



HAL
open science

Modélisation de la dynamique des rentabilités des hedge funds : dépendance, effets de persistance et problèmes d'illiquidité

Mohamed-Ali Limam

► **To cite this version:**

Mohamed-Ali Limam. Modélisation de la dynamique des rentabilités des hedge funds : dépendance, effets de persistance et problèmes d'illiquidité. Economies et finances. Université Montpellier, 2015. Français. NNT : 2015MONTD031 . tel-01346674

HAL Id: tel-01346674

<https://theses.hal.science/tel-01346674>

Submitted on 19 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de
Docteur

Délivré par **UNIVERSITÉ MONTPELLIER 1**

Préparée au sein de l'école doctorale Economie et Gestion
Et de l'unité de recherche UMR 5474/1135-LAMETA

Spécialité : **Sciences économiques**

Présentée par **Mohamed-Ali LIMAM**

**MODÉLISATION DE LA DYNAMIQUE DES
RENTABILITÉS DES HEDGE FUNDS :
DÉPENDANCE, EFFET DE PERSISTANCE
ET PROBLÈMES D'ILLIQUIDITÉ**

Sous la direction de : M. le *Professeur* Michel TERRAZA
et Mme l'*Associate Professor* Virginie TERRAZA

Soutenue le 15 Décembre 2015 devant le jury composé de

- | | |
|---|-----------------------|
| M. Walter BRIEC,
<i>Professeur, Université de Perpignan</i> | Rapporteur |
| M. Jamel TRABELSI,
<i>Maître de Conférences, Université de Strasbourg</i> | Rapporteur |
| Mme Valérie MIGNON,
<i>Professeur, Université Paris Ouest</i> | Examineur |
| Mme Virginie TERRAZA,
<i>Associate Professor, Université du Luxembourg</i> | CoDirectrice de Thèse |
| M. Michel TERRAZA,
<i>Professeur, Université Montpellier 1</i> | Directeur de thèse |

«L'université Montpellier 1 n'entend donner aucune approbation ni improbation aux opinions émises dans les thèses ; elles doivent être considérées comme propres à leurs auteurs.»

À mes parents

Remerciements

Je tiens à remercier monsieur Michel Terraza, mon directeur de thèse, pour l'encadrement et la confiance qu'il a su m'accorder. Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance et ma gratitude.

Je remercie madame Virginie Terraza pour avoir accepté de co-diriger ce travail. Je tiens à la remercier pour sa patience, sa constante disponibilité et pour ses conseils.

Je tiens également à remercier monsieur Walter Briec et monsieur Jamel Trabelsi pour avoir accepté de rédiger les rapports de ma thèse. Je remercie également madame Valérie Mignon pour avoir accepté de faire partie du jury de ma soutenance.

Merci à tous ceux qui ont contribué à cette thèse d'une manière direct et indirect. Une attention particulière à mes parents et à mes sœurs qui m'ont supporté tout au long de ce travail.

Résumé :

Dans cette thèse nous combinons les processus à mémoire longue ainsi que les modèles à changement de régime markovien afin d'étudier la dynamique non linéaire des rentabilités des *hedge funds* et leur exposition au risque de marché. L'attractivité des *hedge funds* réside dans leur capacité à générer des rentabilités décorréelées avec celles des actifs traditionnels tout en permettant d'améliorer les rentabilités et/ou de réduire le risque, indépendamment des conditions de marché. Cependant, certaines spécificités des rentabilités des *hedge fund* (non linéarité, asymétrie et présence d'une forte autocorrélation émanant des problèmes d'illiquidités) remettent en cause cet aspect qui n'est valable que dans un univers gaussien. Nous adoptons de ce fait une approche économétrique permettant de réconcilier la notion de mémoire longue et celle de la persistance pure des performances. Nous mettons l'accent sur le risque de confusion entre vraie mémoire longue et mémoire longue fallacieuse dans la mesure où certains processus peuvent générer des caractéristiques similaires à celles des processus à mémoire longue. Il ressort de cette étude non seulement l'insuffisance des modèles standards à prendre en compte les caractéristiques des séries des rentabilités financières mais aussi la pertinence du recours aux modèles mixtes pour mieux cerner l'ensemble de ces spécificités dans un cadre unifié. Le modèle Beta Switching ARFIMA-FIGARCH que nous proposons révèle la complexité de la dynamique des rentabilités des *hedge fund*. Il est donc nécessaire de mieux appréhender cette dynamique afin expliquer convenablement les interactions qui existent entre les *hedge funds* eux même et entre les *hedge funds* et les marchés standard. La composante mémoire longue est prise en compte à la fois au niveau de la moyenne conditionnelle à travers le processus ARFIMA ainsi qu'au niveau de la variance conditionnelle à travers plusieurs spécifications des processus hétéroscédastiques fractionnaires notamment les processus FIGARCH et HYGARCH. Cette modélisation mieux adaptée aux spécificités des *hedge funds* met en évidence le risque caché de ces derniers et représente une nouvelle perspective vers laquelle les gérants et les responsables d'agence pourraient s'orienter.

Mots clés : Mémoire Longue, *Hedge funds*, Persistance, Corrélation sérielle, Beta switching.

Title: Hedge Fund dynamic modelling: Serial correlation, persistence effects and liquidity problems.

Abstract:

In this thesis we combine long memory processes and regime switching models to study the nonlinear dynamics of *hedge fund* returns and their exposure to market risk. The attractiveness of *hedge funds* lies in their ability to generate returns uncorrelated to those of traditional assets while allowing to improve returns and/or reduce the risk, regardless of market conditions. However, some specificity of returns of *hedge funds* as their nonlinear and asymmetric nature as well as the presence of a strong autocorrelation related to illiquidity problems make this aspect only valid in a Gaussian framework. In this study, we adopt an econometric approach that reconciles the notion of long memory and that of pure performance persistence. In this regard, we focus on the risk of confusion between real and spurious long memory since certain processes can generate similar characteristics to that of long memory processes. It appears from this study not only the inadequacy of standard models to take into account the characteristics of the series of financial returns but also the relevance of using mixed models to better understand all of these features within a unified framework. The Beta Switching ARFIMA-FIGARCH model we suggest reveals the complexity of *hedge fund* return dynamics and proves the need to better understand the dynamics of *hedge funds* returns in order to explain the interactions between *hedge funds* themselves and between *hedge funds* and standard markets. The long memory component is taken into account both at the conditional mean through the ARFIMA process and at the conditional variance through several specifications of heteroscedastic fractionally integrated processes including FIGARCH and HYGARCH models. This model takes into account several features of *hedge fund* returns, highlights their hidden risks and represents a new perspective to which managers could move.

Keywords: Long Memory, Hedge funds, Persistence, Serial correlation, Beta switching.

Adresse :

Université Montpellier 1, LAMETA, UFR Sciences économiques, Espace Richter, Avenue de la Mer. BP9606, 34054 Montpellier Cedex 01

SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
CHAPITRE 1: L'INDUSTRIE DES HEDGE FUNDS : DÉFINITIONS, PROPRIÉTÉS ET DYNAMIQUES DES RENTABILITÉS.....	9
SECTION 1 : Présentation de l'industrie des <i>hedge funds</i>	10
SECTION 2 : Propriétés des rentabilités des <i>hedge funds</i>	31
CHAPITRE 2: CHANGEMENT DE PERSISTANCE ET VALIDATION ÉCONOMÉTRIQUE DES MODÈLES.....	53
SECTION 1 : La notion de mémoire longue.....	55
SECTION 2 : Changement de persistance: application aux <i>hedge funds</i>	95
CHAPITRE 3: MÉMOIRE LONGUE ET PROBLÈMES D'ILLIQUIDITÉS DES HEDGE FUNDS	132
SECTION 1 : Illiquidité des actifs et lissage des rentabilités	134
SECTION 2 : Dynamique des rentabilités : une modélisation adaptée aux <i>hedge funds</i>	161
CONCLUSION GÉNÉRALE	196
ANNEXES	200
BIBLIOGRAPHIE.....	228
TABLE DES MATIÈRES.....	241

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'industrie des *hedge funds* a connu une croissance spectaculaire au cours des dernières décennies pour constituer une industrie globale à la pointe de l'innovation financière.

Récemment, en étudiant la relation entre les portefeuilles en actions détenus par les *hedge funds* et l'efficience informationnelle, Cao et al. (2014) et Argarwal (2014) montrent que les *hedge funds* contribuent à améliorer l'efficience des marchés plus que les investisseurs institutionnels. En effet, d'après ces auteurs, en moyenne, la détention d'un titre par un *hedge fund* améliore significativement l'efficience du marché pour ce titre. Plus particulièrement, les *hedge funds* sont attractifs car ils ont la caractéristique d'être décorrélés avec les actifs traditionnels. Ils permettent ainsi d'améliorer la rentabilité et/ou de réduire le risque, indépendamment des conditions de marché. Cependant cette caractéristique fut basée sur l'hypothèse que les rentabilités sont gaussiennes, indépendamment et identiquement distribuées (iid). Or, des études empiriques consacrées à l'évaluation des performances des *hedge funds* avec celles des actifs standards, (Fung et Hsieh (1997, 2000), Ackerman, McEnally et Ravenscraft (1999), Brown, Gotzmann et Ibboston (1999), Adwards et Liew (1999) parmi d'autres) ont démontré que les rentabilités des *hedge funds* sont très éloignées des hypothèses classiques ce qui met en doute la pertinence des calculs et, surtout, leur signification. De plus, la crise récente nous a révélé l'importance d'approfondir notre compréhension de la dynamique des rentabilités des *hedge funds* afin de pouvoir expliquer les interactions qui existent entre les *hedge funds* eux-mêmes et entre les *hedge funds* et les marchés standards.

Plusieurs auteurs ont mis en évidence le caractère non linéaire et asymétrique des rentabilités des *hedge funds* dans la mesure où les gérants cherchent à obtenir des rendements élevés en faisant appel à un fort effet de levier notamment en utilisant des

instruments sophistiqués de type optionnel (Fung et Hsieh (2000), Agarwal et Naik (2004) et Amenc et al. (2004)). Fung et Hsieh (1997) ont montré que les modèles factoriels linéaires n'expliquent qu'une faible proportion de la non-linéarité observée dans les rentabilités des hedge funds. En effet, en tenant compte des effets stylisés observés, les modèles non linéaires doivent pouvoir capturer l'asymétrie et les changements brutaux qui caractérisent les dynamiques des rentabilités des hedge funds. D'une manière générale, les modèles linéaires omettent plusieurs caractéristiques importantes des séries temporelles telles que l'asymétrie. Intuitivement, plusieurs auteurs suggèrent des modélisations de type markovien.

Les modèles à changement de régime markovien, introduits par Hamilton (1989), permettent une représentation flexible des séries temporelles, dans la mesure où différents sous-modèles sont autorisés et des transitions entre ces différents modèles étant générées par le biais d'un processus inobservable sont rendues possibles et ce dans un cadre plus large. Cette flexibilité a motivé plusieurs auteurs à appliquer ces modèles aux données financières : Hamilton et Chauvet (2005) ont appliqué cette modélisation aux données macroéconomiques et en ont déduit un indicateur de retournement du cycle économique. En outre ces modèles ont été appliqués avec succès pour l'établissement de nouvelles règles de trading sur différents marchés boursiers ((Hwang et Satchell (2007) et Brooks et Persaud (2001) pour les obligations et les actions ainsi que Dueker et Neely (2004) pour les taux de changes).

Chan et al (2005) ont appliqué les modèles à changement de régime sur différentes stratégies d'investissement des indices CSFB/Tremont afin d'analyser la transition d'un état normal à un état de détresse dans l'industrie des *hedge funds*. Billio, Getmansky et Pelizzon (2008) proposent le modèle bêta à changement de régime (regime-switching Beta) afin d'étudier l'exposition dynamique aux risques des *hedge funds* à divers facteurs de risques selon les différents états du marché. Le recours aux modèles à changement de régime markovien et l'introduction de plusieurs facteurs, permet la séparation entre le risque systémique et le risque idiosyncrasique. D'après ces auteurs, l'exposition des *hedge funds* aux facteurs de risques dépend fortement de l'état du marché des actions, plus précisément du niveau de la volatilité de ce dernier. Dans un

marché agité, une forte volatilité et des faibles rentabilités accentuent l'exposition des *hedge funds* aux risques de marché, de liquidité et de crédit. Dans le cadre de cette modélisation, les événements systématiques et non-systématiques peuvent affecter le processus générateur des données vu la présence de changements discontinus dans la moyenne et la volatilité des rentabilités. De plus, le changement de régime peut être considéré comme un événement aléatoire plutôt qu'un événement prévisible et les crises financières sont perçues comme variable endogènes.

Dans le cadre de l'évaluation des performances, l'objectif de notre thèse consiste à orienter les gérants ainsi que les responsables d'agence sur le problème de l'autocorrélation dans toutes ces formes observées dans les séries de rentabilités de *hedge funds* et de proposer des modélisations les mieux adaptées.

A ce propos, une question importante est celle de la persistance des performances. Dans la littérature, on peut distinguer deux types de persistance, la persistance relative qui consiste à établir un classement entre les fonds perdants et les fonds gagnants (*Winners & losers*), et la persistance absolue qui cherche à évaluer la capacité d'un fond à maintenir une performance élevée sans prendre en compte les autres fonds. L'étude de la persistance relative des performances des *hedge funds* a fait l'objet d'un grand nombre d'études empiriques (Park et Staum (1998), Agarwal et Naik (2000), Koh, Koh et Teo (2003), Agarwal et al (2007)...), mais les résultats de ces études sont mitigés (Géhin (2005)).

En particulier, ils sont très dépendant des données utilisées, de la période d'étude ainsi que des tests employés. La persistance de la performance est indirectement liée à la corrélation sérielle (Chan et al. (2005)) Ce lien est renforcé lorsqu'on considère la persistance absolue (Amenc, El Bied et Martellini (2003), De Souza et Gokcan (2004)). La persistance est mesurée par l'exposant de Hurst. En effet, cette statistique, due à l'hydrologue anglais H. E. Hurst (1951), permet un classement des séries en fonction de leurs degrés de dépendance : un coefficient de hurst entre 0 et 1/2 implique que les rentabilités alternent de signe mais finiront par converger à une valeur d'équilibre. Un coefficient de hurst égal à 1/5 implique que les rentabilités

du fonds fluctuent d'une manière aléatoire, les rentabilités de la période suivante ne seront pas affectées par les rentabilités passées. Cette situation peut être perçue comme risquée dans la mesure où les gains réalisés à court terme peuvent être accompagnés de pertes substantielles les périodes qui suivent. Un coefficient de Hurst entre $\frac{1}{2}$ et 1 implique que les rentabilités sont persistantes et qu'il est fort probable que les gérants soient capables de maintenir une rentabilité élevée la période suivante. L'exposant de Hurst est lié au paramètre de mémoire longue d via la relation : $d = H - \frac{1}{2}$. Cette équation nous offre un lien important pour réconcilier la notion de mémoire longue ou d'intégration fractionnaire avec la persistance des rentabilités. Peu d'études ont été consacrées à l'analyse de la persistance absolue des performances, dans cette thèse, nous proposons ainsi de développer cette analyse de la persistance absolue de la performance, en modélisant la composante mémoire longue des séries de *hedge funds*.

