



HAL
open science

Représentation par maillage adapté pour la reconstruction 3D en tomographie par rayons X

Anthony Cazasnoves

► **To cite this version:**

Anthony Cazasnoves. Représentation par maillage adapté pour la reconstruction 3D en tomographie par rayons X. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. INSA de Lyon, 2015. Français. NNT : 2015ISAL0121 . tel-01339974

HAL Id: tel-01339974

<https://theses.hal.science/tel-01339974>

Submitted on 30 Jun 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

2015ISAL0121

THÈSE

Délivrée par

L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Pour l'obtention du

Diplôme de doctorat

(Arrêté du 7 Août 2006)

École doctorale : Électronique, Électrotechnique, Automatique

Spécialité : Traitement du signal et de l'Image

Soutenue publiquement le 8 Décembre 2015 par

Anthony Cazasnoves

Représentation par maillage adapté pour la reconstruction 3D en tomographie par rayons X

Jury

Françoise Peyrin,	Directrice de recherche, INSERM	Directrice de thèse
Fanny Buyens,	Ingénieure de recherche, CEA-Tech	Encadrante de thèse
Sylvie Sevestre,	Maître de conférence, Université Paris V	Encadrante de thèse
Chafiaa Hamitouche,	Professeur des Universités, Télécom Bretagne	Rapporteur
Charles Soussen,	Maître de Conférence, Université de Lorraine	Rapporteur
Raphaëlle Chaîne,	Professeur des Universités, Université de Lyon	Examineur
Agnès Desolneux,	Directrice de Recherche, CNRS	Examineur
Patrick Laug,	Directeur de Recherche, INRIA	Examineur

CEA, LIST

Département d'Imagerie et de Simulation pour le Contrôle (DISC)

INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2011-2015

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e etage 04 72 43 80 46 Insa : R. GOURDON secretariat@edchimie-lyon.fr	M. Jean Marc LANCELIN Université de Lyon – Collège Doctoral Bât ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://edeea.ec-lyon.fr Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN Ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Sec : Safia AIT CHALAL Bat Atrium- UCB Lyon 1 04.72.44.83.62 Insa : S. REVERCHON Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	M. Fabrice CORDEY Laboratoire de Géologie de Lyon Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Géode – Bureau 225 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.44.83.74 Sylvie.reverchon-pescheux@insa-lyon.fr fabrice.cordey@univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES- SANTÉ http://www.ediss-lyon.fr Sec : Safia AIT CHALAL Bat Atrium – UCB Lyon 1 04 72 44 83 62 Insa : Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.11.90.13 Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e etage infomaths@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie CALABRETTO LIRIS – INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax 04 72 43 16 87 Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON http://ed34.universite-lyon.fr Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Direction 1 ^{er} et. Ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 71.70 Fax 04 72 43 85 28 Ed.materiaux@insa-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE http://mega.universite-lyon.fr Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Direction 1 ^{er} et. mega@insa-lyon.fr	M. Philippe BOISSE INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	ScSo* http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/ Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr	Mme Isabelle VON BUELTZINGLOEWEN Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48 isavonb@dbmail.com

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Résumé

La tomographie 3D par rayons X, utilisée tant pour le diagnostic médical que pour le contrôle non-destructif industriel, permet de reconstruire un objet en 3D à partir d'un ensemble de ses projections 2D. Le volume de reconstruction est usuellement discrétisé sur une grille régulière de voxels isotropes ce qui implique une augmentation de leur nombre pour atteindre une bonne résolution spatiale. Une telle représentation peut donc engendrer des coûts calculatoires et un volume mémoire de stockage particulièrement conséquents. Ce manuscrit présente une méthode permettant de discrétiser l'espace 3D de reconstruction de façon pertinente directement à partir de l'information structurelle contenue dans les données de projection. L'idée est d'obtenir une représentation adaptée à l'objet étudié. Ainsi, en lieu et place d'une grille voxélisée, on a recouru ici à un maillage tétraédrique épousant la structure de l'objet : la densité de mailles s'adapte en fonction des interfaces et des régions homogènes. Pour bâtir un tel maillage, la première étape de la méthode consiste à détecter les bords dans les données de projections 2D. Afin d'assurer une segmentation efficace et de bonne qualité, nous proposons d'exploiter le formalisme des tests statistiques pour paramétrer de façon optimale, automatique et rapide le filtre de Canny. L'information structurelle ainsi obtenue est ensuite fusionnée dans l'espace de reconstruction afin de construire un nuage de points échantillonnant les interfaces 3D de l'objet imagé. Pour ce faire, on procède à une rétroprojection directe des images de bords 2D pour obtenir une cartographie brute des interfaces 3D recherchées. Au moyen d'un filtrage automatisé par méthode statistique, on sélectionne les points les plus représentatifs, délimitant les interfaces avec précision. Le maillage adapté est finalement obtenu par tétraédrisation de Delaunay contrainte par ce nuage de points. Une reconstruction tomographique peut alors être réalisée sur une telle représentation en utilisant des schémas itératifs usuels pour lesquels les modèles de projecteur/rétroprojecteur sont adaptés. Nos expérimentations montrent qu'à partir d'un nombre restreint de projections sur 360° – i.e. 30 – notre méthode permet d'obtenir un nuage de points en très bonne adéquation avec les interfaces de l'objet étudié. La compression obtenue tant en termes de nombre d'inconnues à estimer qu'en espace mémoire nécessaire pour le stockage des volumes reconstruits est importante - jusqu'à 90 % - attestant ainsi de l'intérêt de cette discrétisation. Les reconstructions obtenues sont prometteuses et les maillages générés de qualité suffisante pour envisager leur utilisation dans des applications de simulations – éléments finis ou autres.

Mots clés : tomographie RX 3D, maillage adapté, détection de contours automatisée, test statistique, reconstruction itérative

Abstract

3D X-Ray computed tomography reconstruction is a method commonly used, nowadays, in both medical and non destructive testing fields to reconstruct a 3D object from a set of its 2D projections. The reconstruction space usually is sampled on a regular grid of isotropic voxels, thus inducing an increase in the number of cells used in order to get a satisfactory spatial resolution. This representation hence have a direct impact on the growth in computational cost of each reconstruction iteration and imposes the storage of volumes of considerable memory storage footprints. This dissertation introduces an approach to build an adapted sampling of the object of interest directly from a sparse dataset of projections and prior to any tomographic reconstruction. Instead of the usual voxel lattice, we make use of a tetrahedral mesh that tightly fits the object structure : cells density increases close to its interfaces and decreases in homogeneous regions. To create such a mesh, the first step of this work consists in the detection of edges in the 2D projection images. Segmentation quality being paramount for further stages, we introduce a statistical approach to automatically select crucial parameters of the selected edge detector - Canny's filter. This structural information then is merged within the 3D volume of reconstruction as a pointcloud adequately sampling the 3D interfaces of the studied object. To do so, we perform a direct backprojection of the 2D edge maps to obtain a rough 3D map of the desired interfaces. The points composing the cloud are placed according to this map by automated filtering of the rough map. This automation is attained by statistical approach. The adapted mesh is finally obtained by classical constrained Delaunay tetrahedralization algorithm on this cloud. CT reconstruction is performed on this new sampling by using usual iterative algorithms for which suitable models of projector/backprojector are proposed. Our experiments show that, using a sparse dataset - e.g. 30 projections - our method provides pointclouds tightly sampling the object interfaces. The compression achieved in the number of unknowns to estimate and in memory consumption for volume storage is sizable, vouching for the relevance of this sampling. Produced reconstructions are promising and the quality of meshes sufficient to contemplate their use in simulation applications, such as finite element methods.

Keywords : 3D Computed Tomography, adapted mesh, edge detection, statistical testing, iterative reconstruction

Table des matières

Introduction	1
1 Imagerie Tomographique par Rayons X	5
1.1 Contexte	7
1.2 Reconstruction tomographique par formalisme continu	10
1.3 Reconstruction tomographique par formalisme discret	12
1.4 Discrétisation du problème de reconstruction	20
1.5 Conclusions et principe de notre méthode	24
1.6 Références	26
2 Détection automatisée de bords 2D	31
2.1 Etat de l'art et sélection d'une approche adaptée	33
2.2 Standardisation du choix de seuils par approche statistique	41
2.3 Résultats obtenus et comparaison	45
2.4 Conclusions	56
2.5 Références	58
3 Création du maillage 3D adapté à l'objet	61
3.1 Problématique d'adaptation d'un maillage	63
3.2 Méthode d'échantillonnage des interfaces 3D par fusion des interfaces 2D	67
3.3 Raffinement de la méthode de fusion : Approche par tranche	71
3.4 Densification du nuage de points : utilisation de l'information spatiale	81
3.5 Maillages adaptés obtenus et performances de compression	85
3.6 Conclusions	90
3.7 Références	91
4 Reconstruction tomographique 3D sur maillage	93
4.1 Encodage des données : nodal ou cellulaire	94
4.2 Projecteur de type Siddon	95
4.3 Comparaisons des reconstructions pour les deux modèles	96
4.4 Conclusions sur l'encodage utilisé	106
4.5 Références	107
5 Application de la méthode aux acquisitions réelles	109
5.1 Acquisition d'un piston métallique	110
5.2 Acquisition d'une extrémité osseuse avec marqueurs métalliques	116
5.3 Conclusions	123
5.4 Références	124
Conclusions et Perspectives	125

TABLE DES MATIÈRES

A Communications	I
B Projecteur par ellipsoïde	II
C Liste des acronymes	IV
D Liste des symboles	VI

Liste des figures

1	Répartition de la fréquence des actes et de la dose collective pour différents diagnostique en France	2
1.1	Première radiographie	7
1.2	Synoptique général des approches itératives	14
1.3	Principe de division des données en sous-ensemble	16
1.4	Représentation en arbre	22
1.5	Représentation maillée	23
1.6	Différents modèles de projecteur	24
1.7	Projecteur par B-spline	24
1.8	Principe de notre approche	26
2.1	Détection de bords par filtre simple	34
2.2	Fonctionnement du détecteur de Canny	38
2.3	Influence du choix d'ouverture de filtre sur les bords détectés par l'algorithme de Canny	39
2.4	Influence du choix de seuils sur les bords détectés par l'algorithme de Canny	39
2.5	Analyse d'une région homogène d'image de projection	42
2.6	Lien entre estimation de paramètre et qualité de segmentation	45
2.7	Exemples d'images de la base BSD500	46
2.8	Tigre et brosse : originaux et segmentations de référence	48
2.9	Détection de bords : performances sur images non bruitées	49
2.10	Détection de bords : performances sur images faiblement bruitées	50
2.11	Détection de bords : performances sur images fortement bruitées	51
2.12	Bords détectés pour une acquisition RX issue du projet européen <i>Mediate</i>	53
2.13	Projection d'acquisition d'un radius et profils d'atténuations et de gradients	54
2.14	Bords détectés pour une acquisition RX de coquillage	55
3.1	Comparaison entre mailles tétraédriques d'ordre 1 et 2	63
3.2	Maillage adapté 2D en SPECT	64
3.3	Maillage adapté 3D en SPECT	65
3.4	Maillage adapté 2D en tomодensitométrie	65
3.5	Construction d'un nuage de point adapté en tomодensitométrie par stéréovision	66
3.6	Sélection automatisée d'un seuil adapté par test statistique.	70
3.7	Création du nuage de points : exemple de données de projection	70
3.8	Nuage de points obtenus par filtrage statistique du volume de rétroprojection	71
3.9	Exemple configuration induisant une variabilité du modèle	72

3.10	Variabilité de la distribution modèle au sein du volume de rétro-projection.	73
3.11	Comparaison des nuages de points pour l'os avec inserts métalliques . . .	76
3.12	Comparaison des nuages de points pour la statue de Bouddha	77
3.13	Influence du bruit sur la qualité des nuages obtenus	79
3.14	Impact du nombre de projections utilisées sur la qualité du nuage de points obtenu	80
3.15	Impact de la résolution de la grille de rétroprojection sur la qualité du nuage de points obtenu	81
3.16	Interfaces voxélisées	82
3.17	Seuillage par hystérésis du volume : schémas de décision	83
3.18	Distribution des points pour deux méthodes de filtrage	84
3.19	Filtrage par hystérésis : cas du Bouddha	85
3.20	Extrémité osseuse : comparaison par coupe entre modèle et maillage obtenu	86
3.21	Statuette de Bouddha : comparaison par coupe entre modèle et maillage obtenu	88
3.22	Shepp-Logan : comparaison par coupe entre modèle et maillage obtenu	89
4.1	Comparaison entre atténuations nodales et cellulaires	94
4.2	Projecteur de Siddon tétraédrique (atténuation cellulaire)	95
4.3	Projecteur de Siddon tétraédrique (atténuation nodale)	96
4.4	Extrémité osseuse : reconstructions sur maillage et voxels	99
4.5	Extrémité osseuse : comparaison des projections des volumes reconstruits	100
4.6	Shepp-Logan : reconstructions sur maillage et voxels	101
4.7	Shepp-Logan : comparaison des projections des volumes reconstruits . .	102
4.8	Reconstruction du Bouddha (coupe transverse $Z = 16\text{mm}$)	104
4.9	Reconstruction du Bouddha (coupe corticale centrale)	105
5.1	Données d'acquisition d'un piston métallique	110
5.2	Norme au carré des gradients d'une image de projection du piston . . .	111
5.3	Projection et carte de bords du piston métallique	112
5.4	Coupes dans le maillage adapté du piston	112
5.5	Reconstruction du piston métallique (coupe $Z = 10\text{mm}$)	114
5.6	Reconstruction du piston métallique (coupe $Z = 40\text{mm}$)	115
5.7	Données d'acquisition de l'extrémité osseuse	116
5.8	Norme au carré des gradients d'une image de projection de l'extrémité osseuse	117
5.9	Projection et carte de bords de l'extrémité osseuse	118
5.10	Coupes dans le maillage adapté de l'extrémité osseuse avec inserts . . .	118
5.11	Reconstructions du fantôme osseux avec marqueurs métalliques (coupes coronales centrales)	120
5.12	Reconstructions du fantôme osseux avec marqueurs métalliques (coupes sagittales centrales)	122

Liste des tableaux

1.1	Algorithmes itératifs déployés sur scanners commerciaux	25
3.1	Compression de l'os par maillage adapté	87
3.2	Compression du Bouddha par maillage adapté	88
3.3	Compression du fantôme de Shepp-Logan maillage adapté	89

Introduction

"In my life I have found two things of priceless worth - learning and loving. Nothing else - not fame, not power, not achievement for its own sake - can possibly have the same lasting value. For when your life is over, if you can say 'I have learned' and 'I have loved,' you will also be able to say 'I have been happy.'"

Arthur C. Clarke, Rama II

La reconstruction tomographique par rayons-X est majoritairement connue du grand public au travers de son application médicale : la tomодensitométrie. Par abus de langage, cet examen est souvent appelé scanner, du nom du système d'acquisition utilisé pour le réaliser. Le recours de plus en plus courant à cette technique d'imagerie s'explique par sa capacité à fournir un outil de diagnostic précieux pour des pathologies d'intérêt majeur - e.g. imagerie des poumons, du torse ou détection de tumeurs cancéreuses.

Cette perpétuelle augmentation de l'imagerie X entraîne cependant deux problèmes principaux : une immobilisation des dispositifs d'acquisitions ainsi qu'un accroissement de la dose délivrée aux patients. Le rapport [Etard et al. \[2010\]](#) concernant l'exposition aux rayonnements de la population française liée au diagnostic médical note par exemple une augmentation des actes de scannographie de 2% sur la période 2002-2007 ; cette modalité représentant en 2007 une part faible (10%) des examens pour une dose efficace collective majoritaire (58%) - voir [Figure 1](#).

Afin d'augmenter la durée de vie des équipements, de diminuer le temps machine nécessaire à un examen, ou encore pour limiter cette dose au patient, restreindre le nombre d'acquisitions réalisées constitue une des principales approches envisagées par la communauté des chercheurs du domaine.

En parallèle de cette utilisation clinique, l'usage de cette technique se développe aussi dans le domaine du [contrôle non destructif \(CND\)](#). En effet, pour répondre à des applications de plus en plus précises et complexes, les pièces industrielles possèdent des structures élaborées et des compositions devant respecter des contraintes drastiques. La capacité à accéder aux reconstructions fidèles de la structure interne de ces objets ainsi qu'à leurs densités - miroirs directs de leurs compositions physiques - est donc un atout majeur dans un processus de contrôle de qualité.

Certaines pièces imagées peuvent présenter un encombrement important et/ou posséder un facteur de forme particulier réduisant de fait le parcours d'acquisition accessible.



FIGURE 1 – Répartition de la fréquence des actes et de la dose efficace collective, par type de diagnostique en France pour les années 2002 et 2007. (Illustration extraite du rapport [Etard et al. \[2010\]](#))

Par ailleurs, la multiplication des acquisitions peut entraîner un vieillissement prématuré des systèmes d'inspection mis en place.

Dans le contexte industriel, parvenir à proposer des méthodes de reconstruction pouvant s'affranchir de ces contraintes d'acquisitions est ainsi un enjeu critique.

D'un point de vue mathématique, la reconstruction tomographique appartient à la classe des problèmes inverses : il s'agit d'estimer la cartographie 3D des coefficients d'absorption d'un échantillon d'intérêt à partir d'un ensemble de projections 2D de ce dernier acquises depuis différents angles de vues. Deux familles de méthodes peuvent être utilisées pour parvenir à cette reconstruction 3D.

Lorsqu'il est possible d'obtenir un grand nombre de projections, elle peut être effectuée au moyen d'algorithmes analytiques. Ces derniers sont basés sur une formulation continue du problème et leur force réside dans la capacité à garantir une bonne qualité de reconstruction pour un faible coût calculatoire - lié aux implantations optimisées des transformées utilisées dans ces modèles.

Les méthodes dites itératives se basent quant à elles sur un formalisme matriciel du problème de reconstruction. Dans ce cadre, la qualité de reconstruction s'exprime au moyen d'une fonction de coût et les algorithmes proposés permettent d'obtenir une estimation du volume recherché au moyen de schémas de minimisation. L'avantage de ces méthodes réside dans le fait qu'elles permettent de recourir à une modélisation plus précise du phénomène d'acquisition, donnant ainsi la possibilité de prendre en compte les limitations précédemment exposées. Il est en plus possible d'introduire des *a priori* sur l'objet imagé afin d'améliorer la qualité de la reconstruction.

Quelle que soit la méthode adoptée, le volume de reconstruction 3D est usuellement discrétisé sur une grille régulière de cellules cubiques – voxels. Comme pour les images 2D usuelles, ceci s’explique par la simplicité d’utilisation de cette représentation tant au niveau algorithmique - gestion de pointeurs simples - que pour des problématiques d’affichage des données - possibilité d’utiliser des solutions simples telle que la visualisation par coupes.

Cependant, tant pour les applications cliniques que pour le **CND**, on cherche à obtenir des résolutions de reconstructions de plus en plus fines afin de caractériser les structures les plus infimes de l’échantillon étudié. Cette volonté est par ailleurs encouragée par l’amélioration des résolutions des détecteurs utilisés. Ceci implique ainsi de diminuer la taille des voxels et, de fait, multiplier le nombres de cellules composant chaque reconstruction. En conséquences directes de cette évolution, le coût calculatoire par itération de reconstruction augmente et les volumes produits occupent de plus en plus d’espace mémoire pour leur stockage.

Qui plus est, afin de pouvoir interpréter cette reconstruction au mieux, il est dans de nombreux cas nécessaire de recourir à des méthodes de segmentation ; représentant ainsi une autre étape coûteuse et pour laquelle le choix d’un algorithme pertinent est rarement trivial.

Dans ce manuscrit, une méthode permettant d’obtenir une discrétisation adaptée à l’objet directement depuis un faible nombre de ses projections et avant toute reconstruction tomographique est présentée. En lieu et place d’une grille voxélisée, on recourt ici à un maillage tétraédrique épousant la structure de l’objet : la densité de mailles augmente à ses interfaces et décroît dans les régions homogènes.

Le premier chapitre de ce document est consacré à l’état de l’art sur la reconstruction tomographique par rayons X. Les contextes historiques et physiques de cette modalité y sont brièvement rappelés et les méthodes de reconstruction usuelles - tant analytiques qu’itératives - présentées. Une attention particulière est portée aux différentes discrétisations pouvant être utilisées pour représenter un volume (de reconstruction). Les idées et axes directeurs de la méthode que nous proposons concluent cette partie du manuscrit.

Pour bâtir le maillage adapté, la première étape consiste à extraire l’information structurelle à disposition dans les projections acquises. Le second chapitre de ce manuscrit traite par conséquent de la détection de bords dans une image bidimensionnelle. Débutant par un état de l’art permettant de sélectionner un détecteur adéquat - filtre de Canny - il met ensuite en avant la difficulté de paramétrage de ce dernier. L’automatisation étant cruciale pour la suite de notre méthode, une approche statistique permettant de standardiser le paramétrage du détecteur de Canny est ensuite explicitée et la qualité des résultats obtenus évaluée sur une base d’images optiques de référence et de radiographies acquises au sein du laboratoire.

Pour obtenir un maillage adapté, nous proposons de fusionner l’information structurelle extraite des projections 2D dans l’espace 3D afin d’obtenir un nuage de points échantillonnant les surfaces de l’objet - le maillage étant ensuite contraint par ce dernier. Le troisième chapitre expose le schéma de fusion par méthode statistique proposé pour parvenir à ce résultat. Après un état de l’art sur la création de maillage adapté

dans le contexte de la reconstruction tomographique, le schéma de fusion - par rétro-projection simple - permettant d'obtenir une cartographie préliminaire des interfaces 3D recherchées est présenté et son modèle statistique explicité. Deux méthodes de placement des points du nuage par filtrage statistique de cette cartographie sont ensuite présentées et l'évaluation de qualité de ces nuages réalisée par comparaison avec une description surfacique des objets à notre disposition. Les maillages adaptés, obtenus à partir de ce nuage de points par tétraédrisation de Delaunay contrainte, sont enfin présentés et les performances, en termes de compression de ces représentations, détaillées et discutées.

Afin de réaliser une reconstruction tomographique sur cette nouvelle représentation, il est nécessaire d'adapter les opérateurs dits de projection/rétro-projection. Le quatrième chapitre de ce manuscrit se focalise sur ce problème. Mettant tout d'abord en avant les deux possibilités d'encodage de l'information offertes par les maillages - base nodale ou cellulaire - on y présente ensuite deux projecteurs adaptés chacun à un type d'encodage. Les résultats de reconstruction obtenus par une méthode itérative pour chacun de ces projecteurs sont ensuite comparés en utilisant des données de simulation et un fantôme tomographique de référence - Shepp-Logan.

Afin de valider les performances de l'ensemble de la méthode de reconstruction sur base maillée, le cinquième et dernier chapitre de ce manuscrit présente son application à des données d'acquisitions issues de projets du laboratoire. Une application s'inscrit dans un contexte médical, l'autre dans une perspective **CND**. Pour chaque cas, l'ensemble des étapes fonctionnelles de la méthode est illustré.

Références

Cécile ETARD, Sandra SINNO-TELLIER et Bernard AUBERT : Exposition de la population française aux rayonnements ionisants liée aux actes de diagnostic médical en 2007. Rapport technique, Institut de Radioprotection et de Sûreté Nucléaire (IRSN) and Institut de Veille Sanitaire (InVS), 2010. URL http://www.invs.sante.fr/publications/2010/rayonnements_ionisants_diagnostic_medical/rapport_expri.pdf. 1, 2

Chapitre 1

Imagerie Tomographique par Rayons X

Ce premier chapitre a pour objectif de situer la contribution de ce travail de thèse dans le contexte de la tomographie par rayons X. Pour ce faire, on y décrit la chaîne d'acquisition de l'image jusqu'aux reconstructions classiques du volume 3D. Dans un premier temps, on s'intéresse au contexte de l'imagerie radiographique. Après un bref historique de l'émergence de la reconstruction tomographique, on rappelle les principaux principes physiques régissant l'acquisition de l'image radiographique et présente un aperçu des différents dispositifs d'acquisitions et des évolutions séparant leurs différentes générations. La seconde partie du chapitre se focalise sur les deux familles de méthodes utilisées pour réaliser la reconstruction 3D du volume imagé en y précisant les *gold standard* pour chacune d'elles. En dernière partie, on présente une revue bibliographique des nouvelles approches de représentation visant la réduction des données de reconstruction par l'exploitation de discrétisations adaptées à l'objet à reconstruire. En conclusion de ce chapitre, nous présentons les limitations inhérentes à ces dernières méthodes et introduisons l'idée directrice de la méthode proposée dans ce travail.

"It's the people who don't worry—those who never have any doubts that what they're doing is good and right—they're the ones that cause the problems."

Alastair Reynolds, Redemption Ark

Sommaire

1.1	Contexte	7
1.1.1	Bref historique	7
1.1.2	Principes physiques principaux	8
1.1.3	Dispositifs d'acquisitions	9
1.2	Reconstruction tomographique par formalisme continu	10
1.2.1	Transformée de Radon et théorème coupe-projection	10
1.2.2	Reconstruction par Rétroprojection Simple (BP) et Rétroprojection Filtrée (FBP)	11
1.2.3	Algorithme Feldkamp David and Kress (FDK)	11
1.3	Reconstruction tomographique par formalisme discret	12

1.3.1	Reconstruction tomographique comme problème de minimisation	13
1.3.2	Les méthodes algébriques	14
1.3.3	Les méthodes statistiques	18
1.3.4	Les méthodes basées modèle	19
1.4	Discretisation du problème de reconstruction	20
1.4.1	Volume unique, discrétisations infinies	20
1.4.2	Formalisme discret de l'interaction rayonnement matière	23
1.5	Conclusions et principe de notre méthode	24
1.6	Références	26

1.1 Contexte

Dans ce chapitre, les ouvrages de référence [Buzug \[2008\]](#); [Peyrin et Engelke \[2012\]](#) seront utilisés comme source pour les aspects historiques, les phénomènes physiques abordés ainsi que pour les méthodes classiques de reconstructions - en particulier les approches dites *analytiques*.

1.1.1 Bref historique

En 1895, le physicien Allemand Whilhelm Röntgen fait la découverte d'un rayonnement invisible et capable de pénétrer la matière. Ne trouvant pas de dénomination satisfaisante, il baptise donc ces rayons "X". Le 22 décembre de cette même année, il réalise une image de la main de sa femme au moyen de ces rayons : l'imagerie par rayons X vient de naître. Cette capacité à pouvoir observer l'intérieur d'un corps ou d'un ob-



FIGURE 1.1 – Portrait de Whilhelm Röntgen et première radiographie de la main d'Anna Bertha Röntgen (22 décembre 1895)

jet au travers de ses projections, ou radiographies, a très rapidement suscité un intérêt auprès du corps médical. La reconstruction de l'objet tridimensionnel depuis celles-ci a cependant du attendre l'avènement de l'informatique, seule à même de fournir un outil suffisamment performant pour réaliser les calculs associés. Mathématiquement parlant, ce problème de reconstruction d'un signal de dimension N depuis des observations de dimension $N-1$ correspond à un problème de type inverse : la tomographie.

Dans le cadre de la reconstruction tomographique par rayons X, on cherche à calculer, en chaque point de l'espace nous intéressant, la densité du matériau traversé par le rayonnement. La cartographie ainsi obtenue correspond théoriquement à l'intérieur de l'objet observé. La première solution à ce problème a été apportée par le mathématicien Johann Radon en 1917 au moyen d'un opérateur de transformée éponyme. Les premières mises en application de cette méthode ont cependant du attendre les années 70 et les travaux fondateur de Hounsfield et Cormack.

Depuis cette décennie, le domaine de la tomographie RX est en perpétuelle évolution : amélioration des systèmes d'acquisitions, introduction de nouvelles méthodes de reconstruction ou encore diversification des cadres applicatifs. De nos jours, principalement de par sa force de méthode d'observation non-invasive/destructrice, elle fait partie des outils de diagnostic les plus utilisés par le corps médical et est devenue un incontournable des processus de [CND](#).

1.1.2 Principes physiques principaux

Interaction rayonnement matière

Lorsqu'un flux de rayons X traverse un objet, une interaction existe entre les photons X et les atomes composant la matière traversée. Cette interaction est séparable en quatre phénomènes : diffusion Rayleigh, diffusion Compton, absorption photoélectrique et création de paires.

La diffusion Rayleigh se produit lorsque la longueur d'onde du photon X est grande en comparaison du diamètre de l'atome de matière considéré. Elle est de fait majoritaire à basse énergie. Aucun transfert énergétique n'a lieu, on observe uniquement un changement de direction entre le rayon X incident et le rayon X diffusé.

L'absorption photoélectrique intervient dès lors que le rayonnement possède une énergie suffisante pour expulser un électron appartenant à une couche interne de l'atome. La réorganisation du cortège électronique entraîne alors une émission correspondant à une raie de fluorescence caractéristique de l'atome.

La diffusion Compton est similaire à l'absorption photoélectrique, la différence résidant dans le fait que l'électron expulsé appartient cette fois à une couche externe du cortège électronique. L'énergie du photon incident n'est ainsi pas intégralement absorbée. Par conséquent, le photon diffusé et l'électron expulsé participent ainsi au rayonnement.

La création de paire quant à elle n'intervient qu'à haute énergie - au-delà du MeV. Pour ces photons X, la probabilité de création d'une paire électron-positron n'est plus négligeable. Après création, le positron va très rapidement entrer en collision avec un électron, générant ainsi deux rayons γ contribuant au rayonnement global.

Chacun de ces phénomènes peut être caractérisé par une fonction σ dépendant de l'énergie E du photon X considéré. Il est alors possible de caractériser l'interaction entre la matière et le rayonnement X au moyen d'un simple coefficient d'absorption $\mu(E)$:

$$\mu(E) = \sigma_{Rayl}(E) + \sigma_{Photo}(E) + \sigma_{Compt}(E) + \sigma_{Pair}(E) \quad (1.1)$$

Loi d'atténuation des rayons-X

Comme rappelé précédemment, la matière se comporte comme un matériau plus ou moins atténuant pour le rayonnement X. En cela, il est possible d'utiliser la formulation de Beer-Lambert pour lier l'intensité du rayonnement incident à celle du rayonnement mesuré au sortir de l'échantillon d'intérêt. En notant $I(E)$ l'intensité mesurée au détecteur pour le niveau énergétique E , on a donc

$$I(E) = I_0(E) e^{-\int_0^l \mu(\xi, E) d\xi} \quad (1.2)$$

où $I_0(E)$ représente l'intensité de la source, $d\xi$ le déplacement le long du parcours du rayon considéré, l l'épaisseur de matériau et $\mu(\xi, E)$ la valeur du coefficient d'atténuation à la coordonnée ξ et pour le niveau d'énergie considéré. En présence d'un

spectre continu entre les niveaux énergétiques E_{min} et E_{max} , l'intensité totale mesurée I correspond alors à

$$I = \int_{E_{min}}^{E_{max}} I(E)dE \quad (1.3)$$

En première approximation, on peut considérer que l'amplitude du spectre est faible et que la source est quasi mono-énergétique. Mesurant le plein flux I_0 en chaque pixel du détecteur, il est alors possible de normaliser les projections acquises obtenant ainsi une mesure de projection p

$$\begin{aligned} p &= -\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) \\ &= \int_0^l \mu(\xi)d\xi \end{aligned} \quad (1.4)$$

On obtient, sous cette forme, un lien entre l'information mesurée et l'intégrale linéaire du coefficient d'atténuation qu'on cherche à reconstruire. Cette relation a une importance particulière dans l'émergence des premières méthodes de reconstruction.

1.1.3 Dispositifs d'acquisitions

Depuis les premiers dispositifs des années 70, les évolutions des systèmes d'acquisitions tomographiques ont été colossales tant en termes de qualité des données obtenues, de vitesse d'acquisition qu'en réduction de dose au patient.

Pour la première génération, l'acquisition procédait en deux phases : un premier déplacement linéaire du couple pixel détecteur-source permettant l'acquisition de la projection selon un angle particulier, suivie d'un second déplacement angulaire pour changer de point de vue. La projection résultante était donc unidimensionnelle, permettant de reconstruire une tranche 2D de l'objet imagé. En procédant de la sorte, on se place dans une géométrie dite *parallèle* : pour une même projection, les rayons source-pixels détecteur ont une direction parallèle.

Le changement majeur intervient à la troisième génération : le détecteur comprend plusieurs pixels composant ainsi une barrette linéaire. Par conséquent, l'acquisition n'implique maintenant plus qu'un mouvement de rotation autour de l'objet imagé. Cette modification permet de réduire de manière drastique le temps d'acquisition. Dans cette nouvelle configuration, les faisceaux divergent depuis la source vers les pixels détecteurs : la géométrie est donc de type *éventail*.

En ayant recours aux dispositifs précédant, il n'est possible de reconstruire que des tranches 2D de l'objet étudié. La reconstruction tridimensionnelle de ce dernier sera donc limitée à un empilement de ces tranches.

Il est possible de généraliser la reconstruction à une image 3D en utilisant un faisceau *conique* : le détecteur est bidimensionnel et la source ponctuelle. On a affaire à une extension 3D de la géométrie type *faisceau* et l'acquisition ne nécessite qu'un mouvement de rotation autour de l'objet.

Plus récemment, des projets de recherche ont proposé des équipements de tomographie RX robotisés permettant d'obtenir des acquisitions à plus haut degré de liberté. L'idée est alors de positionner le générateur et le détecteur sur deux bras robots dont les mouvements sont asservis - fonctionnement maître-esclave - ou non afin de répondre à

des contraintes particulières de l'acquisition considérée. Dans le cadre du projet ORBIT (Keeve [2015]), l'idée est ainsi d'avoir un système CT compact et complètement intégrable dans un bloc opératoire afin de pouvoir réaliser des reconstructions au cours de l'intervention. L'intérêt est ainsi de ne plus avoir à déplacer le patient jusqu'à une salle d'imagerie - gain en temps et en complexité quant aux contraintes de stérilisation. Pour le projet GERIM2, l'idée est cette fois de permettre le contrôle et l'analyse de pièces de grandes dimensions ou de formes complexes en déplaçant les effecteurs selon des trajectoires optimales tout autour de l'objet. De telles plateformes, pour l'heure à l'état de prototypes, ouvrent de nouveaux champs d'applications.

1.2 Reconstruction tomographique par formalisme continu

Ayant acquis un ensemble de projections de l'objet d'étude, il est possible d'effectuer sa reconstruction tridimensionnelle selon différents types d'approches. Historiquement, les premières méthodes introduites sont dites *analytiques* et sont basées sur un formalisme continu du problème de reconstruction. Comme on le verra par la suite, ces dernières reposent principalement sur l'utilisation de transformées - de Radon ou Fourier. De part les bonnes qualités de reconstruction qu'elles permettent d'obtenir pour un faible coût calculatoire, elles demeurent encore de nos jours parmi les plus utilisées - notamment dans le domaine médical. En 2D, les premières reconstructions furent réalisées par BP puis, la qualité des résultats obtenus améliorée par la méthode de FBP. En 3D, c'est une extension de la méthode FBP qui fait aujourd'hui office de *gold standard* : la méthode FDK - du nom de ses auteurs.

1.2.1 Transformée de Radon et théorème coupe-projection

En reprenant la formulation Eq. (1.4), il apparaît que les projections acquises sont directement liées à une intégrale du champ d'atténuation qu'on cherche à reconstruire. En 1917, un résultat fondamental sur la détermination d'une fonction à partir d'un ensemble d'intégrales de celle-ci selon différentes directions est présenté par J. Radon (Radon [1917]). La transformation mathématique éponyme \mathcal{R} correspond donc directement à l'opération de projection. La valeur de projection $p_\theta(u)$ du rayon passant à une distance u du centre de rotation pour la projection d'angle θ s'exprime alors

$$p_\theta(u) = \mathcal{R}\{f\}(u, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(u - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy, \quad (1.5)$$

avec δ , *fonction* delta de Dirac.

Un autre point clef : le théorème coupe-projection. Ce dernier expose l'équivalence entre la transformée de Fourier 1D d'une projection de l'image selon une direction θ et la coupe selon la même direction dans la transformée de Fourier 2D de l'image. Soit v une grandeur fréquentielle :

$$\mathcal{F}_{1D}\{p_\theta\}(v) = \mathcal{F}_{2D}\{f\}(v \cos \theta, v \sin \theta) \quad (1.6)$$

Par conséquent, en appliquant \mathcal{F}_{1D} aux projections acquises, on obtient la transformée de Fourier 2D de l'image recherchée. Une estimation de l'image \hat{f} semble alors accessible en inversant cette transformée

$$\hat{f} = \mathcal{F}_{2D}^{-1}\{\mathcal{F}_{1D}(p)\} \quad (1.7)$$

Dans cette formulation, il est cependant nécessaire d'effectuer une interpolation : l'échantillonnage d'acquisition est de nature polaire quand la reconstruction par inversion est effectuée sur une grille cartésienne. Cette interpolation dans le schéma de reconstruction est source d'erreur certaine.

1.2.2 Reconstruction par BP et FBP

Pour compenser l'erreur d'interpolation entre les grilles polaires et cartésiennes précédemment mentionnée, il est possible d'utiliser une autre méthode, faisant intervenir un opérateur de rétroprojection $B(p) = \int_0^\pi p_\theta d\theta$.

Une première idée consiste à directement inverser le processus en procédant à la rétroprojection des mesures réalisées : c'est l'approche dite BP. L'estimation ainsi obtenue correspond simplement à

$$\hat{f}_{BP} = B(p) . \quad (1.8)$$

Cette approche induit cependant un flou important dans la reconstruction. Par BP, chaque pixel de l'image reçoit une contribution positive de l'ensemble des projections considérées, créant en cela un effet d'étalement des profils le long de la direction de rétroprojection.

Pour répondre à ce problème, la FBP propose de procéder à un pré-traitement des projections avant d'appliquer l'opérateur B . Soient R_{amp} le filtre de rampe et $*$ l'opérateur de convolution usuel, la reconstruction est obtenue via

$$\hat{f}_{FBP} = B(p * R_{amp}) . \quad (1.9)$$

L'effet de ce filtrage correspond à une augmentation du contenu haute fréquence. On obtient une reconstruction dont les bords sont plus affirmés, réduisant en cela le flou obtenu lors de l'utilisation de la BP.

Pensée pour une géométrie d'acquisition parallèle, la méthode FBP peut-être étendue au contexte du *fan beam*. Cependant, dès lors qu'on s'intéresse à une reconstruction réellement tridimensionnelle - par opposition aux reconstructions multi-coupes - il n'est plus possible d'utiliser cette approche.

1.2.3 FDK

L'extension de l'approche de FBP au cas d'une géométrie 3D pose un problème d'échantillonnage majeur. Pour pouvoir réaliser une telle reconstruction, la condition de Tuy-Smith (Tuy [1983]) stipule qu'il *doit exister au moins un point source pour chaque plan intersectant l'objet en reconstruction*. Pour la trajectoire circulaire standard d'acquisition tomographique, cela limite donc la reconstruction au plan central de l'objet. En 1984, Feldkamp, Davis et Kress proposent donc la méthode FDK (Feldkamp *et al.* [1984]) permettant d'obtenir une reconstruction approximative de l'objet 3D. Les auteurs proposent de considérer chaque plan défini par une position source et une ligne du détecteur comme une configuration de type *faisceau*. Le filtrage des projections s'effectue donc ligne par ligne au moyen d'un filtre rampe adapté à cette nouvelle géométrie. La rétroprojection est ensuite effectuée en pondérant chaque point de l'espace

de reconstruction en fonction de sa position dans l'espace 3D. La reconstruction est approximative en dehors du plan central mais l'erreur demeure acceptable pour des systèmes d'acquisition dont la divergence de faisceau reste faible.

Grâce aux implantations optimisées de la plupart des transformées utilisées par ces méthodes, et eu égard au peu d'opérations impliquées, ces approches sont calculatoirement très efficaces. Cependant, leur nature analytique et la dépendance à des espaces de transformées pose un problème majeur : elles sont confrontées aux conditions d'échantillonnage de Shannon. Par conséquent, afin de pouvoir reconstruire un volume avec une haute résolution spatiale, il est nécessaire de procéder à l'acquisition d'un nombre important de projections. Il n'est cependant pas toujours possible de respecter ces conditions. Certains contrôles industriels peuvent par exemple limiter les angles d'acquisition accessibles par le dispositif - e.g encombrement de l'objet étudié - ou restreindre le nombre de projections acquises pour respecter des contraintes de temps d'inspection. Par ailleurs, dans le contexte médical, la diminution de la dose au patient et/ou la nécessité de réduire le temps d'acquisition afin de désencombrer les scanners sont des problématiques de plus en plus prépondérantes. Afin de répondre à ces contraintes, des méthodes numériques sont développées et permettent d'obtenir des reconstructions de bonne qualité à partir de jeux de données incomplets - nombre de vues restreint, angle de vue réduit ou combinaison des deux - dont la qualité de chacune des projections peut être réduite.

1.3 Reconstruction tomographique par formalisme discret

En sélectionnant une discrétisation du volume imagé, il est possible de formuler le problème de reconstruction sous sa forme matricielle. En considérant l'ensemble des projections mesurées p , le lien avec le volume de reconstruction s'exprime

$$p = A \times f + \xi , \quad (1.10)$$

où ξ encode le bruit inhérent à l'acquisition. La matrice A est usuellement appelée matrice-système ou projecteur et encode la contribution de chacune des fonctions de base de la discrétisation utilisée à chacun des pixels de projection.

Il semble alors que, pour une acquisition de bonne qualité - $\xi \rightarrow 0$ - la reconstruction peut-être effectuée par simple inversion de la matrice système. Cette matrice est cependant non-inversible de part sa nature généralement non carrée et creuse : la reconstruction comprenant un volume englobant de l'objet pour lequel on observe aucune interaction rayon-matière, les éléments correspondant de la matrice A ont des valeurs nulles.

Pour contourner ce problème, il est possible de recourir à l'estimation du pseudo-inverse de A - par exemple par méthode [Décomposition en Valeurs Singulières \(SVD\)](#) - mais cette alternative n'est envisageable que pour des problèmes de petite dimension. Elle demeure, à l'heure actuelle, non utilisable pour une application en tomographie par rayons X.

L'autre alternative est de recourir à une approche itérative de minimisation. Cette dernière peut être purement algébrique ou tirer partie d'un *a priori* sur les données à reconstruire dans un modèle statistique.

1.3.1 Reconstruction tomographique comme problème de minimisation

Les méthodes d'inversion algébriques ne permettant pas de résoudre l'équation (1.3), il est nécessaire de recourir à une approche d'optimisation pour parvenir à estimer l'image ou volume d'intérêt f . Le problème de reconstruction tomographique s'écrit alors

$$\hat{f} = \underset{f \in \mathbb{R}^L}{\operatorname{argmin}} C(f) , \quad (1.11)$$

où $C(f)$ correspond à la fonction de coût incorporant l'ensemble de la modélisation du problème. Il est ainsi usuel de décomposer cette dernière en deux termes

$$C(f) = \Psi(f) + \Upsilon(f) . \quad (1.12)$$

$\Psi(f)$ représente l'attache aux données et porte la modélisation d'interaction rayonnement-matière - projecteur - et la connaissance sur la statistique du signal acquis - caractérisation de la chaîne d'acquisition par exemple. $\Upsilon(f)$ correspond à un terme de régularisation éventuellement appliqué et à l'*a priori* sur le signal en reconstruction.

Expressions usuelles du terme d'attache aux données Ψ

Pour évaluer la reconstruction réalisée, la première idée est de comparer l'erreur commise dans l'espace des projections. La fonction d'attache aux données équivalente Ψ_{LS} correspond alors à une approche de type moindres carrés - ou *least square* - s'exprimant

$$\Psi_{LS}(f) = (p - Af)^T (p - Af) . \quad (1.13)$$

Dès lors qu'on possède une meilleure connaissance du système d'acquisition utilisé, il est possible d'incorporer cette dernière dans la fonction Ψ utilisée au moyen d'une matrice de pondération diagonale W définie positive. Cette dernière pourra, par exemple, attribuer une pondération plus faible aux pixels de moindre pertinence - bords du détecteurs - voir nulle pour les pixels dits *morts*. A cette approche de moindres carrés pondérés - WLS pour *weighted least squares* - correspond la fonction

$$\Psi_{WLS}(f) = (p - Af)^T W (p - Af) . \quad (1.14)$$

Exemples courants de régularisation Υ

En fonction de la qualité des données de projection utilisées, de la quantité d'information à disposition et du niveau de finesse de la modélisation de l'interaction rayonnement matière - opérateurs A et A^T - les reconstructions tomographiques obtenues par minimisation unique de Ψ peuvent demeurer très bruitées. L'utilisation d'une fonction de régularisation peut permettre de pallier, ou tout du moins nuancer, ce problème. L'approche la plus classique est d'imposer la continuité par région dans le volume de reconstruction. En d'autres termes, soit D l'opérateur de dérivation, l'idée est ainsi de minimiser, au sens de la norme $L2$, la variation au sein du champ d'absorption reconstruit

$$\Upsilon_{L2}(f) = \|Df\| . \quad (1.15)$$

L'inconvénient principal de cette approche est que, la norme $L2$ n'étant pas parcimonieuse, cette minimisation entraîne une diminution non désirable du contraste au niveau des frontières délimitant les différents objets du volume.

Récemment, des algorithmes de reconstruction utilisant la norme $L1$ - possédant cette propriété de parcimonie - ont été proposés afin d'effectuer une homogénéisation du volume préservant ses frontières. Cette approche dite de **Total Variation (TV)** s'exprime au travers de la fonction

$$\Upsilon_{TV}(f) = |Df| . \quad (1.16)$$

Minimisation de la fonction de coût par approches itératives

La fonction de coût étant exprimée, il est dans la plupart des cas impossible d'obtenir une expression analytique de son minimiseur. Il est alors nécessaire de recourir à un algorithme itératif de minimisation pour obtenir une solution approchée \hat{f} . De multiples approches sont utilisables, leur squelette de fonctionnement demeurant cependant commun - voir Figure 1.2. L'initialisation du volume se fait au moyen d'une valeur quelconque constante, aléatoirement ou proche de la solution. Les itérations consistent ensuite en une alternance de projection du volume, comparaison aux données acquises et rétroprojection pondérée de l'erreur avec mise à jour du volume. Les itérations se poursuivent jusqu'à respecter un certain critère de qualité - e.g. tolérance vis à vis de la fonction de coût utilisée.

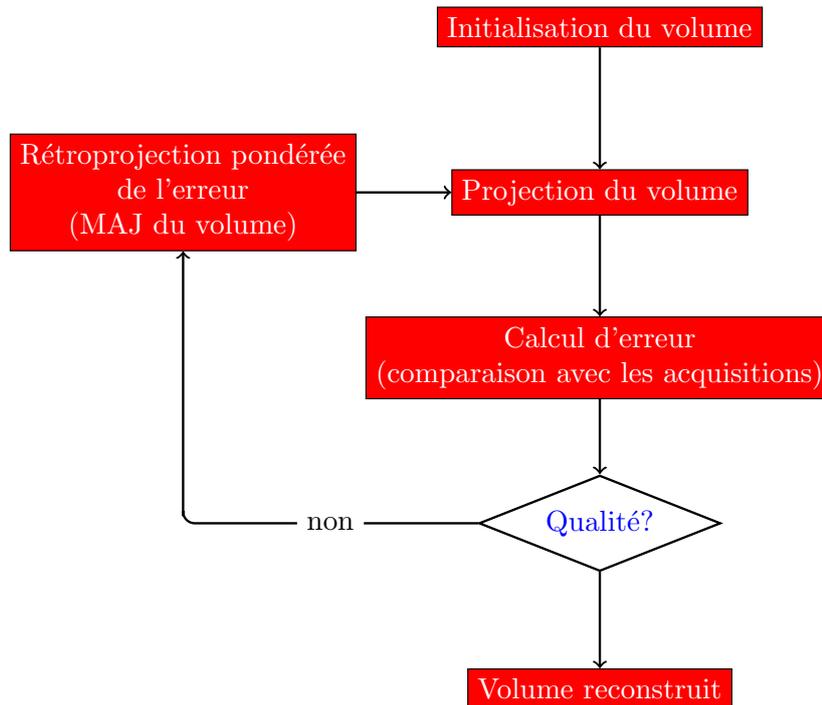


FIGURE 1.2 – Synoptique des approches itératives.

1.3.2 Les méthodes algébriques

Algebraic Reconstruction Technique (ART) et dérivées

La méthode **ART** fut la première approche itérative proposée en reconstruction tomographique par rayons X. Due aux travaux de **Gordon *et al.* [1970]**; **Hounsfield [1976]**,

elle consiste en fait en une adaptation du schéma de minimisation de [Kaczmarz \[1937\]](#) au problème tomographique. Dans cette approche, l'image recherchée est considérée comme un point de l'espace de dimension L - où L correspond au nombre d'éléments du volume. Chacune des équations modélisant une projection dans le système Eq.(1.3) correspond à un hyperplan de l'espace des reconstructions possibles. Ainsi, si elle existe, la solution du système se trouve être le point d'intersection de l'ensemble de ces hyperplans. En partant d'un point quelconque de l'espace $\hat{f}^{(0)}$ et en procédant par projections successives sur chacun des hyperplans, on parvient à converger vers la solution.

Dénotant par \mathbf{a}_i la i -ème ligne de la matrice encodant l'interaction du rayon i avec le volume en reconstruction \hat{f} , et utilisant K radiographies de N pixels, le schéma ART s'exprime

$$(\text{ART}) : \hat{f}^{(n+1)} = \hat{f}^{(n)} + \frac{p_i - \mathbf{a}_i \hat{f}^{(n)}}{\mathbf{a}_i (\mathbf{a}_i)^T} (\mathbf{a}_i)^T, \quad i \in [1, \dots, K \times N] \quad (1.17)$$

A chaque itération d'ART, un seul rayon est donc pris en compte dans la mise à jour du volume de reconstruction. Le nombre de cellules traité demeure donc limité, conférant en cela une convergence lente à la méthode.

Construisant sur cette approche, la méthode [Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique \(SART\)](#) propose un schéma itératif modifié permettant, à chaque itération, de traiter l'ensemble des rayons composant une projection ([Andersen et Kak \[1984\]](#); [Andersen \[1989\]](#)). C'est par conséquent, une majorité des cellules du volume qui est cette fois mise à jour.

Soient les matrices diagonales de normalisations dans l'espace de projection P et du volume R définies comme

$$P_{ii} = \left(\sum_{j=1}^L a_{ij} \right)^{-1}, \quad R_{jj} = \left(\sum_{i=1}^{KN} a_{ij} \right)^{-1}. \quad (1.18)$$

On désigne par l'indice θ la restriction de chacun des opérateurs à l'angle d'acquisition de la $k^{\text{ième}}$ projection. La matrice de projection correspondante est donnée par

$$A_{ij}|\theta = \begin{cases} a_{ij} & \text{si } i \in [kN, (k+1)N - 1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (1.19)$$

et les matrices de normalisation associées par

$$P_{ii}|\theta = \begin{cases} \left(\sum_{j=1}^L a_{ij} \right)^{-1} & \text{si } i \in [kN, (k+1)N - 1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad R_{jj}|\theta = \left(\sum_{i=kN}^{(k+1)N} a_{ij} \right)^{-1}. \quad (1.20)$$

En choisissant comme initialisation $\hat{f}_0^{(n)} = \hat{f}^{(n)}$, le schéma de mise à jour d'un SART à K projections s'exprime alors

$$(\text{SART}) : \begin{cases} \hat{f}^{(n+1)} & = \hat{f}_K^{(n)} \\ \hat{f}_{k+1}^{(n)} & = \hat{f}_k^{(n)} + \kappa R|\theta A^T|\theta \Delta|\theta \\ \Delta|\theta & = P|\theta \left(p - A|\theta \hat{f}_k^{(n)} \right) \end{cases} \quad (1.21)$$

Dans une publication récente, [Jiang et Wang \[2003\]](#) obtiennent une preuve de convergence du [SART](#) et montrent que la solution obtenue minimise la fonction de coût Ψ_{WLS} .

Les auteurs de cette preuve de convergence introduisent ensuite l'utilisation d'une approche par sous-ensembles pour la méthode [SART](#) : l'[Ordered-Subset Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique \(OS-SART\)](#) - [Wang et Jiang \[2004\]](#). Cette approche consiste à diviser les données de projections en sous-ensembles et de les traiter de manière séquentielle - e.g. groupes de projections dans la [Figure 1.3](#).

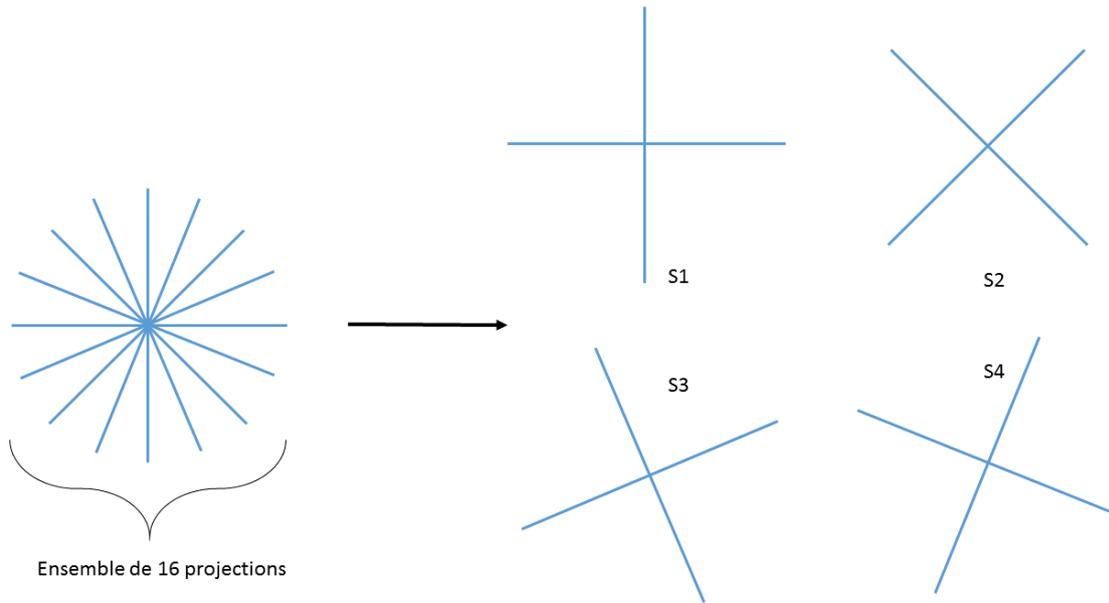


FIGURE 1.3 – Principe de division des données en sous-ensemble. Le sinogramme composé de 16 projections peut par exemple être divisé en quatre sous-ensembles de quatre projections équi-réparties sur le parcours angulaire d'acquisition.

