Conception, réalisation et application d'un magnétomètre atomique vectoriel

Matthieu Le Prado

▶ **To cite this version:**

Matthieu Le Prado. Conception, réalisation et application d'un magnétomètre atomique vectoriel. Electromagnétisme. Université de Franche-Comté, 2014. Français. NNT : 2014BESA2003 . tel-01345734

HAL Id: tel-01345734
https://theses.hal.science/tel-01345734

Submitted on 15 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

SPIM

Thèse de Doctorat

cea

energie atomique • energies alternatives

leti

Laboratoire d'électronique
et de technologie
de l'information

UFC

école doctorale sciences pour l'ingénieur et microtechniques

UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

Conception, réalisation et application d'un magnétomètre atomique vectoriel

MATTHIEU LE PRADO

Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives
Centre de Grenoble, MINATEC - 17 rue des Martyrs, 38054 Grenoble Cedex 9
Tél. : +33-4 38 78 18 79 - Fax : +33-4 38 78 51 59
Établissement public à caractère industriel et commercial - R.C.S. PARIS B 775 685 019

SPIM

École doctorale SPIM 16 route de Gray F - 25030 Besançon cedex
tél. +33 (0)3 81 66 66 02 od-spim@univ-fcomte.fr www.od-spim.univ-fcomte.fr

UFC
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

Jury réuni le 23 Janvier 2014 devant la commission d'examen :

MATTHIEU LE PRADO

Président :	H. Gilles
Examinateurs :	L.L. Rouve
	V. Giordano
	G. Mileti
	J.M. Léger

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

energie atomique • energies alternatives

HISTORIQUE

Nature des modifications	Date	Version
	03/09/13	1.0
Prise en compte des retours du jury	24/02/14	1.1

ABSTRACT

Several technologies of atomic magnetometers have been developed since the 60s. To obtain a technology capable of measuring magnetic fields lower than 50 nT and compatible with our isotropic scalar magnetometer, we had to develop an atomic magnetometer in a configuration that has never been published.

We calculated the resonances characteristic of the magnetometer with the formalism of the dressed atom and realized a prototype. The noise of the resulting magnetometer is lower than 1 or 0.1 pT/√Hz, on the monoaxial or triaxial versions respectively.

One way to reduce the noise of the magnetometer of 7 dB has been identified and the principle of this magnetometer could offer interesting perspectives for atomic clocks.

RÉSUMÉ

Plusieurs technologies de magnétomètres atomiques ont été développées depuis les années 60. Afin d'obtenir une technologie capable de mesurer des champs magnétiques inférieurs à 50 nT et compatible avec notre magnétomètre scalaire isotrope, nous avons du concevoir un magnétomètre atomique dans une configuration qui n'a jamais été publiée.

Nous avons calculé les résonances caractéristiques de ce magnétomètre et réalisé un prototype. Son bruit est inférieur à 1 ou 0.1 pT/√Hz, respectivement pour les versions triaxiales ou monoaxiales.

Une façon de réduire le bruit du magnétomètre de 7 dB a été identifiée et le principe de ce magnétomètre pourrait offrir d'intéressantes perspectives pour les horloges atomiques.

MOTS-CLÉS

Magnétomètre atomique, pompage optique, résonances paramétriques, hélium 4, alignement, vectoriel, effet Hanle, atome habillé

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

energie atomique • energies alternatives

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué dans le Département des Systèmes et Intégration de Solution du Laboratoire des Etudes et Technologies de l'Information (LETI). Je remercie les personnes de la direction qui m'ont soutenu dans cette démarche tardive de préparation de thèse et pour la confiance qu'ils m'ont accordée pour mener ces travaux en parallèle de ma mission nominale.

Je suis extrêmement reconnaissant à J. M. Léger et F. Bertrand qui m'ont accompagné tout au long de ce travail, pour m'avoir communiqué leur enthousiasme, et pour m'avoir apporté une aide inconditionnelle.

J'exprime toute ma gratitude à Guillaume, Sophie, Marie-Constance, Françoise, Yann, François A. et Augustin, pour leurs contributions à ces travaux.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à V. Giordano pour son aide dans les parties expérimentales, pour les nombreux conseils et pour les relectures de ce mémoire.

Je tiens encore à remercier toute l'équipe de magnétométrie atomique, pour les bons moments passés ensemble. J'y apprécie tout particulièrement l'engagement et la solidarité.

Mes remerciements vont également à L.-L. Rouve qui m'a fait l'honneur de participer au jury, à H. Gilles et G. Mileti pour avoir accepté, de plus, d'être les rapporteurs de ce travail.

Je remercie enfin les personnes qui ont contribué à me faire aimer la science et en particulier la physique, depuis mon plus jeune âge.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

energie atomique • energies alternatives

TABLE DES MATIÈRES

1. INTRODUCTION 11

2. INTRODUCTION AUX MAGNETOMETRES ATOMIQUES 13

CE CHAPITRE INTRODUIT QUALITATIVEMENT LES PHENOMENES PHYSIQUES RELATIFS AUX MAGNETOMETRES ATOMIQUES. PLUSIEURS ARCHITECTURES DE MAGNETOMETRES ATOMIQUE Y SONT PRESENTEES AINSI QUE LES TECHNOLOGIES CONCURRENTES. 13

2.1. PRINCIPES PHYSIQUES GENERAUX 13

2.1.1. Atomes employés 13

2.1.2. Résonance magnétique 15

2.1.3. Pompage optique 16

2.1.4. Méthodes de détection 16

2.2. ARCHITECTURES DE MAGNETOMETRES ATOMIQUES 17

2.2.1. Magnétomètre Mx – transversal 17

2.2.2. Magnétomètre Mz – longitudinal 18

2.2.3. Magnétomètre de type Bell & Bloom 19

2.2.4. Magnétomètre sans relaxation de spin 20

2.2.5. Magnétomètre à piégeage cohérent de population 21

2.2.6. Caractéristiques applicatives des architectures de magnétomètres atomique 23

2.3. AUTRES TECHNOLOGIES DE MAGNETOMETRES 23

2.3.1. Magnétomètres de type magnétorésistance 24

2.3.2. Magnétomètre fluxgate 24

2.3.3. Magnétomètre à SQUID 25

2.3.4. Magnétomètre à résonance magnétique nucléaire 25

2.4. COMPARAISON DES BRUITS DES DIFFERENTES TECHNOLOGIES DE MAGNETOMETRES 25

3. PHYSIQUE DU MAGNETOMETRE POUR LES MESURES DES CHAMPS MAGNETIQUES FAIBLES 27

3.1. DESCRIPTION QUALITATIVE 27

3.2. THEORIE 28

3.2.1. Effet Hanle 29

3.2.2. Atome habillé par les photons de champ magnétique basse fréquence 37

3.2.3. Ajout d'un second champ magnétique basse fréquence 46

4. CONCEPTION DU MAGNETOMETRE POUR LES MESURES DES CHAMPS MAGNETIQUES FAIBLES 59

CE CHAPITRE PRESENTE LA CONCEPTION DU PROTOTYPE DU MAGNETOMETRE ET EN PARTICULIER CELUI DE SON ELECTRONIQUE EMBARQUEE. LES BIAIS ET BRUITS DU MAGNETOMETRE SONT ENSUITE CARACTERISES. 59

4.1. CONCEPTION DE LA CARTE ELECTRONIQUE DU MAGNETOMETRE 59

4.1.1. Présentation de la carte électronique 60

4.1.2. Les spécifications requises 61

4.1.3. Eléments issus des magnétomètres scalaires 62

4.1.4. Dimensionnement, choix des composants 64

4.1.5. Bilan des performances 77

4.1.6. Photographie de la carte 78

4.2. CARACTERISATION DU MAGNETOMETRE VECTORIEL 79

4.2.1. Résultats expérimentaux 79

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

4.3. LE DEMARRAGE DU MAGNETOMETRE 92
4.3.1. Problématique 92
4.3.2. Calcul des signaux caractéristiques de l'effet Hanle 93
4.3.3. Exploitation des signaux 94
4.3.4. La vitesse des balayages 95
4.3.5. Protocole assurant la minimisation du champ 95

5. APPLICATIONS DU MAGNETOMETRE VECTORIEL, EN CHAMP MAGNETIQUE FAIBLE 99

DANS CE CHAPITRE SONT MENTIONNEES DEUX APPLICATIONS DES MAGNETOMETRES POUR LA MESURE DES CHAMPS MAGNETIQUES FAIBLES : L'IMAGERIE MEDICALE ET LA SUPPRESSION DE LA SUSCEPTIBILITE MAGNETIQUE DES HORLOGES ATOMIQUES. 99
5.1. IMAGERIE MAGNETIQUE MEDICALE 99
5.2. HORLOGES ATOMIQUES 104
5.2.1. Principe de fonctionnement d'une horloge atomique 104
5.2.2. Performances d'une horloge atomique 105
5.2.3. Application de l'asservissement en champ magnétique nul 106
5.2.1. Caractérisation expérimentale 107

6. CONCLUSION 111

7. BIBLIOGRAPHIE 113

8. ANNEXES 121

8.1. ANNEXE : MAGNETOMETRE PSEUDO-VECTORIEL 121
8.2. ANNEXE : REALISATION D'UN TRANSFORMATEUR POUR L'ALLUMAGE D'UNE CELLULE D'HELIUM 122
8.2.1. Circuit d'allumage 122
8.2.2. Procédure de réalisation du transformateur 123
8.2.3. Conclusion 124
8.3. ANNEXE : MOMENT CINETIQUE – OPERATEURS TENSORIELS IRREDUCTIBLES 126
8.3.1. Composantes de l'opérateur moment cinétique 126
8.3.2. Opérateurs tensoriels irréductibles 126
8.3.3. Opérateurs J_+ et J_- 126
8.4. ANNEXE : EFFET HANLE - CALCUL ANALYTIQUE DE LA LUMIERE ABSORBEE 127
8.4.1. Les opérateurs tensoriels irréductibles (OTI) 127
8.4.2. Changement d'axe de quantification 127
8.4.3. Résultats analytiques 128
8.5. ANNEXE : EFFET HANLE - INTERMEDIAIRES DE CALCUL 130
8.6. ANNEXE : CALCUL DES RESONANCES PARAMETRIQUES 131
8.6.1. Généralisation des OTI 131
8.6.2. Calcul de la lumière absorbée 132
8.7. ANNEXE : ANISOTROPIE DU DIAGRAMME D'ENERGIE 134
8.8. ANNEXE : ESTIMATION DU RAPPORT SIGNAL A BRUIT 134
8.8.1. Définition 134
8.8.2. Tension efficace de bruit 135
8.8.3. Application au signal à bruit des convertisseurs 135
8.9. ANNEXE : BRUIT ET BIAIS DU GENERATEUR DE COURANT 136
8.9.1. Calcul du décalage dû à l'offset en tension 136
8.9.2. Calcul de l'influence des courants de polarisation 137
8.9.3. Influence du bruit des résistances sur le bruit en sortie 138
8.10. ANNEXE- SYNTHESE DES CHAMPS DE RADIOFREQUENCE 139
8.10.1. Synthèse des champs de radiofréquence (Figure 87) 139
8.10.2. Choix des convertisseurs dédiés à la synthèse des champs de radiofréquence 139
8.10.3. Filtrage en sortie des CNA fournissant les champs de radiofréquence 139
8.10.4. Choix de l'amplificateur sur la voie de synthèse des champs de radiofréquence 140
8.10.5. Estimation des perturbations induites par la synthèse des champs de radiofréquence 140

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

1. Introduction

La physique de la magnétométrie atomique a été largement étudiée au Laboratoire Kastler et Brossel dans les années 60 et 70 avec notamment les travaux de Cohen Tannoudji, sur les magnétomètres scalaires [21] et Dupont-Roc sur les magnétomètres vectoriels [31].

Le fonctionnement des magnétomètres atomique scalaires est basé sur la mesure de la fréquence de précession d'atomes porteurs d'un moment magnétique. La fréquence de rotation des atomes est une fonction croissante du champ magnétique. En champ magnétique faible, typiquement 1000 fois inférieur au champ terrestre (50 nT), la fréquence caractéristique de la précession des atomes est inférieure à leur fréquence de relaxation : les atomes ne précessent plus de façon cohérente. La mesure magnétique ne peut plus être réalisée à partir de la mesure de la fréquence de précession [61].

La mesure des champs magnétiques inférieurs à 50 nT, que l'on rencontre par exemples dans l'espace ou en imagerie magnétique médicale, peut se faire avec la méthode de mesure vectorielle développée par Dupont-Roc, basée sur les résonances paramétriques en champ magnétique nul. L'objet de ce mémoire est la conception et la réalisation d'un tel magnétomètre.

La polarisation rectiligne du laser permet d'améliorer la précision du magnétomètre par rapport à la polarisation circulaire [58]. Nous envisageons également de réaliser un futur magnétomètre capable d'effectuer des mesures scalaires isotropes ou des mesures vectorielles. La polarisation étant nécessairement rectiligne pour les mesures scalaires isotropes [49] & [56], nous allons concevoir un magnétomètre vectoriel polarisé rectilignement. Dupont-Roc avait quant à lui conduit ses développements en polarisation circulaire. La littérature ne mentionne pas de travaux sur les résonances paramétriques en champ magnétique nul dans le cas de la polarisation rectiligne.

Avant ce travail de thèse, le Léti avait débuté l'étude du magnétomètre vectoriel polarisé rectilignement. L'étude avait permis de mettre expérimentalement en évidence les résonances paramétriques en champ nul en polarisation rectiligne.

Dans le chapitre II est introduite la magnétométrie atomique avec une présentation des phénomènes physiques employés. Les différentes architectures de magnétomètres atomiques existantes sont également présentées.

Le chapitre III expose en détails le fonctionnement du magnétomètre vectoriel. Les résonances paramétriques en champ magnétique nul sont modélisées dans le cas de l'alignement. Le formalisme employé pour ces calculs est celui de l'atome habillé [46].

Dans le chapitre IV le magnétomètre atomique vectoriel, et notamment sa carte électronique, est ensuite conçu. L'impact de chaque composant du

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

système est quantifié dans le but d'atteindre les spécifications de bruit et de précision visées au niveau du magnétomètre. La précision et le bruit du prototype réalisé sont ensuite mesurés expérimentalement.
Les résonances paramétriques en champ magnétique nul sont présentes seulement autour de champs magnétiques dont le module est typiquement inférieur à 50 nT. La problématique du démarrage du magnétomètre en champ magnétique quelconque est également étudiée [33].

Le chapitre V de ce mémoire présente une manière d'amplifier les résonances paramétriques en champ nul, ainsi qu'une méthode qui pourrait permettre d'obtenir un instrument à la fois magnétomètre et horloge atomique. Deux dépôts de brevets sont associés à cette partie.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

energie atomique • energies alternatives

2. Introduction aux magnétomètres atomiques

Ce chapitre introduit qualitativement les phénomènes physiques relatifs aux magnétomètres atomiques. Plusieurs architectures de magnétomètres atomique y sont présentées ainsi que les technologies concurrentes.

2.1. Principes physiques généraux

2.1.1. Atomes employés

Le principe de fonctionnement des magnétomètres atomique s'appuie sur l'effet Zeeman : l'énergie des couches électroniques munies d'un moment magnétique est une fonction du champ magnétique.

Les atomes les plus utilisés dans les magnétomètres atomiques sont les alcalins, dans le niveau fondamental ou l'hélium 4, dans le niveau métastable.

2.1.1.1. Alcalins

Les alcalins sont employés dans les instruments de mesures basés sur la spectrométrie atomique tels que : horloges, gyroscopes et magnétomètres. Les alcalins les plus utilisés, sont le césium [10], [43], le rubidium [53], [79] et le potassium [5].

Les sous-niveaux dont le moment magnétique angulaire *m* est non-nul sont liés au champ magnétique aux premier et deuxième ordres, alors que la dépendance n'est présente qu'au deuxième ordre lorsque *m* est nul [74]. Le coefficient de proportionnalité entre le champ magnétique et la variation d'énergie de la transition associée est le rapport gyromagnétique γ, voir Eq 1.

$$\Delta E = \gamma \hbar B \qquad \text{Eq 1}$$

ΔE : écart d'énergie, J
B : champ magnétique, T
γ : rapport gyromagnétique, rad.s^{-1}.nT^{-1}
h : constante de Planck, $\hbar = h/2\pi$

La Figure 1 illustre l'évolution de la structure hyperfine d'un alcalin, employée dans les magnétomètres, sous l'effet du champ magnétique.

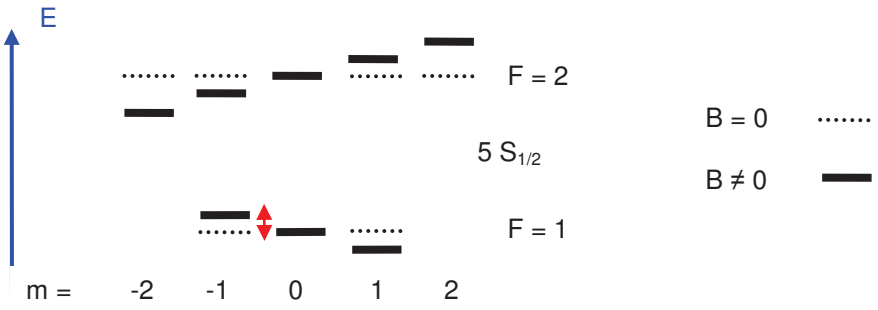


Figure 1. Structure hyperfine du ^{87}Rb (pas à l'échelle). Les traits en pointillés précisent l'énergie du sous-niveau pour un champ magnétique nul. Les traits pleins pour un champ magnétique non nul. La flèche rouge illustre les déplacements des sous-niveaux d'énergie sous l'effet du champ magnétique

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Le rapport gyromagnétique du niveau 5S du ^{87}Rb est $\frac{\gamma_{^{87}Rb}}{2\pi} = 3.5$ Hz/nT. A cette sensibilité au premier ordre vient s'ajouter le couplage entre le moment magnétique nucléaire et le moment magnétique électronique qui se traduit par une dépendance quadratique entre l'énergie des sous-niveaux de la structure hyperfine et le champ magnétique [74].

2.1.1.2. Hélium

L'isotope hélium 4 est le plus répandu dans la nature. Il est employé dans la conception de magnétomètres atomiques. Contrairement aux alcalins, les niveaux d'énergie peuplés au repos ne sont pas pourvus d'un moment magnétique.

Le niveau métastable 2^3S_1, pourvu d'un moment magnétique et d'une durée de vie de l'ordre de 1 ms, est peuplé par l'intermédiaire d'un champ électromagnétique haute fréquence qui crée un plasma. Un millionième des atomes du niveau fondamental est porté dans le niveau métastable [58].

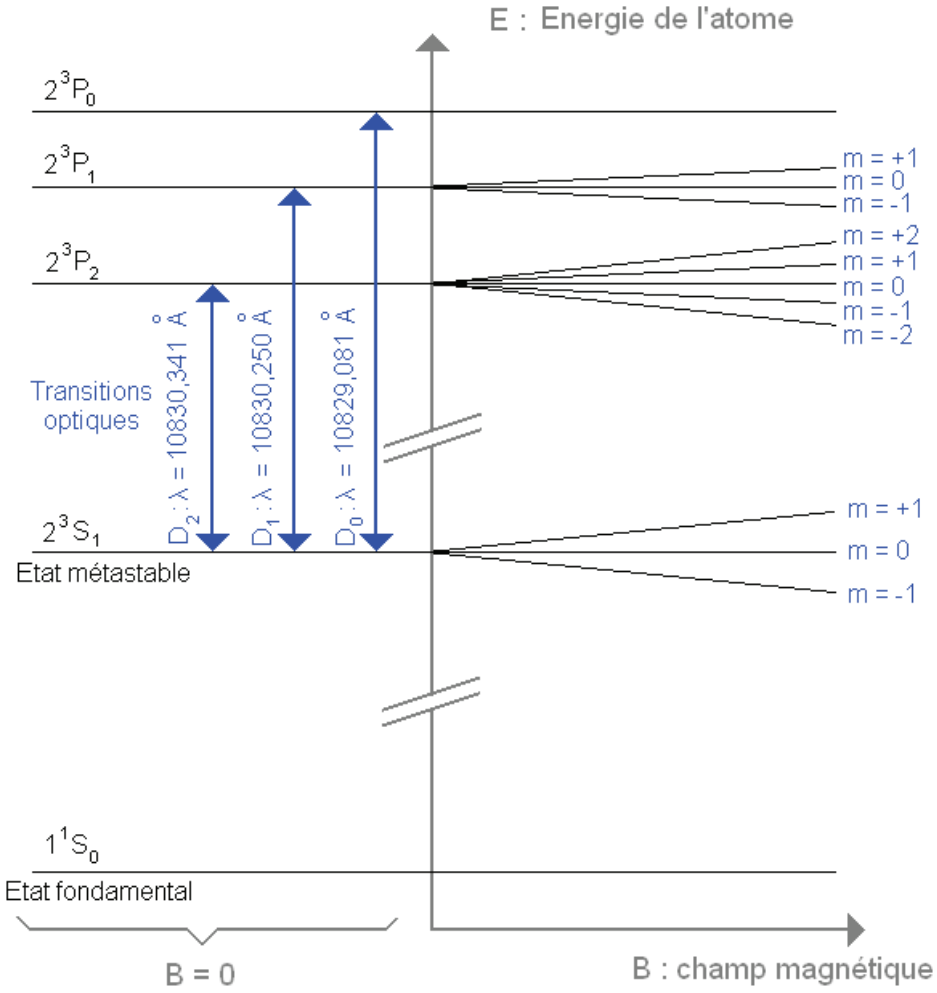


Figure 2. Digramme de l'énergie de certains niveaux électroniques de l'atome d'hélium4

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Le rapport gyromagnétique du niveau métastable de l'hélium 4 est $\frac{\gamma_{4He}}{2\pi} \approx 28$ Hz/nT. Le noyau n'est pas porteur d'un moment magnétique. Les variations d'énergie dans le niveau métastable sont proportionnelles au champ magnétique.

2.1.2. Résonance magnétique

Le moment magnétique $\vec{M}$ d'un atome est lié à son moment angulaire $\vec{J}$ par la relation $\vec{M} = \gamma \hbar \vec{J}$. Sous l'effet du champ magnétique, le moment magnétique est soumis au couple $\vec{\Gamma} = \vec{M} \Lambda \vec{B}_0$ qui permet d'établir dans Eq 2, en s'appuyant sur le théorème du moment cinétique $\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\Gamma}$, la loi d'évolution du moment magnétique d'un atome. Cette loi se traduit par une précession à la pulsation $\vec{\omega} = -\gamma \vec{B}_0$, dont la fréquence est proportionnelle au module du champ magnétique [58].

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \Lambda \vec{B}_0 \qquad \text{Eq 2}$$

$\vec{M}$: moment magnétique de l'atome, A.m^2

La résonance magnétique est induite entre les sous-niveaux m_j porteurs du moment magnétique par un champ magnétique basse fréquence tournant dans le plan perpendiculaire à B_0. Les transitions dipolaires magnétiques se produisent entre les sous-niveaux Zeeman lorsque la fréquence du champ tournant est voisine de la fréquence de Larmor f_0 définie par :

$$f_0 = \frac{\Delta E}{h} = \frac{\gamma}{2\pi} B_0 \qquad \text{Eq 3}$$

f_0 : fréquence de Larmor, Hz

Le phénomène de résonance magnétique mélange les populations de ces sous-niveaux. Ces effets sont d'autant plus remarquables que la différence entre les populations initiales de ces sous-niveaux est grande. Or, à l'équilibre thermodynamique cette répartition est régie par la statistique de Boltzmann : le rapport entre les populations N_i et N_j de deux états d'énergies E_i et E_j est donné par Eq 4.

$$\frac{N_i}{N_j} = \exp\left(-\frac{E_i - E_j}{kT}\right) \qquad \text{Eq 4}$$

N_i : population du sous niveau i

f_0 : fréquence de Larmor, Hz

T : température, K

K : constante de Boltzman 1.38 10^{-23} J/K

A température ambiante (T = 300K) et dans le champ magnétique terrestre (B_0 = 45 µT), les écarts d'énergie entre les sous-niveaux Zeeman du niveau

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

métastable de l'hélium 4 ($\frac{\gamma_{4He}}{2\pi} \approx$ 28 Hz/nT), par exemple, restent petits par rapport à kT. L'écart résultant sur les populations des sous-niveaux est $\frac{N_j - N_i}{N_j} = 2.10^{-7}$.

Dans ces conditions, la résonance magnétique n'est pas détectable. Il est nécessaire de créer préalablement une répartition des populations entre les sous-niveaux qui soit notablement différente de la distribution à l'équilibre thermodynamique et de maintenir un état permanent de cette nouvelle distribution.

La détection de la résonance magnétique permet, par l'intermédiaire d'une mesure de fréquence ou d'intensité (voir paragraphe 2.1.4), de déterminer la valeur du champ magnétique statique B_0. Les magnétomètres atomiques sont donc des transducteurs champ magnétique / fréquence.

2.1.3. Pompage optique

Le pompage optique permet d'imposer une distribution des populations des sous-niveaux d'énergie significativement différente de celle de l'équilibre thermique. Le principe de cette méthode a été inventé par Kastler [51]. Cette dernière repose sur la conservation du moment cinétique dans les échanges entre atomes et rayonnement. Des éléments détaillés de ces mécanismes sont présentés par Cohen Tannoudji et Kastler [24] ou Happer [43].

La cellule contenant les atomes est soumise à un flux de photons dont la longueur d'onde correspond à l'écart énergétique entre le niveau d'énergie porteur d'un moment magnétique et un autre niveau. Les probabilités de transition obéissent aux règles de sélection dipolaires électriques [58]. Elles sont fonction à la fois de la polarisation du rayonnement incident et de la structure électronique des niveaux d'énergie considérés. Les probabilités de transition sont données dans [26] et [35] pour le niveau métastable de l'hélium 4 et dans [74] pour les alcalins

En général, ces probabilités ne sont pas équivalentes pour chacun des trois sous-niveaux, si bien que la lumière de pompage vide préférentiellement un ou plusieurs sous-niveaux. Le bilan global du cycle de pompage optique se traduit le plus souvent par une redistribution des populations du niveau d'énergie porteur d'un moment magnétique, très différente de celle de l'équilibre thermique, de sorte que la résonance magnétique est observable en orientation ou alignement pour un pompage optique polarisé respectivement circulairement ou rectilignement.

2.1.4. Méthodes de détection

Quatre principes de détection de la résonance magnétique des atomes peuvent être envisagés. Ils sont détaillés dans les paragraphes suivants.

2.1.4.1. Détection du flux de photons transmis

Le coefficient d'absorption des photons en charge du pompage optique est fonction de la distribution des populations des atomes dans les sous-niveaux. La mesure du champ magnétique peut se faire à partir de la détection d'un

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

extremum d'absorption des photons dû à la résonance magnétique, ou par les extremums d'absorption à la fréquence de Larmor ou à ses harmoniques [14], [15], [58] et [80].

2.1.4.2. Détection de la fluorescence

Les photons issus de l'émission spontanée sont émis dans toutes les directions. Leur nombre et leur polarisation, liés à la quantité de photons absorbés et de sous-niveaux pompés, permettent de détecter la résonance magnétique [46], [77].

2.1.4.3. Détection optogalvanique

La détection optogalvanique s'applique à un plasma, tel que celui créé pour peupler le niveau métastable de l'hélium 4. Le principe est de mesurer les variations de l'impédance électrique du plasma via le circuit électronique chargé de sa création. On peut en effet montrer que l'impédance du plasma, et en particulier sa conductivité, est liée à la distribution des populations du niveau métastable [20], [76] et [84].

2.1.4.4. Détection magnéto-optique, effet Faraday

La détection magnéto-optique est basée sur l'effet Faraday : la rotation de la polarisation rectiligne des photons est proportionnelle à la composante orthogonale du champ magnétique du milieu traversé. Cette technique de détection nécessite l'emploi d'un faisceau laser supplémentaire dit « faisceau sonde » [79]. Cette technique est notamment employée par M. Romalis sur le magnétomètre sans relaxation de spin [6], [28].

2.2. Architectures de magnétomètres atomiques

2.2.1. Magnétomètre Mx – transversal

Le pompage optique en polarisation circulaire induit une aimantation macroscopique parallèle à la direction de propagation des photons. Les moments magnétiques ainsi générés précessent autour du vecteur champ magnétique B_0 décalé d'un angle de 45°. Le champ radiofréquence (RF) à la fréquence de Larmor induit une résonance qui amplifie la précession des moments magnétiques autour de B_0. Cette précession se traduit par une variation des populations des sous-niveaux porteurs de l'aimantation et donc par une modulation du taux d'absorption du laser [14], [15], [80], [87] et [90].

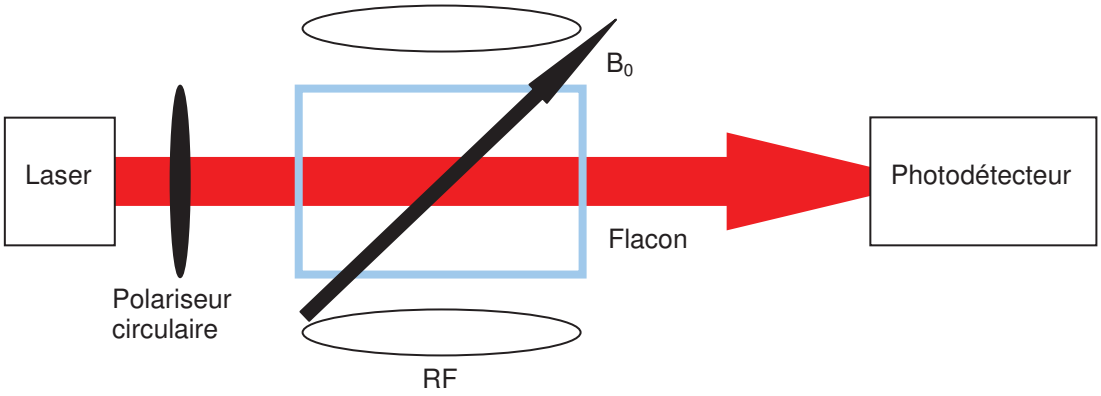


Figure 3. Schéma du magnétomètre Mx

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Ces magnétomètres asservissent la fréquence du champ oscillant créé par les bobines sur la fréquence de Larmor. Ils peuvent fonctionner sur le principe d'un auto-oscillateur en réinjectant le signal à la fréquence de Larmor, tiré du spectre issu du photo-détecteur, dans la bobine de génération du champ RF.

Le magnétomètre Mx est insensible aux champs magnétiques parallèles ou orthogonaux à la direction de propagation du laser, il est pourvu de zones d'ombre [50]. Un champ magnétique parallèle au champ RF n'induit pas de couplage entre les sous-niveaux, donc pas de résonance magnétique. Un champ magnétique parallèle à la direction de propagation du laser ne donne pas lieu à une précession des moments magnétiques.

2.2.2. Magnétomètre Mz – longitudinal

Le magnétomètre Mz comporte les mêmes éléments constitutifs que le magnétomètre Mx. Le pompage optique vient orienter les moments magnétiques parallèlement au champ magnétique. Les sous-niveaux de moment angulaire maximum ($m = m_F$) ou minimum ($m = -m_F$) seront peuplés dans le cas d'une polarisation circulaire gauche ou droite, respectivement (cf. Figure 4).

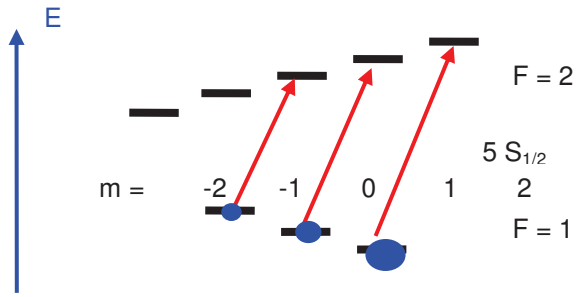


Figure 4. Illustration de l'effet d'un pompage optique en polarisation circulaire gauche sur du ^{87}Rb (pas à l'échelle). Les flèches rouges illustrent les transitions induites par le pompage optique. Les points bleus représentent les niveaux de populations des sous-niveaux

Le champ radiofréquence (RF) appliqué orthogonalement au faisceau laser induit des transitions résonantes entre les sous-niveaux lorsque la fréquence du champ appliqué est égale à la fréquence de Larmor. Ces transitions rompent la répartition des populations imposée par le pompage optique et augmentent le taux d'absorption du faisceau laser. La résonance magnétique se détecte alors en asservissant la fréquence du champ RF sur le maximum d'absorption du faisceau laser [13], [90].

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

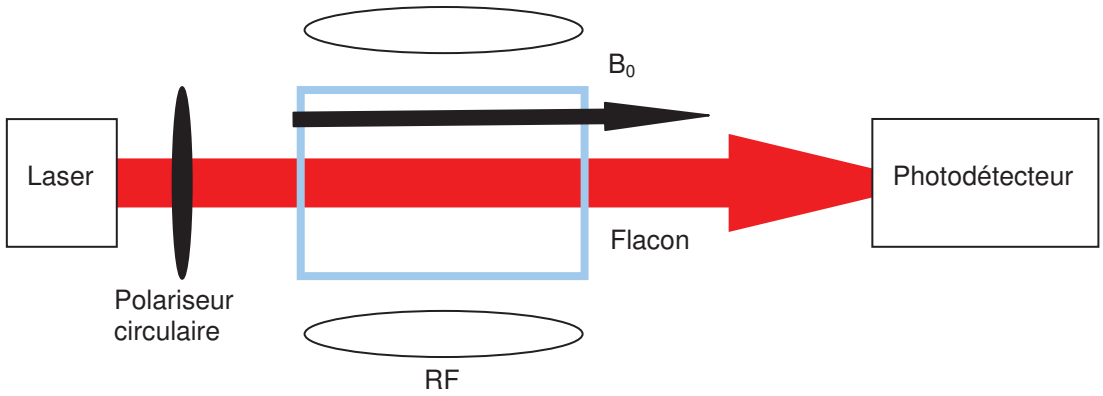


Figure 5. Schéma du magnétomètre Mz

L'ensemble des moments magnétiques doit suivre les ajustements de la fréquence du champ RF. L'asservissement de la fréquence du champ RF doit se faire à une fréquence inférieure à leur fréquence de relaxation.

En raison de l'asservissement à des fréquences de l'ordre de 1 kHz, la conception des magnétomètres requiert une attention toute particulière aux bruits en 1/f du laser et de l'électronique.

Les magnétomètres Mz ne sont pas sensibles à un champ magnétique appliqué orthogonalement au faisceau laser. Cette configuration ne permet pas d'imposer de polarisation des sous-niveaux par pompage optique.

2.2.3. Magnétomètre de type Bell & Bloom

Le principe du magnétomètre Bell & Bloom est d'induire la résonance magnétique à partir d'une modulation de l'intensité du pompage optique à la fréquence de Larmor [12] ou à sa moitié [75]. La modulation du faisceau laser assure une précession cohérente des moments angulaires du même ordre de celle induite dans le magnétomètre Mx. Les bobines de génération du champ RF (radiofréquence) ne sont alors plus nécessaires [11], [38] et [50].

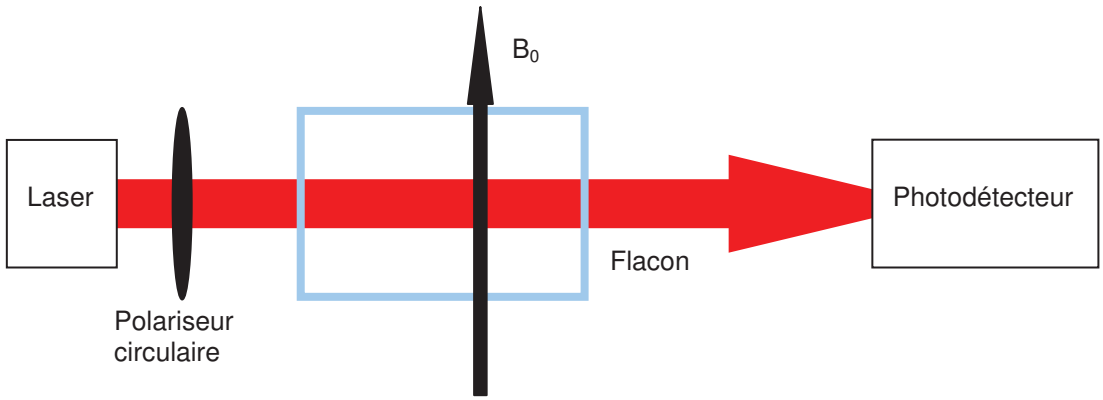


Figure 6. Schéma du magnétomètre Bell & Bloom

Le magnétomètre n'est pas sensible à un champ magnétique parallèle au faisceau laser.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Cette architecture transfère une partie de la complexité de la structure vers l'électronique. Elle présente un intérêt certain pour la miniaturisation.

Le champ RF rayonné est remplacé par une modulation de l'intensité du laser. Cette configuration sans interférences permet le déploiement des magnétomètres en réseaux.

Le faisceau laser n'est en pratique appliqué que sur une partie du volume du flacon. Les atomes entrent et sortent du volume occupé par ce dernier si bien que les moments magnétiques sont moins efficacement regroupés que dans le cas de la résonance induite par le champ RF, vu en permanence. Le temps de relaxation transverse des moments magnétiques est réduit par ce phénomène [38].

2.2.4. Magnétomètre sans relaxation de spin

La relaxation thermique des moments magnétiques limite leur durée de vie et donc l'amplitude des résonances employées pour les asservissements. La relaxation thermique est le résultat de chocs entre atomes ou contre les parois du flacon qui les contient. Plusieurs méthodes employant des gaz tampons ou du traitement de surface ont été développées pour réduire la probabilité des collisions et augmenter le temps de relaxation [7], [16], [82] et [83].

Le magnétomètre sans relaxation de spin (Spin Exchange Relaxation Free - SERF) opère dans un régime où le temps de relaxation est très inférieur à la période de précession des moments magnétiques (voir Eq 5). Il nécessite un gaz muni d'une structure hyperfine.

$$T_R << \frac{1}{2\pi f_0} \qquad \text{Eq 5}$$

f_0 : fréquence de Larmor, Hz

T_R : temps de relaxation thermique, s

Son mode opératoire tire paradoxalement partie des nombreuses collisions entre atomes : les populations des sous-niveaux, alternent plusieurs fois par période de précession, entre les niveaux supérieurs (F= I + ½ ; ω_0) et inferieurs (F= I - ½ ; $-\omega_0$) de la structure hyperfine. Les moments magnétiques tournent dans un sens puis dans l'autre induisant globalement une rotation moyenne, constante et lente, due aux écarts entre les probabilités d'être dans chacun des deux sous-niveaux. On peut montrer que la largeur de raie est plus fine dans ce régime de fonctionnement [45], qui permet d'améliorer la résolution et la précision des magnétomètres basés sur ce principe [57], [85].

Un schéma de l'instrumentation nécessaire à la mise en œuvre du magnétomètre SERF est représenté Figure 7. Un laser polarisé circulairement oriente les spins par pompage optique. Une fois orientés, un faisceau sonde configuré pour une détection de Faraday permet de remonter à la valeur du champ magnétique.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

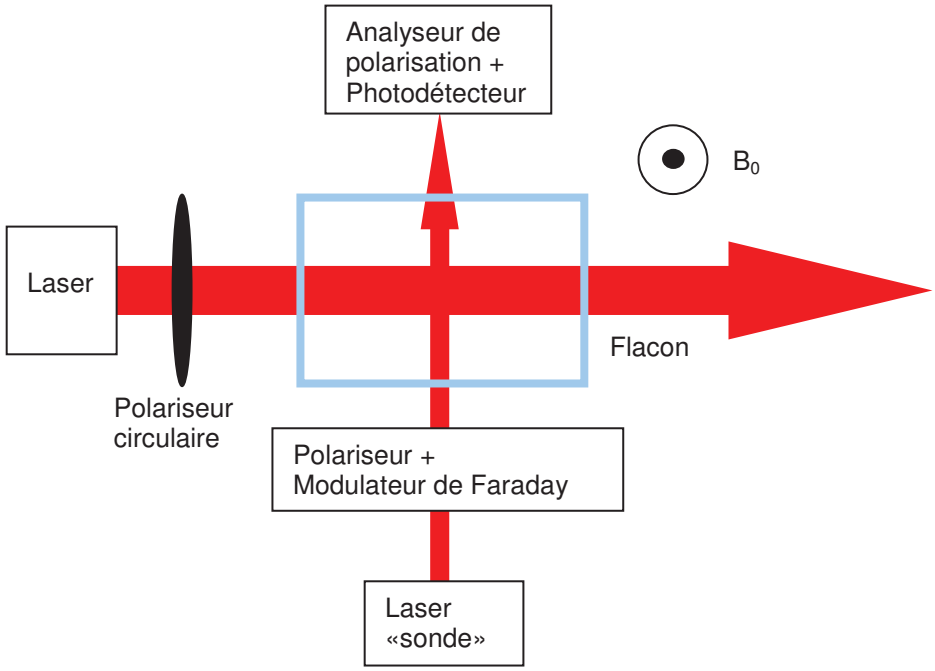


Figure 7. Schéma du magnétomètre SERF

Le magnétomètre SERF détient actuellement le record du monde du magnétomètre le moins bruité avec 0.16 fT/√Hz.

Le magnétomètre SERF est sensible au champ magnétique dans une seule direction. Une version triaxiale du magnétomètre SERF a été développée dans [81]. Elle met en œuvre trois modulations orthogonales du champ magnétique ainsi que des moyens de compenser le champ magnétique afin de rester dans le régime de fonctionnement SERF. Le niveau de bruit obtenu est voisin de 1 pT/Hz.

Des compléments sur la modulation du champ magnétique pour en obtenir une mesure vectorielle sont donnés dans l'annexe 8.1.

2.2.5. Magnétomètre à piégeage cohérent de population

Le piégeage cohérent de population est un pompage optique qui impose une relation de cohérence entre deux niveaux vidés par pompage optique [9], [52] et [78]. La Figure 8 montre un exemple de niveaux d'énergie concernés par un piégeage cohérent de population sur du ^{87}Rb.

Le piégeage cohérent de population peut être induit par deux lasers, dont les fréquences sont séparées de la largeur de la structure hyperfine, ou par un laser modulé à la fréquence de la structure hyperfine ou encore sa fréquence moitié. Il crée une résonance entre les deux sous-niveaux inférieurs qui réduit leur probabilité de transition optique vers le niveau supérieur. Le piégeage cohérent de population se traduit, à la résonance, par un minimum ou un maximum d'absorption des photons du ou des faisceaux de pompage.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

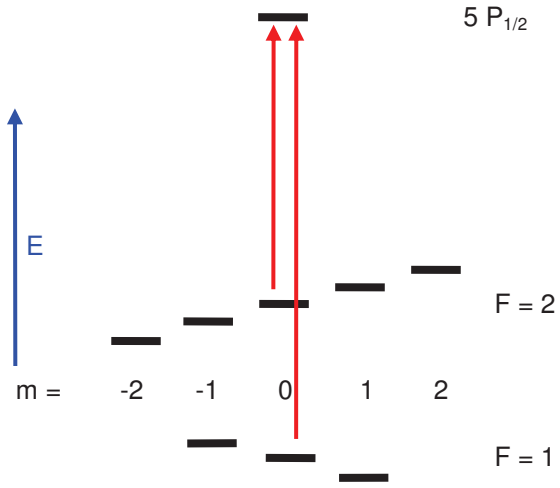


Figure 8. Illustration des niveaux d'énergie impliqués sur horloge atomique à ^{87}Rb employant le piégeage cohérent de populations (pas à l'échelle). Chaque flèche rouge représente une transition induite par pompage optique

Les horloges atomiques peuvent utiliser le piégeage cohérent de populations. Elles emploient préférentiellement les sous-niveaux dont le moment magnétique angulaire *m* est nul afin de ne pas être sensibles au champ magnétique au premier ordre.

L'utilisation de 2 sous-niveaux disposant d'un moment magnétique ($m \neq 0$) confère une sensibilité au champ magnétique au premier ordre. Les magnétomètres à piégeage cohérent de population utilisent cette méthode. Ils ont un principe de fonctionnement très proche de celui d'une horloge atomique, voir paragraphe 5.2.

La fréquence de Larmor du champ magnétique n'est toutefois pas mesurée directement : il est nécessaire de soustraire ω_{00} (transition entre $|F=1, m_1=0\rangle$ et $|F=2, m_2=0\rangle$) à la fréquence hyperfine mesurée qui peut être ω_{-1-1} par exemple [78].