Avec la publication de son fameux article « Long-Term Storage Capacity of Reservoirs », Hurst (1951) a ouvert un vaste champ d'investigation empirique à la modélisation de la composante mémoire longue d'une série temporelle. L'existence d'une telle structure nécessite le développement de processus spécifiques qualifiés de processus à mémoire longue caractérisés par des autocorrélations qui ne sont pas absolument sommable mais aussi des autocorrélations qui décroissent hyperboliquement au fur et à mesure que le retard augmente. Cette décroissance hyperbolique, dans le domaine temporel, s'étend pour concerner les coefficients de la représentation autorégressive et moyenne mobile qui découlent du théorème de décomposition de Wold. La décroissance hyperbolique des autocorrélations des processus à mémoire longue est à opposer à la décroissance exponentielle de celles des processus à mémoire courte, ce qui traduit la lenteur de la convergence des autocorrélations des processus à mémoire longue vers la valeur zéro. Dans le domaine spectral, une telle série exhibe un pôle à la fréquence zéro. Granger (1966) qualifie cette caractéristique de « la forme spectrale typique d'une variable économique », connu aussi sous le nom d'effet Joseph (Mandelbrot et Wallis (1968)). Pour formaliser les résultats obtenus par Hurst en hydrologie concernant la présence d'une mémoire longue, Mandelbrot et ses collaborateurs ont élaboré

divers processus : comme le mouvement brownien fractionnaire (Mandelbrot et Van Ness (1968)) ou le mouvement gaussien fractionnaire (Mandelbrot et Wallis (1968)). Par ailleurs ces processus ne prennent en compte que la dynamique de long terme et négligent celle de court terme et ce via un paramètre unique appelé exposant de Hurst. Afin de pallier ce manque, une classe particulière des processus à mémoire longue basée sur l'intégration fractionnaire a été introduite par Granger et Joyeux (1980) et Hosking (1981) afin de tenir compte du comportement de long terme ainsi que celui de court terme simultanément. Il s'agit des processus ARFIMA (Autoregressive Fractionnally Integrated Moving Average) qui constituent une extension naturelle des processus ARIMA(p,d,q) standards dans lesquels l'exposant de différenciation d est un entier : Les processus ARFIMA(p,d,q) présentent ainsi l'avantage de tenir compte explicitement du comportement de long terme de la série au travers d'un paramètre d'intégration fractionnaire d , les fluctuations de court terme étant quant à elles décrites par les paramètres autorégressifs et moyenne mobile.

Grâce à ces divers développements mathématiques, la modélisation des séries temporelles par les processus ARFIMA a connu un succès énorme dans plusieurs disciplines telle que l'hydrologie, la télécommunication ainsi que la géophysique. En ce qui concerne leur application en Finance, c'est le développement de certaines extensions tenant compte des caractéristiques des séries financières qui amélioreront la connaissance des structures des cours :

► Saisonnalité : existence d'effets saisonniers (effet week-end, effet janvier, effet lundi, ...) qui se reflètent par une périodicité dans la dynamique des cours boursiers. Les explications apportées à ces fluctuations saisonnières se sont souvent intéressées au phénomène d'accumulation d'information aux périodes de fermeture des marchés financiers.

► Queues de distribution épaisses : le coefficient de *Kurtosis* est très élevé, supérieur à 3 (valeur du coefficient de *kurtosis* pour la loi normale). Cet excès de *Kurtosis* témoigne d'une forte probabilité d'occurrence de points extrêmes. On parle alors de distribution leptokurtique.

► *Volatility clustering* (regroupement des extrêmes) : de fortes valeurs, ou de fortes variations, tendent à être suivies par d'autres grandes variations.

► Effet de levier : cette propriété notée par Brock en 1976 repose sur l'observation du fait qu'il existe une asymétrie entre l'impact des valeurs passées positives et des valeurs passées négatives. Les baisses de cours tendent à provoquer un accroissement de la volatilité supérieure à celui induit par une hausse du cours de même amplitude.

A l'égard du comportement saisonnier des chroniques financières et par analogie aux processus ARIMA qui ont été étendu aux processus SARIMA (*Seasonal ARIMA*), les processus ARFIMA ont été étendu aux processus SARFIMA (*Seasonal ARFIMA*). Ces processus présentent la particularité de tenir compte de la décroissance hyperbolique des autocorrélations au niveau des différents retards notamment celles des retards saisonniers grâce à deux paramètres d'intégration fractionnaire. La prise en compte de ce comportement périodique à travers les processus SARFIMA est due à Porter-Hudak (1990). Une deuxième approche qui poursuit le même objectif est due à Gray, Zhang et Woodward (1989) donnant lieu aux processus GARMA (*Generalized ARMA*).

En ce qui concerne les problèmes des grandes fluctuations observées sur les marchés financiers, la modélisation ARFIMA ainsi que la modélisation classique de type ARMA sont inadaptées à la prise en compte de tels phénomènes. Terraza (1996) note *que ces modélisations supposent des séries temporelles à variance constante (hypothèses d'homoscédasticité) négligent, éventuellement, l'information contenue dans le facteur résiduel des séries financières caractérisées par des structures asymétriques et une forte volatilité de leur variance à laquelle on s'intéresse de plus en plus*. Les processus ARCH (*Auto Regressive Conditional Heteroscedasticity*) introduits par Engle (1982) ainsi que les processus GARCH (*Generalized ARCH*) élaborés par Bollerslev (1986) constituent une meilleure réponse à ces limites. Ainsi, compte tenu de la notion de mémoire longue et des développements élaborés quant à la modélisation de la dynamique de la volatilité conditionnelle, divers auteurs : Baillie, Bollerslev et Mikkelson (1996), Baillie (1996), Ding et Granger (1996) et Chung-Chin Fan (2001) se

sont intéressés à l'intégration de la persistance des chocs dans le processus définissant la dynamique de la volatilité conditionnelle et ce via les processus FIGARCH.

Les processus fractionnairement intégrés ont été appliqués avec succès dans plusieurs domaines. Toutefois, plusieurs études récentes (Engle et Smith (1999), Dieblod et Inoue (2001), Gouriéroux et Jasiak (2001), Granger et Hyung (2004), Perron et Qu (2006)) ont montré que le phénomène de mémoire longue observé sur certaines séries peut être généré par un processus non stationnaire avec rupture structurelle ou bien à changement de régime. En effet, une rupture structurelle peut induire une forte persistance au niveau de la fonction d'autocorrélation du processus en question.

Lien et Yang (2009) ont montré que l'ajustement de la rupture au détriment de l'hypothèse de mémoire longue implique une amélioration des stratégies de couverture pour 6 paires de taux de change. De plus, en échantillon fini, certains processus peuvent exhiber un comportement similaire à celui des processus à mémoire longue, tant au niveau de la fonction d'autocorrélation (décroissance lente) qu'au niveau de la densité spectrale (pole à la fréquence nulle). Hsu (2005) révèle que le taux d'inflation américain est fortement persistant même après ajustement de la rupture. Choi et Zivot (2005) montrent que la modélisation du changement structurel des taux de changes futurs réduit la persistance mais ne l'élimine pas complètement.

Bollerslev et Mickelsen (1996), en simulant le prix d'une option d'achat sur l'indice S&P 500, ont prouvé que l'omission de la composante mémoire longue, quand elle existe, présente des conséquences importantes sur l'évaluation des actifs financiers. Elle fait, dans certains cas, doubler le prix de l'option dans certains cas. Sur le plan prédictif, des études ont démontré la supériorité des processus à mémoire longue à modéliser les séries financières par rapport aux processus de type ARMA, GARCH (Andersen et al. (2003), Bhardwaj et Swanson (2006)).

La plupart des travaux précités montrent qu'il existe souvent un risque significatif de confusion entre la présence d'une mémoire longue et changement de régime.

L'objet de notre thèse est de contribuer à la réduction de ce risque en proposant une nouvelle modélisation des rentabilités des *hedge funds* qui associe ces deux spécificités. Nous utiliserons pour cela une nouvelle génération de tests afin d'établir distinction plus nette entre la vraie mémoire longue et la mémoire longue fallacieuse. En prenant en compte cette différenciation, nous pouvons proposer une modélisation plus adaptée de la dynamique des rentabilités des *hedge funds*.

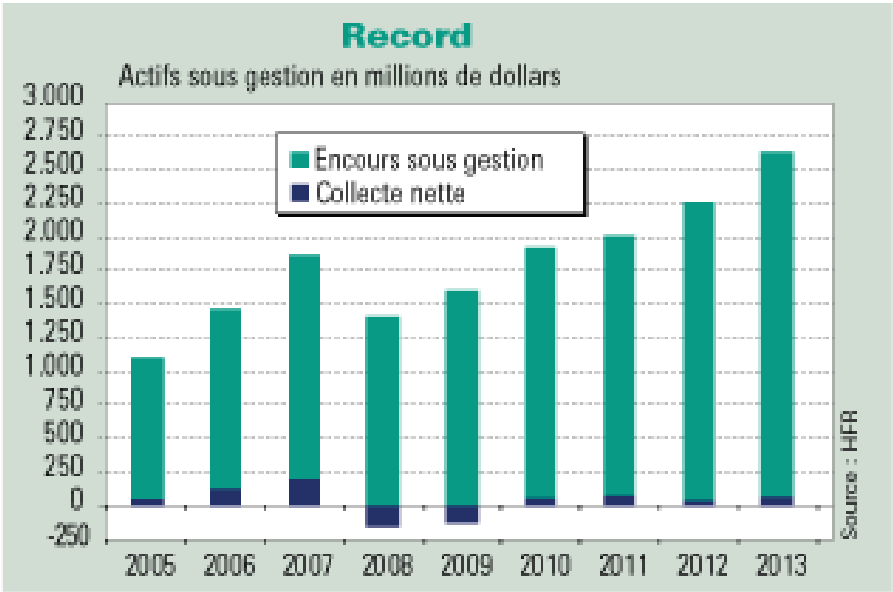
Notre travail de recherche constitue un approfondissement des études de la persistance absolue en se basant sur la notion de mémoire longue ainsi qu'une amélioration des outils économétriques dédiés à la modélisation de la dynamique des rentabilités des *hedge funds*. Plus précisément, nous proposons deux nouvelles modélisations qui permettent de prendre en compte plusieurs spécificités des rentabilités des *hedge funds* comme la persistance et la non-linéarité. Pour réaliser cette recherche, notre travail est organisé en trois chapitres :

- Le premier chapitre est un panorama de l'industrie de *hedge funds* où nous mettons en exergue les propriétés statistiques des rentabilités de cette classe d'actif.
- Le deuxième chapitre expose le volet économétrique de cette étude. Particulièrement, nous développons la notion de changement de persistance et nous montrons l'utilité du recours à des modèles mixtes combinant mémoire longue et changement de régime.
- le troisième chapitre expose, en définitive, des modélisations qui permettent de mieux appréhender les propriétés des *hedge funds*.

CHAPITRE 1: L'INDUSTRIE DES HEDGE FUNDS : DÉFINITIONS, PROPRIÉTÉS ET DYNAMIQUES DES RENTABILITÉS

L'industrie des *hedge funds* a connu une croissance spectaculaire au cours des dernières décennies pour constituer une industrie globale à la pointe de l'innovation financière. Selon l'AIMA¹, cette industrie est dotée d'un apport économique et social considérable en employant 300.000 personnes, soit, directement, dans des sociétés qui gèrent ces fonds soit, indirectement, dans leurs réseaux de conseillers juridiques, de consultants, dépositaires et d'autres prestataires de services. Le fournisseur des données HFR² révèle qu'en 2013 cette industrie a atteint un nouveau pic en termes d'encours sous gestion total avec une valeur de 2628 milliards de dollars.

Figure 1 : Evolution de l'encours géré par les *hedge funds* en Mds\$



¹ Alternative Investment Management Association.

² Hedge Fund Research.

De plus, l'industrie a connu une forte expansion en s'intéressant aux investisseurs institutionnels. Aujourd'hui, les 2/3 environ des capitaux gérés par les *hedge funds* proviennent d'investisseurs institutionnels, tels que des caisses de retraite, des fonds de dotation universitaires, des fondations caritatives et des compagnies d'assurance. Dans cette optique, les *hedge funds* peuvent être perçus comme une source de performance absolue, plus attractive, et décorrélée des rentabilités des actifs standards. Malgré ce succès apparent, et suite à la récente crise financière de 2007 ainsi que les crises récurrentes depuis le début des années 90, notamment, la crise majeure de liquidité bancaire aux Etats-Unis causé par la quasi-faillite du fond LTCM (Long Term Capital Management) en 1998, les *hedge funds* sont souvent associés aux excès de la spéculation et à l'instabilité des marchés. Cette perception de l'univers des *hedge funds* pointe le manque de transparence de l'industrie et place ces fonds comme étant les principaux responsables de la provocation et la propagation d'une contagion systémique.

SECTION 1 : Présentation de l'industrie des *hedge funds*

La création du premier *hedge fund* est attribuée à Alfred Winslow Jones. A la fois journaliste et investisseur, l'intérêt de A. W. Jones pour la finance avait commencé en 1949, alors qu'il écrivait un article sur les techniques utilisées par les gérants de portefeuilles. Il créa son fond sous la forme d'un partenariat général³ afin de ne pas être soumis à l'*Investment Company Act*⁴ de 1940. Afin de générer des profits supérieurs à ceux des gérants de son époque, tout en limitant son exposition au marché⁵, Jones fonda sa stratégie d'investissement sur sa capacité à identifier les titres sous et surévalués, par la suite :

Des positions longues sont prises sur les titres sous-évalués

Des ventes à découvert sont effectuées sur les titres surévalués empruntés.

L'innovation de Jones ne résidait pas dans l'utilisation des ventes à découvert et de l'effet de levier dans la mesure où ces outils existaient déjà mais elle résidait dans le fait de coupler ces techniques de gestion jugées individuellement risquées avec des positions classiques afin de réduire le risque global de son portefeuille. A. W. Jones géra discrètement son fonds jusqu'en

³ Une forme de société disponible aux États-Unis dans laquelle chacun des associés reste sans limite personnellement et indéfiniment responsable des engagements et des dettes du partenariat.

⁴ Une loi américaine visant à protéger les petits investisseurs en limitant l'accès aux produits et pratiques financières risquées.

⁵ Exposition au marché = (Volume des positions longues – Volume des positions courtes) / Capital.

avril 1966, date de parution de l'article « *The Jones that nobody keeps up with* » dans le journal Fortune, où la journaliste Carroll J. Loomis révéla le fonctionnement et les performances extraordinaires du fond avec un rendement annuel moyen de 17.3%. Depuis cette date, le nombre de *hedge funds* et le montant des actifs sous gestion n'ont pas cessé d'augmenter. Ainsi, Jones avait mis en place les bases fondamentales de l'industrie des *hedge funds*.

Nous tenterons à travers cette section d'explorer l'univers des *hedge funds* tout en mettant en exergue les attributs de cette industrie ainsi que les propriétés statistiques des rentabilités de ces fonds.

1.1. Les attributs des *hedge funds*

Une caractéristique principale des *hedge funds* est leur mode de gestion active plutôt que passive. En se basant sur la théorie d'efficience⁶ des marchés financiers, la gestion passive postule qu'il n'est pas possible d'assurer une performance systématiquement supérieure à celle du marché dans son ensemble. Ainsi, il est plus raisonnable de reproduire la performance du marché que de conduire une gestion active. Par opposition, l'approche active rejette l'idée de l'efficience des marchés et vise à faire mieux que la gestion indicielle et ce grâce à deux degrés de libertés à savoir le stock picking⁷ et le market timing⁸.