Le schéma itératif est quasiment identique - Wang propose en fait deux schémas aux stabilités et vitesses de convergence sensiblement différentes - à celui du [SART](#), à ceci près qu'en lieu et place d'une simple projection, on utilise un sous-ensemble.

Par ailleurs, on peut remarquer qu'en utilisant un [OS-SART](#) à un seul sous-ensemble, le schéma d'itération correspond alors à la méthode [Simultaneous Iterative Reconstruction Technique \(SIRT\)](#) ([Gilbert \[1972\]](#)) pour laquelle la minimisation porte sur Ψ_{LS}

$$(\text{SIRT}) : \begin{cases} \hat{f}^{(n+1)} &= \hat{f}^{(n)} + \kappa R A^T \Delta^{(n)} \\ \Delta^{(n)} &= P \left(p - A \hat{f}^{(n)} \right) \end{cases} \quad (1.22)$$

Pour l'ensemble de ces schémas, l'hyperparamètre $\kappa \in]0, 2[$ permet de pondérer la mise à jour du volume de reconstruction. Plus importante est sa valeur, plus la modification pour l'itération concernée sera importante. La sélection d'une valeur adéquate de κ n'est pas triviale. Pour l'[OS-SART](#), les auteurs proposent par exemple d'adapter cette valeur à chaque itération en suivant un schéma décroissant

$$\kappa_n = \frac{1}{1 + \epsilon(n-1)}, n \geq 1, \epsilon \in]0, 1[. \quad (1.23)$$

De manière standard, ce paramètre est fixé à $\kappa = 1$.

Les schémas basés sur l'approche **ART** sont de type additif. D'autres approches mettent en place un schéma de type multiplicatif. Tel est le cas du **Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique (MART)** **Gordon et al.** [1970]. Comme rappelé dans **Badea et Gordon** [2004], cet algorithme possède la propriété de maximiser l'entropie de Shannon du volume reconstruit et de limiter la reconstruction à l'enveloppe convexe du volume - contractant ainsi l'information dans la zone utile.

Méthodes de descente

Pour les méthodes de descente, l'idée est de chercher à résoudre le problème de minimisation sans contrainte de manière directe. Dans cette section, on se réfère au Chapitre 9 de l'ouvrage de référence **Boyd et Vandenberghe** [2004].

Soit $\nabla C(f)$ le gradient de la fonction de coût considérée. En supposant C convexe, son minimiseur f_{sol} est le point tel que

$$\nabla C(f_{sol}) = 0 . \quad (1.24)$$

Cette solution n'étant généralement pas analytiquement accessible, les méthodes de descente proposent d'opérer de manière itérative et de trouver une succession de points f^k permettant d'approcher f_{sol} . L'appellation *descente* est liée à la nature monotone du schéma de minimisation, garantissant que $\forall k, \forall f^k \neq f_{sol}$

$$C(f^k) > C(f^{k+1}) . \quad (1.25)$$

Le schéma itératif général suivi s'exprime

$$f^{k+1} = f^k + s^k d^k , \quad (1.26)$$

où s^k (resp. d^k) correspond au *pas* (resp. *direction*) de descente pour la $k^{ième}$ itération. Si d^k est obligatoirement recalculé à chaque itération, il est possible de choisir un pas de descente constant. Cependant, la plupart des méthodes utilisées préfèrent utiliser un pas adapté à chaque itération afin d'optimiser les performances de l'algorithme. Ce calcul donne lieu à une seconde minimisation.

La descente de gradient est sans doute la plus simple approche de cette classe de méthode. L'idée est de choisir une *direction* de descente opposée au gradient de la fonction $d = -\nabla C(f)$. Le schéma itératif correspondant s'exprime ainsi

$$f^{k+1} = f^k - s^k \nabla C(f^k) . \quad (1.27)$$

Pour ce schéma, le critère d'arrêt est habituellement fixé sur le taux de variation entre deux itérations. Soit ϵ la variation minimale autorisée et $\|\cdot\|$ la norme adéquate, l'algorithme est ainsi stoppé dès lors que

$$\|\nabla C(f)\| \leq \epsilon . \quad (1.28)$$

L'algorithme de plus forte pente peut quant à lui être vu comme une amélioration de la descente de gradient. Pour chaque itération, la direction de descente correspond toujours à l'opposé du gradient de la fonction, mais la question est de trouver le pas le plus adapté pour accélérer la convergence.

L'idée est de considérer que, la fonction de coût étant parabolique, les gradients de deux itération successives doivent nécessairement être orthogonaux - le premier correspondant à l'asymptote de descente; le second caractérisant le minimum visé. En allégeant la notation $\nabla C_{(k)} = \nabla C(f^{(k)})$, vérifier cette condition revient à utiliser un pas de descente

$$s^k = \frac{\|\nabla C_{(k)}\|_{L2}}{\nabla C_{(k)}^T A \nabla C_{(k)}}, \quad (1.29)$$

dans le schéma itératif présenté en Eq. (1.27).

L'algorithme du gradient conjugué est la méthode de descente la plus couramment utilisée. En utilisant l'approche de plus forte pente, il apparaît que les directions de descentes successives suivent plus ou moins la même orientation générale. Par conséquent, il serait plus intéressant de pouvoir obtenir, pour chaque itération, une direction plus favorable afin de trouver un cheminement plus efficace jusqu'au minimiseur recherché. L'utilisation des **directions conjuguées** permet de répondre à cette contrainte et, c'est son incorporation à l'algorithme de **plus forte pente** qui permet d'obtenir la méthode du gradient conjugué. Cette approche a initialement été introduite par [Hestenes et Stiefel \[1952\]](#) mais nous renvoyons ici à la très claire présentation donnée par [Shewchuk \[1994\]](#).

1.3.3 Les méthodes statistiques

Les méthodes statistiques tirent leur appellation du fait qu'elles utilisent la connaissance sur la *statistique* du signal mesuré - dénombrement des photons au niveau des pixels du détecteur.

De manière courante, on limite cette catégorie aux algorithmes de reconstruction - schémas itératifs - issus de ce modèle statistique. Dans la très intéressante revue proposée par [Beister et al. \[2012\]](#), il est cependant rappelé qu'il existe aussi des méthodes statistiques se focalisant sur le débruitage du sinogramme - dites *raw data domain* - et d'autres permettant d'effectuer ce débruitage directement sur le volume de reconstruction - *image/volume domain*. Dans les deux cas, la reconstruction est alors opérée au moyen d'un algorithme quelconque et la méthode statistique se focalise uniquement sur l'amélioration des données utilisées ou reconstruites.

Approches par espérance-maximisation

Les méthodes classiques de reconstruction statistique employées pour le problème de tomographie par rayonnement X procèdent en recherchant l'estimation, au sens du **Maximum de Vraisemblance (MV)**, de l'image f .

Dans ce contexte, la première utilisation d'une approche de type espérance-maximisation est proposée en **Tomographie par Emission de Positons (TEP)** par [Shepp et Vardi \[1982\]](#). Son extension à la tomographie en transmission est à porter au crédit de [Lange et al. \[1984\]](#).

Pour formuler le schéma itératif [Maximum Likelihood Expectation Maximization \(ML-EM\)](#) associé, la brique fondamentale est l'hypothèse faite sur la nature de la mesure faite en chaque pixel p_i du détecteur. En considérant que la valeur de mesure est proportionnelle au nombre de photons X interagissant avec le détecteur, il est alors possible de considérer la mesure comme Poissonienne

$$P(p_i) = \frac{(\hat{p}_i)^{p_i}}{p_i!} e^{-\hat{p}_i}, \quad (1.30)$$

où $\hat{p}_i = I_0^i \exp\left(-\sum_{k=0}^M a_{ik} \hat{f}_k\right)$ correspond à la mesure attendue pour le pixel i avec

une source dont la mesure de plein flux est mesurée à I_0^i .

En considérant l'ensemble des mesures comme indépendantes, la probabilité jointe correspond alors au produit des probabilités unitaires

$$P(p|\hat{p}) = \prod_{i=0}^L P(p_i). \quad (1.31)$$

Cependant p étant déterministe et connu, et connaissant la relation de modélisation liant \hat{p} et \hat{f} , cette probabilité conditionnelle peut en fait être vue comme la fonction de coût à minimiser

$$P(p|\hat{f}) = P(\hat{f}) = C(f). \quad (1.32)$$

Par passage au logarithme et minimisation, il est alors possible de retrouver le schéma itératif utilisé pour obtenir la reconstruction souhaitée

$$(\text{ML-EM}) : \hat{f}_k^{(n+1)} = \hat{f}_k^{(n)} \frac{\sum_{i=1}^L a_{ik} e^{-\sum_{j=1}^M a_{ij} \hat{f}_j^{(n)}}}{\sum_{i=1}^L a_{ij} e^{-p_i}}. \quad (1.33)$$

Comme pour la méthode [ART](#), l'approche [ML-EM](#) permet une mise à jour cellule par cellule. La convergence de cette approche est relativement lente et, afin d'améliorer ces performances, il est possible de procéder par sous-ensemble au moyen du schéma [Ordered-Subset Expectation Maximization \(OS-EM\)](#) proposé par [Hudson et Larkin \[1994\]](#).

1.3.4 Les méthodes basées modèle

Les approches basées modèle - [Model Based Iterative Reconstruction technique \(MBIR\)](#) - peuvent-être considérées comme une généralisation des approches itératives précédemment exposées [Fessler \[2015\]](#).

Dans le cadre [MBIR](#), la modélisation et la connaissance incorporées dans l'algorithme de reconstruction dépassent la seule statistique photonique. De manière générique, soient ϑ une fonction préservatrice de bords, β un hyperparamètre de réglage et v_l le voisinage de la $l^{\text{ième}}$ cellule du volume, la fonction de coût s'exprime

$$C(f) = \frac{1}{2} \underbrace{\|p - Af\|_W^2}_{\Psi_{WLS}(f)} + \beta \underbrace{\sum_{l=1}^L \sum_{m \in v_l} \vartheta(f_l - f_m)}_{\Upsilon(f)}, \quad (1.34)$$

combinant ainsi une attache aux données Ψ_{WLS} et une régularisation Υ parcimonieuse.

A l'intérieur de la fonction d'attache aux données, il est ainsi possible d'utiliser des opérateurs A et A^T en meilleure adéquation avec le système d'acquisition ou la discrétisation utilisée - voir chapitre 1.4. Ces modèles peuvent aussi être utilisés pour une meilleure prise en compte des phénomènes de diffusion ou de la nature polychromatique du spectre X utilisé.

La bonne connaissance de la chaîne d'acquisition peut aussi être incorporée au travers de la matrice W : prise en compte des pixels morts au niveau du détecteur, pondération de l'information du pixel en fonction de sa position vis-à-vis de l'ouverture du faisceau ou encore considération de la réponse éventuellement non-uniforme du détecteur utilisé. La régularisation enfin peut, comme expliquer au chapitre 1.3.1, se limiter à une réduction de bruit par homogénéisation - avec préservation de bords - mais peut aussi devenir application-dépendante. En **CND**, il ne paraît ainsi pas aberrant de rechercher une solution proche de l'échantillon idéal attendu - la difficulté demeurant alors dans la sélection adéquate du paramètre β afin de ne pas effacer des défauts mineurs lors de la recherche de similarité.

A l'heure actuelle, même si ces méthodes semblent prometteuses et sont au cœur de nombreuses recherches, notamment pour la réponse qu'elles peuvent apporter au problème de la réduction de dose au patient, elles demeurent calculatoirement très coûteuses dès lors qu'elles sont utilisées sur des échantillonnages de grandes dimensions.

1.4 Discrétisation du problème de reconstruction

Tant pour les approches *analytiques* qu'*itératives*, chaque volume f doit être approximé et représenté au moyen d'un nombre fini L d'éléments discrétisant - ou fonctions de base - Φ_l pondérés par leurs valeurs d'atténuations respectives μ_l

$$\hat{f} = \sum_{l=1}^L \mu_l \times \Phi_l .$$

Il est possible d'utiliser des fonctions de base Φ_l constantes - auquel cas, on procède à une discrétisation sur une grille dite régulière - ou de recourir à des fonctions de base de tailles, dimensions et complexités variables - cas de la discrétisation sur une grille irrégulière ou adaptée.

Nous allons tout d'abord nous intéresser aux différentes fonctions de base pouvant être utilisées en reconstruction tomographique pour ensuite introduire différents modèles d'opérateurs A discrétisant l'interaction rayonnement matière sur ces bases de représentation.

1.4.1 Volume unique, discrétisations infinies

Fonctions de base constantes et grille régulière

En tomographie par rayons X comme dans la plupart des applications courantes, la discrétisation des images ou volumes considérés est effectuée sur une grille régulière de fonctions de base constantes : les pixels ou voxels. La fonction de base correspond

alors à une combinaison de fonctions porte de taille Δ selon chacune des dimensions de l'espace à discrétiser. Pour un pixel - resp. voxel - centré en (x_0, y_0) - resp. (x_0, y_0, z_0) -

$$\Phi_{pix}(x, y) = \begin{pmatrix} \phi(x - x_0) \\ \phi(y - y_0) \end{pmatrix}, \quad \Phi_{vox}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \phi(x - x_0) \\ \phi(y - y_0) \\ \phi(z - z_0) \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

avec

$$\phi(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } |u| \leq \Delta/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.36)$$

Cette représentation est favorisée de part sa simplicité d'utilisation tant en termes de codage - manipulation de pointeurs classiques stockant les données - que d'affichage - visualisation des images reconstruites ou des coupes de volumes au moyen de logiciels courant. Cependant, ces fonctions de base impliquent d'opter pour l'utilisation d'une grille régulière de représentation. Ainsi, pour obtenir une bonne résolution spatiale de reconstruction, il est nécessaire de recourir à des cellules de tailles très faibles - $\Delta \rightarrow 0$. De fait, de larges zones homogènes du volume sont décrites par de trop nombreuses cellules. Ces zones entraînent alors un accroissement des consommation en termes de stockage mémoire des volumes reconstruits - le tout pour une amélioration très faible de la qualité globale de reconstruction. Qui plus est, ces fonctions de base engendrent une autre limitation : de nature carrées - ou cubiques - elles ne permettent pas d'obtenir une bonne description des objets curvilignes - artefact de type crénelage aux niveaux des frontières de ce type de domaine.

Structures hiérarchiques

L'utilisation d'une structure hiérarchique est une première alternative aux fonctions de bases constantes. Parmi ces dernières, les plus connues sont les structures en arbres - quadtree ou octree. Pour construire un quadtree représentatif d'une image, on peut par exemple adopter une approche basée *région* - voir Figure 1.4. La racine de cet arbre correspondra donc à l'ensemble de l'image, représentée comme une seule cellule. La première partition de l'arbre est obtenue en divisant cette racine en quatre zones équivalentes - des feuilles de l'arbre représentatif. On procède ensuite récursivement à la subdivision de chacune des feuilles de l'arbre jusqu'à respecter un critère adéquat - e.g. variance suffisamment faible dans la distribution des pixels composant la feuille traitée pour considérer qu'elle représente une zone homogène. Pour une représentation volumique, on procède de la même façon, les feuilles correspondant cette fois à une zone 3D de l'espace et la subdivision se faisant en 8 feuilles et non plus 4. En procédant de la sorte, la représentation obtenue ne souffre plus des problèmes de sur-échantillonnage des zones homogènes exposés précédemment pour les représentations régulières. Cependant, utilisant des cellules carrées ou cubiques, cette représentation peine aussi dès lors qu'elle est appliquée à des objets possédant des interfaces curvilignes.

Fonctions de base polynomiales : B-Spline

Pour représenter une image de manière optimale, il est nécessaire de pouvoir obtenir une description fidèle des zones homogènes tout en préservant les bords délimitant ces dernières. Les fonctions de base de type B-spline permettent d'obtenir de telles propriétés (Unser [2005]). Les B-spline sont des fonctions polynomiales par morceaux β de degré n obtenues à partir d'un motif élémentaire β^0 par auto-convolution

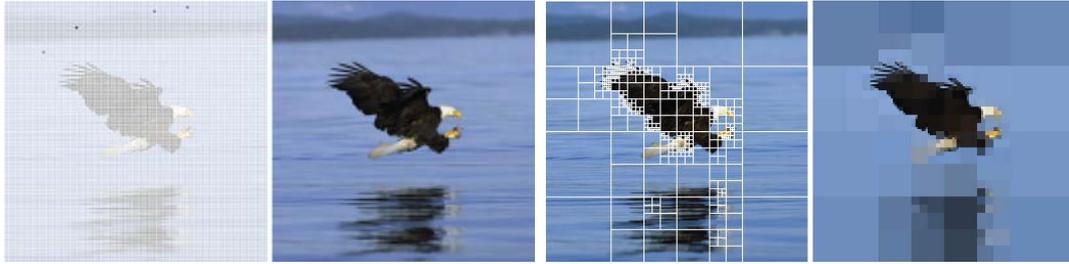


FIGURE 1.4 – Exemple de représentation par structure en arbre (quadtree ici). A gauche : Image pixélisé standard et son arbre équivalent - une cellule par pixel. A droite : représentation par quadtree. En regroupant les cellules des zones homogènes, on obtient une représentation plus légère de l'image qui reste interprétable. (Illustrations réalisées suivant Odisio [2015].)

$$\beta^n(x) = \beta^0 * \dots * \beta^0(x) \quad (1.37)$$

Le motif élémentaire peut-être défini pour s'adapter au mieux aux besoins de l'utilisateur. Canoniquement, on peut choisir d'utiliser une fonction porte

$$\beta^0(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [0, 1[\\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.38)$$

Un autre intérêt de ces fonctions de base : leur nature polynomiale permet d'utiliser un formalisme continu pour certaines étapes calculatoires de la reconstruction tomographique - e.g. lors des phases de *projection* et de *rétro-projection*, il est possible de calculer des intégrales en lieu et place des sommes discrètes usuellement utilisées. La visualisation finale de l'image - ou volume - reconstruit doit cependant être réalisée sur une base de pixels ou de voxels - nécessitant en cela une ré-interpolation. Ainsi, afin de bénéficier au mieux des propriétés calculatoires de cette représentation, il est nécessaire d'interpoler le résultat de calcul obtenu sur une grille régulière à haute résolution spatiale, retombant ainsi dans les travers de la grille régulière usuelle - en termes de coût de stockage des volumes reconstruits.

Fonctions de base de type maille

L'utilisation d'une fonction de base géométrique ouvre une autre modalité de discrétisation de l'espace : l'utilisation de maillages. L'idée est ici de réaliser un pavage de l'espace considéré - \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 en général - au moyen d'un motif de base pouvant être constant - maillage régulier - ou de forme et taille variable - maillage irrégulier ou adapté.

Là où le maillage régulier est le pendant direct de la grille régulière avec une autre forme de fonction de base, le maillage adapté permet d'obtenir une structure reflétant le contenu du signal discrétisé. Comme on peut le voir en Figure 1.5, la seule structure du maillage permet déjà d'interpréter le contenu de l'image. Cette propriété a été assez récemment exploitée en compression d'image - par exemple dans Sarkis et Diepold [2009]; Yang *et al.* [2003]. Pour des applications de calcul de type éléments finis, cette adaptation du maillage à chacun des domaines de l'espace considéré est cruciale pour obtenir des simulations de qualité.

Notons ici que la représentation par maillage surfacique est aujourd'hui la référence pour représenter des objets ou pièces d'intérêt dans de multiples applications. On peut par exemple penser ici aux projets de préservation culturelle - Kacyra [2009]; Levoy

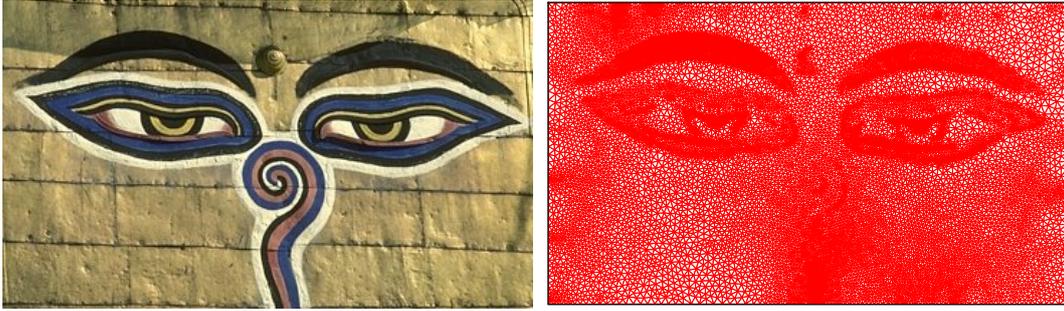


FIGURE 1.5 – Exemple de représentation par maillage. Image originale et maillage adapté correspondant (généralisé au moyen du logiciel GmsH ([Geuzaine et Remacle \[2009\]](#))).

et al. [2000] - ou au recours de plus en plus présent à des représentations surfaciques de pièces industrielles - CAO. Nous reviendrons plus en détail sur cette représentation et son utilisation dans le contexte de la reconstruction tomographique en section 3.1.3.

1.4.2 Formalisme discret de l'interaction rayonnement matière

En repartant de l'équation de Beer-Lambert continue, on considère maintenant que chaque rayon traverse un nombre fini de M fonctions de base à supports bornés. Par conséquent, la valeur de projection estimée en chaque pixel p_i du détecteur correspond à une somme discrète

$$p_i = \sum_{k=0}^{M-1} \mu_k a_{ik} , \quad (1.39)$$

où a_{ik} correspond à la modélisation de l'interaction entre les rayons X concernant le pixel i et la fonction de base Φ_k .

Il existe autant de moyens d'encoder l'interaction a_{ik} que de modélisations possibles de l'interaction entre chaque élément discrétisant du volume et le rayonnement traversant l'ensemble de l'objet. En fonction du degré de précision désiré et de la performance de calcul attendue, des effets plus ou moins fins peuvent être inclus dans ce calcul - e.g. variation du coefficient d'atténuation au sein de la cellule ou prise en compte d'un spectre polychromatique.

Approche basée rayons

La première approche utilisée, et la plus simple, a été d'opérer une estimation de l'interaction sous la forme d'un Kronecker $a_{ik} = \delta_{ik}$. Chaque élément de la matrice est ainsi fixé à 1 si une interaction existe entre le rayon i et la fonction de base k et 0 sinon. Dans ce modèle d'ordre 0, on considère donc que pour chaque cellule, la distance d'intersection avec le rayon la traversant est constante et unitaire. Si cette approximation peut-être considérée acceptable pour une grille régulière de résolution spatiale infinie, il a très rapidement été nécessaire d'affiner cette vision.

Pour se rapprocher au plus près de la vision *intégrale linéaire* du champ scalaire d'atténuation, des propositions de projecteur s'intéressant à la distance d'intersection entre le rayon et la fonction de base considérés ont été formulées - voir Figure 1.6. En suivant la proposition de [Siddon \[1985\]](#), l'interaction correspond directement à la distance interceptée entre cellule et rayon $a_{ik} = l_{ik}$. [Joseph \[1982\]](#) est une autre proposition

couramment utilisée. L'auteur considère dans celle-ci que l'atténuation varie de façon linéaire au sein d'une cellule et procède donc par interpolation pour estimer la contribution de cette dernière.

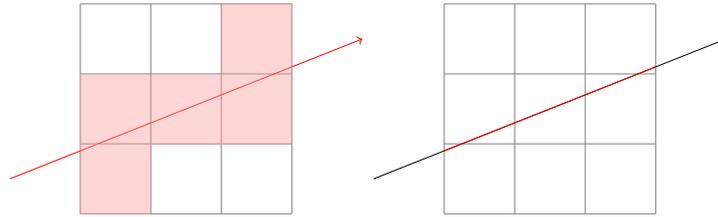


FIGURE 1.6 – Différentes possibilités de discrétiser l'interaction entre rayon et matière. De gauche à droite, Kronecker (en rouge les éléments fixés à 1) et modèle de Siddon.

Approche basée *empreinte*

Une alternative consiste à ne plus considérer la projection rayon par rayon mais cellule par cellule. Ces approche dites *par empreinte* permettent ainsi de modéliser la projection en considérant qu'un faisceau continu de rayons traverse le volume considéré : le modèle se rapproche ainsi plus de la réalité d'acquisition.

Dans Long *et al.* [2010], cette idée est appliquée à une grille régulière de voxels. Les auteurs proposent d'utiliser une empreinte de projection séparables selon les directions horizontale et verticale du détecteur et modélisent, sur chacune des directions, le profil concerné à l'aide d'une fonction rectangulaire ou trapézoïdale.

Dans Horbelt *et al.* [2002] les auteurs considèrent que le volume est discrétisé sur une base de B-splines. Cette idée est reprise dans Momey *et al.* [2011] - voir Figure 1.7. L'utilisation de B-splines permet de réaliser un calcul de projection quasiment analytique, fournissant une meilleure qualité de projection que la proposition de Long - cf Momey *et al.* [2015].

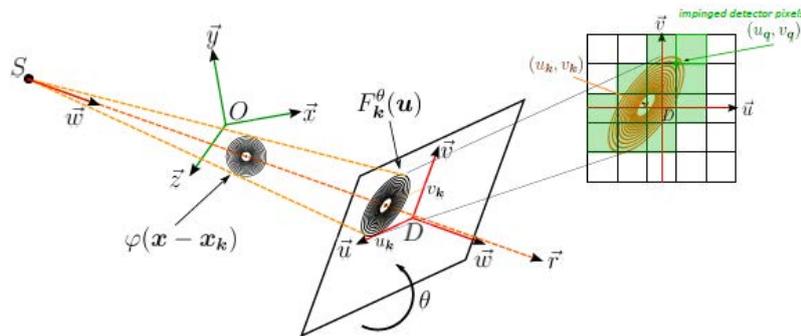


FIGURE 1.7 – Illustration du projecteur par B-spline proposé par Momey *et al.* [2015] (illustration issue de la publication).

1.5 Conclusions et principe de notre méthode

Reconstruction analytique ou itérative ?

La question du choix entre reconstruction itérative ou analytique est de plus en plus posée dans la littérature - Coban *et al.* [2015]. Prometteuses lors de leurs introductions

- de par leurs capacités à réduire les artefacts de reconstruction tout en travaillant avec un faible nombre de projections - les méthodes itératives ont pâti de leurs larges coûts calculatoires dès lors que les volumes de reconstruction ont adoptés de plus grandes dimensions - e.g 512^3 cellules. Ceci explique pourquoi, pour la plupart des applications médicales ou de **CND**, l'algorithme analytique **FDK** demeure le *gold standard*.

Ce coût étant intégralement porté par les opérations de projection et de rétroprojection utilisées afin de mettre à jour le volume de reconstruction, et ces dernières étant massivement parallélisable, l'introduction des calcul sur **Graphical Processing Unit (carte graphique) (GPU)** a permis de relancer l'intérêt de ces schémas itératifs.

Pour les applications cliniques, l'utilisation d'un plus faible nombre de projections est à mettre en lien direct avec la réduction de la dose au patient. En effet, si la qualité de reconstruction peut être améliorée dans les mêmes conditions d'acquisition avec un jeu de données plus réduit, le patient est *de facto* moins longtemps soumis au rayonnement X. Ceci explique pourquoi, depuis quelques années, les acteurs majeurs de ce domaine - constructeurs - proposent des équipements sur lesquels sont déployés de tels algorithmes - voir Table 1.1.

Année	2008	2009			2010	
Constructeur	GE	GE	Siemens	Philips	Siemens	Toshiba
Algorithme	ASIR	VEO	IRIS	iDose	SAFIRE	AIDR

TABLEAU 1.1 – Algorithmes itératifs déployés sur des scanners commercialisés par les principaux constructeurs. (Données issues de [Beister et al. \[2012\]](#)).

Dans le cadre **CND**, les inspections devant répondre à des contraintes de rapidité, de précision et de complexité d'acquisition - e.g. limitation du parcours d'exploration autour de la pièce - de plus en plus grandes, les méthodes itératives proposent des alternatives séduisantes aux limitations rencontrées par les méthodes analytiques.

Afin de pouvoir traiter les conditions d'acquisition les plus génériques possibles, de pouvoir exploiter la connaissance à disposition sur les systèmes d'imagerie utilisés et sur les échantillons imagés, il apparaît donc plus prometteur et plus adapté d'opter pour les méthodes de reconstructions itératives. Même si l'utilisation des **GPU** permet de réduire leurs coûts calculatoires, l'utilisation d'une représentation usuelle limite cette réduction et contribue à la production de volumes reconstruits occupant des espaces disques conséquents.

Une nouvelle représentation comme solution ?

Dans ce manuscrit, nous proposons d'utiliser une base d'échantillonnage adaptée afin de réduire le poids des volumes à stocker en mémoire et de diminuer les coûts calculatoires des opérations de projection et de rétroprojection. Nous cherchons en cela à tirer partie de deux avantages : une représentation compacte mais précise des objets à reconstruire couplée à un algorithme de reconstruction permettant de travailler depuis un faible nombre de projections.

Pour ce faire, nous proposons une approche permettant de créer un maillage adapté au volume en reconstruction directement depuis un ensemble de peu de projections. Le synoptique de cette méthode est présenté en Figure 1.8.

On procède tout d'abord à une extraction de l'information structurelle présente dans

les données de projection 2D. L'approche mise en place pour réaliser cette extraction en garantissant la qualité des résultats obtenus est présentée dans le chapitre 2 de ce manuscrit.

Cette information est ensuite fusionnée dans le volume 3D afin d'obtenir un nuage de points échantillonnant les interfaces des objets composant le volume et de bâtir un maillage adapté sur ce nuage. L'ensemble des étapes de traitement lié à cette construction est introduit dans le chapitre 3.

La reconstruction tomographique au sens propre du terme est ensuite effectuée sur ce maillage au moyen de schémas itératifs classiques tels que l'OS-SART en adaptant les opérateurs de projection/rétro-projection à cette discrétisation. La mise en place de cette adaptation est traitée dans le chapitre 4 de ce document.

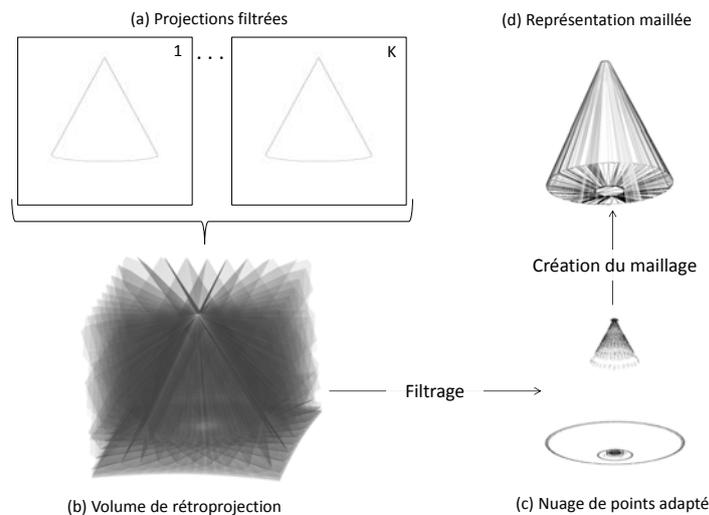


FIGURE 1.8 – Principe de création du maillage adapté en quatre étapes fonctionnelles.

1.6 Références

AH ANDERSEN et Avinash C KAK : Simultaneous algebraic reconstruction technique (sart) : a superior implementation of the art algorithm. *Ultrasonic imaging*, 6(1):81–94, 1984. 15

Anders H ANDERSEN : Algebraic reconstruction in ct from limited views. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 8(1):50–55, 1989. 15

Cristian BADEA et Richard GORDON : Experiments with the nonlinear and chaotic behaviour of the multiplicative algebraic reconstruction technique (mart) algorithm for computed tomography. *Physics in medicine and biology*, 49(8):1455, 2004. 17

Marcel BEISTER, Daniel KOLDITZ et Willi A KALENDER : Iterative reconstruction methods in x-ray ct. *Physica medica*, 28(2):94–108, 2012. 18, 25

Stephen BOYD et Lieven VANDENBERGHE : *Convex optimization*. Cambridge university press, 2004. 17

Thorsten M BUZUG : *Computed tomography : from photon statistics to modern cone-beam CT*. Springer Science & Business Media, 2008. 7

- Sophia B COBAN, PJ WITHERS, WRB LIONHEART et Samuel A McDONALD : When do the iterative reconstruction methods become worth the effort ? 2015. 24
- LA FELDKAMP, LC DAVIS et JW KRESS : Practical cone-beam algorithm. *JOSA A*, 1(6):612–619, 1984. 11
- Jeffrey FESSLER : Iterative reconstruction in ct and mri. URL <http://web.eecs.umich.edu/~fessler/papers/lists/files/talk/15/f3d-keynote.pdf>. Keynote presentation, 13th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine, 2015. 19
- Christophe GEUZAIN et Jean-François REMACLE : Gmsh : A 3-d finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11):1309–1331, 2009. 23
- Peter GILBERT : Iterative methods for the three-dimensional reconstruction of an object from projections. *Journal of theoretical biology*, 36(1):105–117, 1972. 16
- Richard GORDON, Robert BENDER et Gabor T HERMAN : Algebraic reconstruction techniques (art) for three-dimensional electron microscopy and x-ray photography. *Journal of theoretical Biology*, 29(3):471–481, 1970. 14, 17
- Magnus Rudolph HESTENES et Eduard STIEFEL : Methods of conjugate gradients for solving linear systems. 1952. 18
- Stefan HORBELT, Michael LIEBLING et Michael UNSER : Discretization of the radon transform and of its inverse by spline convolutions. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 21(4):363–376, 2002. 24
- Godfrey Newbold HOUNSFIELD : Apparatus for examining a body by radiation such as x or gamma radiation, mars 16 1976. US Patent 3,944,833. 14
- H Malcolm HUDSON et Richard S LARKIN : Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13(4):601–609, 1994. 19
- Ming JIANG et Ge WANG : Convergence of the simultaneous algebraic reconstruction technique (sart). *IEEE Transactions on Image Processing*, 12(8):957–961, 2003. 16
- Peter M JOSEPH : An improved algorithm for reprojecting rays through pixel images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1(3):192–196, 1982. 23
- B KACYRA : Cyark 500–3d documentation of 500 important cultural heritage sites. *In Photogrammetric Week*, volume 2009, pages 315–320, 2009. 22
- Stefan KACZMARZ : Angenäherte auflösung von systemen linearer gleichungen. *Bulletin International de l'Academie Polonaise des Sciences et des Lettres*, 35:355–357, 1937. 15
- Erwin KEEVE : Innomed orbit project, 2015. URL <http://www.ipk.fraunhofer.de/en/divisions/medical-technology/publicly-funded-research/bmbf-innomed-orbit-project/>. 10
- Kenneth LANGE, Richard CARSON *et al.* : Em reconstruction algorithms for emission and transmission tomography. *J Comput Assist Tomogr*, 8(2):306–16, 1984. 18

- Marc LEVOY, Kari PULLI, Brian CURLESS, Szymon RUSINKIEWICZ, David KOLLER, Lucas PEREIRA, Matt GINZTON, Sean ANDERSON, James DAVIS, Jeremy GINSBERG *et al.* : The digital michelangelo project : 3d scanning of large statues. *In Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 131–144. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 2000. [22](#)
- Yong LONG, Jeffrey FESSLER, James M BALTER *et al.* : 3d forward and back-projection for x-ray ct using separable footprints. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 29(11):1839–1850, 2010. [24](#)
- Fabien MOMEY, Loïc DENIS, Catherine BURNIER-MENNESSIER, Éric THIÉBAUT, Jean-Marie BECKER *et* Laurent DESBAT : Spline driven : high accuracy projectors for tomographic reconstruction from few projections. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00990015>. août 2015. :hal-00990015
- Fabien MOMEY, Loïc DENIS, Catherine MENNESSIER, Eric THIÉBAUT, Jean-Marie BECKER *et* Laurent DESBAT : A new representation and projection model for tomography, based on separable b-splines. *In Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC), 2011 IEEE*, pages 2602–2609. IEEE, 2011. [24](#)
- Matthias ODISIO : *Quad Tree Image Decomposition* from the wolfram demonstrations project, 2015. URL <http://demonstrations.wolfram.com/QuadTreeImageDecomposition/>. [22](#)
- Françoise PEYRIN *et* Klaus ENGELKE : Ct imaging : Basics and new trends. *In Handbook of Particle Detection and Imaging*, pages 883–915. Springer, 2012. [7](#)
- Johann RADON : über die bestimmung von funktionen durch ihre integralwerte längs gewisser mannigfaltigkeiten. *Classic papers in modern diagnostic radiology*, 5, 1917. [10](#)
- Michel SARKIS *et* Klaus DIEPOLD : Content adaptive mesh representation of images using binary space partitions. *IEEE Transactions on Image Processing*, 18(5):1069–1079, 2009. [22](#)
- Lawrence A SHEPP *et* Yehuda VARDI : Maximum likelihood reconstruction for emission tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1(2):113–122, 1982. [18](#)
- Jonathan Richard SHEWCHUK : An introduction to the conjugate gradient method without the agonizing pain, 1994. [18](#)
- Robert L SIDDON : Fast calculation of the exact radiological path for a three-dimensional ct array. *Medical physics*, 12(2):252–255, 1985. [23](#)
- Heang K TUY : An inversion formula for cone-beam reconstruction. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 43(3):546–552, 1983. [11](#)
- M. UNSER : Splines : A unifying framework for image processing. *In 2005 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'05)*, 2005. [21](#)
- Ge WANG *et* Ming JIANG : Ordered-subset simultaneous algebraic reconstruction techniques (os-sart). *Journal of X-ray Science and Technology*, 12(3):169–178, 2004. [16](#)

Yongyi YANG, Miles N WERNICK et Jovan G BRANKOV : A fast approach for accurate content-adaptive mesh generation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 12(8): 866–881, 2003. [22](#)

Chapitre 2

Détection automatisée de bords 2D

Dans ce chapitre, nous nous focalisons sur le traitement réalisé sur les données d'acquisition afin d'en extraire l'information structurelle de l'objet 3D étudié. Ce chapitre fait tout d'abord un état de l'art des principales approches de la littérature pour effectuer une détection de bords 2D, et expose les raisons pour lesquelles nous avons opté pour le détecteur de Canny. La seconde section présente les étapes fonctionnelles de ce filtrage, les paramètres critiques à une bonne qualité de détection et l'intérêt d'automatiser leur sélection. Dans une troisième section, nous présentons l'ensemble de notre approche statistique qui permet de standardiser les paramètres du détecteur de Canny ; le rendant ainsi opérateur-indépendant. Les résultats obtenus par cette approche seront présentés et comparés à d'autres implantations dans la dernière partie du chapitre avant de conclure sur la versatilité de l'automatisation proposée et le comportement du détecteur suivant le choix des niveaux de sélectivité utilisés. Ces tests sont réalisés sur des images issues du [Berkeley Segmentation Dataset 500 \(BSD500\)](#).

"Science is made up of so many things that appear obvious after they are explained."

Franck Herbert, Dune

Sommaire

2.1	Etat de l'art et sélection d'une approche adaptée	33
2.1.1	Différents types d'approches	33
2.1.2	Détecteur de bords de Canny	37
2.1.3	Etat de l'art sur l'automatisation du choix de seuils pour le filtre de Canny	40
2.2	Standardisation du choix de seuils par approche statistique	41
2.2.1	Modélisation du gradient d'une zone homogène	41
2.2.2	Standardisation du détecteur de Canny par recherche de valeurs extrêmes	43
2.2.3	Estimation adéquate du paramètre d'échelle η depuis des données corrompues	44
2.3	Résultats obtenus et comparaison	45
2.3.1	Evaluation de la méthode sur des images optiques	46
2.3.2	Résultats obtenus sur des images RX	52

2.4	Conclusions	56
2.5	Références	58

2.1 Etat de l'art et sélection d'une approche adaptée

Dans ce chapitre, nous cherchons à extraire, d'images 2D, une information structurale répondant à notre objectif de création de maillage adapté. Celle-ci n'est autre que que l'ensemble des interfaces caractérisant l'objet. Cette section débute par un état de l'art des détecteurs de bords et étaye notre choix du détecteur de Canny. Nous mettons ensuite en avant la sensibilité de son paramétrage et la nécessité d'automatiser le choix de ses deux paramètres critiques. La section se conclut par un état de l'art des méthodes permettant une telle automatisation.

2.1.1 Différents types d'approches

La détection de zones d'intérêts - ou *features* - est une étape clef en traitement d'image pour effectuer des tâches courantes telles que le recalage, la reconnaissance de formes ou encore l'analyse de contenu. En tant que descripteur de la structure de l'image, l'information de bords est une des composantes essentielles de ces *features*. Ceci peut expliquer l'abondante littérature consacrée au développement de méthodes d'extraction de bords. On peut distinguer quatre principaux types d'approches.

Approche par filtre

Dans une image, les bords correspondent à des zones de discontinuités et sont donc caractérisés par des variations abruptes d'intensité entre deux pixels voisins. Une première idée est donc d'exploiter l'information issue des dérivées première ou seconde de l'image pour mettre en évidence ces zones de variations. Ces approches sont ici désignées *par filtre* en lien avec leur utilisation de filtres de dérivation.

En se basant sur l'information apportée par la dérivée première de l'image, la détection de bords correspond alors à un seuillage par valeur haute de la cartographie des modules de gradients. Différents filtres permettent d'estimer ce gradient, les plus connus demeurant ceux de Prewitt [1970] et de Sobel [1990] - ce dernier étant le plus couramment utilisé. Il est à noter que la bonne estimation du gradient reste une question ouverte et que des propositions plus récentes permettent d'en obtenir de meilleures évaluations (Costella [2011]; Holoborodko [2009]). Les différences de résultats obtenus dépendent de la qualité de cette estimation, le seuillage étant ensuite binaire - voir Figure 2.1.

En s'intéressant à la dérivée seconde de l'image, l'information de bords est alors détectable par passage au niveau moyen - *zero-crossing*. Au lieu de chercher les maxima des gradients, on cherche ainsi l'annulation du Laplacien.

En s'intéressant à l'information de dérivée, certains filtres utilisent ensuite des traitements analytiques - exploitation de l'information spatiale, de l'orientation du gradient ou autre - pour parfaire la détection réalisée. Le plus connu de ces algorithmes demeure celui introduit par Canny [1986], encore aujourd'hui considéré comme le détecteur de bords de référence parmi les approches de type *filtre* (Maini et Aggarwal [2009]; Nadernejad *et al.* [2008]).

Approche stochastique

L'information structurale d'une image dépend directement de la complexité de celle-ci. De cette dernière découle la difficulté de la segmentation à réaliser : plus nombreux sont les bords, et plus variées sont leurs caractéristiques, plus complexe est la mise en

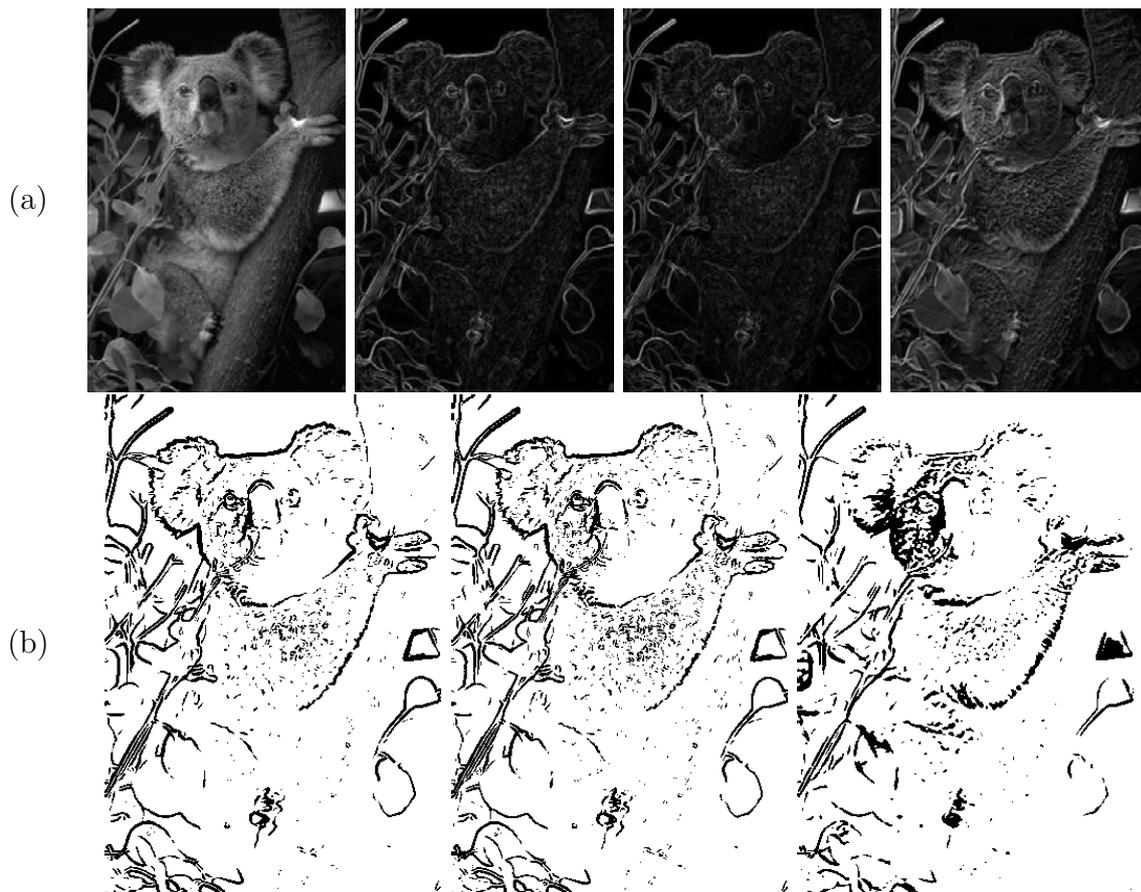


FIGURE 2.1 – (a) De gauche à droite : image originale et gradient estimé par les filtres de Sobel, Robert-Cross et proposition Holoborodko [2009]. (b) Bords détectés par simple seuillage pour les trois images de gradients illustrées en (a). Le même niveau de seuil est utilisé pour les trois images.

place d'un critère global de sélection. L'utilisation d'un *a priori* peut alors permettre la mise en œuvre de méthodes fiables pour réaliser cette tâche : c'est le parti pris des méthodes dites stochastiques.

[Geman et al. \[1990\]](#) introduisent une approche reposant sur la minimisation d'une fonction de coût encodant l'*a priori* sur les bords à extraire. Comme noté dans l'article, les bords possèdent des caractéristiques pouvant être inférées, comme cela est le cas de l'hypothèse de continuité par morceaux couramment utilisée en restauration ou débruitage d'image. Utilisant ce raisonnement, les pixels de l'image sont regroupés en labels et les bords recherchés en minimisant l'énergie d'interaction entre ces labels. Cette fonction est basée sur la disparité existant entre les labels voisins dans l'image - pondérée par une fonction quadratique. Une fonction de pénalité est, par ailleurs, introduite afin d'interdire l'extraction d'un ensemble de motifs tabous pouvant diminuer la qualité de segmentation - e.g. bords se terminant en cul de sac ou zones de bords trop denses. La minimisation est effectuée au moyen d'un algorithme de relaxation stochastique contrainte.

[Desolneux et al. \[2001\]](#) proposent une méthode s'appuyant sur le principe de Helmholtz pour bâtir un *a priori* suffisamment générique pour la détection de bords. Ce principe veut que *"toute déviation suffisamment large d'une image de bruit uniforme devrait être perceptible, si tant est que cette déviation corresponde à une liste de structures géométriques fixée a priori"*. Dans cette proposition, et pour la détection de frontières et de bords, l'*a priori* va correspondre à la répartition empirique des modules des gradients vis-à-vis du niveau de contraste considéré. L'image est vue comme un ensemble de courbes de niveaux - courbes de Jordan - dont le cardinal correspond à la dynamique des valeurs d'intensité des pixels. Ne conservant que celles pour lesquelles le gradient G est non-nul, les auteurs introduisent une fonction de décision basée sur la notion de fausse alarme et dépendent de la longueur de bords et du niveau de contraste considérés. Pour chaque courbe de niveau, des seuils de longueurs et contrastes minimaux sont proposés et dépendant du niveau de significativité sélectionner par l'utilisateur. L'idée est ainsi d'extraire de l'image l'ensemble des courbes de niveaux suffisamment longues et dont le contraste est suffisamment important pour être considéré comme formes significatives n'appartenant pas aux zones homogènes.

Les approches stochastiques, généralement coûteuses, sont usuellement utilisées en traitement des données et non pas en tant que pré-traitement pour un processus plus complexe - contrairement aux approches par filtre.

Approche par analyse multi-échelles

Pour obtenir une bonne description de la structure de l'image, il est nécessaire de capturer simultanément l'information macroscopique et les détails composant la scène. A cet effet, le recours à une analyse de l'image par le biais de transformées multi-échelles fournit une alternative d'intérêt particulier.

En recourant à la transformée en ondelettes discrète, [Mallat et Hwang \[1992\]](#) montrent que les bords d'une image et le bruit parasitant cette dernière ne présentent pas les mêmes singularités mathématiques. En particulier, le bruit décroît rapidement aux échelles supérieures alors que les bords demeurent observables. En s'appuyant sur cette observation, [Zhang et Bao \[2002\]](#) proposent de combiner l'information à deux échelles voisines - par multiplication - afin de créer une cartographie des pixels d'intérêts fiable même pour un signal très bruité. Les auteurs procèdent ensuite par seuillage simple dont la valeur de seuil dépend de la fonction d'ondelette utilisée et de la corrélation entre les deux échelles utilisées ainsi que du niveau de bruit présent dans l'image.

Yi *et al.* [2009] proposent de réaliser l'analyse multi-échelle de l'image en recourant à la transformée en *shearlet*. L'anisotropie de ces fonctions de base permet d'obtenir une information plus pertinente sur les caractéristiques de l'image - et plus spécifiquement ses bords. En effet, il est ainsi possible d'obtenir une estimation de l'orientation des bords concernés à chaque échelle d'analyse et de réaliser une classification des pixels selon quatre classes caractéristiques - jonction entre deux bords, bords doux, zone homogène et voisinage d'un bord. La combinaison de ces informations permet de mettre en œuvre un détecteur de bords offrant une segmentation de qualité.

Approche par minimisation

Les approches par minimisation - ou variationnelles - proposent de segmenter l'image d'intérêt par méthode itérative.

Pour ce faire, il est tout d'abord nécessaire d'introduire une fonction de coût pour laquelle les pixels de l'image appartenant aux bords recherchés représenteront un ensemble de minima.

L'une des méthodes les plus fameuses et celle du contour actif - ou *snake* - proposée par Kass *et al.* [1988]. Après initialisation d'un ensemble de points formant le contour de segmentation, l'algorithme procède ensuite en déplaçant ce dernier par minimisation de la fonction de coût jusqu'à obtenir une adéquation entre contour et bords de l'image. La limitation de ce type d'approche découle cependant de cet échantillonnage initial : si le contour est trop simple, il ne permet pas de segmenter un profil complexe. De plus, l'algorithme ne parviendra pas à extraire toute l'information d'une image possédant plus d'un contour fermé.

Les méthodes de type *level-set* procèdent par représentation implicite et ont l'avantage d'autoriser les changements de topologies. Dans ce formalisme, l'ensemble des bords de l'image correspond au niveau zéro d'une fonction implicite 3D. La minimisation consistera ainsi à faire évoluer cette fonction jusqu'à segmentation de l'ensemble des bords de l'image.

Pour ce faire Caselles *et al.* [1997] proposent une approche géodésique pour laquelle le niveau zéro va converger vers les forts gradients de l'image là où Chan *et al.* [2001] utilisent une approche inverse : la convergence vers une délimitation des zones homogènes.

Conclusions et méthode sélectionnée

Dans le cadre de notre application, nous souhaitons obtenir une détection de bords répondant aux propriétés suivantes :

- Bonne résolution spatiale
- Capacité à détecter les frontières d'objets imbriqués les uns dans les autres
- Coût calculatoire faible (traitement quasi temps interactif)
- Faible complexité de réglage (opérateur-indépendance)

De part leur formalisme itératif, les méthodes de type contours-actifs ont un coût calculatoire rendant peu envisageable la segmentation en temps réel de séries d'images de grandes dimensions.

Seules les approches de type *filtre* permettent de répondre à l'ensemble des contraintes que nous nous sommes imposé. Parmi ces dernières, nous avons préalablement évoqué le détecteur de Canny comme référence en termes de ratio performance/coût calculatoire. Nous optons donc pour cette approche afin de traiter les images à notre disposition.