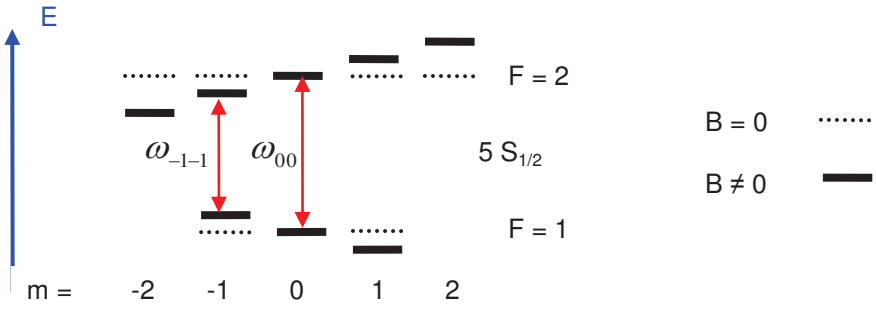


Figure 9. Exemple de sous-niveaux sondés pour une mesure magnétique basée sur le piégeage cohérent de population

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

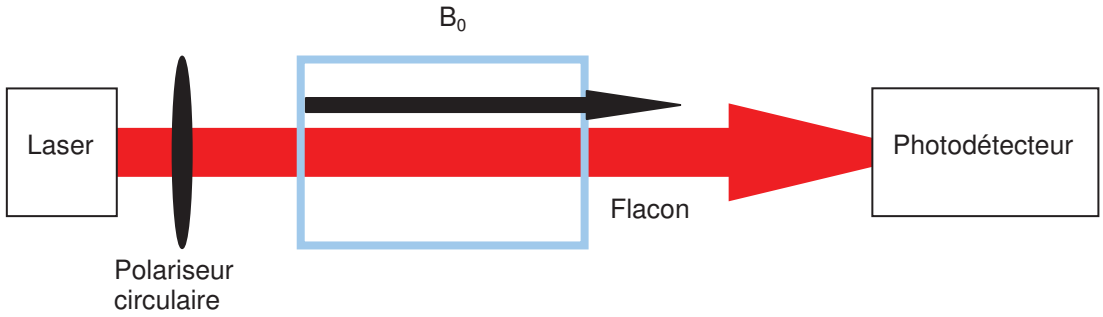


Figure 10. Schéma du magnétomètre à piégeage cohérent de population

Le magnétomètre à piégeage cohérent de population n'est pas sensible à un champ magnétique orthogonal au faisceau laser [52].

Il ne mesure pas la fréquence Larmor et n'a pas donc pas besoin d'avoir une fréquence de précession supérieure à la fréquence de relaxation et peut ainsi mesurer les champs magnétiques au voisinage de zéro.

2.2.6. Caractéristiques applicatives des architectures de magnétomètres atomique

Les architectures de magnétomètres Mx, Mz, Bell-Blom et CPT conduisent, via une mesure fréquentielle, à une mesure scalaire. Elles permettent de mesurer le champ magnétique dans certaines directions seulement.

Les magnétomètres de types CPT et SERF, peuvent mesurer les champs magnétiques au voisinage de zéro.

Le magnétomètre de type SERF est actuellement celui dont le bruit est le plus faible au monde, toutes technologies confondues. Le magnétomètre CPT, basé sur des transitions hyperfines, est plus bruité que les autres technologies de magnétomètres, basées sur des transitions Zeeman [18], [53], [89].

Les magnétomètres de types CPT et SERF ont un alcalin pour élément sensible. La structure hyperfine de l'alcalin est au cœur du principe de fonctionnement de ces magnétomètres qui ne sont donc pas compatibles avec de l'hélium 4.

L'architecture de magnétomètre développée par Dupont-Roc est à notre connaissance la seule capable de mesurer des champs magnétiques voisins de zéro avec de l'hélium 4 pour élément sensible.

2.3. Autres technologies de magnétomètres

Nous présentons dans ce paragraphe les technologies des magnétomètres dont les performances sont les plus proches de celles des magnétomètres atomiques. Les magnétomètres à effet Hall ou de type Giant Magnéto Impédance ne sont pas présentées en raison de leurs bruits supérieurs à 200 pT/Hz à 1Hz [74].

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

2.3.1. Magnétomètres de type magnétorésistance

La magnétorésistance est un composant dont la résistance électrique varie avec le champ magnétique [37]. Plusieurs types de magnétorésistances sont développés et décrits succinctement ci-dessous [30] :

La magnétorésistance anisotrope (AMR) : les matériaux magnétiques et conducteurs ont une résistance qui dépend de l'orientation du spin des électrons par rapport à celle du champ magnétique. L'énergie nécessaire aux électrons pour accéder à la bande de conduction est fonction du couplage entre le champ magnétique et le spin de l'électron. La résistance varie typiquement de quelques pourcents.

La magnétorésistance géante (GMR) : deux couches ferromagnétiques antiparallèles sont séparées par une couche de conducteur. Les trois couches minces sont en série. Les électrons, munis d'un spin, pourront se déplacer facilement en présence d'un champ magnétique parallèle et difficilement lorsque celui-ci est antiparallèle. L'application d'un champ magnétique extérieur induit un couple ferromagnétique entre les deux couches ferromagnétiques qui s'alignent parallèlement. La résistance électrique est alors plus faible. La résistance de ces dispositifs peut varier de plusieurs dizaines de pourcents.

La magnétorésistance tunnel (TMR) : l'empilement employé ressemble à celui des GMR avec un isolant à la place du conducteur. Les probabilités de transitions des électrons, d'une couche à l'autre, sont de nouveau liées aux alignements des deux couches ferromagnétiques et donc au champ magnétique. La résistance de ces dispositifs peut varier de plusieurs dizaines de pourcents.

Un bruit de 100 pT/√Hz à 10 Hz a été obtenu sur la base du principe TMR, dans [19]. L'auteur mentionne que le bruit du magnétomètre pourrait être inférieur à 1 pT/√Hz en utilisant des moyens de réduction du bruit thermique en 1/f.

2.3.2. Magnétomètre fluxgate

Les fluxgates emploient les non linéarités de la courbe d'aimantation B(H) d'un matériau, placé au centre d'une bobine d'excitation et d'une bobine de mesure. En plus du champ magnétique B_0 à mesurer, un champ magnétique oscillant à la fréquence f est imposé. Lorsque B_0 est nul, le champ oscillant parcourt symétriquement la courbe d'aimantation (impaire) du matériau placé au centre. Le champ induit dans la bobine aux harmoniques paires (2f, 4f, etc.) est nul. Lorsque B_0 n'est pas nul, le champ oscillant parcourt la courbe d'aimantation de manière non symétrique, ce qui se traduit par la présence d'harmoniques paires. Les harmoniques paires sont de plus proportionnelles à B_0 en champ faible. Les fluxgates emploient un asservissement en champ magnétique nul afin d'améliorer leur étendue de mesure et leur linéarité [63] et [86].

Les fluxgates souffrent d'une remontée de bruit en 1/f dans la bande [DC-10] Hz. Bien que cette technologie existe depuis plusieurs dizaines d'années, la barrière des 1 pT/√Hz n'a toujours pas avoir été franchie.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

2.3.3. Magnétomètre à SQUID

Les magnétomètres de type SQUID (Superconducting QUantum Interference Devices) utilisent une ou deux jonctions Josephson : deux parties d'un matériau supraconducteur sont séparées par une fine couche d'isolant parcouru par un courant (issu de l'effet tunnel) dépendant du champ magnétique.

En fonction des matériaux employés, les jonctions Josephson sont maintenues à basse température par de l'azote ou de l'hélium liquide. Une description complète d'un magnétomètre SQUID est présentée [62].

Les magnétomètres à SQUID bénéficient d'un bruit excellent au dépend d'une masse et d'une consommation élevées et des contraintes dues à la cryogénie.

On notera que les SQUIDs souffrent d'une remontée de bruit en 1/f en deçà de 3 Hz.

Des travaux sur les SQUIDs refroidis par azote (supraconducteurs à haute température) sont en cours et ciblent les applications de magnétocardiographie. Ils cherchent à réduire les contraintes de cryogénie et à baisser la fréquence à partir de laquelle le bruit est en 1/f.

2.3.4. Magnétomètre à résonance magnétique nucléaire

Un flacon contenant un liquide composé par des atomes pourvus d'un spin nucléaire est entouré par des bobines. Ces atomes sont tout d'abord polarisés à l'aide d'un champ magnétique fort permettant de les aligner. Une fois le champ magnétique de polarisation coupé, les spins nucléaires précessent autour du vecteur du champ magnétique à mesurer. Cette précession induit un champ magnétique mesuré par des bobines, dont la fréquence est proportionnelle au module du champ magnétique [1].

Les magnétomètres RMN les plus performants emploient l'effet Overhauser. Les différences vis-à-vis des magnétomètres à précession libre sont décrites ci-après. Un liquide contenant des électrons libres, polarisés par un champ RF, est ajouté au liquide contenant les protons. Le fort couplage entre les protons et les électrons est à l'origine d'un transfert de polarisation des moments angulaires des électrons vers les protons qui assure leur polarisation.

Contrairement à la méthode de polarisation des protons par application intermittente d'un champ magnétique intense, le champ RF est appliqué en permanence. Cette évolution permet d'augmenter la polarisation des protons, de réduire la consommation [47] et d'éviter l'alternance des cycles polarisation / mesure.

Les magnétomètres RMN ont le grand avantage de ne pas souffrir de remontée de bruit en 1/f aux basses fréquences.

2.4. Comparaison des bruits des différentes technologies de magnétomètres

Le tableau suivant mentionne les bruits des différentes technologies de magnétomètres introduites au cours de ce chapitre [71]. Les magnétomètres

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

de types fluxgates ou SQUID sont les technologies de magnétomètres vectoriels les plus proches, en terme de performances, de celles des magnétomètres atomiques. Les seules technologies de magnétomètres scalaires, avantageuses pour les applications mobiles, sont la RMN et la magnétométrie atomique.

Technologie de magnétomètre	Bruit à 1 Hz, en pT/√Hz	Type de mesure	Commentaire
Magnétorésistance	200	vectoriel	Bruit en 1/f
Fluxgates	10	vectoriel	Bruit en 1/f
RMN	1	scalaire	Bande passante limitée à 1 Hz
Atomique scalaire	1	scalaire	
Atomique SERF	0.001	vectoriel	
SQUID	0.001	vectoriel	Bruit en 1/f

Tableau 1. Comparaison de plusieurs technologies de magnétomètres

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

3. Physique du magnétomètre pour les mesures des champs magnétiques faibles

Ce chapitre décrit quantitativement les phénomènes physiques qui régissent le fonctionnement du magnétomètre pour la mesure des champs magnétiques faibles. Le calcul des résonances paramétriques avec deux champs magnétiques basse fréquence y est conduit dans le formalisme de l'atome habillé.

3.1. Description qualitative

Les magnétomètres atomiques peuvent également être utilisés dans un mode vectoriel dont le principe physique s'appuie sur l'effet Hanle de l'atome habillé et non sur une mesure de la fréquence de Larmor [32], [33].

Le magnétomètre décrit utilise l'hélium 4 comme élément sensible. Les résultats sont transposables aux alcalins en modifiant notamment le rapport gyromagnétique.

Deux champs magnétiques orthogonaux basse fréquence $B_\omega \cos \omega t$ et $B_\Omega \cos \Omega t$ sont superposés au champ magnétique statique à mesurer. Les pulsations Ω et ω sont supérieures au taux de relaxation Γ des moments magnétiques ($\Omega, \omega > \Gamma$). En champ magnétique faible ($B_0 << \frac{\Gamma}{\gamma}$), ces modulations donnent lieu à des résonances aux fréquences $\frac{\Omega}{2\pi}$, $\frac{\omega}{2\pi}$ et $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$ (voir Figure 11), dont les amplitudes dépendent des composantes du champ magnétique sur les axes x, y et z respectivement. Les résonances ont la forme de courbes de dispersion.

Un champ magnétique de compensation $\overrightarrow{B_c}$, réglable sur chacun des axes x, y, z est asservi en champ magnétique nul à l'aide de ces signaux linéaires de sorte que $\overrightarrow{B_c} + \overrightarrow{B_0} = \vec{0}$. Le champ magnétique $\overrightarrow{B_c}$ généré par des bobines vectorielles est donc exactement opposé au champ magnétique statique à mesurer $\overrightarrow{B_0}$. Le champ magnétique vu par les atomes est asservi à la valeur zéro.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

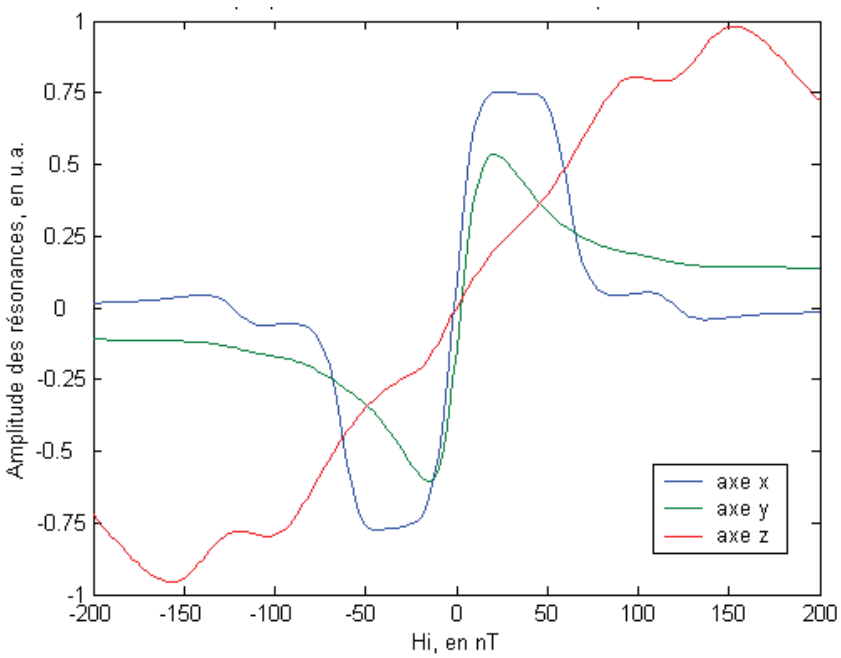


Figure 11. Exemple de triplet de résonances obtenues expérimentalement au voisinage du champ magnétique nul à l'aide du premier démonstrateur développé. Chaque résonance est proportionnelle au champ magnétique sur un axe, pour un champ magnétique inférieur à 10 nT

La Figure 12 montre un schéma représentant le magnétomètre vectoriel. Ce magnétomètre n'a pas de zone d'ombre.

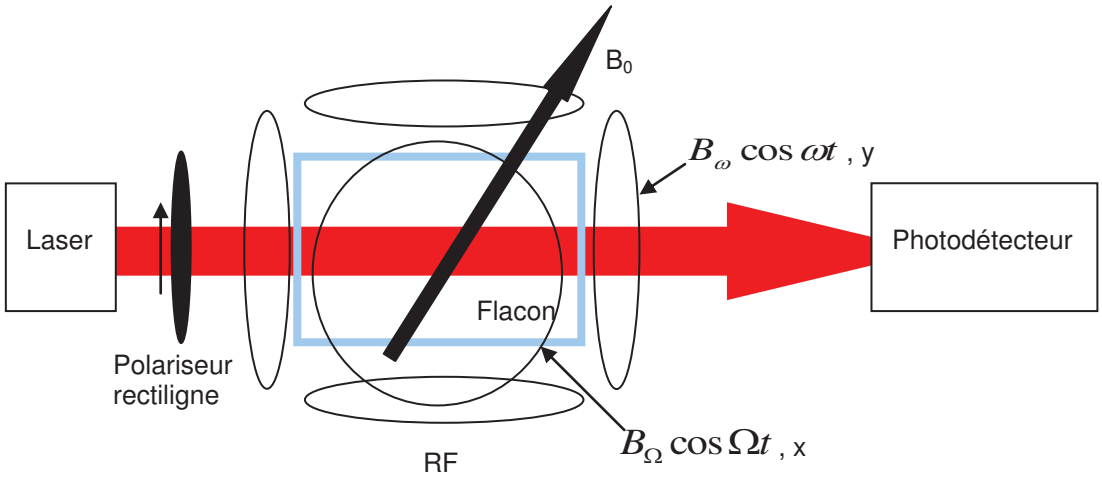


Figure 12. Schéma du magnétomètre vectoriel asservi en champ magnétique nul

Les principes physiques associés aux résonances sont détaillés dans le chapitre suivant.

3.2. Théorie

L'objet de cette partie est le calcul des résonances qui régissent le fonctionnement du magnétomètre vectoriel. Ces résonances sont associées à

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

l'effet Hanle qui se manifeste par des résonances électroniques en champ magnétique faible [27].

De nombreux paramètres, telles que fréquences et amplitudes des deux champs magnétiques basse fréquence, l'intensité du pompage optique et la pression de l'hélium (qui influe directement le temps de relaxation thermique des moments magnétiques) impactent les résonances. La complexité est telle qu'il est nécessaire de définir le point de fonctionnement optimal, lié à ces 6 paramètres, par calcul avant d'ajuster les réglages expérimentalement.

L'étude a déjà été menée dans le cas de la polarisation circulaire [23], mais pas dans le cas de la polarisation rectiligne, pour lequel il n'existe pas de solution analytique. Nous rappelons que nous avons choisi de réaliser le magnétomètre avec un pompage optique en polarisation rectiligne afin de s'affranchir des biais magnétique liés aux décalages en fréquence du laser, d'une part, et de pouvoir combiner le magnétomètre dédié aux mesures de champs magnétiques faibles aux magnétomètres scalaires isotropes déjà développés au Leti, d'autre part.

3.2.1. Effet Hanle

Cette partie est dédiée à la description du phénomène appelé « effet Hanle », ou « dépolarisation magnétique ». Ce type de résonance est provoqué par un champ magnétique statique. Le but de cette étude est de calculer la lumière absorbée par la vapeur atomique en fonction du champ magnétique appliqué. Elle permettra également d'approfondir les principes physiques mis en jeu et le formalisme utilisé.

3.2.1.1. Présentation du système

La Figure 13 représente l'expérience que l'on cherche à modéliser : on y retrouve le laser polarisé éclairant un plasma obtenu en soumettant une vapeur d'hélium 4 à une décharge haute fréquence. Le plasma d'hélium est soumis à un champ magnétique statique et uniforme.

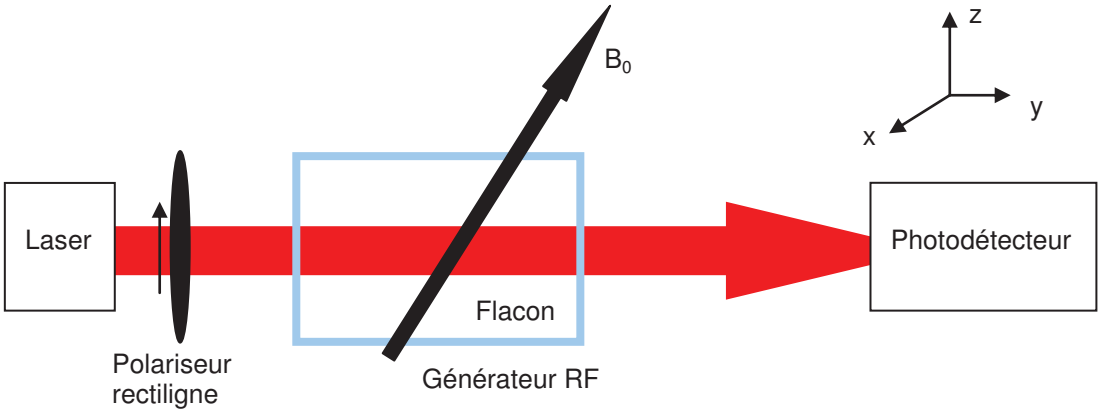


Figure 13. Configuration géométrique du dispositif. La polarisation du laser est parallèle à z, la direction du champ magnétique est quelconque

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

3.2.1.2. Mise en équation du système

Le traitement quantitatif de ce phénomène nécessite un formalisme quantique afin de décrire les interactions entre les atomes, le champ magnétique et le faisceau lumineux.

3.2.1.2.1. Axe de quantification

Considérons le triplet 2^3S_1 de l'hélium 4, il se scinde en trois sous-niveaux Zeeman caractérisés par un nombre quantique *m*. Ce nombre quantique représente la projection du moment cinétique J de l'atome d'hélium selon un axe orienté et arbitrairement choisi, appelé axe de quantification. Par exemple si l'on prend comme axe de quantification l'axe z, l'état *m* = +1 (respectivement *m* = -1) est l'état dans lequel le moment cinétique de l'atome est colinéaire à l'axe z et orienté dans le même sens (respectivement dans le sens opposé), et l'état *m* = 0 correspond à une orientation du moment cinétique de l'atome perpendiculaire à l'axe z.

3.2.1.2.2. Matrice densité

Afin de calculer la lumière absorbée par le plasma d'hélium, nous avons besoin de connaître la répartition des atomes d'hélium dans les sous-niveaux de l'état 2^3S_1 présentés Figure 14. La matrice densité ici introduite est donc celle correspondant à ces trois états : c'est une matrice 3x3, notée *ρ*.

Les éléments diagonaux ρ_{ii} de cette matrice sont égaux à la proportion d'atomes présents dans les trois états considérés alors que les termes non diagonaux $\rho_{ij}(i \neq j)$ représentent les cohérences entre ces états. Dans toute la partie 3.2.1, l'axe de quantification choisi est l'axe z. la base dans laquelle sont écrits tous les opérateurs agissants sur le système, y compris la matrice densité, sera alors notée $|m\rangle = \{|+1\rangle, |0\rangle, |-1\rangle\}$. Ces vecteurs correspondent aux états m = +1, 0, -1.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

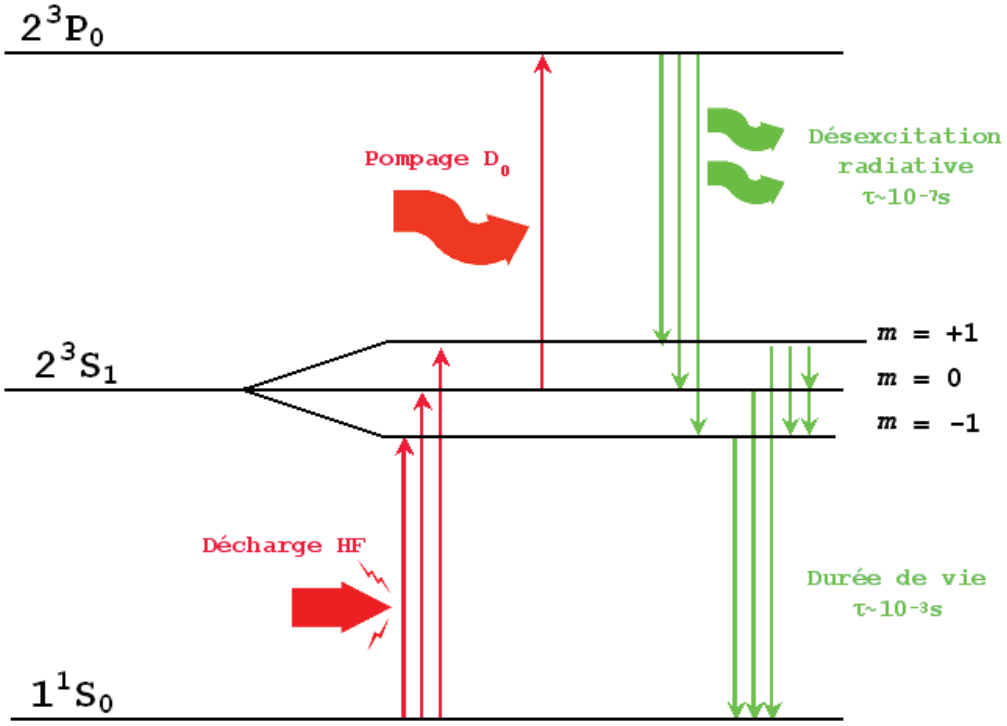


Figure 14. Transitions mises en jeu lors du pompage par la raie D_0. L'axe de quantification

3.2.1.2.3. Pompage optique et émission spontanée

La transition 2^3S_1-2^3P_0 (raie D_0) est ici retenue, car elle offre une bonne efficacité du cycle de pompage optique, et maximise ainsi l'amplitude des résonances que présente la lumière absorbée [58].

Le choix de la polarisation du laser permet de sélectionner à partir de quel sous-niveau de l'état 2^3S_1 se fait la transition vers le niveau 2^3P_0 [27].

Dans notre cas c'est une polarisation rectiligne selon l'axe z qui a été retenue, et c'est donc le sous-niveau $m=0$ du niveau métastable, qui est dépeuplé par le pompage optique. La désexcitation depuis l'état 2^3P_0 se fait ensuite de façon équiprobable vers les trois sous-niveaux de l'état 2^3S_1.

Le pompage optique en polarisation circulaire induit des décalages de l'énergie des sous niveaux Zeeman qui se traduisent par un biais assimilable à un champ magnétique perturbatif [31]. La polarisation rectiligne n'induit quant à elle aucun biais assimilable à une perturbation magnétique. Elle est employée en magnétométrie atomique pour améliorer la précision.

Les décalages entre la longueur d'onde du laser et la transition atomique considérée ne seront donc pas modélisés dans cette étude qui considère une polarisation rectiligne.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Les Figure 13 et Figure 14 résument la configuration du pompage optique et les différentes transitions mises en jeu.

L'expression de l'interaction entre un photon et un atome repose sur le calcul de l'opérateur d'interaction dipolaire électrique, qui est une matrice représentant les probabilités de transitions entre états lors de l'absorption d'un photon. Dans notre cas, c'est-à-dire une polarisation linéaire et un axe de quantification parallèle à la direction de polarisation, cette matrice est simple à exprimer : tous ses éléments sont nuls sauf l'élément central qui vaut 1, ce qui exprime que seuls les atomes dans l'état $m=0$ peuvent être excités. Nous appellerons cette matrice M_P, la matrice de pompage. Cela vient s'ajouter au fait que les atomes excités dans l'état 2^3P_0 se désexcitent de façon équiprobable sur les trois sous-niveaux métastables et l'on obtient :

$$\left.\frac{d\rho}{dt}\right|_1 = \frac{1}{T_P}\left\{-\begin{bmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1/3&0&0\\0&1/3&0\\0&0&1/3\end{bmatrix}\right\}=\frac{1}{T_P}\begin{bmatrix}1/3&0&0\\0&-2/3&0\\0&0&1/3\end{bmatrix} \qquad \text{Eq 6}$$

Pompage optique *Emission spontanée*

Le paramètre T_P est appelé temps de pompage optique et représente le temps moyen entre deux transitions dues à l'absorption d'un photon. Il est réglé à une valeur proche de celle du T_R, soit 1 ms, et est obtenu pour une densité optique de 1 mW/cm^2 typiquement employée dans les magnétomètres à hélium 4. Ce temps de pompage est inversement proportionnel à l'intensité du faisceau laser [26], [27], [58].

Deux hypothèses sont ici implicitement faites :

- L'émission spontanée est considérée comme instantanée, ce qui explique pourquoi la durée de vie de l'état 2^3P_0 n'apparaît pas. Cette hypothèse est justifiée par le fait que la durée de vie de l'état 2^3P_0 est 10^4 fois inférieure au temps de pompage.
- La variation de la densité de population de l'état $m=0$ par unité de temps est égale à $1/T_P$. Cette variation est donc indépendante de la densité de population de l'état $m=0$. Cette dernière reste en fait proche de 1/3 car nous supposons que la relaxation possède un temps caractéristique très inférieur au temps de pompage. L'état $m=0$ est donc plus rapidement repeuplé qu'il n'est vidé par le pompage.

3.2.1.2.4. Décharge HF et relaxation

L'état 2^3S_1 se peuple en appliquant un champ électrique alternatif haute fréquence (environ 20 MHz). Ce champ a pour effet d'accélérer les électrons et les ions au sein de la cellule. Les chocs entre atomes ou électrons permettent par la suite de peupler les états excités de l'hélium.

Il n'existe pas de retour possible vers l'état 1^1S_0 par émission spontanée d'un photon depuis l'état 2^3S_1 qui possède donc une durée de vie longue (10^{-3} s)

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

par rapport aux autres états excités (10^{-7} s). Cet état porte le nom d' « état métastable », et il est possible d'y porter une fraction notable des atomes d'hélium (environ un millionième).

La pression d'hélium doit être ajustée, en fonction des dimensions du flacon, afin de maximiser la durée de vie des atomes dans le niveau métastable. Les chocs contre les parois, les collisions avec un ou deux atomes dans le niveau fondamental, les collisions avec un électron ou encore avec un autre atome dans le niveau métastable sont à l'origine de la relaxation thermique. La constante de temps de la relaxation thermique T_R est de l'ordre de 1 ms [28], [29], [58].

Le pompage optique contribue également à la relaxation des atomes du niveau métastable avec un temps caractéristique T_P. D'autres phénomènes comme le gradient de champ magnétique contribuent à la relaxation [41] & [46]. Ils sont liés à l'environnement d'application du magnétomètre et ne sont pas pris en compte dans cette étude.

Par souci de simplification, on fait ici l'hypothèse que la relaxation affecte de la même manière les populations et cohérences des sous-niveaux métastables et on obtient le terme d'évolution suivant qui traduisent d'une part le peuplement homogène du niveau métastable par la décharge HF et d'autre part la relaxation isotrope :

$$\left.\frac{d\rho}{dt}\right|_2 = -\left(\frac{1}{T_R}+\frac{1}{T_P}\right)\left(\rho_{ij}-\frac{\delta_{ij}}{3}\right) \;;\; \delta_{ij}=1 \text{ si i = j, 0 sinon} \qquad \text{Eq 7}$$

3.2.1.2.5. *Champ magnétique*

L'évolution de la matrice densité sous l'effet du champ magnétique est donnée par l'équation de Schrödinger adaptée à ce formalisme :

$$\left.\frac{d\rho}{dt}\right|_3 = \frac{1}{i\hbar}[H_Z,\rho] = \frac{1}{i\hbar}\left(H_Z\rho-\rho H_Z\right) \qquad \text{Eq 8}$$

Où H_Z est l'Hamiltonien Zeeman dont l'expression est donnée par :

$$H_Z = \gamma\vec{B}.\vec{J} = \gamma\left(B_xJ_x+B_yJ_y+B_zJ_z\right) \qquad \text{Eq 9}$$

Les trois opérateurs J_x, J_y et J_z sont les composantes de l'opérateur moment cinétique et leurs matrices sont données dans l'annexe 8.3.

3.2.1.2.6. *Equation d'évolution*

La matrice densité évolue donc suivant l'équation ci-dessous :

$$\frac{d\rho}{dt} = \left.\frac{d\rho}{dt}\right|_1 + \left.\frac{d\rho}{dt}\right|_2 + \left.\frac{d\rho}{dt}\right|_3 \qquad \text{Eq 10}$$

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

3.2.1.2.7. Calcul de l'intensité de lumière absorbée :

Une fois la matrice densité établie il reste à obtenir la lumière absorbée, notée L_A. Dans notre cas, L_A est proportionnelle à la population de l'état $m = 0$, puisque seuls ces atomes peuvent absorber des photons. Ceci est un cas particulier d'un résultat plus général : l'intensité de la lumière absorbée est proportionnelle à l'opérateur donné par la matrice de pompage M_P [27].

$$L_A = AM_P \qquad \text{Eq 11}$$

Le coefficient de proportionnalité A est égal au nombre d'atomes métastables N multiplié par la probabilité de pomper un de ces atomes par unité de temps, qui est égale à $1/T_P$. Pour un centimètre cube d'hélium 4 sous une pression de 3 torrs, A est de l'ordre de 10^{12} atomes/s.

3.2.1.3. Résolution de l'équation d'évolution

3.2.1.3.1. Méthode de résolution

Il est possible de résoudre Eq 10 traduisant l'évolution du système et de calculer analytiquement la lumière absorbée en fonction du champ magnétique statique. Cette résolution utilise un type particulier d'opérateurs, appelés Opérateurs Tensoriels Irréductibles (OTI) présentées dans l'annexe 8.6 ainsi que dans la référence [67].

Avec le formalisme des OTI, l'Eq 10 se simplifie grandement si l'on choisit le champ magnétique comme axe de quantification. Cette opération est équivalente à un changement de base dans laquelle sont écrits les opérateurs agissant sur le système, y compris la matrice densité. La mécanique quantique montre que la base correspondant à un axe de quantification parallèle au champ magnétique est constituée des vecteurs propres du hamiltonien Zeeman, donc aisément calculables. Cette base sera notée $\left|\overline{m}\right\rangle$ ($\left|\overline{+1}\right\rangle, \left|\overline{0}\right\rangle, \left|\overline{-1}\right\rangle$). La méthode de résolution est détaillée en annexe8.6 et peut être résumée par la figure suivante :

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

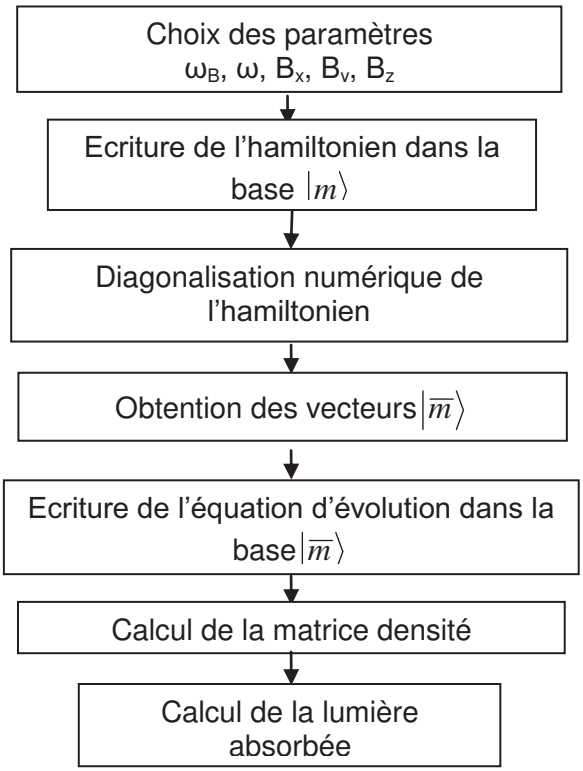


Figure 15. Méthode de calcul de la lumière absorbée, où $\omega_B = \gamma B_\omega$

3.2.1.3.2. Résultats analytiques

Les courbes ci-après indiquent la valeur moyenne de la matrice de pompage, c'est-à-dire la proportion d'atomes qui sont dans l'état $|0\rangle$, proportionnelle à l'intensité continue de lumière absorbée.

Lorsque *B* est parallèle à l'axe *z*, il n'influe pas sur la lumière absorbée. Par contre lorsqu'il est parallèle à x ou y, la lumière absorbée présente une résonance en champ magnétique nul.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

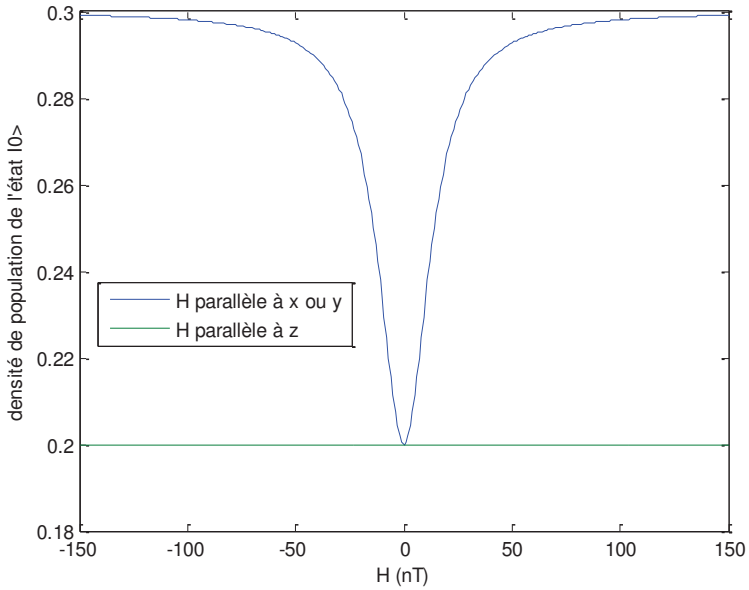


Figure 16. Courbe de résonance de l'effet Hanle en fonction du balayage des composantes du champ magnétique. L'évolution de la densité de population de l'état $|0\rangle$ en fonction du champ magnétique appliqué au plasma d'hélium 4. (T_P = 1 ms, T_R = 0.2 ms). T_R est fixé à une valeur inférieure à celle de T_P en raison du modèle physique qui se limite à un cadre ou le pompage optique polarise peu les sous-niveaux d'énergie [45]

3.2.1.3.3. Discussion physique

Supposons que le champ magnétique soit nul au sein de la cellule et le laser éteint : les densités de population des états $|+1\rangle,|0\rangle,|-1\rangle$ sont donc égales à 1/3. A t = 0, on démarre le laser : celui-ci commence à pomper les atomes de l'état $|0\rangle$ dont la densité de population diminue jusqu'à atteindre la valeur stationnaire donnée par la courbe verte Figure 16. Au cours du temps, la probabilité de pomper un atome diminue et le plasma d'hélium 4 devient donc de plus en plus transparent.

Ajoutons un champ magnétique statique et uniforme *B*. Chaque atome peut être considéré comme un dipôle magnétique dont le moment magnétique est parallèle au moment cinétique. Le dipôle se met à tourner autour d'un axe parallèle au champ magnétique, à la fréquence de Larmor.

Ce phénomène induit des transitions entre les états $|+1\rangle,|0\rangle,|-1\rangle$. Considérons un atome dans l'état $|+1\rangle$ ou $|-1\rangle$: lorsque le champ B est parallèle à l'axe y, son moment magnétique, initialement parallèle à l'axe z, se met à tourner dans le plan xOz, et l'atome passe périodiquement par les états $|+1\rangle,|0\rangle,|-1\rangle$, d'autant plus rapidement que le champ magnétique est élevé. Ceci tend à repeupler l'état $|0\rangle$ et le plasma d'hélium devient donc plus opaque qu'en champ nul. Si le champ magnétique est dirigé selon l'axe z, celui-ci ne fait pas

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

évoluer les atomes dans les états $|+1\rangle$ et $|-1\rangle$ car leur moment magnétique est également dirigé selon z et il n'y a pas de précession de Larmor.

La précession de Larmor des atomes pompés entre en compétition avec le phénomène de relaxation qui tend à égaliser les populations des trois niveaux considérés. Ainsi, pour que la résonance induite par le champ magnétique apparaisse, il faut que les dipôles aient eut le temps de tourner suffisamment avant de relaxer. Les deux paramètres à comparer sont donc $\omega_L = \gamma B$ et $\frac{1}{T_R} + \frac{1}{T_P}$:

- Si $\gamma B << \frac{1}{T_R} + \frac{1}{T_P}$, les dipôles n'ont pas le temps de tourner avant de relaxer et la situation est comparable au champ nul. Cela correspond à la partie centrale de la Figure 16.

- $\gamma B = \frac{1}{T_R} + \frac{1}{T_P}$ correspond à une valeur du champ magnétique d'environ 30 nT. Cette valeur indique la largeur de la raie de résonance, qui est donc très fine.

- Si $\gamma B >> \frac{1}{T_R} + \frac{1}{T_P}$ les dipôles ont le temps d'effectuer plusieurs rotations complètes avant de relaxer et le rôle du champ magnétique est prépondérant vis-à-vis de la relaxation, ce qui correspond à la partie « champ fort » de la Figure 16, pour laquelle la densité de population de l'état $|0\rangle$ est maximale.

3.2.2. Atome habillé par les photons de champ magnétique basse fréquence

Un champ magnétique basse fréquence va maintenant être ajouté au système considéré. Nous verrons que l'on peut considérer cette expérience comme un « effet Hanle » appliqué à un atome d'hélium dont les propriétés sont modifiées par le champ magnétique basse fréquence. C'est pourquoi on utilise le terme « atome habillé » [46].

La méthode de l'atome habillé est retenue pour quantifier les phénomènes d'interaction entre les champs magnétiques basse fréquence et l'atome d'hélium. Il est également possible de résoudre l'équation pilote qui traduit l'évolution de la matrice densité en incluant les champs magnétiques basse fréquence dans les termes de champ magnétique d'Eq 9.

3.2.2.1. Champ magnétique basse fréquence

Le champ magnétique basse fréquence est imposé selon l'axe y, sa norme est par exemple B_ω = 400 nT et sa fréquence d'oscillation $\frac{\omega}{2\pi}$ est de 16 kHz. On notera ω_B la pulsation de Larmor associée à la norme du champ basse fréquence par $\omega_B = \gamma B_\omega$.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

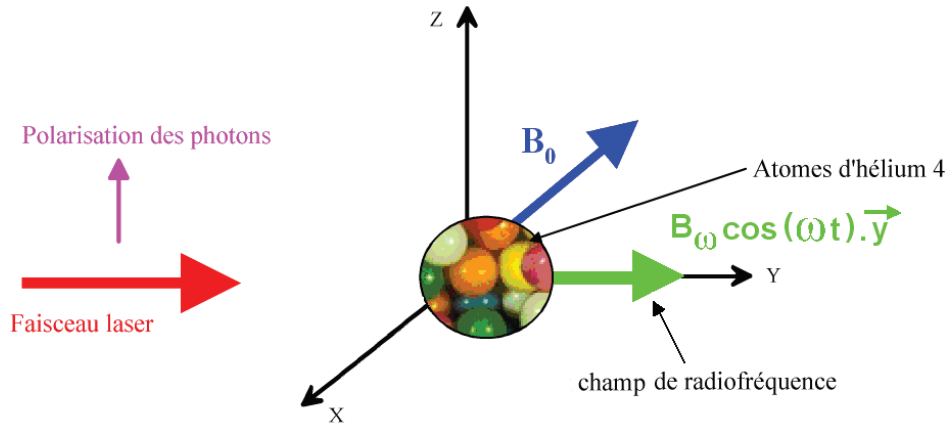


Figure 17. Configuration géométrique du dispositif. La polarisation du faisceau laser est parallèle à z, la direction du champ magnétique B_0 est quelconque et le champ basse fréquence est parallèle à y.

3.2.2.2. Photons du champ magnétique basse fréquence

Le formalisme de l'atome habillé repose sur la quantification du champ magnétique basse fréquence. Ce dernier est considéré comme un ensemble de photons qui peut prendre des valeurs d'énergie quantifiées.

$$E = n\hbar\omega \qquad \text{avec} \qquad n = 0 \ldots +\infty \qquad \text{Eq 12}$$

L'énergie d'un photon basse fréquence étant égale à $\hbar\omega$, n est le nombre de photons présents dans le champ de basse fréquence. Ces niveaux d'énergie correspondent à des états notés $|n\rangle$, qui sont les vecteurs propres de l'hamiltonien :

$$H_{RF} = \hbar\omega\ a^{+}a \qquad \text{et} \qquad H_{RF}|n\rangle = n\hbar\omega|n\rangle \qquad \text{Eq 13}$$

L'opérateur a^{+} est l'opérateur de création et a est l'opérateur d'annihilation dont les actions sur les états $|n\rangle$ sont connues.

$$a^{+}|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \qquad \text{et} \qquad a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \qquad \text{Eq 14}$$

L'ensemble des vecteurs $|n\rangle$ forme une base de l'espace des états que peut parcourir le champ magnétique basse fréquence. Cet espace est donc de dimension infinie et nous le noterons E_{RF}.

3.2.2.3. Nouvel espace des états

Si l'on considère le système formé d'un atome d'hélium et d'un champ magnétique basse fréquence, une base de l'espace des états peut s'écrire : $|m,n\rangle$ avec m = 1, 0,-1 et $n = 0...+\infty$. L'état $|m,n\rangle$ correspond à la situation

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

dans laquelle l'atome d'hélium est dans l'état $|m\rangle$ et le champ magnétique basse fréquence dans l'état $|n\rangle$.

