



**HAL**  
open science

# Commande locale décentralisée de robots mobiles en formation en milieu naturel

Audrey Guillet

► **To cite this version:**

Audrey Guillet. Commande locale décentralisée de robots mobiles en formation en milieu naturel. Autre. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2015. Français. NNT : 2015CLF22609 . tel-01308532

**HAL Id: tel-01308532**

**<https://theses.hal.science/tel-01308532>**

Submitted on 28 Apr 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 2609

EDSPIC : 713

UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL-CLERMONT II  
ÉCOLE DOCTORALE  
SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR DE CLERMONT-FERRAND

# Thèse

Présentée par

Audrey GUILLET

Ingénieur IFMA

pour obtenir

le grade de : DOCTEUR D'UNIVERSITÉ  
Spécialité VISION POUR LA ROBOTIQUE

*Commande locale décentralisée de robots mobiles  
en formation en milieu naturel*

Soutenue publiquement le 30 octobre 2015 devant le jury :

M.	Alain	MICAELLI	Président
MM.	Philippe	MARTINET	Rapporteur
	Cédric	PRADALIER	Rapporteur
	Benoît	THUILOT	Examineur
	Michel	BERDUCAT	Examineur
	Roland	LENAIN	Directeur de thèse



# Résumé

La problématique étudiée dans cette thèse concerne le guidage en formation d'une flotte de robots mobiles en environnement naturel. L'objectif poursuivi par les robots est de suivre une trajectoire connue (totalement ou partiellement) en se coordonnant avec les autres robots pour maintenir une formation décrite comme un ensemble de distances désirées entre les véhicules.

Le contexte d'évolution en environnement naturel doit être pris en compte par les effets qu'il induit sur le déplacement des robots. En effet, les conditions d'adhérence sont variables et créent des glissements significatifs des roues sur le sol. Ces glissements n'étant pas directement mesurables, un observateur est mis en place, permettant d'obtenir une estimation de leur valeur. Les glissements sont alors intégrés au modèle d'évolution, décrivant ainsi un modèle cinématique étendu. En s'appuyant sur ce modèle, des lois de commande adaptatives sur l'angle de braquage et la vitesse d'avance d'un robot sont alors conçues indépendamment, asservissant respectivement son écart latéral à la trajectoire et l'interdistance curviligne de ce robot à une cible. Dans un second temps, ces lois de commande sont enrichies par un algorithme prédictif, permettant de prendre en compte le comportement de réponse des actionneurs et ainsi d'éviter les erreurs conséquentes aux retards de la réponse du système aux commandes.

À partir de la loi de commande élémentaire en vitesse permettant d'assurer un asservissement précis d'un robot par rapport à une cible, une stratégie de commande globale au niveau de la flotte est établie. Celle-ci décline l'objectif de maintien de la formation en consigne d'asservissement désiré pour chaque robot. La stratégie de commande bidirectionnelle conçue stipule que chaque robot définit deux cibles que sont le robot immédiatement précédent et le robot immédiatement suivant dans la formation. La commande de vitesse de chaque robot de la formation est obtenue par une combinaison linéaire des vitesses calculées par la commande élémentaire par rapport à chacune des cibles. L'utilisation de coefficients de combinaison constants au sein de la flotte permet de prouver la stabilité de la commande en formation, puis la définition de coefficients variables est envisagée pour adapter en temps réel le comportement de la flotte.

La formation peut en effet être amenée à évoluer, notamment en fonction des impératifs de sécurisation des véhicules. Pour répondre à ce besoin, chaque robot estime en temps réel une distance d'arrêt minimale en cas d'urgence et des trajectoires d'urgence pour l'évitement du robot précédent. D'après la configuration de la formation et les comportements d'urgence calculés, les distances désirées au sein de la flotte peuvent alors être modifiées en ligne afin de décrire une configuration sûre de la formation.

**Mots-clefs :** *Robots mobiles à roues, commande en formation, asservissement latéral et longitudinal, modélisation cinématique étendue, commande adaptative, commande prédictive, stabilité par Lyapunov, environnement naturel*



# Abstract

## Local decentralized control of a formation of mobile robots in off-road context

This thesis focuses on the issue of the control of a formation of wheeled mobile robots travelling in off-road conditions. The goal of the application is to follow a reference trajectory (entirely or partially) known beforehand. Each robot of the fleet has to track this trajectory while coordinating its motion with the other robots in order to maintain a formation described as a set of desired distances between vehicles.

The off-road context has to be considered thoroughly as it creates perturbations in the motion of the robots. The contact of the tire on an irregular and slippery ground induces significant slipping and skidding. These phenomena are hardly measurable with direct sensors, therefore an observer is set up in order to get an estimation of their value. The skidding effect is included in the evolution of each robot as a side-slip angle, thus creating an extended kinematic model of evolution. From this model, adaptive control laws on steering angle and velocity for each robot are designed independently. These permit to control respectively the lateral distance to the trajectory and the curvilinear interdistance of the robot to a target. Predictive control techniques lead then to extend these control laws in order to account for the actuators behavior so that positioning errors due to the delay of the robot response to the commands are cancelled.

The elementary control law on the velocity control ensures an accurate longitudinal positioning of a robot with respect to a target. It serves as a base for a global fleet control strategy which declines the overall formation maintaining goal in local positioning objective for each robot. A bidirectionnal control strategy is designed, in which each robot defines 2 targets, the immediate preceding and following robot in the fleet. The velocity control of a robot is finally defined as a linear combination of the two velocity commands obtained by the elementary control law for each target. The linear combination parameters are investigated, first defining constant parameters for which the stability of the formation is proved through Lyapunov techniques, then considering the effect of variable coefficients in order to adapt in real time the overall behavior of the formation.

The formation configuration can indeed be prone to evolve, for application purposes and to guarantee the security of the robots. To fulfill this latter requirement, each robot of the fleet estimates in real time a minimal stopping distance in case of emergency and two avoidance trajectories to get around the preceding vehicle if this one suddenly stops. Given the initial configuration of the formation and the emergency behaviors calculated, the desired distances between the robots can be adapted so that the new configuration thus described ensures the security of each and every robot of the formation against potential collisions.

**Keywords :** *Wheeled mobile robots, formation control, lateral and longitudinal servoing, extended kinematic model, adaptive control, predictive control, Lyapunov stability, off-road context*



# Remerciements

Voilà, nous y sommes... trois ans de travail qui trouvent leur aboutissement dans ce mémoire. Cet espace est l'occasion d'exprimer ma gratitude à l'égard de toutes les parties qui ont rendu possible et contribué à cette thèse.

Tout d'abord, ma reconnaissance s'adresse aux instituts de recherche qui ont été les porteurs de ce projet pour les moyens humains et matériels de grande qualité mis à disposition, à savoir l'Irstea (dirigé par Emmanuel HUGO) qui a accueilli cette thèse, ainsi que l'Institut Pascal (dirigé par Michel DHOME) et le CNRS.

Je tiens ensuite à remercier les membres qui ont accepté de participer à mon jury de thèse, en commençant par Alain MICAELLI, Directeur de Recherche au CEA LIST, pour avoir accepté de présider le jury, ainsi qu'à Philippe MARTINET, Professeur à l'École Centrale de Nantes, et Cédric PRADALIER, Professeur à GeorgiaTech Lorraine, pour avoir accepté d'être rapporteurs et pour leur relecture de ce mémoire.

Mes plus sincères remerciements vont naturellement à Roland LENAIN, mon directeur de thèse, tout d'abord pour m'avoir proposé cette thèse puis pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de ces trois années. Sa présence, son encadrement bienveillant au quotidien et son entrain ont indubitablement été des éléments décisifs dans le bon déroulement de ma thèse.

J'adresse aussi de chaleureux remerciements à Benoît THUILOT pour ses remarques pertinentes ayant toujours permis d'apporter un regard clair sur les voies de recherche à explorer, ainsi que pour sa rigueur proverbiale particulièrement appréciée. Je tiens en effet à le remercier pour les améliorations substantielles apportées à chaque occasion de publication par ses relectures et corrections minutieuses.

Ce travail a aussi été grandement facilité par tous les échanges et la bonne ambiance au quotidien, pour laquelle je suis reconnaissante à tout le personnel de l'Irstea.

Je tiens en particulier à remercier Christophe C. et Vincent pour leur disponibilité pour les expérimentations, pour avoir toujours été prêts à faire des journées de tracteurs (ou de débogage...) dans la campagne élavérine.

Je souhaite aussi exprimer ma gratitude à Jean-Baptiste, mon collègue de bureau avec qui j'ai pu partager tous ces moments de doute, d'euphorie passagère, voire de grand n'importe quoi qui jalonnent les étapes de cette aventure qu'est la thèse, avec une pensée pour Pierre, Riadh et Adrian pour avoir successivement supporté tout cela.

Des remerciements également à Michel BERDUCAT pour m'avoir permis de remettre en contexte mes recherches et de ne pas perdre de vue le contexte applicatif, ainsi qu'évidemment pour sa bonne humeur contagieuse.

Enfin, je terminerai en remerciant tous les collègues de l'équipe Romea (Myriam, Dieumet, Christophe D., Bernard, Thierry, Mathieu... pour ne citer qu'eux), qui ont tous contribué chacun à leur manière à cette thèse et à mon enrichissement tant professionnel que personnel.





# Table des matières

Résumé	i
Remerciements	v
Table des matières	vii
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Objectifs de la thèse	3
1.2 Contexte de travail	5
1.3 Organisation du mémoire	8
1.4 Contributions de la thèse	9
1.4.1 Commande totalement prédictive de la vitesse	9
1.4.2 Stratégie de commande locale décentralisée	9
1.4.3 Adaptation de la formation aux distances de sécurité	10
1.5 De la robotique mobile à la coopération de véhicules autonomes en environnement naturel	11
1.5.1 Commande des robots mobiles à roues	11
1.5.2 Approches existantes pour la coopération	15
1.5.3 Développements de la robotique en environnement naturel	18
1.5.4 Enjeux de la robotique pour le domaine agricole	21
<b>2 Modélisation analytique d'une flotte de robots mobiles</b>	<b>25</b>
2.1 Définition de la formation	26
2.2 Modélisation d'un robot mobile non-holonome	28
2.2.1 Représentation bicyclette	28
2.2.2 Modèle cinématique d'évolution sous l'hypothèse RSG	29
2.3 Modélisation de l'interaction roue-sol	33
2.3.1 Torseur des efforts au contact roue-sol	33
2.3.2 Évolution longitudinale	34
2.3.3 Évolution latérale	35
2.3.4 Modèles de contact	36
2.4 Modélisation de l'évolution du véhicule intégrant les phénomènes de glissement	49
2.4.1 Modèle dynamique	49
2.4.2 Modèle cinématique étendu	51

2.5	Observation des variables de glissement . . . . .	53
2.5.1	Principe de l'observation . . . . .	53
2.5.2	Observateur cinématique par retour d'état . . . . .	54
2.5.3	Observateur mixte cinématique-dynamique . . . . .	58
2.5.4	Glissements observés . . . . .	61
2.6	Conclusion et discussion . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Lois de commande pour la poursuite de cible</b>	<b>67</b>
3.1	Asservissement latéral sur la trajectoire . . . . .	69
3.1.1	Linéarisation exacte du modèle . . . . .	69
3.1.2	Loi de commande latérale . . . . .	71
3.2	Asservissement longitudinal pour la poursuite de cible . . . . .	74
3.3	Lois de commande prédictives . . . . .	76
3.3.1	Rappels de commande prédictive . . . . .	76
3.3.2	Identification des modèles de réponse . . . . .	78
3.3.3	Calcul des objectifs de commande . . . . .	78
3.3.4	Détermination des commandes optimales . . . . .	81
3.3.5	Conclusion sur les commandes prédictives . . . . .	84
3.4	Résultats expérimentaux . . . . .	85
3.4.1	Formation constante . . . . .	85
3.4.2	Formation variable . . . . .	89
3.4.3	Leader manuel . . . . .	93
3.5	Conclusion et discussion . . . . .	97
<b>4</b>	<b>Stratégie de commande multirobot</b>	<b>101</b>
4.1	Stabilité d'une flotte de robot mobile . . . . .	102
4.2	Stratégies de commande existantes . . . . .	104
4.2.1	Stratégies comportementales . . . . .	104
4.2.2	Structures virtuelles . . . . .	105
4.2.3	Commandes basées leader-suiveur . . . . .	106
4.3	Suivis de trajectoire basés leader . . . . .	108
4.3.1	Leader global . . . . .	109
4.3.2	Leader local, référencement de proche en proche . . . . .	111
4.3.3	Conclusion sur les approches leader-suiveur . . . . .	112
4.4	Référencement de proche en proche bidirectionnel . . . . .	113
4.4.1	Définition de la stratégie de commande . . . . .	113
4.4.2	Stabilité de la loi de commande . . . . .	114
4.4.3	Choix des paramètres des liaisons . . . . .	119
4.4.4	Résultats de simulation . . . . .	127
4.4.5	Résultats expérimentaux . . . . .	130
4.5	Conclusion et discussion . . . . .	133

<b>5</b>	<b>Intégrité de la flotte</b>	<b>135</b>
5.1	Estimation du comportement longitudinal . . . . .	136
5.1.1	Modèle du pneumatique . . . . .	136
5.1.2	Estimation des forces verticales . . . . .	138
5.1.3	Estimation du glissement longitudinal . . . . .	139
5.1.4	Estimation des forces longitudinales . . . . .	140
5.1.5	Estimation des rigidités longitudinales . . . . .	141
5.1.6	Synthèse de l'estimation du comportement longitudinal . . . . .	143
5.2	Arrêt d'urgence . . . . .	145
5.2.1	Dynamique d'arrêt désirée . . . . .	145
5.2.2	Commande d'arrêt d'urgence . . . . .	146
5.2.3	Résultats de simulation . . . . .	147
5.3	Distances d'évitement . . . . .	151
5.3.1	Trajectoire d'évitement cinématique . . . . .	151
5.3.2	Régulation latérale . . . . .	153
5.3.3	Régulation longitudinale . . . . .	155
5.3.4	Résultats de simulation . . . . .	157
5.3.5	Autres trajectoires d'évitement envisagées . . . . .	160
5.4	Synthèse de la mise en sécurité de la formation . . . . .	164
5.5	Conclusion et discussion . . . . .	166
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>169</b>
6.1	Conclusion des travaux . . . . .	169
6.2	Limitations et perspectives . . . . .	172
<b>A</b>	<b>Dispositifs expérimentaux</b>	<b>177</b>
A.1	Aroco . . . . .	178
A.2	RobuFAST . . . . .	179
A.3	Tracteurs agricoles . . . . .	180
A.4	Instrumentation . . . . .	182
A.4.1	GPS cinématique temps réel - GPS-RTK . . . . .	182
A.4.2	Centrale inertielle XSens MTi . . . . .	182
A.4.3	Module de communication sans fil . . . . .	183
A.4.4	Autres capteurs . . . . .	183
<b>B</b>	<b>Simulateurs</b>	<b>185</b>
B.1	Simulateur Matlab® . . . . .	186
B.2	Simulateur Cobaye . . . . .	187
	<b>Table des figures</b>	<b>189</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>193</b>



# Chapitre 1

## Introduction

Dans l'histoire de l'humanité, l'*Homo sapiens*, « l'homme savant », s'est distingué par sa capacité à exploiter les éléments de son environnement et à les transformer en outils. Ces outils lui ont alors permis d'être plus performant pour chercher de la nourriture et se protéger des prédateurs, ce qui a constitué un avantage évolutif décisif pour la domination de l'espèce. Avec l'évolution, le développement d'outils et des techniques de plus en plus développés lui ont permis d'assurer ces besoins primaires. Libéré de ces peurs primaires, l'Homme peut alors déployer des trésors de réflexion et d'adaptation pour toujours améliorer les outils existants et en imaginer de nouveaux à partir des principes physiques qu'il déduit de l'observation de la nature. Ces nouveaux outils et machines lui permettent alors d'améliorer ses conditions de travail et de réduire la pénibilité de la réalisation de ses tâches. Cette course au progrès a engendré les grandes révolutions industrielles dont nous sommes aujourd'hui les héritiers, à notre tour témoins et acteurs d'une nouvelle révolution numérique. Celle-ci, portée par les nouvelles technologies, nous conduit à présent à développer des robots, machines totalement autonomes effectuant une tâche sans intervention humaine.

Cet intérêt pour l'automatisation a déjà été largement mis en pratique dans les lignes de montage automatisées des usines, où les tâches répétitives et précises nécessaires à l'assemblage des produits se prêtent parfaitement aux capacités des automates et robots.

La robotique mobile, notamment au travers du contrôle automatisé de véhicules, a aussi été portée par cette demande d'affranchissement par et pour l'homme de certaines tâches fastidieuses, voire dangereuses. En premier lieu, le transport et le convoyage des marchandises à l'intérieur d'un site industriel a été étudié, notamment avec le développement de solutions de chariots filoguidés [Le 01]. Dans ce cas, le chariot se déplace dans un environnement défini et figé, géographiquement et structurellement, en suivant un fil de guidage, généralement enterré quelques centimètres sous la surface. L'environnement d'évolution des robots filoguidés est donc délimité et structuré pour les besoins de l'application, ce qui permet alors de limiter les besoins de perception de l'environnement par le robot.

Aujourd'hui, les capacités de calcul embarqué des ordinateurs ainsi que les outils de localisation permettent de voir émerger de nouvelles applications potentielles sortant des espaces clos et parfaitement contrôlés pour interagir avec le monde extérieur, ce qui nécessite des capacités

d'analyse et de décision. On envisage ainsi des applications de conduite autonome, d'exploration ou de surveillance. Si le secteur routier présente un intérêt certain pour l'automatisation de véhicules [IFS14] et le développement de systèmes de transport intelligents [eur], d'autres secteurs s'intéressent aussi à développer ces outils. On considère en particulier le secteur agricole [Bou14], qui est le deuxième secteur « consommateur » de robotique après l'industrie. La robotique s'est principalement implantée dans les exploitations agricoles via les robots de traite qui sont aujourd'hui complètement démocratisés et intégrés à l'outil de production. L'intérêt pour la robotique s'en est alors trouvé accru et la demande pour de nouvelles solutions permettant de réduire la pénibilité de certaines tâches est aujourd'hui réelle. La robotique mobile entre dans ce mouvement par l'automatisation partielle des tracteurs pour le parcours de parcelle avec un recouvrement optimal grâce à l'apparition et au développement du GPS qui est utilisé comme système d'aide à la conduite ou comme système de guidage automatique pour l'avance en ligne droite dans les champs. C'est dans ce contexte que les travaux présentés dans ce mémoire s'intègrent en premier lieu, dans le but d'étendre ces systèmes d'un à plusieurs véhicules coopérants.

La coopération de véhicules autonomes offre en effet des possibilités de développement des applications envisagées. L'utilisation d'une flotte de robots coopérants peut alors représenter un gain de temps en utilisant plusieurs véhicules identiques réalisant une tâche identique, telle que le traitement d'une parcelle agricole, en parallèle. La coopération s'impose aussi dans le cadre de l'automatisation de tâches plus complexes nécessitant l'apport de plusieurs acteurs, via des actions coordonnées mais distinctes de plusieurs robots. On pense dans ce cas entre autres aux opérations de fauchage nécessitant l'avance simultanée dans la parcelle de l'ensileuse et de la remorque où la récolte est déversée, ou aux opérations de plantation ou de semis parfois suivies immédiatement après par un second véhicule réalisant une opération de traitement. Les véhicules autonomes impliqués dans ces opérations coopératives doivent alors réaliser le parcours d'une trajectoire en assurant un positionnement précis par rapport à l'environnement global (trajectoire désirée) mais aussi par rapport aux autres véhicules avec qui ils coopèrent. La réalisation conjointe de ces deux objectifs doit être assurée par les lois de commande des robots, dans le but de proposer des solutions technologiques et applicatives innovantes.

## 1.1 Objectifs de la thèse

Ces travaux de thèse se focalisent sur le déplacement coordonné de robots mobiles en environnement naturel. Plus précisément, l'objectif de cette thèse est exprimé comme suit :

**Développer des algorithmes de commande pour un déplacement précis et en toute sécurité d'une flotte de robots mobiles en formation réalisant un suivi de trajectoire en environnement naturel.**

On s'intéressera donc à la gestion de plusieurs véhicules formant une flotte autonome. L'objectif de travail de la flotte est compris dans cette thèse comme une trajectoire globale à suivre. Chaque véhicule doit alors suivre cette trajectoire, avec un décalage latéral possible, tout en coopérant avec les autres véhicules de la flotte. Cette coopération inter-véhicules au sein de la flotte se définit comme le respect d'une formation, c'est-à-dire le maintien de distances entre les véhicules, caractérisant une forme désirée.

D'autre part, le milieu d'évolution en environnement naturel impose des spécificités sur le mouvement des robots. En effet, les robots sont des véhicules tout-terrain qui, dans le cadre de l'application, roulent dans des champs et sur des terrains pas forcément travaillés pour être carrossables ; de ce fait, la surface d'évolution ne sera pas plane et le terrain pourra être meuble. En conséquence, les roues du véhicule vont glisser sur le sol ; le mouvement ne pourra pas être décrit parfaitement sous l'hypothèse du roulement sans glissement. De plus, le glissement au niveau du contact roue-sol reflétera aussi l'influence de la pente sur le mouvement réel du véhicule.

Le cadre de l'étude détermine des hypothèses de travail qui motivent les choix effectués dans la suite pour la modélisation et la commande :

**Hypothèse 1 La formation suit une trajectoire connue, totalement ou partiellement, définie comme un ensemble de positions absolues.**

On parle de trajectoire à suivre, ou de trajectoire de référence mais il s'agit plutôt de chemin. En effet, on n'attache pas de dimension temporelle au suivi de la trajectoire ; la vitesse d'avance est réglée indépendamment. En pratique, la trajectoire de référence peut avoir été enregistrée préalablement lors d'un déplacement manuellement contrôlé du véhicule où l'on enregistre ses positions successives. Elle peut aussi avoir été définie hors ligne à partir d'un SIG (*Système d'Information Géographique*), éventuellement couplé à un MNT (*Modèle Numérique de Terrain*). La trajectoire peut aussi ne pas être connue préalablement dans son intégralité mais construite au fur et à mesure ; en effet, la formation peut aussi être menée par un véhicule conduit manuellement et, dans ce cas, les positions successives du leader acquises en temps réel sont communiquées aux véhicules suiveurs qui construisent en ligne leur trajectoire de référence à partir



de ces positions reçues. Cette thèse ne s'intéresse donc pas à la partie planification de trajectoire (*path planning*).

**Hypothèse 2 La position et l'orientation relative des robots est connue.**

Chaque robot de la formation possède des capteurs lui permettant de connaître sa position et son orientation par rapport à la trajectoire de référence. En pratique, les robots sont munis d'un récepteur GPS-RTK (*Real-Time Kinematic Global Positioning System*) fournissant une position absolue avec une précision centimétrique. Ce positionnement absolu est couplé avec la connaissance de la trajectoire de référence pour en déduire le positionnement relatif de chaque robot par rapport à la trajectoire de référence.

**Hypothèse 3 La communication entre les robots est assurée.**

Un réseau de communication entre les véhicules est établi et maintenu au cours du suivi de trajectoire. Cette communication est réalisée grâce à une liaison sans fil normalisée IEEE 802.11p. Ainsi, au sein de la formation, chaque robot peut communiquer avec un certain nombre d'autres véhicules pour échanger des données.

D'après le cadre de travail défini et les hypothèses posées, la commande de la formation est déclinée en commande pour chaque robot. Chaque véhicule de la flotte calcule ses propres commandes d'angle de braquage et de vitesse à partir de ses informations propres reçues de ses capteurs ainsi que certaines informations reçues d'autres véhicules de la formation via la liaison sans fil. On parle donc de **commande locale décentralisée** au niveau de la flotte.

## 1.2 Contexte de travail

Cette thèse s’est déroulée au sein de l’Irstea (Institut de recherche en sciences et technologies pour l’environnement et l’agriculture) à Clermont-Ferrand. Les thématiques de travail de l’Irstea regroupent le développement d’études et de solutions pour la gestion de l’environnement et le développement d’une agriculture responsable<sup>1</sup>. En particulier, l’équipe Romea (Robotique et mobilités pour l’environnement et l’agriculture) de l’unité de recherche TSCF (Technologie et systèmes d’information pour les agrosystèmes) s’intéresse à l’utilisation de la robotique mobile pour la conception de systèmes intelligents dans le domaine des agroéquipements, afin d’améliorer la mobilité des engins évoluant en milieux naturels qui impacte aussi certaines composantes environnementales.

La seconde structure support de cette thèse est l’Institut Pascal<sup>2</sup> (UMR CNRS/UBP/IFMA 6602), laboratoire de recherche mixte de l’université Blaise Pascal implanté à Clermont-Ferrand. Parmi ses thématiques de recherche, l’Institut Pascal œuvre (via son axe Image, Systèmes de Perception, Robotique) au développement de concepts théoriques, méthodologiques et architecturaux pour la perception et la commande des systèmes robotiques.

Les deux laboratoires de recherche sont en outre partie prenante du **laboratoire d’excellence IMobS<sup>3</sup>**. Le Laboratoire d’Excellence IMobS<sup>3</sup> (*Innovative Mobility : Smart and Sustainable Solutions*) propose de développer des briques technologiques efficaces et respectueuses de l’environnement s’inscrivant dans le contexte d’une mobilité innovante des personnes, des biens et des machines. Ce projet se décline en trois défis :

Défi 1. Véhicules et machines intelligents,

Défi 2. Services et systèmes de mobilité intelligente,

Défi 3. Procédés de production d’énergie pour la mobilité.

Les travaux de cette thèse s’insèrent donc au sein du défi 1 portant sur l’étude et la réalisation de machines et véhicules spéciaux (systèmes d’aide à la conduite, véhicules autonomes, systèmes manufacturiers agiles et reconfigurables, robotique agricole, ...). Il a pour ambition le développement de systèmes physiques dotés de capacités accrues tant au plan mécanique qu’au plan de la perception et de la réactivité vis-à-vis d’un environnement dynamique, afin d’aboutir à des véhicules et des machines intelligents, ergonomiques et sûrs, y compris dans des conditions météorologiques dégradées.

Pour mener à bien ces objectifs, le LabEx s’appuie sur les plate-formes et moyens fournis par l’équipement d’excellence **RobotEx<sup>4</sup>** (ANR-10-EQPX-44-01). En particulier, ces

---

1. Les missions de l’Irstea : <http://www.irstea.fr/linstitut/nos-recherches>

2. <http://ip.univ-bpclermont.fr/>

3. <http://www.imobs3.univ-bpclermont.fr/>

4. <http://equipex-robotex.fr/>

travaux de thèse ont été financés dans le cadre de l'EquipEx RobotEx, équipement d'excellence dédié à la robotique. RobotEx est un réseau national de plate-formes robotiques d'excellence constituant une infrastructure cohérente d'équipements techniques à laquelle est associée une expertise scientifique et technologique de haut niveau. Son objet est en particulier de favoriser les synergies entre les équipes de recherche du domaine et de permettre d'engager le développement de nouvelles approches méthodologiques fondées sur des coopérations pluridisciplinaires. Il doit également favoriser les synergies entre la recherche publique et le monde industriel, économique et social. Ce réseau permet de mettre en relation toutes les équipes de recherche en robotique françaises présentes dans des unités universitaires associées au CNRS et est structuré en 5 sous-réseaux thématiques que sont :

- la robotique de production,
- la robotique humanoïde,
- la robotique médicale,
- la robotique mobile,
- la micro-nano robotique.

La répartition des laboratoires de recherche dans les différents sous-réseaux sur le territoire est présentée en figure 1.1.

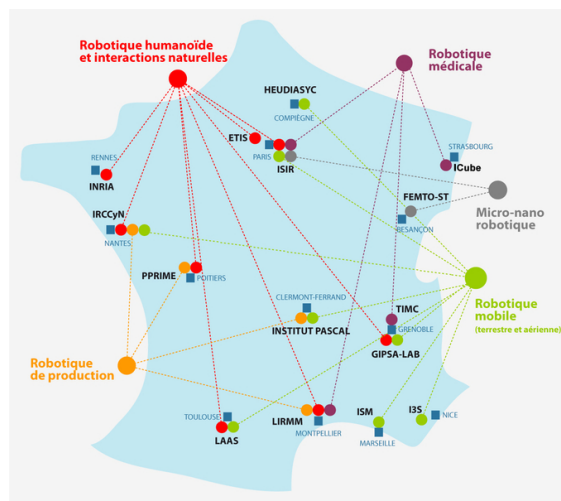


FIGURE 1.1 – Réseau des plateformes RobotEx

Les laboratoires de recherche clermontois sont impliqués au travers de l'Institut Pascal dans la thématique de recherche de la robotique mobile, et plus particulièrement dans la robotique mobile terrestre.

D'autre part, les travaux développés dans cette thèse s'insèrent plus spécifiquement dans le **projet SafePlatoon**. Ce projet regroupe les différents partenaires universitaires et industriels que sont l'Institut Pascal, l'Irstea, le laboratoire SeT (Systèmes et Transport) de l'UTBM (Université de Technologie de Belfort-Montbéliard), la DGA (Direction Générale de l'Armement) et l'entreprise Civitec. Le projet SafePlatoon<sup>5</sup> (ANR-10-VPTT-011) a pour

5. <http://web.utbm.fr/safeplatoon/>

objectif d'étudier **les convois de véhicules autonomes**, pour des applications dans les milieux urbains, agricoles et militaires illustrées en figure 1.2.



FIGURE 1.2 – Scénarii d'applications du projet SafePlatoon

Cette problématique intègre différents aspects :

- capacités de perception de l'environnement, de positionnement et navigation.
- capacités de prise de décision et de commande rendant autonomes ou semi-autonomes les véhicules.
- maturité des approches dites collaboratives, permettant à un ensemble d'entités mobiles autonomes de concourir à la réalisation d'un but commun.

En particulier, les travaux s'attellent à la conception et la mise au point de capacités de déplacement en convoi étendues et robustes. De plus, le projet prend en compte plusieurs configurations géométriques de convois (linéaire, triangulaire, ligne de front, ...). et intègre aussi la possibilité d'adapter de manière dynamique la configuration du convoi.

L'investissement des laboratoires de recherche clermontois à ces projets est motivé par le développement des compétences respectives de chacune des structures. En effet, l'Institut Pascal (UMR 6602 Université Blaise Pascal - CNRS) possède un fort savoir-faire sur la commande de véhicules autonomes [Thu95, Bom06], en particulier pour des applications urbaines à l'aide de la vision [Cor01, Mez09, Ava10]. Il existe donc une forte collaboration entre l'Institut Pascal et l'Irstea, qui a accueilli et encadré cette thèse. L'Irstea en tant qu'institut de recherche dédié aux problématiques agricoles et environnementales est positionné sur le contexte de l'évolution en environnement naturel nécessitant la prise en compte d'une mobilité accrue. Dans ce cadre, plusieurs projets et thèses ont été réalisés portant sur les différents aspects de la mobilité : la commande d'un véhicule avec les contraintes du milieu agricole [Deb96, Cha99, Len05], la perception de l'environnement et l'évitement des obstacles [Mal11, Del11], la gestion des attelages et des manœuvres [Car12], l'évaluation et la maîtrise du risque de renversement de différents engins [Bou09, Ric13, Den15]. À partir de ces compétences permettant la commande d'un véhicule dans son environnement naturel, l'extension à la gestion de plusieurs véhicules est ici étudiée, nécessitant entre autres le développement d'un asservissement en vitesse en fonction de la position relative des autres véhicules de la flotte et de la forme désirée pour l'évolution coordonnée.

## 1.3 Organisation du mémoire

Afin de répondre à la problématique posée, les travaux sont divisés en quatre chapitres.

Dans le chapitre 2, la **modélisation analytique de la formation** est proposée. La forme désirée de la formation est tout d'abord décrite par le biais de distances désirées entre les véhicules par rapport à une trajectoire de référence. L'évolution de chaque véhicule, modélisé sous la forme cinématique minimale d'une bicyclette, est ensuite étudiée. Pour intégrer au mieux les phénomènes de glissement, une étude des modèles de contact pneu-sol est présentée. La dérive est alors intégrée au modèle classique pour définir un modèle cinématique étendu d'évolution du véhicule. Enfin, les angles de dérive n'étant pas mesurables directement, des observateurs d'état des glissements sont présentés, permettant d'obtenir une estimation des variables représentatives des faibles conditions d'adhérence.

Le chapitre 3 est consacré au développement des **lois de commande pour l'asservissement d'un véhicule**. La commande de l'angle de braquage permet d'asservir l'écart latéral à la trajectoire de référence et sa gestion est indépendante de la vitesse d'avance du véhicule. La gestion de la vitesse est ainsi découplée et gérée au sein de l'asservissement longitudinal pour le maintien d'une interdistance par rapport à une cible. Les deux lois de commande (latérale et longitudinale) sont enrichies d'un module prédictif prenant en compte la dynamique de réponse des actionneurs pour anticiper et compenser les retards de la réponse du véhicule réel à une commande.

Le chapitre 4 s'intéresse à la mise en place d'une **stratégie de commande multirobot**. D'après les lois de commande établies aux chapitres précédents, l'asservissement d'un véhicule par rapport à une cible est maîtrisé ; la coopération au sein d'une flotte de véhicules nécessite alors de définir les liens entre les véhicules, c'est-à-dire le choix de la cible pour chacun des robots. La stratégie de commande proposée est une stratégie *de proche en proche biréférencée*, dans laquelle chaque véhicule possède deux cibles, ses deux voisins immédiats, dont les commandes résultantes sont pondérées. Cette stratégie améliore la stabilité et la robustesse de l'application en s'affranchissant d'un leader unique, par la prise en compte de deux lignes de référencement ascendante et descendante.

Le dernier chapitre étudie la **sécurité des véhicules au sein de la formation** en vérifiant qu'un véhicule est toujours en capacité d'éviter la collision avec le véhicule immédiatement précédent, le plus dangereux en cas de défaillance. Deux comportements d'urgence sont définis, l'arrêt d'urgence et l'évitement du véhicule immobile. À chacun de ces comportements est associé un ensemble de distances minimales définissant des zones de sécurité qui sont finalement agrégées pour définir l'espace de sécurité autour du véhicule. Si les distances de sécurité sont supérieures aux distances désirées au sein de la formation, ces dernières sont adaptées en ligne afin de satisfaire aux exigences de sécurité.

Tous les algorithmes et lois de commande développés sont validés au travers de simulations et d'essais en conditions réelles dont les résultats sont présentés dans les parties respectives.

## 1.4 Contributions de la thèse

Les travaux sur lesquels s'appuie cette thèse réalisée au sein de l'Irstea s'attachent principalement à la gestion d'un véhicule évoluant dans de faibles conditions d'adhérence. À partir de ces acquis et afin de répondre aux enjeux de la thèse de gestion d'une flotte de robots mobiles en formation, les travaux menés se sont intéressés aux différentes problématiques de l'asservissement d'une flotte de robots. Ces travaux ont donné lieu à plusieurs contributions scientifiques listées et brièvement expliquées ci-après.

### 1.4.1 Commande totalement prédictive de la vitesse

Avant de s'intéresser à la gestion d'une flotte, l'asservissement élémentaire d'un véhicule sur une cible est étudié au chapitre 3. L'asservissement longitudinal précis et sans dépassement n'est pas assuré avec une commande purement réactive, en particulier si la distance désirée à la cible varie. Pour y remédier, une commande prédictive est développée permettant d'anticiper les variations futures de vitesse et de prendre en compte le comportement de réponse des actionneurs. Cette nouvelle commande fait l'analogie avec la commande partiellement prédictive sur le contrôle de l'angle de braquage qui fut élaborée et détaillée dans [LTCM06], qui anticipe sur la courbure future. Dans un premier temps, seule la prise en compte de la courbure future fut proposée dans la gestion prédictive de la vitesse par [CBLT13]. Dans un second temps, à partir des états actuels des véhicules, leurs comportements futurs (positions, vitesses...) sont estimés. Cela permet alors d'établir une commande totalement prédictive proposée dans [GLT13] et dont la stabilité a été vérifiée plus en détail dans [GLTM14] à travers divers essais en conditions réelles et simulations sur des formations de plusieurs véhicules pour vérifier la non-propagation des erreurs.

### 1.4.2 Stratégie de commande locale décentralisée

Les stratégies de commande classiques basées leader-suiveur sont les plus adaptées pour la gestion d'une formation tout en contrôlant précisément la position de chaque véhicule. Pour allier la stabilité d'une commande référencée sur un leader global à l'adaptabilité et la sécurité d'un référencement de proche en proche, une nouvelle stratégie de commande est proposée. Elle s'appuie sur la loi de commande longitudinale proposée dont la stabilité permet d'envisager son utilisation au sein de flottes avec un référencement de proche en proche. Afin de limiter l'accumulation d'erreur, la stratégie de commande proposée consiste en une stratégie biréférencée, chaque véhicule reçoit des informations du véhicule immédiatement précédent et du véhicule immédiatement suivant au sein de la formation. Chacun de ces référencements sert à établir une commande de vitesse selon la loi de commande prédictive proposée. La commande finale de vitesse du véhicule est définie comme une combinaison linéaire des commandes élémentaires par rapport aux deux cibles. L'adaptation en ligne des coefficients de combinaison permet de plus de gérer plus finement le comportement de la

formation en adaptant le poids respectif de chacune des commandes dans la commande finale pour, suivant l'application désirée, accélérer la convergence des erreurs ou bien privilégier la stabilité, etc.

### **1.4.3 Adaptation de la formation aux distances de sécurité**

Enfin, la sécurité de la formation est étudiée sous l'aspect de la non-collision avec le véhicule précédent. D'après les conditions d'évolution, la distance d'arrêt minimale du véhicule lors d'une procédure d'arrêt d'urgence est évaluée ainsi que des trajectoires d'évitement prenant en compte les limitations des capacités intrinsèques du véhicule. Cela définit alors une zone de sécurité autour du véhicule dont les dimensions sont comparées aux distances désirées entre les véhicules. En cas de danger, l'adaptation en ligne de la formation est considérée pour modifier les distances inter-véhicules latérales ou longitudinales, l'adaptation aux distances de sécurité étant prioritaire pour ramener la forme de la formation en une configuration sûre.

## 1.5 De la robotique mobile à la coopération de véhicules autonomes en environnement naturel

La robotique, sous sa définition de la capacité d'une machine à réaliser une action de manière autonome en prenant en compte son environnement est depuis longtemps un objectif technologique représentant un domaine de développement prometteur. Les premières solutions développées se sont concentrées sur la gestion d'un bras robotisé dont le modèle cinématique est parfaitement connu, ce qui permet de maîtriser l'espace de travail sans nécessiter un système de perception complexe [SS00]. Elles ont rapidement trouvé leur application dans le domaine industriel, en particulier dans les chaînes de montage. En effet, dans cet environnement fixe et contrôlé, un robot peut alors effectuer des tâches répétitives (*pick and place*, assemblage) avec une grande précision et répétabilité.

Récemment, grâce aux progrès fulgurants de l'informatique, des solutions de plus en plus perfectionnées voient le jour [Nof09]. En effet, l'augmentation des capacités de calcul pour la perception et la commande, et l'autonomie accrue permet de sortir les applications du milieu industriel pour considérer des plate-formes évoluant et s'adaptant à un environnement mouvant et pas toujours connu. Parmi ces évolutions, on s'intéresse à la robotique mobile, et en particulier aux robots mobiles à roues.

### 1.5.1 Commande des robots mobiles à roues

La robotique mobile concerne le développement de plate-formes ayant la capacité de se déplacer dans leur environnement de manière autonome. La structure des robots et le milieu d'évolution (ainsi que le degré d'autonomie et d'interaction avec l'environnement) conditionnent les enjeux pour la conception de lois de commande pour la gestion du déplacement des robots. Afin d'étudier le déplacement des robots mobiles à roues, ceux-ci sont modélisés en fonction de leurs degrés de liberté cinématiques, ce qui conduit à définir des classes de véhicules proposées dans [CBdN96] décrivant les variables de commande ainsi que les mouvements possibles pour chaque type de robot. Parmi ces classes de robots, on s'intéresse plus particulièrement aux véhicules dont la structure cinématique se comporte de manière analogue à un véhicule automobile, c'est-à-dire avec 2 essieux séparés longitudinalement (suivant l'axe d'avance du véhicule) et au moins un train directeur. L'avance théorique repose alors sur l'hypothèse de l'évolution des roues en roulement sans glissement sur le sol. En conséquence, ces robots sont non-holonomes, c'est-à-dire que ce sont des systèmes dont les contraintes cinématiques ne sont pas intégrables. De manière pratique, la non-holonomie se traduit par l'impossibilité pour le robot d'évoluer instantanément dans toutes les directions de son espace d'état à chaque instant (le décalage latéral pur est impossible en roulement sans glissement).

L'évolution d'un tel robot non-holonyme est étudiée dans le cadre de l'application au suivi d'une trajectoire non datée — ce qui constitue l'une des deux problématiques principales de



la commande de robots mobiles avec la stabilisation pratique de posture (qui ne sera pas abordée ici).

Afin de concevoir des lois de commande permettant le suivi d'une trajectoire par un robot, la relation entre les commandes envoyées au robot (sous forme d'angle de braquage ou de vitesse des roues) et le mouvement résultant du robot est étudiée et décrite à l'aide d'un modèle d'évolution. On considère classiquement un modèle cinématique [dLOS98] reliant les vitesses d'évolution aux commandes ou, à l'ordre supérieur, un modèle dynamique décrivant les accélérations en fonction des entrées (tel qu'utilisé dans [LAB<sup>+</sup>11]).

Le modèle cinématique d'évolution du véhicule peut être construit dans le cadre de l'application envisagée de suivi de trajectoire, c'est-à-dire que les mouvements du robot sont décrits par rapport à la trajectoire. Un tel modèle dédié au suivi de trajectoire est transformable en un système chaîné tel qu'il a été présenté dans [MS91] (puis étendu dans [Sor93] aux véhicules pourvus d'une ou plusieurs remorques). Un changement d'échelle permet alors de linéariser exactement le modèle de l'évolution latérale, à partir duquel des lois de commande peuvent être établies (voir [MS93, TCMB02]).

La linéarisation du modèle n'est cependant pas la seule voie pour la conception de lois de commande pour le suivi de trajectoire. Ainsi, des approches basées sur les fonctions de Lyapunov couplées à des techniques de commande par backstepping permettent de construire des lois de commande non linéaires [MS93, CCW<sup>+</sup>11], dont il peut être prouvé qu'elles conduisent à annuler les erreurs de positionnement [Pom92]. Afin d'établir des lois de commande satisfaisantes dans toutes les conditions, les cas d'évolution peuvent être différenciés (en fonction de la trajectoire de référence, des erreurs de positionnement, etc.), et des fonctions de Lyapunov associées à chacune des situations génèrent des lois de commande par morceaux [ABL04]. Pour s'affranchir des discontinuités dans la commande, une autre approche développée dans [Sam95] consiste à créer des lois de commande lissées grâce à la définition de boucles de rétroaction dont les paramètres sont continûment variables.

L'environnement d'évolution des robots mobiles n'est cependant que rarement aussi parfait que le supposent les hypothèses. En effet, d'une part les actionneurs des véhicules ont un comportement physique qui n'est pas toujours négligeable et, d'autre part, le mouvement des robots peut être soumis à des influences extérieures qui altèrent son mouvement. Ces perturbations induisent une différence entre le mouvement réel et le modèle. De ce fait, les lois de commandes précédentes ont des performances dégradées. De nouvelles approches doivent donc être envisagées pour garder une précision de parcours de la trajectoire satisfaisante.

Une première solution considérée est d'utiliser le modèle dynamique [CdI99]. Un modèle dynamique permet en effet de prendre en compte des effets dynamiques (efforts, inertie...) qui influenceront sur le mouvement réel du robot et de modéliser plus finement son comportement, ce que ne permet pas le modèle cinématique. Il est donc plus complet mais l'alimentation de ce modèle nécessite la connaissance de nombreux paramètres, fixes ou variables. Les paramètres fixes peuvent être estimés préalablement tandis que les variables doivent être mesurées à l'aide de capteurs ou, certaines variables étant parfois difficilement mesurables, leur

valeur doit être identifiée en ligne à l'aide d'observateurs [SCM04]. L'estimation en ligne des paramètres alourdit considérablement le modèle, ce qui rend l'utilisation du modèle dynamique complet pour le calcul des lois de commande en temps réel compliquée. Néanmoins, le modèle dynamique fournit des données sur les phénomènes éloignant le robot de son évolution nominale (sous l'hypothèse RSG), données qui pourront être exploitées par la suite.

En effet, la seconde approche consiste à envisager les écarts entre le modèle d'évolution théorique et les mesures comme des perturbations qui doivent être annulées grâce à des techniques de commande robuste afin de revenir dans les conditions d'évolution nominales [KRT<sup>+</sup>10]. Les commandes par modes glissants sont largement utilisées pour leur capacité à gérer des perturbations et incertitudes du modèle, tant cinématique [MHKS13] que dynamique [CO02] ainsi que les erreurs de localisation [AHS97]. En effet, ces commandes sont conçues pour faire évoluer l'état du système, malgré les incertitudes et les perturbations, vers un domaine où la convergence des erreurs de positionnement vers 0 est maîtrisée (la surface glissante). En pratique, la commande par mode glissant s'avère en effet robuste aux perturbations d'évolution mais la convergence vers la trajectoire désirée présente des oscillations. Pour limiter ces oscillations, issues de la structure même de la commande, l'extension de la commande par modes glissants à des ordres supérieurs est étudiée (voir [HAFP05]). L'utilisation de commandes adaptatives permet de modifier la commande en fonction des perturbations [dNCB95], ce qui permet de concevoir des lois de commande s'adaptant à des variations lentes des grandeurs inconnues, en particulier en couplant cette approche avec des approches backstepping.

Enfin, des travaux tels que [FL98, KSK<sup>+</sup>12] développent des lois de commande des robots mobiles en s'appuyant sur les réseaux de neurones. Ces techniques de commande permettent de s'affranchir de la modélisation théorique du système puisque l'identification du comportement du véhicule est réalisé par apprentissage. Il est cependant difficile d'anticiper le comportement de réponse de la commande et ainsi de garantir la stabilité du parcours de trajectoire.

Toutes ces techniques de commande ont été majoritairement développées par et pour des applications dans le domaine routier. Les conditions d'évolution sont alors relativement constantes, le milieu d'évolution est bien délimité et la surface présente de bonnes conditions d'adhérence. De ce fait, l'hypothèse posée dans la conception des commandes robustes de perturbations bornées est expérimentalement vérifiée. Les performances applicatives des différentes approches développées ont pu être comparées et ont été accélérées par les grands concours organisés par l'agence américaine DARPA entre les années 2004 et 2007 concernant le parcours autonome de longues distances [BIS07] puis la navigation en environnement urbain [BIS09], illustrés en figure 1.3.

La maturation de ces recherches ayant permis d'aboutir à des commandes précises, répétables et robustes (aux défaillances des capteurs aussi bien qu'aux perturbations de l'environnement) tout en diminuant le coût de calcul, ces solutions intéressent à leur tour les industriels, en particulier les constructeurs automobiles ainsi que quelques acteurs des nouvelles technologies. Elles ont alors commencé à être intégrées aux véhicules traditionnels



(a) DARPA Grand Challenge (2005) : Navigation autonome dans le désert par le robot vainqueur Stanley



(b) DARPA Urban Challenge (2007) : Navigation en environnement urbain

FIGURE 1.3 – Scénarii des concours DARPA

existants sous la forme de petites briques applicatives (tout d’abord l’ABS, l’ESP puis maintenant les avertisseurs de franchissement de ligne et les modules de garage automatique). Les industriels annoncent maintenant leur intention de développer et commercialiser leur propre voiture totalement autonome à plus ou moins brève échéance (à l’horizon 2020 pour les plus ambitieux). Parmi les systèmes annoncés, un des plus avancés et certainement le plus médiatisé est la Google Car, voiture autonome de la société éponyme dont la dernière version présentée est illustrée en figure 1.4. Cette solution imagine la voiture comme un véhicule totalement autonome et celle-ci est conçue dans cette optique en s’affranchissant de certains codes de l’automobile traditionnelle, en supprimant le poste de pilotage (volant, pédales) par exemple. Au contraire, les constructeurs automobiles traditionnels misent plutôt sur une automatisation de leurs modèles existants (tel que le prototype d’Audi A7 autonome illustré en figure 1.4).



(a) Google Car



(b) Audi A7 autonome

FIGURE 1.4 – Solutions de véhicules autonomes

Si ces solutions ont vocation à aider ou remplacer l’homme dans sa tâche de conduite, l’automatisation de véhicules permet aussi d’envisager de nouveaux usages. Ainsi le développement de solution d’« ascenseur horizontal » est proposé, envisageant un véhicule autonome comme moyen de transport à la demande permettant de faire une navette et d’emmener des passagers en différents points d’un site. Parmi les solutions en développement, on citera le véhicule

autonome VIPA (pour Véhicule Individuel Public Autonome)<sup>6</sup>, présenté en figure 1.5, proposé par la société Ligier en collaboration avec l’Institut Pascal, ainsi que les navettes développées par la société EasyMile dans le cadre du projet européen CityMobil2<sup>7</sup>.



FIGURE 1.5 – Véhicule autonome VIPA (Institut Pascal / Ligier)

La commande des véhicules autonomes permet de proposer des solutions suivant une trajectoire et naviguant dans un environnement. Or, dans cet environnement d’évolution sont présents de nombreux éléments à prendre en compte, et en particulier d’autres véhicules. La vitesse et la trajectoire des autres véhicules (que ceux-ci soient autonomes ou manuellement pilotés) vont en effet déterminer l’évolution du véhicule autonome commandé. Pour que l’évolution de chaque véhicule soit efficace et que le trafic soit fluide, une coordination des mouvements des véhicules doit s’effectuer. Ainsi, pour les véhicules autonomes, la coopération inter-véhicules est un élément important, nécessitant la prise en compte de plusieurs axes de développement.

### 1.5.2 Approches existantes pour la coopération

Afin qu’un véhicule puisse s’insérer au sein d’une flotte et maintenir un mouvement coordonné, la connaissance d’informations sur le comportement de la flotte (ou du moins d’un ou plusieurs véhicules la composant) est nécessaire. Ces informations peuvent être acquises de manière interne grâce aux capteurs propres du robot. L’utilisation de caméras ou de radars fournit une représentation de l’environnement local du robot, d’où peuvent être extraites des données sur la position (et éventuellement la vitesse) des véhicules environnants. Cette technique présente l’avantage de ne dépendre que des capteurs internes d’un véhicule mais la représentation obtenue de l’environnement est locale et parcellaire.

Une construction plus étendue et complète de l’état de la flotte peut être obtenue par une communication entre les véhicules. En effet, les capteurs internes d’un véhicule sont très souvent plus précis que les informations pouvant être mesurées depuis l’extérieur. Les véhicules peuvent alors transmettre les données sur leur état au travers d’une communication active aux autres véhicules de la flotte. Cela permet alors de ne plus être limité au voisinage immédiat

---

6. Le concept VIPA : <http://www.univ-bpclermont.fr/article2343.html>

7. Site internet du projet européen : <http://www.citymobil2.eu/>

du robot et d'avoir des informations sur les véhicules occultés. En revanche, cela nécessite que tous les véhicules partagent une même infrastructure de communication. Pour cela, la communication inter-véhicules peut passer par un élément commun dans l'environnement. On pense notamment à la route comme élément centralisateur, ce qui a été présenté au cours du projet PATH (*Partners for Advanced Transit and Highways*), projet américain au long cours entamé au milieu des années 80 et dédié à l'amélioration de la circulation sur autoroute. Cependant, cela nécessite de modifier l'infrastructure existante. De manière plus générale, la communication par le biais d'un élément de l'environnement d'évolution est regroupée sous l'appellation de principes de communication V2I (*Vehicle to Infrastructure*).

Une seconde solution consiste à assurer la communication directement entre les véhicules. Chaque véhicule émet alors une structure de données relatives à son état dans son environnement et les véhicules environnants peuvent alors récupérer ces informations pour les exploiter. Cette structure de communication arrive à maturité grâce aux nouvelles technologies de liaison sans fil fournissant une communication robuste même à haute vitesse, et est en train d'être normalisée sous l'appellation V2V (*Vehicle to Vehicle*) [HPY<sup>+</sup>14].

En sus de la connaissance de l'état (total ou partiel) de la flotte, des capacités de perception sont nécessaires à la représentation de l'environnement d'évolution. Les capteurs considérés précédemment, caméras et radars (dans lesquels on inclut aussi les capteurs apparentés lidars) permettent dans ce cas de repérer les éléments extérieurs à la flotte pouvant représenter des obstacles et devant être évités. Ces capteurs de perception de l'environnement bénéficient activement des progrès dans le domaine de l'électronique et de l'informatique avec des précisions de perception de plus en plus élevées et un temps de traitement des données brutes à la baisse, ce qui permet maintenant d'utiliser ces capteurs pour obtenir une représentation totale de l'environnement (par exemple sous forme de *Modèle Numérique de Terrain*) en temps réel exploitable pour la commande [MFDC09, MCTM05, HPY<sup>+</sup>14].

En s'appuyant sur cette représentation de son environnement, la flotte de robots doit maintenir un mouvement coordonné entre ses entités. Pour ce faire, la commande de chaque robot vise à maintenir sa position au sein de la flotte. L'ensemble des positions relatives désirées des véhicules composant la flotte décrit la formation désirée. Celle-ci est caractérisée par les distances désirées entre les véhicules dont les valeurs varient en fonction des capacités des véhicules et de l'application. Pour maintenir la formation désirée, les robots vont communiquer entre eux afin de générer des commandes cohérentes. Un état de l'art des stratégies existantes pour établir les lois de commande de chaque robot de la formation en fonction des liens de communication existants sera présenté au chapitre 4.

Une des applications premières envisagées dans le cadre de la coopération inter-véhicules est l'automatisation de trajets autoroutiers [Var93] (étudiés sous le nom d'*Automated Highway System*) afin de réaliser des trains de véhicules autonomes se suivant. L'autoroute est un milieu propice car il s'agit d'un environnement bien délimité, où les véhicules roulent tous dans la même direction, avec peu d'intersections et où les courbures de la route sont suffisamment

faibles pour être toujours acceptables et ne pas représenter une limitation dans la commande (la trajectoire est traversable sans briser la non-holonomie de l'évolution ni s'éloigner du roulement sans glissement). La difficulté présentée par l'application concerne alors les vitesses d'avance importantes pour le respect des exigences de sécurité.

La formation décrit alors une file étudiée en dimension 1 (sans considérer l'évolution latérale) dont l'objectif est de maintenir la distance longitudinale inter-véhicules [SH96]. Cette distance désirée entre les véhicules du train peut être fixe ou dépendante de la vitesse (voir [SHCI94] pour une comparaison entre les deux modes de fonctionnement). Le choix de distances désirées fixes est le plus répandu [Swa94] et conduit à la définition d'une formation constante quelles que soient les conditions ce qui augmente la capacité d'absorption de la circulation mais nécessite une communication des données entre les véhicules. Les distances variables sont généralement imposées dans le but de maintenir une durée entre les véhicules suffisante pour assurer la sécurité du convoi. Cela passe par la définition de grandeurs telles que le *Time To Collision* qui permet ensuite de déduire la distance désirée en fonction de la vitesse des véhicules (suivant une relation proportionnelle dans la majorité des études [IC93, MSS<sup>+</sup>14]). Parmi les grands projets ayant étudié cette problématique, le plus important par son envergure et sa durée est le projet américain précédemment évoqué PATH (*Partners for Advanced Transit and Highways*)<sup>8</sup>. Il s'agit en effet d'un programme entamé en 1986 et toujours en cours dans le domaine des systèmes de transport intelligents (STI) afin de développer et adapter les nouvelles technologies pour l'amélioration de la circulation et de la sécurité sur les autoroutes [SDH<sup>+</sup>91]. Ce projet multi-disciplinaire a conduit entre autres à intégrer des balises magnétiques sur certaines portions des autoroutes californiennes, permettant au véhicule de recevoir des données relatives à l'infrastructure et au trafic en temps réel (dans le cadre d'une communication *Vehicle to Infrastructure*).

Un second projet ayant conduit à des expérimentations en conditions réelles concluantes est le projet européen SARTRE (*Safe Road Trains for the Environment*) ayant couru de 2009 à 2012 et associé des partenaires académiques ainsi que des industriels automobile. Son objectif a été de développer les outils permettant de réaliser un convoi automatisé sur autoroute (en respectant des exigences de sécurité et de confort des passagers ainsi que des considérations de consommation de carburant) sans modification de l'infrastructure. Le convoi est alors constitué d'un véhicule leader conduit manuellement et de véhicules suiveurs autonomes asservissant leur position dans le convoi à l'aide des données des autres véhicules communiquées par le protocole *V2V*. La figure 1.6 présente une illustration d'un essai d'un convoi autonome par un camion conduit manuellement réalisé au cours de ce projet.

Ainsi qu'on l'a vu, l'évolution autonome de robots mobiles puis leur coopération est longuement étudiée en vue d'applications routières (tant urbaines qu'autoroutières). Cela permet de fixer l'évolution des véhicules dans des conditions maîtrisées, sur des routes asphaltées présentant de bonnes conditions d'adhérence où les perturbations sur l'évolution

---

8. le projet PATH : <http://www.path.berkeley.edu/>



FIGURE 1.6 – Un convoi de véhicules sur autoroute durant le projet SARTRE

sont bornées et de faible amplitude. Ces limitations sur le domaine d'évolution permettent de poser des hypothèses sur l'évolution du véhicule, en particulier la condition de roulement sans glissement des roues et la considération d'actionneurs parfaits. Ces hypothèses simplifiant le modèle cinématique du véhicule sont généralement validées au cours des applications routières, ce qui permet de garder un asservissement précis des déplacements.

### 1.5.3 Développements de la robotique en environnement naturel

Le domaine d'évolution considéré dans cette thèse est au contraire l'ensemble des environnements non structurés, en se focalisant sur les applications en environnements naturels et ouverts. Dans ce cas, la surface d'évolution et donc les conditions d'adhérence seront variables. Ces conditions génèrent des perturbations importantes qui conduisent à la violation de l'hypothèse de roulement sans glissement posée précédemment. Or, les lois de commande sont souvent construites sur la base de cette hypothèse. Si elles s'avèrent capables de maintenir un asservissement robuste à de petites perturbations bornées et ponctuelles, la gestion de la navigation d'une formation de robots dans des conditions de faible adhérence avec ces lois de commande ne s'avère plus adaptée.

Pour s'en convaincre, on simule le parcours d'une trajectoire par une formation de 5 robots mobiles sur une surface présentant une faible adhérence. Le simulateur Matlab<sup>®</sup> utilisé, présenté en annexe B.1, émule le comportement réel de chaque robot d'après un modèle dynamique et le déplacement généré tient compte des conditions d'adhérence au contact roue-sol via un modèle de Pacejka (détaillé en page 44 et représentant ici le contact d'un pneu sur une terre humide). Les lois de commande utilisées pour le contrôle des véhicules sont celles présentées dans [TBMM04] et [BTMM05] dédiées à la gestion d'une flotte de véhicules autonomes urbains et basées sur un modèle cinématique d'évolution satisfaisant l'hypothèse de roulement sans glissement. Le résultat du suivi de la trajectoire en forme de S par la formation de 5 robots en configuration en aile est illustré en figure 1.7. Sur cette figure, les trajectoires en traits fins représentent les trajectoires théoriques désirées de chaque robot et les trajectoires en traits épais décrivent les trajectoires réelles des robots. On constate sur cette figure que, lorsque la trajectoire décrit une ligne droite (en particulier au début du parcours), les perturbations générées par les conditions d'adhérence sont faibles et la

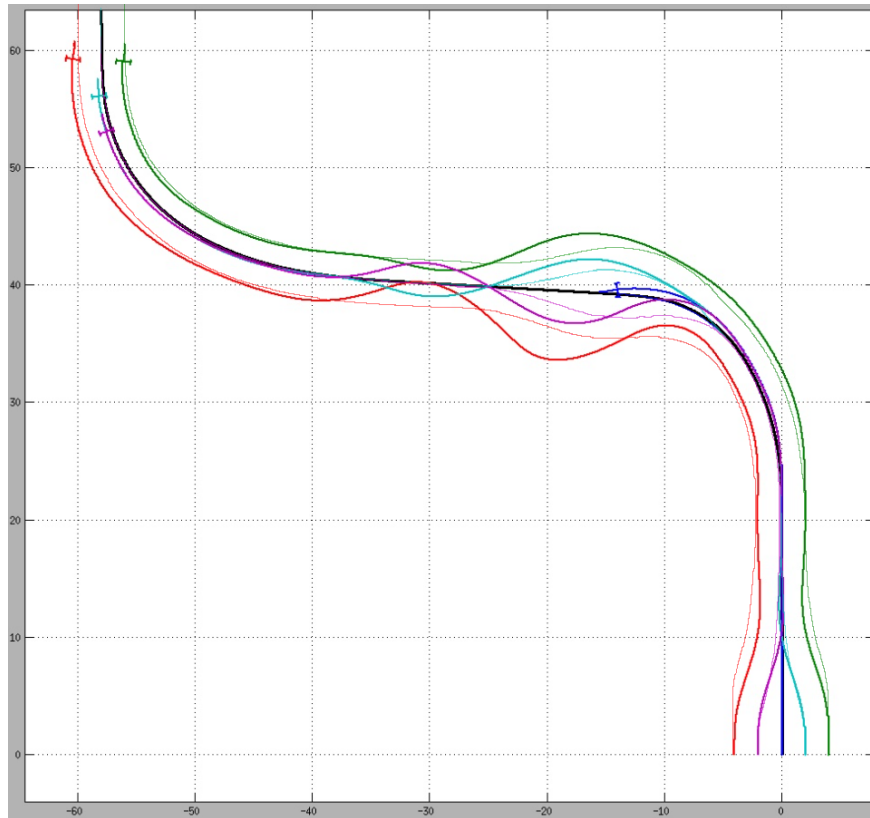


FIGURE 1.7 – Trajectoires désirées et réelles des robots

loi de commande parvient à maintenir les robots sur leur trajectoire désirée. En revanche, dès que la trajectoire des robots tourne, la faible adhérence à l'interaction roue-sol crée des glissements importants. L'évolution réelle des robots s'écarte alors de l'évolution théorique du fait du non-respect de l'hypothèse RSG. Ce phénomène n'étant pas pris en compte pour la commande des robots, ceux-ci s'écartent de la trajectoire désirée et la commande ne permet pas de combler cette erreur, tel qu'il est visible dans le second virage. Dans le premier virage, la forme de la formation désirée évolue, les véhicules doivent s'écarter latéralement de la trajectoire. On constate que la réponse réelle des robots ne suit pas cette variation d'écart consigne, elle prend du retard au début de la variation puis dans un second temps l'écart latéral varie en oscillant autour de la trajectoire désirée. Ce comportement est dû à la seconde hypothèse posée dans la modélisation pour la conception des lois de commande que les actionneurs des robots sont parfaits. Or la réponse des actionneurs des robots réels à une consigne présente un retard puis un comportement de montée vers la consigne. Ce comportement de réponse n'étant pas pris en compte, l'évolution des robots en réponse à une commande ne correspond pas au comportement idéal attendu, ce qui est particulièrement prégnant lorsque les consignes varient notablement.

L'automatisation des véhicules en dehors du domaine routier, pour évoluer sur des terrains quelconques, non carrossés, dans un environnement non maîtrisé et variable nécessite donc de prendre en compte les caractéristiques du terrain d'évolution car elles influent significativement



sur le mouvement réel du robot. En effet, sur ces terrains d'évolution, les faibles conditions d'adhérence impliquent que les véhicules enfreignent l'hypothèse de roulement sans glissement. Par conséquent, lors de l'évolution apparaissent des phénomènes de glissement (longitudinal) et de dérapage (glissement latéral) qui écartent le robot de sa trajectoire théorique. La connaissance de la grandeur de ces phénomènes, que ce soit par mesure, modélisation ou estimation, permet d'évaluer le mouvement réel du robot. La commande du véhicule doit alors être construite pour prendre en compte ces phénomènes afin de maintenir le mouvement réel du robot sur la trajectoire désirée.

Parmi les domaines applicatifs de la robotique en environnement non structuré, le domaine de l'exploration spatiale est certainement celui pour lequel la gestion de ces phénomènes perturbateurs est cruciale [ID00]. En effet, malgré leurs vitesses d'avance réduites, les robots d'exploration spatiale évoluent sur les surfaces irrégulières et peu anticipables des planètes avec la contrainte supplémentaire de communications réduites avec des délais significatifs, ce qui impose un degré d'autonomie des robots important. C'est le cas des robots d'exploration de la planète Mars développés par la NASA et présentés en figure 1.8. Ceux-ci présentent de larges roues pour augmenter l'adhérence et la motricité sur la surface déformable et accidentée du sol martien. On notera que ces robots évoluent et se propulsent grâce à leurs 6 roues mais

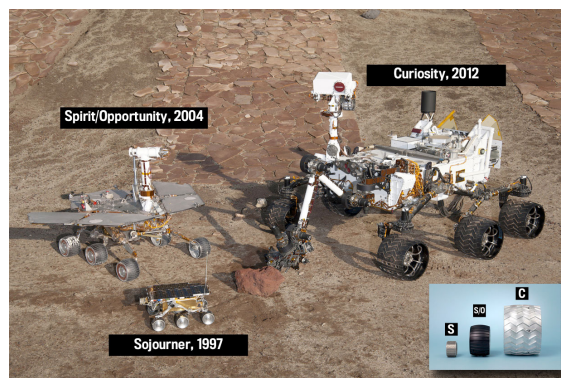


FIGURE 1.8 – Les trois générations de robots d'exploration martienne

que leur structure cinématique présente une suspension passive (de type Rocker-Bogie) qui leur procure des capacités de franchissement d'obstacle étendues [HV04], ce qui les rapproche des robots hybrides « roues-pattes ».

Sur Terre, de tels robots autonomes naviguant en environnement non structuré sont aussi étudiés [BKA11] et sont envisagés pour de l'exploration (de zones difficiles d'accès [RPS<sup>+</sup>05] ou dévastées), de la cartographie [TTW<sup>+</sup>04], du transport de charges (pour l'approvisionnement de zones reculées ou dans le cadre d'applications militaires) [DFH03] ou encore de la surveillance de zones par la coopération de robots. Enfin, un secteur où l'automatisation est en pleine expansion et se déroule sur des terrains naturels est l'agriculture [Bla07][PFB07]. Il s'agit du secteur d'activité principal envisagé par ces travaux. Les raisons de l'intérêt du développement de véhicules autonomes ainsi que les solutions existantes sont détaillées dans la section suivante.

### 1.5.4 Enjeux de la robotique pour le domaine agricole

En agriculture, la culture en plein champ requiert nombre d'opérations (labour, semis, épandage, récolte, fauchage...) effectuées par le parcours de la parcelle avec un tracteur ou autre machine agricole. La performance de l'opération dépend alors de la précision de la conduite manuelle du véhicule pour parcourir toute la parcelle (sans zone de manquement) mais en évitant au maximum les recouvrements entre les lignes qui ont pour conséquence une consommation plus importante et inutile voire contre-productive du produit (traitement non homogène du champ) et induisent un allongement de la durée de l'opération. De plus, ces recouvrements sont loin d'être négligeables puisqu'ils représentent de 2 à 13% de la surface traitée en fonction des opérations (source Arvalis et [aut13]) et peuvent avoir des conséquences néfastes sur l'environnement. Par ailleurs, les traitements agricoles s'avèrent pénibles, voire dangereux, que ce soit à cause du risque immédiat d'accident, ou par l'exposition à des produits phytosanitaires. En conséquence, l'évolution des agroéquipements se tourne vers l'intégration des nouvelles technologies et des machines dont le niveau d'autonomie est plus élevé [Bou14, Mou13]. En particulier, l'utilisation des GPS fournissant une localisation précise est envisagée pour améliorer la précision du parcours d'une parcelle. Les premières solutions développées sont des aides au guidage dans lesquelles des diodes lumineuses indiquent au chauffeur la direction à suivre pour garder un suivi d'une ligne droite précis, telles les barres de guidage en figure 1.9.



FIGURE 1.9 – Console Trimble et barre de guidage Centerline, solutions d'aide au guidage

À partir de ces solutions d'assistance au guidage sont apparues les solutions d'autoguidage, dans lesquelles les informations du GPS servent alors à guider le véhicule par la gestion du braquage (le plus souvent par l'ajout d'un galet d'entraînement sur le volant). Le véhicule est alors dirigé automatiquement durant les phases de travail et la gestion est rendue au chauffeur en arrivant dans la zone de fourrière, pour les manœuvres de demi-tour. Aujourd'hui, de nouvelles solutions proposent, en plus de la gestion autonome dans la zone de travail, la prise en charge du demi-tour. Cela permet alors d'envisager la gestion déportée d'un véhicule [ZGNG10], tel le système GuideConnect (illustré en figure 1.10) proposé par Fendt dans lequel un premier tracteur est conduit dans la ligne de travail à vitesse constante et un second tracteur suit automatiquement le premier véhicule à une distance latérale et longitudinale précisée par le chauffeur du premier véhicule qui garde en outre la main sur le véhicule suiveur pour arrêter l'accrochage virtuel entre les deux véhicules.