Par ailleurs, cette la capacité de la gestion traditionnelle active à battre le marché est souvent mise en cause par les résultats empiriques réalisés. Selon le classement Europerformance, en 2002, seulement 20% des OPCVM de la catégorie actions françaises ont réussi à faire mieux que leur indice de référence. Pourtant, les *hedge funds* rejettent intégralement l'hypothèse d'efficience et adoptent ainsi des stratégies actives. Selon Lhabitant (2006), la profitabilité des *hedge funds* ne repose pas sur le rendement à long terme, mais sur l'arbitrage de dysfonctionnement du marché ainsi que sur un avantage compétitif en matière de collecte de l'information ou encore de qualité de recherche et d'analyse. En effet, à la différence de la

⁶ Un marché est dit efficient si tout nouvel élément d'information se répercute immédiatement et intégralement sur le prix des actifs. La théorie financière distingue plusieurs niveaux d'efficience (faible, semi-forte et forte) en fonction du type d'information retenu (information historique, information publique et information confidentielle).

⁷ La capacité du gérant à sélectionner bons titres.

⁸ La capacité du gérant à prévoir l'évolution future du marché

gestion active traditionnelle, les *hedge funds* adoptent une gestion dite alternative où l'objectif est de réaliser une performance absolue et décorrélée de l'évolution des marchés.

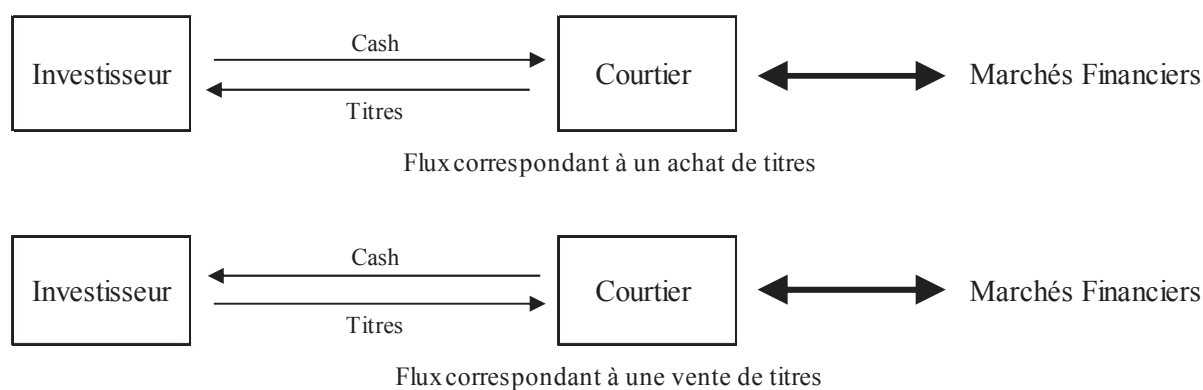
1.1.1. Les techniques de gestion

Pour atteindre leurs objectifs de gestion, les gérants des *hedge funds* disposent d'une palette d'instruments et d'opérations.

1.1.1.1. Les opérations de base : achat et vente des titres au comptant

L'achat et la vente des titres au comptant sont deux opérations courantes dans la gestion d'un portefeuille. Elles peuvent être considérées comme un échange de flux entre l'investisseur et le courtier. Le courtier représente donc un intermédiaire entre l'investisseur et le marché. Contrairement aux gérants des *hedge funds*, les gérants traditionnels limitent leurs opérations aux opérations de base. Leurs achats sont payés immédiatement au moyen des liquidités dont ils disposent et leurs ventes se limitent aux titres qu'ils détiennent dans leurs portefeuilles. De plus, les gérant traditionnels anticipant une hausse générale du marché ne peuvent pas augmenter leur exposition au-delà du capital qui lui attribué. Ils leurs est en effet impossible de dépasser les 100% d'exposition. De même, en cas d'anticipation d'une baisse générale des marchés.

Figure 2 : Opérations de base Achat/Vente au comptant.

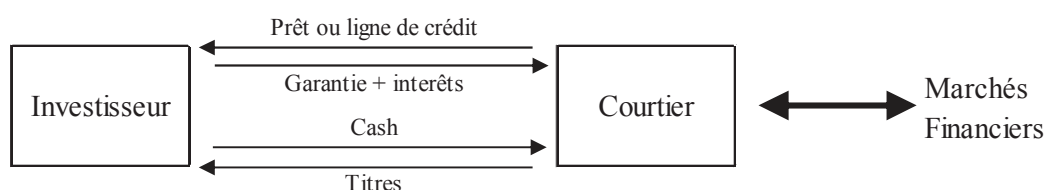


De leur côté, les gérants des *hedge funds* jouissent d'une grande latitude quant à la gestion de leurs portefeuilles et ne sont pas soumis aux mêmes contraintes que les gérants traditionnels. En effet, ils profitent des situations mentionnées précédemment en ayant recours à d'autres types d'opérations telles que l'achat sur marge et la vente à découvert.

1.1.1.2. L'achat sur marge

Conceptuellement, un achat sur marge est équivalent à un achat de titres financés partiellement par un crédit. En pratique, l'investisseur achète des titres en les payant en partie avec ses fonds propres et en partie avec un prêt octroyé par son courtier. La somme initialement déboursée par l'investisseur appelé la marge.

Figure 3 : Opération d'achat sur marge

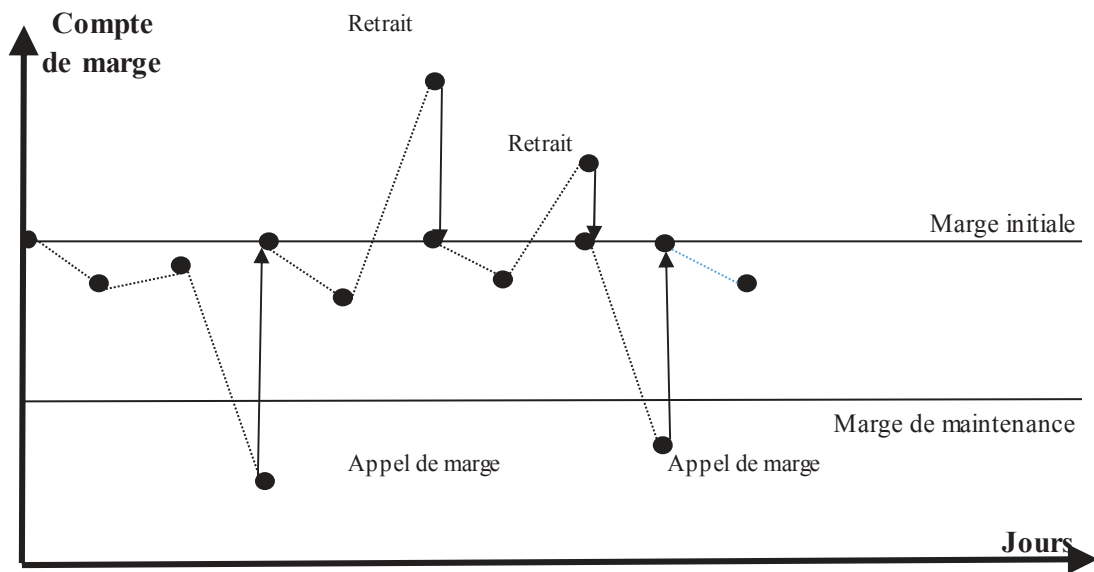


Les courtiers fixent un taux de marge initial minimum qui correspond au pourcentage de la valeur marchande des titres achetés que l'investisseur doit déposer sur son compte de marge avant d'être autorisé à effectuer un achat sur marge⁹. Pour financer l'achat des titres, l'investisseur doit apporter une mise de fond initiale¹⁰. Le reste de la somme sera avancé par le courtier en contrepartie des titres achetés et qui représente une garantie. Afin d'éviter la dépréciation de la valeur de la garantie en cas de baisse des cours, le courtier fixe également un taux de marge de maintenance, qui correspond au pourcentage minimum de la valeur marchande des titres que l'investisseur doit maintenir sur son compte de marge à tout moment. Si le taux de marge de maintenance est atteint, l'investisseur reçoit un appel de marge auquel il doit répondre par un apport de fonds propres supplémentaires afin de ramener son taux de marge au niveau du taux de marge initial.

⁹ Un taux de marge minimum est en fait fixé par les autorités de réglementation de chaque pays, mais chaque courtier a le droit d'appliquer un taux de marge plus élevé à ses investisseurs.

¹⁰ Valeur des titres * taux de marge.

Figure 4 : L'évolution d'un compte de marge

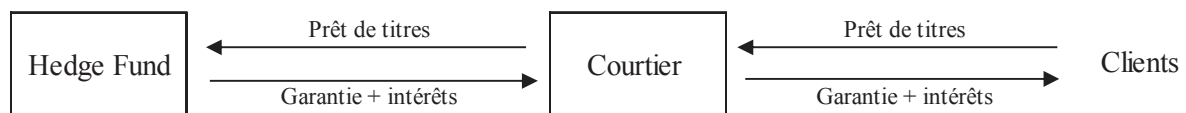


A l'inverse, si le cours des titres achetés augmente, il s'agit en effet d'un excédent sur le compte de marge. L'investisseur peut donc retirer l'excédent de son compte de marge ou l'utiliser pour financer d'autres opérations.

1.1.1.3. Le prêt de titres ou stock lending

Egalement appelée location de titres, l'opération de prêt de titres s'est développée suite à une recommandation du groupe Trene aux gouvernements et aux autorités réglementaires afin de faciliter la liquidation des transactions et d'améliorer la liquidité des marchés financiers. Pour que cette opération se réalise, le règlement-livraison doit se faire le plus rapidement possible et manière à éviter les incidences du défaut de livraison de l'une des contreparties.

Figure 5 : Opération de prêt de titres



En termes de flux, un investisseur prête temporairement des valeurs mobilières qu'il détient en portefeuille. Sa contrepartie s'engage à lui restituer au terme convenu un nombre équivalent de valeurs de mêmes nature et qualité et à lui payer une commission préalablement convenue qui fonctionne comme un intérêt. Ainsi, la contrepartie peut disposer librement des titres dont elle est devenue propriétaire sachant que le prêteur de titres peut décider de rappeler ses titres à tout moment et sur simple demande. Cette opération peut s'effectuer directement entre le prêteur et l'emprunteur ou bien par le biais d'un courtier ou bien une banque d'investissement.

Suite à cette opération, et même si le prêteur ne détient plus ses titres, ce dernier reste exposé à trois grand type de risques :

- ▶ Risque de contrepartie/crédit : celui de ne pas avoir ses titres à l'échéance suite à une défaillance de l'emprunteur.

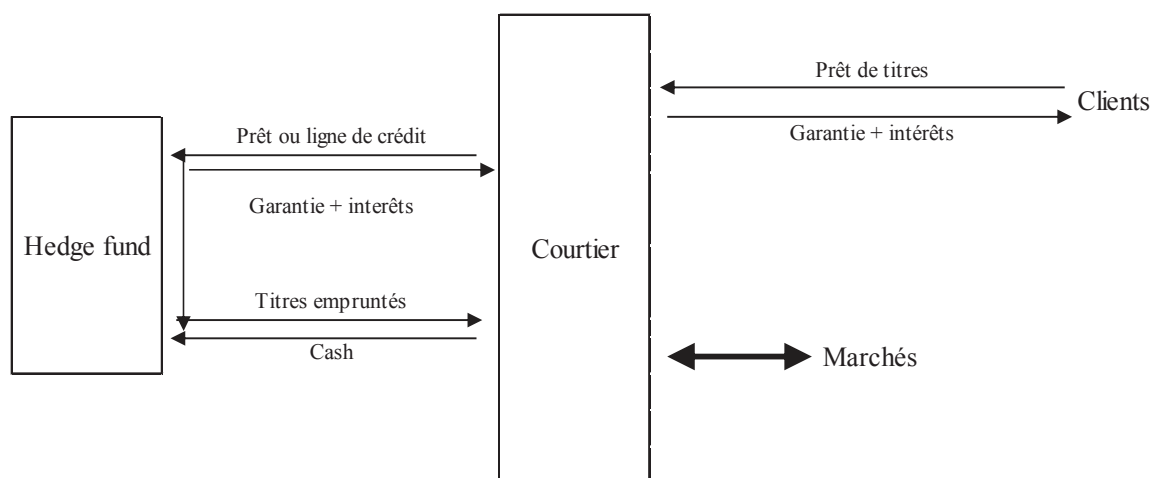
- ▶ Risque de marché relatif aux variations des cours. Le prêteur continue à assumer le risque d'une baisse de la valeur des titres pendant la durée du prêt.

- ▶ Risque de liquidité : les titres sont devenus en quelques sorte illiquides dans la mesure où le prêteur peut se trouver dans l'impossibilité de vendre ses titres pendant la durée du prêt et profiter ainsi d'une hausse de cours ou de limiter ses pertes en cas de baisses.

1.1.1.4. La vente à découvert

La vente à découvert est une opération spéculative que l'investisseur effectue en cas d'anticipation à la baisse du prix d'un titre. L'investisseur emprunte le titre à un courtier en s'engageant à le restituer ultérieurement, et il vend le titre dont il n'est pas propriétaire. Si le prix de l'action baisse après la vente à découvert, le vendeur pourra alors racheter un nombre équivalent en titres à un prix inférieur et les restituer au courtier. Si le prix du titre augmente après l'opération de vente à découvert, l'investisseur subit une perte dans la mesure où il rachète le titre plus cher qu'il ne l'a vendu. Le courtier s'assure de la restitution des titres empruntés en exigeant une couverture sous la forme d'un compte de marge.

Figure 6 : La vente à découvert



Dans certains marchés, comme Hong Kong ou le Japon, les ventes à découvert ne sont autorisées que si le mouvement observé sur le cours du titre vendu est à la hausse (*uptik rule*). Malgré les critiques qui sont régulièrement adressées à la vente à découvert en particulier pendant les phases de marchés baissiers ou crises financières, le 18 mai 2007, La Securities and Exchange Commission a éliminé cette règle. Suite à des tests effectués depuis plusieurs années, SEC a constaté qu'il n'y avait pas d'impact important de cette opération dans l'évolution du marché et les responsables de la SEC ont voté à l'unanimité pour l'abolition de la *uptik rule*.

Sur le plan académique, plusieurs études ont tenté de mettre en exergue les avantages de la vente à découvert. En étudiant l'impact de cette opération sur 47 marchés financiers, Goetzmann et al. (2003) stipulent que les ventes à découvert permettent d'améliorer l'efficacité des marchés en permettant un ajustement plus rapide des cours quand une nouvelle information arrive et ce bien évidemment avec une volatilité plus importante à court terme.

1.1.2. Définitions et caractéristiques des *hedge funds*

L'absence d'une définition formelle et consensuelle des *hedge funds*, que ce soit d'un point de vue juridique ou financier, rend la définition de cette notion une tâche ardue. Selon Hansell

(1994)¹¹: «Un *hedge fund* est un fond d'investissement flexible destiné aux familles riches et aux investisseurs institutionnels. L'investissement minimum est d'un million de dollar et le dirigeant reçoit environ 20% des profits réalisés. Les *hedge funds* peuvent utiliser toute technique y compris les ventes à découvert, l'emprunt, l'effet de levier, ... ».