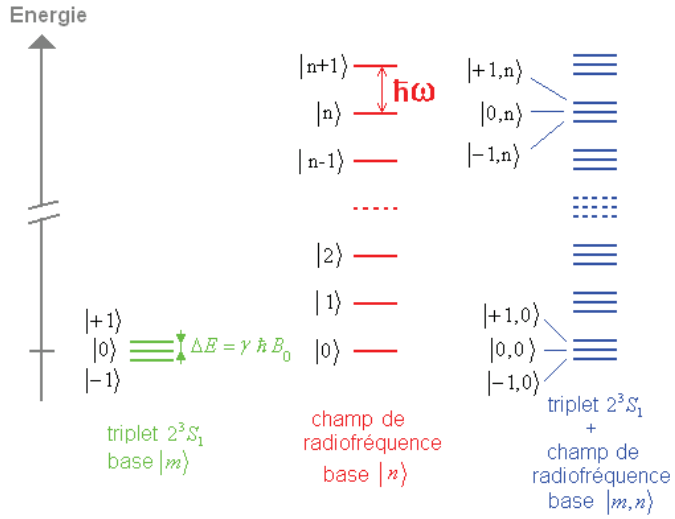


Figure 18. Niveau d'énergie des systèmes suivants : atome d'hélium, champ magnétique basse fréquence, atome habillé par les photons basse fréquence

Les trois vecteurs $|+1\rangle,|0\rangle,|-1\rangle$ forment une base de l'espace des états du triplet 2^3S_1, que nous noterons $E_{2^3S_1}$. L'axe de quantification associé à ces vecteurs sera l'axe z tout au long de ce chapitre. L'espace ayant pour base les états $|m,n\rangle$ est le produit tensoriel des deux espaces E_{RF} et $E_{2^3S_1}$. Nous le noterons E_h.

$$E_h = E_{2^3S_1} \otimes E_{RF} \qquad \text{Eq 15}$$

Tout opérateur A de $E_{2^3S_1}$ possède un équivalent A_h dans E_h qui s'obtient par un produit tensoriel d'opérateurs entre A et I_{RF}, où I_{RF} est l'opérateur identité de l'espace du champ magnétique basse fréquence.

$$A_h = A \otimes I_{RF} \qquad \text{Eq 16}$$

Prenons par exemple la matrice de pompage M_P introduite dans la partie précédente. Le résultat du produit tensoriel entre M_P et I_{RF} est présenté ci-dessous.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

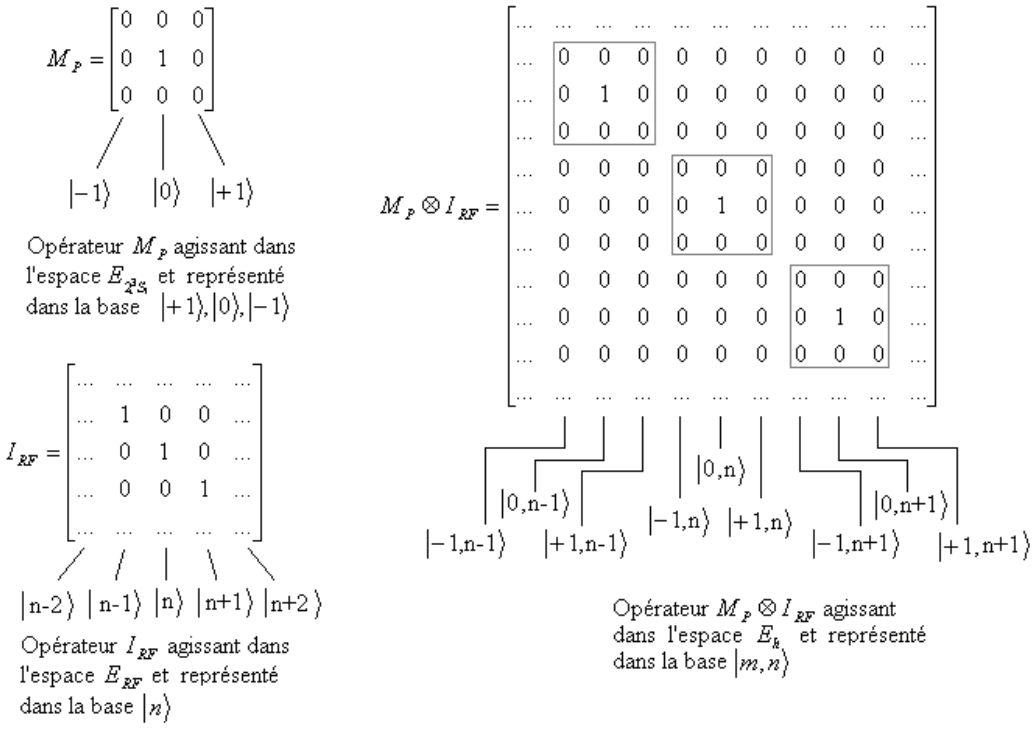


Figure 19. Représentation des opérateurs M_P, I_{RF} et $M_P \otimes I_{RF}$

La matrice de $M_P \otimes I_{RF}$ est donc de dimension infinie et son action sur les vecteurs $|m,n\rangle$ est identique à celle de M_P sur les vecteurs $|m\rangle$ quelle que soit la valeur du nombre quantique n. De la même manière tous les opérateurs du système seront de dimension infinie, y compris la matrice densité. Dans un souci de ne pas alourdir les notations, nous noterons les opérateurs de la même manière que dans la partie précédente, et M_P signifiera donc $M_P \otimes I_{RF}$. Il faut toutefois garder à l'esprit que l'espace E considéré dans cette partie est radicalement différent de $E_{2^3S_1}$.

3.2.2.4. Hamiltonien de l' « atome habillé »

L'hamiltonien du triplet 2^3S_1 en présence d'un champ magnétique basse fréquence s'écrit :

$$\overline{H} = H_{RF} + H_Z + V \qquad \text{Eq 17}$$

Où H_Z est l'hamiltonien Zeeman (Eq 9), H_{RF} l'hamiltonien du champ magnétique basse fréquence (Eq 13). V est le terme de couplage entre le champ magnétique basse fréquence et le triplet 2^3S_1. Dans la géométrie considérée, *V* s'écrit :

$$V = i\frac{\lambda}{2}\left(a^+ J_- - aJ_+\right) + i\frac{\lambda}{2}\left(a^+ J_+ - aJ_-\right) = \lambda J_y (a + a^+) \qquad \text{Eq 18}$$

L'expression des opérateurs J_+ et J_- et leur action sur les états $|m,n\rangle$ sont données dans l'annexe 8.3. La constante de couplage λ est donnée par :

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

$$\lambda = \frac{\omega_B}{2\sqrt{n}} \qquad \text{Eq 19}$$

On peut maintenant écrire, Figure 20, l'hamiltonien du système, dans la base $|m,n\rangle$.

La connaissance de l'hamiltonien de « l'atome habillé » dans la base $|m,n\rangle$ va nous permettre de calculer numériquement le diagramme des niveaux d'énergie de ce système.

n

$$\overline{H} = H_{RF} + H_z + i\frac{\lambda}{2}(a^+ J_- - aJ_+) + i\frac{\lambda}{2}(a^+ J_+ - aJ_-)$$

$$\overline{H} = \hbar$$

	|-1,n-1›	|0,n-1›	|+1,n-1›	|-1,n›	|0,n›	|+1,n›	|-1,n+1›	|0,n+1›	|+1,n+1›
|-1,n-1›	(n-1)ω- ω$_z$	(ω$_x$-iω$_y$)/√2			-iω$_B$/2√2				
|0,n-1›	(ω$_x$+iω$_y$)/√2	(n-1)ω	(ω$_x$-iω$_y$)/√2	+iω$_B$/2√2		-iω$_B$/2√2			
|+1,n-1›		(ω$_x$+iω$_y$)/√2	(n-1)ω+ ω$_z$		+iω$_B$/2√2				
|-1,n›		-iω$_B$/2√2		nω- ω$_z$	(ω$_x$-iω$_y$)/√2			-iω$_B$/2√2	
|0,n›	+iω$_B$/2√2		-iω$_B$/2√2	(ω$_x$+iω$_y$)/√2	nω	(ω$_x$-iω$_y$)/√2	+iω$_B$/2√2		-iω$_B$/2√2
|+1,n›		+iω$_B$/2√2			(ω$_x$+iω$_y$)/√2	nω+ ω$_z$		+iω$_B$/2√2	
|-1,n+1›					-iω$_B$/2√2		(n+1)ω- ω$_z$	(ω$_x$-iω$_y$)/√2	
|0,n+1›				+iω$_B$/2√2		-iω$_B$/2√2	(ω$_x$+iω$_y$)/√2	(n+1)ω	(ω$_x$-iω$_y$)/√2
|+1,n+1›					+iω$_B$/2√2			(ω$_x$+iω$_y$)/√2	(n+1)ω+ ω$_z$

Figure 20. Hamiltonien de « l'atome habillé » représenté dans la base $|m,n\rangle$. Les pulsations ω_x, ω_y et ω_z correspondent aux composantes du champ magnétique statique B_0.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

3.2.2.5. Diagramme d'énergie

3.2.2.5.1. Invariance par translation du diagramme d'énergie

Le nombre de photons présents dans le champ magnétique basse fréquence est de l'ordre de 10^{18} [46]. Cela signifie que le champ magnétique basse fréquence est dans une superposition d'états proches de l'état $\left|n=10^{18}\right\rangle$, et il convient donc de s'intéresser à cette partie du diagramme.

Sur la Figure 20, il apparait que les constantes de couplage entre le champ magnétique basse fréquence et le triplet 2^3S_1 (termes rouges et oranges) sont tous égaux. Ceci découle du fait que la valeur de *n* est très grande. En effet, si l'on considère la colonne correspondant à l'état $\left|0,n\right\rangle$ par exemple, le coefficient situé en haut de la colonne est en fait égal à :

$$\left\langle -1,n-1\right|\frac{\lambda}{2}\left(aJ_{-}+a^{+}J_{+}\right)\left|0,n\right\rangle=\frac{\lambda}{2}\sqrt{2}\sqrt{n-1}=\frac{\omega_B}{2\sqrt{2}}\times\sqrt{\frac{n-1}{n}} \qquad \text{Eq 20}$$

Etant donnée la valeur de *n*, on peut considérer que ce terme est égal à $\omega_B/(2\sqrt{2})$. Il en va de même pour les autres coefficients, qui sont pondérés par des termes de la forme $\sqrt{n+i}/\sqrt{n}$, où la condition $i<<n$ est toujours vérifiée. L'hamiltonien possède alors une invariance par translation suivant sa diagonale : les coefficients de couplage présents dans une colonne ne dépendent pas de *n*. Nous verrons que cette approximation est capitale pour mener à bien le calcul du diagramme d'énergie.

La figure ci-dessous présente le diagramme d'énergie de l'atome habillé en fonction du champ magnétique statique, lorsque celui-ci est parallèle à l'axe z. Les courbes représentent l'évolution des valeurs propres de l'hamiltonien de l'atome habillé en fonction de B_y.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

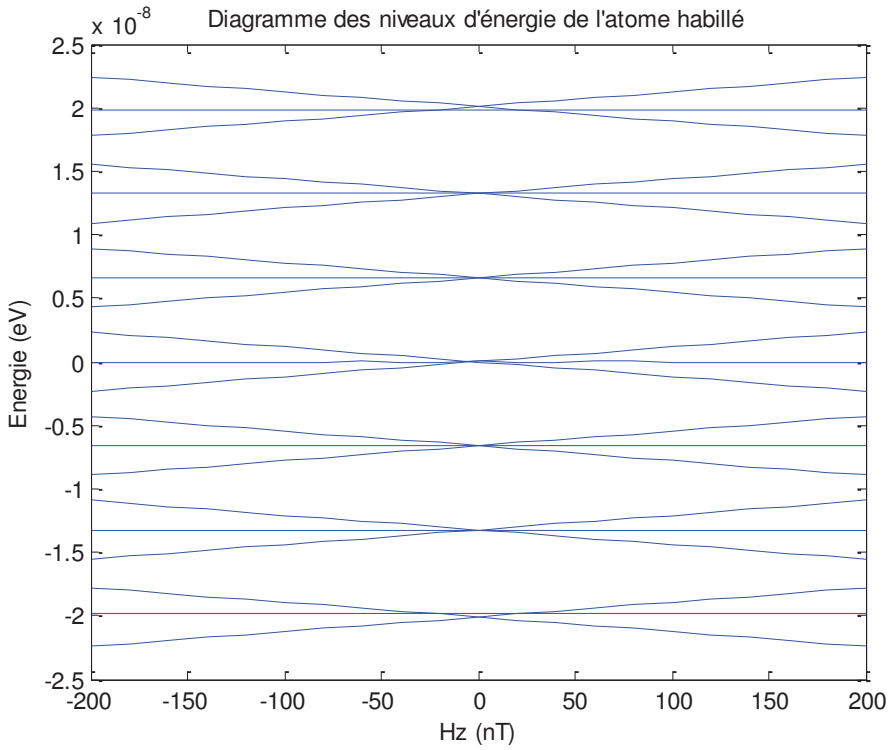


Figure 21. Evolution des niveaux d'énergie en fonction de B_y *(*$B_x = 0, B_z = 0$*). L'origine des énergies est arbitraire.*

Ce diagramme a été obtenu en diagonalisant numériquement la matrice représentée Figure 20. La matrice utilisée étant de dimension 21x21, la figure ne présente que l'évolution de 21 valeurs propres. Ce qui est un nombre infime puisque l'hamiltonien possède en théorie une infinité de valeurs propres. Les niveaux d'énergie sont organisés en triplets qui se croisent en champ nul, un triplet correspondant à une valeur de *n*.

Il apparait sur ce diagramme la même invariance par translation que celle du hamiltonien. Les 7 triplets de niveaux présentent une évolution identique, et peuvent être obtenus par translation du triplet central d'une énergie $\hbar\omega$. Les deux triplets situés en haut et en bas de la figure sont légèrement différents des autres. Cette tendance résulte « d'effets de bords », de la matrice de dimension finie. Toute l'information du diagramme d'énergie est donc contenue dans un seul triplet. Cela revient à considérer que le système pris en compte est un atome d'hélium dont les propriétés ont été modifiées par le champ magnétique basse fréquence.

L'invariance par translation de l'hamiltonien nous permet donc de nous limiter au calcul de l'évolution d'un seul triplet, et justifie l'utilisation d'une matrice de dimension finie. Il reste toutefois nécessaire de mener le calcul avec une matrice comportant plusieurs triplets, au moins 7 dans notre cas, ceci afin que les « effets de bords » perturbent peu le calcul des niveaux d'énergie du triplet central.

Nous avons également observé l'anisotropie du diagramme d'énergie, voir annexe 8.7.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

3.2.2.6. Calcul des résonances

Le calcul des résonances paramétriques en champ nul suit un algorithme quasiment identique à celui de l'effet Hanle. Les deux seules différences sont que l'on doit maintenant calculer la pulsation de Larmor « habillée » $\overline{\omega_0}$ pour résoudre l'équation d'évolution, et qu'il faut considérer les transitions possibles entre les différents triplets « d'atomes habillés » représentés sur la Figure 20. La méthode de résolution, résumée par la figure ci-dessous, est détaillée dans ce paragraphe. Les résultats numériques obtenus sont présentés dans le paragraphe suivant.

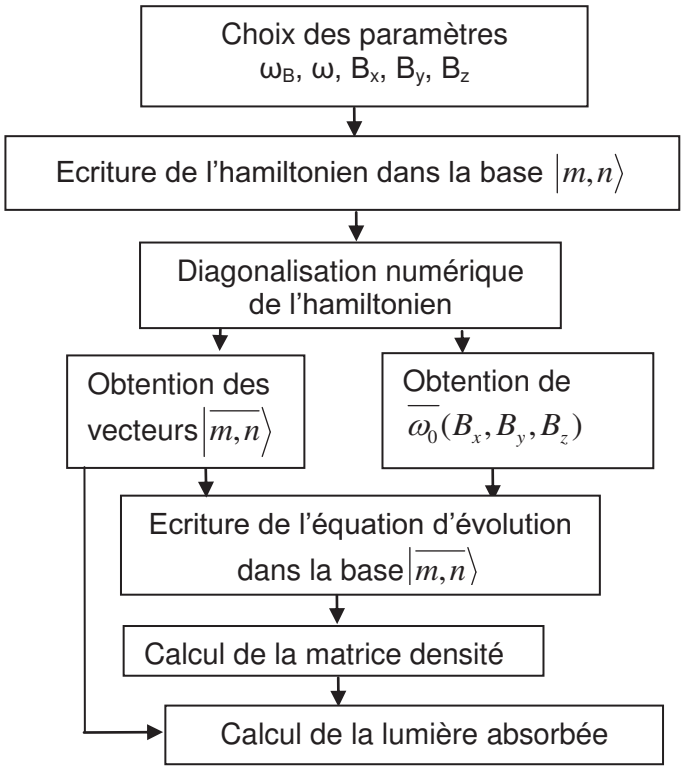


Figure 23. Algorithme de calcul des résonances paramétriques en champ nul de l'atome habillé. Les vecteurs $|\overline{m,n}\rangle$ sont les vecteurs propres du hamiltonien de l'atome habillé

Les dimensions des matrices employées dans le calcul des hamiltoniens ont été choisies suffisamment grande pour que les calculs convergent et suffisamment petites pour que les temps de calcul soient compatibles avec les besoins associés à ces simulations.

Pour chaque calcul de résonances, nous avons d'abord imposé un champ magnétique sur l'axe de quantification, puis rajouté progressivement les contributions des autres termes. Cette démarche est issue de [46].

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

3.2.2.6.1. *Résultats numériques*

Le spectre de la lumière absorbée L_A possède des composantes non nulles uniquement aux fréquences multiples de $\frac{\omega}{2\pi}$. Le programme réalisé permet potentiellement de calculer l'évolution de toutes ces composantes, sous réserve d'utiliser un hamiltonien de taille suffisante.

La constante A introduite dans Eq 11 n'est pas connue avec précision. Il est seulement possible de calculer L_A / A, un nombre sans unité et qui représente la proportion d'atomes dans les états $|0,n\rangle$, pour toute valeur de *n*.

La Figure 24 montre les résultats du calcul de la résonance à la pulsation ω en fonction de la direction et de l'amplitude du champ magnétique appliqué. La résonance calculée est également superposée à l'expression analytique mentionnée Eq 21, issue de [46], qui est un cas particulier de l'expression générique mentionnée dans l'annexe 8.6.2. Les deux courbes se superposent exactement au sein de Figure 24.

$$L_A{}^k = \sum_{q,s,s'} \lambda_q{}^k \; J_s(q\frac{\omega_B}{\omega}) \; O_q{}^{k*} J_{s+s'}(q\frac{\omega_B}{\omega}) \frac{e^{is'\omega t}}{\Gamma - i[s\omega + q\overline{\omega}_0]} \qquad \text{Eq 21}$$

Où :

J_s : une fonction de Bessel d'espèce s

$O_q{}^k$: observable de rang k

$\Gamma = 1/T_R + 1/T_P$: fréquence de relaxation, s^{-1}

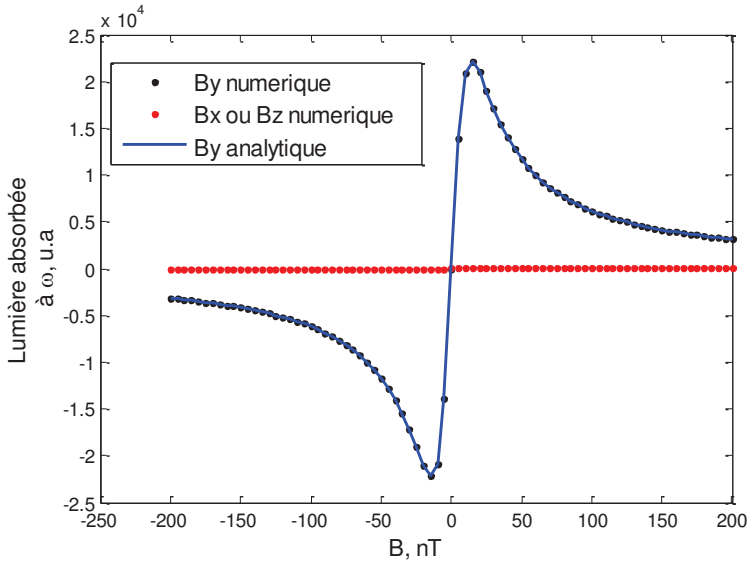


Figure 24. Evolution de la composante à 16 kHz du spectre de l'intensité de la lumière absorbée (ω/2π = 16 kHz, B_ω = 260 nT, T_p = 1 ms, T_R = 0.2 ms). Les courbes en pointillés noirs ou rouges sont les résultats des calculs numériques effectués par le programme pour un champ magnétique appliqué respectivement parallèlement ou orthogonalement au champ basse fréquence. La courbe bleue, est le résultat analytique pour un champ magnétique parallèle au champ basse fréquence, en polarisation π

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

L'intensité de la lumière absorbée issue du programme de calcul est égale au résultat du calcul analytique de la résonance paramétrique en champ nul. Il faudra confronter le programme à des résultats expérimentaux pour le valider dans le cas général, voir chapitre 4. La formulation analytique du calcul se limite à quelques cas particuliers, avec un champ magnétique basse fréquence en polarisation π ou en polarisation σ+, pour lesquels plusieurs termes se simplifient. Le calcul numérique permet quant à lui de connaitre l'intensité de la résonance paramétrique quelle que soit la polarisation du champ radiofréquence.

Lorsque le champ magnétique statique est dans le plan xOz, aucun signal n'est généré. L'intensité de lumière absorbée varie uniquement si *B* possède une composante non nulle selon l'axe y. Dans ce cas, la courbe obtenue présente une partie linéaire au voisinage du champ nul. En se plaçant en champ faible, le système permet une mesure directe de la composante de $\overrightarrow{\mathbf{B}_0}$ sur l'axe y.

3.2.3. Ajout d'un second champ magnétique basse fréquence

Un deuxième champ magnétique basse fréquence est ici ajouté au système. Cette étape est la dernière dans la modélisation du magnétomètre « champ nul ».

3.2.3.1. Nouvel espace des états

Le deuxième champ magnétique basse fréquence apporte lui aussi un nouveau degré de liberté et un nouveau nombre quantique, que nous noterons *p* et qui correspond au nombre de photons présents dans le deuxième champ magnétique basse fréquence. L'espace des états est donc à nouveau changé et une nouvelle base de cet espace est constituée des vecteurs $|m,n,p\rangle$. On pourrait alors procéder de manière identique à la partie précédente en généralisant les formules employées au nouvel espace des états. Cette approche consisterait à écrire l'hamiltonien total du système dans la base $|m,n,p\rangle$, diagonaliser cette matrice et en extraire l'intensité de la lumière absorbée.

Toutefois cette approche est lourde à traiter numériquement car elle implique de travailler avec des matrices de taille 147x147 pour prendre en compte 7 multiplicités pour chacun des 2 champs magnétique basse fréquence. Nous avons donc opté pour une approche, non restrictive, qui traite successivement, et non simultanément, les 2 champs magnétiques basse fréquence [32], [33]. Elle est présentée ci-après.

3.2.3.2. Principe de la méthode de calcul en deux étapes successives

Dans un premier temps l'approche développée avec un champ basse fréquence est appliquée pour obtenir l'évolution d'un triplet de niveaux qui contient toute l'information sur l'atome d'hélium habillé par le premier champ magnétique basse fréquence.

L'étape suivante consiste à considérer le triplet de niveaux comme un atome d'hélium dont les propriétés ont été modifiées par le premier champ

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

magnétique basse fréquence et à l' « habiller » avec le deuxième champ magnétique basse fréquence. On utilisera donc un algorithme identique à la première étape, mais en changeant les paramètres ω et ω_B par Ω et Ω_B. De plus, l'expression des coefficients de couplage pour un champ magnétique basse fréquence dirigé selon l'axe y sera différente et il faudra enfin veiller à exprimer ces coefficients dans la bonne base.

Une fois réalisée la diagonalisation des deux hamiltoniens relatifs aux deux champs magnétiques basse fréquence, le calcul de l'intensité lumineuse absorbée est effectué. La Figure 25 retrace les différentes étapes de l'algorithme.

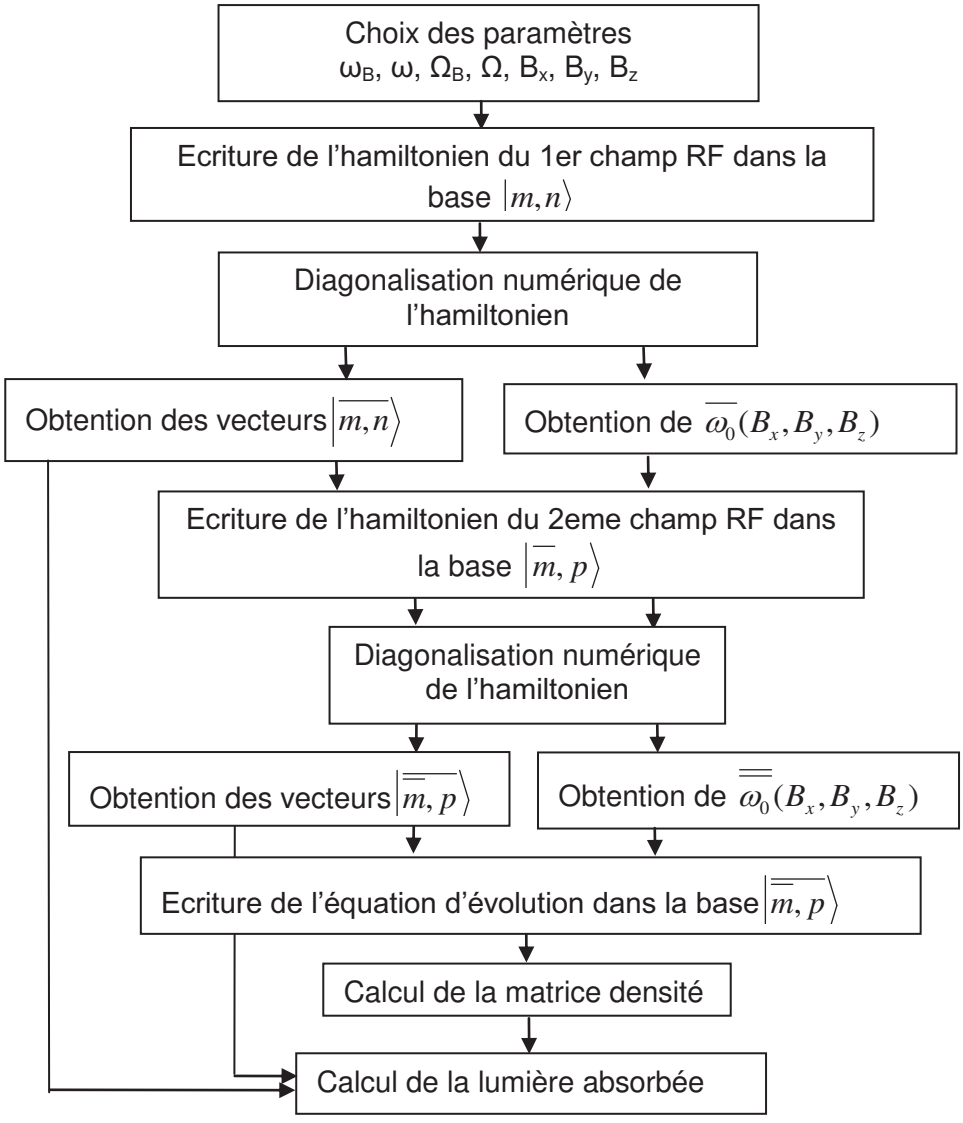


Figure 25. Algorithme de calcul des résonances paramétriques en champ nul de l'atome d'hélium habillé par deux champs magnétiques basse fréquence. On retrouve sur cette figure l'algorithme présenté dans le paragraphe précédent et appliqué deux fois, où $\omega_B = \gamma B_\omega$ et $\Omega_B = \gamma B_\Omega$

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

A partir de l'utilisation de deux champs basse fréquence orthogonaux, à deux fréquences différentes, on peut estimer sur la lumière transmise trois signaux indépendants, proportionnels aux trois composantes du champ magnétique et permettant de les mesurer simultanément

De nouvelles variables apparaissent sur ce diagramme. Les vecteurs $\left|\overline{m,p}\right\rangle$ sont les vecteurs propres du deuxième hamiltonien correspondant au deuxième champ magnétique basse fréquence. La pulsation $\overline{\omega_0}$ est la pulsation anisotrope associée au diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hélium habillé par les deux champs magnétiques basse fréquence.

La méthode de calcul des résonances paramétriques de l'atome d'hélium habillé par deux champs magnétiques basse fréquence est détaillée dans le paragraphe suivant.

3.2.3.3. Hamiltonien de l'atome habillé par deux champs magnétiques basse fréquence

L'influence de chaque champ magnétique basse fréquence est calculée séparément. Le domaine de validité de cette approximation sera précisé. La géométrie du système ici considéré est résumée par la Figure 17.

L'espace des états de l'atome d'hélium habillé par deux champs magnétiques basse fréquence, noté E, est le produit tensoriel de 3 espaces différents :

$$E = E_{2^3S_1} \otimes E_{RF} \otimes E_{RF\,2} \qquad \text{Eq 22}$$

$E_{2^3S_1}$ est l'espace des états du triplet 2^3S_1, E_{RF} celui du premier champ magnétique basse fréquence et $E_{RF\,2}$ celui du deuxième champ magnétique basse fréquence. Une base de l'espace E s'écrit :

$\left|m,n,p\right\rangle$, où m = +1, 0, -1 ; n = 0 … $+\infty$; p = 0 … $+\infty$ Eq 23

On retrouve le nombre quantique *n* relatif à E_{RF}, qui est le nombre de photons présents dans le premier champ magnétique basse fréquence. $E_{RF\,2}$ est un espace analogue à E_{RF}, et le nombre quantique p est donc le nombre de photons présents dans le deuxième champ magnétique basse fréquence.

L'hamiltonien du système total est :

$$\overline{H} = H_Z + H_{RF} + V + H_{RF\,2} + V_2 \qquad \text{Eq 24}$$

H_Z est l'hamiltonien Zeeman, H_{RF} est l'hamiltonien du premier champ magnétique basse fréquence et *V* le couplage entre l'atome et le premier champ magnétique basse fréquence. De la même façon, $H_{RF\,2}$ est l'hamiltonien du deuxième champ magnétique basse fréquence et V_2 le couplage entre l'atome et le deuxième champ magnétique basse fréquence.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Dans la base $|m,n,p\rangle$, l'hamiltonien H du système s'écrit :

$$H = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & A(p-2) & B & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & B & A(p-1) & B & 0 & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & B & A(p) & B & 0 & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & B & A(p+1) & B & \cdots \\ \cdots & 0 & 0 & 0 & B & A(p+2) & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Figure 26. Hamiltonien de l'atome habillé par deux champs magnétiques basse fréquence représenté dans la base $|m,n,p\rangle$

Où A et B sont des matrices présentées ci-après. Les symboles 0 représentent eux aussi des matrices, dont tous les coefficients sont nuls. L'hamiltonien total est donc constitué de blocs répétés périodiquement. Ceci est une conséquence de l'approximation d'invariance par translation des coefficients de couplage, détaillée au paragraphe 3.2.2.5.1.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

$$A(p) = \hbar$$

On retrouve la matrice de l'hamiltonien de l'atome habillé par un champ magnétique basse fréquence (Figure 20) dans la matrice A, la seule différence étant la présence du terme *p*Ω qui est l'énergie du champ magnétique basse fréquence n°2, quand le système est dans l'état $|m, n, p\rangle$. La matrice B ne contient que les termes de couplage relatifs au deuxième champ magnétique basse fréquence. C'est ce qui va permettre l'approximation ici choisie.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

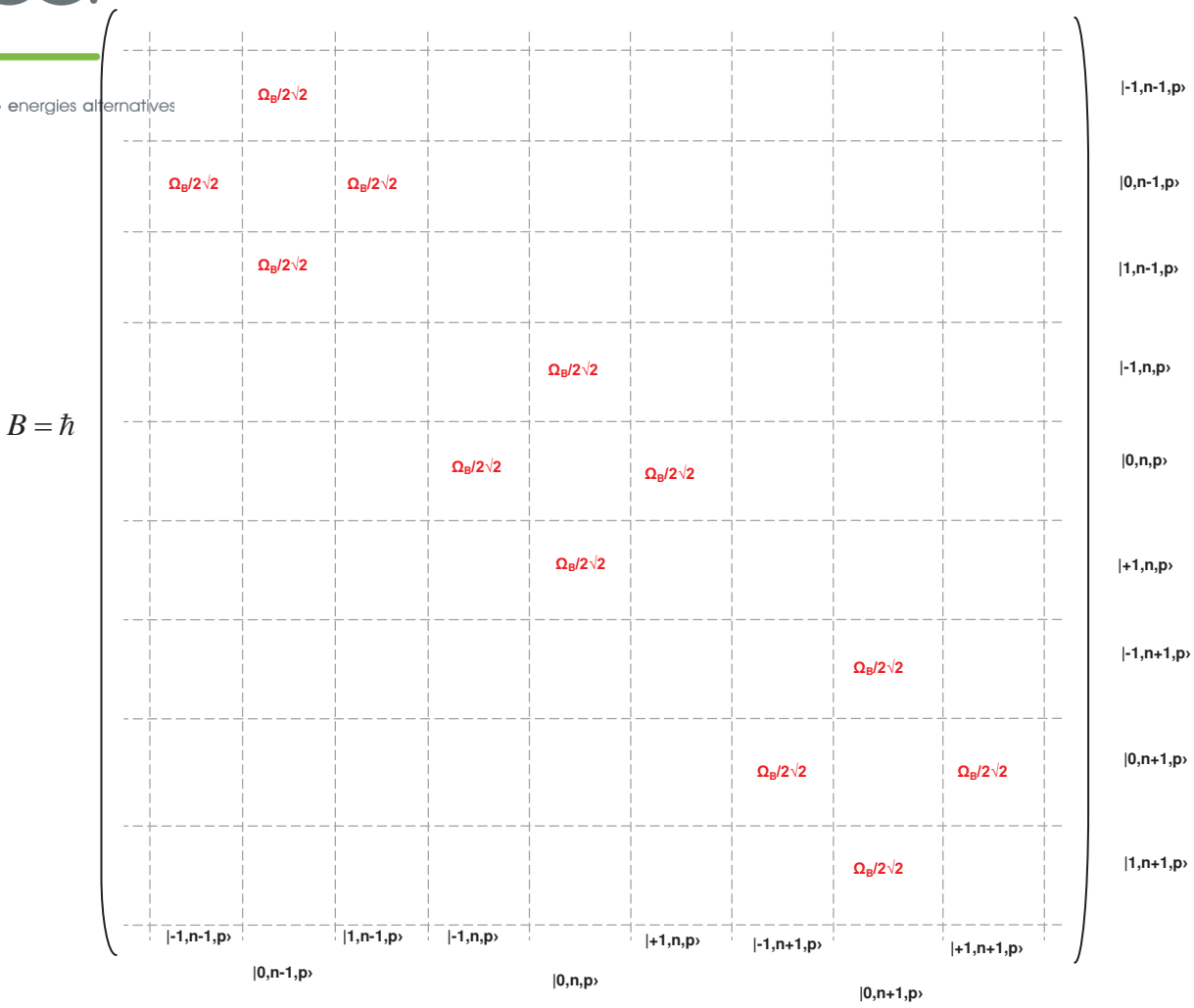


Figure 27. Matrices A et B utilisées dans la représentation de l'hamiltonien donné par la Figure 26. Note : 3 valeurs distinctes de n sont représentées dans ces matrices. Au moins 7 valeurs sont considérées pour les calculs numériques

3.2.3.3.1. Habillage par le premier champ magnétique basse fréquence

Dans cette étape on considère la matrice A que l'on diagonalise afin d'obtenir les vecteurs $\left|\overline{m,n}\right\rangle$, la pulsation de Larmor anisotrope $\overline{\omega_0}$ et les coefficients ${}^{r}A^{k}_{qq'}$ voir annexe 8.6. Ces derniers seront désormais notés ${}^{r_1}A^{k_1}_{q_1q_1'}$ afin de les associer au champ magnétique basse fréquence n°1, car nous serons amenés à introduire des coefficients analogues pour le deuxième champ magnétique basse fréquence. Toutes ces informations sont pour l'instant stockées et serviront au calcul final de la lumière absorbée.

Dans la base des vecteurs $\left|\overline{m,n}\right\rangle$, la matrice A est diagonale. Tout se passe alors comme si l'on était en présence d'un atome d'hélium auquel on applique

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

un champ magnétique statique de valeur $B_0 = \gamma\overline{\omega_0}$, et dont la direction coïncide avec l'axe de quantification défini par les vecteurs $\left|\overline{m,n}\right\rangle$. Nous pouvons donc considérer cette situation comme un nouveau point de départ et recommencer le même calcul en ne considérant que le deuxième champ magnétique basse fréquence.

Nous mentionnons toutefois que la base qui permet la diagonalisation de l'hamiltonien du premier champ magnétique basse fréquence ne permet pas une description simple des lois de transitions. Les nombres quantiques de la base $\left|\overline{m,n}\right\rangle$ sont en effet issus de la représentation simplifiée de l'ensemble du niveau métastable et du premier champ magnétique basse fréquence et ne sont pas de « bons » nombres quantiques.

3.2.3.3.2. Changement de base

La connaissance des vecteurs $\left|\overline{m,n}\right\rangle$ est équivalente à la connaissance de la matrice de passage de la base $\left|m,n\right\rangle$ vers la base $\left|\overline{m,n}\right\rangle$, que nous noterons P. Soit la base $\left|\overline{m,n},p\right\rangle$, qui est définie comme le produit tensoriel de la base $\left|\overline{m,n}\right\rangle$ avec la base $\left|p\right\rangle$ ($\left|\overline{m,n},p\right\rangle = \left|\overline{m,n}\right\rangle \otimes \left|p\right\rangle$). L'hamiltonien de l'atome habillé par deux champs magnétiques basse fréquence s'écrit dans cette nouvelle base :

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

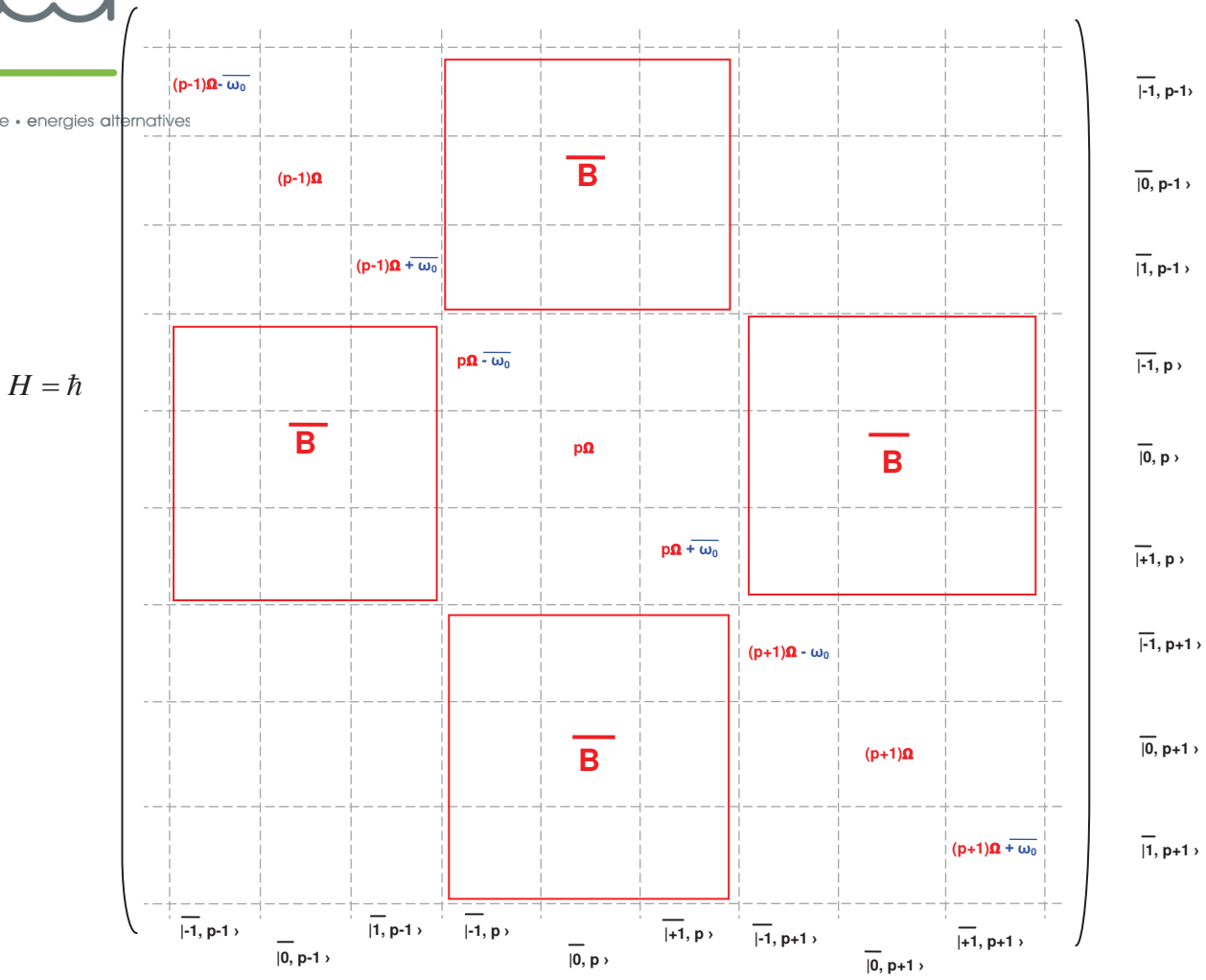


Figure 28. Hamiltonien total du système écrit dans la base $\left|\overline{m}, p\right\rangle$ *. P est la matrice de passage de la base* $\left|m,n\right\rangle$ *vers la base* $\left|\overline{m,n}\right\rangle$ *.* $\overline{B} = PBP^{-1}$ *projetée dans la base* $\left|\overline{m}, p\right\rangle$

L'obtention du nouvel hamiltonien se fait donc en appliquant le changement de base décrit par la matrice *P* bloc par bloc. La matrice $\overline{A}$ est diagonale, mais la matrice $\overline{B}$ ne l'est pas.

L'invariance de l'hamiltonien par translation de *n* permet de réduire la dimension de $\overline{A}$ dans la base $\left|\overline{m}\right\rangle$ sans perdre d'information.

3.2.3.3.3. Hamiltonien du deuxième champ magnétique basse fréquence

L'hamiltonien décrit Figure 28 a la même structure que celui décrivant un atome habillé par un seul champ de basse fréquence au paragraphe 3.2.2.4. Nous allons tout d'abord le diagonaliser pour obtenir les états propres $\left|\overline{\overline{m}}, p_0\right\rangle$

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

et les énergies propres puis ne conserver que les résultats associés à une valeur de p, quelconque.

Suite aux deux diagonalisations successives, l'hamiltonien de l'atome habillé par deux champs basse fréquence peut se décrire dans la base $\left|\overline{\overline{m}}\right\rangle$ par 3 niveaux d'énergie seulement.

3.2.3.3.4. Lumière absorbée

Le calcul de la lumière absorbée par l'atome habillé des deux champs basse fréquence se fait en appliquant successivement les changements de base liés aux 2 champs basse fréquence via les matrices ${}^{r_1}A_1^{\,k}$ et ${}^{r_2}A_{2'}^{\,k}$ afin de calculer la lumière absorbée par l'atome et les deux champs basse fréquence à partir du modèle simplifié issu de l'atome habillé par les deux champs basse fréquence. Voir Eq 25 et [46].

$$L_A^{\,k} = \sum_{q,q_1,q_2,q_{1'},q_{2'},s_1,s_{1'},s_2,s_{2'}} \underbrace{\lambda^k_{q_{1'}}\,{}^{s_1}A_1^{\,k*}{}_{q_{1'}q_1}\,{}^{s_2}A_2^{\,k*}{}_{q_1 q}}_{Pompage\ \ optique} \underbrace{O^{k*}{}_{q_{2'}}\,{}^{s_1+s_{1'}}A^k_{1q_{2'}q_2}\,{}^{s_2+s_{2'}}A^k_{2q_2 q}}_{Observable} \frac{e^{i(s_{1'}\omega+s'_2\Omega)t}}{\Gamma - i[s_1\omega + s_2\Omega + q\overline{\overline{\omega}}_0}$$ Eq 25

Où :
s_i et q_i: entiers parmi {-2,-1, 0,-1,-2}
${}^{s_m}A^k_{q_n q_p}$: défini dans annexe 8.6

3.2.3.3.1. Résultats numériques - Vérification de la modélisation

Le prototype de magnétomètre vectoriel nous a permis d'extraire les tendances suivantes, semblables aux résultats obtenus en orientation [33]. Ces observations sont utilisées ci-après pour valider le programme de simulation des résonances :

1). Chacune des 3 résonances est sensible au champ magnétique sur un seul axe

2). Les résonances sont des fonctions des paramètres adimensionnels $\frac{\gamma B_\omega}{\omega}$ et $\frac{\gamma B_\Omega}{\Omega}$

3). Les pentes des résonances aux fréquences $\frac{\omega}{2\pi}$ et $\frac{\Omega}{2\pi}$ sont plus grandes que celles à la fréquence $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$

Point 1 : nous avons tout d'abord vérifié que les amplitudes des résonances aux fréquences $\frac{\omega}{2\pi}$, $\frac{\Omega}{2\pi}$ et $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$ sont exclusivement associées aux champs magnétiques sur les axes x, y et z respectivement, voir Figure 29.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

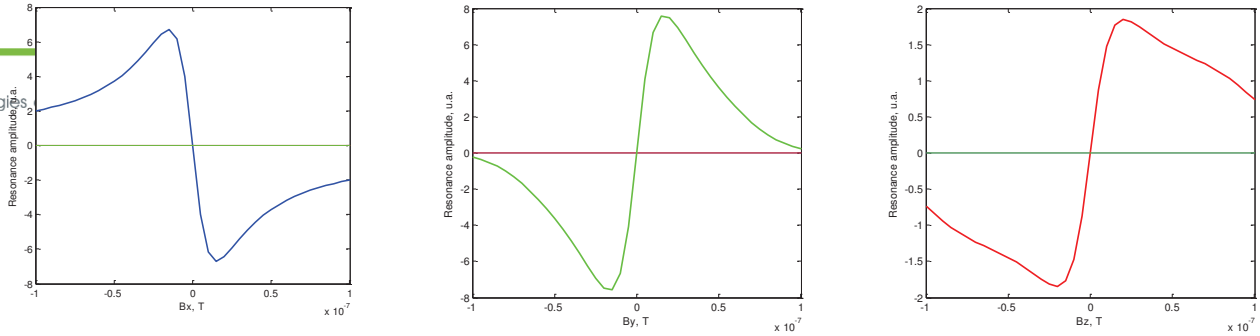


Figure 29. Liens exclusifs entre les résonances et chacun des axes. Les réponses aux fréquences $\frac{\omega}{2\pi}, \frac{\Omega}{2\pi}$ *et* $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$ *correspondent aux courbes de couleurs bleue, verte et rouge respectivement. L'amplitude est donnée en unité arbitraire, U.A. les courbes ont été obtenues avec* $\frac{\omega}{2\pi}$ *= 16 kHz,* $\frac{\Omega}{2\pi}$ *= 3 kHz,* $\frac{\gamma B_\omega}{\omega}$ *=0.5,* $\frac{\gamma B_\Omega}{\Omega}$ *= 0.5* T_p *= 1 ms,* T_R *= 0.2 ms*

Point 2 : nous avons ensuite vérifié que la pente de la résonance aux fréquences $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$ est une fonction des paramètres adimensionnels et ne dépend donc pas seulement du choix des fréquences ou des amplitudes des champs basse fréquence. La Figure 30 montre les valeurs de la pente de la résonance à la fréquence $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$ pour différentes valeurs des fréquences des champs basse fréquence. Leurs amplitudes sont adaptées afin que les paramètres adimensionnels $\frac{\gamma B_\omega}{\omega}$ et $\frac{\gamma B_\Omega}{\Omega}$ couvrent les mêmes valeurs

Les pentes des résonances obtenues sont identiques, quelles que soient les valeurs des fréquences. On notera également que la pente maximale est obtenue pour $\{\frac{\gamma B_\omega}{\omega}=0.5 ; \frac{\gamma B_\Omega}{\Omega} = 1.6\}$.