2.1.2 Détecteur de bords de Canny

Le détecteur de bords de Canny est une approche de la classe *filtre* exploitant l'information de type gradient de l'image considérée. Son fonctionnement peut être décomposé en cinq étapes. La Figure 2.2 présente l'ensemble de ces étapes et leurs effets sur une image optique.

Réduction de bruit : Lors de l'estimation du gradient, le bruit présent dans l'image va générer de fausses valeurs hautes dans la cartographie obtenue. Ces dernières se traduisant *in fine* par une détection de bords invalide, il est ainsi usuel de procéder à une première étape de lissage de l'image traitée - par filtrage Gaussien - pour diminuer le niveau de bruit initial.

Estimation du gradient : Le gradient G est ensuite estimé au moyen des dérivées directionnelles discrétisées de l'image - G_x et G_y - et la magnitude calculée $\|G\| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$. Classiquement, on utilise pour cela les filtres 2D proposés par Sobel. L'orientation θ du gradient est obtenue via l'opérateur arc-tangente : $\theta = \arctan(G_y/G_x)$ et cette valeur est discrétisée selon les quatre directions de la base pixelisée : verticale, horizontale et diagonales.

Suppression des faux maxima : Pour de nombreux détecteurs de bords de type filtre, la segmentation réalisée présente des artefacts classiques dits de dédoublement de bords. Lors du calcul du gradient, en fonction de la dimension du filtre utilisé, certains bords donnent naissance à des valeurs fortes sur une faible zone autour de l'interface réelle. Par seuillage, c'est l'ensemble de cette zone qui sera donc considéré comme *bord*. Pour s'affranchir de ce problème, la troisième étape du filtre est une suppression des faux maxima. Pour chaque pixel, on considère ses deux voisins selon l'orientation de son gradient. Si l'un de ses voisins possède une valeur de gradient supérieure, le pixel est considéré comme faux maximum et est donc supprimé. Comme visible sur la Figure 2.2, cette étape permet d'affiner la cartographie des gradients avant de procéder à leur classification.

Seuillage par hystérésis : La dernière étape de traitement peut être subdivisée en deux parties. Dans un premier temps, une classification des pixels est effectuée par hystérésis. Considérons une image de N pixels, dont la valeur de norme de gradient pour le $i^{\text{ème}}$ élément est noté G_i . Les trois classes sont alors définies comme suivant :

- Zones homogènes certaines (G_i inférieures à un seuil bas)
- Bords certains (G_i supérieures à un seuil haut)
- Zones d'indétermination (rassemblant les pixels n'appartenant à aucune des classes précédentes)

Dans un second temps, ces classes sont utilisées pour extraire les bords de l'image. Pour tous les pixels faisant partie des régions d'indétermination, l'information spatiale est utilisée pour prendre la décision : si l'un des 8-voisins du pixel considéré fait partie d'un bord certain, alors on attribue la même classe à ce pixel. Sinon, il appartient à une zone homogène. La segmentation finale est composée de l'ensemble des pixels appartenant à la classe des bords dits certains.

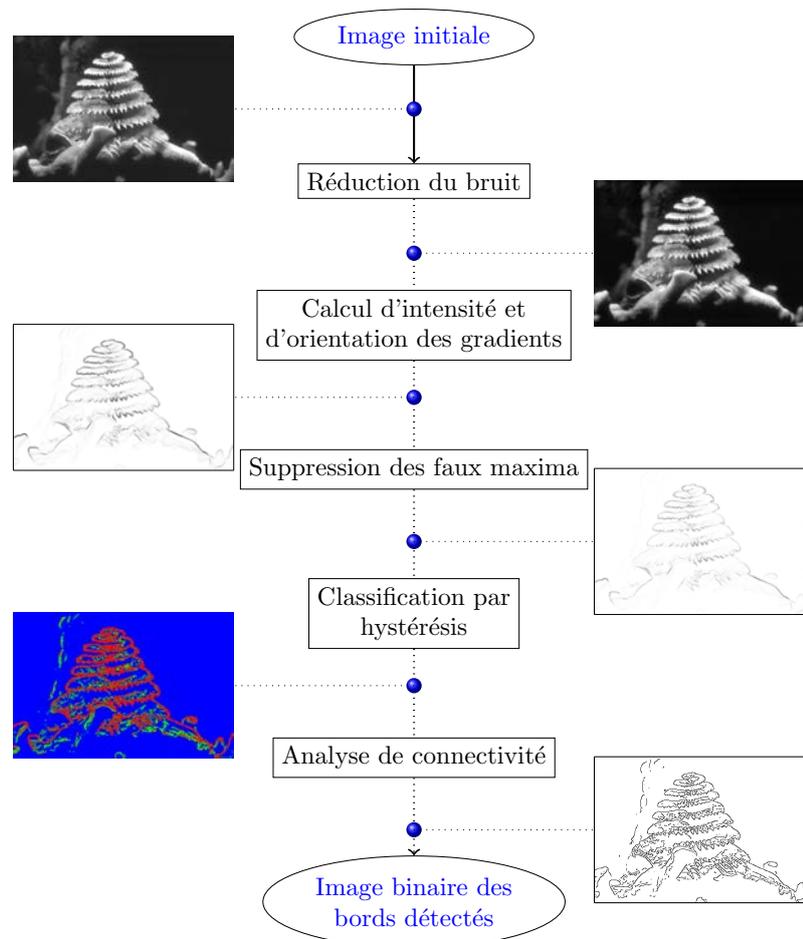


FIGURE 2.2 – Diagramme fonctionnel des étapes composant le détecteur de Canny. Pour chaque traitement du filtre, l'effet est illustré sur une image de 481×321 pixels issue du BSD500. Pour ces illustrations, la réduction de bruit est réalisée par filtrage Gaussien (ouverture de 3 pixels). Les images de gradients et la segmentation finale sont présentées en LUT inversée pour une meilleure lisibilité. Lors de la classification, les pixels rouges appartiennent aux *bords certains*, les pixels verts aux *zones d'indétermination* et les pixels bleus aux *zones homogènes certaines*.

Paramètres clefs et complexité du choix

L'utilisation du filtre de Canny nécessite donc de fournir trois paramètres de réglage : l'ouverture de filtre - utilisée à la fois pour le lissage et pour l'estimation du gradient - et les deux seuils d'hystérésis utilisés pour le seuillage final.

L'impact du choix d'ouverture de filtre est présenté sur la Figure 2.3. A seuils d'hystérésis fixés, on remarque aisément que l'ouverture du filtre joue directement sur le niveau de détail - niveau de complexité - de l'image résultante. L'augmentation de ce paramètre a pour effet de diminuer le nombre de pixels de l'image de bords obtenue. Son choix n'aura donc pas directement d'influence sur la qualité de la segmentation obtenue mais plutôt sur le niveau de détail qui sera extrait. En effet, pour le seuillage par hystérésis les bords sélectionnés seront toujours reliés à un bord fort ; la cohérence dans les bords extraits est donc conservée.



FIGURE 2.3 – En fixant les seuils d'hystérésis et en ne faisant varier que l'ouverture des filtres utilisés, on remarque facilement que l'ouverture du filtre influe directement sur la complexité de l'image filtrée. De gauche à droite, l'ouverture est fixée à 3, 5 puis 9 pixels. Plus l'ouverture est grande, moins il y a de détails dans l'image filtrée.

A contrario, le choix des seuils d'hystérésis influence directement le résultat final puisque cette étape sélectionne les pixels appartenant aux bords certains et zone homogènes certaines auxquels se réfère l'étape d'analyse de connectivité. La figure 2.4 illustre cet effet sur l'image introduite précédemment. Quand la valeur du seuil haut est augmenté d'un certain pourcentage, on observe une diminution dans le pourcentage de bords extraits de l'image traitée. D'une mauvaise classification découlera donc une fausse détection de bords. Afin d'obtenir une bonne classification sans recourir à l'expertise de l'utilisateur, ce choix de paramètres doit nécessairement être automatisé - ou tout du moins de standardisé.



FIGURE 2.4 – Le choix des seuils d'hystérésis est crucial pour obtenir une détection de bords satisfaisante. L'ouverture de filtre est ici fixée à 3. De gauche à droite : le choix de seuils trop faibles conduit à une sur-détection, des valeurs intermédiaires obtiennent un niveau de détail permettant la bonne description de l'objet et des valeurs trop élevées entraînent l'extraction de la seule structure grossière de l'image.

2.1.3 Etat de l'art sur l'automatisation du choix de seuils pour le filtre de Canny

La complexité de l'automatisation du choix des seuils pour le détecteur de bords de Canny est perceptible au travers des nombreuses publications consacrées au sujet. Pour de multiples propositions, l'idée est de procéder par des approches de classification. Pour ce faire, généralement, l'effort est porté sur le seuil haut choisi avec précaution pour séparer les pixels de l'image en deux classes principales - bords certains et mixture entre zones homogènes et bords faibles - et d'en déduire ensuite une valeur pour le seuil bas par simple règle empirique.

He et Yuan [2008] travaillent sur l'histogramme des normes de gradients de l'image et considèrent que le seuil haut doit être choisi dans la zone entre le mode principal correspondant aux zones homogènes et le premier mode représentatif des bords de l'image. En créant un *histogramme par différences de bins*, ce seuil correspond donc au premier *zero-crossing* de ce nouvel histogramme. Le seuil bas est alors fixé à la moitié de la valeur du seuil haut.

L'algorithme Otsu [1975], qui s'inscrit dans les approches de classification, est une des méthodes les plus utilisées pour binariser une image. En effet, il procède en considérant que l'image est constituée de deux ensembles de pixels - premier et arrière plan - et classe chaque pixel dans une de celles-ci par minimisation de la variance intra-classe des normes des niveaux de l'image. Cette méthode a ainsi été utilisée dans plusieurs publications pour sélectionner le seuil haut du filtre de Canny à partir de l'image des normes de gradients. Tel est le cas dans le travail de Fang *et al.* [2009], le seuil bas étant encore une fois déduit directement comme moitié du seuil haut. Huo *et al.* [2010] recourt aussi à Otsu mais améliore cette fois l'approche en proposant une estimation paramétrique du seuil bas. En divisant l'image en deux classes - texture pure, mixture de textures et de bords - un modèle mixte de probabilité d'occurrence de chaque classe ($1 - P$) et P est créée. La proportion P est obtenue par optimisation et le seuil bas est estimé comme le $(1 - P)$ pour cent du gradient maximal de l'image. Pour ces approches, le problème majeur réside dans le fait qu'en utilisant la méthode d'Otsu, l'erreur de classification est répartie équitablement entre les deux classes - bords certains et bords faibles. A l'opposé, l'algorithme de Canny nécessite que le seuil haut soit choisi de façon à minimiser l'erreur de classification dans la catégorie des bords forts - pour obtenir une grande fiabilité à cette classe qui est à la base du procédé de rejet des pixels de la zone d'indétermination.

Dans une approche assez originale - Medina-Carnicer *et al.* [2011] - les auteurs ne se focalisent pas sur le calcul direct des seuils d'hystérésis mais les déduisent en recherchant la zone d'instabilité se trouvant entre eux. En définissant préalablement un ensemble de seuils candidats, ils procèdent aux détections de bords correspondantes. Une distribution empirique des gradients des zones d'indétermination est ensuite dérivée. Les valeurs de seuils correspondent aux extrema de cette distribution. Cette méthode nécessite cependant de recourir à un ensemble de candidats - devant être définis par l'utilisateur - et les performances obtenues sont par conséquent opérateur-dépendantes. Par ailleurs, le coût calculatoire de la méthode est lié au cardinal de cet ensemble de candidats, ce qui rend cette approche coûteuse en temps de calcul pour obtenir de bonnes performances ; s'écartant sur ce point de l'intérêt de l'approche de Canny.

Il est aussi possible de procéder à la détermination de seuils adaptés en se basant sur un modèle statistique des valeurs d'intensité des pixels de l'image considérée. Rosin [1997] se base sur cette idée en modélisant les amplitudes de gradients de l'image au

moyen d'une loi de Rayleigh de paramètre σ - modèle connu pour les gradients de variables Gaussiennes indépendantes et stationnaires. Un seuil λ lié à cette distribution paramétrique et à une proportion de fausse détection FP - sélectionnée par l'utilisateur - est ainsi dérivé $\lambda = \sigma\sqrt{-2\log(FP)}$.

Dans ce travail, l'idée est cependant de sélectionner une valeur de seuil unique afin de seuiller une distribution unimodale et non pas d'automatiser un processus de seuillage par hystérésis. De plus, et surtout, cette méthode est abandonnée en faveur d'une autre approche : l'auteur mettant en avant la complexité d'estimer le paramètre σ dans une image dont les gradients sont perturbés par différentes sources de bruits et divers types de *features* - tels que les bords recherchés.

2.2 Standardisation du choix de seuils par approche statistique

Dans cette section, nous montrons qu'il est possible de standardiser le choix de seuils pour l'opérateur de Canny. En réduisant la complexité de ce choix, les performances obtenues en termes de qualité de segmentation deviennent quasiment opérateur-indépendante. La standardisation proposée est basée sur un formalisme statistique. Dans un premier temps nous introduisons donc la modélisation effectuée sur les données pour en déduire une loi adaptée. Dans un second temps, nous présentons le schéma de standardisation obtenu par recherche d'une rupture de ce modèle. Notre modèle reposant intégralement sur cette loi caractérisée par son seul paramètre d'échelle, on détaillera ensuite la bonne manière de l'estimer depuis des données corrompues.

2.2.1 Modélisation du gradient d'une zone homogène

Dans cette section, nous allons montrer que les valeurs des gradients au carré des pixels d'une image en niveau de gris peuvent être modélisées au moyen d'une loi exponentielle.

Le seuillage par hystérésis du filtre de Canny procède usuellement sur les valeurs d'amplitude des gradients de l'image. Tant dans le domaine d'acquisition optique que dans celui par rayons X, les zones homogènes des images obtenues peuvent être considérées comme des réalisations de variables aléatoires Gaussienne indépendantes mais de même variance σ^2 - cf. Fig. 2.5(b-c) à gauche. Sous cette hypothèse, la norme des gradients dans ces régions est ainsi décrite par une loi de Rayleigh (Voorhees et Poggio [1987]) - cf. Fig. 2.5(b-c) au centre. Pour une image de N pixels, si l'on note G_i la norme du gradient au pixel $i \in \{1, \dots, N\}$, nous avons ainsi

$$G_i \sim \mathcal{R}(\sigma^2) , \quad (2.1)$$

où le paramètre σ^2 doit être estimé. Pour ce faire, on peut par exemple utiliser son estimation au sens du MV mais cette estimation est biaisée. D'autres formulations permettent de supprimer ce biais - Mahdi [2006] par exemple - ces estimations demeurent cependant non-optimales. Il n'existe en effet pas, à notre connaissance, d'estimateur Uniformément de Variance Minimale parmi les estimateurs sans Biais (Estimateur dit) (UMVB) de σ^2 .

Cependant, on peut montrer que le carré d'une distribution de Rayleigh est une loi exponentielle.

Soient Ω_G (resp. Ω_{G^2}) la densité de probabilité des normes de gradients (resp. normes de gradients au carré) de l'image et $T^{-1}(x) = \sqrt{x}$ le changement de variable inverse. Le théorème de changement de variable s'exprime alors

$$\Omega_{G^2}(y) = \Omega_G(T^{-1}(y)) \left| \frac{dx}{dy} \right|, \quad (2.2)$$

où $|dx/dy| = 1/2\sqrt{y}$. Les gradients suivant une distribution de Rayleigh de paramètre σ^2 , on sait que :

$$\Omega_G(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-x^2}{2\sigma^2}\right), \quad x > 0. \quad (2.3)$$

En combinant ces résultats, nous avons ainsi accès à la densité de probabilité de G^2

$$\Omega_{G^2}(y) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(\frac{-y}{2\sigma^2}\right), \quad y > 0. \quad (2.4)$$

En posant $\eta = 2\sigma^2$, on retrouve la distribution exponentielle modèle

$$G_i^2 \sim \mathcal{E}(\eta). \quad (2.5)$$

Il est plus commode de recourir à ce modèle car, en tant que membre de la famille des lois exponentielles (Brown [1986]), elle possède un grand nombre de bonnes propriétés statistiques qui rendent son utilisation plus simple que celle de la loi de Rayleigh. Elle fournit par exemple l'accès à l'estimateur UMVB du paramètre η . Les détails concernant cette estimation constituent le cœur de la section 2.2.3. Dans la suite de ce manuscrit, nous travaillons donc sur le carré de la norme des gradients $G^2 = (G_i^2)_{i=1,\dots,N}$ des images/radiographies considérées.

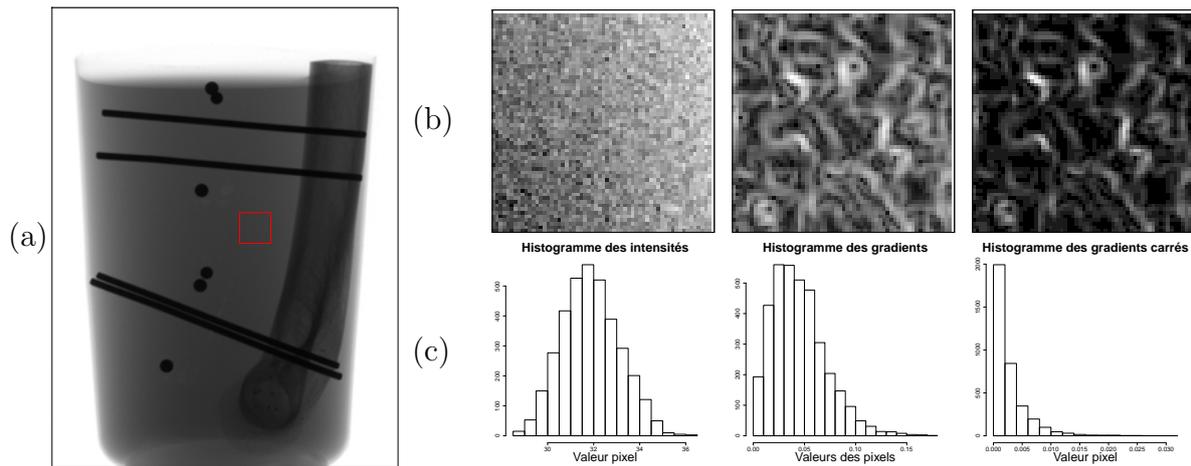


FIGURE 2.5 – (a) Exemple d'une image de projection acquise au sein du laboratoire. En rouge, une zone homogène d'intérêt. (b) Agrandissement de la zone d'intérêt - gauche - et calcul de son gradient - centre - et du gradient au carré - droite. (c) Histogrammes correspondant aux régions présentées en (b). On observe ici la variation en termes d'allure de distribution : Gaussienne pour une zone homogène, Rayleigh pour son gradient et Exponentielle pour son gradient au carré.

2.2.2 Standardisation du détecteur de Canny par recherche de valeurs extrêmes

Grâce à la modélisation réalisée, nous montrons maintenant que la sélection de seuils adaptés pour le détecteur de Canny peut être vue comme le choix d'un niveau de confiance approprié. Au moyen de cet outil, il est possible de standardiser ce choix pour toute image considérée.

Soient λ_b et λ_h les seuils haut et bas du processus d'hystérésis du filtre de Canny. Pour tout pixel i de l'image, ils sont utilisés pour décider de la classe d'appartenance de ce dernier parmi

- Zone homogène certaine $\Leftrightarrow G_i^2 \leq \lambda_b$
- Bord certain $\Leftrightarrow G_i^2 \geq \lambda_h$
- Zone d'indétermination $\Leftrightarrow \lambda_b < G_i^2 < \lambda_h$

Chacun de ces deux seuils peut donc être interprété comme une limite de la norme G^2 permettant de localiser - dans la queue de la distribution exponentielle - les valeurs extrêmes qui sont très peu probablement issues de zones homogènes. En effet, sur un bord, le gradient ne correspond plus à la différence entre deux variables aléatoires indépendantes de même loi Gaussienne mais à une différence entre des réalisations de deux lois différentes - une par région homogène. En cela, ces valeurs sont donc extrêmes et se trouvent dans la queue de la distribution exponentielle modèle. Leur calcul revient donc, en termes Statistique, à définir deux limites à droite de la norme du gradient au carré de l'image G^2 .

Soit $\alpha = \alpha_l$ (resp. $\alpha = \alpha_h$) le niveau de significativité de la limite $\lambda = \lambda_b$ (resp. $\lambda = \lambda_h$), nous pouvons écrire

$$P(G^2 \leq \lambda) = 1 - \alpha \quad (2.6)$$

Dans le contexte du modèle établi pour les zones homogènes de l'image, le seuil adapté λ est donc par définition $Q(1 - \alpha)$ le $(1 - \alpha)$ quantile de la loi Exponentielle $\mathcal{E}(\eta)$:

$$\lambda = Q(1 - \alpha) = -\eta \times \log(\alpha) \quad (2.7)$$

Par définition, λ limite ainsi, dans les zones homogènes, la norme G^2 à la proportion $(1 - \alpha)$ des plus faibles valeurs du modèle Exponentiel. En augmentant cette limite, on réduit ainsi la probabilité de mauvaise classification d'une zone homogène en zone appartenant à un bord.

Il apparaît ainsi que d'une sélection de deux seuils adaptés, nous passons à la sélection de deux niveaux de confiance. Ceci permet d'obtenir la standardisation du paramétrage du filtre de Canny. De plus, les niveaux α classiquement utilisés en Statistique sont restreints à quelques valeurs ; ce qui permet de limiter ce choix à de quatre candidats :

$$\{\alpha_b, \alpha_h\} \subset \{5\%, 1\%, 0.5\%, 0.1\%\} \text{ avec } \alpha_b > \alpha_h . \quad (2.8)$$

Par conséquent, depuis un choix de seuils à réaliser dans un ensemble quasi infini - pour une image codée en précision flottante - le problème se réduit au choix de deux niveaux de confiance parmi un ensemble de moins d'une dizaine de candidats.

Ce processus de sélection n'étant plus lié à l'image considérée, nous obtenons ainsi la standardisation souhaitée. Le calcul des seuils dépendant cependant directement de l'estimation du paramètre de la distribution exponentielle modèle, il est critique de porter un intérêt particulier à son estimation.

2.2.3 Estimation adéquate du paramètre d'échelle η depuis des données corrompues

Comme mentionné précédemment, la distribution exponentielle est complètement caractérisée par son paramètre d'échelle η . Cette section se focalise sur l'estimation adéquate de celui-ci.

En tant que membre de la famille exponentielle, l'estimateur **UMVB** correspond simplement à la moyenne empirique de l'échantillon considéré

$$\hat{\eta} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} G_i^2, \quad (2.9)$$

cette estimation n'étant autre que son **MV**.

Notre proposition en section 2.2.1 est bâtie sur une hypothèse concernant les zones homogènes de l'image. Or, comme cela avait été avancé par **Rosin [1997]**, cela revient à considérer négligeable l'influence des valeurs extrêmes des normes de gradients des bords. Ainsi, leur présence dans l'image affaiblit directement ce modèle : plus le pourcentage de bords est élevé, pire sera le choix de seuils réalisé.

Exprimé en d'autres termes, en n'excluant pas les forts gradients des bords, ces derniers viennent corrompre l'estimation du paramètre, entraînant une sur-estimation de ce dernier. Conséquence directe, les seuils calculés par la suite seront artificiellement faibles et la détection de bords produite sera de mauvaise qualité - elle présentera une large sur-détection de bords trop faibles.

Pour contrecarrer ce problème, nous avons testé deux approches permettant de ne pas considérer les valeurs de gradient au carré anormalement élevées lors du calcul de la moyenne de l'échantillon.

La première est une approche dite de moyenne élaguée - *trimmed mean* - consistant à complètement ignorer un pourcentage des valeurs supérieures. Soit p ce faible pourcentage des valeurs extrêmes, en ordonnant les valeurs du vecteur G par ordre croissant, l'échantillon de normes des gradients réduit a pour cardinal $N_l = \lfloor (1 - p)N \rfloor$ et cette estimation s'exprime

$$\hat{\eta}_{Trim} = \frac{1}{N_l} \sum_{i=0}^{N_l-1} G_i^2. \quad (2.10)$$

La seconde alternative est une approche de type *censure à droite* qui nous permet de considérer que toutes les valeurs supérieures à un certain seuil proviennent d'observations erronées. En se référant à **Bravo et al. [2002]**, l'estimateur correspondant à cette censure s'exprime

$$\hat{\eta}_{Cens} = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=0}^{N_l-1} G_i^2 + (N - N_l) \times G_{N_l}^2 \right). \quad (2.11)$$

$\hat{\eta}_{Cens}$ est l'estimateur du **MV** - fortement consistant - du paramètre de la distribution. Contrairement à l'approche *trimmed mean*, les valeurs extrêmes sont cette fois prises en compte par l'intermédiaire du seuil de censure $G_{N_l}^2$ pondéré par le pourcentage correspondant.

L'effet de cette estimation de paramètre sur la segmentation finalement obtenue est visible sur la Figure 2.6. $\hat{\eta}$ est largement sur-évalué et entraîne une sous-détection des bords de l'image - Figure 2.6(a), quadrant inférieur gauche.

A l'inverse, l'estimation $\hat{\eta}_{Trim}$ est sous-évaluée, conduisant à une segmentation faussée par la détection de nombreux faux bords dans des zones texturées ou par épaissement - Figure 2.6(a), quadrant inférieur droit.

Seule l'estimation par $\hat{\eta}_{Cens}$ permet d'obtenir une bonne qualité de segmentation - Figure 2.6(a), quadrant supérieur droit. C'est donc cette méthode que nous utiliserons dans la suite de ce manuscrit.

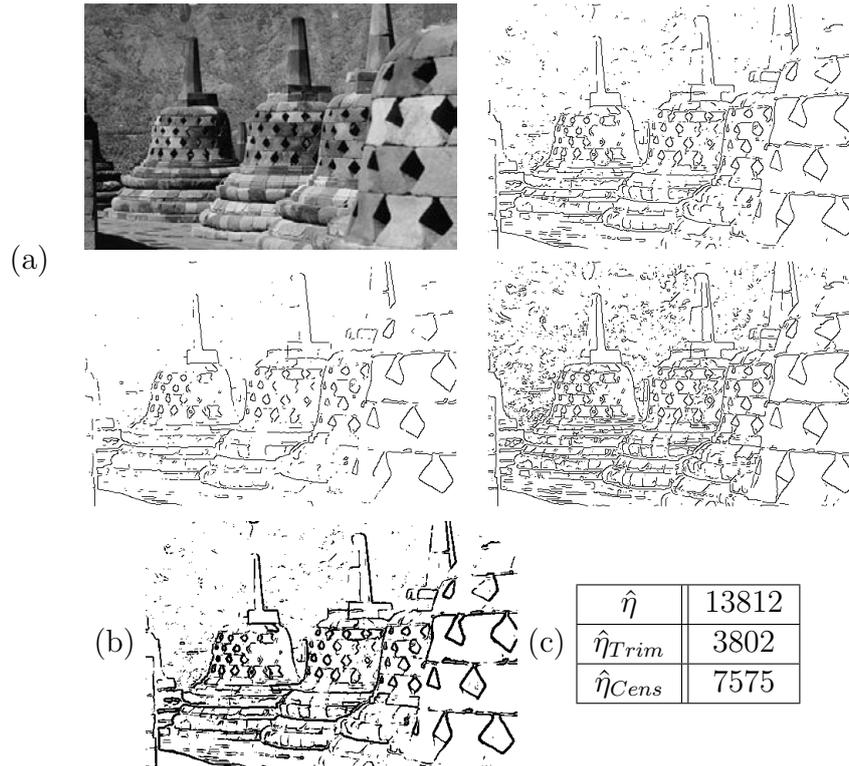


FIGURE 2.6 – Impact de l'estimation du paramètre η pour la détection de bords par filtre de Canny ($\alpha_b = 5\%$, $\alpha_h = 0.1\%$). (a) En utilisant l'estimation standard - en bas à gauche - trop de bords sont manqués; par estimation *trimmed mean* - en bas à droite - trop de faux bords sont extraits. L'estimation par *censure* nuance ces effets et la détection est de meilleure qualité - en haut à droite. (b) Dans cet exemple, le pourcentage de valeurs seuillées/censurées est fixé à $p = 15\%$. Les pixels noirs sont ceux appartenant à cette classe. (c) Estimations du paramètre η pour la méthode usuelle $\hat{\eta}$, *trimmed* $\hat{\eta}_{Trim}$ et *censurée à droite* $\hat{\eta}_{Cens}$.

2.3 Résultats obtenus et comparaison

Dans cette section, nous évaluons les performances de la standardisation mise en place pour la sélection des seuils du filtre de Canny. Pour ce faire, nous utilisons tout d'abord des images optiques issues d'une base de données comprenant une vérité terrain grâce à laquelle nous pouvons réaliser une évaluation quantitative. L'algorithme est ensuite appliqué à différentes images de projections RX provenant de simulations ou d'acquisitions réalisées au sein de notre laboratoire.

2.3.1 Evaluation de la méthode sur des images optiques

Dans cette section, nous introduisons tout d'abord la base de données utilisées pour évaluer notre standardisation. On présente ensuite la métrique de qualité permettant l'évaluation quantitative de ces performances. Enfin, on détaille le réglage des différents paramètres du détecteur de Canny avant de présenter l'ensemble des résultats obtenus.

Base de données d'évaluation

Les images que nous utiliserons pour réaliser notre évaluation sont issues du BSD500 ([Martin et al. \[2001\]](#)). Ce dernier comprend des images de structures humaines ou naturelles permettant de tester les algorithmes de segmentation sur des contenus plus ou moins structurés (resp. texturés) - cf Fig. 2.7. Nous effectuons l'analyse quantitative à partir des 28 images utilisées dans [Heath et al. \[1997\]](#). Les vérités terrain sont ainsi les mêmes que celles présentées dans cet article ¹.

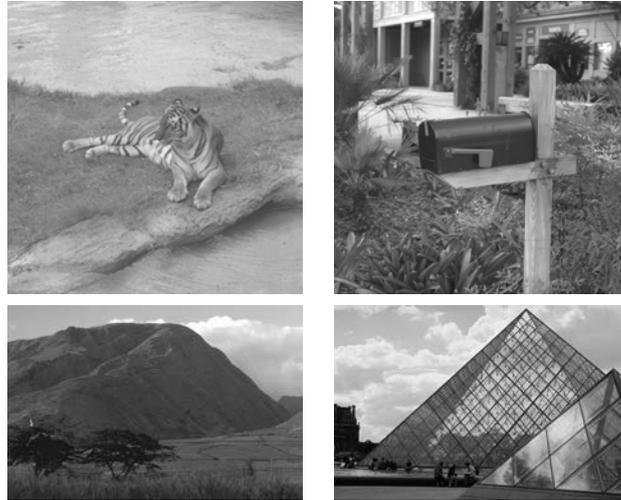


FIGURE 2.7 – Exemples d'images de la base de données BSD500. Les images de cette base étant RGB, nous effectuons une conversion standard en échelle de niveau de gris avant notre traitement.

Métrique de qualité : *Buffer Width*

La qualité de segmentation sera évaluée en suivant le *buffer width* proposé dans [[Heipke et al., 1997](#)]. Cette approche introduit trois critères : *justesse* C_{or} - pour *correctness* - *complétude* C_{omp} et *qualité* Q_{ual} . Ceux-ci sont calculés comme combinaison du nombre de pixels correctement segmentés - vrais positifs VP - du nombre de fausses détections - faux positifs FP - et du nombre de pixels non détectés - faux négatifs FN .

$$C_{or} = \frac{VP}{VP + FP} \quad (2.12)$$

$$C_{omp} = \frac{VP}{VP + FN} \quad (2.13)$$

$$Q_{ual} = \frac{VP}{VP + FP + FN} \quad (2.14)$$

1. http://marathon.csee.usf.edu/edge/edge_detection.html

La méthode de *buffer width* permet d'introduire une tolérance dans ce dénombrement - afin de ne pas surpénaliser des pixels détectés au voisinage direct du vrai bord. Pour calculer VP et FP , une zone tampon d'épaisseur fixe est créée le long des bords de la vérité terrain - on épaissit ainsi ces derniers. Pour calculer FN cette zone tampon est cette fois appliquée sur la segmentation réalisée par notre algorithme. De cette façon, on passe d'une comparaison pixel à pixel à une comparaison pixel à voisinage. Dans cette section, la création de cette zone tampon est effectuée en dilatant l'image au moyen d'un élément structurant de type carré et de dimension 3×3 pixels².

Paramétrage de filtre utilisé

La réduction de bruit est réalisée, comme usuellement, au moyen d'un filtre Gaussien et le gradient estimé en recourant aux filtres de Sobel. On utilise ici une ouverture de trois pixels pour ces filtres.

Pour notre approche, il est nécessaire de fournir deux niveaux de confiance α_b et α_h et un pourcentage p utilisé pour l'estimation par *censure à droite* du paramètre de la distribution exponentielle modèle.

Concernant les niveaux de confiance, nos expériences ont montré que les meilleurs résultats sont obtenus pour le couple

$$C_{opt} = \{\alpha_b = 5\%, \alpha_h = 0.1\%\} . \quad (2.15)$$

Le pourcentage de censure p est quant à lui intrinsèquement lié à la valeur du plus bas niveaux de confiance α_b . En effet, dans cette approche, les seuils λ définissent la limite au delà de laquelle le modèle exponentiel n'est plus valable - limite des zones homogènes.

Il est donc nécessaire d'utiliser une valeur de censure limitée par le seuil bas $Q(1-p) < \lambda_b$ pour préserver la qualité du processus de classification. En utilisant de multiples images, nous avons trouvé que les valeurs adéquates de p - pour les valeurs α de l'ensemble standard présenté en Eq (2.8) - correspondent à

$$p|_{\alpha_b=5\%} = 15\% , p|_{\alpha_l=1\%} = 10\% \quad (2.16)$$

Résultats

Les résultats de segmentation sont illustrés uniquement sur deux images - le tigre et la brosse présentés en Figure 2.8 - mais l'analyse quantitative utilise les 28 images préalablement mentionnées. On utilise dans un premier temps les images telles que fournies par la base de données. Dans un second temps, nous introduisons un niveau de bruit raisonnable $\sigma_{low} = 15$ (Rapport Signal à Bruit (RSB) de $17dB$) puis conséquent $\sigma_{high} = 30$ (RSB de $12dB$) pour évaluer la résilience de notre approche à ce facteur.

Dans l'ensemble de cette section, la vérité terrain est représentée par les résultats de *segmentation optimale* présentés dans Heath *et al.* [1997]. La méthode proposée est comparée à un schéma d'automatisation de seuil courant : l'utilisation de l'algorithme d'Otsu pour déterminer le seuil haut et la déduction du seuil bas à 50% du seuil haut. La Figure 2.9 présente les résultats obtenus par ces deux approches sur les images originales - non bruitées - du BSD500. Pour des images peu texturées - telle que la brosse en Figure 2.9(a) - il apparaît que les deux méthodes obtiennent des résultats de qualité comparable. Pour des images plus texturées, comme le tigre Figure 2.9(a), notre méthode génère une segmentation plus détaillée que celle obtenue par l'automatisation

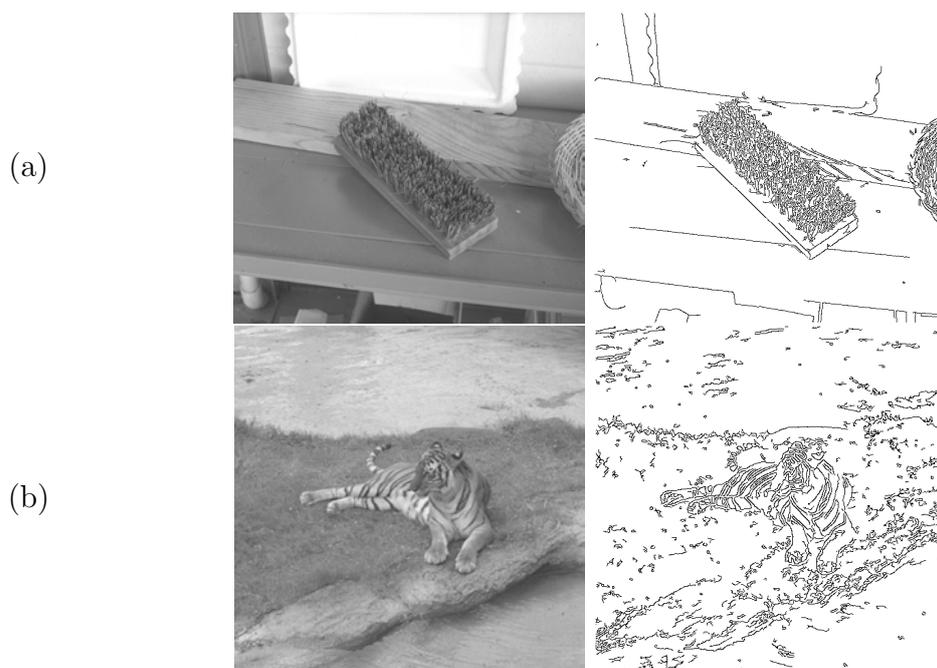


FIGURE 2.8 – Images extraites de la brosse (a) et du tigre (b) provenant de la base [BSD500](#) sur lesquelles seront illustrés les résultats d'extraction de bords. De gauche à droite : image originale et extraction de bords optimale par détecteur de Canny présentée dans [Heath et al. \[1997\]](#).

Otsu. En effet, même si cette dernière paraît moins bruitée, il apparaît qu'elle omet certains détails captés par notre approche et présents dans la cartographie de référence - tels que la rive inférieure ou certains détails de l'herbe entourant le tigre. En analysant les trois métriques pour l'ensemble des images de la base de données, on peut voir que ce constat est généralisable : dans quasiment tous les cas, notre méthode obtient des performances équivalentes ou meilleures que l'approche type Otsu. Pour les images où le critère global de qualité est inférieur, nous observons une corrélation avec un taux de complétude plus faible. En d'autres termes, ceci est lié à une augmentation du taux de FN - traduisant la plus grande sélectivité de notre méthode vis-à-vis de l'approche d'Otsu.

Quand un faible niveau de bruit est ajouté aux images, il apparaît que notre méthode obtient un score de C_{or} dans la majorité des cas largement supérieur à celui obtenu par l'alternative du schéma utilisant Otsu - voir Figure 2.10. L'obtention d'un score de Q_{ual} inférieur est cette fois encore directement lié à une augmentation dans notre score de FN . Cependant, comme visible sur l'image du tigre en Figure 2.10(a), la sélection de seuils par approche d'Otsu parvient à obtenir un plus faible score de FN en réalisant une très large sur-détection. Ce phénomène est particulièrement mis en lumière par les images plus texturées.

Dès lors que ce niveau de bruit atteint une valeur important - $\sigma_h = 30$ - les limitations de l'automatisation par schéma d'Otsu deviennent apparentes et les qualités des extractions obtenues très peu satisfaisantes - voir Figure 2.11. Sur ces deux exemples, il est clairement impossible d'isoler et interpréter les structures des différents objets composant la scène. A l'inverse, notre approche permet, même si ses performances ne présentent plus des scores aussi élevés, d'extraire les composantes principales des différents objets et fournit une description valide de l'image dans son intégralité.

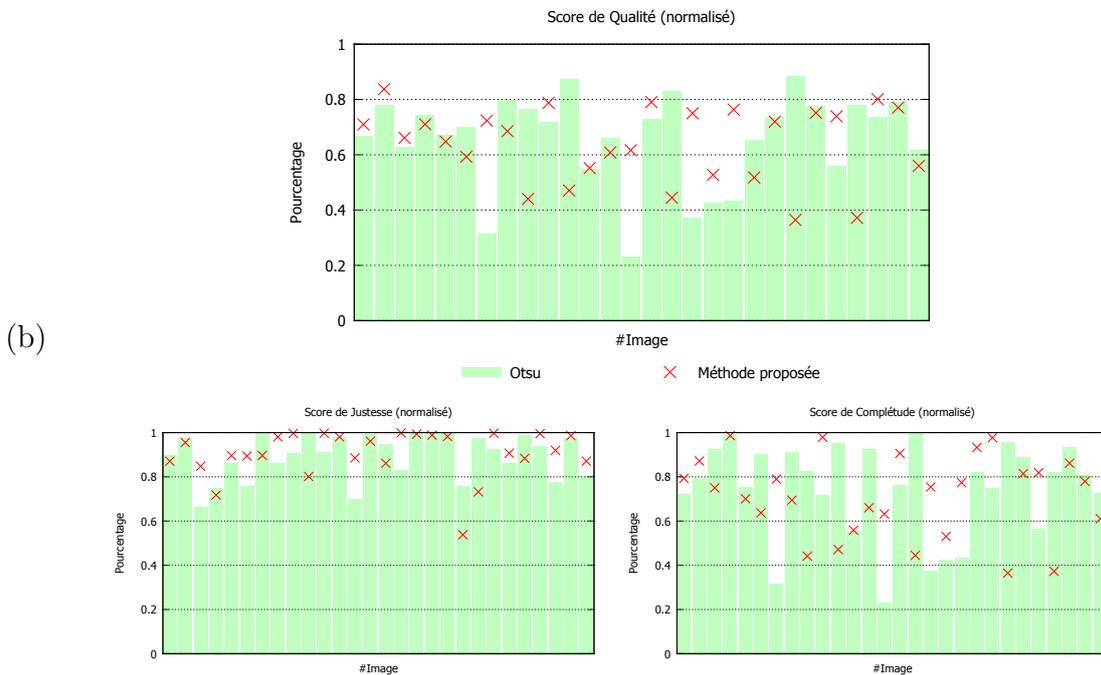
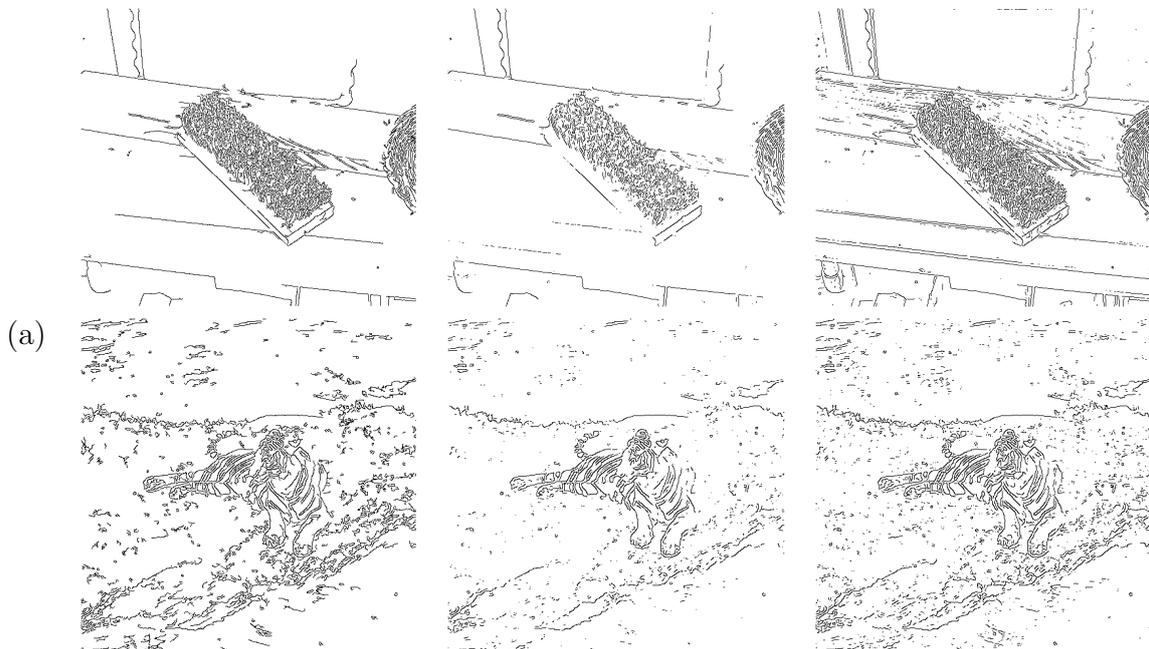


FIGURE 2.9 – Détection de bords pour les images non bruitées : (a) De gauche à droite : bords détectés par méthode de référence, détection par automatisation suivant Otsu et par notre méthode. (b) Scores de Q_{ual} , C_{or} et C_{omp} pour les 28 images issues du BSD500.

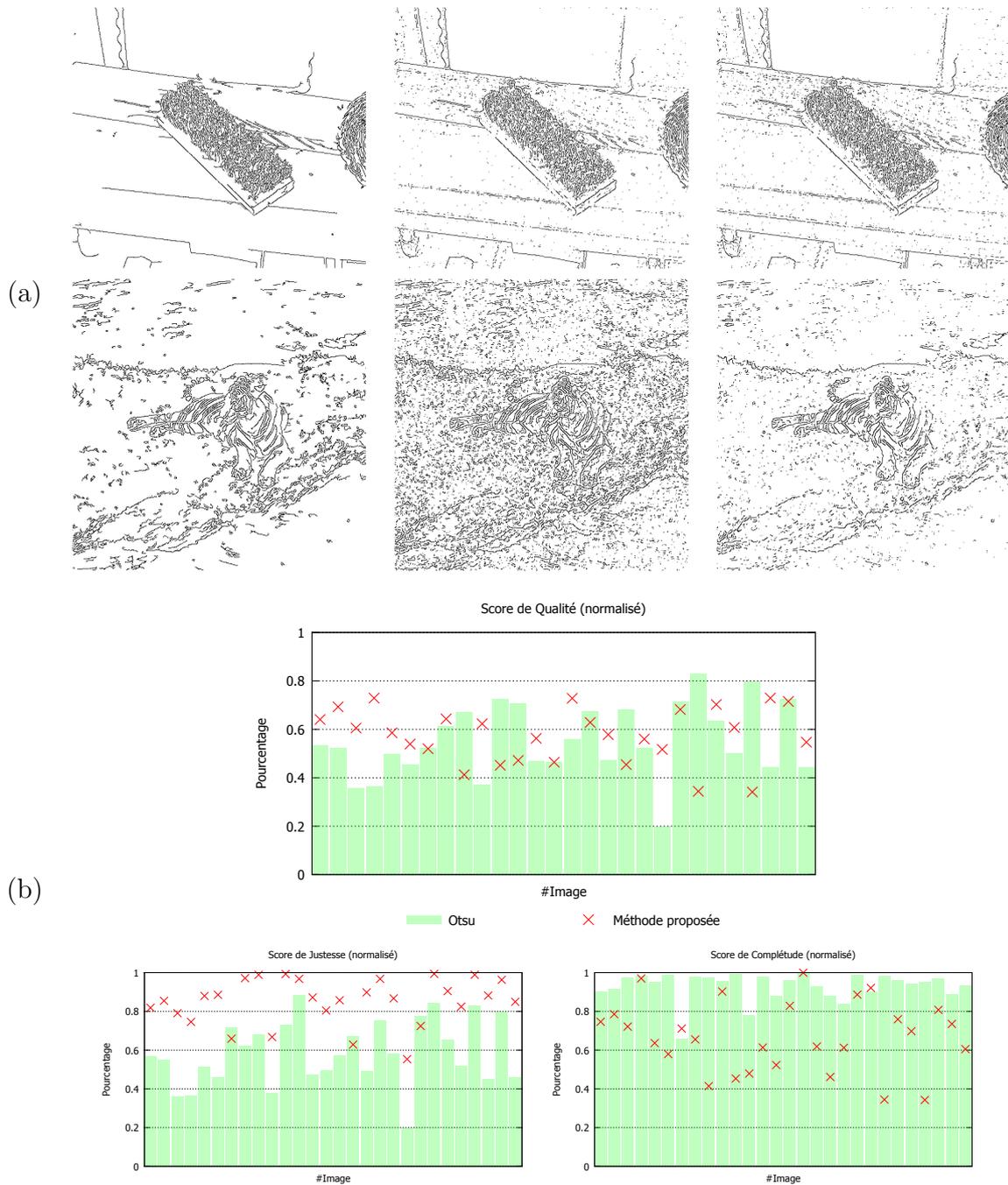


FIGURE 2.10 – Performance de détection sur des images faiblement bruitées (bruit blanc gaussien de paramètre $\sigma = 15$). (a) De gauche à droite : bords détectés par méthode de référence, détection par automatisation suivant Otsu et par notre méthode. (b) Scores de Q_{ual} , C_{or} et C_{omp} pour les 28 images issues du BSD500.

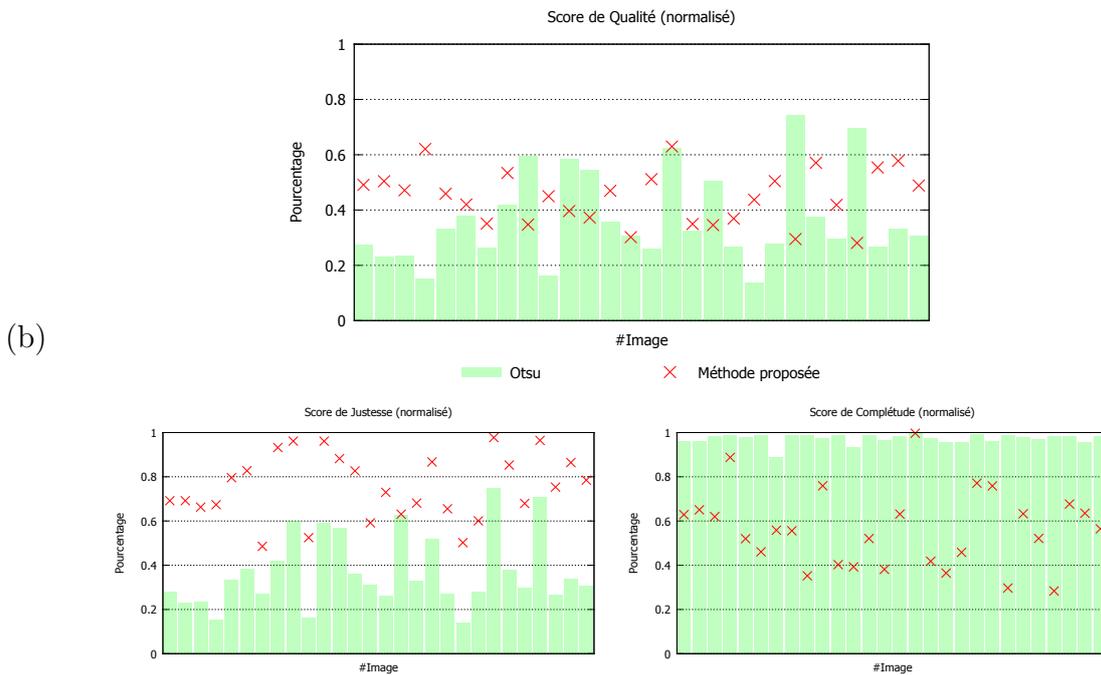
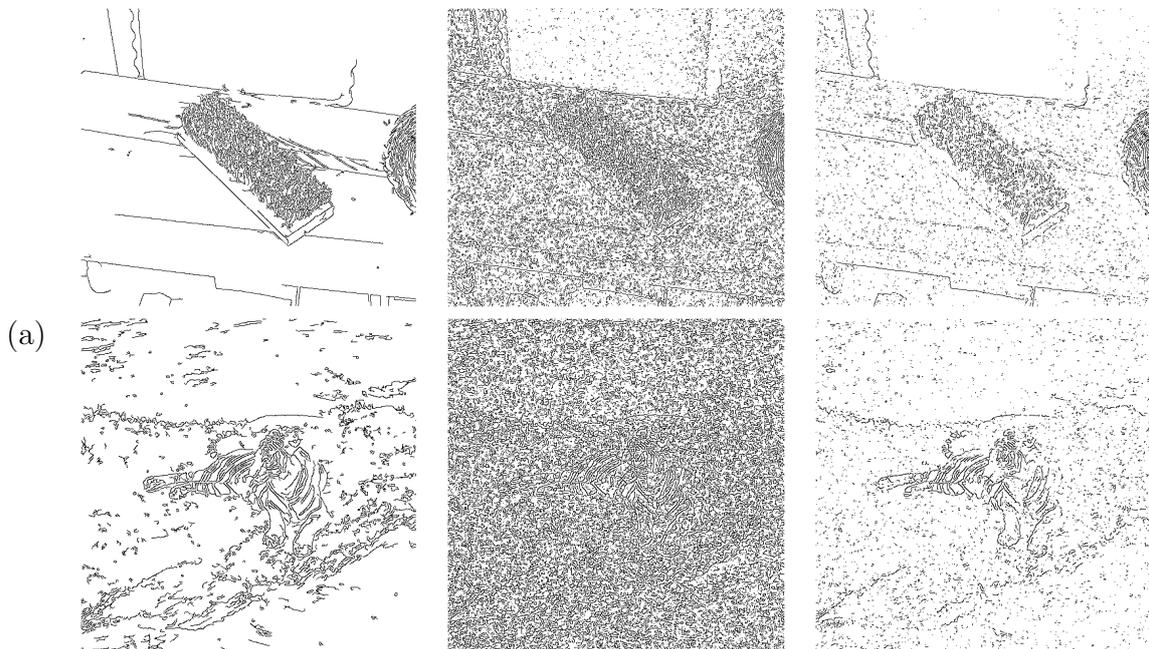


FIGURE 2.11 – Performance de détection sur des images bruitées (bruit blanc gaussien de paramètre $\sigma = 30$) (a) De gauche à droite : bords détectés par méthode de référence, détection par automatisation suivant Otsu et par notre méthode. (b) Scores de Q_{qual} , C_{or} et C_{omp} pour les 28 images issues du [BSD500](#).

