalisé en ajoutant des mailles jusqu'à obtenir un total de 250x61 (maillage v4bm2). Sur la base du maillage existant, ces mailles viennent adoucir la progression de taille de mailles dans la direction horizontale et augmenter le nombre de mailles dans la zone de la poche de cavitation dans les deux directions de l'espace (Figure 6.4). Ce maillage doit pouvoir être utilisé avec les deux codes de calcul (IZ avec un modèle $k-\varepsilon$ RNG, loi de paroi standard et Caviflow modèle de turbulence $k-\varepsilon$, loi de paroi étendue).

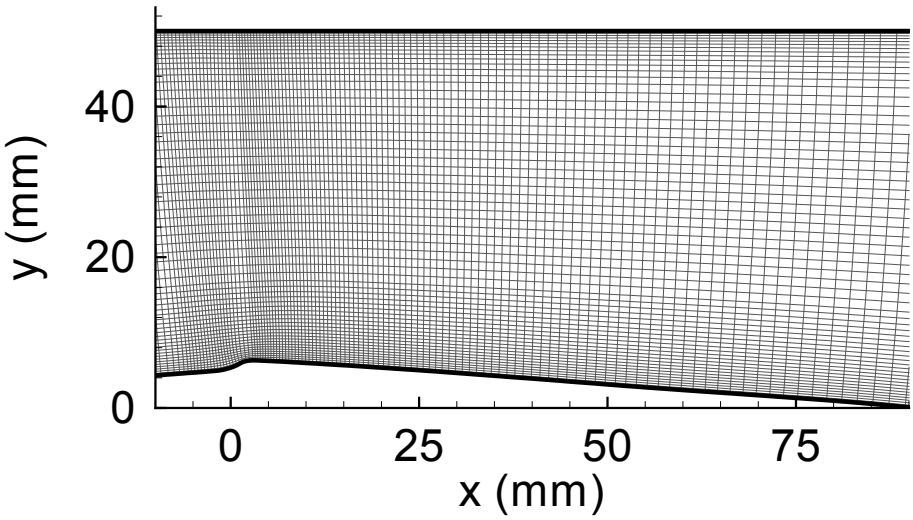


FIG. 6.4 – Zoom sur la zone cavitante du maillage v4bm2.

Les distributions d'Y+ calculés en paroi sont illustrées sur la Figure 6.5. C'est l'occasion de vérifier que le maillage est bien adapté à la loi de paroi codée dans IZ qui nous impose de situer la première maille dans la sous-couche inertielle (zone logarithmique de la loi).

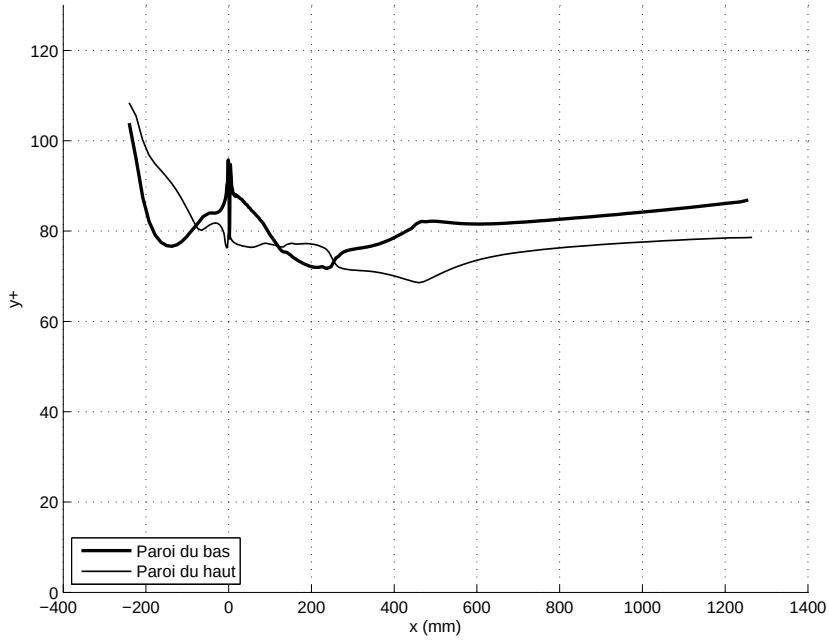


FIG. 6.5 – Y+ du maillage v4bm2 calculés avec IZ.

6.1.2 Géométrie du Venturi 8°

6.1.2.1 Description de l'étude expérimentale de référence

Cette géométrie de venturi aux angles importants (Figure 6.6) a été testée par B. Stutz [196, 197] et plus récemment lors du travail de stage de V. Aeschlimann [2]. Ce venturi est constitué d'un convergent à 18° prolongé immédiatement par un divergent à 8°.

Les caractéristiques principales de cette configuration sont les suivantes :
- épaisseur constante sur la veine : $0,044m$
- section d'entrée : $S_E = 0,05x0,044m^2$
- section au col : $S_{col} = 0,0335x0,044m^2$

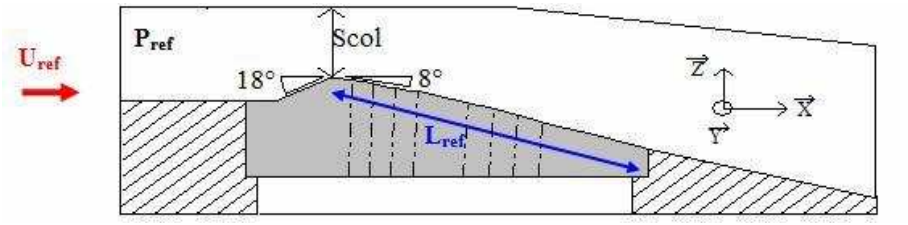


FIG. 6.6 – Définition du profil expérimental du Venturi 8°

Puits n°	1	2	3	4
X_i (en mm)	13.7	31.5	49.9	67.7

TAB. 6.2 – Abscisses des puits de mesure

Les mesures, à l'instar de celles du Venturi 4°, sont réalisées à l'aide d'une bi-sonde optique au niveau des puits de mesure repérés sur le schéma (Figure 6.6) et dont les abscisses sont indiquées dans la table 6.2. Elles montrent que l'écoulement adopte un comportement cavitant fortement instationnaire, avec des lâchers de nuages de vapeur associés à des fluctuations de pression quasi-périodiques.

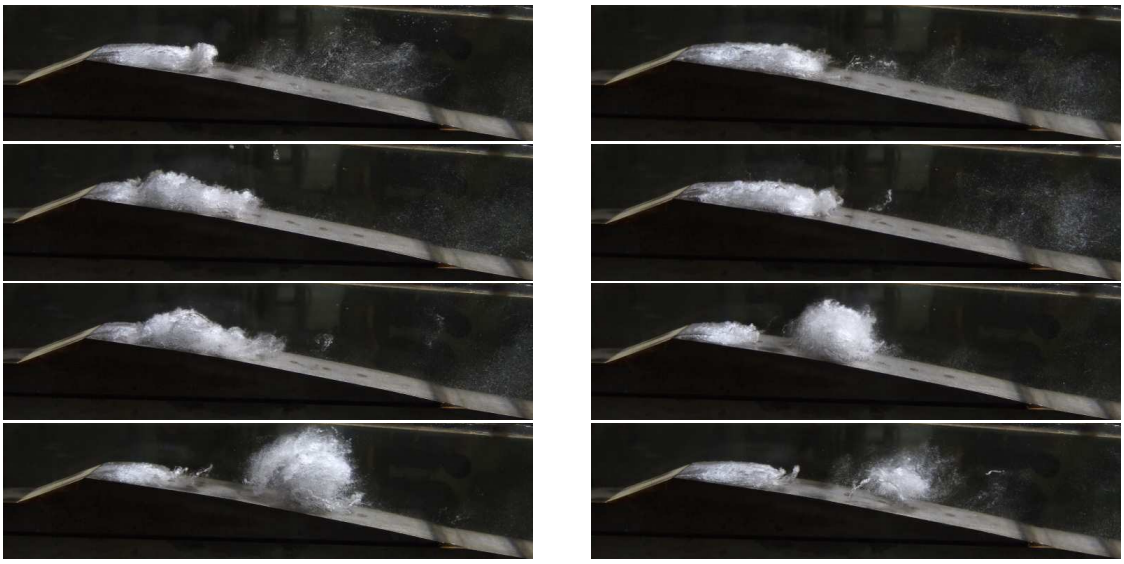


FIG. 6.7 – Instabilité de cavitation sur la géométrie de Venturi 8°.

Le point de fonctionnement considéré est caractérisé par ses valeurs au niveau de la section d'entrée où nous avons :

- vitesse amont : $V_{ref} = 7.04m \cdot s^{-1}$
- $\sigma_{ref} = 2.15 \pm 0.06$
- longueur de corde : $L_{ref} = 0,224m$
- $Re = 1.6 \cdot 10^6$

Ces valeurs sont obtenues à partir du débit volumique imposé dans la boucle $Q = 0.0155m^3 \cdot s^{-1}$ et de la pression en entrée $P_{amont} = 51825Pa$. La pression de vapeur saturante servant à l'adimensionnement est prise à $2339Pa$ soit sa valeur pour une eau à $20\,^{\circ}C$.

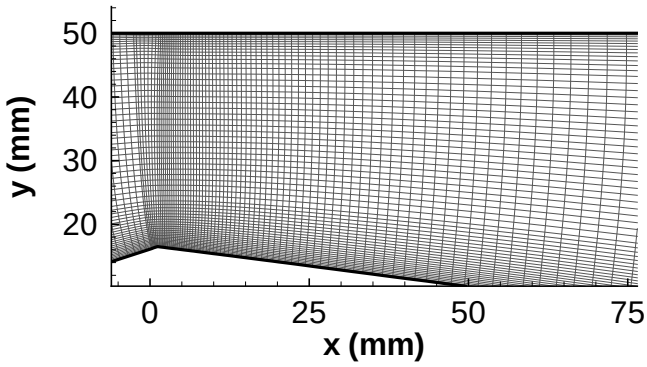
Compte tenu de ces paramètres physiques, la manipulation expérimentale conclut sur une poche instationnaire de $45mm$ de longueur maximale. Cette poche est fortement sollicitée par un jet liquide rentrant qui vient la découper occasionnant ainsi des lâchers quasi-périodiques de nuages de cavitation à une fréquence de l'ordre de $45Hz$ (Figure 6.7). Cette dernière est estimée par une transformation de Fourier d'un signal de pression.

Chaque cycle se compose des étapes suivantes : la cavité se développe, puis un

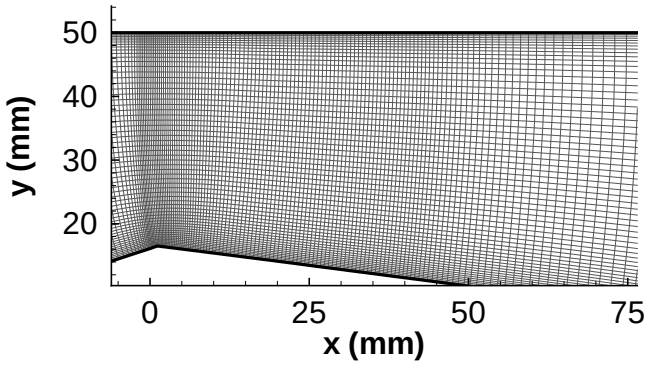
jet rentrant composé d'un mélange de liquide et de vapeur se forme à l'arrière de la poche. Celui-ci progresse alors peu à peu vers l'amont le long de la paroi, jusqu'à venir couper la poche près de son point d'attache. Il en résulte une cassure et la formation d'un nuage détaché de la cavité principale, lui aussi composé d'un mélange de liquide et de vapeur. Le nuage est ensuite convecté par l'écoulement principal, éventuellement suivi par de petits lâchers secondaires. La poche de cavitation restée attachée au profil commence alors à grandir de nouveau, débutant un nouveau cycle. Quant au nuage de vapeur détaché, il implose très vite dès qu'il rencontre un gradient de pression adverse suffisamment important [196] (Figure 6.7).

6.1.2.2 Maillage utilisé pour l'étude numérique

Deux maillages différents ont été utilisés dans cette étude. Le premier maillage est composé de 173 x 61 mailles (Figure 6.8a). Il s'agit du même que celui utilisé pour les calculs publiés [141]. Un second maillage (Figure 6.8b) est généré avec un meilleur raffinement dans la direction principale de l'écoulement au niveau du col du venturi ainsi que de la zone occupée par la poche de cavitation. Dans la direction longitudinale, le maillage est légèrement adapté pour obtenir conserver des valeurs de y^+ permettant de respecter la loi de paroi utilisée par notre modèle de turbulence. Au final, ce maillage est composé de 250 x 61 mailles.



(a) v8m3

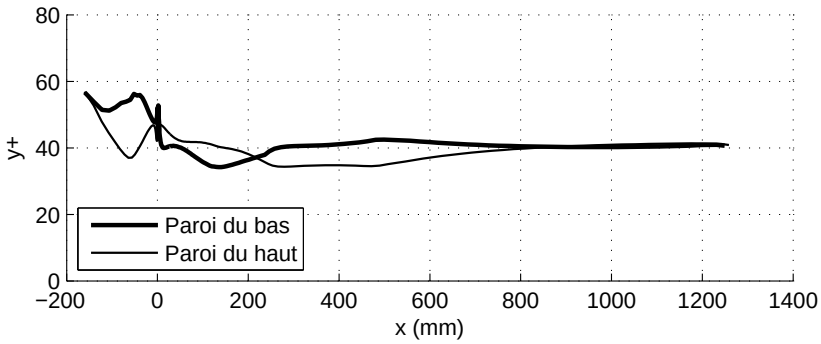


(b) v8bm1

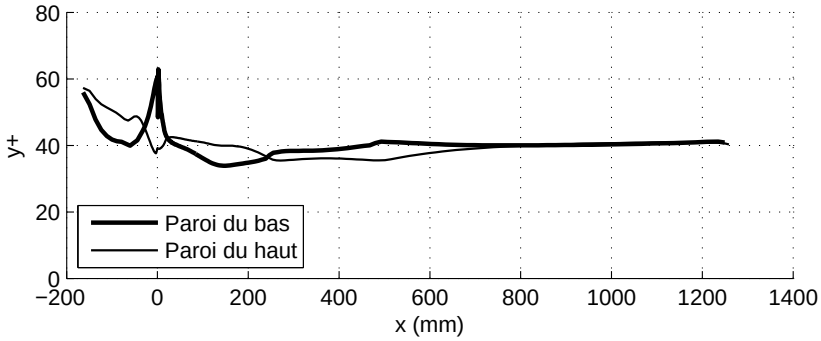
FIG. 6.8 – Zoom sur la partie cavitante des maillages du Venturi 8°.

Le choix est fait de minimiser les dimensions des mailles afin d'augmenter la précision de la discrétisation. On choisit donc de faire approcher aux distributions

d'Y^+ la valeur de 30. Les répartitions, pour chacun des 2 maillages, sont présentées sur la Figure 6.9.



(a) v8m3



(b) v8bm1

FIG. 6.9 – Zoom sur la partie cavitante des maillages du Venturi 8°.

6.2 Validation du modèle de turbulence

Dans un calcul RANS, la solution varie en fonction du modèle de turbulence utilisé. Par conséquent, nous souhaitons étudier cette influence et quantifier l'incertitude sur les valeurs du champ de pression. Pour cela, nous comparons nos résultats à des mesures expérimentales en régime non cavitant. Les relevés dont nous disposons sont issus des campagnes expérimentale de Carratero [25] et Joussellin [60] toutes deux réalisées au CREMHyG. Elles réfèrent à une géométrie de type venturi telle que définie au chapitre précédent (Figure 6.2).

Les grandeurs caractéristiques de cet écoulement sont données dans une section de référence, différente de la section d'entrée, représentée sur la Figure 6.10 (voir S_{ref}) et valent :

- $V_{ref} = 16m \cdot s^{-1}$
- $\sigma_{ref} = \frac{P_{ref}-P_{vap}}{1/2 \cdot \rho \cdot V_{ref}^2} = 0.644$
- $P_{vap} = 2337Pa$
- $\rho = 998.3kg/m^3$

Les valeurs relevées expérimentalement [60] à ce point de fonctionnement sont

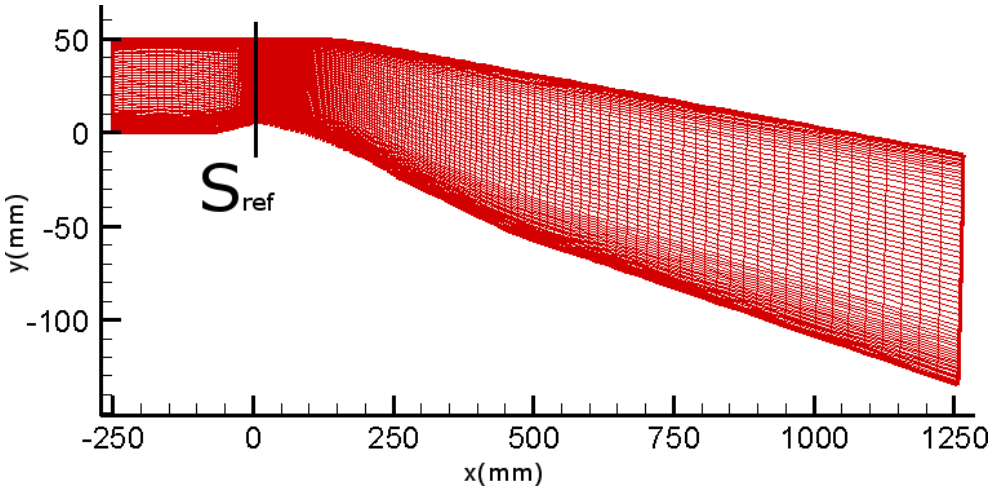


FIG. 6.10 – Venturi 4° et sa section de référence (251 x 62 nœuds)

données dans le tableau 6.3 avec :

$$Cp = \frac{P - P_{ref}}{1/2 \cdot \rho \cdot V_{ref}^2} \tag{6.1}$$

$$c = 257mm \tag{6.2}$$

X/c	0.0608	0.1326	0.2043	0.2761	0.3206	0.4498	0.612	0.8546
Cp	-0.1899	-0.0852	-0.0441	.0113	.0195	.1386	.2351	0.3378

TAB. 6.3 – Mesures expérimentales de pression en paroi sur le V4 [60].

Une fois redimensionnées, nous obtenons les pressions en paroi (tableau 6.4) :

X (en mm)	15.6	34.1	52.5	71	82.4	115.6	157.3	219.6
P (en 10^3Pa)	60.4	73.7	79	86.1	87.1	102.3	114.7	127.8

TAB. 6.4 – Pression en paroi sur le V4.

Différents modèles de turbulence sont proposés dans le code IZ et les résultats obtenus peuvent varier en fonction de celui qui est utilisé. En se basant sur les travaux précédent [37, 155] le choix des modèles se portent sur un $k - \varepsilon$ RNG ainsi qu'un $k - \omega$ de Wilcox [216]. Les autres modèles disponibles n'ont pas été validés depuis la restructuration du code et ne seront donc pas utilisés. Enfin nous pouvons également comparer les résultats avec ceux d'un calcul sans viscosité (Euler).

Les calculs IZ sont réalisés sur le maillage présenté Figure 6.4 et dont l'évolution des Y^+ à la paroi figurent sur la Figure 6.5.

L'expression de la viscosité turbulente dépend également d'une constante calée sur des cas académiques et prise : $C_\mu = 0.085$ pour le modèle $k-\varepsilon$ RNG. L'influence de ce paramètre est testée en utilisant des valeurs proches : $C_\mu = 0.080$ et $C_\mu = 0.090$. Cette dernière est la valeur conseillée pour le modèle $k - \varepsilon$ standard.

Si on compare les 3 profils de pression en paroi obtenus pour les 3 différentes valeurs de C_μ on constate un écart relatif sur la valeur de la pression inférieur à 1%. La Figure 6.11 montre cet écart sur la zone correspondant aux points de mesure dont nous disposons.

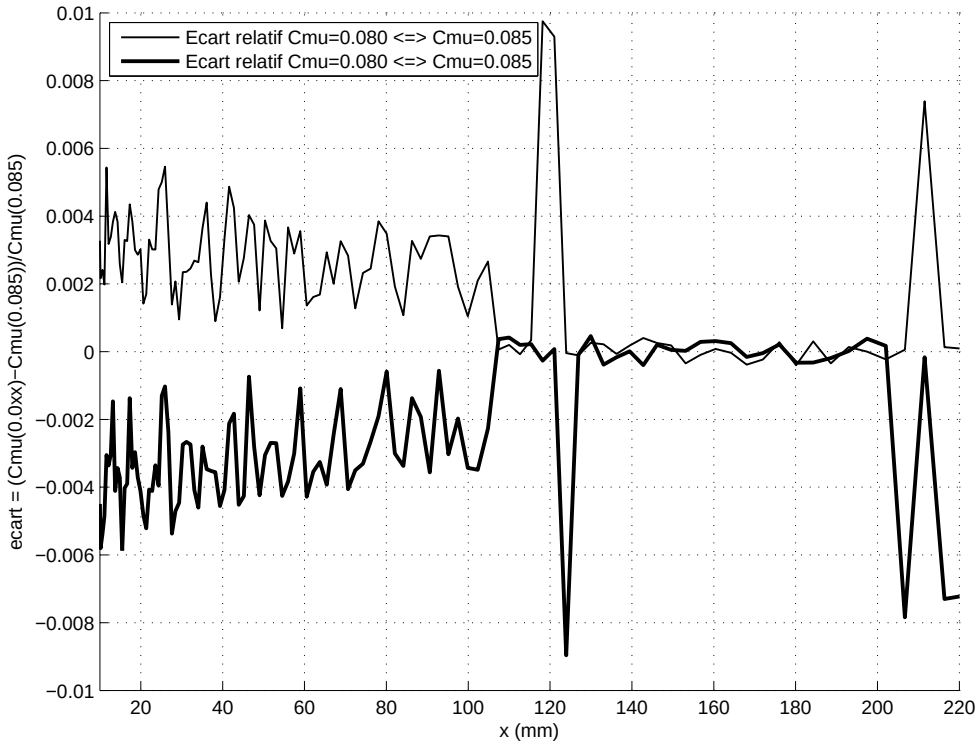


FIG. 6.11 – Représentation de l'influence de C_μ

Compte tenu de la faible influence du paramètre C_μ nous conservons la valeur 0.085 conseillée dans la littérature et utilisée par défaut dans le modèle $k-\varepsilon$ RNG. Les écarts aux valeurs expérimentales de ce résultat sont présentés prochainement dans le tableau, en même temps que les autres résultats numériques.

Le calcul sans viscosité est évidemment celui qui donne le résultat le moins pertinent. Les deux modèles de turbulence à deux équations donnent des résultats légèrement différents l'un de l'autre, mais décrivent le champ de pression en paroi de façon satisfaisante. La Figure 6.12 représente ces trois solutions numériques.

La valeur de la pression obtenue numériquement est comparée en chaque point de mesure aux valeurs expérimentales. Nous obtenons ainsi le tableau suivant :

Que l'on regarde la moyenne des écarts ou le maximum d'écart, le modèle $k-\varepsilon$ RNG est celui qui nous donne les valeurs de pression les plus proches de celles mesurées expérimentalement. C'est donc ce modèle qui est utilisé avec IZ lors des calculs non cavitants de validation des géométries de convergent (voir chapitre 9).

6.3 Comparaison avec le code Caviflow

Un second code cavitant instationnaire développé par l'équipe énergétique du LEGI (voir 5.2) permet d'utiliser d'autres modèles de turbulence. Les trois modèles

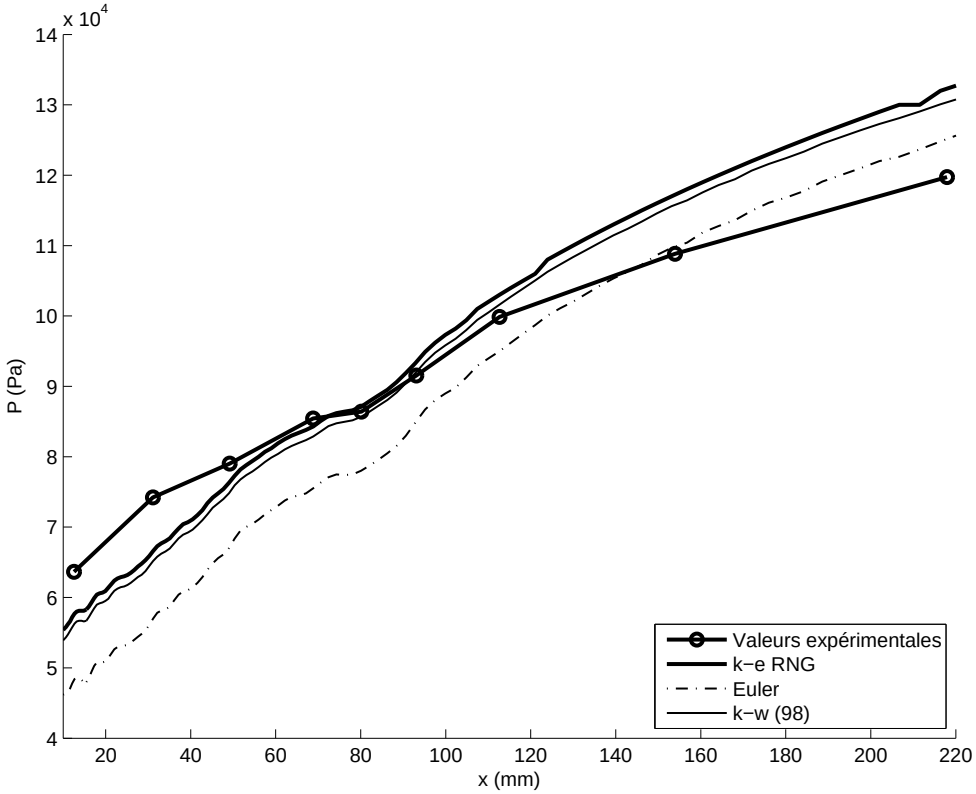


FIG. 6.12 – Comparaison de l'évolution de la pression le long de la paroi inférieure du venturi avec IZ

de cavitation retenus pour cette étude sont Spalart-Allmaras, $k-\omega$ SST [120] et $k-\omega$ de Wilcox (88) [215]. Comme on le voit sur la Figure 6.13, les deux premiers modèles ont des résultats très similaires. Et en effet, lorsqu'on regarde leur moyenne d'écarts par rapport à la valeur expérimentale, nous obtenons respectivement 0,032 et 0,030 et pour les maximums d'écart : 0,116 et 0,118 respectivement. Ces modèles sont donc moins pertinents que le $k-\varepsilon$ RNG utilisé avec IZ dont la moyenne et le maximum sont respectivement de 0,027 et 0,074.

En revanche, il est important de remarquer que le modèle $k-\omega$ de Wilcox (88) dispose d'une moyenne des écarts tout particulièrement faible : 1,6% de différence de pression en moyenne. Ce modèle, disponible dans le code Caviflow, dont l'étude n'était pas initialement prévue, a été utilisé afin de le comparer au modèle $k-\omega$ de Wilcox (98) implémenté sur IZ. Ces deux modèles de turbulence diffèrent par les coefficients de calage qui sont modifiés dans le modèle le plus récent pour mieux convenir aux écoulements cisaillés, mais le comportement du modèle dans les couches limites, proche des parois, est modifié.

Le tableau 6.6 récapitule les différences obtenues en chaque point de mesure expérimentale entre les différents modèles de turbulence utilisés.

X (en mm)	P_{exp} (en Pa)	P_{num} : $k-\varepsilon$ RNG (en Pa)	$\frac{P_{num}-P_{exp}}{P_{exp}}$	P_{num} : $k-\omega$ (98) (en Pa)	$\frac{P_{num}-P_{exp}}{P_{exp}}$
15.6	60358	58668,7	-0,028	57143,1	-0,053
34.1	73740	68289,6	-0,074	66840,5	-0,094
52.5	78988	78897,7	-0,001	77448,7	-0,019
71	86072	85500,6	-0,007	84051,6	-0,023
82.4	87122	88282,3	0,013	86833,2	-0,003
115.6	102340	104507,7	0,021	103154,3	0,008
157.3	114672	118341,5	0,032	116892,4	0,019
219.6	127792	132521,5	0,037	131004,4	0,025

TAB. 6.5 – Pression en paroi sur le V4.

X (en mm)	$k-\varepsilon$ RNG	$k-\omega$ 98	Euler	$k-\omega$ 88	$k-\omega$ SST	Spal-All
15.6	2,8%	5,3%	19,8%	4,2%	11,8%	11,6%
34.1	7,4%	9,4%	20,5%	1,4%	4,9%	5,1%
52.5	0,1%	1,9%	11,2%	3,8%	2,0%	2,0%
71	0,7%	2,3%	10,8%	0,1%	1,0%	0,9%
82.4	1,3%	0,3%	9,1%	0,9%	0,2%	0,1%
115.6	2,1%	0,8%	5,6%	1,1%	0,3%	0,0%
157.3	3,2%	1,9%	3,3%	0,8%	1,1%	1,7%
219.6	3,7%	2,5%	1,5%	0,2%	3,0%	3,9%
Maximum	7,4%	9,4%	20,5%	4,2%	11,8%	11,6%
Moyenne	2,7%	3,1%	10,2%	1,6%	3,0%	3,2%

TAB. 6.6 – Ecart relatif sur les pressions.

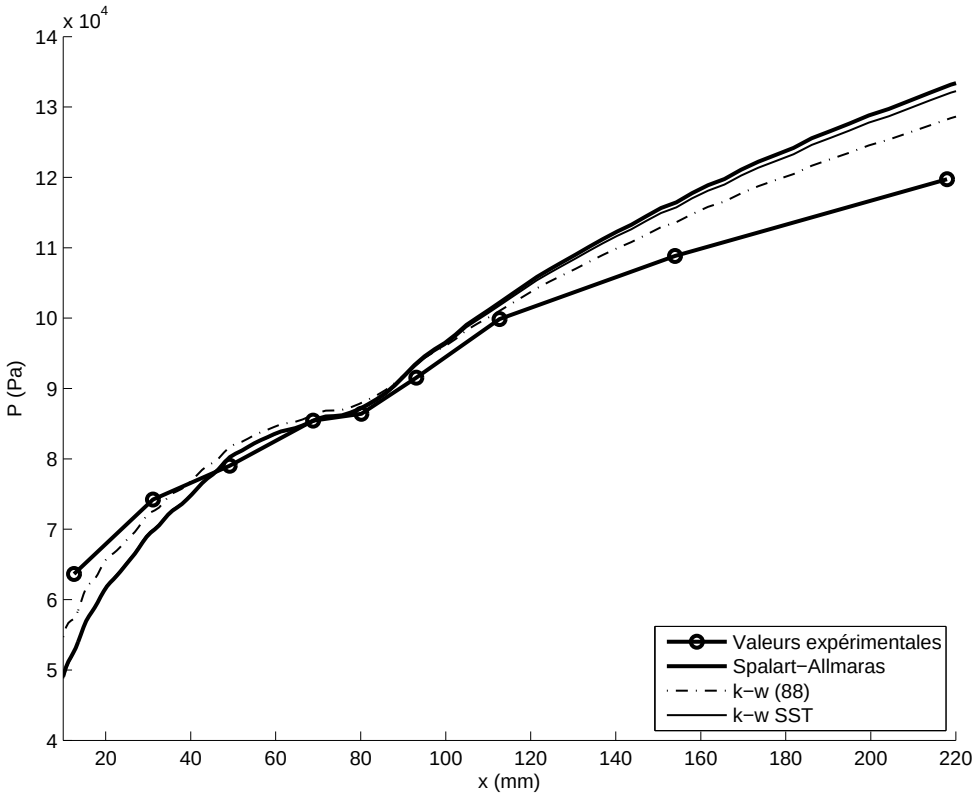


FIG. 6.13 – Comparaison de l'évolution de la pression le long de la paroi inférieure du venturi avec Caviflow

Chapitre 7

Etude de la cavitation par poche attachée

La validation des modèles utilisés en cavitation est faite généralement sur la base de grandeurs globales telles que la valeur moyenne du nombre de cavitation en amont, la période d'oscillation des poches attachées, la performance des machines (Φ statique), la taille des structures de vapeur. Plusieurs résultats numériques ont été comparés à des mesures locales telles que les valeurs moyennes et écarts-types des taux de vide et de vitesse dans des configurations du type Venturi.

Une étude réalisée en 2006 au sein de notre équipe [141] sur la base de comparaisons entre calculs instationnaires et essai dans la géométrie du Venturi 8° a indiqué que des analyses reposant seulement sur les valeurs moyennes des paramètres (comme c'est le cas général des travaux rencontrés dans la bibliographie) ne sont pas assez représentatives des phénomènes existants.

Sur la base de cette étude préliminaire, nous avons approfondi cette réflexion par :

- la réalisation de nouveaux calculs à l'aide du code IZ en utilisant le modèle barotrope et le modèle à "transport de taux de vide" pour les Venturis 4° et notamment 8°. Des tests complémentaires d'influence des paramètres physiques et numériques ont été effectués.
- la réalisation de calculs similaires à l'aide du code Caviflow, qui nous a permis de tester d'autres modèles de turbulence, de cavitation (notamment, une loi de gaz raide), des conditions aux limites et un schéma numérique différent.

7.1 Influence de la rampe de pression

Pour résoudre un calcul instationnaire dans IZ, nous suivons constamment la même démarche. Un premier calcul est réalisé en stationnaire non-cavitant afin d'obtenir des champs de pression et de vitesse sur l'ensemble du domaine. Ensuite, nous faisons suivre à la contrainte de pression (imposée en aval) une rampe descendante afin de faire apparaître progressivement la cavitation sans imposer de fort gradient de pression ou de masse spécifique.

Le résultat du calcul instationnaire peut dépendre du cheminement suivi. Nous étudions donc l'influence de cette période transitoire sur le reste du calcul afin de

valider notre démarche mais surtout d'obtenir des résultats reproductibles indépendamment de l'initialisation réalisée.

Dans ce cadre, 2 rampes de pressions sont testées (Figure 7.1) :

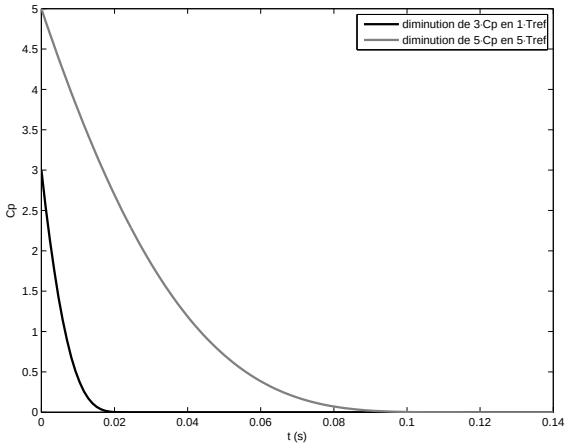


FIG. 7.1 – Comparaison temporelle des 2 rampes de pression

Ces 2 rampes respectent la même allure en s'écrivant sous la forme :

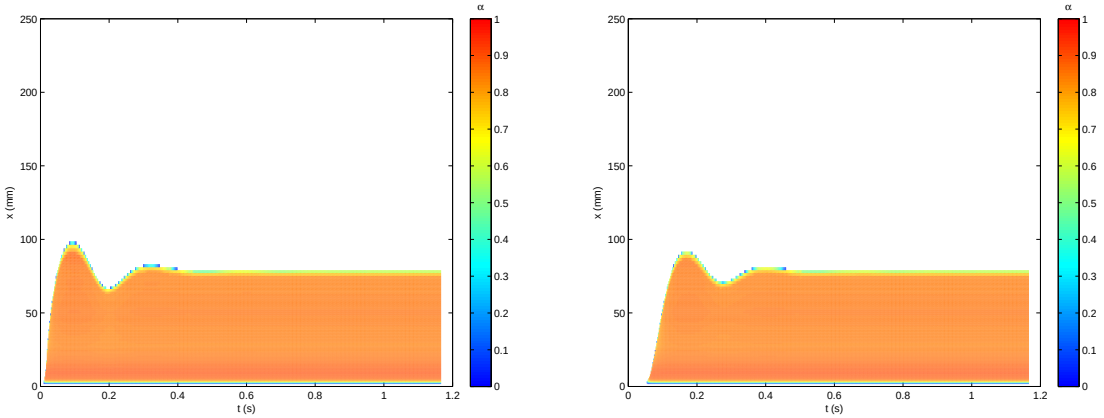
$$Cp = (1 - sin(a \cdot t))^2 \tag{7.1}$$

Elles sont cependant d'amplitude et de durée différentes. La première a beau être de plus faible amplitude ($3 \cdot Cp$), la durée plus faible qu'on lui impose ($1 \cdot Tref$) la rend plus raide. Tandis que la seconde est étalée sur une plus grande période ($5 \cdot Tref$) et débute à une plus haute pression ($5 \cdot Cp$).

Pour comparer les 2 résultats obtenus et observer l'influence de la rampe, on étudie la projection vers le sud (sur la paroi inférieure) du maximum de taux de vide et on en tire une cartographie en fonction du temps et de l'abscisse. Cette représentation, originellement conçue pour illustrer la propagation d'évènements météorologiques [91], est un diagramme de Hovmöller. Elle nous donne une bonne indication sur le comportement de la poche (stable ou instationnaire), sur la longueur de celle-ci mais également sur le chemin suivi lors de sa croissance.

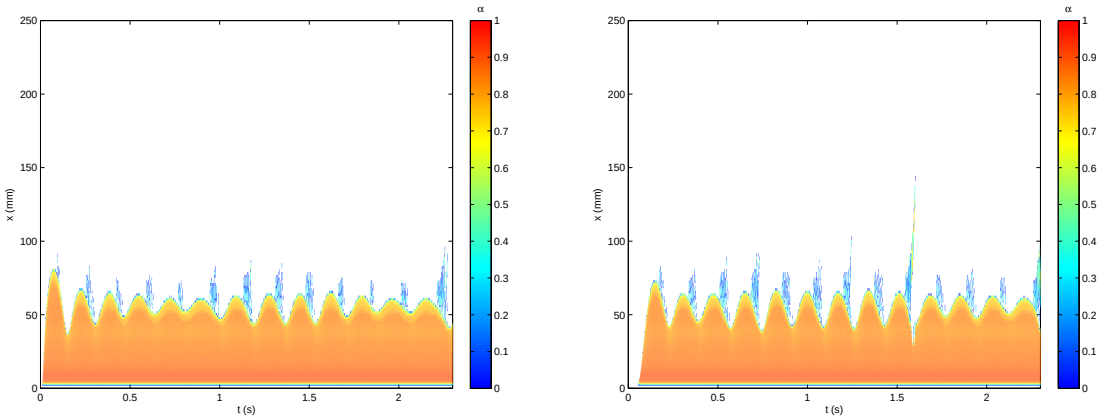
La poche caractérisée par cet écoulement est attachée au col du venturi et se comporte de manière parfaitement stable. La première rampe étudiée permet une stabilisation plus rapide de l'écoulement (Figure 7.2a) tandis que la seconde rampe permet de minimiser les variations de longueurs de la poche (Figure 7.2b). A l'exception d'une période transitoire qui suit la rampe de pression, on constate qu'il n'y a aucune influence du chemin suivi sur le résultat dans le cas d'une configuration stable.

La même étude d'influence est réalisée sur une configuration instable (poche oscillante). Les rampes de pression sont toujours celles présentées ci-avant (Figure 7.1) mais compte tenu de l'aspect instationnaire de la cavitation, la durée physique simulée est doublée (précédemment $50 \cdot Tref$ contre $100 \cdot Tref$ maintenant, soit 2,33 secondes). Cet accroissement du temps simulé permet de comparer également le comportement fréquentiel de la poche.



(a) chute de $3 \cdot Cp$ en $1 \cdot Tref$ (b) chute de $5 \cdot Cp$ en $5 \cdot Tref$

FIG. 7.2 – Influence de la rampe de pression sur une poche stable



(a) chute de $3 \cdot Cp$ en $1 \cdot Tref$ (b) chute de $5 \cdot Cp$ en $5 \cdot Tref$

FIG. 7.3 – Influence de la rampe de pression sur une poche instationnaire

On obtient là encore deux résultats similaires au niveau du comportement temporel. La seconde rampe étant plus lente, elle entraîne un retard des oscillations de la poche attachée (Figure 7.3b) en comparaison de la poche obtenue à l'aide de la première rampe (Figure 7.3a), mais encore une fois, si on se contente d'observer le résultat au delà d'une certaine zone de transition, nous obtenons des comportements qualitativement identiques. En regardant plus précisément les grandeurs globales caractéristiques de ces résultats (Table 7.1) on constate que les 2 poches de cavitations simulées sont quantitativement similaires.

Pour la suite des études menées, nous considérons qu'il n'y a pas d'influence de la rampe de pression sur un résultat de calcul convergé. Par conséquent, on se placera toujours loin de la rampe afin de ne pas être dans un régime transitoire. On gardera la rampe la plus rapide aussi souvent que le cas étudié le permet c'est-à-dire tant que l'on ne rencontre pas de difficulté à la convergence durant la transition du régime non-cavitant au régime cavitant.

rampe	fréquence	volume de vapeur moyen (mm^2)	σ amont moyen	σ amont plus probable
$3 \cdot Cp$ en $1 \cdot Tref$	5.63	127.27	0.59706173	0.595
$5 \cdot Cp$ en $5 \cdot Tref$	5.73	126.34	0.59757517	0.595

TAB. 7.1 – Comparaison des résultats instationnaires.

7.2 Loi barotrope : influence de la célérité minimale du son

La loi barotrope introduite précédemment dispose d'un paramètre définissant la pente de la partie sinusoïdale centrée sur la pression de vapeur saturante. On a alors :

$$\frac{\partial \rho}{\partial P} = \frac{1}{C_{min}^2} \tag{7.2}$$

En raidissant la pente de la loi, on augmente le gradient de taux de vide en frontière de poche, ou inversement on peut adoucir cette transition vapeur - liquide en augmentant la célérité minimale.

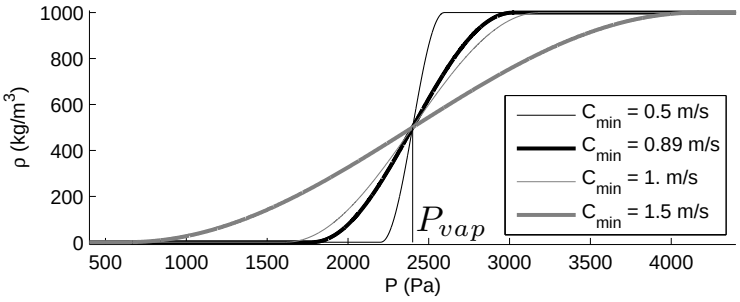


FIG. 7.4 – Influence de Cmin sur la loi barotrope.

On constate qu'en augmentant la valeur de C_{min} on diminue grandement le domaine d'existence de la phase vapeur pure. On peut ainsi déterminer une valeur maximale de C_{min} qui dépend directement de P_{vap} (donc de la température). Au delà de cette valeur, il n'est plus possible d'atteindre un taux de vide $\alpha = 1$ sans atteindre des pressions négatives.

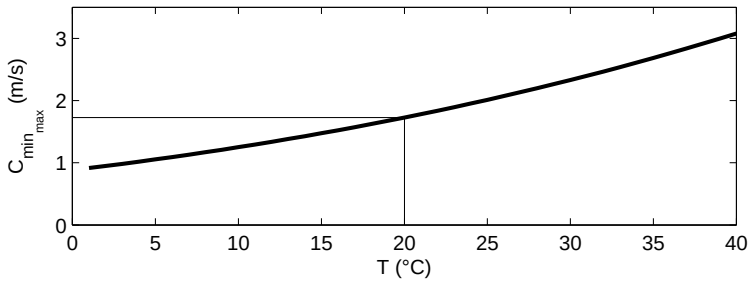


FIG. 7.5 – Valeur maximale de C_{min} en fonction de la température.

On remarque que pour de l'eau froide à une température de 20°C la valeur maximale autorisée pour le paramètre C_{min} est de 1,73m/s.

En approfondissant la réflexion au sujet des conditions sur la vitesse du son dans le mélange nous pouvons augmenter cette valeur critique. En effet, en reprenant la définition de la vitesse du son en fonction de la masse volumique (ρ) et de la compressibilité (κ) :

$$c^2 = \frac{1}{\rho\kappa} \tag{7.3}$$

On applique l'approche homogène à la densité mais également à la compressibilité :

$$\kappa_m = \alpha\kappa_v + (1-\alpha)\kappa_l \tag{7.4}$$

Nous pouvons alors exprimer la célérité du son dans le mélange diphasique sous la forme :

$$\frac{1}{c_m^2} = \rho_m \cdot \kappa_m = (\alpha\rho_v + (1-\alpha)\rho_l)(\alpha\kappa_v + (1-\alpha)\kappa_l) \tag{7.5}$$

Remarquons que cette expression correspond à la formulation proposée par Wallis [213], celle proposée précédemment par Jakobsen [95] ou encore antérieurement, celle de Wood [218]. Nous rappelons, respectivement, ci-dessous ces trois formulations strictement équivalentes :

$$\frac{1}{\rho a^2} = \frac{\alpha}{\rho_v a_v^2} + \frac{1-\alpha}{\rho_l a_l^2} \tag{7.6}$$

$$\frac{1}{c^2} = \frac{1}{c_v^2}\left[\beta^2 + \beta(1-\beta)\frac{\rho_l}{\rho_v}\right] + \frac{1}{c_l^2}\left[(1-\beta)^2 + \beta(1-\beta)\frac{\rho_v}{\rho_l}\right] \tag{7.7}$$

$$\frac{1}{c_{mlf}^2} = \frac{(1-\chi)^2}{c_l^2} + \frac{\chi^2}{c_g^2} + \chi(1-\chi)\frac{\rho_g^2 c_g^2 + \rho_l^2 c_l^2}{\rho_l\rho_g c_l^2 c_g^2} \tag{7.8}$$

Dans ces expressions, $\alpha = \kappa = \chi$ représente le taux de vide ; $a = c = c_{mlf}$ représente la vitesse du son ; les indices $_g$ et $_v$ représentent la phase gazeuse tandis que l'indice $_l$ représente la phase liquide.

La vitesse du son calculée ici néglige l'échange de masse entre les phases. Elle correspond donc, pour un écoulement cavitant, à un maximum [158]. En présence de transferts entre les phases elle diminue sans pour autant dépasser l'équilibre thermodynamique [144].

Les tracés, sur la Figure 7.6, montrent que pour les forts taux de vide, la vitesse du son atteint des valeurs non physiques (inférieures à l'équilibre thermodynamique).

Augmenter la célérité du son au delà de 1.73 (pour une température de 20°C) génère une zone interdite pour les forts taux de vide (possible uniquement pour des pressions négatives). D'autre part, augmenter la vitesse du son diminue la zone des valeurs non physiques ($c < c_{eq}$). Il existe donc une valeur critique pour c_{min} où les deux zones interdites se superposent. Cette valeur, dans le cas de l'eau froide, est de 2,01 m/s. Il s'agit de la loi barotrope représentée sur la Figure 7.6.

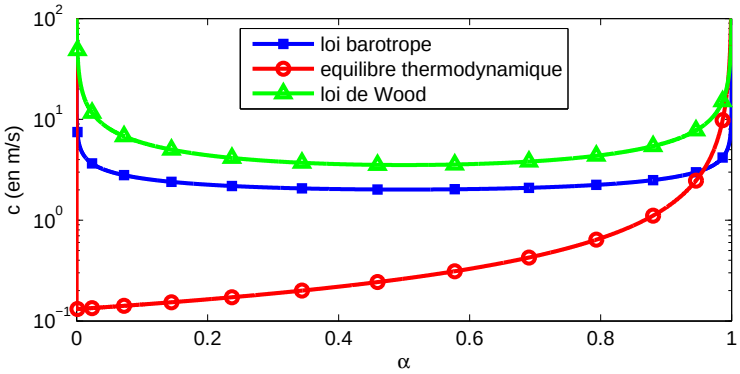


FIG. 7.6 – Célérité du son en fonction du taux de vide.

7.2.1 Calculs avec une poche de cavitation stable

On a réalisé avec IZ pour une même géométrie de venturi (4°) des calculs stables avec 4 valeurs différentes de C_{min}. Nous conservons l'objectif d'obtenir une longueur de poche de l'ordre de $80mm$. Les valeurs retenues pour cette étude sont 0,5 ; 0,89 ; 1 ; 1,5. Respectivement, elles sont choisies pour : tester une valeur volontairement faible ; comparer avec la valeur utilisée précédemment et introduite par Barre et al. [12] avec des calculs $Fine/Turbo^{TM}$; utiliser la valeur introduite par Fortes et al. [141] ; utiliser la valeur introduite par Coutier et al. [40]. La figure 7.4 illustre l'influence, sur la pente, du paramètre C_{min} de la loi barotrope.

Chacun des quatre cas étudiés respectent les conditions sur la célérité évoquées précédemment.

En comparant le comportement de la poche de cavitation dans une configuration stable (Figure 7.7), on constate que C_{min} n'influence pas le développement de la cavitation au niveau global mais change le contenu de la poche de cavitation. Il est important de remarquer qu'au niveau du début de la poche, dans le voisinage immédiat du col du venturi, la répartition du taux de vide est relativement invariable tandis que dans le reste de la poche on observe de plus importantes modifications.

En étudiant l'établissement de la poche, c'est-à-dire le régime transitoire conduisant à la configuration stable, on observe de légères variations sur la taille minimale atteinte par la poche de cavitation après la première oscillation (Table 7.2).

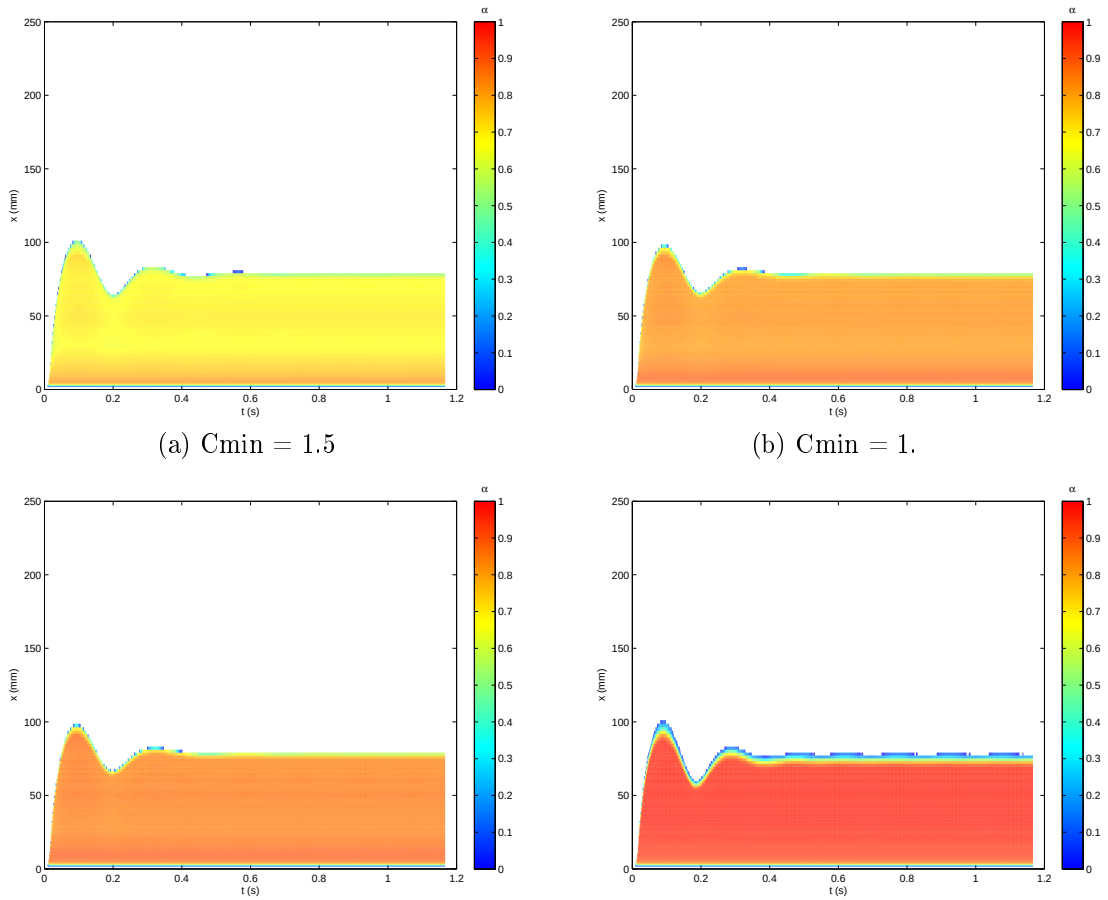
C_{min}	1.5	1	0.89	0.5
L (en mm)	68.85	70.62	70.62	63.76
t (en s)	0.208	0.198	0.198	0.187

TAB. 7.2 – Transitoire en fonction de C_{min}

Ces variations, bien que minimes, nous incitent à penser que la plus faible valeur de célérité conduit à l'instationnarité du comportement de la poche de cavitation.