Point 3 : les valeurs des pentes des résonances aux fréquences $\frac{\omega}{2\pi}$ et $\frac{\Omega}{2\pi}$ sont représentées Figure 31. La simulation nous indique que les pentes des résonances aux fréquences $\frac{\omega}{2\pi}$ et $\frac{\Omega}{2\pi}$ ont des extremums très proches et 7 fois plus grands que celle de la résonance aux fréquences $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

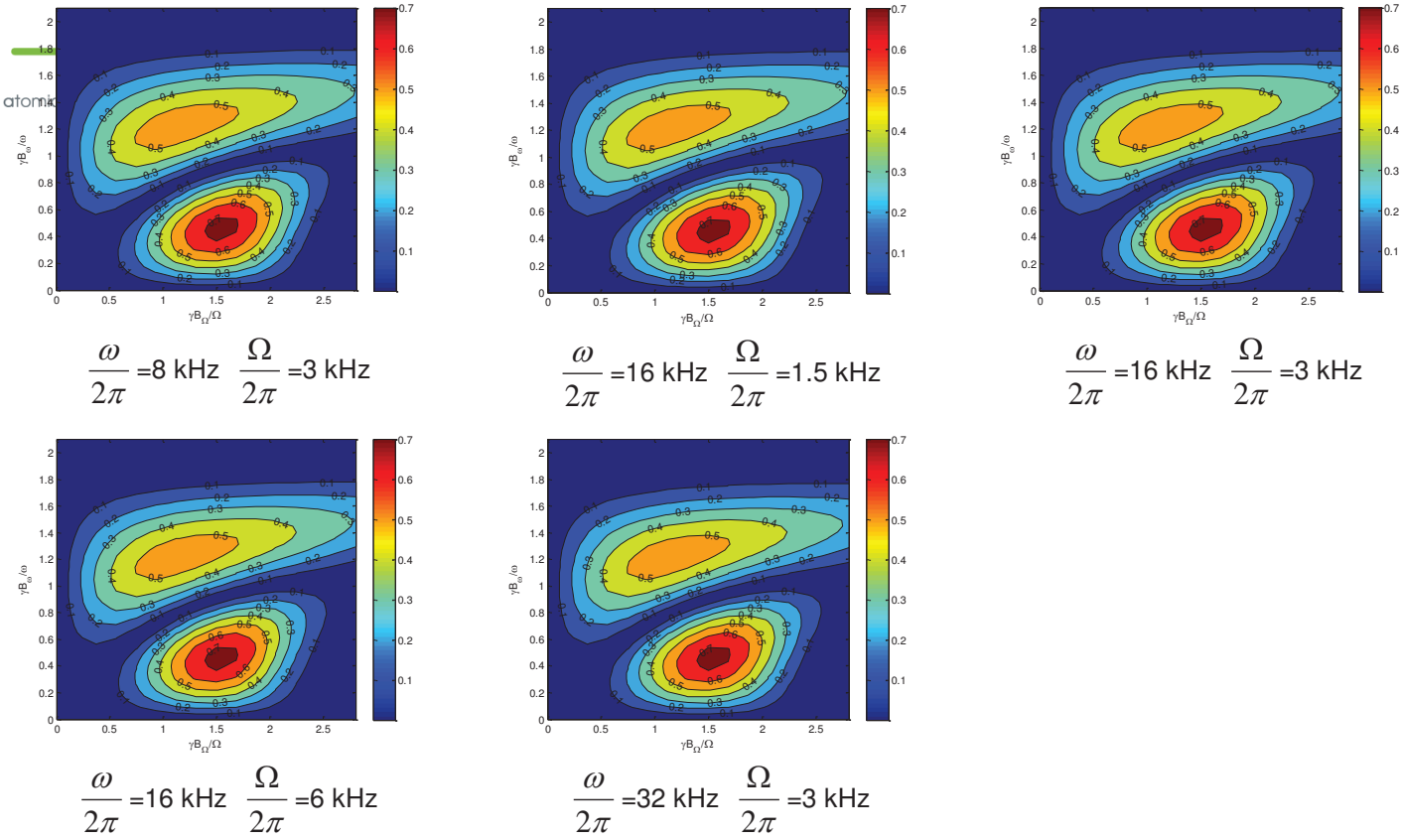
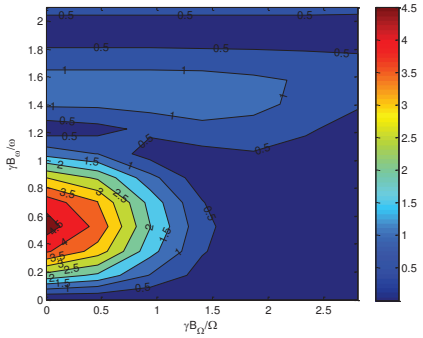
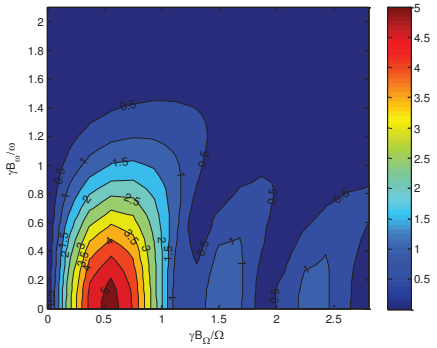


Figure 30. Sensibilité aux rapports adimensionnels. Pentes de la résonance à la fréquence $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$ *pour différentes fréquences des champs basse fréquence, en U.A./ nT sur l'axe z.* T_p *= 1 ms,* T_R *= 0.2 ms*

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.



$\frac{\omega}{2\pi}$ =16 kHz $\frac{\Omega}{2\pi}$ =3 kHz



$\frac{\omega}{2\pi}$ =16 kHz $\frac{\Omega}{2\pi}$ =3 kHz

Figure 31. Pentes des résonances aux fréquences $\frac{\omega}{2\pi}$ *, à gauche, et* $\frac{\Omega}{2\pi}$ *, à droite, en U.A. de champ magnétique généré sur les axes y et x respectivement.* T_p *= 1 ms,* T_R *= 0.2 ms*

Par ailleurs, on pourra également remarquer les points suivants :

- Les comportements similaires des pentes des résonances *aux fréquences* $\frac{\omega}{2\pi}$ *et* $\frac{\Omega}{2\pi}$ avec un maximum pour $\frac{\gamma B_i}{i} \approx 0.55 \quad (i \in \{\omega, \Omega\})$ et une atténuation de la pente à mesure que le poids de l'autre champ magnétique basse fréquence augmente.
- Les extremums des 3 résonances se situent à des réglages différents des paramètres des champs magnétiques basse fréquence. Il n'y a pas à priori de point de fonctionnement qui donne des pentes identiques sur chacun des 3 axes. Le jeu de paramètres $\{\frac{\gamma B_\omega}{\omega} = 0.55, \frac{\gamma B_\Omega}{\Omega} = 1.1\}$ permet d'obtenir des pentes dont les rapports relatifs sont compris entre 1 et 3, pour les 3 résonances. Il permet d'obtenir des propriétés relativement homogènes et sera employé comme point de départ des réglages du magnétomètre vectoriel employant les 3 axes.
- Ces résultats sont similaires aux tendances observées dans [33] malgré que ceux-ci aient été établis avec un pompage optique en polarisation circulaire, c'est à dire en orientation.

A ce stade la simulation des résonances paramétriques dans le cas d'un pompage optique en polarisation rectiligne fournit des résultats identiques à ceux obtenus analytiquement avec un seul champ magnétique basse fréquence. Les résultats obtenus avec deux champs magnétique basse

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

fréquence ont des tendances proches de celles observées en polarisation circulaire telles que le lien exclusif entre le champ magnétique sur chaque axe et une seule des résonances, et l'impact des paramètres $\frac{\gamma B_\omega}{\omega}$ et $\frac{\gamma B_\Omega}{\Omega}$ sur les propriétés des résonances. Il reste à confronter le modèle aux expérimentations pour vérifier sa justesse et son utilité, voir le paragraphe 4.2.1.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

4. Conception du magnétomètre pour les mesures des champs magnétiques faibles

Ce chapitre présente la conception du prototype du magnétomètre et en particulier celui de son électronique embarquée. Les biais et bruits du magnétomètre sont ensuite caractérisés.

Le démarrage du magnétomètre nécessite un traitement particulier pour se placer en champ magnétique faible, nécessaire aux résonances. Un protocole de démarrage, basé sur l'effet Hanle, est proposé.

4.1. Conception de la carte électronique du magnétomètre

L'utilisation des résonances paramétriques pour la mesure magnétique fine a été validée grâce à la mise en place d'un montage expérimental utilisant de nombreux éléments initialement dédiés aux magnétomètres scalaire développés dans le laboratoire. Le développement du magnétomètre sera facilité par la création d'un environnement compact réalisant les diverses fonctions nécessaires à son fonctionnement autonome. La conception d'une carte électronique à la fois analogique et numérique est donc bénéfique à ce stade de développement pour faciliter les réglages et rendre possibles des caractérisations magnétiques fines de l'instrument.

L'asservissement mis en œuvre, pour la mesure du champ magnétique, reste assez classique et nous en présentons le schéma synoptique à l'aide des principaux blocs fonctionnels dans la Figure 32. Il met en œuvre :

- Un environnement pour induire les résonances paramétriques en champ nul : flacon contenant de l'hélium 4, soumis à 2 champs magnétiques basse fréquence, un circuit haute fréquence pour créer le plasma, un laser asservi sur la transition D_0 et polarisé rectilignement
- Un photodétecteur.
- Un amplificateur permettant d'ajuster la dynamique du signal à l'entrée du convertisseur analogique numérique en sortie du photodétecteur.
- Une détection synchrone suivie d'un filtrage passe bas pour les résonances aux fréquences $\frac{\Omega}{2\pi}$ (x) et $\frac{\omega}{2\pi}$ (y). Deux détections synchrones en série aux fréquences $\frac{\omega}{2\pi}$ puis $\frac{\Omega}{2\pi}$, associées à deux filtrages passe-bas d'ordre deux pour la résonance modulée en amplitude $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$ (z).
- Un intégrateur numérique qui permet au système de s'asservir en champ nul.
- Un générateur de courant pour contrôler précisément la valeur du champ magnétique de compensation et obtenir la mesure du champ magnétique ambiant.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

- Une bobine pour générer la composante du champ de compensation ainsi que le champ magnétique basse fréquence pour les axes x et y. Le gradient du champ magnétique contribue à la relaxation des atomes porteurs de moment magnétique. Pour que sa contribution soit négligeable nous allons faire en sorte que celui-ci soit très inférieur à $\frac{1}{\gamma}\left(\frac{1}{T_R}+\frac{1}{T_P}\right)$ c'est-à-dire 70 nT en prenant $T_R = T_P = 1$ ms.

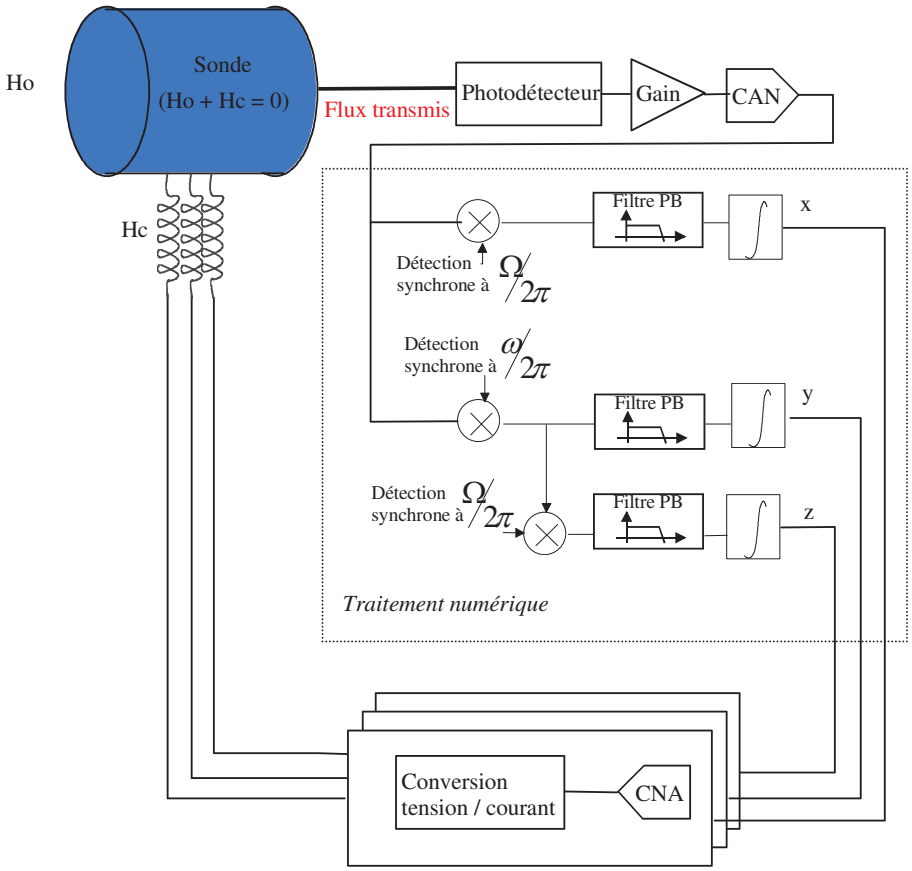


Figure 32. Schéma synoptique de l'asservissement, en champ magnétique nul, du magnétomètre

4.1.1. Présentation de la carte électronique

Les tâches demandées à la carte électronique sont réparties en blocs fonctionnels connexes représentés Figure 33. Nous présentons brièvement dans le paragraphe suivant le rôle de chacun d'eux dans la mesure du champ magnétique.

Le flux laser transmis par la cellule d'hélium 4 est converti en signal électrique par le photodétecteur puis mis en forme par un traitement analogique de pré-numérisation assurant un filtrage fréquentiel limitant l'amplitude des repliements de spectre ainsi qu'une amplification des signaux de résonance.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Ces signaux analogiques sont ensuite convertis numériquement et subissent une série de traitements destinés à la mesure et au contrôle de l'instrumentation connexe. Suite à ces étapes, une conversion numérique analogique suivie par une série de filtrages et une conversion tension / courant permettent la synthèse des champs magnétiques de compensation.

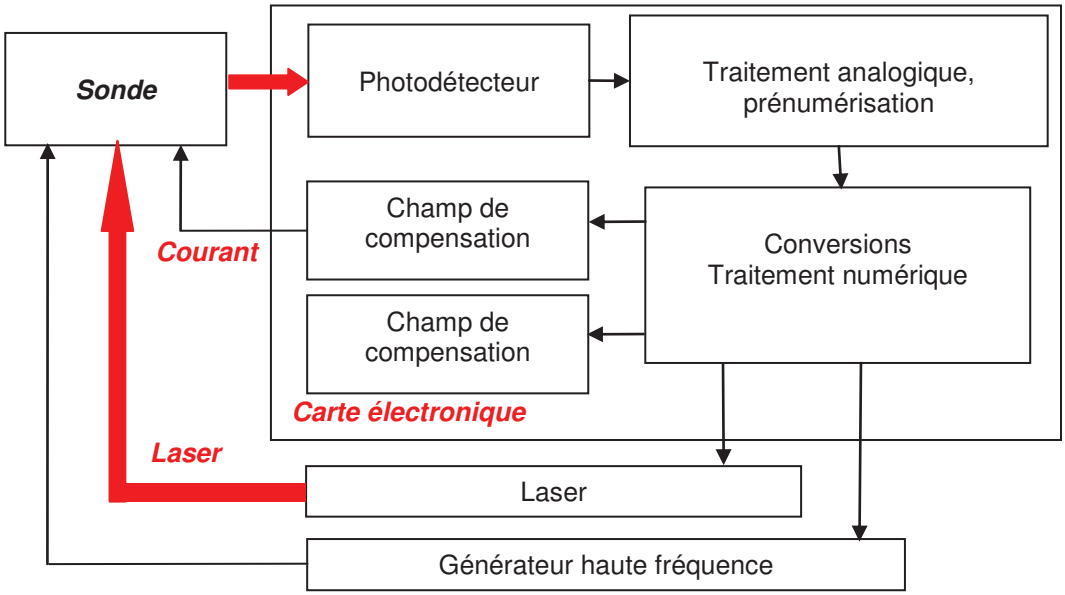


Figure 33. Schématisation des principaux blocs fonctionnels

4.1.2. Les spécifications requises

La conception de chacun des blocs fonctionnels nécessite une spécification préalable des performances visées pour l'électronique. Nous nous sommes donc fixés ce cahier des charges :

- Plage de mesure sur chaque axe : ±15µT, i.e. dans un champ magnétique réduit ou compensé (blindage par exemple)
- Décalage sur chaque axe de mesure : 50pT.
- Densité spectrale de bruit : < $0.2\,\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ pour la partie électronique et $1\,\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ au total pour la mesure.
- Fréquences des champs d'excitation : dans la plage [1kHz ; 20kHz]. La condition de résonance impose que chacune d'elles soit supérieure à $1/T_R + 1/T_P$ soit environ 1kHz. Les deux fréquences doivent de plus être distinctes $(\Omega << \omega)$. Ainsi, nous avons choisi de nous limiter à 20 kHz pour la plus haute fréquence des deux champs d'excitation $\frac{\omega}{2\pi}$ et 30 kHz pour leur somme $\frac{(\omega+\Omega)}{2\pi}$.
- Bande passante pour la mesure : [DC-100] Hz

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

4.1.3. Eléments issus des magnétomètres scalaires

Le laser et la partie sensible du magnétomètre n'ont pas été développés dans le cadre de ce travail de thèse. Ils proviennent des développements précédents effectués sur les magnétomètres scalaires.

4.1.3.1. Le laser

La diode laser utilisée pour ces travaux a été développée dans le cadre de la thèse d'Anne Le Garrec [60]. La diode, de type DBR (Distributed Bragg Reflector), peut être asservie en longueur d'onde ou en température en ajustant la température ou le courant de pompe.

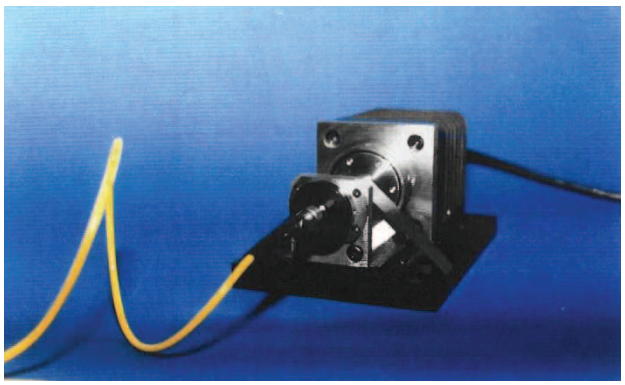


Figure 34. Photo de la diode laser

Caractéristiques de la diode :

- Largeur de raie : 10 MHz
- RIN : -140 dB/Hz @ 0.5 kHz
- Puissance : < 50 mW
- Asservissement en longueur d'onde
- Fibrée, multimode

4.1.3.2. La sonde magnétique

La sonde de mesure du champ magnétique s'articule autour d'un flacon de 30 cm^3 rempli d'un Torr d'hélium. La valeur de la pression a été ajustée pour obtenir le temps de relaxation thermique T_R le plus long, avec 1 ms [48].

Des électrodes recouvrent partiellement le flacon, voir Figure 35, et vont permettre d'appliquer le champ électrique haute fréquence dédié à la création du plasma d'hélium.

Le coin de cube réfléchit et décale les photons optiques après leur traversée du flacon d'hélium. Il permet de regrouper d'un même côté de la sonde les 2 fibres optiques, véhiculant les photons du laser avant et après l'interaction avec l'hélium. Les atomes sont pompés avec la même polarisation lors des deux passages du laser.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

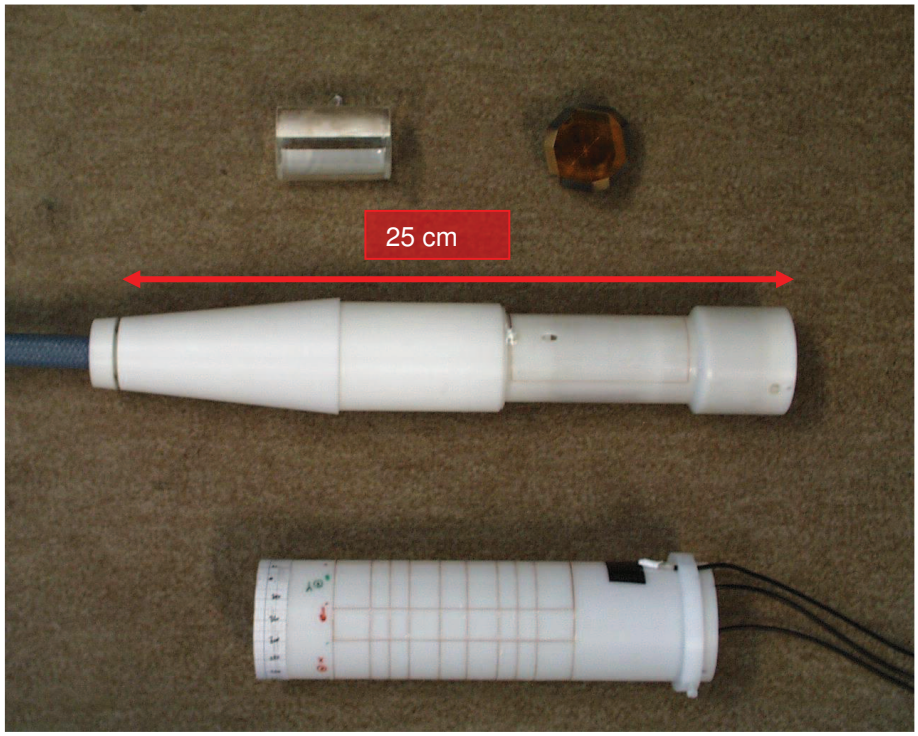


Figure 35. Photographie de la sonde et de ses principaux éléments. Sonde du magnétomètre (au centre), cellule d'hélium recouverte des électrodes de création de plasma (en haut à gauche), rétro-réflecteur (en haut à droite) et support comportant les bobines de génération des champs magnétiques dans chacune des trois directions (en bas)

Les bobines inscrites sur le support cylindrique permettent de générer des champs magnétiques dans toutes les directions. Leurs géométries intègrent des critères d'homogénéité du champ magnétique généré [40].

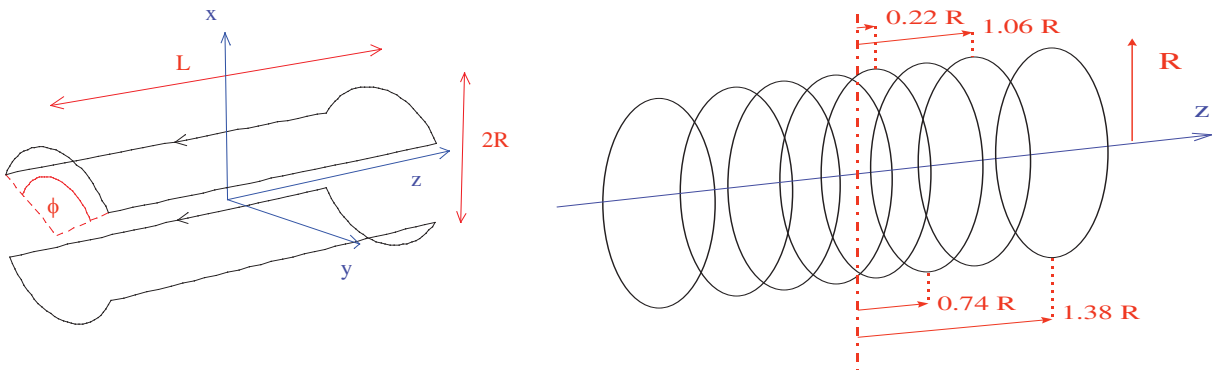


Figure 36. Géométrie des bobines « selles de cheval » (à gauche) et axiale (à droite) (dimensions canoniques L=4R, et $\phi=2\pi/3$). Les axes y et z sont permutés

Les fonctions de transfert des bobines sont données ci-après :

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

$B_m = \frac{48\sqrt{3}}{5\sqrt{5}} 10^{-7} \, I/R = 7.43 \;\; 10^{-7} \, I/R$ pour la géométrie selle de cheval

Eq 26

$B_m = 24.83 \, 10^{-7} \, I/R$ pour la géométrie axiale.

4.1.4. Dimensionnement, choix des composants

4.1.4.1. La chaîne d'asservissement

4.1.4.1.1. Le photo-détecteur

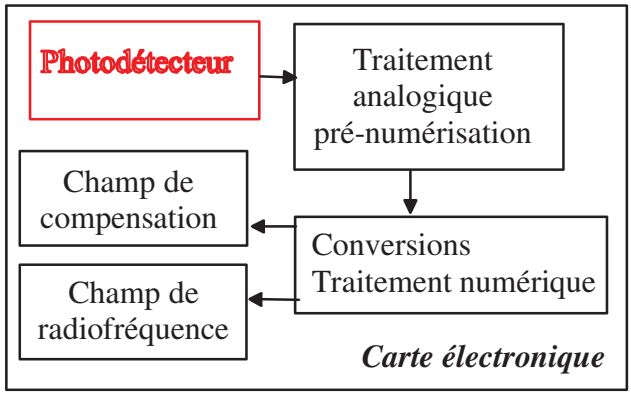


Figure 37. Rôle du photodétecteur dans la chaîne de mesure

Il correspond à la première des étapes nécessaires à la mesure du champ. Son rôle est de convertir le signal photonique en signal électrique sans le dégrader du point de vue du bruit. La bande fréquentielle nécessaire au bon fonctionnement du magnétomètre correspond à $[\frac{\Omega}{2\pi};\frac{\omega+\Omega}{2\pi}]$. De ce fait la bande de fréquence la plus large pour le signal utile à traiter est [1kHz ; 30kHz].

L'élément principal : la photodiode

Tout d'abord la photodiode est chargée de la conversion puissance optique / courant. Il est possible de modéliser simplement son fonctionnement à l'aide d'un générateur de courant, d'une résistance et d'une capacité (Figure 38).
Le modèle choisi dispose d'un facteur de conversion de 0.7A/W pour un signal laser de longueur d'onde 1083nm. Sa densité spectrale de bruit est de 3 fA/√Hz.

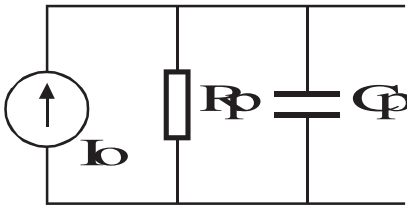


Figure 38. Schéma employé pour la modélisation d'une photodiode

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Structure du montage

Lors des premiers essais, la puissance nominale pour le fonctionnement du magnétomètre était voisine de 100µW. Nous avons choisi de garder une marge de manœuvre pour les expériences à venir avec une dynamique de 400µW, qui correspond compte tenu du facteur de conversion de la photodiode à un courant maximal de 0.3mA.

Nous utiliserons un montage du type amplificateur suiveur afin de convertir le courant issu de la photodiode en tension (Figure 39).

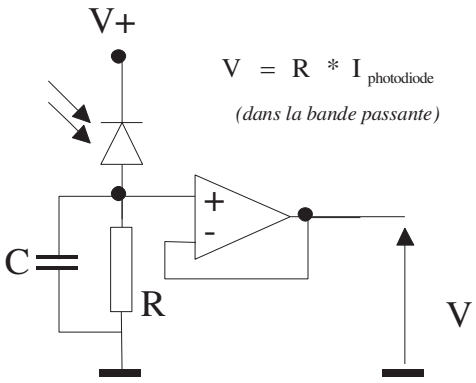


Figure 39. Schéma du montage permettant la conversion du signal lumineux en signal électrique.

On peut calculer l'expression de la densité spectrale de bruit en courant ramenée en entrée du photodétecteur de façon à estimer la contribution de l'électronique au bruit initial, propre au laser.

$$b = \sqrt{\frac{4kT}{R} + \left(\frac{e}{R}\right)^2 + i^2 + iph^2} \qquad \textit{Eq 27}$$

b : densité spectrale de bruit ramenée en entrée du photodetecteur, en A/√Hz
e : densité spectrale de bruit en tension de l'amplificateur, en V/√Hz
i : densité spectrale de bruit en courant de l'amplificateur, en A/√Hz
i_{ph} : densité spectrale de bruit en courant de la photodiode, en A/√Hz
k : constante de Boltzmann, en J/K

D'après Eq 27, il est intéressant de choisir la plus grande valeur possible pour R. Celle-ci est cependant restreinte par la saturation due aux alimentations en 0/5V et la valeur du courant maximal. La résistance est ainsi limitée à 17kΩ (5V/0.3mA).

La capacité C permet un filtrage passe-bas du signal issu de la photodiode. Sa valeur sera choisie en fonction de celle de R afin que la bande passante contienne celle des résonances.

Le niveau de bruit d'intensité du laser est de $28\,pW/\sqrt{Hz}$ pour une puissance de 80µW (mesurés expérimentalement) est équivalent à un bruit en courant de $20\,pA/\sqrt{Hz}$ en sortie de la photodiode (facteur de conversion de 0.7) ; on négligera donc par la suite le bruit propre à la photodiode qui lui est six mille fois inférieur.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

L'amplificateur opérationnel à choisir ne doit pas apporter de bruit supplémentaire et nous utiliserons pour cela un OP184. Voici quelques-unes de ses caractéristiques :

- Tension de bruit = 3.9 nV/√Hz @ 1kHz
- Courant de bruit = 0.4 pA/√Hz@ 1kHz
- Produit gain bande passante = 4 MHz

L'utilisation de l'amplificateur précédent et d'une résistance de 15kΩ induit une densité spectrale de bruit de l'électronique de $1\,\mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ (en prenant iph = 0) dans Eq 27. On négligera par la suite le bruit de l'électronique par rapport à celui du laser qui lui est 20 fois supérieur.

4.1.4.1.2. Le traitement analogique pré-numérisation

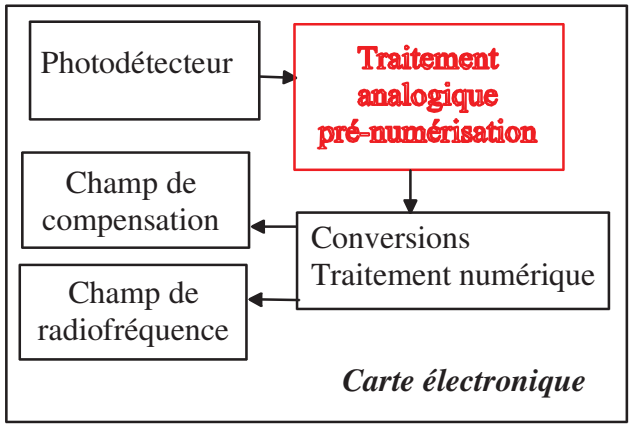


Figure 40. Rôle du traitement analogique de pré-numérisation dans la chaîne de mesure

Le signal électrique issu du photodétecteur fournit plusieurs types d'informations sur le champ magnétique :

- La partie continue est nécessaire au contrôle du flux laser transmis qui reste une information nécessaire pour les réglages du magnétomètre.
- La bande fréquentielle [1kHz ; 30kHz] est nécessaire à la mesure du champ magnétique puisqu'elle correspond à une bande incluant les signaux de résonances.

Nous traiterons donc ces signaux séparément à l'aide de deux chaînes analogiques distinctes (Figure 41).

Schéma de principe des traitements du signal analogique

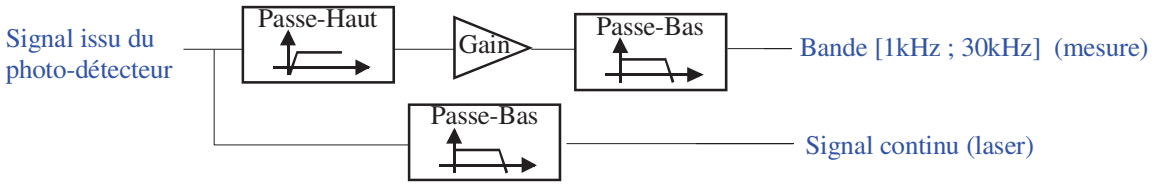


Figure 41. Schéma représentant le traitement analogique du signal issu du photo-détecteur

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Traitement dans la bande [1kHz ; 30kHz]

Le niveau de bruit du signal analogique dans la bande [1kHz ; 30kHz] ne doit pas dégrader celui du laser qui est de 300 $\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ en sortie du photodétecteur (15kΩ*20 $\mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$). Cette valeur est relativement faible et nous avons choisi d'amplifier ces signaux sensibles afin de réduire l'impact des perturbations imputables aux traitements ultérieurs.

L'objectif de ce traitement est de minimiser l'impact de l'échantillonnage du signal analogique. Il faut principalement éviter les repliements de spectre et choisir correctement la dynamique du convertisseur analogique numérique.

La première étape de ces traitements analogiques est l'amplification : il est possible d'amplifier fortement les signaux de résonance lors de l'asservissement du magnétomètre sans se soucier de la saturation puisque leur amplitude est quasiment nulle (Figure 42).

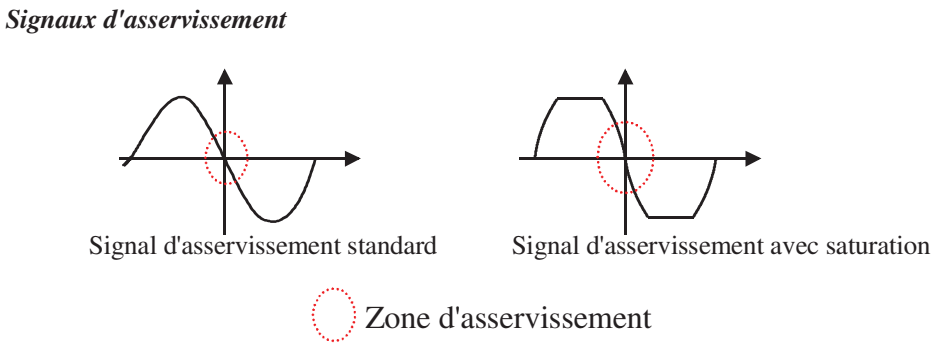


Figure 42. Schéma mettant en évidence la possibilité de l'asservissement malgré la saturation

Nous avons amplifié les signaux de résonance avec un gain de 30, la densité spectrale de bruit du laser est alors portée à 9 $\mu\mathrm{V}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Dans ces conditions le signal est à l'abri d'éventuelles perturbations ultérieures dues à l'électronique de traitement.

Le montage amplificateur utilisé est de type inverseur (Figure 43) et l'amplificateur est du même modèle que celui employé dans le photodétecteur. Une capacité est placée en série avec R_1 afin de supprimer la partie continue du signal.

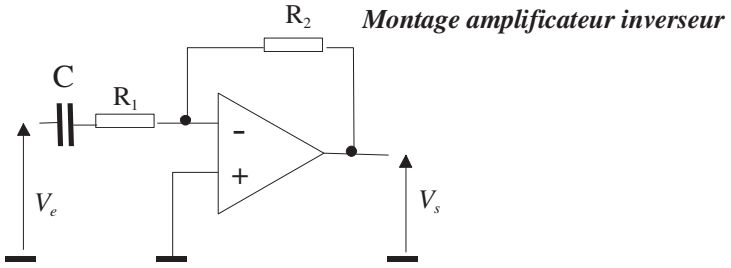


Figure 43. Schéma du montage utilisé pour l'amplification

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

L'apport de bruit en tension propre à l'amplificateur est donné par Eq 28 et compte tenu des valeurs de R_1 et R_2 nous obtenons numériquement : $0.3\,\mu V/\sqrt{Hz}$, soit 30 fois moins que la densité spectrale de bruit du laser.

$$b = \sqrt{4kT(R_2 + R_1\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2) + e^2\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 + 2.i^2\left(\frac{R_2}{R_1 + R_2}\right)^2 +} \qquad \text{Eq 28}$$

Où :
b : densité spectrale de bruit en sortie, en V/√Hz
e : densité spectrale de bruit en tension de l'amplificateur, en V/√Hz
i : densité spectrale de bruit en courant de l'amplificateur, en A/√Hz

On peut comparer l'impact de ce bruit à celui du photodétecteur ($1\,pA/\sqrt{Hz}$) mais pour cela il faut tout d'abord le ramener en sortie de la photodiode, c'est à dire le diviser par le gain de l'amplificateur Eq 28, puis par la valeur de la résistance R (15 kΩ). On obtient dans ces conditions $0.7\,pA/\sqrt{Hz}$, ce qui reste légèrement inférieur au bruit du photodétecteur. Finalement la contribution des deux est $1.2\,pA/\sqrt{Hz}$ et fixe la perturbation totale de l'ensemble de la chaîne électronique de photodétection sachant que les perturbations induites par les traitements ultérieurs seront négligeables.

Nous avons choisi une fréquence d'échantillonnage de 100 kHz afin de traiter les signaux de plus haute fréquence (30kHz) en conservant une marge par rapport au critère de Shannon. La plus grande perturbation causée par les repliements de spectre a lieu à cette même fréquence. Pour limiter à 10% la hausse de bruit à la fréquence 30 kHz, il faut mettre en œuvre un filtre passe bas dont l'atténuation entre 30kHz et 70kHz est supérieure à 14dB. Nous avons pour ce faire utilisé un filtre d'ordre quatre de type Tchebychev qui fournit une diminution de 30 dB entre ces deux fréquences.

Traitement du signal continu

Le signal continu est utilisé pour déterminer la quantité de flux laser transmis. Il est particulièrement employé dans le paragraphe 4.3 où nous précisons le filtrage à utiliser.

4.1.4.1.3. La conversion analogique / numérique

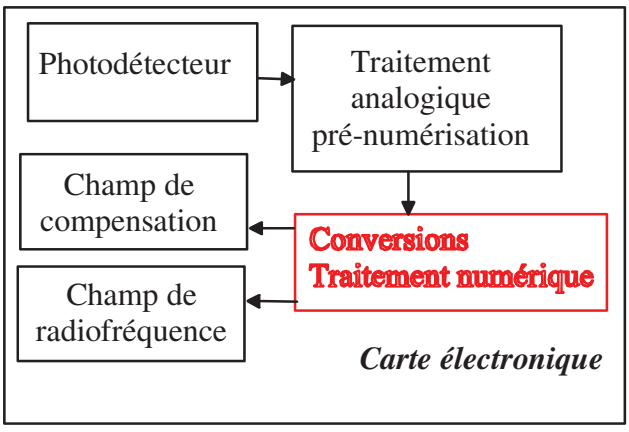


Figure 44. Conversions, traitements numériques dans la chaîne de mesure

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Dans l'objectif de réduire la consommation nous utiliserons un seul convertisseur analogique numérique pour la conversion des deux signaux analogiques (Figure 45). La sélection du signal à convertir s'effectuera à l'aide d'un multiplexeur.

Figure 45. Schéma de la sélection du signal à convertir

Le choix du convertisseur analogique numérique comporte plusieurs critères dont le rapport signal à bruit qui nous concerne particulièrement. Nous pouvons calculer le signal à bruit maximal de la chaîne de traitement analogique à partir de la plage de variations des signaux (±5V) et de la puissance de bruit du laser, voir paragraphe 8.7. Sa valeur est de 68dB, ce qui justifie l'emploi d'un convertisseur d'au moins 12 bits pour la conversion des signaux dans la bande [1kHz ; 30kHz]. Sa fréquence d'échantillonnage doit également être supérieure à 60 kHz pour satisfaire le critère de Shannon.

Lors de la phase de développement nous avons préféré assurer la qualité de la conversion qui reste une partie maîtresse pour le fonctionnement du magnétomètre. Notre choix s'est alors porté sur le CNA AD7663 dont les principales caractéristiques sont :

- Résolution = 16 bits
- Fréquence max = 250 kHz
- Rapport signal à bruit > 90 dB

Nous négligerons la contribution du convertisseur analogique numérique à la densité spectrale de bruit sur la mesure compte tenu de la valeur de son rapport signal à bruit comparativement à celui du signal dans la bande [1kHz ; 30 kHz] qui est de 68 dB.

4.1.4.1.4. Les traitements numériques

L'architecture numérique implantée dans la carte électronique dédiée au magnétomètre hélium 4 « champ nul » s'articule autour d'un DSP cadencé à 80 MHz chargé du traitement numérique, des détections synchrones, du filtrage numérique et des consignes pour les CNA. Elle comprend également un FPGA destiné à la logique séquentielle.

Nous ne rentrerons pas en détails, dans ce rapport, sur la programmation des composants. Nous nous consacrerons uniquement à une description schématique des fonctionnalités destinées à la mesure du champ (Figure 46).

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

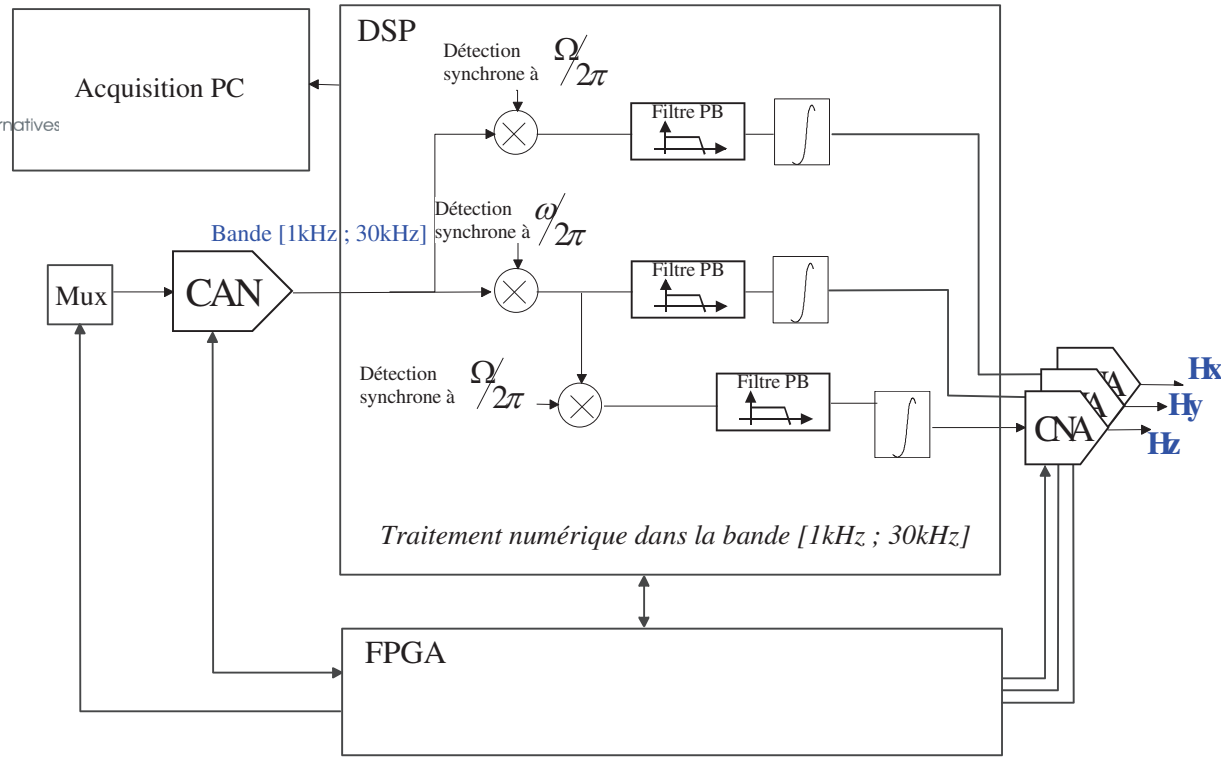


Figure 46. Schématisation du traitement numérique effectué pour les signaux de résonance, dans la bande [1kHz ; 30kHz]

Les données envoyées à l'ordinateur d'acquisition sont les consignes de chaque CNA. Ces valeurs sont proportionnelles aux composantes du champ de compensation.