2.3.2 Résultats obtenus sur des images RX

Dans cette section, nous illustrons la validité de la méthode de standardisation proposée pour le détecteur de Canny sur des images d'acquisition par rayons X. L'idée est ici de montrer que les hypothèses statistiques précédemment utilisées - plus spécifiquement la nature Gaussienne des zones homogènes de l'image - sont aussi vérifiées pour cette modalité d'imagerie et que cette standardisation permet d'obtenir des extractions de qualité pour des problématiques couramment rencontrées dans des applications RX.

Acquisition issue du projet Mediate

Nous considérons dans un premier temps une projection issue d'acquisitions réalisées dans le cadre du projet **MEDIATE** [2013]. Au sein de l'application orthopédique de ce projet, l'objectif était la mise au point d'une méthode d'ostéotomie² minimalement invasive.

Pour ce faire, la méthode utilise des images de scanner pré opératoires pour calculer les paramètres nécessaires - angles, distances, etc - au ré-alignement des extrémités osseuses du radius. Le ré-alignement est ensuite validé au cours de la chirurgie au moyen d'images acquises par un système C-Arm. Ce travail s'est déroulé en collaboration avec le Centre Académique Médical d'Amsterdam (AMC) qui propose le système de ré-alignement des extrémités osseuse.

L'échantillon présenté en Figure 2.12(a) est un avant bras humain dans lequel est inséré le système de ré-alignement composé de broches métalliques, les billes servant de repères pour du recalage. Nous remercions l'AMC pour la mise à disposition de cette image de projection.

La difficulté que présente ce type d'image, en termes de détection de bords, est directement liée à la présence d'objets possédant des coefficients d'absorption de valeurs très différentes. Sur la projection en Figure 2.12(a), ces différences se traduisent par des interfaces douces entre objets de densités similaires et d'autres extrêmement nettes au passage entre matériau très absorbant et matériau moins opaque au rayonnement X. Comme on peut l'observer sur la carte de gradients présentée en Figure 2.12(a - droite), la distribution des normes des gradients possède ainsi une grande dynamique, ce qui rend la détection simultanée des interfaces fortes et des interfaces faibles non triviale.

Pour traiter cette projection, nous utilisons les valeurs de sélectivité

$$\alpha_b = 1\% \text{ et } \alpha_h = 0.1\% . \quad (2.17)$$

En utilisant l'estimation standard du paramètre de la distribution modèle, on observe que la segmentation obtenue permet d'isoler l'ensemble des broches métalliques du système de ré-alignement mais pas les bords correspondant aux interfaces plus douces - entre os et tissus par exemple sur la Figure 2.12(b - gauche). Lorsqu'on applique la sélection de seuils par méthode d'Otsu, il apparaît que le résultat est similaire à celui obtenu par notre méthode pour une estimation standard du paramètre η - Figure 2.12(b - droite). La qualité de segmentation pêche donc par manque d'interfaces faibles extraites de l'image. En revanche, lorsque le paramètre est estimé par *censure*

2. chirurgie du radius qui consiste à sectionner l'os pour en modifier son axe et/ou sa taille à des fins thérapeutiques ou plastiques

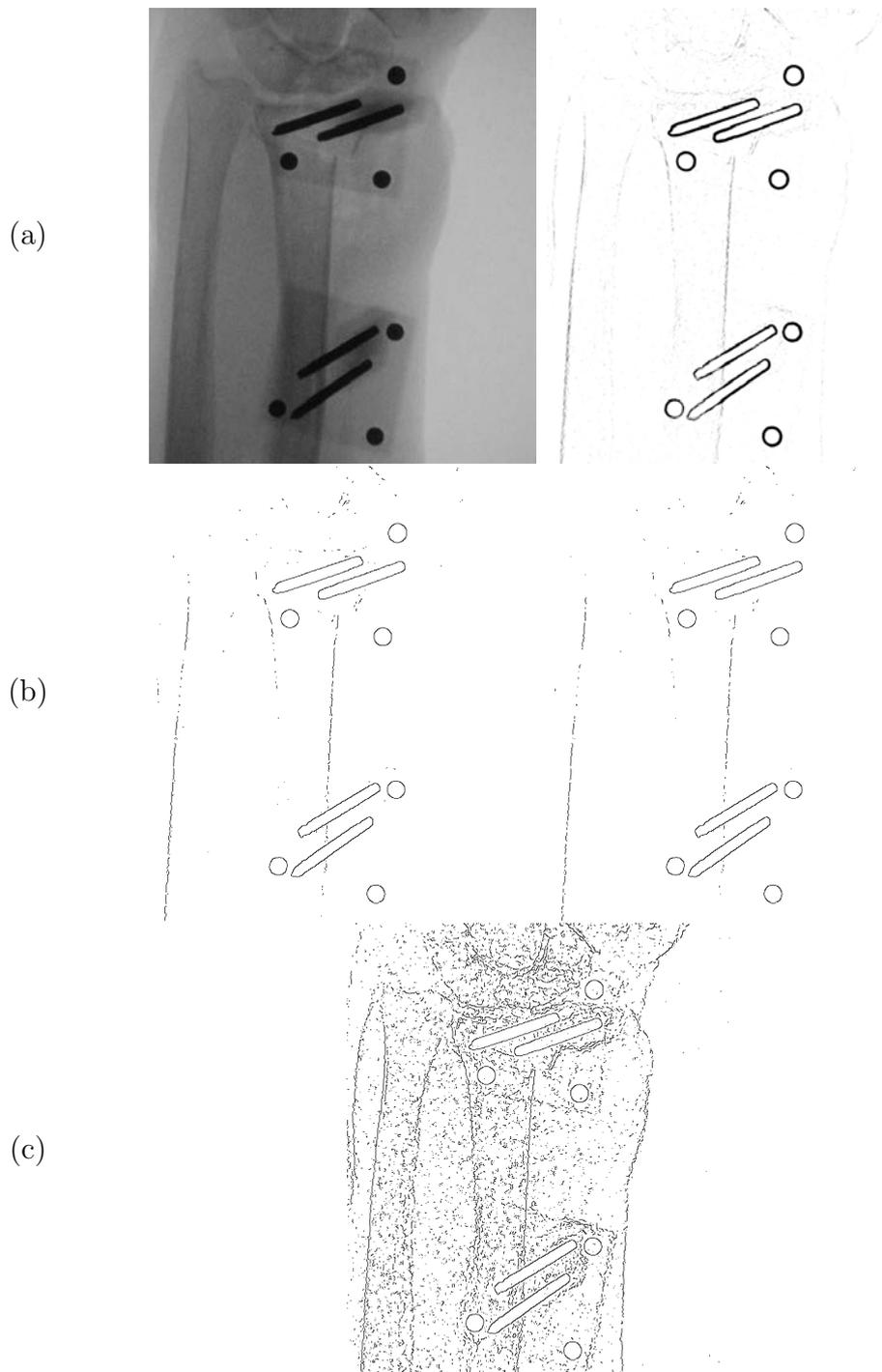


FIGURE 2.12 – (a) Projection d'un échantillon de radius avec différents inserts métalliques - gauche - et cartographie des normes de gradients au carrés correspondante - droite. (b) Gauche : Detections de bords effectuée sur cette projection en utilisant l'estimation de paramètre standard. Droite : bords extraits en déterminant λ_h par l'algorithme d'Ostu et fixant $\lambda_b = 0.5\lambda_h$. (c) Détection de bords par estimation par *censure à droite* du paramètre η .

à droite, les interfaces douces sont détectées, mais l'image de bords est plus bruitée - voir 2.12(c). Ce résultat confirme les conclusions faites sur la base de données d'images optiques sur la meilleure qualité de cette estimation.

La Figure 2.13 montre un profil de l'image de projection au niveau des transitions douces, ainsi que la transition entre le tissu et l'extérieur de l'objet caractérisée par une norme de gradient faible mais non nulle. La valeur de seuil haut sélectionnée semble en très bonne adéquation avec les données traitées : elle se positionne sensiblement en deçà du minimum des valeurs de gradient correspondant aux interfaces principales de la projection - passage des structures osseuses aux tissus ou inversement. Le seuil bas est quant à lui clairement positionné au-dessus du niveau de bruit, répondant en cela à une contrainte de qualité principale. Cependant, il existe encore quelques pics correspondant à une information de type texture - sans doute caractéristique des tissus - qui demeurent supérieurs à cette valeur de seuil, créant ainsi les faux positifs constaté sur l'image de segmentation.

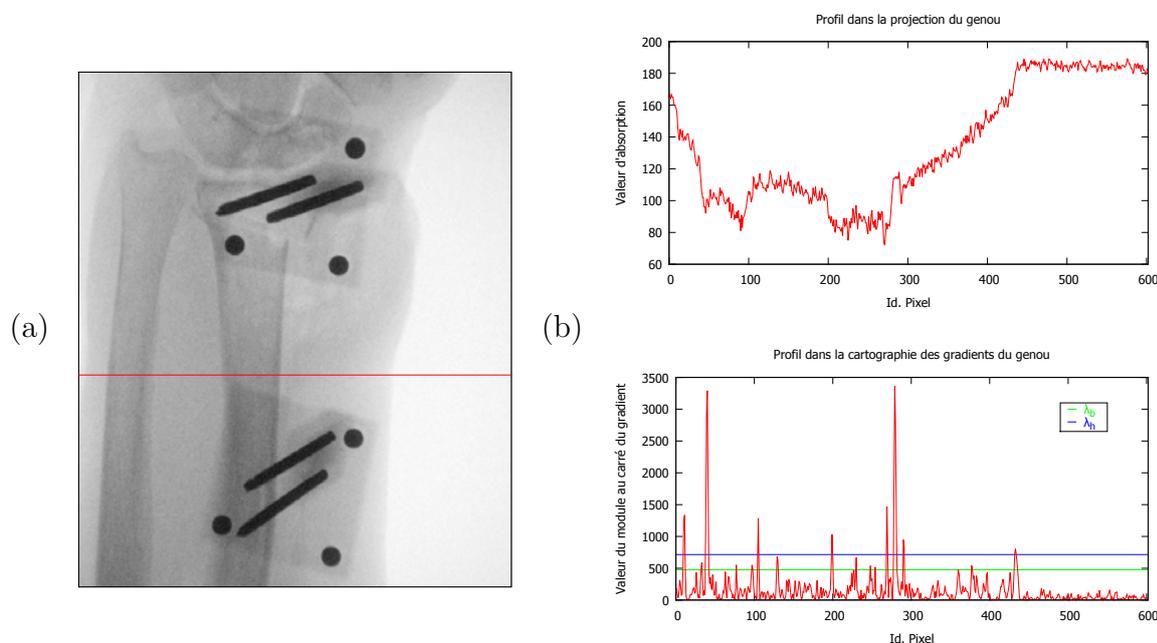


FIGURE 2.13 – (a) Le profil présenté est figuré en rouge sur cette projection. (b) Valeurs d'absorptions - haut - et de normes au carré des gradients - bas - le long du profil figuré en (a). Sur le profil des gradients sont figurés les niveaux de seuils bas - vert - et haut - bleu - utilisé par le détecteur de Canny.

Acquisition d'un coquillage

On s'intéresse maintenant à un échantillon de plus petite dimension possédant une grande complexité structurelle : un coquillage spiralé. Nous remercions David Tisseur pour ces données d'acquisition.

La difficulté pour cette image est de parvenir à extraire l'ensemble des bords de très faible contraste présent au sein de l'objet. Comme on peut le voir sur la projection en Figure 2.14(a), les contours externes et les alvéoles principales sont caractérisés par de forte normes de gradients, là où les structures internes de plus faibles dimensions sont peu perceptibles sur cette cartographie.

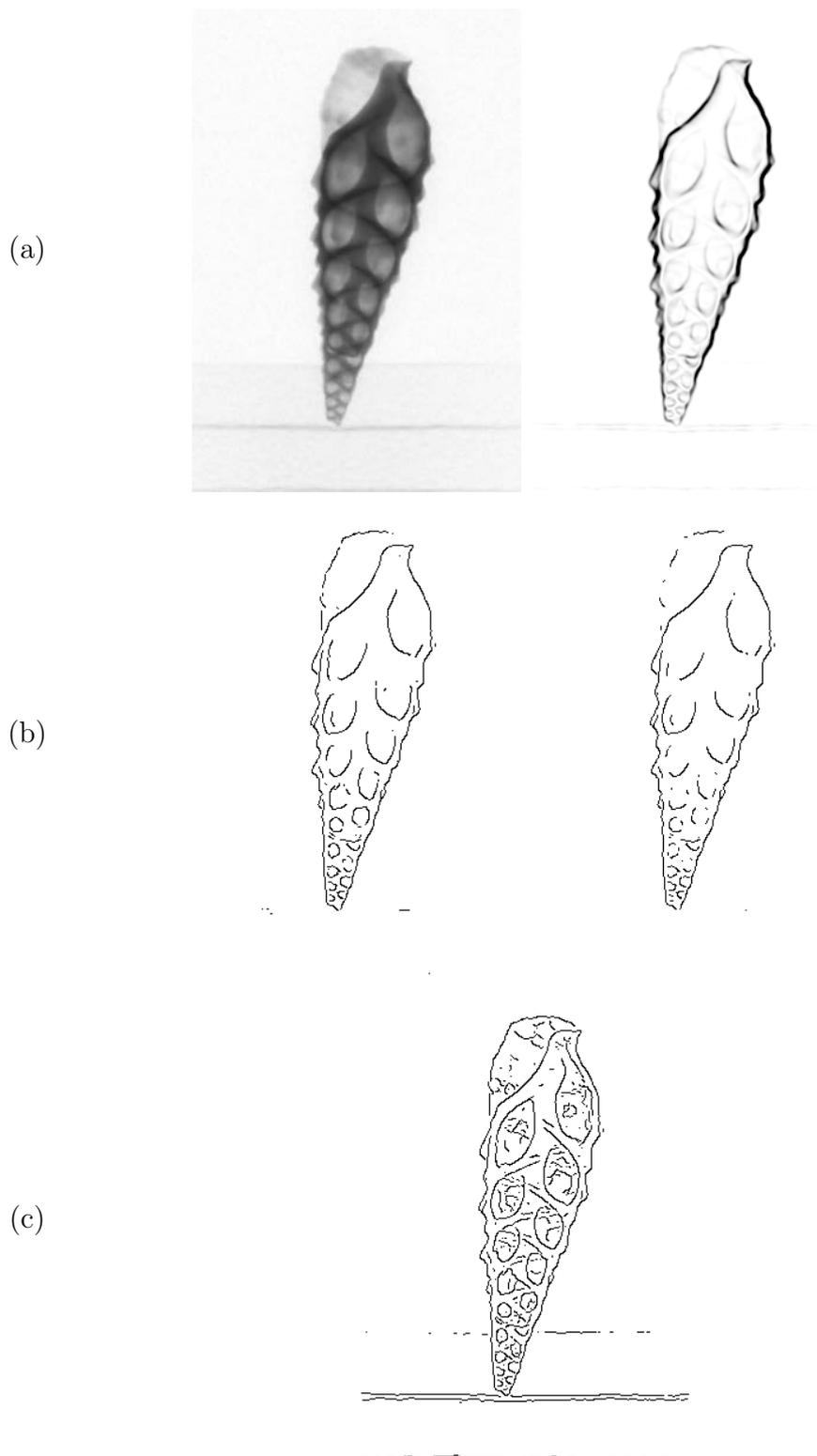


FIGURE 2.14 – (a) Projection d'un coquillage spiralé - gauche - et cartographie des normes de gradients au carrés correspondante - droite. (b) Gauche : Détections de bords effectuée sur cette projection en utilisant l'estimation de paramètre standard. Droite : bords extraits en déterminant λ_h par l'algorithme d'Ostu et fixant $\lambda_b = 0.5\lambda_h$. (c) Détection de bords par estimation par *censure à droite* du paramètre η .

Pour traiter cette projection, nous utilisons une ouverture de filtre de 3 pixels et les valeurs de sélectivité

$$\alpha_b = 5\% \text{ et } \alpha_h = 0.1\% . \quad (2.18)$$

Comme pour le cas de l'acquisition présentée précédemment, on observe que les résultats obtenus en utilisant une estimation standard du paramètre η et le choix de seuil par approche d'Otsu sont de qualité similaire - voir Figure 2.14(b). Même si la structure principale du coquillage est extraite, il apparaît ainsi que même les lobes principaux ne sont pas intégralement segmentés. De fait, les structures internes - plus complexes à détecter - disparaissent complètement de ces cartes de bords.

En revanche, si l'on considère le résultat obtenu par notre approche avec une estimation du paramètre η par *censure à droite*, on parvient cette fois à extraire l'ensemble de l'information structurelle souhaitée - voir 2.14(c).

2.4 Conclusions

En débutant ce chapitre par un état de l'art consacré à la détection de bords dans une image bidimensionnelle, l'intérêt pour cette thématique s'est avéré évident au travers des nombreuses publications lui étant consacrées dans la littérature et les multiples approches à disposition pour réaliser cette tâche. Sans être exhaustif, nous avons vu qu'il était possible de séparer celles-ci en quatre familles principales : les méthodes de type *filtre* procédant par seuillage de l'information de gradient ; les approches *variationnelles* effectuant la segmentation par minimisation ; les propositions tirant profit des transformées *multi-échelles* pour caractériser les bords comme singularités aux différentes résolutions spatiales considérées ; les méthodes *stochastiques* bâtissant un modèle statistique de l'image pour faire émerger les bords comme comportement aberrant.

Parmi cet ensemble de possibles, nos contraintes nous ont poussés à opter pour une approche par filtre et, plus particulièrement, pour le détecteur de bords de Canny - eu égard à son statut de *gold standard* pour cette famille. Pour son fonctionnement, cet algorithme requiert le choix d'une ouverture de filtre - utilisée notamment pour l'estimation de gradient - et d'un couple de seuils (λ_b, λ_h) utilisé par une étape d'hysteresis. Une analyse nous a permis de montrer que la bonne qualité de détection obtenue repose majoritairement sur la sélection adapté des seuils utilisés - le réglage d'ouverture de filtre revenant *in fine* à choisir le niveau de détail auquel on travaille. Il est ainsi nécessaire d'automatiser - ou tout du moins de standardiser - cette sélection afin d'assurer une qualité de détection ne reposant pas sur les compétences de l'utilisateur.

La littérature dédiée à cette automatisation est large et nous avons pu voir que la majorité des approches envisagées procède par *classification* et recourt à l'algorithme de binarisation d'Otsu pour sélectionner le seuil haut. Concernant le seuil bas, les auteurs optent soit pour une règle de calcul simple - proportion du seuil haut - ou pour une méthode paramétrique plus fine. Lors de notre recherche, la seule méthode trouvée proposant une approche statistique pour procéder au seuillage de la distribution des gradients de l'image considérée (Rosin [1997]) ne concernait pas le détecteur de Canny et ne développait que peu cette perspective.

Dans ce contexte, la contribution introduite dans ce chapitre est une standardisation du détecteur de Canny par méthode statistique. En lieu et place d'une automatisation absolue, notre choix a ainsi été de limiter au maximum les connaissances requises de

l'utilisateur : nous transformons pour cela le choix proposé et rendons la procédure image-indépendante.

L'information utile au seuillage reposant dans le gradient G de l'image considérée, nous avons dans un premier temps introduit un modèle statistique de ces données. Une approche classique consiste à recourir à une loi de Rayleigh pour modéliser G dans les zones homogènes d'une image. Ici, nous avons cependant choisi de plutôt considérer la distribution caractérisant G^2 , afin de pouvoir utiliser un modèle exponentiel. Celui-ci nous a ainsi permis d'accéder à l'estimateur UMVB de son paramètre η - inaccessible pour l'alternative Rayleigh - permettant d'obtenir une meilleure modélisation des données considérées.

Ce modèle étant établi sur les régions homogènes de l'image, nous avons ensuite vu qu'il était possible de caractériser les bords comme une valeur extrême du modèle de zones homogènes. De manière pratique, cette rupture se traduit par une valeur anormalement élevée de la norme G^2 . Il a ainsi été possible de montrer que la sélection du niveau de seuil adapté à la détection des bords pouvait être transformée en une recherche de la borne supérieure de l'intervalle de dispersion de niveau $(1 - \alpha)$ de la distribution modèle. Le paramètre α est choisi dans un ensemble statistique standard. Cet ensemble ne dépend en rien de l'image considérée et son cardinal est limité à quatre valeurs. Nous obtenons ainsi la standardisation du détecteur de Canny désirée.

L'ensemble du modèle statistique précédemment exposé reposant sur l'hypothèse du travail sur une zone homogène, il est en défaut dès lors qu'il est appliqué sur une image possédant de nombreux bords. Vue d'une autre façon, les bords corrompent l'estimation du paramètre utile η . Dans la seconde partie du chapitre, nous nous sommes donc intéressé à l'estimation de ce paramètre depuis un jeu de données corrompu.

Pour ce faire, nous avons considéré une approche de *trimmed mean* permettant de ne pas considérer les valeurs extrêmes dans l'estimation du paramètre et une méthode de *censure à droite* permettant de prendre en compte ces valeurs par pondération du seuil de censure. Nos expérimentations nous ont montré que les meilleurs résultats de segmentation sont obtenus lorsqu'on réalise l'estimation par *censure* ; ce résultat étant par ailleurs étayé par le fait qu'il a été démontré que cet estimateur est fortement consistant. Notre choix s'est ainsi porté sur l'estimation *par censure* pour la procédure de seuillage.

Cette méthode a pu être validée sur une base de données composée d'images optiques. Pour chaque image de la bibliothèque, nous avons pu comparer nos résultats à une vérité terrain - bords détectés de manière optimale par le détecteur de Canny - précédemment publiée. Nous nous sommes dans le même temps comparé à un schéma de sélection automatique de seuils couramment utilisé. Les résultats ont montré que la proposition faite permet d'obtenir des segmentations de bonne qualité pour l'ensemble des images, et que les performances sont dans la majorité des cas supérieures au schéma auquel nous nous sommes confronté. Par ailleurs, la résilience au bruit de notre proposition est bien supérieure à ce schéma classique, fournissant ainsi des segmentations pertinentes pour des niveaux de bruits conséquents.

2.5 Références

- José I BRAVO, Íñigo DE FUENTES *et al.* : Computing maximum likelihood estimates from type ii doubly censored exponential data. *Statistical Methods and Applications*, 11(2):187–200, 2002. [44](#)
- Lawrence D BROWN : Fundamentals of statistical exponential families with applications in statistical decision theory. *Lecture Notes-monograph series*, pages i–279, 1986. [42](#)
- John CANNY : A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, (6):679–698, 1986. [33](#)
- Vicent CASELLES, Ron KIMMEL et Guillermo SAPIRO : Geodesic active contours. *International journal of computer vision*, 22(1):61–79, 1997. [36](#)
- Tony F CHAN, Luminita VESE *et al.* : Active contours without edges. *IEEE Transactions on Image processing*, 10(2):266–277, 2001. [36](#)
- John COSTELLA : A superior edge detection gradient operator, 2011. URL <http://johncostella.com/edgedetect/>. [33](#)
- Agnès DESOLNEUX, Lionel MOISAN et Jean-Michel MOREL : Edge detection by helmholtz principle. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 14(3):271–284, 2001. [35](#)
- Mei FANG, Guangxue YUE et QingCang YU : The study on an application of otsu method in canny operator. In *International Symposium on Information Processing (ISIP)*, pages 109–112. Citeseer, 2009. [40](#)
- Donald GEMAN, Stuart GEMAN, Christine GRAFFIGNE et Ping DONG : Boundary detection by constrained optimization. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(7):609–628, 1990. [35](#)
- Wenhao HE et Kui YUAN : An improved canny edge detector and its realization on fpga. In *7th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, pages 6561–6564. IEEE, 2008. [40](#)
- Michael D HEATH, Sudeep SARKAR, Thomas SANOCKI et Kevin W BOWYER : A robust visual method for assessing the relative performance of edge-detection algorithms. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(12):1338–1359, 1997. [46](#), [47](#), [48](#)
- C HEIPKE, H MAYER, C WIEDEMANN et O JAMET : Evaluation of automatic road extraction. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 32(3 SECT 4W2):151–160, 1997. [46](#)
- Pavel HOLOBORODKO : Noise robust gradient operators, 2009. URL <http://www.holoborodko.com/pavel/image-processing/edge-detection/>. [33](#), [34](#)
- Yuan-Kai HUO, Gen WEI, Yu-Dong ZHANG et Le-Nan WU : An adaptive threshold for the canny operator of edge detection. In *International Conference on Image Analysis and Signal Processing (IASP)*, pages 371–374. IEEE, 2010. [40](#)

- Michael KASS, Andrew WITKIN et Demetri TERZOPOULOS : Snakes : Active contour models. *International journal of computer vision*, 1(4):321–331, 1988. 36
- Smail MAHDI : Improved parameter estimation in rayleigh model. *Metodoloski zvezki*, 3:63–74, 2006. 41
- Raman MAINI et Himanshu AGGARWAL : Study and comparison of various image edge detection techniques. *International journal of image processing (IJIP)*, 3(1):1–11, 2009. 33
- Stephane MALLAT et Wen Liang HWANG : Singularity detection and processing with wavelets. *IEEE Transactions on Information Theory*, 38(2):617–643, 1992. 35
- D. MARTIN, C. FOWLKES, D. TAL et J. MALIK : A database of human segmented natural images and its application to evaluating segmentation algorithms and measuring ecological statistics. In *Proc. 8th International Conference on Computer Vision*, volume 2, pages 416–423, July 2001. 46
- MEDIATE : MEDiate, Patient Friendly Medical Intervention, 2013. URL <https://itea3.org/project/mediate.html>. 52
- Rafael MEDINA-CARNICER, Rafael MUNOZ-SALINAS, Enrique YEGUAS-BOLIVAR et L DIAZ-MAS : A novel method to look for the hysteresis thresholds for the canny edge detector. *Pattern Recognition*, 44(6):1201–1211, 2011. 40
- Ehsan NADERNEJAD, Sara SHARIFZADEH et Hamid HASSANPOUR : Edge detection techniques : Evaluations and comparison. *Applied Mathematical Sciences*, 2(31):1507–1520, 2008. 33
- Nobuyuki OTSU : A threshold selection method from gray-level histograms. *Automatica*, 11(285-296):23–27, 1975. 40
- Judith MS PREWITT : Object enhancement and extraction. *Picture processing and Psychopictorics*, 10(1):15–19, 1970. 33
- Paul L ROSIN : Edges : saliency measures and automatic thresholding. *Machine Vision and Applications*, 9(4):139–159, 1997. 40, 44, 56
- Irvin SOBEL : An isotropic 3×3 image gradient operator. *Machine Vision for three-dimensional Sciences*, 1990. 33
- Harry VOORHEES et Tomaso POGGIO : Detecting textons and texture boundaries in natural images. In *Proceedings of the First International Conference on Computer Vision*, pages 250–258, 1987. 41
- Sheng YI, Demetrio LABATE, Glenn R EASLEY et Hamid KRIM : A shearlet approach to edge analysis and detection. *IEEE Transactions on Image Processing*, 18(5):929–941, 2009. 36
- Lei ZHANG et Paul BAO : Edge detection by scale multiplication in wavelet domain. *Pattern Recognition Letters*, 23(14):1771–1784, 2002. 35

Chapitre 3

Création du maillage 3D adapté à l'objet

L'ensemble des étapes nécessaires à l'obtention du maillage 3D adapté au contenu de l'espace de reconstruction depuis les projections filtrées est présenté dans ce chapitre. Dans un premier temps, on s'intéresse aux caractéristiques que doit posséder un maillage dit *adapté* et aux méthodes existantes pour pouvoir générer un tel maillage. Après en avoir déduit la condition principale devant être respectée, on présente l'approche mise en place pour fusionner l'information structurelle 2D des projections sous la forme d'un nuage de points en adéquation avec les interfaces 3D de l'objet imagé. La troisième partie du chapitre est consacrée au raffinement de la méthode que nous avons mise en place pour traiter de configurations spécifiques. Afin de densifier le nuage de points obtenu, on propose dans la quatrième section un filtrage statistique procédant par hystérésis afin d'incorporer une information spatiale dans la décision de placement des noeuds. La qualité des nuages de points obtenus est évaluée en détail sur un objet d'étude et la compression obtenue par les maillages adaptés présentée pour trois objets de complexité et composition différentes.

"The most exciting phrase to hear in science, the one that heralds the most discoveries, is not 'Eureka!' but 'That's funny...'"

Isaac Asimov

Sommaire

3.1 Problématique d'adaptation d'un maillage	63
3.1.1 Caractère adapté d'un maillage	63
3.1.2 Approche par raffinement ou simplification	64
3.1.3 Condition d'adaptation directe d'un maillage	66
3.2 Méthode d'échantillonnage des interfaces 3D par fusion des interfaces 2D	67
3.2.1 Principe directeur	67
3.2.2 Modélisation du volume de rétroprojection	67
3.2.3 Placement des noeuds par filtrage statistique	69
3.2.4 Résultats obtenus et limitation de ce modèle	69
3.3 Raffinement de la méthode de fusion : Approche par tranche	71

3.3.1	Limitation due à la géométrie d'acquisition	71
3.3.2	Sélection du modèle adapté par test statistique	73
3.3.3	Filtrage statistique par tranche et placement des noeuds	74
3.3.4	Evaluation des résultats obtenus avec le modèle par tranche	75
3.4	Densification du nuage de points : utilisation de l'information spatiale	81
3.4.1	Filtrage statistique hystérésis 3D	81
3.4.2	Comparaison des nuages de points obtenus	82
3.5	Maillages adaptés obtenus et performances de compression	85
3.5.1	Extrémité osseuse	86
3.5.2	Statuette de Bouddha	87
3.5.3	Fantôme de Shepp et Logan	87
3.6	Conclusions	90
3.7	Références	91

3.1 Problématique d'adaptation d'un maillage

L'ensemble de ce chapitre traitant de la discrétisation du domaine de reconstruction au moyen d'un maillage tétraédrique adapté, nous nous intéressons tout d'abord à ce type de discrétisation et aux différentes méthodes permettant sa construction. Dans ce manuscrit, le caractère *adapté* des maillages considérés est associé à la bonne description géométrique des objets imagés. Cette adaptation n'a aucunement trait au calcul de reconstruction qui est réalisé sur ces grilles irrégulières 3D.

3.1.1 Caractère adapté d'un maillage

Par définition, un maillage est une discrétisation de l'espace Euclidien 2D ou 3D au moyen de fonctions de bases de type géométrique. De manière courante, on utilise des mailles triangulaires, tétraédriques ou quadrangulaires. Pour pouvoir décrire au mieux certaines formes courbes, il est possible de monter en ordre de complexité et d'utiliser des mailles de Bézier similaires aux formes précédentes mais pour lesquelles chacune des faces est remplacée par un patch courbe de type spline - voir Figure 3.1.

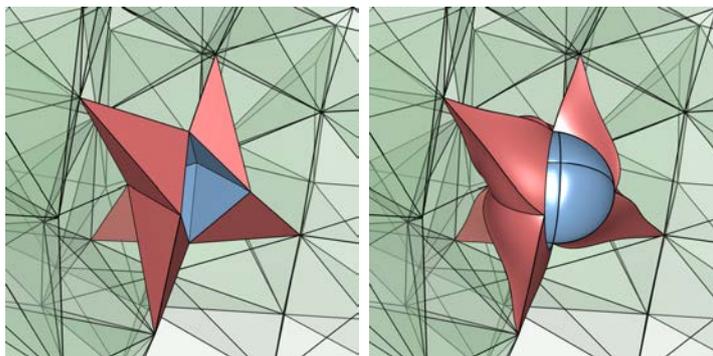


FIGURE 3.1 – Utiliser une maille d'ordre 2 (droite) peut permettre d'obtenir, pour un même nombre de cellules, une meilleure description d'un domaine courbe de l'espace que sa contrepartie d'ordre 1 (gauche) (Illustration issue de [Persson et Peraire \[2009\]](#))

En utilisant une maille de forme unique pour discrétiser l'espace, on obtient une représentation régulière pouvant convenir à certaines applications - espace limité à un objet simple par exemple. Cependant, dès lors que l'espace d'intérêt est composé de plusieurs domaines différents, qu'il possède des frontières complexes ou qu'il contient des singularités, il n'est plus raisonnable d'utiliser une représentation régulière. Pour répondre à ce problème, il est courant d'utiliser des maillages irréguliers permettant de varier les formes - ou même les types - de mailles utilisés afin de mieux décrire l'ensemble de l'espace d'intérêt. Les maillages dits adaptés appartiennent à cette catégorie et visent à obtenir une bonne discrétisation de l'espace pour un nombre de cellules le plus raisonnable possible.

Considérons le cas générique d'un espace comprenant un ensemble de domaines de tailles et de facteurs de formes variés. Un maillage permettant d'obtenir une discrétisation adaptée de l'espace présentera, aux interfaces entre domaines, une grande densité de mailles de petites dimensions et à l'anisotropie en adéquation avec celles-ci. À l'inverse, au sein de chaque domaine, la densité devra être très faible et les mailles de grandes dimensions - l'anisotropie restant en accord avec la forme du domaine considéré. Dans notre contexte, on peut considérer le volume de reconstruction comme l'espace global et l'ensemble des objets imagés comme ses différents domaines.

Ainsi, afin d'obtenir une discrétisation adaptée il est nécessaire de parvenir à une bonne localisation des interfaces séparant les différents domaines de l'espace. Dans de nombreux contextes applicatifs - simulation par éléments finis par exemple - ces interfaces sont connues, les objets composant le scénario de simulation étant souvent décrits de manière surfacique - fichiers CAO. En reconstruction tomographique, cette connaissance est soit indisponible - imagerie médicale - soit difficile à mettre en oeuvre. En effet, pour des applications de contrôle industriel, la connaissance de la CAO de la pièce pourrait fournir un *a priori* fort mais nécessiterait un recalage du maillage 3D en fonction de la géométrie d'acquisition pour être en cohérence lors de l'étape de reconstruction. Ce recalage ne serait pas trivial et la méthode peu versatile. Deux possibilités s'offrent donc pour obtenir un maillage adapté aux objets en reconstruction : itérativement améliorer une discrétisation régulière ou parvenir à retrouver les interfaces utiles depuis les projections acquises.

3.1.2 Approche par raffinement ou simplification

La plupart des travaux proposés dans la littérature ayant trait à la reconstruction tomographique sur maillages adaptés se focalisent sur des schémas itératifs de raffinement ou simplification de grilles initiales régulières.

En [Tomographie d'Emission Monophotonique \(SPECT\)](#), un schéma de création de maillage adapté 2D a été proposé par [Brankov *et al.* \[2004\]](#) et le cas 3D abordé par [Sitek *et al.* \[2006\]](#) et [Boutchko *et al.* \[2013\]](#).

La méthode proposée par [Brankov *et al.* \[2004\]](#) est basée sur de précédents travaux portant sur de la compression d'image par maillage. Une première reconstruction tomographique 2D est donc réalisée sur une base régulière de pixels : elle constitue l'image à compresser en changeant de base de représentation. Pour ce faire, les dérivées secondes discrétisées sur la base de pixel - horizontale, verticale et croisées - sont estimées et la valeur maximale de ces trois dérivées est conservée comme caractéristique du pixel considéré. Les auteurs utilisent ensuite un algorithme de diffusion - Floyd-Steinberg - pour placer les nœuds du maillage en fonction de cette image de caractéristiques. Les interfaces correspondant aux valeurs nulles des dérivées secondes, les noeuds sont ainsi placés de part et d'autre de ces celles-ci. Comme on peut le voir sur la Figure 3.2, en

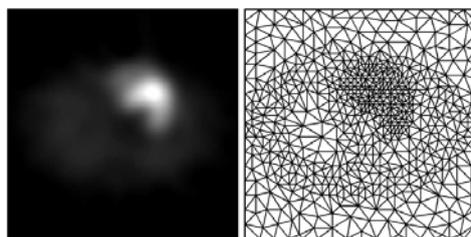


FIGURE 3.2 – Image pixélisée reconstruite en utilisant une méthode usuelle et maillage adapté décrivant cette image (illustration extraite de [Brankov *et al.* \[2004\]](#)).

suivant ce schéma, les auteurs obtiennent un maillage dense dans les zones d'intérêts du volume de reconstruction et plus parcimonieux dans les zones homogènes.

[Sitek *et al.* \[2006\]](#) introduisent une méthode basée sur le raffinement d'une grille initiale régulière et grossière pour parvenir à obtenir le maillage adapté désiré. Pour ce faire, les auteurs procèdent itérativement en alternant entre reconstruction tomographique sur ce maillage et raffinement par addition de nouvelles cellules. Cette étape est basée sur une estimation de l'erreur de reconstruction : les tétraèdres générateurs d'erreur sont

subdivisés par addition d'un nœud en leurs barycentres. Dans ce travail, le nombre de nouveaux sommets insérés à chaque itération est fixé par l'utilisateur.

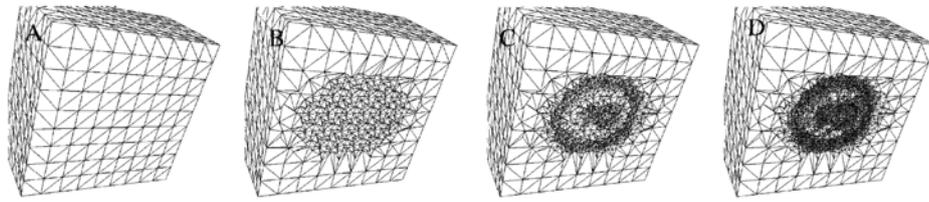


FIGURE 3.3 – Obtention d'un maillage adapté pour la reconstruction 3D SPECT : en partant d'une grille initialement grossière (gauche) les auteurs procèdent par division des cellules liées à une forte erreur de reconstruction (illustration extraite de Sitek *et al.* [2006]).

A l'inverse, le travail de Boutchko *et al.* [2013], introduit un schéma de simplification d'une grille initialement très dense afin de parvenir au bon niveau de détail. Là-encore, le processus alterne entre reconstruction tomographique et mise à jour de la grille de représentation. A chaque étape, les nœuds appartenant à une région homogène sont supprimés pour simplifier le maillage. Cette suppression entraînant la création d'un polyèdre, une réorganisation du maillage est nécessaire pour préserver son intégrité : les arêtes connectées aux nœuds supprimés sont connectées à un de ses voisins. Le polyèdre est ainsi remplacé par un ensemble de tétraèdres.

En tomodensitométrie, Buyens *et al.* [2013] abordent uniquement le cas 2D. Le schéma d'obtention du maillage adapté fusionne les approches de Brankov et de Sitek. Chaque itération se compose de trois étapes : une reconstruction tomographique usuelle, une extraction de contour par level-set et une mise à jour du maillage par ré-échantillonnage des nœuds et triangulation de Delaunay contrainte. Comme on peut le voir en Figure 3.4, le maillage ainsi obtenu est très dense au contact des interfaces de l'objet et composé de cellules de plus grandes dimensions dans les zones homogènes.

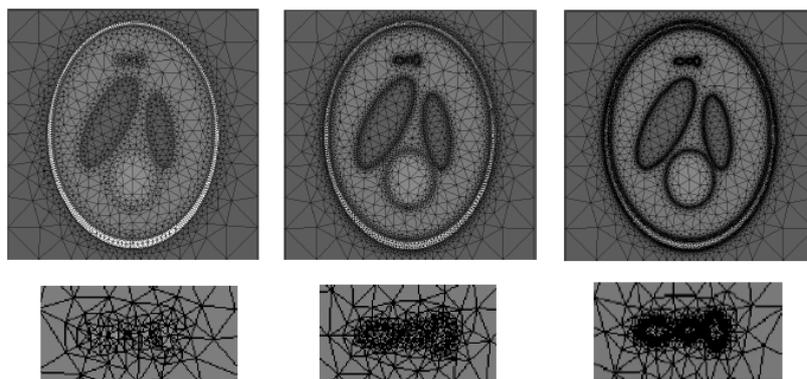


FIGURE 3.4 – Obtention d'un maillage adapté en reconstruction tomographique 2D : de gauche à droite, 3 itérations successives de l'algorithme. En alternant les phases de reconstruction, segmentation et remaillage, on la densité de mailles obtenue aux abords des interfaces des différents domaines de l'objet permet d'en obtenir une très bonne description (illustration extraite de Buyens *et al.* [2013]).

Dans le même cadre applicatif, Soussen et Mohammad-Djafari [2004] proposent de tirer partie des modèles de maillages déformables pour introduire une méthode de reconstruction surfacique polygonale de l'objet d'étude. Pour ce faire, un premier maillage surfacique est utilisé comme initialisation et les nœuds de celui-ci sont déplacés au moyen de schéma itératifs - algorithmes de descente. La fonction de coût n'est

autre que l'attache au données dans le domaine de projection Ψ_{LS} et un terme de régularisation Υ peut être employé pour conserver l'aspect lisse des surfaces de l'objet. Les contraintes imposées par la méthode sont l'utilisation d'un nombre de nœuds fixe, le recourt aux seules facettes triangulaires et l'interdiction de changement de topologie au cours des itérations.

3.1.3 Condition d'adaptation directe d'un maillage

En considérant la section précédente, il apparaît que l'obtention d'une représentation maillée décrivant avec précision les différents domaines de l'espace de reconstruction peut être obtenue en positionnant de manière adéquate l'ensemble de ses nœuds. Plus spécifiquement, ces derniers doivent être localisés aux interfaces entre domaines - ou à très grande proximité de ces dernières.

Ainsi, la création d'un maillage adapté à l'objet peut être traité comme une problématique de création d'un nuage de points échantillonnant les différentes interfaces des domaines de l'espace. L'utilisation d'une approche standard de maillage - tétraédriation de Delaunay - contrainte par ce nuage permettant d'obtenir la représentation désirée.

A notre connaissance, il n'existe qu'un seul travail proposé pour obtenir un tel nuage en tomodensitométrie. Afin de reconstruire un maillage surfacique 3D représentant un fémur, [Akkoul et al. \[2014\]](#) mettent en place une méthode permettant d'obtenir un échantillonnage - sous la forme d'un nuage de points - de la surface d'intérêt au moyen d'une approche de type stéréovision. Contrairement au cas d'acquisition optique, les valeurs des pixels dans les images de projections ne sont pas liées à une réflexion du rayon sur les surfaces d'intérêt mais à l'atténuation du rayon X au travers de l'objet.

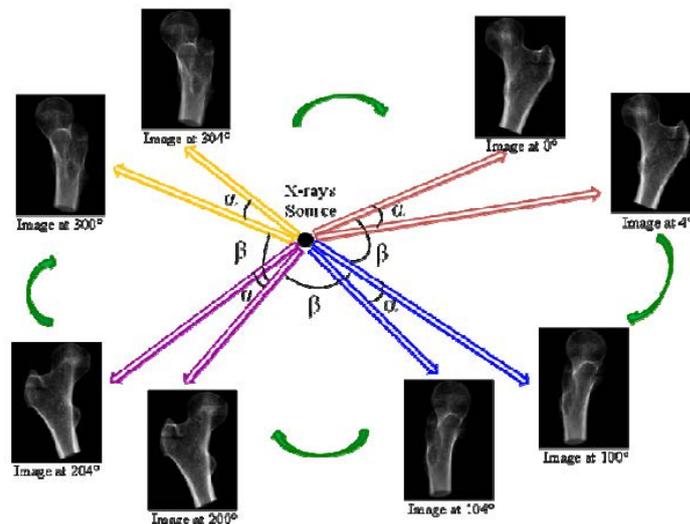


FIGURE 3.5 – Création d'un nuage de points par une approche de type stéréovision. Chaque paire de projections est espacée d'un faible angle α permettant d'utiliser une méthode de stéréovision classique - une fois les contours extraits. Pour obtenir le nuage complet, un ensemble de ces paires équi-réparties sur la trajectoire circulaire d'acquisition est utilisé. (illustration extraite de [Akkoul et al. \[2014\]](#)).

Les auteurs procèdent dans un premier temps à une détection de contours dans ces images - l'idée étant ici qu'un contour correspond à un rayon tangent à une surface 3D. Il est alors possible d'utiliser des approches usuelles sur deux images à contours

suffisamment peu espacées pour obtenir les coordonnées du point appartenant à la surface 3D correspondante. La construction du nuage procède en utilisant des paires de projections proches équi-réparties sur la trajectoire d'acquisition - cf Fig. 3.5.

Cette méthode est cependant pensée - et limitée - à la reconstruction surfacique d'un seul objet convexe. La détection est en effet opérée par contour actif - plus spécifiquement, par la méthode *snake* - ne permettant d'obtenir qu'un seul contour fermé par image de projection. Il est ainsi exclu de pouvoir obtenir un nuage de points échantillonnant divers domaines imbriqués les uns dans les autres ou s'inter-pénétrant. Une approche de stéréovision s'avèrerait tout aussi inutilisable, les contraintes nécessaires d'épipolarité n'étant pas respectées.

3.2 Méthode d'échantillonnage des interfaces 3D par fusion des interfaces 2D

Dans la suite de ce chapitre, on considère un opérateur de rétroprojection de type *ray-driven* : à chaque voxel de la grille 3D considérée ne correspond qu'une seule valeur de pixel par projection.

Par volonté de simplification, nous désignons ainsi de manière abusive par *rétroprojection* l'opération de mise en correspondance de chaque voxel 3D avec l'ensemble des pixels 2D associés dans les projections acquises. Contrairement aux autres parties du manuscrit, l'opérateur de projection/rétroprojection ne doit ainsi pas être vu comme une modélisation de l'interaction rayonnement matière.

3.2.1 Principe directeur

Comme exposé précédemment, la bonne adaptation du maillage produit dépend de la capacité à créer un nuage de points en adéquation avec les interfaces de l'objet imagé. L'idée est ici de considérer que l'ensemble de l'information structurelle 3D de l'objet est présente dans une forme incomplète dans les projections 2D. Ainsi, en rétroprojetant les bords détectés dans le sinogramme à notre disposition, on crée une première cartographie des interfaces 3D recherchées. En filtrant cette dernière, il est possible d'isoler les zones de l'espace les plus probables de représenter les interfaces réelles de l'objet. Pour ce faire, on propose ici de procéder par filtrage automatisé au moyen d'une approche statistique.

3.2.2 Modélisation du volume de rétroprojection

Afin de pouvoir mettre en place une approche de filtrage statistique, il est préalablement nécessaire de modéliser les données rétroprojetées au moyen d'une loi adéquate. Ces données 3D étant obtenues depuis les projections 2D, nous allons voir qu'il est possible de bâtir un modèle en partant de l'un ou l'autre de ces domaines.

Dans cette partie, on suppose qu'on dispose d'un ensemble de K projections pour lesquelles la détection de bords a été effectuée au moyen du détecteur de Canny automatisé - cf. Chapitre 2 - et que la grille régulière de rétroprojection est composée de L voxels.

Soient v_l la valeur du voxel $l \in \{1, \dots, L\}$ et B_k^l la valeur binarisée du pixel de la projection $k \in \{1, \dots, K\}$ lié à ce voxel par rétroprojection. En utilisant un opérateur *ray driven*, nous avons donc

$$v_l = \sum_{k=1}^K B_k^l, l \in \{1, \dots, L\} \quad (3.1)$$

Chaque valeur de voxel v_l correspond alors directement au nombre de fois ou ce dernier est lié à un bord dans les projections 2D. Dans la suite, on considère que l'ensemble des valeurs rétroprojetées $\underline{v} = (v_l)_{l=1, \dots, L}$ est un échantillon d'une variable aléatoire V que nous devons modéliser.

Approche vue projections

Une fois l'opérateur de Canny appliqué aux projections, les images de bords obtenues sont de nature binaire. Pour chaque image k , on peut donc estimer la probabilité p_k pour un pixel d'appartenir à un bord. La valeur binaire de chaque pixel peut ainsi être vue comme une réalisation d'une variable aléatoire de Bernoulli E_k de paramètre p_k

$$E_k \sim b(p_k), k \in \{1, \dots, K\}. \quad (3.2)$$

De part leur capacité à traverser l'ensemble de l'objet, les radiographies obtenues par rayons X révèlent l'ensemble de la structure interne de l'objet. On peut ainsi supposer que les projections acquises selon différents angles d'observation présenteront une complexité similaire. En d'autres termes, le pourcentage de bords serait quasiment constant dans l'ensemble des projections et nous pourrions donc écrire

$$\forall k \in \{1, \dots, K\}, p_k = p. \quad (3.3)$$

Si on suppose d'autre part que les variables aléatoires $(E_k)_{k=1, \dots, K}$ sont indépendantes, les valeurs de voxels obtenues par rétroprojections peuvent alors être considérées comme des réalisations de sommes de variables aléatoires de Bernoulli indépendantes et identiquement distribuées de paramètre p . Ainsi \underline{v} est un ensemble de réalisations de la variable aléatoire Binomiale V de paramètres (K, p)

$$V \sim \mathcal{B}(K, p). \quad (3.4)$$

Approche vue volume

Comme évoqué précédemment, la cartographie 3D \underline{v} peut être assimilée à un phénomène de comptage - processus de type Poisson. Il est ainsi directement possible d'en déduire que la variable aléatoire V est Poissonienne. Cependant, les images de projection étant majoritairement constituées de zones homogènes, la proportion de bords détectés par projection demeure faible et de nombreux voxels de la grille de rétroprojection se voient attribuer une valeur nulle. La distribution empirique - histogramme - du volume présente alors un mode majeur en 0. Ce dernier n'apportant aucune information pour la tâche que nous souhaitons réaliser, nous choisissons de ne pas le prendre en compte et optons pour un modèle de type Poisson plus adapté à la modélisation de nos données : la [distribution de Poisson Tronquée en Zéro \(ZTP\)](#). Cette loi est caractérisée par son seul paramètre d'échelle $\zeta \in \mathbb{R}_+^*$:

$$V \sim ZTP(\zeta), \quad (3.5)$$

et sa densité de probabilité Ω_{ZTP} s'exprime $\forall x > 0$

$$\Omega_{ZTP}(x; \zeta) = \frac{\zeta^x}{(e^\zeta - 1)x!}. \quad (3.6)$$

Il est ici intéressant de remarquer que l'approche *vue projections* rejoint l'analyse *vue volume*. En effet, les reconstructions standard - même dans le cadre itératif - utilisent généralement plus de $K = 20$ ou $K = 30$ projections. Par ailleurs, et comme noté ci-dessus, la proportion de bords étant faible dans les projections, la quantité p demeure faible. Or, pour K suffisamment grand et p suffisamment faible, il est connu que la loi binomiale peut être approximée par une loi de Poisson ([Simons et al. \[1971\]](#)).

3.2.3 Placement des nœuds par filtrage statistique

Dans le volume de rétroprojection, plus la valeur portée par le voxel est importante, plus la probabilité qu'une interface passe par sa zone d'espace est importante. Il est donc possible de retrouver ces interfaces en sélectionnant uniquement les cellules de valeurs extrêmes. Pour ce faire, nous procédons par simple seuillage dont le choix de seuil est automatisé par méthode statistique afin de garantir la qualité de la sélection opérée. Notre but est ainsi de proposer une méthode opérateur-indépendante. Pour ce seuillage nous cherchons à sélectionner un faible pourcentage α des plus hautes valeurs de la grille. La distribution représentative de ces valeurs ayant été calculée, α correspond à l'aire sous la courbe présentée en Fig 3.6. Imposer cette contrainte d'aire revient à choisir un seuil Λ garantissant

$$P(V \leq \Lambda) = 1 - \alpha, \quad (3.7)$$

où V est la variable aléatoire modélisant les données. Λ est ainsi par définition le quantile d'ordre $(1 - \alpha)$ de cette variable

$$\Lambda = Q_V(1 - \alpha). \quad (3.8)$$

3.2.4 Résultats obtenus et limitation de ce modèle

L'évaluation de cette première mise en œuvre est effectuée en utilisant trois objets dont les projections sont simulées au moyen du logiciel CIVA ([CEA](#)). Pour ces simulations, seule l'atténuation directe des échantillons est calculée - voir Figure 3.7.

Les deux premiers objets sont mono-matériau et présentent des niveaux de complexité différents. Le fantôme d'extrémité osseuse est décrit par une surface très simple présentant des courbures douces. La statue de Bouddha est à l'inverse très détaillée et présente de très nombreuses interfaces 3D de faibles dimensions qu'il est complexe d'échantillonner.

Le dernier objet est une extrémité osseuse dans laquelle sont fixés quatre inserts métalliques. Cet objet permet d'évaluer l'impact de la présence d'objets possédant des coefficients d'atténuation très différent et à facteurs de formes variables.

Les nuages de points présentés dans cette section sont obtenus pour un jeu de données limité à 30 projections équi-réparties sur la trajectoire de simulation circulaire usuelle.