Pour chacun des 4 cas, nous comparons les résultats aux mesures expérimentales des profils de vitesse (Figure 7.8a) et de taux de vide (Figure 7.8b).

Si on ne compare que la longueur de poche et les deux premiers puits, on obtient



(a) Cmin = 1.5

(b) Cmin = 1.

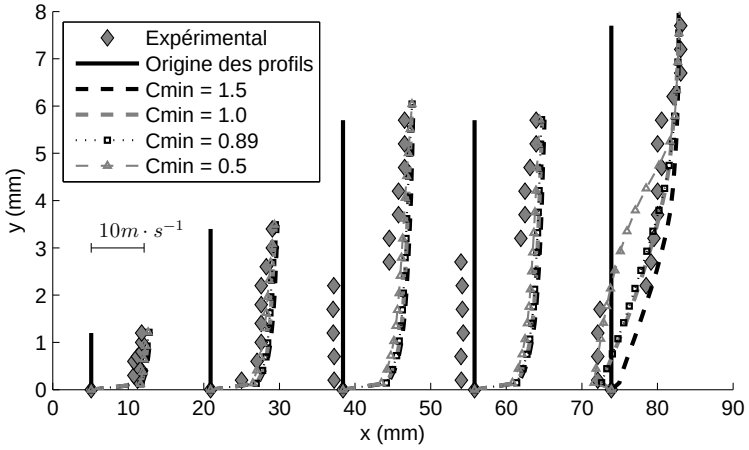
(c) Cmin = 0.89

(d) Cmin = 0.5

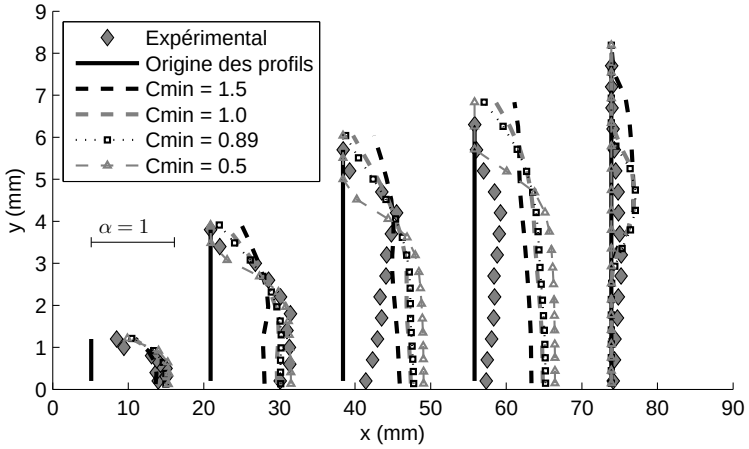
FIG. 7.7 – Influence du paramètre Cmin sur la taille et sur la constitution de la poche de cavitation

de bons résultats indépendamment de la valeur choisie pour C_{min}. Diminuer la valeur de C_{min} entraîne tout de même deux conséquences observables sur les autres puits de mesure, à savoir une augmentation du taux de vide à l'intérieur de la poche, couplée à une diminution de l'épaisseur de la poche. Cette constatation est également réalisée sur des résultats du code Caviflow.

La variation de la valeur de la célérité minimale du son en milieu diphasique ne permet aucunement de déstabiliser la poche de cavitation et on ne peut donc pas observer de recirculation liquide (aux puits 3 et 4) qui se traduit par des vitesses négatives en fin de poche et un taux de vide moyen plus faible.



(a) Profils de vitesse



(b) Profils de taux de vide

FIG. 7.8 – Résultats avec poche de cavitation stable

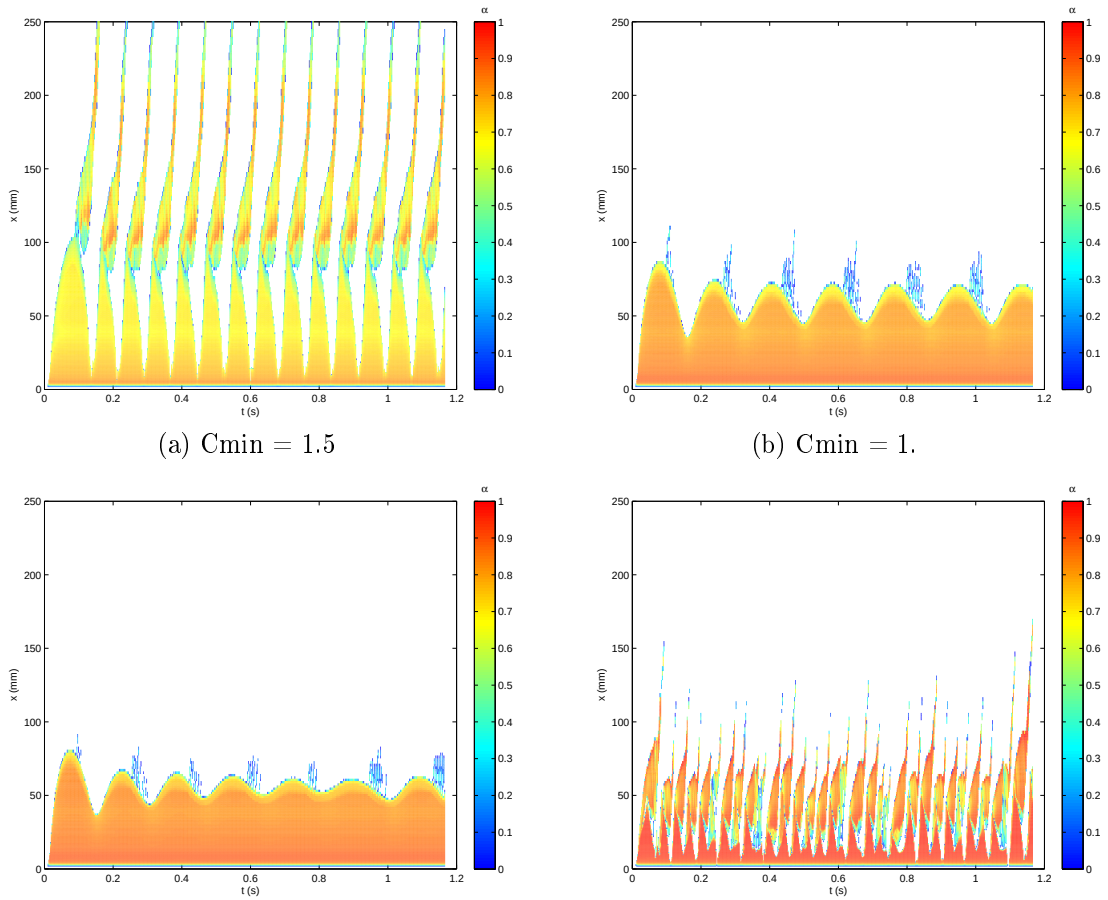
7.2.2 Calculs avec une poche de cavitation instationnaire.

Le comportement instationnaire de la poche est obtenu en réduisant la viscosité turbulente dans les zones diphasiques. Avec les fluctuations de la taille de la structure cavitante attachée au col, il n'est plus possible de se contenter de la taille de la poche à la fin du calcul pour sélectionner un cas parmi les autres.

La vitesse la plus élevée retenue ($C_{min} = 1,5m/s$) engendre de la cavitation très rapidement avec la diminution de la pression. On assiste ainsi à des structures cavitantes qui ont du mal à se recondenser (Figure 7.9a). Le résultat retenu parait donc trop cavitant, avec des structures convectées à plus de $250mm$ du col, cependant les calculs à plus haute pression aboutissent systématiquement sur des comportements stables.

Les célérités de $1m/s$ (Figure 7.9b) et de $0,89m/s$ (Figure 7.9c) semblent aboutir à des résultats comparables tant au niveau du comportement de la poche qu'au niveau de sa teneur en vapeur.

Enfin, la plus raide pente de la loi barotrope étudiée ($C_{min} = 0,5m/s$) crée des structures de petite taille, rapidement convectées et condensées dans l'écoulement



(a) Cmin = 1.5

(b) Cmin = 1.

(c) Cmin = 0.89

(d) Cmin = 0.5

FIG. 7.9 – Influence du paramètre Cmin sur la taille et sur la constitution de la poche de cavitation

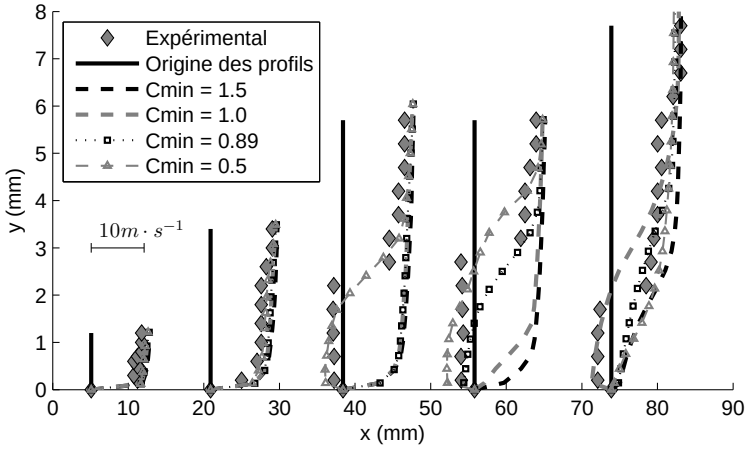
(Figure 7.9d).

Contrairement au cas d'une poche de cavitation stationnaire, on constate ici une forte influence de la célérité minimale du son sur le comportement de la poche de cavitation. Ceci est vérifié en étudiant les profils de taux de vide (Figure 7.10b) et de vitesse (Figure 7.10a).

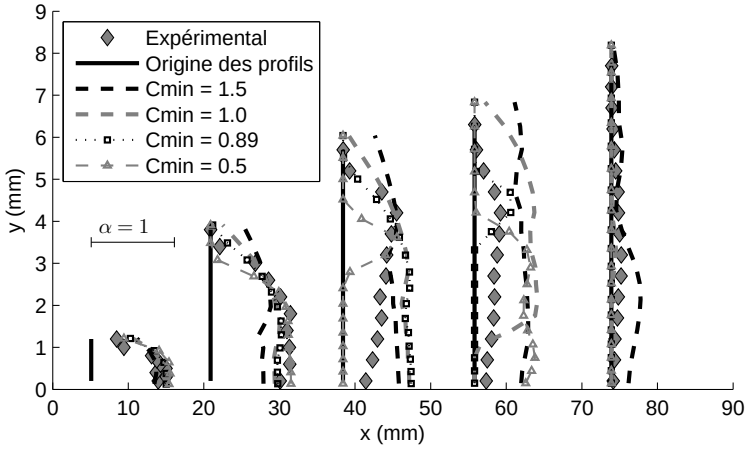
Une pente moins raide de la loi barotrope se traduit par une poche plus large (exactement comme dans le cas de cavitation stable) mais également par des lâchers convectés très loin en aval. La poche, au comportement très régulier, garde une grande partie attachée en permanence au col, empêchant le jet liquide de remonter jusqu'au zone de mesures expérimentales. Les profils de vitesses sont donc particulièrement incohérents avec les relevés expérimentaux.

Une pente très raide provoque un comportement très instationnaire avec beaucoup de petits lâchers qui se condensent rapidement, autorisant une bonne recirculation de la phase liquide. Les profils de vitesses sont au plus près des mesures, cependant la phase vapeur n'est pas assez présente et les profils de taux de vide sont donc très fortement dégradés par une telle valeur de C_{min}.

Les deux valeurs intermédiaires aboutissent à des résultats relativement proche.



(a) Profils de vitesse



(b) Profils de taux de vide

FIG. 7.10 – Résultats instationnaires

La valeur la plus élevée présente un avantage sur les profils de taux de vide mais au détriment des profils de vitesse où la recirculation liquide en fin de poche n'est pas du tout représentée. C'est en accordant de l'importance à ce phénomène physique que nous choisissons de retenir une valeur de $0,89m/s$.

7.3 Calculs avec le modèle barotrope : comparaison des solveurs

Deux codes cavitants sont développés au sein de notre laboratoire. D'un coté, un code basé sur un solveur compressible : Caviflow (il est présenté dans ses grandes lignes à la section 5.2). Et de l'autre coté, le code IZ (CNES) qui est basé sur un solveur incompressible (présenté au chapitre 4). Afin de comparer les deux codes de calculs, nous avons réalisé une double campagne de calculs. Une série à comportement stationnaire (répartition spatiale indépendante du temps) est d'abord utilisée avant que l'étude ne soit complétée par une autre série de calculs à comportement instationnaire (avec de fortes perturbations des structures de cavitation). On définit

la poche de cavitation comme étant la structure, attachée au col, délimitée arbitrairement par la courbe d'isovaleur du taux de vide valant $\alpha = 0.05$. Le critère qu'on recherche alors pour nos calculs est d'obtenir une poche de cavitation dont la longueur est du même ordre que celle obtenue sur la manipulation expérimentale (soit $80mm$).

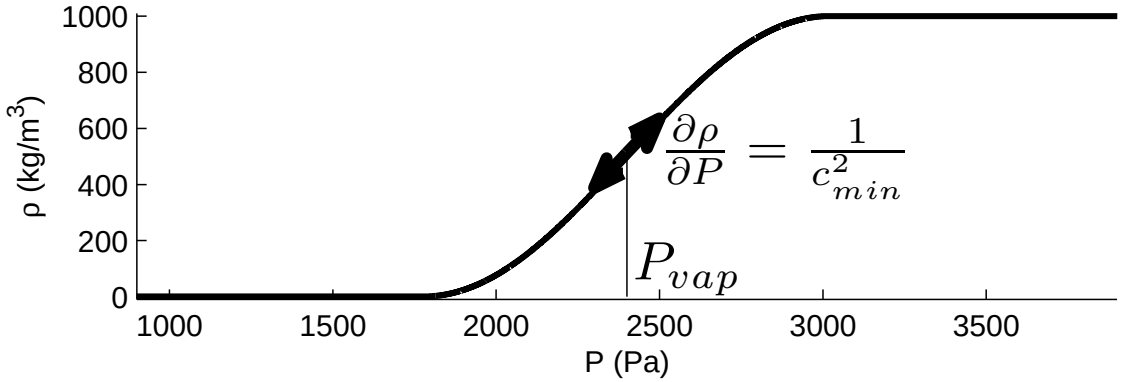


FIG. 7.11 – Loi barotrope proposée par [45]

7.3.1 Calculs avec une poche de cavitation stable - Venturi 4°

Les paramètres de calculs utilisés pour obtenir les résultats stationnaires (Figures 7.12 et 7.13) sont, pour IZ :

- modèle de turbulence : $k - \varepsilon$ RNG (sans réduction de μ_t)
- vitesse amont imposée : $U_{ref} = 10.8m/s$
- pression aval imposée : $\sigma_{aval} = \frac{P_{aval} - P_{vap}}{1/2 \cdot \rho V_{ref}^2} = 1.27$ soit $P_{aval} = 76271Pa$

et pour Caviflow :

- modèle de turbulence : $k - \varepsilon$ de Jones & Launder
- pression amont totale imposée : $P_{amont} + \frac{1}{2}\rho U_{ref}^2 = 93320Pa$
- pression aval imposée : $P_{aval} = 192328Pa$ soit $\sigma_{aval} = 3.26$
- célérité du son dans le liquide : $c_{liq} = 110.7m/s$

Le pas de temps physique est adimensionné par le temps de référence du calcul. On choisi un pas de $dt^* = 0.015$ soit $dt = dt^* \cdot T_{ref} = dt^* \frac{L_{ref}}{U_{ref}} = 0,35ms$.

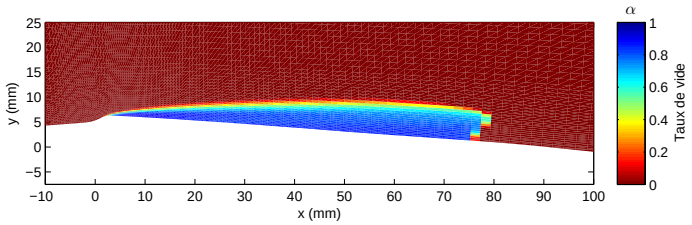


FIG. 7.12 – Poche de cavitation attachée stable (code IZ).

Le modèle de cavitation utilisé ici dispose d'un unique degré de liberté qui est la célérité minimale du son dans le milieu diphasique. Ce paramètre règle la pente de la

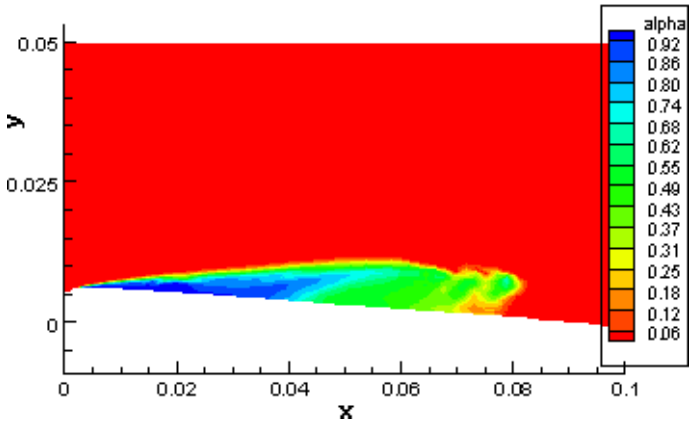


FIG. 7.13 – Poche de cavitation stationnaire (code Caviflow).

loi (Figure 7.11). Afin de rester en concordance avec les autres travaux numériques réalisés au sein de notre équipe sur cette géométrie, nous faisons le choix d'un $c_{min} = 0.89m \cdot s^{-1}$.

Avec Caviflow, nous réalisons directement un calcul stationnaire cavitant. Ceci n'est possible qu'avec une configuration d'écoulement stable, faute de quoi il aurait fallu étudier le cheminement de calcul avant de valider le résultat.

Pour ces deux résultats numériques, nous comparons les profils de vitesse et de taux de vide aux relevés expérimentaux réalisés sur les 5 puits de mesure.

Les profils de vitesse relevés expérimentalement montrent une recirculation sur la seconde moitié de la poche.

Les résultats numériques, illustrés par les Figures 7.14 et 7.15, sont en concordance avec les mesures expérimentales uniquement pour les deux premiers puits de mesure. Quelque soit le code de calcul utilisé, le jet entrant mis en évidence par les mesures expérimentales n'est presque pas obtenu lors des simulations.

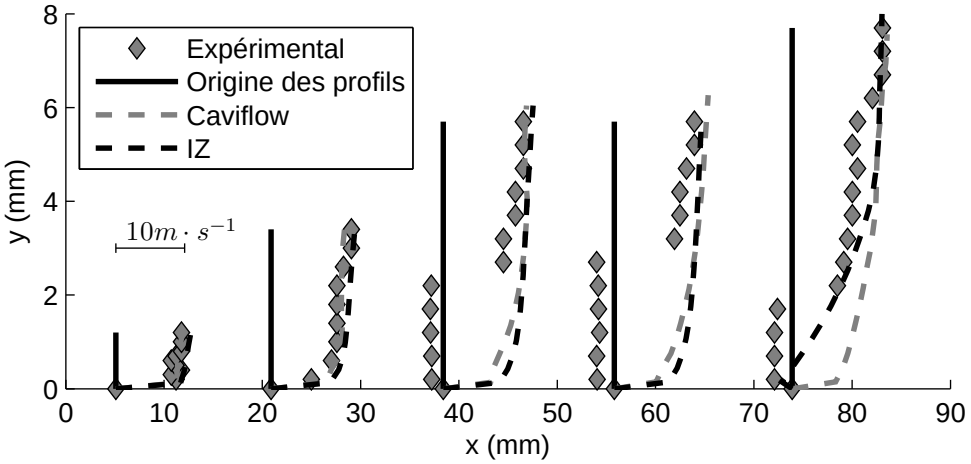


FIG. 7.14 – Comparaison des profils de vitesse avec les mesures expérimentales.

Les pressions amont de ces résultats obtenus avec IZ et avec Caviflow sont respectivement, exprimées en nombre de cavitation, de 0,585 et de 0,6. Ceci est supérieur

au relevé expérimental dont la valeur est de 0,547 ±0,005.

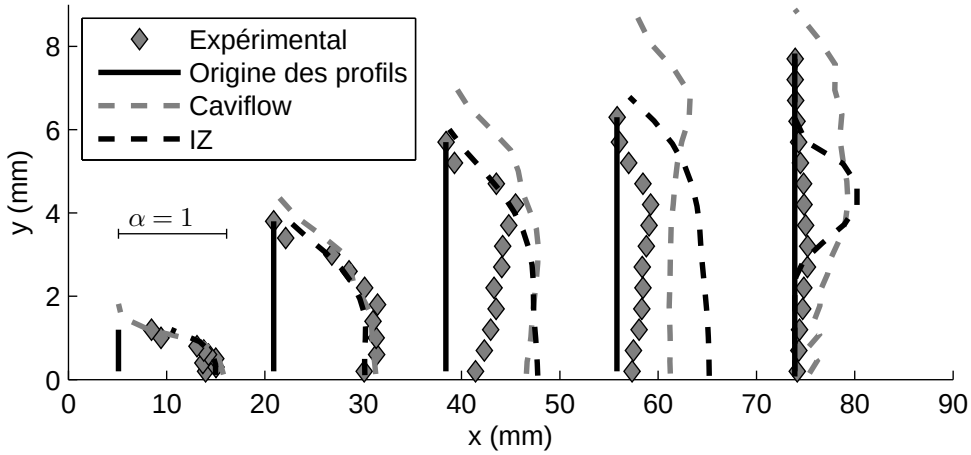


FIG. 7.15 – Comparaison des profils de taux de vide avec les mesures expérimentales.

La recirculation observée expérimentalement en fin de poche de cavitation dans cet écoulement est purement instationnaire. En effet, bien que cette manipulation soit considérée comme stable d'un point de vue cavitant, une oscillation de la poche autour de la longueur de $80mm$ est observée.

7.3.2 Calculs avec une poche de cavitation instationnaire - Venturi 4°

Nous avons ensuite réalisé une campagne de calculs instationnaires pour tenter de caractériser ce jet rentrant. Pour cela, nous appliquons une réduction de la viscosité turbulente, pour chacun des deux codes, dans les zones de cavitation.

On se fixe à nouveau comme objectif la taille de la poche de cavitation en ciblant la longueur mesurée expérimentalement. Le comportement instationnaire obtenu avec IZ est une poche qui pulse sans pour autant provoquer de gros lâchers. Pour obtenir ce résultat, le paramètre a de la réduction de μ_t (voir la section 4.4) vaut 1/10 et la pression est imposée en aval par $\sigma_{aval} = 1.295$.

L'étude temporelle de la longueur de poche de cavitation (Figure 7.16) révèle une pulsation de fréquence périodique bien caractérisée autour de $6Hz$. On constate également le lâcher de petites structures diphasiques légèrement convectées et rapidement dissipées. Simultanément à ces lâchers la poche se rétracte sous l'influence de la recirculation liquide établie. Lorsque ce tourbillon de fin de poche est convecté en aval, la structure emportée se condense tandis que la poche peut à nouveau grandir entamant ainsi un nouveau cycle.

La Figure 7.17 illustre, en traçant la répartition spatiale du gradient de masse volumique, une période complète (soit $0.16683s$).

La seconde approche considérée, c'est-à-dire avec l'approche compressible, l'instationnarité est obtenue en effectuant une réduction sur l'expression de la masse volumique dans la viscosité turbulente (paramètre n fixé à une valeur de 10). On

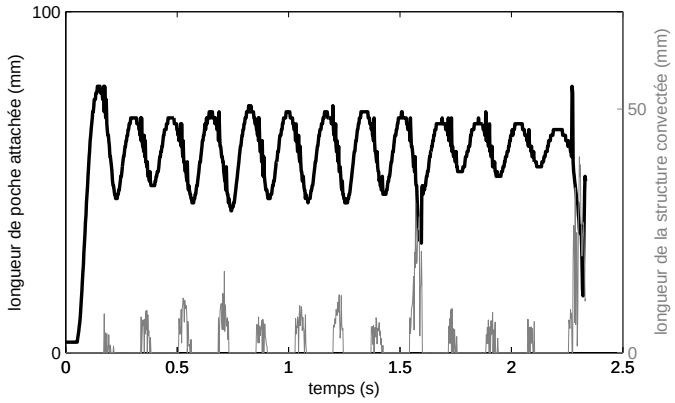


FIG. 7.16 – poche de cavitation attachée oscillante (code IZ).

obtient également un comportement instationnaire de la poche mais sans noter de fréquence caractéristique pour le phénomène de cavitation.

Une fois le transitoire initial dépassé, la poche entre dans un régime établi apériodique (Figure 7.18). Ceci nous permet de calculer des moyennes temporelles même sans être sur un nombre entier de période.

La comparaison des profils de vitesse montre que les résultats numériques instationnaires arrivent mieux à capter le jet rentrant (Figure 7.19).

Pour les deux codes, on obtient des profils en bon accord avec les relevés expérimentaux sur 4 des 5 puits. Seul le puits médian, avec le solveur IZ, montre une différence de comportement entre l'écoulement simulé et l'écoulement réel. Certains calculs aboutissaient à une recirculation impactant également le puits 3, mais ceci au détriment de la constitution de la poche ; les profils de taux de vide étant alors trop différents et la longueur de la poche trop courte pour valider ces calculs. On peut également noter que lors des calculs avec $Fine/Turbo^{TM}$ le jet rentrant n'était pas capturé [163].

Sur les résultats retenus, la poche présente, en moyenne, une épaisseur et une constitution très proche des mesures expérimentales (Figure 7.20). Ceci est possible pour un écoulement avec des nombres de cavitation amont, en valeur plus probable, de respectivement 0.6 et 0.61 pour IZ et pour Caviflow. Ils sont donc toujours supérieurs à celui expérimental (0.547). Cette étude a donné lieu à une publication internationale : "Comparison of Numerical Solvers for Cavitating Flows" présentée en annexe [72].

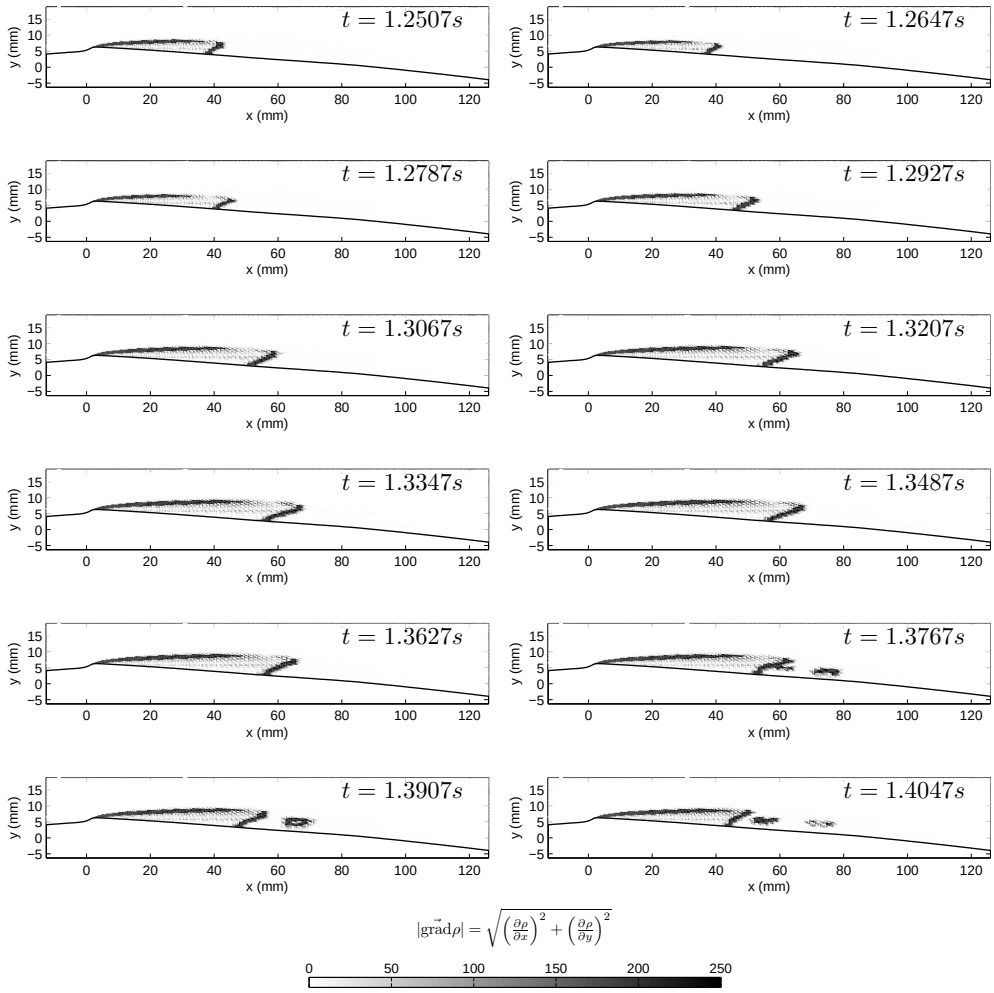


FIG. 7.17 – Intensité du gradient de masse volumique au cours d'une oscillation (IZ).

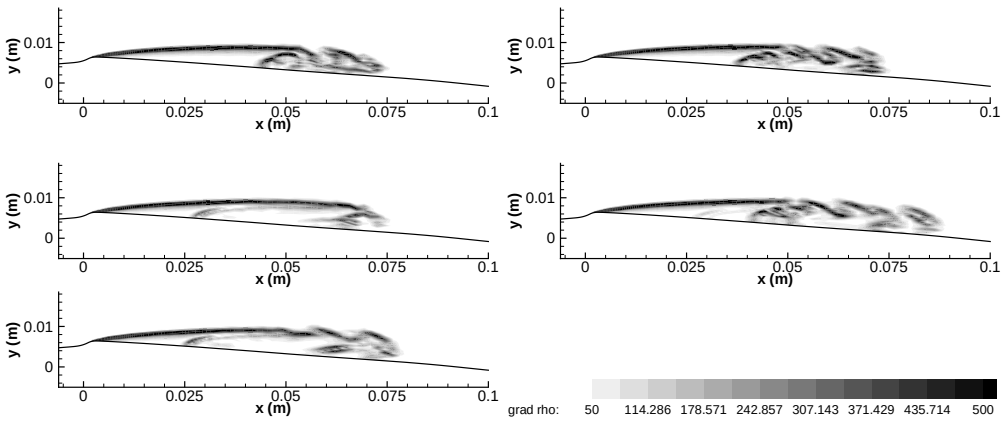


FIG. 7.18 – Intensité du gradient de masse volumique à divers instants (Caviflow).

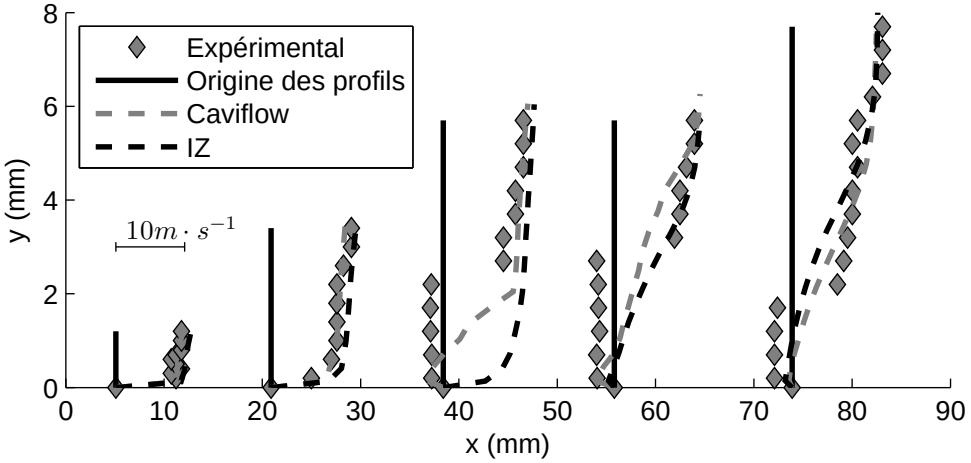


FIG. 7.19 – Comparaison des profils de vitesse avec les mesures expérimentales.

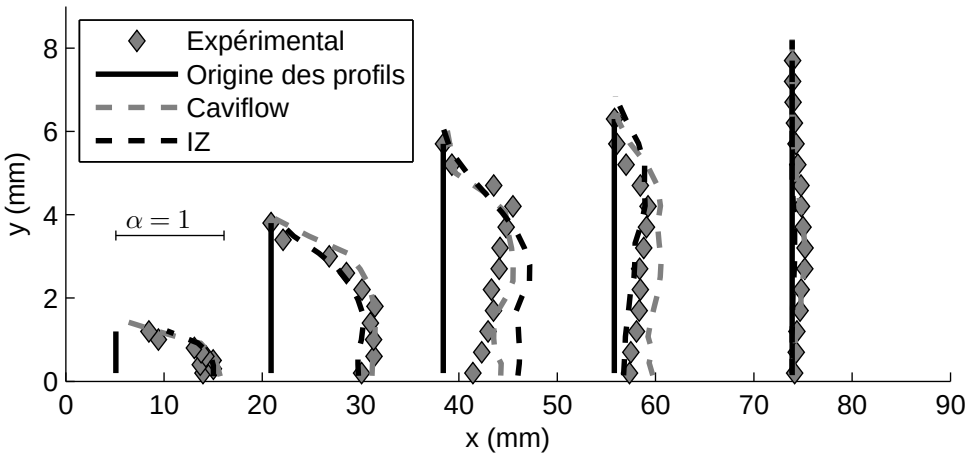


FIG. 7.20 – Comparaison des profils de taux de vide avec les mesures expérimentales.

Avec le code CaviFlow, d'autres calculs ont été effectués dans le but d'obtenir une poche quasi stable, dont la longueur varie entre 70 et $85mm$, avec la présence d'un jet rentrant. Avec le modèle de turbulence $k - \omega SST$ de Menter, trois types de comportement de la cavité ont été obtenus en diminuant la valeur de $\sigma_{entrée}$. La Figure 7.21 trace le taux de vide moyenné en temps des différentes poches simulées.

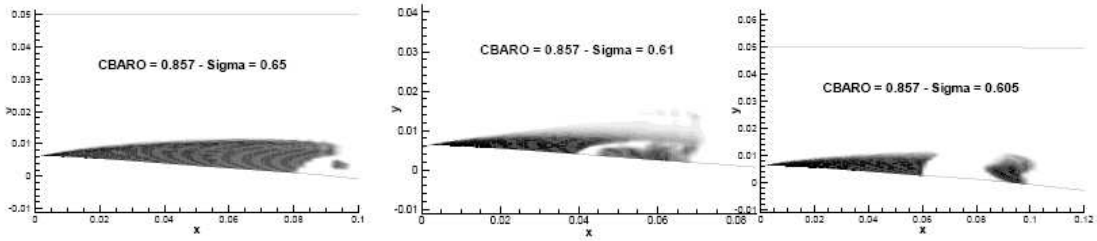


FIG. 7.21 – taux de vide moyen, calculs Caviflow.

De gauche à droite, ces trois simulations numériques résultent en :
- une poche attachée avec une petite recirculation en zone de fermeture de poche. C'est un résultat quasi-stationnaire.
- une poche attachée avec jet rentrant étendu et présence de structures diphasiques en fermeture de poche. Cette configuration est en bon accord avec les résultats expérimentaux.
- une courte poche attachée avec une grosse structure détachée.

Dans l'ensemble de ces calculs instationnaires, on simule un jet rentrant liquide (ou de faible taux de vide) qui casse la poche, générant une grosse structure avec des taux de vide importants ($\alpha \simeq 90\%$). Dans les calculs avec Caviflow, cette structure reste en place tandis qu'avec les calculs IZ, celle-ci est convectée dans l'écoulement où elle est ensuite très rapidement dissipée dans les régions de plus forte pression.

7.3.3 Calculs avec une poche de cavitation instationnaire - Venturi 8°

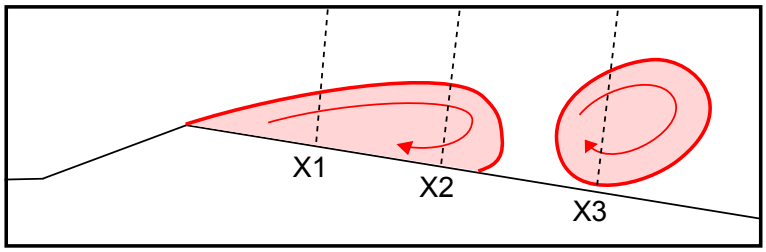


FIG. 7.22 – Schéma du Venturi en écoulement cavitant et emplacement des stations de mesures.

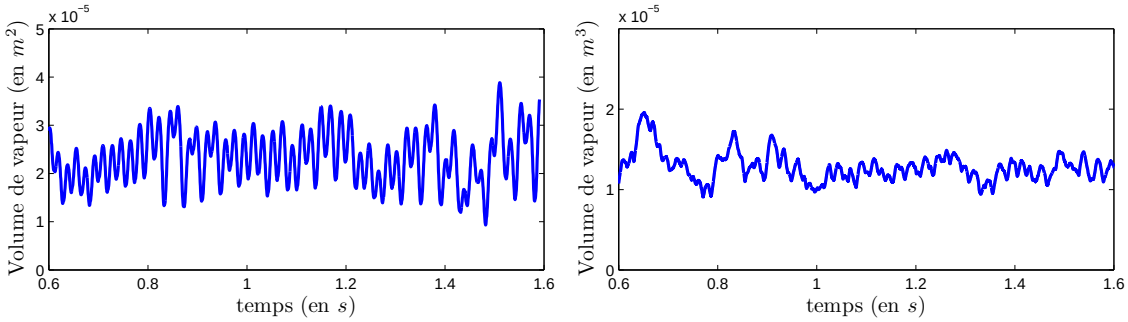
Une seconde géométrie est testée. Du fait que le divergent ait un plus important angle, cette géométrie est très instationnaire. Expérimentalement, on observe un jet rentrant qui découpe la poche de cavitation en occasionnant un lâcher de structure

diphasique. La poche attachée est très courte, seuls les deux premiers puits permettent d'y faire des mesures (Figure 7.22). La troisième station de mesures est traversée périodiquement par des nuages de bulles de cavitation.

La géométrie et son maillage sont détaillés au début de ce chapitre.

Une campagne de calcul est réalisée avec chacun des deux solveurs avec comme objectif une poche oscillant à une fréquence de l'ordre de $45Hz$.

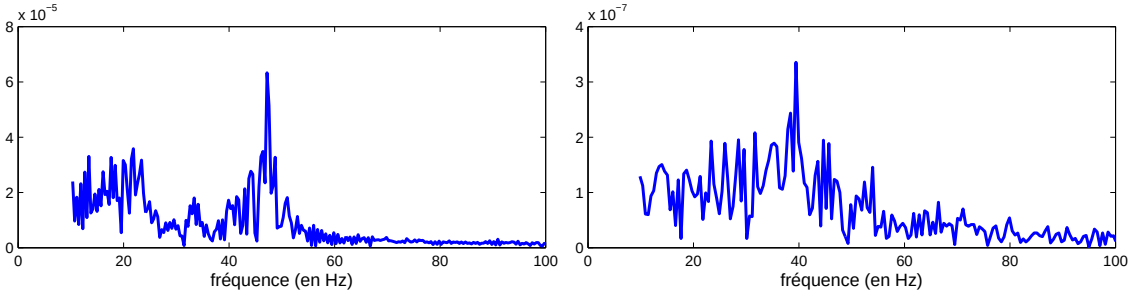
L'évolution du volume de vapeur est retenue comme critère de comparaison. Pour chacun des codes, nous traçons son évolution temporelle sur une seconde de temps physique (Figure 7.23). Le résultat avec le code incompressible semble plus régulier.



(a) Code incompressible (b) Code compressible

FIG. 7.23 – Evolution temporelle du volume de vapeur.

Afin d'analyser les fréquences de l'écoulement, nous effectuons une transformée de Fourier du volume de vapeur (Figure 7.24). Les deux résultats numériques présentent un pic de fréquence. Le résultat obtenu avec IZ est plus proche de la valeur expérimentale.



(a) Code incompressible (b) Code compressible

FIG. 7.24 – Transformier de Fourier du volume de vapeur.

En observant le comportement de la poche de cavitation et des structures convectées sur une période (Figure 7.25), nous observons une grande différence entre les deux codes. Lorsque le jet liquide découpe la poche et provoque un lâcher de structure, le solveur incompressible a tendance à faire disparaître le restant de poche attachée. Ce n'est que lorsque la structure convectée est suffisamment loin que la poche se développe à nouveau. Avec le solveur compressible, la poche attachée de-

meure. Caviflow offre ici un comportement plus proche de l'expérimental que le résultat avec IZ.

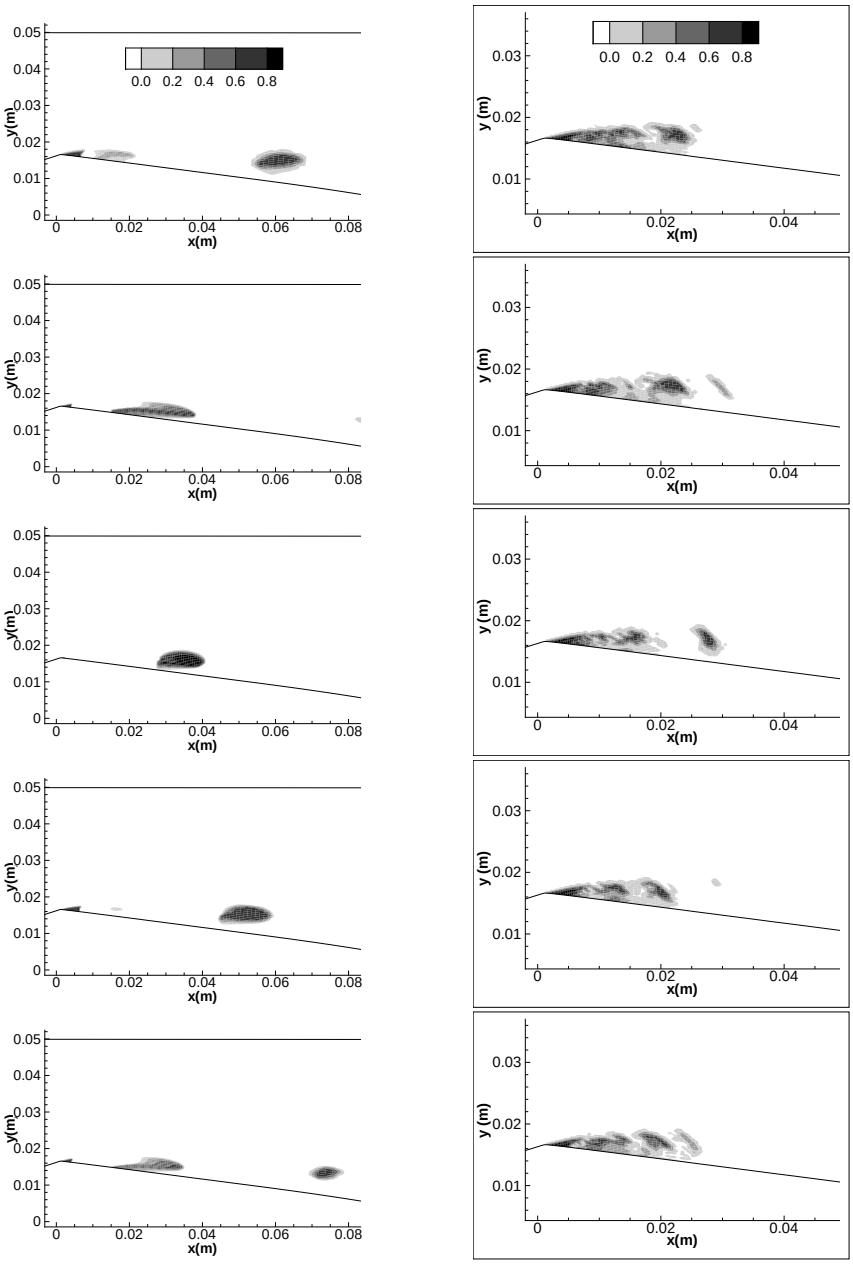


FIG. 7.25 – Taux de vide sur une période.

Les profils de vitesse ne sont comparables qu'au niveau des deux premiers puits (Figure 7.26). Le jet rentrant apparaît clairement avec une recirculation proche de la paroi. Cette recirculation est plus intense sur le code incompressible ce qui se traduit par des vitesses de plus grande amplitude. Cependant, lors de la dissipation totale de la poche, la vitesse reste positive sur une grande durée, ceci tend, sur les moyennes altitudes, à obtenir des vitesses moyennes positives.

Avec le solveur compressible, nous obtenons une recirculation plus présente sur la durée. Le profil est plus proche des mesures expérimentales avec une vitesse glo-

balement négative sur une plus grande épaisseur qu'avec IZ.

Les deux calculs ont une tendance globale à surestimer la vitesse.

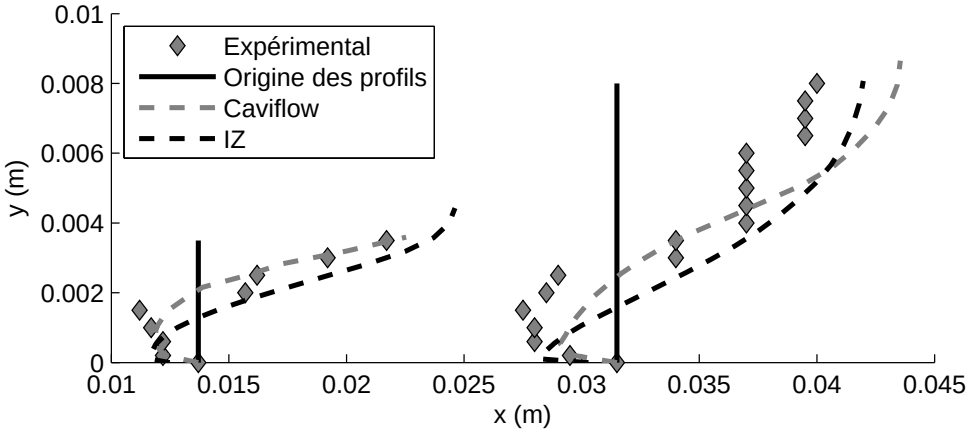


FIG. 7.26 – Comparaison des profils de vitesse avec les mesures expérimentales.

Le taux de vide moyen est largement surestimé au niveau du premier puits avec l'approche compressible (Figure 7.27). Au niveau du deuxième puits, quelle que soit l'approche, nous obtenons une poche trop étroite.

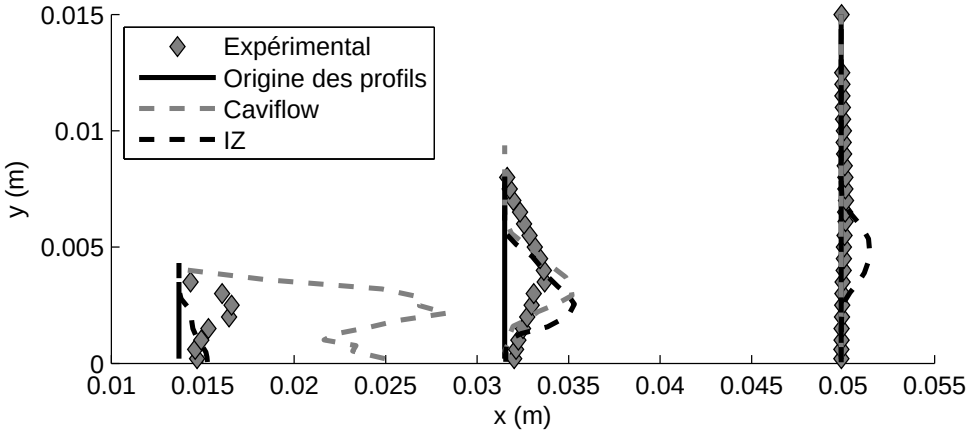


FIG. 7.27 – Comparaison des profils de taux de vide avec les mesures expérimentales.

Cette géométrie de Venturi, de part sa caractéristique, est très fortement instationnaire. Le nombre très faible de mesures expérimentales à disposition ne facilitent en rien les comparaisons.

Nous pouvons tout de même remarquer que les deux approches nous donnent toutes deux des résultats différents mais qui restent pertinents. L'approche compressible dissipe très rapidement les structures convectées et sous-estime donc grandement les nuages de cavitation lâchés par la poche. En revanche le caractère instationnaire de la poche est très bien simulé en particulier au niveau des vitesses. De l'autre côté, l'approche incompressible capture très bien les lâchers de structures mais la simulation du bout de poche restant attaché ne correspond pas aux observations expérimentales.

7.4 Calcul avec un modèle de cavitation du type "Transport de taux de vide"

Pour étudier l'influence du modèle de cavitation, nous réalisons également des calculs cavitants en utilisant une approche du type "transport de taux de vide". Ce modèle repose sur une équation que l'on rajoute au système actuel afin de modéliser la création de taux de vide ainsi que son transport. Le modèle implanté dans IZ découle de celui proposé par Kunz [109]. En effet, ce dernier ajoute une équation pour le transport de la phase liquide dépendant alors de $\alpha_l = 1 - \alpha$.

La modélisation numérique de l'équation de transport de α, dont les constantes sont présentées ci-après, est détaillée dans le travail de thèse de O. Coutier-Delgosha [35]. Nous ne présentons ici que le sens physique de ces constantes.

A partir de l'équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j}{\partial x_j} = 0 \tag{7.9}$$

On y injecte l'expression de la densité en fonction du taux de vide :

$$\rho = \alpha(\rho_v - \rho_l) + \rho_l \tag{7.10}$$

Pour obtenir finalement une équation de production et transport du taux de vide :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial \alpha U_j}{\partial x_j} = -\frac{A_v}{\rho_v} \tag{7.11}$$

Le terme de droite génère ou dissipe la vapeur en fonction de la pression. Kunz propose de décomposer A_v en deux termes distincts, l'un pour la vaporisation et l'autre pour la condensation :

$$A_v = (\dot{m}_{vl} + \dot{m}_{lv}) \tag{7.12}$$

Le terme de vaporisation s'exprime en fonction d'une des constantes du modèle C_{dest} et d'un temps caractéristique τ :

$$\dot{m}_{lv} = \frac{C_{dest}\rho_v\alpha_l \min(0; P - P_{vap})}{\frac{1}{2}\rho_{ref}U_{ref}^2\tau} \tag{7.13}$$

L'adimensionnement de cette expression se note :

$$\dot{m}_{lv} = C_{vap}(1-\alpha)\min(0; Cp + \sigma) \tag{7.14}$$

Avec

$$C_{vap} = C_{dest}\frac{\rho_v}{\rho_l}\frac{T_{ref}}{\tau} \tag{7.15}$$

On remarque que le nom de la constante donnée par Kunz illustre parfaitement le coté qu'il a choisi pour la description du phénomène. Là où nous voyons de la création de vapeur, sa constante illustre la destruction de liquide.

Le second terme, celui de la condensation, s'exprime en fonction d'une seconde constante C_{prod} et de τ :

$$\dot{m}_{vl} = \frac{C_{prod}\rho_v\alpha_l^2(1-\alpha_l)}{\tau} \tag{7.16}$$

L'adimensionnement de cette expression s'écrit :

$$\dot{m}_{vl} = C_{ond}(1-\alpha)^2\alpha \tag{7.17}$$

Avec

$$C_{ond} = C_{prod}\frac{\rho_v}{\rho_l}\frac{T_{ref}}{\tau} \tag{7.18}$$

Remarquons que le terme de vaporisation de ce modèle est nul dès que nous avons une pression supérieure à la pression de vapeur saturante. Il n'est donc possible de provoquer la cavitation que lorsque localement nous atteignons une pression inférieure à P_{vap}.

Pour ce qui est du terme de condensation, il est indépendant de la pression. En revanche, il varie en fonction du taux de vide et en particulier il s'annule lorsque α vaut 1. Autrement dit, il n'est pas possible de condenser de la vapeur pure avec ce modèle. Pour éviter ceci, la loi est modifiée dans IZ en fixant une valeur maximale pour le terme α de cette équation :

$$\dot{m}_{vl} = C_{ond}\left(\max(1-\alpha, 10^{-3})\right)^2\alpha \tag{7.19}$$

Ce seuil rajouté au modèle est également proposé par Lindau [113] qui le justifie physiquement par l'existence de gaz non condensables au sein du fluide.