FIGURE 1.10 – Solution GuideConnect de Fendt, gestion déportée d'un tracteur suiveur

Le développement de ces solutions autonomes permet alors d'envisager la gestion décentralisée de plusieurs véhicules autonomes. L'intérêt pour l'agriculture est alors que cela permet de considérer l'utilisation de véhicules de taille réduite ; la collaboration de plusieurs véhicules de taille moyenne conduit à couvrir la même surface de travail, toujours avec un seul agriculteur superviseur de la flotte, mais la réduction de la taille et surtout du poids des machines permet une meilleure adaptabilité de l'outil de production et une réduction de la compaction des sols, problématique pour l'agriculture car réduisant la productivité des sols. De plus, l'utilisation des moyens de localisation précis tels que le GPS améliore la précision et la répétabilité des parcours autonomes.

Ces automatisations ouvrent la voie au développement d'un nouveau type de robots agricoles, conçus pour être adaptés à la largeur d'un rang de culture. Ces robots de petite taille naviguent alors dans la parcelle en suivant les rangs de culture afin d'effectuer de manière autonome des opérations de surveillance ou de traitement à l'échelle de la plante. La problématique de la détection des rangs a conduit à des développements tout d'abord privilégiant les cultures montantes tels que les vergers, les vignes ou le maïs pour le traitement de l'inter-rang ou la surveillance des cultures. Plusieurs laboratoires de recherche et consortiums à travers le monde ont conçu des démonstrateurs académiques, dont deux exemples sont illustrés en figure 1.11. Ces plate-formes ne sont pas forcément dédiées à une application particulière mais ont plutôt pour vocation de valider les concepts développés pour la perception et la navigation (robot Shrimp de l'Université de Sydney/ACFR) ou la surveillance et le diagnostic (Projet européen VineRobot).



(a) Robot Shrimp de l'Université de Sydney/ACFR (*Australian Center for Field Robotics*)



(b) Plate-forme du projet européen VineRobot

FIGURE 1.11 – Plate-formes de recherche

Les solutions industrielles, dont un échantillon est présenté en figure 1.12, sont principalement

portées par de jeunes entreprises innovantes pour des robots dédiés à des tâches spécifiques comme le traitement des cultures (pour le Rowbot), la taille de la vigne (robot VIN de Wall-ye), la tonte (Vitirover) ou le binage (Oz de Naïo) inter-rangs.



(a) Rowbot dédié au traitement du maïs (b) VIN de Wall-ye pour la taille de la vigne (c) Vitirover pour la tonte inter-rangs (d) Oz de Naïo pour le travail du sol inter-rangs

FIGURE 1.12 – Solutions commercialisées de robots agricoles

Étant donné l'échelle de travail de tels robots, le traitement d'une parcelle peut être envisagé sous la forme d'une collaboration d'une multitude de ces petites machines, en essaim. L'échange d'informations entre les robots permet alors de se répartir les zones à traiter pour un recouvrement optimal du champ en un minimum de temps. De plus, la défaillance potentielle d'un des robots n'impactera alors que de façon très minimale la productivité puisque les autres robots de la flotte se répartiront le travail à effectuer.

Dans ce mémoire, des lois de commande pour le suivi d'une trajectoire par une flotte de véhicules seront construites, et seront adaptables à différents types de véhicules pour créer des flottes hétérogènes. Bien que certaines lois de commande aient aussi été testées sur des tracteurs commerciaux de grosse taille, le positionnement applicatif privilégié est la voie médiane, la réalisation d'une ou plusieurs opérations successives par collaboration de véhicules de taille moyenne [BDLC09].



## Chapitre 2

# Modélisation analytique d'une flotte de robots mobiles

La coopération d'une flotte de robots mobiles nécessite une localisation précise des robots ainsi qu'un modèle de l'évolution des véhicules afin de déterminer les commandes des déplacements. Cette thèse fait l'hypothèse qu'une localisation précise et absolue est disponible. En pratique, et sans perte de généralité, dans les résultats proposés les robots sont localisés par un récepteur GPS-RTK embarqué au sein de chaque véhicule, fournissant une position absolue avec une précision centimétrique. La détermination d'un modèle de description et d'évolution de la formation fait l'objet de ce chapitre.

La formation est tout d'abord décrite au travers de sa forme, caractérisée par des ensembles de distances entre les véhicules. Dans un second temps, l'évolution de la formation passe par la description de l'évolution de chacun des véhicules de la flotte. La modélisation des véhicules sous la forme d'un modèle d'Ackermann permet d'établir un modèle d'évolution tout d'abord sous l'hypothèse de roulement sans glissement. L'étude plus précise des phénomènes physiques à l'interaction roue-sol conduit alors à considérer que l'évolution en environnement naturel crée des glissements à l'interface roue-sol qui seront non négligeables. Les dérives des pneumatiques seront alors intégrées au modèle. Ces angles de dérive étant difficilement mesurables à l'aide de capteurs, leurs valeurs seront estimées à l'aide d'un observateur d'état. Les modèles analytiques intégrant les glissements décriront ainsi les mouvements réels de tous les véhicules, donc l'évolution de la formation.

## 2.1 Définition de la formation

Le but de l'application est que la flotte de véhicules réalise le suivi d'une trajectoire en formation. Les véhicules doivent être commandés de manière à contrôler leur position par rapport à la trajectoire et par rapport à la position des autres véhicules de la flotte. La formation est caractérisée par une forme à maintenir, définissant une position désirée pour chaque véhicule. Cette forme est transformée en un ensemble de distances désirées entre les véhicules. Typiquement, ces distances inter-véhicules peuvent être définies de deux manières, tel qu'illustré en figure 2.1 :

- par un couple *distance-angle* ( $d, \phi$ ) : la distance géométrique entre les véhicules et l'angle entre la direction d'avance d'un véhicule et la direction inter-véhicules, tel qu'utilisé dans [CNL00, MPPD05] ;
- par un couple *distance-distance* ( $d_1, d_2$ ) : une projection de la distance géométrique dans le repère d'un des véhicules (distance latérale et distance longitudinale) ([KŠ07]).

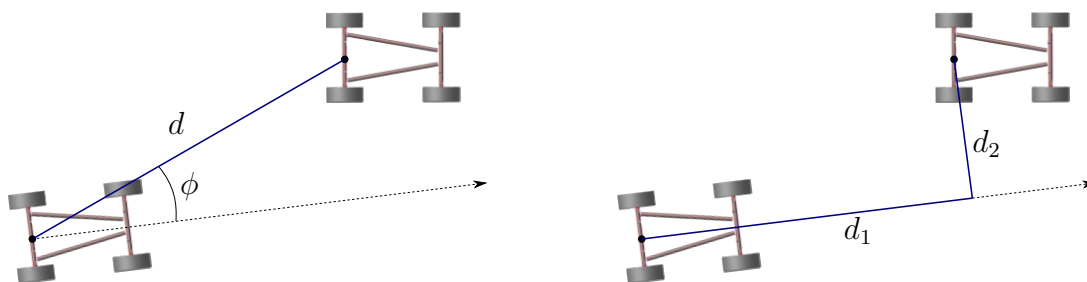


FIGURE 2.1 – Définition de la distance inter-véhicules en distance-angle (à g.) ou en distance-distance (à d.)

Le choix d'une formation définie par un ensemble de couples distance-angle est plutôt privilégié dans le cas où la localisation des véhicules est relative, particulièrement lors de l'utilisation de caméras ou de laser pour repérer la position d'un ou plusieurs autres véhicules de la flotte ([DJ07]), d'où le couple distance-angle est plus directement extrait et pour certaines applications de robotique collaborative où le critère principal est le maintien de l'interdistance géométrique entre les robots (pour le transport collaboratif d'objets par exemple, voir [SK02]). Dans le cadre de notre étude, le maintien de la formation au cours du suivi de trajectoire vise des applications dont l'objectif est que la flotte réalise une couverture de zone ou reste dans un chemin. Il est alors nécessaire de contrôler l'écartement des véhicules au sein de la formation. C'est pourquoi on se tourne vers une caractérisation de la formation via des couples distance-distance, qui permettent de plus de projeter la distance désirée suivant la direction d'avance du véhicule (distance longitudinale  $d_1$ ) et de la séparer de la distance latérale désirée ( $d_2$ ).

Dans le cas du suivi de trajectoire tel qu'envisagé dans ces travaux, la trajectoire est une référence commune à l'ensemble des véhicules et nous choisissons donc de définir la forme

de la formation par rapport à cette référence. Ainsi, la position désirée de chaque véhicule  $i$  dans la formation est explicitée par le couple :

- distance latérale  $y_i^{des}$  à la trajectoire (distance au point le plus proche de la trajectoire)
- interdistance curviligne désirée  $d_{i/j}^{des}$  par rapport au véhicule  $j$  (distance à parcourir le long de la trajectoire)

La figure 2.2 illustre les distances désirées ainsi que les distances définissant la formation.

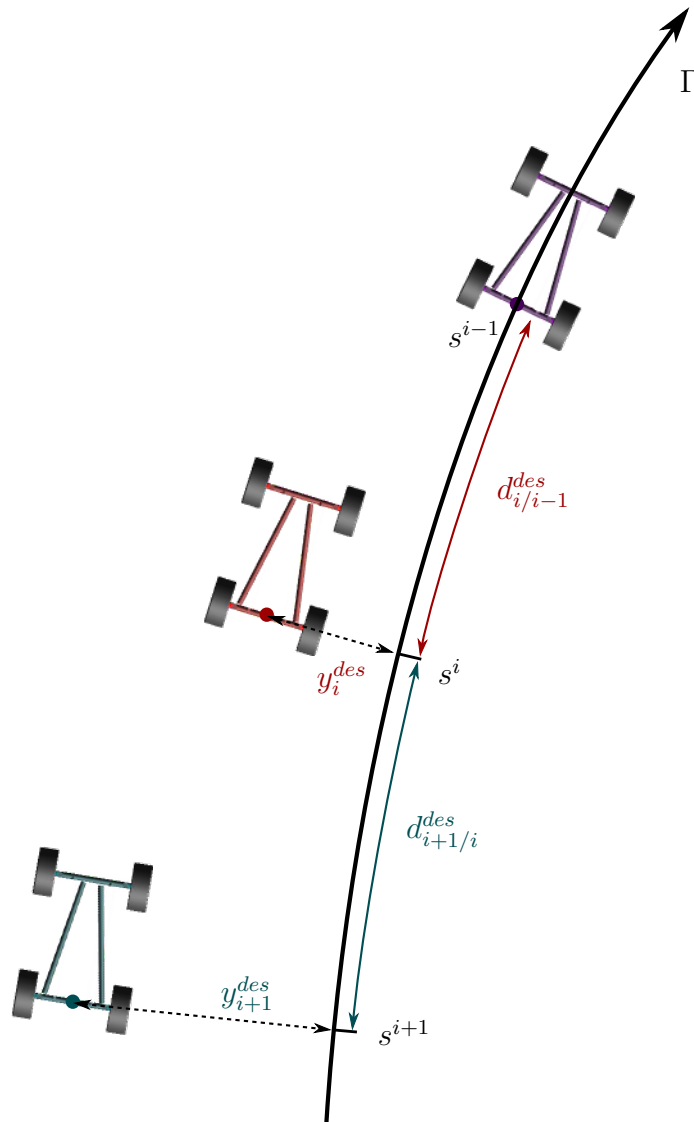


FIGURE 2.2 – Définition des distances désirées au sein de la formation

La formation pouvant être amenée à évoluer au long de la trajectoire, les distances désirées sont possiblement variables.



## 2.2 Modélisation d'un robot mobile non-holonome

### 2.2.1 Représentation bicyclette

Les robots mobiles utilisés sont des véhicules à 4 roues motrices et à 2 trains directeurs. Leurs paramètres géométriques sont constitués des dimensions données par leur voie  $V$  et leur empattement  $L$ , et l'on suppose que la structure de chaque véhicule est symétrique par rapport à son plan sagittal (plan de tangage positionné sur l'axe longitudinal médian d'avance). Cette hypothèse de symétrie, représentative de la structure réelle des véhicules expérimentaux, est aussi une hypothèse classique dans le cadre de la robotique mobile [Thu95].

Dans le cadre de la modélisation, le véhicule est considéré comme un solide indéformable et son évolution peut être rapportée à celle d'une bicyclette. Pour réaliser cette simplification, chaque train directeur est simplifié par une roue virtuelle au centre de chaque essieu dont l'angle de braquage est cohérent avec l'angle de braquage de chaque roue, tel qu'illustré en figure 2.3. Le véhicule est en effet modélisé comme évoluant sous l'hypothèse de roulement sans glissement (RSG). Les angles de braquage de chaque roue (réels et équivalents) doivent donc suivre les relations de l'épure de Jeantaud décrites dans [Won01], c'est-à-dire que les axes de rotation des roues convergent en un point unique  $O$ , le centre instantané de rotation du véhicule.

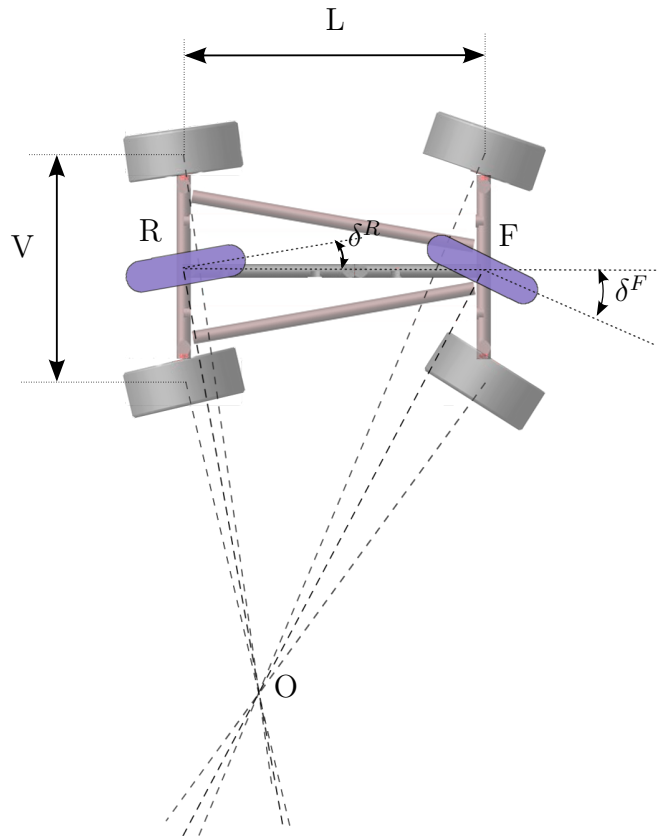


FIGURE 2.3 – Réduction du modèle 4-roues en bicyclette

Les notations utilisées dans la figure 2.3 et par la suite sont les suivantes :

- $R$  est le point au centre de l'essieu arrière du robot. C'est le point de référence pour la commande du robot ;
- $F$  est le point au centre de l'essieu avant du robot ;
- $O$  est le centre instantané de rotation du robot ;
- $L$  est l'empattement du robot ;
- $V$  est la voie du robot ;
- $\delta^F$  et  $\delta^R$  sont les angles de direction équivalents respectivement de la roue avant et de la roue arrière du robot. Ils sont reliés aux angles de braquage réels par des conditions géométriques données par la figure 2.3 ;
- $v$  est la vitesse d'avance du véhicule au point  $R$ .

Dans le cadre applicatif considéré du suivi de trajectoire en formation, le terrain est supposé suffisamment peu pentu pour que, couplé à la vitesse relativement limitée des véhicules, la dynamique de roulis du véhicule réel soit négligeable. Nous verrons par la suite que les effets associés à la géométrie et aux conditions d'adhérence sont pris en compte dans le modèle étudié.

Ce modèle d'Ackermann décrit alors l'évolution du véhicule sans perte de degré de liberté par rapport au mouvement du véhicule 4 roues. En outre, cette représentation permet de limiter le nombre de paramètres intervenant dans la description de l'évolution du véhicule, ce qui représentera un gain de simplification pour la modélisation puis la commande, tout en gardant une fidélité de modélisation suffisante pour la description des phénomènes régissant le mouvement.

Dans la suite de ce mémoire, on adoptera cette représentation simplifiée du véhicule. Les expressions des consignes calculées par la suite pour la commande du véhicule seront donc des valeurs de vitesse et d'angle de braquage des roues virtuelles de la bicyclette. Pour les expérimentations sur les véhicules réels à 4 roues indépendantes, un module bas-niveau est implémenté pour re-transformer ces commandes en consignes pour chaque roue, respectant les conditions géométriques imposées par l'épure de Jeantaud.

### 2.2.2 Modèle cinématique d'évolution sous l'hypothèse RSG

Avec cette simplification de la structure du véhicule, des représentations cinématiques du mouvement, liant l'évolution de la position du véhicule à ses paramètres géométriques et de commande, peuvent être établies.

### a/ Localisation dans le repère absolu

Dans un repère absolu  $\mathfrak{R}_0$ , la localisation du robot est décrite par la position du point  $R$  centre de l'essieu arrière caractérisée par son abscisse  $a$  et son ordonnée  $b$ , et par l'orientation  $\theta$  de l'axe du véhicule par rapport à l'axe des abscisses. Ces notations sont représentées dans la figure 2.4.

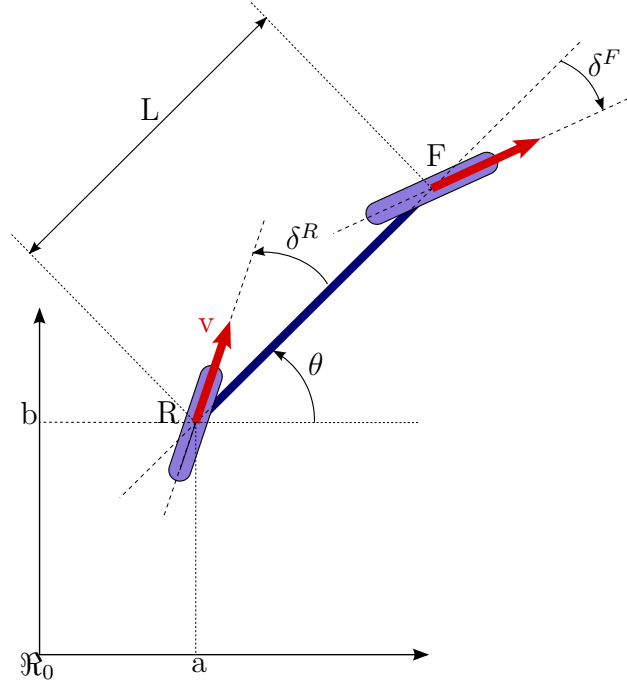


FIGURE 2.4 – Modèle cinématique bicyclette dans le repère absolu

Le mouvement du véhicule résultant d'une vitesse  $v$  et d'angles de braquage  $(\delta^F, \delta^R)$  peut alors être décrit en termes de vitesse d'avance le long de chacun des axes ( $\dot{a}$  et  $\dot{b}$ ) et de vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  et est régi par le système d'équations (2.1).

$$\begin{cases} \dot{a} = v \cdot \cos(\theta + \delta^R) \\ \dot{b} = v \cdot \sin(\theta + \delta^R) \\ \dot{\theta} = v \cdot \cos(\delta^R) \frac{\tan(\delta^F) - \tan(\delta^R)}{L} \end{cases} \quad (2.1)$$

Ce modèle est défini en tout point de l'espace d'état, tant que  $(\delta^F, \delta^R) \not\equiv \frac{\pi}{2} \pmod{\pi}$ , du fait du domaine d'existence de la fonction tangente. En pratique, les angles de braquage des robots n'atteignent jamais les  $90^\circ$ , ils sont limités à un débattement maximal dépendant de la structure physique des véhicules.

### b/ Localisation dans le repère de Frénet

Dans le cadre d'un suivi de trajectoire, on peut aussi exprimer la position du véhicule par rapport à cette trajectoire de référence, dans un repère dit de Frénet tel qu'illustré en figure

2.5. Pour ce faire, on relève le point de la trajectoire le plus proche du robot, que l'on appelle  $M$ . La tangente à la trajectoire en  $M$  permet de définir un repère local lié à la trajectoire, noté  $\mathcal{R}_t$ , dont l'axe des abscisses est porté par la direction de la tangente, formant un angle  $\theta_{traj}$  avec le repère absolu  $\mathcal{R}_0$ . En  $M$ , on définit aussi la courbure de la trajectoire, notée  $c$ . La position du véhicule est alors caractérisée non plus par une abscisse et une ordonnée absolues mais par :

- $s$  l'abscisse curviligne du point  $M$ . Cela correspond à la distance parcourue le long de la trajectoire  $\Gamma$ ,
- $y = \overrightarrow{RM}$  l'écart latéral du robot par rapport à la trajectoire dans le repère  $\mathcal{R}_t$ ,
- $\tilde{\theta}$  la déviation angulaire du robot par rapport à la trajectoire dans le repère  $\mathcal{R}_t$ .

Ce positionnement par les dimensions  $(s, y, \tilde{\theta})^T$  définit l'état du véhicule en chaque instant.

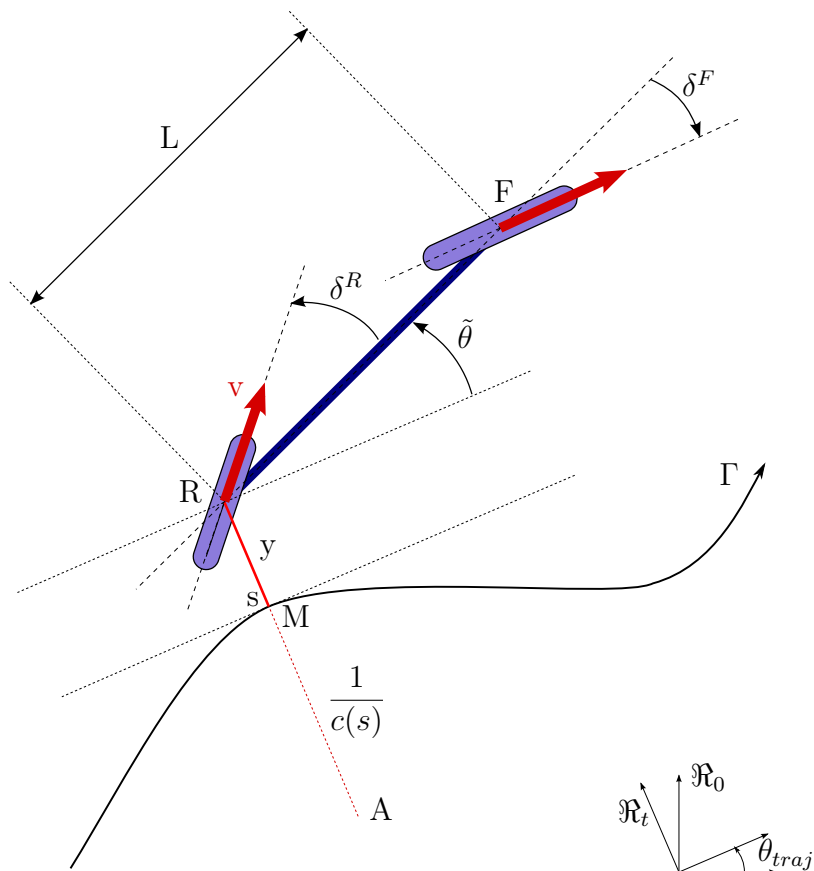


FIGURE 2.5 – Modèle cinématique

Dans le repère de Frénet, les équations d'évolution de l'état, représentant le mouvement du robot, deviennent alors :

$$\begin{cases} \dot{s} = v. \frac{\cos(\tilde{\theta} + \delta^R)}{1 - c(s)y} \\ \dot{y} = v. \sin(\tilde{\theta} + \delta^R) \\ \dot{\tilde{\theta}} = v. \left( \cos(\delta^R) \frac{\tan(\delta^F) - \tan(\delta^R)}{L} - \frac{c(s) \cos(\tilde{\theta} + \delta^R)}{1 - c(s)y} \right) \end{cases} \quad (2.2)$$

Similairement à la modélisation dans le repère absolu, ce modèle d'état est non-défini pour les angles de braquage de  $\pm 90^\circ$ , situation que l'on ne rencontrera jamais en pratique. La localisation dans le repère de Frénet impose une autre singularité dans le modèle lorsque  $1 - c(s).y = 0$ , ce qui se traduit physiquement par le positionnement du robot au centre de rotation instantané de la trajectoire de référence, le point  $R$  est superposé avec le point  $A$  dans la figure 2.5. Cette restriction sera vérifiée lors de l'étape de localisation où chaque robot vérifie que sa trajectoire locale (la trajectoire de référence décalée de l'écart latéral) ne rencontre pas cette singularité géométrique. Au besoin, l'état dans le repère absolu pourra être temporairement utilisé pour élaborer une commande transitoire permettant de traverser la singularité.

Ce modèle cinématique est suffisamment représentatif pour être couramment utilisé lors de nombreuses applications de commande de robot mobile évoluant en environnement urbain ou industriel. Cependant, pour des applications d'évolution en milieu naturel tel qu'envisagé dans cette thèse, l'interaction entre le véhicule et le sol au niveau du pneumatique est plus complexe et ne suit plus l'hypothèse de roulement sans glissement. Les modèles cinématiques présentés ne sont alors plus représentatifs de l'évolution réelle du véhicule dans son environnement. Pour y remédier, une étude plus précise du contact pneu-sol est présentée ci-après, ce qui permettra ensuite de construire de nouveaux modèles d'évolution intégrant les phénomènes de glissement.

## 2.3 Modélisation de l'interaction roue-sol

Si le véhicule peut être considéré comme un solide indéformable dans son ensemble, cette même simplification pour le pneumatique revient à considérer que le véhicule évolue suivant la condition de roulement sans glissement (RSG). Cette hypothèse est souvent considérée comme suffisamment représentative pour modéliser des véhicules évoluant en environnement urbain avec une bonne adhérence au sol [dOV01, TBMM04]. Cependant, pour des applications d'évolution en milieu naturel, l'hypothèse RSG n'est plus applicable car la modélisation de l'évolution du pneumatique qu'elle induit n'est plus représentative de son évolution réelle. Il est alors nécessaire de se pencher plus finement sur la modélisation du pneumatique comme un solide déformable, générant des efforts de contact pneu-sol. C'est donc l'objet de cette section que d'étudier les modèles existants décrivant les phénomènes de frottement entre le pneumatique et le sol, ceci afin de construire un modèle permettant d'extraire les efforts liés au contact roue-sol, première étape de la construction d'un modèle global du véhicule.

### 2.3.1 Torseur des efforts au contact roue-sol

Au contact de la roue sur le sol, des efforts apparaissent entre les deux parties. Ils sont issus de la déformation des éléments (roues et sol) sous l'effet de la charge, ce qui crée une surface de contact sur laquelle des frottements sont générés. Bien que l'interaction précise entre les deux surfaces soit complexe à décrire précisément à l'aide de modèles théoriques, on peut cependant représenter l'évolution du pneumatique en séparant les effets longitudinaux et les effets latéraux.

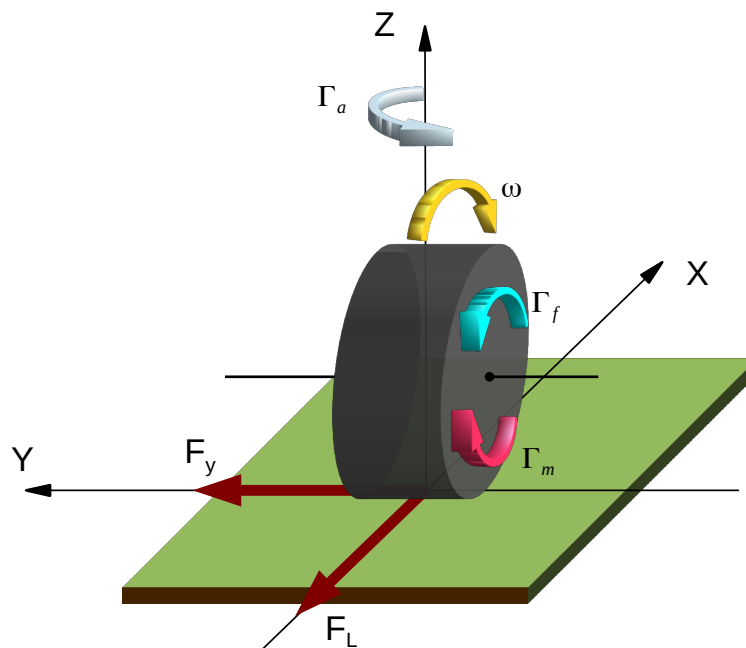


FIGURE 2.6 – Représentation des efforts au contact pneu-sol

Les efforts s'appliquant sur la roue au niveau du contact pneu-sol, représentés sur la figure 2.6, sont les suivants :

$F_L$  la force longitudinale transmise au contact pneu-sol. Elle est définie dans la direction de la roue et sera non-nulle durant les phases d'accélération et de freinage du véhicule.

$F_y$  la force latérale transmise au contact pneu-sol. Elle est définie perpendiculairement à la direction de la roue et apparaît durant les virages et en présence d'une pente latérale.

$F_z$  non représenté sur la figure 2.6, l'effort vertical appliqué au contact pneu-sol est dû à la masse du véhicule et varie du fait des transferts de masse lors des accélérations et dans les virages.

$\Gamma_m$  le couple moteur appliqué à la roue. Pour les roues motrices, il provient directement du moteur tandis que les roues non-motrices sont entraînées par le frottement au roulement.

$\Gamma_f$  le couple résistant. Il tend à freiner la rotation de la roue et regroupe les effets dus à la résistance au roulement du pneumatique et à la déformation du sol.

$\Gamma_a$  le couple d'auto-alignement. Dans les virages, la déformation latérale du pneumatique au niveau de la surface de contact roue-sol crée ce couple qui tend à s'opposer à cette déformation et donc à ramener la roue à un angle de braquage nul.

$\omega$  la vitesse de rotation de la roue. Elle est mesurable directement grâce aux capteurs intégrés aux moteurs des roues.

La force longitudinale  $F_L$  et la force latérale  $F_y$  sont les deux composantes de l'effort global au contact transmis par le pneumatique dans le plan de contact.

$$\vec{F} = \vec{F}_L + \vec{F}_y \quad (2.3)$$

Ce sont ces efforts qui définissent la capacité du véhicule à accélérer (pour l'effort longitudinal) et à tourner (pour l'effort latéral). Leur valeur dépend des paramètres du contact que sont la charge verticale  $F_z$ , la nature du sol, la géométrie du pneumatique. Il faut cependant garder à l'esprit que l'effort global est tel que sa répartition implique que lorsque l'une de ses composantes augmente, l'autre diminue (voir [GS94, GLR01]). La séparation des efforts longitudinaux et latéraux permet de distinguer et d'étudier séparément leurs effets sur l'évolution du pneumatique.

### 2.3.2 Évolution longitudinale

La force longitudinale  $F_L$ , illustrée en figure 2.6, est définie dans l'axe du pneu. Elle est liée au glissement longitudinal apparent, grandeur représentative de la différence entre la vitesse d'avance théorique (dans les conditions de roulement sans glissement), déterminée

d'après la vitesse de rotation de la roue, et la vitesse d'avance réelle de la roue. On note  $\lambda$  le glissement longitudinal normalisé dont l'expression est définie en (2.4).

$$\lambda = \frac{R_e \cdot \omega - V_x}{\max(R_e \cdot \omega, V_x)} \quad (2.4)$$

La vitesse d'avance théorique dépend du rayon effectif  $R_e$  de la roue. Il définit la distance du centre de rotation de la roue au centre de la surface de contact. Ce rayon est différent du rayon à vide du pneumatique du fait de l'écrasement du pneumatique sous l'effet de la charge verticale, tel qu'illustré en figure 2.7.

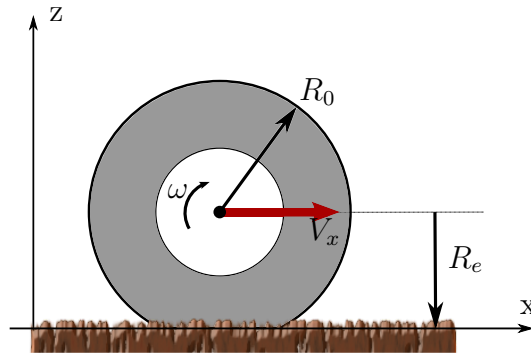


FIGURE 2.7 – Représentation du rayon effectif de la roue

Le glissement est généralement compris dans l'intervalle  $[-1,1]$ , sauf dans les cas extrêmes où les vitesses d'avance théoriques et réelles sont de signe différent. En phase d'accélération, la vitesse d'avance théorique est supérieure à la vitesse réelle donc le glissement est positif. Au contraire, en phase de freinage, le glissement longitudinal est négatif. Les valeurs limites  $-1$  et  $1$  correspondent aux limites d'adhérence du pneumatique. En effet, le cas  $\lambda = 1$  traduit le phénomène de patinage, durant lequel la roue tourne mais le véhicule n'avance pas. À l'opposé, dans le cas  $\lambda = -1$ , le véhicule avance malgré le blocage de la roue.

Dans le cadre du suivi de trajectoire à vitesse modérée, les accélérations des véhicules sont suffisamment limitées pour considérer que le glissement longitudinal n'intervient pas de manière perceptible pour la commande des déplacements. Il sera donc négligé dans les modèles d'évolution et les lois de commande. Cependant, ces phénomènes longitudinaux seront étudiés plus précisément au chapitre 5 où la modélisation de la dynamique d'un arrêt d'urgence, avec une forte décélération, nécessite de prendre en compte ces effets devenus non-négligeables.

### 2.3.3 Évolution latérale

Dans l'hypothèse du roulement sans glissement, la direction de la vitesse d'avance est portée par l'axe du pneumatique. Or, sous l'effet des forces latérales — apparaissant en présence de pente ou d'un angle de braquage — la surface de contact se déforme et le pneu se déplace latéralement. Au niveau de la roue, l'avance longitudinale se conjugue avec la



déformation latérale au contact, et la vitesse totale résulte de ces deux phénomènes. La direction d'avance forme alors un angle  $\beta$  avec l'axe du pneumatique, que l'on nomme la *dérive* du pneumatique. Cette dérive est illustrée en figure 2.8 pour une roue dans le plan de lacet. D'après les composantes longitudinales  $V_x$  et latérales  $V_y$  de la vitesse d'avance, l'angle

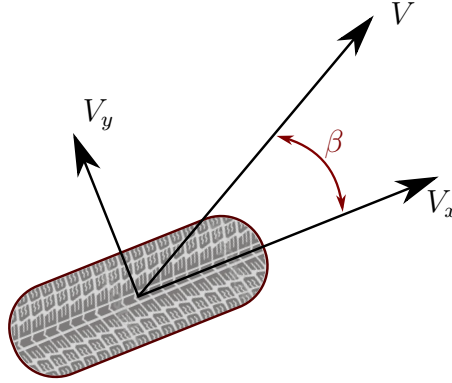


FIGURE 2.8 – Définition de l'angle de dérive du pneumatique

de dérive s'exprime par :

$$\beta = \arctan \left( \frac{V_y}{|V_x|} \right) \quad (2.5)$$

De par sa définition, l'angle de dérive est difficilement mesurable directement par des capteurs. Pour obtenir une estimation de sa valeur, on se tournera vers une démarche d'observation, présentée en section 2.5.

L'évolution latérale peut aussi être caractérisée par le taux de glissement latéral  $\kappa$ , déduit de l'angle de dérive :

$$\begin{cases} \kappa = (1 - |\lambda|) |\tan(\beta)| & \text{en phase de traction} \\ \kappa = |\tan(\beta)| & \text{en phase de freinage} \end{cases} \quad (2.6)$$

Cela permet alors de regrouper le glissement longitudinal et le glissement latéral pour définir le glissement global de la roue au niveau de la surface de contact avec le sol :

$$g = \sqrt{\lambda^2 + \kappa^2} \quad (2.7)$$

### 2.3.4 Modèles de contact

Les paramètres de glissements étant définis, on cherche à caractériser les relations reliant les efforts et les glissements observés au contact roue-sol. Pour cela, les modèles de contact permettent de décrire les interactions entre les surfaces.

Les phénomènes de frottement intervenant dans la tribologie ont commencé à être étudiés au XVI<sup>e</sup> siècle par Léonard de Vinci. Ces premières observations ont été enrichies au cours des XVII<sup>e</sup> et XVIII<sup>e</sup> siècle pour obtenir des relations de contact encore utilisées aujourd'hui, telles

les lois de Coulomb (1780) et de Hertz (1880). À partir de ces lois générales, des modèles spécifiques au contact pneu-sol ont été élaborés. Ces modèles peuvent être répartis entre modèles analytiques et modèles empiriques.

Les modèles analytiques cherchent à modéliser théoriquement l'ensemble des phénomènes physiques dans la zone de contact et d'en déduire des systèmes d'équation d'évolution du pneumatique. On considérera en particulier le modèle de Brown proposant une description de la déformation du pneumatique et de la répartition des efforts sur la surface de contact. Ce modèle a ensuite servi de référence pour le développement des modèles enrichis de Dugoff [DFS70] et de Gim [GN90].

La limitation des modèles analytiques est que la prise en compte de suffisamment de phénomènes physiques pour être représentatif se fait au détriment de la complexité des modèles, et donc des temps de calcul, ce qui peut limiter leur utilisation en temps réel. De ce fait, des modèles incluant des grandeurs déterminées empiriquement ont été développés, tel le modèle de Kiencke et Nielsen [KN05].

Dans une autre approche, le modèle de Coulomb a servi de base à Dahl [Dah68] pour développer un modèle empirique permettant de représenter les glissements à faible vitesse. Ce modèle ne prend cependant pas en compte l'effet Stribeck, reflétant l'évolution du coefficient de frottement en fonction de la vitesse. Le modèle de Dahl a donc ensuite été enrichi. On citera en particulier le modèle de Lund-Grenoble (LuGre), élaboré par Canudas de Wit et al. [COAL95], incluant non seulement l'effet Stribeck, mais aussi le cisaillement et le frottement visqueux.

À l'autre bout du spectre, les modèles totalement empiriques se basent sur des relevés expérimentaux de courbes de comportement. À partir de ces courbes, des modèles d'évolution sont établis pour « coller » au mieux au comportement réel. La variation des paramètres expérimentaux (vitesse, pression des pneumatiques, nature du sol, etc.) permet alors d'identifier l'influence de chacun de ces paramètres sur la réponse. Le plus célèbre — et le plus utilisé — de ces modèles est le modèle (ou plutôt les modèles) de Pacejka [Pac81, BNP87, Pac05], usuellement qualifié de « formule magique ».

### a/ **Modèle analytique de Brown**

Le modèle de Brown, dont le détail de la théorie de contact peut être retrouvé dans [Ben94], se décompose en trois étapes : la répartition de la pression sur la surface de contact, puis le calcul des contraintes, pour enfin déterminer les efforts transmis au contact pneu-sol.

#### **Calcul de la répartition de pression dans la zone de contact roue/sol**

Le pneumatique est modélisé comme un solide déformable s'écrasant sous l'effet des efforts. La surface de contact roue-sol est alors modélisée comme une surface rectangulaire de longueur  $L$  et de largeur  $l$ , tel qu'illustré en figure 2.9. La déformation du pneumatique est liée à l'effort par une raideur. Or, par construction de la structure des pneumatiques, la raideur latérale  $K_y$  du pneu est largement supérieure à la raideur verticale  $K_z$ . Il est alors classique de considérer

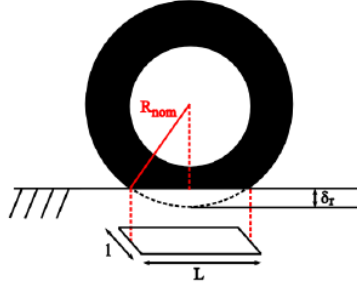


FIGURE 2.9 – Modélisation de la surface de contact pneu/sol

la largeur de contact  $l$  fixe et donnée par la largeur du pneumatique, tandis que la longueur du contact est liée à la charge verticale  $F_z$  selon la raideur verticale  $K_z$ . L'écrasement du pneumatique, appelé communément la déformation radiale  $\delta_r$ , est donc donné par :

$$\delta_r = \frac{F_z}{K_z} \quad (2.8)$$

Des considérations géométriques permettent de lier la déformation radiale au rayon nominal du pneu et à la longueur du contact, suivant la relation :

$$R_{nom}^2 = \frac{L^2}{4} + (R_{nom} - \delta_r)^2 \quad (2.9)$$

La longueur du contact peut alors être déduite, et même simplifiée en considérant  $R_{nom} \gg \delta_r$ , le rayon nominal est très grand devant la déformation radiale. L'expression simplifiée de la longueur de contact  $L$  est alors :

$$L = \sqrt{8 \cdot R_{nom} \cdot \frac{F_z}{K_z}} \quad (2.10)$$

L'effort vertical  $F_z$  est ensuite distribué sur la surface de contact, créant une pression de contact distribuée. Une répartition classique consiste à distribuer la pression de manière constante sur la largeur et paraboliquement sur la longueur. Ainsi la pression  $P$  en un point de la surface de contact ne dépend que de son abscisse  $x_p$  suivant la formule :

$$P(x_p) = \frac{4 \cdot P_{max}}{L} \left(1 - \frac{x_p}{L}\right) x_p \quad (2.11)$$

Cette équation dépend aussi du paramètre  $P_{max}$  la pression maximale. Or, cette pression maximale peut être liée à la charge verticale  $F_z$  en intégrant la pression sur la surface de contact :

$$F_z = \int_0^L P(x_p) \cdot l \cdot dx_p = \frac{2 \cdot P_{max} \cdot L \cdot l}{3} \quad (2.12)$$

Finalement, en combinant (2.11) et (2.12), la répartition de pression en fonction de la charge verticale est donnée par :

$$P(x_p) = \frac{6 \cdot F_z}{L^2 \cdot l} \left(1 - \frac{x_p}{L}\right) x_p \quad (2.13)$$

### Calcul des contraintes sur la surface de contact roue/sol

Les contraintes appliquées sur la surface de contact du pneumatique entraînent une déformation, qui est pour partie élastique (réversible, on parle de contrainte élastique) et pour partie plastique (irréversible, on parle de contrainte de glissement). Le modèle de Brown considère alors que l'ensemble de la surface de contact est divisée en 2 zones distinctes où s'exerce chacun des types de contrainte. La figure 2.10 illustre la définition de ces zones, la zone d'adhérence siège des contraintes élastiques et la zone de glissement.

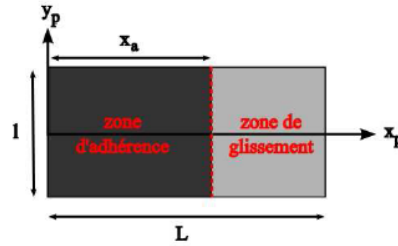


FIGURE 2.10 – Zones de contrainte

Les contraintes élastiques sont dues à la déformation du pneumatique, qui est fonction de la raideur de celui-ci. Les contraintes de glissement, quant à elles, dépendent d'un coefficient de frottement et de la distribution de pression le long du contact roue/sol. Par définition, la détermination des contraintes élastiques fait donc appel à la mécanique des milieux continus alors que les contraintes de glissement sont issues de la mécanique des solides indéformables. Cependant, à la transition entre les deux zones, la continuité des contraintes doit être assurée. L'abscisse  $x_a$  du point de transition — aussi appelé *point de décollement* — est donc calculée de manière à assurer cette continuité des contraintes.

### Calcul des contraintes de glissement

La zone de glissement se situe au-delà du point de détachement, donc l'abscisse  $x_p$  des points de la zone vérifient  $x_a < x_p < L$ .

Dans cette zone, les contraintes de glissement, notées  $\sigma_g$ , dépendent d'un coefficient de frottement  $\mu$  et de la distribution de pression suivant la relation :

$$\sigma_g = \mu \cdot P(x_p) \quad (2.14)$$

Avec la répartition parabolique de la pression (2.13),  $\sigma_g$  a pour expression :

$$\sigma_g = \frac{6 \cdot \mu \cdot F_z}{L^2 \cdot l} \left(1 - \frac{x_p}{L}\right) \cdot x_p \quad (2.15)$$

Or, le glissement n'étant pas forcément colinéaire avec l'axe horizontal, l'angle d'orientation  $\gamma$  est introduit. D'après la définition du glissement global (2.7), l'angle  $\gamma$  vaut :

$$\begin{cases} \cos(\gamma) = \frac{\lambda}{g} \\ \sin(\gamma) = \frac{\kappa}{g} \end{cases} \quad (2.16)$$

La projection des contraintes de glissement selon l'angle  $\gamma$  donne les deux composantes des contraintes de glissement :

$$\begin{cases} \sigma_{gx} = \sigma_g \cdot \cos(\gamma) \\ \sigma_{gy} = \sigma_g \cdot \sin(\gamma) \end{cases} \quad (2.17)$$

Finalement, d'après (2.15) et (2.16), les deux composantes de la contrainte de glissement (2.17) ont pour expression :

$$\begin{cases} \sigma_{gx} = \frac{6 \cdot \mu \cdot F_z}{L^2 \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x_p}{L}\right) \cdot \frac{\lambda}{g} \cdot x_p \\ \sigma_{gy} = \frac{6 \cdot \mu \cdot F_z}{L^2 \cdot l} \cdot \left(1 - \frac{x_p}{L}\right) \cdot \frac{\kappa}{g} \cdot x_p \end{cases} \quad (2.18)$$

### Calcul des contraintes d'adhérence

Dans l'autre zone, la zone d'adhérence, les contraintes élastiques longitudinales  $\sigma_{ax}$  et latérales  $\sigma_{ay}$  sont par définition proportionnelles au déplacement relatif ( $\Delta_{xp}$  et  $\Delta_{yp}$ ) et à la raideur du pneumatique ( $K_x$  et  $K_y$ ) selon chaque axe :

$$\begin{cases} \sigma_{ax} = K_x \cdot \Delta_{xp} = K_x \cdot \lambda \cdot x_p \\ \sigma_{ay} = K_y \cdot \Delta_{yp} = K_y \cdot \kappa \cdot x_p \end{cases} \quad (2.19)$$

avec  $0 < x_p < x_a$

### Calcul du point de détachement

Les valeurs des deux types de contraintes, d'adhérence et de glissement, sont alors comparées pour calculer l'abscisse  $x_a$  à laquelle les normes des contraintes sont égales, ce qui positionnera le point de décollement. En ce point, on a donc :

$$\sigma_{ax}^2 + \sigma_{ay}^2 = \sigma_g^2 \quad (2.20)$$

D'après les expressions des contraintes (2.15) et (2.19), l'abscisse  $x_a$  peut être déduite de la relation (2.20) comme :

$$x_a = L \cdot \left[ 1 - \frac{l \cdot L^2}{6 \cdot \mu \cdot F_z} \sqrt{(K_x \cdot \lambda)^2 + (K_y \cdot \kappa)^2} \right] \quad (2.21)$$

On notera qu'il existe une configuration pour les glissements ( $\lambda_c$ ,  $\kappa_c$ ) explicitée en (2.22) conduisant l'abscisse de détachement à être nulle,  $x_a = 0$ .

$$\begin{cases} \kappa_c = \pm \frac{K_x}{K_y} \cdot \lambda_c \\ \lambda_c = \pm \frac{6 \cdot \mu \cdot F_z}{\sqrt{2} \cdot K_x \cdot l \cdot L^2} \end{cases} \quad (2.22)$$

La zone d'adhérence est alors nulle, la surface de contact n'est que glissement ce qui peut être interprété de manière macroscopique par une perte d'adhérence du pneumatique. Son efficacité à transmettre les efforts est ainsi drastiquement diminuée.

### Extraction des efforts tangentiels

Lorsque la surface de contact est partagée entre zone d'adhérence et zone de glissement, les efforts tangentiels longitudinaux et latéraux peuvent finalement être extraits de l'expression des contraintes comme l'intégrale des contraintes sur la surface de contact.

$$\left\{ \begin{array}{l} F_L = \left( \int_0^{x_a} \sigma_{ax} dx_p + \int_{x_a}^L \sigma_{gx} dx_p \right) \cdot l \\ \quad = \frac{K_x \cdot l \cdot x_a^2 \cdot \lambda}{2} + \frac{\mu \cdot \lambda \cdot F_z}{g} \cdot \left[ 1 - 3 \cdot \left( \frac{x_a}{L} \right)^2 + 2 \cdot \left( \frac{x_a}{L} \right)^3 \right] \\ F_y = \left( \int_0^{x_a} \sigma_{ay} dx_p + \int_{x_a}^L \sigma_{gy} dx_p \right) \cdot l \\ \quad = \frac{K_y \cdot l \cdot x_a^2 \cdot \kappa}{2} + \frac{\mu \cdot \kappa \cdot F_z}{g} \cdot \left[ 1 - 3 \cdot \left( \frac{x_a}{L} \right)^2 + 2 \cdot \left( \frac{x_a}{L} \right)^3 \right] \end{array} \right. \quad (2.23)$$

Dans le cas où l'abscisse du point de détachement est nulle, les efforts longitudinaux et latéraux sont extraits seulement à partir des contraintes de glissement :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_x = \mu_x \cdot F_z \\ F_y = \mu_y \cdot F_z \end{array} \right. \quad (2.24)$$

où  $\mu_x = \mu \cdot \cos(\gamma)$  et  $\mu_y = \mu \cdot \sin(\gamma)$  représentent les coefficients de frottement selon chaque axe respectif et sont explicités à partir des équations (2.16).

Ce modèle de contact de Brown modélise donc la déformation élastique et le glissement pur du pneumatique au niveau de la surface de contact et, à partir des efforts engendrés par chacune des contraintes, les efforts longitudinaux et latéraux totaux sont déduits. On notera que le couplage entre les deux directions est pris en compte par la présence du terme de glissement global  $g$  dans les expressions des efforts (2.23) et (2.24).

### b/ Modèle analytique de Dugoff

Le modèle de Dugoff établit aussi une expression pour les efforts longitudinaux  $F_L$  et latéraux  $F_y$  dépendant des paramètres du pneumatique et de glissement, ainsi que d'un paramètre de couplage entre les deux composantes.

$$\begin{aligned} F_L &= K_x \cdot \frac{\lambda}{1 - \lambda} \cdot \tau \\ F_y &= K_y \cdot \frac{\kappa}{1 - \lambda} \cdot \tau \end{aligned} \quad (2.25)$$

Ces expressions sont définies tant que le glissement longitudinal  $\lambda$  est inférieur à 1.  $K_x$  et  $K_y$  sont les paramètres de raideur respectivement longitudinale et latérale du pneumatique.

Le terme de couplage  $\tau$  est quant à lui exprimé par :

$$\tau = \begin{cases} (2 - \sigma) \cdot \sigma & \text{si } \sigma < 1 \\ 1 & \text{si } \sigma \geq 1 \end{cases} \quad \text{avec} \quad \sigma = \frac{(1 - \lambda) \cdot \mu \cdot F_z}{2\sqrt{(K_x \cdot \lambda)^2 + (K_y \cdot \kappa)^2}} \quad (2.26)$$

où  $\mu$  est un paramètre de frottement prédéterminé. Pour plus de détails, le lecteur se référera à [DFS70].

Par analogie au modèle de Brown, la valeur de la variable  $\sigma$  détermine l'existence ou non de la zone d'adhérence.

### c/ Modèle analytique de Gim

Le modèle de Gim, détaillé en [GN90, Gim91], se rapproche du modèle de Brown dans le sens où il considère de la même manière la surface de contact rectangulaire et reprend les mêmes 3 étapes pour déterminer les efforts au contact. Cependant, contrairement à celui-ci, il dissocie les composantes longitudinales et latérales du glissement. L'expression des efforts longitudinaux  $F_L$  et latéraux  $F_y$  est alors donnée par :

$$\begin{cases} F_L = \frac{K_x \cdot l}{2} \cdot \lambda \cdot L^2 + \mu_x \cdot F_z \cdot (1 - L^2 + 2 \cdot L^3) \\ F_y = \frac{K_y \cdot l}{2} \cdot \kappa \cdot L^2 + \mu_y \cdot F_z \cdot (1 - 3 \cdot L^2 + 2 \cdot L^3) \end{cases} \quad (2.27)$$

Les coefficients de frottement sont eux aussi dissociés entre le paramètre  $\mu_x$  coefficient longitudinal et  $\mu_y$  coefficient de frottement latéral. Les variables  $l$  et  $L$  décrivent les dimensions de la surface de contact ;  $l$  la largeur du contact est définie comme la largeur du pneumatique et  $L$  la longueur de la zone de contact est déterminée par la relation :

$$L = 2 \cdot R_0 \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot l \cdot R_0^2}{3 \cdot \mu \cdot F_z} \sqrt{(K_x \cdot \lambda)^2 + (K_y \cdot \kappa)^2} \right) \quad (2.28)$$

### d/ Modèle mixte de Kiencke et Nielsen

Le modèle de Kiencke et Nielsen, présenté en [KN05], est un modèle en 2 étapes : tout d'abord la détermination du coefficient de frottement  $\mu$ , puis la détermination des efforts au contact à partir des glissements. Ce modèle est qualifié de semi-empirique car la première étape est analytique, basée sur la modélisation physique du contact entre la roue et le sol tandis que la seconde étape est empirique.

Le coefficient de frottement  $\mu$  est défini par :

$$\mu = c_1 \cdot (1 - e^{-c_2 \cdot g}) - c_3 \cdot g \cdot e^{-c_4 \cdot g \cdot v_G} \cdot (1 - c_5 \cdot F_z^2) \quad (2.29)$$

Dans cette relation,  $v_G$  désigne la vitesse au centre de gravité  $G$  tandis que les coefficients  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  sont dépendants du type de sol,  $c_4$  est fonction de la vitesse du véhicule et  $c_5$  dépend de la charge maximale sur la roue.

À partir de ce coefficient de frottement, la relation entre les composantes des efforts et des glissements est déterminée empiriquement par :

$$\begin{cases} F_L = \mu \cdot \frac{F_z}{g} \cdot \left( \lambda \cdot \cos(\beta) - c_6 \cdot \kappa \cdot \sin(\beta) \right) \\ F_y = \mu \cdot \frac{F_z}{g} \cdot \left( c_6 \cdot \kappa \cdot \cos(\beta) + \lambda \cdot \sin(\beta) \right) \end{cases} \quad (2.30)$$

où  $c_6$  est un coefficient de pondération déterminé expérimentalement et compris entre 0,9 et 0,95.

### e/ Modèle empirique de Dahl

Le modèle de Dahl est un modèle empirique construit du point de vue de la résistance des matériaux, voir [Dah68, Dah76]. Il considère en effet que, pour des petits déplacements, le pneu aura un comportement élastique en considérant ces déplacements comme des déformations réversibles tandis que les déplacements plus importants seront considérés comme des déformations plastiques (donc irréversibles). L'évolution de l'effort global de frottement  $F_f$  est alors exprimé en fonction du déplacement et de la vitesse  $\dot{x}$  :

$$\frac{dF_f(x)}{dx} = \sigma \left| 1 - \frac{F_f}{F_c} \cdot \text{signe}(\dot{x}) \right|^n \cdot \text{signe} \left( 1 - \frac{F_f}{F_c} \cdot \text{signe}(\dot{x}) \right) \quad (2.31)$$

Dans cette expression,  $\sigma$  désigne la rigidité au point d'équilibre,  $F_c$  est la force de frottement définie par la loi de Coulomb et  $n$  est un paramètre dépendant du matériau. Un matériau très peu déformable et « cassant » aura un coefficient  $n$  compris entre 0 et 1, tandis que les matériaux très ductiles auront un coefficient  $n > 1$ .

Dans le cas d'un coefficient  $n = 1$ , le modèle de Dahl se simplifie et devient :

$$\frac{dF_f(x)}{dx} = \sigma \left( 1 - \frac{F_f}{F_c} \cdot \text{signe}(\dot{x}) \right) \quad (2.32)$$

ou, exprimé en fonction du temps :

$$\frac{dF_f(x)}{dt} = \sigma \cdot \dot{x} - \frac{F_f}{F_c} \cdot \sigma \cdot |\dot{x}| \quad (2.33)$$

Ce modèle, en considérant les déformations élastiques pour des faibles déplacements, est bien adapté à décrire cette situation. Néanmoins, pour les plus grands déplacements, sa représentativité des phénomènes réels se dégrade, notamment du fait de la non prise en compte de l'effet Stribeck. Le modèle de Dahl est donc surtout utilisé comme une base pour l'élaboration de modèles plus complexes.



### f/ Modèle empirique de LuGre

Parmi les modèles dérivés du modèle de Dahl, le modèle de Lund-Grenoble (LuGre) est un modèle dynamique prenant en compte le frottement de Coulomb, le frottement visqueux et l'effet Stribeck. C'est donc un modèle complet qui a été développé par Canudas de Wit et al. dans [COAL95] et [Ols96], puis enrichi dans [DHAA02, CTV<sup>+</sup>03].

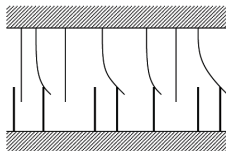


FIGURE 2.11 – Modélisation du contact selon le modèle de LuGre

Dans ce modèle, la surface de contact est idéalisée comme un enchevêtrement de lamelles élastiques, tel qu'illustré en figure 2.11. Une variable d'état  $z$ , représentant la déformation de ces lamelles élastiques au contact, est introduite. C'est donc une variable homogène à un déplacement dont l'évolution suit la relation :

$$\frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \cdot \frac{|v|}{g(v)} \cdot z = v - h(v) \cdot z \quad (2.34)$$

La force de friction  $F_f$  est alors définie par la relation :

$$F_f = \sigma_0 \cdot z + \sigma_1 \cdot \dot{z} + f(v) \quad (2.35)$$

Dans ces relations,  $v$  est la vitesse du véhicule,  $\sigma_0$  et  $\sigma_1$  sont des paramètres représentant respectivement une raideur et un amortissement du contact pour des petits déplacements. La fonction  $f$  représente les frottements visqueux et est généralement définie par :

$$f(v) = \sigma_2 \cdot v \quad (2.36)$$

La fonction  $g$ , quant à elle, prend en compte le frottement de Coulomb et l'effet Stribeck. Sa dépendance à la vitesse différencie ce modèle du modèle de Dahl. Une expression pour la fonction  $g$  modélisant l'effet Stribeck est proposée comme :

$$g(v) = F_c + (F_s - F_c) \cdot e^{-\left|\frac{v}{v_s}\right|^\alpha} \quad (2.37)$$

où  $F_s$  est l'effort statique et  $F_c$  la force de frottement de Coulomb. Le paramètre  $v_s$ , appelé vitesse de Stribeck, détermine la vitesse de convergence de  $g(v)$  vers  $F_c$ .

### g/ Modèle empirique de Pacejka

Le modèle empirique de Pacejka est certainement le plus utilisé pour les applications automobiles, tant et si bien qu'il est qualifié de « formule magique ». C'est un modèle qui,

contrairement à ceux présentés précédemment, ne se base pas sur des phénomènes physiques mais uniquement sur la modélisation à partir de mesures. Il établit une expression reliant les composantes latérales et longitudinales de l'effort transmis au contact roue-sol au glissement et à la dérive du pneumatique. La variation des conditions expérimentales permet alors d'identifier l'influence respective des différents paramètres, et donc d'adapter les expressions des paramètres du modèle.

Dans une première modélisation présentée dans [Pac81], un certain nombre d'hypothèses limitatrices avaient été posées :

- les pneumatiques ne sont soumis qu'à un seul type de sollicitation, latérale ou longitudinale ;
- la charge verticale est constante ;
- l'accélération latérale ou longitudinale est constante.

Sous ces conditions, le glissement ( $\lambda$  et  $\beta$ ) est lié aux efforts  $F_L$  et  $F_y$  par la relation analytique :

$$\begin{cases} F_L(\lambda + S_{hx}) = D_x \cdot \sin \left[ C_x \cdot \arctan \left( B_x \cdot \lambda - E_x \cdot (B_x \cdot \lambda - \arctan(B_x \cdot \lambda)) \right) \right] + S_{vx} \\ F_y(\beta + S_{hy}) = D_y \cdot \sin \left[ C_y \cdot \arctan \left( B_y \cdot \beta - E_y \cdot (B_y \cdot \beta - \arctan(B_y \cdot \beta)) \right) \right] + S_{vy} \end{cases} \quad (2.38)$$

Chacune des équations dépend de 6 coefficients :

- $B_*$  et  $C_*$  la pente à l'origine et l'allure de la courbe,
- $D_*$  la valeur maximale de l'effort,
- $E_*$  est un facteur de forme caractérisant la courbure de la réponse autour de la valeur maximale  $D$ ,
- $S_{h*}$  et  $S_{v*}$  des coefficients d'ajustement à l'origine de la courbe.

L'influence de ces coefficients est illustrée en figure 2.12.

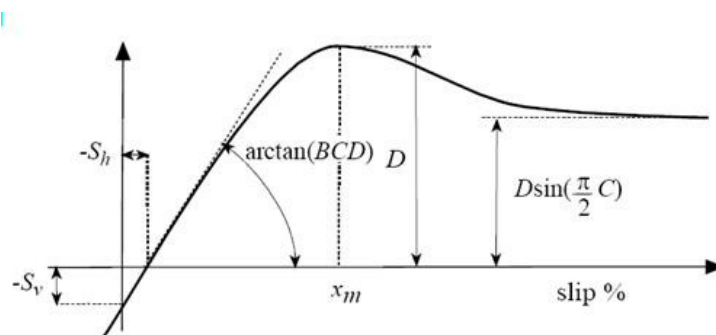


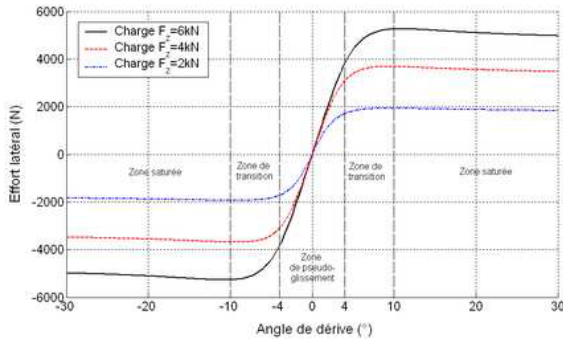
FIGURE 2.12 – Influence des coefficients du modèle de Pacejka

Afin de s'affranchir des hypothèses limitatrices de ce modèle et de prendre en compte un plus grand nombre de paramètres expérimentaux, une seconde version enrichie du modèle de Pacejka a ensuite été développée et présentée dans [BNP87].

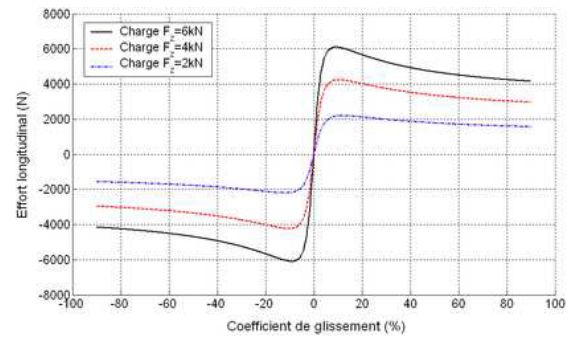
$$\begin{cases} F_L(\lambda + S_{hx}) = D_x \cdot \sin \left[ C_x \cdot \text{atan} \left( B_x \cdot \lambda \cdot (1 - E_x) + \frac{E_x}{B_x} \text{atan}(B_x \cdot \lambda) \right) \right] \\ F_y(\beta + S_{hy}) = D_y \cdot \sin \left[ C_y \cdot \text{atan} \left( B_y \cdot (\beta + S_h) \cdot (1 - E_y) + \frac{E_y}{B_y} \text{atan}(B_y \cdot (\beta + S_h)) \right) \right] + S_v \end{cases} \quad (2.39)$$

Cette nouvelle modélisation, dont la figure 2.13 illustre l'allure pour différentes valeurs de charge verticale  $F_z$ , est régie par les coefficients pour chacune des expressions :

$$\begin{cases} B_x = \frac{a_3 \cdot F_z^2 + a_4 \cdot F_z}{C \cdot D \cdot e^{a_5 \cdot F_z}} \\ C_x = a_0 \\ D_x = a_1 \cdot F_z^2 + a_2 \cdot F_z \\ E_x = a_6 \cdot F_z^2 + a_7 \cdot F_z + a_8 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} B_y = (1 - b_{12}|\gamma|) \frac{b_3 \cdot \sin(b_4 \cdot \text{atan}(b_5 \cdot F_z))}{C \cdot D} \\ C_y = b_0 \\ D_y = b_1 \cdot F_z^2 + b_2 \cdot F_z \\ E_y = b_6 \cdot F_z^2 + b_7 \cdot F_z + b_8 \\ S_h = b_9 \cdot \gamma \\ S_v = (b_{10} \cdot F_z^2 + b_{11} \cdot F_z) \cdot \gamma \end{cases} \quad (2.40)$$



(a) Effort latéral en fonction de la dérive



(b) Effort longitudinal en fonction du glissement

FIGURE 2.13 – Modèle de Pacejka

Le modèle comporte donc 22 paramètres  $a$  et  $b$  paramétrant la forme de la réponse. Ils peuvent être divisés en 3 catégories, suivant l'origine de leur influence :

**Propriétés du sol :** le type de sol change de manière drastique les conditions d'adhérence (bitume, gravier, herbe, sable etc.), de même que le taux d'humidité, surtout sur les revêtements de type asphalte. C'est pourquoi, il existe différents pneumatiques qui sont optimisés pour un type de sol (pneu neige, tout-terrain, slick, etc.).

**Propriétés du pneumatique :** les propriétés intrinsèques au pneumatique sont soit d'ordre physique (rigidité/élasticité, matériaux, etc.) ou soit d'ordre morphologique (pression, crampon, slick, etc.). Tout l'intérêt est bien sûr d'adapter ces paramètres en fonction des propriétés du sol.

**Propriétés du système de suspension :** la raideur de la suspension influera sur le transfert de charge lors des phases de changement de direction ou de freinage/accélération, ce qui modifiera la valeur de la charge verticale  $F_z$ . D'autre part la géométrie de la suspension (carrossage, pincement/ouverture, etc.) modifie la surface de contact du pneumatique et donc son comportement.

De nouveaux modèles de Pacejka encore plus complets ont depuis été développés pour prendre en compte l'influence de paramètres supplémentaires tels la pression de gonflage et le couplage longitudinal/latéral, voir [Pac05].

### h/ Modèle linéaire adapté adopté

Tous les modèles d'évolution du pneumatique présentent une zone de contact linéaire où l'effort est proportionnel au glissement, tant dans le plan longitudinal que latéral. Cette zone définie par de faibles glissements, correspond à la déformation élastique du pneu. Il n'y a donc pas à proprement parler de glissement au contact pneu-sol mais la déformation du pneumatique crée un glissement apparent au niveau du véhicule ; cette zone est donc appelée zone de pseudo-glissements. Une deuxième zone de transition apparaît lorsque les glissements (et respectivement les dérives) augmentent. Dans cette zone, la relation entre les glissements et les efforts transmis n'est plus linéaire, les glissements augmentent plus vite que les efforts qui finissent par saturer et atteindre une valeur maximale. Enfin, la dernière zone observée correspond à une situation de décrochage du pneumatique ; lorsque la valeur du glissement augmente, l'effort transmis est constant, voire diminue. Ces zones d'évolution sont illustrées en figure 2.14 pour l'évolution de l'effort latéral.

La zone de pseudo-glissements est généralement limitée par les intervalles de glissements  $\beta \in [-5^\circ, 5^\circ]$  pour le latéral et  $\lambda \in [-0.1, 0.1]$  pour la dynamique longitudinale. Dans cette zone, les efforts peuvent être liés aux glissements par les relations :

$$\begin{cases} F_L = C_L \cdot \lambda \\ F_y = C_y \cdot \beta \end{cases} \quad (2.41)$$

où  $C_L$  et  $C_y$  désignent respectivement les rigidités longitudinales et de dérive.

Cette relation simplifiée est utilisée dans le domaine automobile où, en évolution sur l'asphalte, l'adhérence est grande et les conditions d'évolution sortent rarement de cette zone. Cependant, pour les véhicules évoluant en milieu naturel, l'adhérence au contact pneu-sol va varier au cours du parcours et le pneumatique risque de s'écarter de sa zone linéaire. Les relations simplifiées (2.41) ne sont alors plus valables pour les rigidités constantes identifiées. Néanmoins, au

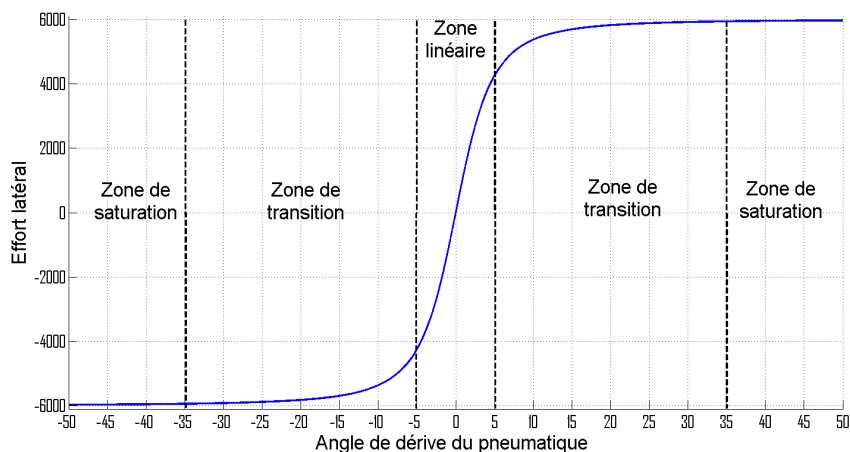


FIGURE 2.14 – Définition des zones d'évolution pour l'effort latéral

nouveau point de fonctionnement, on peut définir de nouvelles rigidités modifiées reliant les efforts aux glissements, tel qu'illustré en figure 2.15 pour l'effort latéral. On définit donc un

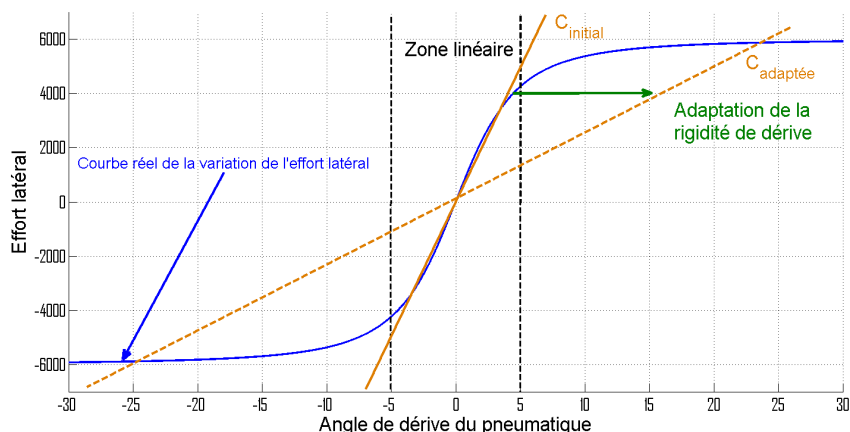


FIGURE 2.15 – Adaptation des rigidités au nouveau point de fonctionnement

modèle linéaire adapté :

$$\begin{cases} F_L = C_L(\lambda) \cdot \lambda \\ F_y = C_y(\beta) \cdot \beta \end{cases} \quad (2.42)$$

dans lequel les rigidités sont variables et doivent être adaptées en temps réel pour refléter les conditions d'évolution au contact roue-sol.