Cottier (1995)¹² définit un *hedge fund* comme étant :

« Toute forme d'investissement, de sociétés et de partenariat privé qui utilise des produits dérivés, et/ou peut acheter/vendre à découvert, et/ou utilise de manière significative un effet de levier par recours à l'emprunt. ». De leur côté, Merieux et Marchand (1997) considèrent qu'un *hedge fund* est un «Fond d'investissement spéculatifs utilisant des techniques sophistiquées d'arbitrage et d'effet de levier sur les marchés d'actions. »¹³

Littéralement, un *hedge fund* se traduit par fond de couverture. Par ailleurs, il existe plusieurs autres traductions car les activités d'un *hedge fund* ne se limitent pas à l'arbitrage et diverses techniques de gestion sont mises en œuvre pour atteindre les objectifs de gestion. Cavalier et Suel (2009) soulignent l'existence de plusieurs traductions qui désignent ces fonds : fond à effet de levier (avec un fort recours à l'endettement), fond d'arbitrage à gestion agressive (exploitant les différences entre divers actifs financiers) ou bien fond de performance absolue (car ils assurent un rendement indépendants des conditions du marché). Dans un contexte plus large, les *hedge funds* sont appelés fonds spéculatifs¹⁴ dans la mesure où les techniques employées cherchent à spéculer sur l'évolution future de divers marchés, gaz naturel, devises ou même art contemporain. Cette diversité terminologique traduit l'absence d'une définition juridique des *hedge funds*.

Dans un cadre très large, l'Autorité des Marchés Financiers (AMF) fait référence aux techniques de gestion utilisées en désignant les *hedge funds* comme étant des fonds de gestion alternative, d'autres mettent en exergue le public (investisseur) (qualifié et fortuné) auquel s'adresse ce type de fond en qualifiant les *hedge funds* de fonds privés. D'autres autorités telles que Le Financial Stability Forum (FSF) emploie l'expression « institutions à fort effet

¹¹ Hansell Saul : Big and secretive Hedges Funds scrutinized, The New York Times, 13/04/1994.

¹² Cottier Philippe: Hedges Funds and managed futures, Bern, 1995.

¹³ Merieux Antoine et Marchand Christophe : Les marchés financiers américains, Le Monde Edition, 1997

¹⁴ La dénomination fond spéculatif est parue pour la première fois dans le journal officiel du 14 aout 2008.

de levier » (« highly leveraged institutions ») et la Commission européenne, de même que les professionnels du secteur de la gestion financière comme l'association française de la gestion financière (AFG), les qualifient parfois de fonds spéculatifs. Certains intervenants de l'industrie des *Hedge funds* ont proposé leurs propres définitions. Le fournisseur de données relatives aux *Hedge funds* Center for International Securities and Derivates Market (CISDIM) adopte la définition suivante :

« Le terme *hedge fund* regroupe un certain nombre de stratégies d'investissement qui offrent des opportunités de risque et de rendement que l'on ne trouve généralement pas dans investissements traditionnels en actions et en obligations. En général, les *hedge funds* sont des entités d'investissements privées peu règlementées qui gèrent les actifs de leurs clients par l'utilisation de stratégies d'investissement qui sont peu règlementées, qui utilisent le levier et qui perçoivent souvent une commission de performance, et qui utilisent les marchés de cash de futures et des options au bénéfice de leurs investisseurs» .

Hedge fund Research (HFR), un autre fournisseur de données spécialisé dans l'investissement alternatif, considère qu'un *hedge fund* est « une structure qui est généralement une association privée d'investissement ou un fond extraterritorial. Cette structure perçoit une commission à la performance qui récompense le gérant par un pourcentage des profits que le fond gagne. Des exemptions d'enregistrement limitent le nombre de participants qui doivent être des investisseurs accrédités ou des investisseurs institutionnels. Tous les *hedge funds* ne sont pas semblables ; les gérants se spécialisent généralement dans une des nombreuses stratégies d'investissement alternatives qui opèrent à travers la structure d'un *hedge fund* ».

Il est extrêmement difficile de décrire ce que c'est un *hedge fund* sans se heurter à des problèmes de confusion avec d'autres types de fonds. En effet, certains fonds d'investissement peuvent avoir des caractéristiques similaires à celles des *hedge funds* (mutual funds, private equity, commodity pool). Cependant, les différentes définitions proposées des *hedge funds* s'articulent autour d'un certain nombre de points communs :

- Ce sont des fonds d'investissement privés qui ne subissent pas les réglementations généralement appliquées aux fonds d'investissements collectifs.

- Ils adressent à des investisseurs qui doivent remplir certaines conditions particulières en termes de qualification et de fortune. Ces derniers sont principalement des riches particuliers, des fonds d'investissement traditionnels, des banques ou des compagnies d'assurances.
- Ils ont la possibilité d'une utilisation illimitée des produits dérivés ainsi qu'un accès libre à l'effet de levier et aux ventes à découvert : Les gérants mettent en place des stratégies d'investissement dites alternatives dont l'objectif principal est de profiter de l'inefficience des marchés.
- Ils cherchent des opportunités d'investissement non seulement sur les marchés financiers traditionnels et leurs dérivés mais aussi toutes sortes d'investissements inhabituels. Ils ont donc la possibilité d'acquérir des actifs illiquides et/ou complexes.
- Ils pratiquent un système de rémunération des gérants lié à la performance – frais de gestion : 2% des actifs en gestion, honoraire : 20% des gains en cas de performance positive,- ce qui constitue une motivation puissante pour prendre des risques importants.
- Ils choisissent le plus souvent de réduire la liquidité qu'ils offrent à leurs actionnaires : les investisseurs ne peuvent récupérer leur mise qu'à certaines dates précises, les parts étant bloquées pendant des durées minimales (*lock-up period*), généralement d'un an ou plus, spécifiques à chaque fond. De plus, les investisseurs désirant liquider leurs parts de fonds doivent respecter une période de liquidation (*redemption period*), qui dure généralement 3 mois, et qui est aussi propre à chaque fond. En effet, les *hedge funds* sont le plus souvent constitués à capital fixe (closed ended funds) et l'imposition de la *lock-up period* et de la *redemption period* permet de faire face à la contrainte de liquidité à laquelle les gérants font face pour mettre en œuvre leurs stratégies d'investissements.

Ainsi, les *hedge funds* sont l'un des outils de la gestion alternative, qui ont donc pour objectif une maximisation du rendement financier par une gestion décarrelée des marchés financiers

visant à offrir au porteur une performance régulière et absolue quelle que soit l'évolution de ces marchés. Contrairement à leur nom qui signifie couverture, sont des fonds d'investissement non cotés à vocation spéculative. Ce sont des fonds spéculatifs recherchant des rentabilités élevées et qui utilisent abondamment les produits dérivés, en particuliers les options. Ils utilisent l'effet de levier, c'est-à-dire la capacité à engager un volume de capitaux qui soit un multiple plus ou moins grand de la valeur de leurs capitaux propres. Les *hedge funds* présentent l'intérêt d'offrir une diversification supplémentaire aux portefeuilles « classiques » car leurs résultats sont en théorie déconnectés des performances des marchés d'actions et d'obligations. Nous retenons la définition de Capocci (2004) qui semble être la plus complète : « Un *hedge fund* est une association privée d'investissements utilisant un large éventail d'instruments financiers classiques et des techniques spécifiques comme la vente à découvert d'actions, les produits dérivés le levier ou l'arbitrage, et ce sur différents marchés. Généralement, les gérants de ces fonds y investissent une partie de leurs ressources et sont rémunérés suivant leur performance. Ces fonds exigent souvent des investissements minimum élevés et leur accès est limité. Ils s'adressent particulièrement à une clientèle fortunée, qu'elle soit privée ou institutionnelle. »

1.2. Les stratégies des *hedge funds*

La classification des *hedge funds* dans des groupes standardisés et homogènes est une tâche complexe vu l'évolution rapide de cette industrie. En effet, les gérants jouissent d'une certaine liberté pour mettre en place leurs stratégies d'investissement. Cela aboutit à une multitude de stratégies d'investissement pouvant varier d'un gérant à l'autre selon le style de gestion et les actifs retenus. Certains gérants peuvent également changer de stratégie au cours du temps afin de profiter des opportunités qui s'offrent à eux tandis que d'autres stratégies évoluent ou disparaissent en fonction des conditions du marché et de la demande des investisseurs. Cela montre la difficulté d'obtenir une classification stable qui soit réellement représentative d'un univers en perpétuel mouvement.

Toutefois, la classification des *hedge funds* en sous-ensembles cohérents est nécessaire afin que les investisseurs puissent s'orienter dans le choix de leurs investissements. Il s'agit dans un premier temps de s'orienter vers un style de fond en examinant sa performance et son secteur. En particulier la rentabilité moyenne du fond est une référence significative et permet

à l'investisseur de choisir le bon gérant. En d'autres termes, l'objectif d'une classification des fonds en stratégies est de proposer aux investisseurs des produits d'investissement plus proches de leurs besoins et de leurs attentes. De plus, la classification des différentes stratégies des *Hedge funds* permet la création d'indices par stratégie et offre aux investisseurs la possibilité de suivre l'évolution des performances de celles-ci. Notons que les principaux fournisseurs de données relatives aux *hedge funds* tels que *Hedge Fund Research* (HFR), *Tremont Tass Research* et *Center of International Securities and Derivates Markets* (CISDM) offrent leurs propres classifications.

Aujourd'hui plusieurs classifications permettent de cerner l'univers des *hedge funds*. Nous présentons les principales stratégies tout en distinguant deux catégories : les stratégies d'investissement dites non-directionnelles et les stratégies directionnelles.

1.2.1. Les stratégies non-directionnelles

La première catégorie des stratégies des *Hedge funds* est dite non-directionnelle dans la mesure où telles stratégies sont faiblement corrélées avec le marché. Dans le cadre de cette catégorie, les gérants ne cherchent pas à profiter d'une tendance particulière du marché. Ainsi, les stratégies appliquées peuvent être neutre par rapport au marché. Au sein de cette première famille, nous distinguons plusieurs sous-stratégies qui sont présentées dans les sous-sections qui suivent.

1.2.1.1. *Equity Market Neutral*

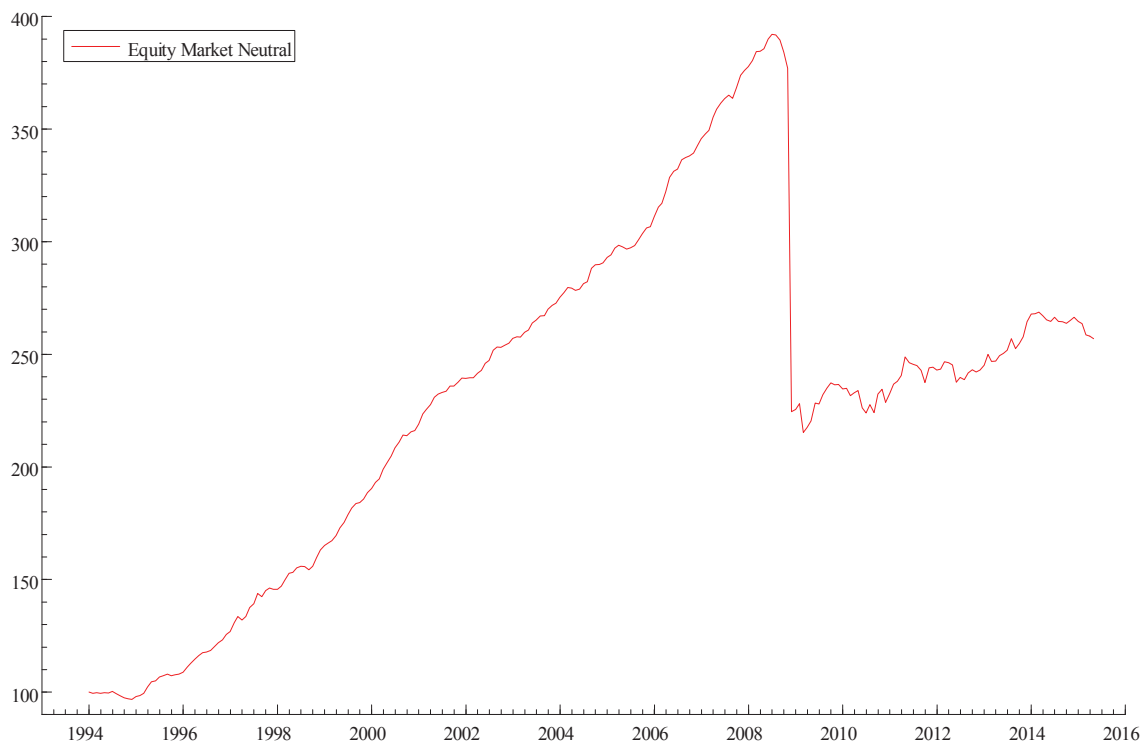
Comme son nom l'indique, à travers cette stratégie, les gérants cherchent à réaliser un investissement neutre sur le marché des actions. En effet, les gérants visent à avoir une position totale neutre par rapport au marché par le biais des positions longues et courtes. L'élaboration de cette stratégie s'effectue indépendamment des titres sélectionnés. L'objectif principal du gérant est d'exploiter les inefficiences du marché et de tirer profit de l'écart qui existe entre le prix de marché des actions et l'estimation théorique de leurs prix, tout en gardant une position neutre au marché.

Les portefeuilles market neutral visent à couvrir le risque de marché, c'est-à-dire avoir une exposition au marché très faible. Ainsi, ils permettent d'avoir des positions neutres en terme

e bêta (sensibilité par rapport au marché), d'éliminer non seulement le risque de marché, mais aussi l'exposition à une devise ou bien un secteur ou une branche particulière.

Parmi les principales sous stratégies, nous retrouvons la sous stratégie : *Statistical arbitrage*, *Fixed Income Arbitrage* et *Mortgae Backed Security* ...

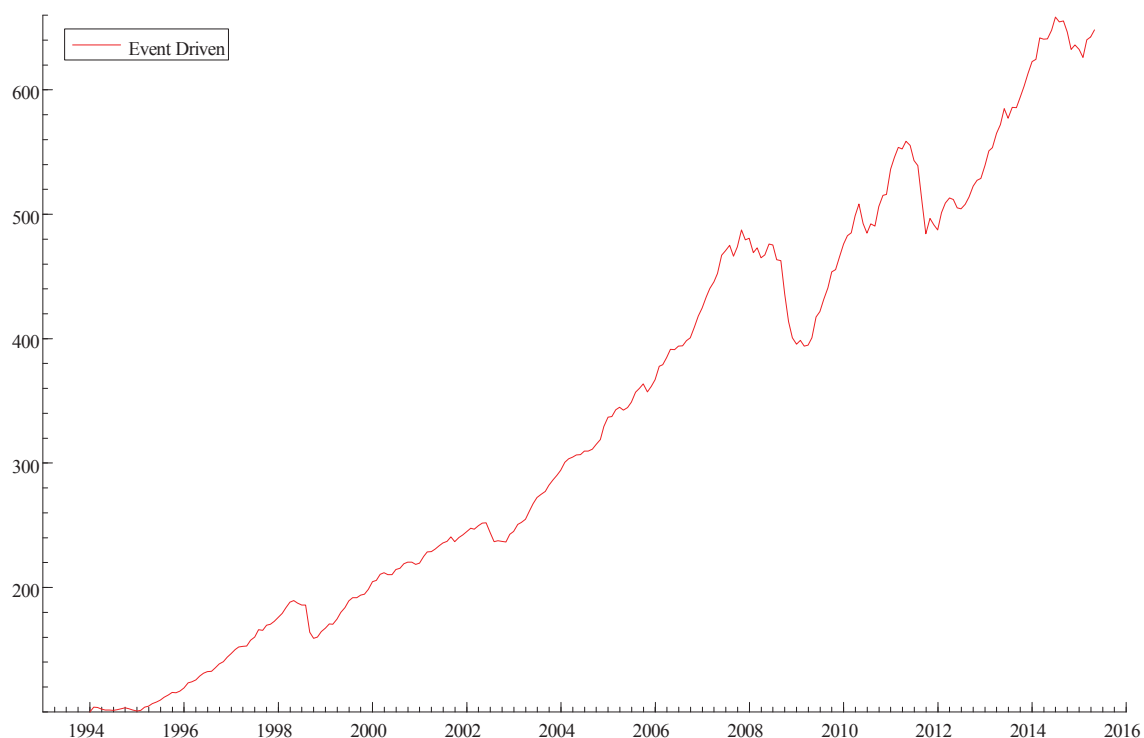
Figure 7 : Evolution de l'indice de la stratégie *Equity Market Neutral* CSFB/Tremont de janvier 1994 à avril 2015



1.2.1.2. *Even Driven*

Les gérants des fonds *Even Driven* cherchent à tirer profit d'évènements ou circonstances dans laquelle peut se trouver une entreprise. Ces situations peuvent être : des fusions, acquisitions, les offre publiques d'achat ou d'échange (OPA, OPE), les situations de faillite ou encore les opérations de restructurations. Des situations spéciales telles que le changement de notation peuvent faire l'objet d'opération d'arbitrage.