7.4.1 Influence du jeu de constantes

On trouve dans la littérature, pour ce type de modèle, des formulations différentes. Bien que toujours équivalentes, ces formulations font entrer la masse volumique (ou non) dans les constantes. Le rapport des densités ρ_v/ρ_l n'est alors que rarement donné. D'autre part, la constante de temps n'est pas toujours précisée. Il est donc très difficile d'établir des paramètres de comparaison à partir d'un article ou d'un autre.

7.4.1.1 Valeurs par défaut du code IZ

Le premier jeu de constantes retenus pour cette étude est celui appliqué par défaut au code IZ [155, 141] :

$$C_{vap} = 2 \quad \text{et} \quad C_{ond} = 0.5 \tag{7.20}$$

Cependant, ce jeu est appliqué pour un rapport de densité des phases de 0,01. Dans notre étude, nous choisissons un rapport plus faible :

$$\frac{\rho_v}{\rho_l} = 0.001 \tag{7.21}$$

Avec cette valeur, les constantes sont corrigées et valent donc :

$$C_{vap} = 0.2 \quad \text{et} \quad C_{ond} = 0.05 \tag{7.22}$$

Le pas de temps adimensionnel utilisé habituellement ($dt^* = 0.01$) ne permet pas ici d'obtenir une convergence rapide du calcul. Lorsque la cavitation se développe, le calcul atteint à chaque pas de temps le nombre maximum d'itération sans que les résidus ne franchissent tous les seuils imposés. Ne s'agissant pas d'une divergence du calcul, nous avons deux pistes principales pour accélérer le temps de résolution. Soit nous pouvons augmenter la taille des résidus attendus ; soit nous pouvons réduire le pas de temps. Nous choisissons donc un pas de temps deux fois plus court ($dt^* = 0.005$ soit $dt = 0.12ms$).

Sans réduction de μ_t

En utilisant un modèle de turbulence classique ($k - \varepsilon$ RNG) sans y adjoindre une réduction artificielle de la viscosité turbulente, nous obtenons un résultat stationnaire avec une poche de la bonne taille mais de composition bien différente de celles obtenues avec le modèle barotrope (Figure 7.28).

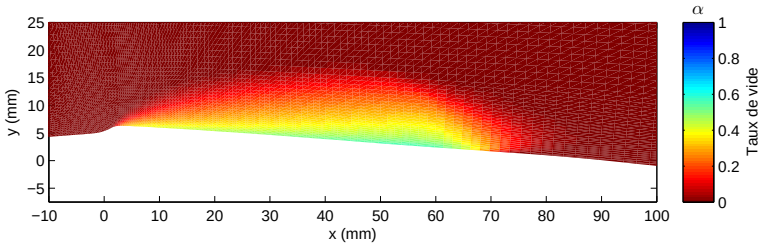


FIG. 7.28 – Poche de cavitation stable

La pression en amont de ce calcul est de 31398 Pa (soit $\sigma = 0.499$). La valeur ainsi obtenue est bien inférieure à la valeur expérimentale ($\sigma = 0.547$) alors que la valeur obtenue avec la loi barotrope est supérieure.

Cette constatation est normale compte tenu des formulations retenues. En effet, la loi barotrope proposée par Delannoy est centrée sur la pression de vapeur saturante. De la vapeur est donc générée par cavitation à des pressions supérieures à P_{vap}. De l'autre coté, le modèle proposé par Kunz ne produit de la cavitation que pour des pressions inférieure à P_{vap}. On peut donc s'attendre à avoir une différence de pression dans le circuit lorsqu'on prend comme paramètre la longueur de la poche de cavitation.

L'étude des profils de taux de vide (Figure 7.29) confirme une poche de la bonne longueur mais avec une bien trop grande épaisseur. D'autre part, si les valeurs au niveau du dernier profil semblent convenir, on remarque très rapidement que le taux de vide est globalement trop faible à l'intérieur de la poche.

Rapporté aux études précédentes, cela est comparable avec un calcul utilisant une loi barotrope avec un C_{min} trop élevé.

Les profils de vitesse obtenus (Figure 7.30) ne comporte pas de recirculation. Il est donc normal de ne pas avoir de déstabilisation de la poche.

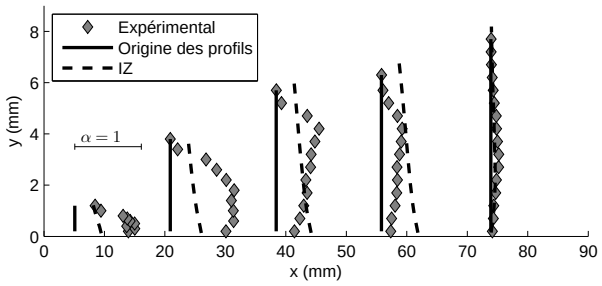


FIG. 7.29 – Profils de taux de vide

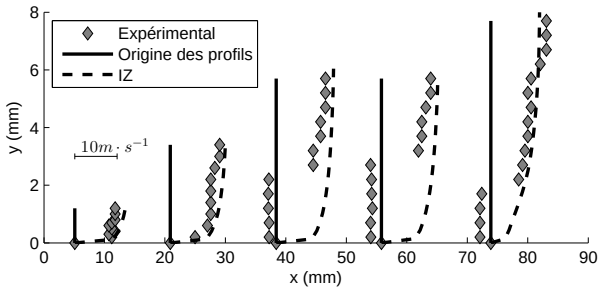
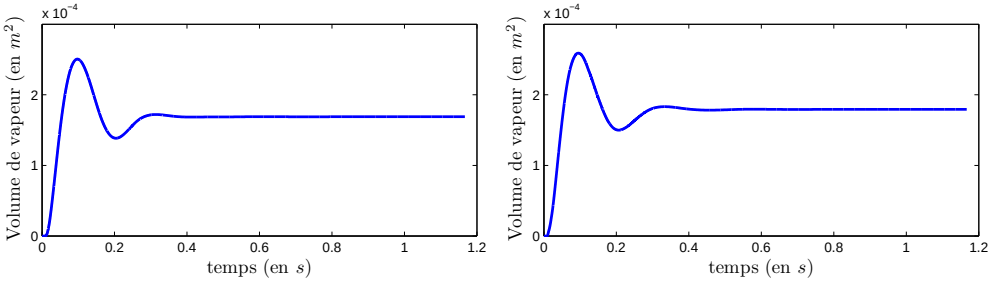


FIG. 7.30 – Profils de vitesse

Nous savons qu'il est possible de provoquer de l'instationnarité en réduisant la viscosité du mélange diphasique. Mais avant de le faire, assurons nous de ne pas avoir d'influence du pas de temps sur le résultat. Nous lançons un nouveau calcul avec strictement les mêmes paramètres de calcul à l'exception du pas de temps réduit à nouveau.

La valeur retenue est de $dt^* = 0.002$.



(a) $dt^* = 0.002$ (b) $dt^* = 0.005$

FIG. 7.31 – Comparaison du volume de vapeur total.

On observe une différence sur la valeur finale du volume de vapeur sans pour autant que le caractère ne soit modifié (Figure 7.31). En fait, cette petite variation repose non pas sur la géométrie de la poche (même longueur et même épaisseur) mais sur son contenu avec variation maximale de la valeur du taux de vide de 2,2%.

Avec réduction de μ_t

Afin de déstabiliser la poche de cavitation, la viscosité est diminuée dans la zone

diphasique à l'aide d'une limitation proposée par Reboud. On utilise ici le paramètre $a = 1/10$. Ceci permet une oscillation du volume de vapeur où on distingue une période dominante (fréquence de 11.9Hz) perturbée par divers évènements (Figure 7.32).

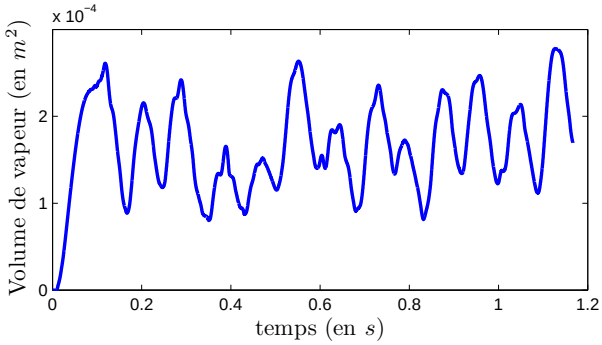


FIG. 7.32 – Evolution temporelle du volume de vapeur

En regardant un cycle typique (Figure 7.33), on observe le développement des structures de cavitation en forme de poche attachée au col du venturi. Un jet rentrant liquide remonte le long de la paroi jusqu'à atteindre une abscisse de l'ordre de 40mm avant de séparer la poche de cavitation en deux. La structure ainsi détachée est alors convectée par l'écoulement.

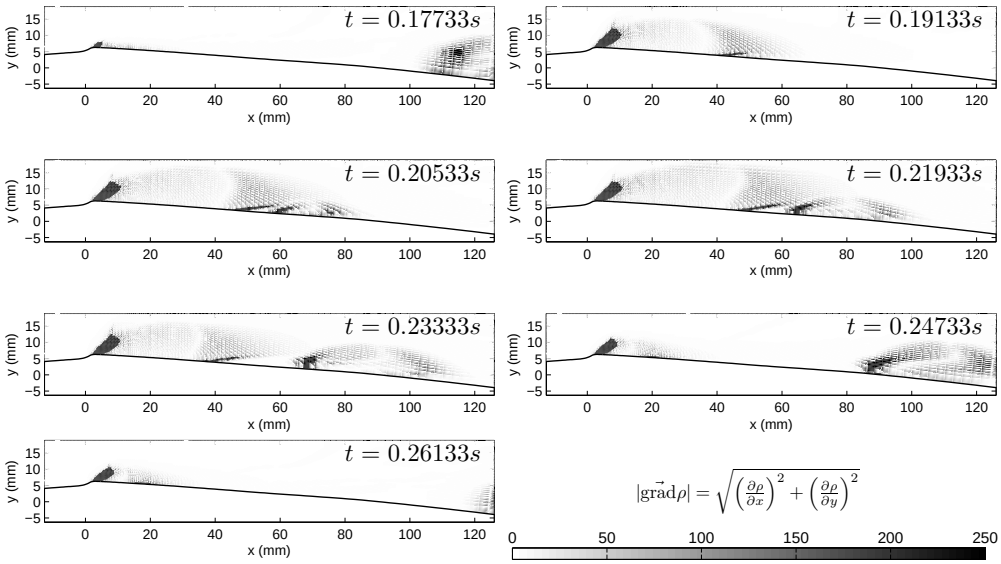


FIG. 7.33 – Intensité du gradient de masse volumique au cours d'une oscillation.

On observe de la cavitation bien au delà de la station située à 80mm (observation expérimentale). Mais paradoxalement, la comparaison des profils de taux de vide conclue sur un manque de présence de la phase vapeur (Figure 7.34).

Bien qu'atteignant la bonne abscisse, le jet liquide n'est alors plus assez véloce pour imprimer au profil moyen de vitesse du troisième puits une recirculation (Figure 7.35). Cependant ce jet est convenablement simulé sur le dernier profil de vitesse.

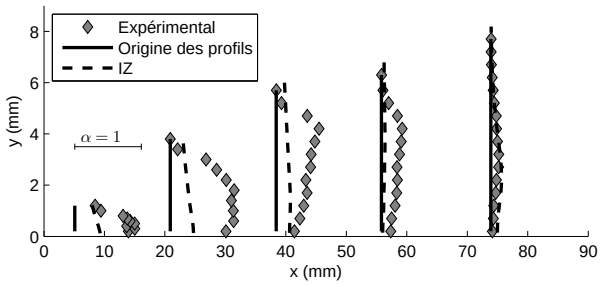


FIG. 7.34 – Profils de taux de vide

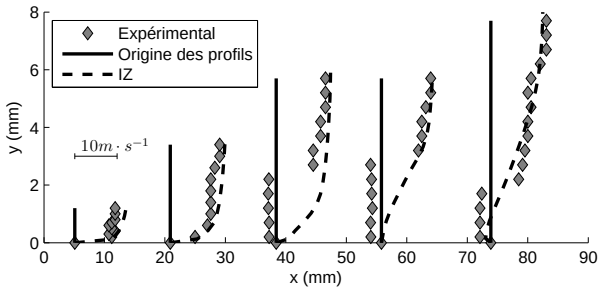


FIG. 7.35 – Profils de vitesse

Comme pour le cas stationnaire, on est en présence de structure de cavitation trop grosses et pas assez fournie en vapeur. On reste donc dans la suspicion d'une célérité du son trop élevée.

On remarque tout de même que la diminution de la viscosité améliore le résultat. Enfin, la pression en amont vaut, pour ce cas, 33946Pa (soit $\sigma = 0.543$). Bien que plus proche que le cas stationnaire, cette valeur reste inférieure à la valeur expérimentale.

7.4.1.2 Valeurs adaptées en fonction du temps de référence

La définition des paramètres C_{vap} et C_{ond} dépend du rapport des temps de référence et caractéristique de l'écoulement moyen $\frac{T_{ref}}{\tau}$. Dans la section précédente, nous conservons ce rapport tel qu'il est dans le cas de l'étude de Reboud [155]. Pour cette nouvelle étude, nous conservons la valeur de τ en faisant évoluer les paramètres pour s'adapter au T_{ref} du venturi à 4°.

Nous utilisons donc :

$$C_{vap} = 0.2\frac{0.252}{10.8} \times \frac{7.04}{0.224} = 0.1472 \quad \text{et} \quad C_{ond} = 0.0368 \tag{7.23}$$

En réalisant ce changement on conserve un rapport des paramètres constants :

$$\frac{C_{vap}}{C_{ond}} = \frac{\dot{m}_{lv}}{\dot{m}_{vl}} \cdot \frac{\alpha(1-\alpha)}{\min(0; Cp + \sigma)} = 4 \tag{7.24}$$

Remarquons que ce rapport n'a pas de signification physique. Il n'y a donc, à priori, aucune raison pour qu'il soit conservé.

La poche obtenue avec ce nouveau jeu de paramètres est du type stable, avec une bonne longueur et trop grande épaisseur (Figure 7.36).

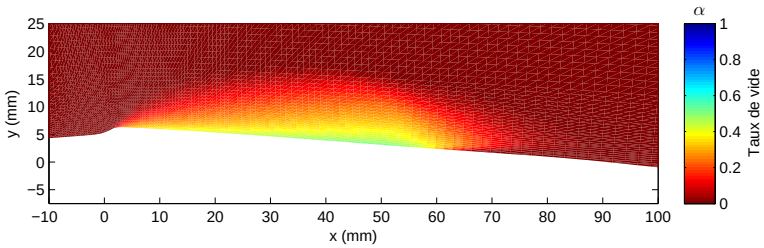
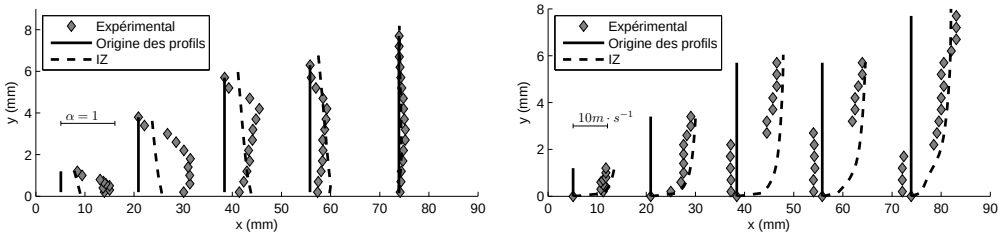


FIG. 7.36 – Poche de cavitation stable

Le contenu de la poche est analysé à l'aide des profils de taux de vide (Figure 7.37a). Ceci confirme une poche trop large et de bonne longueur. Cependant on observe le même manque de vapeur qu'avec le jeu de données précédent.



(a) Profils du taux de vide (b) Profils de vitesse

FIG. 7.37 – Profils obtenus avec $C_{vap} = 0.1472$ et $C_{ond} = 0.0368$.

Les profils de vitesse (Figure 7.37b), conformes à ceux des cas ne présentant pas de caractère instationnaire, ne capturent pas de jet rentrant.

7.4.1.3 Autres jeux de valeurs de la littérature

Proposition de Lindau [113]

Lors du congrès CAV2001, Lindau, de l'équipe de Kunz, propose comme jeu de paramètres les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} C_{dest} &= 500 \\ C_{prod} &= 10^5 \\ \tau &= 1 \end{aligned} \tag{7.25}$$

Une fois ramenée aux références d'IZ on obtient les valeurs suivantes pour le venturi à 4° :

$$\begin{aligned} C_{vap} &= 2.3333 \\ C_{ond} &= 0.0046 \end{aligned} \tag{7.26}$$

Cependant, avec ces valeurs, nous obtenons des structures de cavitation bien trop petites. La dissipation de la cavitation semble trop importante.

Et en réduisant la pression dans le domaine, on fini par avoir un nuage de vapeur détaché de la poche puis convecté bien trop loin en aval dans le venturi au point de perturber la convergence du calcul aboutissant systématiquement à une divergence.

Ces valeurs ne sont donc pas du tout adaptées à notre code de calcul.

Proposition de Senocak [183]

Une année plus tard, Senocak présente le modèle de cavitation qu'il a utilisé pendant son travail de thèse [181]. Basé sur la formulation de Kunz, il utilise le jeu de valeur suivant :

$$\begin{aligned} C_{dest} &= 9 \cdot 10^5 \\ C_{prod} &= 3 \cdot 10^4 \end{aligned} \tag{7.27}$$

Le rapport de ces constantes (30) est d'un ordre supérieur à celui utilisé avec IZ précédemment (4) et d'un ordre inférieur à celui utilisé par Lindau (500). Les valeurs des paramètres IZ correspondantes à ces paramètres avec une valeur arbitraire de 1 pour τ sont alors :

$$\begin{aligned} C_{vap} &= 21 \\ C_{ond} &= 0.7 \end{aligned} \tag{7.28}$$

Malheureusement, il n'est pas plus adapté à notre écoulement ne permettant pas non plus une assez bonne condensation des structures de vapeur dans le divergent.

Un dernier test est réalisé en conservant la valeur de C_{vap} mais en prenant le rapport des variables par défaut d'IZ ; ce qui nous donne une valeur de $C_{ond} = 5.25$. Avec ce jeu de valeur, une poche légèrement plus grande est obtenue mais toujours bien trop loin des longueurs expérimentales.

Une étude a été menée au laboratoire sur l'influence de ces paramètres en les faisant varier sur un grand domaine. Cette étude, réalisée dans le cadre d'un travail de stage [46], repose sur la géométrie de Venturi à 8°. Elle a permit de valider la méthode d'analyse en composantes principales mais malheureusement la population des résultats numériques n'est pas assez importante ce qui est présenté comme le principal facteur accentuant les imperfections.

7.4.1.4 Célérité du son dans le modèle de Kunz

L'évaluation de la vitesse du son dans le mélange diphasique est effectué par la diagonalisation de la matrice du système des trois équations (U ; α ; P) (voir en annexes : D) :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1/\rho & U \\ U & 0 & -K \\ 0 & U & \rho_v c_v^2 \left(1 + \frac{K}{\alpha}\right) \end{bmatrix} \tag{7.29}$$

Nous remarquons que la matrice est indépendante du terme source ajouté selon la formulation de Kunz. En effet, seuls les termes dépendant de dérivée des variables du système interviennent alors. Autrement dit, la célérité du son dans ce modèle ne tient pas compte des échanges de masse entre les phases. On retrouve donc la vitesse de Wallis.

Cette constatation peut justifier les résultats obtenus (poche trop épaisse et avec de trop faibles taux de vide) par l'utilisation d'une célérité surévaluée.

7.5 Evolution du volume de vapeur

Le taux de vide α est une grandeur adimensionnelle définissant la proportion massique de vapeur dans un volume de contrôle. On rappelle ici sa formulation :

$$\alpha = \frac{\rho_l - \rho}{\rho_l - \rho_v} = \frac{1 - \rho^*}{1 - \rho_v/\rho_l} \tag{7.30}$$

La valeur de ρ^* est obtenue à chaque pas de temps par la résolution du système d'équations RANS tandis que la valeur de ρ_v/ρ_l est une variable du jeu de donnée du calcul.

Il est alors possible de calculer le volume de vapeur V_{vapeur} instantané dans le domaine à l'aide de la formule :

$$V_{vapeur} = \int_{\mathrm{D}} \alpha \mathrm{d}V = \int_{\mathrm{D}} \frac{1 - \rho^*}{1 - \rho_v/\rho_l} \mathrm{d}V \tag{7.31}$$

Le domaine considéré D est donnée par les lignes de mailles sélectionnées. De manière générale, nous calculerons le volume de vapeur dans la totalité du domaine de calcul.

On trouve, dans de précédentes études [108, 134], des lois de tendance liant la longueur des poches diphasiques au nombre de cavitation. Ces études portent sur un assez faible nombre de cas.

Nous avons mené une étude similaire sur le volume de vapeur moyen dans le domaine de calcul en fonction des paramètres de cavitation amont et aval. Compte tenu du nombre important de calculs réalisés dans le cadre de cette étude, nous avons limités le nombre de cas retenus à 200.

Cette étude porte sur l'unique géométrie de venturi à 4°. Le maillage utilisé est le plus raffiné des deux à notre disposition (V4bm2). Enfin, elle regroupe des résultats obtenus avec différentes valeurs de célérité minimale ainsi que différentes corrections de viscosité (divers facteurs pour la correction de Reboud, avec ou sans la correction SST).

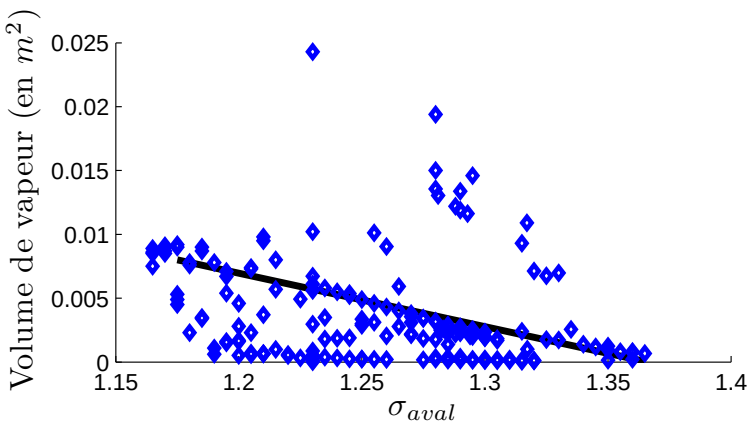


FIG. 7.38 – Etude en fonction de la pression en aval

On observe de multiples volumes de vapeur obtenus pour une même pression de sortie. On remarque également un alignement de certaines de ces valeurs tracé sur la

Figure 7.38. Ces cas correspondent à des cas de poches à comportement stationnaire. Dès lors qu'une instationnarité s'établie, notre loi linéaire se transforme en un nuage de points.

L'alignement du nombre de cavitation et de la longueur de la poche de cavitation, pour des résultats numériques stationnaires, confirme ce que l'on peut trouver dans la littérature [134].

On compare ces mêmes volumes de vapeur à la valeur moyenne en entrée du nombre de cavitation.

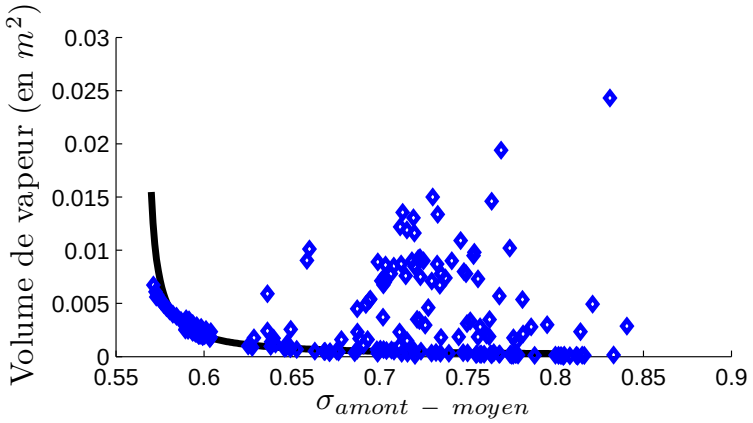


FIG. 7.39 – Etude en fonction de la pression moyenne en amont

On observe également sur la Figure 7.39 une variation continue pour les cas de poche attachée stable. On s'approche d'avantage d'une loi hyperbolique que d'une loi linéaire.

Les résultats de calculs qui aboutissent à des configurations instationnaires génèrent une constellation de valeurs ne permettant aucune analyse. On remarquera tout de même que l'instabilité se traduit systématiquement par une augmentation du volume de vapeur pour une pression moyenne donnée ; le nuage de point se situe systématiquement au-dessus de la courbe.

Enfin, le volume de vapeur est comparé à la valeur la plus probablement du paramètre de cavitation amont.

Ce critère d'étude se démarque très nettement des deux précédents. Dans le cas d'un écoulement stabilisé, la valeur la plus probable se superpose à la valeur moyenne. On se situe dans une configuration où soit l'écoulement est totalement stationnaire, soit l'écoulement connaît une oscillation périodique régulière. Dans ce dernier cas, la distribution du signal de pression en amont suit une loi gaussienne où il y a logiquement alignement des valeurs moyennes et plus probables.

Le comportement généralement observé pour un écoulement instationnaire est soit chaotique, sans observer de fréquence prédominante, soit périodique avec des lâchers de structures. Ce deuxième type de signal est illustré par l'exemple de la Figure 7.41.

Il est clair qu'un tel signal, de part l'existence régulière de "plateaux" dispose d'une valeur la plus probable différente de la moyenne. Cette moyenne est d'ailleurs

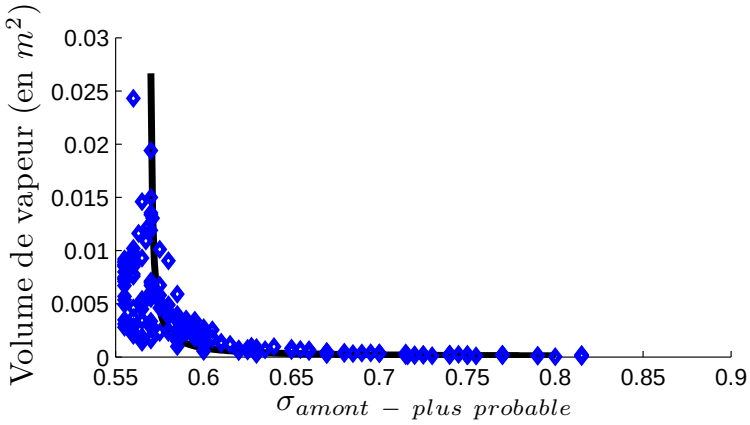


FIG. 7.40 – Etude en fonction de la pression la plus probable en amont

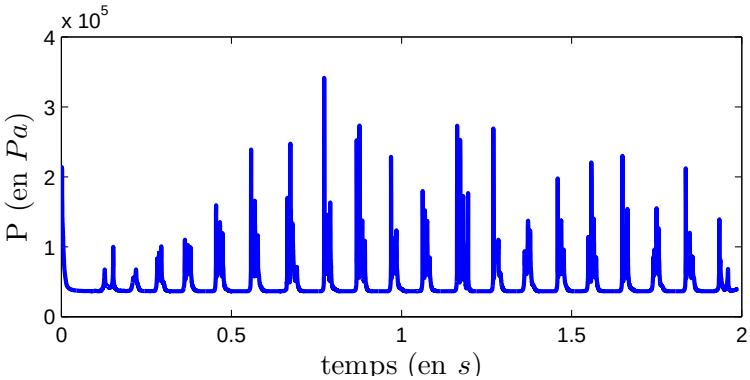


FIG. 7.41 – Signal temporel de pression en amont.

systématiquement plus élevée que la valeur modale car elle tient compte de la contribution de chacun des pics.

Les calculs stationnaires ou quasi-stationnaires ont une pression en amont soit constante soit suivant une répartition centrée sur la moyenne temporelle. On obtient alors une relation continue entre le volume de vapeur et les nombres de cavitation (σ_{aval}, $\sigma_{amont-moyen}$, $\sigma_{amont-plusprobable}$). Les calculs instationnaires ont une densité de probabilité avec un maximum décentré (comme l'exemple présenté sur la Figure 7.42). L'étude de ces cas permet de différencier nettement l'influence des différents paramètres de pression. La valeur la plus probable se démarque alors comme le critère prépondérant pour le comportement de la cavitation.

7.6 Excitation d'une poche par fluctuation de débit

Lors des précédentes campagnes de calcul réalisées avec IZ sur des géométries de venturi, le caractère périodique des poches de cavitations a été plusieurs fois mis en avant. Mais l'intégralité de ces calculs a été réalisée à débit constant.

Les conditions aux limites d'IZ (pression imposée en sortie et débit imposé en entrée) ont récemment été modifiées afin de permettre un couplage de la veine avec le

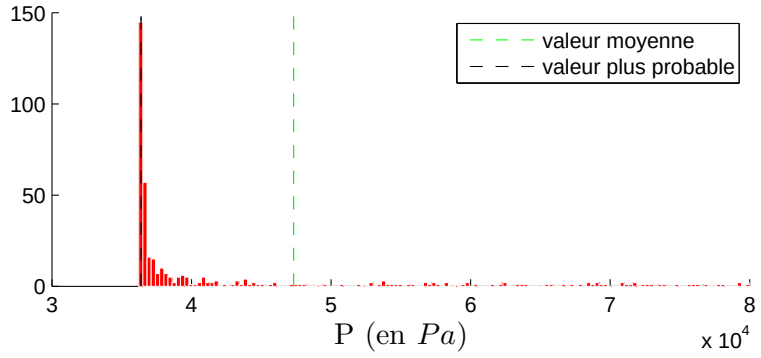


FIG. 7.42 – Densité de probabilité du signal de pression en amont.

circuit hydraulique l'environnant et ainsi de pouvoir cibler une pression moyenne en entrée (sur la base d'une moyenne temporelle glissante). Cette modification n'a pas encore été réellement exploitée mais lors des premières études d'influence, comme suggéré à la section précédente, il apparaît qu'une nouvelle modification de ce couplage pourrait être bénéfique. En effet, la valeur modale semble plus importante que la valeur moyenne pour la description du comportement de l'écoulement.

Bien entendu, tout changement sur les conditions aux limites viennent se répercuter sur le calcul de la veine et donc sur le comportement de l'écoulement cavitant. L'idée de cette étude, est de regarder l'évolution des structures cavitantes soumises à une excitation. Ce genre de sollicitation peut intervenir sur le lanceur Ariane en vol, ou plus simplement dans la veine expérimentale à cause des vibrations de la structure.

7.6.1 Définition du cas de référence : poche stable

Sur la base de la géométrie du venturi à 4°, un calcul de poche stable, obtenu sans réduction de viscosité, est sélectionné comme référence. Ce résultat est détaillé dans la section 7.3 dans la rubrique "poche de cavitation stable".

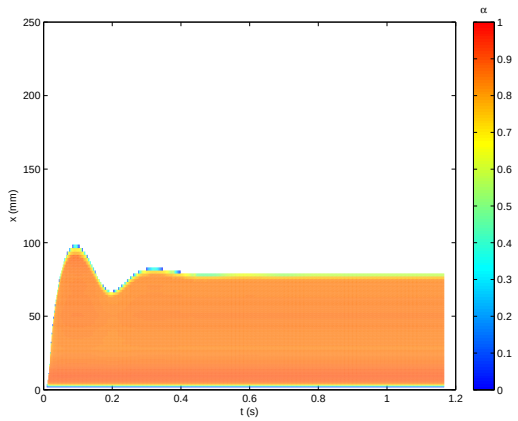


FIG. 7.43 – diagramme de Hovmöller du cas de référence

On observe (Figure 7.43) une période transitoire pendant laquelle la poche croît

puis oscille avant de se stabiliser, et on peut estimer qu'à partir de 0,45s (environ $20T_{ref}$) la poche est stable. La pression en amont se stabilise et sa valeur est donnée par $\sigma = 0,587$ soit $P = 36505Pa$.

Nous choisissons donc ce cas pour initialiser notre étude, et imposons une fluctuation de débit à partir du moment où nous avons la poche stable. Le choix de l'excitation se porte sur une courbe en sinus car c'est un signal fréquentiel facile à implémenter numériquement et qu'il nous laisse déjà deux paramètres de réglage :

- l'amplitude
- la fréquence

L'oscillation est centrée sur le débit initial ce qui nous permet de conserver un débit moyen en entrée constant. Pour éviter une discontinuité de la vitesse lors du changement de condition, une transition, s'étalant sur 5 périodes du sinus, est rajoutée. Dans les faits, cela évite une discontinuité de l'accélération. Pendant ce transitoire, l'amplitude de l'excitation augmente de 0 à 100% de sa valeur finale en suivant un demi sinus (Figure 7.44). On peut remarquer que ce transitoire fait légèrement varier la valeur de la moyenne temporelle glissante du débit entrant, mais le calcul est lancé sur une durée suffisamment longue pour regarder les résultats après ce transitoire.

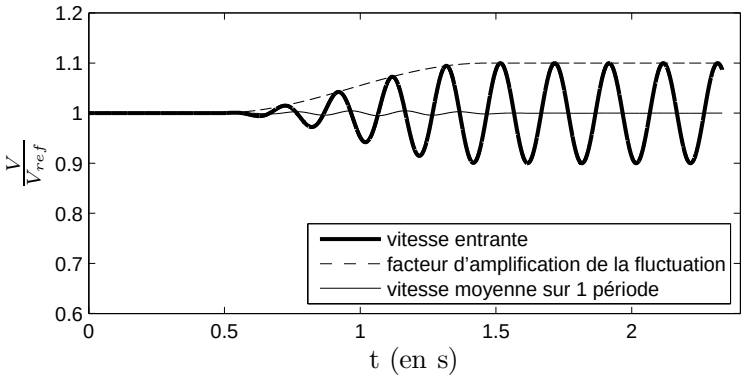


FIG. 7.44 – Condition aux limites en entrée : vitesse oscillante.

7.6.2 Excitation de la poche de cavitation

Pour tester la faisabilité et comparer qualitativement de premiers résultats, 4 couples amplitude/fréquence de l'oscillation sinusoïdale sont déterminés.

7.6.2.1 Fréquence de $10Hz$ - Vitesse moyenne $\pm 5\%$

Le choix de ce premier couple de paramètre bien que totalement arbitraire peut tout de même se justifier, en particulier pour la fréquence. Les calculs cavitants instationnaires obtenus avec IZ pour cette géométrie et avec ce maillage avaient une fréquence de 6Hz. Souhaitant éviter le risque de rentrer en résonance, le choix se porte sur 10Hz pour ne pas s'approcher d'un multiple entier de 6. Pour ce qui est du choix de l'amplitude, il faut bien avouer qu'elle n'a pour unique raison que son coté esthétique (ni trop grande ni trop petite).

Le comportement de la poche, soumise à cette excitation, est d'osciller à la même fréquence que la sollicitation. La poche disparaît intégralement lorsqu'elle atteint son minimum avant de se reformer immédiatement. La Figure 7.45 : trace l'évolution temporelle de la vitesse d'entrée et de la taille de la poche (abscisse de la fin de poche). Il semble de prime abord que la poche oscille en opposition de phase avec la vitesse, mais en réalité c'est plutôt en décalage de phase.

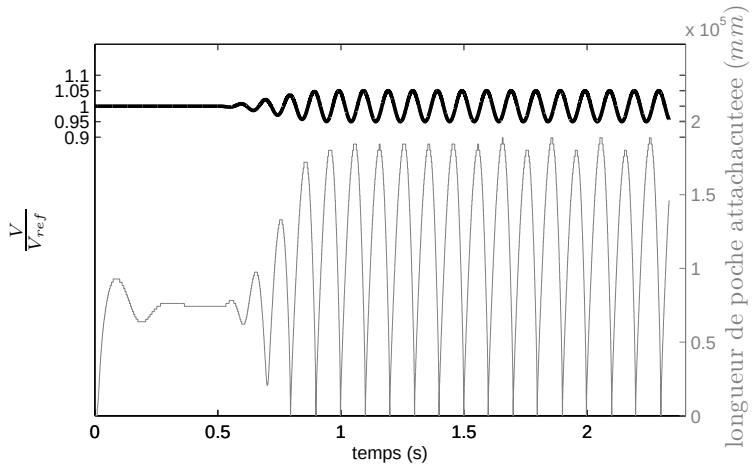


FIG. 7.45 – Taille de la poche et vitesse en entrée.

L'instationnarité du calcul différentie la valeur la plus probable de la pression en amont de la valeur moyenne. Exprimé par le nombre de cavitation, nous avons respectivement pour ces deux grandeurs des valeurs de 0,405 et 0,621. En considérant le volume de vapeur total, nous atteignons un volume 3,38 fois plus grand que celui de référence.

Le retard constaté sur la poche laisse imaginer qu'en augmentant la fréquence du signal d'entrée, la poche ne pouvant avoir une réponse suffisamment rapide, se stabiliserait à une taille donnée. Mais à laquelle ?

L'autre possibilité pour perturber le comportement de la poche, serait d'augmenter l'amplitude de l'excitation et ainsi d'augmenter la vitesse de la frontière entre la poche et le liquide pur. Là encore, on s'attend à ce que la poche ne pouvant suivre une telle vitesse se stabilise, et encore une fois l'interrogation sur la longueur obtenue se pose.

7.6.2.2 Fréquence de $20Hz$ - Vitesse moyenne $\pm 5\%$

L'augmentation de la fréquence, doublée par rapport au précédent cas, influence en effet le comportement de la poche puisqu'elle n'atteint en effet plus les mêmes extrêmes (Figure 7.46). En particulier, elle ne disparaît plus intégralement, mais oscille autour d'une longueur moyenne de 82mm. Cette valeur, plus grande que la valeur de référence, est particulièrement proche de la valeur moyenne obtenue expérimentalement.

Cette structure de cavitation est tout de même suffisamment réactive pour atteindre une pulsation de 20Hz. Son comportement oscillant, qui rappelle le résultat

instationnaire présenté dans la section 7.3 à la rubrique "poche de cavitation instationnaire", mérite de retenir cette fréquence d'excitation pour de plus amples études. D'autre part, cette fréquence choisie de manière purement arbitraire, est en fait bien proche de la fréquence de rotation de la pompe utilisée sur la manipulation expérimentale. En effet, cette dernière fonctionne à 1350tr/min soit à une fréquence de 22,5Hz.

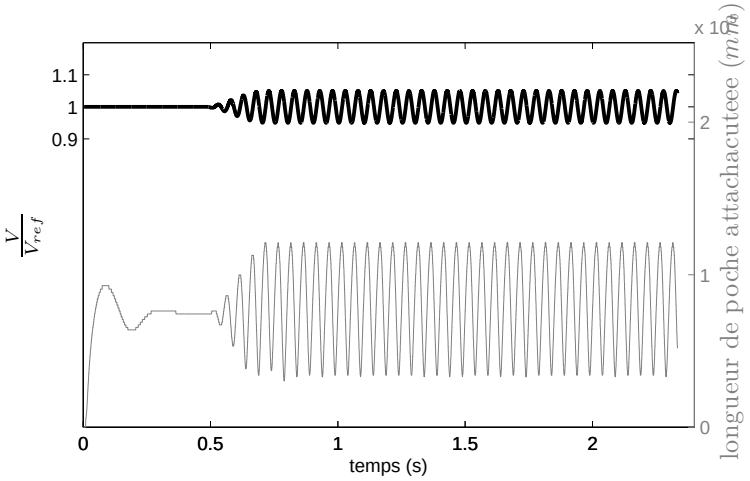


FIG. 7.46 – Taille de la poche et vitesse en entrée.

Le nombre de cavitation moyen en amont est de 0,598 tandis que sa valeur la plus probable vaut 0,290.

Ce cas partage avec les mesures expérimentales un volume de vapeur qui fluctue autour d'une valeur moyenne et sans jamais s'annuler. Traité initialement juste pour étudier la faisabilité d'une étude d'influence de l'excitation en débit, il se révèle particulièrement prometteur puisqu'il permet d'obtenir un début de cohérence avec les relevés expérimentaux. En revanche, cette simulation est d'une régularité absolue ce que l'on ne retrouve pas sur la manipulation expérimentale.

7.6.2.3 Fréquence de $10Hz$ - Vitesse moyenne $\pm 10\%$

La seconde piste envisagée pour perturber le comportement de la poche du premier cas et d'augmenter l'amplitude de la variation de vitesse.

Ce changement affecte bien le comportement de la poche qui n'a plus la même réponse en fréquence à l'excitation. Cependant, nous sommes bien loin d'une stabilisation de la poche. Au contraire, le comportement global garde un caractère périodique avec une période sur 2 où la poche n'arrive pas à réellement croître (Figure 7.47).

Ce troisième résultat, de par sa différence avec les deux premiers, montre que le choix du couple de paramètre du sinus influence grandement le comportement de la poche. Le nombre de cavitation moyen en amont est maintenant de 0,617 tandis que sa valeur la plus probable vaut 0,885.

Cette instabilité provenant de la vitesse de déplacement de la fin de la poche devrait être levée, ou du moins réduite, en diminuant la fréquence de la fluctuation du débit entrant.

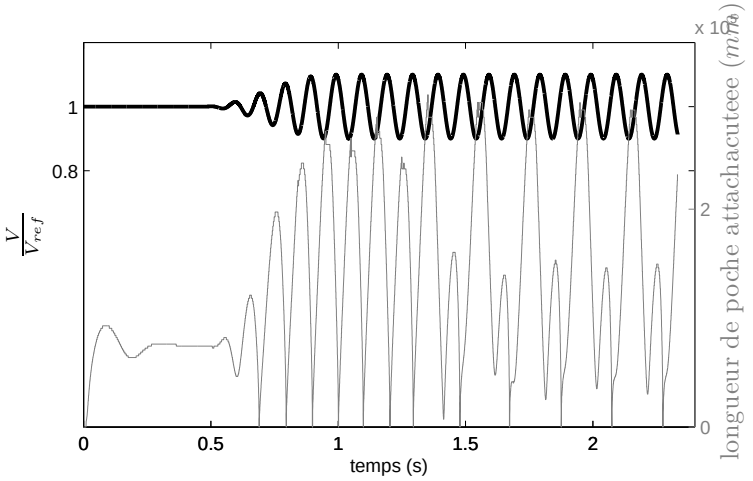


FIG. 7.47 – Taille de la poche et vitesse en entrée.

7.6.2.4 Fréquence de $5Hz$ - Vitesse moyenne $\pm 10\%$

Ce dernier cas de test est celui dont la fréquence est la plus proche des 6Hz de la pulsation de la poche trouvée précédemment. Les résultats de ce calcul montrent que la poche arrive en effet à suivre l'excitation d'entrée malgré sa très importante amplitude, et le comportement se rapproche beaucoup de celui du premier cas (qui est le double en fréquence mais la moitié en amplitude). La taille de la poche diminue au point de disparaître totalement avant de se reformer et de croître à nouveau.

On constate cependant que la croissance n'est pas continue comme précédemment (Figure 7.48), elle subit ce qu'on pourrait appeler un rebond en diminuant un petit peu avant de poursuivre sa croissance. Bien que de faible amplitude à comparer de la taille maximale de la poche, ce rebond fait que la poche oscille à une fréquence double de celle de l'excitation.

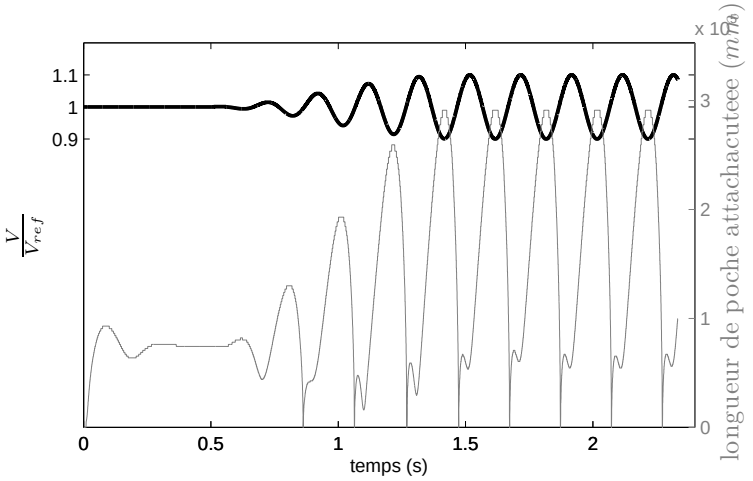


FIG. 7.48 – Taille de la poche et vitesse en entrée.

Dans ce dernier cas, nous observons à nouveau une forte différence entre le nombre de cavitation moyen et sa valeur la plus probable qui valent respectivement

0,605 et 0,375.

L'étude de ces quatre cas test nous montre qu'en rapport à la vitesse, le comportement de la poche ne dépend pas non plus de valeurs moyennes. Nous avons obtenu des comportements systématiquement différents avec une valeur moyenne de débit entrant identique. D'autre part, ici aussi nous montrons que la valeur moyenne de la pression amont ne permet pas de définir un point de fonctionnement, nous le voyons très clairement en comparant le dernier cas à celui de référence. En effet, avec un nombre de cavitation dont la valeur moyenne est plus que doublée, nous obtenons un volume de cavitation qui est sept fois supérieur.

Chapitre 8

Développement d'un modèle de turbulence

Le modèle de turbulence donnant, avec le code IZ, les meilleurs résultats est le $k-\varepsilon$ RNG. Cependant, on a vu que pour améliorer le comportement de l'écoulement cavitant il fallait réduire la viscosité turbulente μ_t et on utilise alors une limitation qui n'a pas de justification physique directe.

L'hypothèse de Bradshaw [21] repose sur un alignement des contraintes turbulentes et de l'énergie cinétique turbulente. Il propose ainsi :

$$R_{ij} = a_1 \rho k \tag{8.1}$$

avec a_1 une constante valant généralement $0,3$.

Expérimentalement on vérifie que cette constante maximise systématiquement le rapport $\frac{R_{ij}}{\rho k}$ dans une couche limite bidimensionnelle et monophasique. Le travail de thèse de V. Aeschlimann [3] montre que cette inégalité est également vraie dans un écoulement cisaillé diphasique.

Menter propose pour la première fois en 1993 [121, 122, 124] l'utilisation de ce limiteur pour la viscosité turbulente dans un modèle de turbulence à deux équations.

8.1 Ecriture pour un modèle $k-\varepsilon$

Etudions la corrélation des fluctuations turbulentes. On a d'après l'équation 3.11 :

$$R_{12} = -\rho \overline{U_1' U_2'} \tag{8.2}$$

En posant S tel que

$$S = \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \tag{8.3}$$

On exprime l'équation 3.12 sous la forme :

$$-\rho \overline{U_1' U_2'} = \mu_t S \tag{8.4}$$

S peut s'exprimer à l'aide de la viscosité turbulente et du terme de production (voir équation 3.25) :

$$P_k = \mu_t S^2 \tag{8.5}$$

$$S = \sqrt{\frac{P_k}{\mu_t}} \tag{8.6}$$

Enfin, à l'aide de l'expression de la viscosité turbulente :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{8.7}$$

on peut exprimer le rapport des corrélations et de l'énergie cinétique :

$$\frac{U_1' U_2'}{k^2} = \sqrt{C_\mu}\sqrt{\frac{P_k}{\rho\varepsilon}} \tag{8.8}$$

Par identification avec l'expression de Bradshaw, à l'équilibre (production = dissipation), on déduit donc que la valeur de a_1 est $\sqrt{C_\mu}$.

En combinant les équations 8.1 et 8.4 on obtient une nouvelle expression pour la viscosité turbulente :

$$\mu_t = \frac{\sqrt{C_\mu}\rho k}{S} \tag{8.9}$$

Menter utilisait initialement la vorticité au lieu du taux de déformation, mais finit par adopter [123] la proposition de Hellsten [81] et utilise désormais également S au lieu de Ω.

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\Omega F_2} \tag{8.10}$$

Cependant, afin de n'appliquer son modèle SST que proche des parois, il applique une fonction de coupure F_2 dépendant de la distance à la paroi.

$$F_2 = \tanh(\iota^2) \tag{8.11}$$

$$\iota = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega y}; \frac{500\nu}{y^2\omega}\right) \tag{8.12}$$

Une fois exprimée pour les variables k et ε à l'aide de la relation $\varepsilon = C_\mu k\omega$ on obtient l'expression de ι :

$$\iota = \max\left(\frac{2k^{3/2}}{\varepsilon y}; \frac{500\mu C_\mu k}{\rho\varepsilon y^2}\right) \tag{8.13}$$

Le premier terme correspond à une comparaison de l'échelle de longueur de la turbulence avec la distance à la paroi. En effet, d'après l'équation 3.19 :

$$L = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \tag{8.14}$$

Le rapport L/y vaut 2.5 dans la zone logarithmique de la couche limite. Dans ce cas précis, Menter fait le choix de doubler ce rapport afin d'accentuer la transition de la fonction F_2.

Le second terme comparé est un paramètre utilisé pour ajuster la zone non nulle de la fonction F_2. En particulier, il empêche d'atteindre une valeur nulle dans la sous-couche visqueuse. Compte tenu de nos maillages, nous ne sommes pas concernés par ce paramètre. Toutefois, nous le codons quand même afin de pouvoir prévenir un passage en loi de paroi étendu du code IZ.

Finalement, l'expression retenue pour le calcul de la viscosité turbulente est le minimum de l'expression usuelle et de l'expression basée sur la constante de Bradshaw. On a donc :

$$\mu_t = \min\left(\rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}; \frac{\sqrt{C_\mu}\rho k}{|S|F_2}\right) \tag{8.15}$$

8.2 Application au cas du Venturi 4°

Etudions sur un pas de temps donné l'influence du modèle SST sur un calcul cavitant obtenu à l'aide du modèle de turbulence $k-\varepsilon$ RNG (sans réduction supplémentaire de la viscosité turbulente).

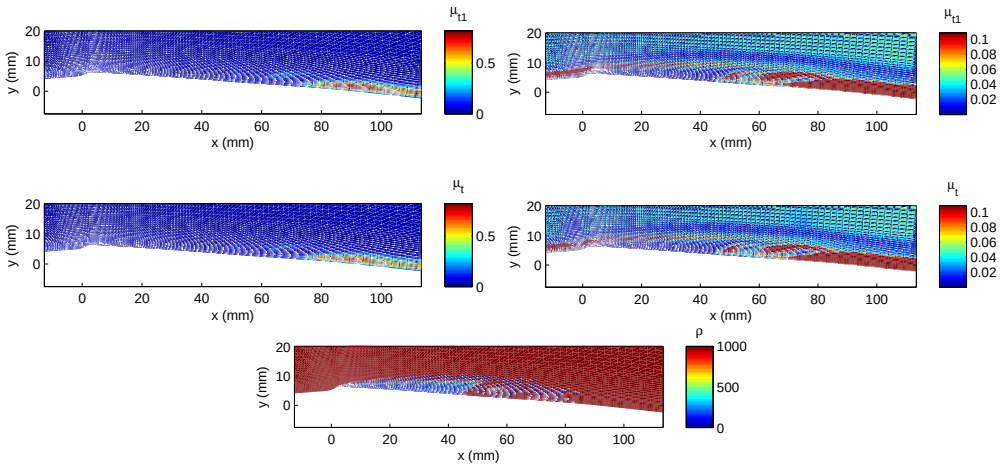


FIG. 8.1 – Influence du modèle SST sur la viscosité turbulente.

La Figure 8.1 représente au même pas de temps le champ de viscosité turbulente tel qu'il est sans vérifier la condition de Bradshaw (avec deux échelles de couleur pour distinguer les détails et la tendance générale) et tel qu'il serait en vérifiant cette condition. Le champ de masse volumique est également représenté pour bien distinguer les zones de mélange diphasique correspondant à la poche et aux structures convectées.

Le comportement global du modèle SST tend à diminuer la viscosité turbulente (les 2 figures de gauche). Mais il semblerait que ce soit plus le cas loin des parois. Notre poche de cavitation, attachée à la paroi, ne serait principalement affectée que le long de sa frontière supérieure. En regardant plus spécifiquement au niveau des

structures de cavitation (figures de droite), on constate que μ_t semble subir une plus importante réduction dans les zones de mélange que dans les zones de liquide pur.

En vertu de ces observations, on peut prédire une amélioration du comportement instationnaire de la cavitation lors de l'application de la correction SST proposée ici.

8.3 Etude de l'influence de la correction SST

Nous considérons comme référence les profils expérimentaux et analyse globale tels que présentés dans la section 6.1.1. Nous retenons également comme résultat numérique de référence le résultat obtenu avec le solveur IZ, sans la réduction de la viscosité turbulente proposée par Reboud.