L'estimation des rigidités fera appel à des techniques d'observation présentées en section 2.5 pour l'adaptation des rigidités latérales. Le comportement longitudinal sera quant à lui plus particulièrement étudié au chapitre 5 où la dynamique longitudinale au cours d'un arrêt d'urgence est plus importante que durant les phases de suivi de trajectoire.

## 2.4 Modélisation de l'évolution du véhicule intégrant les phénomènes de glissement

Le véhicule est un solide indéformable dont la structure à 4 roues est simplifiée comme une bicyclette, composée d'une roue au centre de chaque essieu. Seules les roues sont considérées comme des solides déformables, dont l'évolution a été étudiée et est décrite à l'aide d'un modèle linéaire adapté. Il est donc maintenant possible d'explicitier le mouvement global du véhicule intégrant les phénomènes résultants de l'interaction roue-sol. Pour cela, différents modèles sont proposés.

### 2.4.1 Modèle dynamique

Le modèle de contact pneu-sol adopté permet de caractériser les efforts transmis au contact dans les deux directions longitudinales et latérales. Les équations de la dynamique décrivent alors l'évolution du véhicule en fonction de ces efforts. Le modèle dynamique du véhicule est présenté en figure 2.16, où l'on note :

- $G$  le centre de gravité du robot,
- $F$  et  $R$  les centres respectifs des essieux avant et arrière,
- $v_G$  la vitesse au centre de gravité du robot,
- $m$  la masse du robot, appliquée au centre de gravité,
- $\beta$  l'angle de dérive globale au centre de gravité
- $I_{zz}$  l'inertie du robot,
- $L_F$  la distance géométrique  $\overline{GF}$ ,
- $L_R$  la distance géométrique  $\overline{GR}$ ,
- $F_L^F$  la force longitudinale s'appliquant sur la roue avant,
- $F_L^R$  la force longitudinale s'appliquant sur la roue arrière,
- $F_y^F$  la force latérale s'appliquant sur la roue avant,
- $F_y^R$  la force latérale s'appliquant sur la roue arrière.

Le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) appliqué au système véhicule permet d'exprimer l'accélération du centre de gravité  $G$  dans ses deux directions longitudinales et latérales dans le repère local du véhicule.

$$\begin{cases} m(\dot{v}_G \cos \beta - v_G \dot{\beta} \sin \beta - v_G \dot{\theta} \sin \beta) = F_L^F \cos \delta^F + F_y^F \sin \delta^F + F_L^R \cos \delta^R + F_y^R \sin \delta^R \\ m(\dot{v}_G \sin \beta + v_G \dot{\beta} \cos \beta + v_G \dot{\theta} \cos \beta) = F_L^F \sin \delta^F - F_y^F \cos \delta^F + F_L^R \sin \delta^R + F_y^R \cos \delta^R \end{cases} \quad (2.43)$$

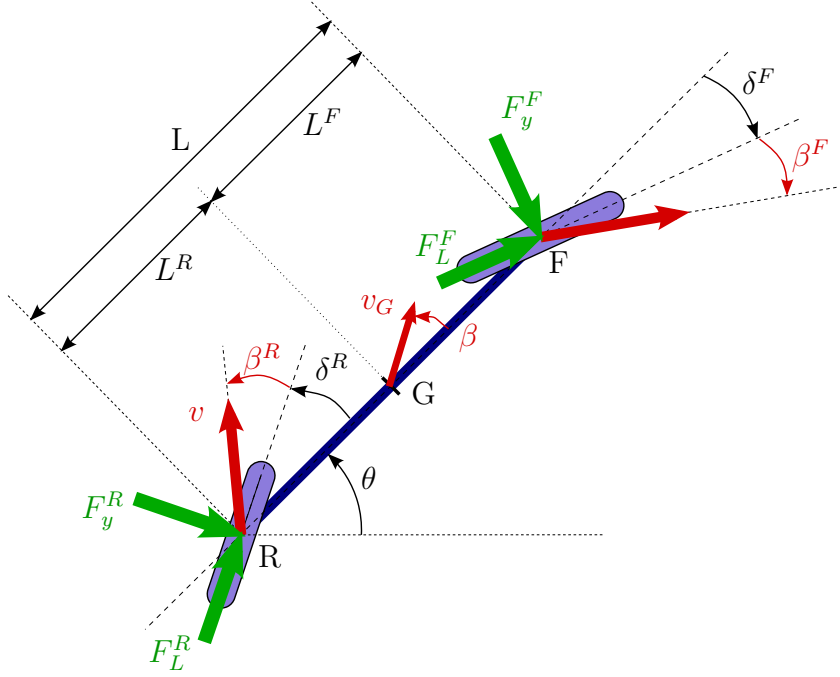


FIGURE 2.16 – Modèle dynamique

De plus, l'équation des moments autour de l'axe vertical donne l'expression de l'accélération de rotation :

$$I_{zz}.\ddot{\theta} = L^F \cdot (F_L^F \sin \delta^F - F_y^F \cos \delta^F) + L^R \cdot (F_L^R \sin \delta^R + F_y^R \cos \delta^R) \quad (2.44)$$

Des équations (2.43) et (2.44) sont déduites les évolutions des vitesses linéaire  $\dot{v}_G$ , de rotation  $\ddot{\theta}$  et de l'angle de dérive au centre de gravité  $\dot{\beta}$ . D'autre part, les formules de changement de point du vecteur vitesse permettent de déduire les expressions des dérives avant et arrière en fonction de la dérive globale. Ces relations définissent finalement un système d'équations décrivant l'évolution dynamique du véhicule dans le plan de lacet.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{v}_G = \frac{1}{m} [F_L^F \cos(\delta^F - \beta) + F_L^R \cos(\delta^R - \beta) + F_y^F \sin(\delta^F - \beta) - F_y^R \sin(\delta^R - \beta)] \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_{zz}} [L^F (F_L^F \sin \delta^F - F_y^F \cos \delta^F) + L^R (-F_L^R \sin \delta^R + F_y^R \cos \delta^R)] \\ \dot{\beta} = \frac{1}{mv_G} [F_L^F \sin(\delta^F - \beta) - F_L^R \sin(\delta^R - \beta) - F_y^F \cos(\delta^F - \beta) - F_y^R \cos(\delta^R - \beta)] - \dot{\theta} \\ \beta^R = \arctan \left( \tan(\beta) - \frac{L^R \cdot \dot{\theta}}{v_G \cdot \cos \beta} \right) - \delta^R \\ \beta^F = \arctan \left( \tan(\beta) + \frac{L^F \cdot \dot{\theta}}{v_G \cdot \cos \beta} \right) - \delta^F \end{array} \right. \quad (2.45)$$

Cette représentation dynamique permet de décrire précisément l'évolution du véhicule en prenant en compte directement les effets que subit le véhicule. En revanche, cela induit en conséquence un modèle comportant de nombreux paramètres, qui seront potentiellement

variables en fonction des conditions d'évolution. Leur estimation nécessitera donc de nombreux systèmes de perception et ces paramètres complexifient le modèle pour l'établissement d'une loi de commande.

La définition d'un modèle hybride est alors envisagée, dont l'objectif serait de garder la représentativité du mouvement réel mais avec un nombre de paramètres réduit. Cette dernière condition ayant été mise en exergue comme un avantage principal de la représentation cinématique, on souhaite se baser sur cette représentation et l'enrichir pour améliorer sa représentativité.

### 2.4.2 Modèle cinématique étendu

Les modèles cinématiques présentés en 2.2.2 décrivaient l'évolution du véhicule sous l'hypothèse de roulement sans glissement. Cette hypothèse a été infirmée par l'étude théorique de l'interaction roue-sol ainsi que par l'expérience (voir [LTCM03]). Les efforts générés au contact peuvent alors être considérés comme des perturbations du modèle modifiant l'évolution du véhicule en termes de déplacement latéral et angulaire. Une autre approche consiste à prendre en compte les effets des forces de contact, à savoir les glissements, et à les envisager comme des mouvements additionnels du véhicule.

Dans le cadre du suivi de trajectoire où les modifications de vitesses sont relativement limitées, le glissement longitudinal est négligé. Le principal effet modifiant le mouvement du véhicule est le glissement latéral créant un angle de dérive sur chaque roue,  $\beta^F$  pour la roue avant et  $\beta^R$  pour la roue arrière. Le modèle cinématique dépend alors de la direction réelle du vecteur vitesse différant de sa direction théorique du fait de la dérive, tel qu'illustré en figure 2.17.

Les équations d'évolution du mouvement sont présentées en équation (2.46) et définissent le modèle cinématique dit *étendu* du fait de l'ajout des angles de dérive.

$$\begin{cases} \dot{s} = v. \frac{\cos(\tilde{\theta} + \delta^R + \beta^R)}{1 - c(s)y} \\ \dot{y} = v. \sin(\tilde{\theta} + \delta^R + \beta^R) \\ \dot{\tilde{\theta}} = v. \left( \cos(\delta^R + \beta^R) \frac{\tan(\delta^F + \beta^F) - \tan(\delta^R + \beta^R)}{L} - \frac{c(s) \cos(\tilde{\theta} + \delta^R + \beta^R)}{1 - c(s)y} \right) \end{cases} \quad (2.46)$$

On remarquera que ce modèle étendu peut être considéré comme un modèle cinématique classique, sous l'hypothèse RSG, décrivant l'évolution d'un véhicule virtuel dont les angles de braquage sont équivalents à :

$$\begin{cases} \delta_{virt}^F = \delta^F + \beta^F \\ \delta_{virt}^R = \delta^R + \beta^R \end{cases} \quad (2.47)$$

Les conditions d'existence de ce modèle deviennent donc

- $1 - c(s).y \neq 0$ , condition non modifiée, le véhicule doit toujours éviter de se trouver au



centre de courbure de la trajectoire ;

- $\begin{cases} \delta^F + \beta^F \not\equiv \pi/2 \pmod{\pi} \\ \delta^R + \beta^R \not\equiv \pi/2 \pmod{\pi} \end{cases}$  les angles de braquage virtuels, somme du braquage réel et de la dérive, ne doivent pas être perpendiculaires à la direction du véhicule. En pratique, les amplitudes limitées de angles de braquage nous permettent d'assurer que cette situation ne sera jamais approchée durant les parcours de trajectoire.

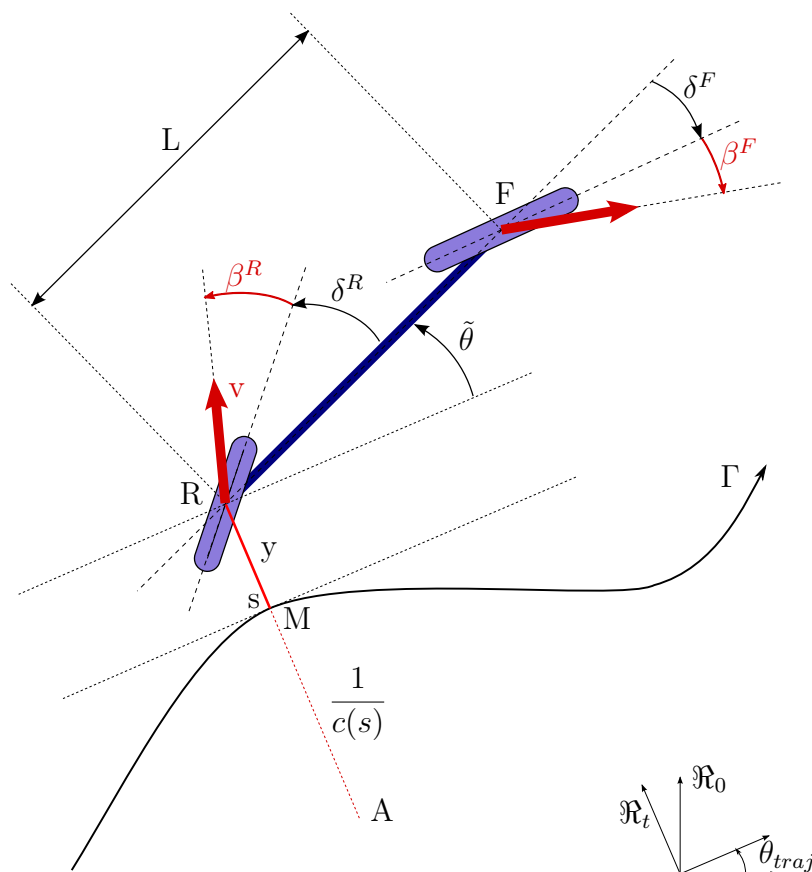


FIGURE 2.17 – Modèle cinématique étendu

Le modèle cinématique étendu (2.46) dépend des paramètres géométriques du véhicule mesurés hors ligne et constants, de sa position dans le repère de Frénet déduite de la position absolue et de la connaissance de la trajectoire, des valeurs de vitesse et d'angles de braquage mesurables par des capteurs proprioceptifs, ainsi que des angles de glissement. Tous les paramètres du modèle peuvent ainsi être mesurés directement ou facilement déduits des mesures, à l'exception des angles de glissement.

## 2.5 Observation des variables de glissement

Les glissements sont difficilement mesurables directement, du fait de l'impossibilité de placer des capteurs dans les pneus. Or la connaissance de ces glissements est nécessaire pour le calcul de l'évolution du véhicule. On se tourne donc vers l'utilisation d'un observateur comme « capteur virtuel », pour établir une estimation de ces glissements.

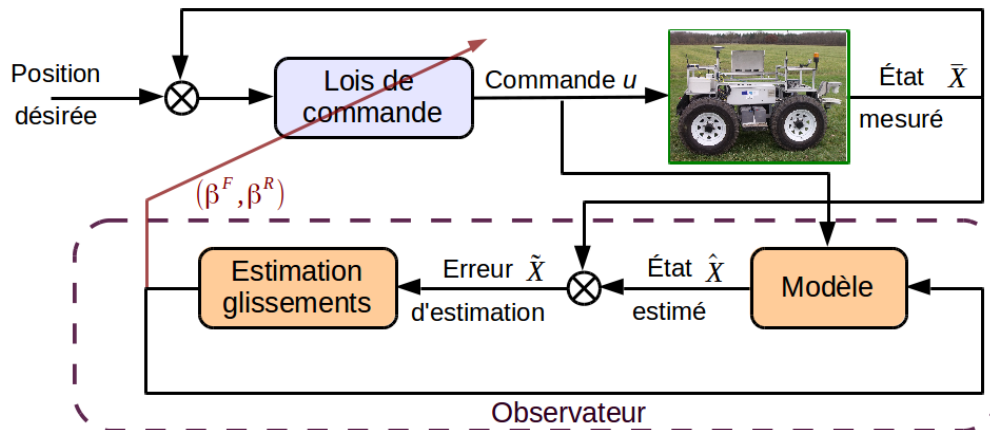


FIGURE 2.18 – Représentation schématique du module d'observation

Une méthode d'observation par retour d'état a été élaborée dans [LTCM06], puis approfondie dans [CLTB09] et sera présentée ci-après. À partir de la limite principale de cet observateur, l'impossibilité de passage par la vitesse nulle, une variante de ce premier observateur est développée en changeant le repère de l'observation [GLTM14]. En dernier lieu, pour conserver la précision de l'estimation des glissements à haute vitesse, un observateur multimodèle est conçu [LTCM09] ; l'utilisation du modèle dynamique pour le calcul de conditions d'adhérence permet ainsi d'augmenter la vitesse de convergence de l'observation lors des changements des conditions d'évolution.

### 2.5.1 Principe de l'observation

Les observateurs sont utilisés pour améliorer la précision de certaines variables mesurées ou reconstruire la valeur de variables non mesurables, ce qui est le cas pour notre système. Avant de construire précisément un observateur, il faut cependant s'assurer que d'après les mesures disponibles, les variables étudiées pourront être estimées. C'est ce qu'on appelle l'*observabilité* du système. En automatique, l'observabilité d'un système est définie comme la capacité à déduire à tout instant l'état interne du système à partir de la connaissance de ses entrées/sorties [Kal63]. L'observabilité est parfaitement connue et caractérisée dans le cas de systèmes linéaires (voir par exemple [Cha06]). Dans le cas de systèmes non-linéaires, la caractérisation de l'observabilité fait appel à des notions de géométrie différentielle et différentes conditions pour l'obtention de l'observabilité sont établies en fonction de la forme du système, linéaire en l'état ou la commande ou suivant la dépendance temporelle du système

[Thu12]. L'observabilité du système peut aussi être prouvée localement par linéarisation autour d'un point de fonctionnement. L'observabilité permet donc de s'assurer qu'un observateur peut être conçu.

Un observateur est construit sur le principe présenté en figure 2.18 pour le cas de l'estimation des angles de dérive. Il se base sur l'utilisation des mesures issues du processus réel, desquelles est déduit l'état mesuré  $\bar{X}$ , et d'un modèle analytique du processus. Ce modèle, alimenté par les commandes  $u$  appliquées permet de calculer une évolution estimée de l'état  $\dot{\hat{X}}$ . L'observateur définit une fonction de l'évolution de l'état estimé garantissant la convergence de l'état estimé  $\hat{X}$  vers l'état réel ( $X$ ).

La forme de la fonction de convergence définit alors le type d'observateur construit. Une des formes les plus classiquement utilisées est une fonction linéaire en l'erreur de sortie estimée, ce qui caractérise les observateurs dits de Luenberger-Kalman [DZ06, DGMS08]. D'autres formes de fonction de convergence non-linéaires permettent de définir les observateurs à mode glissant [MRF<sup>+</sup>08], exponentiels [DJP04], à grand gain [OF06]... Une comparaison de ces différentes approches dans le cadre de la robotique mobile a été réalisée dans [SCM04].

## 2.5.2 Observateur cinématique par retour d'état

Dans le cadre du suivi de trajectoire en environnement naturel, le modèle cinématique étendu (2.46) est utilisé pour caractériser l'évolution de l'état du véhicule. Celui-ci est alimenté par les capteurs. On souhaite obtenir une valeur pour les angles de dérive  $(\beta^R, \beta^F)$ , connaissant le modèle cinématique étendu d'évolution du véhicule. Une première approche proposée dans [LTCM06] consiste à déduire directement ces variables du vecteur d'état mesuré. Les mesures des capteurs permettent de calculer les valeurs de  $X$  et de  $\dot{X}$ , et l'inversion du modèle (2.46) permet de faire ressortir directement une expression pour les angles de glissement dépendante de ces valeurs. Cependant, l'imprécision et le bruit des mesures issues des capteurs, amplifiés par les dérivations numériques nécessitées par le modèle, impliquent un trop grand bruit sur les glissements calculés pour que cette estimation soit utilisée en vue d'alimenter le modèle (voir [SCM04]).

De nouveaux observateurs sont donc développés. Ceux-ci se basent sur la dualité entre l'observation et la commande. En effet, le problème de la commande consiste à agir sur les commandes  $u = (v, \delta^F, \delta^R)^T$  pour faire converger l'état du système  $X = (y, \tilde{\theta})^T$  vers l'état désiré  $(y^{des}, 0)^T$ , connaissant les paramètres de glissement  $(\beta^F, \beta^R)$ . L'estimation des glissements peut alors être considérée comme, connaissant l'état mesuré  $\bar{X}$  du système, la gestion d'un système observé dont l'état estimé  $\hat{X}$  doit être amené à converger vers l'état mesuré en commandant les valeurs de glissement estimé, les vitesses et angles de braquage étant alors des paramètres du système observé. Le problème de la preuve de l'observabilité des glissements se transforme ainsi en une question de commandabilité du système observé, dont la preuve a été présentée dans [Len05]. De manière similaire à l'établissement d'une loi de commande, l'observateur peut alors être construit par retour d'état.

**a/ Observateur basé sur la dualité observation-commande**

La construction de l'observateur par retour d'état étant envisagée de manière duale par rapport à la commande, on définit  $u_{obs}$  le vecteur des commandes, composé des glissements à estimer.

$$u_{obs} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}^F \\ \hat{\beta}^R \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

Ils sont vus comme des commandes car, pour l'observation, ce sont les valeurs d'entrée du système à partir desquelles l'état estimé du système va être réglé. L'état estimé du système, noté  $\hat{X}$  composé du positionnement latéral et angulaire, est l'état dont l'évolution est calculée par le modèle cinématique étendu (2.46) d'après les glissements estimés et les commandes envoyées au véhicule vues ici comme des paramètres.

$$\hat{X} = \begin{pmatrix} \hat{y} \\ \hat{\theta} \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

L'équation d'état du système observé est donc :

$$\dot{\hat{X}} = f(\hat{X}, u, u_{obs}) = \begin{cases} v \cdot \sin(\hat{\theta} + \delta^R + \hat{\beta}^R) \\ v \cdot \left[ \cos(\delta^R + \hat{\beta}^R) \cdot \frac{(\tan(\delta^F + \hat{\beta}^F) - \tan(\delta^R + \hat{\beta}^R))}{L} - \frac{c(s) \cdot \cos(\hat{\theta} + \delta^R + \hat{\beta}^R)}{1 - c(s) \cdot \dot{y}} \right] \end{cases} \quad (2.50)$$

Les angles de dérive étant en pratique limités à quelques degrés lors de l'évolution à des vitesses limitées, le modèle d'état observé peut être linéarisé sous l'hypothèse des petits angles de dérive. Le modèle d'état non linéaire (2.50) devient donc linéaire en la commande.

$$\dot{\hat{X}} = f(\hat{X}, u, 0) + B(\hat{X}, u) \cdot u_{obs} \quad (2.51)$$

avec  $B$  la matrice  $2 \times 2$  composée des dérivées partielles de  $f$  par rapport à la commande  $u_{obs}$  évaluées en  $u_{obs} = (0, 0)^T$ .

$$B(\hat{X}, u) = \frac{\partial f}{\partial u_{obs}}(\hat{X}, u, 0) = \begin{pmatrix} 0 & v \cos(\hat{\theta} + \delta^R) \\ \frac{v \cos \delta^R}{L \cos^2 \delta^F} & v \frac{c(s) \sin(\hat{\theta} + \delta^R)}{1 - c(s) \dot{y}} - \frac{v}{L \cos \delta^R} - v \sin(\delta^R) \frac{\tan \delta^F - \tan \delta^R}{L} \end{pmatrix} \quad (2.52)$$

Les conditions d'existence et d'inversibilité de la matrice  $B$  rejoignent les restrictions énoncées lors de la définition du modèle cinématique étendu en 2.4.2 et sont donc considérées comme étant toujours vérifiées. On ajoute à ces hypothèses la condition  $v \neq 0$ , la vitesse d'avance doit être non nulle.

Sachant que  $\bar{X}$  est une mesure de l'état provenant des valeurs des données capteur du véhicule, l'erreur d'observation  $\epsilon$  est alors complètement définie.

$$\epsilon = \hat{X} - \bar{X} \quad (2.53)$$

La dynamique de l'erreur est imposée suivant la relation (2.54).

$$\dot{\epsilon} = G.\epsilon \tag{2.54}$$

Le choix de la matrice  $G$  Hurwitz permet d'assurer la convergence exponentielle de l'erreur d'observation vers 0, donc la convergence de l'état estimé vers l'état réel mesuré. Les coefficients de la matrice  $G$  caractérisent la vitesse de cette convergence.

Finalement, le système étant commandable, la convergence de l'état implique bien que les glissements estimés convergent vers les valeurs de glissement réelles. Les glissements estimés sont donc déduits comme le vecteur de commande vérifiant la relation (2.54), dont l'expression est :

$$u_{obs} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}^F \\ \hat{\beta}^R \end{pmatrix} = B(\hat{X}, u)^{-1} \cdot [G.\epsilon - f(\hat{X}, u, 0) + \dot{\hat{X}}] \tag{2.55}$$

### **b/ Observateur étendu**

La condition d'existence de l'observateur précédent implique de stopper l'estimation des glissements au voisinage de la vitesse nulle, du fait de la non-inversibilité de la matrice  $B$ . Ceci posera problème dans le cadre d'un suivi de trajectoire en formation où, certes la vitesse d'avance désirée sera non-nulle, mais afin de garder les distances désirées entre les véhicules et en fonction de l'état des autres véhicules de la formation, un robot peut s'imposer de grandes variations de vitesse et, pourquoi pas, stopper momentanément. L'arrêt et le redémarrage nécessaires de l'observateur autour de cette singularité entraînera donc des discontinuités dans les conditions d'adhérence estimées, ce qui pourra potentiellement dégrader la qualité du suivi de trajectoire.

Une évolution de l'observateur précédent, permettant de s'affranchir de la singularité posée par le passage à vitesse nulle, est donc proposée dans [GLTM14] et dont la preuve d'observabilité et de convergence sera détaillée dans [SML15]. Ce nouvel observateur propose de s'écarter de la dualité pure entre observation et commande et d'observer l'ensemble du système (et plus uniquement les dérivées). L'état choisi pour l'observation est alors défini comme le vecteur composé de la position du véhicule augmenté des glissements. Cependant, seule la composante position du vecteur d'observation a une valeur mesurée disponible, et son évolution est estimée d'après le modèle cinématique étendu (2.46) (dépendant en outre des glissements estimés). La définition de l'erreur d'observation conduit à construire un algorithme d'observation par retour d'état (sous la forme de fonctions d'évolution de chacune des composantes du vecteur d'estimation) fixant l'évolution de l'erreur d'observation et conduisant à l'annulation de cette erreur. Les glissements estimés sont finalement déduits comme les deux dernières composantes du vecteur d'état estimé.

Cet observateur n'étant pas soumis à l'inversion d'une matrice dépendant de l'état du système, celui-ci accepte le passage par la vitesse nulle. De plus, une extension de cet observateur envisagée dans [GLTM14] consiste à définir la position utilisée dans le vecteur

d'observation comme la position dans le repère absolu. Cela permet alors à l'observateur de devenir indépendant de la trajectoire à suivre. Cette caractéristique est aussi intéressante car les trajectoires de référence sont généralement relevées par les positions GPS successives d'un véhicule parcourant et définissant cette trajectoire (durant un parcours préalable ou en ligne par le parcours manuel du premier véhicule de la formation). De ce fait, la trajectoire de référence peut présenter des imprécisions ou discontinuités dues à la précision du GPS et au terrain d'évolution variable entraînant des mouvements parasites du véhicule (trous, bosses), ce qui impactera l'évolution estimée dans le repère de Frénet. Ces discontinuités de la trajectoire sont interprétées par l'observateur cinématique dans le repère de Frénet comme des glissements infondés, ce que permet aussi d'éviter ce nouvel observateur dans le repère absolu.

### c/ Conclusion sur les observateurs cinématiques

Les deux observateurs présentés se basent sur les modèles d'évolution cinématiques du véhicule (dans le repère de Frénet ou dans le repère absolu). En considérant le problème de l'observation des dérives comme un problème de commande d'un modèle estimé dépendant des glissements pour le faire converger vers l'état mesuré, les techniques de retour d'état du modèle linéarisé permettent de construire une loi d'observation assurant la convergence de l'état estimé vers l'état mesuré. La commandabilité du système observé permet alors de déduire que la commande de glissements estimés conduisant à cette convergence tend vers les glissements réels du système.

L'observation étant basée sur la différence entre la mesure de l'évolution et un modèle d'évolution, toute différence entre les deux sera interprétée comme un glissement. Les glissements estimés incluront donc aussi différents phénomènes parasites tels que les biais des capteurs, les bruits de mesures, etc. En ce sens, les angles de dérives estimés par l'observation seront légèrement différents de leur définition présentée en figure 2.8 mais permettront, adaptés dans le modèle cinématique étendu (2.46), de refléter les mouvements réellement mesurés du véhicule.

Les observateurs cinématiques ne prennent pas en compte les évolutions des angles de dérives, pourtant connues par l'intermédiaire de l'évolution de l'angle de dérive globale dans le modèle dynamique (2.45). La convergence effective en temps réel de l'observation, par le réglage de la matrice de gain  $B$ , pourra donc être obtenue tant que les variations des angles de dérives restent limitées et que le modèle cinématique reflète l'évolution réelle du véhicule. Ces modules d'observation cinématique seront donc utilisés lorsque la vitesse d'évolution du véhicule est basse ; en pratique on pose la limite de la basse vitesse à  $3 \text{ m.s}^{-1}$ . Au-dessus de cette vitesse, les effets inertiels vont influencer de manière non-négligeable et modifier les conditions d'interaction roue-sol. Les glissements pourront alors évoluer rapidement et entrer dans une zone de non-linéarité. Dans ce cas, les observateurs cinématiques présenteront un

retard d'estimation, leur utilisation ne permettra donc plus de refléter les conditions réelles d'évolution.

### 2.5.3 Observateur mixte cinématique-dynamique

À plus haute vitesse ( $v > 3m/s$ ), les vitesses de convergence des observateurs précédents deviennent trop faibles au regard de l'évolution des conditions d'évolution et des phénomènes dynamiques intervenant à haute vitesse (inertie, non linéarité du contact). En conséquence, les glissements estimés ne sont plus représentatifs du contact roue-sol réel. Afin d'estimer de manière plus réactive les glissements, on se tourne vers l'utilisation du modèle dynamique (2.45) donnant l'évolution de la dérive globale en fonction des conditions d'évolution.

Un observateur multimodèle est donc construit en 3 étapes, tel qu'illustré en figure 2.19 et présenté dans [LTHM11] pour s'affranchir des singularités.

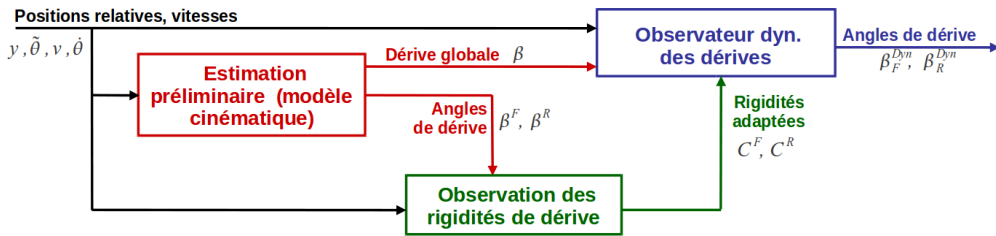


FIGURE 2.19 – Principe de l'observateur mixte cinématique-dynamique

- 1/ **Estimation préliminaire des dérives** Dans une première étape, un observateur cinématique tel que ceux présentés précédemment est utilisé. Il permet de calculer une première estimation des angles de dérive ( $\beta^F, \beta^R$ ) à partir du modèle cinématique étendu. Des angles de dérive des roues peut être déduite une valeur de la dérive globale du véhicule. Cette dérive globale notée  $\beta$  est illustrée en figure 2.16 et, d'après l'approximation des petits angles faite en (2.45), elle s'exprime en fonction des dérives des pneus par :

$$\beta = \frac{L^R \cdot (\beta^F + \delta^F) + L^F \cdot (\beta^R + \delta^R)}{L} \quad (2.56)$$

- 2/ **Observation des rigidités de dérive** Dans un second temps, l'évolution dynamique du véhicule est étudiée pour calculer, à partir des mesures et des angles de dérive cinématiques précédemment estimés, les valeurs des rigidités de dérive adaptées ( $C^F, C^R$ ) caractéristiques de l'interaction pneu-sol telles que définies en (2.42).

Les rigidités de dérive que l'on souhaite estimer étant liées aux efforts latéraux par la définition du modèle linéaire adapté d'interaction pneu-sol, leur estimation passe par l'observation des efforts latéraux. Pour ce faire, on définit un vecteur d'état  $X_1$  dont l'évolution est connue et décrite par le modèle dynamique (2.45).

$$X_1 = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \beta \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

Une mesure  $\bar{X}_1$  de l'état est connue, par la mesure pour la vitesse de rotation  $\bar{\theta}$  et d'après le calcul de la dérive globale dans l'étape précédente pour  $\bar{\beta}$ .

On définit  $\hat{X}_1$  une estimée de l'état que l'on souhaite faire converger vers l'état mesuré par l'adaptation des efforts latéraux estimés. D'après (2.45), l'évolution de l'état estimé peut être exprimée en un modèle linéaire en les efforts latéraux, ceux-ci composant donc le vecteur de commande du modèle d'observation.

$$\dot{\hat{X}}_1 = A_1(\hat{X}_1) + B_1(\delta^F, \delta^R) \cdot \begin{bmatrix} \hat{F}_y^F & \hat{F}_y^R \end{bmatrix}^T \quad (2.58)$$

avec

$$A_1(X_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{g}{v_G} - \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad B_1(\delta^F, \delta^R) = \begin{bmatrix} -\frac{L_y^F \cdot \cos(\delta^F)}{I_{zz}} & \frac{L_y^R \cdot \cos(\delta^R)}{I_{zz}} \\ -\frac{\cos(\delta^F)}{v_G \cdot m} & -\frac{\cos(\delta^R)}{v_G \cdot m} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

L'erreur d'observation  $\tilde{X}_1$  est définie comme :

$$\tilde{X}_1 = \hat{X}_1 - \bar{X}_1 \quad (2.60)$$

Le module d'observation ayant pour but de faire converger cette erreur vers 0, on pose la dynamique désirée de l'erreur :

$$\dot{\tilde{X}}_1 = G_1 \cdot \tilde{X}_1 \quad (2.61)$$

Or, la dynamique de l'erreur peut être exprimée en dérivant la relation (2.60). En considérant que l'état mesuré est lentement variable ( $\dot{\bar{X}}_1 = 0$ ), le vecteur de commande, les efforts latéraux estimés, permettant de faire converger l'état estimé vers l'état mesuré est alors déduit de (2.58) et (2.61).

$$\begin{bmatrix} \hat{F}_y^F & \hat{F}_y^R \end{bmatrix}^T = B_1(\delta^F, \delta^R)^{-1} \cdot (G_1 \cdot \tilde{X}_1 - A_1(\hat{X}_1)) \quad (2.62)$$

Ces efforts latéraux estimés sont alors représentatifs des efforts latéraux réels au contact pneu-sol.

D'après la définition du modèle de contact roue-sol linéaire adapté, les rigidités de dérives adaptées sont liées aux efforts latéraux par les relations :

$$\begin{cases} F_y^F = C^F \cdot \beta^F \\ F_y^R = C^R \cdot \beta^R \end{cases} \quad (2.63)$$

Les angles de dérive des roues ayant été estimés au cours de la première étape grâce à un observateur cinématique, les rigidités de dérive pourraient être déduites directement de (2.63) en divisant par ces angles. Cependant, cela implique que le calcul des rigidités



n'est plus possible lorsque les angles de dérive sont nuls, ce qui correspond au point de fonctionnement nominal du système (en mode RSG). Pour s'affranchir de cette singularité, les techniques de descente de gradient permettent, à partir de la relation (2.63), de calculer l'évolution des rigidités. La relation d'évolution est créée pour annuler l'erreur d'estimation entre les efforts estimés et calculés d'après les rigidités actuelles :

$$\begin{cases} \dot{\hat{C}}^F = -\gamma (\hat{F}_y^F - \hat{C}^F \cdot \beta^F) \frac{\partial (\hat{F}_y^F - \hat{C}^F \cdot \beta^F)}{\partial \hat{C}^F} = -\gamma (\hat{F}_y^F - \hat{C}^F \cdot \beta^F) \beta^F \\ \dot{\hat{C}}^R = -\gamma (\hat{F}_y^R - \hat{C}^R \cdot \beta^R) \frac{\partial (\hat{F}_y^R - \hat{C}^R \cdot \beta^R)}{\partial \hat{C}^R} = -\gamma (\hat{F}_y^R - \hat{C}^R \cdot \beta^R) \beta^R \end{cases} \quad (2.64)$$

Les nouvelles rigidités de dérive adaptées sont finalement déduites :

$$\begin{cases} C^F = \hat{C}^F + \dot{\hat{C}}^F \cdot dt \\ C^R = \hat{C}^R + \dot{\hat{C}}^R \cdot dt \end{cases} \quad (2.65)$$

**3/ Observation dynamique des dérives** L'angle de dérive globale et les rigidités de dérive adaptées étant calculées, le modèle dynamique d'évolution du véhicule peut être réexprimé en fonction de ces variables, en négligeant l'influence de la dynamique longitudinale, par :

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = \frac{1}{I_{zz}} [-L^F \cdot F_y^F \cdot \cos(\delta^F) + L^R \cdot F_y^R \cdot \cos(\delta^R)] \\ \dot{\beta} = -\frac{1}{mv_G} [F_y^F \cos(\delta^F - \beta) + F_y^R \cos(\delta^R - \beta)] - \dot{\theta} \end{cases} \quad (2.66)$$

Sous l'hypothèse des petits angles, ce modèle dynamique (2.66) peut être linéarisé :

$$\dot{X}_2 = A_2(C^F, C^R) \cdot X_2 + B_2(C^F, C^R) \cdot [\delta^F \ \delta^R]^T \quad (2.67)$$

avec  $X_2$  l'état, identique à (2.57) et  $A_2$  et  $B_2$  des matrices définies par :

$$X_2 = \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \beta \end{pmatrix}, \quad A_2(C^F, C^R) = \begin{bmatrix} \frac{-L^F \cdot C^F - L^R \cdot C^R}{v_G \cdot I_{zz}} & \frac{-L^F \cdot C^F + L^R \cdot C^R}{I_{zz}} \\ -\frac{L^F \cdot C^F - L^R \cdot C^R}{v_G^2 \cdot m} - 1 & -\frac{C^F + C^R}{v_G \cdot m} \end{bmatrix}, \quad (2.68)$$

$$B_2(C^F, C^R) = \begin{bmatrix} \frac{L^F \cdot C^F}{I_{zz}} & \frac{L^R \cdot C^R}{I_{zz}} \\ \frac{C^F}{v_G \cdot m} & \frac{C^R}{v_G \cdot m} \end{bmatrix}$$

Similairement à l'étape précédente, une mesure  $\bar{X}_2$  de l'état est disponible,  $\hat{X}_2$  une estimée de l'état et  $\tilde{X}_2$  l'erreur d'estimation de l'état. En imposant l'évolution de l'estimée sous la forme :

$$\dot{\hat{X}}_2 = A_2(\hat{C}^F, \hat{C}^R) \cdot \hat{X}_2 + B_2(\hat{C}^F, \hat{C}^R) \cdot [\delta^F \ \delta^R]^T + G_2 \cdot \tilde{X}_2 \quad (2.69)$$


---

on assure que l'erreur entre l'estimation et la mesure convergera vers 0 en suivant la relation :

$$\dot{\tilde{X}}_2 = (A_2 + G_2) \cdot \tilde{X}_2 \quad (2.70)$$

La matrice G est une matrice de gain dont les coefficients sont choisis afin d'assurer que la somme  $(A_2 + G_2)$  soit une matrice Hurwitz.

L'état estimé grâce à cet algorithme d'observation converge donc vers l'état réel en prenant en compte les effets dynamiques régissant l'évolution. Finalement, les angles de dérive des roues sont recalculés à partir de l'état dynamique d'après les équations (2.45).

$$\begin{cases} \beta_{dyn}^R = \arctan \left( \tan(\hat{\beta}) - \frac{L^R \cdot \dot{\hat{\theta}}}{v_G \cdot \cos(\hat{\beta})} \right) - \delta^R \\ \beta_{dyn}^F = \arctan \left( \tan(\hat{\beta}) + \frac{L^F \cdot \dot{\hat{\theta}}}{v_G \cdot \cos(\hat{\beta})} \right) - \delta^F \end{cases} \quad (2.71)$$

#### 2.5.4 Glissements observés

L'estimation des angles de dérive au travers des observateurs présentés est testée expérimentalement. Cependant, nous ne disposons pas de capteurs donnant une mesure des angles de glissements réels au sens de la définition 2.3.3 et créant une « vérité terrain » à laquelle comparer l'estimation. De plus, ainsi qu'il a été dit précédemment, les dérives estimées incluent aussi différents effets parasites dans la mesure (biais, retard des capteurs...) qui créent des pseudo-glissements observés. Les valeurs des glissements observés ne peuvent donc pas être validées directement ; néanmoins l'estimation correcte de ces angles implique que les modèles analytiques d'évolution du véhicule, dans lesquels les angles de dérive sont adaptés depuis l'observation, reflètent parfaitement le mouvement réel du véhicule. Or, ces modèles analytiques (et en particulier le modèle cinématique étendu) servent de base à l'élaboration des lois de commande du véhicule pour le suivi de trajectoire qui seront présentées au chapitre suivant. Lors des essais expérimentaux, la qualité de l'estimation des angles de dérive sera donc observée indirectement à l'aune de la précision de positionnement obtenue lors du parcours d'une trajectoire, en considérant en particulier l'écart latéral à la trajectoire pour lequel l'influence des dérives est la plus importante.

L'estimation des glissements peut toutefois être évaluée en simulation où les valeurs des glissements « réels » sont accessibles. Pour vérifier la convergence de l'estimateur, des simulations ont donc été conduites avec le simulateur Matlab® présenté en annexe B.1. Lors de ces simulations, un robot évolue à vitesse constante ( $3 \text{ m.s}^{-1}$ ) le long d'une trajectoire décrivant un S. L'observateur cinématique est implémenté et fournit en temps réel les valeurs des glissements estimés. La commande de suivi de trajectoire est ensuite appliquée au véhicule, une première fois sans prendre en compte les glissements estimés puis lors d'un second suivi en adaptant en ligne les glissements dans la commande d'après les valeurs estimées. Lors du premier suivi de la trajectoire, les glissements sont estimés par l'observateur mais la commande

est basée sur le modèle RSG, les glissements ne sont pas pris en compte dans la commande. Or dans cette simulation les glissements que subit le robot sont loin d'être négligeables. Ainsi, on peut constater sur les courbes en pointillés de la figure 2.20 représentant les glissements réels que l'angle de dérive avant atteint  $6^\circ$  et l'angle de dérive arrière  $2,5^\circ$  dans le premier virage.

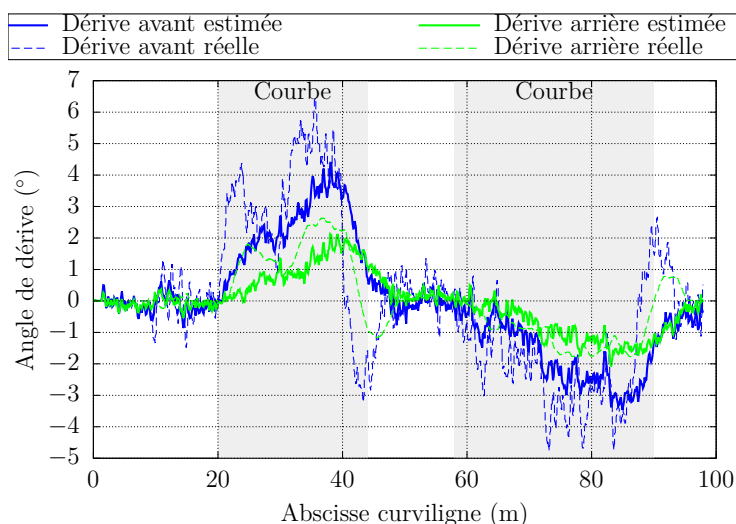


FIGURE 2.20 – Glissements estimés et réels lors du suivi de trajectoire sans prise en compte des glissements

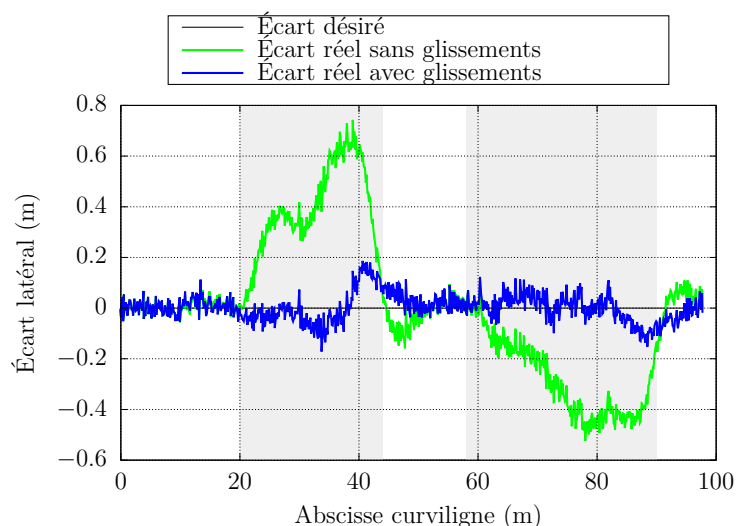


FIGURE 2.21 – Écarts latéraux lors des suivis de trajectoire avec et sans prise en compte des glissements

Les glissements estimés par l'observateur sont présentés en traits pleins sur cette même figure 2.20. On note que l'observateur cinématique présente une bonne convergence des glissements estimés vers les glissements réels tant que les glissements ont des variations relativement lentes et continues (tel qu'à l'entrée du second virage, de l'abscisse curviligne 60 à 80 m). Lorsque les glissements varient rapidement (à la fin du premier virage par exemple,

de 40 à 50 m), la structure de l'observateur cinématique ne lui permet pas de converger suffisamment rapidement vers les glissements réels. En conséquence, au delà d'une vitesse d'avance de  $3 \text{ m.s}^{-1}$ , l'utilisation de l'observateur mixte cinématique-dynamique sera nécessaire pour que l'estimation des glissements puisse s'adapter aux variations réelles.

L'effet des ces glissements sur le suivi de trajectoire est significatif sur la figure 2.21 présentant l'écart latéral à la trajectoire au cours du suivi. Lorsque les glissements ne sont pas pris en compte dans la commande (en vert sur la figure), ceux-ci tendent à dévier le véhicule sur l'extérieur dans les virages et créent une erreur latérale de positionnement atteignant 0,6 m. Lors du retour dans la ligne droite, les glissements disparaissent et la commande permet alors de faire revenir le véhicule à son écart latéral désiré. Au contraire, lorsque les glissements sont pris en compte dans la commande par l'adaptation en ligne des valeurs dans le modèle cinématique étendu, les écarts latéraux obtenus (en bleu sur la figure 2.21) restent inférieurs à 0,2 m. On notera que les erreurs latérales les plus importantes se situent en sortie du premier virage, lorsque l'erreur d'observation des glissements est elle aussi la plus importante. La commande permettra donc de s'opposer aux glissements mais sa précision sera subordonnée aux performances de l'observateur.

## 2.6 Conclusion et discussion

L'élaboration de la coopération multirobot dans le cadre d'un suivi de trajectoire nécessite un modèle analytique de la formation. Celle-ci est tout d'abord caractérisée par sa forme, définie par les distances respectives entre les véhicules : distances latérales de chaque véhicule à une trajectoire et interdistances curvilignes. L'évolution de la formation et sa convergence vers la forme désirée (ensemble de distances désirées entre les véhicules) sera le fruit de l'évolution respective et coordonnée de chacun des véhicules. Les mouvements des véhicules sont décrits à l'aide de modèles analytiques cinématiques ou dynamiques dépendants des commandes de vitesses et d'angles de braquage des véhicules. Le cadre d'évolution en milieu naturel impose d'étudier les interactions roue-sol car les efforts au contact créent des glissements qui modifient de manière substantielle le mouvement réel du robot par rapport à l'évolution théorique envisagée sous l'hypothèse de roulement sans glissement. La relation entre les efforts au contact et les glissements est modélisée sous la forme d'un modèle linéaire dépendant de rigidités adaptées en temps réel.

Les glissements au contact roue-sol sont séparés en deux composantes : le glissement longitudinal fruit de l'erreur de la vitesse d'avance de la roue et le glissement latéral issu de la différence de la direction d'avance. Dans le cadre du suivi de trajectoire où les dynamiques sont supposées plutôt modérées, on considère dans un premier temps que le glissement longitudinal est négligeable par rapport au glissement latéral. On ne considère donc que ce dernier, dont l'effet est intégré au modèle d'évolution du véhicule.

On dispose alors de deux modèles intégrant les phénomènes de glissement, le tout étant d'en choisir un suffisamment représentatif mais utilisable, ne requérant pas la connaissance de variables nécessitant l'ajout de capteurs ou un modèle trop lourd. Pour ces raisons, on se focalisera sur le modèle cinématique étendu.

Les valeurs des angles de dérives n'étant pas mesurables par des capteurs, une estimation de ces angles est construite, basée sur l'observation du modèle. Il est à noter que les angles de glissement introduits dans les modèles sont qualifiés comme tels étant donné qu'ils décrivent la différence entre les directions des vitesses réelles et des vitesses théoriques mais, lors de l'estimation de leurs valeurs par l'observation, celles-ci vont intégrer en outre les erreurs de mesures et les défauts des actionneurs (mauvais étalonnage...). En ce sens, on peut dire que l'utilisation d'un modèle cinématique étendu dans lequel les glissements sont adaptés depuis l'estimation permettra d'obtenir des lois de commande robustes aux perturbations, puisque leurs effets sur le mouvement du véhicule seront pris en compte dans le modèle.

Le modèle analytique d'évolution des véhicules de la flotte étant élaboré et alimenté par les observateurs et les mesures, celui-ci est représentatif de l'évolution réelle de chaque véhicule. Il peut donc être utilisé pour construire les lois de commande de chacun des véhicules au sein de la formation. En effet, le maintien de la formation désirée se traduit indépendamment au niveau de chaque véhicule par le respect d'un couple de distances désirées (latéralement par une distance à la trajectoire et longitudinalement par une interdistance curviligne à un

véhicule cible) potentiellement variables. La commande des angles de braquage d'un côté permettra d'asservir le positionnement latéral du véhicule par rapport à la trajectoire tandis que, d'un autre côté, la commande de la vitesse régulera la distance curviligne de chaque véhicule par rapport à son véhicule cible. Ces régulations pouvant être découplées, les lois de commande sont construites indépendamment au chapitre 3, l'asservissement latéral tout d'abord puis l'asservissement longitudinal.



## Chapitre 3

# Lois de commande pour la poursuite de cible

Dans la suite de l'étude, les véhicules sont contrôlés par leur vitesse et leur angle de braquage avant uniquement. Le modèle cinématique étendu d'évolution du véhicule devient donc :

$$\begin{cases} \dot{s} = v. \frac{\cos(\tilde{\theta} + \beta^R)}{1 - c(s) y} \\ \dot{y} = v. \sin(\tilde{\theta} + \beta^R) \\ \dot{\tilde{\theta}} = v. \left( \cos(\beta^R). \frac{\tan(\delta^F + \beta^F) - \tan(\beta^R)}{L} - \frac{c(s). \cos(\tilde{\theta} + \beta^R)}{1 - c(s) y} \right) \end{cases} \quad (3.1)$$

Les angles de dérive  $\beta^R$  et  $\beta^F$  sont estimés par l'observateur des glissements et leurs valeurs sont adaptées dans le modèle. Celui-ci représente alors fidèlement l'évolution réelle du véhicule et peut être utilisé pour la construction des lois de commande du robot.

La commande en formation tel que défini en section 2.1 consiste en premier lieu à maintenir un ensemble de distances désirées entre les véhicules composant la formation et la trajectoire de référence. Au niveau de chaque robot, cela se traduit par le respect de deux distances, un écart latéral à la trajectoire et une interdistance. Le maintien de la position du véhicule au sein de la formation au cours du suivi de trajectoire s'apparente donc à une poursuite de cible, où la cible est un élément virtuel positionné sur la trajectoire de référence et avançant le long de cette trajectoire à une vitesse quelconque. La distance latérale à la cible (donc à la trajectoire de référence) définit l'asservissement latéral du robot qui est présenté dans la première section. Cet asservissement est découplé de l'évolution longitudinale, ce qui permet donc ensuite de considérer indépendamment l'asservissement longitudinal agissant sur la commande de la vitesse  $v_i$  du robot. Cet asservissement longitudinal a pour but de maintenir l'interdistance curviligne par rapport à la cible à sa valeur désirée  $d_{i/c}^{des}$  et fait l'objet de la seconde section de ce chapitre.

La troisième partie du chapitre s'intéresse à la prise en compte de la dynamique de réponse des actionneurs dans les lois de commande de braquage et de vitesse grâce à une



approche prédictive de commande. L'asservissement longitudinal est conçu comme une loi de commande totalement prédictive anticipant sur les positions futures du véhicule et de la cible. Le module prédictif de l'asservissement latéral, quant à lui, se concentre sur les modifications de courbure impactant l'évolution de l'angle de braquage. La loi de commande de braquage n'est alors finalement que partiellement modifiée, seule la partie dépendant de la courbure est prédite et l'angle de commande partielle adapté.

Ces lois de commande pour la poursuite de cible sont finalement testées expérimentalement sous la forme du suivi de trajectoire par deux véhicules en formation. Le premier véhicule représente la cible du second. Différentes configurations sont alors envisagées : soit le premier véhicule est conduit manuellement et il définit alors en ligne la trajectoire de référence d'après ses positions successives, soit il suit de manière autonome une trajectoire connue préalablement et partagée par les deux véhicules à une vitesse fixée, constante ou variable.

## 3.1 Asservissement latéral sur la trajectoire

L'asservissement latéral consiste à contrôler l'écart latéral  $y$  du robot à la trajectoire de référence et à assurer que le robot suive la trajectoire de référence en faisant converger cet écart vers l'écart désiré  $y^{des}$ , potentiellement variable, en commandant la valeur de l'angle de braquage avant  $\delta^F$ . Pour établir une expression de la loi de commande de braquage asservissant l'écart latéral, on étudie le modèle cinématique étendu d'évolution du robot. Celui-ci possède la propriété d'être transformable en système chaîné. Cela permet ensuite d'établir une relation linéaire entre une variable d'état dépendant de l'écart latéral et une commande virtuelle dépendant de l'angle de braquage. D'après cette relation, une loi de commande linéaire du second ordre est définie qui est traduite, par inversion des transformations, en une commande non-linéaire d'angle de braquage.

### 3.1.1 Linéarisation exacte du modèle

L'inclusion des angles de glissement dans le modèle cinématique garde les propriétés du modèle d'Ackermann. En effet, le modèle cinématique étendu (3.1) est équivalent à un modèle bicyclette classique évoluant sous la condition de roulement sans glissement ayant un angle de braquage avant de  $(\delta^F + \beta^F)$  et un angle de braquage arrière de  $\beta^R$ . Le modèle (3.1) peut donc être transformé en un système chaîné grâce aux changements de variables d'état et commande suivants [Sam95].

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} s \\ y \\ \tilde{\theta} \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \\ y \\ (1 - c(s)y) \tan(\tilde{\theta} + \beta^R) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} v \\ \delta^F \end{bmatrix} &\rightarrow \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v \cos(\tilde{\theta} + \beta^R)}{1 - c(s)y} \\ \frac{da_3}{dt} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Ces changements de variables sont définis et inversibles sous réserve que

- $(\tilde{\theta} + \beta^R) \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$ , ce qui est assuré en pratique par la faible amplitude des glissements et des erreurs d'orientation au cours du suivi de trajectoire et par l'hypothèse d'une position initiale cohérente avec la direction de la trajectoire ;
- $(1 - c(s)y) \neq 0$ , cette condition de non-superposition du véhicule avec le centre instantané de rotation de la trajectoire était déjà définie comme une condition d'existence du modèle en 2.4.2 et est supposée respectée en pratique par la précision du suivi de trajectoire obtenu ;
- $v \neq 0$ , la vitesse d'avance doit être non nulle, sans quoi la commande de l'angle de braquage n'a pas d'effet sur l'évolution du véhicule.

La variable de commande  $m_2$  peut être développée :

$$\begin{aligned}
 m_2 &= \frac{da_3}{dt} \\
 &= \frac{d}{dt} \left( (1 - c(s)y) \tan(\tilde{\theta} + \beta^R) \right) \\
 &= - \left( \frac{dc(s)}{dt} y + c(s)\dot{y} \right) \tan(\tilde{\theta} + \beta^R) + (1 - c(s)y) \frac{\dot{\tilde{\theta}} + \dot{\beta}^R}{\cos^2(\tilde{\theta} + \beta^R)}
 \end{aligned}$$

En faisant l'hypothèse que les angles de dérive sont lentement variables, i.e.  $\dot{\beta}^R = 0$  et en remplaçant  $\dot{y}$  et  $\dot{\tilde{\theta}}$  par leurs expressions issues du modèle cinématique étendu (3.1), on obtient l'expression de la variable de commande  $m_2$  :

$$\begin{aligned}
 m_2 &= - \frac{dc(s)}{ds} \cdot \frac{v \cdot \sin(\tilde{\theta} + \beta^R)}{1 - c(s)y} \cdot y - \frac{v \cdot c(s)}{\cos(\tilde{\theta} + \beta^R)} \left( 1 + \sin^2(\tilde{\theta} + \beta^R) \right) \\
 &\quad + \frac{1 - c(s)y}{\cos^2(\tilde{\theta} + \beta^R)} v \cdot \cos \beta^R \frac{\tan(\delta^F + \beta^F) - \tan(\beta^R)}{L}
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Avec les nouvelles variables d'état  $a$ , et variables de commande  $m$ , le système (3.1) devient le système chaîné (3.4)

$$\begin{cases} \dot{a}_1 = \frac{da_1}{dt} = m_1 \\ \dot{a}_2 = \frac{da_2}{dt} = a_3 \cdot m_1 \\ \dot{a}_3 = \frac{da_3}{dt} = m_2 \end{cases} \tag{3.4}$$

Dans le repère de Frénet où l'on se place, le véhicule est positionné par son abscisse curviligne  $s = a_1$ . Il est alors judicieux de caractériser l'évolution du robot non plus en fonction du temps mais par rapport à la position curviligne. En notant  $a' = \frac{da}{ds}$  la dérivée curviligne de l'état, le système (3.4) se transforme en (3.5), un système linéaire de dimension 2 (la transformation de la première équation donnant  $a'_1 = 1$ , cette dernière est supprimée du système).

$$\begin{cases} a'_2 = \frac{da_2}{ds} = a_3 \\ a'_3 = \frac{da_3}{ds} = m_3 = \frac{m_2}{m_1} \end{cases} \tag{3.5}$$

Cette transformation permet de séparer l'évolution latérale (par rapport à la trajectoire de référence) de l'évolution longitudinale (vitesse de parcours de la trajectoire) étant donné que les variables d'état décrivant le déplacement latéral (i.e.  $a_2$  et  $a_3$ ) sont dorénavant indépendantes de  $s$ . En conséquence, le modèle (3.5) est utilisé pour construire la loi de commande latérale (c'est-à-dire la commande de l'angle de braquage  $\delta^F$ ) indépendamment de la vitesse du robot  $v$ , celle-ci n'étant qu'un paramètre de la commande.

### 3.1.2 Loi de commande latérale

L'objet de la commande est d'asservir l'écart latéral  $y$  du robot à la trajectoire à sa valeur désirée  $y^{des}$  par le contrôle de l'angle de braquage avant  $\delta^F$ . Afin d'assurer l'adaptabilité nécessaire aux applications potentielles, l'écart latéral désiré peut être variable (pour gérer l'évitement d'un obstacle par exemple). Cependant, dans le cadre considéré, on fait l'hypothèse que la valeur de l'écart latéral désiré est définie en fonction de l'abscisse curviligne et que son évolution est connue.

On note  $\varepsilon^y$  l'erreur latérale entre la position latérale réelle et l'écart latéral désiré, définie par :

$$\varepsilon^y = y - y^{des} \quad (3.6)$$

Le système (3.5) permet de déduire que l'évolution de l'écart latéral est exprimée par la relation entre les variables d'état et de commande linéarisantes :

$$y'' = a_2'' = m_3 \quad (3.7)$$

En choisissant l'expression de la variable de commande virtuelle  $m_3$  telle que suit :

$$m_3 = y''^{des} - K_d(a_3 - y'^{des}) - K_p(a_2 - y^{des}) \quad (3.8)$$

cela implique que l'erreur latérale suit l'équation différentielle du second ordre :

$$\varepsilon''^y + K_d\varepsilon'^y + K_p\varepsilon^y = 0 \quad (3.9)$$

La commande (3.8) permet donc d'assurer la convergence de l'erreur de positionnement latéral suivant un comportement du second ordre. Cela se traduit par la convergence des variables d'état  $a_2$  et  $a_3$ . D'après l'expression de la variable  $a_3$ , cela implique que le cap du véhicule se stabilise aussi et tend à s'opposer au glissement arrière.

D'après l'expression (3.9) de la convergence des erreurs avec la loi de commande, les paramètres  $K_p$  et  $K_d$  règlent les actions proportionnelles et dérivées de la convergence, définissant une distance de convergence en abscisse curviligne de l'écart latéral vers l'écart latéral désiré.

La variable  $m_3$  est définie dans l'équation (3.5) et peut être explicitée avec l'expression analytique de  $m_1$  et de  $m_2$  détaillée en (3.3) :

$$m_3 = -\frac{dc(s)}{ds} \cdot \tan(\tilde{\theta} + \beta^R) \cdot y - c(s) (1 - c(s)y) (1 + 2 \tan^2(\tilde{\theta} + \beta^R)) + \frac{(1 - c(s)y)^2}{\cos^3(\tilde{\theta} + \beta^R)} \cos \beta^R \frac{\tan(\delta^F + \beta^F) - \tan(\beta^R)}{L} \quad (3.10)$$

De la commande virtuelle pour  $m_3$  en (3.8) et de son expression analytique en (3.10), l'expression de la loi de commande non-linéaire pour l'angle de braquage avant du véhicule

est déduite :

$$\delta^F = \arctan \left\{ \tan(\beta^R) + \frac{L \cos^3(\tilde{\theta} + \beta^R)}{\alpha^2 \cos(\beta^R)} (A + M) \right\} - \beta^F \quad (3.11)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \alpha = 1 - c(s)y \\ A = \alpha c(s) \left( 1 + 2 \tan^2(\tilde{\theta} + \beta^R) \right) + \frac{dc(s)}{ds} \tan(\tilde{\theta} + \beta^R) y \\ M = y'^{des} - K_d \left( \alpha \tan(\tilde{\theta} + \beta^R) - y'^{des} \right) - K_p \varepsilon^y \end{cases}$$

On notera qu'au cours des applications, on considère généralement  $\frac{dc(s)}{ds} = 0$ , ce qui simplifie l'expression du terme  $A$ .

### Choix des paramètres $K_p$ et $K_d$

Les paramètres  $K_p$  et  $K_d$  permettent de régler la dynamique de convergence de l'écart latéral vers l'objectif en distance curviligne de réponse.

En pratique, les paramètres sont choisis tels qu'ils vérifient la relation  $K_p = \frac{K_d^2}{4}$ , ce qui implique une réponse du second ordre avec un amortissement critique  $\xi = 1$  et donc une distance de réponse minimale. L'erreur latérale converge alors vers 0 le long de l'abscisse curviligne en vérifiant :

$$\varepsilon^y(s) = \left[ \varepsilon'^y(0)s + \left( 1 + \frac{K_d}{2}s \right) \varepsilon^y(0) \right] e^{-\frac{K_d}{2}s} \quad (3.12)$$

Le paramètre  $K_d$  permet alors de régler la distance de convergence de l'erreur latérale en terme de distance curviligne parcourue.

Pour illustrer l'influence de ce paramètre, on trace la réponse du système à un échelon d'écart latéral de 1 m en considérant  $\varepsilon'^y(0) = 0$ . L'évolution de l'erreur d'écart latéral au long de l'abscisse curviligne, calculée d'après la relation (3.12) est présentée en figure 3.1 pour trois valeurs de  $K_d$ .

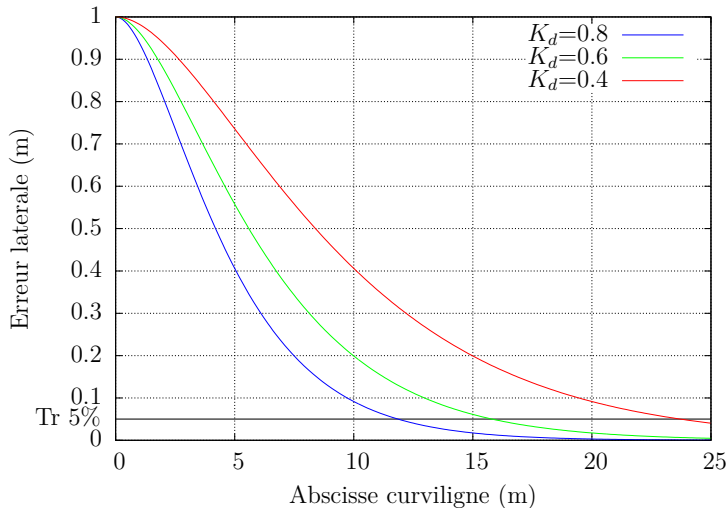


FIGURE 3.1 – Évolution de l'erreur latérale pour différentes valeurs de  $K_d$

Un choix de paramètre  $K_d = 0,4$  conduit donc à l'annulation de l'erreur d'écart latéral en une distance de 24 m. Lorsque cette erreur latérale initiale est compensée par un véhicule évoluant le long d'une trajectoire droite ( $c(s) = 0$ ), l'angle de braquage du robot calculé d'après la relation (3.11) en considérant les glissements nuls ( $(\beta^R, \beta^F) = (0, 0)$ ) suivra l'évolution présentée en courbe rouge sur la figure 3.2. La commande de braquage est donc maximale (en valeur absolue) au début du processus. On trace aussi l'erreur angulaire  $\tilde{\theta}$  en bleu calculée d'après l'évolution donnée par le modèle cinématique ; cette erreur, initialement posée comme nulle, augmente dans un premier temps pour faire converger prioritairement l'erreur d'écart latéral. Lorsque celle-ci approche de zéro, la commande permet à son tour de faire converger l'erreur angulaire vers 0 (car les glissements sont fixés nuls et n'ont donc pas à être compensés).

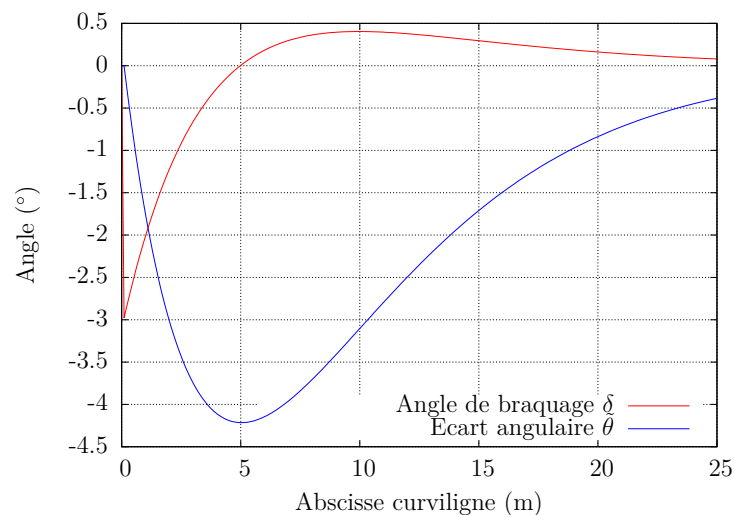


FIGURE 3.2 – Évolution de l'angle de braquage et de l'erreur angulaire dans le cas  $K_d=0.4$

En théorie, la distance de convergence est donc totalement indépendante de la vitesse du robot et des conditions d'évolution. Cependant, en pratique il faut vérifier que la distance de convergence entraîne des évolutions d'angle de braquage compatibles avec les capacités des actionneurs.

## 3.2 Asservissement longitudinal pour la poursuite de cible

La commande de vitesse doit asservir la position curviligne d'un véhicule  $i$ , notée  $s_i$ , par rapport à une cible  $c$  positionnée à l'abscisse  $s_c$  à une interdistance désirée  $d_{i/c}^{des}$ .

La commande de vitesse au sein de la flotte est décentralisée donc chaque véhicule calcule ses propres commandes à partir de son état et des informations qu'il possède sur l'état de la flotte. En pratique, on suppose que le véhicule reçoit du véhicule cible de l'asservissement longitudinal sa position et son orientation — permettant de déduire son état dans le repère de Frénet (abscisse curviligne, écart latéral et angulaire) — ainsi que sa vitesse et ses glissements estimés. Lors des essais, cette communication est réalisée par une liaison sans fil dont les latences sont mesurées ; à partir de ce délai de communication, la position curviligne de la cible est rectifiée en extrapolant l'avance du véhicule cible durant le délai.