Plusieurs fonds changent leurs processus d'investissement selon les conditions du marché mais de manière générale, on peut distinguer les trois stratégies suivantes : distressed securities (société en détresse), risk arbitrage (fusion et acquisition) et spécial situations (autres situations spéciales).

Figure 8 : Evolution de l'indice de la stratégie *Event Driven* CSFB/Tremont de janvier 1994 à avril 2015

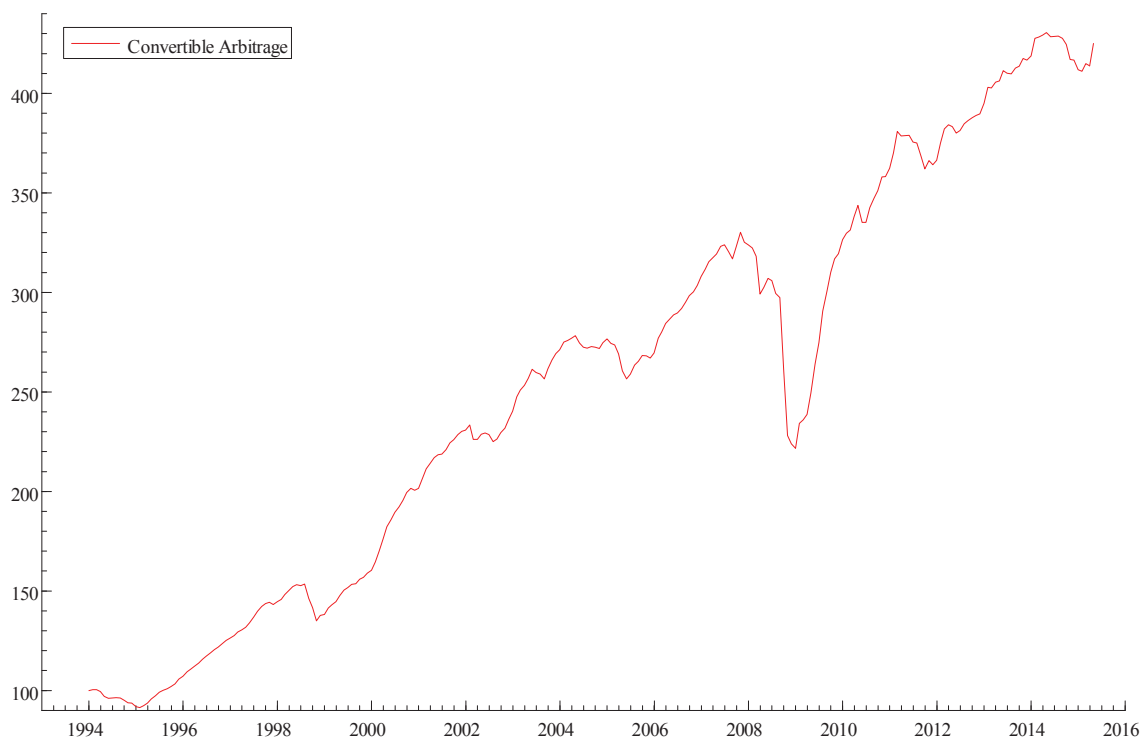
1.2.1.3. *Convertible Arbitrage*

Une obligation convertible est un titre qui donne à son détenteur le droit de l'échanger contre un nombre prédéterminé d'action à n'importe quel instant dans le temps entre la date d'émission de titre et la date de maturité de l'obligation. Ce sont des actifs hybrides combinant une obligation émise par une société et une option d'achat d'action de cette même société. En effet, le détenteur d'une obligation convertible détient une obligation classique ainsi que le droit de l'échanger contre un équivalent préétabli en action de la même société émettrice.

Dans le cadre de cette stratégie d'investissement, les gérants se focalisent sur les obligations convertibles en essayant de profiter de la relation de prix qui les obligations convertibles et les actions sous-jacentes. Les gérants identifient des obligations convertibles mal évaluées avec un profil risque rendement favorable et réalisent un profit grâce à leurs connaissances des relations de prix complexes entre les obligations convertibles et son sous-jacent. En effet, le prix de l'obligation convertible est sensible à plusieurs facteurs qui mettent en exergue le caractère complexe ainsi que l'importance des facteurs de risque qui y sont liés tels que le

taux d'intérêt, le prix de l'action, la volatilité et le spread de crédit en rapport avec la notation de la société émettrice.

Figure 9 : Evolution de l'indice de la stratégie *Convertible Arbitrage* CSFB/Tremont de janvier 1994 à avril 2015



1.2.1.4. *Fixed Income Arbitrage*

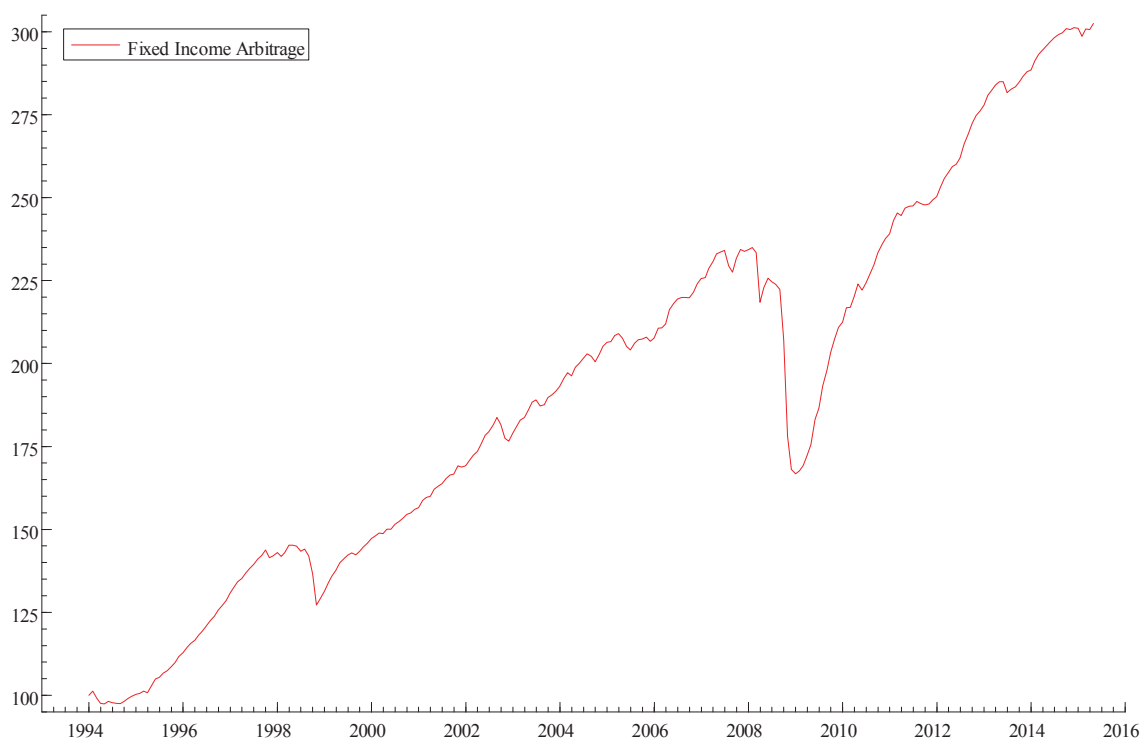
Les spécialistes de cette stratégie d'investissement se focalisent sur les titres à rendement fixe, tel que les actifs obligataires ainsi que les produits financiers relatifs au marché de crédit.

L'objectif des gérants est de tirer profit de l'inefficience des marchés en identifiant des relations à long terme qui existent entre des produits de taux ainsi qu'un éventuel écart entre le prix de marché et les prix théoriques d'équilibre de certains actifs. Généralement, les gérants visent à limiter l'exposition aux mouvements généralisés des taux d'intérêt, en prenant simultanément à des positions longues et courtes sur des actifs ayant des caractéristiques similaires telle que la duration, la notation ou bien la durée de l'actif.

Les gérants mettent en place des modèles d'analyses très sophistiqués afin de générer une performance régulière tout en maîtrisant l'effet de variation des taux ainsi que la volatilité. Le processus d'investissement de la stratégie *Global Macro* repose essentiellement sur la

detection de disparités de prix, car les prix des titres à revenus fixes sont liés à divers facteurs comme la courbe des taux, la courbe de volatilité. En effet, le principe de cette stratégie stipule que les prix théoriques de deux actifs de même rendement et profil risque, doivent avoir des prix de marché similaires. Si les prix de marchés relatifs sont différents, ils doivent converger vers un même prix historique.

Figure 10 : Evolution de l'indice de la stratégie *Fixed Income Arbitrage* CSFB/Tremont de janvier 1994 à avril 2015



Parmi les principales sous-stratégies de la catégorie *Fixed Income Arbitrage*, nous retrouvons la stratégie mortgage backed securities (MBS) qui se concentrent sur les titres obligations hypothécaires¹⁵ avec option de remboursement au gré de l'emprunteur, qui sont des titres à revenus fixes principalement émis et négociés aux états-unis. Les MBS ne sont pas émis par un emprunteur unique mais par des banques commerciales, des agences d'Etat ou des entreprises sponsorisées par l'Etat. Les agences chargées de regrouper les dettes émises par les emprunteurs, acquièrent des groupements d'investissements et les financent en émettant des MBS. Le détenteur d'un MBS ne détient pas alors une partie de la dette d'un emprunteur

¹⁵ Des titres représentatifs d'une portion du groupement d'un ensemble d'emprunts hypothécaires. Ils sont émis par des sociétés spécialisées et peuvent être garantis par le gouvernement. Une institution financière regroupe les emprunts avec des caractéristiques similaires dans portefeuille et les titrise dans titre de dette.

particulier mais une partie de groupement d'emprunt. La principale spécificité de ce type de produit est que les emprunteurs ont la possibilité de rembourser prématurément leur emprunt.

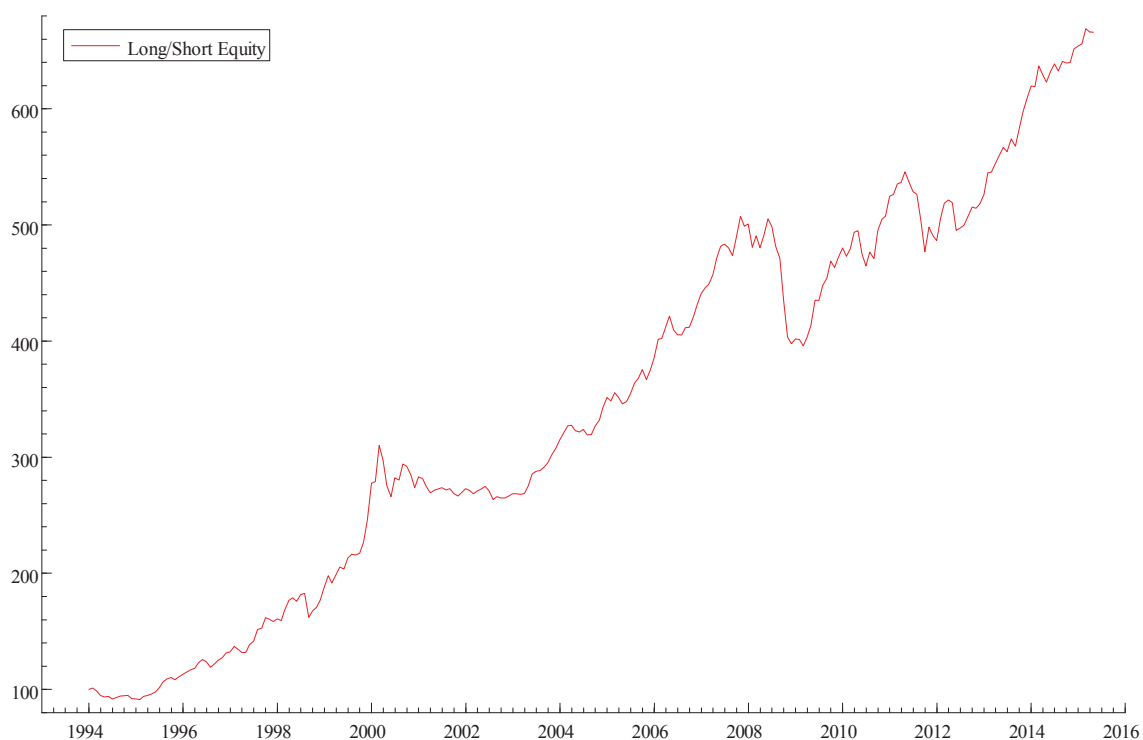
1.2.2. Les stratégies directionnelles

L'objectif de cette catégorie de stratégies d'investissement est de chercher à exploiter les grandes tendances des marchés plutôt que de se focaliser sur l'analyse de titres en particulier. Elle reprend la stratégie de base *Long/Short Equity*, investis sur les marchés développés ou émergents, ainsi que les fonds opérant sur un secteur bien précis.

1.2.2.1. *Long/Short Equity*

Il s'agit de la catégorie de fond la plus importante en terme de montant des capitaux gérés ainsi qu'en nombre de fonds. L'objectif de cette stratégie n'est pas seulement de maintenir une exposition neutre au marché mais aussi de présenter une partie exposée au marché constituée de positions longues.

Figure 11 : Evolution de l'indice de la stratégie *Long/Short Equity* CSFB/Tremont de janvier 1994 à avril 2015



L'objectif est donc de contrôler le risque de marché en combinant des positions longues et des positions à découvert. Les rendements ont deux sources principales et ils dépendent essentiellement de la capacité des gérants à sélectionner les bons titres à acheter ou à vendre à découvert. Ensuite, intervient le rehaussement des rendements grâce à l'utilisation du levier financier.