Les paramètres de calcul, une fois adaptés pour obtenir une longueur de poche de l'ordre de $80mm$ sont :

- modèle de turbulence : $k - \varepsilon$ RNG - SST
- vitesse amont : $U_{ref} = 10.8m/s$
- pas de temps : $dt^* = 0.01$
- pression avale : $\sigma_{aval} = 1.265$ soit $P_{aval} = 75981Pa$
- célérité minimale : $c_{min} = 0.89m/s$

Le respect de l'hypothèse de Bradshaw déstabilise l'écoulement et on assiste à une oscillation périodique du volume de vapeur dans le domaine de calcul (Figure 8.2). Cette oscillation est malgré tout d'une ampleur bien inférieure à ce qui est observée expérimentalement.

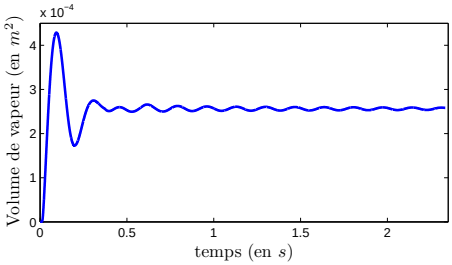


FIG. 8.2 – Volume de vapeur.

L'analyse des profils moyens de vitesse et de taux de vide, nous montre une influence du modèle SST localisée uniquement sur la fin de la poche de cavitation. La viscosité turbulente n'est pas assez réduite ce qui ne permet pas le développement du jet liquide rentrant. La variation avec le modèle RNG standard est si faible qu'il n'est pas possible de discerner les profils sur les 4 premières stations de mesures (Figure 8.2 et 8.3).

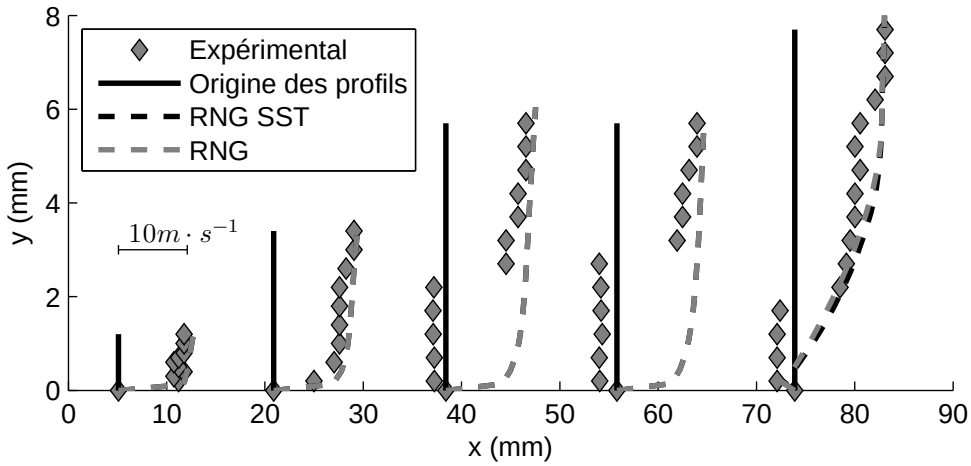


FIG. 8.3 – Comparaison des profils de vitesse avec les mesures expérimentales.

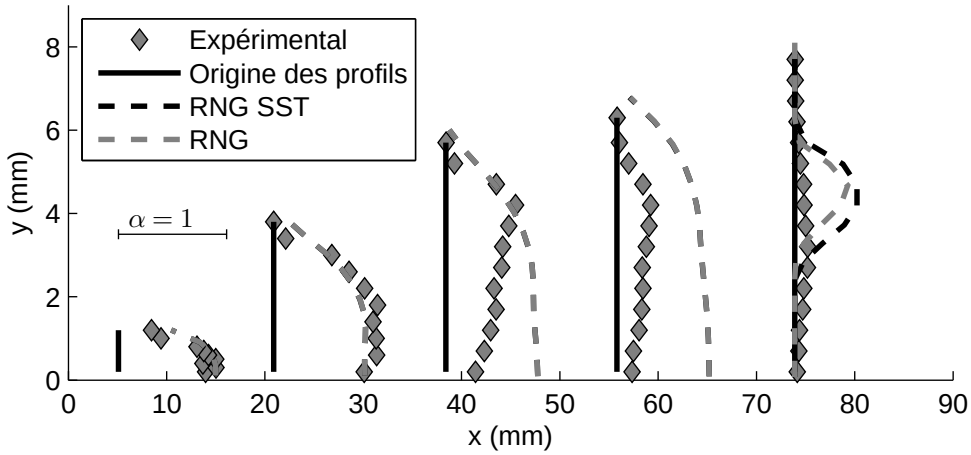


FIG. 8.4 – Comparaison des profils de taux de vide avec les mesures expérimentales.

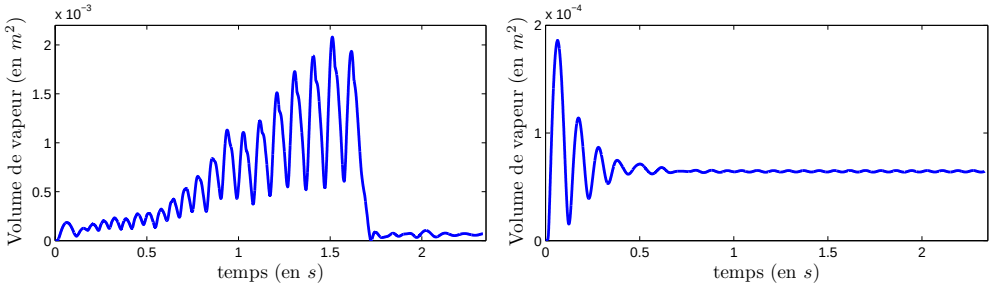
8.4 Couplage de la correction SST au limiteur de μ_t

L'influence de la correction SST est bien faible dans le cas d'un résultat stationnaire. Pour étudier son influence sur les calculs instationnaires, nous réalisons une nouvelle campagne de calcul, en appliquant cette correction couplée au limiteur de viscosité proposé par J.L. Reboud (cf section 4.4).

8.4.1 Réduction d'un facteur $a = 1/10$

Nous conservons, évidemment, les mesures expérimentales comme référence, mais nous les comparons également avec le résultat instationnaire obtenu précédemment à l'aide d'un facteur $a = 1/10$. En rajoutant la correction SST, on obtient deux résultats très différents pour une infime variation sur les conditions de calcul. Le code est, dans cette configuration, d'une très grande sensibilité à la correction apportée.

La différence entre les deux cas présentés sur la Figure 8.5 est au niveau de la pression avale. L'écart est de $\sigma = 0.0001$ ce qui représente $5.8Pa$. A titre de



(a) $\sigma_{aval} = 1.3171$ (b) $\sigma_{aval} = 1.3172$

FIG. 8.5 – Résultats instationnaire avec correction SST et limiteur de μ_t ($a = 1/10$).

comparaison, cette variation de pression correspond à la variation que subit P_{vap} pour un écart de $\pm 0.02\,^{\circ}C$ autour de la température de référence $20\,^{\circ}C$.

Lorsque la poche est stationnaire, elle a une taille bien inférieure aux observations expérimentales. D'une dimension de $38mm$, elle est deux fois trop petite (Figure 8.6).

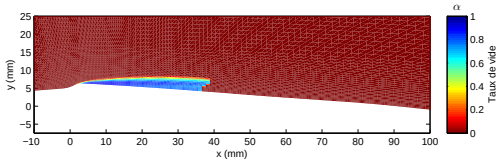
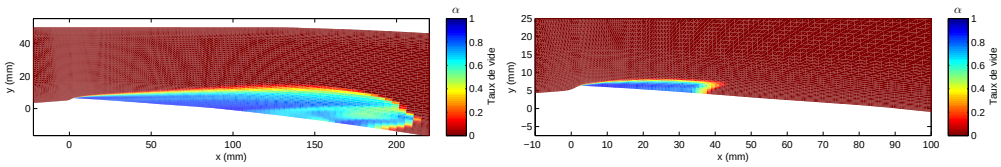


FIG. 8.6 – Poche stabilisée à une trop courte longueur.

En baissant légèrement la pression dans le domaine de calcul, la poche croît en provoquant des lâchers (à une fréquence de $10.32Hz$) jusqu'à atteindre une dimension d'environ $220mm$ de long. A ce moment, les structures convectées en amont provoquent, en s'approchant de la sortie, de forts gradients de pression en aval. Ceux-ci complexifient la convergence du calcul. Bien qu'on respecte toujours les critères de convergence imposés, la solution transite vers un régime quasi-stationnaire.



(a) Poche oscillante (trop longue). (b) Puis stabilisation de la poche.

FIG. 8.7 – Résultats instationnaires avec correction SST et limiteur de μ_t ($a = 1/10$).

Une fois stabilisée, la poche de cavitation fait environ $40mm$ de longueur. On se retrouve ainsi très proche du cas précédent mais légèrement plus long. La dérive de la taille de la poche (avant de se stabiliser) peut être due au transitoire du calcul. Et le régime établi confirme la tendance des résultats stationnaires (diminution de la pression de sortie entraînant une augmentation de la taille de la poche).

Les profils de taux de vide (Figure 8.8) confirment une poche bien trop courte. Dès la 3ème station, le taux de vide est négligeable. Les stations plus en aval ne révèlent strictement aucune présence de vapeur. En revanche, pour les deux premiers puits, la poche est de la bonne largeur et la répartition de la masse volumique en très bonne adéquation avec les mesures expérimentales.

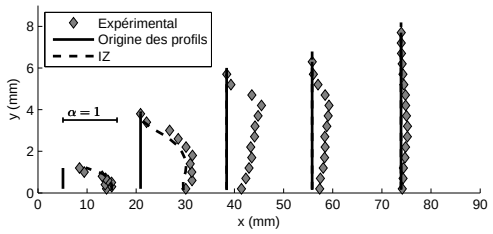


FIG. 8.8 – Profils du taux de vide (cas $\sigma_{aval} = 1.3172$).

La bonne correspondance expérimentale des deux premiers profils se confirme lorsqu'on regarde les vitesses moyennes. Par contre, sur la Figure 8.9, nous obtenons également un profil de vitesse convenable pour la troisième station de mesure. En aval, le profil de vitesse calculé s'écarte de plus en plus du profil de vitesse mesuré.

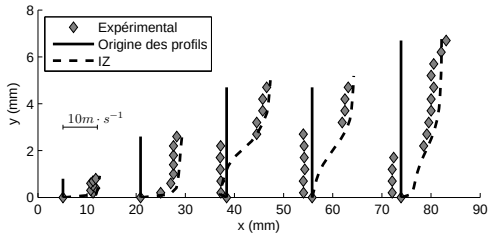


FIG. 8.9 – Profils de vitesse (cas $\sigma_{aval} = 1.3172$).

Manifestement, les poches obtenues ici sont trop courtes. Celle obtenue après une période de fortes oscillations est légèrement plus grande. On complète donc cette étude par des calculs où l'on cherche à avoir, après les premières oscillations, une poche aux alentours de $80mm$.

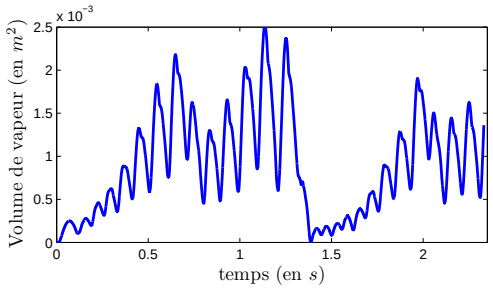


FIG. 8.10 – Dérive du volume de vapeur.

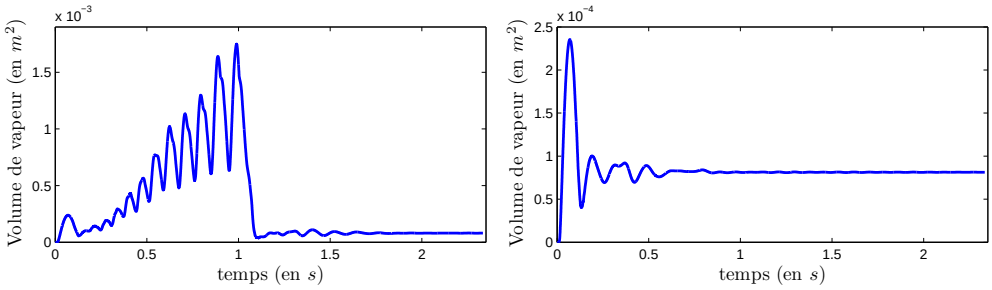
Cet objectif n'est pas atteignable car très rapidement, en diminuant la pression, on n'a plus de stabilisation de la poche de cavitation. On assiste à un cycle d'augmentation de la taille de poche suivi d'une disparition quasi-totale. Ce cycle à basse fréquence ($0.72Hz$) est constitué d'oscillations de plus haute fréquence ($9.92Hz$).

Il est possiblequ'en augmentant le domaine de calcul on puisse éviter le changement de comportement de l'écoulement ou tout du moins permettre à la poche de continuer à croître encore. Cependant, ce résultat n'est pas du tout comparable avec les mesures expérimentales et par conséquent n'apporterait aucun intérêt à l'étude. Cette piste n'est donc pas envisagée.

L'incompressibilité de la phase liquide joue sûrement un rôle important en ce qui concerne la sensibilité de l'écoulement. On peut supposer qu'avec une compressibilité de la phase liquide, la transition entre les deux comportements décrite ici serait moins brutale.

8.4.2 Réduction d'un facteur $a = 1/8$

Pour tenter de trouver une meilleure pertinence des résultats, nous cherchons à obtenir un écoulement moins sensible. Pour cela, nous diminuons la limitation de viscosité et choisissons la valeur de 1/8 pour le paramètre a.



(a) $\sigma_{aval} = 1.299$ (b) $\sigma_{aval} = 1.300$

FIG. 8.11 – Résultats instationnaires avec correction SST et limiteur de μ_t ($a = 1/8$).

De même nous obtenons une très grande sensibilité à la correction SST et l'écoulement passe d'un comportement à l'autre pour une infime variation de la pression de sortie. La différence entre les deux cas présentés ici est de $58Pa$. Compte tenu de la forte ressemblance avec l'analyse précédente, il n'est pas utile de poursuivre cette étude en réduisant cet écart. Une cinquantaine de Pascal représente déjà une très faible variation. Rapportée à une variation de température provoquant un écart sur P_{vap} équivalent il s'agit d'une variation de $\pm 0.2\,^{\circ}C$ autour de la température de référence de $20\,^{\circ}C$.

D'un comportement strictement identique au cas $a = 1/10$ on obtient cependant une différence sur la longueur de la poche attachée. Ici, comme on le voit sur la Figure 8.12 elle s'approche des $45mm$.

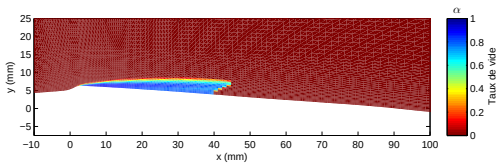


FIG. 8.12 – Résultat instationnaire avec correction SST et limiteur de μ_t ($a = 1/8$).

L'agrandissement de la poche est un point motivant (nous allons dans la bonne direction) mais lorsque l'on regarde les profils de taux de vide (Figure 8.13) on constate des relevés au niveau du troisième puits qui ne correspondent pas parfaitement aux mesures expérimentales. La fermeture de poche est trop fine et surtout elle se décolle de la paroi. Les deux profils en amont sont encore validés par les valeurs expérimentales.

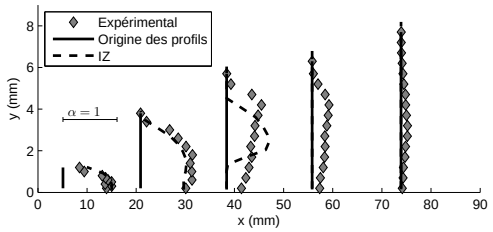


FIG. 8.13 – Profils du taux de vide (cas $\sigma_{aval} = 1.300$).

Le changement du troisième profil de taux de vide est complété par un changement au niveau du profil de vitesse (Figure 8.14). Nous nous écartons des mesures cependant pour les 4ème et 5ème puits les résultats du calcul se rapprochent des mesures expérimentales.

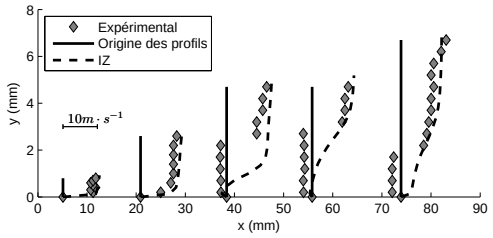


FIG. 8.14 – Profils de vitesse (cas $\sigma_{aval} = 1.300$).

La modification du paramètre de réduction de viscosité turbulente proposée ici améliore les résultats, mais la sensibilité de l'écoulement semble toujours trop importante. Le paramètre a est donc à augmenter.

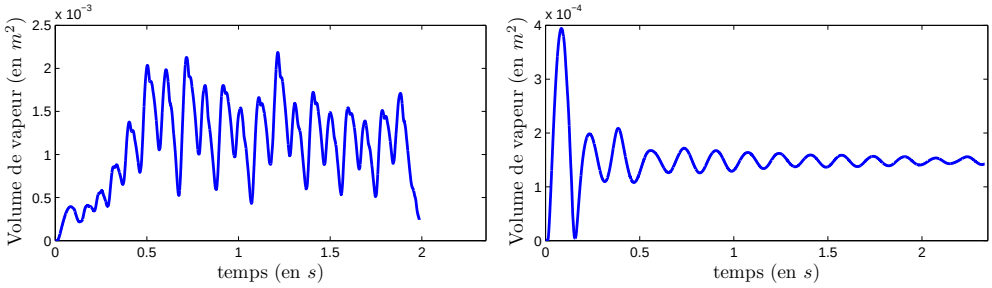
8.4.3 Réduction d'un facteur $a = 1/4$

Nous nous imposons une nouvelle valeur du limiteur de viscosité turbulente en le fixant à $a = 1/4$.

La poche obtenue est plus grande (Figure 8.16) que les deux cas précédents mais son comportement reste toujours trop sensible. Nous obtenons ici aussi un changement radical de comportement pour une variation de $5.8Pa$ uniquement.

Cependant le cas "trop" cavitant conserve une valeur moyenne du volume de vapeur dans le domaine constante. La dérive précédemment observée n'est pas présente et on n'obtient pas de transition brutale vers l'état d'équilibre voisin.

Bien que trop courte, la longueur de la poche diphasique dépasse dorénavant les $60mm$. On se rapproche donc du cas observé expérimentalement. L'influence de cet



(a) $\sigma_{aval} = 1.2623$ (b) $\sigma_{aval} = 1.2624$

FIG. 8.15 – Résultats instationnaires avec correction SST et limiteur de μ_t ($a = 1/4$).

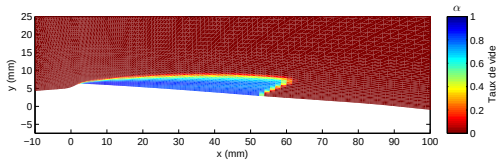


FIG. 8.16 – Résultat instationnaire avec correction SST et limiteur de μ_t ($a = 1/4$).

agrandissement de la structure attachée sur les profils de vitesse et de taux de vide est strictement identique à la section précédente.

On constate à nouveau une amélioration des profils sur les puits 3 et 4. Sur la cinquième station de mesures, la phase vapeur n'est jamais présente puisque la poche de cavitation est trop courte (Figure 8.17).

L'amélioration des résultats de taux de vide est accompagnée par une dégradation des profils de vitesse au niveau du troisième puits ; on s'éloigne encore plus du profil de jet rentrant pour un obtenir un profil de vitesse typique d'un développement de couche limite. En revanche, la recirculation liquide est mieux caractérisée sur les deux derniers puits (Figure 8.18).

La tendance de ces résultats nous incite à modifier à nouveau le paramètre a de la réduction de viscosité.

8.4.4 Réduction d'un facteur $a = 1/2$

Cette dernière valeur imposée nous permet d'obtenir des résultats d'une relative stabilité. Il est enfin possible d'atteindre des poches de la bonne taille. Nous obtenons, pour un $\sigma_{aval} = 1.23$, un volume de vapeur oscillant de manière périodique

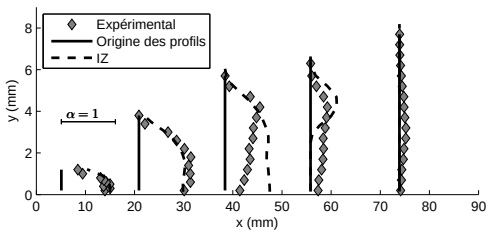


FIG. 8.17 – Profils du taux de vide (cas $\sigma_{aval} = 1.2624$).

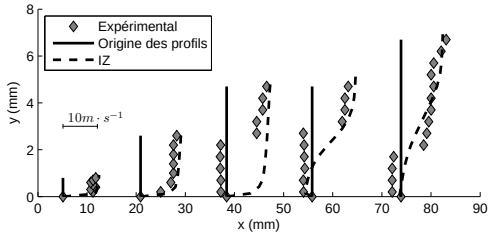


FIG. 8.18 – Profils de vitesse (cas $\sigma_{aval} = 1.2624$).

sans amortissement.

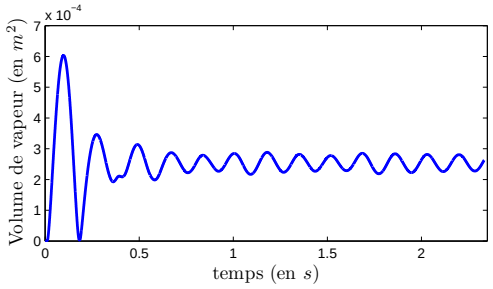


FIG. 8.19 – Résultat instationnaire avec correction SST et limiteur de μ_t ($a = 1/2$).

La bonne taille de la poche se confirme par la présence de taux de vide au niveau du dernier puits (Figure 8.20). On n'observe cependant, en comparaison du cas $a = 1/4$, aucune amélioration du troisième profil. De plus, le taux de vide dans la quatrième section est bien trop important.

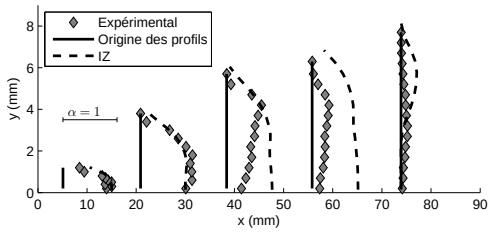


FIG. 8.20 – Profils du taux de vide (cas $\sigma_{aval} = 1.23$).

L'augmentation de la poche déplace la recirculation plus en aval. On assiste donc à une dégradation de la pertinence des profils de vitesse (Figure 8.21). Le jet rentrant n'est pas assez prononcé. Il n'apporte pas assez de liquide au coeur de la poche ce qui ne permet par d'obtenir de bons profils (ni de vitesse ni de taux de vide) pour les puits 3 et 4.

8.4.5 Une autre approche

Jusqu'à présent, nous avons fixé une valeur de la réduction de viscosité pour ensuite faire varier la pression afin de trouver les valeurs critiques de σ. Il est possible de faire de faire l'inverse, en fixant une pression et en faisant varier le paramètre a jusqu'à noter une déstabilisation de l'écoulement.

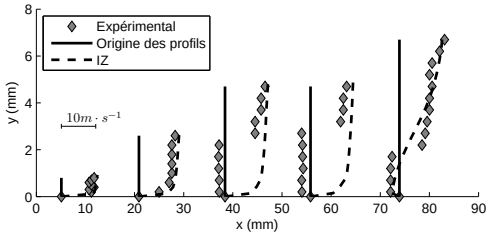
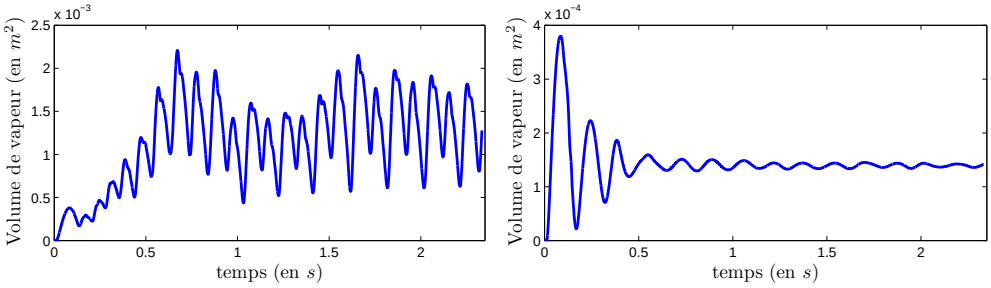


FIG. 8.21 – Profils de vitesse (cas $\sigma_{aval} = 1.23$).

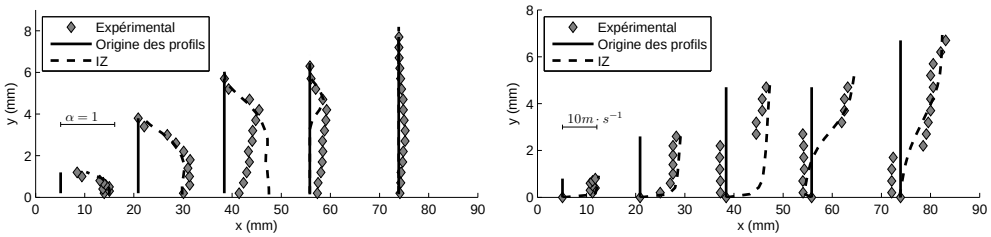
A partir du cas sans la correction de Reboud (voir 8.3) et avec la bonne taille de poche ($\sigma_{aval} = 1.265$), nous réduisons progressivement la valeur de a jusqu'à obtenir une transition vers un caractère instationnaire de l'écoulement.



(a) $a = 1/4.50$ (b) $a = 1/4.49$

FIG. 8.22 – Résultats instationnaires avec correction SST et limiteur de μ_t.

Nous faisons à nouveau face aux deux cas distincts identifiés précédemment. La poche de cavitation attachée dans le cas stable étant toujours trop courte. Dans le cas instationnaire, à l'inverse, elle est bien trop importante (Figure 8.22).

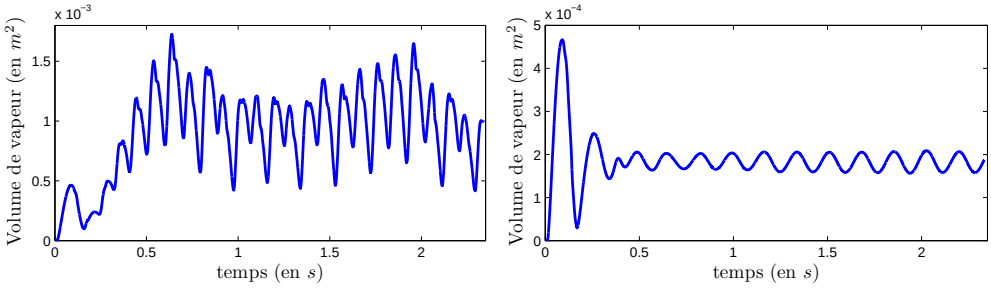


(a) Profils du taux de vide (b) Profils de vitesse

FIG. 8.23 – Profils obtenus avec $\sigma = 1.265$ et $a = 1/4.49$.

Les profils de vitesse ainsi que ceux du taux de vide reflètent parfaitement cette constatation (Figure 8.23). En effet, ils ressemblent très fortement aux profils obtenus pour les écoulements similaires.

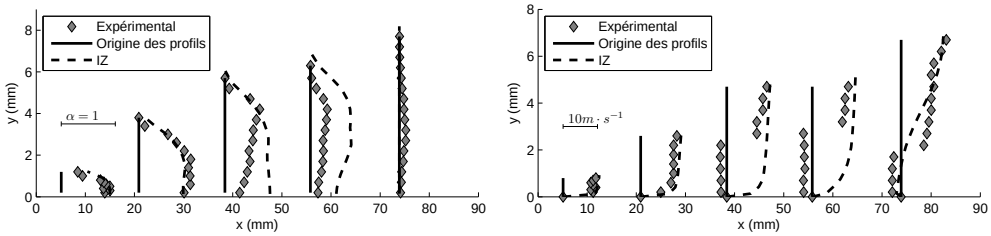
Pour augmenter la taille de la structure cavitante, il est nécessaire de diminuer la pression. Aussi nous menons une étude similaire sur un écoulement dont la pression est imposée en sortie à l'aide du paramètre de cavitation $\sigma = 1.25$. Soit une diminution équivalente à $873Pa$ dans le cas de l'eau froide à 20°C.



(a) $a = 1/3$ (b) $a = 1/2.9$

FIG. 8.24 – Résultats instationnaires avec correction SST et limiteur de μ_t.

Nous constatons toujours une transition brutale au niveau du comportement de l'écoulement pour une faible variation du paramètre de réduction de viscosité (Figure 8.24). Cependant, les deux résultats présentés ici sont tout deux instationnaires. Nous avons d'un coté un résultat avec une période nettement définie et constitué d'une oscillation régulière autour d'une valeur moyenne. De l'autre coté, nous avons un comportement où semblent se mêler plusieurs fréquences avec de forts gradients temporels du volume de vapeur.



(a) Profils du taux de vide (b) Profils de vitesse

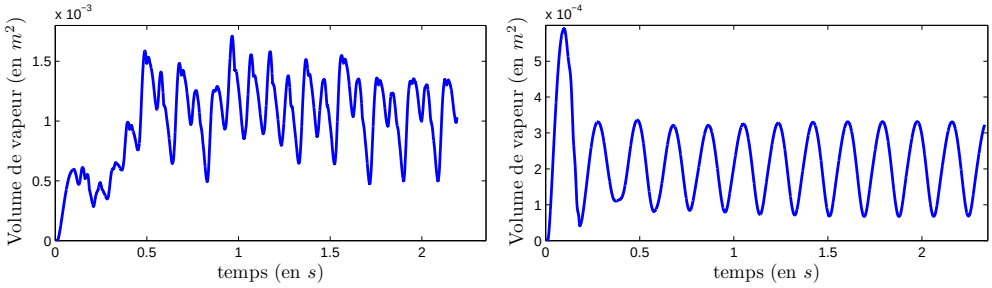
FIG. 8.25 – Profils obtenus avec $\sigma = 1.25$ et $a = 1/2.9$.

Malgré l'instationnarité mise en évidence, ce résultat n'est pas satisfaisant à cause de la trop petite taille de la poche de cavitation. On remarque immédiatement qu'il n'y a pas de taux de vide à la 5ème station (Figure 8.25).

Nous réalisons donc une dernière campagne avec une pression avale imposée par $\sigma = 1.23$. Avec cette nouvelle valeur, nous conservons une transition entre deux états instationnaires mise en évidence sur la Figure 8.26. Cependant le résultat périodique possède une bien plus grande amplitude que ceux observés jusqu'à présent.

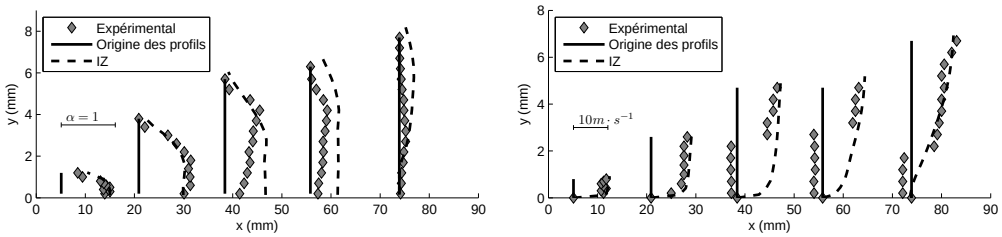
Cette oscillation de la poche de vapeur génère un passage périodique de liquide au niveau des puits 3 et 4 ce qui permet d'améliorer les profils de taux de vide (Figure 8.27a).

Cependant, l'intensité de la recirculation liquide en fermeture de poche n'est pas assez importante pour compenser la vitesse d'écoulement. Aussi, on assiste, en moyenne, à une recirculation, uniquement sur le dernier puits de mesure (Figure 8.27b).



(a) $a = 1/2.9$ (b) $a = 1/2.8$

FIG. 8.26 – Résultats instationnaires avec correction SST et limiteur de μ_t.



(a) Profils du taux de vide (b) Profils de vitesse

FIG. 8.27 – Profils obtenus avec $\sigma = 1.23$ et $a = 1/2.8$.

Nous avons mis en évidence l'existence de trois comportements distincts en fonction des corrections proposées. En recroisant les 60 calculs réalisés, nous pouvons proposer une répartition de ces comportements en fonction des paramètres σ et a.

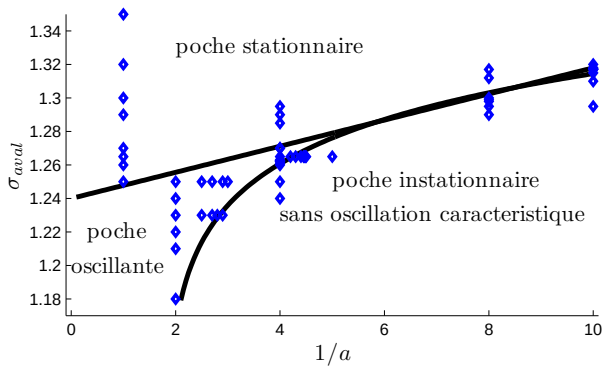


FIG. 8.28 – Caractère de la poche attachée.

La Figure 8.28 est découpée en deux principales zones. La partie supérieure, pour des hauts nombres de cavitation, correspond à des résultats stationnaires avec une poche attachée qui n'évolue pas au cours du temps. Le temps nécessaire à l'établissement de ce régime est parfois élevé (supérieur à 2s de temps physique). La partie inférieure de la figure correspond à une poche au comportement instationnaire. Au sein de cette zone, on distingue à nouveau deux régions. L'une correspondant à un comportement d'oscillation régulière, l'autre correspondant à un comportement

plus chaotique (oscillations avec plusieurs fréquences superposées, lâchers de vapeur, dérive de la taille de poche, etc.).

Chapitre 9

Etude d'une couche de mélange cavitante

Actuellement, les écoulements cavitants étudiés numériquement sont toujours du type cavitation par poche. Que ce soit sur des géométries de venturi ou d'hydrofoil, on observe toujours une poche attachée, le long d'une paroi. Ce genre d'écoulement, expérimentalement, est soumis à un jet liquide rentrant dans la poche. Localement, les structures cavitantes se retrouvent au coeur d'une couche de mélange.

En vue d'améliorer la compréhension de ces écoulements cisaillés cavitants une étude fondamentale est réalisée, au sein de notre équipe, dans la cadre de la thèse de Vincent Aeschlimann (Figure 9.1).

Une telle configuration expérimentale génère les structures de cavitation directement au sein des structures turbulentes de la couche de mélange. Par conséquent les phénomènes étudiés se trouvant loin des parois, les hypothèses de couche limite turbulente n'interviennent plus.

Enfin, il est important de souligner l'évolution technologique ainsi envisagée au niveau des mesures expérimentales. Si la bi-sonde optique était utilisée jusqu'à présent pour obtenir les champs de vitesse et de taux de vide, on se tourne maintenant vers des moyens de mesures non intrusifs (LDV, PIV-LIF, rayon X). En plus d'être non intrusives, ces moyens de mesures (pour les vitesses) offrent l'avantage de mesurer la vitesse du liquide et non plus la vitesse des bulles uniquement. On obtient alors une mesure dans tout le domaine et non plus uniquement dans les zones de fort taux de vide.

Dans le cadre de la présente étude, des calculs numériques avec le code IZ ont été effectués comme support à la définition de la géométrie de couche de mélange mise en place. La réalisation technique de la veine d'essai de la manipulation "couche de mélange" était contrainte par le tunnel déjà existant. Ceci s'est traduit par des cotations maximales imposées auxquelles il a fallu s'adapter.

L'écoulement qui arrive par un unique tuyau est avant tout divisé afin de disposer des deux vitesses d'écoulement distinctes. Il est alors homogénéisé à faible vitesse dans une chambre de tranquillisation avant d'être accéléré. Le choix du procédé est porté sur un convergent qui permet également de réduire les couches limites.

Dans un premier temps, l'étude présentée dans ce chapitre décrit l'utilisation du code IZ en tant que support à la définition de la géométrie du convergent de la ma-

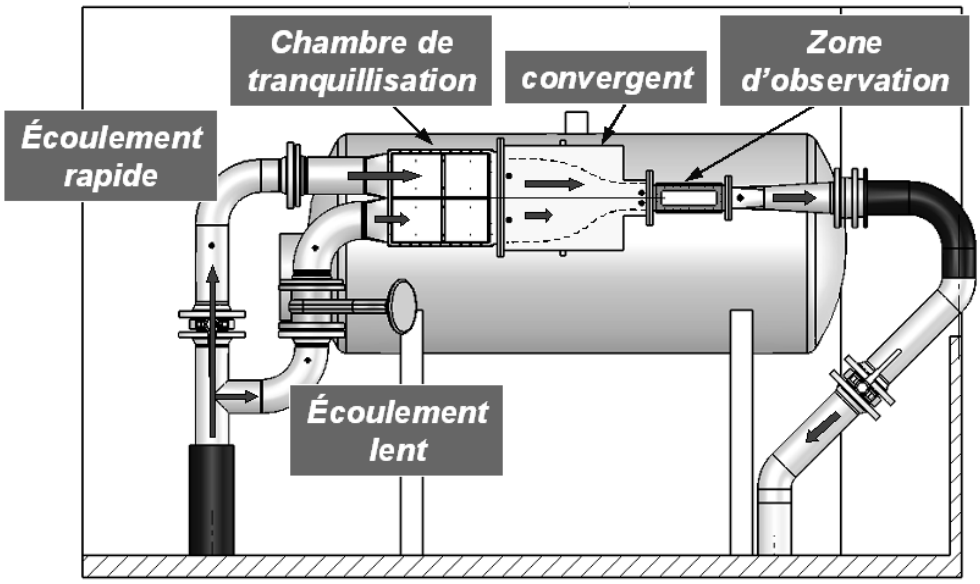


FIG. 9.1 – Réalisation prévisionnelle de la veine

nipulation "couche de mélange". En particulier, on cherche à étudier la cartographie du champ de pression au sein de l'installation en régime non cavitant.

La deuxième partie de l'étude concerne des calculs prédictifs de l'écoulement cavitant au sein de la couche de mélange à l'aide du code IZ.

9.1 Définition de la géométrie du convergent

Une campagne de calculs à été menée afin d'analyser l'écoulement dans différentes géométries de convergent. A titre d'illustration, la Figure 9.2 présente les résultats d'un calcul stationnaire non cavitant obtenus pour une géométrie donnée. Dans la théorie, une approche 1D du convergent nous indiquerait la pression (application du principe de Bernouilli) dans n'importe quelle section à partir du profil extérieur du convergent (en appliquant la conservation du débit). Dans les faits, lorsque l'écoulement traverse le convergent, sa pression connaît tout d'abord un pic de surpression auquel succède une chute de pression. En comparant cette approche théorique à une modélisation bidimensionnelle, la Figure 9.2 illustre ces phénomènes qui sont extrêmes à la paroi. Lorsqu'on s'approche du cœur de l'écoulement les distorsions locales de pression, par rapport à la moyenne de pression dans une section donnée, sont moindres.

L'écoulement traversant ce dernier est tout d'abord soumis à un pic de pression auquel succède une chute de pression ; ces deux phénomènes étant localisés sur la Figure 9.2. Lorsqu'on s'approche du cœur de l'écoulement les distorsions de pression par rapport à la ligne moyenne sont bien moindres. C'est pourquoi nous nous focaliserons sur la situation à la paroi en ce qui concerne la pression.

Le tunnel de cavitation est amené à travailler à très basse pression et nous redoutons l'apparition de cavitation en sortie de convergent ce qui perturberait la manipulation. Il apparaît alors primordial de définir avec soin la géométrie de ce

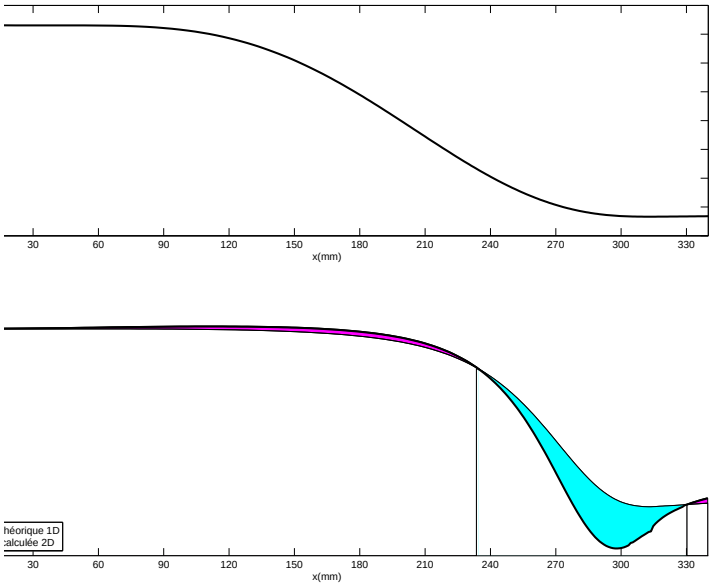


FIG. 9.2 – Profil et pression en paroi dans un convergent

composant.

9.1.1 Géométries de convergent testées

Le travail présenté ci-dessous expose les étapes du dimensionnement du convergent de la veine d'essai. Plusieurs approches géométriques ont été envisagées et étudiées afin de sélectionner le profil présentant le meilleur compromis entre chute de pression, développement des couches limites et longueur de la structure. Cette étude conclut sur l'évaluation du risque de cavitation parasite en sortie de convergent.

La boucle d'essai utilisée ainsi que les autres éléments de la veine (chambre de tranquillisation, zone d'essai, changement de section rond-rectangle, ...) imposent les dimensions du convergent (Figure 9.3).

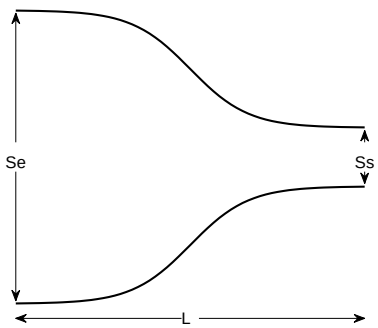


FIG. 9.3 – Contraintes géométriques imposées au convergent 2D

Les trois critères géométriques sont définis par :

- La section d'entrée Se mesure 400x80 (mm^2) ;
- La section de sortie Ss mesure 80x80 (mm^2) ;
- La longueur maximale du convergent L est de 660 (mm).

Le convergent est en réalité séparé en deux par une plaque médiane séparant la zone basse vitesse (en bas) de la zone haute vitesse (en haut). La veine d'essai de la manipulation "couche de mélange" doit s'adapter à un tunnel déjà existant. L'écoulement est homogénéisé à faible vitesse grâce à des nids d'abeille et des grilles avant d'être accéléré pour atteindre les vitesses de 10m/s et 1m/s. Souhaitant également réduire les couches limites, on utilise un convergent.

Puisque la chute de pression en sortie du convergent est d'autant plus importante que la vitesse est élevée, nous étudions la partie haute du convergent.

Nous réalisons des calculs du champ de pression en régime non cavitant à l'aide du code IZ et en utilisant le modèle de turbulence $k - \varepsilon$ RNG. Quatre géométries sont ainsi définies (Figure 9.4) :

- Un profil de 600 mm basé sur un quart d'ellipse ;
- Un profil de 330 mm basé sur un polynôme de degré 6 ;
- Deux profils de 660 mm basés sur un polynôme de degré 6.

La première approche géométrique définissant le profil du convergent se base sur une courbe en quart d'ellipse. Pour supprimer les angles vifs en amont, on superpose à la courbe un arc de cercle. On se fixe pour cette géométrie une longueur L de 600mm. (Figure 9.4a).Pour le profil basé sur un quart d'ellipse, on superpose une portion de cercle de manière tangente afin de supprimer l'angle à 90° qui se crée avec la paroi horizontale en amont.

La deuxième géométrie est définie par un polynôme de degré six comme utilisé par Sargisson [171].

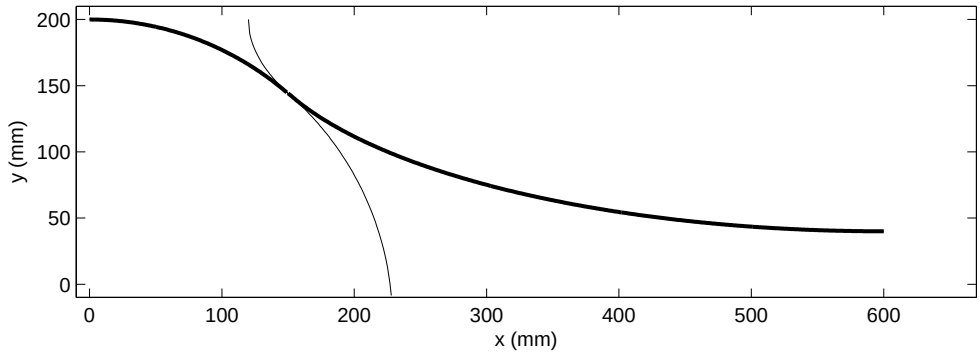
On impose non seulement au profil d'être horizontal en entrée et en sortie mais également d'avoir trois points d'inflexion. Les deux premiers sont positionnés en entrée et en sortie. Et l'abscisse du point "central" est notre degré de liberté sur le profil.

Remarquons qu'il est nécessaire que le point se situe entre 0.4L et 0.6L pour que le profil soit décroissant monotone.

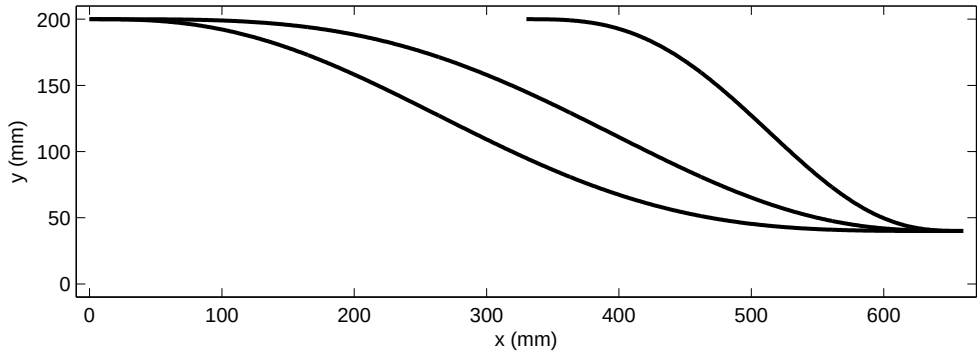
Trois profils ont ainsi été générés (Figure 9.4b)

- Le premier profil étudié a la particularité d'être très court, afin de gagner de l'espace pour la veine, et on lui fixe une longueur L = 330mm. Son point d'inflexion se situe à une distance l de 198 mm de l'entrée, ce qui représente un facteur l/L de 0,6.
- Le second profil a également un point d'inflexion respectant le facteur l/L de 0,6 mais est plus long ; c'est-à-dire à L = 660 mm et l = 396 mm.
- Le troisième profil polynomial (L = 660 mm) utilise un facteur l/L de 0,4 et on prend alors une distance l de 265 mm (valeur arrondie de l = 264).

Les profils polynomiaux sont déterminés par la connaissance des points de départ



(a) Quart d'ellipse + portion de cercle



(b) Polynôme de degré 6

FIG. 9.4 – Profils du convergent.

et d'arrivée :

$$y(x_{deb}) = 200mm \quad ; \quad y(x_{fin}) = 40mm \tag{9.1}$$

$$\frac{\partial y}{\partial x}(x_{deb}) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial y}{\partial x}(x_{fin}) = 0 \tag{9.2}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x_{deb}) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x_{fin}) = 0 \tag{9.3}$$

La dernière condition étant donnée par l'abscisse du point d'inflexion :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(x_{infl}) = 0 \tag{9.4}$$

Un troisième type de géométrie de convergent est défini en s'inspirant de la méthode de Libby. Celle-ci s'applique pour une contraction bidimensionnelle, mais a déjà été utilisée avec succès pour une contraction monodimensionnelle [75]. Le profil existant est ramené par homothétie à une dimension respectant les conditions imposées par la veine (Figure 9.5).

Enfin, la succession de deux convergents de type polynomial a été étudiée (Figure 9.5). L'objectif de ce profil est de placer la plus importante chute de pression (sortie du premier convergent) dans une zone où la pression environnante est plus éloignée de la pression de vapeur saturante. Cette proposition n'est pas retenue à cause de la complexification de la géométrie qui n'est pas souhaitée lors de la création de la veine.

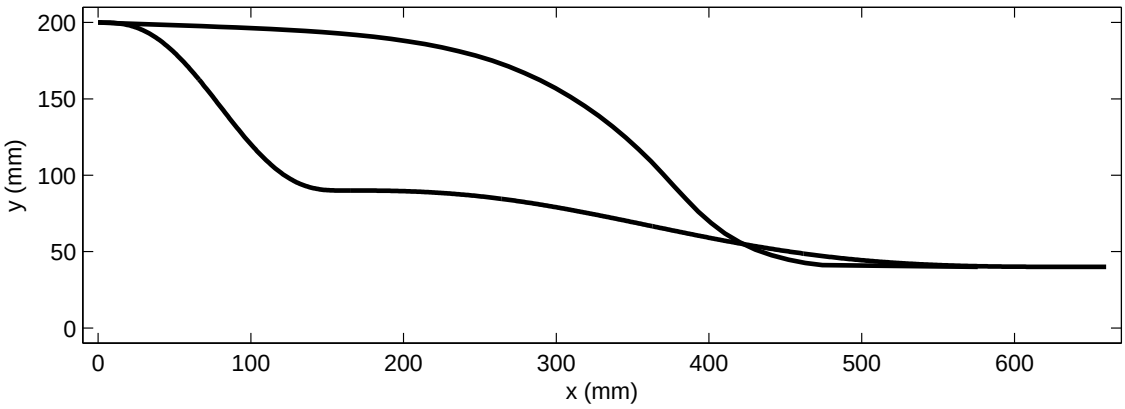


FIG. 9.5 – Profils du convergent

9.1.2 Choix de la géométrie du convergent

Différentes études réalisées sur des géométries de marche descendante [94] ou de jet circulaire [135, 142] établissent une différence de pression entre l'écoulement extérieur (au début de la zone de couche de mélange) et le cœur des tourbillons au sein de la couche de mélange atteint des valeurs de l'ordre de 18900 Pa à 28000 Pa.

La plus forte de ces valeurs correspond à un écoulement critique dans un régime fortement cavitant ; alors que l'étude envisagée par Vincent Aeschlimann se basera plutôt sur des points de fonctionnement où la cavitation est faiblement développée.

Le début de la couche de mélange correspond à l'arête de la plaque séparatrice. Elle se situe à l'abscisse x= 60 mm sur la figure 9.6.

L'objectif de cette manipulation expérimentale est de développer de la cavitation à l'intérieur des tourbillons. Le risque principal est de créer des structures diphasiques en amont de la couche de mélange qui sont alors convectées par l'écoulement jusqu'à la couche de mélange où elles sont captées par les tourbillons. Pour éviter ce phénomène, différent de celui étudié, il faut absolument éviter de caviter en sortie du convergent. Pour cela, nous devons nous assurons d'être le plus loin possible de P_{vap} sur la paroi supérieure. C'est pourquoi nous retenons le profil qui minimise la chute de pression. Il s'agit du profil polynomial obtenu avec une longueur de 660 mm et un point d'inflexion à 265 mm de la section d'entrée. La Figure 9.6 représente la répartition de pression calculée en paroi et indique la dépression évaluée à 12360 Pa. Si on considère le maximum d'erreur observée sur les études de pression en paroi sur la géométrie du venturi 4° (c'est-à-dire 7.4%) on obtient un pic de 13275 Pa.

La température de l'écoulement n'est pas ajustable expérimentalement. Elle sera controlée pour ajuster σ (dépendant de P_{vap} qui dépend lui même de la température) et on l'évalue à 20°C. L'apparition de la cavitation, en prenant le cas le moins favorable de gradient de pression attendu par les experimentateurs, nécessite une pression dans la couche de mélange à l'extérieur des tourbillons de 18900 + 2400 = 21300 Pa.