Connaissant les positions curvilignes instantanées du véhicule et de la cible, on définit  $\varepsilon_i$  l'erreur d'interdistance du véhicule  $i$  par rapport à la cible, tel qu'illustré en figure 3.3

$$\varepsilon_i = s_c - s_i - d_{i/c}^{des} \quad (3.13)$$

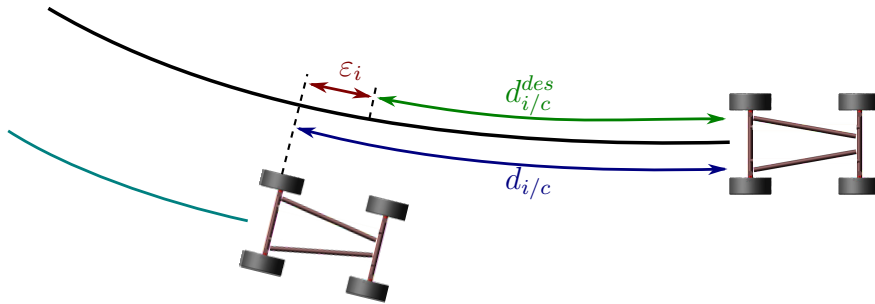


FIGURE 3.3 – Erreur d'interdistance entre les robots

En dérivant l'erreur par rapport au temps, on a l'évolution :

$$\dot{\varepsilon}_i = \dot{s}_c - \dot{s}_i - \dot{d}_{i/c}^{des} \quad (3.14)$$

La distance désirée par rapport à la cible peut être variable au cours du parcours de la trajectoire et est considérée soit comme entièrement connue au préalable ou construite en temps réel par la cible en fonction de ses conditions d'évolution et de son abscisse curviligne.

Dans le modèle cinématique étendu d'évolution du véhicule (3.1), la première équation décrit l'évolution curviligne du véhicule au long de la trajectoire en fonction de sa vitesse et de son état. Pour le véhicule  $i$ , son avance curviligne vérifie donc :

$$\dot{s}_i = \frac{v_i \cos(\tilde{\theta}_i + \beta_i^R)}{1 - c(s_i)y_i} \quad (3.15)$$

On notera que la vitesse curviligne  $\dot{s}_i$  correspond à la commande virtuelle  $m_1$  définie lors de la linéarisation exacte du modèle cinématique étendu en (3.2). On choisit de poser l'expression de cette variable de commande de la forme :

$$m_1 = \dot{s}_c + k_i \varepsilon_i - \dot{d}_{i/c}^{des} \quad (k_i \in R^{+*}) \quad (3.16)$$

ce qui implique que l'erreur d'interdistance vérifie la relation :

$$\dot{\varepsilon}_i = -k_i \varepsilon_i \quad (3.17)$$

L'expression (3.16) de la commande virtuelle  $m_1$  permet donc d'imposer une convergence exponentielle de l'erreur de positionnement longitudinal vers 0.

De la commande virtuelle  $m_1$  imposant une vitesse curviligne, l'expression de la vitesse désirée  $v_i$  du véhicule est déduite :

$$v_i = \frac{1 - c(s_i)y_i}{\cos(\tilde{\theta}_i + \beta_i^R)} \left( \dot{s}_c + k_i \varepsilon_i - \dot{d}_{i/c}^{des} \right) \quad (3.18)$$

Dans le cas où la cible est elle-même un véhicule évoluant le long de la trajectoire de référence partagée et communiquant les données relatives à son état au véhicule  $i$ , la commande de vitesse (3.18) peut être reformulée en explicitant la vitesse curviligne d'avance de la cible :

$$v_i = \frac{1 - c(s_i)y_i}{\cos(\tilde{\theta}_i + \beta_i^R)} \left( \frac{v_c \cos(\tilde{\theta}_c + \beta_c^R)}{1 - c(s_c)y_c} + k_i \varepsilon_i - \dot{d}_{i/c}^{des} \right) \quad (3.19)$$

### Influence du paramètre $k_i$

Le paramètre  $k_i$  de la commande de vitesse définit le temps de convergence de l'erreur longitudinale vers 0. Plus sa valeur est élevée, plus la convergence vers l'interdistance désirée sera rapide mais cela imposera en contrepartie d'amples variations de vitesse. Le réglage de ce paramètre dépendra donc des capacités physiques d'accélération du véhicule et du contexte applicatif (par exemple pour le transport de passager, on choisira de limiter les variations d'accélération pour le confort du ressenti).

À titre illustratif des capacités d'accélération des véhicules physiques, les plate-formes expérimentales (présentées en annexe A.1 et A.2), relativement légères et propulsées par des moteurs électriques, sont très réactives et permettent de régler  $k_i$  à 0.8 sur Robufast. À l'opposé, les tracteurs utilisés à des fins de validation expérimentale (dont les caractéristiques sont détaillées en annexe A.3), beaucoup plus lourds et propulsés par des moteurs thermiques imposent de limiter le  $k_i$  à 0.3.



### 3.3 Lois de commande prédictives

Les lois de commande de braquage et de vitesse établies sont dédiées au suivi d'une trajectoire et d'une cible. Les commandes sont calculées en fonction des états actuels des véhicules et de la trajectoire (la courbure), ainsi que de la formation et de son évolution désirées actuelles (distances désirées variables). Les valeurs de braquage et de vitesse résultantes visent donc à annuler l'erreur de positionnement actuelle. Or, si les commandes sont immédiatement envoyées, les actionneurs des véhicules réels ont une dynamique non négligeable. Les commandes envoyées sont donc réellement établies après un délai correspondant au temps de réponse des actionneurs. Ce retard dans la réponse entraîne un écart entre l'évolution prévue par le modèle et l'évolution réelle. Ceci crée des erreurs transitoires de positionnement pouvant être pénalisantes pour la sécurité des robots.

Pour remédier à ce problème et assurer la précision du suivi en formation quelles que soient les variations des commandes nécessaires, on cherche à prendre en compte cette dynamique de réponse des actionneurs dans la commande, grâce à l'utilisation de la commande prédictive basée modèle (*Model Predictive Control MPC*). La réponse du système à une commande est identifiée et modélisée. En anticipant sur les commandes désirées futures, la commande prédictive permet alors de calculer la suite de commandes optimale, pour laquelle la réponse réelle du système conduira à atteindre la commande désirée au bout de l'horizon de prédiction.

#### 3.3.1 Rappels de commande prédictive

La commande prédictive a pour but de gérer les retards dans la sortie d'un système en anticipant sur les commandes, de manière analogue au comportement humain. En effet, l'homme conduit un véhicule en fonction de ce qu'il voit devant lui, le virage à venir ou le stop. Inconsciemment, l'homme s'adapte à son temps de réaction et à la vitesse du véhicule pour que les commandes élaborées (accélérer, freiner, tourner) soient envoyées et appliquées au moment opportun.

La première de ces techniques de commande conçue est le prédicteur de Smith [Smi58] qui permet de compenser le retard pur  $\tau$  d'un système en commandant le système avec une avance de  $\tau$ . Ainsi, les commandes sont envoyées en avance et comparées à la sortie effective du processus après le délai de réponse. Ce prédicteur est encore largement utilisé de nos jours grâce à sa simplicité et son apport sur la qualité de la commande du système (voir par exemple [Ign12] pour une application industrielle dédiée à la gestion de stock ou [Ber08] pour la commande de la motorisation d'un véhicule). Cependant, cette méthode n'est pas applicable pour notre système car l'effet à compenser ici n'est pas seulement un retard mais un comportement de réponse à une consigne.

Ces techniques de prise en compte de l'état interne du système sont connues dans la littérature sous le terme générique de *Model Predictive Control* (MPC – Commande

Prédictive à Modèle) ou *Receding Horizon Control* (RHC). Elles ont été développées à partir des travaux de Clarke [CMT87a, CMT87b] et des travaux de Richalet initiés dans [RRTP78] puis développés dans [Ric93b] et appliqués tout d'abord à l'industrie, en particulier chimique [Ric93a] avant de s'étendre à de nombreux domaines d'application passés en revue dans [GPM89, QB03]. L'analogie au comportement humain en fait une technique de commande largement répandue dans le domaine de la robotique mobile pour le suivi de trajectoire (avec des robots unicycles [KŠ07] comme pour un ensemble tracteur+remorque [BOV12]) et la coopération multirobot (voir entre autres [DM02], [KBF<sup>+</sup>08] pour la coordination de véhicules volants, [CBLT13] pour des véhicules en environnement naturel).

Le principe de la commande prédictive à modèle se base sur le choix d'un horizon de prédiction  $t_h$ , correspondant à un nombre  $n_h$  d'itérations de la commande. Au bout de l'horizon de prédiction, on fixe un objectif de commande que le système devra atteindre. Cet objectif est ensuite décliné le long de l'horizon de prédiction en un comportement désiré de réponse définissant  $n_h$  points de coïncidence, la valeur désirée de la réponse à chaque itération. Or, sur un horizon de prédiction, la sortie du modèle peut être calculée d'après la connaissance de l'état initial du système et de la suite de commandes envoyées. Le processus prédictif permet donc de déterminer la suite de commandes optimales dont la réponse suit le comportement désiré et approche au mieux les points de coïncidence à chaque itération. Après l'identification du modèle de réponse des actionneurs qui est réalisée hors ligne, la commande prédictive se déroule en 3 étapes :

- Calcul de l'objectif : l'objectif est déterminé comme la commande souhaitée au bout de l'horizon de prédiction  $t_h$ .
- Définition d'une « trajectoire » de réponse désirée : entre la valeur de la mesure actuelle et l'objectif, un comportement de réponse est défini comme la manière désirée de rallier l'objectif.
- Minimisation de critère : un critère quadratique (noté ci-après  $D$ ) est défini comme l'écart sur l'horizon de prédiction entre la trajectoire de référence et la sortie estimée d'une suite de commandes. L'algorithme de minimisation permet alors de calculer la suite de commandes minimisant le critère  $D$ , c'est-à-dire dont la sortie estimée suit au mieux la convergence désirée vers l'objectif.

Finalement, le premier élément du vecteur de commande optimal calculé est appliqué et tout le processus prédictif sur l'horizon de prédiction est réitéré à l'itération suivante de la commande.

Ces étapes seront détaillées par la suite et appliquées aux lois de commande de braquage et de vitesse.

### 3.3.2 Identification des modèles de réponse

Les actionneurs de braquage et de vitesse ont des dynamiques de réponse différentes, dont les caractéristiques vont dépendre principalement des capacités intrinsèques des actionneurs (motorisation), du type de surface d'évolution et de la charge appliquée sur les roues. La masse du véhicule est supposée constante ; on néglige les variations de charge sur les roues dues aux accélérations. La surface d'évolution, par la résistance au roulement qu'elle induit, pourra certes modifier légèrement la dynamique de réponse des actionneurs (principalement de propulsion) mais à une échelle telle qu'il est possible de négliger son influence en identifiant le comportement des actionneurs sur une surface « moyenne ». Cela permet donc de considérer que le modèle d'évolution des actionneurs restera constant au cours du suivi de trajectoire et il est donc identifié préalablement hors-ligne.

Pour caractériser ce modèle, on enregistre la réponse de chacun des actionneurs à une commande. Celle-ci est alors identifiée à un modèle du second ordre discret, de la forme :

$$\begin{cases} X_{[n]} &= A.X_{[n-1]} + B.x_{[n-1]}^C \\ Y_{[n]} &= C.X_{[n]} \end{cases} \quad (3.20)$$

avec les matrices des paramètres :

$$A = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & a_2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} a_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad C = [1 \ 0 \ 0]. \quad (3.21)$$

où les paramètres  $a_1, a_2, b_1, b_2$  décrivent le comportement de la réponse du second ordre.

L'état  $X$  est défini comme un vecteur des commandes  $x^C$  et des réponses réelles  $x^R$  aux commandes.

$$X_{[n]} = \begin{bmatrix} x_{[n]}^R \\ x_{[n-1]}^R \\ x_{[n-1]}^C \end{bmatrix}, \quad (3.22)$$

où  $x$  représente soit le braquage  $\delta^F$  soit la vitesse  $v$  en fonction de la loi de commande et de l'actionneur étudié.

De ces modèles de réponse sont aussi relevés les temps de réponse des actionneurs, qui déterminent les horizons de prédiction de chaque commande.

Les comportements de réponse identifiés pour les actionneurs de braquage et de vitesse des différentes plate-formes expérimentales sont présentés en annexe A.

### 3.3.3 Calcul des objectifs de commande

L'horizon de prédiction pour chacune des commandes prédictives est choisi proche du temps de réponse des actionneurs correspondants, car le comportement des actionneurs

est la dynamique principale à compenser. En outre, son comportement est connu sur cet intervalle car la commande envoyée à l'instant  $t$  sera établie après le temps de réponse. On note  $t_h^\delta$  l'horizon de prédiction de la commande de braquage et  $t_h^v$  l'horizon de prédiction de la commande de vitesse. Leurs valeurs sont choisies de telle sorte que l'horizon corresponde à un nombre entier d'itérations de la commande, noté respectivement  $n_h^\delta$  et  $n_h^v$ .

La commande désirée au bout de l'horizon de prédiction est estimée et définie comme l'objectif du processus prédictif.

#### a/ Braquage

L'horizon de prédiction  $t_h^\delta$  de l'actionneur de braquage étant défini, on souhaite anticiper sur la valeur d'angle de braquage désiré au bout de cet horizon.

**Séparation de la loi de commande** L'évolution de l'angle de braquage au cours du suivi de trajectoire est due à deux causes principales distinctes :

- la compensation d'une erreur de positionnement (erreur latérale  $\varepsilon^y$  ou erreur de cap  $\tilde{\theta}$ );
- la courbure  $c(s)$  de la trajectoire de référence.

Les erreurs de positionnement vont être engendrées principalement (en conditions nominales, après la convergence initiale) par les erreurs de l'actionneur et les glissements lors de l'évolution du véhicule. Ces phénomènes ne peuvent pas être anticipés et sont pris en compte de manière réactive dans la loi de commande grâce à l'adaptation des valeurs des angles de dérive. Au contraire, la trajectoire étant connue, au moins sur une fenêtre devant le robot, une modification de la courbure de la trajectoire de référence peut être anticipée. Dans la loi de commande (3.11), l'influence de la courbure est isolée dans le terme  $u$  en reformulant la commande :

$$\delta^F = \arctan(u + v) - \beta^F \quad (3.23)$$

où

$$u = \frac{L \cdot c(s) \cos^3(\tilde{\theta} + \beta^R)}{\alpha \cos(\beta^R)}$$

$$v = \tan(\beta^R) + \frac{L \cos^3(\tilde{\theta} + \beta^R)}{\alpha^2 \cos(\beta^R)} \left( 2\alpha c(s) \tan^2(\tilde{\theta} + \beta^R) + \frac{dc(s)}{ds} \tan(\tilde{\theta} + \beta^R) \cdot y + M \right)$$

La loi de commande de braquage peut alors être divisée en deux parties :

$$\delta^F = \delta_{courb} + \delta_{err} \quad (3.24)$$

avec

$$\delta_{courb} = \arctan(u)$$

$$\delta_{err} = \arctan\left(\frac{v}{1 + uv + u^2}\right) - \beta^F$$

Dans des conditions parfaites d'évolution (positionnement désiré, glissements nuls), le terme  $u$  est réduit à  $L.c(s)$ , tandis que le terme  $v$  est nul. La commande partielle  $\delta_{err}$  permet donc de compenser les erreurs de positionnement et les glissements, tandis que la partie  $\delta_{courb}$  est dédiée au suivi de la courbure de la trajectoire de référence. C'est sur cette partie que peut s'appliquer la prédiction ; la courbure de la trajectoire de référence étant anticipable, on peut estimer la commande partielle résultant de la courbure future.

**Anticipation de la courbure** Pour ce faire, on se place à l'horizon de prédiction  $t_h^\delta$ . À partir de l'état actuel du robot, on anticipe sur sa position curviligne au bout de l'horizon de prédiction, en approximant les paramètres constants au long de l'horizon de prédiction. Enfin, on calcule la courbure de la trajectoire en cette abscisse curviligne par interpolation polynomiale entre les points adjacents. La commande de braquage partielle future  $\delta_{courb}(t+t_h^\delta)$  est alors définie en prenant la valeur de courbure future, et en approximant les autres paramètres constants au long de l'horizon de prédiction.

$$\delta_{courb}^{obj}(t+t_h^\delta) = \arctan \left( \frac{L.c(s(t+t_h^\delta)) \cos^3(\tilde{\theta} + \beta^R)}{\alpha \cos(\beta^R)} \right) \quad (3.25)$$

### b/ Vitesse

Du côté de la vitesse, on souhaite de même estimer quelle sera la commande désirée à l'horizon de prédiction  $t_h^v$ . On fait l'hypothèse que, sur l'intervalle de prédiction, la vitesse d'évolution du robot ( $\dot{s}_i$ ) et de la cible ( $\dot{s}_c$ ) le long de la courbe est constante.

Il est alors possible d'extrapoler sur les positions futures du véhicule et de la cible à partir de leurs états actuels :

$$\left. \begin{aligned} s_i(t+t_h^v) &= s_i(t) + t_h^v \cdot \dot{s}_i(t) \\ &= s_i(t) + t_h^v \frac{v_i \cos(\tilde{\theta}_i + \beta_i^R)}{1 - c(s_i) y_i} \end{aligned} \right| \begin{aligned} s_c(t+t_h^v) &= s_c(t) + t_h^v \cdot \dot{s}_c(t) \end{aligned} \quad (3.26)$$

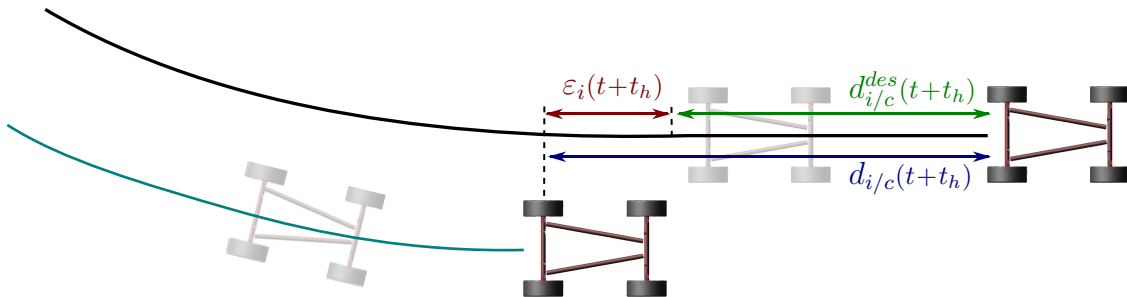


FIGURE 3.4 – Positions estimées des robots après l'horizon de prédiction

L'interdistance désirée avec la cible étant supposée connue par avance sur toute la

trajectoire, la future erreur d'interdistance estimée  $\varepsilon_i(t + t_h^v)$ , illustrée en figure 3.4, est :

$$\varepsilon_i(t + t_h^v) = s_c(t + t_h^v) - s_i(t + t_h^v) - d_{i/c}^{des}(t + t_h^v). \quad (3.27)$$

De plus, la trajectoire  $\Gamma$  étant parfaitement connue, la courbure au point  $s_i(t + t_h^v)$  est aussi connue.

Dans la loi de commande (3.18), les angles de dérive arrière  $\beta^R$ , les déviations angulaires  $\tilde{\theta}$  et la distance latérale  $y$  du robot à la trajectoire ne peuvent pas être prédites. Cependant, dans la pratique, ces valeurs varient peu durant le temps de prédiction  $t_h^v$  ; elles peuvent donc être considérées comme constantes, égales à leurs valeurs à l'instant  $t$ , sans erreur significative.

Enfin, le dernier paramètre à estimer est la vitesse curviligne future de la cible. En l'absence d'informations, elle sera gardée égale à la vitesse curviligne actuelle. Dans le cas nominal où la cible est un autre robot de la flotte, une liaison sans fil permet à la cible d'émettre des informations sur son état actuel et ses commandes. On considère alors que la commande de vitesse  $v_c^C$  envoyée au robot cible à l'instant  $t$  sera la vitesse réelle après le temps de prédiction (le temps de prédiction étant choisi égal au temps de réponse des actionneurs de vitesse). La vitesse curviligne future est alors déduite de la commande de vitesse actuelle et de l'état (écart latéral, écart angulaire, glissements...) qui, similairement à l'extrapolation du véhicule  $i$ , est considéré comme inchangé après l'horizon de prédiction.

$$v_i^{obj}(t+t_h^v) = v_c^C \frac{1 - c(s_i(t+t_h^v))y_i \cos(\tilde{\theta}_c + \beta_c^R)}{1 - c(s_c(t+t_h^v))y_c \cos(\tilde{\theta}_i + \beta_i^R)} + \frac{1 - c(s_i(t+t_h^v))y_i}{\cos(\tilde{\theta}_i + \beta_i^R)} \cdot (k_i \varepsilon_i(t+t_h^v) - d_{i/c}^{des}(t+t_h^v)) \quad (3.28)$$

### 3.3.4 Détermination des commandes optimales

Les commandes objectifs calculées à l'étape précédente sont les valeurs que doivent avoir réellement les actionneurs du robot  $i$  au bout des horizons de prédiction respectifs  $t_h^\delta$  et  $t_h^v$  afin que les lois de commande suivent le comportement imposé lors de la construction des lois réactives, c'est-à-dire imposent la convergence de l'erreur de positionnement vers 0 suivant une dynamique maîtrisée.

La dernière étape du processus prédictif vise alors à calculer le vecteur de commande optimal amenant l'actionneur à son objectif au bout de l'horizon de prédiction.

#### a/ Braquage

La commande partielle déterminée en (3.25) est l'objectif de braquage du processus prédictif, angle de braquage réel désiré de l'actionneur au bout de l'horizon de prédiction  $t_h^\delta$  ; on simplifie sa notation en  $\delta^{obj}$ . Étant donnée la fréquence de calcul de la commande, cet horizon de prédiction sera atteint au bout du nombre  $n_h^\delta$  d'itérations de la commande. Le processus d'optimisation prédictive va donc chercher à déterminer l'ensemble des  $n_h^\delta$

commandes de braquage à envoyer durant l'intervalle de prédiction pour atteindre l'objectif désiré. Pour être déterministe, on définit un comportement désiré de convergence vers l'objectif, c'est-à-dire la valeur de braquage que l'on souhaiterait pour l'actionneur à chaque itération. En pratique, on choisit une convergence désirée du premier ordre, de la forme :

$$\delta_{[n+i]}^{ref} = \delta^{obj} - \gamma^i (\delta^{obj} - \delta_{[n]}^R) \quad (3.29)$$

où

- $\delta_{[n]}^R$  est la valeur de l'angle de braquage réel à l'instant courant,
- $\gamma \in [0; 1[$  est un paramètre définissant la vitesse de convergence sur l'objectif,
- $i \in [0; n_h^\delta]$  représente la  $i$ -ème itération de calcul.

Ces angles de braquage de référence sont les valeurs que l'actionneur réel devra atteindre. Or, les angles de braquage réels sont issus d'une commande et la réponse d'angle de braquage  $\delta^R$  à une commande  $\delta^C$  suit le modèle (3.20).

On définit  $D$  un critère caractérisant l'écart entre la réponse estimée à un vecteur de commandes et le comportement désiré :

$$D = \sum_{i=0}^{n_h^\delta} (\hat{\delta}_{[n+i]}^R - \delta_{[n+i]}^{ref})^2 \quad (3.30)$$

Le processus d'optimisation prédictive permet alors de calculer la suite optimale de commandes  $\left( \left[ \delta_{[n]}^C, \delta_{[n+1]}^C, \delta_{[n+2]}^C, \dots, \delta_{[n+n_h^\delta]}^C \right] \right)$ , permettant de minimiser le critère  $D$ , tel que présenté dans [RO11]. Le premier élément de ce vecteur de commandes est alors défini comme la commande optimale pour le suivi de la courbure future :

$$\delta_{courb}^{pred} = \delta_{[n]}^C \quad (3.31)$$

Enfin, la commande de braquage envoyée à l'actionneur est déduite de (3.24) en gardant le terme  $\delta_{err}$  inchangé et en remplaçant le terme de suivi de la courbure par la commande optimale prédite  $\delta_{courb}^{pred}$

$$\delta^C = \delta_{err} + \delta_{courb}^{pred} \quad (3.32)$$

### b/ Vitesse

On cherche à déterminer l'ensemble des commandes entre  $t$  et  $t + t_h^v$  conduisant la réponse à la commande désirée au bout de l'horizon.

**Réponse désirée** On fixe donc une forme de convergence désirée de la réponse amenant la vitesse réelle de  $v_i^R$ , à l'instant  $t$ , à  $v_i^{obj}$  à  $t + t_h^v$ , en  $n_h^v$  itérations de la commande de vitesse.

$$v_i^{ref}[n+j] = v_i^{obj} - \mu^j (v_i^{obj} - v_i^R[n]) \quad (3.33)$$

où  $j \in [0, n_h^v]$  est l'itération de calcul considérée et où  $\mu \in [0, 1[$  est un paramètre définissant la vitesse de convergence vers l'objectif.

Ce paramètre est choisi de telle sorte que les accélérations engendrées par l'évolution de vitesse désirée soient compatibles avec les capacités physiques d'accélération du système.

**Minimisation de critère** On cherche à déterminer un vecteur de commandes de vitesse dont la réponse estimée suit le comportement désiré de convergence vers l'objectif défini.

Pour ce faire, un vecteur de commandes  $(v_{i[n]}^C, \dots, v_{i[n+n_H]}^C)$  est initialement fixé, comme combinaison d'un ensemble de fonctions de base. La réponse du système à ces commandes est ensuite estimée d'après le modèle d'évolution des actionneurs (3.20), définissant un vecteur de vitesses réelles estimées  $(\hat{v}_{i[n]}^R, \dots, \hat{v}_{i[n+n_H]}^R)$ . Avec cette réponse estimée, un critère quadratique  $D$  d'adéquation de la réponse estimée à la réponse désirée est construit, de la forme :

$$D = \sum_{j=0}^{n_H} (\hat{v}_{i[n+j]}^R - v_{i[n+j]}^{ref})^2 \quad (3.34)$$

Ce critère représente l'erreur de réponse désirée, tel qu'illustré en figure 3.5.

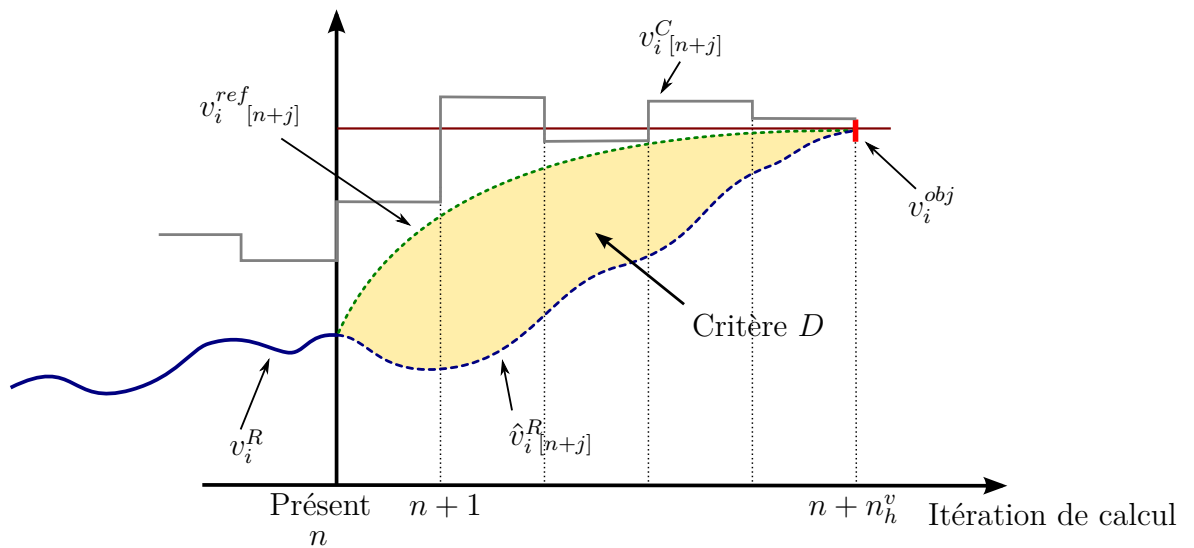


FIGURE 3.5 – Critère D entre les réponses désirées et estimées en vitesse

En fonction de cette erreur, le vecteur des commandes est alors modifié en adaptant les paramètres des fonctions de base engendrant les commandes. Le processus

- détermination du vecteur de commandes,
- estimation de la réponse du bas-niveau
- calcul du critère  $D$

est alors répété jusqu'à atteindre un seuil fixé pour le critère D d'adéquation de la réponse estimée à la réponse désirée.

Le choix de la forme des fonctions de base est alors déterminant dans la vitesse de convergence de l'algorithme de minimisation du critère.



**Commande appliquée** En sortie de l'algorithme de minimisation de critère, on obtient le vecteur de commandes optimales  $(v_i^C[n], \dots, v_i^C[n+n_H^v])$  sur l'horizon de prédiction menant la réponse estimée au plus près de la trajectoire désirée vers la vitesse objectif. Le premier terme du vecteur de commandes est appliqué au robot.

$$v_i^C = v_i^C[n] \quad (3.35)$$

À l'itération suivante, un nouvel objectif de vitesse sera déterminé en fonction de l'erreur future estimée à partir de l'état du véhicule et de la cible et le processus prédictif sera renouvelé pour trouver une suite de commandes convergeant vers ce nouvel objectif.

### 3.3.5 Conclusion sur les commandes prédictives

Les commandes prédictives construites compensent les erreurs provenant des retards entre le système modélisé et le système réel. Cependant, l'anticipation des commandes désirées sur l'horizon de prédiction diffère entre la commande latérale et la commande longitudinale. En effet, si les deux estiment la position curviligne future du véhicule à partir de son état actuel, la commande de braquage n'utilise cette position future que pour déterminer la courbure de la trajectoire de référence à suivre en ce point. L'erreur de positionnement latéral ne peut être anticipée à cause des glissements modifiant la position latérale ; en conséquence, la commande de braquage est scindée en deux parties d'après les effets que chacune des parties compense et la prédiction n'est réalisée que sur la partie de suivi de la courbure de la trajectoire, l'estimation de la courbure future permettant d'établir une commande partielle future.

Au contraire, pour l'asservissement longitudinal, l'estimation des positions curvilignes futures du véhicule et de la cible permet non seulement d'estimer la courbure de la trajectoire de référence en ces points mais aussi de calculer l'erreur d'interdistance future estimée qui permet alors de déterminer une commande de vitesse objectif à l'horizon de prédiction d'après la commande réactive appliquée aux positions et états futurs estimés.

Cette commande de vitesse totalement prédictive représente un des apports de cette thèse. Une première phase de construction d'une commande partiellement prédictive avait été présentée dans [CBLT13] où, par analogie avec la commande de braquage, seule la courbure future était prédite. L'influence réduite de la variation des glissements sur l'évolution longitudinale (par rapport au côté évolution latérale) permet d'utiliser les positions futures estimées pour construire la loi de commande en vitesse totalement prédictive, présentée dans [GLT13].

## 3.4 Résultats expérimentaux

Les algorithmes de commande présentés dans ce chapitre ont été testés au cours d'essais expérimentaux en grandeur réelle sur différents terrains d'évolution. Les essais ont été menés avec deux véhicules. Les deux véhicules asservissent indépendamment leur écart latéral à la trajectoire suivant la commande d'angle de braquage présentée. Sur l'aspect longitudinal, le premier véhicule roule à une vitesse imposée dans le cadre de l'essai (constante ou variable); le second véhicule prend alors comme cible ce premier véhicule (le *leader*) et régule sa vitesse suivant les algorithmes d'asservissement longitudinal présentés pour maintenir son interdistance par rapport au leader à sa valeur désirée.

Différents essais ont été menés en complexifiant la configuration et les conditions d'expérimentation. Tout d'abord est testé le maintien d'une formation constante avec la vitesse du leader constante par morceau. Ce premier essai en configuration figée permet de visualiser l'apport de la prédiction lors des changements de courbure et de vitesse référence. La précision des algorithmes de commande étant validée dans ce premier cas, un second essai est présenté. Celui-ci se concentre sur la gestion des distances variables. L'utilisation de la prédiction devient dans ce cas indispensable pour suivre les changements de distances désirées sans retard. Le dernier essai réalisé concerne le suivi d'un véhicule conduit manuellement, la trajectoire de référence étant alors construite en ligne à partir des positions du leader.

### 3.4.1 Formation constante

Dans le premier cas considéré, la trajectoire de référence à suivre est connue des deux véhicules. Ils fonctionnent tous les deux en mode automatique, asservissant leur angle de braquage suivant la loi de commande présentée en section 3.1 et dont les performances ont été étudiées. La vitesse du premier véhicule est fixée, suivant un profil de vitesse imposé. Le véhicule suiveur doit maintenir un écart latéral à la trajectoire de 2 m et une interdistance curviligne au véhicule cible de 6 m, tous deux constants.

La trajectoire de référence suivie par les véhicules est présentée en figure 3.6. Elle se déroule sur un terrain plat enherbé, avec 2 traversées d'un chemin en falun et est composée d'une longue ligne droite puis d'un large virage à gauche, de l'abscisse curviligne 45 m à 95 m, pour terminer par un court virage à droite. La vitesse du leader est fixée à  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , puis diminue à  $1.5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  de 33 à 65 m avant de revenir à  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , tel qu'illustré en courbe noire sur la figure 3.10.

Le suivi de trajectoire en formation est réalisé une première fois avec la loi de commande de vitesse adaptative (3.18) sans la prédiction, puis une seconde fois avec la prédiction. Les résultats d'asservissement de l'interdistance sont présentés en figure 3.9, et la vitesse au cours du suivi en figure 3.10, où les courbes vertes illustrent les résultats du suivi sans prédiction et les courbes bleues le suivi avec prédiction. Les résultats de l'asservissement latéral sont présentés avec l'algorithme prédictif en figure 3.7.

Initialement, les 2 véhicules sont placés côte à côte au début de la trajectoire. Après une

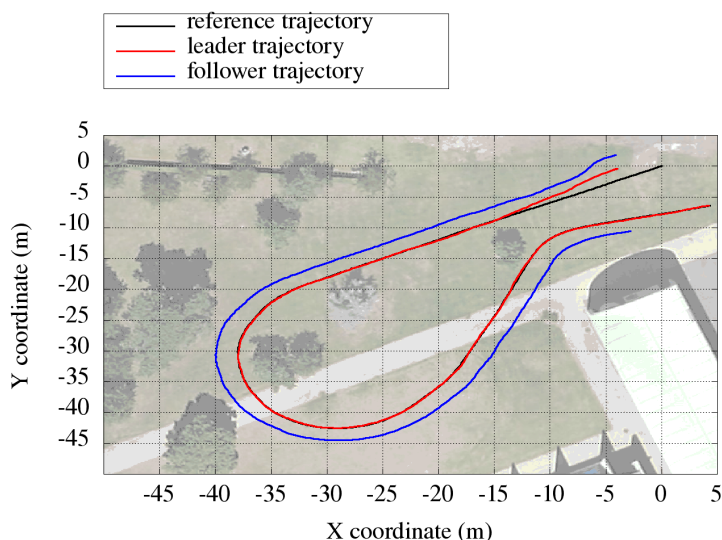


FIGURE 3.6 – Trajectoires de référence et réelles suivies par les robots

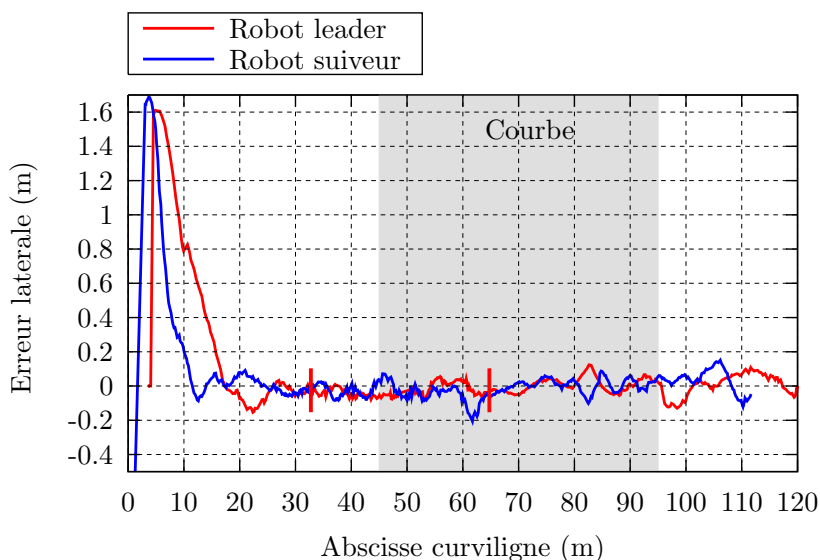


FIGURE 3.7 – Erreur d'écart latéral des deux robots par rapport à la trajectoire

brève accélération en ligne droite destinée à initialiser le cap du véhicule par les capteurs, les algorithmes de régulation de l'écart latéral sont appliqués. La position initiale des véhicules implique une erreur de positionnement latéral d'environ 1,50 m pour chacun des véhicules. Cette erreur latérale est comblée par les robots convergeant vers leur position latérale désirée (0 m pour le leader, 2 m pour le suiveur) en une distance de 12 m. Cette distance de convergence est donc en adéquation avec le comportement estimé (présenté en figure 3.1), d'après les lois de commande et le réglage du gain  $K_d$  fixé à  $K_d = 0,8$ . Ensuite, durant le parcours de la trajectoire, les deux robots maintiennent leur écart latéral avec une erreur de positionnement inférieure à 0,2 m. La courbe décrite par la trajectoire est ainsi parfaitement suivie par les robots qui adaptent leur angle de braquage à la courbure à suivre (directement égale à la courbure de la trajectoire de référence pour le robot leader, le robot suiveur adapte cette courbure de référence d'après l'écart latéral désiré à la trajectoire). La prédiction permet alors d'anticiper les changements de courbure pour adapter l'angle de braquage réel en

fonction de la position désirée, ce qui se traduit par le maintien de l'écart latéral dans les zones d'entrée et de sortie de courbe (aux abscisses curvilignes 45 et 95 m). En complément,

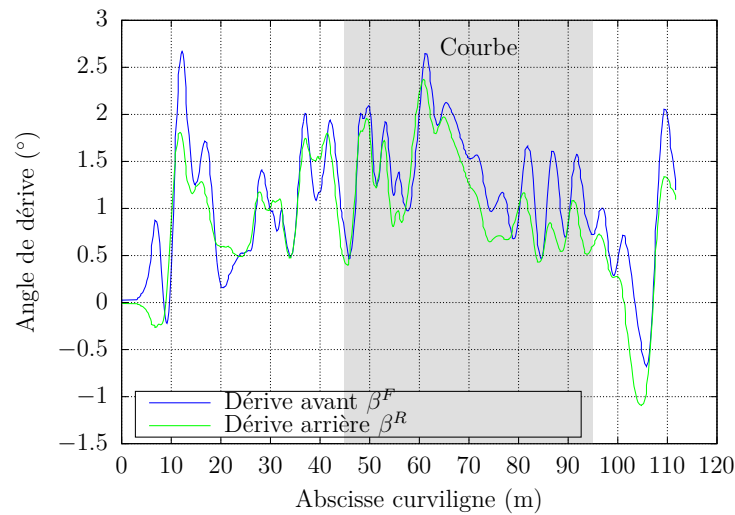


FIGURE 3.8 – Angles de dérive du robot suiveur

la figure 3.8 présente les angles de glissement estimés du robot suiveur au cours de ce suivi de trajectoire. Cela permet de constater que les dérives des pneumatiques sont non-négligeables, elles atteignent  $2^\circ$  au plus fort du virage (à l'abscisse curviligne 60 m). En effet, si ces glissements n'avaient pas été pris en compte dans le modèle (en définissant une commande basée sur le modèle RSG), ces dérives auraient mené à une erreur latérale de suivi de 0,4 m.

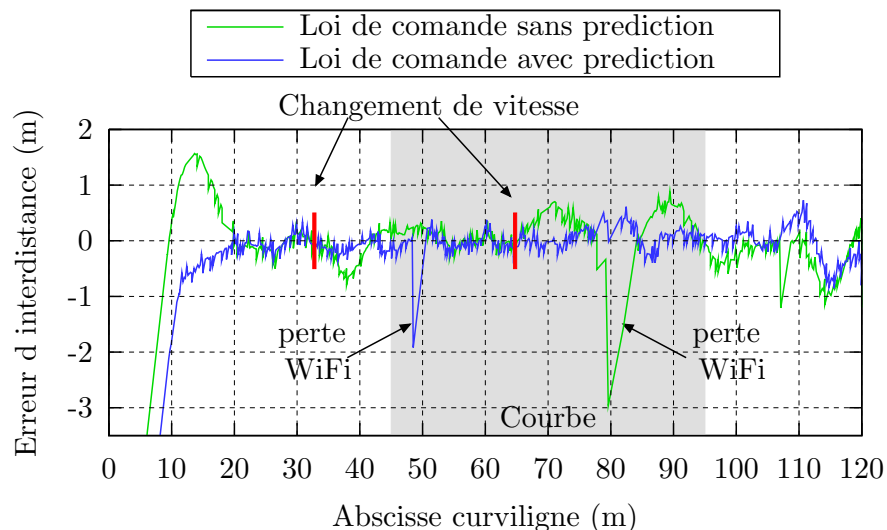


FIGURE 3.9 – Erreur d'interdistance du suiveur par rapport au leader

Concernant la régulation longitudinale dont les résultats sont présentés en figure 3.9, au point de départ le leader démarre et le suiveur attend que celui-ci ait atteint l'interdistance désirée pour s'élancer à son tour. Cependant, lorsque la commande est uniquement réactive, le temps de réponse des actionneurs induit alors une erreur transitoire d'interdistance, augmentant jusqu'à 1,5 m avant que le suiveur atteigne sa vitesse de commande et comble l'erreur d'interdistance au bout de 20 m. L'ajout de la prédiction permet alors d'anticiper

cette dynamique de réponse au démarrage et d'atteindre la vitesse cible lorsque l'interdistance atteint sa valeur désirée, le tout sans dépassement. Cela s'illustre sur la courbe des vitesses où, avec l'algorithme de prédiction, le suiveur démarre légèrement plus tôt et la vitesse commande se stabilise dès l'abscisse curviligne 15 m à la vitesse de parcours de la trajectoire.

L'apport de la prédiction est visible de la même manière lorsque le leader change de vitesse de référence, aux abscisses curvilignes 33 et 65 m. Sans prédiction, une erreur transitoire apparaît, le temps pour le suiveur de prendre en compte cette nouvelle vitesse. L'algorithme de prédiction prenant en paramètre la vitesse consigne du leader, le changement de vitesse de référence est pris en compte par le suiveur en même temps que le leader modifie sa vitesse. Les changements de vitesse sont donc synchronisés, ce qui permet de garder l'interdistance à sa valeur désirée.

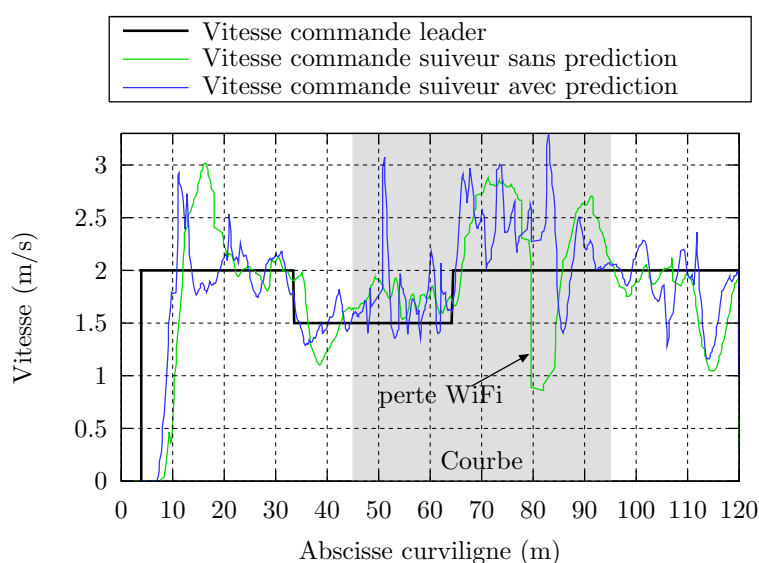


FIGURE 3.10 – Vitesses de commande des véhicules leader et suiveur

Parallèlement, de 45 à 95 m, les véhicules décrivent un large virage sur la gauche. Le véhicule suiveur étant à l'extérieur de cette courbe, il se doit d'accélérer afin de maintenir sa vitesse curviligne et donc son interdistance par rapport au leader. Ces variations de courbure sont prises en compte par la partie réactive de la commande de vitesse ; la loi de commande sans prédiction permet donc de maintenir l'interdistance à sa valeur désirée dans la courbe car la courbure est à peu près constante. On vérifie de plus sur la figure 3.10 que la commande de vitesse du suiveur augmente par rapport à la vitesse du leader dans cette zone.

Finalement, les performances de l'asservissement d'interdistance sont détaillées dans le tableau 3.1 en prenant en compte les données à partir du démarrage du suiveur (à partir de l'interdistance  $s = 10$  m). Ces résultats montrent que la commande de vitesse avec prédiction dans le cadre d'un suivi de trajectoire en formation constante permet de se positionner à l'interdistance désirée (moyenne des écarts nulle), avec un écart-type des erreurs inférieur à 20 cm, ce qui est presque 3 fois mieux que la loi de commande sans prédiction.

Lors de ces expérimentations, des pertes de communication WiFi entre les véhicules sont

	Sans prédiction	Avec prédiction
Moyenne	-8.0 cm	-0.2 cm
Écart-type	44.7 cm	16.6 cm

TABLE 3.1 – Propriétés de l’erreur d’interdistance au cours des suivis de trajectoire

apparues. Ainsi, lors du suivi avec prédiction le suiveur a cessé brièvement de recevoir des données du leader à l’abscisse curviligne  $s = 48$  m et le même problème a été rencontré lors du suivi sans prédiction à 80 m. Dans ce cas, le suiveur conserve comme position estimée du leader la dernière position reçue. En conséquence, l’interdistance calculée par le suiveur diminue rapidement donc la commande de vitesse fait ralentir le robot. Lorsque la communication sans fil est restaurée, la position réelle du leader est mise à jour et le suiveur reprend son fonctionnement nominal et converge à nouveau vers l’interdistance désirée avec le même comportement qu’au départ. Pour des raisons de sécurité, en addition de la commande tendant à faire ralentir le suiveur, si la communication est coupée durant un intervalle de temps trop important (en l’occurrence 3,5 s), le suiveur considère que la dernière position du leader reçue n’est plus exploitable et il s’arrête.

### 3.4.2 Formation variable

Les lois de commande de suivi ont ensuite été testées pour vérifier leur adéquation avec l’adaptation en ligne de la formation, c’est-à-dire en faisant évoluer les distances désirées au cours du suivi.

Les essais présentés ci-après concernent le suivi d’une trajectoire préalablement enregistrée



FIGURE 3.11 – Configuration expérimentale en sortie du premier virage

lors d’un passage en conduite manuelle et donc totalement connue par les deux véhicules. Le premier véhicule utilisé est un tracteur commercial automatisé jouant le rôle du véhicule cible et dont la vitesse d’évolution désirée est fixée à  $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Le véhicule suiveur est la plate-forme expérimentale Aroco dont la masse réduite et les actionneurs électriques en font un véhicule

ayant une dynamique très différente et beaucoup plus réactive que sa cible. La trajectoire

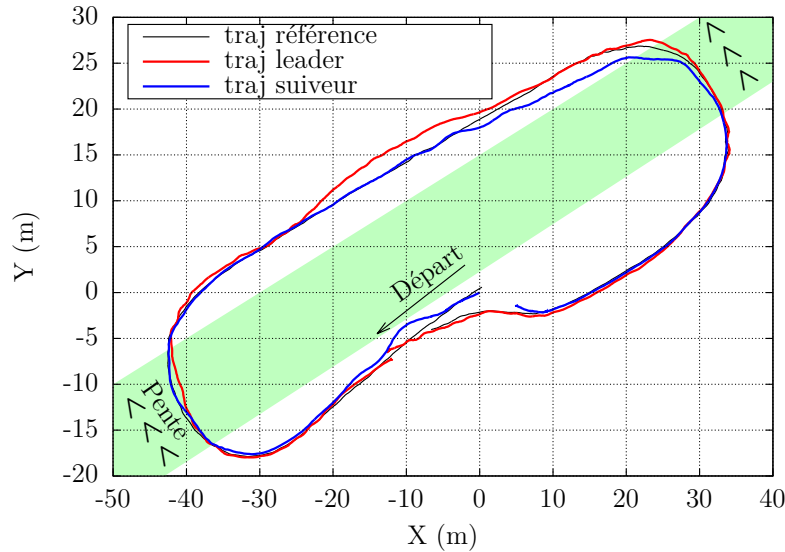


FIGURE 3.12 – Trajectoires de référence et réelles suivies par les véhicules

suivie par les deux véhicules, présentée en figure 3.12, est de forme oblongue avec la présence d’une pente sur les zones de demi-tour. Au départ les deux véhicules évoluent sur un sol plat et doivent respecter une configuration en file ( $d^{des} = 20m$ ,  $y^{des} = 0m$ ). Dans le premier demi-tour à droite, les véhicules descendent de la butte puis, dans la ligne droite opposée les distances désirées évoluent continûment en fonction de l’abscisse curviligne, tel qu’illustré en noir sur les figures. Enfin, à la fin du second demi-tour où les véhicules remontent la pente, les distances désirées reviennent à leur valeur initiale.

Similairement aux essais en formation constante, le suivi de trajectoire est tout d’abord réalisé en appliquant les commandes purement réactives calculées en section 3.1 pour l’angle de braquage et en section 3.2 pour la vitesse. Les résultats sont présentés en figure 3.13 pour l’asservissement latéral et en figure 3.14 pour l’asservissement longitudinal.

L’asservissement latéral présente dans sa première partie où les distances désirées sont fixes les mêmes propriétés que celles montrées dans les essais en formation constante. Le tracteur utilisé comme leader présente cependant une moins bonne qualité du suivi, qui est principalement due à la position de l’antenne GPS. En effet, sur le tracteur le récepteur GPS est installé à l’aplomb du centre de l’essieu arrière (le point commandé dans les algorithmes) mais au sommet de la cabine. L’antenne se trouve alors à 3,20 m du sol. En conséquence, dans les pentes lorsque le véhicule présente un angle de roulis, l’inclinaison de l’axe du véhicule induit un décalage entre la projection de la position de l’antenne et le centre de l’essieu arrière. Cet effet est amplifié à la sortie du second virage (à l’abscisse curviligne  $s = 150$  m) où la transition du tracteur de la partie pentue à la partie plate crée une oscillation de la cabine du tracteur qui se traduit à son tour par une oscillation de la position latérale calculée à la trajectoire. Une estimation de la pente (et en particulier de l’angle de roulis du véhicule) serait alors nécessaire pour recalibrer les positions de la hauteur de la cabine au point au sol, ce qui permettrait ainsi de refléter l’écart réel au niveau des roues.

L'aspect longitudinal présente les mêmes caractéristiques en formation constante, une

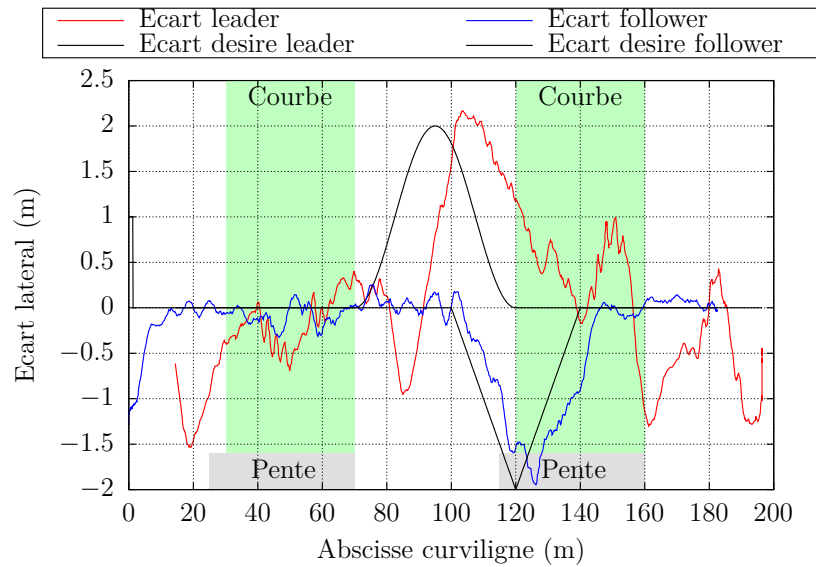


FIGURE 3.13 – Écarts latéraux des véhicules au cours du suivi de trajectoire sans prédiction

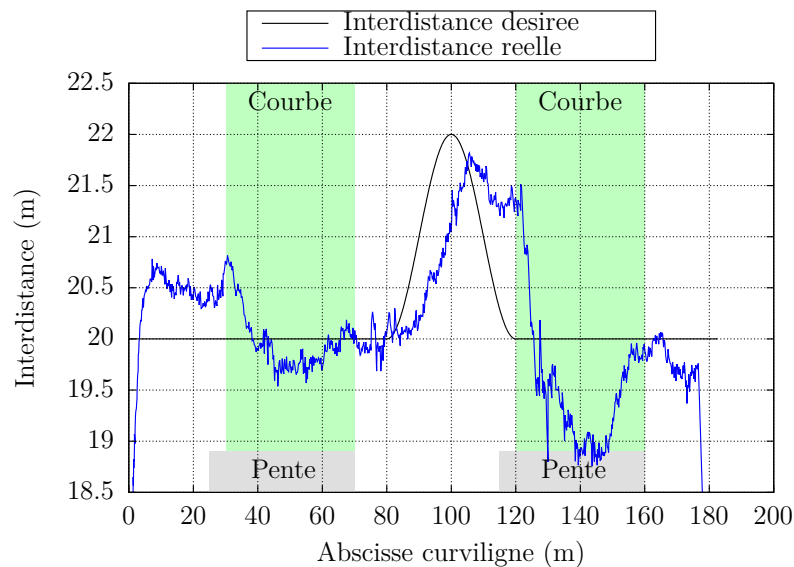


FIGURE 3.14 – Interdistance du suiveur par rapport au leader au cours du suivi de trajectoire sans prédiction

convergence vers l'interdistance désirée mais présentant un dépassement le temps de converger vers la vitesse du leader puis de compenser l'erreur (visible sur la figure 3.14 aux abscisses curvilignes  $s = 20$  m et  $s = 140$  m).

La modification en ligne des distances désirées tant latérales que longitudinales présente des conséquences similaires sur les deux asservissements. Les évolutions des distances désirées étant continues en fonction de l'abscisse curviligne, la prise en compte des dérivées des écarts désirés dans la commande implique que la réponse (en écart latéral et en interdistance) suit la pente de l'évolution désirée. Cependant, les réponses obtenues avec les commandes uniquement adaptatives présentent un retard non négligeable, une erreur de traînée des positions réelles



par rapport aux positions désirées. Ce retard est conditionné par le temps de réponse des actionneurs à la commande ; l'erreur sur l'asservissement latéral du tracteur est donc beaucoup plus importante que l'erreur du suiveur beaucoup plus réactif. Ces résultats illustrent bien que la commande réactive seule est insuffisante pour garantir un niveau de précision décimétrique. L'adaptation en ligne de la formation nécessitera la prise en compte des actionneurs par le biais de la commande prédictive pour garder la précision de l'asservissement.

L'ajout de la prédiction a été réalisé au cours d'un deuxième suivi de la même trajectoire avec la même évolution désirée de la formation. Les nouveaux résultats de l'asservissement

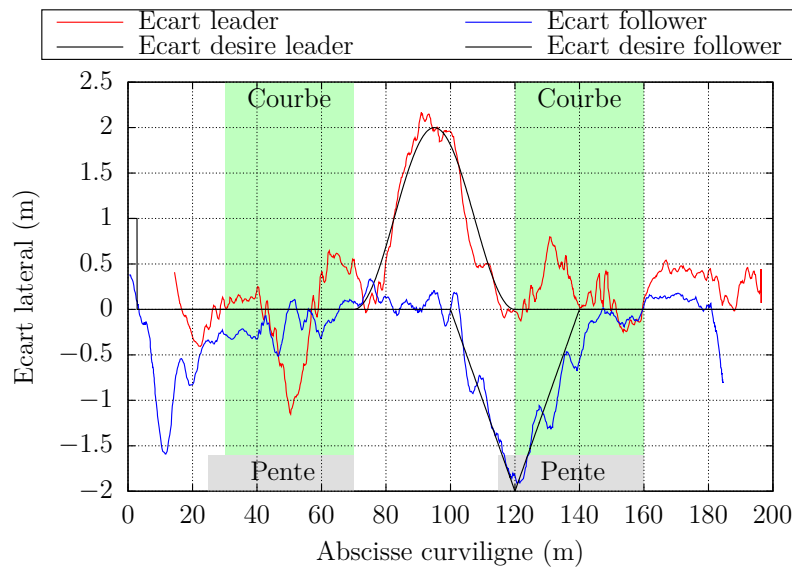


FIGURE 3.15 – Écarts latéraux des véhicules au cours du suivi de trajectoire avec prédiction

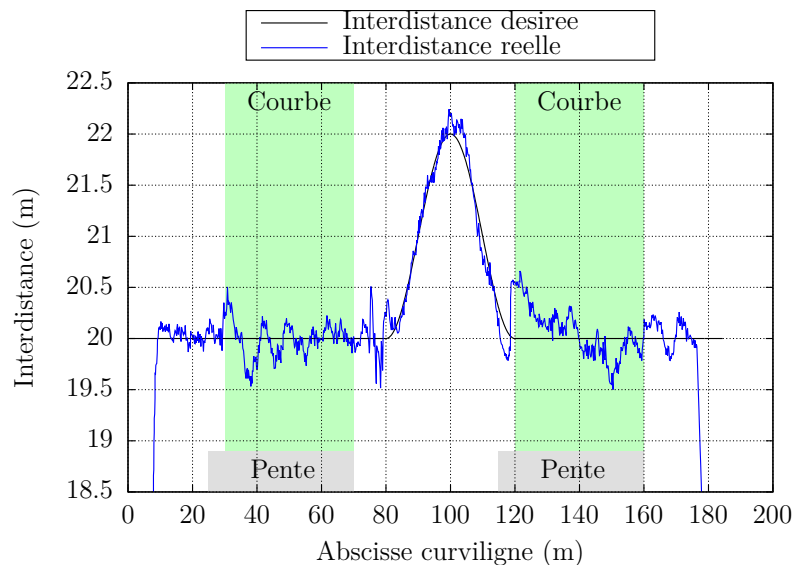


FIGURE 3.16 – Interdistance du suiveur par rapport au leader au cours du suivi de trajectoire avec prédiction

latéral et longitudinal sont présentés respectivement en figure 3.15 et 3.16. Chaque véhicule

adapte ses temps de prédiction en fonction des comportements de ses actionneurs (de braquage pour le tracteur, de braquage et de vitesse pour Aroco).

Les résultats expérimentaux montrent alors que les comportements des actionneurs sont bien pris en compte et compensés par la commande puisque la réponse suit alors précisément les évolutions des distances désirées sans retard. La précision des asservissements est présentée dans le tableau 3.2 sous la forme des écarts-types des erreurs de positionnement obtenus lors du suivi de trajectoire.

	Erreur latérale	Erreur longitudinale
Tracteur	26 cm	Leader
Aroco	17 cm	18 cm

TABLE 3.2 – Écarts-types des erreurs au cours du suivi de trajectoire avec prédiction

La précision de positionnement latéral et longitudinal obtenue grâce à l’algorithme de commande avec prédiction est équivalente (pour la plate-forme Aroco) à celle obtenue lors de la configuration en formation constante, avec un écart-type inférieur à 20 cm dans les deux cas. Pour le tracteur leader, la précision du positionnement latéral est légèrement dégradée par la dynamique plus importante du véhicule mais conserve un écart-type inférieur à 30 cm.

#### 3.4.3 Leader manuel

Dans les approches proposées, le robot suiveur n’a pas nécessairement besoin de connaître précisément toute la trajectoire mais simplement suffisamment de points autour de sa position pour pouvoir se localiser, calculer la courbure de la trajectoire et prédire sa position curviligne future et la courbure de la trajectoire en ce point. Il est donc aussi considéré le cas où le suiveur construit en temps réel sa trajectoire de référence à partir de la trajectoire du véhicule cible, celui-ci pouvant alors être conduit manuellement.



FIGURE 3.17 – Configuration expérimentale des 2 tracteurs

L'essai a été mené avec un premier tracteur conduit manuellement, jouant le rôle du leader. Le véhicule suiveur est un second tracteur autonome qui doit alors suivre la trajectoire décrite par le leader à une interdistance désirée de 30 m, sans écart latéral. Les deux tracteurs en formation sur le terrain sont illustrés en figure 3.17 tandis que les trajectoires parcourues par les deux tracteurs, d'une longueur de 650 m, sont présentées en figure 3.18.

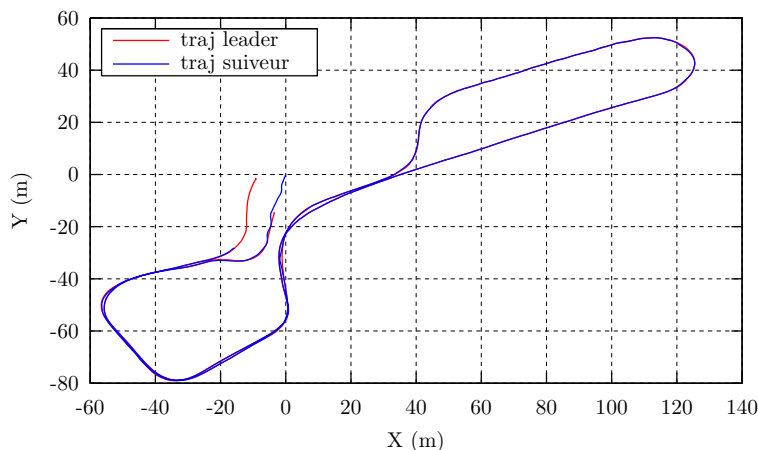


FIGURE 3.18 – Trajectoires suivies par les véhicules

Le leader étant conduit manuellement, sa vitesse d'avance évolue en fonction de l'action du pilote sur la pédale d'accélérateur ; dans cet exemple, la vitesse d'avance est comprise entre 1 et 2  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , tel que présenté en figure 3.19.

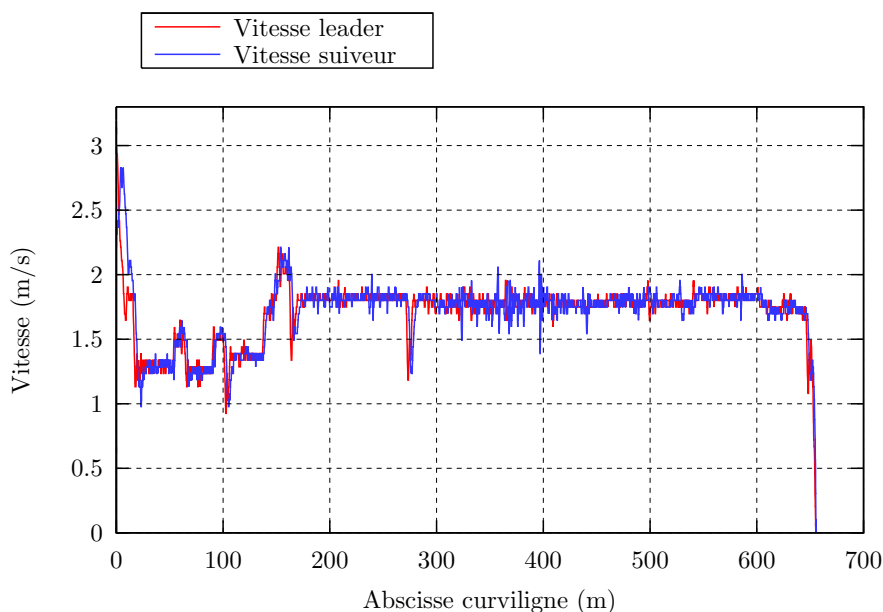


FIGURE 3.19 – Vitesses des deux véhicules

Les résultats obtenus pour l'asservissement de la position du suiveur sont présentés en figure 3.20 pour le positionnement latéral et en figure 3.21 pour les résultats d'interdistance.

Le tracteur suiveur suit donc le tracteur leader avec un positionnement latéral précis à  $\pm 0,2\text{m}$ . On note que, à une distance de parcours de 500 m, le suiveur roule dans un

nid-de-poule qui a pour conséquence de faire osciller brusquement la cabine et de créer une erreur latérale transitoire jusqu'à 0,6 m. De manière identique à ce qui a été expliqué à l'essai précédent, cette erreur est amplifiée par la position du récepteur GPS et ne correspond pas à une erreur réelle de positionnement au niveau des roues.

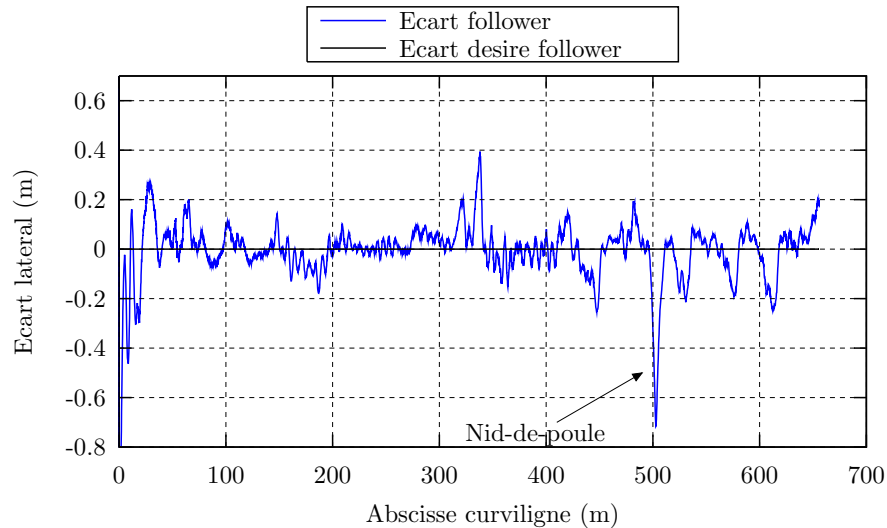


FIGURE 3.20 – Écart latéral du véhicule suiveur

Pour l'asservissement longitudinal, l'erreur d'interdistance n'excède pas 0,5 m sur les 30 m d'interdistance désirée. Ces résultats sont d'autant plus probants que, le leader étant conduit manuellement, son évolution longitudinale ne peut être anticipée. Le maintien de l'interdistance est alors facilité par le fait que les 2 tracteurs aient une dynamique similaire avec des comportements de réponse proches. Le suiveur peut alors estimer l'évolution du comportement du leader de manière similaire à la sienne à partir de la connaissance des commandes.

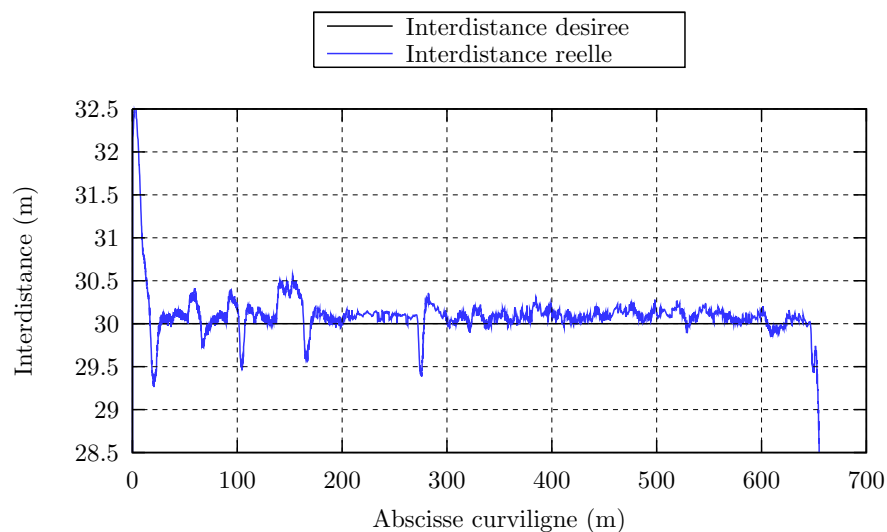


FIGURE 3.21 – Interdistance du suiveur par rapport au leader conduit manuellement

	Erreur latérale	Erreur longitudinale
Moyenne	-0.15 cm	7.8 cm
Écart-type	10.2 cm	15.1 cm

TABLE 3.3 – Propriétés des résultats d’asservissement

Enfin, la connaissance seulement partielle de la trajectoire de référence n’altère en rien la qualité du suivi de trajectoire puisque la qualité des résultats obtenus, dont les propriétés sont résumées dans le tableau 3.3, est équivalente à celle obtenue lors du suivi d’une trajectoire entièrement connue au préalable.

La principale différence est que le profil de vitesse est généralement moins stable lorsque le véhicule de tête est conduit manuellement. La seule adaptation réalisée pour le calcul des algorithmes par rapport à la connaissance préalable totale de la trajectoire concerne le calcul de la courbure de la trajectoire. En effet, les points composant la trajectoire de référence étant issus des positions fournies par l’antenne GPS du tracteur leader, et celle-ci étant positionnée sur le haut de la cabine du tracteur, les positions obtenues peuvent être bruitées en fonction de la pente et du terrain d’évolution irrégulier. Des points successifs peuvent alors présenter un décalage latéral significatif, ce qui joue énormément sur les valeurs de courbure de la trajectoire calculées par une interpolation polynomiale sur une fenêtre glissante. Pour limiter ce bruit sur la courbure, les points de la trajectoire sont filtrés lors du calcul de la courbure.