Le portefeuille construit par les gérants se compose en grande partie d'actions, pour la partie longue, même si certains gérants peuvent y incorporer d'autres types d'actifs tels que les obligations ou bien les bons de trésor. Quant à elle, la partie courte se compose de produits dérivés (options, futures) ou par des ventes à découvert. Le profit généré par la stratégie *Long/Short Equity*, dépend de la capacité des gérants à sélectionner les actions dont le prix est sous-évalué (position longue) et celle dont les prix sont surévalués (partie courte). Une performance absolue, indépendante des conditions du marché, si le cours des actions incorporée dans la partie longue baissent moins que ceux constituant la partie courte.

Cette stratégie d'investissement englobe un certain nombre de sous-stratégie visant à différencier les fonds investissant dans divers secteurs. Parmi les principales sous stratégies, nous pouvons citer la stratégie LSE US, regroupant les fonds qui investissent sur le marché boursier américain, ou bien la sous-stratégie LES Europe/Asie.

1.2.2.2. *Emerging Markets*

Cette catégorie de stratégie a pour objectif d'investir d'une manière directionnelle sur les marchés boursiers des pays émergents. Les gérants s'intéressent particulièrement aux produits financiers des pays émergents, actions et bons de trésors, émis par les sociétés et les Etats de ces pays. Les marchés en question regroupent des zones d'investissement telle que l'Amérique latine, l'Europe de l'est, l'Afrique et certains pays de l'Asie.

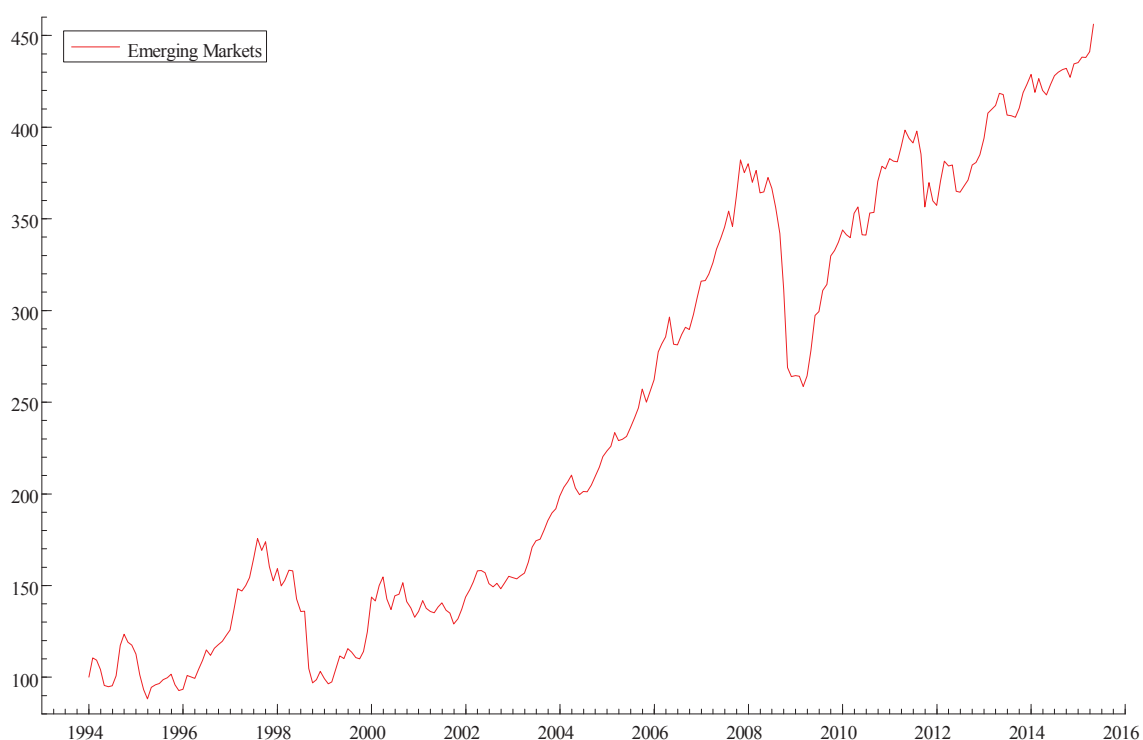
Les gérants des fonds *Emerging Markets* investissent dans des actions ou dans la dette des marchés de pays émergents en adoptant une démarche globale qui consiste à investir dans plusieurs zones géographiques ou bien en ciblant des zones particulières dans la mesure où chaque zone jouit ses propres caractéristiques : processus de convergence vers l'Union européenne pour la zone Europe de l'est, modèle de croissance basé sur l'exportation en Asie ou bien importante réserve en matières premières pour l'Amérique Latine.

Les investissements dans ces zones offrent des opportunités réelles sur leur croissance rapide ainsi que certaines caractéristiques d'inefficience spécifiques. Par ailleurs, les gérants des fonds *Emergent Markets* sont confrontés à des marchés dont les principaux risques incluent :

- Un accès limité à l'information
- Un manque de liquidité
- Une infrastructure financière sous développée ou quasi-inexistante
- Un risque politique élevé

L'ensemble de ces risques contraint les gérants des fonds *Emerging Markets* à adopter des stratégies passives de type *Long-only*.

Figure 12 : Evolution de l'indice de la stratégie *Emerging Markets* CSFB/Tremont de janvier 1994 à avril 2015

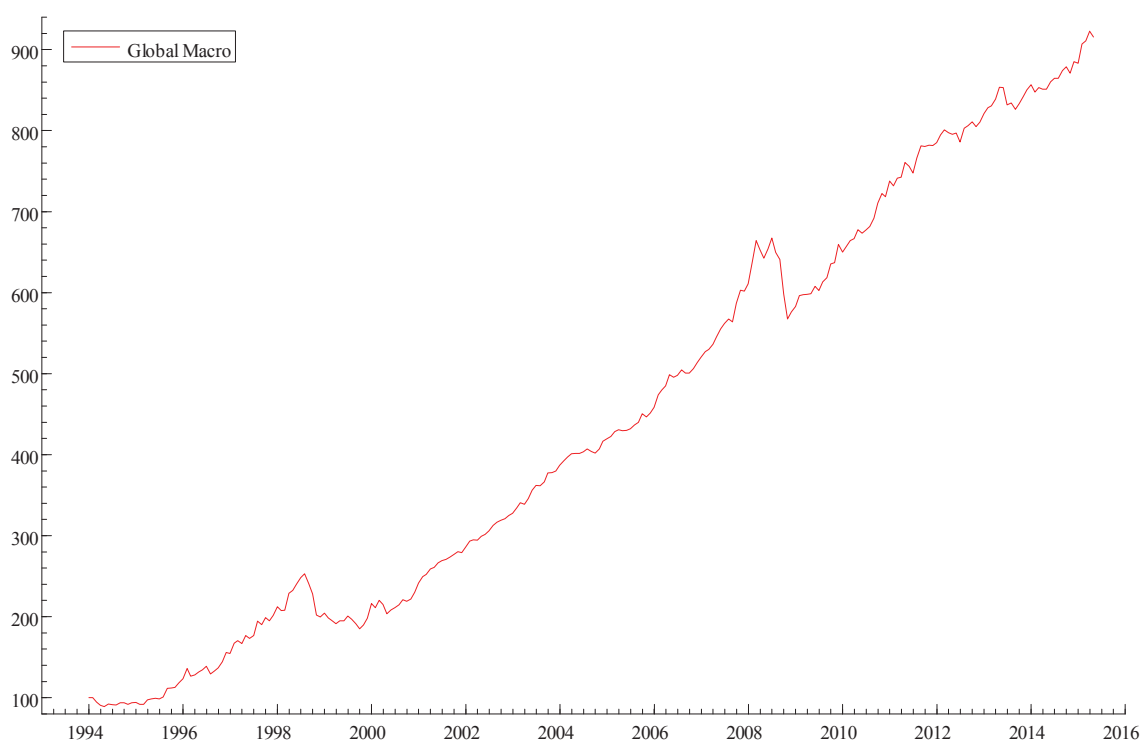


1.2.2.3. *Global Macro*

Les fonds *Global Macro* visent à avoir une approche macro-économique globale dans le but de profiter d'opportunités présentes sur les marchés mondiaux et leurs interconnexions. Les gérants analysent les fondamentaux économiques tels que le niveau de chômage, l'inflation, la situation politique d'un pays et les impacts qu'ont les événements politiques et macro-économiques sur la tendance fondamentale d'un marché.

Les spécialistes de ces fonds, s'intéressent à des actifs tels que les actions, les obligations, les bons de trésor, des devises et des matières premières. Cette catégorie d'investissement dépend des choix des gérants et opportunités qui se présentent. Certains gérants recourent fortement à l'analyse fondamentale afin d'obtenir une appréciation globale pour un marché, d'autres gérants utilisent l'analyse technique dans le but de déterminer si les tendances à long terme se vérifient à court terme. Les gérants des fonds *Global Macro* détectent des fluctuations inhabituelles et réalisent des gains en identifiant où la prime de risque s'est le plus éloigné de la situation d'équilibre. La capacité du gérant à choisir les données les plus pertinentes et sa capacité à les traiter sont donc deux points essentiels.

Figure 13 : Evolution de l'indice de la stratégie *Global Macro* CSFB/Tremont de janvier 1994 à avril 2015

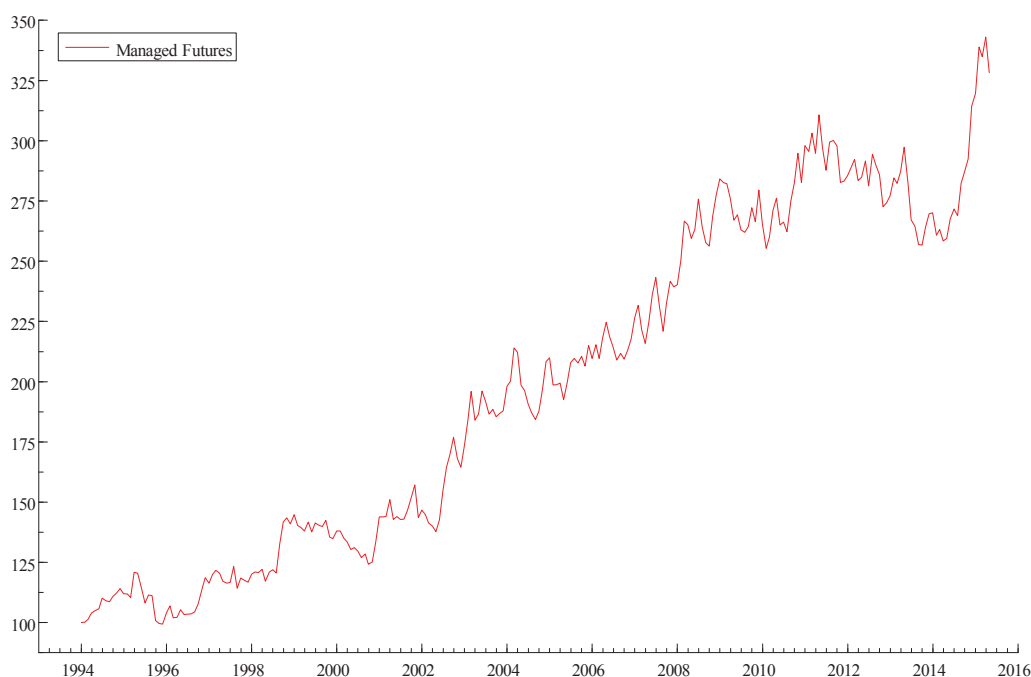


1.2.2.4. *Managed Futures*

Les fonds *Managed Futures*, appelés aussi « fonds de contrat à terme », investissent sur le marché de futures. Les gérants de ce type de fond visent à détecter des tendances sur le marché et prennent des positions longues et courtes sur des contrats à terme en fonction de leurs anticipations. Les profits sont générés si les tendances attendues se confirment.

Dans le cadre de ces stratégies, les gérants optent pour deux types d'approches. Une approche discrétionnaire, où les gérants n'utilisent aucun modèle et ne font confiance qu'à leur intuition et à leurs expériences des marchés. Les gérants discrétionnaires concentrent leurs positions sur un secteur ou un marché qu'ils connaissent très bien. La deuxième approche est une approche systématique, les gérants font confiance absolue aux recommandations d'un modèle quantitatif. Aujourd'hui, la majorité des fonds sont gérés quantitativement à partir de modèles mathématiques complexes mis en œuvre automatiquement par des ordinateurs très puissants. L'approche multi-modèle comprend généralement des modèles *trend following* (suiveurs de tendance), des modèles basés sur des informations fondamentales et économétriques et dans certains cas des modèles basés sur des principes de finance comportementale. Les ordres sont passés automatiquement et l'intervention du gérant se limite au contrôle du fonctionnement du modèle afin qu'il soit performant.

Figure 14 : Evolution de l'indice de la stratégie *Managed Futures* CSFB/Tremont de janvier 1994 à avril 2015



Les fonds *Managed Futures* comprennent diverses sous-stratégies. Les principales sont les trend following qui visent à profiter des tendances à moyen et long terme, les trend reversals, visant de profiter des points d'inflexion dans les marchés et les fonds contrarian qui cherchent à vendre au pic du marché et à acheter au plus bas.

SECTION 2 : Propriétés des rentabilités des *hedge funds*

Les rentabilités des *hedge funds* présentent des caractéristiques différentes de celles des actifs standards. En effet, contrairement aux fonds traditionnels, ces rentabilités font l'objet d'expositions non linéaires. D'après (Fung et Hsieh 1997), Agarwal et Naik (2001) et Amin et Kat (2003), la mise en œuvre de stratégies dynamiques d'investissement et l'utilisation de positions statiques ou dynamiques en produits dérivés et instruments optionnels accentuent le caractère non linéaire des rentabilités de cette classe d'actifs. De plus, les *hedge funds* sont exposés à plusieurs sources de risques ayant un impact plus important que celui du risque de marché à l'instar du risque de volatilité, le risque de défaut ou bien le risque de liquidité.

En d'autres termes, les gérants des *hedge funds* mettent en œuvre des stratégies dynamiques tout en jouissant d'une grande latitude quant au choix des actifs incorporés dans leurs portefeuilles (actions, obligations, produits dérivés, immobilier ...) ainsi qu'aux techniques de gestion utilisées (vente à découvert, effet de levier ...). La complexité et la technicité des stratégies rend indispensable l'emploi de mesures de performances et de risques appropriés aux propriétés des rentabilités des *hedge funds*. Certains auteurs, Lo (2001), Brooks et Kat (2002) ont mis en évidence les faiblesses des indicateurs traditionnels de mesure de performance et des risques dans le cadre de l'évaluation des performances des *hedge funds*.