Si nous appliquons cette pression à la section initiale de la couche de mélange (x=60mm) alors le minimum de pression obtenu en paroi haute du convergent vaut 8025 Pa ce qui est supérieur à la pression de vapeur saturante et la cavitation en paroi de convergent est donc évitée. Remarquons tout de même que la marge de sécurité

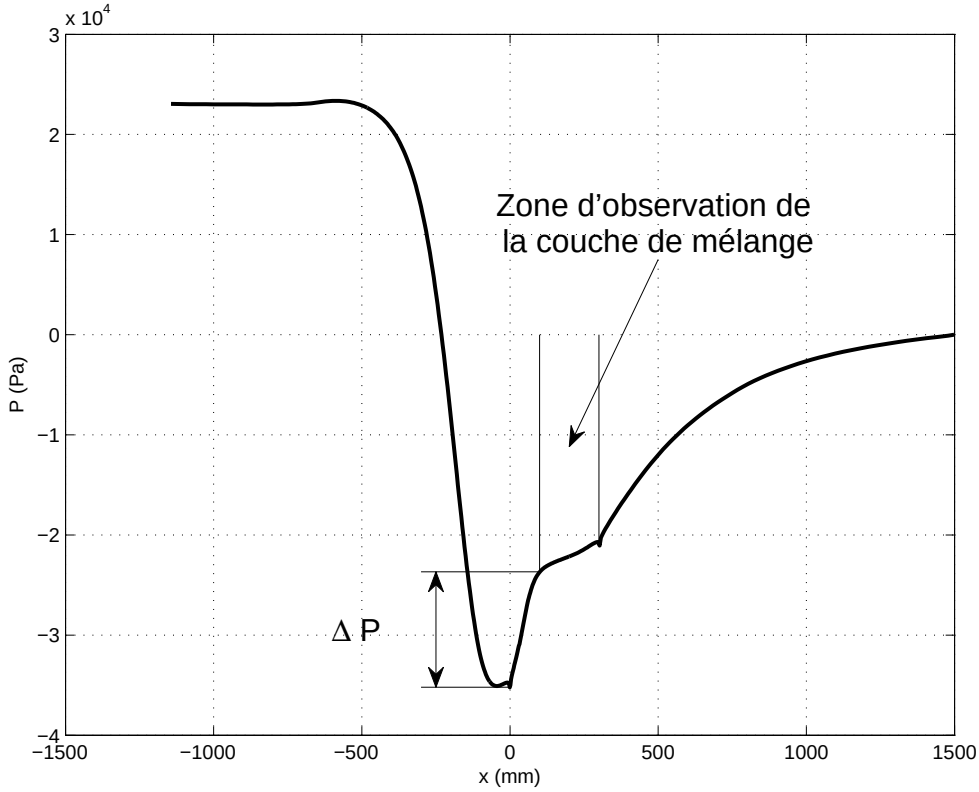


FIG. 9.6 – Pression en paroi du convergent choisi

en pression est relativement faible (60% seulement de la dépression du convergent).

Le convergent ainsi défini a été optimisé pour l'écoulement dans la partie rapide de la veine. Dans la partie lente, l'écoulement étant à plus faible vitesse, il ne présente pas une aussi importante dépression. Il s'adapte donc facilement au profil du convergent que l'on réalise du coup symétriquement.

La géométrie qui a servi de base à cette étude a évolué et ne correspond plus exactement à la géométrie réalisée et assemblée. En effet, sur la base de la géométrie initiale, deux zones à sections constantes ont été rajoutées (brides de montage). Ces récents changements n'ont été effectués qu'après la réalisation du convergent. Le début de la couche de mélange a été éloignée de 20mm. En observant la Figure 9.6, on constate qu'éloigner la zone d'observation devrait augmenter la valeur du ΔP diminuant d'autant la marge de sécurité.

Pour la suite de l'étude, on considère la géométrie réelle en tenant compte des brides.

9.2 Calculs préliminaires

Sur la base de la géométrie définie en collaboration avec nos collègues expérimentateurs, des calculs instationnaires préliminaires sont réalisés. Ces calculs, menés pendant la fabrication de la veine et donc bien avant les essais, utilisent IZ comme outil prédictif.

9.2.1 Régime non-cavitant

La géométrie complète (Figure 9.7) de la veine d'essai est maillée. On y distingue plusieurs régions.

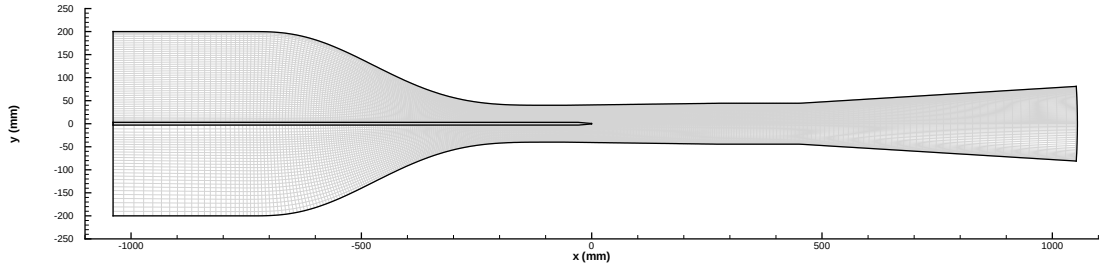


FIG. 9.7 – Schéma de la veine

Tout d'abord la zone de la chambre de tranquillisation qui sert, dans notre calcul, à développer les couches limites puisque nous imposons en entrée un débit constant sous la forme d'un profil de vitesse uniforme sur la hauteur. Ceci permet d'avoir en entrée de convergent un écoulement similaire à celui des conditions expérimentales.

La zone du convergent lui succède immédiatement. Cette zone est prolongée par une section constante correspondant à la bride de liaison avec la veine de mesure. Il s'agit là d'une des deux zones évoquées dans la partie précédente. C'est en particulier cette bride qui éloigne la zone d'observation au détriment de la marge de sécurité.

La veine de mesure est constituée d'un divergent monodimensionnel permettant de compenser l'accélération dans la zone loin des parois due au développement des couches limites (en paroi) et à la conservation du débit.

L'avant-dernière zone est à section constante. Elle correspond à la pièce tridimensionnelle assurant le changement de forme de la section ; puisque la section du circuit hydraulique passe de rectangle à rond à section constante. Il s'agit ici de la seconde zone qui n'était pas considérée lors du dimensionnement du convergent.

Enfin, un divergent est utilisé pour freiner l'écoulement et condenser les structures cavitantes en les ramenant à plus haute pression. Ce divergent est axisymétrique, si on veut respecter l'évolution de section, puisque nous sommes en 2D-plan pour la réalisation des calculs, il nous faudrait un divergent avec un profil parabolique. Il n'est pas possible de s'en passer puisque du point de vue des simulations nous avons également besoin de recondenser les éventuelles structures de vapeur afin d'éviter de traiter des zones diphasiques en condition aux limites de sortie. Nous utilisons donc un convergent droit mais que nous allongeons par rapport à la manipulation expérimentale.

Le maillage de l'étude prédictive est réalisé par l'union de quatre blocs afin de pouvoir respecter l'intégralité des conditions géométriques de la veine. Il contient 443 mailles dans la direction horizontale pour 84 dans la direction verticale. La répartition des mailles est symétrique par rapport au milieu (Figure 9.8), dans la partie couche de mélange, tout en assurant une taille de maille respectant au mieux la loi de paroi utilisée (Figure 9.9).

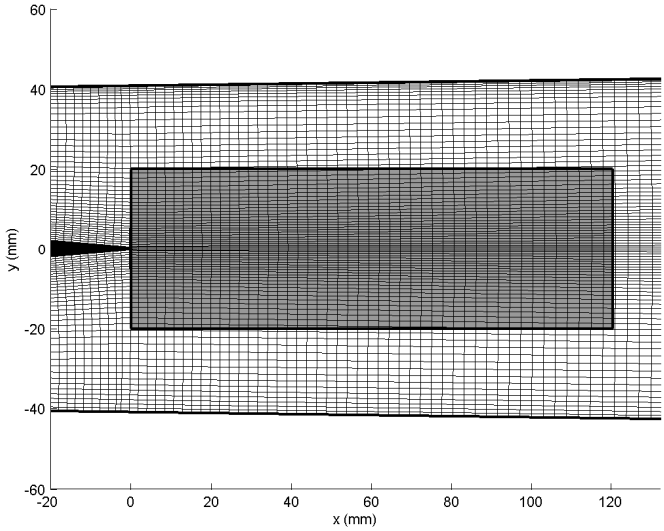


FIG. 9.8 – La zone encadrée correspond au lieu des mailles symétriques.

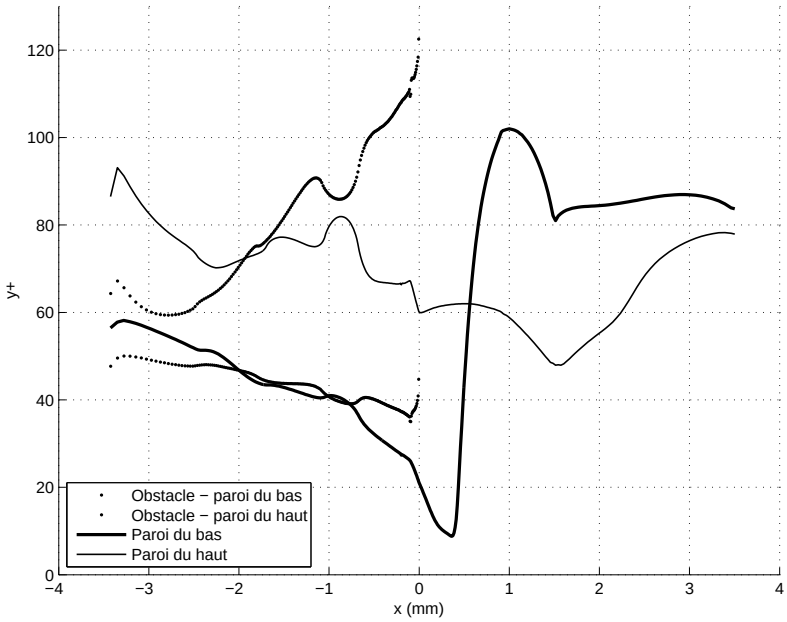


FIG. 9.9 – Y+ sur les 4 parois du domaine de calcul

Les contraintes que l'on se fixe pour optimiser le maillage dans la zone du développement de la couche de mélange nous obligent à avoir des tailles de mailles, pour la partie basse vitesse, inférieure à $y^+ = 30$.

Un calcul non cavitant est réalisé en imposant la pression de sortie à 45917Pa. Sur la base de la nouvelle géométrie, la dépression maximale entre le minimum de pression en paroi et la section de début de couche de mélange vaut maintenant 9300 Pa (Figure 9.10). Contrairement à la remarque proposée précédemment, le changement de la géométrie ne peut pas se lire directement sur la courbe 9.6. En effet, la partie rajoutée prolonge le convergent avant l'entrée dans le divergent constitué par la veine. Elle n'est pas divergente et n'occasionne donc pas de compression. On remarque également l'influence de la seconde bride, en aval, qui interrompt localement la recompression de l'écoulement.

Bien que finalement diminuée, l'intensité de la dépression en sortie du convergent ne nous accorde qu'une faible marge de manoeuvre sur les pressions et le risque d'apparition de cavitation parasite demeure. La Figure 9.10 représente l'évolution spatiale de la pression exercée sur la paroi supérieure de la veine. L'origine de l'abscisse correspond à la pointe du couteau de la plaque (début de la couche de mélange).

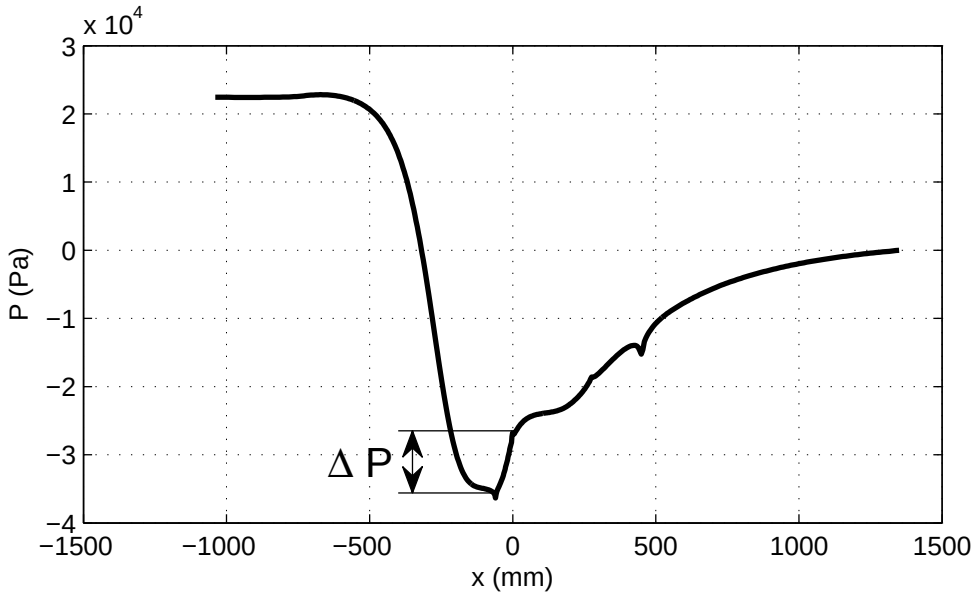


FIG. 9.10 – Répartition de la pression sur la paroi du haut.

La distance séparant la sortie du convergent du début de la couche de mélange est augmentée par la bride à section constante. Ceci, rajouté au faible rayon de courbure en sortie de convergent, permet aux couches limites de se développer pleinement avant d'atteindre le couteau. En regardant les champs de vitesse et de pression (Figure 9.11), on constate un développement de la couche de mélange qui se fait au détriment de l'écoulement basse vitesse. Une zone de recirculation semblable à celle d'un écoulement en marche descendante est crée. Elle est centrée à environ 200mm de la pointe du couteau. Au coeur de cette recirculation, on constate une dépression.

L'écrasement de la couche de mélange sur la partie basse vitesse provient d'un trop gros rapport entre les vitesses. Le couple des vitesses 10m/s et 1m/s ne semble

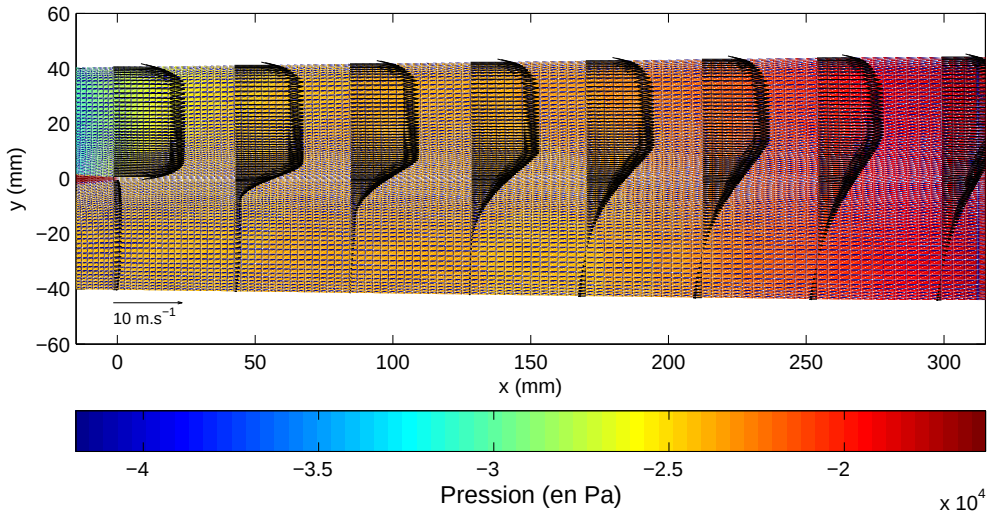


FIG. 9.11 – Champs de pression et de vitesse dans la couche de mélange.

donc pas adapté.

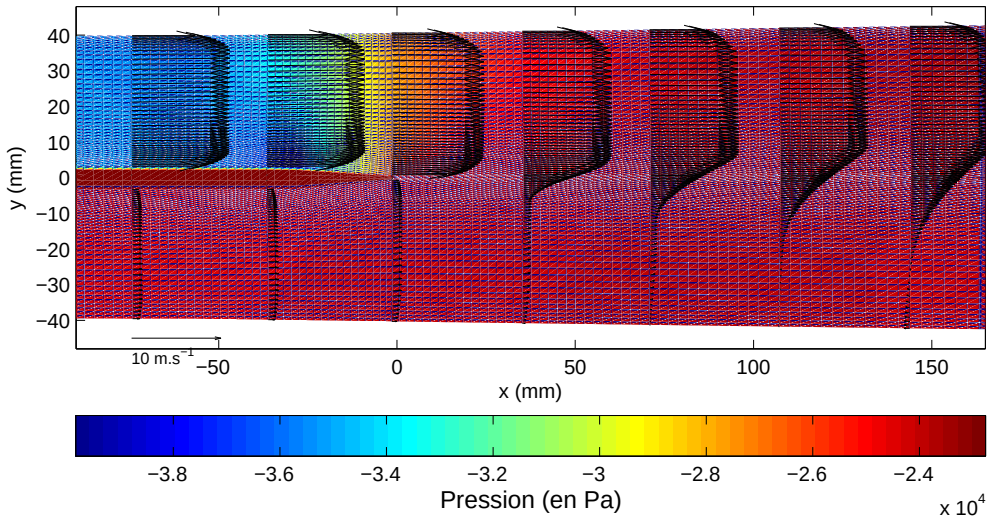


FIG. 9.12 – Champs de pression et de vitesse sur la plaque séparatrice.

En observant une zone plus en amont, comprenant la fin du convergent et le couteau, nous constatons que l'arête du biseau correspondant au couteau provoque une zone de dépression d'une grande amplitude (Figure 9.12). Cette rupture de continuité de la section hydraulique est susceptible, au même titre que le convergent de générer de la cavitation parasite en amont des structures tourbillonnaires.

9.2.2 Régime cavitant

A partir du cas non-cavitant, une campagne de calculs est menée afin d'étudier le comportement de l'écoulement lors de l'apparition de la cavitation. Malgré les observations précédentes, le couple des vitesses d'entrée est conservé (10m/s et 1m/s).

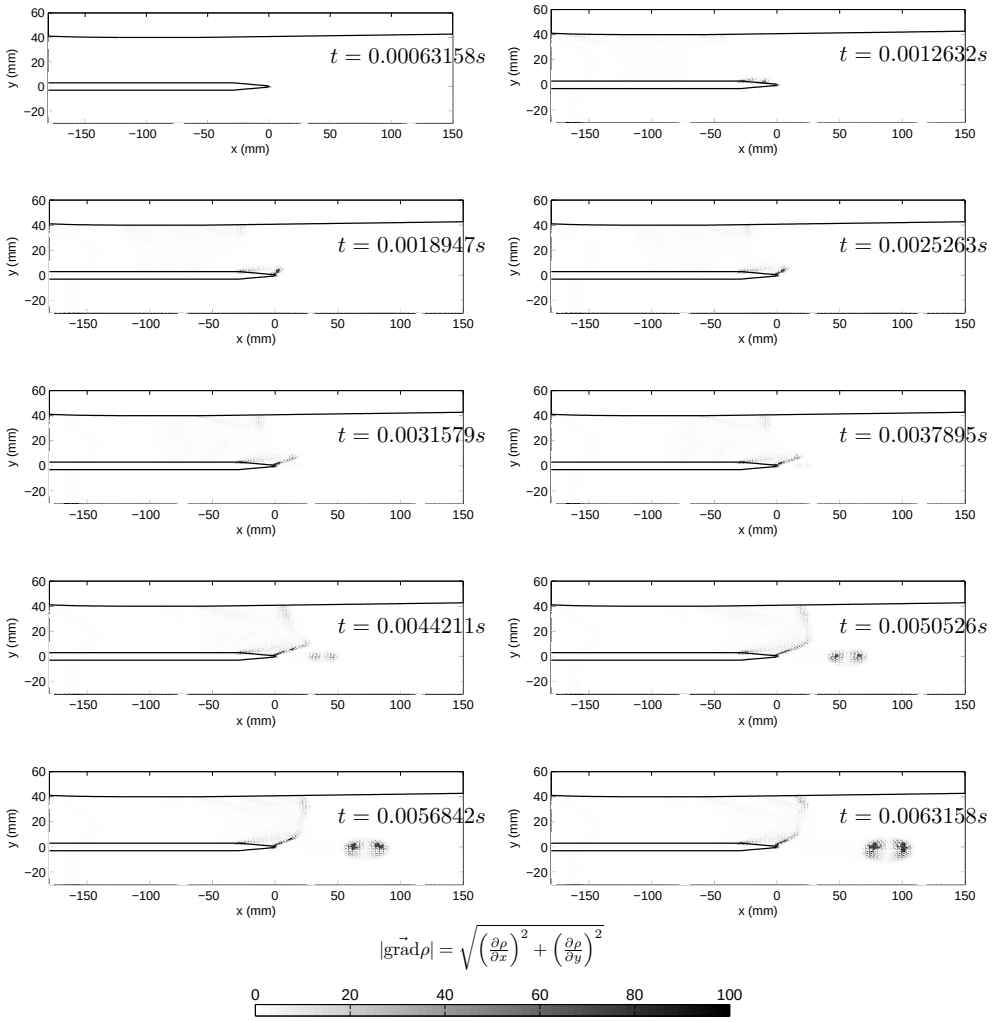


FIG. 9.13 – Gradient de masse volumique à l'apparition de la cavitation.

La recirculation observée précédemment est caractérisée par une vorticité relativement faible et en tout cas non suffisante au développement de la cavitation. C'est finalement sur les deux sites sensibles identifiés précédemment qu'apparaît la cavitation. On observe donc une vaporisation le long de la cassure du couteau ainsi qu'au plafond de la veine, en sortie de divergent (Figure 9.13). Ces structures diphasiques influent directement sur l'écoulement le rendant fortement instationnaire.

Les premières structures tourbillonnaires cavitantes que l'on observe sont clairement des tourbillons, obtenus de la déstabilisation de l'écoulement par la poche de cavitation, qui viennent capter des nuages de vapeur. Ces nuages sont lâchés par la poche au niveau du couteau. On observe alors le transport de la vapeur par les structures turbulentes.

D'autre part, nous observons également des tourbillons non cavitants dont la pression au coeur devient suffisamment faible pour qu'ils cavitent (Figure 9.14).

Le comportement instationnaire globale de l'écoulement se confirme en regardant le champ de vitesse en une section donnée. Pour cela, on se place en x=200mm, ce qui correspond au coeur de la recirculation en régime non cavitant. La Figure 9.15 trace

la vitesse moyenne en cette section ainsi que la densité de probabilité des vitesses.

9.2.3 Etude d'un nouveau couple de vitesse

Compte tenu de la prévision de recirculation en zone de basse vitesse, un nouveau couple de vitesse est étudié. On s'impose un débit de 48 l/s, ce qui nous impose que la somme des vitesses basse et haute, dans les sections d'entrée de la veine (pointe du couteau) fasse 15m/s.

A partir de cet impératif, le deuxième couple retenu par les expérimentateurs est de 12,3 m/s et 2,7 m/s.

On réalise un calcul instationnaire cavitant afin de prédire le comportement de l'écoulement avec ces vitesses d'entrée. On étudie les grandeurs moyennes de l'écoulement pour statuer sur le choix du couple de vitesse. La pression moyenne et le champ de vitesse moyen sont représentés sur la Figure 9.16.

La partie basse vitesse est conservée plus longtemps, mais elle finit tout de même par être consommée d'une part par le développement de la couche limite et d'autre part par le développement de la couche de mélange. Finalement, à partir d'une abscisse de 250mm environ, on assiste à une recirculation comme avec le couple de vitesses précédent. L'augmentation du débit sert tout de même à décaler cette recirculation vers l'aval.

Une observation du champ de pression, en fond de couleur sur la Figure 9.16, révèle qu'on a toujours le maximum de dépression, en moyenne, au niveau de la découpe du couteau de la plaque séparatrice. Mais on observe également que le champ moyen dans la couche de mélange connaît bien une dépression à comparer de l'écoulement à l'extérieur de cette même couche de mélange.

Comme pour le cas précédent nous observons des zones de forte vorticité où sont générés des structures de cavitation (Figure 9.17).

On constate une zone où la traînée de la plaque séparatrice se fait beaucoup sentir. Jusqu'à l'abscisse de 50mm environ on n'observe pas de tourbillon. Ensuite, ceux-ci se développent jusqu'à devenir suffisamment intenses pour générer de la cavitation. C'est ainsi qu'on voit des structures apparaître à partir de 150mm environ.

Si le cas présenté ci-dessus correspond parfaitement à l'étude envisagée (cavitation générée dans les tourbillons), il est important de remarquer qu'on ne s'affranchit pas pour autant des parasites en entrée (cavitation générée sur le couteau). En effet, comme on peut le voir sur la Figure 9.18, dès lors qu'on veut générer de la cavitation à des abscisses inférieures à 150mm, la diminution de pression nécessaire provoque l'apparition de la cavitation sur la plaque séparatrice.

Ce nouveau couple de vitesse améliore grandement les résultats et on est très proche du comportement attendu. Cependant, la recirculation de type marche descendante est encore présente dans le domaine d'étude. Pour s'en débarrasser, il est nécessaire d'augmenter encore plus le débit et donc les vitesses d'entrée.

On remarque que l'on peut conserver ce couple de vitesse mais éloigner les parois afin d'éloigner l'influence de la couche limite. Mais cela se traduit par une augmentation de la section et donc du débit également.

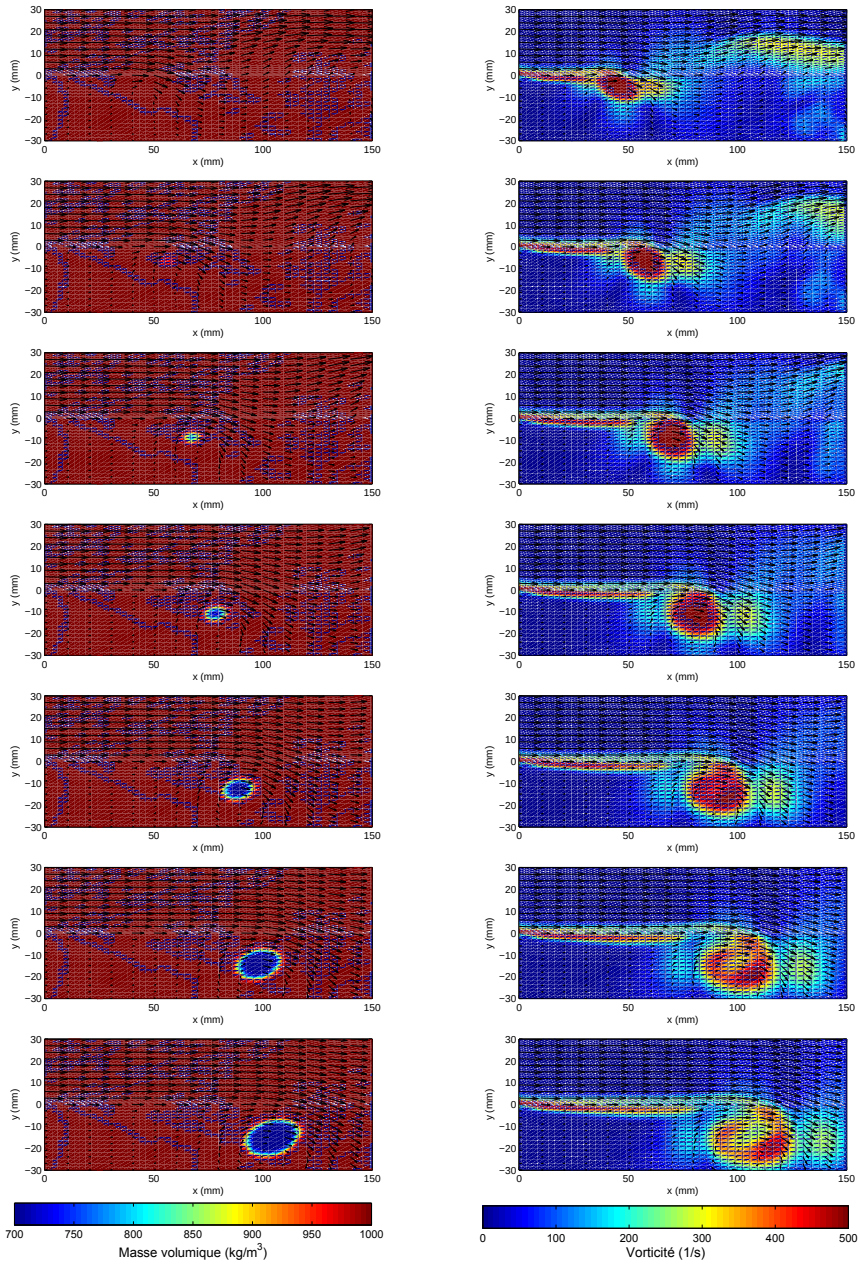


FIG. 9.14 – Création de vapeur au sein d'un tourbillon.

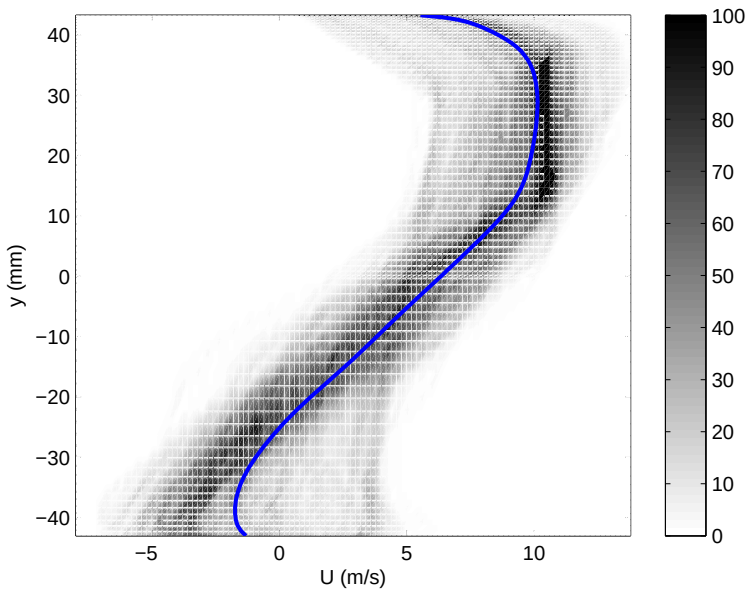


FIG. 9.15 – Profils de vitesse en x=200mm.

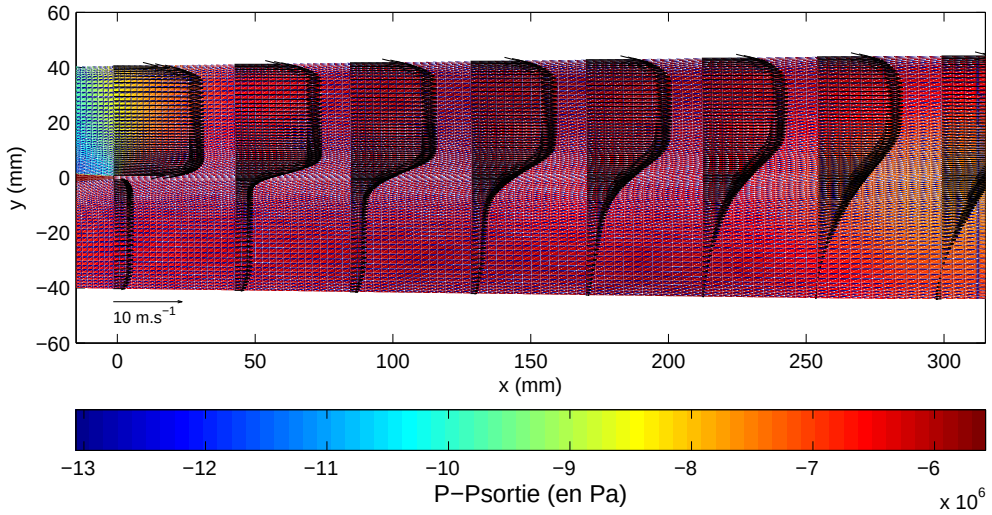


FIG. 9.16 – Champs de pression et de vitesse avec $U_1 = 12.3m/s$ et $U_2 = 2.7m/s$.

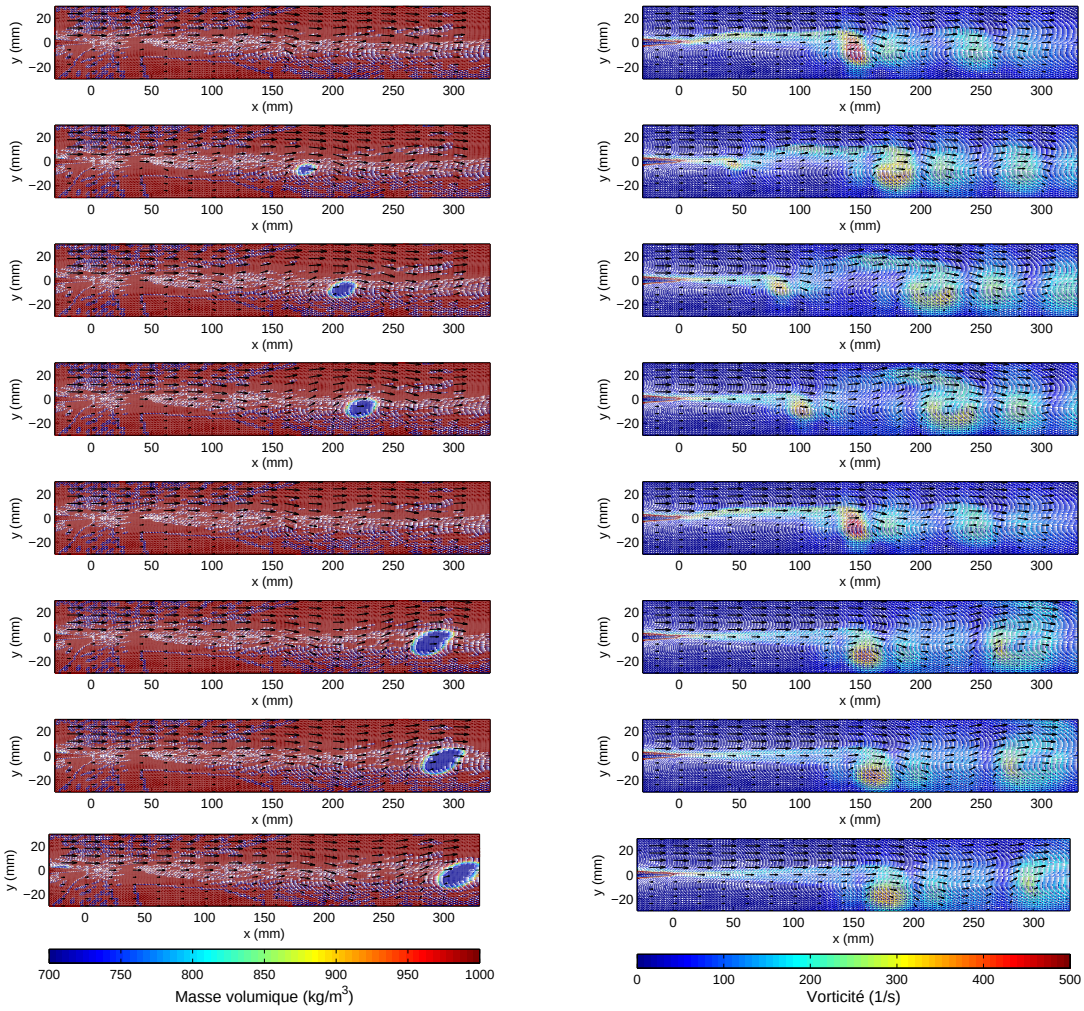


FIG. 9.17 – Création de vapeur au sein d'un tourbillon.

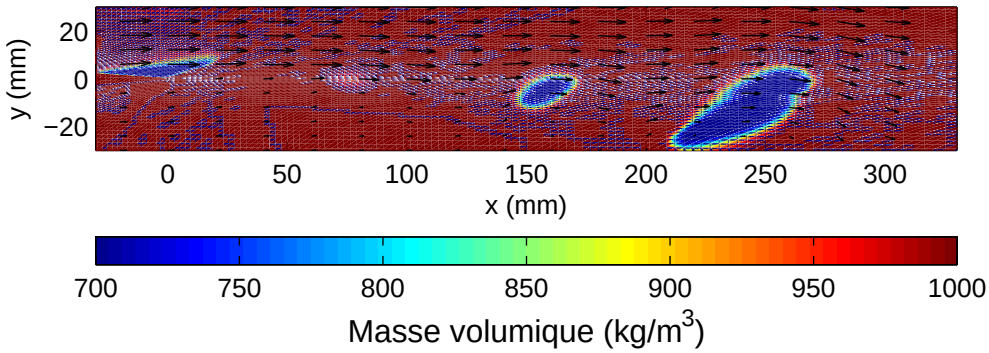


FIG. 9.18 – Champs de masse spécifique, avec de la cavitation parasite en entrée.

9.3 Calculs avec les conditions expérimentales

Conformément à la prédiction obtenue avec IZ, les deux couples de vitesses choisis initialement posent problème aux expérimentateurs car il provoque une recirculation en partie basse de la veine. Il est donc choisi un nouveau couple de vitesse présentant un rapport du même ordre que le second étudié lors des préliminaires, mais une différence plus importante. Le nouveau couple de vitesse, correspondant au débit maximum de la pompe, est de 15.8 m/s et 3.5 m/s.

D'autre part, la longueur d'observation, initialement envisagée de 300mm est finalement réduite à 250mm. Puisqu'elle était notre longueur de référence, nous mettons à jour la définition de notre maillage en fonction.

Afin de ne pas perturber le calcul avec les structures de cavitation en amont de la couche de mélange, nous supprimons la plaque séparatrice ainsi que le convergent. Ceci permet également de diminuer le nombre de mailles et donc la durée du calcul. Cependant les calculs cavitants sont très difficiles à converger. En effet, nous nous trouvons à très basse pression et il nous faut condenser les structures diphasiques avant la section de sortie. C'est pourquoi nous allongeons le domaine de calcul en aval afin de disposer d'un grand divergent dans lequel l'écoulement est doucement comprimé.

Nous imposons en entrée un profil de vitesse plat pour chacune des zones et en sortie une pression imposée par le nombre de cavitation. Les paramètres du calcul sont alors :

- $U_1 = 15.8m/s$
- $U_2 = 3.5m/s$
- $U_{ref} = \frac{U_1+U_2}{2} = 9.65m/s$
- $L_{ref} = 250mm$
- $Re = 2.40 \cdot 10^6$
- $dt = 0.013ms$

Le pas de temps est particulièrement petit. Les premiers calculs, réalisés avec un pas de temps adimensionnel de $dt^* = 0.01$, donnent des résultats où la cavitation apparaît très loin du début de la couche de mélange. Nous le diminuons donc pour tester son influence, $dt^* = 0.005$ et nous améliorons la distance nécessaire au développement d'un tourbillon cavitant.

Dans une couche de mélange instationnaire, la fréquence des tourbillons est caractérisée par un Strouhal fixe. De valeur habituelle 0.2 dans une couche compressible, sa valeur est mesurée à 0.15 dans le cas d'une couche de mélange cavitante [3]. Ce Strouhal est défini par la vitesse convective (notre vitesse de référence) et par l'épaisseur de vorticité :

$$S_{tr} = \frac{f\delta_\omega}{U_{ref}} \tag{9.5}$$

On remarque que puisque l'épaisseur de vorticité (δ_ω) croit avec la position longitudinale, la conservation du Strouhal implique une diminution de la fréquence. On note également qu'au début de la couche de mélange, alors que δ_ω tend vers 0, f tend vers l'infini !

Il est évident que notre pas de temps nous limite sur les évènements que l'ont peut capturer. En l'occurrence, un évènement qui se déroule sur une période inférieure à

notre pas de temps ne peut pas être observé.

Forts de ce constat que nous diminuons le pas de temps d'un facteur 10 pour finalement choisir $dt^* = 0.0005$.

L'étude expérimentale révèle également que l'hypothèse de Bradshaw se vérifie pour cet écoulement y compris en régime cavitant. Puisque nous avons implanté un modèle de cavitation basé sur cette hypothèse, nous le testons sur cette géométrie en plus d'un $k-\varepsilon$ RNG traditionnel. Le modèle SST permet dans ce cas une meilleure vaporisation et condensation. C'est donc le modèle utilisé dans le cas présenté ici. Cependant l'instationnarité est favorisée par l'utilisation de la limitation de viscosité proposée par Reboud. Nous utilisons ainsi un réducteur $a = 1/10$ dans le calcul présenté ci-après.

Etudions en détail la création et le transport des structures de cavitation au sein de l'écoulement. Pour cela, considérons la Figure 9.19. Sur la colonne de gauche, nous avons la cartographie de taux de vide de notre simulation numérique. Sur la colonne de droite se trouvent les mesures de taux de vide réalisées par Vincent Aeschlimann.

Les trois photographies en rayon X sont respectivement à $2ms$, $6.5ms$ et $9ms$ de la première. Tandis que pour les résultats numériques chaque capture est espacée de $Tref/20$ soit $1.32ms$.

On discerne très nettement, sur les résultats expérimentaux, la présence de cavitation dans la couche de mélange dès la pointe du couteau. Les premières structures, de petites tailles, sont rapprochées les unes des autres. Au fur et à mesure du développement de la couche limite, les structures fusionnent pour former de plus gros nuages de cavitation espacés les uns des autres d'une plus grande distance. La vitesse de convection de l'ensemble reste pourtant constante et vaut la moyenne des vitesses des deux écoulements entrants.

La simulation génère évidemment des structures de petites tailles uniquement au sein des tourbillons, puisqu'il y n'y a plus le couteau. Les premières apparaissent à une dizaine de millimètres seulement du début de la couche de mélange. Cependant, certains tourbillons ne sont pas assez véloces au départ et ne génèrent de la cavitation que plus loin. La deuxième image l'illustre parfaitement, nous y voyons une structure diphasique apparaissant à une abscisse de 120 mm environ.

Ces structures se comportent ensuite, dans l'écoulement, d'une manière similaire à l'expérimental. On assiste à un appariement des tourbillons et donc des structures diphasiques avec systématiquement les structures les plus en amont qui s'enroulent autour des structures les plus en aval en passant du coté de la haute vitesse.

Finalement, les grosses structures diphasiques sont convectées hors de la zone d'étude où elles sont dissipées par la présence d'un divergent.

En traçant les profils de vitesse moyenne dans la zone d'étude (Figure 9.20) on distingue nettement l'épaisseur de vorticité tout du moins pour les premiers profils. En effet, dès qu'on atteint des abscisses supérieures à 200mm, le coté basse vitesse de la veine ne connaît plus de plateau sur la vitesse. Sans pour autant être en présence d'une recirculation telle qu'on l'avait à plus faible vitesse, on constate que la couche limite et la couche de mélange occasionnent toutes deux un gradient de vitesse vertical. Les parois sont trop proches, et la paroi inférieure, en particulier, contraint fortement l'écoulement en le rendant confiné. Cependant, définir une veine plus

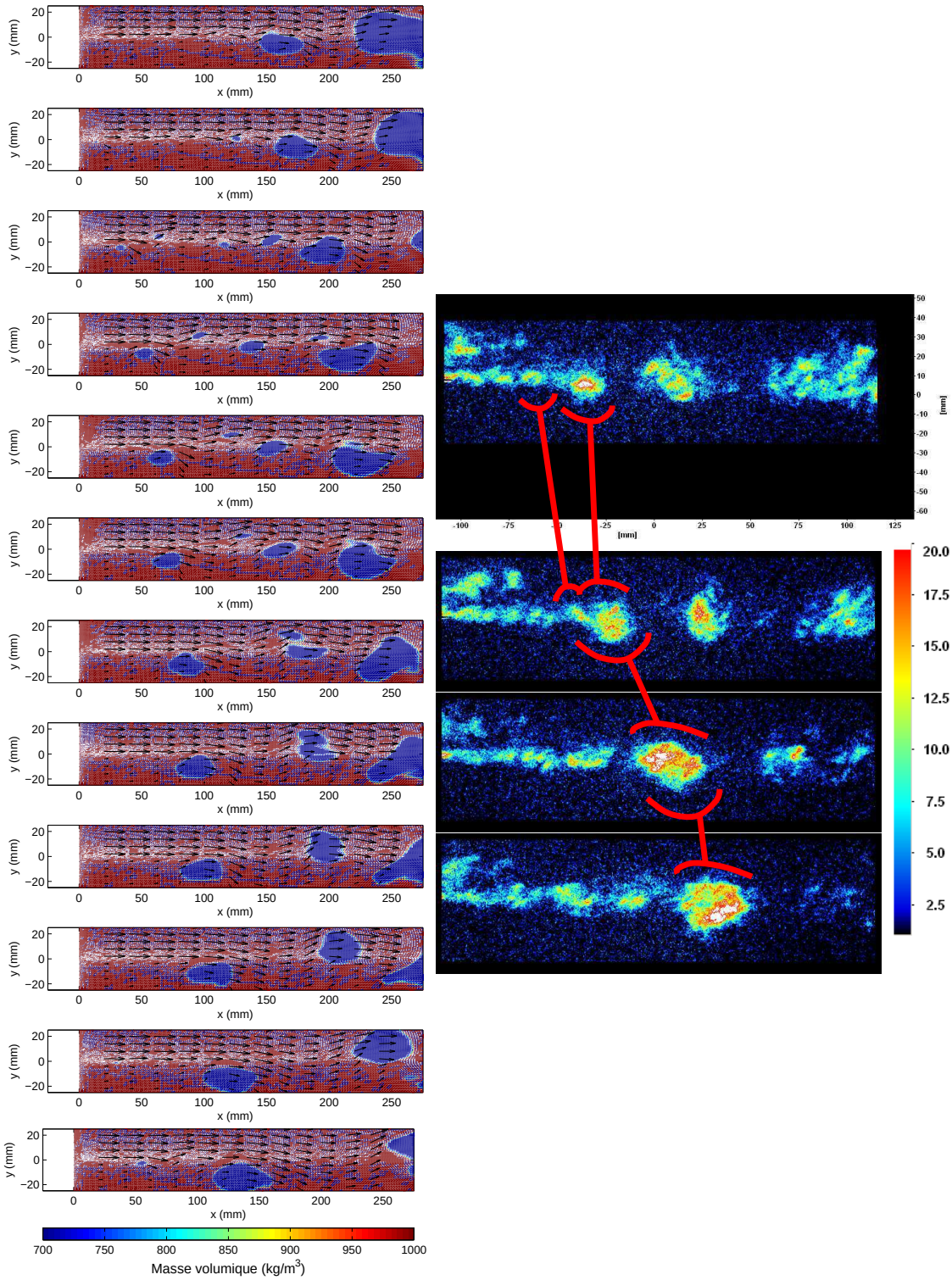


FIG. 9.19 – Confrontation du taux de vide avec les mesures expérimentales.

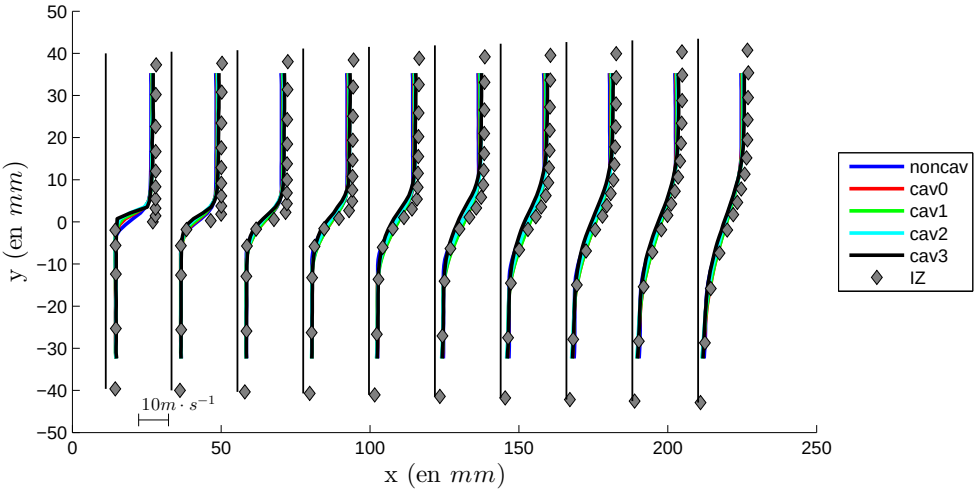


FIG. 9.20 – Profils de vitesse moyenne dans la couche de mélange.

haute aurait nécessité un plus gros débit ce qui n'est pas possible avec l'installation en place.

Les profils correspondent assez bien aux mesures (4 cas cavitants et 1 non cavitant), à l'exception des premiers. En effet, notre initialisation en profil plat est différente du profil avec des couches limites développés qui existent en entrée de la veine sur la manipulation expérimentale.

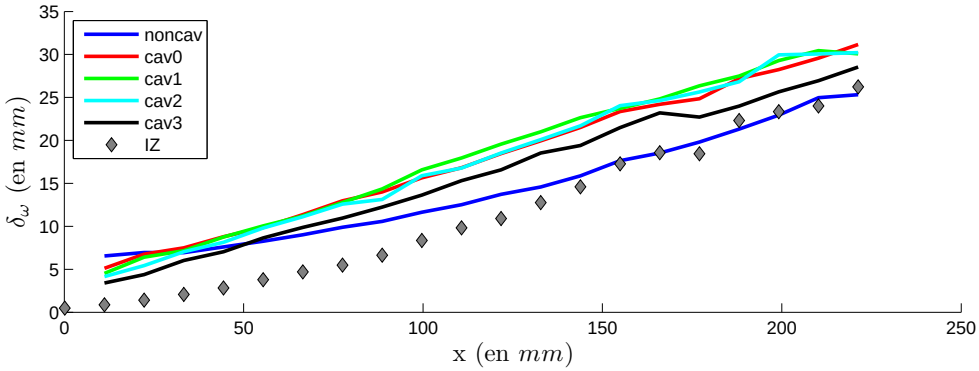


FIG. 9.21 – Epaisseur de vorticité.

L'influence de la condition limite de vitesse se retrouve sur le développement de l'épaisseur de vorticité où nous observons un retard au développement de la couche de mélange (Figure 9.21).

Expérimentalement, les profils ne sont pas étudiés sur les 80mm puisque cette zone est trop influencée par le sillage de la plaque séparatrice. On retire donc cette portion également de notre étude.

Afin de comparer le développement de la couche de mélange, c'est-à-dire la pente de l'épaisseur de vorticité, nous décalons le premier point restant de la courbe de la simulation numérique pour l'ajuster avec la moyenne des valeurs expérimentales (Figure 9.22). Nous constatons alors un très bon alignement des courbes. Le taux

d'évasement du calcul numérique correspond donc parfaitement au taux d'évasement mesuré expérimentalement.

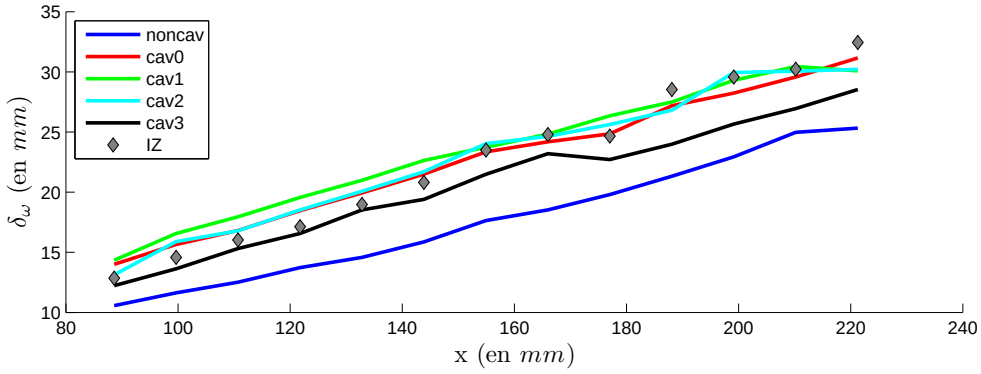


FIG. 9.22 – Epaisseur de vorticité.

Le code IZ prouve ici sa fiabilité pour des calculs prédictifs. Les risques de recirculation envisagés avec les deux couples de vitesse initiaux ont été confirmés. La zone de dépression importante sur le couteau a été également prédite.

Pour ce qui est des comparaisons avec les mesures expérimentales dans la configuration finale de la veine, les différences observées se justifient par des choix simplificateurs nécessaires au bon déroulement des calculs. Mais il est important de noter qu'on retrouve le comportement global des structures cavitantes et qu'on modélise correctement le développement de la couche de mélange au niveau des profils de vitesse.

Conclusion

Instabilité de Kelvin-Helmholtz dans le ciel du Massif du Dachstein
photo de Jean-Jacques Kelner

J'ai trouvé une merveilleuse démonstration de cette proposition,
mais la marge est trop étroite pour la contenir.

Pierre de Fermat [∼1605 - 1665]

Conclusions et perspectives

Ces travaux numériques de recherche, menés au LEGI, contribuent à l'amélioration de la compréhension et de la modélisation des écoulements à masse volumique variable et à grand nombre de Reynolds.

Principaux résultats

Nous présentons dans ce mémoire de thèse la problématique de la cavitation. Nous exposons l'état de l'art de la modélisation des écoulements cavitants qui présentent la particularité d'une très forte interaction entre la turbulence et le diphasique. De tels écoulements sont soumis à de très grosses variations du nombre de Mach en fonction du taux de vide.