## 3.5 Conclusion et discussion

Deux lois de commande ont été établies dans ce chapitre pour réaliser un suivi de cible le long d'une trajectoire.

Tout d'abord, la loi de commande de braquage a été construite afin de suivre une trajectoire à une distance latérale  $y^{des}$ . Elle est conçue pour faire converger l'erreur de positionnement latéral en fonction de l'abscisse curviligne. Les simulations et expérimentations ont montré que la convergence et le maintien se fait suivant la distance de convergence induite par les paramètres des lois de commande, tant que ceux-ci sont réalisables par les systèmes physiques. Conséquemment, la propriétés théorique de découplage des dynamiques latérales et longitudinales est expérimentalement validée.

La seconde loi de commande est une loi de commande de la vitesse qui permet d'asservir un véhicule sur une cible en respectant une interdistance curviligne désirée  $d^{des}$ . Les propriétés d'évolution longitudinale des véhicules étant découplées de l'évolution latérale au cours du suivi de trajectoire, cette loi de commande de la vitesse est construite indépendamment de l'évolution de l'angle de braquage.

Ces lois de commande ont tout d'abord été construites de manière réactive, pour annuler les erreurs de positionnement actuelles. De fait, la formation désirée est efficacement maintenue en régime établi, lorsque les conditions d'évolution (vitesse d'avance, courbure de la trajectoire, écarts désirés) sont stables. Cependant, lorsque ces conditions changent au cours du suivi, les modifications ne sont prises en compte qu'à posteriori, compte-tenu du temps de réponse des actionneurs et de l'inertie des robots. En conséquence, des erreurs transitoires peuvent être observées. Aussi, pour s'adapter aux conditions d'évolution variables, une approche prédictive est développée. À partir des états actuels et des commandes, le positionnement futur des véhicules est estimé, de même que la courbure de la trajectoire en ces positions futures. Les lois de commande réactives sont alors modifiées pour anticiper les variations et compenser ainsi les écarts dans les phases transitoires. Pour les aspects latéraux, la commande de braquage est séparée en deux parties. La partie dépendant de la courbure et dédiée au suivi de la trajectoire (par opposition à la partie dédiée à l'annulation de l'erreur latérale) est isolée et évaluée pour la courbure future estimée. Pour la vitesse, les positions futures estimées définissent une erreur future à partir de laquelle est calculée la consigne de vitesse permettant d'annuler cette erreur de positionnement future estimée. Enfin, le processus prédictif consiste à prendre en compte la dynamique de réponse du bas-niveau pour en déduire les commandes optimales à envoyer au véhicule, dont les réponses réelles atteindront les consignes futures estimées.

Cette démarche prédictive de commande permet d'anticiper les erreurs futures et de modifier le braquage et la vitesse du véhicule pour empêcher que ces erreurs potentielles n'apparaissent. Les modifications des commandes nécessitées par l'évolution de la trajectoire et de la formation désirée sont ainsi anticipées et les valeurs réelles sont gérées sans retard et n'entraînent plus d'erreurs transitoires de positionnement.

Dans la construction de cette commande prédictive, la notion de découplage entre les dynamiques latérales et longitudinales est conservée. Cependant, si cette indépendance relative entre les deux composantes de l'évolution est théoriquement prouvée, les limites de ce découplage méritent d'être examinées. Il a tout d'abord déjà été précisé que la convergence réelle du véhicule suivant l'évolution prévue par les lois de commande est subordonnée à la capacité des actionneurs à suivre les commandes. La convergence de l'écart latéral étant réglée en distance curviligne, en fonction de la vitesse du véhicule l'évolution temporelle correspondant à la convergence curviligne désirée peut alors dépasser les capacités de convergence temporelle réelle des actionneurs. Cela imposera alors d'adapter en ligne les gains de la loi de commande latérale pour que la commande de braquage résultante soit réalisable par les actionneurs. De plus, la dynamique de réponse des actionneurs à une commande est supposée identique quelles que soient la vitesse et les conditions d'évolution. Or, des changements importants sur le type de terrain d'évolution et la charge appliquée sur les essieux (dus à la variation de la masse du véhicule ou aux transferts de charge conséquences de brusques variations de vitesse) vont modifier les propriétés de réponse des actionneurs, ce qui peut faire différer la convergence réelle de la convergence estimée. Enfin, dans la commande prédictive, l'estimation de la position future du véhicule se base sur l'hypothèse d'une vitesse d'évolution constante au long de l'horizon de prédiction. La variation de vitesse induira donc une erreur d'estimation dépréciant les performances de la loi de commande.

On constate toutefois que, dans les conditions expérimentales envisagées dans cette thèse où la vitesse des véhicules n'excède généralement pas 3 à 4  $\text{m.s}^{-1}$ , les algorithmes de commande permettent de garder une précision de positionnement satisfaisante même en présence de distances et vitesse désirées variables ; les limites du découplage latéral-longitudinal ne sont donc pas atteintes. Il faudra néanmoins envisager de prendre en compte les effets de ces interactions lorsque de plus hautes dynamiques seront en jeu, avec d'amples changements de vitesse influant sur la dynamique latérale réelle.

Les lois de commande établies ont été testées expérimentalement dans différentes conditions d'évolution. Tout d'abord, le suivi d'une trajectoire connue par deux véhicules évoluant de façon autonome est considéré. Le suivi en fixant la vitesse du véhicule cible et les distances désirées constantes a permis de vérifier la convergence des erreurs de positionnement (latérales et longitudinales) et leur maintien durant les phases de régime établi. La variation d'un ou plusieurs des paramètres des conditions d'évolution désirées a ensuite montré les limites de l'approche purement réactive et l'apport de la prédiction pour l'anticipation des changements de vitesse et de courbure. Enfin, des suivis de trajectoire ont été réalisés avec des distances désirées continûment variables et ont démontré que ces variations continues étaient effectivement prises en compte en temps réel, ce qui permet de conserver la précision de l'asservissement quelles que soient les évolutions désirées.

Au niveau expérimental, l'application des algorithmes présentés à des machines de taille importante à masse suspendue telles que les tracteurs a engendré l'apparition d'un phénomène

d'oscillation des positions GPS reçues en présence de variations de pente dégradant la qualité du suivi, surtout latéralement. Cet effet avait été négligé dans le modèle dû à l'hypothèse faite de l'évolution sur un terrain plat. Dans l'optique d'étendre ces travaux à des terrains d'évolution quelconques, une estimation de l'attitude complète du véhicule, et en particulier de l'angle de roulis, sera alors nécessaire pour recalibrer les positions fournies par le récepteur GPS vers le point centre de l'essieu arrière effectivement commandé.

Finalement, pour vérifier l'adéquation des algorithmes aux applications potentielles, ceux-ci ont aussi été testés dans le cas où le véhicule cible est conduit manuellement. Sa vitesse d'avance est donc variable et sa trajectoire ne peut être anticipée. Le véhicule suiveur construit donc en ligne sa trajectoire de référence à partir des positions successives du véhicule cible. Tant que l'interdistance est suffisante pour que le véhicule suiveur puisse, lui, anticiper sa position curviligne future, la régulation des positions latérale et longitudinale entre les véhicules se comporte de la même manière que pour une formation totalement autonome. Enfin, un domaine d'application connexe non présenté dans ce mémoire permet d'utiliser ces mêmes algorithmes de régulation pour les cas où la cible n'est pas un autre véhicule, en particulier pour le suivi d'un piéton.





# Chapitre 4

## Stratégie de commande multirobot

La loi de commande longitudinale construite au chapitre précédent, établie dans le cadre d'un suivi de cible dont la position et l'évolution sont connues, a été appliquée avec succès pour le suivi d'un véhicule le long d'une trajectoire (connue totalement ou partiellement). Dans le cas d'une formation à deux véhicules, le choix du véhicule cible ne se pose pas. En revanche, pour des flottes se composant de  $n$  véhicules, chaque robot a  $n - 1$  choix comme véhicule référence à suivre. Or, la définition du véhicule référence aura un impact sur le comportement global de la formation et sa stabilité.

Ce chapitre est donc consacré à la définition d'une stratégie de commande pour la flotte permettant un comportement stable (résistant aux perturbations), assurant la sécurité des véhicules et adaptable.

La première partie de ce chapitre sera consacrée à caractériser ce qu'est la stabilité pour une flotte de robots mobiles en formation et aux différentes manières de la calculer.

Une seconde partie présentera différents types de cibles, créant différentes stratégies de commande pour le suivi en formation. Ainsi, chaque robot peut suivre une cible simple, celle-ci pouvant être soit un autre véhicule tel que pour un *suivi de leader* soit une pondération des états des robots de la formation (*structure virtuelle*) créant une cible virtuelle. Les *stratégies comportementales* assignent au contraire plusieurs cibles à suivre simultanément par chaque robot, chacune représentant un objectif à poursuivre.

Le cas du suivi de leader sera détaillé et la stabilité de la formation en fonction du choix du leader sera illustrée grâce à des simulations et des expérimentations de suivi de trajectoire en formation.

À partir des limites identifiées des stratégies de commande existantes, une nouvelle approche sera présentée. Elle est basée sur l'utilisation de deux cibles, les deux véhicules adjacents, dont les commandes résultantes sont pondérées et la définition de deux leaders virtuels aux extrémités de la flotte. La stabilité de la formation commandée par cette stratégie bi-référencée est alors étudiée via la théorie de Lyapunov. Finalement, des simulations de formation à 5 véhicules et des essais en situation réelle avec 3 véhicules hétérogènes ont permis de vérifier expérimentalement les propriétés théoriques de la stratégie de commande.

## 4.1 Stabilité d'une flotte de robot mobile

La stabilité, au sens mathématique du terme, caractérise la capacité d'un système à revenir vers un état d'équilibre après une perturbation bornée de ses entrées.

Pour un véhicule, la condition de stabilité que vérifient les lois de commande (3.11) et (3.18) est d'assurer que le véhicule converge vers les positions latérales par rapport à la trajectoire et longitudinales par rapport à la cible désirées au cours du suivi, et ce malgré les perturbations auxquelles est soumis chacun des robots.

Pour la flotte de véhicules, la stabilité caractérisera la combinaison des stabilités locales des véhicules et leur interaction. La stabilité locale de l'asservissement longitudinal d'un véhicule par rapport à une cible ne suffit pas pour assurer que l'ensemble de la formation aura de bonnes performances de stabilité. En effet, les erreurs d'asservissement, bornées au niveau d'un couple véhicule-cible, peuvent s'accumuler et se multiplier au sein de la flotte au cours des multiples interactions entre les véhicules pour au final entraîner un comportement oscillant au niveau de la formation globale.

Pour des applications routières, et en particulier autoroutières, les convois de véhicules sont considérés comme des applications en dimension 1, étudiés uniquement dans la composante longitudinale en considérant des déplacements en ligne droite. Dans ce cas, la notion de *string stability* ou *stabilité de chaîne* a été introduite pour quantifier la propagation des erreurs au long de la chaîne de véhicules (voir notamment [SH96, YK96])

On parle de stabilité pour la flotte si au niveau de chaque véhicule, l'amplitude des erreurs en sortie (position par rapport au véhicule précédent) est inférieure à l'amplitude des erreurs en entrée (erreur d'interdistance du véhicule précédent). Cela signifie qu'une erreur d'interdistance ne s'amplifie pas, elle est atténuée au fil des véhicules se référant successivement sur les véhicules perturbés.

Lorsque les véhicules sont modélisés comme des systèmes linéaires, l'atténuation de la propagation des erreurs peut être caractérisée par l'étude de la fonction de transfert du véhicule modélisé. Si le module de la fonction de transfert est strictement inférieur à 1,  $|H(j\omega)| < 1$ , alors la file composée de l'ensemble de ces véhicules sera stable au sens de la stabilité de chaîne.

Les véhicules utilisés dans ces travaux sont modélisés comme des systèmes non-linéaires. Pour étudier la stabilité des déplacements de ces véhicules en formation, on utilisera plutôt la méthode de Lyapunov. Celle-ci théorise que si l'on trouve une fonction dépendant des erreurs de suivi, dite fonction de Lyapunov notée  $V$ , qui soit semi-définie positive et telle que sa dérivée soit semi-définie négative par les lois de commande, alors le système est stable au sens de Lyapunov. Cela signifie qu'il existe une zone de stabilité vers laquelle converge le système. Si la fonction  $V$  est de plus strictement définie positive et sa dérivée est définie négative, alors le système est asymptotiquement stable, il converge vers le point de stabilité unique.

La coopération de véhicules en formation peut être étudiée en utilisant la théorie spectrale

des graphes, en particulier pour des formations de grande taille afin de réaliser des applications de stabilisation de formation, particulièrement pour des systèmes linéaires. La formation est simplifiée sous un graphe, à l'aune des liens de communication et des commandes relatives entre les véhicules. Des matrices d'adjacence et matrice Laplacienne peuvent alors être définies (voir par exemple [VLCW05]), caractéristiques de la topologie de la formation. En fonction de la connectivité du graphe et des valeurs propres de la matrice Laplacienne, certaines propriétés de stabilité sur la convergence et la stabilisation peuvent être démontrées [Fax02, LFM05]. Ces méthodes ne sont généralement pas développées pour analyser la résilience d'une formation aux perturbations mais pour montrer qu'une flotte importante peut arriver à un consensus. Le lecteur pourra se référer à [BA07, BSF13] pour détailler les conditions nécessaires à l'obtention d'un consensus en fonction de la topologie de la formation et des informations échangées; celles-ci sont généralement des informations de position mais l'influence de l'utilisation complémentaire d'informations de vitesse sur l'atteinte d'un consensus a été étudiée dans [RA07].

Ces méthodes sont largement employées pour définir les liens de communication au sein de la flotte puis construire les lois de commande résultantes en fonction de l'application désirée, ce qui permet alors de prouver que la flotte atteindra un état stable (voir par exemple [LCW04] pour la commande de systèmes linéaires en formation). Elles peuvent aussi être utilisées pour étudier le comportement d'une flotte d'agents commandés à l'aide d'une stratégie comportementale, où chaque véhicule fusionne des commandes provenant de différents objectifs pouvant être en apparence contradictoires. En fonction de la topologie (fixe ou mobile) définissant les relations inter-agents, un comportement global de la flotte peut émerger [TJP03a, TJP03b].

## 4.2 Stratégies de commande existantes

Les liens de communication entre les véhicules au sein de la flotte définissent les références que prendra chaque robot pour le calcul de sa commande longitudinale. Ce référencement peut se faire par rapport à un ou plusieurs véhicules réels ou cibles virtuelles. Le comportement résultant de la flotte de véhicule sera différent en fonction du type de référencement choisi. Il est donc important de considérer le contexte applicatif désiré lors de l'élaboration de la stratégie de commande (une étude des approches et implications en termes de commandes en fonction des applications est réalisée dans [CFK97]). Dans notre cas, l'application de suivi de trajectoire en formation impose que chaque véhicule suive précisément la trajectoire de référence avec un décalage désiré et en maintenant un ensemble de distances curvilignes désirées par rapport aux références.

Différentes stratégies de référencement sont alors envisagées. Les stratégies de commandes classiquement utilisées dans la littérature (dont un état de l'art peut être consulté entre autres dans [GDWP13]) peuvent être divisées en 3 grandes catégories présentées ci-après.

### 4.2.1 Stratégies comportementales

Les stratégies de commande comportementales visent à faire en sorte que chaque véhicule de la formation respecte plusieurs objectifs à la fois, qui peuvent être contradictoires. Pour ce faire, chaque objectif définit une cible pour le véhicule, qui en déduit une commande pour atteindre cette cible. Les différentes commandes résultant des objectifs visés sont ensuite pondérées pour obtenir la commande finale du véhicule. Typiquement, les objectifs fixés aux véhicules sont

- l'attraction vers la destination finale,
- le maintien de la formation,
- l'évitement des autres robots de la flotte,
- l'évitement des obstacles.

La figure 4.1 illustre cette stratégie comportementale où le robot 3 établit une commande pour chacun des objectifs : en vert atteindre la position finale, en gris éviter l'obstacle et en violet et marron s'éloigner des robots 1 et 2. La commande de vitesse finale, pondération des objectifs, est représentée en rouge.

Cette stratégie comportementale peut être rapprochée des *champs de potentiels*. En effet, chaque objectif entraîne une commande dont la norme dépend de la distance à l'objectif. Chaque véhicule est donc soumis à un ensemble de champs de potentiels (dépendants aussi de l'état du véhicule) dont la combinaison crée le vecteur de commande final. Cette méthode a été utilisée dans [KYC96] et [SKI05], et est aussi illustrée dans la figure 4.1 où sont représentés en vert des potentiels d'attraction vers la position finale.

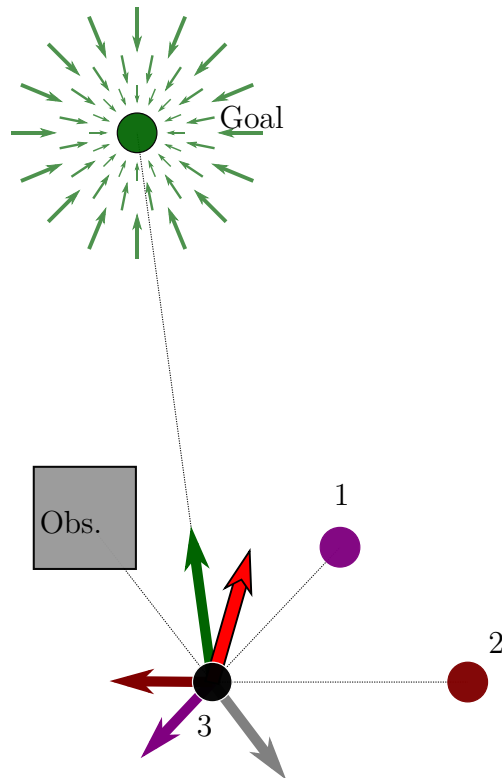


FIGURE 4.1 – Représentation schématisée des objectifs de la stratégie comportementale

Les performances de telles stratégies sont très largement influencées par le choix des coefficients de pondérations des commandes élémentaires. Elles permettent néanmoins d'atteindre les objectifs de déplacement global, au niveau de la flotte. Cependant, il est très compliqué de prédire le comportement individuel d'un robot. Ce mode de commande est plutôt utilisé pour la gestion de flottes importantes (essaim [BS12]) où c'est le comportement de l'ensemble de la flotte qui est piloté [BA98, LBY03]. Dans le contexte étudié ici, on souhaite au contraire piloter précisément l'état de chaque robot, ce qui complique l'utilisation d'une telle stratégie.

### 4.2.2 Structures virtuelles

La stratégie de commande par structure virtuelle est très utilisée pour des applications de coopération (de bras robotisés ou de plates-formes mobiles, pour la manipulation d'objets volumineux par exemple). Elle consiste à définir le déplacement désiré d'un point virtuel de la formation et la forme à maintenir, et à en déduire la position afférente des éléments de la formation. L'ensemble des éléments de la formation crée alors une structure virtuelle, définie par la position de son centre (centre de masse, centre de gravité ou autre définition particulière) et son étendue (la position de chaque élément par rapport au centre), tel qu'illustré en figure 4.2 et appliqué à des flottes de véhicules terrestres dans [AACM13] et aériens dans [RB04]. En termes de commande, les informations de tous les éléments de la flotte permettent de calculer la position du centre et de caractériser la structure virtuelle. Chaque robot en déduit alors son erreur de positionnement par rapport à la structure désirée puis calcule ses commandes par rapport à son erreur et à l'avance de la formation.

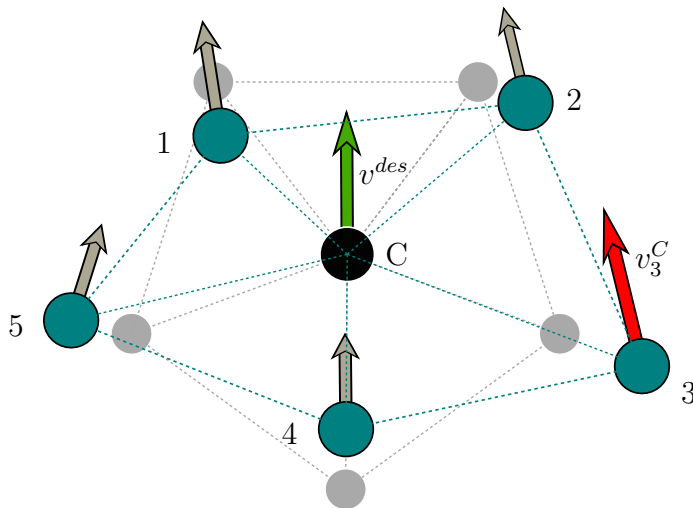


FIGURE 4.2 – Représentation schématique de la structure virtuelle

Cette stratégie permet de contrôler précisément la position de chaque robot, mais la définition de la structure virtuelle nécessite une étape de centralisation des données (ou un graphe de communication complet, ce qui impose de nombreux liens de communication). On réservera donc cette stratégie plutôt pour des environnements fermés et contrôlés où la localisation des éléments est externe et absolue et/ou en présence d'un superviseur, ce qui permet une commande (au moins partiellement) centralisée.

### 4.2.3 Commandes basées leader-suiveur

Les stratégies de commande basées leader-suiveur sont les plus utilisées dans la littérature, notamment du fait de leur simplicité par rapport aux stratégies précédentes. En effet, dans ces stratégies, chaque véhicule définit un et un seul autre véhicule de la flotte comme son leader, et calcule ses commandes pour réguler sa position par rapport à ce véhicule référence. Le nombre de liens de communication nécessaire au sein de la flotte pour une commande décentralisée est alors grandement réduit ; chaque véhicule n'a besoin des informations de positionnement et d'état que d'un seul autre véhicule de la formation, son leader. De plus, la position de chaque véhicule est précisément connue et contrôlée au cours du déplacement. C'est pourquoi cette stratégie leader-suiveur est privilégiée dans notre étude et appliquée dans la section suivante pour étudier ses performances dans le cadre de notre application en environnements naturels.

On parle de stratégies au pluriel pour qualifier ces commandes leader-suiveur car le choix des véhicules leader entraîne des comportements différents au niveau de la formation. On distingue principalement deux cas :

- tous les véhicules suiveurs définissent le même véhicule comme leader ;

- chaque véhicule définit comme leader un véhicule différent, typiquement le véhicule immédiatement précédent.

Ces deux stratégies principales peuvent ensuite être mixées pour créer des stratégies intermédiaires suivant les contraintes et besoins applicatifs (voir par exemple [Ava10] où le référencement est fusionné entre leader global et leader local). En effet, chacune des stratégies implique des propriétés sur la stabilité et le respect de la sécurité au sein de la flotte qui seront détaillées ci-après.



### 4.3 Suivis de trajectoire basés leader

La stratégie de commande basée leader-suiveur est la mieux adaptée pour réaliser des suivis de trajectoire en gardant une formation définie par des distances entre les véhicules. Nous allons donc étudier les performances de cette approche dans deux cas de définition du leader pour chaque véhicule.

Le comportement est vérifié au cours de simulations d'une flotte de 5 véhicules. La trajectoire de référence à suivre par les véhicules, enregistrée préalablement, est en forme de S tel qu'illustré en figure 4.3 avec un premier virage à gauche puis un second virage à droite. Les 5 véhicules doivent établir une formation en forme d'aile, où les distances désirées de chaque véhicule, latéralement par rapport à la trajectoire et longitudinalement par rapport aux autres véhicules, sont constantes et décrites par le tableau 4.1.

	Robot 1	Robot 2	Robot 3	Robot 4	Robot 5
$y_i^{des}$ (m)	0	1	2	3	4
$d_{i/i-1}^{des}$ (m)		6	6	6	6

TABLE 4.1 – Distances désirées au sein de la formation

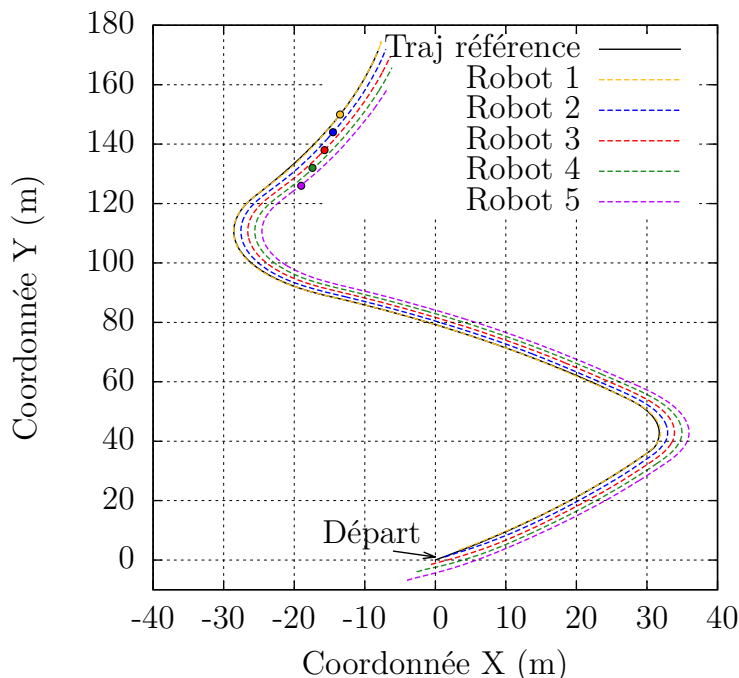


FIGURE 4.3 – Trajectoires des robots

Le simulateur utilisé, nommé Cobaye, simule les données fournies par les capteurs du véhicule avec leur précision et leur bruit. Quant au comportement des véhicules, le simulateur utilise un modèle dynamique complet couplé à un modèle d'interaction roue-sol pour générer l'évolution des véhicules de manière réaliste.



FIGURE 4.4 – Illustration du simulateur avec les robots à leur position initiale

Les véhicules sont initialement positionnés proches les uns des autres. Lorsque l'ordre de départ est envoyé, le premier véhicule accélère jusqu'à atteindre la vitesse de parcours désirée fixée à  $3 \text{ m.s}^{-1}$  (et connue uniquement par ce premier robot), tout en asservissant son écart latéral à la trajectoire. Les véhicules suivants asservissent leurs positions à la fois longitudinales et latérales pour faire converger la formation vers la forme désirée. Les asservissements latéraux sont indépendants pour chaque véhicule, celui-ci asservissant son écart latéral à la trajectoire de référence. Les performances latérales obtenues seront donc identiques à celles présentées au chapitre précédent et ne seront pas re-détaillées. Seuls les résultats de l'asservissement longitudinal sont présentés en distinguant deux situations en fonction du véhicule cible choisi. Afin d'illustrer la stabilité de l'ensemble de la flotte, les résultats longitudinaux sont présentés selon l'erreur longitudinale par rapport au premier véhicule de la flotte.

### 4.3.1 Leader global

Tous les véhicules de la flotte prennent comme référence le même robot situé en tête de formation, le *leader global*, tel qu'illustré en figure 4.5. Celui-ci n'a pas de référence, il est soit conduit manuellement soit avance suivant un profil de vitesse fixé en asservissant son angle de braquage pour suivre la trajectoire de référence ; il porte donc la vitesse d'avance désirée de la formation le long de la trajectoire.

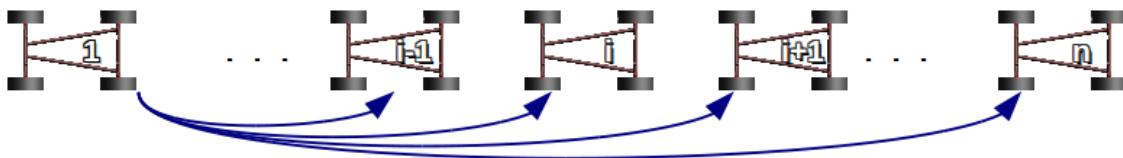


FIGURE 4.5 – Référencement de chaque robot sur le leader global

Chaque suiveur reçoit alors les mêmes informations de positionnement et d'état du leader et les injecte dans la commande longitudinale présentée en chapitre 3 pour asservir l'interdistance curviligne par rapport au premier véhicule à l'interdistance désirée. Cette

interdistance désirée devient, à partir du tableau 4.1, pour le robot  $i$  :

$$d_{i/1}^{des} = 6.(i - 1) \quad (4.1)$$

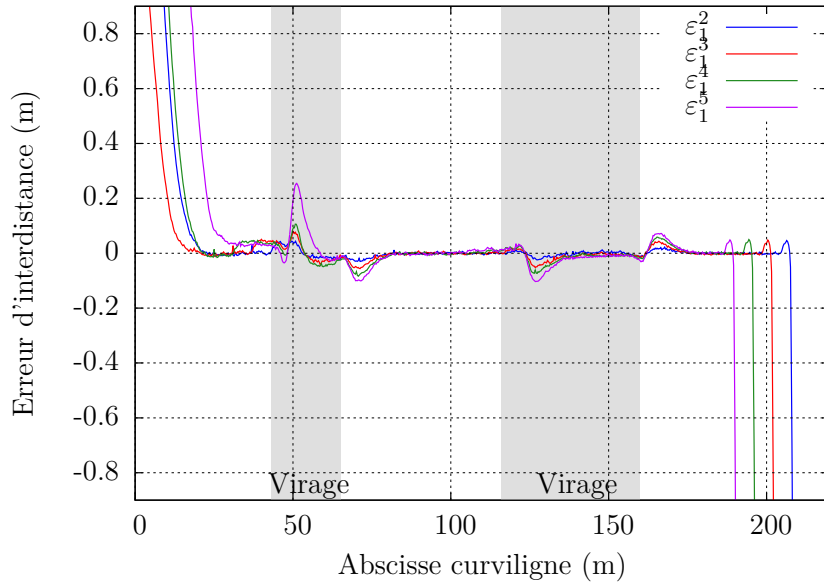


FIGURE 4.6 – Erreur longitudinale avec référencement sur le leader global

Les résultats de la régulation longitudinale présentés en figure 4.6 montrent que chaque véhicule suiveur est asservi sur le leader global avec une précision identique. L'asservissement de la formation est globalement réalisé avec une erreur maximale de 0,25 m. On notera seulement que l'erreur maximale est créée par le dernier véhicule uniquement, à l'entrée du premier virage. Cette erreur transitoire provient de la géométrie de la trajectoire et de la formation, ce virage étant court (22 m) et le véhicule de queue sur l'extérieur, l'accélération engendrée par la commande de vitesse pour maintenir l'interdistance malgré le décalage latéral et le changement de courbure dépasse temporairement les capacités du véhicule.

Cette stratégie de référencement par rapport au leader global donne donc des résultats satisfaisants en termes de stabilité globale ; en effet tous les véhicules convergent indépendamment vers leur position désirée par rapport au leader global, ce qui conduit à un comportement uniforme de la flotte. De plus, les variations de vitesse référence du leader sont immédiatement prises en compte et répercutées par les suiveurs. Cependant, si ce référencement direct et unique au leader global est avantageux en termes de stabilité, la contrepartie est une dépendance accrue à ce leader. Ceci peut s'avérer problématique en cas de défaillance, particulièrement si le leader cesse d'émettre ses informations puisqu'en absence de données du leader, il n'y a plus aucune communication au sein de la flotte. De plus, la communication étant unidirectionnelle du leader vers les suiveurs, ceux-ci n'ont pas d'informations sur les autres véhicules. Ainsi, un véhicule ne peut pas savoir s'il se rapproche trop d'un autre véhicule en cas de défaillance, d'erreur transitoire de positionnement ou de perte de localisation. En particulier, pour assurer la sécurité des véhicules, il est intéressant d'avoir des informations sur la position du véhicule précédent.

### 4.3.2 Leader local, référencement de proche en proche

Pour répondre à l'exigence de sécurité formulée précédemment, l'utilisation d'un référencement de proche en proche permet de s'assurer des distances minimales entre les robots voisins. En effet, chaque véhicule prend alors comme référence le robot immédiatement précédent, appelé *leader local* pour le véhicule. Les liens virtuels entre les véhicules dans cette stratégie de proche en proche sont schématisés dans la figure 4.7.

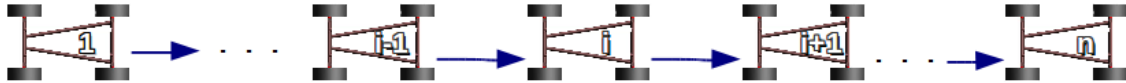


FIGURE 4.7 – Référencement de chaque robot sur son leader local

Le premier véhicule de la flotte porte toujours la vitesse d'avance désirée de la formation. La précision de l'asservissement longitudinal présenté en chapitre 3 permet de garantir que l'erreur d'interdistance ne deviendra pas critique. Qui plus est, les informations reçues par le véhicule proviennent du véhicule le plus critique en cas de défaillance donc en cas de perte de communication, le suiveur est immédiatement au courant de la criticité potentielle de la situation et peut prendre les mesures qui s'imposent (décalage, ralentissement, arrêt).

Le même suivi de trajectoire en formation est réalisé avec cette stratégie de commande de proche en proche. Les résultats d'asservissement longitudinal en erreur par rapport au premier véhicule sont présentés en figure 4.8.

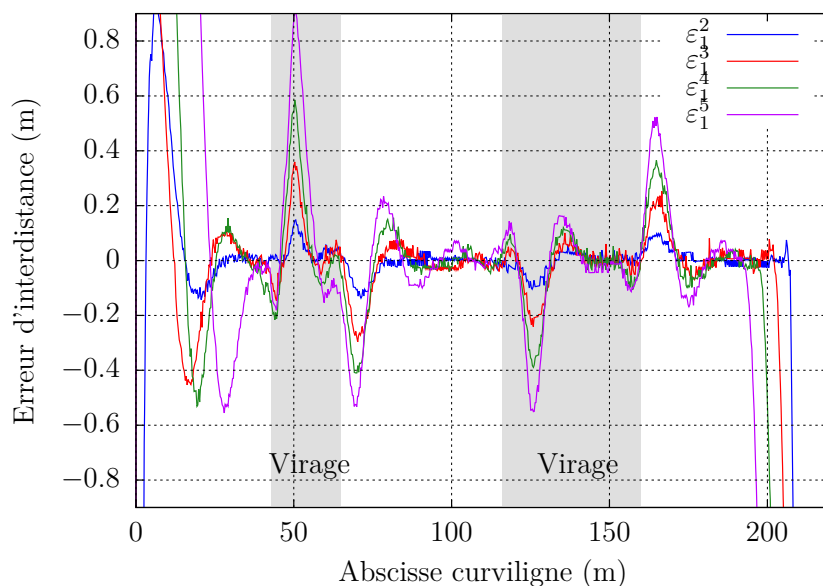


FIGURE 4.8 – Erreur longitudinale avec le référencement de proche en proche

De manière similaire à l'essai précédent, l'asservissement longitudinal d'un véhicule par rapport à sa cible (le véhicule précédent) permet de maintenir l'interdistance désirée avec une erreur inférieure à 0,2 m. Cependant, du fait de la stratégie de commande, la succession des référencements de proche en proche au sein de la flotte implique que les erreurs (minimes) s'accumulent au fil des référencements. Ainsi, au bout du 5<sup>e</sup> véhicule, les

erreurs de positionnement longitudinal par rapport au premier véhicule atteignent 0,6 m (et même 0.85 m à l'entrée du premier virage). De plus, cette accumulation d'erreurs crée un comportement oscillant amplifié sur les derniers véhicules de la formation, avec de grandes variations de vitesse.

### **4.3.3 Conclusion sur les approches leader-suiveur**

L'approche basée sur un leader global servant de référence unique pour tous les suiveurs de la formation permet d'obtenir une bonne stabilité pour la formation, mais le manque d'informations en provenance des véhicules voisins ne permet pas de garantir la sécurité en termes de non-collision entre les véhicules. L'approche basée leader local en prenant le véhicule immédiatement précédent comme référence permet de s'assurer à tout instant de vérifier cette condition de non-collision entre les véhicules, mais conduit souvent à des comportements oscillants au niveau de la flotte, du fait de l'accumulation des erreurs longitudinales dans la formation entre les véhicules de tête et les véhicules de queue.

De plus, en termes de dépendance, le premier véhicule de la flotte est toujours le seul qui porte l'avance, il y a dans les 2 cas une dépendance forte à ce véhicule, que ce soit une dépendance directe ou indirecte. En terme de sécurité, l'approche de proche en proche est certes plus sécurisée étant donné qu'en se référant sur le véhicule précédent, l'asservissement permet de garantir une interdistance minimale entre les véhicules. Cependant, la communication reste unidirectionnelle donc en cas d'erreur d'asservissement, le leader local ne reçoit pas d'information par laquelle le véhicule suivant se rapproche trop et risque de l'emboutir ; s'il avait cette information, il pourrait réagir et anticiper la possible collision en accélérant pour espacer les véhicules.

Ces problématiques conduisent à la conception d'une stratégie de commande bidirectionnelle, où chaque véhicule reçoit des données du véhicule précédent et du véhicule suivant et établit sa commande de vitesse pour asservir son interdistance par rapport à ses deux voisins.

## 4.4 Référencement de proche en proche bidirectionnel

On cherche alors à définir une nouvelle stratégie de commande qui permettrait de garantir la sécurité au sein de la formation, telle que garantie par la stratégie de proche en proche, tout en améliorant la stabilité du positionnement des véhicules au sein de la formation pour s'approcher des performances obtenues par l'approche référencée leader global. De plus, on souhaite se libérer du joug du leader unique, « tirant » toute la formation et seul porteur de la vitesse d'avance désirée de la flotte, inhérent à l'approche leader-suiveur basée sur des liens de dépendance unidirectionnels.

### 4.4.1 Définition de la stratégie de commande

La stratégie définie se base sur l'approche référencée de proche en proche, où chaque robot utilise les informations du robot précédent pour calculer sa commande de vitesse. On enrichit alors cette stratégie en utilisant les informations des deux robots adjacents, le véhicule immédiatement précédent et le véhicule immédiatement suivant. Chaque robot émet des données et en reçoit de ses deux véhicules voisins, cette stratégie est donc dite « bidirectionnelle ».

En termes de commande pour un robot  $i$ , chaque robot voisin ( $\{i-1\}$  et  $\{i+1\}$ ) sert à établir une loi de commande avec prédiction, telle que définie en chapitre 3. Le robot dispose alors de 2 commandes de vitesse relatives à chaque voisin, respectivement notées  $v_{i-1}^i$  et  $v_{i+1}^i$ . Ces deux commandes sont enfin fusionnées en une combinaison linéaire pour obtenir la commande de vitesse finale du robot  $i$  :

$$v_i = \mu_{i-1}^i \cdot v_{i-1}^i + \mu_{i+1}^i \cdot v_{i+1}^i \quad (4.2)$$

Les paramètres de la combinaison linéaire  $\mu_{i-1}^i$  et  $\mu_{i+1}^i$  vérifient les propriétés :

$$\begin{cases} (\mu_{i-1}^i, \mu_{i+1}^i) \in [0, 1]^2 \\ \mu_{i-1}^i + \mu_{i+1}^i = 1 \end{cases} \quad (4.3)$$

La figure 4.9 illustre cette démarche de calcul de la commande de vitesse d'un véhicule à partir des états de ses deux voisins.

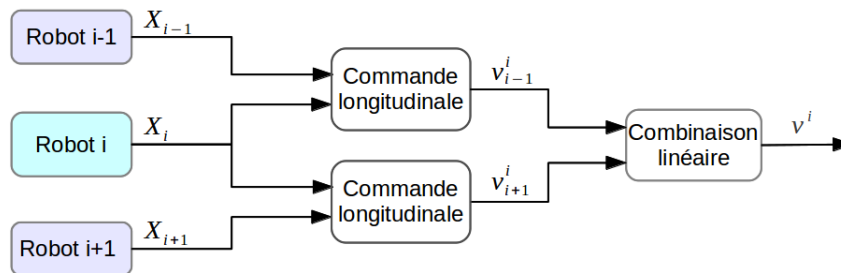


FIGURE 4.9 – Représentation schématique du calcul de la commande de vitesse du robot  $i$  avec le référencement bidirectionnel

Le premier et le dernier véhicule de la formation n'ont pas de véhicule immédiatement précédent (respectivement immédiatement suivant). Il est alors défini deux leaders virtuels placés respectivement devant le premier véhicule et derrière le dernier véhicule et avec lesquels ces derniers interagissent. Ce sont alors ces leaders virtuels qui portent la vitesse d'avance désirée de la formation le long de la trajectoire, notée  $\dot{s}^C$ .

Au niveau de la flotte, pour une formation de  $n$  véhicules, cette stratégie de commande revient à combiner deux approches élémentaires,

- une commande de proche en proche descendante à partir du premier leader virtuel en tête de la formation, noté 0, vers le véhicule de queue  $n$ , illustré en bleu sur la figure 4.10,

et

- une commande de proche en proche ascendante du leader virtuel à la fin de la flotte, noté  $n + 1$ , vers la tête du convoi (le véhicule 1), illustré en rouge sur la figure 4.10.

L'utilisation des informations de position des deux véhicules adjacents est régulièrement étudiée dans le domaine automobile pour le développement de dispositifs de régulation de vitesse/distance adaptative (voir par exemple [ZKLC99]). Cependant pour de telles applications, principalement sur autoroute, la formation est une file de véhicules en ligne droite, l'étude est donc réduite à 1 dimension. D'une manière plus générale pour les formations de véhicules, une telle stratégie bi-directionnelle a été brièvement envisagée dans [LWCV05] dans le cadre de la théorie spectrale des graphes pour l'étude de la répartition de valeurs propres de la matrice laplacienne. [YAB01] s'est aussi intéressé à une telle stratégie de commande bidirectionnelle au sein de la formation. Néanmoins, dans ces deux études, la stabilité de la formation n'est étudiée que pour des liens symétriques, où le graphe de la formation forme un chemin non-orienté, i.e.  $\mu_{i-1}^i = \mu_i^{i-1}$  deux véhicules adjacents ont la même influence réciproque l'un sur l'autre. Or, dans le cadre de cette étude, on souhaite considérer des liens de référencement bi-directionnels mais non forcément symétriques. En effet, la définition des valeurs des coefficients de pondération des lois de commande étant envisagée de manière décentralisée, on ne peut se restreindre à supposer des interactions réciproques entre les véhicules adjacents.

#### 4.4.2 Stabilité de la loi de commande

La stabilité de la flotte correspond à la convergence et au maintien des interdistances curvilignes entre les véhicules à leurs valeurs désirées. Or, chaque véhicule utilise localement, de manière décentralisée, la loi de commande bidirectionnelle définie en (4.2) pour calculer sa commande de vitesse à partir des informations de positionnement et de vitesse reçues de ses deux voisins.

La loi de commande bidirectionnelle (4.2) du véhicule  $i$  peut être reformulée en vitesse

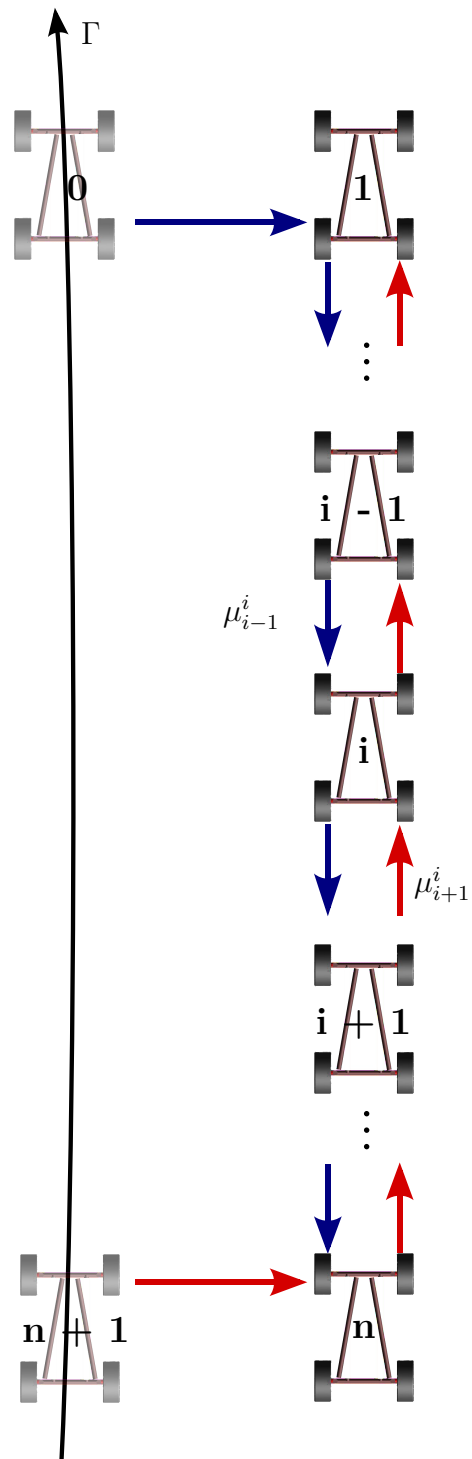


FIGURE 4.10 – Définition des liens dans un convoi de  $n$  robots



d'avance curviligne en multipliant les membres par  $\frac{\cos(\tilde{\theta}_i + \beta_i^R)}{1 - c(s_i) \cdot y_i}$  :

$$\dot{s}_i = \mu_{i-1}^i \cdot \dot{s}_{i-1} + \mu_{i+1}^i \cdot \dot{s}_{i+1} \quad (4.4)$$

Or, la loi de commande de vitesse élémentaire a été établie en section 3.2 pour vérifier :

$$\dot{\varepsilon}_c^i = -k \cdot \varepsilon_c^i, \quad \text{avec } k \in \mathbb{R}^{+*}. \quad (4.5)$$

où  $c$  désigne le robot cible.

Donc, dans le cas où l'interdistance désirée entre les robots est constante,  $d_{i/c}^{des} = 0$ , la commande de vitesse (3.18) peut être réexprimée en une commande de vitesse curviligne  $\dot{s}_c^i$

$$\dot{s}_c^i = \dot{s}_c + k \cdot \varepsilon_c^i \quad (4.6)$$

D'après (4.4) et (4.6), la loi de commande bidirectionnelle curviligne du robot  $i$  vérifie :

$$\dot{s}_i = \mu_{i-1}^i \cdot (\dot{s}_{i-1} + k \cdot \varepsilon_{i-1}^i) + \mu_{i+1}^i \cdot (\dot{s}_{i+1} + k \cdot \varepsilon_{i+1}^i) \quad (4.7)$$

d'où, en considérant que le paramètre  $k$  est fixé égal pour toutes les lois de commande :

$$\dot{s}_i - \mu_{i-1}^i \cdot \dot{s}_{i-1} - \mu_{i+1}^i \cdot \dot{s}_{i+1} = k \cdot (\mu_{i-1}^i \cdot \varepsilon_{i-1}^i - \mu_{i+1}^i \cdot \varepsilon_{i+1}^i) \quad (4.8)$$

Cette expression peut être généralisée aux  $n$  véhicules de la flotte, et exprimée sous forme matricielle en définissant les vecteurs :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}} &= \left( \dot{s}_1, \dot{s}_2, \dots, \dot{s}_{n-1}, \dot{s}_n \right)^T \\ \boldsymbol{\varepsilon} &= \left( \varepsilon_1^2, \varepsilon_2^3, \dots, \varepsilon_{n-1}^n \right)^T \end{aligned} \quad (4.9)$$

Le premier et le dernier véhicule combinent leur commande de vitesse par rapport au véhicule suivant (respectivement par rapport au véhicule précédent) avec la vitesse désirée de parcours de la trajectoire. Dans cette partie, on pose la condition que la vitesse désirée d'avance de la formation est constante, ce qui permet d'écrire  $\dot{s}_0^1 = \dot{s}_{n+1}^n = \dot{s}^C$ .

On obtient alors le système général décrivant l'évolution de la formation :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -\mu_2^1 & & & 0 \\ -\mu_1^2 & 1 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & -\mu_n^{n-1} \\ 0 & & & -\mu_{n-1}^n & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \dot{\mathbf{s}} = k \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} -\mu_2^1 & & & & 0 \\ \mu_1^2 & \ddots & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \mu_n^{n-1} \\ 0 & & & \mu_{n-1}^n & \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mu_0^1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ \mu_{n+1}^n \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \dot{s}^C \quad (4.10)$$

avec les dimensions des parties en présence :

- $\dot{s} = [n, 1]$ ,
- $\varepsilon = [n - 1, 1]$ ,
- $A = [n, n]$ ,
- $B = [n, n - 1]$ ,
- $C = [n, 1]$ .

Au niveau de la flotte, on pose dans cette partie la condition que la vitesse désirée d'avance de la formation le long de la trajectoire  $\dot{s}^C$  est constante au cours du suivi de trajectoire et que cette vitesse est connue du premier et dernier véhicule de la flotte.

#### a/ Propriétés de la matrice $A$

La matrice  $A$  est une matrice carrée de dimension  $n$ . C'est une matrice tridiagonale dont les éléments diagonaux valent 1, vérifiant les propriétés :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall i \in [1, n], j \notin \{i-1, i, i+1\} \Rightarrow a_{ij} = 0 \\ \forall i \in [1, n], a_{ii} = 1 \\ \forall i \in [2, n-1], \sum_{j=i-1}^{i+1} a_{ij} = 0 \end{array} \right. \quad (4.11)$$

D'après la définition d'une telle matrice tridiagonale, en notant  $A_{n-i}$  la sous-matrice des  $n-i$  premières lignes et colonnes de  $A$ , son déterminant vérifie la relation de récurrence :

$$\begin{aligned} \det(A) &= \det(A_{n-1}) - \mu_{n-1}^n \cdot \mu_n^{n-1} \cdot \det(A_{n-2}) \\ &= \det(A_{n-1}) - (1 - \mu_{n+1}^n) \cdot \mu_n^{n-1} \cdot \det(A_{n-2}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

dont les conditions initiales sont :

$$\begin{aligned} \det(A_2) &= 1 - \mu_1^2 \cdot \mu_2^1 \\ \det(A_1) &= 1 \end{aligned} \quad (4.13)$$

Si les coefficients  $\mu_j^i$  sont choisis non nuls, c'est-à-dire que la stratégie de commande n'est jamais purement en mode leader-suiveur au niveau local mais toujours avec une influence des 2 robots adjacents, alors le déterminant de  $A$  est aussi toujours non nul et  $A$  est inversible. L'inversion des matrices tridiagonales a été étudiée entre autres dans [EMK06], et sert de base pour les développements suivants. Pour déterminer l'expression des éléments de  $A^{-1}$ , inverse de  $A$ , deux vecteurs de dimension  $n+1$ ,  $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n)$  et  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n+1})$  sont

définis tels que :

$$\alpha_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i = 0, 1 \\ \alpha_{i-1} - \mu_{i-1}^i \mu_i^{i-1} \alpha_{i-2} & \text{si } i \geq 2 \end{cases} \quad (4.14)$$

$$\beta_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i = n + 1, n \\ \beta_{i+1} - \mu_{i+1}^i \mu_i^{i+1} \beta_{i+2} & \text{si } i \leq n - 1 \end{cases} \quad (4.15)$$

Ces vecteurs vérifient  $\alpha_n = \beta_1 = \det(A)$ .

Les éléments  $a_{ij}^{-1}$  de la matrice  $A^{-1}$  peuvent alors être exprimés en fonction des vecteurs  $\alpha$  et  $\beta$  et des coefficients  $\mu_j^i$ , et suivent les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}^{-1} = \left( 1 - \mu_1^2 \mu_2^1 \frac{\beta_3}{\beta_2} \right)^{-1} = \left( \frac{\beta_1}{\beta_2} \right)^{-1} = \frac{\beta_2}{\beta_1} \\ a_{nn}^{-1} = \left( 1 - \mu_{n-1}^n \mu_n^{n-1} \frac{\alpha_{n-2}}{\alpha_{n-1}} \right)^{-1} = \left( \frac{\alpha_n}{\alpha_{n-1}} \right)^{-1} = \frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n} \\ a_{ii}^{-1} = \left( 1 - \mu_{i-1}^i \mu_i^{i-1} \frac{\alpha_{i-2}}{\alpha_{i-1}} - \mu_{i+1}^i \mu_{i+1}^i \frac{\beta_{i+2}}{\beta_{i+1}} \right)^{-1} \\ \quad = \left( \frac{\alpha_i}{\alpha_{i-1}} + \frac{\beta_i}{\beta_{i+1}} - 1 \right)^{-1} \\ a_{ij}^{-1} \underset{i < j}{=} \left( \prod_{k=i}^{j-1} \mu_{k+1}^k \right) \frac{\alpha_{i-1}}{\alpha_{j-1}} a_{jj}^{-1} \\ a_{ij}^{-1} \underset{i > j}{=} \left( \prod_{k=j+1}^i \mu_{k-1}^k \right) \frac{\beta_{i+1}}{\beta_{j+1}} a_{jj}^{-1} \end{array} \right. \quad (4.16)$$

$A$  étant inversible et  $A^{-1}$  étant explicitée, les vitesses d'avance curvilignes des véhicules de la formation vérifient, d'après (4.10) :

$$\dot{s} = k.A^{-1}.B.\varepsilon + A^{-1}.C.\dot{s}^C \quad (4.17)$$

### b/ Fonction de Lyapunov

Afin d'étudier la stabilité de la formation, on définit la fonction de Lyapunov candidate :

$$V(\varepsilon) = \frac{1}{2}.\varepsilon^T.\varepsilon \quad (4.18)$$

Cette fonction de Lyapunov, fonction de l'erreur, est définie positive sur  $\mathbb{R}^{n-1}$ . La fonction  $V$  est nulle si et seulement si  $\varepsilon$  est nul, c'est-à-dire que l'erreur de chaque véhicule par rapport à ses deux voisins est nulle, tous les véhicules sont à leur position désirée dans la formation. La dérivation de la fonction de Lyapunov (4.18) donne :

$$\dot{V}(\varepsilon) = \varepsilon^T.\dot{\varepsilon} \quad (4.19)$$

Or, d'après la définition de l'erreur (3.13), toujours dans l'hypothèse où la formation désirée est constante, la dérivée du vecteur d'erreur est liée aux vitesses d'avance curvilignes suivant la relation matricielle :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & & & 0 \\ & 1 & -1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & -1 \\ 0 & & & & 1 & -1 \end{bmatrix}}_D \cdot \dot{\boldsymbol{s}} \quad (4.20)$$

d'où la relation (4.17) permet d'expliciter (4.20) sous la forme :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = k \cdot D \cdot A^{-1} \cdot B \cdot \boldsymbol{\varepsilon} + D \cdot A^{-1} \cdot C \cdot \dot{\boldsymbol{s}}^C \quad (4.21)$$

et la dérivée de la fonction de Lyapunov (4.19) devient alors :

$$\dot{V}(\boldsymbol{\varepsilon}) = k \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot \underbrace{D \cdot A^{-1} \cdot B}_M \cdot \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot \underbrace{D \cdot A^{-1} \cdot C}_N \cdot \dot{\boldsymbol{s}}^C \quad (4.22)$$

Les propriétés de la fonction de Lyapunov, en particulier le signe de sa dérivée, seront alors détaillées en fonction de la définition des coefficients de liaison  $\mu_j^i$ .

### 4.4.3 Choix des paramètres des liaisons

Les coefficients de pondération déterminent pour chacun des véhicules de la flotte l'influence respective de chacun de ses véhicules référence dans la commande de vitesse finale. Le choix de leurs valeurs modifiera donc la vitesse de convergence de chaque véhicule vers sa position désirée et donc, par extension, le comportement de l'ensemble de la flotte. La propriété de convergence et de stabilité de la formation est étudiée en détail pour deux cas particuliers où les coefficients sont constants, avant d'envisager une généralisation à des paramètres variables, dépendants de l'état des véhicules.

#### a/ Coefficients constants et symétriques

Le premier cas considéré consiste à définir des interactions constantes et symétriques, où le robot précédent a le même poids sur la commande que le robot suivant. Les paramètres combinatoires sont alors définis par :

$$\forall i \in [1, n], \mu_{\{i-1, i+1\}}^i = \frac{1}{2}. \quad (4.23)$$

Ces paramètres constants  $\mu = 1/2$  permettent d'obtenir un comportement symétrique de l'avant vers l'arrière et de l'arrière vers l'avant.

La définition des valeurs des paramètres permet de vérifier le postulat de la section précédente, à savoir l'inversibilité de la matrice  $A$ , ainsi que d'expliciter les matrices définies ensuite. La matrice  $A$ , carrée de dimension  $n$ , vaut alors :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & & & 0 \\ -1/2 & 1 & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & -1/2 \\ 0 & & & -1/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

dont le déterminant est explicité :

$$\det(A) = \frac{n+1}{2^n} \quad (4.25)$$

*Démonstration.* Par récurrence, les deux premiers sous-déterminants de  $A$  vérifient (4.25)

- pour  $i = 1$ ,  $\det(A) = 1 = \frac{i+1}{2^i}$
- pour  $i = 2$ ,  $\det(A) = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = \frac{i+1}{2^i}$
- pour  $i > 2$ , si  $\det(A_{i-2})$  et  $\det(A_{i-1})$  vérifient l'équation (4.25), alors (4.12) donne :

$$\begin{aligned} \det(A_i) &= \det(A_{i-1}) - \mu_{i-1}^i \cdot \mu_i^{i-1} \cdot \det(A_{i-2}) \\ &= \frac{i}{2^{i-1}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{i-1}{2^{i-2}} \\ &= \frac{i}{2^{i-1}} - \frac{i-1}{2^i} \\ &= \frac{i+1}{2^i} \end{aligned}$$

$\det(A_i)$  vérifie aussi la relation (4.25) donc, par récurrence, celle-ci est vérifiée pour la matrice  $A$  de dimension  $n \geq 3$ . □

Le déterminant de  $A$  est donc bien vérifié comme étant non nul, et l'expression des éléments de  $A^{-1}$  peut être détaillée, en commençant par expliciter les vecteurs intermédiaires  $\alpha$  et  $\beta$  définis respectivement en (4.14) et (4.15) :

$$\alpha_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i = 0, 1 \\ \alpha_{i-1} - \frac{1}{4} \alpha_{i-2} & \text{si } i \geq 2 \end{cases} \quad (4.26)$$

$$\beta_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i = n+1, n \\ \beta_{i+1} - \frac{1}{4} \beta_{i+2} & \text{si } i \leq n-1 \end{cases} \quad (4.27)$$

d'où on en déduit :

$$\alpha_i = \frac{i+1}{2^i} \quad i \in [0, n] \quad (4.28)$$

$$\beta_i = \frac{n-i+2}{2^{n-i+1}} \quad i \in [1, n+1] \quad (4.29)$$

Les éléments de  $A^{-1}$  valent alors :

$$\begin{aligned} a_{ii}^{-1} &= \left( \frac{\alpha_i}{\alpha_{i-1}} + \frac{\beta_i}{\beta_{i+1}} - 1 \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{i+1}{2^i} \cdot \frac{2^{i-1}}{i} + \frac{n-i+2}{2^{n-i+1}} \cdot \frac{2^{n-i}}{n-i+1} - 1 \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{i+1}{2^i} + \frac{n-i+2}{2(n-i+1)} - 1 \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{(i+1)(n-i+1) + i(n-i+2)}{2i(n-i+1)} - 1 \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{i(n-i+1) + (n-i+1) + i(n-i+1) + i}{2i(n-i+1)} - 1 \right)^{-1} \\ &= \left( \frac{2i(n-i+1) + n-i+1 + i}{2i(n-i+1)} - 1 \right)^{-1} \\ &= \left( 1 + \frac{n+1}{2i(n-i+1)} - 1 \right)^{-1} \\ &= \frac{2i(n-i+1)}{n+1} \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} a_{ij}^{-1} \quad i < j &= \left( \prod_{k=i}^{j-1} \mu_{k+1}^k \right) \frac{\alpha_{i-1}}{\alpha_{j-1}} a_{jj}^{-1} \\ &= \left( \prod_{k=i}^{j-1} \left( \frac{1}{2} \right) \right) \cdot \left( \frac{i}{2^{i-1}} \cdot \frac{2^{j-1}}{j} \right) \cdot \frac{2j(n-j+1)}{n+1} \\ &= \frac{1}{2^{j-i}} \cdot \left( \frac{i}{j} \cdot \frac{2^{j-1}}{2^{i-1}} \right) \cdot \frac{2j(n-j+1)}{n+1} \\ &= \frac{2i(n-j+1)}{n+1} \end{aligned} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} a_{ij}^{-1} \quad i > j &= \left( \prod_{k=j+1}^i \mu_{k-1}^k \right) \frac{\beta_{i+1}}{\beta_{j+1}} a_{jj}^{-1} \\ &= \left( \prod_{k=j+1}^i \left( \frac{1}{2} \right) \right) \cdot \left( \frac{n-i+1}{2^{n-i}} \cdot \frac{2^{n-j}}{n-j+1} \right) \cdot \frac{2j(n-j+1)}{n+1} \\ &= \frac{1}{2^{i-j}} \cdot \left( \frac{2^{n-j}}{2^{n-i}} \cdot \frac{n-i+1}{n-j+1} \right) \cdot \frac{2j(n-j+1)}{n+1} \\ &= \frac{2j(n-i+1)}{n+1} \end{aligned} \quad (4.32)$$

On note que  $A^{-1}$  est définie positive, tous ses éléments sont strictement positifs, et symétrique. En regroupant les relations (4.30) à (4.32), l'expression des éléments de la matrice  $A^{-1}$  peut être reformulée de manière générique sous la forme :

$$\begin{cases} a_{ij}^{-1} = \frac{2i(n-j+1)}{n+1} \\ a_{ij}^{-1} = \frac{2j(n-i+1)}{n+1} \end{cases} \quad (4.33)$$

Les matrices  $M$  et  $N$  définies dans l'équation (4.22) de la dérivée de la fonction de Lyapunov peuvent ensuite être calculées :

$$M = D.A^{-1}.B \quad N = D.A^{-1}.C \quad (4.34)$$

Le calcul de  $A^{-1}.C$  donne un vecteur de dimension  $n$  dont le  $i$ -ème élément vaut :

$$\begin{aligned} (A^{-1}.C)_i &= \mu_0^1.a_{i1}^{-1} + \mu_{n+1}^n.a_{in}^{-1} \\ &= \frac{1}{2} (a_{i1}^{-1} + a_{in}^{-1}) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{2(n-i+1)}{n+1} + \frac{2i}{n+1} \right) \\ &= 1 \end{aligned} \quad (4.35)$$

$A^{-1}.C$  est donc le vecteur unité. La structure de la matrice  $D$ , définie en (4.20), permet d'en déduire directement

$$N = D.A^{-1}.C = \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \quad (4.36)$$

Le vecteur  $N$  étant nul, l'expression de la dérivée de la fonction de Lyapunov (4.22) est réduite à :

$$\dot{V}(\varepsilon) = k\varepsilon^T.M\varepsilon \quad (4.37)$$

Le calcul de la matrice  $M$  de dimension  $(n-1, n-1)$  s'exprime par :

$$\begin{aligned} M &= D.A^{-1}.B \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & \ddots \\ & & & & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}^{-1} & \cdots & \cdots & a_{1n}^{-1} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^{-1} & \cdots & \cdots & a_{nn}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & & & \\ & \frac{1}{2} & \ddots & \\ & & \ddots & -\frac{1}{2} \\ & & & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\ &= -\frac{1}{2} D.A^{-1}.D^T \end{aligned} \quad (4.38)$$

d'où les éléments  $m_{ij}$ ,  $(i, j) \in [1, n - 1]^2$ , de la matrice  $M$  sont :

$$\begin{aligned}
 m_{ij} &= -\frac{1}{2} \left[ \left( a_{ij}^{-1} - a_{i(j+1)}^{-1} \right) - \left( a_{(i+1)j}^{-1} - a_{(i+1)(j+1)}^{-1} \right) \right] \\
 &= \begin{cases} \frac{1}{n+1} & \text{si } i < j \\ -\frac{n}{n+1} & \text{si } i = j \\ \frac{1}{n+1} & \text{si } i > j \end{cases} \quad (4.39)
 \end{aligned}$$

La matrice  $M$  peut alors être reformulée en notant  $\mathbf{I}_{n-1}$  la matrice identité de dimension  $n - 1$  et  $\mathbf{J}_{n-1}$  la matrice carrée de dimension  $n - 1$  pleine de 1 :

$$M = \frac{1}{n+1} \begin{bmatrix} -n & 1 & \dots & \dots & 1 \\ 1 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 1 \\ 1 & \dots & \dots & 1 & -n \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$= \frac{1}{n+1} \mathbf{J}_{n-1} - \mathbf{I}_{n-1} \quad (4.41)$$

Cette reformulation permet alors d'en déduire les valeurs propres de la matrice  $M$  :

- $-1$ , avec une multiplicité de  $n - 2$ ,
- $\left( \frac{n-1}{n+1} - 1 \right) = \frac{-2}{n+1}$ , avec une multiplicité de 1.

Toutes les valeurs propres de  $M$  sont strictement négatives ;  $M$  est donc une matrice Hurwitz.

$$\forall x \in \mathbb{R}^{\{n-1\}}, \quad x^T M x < 0 \quad (4.42)$$

La fonction de Lyapunov  $V$  est définie positive et sa dérivée est définie négative. Le système est donc asymptotiquement stable et converge vers le point d'équilibre unique  $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}_{n-1}$ , ce qui s'interprète par la convergence de la flotte de véhicules vers la formation désirée.  $\square$

### b/ Coefficients constants et asymétriques

Dans un deuxième cas, on envisage des coefficients de combinaison des commandes toujours constants au sein de la flotte, mais asymétriques. On pose :

$$\begin{cases} \mu_{i-1}^i = 2/3 \\ \mu_{i+1}^i = 1/3 \end{cases} \quad (4.43)$$

La commande issue du véhicule précédent est ainsi deux fois plus importante dans la commande finale que la commande issue du véhicule suivant (on notera que la démonstration sera identique dans le cas réciproque où le poids du véhicule suivant est prépondérant).



On démontre par récurrence (de manière similaire au cas précédent, le détail de la démonstration n'est pas fourni ici) que le déterminant de  $A$  vérifie :

$$\det(A) = \frac{2^{n+1} - 1}{3^n} \quad (4.44)$$

La matrice  $A$  peut donc être inversée et, à l'aide des relations du système (4.16) on en déduit l'expression des éléments de  $A^{-1}$  :

$$\begin{cases} a_{ij}^{-1} = \frac{3 \cdot (2^i - 1)(2^{n-j+1} - 1)}{2^{n+1} - 1} \\ a_{ij}^{-1} = \frac{3 \cdot 2^{i-j} \cdot (2^j - 1)(2^{n-i+1} - 1)}{2^{n+1} - 1} \end{cases} \quad (i \leq j) \quad (i \geq j) \quad (4.45)$$

Les expressions des matrices  $M$  et  $N$  définies dans l'équation (4.19) de la dérivée de la fonction de Lyapunov peuvent être calculées. Pour la matrice  $N$ , on exprime le produit de matrices  $A^{-1} \cdot C$ , dont le résultat est un vecteur de dimension  $n$  où le  $i$ -ième élément vaut :

$$\begin{aligned} (A^{-1} \cdot C)_i &= \mu_0^1 \cdot a_{i1}^{-1} + \mu_{n+1}^n \cdot a_{in}^{-1} \\ &= \frac{2}{3} a_{i1}^{-1} + \frac{1}{3} a_{in}^{-1} \\ &= \frac{2 \cdot 3 \cdot 2^{i-1} \cdot (2^1 - 1)(2^{n-i+1} - 1)}{3 \cdot (2^{n+1} - 1)} + \frac{1 \cdot 3 \cdot (2^i - 1)(2^{n-n+1} - 1)}{3 \cdot (2^{n+1} - 1)} \\ &= \frac{2^i \cdot (2^{n-i+1} - 1)}{2^{n+1} - 1} + \frac{(2^i - 1)}{2^{n+1} - 1} \\ &= \frac{(2^{n+1} - 1)}{2^{n+1} - 1} \\ &= 1 \end{aligned} \quad (4.46)$$

Le vecteur  $A^{-1} \cdot C$  est donc le vecteur unité. D'après la structure de la matrice  $D$ , on en déduit que le vecteur  $N$  est nul.

La matrice  $M$  a pour expression :

$$\begin{aligned} M &= D \cdot A^{-1} \cdot B \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \ddots & \ddots \\ & & & & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}^{-1} & \dots & \dots & a_{1n}^{-1} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{n1}^{-1} & \dots & \dots & a_{nn}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} & & & \\ \frac{2}{3} & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & & -\frac{1}{3} \\ & & & & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.47)$$

Ses éléments  $m_{ij}$ ,  $(i, j) \in [1, n-1]^2$  ont pour valeur :

$$m_{ij} = -\frac{1}{3} a_{ij}^{-1} + \frac{2}{3} a_{i(j+1)}^{-1} + \frac{1}{3} a_{(i+1)j}^{-1} - \frac{2}{3} a_{(i+1)(j+1)}^{-1} \quad (4.48)$$

$$m_{ij} = \begin{cases} \frac{2^i}{2^{n+1} - 1} - 1 & \text{si } i = j \\ \frac{2^i}{2^{n+1} - 1} & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.49)$$

La matrice  $M$  peut donc s'exprimer comme :

$$M = \frac{1}{2^{n+1} - 1} \begin{bmatrix} 2^1 & \dots & \dots & 2^1 \\ 2^2 & \dots & \dots & 2^2 \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ 2^{n-1} & \dots & \dots & 2^{n-1} \end{bmatrix} - \mathbf{I}_{n-1} \quad (4.50)$$

Ses valeurs propres sont directement déduites :

- $-1$ , avec une multiplicité de  $n - 2$ ,
- $\frac{\sum_{i=1}^{n-1} 2^i}{2^{n+1} - 1} - 1 = -\frac{2^n + 1}{2^{n+1} - 1}$  avec une multiplicité de 1.