4.1.4.1.5. La conversion numérique / analogique

Fonction de transfert des bobines

Les bobines sont décrites dans le paragraphe 4.1.3.2.

Le rayon du cylindre sur lequel elles sont inscrites est de 30 mm. Il est nécessaire de faire un compromis entre le nombre de spires et le courant pour générer une même valeur de champ magnétique. Nous avons développé des bobines comportant six spires pour les bobines de type « selle de cheval » et deux spires pour la bobine axiale. Les fonctions de transfert valent 126nT/mA pour les axes x et z et 140nT/mA pour l'axe y.

Choix des convertisseurs alloués aux champs de compensation

Compte tenu de la précision (50pT) et de la plage requise (±15µT) la dynamique minimale nécessaire serait de 116dB, ce qui est équivalent à 19bits. Or nous n'avons pas trouvé de convertisseur numérique analogique qui garantisse de telles performances compte tenu des dérives thermiques sur les décalages.

Les convertisseurs de type Σ/Δ affichent pourtant d'excellentes performances en terme de dynamique avec 24 bits. Cependant leur précision n'est pas suffisante en raison des dérives de l'ordre 25 ppm/°C.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Les convertisseurs les plus précis en termes de décalages sont conçus à partir de la technologie « R/2R » et disposent d'une dynamique de 16 bits. Il est cependant nécessaire d'en utiliser deux pour à la fois mesurer les champs de grande amplitude (±15µT) et obtenir la précision souhaitée (50pT) pour les champs plus faibles. Nous distinguons dès à présent deux plages de fonctionnement pour la mesure du champ :

- La plage de précision : elle sera chargée de la mesure des champs magnétiques faibles et devra permettre d'obtenir une précision de 50pT.
- La plage de puissance : elle devra permettre la mesure de champs magnétiques dont les composantes sont comprises dans la gamme [-15µT ; 15µT].

Nous avons finalement choisi le MAX 5442, convertisseur numérique analogique qui allie grande précision et faibles dérives thermiques. Ses principales caractéristiques sont récapitulées ci-dessous :

- Dynamique = 16 bits
- Rapport signal sur bruit = 92 dB
- Non-linéarité intégrée = 2 LSB
- Erreur de gain =10 LSB
- Dérive du gain avec la température = 0.1 ppm/°C
- Décalage maximum du « zéro » (en sortie bipolaire) = 20 LSB
- Dérive du « zéro » avec la température = 0.5 ppm/°C

Ce convertisseur offre la possibilité de fournir un signal de sortie bipolaire sans tension de décalage externe en ajoutant un amplificateur opérationnel de très grande précision. Nous utiliserons donc cette option qui évite un étage électronique supplémentaire pour nos applications.

La Figure 47 schématise l'environnement d'un des six convertisseurs nécessaires à la mesure du champ.

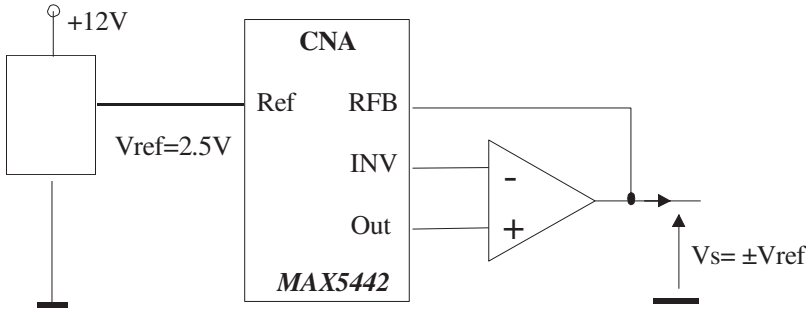


Figure 47. Schéma du montage permettant la conversion numérique analogique en sortie bipolaire

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

4.1.4.1.6. Synthèse des champs de compensation

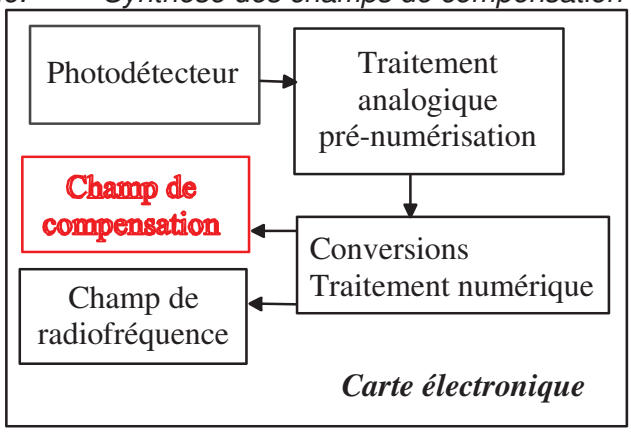


Figure 48. Champs de compensation dans la chaîne de mesure

Ce traitement a pour rôle de créer les champs de compensation du champ magnétique à mesurer. Chaque signal analogique issu des convertisseurs subit un filtrage fréquentiel ainsi qu'une conversion tension / courant afin de s'affranchir des variations de résistivité de chacune des bobines, voir Figure 49.

Traitement analogique à l'issue de la conversion numérique

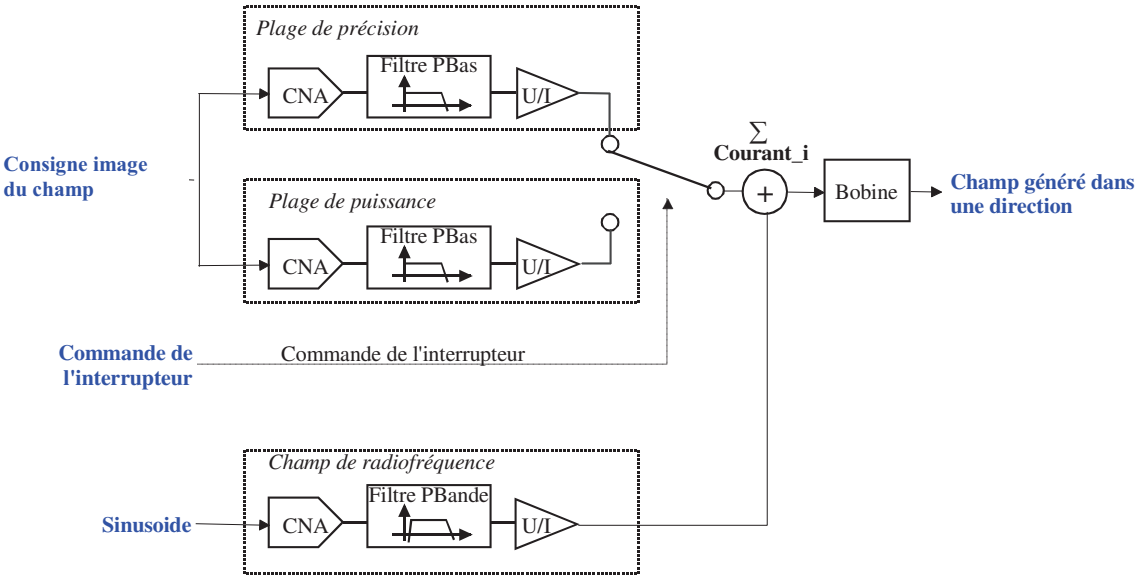


Figure 49. Schéma de principe du traitement analogique post numérique, pour un axe

Les filtrages fréquentiels en sortie des convertisseurs dédiés à la synthèse des champs de compensation

En sortie du convertisseur le spectre du signal analogique est élargi par la numérisation. Il est nécessaire de filtrer les composantes non désirées imputables à l'échantillonnage. On peut montrer que le signal échantillonné s'exprime de la manière suivante :

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

$$Sech(v) = \mathrm{sinc}(\pi \, {}^{v}\!/_{fe}\,).[\sum_{i} \delta(v - i.fe) * S(v)] \qquad \text{Eq 29}$$

Fe : frequence d'échantillonnage
Sech : spectre en sortie du CNA
S : spectre initial

On rappelle que la bande passante désirée pour la mesure du champ est de [0 ; 100 Hz]. La fréquence d'échantillonnage des champs de compensation devra rester bien supérieure à 200Hz. On a choisi 5kHz de façon à garder une marge confortable.

Pour conserver la dynamique de 16 bits du convertisseur il est nécessaire de « rejeter » les composantes issues des repliements, aux fréquences multiples de la fréquence d'échantillonnage, à plus 96dB. L'asservissement en champ nul impose une atténuation du signal restitué par les CNA. Sa valeur est de 100dB entre les signaux dans la bande [0 ; 100Hz] et ceux à la fréquence de 5kHz. Cette atténuation de 100dB pourrait suffire cependant nous avons choisi d'ajouter un filtre passe-bas d'ordre 1 supplémentaire.

Les générateurs de courant

Le facteur de conversion

Le décalage maximal du convertisseur choisi est limité à 20 bits de poids faible. Pour garantir des décalages inférieurs à 50pT nous devons donc ajuster la fonction de transfert du générateur de courant afin que le bit de poids faible du convertisseur numérique analogique soit équivalent à 2.5pT. Compte tenu du caractère « maximal » concernant le décalage mentionné dans les caractéristiques du convertisseur nous avons choisi 3pT.

La plage de variation du champ sur ce convertisseur 16 bits et donc 216 fois plus grande, soit ±104nT. Compte tenu des fonctions de transfert des bobines, les valeurs maximales des courants pour la plage de précision sont de ±0.8 mA.

Concernant la plage de puissance les valeurs maximales des courants restent bien plus grandes avec ±120mA environ pour ±15µT. Nous avons choisi de disposer de ±180mA.

Finalement, compte tenu de la plage de tension ±2.5V en sortie des convertisseurs numérique / analogique les fonctions de transfert de chaque générateur de courant sont les suivantes :

- Plage de précision : 0.32 mA/V
- Plage de puissance : 72 mA/V

Structure du générateur de courant

La résistance des bobines de cuivre varie avec la température de 3900 ppm/°C et la précision de la sonde doit être garantie sur une large plage de température pour les applications spatiales. La première possibilité est d'effectuer la conversion tension / courant à l'aide d'une grande résistance par rapport à la résistance de charge et ses variations. La loi de conversion appropriée à notre application impose cependant une valeur trop faible pour cette résistance (2.5V / 0.8mA = 3 kΩ) compte tenu de la précision requise. Il

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

ne sera donc pas possible d'utiliser un générateur passif. Nous avons choisi un montage actif pour réaliser cette fonction.

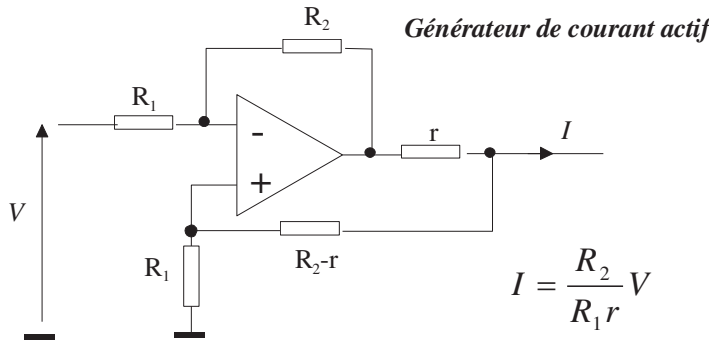


Figure 50. Schéma de principe du générateur de courant à partir d'une conversion U/I

La formule donnant le facteur de conversion tension / courant propose mathématiquement une infinité de choix pour une valeur donnée. Chacune des combinaisons possibles induit cependant des valeurs différentes de densité spectrale de bruit et décalage. Dans un premier temps nous choisissons la configuration particulière où R_1 et R_2 sont égaux. Nous considérerions une autre configuration si celle-ci ne permettait pas d'obtenir les performances souhaitées.

Il existe ainsi une seule valeur de r correspondant à chaque facteur de conversion et nous obtenons pour les deux plages de mesure :

- Plage précision : r = 3125Ω
- Plage de puissance : r = 13.9Ω

Il est important finalement que les résistances R_2 et R_1 soient grandes par rapport à la valeur de la résistance de charge (celle des bobines) afin de minimiser les imperfections du générateur de courant. Celle-ci étant de l'ordre de 10Ω, nous avons choisi 20kΩ.

Choix des amplificateurs

Nous avons recherché des amplificateurs dont les performances en termes de précision sont excellentes. Notre choix s'est porté sur deux modèles qui se différencient principalement par leur décalage et leur courant de sortie : le LTC1049 et l'OP177. Leurs caractéristiques significatives pour notre application sont :

- OP177F :
  - Décalage maximal en tension = 25µV; dérive = 0.1µV/°C
  - Décalage maximal en courant sur toute la plage de température = 1.5nA
  - Bruit en tension à 1Hz = $15\,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$
  - Gain en boucle ouverte = 130dB
  - Courant maximal de sortie = 6mA

- LTC1049 :
  - Décalage maximal en tension = 10µV; dérive = 100nV/°C

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

- Décalage maximal en courant sur toute la plage de température = 150pA
- Bruit en tension dans la bande [0.1Hz; 10Hz] = 3 µVcc
- Gain en boucle ouverte > 120dB
- Courant maximal de sortie < 0.6mA

La voie de précision utilise un OP177F puisque le courant à fournir est de 0.8 mA, alors que le LTC1049 nécessiterait l'emploi d'un amplificateur de puissance supplémentaire qui serait pénalisant pour la consommation de courant.

La voie de puissance nécessite que l'amplificateur opérationnel fournisse des courants supérieurs à 180 mA. On associera donc un amplificateur de puissance au LTC1049, voir Figure 51. Nous avons choisi le BUF634 pour sa faible consommation combinée aux caractéristiques suivantes :

- Courant maximal de sortie = 250mA
- Décalage maximal en tension = 100 mV
- Dérive du décalage avec la température = 100µV/°C
- Consommation en courant = 1.5mA

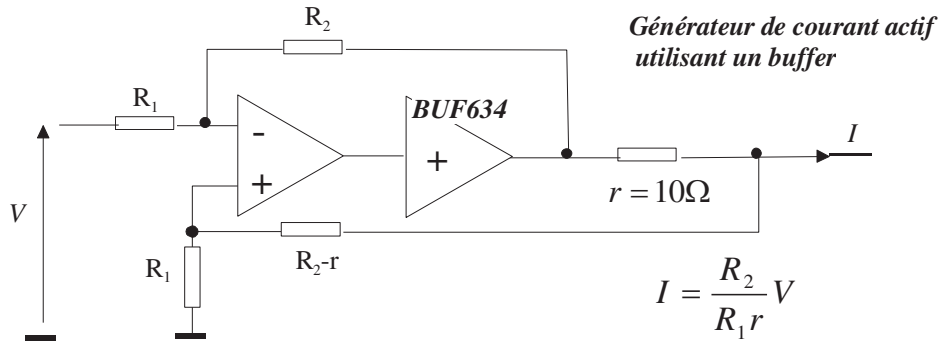


Figure 51. Schéma du générateur de courant utilisé pour la plage de puissance

On notera que le décalage en tension de l'amplificateur de puissance est à diviser par le gain en boucle ouverte de l'amplificateur qui le précède (130 dB avec le LTC1049), il restera donc négligeable dans notre application.

4.1.4.1.7. Calcul de la perturbation induite par chaque composant sur la plage de précision

Le choix des composants et des montages doit permettre le respect des performances requises. Nous vérifions dans ce paragraphe la pertinence des choix effectués. Les valeurs calculées correspondent aux performances critiques pour chaque composant, elles représentent donc une majoration des erreurs sur la mesure du champ. Nous ne mentionnerons pas les perturbations induites par les composants connexes au convertisseur numérique analogique puisqu'elles restent négligeables.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Le générateur de courant

On peut calculer le décalage et la densité spectrale de bruit en sortie du générateur de courant en fonction des défauts de chaque composant. On pourra se référer à l'annexe 8.9 pour le développement des calculs.

La formule donnant le décalage maximal en courant en sortie du générateur est :

$$\Delta I < (1+R_2/R_1).\frac{e}{r}+\frac{R_2}{r}.I_- +\frac{(R_2-r)(R_1+R_2)}{r(R_1+R_2-r)}.I_+ \qquad \text{Eq 30}$$

Pour l'application numérique avec l'OP177 nous prenons les valeurs suivantes :
$I_- \approx I_+ = 1.5$ nA, e = 25µV et $\Delta e/\Delta T = 0.3$ µV/°C.

La valeur du décalage en unité de champ est ensuite obtenue en multipliant par la fonction de transfert des bobines : $\Delta B = 2.00$ pT ± 0.02 pT/°C.

La dérive thermique des résistances induit également des modifications de la fonction de transfert des bobines. L'expression de sa variation avec la température se calcule à partir de l'expression de la fonction de transfert. On obtient après différentiation :

$$\frac{d(\frac{R_2}{R_1.r})}{dT}=\frac{\frac{dR_2}{dT}}{R_1.r}-\frac{\frac{dR_1}{dT}.R_2}{R_1^2.r}-\frac{\frac{dr}{dT}.R_2}{r^2.R_1} \qquad \text{Eq 31}$$

On peut simplifier cette expression puisque chaque résistance subit la même dérive relative. En supposant, dans le cas le plus défavorable que les erreurs s'ajoutent en valeur absolue, on obtient : $\frac{d(\frac{R_2}{R_1.r})}{dT}<3\frac{a.R_2}{R_1.r}$ où « a » est le coefficient de dérive thermique $\frac{dR}{dT}=\frac{dR_1}{dT}=\frac{dR_2}{dT}=\frac{dr}{dT}$, de chaque résistance, ayant pour valeur 0.2 ppm/°C. Finalement la variation relative de la fonction de transfert avec la température a pour valeur 0.6 ppm/°C.

Le bruit sur les champs de compensation est causé par l'amplificateur opérationnel et les résistances. L'expression de la contribution propre à l'amplificateur est donnée par le paragraphe 8.9 :

$$i_A=\sqrt{(1+R_2/R_1)^2.\left(\frac{e}{r}\right)^2+\left(\frac{R_2}{r}.i_-\right)^2+\left(\frac{(R_2-r)(R_1+R_2)}{r(R_1+R_2-r)}.i_+\right)^2} \qquad \text{Eq 32}$$

e : bruit en tension de l'amplificateur, V/√Hz
i_- et i_+ : bruit en courant de l'amplificateur, A/√Hz
i_A : bruit en sortie du générateur de courant, A/√Hz

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Applications numériques :

e = 15 $\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ à 1 Hz et i- = i+ = 3 $\mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$.

La formule donnant la densité spectrale de bruit des résistances est donnée par :

$$i_R = \sqrt{\frac{4kT}{r}.\left[1+\frac{R_2}{r}.\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)+\left(\frac{R_1+R_2}{R_1+R_2-r}\right)^2.\left(\frac{R_2-r}{r}\right).\left(1+\frac{R_2-r}{R_1}\right)\right]} \qquad \text{Eq 33}$$

k : constante de Boltzmann

T: température (25°C pour le calcul)

Selon les applications numériques la densité spectrale de bruit reste négligeable puisque sa valeur à 1Hz est 0.003 pT/√Hz.

Le convertisseur numérique analogique

Les perturbations induites par le convertisseur sont calculables à l'aide de l'équivalence entre tension et champ (2.5 V / 104 nT) pour la plage de précision. Pour l'estimation de densité spectrale de bruit on pourra se référer à l'annexe IV sachant que la bande passante à prendre en compte est la moitié de la fréquence d'échantillonnage, soit 2.5 kHz. On obtient finalement :

- Décalage = 60 pT
- Bruit = 0.04 $\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$
- ΔDécalage/ΔT = 0.1 pT/°C

4.1.5. Bilan des performances

La synthèse des champs d'excitation que nous avons choisie de présenter en annexe 8.10 est la principale source de bruit avec une contribution de 0.14 pT/√Hz. Le principe de leur génération reste identique à celui des champs de compensation et le niveau de bruit est améliorable.

Nous rappelons dans le Figure 52 la densité spectrale de bruit et le décalage induit par chaque bloc fonctionnel afin de calculer l'impact de la carte électronique sur la qualité de la mesure. La contribution du photodétecteur dépend de la pente des signaux de résonance et nous estimons leurs valeurs pour chacun des cas à partir des caractérisations préliminaires faites : 1mV/nT pour x et y et 0.2mV/nT pour z. Nous rappelons que les axes x, y et z, sont associés aux résonances aux fréquences $\frac{\Omega}{2\pi}$, $\frac{\omega}{2\pi}$ et $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$, respectivement.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Source perturbatrice	Photodétecteur	Champ de compensation		Champ magnétique basse fréquence		Total
		Générateur de courant	CNA	Générateur de courant	CNA	
Décalage, en pT	sans	2	< 60	sans	sans	**< 62**
Bruit, en $pT/\sqrt{Hz}$	0.1 pour z 0.02 pour x et y*	0.003	0.04	0.1	0.1	**0.18 pour z** **0.15 pour x et y**

Figure 52. Estimation des performances de l'électronique. Estimations issue de mesures préliminaires en boucle ouverte sur chacun des 3 axes

4.1.6. Photographie de la carte

A la suite de toutes ces études concernant les fonctions à assurer électroniquement nous avons réalisé la nouvelle carte électronique (Figure 53).

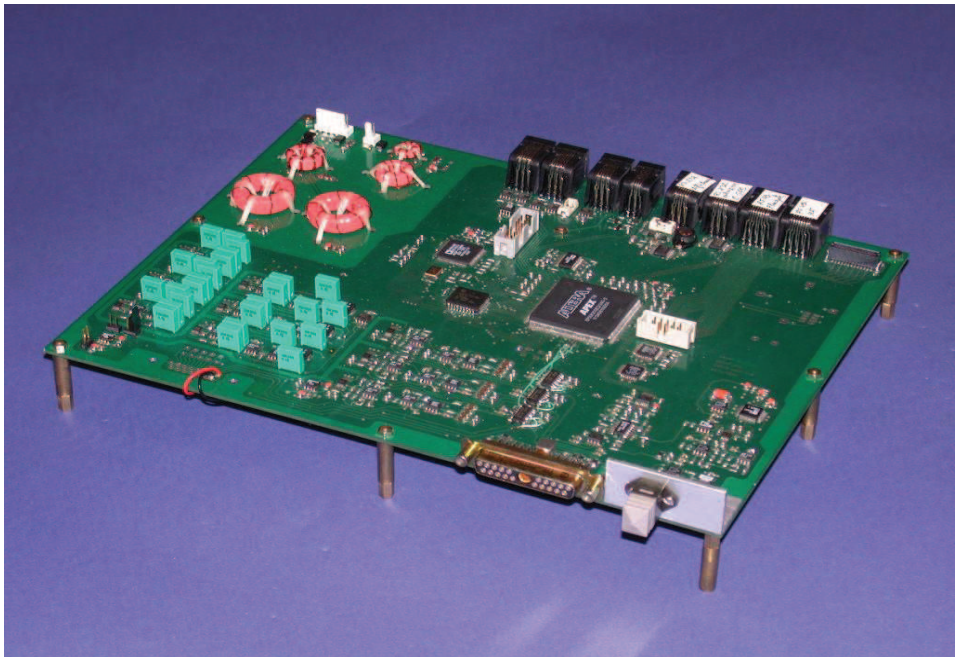


Figure 53. Photographie de la carte électronique

Nous avons vérifié les performances en termes de bruit et de décalage de la carte électronique. Les densités spectrales de bruit mesurées sont identiques aux estimations à 10% près. Les décalages constatés sont par contre inférieurs aux estimations effectuées à partir de la valeur critique du décalage du convertisseur numérique analogique puisque leur impact sur la mesure est inférieur à 7pT sur chaque axe au lieu de 60pT. Cela signifie par ailleurs qu'il est possible d'étendre la plage de précision en augmentant la fonction de transfert des bobines d'un facteur 7 tout en conservant un décalage inférieur à 50pT.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

4.2. Caractérisation du magnétomètre vectoriel

4.2.1. Résultats expérimentaux

La mesure du champ est réalisée à partir des valeurs transmises aux convertisseurs numérique analogique chargés de la création des champs de compensation. Nous transformons ensuite cette valeur en unité de champ magnétique à l'aide des fonctions de transfert des bobines et des générateurs de courant. De ce fait le résultat obtenu dépend de la précision de tous les composants qui fixent les fonctions de transfert des générateurs de courants et des bobines [2], [40], [64], [66] et [69].

L'objet de ce chapitre est de vérifier les performances du magnétomètre qui sont propres à l'utilisation des résonances paramétriques en champ nul. Nous les caractériserons donc en termes de décalage et de bruit. La prise en compte des perturbations dues aux non-linéarités et aux non-orthogonalités sera effectuée dans une seconde phase de développement.

Les champs basse fréquence ont initialement été réglés aux valeurs préconisées par le programme de calcul des résonances : $\{\frac{\gamma B_\omega}{\omega}=0.55\ ;\frac{\gamma B_\Omega}{\Omega}=1.1\}$, voir paragraphe 3.2.3.3.1. Après plusieurs ajustements et mesures des 3 pentes, nous avons retenu le point de fonctionnement suivant $\{\frac{\gamma B_\omega}{\omega}=0.60\ ;\frac{\gamma B_\Omega}{\Omega}=1.2\}$. La puissance nécessaire à la création du plasma est 20% supérieure à la puissance limite qui permet de l'entretenir, soit 25 mW. La puissance en sortie du laser, qui donne les meilleures pentes, est de 1.5 mW. Les pentes mesurées dans ces conditions ont pour valeurs 1 mV/nT pour x et y et 0.3 mV/nT pour z respectivement.

On remarquera que les rapports relatifs des pentes des résonances et les réglages des champs basse fréquence obtenus expérimentalement sont proches de ceux obtenus à l'aide du programme de simulation, voir paragraphe 3.2.3.3.1.

4.2.1.1. Estimation des performances

4.2.1.1.1. Densité spectrale de bruit

Origines

La densité spectrale de bruit de la mesure du magnétomètre dépend de la pente des signaux de résonance et du niveau de bruit de la source laser (Figure 54), auxquels il faut ajouter la contribution de l'électronique. Le bruit sur la mesure du champ se calcule de la manière suivante :

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

$$b(\omega)=\sqrt{\left(\frac{bl(\omega)}{p(\omega)}\right)^2+\left(\frac{bec(\omega)}{p(\omega)}\right)^2+(beg(\omega))^2}$$ *Eq 34*

Où :

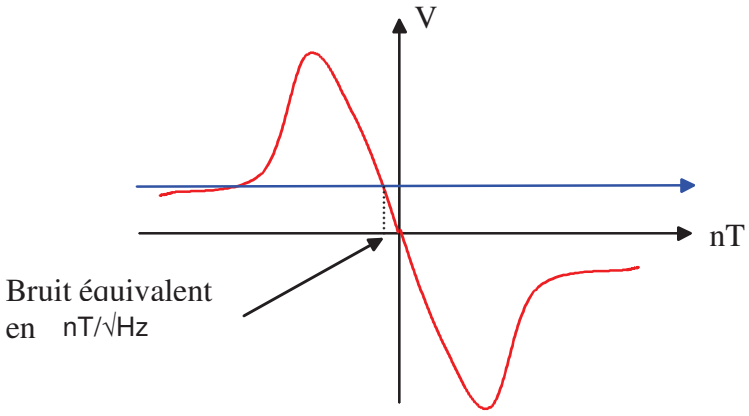
b(ω) : densité spectrale de bruit associée à la modulation de fréquence $\omega/2\pi$*, en* $T/\sqrt{Hz}$

bl(ω) : densité spectrale de bruit du laser associée à la modulation de fréquence $\omega/2\pi$*, en* $V/\sqrt{Hz}$

p(ω) : pente des signaux de résonance, en V / T

beg(ω) : densité spectrale de bruit de l'électronique dédiée à la génération des champs, en $T/\sqrt{Hz}$

bec(ω) : densité spectrale de bruit de l'électronique de conversion photons/tension, en $V/\sqrt{Hz}$



Densité spectrale de bruit à la fréquence de résonance, en V/√Hz
Courbe de résonance, en V

Figure 54. Schéma explicatif de l'influence de la pente des résonances sur la densité spectrale de bruit

Le bruit de l'électronique

La majeure contribution de l'électronique à la densité spectrale de bruit sur la mesure concerne la partie dédiée à la génération des champs magnétiques, qu'ils soient magnétiques basse fréquence ou de compensation. Compte tenu des performances de l'électronique la densité spectrale de bruit reste inférieure à $0.2\,pT/\sqrt{Hz}$ pour chaque axe de mesure.

Le laser participe également à la dégradation de la densité spectrale de bruit sur la mesure. Nous présentons dans la partie suivante l'origine physique des principales sources de bruit pour la diode laser que nous avons utilisée lors des diverses expérimentations aboutissant aux résultats présentés dans ce rapport.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Le bruit laser

Nous mentionnons dans ce paragraphe quelques phénomènes physiques responsables de la densité spectrale de bruit de la diode laser [60] :

- Le bruit quantique : ce bruit fondamental est induit par les fluctuations de l'émission spontanée et présente un spectre indépendant de la fréquence. Il correspond à la limite inférieure de bruit et augmente suivant la racine du nombre de photons détectés.

- Le bruit basse fréquence : dans le domaine de fréquence [0 ; 100kHz], de nombreux phénomènes interviennent et provoquent une remontée importante du bruit. A très basse fréquence, le bruit est essentiellement dû aux variations de température, aux bruits vibratoires et aux poussières se trouvant sur le parcours du faisceau. A cela vient se rajouter un bruit en 1/f.

La mesure de la densité spectrale de puissance du laser a été obtenue en sortie du photodétecteur pour une puissance laser de 80µW, représentative du réglage optimal obtenu. Le bruit mesuré est le bruit en intensité.

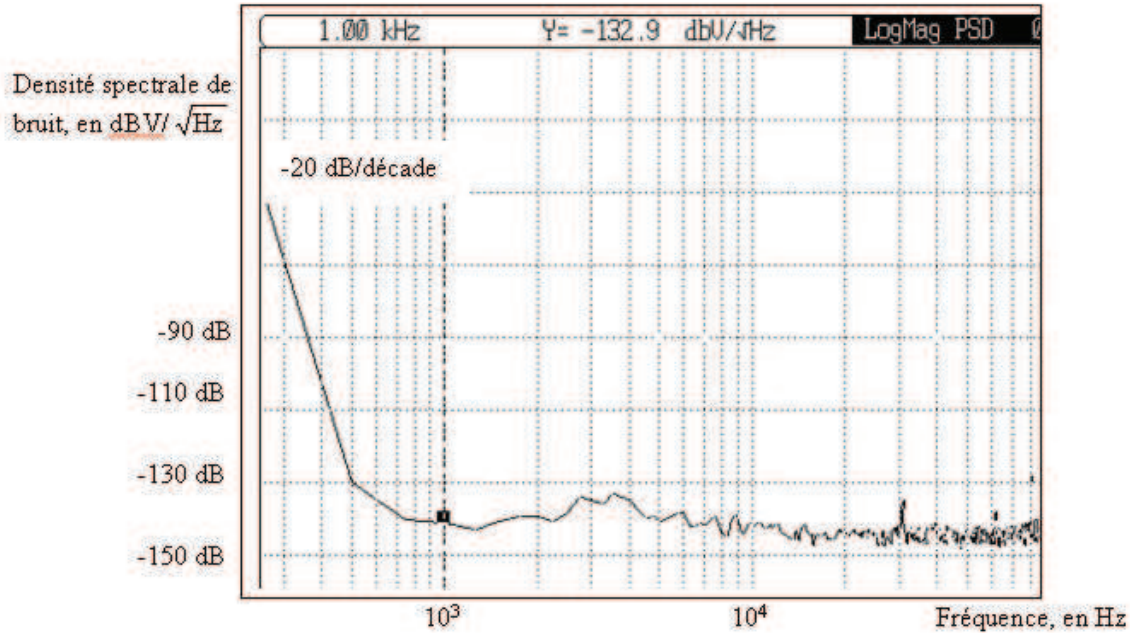


Figure 55. Densité spectrale de bruit de la diode laser utilisée par le magnétomètre

Un bruit supplémentaire, le bruit de longueur d'onde, peut se superposer au bruit en intensité : l'absorption des photons optiques par l'hélium est fonction de leur longueur d'onde. Une variation de la longueur d'onde du laser va ainsi se traduire par une variation de son taux d'absorption par l'hélium. Ainsi, un bruit de longueur d'onde du laser va se traduire par un bruit d'intensité en sortie du flacon de gaz. Nous avons vérifié que ce bruit est négligeable : le RIN du laser n'est pas impacté par l'absorption de l'hélium.

La bande de fréquence à prendre en compte pour la densité spectrale de bruit du magnétomètre est celle des résonances paramétriques, soit [1kHz ; 30kHz].

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

De ce fait la contribution du bruit laser au bruit sur la mesure dépend de la fréquence de chacun des signaux de résonance et donc de chaque axe de mesure. De plus, sa densité spectrale de bruit varie d'une expérience à l'autre et l'on peut obtenir des variations de 6 dB entre deux mesures. Compte tenu de ces disparités nous avons choisi pour les estimations un RIN de -130 dB/Hz qui reste représentatif des performances du laser pour chacun des axes.

Densité spectrale de bruit total

L'Eq 34 permet de calculer la densité spectrale de bruit total en fonction de la pente des signaux de résonance et nous représentons une courbe de l'évolution du bruit en précisant la contribution de l'électronique et du laser (Figure 56). Pour cette application numérique nous avons pris un bruit de génération de champ de $0.2\,\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, un bruit laser de $0.3\,\mu\mathrm{V}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ (correspondant à $30\,\mathrm{pW}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$), ainsi qu'un bruit de photodétection de $20\,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ (R*$1.2\,\mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$).

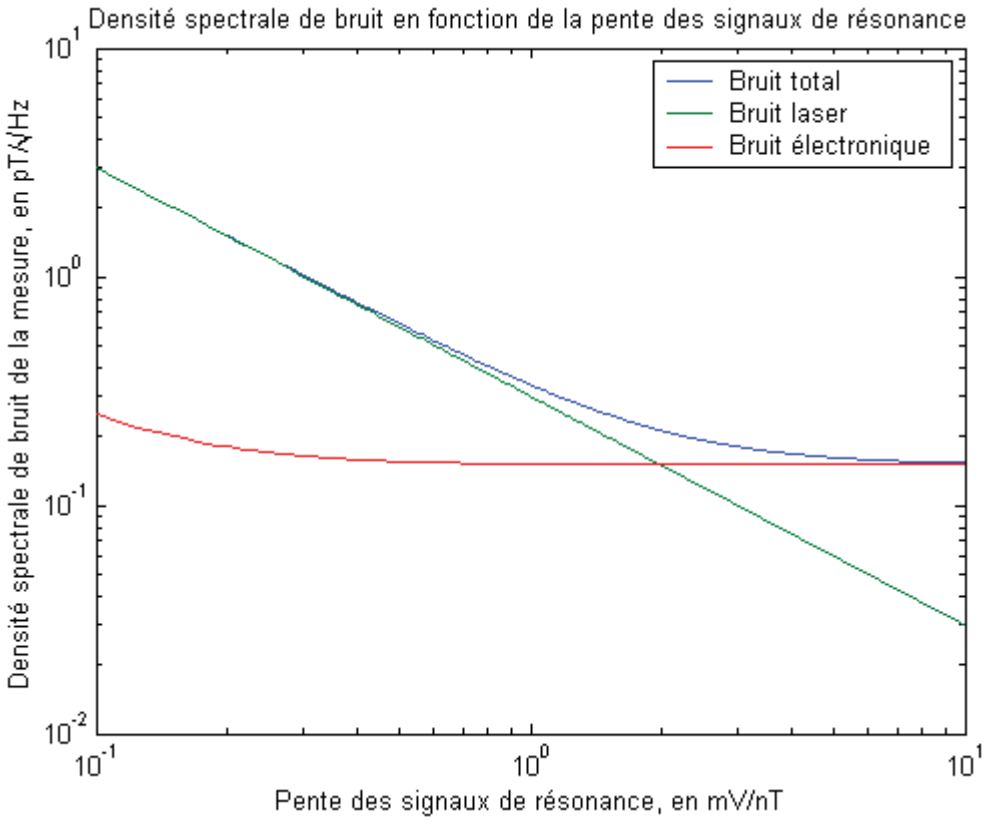


Figure 56. Densité spectrale bruit sur la mesure en fonction de la pente des signaux de résonance

On constate d'une part que la densité spectrale de bruit de l'électronique est majoritairement due à la génération des champs magnétique tant que les pentes sont supérieures à 0.2 mV/nT et d'autre part que la contribution du laser est prépondérante pour des pentes inférieures à 2 mV/nT, ce qui correspond aux réglages utilisés pour le magnétomètre.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

A partir des premières mesures déjà obtenues pour les pentes des résonances associées à chaque axe de mesure (1 mV/nT pour x et y et 0.3 mV/nT pour z), nous pouvons estimer la densité spectrale de bruit sur chaque axe de mesure :

- 0.4 $\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, pour x
- 0.4 $\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, pour y
- 1.0 $\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, pour z

4.2.1.1.2. Décalage par rapport à la valeur « vraie »

Les mesures effectuées par le magnétomètre sont entachées d'un décalage par rapport à la valeur exacte du vecteur champ magnétique. Ce décalage est propre à chaque axe et nous en présentons les origines.

Sources d'imprécision de la mesure du champ

La physique

Les décalages en fréquence et variations de l'intensité du laser polarisé rectilignement n'induisent pas de biais sur la mesure du champ magnétique [31]. Les variations des amplitudes et fréquences des champs magnétiques basse fréquence se traduisent par des variations des pentes des résonances mais pas par des biais. Le point fort des magnétomètres atomiques dédiés aux mesures de champs magnétiques faibles est qu'ils n'ont intrinsèquement pas de source de biais liée à leur principe de fonctionnement.

La structure mécanique

La géométrie des bobines impacte les fonctions de transfert de chacun des axes du magnétomètre. Les écarts à l'orthogonalité des bobines induiront notamment des imprécisions qui ne sont pas spécifiques aux magnétomètres atomiques et ne sont pas traitées dans cette étude [64].

Les défauts d'alignement du polariseur optique vis-à-vis des bobines sont également à prendre en compte. L'outil de calcul des résonances permet de quantifier l'impact d'un défaut d'alignement du polariseur, qui serait très difficile à appréhender analytiquement. Nous avons effectué le calcul pour le cas d'une rotation du polariseur d'angle φ autour de l'axe y, illustré Figure 57, cas représentatif d'une rotation des bobines cylindriques de la Figure 35, les 3 bobines étant supposées parfaitement orthogonales.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

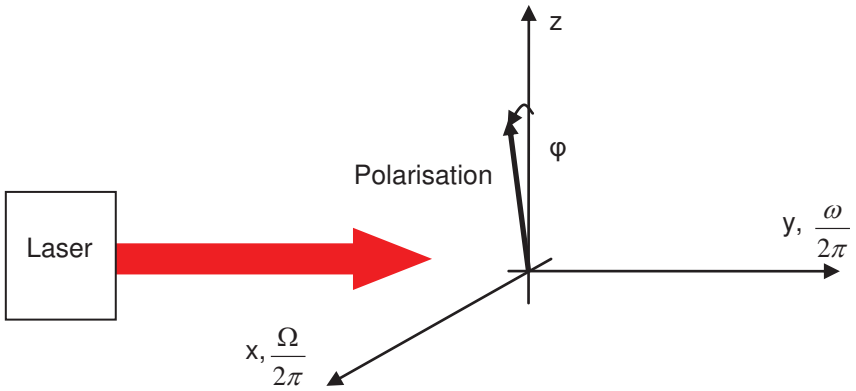


Figure 57. Illustration des angles qui permettent de décrire l'orientation des champs magnétiques basse fréquence

La Figure 58 illustre l'impact d'un désalignement du polariseur sur les résonances aux fréquences $\frac{\omega}{2\pi}, \frac{\Omega}{2\pi}$ et $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$, en fonction du champ magnétique B_i, i étant choisi parmi {x, y, z} selon la résonance observée et les liens $\{\frac{\omega}{2\pi} \Leftrightarrow$ y, $\frac{\Omega}{2\pi} \Leftrightarrow$ x, $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi} \Leftrightarrow$ z$\}$.

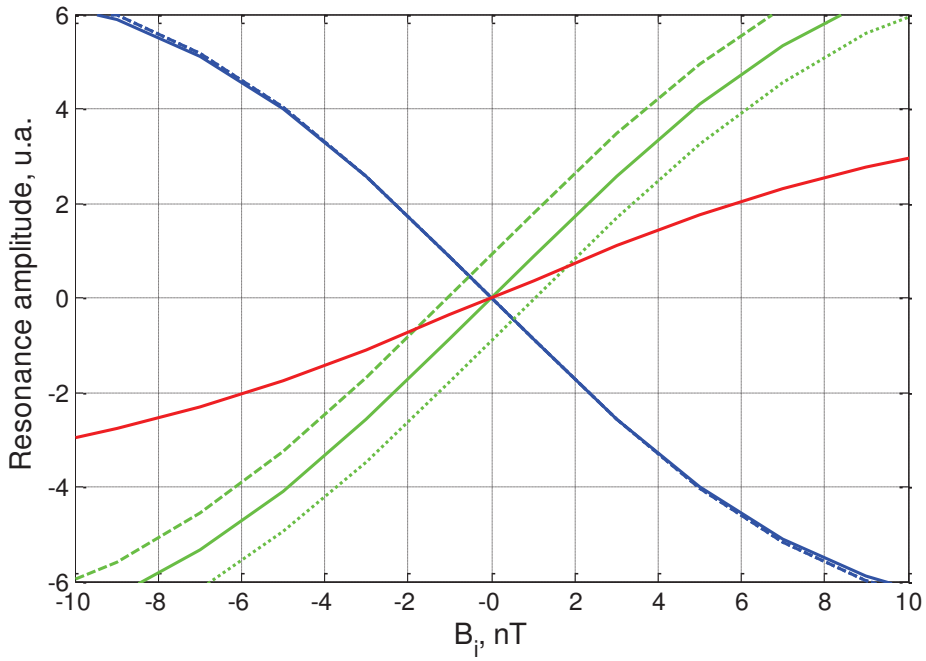


Figure 58. Zoom sur les résonances aux fréquences $\frac{\omega}{2\pi}, \frac{\Omega}{2\pi}$ et $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$ aux couleurs bleue, verte et rouge respectivement. Les traits pointillés et tirets correspondent à un défaut d'alignement φ de -5°et +5° du polariseur, respectivement

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

L'erreur angulaire d'alignement du polariseur impacte la résonance à la fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$ et se traduit par un décalage de la résonance de 1 nT pour 5° de désalignement.

Le biais observé à la fréquence $\frac{\Omega}{2\pi}$ peut s'expliquer qualitativement en ne gardant de Eq 25 que les termes qui contribuent à la résonance à la fréquence $\frac{\Omega}{2\pi}$, en champ magnétique nul. On se place ainsi dans le cas $s_1=0$, $s'_1=\pm1$, $s_2=0$ et $s'_2=0$ qui nous conduit à Eq 35, où nous avons également introduit le fait que l'observable est le vecteur de pompage optique, voir annexe 8.6.

Nous nous restreignons également aux opérateurs tensoriels irréductibles d'ordre 2, cas de l'alignement, en raison de la polarisation rectiligne du laser.

$$L_A^{\ 2} = \sum_{q,q_1,q_2,q_{1'},q_{2'},s_{1'}} \underbrace{\lambda^2_{q_{1'}}\ {}^0A_1^{\ 2^*}{}_{q_{1'}q_1}\ {}^0A_{2^{q_1q}}^{\ 2^*}}_{Pompage optique} \underbrace{\lambda^{2^*}{}_{q_{2'}}{}^{s_{1'}}A^2_{1q_{2'}q_2}\ {}^0A^2_{2q_2q}}_{Observable} \frac{e^{i(s_{1'}\omega)t}}{\Gamma - i[q\overline{\overline{\omega}}_0]} \qquad \textit{Eq 35}$$

Pour la suite de l'explication nous prenons comme axe de quantification l'axe y, parallèle au champ à la fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$ et au champ magnétique statique B_y. Les opérateurs de changement base ${}^0A_1^{\ 2^*}$ et ${}^{S_{1'}}A_1^2$, du champ à la fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$, sont diagonaux et commutent donc avec les autres opérateurs. Nous pouvons ainsi considérer un pompage optique $\lambda^2\ {}^0A_1^{\ 2^*}$ et une observable $\lambda^{2^*\,s_{1'}}A_1^2$, qui traduisent l'impact du champ à la fréquence $\frac{\Omega}{2\pi}$, et s'appliquent à l'atome habillé par le champ à la fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$.