Des calculs réalisés en géométrie de type venturi sont réalisés. Le résultat des calculs instationnaires reste très sensible aux différents paramètres numériques et physiques. Le comportement instantané de la poche est très influencé y compris par de faibles variations des paramètres du calcul. En revanche le comportement global de la cavitation est reproductible indépendamment des modèles numériques utilisés à compter du moment où les pas de discrétisations spatiaux et temporel sont suffisamment fins.

Ces constations sont également faites au niveau expérimental lorsqu'on observe finement la poche de cavitation [47] [36]. La structure de celle-ci s'avère très aléatoire et désorganisée. Les valeurs moyennes de fréquence d'oscillation ne se stabilisent qu'au bout de quelques minutes d'acquisition prouvant là encore la difficulté d'analyse temporelle de l'écoulement.

Sur la base d'un venturi à 4°, deux modèles de cavitation sont testés. La loi barotrope sinusoïdale permet de retrouver des profils de taux de vide et de vitesse plus proche des mesures que le modèle proposé par Kunz. C'est donc le modèle retenu pour le reste de notre étude.

Avec la même géométrie, nous développons un modèle de turbulence du type $k - \varepsilon$ RNG SST permettant une réduction de la viscosité turbulente favorable à l'instationnarité de l'écoulement. Cependant cette modification accroit la sensibilité de l'écoulement et ne permet pas de s'affranchir de la limitation proposée par Reboud. Ce nouveau modèle de turbulence est tout de même retenu pour les études suivantes.

Un deuxième type de géométrie est étudié, il s'agit d'une couche de mélange. L'objectif de produire numériquement des structures cavitantes loin des parois est atteint. Sur cette géométrie, le code IZ prouve sa bonne utilisation prédictive de

l'apparition de la cavitation dans un écoulement complexe.

En effet, il est important de signaler que les mesures expérimentales valident les comportements obtenus avec IZ tant au niveau de la répartition de la pression et des risques de cavitation parasite qu'au niveau des champs de vitesse et de l'effet de recirculation non désirée observée dans la partie "basse vitesse" de la zone d'observation.

Il se révèle, dans l'état actuel des choses, être un code instationnaire cavitant robuste. Les résultats correspondent aux modèles physiques implémentés. Mais ces modèles physiques ont des limites et il est nécessaire d'avoir de plus grandes bases de mesures expérimentales afin d'améliorer ces modèles.

Perspectives

Ce travail est une contribution à l'étude numérique des écoulements cavitants. Il est donc logique qu'il ouvre la voie à de nombreuses perspectives.

Le travail numérique présenté ici a servi de base à une nouvelle manipulation expérimentale dont les résultats aboutissent tout juste, il serait bon de continuer la campagne de calcul cavitant afin de comparer les modèles déjà existant aux nombreuses nouvelles mesures.

Nous avons montré lors des études sur les modèles de cavitation qu'il serait bon de dissymétriser la loi barotrope afin de respecter au mieux les contraintes de la vitesse du son. Il est également possible de la décentrer de la pression de vapeur saturante, mais pas au point de ne caviter qu'en dessous de P_{vap} (comme le propose le modèle de Kunz).

En ce qui concerne les calculs prédictifs de manière générale, et en particulier la couche de mélange, nous sommes amenés à modéliser des écoulements correspondant à des points de fonctionnement variés. Ceci se traduit bien souvent par une modification de la vitesse entrante et donc des Y+. D'autre part, une géométrie avec de grandes variations de vitesse, comme c'est encore le cas pour la veine de la couche de mélange, se trouve avec des Y+ à la paroi pouvant grandement varier. Pour ces raisons, il paraît maintenant inévitable de faire évoluer le code IZ afin de proposer une loi de paroi étendue et ne plus se limiter à la restriction actuelle du domaine d'application.

Nous avons montré que les valeurs moyennes de pression et de débit ne sont pas suffisantes à la description d'un écoulement cavitant. Il apparaît maintenant important de caler les calculs sur la valeur la plus probable de la pression en entrée. Cette perspective demande donc à étudier de nouvelles conditions aux limites.

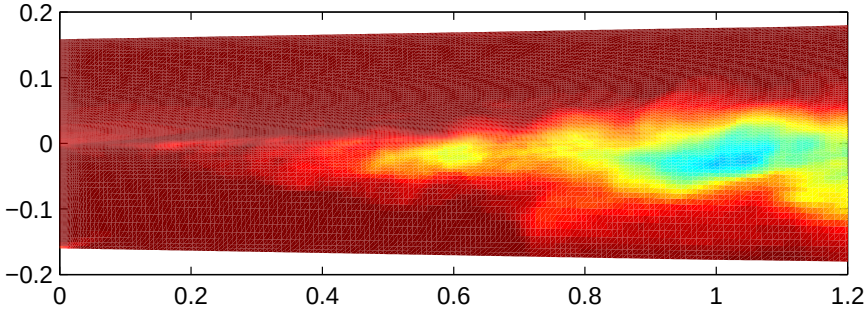
La modélisation de la turbulence est également à compléter. La viscosité turbulente est surestimée dans le modèle utilisé ici. La limitation proposée fonctionne mais il serait bon d'étudier d'autres types de réducteur. De nouveaux modèles de turbulence peuvent également montrer un grand intérêt à l'amélioration de la simulation du phénomène, notamment les modèles non-linéaires.

Les bulles de cavitation changent la compressibilité du fluide. On passe d'un milieu initialement très faiblement compressible à un milieu très fortement compressible. La compressibilité artificielle proposée par IZ ne suffit pas à représenter

correctement un tel milieu. Et les solveurs compressible comme Caviflow sont soumis à des préconditionnements pour les zones faiblement compressibles. Dans les zones liquides il n'est d'ailleurs pas possible de respecter la vitesse du son.

La modélisation RANS est également à remettre en question. En particulier l'hypothèse de Boussinesq qui est la première contestation faite à cette approche de la turbulence. D'autre part, la moyenne d'ensemble des équations de Navier-Stokes est remplacée, à l'aide d'une hypothèse d'ergocité, par une moyenne temporelle. Cependant cette hypothèse n'est pas valable dans le cas d'écoulements instationnaires posant le problème de signification de l'URANS (RANS instationnaire). On peut envisager, avec l'évolution des moyens informatiques, dans quelques années, proposer des calculs LES en régime cavitants. La première étape pour y parvenir étant de passer par des modélisations hybrides RANS/LES.

Annexes



Moyenne temporelle d'un calcul cavitant en couche de mélange.
Un calcul qui diverge, mais une belle oeuvre d'art scientifique !

Annexe A

Equations de la mécanique des fluides

A.1 Description d'un fluide en mouvement

A.1.1 Représentation lagrangienne

Dans la cadre de cette description, on suit au cours du temps une particule fluide. Le mouvement est décrit par la succession des points $M_0\left(x_0, y_0, z_0\right)$ qu'occupe la particule au cours du temps t et en particulier à chaque instant t_0.

La dérivée temporelle, en représentation lagrangienne, d'une grandeur ϕ s'exprime :

$$\frac{\mathrm{D}\phi}{\mathrm{D}t} \tag{A.1}$$

Bien qu'initialement plus intuitive, cette description est moins évidente à utiliser car il est bien souvent difficile, au niveau expérimentale, de suivre une particule. Cette description est utilisée pour énoncer les théorèmes de la mécanique.

A.1.2 Représentation eulerienne

L'observateur de la description eulerienne est positionné en un point fixe $M\left(x, y, z\right)$ et regarde les caractéristiques des grandeurs de l'écoulement évoluer, en ce point, au cours du temps t.

La dérivée temporelle, en représentation eulerienne, d'une grandeur ϕ s'exprime :

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} \tag{A.2}$$

Bien que moins intuitive au départ, cette description est systématiquement utilisée en mécanique des fluides de part la simplicité de sa mise en oeuvre. En revanche, elle nécessite de faire appel à la dérivée particulaire pour appliquer les équations de la mécanique ce qui complique l'écriture générale.

A.2 Rappels mathématiques

A.2.1 Dérivée totale :

L'expression de la différentielle totale de la fonction $\phi(\vec{x}, t)$ est :

$$\mathrm{d}\phi = \frac{\partial \phi}{\partial t}\,\mathrm{d}t + \frac{\partial \phi}{\partial x_1}\,\mathrm{d}x_1 + \cdots + \frac{\partial \phi}{\partial x_n}\,\mathrm{d}x_n \tag{A.3}$$

On en déduit la dérivée totale s'éxprimant :

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x_1}\,\frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} + \cdots + \frac{\partial \phi}{\partial x_n}\,\frac{\mathrm{d}x_n}{\mathrm{d}t} \tag{A.4}$$

En remarquant l'expression de la définition des composantes de vitesse :

$$u_1 = \frac{\mathrm{d}x_1}{\mathrm{d}t} \tag{A.5}$$

On exprimée la dérivée totale sous une forme appelée dérivée particulaire :

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{D}\phi}{\mathrm{D}t} &= \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x_1}\,u_1 + \cdots + \frac{\partial \phi}{\partial x_n}\,u_n \\ &= \underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial t}}_{I} + \underbrace{\vec{U} \cdot \vec{\nabla}(\phi)}_{II} \end{aligned} \tag{A.6}$$

I : terme temporel dû au caractère instationnaire de l'écoulement
II : terme convectif dû à la non-uniformité de l'écoulement

A.2.2 Opérateur $\vec{\nabla}$:

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}; \frac{\partial}{\partial x_2}; ... \right) \tag{A.7}$$

Divergence (en 3 dimensions) :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\phi} = \mathrm{div}\,\vec{\phi} = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial \phi_z}{\partial z} \tag{A.8}$$

Gradient (en 3 dimensions) :

$$\vec{\nabla}(\vec{\phi}) = \mathrm{grad}\,\vec{\phi} = \left(\frac{\partial \vec{\phi}}{\partial x}; \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial y}; \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial z} \right) \tag{A.9}$$

A.2.3 Produit scalaire :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (a_1; a_2; a_3) \cdot (b_1; b_2; b_3) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \tag{A.10}$$

A.2.4 Produit vectoriel :

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix} \tag{A.11}$$

A.2.5 Produit tensoriel :

$$\vec{A} \otimes \vec{B} = \begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 \\ a_2b_1 & a_2b_2 & a_2b_3 \\ a_3b_1 & a_3b_2 & a_3b_3 \end{pmatrix} \tag{A.12}$$

A.2.6 Convention d'Einstein :

Lorsque l'indice d'une variable apparaît deux fois dans un terme, on sous-entend la sommation sur cet indice.

$$c_i x^i = \sum_{i=1}^{3} c_i x^i = c_1 x^1 + c_2 x^2 + c_3 x^3 \tag{A.13}$$

On exprime ainsi :

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = a_i b_i \tag{A.14}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\phi} = \frac{\partial \phi_i}{\partial x_i} \tag{A.15}$$

$$\vec{\nabla}(\vec{\phi}) = \partial_i \vec{\phi} \tag{A.16}$$

On remarque l'abus fait sur la notation du gradient. Dans les équations différentielles de la mécanique des fluides, le gradient est utilisé dans un produit vectoriel. On a alors, par exemple :

$$\vec{U} \cdot \vec{\nabla}(\theta) = U_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \tag{A.17}$$

A.2.7 Moyenne d'ensemble :

Il s'agit d'une moyenne arithmétique réalisée sur un ensemble de dimension infinie. En pratique (mesures expérimentales), le nombre d'individus (mesures) est pris suffisamment grand pour que la moyenne demeure constante.

$$\overline{\phi(\vec{x}, t)} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \phi_i(\vec{x}, t) \tag{A.18}$$

Attention, en général :

$$\overline{\phi\theta} \neq \overline{\phi}\ \overline{\theta} \tag{A.19}$$

Quelques propriétés de la moyenne appliquée à $\phi(\vec{x}, t)$ et $\theta(\vec{x}, t)$:

$$\begin{aligned} \overline{\phi+\theta} &= \overline{\phi}+\overline{\theta} \\ \overline{\alpha\phi} &= \alpha\overline{\phi} \quad \text{si } \alpha = cste \\ \overline{\overline{\phi}} &= \overline{\phi} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \overline{\overline{\phi}\theta} &= \overline{\phi}\overline{\theta} \\ \overline{\frac{\partial\phi}{\partial x_i}} &= \frac{\partial\overline{\phi}}{\partial x_i} \\ \overline{\frac{\partial\phi}{\partial t}} &= \frac{\partial\overline{\phi}}{\partial t} \end{aligned} \tag{A.20}$$

A.2.8 Symbole de Kronecker :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \tag{A.21}$$

A.3 Equations de Navier-Stokes

A.3.1 Formulation différentielle

Continuité :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{U}) = 0 \tag{A.22}$$

Quantité de mouvement :

$$\frac{\partial\rho\vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{U}\otimes\vec{U}) = -\vec{\nabla}P + \vec{\nabla}\cdot\vec{\vec{\tau}} + \rho\vec{f} \tag{A.23}$$

Energie :

$$\frac{\partial\rho e}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot[(\rho e + P)\vec{U}] = \vec{\nabla}\cdot(\vec{\vec{\tau}}\cdot\vec{U}) + \rho\vec{f}\cdot\vec{U} - \vec{\nabla}\cdot\vec{q} + r \tag{A.24}$$

Bien que souvent associé aux deux autres bilans, le bilan d'énergie et l'équation qui en découle n'est en réalité pas une des équations de Navier-Stokes.

A.3.2 Formulation cartésienne (avec la convention d'écriture d'Einstein)

Hypothèses simplificatrices :
- les forces massiques sont négligées ;
- les pertes de chaleur volumiques sont négligées.

Continuité :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho U_j}{\partial x_j} = 0 \tag{A.25}$$

Quantité de mouvement :

$$\frac{\partial\rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial\rho U_j U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j} \tag{A.26}$$

Energie :

$$\frac{\partial\rho e}{\partial t} + \frac{\partial\rho e U_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P U_j}{\partial x_j} + \frac{\partial\tau_{ij}U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial\dot{q}_j}{\partial x_j} \tag{A.27}$$

A.3.3 Tenseur des contraintes visqueuses

Navier exprime ces équations pour tout fluide newtonien. Il utilise les formules de Lamé pour le calcul des composantes du tenseur des contraintes visqueuses :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \left(\delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \tag{A.28}$$

A l'aide du second principe de la thermodynamique, on montre que la viscosité apparante ainsi que la viscosité de cisaillement sont systématiquement positives ou nulles :

$$3\lambda + 2\mu \geq 0 \tag{A.29}$$

$$\mu \geq 0 \tag{A.30}$$

Stokes émet une hypothèse supplémentaire, en 1845, qui satisfait les conditions de réversibilité en supposant la viscosité apparante nulle :

$$3\lambda + 2\mu = 0 \tag{A.31}$$

La contraite visqueuse s'exprime alors :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \tag{A.32}$$

Expérimentalement, l'hypothèse de Stokes n'est vérifiée que pour des gazs monoatomiques [150]. De plus récentes études montrent que les viscosités apparente et dynamique varient linéairement. On obtient alors l'expression de la viscosité de dilatation sous la forme [55] :

$$\lambda = \left(-\frac{2}{3} + C_\lambda \right) \mu \tag{A.33}$$

La constante C_λ dépendant du fluide polyatomique est à mesurer expérimentalement, ce qui se révèle difficile.

A.4 Décomposition de Reynolds

Toute variable de l'écoulement peut se décomposer en deux parties distinctes :

$$\begin{gathered} \phi(\vec{x}, t) = \overline{\phi(\vec{x})} + \phi'(\vec{x}, t) \\ \overline{\phi(\vec{x})} \text{ moyenne d'ensemble} \\ \phi'(\vec{x}, t) \text{ partie fluctuante} \end{gathered} \tag{A.34}$$

De part la définition de l'opérateur de moyenne : $\overline{\phi'} = 0$

A.5 Equations de Reynolds

On applique la décomposition de Reynolds aux équations de Navier Stokes. Puis on applique l'opérateur de moyenne à l'ensemble du système d'équation.

Hypothèses simplificatrices :
- les mêmes que lors de la formulation cartésienne de la partie A.3 ;
- l'écoulement est supposé incompressible ($\rho = cste$) ;
- en négligeant l'effet thermodynamique du changement de phase, on se passe de l'équation de l'énergie.

Continuité :

$$\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} \tag{A.35}$$

$$\cancel{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \rho \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_j} + \rho \cancel{\frac{\partial \overline{U'_j}}{\partial x_j}} = 0$$

$$\frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_j} = 0 \tag{A.36}$$

Quantité de mouvement :

$$\rho \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \cancel{\frac{\partial \overline{U'_i}}{\partial t}} \right) + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{\overline{U_i}\,\overline{U_j}} + \cancel{\overline{\overline{U_i}\,U'_j}} + \cancel{\overline{U'_i\,\overline{U_j}}} + \overline{U'_i\,U'_j} \right) = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j}$$

$$\rho \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial t} + \rho \frac{\partial \overline{U_i}\,\overline{U_j}}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} - \frac{\partial \rho \overline{U'_i\,U'_j}}{\partial x_j} \tag{A.37}$$

A.6 Décomposition de Favre

Alexandre Favre formalise une formulation de la moyenne pondérée par la densité [59]. Les variables peuvent alors se décomposer de la manière suivante :

$$\begin{gathered} \phi(\vec{x}, t) = \widetilde{\phi(\vec{x})} + \phi''(\vec{x}, t) \\ \widetilde{\phi(\vec{x})} \text{ moyenne de Favre} \\ \phi''(\vec{x}, t) \text{ partie fluctuante} \end{gathered} \tag{A.38}$$

L'opérateur $\widetilde{\ }$ est défini par :

$$\widetilde{\phi} = \frac{\overline{\rho \phi}}{\overline{\rho}} \tag{A.39}$$

Attention, la partie fluctuante est un écart à la moyenne de Favre (pondérée) mais pas à la moyenne d'ensemble. On a donc : $\overline{\phi''} \neq 0$

On notera les propriétés suivantes :

$$\begin{gathered} \overline{\rho \phi''} = \overline{\rho(\phi - \widetilde{\phi})} = \overline{\rho \phi} - \overline{\rho \widetilde{\phi}} = \overline{\rho \phi} - \overline{\rho \frac{\overline{\rho \phi}}{\overline{\rho}}} = \cancel{\overline{\rho \phi}} - \cancel{\overline{\rho \phi}} \cancel{\frac{\overline{\rho'}}{\overline{\rho}}} = 0 \\ \overline{\rho \widetilde{\phi}} = \overline{\rho \phi} = \overline{\rho} \widetilde{\phi} \\ \overline{\rho \widetilde{\phi} \theta''} = \widetilde{\phi}\, \cancel{\overline{\rho \theta''}} = 0 \end{gathered} \tag{A.40}$$

Evaluation du rapport des moyennes de Favre et de Reynolds.

$$\frac{\widetilde{U}_i}{\overline{U}_i} = \frac{\overline{\rho U_i}}{\overline{\rho}}\frac{1}{\overline{U}_i} = \frac{\overline{\overline{\rho}\overline{U}_i} + \cancel{\overline{\overline{\rho}U_i'}} + \cancel{\overline{\rho'\overline{U}_i}} + \overline{\rho' U_i'}}{\overline{\rho}\overline{U}_i} = \frac{\overline{\rho}\overline{U}_i + \overline{\rho' U_i'}}{\overline{\rho}\overline{U}_i}$$

$$\frac{\widetilde{U}_i}{\overline{U}_i} = 1 + \frac{\overline{\rho' U_i'}}{\overline{\rho}\overline{U}_i} \tag{A.41}$$

Lorsque le flux de masse normalisé $\frac{\overline{\rho' U_i'}}{\overline{\rho}\overline{U}_i}$ est faible, les moyennes de vitesse sont de bonnes approximations l'une de l'autre indépendemment de la décomposition choisie. Cependant il est à priori très dur d'estimer ce flux car il n'y a pas de procédé expérimental permettant la mesure de $\overline{\rho' U_i'}$.

A.7 Equations de l'écoulement moyen compressible

La suppression de l'hypothèse de compressibilité complique grandement la formulation des équations de la mécanique des fluides. En effet, on voit apparaître des termes tels que $\overline{\rho U_i}$; $\overline{\rho U_i U_j}$ etc. En utilisant la moyenne de Favre on simplifie les équations :

Continuité :

$$\overline{\frac{\partial \rho}{\partial t}} + \overline{\frac{\partial \rho U_j}{\partial x_j}} = 0$$

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho}\overline{\widetilde{U}_j}}{\partial x_j} + \cancel{\frac{\partial \overline{\rho U_j''}}{\partial x_j}} = 0$$

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{U}_j}{\partial x_j} = 0 \tag{A.42}$$

Quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{U}_i}{\partial t} + \cancel{\frac{\partial \overline{\rho U_i''}}{\partial t}} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho}\widetilde{U}_i\,\widetilde{U}_j + \cancel{\overline{\rho}\widetilde{U}_i\,U_j''} + \cancel{\overline{\rho U_i''}\,\widetilde{U}_j} + \overline{\rho\,U_i''\,U_j''}\right) = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{\rho}\widetilde{U}_i\,\widetilde{U}_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{\rho\,U_i''\,U_j''}}{\partial x_j} \tag{A.43}$$

Ainsi formulées, on retrouve une expression similaire pour les équations en compressible et en incompressible.

A.8 Tenseur de Reynolds

Les équations de conservation de la quantité de mouvement moyennées font apparaître un nouveau terme correspondant à l'effet du champ fluctuant. Ce terme,

qui s'ajoute aux effets de la viscosité et de la pression, est symétrique. Il s'agit du tenseur de Reynolds noté :

$$R_{ij} = -\rho\overline{U_i'U_j'} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{U_1'U_1'} & \overline{U_1'U_2'} & \overline{U_1'U_3'} \\ \overline{U_2'U_1'} & \overline{U_2'U_2'} & \overline{U_2'U_3'} \\ \overline{U_3'U_1'} & \overline{U_3'U_2'} & \overline{U_3'U_3'} \end{bmatrix} \tag{A.44}$$

Par commutativité de la multiplication, on voit bien la symétrie du tenseur. Il y a donc 6 nouvelles inconnues nécessitant une fermeture du problème avant résolution.

Dans le cas d'un écoulement compressible, la décomposition de Favre permet d'écrire le tenseur sous une forme similaire.

$$R_{ij} = -\overline{\rho}\widetilde{U_i''U_j''} = -\overline{\rho} \begin{bmatrix} \widetilde{U_1''U_1''} & \widetilde{U_1''U_2''} & \widetilde{U_1''U_3''} \\ \widetilde{U_2''U_1''} & \widetilde{U_2''U_2''} & \widetilde{U_2''U_3''} \\ \widetilde{U_3''U_1''} & \widetilde{U_3''U_2''} & \widetilde{U_3''U_3''} \end{bmatrix} \tag{A.45}$$

A.9 Approximation de Boussinesq

La loi de Newton sur le frottement visqueux lie la contrainte de cisaillement au gradient de vitesse à l'aide de la viscosité.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \tag{A.46}$$

Boussinesq formule le tenseur de Reynolds sous la même forme, hypothésant alors une correlation entre contraintes turbulentes et gradient de vitesse moyenne.

$$Rij = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\delta_{ij}\frac{\partial U_k}{\partial x_k} \right) \tag{A.47}$$

Cette première formulation pose un problème de consistance qui apparaît en calculant la trace du tenseur. Par définition :

$$\begin{aligned} tr(R) = R_{ii} = -\rho\overline{U_i'U_i'} = -2\rho k \\ \text{avec } k = \frac{1}{2}\left(\overline{U_i'U_i'}\right) \end{aligned} \tag{A.48}$$

Mais avec la formulation A.47 :

$$tr(R) = 2\mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_i} - \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_k} \right) = 0 \tag{A.49}$$

Il faut donc adjoindre un nouveau terme à l'expression des contraintes turbulentes afin que la trace soit bien conservée.

$$-2\rho k \tag{A.50}$$

Cette quantité est distribuée de manière égale sur chacun des termes de la trace du tenseur. Certains utilisent alors le terme d'isotropie pour décrire cette quantité. Il est important de souligner que le tenseur demeure à priori anisotrope ($R_{ii} \neq R_{jj}$).

On obtient ainsi la formulation générale de l'approximation de Boussinesq :

$$R_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \tag{A.51}$$

Le terme $\mu_t \frac{\partial \overline{U_k}}{\partial x_k}$ correspond à une viscosité de volume. Il s'annule lorsque l'on fait l'hypothèse de fluide incompressible (voir équation de conservation de la masse en incompressible).

Pour un écoulement compressible, la décomposition de Favre permet d'écrire l'approximation de Boussinesq sous une forme similaire.

$$R_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial \widetilde{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{U_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\overline{\rho} k + \mu_t \frac{\partial \widetilde{U_k}}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \tag{A.52}$$

L'hypothèse de Boussinesq est très utilisée car elle permet le calcul d'écoulements turbulents dans des géométries complexes et fort nombre de Reynolds. Cependant, elle est également fortement contestée. On montre même ses limites en prouvant qu'elle n'est presque jamais valide [179].

Annexe B

Un autre modèle de turbulence : $k - \varepsilon$ réalisable

B.1 Impératifs mathématiques

Exprimons l'approximation de Boussinesq (équation A.51) pour chacune des deux configurations possibles :

- si $i = j$

$$R_{ii} = \rho \overline{U_i'^2} = 2\mu_t \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_i} - \frac{2}{3}\rho k \tag{B.1}$$

- si $i \neq j$

$$R_{ij} = \rho \overline{U_i' U_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \tag{B.2}$$

Où la viscosité turbulente se note :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{B.3}$$

Ces deux equations doivent respecter respectivement la définition de la fonction puissance dans l'espace des réels et l'inégalité de Schwartz qui s'écrivent :

$$\forall \phi \in \mathbb{R}\,;\, \forall n \in 2 * \mathbb{N} \Rightarrow \phi^n \geq 0 \tag{B.4}$$

$$\overline{\phi\theta} \leq ||\phi||\ ||\theta|| \tag{B.5}$$

B.2 Modification de la constante de viscosité turbulente

Cependant il arrive que les termes à droite des equations B.1 et B.2 ne resepectent pas ces impératifs mathématiques. Il devient alors nécessaire de rajouter des conditions sur C_μ le liant au taux de déformation [188] [187].

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_S U^{(*)} \frac{k}{\varepsilon}} \tag{B.6}$$

Où les différents termes s'expriment :

$$A_0 = 4 \qquad A_S = \sqrt{6}\cos\phi$$

$$\phi = \frac{1}{3}\arccos\left(\sqrt{6}W\right) \qquad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{S^3}$$

$$S = \sqrt{S_{ij}S_{ij}} \qquad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right)$$

$$U^{(*)} = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \Omega_{ij}\Omega_{ij}}$$

La constante de ce modèle permet de retrouver le coefficient $C_\mu = 0.09$ dans la sous couche inertielle, conformément au modèle $k-\varepsilon$ standard.

B.3 Modification de l'échelle temporelle de la turbulence

D'autres approches permettent également de formuler des modèles $k-\varepsilon$ dits réalisables. Notemment, si on considère l'étude d'un point d'arret dans un écoulement. L'utilisation d'un $k-\varepsilon$ standard comme modèle de turbulence provoque une trop importante production d'énergie cinétique turbulente. Il est donc judicieux de considérer une autre échelle de temps pour éviter cette anomalie [53]. Durbin exprime ainsi dans sa note :

$$\nu_t = C_\mu^0 \overline{v^2} T \tag{B.7}$$

avec comme échelle de temps :

$$T = \min\left(\frac{k}{\varepsilon}; \frac{2k}{3\overline{v^2}C_\mu}\sqrt{\frac{1}{2|S|^2}}\right) \tag{B.8}$$

Les equations B.3 et B.7 permettent d'écrire C_μ en fonction de T, des grandeurs caractéristiques de la turbulence, et du paramètre C_μ^0 qui n'est rien d'autre que la constante usuelle du modèle $k-\varepsilon$.

$$C_\mu = \frac{\mu_t}{\rho\frac{k^2}{\varepsilon}} = \frac{\cancel{\rho}C_\mu^0\overline{v^2}}{\cancel{\rho}\frac{k^2}{\varepsilon}}T \tag{B.9}$$

La condition B.8 se simplifie en rappelant que l'échelle de vitesse caractéristique de la turbulence est la racine de l'énergie cinétique.

$$\overline{v^2} = k$$

$$C_\mu = \min\left(\frac{C_\mu^0\cancel{k}}{\frac{\cancel{k^2}}{\cancel{\varepsilon}}}\frac{\cancel{k}}{\cancel{\varepsilon}}; \frac{\cancel{C_\mu^0}\cancel{k}}{\frac{\cancel{k^2}}{\varepsilon}}\frac{2\cancel{k}}{3kC_\mu^0}\sqrt{\frac{1}{2|S|^2}}\right)$$

$$C_\mu = \min\left(C_\mu^0; \frac{2\varepsilon}{3k}\sqrt{\frac{1}{2|S|^2}}\right)$$

En posant s le tenseur de déformation adimensionné défini par :

$$s = \frac{k}{\varepsilon}|S| \tag{B.10}$$

On obtient finalement l'expression :

$$C_\mu = \min\left(C_\mu^0; \frac{\sqrt{2}s}{3}\right) \tag{B.11}$$

En trois dimensions, seul le coefficient du tenseur des contraintes est modifié.

$$C_\mu = \min\left(C_\mu^0; \frac{1}{\sqrt{6}s}\right) \tag{B.12}$$

Annexe C

Comparaison des modèles diphasiques

C.1 Avantages et inconvénients des modèles à trois équations

Avantages

- formulation simple
- possibilité de prendre en compte des déséquilibres thermodynamiques entre les phases à partir du moment où le mélange n'est plus caractérisé par les grandeurs à saturation.

Inconvénients

- modélisation physique insuffisante
- s'il y a déséquilibre, il n'est pas toujours évident de le contrôler ni de le justifier

C.2 Avantages et inconvénients des modèles TTV

Avantages

- modélisation du terme de transfert de masse entre les phases
- possibilité de différencier la vaporisation et la condensation

Inconvénients

- formulation empirique avec des coefficients à caler
- inconsistance thermodynamique de la vitesse du son dans le mélange

Pour les modèles basé sur Rayleigh-Plesset

On compte également les lacunes suivantes :
- pas de fractionnement ni de coalescence, le nombre de bulles N reste constant

- Si ce nombre de bulles est variable, nécessité d'utiliser une loi de transport supplémentaire pour l'obtenir dans chaque maille.
- L'hypothèse de forme sphérique des bulles implique que l'on néglige les interactions entre bulles. Ceci est vrai pour des taux de vide faible.
- l'évolution du rayon est supposée lente afin de négliger les dérivées secondes

C.3 Avantages et inconvénients des modèles 5 équations

Avantages

- modélisation des termes de transfert de masse et d'énergie entre les phases
- prise en compte du déséquilibre thermique

Inconvénients

- méthode numérique lourde pour intégrer le modèle
- pas d'applications visqueuses

C.4 Avantages et inconvénients des modèles bifluide

Avantages

- modélisation des déséquilibres de pression, vitesse et température
- possibilité d'introduire les effet de tension superficielle

Inconvénients

- difficulté de calage des différents termes de transfert
- problèmes numériques pour intégrer le modèle

C.5 Tableau récapitulatif

Nous présentons dans le tableau suivant une revue des principaux modèles développés pour la simulation des écoulements cavitants.

SANS EFFET THERMODYNAMIQUE				
Modèle	**Formulation**	**Schéma Num**	**Applications**	**Auteurs**
Loi barotrope sinusoïdale	$\rho = \frac{\rho_L + \rho_V}{2} + \frac{\rho_L - \rho_V}{2} \sin\left(\frac{p - p_V}{c_{\min}^2} \frac{2}{\rho_L - \rho_V} \right)$	Compressible Pressure based 2D 3D N.S. turbulence: k-ε	Inducteur Venturi	IZ FineTurbo CaviFlow
Loi barotrope polynomiale	$p = \sum_{i=0}^{5} a_i \rho^2$	Compressible 3D N.S. turbulence: GS	Hydrofoil	[Song 02]
Loi barotrope à partir de la vitesse du son	$p = p_{sat} + \frac{\rho_V c_V^2 \rho_L c_L^2 (\rho_V - \rho_L)}{\rho_V^2 c_V^2 - \rho_L^2 c_L^2} \ln\left[\frac{\rho_V c_V^2 (\rho_L + \alpha(\rho_V - \rho_L))}{\rho_L (\rho_V c_V^2 - \alpha(\rho_V c_V^2 - \rho_L c_L^2))} \right]$	Compressible 2D 3D N.S.	Injecteur Atomisation de jet de diesel	[Schmidt 97] [Moreau 04], [Dumont 04]
TTV	$-\frac{x_V}{\tau_V} = \begin{cases} 0 & p<p_V \\ \frac{1}{k\tau_{ref}} \left| \frac{p-p_V}{q} \right| & p>p_V \end{cases}$	Compressible 2D Euler	Hydrofoil	[Merkle 98]
TTV	$\dot{m}^- = \frac{C_{dest} \rho_V \alpha_L Min(0, p - p_V)}{\rho_L (\rho_L U_{ref}^2 / 2) t_\infty}$ $\dot{m}^+ = \frac{C_{prod} \rho_V \alpha_L^2 (1 - \alpha_L)}{\rho_L t_\infty}$	Compressible Pressure-based 2D 3D N.S. turbulence: k-ε DES	Ogive Venturi Hydrofoil Pompe	[Kunz 2000] [Venka 02] [Medvitz 02] [Lindau 02 [Fortes 06] [Kinzel 09]
TTV, IDM	$\dot{m}^- = \frac{\rho_V \alpha_L Min(0, p - p_V)}{\rho_V (U_{V,n} - U_{I,n})^2 (\rho_L - \rho_V) t_\infty}$ $\dot{m}^+ = \frac{(1 - \alpha_L) Max(0, p - p_V)}{(U_{V,n} - U_{I,n})^2 (\rho_L - \rho_V) t_\infty}$	Pressure based 3D N.S. turbulence: k-ε	Airfoil, Venturi, Ogive	[Senocak et Shyy, 2004] [Wu 05]
TTV, *CAVKA*	$\frac{dR}{dt} = \pm \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\lvert p - p_V \rvert}{\rho_1}}$	Pressure based 2D N.S. turbulence : k-ω	Hydrofoil	[Sauer 2000]
TTV, *CFX*	$S = \begin{cases} S_V = F_V N_V \rho_V 4\pi R_B^2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\lvert p_V - p \rvert}{\rho_L}} & when\ p < p_V \\ S_L = F_C N_C \rho_V 4\pi R_B^2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\lvert p_V - p \rvert}{\rho_L}} & when\ p > p_V \end{cases}$	Pressure based 3D N.S. turbulence: k-ε	Hydrofoil, Inducteur	[AitBouziad] [Mejri 06] [Qiao 07]
TTV, *FLUENT, ACE+*	$\begin{cases} \mathrm{Re} = Ce \frac{\sqrt{k}}{\gamma} \rho_L \rho_V \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_V - p}{\rho_L}} (1 - x_V - x_g) & p<p_V \\ Rc = Cc \frac{\sqrt{k}}{\gamma} \rho_L \rho_L \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_V - p}{\rho_L}} x_g & p>p_V \end{cases}$	Pressure based 3D N.S. turbulence: k-ε	Hydrofoil Pompe Inducteur	[Dular 05] [Mahesh 02] [Tani 09]
Bi-fluide, *FIRE*	$\Gamma_L = \rho_L N 4\pi R^2 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\lvert p - p_V \rvert}{\rho_1}} = -\Gamma_V$ $\mathbf{F}_L^d = c_{TD} \rho_L k_L \nabla \alpha + c_D \rho_L \frac{\lvert \mathbf{u}_{rel} \rvert \mathbf{u}_{rel}}{2} A = -\mathbf{F}_V^d$	Pressure based 3D N.S. turbulence: k-ε	Injecteur	[Alajbegovic et al., 2001]

AVEC EFFETS THERMODYNAMIQUES				
Modèle	**Formulation**	**Schéma Num**	**Applications**	**Auteurs**
Equation Rayleigh-Plesset	$R\frac{D^2R}{Dt^2}+\frac{3}{2}\left(\frac{DR}{Dt}\right)^2=\frac{p_{sat}-p}{\rho_L}$	Méthode TCUP 2D Euler	Hydrofoil	[Tani et Nagashima, 2002]
Loi barotrope «italienne»	$\frac{1}{\rho c^2}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial p}\cong\frac{1-\alpha}{p}\left[(1-\varepsilon_L)\frac{p}{\rho_L c_L^2}+\varepsilon_L g^*\left(\frac{p_c}{p}\right)^\eta\right]+\frac{\alpha}{\gamma_V p}$	Pressure based 2D 3D Euler	Inducer	[Raposelli03 [Sinibaldi 06
Loi de mélange à l'équilibre I*z*	Phases incompressibles	Pressure based 2D N.S. turbulence: k-ε	Venturi	[Charles 94]
Loi de mélange à l'équilibre	Tables thermodynamiques	Pressure based 2D N.S.	Airfoil	[Ventikos et Tzabiras, 1995]
Loi de mélange à l'équilibre	Loi de Tait (liquide) et loi des gaz parfaits (vapeur)	Compressible 2D Euler	Projectile hypervéloce	[Saurel 99]
Loi de mélange à l'équilibre	$x=\frac{h_m-h_{Lsat}}{h_{Vsat}-h_{Lsat}}$ + tables thermos	Compressible 2D Euler	Tuyère	[Clerc 2000]
Loi barotrope modifiée	$\rho=\frac{\rho_L+\rho_V}{2}+K\sin\left(\frac{p-p_{Vap}(T)}{Kc_{\min}^2}\right)$	Compressible 2D 3D N.S.	Venturi Inducteur	FineTurbo CaviFlow
Loi de mélange	Maximisation de l'entropie	Compressible 2D Euler	Projectile hypervéloce	[Barberon et Helluy, 2005]
TTV	$\frac{dR}{dt}=\sqrt{\frac{2}{3}\frac{p_V(T)-p}{\rho_L}}$	Pressure based 2D N.S.	Tuyère Hydrofoil	[Sauer et Schnerr, 2000]
TTV	$\dot{m}^+=C_e A\alpha(1-\alpha)\frac{\rho_L}{\rho_V}\frac{p_V^*(T)-p}{\sqrt{2\pi RT_S}}$ $\dot{m}^-=C_c A\alpha(1-\alpha)\frac{p_V^*(T)-p}{\sqrt{2\pi RT_S}}$	Compressible 2D N.S. turbulence: B-L	Hydrofoil	[Saito 03]
TTV, IDM	$\dot{m}^-=\frac{\rho_L\alpha_L Min(0,p-p_V)}{\rho_i(U_{m,n}-U_{I,n})^2(\rho_L-\rho_V)t_\infty}$ $\dot{m}^+=\frac{\rho_L(1-\alpha_L)Max(0,p-p_V)}{\rho_j(U_{m,n}-U_{I,n})^2(\rho_L-\rho_V)t_\infty}$	Pressure based 3D N.S. turbulence: k-ε	Ogive	[Utturkar 05]
TTV, *CRUNCH*	$\dot{m}^+=\begin{bmatrix}0 & p>p_V\\ \frac{1}{\tau_L}\frac{U_{ref}}{L_{ref}}\left[\frac{p-p_V}{\frac{1}{2}\rho_L U_{ref}^2}\right] & p<p_V\end{bmatrix}$	Compressible 3D N.S. turbulence: k-ε	Ogive, Inducteur	[Hosangadi et Ahuja, 06]
5 équations	équations QDM et NRJ mélange 2 masses + alpha	Compressible 2D Euler	Tube à choc	[Saurel 03]
bi-fluide 7 équations	trois équations par phase + alpha	Compressible 2D Euler	Tube à choc	[Saurel 03]
bi-fluide, *NEPTUNE*	Modélisation des termes sources de transfert entre les phases	Pressure based 3D N.S. turbulence: k-ε	Diaphragme	[Mimouni 06]

Annexe D

Système matriciel d'équations des variables primitives

Nous présentons ici les détails de la mise en forme matricielle du système d'équations. Pour simplifier l'écriture, nous l'écrivons pour un cas monodimensionnel et non-visqueux. Les variables primitives sont la vitesse U, le taux de vide α, et la pression P.

D.1 Equation pour la vitesse

On part du système de Navier-Stokes (simplifié par nos hypothèses) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho U}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial \rho U}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho U^2}{\partial x} + \dfrac{\partial P}{\partial x} = 0 \end{cases} \tag{D.1}$$

On développe le terme ρU ainsi que le terme ρU^2 (comme le produit de ρU et U) dans l'équation de la quantité de mouvement :

$$\rho \frac{\partial U}{\partial t} + \underbrace{U \frac{\partial \rho}{\partial t} + U \frac{\partial \rho U}{\partial x}}_{=0} + \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \tag{D.2}$$

On reconnaît l'expression de conservation de la masse qui simplifie l'équation. Finalement, on réorganise les termes pour obtenir :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \tag{D.3}$$

D.2 Equation pour le taux de vide

L'hypothèse de départ de cette équation est l'équilibre mécanique entre les phases. Ceci nous permet de définir une pression unique sur les deux phases :

$$P_v = P_l = P \tag{D.4}$$

Il est alors possible d'écrire l'égalité des dérivées particulaires :

$$\frac{dP_v}{dt} = \frac{dP_l}{dt} \tag{D.5}$$

On décompose cette dérivée pour faire apparaître la vitesse du son dans chacune des phases :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P_v}{\partial \rho_v}\right)_{S_v} \frac{d\rho_v}{dt} &= \left(\frac{\partial P_l}{\partial \rho_l}\right)_{S_l} \frac{d\rho_l}{dt} \\ c_v^2 \frac{d\rho_v}{dt} &= c_l^2 \frac{d\rho_l}{dt} \end{aligned} \tag{D.6}$$

L'expression des dérivées des densités pour chacune des phases est obtenue à partir d'équations de conservation de la masse pour chacune des phases :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \alpha \rho_v}{\partial t} + \dfrac{\partial \alpha \rho_v U}{\partial x} = \dot{m} \\ \dfrac{\partial (1-\alpha)\rho_l}{\partial t} + \dfrac{\partial (1-\alpha)\rho_l U}{\partial x} = -\dot{m} \end{cases} \tag{D.7}$$

On développe tous les produits de variables :

$$\begin{cases} \alpha \dfrac{\partial \rho_v}{\partial t} + \rho_v \dfrac{\partial \alpha}{\partial t} + \alpha \rho_v \dfrac{\partial U}{\partial x} + \alpha U \dfrac{\partial \rho_v}{\partial x} + \rho_v U \dfrac{\partial \alpha}{\partial x} = \dot{m} \\ (1-\alpha)\dfrac{\partial \rho_l}{\partial t} - \rho_l \dfrac{\partial \alpha}{\partial t} + (1-\alpha)\rho_l \dfrac{\partial U}{\partial x} + (1-\alpha) U \dfrac{\partial \rho_l}{\partial x} - \rho_l U \dfrac{\partial \alpha}{\partial x} = \dot{m} \end{cases} \tag{D.8}$$

On reconnaît, sous leur forme partielle, les dérivées particulaires des densités ρ_v et ρ_l.

$$\begin{cases} \alpha \dfrac{d\rho_v}{dt} + \rho_v \left(\dfrac{\partial \alpha}{\partial t} + U \dfrac{\partial \alpha}{\partial x}\right) + \alpha \rho_v \dfrac{\partial U}{\partial x} = \dot{m} \\ (1-\alpha)\dfrac{d\rho_l}{dt} - \rho_l \left(\dfrac{\partial \alpha}{\partial t} + U \dfrac{\partial \alpha}{\partial x}\right) + (1-\alpha)\rho_l \dfrac{\partial U}{\partial x} = \dot{m} \end{cases} \tag{D.9}$$

Une fois réorganisé, nous obtenons les expressions des dérivées totales des densités :

$$\begin{cases} \dfrac{d\rho_v}{dt} = \dfrac{1}{\alpha}\left(\dot{m} - \rho_v \left(\dfrac{\partial \alpha}{\partial t} + U \dfrac{\partial \alpha}{\partial x}\right)\right) - \rho_v \dfrac{\partial U}{\partial x} \\ \dfrac{d\rho_l}{dt} = \dfrac{1}{1-\alpha}\left(-\dot{m} + \rho_l \left(\dfrac{\partial \alpha}{\partial t} + U \dfrac{\partial \alpha}{\partial x}\right)\right) - \rho_l \dfrac{\partial U}{\partial x} \end{cases} \tag{D.10}$$

En injectant ces deux expressions dans l'équation D.6 et en reformulant nous obtenons l'équation pour α :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + U \frac{\partial \alpha}{\partial x} - \underbrace{\left(\frac{\rho_l c_l^2 - \rho_v c_v^2}{\frac{\rho_l c_l^2}{1-\alpha} + \frac{\rho_v c_v^2}{\alpha}}\right)}_{=K} \frac{\partial u}{\partial x} = \underbrace{\left(\frac{\frac{c_v^2}{\alpha} + \frac{c_l^2}{1-\alpha}}{\frac{\rho_l c_l^2}{1-\alpha} + \frac{\rho_v c_v^2}{\alpha}}\right)}_{=1/\rho_I} \dot{m} \tag{D.11}$$

Afin de simplifier l'écriture, on pose K ainsi que ρ_I. Cette dernière valeur représente la densité interfaciale.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + U \frac{\partial \alpha}{\partial x} - K \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\dot{m}}{\rho_I} \tag{D.12}$$

D.3 Equation pour la pression

En partant de l'une des équations D.10, la première pour simplifier les notations :

$$\frac{d\rho_v}{dt} = \frac{\dot{m}}{\alpha} - \frac{\rho_v}{\alpha}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial t} + U\frac{\partial \alpha}{\partial x}\right) - \rho_v \frac{\partial U}{\partial x} \tag{D.13}$$

Nous faisons intervenir la pression à l'aide des équations D.6 et D.4. Enfin les termes de taux de vide sont remplacés à l'aide de l'injection de l'équation D.12.

$$\frac{\partial P}{\partial t} + U\frac{\partial P}{\partial x} + \rho_v c_v^2 \left(1 + \frac{K}{\alpha}\right)\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{c_v^2}{\alpha}\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_l}\right)\dot{m} \tag{D.14}$$

D.4 Système matriciel

Le système composé de ces trois équations peut s'écrire sous forme matricielle et on a alors :

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} \alpha \\ P \\ U \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} U & 0 & -K \\ 0 & U & \rho_v c_v^2\left(1 + \frac{K}{\alpha}\right) \\ 0 & 1/\rho & U \end{bmatrix}}_{A} \frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} \alpha \\ P \\ U \end{pmatrix} = \frac{\dot{m}}{\rho_I}\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{c_v^2}{\alpha}(\rho_I - \rho_v) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{D.15}$$

Annexe E

Article : Int. Journal of Computational Fluid Dynamics

Nous présentons à la suite la publication internationale découlant des travaux effectués. Elle porte sur les comparaisons des solveurs compressibles et incompressibles développés au laboratoire. Les deux géométries de venturi y sont présentées.

International Journal of Computational Fluid Dynamics
Vol. 24, No. 6, July 2010, 201–216

Comparison of numerical solvers for cavitating flows

Eric Goncalves*, Maxime Champagnac and Regiane Fortes Patella

LEGI, 1025 rue de la piscine, Domaine Universitaire, St-Martin-d'Hères, 38400, France

(*Received 15 February 2010; final version received 8 August 2010*)

Different computational fluid dynamics (CFD) strategies have been developed to simulate, analyse and better understand cavitating flows. Based on homogeneous models, two numerical approaches using compressible and incompressible codes are applied to capture large density variations and unsteady behaviours of cavitating flows. Simulations are performed on two-dimensional Venturi geometries and compared with experimental data. Local and global analyses are proposed and the necessity to account for compressibility phenomena is discussed.

Keywords: two-phase flow; cavitation; homogeneous models; Venturi

Nomenclature

c	speed of sound
C_P, C_v	thermal capacities
E	total energy
e	internal energy
F_c, F_d	convective and diffusive flux densities
H	total enthalpy
h	enthalpy
k	turbulent kinetic energy
M	local Mach number
M_∞	infinite Mach number
n	outer normal to a surface
P	static pressure
P_i	stagnation temperature
P_{vap}	vapour pressure
P_r, P_{rt}	Prandtl numbers
P_∞	reference pressure
q	total heat flux
q_{ref}	energy of fluid at a given reference state
Re_L	Reynolds number based on the length L
T	mean static temperature
T_i	stagnation temperature
T_{ref}	reference temperature
W	conservative variables
α	void ratio
β	parameter of the preconditioning method
γ	ratio of thermal capacities
$\lambda_\pm$	eigenvalues of the preconditioned inviscid system
$\delta(.)_{l+1/2}$	difference operator for the l direction: $(.)_{l+1}-(.)_l$
$\mu(.)_{l+1/2}$	averaged operator for the l direction: $((.)_{l+1}+(.)_l)/2$
ε	dissipation rate
μ,μ_t	molecular and eddy viscosity
ρ	density
$\rho(A)$	spectral radius of matrix A
ρ^V	viscous spectral radius
σ	cavitation number
$\bar{\bar{\tau}}$	total stress tensor
Ω	cell volume
$()_L$	liquid value
$()_V$	vapour value
$()^n$	value at temporal iteration n

1. Introduction

The capability for simulation and prediction of cavitating flows is of critical importance in the design of equipment, such as turbomachinery, turbopumps in rocket propulsion systems, hydrofoils, fuel injectors, marine propellers, nozzles and underwater bodies. In most cases, cavitation is an undesirable phenomenon, causing significant degradation in the performance: reduced flow rates, lower pressure increases in pumps, load asymmetry, vibrations, noise and erosion. In most industrial applications, cavitating flows are turbulent and the dynamics of the formed interface involves complex interactions between vapour and liquid phases. These interactions are not well understood in the closure region of cavities where a distinct interface may not exist and where the flow is unsteady.

*Corresponding author. Email: eric.goncalves@legi.grenoble-inp.fr

ISSN 1061-8562 print/ISSN 1029-0257 online
© 2010 Taylor & Francis
DOI: 10.1080/10618562.2010.521131
http://www.informaworld.com

A number of physical and numerical models have been developed to investigate cavitating flows. Two-phase flow is often treated as a homogeneous phase mixture. A homogeneous mixture consists of a single fluid of varying density ρ. In the mixture, the phases are assumed to be in kinematic, mechanical and thermal equilibrium: they share the same velocity, pressure and temperature. Moreover, vaporisation or condensation processes are assumed to be instantaneous. Hence, this approach cannot reproduce strong thermodynamic or kinetic non-equilibrium effects. Density variation is determined by a cavitation model. In the literature, cavitation modelling is often based on either 'equation of state (EOS)' models or 'void ratio transport equation' models. In the EOS method, to close the system, the density is related to the pressure and the temperature (Delannoy and Kueny 1990, Song 2002, Liu *et al.* 2004, Moreau *et al.* 2004, Sinibaldi *et al.* 2006, Pouffary *et al.* 2008, Goncalves and Fortes-Patella 2009). In the second approach, the system is closed by adding a transport equation for the void ratio including a cavitation source term (Kunz *et al.* 2000, Ahuja *et al.* 2001, Senocak and Shyy 2002, Singhal *et al.* 2002, Wu *et al.* 2005, Fortes-Patella *et al.* 2006).

The crucial requirement of multiphase codes is the ability to accurately and efficiently span both incompressible and compressible flow regimes. Cavitating flows are characterised by large variation of the local Mach number. Indeed the speed of sound can be several orders of magnitude higher in the liquid phase than in the two-phase mixture (supersonic regime). Thus for low speed applications, numerical methods must be able to properly simulate simultaneously nearly-incompressible and highly-compressible flow areas. In the literature, both incompressible and compressible solvers have been used. The first category must include density variations for cavitating applications; for example with SIMPLE or PISO pressure-based algorithms (Ventikos and Tzabiras 2000, Senocak and Shyy 2002, Singhal *et al.* 2002, Coutier-Delgosha *et al.* 2003, Wu *et al.* 2005, Fortes-Patella *et al.* 2006). On the other hand, compressible codes require an appropriate EOS to cover all possible fluid states (pure liquid, two-phase mixture and pure vapour). A well-known difficulty concerns the stiffness on the solution convergence when the Mach number becomes low. In this situation, the dominance of convection terms renders the system stiff and compressible solvers converge slowly. To overcome this difficulty, a preconditioned method is necessary. The physical acoustic waves are replaced by pseudo-acoustic modes much closer to the advective velocity, reducing stiffness and enhancing the convergence. A number of studies have been carried out with different preconditioned compressible solvers (Edwards and Franklin 2000, Kunz *et al.* 2000, Ahuja *et al.* 2001, Schmidt *et al.* 2006, Sinibaldi *et al.* 2006, Goncalves and Fortes-Patella 2009). Both approaches seem to have strong and weak points. According to Ahuja *et al.* (2001), incompressible codes can lead to an erroneous acoustic speed in the mixture, particularly in the interface region, which may be not appropriate for unsteady simulations. Both computational fluid dynamics (CFD) algorithms have been compared by Venkateswaran *et al.* (2002) and applied to unsteady cavitating ogive flows. Computational results showed distinct behaviours between codes regarding the re-entrant jet phenomenon: with the incompressible code, the phenomenon was more developed and reached the leading edge of the cavity. The authors concluded that compressibility effects may need to be taken into account to correctly describe the cavity dynamics. Finally, a third method combining the advantages of the first two approaches has been explored (Rossow 2007, Housman *et al.* 2009) and provided interesting results.