Toutes les valeurs propres de  $M$  sont strictement négatives;  $M$  est une matrice Hurwitz. Les propriétés de telles matrices permettent de déduire que :

$$\begin{cases} \dot{V}(\boldsymbol{\varepsilon}) = k \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot M \cdot \boldsymbol{\varepsilon} \leq 0 \\ \dot{V}(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0 \quad \Leftrightarrow \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (4.51)$$

La fonction de Lyapunov  $V$  est définie positive et sa dérivée est définie négative; le système converge donc asymptotiquement vers le point d'équilibre défini par le vecteur d'erreur nul, configuration dans laquelle chaque véhicule de la formation est à sa position désirée.  $\square$

### c/ Coefficients constants quelconques

La stabilité du système est donc démontrée pour 2 définitions de paramètres constants. La même démarche d'analyse numérique peut être appliquée pour toute définition des coefficients  $\mu$  constants. La fonction de Lyapunov définie en (4.18) pour l'analyse de la stabilité est donc définie positive et sa dérivée s'exprime par :

$$\dot{V}(\boldsymbol{\varepsilon}) = k \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot M \cdot \boldsymbol{\varepsilon} + \boldsymbol{\varepsilon}^T \cdot N \cdot \dot{s}^C \quad (4.52)$$

L'analyse numérique permet alors de vérifier que, dans tous les cas, les propriétés suivantes sont obtenues :

$$\begin{cases} N = D \cdot A^{-1} \cdot C = \mathbf{0}_{n-1 \times 1} \\ \forall \lambda \in \text{Sp}(M), \quad \lambda < 0 \end{cases} \quad (4.53)$$

Ces propriétés permettent finalement de conclure que la formation est asymptotiquement stable, quelles que soient les valeurs constantes (non nulles) des coefficients de pondération.

#### d/ Coefficients variables

Avec la définition des coefficients  $\mu$  constants, en fonction de leurs valeurs chaque véhicule prendra toujours le même véhicule référence comme prépondérant dans la commande. Or, les erreurs respectives par rapport aux 2 véhicules référence vont varier et afin de conserver la formation dans sa position désirée, les commandes de vitesse des véhicules devraient tendre à combler les erreurs les plus importantes, quelle que soit la direction d'où elles proviennent (par rapport au véhicule précédent ou par rapport au véhicule suivant). Dans cette optique, il est donc envisagé que chaque véhicule calcule de manière décentralisée ses propres coefficients en fonction de son état et de l'état de ses voisins. L'adaptation en ligne des coefficients permettra alors d'accélérer la convergence vers le comportement désiré.

Ainsi, une définition des paramètres de liaison dépendant de l'erreur future estimée est proposée, ceci afin de donner à chaque itération un poids prépondérant à la commande issue du couple de véhicules le plus susceptible d'engendrer une erreur d'interdistance.

$$\mu_{i-1}^i = \frac{2(\varepsilon_{i-1}^i)^2 + (\varepsilon_{i+1}^i)^2}{3[(\varepsilon_{i-1}^i)^2 + (\varepsilon_{i+1}^i)^2]} \quad \text{et} \quad \mu_{i+1}^i = \frac{2(\varepsilon_{i+1}^i)^2 + (\varepsilon_{i-1}^i)^2}{3[(\varepsilon_{i+1}^i)^2 + (\varepsilon_{i-1}^i)^2]} \quad (4.54)$$

Cette définition implique bien que les coefficients vérifient les conditions de couplage imposées :

$$\forall (\varepsilon_{i-1}^i, \varepsilon_{i+1}^i) \in \mathbb{R}^2, \begin{cases} (\mu_{i-1}^i, \mu_{i+1}^i) \in \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]^2 \\ \mu_{i-1}^i + \mu_{i+1}^i = 1 \end{cases} \quad (4.55)$$

Grâce à ce paramétrage, les erreurs potentielles sont repérées et prises en compte préférentiellement, ce qui permet de les anticiper et de les compenser avant même qu'elles ne se produisent.

On notera que cette définition possible pour des coefficients de liaison variables (4.54) a été proposée avec pour but de réduire au plus vite les erreurs de positionnement les plus importantes. Cependant, en fonction de l'application finale envisagée, cette exigence peut être relaxée au profit d'une autre caractéristique comportementale considérée comme plus importante. Si l'on considère des applications agricoles, de semis, d'épandage ou de traitement par exemple, le respect des distances est nécessaire, mais les variations de vitesse doivent être limitées de manière à assurer l'adaptation conjointe du débit de la machine afin d'assurer un épandage homogène sur toute la parcelle. La définition des expressions des coefficients de liaison sera alors envisagée différemment, en mettant l'accent sur la préservation de la stabilité de la formation dans ce cas.

D'une manière générale, en fonction de l'application finale, un comportement désiré de la

flotte est identifié. Ce comportement est caractérisé par la réaction désirée de chaque véhicule de la formation lorsqu'une erreur de positionnement survient à un endroit de la flotte, faut-il par exemple privilégier le parcours de la trajectoire à la vitesse de référence quel que soit le statut des véhicules (tant que cela ne pose pas de problème de sécurité) ou adapter la vitesse pour privilégier le respect de la formation ? Ensuite, de ce comportement désiré, une expression pour les coefficients de pondération est construite, conduisant chaque véhicule à tendre au mieux vers la réaction désirée.

L'adaptation en ligne des coefficients permet ainsi d'envisager autant d'expressions possibles que de comportements désirés de réaction de la formation à des erreurs.

#### 4.4.4 Résultats de simulation

La stratégie de commande bidirectionnelle définie est appliquée, tout d'abord au travers de simulations. Afin de comparer les performances de cette commande, la simulation utilisée est celle appliquée en section 4.3 pour étudier les performances des stratégies basées leader, consistant en le parcours d'une trajectoire en S par un convoi de 5 véhicules en formation en aile. La vitesse d'avance désirée de  $3 \text{ m.s}^{-1}$  est connue cette fois par les deux véhicules extrémité de la formation. Les simulations sont menées avec les différentes valeurs pour les paramètres de liaison  $\mu_j^i$  étudiées. Les résultats de l'asservissement longitudinal sont toujours présentés en erreur par rapport au premier véhicule de la flotte.

Pour rappel et afin de comparer les performances de la stratégie de commande proposée, les résultats de l'asservissement avec la stratégie de proche en proche sont rappelés en figure 4.11.

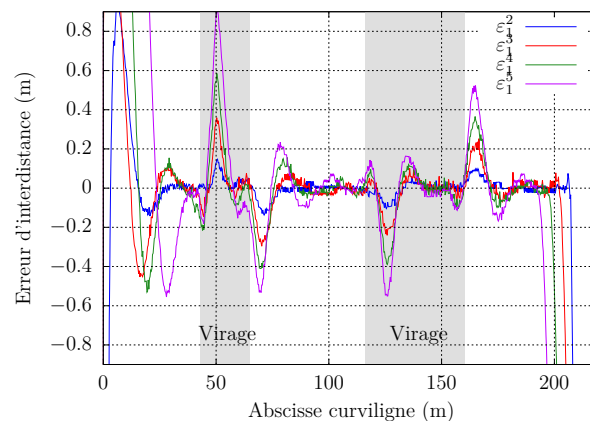
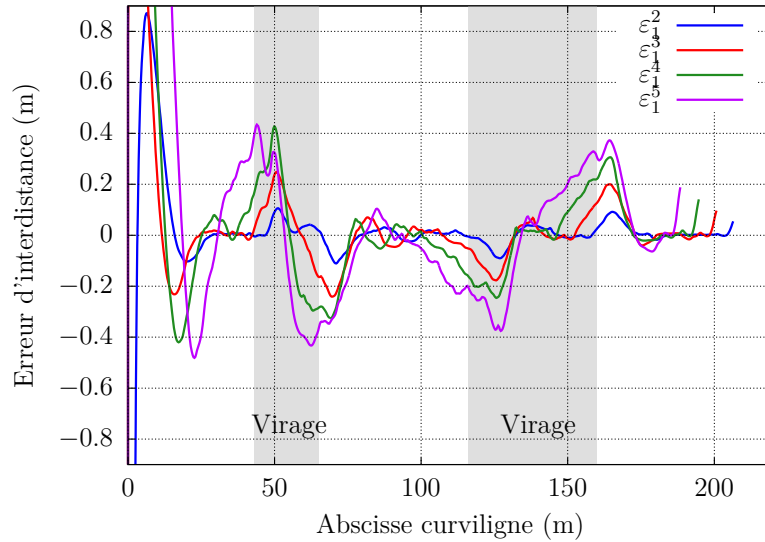


FIGURE 4.11 – Erreur longitudinale avec le référencement de proche en proche

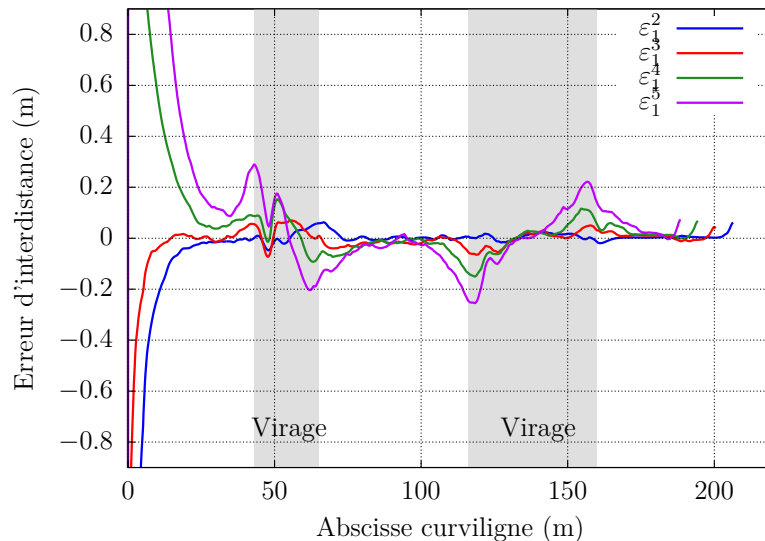
Dans les deux premiers cas testés, les paramètres de liaison sont constants. Dans la première simulation, l'influence du véhicule précédent par rapport au véhicule suivant dans la commande finale est deux fois plus importante,  $\mu_{i-1}^i = 2/3$  et  $\mu_{i+1}^i = 1/3$ . Les résultats d'interdistance au long du suivi de trajectoire sont présentés en figure 4.12.

Par rapport au référencement de proche en proche consistant à ne prendre en compte que le véhicule précédent ( $\mu_{i-1}^i = 1$  et  $\mu_{i+1}^i = 0$ ) dont les résultats de simulation ont été


 FIGURE 4.12 – Erreur longitudinale avec  $\mu_{i-1}^i = 2/3$ ,  $\mu_{i+1}^i = 1/3$ 

présentés en figure 4.11, la prise en compte partielle du véhicule suivant permet de diminuer l'amplitude des erreurs de positionnement. En contrepartie de l'amortissement des erreurs créées par le second référencement, celui-ci implique aussi que les erreurs longitudinales sont plus lentement variables donc l'écart-type de l'erreur augmente.

Dans la seconde simulation, l'influence du véhicule suivant est encore augmentée pour obtenir la situation où l'influence respective des deux référencements est égale,  $\mu_{i-1}^i = \mu_{i+1}^i = 1/2$ ; on se place dans le cas dont la stabilité a été étudiée en page 119 de coefficients constants et symétriques. Les résultats d'asservissement longitudinal sont présentés en figure 4.13.


 FIGURE 4.13 – Erreur longitudinale avec  $\mu_{i-1}^i = \mu_{i+1}^i = 1/2$ 

On note que le double référencement permet de stabiliser la formation en divisant par deux les erreurs d'asservissement par rapport à l'asservissement unidirectionnel de proche en proche. La convergence initiale vers la formation désirée est alors plus longue mais, après cette phase

de convergence, sur l'ensemble de la formation, les erreurs de positionnement longitudinal inter-véhicules n'excèdent pas 0,25 m et ce quel que soit le couple de véhicules considéré. L'amplitude réduite des erreurs permet en outre de recentrer plus rapidement les erreurs sur 0 par rapport au cas précédent (composition 1/3-2/3), en particulier en entrée et sortie de virage, ce qui améliore la stabilité globale.

Enfin, la dernière simulation utilise des coefficients variables, calculés indépendamment par chaque véhicule en fonction des erreurs longitudinales par rapport à ses deux références. Dans le détail, l'application envisagée dans cette simulation a consisté à chercher à limiter les variations de vitesse au profit de la stabilité de chaque véhicule. Les coefficients de liaison ont alors été définis tel qu'exprimé en (4.56), avec le coefficient prépondérant correspondant au référencement pour lequel l'erreur d'interdistance est minimale.

$$\mu_{i-1}^i = \frac{2(\varepsilon_{i+1}^i)^2 + (\varepsilon_{i-1}^i)^2}{3[(\varepsilon_{i-1}^i)^2 + (\varepsilon_{i+1}^i)^2]} \quad \text{et} \quad \mu_{i+1}^i = \frac{2(\varepsilon_{i-1}^i)^2 + (\varepsilon_{i+1}^i)^2}{3[(\varepsilon_{i+1}^i)^2 + (\varepsilon_{i-1}^i)^2]} \quad (4.56)$$

Le résultat du suivi de la trajectoire en formation avec ces coefficients variables est présenté en figure 4.14. Avec cette définition des coefficients, l'annulation des erreurs n'est alors plus l'objectif principal. La régulation longitudinale n'est alors plus aussi performante que dans

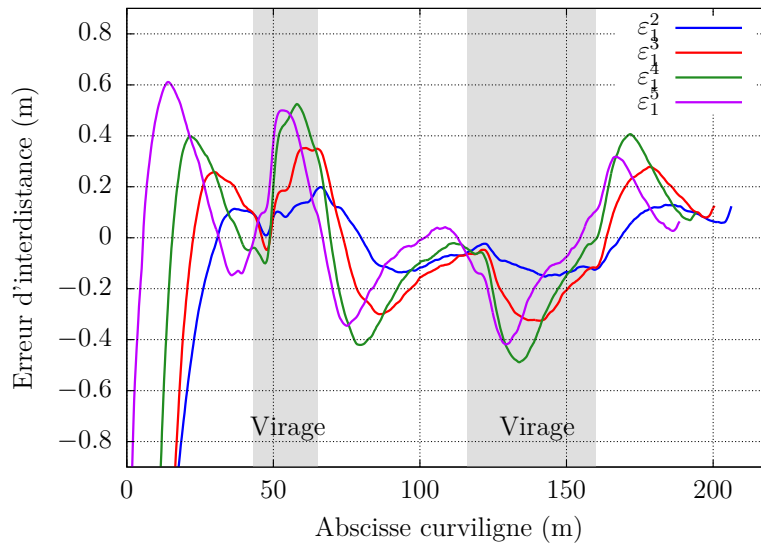


FIGURE 4.14 – Erreur longitudinale avec les coefficients variables

le cas précédent (référencement proportionnel) mais permet toujours de maintenir l'erreur totale (de la tête à la queue de la formation) à moins de 0,5 m.

L'objectif principal étant d'atténuer les variations brusques de vitesse, la figure 4.15 compare les profils de vitesse des 5 robots au cours du suivi en référencement de proche en proche (figure de gauche) par rapport au biréférencement avec coefficients variables (figure de droite). Dans les virages, la variation de courbure implique de brusques variations de vitesse des robots suiveurs afin de maintenir la vitesse d'avance curviligne. La tolérance sur l'asservissement étant quelque peu relâchée, les variations de vitesse dans les virages sont atténuées grâce à ces coefficients variables. Le biréférencement conduit de plus à faire varier la vitesse d'avance

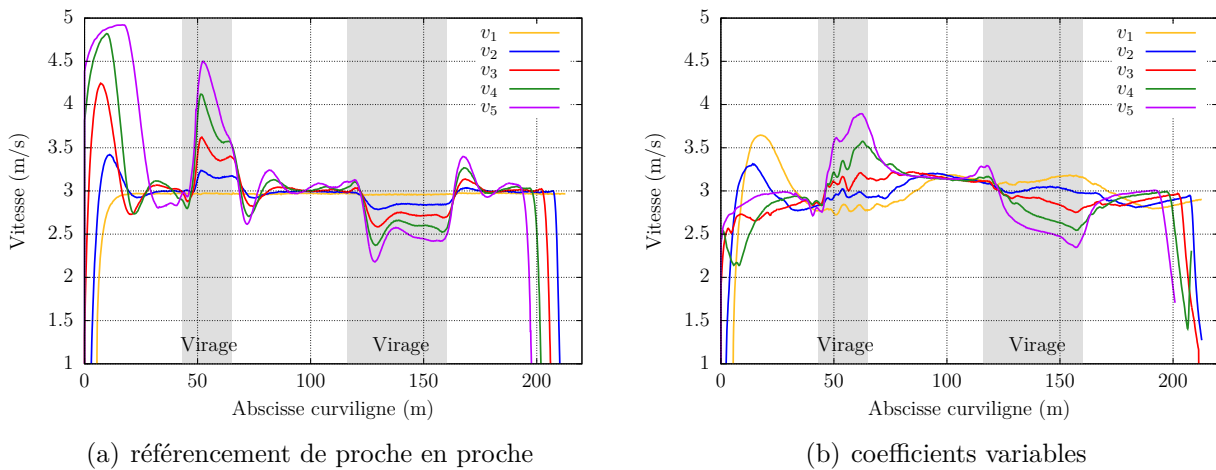


FIGURE 4.15 – Vitesse des robots en simulation

curviligne. Ainsi, le premier robot localisé sur la trajectoire ralentit légèrement dans le premier virage (à gauche) et accélère dans le second virage (à droite) ce qui permet aux robots suivants de limiter leurs variations de vitesse nécessaires pour maintenir l'interdistance. Ce référencement variable représente donc un compromis entre la précision de l'asservissement global, la réduction des accumulations d'erreurs et la limitation des accélérations des véhicules.

#### 4.4.5 Résultats expérimentaux

Les essais réels de la loi de commande en formation sont menés en utilisant trois véhicules autonomes, les deux plate-formes robotiques et un tracteur automatisé, dont les caractéristiques sont présentées en annexe A. Les véhicules doivent maintenir une formation en file ( $y^{des} = 0$  m) avec une distance inter-véhicules de 20 m ( $d_{i/i-1}^{des} = 20$  m). La vitesse d'avance désirée de la formation est fixée à  $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et connue des deux robots extremum (1 et 3) qui l'utilisent comme vitesse référence issue d'un leader virtuel (respectivement en tête et en queue de formation) au cours du suivi de trajectoire. La trajectoire à suivre est définie hors-ligne et communiquée à tous les robots de la formation, et représentée en figure 4.16. Celle-ci ayant été

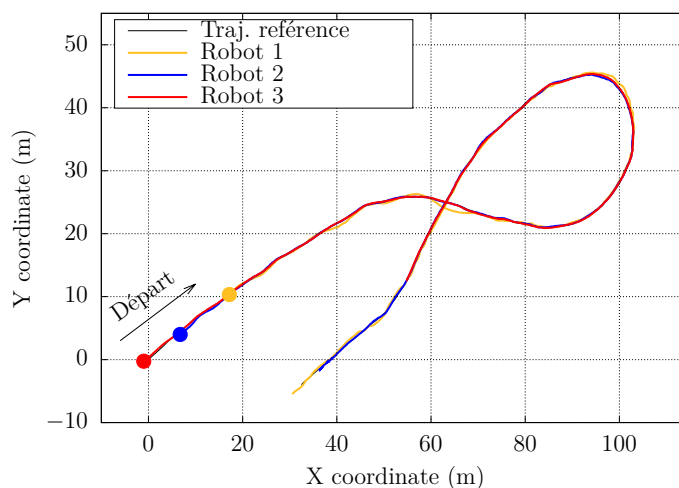


FIGURE 4.16 – Trajectoires des 3 robots au cours de l'essai

relevée préalablement lors d'un premier passage manuel, la trajectoire obtenue par relevé des positions GPS successives est ensuite filtrée afin de limiter l'influence des points bruités (que ce soit un bruit de positionnement pur ou résultant d'un mouvement de l'antenne de réception GPS sur le véhicule à cause de la déclivité du terrain) qui généreraient du glissement estimé non fondé et bruyeraient la courbure calculée de la trajectoire. La trajectoire se déroule sur le même terrain que présenté en section 3.4.2, c'est-à-dire un terrain enherbé avec la présence d'une butte. Au début de la trajectoire, les trois robots sont positionnés approximativement à leur position désirée (près de la trajectoire et suffisamment espacés). La trajectoire décrit tout d'abord une ligne droite, puis elle s'incurve à droite et monte la pente du terrain. Ensuite, la trajectoire décrit une large boucle sur la gauche qui conduit à descendre de la butte puis, en sortie du virage, à y remonter. La dernière partie de la trajectoire est constituée d'une ligne droite sur terrain plat, en haut de la butte.

Le suivi de trajectoire en formation est réalisé une première fois en posant l'influence du robot suivant comme nulle ( $\mu_{i+1}^i = 0$ ), ce qui équivaut à un référencement de proche en proche. Les résultats de positionnement longitudinal obtenus sont présentés en figure 4.17, où sont tracées les erreurs d'interdistance curviligne par rapport à l'interdistance désirée des robots 2 et 3 par rapport au robot précédent. Ainsi qu'il avait été présenté au chapitre

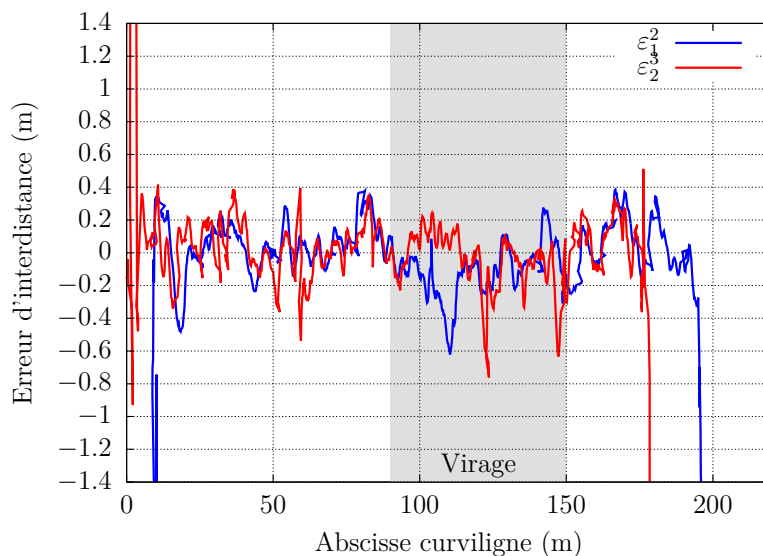


FIGURE 4.17 – Erreurs d'interdistance avec le référencement de proche en proche

précédent, les lois de commande longitudinales permettent de faire converger et maintenir le positionnement des véhicules à leur interdistance désirée, et ce malgré la dynamique d'évolution notablement différente entre le tracteur (positionné en tête de la formation) et les plate-formes de démonstration. La qualité de l'asservissement relatif entre deux véhicules rejoint donc les résultats présentés en 3.4.2. L'erreur longitudinale la plus importante (en dehors des bruits de mesure) a lieu à l'abscisse curviligne 110 m et concerne l'asservissement entre le robot 1 (le tracteur) et le robot 2, visible en bleu sur la figure 4.17. Cette erreur atteint  $-0.6$  m et est consécutive à la sortie de la pente par le tracteur. En effet, tel qu'il a



été évoqué précédemment, le passage de la partie pentue à la partie plate crée un mouvement de roulis du tracteur qui se traduit par une variation amplifiée de la position du récepteur GPS. Dans ce cas, la vitesse d'avance du tracteur leader communiquée au robot 2 (vitesse d'avance des roues sur le sol) ne correspond pas au déplacement de la position du tracteur relevé d'après les positions GPS. En dehors de cette zone, l'asservissement est précis, pour les 2 couples de robots, à  $\pm 0.4$  m.

La précision de l'asservissement et le nombre limité de robots constituant la formation ne permet alors pas de pouvoir faire apparaître un phénomène d'accumulation d'erreurs structurelles (en dehors de l'addition des bruits) entre le premier et le dernier véhicule de la flotte.

L'ajout d'un second référencement ne permettra donc pas d'améliorer significativement la qualité de l'asservissement longitudinal global au niveau de la formation mais il doit tout de même présenter des performances similaires. Le parcours de la trajectoire en formation avec la stratégie de commande bidirectionnelle est donc testé au cours d'un second essai. Le référencement dans la commande de vitesse est choisi proportionnel, les deux véhicules ont la même influence dans la commande finale ( $\mu_{i-1}^i = \mu_{i+1}^i = 1/2$ ). Les résultats de l'asservissement longitudinal entre les véhicules au cours du suivi de trajectoire sont présentés en figure 4.18 où la courbe bleue illustre l'erreur d'interdistance du robot 2 par rapport au robot 1 et la courbe rouge l'erreur d'interdistance du robot 3 par rapport au robot 2. Les

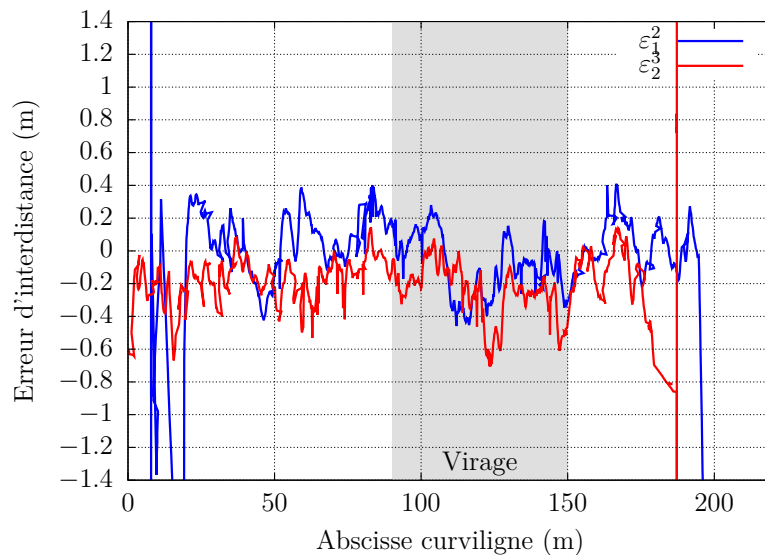


FIGURE 4.18 – Erreurs d'interdistance avec le référencement bidirectionnel proportionnel

résultats longitudinaux présentent effectivement une précision du positionnement longitudinal équivalent aux résultats obtenus avec un référencement unidirectionnel. Ainsi, l'erreur de positionnement longitudinal du robot 2 par rapport au robot 1 n'excède jamais  $\pm 0.4$  m au cours du suivi de trajectoire. L'asservissement du robot 3 par rapport au robot 2 présente la même qualité en terme d'écart-type mais on observe un décalage de la moyenne des erreurs d'interdistance, centrées autour de  $-0.2$  m.

## 4.5 Conclusion et discussion

Une nouvelle stratégie de commande locale décentralisée est présentée dans ce chapitre, basée sur le référencement pondéré aux deux véhicules adjacents pour chaque robot de la flotte. Les deux robots extrêmes portent en outre la vitesse d'avance désirée de la formation. Cette stratégie de commande permet de conserver l'adaptabilité et la sécurité d'un référencement de proche en proche tout en augmentant la stabilité à l'échelle de la formation grâce au doublement du référencement.

La commande de vitesse du véhicule est établie par combinaison linéaire des deux vitesses issues de chacun des véhicules référence et calculées selon les lois de commande présentées au chapitre 3. Le calcul et le choix des coefficients de pondération des lois de commande est un élément important de la construction de la stratégie de commande globale. En effet, ceux-ci déterminent l'influence respective de chaque véhicule référence dans la commande finale. En fonction de la valeur de ces coefficients, les robots réagiront différemment, en termes de comportement de réponse et de vitesse de réaction, aux erreurs de positionnement ou à une défaillance. L'agrégation de l'évolution des comportements individuels des robots modifiera en conséquence le comportement global de la formation et en particulier sa stabilité.

La stabilité de la formation a donc été étudiée à l'aune des valeurs des coefficients de pondération. L'analyse par Lyapunov du système global a permis de montrer que la stabilité asymptotique de la formation est assurée pour des coefficients constants dans le temps, mais non forcément égaux entre les véhicules.

Cette analyse a cependant été limitée à des conditions d'évolution (interdistances et vitesse d'avance) désirées constantes. Le développement de la preuve de stabilité à des conditions variables serait intéressant pour la généralisation des applications mais nécessitera un approfondissement de l'analyse pour la prise en compte de la variabilité des variables, par l'introduction d'une nouvelle fonction de Lyapunov.

Les essais de suivi de trajectoire menés en simulation ont montré que la gestion d'une formation de robots par un référencement uniquement de proche en proche entraîne une accumulation d'erreurs de positionnement longitudinal significative. L'ajout d'un second référencement permet alors d'amortir ces erreurs à mesure que l'influence relative du second référencement par rapport au premier augmente. Lorsque les deux véhicules référence (le précédent et le suivant) ont le même poids dans le calcul de la commande de vitesse, l'amplitude des erreurs accumulées en queue de la formation par rapport à la tête est divisée par deux et la position de chaque robot converge bien vers sa position désirée. En revanche, le double référencement amortit les brusques variations de vitesse ce qui ralentit la vitesse de compensation des erreurs transitoires mais se révélera une caractéristique intéressante d'un point de vue applicatif lors du transport de personnes, pour améliorer le confort ressenti des passagers.

Des essais expérimentaux en conditions réelles en environnement naturel ont ensuite été

effectués. Ceux-ci ont été menés avec une flotte de 3 véhicules hétérogènes. La formation décrite par ces véhicules ne permet pas de faire apparaître une accumulation d'erreur significative avec une commande référencée de proche en proche. Néanmoins, la commande bidirectionnelle aussi testée a permis de vérifier que cette stratégie de commande préserve la stabilité de la formation lors du parcours autonome d'une trajectoire.

Au niveau applicatif, la définition d'une chaîne à la fois descendante et ascendante (en termes de référencement) permet d'obtenir un comportement compact de la formation, où les robots de tête vont ralentir pour attendre les robots suivants lorsque ceux-ci peinent à suivre ou ont une défaillance. Ce comportement est particulièrement recherché pour des applications de coopération, où l'important n'est pas forcément la vitesse de parcours de la trajectoire mais bien le respect des distances entre les véhicules de la formation pour assurer la réalisation optimale de la collaboration entre les véhicules.

Le doublement de la chaîne de référencement permet en outre de maintenir la vitesse d'avance de la formation en cas de défaillance d'un des véhicules. En effet, dans ce cas, si l'application le privilégie, les véhicules situés devant le véhicule défaillant continueront d'être tirés par le véhicule de tête (comme dans toute stratégie de commande basée leader-suiveur) et les véhicules suiveur maintiendront leur vitesse en privilégiant le respect de l'interdistance par rapport au véhicule suivant.

La stratégie de commande proposée n'utilise que les informations provenant des 2 véhicules les plus proches du véhicule considéré. Cela permet d'envisager utiliser cette stratégie au sein de formations totalement décentralisées sans aucune communication entre les véhicules, où chaque véhicule utilise ses propres capteurs (caméras, radar...) pour déterminer la position et la vitesse des véhicules de la formation. En effet, les deux véhicules adjacents sont les plus susceptibles de se trouver dans le champ de vision des capteurs, du fait de leur proximité.

# Chapitre 5

## Intégrité de la flotte

L'objectif de cette partie est d'assurer la sécurité de l'ensemble de la flotte par l'estimation d'une « bulle » de sécurité pour chaque robot. Pour ce faire, on estime à chaque instant l'ensemble des positions atteignables ou non du robot en fonction de son état actuel. Les distances désirées entre les robots au sein de la formation peuvent conséquemment être modifiées afin d'assurer la non-collision entre les véhicules.

Le scénario de danger envisagé consiste en l'arrêt brutal et inopiné du véhicule immédiatement précédent. Le véhicule défaillant est alors positionné à sa dernière position connue. Ce scénario a en pratique assez peu de probabilité de se produire mais il s'agit d'un des scénarios les plus contraignants.

Afin d'éviter une potentielle collision en cas de défaillance d'un véhicule précédent, deux choix s'offrent au robot : soit s'arrêter, soit éviter le robot défaillant en le contournant. Les distances de sécurité associées à chacun de ces comportements sont calculées séparément.

## 5.1 Estimation du comportement longitudinal

En conditions nominales d'évolution, la vitesse des véhicules est suffisamment lentement variable pour que le glissement longitudinal soit négligé. Cependant, dans le cas où un danger survient, il pourra être nécessaire de s'arrêter brusquement. La brusque décélération et l'inertie du véhicule pourront alors entraîner du glissement longitudinal qui augmentera d'autant la distance d'arrêt réelle du véhicule. L'estimation des distances de sécurité physiquement représentatives nécessite donc l'estimation du glissement longitudinal.

### 5.1.1 Modèle du pneumatique

Le glissement longitudinal du pneumatique  $\lambda$  dépend des efforts transmis. Les modèles de contact roue-sol permettent d'étudier les phénomènes physiques au niveau de la surface de contact roue-sol pour en déduire les relations entre les variables. Différents modèles d'évolution du pneumatique reliant les efforts aux déformations ont déjà été présentés en section 2.3. Tous ces modèles, et en particulier le modèle de Pacejka, permettent de distinguer que la relation entre l'effort longitudinal et le glissement longitudinal peut être décomposée en 3 zones d'évolution distinctes, tel qu'illustré en figure 5.1. En vert, une zone linéaire, dite de

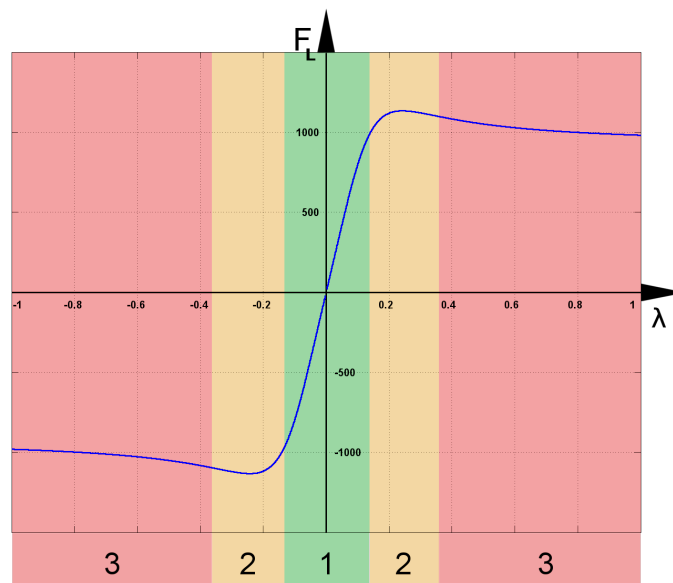


FIGURE 5.1 – Modèle empirique de Pacejka reliant effort et glissement longitudinal

*pseudo-glissement* où l'effort longitudinal au point de contact est proportionnel au taux de glissement. En orange, la deuxième zone, identifiée 2, est une zone de transition où l'effort longitudinal généré atteint un maximum (minimum dans le cas d'un glissement négatif). Enfin, la dernière zone, en rouge identifiée 3, est la zone de saturation où l'effort longitudinal au contact pneu-sol reste à peu près constant quel que soit le glissement.

La zone de *pseudo-glissement* est centrée autour du glissement nul. Dans cette zone, le

glissement apparent augmente proportionnellement avec les efforts. En pratique, lorsqu'un effort longitudinal apparaît, la gomme du pneumatique commence à se déformer élastiquement sans que le point de contact avec le sol ne change, d'où l'appellation de pseudo-glissement. Dans cette zone, généralement comprise entre  $\lambda = \pm 0.1$ , le glissement peut être lié à l'effort longitudinal par la relation :

$$F_L = C \cdot \lambda \quad (5.1)$$

où  $C$  est appelée la *rigidité de glissement longitudinale*, paramètre caractéristique du couple pneumatique-sol, dont la valeur dépend des conditions de contact.

Lorsque l'on sort de cette zone de pseudo-glissement, la relation (5.1) n'est plus valable. Néanmoins, on peut toujours définir une valeur différente de rigidité longitudinale reliant l'effort longitudinal au glissement à un point de fonctionnement, tel qu'illustré en figure 5.2. On définit ainsi le modèle linéaire reliant la force longitudinale au taux de glissement :

$$F_L = C_L \cdot \lambda \quad (5.2)$$

où la rigidité longitudinale  $C_L$  est variable. L'adaptation de sa valeur permet de refléter la

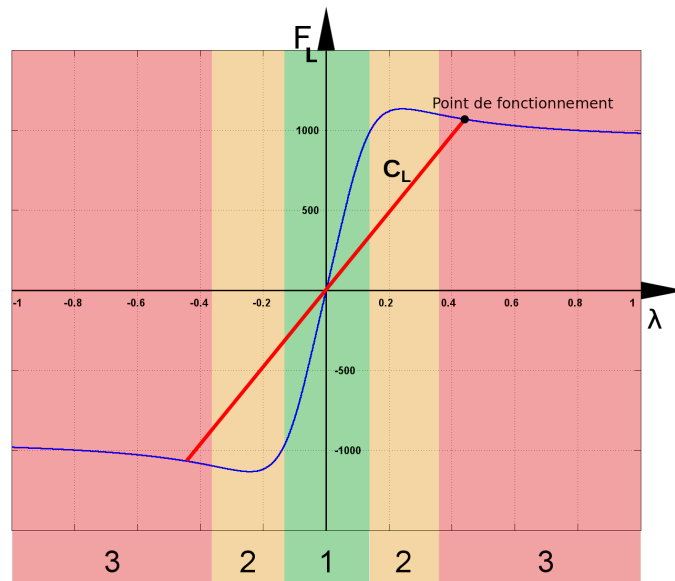


FIGURE 5.2 – Définition de la rigidité longitudinale adaptée

variation des conditions de contact et de définir le point de fonctionnement, même en dehors de la zone pseudo-linéaire.

Pour adapter en ligne la rigidité longitudinale de chaque roue, on utilise un observateur en cascade permettant d'estimer les différents efforts et paramètres d'évolution [NTL15]. Au niveau du véhicule, la dynamique de roulis est négligée, ce qui permet de continuer à considérer le véhicule à 4 roues comme une bicyclette. Chaque roue virtuelle de la bicyclette porte alors le comportement moyen des 2 roues réelles qu'elle simplifie.

### 5.1.2 Estimation des forces verticales

Le véhicule possède une masse  $m$  localisée en son centre de gravité  $G$ . Celui-ci, tel que défini en figure 2.16 dans le plan de lacet, est situé à une distance  $L_F$  de l'essieu avant et une distance  $L_R$  de l'essieu arrière, avec  $L_F + L_R = L$  l'empattement du véhicule. Dans le plan de tangage représenté en figure 5.3, on définit  $H_G$  la hauteur du centre de gravité par rapport au sol et  $\alpha$  la pente du terrain. Dans la modélisation du véhicule, les suspensions sont négligées. Cette simplification est issue des robots réels utilisés pour les expérimentations dont les suspensions sont très raides ou bloquées.

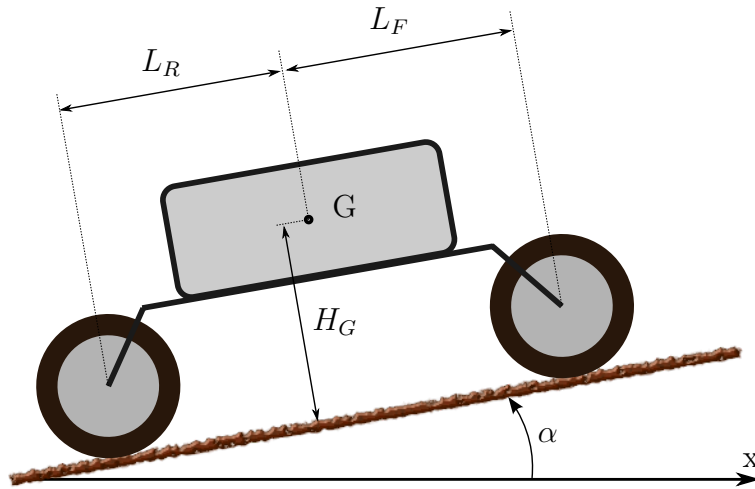


FIGURE 5.3 – Schéma bicyclette dans le plan de tangage

La répartition de la masse sur les roues en statique dépend uniquement de la géométrie du véhicule et les forces verticales statiques sont obtenues par la relation :

$$\begin{cases} F_{zF}^{stat} = m.g. \left[ \cos(\alpha) - \sin \left( \arctan \left( \frac{L_F}{H_G} \right) - \alpha \right) \cdot \frac{\sqrt{L_F^2 + H_G^2}}{L_R + L_F} \right] \\ F_{zR}^{stat} = m.g. \sin \left( \arctan \left( \frac{L_F}{H_G} \right) - \alpha \right) \cdot \frac{\sqrt{L_F^2 + H_G^2}}{L_R + L_F} \end{cases} \quad (5.3)$$

Au niveau dynamique, l'accélération, ou la décélération dans le cas qui nous intéresse plus particulièrement, crée un moment de tangage du fait de la distance du centre de gravité aux contacts roue-sol. Cela entraîne un transfert de masse qui fait évoluer la charge sur chaque essieu suivant la relation :

$$\begin{cases} F_{zF}^{dyn} = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot a_x \cdot \frac{H_G}{L_R + L_F} \\ F_{zR}^{dyn} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot a_x \cdot \frac{H_G}{L_R + L_F} \end{cases} \quad (5.4)$$

où  $a_x$  désigne l'accélération longitudinale ( $a_x < 0$  dans le cas d'un freinage) obtenue par des capteurs extéroceptifs.

La charge verticale totale sur chaque essieu s'obtient finalement comme la somme de la charge statique et de la charge dynamique :

$$\begin{cases} F_{zF} = F_{zF}^{stat} + F_{zF}^{dyn} \\ F_{zR} = F_{zR}^{stat} + F_{zR}^{dyn} \end{cases} \quad (5.5)$$

### 5.1.3 Estimation du glissement longitudinal

Le glissement longitudinal, tel que défini en (2.4), décrit la différence entre la vitesse d'avance théorique et la vitesse d'avance réelle. La vitesse réelle est connue grâce à des capteurs extéroceptifs ; dans les expérimentations réalisées dans cette thèse, un GPS-RTK fournit la vitesse absolue. Des capteurs proprioceptifs d'odométrie permettent en outre de connaître la vitesse de rotation de chaque roue. La vitesse d'avance théorique de chaque roue s'obtient en multipliant la vitesse de rotation par le rayon effectif de la roue. Ce rayon effectif, noté  $R_e$  décrit la distance entre le centre de rotation de la roue et le point de contact roue-sol. Il est différent du rayon à vide  $R_0$  du fait de l'écrasement du pneu sous l'effet de la charge verticale sur chaque roue, tel qu'illustré en figure 5.4.

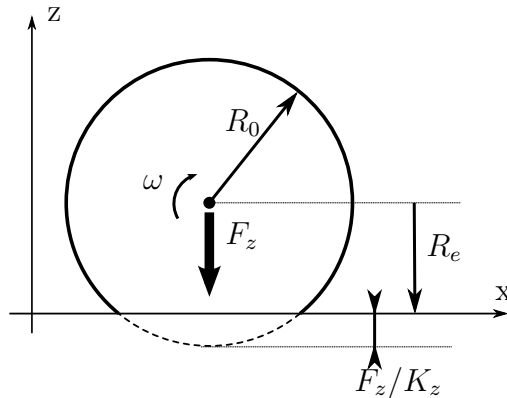


FIGURE 5.4 – Écrasement du pneumatique sous la charge

Le comportement en écrasement du pneumatique peut être approximé comme un ressort, tel que modélisé et utilisé dans [KN05, Ste04]. Ainsi, la valeur du rayon effectif peut être décrite par :

$$R_e = R_0 - \frac{F_z}{K_z} \quad (5.6)$$

$K_z$  représente la raideur d'écrasement. On distingue la raideur statique de la raideur dynamique effective lorsque le véhicule est en mouvement. En pratique, la raideur dynamique utilisée dans l'équation (5.6) est prise comme le triple de la raideur statique relevée à l'arrêt.

Les forces verticales calculées dans la section précédente permettent d'en déduire le rayon effectif de chaque roue suivant la formule (5.6). Le glissement longitudinal  $\lambda$  de chaque roue



sur le sol peut alors être estimé d'après la définition (2.4)

$$\lambda = \frac{\omega \cdot R_e - V}{\max(\omega \cdot R_e, V)} \quad (5.7)$$

où  $\omega$  désigne la vitesse de rotation de la roue, tandis que  $V$  représente la vitesse réelle d'avance. Cette vitesse est déduite de la vitesse absolue relevée par le GPS pour chacune des roues, avant et arrière.

$$V_F = V_{GPS} \cdot \cos(\beta_R) \quad V_R = V_{GPS} \cdot \frac{\cos(\beta_R)}{\cos(\delta^F)} \quad (5.8)$$

### 5.1.4 Estimation des forces longitudinales

Parallèlement, l'avance du véhicule crée au niveau des contacts pneu-sol des efforts longitudinaux. Un bilan des forces sur le système véhicule permet de formuler la relation régissant l'évolution de l'effort longitudinal total noté  $F_L$ .

$$\dot{V}_x = \frac{F_L}{m} + g \cdot \sin(\alpha) \quad (5.9)$$

où  $\dot{V}_x$  représente l'accélération longitudinale, la dérivée de la vitesse du centre de gravité projetée sur l'axe  $x$  d'avance du véhicule.

On notera que sont négligés dans cette équation les phénomènes de résistance à l'avancement du véhicule (résistance aérodynamique, résistance au roulement, etc.). Cette approximation faite dans un souci de simplicité néglige des phénomènes tendant à faire ralentir le véhicule ; la modélisation utilisée conduit donc à se placer dans le cas le plus défavorable pour l'estimation future des distances de freinage.

L'observateur est construit pour estimer la force longitudinale globale  $F_L$  à partir de l'observation de la vitesse longitudinale du centre de gravité  $V_x$ . Les capteurs fournissent une mesure de cette vitesse, notée  $\bar{V}_x$ . On définit alors l'erreur d'estimation  $\tilde{V}_x$  entre la vitesse estimée  $\hat{V}_x$  et la vitesse mesurée :

$$\tilde{V}_x = \bar{V}_x - \hat{V}_x \quad (5.10)$$

La convergence de la vitesse estimée vers la vitesse mesurée est obtenue en posant la convergence exponentielle de l'erreur :

$$\dot{\tilde{V}}_x = -K_V \cdot \tilde{V}_x \quad (5.11)$$

avec  $\dot{\tilde{V}}_x$  la dérivée de l'erreur et  $K > 0$  le coefficient de convergence.

Or, la dérivée de l'erreur s'exprime par :

$$\dot{\tilde{V}}_x = \dot{\bar{V}}_x - \dot{\hat{V}}_x \quad (5.12)$$

donc, (5.10), (5.11) et (5.12) permettent de réécrire :

$$\hat{V}_x = \dot{V}_x + K_V \cdot (\bar{V}_x - \hat{V}_x) \quad (5.13)$$

Cette dérivée de la vitesse estimée garantit la convergence exponentielle (5.11) et permet, d'après la relation (5.9), de trouver une estimée de l'effort longitudinal :

$$\begin{aligned} \hat{F}_L &= m \cdot \dot{\hat{V}}_x - m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \\ &= m \cdot (\dot{V}_x + K_V \cdot (\bar{V}_x - \hat{V}_x)) - m \cdot g \cdot \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (5.14)$$

$\dot{V}_x$  est obtenue soit en dérivant numériquement la vitesse réelle, soit par l'utilisation de capteur telle une centrale inertielle fournissant directement l'accélération, reportée au centre de l'essieu. La vitesse estimée utilisée est déduite à chaque période d'échantillonnage en intégrant la relation (5.9) dans laquelle est utilisée la force longitudinale estimée à l'instant précédent  $\hat{F}_L$ .

L'observateur ainsi construit faisant converger la vitesse estimée vers la vitesse réelle, la force longitudinale estimée convergera bien vers la force longitudinale réelle. La figure 5.5 résume la démarche d'estimation des efforts longitudinaux.

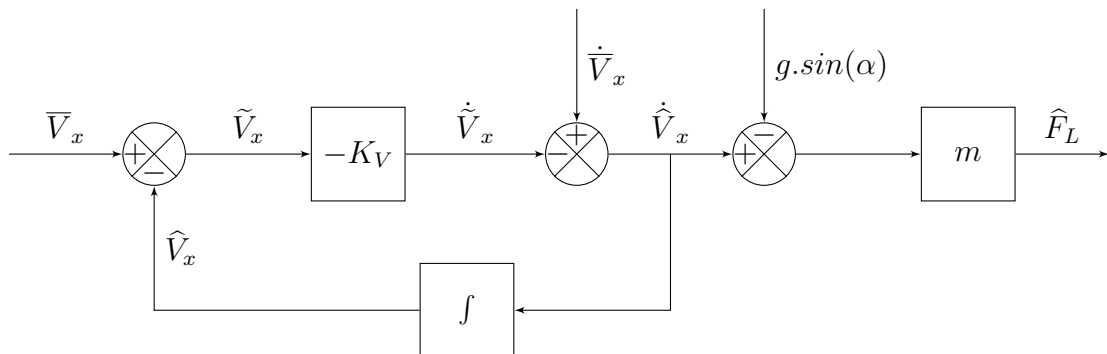


FIGURE 5.5 – Schéma-bloc de l'observateur des efforts longitudinaux

Enfin, la force longitudinale globale estimée est répartie sur les essieux avant et arrière, suivant la répartition des efforts verticaux :

$$\begin{cases} \hat{F}_{LF} = \hat{F}_L \cdot \frac{F_{zF}}{F_{zF} + F_{zR}} \\ \hat{F}_{LR} = \hat{F}_L \cdot \frac{F_{zR}}{F_{zF} + F_{zR}} \end{cases} \quad (5.15)$$

### 5.1.5 Estimation des rigidités longitudinales

La connaissance des forces longitudinales permet enfin d'estimer les rigidités longitudinales. Les efforts longitudinaux estimés précédemment sont ici considérés comme les valeurs réelles

et notés  $\overline{F}_L^{Rig}$ . D'après le modèle linéaire adopté, les rigidités longitudinales suivent la relation :

$$F_L^{Rig} = C_L \cdot \lambda \quad (5.16)$$

Le glissement longitudinal estimé en 5.1.3 et les forces longitudinales estimées en 5.1.4 pourraient permettre d'en déduire directement les rigidités par :

$$C_L = \frac{F_L^{Rig}}{\lambda} \quad (5.17)$$

Cependant, cette relation implique que la rigidité longitudinale ne peut plus être calculée lorsque le glissement est nul. Or, cette singularité représente le point de fonctionnement nominal. On se tourne donc vers une méthode de descente de gradient ou *MIT rule* pour estimer l'évolution des rigidités longitudinales par observation des efforts longitudinaux.

Pour ce faire, on définit  $\tilde{F}_L^{Rig}$  l'erreur d'observation de l'effort longitudinal, différence entre  $\overline{F}_L^{Rig}$  l'effort longitudinal considéré comme réel, dont la valeur est connue à partir de l'effort longitudinal estimé précédemment, et  $\hat{F}_L^{Rig}$  l'effort estimé issu de la rigidité estimée, à faire converger vers la valeur réelle. Les relations définies sont donc :

$$\overline{F}_L^{Rig} = \overline{C}_L \cdot \lambda \quad (5.18)$$

$$\hat{F}_L^{Rig} = \hat{C}_L \cdot \lambda \quad (5.19)$$

$$\tilde{F}_L^{Rig} = \overline{F}_L^{Rig} - \hat{F}_L^{Rig} \quad (5.20)$$

$$= \overline{C}_L \cdot \lambda - \hat{C}_L \cdot \lambda \quad (5.21)$$

Une MIT rule permet de fixer l'évolution de la rigidité longitudinale estimée :

$$\dot{\hat{C}}_L = -K_C \cdot \frac{\partial F_L^{Rig}}{\partial C_L} \cdot \tilde{F}_L^{Rig} \quad (5.22)$$

Elle permet de faire converger l'erreur d'observation des efforts longitudinaux vers 0, et donc par ricochet les rigidités longitudinales estimées convergent vers les valeurs réelles. Or, d'après la définition des rigidités (5.16), la dérivée partielle des efforts par rapport aux rigidités s'explique par :

$$\frac{\partial F_L^{Rig}}{\partial C_L} = \lambda \quad (5.23)$$

d'où l'évolution de la rigidité estimée se réduit à :

$$\dot{\hat{C}}_L = -K_C \cdot \lambda \cdot \tilde{F}_L^{Rig} \quad (5.24)$$

Finalement, les nouvelles rigidités longitudinales sont établies par intégration de la relation d'évolution (5.24) et appliquées aux trains avant et arrière à l'itération  $h$  d'après les rigidités

estimées à l'itération précédente :

$$\begin{aligned}\hat{C}_{LF}^h &= \hat{C}_{LF}^{h-1} - K_C \cdot \lambda \cdot \tilde{F}_{LF}^{Rig} \cdot T \\ \hat{C}_{LR}^h &= \hat{C}_{LR}^{h-1} - K_C \cdot \lambda \cdot \tilde{F}_{LR}^{Rig} \cdot T\end{aligned}\quad (5.25)$$

où  $T$  désigne la période d'échantillonnage.

La figure 5.6 résume la démarche d'estimation des rigidités longitudinales.

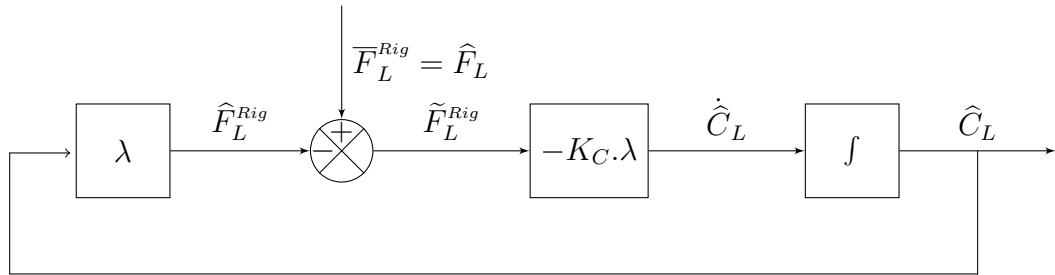


FIGURE 5.6 – Schéma-bloc de l'observateur des rigidités longitudinales

### 5.1.6 Synthèse de l'estimation du comportement longitudinal

Le comportement du pneumatique est simplifié à une relation linéaire entre le glissement et l'effort longitudinal. Le coefficient de proportionnalité est appelé rigidité de glissement longitudinal et noté  $C_L$ . Il est constant pour un glissement inférieur à 10%, qui correspond à la zone pseudo-linéaire de fonctionnement nominal d'un pneumatique en conditions « normales ». En dehors de cette zone, le glissement augmente mais la force longitudinale sature ; en conséquence, les rigidités diminuent.

Pour estimer ce comportement longitudinal, un observateur a été mis en place. Il est constitué en 4 étapes, tel qu'illustré sur le schéma de fonctionnement en figure 5.7.

Tout d'abord, la masse du véhicule est répartie entre l'essieu avant et l'essieu arrière en fonction de la position du centre de gravité et de l'accélération longitudinale.

Dans une deuxième étape, ces efforts verticaux sont utilisés pour déterminer la déformation du pneumatique sous l'effet de la charge, plus précisément le rayon effectif de la roue, qui permet alors de calculer le glissement longitudinal de chaque roue.

Troisièmement, l'accélération du véhicule est utilisée pour l'estimation de l'effort longitudinal total s'appliquant au véhicule, qui est ensuite réparti entre les roues.

Enfin, à partir des glissements et des efforts longitudinaux, les rigidités longitudinales sont estimées via une MIT rule.

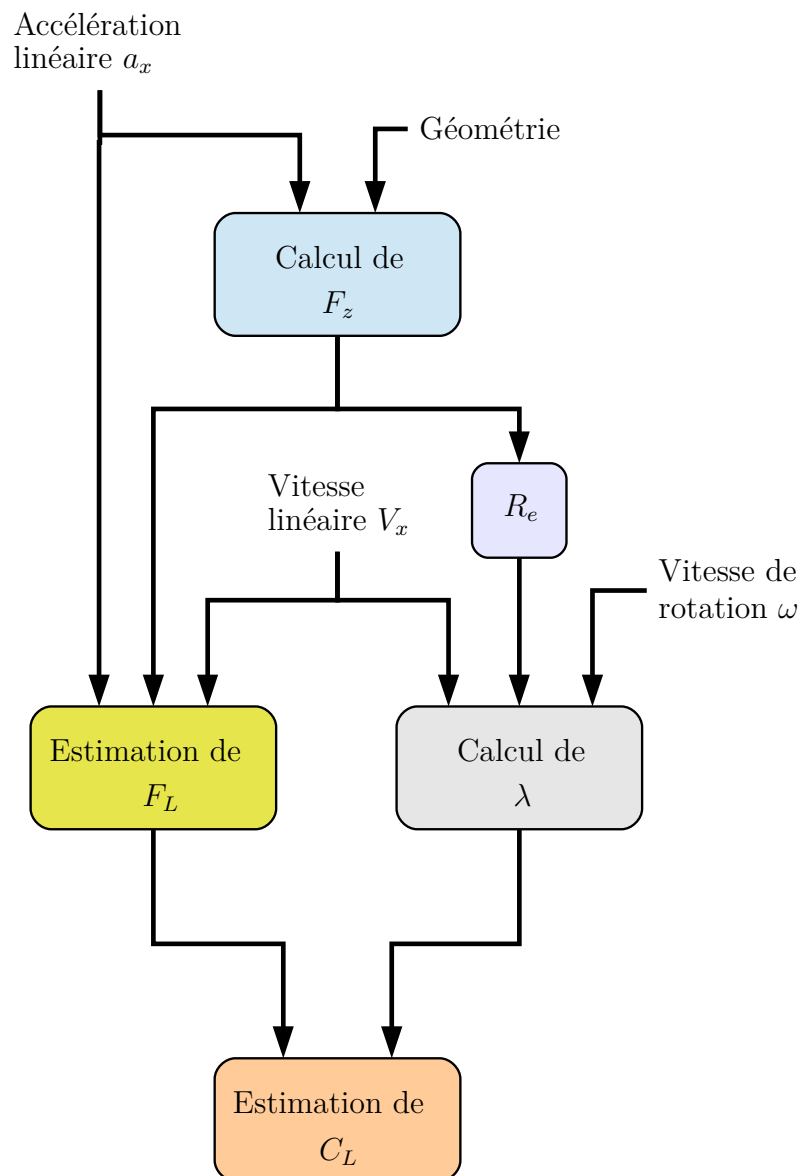


FIGURE 5.7 – Schéma global de l'observation du comportement longitudinal

## 5.2 Arrêt d'urgence

En cas de défaillance d'un véhicule précédent au sein de la flotte ou d'apparition d'un obstacle imprévu, l'arrêt du véhicule est envisagé. Les conditions d'évolution trouvées en section précédente permettent d'estimer la dynamique du véhicule lors d'une phase d'arrêt d'urgence. Dans ce mode critique, on pose l'hypothèse que l'angle de braquage reste nul ; le véhicule va décélérer en ligne droite. De ce fait, la dynamique latérale du véhicule est négligée, on considère uniquement la dynamique longitudinale, dans le plan de tangage par rapport à la direction d'avance du véhicule. Lors de cet arrêt d'urgence, on considère de plus que la surface d'évolution restera inchangée. On suppose donc que la rigidité longitudinale, caractéristique du couple pneu-sol, estimée en 5.1.5 restera constante lors de la phase d'arrêt d'urgence et qu'elle a été préalablement correctement estimée (on suppose que c'est le cas après la première phase d'initialisation au démarrage).

### 5.2.1 Dynamique d'arrêt désirée

La rigidité longitudinale a été estimée durant les conditions normales d'évolution, lorsque l'accélération est limitée. La rigidité estimée correspond donc à la zone pseudo-linéaire d'évolution. D'après le comportement du pneumatique illustré dans la figure 5.1, la force longitudinale au contact roue-sol est maximale à la limite de la zone de pseudo-linéarité. Pour que la décélération soit la plus rapide, on cherche donc à se placer en ce point de fonctionnement où les efforts transmis sont les plus importants. Or, d'après la littérature relayant des essais expérimentaux d'identification du comportement des pneumatiques (voir par exemple [Pac05]), la force maximale est obtenue pour un glissement d'environ 10%, quelles que soient les conditions d'évolution.

En phase de freinage, la roue est confrontée à un phénomène de glissement, la vitesse d'avance est supérieure à la vitesse de rotation de la roue donc, d'après la définition du glissement édictée en (2.4), le glissement est négatif. On note  $\lambda_{max}$  ce glissement au point de fonctionnement désiré.

$$\lambda_{max} = -0.1 \quad (5.26)$$

Ayant défini la zone d'évolution désirée, on souhaite estimer la distance nécessaire à l'arrêt du véhicule. Pour ce faire, on s'appuie sur l'équation du Principe Fondamental de la Dynamique décrivant l'avance du véhicule :

$$m.\dot{V}_x = F_{LR} + F_{LF} - m.g.\sin(\alpha) \quad (5.27)$$

Les forces longitudinales seront maximales au point de fonctionnement désiré et auront une valeur constante :

$$\begin{cases} F_{LR} = C_{LR}.\lambda_{max} \\ F_{LF} = C_{LF}.\lambda_{max} \end{cases} \quad (5.28)$$

La décélération du véhicule durant l'arrêt d'urgence sera donc elle aussi constante :

$$\dot{V}_{x\text{ frein}} = \frac{(C_{LR} + C_{LF}) \cdot \lambda_{max}}{m} - g \cdot \sin(\alpha) = \text{cte} \quad (5.29)$$

On en déduit la durée  $t_{frein}$  et la distance  $d_{frein}$  d'arrêt du véhicule :

$$t_{frein} = -\frac{V_0}{\dot{V}_{x\text{ frein}}} \quad (5.30)$$

$$d_{frein} = -\frac{V_0^2}{2 \cdot \dot{V}_{x\text{ frein}}} \quad (5.31)$$

où  $V_0$  est la vitesse linéaire d'avance du véhicule au moment où l'arrêt d'urgence est enclenché.

### 5.2.2 Commande d'arrêt d'urgence

Afin de réaliser l'arrêt d'urgence suivant le comportement de décélération maximale estimé précédemment, il ne suffit pas d'envoyer une vitesse de commande nulle au véhicule. En effet, le bas-niveau de chaque moteur de propulsion filtre la vitesse commande, ce qui conduit à une décélération « douce ». De ce fait, pour commander parfaitement l'arrêt suivant la dynamique optimale désirée, le moteur sera commandé directement en couple.

La dynamique en rotation de la roue suit le principe fondamental de la dynamique :

$$\Gamma = J \cdot \dot{\omega} - F_L \cdot R_e \quad (5.32)$$

où  $\Gamma$  désigne le couple,  $J$  l'inertie de la roue et  $R_e$  le rayon effectif de la roue.

Lors de l'arrêt d'urgence, on souhaite maintenir le glissement à  $\lambda_{max}$ , i.e.

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = 0 \\ \lambda = \lambda_{max} \end{cases} \quad (5.33)$$

Or, en phase de freinage, le glissement suit la formule :

$$\lambda = \frac{R_e \cdot \omega - V_x}{V_x} = \frac{\omega}{V_x} \cdot R_e - 1 \quad (5.34)$$

On en déduit donc la relation liant la vitesse de rotation de la roue et la décélération désirée en phase de freinage, tant que la vitesse d'avance est non nulle :

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} = 0 &\implies \frac{\dot{\omega} \cdot V_x - \dot{V}_x \cdot \omega}{V_x^2} \cdot R_e = 0 \\ &\implies \dot{\omega} \cdot V_x = \omega \cdot \dot{V}_x \\ &\implies \dot{\omega} = \frac{\omega}{V_x} \cdot \dot{V}_x \\ \lambda = \lambda_{max} &\implies \dot{\omega} = \frac{1 + \lambda_{max}}{R_e} \cdot \dot{V}_x \end{aligned} \quad (5.35)$$

En outre, l'expression décélération linéaire  $\dot{V}_x$  désirée a été explicitée en (5.29). Finalement, en remplaçant les expressions de (5.35) et (5.29) dans l'équation (5.32), l'expression du couple moteur  $\Gamma_{max}$  à appliquer sur chaque roue pour suivre le glissement maximal désiré  $\lambda_{max}$  est déduit :

$$\begin{cases} \Gamma_{F\ frein} = J_F \cdot \frac{1 + \lambda_{max}}{R_e} \cdot \left( \frac{(C_{LR} + C_{LF}) \cdot \lambda_{max}}{m} - g \cdot \sin(\alpha) \right) - C_{FL} \cdot \lambda_{max} \cdot R_e \\ \Gamma_{R\ frein} = J_R \cdot \frac{1 + \lambda_{max}}{R_e} \cdot \left( \frac{(C_{LR} + C_{LF}) \cdot \lambda_{max}}{m} - g \cdot \sin(\alpha) \right) - C_{RL} \cdot \lambda_{max} \cdot R_e \end{cases} \quad (5.36)$$

### 5.2.3 Résultats de simulation

La dynamique de l'arrêt d'urgence est testée au travers de simulations. Le simulateur Matlab<sup>®</sup> utilisé reproduit le comportement dynamique d'un véhicule 4 roues. L'observateur du comportement longitudinal est implémenté et fournit une estimation en temps réel des rigidités, efforts et taux de glissement longitudinal. Les conditions d'évolution permettent alors d'extrapoler, à rigidités longitudinales constantes, les efforts maximum transmissibles en phase d'arrêt d'urgence. La décélération afférente permet finalement de calculer la distance d'arrêt estimée.

Les simulations réalisées consistent au suivi d'une ligne droite à la vitesse constante de 6 m.s<sup>-1</sup>. A l'instant  $t = 10s$ , lorsque la vitesse d'avance est établie, la procédure d'arrêt d'urgence est déclenchée. Le véhicule applique alors la commande en couple calculée d'après les formules précédentes. À l'approche de la vitesse nulle, la commande en couple cède la place à une commande de vitesse nulle pour stabiliser le véhicule. Les figures 5.8, 5.9 et 5.10 présentent les résultats de l'arrêt d'urgence, dans lesquelles les estimations du comportement du véhicule sont figées à l'instant  $t = 10s$  pour vérifier l'adéquation du comportement préalablement prédit de décélération avec la décélération obtenue lors de l'application de la commande d'arrêt d'urgence. Dans le détail, les figures 5.8 et 5.9 présentent respectivement les distances parcourues et les vitesses et accélérations au cours du suivi et de la procédure d'arrêt d'urgence, tandis que la figure 5.10 présente les glissements longitudinaux du véhicule.

Les résultats sont comparés avec le comportement obtenu lorsque la procédure d'arrêt consiste simplement à envoyer la vitesse nulle au véhicule à partir de l'instant  $t = 10s$ . Les résultats de cette procédure d'arrêt « douce », en envoyant la vitesse d'avance  $v = 0$ , sont présentés en pointillés sur les figures 5.8, 5.9 et 5.10. Cette procédure conduit à l'arrêt du véhicule en 3 s, durée au cours de laquelle le véhicule parcourt une distance d'arrêt de 8,25 m. La commande de vitesse appliquée n'est en effet prise en compte qu'après le temps de réponse des actionneurs et la vitesse commence ensuite à diminuer en suivant un profil du second ordre (tel qu'identifié au cours de la modélisation du comportement des actionneurs de propulsion pour la prédiction en section 3.3.2). Ces variations continues d'accélération conduisent aussi les glissements longitudinaux à évoluer continûment, avec un pic à -0.07 pour les glissements arrière.



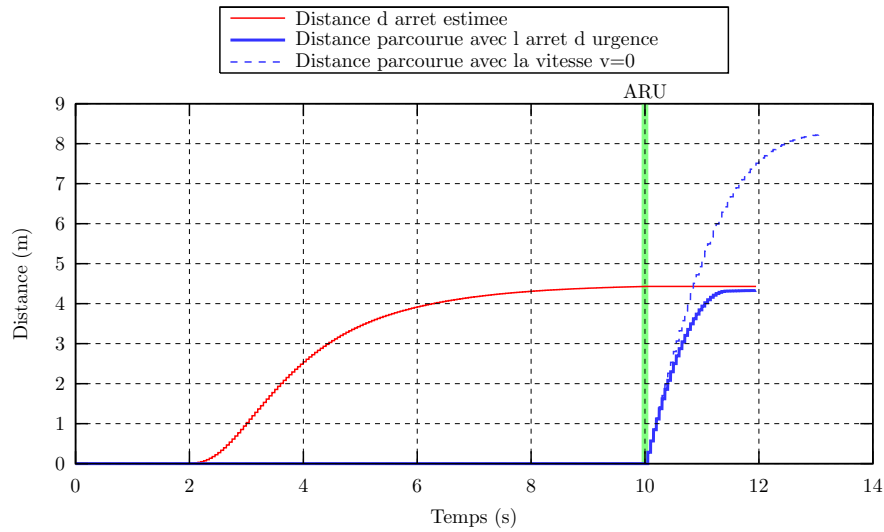


FIGURE 5.8 – Distances estimées d'arrêt et parcourues au cours de la procédure d'arrêt d'urgence

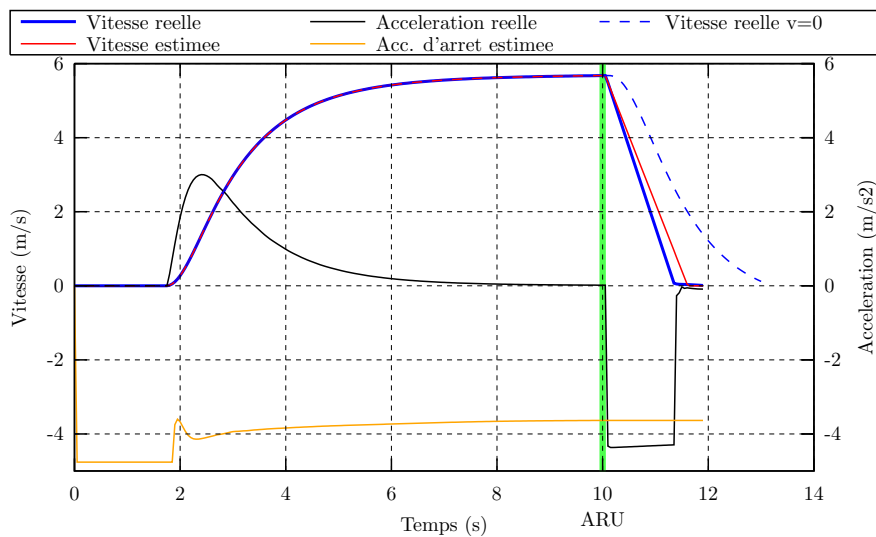


FIGURE 5.9 – Vitesses et accélérations réelles et estimées au cours de la procédure d'arrêt d'urgence

Avec la procédure d'arrêt d'urgence de commande en couple, le véhicule décélère plus rapidement, dès le passage en mode arrêt d'urgence, et la commande permet de maintenir une décélération constante (en noir sur la figure 5.9) qui conduit le véhicule à s'arrêter en un intervalle de temps de 1,3 s au cours duquel le véhicule a parcouru une distance de 4,33 m. Tel qu'illustré en figure 5.10, cette commande en couple permet bien de décélérer avec un glissement longitudinal constant, légèrement inférieur au glissement « optimal » désiré  $\lambda_{max} = -0.1$ . Le glissement réel étant inférieur (en valeur absolue) au glissement prédit, la décélération réelle est en conséquence plus importante que la décélération prédite au glissement maximal, ce qui explique que la vitesse réelle diminue légèrement plus rapidement que l'estimation faite à l'instant  $t = 10s$  (courbes respectivement bleue et rouge sur la figure 5.9).