Les résultats obtenus sont présentés en Figure 3.8. Qualitativement parlant, on observe que les nuages de points fournissent une description des objets permettant leur

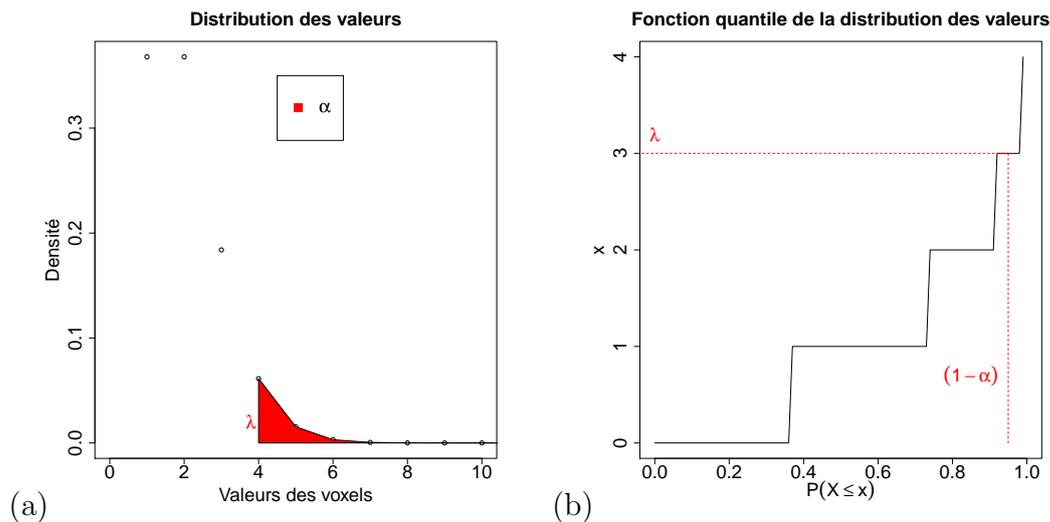


FIGURE 3.6 – Sélection d'un seuil adapté par méthode statistique. (a) Une fois la distribution adaptée sélectionnée, la faible proportion α des valeurs hautes correspond à l'aire sous la courbe présentée ici. La sélection d'un seuil adapté peut donc être obtenue en imposant ce critère d'aire. (b) Soit un pourcentage p , la fonction quantile d'une distribution fournit la valeur en-deçà de laquelle p pourcent des valeurs sont localisées. En choisissant $p = (1 - \alpha)$, la fonction quantile donne le seuil adapté λ permettant de sélectionner les valeurs extrêmes d'intérêt.

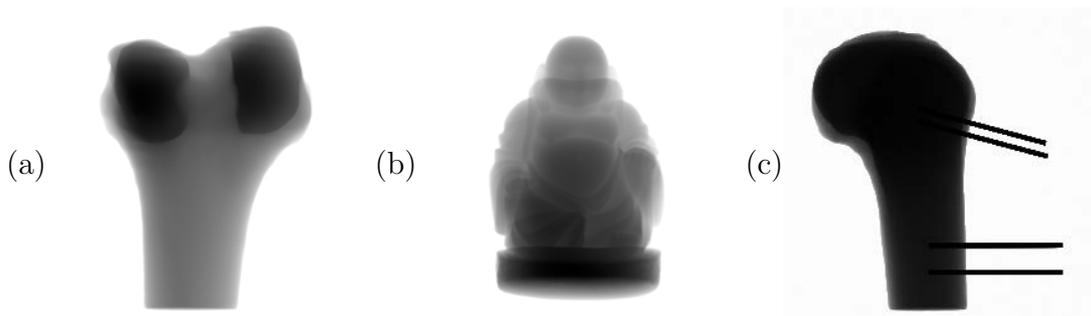


FIGURE 3.7 – Exemple de projection simulées pour l'évaluation de méthode de création de nuage de points : (a) Extrémité osseuse mono-matériau, (b) statue de Bouddha et (c) extrémité osseuse avec inserts métalliques

identification.

Pour les objets mono-matériau, les caractéristiques principales - telles que les contours généraux, les lobes supérieurs de l'extrémité osseuse ou la tête et la partie supérieure du corps de la statuette - sont discernables et très densément représentées - voir Figure 3.8(a - b). Cependant, dans les deux cas, on observe que des parties non négligeables des interfaces plus *douces* - face avant de l'os, replis des tissus et partie inférieure de la statuette - sont perdues lors de la réalisation de notre échantillonnage. On observe de plus la présence d'artéfacts sous la forme de droites ou de plans au niveau de la base de ces deux objets.

Si on considère le nuage produit pour l'os avec inserts, le problème est encore plus apparent - voir Figure 3.8(c). Comme pour l'extrémité osseuse simple, une partie non négligeable des interfaces *douces* est perdue et, en lieu et place d'une description fine des inserts horizontaux, l'ensemble des plans auxquels ils appartiennent sont remplis de points aberrants.

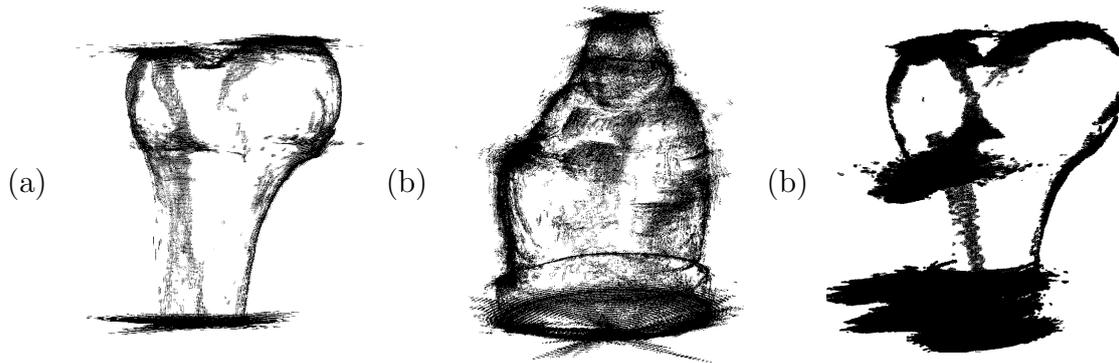


FIGURE 3.8 – Nuage de points obtenus par la méthode pour les trois objets test : (a) Extrémité osseuse simple, (b) statue de Bouddha mono-matériau et (c) extrémité osseuse avec inserts métalliques.

Avant même d'effectuer une évaluation quantitative de nos résultats, il semble donc que le modèle mis en place permet de fournir un premier échantillonnage des objets étudiés, mais que celui-ci présente des artefacts et des pertes d'interfaces *douces* trop importants pour les objectifs que nous cherchons à atteindre en termes de qualité de discrétisation.

Si on considère les deux objets mono-matériau, le faible échantillonnage de certaines régions de l'objet pousse à penser que l'utilisation d'un seuil unique pour l'ensemble du volume n'est pas l'approche la plus pertinente pour ce filtrage. Le passage à une approche locale peut ainsi permettre d'obtenir des résultats plus adaptés pour chaque région de l'objet.

Par ailleurs, les artefacts obtenus pour l'extrémité osseuse possédant des inserts métalliques met en évidence un autre problème : la méthode semble inadaptée dès lors que des objets longilignes orthogonaux à l'axe de rotation du système d'acquisition sont présents dans le volume en reconstruction.

Dans la section suivante, nous allons voir que ces deux problèmes peuvent être réglés en raffinant la modélisation du volume de rétro-projection et en utilisant un filtrage plus localisé.

3.3 Raffinement de la méthode de fusion : Approche par tranche

3.3.1 Limitation due à la géométrie d'acquisition

Pour la plupart des systèmes d'acquisition tomographique, la trajectoire d'acquisition limite l'exploration à une rotation dans un plan orthogonal à l'axe du système. Par conséquent, dès lors qu'un objet présentant un rapport de forme particulier - allongé - et positionné orthogonalement à l'axe de rotation est présent dans le volume de reconstruction, il entraîne une variation de la distribution modèle dans les plans où il est rétroprojeté - voir Figure 3.9.

En analysant le volume de rétroprojection tranche par tranche le long de l'axe de rotation, cette variation est observable. Il est ainsi nécessaire de choisir le modèle le plus adapté à chacune d'elles afin de réaliser un filtrage adapté permettant un placement correct des nœuds du maillage - voir Figure 3.10(b).

Pour ce faire, notre méthode est sensiblement modifiée : pour chaque tranche, nous

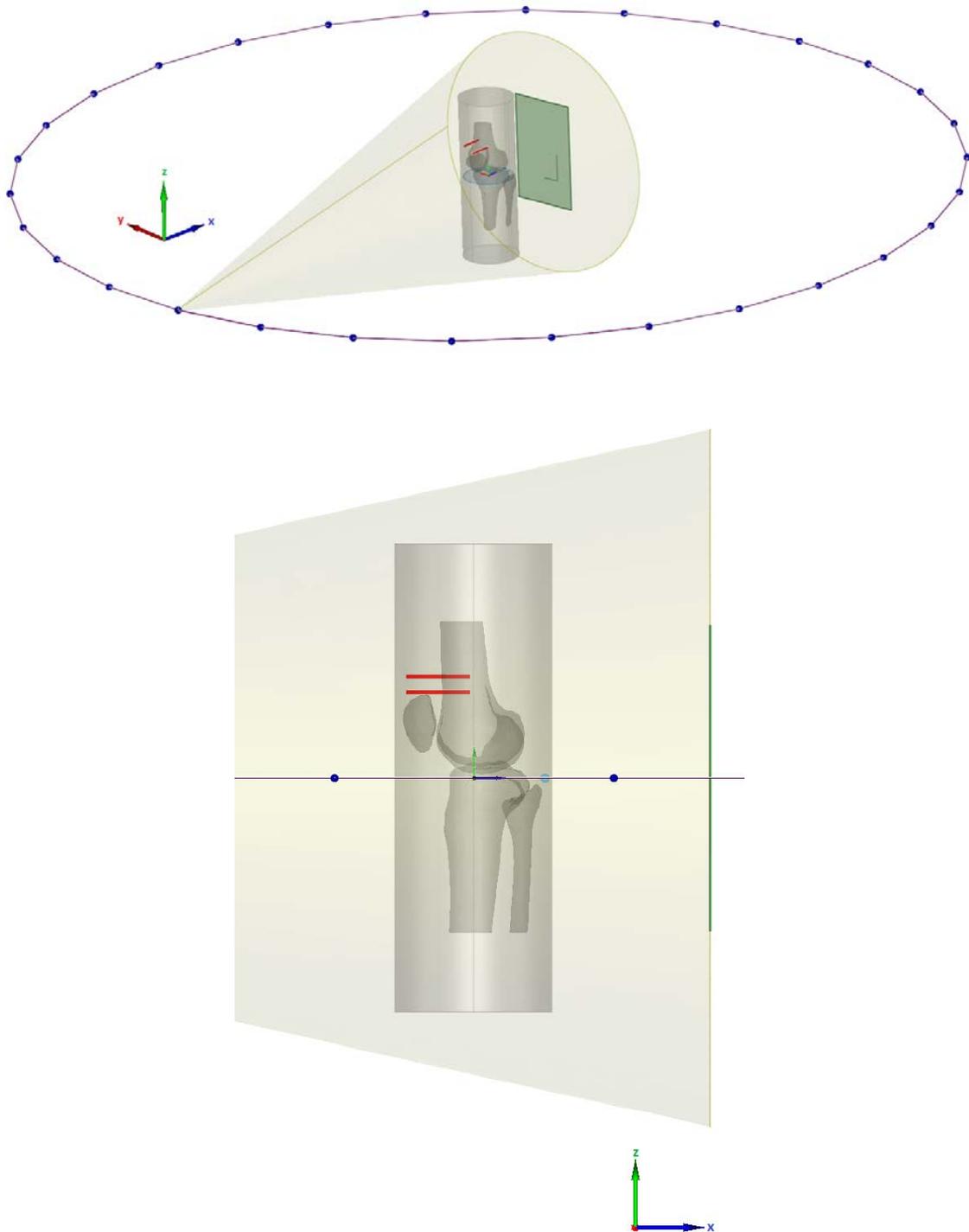


FIGURE 3.9 – Exemple de configuration induisant une variabilité du modèle. Dans cette simulation, l'axe de rotation du système correspond à la direction z . Les deux inserts métalliques figurés en rouge possèdent un rapport de forme allongé et sont orthogonaux à l'axe z . Ils induiront un comptage très important dans les plans en z voisins lors de l'opération de rétroprojection.

utilisons un modèle de Poisson ou de ZTP dont le paramètre utile est estimé sur les données de la tranche. Pour choisir lequel des deux modèles est le plus adapté, nous utilisons un test statistique qu'on détaille dans la section suivante.

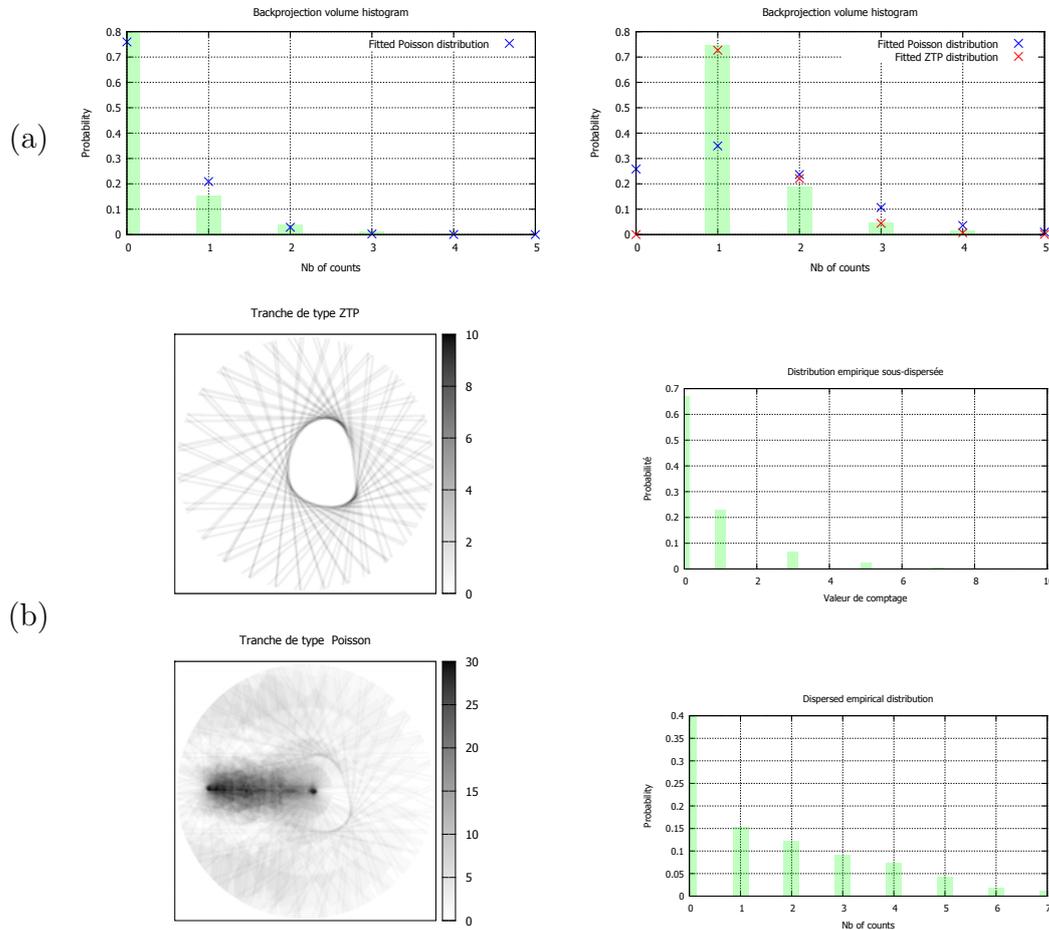


FIGURE 3.10 – (a) Exemple d'histogramme d'un volume de rétroprojection. On utilise ici $K = 30$ projections. A gauche, la prépondérance d'un mode en 0 est évidente. L'utilisation d'un estimateur robuste du paramètre de la distribution de Poisson ne permet pas d'obtenir un modèle en bonne adéquation avec les données. A droite, en ne tenant pas compte des voxels de valeur nulle, on se focalise sur l'information utile du volume et, en utilisant le modèle ZTP, l'adéquation est meilleure avec l'échantillon. (b) Exemple de tranches extraites du volume de rétroprojection et histogrammes correspondants. (En haut) Les tranches pour lesquelles on constate une large sous-dispersion ont une meilleure adéquation avec le modèle ZTP. (En bas) Pour les tranches correspondant à une interface orthogonale à l'axe de rotation - base de l'os ici - la meilleure adéquation est obtenue avec le modèle de Poisson.

3.3.2 Sélection du modèle adapté par test statistique

Pour opérer la sélection, nous faisons appel au test proposé par *Dossou-Gbété et al.* [2005]. Grâce à celui-ci, nous pouvons décider si le volume de comptage considéré doit être modélisé par une loi de Poisson ou s'il présente une sous-dispersion nécessitant de recourir au modèle plus adapté de la ZTP - loi sous-dispersée. Dans cette section, le volume de comptage complet \underline{y} est analysé tranche par tranche pour sélectionner le meilleur modèle.

Supposons que chaque tranche S est composée de J voxels. Les hypothèses du test sont formulées comme suit

$$\begin{aligned} H_0 &: S \text{ suit une loi de Poisson} \\ H_1 &: S \text{ suit une loi ZTP sous-dispersée} \end{aligned}$$

Pour décider entre ces deux hypothèses, Dossou-Gbété *et al.* suggèrent d'utiliser l'indice de dispersion de Fisher comme statistique de test T_f . Sous cette formulation, cette statistique s'exprime

$$T_f = J \times \frac{\sigma_S}{\overline{S}_J}, \quad (3.9)$$

avec σ_S (resp. \overline{S}_J) la variance empirique (resp. moyenne) des données tronquées. En utilisant le comportement asymptotique de T_f , les auteurs indiquent que l'hypothèse H_1 est décidée lorsqu'on vérifie

$$T_f < \chi_{J-1, \alpha}^2, \quad (3.10)$$

où $\chi_{J-1, \alpha}^2$ est le quantile de la distribution du chi-deux d'ordre α à $J - 1$ degrés de liberté. Dans ce cas, la tranche est modélisée par ZTP. Sinon, nous décidons H_0 et utilisons la loi de Poisson comme modèle.

3.3.3 Filtrage statistique par tranche et placement des noeuds

Une fois le modèle adapté décidé, nous pouvons estimer le paramètre caractérisant la loi adaptée et calculer le seuil nécessaire au filtrage.

Cas du modèle de Poisson

La distribution de Poisson est caractérisée par un seul paramètre ζ_P dont nous obtenons une estimation en calculant simplement la moyenne empirique de l'échantillon $\hat{\zeta}_P = \overline{S}_J$. Il est en effet reconnu que cette estimation est la meilleure pour la famille de loi exponentielle à laquelle appartient la loi de Poisson. Son quantile est ensuite calculé en utilisant la fonction Γ incomplète

$$Q_{V|P}(1 - \alpha_P) = \Gamma(\hat{\zeta}_P, 1 - \alpha_P) - 1. \quad (3.11)$$

Cas du modèle ZTP

Comme indiqué dans Johnson *et al.* [2005], de nombreux estimateurs sont proposés dans la littérature pour calculer le paramètre ζ_{ZTP} caractéristique de la ZTP. Dans notre cadre applicatif, nous avons accès à une statistique de comptage importante, ce qui conduit à faire un compromis entre efficacité et précision. Pour cela, nous proposons d'utiliser l'estimateur de Plackett [1953]. Soit $|1|$ le nombre de valeurs de comptages égales à un dans l'échantillon

$$|1| = \left\{ \sum_{l=0}^{J-1} v_l | v_l = 1 \right\}, \quad (3.12)$$

cet estimateur s'exprime

$$\hat{\zeta}_{ZTP} = \overline{S}_J \left(1 - \frac{|1|}{J \times \overline{S}_J} \right) \quad (3.13)$$

Comme nous n'avons pas directement accès à la fonction quantile $Q_V|_{ZTP}$ de la ZTP , nous utilisons la méthode proposée par Gilchrist [2002]. En déterminant un niveau de significativité α_P pour la distribution de Poisson équivalent à celui requis pour la ZTP α_{ZTP} , nous pouvons utiliser l'équivalence $Q_V|_{ZTP}(1 - \alpha_{ZTP}) = Q_V|_P(1 - \alpha_P)$. Le rapport entre les deux niveaux de significativité est donné par

$$1 - \alpha_P = F(1) - (1 - \alpha_{ZTP})(1 - F(1)) \quad (3.14)$$

où $F(.)$ correspond à la fonction de répartition de la distribution de Poisson s'exprimant

$$F(k) = \frac{\Gamma(\lfloor k + 1 \rfloor, \zeta)}{\lfloor k \rfloor!}. \quad (3.15)$$

3.3.4 Evaluation des résultats obtenus avec le modèle par tranche

Afin d'évaluer ce nouveau modèle, nous commençons par comparer qualitativement les résultats obtenus pour les trois objets utilisés dans la section précédente. Nous présentons ensuite la métrique d'évaluation qui nous permettra de réaliser l'évaluation quantitative de la qualité des nuages de points obtenus. Nous utiliserons pour cela le fantôme numérique de l'extrémité osseuse sans insert.

Analyse qualitative

La comparaison visuelle des nuages de points obtenus par les deux modèles proposés permet d'avoir une première validation de la modification que nous avons apportée en opérant *par tranche*.

La Figure 3.11 permet une première analyse qualitative à partir de l'objet le plus représentatif : l'extrémité osseuse avec inserts métalliques (en haut l'objet complet, puis un zoom au niveau d'une paire d'inserts et un deuxième sur le bord osseux entre les deux paires d'inserts). On observe un échantillonnage moins bruité et une description plus nette des différentes parties de l'objet en utilisant l'approche par tranche - nuages de points de la colonne de gauche. L'adaptation de la valeur du paramètre à chaque tranche permet donc de supprimer l'influence des tranches de type Poisson sur les tranches de type ZTP et d'ainsi échantillonner les interfaces fortes comme les interfaces douces.

De même, lorsqu'on considère la statuette de Bouddha en Figure 3.12, on observe que de nombreuses interfaces représentant les plis du tissu et la zone inférieure de la statuette sont visibles sur le nuage de point obtenu par filtrage *par tranche* là où le nuage généré par filtrage *global* présente une zone vide. Dans la zone supérieure et au niveau de la tête, la méthode *par tranche* permet de préciser la discrétisation obtenue précédemment.

Pour l'extrémité osseuse, cela se traduit par une meilleure densité de points au niveau des interfaces douces verticales, reflet de la suppression de l'influence de la tranche comprenant la base de l'os sur l'estimation d'un paramètre global moins adapté. Les résultats pour cet objet sont présentés en détails au chapitre 3.3.4.



FIGURE 3.11 – (a) Comparaison des nuages de points obtenus par l'approche *volume complet* (gauche) et *par tranche* (droite). (b) Zoom sur les inserts métalliques supérieurs : la nouvelle méthode permet d'obtenir une meilleure définition de ceux-ci (c) Zoom sur la paroi osseuse entre les deux paires d'inserts : la première approche ne permet pas de distinguer l'interface alors que l'approche par tranche permet de placer des points délimitant le bord osseux.

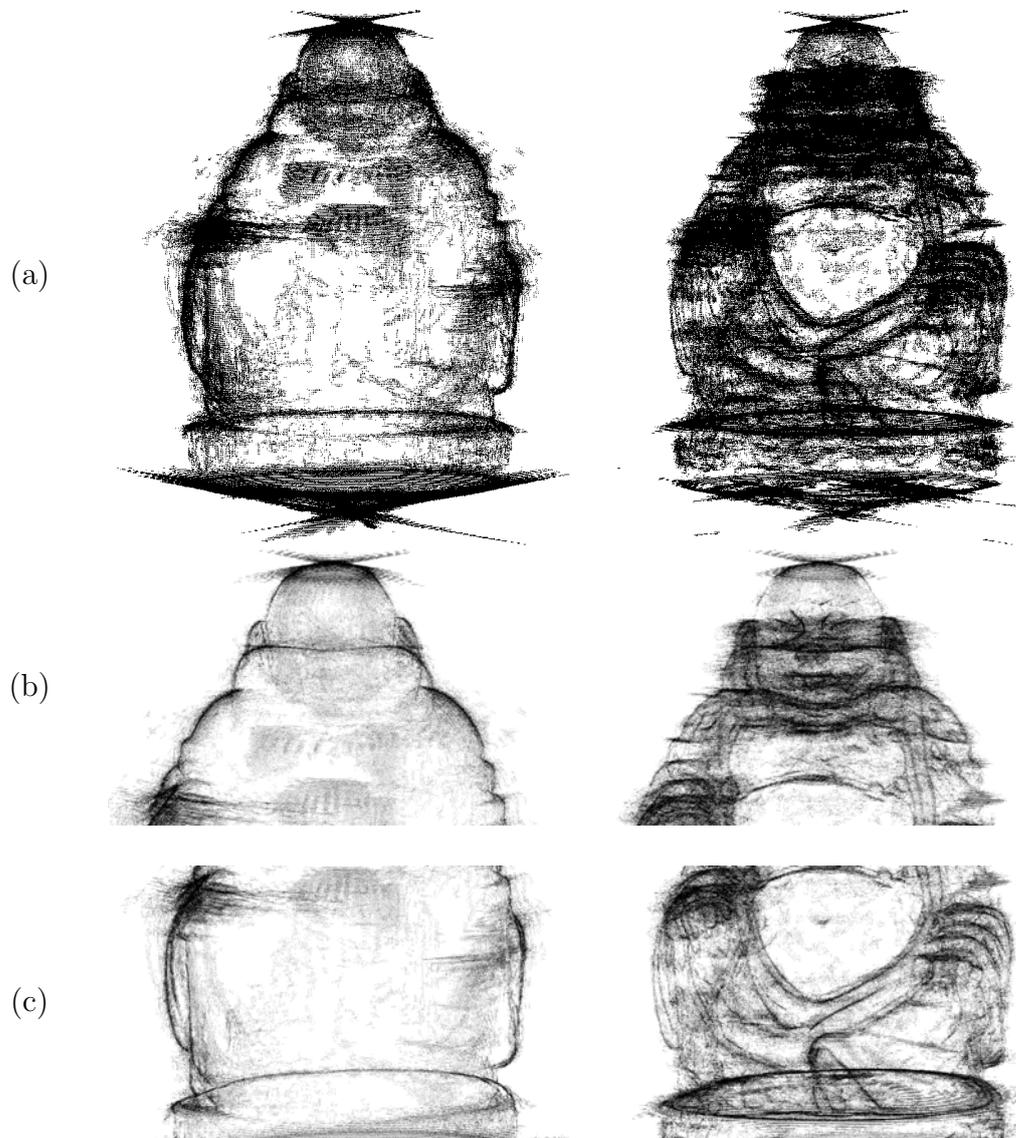


FIGURE 3.12 – (a) Comparaison des nuages de points obtenus par l’approche *volume complet* (gauche) et *par tranche* (droite). (b) Zoom sur la partie supérieure du nuage : avec l’approche par tranche, on augmente drastiquement le niveau de détail au niveau du visage. (c) Zoom sur la partie inférieure du nuage : l’approche par tranche permet d’échantillonner les plis du tissu avec précision là où l’approche volume complet ne permet de distinguer que les bords externes.

Métrique de qualité

Pour évaluer la qualité des nuages de points générés, nous les comparons à leur description surfacique respective utilisée pour réaliser les simulations de projection - au format **STereoLithography (file format) (STL)**. Elle est ici quantifiée en analysant la distribution des distances d_i de chaque point i au **STL**. Ces distances sont calculées en utilisant le logiciel Cloudcompare (**EDF R&D et Telecom ParisTech**) : pour chaque point du nuage, la distance est calculée vis-à-vis de la facette du **STL** la plus proche de lui. Les performances de notre méthode sont intrinsèquement liées à la taille Res des voxels composant la grille de rétroprojection initiale : les points placés étant localisés au centre de ces voxels, leur espacement reflète donc directement la résolution spatiale de la grille initiale. Afin de prendre cela en compte, la distribution de ces distances est discrétisée en trois classes :

$$\begin{aligned} \text{Optimale} & : d_i \leq \epsilon_{min} \\ \text{2-voisinage} & : \epsilon_{min} < d_i \leq 2 * \epsilon_{min} \\ \text{Au-delà} & : 2 * \epsilon_{min} < d_i \end{aligned}$$

où $\epsilon_{min} = \frac{Res \times \sqrt{3}}{2}$ correspond à la sphère inscrite au voxel.

Analyse paramétrique des résultats obtenus

Dans cette section, la robustesse de notre approche aux trois paramètres d'influence majeure - niveau de bruit dans les données d'acquisition, nombre de projections utilisées et résolution de la grille de rétroprojection - est étudiée.

Robustesse au bruit L'imagerie médicale à faible dose est l'un des cadres applicatifs où la reconstruction sur grille adaptée peut être intéressante - pour diminuer le nombre de projection, pour suivre une pathologie osseuse telle que la déformation de l'os ou encore alléger le dossier patient en termes de mémoire de stockage. Cette diminution en dose se traduisant en général par une augmentation du niveau de bruit dans les données d'acquisition, il est donc important d'évaluer l'impact de ce paramètre sur la qualité des nuages obtenus. La prise en compte de ce bruit s'effectuant dans l'espace des projections 2D, la robustesse de la méthode dépend en grande partie de l'automatisation du détecteur de Canny explicitée au chapitre précédent. Il demeure cependant important d'analyser son influence sur le schéma de fusion proposé.

Pour cette évaluation, un **bruit blanc gaussien additif (AWGN)** est introduit dans les données de projection. Le **RSB** varie entre 10 et 40 dB. Il est visible sur la Figure 3.3.4 que la décroissance du **RSB** entraîne une décroissance du nombre de points adéquatement placés. A 10dB, la nature granulaire du bruit est reflété sur le nuage de points comme une perturbation traduisant l'incertitude de localisation des interfaces 3D. On note cependant que même à un niveau de bruit aussi élevé, 40% des points demeurent placés de manière optimale. Dès que le niveau de bruit retrouve une valeur typique (20dB), 60% du nuage se retrouve dans cette catégorie. Cette tendance est confirmée en observant les autres nuages, la méthode atteignant 80% de positionnements en-deçà du 2-voisinage de la surface pour un niveau de **RSB** de 40dB. En revenant au résultat obtenu pour 10dB, il est de plus nécessaire de noter que pour la tâche finale - création du maillage volumique adapté - ces points erronés entraîneront la création de mailles supplémentaires n'altérant pas la reconstruction tomographique finale.

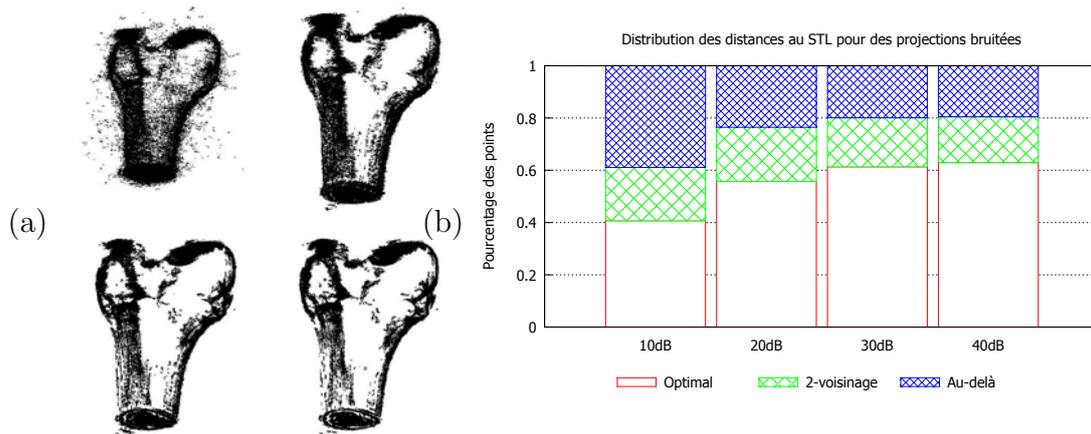


FIGURE 3.13 – (a) Nuages obtenus pour différents niveaux de bruits dans les projections. De gauche à droite et de bas en haut : 10, 20, 30 et 40 dB (RSB). (b) Qualité de positionnement pour ces nuages de points.

Influence de la variation du nombre de projections En variant la taille du jeu de données utilisé pour construire les nuages de points - de 15 à 120 projections - nous obtenons les résultats présentés en Figure 3.14. Pour cette étude, la taille de la grille de rétroprojection est fixée à 512^3 voxels. La sélection de la nature de distribution pour chacune des tranches est effectuée avec un niveau de sélectivité fixé à 10^{-5} . Les nuages de points obtenus avec un niveau de sélectivité $\alpha = 10^{-3}$ dans le choix des seuils pour 15, 30, 90 et 120 projections sont présentés en Figure 3.14(a). La répartition des distances des points aux interfaces réelles de l'objet pour ces quatre cas est détaillée en Figure 3.14(b). Il apparaît qu'en augmentant le nombre de projections, nous augmentons le nombre de points dans le nuage. Cependant, en termes de pourcentage de répartition, ceux-ci sont placés à une plus grande distance de la vérité terrain du STL. En utilisant par exemple 90 ou 120 projections, le pourcentage de points placés de manière optimale descend en dessous de 50% et la quantité de points au-delà du 2-voisinage de la surface augmente. En adaptant le niveau de sélectivité et en le fixant à $\alpha = 10^{-4}$, il est cependant possible d'augmenter ce pourcentage de points optimaux à 60% ou 80% si nous prenons aussi en compte les points appartenant au 2-voisinage de la surface - cf Figure 3.14(c-d). Dans tous les cas, et comme visible sur la Figure 3.14(e), le nombre de points optimaux augmente dans les deux cas.

Influence de la taille de la grille de rétroprojection initiale Les nuages de points obtenus sur des grilles de dimensions 128^3 , 256^3 , 512^3 et 1024^3 voxels sont présentés en Figure 3.15(a) et les métriques de distances au STL correspondantes en Figure 3.15(b). Il apparaît que l'augmentation de la résolution spatiale de la grille de rétroprojection a un impact négatif sur la qualité du nuage obtenu. En effet, nous notons une diminution importante de la proportion de points placés de manière optimale entre une grille de dimension 128^3 (environ 90%) et une grille de dimension 1024^3 (environ 50%). Ce résultat est logique étant donné qu'en augmentant la résolution spatiale de la grille initiale tout en conservant une quantité d'information 2D constante, nous augmentons l'incertitude lors du processus de seuillage. Cet écart est cependant réduit si nous prenons aussi en compte les nœuds placés dans le 2-voisinage de la surface (95% contre 70%). De plus, il est apparent en Figure 3.15(a), que la densité de points diffère en fonction de cette grille : elle est relativement faible pour la grille de 128^3 voxels et

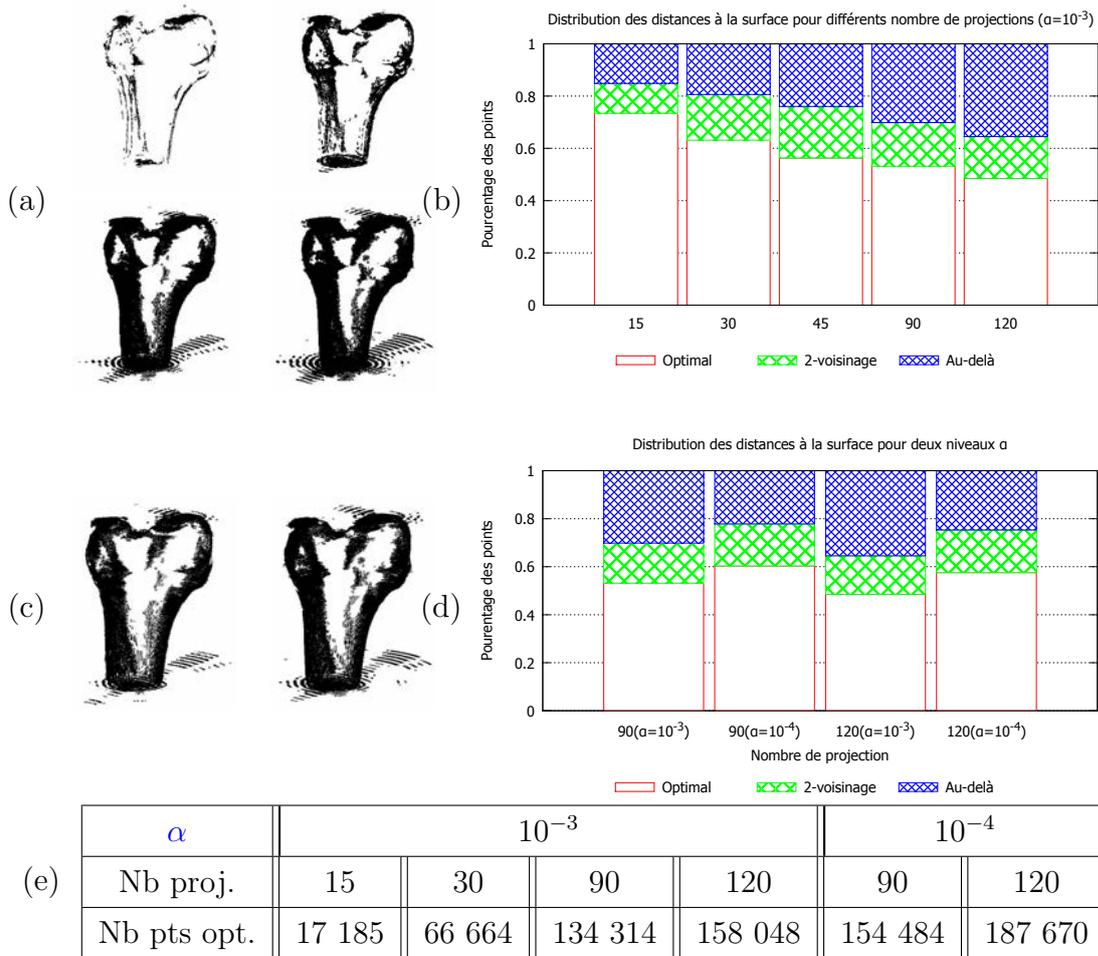


FIGURE 3.14 – (a) Nuages obtenus en utilisant un jeu de données limité. De gauche à droite et de haut en bas : 15, 30, 90 et 120 projections (niveau de sélectivité $\alpha = 10^{-3}$ dans le choix de seuil). (b) Qualités des nuages de points correspondants(c-d) Amélioration de la qualité obtenue pour 90 et 120 projections en utilisant un niveau de sélectivité plus adapté ($\alpha = 10^{-4}$).

très importante pour celle de 1024^3 . Cette densité peut être gérée par la sélection du niveau de sélectivité α . En diminuant ce niveau et le plaçant à $\alpha = 10^{-2}$, on obtient, pour une grille de 128^3 voxels, un nuage de points plus dense - au prix cependant d'une augmentation sensible de l'erreur de positionnement - voir Fig. 3.15(c-d). Sur cette même figure, on observe que pour une grille de 1024^3 voxels, c'est en augmentant le niveau de sélectivité et en imposant $\alpha = 10^{-4}$ que l'on obtient un nuage de points sensiblement moins dense pour lequel l'erreur de positionnement est améliorée.

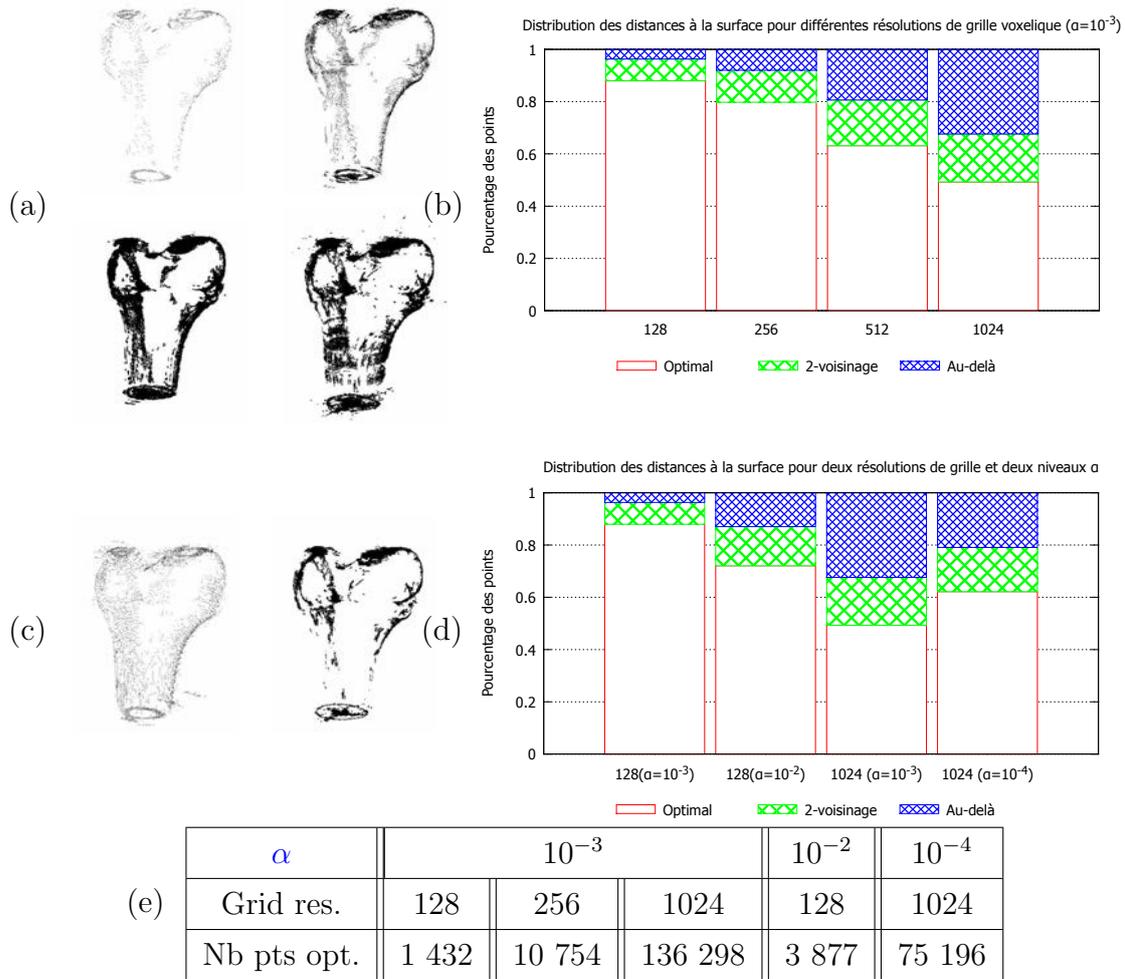


FIGURE 3.15 – (a) Nuages de points obtenus pour des résolutions de grilles 128^3 , 256^3 , 512^3 et 1024^3 voxels et pour un niveau de sélectivité $\alpha = 10^{-3}$. (c) Nuages bâtis sur une grille de 128^3 voxels pour un niveau de sélectivité plus faible $\alpha = 10^{-2}$ (gauche) et pour un niveau plus important $\alpha = 10^{-4}$ sur une grille de 1024^3 cellules. Qualité des nuages pour les niveaux de sélectivité usuels (b) et plus adaptés (d).

3.4 Densification du nuage de points : utilisation de l'information spatiale

Dans certains cadres d'acquisition, le contraste des projections acquises peut être faible. Le risque est alors que la détection de bords ne soit pas aussi efficace sur l'ensemble des images - résultant en une détection incomplète des bords faibles. De fait, le nuage de point créé par fusion peut être trop parcimonieux au voisinage des interfaces 3D douces. Pour pallier ce problème, nous proposons un filtrage statistique par hystérésis permettant - comme dans le cas du détecteur de bords 2D de Canny - d'intégrer l'information spatiale à la prise de décision lors du placement des nœuds. Les nuages obtenus par cette approche sont comparés à ceux générés par filtrage simple.

3.4.1 Filtrage statistique hystérésis 3D

Comme mentionné ci-avant, le principe du filtrage par hystérésis du volume est directement inspiré de celui proposé pour le détecteur de Canny. Pour chaque tranche,

nous définissons un seuil haut Λ_h et un seuil bas Λ_b permettant de classer chaque voxel n_l selon les trois classes suivantes :

- les régions homogènes $n_l \leq \Lambda_b$
- les interfaces 3D certaines $n_l \geq \Lambda_h$
- les interfaces 3D douces et régions à proximité d'une interface 3D $n_l \in]\Lambda_b, \Lambda_h[$

Afin de densifier le nuage de points - et ainsi raffiner le maillage final - il est nécessaire de positionner de nouveaux nœuds à proximité des interfaces 3D certaines. Pour les voxels appartenant à la zone d'incertitude, il est nécessaire de fixer une règle basée sur l'analyse de leurs voisinages et sur la connectivité associée. Nous cherchons finalement à décider si le voxel incertain appartient à une interface traversant son voisinage - interfaces fortes identifiées comme pour le seuillage simple précédent.

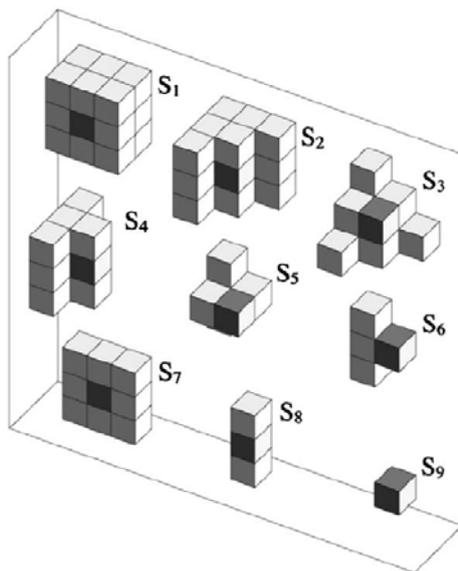


FIGURE 3.16 – Les neuf configurations de voxels permettant de définir une interface selon Mullikin et Verbeek [1993]. (Illustration issue de Windreich *et al.* [2003])

Dans Windreich *et al.* [2003], il est rappelé qu'il n'existe que neuf types de configurations de voxel décrivant une interface - voir Figure 3.16. Pour notre application, nous considérons les configurations S_6 , S_8 et S_9 comme dégénérées. En effet, ces dernières représentent des profils 1D là où nous cherchons des patches de surfaces 2D. Il apparaît qu'à minima, le voxel central est connecté à 4 de ces voisins - configuration S_5 . Ainsi, en s'inspirant de cette analyse, il est possible d'ajouter une nouvelle règle de placement de points à la méthode précédemment présentée : si un voxel possède une valeur supérieure au seuil bas Λ_b et s'il est connecté à au moins 4 voxels d'interfaces fortes dans son 1-voisinage, alors on place un nœud en son centre - voir Figure 3.17.

3.4.2 Comparaison des nuages de points obtenus

Pour évaluer l'impact de la méthode de filtrage par hystérésis, nous réutilisons ici les jeux de données et les paramètres présentés au chapitre 3.3.4. Le traitement du volume procède, comme pour la méthode standard, en évaluant le modèle le plus adapté pour chacune des tranches et en estimant le paramètre utile. Les seuils bas Λ_b et haut Λ_h sont estimés en recourant à la fonction quantile de la distribution modélisant la tranche comme suivant :

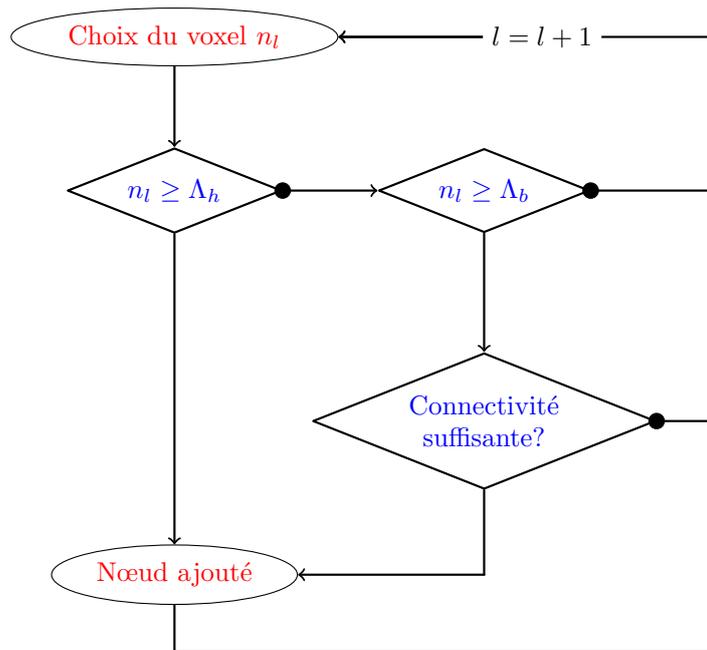


FIGURE 3.17 – Nouveau schéma de décision de placement des nœuds pour densifier le nuage de points.

- $\Lambda_b = Q(99\%)$
- $\Lambda_h = Q(99.9\%)$

Nous utilisons dans un premier temps les projections simulées de l'extrémité osseuse. Comme on peut le voir sur les résultats présentés en Figure 3.18, le filtrage par hystérésis permet d'obtenir un nuage de points plus dense, et ce sans affecter la qualité du résultat obtenu. Comme on peut en effet le constater en s'intéressant aux distributions de distances présentées, on observe que les pourcentages de chacune des trois classes sont quasiment identiques pour les deux méthodes proposées. L'aspect plus dense du nuage de droite est confirmé par le cardinal des nuages : l'utilisation de la méthode d'hystérésis permet d'obtenir une augmentation de 67% de ce nombre de points.

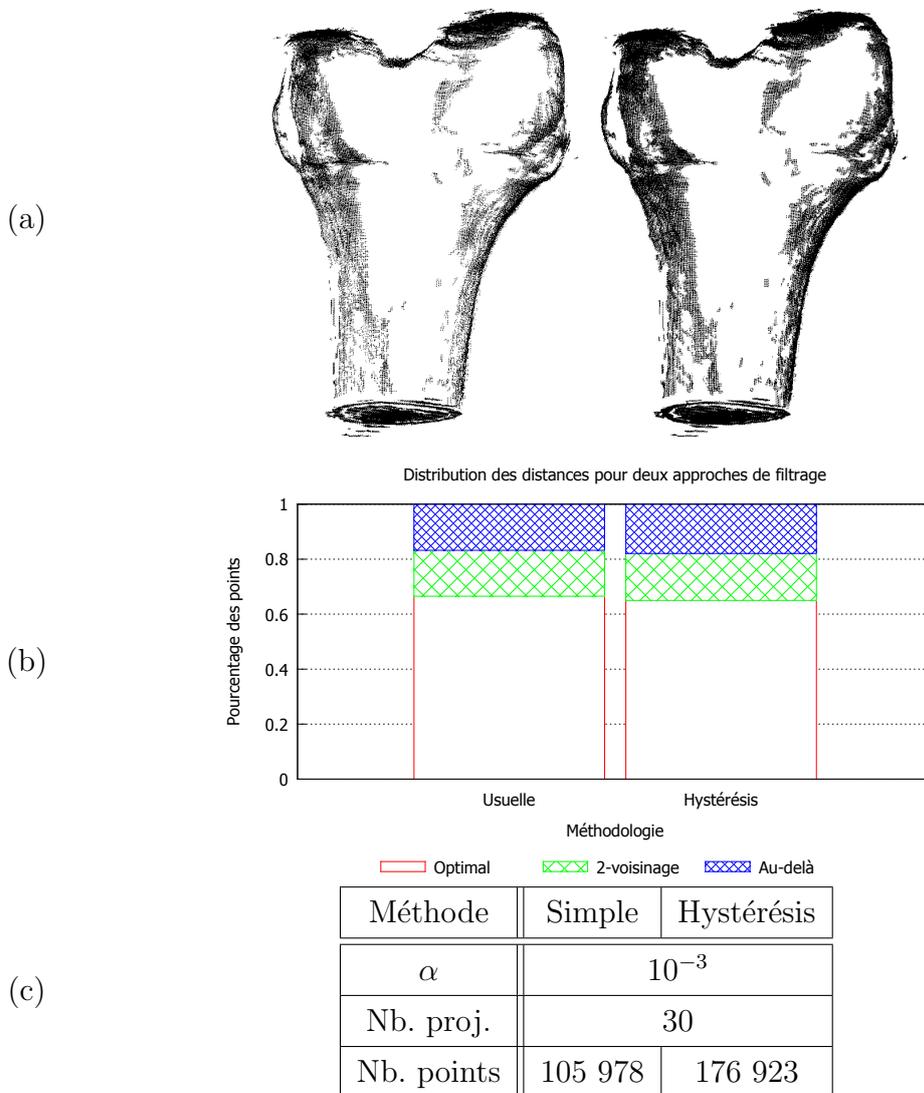


FIGURE 3.18 – Comparaison des distributions de distances des points des nuages construits par les méthodes de filtrage simple et de type hystérésis. (a) Le nuage obtenu par hystérésis - droite - présente une plus grande densité de points que celui créé par la méthode simple - gauche. (b) Il apparaît que les répartitions des points selon les trois classes de distances sont quasiment identiques pour ces deux méthodes. (c) Comparaison du nombre de points constituant les nuages obtenus par les deux méthodes pour le même paramétrage.

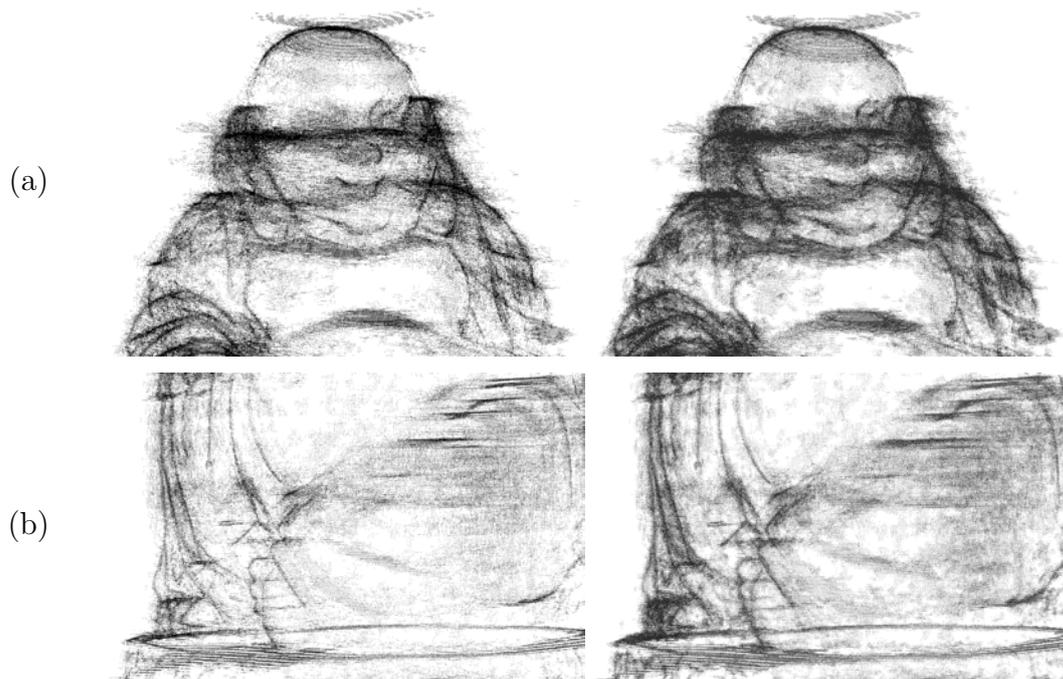


FIGURE 3.19 – Comparaison des nuages de points obtenus par le filtrage simple - gauche - et le filtrage par hystérésis - droite - sur le jeu de données de la statuette de Bouddha. (a) Détails du visage de la statuette. On observe la densification permettant de mieux définir les interfaces douces. (b) Détails du pied de la statuette. La densification obtenue par hystérésis permet de retrouver des interfaces douces - e.g. dans les plis du tissu - qui n'apparaissent pas dans la méthode simple.