In the present study, we present two in-house finite-volume codes solving the one-fluid RANS equations with an EOS cavitation model. In the mixture, a barotropic EOS is used to close the system for both codes. Two numerical approaches have been tested. The first code is an incompressible pressure-based solver modified to consider density variations. Both pure phases are assumed incompressible. The second approach is based on a compressible density-based code with a preconditioning method. Both pure phases are compressible and follow the stiffened gas EOS.

The models and numerical techniques are evaluated by comparing the numerical results with experimental data on two Venturi geometries with cold water (Fortes-Patella *et al.* 2006, Barre *et al.* 2009). In the following, we will first summarise the essential elements of the governing equations, modelling concepts and numerical schemes before presenting the computational results.

2. Equation of state: the barotropic law

The cavitation model applied in the present work is based on a sinusoidal barotropic law (Delannoy and Kueny 1990) (Figure 1). This law is characterised by an adjustable parameter $c_{\min}$ which can be interpreted as the minimum speed of sound in the mixture. This parameter is set to 0.86 m/s for both codes.

When the pressure is between $P_{\text{vap}} + \Delta P$ and $P_{\text{vap}} - \Delta P$, the following relationship applies, function of the void ratio α:

$$P(\alpha) = P_{\text{vap}} + \left(\frac{\rho_L^{\text{sat}} - \rho_V^{\text{sat}}}{2}\right) c_{\min}^2 \,\text{Arcsin}\,(1 - 2\alpha) \quad \text{and}$$

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_L^{\text{sat}}}{\rho_V^{\text{sat}} - \rho_L^{\text{sat}}} \tag{1}$$

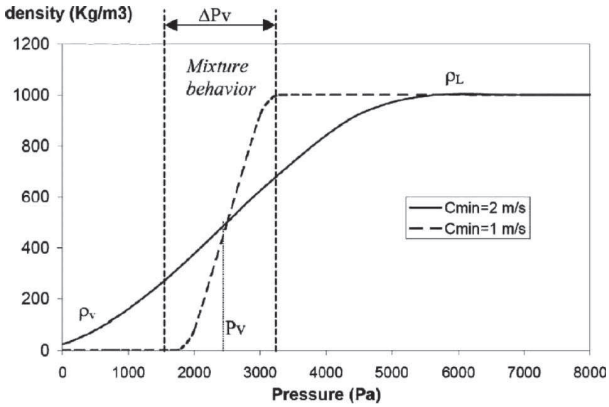


Figure 1. The barotropic equation of state.

where ΔP represents the pressure width of the law, $\rho_L^{\text{sat}}$and ρ_V^{sat} are the saturation values of liquid and vapour densities. For a void ratio value of 0.5, the pressure is equal to the saturation pressure P_{vap}.

For cold water, the cavitation phenomenon is assumed to be isothermal. The speed of sound can be easily computed:

$$c^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T = \frac{c_{\min}^2}{\sqrt{1-(1-2\alpha)^2}} \qquad (2)$$

This speed is always strictly positive and thus the inviscid compressible system is hyperbolic.

Moreover, this mixture EOS is convex for the $c_{\min}$ value considered (i.e. the Hessian matrix of internal energy has to be positive definite) and respects entropy conditions (Goncalves and Fortes-Patella 2009).

3. The incompressible solver

The IZ code, supported by the French space agency CNES, is based on an incompressible approach adapted to two-dimensional cavitating flows. The numerical resolution is a pressure-correction method derived from the SIMPLE algorithm. It uses a finite-volume discretisation applied to structured orthogonal meshes with staggered grids. All computations are time-dependent to take into account the variation of density. Other applications are presented by Coutier-Delgosha *et al.* (2002, 2003) and Fortes-Patella *et al.* (2006).

3.1. Governing equations

The RANS equations coupled with a two-equation $k-\varepsilon$ turbulence model are solved in the orthogonal frame of curvilinear coordinates (ξ,η). The system can be expressed as:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial \xi}\left[h_2\left(uW - \frac{F_W}{h_1}\frac{\partial(W/\rho)}{\partial \xi}\right)\right] + \frac{1}{J}\frac{\partial}{\partial \eta}\left[h_1\left(vW - \frac{F_W}{h_2}\frac{\partial(W/\rho)}{\partial \eta}\right)\right] = S_W \qquad (3)$$

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho k \\ \rho \varepsilon \end{pmatrix} F_W = \begin{pmatrix} 0 \\ \mu + \mu_t \\ \mu + \mu_t \\ \mu_t/\sigma_k \\ \mu_t/\sigma_\varepsilon \end{pmatrix}$$

$$S_W = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{-1}{J}\frac{\partial(h_2 P)}{\partial \xi} \\ \frac{-1}{J}\frac{\partial(h_1 P)}{\partial \eta} \\ \mu_t\left(\left[\frac{1}{J}\frac{\partial(h_2 v)}{\partial \xi}\right]^2 + \left[\frac{1}{J}\frac{\partial(h_1 u)}{\partial \eta}\right]^2\right)\rho\varepsilon \\ C_1 k\left(\left[\frac{1}{J}\frac{\partial(h_2 v)}{\partial \xi}\right]^2 + \left[\frac{1}{J}\frac{\partial(h_1 u)}{\partial \eta}\right]^2\right) - S_\varepsilon \end{pmatrix}$$

where W denotes the conservative variables, h_1 and h_2 the scale factors (the square roots of the diagonal components of the metric tensor) and $J = h_1 \times h_2$, u and v the velocity components along coordinates ξ and η, respectively. The quantities σ_k, σ_ε, C_1 and S_ε depend on the formulation of the turbulence model.

3.2. Spatial discretisation

The finite volume method is applied for the space discretisation. Each equation is integrated locally on its own control volume based on the staggered grid to avoid pressure oscillations.

The pressure and the density are calculated at the centre of the cells, while the velocity components u and v are located, respectively, on the western and the southern faces of each cell.

The diffusive terms are discretised with a second-order space-centred scheme, while the convection terms are estimated through the second-order HLPA (Hybrid Linear Parabolic Approximation) scheme (Zhu 1991). This is a second-order scheme, which locally switches to first order, to prevent numerical oscillations in critical high-pressure or high density gradient areas.

3.3. Temporal discretisation

Several first- and second-order numerical schemes are available. An unconditionally stable second-order

implicit scheme is applied to compute values at iteration $n + 1$:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{3W^{n+1} - 4W^n + W^{n-1}}{2\Delta t} \tag{4}$$

3.4. Turbulence model

A $k-\varepsilon$ RNG turbulent closure model (Yakhot *et al.* 1992), modified for two-phase flow simulations by adding a turbulent viscosity limiting function $f(\rho)$, is used. The turbulent viscosity satisfies:

$$\mu_t = f(\rho) C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad \text{where} \quad C_\mu = 0.085 \tag{5}$$

In pure phases, $f(\rho) = \rho$. In the two-phase mixture regions, an arbitrary decrease of the turbulent viscosity was proposed by Reboud *et al.* (1998) and, Coutier-Delgosha *et al.* (2002):

$$f(\rho) = \rho_V + (1-\alpha)^n(\rho_L - \rho_V) \tag{6}$$

where n is a parameter greater than 1. In the present study, we have chosen the value $n = 10$. The turbulence model is coupled with standard wall functions.

3.5. Iterative procedure

If the flow is incompressible, we use a classical pressure-correction method proposed by Patankar and Spalding (1972). It is based on the SIMPLE algorithm, modified to include the cavitation treatment. The resolution of each time-step is divided into several iterations, until convergence is reached. Each iteration is composed of successive steps. The velocities are first estimated from the momentum equations with a pressure field. Then, values of velocities are corrected by solving a Poisson pressure correction equation in order to satisfy continuity. The cavitation process induces the following modifications:

- The density is first calculated with the barotropic state law after solving the momentum equations, as well as its derivative $\frac{\partial \rho}{\partial P}$.
- When the pressure correction dP is obtained, the density values are corrected using the relation: $d\rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right) dP$

The main steps of a single iteration are listed next to determine values at iteration $n + 1$

(1) Resolution of the transport equations for the turbulent variables and calculation of the turbulent viscosity.
(2) Calculation of the estimated velocities U^* from the momentum balance equations.
(3) Calculation of the intermediate density ρ^* and its derivative with respect to the pressure, according to the EOS.
(4) Resolution of the pressure correction equation, which involves not only velocity variations dU but also supplementary density variations terms $d\rho$.
(5) Computation of the new velocity U^{n+1}, pressure P^{n+1} and density ρ^{n+1} fields.

A loop is added to the pressure correction step inside each iteration to check that the void ratio remains between 0 and 1. Moreover, the density, velocity components and turbulent variables can be under-relaxed if convergence is difficult to obtain. The pressure correction is not relaxed.

3.6. Inlet and outlet conditions

The boundary conditions are based on a system of dummy cells. Classical incompressible types of boundary conditions are applied:

- at the inlet, the velocity component u is imposed and the component v is set to 0.
- at the outlet, a static pressure is imposed, and if the velocity component $u < 0$, the gradient $\frac{\partial v}{\partial x}$ is set to 0.

We assume that inlet and outlet areas are in a pure liquid region. No cavitation appears in these boundaries.

4. The compressible solver

The CaviFlow code solves the compressible one-fluid RANS system for multi-domain structured meshes. It is based on a cell-centred finite-volume discretisation. More details concerning the code are given by Goncalves and Fortes-Patella (2009).

4.1. Preconditioning method for the Euler system

The preconditioning method is based on the modification of the derivative term by a pre-multiplication with a suitable preconditioning matrix P_c. We used the formulation proposed by (Turkel 1987) with the primitive variables pressure, velocity and entropy:

$$P_c = \begin{bmatrix} \beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

β is a parameter of the order of the Mach number. In our study, we have chosen the form given by Choi and Merkle (1993):

$$\beta^2 = \min\left[\max\left(M^2, KM_\infty^2\right), 1\right] \tag{7}$$

This form implies that there is no preconditioning used in transonic and supersonic flow regions (in the mixture). When $\beta^2 = 1$, the preconditioning matrix becomes the identity matrix and the system returns to its classical non-preconditioned form. Moreover, for very small flow-velocity, β^2 is not allowed to be less than a given percentage of the freestream velocity, determined by the coefficient K. For inviscid computations, K is near unity.

4.2. The compressible RANS system

The inviscid preconditioner presented previously is used (no viscous terms are introduced). The compressible RANS equations coupled with a two-equation turbulence model can be expressed as:

$$P_c^{-1}\frac{\partial W}{\partial t} + \operatorname{div}(F_c - F_v) = S \tag{8}$$

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho V \\ \rho E \\ \rho k \\ \rho \Psi \end{pmatrix}; \quad F_c = \begin{pmatrix} \rho V \\ \rho V \otimes V + P\bar{\bar{I}} \\ (\rho E + P)V \\ \rho k V \\ \rho \Psi V \end{pmatrix};$$

$$F_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\bar{\tau}} \\ \bar{\bar{\tau}}.V - q \\ (\mu + \mu_t/\sigma_k)\operatorname{grad} k \\ (\mu + \mu_t/\sigma_\Psi)\operatorname{grad}\Psi \end{pmatrix}$$

where W denotes the conservative variables, V the mean velocity vector, E the total energy, F_c and F_v the convective and viscous flux densities and S the source terms which concern only the transport equations. Ψ is a turbulent variable.

The exact expression of the eddy viscosity μ_t and the source terms depends on the turbulence model as well as constants σ_k and σ_Ψ. $\bar{\bar{\tau}}$ is the total stress tensor and q the total heat flux vector, evaluated with the Newtonian law, the Fourier law and the Boussinesq assumption.

For pure phases, we use the convex stiffened gas EOS (Le Metayer *et al.* 2004):

$$P(\rho, e) = (\gamma - 1)\rho(e - q_{\text{ref}}) - \gamma P_\infty \tag{9}$$

$$P(\rho, T) = \rho(\gamma - 1)C_v T - P_\infty \tag{10}$$

$$T(\rho, h) = \frac{h - q_{\text{ref}}}{C_p} \tag{11}$$

where $\gamma = C_p/C_v$ is the polytropic coefficient, C_p and C_v are thermal capacities, q_{ref} the energy of the fluid at a given reference state and P_∞ a constant reference pressure. e and h denote the internal energy and enthalpy, respectively.

4.3. Spatial discretisation

Using the finite-volume technique for space discretisation, a semi-discrete form of Equation (8) may be written for a computational cell of volume Ω limited by a surface Σ and with an outer normal n:

$$P_c^{-1}\Omega\frac{\partial W}{\partial t} + \sum_{\text{all faces}}(F_c - F_v)\cdot n\Sigma = \Omega\hat{S} \tag{12}$$

For the mean flow, the convective flux density vector on a cell face is computed with the space-centred Jameson scheme stabilised by scalar artificial dissipation (Jameson *et al.* 1981).

Discretisation of the viscous terms is performed by a second-order space-centred scheme.

For the turbulence transport equations, the upwind Roe scheme (Roe 1981) was used to obtain a more robust method. The second-order accuracy was obtained by introducing a flux-limited dissipation.

4.4. Temporal discretisation

Time integration is achieved through a low-cost implicit method (Luo *et al.* 1998). The implicit method consists in solving, at each time step, a system of equations arising from the linearisation of a fully implicit scheme. The main advantage of this method is that the storage of the Jacobian matrix is completely eliminated, which leads to a low-storage algorithm. The viscous flux Jacobian matrices are replaced by their spectral radii. The Jacobian matrices, which appear from the linearisation of the centred fluxes, are

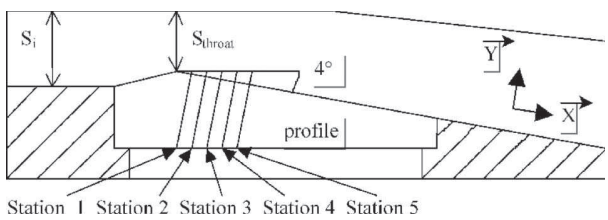


Figure 2. Schematic view of the 4° Venturi.

approximated with the numerical fluxes. The following system is obtained, for iteration n:

$$\Delta W^n + \sum_{l=i,j,k} \left[\sigma_l \delta_l \mu_l \left(\Delta f_l^n\right) - \sigma_l \delta_l \left(\rho_l^V \Delta W^n\right) - 0.5\sigma_l \delta_l (P^{-1} \rho (PA_l) \delta_l \Delta W^n)\right] = R_{\text{expl}}^n \quad (13)$$

where $\Delta W^n = W^{n+1} - W^n$, $\sigma_l = \Delta t / \Delta x_l$ and R_{expl}^n represents the explicit conservative residuals. For each direction l, ρ_l^V is the viscous spectral radius, μ_l the averaged operator, δ_l the difference operator, A_l the Jacobian matrix of the convective flux for the direction l and $\rho(PA_l)$ the spectral radius of thematrix PA_l.

The implicit time-integration procedure leads to a system which can be solved directly or iteratively. The direct inversion can be memory intensive and computationally expensive. Therefore, an implicit relaxation procedure is preferred and the point Jacobi relaxation algorithm was chosen.

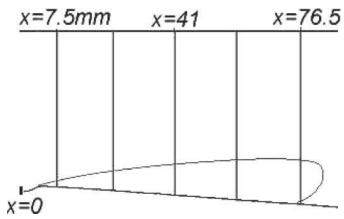


Figure 3. View of the cavity and the five stations, 4° Venturi.

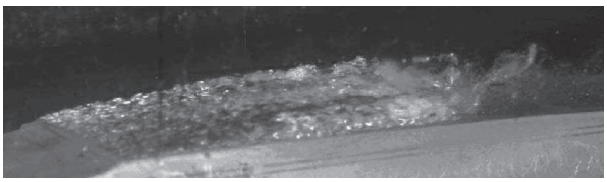


Figure 4. Photograph of the cavity, 4° Venturi.

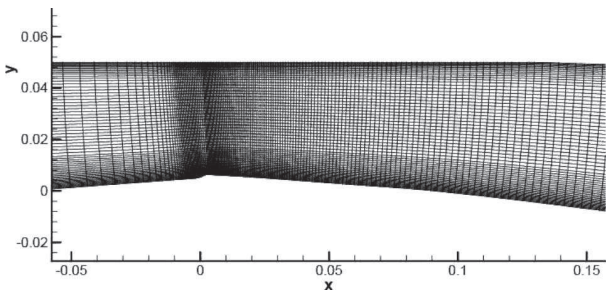


Figure 5. Enlargement of the mesh near the throat, 4° Venturi.

For unsteady computations, the dual time stepping method, proposed by Jameson (1991), was used to tackle the lack of numerical efficiency of the global time stepping approach. The derivative with respect to the physical time is discretised by a second-order formula. The initialisation of the derivative with respect to the physical time was performed with a first-order formula.

4.5. *Turbulence modelling*

The considered model is the Jones-Launder $k-\varepsilon$ model (Jones and Launder 1972). In two-phase areas, the Reboud limiter is applied with the same constant $n = 10$. The turbulence model is coupled with standard wall functions. Computations with both codes were not performed rigorously with the same turbulence model, but we assumed that the Jones-Launder and the RNG $k-\varepsilon$ models roughly provided similar solutions.

4.6. *Inlet and outlet boundary conditions*

The numerical treatment of the boundary conditions is based on the use of the preconditioned characteristic relations. The number of variables to impose at boundaries is given by the number of positive characteristics. The characteristic relations obtained for the preconditioned system, in two-dimensional flows, are:

$$-c^2(\rho^c - \rho^s) + (P^c - P^s) = 0 \quad (14)$$

Table 1. Numerical parameters, IZ.

IZ parameters	All computations
Maximum of SIMPLE iterations/physical time step	1500
Convergence criterion for the density ρ	10^{-6}
Under-relaxation coefficient for ρ	0.2
Under-relaxation coefficient for u and v	0.7
Under-relaxation coefficient for k and ε	0.4

Table 2. Numerical parameters, CaviFlow.

CaviFlow parameters	Steady non-cav	Steady cav	Unsteady cav
CFL number	10	0.5	0.5
Preconditioning parameter K	1	3	3
Implicit Jacobi iterations	15	15	15
Second and fouth order order dissipation parameter	0; 0.032	0.5; 0.040	0.5; 0.040
Dual time stepping sub-iterations	–	–	100

$$V_t^c - V_t^s = 0 \tag{15}$$

$$(\lambda_+ - V_n)(P^c - P^s) + \rho\beta^2 c^2 \left(V_n^c - V_n^s\right) = 0 \tag{16}$$

$$(\lambda_- - V_n)(P^c - P^s) + \rho\beta^2 c^2 \left(V_n^c - V_n^s\right) = 0 \tag{17}$$

The variables with superscript c are those to be computed at the boundary. Variables with superscript s are obtained by the current numerical scheme. V_t and V_n are the tangential and normal components of the mean velocity, respectively. λ_+ and λ_- are the eigenvalues of the preconditioned inviscid system, given by:

$$\lambda_\pm = \frac{1}{2}\left[u(1+\beta^2) \pm \sqrt{(\beta^2-1)^2 u^2 + 4\beta^2 c^2}\right] \tag{18}$$

At inflow, four variables have to be imposed. We have chosen the stagnation pressure P_i, the stagnation temperature T_i and the direction of the velocity. A Newton algorithm can be used to compute the pressure with the characteristic relation Equation (17) and the conservative variables can be evaluated at the boundary.

At outflow, only one variable is imposed, which we have chosen to be the static pressure. The conservative

Table 3. Sigma inlet values, steady solutions, 4° Venturi.

	σ_{inlet}	L_{cav} (mm)
Experimental	≃0.55	≃80
Incompressible solver	0.585	80.1
Compressible solver	0.63	78.9

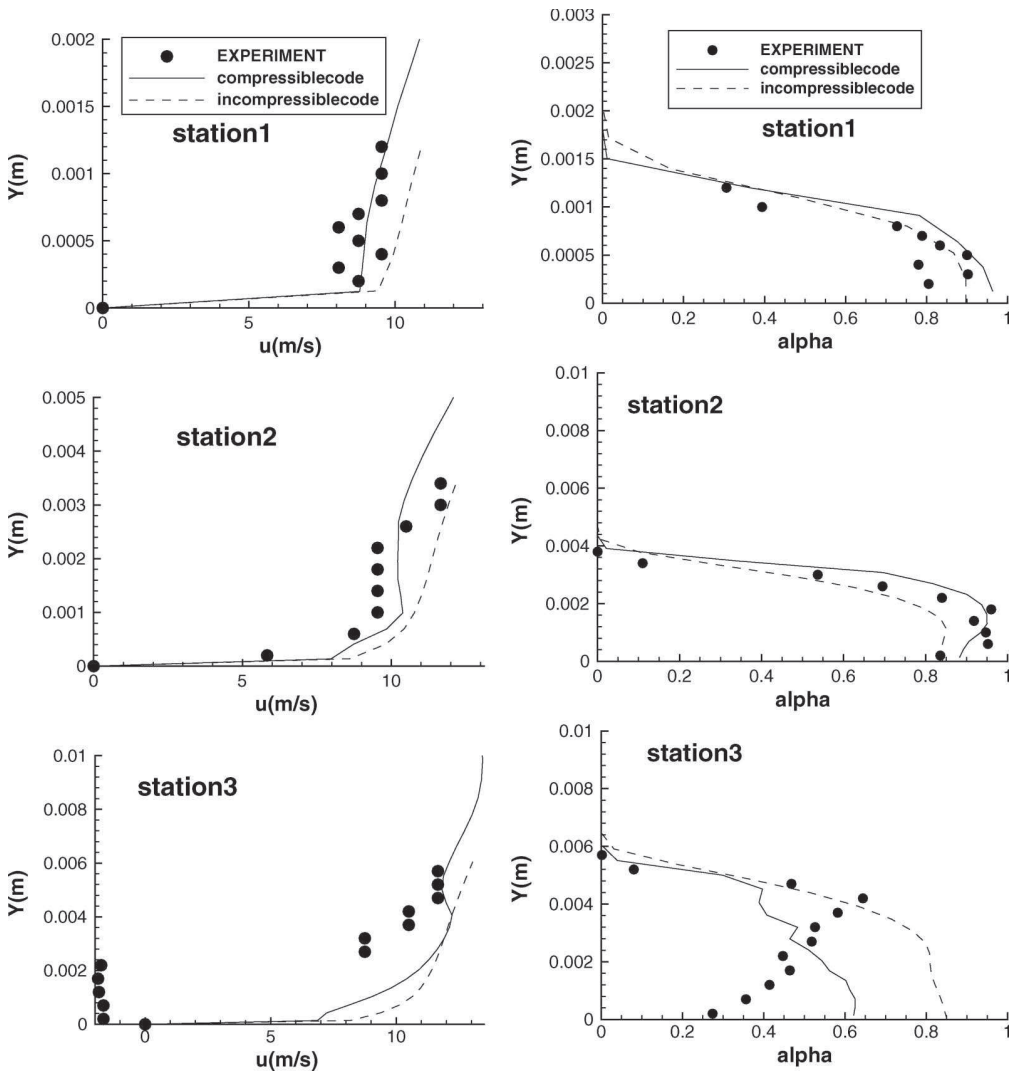


Figure 6. Velocity (left) and void ratio (right) profiles, steady solutions, 4° Venturi.

variables are computed with three characteristic relations (14)-(16).

We assume that inlet and outlet areas are in a pure liquid region. No cavitation appears in these boundaries.

5. Computations and comparisons: open cavity

The first case is an open cavity on a Venturi geometry, following the classification of partial cavity flows (Laberteaux and Ceccio 2001).

5.1. Experimental geometry and conditions

The tested Venturi is characterised by a divergence angle of 4° (see Figure 2). The selected operating point is characterised by Barre *et al.* (2009):

$U_{\text{inlet}} = 10.8$ m/s: the inlet velocity
$P_{\text{inlet}} = 35000$ Pa: the pressure in the inlet section
$T_{\text{ref}} = 293K$: the reference temperature
$\sigma_{\text{inlet}} = \frac{P_{\text{inlet}} - P_{\text{vap}}}{0.5\rho U_{\text{inlet}}^2} \simeq 0.55$: the cavitation parameter in the inlet section
$Re_{L_{\text{ref}}} = \frac{U_{\text{inlet}} L_{\text{ref}}}{\nu} = 2.710^6$: the Reynolds number

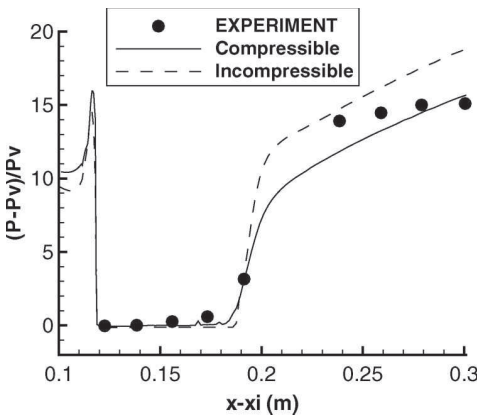


Figure 7. Wall pressure evolution, steady solutions, 4° Venturi.

Table 4. Sigma inlet most probable values, unsteady solutions, 4° Venturi.

Code	σ_{inlet}	L_{cav} (mm)	Comments
Incompressible solver	0.60	40–74	Periodic oscillations of the sheet: 6 Hz
Compressible solver	0.56	70	Quasi-stable sheet with re-entrant jet

With these parameters, a cavity length L ranging between 70 mm and 85 mm has been obtained.

The experimental void ratio and velocity profiles are obtained for five stations by a double optical probe

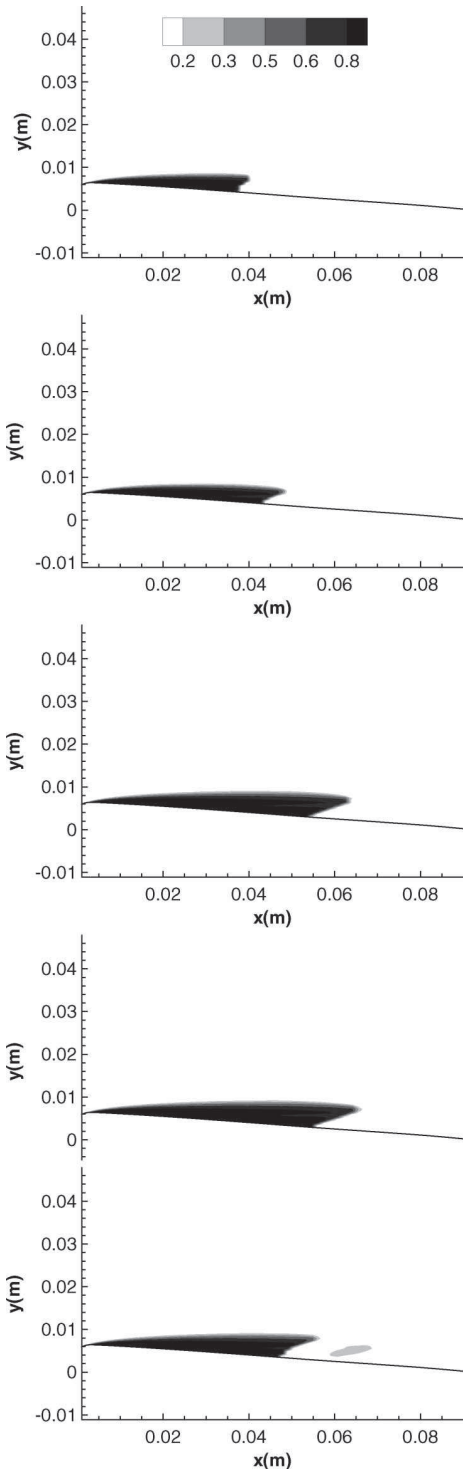


Figure 8. Contours of the void ratio over one period, incompressible code, 4° Venturi.

(Figures 2 and 3). The velocity is evaluated as the most probable value and the void ratio is obtained from the signal of the double optical probe using a post processing algorithm.

The experimental views for this geometry show a relatively stable cavity behaviour (Figure 4). It is characterised by an almost constant length, although the closure region always fluctuates, with the existence of a re-entrant jet and little vapour cloud shedding. The re-entrant jet is mainly composed of liquid which flows upstream along the solid surface. For this geometry, no periodic cycles with large shedding were observed.

5.2. Mesh

The grid is an H-type topology. It contains 251 nodes in the flow direction and 62 in the orthogonal direction. A special contraction of the mesh is applied in the main flow direction just after the throat to better simulate two-phase flow area (Figure 5). The y^+ values of the mesh, at the centre of the first cell, vary between 12 and 27, for a non-cavitating computation.

According to the study of mesh dependence presented in (Coutier-Delgosha *et al.* 2005), this grid size is adequate to simulate cavitation sheets in such Venturi type section.

5.3. Numerical parameters

For the non-cavitating regime, computations are started from an uniform flow-field. For the cavitating regime, we used for both codes:

- the vapour pressure, $P_{\text{vap}} = 2339Pa$
- the saturation values of liquid/vapour density, $\rho_L^{\text{sat}} = 1000kg/m^3$ and $\rho_V^{\text{sat}} = 0.02kg/m^3$
- the farfield value of turbulent kinetic energy, $k_\infty = 0.0045\ \text{m}^2/\text{s}^2$
- the dimensionless time step for unsteady computations, $\Delta t^* = \frac{\Delta t U_{\text{inlet}}}{L_{\text{ref}}} = 0.015$.

The numerical parameters used for simulations are summarised in Tables 1 and 2.

5.4. Comparison of the two solvers

Two series of solutions are presented and compared: steady and unsteady solutions.

5.4.1. Steady solutions

First, the goal was to obtain a steady solution with a stable cavitation sheet with a length close to 80 mm. The defined sheet length L_{cav} used for representing the computational results has been determined by the

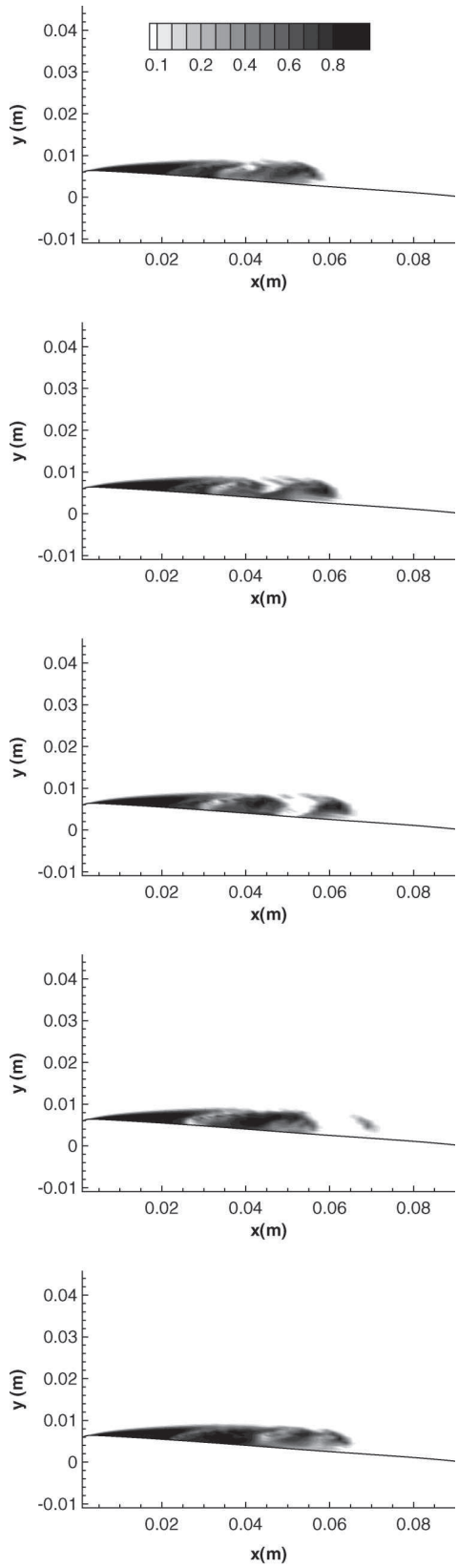


Figure 9. Contours of the void ratio at five instants, compressible code, 4° Venturi.

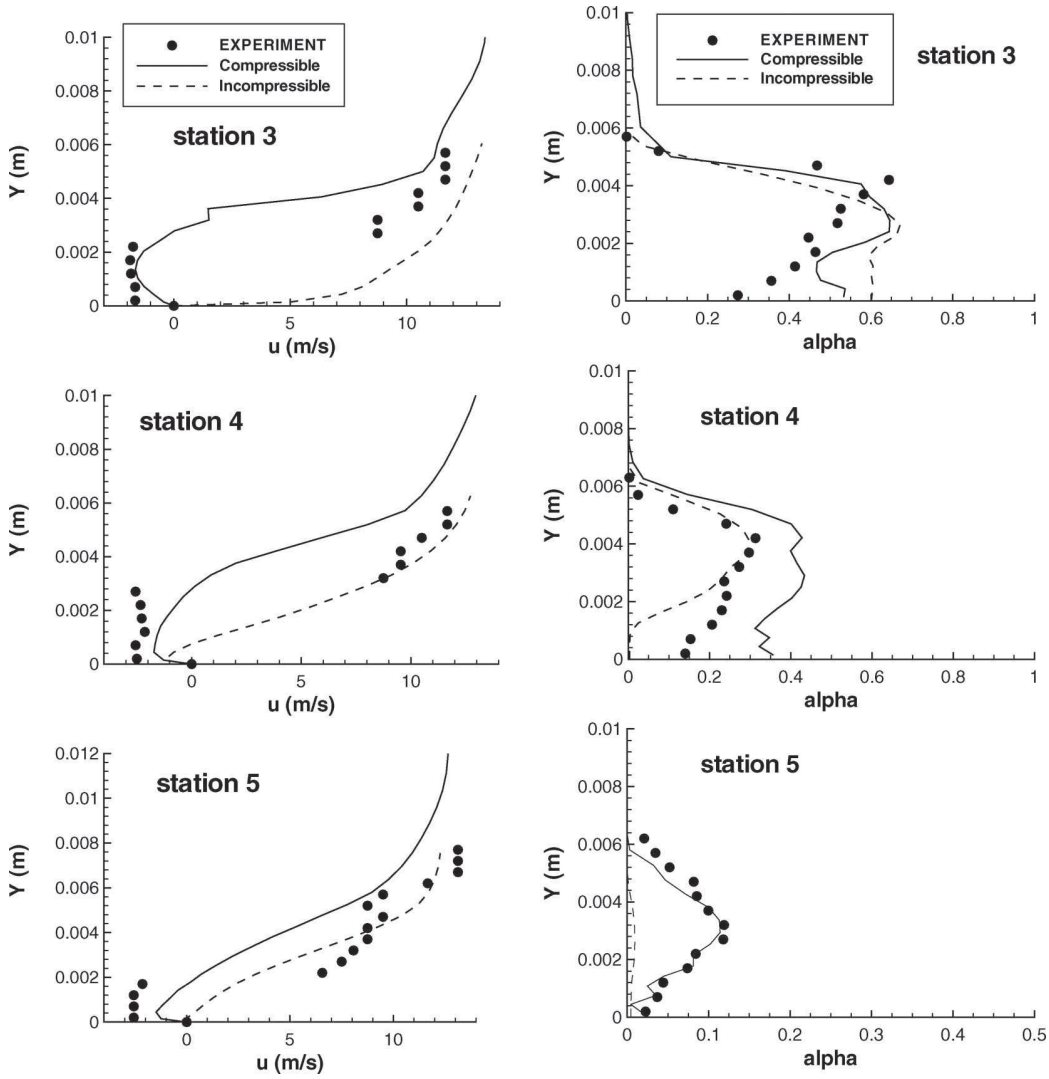


Figure 10. Time-averaged velocity (left) and void ratio (right) profiles, unsteady solutions, 4° Venturi.

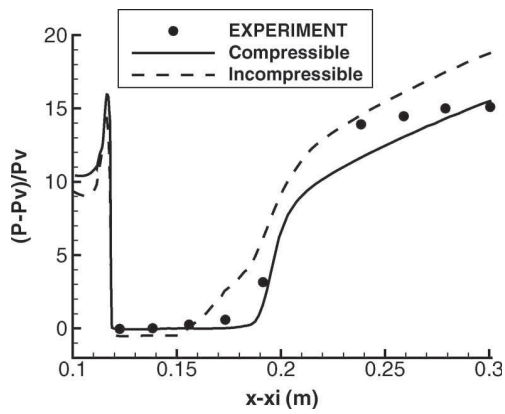


Figure 11. Time-averaged wall pressure versus distance, unsteady solutions, 4° Venturi.

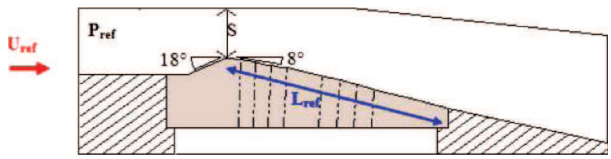


Figure 12. Schematic view of the 8° Venturi.

length of the iso-line corresponding to a void ratio $\alpha = 0.2$.

With the compressible solver, steady computations were carried out with a local time stepping method whereas, with the incompressible solver, unsteady simulations were performed without reducing the turbulent viscosity. The overall results are given in

Table 3. The σ_{inlet} value obtained with the compressible code is overestimated in comparison with both the experimental value and the numerical 'incompressible' value.

Figure 6 shows the longitudinal velocity (left) and void ratio (right) profiles for the present experiments and numerical simulations. The overall agreement seems good between the experimental data and simulations. This is especially true for stations 1 and 2 where no re-entrant jet phenomena occur. Further downstream, experimental observation indicates a recirculating behaviour with a re-entrant jet extending roughly through half the sheet thickness. No relevant influence of the numerical schemes and turbulence models is observed.

The wall pressure profiles are plotted in Figure 7 versus the distance $x - x_{\text{inlet}}$. The first five data are located inside the cavity (where void ratio and velocity profiles are measured). For all computations, the pressure remains at an almost constant value in the cavity. Downstream, discrepancies are notable due to the re-entrant jet. In comparison with experimental data, the re-compression is a little under-evaluated with the compressible code and overestimated with the incompressible code.

5.4.2. *Unsteady solutions*

Next, unsteady calculations were performed with the goal of obtaining a quasi-stable cavitation sheet with a significant re-entrant jet. With the compressible solver, unsteady computations were carried out with the dual time stepping method and the Reboud viscosity limiter. With the incompressible solver, unsteady simulations were performed with the same turbulent viscosity limiter. The overall results are given in Table 4; they show the better agreement obtained with the compressible code for the σ_{inlet} value.

The numerical solutions obtained from both codes present some marked differences. The incompressible code captured low frequency periodic oscillations of the cavitating sheet (around 6 Hz). A view of the cavity (contours of the void ratio) obtained with the IZ code over one period is presented in Figure 8. Oscillations of the cavity are clearly exhibited.

On the other hand, the compressible code captured a quasi-stable behaviour in good agreement with the experimental view. No frequencies are revealed by a direct Fourier transformation (DFT) of the vapour volume. A view of the cavity at five instants is plotted in Figure 9. We can observe the attached cavity from the throat of the Venturi up to $x = 0.3$ m. Downstream, the recirculating area with two-phase structure shedding is well illustrated.

Figure 10 shows the longitudinal velocity (left) and void ratio (right) profiles for experiments and unsteady numerical results. The numerical values are obtained by a time-averaged treatment.

At stations 3, 4 and 5, the recirculating behaviour with a re-entrant jet is well simulated by the compressible code. On the other hand, the incompressible code largely underestimated the re-entrant jet

Figure 13. Photograph of the cavity, 8° Venturi.

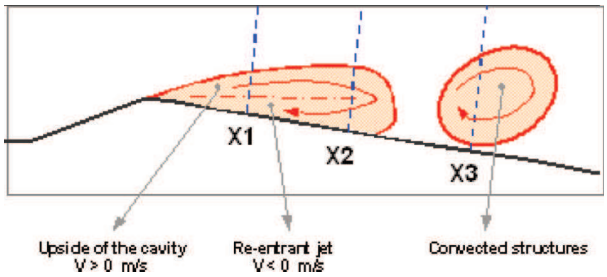


Figure 14. View of the three stations of measurement, 8° Venturi.

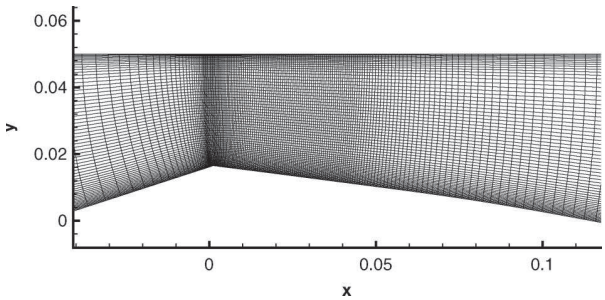


Figure 15. Enlargement of the mesh near the throat, 8° Venturi.

Table 5. Sigma inlet most probable values, 8° Venturi.

Code	σ_{inlet}	Comments
Experimental	≃2.15	Periodic sheet: 45Hz
Incompressible solver	2.11	Periodic sheet: 48Hz
Compressible solver	2.09	Periodic sheet: 40 Hz

intensity and the thickness of the recirculating area (at station 3, it is not captured).

For the void ratio profiles, both codes provided a similar solution at station 3, in good agreement with the experimental data. At station 4, with the incompressible code, a liquid re-entrant jet ($\alpha = 0$) is observed close to the wall, up to a distance $y = 0.001$ m, whereas the re-entrant jet captured by the compressible calculation is not composed of pure liquid (at the wall, the void ratio value is around 0.35 instead of 0.15). At station 5, the length of the sheet obtained with the incompressible code is shorter than the experimental value. With the compressible code, the void ratio is in very close agreement with the experimental data.

The wall pressure is plotted in Figure 11 versus the distance $x - x_{\text{inlet}}$. These values are obtained by a time-averaged treatment for both experiments and calculations.

With the incompressible code, the computed pressure inside the cavity is smaller than the vapour pressure. After station 3, we observe an area where the time-averaged pressure is above the vapour pressure, due to the oscillating behaviour of the cavity. With the compressible code, the pressure inside the cavity is in good agreement with the experimental data. Downstream, the re-compression is slightly under-evaluated, as previously observed with the steady simulations.

Comparisons with measurements data suggest that the compressible formulation provides an improved description of the cavitation dynamics compared with incompressible computations.

6. Computations and comparisons: unsteady re-entrant cavity

The second case is an unsteady re-entrant cavity with quasi periodic break-off and roll-up of a portion of the cavity.

6.1. *Experimental geometry and conditions*

This Venturi is characterised by a divergence angle of 8°, illustrated in Figure 12. The geometrical data are:

Inlet section: $S_i = 50 \times 44$ mm^2 (where the reference pressure is measured);
Throat section: $S_{\text{throat}} = 33.5 \times 44$ mm^2;
Length of the test section (chord): $L_{\text{ref}} = 224$ mm.

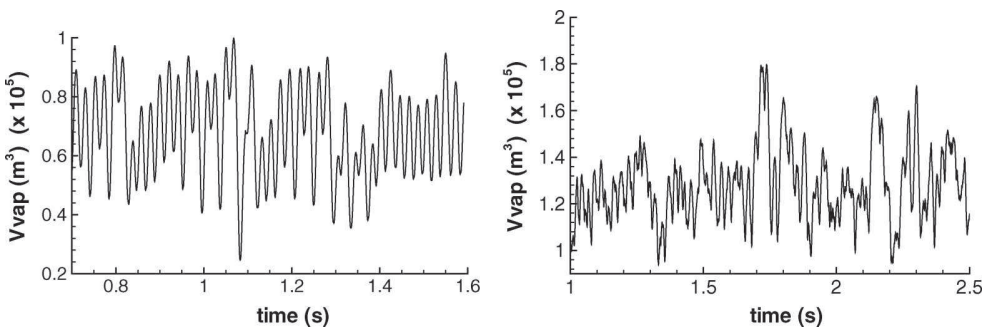


Figure 16. Evolution of the vapour volume, incompressible code (left) and compressible code (right), 8° Venturi.

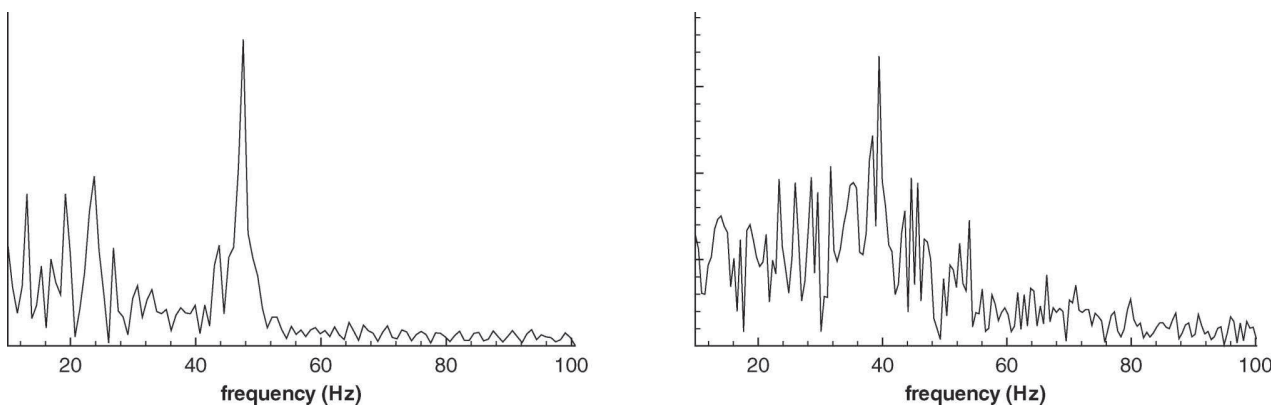


Figure 17. Fourier transformation of the vapour volume, incompressible code (left) and compressible code (right), 8° Venturi.

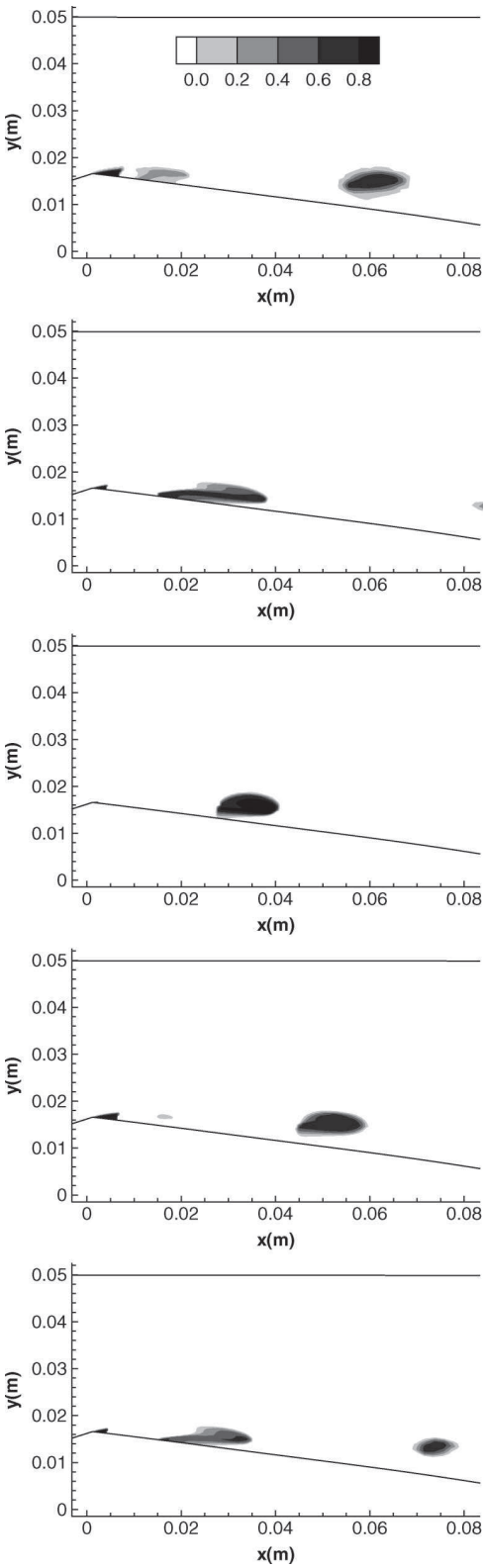


Figure 18. Contours of void ratio over one period, incompressible code, 8° Venturi.

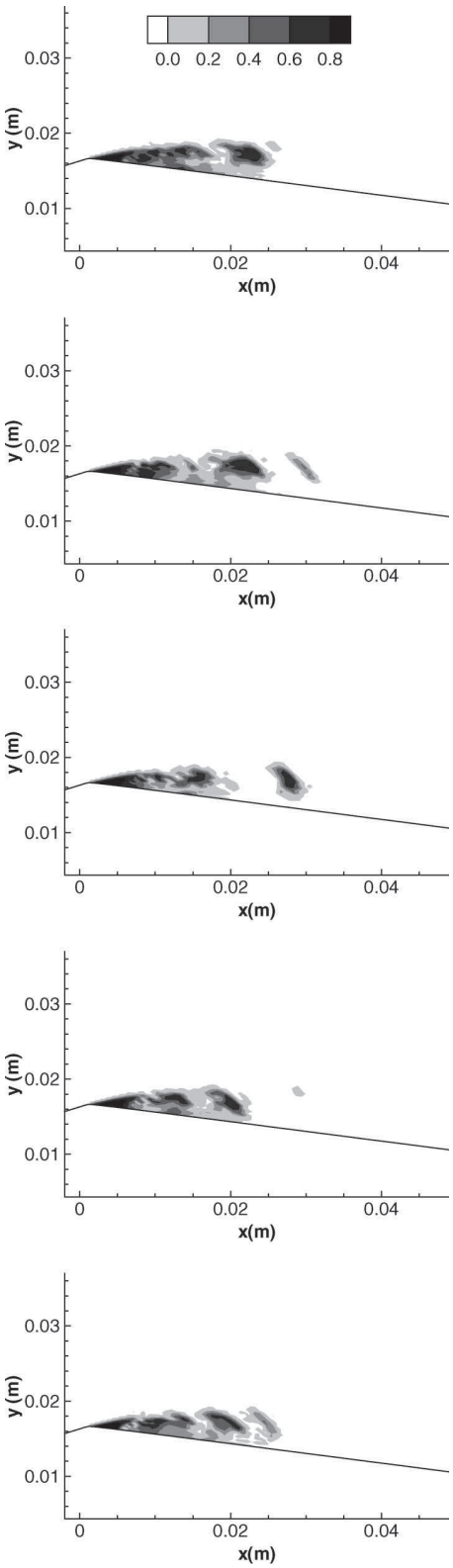


Figure 19. Contours of void ratio over one period, compressible code, 8° Venturi.

The selected operating point is characterised by the following physical parameters defined by Fortes-Patella *et al.* (2006):

$U_{\text{inlet}} = 7.04$ m/s: the inlet velocity
$Q = 0.0155$ m^3/s: the flow imposed in the circuit
$P_{\text{inlet}} = 55{,}000$ Pa: the pressure in the inlet section
$\sigma_{\text{inlet}} = \frac{P_{\text{inlet}} - P_{\text{vap}}}{0.5\rho U_{\text{inlet}}^2} \simeq 2.15 \pm 0.06 \quad 2.15 \pm 0.06$: the cavitation parameter in the inlet section
$Re_{L_{\text{ref}}} = \frac{U_{\text{inlet}} L_{\text{ref}}}{\nu} = 1.57\,10^6$: the Reynolds number

With these parameters, an unsteady cavity with quasi-periodic fluctuations of the attached sheet and vapour clouds shedding has been obtained. Figure 13 shows an instantaneous photograph of the cavity with a large structure shedding. The maximum length L of the attached cavity is about 45 mm. The vapour shedding frequency is close to 45 Hz, estimated from Fourier transformations of the unsteady pressure signal.

This geometry is equipped with three probing holes to make various measurements such as the local void ratio and instantaneous local velocity (Figure 14).

6.2. *Mesh*

The grid is an H-type topology. It contains 250 nodes in the flow direction and 61 in the orthogonal direction. A special contraction of the mesh is applied in the main flow direction just after the throat to better simulate the two-phase flow area (Figure 15). The y^+ values of the mesh, at the centre of the first cell, vary between 9 and 31 for a non-cavitating computation.