Les paramètres du pompage optique et du champ à la fréquence $\frac{\Omega}{2\pi}$, telles que direction de la polarisation du laser ou direction, amplitude et fréquence du champ magnétique impactent la résonance sur la lumière absorbée à la fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$. Cette dernière s'annule lorsque le champ magnétique est nul sur l'axe Oy et dans le cas particulier où la polarisation du laser et la direction du champ à la fréquence $\frac{\Omega}{2\pi}$ sont orthogonales entre elles et à celle du champ à la fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$. Elle ne s'annule pas en champ nul dans le cas général, ce

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

qui explique les décalages observés liés aux défauts d'orthogonalité entre la direction de la polarisation du laser et les deux champs basse fréquence.

Le décalage de la résonance à la fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$, qui dépend des paramètres des champs basse, fréquence et a été obtenu pour $\frac{\gamma B_\omega}{\omega}$ = 0.55 et $\frac{\gamma B_\Omega}{\Omega}$ = 1.1. Il est en particulier nul si $\frac{\gamma B_\Omega}{\Omega}$ = 0, c'est à dire s'il n'y a pas de champ magnétique à la fréquence $\frac{\Omega}{2\pi}$.

Le polariseur devra donc être aligné sur l'axe z à mieux que 0.2° près pour que le décalage associé reste inférieur à 50 pT, notre objectif tous décalages confondus.

L'erreur angulaire n'impacte pas significativement la résonance à la fréquence $\frac{\Omega}{2\pi}$. On pourrait toutefois mettre en évidence que l'amplitude décroit à mesure que φ augmente et devient nulle si la polarisation du laser est alignée sur x, en pompage longitudinal.

Il n'y a pas d'impact non plus sur la résonance à la fréquence $\frac{\omega \pm \Omega}{2\pi}$, de plus faible amplitude.

L'électronique

La mesure du champ est biaisée par un décalage du courant injecté dans les bobines. Nous avons mesuré 40 nA pour chacune des voies de l'électronique associées à la plage de précision, susceptibles de fournir un courant maximal de ±0.8 mA.

La valeur du décalage effectif en unité de champ magnétique dépend donc de la fonction de transfert des bobines et compte tenu des nôtres la contribution de l'électronique au décalage de la mesure reste inférieure à 7 pT pour chacun des axes.

4.2.1.2. Vérification des performances

La vérification des performances théoriquement estimées permet de valider le principe de fonctionnement ainsi que l'instrumentation associée, mais aussi de découvrir de nouveaux phénomènes inattendus et potentiellement dommageables.

4.2.1.2.1. Moyen de mesure

La densité spectrale de bruit préalablement estimée est inférieure à $1\,\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ sur la plage de précision. Les valeurs de champ admissibles sur cette plage sont faibles nous avons dû utiliser un blindage magnétique (Figure 59). Le

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

blindage utilisé réduit le champ magnétique extérieur avec un coefficient d'atténuation de l'ordre de 70 dB pour ses directions radiales et 40 dB pour son axe. Lorsque le blindage est orienté est-ouest les fluctuations du champ magnétique ambiant sont atténuées et la seule source de bruit à considérer reste le magnétomètre.

Le Blindage magnétique

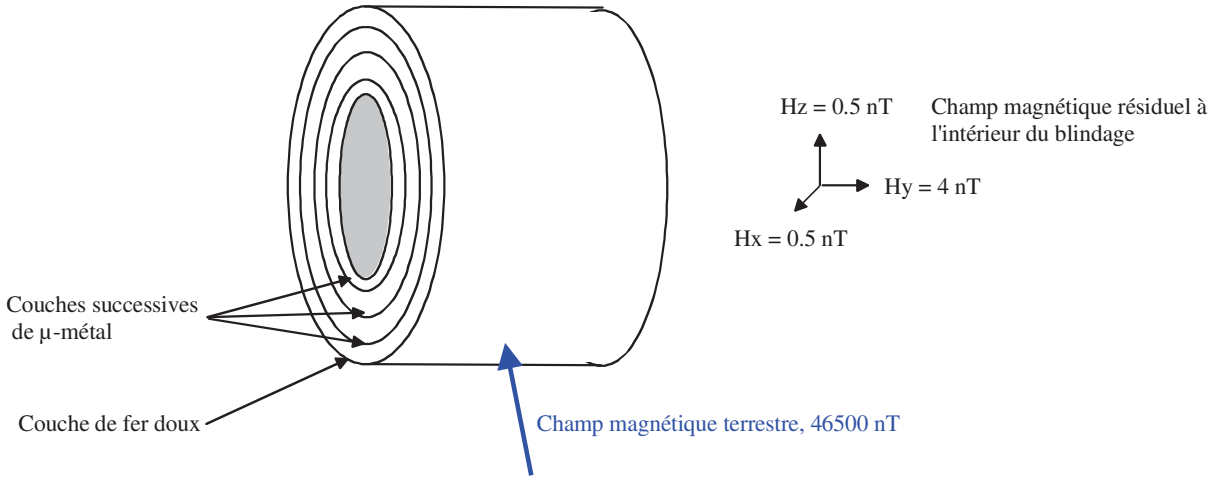


Figure 59. Schéma du blindage magnétique et des champs résiduels en son centre

Le principe de réduction du champ à l'intérieur du blindage est entièrement dû aux propriétés magnétiques des matériaux utilisés. La couche externe est en fer doux ; elle est à l'origine d'un champ induit opposé au champ ambiant à l'extérieur du matériau paramagnétique. Le champ magnétique vu par la première couche de µ-métal est donc plus faible que celui vu par la couche de fer doux (Figure 60). Le µ-métal, dont le champ coercitif est plus faible que celui du fer doux, induit à son tour un champ démagnétisant qui s'oppose au champ déjà atténué. Les quatre autres couches de µ-métal agissent de la même manière et le champ radial au centre de la dernière est finalement atténué de 70 dB. La limite à l'efficacité d'un blindage utilisant ce principe pour réduire le champ magnétique statique extérieur est donnée par l'agitation thermique des moments magnétiques du µ-métal qui sont à l'origine du champ inducteur.

L'ensemble des mesures magnétiques associées à la suite de ce mémoire a été effectué au centre de ce blindage. Les champs magnétiques générés par les bobines du magnétomètre sont donc faibles et leur inhomogénéité reste bien inférieure à la largeur de raie de l'hélium, voisine de 50 nT. L'inhomogénéité des champs magnétique générés par les bobines n'aura donc pas d'impact sur les performances du magnétomètre, au centre du blindage. Des travaux sur l'homogénéité des champs magnétiques générés par les bobines sont à paraitre dans les thèses de Mathieu Baicry et Yann Troadec.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

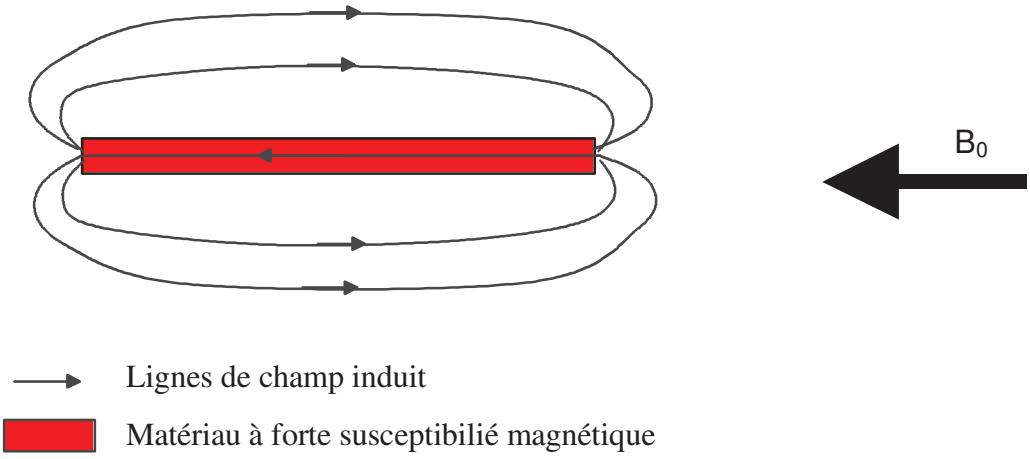


Figure 60. Schéma représentant le champ d'opposition au voisinage du matériau de forte susceptibilité

4.2.1.2.2. Mesure de la densité spectrale de bruit de chaque axe

Incertitude sur la mesure

Les densités spectrales de bruit ont été mesurées pour une excitation haute fréquence délivrant une puissance 20% supérieure à celle qui est strictement nécessaire au peuplement du niveau métastable (25 mW), plus communément appelée puissance limite d'extinction. L'intensité du flux laser reçue par la photodiode est de 80 µW. Ces conditions aboutissent aux valeurs minimales de la densité spectrale de bruit sur chaque axe que nous estimons avec une incertitude de $0.1\,\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$.

Résultats

Les gains numériques ont été ajustés de façon à obtenir une bande passante de 100Hz. Les densités spectrales finalement acquises sont représentées Figure 61.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

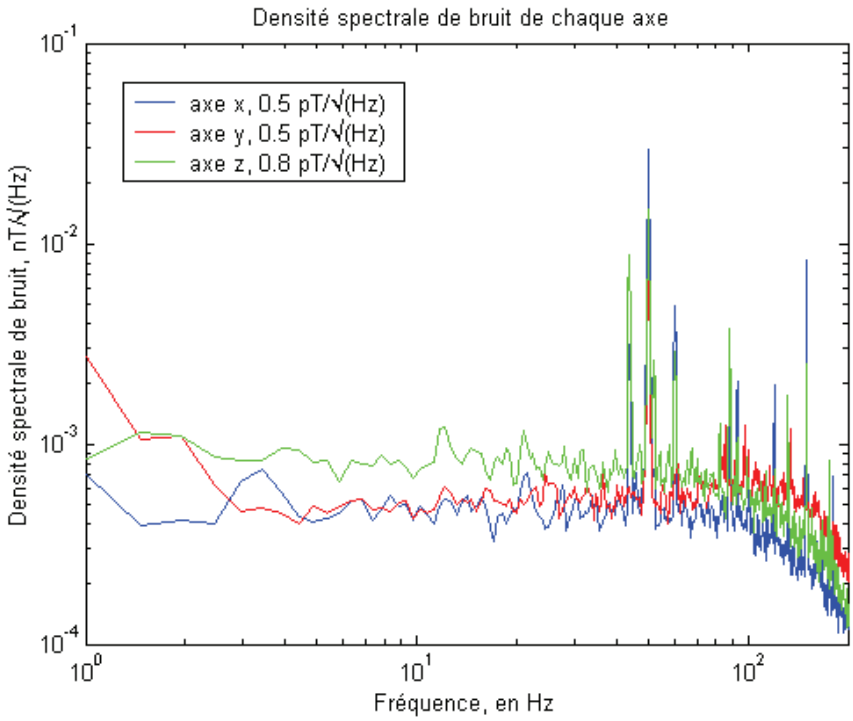


Figure 61. Densité spectrale de bruit de chacun des axes du magnétomètre

Les estimations des valeurs de densités spectrales de bruit sont comparables aux valeurs mesurées pour les axes x et y compte tenu des incertitudes de $0.1\,\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. La densité spectrale de bruit obtenue expérimentalement sur l'axe est z est inférieure à ce que nous avions prévu de $0.2\,\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Cette différence peut toutefois s'expliquer par la valeur « moyenne » choisie pour les estimations de la densité spectrale de bruit du laser alors que celle-ci est relative à chaque axe.

4.2.1.2.3. Mesure du décalage de chaque axe

Méthode de mesure

La valeur du champ à l'intérieur du blindage n'est pas strictement nulle. Il ne suffit pas de placer le magnétomètre au sein du blindage pour mesurer directement ses propres décalages. La méthode retenue pour les déterminer consiste à procéder à des retournements du capteur de 180° pour chaque direction de mesure (Figure 62). En effet, supposons qu'il existe un champ magnétique B dans une direction donnée ; la première mesure donne la valeur B+Δ et la suivante -B+Δ. On peut ensuite facilement déduire les valeurs respectives de B et Δ (le décalage) aux incertitudes près de la mesure.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

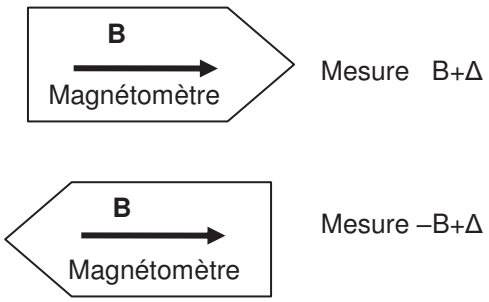


Figure 62. Schématisation de la mesure du décalage par retournement

Détermination des incertitudes sur la mesure

L'incertitude sur la mesure du décalage va dépendre de l'axe du blindage choisi pour réaliser cette mesure. Celle-ci se détermine facilement en tenant compte du gradient de champ et de la précision sur le positionnement de la sonde.

La sonde est introduite au cœur du blindage à l'aide d'un chariot pourvu d'un degré de liberté dans la direction longitudinale dont la précision de positionnement par rapport au blindage est de 2 mm. La valeur du gradient de champ en ce point par rapport à l'axe y est de (50, 200, 50), en pT/cm, pour les axes (x, y, z) du blindage (Figure 59). L'incertitude sur la mesure du décalage est donc de (±10, ±40, ±10), en pT. On remarquera que ce vecteur incertitude est associé aux axes du blindage et non à ceux du magnétomètre. Il reste cependant impossible de bénéficier de la faible incertitude relative aux axes x et z du blindage pour la mesure du décalage sur l'axe y.

A cette source d'erreurs il est nécessaire d'ajouter l'incertitude propre aux mesures faites par le magnétomètre. Nous avons en effet constaté que la mesure du champ était dépendante des flexions des fibres optiques multimodes chargées de conduire le faisceau laser. Ces flexions sont modifiées d'une mesure à l'autre et induisent des variations sur la mesure, dont l'amplitude est bornée à ±20pT sur x et z et ±50pT sur y.
Compte tenu de ces deux sources d'incertitudes nous obtenons finalement les valeurs d'incertitudes totales :

- 30 pT, pour x
- 90 pT, pour y
- 30 pT, pour z

Résultats

Les valeurs des décalages ont donc été mesurées à l'issue de plusieurs retournements de la sonde. Les résultats obtenus pour chaque axe compte tenu des incertitudes sont :

- 20 ± 30 pT, pour x
- 50 ± 90 pT, pour y
- 20 ± 30 pT, pour z

Ces valeurs restent compatibles avec les sources de décalages préalablement identifiées.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

4.2.1.2.4. Bilan des performances

Le bruit et les décalages du magnétomètre vectoriel sont inférieurs à 1 pT/√Hz et 140 pT, respectivement, sur chaque axe.

Le bruit du magnétomètre pourrait être réduit par l'utilisation d'une autre source laser disposant d'une plus faible densité spectrale de bruit. Des moyens de réduire activement le bruit du laser sont en cours de développement dans le laboratoire. Ils sont basés sur l'asservissement du courant d'alimentation de la diode laser ou sur une soustraction de mesures faites par différents magnétomètres ayant en commun une unique source laser.

La valeur donnée pour le décalage est principalement dus aux incertitudes sur les mesures qu'il serait intéressant de diminuer afin de préciser l'actuelle valeur.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

4.3. Le démarrage du magnétomètre

4.3.1. Problématique

Le principe d'asservissement en champ nul à l'aide des résonances paramétriques permet une mesure vectorielle du champ à condition que les valeurs initiales de chaque composante soient suffisamment faibles pour permettre la convergence du champ total vers la valeur zéro lors de la mise en route. Le problème provient de l'existence d'autres points d'équilibre pour l'asservissement qui ne permettent pas de mesure du champ magnétique. Au voisinage de ces mauvais points, le signal de résonance vaut zéro et sa dérivée a le même signe qu'en champ nul, les conditions sont alors suffisantes pour leurrer l'électronique qui trouve un « mauvais » point de fonctionnement autour de ces points perturbateurs (Figure 63).

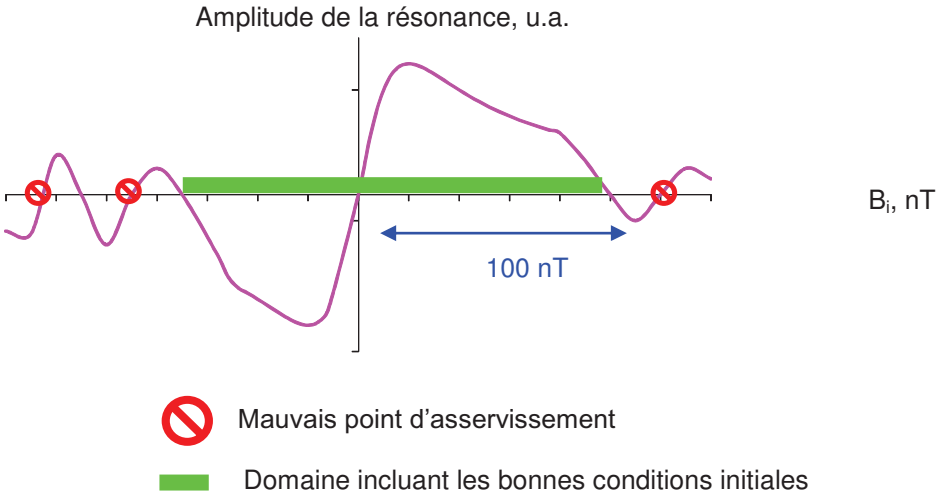


Figure 63. Exemple de courbe de résonance mettant en évidence les mauvais points d'asservissement

Ainsi, la nature du point sur lequel va s'asservir l'électronique dépend de la valeur initiale du champ. Si chacune de ses composantes est incluse dans la raie de résonance, la mesure du champ est garantie, alors que dans le cas contraire la valeur fournie par le magnétomètre n'a pas de sens.

La largeur de ces raies de résonance reste cependant limitée. L'asservissement est possible à condition que l'amplitude de chacune des composantes du champ magnétique demeure inférieure à quelques dizaines de nano-Tesla, ce que l'on ne peut pas garantir sur la plage de mesure de ±15µT. Il est donc nécessaire de trouver un moyen pour surmonter ce problème afin d'utiliser le magnétomètre dans la plage spécifiée.

Plusieurs méthodes basées sur la dilatation des signaux de résonances ont été dans un premier temps envisagées pour pallier ce problème d'asservissement en champ nul. Cependant aucune d'entre elles ne nous a permis d'imposer des conditions initiales garantissant l'asservissement en champ nul dans toutes les circonstances.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Nous avons donc recherché une solution différente basée sur l'évolution de l'absorption de la partie continue du flux laser en fonction de l'orientation du champ magnétique et de la polarisation des photons [32].

4.3.2. Calcul des signaux caractéristiques de l'effet Hanle

Nous avons calculé numériquement, à partir du modèle développé dans le paragraphe 3.2, l'absorption du flux laser pour différentes valeurs du champ magnétique pour le cas d'une polarisation rectiligne suivant l'axe z, qui correspond à nos applications. Dans ce cas, nous avons vérifié que la lumière absorbée est indépendante de φ (Figure 64), ce qui implique que l'absorption dépend uniquement des valeurs de $\sqrt{B_x^{\,2} + B_y^{\,2}}$ et B_z.

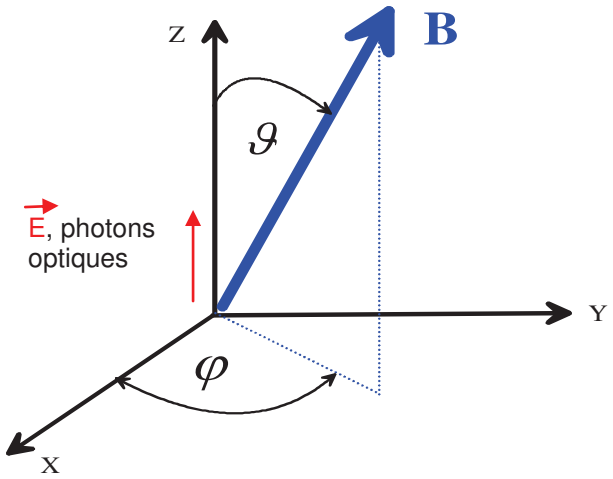


Figure 64. Schéma représentant les angles qui définissent la direction du champ magnétique

Nous présentons dans un premier temps l'évolution de l'absorption du signal continu du flux laser pour plusieurs valeurs du vecteur champ magnétique afin de visualiser les propriétés de symétrie (Figure 65).

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

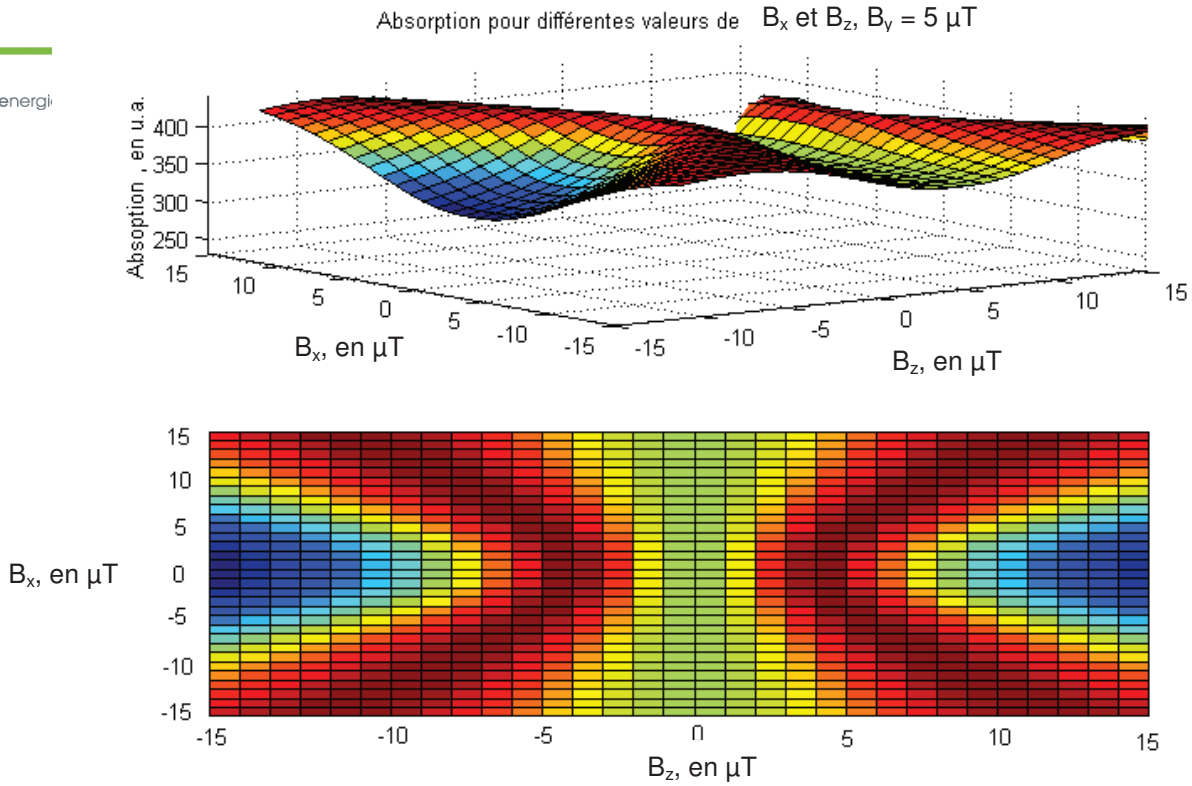


Figure 65. Absorption du flux laser pour différentes valeurs du champ magnétique

L'absorption possède deux séries de maxima (en bordeaux), qui correspondent aux configurations $\sqrt{2}.B_z = \sqrt{B_x^{\,2} + B_y^{\,2}}$ pour lesquelles l'angle θ défini Figure 64 vaut 54.75°.

De part et d'autre de ces maxima on peut distinguer deux portions monotones : si θ < 54.75° l'absorption est une fonction croissante de θ ; elle est décroissante dans le cas contraire.

4.3.3. Exploitation des signaux

Une méthode d'exploitation de l'évolution de l'absorption en fonction du vecteur champ magnétique consiste à se placer dans des conditions où l'annulation d'une composante du champ lors d'un balayage entraîne des variations d'intensité lumineuse permettant la détection de cette annulation de la composante du champ magnétique.

La recherche des conditions d'annulation peut se faire de plusieurs manières. L'une d'entre elles consiste à se placer dans des conditions particulières du champ de compensation dans lesquelles on peut associer l'annulation d'une composante du champ à un extremum de l'absorption lumineuse. L'antécédent de l'extremum d'absorption lumineuse est la valeur du champ de compensation à appliquer pour annuler la composante du champ balayée.

Lors du balayage d'une composante du champ, l'amplitude de sa plage de variations est déterminée par ses valeurs initiales, comprises entre [-15µT ;

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

15µT], mais également par les valeurs du champ effectuant le balayage qui sont à nouveau dans la gamme [-15µT ; 15µT]. Ainsi, chacun des balayages est susceptible d'induire des valeurs de champ magnétique dans la plage [-30µT ; 30µT].

4.3.4. La vitesse des balayages

La minimisation du champ magnétique à l'aide de balayages suppose que la valeur de ce champ reste constante ou subisse une variation inférieure à la largeur de la raie de résonance pour chaque axe. Ainsi la rapidité de l'ensemble des balayages nécessaires à la minimisation du champ est à prendre en compte dans le but de restreindre les conséquences des dérives du champ.

Tout d'abord, l'amplitude des dérives temporelles du champ est inconnue en général. Nous tâcherons donc de minimiser la durée de cette phase de minimisation du champ afin que la convergence du protocole soit garantie pour de grandes dérives dont nous pourrons fixer la valeur.

De plus, le temps minimal pour chaque balayage entre -15µT et +15µT se détermine expérimentalement en appliquant des rampes de champ magnétique de plus en plus rapides, d'une part, et en quantifiant l'atténuation de l'extremum d'absorption observé lors du croisement en champ nul, d'autre part. Le programme de calcul de la lumière absorbée est limité aux solutions stationnaires. Il ne permet pas de quantifier l'impact de ces rampes de balayage, transitoires.

Nous avons constaté que les balayages à 500 µT/s (ce qui représente des vitesses extrêmement élevées par rapport aux conditions susceptibles d'être rencontrées par le magnétomètre) induisent une atténuation de 50% de l'amplitude de l'extremum caractéristique par rapport à l'amplitude obtenue lors d'un balayage réalisé lentement.

4.3.5. Protocole assurant la minimisation du champ

Une fois déterminés le temps et la bande passante nécessaires aux balayages, il reste à les ordonner et utiliser astucieusement dans une méthode assurant la minimisation du champ magnétique. Chacun des balayages d'une composante du champ de compensation devra donc s'effectuer entre les bornes ±15µT à la vitesse de 500µT/s, correspondant à un pas de 5nT pour une fréquence d'échantillonnage de 100kHz.

Le protocole choisi ne constitue pas l'unique moyen de minimiser le champ à l'aide des propriétés de l'effet Hanle. A titre d'exemple l'ordre des manipulations concernant B_x et B_y peut être interverti en vertu de leurs propriétés similaires sur l'absorption.
Le protocole de minimisation du champ se décompose en trois étapes associées à chacune des composantes du champ.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Protocole de minimisation du champ :

1. Compensation du champ sur l'axe x : la recherche de la valeur du champ de compensation qui permet d'annuler la composante B_x induit une plage possible de variations de $\sqrt{B_x^2 + B_y^2}$, de $[0; \sqrt{30^2 + 15^2}\mu T]$. De ce fait la seule portion monotone envisageable pour la fonction absorption correspond à θ < 54.75° (Figure 66) et l'unique manière de s'y astreindre compte tenu des valeurs de $\sqrt{B_x^2 + B_y^2}$ est d'imposer B_z supérieur à $\frac{\sqrt{30^2 + 15^2}}{\tan(54.75°)} \approx 24\mu T$.

Dans ces conditions la détection de $B_x = 0$ s'effectue par la recherche de l'antécédent du maximum d'absorption. En pratique, la valeur initiale de B_z est inconnue et pour garantir ces conditions il suffit d'effectuer deux balayages de B_x en superposant successivement à la composante B_z du champ à minimiser les valeurs -24µT et 24µT. Pour un des deux cas la « nouvelle » valeur absolue de Hz est donc supérieure à 24µT quelle que soit sa valeur initiale. La valeur de B_x est finalement déterminée par le choix de l'antécédent du minimum des deux maximums d'absorption obtenus lors des deux balayages et il suffit de la compenser pour obtenir $B_x \approx 0$. Le processus à suivre est schématisé Figure 67.

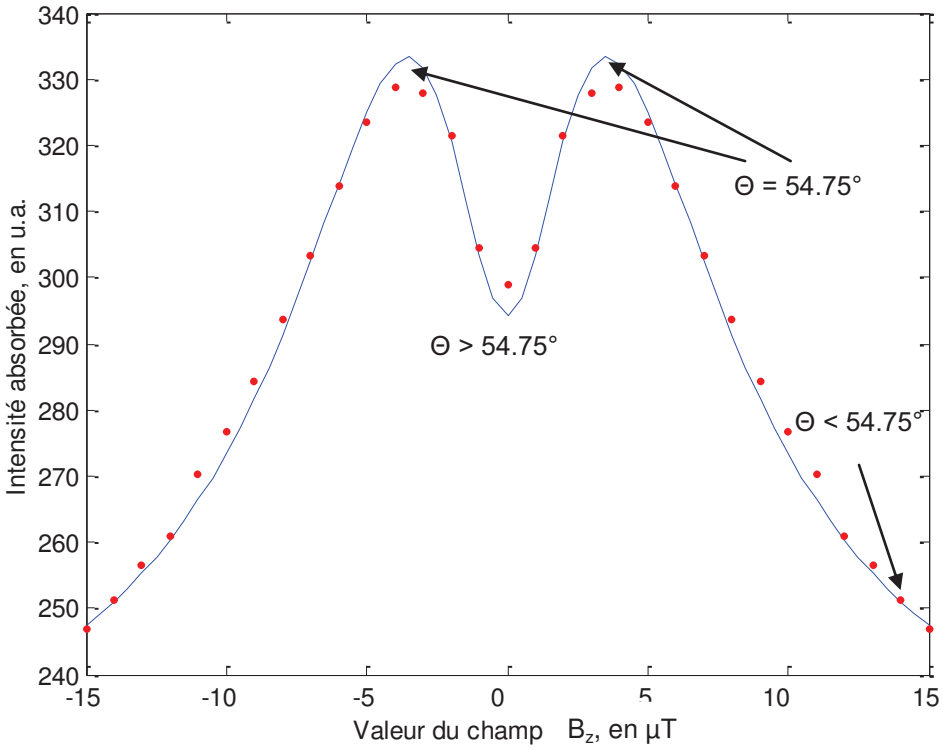


Figure 66. Représentation des valeurs de l'angle θ pour un balayage de B_z dans les conditions B_x = 5µT, B_y = 0

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

2. Compensation du champ sur l'axe y : bien que les composantes de B_x et B_y soit identiques du point de vue de l'absorption, le principe de compensation du champ sur l'axe y reste bien plus simple que le précédent. Puisque $B_x \approx 0$, la condition $B_y = 0$ correspond à $\theta \approx 0$. La détection de l'antécédent du minimum d'absorption permet alors de repérer la valeur du champ de compensation qui impose par la suite $B_y \approx 0$.

3. Compensation du champ sur l'axe z : le champ est compensé sur les axes x et y de sorte que l'on garde la relation d'ordre $|B_z| >> \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$ tout au long du balayage excepté lorsque $B_z = 0$ où le résidu de champ dans le plan Oxy n'est plus négligeable et modifie la valeur de θ qui restait confinée autour de zéro. La recherche de l'antécédent du maximum d'absorption permet alors de compenser la dernière composante, B_z.

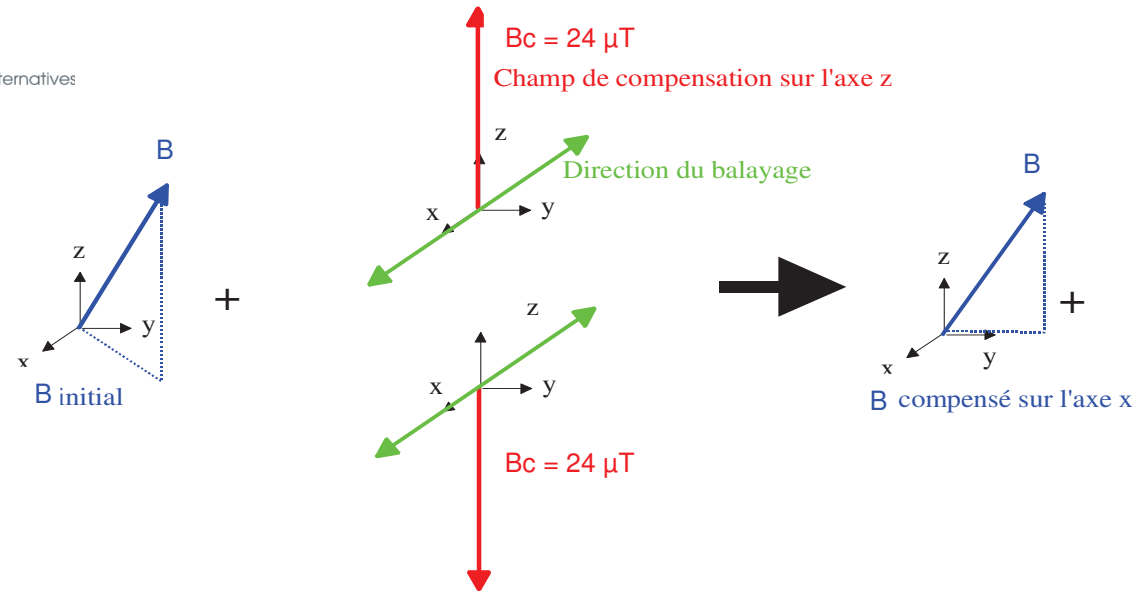
La Figure 67 représente l'évolution du champ (B) vu par le gaz, la direction des balayages, ainsi que les valeurs du champ de compensation supplémentaire (Bc), assurant la détection du champ nul pour la composante balayée.

Cette méthode nécessite au total quatre balayages et quelques calculs élémentaires. Intégrée dans une électronique numérique elle ne devrait pas prendre plus de 500 ms. Il est également possible d'effectuer le protocole plusieurs fois consécutivement et de comparer les valeurs trouvées afin de vérifier la pertinence du point de fonctionnement trouvé.

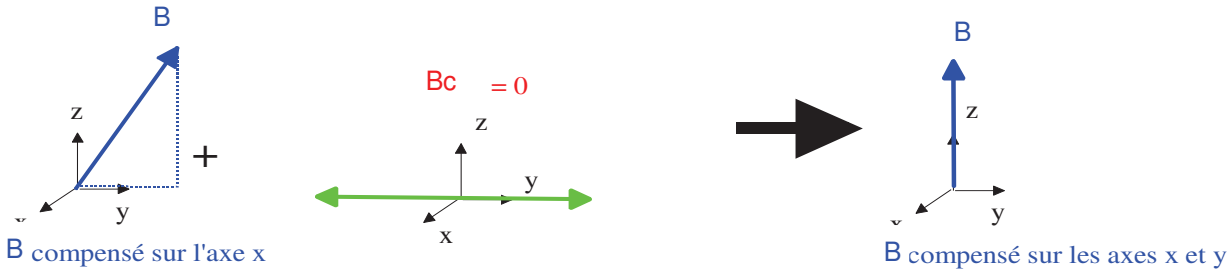
La réduction du temps nécessaire au protocole de minimisation du champ ne garantit cependant pas sa convergence quelles que soient les valeurs du champ ou plutôt de ses variations. On pourra cependant assurer la convergence du protocole en deçà d'une valeur limite des variations temporelles du champ en tenant compte de la largeur des courbes de résonances. Sachant qu'elles restent toutes trois supérieures à 40nT le magnétomètre pourra s'asservir pour des dérives temporelles inférieures à 1µT/s. Nous noterons que les dérives naturelles du champ ne dépassent pas 0.01µT/s sur Terre, pour une mesure statique.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

1. Compensation du champ sur l'axe x:



2. Compensation du champ sur l'axe y:



3. Compensation du champ sur l'axe z:

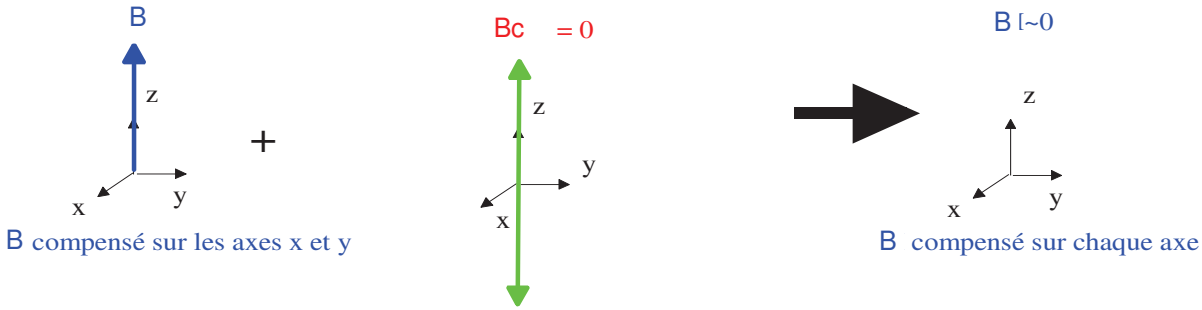


Figure 67. Schéma descriptif du protocole de minimisation du champ, avant l'asservissement

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

5. Applications du magnétomètre vectoriel, en champ magnétique faible

Dans ce chapitre sont mentionnées deux applications des magnétomètres pour la mesure des champs magnétiques faibles : l'imagerie médicale et la suppression de la susceptibilité magnétique des horloges atomiques.

5.1. Imagerie magnétique médicale

Les récentes améliorations des bruits des magnétomètres atomiques permettent d'envisager des nouvelles applications telles que la magnétocardiographie (MCG) et la magnétoencéphalographie (MEG) [35], [75], [91].

Les signaux magnétiques à mesurer, de l'ordre de 10 fT à 100 pT, sont très faibles relativement au champ magnétique terrestre dont l'amplitude est proche de 50 µT. Il est nécessaire d'utiliser des blindages magnétiques pour extraire, des perturbations magnétiques ambiantes, les signaux cardiaques ou cérébraux. Les locaux dans lesquels sont installés les instruments d'imagerie sont ainsi blindés magnétiquement à l'aide de 5 ou 6 couches de µmétal qui pèsent de l'ordre de 5 tonnes. En complément, le réseau de magnétomètres déployé pour la MCG ou la MEG permet de rejeter, activement, une partie des perturbations magnétiques.

La technologie des magnétomètres actuellement employés dans les MCG ou les MEG est le SQUID. Ces capteurs, refroidis par hélium liquide, ont un bruit voisin de 3 fT/√Hz.

Le magnétomètre hélium asservi en champ magnétique nul a la particularité d'être opéré à température ambiante :

- Il peut ainsi être rapproché des sources magnétiques, au contact du patient. L'amplitude des signaux magnétiques est environ 10 fois plus grande [56]. Le premier impact est que le bruit magnétique issu du magnétomètre ou de l'environnement peut être plus élevé que les 3 fT/√Hz requis en cas d'utilisation de SQUIDs, relâchant les contraintes sur le blindage magnétique et sur le bruit des magnétomètres.

- L'ensemble des magnétomètres n'a plus à être confiné au sein d'un cryostat. Le fait de déployer le réseau de magnétomètres sur un plus grand volume offre des perspectives d'amélioration du filtrage actif. L'effet direct est que le besoin d'efficacité du blindage passif, en µmétal, est réduit.

Le bruit du magnétomètre asservi en champ magnétique nul, sur un seul axe, est actuellement de 90 fT/√Hz. Il est nécessaire de réduire ce bruit pour adresser l'application de MEG. La Figure 68 illustre les réglages effectués pour le champ basse fréquence ainsi que l'adéquation entre les résultats expérimentaux et ceux de la simulation. Le réglage du champ basse fréquence

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

retenu est de $\frac{\gamma B_\omega}{\omega}$ = 0.5 ($\frac{\omega}{2\pi}$ = 16 kHz), la puissance du laser est de 1.5 mW et le flacon d'hélium a un volume de 5 cm^3 [61].

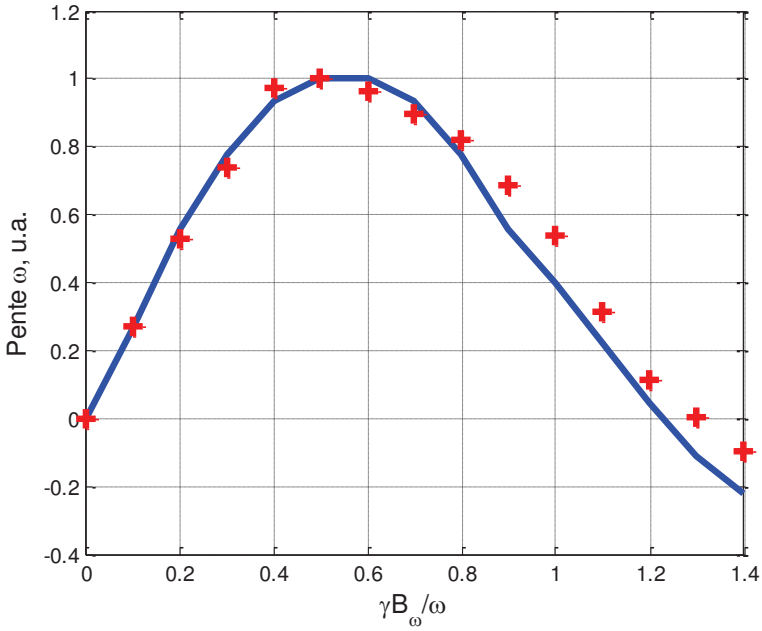


Figure 68. Pente de la résonance à la fréquence $\frac{\omega}{2\pi} = 16kHz$ en fonction du paramètre adimensionnel $\frac{\gamma B_\omega}{\omega}$. Les résultats expérimentaux et numériques sont représentés par des croix rouges et par une courbe bleue, respectivement.

La méthode décrite ci-après, permettant de réduire le bruit du magnétomètre, fait l'objet d'un dépôt de brevet en cours par le CEA. Elle se cantonne à la mesure magnétique sur un axe. L'ajout d'un champ magnétique d'excitation $B_\Omega \cos(\Omega t + \phi)$, colinéaire au champ d'excitation nominal $B_\omega \cos \omega t$ (Figure 69), permet de créer une résonance supplémentaire, à la fréquence $\frac{\Omega}{2\pi}$, dont l'amplitude est également proportionnelle à B_0 au voisinage du champ magnétique nul.

La somme de deux résonances pourrait ainsi permettre d'obtenir plus de signal utile pour mettre en œuvre l'asservissement. Elles sont toutefois à des fréquences distinctes et leur somme implique également la somme des bruits qui leur sont associés, initialement aux fréquences $\frac{\Omega}{2\pi}$ et $\frac{\omega}{2\pi}$.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

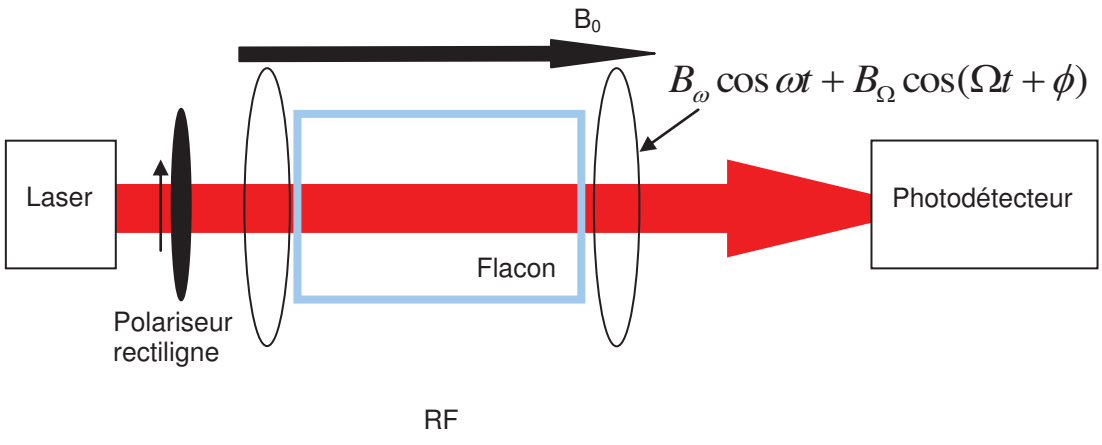


Figure 69. Schéma du magnétomètre vectoriel asservi en champ magnétique nul sur un axe

Pour superposer deux signaux de résonance à une même fréquence et réduire l'augmentation de bruit liée à la somme de signaux à des fréquences distinctes, il est possible de tirer parti des résonances aux harmoniques impairs des fréquences des champs magnétiques basse fréquence, voir Figure 70 et [33] . En choisissant par exemple $\Omega = \frac{\omega}{3}$, le premier harmonique impair du champ à la pulsation Ω est exactement à la même fréquence que la résonance principale induite par le champ basse fréquence à la pulsation ω, voir Figure 71.