3.5 Maillages adaptés obtenus et performances de compression

Dans cette section, nous nous intéressons aux maillages construits, par tétraédrisation de Delaunay contrainte (issue de la librairie [Si et TetGen \[2006\]](#)), sur les nuages de points créés en utilisant la méthode précédemment exposée. Nous utiliserons les jeux de données de l'extrémité osseuse, de la statuette de Bouddha et du fantôme de Shepp-Logan. Plus particulièrement, nous allons considérer la compression réalisée tant en termes de nombre de cellules que de la taille en mémoire occupée par le volume reconstruit.

Pour ce faire, nous comparons ces maillages à leurs équivalents voxélisés - grille de $L = 512^3$ voxels, résolution utilisée pour la construction du maillage. Concernant les temps de calcul présentés ci-après, la configuration test utilisée possède les caractéristiques suivantes : processeur Intel Xeon E31245 (3.3GHz), 16Go de RAM et une carte GPU GTX Titan.

Afin d'évaluer l'espace mémoire occupé par le volume maillé, nous utilisons le format binaire proposé par VTK ([Schroeder et al. \[2003\]](#)) pour son stockage. Pour tenir compte du fait que la représentation par voxels contient simultanément la structure de l'objet et les valeurs d'atténuations correspondantes, chaque cellule du maillage se verra attribuer une valeur quelconque représentant cette information d'atténuation.

3.5.1 Extrémité osseuse

Comme mentionné précédemment, les nuages de points représentatifs de l'extrémité osseuse ne correspondent pas à ceux présentés au chapitre précédent. Afin de mieux capturer les structures fines - interfaces douces - de cet objet, la détection de bords est cette fois réalisée en utilisant une estimation censurée à droite du paramètre représentatif de la distribution modèle des projections - cf. chapitre 2.2.1.

La comparaison entre une coupe dans la représentation maillée et sa coupe équivalente dans le modèle STL du fantôme permet de visualiser la bonne description des contours de l'objet - voir Figure 3.20. La bonne qualité du nuage produit permet d'obtenir l'effet désiré : une densité importante de petites mailles près des interfaces, et des mailles de plus grandes dimensions dans les zones homogènes.

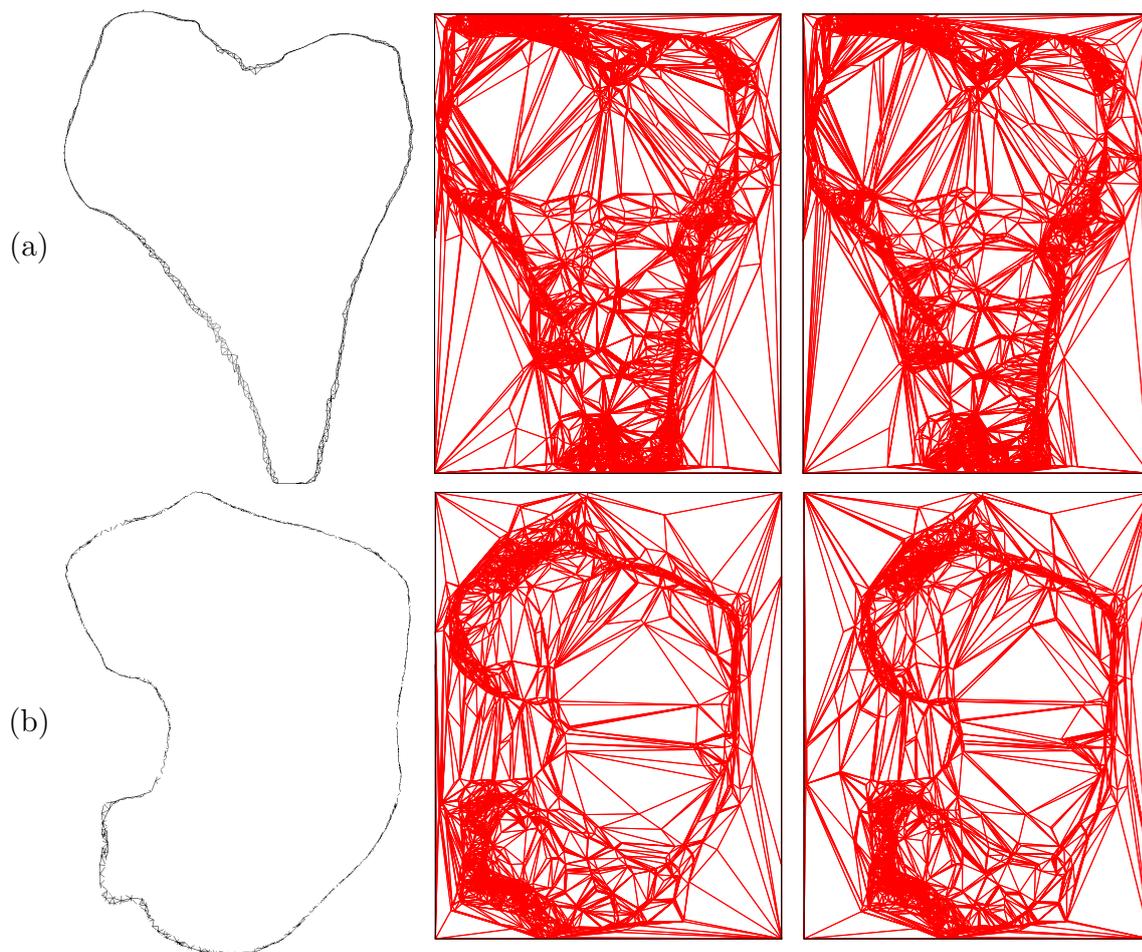


FIGURE 3.20 – Comparaison des maillages 3D volumiques avec le modèle STL existant. A gauche, des coupes transversale et orthogonale du fichier STL de l'extrémité osseuse et en rouge les coupes correspondantes dans les maillages 3D obtenus (sans et avec hystérésis). On observe une forte densité de petites mailles aux niveaux des interfaces.

Comme on peut le voir sur le Tableau 3.1, la compression obtenue en termes de nombre de cellules est extrêmement importante. Pour le cas le plus pénalisant, le maillage obtenu en utilisant le filtrage par hystérésis, la réduction est de près de 98%. La représentation par maillage implique de stocker l'ensemble de la structure de l'objet à représenter, nœuds et connectivité, contrainte non existante dans le cas de la discrétisation régulière par voxels. Malgré cela, on peut observer que les volumes reconstruits sur la base tétraédrique adaptée occupent un espace mémoire bien plus faible que leur

contrepartie régulière : dans le cas de l'extrémité osseuse, entre 6 et 11 fois moins d'espace mémoire de stockage en fonction de la densité désirée. Concernant le temps de calcul nécessaire à la construction de ces représentations, du traitement des projections jusqu'à la tétraédrisation finale, ce dernier est négligeable vis-à-vis des temps usuels de reconstruction tomographique - en deçà de la minute pour les deux approches proposées.

Données	Voxel	Maillage (seuillage simple)	Maillage (seuillage hystérésis)
#Cellules	134 217 728	1 565 919	2 664 565
#Cellules/#voxel	1	1.17%	1.98%
Tps. de création (s)	NA	41.2	53.3
Taille du fichier (Mo)	512	44.7	76.2

TABLEAU 3.1 – Comparaison de l'espace mémoire requis entre une représentation voxélisée et une représentation par maillage adapté (sans et avec seuillage par hystérésis) - Cas de l'extrémité osseuse

3.5.2 Statuette de Bouddha

Pour les données simulées de la statuette de Bouddha, les nuages de points utilisés correspondent à ceux présentés en section précédente. Les comparaisons par coupes entre le [STL](#) de référence et ces maillages nous permettent de mettre en avant la très forte densité de mailles dans les zones de détails de cet objet complexe - principalement, au niveau de la tête et des transitions curvilignes entre l'objet et le volume englobant visibles sur la [Figure 3.21](#). Comme pour l'extrémité osseuse, la disparité - en termes de taille - entre les tétraèdres présents dans les zones homogènes internes et externes de la statue et ceux dans les régions d'interfaces est extrêmement importante.

Cette disparité, couplée au positionnement adéquat des mailles, expliquent la bonne représentation de l'objet pour un taux de compression conséquent - cf. [Tableau 3.2](#). En comparant les ratios obtenus pour la statuette à ceux de l'extrémité osseuse, il apparaît que la diminution en nombre de cellules demeure plus faible. Ceci reflète une limitation de la méthode de discrétisation : l'augmentation du nombre de mailles permettant d'obtenir une discrétisation adéquate est intrinsèquement liée à la complexité de l'objet d'intérêt. Ainsi, au delà d'une certaine complexité, cette représentation ne présente plus d'avantage sur sa contrepartie régulière - en terme de compression et pas nécessairement en termes de qualité de représentation. Le volume de reconstruction maillée occupe cependant un espace mémoire 4 à 6 fois moins important que son équivalent voxélisé.

3.5.3 Fantôme de Shepp et Logan

Le fantôme de Shepp Logan est un des plus connus en reconstruction tomographique par rayons X. Introduit pour la première fois en 2D par [Shepp et Logan \[1974\]](#), ce fantôme représente une version très simplifiée de tête humaine - basée sur un ensemble d'ellipses de coefficients d'absorption μ très proches. Cette description a depuis été étendue au 3D, et nous utilisons ici un fantôme composé de dix ellipsoïdes - deux pour la calotte externe, huit pour les volumes internes. L'intérêt d'utiliser ce fantôme provient ici de sa nature multi-matériaux et de sa description basée sur un ensemble de primitives courbes de dimensions très variables.

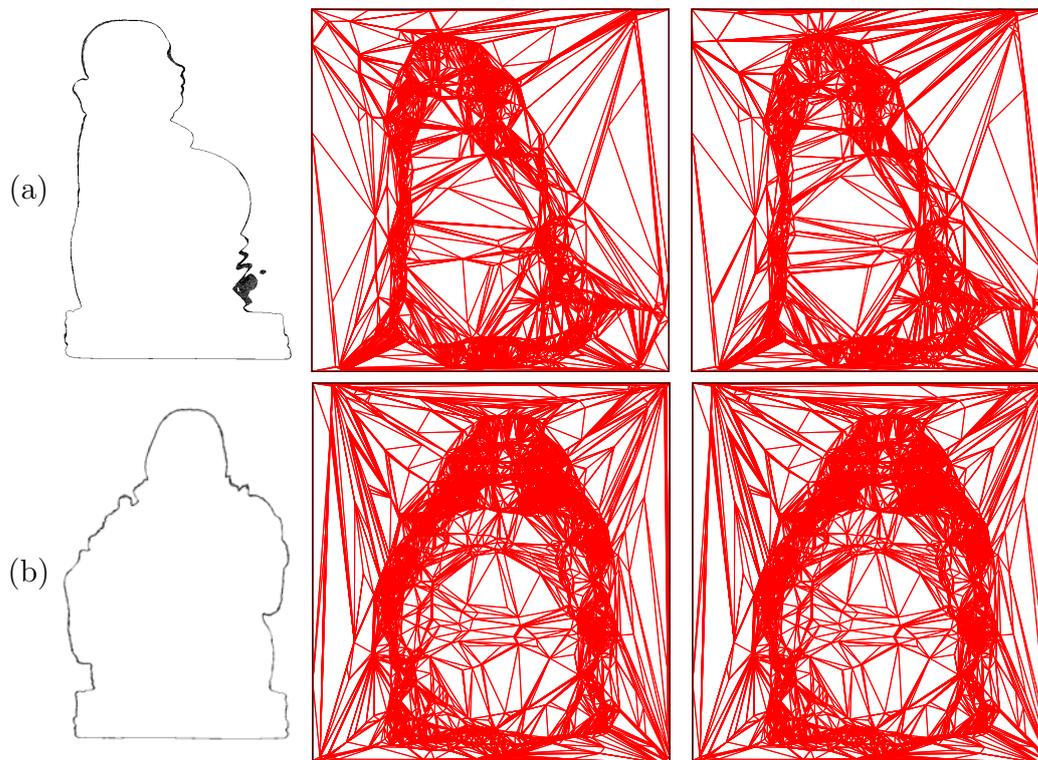


FIGURE 3.21 – Comparaison des maillages 3D volumiques avec le modèle STL existant. A gauche, des coupes sagittale et frontale du fichier STL de la statuette de Bouddha et en rouge les coupes correspondantes dans les maillages 3D obtenus (sans et avec hystérésis). On observe une forte densité de petites mailles aux niveaux des interfaces.

Données	Voxel	Maillage (seuillage simple)	Maillage (seuillage hystérésis)
# Cellules	134 217 728	2 777 575	4 790 241
#Cellules/#voxel	1	2.07%	3.57%
Tps. de création (s)	NA	56	79
Taille du fichier (Mo)	512	79.3	136

TABLEAU 3.2 – Comparaison de l'espace mémoire requis entre une représentation voxélisée et une représentation par maillage adapté (sans et avec seuillage par hystérésis) - Cas de la statuette de Bouddha

Les résultats de coupes présentés en Figure 3.22 permettent de conforter les observations précédemment faites sur les objets mono-matériaux de complexité variables. L'approche proposée permet de bâtir un maillage adapté, au sens défini en début de ce chapitre, à un objet composé de plusieurs sous-domaines imbriqués. La diminution en termes de nombre de cellules est ici de plus de 95%, et le facteur de gain en espace mémoire de stockage est compris entre 3 et 4 pour les deux maillages - approches seuil simple et par hystérésis.

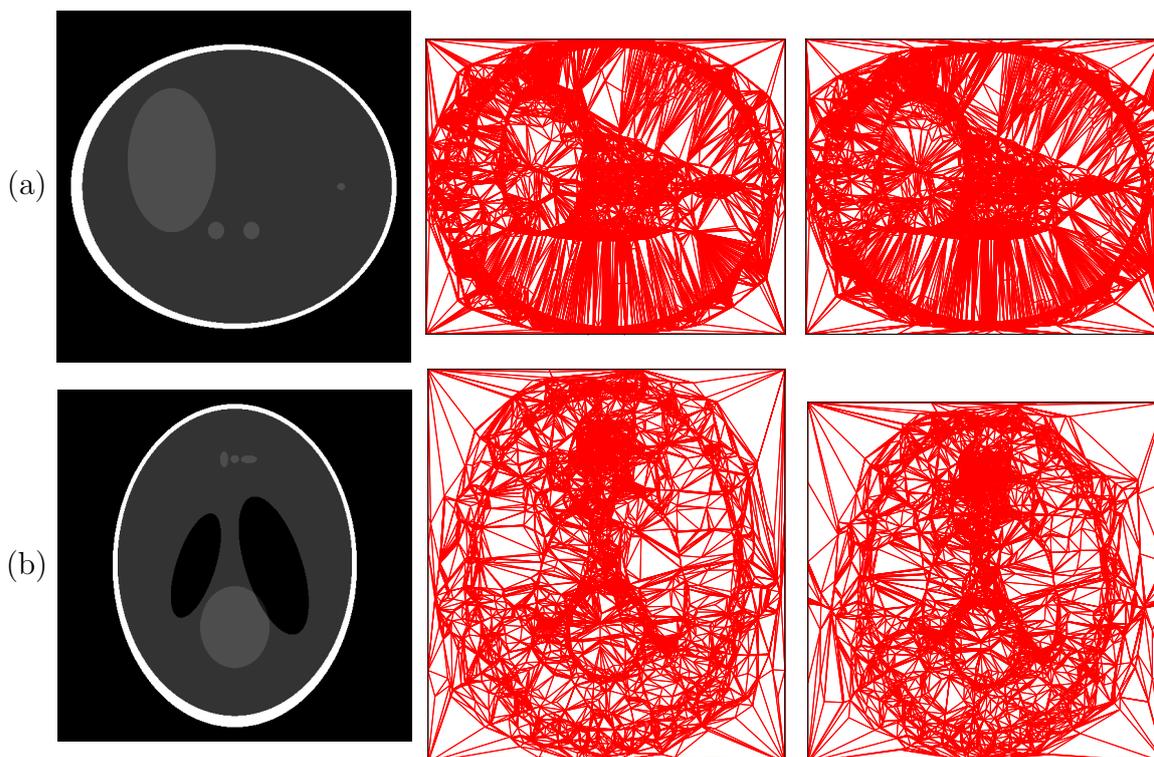


FIGURE 3.22 – Comparaison des maillages 3D volumiques avec le modèle STL existant. A gauche, des coupes sagittale et frontale du fantôme de Shepp Logan et en rouge les coupes correspondantes dans les maillages 3D obtenus (sans et avec hystérésis). On observe une forte densité de petites mailles aux niveaux des interfaces.

Données	Voxel	Maillage (seuillage simple)	Maillage (seuillage hystérésis)
#Cellules	134 217 728	4 155 918	7 285 149
#Cellules/#voxel	1	3.1%	5.43%
Tps. de création (s)	NA	60.5	105.84
Taille du fichier (Mo)	512	118	184

TABLEAU 3.3 – Comparaison de l'espace mémoire requis entre une représentation voxelisée et une représentation par maillage adapté (sans et avec seuillage par hystérésis) - Cas du fantôme de Shepp-Logan.

3.6 Conclusions

Au début de ce chapitre, l'état de l'art présenté a permis de rappeler la notion de maillage adapté et de présenter les différentes approches proposées par la littérature pour obtenir une telle discrétisation dans un contexte de reconstruction tomographique. Les approches itératives procédant par alternance de phases de reconstruction tomographiques et d'adaptation d'un maillage initialement très dense ou très parcimonieux pèchent principalement par leur coût calculatoire très élevé. La seule approche, à notre connaissance, permettant d'obtenir un maillage adapté directement depuis les projections de l'objet s'avère plus intéressante, car moins lourde en calculs, mais ne permet de discrétiser qu'un seul objet du volume. Dans tous les cas, l'adaptation est obtenue en plaçant les nœuds selon l'information structurelle du volume. En d'autres termes, ceux-ci sont positionnés sur, ou en proximité directe, des interfaces du volume.

Le cœur de chapitre introduit une méthode permettant d'obtenir un nuage de points 3D en adéquation avec les interfaces du volume de reconstruction. Ce nuage est obtenu directement depuis un ensemble de cartes de bords déduites des projections acquises. Le maillage adapté est bâti sur ce nuage.

Cette approche découle directement de l'idée suivante : les bords présents dans les projections 2D nous fournissent une information incomplète sur les interfaces 3D présentes dans le volume de reconstruction. Comme dans un jeu d'ombres chinoises, il est donc possible d'exploiter un ensemble de cartes de bords pour parvenir à localiser précisément ces interfaces 3D. Pour ce faire, l'approche proposée procède par rétroprojection des cartes de bords puis seuillage du volume obtenu permettant de sélectionner les points adéquats. Afin de garantir la qualité des résultats obtenus le choix de niveau de seuil a été automatisé en puisant dans la théorie de la décision et recourant à l'outil du test statistique.

Dans un premier temps, nous avons cherché à modéliser le volume de rétroprojection sous la forme d'un échantillon d'une variable aléatoire. En analysant la nature statistique des cartes de bords, puis du volume, nous avons conclu que la loi la plus adaptée était celle de Poisson tronquée en 0 et rappelé l'estimation du paramètre caractéristique associé. Les interfaces réelles correspondant aux valeurs extrêmes du volume, le niveau de seuil est ensuite calculé automatiquement au moyen d'un test unilatéral à droite. Ce test dépendant de la distribution modèle, il garanti son adaptation à chaque volume traité.

Cette première approche, dite *volume complet*, considère que l'ensemble des voxels sont des réalisations d'une même variable aléatoire. Il est cependant apparu que cette hypothèse pouvait être mise en défaut par certaines configurations. Sur un tomographe classique, la trajectoire d'acquisition se limite usuellement à une rotation autour de l'objet dans un seul plan de l'espace. Dès lors qu'un objet dont la direction principale est orthogonale à l'axe de rotation, les nuages de points obtenus par cette méthode présentent des artefacts délétères. Ce problème est directement lié à une variabilité importante de la distribution modèle dans les plans orthogonaux à l'axe de rotation où ces objets seront rétroprojetés.

Pour prendre en compte ce phénomène, nous modifions dans un second temps notre approche et proposons de traiter le volume de rétroprojection tranche par tranche le long de l'axe de rotation - méthode dite *par tranche*. Chacune de ces tranches se voit

ainsi modéliser comme réalisation d'une variable aléatoire dont la loi et les paramètres associés sont choisis et estimés de manière indépendante. Ce nouveau modèle permet de s'affranchir des artefacts produits par l'approche *volume complet*.

L'utilisation d'un seuillage simple du volume de rétroprojection peut, dans certains cas, conduire à l'obtention de nuages de points trop parcimonieux. Certaines interfaces douces du volume sont alors trop peu échantillonnées. L'introduction d'une approche de type hystérésis permet de nuancer cet effet. Pour chacune des tranches, nous calculons un seuil haut et un seuil bas - dans les deux cas au moyen d'un test unilatéral à droite. Le traitement des voxels aux valeurs supérieures aux seuils hauts est identique aux méthodes précédentes. Les voxels supérieurs aux seuils bas sont quant à eux ajoutés ou non aux interfaces en fonction de leurs connectivités.

Les résultats ont montré que ces approches permettent d'obtenir des nuages de points représentant des échantillonnages de qualité des interfaces 3D des objets composant le volume de reconstruction. Ce constat s'appuie sur l'utilisation de deux objets mono-matériau de complexités différentes et du fantôme de Shepp-Logan multi-matériaux. Pour tout ces cas, l'ensemble des frontières des domaines composant le volume de reconstruction global a été décrit avec précision par le nuage produit.

En utilisant une tétraédrisation de Delaunay contrainte par ces nuages, il apparaît que les maillages volumiques obtenus répondent aux objectifs fixés en début de chapitre. La densité de maille est très importante dans un très proche voisinage des interfaces - les motifs de maille de dimension très faible - et relativement faible dans les zones homogènes des objets considérés. De fait, la réduction en termes de nombre de cellules vis-à-vis de la représentation traditionnelle voxélisée est conséquente - entre 95% et 99% - et se reflète par conséquent sur la taille occupée sur le disque par les volumes reconstruits - gain d'un facteur 3 à 11. Cette compression est évidemment directement liée à la complexité de l'objet étudié. La représentation par maillage nécessite de stocker la topologie de l'objet en plus de ses coefficients d'atténuations. Par conséquent, il est envisageable qu'un objet d'une très grande complexité pourrait nécessiter un nombre de mailles très important, rendant en cela cette représentation plus coûteuse en mémoire que sa contrepartie régulière.

3.7 Références

- Sonia AKKOUL, Adel HAFIANE, Remy LECONGE, Khaled HARRAR, Eric LESPESSAILLES et Rachid JENNANE : 3d reconstruction method of the proximal femur and shape correction. *In 4th International Conference on Image Processing Theory, Tools and Applications (IPTA)*, pages 1–6. IEEE, 2014. [66](#)
- R BOUTCHKO, A SITEK et GT GULLBERG : Practical implementation of tetrahedral mesh reconstruction in emission tomography. *Physics in medicine and biology*, 58 (9):3001, 2013. [64](#), [65](#)
- J.G. BRANKOV, Yongyi YANG et M.N. WERNICK : Tomographic image reconstruction based on a content-adaptive mesh model. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 23(2):202–212, Feb 2004. [64](#)

- Fanny BUYENS, Michele A QUINTO, Dominique HOUZET *et al.* : Adaptive mesh reconstruction in x-ray tomography. *In MICCAI Workshop on Mesh Processing in Medical Image Analysis*, 2013. 65
- S DOSSOU-GBÉTÉ, CC KOKONENDJI et D MIZERE : Quelques tests de la loi de poisson contre des alternatives générales basés sur l'indice de dispersion de fisher. *Laboratoire de Mathématiques Appliquées, UMR CNRS, 5142*, 2005. 73
- Warren GILCHRIST : *Statistical modelling with quantile functions*. CRC Press, 2002. 75
- Norman L JOHNSON, Adrienne W KEMP et Samuel KOTZ : *Univariate discrete distributions*, volume 444. John Wiley & Sons, 2005. 74
- James C MULLIKIN et Piet W VERBEEK : Surface area estimation of digitized planes. *Bioimaging*, 1(1):6–16, 1993. 82
- Per-Olof PERSSON et Jaime PERAIRE : Curved mesh generation and mesh refinement using lagrangian solid mechanics. *In Proceedings of the 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 2009. 63
- RL PLACKETT : The truncated poisson distribution. *Biometrics*, 9(4):485–488, 1953. 74
- W Martin SCHROEDER, Ken MARTIN et B LORENSEN : The visualization toolkit : An object oriented approach to 3d graphics 3rd edition, kitware. *Inc. Publisher*, 2003. 85
- Lawrence A SHEPP et Benjamin F LOGAN : The fourier reconstruction of a head section. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 21(3):21–43, 1974. 87
- Hang SI et A TETGEN : A quality tetrahedral mesh generator and three-dimensional delaunay triangulator. *Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastic, Berlin, Germany*, 2006. 85
- Gordon SIMONS, NL JOHNSON *et al.* : On the convergence of binomial to poisson distributions. *The Annals of Mathematical Statistics*, 42(5):1735–1736, 1971. 69
- A SITEK, R.H. HUESMAN et G.T. GULLBERG : Tomographic reconstruction using an adaptive tetrahedral mesh defined by a point cloud. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 25(9):1172–1179, Sept 2006. 64, 65
- Charles SOUSSEN et Ali MOHAMMAD-DJAFARI : Polygonal and polyhedral contour reconstruction in computed tomography. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(11):1507–1523, 2004. 65
- CEA : Civa. URL <http://www-civa.cea.fr/>. 69
- EDF R&D et TELECOM PARISTECH : Cloudcompare (version 2.6.1) *GPL software*. 78
- Guy WINDREICH, Nahum KIRYATI et Gabriele LOHMANN : Voxel-based surface area estimation : from theory to practice. *Pattern Recognition*, 36(11):2531–2541, 2003. 82

Chapitre 4

Reconstruction tomographique 3D sur maillage

De par l'utilisation d'une discrétisation non régulière, il est nécessaire d'adapter les opérateurs de projection/rétroprojection afin de pouvoir mettre en œuvre les schémas itératifs usuels. Dans un premier temps, on considère la possibilité offerte par le maillage de stocker le coefficient d'atténuation reconstruit de manière nodale ou cellulaire. La seconde section présente la mise en œuvre d'un projecteur de type Siddon pour ces deux types d'encodage de l'information. Nous concluons par la comparaison des différents types de projecteurs et leurs performances respectives.

"To succeed, planning alone is insufficient. One must improvise as well. I'll improvise."

Isaac Asimov, Foundation

Sommaire

4.1	Encodage des données : nodal ou cellulaire	94
4.2	Projecteur de type Siddon	95
4.2.1	Adaptation directe par encodage cellulaire	95
4.2.2	Adaptation par interpolation barycentrique pour encodage nodal	95
4.3	Comparaisons des reconstructions pour les deux modèles	96
4.3.1	Principe d'évaluation et détails d'implantation	96
4.3.2	Reconstruction de l'extrémité osseuse	97
4.3.3	Reconstruction du Shepp-Logan	98
4.3.4	Reconstruction de la statue de Bouddha	102
4.4	Conclusions sur l'encodage utilisé	106
4.5	Références	107

4.1 Encodage des données : nodal ou cellulaire

En utilisant une représentation standard voxélisée, la reconstruction tomographique est effectuée par estimation d'une valeur d'atténuation μ pour chaque voxel de la grille. On peut donc considérer que cet encodage de l'information est de nature *cellulaire*. La représentation par maillage permet d'utiliser la même logique en stockant une valeur du champ d'intérêt par maille de la structure. Cependant, cette représentation permet aussi d'opter pour une autre approche et d'attribuer une valeur à chaque nœud des cellules. C'est ce que nous désignerons par *encodage nodal* dans la suite de ce chapitre.

Le recours à un encodage cellulaire - Figure 4.1(a) - revient à considérer que le champ scalaire d'absorption à estimer est continu par régions - ces régions correspondant aux cellules du maillage. Dans le cas où celui-ci représente une discrétisation parfaite de l'objet en reconstruction, cet encodage est optimal.

Cependant, même pour des discrétisations adaptées, il n'est pas impossible qu'une proportion des cellules intercepte des interfaces de l'objet et/ou qu'une autre proportion englobe des régions hétérogènes de l'objet. Dès lors, l'encodage *cellulaire* ne peut plus être considéré comme optimal.

En optant pour un encodage nodal, on considère cette fois que le champ d'absorption varie au sein de chacune des cellules du maillage - Figure 4.1(b). Pour chaque point interne au tétraèdre, la valeur d'atténuation est alors interpolée en utilisant les valeurs nodales et un schéma adapté.

Ce choix peut ainsi permettre de prendre en compte les cas problématiques pour l'encodage *cellulaire*. Il permet de fournir une reconstruction présentant des transitions plus douces et une meilleure homogénéité. Cependant, dans le cas où les cellules du maillage épousent les interfaces de l'objet, un tel encodage va visuellement diminuer la perception de ces interfaces : les valeurs tranchées d'atténuation de chaque côté de l'interface étant remplacées par une transition douce entre ces deux valeurs.

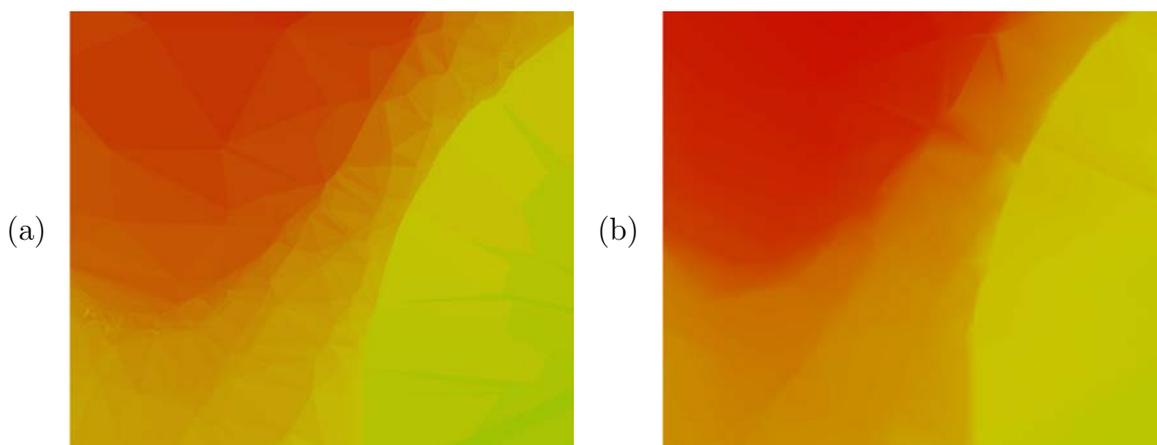


FIGURE 4.1 – Exemple d'un maillage pour deux encodage différent d'information.(a) Encodage cellulaire.(b) Encodage nodal avec interpolation barycentrique.

Pour évaluer l'encodage le plus pertinent pour la reconstruction tomographique sur maillage adapté, nous proposons dans la suite les deux implantations - nodale et cellulaire - du projecteur de Siddon pour une représentation maillée.

4.2 Projecteur de type Siddon

4.2.1 Adaptation directe par encodage cellulaire

Pour cette adaptation, nous suivons le travail de [Quinto et al. \[2013\]](#). Ce projecteur fonctionne sur le principe d'un lancé de rayon et est mis en oeuvre sur GPU. De type *pixel-driven*, chaque rayon correspond au trajet entre le point source et le centre d'un des pixels du détecteur. En suivant l'approche de Siddon, pour chaque cellule j , l'interaction a_{ij} avec le i -ième rayon correspond à la distance d'intersection Δl_{ij} schématisée en Figure 4.2.

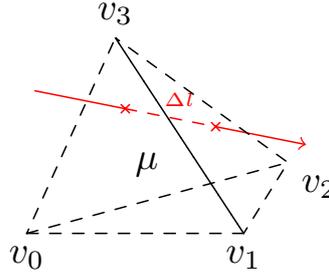


FIGURE 4.2 – Transposition directe du projecteur de Siddon au maillage tétraédrique avec information cellulaire μ . La contribution de la cellule correspond à Δl , la distance interceptée par le rayon.

En notant μ_i l'atténuation du tétraèdre j , la valeur du i -ième pixel de projections p_i correspond donc à la somme discrète suivante

$$p_i = \sum_{j=1}^M \mu_j \Delta l_{ij} \quad (4.1)$$

4.2.2 Adaptation par interpolation barycentrique pour encodage nodal

Lorsque les valeurs d'atténuation sont portées par les nœuds du maillage, il est nécessaire de prendre en compte la variation du champ au sein de la cellule pour calculer la contribution de celle-ci à la projection. Soit \vec{P}_b le centre de l'intersection entre le tétraèdre et le rayon - exprimé en coordonnées barycentriques du tétraèdre. En notant $\vec{\mu}_j = \{\mu_0, \dots, \mu_3\}$ le vecteur des atténuations nodales de la cellule j , la valeur de projection pour le i -ième rayon s'exprime alors

$$p_i = \sum_{j=0}^M \langle \vec{P}_b \cdot \vec{\mu}_j \rangle \times \Delta l_{ij} , \quad (4.2)$$

avec $\langle \cdot \rangle$ le produit scalaire usuel permettant d'effectuer l'interpolation quadrilinéaire de la valeur d'atténuation au point \vec{P}_b .

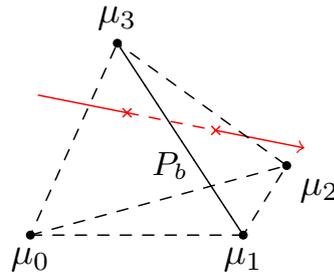


FIGURE 4.3 – Transposition du projecteur de Siddon au maillage tétraédrique avec information nodale $\vec{\mu}_j = \{\mu_0, \dots, \mu_3\}$. La contribution de la cellule correspond cette fois au produit de la distance interceptée Δl avec la valeur d'atténuation obtenue par interpolation quadrilinéaire.

4.3 Comparaisons des reconstructions pour les deux modèles

4.3.1 Principe d'évaluation et détails d'implantation

Les résultats présentés dans cette section répondent à deux objectifs. Nous comparons dans un premier temps les reconstructions obtenues sur des maillages à encodage *cellulaire* et *nodal* afin d'évaluer l'impact de ce choix sur la qualité du résultat obtenu. Pour ce faire, nous utilisons les deux projecteurs de type Siddon présentés dans la section précédente.

En parallèle de cette étude, nous comparons les reconstructions sur maillages à leur alternative sur grille régulière voxélisée. Lors de cette étape, nous cherchons à la fois à valider le résultat obtenu par nos méthodes et à illustrer les avantages de la reconstruction sur échantillonnage adapté - quel que soit l'encodage d'information utilisé. Les objets et maillages utilisés dans cette section ont été présentés au chapitre 3.

L'ensemble des reconstructions présentées sont obtenues en recourant à un algorithme OS-SART dont le paramétrage est identique pour toutes les bases de représentation. Il est ici utile de noter qu'en ce qui concerne la reconstruction sur maillage adapté, il est possible de recourir aux schémas itératifs usuels dès lors que les opérateurs A et A^T sont en accord avec cette discrétisation : en première approche, il n'est ainsi nullement nécessaire de mettre en place de nouveaux algorithmes dédiés à cette base de représentation.

Le jeu de données est composé de $K = 30$ projections de $N = 1024^2$ pixels réparties en 6 sous-ensembles de 5 projections. Pour se placer dans la configuration la plus standard possible, nous fixons la valeur d'hyperparamètre $\kappa = 1$. Une contrainte de positivité est imposée sur le volume de reconstruction ; interdisant en cela une estimation physiquement aberrante d'absorption μ .

Pour obtenir les reconstructions voxeliques usuelles, nous utilisons l'implantation d'OS-SART fournie par l'outil Reconstruction Toolkit (RTK) Rit *et al.* [2014].

La grille régulière est composée de $L = 512^3$ voxels, correspondant ainsi à la résolution utilisée pour la création des maillages équivalents. Afin d'utiliser un modèle de type Siddon, nous sélectionnons les opérateurs A *CudaRayCast* et A^T *CudaVoxelBased*.

Dans ces études, nous cherchons à nous focaliser sur l'impact des représentations d'objet et encodage d'information sur la qualité de reconstruction.

Les opérateurs A et A^T pour maillage ne possèdent à l'heure actuelle pas d'implantations optimisées. Ils tirent uniquement partie d'une accélération GPU simple. A l'inverse, ceux proposés par RTK bénéficient de nombreuses optimisations et sont calculatoirement efficaces.

Pour s'affranchir de ces problématiques d'implantation, nous choisissons de comparer les résultats obtenus à nombre d'itération équivalent de l'algorithme de reconstruction. A titre indicatif, chaque itération d'OS-SART voxélisé, pour cette configuration, nécessite environ dix secondes. Les temps de calculs sur maillage seront indiqués pour chacun des cas.

Les qualités de reconstruction sont évaluées par calcul du RSB dans le domaine de projection. Soient $p^{(n)}$ les projections du volume reconstruit à la n - ième itération de l'algorithme et p les données d'acquisitions, ce critère se calcule

$$RSB = 10 \log_{10} \left(\frac{\sum_{i=0}^{KN-1} p_i^2}{\sum_{i=0}^{KN-1} (p_i^{(n)} - p_i)^2} \right). \quad (4.3)$$

et les algorithmes stoppés dès lors qu'une stagnation - ou une détérioration - de ce critère est constatée pour les représentations maillées.

Nous utilisons également des mesures de distance sur les objets - description STL - pour comparer avec certains profils extraits des reconstructions. Ces cotes sont estimées au moyen du *Measuring Tool* du logiciel MeshLab (Cignoni *et al.* [2008]).

4.3.2 Reconstruction de l'extrémité osseuse

Nous utilisons comme premier objet l'extrémité osseuse de simulation - dépourvue d'insert métallique.

Comme on peut le voir sur la Figure 4.4(c), la stagnation en qualité de reconstruction pour ce cas d'étude intervient au bout de quatre itérations - coude au-delà duquel on peut considérer être sur l'asymptote. Le critère de qualité est alors de $20dB$ pour la reconstruction sur grille voxelique, de $24dB$ pour le maillage à encodage *nodal* et de $26dB$ pour sa contrepartie à encodage *cellulaire*. Chaque itération a nécessité deux minutes de calcul sur la base adaptée tétraédrique.

Les coupes transverses centrales de ces reconstructions sont présentées en Figure 4.5(a). La différence de taille existant entre les deux types de reconstructions provient du fait que l'approche de construction de maillage présentée au chapitre précédent limite la reconstruction à la boîte englobante de l'objet étudié. A l'inverse, une approche voxélisée naïve utilise par défaut un volume englobant déterminé à partir des paramètres géométriques d'acquisition.

Malgré une homogénéisation encore imparfaite, les profils présentés en Figure 4.4(b) témoignent de la faible variabilité existant au sein de l'os combinée à une bonne différenciation entre intérieur et extérieur de l'objet. En se plaçant dans la zone de plateau de ce profil - intérieur de l'os - on calcule un coefficient de variation de 4.93% pour la

reconstruction maillée *cellulaire*, 5.09% pour celle *nodale* et de 5.39% pour le résultat voxelisé. Ainsi, même si l'utilisation d'un encodage *nodal* semble visuellement plus satisfaisant de part l'aspect lisse qu'il confère à la reconstruction, sa variabilité demeure plus importante que sa contrepartie *cellulaire*.

Quel que soit l'encodage utilisé, il apparaît, pour cette étude, que la reconstruction sur maillage adapté fournit une qualité de reconstruction supérieure à celle voxelisée dès la seconde itération et que ce constat demeure jusqu'à ce que l'asymptote d'évolution soit atteinte - voir Figure 4.4(c).

En étudiant les projections générées à partir des volumes reconstruits - voir Figure 4.5(a) - il apparaît que les résultats sont visuellement très proches des données originelles. Cette impression est étayée par les profils figurés en Figure 4.5(b) : pour l'ensemble des reconstructions, l'adéquation avec la vérité terrain est très bonne.

4.3.3 Reconstruction du Shepp-Logan

Pour la seconde étude, on utilise le jeu de données du fantôme de Shepp-Logan. Nous cherchons ici à évaluer l'influence de l'encodage de l'information sur un objet multi-matériaux dont certains sous-volumes possèdent des coefficients d'absorption très proches l'un de l'autre. Ce fantôme présente en outre une zone où des ellipsoïdes de petites tailles et peu espacées sont englobées dans un volume d'atténuation comparable - voir Figure 4.6 en haut de l'ellipsoïde grise.

Comme pour le cas précédent, l'inflexion du profil de reconstruction intervient au bout de quatre itérations et nous stoppons donc l'OS-SART à ce stade - voir Figure 4.6(b - droite). La reconstruction voxelisée présente alors une qualité de 15dB, le maillage à encodage *nodal* de 17.5dB et l'encodage *cellulaire* de 20dB. La reconstruction tétraédrique a nécessité trois minutes de calcul par itération.

En comparant les coupes transverses centrales présentées Figure 4.6(a), il semble que, pour ce fantôme, les différents sous-volumes sont mieux délimités en utilisant la représentation par maillage. Ceci peut s'expliquer par le fait que les interfaces curvilignes caractérisant les ellipses du fantôme sont peu favorables à la représentation usuelle. Les profils de la Figure 4.6(c) nuancent cependant cette perception. Pour les trois reconstructions présentées, on note une grande similarité entre ces profils. L'avantage de la reconstruction sur maillage est surtout constaté dans la suppression des artefacts de traînée visibles à l'extérieur de l'objet et dans la moins grande variabilité au sein des régions homogènes du volume.

En considérant l'évolution du RSB - Figure 4.6(b)- on constate que le critère d'évolution de qualité est favorable à la reconstruction sur maillage adapté. En effet, là encore, à partir de la seconde itération, le résultat voxelisé est de moindre qualité et le demeure au delà de celle-ci. Qui plus est, la reconstruction voxelisée semble diverger au-delà de la quatrième itération - là où la représentation par maillage stabilise le processus.

Lorsqu'on considère les projections régénérées depuis ces volumes reconstruits - cf. Fig. 4.7(a) - la meilleure définition de l'objet par la reconstruction sur maille adaptée est clairement visible. La projection du volume voxelisé présente de nombreux artefacts et problèmes majeurs d'homogénéité là où son alternative propose une meilleure définition des zones homogènes. Comme on peut l'observer en Fig. 4.7(b), là où le profil

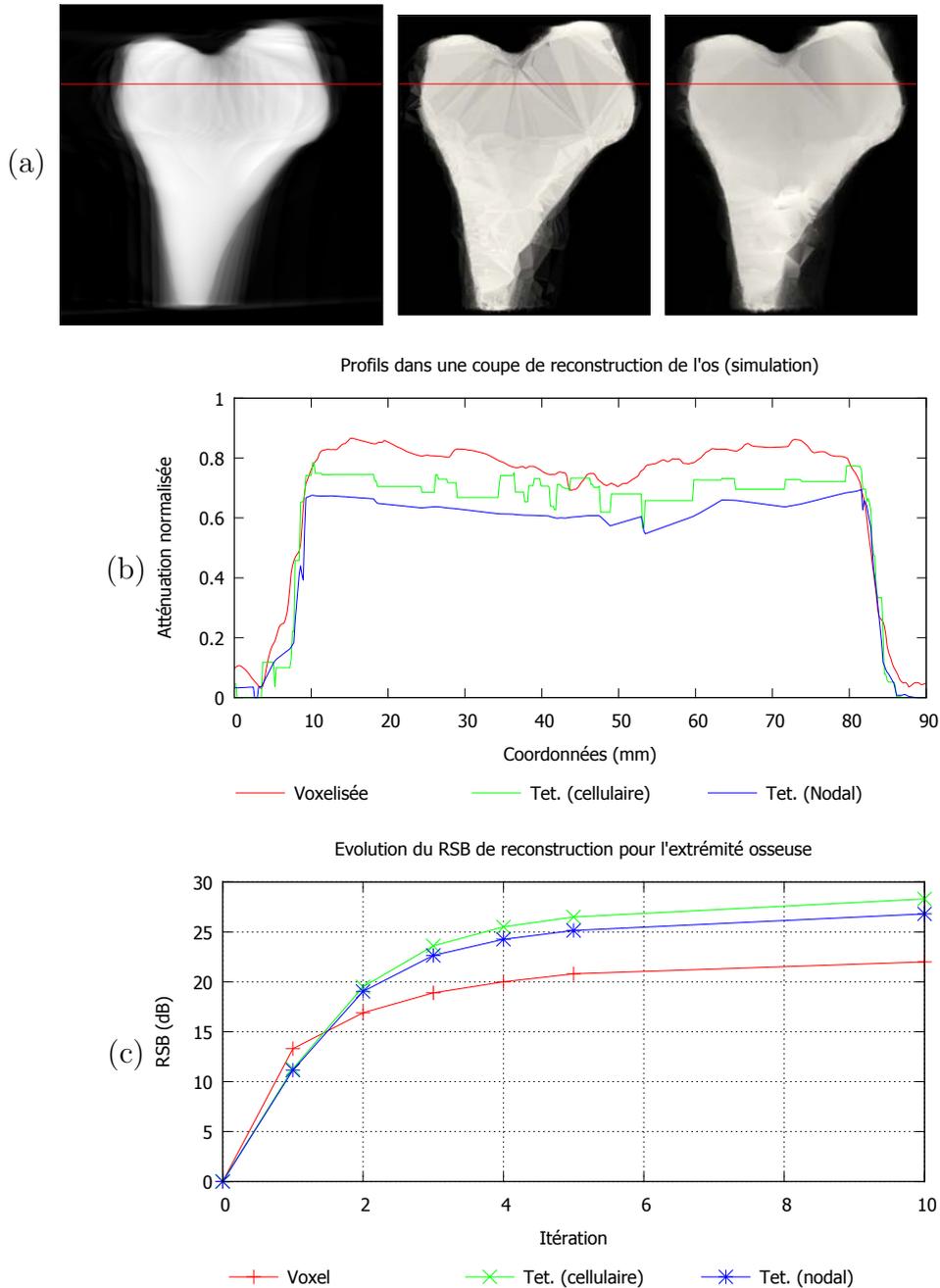


FIGURE 4.4 – (a) Coupe centrale des reconstructions. De gauche à droite : base voxelisée, base maillée (information cellulaire) et base maillée (information nodale). (b) Profils dans les reconstructions présentées en (a). (c) Evolution du RSB de reconstruction au cours des itérations.

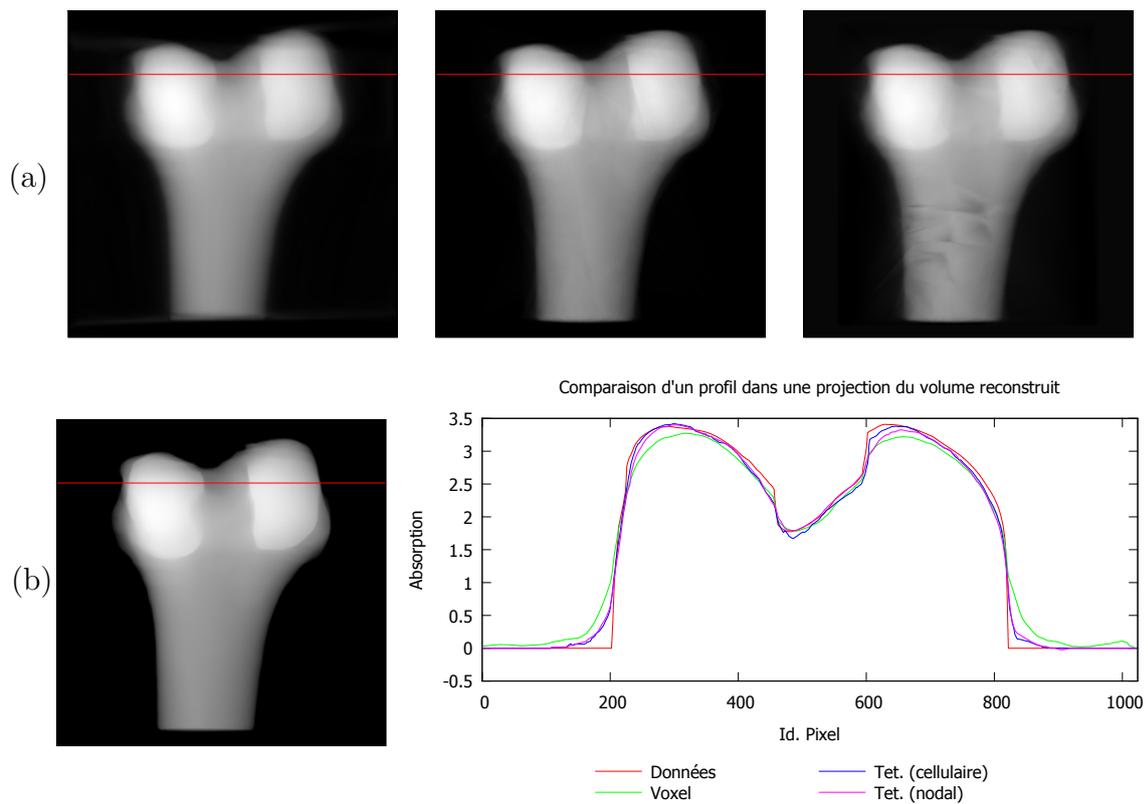


FIGURE 4.5 – (a) De gauche à droite : Exemples de projections des volumes reconstruits sur une base voxélisé (20dB), tétraédrique à encodage cellulaire (26dB) et tétraédrique à encodage nodal (24.8dB). (b) Projection originale simulée dans CIVA et profils correspondant à la ligne rouge en (a) pour l'ensemble des reconstructions.

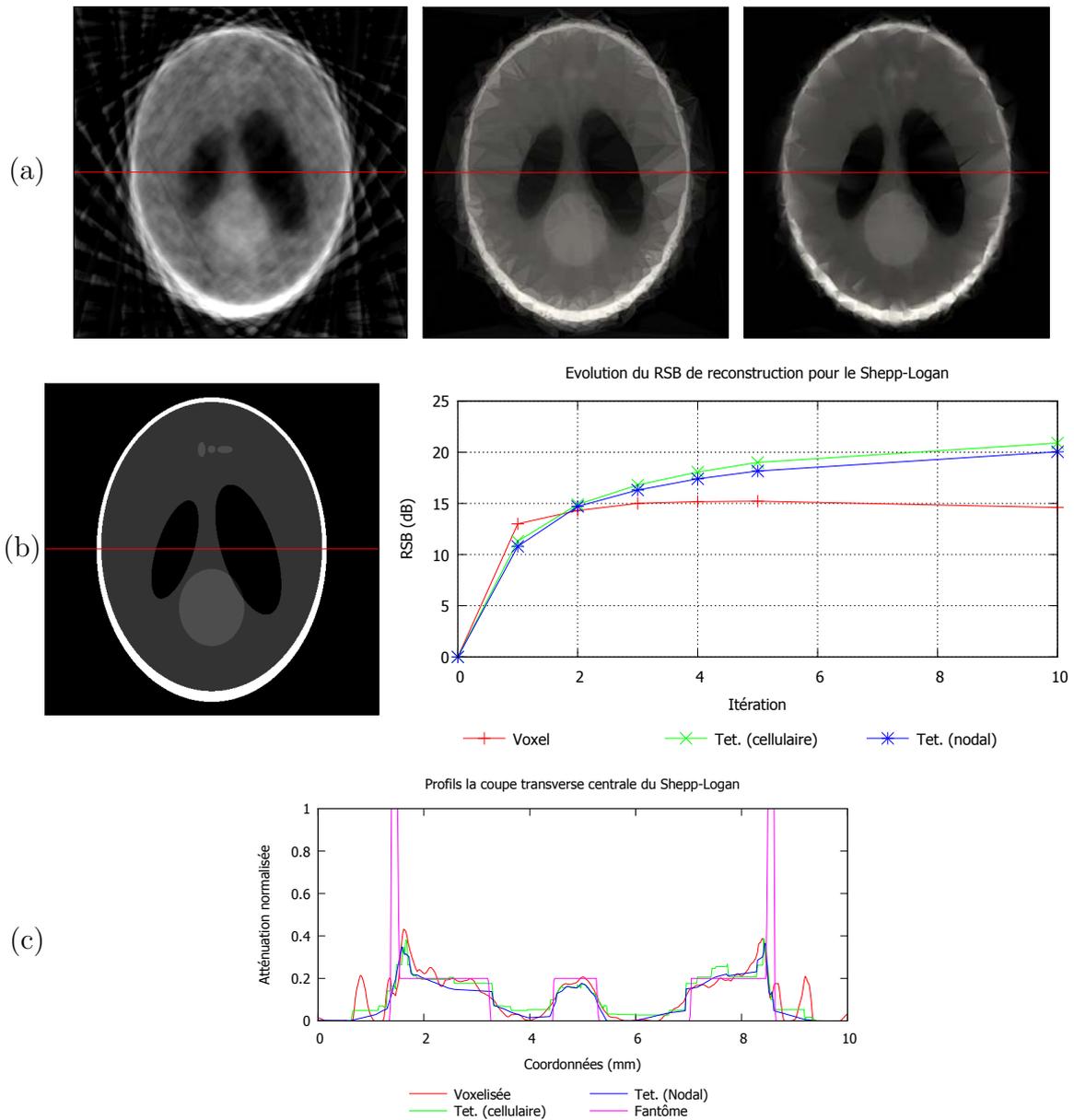


FIGURE 4.6 – (a) De gauche à droite, coupe transverse centrale du volume reconstruit sur une base voxelisée, sur maillage à encodage cellulaire puis nodal. (b) Coupe correspondant dans le fantôme et évolution du **RSB** au cours des itérations pour les trois reconstructions. (c) Profils dans la coupe transverse centrale correspondant aux lignes rouges (a-b).

voxélisé oscille fortement autour de la vérité terrain, les profils maillés épousent quant à eux cette dernière. L'encodage nodal de l'information semble de plus permettre une meilleure définition de la calotte externe du fantôme comme le montre les deux pics externes du profil.