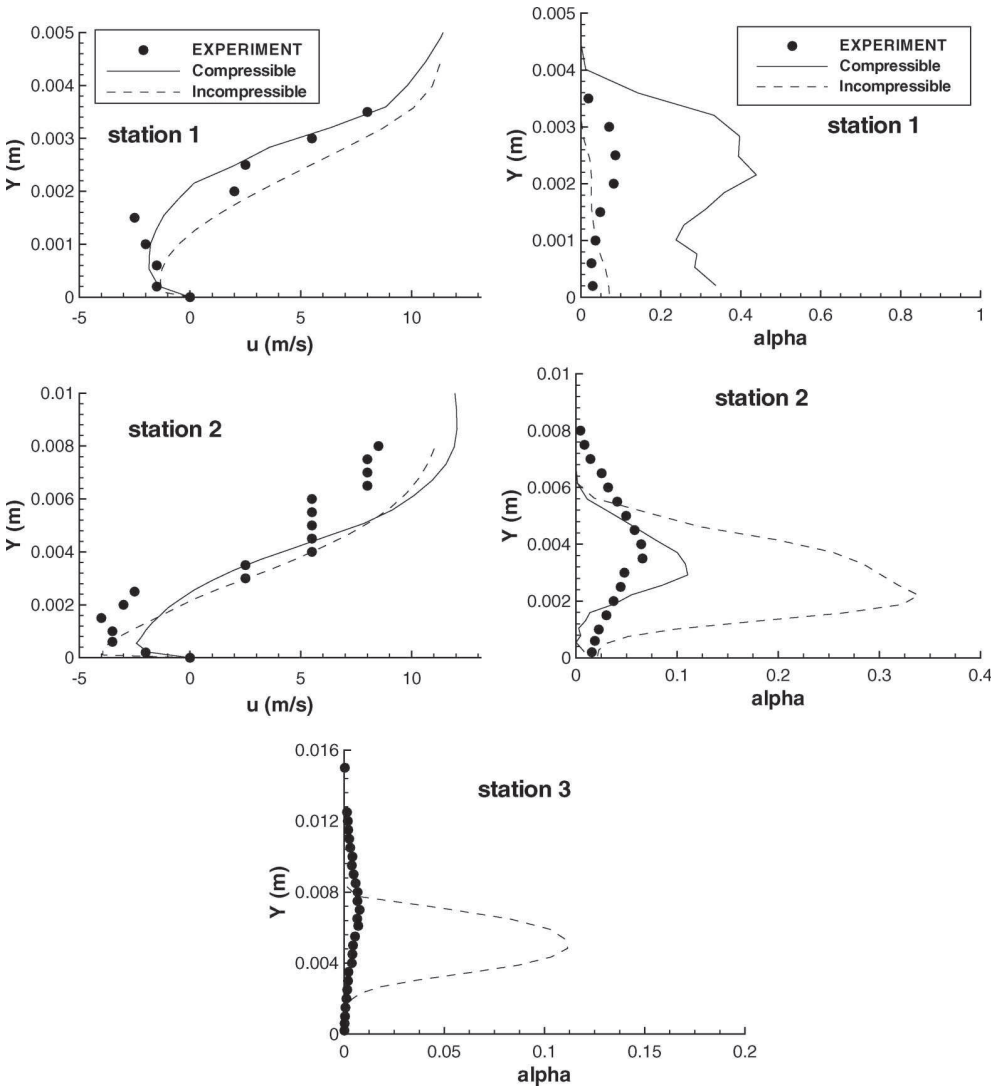


Figure 20. Time-averaged velocity (left) and void ratio (right) profiles, 8° Venturi.

6.3. Numerical parameters

For the cavitating regime, the dimensionless time step is: $\Delta t^* = \frac{\Delta t U_{\text{inlet}}}{L_{\text{ref}}} = 6\,10^{-3}$.

Numerical parameters used for simulations are similar to those presented previously.

6.4. Global analyses

Different calculations were performed, summarised in Table 5. The goal was to obtain a periodic cavitation sheet with a frequency close to 45 Hz.

The vapour volume changes are plotted in Figure 16 for both codes. The incompressible solution seems more regular. Moreover, the values are quite different: the ratio between compressible and incompressible values is around 2.

A DFT of the vapour volume was performed to evaluate the frequency. Figure 17 presents the frequency results for the incompressible code (left) and the compressible code (right). A peak is clearly visible for both codes, with better agreement for the incompressible code.

A view of the cavity (contours of the void ratio) obtained with the incompressible IZ code, over one period, is presented in Figure 18. Large-scale two-phase structure shedding is clearly observed. The re-entrant jet is very intense and flows upstream to the throat of the Venturi, leading to the disappearance of the attached cavity. These results corroborate conclusions presented in Venkateswaran *et al.* (2002).

The solution obtained with the compressible code presents differences. A view of the cavity over one period is plotted in Figure 19. A small cavity attached to the throat is always present. Two-phase structures convected in the flow are smaller and condense rapidly, in comparison with the incompressible solution.

6.5. Velocity and void ratio profiles

Figure 20 illustrates the longitudinal velocity (left) and void ratio (right) profiles for experiments and unsteady numerical results. The numerical values are obtained by a time-averaged treatment.

At station 1, with the compressible code, the recirculating behaviour is very well captured, yet the void ratio is largely over-predicted. For the incompressible code, the void ratio is slightly under-estimated due to the disappearance of the attached cavity.

At station 2, both codes under-evaluated the recirculating zone thickness. For the void ratio profile, values obtained with the incompressible code are largely over-predicted, whereas values obtained by the compressible code are in better agreement with the experimental data.

At station 3, no experimental velocity profiles are usable. For the void ratio profile, the compressible code computed a pure liquid zone: two-phase structures shedding is not extended enough. On the other hand, the incompressible code captured large-scale cavitation structures, but with excessive void ratio values.

7. Conclusion

Two different cavitating one-fluid CFD code have been presented and applied to Venturi flows. The first is based on a pressure-based incompressible algorithm modified to take into account density variations. The second uses a density-based compressible approach including a preconditioning algorithm to treat the pure liquid incompressible region.

Both codes were compared on cavitating flows using the same cavitation model, the same mesh, a $k-\varepsilon$ model with the same viscosity limiter and the same numerical time step. Two different cavitation cases were tested: an aperiodic quasi-stable cavity sheet and a quasi-periodic unsteady re-entrant cavity. Global and local analysis of flows based on void ratio and velocity profiles were carried out.

For the first case, the compressible code captured a solution in close agreement with the experimental data, both for the global behaviour and the local analysis. On the other hand, the incompressible code provided a different solution with a periodic low frequency oscillating sheet. For this case, it seems necessary to account for compressibility effects to correctly describe the cavity dynamics.

For the second case, the re-entrant jet phenomenon obtained with both codes presents some marked differences. The compressible code under-predicted large-scale cavitation structure shedding. The opposite situation is observed with the incompressible code: a very intense re-entrant jet is captured, which flows upstream to the throat and completely eliminates the attached cavity. These results corroborate conclusions presented by Venkateswaran *et al.* (2002).

Additional investigations are necessary to clearly conclude on the importance of the compressibility effects. Additional computations are in progress to analyse the influence of the turbulence model for unsteady computations and to pursue comparative studies between numerical approaches.

References

Ahuja, V., Hosangadi, A., and Arunajatesan, S., 2001. Simulations of cavitating flows using hybrid unstructured meshes. *Journal of Fluids Engineering*, 123 (2), 331–340.

Barre, S., *et al.*, 2009. Experiments and modelling of cavitating flows in Venturi: attached sheet cavitation. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 28, 444–464.

Choi, Y.H. and Merkle, C.L., 1993. The application of preconditioning to viscous flows. *Journal of Computational Physics*, 105 (2), 207–223.

Coutier-Delgosha, O., Fortes-Patella, R., and Reboud, J.-L., 2002. Simulation of unsteady cavitation with a two-equation turbulence model including compressibility effects. *Journal of Turbulence*, 3 (58). DOI: 10/1088/1468-5248/3/1/058.

Coutier-Delgosha, O., Reboud, J.-L., and Delannoy, Y., 2003. Numerical simulation of the unsteady behaviour of cavitating flow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 42, 527–548.

Coutier-Delgosha, O., *et al.*, 2005. Numerical simulation of cavitating flow in 2D and 3D inducer geometries. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 48, 135–167.

Delannoy, Y. and Kueny, J.-L., 1990. Two phase flow approach in unsteady cavitation modelling. *Cavitation and Multiphase Flow Forum, ASME-FED*, 98, 153–158.

Edwards, J.R. and Franklin, R.K., 2000. Low-diffusion flux splitting methods for real fluid flows with phase transition. *AIAA Journal*, 38 (9), 1624–1633.

Fortes-Patella, R., Barre, S., and Reboud, J.-L., 2006. Experiments and modelling of cavitating flows in Venturi: part II, unsteady cavitation. *In*: *6th international symposium on cavitation CAV2006*, Wageningen, The Netherlands, 11–15 September, 2006. Berlin: Springer-Verlag.

Goncalves, E. and Fortes-Patella, R., 2009. Numerical simulation of cavitating flows with homogeneous models. *Computers and Fluids*, 38 (9), 1682–1696.

Housman, J., Kiris, C., and Hahez, M., 2009. Preconditioned methods for simulations of low speed compressible flows. *Computers and Fluids*, 38 (7), 1411–1423.

Jameson, A., 1991. Time dependent calculations using multigrid with applications to unsteady flows past airfoils and wing. *In*: AIAA paper 91-1259*, 10th Computational Fluid Dynamics Conference*, Honolulu, Hawai, 24–27 June, 1991. Washington DC: AIAA Press.

Jameson, A., Schmidt, W., and Turkel, E., 1981. Numerical simulation of the Euler equations by finite volume method using Runge-Kutta time stepping schemes. *In*: AIAA paper 81-1259*, 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference*, Palo Alto, California, 23–25 June, 1981 Washington DC: AIAA Press.

Jones, W.P. and Launder, B.E., 1972. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15, 301–314.

Kunz, R.F., *et al.*, 2000. A preconditioned Navier–Stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction. *Computers and Fluids*, 29 (8), 849–875.

Laberteaux, K.R. and Ceccio, S.L., 2001. Partial cavity flows. Part1. Cavities forming on models without spanwise variation. *Journal of Fluid Mechanics*, 431, 1–41.

Le Metayer, O., Massoni, J., and Saurel, R., 2004. Elaborating equations of state of a liquid and its vapor for two-phase flow models. *International Journal of Thermal Sciences*, 43, 265–276.

Liu, T.G., Khoo, B.C., and Xie, W.F., 2004. Isentropic one-fluid modelling of unsteady cavitating flow. *Journal of Computational Physics*, 201 (1), 80–108.

Luo, H., Baum, J.D., and Lohner, R., 1998. A fast, matrix-free implicit method for compressible flows on unstructured grids. *Journal of Computational Physics*, 146, 664–690.

Moreau, J.B., Simonin, O., and Habchi, C., 2004. A numerical study of cavitation influence on diesel jet atomisation. *In*: *19th annual meeting of the institute for liquid atomization and spray systems*, Nottingham, England, 6–8 September 2004.

Patankar, S.V. and Spalding, D.B., 1972. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. *International Journal for Heat and Mass Transfer*, 15, 1787–1795.

Pouffary, B., *et al.*, 2008. Numerical simulation of 3D cavitating flows: analysis of cavitation head drop in turbomachinery. *Journal of Fluids Engineering*, 130 (6), 061301.

Reboud, J.-L., Stutz, B., and Coutier, O., 1998. Two-phase flow structure of cavitation: experiment and modelling of unsteady effects. *In*: *3rd international symposium on cavitation CAV1998*, Grenoble, France, 7–10 April 1998. Berlin: Springer-Verlag.

Roe, P.L., 1981. Approximate Riemann solvers, parameters vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43, 357–372.

Rossow, C.-C., 2007. Efficient computation of compressible and incompressible flows. *Journal of Computational Physics*, 220 (2), 879–899.

Schmidt, S.J., Sezal, I.H., and Schnerr, G.H., 2006. Compressible simulation of high-speed hydrodynamics with phase change. *In*: *European conference on computational fluid dynamics ECCOMAS2006*, Delft, The Netherlands, 5–8 September 2006.

Senocak, I. and Shyy, W., 2002. A pressure-based method for turbulent cavitating flow computations. *Journal of Computational Physics*, 176 (2), 363–383.

Singhal, A.K., *et al.*, 2002. Mathematical basis and validation of the full cavitation model. *Journal of Fluids Engineering*, 124 (3), 617–624.

Sinibaldi, E., Beux, F., and Salvetti, M.V., 2006. A numerical method for 3D barotropic flows in turbomachinery. *Flow Turbulence Combustion*, 76, 371–381.

Song, C.S., 2002. Current status of CFD for cavitating flows. *In*: *9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery*, Honolulu, Hawai, 10–14 February 2002.

Turkel, E., 1987. Preconditioned methods for solving the incompressible and low speed compressible equations. *Journal of Computational Physics*, 172 (2), 277–298.

Venkateswaran, S., *et al.*, 2002. Computation of multiphase mixture flows with compressibility effects. *Journal of Computational Physics*, 180 (1), 54–77.

Ventikos, Y. and Tzabiras, G., 2000. A numerical method for the simulation of steady and unsteady cavitating flows. *Computers and Fluids*, 29 (1), 63–88.

Wu, J., Wang, G., and Shyy, W., 2005. Time-dependent turbulent cavitating flow computations with interfacial transport and filter-based models. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 49 (7), 739–761.

Yakhot, V., *et al.*, 1992. Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique. *Physics of Fluids*, 4, 1510–1520.

Zhu, J., 1991. A low diffusive and oscillation-free convection scheme. *Communications in Applied Numerical Methods*, 7, 225–232.

Bibliographie

[1] R. Abgrall, B. Nkonga et R. Saurel : Efficient numerical approximation of compressible multi-material flow for unstructured meshes. *Computers & Fluids*, 32(4):571–605, 2003.

[2] V. Aeschlimann : Une approche expérimentale pour la modélisation des écoulements turbulents cavitants. *Rapport de stage M2R*, 2007.

[3] V. Aeschlimann : *Une approche expérimentale pour la modélisation des écoulements turbulents cavitatnts : Couche de mélange diphasique.* Thèse de doctorat, Universités de Grenoble, 2010.

[4] A. Alajbegovic, G. Meister, D. Greif et B. Basara : Three-phase cavitating flows in high-pressure swirl injectors. *Experimental thermal and fluid science*, 26(6-7):677–681, 2001.

[5] E. L. Andreas : A new value of the von kármán constant : Implications and implementation. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 48(5):923–944, 2009.

[6] M. Aucher : Hélices marines - référence b4360. *Techniques de l'ingénieur*, 1996.

[7] J.-C. Aveni : Histoire de l'astronautique. *Astronautiquement notes*, 2006.

[8] M. Baer et J. Nunziato : A two-phase mixture theory for the deflagration-to-detonation transition (ddt) in reactive granular materials. *International Journal of Multiphase Flow*, 12:861–889, 1986.

[9] B. Baldwin et H. Lomax : Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA, Aerospace Sciences Meeting*, jan. 1978.

[10] S. Balibar et F. Caupin : Metastable liquids. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 15(1), January 2003.

[11] T. Barberon et P. Helluy : Finite volume simulation of cavitating flows. *Computers & Fluids*, 34(7):832–858, 2005.

[12] S. Barre, J. Rolland, G. Boitel, E. Goncalves et R. F. Patella : Experiments and modelling of cavitating flows in Venturi : attached sheet cavitation. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 28(3):444–464, 2009.

[13] M. Barret, E. Faucher et J. Herard : Schemes to compute unsteady flashing flows. *AIAA Journal*, 40(5):905–913, 2002.

[14] R. M. Beam et R. Warming : Alternating direction implicit methods for parabolic equations with a mixed derivative. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1(1):131–159, 1980.

[15] M. Benedict, G. Webb et L. Rubin : An empirical equation for thermodynamic properties of light hydrocarbons and their mixtures : I methane, ethane, propane and n-butane. *Journal of Chemical Physics*, 8(4):334–345, 1940.

[16] N. Berchiche, J. P. Franc et J. M. Michel : A cavitation erosion model for ductile materials. *Journal of Fluids Engineering*, 124, 2002.

[17] M. Berthelot : Sur quelques phénomènes de dilatation forcée de liquides. *Annales de chimie et de physique*, 30(3):232–237, 1850.

[18] G. Boitel : Etude expérimentale et numérique des écoulements instationnaires cavitants : application aux inducteurs des turbopompes spatiales. *Stage de D.E.A. effectué au LEGI*, 2003.

[19] G. Boitel : *Effet thermodynamique dans un inducteur cavitant : Mesures embarquées de température.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.

[20] Y. A. Bouziad, M. Farhat, F. Guennoun, J.-L. Kueny et F. Avellan : Physical modelling and simulation of leading edge cavitation, application to an industrial inducer. *In 5th International Symposium on Cavitation CAV03, Osaka, Japan*, November 2003.

[21] P. Bradshaw, D. Ferriss et N. Atwell : Calculation of boundary layer developement using the turbulent energy equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 28(3):593–616, 1967.

[22] C. E. Brennen : *Cavitation and bubble dynamics.* Oxford University Press, 1995. http ://resolver.caltech.edu/CaltechBOOK :1995.001.

[23] E. Brujan, K. Nahen, P. Schmidt et A. Vogel : Dynamics of laser-induced cavitation bubbles near an elastic boundary. *Journal of Fluid Mechanics*, 433:381–384, 2001.

[24] J. Businger, J. Wyngaard, Y. Izumi et E. Bradley : Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. *Journal of Atmospheric Sciences*, 28(2):181–189, 1971.

[25] M. Carretero : Etude expérimentale de la cavitation dans une veine fixe simulant l'écoulement d'un canal inter aubes d'un inducteur de moteur de fusée. *Stage de D.E.A. effectué au LEGI*, Septembre 1990.

[26] F. Caupin et E. Herbert : Cavitation in water : a review. *Comptes Rendus Physique*, 7(9-10):1000–1017, 2006.

[27] M. Champagnac : Modélisation du phénomène d'erosion de cavitation. *Mémoire de stage M2R effectué au LEGI*, 2007.

[28] C. Chang et M. Liou : A robust and accurate approach to computing compressible multiphase flow : stratified flow model and AUSM+-up scheme. *Journal of Computational Physics*, 225(1):840–873, 2007.

[29] K. Chien : Predictions of channel and boundary-layer flows with a low-reynolds number turbulence model. *AIAA Journal*, 20(1):33–38, 1982.

[30] T. Choffat : *Simulation des phénomènes de marquages et de perte de masse en érosion de cavitation.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.

[31] S. K. Choi, H. Y. Nam et M. Cho : A comparison of higher-order bounded convection schemes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 121(1-4):281 – 301, 1995.

[32] Y. Choi et C. Merkle : The application of preconditioning to viscous flows. *Journal of Computational Physics*, 105(2):207–223, 1993.

[33] S. Clerc : Numerical simulation of the homogeneous equilibrium model for two-phase flows. *Journal of Computational Physics*, 161(1):354–375, 2000.

[34] P. Cooper : Analysis of single and two-phase flow in turbopump inducers. *Journal of Engineering for Power*, 89:577–588, 1967.

[35] O. Coutier-Delgosha : *Modélisation des écoulements cavitants : étude des comportements instationnaires et application tridimensionnelle aux turbomachines.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.

[36] O. Coutier-Delgosha et J.-F. Devillers : Experimental and numerical study of the cavitating flow on a hydrofoil. *4th Joint Fluids Summer Engineering Conference*, 2, 2003.

[37] O. Coutier-Delgosha, R. Fortes-Patella et J.-L. Reboud : Simulation of unsteady cavitation with a two-equation turbulence model including compressibility effects. *Journal of Turbulence*, 3(58), 2002.

[38] O. Coutier-Delgosha, R. Fortes-Patella et J.-L. Reboud : Evaluation of the turbulence model influence on the numerical simulations of unsteady cavitation. *Journal of Fluids Engineering*, 25(1):38–45, 2003.

[39] O. Coutier-Delgosha, J. Reboud et Y. Delannoy : Numerical simulation of the unsteady behaviour of cavitating flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 42(5):527–548, 2003.

[40] O. Coutier-Delgosha, B. Stutz, A. Vabre et S. Legoupil : Analysis of cavitating flow structure by experimental and numerical investigations. *Journal of Fluid Mechanics*, 578:171–222, 2007.

[41] P. Couty : *Physical investigation of cavitation vortex collapse.* Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2002.

[42] P. Couty, M. Farhat et F. Avellan : Physical investigation of a cavitation vortex collapse. *Fourth International Symposium on Cavitation, California, USA*, 2001.

[43] P. Cruiziat, T. Ameglio et H. Cochard : La cavitation : un mécanisme perturbant la circulation de l'eau chez les végétaux. *Mécanique & industries*, 2(4):289–298, 2001.

[44] Y. Delannoy : *Modélisation d'écoulements instationnaires et cavitants.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1989.

[45] Y. Delannoy et J.-L. Kueny : Two phase flow approach in unsteady cavitation modelling. *In Cavitation and Multiphase Flow Forum, ASME-FED*, vol. 98, p. 153–158, 1990.

[46] J. Depont : Etude de l'influence des paramètres physiques et numériques du code de cavitation instationnaire iz. *Rapport de stage 2ème année ENSE*^{3}, 2009.

[47] J.-F. Devillers et M.-A. Leriche : Endoscopie d'une poche de cavitation sur un profil plan convexe en incidence. *9e Congrès FLUVISU - Rouen*, 2001.

[48] J. V. Doormaal et G. Raithby : Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*, 7(2):147–163, 1984.

[49] P. Downar-Zapolski, Z. Bilicki, L. Bolle et J. Franco : The non-equilibrium relaxation model for one-dimensional flashing liquid flow. *Int. Journal of Multiphase Flow*, 22(3):473–483, 1996.

[50] M. Dular, R. Bachert, B. Stoffel et B. Sirok : Experimental evaluation of numerical simulation of cavitating flow around hydrofoil. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 24:522–538, 2005.

[51] M. Dular, B. Stoffel et B. Sirok : Development of a cavitation erosion model. *Wear*, 261(5-6):642 – 655, 2006.

[52] N. Dumont : *Modélisation de l'écoulement diphasique dans les injecteurs Diesel.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2004.

[53] P. Durbin : On the k-3 stagnation point anomaly. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 17(1):89–90, 1996.

[54] J. Edwards et R. Franklin : Low-diffusion flux splitting methods for real fluid flows with phase transition. *AIAA Journal*, 38(9):1624–1633, 2000.

[55] G. Emanuel et B. M. Argrow : Linear dependence of the bulk viscosity on shock wave thickness. *Physics of Fluids*, 6(9):3203–3205, 1994.

[56] L. Eremeef : Turbines hydrauliques - essais - cavitation - référence bm4406. *Techniques de l'ingénieur*, 2009.

[57] R. Erney : *Verification and validation of single phase and cavitating flows using an open source CFD tool.* Master of science, Pennsylvania State University, 2008.

[58] M. Farhat : *Contribution à l'étude de l'érosion de cavitation : mécanismes hydrodynamiques et prédiction.* Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1994.

[59] A. Favre, L. Kovasznay, R. Dumas, J. Gaviglio et M. Coantic : *La Turbulence en mécanique des fluides : bases théoriques et expérimentales, méthodes statistiques.* Gauthier-Villars, 1976.

[60] F.Joussellin, J. Matringe et M. Carretero : Cavitation en eau froide étude expérimentales : -veine « venturi »-veine « profil ». *Rapport d'avancement CREMHyG*, Juillet 1990.

[61] N. G. Flores, J. Rolland, E. Goncalves, R. F. Patella et C. Rebattet : Head drop of spatial turbopump inducer. *CAV2006, Wageningen, The Netherlands*, 2006.

[62] J. Franc, F. Avellan, B. Belahadji, J. Billard, L. Briançon-Marjollet, D. Frechou, D. Fruman, A. Karimi, J. Kueny et J. Michel : *La cavitation : Mécanismes physiques et industriels.* Presses Universitaires de Grenoble, 1995.

[63] J.-P. Franc : Incubation time and cavitation erosion rate of work-hardening materials. *Journal of Fluids Engineering*, 131(2):021303, 2009.

[64] J. P. Franc et J. M. Michel : *Fundamentals of Cavitation.* Grenoble Sciences, 2005.

[65] S. Fujikawa et T. Akamatsu : The role of 'splashing' in the collapse of a laser-generated cavity near a rigid boundary. *Journal of Fluid Mechanics*, 97:481–512, 1980.

[66] B. Gindroz : *Lois de similitude dans les essais de cavitation des turbines Francis.* Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1991.

[67] V. Gleize et M. Costes : Low-mach-number preconditioning applied to turbulent helicopter fuselage flowfield computation. *AIAA Journal*, 41(4):653–662, 2003.

[68] E. Goncalves : Numerical study of cavitating flows with thermodynamic effect. *European Journal of Mechanics B/Fluids, accepted*, 2010.

[69] E. Goncalves, J. Decaix et R. F. Patella : Unsteady simulation of cavitationg flows in venturi. *In 9th Int. Conference on Hydrodynamics, Shanghai, Chine*, 11-15 October 2010.

[70] E. Goncalves et R. F. Patella : Numerical simulation of cavitating flows with homogeneous models. *Computers & Fluids*, 38(9):1682–1696, 2009.

[71] E. Goncalves et R. F. Patella : Numerical study of cavitating flows with thermodynamic effect. *Computers & Fluids*, 39(1):99–113, 2010.

[72] E. Goncalves Da Silva, M. Champagnac et P. Regiane Fortes : Comparison of Numerical Solvers for Cavitating Flows. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 24(6):201–216, 2010.

[73] H. Grogger et A. Alajbegovic : Calculation of the cavitating flow in venture geometries using two fluid model. *In ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, June 1998.

[74] H. Guillard et C. Viozat : On the behaviour of upwind schemes in the low Mach number limit. *Computers & Fluids*, 28(1):63–86, 1999.

[75] L. Guittet : Outil de prédimensionnement des hydroliennes darrieus : Aspects expérimental et numérique. *Mémoire de D.R.T.*, Juin 2005.

[76] N. Hakimi : *Preconditioning methods for time dependent Navier-Stokes equations.* Thèse de doctorat, Vrije University, Brussels, Belgique, 1998.

[77] F. G. Hammitt : Cavitation erosion : the state of the art and predicting capability. *Applied Mechanics Reviews*, 1979.

[78] K. Hanjalic : *Two Dimensional Asymmetrical Turbulent Flow in Ducts.* Thèse de doctorat, Imperial College, 1970.

[79] K. Hanjalic : Closure models for incompressible turbulent flows. http ://filebox.vt.edu/s/ssadek/hanjalic.pdf, 2004.

[80] F. H. Harlow et J. E. Welch : Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface. *Physics of Fluids*, 8(12): 2182–2189, 1965.

[81] A. Hellsten : Some improvements in menter's $k-\omega$ sst turbulence model. *AIAA-paper 98-2554, In 29th AIAA Fluid Dynamics Conference, Albuquerque, New Mexico*, 1998.

[82] P. Helluy et N. Seguin : Relaxation models of phase transition flows. *Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 40(2):331–352, 2006.

[83] P. Henry : *Turbomachines hydrauliques : Choix illustré de réalisations marquantes.* Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1992.

[84] E. Herbert, S. Balibar et F. Caupin : Cavitation pressure in water. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, 74(4), 2006.

[85] R. Hickling et M. S. Plesset : Collapse and rebound of a spherical bubble in water. *Physics of Fluids*, 7(1), 1964.

[86] S. F. Hoerner : *Fluid-Dynamic Drag.* Library of Congress Catalog Card Number 64-19666, 1993.

[87] S. F. Hoerner et H. V. Borst : *Fluid-Dynamic Lift.* Library of Congress Catalog Card Number 75-17441, 1992.

[88] J. Hord : Cavitation in liquid cryogens, vol 4, combined correlations for venturi, hydrofoil, ogives and pumps. Rap. tech., NASA, 1974. TM CR-2448.

[89] A. Hosangadi et V. Ahuja : Numerical study of cavitation in cryogenic fluids. *Journal of Fluids Engineering*, 127(2):267–281, 2005.

[90] B. Hotz-Hart : *Petites centrales hydrauliques - Turbines hydrauliques.* Office fédéral des questions conjoncturelles, 1995.

[91] E. Hovmöller : The trough-and-ridge diagram. *Tellus*, 1(2), 1949.

[92] W. Huon : *Ariane : Une épopée européenne.* ETAI, 2007.

[93] M. Ishii : Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow. *Collection de la direction des études et recherches d'Electricité de France, Eyrolles*, 1975.

[94] C. Iyer et S. Ceccio : The influence of developed cavitation on the flow of a turbulent shear layer. *Physics of Fluids*, p. 3414–3431, 2002.

[95] J. Jakobsen : On the mechanism of head breakdown in cavitating inducers,. *Transactions of the ASME. Series D, Journal of Basic Engineering*, p. 291–305, June 1964.

[96] A. Jameson : Time dependent calculations using multigrid with applications to unsteady flows past airfoils and wings. *In AIAA paper 91-1259, 10th Computational Fluid Dynamics Conference, Honolulu (HI)*, 1991.

[97] A. Jameson, W. Schmidt et E. Turkel : Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time stepping schemes. *In AIAA Paper 81–1259*, June 1981.

[98] D. Jamet, C. Fouillet, P. Ruyer et J. Klinger : Méthodes à interfaces diffuses pour la modélisation des écoulements multiphasiques. *In Progrès récents des méthodologies de modélisation des écoulements diphasiques, conférence SHF, Lyon, France*, 2004.

[99] A. Jaumotte et P. Decock : Turbopompes - référence b470a. *Techniques de l'ingénieur*, 1991.

[100] W. Jones et B. Launder : The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(2):301–314, February 1972.

[101] H. Kato, T. Maeda et A. Magaino : Mechanism and scaling of cavitation erosion. *Proceedings of 12th ONR symposium*, june 1978.

[102] A. P. Keller : Cavitation scale effects empirically found relations and the correlation of cavitation number and hydrodynamic coefficients. *Fourth International Symposium on Cavitation*, June 2001.

[103] T. Kimura, Y. Yoshida, T. Hashimoto et M. Shimagaki : Numerical simulation for unsteady cavitating flow in a turbopump inducer. *In 6th International Symposium on Cavitation CAV2006, Wageningen, The Netherlands*, September 11-15 2006.

[104] T. Kloczko, C. Corre et A. Beccantini : Low-cost implicit schemes for all-speed flows on unstructured meshes. *Int. Journal for Numerical Methods in Fluids*, 58(5):493–526, 2008.

[105] A. N. Kolmogorov : Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1941. traduit en anglais en 1958.

[106] A. N. Kolmogorov : The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1941. traduit en anglais en 1951.

[107] A. N. Kolmogorov : Equations of turbulent motion of an incompressible fluid. *Izvestiya Akademii Nauk SSSR*, 1942. traduit en anglais en 1968.

[108] J. Kueny, T. Maitre et J. Reboud : Modélisation de la cavitation tridimensionnelle dans les pompes = 3d modelling of cavitating flows in pumps. *Houille blanche*, 47(7-8):637–642, 1992.

[109] R. Kunz, D. Boger, D. Stinebring, T. Chyczewski, J. Lindau, H. Gibeling, S. Venkateswaran et T. Govindan : A preconditioned navier-stokes method for two-phase flows with application to cavitation prediction. *Computers & Fluids*, 29(8):849–875, 2000.

[110] B. Launder et B. Sharma : Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Letters in Heat and Mass Transfer*, 1974.

[111] Y. Lecoffre : *La cavitation : traqueurs de bulles*. Hermès, 1994.

[112] B. P. Leonard : Simple high-accuracy resolution program for convective modelling of discontinuities. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 8:1291–1318, 1988.

[113] J. Lindau, R. Kunz, S. Venkateswaran et D. Boger : Application of preconditioned, multiple-species, navier stockes models to cavitating flows. *Fourth International Symposium on Cavitation*, 2001.

[114] H. Luo, J. Baum et R. Lohner : A fast, matrix-free implicit method for compressible flows on unstructured grids. *Journal of Computational Physics*, 146(2):664–690, 1998.

[115] H. Luo, J. Baum et R. Lohner : An accurate, fast, matrix-free implicit method for computing unsteady flows on unstructured grids. *Computers & Fluids*, 30(2):137–159, 2001.

[116] F. Mahjoub : Prodige programme diphasique gaz-eau, notice de l'utilisateur. *Commande Aérospatiale n°42 E3032699 32189Q, rapport final, Novembre*, 1994.

[117] F. Mahjoub : *Modélisation diphasique du comportement transitoire d'interfaces liquide/gaz : application aux bulles attachées à des corps en mouvement.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1995.

[118] H. Mathis : *Etude théorique et numérique des écoulements avec transition de phase.* Thèse de doctorat, Université de Strasbourg, 2010.

[119] I. Mejri, F. Bakir et R. Rey : Comparison of computational results obtained from a homogeneous cavitation model with experimental investigations of three inducers. *Journal of Fluids Engineering*, 128(6):1308–1323, 2006.

[120] F. Menter : Improved two-equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows. Rap. tech., NASA Technical Memorandum 103975, October 1992.

[121] F. Menter : Zonal two equation $k-\omega$ turbulence models for aerodynamic flows. *In AIAA 93–2906, 24th Fluid Dynamics Conference – Orlando, Florida*, July 6–9 1993.

[122] F. Menter : Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8):1598–1605, 1994.

[123] F. Menter, M. Kuntz et R. Langtry : Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. *Turbulence Heat and Mass Transfer 4*, 4, 2003.

[124] F. R. Menter : A comparison of some recent eddy-viscosity turbulence models. *Journal of Fluids Engineering*, 118(3):514–519, 1996.

[125] C. Merkle, J. Feng et P. Buelow : Computational modeling of the dynamics of sheet cavitation. *In 3rd International Symposium on Cavitation CAV1998, Grenoble, France*, April 1998.

[126] O. L. Metayer : *Modélisation et résolution de la propagation de fronts perméables : application aux fronts d'évaporation et de détonation.* Thèse de doctorat, Université de Provence, 2003.

[127] O. L. Metayer, J. Massoni et R. Saurel : Elaborating equations of state of a liquid and its vapor for two-phase flow models. *Int. Journal of Thermal Sciences*, 43:265–276, 2004.

[128] O. L. Metayer, J. Massoni et R. Saurel : Modelling evaporation fronts with reactive Riemann solvers. *Journal of Computational Physics*, 205(2):567–610, 2005.

[129] S. Mimouni, A. Archer, J. Lavieville, M. Boucker et N. Mechitoua : Modélisation et simulation des écoulements cavitants par une approche diphasique. *La Houille Blanche*, 6:121–128, 2006.

[130] J. Moreau, O. Simonin et C. Habchi : A numerical study of cavitation influence on diesel jet atomisation. *In 19th annual meeting of the institute*

for liquid atomization and spray systems, Notthingham, England, September 2004.

[131] S. Moteurs : Etude de l'influence du critère de convergence du système linéaire sur la qualité et le temps de restitution d'un calcul de chambre. REPORT NUMBER : CR/CFD/04/104, 2004.

[132] C. Naude et A. Ellis : On the mechanism of cavitation damage by non-hemispherical cavities collapsing in contact with a solid boundary. *Journal of Basic Engineering*, 83:648–656, 1961.

[133] NIST : Webbook de chimie. http ://webbook.nist.gov/.

[134] R. F.-P. O. Coutier-Delgosha, J.L. Reboud : Numerical study of the effect of the leading edge shape on cavitation around inducer blade sections. *In International Symposium on Cavitation CAV2001, Pasadena, California*, 2001.

[135] K. Ooi : Scale effects on cavitation inception in submerged water jets : a new look. *The Journal of Fluid Mechanics*, 151:367–390, 1985.

[136] S. Orszag : *ReNormalization Group Modelling and Turbulence Simulations, Near Wall Turbulent Flows.* Elsevier Science, Amsterdam, The Netherlands, 1993.

[137] H. Paillere, C. Corre et J. G. Cascales : On the extension of the ausm+ scheme to compressible two-fluid models. *Computers & Fluids*, 32(6):891–916, 2003.

[138] S. Patankar et D. Spalding : Turbulence models for near-wall and low Reynolds number flows : A review. *Int. Journal for Heat and Mass Transfer*, 15:1787–1795, 1972.

[139] S. V. Patankar : *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.* Hemisphere Publishing Corporation, 1980.

[140] R. F. Patella : *Analyse de l'érosion de cavitation par simulations numériques d'impacts.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1994.

[141] R. F. Patella, S. Barre et J. Reboud : Experiments and modelling of cavitating flows in Venturi : part II, unsteady cavitation. *In 6th International Symposium on Cavitation CAV2006, Wageningen, The Netherlands*, September 11-15 2006.

[142] J. Pauchet, A. Retailleau et J. Woillez : The prediction of cavitation inception in turbulent water jets. *Cavitation and Multiphase Flow Forum - ASME*, 135:149–158, 1992.

[143] E. Perez : Ariane 5 user's manual. *Arianespace*, 2008.

[144] F. Petitpas, J. Massoni, R. Saurel, E. Lapedie et L. Munier : Diffuse interface model for high speed cavitating underwater systems. *Int. Journal of Multiphase Flow*, 35:747–759, 2009.

[145] S. Poivet, F. Nallet, C. Gay et P. Fabre : Cavitation-induced force transition in confined viscous liquids under traction. *Europhysics Letters*, 62: 244, 2003.

[146] S. Pope : An explanation of the turbulent round-jet/plane-jet anomaly. *AIAA Journal*, 16:279–281, 1978.

[147] S. B. Pope : The calculation of turbulent recirculating flows in general orthogonal coordinates. *Journal of Computational Physics*, 26(2):197 – 217, 1978.

[148] B. Pouffary : *Simulation numérique d'écoulements 2D/3D cavitants, stationnaires et instationnaires.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004.

[149] L. Prandtl : Bericht ueber untersuchungen zur ausgebileten turbulenz. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 5(2):136–139, 1925.

[150] G. Prangsma, A. Alberga et J. Beenakker : Ultrasonic determination of the volume viscosity of n_2, co, ch_4 and cd_4 between 77 and 300 k. *Physica*, 64(2):278–288, 1973.

[151] E. Rapposelli et L. d'Agostino : A barotropic cavitation model with thermodynamic effects. *In 5th International Symposium on Cavitation CAV2003, Osaka, Japan*, November 1-4 2003.

[152] L. Rayleigh : On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *Philosophical Magazine*, 34:94–98, 1917.

[153] C. Rebattet, M. Wegner, P. Morel et C. Bonhomme : Inducer design that avoids rotating cavitation. *In AFI conference, Sandai, Japan*, 4-5 October 2001.

[154] J.-L. Reboud : *Réponse Impulsionnelle d'un Milieu Elastoplastique.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1987.

[155] J.-L. Reboud, O. Coutier-Delgosha et R. F. Patella : Amélioration du code de calcul iz - rapport final. *Convention CNES/INPG, Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels*, Novembre 2003.

[156] J.-L. Reboud, B. Stutz et O. Coutier : Two-phase flow structure of cavitation : experiment and modelling of unsteady effects. *In 3rd International Symposium on Cavitation CAV1998, Grenoble, France*, 1998.

[157] O. Reynolds : On the internal cohesion of liquids and the suspension of a column of mercury to a height of more tan double tant of a barometer. *Mem. Manchester Lit. Phil. Soc.*, 7:1–19, 1882.

[158] F. P. Richard Saurel et R. Abgrall : Modelling phase transition in metastable liquids : application to cavitating and flashing flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 607:313–350, 2008.

[159] L. F. Richardson : *Weather Prediction by Numerical Process.* Cambridge University Press, 1922.

[160] J. Roach : Snapping shrimp stun prey with flashy bang. *National Geographic*, 2001.

[161] W. Rodi : *Turbulence models and their application in hydraulics.* International association for hydraulic research, 1984.

[162] P. Roe : Approximate Riemann solvers, parameters vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43:357–372, 1981.

[163] J. Rolland : *Modélisation des écoulements cavitants dans les inducteurs de turbopompes : prise en compte des effets thermodynamiques.* Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2008.

[164] J. Rolland, G. Boitel, S. Barre, E. Goncalves et R. Fortes-Patella : Experiments and modelling of cavitating flows in venturi, part i : stable cavitation. *In 6th International Symposium on Cavitation CAV2006, Wageningen, The Netherlands*, 2006.

[165] G. Ryskin et L. Leal : Orthogonal mapping. *Journal of Computational Physics*, 50(1):71 – 100, 1983.

[166] S. G. SAFRAN : Propulsion spatiale : Hm7b. On the WWW, at `http://www.snecma.com/IMG/pdf/HM7B_fr.pdf`, 2010. PDF file.

[167] S. G. SAFRAN : Propulsion spatiale : Vinci®. On the WWW, at `http://www.snecma.com/IMG/pdf/VINCI_fr-2.pdf`, 2010. PDF file.

[168] S. G. SAFRAN : Propulsion spatiale : Vulcain®2. On the WWW, at `http://www.snecma.com/IMG/pdf/VULCAIN_2_fr_2-2.pdf`, 2010. PDF file.

[169] Y. Saito, I. Nakamori et T. Ikohagi : Numerical analysis of unsteady vaporous cavitating flow around a hydrofoil. *In 5th International Symposium on Cavitation CAV2003, Osaka, Japan*, 1-4 November 2003.

[170] I. Saletes : *Cavitation par excitation acoustique bifréquentielle : application à la thrombolyse ultrasonore.* Thèse de doctorat, Université de Lyon, 2009.

[171] J. Sargison, G. Walker et R. Rossi : Design and calibration of a wind tunnel with a two dimensional contraction. *15th Australasian Fluid Mechanics Conference, The University of Sydney, Sydney, Australia*, December 2004.

[172] J. Sauer et G. Schnerr : Unsteady cavitating flow - a new cavitation model based on modified front capturing method and bubble dynamics. *In ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, Boston, USA*, June 2000.

[173] R. Saurel et R. Abgrall : A multiphase godunov method for compressible multifluid and multiphase flows. *Journal of Computational Physics*, 150(2): 425–467, 1999.

[174] R. Saurel et R. Abgrall : A simple method for compressible multifluid flows. *SIAM Journal of Scientific Computing*, 21(3):1115–1145, 1999.

[175] R. Saurel, J. Cocchi et P. B. Butler : Numerical study of cavitation in the wake of a hypervelocity underwater projectile. *Journal of Propulsion and Power*, 15(4):513–522, 1999.

[176] R. Saurel et O. L. Metayer : A multiphase model for compressible flows with interfaces, shocks, detonation waves and cavitation. *Journal of Fluid Mechanics*, 431:239–271, 2001.

[177] D. Schmidt : *Cavitation in Diesel fuel injector nozzles.* Thèse de doctorat, University of Wisconsin-Madison, 1997.

[178] D. Schmidt, C. Rutland et M. L. Corradini : A fully compressible, two-dimensional model of small, high-speed, cavitating nozzles. *Atomization and Sprays*, 3:255–276, 1999.

[179] F. G. Schmitt : L'hypothèse de boussinesq est-elle une "approximation" ? *In 16eme Congrès Français de Mécanique*, Septembre 2003.

[180] G. Schnerr, S. Schmidt, I. Sezal et M. Thalhamer : Shock and wave dynamics of compressible liquid flows with special emphasis on unsteady load on hydrofoils and on cavitation in injection nozzles. *In 6th International Symposium on Cavitation CAV2006, Wageningen, The Netherlands*, September 2006.

[181] I. Senocak : *Computational methodology for the simulation of turbulent cavitating flows.* Thèse de doctorat, University of Florida, USA, 2002.

[182] I. Senocak et W. Shyy : Numerical simulation of turbulent flows with sheet cavitation. *In International Symposium on Cavitation CAV2001, Pasadena, California*, 2001.

[183] I. Senocak et W. Shyy : A pressure-based method for turbulent cavitating flow computations. *Journal of Computational Physics*, 176(2):363–383, 2002.

[184] I. Senocak et W. Shyy : Interfacial dynamics-based modelling of turbulent cavitating flows, part 1 : model development and steady-state computations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 44:975–995, 2004.

[185] I. Senocak et W. Shyy : Interfacial dynamics-based modelling of turbulent cavitating flows, part 2 : Time-dependent computations. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 44:997–1016, 2004.

[186] Y. Q. Sheng : *Modifications to the SIMPLE method for buoyancy-driven flows.* Thèse de doctorat, McMaster University, 1999.

[187] T.-H. Shih, W. W. Liou, A. Shabbir, Z. Yang et J. Zhu : A new $k-\epsilon$ eddy viscosity model for high reynolds number turbulent flows. *Computers & Fluids*, 24(3):227–238, March 1995.

[188] T.-H. Shih et J. Zhu : A realizable reynolds stress algebraic. equation model. *NASA Technical Memorandum 105993*, 1993.

[189] A. Shima, K. Takayama et Y. Tomita : Mechanism of impact pressure generation from spark-generated bubble collapse near a wall. *AIAA Journal*, 21, 1983.

[190] A. Singhal, M. Athavale, H. Li et Y. Jiang : Mathematical basis and validation of the full cavitation model. *Journal of Fluids Engineering*, 124(3): 617–624, 2002.

[191] E. Sinibaldi, F. Beux et M. Salvetti : A numerical method for 3D barotropic flows in turbomachinery. *Flow Turbulence Combustion*, 76:371–381, 2006.

[192] A. M. O. Smith et T. Cebeci : Numerical solution of the turbulent-boundary-layer equations. Douglas aircraft division report DAC 33735, 1967.

[193] C. Song : Current status of cfd for cavitating flows. *In 9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Honolulu, Hawaï*, 10-14 February 2002.

[194] C. Song et J. HE : Numerical simulation of cavitating flows by single-phase flow approach. *In* 3rd *International Symposium on Cavitation, Grenoble, France*, April 1998.

[195] E. Steudle : Trees under tension. *Nature*, 378:663–664, 1995.

[196] B. Stutz et J. Reboud : Two-phase flow structure of sheet cavitation. *Physic of Fluids*, 9(12):3678–3686, 1997.

[197] B. Stutz et J.-L. Reboud : Measurements within unsteady cavitation. *Experiments in fluids*, 29(6):545–552, 2000.

[198] S. Tatsumi, L. Martinelli et A. Jameson : Flux-limited schemes for the compressible Navier-Stokes equations. *AIAA Journal*, 33(2):252–261, 1995.

[199] H. Tennekes et J. L. Lumley : *A first course in turbulence.* Massachusetts Institute of Technology Press, 1972.

[200] Y. Tomita et A. Shima : Mechanisms of impulsive pressure generation and damage pit formation by bubble collapse. *Journal of Fluid Mechanics*, 169, 1986.

[201] R. Tong, W. Schiffers, S. Shaw, J. Blake et D. Emmony : The role of 'splashing' in the collapse of a laser-generated cavity near a rigid boundary. *Journal of Fluid Mechanics*, 380, 1999.

[202] E. Turkel : Preconditioned methods for solving the incompressible and low speed compressible equations. *Journal of Computational Physics*, 72(2):277–298, 1987.

[203] H. Ugajin, M. Kawai, K. Okita et Y. Matsumoto : Numerical simulation of unsteady cavitating flow in a turbopump inducer. *In 42th Joint Propulsion Conference, Sacramento, California*, July 9-12 2006.

[204] H. Ugajin, O. Watanabe, M. Kawai et S. Kobayashi : Numerical simulation of cavitating flow in inducers. *In 40th Joint Propulsion Conference, Fort Lauderdale, Florida*, July 11-14 2004.

[205] Y. Utturkar, J. Wu, G. Wang et W. Shyy : Recent progress in modelling of cryogenic cavitation for liquid rocket propulsion. *Progress in Aerospace Sciences*, 41:558–608, 2005.

[206] S. Venkateswaran, J. Lindau, R. Kunz et C. Merkle : Computation of multiphase mixture flows with compressibility effects. *Journal of Computational Physics*, 180(1):54–77, 2002.

[207] Y. Ventikos et G. Tzabiras : A numerical study of the steady and unsteady cavitation phenomenon around hydrofoils. *In CAV1995 Deauville, France*, May 1995.

[208] M. Versluis, B. Schmitz, A. von der Heydt et D. Lohse : How snapping shrimp snap : Through cavitating bubbles. *Science*, 289(5487):2114–2117, 2000.

[209] H. Versteeg et W. Malalasekera : *An Introduction to computational fluid dynamics The Finite Volume Method - second edition.* PEARSON Prentice Hall, 2007.

[210] VOLVO-AERO : Lh2 turbine vulcain and vulcain 2 engines. On the WWW, at `http://www.volvo.com/NR/rdonlyres/0/LH2Turbine2005.pdf`, 2010. PDF file.

[211] VOLVO-AERO : Lox turbine vulcain and vulcain 2 engines. On the WWW, at `http://www.volvo.com/NR/rdonlyres/0/LOXTurbine2005.pdf`, 2010. PDF file.

[212] C. Vortmann, G. H. Schnerr et S. Seelecke : Thermodynamic modeling and simulation of cavitating nozzle flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24(5):774 – 783, 2003.

[213] G. Wallis : *One-dimensional two-phase flow.* New York : McGraw-Hill, 1969.

[214] T. Wei : "gray's paradox" solved. *Rensselaer Polytechnic Institute News*, 2008.

[215] D. Wilcox : Reassement of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*, 26(11):1299–1310, 1988.

[216] D. Wilcox : *Turbulence Modeling for CFD.* DCW Industries Inc., 1998.

[217] D. C. Wilcox : Formulation of the k-ω turbulence model revisited. *AIAA Journal*, 46(11):2823–2838, 2008.

[218] A. B. Wood : *A Textbook of Sound : Being an account of the Physics of vibrations with special Reference to Recent Theoretical and Technical Developments.* G. Bell and Sons, Ltd., 1930.

[219] X. Wu, G. Homsy et P. Moin : Flow over a backward-facing step (spanwise vorticity). CENTER FOR TURBULENCE RESEARCH - Gallery. http ://www.stanford.edu/group/ctr/gallery.html.

[220] W. Xie, T. Liu et B. Khoo : Application of a one-fluid model for large scale homogeneous unsteady cavitation : The modified schmidt model. *Computers & Fluids*, 35(10):1177–1192, December 2006.

[221] V. Yakhot, S. Orszag, S. Thangam, T. Gatski et C. Speziale : Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique. *Physics of Fluids A*, 4(7):1510–1520, 1992.

[222] C. Yannick : *Instabilités de cavitation dans les inducteurs : analyse et modélisation de l'écoulement instationnaire en grille d'aubes.* Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 2000.

[223] J. Yo : *Jet Diesel haute pression en champ proche et lointain : étude par imagerie.* Thèse de doctorat, Université de Rouen, 2003.

[224] H. Yoon, M. Ishii et S. Revankar : Choking flow modeling with mechanical and thermal non-equilibrium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49:171–186, 2006.

[225] M. V. Zagarola et A. J. Smits : Mean-flow scaling of turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 373(-1):33–79, 1998.

[226] A. Zeghib et K. Talbi : Comparaison des différents modèles de turbulence d'un écoulement aérodynamique dans un cyclone. *Revue des Energies Renouvelables CISM'08 Oum El Bouaghi*, p. 311 – 324, 2008.

[227] X. Zhang, L. Qiu, Y. Gao et X. Zhang : Computational fluid dynamic study on cavitation in liquid nitrogen. *Cryogenics*, 48(9-10):432–438, 2008.

[228] J. Zhu : A low-diffusive and oscillation-free convection scheme. *Communications in Applied Numerical Methods*, 7(3):225–232, 1991.

Modélisation numérique des écoulements cavitants : application à des écoulements 2D instationnaires

Maxime Champagnac

Institut Polytechnique de Grenoble

Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels
LEGI, UMR 5519, CNRS-UJF-GINP

Mots-clés :
cavitation ; modèles homogènes ; simulation RANS

Résumé :
Un des principaux objectifs des études menées actuellement en cavitation appliquée aux turbopompes spatiales est de calculer des écoulements instationnaires cavitants de fluides cryogéniques en géométrie réelle. Du fait de la difficulté de simuler des cas industriels en condition cryogénique, des simulations sont effectuées sur des cas plus académiques en eau froide. Le présent travail a pour objectif principal l'étude numérique d'écoulements cavitants instationnaires en géométries bidimensionnelles de type Venturi et couche de mélange. Les validations sont effectuées à partir de bases de données expérimentales du LEGI.

Key words :
cavitation ; homogeneous models ; RANS simulation

Abstract :
One of the main objectives of the studies led for a better understanding of the cavitation phenomenon appearing in the spatial turbopumps is to simulate unsteady cryogenic caviting flows in realistic geometries. Because of the large difficulties to compute industrial cases, simulations are made on more academic cases with cold water. The present work has for purpose the numerical study of unsteady cavitating flows on two-dimensional geometries such as Venturi type and mixing layer flows. Validations are performed from experimental databases of the LEGI lab.