Par ailleurs, la mesure des performances des *hedge funds* et l'étude des propriétés statistiques des rentabilités de ces fonds doit tenir compte des différents biais relatif à l'univers des *hedge funds* tels que le biais de sélection ou bien le biais de survivant

2.1. Les biais relatifs aux bases de données

Les indices de *hedge funds* ont connu une croissance importante au cours des dernières années, permettant à la fois de donner une information synthétique sur la croissance générale de l'industrie des *hedge funds* et reflétant l'évolution des différentes stratégies en étant des

benchmark dans des modèles d'évaluation de la performance. Selon Le Comité des régulateurs des marchés européens de valeurs mobilières (Committee of European Securities Regulators, CESR)¹⁶, les indices des *hedge funds* doivent respecter un certains nombres de critères afin d'être considérés comme « indices financiers » :

- *Transparence* : Toutes les règles utiles, incluant les méthodes de construction de l'indice (c'est-à-dire, la méthode de calcul, la méthode de pondération, la méthode de rebalancement, etc.) et le principe de sélection des composantes, doivent être publiées de façon claire. Toute modification ultérieure, affectant l'une ou l'autre de ces règles, doit être annoncée avant d'être faite, et toutes les difficultés opérationnelles, qui pourraient conduire à une information inexacte, doivent être révélées. Il est de plus requis qu'un indice soit publié rapidement, afin de se conformer aux standards de transparence.
- *Diversification* : L'indice doit être suffisamment diversifié; en d'autres termes, le portefeuille sous-jacent à l'indice ne doit pas être concentré sur un seul groupe d'actifs, de sorte que l'indice ne soit pas influencé par les changements touchant l'une ou l'autre de ses petites composantes. C'est le choix de la méthode de construction de l'indice, et tout particulièrement des règles de pondération, qui permet d'obtenir cette diversification. La Directive établit, dans l'Article 25, des limites sur les poids des fonds d'investissement, limites qui doivent aussi être utilisées pour les indices.
- *Représentativité* : En tant que benchmark d'un marché particulier, l'indice doit fournir à ses utilisateurs des informations significatives et utiles sur ce marché. La fluctuation de l'indice doit décrire les changements réels du marché qu'il représente. Maintenir la représentativité d'un indice est un travail continu, qui suppose des révisions et des rebalancements périodiques.

L'ensemble des biais présents dans les bases des données aboutissent à des indices biaisés et partiellement représentatif de l'industrie des *hedge funds*. Fung et Hsieh (2000, 2002), indiquent que certains biais comme les biais du survivant et de sélection sont liés à la nature de l'industrie des *hedge funds*, alors que d'autres biais sont relatifs à la manière avec laquelle

¹⁶ Deuxième article de consultation publique, Niveau 2, Encadré 14, Paragraphe 1.

sont construites les bases des données des hedge funds. D'après les mêmes auteurs, ces biais tendent à surestimer d'une façon significative les performances des *hedge funds* et à en sous-estimer les risques.

2.1.1. Le biais de sélection et d'auto-sélection

D'une part, l'apparition d'un fond dans une base de données dépend essentiellement des critères fixés par celle-ci. En effet, pour être intégré dans la base de données, le fond doit satisfaire des critères qui sont propres à chaque base. Il s'agit du biais de sélection. Il est ainsi dû aux choix des fonds qui sont intégrés dans la base de données. Chaque base dispose de critères de sélection qui peuvent être différents de ceux d'une autre base concurrente. A titre d'exemple, les fonds de type *Managed Futures* sont exclus de la base HFR, alors qu'on les retrouve dans d'autres bases telles que TASS ou MAR. Fung et Hsieh (2002) estiment l'impact de ce biais à 1.4%, tant dis que Park, Brown et Goetzmann (1999) l'estiment à 1.9%. D'après Amenc et al. (2003), la plupart des fonds sont présents dans l'une des bases mais pas dans les autres ce qui donne lieu à des bases qui représentent des univers différents.

D'autre part, les gérants des *hedge funds* peuvent décider, librement, s'ils veulent ou non être inclus dans une base de données. Il s'agit du biais d'auto-sélection. Ainsi, En manque de standards de sélection subjectifs, les *hedge funds* sont susceptibles de prendre cette décision en fonction de ce qui leur est bénéfique – ils pourront décider de ne pas être inclus dans un indice pour éviter de divulguer leurs performances lorsqu'elles ne sont pas satisfaisantes, ou au contraire pour cacher des performances extrêmement bonnes. Les données relatives à ce genre de fonds sont donc non observables et rend par conséquent, la détermination de l'impact de ce biais sur la représentation globale de l'industrie impossible. Les informations sur les *hedge funds* ne sont pas facilement accessibles et la collecte des données n'est possible qu'avec l'accord du gérant.

Ces deux biais donnent lieu un problème de représentativité, ce qui peut expliquer en partie la divergence des résultats de travaux de recherche reposant sur l'utilisation de bases de données différentes. Par ailleurs, Fung et Hsieh (2000) considèrent que l'impact de ce biais sur les performances annoncées est faible dans la mesure où l'impact de ce biais peut être positif ou négatif. En effet, certains gérants peuvent choisir de ne pas divulguer leurs performances non

pas parce qu'elles ne sont pas satisfaisantes mais juste parce qu'ils ont déjà atteint la taille critique.

2.1.2. Période d'incubation et biais d'*instant history*

Le biais d'*instant history* est lié aux différences de dates d'introduction des fonds dans les bases. Les gérants observent une période de test durant laquelle ils tentent de produire un historique de performance de référence avant de commercialiser leurs fonds. Cette période également appelée période d'incubation, permet ainsi de fournir un historique de rendement avec un meilleur profil risque rendement afin de démarcher les investisseurs via les bases de données. Il s'agit du biais d'*instant history* ou *backfill bias*. Intuitivement, ce biais signifie que le profil risque/rendement des *hedge funds* qui entrent dans les bases de données est surévalué. L'étude de l'impact de ce biais est possible en constituant et en comparant les historiques de rendement de deux indices, l'un calculé à partir de la base de données observée et l'autre calculé à partir de la base de données excluant, pour chaque fond, les rendements postérieurs à sa date d'insertion.

Fung et Hsieh (2000) estiment que durée moyenne de la période d'incubation de la base TASS, c'est-à-dire la période entre la date de création d'un fond et sa date d'entrée dans la base des données, est de 12 mois. En considérant la période 1994-1998 comme période d'études, les auteurs comparent les rendements moyens de deux portefeuilles équipondérés, l'un calculé à partir des historiques complets des rendements (avec biais d'*instant history*), l'autre excluant les 12 premiers mois de rendement de tous les fonds de façon à neutraliser l'impact de ce biais. Le rendement annualisé de l'indice standard est de 10.3% sur la période contre 8.9% pour l'indice ajusté, ce qui équivaut à un biais de 1.4% par an.

Afin d'étudier l'impact du biais d'*instant history*, Posthuma et Van der Sluis (2003) emploient une méthode différente pour calculer l'indice ajusté. En effet, au lieu de prendre en compte une période d'incubation moyenne et l'appliquer à tous les fonds, l'indice ajusté est calculé à partir de données systématiquement amputées des performances antérieures à la date d'entrée des fonds dans la base de données. La période d'incubation réelle de chacun des fonds est prise en considération. Le biais d'*instant history* annuel moyen trouvé est de 4.35%. De plus, en appliquant la même méthode pour chacune des stratégies de *hedge funds*, Posthuma et Van

der Sluis (2003) montrent que la stratégie *Long/Short Equity* est la plus sensible à ce biais (6.34%) contrairement aux fonds *Even Driven* (2.45%). Contrairement à Fung et Hsieh (2000) qui ont suggéré de limiter l'impact de ce biais en ignorant les 12 premières observations, Posthuma et Van der Sluis (2003) suggèrent d'ignorer les 24 premières observations.

2.1.3. Le biais du survivant

Le biais du survivant résulte de l'inclusion exclusive dans l'indice des fonds ayant survécu. Les fonds qui cessent de reporter à la base de données, appelés fonds « défunts », sont souvent exclus du calcul de l'indice a posteriori. Comme il est fort probable que la majorité des fonds qui cessent de reporter leurs rentabilités le fasse suite à une fermeture consécutive à de mauvaises performances, ceci conduit typiquement à un biais déformant vers le haut les rentabilités constatées. Barry (2003) souligne plusieurs types de fonds « défunts » :

- Les fonds qui ont cessé leur activité suite à une faillite. Barry (2003) estime la différence de performance annuelle moyenne entre les fonds « survivants » et les fonds « défunts » à 18.1% par an.
- Les fonds fermés avec un nombre de parts déterminé et qui ne peuvent être achetés qu'au moment de la création du fond : une différence de performance de 6.9% par rapport aux « survivants ».
- Les fonds qui ont fusionné enregistrent une différence de 6.9% par rapport à la performance des « survivants ».
- Les fonds dont les gérants cessent volontairement de reporter des informations ont une performance annuelle inférieure de 5.2% par rapport aux « survivants ».

Les estimations faites par Fung et Hsieh (2000) et Brown, Goetzmann et Ibbotson (1999), qui sont respectivement de 3% et de 2,75%, sont les estimations les plus fréquemment utilisées dans les études sur la performance des *hedge funds*. Cependant, le biais du survivant peut aussi être négatif, puisque des fonds peuvent cesser de reporter à la base de données

simplement parce qu'ils ne cherchent plus de manière active de nouveaux investissements et préfèrent éviter la publication d'informations. De tels fonds sont typiquement ceux qui ont rencontré le plus de succès dans la période passée, ce qui conduit à un biais du survivant vers le bas. Géhin et Vaissié (2004) mentionnent des biais du survivant allant de -1,32% à 6.67%, selon la période d'observation, l'échantillon ou la définition utilisée pour calculer le biais du survivant. Monarcha (2008) estime que la prise en compte des seuls fonds « survivants » engendre une surestimation du niveau de performance des *hedge funds* dans leur ensemble, comprise entre 0.16% et 4.42% par an.

L'étude des différents biais présents dans les bases de données des *hedge funds* montre qu'il est très important de prendre en compte leur impact sur le profil risque/rendement des différentes stratégies de gestion. Notamment, l'utilisation des indices construits à partir de ces bases doit prendre en considération l'hétérogénéité dans le degré de représentativité des différentes bases de données.

2.2. Notion de persistance et corrélation sérielle

Dans ce paragraphe, nous considérons deux classifications différentes de la notion de persistance des rentabilités des *hedge funds* : la persistance relative et la persistance absolue.

2.2.1. Persistance relative et persistance absolue

Les rentabilités des *hedge funds* les mieux classés sont attractives. Par ailleurs, une question fondamentale concernant l'habileté supérieure d'un gérant par rapport aux autres gérants ayant le même style se pose. Cette question nous renvoie à un aspect primordial de la mesure de la performance des rentabilités des *hedge funds* à savoir la persistance de la performance. Ainsi, l'objectif est de savoir s'il existe des gérants capables de générer, d'une manière consistante, des rentabilités plus élevées que les autres.

Géhin (2007) postule que deux approches différentes pour la détection de la persistance de la performance coexistent. La première est la persistance relative, qui consiste à comparer un ensemble de fonds entre eux et établir un classement des fonds en fonds « perdants » et « gagnants ». Alors que la persistance relative s'intéresse à un ensemble de fonds, la deuxième

approche de persistance de la performance, à savoir la persistance absolue, se focalise sur les rentabilités d'un seul fond sans prendre en compte celle des autres fonds.

Dans ce qui suit, nous détaillons les différents tests employés pour détecter de la persistance de la performance tout en mettant en exergue les principaux résultats de recherche obtenus.

2.2.1.1. Persistance relative

La persistance relative des rentabilités peut être testée à travers deux approches différentes. La première approche consiste à effectuer des tests sur deux périodes consécutives alors que la deuxième approche prend en considération plusieurs périodes. En ce qui concerne la première approche, on peut distinguer deux méthodes pour comparer les performances de plusieurs fonds et tester l'existence de la persistance : Les méthodes paramétriques et les méthodes non paramétriques.

Les méthodes paramétriques sont essentiellement basées sur la régression linéaire. En effet, dans le cadre de ces méthodes, la valeur de mesure de la période courante (rendement, alphas, ou d'autres mesures ...) est régressée sur celle de la période précédente. Un coefficient positif et significatif pour la variable explicative, implique une persistance de la performance du *hedge fund* en question.

Une multitude de tests non paramétriques ont été réalisés afin de comparer les rentabilités des *hedge funds* et juger la capacité d'un gérant à fournir des performances supérieures aux autres gérants sur deux périodes différentes. Dans le cadre de cette approche, une table de contingence est construite en classant les fonds en fonds gagnants et perdants. Un fond est considéré gagnant si son alpha est supérieur à l'alpha médian de tous les fonds du même style. La persistance de la performance des fonds gagnants est observée si ces fonds continuent à être gagnant sur deux périodes consécutives et ils seront notés par WW (W : winner). A l'opposé, un fond perdant est un fond dont l'alpha est inférieur à ce même alpha médian. Un fond qui est perdant sur deux périodes sera noté par LL (L Looser). Et l'absence de persistance, un fond successivement gagnant puis perdant sera noté par WL, sinon LW s'il est perdant puis gagnant.

La persistance relative de la performance peut être identifiée à travers plusieurs méthode : un ratio de produit croisé (CPR : Cross-Product Ration), test de Khi deux.

$$CPR = \frac{(WW * LL)}{(WL * LW)}$$

Le CPR calcule le rapport entre les fonds dont la performance persiste et ceux dont la performance ne persiste pas. Sous l'hypothèse nulle d'absence de persistance, ce ration est égal à un. Ceci implique que chaque catégorie des fonds (WW, LL, WL et LW) représente 25% de l'ensemble des fonds. D'après Christensen (1990), la signification statistique du test est obtenue en calculant l'écart type du logarithme du CPR :

$$\sigma_{\ln(CPR)} = \sqrt{\frac{1}{WW} + \frac{1}{WL} + \frac{1}{LW} + \frac{1}{LL}}$$

Le test du Ch-deux est réalisé en comparant la distribution des fréquences observées pour les quatre catégories WW, LL, WL et LW pour chaque fond. Ce test permet d'établir le degré d'indépendance des résultats entre deux périodes. La statistique du test est donné par :

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Où O_i désigne le nombre de valeurs observées dans chaque case du tableau et E_i désigne le nombre attendu dans chaque case. Le nombre de degrés de liberté de la distribution du Chi-deux est égal à $(n_l - 1)(n_c - 1)$ où n_l et n_c représentent respectivement le nombre de lignes et de colonnes du tableau.

La deuxième approche pour tester la persistance relative de la performance consiste à effectuer des tests permettant de prendre en considération plusieurs périodes. L'objectif de cette approche est de déterminer si la distribution théorique des fonds gagnants est significativement différente de celle des fonds perdants en construisant des séries indiquant si les fonds ont été gagnants ou perdants pour chaque période. Dans ce cadre plusieurs auteurs on fait appel au test de Kolmogorv-Smirnov qui est un test d'ajustement à une loi continue.

Le modèle est un échantillon (X_1, \dots, X_n) d'une loi inconnue P . L'hypothèse nulle (H_0) est : La loi P a pour fonction de répartition F_0 , où F_0 est la fonction de répartition d'une loi continue donnée. Ce test mesure l'adéquation de la fonction de répartition empirique à la fonction F_0 par la distance de Kolmogorov-Smirnov, qui est la distance de la norme uniforme entre fonctions de répartition.