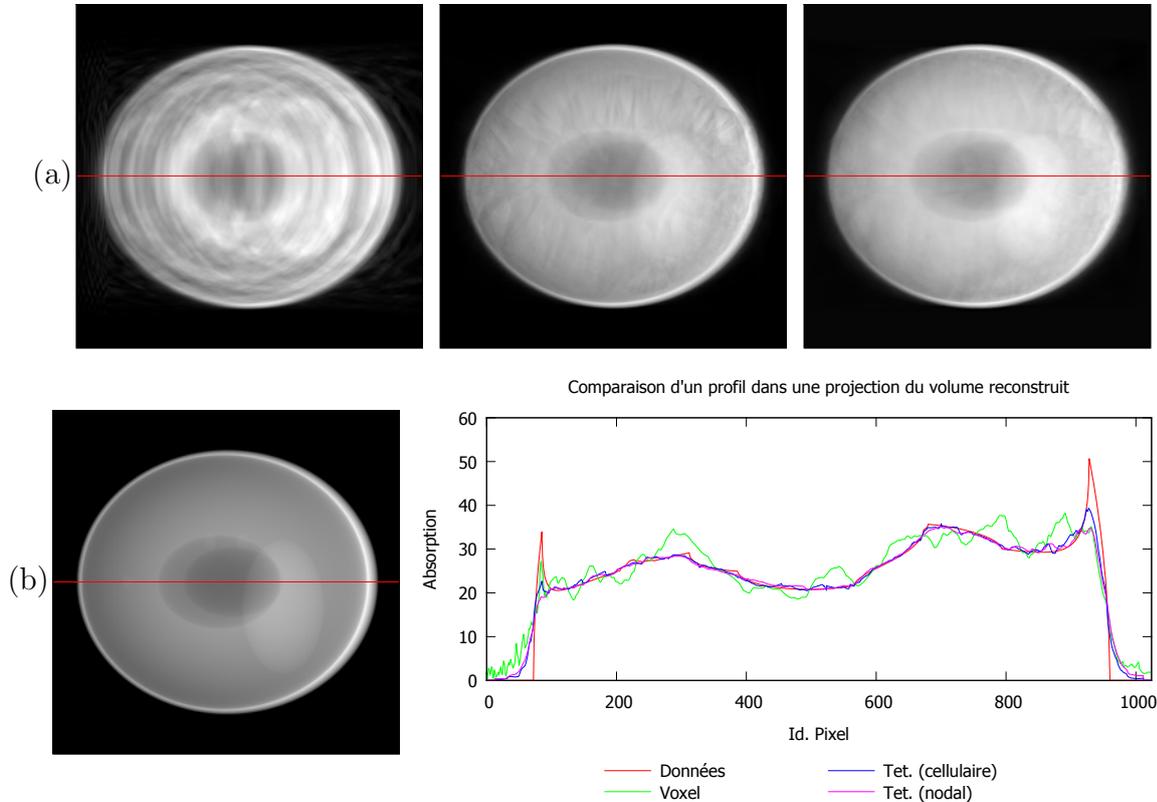


FIGURE 4.7 – (a) De gauche à droite : Exemples de projections des Shepp-Logan reconstruits sur une base voxélisé (15dB), tétraédrique à encodage cellulaire (20dB) et tétraédrique à encodage nodal (17.5dB). (b) Projection originale et profils correspondant à la ligne rouge en (a) pour l'ensemble de ces reconstruction

4.3.4 Reconstruction de la statue de Bouddha

Pour la dernière étude de cette section, nous utilisons la statuette de Bouddha. Comme au chapitre précédent, cet objet nous intéresse pour sa complexité géométrique et le niveau de détail élevé qu'il présente. Nous cherchons ainsi à mettre en évidence l'impact de la représentation par maillage et de l'encodage utilisé sur la précision obtenue - au sens de la mesure de distance.

Pour cet échantillon, au bout de trois itérations, l'**OS-SART** atteint une stagnation. Les reconstructions maillées *nodale* et *cellulaire* présentent alors des qualités de 26.5dB tandis que la représentation voxélisée atteint 17.6dB. Pour chaque itération sur la base adaptée tétraédriques, deux minutes de calcul sont nécessaires.

Dans un premier temps, on s'intéresse à une coupe transverse de la tête de l'objet - voir Figure 4.8(a). En limitant la reconstruction à la boîte englobante minimale de l'objet, on peut encore voir que la représentation adaptée permet de ne pas considérer une zone importante de l'espace. De manière qualitative, il apparaît de plus que la

forme de la tête est bien plus nette pour cette représentation que pour sa représentation régulière usuelle.

En s'intéressant aux profils figurés dans les coupes précédentes, cette problématique de définition des contours devient quantifiable - voir Figure 4.8(b). En utilisant le logiciel MeshLab (Cignoni *et al.* [2008]), nous avons mesuré, sur sa représentation STL, la taille de l'objet selon ce profil à une cote de $44mm$. En considérant les profils de reconstruction, les interfaces tranchées des représentations maillées délimitent une zone d'espace comprise entre $42mm$ et $44mm$ - en bon accord avec la mesure de référence. A l'inverse, la reconstruction voxelique possède des interfaces très floues - liées aux artefacts encore présents à ce faible nombre d'itérations - rendant une mesure de distance difficile à réaliser. Si on se place à la seconde inflexion - autour de 60% d'atténuation - cette zone a alors une valeur de $42mm$. Cet écart avec la référence mesurée sur le STL peut correspondre aux détails des lobes d'oreilles non encore discernable à cette itération.

Dans un second temps, nous considérons la coupe corticale centrale présentée en Figure 4.9(a).

Là-encore la définition des contours semble meilleure pour les deux reconstructions sur maillage - notamment lorsqu'on s'intéresse à la partie supérieure de la tête. Afin de mieux quantifier cet effet, le profil sélectionné est positionné au niveau du nez de la statuette.

Les problèmes de flou sont ainsi visible sur la Figure 4.9(b). La dimension de l'objet selon ce profil, mesurée comme précédemment, est évaluée à $40mm$. Les reconstructions maillées permettent d'obtenir une délimitation très nette et en cohérence avec cette mesure - comprise entre $40mm$ et $42mm$. A l'inverse, la reconstruction voxelisée présente des interfaces trop douces - particulièrement pour l'arrière du crâne - pour réaliser une bonne délimitation. On peut considérer que cette distance est comprise entre $42mm$ et $34mm$.

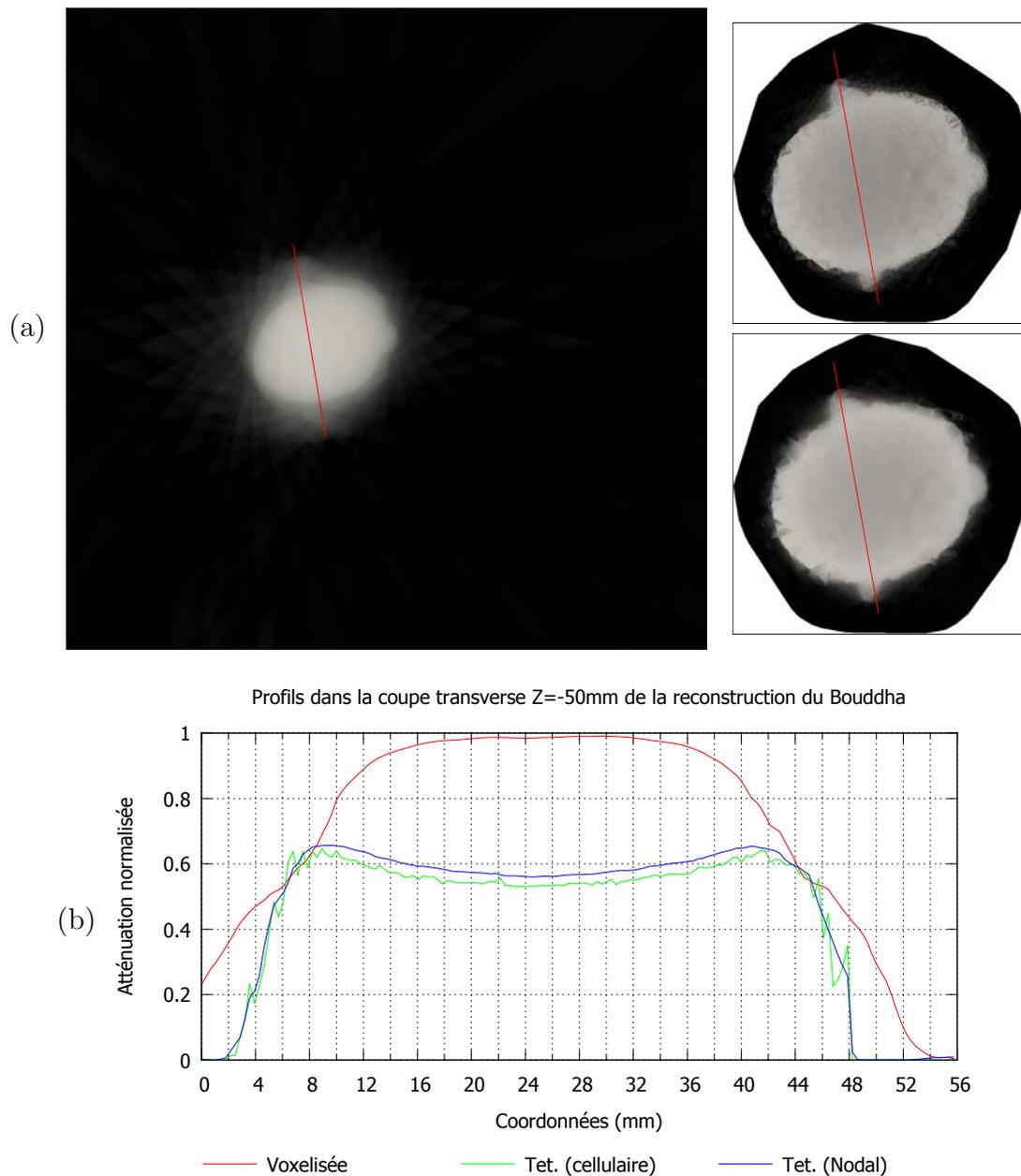


FIGURE 4.8 – Coupe transverse de reconstruction à $Z = -50$ mm de la statuette de Bouddha. (a) Reconstruction sur grille voxélisée - gauche - sur maillage à encodage *cellulaire* - droite haut - et *nodal* - droite bas. Comparaison des profils présentés en rouge (b) et vert (c) dans les coupes de reconstruction.

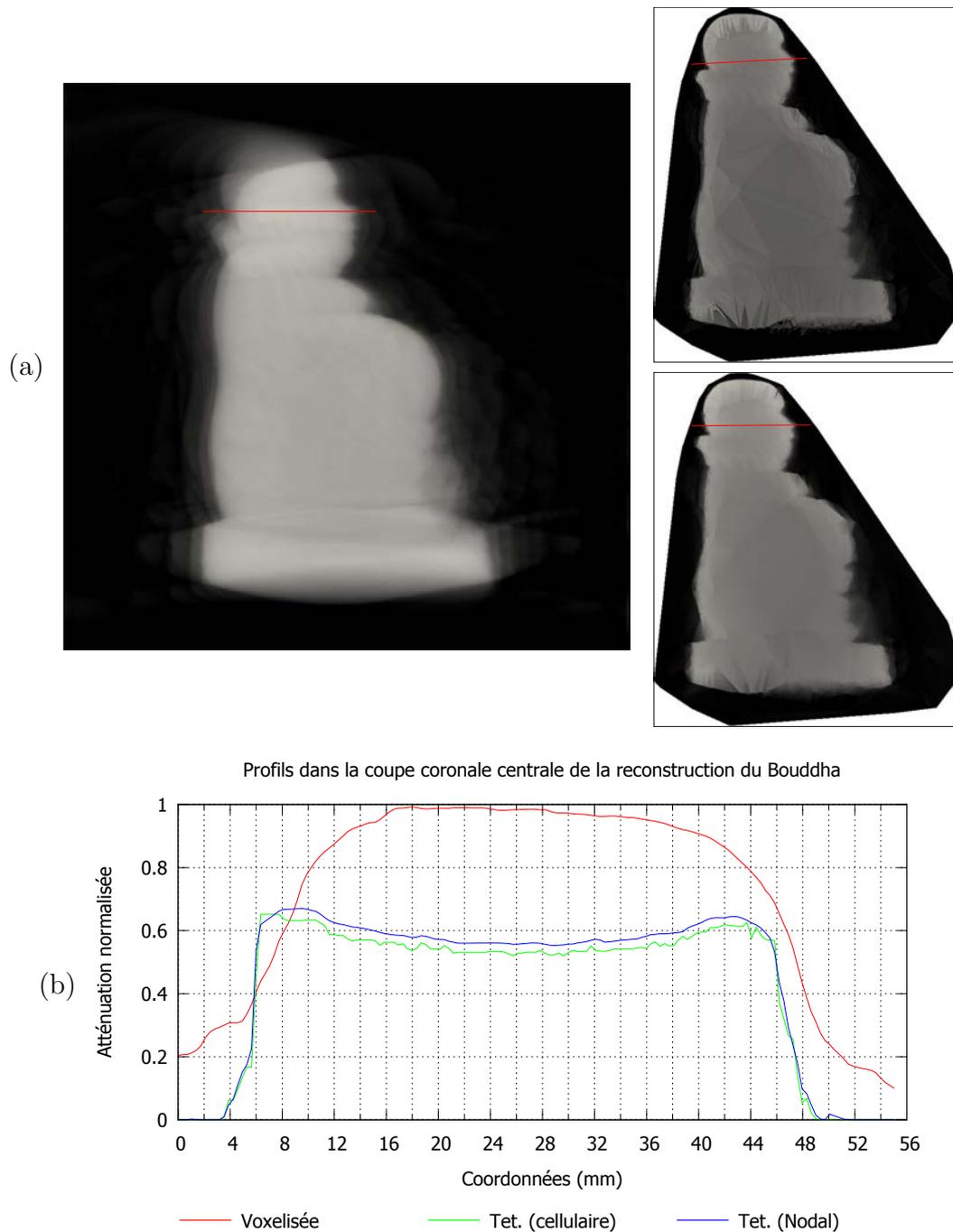


FIGURE 4.9 – Coupe corticale centrale dans la reconstruction de statuette de Bouddha. (a) Reconstruction sur grille voxélisée - gauche - sur maillage à encodage *cellulaire* - droite haut - et *nodal* - droite bas. Comparaison des profils présentés en rouge (b) et vert (c) dans les coupes de reconstruction.

4.4 Conclusions sur l'encodage utilisé

Dans ce Chapitre, nous nous sommes focalisés sur l'impact de l'encodage de l'information d'atténuation et sur deux modèles de projecteurs permettant de modéliser l'interaction entre rayonnement et matière.

En ouverture, la question de l'encodage de l'information sur la représentation maillée a été soulevée. Contrairement à la grille régulière voxelique pour laquelle les valeurs de coefficients d'atténuations ne peuvent être portées que de manière *cellulaire*, la représentation par maillage permet de faire porter ce champ scalaire par les nœuds de la structure. La valeur pour chaque point à l'intérieur de la cellule est alors interpolée depuis les sommets selon le schéma idoine - e.g. interpolation barycentrique.

Pour évaluer l'impact de ces deux modes de représentation, deux versions du projecteur de Siddon ont été implantées : une transposition directe pour l'encodage *cellulaire* et une adaptation prenant en compte l'interpolation pour l'encodage *nodal*. Pour l'ensemble des jeux de données utilisés, il apparaît qu'à algorithmes de reconstruction et nombre d'itérations équivalents, les reconstructions sur maillages adaptés permettent d'obtenir un résultat d'une qualité supérieure à leur contrepartie régulière.

La comparaison entre les deux modalités de reconstruction sur maillage est quant à elle plus difficile. Que l'on considère l'évolution du **RSB** au cours des itérations, les profils sur les projections générées depuis les volumes reconstruits ou encore ceux que nous avons pu extraire directement depuis les volumes reconstruits, les résultats obtenus sont quasiment identiques.

En observant les coupes extraites de ces reconstructions, il est évident que l'encodage nodal, de part l'interpolation réalisée au sein de chaque cellule, permet d'obtenir un rendu plus agréable pour l'interprétation car plus lisse dans les zones homogènes du volume.

Cependant, ce gain se fait au détriment de la meilleure définition des interfaces que permet d'obtenir l'encodage cellulaire. En effet, la qualité de l'échantillonnage obtenue permet d'être assuré de la densité et de la faible taille des cellules aux interfaces des objets composant le volume, assurant ainsi une bonne description de ces frontières pour cet encodage.

Le manque d'homogénéité obtenue pour les reconstructions sur maillage à encodage cellulaire est aussi à mettre en rapport avec l'absence de régularisation dans le schéma itératif utilisé. Les régularisations usuelles - e.g. **TV** - utilisent très souvent le gradient tridimensionnel du champ reconstruit pour pouvoir homogénéiser par région celui-ci - imposant ainsi une vision continue par région du volume. Ce gradient est aisément estimable sur une grille régulière - celle-ci étant généralement alignée sur le repère cartésien de l'espace, il se limite en effet à une différence entre proches voisins - même si son stockage temporaire pose un problème de consommation en mémoire vive. À l'inverse, la représentation irrégulière nécessite de réaliser un calcul beaucoup plus complexe et coûteux - le voisinage n'est en effet pas aligné sur le repère de l'espace et la variation en termes de volume des cellules implique de redéfinir cette notion de gradient.

Par ailleurs, et comme nous l'avons mentionné précédemment, les codes développés dans le cadre de cette thèse pour les opérateurs de projections ont été parallélisés sur GPU mais ne sont absolument pas optimaux. Ceci explique en grande partie les temps de calcul encore trop important pour chaque itération de l'algorithme de reconstruction utilisé. Cependant, des travaux récents portant sur le rendu de maillages tétraédriques de grandes dimensions ([Maximo et al. \[2010\]](#); [Sadowsky et al. \[2005\]](#)) montrent qu'il est possible d'effectuer des opérations de projection de structures bien plus complexes que celles présentées dans ce manuscrit en temps interactif. Ce résultat est obtenu en exploitant au mieux les accélérations matérielles et les structures *software* à disposition sur les GPU actuels et permet d'envisager des reconstructions bien plus efficaces sur les maillages obtenus par notre méthode - et vraisemblablement plus rapides que celles obtenues avec des codes optimisés pour des représentations régulières.

4.5 Références

- Paolo CIGNONI, Massimiliano CORSINI et Guido RANZUGLIA : Meshlab : an open-source 3d mesh processing system. *Ercim news*, 73:45–46, 2008. [97](#), [103](#)
- André MAXIMO, Ricardo MARROQUIM et Ricardo FARIAS : Hardware-assisted projected tetrahedra. In *Computer Graphics Forum*, volume 29, pages 903–912. Wiley Online Library, 2010. [107](#)
- Michele A QUINTO, Dominique HOUZET et Fanny BUYENS : Tetrahedral volume reconstruction in x-ray tomography using gpu architecture. In *Conference on Design and Architectures for Signal and Image Processing (DASIP)*, pages 334–339. IEEE, 2013. [95](#)
- Simon RIT, M Vila OLIVA, Sébastien BROUSMICHE, Rudi LABARBE, David SARRUT et Gregory C SHARP : The reconstruction toolkit (rtk), an open-source cone-beam ct reconstruction toolkit based on the insight toolkit (itk). In *Journal of Physics : Conference Series*, volume 489, page 012079. IOP Publishing, 2014. [96](#)
- Ofri SADOWSKY, Jonathan D COHEN et Russell H TAYLOR : Rendering tetrahedral meshes with higher-order attenuation functions for digital radiograph reconstruction. In *Visualization, 2005. VIS 05. IEEE*, pages 303–310. IEEE, 2005. [107](#)

Chapitre 5

Application de la méthode aux acquisitions réelles

Dans ce chapitre, la méthode complète va être appliquée à des acquisitions réalisées au sein du laboratoire. Les bords des images de projections seront extraits en utilisant le détecteur de Canny automatisé selon la proposition du chapitre 2. Le nuage de points 3D permettant d'obtenir le maillage adapté sera créé en accord avec l'approche détaillée dans le chapitre 3. La reconstruction tomographique finale sera réalisée sur cette grille maillée au moyen d'un schéma itératif classique - **OS-SART** - recourant aux projecteurs adaptés présentés dans le chapitre 4. On traitera dans une première partie le cas d'un piston acquis pour une application de type **CND**. La seconde partie sera consacrée à un jeu de données inscrit dans un contexte médical : un fantôme simplifié lié au projet européen **MEDIATE**.

"Show me a completely smooth operation and I'll show you someone who's covering mistakes. Real boats rock."

Franck Herbert, Chapterhouse

Sommaire

5.1	Acquisition d'un piston métallique	110
5.1.1	Présentation du dispositif d'acquisition	110
5.1.2	Extraction des bords des projections	110
5.1.3	Nuage de points et maillage adapté correspondant	111
5.1.4	Reconstructions sur maillage et base régulière	112
5.2	Acquisition d'une extrémité osseuse avec marqueurs métalliques	116
5.2.1	Présentation du dispositif d'acquisition	116
5.2.2	Extraction des bords des projections	116
5.2.3	Nuage de points et maillage adapté correspondant	117
5.2.4	Reconstructions sur maillage et base régulière	119
5.3	Conclusions	123
5.4	Références	124

5.1 Acquisition d'un piston métallique

Pour ce premier jeu de données, on s'intéresse à un échantillon plus représentatif d'une application de type **CND**. L'objet d'étude est un piston de longueur maximale $82mm$ et de diamètre maximal $78mm$. L'échantillon est constitué d'un alliage métallique dont la composition exacte nous est inconnue.

La mise en place du banc expérimental et l'acquisition des projections ont été réalisés par David Tisseur et Marius Costin que nous tenons à remercier pour la mise à disposition de ces données.

5.1.1 Présentation du dispositif d'acquisition

Pour cette acquisition, l'objet est placé à $827mm$ de la source de rayonnement et à $236mm$ du détecteur.

La source d'émission est un générateur de marque Yxlon dont la tension d'alimentation est fixée à $225kV$ et l'ampérage à $0.8mA$. Pour obtenir une meilleure qualité d'image, ce faisceau est filtré au moyen d'une épaisseur de $6mm$ de cuivre.

Les images de projections sont acquises en utilisant un détecteur PerkinElmer XRD 1621 (**PerkinElmer**) de type *flat panel*. Pour cette acquisition, ce dernier est utilisé en mode *binning*, fournissant ainsi des projections de 1024^2 pixels d'une taille de $400\mu m$. La Figure 5.1 présente deux exemples de projections issues de cette acquisition.

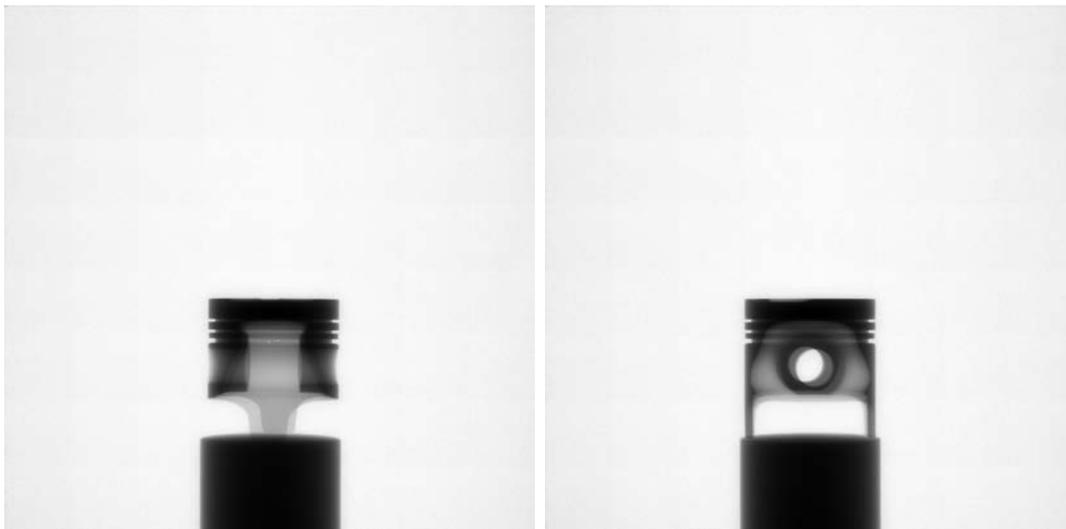


FIGURE 5.1 – Exemple de deux projections extraites des acquisitions du piston métallique. Les niveaux de gris correspondent à l'échelle d'atténuation normalisée I/I_0 .

5.1.2 Extraction des bords des projections

Pour ce cas d'application, les projections à disposition sont de dimensions assez importantes pour utiliser, dans la phase de détection de bords, des filtres d'une ouverture de 5 pixels.

Comme on peut le voir sur ces projections - Figure 5.1 - l'objet d'intérêt représente une région non majoritaire de l'image acquise. Le volume englobant l'objet donne naissance à une très grande zone homogène pour laquelle les gradients seront quasiment nuls - voir Figure 5.2(a). Par conséquent, on peut considérer que la faible proportion de bords dans les projections ne corrompra pas l'estimation du paramètre d'échelle caractérisant

la distribution Exponentielle modélisant les données. Cette estimation est donc réalisée sans recourir à la méthode de *censure à droite*.

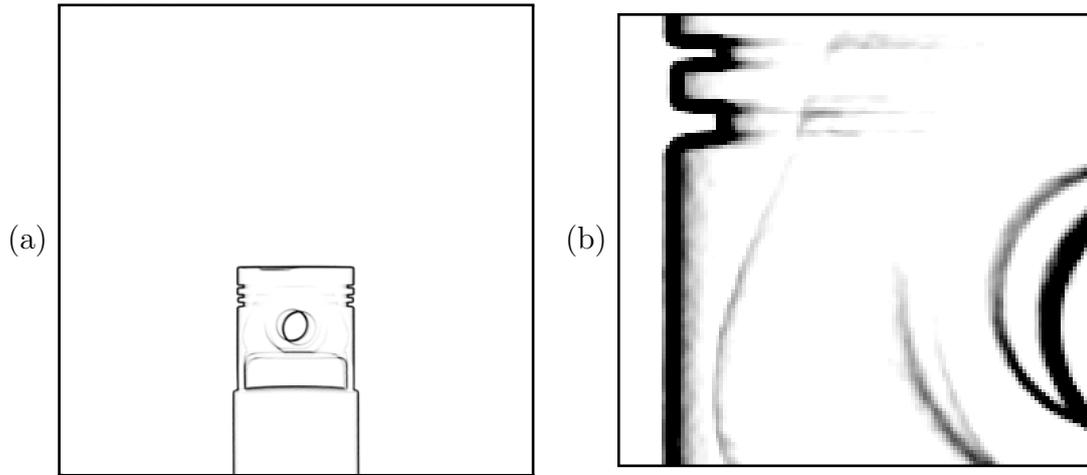


FIGURE 5.2 – (a) Cartographie des gradients au carré d’une projection du piston. Cette image est en LUT inversée : les gradients les plus forts se trouvent aux pixels les plus proches du noir. (b) Zoom sur une zone de l’image : les interfaces internes de l’objets sont caractérisées par des gradients plus faibles mais perceptibles NB : Les bords de ces images ont été ajoutés afin de figurer les limites des projections correspondantes.

Le piston est réalisé dans un alliage lui conférant une bonne homogénéité et, comme on peut le voir sur les projections présentées en Figure 5.1, les bords présents dans les projections sont visuellement nets. Par conséquent, on peut utiliser des niveaux de tests sélectifs dans le choix des seuils du filtre de Canny. Nous fixons donc

$$\alpha_l = 1\% \text{ et } \alpha_h = 0.1\% . \quad (5.1)$$

N’ayant pas accès à la vérité terrain des bords représentant l’information structurelle des projections 2D, nous ne pouvons pas recourir à un critère de qualité représentatif de l’extraction réalisée. Cependant, en considérant l’exemple présenté en Figure 5.3, les bords détectés fournissent une description visuellement satisfaisante des interfaces les plus caractéristiques de l’objet. On retrouve les rainures présentes sur la partie supérieure de l’objet ainsi que des cercles de faibles dimensions correspondant à des lumières dans les parois.

5.1.3 Nuage de points et maillage adapté correspondant

Pour construire la discrétisation maillée, nous utilisons un ensemble de 30 cartes de bords équi-réparties sur le secteur angulaire d’acquisition $[0, 2\pi]$. La rétro-projection est effectuée sur une grille voxelique de 512^3 cellules et le nuage de points obtenu avec la méthode de filtrage simple aux niveaux de sélectivité

$$\alpha_P = \alpha_{ZTP} = 10^{-3}.$$

Deux coupes centrales du maillage bâti sur ce nuage - frontale et sagittale - sont présentées en Figure 5.4. Sur celles-ci les zones d’espace correspondant au piston, au support sur lequel il est posé et au volume englobant sont clairement identifiables. On distingue par ailleurs les différentes parties de l’objet sur ces coupes et plus particulièrement les alésages du logement d’axe - cercle au centre de la coupe frontale Figure 5.4(a).

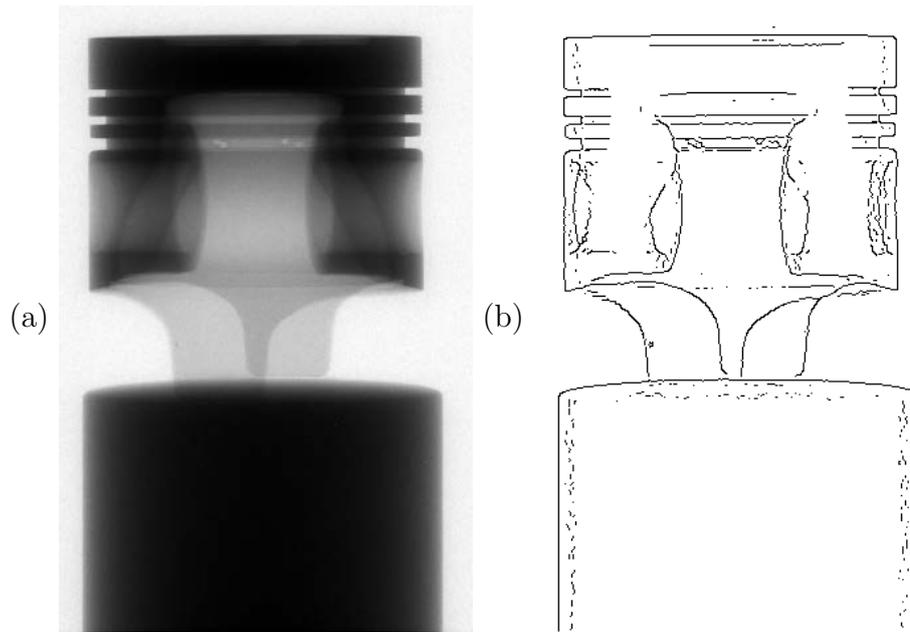


FIGURE 5.3 – (a) Projection du piston et carte de bords correspondante (b).

Ce maillage est composé de 1 810 513 cellules et représente une taille de 46 (resp. 51) Mo sur disque en fonction pour un encodage *nodal* (resp. *cellulaire*) du champ d'atténuation. Sur notre configuration de test, il a été obtenu en 43s - traitement des projections compris.

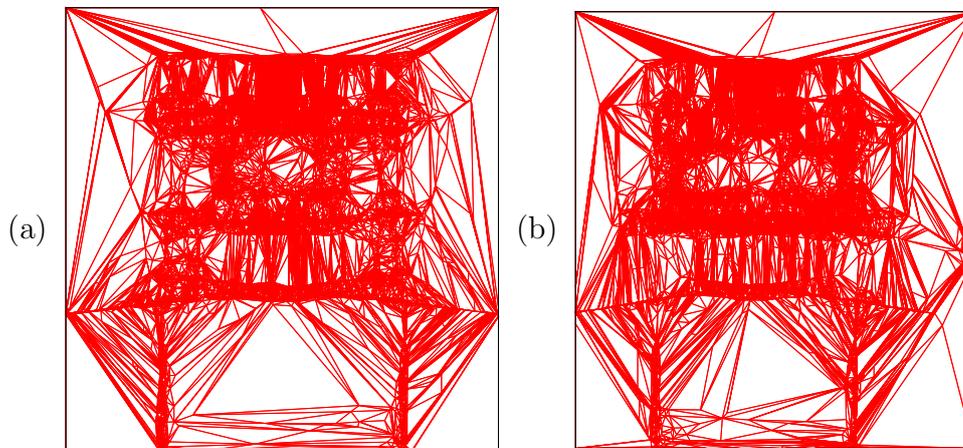


FIGURE 5.4 – Coupes centrales frontale (a) et sagittale (b) dans le maillage adapté obtenu pour le piston en utilisant la méthode de filtrage simple avec grille de rétroprojection de $L = 512^3$ voxels et les niveaux de sélectivité $\alpha_P = \alpha_{ZTP} = 10^{-3}$.

5.1.4 Reconstructions sur maillage et base régulière

La reconstruction du piston métallique est effectuée sur le maillage présenté en section précédente - en utilisant un encodage nodal et cellulaire - et sur une grille régulière de $L = 512^3$ voxels.

Nous utilisons pour ce faire le même jeu de données que pour la construction du maillage et un OS-SART à 6 *subsets*. Après sept itérations, les qualités de reconstruction sont respectivement de 22.6dB pour le maillage à encodage cellulaire et de 21.9dB pour

l'encodage nodal. La reconstruction voxélisée, atteint quant à elle $19dB$. Comme pour les résultats présentés sur les simulations au chapitre 4, les reconstructions sur les représentations adaptées obtiennent de meilleures qualités que leur contrepartie usuelle.

En s'intéressant à la coupe verticale - prise à la hauteur $Z = 10mm$ - il apparaît que le résultat obtenu par les trois méthodes permet d'obtenir une bonne description des structures fines du piston - voir Figure 5.5.

En s'intéressant en particulier aux profils rouges, figurés sur ces coupes, le contraste entre l'intérieur de l'objet et le volume englobant est plus prononcé pour les reconstructions maillées. Les deux interfaces sont centrées autour de coordonnées très proches pour les deux représentations : $40mm$ (resp. $42mm$) et $112mm$ pour les reconstructions maillées (resp. voxelique).

Pour une atténuation normalisée de 16% (resp. 12%) les épaisseurs de parois sont estimées à $5.5mm$ (resp. $4mm$) sur les reconstructions par maillage (resp. voxel) - voir Figure 5.5(c). Ces distances sont évaluées en considérant la distance entre les deux points du profils délimitant les premiers passages au dessus et en dessous de la valeur d'atténuation considérée. La mesure sur la pièce - réalisée au pied à coulisse - permet d'estimer cette épaisseur à $5mm$. La représentation adaptée semble ainsi être en meilleure adéquation avec la réalité.

En s'intéressant à la coupe à hauteur $Z = 40mm$ - Figure 5.6(a) - les artefacts présents dans la reconstruction voxélisée sont bien plus apparents - on peut aussi en noter certains sur les reconstructions maillées mais de moindre portée. Les bords apparaissent toujours plus nets en utilisant les échantillonnages adaptés. En particulier, les transitions trop douces de la reconstruction usuelle, visibles sur le profil central Figure 5.6(b), créent une zone d'incertitude de plus de $10mm$ sur la localisation d'une paroi dont l'épaisseur est elle-même inférieure à cette distance.

Si on considère le profil au niveau de l'alésage du logement d'axe en Figure 5.6(c), le vide d'alésage est caractérisé par les transitions franches et le passage par une valeur nulle au centre du profil. Le diamètre de ce dernier peut ainsi être estimé à $22mm$ pour la reconstruction *nodale* sur maillage ($23mm$ pour celle *cellulaire*) alors que ce même problème de transition douce pousse cette distance à $26mm$ pour la représentation par voxel. La mesure sur pièce est de $22mm$: l'accord entre reconstruction et réalité favorise là-aussi la discrétisation par une base adaptée.

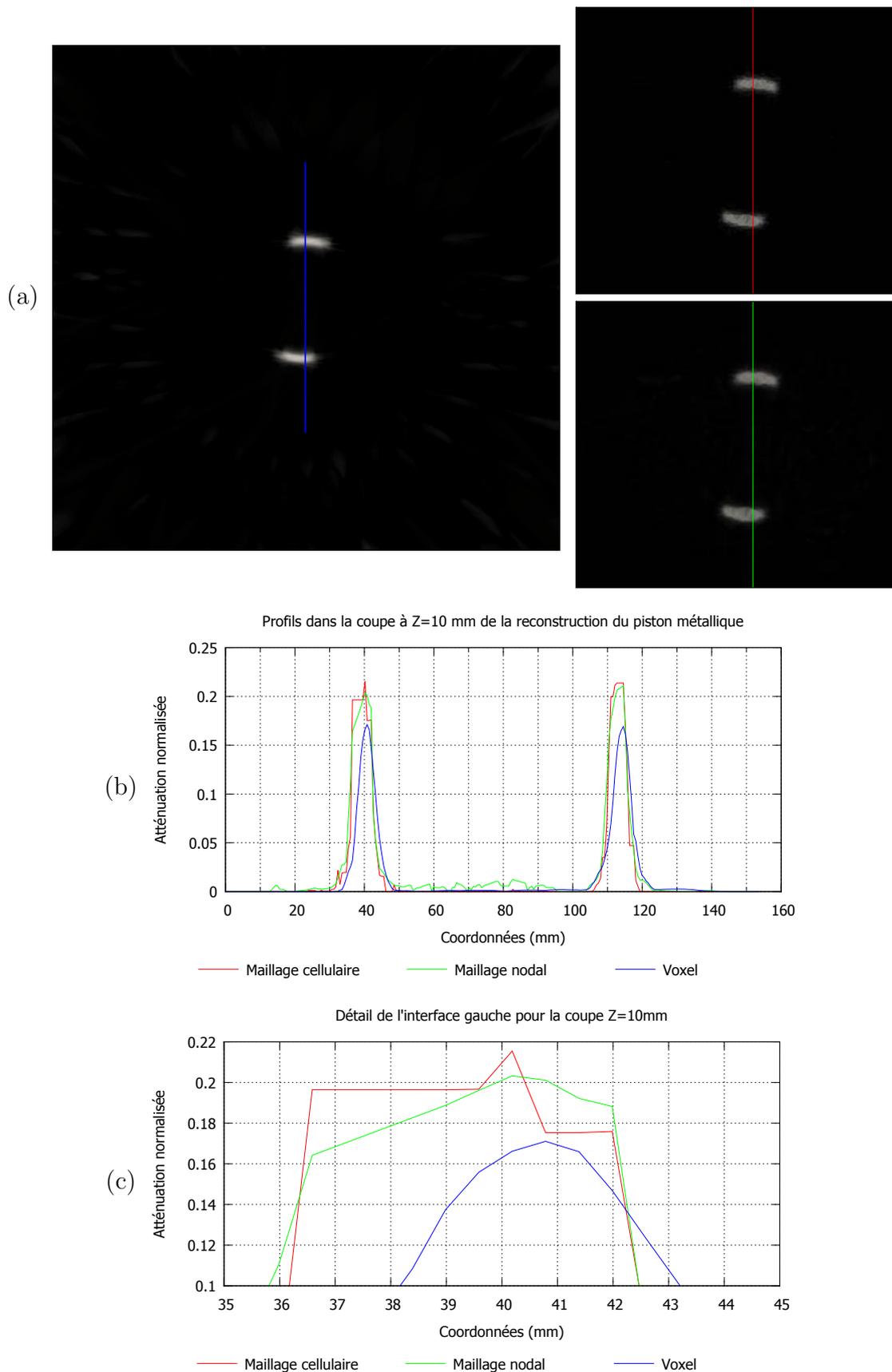


FIGURE 5.5 – Coupes de reconstruction à $Z = 10$ mm. (a) Gauche : Reconstruction sur grille voxelisée. Contrairement à notre méthode, la reconstruction n'est pas limitée à la boîte englobante minimale de l'objet. Droite : reconstruction sur maillage à encodage *cellulaire* - haut - et *nodal* - bas. (b) Comparaison des profils présentés en rouge dans les coupes en (a). (c) Zoom sur le profil correspondant à la paroi gauche de l'objet.

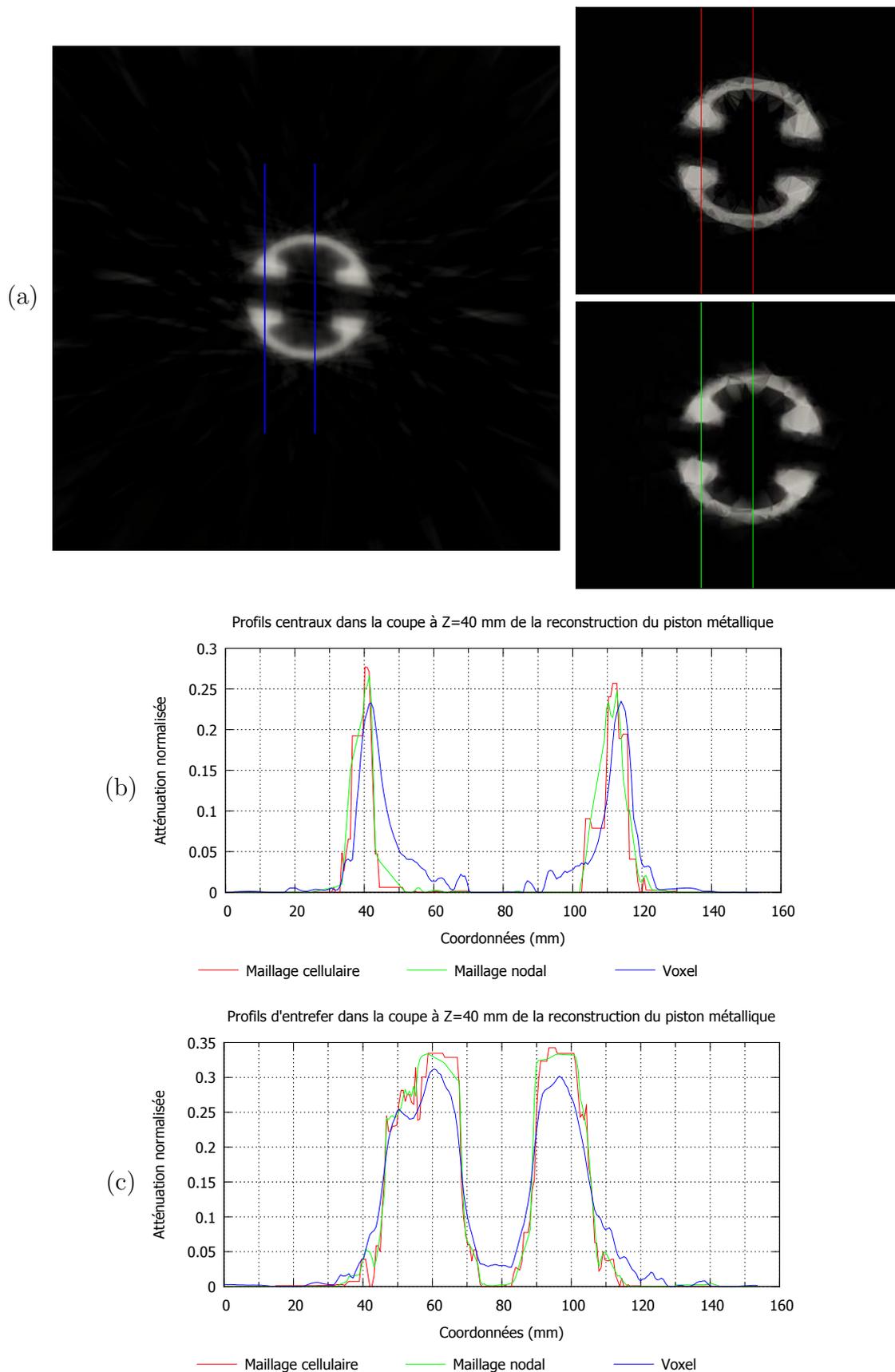


FIGURE 5.6 – Coupes de reconstruction à $Z = 40$ mm. (a) Gauche : Reconstruction sur grille voxelisée. Contrairement à notre méthode, la reconstruction n'est pas limitée à la boîte englobante minimale de l'objet. Droite : reconstruction sur maillage à encodage *cellulaire* - haut - et nodal - bas. Comparaison des profils centraux (b) et d'entrefer (c) extraits des coupes de reconstruction.

5.2 Acquisition d'une extrémité osseuse avec marqueurs métalliques

Comme second jeu de données, nous sélectionnons des données issues d'expérimentations réalisées dans le cadre du projet MEDiate - voir section 2.3.2.

L'échantillon utilisé est composé d'une extrémité osseuse de radius dans lequel ont été insérées quatre tiges et de six billes métalliques. L'ensemble est placé dans un récipient rempli d'eau pour émuler les tissus mous du bras. Dans le cadre de ce projet, les tiges correspondent à celles utilisées au cours de l'ostéotomie - peropératoire - et les billes sont utilisées comme repères pour le recalage avec les images préopératoires. Nous remercions ici Marius Costin pour la réalisation et la mise à disposition de ces données d'acquisition.

Pour cet échantillon, nous cherchons notamment à évaluer l'intérêt potentiel de la représentation adaptée vis-à-vis des problématiques d'artefacts métalliques.

5.2.1 Présentation du dispositif d'acquisition

Pour cette acquisition, l'objet est placé dans un récipient d'eau à $350mm$ de la source de rayonnement et à $520mm$ du détecteur.

Le générateur utilisé est un générateur Yxlon alimenté avec une tension de $150kV$ et une intensité de $0.5mA$.

Comme pour l'étude du piston métallique, les données sont acquises au moyen du détecteur PerkinElmer XRD 1621, fournissant des projections de 1024^2 pixels de taille $400\mu m$. La Figure 5.1 présente deux exemples de projections issues de cette acquisition.

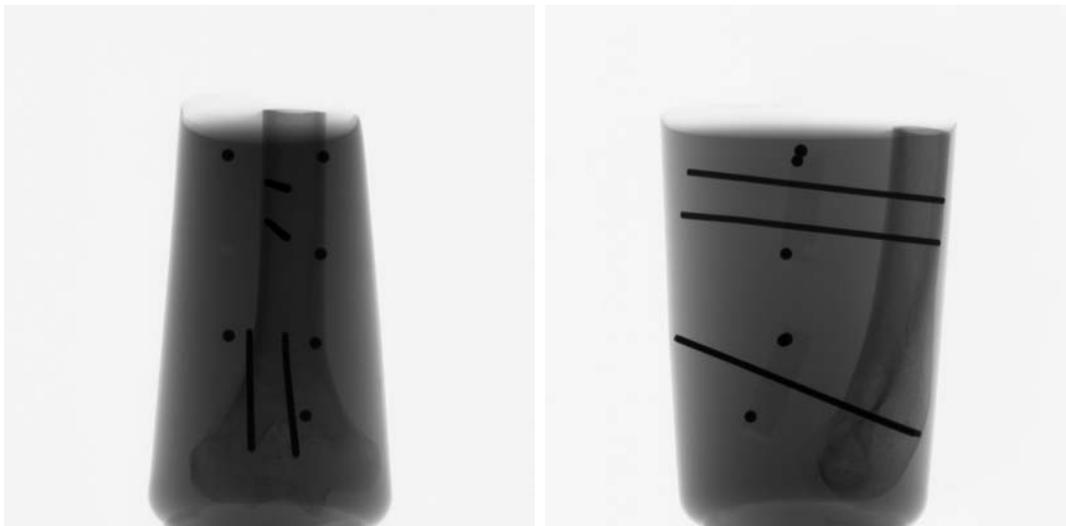


FIGURE 5.7 – Exemple de deux projections extraites des acquisitions de l'extrémité osseuse

5.2.2 Extraction des bords des projections

Comme pour le cas d'étude précédent, les projections sont de dimensions suffisantes pour utiliser une ouverture de filtre de 5 pixels.

On observe sur la cartographie des carrés des gradients des projections que les bords internes de l'objet d'étude sont caractérisés par des normes nettement plus faibles que

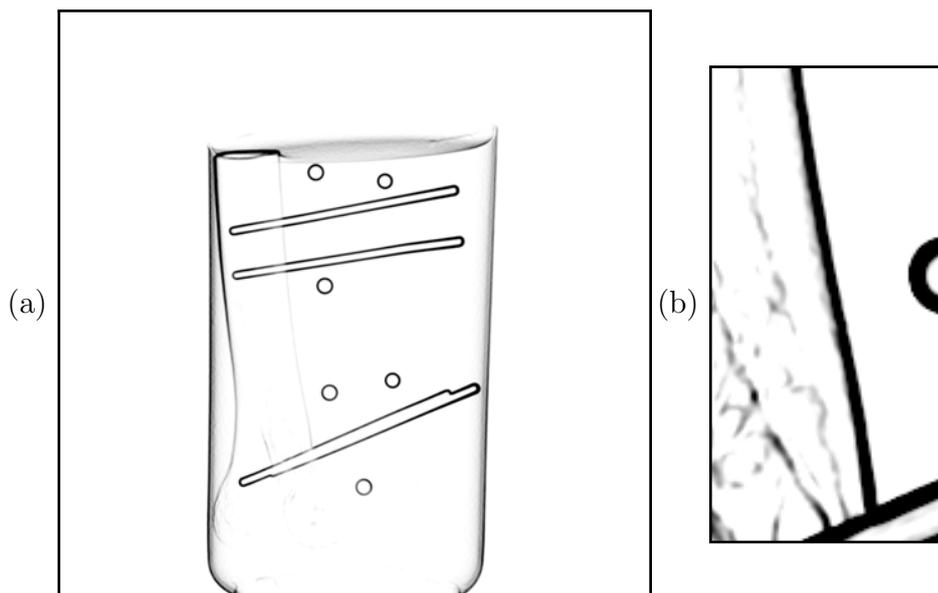


FIGURE 5.8 – (a) Cartographie des gradients au carré d'une projection de l'extrémité osseuse.(b) Zoom sur une zone de l'image : les interfaces internes de l'objets sont caractérisées par des gradients plus faibles mais perceptibles.

celles caractérisant l'interface récipient/air - voir Figure 5.8. En se focalisant sur la zone interne au récipient, ceux-ci redeviennent perceptibles. Par ailleurs, l'objet occupe cette fois la majorité de l'image de projection. On procède donc par la méthode de *censure à droite* pour estimer le paramètre de la distribution exponentielle modèle.

Le récipient utilisé pour cette étude possédant une forme courbe et, du fait de la présence d'eau, ceci génère un faible gradient dans les zones de projections normalement homogènes. Afin de ne pas obtenir une sur-détection liée à ce phénomène, nous choisissons d'utiliser encore une fois des niveaux sélectifs

$$\alpha_l = 1\% \text{ et } \alpha_h = 0.1\% . \quad (5.2)$$

Comme dans l'application précédente, à défaut d'avoir à disposition une référence des interfaces présentes dans les données de projection, l'exemple de segmentation présenté en Figure 5.9 permet d'évaluer visuellement la pertinence de l'extraction réalisée. Malgré le haut niveau de sélectivité utilisé, on observe qu'en plus des interfaces principales, les structures découlant du faible gradient mentionné précédemment ont été détectées.