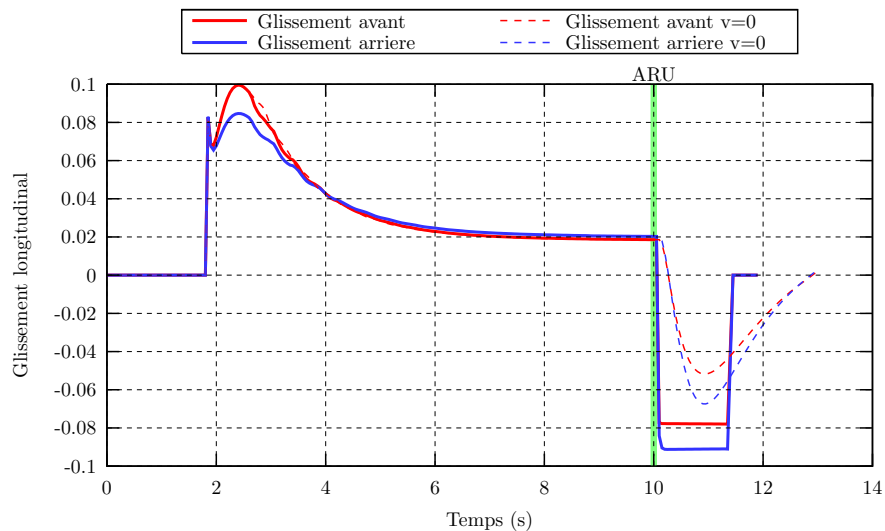


FIGURE 5.10 – Glissements réels au cours de la procédure d'arrêt d'urgence

Les simulations permettent donc de montrer que la distance d'arrêt estimée (4,43 m) est proche de la distance réelle d'arrêt, quoique quelque peu surestimée. Cet écart provient de l'hypothèse faite que les rigidités longitudinales sont constantes durant la procédure d'arrêt d'urgence, et égales aux rigidités estimées durant la phase établie, où la vitesse est à peu près constante. Or, la figure 5.11 présentant les rigidités longitudinales estimées durant la simulation montre que durant la phase de freinage, la rigidité avant augmente significativement, d'un facteur 1.5 environ. La surface d'évolution ne change pas mais le freinage entraîne un transfert de charge vers l'avant. L'augmentation de la charge verticale à l'avant entraîne une déformation du pneumatique plus importante, ce qui élargit la surface de contact roue-sol et conséquemment augmente l'effort longitudinal au contact. De ce fait, l'efficacité du freinage est améliorée et la distance d'arrêt est réduite.

D'un point pratique, cette surestimation de la distance d'arrêt n'est pas dérangeante puisqu'elle agit comme un coefficient de sécurité pour la définition des zones de sécurité entre les véhicules de la formation.

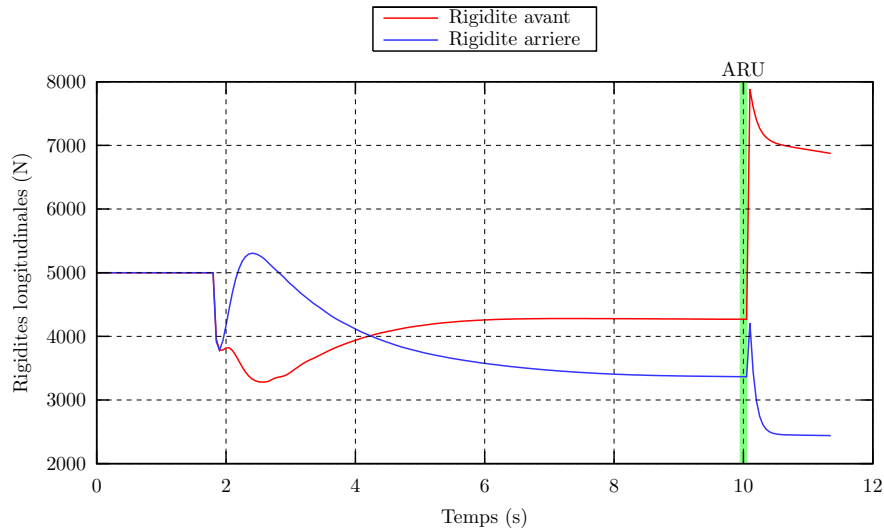


FIGURE 5.11 – Rigidités longitudinales réelles au cours de la procédure d’arrêt d’urgence

Durant la phase d’arrêt d’urgence, si l’on utilise les rigidités longitudinales modifiées (toujours estimées en temps réel au lieu de les fixer constantes aux valeurs à  $t = 10s$ ), on remarque dans la figure 5.12 que la commande en couple permet alors de centrer le glissement longitudinal sur sa valeur désirée, à savoir  $-0.1$ , ce qui diminue la distance d’arrêt à 3,75 m. Cependant, cette distance d’arrêt optimisée n’est alors pas anticipable à partir des conditions d’évolution connues au temps  $t = 10s$ .

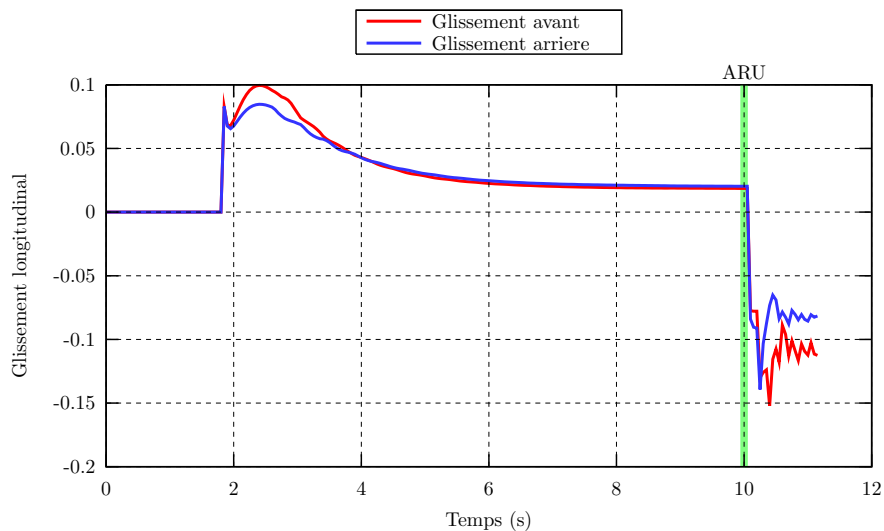


FIGURE 5.12 – Glissements réels au cours de la procédure d’arrêt d’urgence avec les rigidités longitudinales adaptées en temps réel

## 5.3 Distances d'évitement

Dans la gestion de la sécurité de la flotte, la seconde stratégie envisagée est l'évitement d'un robot défaillant (ou d'un obstacle statique quelconque). Dans ce cas, on considère que le véhicule continuera son avance à la vitesse désirée mais se décalera latéralement pour passer au large du véhicule arrêté avant de reprendre sa place initiale dans la formation. Afin d'estimer les distances de sécurité minimales entre les robots, il faut quantifier le décalage latéral atteignable en fonction de la distance entre les véhicules.

Une distance latérale  $y_{min} = \frac{3}{2} \cdot V$ , où  $V$  est la voie du véhicule (voir figure 2.3), est posée comme l'écart latéral minimal à respecter entre les deux véhicules lorsque le second véhicule, en train de contourner le premier, arrive à la hauteur de celui-ci. En notant 1 le véhicule de tête à l'arrêt, et 2 le véhicule suiveur en phase d'évitement, cette condition se traduit par :

$$|d_{2/1}| = |s_1 - s_2| \leq L \implies |y_2 - y_1| \geq \frac{3}{2} \cdot V \quad (5.37)$$

Différentes trajectoires d'évitement sont envisagées, liées à la stratégie de choix de l'angle de braquage. À chaque fois, on établit le décalage pour un angle de braquage positif (décalage à gauche) et pour un angle négatif (décalage à droite). En ligne droite, les deux options seront identiques mais dans les virages, le véhicule aura une capacité de contre-braquage supérieure à sa réserve de braquage ; si l'écart latéral entre les deux véhicules est initialement nul, il sera alors plus facile d'éviter un véhicule en se décalant sur l'extérieur du virage.

### 5.3.1 Trajectoire d'évitement cinématique

La commande de l'angle de braquage  $\delta^F$  établie en (3.11) permet de faire converger le véhicule à une distance  $y^{des}$  de la trajectoire en annulant l'erreur de positionnement latéral  $\varepsilon^y$  en une distance  $d$  dépendante des paramètres de la loi de commande. L'inversion de cette loi permet alors de calculer l'échelon d'écart latéral  $\Delta y_{max}$  conduisant la commande de braquage à sa valeur maximale  $\delta_{max}^F$  fixée d'après les capacités du véhicule.

$$\Delta y_{max} = \frac{1}{K_p} \left[ c(s) (1 - c(s)y) \left( 1 + 2 \tan^2 (\tilde{\theta} + \beta^R) \right) - K_d (1 - c(s)y) \tan(\tilde{\theta} + \beta^R) - \frac{(1 - c(s)y)^2}{\cos^3(\tilde{\theta} + \beta^R)} \cos \beta^R \frac{\tan(\delta_{max}^F + \beta^F) - \tan(\beta^R)}{L} \right] \quad (5.38)$$

Cet échelon de consigne conduira donc le véhicule à se décaler d'une distance  $\Delta y_{max}$  de la trajectoire suivant un profil du second ordre. On considère toujours que les paramètres de la loi de commande ont été choisis tels que  $K_p = \frac{K_d^2}{4}$ . L'évolution de l'écart latéral suit donc la relation (3.12), reformulée ci-après en termes d'écart latéral par rapport à la trajectoire :

$$y_2(s) = y_2(0) + \Delta y_{max} - \Delta y_{max} \cdot \left( 1 + \frac{K_d}{2} \cdot s \right) \cdot e^{-\frac{K_d}{2} \cdot s} \quad (5.39)$$

en notant 0 la position actuelle, à partir de laquelle on envisage les trajectoires d'évitement.

En fonction de la position des deux véhicules, plusieurs cas se présentent alors :

1. si l'écart latéral actuel entre les véhicules est supérieur à la distance de sécurité :

$$|y_2(0) - y_1(0)| \geq y_{min} \quad (5.40)$$

alors il n'y a pas de problème de sécurité, le véhicule suiveur est déjà à une distance latérale suffisante pour éviter le véhicule à l'arrêt.

2. sinon, si l'écart actuel et l'écart maximal sont inférieurs à la distance de sécurité :

$$\begin{cases} |y_2(0) - y_1(0)| < y_{min} \\ |y_2(0) - y_1(0) + \Delta y_{max}| < y_{min} \end{cases} \quad (5.41)$$

alors l'échelon de décalage ne suffira pas à assurer un écart latéral suffisant entre les véhicules, et ce quelle que soit l'interdistance initiale les séparant.

3. dans le dernier cas, on a :

$$\begin{cases} |y_2(0) - y_1(0)| < y_{min} \\ |y_2(0) - y_1(0) + \Delta y_{max}| \geq y_{min} \end{cases} \quad (5.42)$$

lorsque le véhicule suiveur atteindra le décalage maximal  $y_2(0) + \Delta y_{max}$ , la distance latérale entre les véhicules sera supérieure à la distance minimale, le véhicule suiveur peut alors se mettre en sécurité.

On s'intéresse alors à l'influence de l'interdistance initiale entre les véhicules  $d_{2/1}$  :

- (a) si l'interdistance initiale est supérieure à la distance d'établissement de l'échelon d'écart latéral, à savoir :

$$|y_2(d_{2/1} - L) - y_1(0)| \geq y_{min} \quad (5.43)$$

alors, en déclenchant la procédure d'évitement à l'instant initial, le véhicule suiveur aura atteint la distance minimale de sécurité lorsqu'il sera à hauteur du véhicule arrêté. Le couple  $\{y_2(0) - y_1(0), d_{2/1}\}$  est donc une configuration sûre pour la formation, permettant l'évitement en cas de défaillance du premier.

- (b) sinon, lorsque le véhicule suiveur atteint le véhicule défaillant, la distance latérale entre les véhicules est inférieure à la distance de sécurité :

$$|y_2(d_{2/1} - L) - y_1(0)| < y_{min} \quad (5.44)$$

Le véhicule suiveur atteindra l'écart minimal  $y_{min}$  mais à une distance supérieure à l'interdistance initiale  $d_{2/1}$ .

---

Ces différentes situations sont illustrées en figure 5.13 où sont représentées les positions initiales des véhicules et la trajectoire d'évitement envisagée pour le véhicule suiveur.

Cette démarche d'évaluation de la trajectoire d'évitement est effectuée pour les couples distances latérales-longitudinales actuelles et désirées afin de vérifier que non seulement la configuration actuelle mais aussi la configuration vers laquelle tend la formation sont sûres.

Parmi les situations possibles, les cas 1 et 3a sont des situations dans lesquelles la sécurité est immédiatement assurée, soit le véhicule est déjà suffisamment décalé latéralement soit on s'est assuré qu'il pourrait le faire au long de l'interdistance le séparant du véhicule défaillant. Au contraire, les situations 2 et 3b ne sont pas des situations sûres étant données les positions  $(y_2(0) - y_1(0), d_{2/1})$  actuelles et les capacités de décalage du véhicule suiveur. Le véhicule suiveur est latéralement trop proche du véhicule défaillant et ne pourra le contourner avec un écart latéral supérieur à la distance de sécurité minimale, soit parce qu'il n'atteindra jamais l'écart latéral suffisant, soit parce qu'il l'atteindra au bout d'une interdistance supérieure à la distance initiale entre les véhicules. Les distances désirées entre les véhicules doivent donc être modifiées pour que le suiveur revienne dans une position où il pourra éviter le véhicule précédent en cas de défaillance. On envisage indépendamment la modification de l'écart latéral désiré ou de l'interdistance désirée, suivant les spécifications de l'application désirée.

### 5.3.2 Régulation latérale

Lorsque l'application envisagée pour le parcours de trajectoire en formation privilégie la « compacité » de la formation et le respect des interdistances (distances curvilignes), la mise en sécurité se fera par la modification des distances latérales entre les véhicules.

Pour chaque couple de véhicules adjacents, on vérifie la configuration de sécurité dans laquelle se trouve le suiveur en cas de défaillance et d'arrêt du véhicule précédent. S'il se trouve dans un cas où la sécurité n'est pas assurée (sa trajectoire d'évitement ne pourra le conduire à un écart latéral suffisant du véhicule défaillant au long de l'interdistance), alors la distance latérale désirée de ce véhicule par rapport à la trajectoire va être modifiée pour ramener le véhicule vers une position sécurisée. D'après l'équation (5.39), l'écart latéral entre les deux véhicules lorsque le suiveur atteint le véhicule arrêté est estimé à :

$$\Delta y_{2/1}(d_{2/1} - L) = \left| y_2(0) - y_1(0) + \Delta y_{max} - \Delta y_{max} \cdot \left( 1 + \frac{K_d}{2} \cdot (d_{2/1} - L) \right) \cdot e^{-\frac{K_d}{2} \cdot (d_{2/1} - L)} \right| < y_{min} \quad (5.45)$$

La quantité  $y_{min} - \Delta y_{2/1}(s - L)$  représente alors l'écart latéral manquant entre les véhicules pour que le véhicule suiveur soit dans la zone de sécurité. Pour revenir dans une configuration sécurisée, l'écart latéral désiré du véhicule suiveur à la trajectoire est modifié, augmenté de cette distance manquante.

$$y_{sec}^{des} = y^{des} + y_{min} - \Delta y_{2/1}(d_{2/1} - L) \quad (5.46)$$

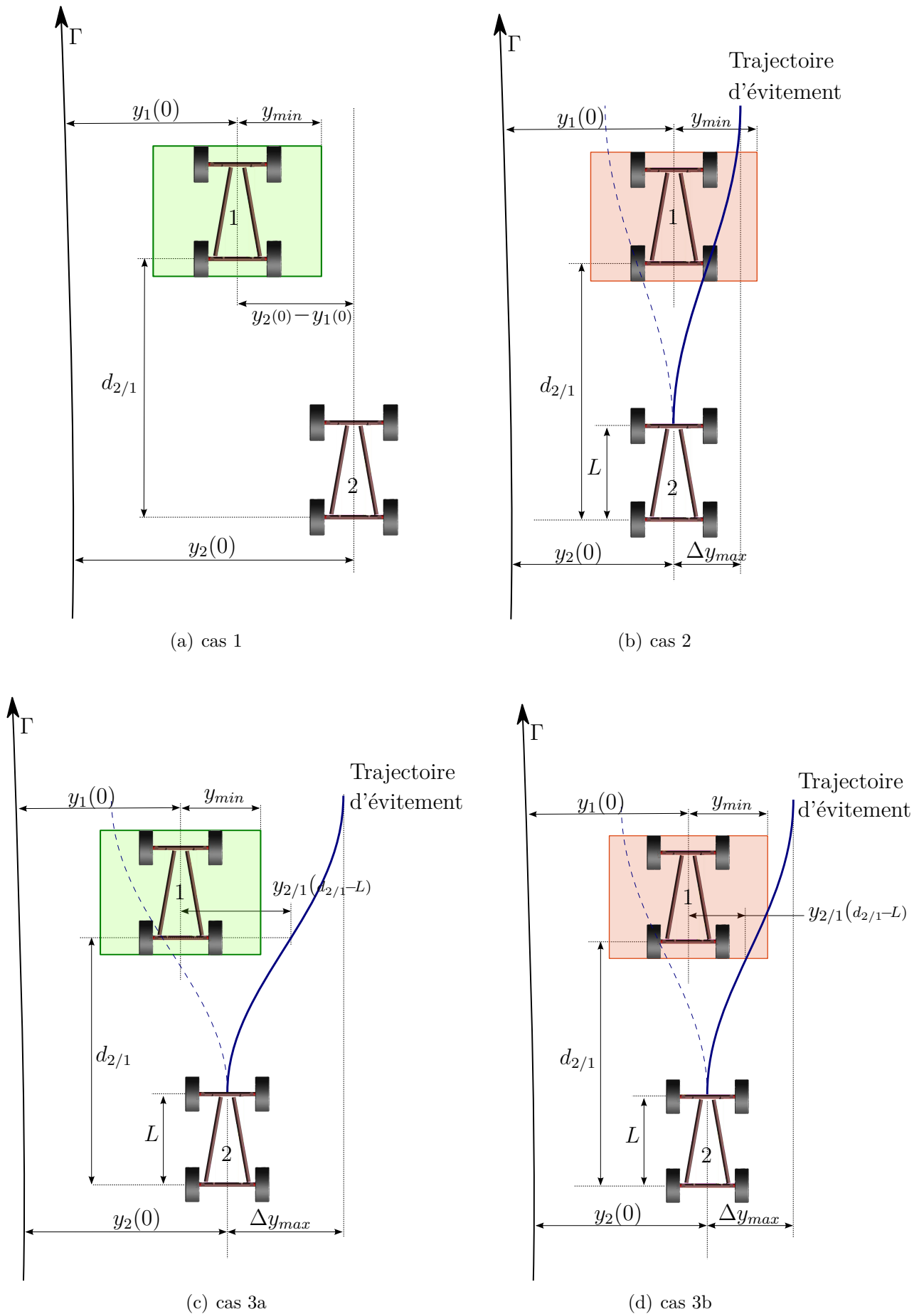


FIGURE 5.13 – Distances et trajectoires d'évitement dans les différentes situations

### 5.3.3 Régulation longitudinale

Le second mode de régulation considéré s'adresse à des contextes applicatifs où le respect de la répartition latérale est privilégié, pour des recouvrements optimum de surface par exemple. En fonctionnement nominal, l'écart latéral désiré ne sera alors pas modifié. Pour assurer la sécurité de la formation, les véhicules augmenteront au besoin leurs interdistances désirées. En cas de danger seulement, les véhicules enclencheront la procédure d'évitement et se décaleront latéralement suivant la trajectoire d'évitement définie; la régulation de l'interdistance désirée permettant d'assurer que la trajectoire d'évitement conduit à éviter le véhicule défaillant.

Si, pour un couple de véhicules de la flotte, le véhicule suiveur se trouve dans la situation de sécurité 2 où la commande de braquage maximal ne permettra pas d'atteindre la distance latérale de sécurité après l'établissement de l'échelon d'écart latéral, alors cette régulation longitudinale ne permettra pas d'atteindre de zone de sécurité pour l'évitement et d'autres stratégies seront envisagées (régulation latérale, arrêt d'urgence, etc.).

Dans le dernier cas où la sécurité n'est pas immédiatement garantie (la situation 3b), la commande de braquage ne permettra pas d'atteindre la distance latérale de sécurité lorsque le véhicule suiveur rejoindra le véhicule de tête, mais celle-ci sera atteinte lorsque l'échelon latéral sera établi. Une augmentation de l'interdistance entre les véhicules permettra donc de se replacer en situation où la sécurité est assurée. L'interdistance minimale de sécurité  $d_{sec}^{des}$  entre les véhicules sera définie par la distance nécessaire au véhicule suiveur pour atteindre la distance latérale de sécurité par rapport au robot de tête, étant donnés les écarts latéraux initiaux des deux véhicules.

$$d_{sec}^{des} \stackrel{\text{def}}{=} d \quad | \quad y_2(d - L) - y_1(0) = y_{min} \quad (5.47)$$

La détermination de l'interdistance de sécurité passe donc par l'inversion de la relation (5.39) décrivant l'évolution de l'écart latéral à la trajectoire en fonction de la distance  $s$  parcourue le long de la trajectoire d'évitement. Cette relation peut être réécrite sous la forme :

$$\begin{aligned} y_2(0) + \Delta y_{max} - y_2(s) &= \Delta y_{max} \cdot \left(1 + \frac{K_d}{2} \cdot s\right) \cdot e^{-\frac{K_d}{2} \cdot s} \\ \frac{y_2(0) + \Delta y_{max} - y_2(s)}{\Delta y_{max}} &= \left(1 + \frac{K_d}{2} \cdot s\right) \cdot e^{-\frac{K_d}{2} \cdot s} \\ \frac{y_2(s) - y_2(0) - \Delta y_{max}}{e \cdot \Delta y_{max}} &= \left(-1 - \frac{K_d}{2} \cdot s\right) \cdot e^{-1 - \frac{K_d}{2} \cdot s} \end{aligned} \quad (5.48)$$

Cette expression est de la forme  $z = we^w$ , dont l'inverse est définie par la fonction de Lambert  $W$ , d'où

$$-1 - \frac{K_d}{2} \cdot s = W \left( \frac{y_2(s) - y_2(0) - \Delta y_{max}}{e \cdot \Delta y_{max}} \right) \quad (5.49)$$



Finalement, on a l'expression de la distance parcourue le long de la trajectoire de référence, depuis la position initiale, en fonction de l'écart latéral  $y_2$

$$s(y_2) = \frac{2}{K_d} \left( -1 - W \left( \frac{y_2 - y_2(0) - \Delta y_{max}}{e \cdot \Delta y_{max}} \right) \right) \quad (5.50)$$

La fonction de Lambert  $W$ , représentée en figure 5.14, est définie en deux branches, limitées par les deux intervalles injectifs de la fonction  $f(w) = w \cdot e^w$  dont elle est la réciproque. Or,

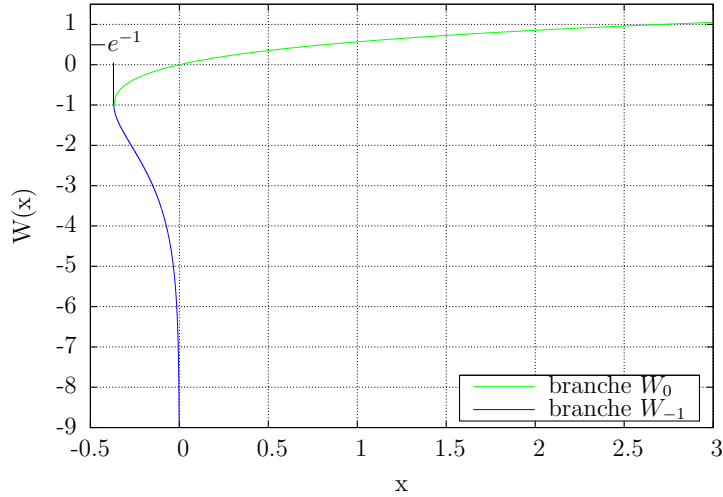


FIGURE 5.14 – Fonction  $W$  de Lambert avec ses deux branches

l'écart latéral  $y_2$  variant au long de la trajectoire d'évitement de l'écart initial  $y_2(0)$  à celui-ci augmenté de l'échelon d'écart latéral  $\Delta y_{max}$ , l'argument de la fonction de Lambert vérifie :

$$y_2 \in [y_2(0), y_2(0) + \Delta y_{max}[ \implies \frac{y_2 - y_2(0) - \Delta y_{max}}{e \cdot \Delta y_{max}} \in [-e^{-1}, 0[ \quad (5.51)$$

La relation (5.50) utilise donc la branche dite  $W_{-1}$ , en bleu sur la figure 5.14, vérifiant :

$$\forall x \in [-e^{-1}, 0[, \quad W_{-1}(x) \in ]-\infty, -1] \quad (5.52)$$

L'écart latéral de sécurité est une distance  $y_{min}$  par rapport au véhicule 1, ce qui se traduit par une distance  $y_1(0) + y_{min}$  par rapport à la trajectoire. Or, le couple de véhicules se trouve dans la situation où  $y_2(0) < y_1(0) + y_{min} \leq y_2(0) + \Delta y_{max}$ , le véhicule 2 atteint bien l'écart latéral de sécurité au cours de sa manœuvre d'évitement. On peut alors calculer, d'après l'équation (5.50), la distance le long de la trajectoire au bout de laquelle le véhicule 2, en suivant sa trajectoire d'évitement, atteint l'écart latéral de sécurité. L'interdistance désirée entre les véhicules est ainsi adaptée à :

$$\begin{aligned} d_{sec}^{des} &= s(y_1(0) + y_{min}) + L \\ &= \frac{2}{K_d} \left( -1 - W_{-1} \left( \frac{y_1(0) - y_2(0) + y_{min} - \Delta y_{max}}{e \cdot \Delta y_{max}} \right) \right) + L \end{aligned} \quad (5.53)$$

On ajoute à la distance longitudinale pour l'évitement la longueur totale du véhicule (valeur de l'empattement + distances des essieux aux extrémités avant et arrière) pour que le véhicule atteigne l'écart latéral de sécurité lorsque l'avant du véhicule 2 arrive à la hauteur de l'arrière du véhicule 1.

### 5.3.4 Résultats de simulation

Ces stratégies d'évitement ont été testées en simulation, par le biais du simulateur Matlab®. On met en place un convoi de 2 véhicules parcourant une trajectoire quelconque préenregistrée et entièrement connue par les deux parties. Le véhicule leader porte une vitesse d'avance constante de 3 m.s<sup>-1</sup>. Le véhicule suiveur doit alors maintenir sa position latérale par rapport à la trajectoire de référence et son interdistance curviligne par rapport au véhicule leader à leurs valeurs désirées définies par le système (5.54).

$$\begin{cases} y^{des}(s) = 2 + \sin\left(\frac{s}{10} \cdot \pi - t_h^\delta\right) \\ d^{des} = 2 \end{cases} \quad (5.54)$$

L'interdistance désirée entre les véhicules est constante tandis que l'écart latéral désiré du suiveur à la trajectoire est variable, évoluant de manière sinusoïdale au long de l'abscisse curviligne. Ces distances désirées et leurs variations étant initialement connues, le véhicule suiveur calcule ses commandes de vitesse et d'angle de braquage suivant les algorithmes prédictifs présentés au chapitre 3 dont il a été montré qu'ils permettent d'atteindre une haute précision de positionnement, y compris lors de la gestion des distances variables.

En marge de ces algorithmes de commande est ajouté un bloc d'estimation des distances minimales de sécurité pour l'évitement du véhicule leader. Ce bloc est inséré entre le bloc de reconstruction de l'état à partir des mesures et le bloc de calcul des commandes. À partir de l'état du véhicule et des distances (latérale et longitudinale) actuelles entre le leader et le suiveur, ce dernier estime ses deux trajectoires d'évitement maximales possibles, tel qu'illustré en figure 5.15. Si au moins une de ces deux trajectoires conduit, au bout de l'interdistance initiale entre les véhicules, à un écart latéral du suiveur par rapport au leader supérieur à l'écart minimal de sécurité alors la position actuelle du suiveur est considérée comme sûre et le processus d'asservissement continue sans modification. Si au contraire aucune des deux trajectoires ne permet de se décaler suffisamment, de nouvelles distances désirées inter-véhicules sont estimées. Afin de respecter les exigences de sécurité, le véhicule suiveur peut se décaler latéralement ou augmenter son interdistance. Chacune de ces régulations possibles fait l'objet d'une simulation. Les résultats de la régulation latérale sont présentés en figures 5.16 et 5.17 tandis que les résultats de la régulation longitudinale sont illustrés par les figures 5.18 et 5.19.

Dans le cas de la régulation latérale, si le décalage maximal est insuffisant, la distance latérale désirée est augmentée de l'écart manquant entre le décalage maximal et la distance

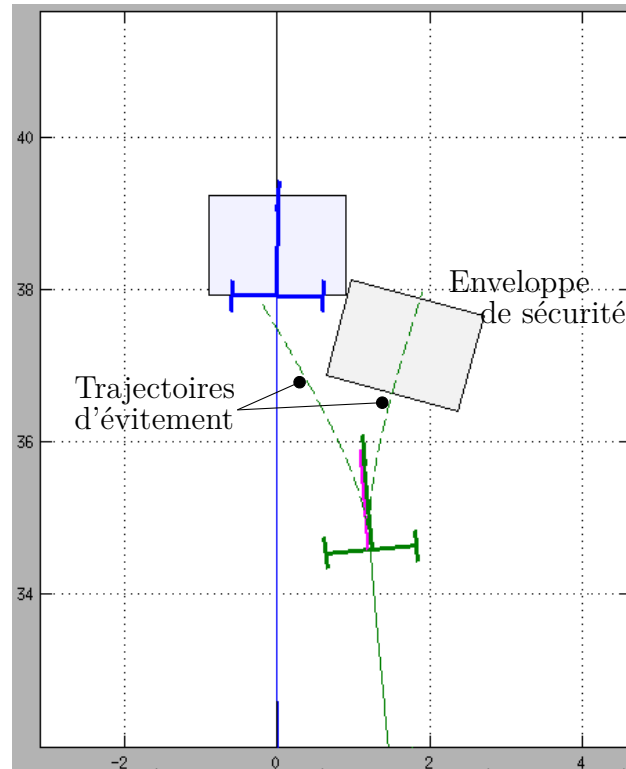


FIGURE 5.15 – Trajectoires d'évitement envisagées du suiveur au cours du suivi de trajectoire

minimale de sécurité, tel que l'on peut voir sur la figure 5.16 représentant l'écart latéral désiré initial (sous forme sinusoïdale en pointillés noirs) et l'écart désiré adapté par l'algorithme de vérification de la sécurité (en trait plein noir), ainsi que l'écart latéral réel (en trait plein rouge). L'écart longitudinal désiré n'est quant à lui pas modifié. Au cours du suivi, tant que

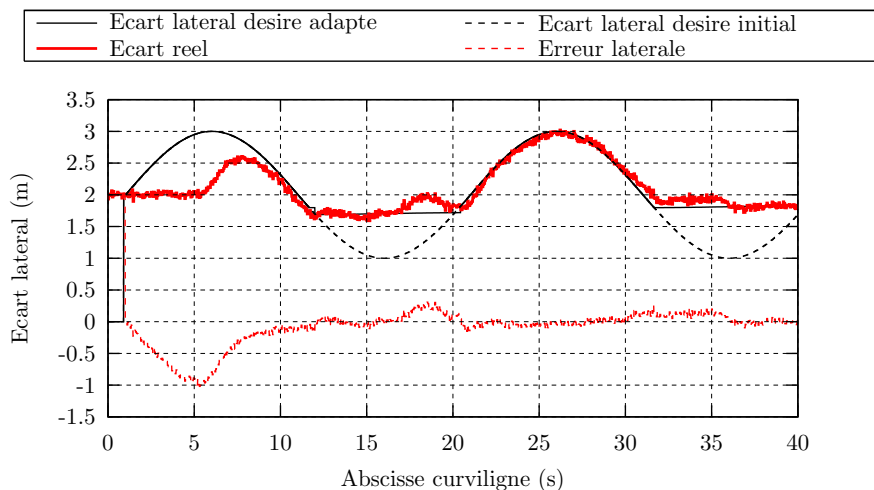


FIGURE 5.16 – Écart latéral du véhicule suiveur dans le cas de la régulation latérale

l'écart latéral réel est supérieur à l'écart minimal de sécurité (1,8 m dans ce cas), il n'y a pas de problème de sécurité et les distances latérales désirées ne sont pas modifiées. Entre les abscisses curvilignes 12 m et 20 m puis entre 32 m et 40 m, l'écart latéral désiré sinusoïdal passe en dessous de l'écart minimal de sécurité. Dans ce cas, l'écart désiré est modifié. Compte

tenu de la faible interdistance (2 m) entre les véhicules, les trajectoires d'évitement du suiveur ne permettent pas de se décaler latéralement d'une distance importante au cours du parcours de cette interdistance. Par conséquent, l'écart latéral adapté pour le suiveur est légèrement inférieur mais proche de l'écart minimal de sécurité. De plus, les conditions d'évolution sur ces intervalles étant à peu près constantes, l'écart latéral désiré adapté pour respecter la sécurité est lui aussi constant. Durant tout le parcours avec les écarts latéraux variables et adaptés, on vérifie sur la figure 5.17 que l'interdistance reste bien asservie sur sa valeur désirée de 2 m sans modification ni écart.

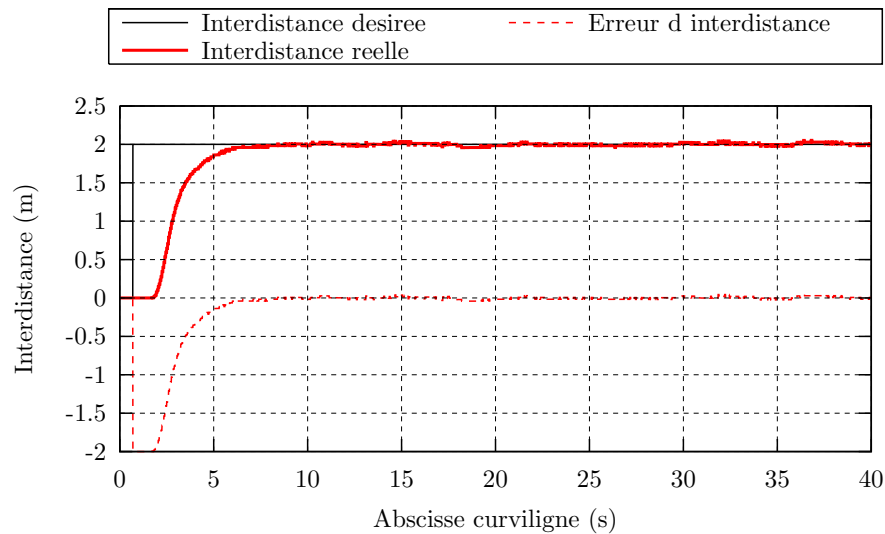


FIGURE 5.17 – Interdistance du véhicule suiveur dans le cas de la régulation latérale

Dans le cas de la régulation longitudinale, l'écart latéral désiré n'est pas modifié et le véhicule s'asservit latéralement sur l'écart sinusoïdal désiré, tel que présenté en figure 5.18, et ce quelles que soient les conditions de sécurité de l'évolution. La sécurité est alors assurée par l'adaptation en ligne de l'interdistance désirée. De la même manière que précédemment, la sécurité est assurée sans modification sur l'interdistance désirée sur les intervalles d'abscisse curviligne  $[0, 12]$  et  $[20, 32]$ . Tel que l'on peut voir sur la figure 5.19, l'interdistance désirée reste donc constante à 2 m et l'asservissement du véhicule est alors parfaitement respecté. Lorsque l'on entre dans les intervalles où les distances désirées initiales ne permettent plus d'assurer la sécurité, le véhicule estime, d'après l'état actuel, l'interdistance minimale entre les véhicules conduisant une des trajectoires d'évitement à atteindre l'écart minimal de sécurité au bout de cette interdistance. L'interdistance désirée du suiveur par rapport au leader est finalement modifiée et définie comme cette interdistance minimale. Sur la simulation, on note que l'interdistance de sécurité augmente lorsque l'écart latéral désiré diminue et les variations d'interdistance minimales pour la sécurité suivent donc les variations d'écart latéral.

Les variations d'interdistance désirée n'étant pas anticipables, l'interdistance désirée future pour l'algorithme de prédiction est arbitrairement augmentée de la même quantité que l'ajout d'interdistance effectué pour la valeur désirée actuelle. Cela conduit, pour le suivi réel, l'interdistance réelle du véhicule suiveur par rapport au véhicule leader à suivre les variations

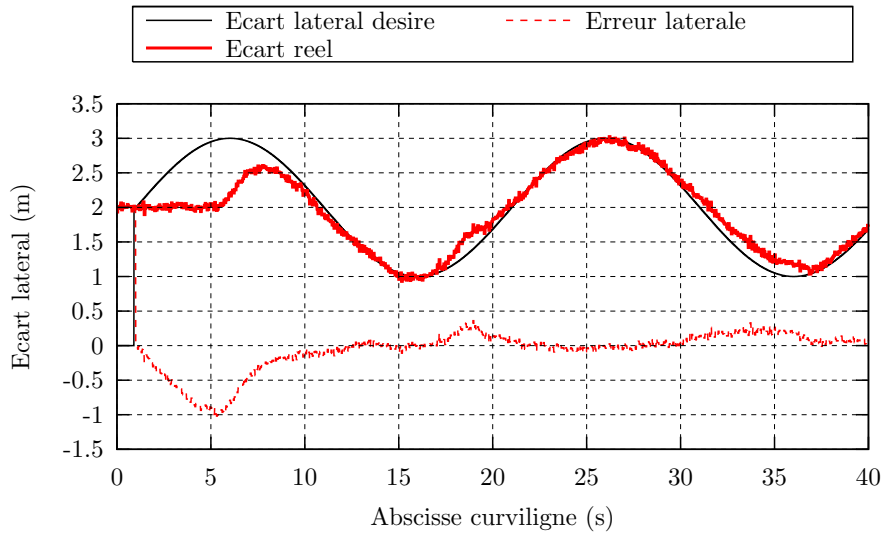


FIGURE 5.18 – Écart latéral du véhicule suiveur dans le cas de la régulation longitudinale

d'interdistance désirée mais avec un décalage temporel. Ce retard n'était pas apparu avec la régulation latérale car, quel que soit l'écart latéral initialement désiré, l'écart latéral assurant la sécurité est à peu près constant donc le véhicule s'asservit parfaitement sur cette distance modifiée mais constante.

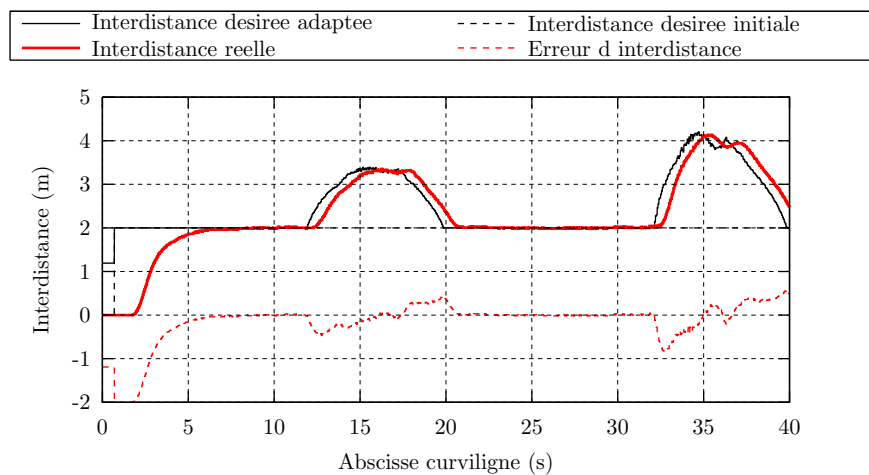


FIGURE 5.19 – Interdistance du véhicule suiveur dans le cas de la régulation longitudinale

### 5.3.5 Autres trajectoires d'évitement envisagées

La trajectoire d'évitement cinématique définie en 5.3.1 est construite à partir de la loi de commande de braquage. On en déduit un échelon d'écart latéral désiré. Celui-ci sera atteignable car la commande de braquage résultante ne dépassera pas les capacités de braquage du véhicule. Cependant, la commande d'angle de braquage maximal n'est envoyée qu'au début de la trajectoire tel qu'on peut le voir dans la figure 3.2 décrivant l'évolution de l'angle de braquage théorique au long de la trajectoire de convergence vers l'écart latéral désiré.

La trajectoire d'évitement ainsi définie n'est donc pas la plus optimale, celle conduisant au plus grand décalage latéral. On examine alors l'effet de l'envoi de la commande de braquage maximal sur tout ou partie de la procédure d'évitement pour déterminer la trajectoire d'évitement définie et la position du véhicule suiveur lorsqu'il atteint le véhicule arrêté.

Tout d'abord, l'envoi de la commande de braquage maximal durant toute la procédure d'évitement permet effectivement de s'éloigner latéralement au plus vite du robot défaillant.

$$\delta_{ev}^C = \pm \delta_{max}^F \quad (5.55)$$

Il faut néanmoins vérifier que cette commande maximale n'entraîne pas le véhicule à tourner jusqu'à évoluer perpendiculairement à la direction de la trajectoire, puisque les modèles se trouvent alors dans une singularité. De plus, continuer à envoyer l'angle de braquage maximal impliquera que le véhicule revient sur ses pas ( $\dot{s}_2 < 0$ ) ; on s'éloigne alors de la trajectoire d'évitement la plus efficace consistant à s'écarter latéralement au maximum avant d'atteindre longitudinalement le véhicule arrêté. La commande de braquage durant l'évitement doit donc être fixée à sa valeur maximale, et bridée si la direction d'évolution du véhicule s'approche de la perpendiculaire à la direction d'évolution désirée le long de la trajectoire. Cette commande permet donc de s'écarter au maximum du véhicule arrêté. Cependant, une fois celui-ci dépassé, le véhicule 2 sera sorti de la zone de danger et reviendra à son objectif premier, à savoir le suivi de la trajectoire. Or, la stratégie d'évitement à braquage maximal implique d'augmenter au maximum aussi l'écart de cap. Le retour au suivi de trajectoire désiré prendra donc une distance de convergence d'autant plus importante que l'erreur de cap initiale sera grande.

Dans un deuxième temps, une stratégie d'évitement hybride est définie. Son but est de s'écarter au maximum du robot arrêté en un minimum de distance parcourue, tout en s'assurant, une fois celui-ci dépassé, de pouvoir continuer le suivi de la trajectoire. Cela se traduit par l'utilisation du braquage maximal (pour les déplacements latéraux les plus grands) et l'objectif d'une erreur de cap nulle à l'abscisse curviligne du véhicule arrêté. Plus précisément, la commande d'évitement consiste alors à envoyer le braquage maximal jusqu'à la moitié de la distance initiale séparant les deux robots, puis le braquage opposé. L'évolution cinématique théorique suit donc :

$$\dot{\tilde{\theta}}_2 = \begin{cases} v \cdot \left( \cos \beta^R \frac{\tan(\delta_{max}^F + \beta^F) - \tan(\beta^R)}{L} - \frac{c(s) \cos(\tilde{\theta} + \beta^R)}{1 - c(s) y(s)} \right) & \text{si } 0 \leq s < \frac{d_{2/1} - L}{2} \\ v \cdot \left( \cos \beta^R \frac{\tan(-\delta_{max}^F + \beta^F) - \tan(\beta^R)}{L} - \frac{c(s) \cos(\tilde{\theta} + \beta^R)}{1 - c(s) y(s)} \right) & \text{si } \frac{d_{2/1} - L}{2} \leq s < d_{2/1} - L \end{cases} \quad (5.56)$$

Il faut cependant s'assurer que l'évolution désirée ainsi définie avec le braquage maximal est réalisable. En effet, on retrouve la même limite que précédemment, il faut vérifier que le cap du véhicule ne devient pas perpendiculaire à la direction de la trajectoire ( $|\tilde{\theta}| < \frac{\pi}{2}$ ). On ajoute alors à la définition de cette trajectoire un garde-fou imposant que lorsque l'on atteint cette

limite, on passe à la seconde partie de la trajectoire ( $\delta^C = -\delta_{max}^F$ ). En pratique, cette situation se rencontrera uniquement lorsque les distances inter-véhicules initiales sont importantes, et donc les problèmes de sécurité moindres. L'objectif de l'estimation de ces trajectoires d'évitement étant au contraire de chercher à minimiser les distances inter-véhicules au sein de la flotte tout en garantissant la sécurité, on peut considérer pour le calcul de la trajectoire définie que cette situation ne sera pas atteinte et conserver les deux phases de la trajectoire définies en fonction de la distance parcourue en (5.56).

Il a déjà été précisé que dans le cadre de la procédure d'évitement, la vitesse resterait constante à la vitesse d'avance désirée. Dans le cas où la trajectoire de référence est droite ( $c(s) = 0$ ), et en considérant les glissements constants, les deux vitesses angulaires  $\dot{\theta}_{2+}$  et  $\dot{\theta}_{2-}$  (pour chacun des signes de l'angle de braquage maximal) sont alors constantes et l'erreur de cap évoluera linéairement au cours du temps. La distance curviligne parcourue et l'écart latéral par rapport à la position initiale suivent donc la relation :

$$\begin{cases} s(t) = \int_0^t v \cdot \cos \left( \dot{\theta}_2 \cdot t + \tilde{\theta}_2(0) + \beta^R \right) dt & = \frac{v}{\dot{\theta}_2} \sin \left( \dot{\theta}_2 \cdot t + \tilde{\theta}_2(0) + \beta^R \right) \\ y(t) = \int_0^t v \cdot \sin \left( \dot{\theta}_2 \cdot t + \tilde{\theta}_2(0) + \beta^R \right) dt & = -\frac{v}{\dot{\theta}_2} \cos \left( \dot{\theta}_2 \cdot t + \tilde{\theta}_2(0) + \beta^R \right) \end{cases} \quad (5.57)$$

d'où l'évolution de l'écart latéral peut être exprimée en fonction de l'abscisse curviligne par :

$$y(s) = -\frac{v}{\dot{\theta}_2} \cos \left( \arcsin \left( \frac{\dot{\theta}_2 \cdot s}{v} \right) \right) \quad (5.58)$$

Le décalage latéral total sur la trajectoire d'évitement est la somme de la distance parcourue à braquage maximal positif et de celle parcourue à braquage maximal négatif :

$$y_2(d) = -\frac{v}{\dot{\theta}_{2+}} \cos \left( \arcsin \left( \frac{\dot{\theta}_{2+} \cdot d}{2 \cdot v} \right) \right) - \frac{v}{\dot{\theta}_{2-}} \cos \left( \arcsin \left( \frac{\dot{\theta}_{2-} \cdot d}{2 \cdot v} \right) \right) \quad (5.59)$$

Pour des trajectoires non rectilignes, le calcul du décalage latéral au cours de la trajectoire d'évitement n'est plus aussi direct. En effet,  $\dot{\theta}_2$  n'est plus constant par partie, dû à l'évolution de la courbure. L'établissement de l'écart maximal total doit donc passer par intégrations successives des vitesses curvilignes et latérales sur la durée nécessaire au véhicule 2 pour parcourir l'interdistance initiale entre les deux véhicules.

Cette estimation du décalage latéral est cependant toujours simplifiée pour des glissements constants au cours de la procédure et égaux à leurs valeurs initiales. Or l'évitement impose de grands angles de braquage, ce qui crée une dynamique latérale importante qui augmente fortement les glissements. La modélisation de l'évolution du véhicule lors d'une telle trajectoire d'évitement doit donc être enrichie par un estimateur de la dynamique latérale. Cela conduira à estimer et adapter les angles de glissements dans le modèle cinématique à chaque position

successive au long de la trajectoire d'évitement. C'est dans ces conditions que le comportement d'évitement estimé à braquages maximaux sera représentatif de l'évolution réelle.



## 5.4 Synthèse de la mise en sécurité de la formation

Les véhicules composant la formation doivent être en capacité à tout instant d'éviter la collision avec tout autre véhicule en cas de défaillance de ce dernier. On étudie le cas où un véhicule de la flotte, noté 1, subit une défaillance et s'arrête brusquement à sa dernière position communiquée. Le véhicule immédiatement suivant, noté 2, est-il alors en capacité d'éviter la collision ?

Pour le déterminer, deux stratégies d'urgence sont élaborées. Tout d'abord, la caractérisation des interactions roues-sol permet d'extrapoler (à rigidités longitudinales constantes) sur les efforts longitudinaux maximum transmissibles. On en déduit la distance d'arrêt minimale lors d'un arrêt d'urgence commandé en couple. Parallèlement, la structure de la commande de braquage telle que définie au chapitre 3 permet de déduire de l'angle de braquage maximal du véhicule deux trajectoires d'évitement (une pour le braquage maximal positif, et l'autre pour le braquage maximal négatif). Ces deux trajectoires ainsi que la distance d'arrêt permettent alors de définir différentes zones d'évolution du véhicule, tel qu'illustré en figure 5.20. Ces zones d'évolution permettent de déduire les distances de sécurité minimales autour du véhicule 2 pour qu'il puisse éviter la collision.

Si le véhicule 1 se trouve positionné latéralement par rapport au véhicule 2 à une distance supérieure à l'écart latéral minimal de sécurité fixé, alors on considère que le véhicule 2 est en sécurité. En cas d'arrêt du véhicule 1, il pourra continuer sa course sans risquer la collision. De même, si l'interdistance entre les deux véhicules est supérieure à la distance d'arrêt d'urgence (zone jaune sur la figure 5.20), alors le véhicule 2 aura la place de freiner et s'arrêter avant la collision, il est donc en sécurité. Lorsque le véhicule 1 arrêté, positionné par rapport au véhicule 2, se trouve dans la zone bleue sur la figure 5.20, alors une des trajectoires d'évitement permettra au robot 2 de se décaler latéralement suffisamment pour éviter la collision en dépassant le robot 1. Enfin, les zones vertes sur la figure 5.20 représentent les zones où plusieurs des stratégies d'urgence permettent d'éviter la collision. Dans toutes ces zones, le véhicule suiveur a la possibilité d'éviter le véhicule arrêté à partir de sa position actuelle.

Au contraire, si le véhicule 1 par rapport au véhicule 2 se trouve positionné dans la zone représentée en mauve sur la figure 5.20, l'interdistance n'est pas suffisante pour que le véhicule 2 puisse s'arrêter avant la collision et l'écart latéral n'est pas assez important pour qu'il puisse se décaler suffisamment pour éviter le véhicule arrêté. La sécurité n'est alors pas assurée. Pour y remédier, la position désirée du véhicule 2 au sein de la formation est modifiée en ligne. La première possibilité est d'augmenter l'écart latéral désiré du véhicule 2 à la trajectoire, afin de revenir dans la zone où la trajectoire d'évitement permet d'éviter la collision. Sinon, l'interdistance entre les véhicules est augmentée. L'interdistance modifiée désirée est posée comme le minimum entre la distance d'arrêt d'urgence et la distance intervéhicules permettant, à écart latéral fixe, de revenir dans la zone où la trajectoire d'évitement permet d'éviter la collision.

Les écarts latéraux désirés des véhicules à la trajectoire et les interdistances désirées entre les véhicules sont modifiés en ligne, et ramènent la position désirée de chaque véhicule dans la zone où la non-collision entre les véhicules peut être garantie. Chaque véhicule élabore alors sa commande de braquage et sa commande de vitesse tel que présenté au chapitre 3. Or, ces lois de commandes latérales et longitudinales gèrent toutes les deux les écarts désirés variables en gardant la même précision d'asservissement. Cela permet donc d'assurer que chaque véhicule de la formation converge effectivement vers sa position désirée modifiée et qu'ainsi la non-collision entre les véhicules de la flotte peut être garantie.

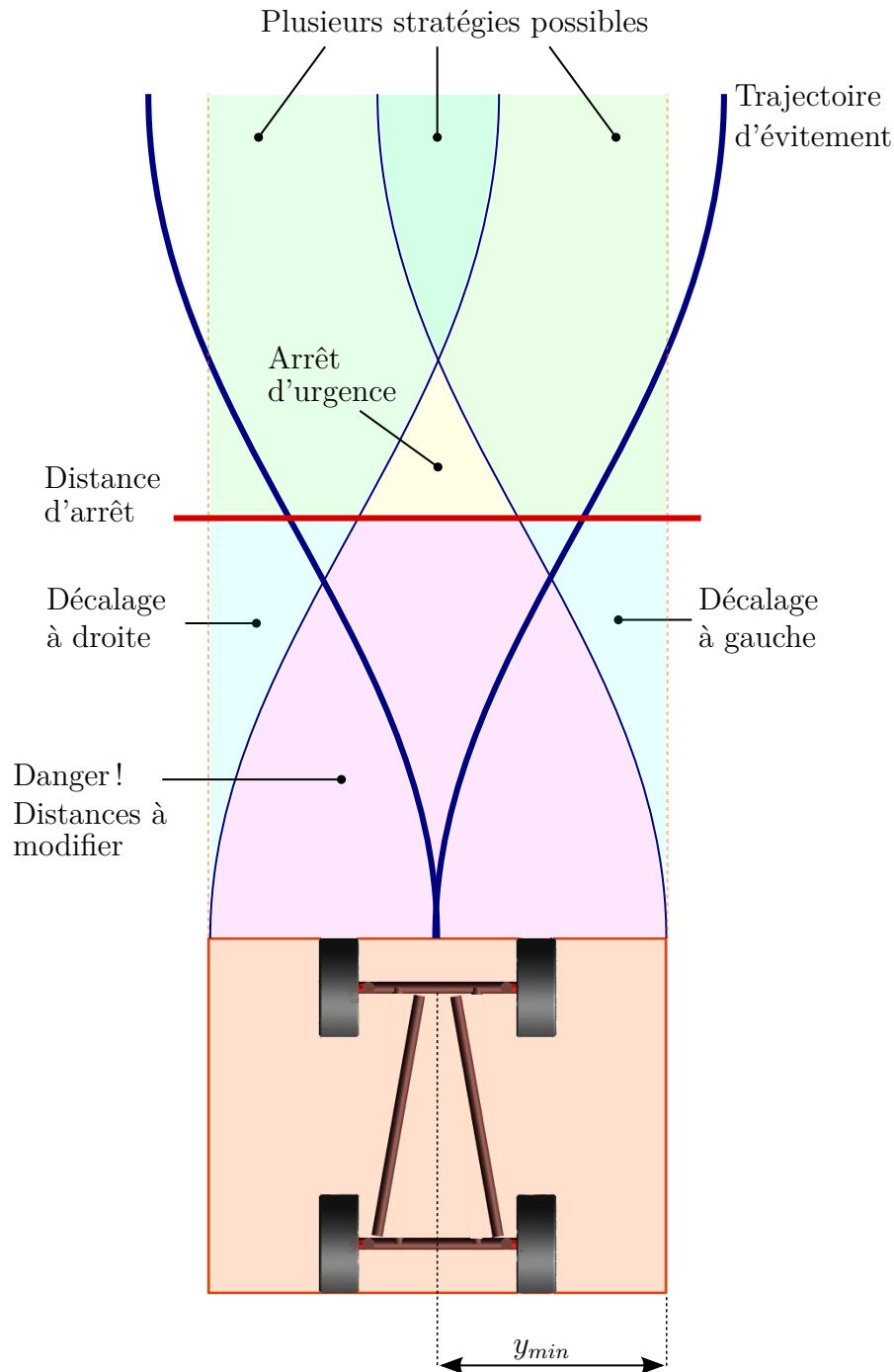


FIGURE 5.20 – Stratégie de sécurité à adopter en fonction de la position du véhicule précédent

## 5.5 Conclusion et discussion

Ce chapitre s'est intéressé aux capacités de réaction d'un véhicule de la formation en cas de défaillance et d'arrêt du véhicule précédent dans la flotte. Les procédures d'urgence ont été séparées en 2 comportements distincts possibles : d'une part l'arrêt d'urgence du véhicule jouant sur la vitesse seule du véhicule ; d'autre part l'estimation des possibilités d'évitement du véhicule arrêté en modifiant uniquement l'angle de braquage du véhicule.

Dans le premier comportement envisagé, l'arrêt d'urgence crée des glissements longitudinaux jusque là négligés. Un modèle linéaire adapté du comportement longitudinal du pneumatique a tout d'abord été défini. L'estimation des rigidités, glissements et efforts longitudinaux a ensuite nécessité la mise en place d'observateurs permettant d'adapter ces variables en fonction de l'évolution du véhicule. Finalement, le point de fonctionnement désiré pour l'arrêt d'urgence est posé comme le point où les efforts transmis seront maximaux, c'est-à-dire en limite de la zone linéaire. Sous condition du maintien en ce point de fonctionnement, la distance nécessaire à l'arrêt du véhicule en fonction de sa vitesse initiale est calculée. Enfin, une commande en couple du véhicule permettant de suivre ce fonctionnement désiré a été élaborée.

La construction des trajectoires d'évitement réalisables par le véhicule s'est basée sur une vitesse constante et l'angle de braquage maximal du véhicule. Une trajectoire d'évitement cinématique est construite comme la trajectoire réponse à un échelon d'écart latéral d'après la loi de commande latérale, la valeur de l'échelon étant déterminée par les capacités de braquage du véhicule. Cette trajectoire d'évitement n'est pas la plus efficace en terme d'écart latéral atteignable étant donné que le braquage maximal ne sera que ponctuellement atteint mais elle est assurée, de par sa construction même, d'être réalisable par le véhicule et peut en outre être modélisée analytiquement assez facilement.

Ces deux comportements d'urgence permettent finalement d'établir 3 distances limites, deux trajectoires d'évitement (pour un braquage positif et un braquage négatif) et la distance d'arrêt. Suivant les distances initiales par rapport au véhicule arrêté, le véhicule se trouvera dans une zone de sécurité si au moins un des comportements permet d'éviter la collision. Dans le cas contraire, les distances désirées entre les véhicules sont modifiées de la distance latérale ou longitudinale manquante pour revenir dans une zone de sécurité.

Les suivis de trajectoire précédemment présentés dans ce mémoire considèrent des accélérations suffisamment limitées pour négliger le glissement longitudinal sans perte de précision. Cependant, si l'on considère des applications à haute vitesse avec des brusques variations de vitesses et d'accélérations comme champ d'évolution possible, des glissements longitudinaux non négligeables apparaîtront. Il deviendra alors nécessaire de modifier le modèle d'évolution du véhicule pour y faire apparaître le glissement longitudinal, ceci afin de refléter plus fidèlement l'évolution réelle du véhicule. Les lois de commande seront alors elles aussi adaptées d'après le modèle pour intégrer aussi le glissement. La démarche d'estimation du comportement longitudinal présentée permet alors de déterminer la valeur de ce glissement,

qui sera réintégrée dans la loi de commande longitudinale modifiée.

Dans ce chapitre, la sécurité de la formation a été abordée du point de vue de la non-collision entre les véhicules. C'est une condition nécessaire mais non-suffisante pour assurer l'intégrité de l'application. Dans un contexte applicatif où l'environnement d'évolution n'est pas a priori entièrement connu et figé, il est nécessaire de s'intéresser parallèlement à l'évitement d'éventuels obstacles se trouvant sur la trajectoire des véhicules. Les problèmes de perception en temps réel des obstacles ne sont pas considérés dans cette étude mais, si leur localisation est connue alors la commande pour l'évitement de ces obstacles peut se rapporter à la commande pour l'évitement des autres véhicules avec une modification en ligne de l'écart latéral désiré à la trajectoire, ce qui crée une trajectoire d'évitement locale de l'obstacle.

Un troisième point à étudier pour assurer l'intégrité du déplacement de la flotte est de s'assurer que chaque véhicule sera en capacité de suivre son comportement désiré. L'intégrité de la formation passe ainsi par le maintien de l'intégrité individuelle de chaque véhicule. Celle-ci regroupe plusieurs aspects.

Pour la partie commande, le non-passage par les singularités doit être vérifié afin d'éviter une perte de commandabilité ponctuelle d'un véhicule. Géométriquement, on s'assurera donc que l'écart latéral désiré ne conduit pas le véhicule à passer par le centre instantané de rotation de la trajectoire de référence.

Les véhicules physiques auxquels seront appliquées les lois de commande présentent eux-mêmes des limitations physiques. Il faut donc vérifier que le parcours de la trajectoire suivant l'écart latéral désiré ne conduit pas le braquage du véhicule à excéder les capacités de braquage réelles des actionneurs, auquel cas la distance latérale à la trajectoire devra là aussi être adaptée pour s'assurer de l'admissibilité de la trajectoire désirée. Similairement, les actionneurs de propulsion sont eux aussi limités par leurs capacités physiques, qui se traduisent pour le véhicule en une vitesse et une accélération maximale. La vitesse désirée de parcours de la trajectoire (modifiée selon l'écart latéral à la trajectoire) ainsi que les accélérations résultantes des évolutions des interdistances désirées entre les véhicules doivent donc respecter les valeurs limites physiques des actionneurs. Dans le cas où la vitesse commande calculée pour un véhicule est supérieure à sa vitesse maximale, le véhicule en question est bridé et évolue donc à sa vitesse maximale différente de la vitesse désirée. Ceci crée une erreur de positionnement croissante mais d'après la stratégie de commande de la formation proposée dans le chapitre 4, cette erreur est alors prise en compte par les véhicules de devant et de derrière qui diminuent à leur tour leur vitesse pour combler l'erreur de positionnement. Ainsi, malgré des conditions de parcours désirées excédant les capacités physiques d'un véhicule, l'ensemble de la flotte s'adapte, diminue sa vitesse pour se réguler sur le véhicule limitant.

Le respect de la vitesse et de l'écart latéral désirés au long du parcours de la trajectoire est aussi conditionné par les capacités dynamiques d'évolution du véhicule. En effet, lorsque la vitesse du véhicule augmente, des phénomènes dynamiques peuvent conduire à une perte d'intégrité du véhicule. On surveille en particulier le risque de renversement latéral dans les pentes et lors des virages, tel qu'étudié dans [Ric13] puis [Den15] pour différents véhicules,

ainsi que les effets des pertes d'adhérence conduisant à des comportements de sous-virage ou sur-virage du véhicule, caractérisés dans [BLT14].

Chacune de ces conditions de définition de l'intégrité impose des restrictions, soit sur la vitesse seule, soit sur l'angle de braquage seul, soit sur l'interaction vitesse/angle de braquage. Or, pour pouvoir qualifier l'ensemble de la formation d'intègre et sûre, il est nécessaire que chacun des véhicules vérifie l'ensemble des points. Il deviendra alors nécessaire de mettre en place un superviseur d'intégrité dont l'objectif sera de vérifier l'admissibilité des consignes pour chacune des notions d'intégrité définies. En cas de danger de perte d'intégrité, les distances désirées au sein de la formation seront modifiées et le superviseur devra alors aussi vérifier les interactions réciproques entre les différentes composantes de la notion de sécurité. En effet, si une décélération brusque est imposée (pour augmenter l'interdistance entre les véhicules par exemple) en même temps que le véhicule tourne (pour suivre la trajectoire ou modifier son écart latéral à la trajectoire), alors cela peut conduire à un risque de perte d'adhérence sur les roues arrière du véhicule. Les actions d'intégrité devront donc être priorisées par le superviseur pour définir le comportement le plus adapté dans chaque situation.

# Chapitre 6

## Conclusion

Ce travail de thèse réalisé au sein de l'Irstea s'inscrit dans une perspective générale portée par l'institut sur l'étude et le développement des agroéquipements du futur. Une piste ouverte concerne l'automatisation des véhicules évoluant en milieu naturel. Parmi les développements possibles ouverts par cette perspective, cette thèse se focalise sur la coopération de plusieurs véhicules autonomes.

### 6.1 Conclusion des travaux

La coopération de robots mobiles a été étudiée dans ces travaux sous l'acception du maintien d'une formation (caractérisée par un ensemble de distances relatives désirées entre les véhicules) au sein d'un repère commun défini comme une trajectoire de référence. Ceci permet d'une part de concrétiser un objectif global commun, et d'autre part d'utiliser le même paradigme que les travaux menés dans le cadre des suivis de trajectoire.

Le maintien de la position de chaque robot au sein de la formation est séparé entre l'asservissement latéral du robot à une distance désirée de la trajectoire et l'asservissement longitudinal, le maintien d'une interdistance curviligne désirée entre les robots. Ces deux aspects sont démontrés comme étant théoriquement découplés par la linéarisation exacte du modèle d'évolution de chaque véhicule et la construction d'une loi de commande de braquage exprimée en fonction de l'abscisse curviligne. Les performances de l'asservissement latéral au cours du suivi de trajectoire ayant été préalablement démontrées, les contributions de cette thèse se focalisent dans un premier temps sur la gestion de la régulation longitudinale entre les robots.

La gestion des interdistances entre les robots au sein de la flotte est effectuée par la modulation de la vitesse des robots. Pour établir une loi de commande de vitesse, le maintien de l'interdistance entre des robots parcourant une trajectoire est conceptualisé comme un problème de suivi de cible. La modélisation de l'évolution du véhicule permet d'établir une loi de commande assurant une convergence exponentielle de l'erreur d'interdistance par rapport à la cible, généralisant ainsi l'applicabilité des résultats obtenus. Toutefois, cette

loi de commande s'appuyant sur une modélisation parfaite du comportement de réponse du véhicule à la commande, le comportement réel du véhicule diffère du comportement estimé par la commande, ce qui crée des erreurs de positionnement longitudinal. Une nouvelle **loi de commande de vitesse** basée sur du « **feed-forward** » couplé à un **algorithme de prédiction** est alors conçue. En effet, d'après l'état actuel du véhicule et de la cible, la position future de chaque constituant de la flotte peut être estimée, ce qui permet d'anticiper l'objectif de vitesse nécessaire pour annuler l'erreur, en tenant compte des temps de réponse des robots. Dans un second temps, l'algorithme de prédiction à modèle prend en compte le comportement de réponse identifié du système à une commande pour calculer la commande de vitesse optimale conduisant le robot à l'objectif de vitesse désiré. Cette loi de commande a été testée expérimentalement en suivant un véhicule cible, et il a été montré que la régulation de vitesse permettait de maintenir la position du robot suiveur à une interdistance désirée, que celle-ci soit fixe ou continûment variable, ainsi que dans différentes conditions d'avance pour le véhicule cible (autonome ou conduit manuellement), tant que les modifications demandées sont admissibles compte tenu de la dynamique du robot et de ses actionneurs.