La Figure 70 montre la pente du premier harmonique impair du champ basse fréquence à la pulsation Ω, dont le maximum est d'après le résultat du modèle, 1/3 inférieur à celui des pentes aux fréquences des champs basse fréquence.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

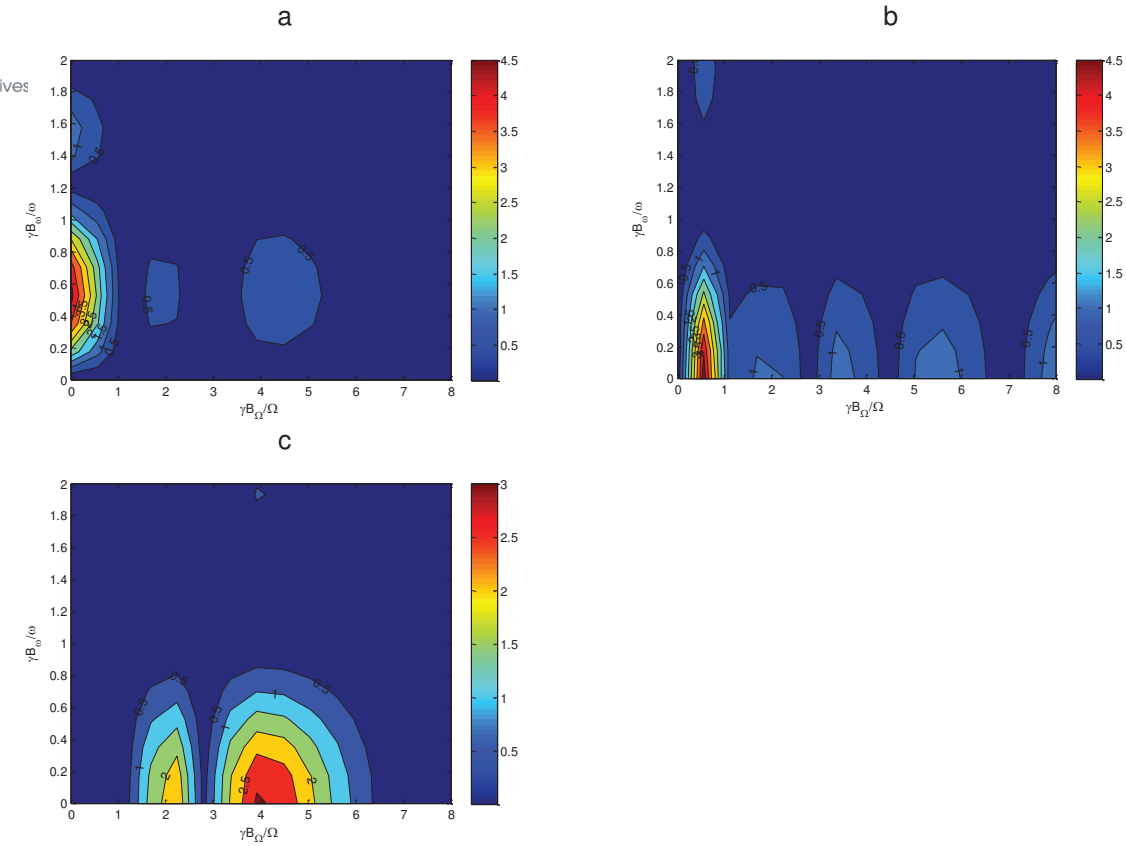


Figure 70. Pentes des résonances aux fréquences $\frac{\omega}{2\pi}$ (a), $\frac{\Omega}{2\pi}$ (b) et $\frac{3\Omega}{2\pi}$ (c), en u.a. et en fonction du champ magnétique généré sur l'axe y

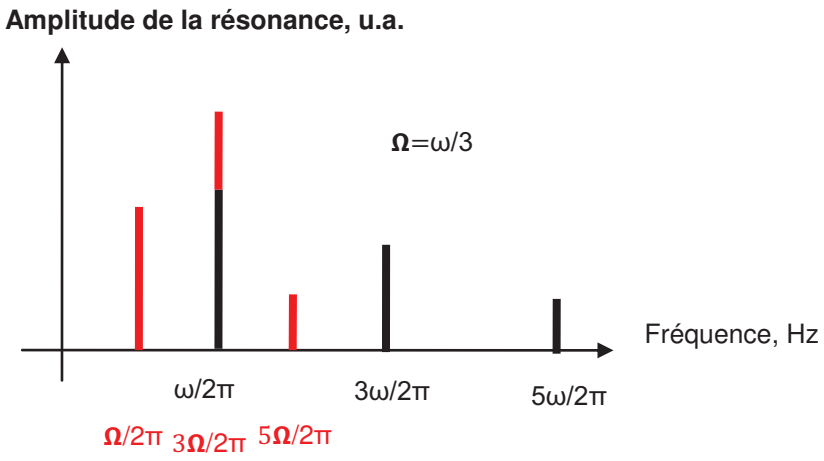


Figure 71. Illustration de la superposition des pics associés à deux champs magnétique d'excitation aux fréquences $\frac{\Omega}{2\pi}$ et $\frac{\omega}{2\pi}$. Seuls les 2 premiers harmoniques impairs sont représentés

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Nous avons expérimentalement caractérisé les pentes des résonances obtenues avec la méthode de la double excitation. Les fréquences des deux champs magnétiques d'excitation ont été choisies, $\frac{\omega}{2\pi}$ = 18 kHz et $\frac{\Omega}{2\pi}$ = 6 kHz, afin que le premier harmonique impair de la fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$ soit à la fréquence du deuxième champ magnétique d'excitation. Nous avons obtenu avec le jeu de paramètres adimensionnels $\frac{\gamma B_\omega}{\omega}$ = 1.1 et $\frac{\gamma B_\Omega}{\Omega}$ = 4.0 une augmentation de la pente de la résonance à 18 kHz de 7dB.

La mise en œuvre de ce procédé au sein du magnétomètre pourrait ainsi permettre d'améliorer l'actuel niveau de bruit de 90 fT/Hz obtenu pour un réglage optimal sur un seul axe, à 40 fT/Hz [61]. Ces travaux sur la réduction du bruit, et en particulier l'application de la méthode de double excitation basse fréquence, seront poursuivis dans la thèse de Marie-Constance Corsi.

On notera que l'augmentation de 7 dB est très supérieure à ce que prédit le modèle de calcul des résonances paramétriques avec le meilleur réglage des champs basse fréquence. Une explication à cette différence très significative pourrait provenir de résonances supplémentaires dans le cas de champs basse fréquence à des pulsations multiples l'une de l'autre :

la lumière absorbée est, selon Eq 25, proportionnelle à $\frac{e^{i(s_1'\omega+s'_2\Omega)t}}{\Gamma - i[s_1\omega + s_2\Omega]}$, en champs magnétiques faibles. Dans le cas particulier où les pulsations ω et Ω sont des multiples, par exemple $3\Omega = \omega$, il existe donc des résonances correspondant à 3 s_1 + s_2 = 0 (résonances non présentes si les pulsations ω et Ω sont indépendantes). Or, ces résonances supplémentaires contribuent également aux résonances en champ magnétique nul et ne sont pas prises en compte dans la modélisation, au-delà de $|s_1|, |s_2| > 3$.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

5.2. Horloges atomiques

Les horloges atomiques sont des références de temps basées sur la constance de certaines transitions électroniques d'atomes. La seconde est actuellement définie par 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux hyperfins F=3 et F=4 de l'état fondamental $6S_{½}$ de l'atome de ^{133}Cs, voir Figure 72.

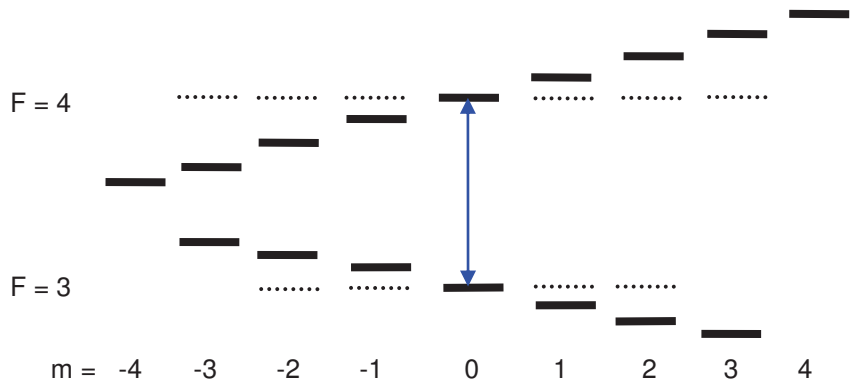


Figure 72. Diagramme d'énergie du niveau fondamental du ^{133}Cs

5.2.1. Principe de fonctionnement d'une horloge atomique

Les transitions électroniques employées dans les horloges atomiques micro-ondes sont dans les structures hyperfines des gaz de type alcalin, comme celle du césium représentée Figure 72. La transition entre les sous-niveaux de moment angulaire nul (m = 0), indépendants du champ magnétique au premier ordre, est le plus souvent utilisée.

Le principe de fonctionnement est très proche de celui des magnétomètres atomiques, voir paragraphe 2.2. Un laser polarisé modifie la distribution des populations du niveau hyperfin via un pompage optique. Ce laser est modulé en intensité, dans le cas du piégeage cohérent de population, à une fréquence qui permet d'induire la résonance micro-onde : par exemple à la fréquence de ladite transition ou à sa moitié. Le couplage occasionné entre les deux sous-niveaux de moment angulaire nul est si fort, à la résonance des fréquences de modulation et de transition hyperfine, qu'il s'oppose au pompage optique et modifie l'absorption des photons optiques par l'alcalin. La détection du maximum d'intensité des photons laser transmis permet d'asservir la fréquence de modulation de l'intensité du laser sur celle de la transition hyperfine et d'obtenir un signal oscillant de fréquence stable et connue, qui sert de référence de temps. Le fonctionnement des horloges atomiques est décrit en détails dans les références suivantes [8], [54], [68] et [88].

La sélection exclusive de la transition entre les sous-niveaux de moment angulaire nul est assurée à l'aide d'un champ magnétique, parallèle à la direction de propagation des photons optiques, qui lève la dégénérescence entre les sous-niveaux. Par ailleurs un blindage magnétique entoure le flacon

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

d'alcalins afin de réduire l'impact de la sensibilité résiduelle du deuxième ordre au champ magnétique qui est par exemple de 4,27 10^{-8} Hz/nT^2 pour le ^{133}Cs [74].

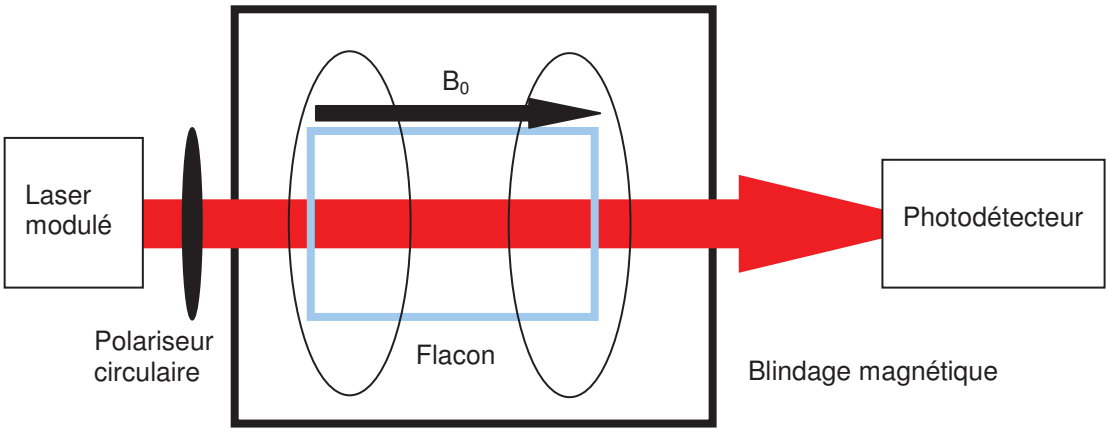


Figure 73. Schéma des éléments constitutifs d'une horloge atomique basée sur le piégeage cohérent de population

5.2.2.Performances d'une horloge atomique

Les performances d'une horloge atomique sont notamment caractérisées par leur variance d'Allan, qui permet de quantifier la stabilité de l'horloge en fonction du temps d'intégration [3].

La Figure 74 représente l'allure typique de la variance d'Allan d'une horloge atomique :

- Pour les courts temps d'intégration T_i : la variance décroît à mesure que T_i augmente (courbe rouge) et traduit la présence de bruits blanc ou rose dont les pentes, respectivement de $1/f^0$ ou $1/f^1$ pour leur densité spectrale de puissance, conduisent à des pentes négatives après intégration et représentation dans un diagramme de variance d'Allan.

- Pour les temps d'intégration plus longs, la stabilité d'une horloge atomiques est tributaire des dérives associées notamment aux variations de température, de longueur d'onde et de puissance des lasers, du champ magnétique, le vieillissement des composants…[55], [72]. L'augmentation du temps d'intégration conduit dans ce cas à une dégradation de la variance (courbe bleue).

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

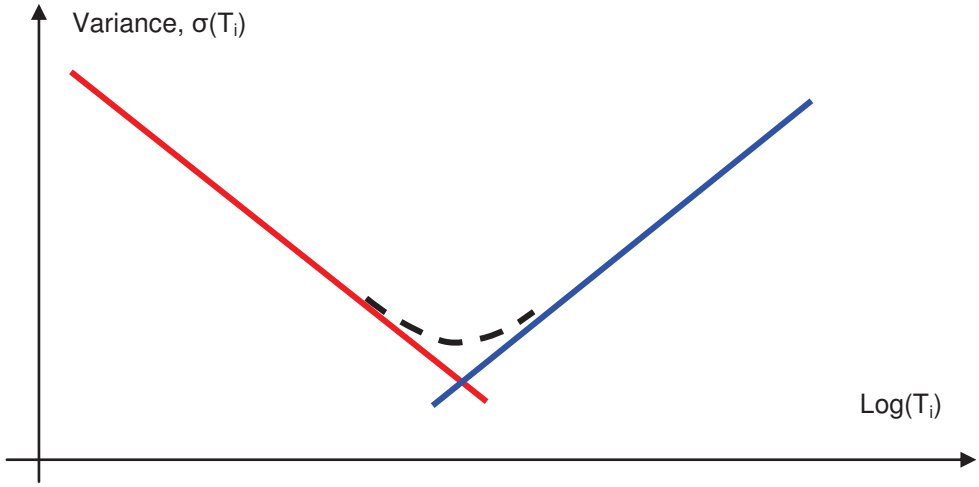


Figure 74. Représentation schématique du résultat d'une variance d'Allan obtenue sur une horloge atomique

Les horloges atomiques utilisent des blindages magnétiques pour réduire leur susceptibilité au champ magnétique externe. Ces blindages, passifs, sont constitués par des matériaux ferromagnétiques dont les propriétés évoluent suite aux chocs mécaniques, aux cycles thermiques et à l'exposition à des champs magnétiques forts (supérieurs à 1 mT environ). L'efficacité de ces blindages n'est donc pas constante dans le temps.

5.2.3. Application de l'asservissement en champ magnétique nul

Ce paragraphe est associé au brevet WO2009074616 déposé par le CEA.

L'application à une horloge atomique de la méthode de l'asservissement en champ magnétique nul, développée dans [32] et présentée dans le paragraphe 4, pourrait permettre de supprimer le blindage ferromagnétique.

La Figure 75 illustre les fonctions nécessaires à l'application d'un asservissement en champ magnétique nul au sein d'une horloge atomique.

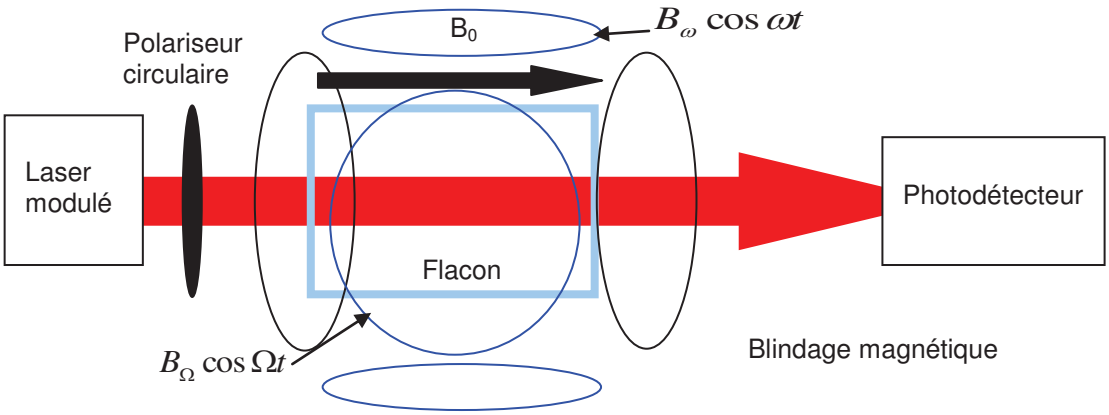


Figure 75. Schéma des éléments constitutifs d'une horloge atomique basée sur le piégeage cohérent de population et asservie en champ magnétique nul

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

On pourra également noter qu'en champ nul, les sous-niveaux de moment angulaire non nul peuvent également contribuer à l'établissement du signal de l'horloge atomique. Il n'est toutefois pas certain que l'amplitude de la résonance microonde soit significativement plus grande, en raison des règles particulières de transitions en champ magnétique nul [25] d'une part, et en raison de l'habillage des atomes par les deux champs magnétiques basse fréquence dont les interactions biaisent les règles de transitions d'autre part [46].

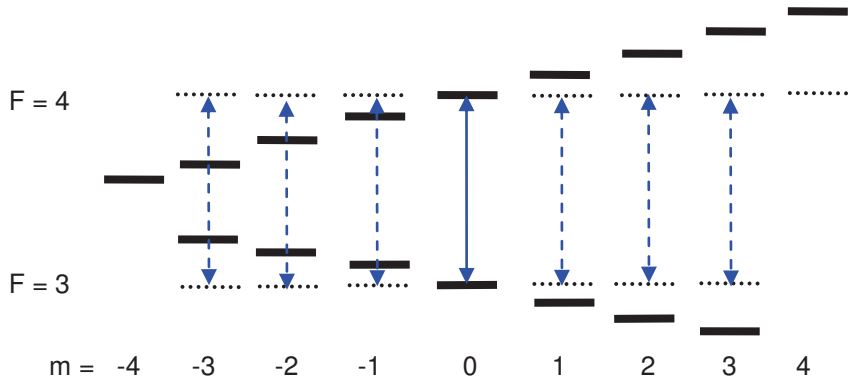


Figure 76. Illustration, en pointillés, de l'impact de l'asservissement en champ magnétique nul sur les niveaux d'énergie du ^{133}Cs

Les références [18], [53], [89] montrent que la largeur des raies associées aux transitions hyperfines est supérieure à celles associées à des transitions Zeeman en raison d'une relaxation supplémentaire spécifique aux populations concernées par la résonance radiofréquence : la relaxation de Carver. L'asservissement du champ magnétique sera donc plus « fin » que l'asservissement microonde et ne dégradera pas la stabilité de l'horloge atomique.

Une méthode différente d'asservissement du champ magnétique visant l'amplification du signal de la résonance microonde a été proposée dans [53].

5.2.1. Caractérisation expérimentale

Nous avons mis en place une expérimentation pour démontrer l'intérêt de l'asservissement en champ magnétique nul sur la structure hyperfine de l'hélium 3. Les Figure 77 et Figure 78 illustrent respectivement les niveaux d'énergie de l'hélium 3 impliqués dans l'expérimentation ainsi qu'un schéma du dispositif expérimental employé.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

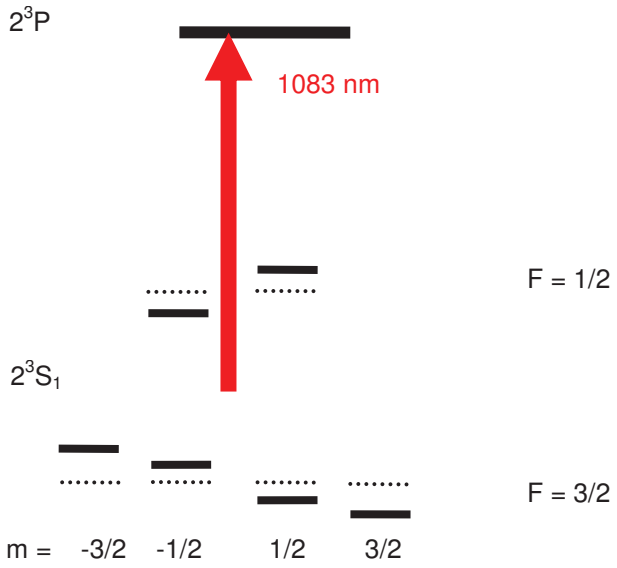


Figure 77. Niveaux d'énergie de l'^{3}He impliqués dans une horloge atomique

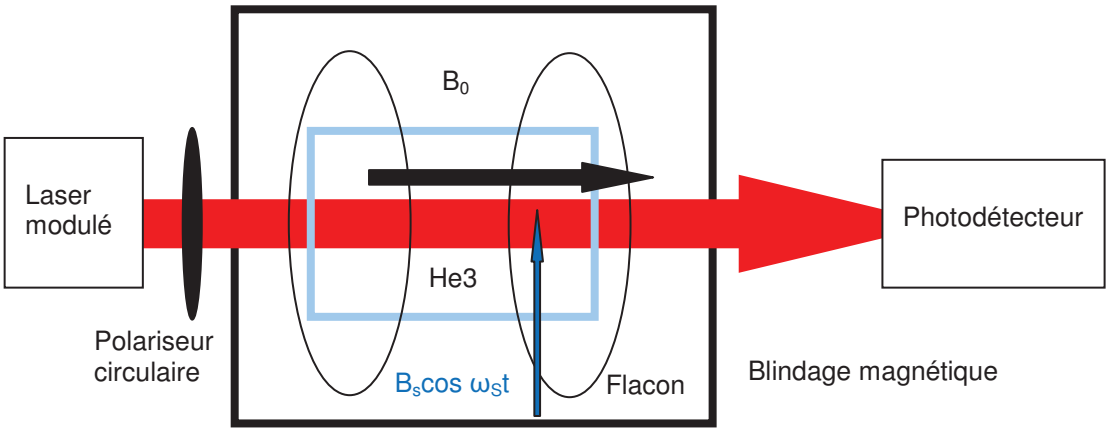


Figure 78. Schéma du dispositif expérimental. Le champ microonde est généré par un cornet. L'ensemble du dispositif est place dans un blindage magnétique cylindrique 5 couches de µmétal, dont le diamètre est de 60 cm et la longueur 1.5 m

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Les paramètres du flacon d'hélium 3, du laser, du champ magnétique statique B_0 et du champ microonde, sont recensés dans le tableau suivant :

Fonction	Paramètre	Valeur
Flacon He 3	Dimensions	Sphère Φ 3 cm
	Pression	3 Torrs
	Puissance HF	50 mW
Laser	Puissance laser	15 mW
	Pompage	C9
B_0	Direction	Parallèle ou orthogonal au laser
	Amplitude	0 ou 1 µT
Microonde	Puissance	-40 dBm à 30 dBm
	Polarisation	σ ou π
	Fréquence	Balayage de 7.93 à 7.95 GHz
	Modulation	Créneau à 31 Hz

Tableau 2. Paramètres employés lors des essais d'horloge à He3

La durée de vie du niveau métastable était de 1ms pendant les expérimentations et l'absorption du laser seulement de 3%. Nous observions le signal issu du photodétecteur, à 0 et 31Hz. Le flacon d'hélium 3 a également été déplacé dans le blindage. Les balayages par pas de 1kHz n'ont pas permis d'observer l'impact d'une résonance microonde.

Nous envisageons d'essayer le principe de l'asservissement champ nul sur une horloge atomique à césium ou a rubidium.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

energie atomique • energies alternatives

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

6. Conclusion

L'inventaire des différentes technologies de magnétomètres atomique a confirmé le fait que la méthode des résonances paramétriques en champ magnétique nul, développée par Dupont-Roc, est la seule qui permette actuellement de mesurer des champs magnétiques voisins de zéro avec de l'hélium 4 pour élément sensible.

Le principe de fonctionnement du magnétomètre a été expliqué et les résonances paramétriques calculées numériquement à l'aide du formalisme de l'atome habillé appliqué au cas de l'alignement. Les deux champs magnétiques basse-fréquence ont été traités successivement. Nous avons restreint le domaine de validité des calculs en se limitant au cas d'un pompage optique faible.

Afin d'être évalué, le programme de calcul des résonances a été confronté à des calculs analytiques puis à des résultats expérimentaux. Il nous a ensuite servi de guide pour les réglages des deux champs magnétiques basse fréquence, d'une part, et pour déterminer la tolérance d'alignement du polariseur relativement aux bobines, d'autre part.

La carte électronique embarquée a été développée et réalisée avec la contrainte de ne pas contribuer au bruit et au biais davantage que 0.2 pT/√Hz et 50 pT respectivement. Chaque schéma et composant a donc été choisi en ce sens. Nous avons également mesuré a posteriori ses bruits de 0.18 pT/√Hz et biais de 7 pT et vérifié qu'ils étaient conformes à nos attentes.

Les bruit et biais du magnétomètre, réalisé à partir de la carte électronique et de la sonde empruntée aux versions scalaires développées dans le laboratoire, ont été caractérisés dans un blindage magnétique. Les bruits et biais sont inférieurs à 0.8 pT/√Hz et 140 pT respectivement, sur chaque axe. L'estimation du biais du magnétomètre est actuellement limitée par l'incertitude sur la mesure, qui est de 90 pT.

Les résonances paramétriques en champ magnétique faible ne sont observables, pour l'hélium 4, qu'en champs magnétiques inférieurs à 50 nT. Le champ magnétique doit être compensé au démarrage du magnétomètre s'il est plus grand. Nous avons conçu un protocole, basé sur l'effet Hanle et des résultats expérimentaux, qui permet de compenser initialement le champ magnétique afin de démarrer le magnétomètre dans des environnements où le champ magnétique est supérieur à 50 nT.

Nous avons présenté dans la dernière partie une méthode qui permet, à l'aide d'une excitation basse fréquence supplémentaire, d'augmenter de 7 dB la sensibilité du magnétomètre sur un axe de mesure. Cette amélioration sera très utile pour adresser les applications requérant des bruits très faibles comme la magnétocardiographie ou la magnétoencéphalographie. Les travaux sur ce sujet sont poursuivis au travers de la thèse Marie-Constance Corsi.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Nous avons également identifié une méthode, applicable aux horloges atomiques, qui pourrait permettre d'obtenir une mesure magnétique vectorielle en plus de la référence de temps. La stabilité de l'horloge pourrait également être améliorée. Nous avons tenté d'appliquer la méthode à l'hélium 3 mais n'avons pas été en mesure d'obtenir la résonance microonde à 6.7 GHz au sein de sa structure hyperfine. Il est envisagé d'essayer de nouveau cette méthode sur une horloge atomique à rubidium ou césium.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

7. Bibliographie

A. Abragam
[1] The principles of nuclear magnetism,
1961 :Clarendon Press

[2] M.H. Acuna
Fluxgate magnetometer for outer planet exploration
IEEE Trans. On Mag., MAG-10 (1974,p519-523)

Allan, D.W.
[3] Time and Frequency (Time-Domain) Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators
IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and frequency control, Vol. UFFC-34, N0. 6, Nov. 1987

[4] E B Alexandrov & Al.
Double-resonance atomic magnetometers: from gas discharge to laser pumping
Laser physics, Vol.6, No2, 1996, pp. 244-251

[5] E B Alexandrov, M V Balabas, V N Kulyasov, A E Ivanov,
A S Pazgalev, J L Rasson, A K Vershovsk and N N Yakobson
Three-component variometer based on a scalar potassium sensor
Meas. Sci. Technol. 15 (2004) 918–922

[6] J.C. Allred and Al.
High-sensitivity atomic magnetometer unaffected by spin-exchange relaxation
Physical Review letters Vol 89, N 13, 23 sept. 2002

[7] Arditi M. and Al.
Gas cell for “atomics clocks” using buffer gases and optical orientation
ITT Laboratories, Nutley, New Jersey

[8] Claude Audoin and Jacques Vanier
Atomic frequency standards and clocks
1976 J. Phys. E: Sci. Instrum. 9 697

[9] C. Audoin and J. Vanier
The quantum physics of atomic frequency standards
Hilger, Philadelphia, 1989

[10] Andreas Bauch
Caesium atomic clocks: function, performance and applications
Meas. Sci. Technol. 14 (2003) 1159–1173

[11] J. Belfi & Al.
Dual channel self-oscillating optical magnetometer
Cornell University Library – arXiv : 0812.1160v2

[12] W. Bell & A. Bloom
Optically driven spin precession
Phys. Rev. Lett., Vol.6, No.6, pp 280-281, Mar. 1961

[13] N. Beverini & Al.
A project for a new alkali vapour magnetometer, optically pumped by a diode laser
Annali di Geofisica, Vol.41, No 3, August 1998

[14] G. Bison & al.
A laser-pumped magnetometer for the mapping of human cardiomagnetic fields
Applied Physics B, vol. 76, 325 (2003)

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

[15] G. Bison & al.
Optimization and performance of an optical cardio magnetometer
Journal of the Optical Society of America B, vol. 22, 77 (2005)

[16] R. Boudot, D. Miletic, P. Dziuban, C. Affolderbach
Cancelation of the Cs clock frequency temperature-dependence in microcells filled with a Ne-Ar buffer gas mixture
November 12 of 2010, submission to Optics Express

[17] I. Brissaud
Optical Pumping of Metastable Helium Atoms in Polarised Electron Sources
J. Physique II France 5 (1995), p. 497-506

[18] Thomas R. Carvet, & Charles P. Slichter
Experimental Verification of the Overhauser Nuclear Polarization Effect
Phys. Review Lett. Vol. 102, Num. 4, 1956

[19] R.C. Chaves & Al.
Low frequency picotesla field detection using hybrid MgO based tunnel sensors"
Appl. Phys. Let. 91, 102504 (2007)

[20] B. Chéron et Al.
Application of the Optogalvanic Detection Technique to the 4He magnetometer
J. Phys., III France 5 (1995) 459-465

[21] C. Cohen-Tannoudji,
Théorie quantique du pompage optique
Thèse, Annales de Physique, vol 7, 1962, p423.

[22] C. Cohen-Tannoudji et J.P. Barrat
Etude du pompage optique dans le formalisme de la matrice densité
Le journal de physique, tome 22, 1961

[23] C. Cohen-Tannoudji,J. Dupont-Roc, S. Haroche, F. Laloë
Diverses résonances de croisement de niveaux sur des atomes pompés optiquement en champ nul.
Revue de physique appliquée, Tome 5, février 1970, p95

[24] C. Cohen-Tannoudji et A. Kastler
Progress in Optics, 5 (1966) 2

[25] C. Cohen-Tannoudji
Atomes « habillés » par des photons optiques ou de radiofrequence
J . de Phys. Colloque C5a, supplément au no 10, Tome 32, Octobre 1971, page C5a-11

[26] F.D. Colegrove et P.A Franken
Physical review, 119 (1960) 680

[27] A. Corney
Atomic and laser spectroscopy

[28] H.B. Dang and Al.
Ultrahigh sensitivity magnetic field and magnetization measurements with an atomic magnetometer
Applied Physics Letters 97, 151110 (2010)

[29] Delcroix, J.L, Matos Ferreira, C., Ricard, A.,
Atomes et molécules métastables dans les gaz ionisés
Editions du CNRS, 1975

[30] B. Dieny & Al
Capteurs magnetoresistifs
Techniques de l'ingénieur R416-1

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

[31] J. Dupont-Roc
Etude de quelques effets liés au pompage optique en champ faible
Thèse, 1972, laboratoire de l'école normale supérieure

[32] J. Dupont-Roc.
Détermination par des méthodes optiques des trois composantes d'un champ magnétique très faible.
Revue de physique appliquée, Tome 5, décembre 1970, p853

[33] J. Dupont-Roc.
Etude théorique de diverses résonances observables en champ nul sur des atomes "habillés" par des photons de radiofréquence.
Le journal de physique, Tome 32, février 1971, p135.

[34] S. Knappe
Cross-validation of microfabricated atomic magnetometers with superconducting quantum interference devices for biomagnetic applications
Applied Physics Letters., vol. 97, 133703, 2010

[35] J.P Faroux
Thèse ENS, 1969

[36] P.A Franken et F.D. Colegrove
Physical Review Letters, 1 (1958) 316

[37] O. Fruchart
Couches minces et nano-structures magnétiques
Techniques de l'Ingénieur E 2 151

[38] H. Gilles
Pompage optique de l'hélium4 en lumière modulée
Thèse 1992

[39] Giordano V., Cerez P., Petit P., Dimarcq N., Theobald G., Audoin C.
L'horloge à césium à pompage optique
Onde électrique 1992, vol. 72, no2, pp. 11-17 (15 ref.)

[40] O. Gravrand & Al.
On the calibration of a vectorial 4He pumped magnetometer
Earth, Planets Space Vol.53, No.10, Page 949-958 (2001)

[41] D.D. Mac Gregor
High sensitivity helium resonance magnetometers
Rev. Sci. Instrum. 58 (6), June 1987

[42] C. Gorecki and Al.
Towards the realization of the first European MEMS atomic clock
IEEE 2009 – 978-1-4244-2382-8/09

[43] S. Groeger, A.S. Pazgalev, A. Weis
Comparison of discharge lamp and laser pumped cesium magnetometers
Appl. Phys. B 80, 645–654 (2005)

[44] W. Happer
Review of Modern Physics, 44 (1972) 169

[45] W. Happer and H. Tang
Spin-Exchange Shift and Norrowing of Magnetic Resonance Lines in Optically Pumped Alkali Vapors
Phys. Rev. Lett. Vol.31, Nb. 5, 30 July 1973

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

[46] S. Haroche
Etude théorique et expérimentale des propriétés physiques d'atomes habillés par des photons de radiofréquence
Thèse d'état (1971)

[47] Hrvoic & Al.
Brief review of quantum magnetometers
GEM document

[48] Y.-Y. Jau et Al.
Intense, Narrow Atomic-Clock Resonances
Phys. Rev. Lett. Vol. 92, Num. 11, (2004)

[49] T. Jager & Al
SWARM Absolute Scalar Magnetometer accuracy: analyses and measurement results,
IEEE sensors 2010 du 1er au 4 novembre 2010 à Waikoloa, Hawaï, USA

[50] R. Jimenez-Martinez & Al.
Sensitivity comparison of Mx and frequency-modulated Bell-Bloom Cs magnetometers in a microfabricated cell
IEEE transactions on instrumentation and measurement, vol.59, Feb. 2010

[51] A. Kastler
Journal de Physique et le Radium, 11 (1950) 255

[52] J. Kitching & Al.
Microfabricated Atomic Magnetometers and Applications
IEEE 2008 978-1-4244-1795-7/08

[53] S. Knappe, P.D.D. Schwindt, V. Shah†, L. Hollberg, and J. Kitching
A chip-scale atomic clock based on 87Rb with improved frequency stability
21 February 2005 / Vol. 13, No. 4 / OPTICS EXPRESS 1249

[54] Svenja Knappe, Vishal Shah, Peter D. D. Schwindt, Leo Hollberg, John Kitching, Li-Anne Liew, and John Moreland
A microfabricated atomic clock
Appl. Phys. Lett. 85, 1460 (2004)

[55] S. Knappe, V. Shah, V. Gerginov, A. Brannon, L. Hollberg, and J. Kitching
Long term stability of NIST chip scale atomic clock physics package
38th Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Meeting

[56] S. Knappe & Al.
Cross-validation of microfabricated atomic magnetometers with SQUIDs for biomagnetic applications.
Applied Physics Letters. 97, 133703 (2010)

[57] Kominis I. & Al.
A subfemtotesla multichannel atomic magnetometer.
Nature 422, 596-599 (2003)

[58] J.M. Léger
Conception, réalisation et évaluation des performances d'un magnétomètre scalaire utilisant l'hélium 4 pompé par un laser LNA
Thèse 1990, Université Joseph Fourier – Grenoble 1

[59] T. Jager & Al
SWARM Absolute Scalar Magnetometer accuracy: analyses and measurement results,
IEEE sensors 2010 du 1er au 4 novembre 2010 à Waikoloa, Hawaï, USA

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

[60] A. Le Garrec
Adéquation d'un laser au pompage optique pour un magnétomètre à hélium 4.
Thèse, Université Joseph Fourier – Grenoble 1

[61] M. Le Prado & Al.
Vector atomic magnetometer
High sensitivity magnetometers, International Scientific School 2012

[62] A.E. Mahdi & Al.
High-Tc SQUIDS: the ultra sensitive sensors for non-destructive testing and bio magnetism
Sensors and Actuators 81 (2000) 367-370

[63] L.G.C. Melo and Al.
Formalisous-marins to Optimize magnetic Noise in Giant Magnetoimpedance-Based Devices
IEEE Trans. On Mag. Vol. 43 no. 6, june 2007

[64] J.M.G. Merayo, T. Risbo, F. Primdahl, O.V. Nielsen
Calibration of the Orested fluxgates CSC vector magnetometer
Orsted Technical Note, TN-278, (1995)

[65] J.M.G. Merayo, F. Primdahl, P. Brauer
Scalar calibration of vector magnetometers
Meas. Sci. Technol. (2000), vol. 11, p120-132

[66] J.M.G. Merayo, F. Primdahl, P. Brauer
The orthogonalization of magnetic systems
Sensor and actuators A 89 (2001) 185-196

A. Messiah
[67] Les opérateurs tensoriels irréductibles
Mecanique quantique Tome II

G. Mileti et Al.
[68] Laser pumped rubidium frequency standards: new analysis and progress
IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 34, 233, (1998)

[69] T. Neubert,R.A. Langel
CSC-OVH in flight calibration
Oersted technical Note, TN-268 (1995)

[70] G.E. Pake
Chapter 5, EPR Spectra
The physical principles of Electron Paramagnétique résonance

[71] D.P. Pappas
High Sensitivity Magnetic Field Sensor Technology Overview
High sensitivity magnetometer 2007 - Normandie

[72] W.J. Riley
Handbook of Frequency Stability Analysis
NIST Special Publication 1065

T.H Sander &Al
[73] Magnetoencephalography with a chip-scale atomic Magnetometer", Biomedical Optics Express, vol.3, N°5, p981-990, 2012.

D. A. Steck
[74] Cesium D Line Data
Oregon Center for Optics and Department of Physics, University of Oregon (http://steck.us/alkalidata)

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

[75] J. Preusser & Al.
A microfabricated photonic magnetometer
U.S. Government work not protected by U.S. copyright

[76] L.D. Schearer and P. Tin
Spin dependent, optogalvanic effect of laser pumped He (2^3S_1) atoms
J. Opt. Soc. Am. B 6 (1989) 1771

[77] L.D. Schearer
Physical Review, 166 (1968) 30.

[78] P. D. D. Schwindt and Al.
Chip-scale atomic magnetometer
App. Phys. Lett. Vol. 85, No 26, 27 Dec. 2004

[79] P. D. D. Schwindt, L. Hollberg, and J. Kitching
Self-oscillating rubidium magnetometer using nonlinear magneto-optical rotation
Review of scientific instruments 76, 126103 (2005)

[80] P. D. Schwindt & al.,
Chip-scale atomic magnetometer with improved sensitivity by use of the Mx technique “
Applied Physics Letters, vol. 90, 081102 (2007)

[81] S.J. Seltzer and M.V. Romalis
Unshielded three-axis vector operation of a spin-exchange-relaxation-free atomic magnetometer
Appl. Phys. Lett. Vol. 85 No 20, 15 Nov. 2004

[82] S.J. Seltzer and Al.
High-temperature alkali vapor cells with antirelaxation surface coatings
Journal of applied physics 106, 114905 (2009)

[83] S.J. Seltzer and Al
Investigation of antirelaxation coatings for alkali-metal vapour cells using surface science techniques
J. Chem. Phys. 133, 144703 (2010)

[84] B.N. Sevast’yanov and R.A. Zhitnikov
Effect of optical orientation of 4He atoms in the 23S1 state on the electron density and radiation of helium atoms in plasma
Sov. Phys. JETP 29 (1969) 809

[85] V. Shah, S. Knappe, P.D. Schwindt, L. Hollberg, and J. Kitching, Subpicotesla atomic magnetometry with a microfabricated vapor cell, Nature Photonics 1, 649-652 (2007)

[86] C. Tannous et Al.
Giant magneto-impedance and its applications
arXiv:physics/0208035v2

[87] A.K. Vershovskii and E.B. Aleksandrov
Phase error elimination in the Mx magnetometer and resonance line shape control in an unstable field using the technique of invariant mapping of a spin precession signal
Optics and spectroscopy, 2006 Vol. 100, No 1, pp12-14

[88] J. Vanier
Atomic clocks based on coherent population trapping: a review
Appl. Phys. B 81, 421–442 (2005)

[89] D. K. Walter, W.M. Griffith, and W. Happer
Magnetic Slowing Down of Spin Relaxation due to Binary Collisions of Alkali-Metal Atoms with Buffer-Gas Atoms
PHYSICAL REVIEW LETTERS VOLUME 88, NUMBER 9 4 MARCH 2002

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

[90] Weis & al.
Laser-based precision magnetometry in fundamental and applied research
Optics and Lasers in Engineering, vol. 43, 387 (2005).

[91] A. Weis
Optically pumped alkali magnetometers for biomedical applications
Europhysicsnews, vol 43,n°3, 2012

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

energie atomique • energies alternatives

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

8. ANNEXES

8.1. Annexe : Magnétomètre pseudo-vectoriel

Un magnétomètre intrinsèquement scalaire peut fournir une mesure vectorielle à partir des informations fournies par 3 modulations orthogonales du champ magnétique. Cette méthode est employée dans [35]. L'architecture du magnétomètre pseudo-vectoriel est ainsi composée d'un magnétomètre scalaire auquel des bobines triaxiales sont ajoutées.

Trois modulations magnétiques d'amplitudes $b_{mi|i=x,y,z}$ et de fréquences $\frac{\Omega_{i=x,y,z}}{2\pi}$ ($\Omega_{i=x,y,z} << 1/T_R$, T_R est le temps de relaxation des moments magnétiques) sont superposées au champ statique à mesurer. La mesure magnétique scalaire de l'ensemble, dont l'expression est écrite Eq 36, conduit à un champ magnétique modulé aux fréquences $\frac{\Omega_{i=x,y,z}}{2\pi}$, voir Eq 37. On peut montrer que les composantes vectorielles de ce champ magnétique sont proportionnelles aux mesures des amplitudes du champ magnétique aux fréquences $\frac{\Omega_{i=x,y,z}}{2\pi}$.

$$\left\|\vec{B}_{tot}\right\| = \left\|\vec{B}_o + \sum_{i=x,y,z} \vec{b}_{mi} \cos\left(\Omega_i t\right)\right\| \qquad \text{Eq 36}$$

$$\begin{cases} \left\|\vec{B}_{tot}\right\|_{statique} = \left\|\vec{B}_0\right\| + \sum_{i=i=x,y,z} \frac{b^2{}_{mi} - B_i^{\,2}}{4B_0} \\ B_i = b_{mi} P_i \end{cases} \qquad \text{Eq 37}$$

P_i : projection sur l'axe i

B_i : composante du champ magnétique sur l'axe *i*. Elle est mesurée à la fréquence $\frac{\Omega_{i=x,y,z}}{2\pi}$ via b_{mi}

La composante B_i du champ magnétique B_0 a une amplitude maximale b_{mi} dans le spectre issu de la mesure scalaire (voir Eq 37). Elle est ainsi réduite d'un facteur $\frac{b_{mi}}{B_i}$ qui est de l'ordre de 10^{-3} en pratique.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Le bruit du magnétomètre scalaire est constant dans sa bande passante et donc aux fréquences $\frac{\Omega_{i=x,y,z}}{2\pi}$. Compte tenu de la diminution de l'amplitude des signaux vectoriels, le bruit vectoriel de ce magnétomètre augmente d'un facteur $\frac{B_i}{b_{mi}}$ par rapport à celui de la mesure scalaire, voir Figure 79.