5.2.3 Nuage de points et maillage adapté correspondant

Pour cet objet d'étude, le jeu de données est composé de 30 cartes de bords. La grille voxelique de rétroprojection est composée de 512^3 cellules et les niveaux de sélectivité fixés pour l'obtention du nuage de points à

$$\alpha_P = \alpha_{ZTP} = 10^{-3}.$$

La Figure 5.10 présente deux coupes sagittales à des profondeurs différentes de l'extrémité osseuse. On peut voir sur celles-ci que les parties métalliques - inserts linéaires ou billes - servant de marqueurs sont discrétisées avec précisions et au moyen d'une très

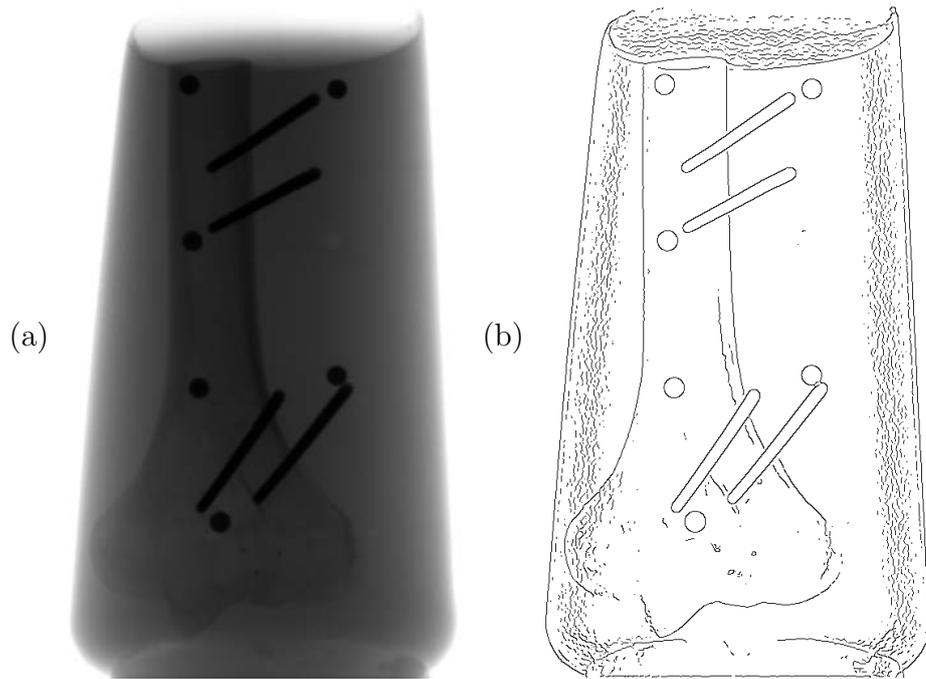


FIGURE 5.9 – (a) Exemple de projection de l'extrémité osseuse et carte de bords correspondante (b).

forte densité de nœuds. La coupe excentrée - Figure 5.10(b) - permet de distinguer le profil de l'os mais sur le plan central - Figure 5.10(a) - on remarque qu'une partie de l'interface douce à l'arrière de l'os est cependant perdue.

Ce maillage est composé de 3 106 130 cellules et représente une taille de 78.6 (resp. 88.5) Mo sur disque pour un encodage *nodal* (resp. *cellulaire*) du champ d'atténuation. Sur notre configuration de test, il a été obtenu en 62s - traitement des projections compris.

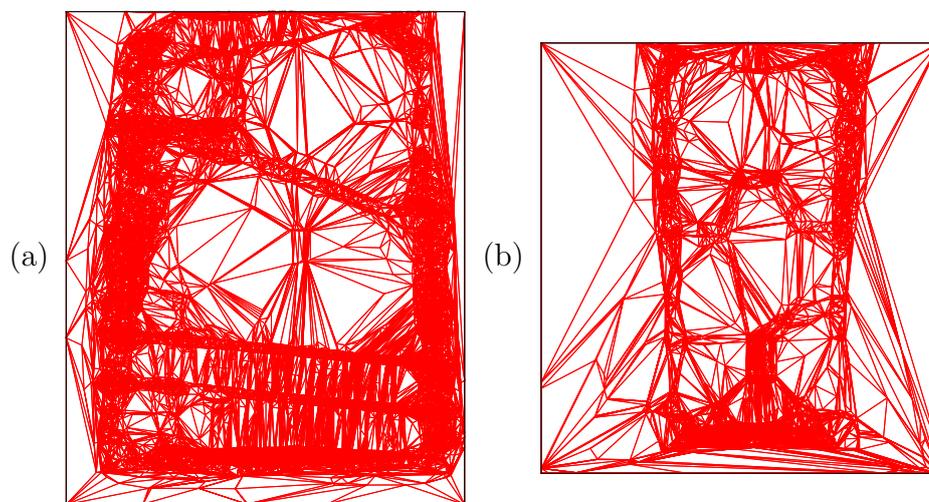


FIGURE 5.10 – Coupes saggittale centrale (a) et plus excentrée (b) dans le maillage adapté obtenu pour l'extrémité osseuse en utilisant la méthode de filtrage simple avec une grille de rétroprojection de 512^3 voxels et les niveaux de sélectivité $\alpha_P = \alpha_{ZTP} = 10^{-3}$.

5.2.4 Reconstructions sur maillage et base régulière

Dans cette section, n'ayant pas à disposition une vérité terrain numérique représentant le fantôme utilisé, nos interprétations concernant l'impact de la discrétisation utilisée sur les artefacts métalliques seront basées sur des analyses visuelles et des comparaisons de profils issus de ces reconstructions.

Comme dans le cas du piston précédemment étudié, nous comparons ici les reconstructions sur bases adaptées et sur grille régulière. Le maillage utilisé correspond à celui présenté en section précédente. La grille régulière est composée de $L = 512^3$ voxels. Les reconstructions sont opérées par OS-SART à 6 *subsets*. La reconstruction est stoppée au bout de cinq itérations - le critère de qualité stagne à partir de cette étape. Les qualités de reconstruction obtenues sont respectivement de $17.3dB$ pour le maillage à encodage cellulaire et de $17dB$ pour l'encodage nodal. La reconstruction voxélisée, parvient quant à elle à $15.1dB$. Comme pour les résultats présentés sur les simulations au chapitre 4, les reconstructions sur les représentations adaptées obtiennent de meilleures qualités que leur contrepartie usuelle.

On considère dans un premier temps les coupes coronales centrales présentées en Figure 5.11(a-c). Les artefacts métalliques sont manifestes dans la reconstruction sur grille régulière. Autour de l'ensemble des inserts métalliques, on distingue des motifs étoilés représentatifs des traînées de rétroprojection de ces inserts.

Ce problème semble largement atténué dans les reconstructions sur maillages adaptés. Même si la zone autour des deux inserts bas semble perturbée - présence de mailles inutiles dans des zones homogènes et estimation non satisfaisante des coefficients d'absorption associés - la forme des broches de métal est bien définie et les artefacts visuellement non perceptibles. Par *bien définie*, on entend ici que, contrairement à la reconstruction voxélisée, on n'observe pas d'étalement lié aux artefacts métalliques. À l'inverse, pour toutes les représentations, les deux inserts supérieurs semblent dilatés par la reconstruction.

En particulier, en considérant le profil de la Figure 5.11(d), le constat fait sur la réduction des artefacts est renforcé par la meilleure homogénéité des zones hors inserts pour les reconstructions sur maillage ainsi que par les transitions plus franches permettant la meilleure délimitation de ces mêmes inserts.

L'impact de la discrétisation sur ces artefacts métalliques est encore plus parlant lorsqu'on s'intéresse aux coupes sagittales centrales de la Figure 5.12(a-c).

Pour les deux inserts supérieurs, la reconstruction voxélisée présente des artefacts métalliques en forme de croix là où les reconstructions sur maillage obtiennent des représentations précises de ces broches. Il en va de même pour l'insert inférieur : les reconstructions sur maillages présentent une description précise de la partie métallique, jointe à une bonne homogénéité des zones homogènes autour de celle-ci. À l'inverse, la discrétisation régulière souffre encore une fois d'un artefact métallique en croix et de plusieurs autres issus des marqueurs sphériques présents à d'autres emplacements du volume de reconstruction.

En revanche, même si la discrétisation maillée permet d'obtenir conjointement une bonne représentation des parties métalliques du volume et de l'os, on observe que celle-ci n'est pas parvenue à échantillonner une partie de la surface osseuse arrière. Ce manquement est dû à la phase de création du maillage mais se reflète sur le résultat de construc-

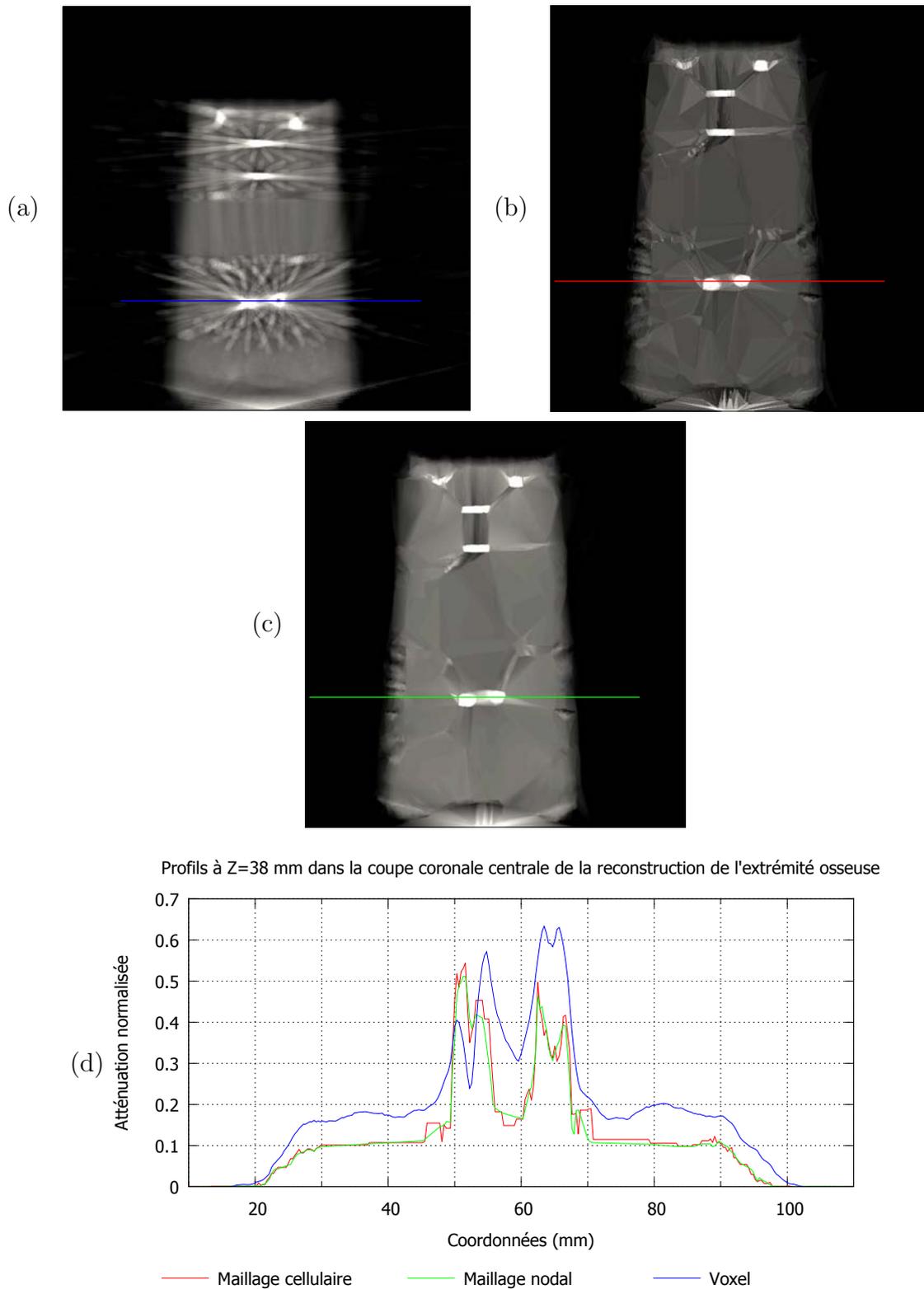
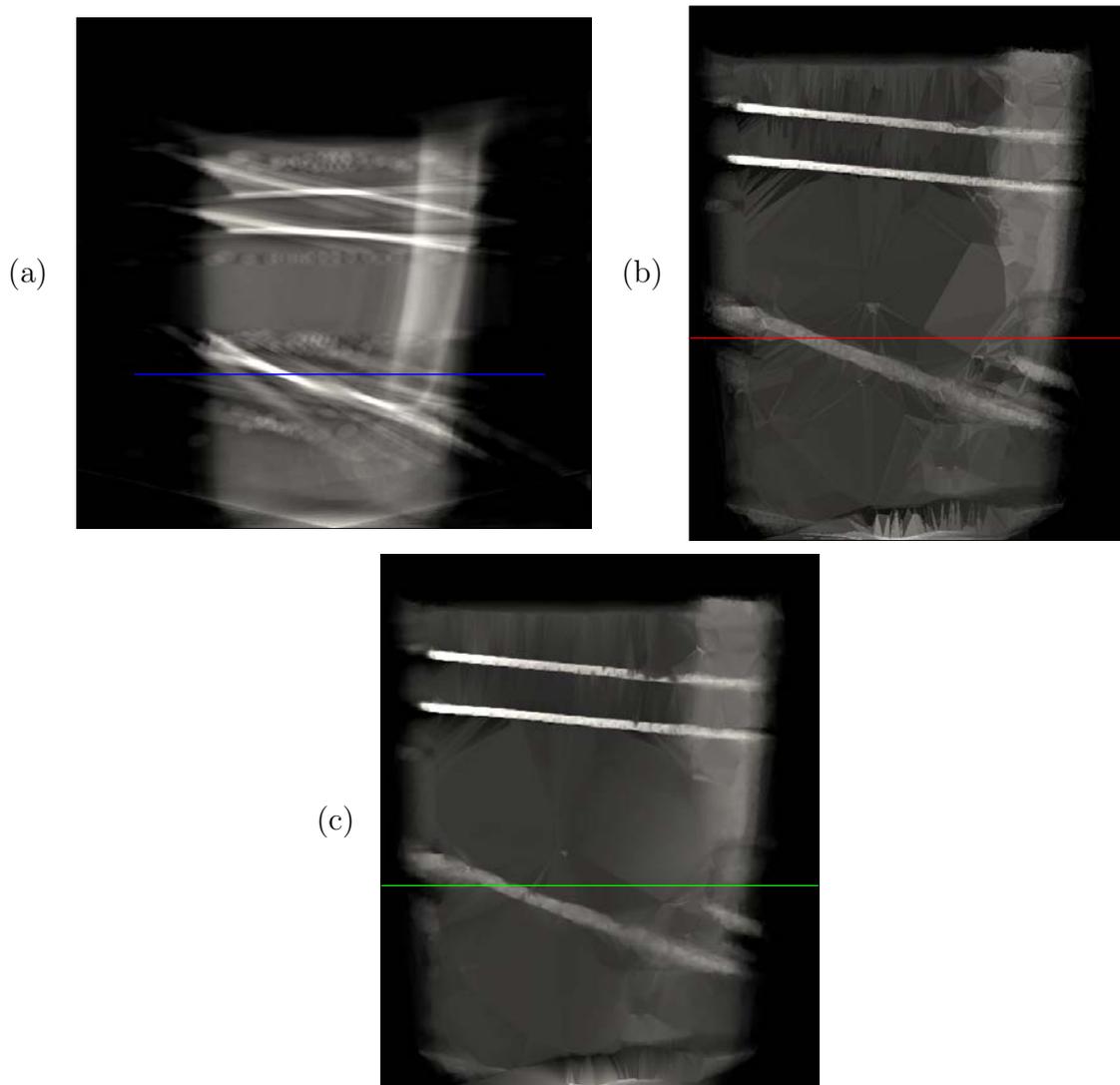


FIGURE 5.11 – Coupes coronales centrales dans les reconstructions 3D du fantôme osseux avec marqueurs métalliques. (a) Grille voxelisée. (b) Maillage à encodage *cellulaire*. (c) Maillage à encodage *nodal*. (d) Tracés des profils extraits des coupes précédentes.

tion. Dans la zone concernée, la discrétisation sur grille régulière obtient une meilleure adéquation avec le volume réel.

Par ailleurs, en considérant les tracés présentés en Figure 5.12(d), la meilleure homogénéité en dehors de l'insert métallique est confirmée par la présence de plateaux plus stables sur les profils issus des reconstructions maillées. Il est cependant notable que le contraste obtenu au niveau de l'insert est plus important pour la reconstruction sur grille régulière.



Profils à Z=32 mm dans la coupe sagittale centrale de la reconstruction de l'extrémité osseuse

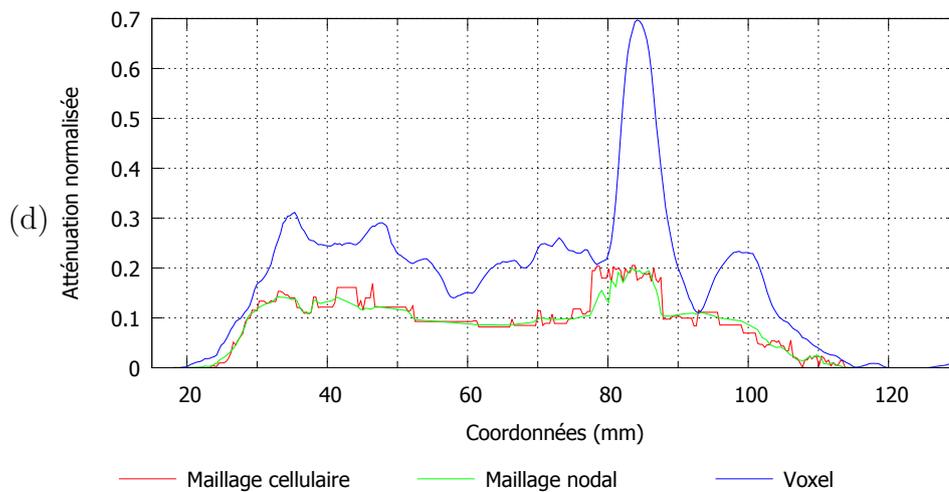


FIGURE 5.12 – Coupes sagittales centrales dans les reconstructions 3D du fantôme osseux avec marqueurs métalliques. (a) Grille voxelisée. (b) Maillage à encodage *cellulaire*. (c) Maillage à encodage *nodal*. (d) Tracés des profils extraits des coupes précédentes.

5.3 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons confronté nos méthodes de reconstructions 3D à des jeux de données issus d'acquisitions réalisées au sein du laboratoire. Pour illustrer les deux pendants applicatifs de la reconstruction tomographique par rayons X, nous avons sélectionné des données représentant des problématiques de types **CND** et médicales.

D'un point de vue général, les reconstructions obtenues confirment les conclusions tirées aux chapitres 3 et 4 en utilisant des données de simulation. Les maillages adaptés obtenus - en un faible temps de calcul - par notre méthode permettent, pour ces deux applications, d'obtenir de bonnes performances de compression tant en termes de nombre de cellules que d'empreinte mémoire du volume reconstruit. Que ce soit pour un encodage *cellulaire* ou *nodal*, les qualités de reconstructions obtenues, demeurent supérieures à leur contrepartie voxélisée - lorsqu'on considère le **RSB** obtenu à nombre d'itération identique et pour un même paramétrage d'**OS-SART**. Cette conclusion porte évidemment sur l'ensemble des données de projections que nous avons pu traiter lors de ce travail de thèse. Elle ne saurait être généralisée à tout type d'objet - notamment à des échantillons dont les projections se révéleraient beaucoup plus texturées que les exemples présentés.

Pour l'application **CND** l'objet choisi est un piston métallique. Nous avons choisi d'évaluer l'intérêt potentiel des discrétisations adaptées au travers de considérations métrologiques. En effet, si la discrétisation est en accord avec la structure de l'objet, on est en droit de s'attendre à une meilleure adéquation lorsqu'on compare des mesures réalisées sur reconstruction maillée et cotes relevées sur l'objet que lorsqu'on utilise une grille régulière usuelle. Cette attente a pu être vérifiée en comparant plusieurs cotes mesurées sur l'objet aux distances équivalentes évaluées sur les reconstructions obtenues.

Pour l'application médicale, nous avons utilisé une extrémité osseuse avec des inserts métalliques plongée dans un récipient d'eau. Pour cette étude, nous nous sommes intéressés à l'intérêt que pouvait présenter la discrétisation adaptée vis-à-vis des problèmes d'artefacts métalliques. Ces artefacts sont en effet couramment rencontrés en imagerie médicale, du fait de la présence de prothèses sur le patient imagé - ou de plombage lorsqu'on s'intéresse à l'imagerie dentaire.

Aux vues des résultats obtenus, il semble que l'utilisation d'une représentation adaptée peut permettre d'obtenir une limitation de ce phénomène d'artefact - et ce, sans qu'aucune autre correction ne soit appliquée sur le sinogramme. En utilisant une discrétisation adaptée, on peut considérer que la structure du maillage va contraindre la reconstruction tomographique. En d'autres termes, l'information d'absorption estimée va être concentrée dans les régions denses du maillage. Cette concentration pourrait expliquer la réduction des artefacts métalliques formant des traînées dans des zones normalement homogènes du volume de reconstruction.

Les coupes présentées ont en effet montré une meilleure délimitation des marqueurs placés dans le volume, de l'extrémité osseuse, ainsi qu'une réduction importante des artefacts visibles lorsqu'on utilise une grille régulière. Cependant, malgré ces meilleures performances, le phénomène d'artefact métallique semble perturber la création du maillage - génération de mailles inutiles et difficultés d'échantillonner des interfaces

douces proches des parties métalliques. La qualité de reconstruction finale est ainsi diminuée par ces perturbations.

5.4 Références

PERKINELMER : Perkinelmer xrd 1621 flat panel x-ray detectors. URL <http://www.perkinelmer.com/imaging-components/detectors/xrd-a-si/1621-xn.html>.

110

Conclusions et Perspectives

"After ten standard months I was done, acknowledging the ancient aphorism to the effect that no book or poem is ever finished, merely abandoned."

Dan Simmons, Hyperion

Conclusions

Avant de dresser un bilan des travaux présentés dans ce manuscrit, nous commençons par un bref résumé des thématiques traitées dans chacun des chapitres le composant.

Résumé des sujets abordés

Dans le premier chapitre, consacré à l'état de l'art, nous avons rappelé le contexte de ces travaux et présenté, en particulier, les discrétisations et méthodes de reconstruction usuellement utilisées en imagerie tomographique 3D par rayons X. Il a ainsi été rappelé que chacune des deux grandes familles de méthodes de reconstruction possédait ses forces et faiblesses : les approches dites *analytiques* garantissant des reconstructions de bonne qualité, calculatoirement efficace au prix de l'utilisation d'un large nombre de projections ; les algorithmes dits *itératifs* permettant de travailler dans un contexte d'acquisition plus flexible (notamment, avec des jeux de données incomplets) au prix d'un coût calculatoire élevé. Afin de répondre à la contrainte de reconstruction au moyen d'un faible nombre de projections, nous avons donc choisi de recourir à des approches itératives.

La charge de calcul associée à ces approches étant intimement liée aux dimensions - en termes de nombre de cellules - de la discrétisation utilisée, nous avons ensuite considéré les différentes bases de représentation pouvant être utilisées. Le *gold standard* en tomographie demeure la base voxelique régulière mais d'autres propositions s'intéressent à l'utilisation de discrétisations irrégulières - structures hiérarchiques, fonctions de base radiales anisotropes ou maillage - pour parvenir à une qualité égale de représentation pour un plus faible nombre de cellules. La proposition présentée dans ce manuscrit opte pour la discrétisation par maillage pour sa versatilité et sa capacité à décrire des structures complexes pour un nombre de cellules raisonnable.

Désirant obtenir cette discrétisation directement depuis les données acquises, nous avons introduit l'idée sur laquelle repose toute la méthode présentée dans ce manuscrit : en exploitant la structure 2D présente dans les projections du volume, il est

possible de reconstruire les interfaces 3D caractéristiques de celui-ci ; fournissant en cela l'échantillonnage recherché.

Le second chapitre de ce manuscrit s'est ainsi focalisé sur l'extraction de bords dans des images bidimensionnelles. L'étude de la littérature nous a permis de classer les approches proposées en quatre familles. Aux vues des contraintes de temps de calcul et de précision que nous nous étions fixées, notre choix s'est porté sur le détecteur de bords de Canny. Malgré son statut de *gold standard* parmi les méthodes *par filtre*, le choix de seuils qu'il impose demeure non trivial et nécessite une automatisation pour obtenir la propriété souhaitable d'opérateur-indépendance - ou tout du moins la minimisation de son influence.

En proposant un modèle statistique des gradients au carré des zones homogènes l'image - sous la forme d'une loi exponentielle - nous avons montré qu'il était possible de standardiser ce choix de seuils. Les bords recherchés peuvent ainsi être caractérisés comme valeurs extrêmes du modèle de zones homogènes. Les seuils adaptés sont ainsi sélectionnés comme bornes supérieures de l'intervalle de dispersion du niveau adéquat $(1-\alpha)$. Le paramètre α est lui même choisi parmi quatre candidats standards issus de la Théorie des Tests.

L'hypothèse de base reposant sur la nature homogène de l'image modélisée, nous avons par ailleurs étudié l'estimation pertinente du paramètre η de la distribution modèle de l'image des gradients que l'on peut considérer corrompue par la présence de bords. L'estimateur le plus pertinent est dans ce contexte celui par *censure à droite*.

L'application de la méthode sur des données optiques nous a permis de valider la pertinence de la standardisation réalisée et sa haute robustesse au bruit présent dans les images. Le traitement de données issues d'acquisitions du laboratoire a ensuite permis d'observer visuellement sa pertinence pour l'extraction de bords dans les radiographies 2D nécessaires à la création des maillages adaptés 3D.

L'utilisation des segmentations 2D et le schéma d'obtention du maillage 3D était au cœur du troisième Chapitre. Par simple rétroprojection des cartes de bords dans une grille régulière voxélisée 3D, suivie d'un filtrage statistique du volume obtenu, nous avons montré qu'il était possible d'obtenir un nuage de points échantillonnant les différentes interfaces des objets imagés.

L'étape de filtrage repose sur la modélisation du volume comme réalisation d'une variable aléatoire suivant une Zero Truncated Poisson distribution (*ZTP*). Ce modèle se trouvant en défaut vis-à-vis de certaines configurations, un raffinement de ce dernier a été proposé sous la forme d'une approche *par tranche*. Pour celle-ci, chaque tranche du volume, le long de l'axe de rotation du système d'acquisition, se voit caractérisée par son propre modèle pouvant être poissonien classique ou *ZTP*. Pour ces deux méthodes, l'estimation des paramètres des modèles et le calcul des seuils associés ont été explicités.

La qualité des nuages de points obtenus par cette méthode pour des objets mono ou multi-matériaux de complexités diverses atteste de sa capacité à produire des résultats pertinents en utilisant un nombre très restreint de projections 2D - e.g. $K = 30$.

Afin de pallier la faible densité du nuage de points pouvant être obtenus dans le cas où certains bords 2D sont uniquement partiellement détectés dans les projections, une méthode de densification au moyen d'un filtrage par hystérésis a enfin été proposée en complément des deux précédentes. S'inspirant de la procédure présente dans le détecteur de Canny, celle-ci permet d'ajouter une analyse de connectivité pour accepter des

points supplémentaires.

Par tétraédrisation de Delaunay contrainte par ces nuages, nous obtenons des maillages 3D reflétant la structure des objets d'étude et permettant d'obtenir des compressions considérables en nombre de cellules - entre 95% et 99% - et en poids des fichiers binaires de stockage - d'un facteur trois à onze.

Cette discrétisation adaptée étant bâtie, il est possible de réaliser la reconstruction tomographique en tant que telle. Pour ce faire, nous avons opté pour l'utilisation de méthodes itératives et introduit, au quatrième chapitre, deux propositions d'opérateurs A et A^T . Représentant une transposition de la proposition faite par Siddon, l'un d'entre eux opère sur un encodage *cellulaire* de l'information quand l'autre suppose de recourir à un encodage *nodal* du champ d'absorption μ .

Les résultats obtenus par OS-SART permettent de mettre en avant, à itération équivalente, la meilleure qualité des reconstructions sur maillage par rapport à celles voxelisées. La comparaison entre les deux encodages est quant à elle plus nuancée : le maillage *cellulaire* obtient une meilleure différenciation des interfaces là où le *nodal* propose une reconstruction visiblement plus agréable - de par son homogénéité.

Là où le bât blesse - les temps de calcul de projection/rétroprojection sur ces maillages - nous avons isolé des optimisations de codes pouvant être réalisées ; en s'inspirant notamment de travaux en visualisation de maillage volumique.

Le chapitre clôturant ce manuscrit a été l'occasion d'appliquer l'ensemble de la méthode de reconstruction, du traitement des projections jusqu'aux itérations d'OS-SART, sur des données d'acquisition du laboratoire. Nous avons choisi d'illustrer les résultats obtenus tant pour une application CND que médicale. Les comparaisons avec des reconstructions sur une base usuelle voxelisée permettent de valider la pertinence de nos approches.

L'application industrielle met en lumière la meilleure adéquation, en termes de mesures, entre cotes relevées sur les reconstructions maillées et mesure sur l'échantillon.

Pour la reconstruction de l'extrémité osseuse, nous avons pu voir que l'utilisation d'une discrétisation contraignant le volume de reconstruction semble permettre d'obtenir une réduction des artefacts de type métallique.

Bilan

L'objectif principal de ces travaux de thèse résidait dans la mise en place d'une méthode de

- génération d'une discrétisation adaptée à l'objet imagé par rayons X
- reconstruction tomographique sur la discrétisation ainsi bâtie

Intégrant pour cela les contraintes liées aux problèmes de réduction de dose ou de parcours d'acquisition limité, la méthode devait pouvoir opérer en utilisant un jeu de données parcimonieux. Par ailleurs, elle devait permettre de réduire le nombre de cellules composant le volume reconstruit, afin de diminuer l'empreinte mémoire de son stockage sur disque. Se devant de garantir des résultats d'une qualité suffisante sans aucune supposition sur les connaissances de l'utilisateur, il était souhaitable d'obtenir un réglage simple - ou une automatisation - des paramètres critiques.

Il est donc nécessaire d'évaluer chacune des étapes de traitements, puis la méthode dans son ensemble, aux vues de ces critères.

La première tâche de segmentation des projections 2D répond à l'ensemble de ces critères. Le temps de traitement est extrêmement réduit - e.g. sept secondes pour trente images de 1024^2 pixels - et la qualité d'extraction obtenue satisfaisante. A défaut d'automatisation absolue, nous avons présenté un schéma de standardisation qui permet de rendre le traitement image-indépendant et d'ainsi pouvoir diminuer de manière conséquente le niveau de compétence de l'opérateur. Le choix à opérer se limite maintenant à deux paramètres parmi un ensemble de quatre candidat, pour quelque image que ce soit. Ce paramètre donne toujours la possibilité à l'opérateur de moduler la quantité de bords sélectionnés.

L'étape de création du maillage adapté depuis ces projections remplit elle aussi la majorité des objectifs fixés. En utilisant des jeux de données composés d'un très faible nombre de projections - e.g. 30 images - la proposition permet d'obtenir des nuages de points en bonne adéquation avec les surfaces de l'objet, et à partir desquels le maillage désiré est créé par simple tétraédrisation de Delaunay contrainte. L'ensemble des opérations est calculatoirement efficace : les maillages sont générés en moins d'une minute pour la plupart des cas étudiés. Ces temps demeurent très raisonnables dans le contexte de la reconstruction tomographique. La modélisation statistique adoptée permet, comme pour la détection de bords, d'obtenir un réglage très simple du filtrage nécessaire à la création du nuage de points. Les paramètres clefs sont, en effet, calculés automatiquement et le niveau de seuil standardisé - permettant à l'opérateur de choisir la densité des nœuds du maillage

Enfin, l'adaptation des opérateurs de projection/rétroprojection aux maillages tétraédriques est quant à elle plus mitigée. En effet, les qualités de reconstruction obtenues par les deux modèles sont satisfaisantes et généralement meilleures que la contrepartie voxélisée. Cependant, le temps de calcul pour chaque itération demeure trop important avec les implantations actuelles de ces opérateurs. Vis-à-vis de l'ensemble de nos propositions, cette limitation demeure majeure.

A l'issue de cette étude, il semble que la majorité des objectifs que nous nous étions fixés ont pu être atteints. D'un point de vue global, la structure de la méthode proposée permet, directement depuis un faible nombre de projections, et avant toute reconstruction tomographique, d'obtenir un maillage adapté aux objets d'études. Comme nous avons pu le rappeler, les maillages tétraédriques obtenus répondent au critère de compression souhaité, en obtenant une réduction drastique du nombre de cellules nécessaires à la bonne représentation du volume. Des algorithmes de reconstructions itératifs ont été réimplantés, fournissant ainsi une méthode complète, du traitement des données fournies jusqu'à la reconstruction tomographique finale.

Perspectives

A l'issue de ces travaux, plusieurs idées et améliorations n'ont évidemment pas pu être menées à leurs termes. Nous présentons ici les principales perspectives et pistes d'améliorations découlant de ces idées.

Optimisation des opérateurs A et A^T

La première perspective évidente est celle de l'optimisation des opérateurs A et A^T . En l'état, le gain obtenu au niveau de la discrétisation de l'objet et de la compression de son volume est fortement nuancé par les temps de calcul encore bien trop importants pour chaque itération de reconstruction.

A l'issue de ce travail de thèse, il apparaît qu'à itération équivalente, la discrétisation proposée permet d'obtenir une qualité de reconstruction supérieure à son alternative voxélisée. Obtenir des opérateurs de projection aussi performants que ceux à disposition pour les grilles régulières semble ainsi ouvrir la voie à des reconstructions convergeant plus rapidement sur de meilleurs niveaux de qualité et pour des volumes de plus faible empreinte mémoire.

En section 4.4, nous avons cité des travaux issus de la thématique de rendu de maillages volumiques de grandes dimensions - [Maximo et al. \[2010\]](#); [Sadowsky et al. \[2005\]](#). Ces derniers obtiennent des visualisations en temps quasiment réel de maillage plus complexes que ceux présentés dans ce manuscrit. Ces performances sont liées à la fois à une optimisation logicielle très poussée et au recours à des primitives propres au *pipeline* d'affichage OpenGL. Pour afficher ces maillages, la problématique est traitée en estimant l'atténuation subie par le rayon lors de sa traversée du volume considéré : la transposition à la problématique de projection en contexte RX semble ainsi directe.

Utilisation d'un opérateur A de type *empreinte*

Suite aux transpositions du projecteur de Siddon présentées dans ce manuscrit, nous avons souhaité mettre en place une approche de projection *par empreinte*. Ce type d'approche nous semble en effet mieux à même de prendre en compte la nature irrégulière du maillage utilisé et ainsi permettre d'effectuer des reconstructions de meilleure qualité. A cet effet, nous avons développé un code permettant d'effectuer un calcul de ce type et basé sur la transformation des tétraèdres du maillage en ellipsoïde équivalent. Malheureusement, à l'issue de cette thèse, ce dernier n'est pas encore fonctionnel et il nous a ainsi été impossible d'évaluer l'impact et l'intérêt potentiel de cette approche. La théorie et le principe de fonctionnement derrière ce projecteur sont cependant présentés en Annexe B.

Reconstruction surfacique des objets

Pour certaines applications, la reconstruction surfacique de l'objet imagé importe au moins autant que son habituelle reconstruction volumique. Dans le contexte médical, on peut par exemple penser à la fabrication de prothèse adaptée au patient ou au suivi de certaines pathologies pour lesquelles la déformation de la structure imagée est l'information d'intérêt principal - e.g. gonoarthrose. De même, certaines procédures de [CND](#) pourraient limiter l'examen à une comparaison entre la représentation surfacique de la pièce inspectée à sa spécification CAO - par le biais du calcul du champ de déformation entre les deux.

Comme nous avons pu le voir au paragraphe 3.3.4, les nuages de points obtenus échantillonnent les interfaces 3D des objets imagés avec précision. Dans cette optique, il semble qu'appliquer des algorithmes de reconstruction surfacique sur ces derniers peut se révéler prometteur.

Au cours des travaux de cette thèse, des méthodes courantes telles que les surfaces de Poisson ([Kazhdan et al. \[2006\]](#), disponible dans la librairie CGAL [The CGAL Project \[2015\]](#)) ou le PowerCrust ([Amenta et al. \[2001\]](#)) ont été appliquées à ces nuages, produisant cependant des représentations encore trop peu satisfaisantes. Des approches plus récentes telles que [Allègre et al. \[2006\]](#) pourraient permettre d'améliorer ces résultats.

Une autre approche consisterait à trouver un schéma de densification du nuage de points plus performant que celui introduit dans ce manuscrit - au moyen du filtrage par hystérésis. Les méthodes proposées par la littérature sont, en effet, souvent appliquées à des nuages issus d'acquisitions par [Télé-détection par Laser \(LIDAR\)](#). Ces nuages sont plus denses et la répartition des points sur les surfaces plus homogènes que pour ceux obtenus par notre méthode.

Modification du maillage au cours des itérations

Malgré la bonne qualité des maillages obtenus par nos approches, il est absolument impossible de garantir qu'aucune interface 2D ne sera oubliée lors de la détection ou qu'aucun sous-volume 3D ne sera omis par notre schéma de fusion.

Afin de prendre en compte cette limitation, il serait favorable de rajouter, en parallèle des itérations de reconstruction tomographique, des étapes de mise à jour du maillage utilisé. L'idée serait alors de mettre en place un critère de minimisation double, reflétant à la fois la convergence structurelle et informationnelle de l'algorithme mixte.

La modification de ce maillage peut se faire de multiples manières. Dans tous les cas, il est dans un premier temps nécessaire de trouver les cellules génératrices d'erreur - par exemple, par rétroprojection simple de cette même erreur et recherche des tétraèdres de valeurs maximales.

Il est alors possible d'envisager un schéma de type *split and merge* : on raffine les cellules ne représentant pas une réelle zone homogène de l'objet et on fusionne les voisinages à faible variabilité s'ils ne sont pas liés à une forte valeur d'erreur. Ceci permet d'adapter la représentation sans pour autant augmenter de manière déraisonnable le nombre de cellules.

D'un autre point de vue, si l'erreur provient plutôt d'un mauvais positionnement d'une partie des nœuds du maillage, il est aussi possible d'estimer le champ de déplacement 3D à appliquer à ceux-ci pour que le maillage se déplace vers les interfaces réelles de l'objet imagé.

Etude approfondie de l'impact de la nouvelle discrétisation

D'un point de vue plus mathématique, nous n'avons pas étudié l'impact réel la représentation adaptée vis-à-vis du problème de minimisation.

Du fait de son caractère adapté, le maillage obtenu semble permettre un meilleur conditionnement du problème - e.g. [A](#) est moins creuse. Il serait intéressant de savoir si les meilleurs résultats obtenus par les reconstructions sur maillage, à même nombre d'itérations, peuvent être expliqués par ce meilleur conditionnement.

Par ailleurs, il serait aussi intéressant de savoir si la discrétisation adaptée peut être

interprétée comme une régularisation et/ou un *a priori* tacitement introduit dans le schéma itératif considéré.

Références

- Rémi ALLÈGRE, Raphaëlle CHAINE et Samir AKKOUCHE : A dynamic surface reconstruction framework for large unstructured point sets. *In SPBG*, pages 17–26, 2006. [130](#)
- Nina AMENTA, Sunghee CHOI et Ravi Krishna KOLLURI : The power crust, unions of balls, and the medial axis transform. *Computational Geometry*, 19(2):127–153, 2001. [130](#)
- Michael KAZHDAN, Matthew BOLITHO et Hugues HOPPE : Poisson surface reconstruction. *In Proceedings of the fourth Eurographics symposium on Geometry processing*, volume 7, 2006. [130](#)
- André MAXIMO, Ricardo MARROQUIM et Ricardo FARIAS : Hardware-assisted projected tetrahedra. *In Computer Graphics Forum*, volume 29, pages 903–912. Wiley Online Library, 2010. [129](#)
- Ofri SADOWSKY, Jonathan D COHEN et Russell H TAYLOR : Rendering tetrahedral meshes with higher-order attenuation functions for digital radiograph reconstruction. *In Visualization, 2005. VIS 05. IEEE*, pages 303–310. IEEE, 2005. [129](#)
- THE CGAL PROJECT : *CGAL User and Reference Manual*. CGAL Editorial Board, 4.6.3 édition, 2015. URL <http://doc.cgal.org/4.6.3/Manual/packages.html>. :eb-15b

Annexe A

Communications

Congrès

Anthony Cazasnoves, Fanny Buyens et Sylvie Sevestre : Adapted sampling for 3D X-ray computed tomography. *13th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine*, 2015

Anthony Cazasnoves, Fanny Buyens et Sylvie Sevestre : Représentation volumique adaptée à l'algorithmique de reconstruction 3D. *Doctoriales de la COFREND*, 2015

Articles et brevet

Anthony Cazasnoves, Fanny Buyens, Sylvie Sevestre et Françoise Peyrin : Adapted Representation for 3D Computed Tomography Reconstruction. *Journal of X-ray Science and Technology*, Soumis en Août 2015

Anthony Cazasnoves, Fanny Buyens et Sylvie Sevestre : Statistically Standardized Canny edge detector. *Pattern Recognition Letters*, Soumis en Octobre 2015

Fanny Buyens, Sylvie Sevestre et Anthony Cazasnoves. Procédé, dispositif et produit programme d'ordinateur de discrétisation d'un espace 3D. Brevet Européen 1906 / 15175913.1, déposé le 8 Juillet 2015.

Annexe B

Projecteur par ellipsoïde

Dans une proposition faite par Sitek *et al.* et préalablement citée, un modèle de projection pour une base tétraédrique irrégulière sous forme d'*empreinte* a été présenté mais sa complexité calculatoire demeure importante.

Afin de réduire ce coût, nous avons envisagé d'utiliser l'ellipsoïde équivalent à chacune des cellules considérées lors du calcul de projection. L'idée est alors de calculer un l'atténuation concernant le rayon d'épaisseur maximale, et de calculer le reste de l'empreinte de projection au moyen d'un schéma de décroissance simple. Pour obtenir cette empreinte, on se ramène, avec cette transformation, à un problème de projection d'une quadrique de l'espace sur un plan.

Estimation de la quadrique équivalente au tétraèdre

Pour réaliser cette transformation, on s'inspire de la *visualisation par glyphe* découlant du travail de Wessner [2006].

Pour chaque tétraèdre, il est possible de calculer la matrice de covariance C_{ov} correspondant à la dispersion des nœuds autour du barycentre de la cellule. On suit pour cela les dérivations présentées au lien suivant <http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/wessner/node39.html>. C_{ov} porte l'information sur la quadrique que nous recherchons. Il est ensuite nécessaire d'effectuer une remise à l'échelle de cette quadrique pour être en cohérence avec les dimensions du tétraèdre considéré. Nous utilisons pour cela une inflation isotrope pour obtenir des représentations de volume équivalent.

A cet effet, nous souhaitons trouver la base de représentation de la quadrique - axes directeurs - ainsi que ses dimensions. La décomposition en éléments propre de la matrice - symétrique - C_{ov}

$$C_{ov} = \Xi D \Xi^{-1} , \quad (\text{B.1})$$

fournit ces axes directeurs sous la forme des vecteurs propres - colonnes de Ξ^{-1} - et leurs dimensions respectives via les valeurs propres du systèmes - diagonale de $d_i = D_{ii}$. Le volume du tétraèdre V_{tet} est obtenu via le déterminant de Cayley-Menger et celui de la quadrique s'exprime

$$V_{quad} = \frac{4}{3} \pi \prod_{i=1}^3 d_i . \quad (\text{B.2})$$

Le coefficient d'inflation à appliquer correspond au ratio entre ces deux volumes et la matrice A , encodant la quadrique redimensionnée, s'obtient simplement comme

$$A = \sqrt[3]{\frac{V_{tet}}{V_{quad}}} C_{ov} . \quad (\text{B.3})$$

Remise en forme de la quadrique et projection

La projection perspective de la quadrique sur un plan crée naturellement une empreinte de forme elliptique. Pour notre tâche, il est nécessaire de connaître les dimensions de cette empreinte ainsi que son orientation. Cette problématique, paraissant trompeusement simple, est traitée en détail dans Eberly [1999].

Ayant accès aux orientations et dimensions des demi-axes de cette empreinte, et sachant que la valeur maximale d'atténuation précédemment calculée correspond est positionnée au centre de l'ellipse, il est possible d'estimer l'atténuation en chaque pixel du détecteur appartenant à l'empreinte au moyen d'un noyau adéquate - Epanechnikov ou Gaussien.

Références

David EBERLY : Perspective projection of an ellipsoid. *Geometric Tools, LLC*, <http://www.geometrictools.com/Documentation/PerspectiveProjectionEllipsoid.pdf>, 1999. III

Wilfried WESSNER : *Mesh refinement techniques for TCAD Tools*. na, 2006. II

Annexe C

Liste des acronymes

- ART** Algebraic Reconstruction Technique. [14](#), [15](#), [17](#), [19](#)
- AWGN** bruit blanc gaussien additif. [78](#)
- BP** Rétroprojection Simple. [5](#), [10](#), [11](#)
- BSD500** Berkeley Segmentation Dataset 500. [31](#), [38](#), [46–51](#)
- CND** contrôle non destructif. [1](#), [3](#), [4](#), [7](#), [20](#), [25](#), [109](#), [110](#), [123](#), [127](#), [129](#)
- FBP** Rétroprojection Filtrée. [5](#), [10](#), [11](#)
- FDK** Algorithme Feldkamp David and Kress. [5](#), [10](#), [11](#), [25](#)
- GPU** Graphical Processing Unit (carte graphique). [25](#), [97](#), [107](#)
- LIDAR** Télédétection par Laser. [130](#)
- MART** Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique. [17](#)
- MBIR** Model Based Iterative Reconstruction technique. [19](#)
- ML-EM** Maximum Likelihood Expectation Maximization. [19](#)
- MV** Maximum de Vraisemblance. [18](#), [41](#), [44](#)
- OS-EM** Ordered-Subset Expectation Maximization. [19](#)
- OS-SART** Ordered-Subset Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique. [16](#), [26](#), [96–98](#), [102](#), [109](#), [112](#), [119](#), [123](#), [127](#)
- RSB** Rapport Signal à Bruit. [47](#), [78](#), [79](#), [97–99](#), [101](#), [106](#), [123](#)
- RTK** Reconstruction Toolkit. [96](#), [97](#)
- SART** Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique. [15](#), [16](#)
- SIRT** Simultaneous Iterative Reconstruction Technique. [16](#)
- SPECT** Tomographie d’Emission Monophotonique. [64](#), [65](#)
- STL** STereoLithography (file format). [78](#), [79](#), [86–89](#), [97](#), [103](#)
- SVD** Décomposition en Valeurs Singulières. [12](#)
- TEP** Tomographie par Emission de Positons. [18](#)
- TV** Total Variation. [14](#), [106](#)

UMVB Uniformément de Variance Minimale parmi les estimateurs sans Biais (Estimateur dit). [41](#), [42](#), [44](#), [57](#)

ZTP distribution de Poisson Tronquée en Zéro. [68](#), [69](#), [73–75](#), [111](#), [117](#), [126](#)

Annexe D

Liste des symboles

- A Opérateur de projection. 12, 13, 15, 16, 18–20, 96, 97, 127, 129, 130
- A^T Opérateur de rétro-projection. 13, 15, 16, 20, 96, 97, 127, 129
- α Niveau de confiance de l'intervalle de dispersion utilisé (ou niveau de sélectivité du test considéré). 43, 45, 47, 52, 56, 57, 69, 70, 74, 75, 79–81, 111, 112, 117, 118, 126
- C Fonction de coût globale utilisée par les schémas itératifs de reconstruction. 13, 17–19
- η Paramètre caractéristique de la loi Exponentielle modélisant les gradients au carré de l'image/radiographie considérée. 31, 42–45, 52, 53, 55–57, 126
- f Cartographie 3D des atténuations linéiques du volume étudié. Sa reconstruction approchée est notée \hat{f} . 10–20
- FN Faux Négatifs. 46–48
- FP Faux positifs. 41, 46, 47
- G Vecteur de la norme du gradient de l'image/radiographie considérée. G_i correspond ainsi à la valeur estimée au pixel i . 35, 37, 41–44, 57
- K Nombre de radiographies composant le sinogramme utilisé. 15, 67–69, 73, 96, 97, 126
- κ Hyperparamètre utilisé pour pondérer la mise à jour du volume de reconstruction par le schéma itératif considéré. 15, 16, 96
- L Dimension (en nombre de cellules) de la grille de rétro-projection. 13, 15, 19, 20, 67, 68, 85, 96, 112, 119
- Λ Seuil utilisé dans le filtrage statistique du volume de rétro-projection permettant d'obtenir le nuage de point 3D. Pour la seconde méthode, les deux seuils bas et haut sont désignés par leurs indices : Λ_b et Λ_h . 69, 70, 82, 83
- λ Seuils haut (λ_h) et bas (λ_b) utilisés dans l'étape d'hystérésis du détecteur de Canny. 41, 43, 47, 53, 55, 56
- M Nombre de fonctions de base traversées par le rayon considéré. 19, 23, 95
- μ Coefficient d'atténuation linéique du matériau au rayonnement X. 8, 9, 20, 23, 87, 94–96, 127

- N Dimension (en nombre de pixels) de l'image ou radiographie considérée. 15, 37, 41, 42, 44, 96, 97
- P Matrice de normalisation dans l'espace des projections. 15, 16
- p Ensemble des projections acquises (sinogramme). 11–13, 15, 16, 19, 97
- Φ Fonction de base de la représentation utilisée. 20, 21, 23
- Ψ Fonction d'attache aux données utilisée par les schéma itératifs de reconstruction. 13, 16, 19, 20, 66
- Q Fonction quantile de la distribution considérée. 43, 47, 69, 74, 75, 83
- R Matrice de normalisation dans l'espace du volume de reconstruction. 15, 16
- Υ Fonction de régularisation utilisée par les schémas itératifs de reconstruction. 13, 14, 19, 20, 66
- V Variable aléatoire modélisant le volume de rétro-projection. Chaque voxel est ainsi une réalisation de cette variable. 68, 69, 74, 75
- \underline{v} Volume de reconstruction sous forme vectorisée. 68, 73
- v_l Valeur de comptage du $l^{\text{ième}}$ voxel de la grille de rétro-projection. 67, 68, 74
- VP Vrais positifs. 46, 47
- W Matrice de pondération utilisé pour prendre en compte la qualité de chaque pixel du détecteur.. 13, 20
- ζ Paramètre caractéristique de la loi Poissonienne modélisation le volume de rétro-projection. 68, 69, 74, 75

FOLIO ADMINISTRATIF

THÈSE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL
DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

NOM : **CAZASNOVES**

DATE de SOUTENANCE : **08/12/15**

Prénoms : **Anthony**

TITRE : **Représentation volumique adaptée à l'algorithmique de reconstruction 3D**

NATURE : **Doctorat**

Numéro d'ordre : 2015ISAL0121

Ecole doctorale : **Electronique Electrotechnique Automatique (EEA)**

Spécialité : **Traitement du Signal et de l'Image**

RESUME :

La tomographie 3D par rayons X, utilisée tant pour le diagnostic médical que pour le contrôle non-destructif industriel, permet de reconstruire un objet en 3D à partir d'un ensemble de ses projections 2D. Le volume de reconstruction est usuellement discrétisé sur une grille régulière de voxels isotropes ce qui implique une augmentation de leur nombre pour atteindre une bonne résolution spatiale. Une telle représentation peut donc engendrer des coûts calculatoires et un volume mémoire de stockage particulièrement conséquents.

Ce manuscrit présente une méthode permettant de discrétiser l'espace 3D de reconstruction de façon pertinente directement à partir de l'information structurelle contenue dans les données de projection. L'idée est d'obtenir une représentation adaptée à l'objet étudié. Ainsi, en lieu et place d'une grille voxélisée, on a recourt ici à un maillage tétraédrique épousant la structure de l'objet : la densité de mailles s'adapte en fonction des interfaces et des régions homogènes.

Pour bâtir un tel maillage, la première étape de la méthode consiste à détecter les bords dans les données de projections 2D. Afin d'assurer une segmentation efficace et de bonne qualité, nous proposons d'exploiter le formalisme des tests statistiques pour paramétrer de façon optimale, automatique et rapide le filtre de Canny. L'information structurelle ainsi obtenue est ensuite fusionnée dans l'espace de reconstruction afin de construire un nuage de points échantillonnant les interfaces 3D de l'objet imagé. Pour ce faire, on procède à une rétroprojection directe des images de bords 2D pour obtenir une cartographie brute des interfaces 3D recherchées. Au moyen d'un filtrage automatisé par méthode statistique, on sélectionne les points les plus représentatifs, délimitant les interfaces avec précision. Le maillage adapté est finalement obtenu par tétraédrisation de Delaunay contrainte par ce nuage de points. Une reconstruction tomographique peut alors être réalisée sur une telle représentation en utilisant des schémas itératifs usuels pour lesquels les modèles de projecteur/réprojecteur sont adaptés. Nos expérimentations montrent qu'à partir d'un nombre restreint de projections sur 360° – i.e. 30 – notre méthode permet d'obtenir un nuage de points en très bonne adéquation avec les interfaces de l'objet étudié. La compression obtenue tant en termes de nombre d'inconnues à estimer qu'en espace mémoire nécessaire pour le stockage des volumes reconstruits est importante - jusqu'à 90 % - attestant ainsi de l'intérêt de cette discrétisation. Les reconstructions obtenues sont prometteuses et les maillages générés de qualité suffisante pour envisager leur utilisation dans des applications de simulations – éléments finis ou autres.

MOTS-CLÉS :

Tomographie RX 3D, maillage adapté, détection de contours automatisée, test statistique , reconstruction itérative

Laboratoires de recherche :

**CEA - LIST, Département d'Imagerie et de Simulation pour le Contrôle (DISC)
Centre de Recherche en Acquisition et Traitement de l'Image pour la Santé (CREATIS)**

Directeur de thèse: **Françoise Peyrin**

Président de jury :

Composition du jury : **Fanny Buyens, Sylvie Sevestre, Chaffia Hamitouche, Charles Soussen, Raphaëlle Chaîne, Agnès Desolneux, Patrick Laug**