La commande d'une formation de robots mobiles s'appuie sur cet algorithme de régulation de vitesse pour la poursuite de cible. Une stratégie de commande globale au niveau de la formation est caractérisée par le choix pour chaque robot la composant de la cible à poursuivre. Après avoir étudié les effets des stratégies de commandes classiques référencées sur un leader global ou de proche en proche, une nouvelle stratégie de commande est proposée. Cette stratégie de commande de la formation peut être qualifiée de « *locale et décentralisée* » au sens où chaque robot calcule ses propres commandes à partir de ses données propres sur son état et des données qu'il reçoit sur son environnement. Dans le détail, cette **stratégie de commande** est **bidirectionnelle** et vise à garantir la stabilité globale de la formation ainsi que la sécurité des véhicules par la prise en compte des deux véhicules adjacents (immédiatement précédent et immédiatement suivant) au sein de la flotte. Ainsi, chaque robot prend en compte deux cibles, lui générant deux commandes de vitesse pour l'asservissement longitudinal par rapport à chacune des cibles. La commande finale de vitesse envoyée au robot est calculée comme une combinaison linéaire des deux commandes élémentaires. La convergence des robots vers la formation désirée est étudiée en fonction des coefficients de la combinaison linéaire. Dans un premier temps, la stabilité globale de la formation est prouvée par Lyapunov dans le cas où les coefficients de pondération sont constants et définis de manière identique pour tous les robots de la flotte. Ces propriétés de stabilité sont alors vérifiées expérimentalement. Sur des essais expérimentaux en environnement naturel pour une formation à 3 véhicules, les robots convergent et se maintiennent à leur position désirée tel qu'attendu, avec une précision de positionnement et une stabilité satisfaisante, égale à celle obtenue avec l'algorithme de suivi de cible simple. La simulation du suivi d'une trajectoire par une formation de 5 robots mobiles a en outre permis d'illustrer l'apport du référencement bidirectionnel associé à la vision prédictive par rapport à une stratégie de commande de proche en proche en étudiant les écarts de positionnement longitudinal cumulés au sein de la

formation pour chaque robot. En effet, avec une stratégie de commande de proche en proche, l'accumulation d'erreurs au fil des référencements entraîne des écarts cumulés importants en fin de formation. Au contraire, la stratégie bidirectionnelle permet, par l'ajout d'une seconde chaîne de référencement, de stabiliser la position des robots au sein de la formation, ce qui conduit à diminuer considérablement les erreurs longitudinales cumulées en queue de formation.

Enfin, l'extension de cette stratégie de commande avec la définition de coefficients de combinaison variables est étudiée qualitativement. La variation des coefficients de combinaison permet d'adapter en temps réel l'influence relative de chacun des robots référence dans la commande finale. De ce fait, la prise en compte des variations de vitesse et la compensation des erreurs de positionnement est plus ou moins mise en emphase, ce qui modifie le comportement global de la formation. Cette variation en ligne des coefficients est intéressante pour adapter le comportement de la formation à l'application désirée. Ainsi, une simulation réalisée en définissant les coefficients de chaque robot en fonction de leurs erreurs de positionnement longitudinal par rapport à chacune de leur référence a montré qu'il était possible d'obtenir un suivi de trajectoire en formation limitant les erreurs de positionnement, mais aussi en adoucissant les variations de vitesse des véhicules dans l'optique d'assurer un confort de parcours lors du transport d'éventuels passagers.

Le dernier chapitre de cette thèse s'intéresse à la caractérisation de la sécurité de la formation, au sens de la non-collision entre les véhicules en cas de défaillance d'un des robots. Cette exigence est traduite pour chaque véhicule en une estimation de **distances de sécurité pour l'arrêt d'urgence ou l'évitement** du véhicule précédent en cas de défaillance conduisant à l'arrêt inopiné de celui-ci.

Dans le cas de l'arrêt d'urgence, le comportement longitudinal du véhicule sous une forte décélération est étudié, pour caractériser l'évolution du glissement longitudinal. Un observateur en cascade dédié à l'estimation en ligne de ce glissement et des conditions d'évolution longitudinales est implémenté. D'après les conditions d'évolution identifiées, une stratégie de décélération est élaborée, visant à maintenir un taux de glissement optimal. Cela permet alors d'estimer une distance d'arrêt minimale.

La seconde réaction à une défaillance du robot précédent consiste à se décaler latéralement pour éviter le robot immobilisé, tout en maintenant la vitesse d'avance. Le décalage latéral possible du robot est estimé en fonction de la trajectoire d'évitement définie et de l'interdistance initiale entre les véhicules.

Finalement, ces stratégies d'urgence définissent des distances minimales comparées à chaque instant aux positions relatives des robots au sein de la formation. En cas de danger, les distances désirées (longitudinale ou latérale) du robot suiveur sont adaptées en temps réel afin d'assurer sa sécurité.



## 6.2 Limitations et perspectives

Au cours des travaux réalisés sur l'étude de la stabilité de la stratégie de commande bidirectionnelle, des hypothèses restrictives ont été posées concernant les conditions d'évolution. En effet, les preuves de stabilité concernent des formations constantes (en termes d'interdistances désirées entre les véhicules) dont la vitesse d'évolution est elle aussi constante. La loi de commande complète avec la prise en compte des variations de l'interdistance désirée entre les véhicules a été présentée et testée avec succès pour le suivi de cible. Cependant, la généralisation de la preuve de stabilité de la stratégie de commande bidirectionnelle avec cette loi de commande complète nécessitera de modifier la fonction de Lyapunov utilisée pour prouver que l'ajout de ce terme supplémentaire n'impacte pas la stabilité globale de la flotte. Concernant la vitesse d'avance de la formation, celle-ci est connue, d'après la construction de la stratégie de commande, par les deux robots extrémité de la formation. Si l'on souhaite faire varier cette vitesse d'avance désirée de la formation, cela nécessitera l'ajout d'un lien de communication entre le premier et le dernier véhicule pour le partage et la mise à jour synchronisée des variations de vitesse désirée.

Un développement adaptatif de cette stratégie de commande biréférencée peut être développé avec la mise en place de coefficients de combinaison variables. L'influence sur le comportement global de la flotte a été illustrée par un exemple de définition de coefficients dépendants des erreurs de positionnement. Cet exemple a permis de constater expérimentalement que la stabilité de la formation était assurée. Cependant, les développements ultérieurs de cette stratégie de commande passeront par l'étude théorique de la stabilité de la commande ainsi définie, ce qui permettra de plus de caractériser le comportement global de la formation. Des expressions de coefficients de liaison dépendant de l'état des véhicules pourront finalement être construites d'après le comportement global désiré, imposé par le contexte applicatif.

D'après la définition de cette stratégie de commande biréférencée, chaque robot calcule ses propres commandes de vitesse d'après son état et les informations dont il dispose sur l'état des deux véhicules adjacents. Au cours des essais réalisés, la communication des informations entre les véhicules était toujours assurée par une liaison sans fil. Cependant, les deux robots adjacents sont toujours les plus proches du véhicule considéré ; ceux-ci ont alors une grande probabilité de se trouver dans le champ de vision de capteurs de l'environnement embarqués sur le véhicule, tels des caméras, des radars ou des lidars. Ainsi, cette même stratégie de commande pourrait aussi être appliquée à une flotte de véhicules non communicants, où les données de positionnement et de vitesse des robots adjacents seraient connues par les capteurs extéroceptifs du véhicule.

Enfin, afin d'assurer la sécurité de la formation, une estimation des distances de sécurité ainsi que des comportements d'urgence ont été proposés. L'adéquation du comportement du robot durant les phases d'urgence par rapport à l'évolution théorique commandée a été testée en simulation. Ces résultats doivent encore être validés expérimentalement, mais

cela soulève un certain nombre de difficultés opérationnelles, notamment concernant la sécurité du dispositif étant donné les robots mis en jeu et les vitesses d'évolution. De plus, ces comportements d'urgence étant, par définition, des solutions de dernier recours pour empêcher la collision entre les véhicules, ils sollicitent durement les actionneurs des robots. Il a tout de même été identifié dans les simulations que le comportement longitudinal du pneu durant la phase d'arrêt d'urgence s'éloigne du comportement estimé. En effet, les effets de la décélération au niveau du pneu sont simplifiés, modélisés sans la déformation du pneu. En conséquence, les distances d'arrêt calculées avec cette simplification sont surestimées par rapport au comportement simulé. Cette différence est perçue comme un coefficient de sécurité, mais une modélisation plus fine des phénomènes au niveau de la roue permettra d'établir des distances d'arrêt reflétant le comportement réel du système.

Les avancées obtenues dans cette thèse montrent la capacité à asservir avec une grande précision une flotte de robots mobiles évoluant dans un milieu déstructuré et hautement variable. L'approche mise en œuvre n'est pas assujettie à un type de robots précis et permet de considérer des flottes potentiellement hétérogènes. Malgré les incertitudes et la variabilité des conditions rencontrées dans le contexte des milieux naturels, la stratégie de commande proposée permet en particulier de résoudre le problème de propagation des erreurs de positionnement.

Si les preuves de stabilité doivent être généralisées, les apports de cette thèse d'un point de vue applicatif sont importants et permettent d'envisager l'utilisation des algorithmes développés dans différents contextes. Le domaine d'application initialement considéré est l'agriculture, pour lequel le développement de flottes de robots mobiles permet de réaliser des opérations dans une parcelle en divisant le temps de traitement, sous la supervision d'un agriculteur définissant les objectifs et la formation désirée.

Les problématiques prises en compte dans cette thèse dans le cadre de la mobilité en environnement naturel et variable seront de plus pertinentes pour l'application à différents domaines connexes tels que la sécurité civile, pour réaliser des patrouilles, de la surveillance et de l'exploration dans des environnements non structurés et inconnus. La précision du positionnement relatif des robots au sein d'une formation permettra d'assurer, suivant les besoins, que tous les robots passeront dans les mêmes traces ou parcourront l'ensemble de la zone sans manquements. De plus, la gestion de la formation avec des distances désirées variables permet de faire évoluer la formation et changer en temps réel sa forme et ses objectifs en fonction du contexte.

La gestion locale décentralisée de la flotte avec une commande biréférencée facilite de plus, au sein de larges flottes, la gestion de l'insertion et de la sortie de robots de la formation. En effet, ces mouvements n'affectent alors que localement les deux robots immédiatement précédent et suivant, ce qui limite les communications nécessaires et les procédures relatives à la prise en compte de ces changements, sans affecter la stabilité globale de la formation. Cette gestion de la modification en ligne du nombre de robots dans la formation est intéressante du

point de vue applicatif, par exemple pour l'adaptation de la formation en cas de défaillance (vue comme des sorties de la formation) mais surtout pour s'adapter aux évolutions des objectifs individuels de chaque robot de la formation. Ainsi, dans un contexte agricole, la formation peut être hétérogène et composée de véhicules récoltants et de remorques parcourant conjointement un champ. Les remorques devront alors s'extraire ponctuellement de l'asservissement en formation pour naviguer de manière autonome vers une zone de stockage où déverser leur chargement avant de revenir et reprendre leur position dans la formation. La même problématique peut être considérée pour la gestion en énergie des robots. Enfin, cette gestion des insertions et des sorties de convoi est aussi particulièrement recherchée dans le contexte autoroutier pour le développement de convois de véhicules autonomes où les éléments partagent un parcours partiel commun mais s'extraient ensuite du convoi (aux embranchements) pour poursuivre leur objectif (destination) propre.

Le développement de ces différentes applications tendra de plus à chercher à faire évoluer les formations de robots à des vitesses de plus en plus élevées. À ces hautes vitesses, des phénomènes dynamiques non négligeables vont apparaître. À défaut de les prendre en compte, ceux-ci peuvent entraîner des comportements potentiellement dangereux (sur/sous-virage, tête à queue) pour la sécurité des véhicules et de la formation. Le maintien d'un suivi de trajectoire précis à haute vitesse nécessitera donc l'intégration d'observateurs plus complexes (comme mis en œuvre dans d'autres travaux [Ric13]) explicitant les effets de ces phénomènes sur le mouvement des robots, ce qui permettra alors de les compenser dans la commande sans changer la philosophie de commande développée.

La conception d'une solution complète pour le déplacement totalement autonome d'une flotte de robots mobiles nécessitera de plus, quel que soit le domaine applicatif considéré, d'étudier la traversabilité de la trajectoire pour garantir la sécurité et l'intégrité de la formation. Cette problématique entraînera, d'après l'analyse de l'environnement d'évolution, des modifications potentielles des trajectoires locales d'un ou plusieurs robots de la formation en fonction des obstacles identifiés et des capacités physiques (vitesse, braquage) des robots. Ces exigences de sécurité pourront toutefois être aisément intégrées à la stratégie de commande développée, celle-ci ayant été conçue pour gérer des formations variables (modifications de vitesse, d'écart latéral).

Finalement, les applications potentielles et les développements scientifiques s'enrichissent mutuellement, les recherches sont impulsées par les besoins applicatifs exprimés tout comme de nouveaux usages émergent grâce aux développements théoriques obtenus. Cette synergie entre les attentes et les moyens permet de faire progresser la robotique mobile pour développer des solutions innovantes. Ainsi peut on aujourd'hui envisager la commercialisation vers le grand public de solutions de véhicules routiers autonomes, ce qui encourage (notamment en termes d'acceptation sociale) le développement et l'adoption de matériels innovants dans des domaines tels que l'agriculture avec de nouveaux défis à surmonter (terrains d'évolution variables) que nous nous sommes efforcés de considérer dans cette thèse.





# Annexe A

## Dispositifs expérimentaux

Les approches de commande en formation présentées sont testées en grandeur réelle sur plusieurs robots et véhicules autonomes évoluant en environnement naturel. Les véhicules autonomes utilisés sont de deux types différents : deux plate-formes expérimentales de taille intermédiaire totalement électriques et deux tracteurs agricoles automatisés, présentés en détail ci-après. Cette diversité des véhicules expérimentaux permet à la fois de vérifier la généralité des algorithmes à différentes dynamiques de véhicules et de tester les performances des lois de commande en formation pour des convois hétérogènes.

Les capteurs embarqués sur les robots sont aussi présentés dans cette annexe.

## A.1 Aroco

Le robot Aroco présenté sur la figure A.1 est une plate-forme expérimentale conçue par la société RoboSoft. Il s'agit d'un robot complètement électrique, doté de 4 roues directrices et motrices indépendantes. Il peut évoluer sur des pentes jusqu'à  $35^\circ$  avec une vitesse maximale de  $4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .



FIGURE A.1 – Robot Aroco

Ses caractéristiques principales sont données dans le tableau A.1

Masse ( $m$ )	600 kg
Empattement ( $L$ )	1,2 m
Angle de braquage maximal	$25^\circ$
Temps de réponse angle de braquage	0,6 s
Vitesse maximale	$4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

TABLE A.1 – Caractéristiques du robot Aroco

La figure A.2 illustre le modèle de réponse identifié pour les actionneurs de vitesse d'après le signal de vitesse réelle.

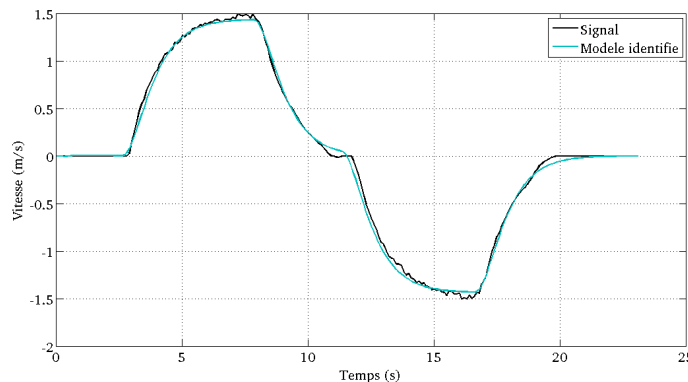


FIGURE A.2 – Réponse d'Aroco à une commande de vitesse

## A.2 RobuFAST

Le RobuFAST (présenté sur la figure A.3) a aussi été conçu par la société RoboSoft. Sa conception est identique à celle d'Aroco au niveau du châssis et des mobilités, ce qui permet de faciliter la portabilité des algorithmes entre les deux robots. Cependant le RobuFAST a reçu des modifications (roues, poids, actionneurs...) lui permettant d'atteindre la vitesse de  $8 \text{ m.s}^{-1}$ .



FIGURE A.3 – Robot RobuFAST

Ses caractéristiques principales sont données dans le tableau A.2.

Masse ( $m$ )	420 kg
Empattement ( $L$ )	1,2 m
Angle de braquage maximal	$20^\circ$
Temps de réponse angle de braquage	0,4 s
Vitesse maximale	$8 \text{ m.s}^{-1}$

TABLE A.2 – Caractéristiques du robot RobuFAST

La figure A.4 illustre le modèle de réponse identifié pour les actionneurs de vitesse d'après le signal de vitesse réelle.

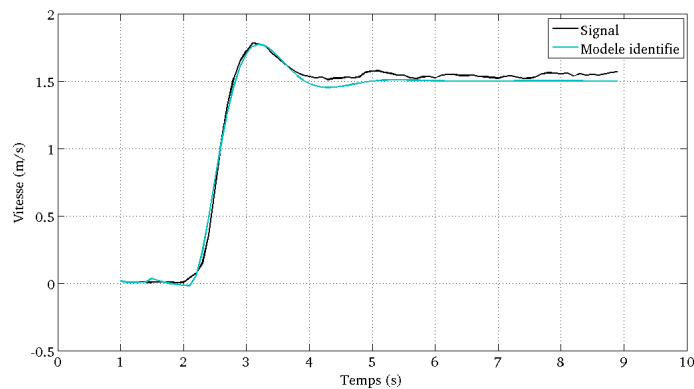


FIGURE A.4 – Réponse de RobuFAST à une commande de vitesse



### A.3 Tracteurs agricoles

Deux tracteurs agricoles commerciaux sont automatisés pour être pilotés automatiquement. Les deux plate-formes utilisées sont des tracteurs du constructeur Massey Ferguson. Le premier tracteur est un modèle MF8680 et le second un modèle MF6480, dont les caractéristiques principales sont détaillées dans le tableau A.3.



(a) MF6480



(b) MF8680

FIGURE A.5 – Tracteurs expérimentaux Massey Ferguson

Les caractéristiques de ces tracteurs sont évidemment différentes de celles des deux plate-formes précédentes. En effet, tout d'abord du fait de leur masse l'inertie des tracteurs est beaucoup plus importante. De plus, comparé à la motorisation électrique des plate-formes expérimentales, la motorisation du tracteur et les actionneurs hydrostatiques de braquage ont des comportements de réponse à une commande beaucoup plus lents, ce qui nécessite des horizons de prédiction plus importants dans la commande prédictive.

	MF6480	MF8680
Masse à vide ( $m$ )	5 500 kg	10 300 kg
Longueur totale	4,8 m	5,7 m
Empattement ( $L$ )	2,8 m	3,1 m
Hauteur	2,9 m	3,2 m
Rayon de braquage minimal	5,0 m	7,4 m
Temps de réponse angle de braquage	1,3 s	1,6 s
Vitesse maximale	11 m.s <sup>-1</sup> (40 km.h <sup>-1</sup> )	14 m.s <sup>-1</sup> (50 km.h <sup>-1</sup> )

TABLE A.3 – Caractéristiques des tracteurs expérimentaux

L'automatisation des véhicules est obtenue par l'envoi de données sur les trames CAN du tracteur gérant les actionneurs de direction et le moteur pour la vitesse d'avance.

Les comportements de réponse du tracteur à une commande de vitesse et de braquage sont relevés en figures A.6 et A.7. À partir de ces réponses, on superpose un modèle du

second ordre s'approchant au mieux de la réponse réelle. Ce modèle de réponse sera alors utilisé dans les algorithmes de prédiction pour anticiper le comportement du tracteur.

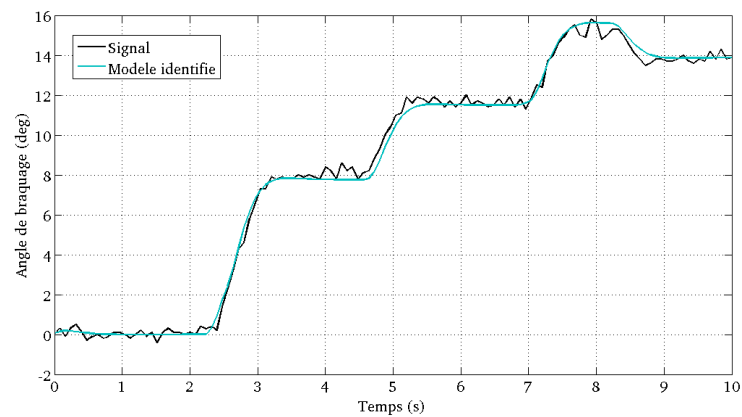


FIGURE A.6 – Réponse du tracteur MF8680 à une commande de braquage

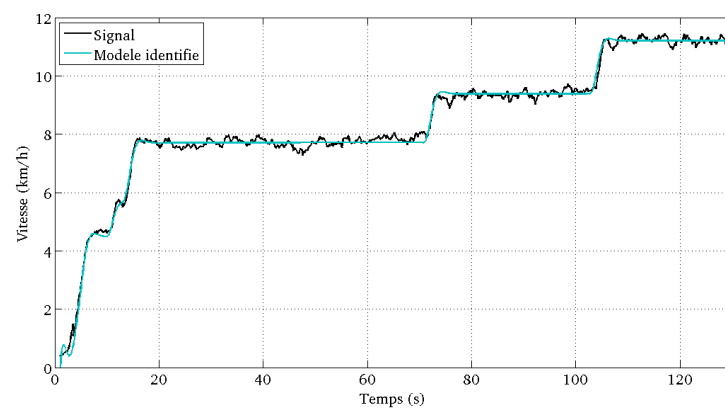


FIGURE A.7 – Réponse du tracteur MF8680 à une commande de vitesse

## A.4 Instrumentation

Afin de pouvoir commander les robots, plusieurs capteurs sont mis en place sur ceux-ci. Ils permettent de mesurer les variables alimentant les algorithmes de commande. La figure A.8 explicite les capteurs embarqués sur les robots (ici RobuFAST), lorsque ceux-ci sont équipés le plus complètement.

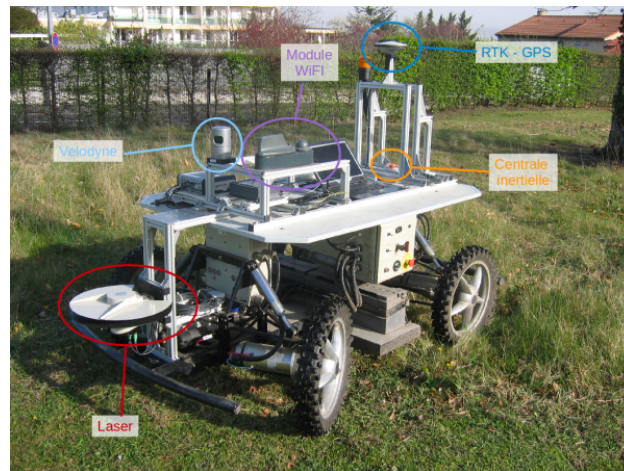


FIGURE A.8 – Capteurs embarqués (exemple sur RobuFAST)

Les différents capteurs utilisés sur les plate-formes sont détaillés ci-après.

### A.4.1 GPS cinématique temps réel - GPS-RTK

Le principe du GPS RTK est d'utiliser une base auxiliaire permettant de corriger les erreurs des signaux GPS (retard et autres) ce qui permet d'augmenter la précision de celui-ci.

Le GPS fournit de l'information extéroceptive avec une précision de  $\pm 2$  cm en longitude et latitude et  $\pm 5$  cm en altitude, à une fréquence de 10 Hz. De plus il donne également la vitesse absolue du robot, ainsi que son cap. À partir de ces informations l'état du robot par rapport à la trajectoire de référence est connu, ainsi que sa vitesse. Ces données sont essentielles et permettent ainsi de réaliser l'asservissement en alimentant les lois de commande.

### A.4.2 Centrale inertielle XSens MTi

La centrale inertielle (figure A.9) est une centrale d'attitude. Elle est composée de 9 capteurs :

- 3 accéléromètres
- 3 gyroscopes
- 3 magnétomètres

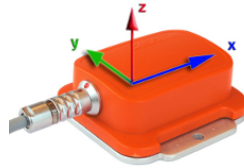


FIGURE A.9 – Centrale inertielle XSens MTI

L'environnement de la centrale étant fortement pourvu en outils électriques (moteurs, ordinateurs), les données des magnétomètres ne seront pas utilisées, car faussées par les interférences existantes. En revanche, la centrale inertielle fournissant des données sur l'évolution du véhicule à une fréquence de 100 Hz, les accélérations ainsi que les vitesses de rotation sont utilisées pour interpoler les données de positionnement absolu fournies par le GPS via un filtre de Kalman. Cela permet en outre d'utiliser ces données de positionnement interpolées en cas de perte temporaire du signal GPS. Cependant, lorsque la perte du signal GPS excède quelques secondes, on considère que le positionnement calculé d'après les données de la centrale inertielle n'est plus garanti (dérive due à l'intégration des accélérations).

### A.4.3 Module de communication sans fil

Afin de pouvoir réaliser le contrôle en formation d'une flotte de robots, il faut nécessairement que ceux-ci puissent échanger des informations. Cette communication est réalisée à l'aide de modules WIFI IEEE 802.11p embarqués sur chacun des robots de la flotte.

### A.4.4 Autres capteurs

En plus de ces capteurs extéroceptifs, des capteurs proprioceptifs fournissent des données sur l'état interne du véhicule. Ainsi, les actionneurs des véhicules sont équipés de codeurs renvoyant des données d'odométrie et d'angle de braquage des roues.



# Annexe B

## Simulateurs

Avant de réaliser des essais expérimentaux, les lois de commande élaborées pour le suivi de trajectoire en formation sont testées en simulation. Dans le cadre des travaux, deux simulateurs différents ont été utilisés.

Le premier simulateur utilisé, basé sur Matlab/Simulink<sup>®</sup>, permet une implémentation aisée pour le test des lois de commande en maîtrisant la variation des paramètres de l'environnement. De plus, tous les paramètres de l'état des véhicules simulés sont accessibles, ce qui permet de vérifier la convergence des comportements estimés vers les comportements réels (simulés).

Le second simulateur est une solution commerciale d'environnement de simulation nommée Cobaye. Ce simulateur émule un environnement réaliste, tant au niveau du terrain d'évolution qu'au niveau du comportement des capteurs (précision, bruit, temps de réponse...), ce qui permet de tester préalablement les essais expérimentaux envisagés dans des conditions comparables.

## B.1 Simulateur Matlab®

Ce premier simulateur est développé en interne sous Matlab®, grâce à la toolbox Simulink. Le comportement du robot est simulé par un modèle dynamique complet et l'interaction roue-sol est générée par un modèle de Pacejka pré-estimé hors ligne dont des tables de correspondance sont chargées en initialisation. Lors du suivi de trajectoire, le robot est modélisé comme évoluant sur une surface identique, à rigidité de dérive constante. En sortie de la simulation du véhicule, les variables mesurées dans les essais réels sont récupérées et bruitées (simulant ainsi le comportement des capteurs) avant d'être exploitées pour les lois de commande. De plus, les paramètres de l'état interne des véhicules sont aussi accessibles ; les valeurs estimées par les observateurs (glissements) peuvent alors être comparées aux comportements simulés par le modèle dynamique d'évolution de chaque robot.

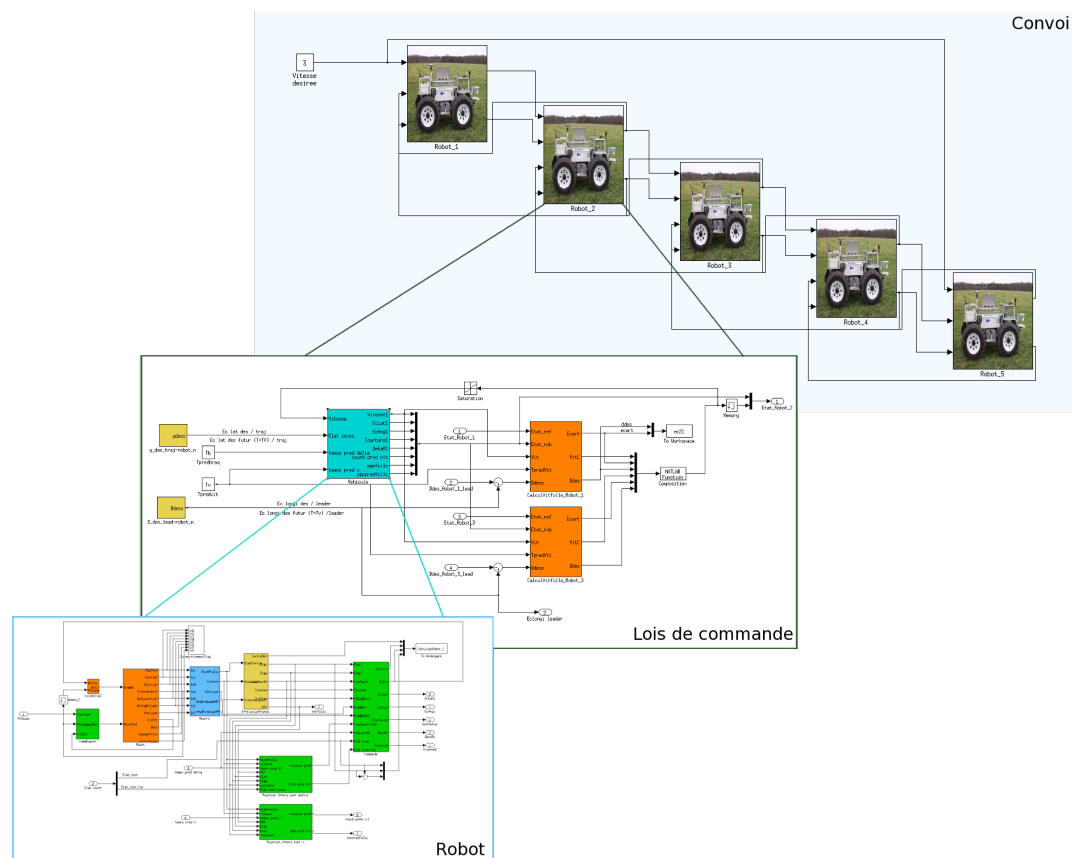


FIGURE B.1 – Modélisation Matlab® d'un convoi de 5 robots

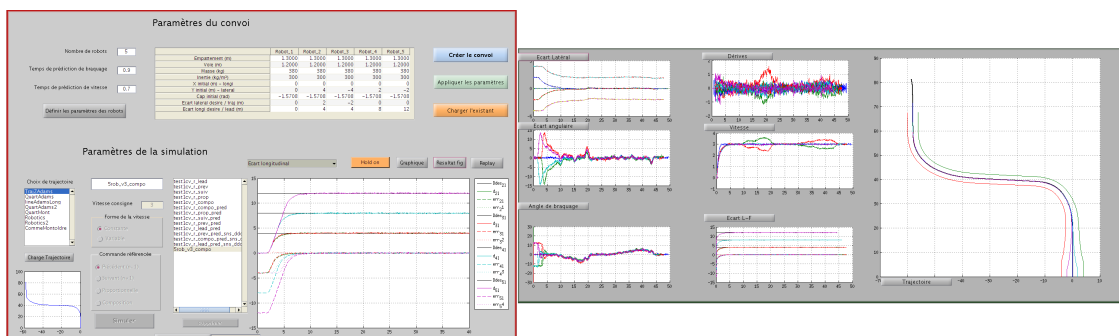


FIGURE B.2 – Visualisation des paramètres et des résultats des simulations

## B.2 Simulateur Cobaye

Un second simulateur développé par la société 4D Virtualiz et nommé Cobaye a été utilisé en complément. Celui-ci simule le comportement des véhicules à l'aide d'un modèle dynamique 4 roues (donc plus complet que le simulateur Matlab). Les capteurs sont émulés avec leur précision et leur bruit de mesure. L'intérêt de ce simulateur est que celui-ci a été développé pour être interfaçable avec le middleware utilisé dans les robots lors des expérimentations en conditions réelles. Les simulations avec ce simulateur fonctionnent donc de manière analogue (répartition des calculs, fonctions utilisées, temps de latence et synchronisation...) aux conditions expérimentales.

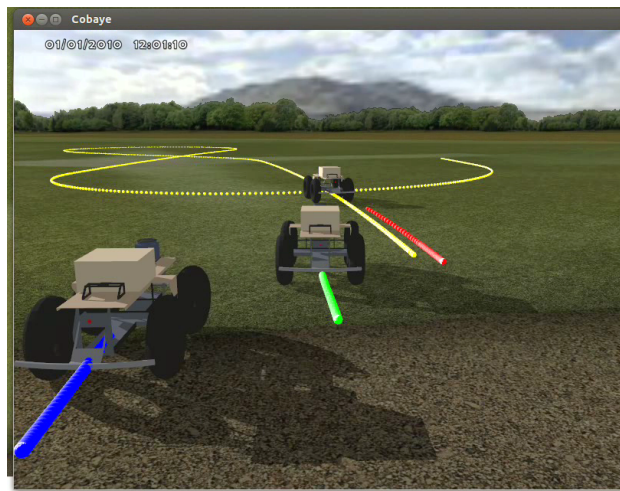


FIGURE B.3 – Simulateur Cobaye : représentation réaliste des robots dans leur environnement





# Table des figures

1.1	Réseau des plateformes RobotEx . . . . .	6
1.2	Scénarii d'applications du projet SafePlatoon . . . . .	7
1.3	Scénarii des concours DARPA . . . . .	14
1.4	Solutions de véhicules autonomes . . . . .	14
1.5	Véhicule autonome VIPA (Institut Pascal / Ligier) . . . . .	15
1.6	Un convoi de véhicules sur autoroute durant le projet SARTRE . . . . .	18
1.7	Trajectoires désirées et réelles des robots . . . . .	19
1.8	Les trois générations de robots d'exploration martienne . . . . .	20
1.9	Console Trimble et barre de guidage Centerline, solutions d'aide au guidage . . . . .	21
1.10	Solution GuideConnect de Fendt, gestion déportée d'un tracteur suiveur . . . . .	22
1.11	Plate-formes de recherche . . . . .	22
1.12	Solutions commercialisées de robots agricoles . . . . .	23
2.1	Définition de la distance inter-véhicules en distance-angle (à g.) ou en distance-distance (à d.) . . . . .	26
2.2	Définition des distances désirées au sein de la formation . . . . .	27
2.3	Réduction du modèle 4-roues en bicyclette . . . . .	28
2.4	Modèle cinématique bicyclette dans le repère absolu . . . . .	30
2.5	Modèle cinématique . . . . .	31
2.6	Représentation des efforts au contact pneu-sol . . . . .	33
2.7	Représentation du rayon effectif de la roue . . . . .	35
2.8	Définition de l'angle de dérive du pneumatique . . . . .	36
2.9	Modélisation de la surface de contact pneu/sol . . . . .	38
2.10	Zones de contrainte . . . . .	39
2.11	Modélisation du contact selon le modèle de LuGre . . . . .	44
2.12	Influence des coefficients du modèle de Pacejka . . . . .	45
2.13	Modèle de Pacejka . . . . .	46
2.14	Définition des zones d'évolution pour l'effort latéral . . . . .	48
2.15	Adaptation des rigidités au nouveau point de fonctionnement . . . . .	48
2.16	Modèle dynamique . . . . .	50
2.17	Modèle cinématique étendu . . . . .	52
2.18	Représentation schématique du module d'observation . . . . .	53

2.19	Principe de l'observateur mixte cinématique-dynamique . . . . .	58
2.20	Glissements estimés et réels lors du suivi de trajectoire sans prise en compte des glissements . . . . .	62
2.21	Écart latéraux lors des suivis de trajectoire avec et sans prise en compte des glissements . . . . .	62
3.1	Évolution de l'erreur latérale pour différentes valeurs de $K_d$ . . . . .	72
3.2	Évolution de l'angle de braquage et de l'erreur angulaire dans le cas $K_d=0.4$ . . . . .	73
3.3	Erreur d'interdistance entre les robots . . . . .	74
3.4	Positions estimées des robots après l'horizon de prédiction . . . . .	80
3.5	Critère D entre les réponses désirées et estimées en vitesse . . . . .	83
3.6	Trajectoires de référence et réelles suivies par les robots . . . . .	86
3.7	Erreur d'écart latéral des deux robots par rapport à la trajectoire . . . . .	86
3.8	Angles de dérive du robot suiveur . . . . .	87
3.9	Erreur d'interdistance du suiveur par rapport au leader . . . . .	87
3.10	Vitesses de commande des véhicules leader et suiveur . . . . .	88
3.11	Configuration expérimentale en sortie du premier virage . . . . .	89
3.12	Trajectoires de référence et réelles suivies par les véhicules . . . . .	90
3.13	Écart latéraux des véhicules au cours du suivi de trajectoire sans prédiction . . . . .	91
3.14	Interdistance du suiveur par rapport au leader au cours du suivi de trajectoire sans prédiction . . . . .	91
3.15	Écart latéraux des véhicules au cours du suivi de trajectoire avec prédiction . . . . .	92
3.16	Interdistance du suiveur par rapport au leader au cours du suivi de trajectoire avec prédiction . . . . .	92
3.17	Configuration expérimentale des 2 tracteurs . . . . .	93
3.18	Trajectoires suivies par les véhicules . . . . .	94
3.19	Vitesses des deux véhicules . . . . .	94
3.20	Écart latéral du véhicule suiveur . . . . .	95
3.21	Interdistance du suiveur par rapport au leader conduit manuellement . . . . .	95
4.1	Représentation schématique des objectifs de la stratégie comportementale . . . . .	105
4.2	Représentation schématique de la structure virtuelle . . . . .	106
4.3	Trajectoires des robots . . . . .	108
4.4	Illustration du simulateur avec les robots à leur position initiale . . . . .	109
4.5	Référencement de chaque robot sur le leader global . . . . .	109
4.6	Erreur longitudinale avec référencement sur le leader global . . . . .	110
4.7	Référencement de chaque robot sur son leader local . . . . .	111
4.8	Erreur longitudinale avec le référencement de proche en proche . . . . .	111
4.9	Représentation schématique du calcul de la commande de vitesse du robot $i$ avec le référencement bidirectionnel . . . . .	113
4.10	Définition des liens dans un convoi de $n$ robots . . . . .	115

TABLE DES FIGURES

---

4.11	Erreur longitudinale avec le référencement de proche en proche . . . . .	127
4.12	Erreur longitudinale avec $\mu_{i-1}^i = 2/3$ , $\mu_{i+1}^i = 1/3$ . . . . .	128
4.13	Erreur longitudinale avec $\mu_{i-1}^i = \mu_{i+1}^i = 1/2$ . . . . .	128
4.14	Erreur longitudinale avec les coefficients variables . . . . .	129
4.15	Vitesse des robots en simulation . . . . .	130
4.16	Trajectoires des 3 robots au cours de l'essai . . . . .	130
4.17	Erreurs d'interdistance avec le référencement de proche en proche . . . . .	131
4.18	Erreurs d'interdistance avec le référencement bidirectionnel proportionnel . .	132
5.1	Modèle empirique de Pacejka reliant effort et glissement longitudinal . . . .	136
5.2	Définition de la rigidité longitudinale adaptée . . . . .	137
5.3	Schéma bicyclette dans le plan de tangage . . . . .	138
5.4	Écrasement du pneumatique sous la charge . . . . .	139
5.5	Schéma-bloc de l'observateur des efforts longitudinaux . . . . .	141
5.6	Schéma-bloc de l'observateur des rigidités longitudinales . . . . .	143
5.7	Schéma global de l'observation du comportement longitudinal . . . . .	144
5.8	Distances estimées d'arrêt et parcourues au cours de la procédure d'arrêt d'urgence . . . . .	148
5.9	Vitesses et accélérations réelles et estimées au cours de la procédure d'arrêt d'urgence . . . . .	148
5.10	Glissements réels au cours de la procédure d'arrêt d'urgence . . . . .	149
5.11	Rigidités longitudinales réelles au cours de la procédure d'arrêt d'urgence . .	150
5.12	Glissements réels au cours de la procédure d'arrêt d'urgence avec les rigidités longitudinales adaptées en temps réel . . . . .	150
5.13	Distances et trajectoires d'évitement dans les différentes situations . . . . .	154
5.14	Fonction $W$ de Lambert avec ses deux branches . . . . .	156
5.15	Trajectoires d'évitement envisagées du suiveur au cours du suivi de trajectoire	158
5.16	Écart latéral du véhicule suiveur dans le cas de la régulation latérale . . . . .	158
5.17	Interdistance du véhicule suiveur dans le cas de la régulation latérale . . . . .	159
5.18	Écart latéral du véhicule suiveur dans le cas de la régulation longitudinale .	160
5.19	Interdistance du véhicule suiveur dans le cas de la régulation longitudinale .	160
5.20	Stratégie de sécurité à adopter en fonction de la position du véhicule précédent	165
A.1	Robot Aroco . . . . .	178
A.2	Réponse d'Aroco à une commande de vitesse . . . . .	178
A.3	Robot RobuFAST . . . . .	179
A.4	Réponse de RobuFAST à une commande de vitesse . . . . .	179
A.5	Tracteurs expérimentaux Massey Ferguson . . . . .	180
A.6	Réponse du tracteur MF8680 à une commande de braquage . . . . .	181
A.7	Réponse du tracteur MF8680 à une commande de vitesse . . . . .	181
A.8	Capteurs embarquées (exemple sur RobuFAST) . . . . .	182

---

A.9	Centrale inertielle XSens MTI . . . . .	183
B.1	Modélisation Matlab <sup>®</sup> d'un convoi de 5 robots . . . . .	186
B.2	Visualisation des paramètres et des résultats des simulations . . . . .	186
B.3	Simulateur Cobaye : représentation réaliste des robots dans leur environnement	187

# Bibliographie

- [AACM13] G. ANTONELLI, F. ARRICHELLO, F. CACCAVALE et A. MARINO : Decentralized centroid and formation control for multi-robot systems. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 3511–3516, mai 2013.
- [ABL04] A. ASTOLFI, P. BOLZERN et A. LOCATELLI : Path-tracking of a tractor-trailer vehicle along rectilinear and circular paths : a Lyapunov-based approach. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(1):154–160, février 2004.
- [AHS97] L. E. AGUILAR, T. HAMEL et P. SOUERES : Robust path following control for wheeled robots via sliding mode techniques. *In Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, volume 3, pages 1389–1395, septembre 1997.
- [aut13] Les systèmes de guidage en agriculture. Fiche descriptive, Chambre d’agriculture de région du Nord-Pas de Calais, octobre 2013.
- [Ava10] P. AVANZINI : *Modélisation et commande d’un convoi de véhicules urbains par vision*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, décembre 2010.
- [BA98] T. BALCH et R. C. ARKIN : Behavior-based formation control for multirobot teams. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 14(6):926–939, décembre 1998.
- [BA07] R. W. BEARD et E. M. ATKINS : Information consensus in multivehicle cooperative control. *IEEE Control Systems Magazine*, 27(2):71–82, avril 2007.
- [BDLC09] M. BERDUCAT, C. DEBAIN, R. LENAIN et C. CARIOU : Evolution of agricultural machinery : the third way. *In Proceedings of International Conference JIAC*, pages 43–49, 2009.
- [Ben94] F. BEN AMAR : *Modèles de Comportement Des Véhicules Tout Terrain Pour la planification Géométrico-Physique de Trajectoires*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, janvier 1994.

- 
- [Ber08] M. BERRIRI : *Synthèse de lois de commande optimales pour les systèmes à retard sur l'entrée : application au contrôle actif d'un groupe motopropulseur en vue d'un agrément de conduite amélioré*. Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2008.
- [BIS07] M. BUEHLER, K. IAGNEMMA et S. SANJIV : *The 2005 DARPA Grand Challenge : the Great Robot Race*, volume 36. Springer-Verlag, New York, USA, 2007.
- [BIS09] M. BUEHLER, K. IAGNEMMA et S. SINGH : *The DARPA Urban Challenge : Autonomous Vehicles in City Traffic*, volume 56 de *Springer Tracts in Advanced Robotics*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2009.
- [BKA11] K. BERNS, K.-D. KUHNERT et C. ARMBRUST : Off-road robotics—an overview. *KI - Künstliche Intelligenz*, 25(2):109–116, 2011.
- [Bla07] S. BLACKMORE : A systems view of agricultural robots. In *Proceedings 6th European conference on precision agriculture (ECPA)*, pages 23–31, 2007.
- [BLT14] J.-B. BRACONNIER, R. LENAIN et B. THUILOT : Ensuring path tracking stability of mobile robots in harsh conditions : An adaptive and predictive velocity control. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 5268–5273, mai 2014.
- [BNP87] E. BAKKER, L. NYBORG et H. B. PACEJKA : Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. *Society of Automotive Engineers - Technical Paper 870421*, 2:190–204, février 1987.
- [Bom06] J. BOM : *Étude et mise en oeuvre d'un convoi de véhicules urbains avec accrochage immatériel*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, juillet 2006.
- [Bou09] N. BOUTON : *Stabilité dynamique des véhicules légers tout-terrain. Nouvelles solutions. Application aux véhicules légers de type quad*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, novembre 2009.
- [Bou14] J.-M. BOURNIGAL : Définir ensemble le futur du secteur des agroéquipements. Rapport de la mission agroéquipements, Irstea, octobre 2014.
- [BOV12] J. BACKMAN, T. OKSANEN et A. VISALA : Navigation system for agricultural machines : Nonlinear model predictive path tracking. *Computers and Electronics in Agriculture*, 82(0):32–43, 2012.
- [BS12] J. C. BARCA et Y. A. SEKERCIOGLU : Swarm robotics reviewed. *Robotica*, 31(3):345–359, juillet 2012.
-

- [BSF13] J. C. BARCA, A. SEKERCIOGLU et A. FORD : Controlling formations of robots with graph theory. *In Intelligent Autonomous Systems 12*, pages 563–574. Springer, 2013.
- [BTMM05] J. BOM, B. THUILOT, F. MARMOITON et P. MARTINET : Nonlinear control for urban vehicles platooning, relying upon a unique kinematic GPS. *In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 4138–4143, avril 2005.
- [Car12] C. CARIOU : *Contribution à la commande de robot mobile poly-articulé à roues sur sol naturel : application à la conduite autonome des engins agricoles*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, avril 2012.
- [CBdN96] G. CAMPION, G. BASTIN et B. d'Andréa NOVEL : Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(1):47–62, février 1996.
- [CBLT13] P. CARTADE, J.-B. BRACONNIER, R. LENAIN et B. THUILOT : Adaptive and predictive control of a mobile robots fleet : Application to off-road formation regulation. *In IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1836–1842, mai 2013.
- [CCW<sup>+</sup>11] L. CHENG, L. CAO, H. WU, Q. ZHU, W. XU et L. LIU : Trajectory tracking control of nonholonomic mobile robots by backstepping. *In Proceedings of the International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC)*, pages 134–139, juin 2011.
- [CdI99] L. CARACCILO, A. DE LUCA et S. IANNITTI : Trajectory tracking control of a four-wheel differentially driven mobile robot. *In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, volume 4, pages 2632–2638, 1999.
- [CFK97] Y. U. CAO, A. S. FUKUNAGE et A. B. KAHNG : Cooperative mobile robotics : Antecedents and directions (expanded Version of 1995 IEEE/RSJ IROS Conference Proceedings). *Autonomous Robots*, 4(1):7–27, 1997.
- [Cha99] T. CHATEAU : *Détection robuste d'interface par fusion d'informations incertaines : application à l'aide au guidage d'engins agricoles*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 1999.
- [Cha06] M. CHADLI : *Commande de systèmes linéaires*. Notes de cours, 2006.
- [CLTB09] C. CARIOU, R. LENAIN, B. THUILOT et M. BERDUCAT : Automatic guidance of a four-wheel-steering mobile robot for accurate field operations. *Journal of Field Robotics*, 26(6-7):504–518, 2009.



- 
- [CMT87a] D. W. CLARKE, C. MOHTADI et P. S. TUFFS : Generalized predictive control—part I. the basic algorithm. *Automatica*, 23(2):137 – 148, 1987.
- [CMT87b] D. W. CLARKE, C. MOHTADI et P. S. TUFFS : Generalized predictive control—part II Extensions and interpretations. *Automatica*, 23(2):149 – 160, 1987.
- [CNL00] C. CANUDAS DE WIT et A. D. NDOUDI-LIKOHO : Nonlinear control for a convoy-like vehicle. *Automatica*, 36(3):457–462, mars 2000.
- [CO02] M. L. CORRADINI et G. ORLANDO : Control of mobile robots with uncertainties in the dynamical model : a discrete time sliding mode approach with experimental results. *Control Engineering Practice*, 10(1):23 – 34, 2002.
- [COAL95] C. CANUDAS DE WIT, H. OLSSON, K. J. ASTROM et P. LISCHINSKY : A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(3):419–425, mars 1995.
- [Cor01] L. CORDESSES : *Commande de robots : applications à l’asservissement visuel 3D et au guidage d’engins agricoles par GPS*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, juillet 2001.
- [CTV+03] C. CANUDAS DE WIT, P. TSIOTRAS, E. VELENIS, M. BASSET et G. GISSINGER : Dynamic friction models for road/tire longitudinal interaction. *Vehicle System Dynamics*, 39(3):189–226, 2003.
- [Dah68] P. R. DAHL : A solid friction model. Rapport technique, The Aerospace Corporation, mai 1968.
- [Dah76] P. R. DAHL : Solid friction damping of mechanical vibrations. *AIAA Journal*, 14(12):1675–1682, 1976.
- [Deb96] C. DEBAIN : *Lois de commande pour le contrôle et la mobilité de machines agricoles*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 1996.
- [Del11] P. DELMAS : *Génération active des déplacements d’un véhicule agricole dans son environnement*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, février 2011.
- [Den15] D. DENIS : *Contribution à la modélisation et à la commande de robots mobiles reconfigurables en milieu tout-terrain : Application à la stabilité dynamique d’engins agricoles*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont II, 2015.
-

- [DFH03] P. DEBENEST, E. F. FUKUSHIMA et S. HIROSE : Proposal for automation of humanitarian demining with buggy robots. *In Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, volume 1, pages 329–334, octobre 2003.
- [DFS70] H. DUGOFF, P. S. FANCHER et L. SEGEL : An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance. Rapport technique, SAE International, février 1970.
- [DGMS08] J. DAKHLALLAH, S. GLASER, S. MAMMAR et Y. SEBSADJI : Tire-road forces estimation using extended kalman filter and sideslip angle evaluation. *In American Control Conference*, pages 4597–4602, juin 2008.
- [DHAA02] P. DUPONT, V. HAYWARD, B. ARMSTRONG et F. ALTPETER : Single state elastoplastic friction models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 47(5):787–792, mai 2002.
- [DJ07] T. DIERKS et S. JAGANNATHAN : Control of nonholonomic mobile robot formations : Backstepping kinematics into dynamics. *In IEEE International Conference on Control Applications*, pages 94–99, octobre 2007.
- [DJP04] K. D. DO, Z.-P. JIANG et J. PAN : A global output-feedback controller for simultaneous tracking and stabilization of unicycle-type mobile robots. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(3):589–594, 2004.
- [dLOS98] A. de LUCA, G. ORIOLO et C. SAMSON : Feedback control of a nonholonomic car-like robot. *In J.-P. LAUMOND, éditeur : Robot Motion Planning and Control*, volume 229 de *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 171–253. Springer Berlin Heidelberg, 1998.
- [DM02] W. B. DUNBAR et R. M. MURRAY : Model predictive control of coordinated multi-vehicle formations. *In Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control*, volume 4, pages 4631–4636, décembre 2002.
- [dNCB95] B. d’Andréa NOVEL, G. CAMPION et G. BASTIN : Control of wheeled mobile robots not satisfying ideal velocity constraints : A singular perturbation approach. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 5(4):243–267, 1995.
- [dOV01] A. DE LUCA, G. ORIOLO et M. VENDITTELLI : Control of wheeled mobile robots : An experimental overview. *RAMSETE : Articulated and Mobile Robotics for Services and Technology*, pages 181–226, 2001.
- [DZ06] W. DENG et H. ZHANG : RLS-based online estimation on vehicle linear sideslip. *In American Control Conference*, juin 2006.

- 
- [EMK06] M. EL-MIKKAWY et A. KARAWIA : Inversion of general tridiagonal matrices. *Applied Mathematics Letters*, 19(8):712–720, août 2006.
- [eur] Directive 2010/40/UE du parlement européen et du conseil du 7 juillet 2010 concernant le cadre pour le déploiement de systèmes de transport intelligents dans le domaine du transport routier et d’interfaces avec d’autres modes de transport.
- [Fax02] J. A. FAX : *Optimal and Cooperative Control of Vehicle Formations*. Thèse de doctorat, California Institute of Technology, octobre 2002.
- [FL98] R. FIERRO et F. L. LEWIS : Control of a nonholonomic mobile robot using neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 9(4):589–600, juillet 1998.
- [GDWP13] W. GUANGHUA, L. DEYI, G. WENYAN et J. PENG : Study on formation control of multi-robot systems. In *Third International Conference on Intelligent System Design and Engineering Applications*, pages 1335–1339, janvier 2013.
- [Gim91] G. GIM : An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations. part 2 : Comprehensive slips. *International Journal of Vehicle Design*, pages 19–39, mars 1991.
- [GLR01] K. GUO, D. LU et L. REN : A unified non-steady non-linear tyre model under complex wheel motion inputs including extreme operating conditions. *JSAE Review*, 22(4):395–402, octobre 2001.
- [GLT13] A. GUILLET, R. LENAIN et B. THUILOT : Off-road path tracking of a fleet of WMR with adaptive and predictive control. In *IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 2855–2861, novembre 2013.
- [GLTM14] A. GUILLET, R. LENAIN, B. THUILOT et P. MARTINET : Adaptable robot formation control : Adaptive and predictive formation control of autonomous vehicles. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 21(1):28–39, mars 2014.
- [GN90] G. GIM et P. E. NIKRAVESH : An analytical model of pneumatic tyres for vehicle dynamic simulations. part 1 : Pure slips. *International Journal of Vehicle Design*, pages 589–618, mars 1990.
- [GPM89] C. E. GARCÍA, D. M. PRETT et M. MORARI : Model predictive control : Theory and practice — a survey. *Automatica*, 25(3):335 – 348, 1989.
- [GS94] K. H. GUO et J. SUI : The effect of longitudinal force and vertical load distribution on tire slip properties. In *25th FISITA congress on Vehicle Dynamics, Technical Paper no. 945087*, pages 197–203, octobre 1994.
-

- [HAFP05] F. HAMERLAIN, K. ACHOUR, T. FLOQUET et W. PERRUQUETTI : Higher order sliding mode control of wheeled mobile robots in the presence of sliding effects. *In IEEE Conference on Decision and Control - European Control Conference (CDC-ECC)*, pages 1959–1963, décembre 2005.
- [HPY<sup>+</sup>14] J. HARDING, G. POWELL, R. YOON, J. FIKENTSCHER, C. DOYLE, D. SADE, M. LUKUC, J. SIMONS et J. WANG : Vehicle-to-vehicle communications : Readiness of V2V technology for application. Rapport technique DOT HS 812 014, National Highway Traffic Safety Administration, août 2014.
- [HV04] B. D. HARRINGTON et C. VOORHEES : The challenges of designing the rocker-bogie suspension for the mars exploration rover. *Proceedings of the 37th Aerospace Mechanisms Symposium*, pages 185–195, mai 2004.
- [IC93] P. A. IOANNOU et C. C. CHIEN : Autonomous intelligent cruise control. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 42(4):657–672, novembre 1993.
- [ID00] K. IAGNEMMA et S. DUBOWSKY : Mobile robot rough-terrain control (RTC) for planetary exploration. *In Proceedings of the 26th ASME Biennial Mechanisms and Robotics Conference*, pages 1–8, 2000.
- [IFS14] IFSTTAR : Mobilité 2.0 : une stratégie pour les transports intelligents, février 2014.
- [Ign12] P. IGNACIUK : Dead-time compensation in continuous-review perishable inventory systems with multiple supply alternatives. *Journal of Process Control*, 22(5):915–924, 2012.
- [Kal63] R. E. KALMAN : Mathematical description of linear dynamical systems. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 1(2):152–192, 1963.
- [KBF<sup>+</sup>08] T. KEVICZKY, F. BORRELLI, K. FREGENE, D. GODBOLE et G. J. BALAS : Decentralized receding horizon control and coordination of autonomous vehicle formations. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 16(1):19–33, janvier 2008.
- [KN05] U. KIENCKE et L. NIELSEN : *Automotive control systems : For engine, driveline, and vehicle*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2<sup>e</sup> édition, 2005.
- [KRT<sup>+</sup>10] A. KREBS, F. RISCH, T. THUEER, J. MAYE, C. PRADALIER et R. SIEGWART : Rover control based on an optimal torque distribution - application to 6 motorized wheels passive rover. *In IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 4372–4377, octobre 2010.

- 
- [KŠ07] G. KLANČAR et I. ŠKRJANC : Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time. *Robotics and Autonomous Systems*, 55(6):460–469, juin 2007.
- [KSK<sup>+</sup>12] E. KAYACAN, W. SAEYS, E. KAYACAN, H. RAMON et O. KAYNAK : Intelligent control of a tractor-implement system using type-2 fuzzy neural networks. In *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, pages 1–8, juin 2012.
- [KYC96] O. KHATIB, K. YOKOI et K. CHANG : Coordination and decentralized cooperation of multiple mobile manipulators. *Journal of Robotic Systems*, 13(11):755–764, 1996.
- [LAB<sup>+</sup>11] J. LEVINSON, J. ASKELAND, J. BECKER, D. DOLSON, J. and Held, S. KAMMEL, J. Z. KOLTER, D. LANGER, O. PINK, V. PRATT, M. SOKOLSKY, G. STANEK, D. STAVENS, A. TEICHMAN, M. WERLING et S. THRUN : Towards fully autonomous driving : Systems and algorithms. In *IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*, pages 163–168, juin 2011.
- [LBY03] J. R. T. LAWTON, R. W. BEARD et B. J. YOUNG : A decentralized approach to formation maneuvers. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 19:933–941, 2003.
- [LCW04] G. LAFFERRIERE, J. CAUGHMAN et A. WILLIAMS : Graph theoretic methods in the stability of vehicle formations. *Proceedings of the American Control Conference*, 4:3729–3734, 2004.
- [Le 01] C. LE GALL : Chariots de manutention chariots sans conducteur. In *Techniques de l'ingénieur. L'Entreprise industrielle*, volume AGL3, pages 1–11. Techniques de l'ingénieur, 2001.
- [Len05] R. LENAIN : *Contribution à la modélisation et à la commande de robots mobiles en présence de glissement : application au suivi de trajectoire pour les engins agricoles*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, novembre 2005.
- [LFM05] Z. LIN, B. FRANCIS et M. MAGGIORE : Necessary and sufficient graphical conditions for formation control of unicycles. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(1):121–127, janvier 2005.
- [LTCM03] R. LENAIN, B. THUILOT, C. CARIOU et P. MARTINET : Adaptive control for car like vehicles guidance relying on RTK GPS : rejection of sliding effects in agricultural applications. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, volume 1, pages 115–120, septembre 2003.
-

- [LTCM06] R. LENAIN, B. THUILOT, C. CARIOU et P. MARTINET : High accuracy path tracking for vehicles in presence of sliding : Application to farm vehicle automatic guidance for agricultural tasks. *Autonomous Robots*, 21(1):79–97, 2006.
- [LTCM09] R. LENAIN, B. THUILOT, C. CARIOU et P. MARTINET : Mixed kinematic and dynamic sideslip angle observer for accurate control of fast off-road mobile robots. *Journal of Field Robotics*, 27(2):181–196, 2009.
- [LTHM11] R. LENAIN, B. THUILOT, O. HACH et P. MARTINET : High-speed mobile robot control in off-road conditions : A multi-model based adaptive approach. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 6143–6149, mai 2011.
- [LWCV05] G. LAFFERRIERE, A. WILLIAMS, J. CAUGHMAN et J. J.P. VEERMAN : Decentralized control of vehicle formations. *Systems & Control Letters*, 54(9):899–910, septembre 2005.
- [Mal11] F. MALARTRE : *Perception intelligente pour la navigation rapide de robots mobiles en environnement naturel*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, juin 2011.
- [MCTM05] R. MANDUCHI, A. CASTANO, A. TALUKDER et L. MATTHIES : Obstacle detection and terrain classification for autonomous off-road navigation. *Autonomous Robots*, 18(1):81–102, 2005.
- [Mez09] Y. MEZOUAR : *Contribution à la commande et à la navigation par vision*. Habilitation à diriger les recherches, Université Blaise Pascal, Clermont II, novembre 2009.
- [MFDC09] F. MALARTRE, T. FERAUD, C. DEBAIN et R. CHAPUIS : Digital elevation map estimation by vision-lidar fusion. In *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, pages 523–528, 2009.
- [MHKS13] A. S. MATVEEV, M. HOY, J. KATUPITIYA et A. V. SAVKIN : Nonlinear sliding mode control of an unmanned agricultural tractor in the presence of sliding and control saturation. *Robotics and Autonomous Systems*, 61(9):973 – 987, 2013.
- [Mou13] H. MOUSAZADEH : A technical review on navigation systems of agricultural autonomous off-road vehicles. *Journal of Terramechanics*, 50(3):211–232, 2013.
- [MPPD05] G. L. MARIOTTINI, G. PAPPAS, D. PRATTICIZZO et K. DANIILIDIS : Vision-based localization of leader-follower formations. In *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 635–640, 2005.

- 
- [MRF<sup>+</sup>08] N. K. M'SIRDI, A. RABHI, L. FRIDMAN, J. DAVILA et Y. DELANNE : Second order sliding-mode observer for estimation of vehicle dynamic parameters. *International Journal of Vehicle Design*, 48(3-4):190–207, 2008.
- [MS91] R. M. MURRAY et S. S. SASTRY : Steering nonholonomic systems in chained form. In *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, volume 2, pages 1121–1126, décembre 1991.
- [MS93] A. MICAELLI et C. SAMSON : Trajectory tracking for unicycle-type and two-steering-wheels mobile robots. Rapport de recherche RR-2097, INRIA, 1993.
- [MSS<sup>+</sup>14] V. MILANES, S. E. SHLADOVER, J. SPRING, C. NOWAKOWSKI, H. KAWAZOE et M. NAKAMURA : Cooperative adaptive cruise control in real traffic situations. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(1):296–305, février 2014.
- [Nof09] S. Y. NOF, éditeur. *Springer Handbook of Automation*. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [NTL15] A. NIZARD, B. THUILOT et R. LENAIN : Tire longitudinal estimation for improved safety of vehicles in off-road conditions. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2015.
- [OF06] O. A. A. ORQUEDA et R. FIERRO : Robust vision-based nonlinear formation control. In *American Control Conference*, juin 2006.
- [Ols96] H. OLSSON : *Control Systems with Friction*. Thèse de doctorat, Lund University, 1996.
- [Pac81] H. B. PACEJKA : Analysis of tire properties. *Mechanics of Pneumatic Tires*, 122, 1981.
- [Pac05] H. B. PACEJKA : *Tire and Vehicle Dynamics*. Elsevier, 2005.
- [PFB07] S. M. PEDERSEN, S. FOUNTAS et S. BLACKMORE : Economic potential of robots for high value crops and landscape treatment. In *6th European Conference on Precision Agriculture (ECPA)*, pages 457–464. Wageningen Academic Publishers, juin 2007.
- [Pom92] J.-B. POMET : Explicit design of time-varying stabilizing control laws for a class of controllable systems without drift. *Systems & Control Letters*, 18(2):147 – 158, 1992.
- [QB03] S. J. QIN et T. A. BADGWELL : A survey of industrial model predictive control technology. *Control Engineering Practice*, 11(7):733 – 764, 2003.
-

- [RA07] W. REN et E. ATKINS : Distributed multi-vehicle coordinated control via local information exchange. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 17(10-11):1002–1033, juillet 2007.
- [RB04] W. REN et R. W. BEARD : Decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach. *In Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, volume 27, pages 73–82, 2004.
- [Ric93a] J. RICHALET : Industrial applications of model based predictive control. *Automatica*, 29(5):1251 – 1274, 1993.
- [Ric93b] J. RICHALET : *Pratique de la Commande Prédicative*. Hermès, 1993.
- [Ric13] M. RICHIER : *Conception de dispositifs actifs de maintien de stabilité pour les véhicules évoluant en milieux naturels*. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, décembre 2013.
- [RO11] J. RICHALET et D. O'DONOVAN : Elementary predictive functional control : A tutorial. *In International Symposium on Advanced Control of Industrial Processes (ADCONIP)*, pages 306–313, 2011.
- [RPS<sup>+</sup>05] L. RAY, A. PRICE, A. STREETER, D. DENTON et J. H. LEVER : The design of a mobile robot for instrument network deployment in antarctica. *In Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 2111–2116, avril 2005.
- [RRTP78] J. RICHALET, A. RAULT, J. L. TESTUD et J. PAPON : Model predictive heuristic control : Applications to industrial processes. *Automatica*, 14(5):413 – 428, 1978.
- [Sam95] C. SAMSON : Control of chained systems application to path following and time-varying point-stabilization of mobile robots. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40(1):64–77, janvier 1995.
- [SCM04] J. STEPHANT, A. CHARARA et D. MEIZEL : Virtual sensor : application to vehicle sideslip angle and transversal forces. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 51(2):278–289, avril 2004.
- [SDH<sup>+</sup>91] S. E. SHLADOVER, C. A. DESOER, J. K. HEDRICK, M. TOMIZUKA, J. WALRAND, W.-B. ZHANG, D. H. MCMAHON, H. PENG, S. SHEIKHOESLAM et N. MCKEOWN : Automated vehicle control developments in the PATH program. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 40(1):114–130, février 1991.
- [SH96] D. SWAROOP et J. K. HEDRICK : String stability of interconnected systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(3):349–357, mars 1996.



- 
- [SHCI94] D. SWAROOP, J. K. HEDRICK, C. C. CHIEN et P. IOANNOU : A comparison of spacing and headway control laws for automatically controlled vehicles. *Vehicle System Dynamics*, 23(1):597–625, 1994.
- [SK02] T. G. SUGAR et V. KUMAR : Control of cooperating mobile manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(1):94–103, 2002.
- [SKI05] S. SHIMODA, Y. KURODA et K. IAGNEMMA : Potential field navigation of high speed unmanned ground vehicles on uneven terrain. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 2828–2833, 2005.
- [Smi58] O. J. M. SMITH : *Feedback control systems*. Control Systems Engineering. McGraw-Hill, New York, NY, 1958.
- [SML15] C. SAMSON, P. MORIN et R. LENAIN : *Handbook of Robotics : Motion Control of Wheeled Mobile Robots*. Springer Berlin Heidelberg, 2<sup>e</sup> édition, 2015. In press.
- [Sor93] O. J. SORDALEN : Conversion of the kinematics of a car with n trailers into a chained form. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, volume 1, pages 382–387, mai 1993.
- [SS00] L. SCIAVICCO et B. SICILIANO : *Modelling and Control of Robot Manipulators*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer-Verlag London, London, 2000.
- [Ste04] J. STEPHANT : *Contribution à l'étude et à la validation expérimentale d'observateurs appliqués à la dynamique du véhicule*. Thèse de doctorat, Université Technologique de Compiègne, 2004.
- [Swa94] D. SWAROOP : *String stability of interconnected systems : An application to platooning in automated highway systems*. Thèse de doctorat, Institute of Transportation Studies, UC Berkeley, janvier 1994.
- [TBMM04] B. THUILOT, J. BOM, F. MARMOITON et P. MARTINET : Accurate automatic guidance of an urban electric vehicle relying on a kinematic GPS sensor. In *5th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles (IAV'04)*, 2004.
- [TCMB02] B. THUILOT, C. CARIOU, P. MARTINET et M. BERDUCAT : Automatic guidance of a farm tractor relying on a single CP-DGPS. *Autonomous Robots*, 13(1):53–71, 2002.
- [Thu95] B. THUILOT : *Contribution à la modélisation et à la commande de robots mobiles à roues*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, décembre 1995.
-

- [Thu12] B. THUILOT : *Commande de robots mobiles*. Cours de Master 2 MSIR-Université Blaise Pascal, 2012.
- [TJP03a] H. G. TANNER, A. JADBABAIE et G. J. PAPPAS : Stable flocking of mobile agents. I. fixed topology. *In 42nd IEEE International Conference on Decision and Control (CDC)*, volume 2, pages 2010–2015, 2003.
- [TJP03b] H. G. TANNER, A. JADBABAIE et G. J. PAPPAS : Stable flocking of mobile agents. II. dynamic topology. *In 42nd IEEE International Conference on Decision and Control (CDC)*, volume 2, pages 2016–2021, 2003.
- [TTW<sup>+</sup>04] S. THRUN, S. THAYER, W. WHITTAKER, C. BAKER, W. BURGARD, D. FERGUSON, D. HAHNEL, D. MONTEMERLO, A. MORRIS, Z. OMOHUNDRO, C. REVERTE et W. WHITTAKER : Autonomous exploration and mapping of abandoned mines. *Robotics Automation Magazine*, 11(4):79–91, décembre 2004.
- [Var93] P. VARAIYA : Smart cars on smart roads : problems of control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(2):195–207, 1993.
- [VLCW05] J. J. P. VEERMAN, G. LAFFERRIERE, J. S. CAUGHMAN et A. WILLIAMS : Flocks and formations. *Journal of Statistical Physics*, 121(5-6):901–936, 2005.
- [Won01] J. Y. WONG : *Theory of ground vehicles*. Wiley-Interscience, 3<sup>e</sup> édition, 2001.
- [YAB01] H. YAMAGUCHI, T. ARAI et G. BENI : A distributed control scheme for multiple robotic vehicles to make group formations. *Robotics and Autonomous Systems*, 36(4):125–147, septembre 2001.
- [YK96] D. YANAKIEV et I. KANELLAKOPOULOS : A simplified framework for string stability analysis in AHS. *In Proceedings of the 13th IFAC World Congress*, volume 182, pages 177 – 182, 1996.
- [ZGNG10] X. ZHANG, M. GEIMER, P. O. NOACK et L. GRANDL : A semi-autonomous tractor in an intelligent master-slave vehicle system. *Intelligent Service Robotics*, 3(4):263–269, juillet 2010.
- [ZKLC99] Y. ZHANG, E. B. KOSMATOPOULOS, P. A. LOANNOU et C. C. CHIEN : Autonomous intelligent cruise control using front and back information for tight vehicle following maneuvers. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 48(1):301–318, 1999.