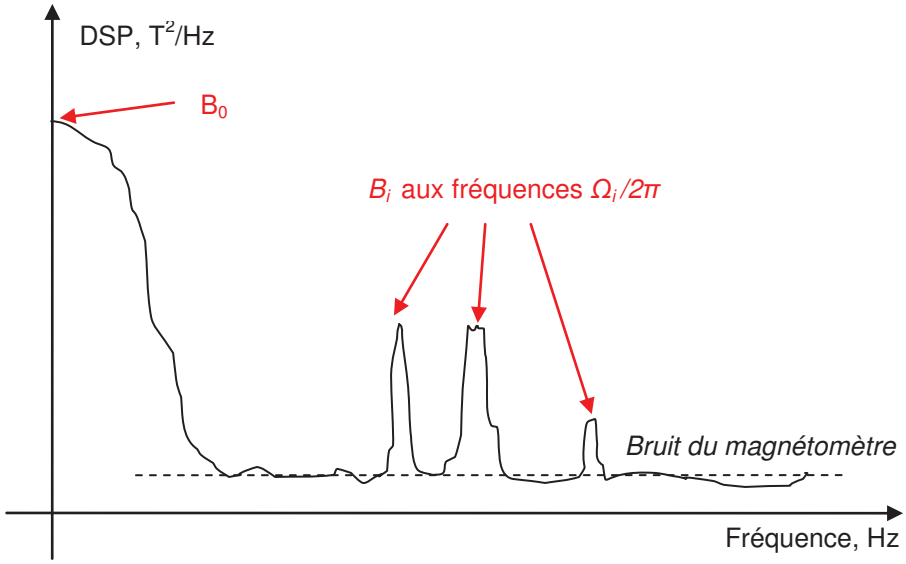


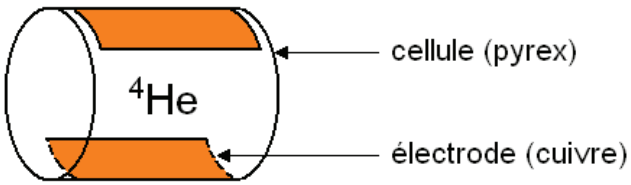
Figure 79. Densité spectrale de puissance d'un magnétomètre pseudo vectoriel. Pas à l'échelle

8.2. Annexe : Réalisation d'un transformateur pour l'allumage d'une cellule d'hélium

La procédure suivie pour la réalisation d'un transformateur dédié à l'allumage des cellules d'hélium est ici décrite. Ce travail a été réalisé avec une cellule diamètre 40 mm et de 60 mm de longueur.

8.2.1. Circuit d'allumage

L'allumage d'une cellule d'hélium est réalisé grâce à l'application d'un champ électrique alternatif haute fréquence, par l'intermédiaire de deux électrodes de cuivre collées de part et d'autre de la cellule, qui sont connectées à un générateur haute fréquence. Les dimensions des électrodes de cuivre utilisées dans cette annexe sont 8 mm par 35 mm.



Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Figure 80. Schéma représentant la cellule munie de ses deux électrodes

Afin de faciliter l'allumage de la cellule, deux critères sont à respecter :

- La fréquence du champ appliquée doit être supérieure à 1,2 MHz. Cette valeur correspond à la pulsation de Larmor dans le champ terrestre.
- La puissance transmise à la cellule doit être maximale à la fréquence d'utilisation choisie.

Voici le montage qui a été retenu pour satisfaire à ces exigences :

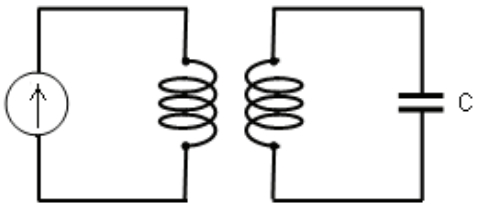


Figure 81. *Circuit d'allumage de la bobine. La source de tension est un générateur haute fréquence. La capacité C modélise la cellule d'hélium éteinte et vaut environ 1 pF.*

L'utilisation d'un transformateur présente plusieurs avantages :

- La partie secondaire du montage est un circuit LC permettant une surtension à la résonance. Cette résonance va permettre de transmettre un maximum de puissance à la cellule.
- Le secondaire est symétrique, évitant ainsi de connecter une des deux électrodes à la masse, ce qui a pour effet de minimiser les pertes par rayonnement.
- Surtout, le transformateur va permettre d'adapter l'impédance du secondaire à celle du générateur (50 Ω) et d'optimiser ainsi la puissance transmise.

8.2.2. Procédure de réalisation du transformateur

La conception du circuit se résume donc à celle du transformateur. La procédure qui a été suivie afin de choisir les caractéristiques des deux bobines est ici décrite.

Comme la géométrie du transformateur est fixée par les pièces sur lesquelles on va placer les enroulements, le seul paramètre libre est finalement le nombre de spires des bobines. Il est à noter qu'on ne peut utiliser un barreau magnétique puisque ce circuit est destiné à équiper un magnétomètre de précision.

8.2.2.1. Réalisation du secondaire : Circuit résonnant

Le diamètre de la bobine du secondaire est fixé à 8 mm et la longueur maximale de l'enroulement est 10 mm. Cette bobine doit présenter une capacité parasite faible, puisque la capacité de la cellule est elle-même faible (de l'ordre du pF). Elle doit donc être constituée d'une seule couche d'enroulements à spires jointives.

Le circuit LC constitué par la cellule et le secondaire doit être résonnant à la fréquence d'utilisation, que l'on a choisie de placer entre 10 et 20 MHz. Ce choix contraint l'inductance du secondaire à un intervalle allant de à 80 à 250 µH.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

La solution finalement retenue est une bobine de 190 spires réalisées avec du fil de cuivre de diamètre 0,05 mm dont l'inductance a été mesurée à 140 µH. La fréquence de résonance du circuit LC est ainsi d'environ 13 MHz.
Ces mesures ont été réalisées à l'aide d'un analyseur de spectre qui a pour désavantage de présenter une dissymétrie contrairement au montage final et donc de fausser légèrement les mesures. Toutefois les ordres de grandeurs sont corrects et il n'y a pas de précision particulière requise puisque l'on travaille avec un générateur à fréquence variable laissant le choix de la fréquence de travail.

8.2.2.2. Réalisation du primaire : Adaptation d'impédance

La pièce destinée à porter le primaire présente un diamètre de 10 mm et permet une longueur maximale de 10 mm pour la bobine. Ce qui va ici contraindre le choix du nombre de spires est l'adaptation de l'impédance du secondaire à celle du générateur.
Le générateur HF possède une impédance de sortie de 50 Ω, il faut donc que le circuit constitué du transformateur et de la cellule présente une impédance de 50 Ω à ses bornes à la fréquence de travail. Comme celle-ci est la fréquence de résonance du circuit LC formé par le secondaire, ce circuit LC ne présente qu'une impédance de type résistive, ce qui convient à l'adaptation.
Cette résistance est environ égale à 800 Ω à la fréquence de résonance. Ramenée au primaire, la charge du secondaire vaut donc $(n1/n2)^2$*800 Ω (n1 est le nombre de spires au primaire et n2 au secondaire). Cette formule nous permet de déduire n1 qui doit être égal à 50.

Ce calcul ne donne pas une valeur très précise puisqu'il est tiré du modèle du transformateur idéal. La méthode employée pour ajuster le nombre de spires au primaire est la suivante : On branche le circuit « transformateur + cellule » aux bornes d'un analyseur de spectre et il apparaît un minimum correspondant à la résonance du circuit LC (qui est la fréquence de travail). Il suffit ensuite de jouer sur le nombre de spires au primaire pour que le minimum présente une impédance de 50 Ω.
La solution finalement retenue est une bobine de 45 spires de fil de section 0,22 mm. Ce choix de section permet d'avoir deux bobines de la même longueur et ainsi d'améliorer leur couplage

8.2.3. Conclusion

Les caractéristiques du transformateur sont finalement :

	Diamètre bobine (mm)	Diamètre fil (mm)	Nombre de spires	Inductance (µH)
Primaire	8	0,05	190	140
Secondaire	10	0,22	45	80

Figure 82

La fréquence d'utilisation du circuit est égale à 12 MHz : c'est la fréquence de résonance du circuit total. Celle-ci est différente de la fréquence de résonance du secondaire seul qui est de 13 MHz. Le couplage entre les bobines a donc pour effet d'abaisser la fréquence de travail du circuit d'environ 1 MHz. Cette

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

modification n'est pas gênante ici puisque l'on travaille avec un générateur à fréquence variable. Par contre ce phénomène serait à anticiper si la fréquence du générateur était imposée.
La cellule s'allume pour une puissance fournie par le générateur de 150 mW, et sa limite d'extinction se situe vers 30 mW. Ceci représente une division par deux de la puissance consommée pour l'entretien du plasma d'hélium. Le signal de puissance réactive est négligeable lorsque la cellule est éteinte, ce qui confirme que l'adaptation d'impédance a été correctement réalisée.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

8.3. Annexe : Moment cinétique – Opérateurs tensoriels irréductibles

8.3.1. Composantes de l'opérateur moment cinétique

$$J_x = \hbar \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}, J_y = \hbar \begin{bmatrix} 0 & -i/\sqrt{2} & 0 \\ i/\sqrt{2} & 0 & -i/\sqrt{2} \\ 0 & i/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}, J_z = \hbar \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

8.3.2. Opérateurs tensoriels irréductibles

$$T_0^0 = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$T_{-1}^1 = \begin{bmatrix} 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad T_0^1 = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \qquad T_1^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_0^2 = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{6} & 0 & 0 \\ 0 & -2/\sqrt{6} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{6} \end{bmatrix} \qquad T_{-1}^2 = \begin{bmatrix} 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad T_1^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_{-2}^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad T_2^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8.3.3. Opérateurs J_+ et J_-

$$J_+ = J_x + iJ_y \qquad \text{et} \qquad J_- = J_x - iJ_y$$

$$J_\pm |\pm 1, n\rangle = 0 \quad ; \quad J_\pm |\mp 1, n\rangle = \sqrt{2} |0, n\rangle \quad ; \quad J_\pm |0, n\rangle = \sqrt{2} |\pm 1, n\rangle$$

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

8.4. Annexe : Effet Hanle - Calcul analytique de la lumière absorbée

Le seul terme difficile à exprimer dans l'équation (5) est le commutateur $[H_Z, \rho]$. Afin de simplifier ce terme et de résoudre analytiquement cette équation, nous allons effectuer un changement de base et introduire une famille particulière d'opérateurs.

8.4.1. Les opérateurs tensoriels irréductibles (OTI)

Les OTI sont 9 opérateurs particuliers formant une base de l'espace des matrices 3x3. On les note T_q^k (k = 0,1,2 et q = -k…k) et leurs expressions sont données en annexe 8.3. Il est possible de décomposer la matrice densité sous la forme suivante :

$$\rho = \sum_{k,q} c_q^k T_q^k \qquad \text{Eq 38}$$

Toute matrice 3x3 peut de la même façon être décomposée sur la base des T_q^k, et il sera nécessaire de connaitre la décomposition de la matrice de pompage :

$$M_P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \sum_{k,q} \lambda_q^k T_q^k \qquad \Rightarrow \qquad \lambda_0^0 = \frac{1}{\sqrt{3}};\ \lambda_0^2 = -\frac{2}{\sqrt{6}}\ ; \qquad \text{Eq 39}$$

les autres sont nuls

L'intérêt d'utiliser cette famille d'opérateur vient du fait que leur commutateur avec l'opérateur J_Z est facile à exprimer :

$$[J_Z, T_q^k] = q \times T_q^k \qquad \text{Eq 40}$$

Si le champ magnétique est colinéaire à l'axe z, alors l'hamiltonien Zeeman est proportionnel à J_Z et le commutateur est donc très simple à exprimer. Pour traiter le cas général où la direction du champ magnétique est quelconque, il va donc nous falloir changer d'axe de quantification et choisir celui qui est parallèle à B. C'est l'objet du paragraphe suivant.

8.4.2. Changement d'axe de quantification

Changer d'axe de quantification est strictement équivalent à choisir une nouvelle base dans laquelle on viendra écrire la matrice densité. Nous cherchons ici la base dans laquelle le hamiltonien Zeeman est proportionnel à l'opérateur J_Z. La mécanique quantique montre que ces vecteurs sont en fait les vecteurs propres de l'hamiltonien Zeeman, donc aisément calculables.
Nous noterons $|+1\rangle, |0\rangle, |-1\rangle$ la base correspondant à un axe de quantification colinéaire à l'axe z et $|\overline{+1}\rangle, |\overline{0}\rangle, |\overline{-1}\rangle$ les vecteurs correspondants à un axe de quantification colinéaire au champ magnétique. Cette nouvelle base de

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

l'espace des états nous amène à introduire une deuxième famille d'opérateurs irréductibles tensoriels que nous noterons τ_q^k et qui sont définis dans la base $\left|\overline{+1}\right\rangle, \left|\overline{0}\right\rangle, \left|\overline{-1}\right\rangle$ par les matrices données en en annexe 2.

La matrice de pompage et la matrice densité se décomposent sur les τ_q^k selon :

$$\rho = \sum_{k,q} \overline{c_q^k} \tau_q^k \qquad M_P = \sum_{k,q} \overline{\lambda_q^k} \tau_q^k \qquad \text{Eq 41}$$

La relation entre les λ_q^k (respectivement c_q^k) et les $\overline{\lambda_q^k}$ (respectivement $\overline{c_q^k}$) s'écrit :

$$\lambda_q^k = \sum_{q'} A_{qq'}^k \overline{\lambda_{q'}^k} \quad \text{ou} \quad \overline{\lambda_q^k} = \sum_{q'} A_{q'q}^{k*} \lambda_{q'}^k \qquad \text{avec k = 0,1,2} \qquad \text{Eq 42}$$

Le changement d'axe de quantification est donc totalement décrit par les coefficients $A_{qq'}^k$ dont l'expression est donnée par :

$$A_{qq'}^k = \frac{\left\langle \overline{m} \middle| T_q^k \middle| \overline{m-q'} \right\rangle}{\left\langle m \middle| T_q^k \middle| m-q' \right\rangle} \qquad \text{avec} \qquad \text{m = 1,0,-1} \qquad \text{Eq 43}$$

A ce stade, nous disposons de toutes les informations pour résoudre le problème. En, effet, l'équation (5), projetée sur la base des τ_q^k s'écrit (en régime permanent) :

$$0 = -\frac{\overline{\lambda_k^q}}{T_P} - \frac{\overline{c_k^q}}{\frac{T_P T_R}{T_P + T_R}} - i\gamma B q \overline{c_k^q} \qquad \text{pour} \qquad \text{k = 0,1,2} \qquad \text{Eq 44}$$

Comme nous connaissons les $\overline{\lambda_q^k}$ grâce à la Eq 42, on en déduit les $\overline{c_q^k}$ et enfin l'intensité de lumière absorbée qui est donnée par :

$$L_A = ATr(M_P \rho) = A \sum_{k,q} \overline{\lambda_q^k} \overline{c_q^k} \qquad \text{Eq 45}$$

8.4.3. Résultats analytiques

La méthode décrite dans le paragraphe précédent a été appliquée dans le cas où le champ magnétique est parallèle aux axes x, y, ou z (Figure 17). Les intermédiaires de calcul sont résumés dans le tableau donné en 8.4. Les formules obtenues indiquent la valeur moyenne de la matrice de pompage, c'est-à-dire la proportion d'atomes qui sont dans l'état $\left|0\right\rangle$, proportionnelle à l'intensité de lumière absorbée.

- Champ magnétique parallèle à l'axe z :

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

$$\langle M_P \rangle = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\frac{T_R}{T_P + T_R} \qquad \text{Eq 46}$$

- Champ magnétique parallèle à l'axe x ou l'axe y :

$$\langle M_P \rangle = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\frac{T_R}{T_P + T_R} - \frac{T_P + T_R}{2T_R T_P{}^2}\frac{1}{\left(1/T_R + 1/T_P\right)^2 + \left(2\gamma B\right)^2} \qquad \text{Eq 47}$$

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

8.5. Annexe : Effet Hanle - Intermédiaires de calcul

Figure 83

Direction de H	X	Y	Z
Base $\left\|\overline{+1}\right\rangle,\left\|\overline{0}\right\rangle,\left\|\overline{-1}\right\rangle$ (Vecteurs propres du hamiltonien Zeeman)	$\left\|\overline{+1}\right\rangle=\frac{1}{2}\left\|+1\right\rangle+\frac{1}{\sqrt{2}}\left\|0\right\rangle+\frac{1}{2}\left\|-1\right\rangle$ $\left\|\overline{0}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\|1\right\rangle-\frac{1}{\sqrt{2}}\left\|-1\right\rangle$ $\left\|\overline{-1}\right\rangle=\frac{1}{2}\left\|+1\right\rangle-\frac{1}{\sqrt{2}}\left\|0\right\rangle+\frac{1}{2}\left\|-1\right\rangle$	$\left\|\overline{+1}\right\rangle=\frac{1}{2}\left\|+1\right\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}\left\|0\right\rangle-\frac{1}{2}\left\|-1\right\rangle$ $\left\|\overline{0}\right\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}\left\|1\right\rangle+\frac{1}{\sqrt{2}}\left\|-1\right\rangle$ $\left\|\overline{-1}\right\rangle=\frac{1}{2}\left\|+1\right\rangle-\frac{i}{\sqrt{2}}\left\|0\right\rangle-\frac{1}{2}\left\|-1\right\rangle$	$\left\|\overline{+1}\right\rangle=\left\|+1\right\rangle$ $\left\|\overline{0}\right\rangle=\left\|0\right\rangle$ $\left\|\overline{-1}\right\rangle=\left\|-1\right\rangle$
Expression de la matrice de pompage dans la base des τ_q^k : coefficients $\overline{\lambda_q^k}$	$\overline{\lambda_0^0}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\overline{\lambda_0^2}=\frac{1}{\sqrt{6}}$ $\overline{\lambda_2^2}=\overline{\lambda_{-2}^2}=-\frac{1}{2}$	$\overline{\lambda_0^0}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\overline{\lambda_0^2}=\frac{1}{\sqrt{6}}$ $\overline{\lambda_2^2}=\overline{\lambda_{-2}^2}=+\frac{1}{2}$	$\overline{\lambda_0^0}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\overline{\lambda_0^2}=-\frac{2}{\sqrt{6}}$
Expression de la matrice densité dans la base des τ_q^k : coefficients $\overline{c_q^k}$	$\overline{c_0^0}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\overline{c_0^2}=-\frac{1}{\sqrt{6}}\frac{T_R}{T_P}$ $\overline{c_2^2}=\frac{1}{2}\frac{1}{T_P}\frac{1}{1/T_R+2i\gamma H}$ $\overline{c_{-2}^2}=\frac{1}{2}\frac{1}{T_P}\frac{1}{1/T_R-2i\gamma H}$	$\overline{c_0^0}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\overline{c_0^2}=-\frac{1}{\sqrt{6}}\frac{T_R}{T_P}$ $\overline{c_2^2}=-\frac{1}{2}\frac{1}{T_P}\frac{1}{1/T_R+2i\gamma H}$ $\overline{c_{-2}^2}=-\frac{1}{2}\frac{1}{T_P}\frac{1}{1/T_R-2i\gamma H}$	$\overline{c_0^0}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\overline{c_0^2}=\frac{2}{\sqrt{6}}\frac{T_R}{T_P}$
Valeur moyenne de la matrice de pompage : $\langle M_P\rangle=Tr(M_P\rho)$	$\langle M_P\rangle=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\frac{T_R}{T_P}-\frac{1}{2T_RT_P}\frac{1}{(1/T_R)^2+(2\gamma H)^2}$		$\langle M_P\rangle=\frac{1}{3}-\frac{2}{3}\frac{T_R}{T_P}$

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

8.6. Annexe : Calcul des résonances paramétriques

Le calcul des résonances en champ nul de l'atome habillé suit un raisonnement analogue à celui du calcul de l'effet Hanle. Il est cependant nécessaire de généraliser les formules utilisées au nouvel espace des états considéré.

8.6.1. Généralisation des OTI

La famille des opérateurs tensoriels irréductibles introduite au paragraphe III.1 est généralisable à l'espace E_h en introduisant les opérateurs ${}^{nn'}T_q^k$ définis par :

$$\left\langle m_1, n_1 \left| {}^{nn'}T_q^k \right| m_2, n_2 \right\rangle = \delta_{n_1 n} \delta_{n_2 n'} \left\langle m_1 \left| T_q^k \right| m_2 \right\rangle \qquad \text{Eq 48}$$

De cette manière la matrice densité ρ du système peut se décomposer sous la forme :

$$\rho = \sum_{n,n'} \sum_{k,q} {}^{nn'}c_q^k \; {}^{nn'}T_q^k \qquad \text{Eq 49}$$

De même que pour l'effet Hanle, il sera nécessaire de travailler dans la base des vecteurs propres de l'hamiltonien du système. Nous noterons cette base $\left| \overline{m,n} \right\rangle$. Cela nous amène à définir une autre famille d'OTI :

$$\left\langle \overline{m_1, n_1} \left| {}^{nn'}\tau_q^k \right| \overline{m_2, n_2} \right\rangle = \left\langle m_1, n_1 \left| {}^{nn'}T_q^k \right| m_2, n_2 \right\rangle \qquad \text{Eq 50}$$

De la même façon que dans la partie précédente, les ${}^{nn'}\tau_q^k$ sont représentés dans la base $\left| \overline{m,n} \right\rangle$ des vecteurs propres de l'hamiltonien par les mêmes matrices que celles des opérateurs ${}^{nn'}T_q^k$ dans la base $\left| m,n \right\rangle$.
Les décompositions de ρ et M_P sur les ${}^{nn'}\tau_q^k$ s'écrivent :

$$\rho = \sum_{n,n'} \sum_{k,q} \overline{{}^{nn'}c_q^k} \; {}^{nn'}\tau_q^k \; ; \quad M_P = \sum_{n,n'} \sum_{k,q} \overline{{}^{nn'}\lambda_q^k} \; {}^{nn'}\tau_q^k \qquad \text{Eq 51}$$

On peut également généraliser les coefficients $A_{qq'}^k$ en ${}^{nn'}A_{qq'}^k$:

$${}^{nn'}A_{qq'}^k = \frac{\left\langle \overline{m,n} \left| T_q^k \right| \overline{m-q',n'} \right\rangle}{\left\langle m,n \left| T_q^k \right| m-q',n' \right\rangle} \qquad \text{Eq 52}$$

Dans la partie précédente, les coefficients $A_{qq'}^k$ décrivaient le changement d'axe de quantification. De même les coefficients ${}^{nn'}A_{qq'}^k$ ici introduits contiennent toute l'information sur le passage de la base $\left| m,n \right\rangle$ à la base $\left| \overline{m,n} \right\rangle$, par l'intermédiaire des opérateurs irréductibles tensoriels. On peut

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

montrer [46] que ces coefficients ne dépendent pas des indices n et n' séparément mais uniquement de la différence $r = n - n'$. Nous les noterons donc ${}^{r}A^{k}_{qq'}$, où r est un entier relatif.

8.6.2. Calcul de la lumière absorbée

La connaissance de l'hamiltonien de l'atome habillé nous permet de déterminer $\overline{\omega_0}$, mais aussi la base $\left|\overline{m,n}\right\rangle$, et ainsi les coefficients ${}^{r}A^{k}_{qq'}$. Toutes ces informations vont permettre la détermination des coefficients $\overline{{}^{nn'}c^{k}_{q}}$ et finalement le calcul de la lumière absorbée par la cellule.

L'équation (13) qui permettait la détermination des $\overline{c^{k}_{q}}$ pour le calcul de l'effet Hanle, devient dans le nouveau formalisme :

$$0 = \frac{P(n)}{T_P}\sum_{q'}\lambda^{k}_{q}\ {}^{0}A^{k}_{qq'} + \frac{\overline{{}^{nn'}c^{q}_{k}}}{T_R} + iq\overline{\omega_0}\ \overline{{}^{nn'}c^{q}_{k}} \quad \text{pour} \quad k=0,1,2 \ \text{et n,n'= 0 … } +\infty \qquad \text{Eq 53}$$

Cette équation ne dépend pas de l'indice n', et ne dépend de l'indice n que par l'intermédiaire de $P(n)$, qui représente la probabilité de trouver le champ magnétique basse fréquence dans l'état $\left|n\right\rangle$, c'est-à-dire contenant n photons. Comme cette probabilité n'est pas connue, on introduit les coefficients $\overline{\overline{c^{k}_{q}}} = \overline{{}^{nn'}c^{k}_{q}} / P(n)$ et l'équation (32) devient :

$$0 = \frac{1}{T_P}\sum_{q'}\lambda^{k}_{q}\ {}^{0}A^{k}_{qq'} + \frac{\overline{\overline{c^{k}_{q}}}}{T_R} + iq\overline{\omega_0}\ \overline{\overline{c^{k}_{q}}} \qquad \text{pour k=0,1,2} \qquad \text{Eq 54}$$

Nous sommes donc amenés à calculer seulement neuf coefficients qui permettent de décrire totalement le système, comme dans le cas du calcul de l'effet Hanle. Une fois ces coefficients calculés, l'expression de la lumière absorbée est donnée par :

$$L_A = A\sum_{k,q,q',r}\lambda^{k}_{q}\ {}^{r}A^{k}_{qq'}\ \overline{\overline{c^{k}_{q}}}\ e^{ir\omega t} \qquad \text{Eq 55}$$

Deux différences contrastent avec Eq 18, qui donnait l'expression de la lumière absorbée pour l'effet Hanle :

- Un nouvel indice de sommation est présent, il s'agit de $r = n - n'$. En effet, dans le cas de l'effet Hanle, il n'existait qu'un seul triplet Zeeman, alors qu'il y en a ici une infinité, et le nouvel indice introduit la contribution des autres triplets à la lumière absorbée.
- Le terme $e^{ir\omega t}$ indique que l'intensité de lumière absorbée varie dans le temps, contrairement à l'effet Hanle. La lumière absorbée est ici une somme de termes oscillants à des pulsations multiples de ω.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

On retrouve donc les caractéristiques du signal délivré par la photodiode, c'est-à-dire un spectre discret composé de raies correspondantes à des pulsations de la forme rω, où r est un entier.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

8.7. Annexe : anisotropie du diagramme d'énergie

La figure ci-dessous présente l'évolution d'un triplet de niveaux d'énergie pour des balayages de champ selon les trois axes.

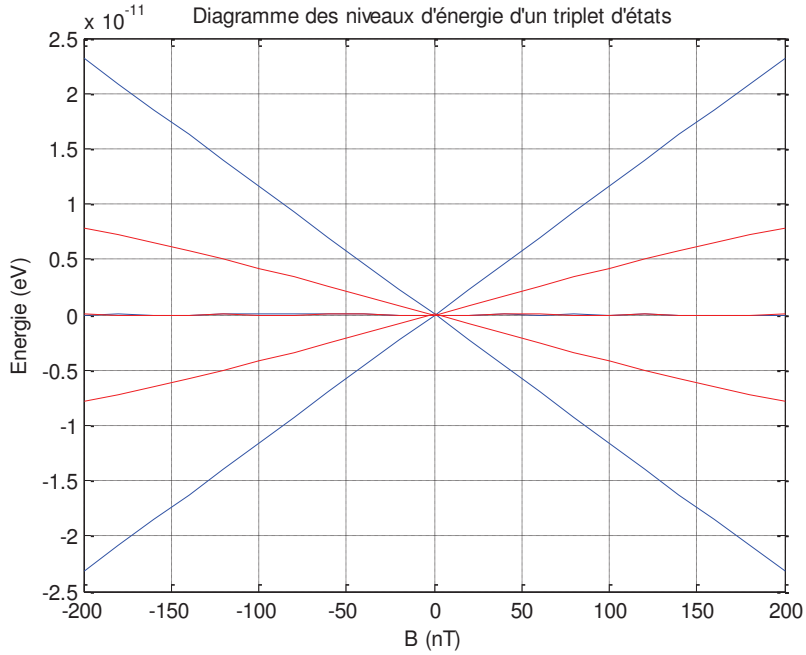


Figure 84. Niveaux d'énergie d'un triplet d'états de l'atome habillé. Les courbes bleues sont obtenues avec un champ magnétique statique parallèle à l'axe y, les courbes rouges correspondent à l'axe x ou l'axe z. (ω/2π = 16 kHz, B_ω = 400nT)

La pente des courbes obtenues est différente selon l'axe choisi. L'écart d'énergie entre les niveaux d'un triplet dépend donc de la direction du champ magnétique statique B_0. On peut alors introduire une pulsation de Larmor anisotrope $\overline{\omega_0}(\overrightarrow{B_0})$, et l'écart en énergie entre les niveaux du triplet est égal à $\hbar\overline{\omega_0}$ [46]. Une première propriété de l'atome habillé est donc l'anisotropie de son diagramme d'énergie, contrairement à celui d'un atome d'hélium en l'absence de champ magnétique basse fréquence.

8.8. Annexe : Estimation du rapport signal à bruit

8.8.1. Définition

Le rapport signal à bruit (SNR) se chiffre par le rapport entre le signal utile et la tension efficace de bruit. Il est généralement exprimé en décibels par :

$$\mathrm{SNR} = 20\log\left(\frac{U_{\text{utile}}}{U_{\text{bruit}}}\right) \qquad \text{Eq 56}$$

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Où :
U_{utile} : tension efficace du signal, en V
U_{bruit} : tension efficace du bruit, en V

8.8.2. Tension efficace de bruit

De manière générale la densité spectrale de bruit s'exprime en V/√Hz, sa valeur dépend de la fréquence. La tension efficace de bruit est égale à l'écart type et se calcule en intégrant le bruit total pour toutes les fréquences :

$$U_{bruit} = \sqrt{\int b^2(f)\, df} \qquad \text{Eq 57}$$

Où b(f) : densité spectrale de bruit, en V/√Hz

Ainsi pour une densité spectrale de bruit constante on obtient :

$$U_{bruit} = |\, b(f)| \sqrt{BP} \qquad \text{Eq 58}$$

Où BP : bande passante à prendre en compte pour le bruit, Hz

8.8.3. Application au signal à bruit des convertisseurs

Le calcul du signal à bruit d'un convertisseur considère la tension efficace d'une sinusoïde décrivant sa plage de conversion. Sa formule est donc :

$$SNR = 20\log\left(\frac{\Delta U/2\sqrt{2}}{U_{bruit}}\right) \qquad \text{Eq 59}$$

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

8.9. Annexe : Bruit et biais du générateur de courant

8.9.1. Calcul du décalage dû à l'offset en tension

8.9.1.1. Modèle correspondant au calcul effectué

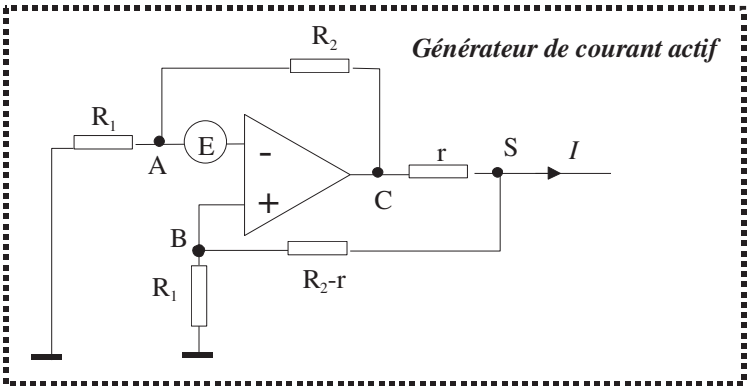


Figure 85. Schéma associé au modèle permettant de calculer le décalage dû au décalage en tension de l'amplificateur.

8.9.1.2. Principe du calcul et résultat

La fonction de transfert du générateur de courant idéal est donnée par : $I = \frac{R_2}{R_1 r}.V$. Pour ce calcul du décalage on se trouve dans le cas V=0, avec V_A et V_B différents. Les équations permettant d'aboutir au décalage entraîné par E sont :

$$\begin{cases} (1) \quad V_A = \dfrac{\dfrac{V_c}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}} = V_B + E \\ (2) \quad V_B = \dfrac{\dfrac{V_s}{R_2 - r}}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2 - r}} \\ (3) \quad V_S = \dfrac{\dfrac{V_c}{r}+\dfrac{V_B}{R_2 - r}+\dfrac{V_A}{R_2}}{\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{R_2 - r}} \end{cases} \qquad \text{Eq 60}$$

que l'on peut comparer avec celles déterminant la relation de conversion tension/ courant :

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

$$\begin{cases} (1') \quad V_A = \dfrac{\dfrac{V_c}{R_2} + \dfrac{V}{R_1}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} = V_B \\ (2') \quad V_B = \dfrac{\dfrac{V_s}{R_2 - r}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2 - r}} \\ (3') \quad V_S = \dfrac{\dfrac{V_c}{r} + \dfrac{V_B}{R_2 - r} + \dfrac{V_A}{R_2}}{\dfrac{1}{r} + \dfrac{1}{R_2 - r}} \end{cases}$$ Eq 61

En comparant Eq 60 et Eq 61, on remarque que $\dfrac{\dfrac{V}{R_1}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}$ et -E ont un rôle semblable dans chaque système d'équation. On peut alors facilement déterminer l'influence du décalage E sur le courant I en utilisant la formule $I = \dfrac{R_2}{R_1 r}.V$ et la relation $\dfrac{\dfrac{V}{R_1}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}$ = -E.

On obtient : $I_E = (1 + \dfrac{R_2}{R_1}).\dfrac{E}{r}$

Ce résultat permet également d'estimer l'influence du bruit en tension de l'ampli sur le bruit en courant de sortie.

8.9.2. Calcul de l'influence des courants de polarisation

Les entrées + et - de l'amplificateur opérationnel sont parcourues par de faibles courants, respectivement notés I+ et I-, dont l'influence contribue à un décalage du courant fourni par le générateur (Figure 86).

8.9.2.1. Modèle correspondant au calcul effectué

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

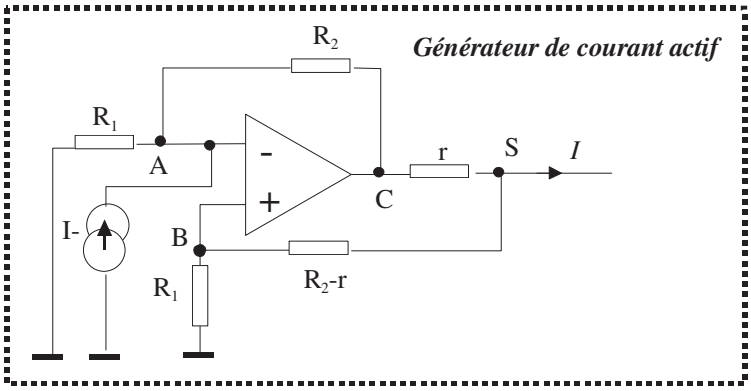


Figure 86. Schéma du modèle permettant de calculer l'influence des courants de polarisation. Bien qu'il existe un courant de polarisation sur l'entrée + nous avons uniquement représenté I- pour plus de clarté

8.9.2.2. Principe du calcul et résultats

La contribution de chaque courant de polarisation au courant de sortie peut également être déterminée par analogie entre les équations du système sans perturbation et celles du système incluant I- ou I+.

$$I_{I_-} = \frac{R_2}{r}.I_- \quad et \quad I_{I_+} = \frac{(R_2 - r)(R_1 + R_2)}{r(R_1 + R_2 - r)}.I_+$$

On trouve finalement :

Ce résultat permet également de connaître l'influence du bruit en courant de l'ampli sur le bruit en courant de sortie.

8.9.3. Influence du bruit des résistances sur le bruit en sortie

Chaque résistance R génère un bruit qui est modélisé par un générateur de tension $\sqrt{4kTR}$ placé en série. On peut calculer la valeur du bruit en courant dû à chaque résistance avec la même méthode que celle utilisée pour le décalage de l'amplificateur ou les courants de polarisation.

On obtient :

$$I_{R_1} = \sqrt{4kTR_1}.\frac{R_2}{R_1.r}$$

$$I_{R_1} = \sqrt{4kTR_1}.\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 - r}\frac{R_2 - r}{R_1.r}$$

$$I_{R_2} = \sqrt{4kTR_2}.\frac{1}{r} \qquad \text{Eq 62}$$

$$I_{R_2 - r} = \sqrt{4kT(R_2 - r)}.\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 - r}\frac{1}{.r}$$

$$I_r = \sqrt{4kTr}.\frac{1}{r}$$

Ces valeurs s'ajoutent quadratiquement pour obtenir le bruit total imputable aux résistances :

$$I_R = \sqrt{\frac{4kT}{r}.\left[1 + \frac{R_2}{r}.\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 - r}\right)^2.\left(\frac{R_2 - r}{r}\right).\left(1 + \frac{R_2 - r}{R_1}\right)\right]} \qquad \text{Eq 63}$$

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

8.10. Annexe- Synthèse des champs de radiofréquence

8.10.1. Synthèse des champs de radiofréquence (Figure 87)

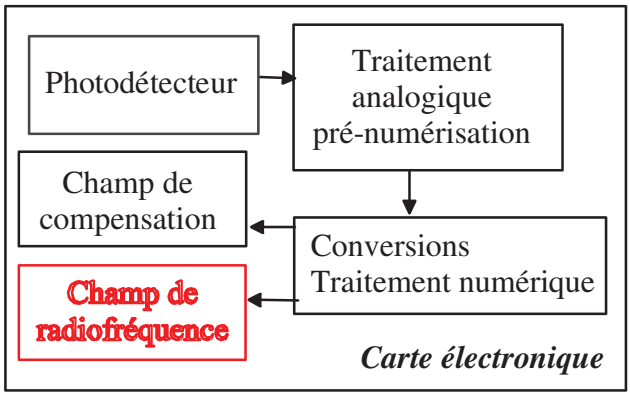


Figure 87. Les champs de radiofréquence dans leur environnement

Nous emploierons la même structure que pour la synthèse des champs de compensation.

8.10.2. Choix des convertisseurs dédiés à la synthèse des champs de radiofréquence

La synthèse des champs magnétiques de radiofréquence ne requiert pas une grande précision et un convertisseur de 12 bits ferait l'affaire. En revanche, l'échantillonnage des sinusoïdes est une source de bruit dans la bande [0 ; 100Hz], difficilement filtrable compte tenu de la proximité de la bande [1kHz ; 20kHz]. Dans ces conditions il devient indispensable de choisir un convertisseur de grande dynamique et notre choix s'est porté sur le même convertisseur que pour la synthèse des champs de compensation, ce qui facilite l'interface avec le DSP et le FPGA.

8.10.3. Filtrage en sortie des CNA fournissant les champs de radiofréquence

D'après l'équation (20) la conversion analogique des champs de radiofréquence, à une fréquence ν_0, génère également une autre sinusoïde de fréquence fe-ν_0, (fe étant la fréquence d'échantillonnage) avec un rapport d'amplitude égal à :

$$\frac{\sin c(\pi \nu_0 / fe)}{\sin c\left(\pi (fe-\nu_0)/fe\right)} = \frac{\nu_0}{fe-\nu_0} \qquad \text{Eq 64}$$

Pour la synthèse du champ de plus haute fréquence (20 kHz) ce rapport est maximal et a pour valeur 4 si on choisit fe = 100 kHz. Ces modulations supplémentaires génèrent comme précédemment des résonances en champ nul et diminuent l'amplitude des résonances paramétriques. Les modulations seront par conséquent filtrées avec une fréquence de coupure haute supérieure à 20 kHz de façon à ne pas trop modifier l'amplitude des champs

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

d'excitation générés. On utilisera pour ce faire un filtre de Tchebychev d'ordre 4 avec une fréquence de coupure de 30 kHz.

L'amplitude des champs de radiofréquence est ajustée pour chacune des fréquences afin de maximiser la pente des signaux de résonance. Sachant que nous nous limiterons à 20 kHz pour nos applications l'amplitude maximale sera de l'ordre de 20kHz/γ, soit 714 nT. Nous avons choisi de pouvoir générer des champs d'amplitude supérieure afin d'effectuer des tests d'élargissement des signaux de résonance, soit 3.2µT. L'amplitude des courants correspondants est donc de ±25mA et la valeur correspondante pour r est 100 Ω (Figure 88).

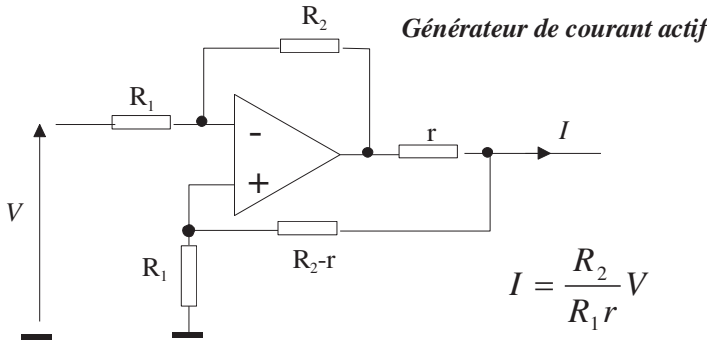


Figure 88. Schéma du générateur de courant

8.10.4. Choix de l'amplificateur sur la voie de synthèse des champs de radiofréquence

Les caractéristiques déterminantes pour le choix de l'amplificateur sont le bruit dans la bande [1kHz ; 20kHz] et la consommation. Le décalage n'est pas un critère important puisque le montage sera suivi par un filtre passe-haut. On utilisera finalement l'ensemble amplificateur LTC1351 associé au BUF634.

L'amplificateur choisi pour les générateurs de courants des deux champs de radiofréquences est un LTC1351. Ses points sont le produit gain-bande et la densité spectrale de bruit. Nous mentionnons quelques-unes de ses caractéristiques :

LTC1351 :

- Produit gain bande passante = 3MHz
- Bruit en tension = $40\,\mathrm{nV}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ @ 1kHz
- Bruit en courant = $30\,\mathrm{pA}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$
- Consommation en courant< $250\,\mu\mathrm{A}$

8.10.5. Estimation des perturbations induites par la synthèse des champs de radiofréquence

Bien que la précision requise pour les champs de radiofréquence soit faible, il est important de ne pas « polluer » la bande [0 ; 100 Hz] utilisée par les champs de compensation aussi bien pour le bruit que pour les décalages de tension.
La fréquence d'échantillonnage du convertisseur sera de 100 kHz, sachant que son rapport signal sur bruit est de 92dB le niveau de bruit dans la bande

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

[0 ; 100Hz] serait inférieur à $0.2\,\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, dans l'hypothèse du bruit blanc gaussien.
La contribution au bruit du générateur de courant est également de $0.2\ \mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$. Il est donc impératif d'utiliser un filtre passe-haut dans cette bande afin de réduire l'amplitude de la densité de bruit total dont la valeur est $0.3\ \mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ $\left(\sqrt{0.2^2+0.2^2}\right)$.
Nous ajouterons donc une capacité en série avec la résistance r dans le générateur de courant afin d'atténuer la densité spectrale de bruit dans la bande [0 ; 100Hz] (l'atténuation est de 50% à 100 Hz avec une capacité de 8.8µF qui induit une fréquence de coupure de 180 Hz). Cette valeur nuisible aux performances du prototype de magnétomètre n'est pourtant pas dramatique puisqu'il suffirait de réduire l'amplitude maximale des champs de radiofréquence pour diminuer la densité spectrale de bruit. La valeur maximale actuelle étant de 3200 nT en raison des essais à effectuer, il suffira de 1000 nT pour la version finale du magnétomètre qui conduirait la densité spectrale de bruit à $0.08\,\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, sans compter le filtrage passe-haut ultérieur.

Les informations contenues dans le présent document sont la propriété des contractants. Il ne peut être reproduit ou transmis à des tiers sans l'autorisation expresse des contractants.

Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives
Centre de Grenoble, MINATEC - 17 rue des Martyrs, 38054 Grenoble Cedex 9
Tél. : +33-4 38 78 18 79 - Fax : +33-4 38 78 51 59
Établissement public à caractère industriel et commercial - R.C.S. PARIS B 775 685 019

energie atomique • energies alternatives

Conception, réalisation et application d'un magnétomètre atomique vectoriel

ABSTRACT

Several technologies of atomic magnetometers have been developed since the 60s. To obtain a technology capable of measuring magnetic fields lower than 50 nT and compatible with our isotropic scalar magnetometer, we had to develop an atomic magnetometer in a configuration that has never been published.
We calculated the resonances characteristic of the magnetometer with the formalism of the dressed atom and realized a prototype. The noise of the resulting magnetometer is lower than 1 or 0.1 pT/√Hz, on the monoaxial or triaxial versions respectively.
One way to reduce the noise of the magnetometer of 7 dB has been identified and the principle of this magnetometer could offer interesting perspectives for atomic clocks.

KEYWORDS

Atomic magnetometer, optical pumping, parametric resonances, helium 4, vector, Hanle effect, dressed atom

RÉSUMÉ

Plusieurs technologies de magnétomètres atomiques ont été développées depuis les années 60. Afin d'obtenir une technologie capable de mesurer des champs magnétiques inférieurs à 50 nT et compatible avec notre magnétomètre scalaire isotrope, nous avons du concevoir un magnétomètre atomique dans une configuration qui n'a jamais été publiée.
Nous avons calculé les résonances caractéristiques de ce magnétomètre et réalisé un prototype. Son bruit est inférieur à 1 ou 0.1 pT/√Hz, respectivement pour les versions triaxiales ou monoaxiales.
Une façon de réduire le bruit du magnétomètre de 7 dB a été identifiée et le principe de ce magnétomètre pourrait offrir d'intéressantes perspectives pour les horloges atomiques.

MOTS-CLÉS

Magnétomètre atomique, pompage optique, résonances paramétriques, hélium 4, vectoriel, effet Hanle, atome habillé