Les conclusions des études empiriques dédiées à l'analyse de la persistance de la performance sont divergentes. Les résultats de ces études dépendent du choix de la base de données, la période d'études, l'horizon ainsi que les mesures de performance et des tests employés. Par exemple, Agarwal et Naik (2000) ont trouvé une persistance de la performance pour différentes stratégies des *hedge funds*. D'après ces auteurs, les fonds perdants qui continuaient à être perdants sont à l'origine de cette persistance, plutôt que des fonds gagnants qui seraient restés gagnants. De plus, Agarwal et Naik (2000) ont démontré que cette persistance est de court terme. De leur côté, Brown, Goetzmann et Ibboston (1992) montrent que le biais de survivant peut être à l'origine de ce phénomène qui apparaît dans certaines études. Ces auteurs font la conclusion que les résultats des études qui montrent une persistance de la performance doivent être interprétés avec précautions dans la mesure où elles sont faites à partir d'échantillon biaisés. Caglayan et Edwards (2001) ont également recherché si la persistance existait dans l'industrie des *hedge funds*, c'est-à-dire des fonds ayant de façon consistante des rentabilités meilleures que les autres. Afin d'éliminer le biais de survivant, les fonds défunts ont été inclus dans l'étude et les auteurs ont fait appel au test non-paramétrique le CPR, sur des périodes annuelles de 1990 à 1998. Les résultats obtenus mettent en évidence l'existence d'une persistance pour les fonds perdants et gagnants. De plus, en utilisant la méthode de régression sur une période de un et deux ans, de 1990 à 1998, Caglayan et Edwards (2001) ont démontré que la persistance obtenue dans l'industrie des *hedge funds* dépend aussi du style d'investissement du fond. En effet, les résultats indiquent que les coefficients de la pente sont positifs et statistiquement significatifs au seuil de 10% pour les périodes d'un an pour les stratégies *Global Macro* et *Market Neutral*. La significativité de la persistance varie aussi avec l'horizon choisi pour tester celle-ci. Les résultats des différentes études montrent que les rentabilités des *hedge funds* sont persistantes à court terme, Agarwal et Naik (2000) et Koh Koh et Théo (2003) ont trouvé une persistance significative à l'horizon de 3 et 9 mois respectivement.

Auteurs	Base de données	Nombre de fonds	Période d'études	Horizon	Méthode utilisée	Conclusion
Brown et al. (1999)	US Offshore fund Directory	399	1989-1995	12	Régression	Pas de persistance
Agarwal et Naik (2000)	HFR	746	1982-1998	3, 6, 12	CPR, Chi-deux, Régression, KS	Persistance à un horizon trimestriel
Edwards et Caglayan (2001)	MAR	1665	1990-1998	12, 24	CPR, Régression	Persistance à l'horizon de 2 ans
Amenc et al. (2003)	CSFB/Tremont	9	1995-1998	1	Régression	Persistance à un horizon mensuel
Barès et al. (2003)	Financial risk management	4934	1992-2000	1, 3, 6, 12	Régression	Persistance à un horizon mensuel et trimestriel
Brown et Goetzman (2003)	TASS	1295	1998-1998	12	Régression	Pas de persistance
Kat et Menexé (2003)	TASS	324	1994-2001	36	CPR, Régression	Pas de persistance à l'horizon de 3 ans
Koh et al. (2003)	EurekaHedge, AsiaHedge	3810	1999-2003	1, 2, 3, 6, 9, 12	CPR, Chi-deux, Régression, KS	Persistance à un horizon mensuel et trimestriel
Boyson et Cooper (2004)	TASS	1659	1994-2000	3	Régression	persistance à un horizon trimestriel
Capocci et Hubner (2004)	HFR, MAR	2796	1988-1995	12	Régression	Pas de persistance
De Souza et Gokcan (2004)	HFR	314	1997-2002	24,36	CPR, Régression	Pas de persistance
Henn and Meier (2004)	EurekaHedge	1217	1994-2004	1, 3, 12	CPR	Persistance à tous les horizons
Harri et Brosen (2004)	LaPorte	1209	1977-1998	1, 2, 3, ..., 24	Régression	Persistance à tous les horizons
Capocci et al. (2005)	CISDM, HFR, TASS	2894	1994-2002	12	Régression	Pas de persistance
Agarwal et al. (2007)	CISDM, HFR, MSCI, TASS	7535	1994-2002	12	Chi-deux, regression	Persistance à un horizon annuel
Jagannathan et al. (2006)	HFR	2141	1996-2003	36	Régression	Persistance à l'horizon de 3 ans
Kosowski et al. (2007)	TASS, HFR, CISDM, MSCI	9338	1990-2002	12	Régression	Persistance à un horizon annuel
Eling (2009)	CISDM	6186	1996-2005	1, 2, 3, 6, 12, 24	CPR, Chi-deux, Régression, KS	Persistance à l'horizon de 6 mois

Tableau 1 : Les principales études dédiées à l'analyse de la persistance de la performance des *hedge funds*.

A long terme et d'après Park et Staum (1998), le niveau de persistance varie d'une année à l'autre. Ces résultats confirment ceux de Kat et Menexe (2003), De Souza et Gokcan (2004) et Eling (2009) montrant que le niveau de la persistance diminue et tend à disparaître plus l'horizon augmente. D'après Géhin (2007), la sensibilité de la persistance à l'horizon et la période choisis sont deux facteurs important à prendre en compte. En effet, la présence d'une persistance d'une persistance significative à la fois pour les fonds perdants et les fonds gagnants seulement à court terme fait de la persistance relative un phénomène de court terme. Il est donc préférable de se focaliser sur les performances positives d'un fond et tester si celles-ci sont persistantes à long terme.

2.2.1.2. Persistance Absolue

Contrairement à la persistance relative de la performance des *hedge funds* qui nécessite un ensemble de fonds à comparer et à analyser, la persistance pure se focalise sur un fond et tente de vérifier si ses rentabilités sont persistantes et ce d'une manière individuelle. La présence de la persistance pure dans la performance des fonds peut être détectée à travers l'exposant de Hurst.

Cette statistique, noté H , trouve ses origines dans les travaux de l'hydrologue anglais H.E Hurst (1951). L'objectif de départ de Hurst fut la résolution à l'aide de modèle statistique le problème lié à la détermination de la capacité optimale de stockage d'eau par les barrages. Hurst (1951) souligne que la détermination de la capacité optimale de stockage fait appel à l'étendu. De plus, la découverte scientifique de Hurst réside dans le fait que la division de la capacité $R(n)$ par son écart type $S(n)$ de n décharges successives est proportionnel à n^H ou H est une constante appartenant à l'intervalle $[0,1]$. En effet, le résultat habituellement¹⁷ obtenu en statistiques stipule que pour une série temporelle indépendante ou faiblement indépendante, le rapport $R(n)/S(n)$ doit être proportionnel à $n^{0.5}$. L'analyse (R/S) peut être utilisée pour calculer l'exposant de Hurst.

¹⁷ En finance, on considère que la dispersion des rendements croit proportionnellement à \sqrt{T} , ce qui justifie la multiplication de l'écart type par \sqrt{T} pour l'annualisation. Par ailleurs, ce résultat trouve ses origines dans les sciences physiques : Einstein (1908), dans le cadre de son étude sur les mouvements brownien, montre que la distance (trajectoire aléatoire) parcourue par une particule suspendue dans un milieu fluide est proportionnelle à \sqrt{T} : $R = T^{0.5}$ R : distance parcourue et T le temps.
Règle connue sous l'acronyme anglo-saxonne par : « *T to the one-half rule* ».

2.2.1.2.1. L'analyse (R/S)

Soient X_t la quantité d'eau déchargée par une rivière dans un réservoir à la période t et $\sum_{i=1}^t X_i$ la somme totale d'eau déversée jusqu'à la période t . Supposons qu'un barrage permette un écoulement constant à un débit égale à \bar{X}_n , ce qui correspond à la quantité moyenne d'eau arrivée sur un horizon n . Compte tenu des conditions liées à des flux de sortie uniformes ainsi que pour éviter le débordement pour qu'il n'y ait pas d'inondation, la capacité optimale d'un réservoir est donnée par :

$$R = \text{Max}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n) - \text{Min}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n)$$

Ce qui correspond à l'étendu des sommes partielles des écarts d'une série temporelle à sa moyenne. La statistique R/S est obtenue en divisant l'étendu par l'écart type S_n

$$S_n = \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 \right]^{1/2}$$

soit

$$Q_n = R / S_n = \frac{\text{Max}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n) - \text{Min}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n)}{\left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 \right]^{1/2}}$$

Le premier terme du numérateur est le maximum sur k des sommes partielles des k écarts de X_j par rapport à sa moyenne. Ce terme (en max) est donc toujours positifs ou nul. Par définition le second terme (en min) est toujours négatif ou nul. Par conséquent, R est toujours positif ou nul : Ce qui implique que la statistique Q_n est toujours non négative. En appliquant cette statistique sur 690 séries géophysiques, incluant les niveaux d'eau du Nil, Hurst trouve que la statistique R/S se comporte comme n^H ou H est en moyenne égal à 0,73. Cette

découverte empirique est en contradiction avec les résultats habituellement obtenus pour les processus indépendants. En effet, pour toute série stationnaire gaussienne à valeurs indépendantes et pour tout processus stationnaire faiblement dépendant, la statistique R/S doit se comporter asymptotiquement comme $n^{0,5}$ à une constante multiplicative près. Formellement :

$$R / S \sim n^H$$

La constante H , $0 < H < 1$, est appelée exposant de Hurst.

2.2.1.2.2. Exposant de Hurst

Généralement on peut réécrire la relation $R / S \sim n^H$ sous la forme suivante :

$$R / S = an^H$$

où a est une constante positive. En réécrivant la relation (1.3) en logarithme, on obtient :

$$\log(R / S) = \log a + H \log n$$

La régression de la statistique R/S sur le logarithme du nombre d'observation n , aboutit à un estimateur de l'exposant de Hurst. L'exposant de Hurst sera donc définie par :

$$H \sim \frac{\log(R / S)}{\log n}$$

L'exposant de Hurst permet la classification des séries temporelles et il a été largement utilisé dans plusieurs domaines tels que l'économie, la finance et les sciences naturelles: Si H est inférieur à 0.5, le processus est dit non-persistant. Ceci implique qu'un excès de rentabilité a de forte chance de subir un retournement et ainsi la performance de la période suivante est susceptible d'être en dessous de la moyenne. Si l'exposant de Hurst est supérieur à 0.5, le processus affiche une persistance. Un excès positif de rentabilité est plus susceptible de se reproduire et ainsi la performance de la période suivante est susceptible de rester au-dessus de

la moyenne. Un exposant de Hurst égal à 0.5 indique que les rentabilités sont aléatoires et que le processus ne présente aucune mémoire. De Souza et Gokcan (2004) ont utilisé l'exposant de Hurst pour examiner la persistance de la performance de 7 stratégies d'investissement pour 314 fonds pour la période janvier 1997 à décembre 2002. Leurs résultats montrent que les fonds étudiés peuvent être classés en trois catégories : Le premier groupe contient 105 gérants avec une valeur de H comprise entre 0.32 et 0.58, le deuxième groupe contient 105 gérants également pour un exposant compris entre 0.59 et 0.69. Finalement le troisième groupe inclut tous les fonds dont l'exposant de Hurst est compris entre 0.70 et 0.98. Amenc, El bied et Martellini (2003) ont employé ce test sur les neuf indices de *hedge funds* CFB/Tremont. Leurs études ont montré que toutes les stratégies ont des indices de Hurst supérieur à 0.5 à l'exception de la stratégie *Managed Futures*.

La détection de la persistance pure des performances montre que les rentabilités des *hedge funds* sont dotées d'une forte structure d'autocorrélation. Ceci implique que les rentabilités passées ont une influence sur les rentabilités futures. Dans un cadre plus large, l'existence de la persistance est synonyme de présence du phénomène de mémoire longue¹⁸ dans les rentabilités des *hedge funds*. Par conséquent, les rentabilités éloignées dans le temps ont potentiellement un pouvoir explicatifs des rentabilités futures. Ainsi, l'instabilité des performances et la capacité de certains gérants à fournir des performances supérieures aux autres semblent indiquer une inefficience des marchés financiers.

2.2.2. Risques et problèmes d'illiquidité

Les *hedge funds* permettent d'améliorer la rentabilité ou/et de réduire le risque des portefeuilles composés d'actifs traditionnels. Leur attractivité réside principalement dans leur capacité à générer de bonnes performances indépendamment des conditions du marché. En effet, leurs rentabilités sont décorrélés de celles des actifs standards. Par ailleurs, cette propriété n'est valable que dans le cadre d'analyse qui s'appuie sur l'hypothèse que les rentabilités sont gaussiennes, indépendamment et identiquement distribuées (iid). Cependant, Fung et Hsieh (1999), Lavinio (2000), Lo (2001), Brooks & Kat (2002), Anson (2002) montrent que les distributions des rentabilités générées par plusieurs stratégies d'investissement sont fortement asymétriques. De plus, certains auteurs (Brooks et Kat

¹⁸ Voir section suivante.

(2002), Kat et Lu (2002), Okunev et White (2003) et Getmansky, Lo & Makarov (2004)) ont démontré que les rentabilités des *hedge funds* sont caractérisées par une forte autocorrélation indiquant que rendements ne sont pas iid. Un résultat important de ces études souligne l'importance de la prise en compte de cette caractéristique afin de ne pas sous-estimer les risques des *hedge funds*. En outre, Getmansky, Lo et Makarov (2004) révèlent deux sources potentielles d'autocorrélation des rentabilités des *hedge funds*.

2.2.2.1. Détention d'actifs peu liquides

Par opposition aux fonds traditionnels qui offrent une liquidité quotidienne à leurs souscripteurs, les entrées et les sorties d'un *hedge fund* sont restreintes. En effet, en ce qui concerne les fonds traditionnels, un investisseur peut décider à tout moment de passer un ordre de souscription ou de remboursement. Pour cela, les gérants cherchent souvent à conserver quantité de liquidités au sein de leurs portefeuilles. L'objectif principal est d'éviter les liquidations de positions en l'absence des nouvelles souscriptions pour compenser les demandes de remboursement de parts ce qui représente un coût supplémentaire pour l'investisseur pouvant pénaliser la performance du fond.

Les *hedge funds* offrent généralement une liquidité réduite en fixant dans leurs contrats les dates d'entrée et de sortie du fond. Généralement, cette liquidité est trimestrielle mais elle peut être plus longue pour les fonds investissant dans des actifs très peu liquides ou non cotés. Il est également souvent demandé aux clients de respecter une période de notification d'environ 30 à 90 jours afin d'informer les gérants de leur volonté de récupérer leur investissement. En cas d'afflux massif de notifications de sorties, certains fonds se réservent même le droit de suspendre momentanément les remboursements. Généralement une durée minimale d'investissement (*lockup period*) d'un à trois ans, est imposée. Ces conditions offrent un avantage important en matière de performance. En effet, donnent aux gérants la flexibilité nécessaire à la mise en œuvre de stratégies dynamiques d'investissement sans avoir à se soucier des problèmes de flux de capitaux engendrés par les demandes de souscription et de remboursement. Ces mesures permettent donc aux gérant d'étendre leur horizon d'investissement et don une plus grande liberté d'investissement à long terme dans la mesure où les le dénouement des opérations se fait à des dates bien précises. L'activité des *hedge funds* ne se limite pas donc à l'exploitation des inefficiences de marché dans le très court

terme. Dans ce contexte, plusieurs auteurs ont étudié l'impact de telles dispositions en montrant que les *hedge funds* ont tendance à investir dans des actifs relativement illiquides ou dont le prix est difficile à valoriser tels que les titres hors cote, les titres de sociétés en détresse, les actions non cotées (Private Equity) ou bien les titres des marchés des pays émergents (Asness, Krail et Liew (2001), Brooks et Kat (2002), Lo (2001), Okunev et White (2002), Getmansky, Lo et Makarov (2004)).

Ce manque de liquidité des *hedge funds* se reflète aussi au niveau la valorisation de l'actif net entrant dans composition du fonds. Contrairement aux fonds traditionnels qui sont supposés valoriser leurs actifs détenus et leurs parts en se basant sur les cours de clôture des titres ou sur une estimation de leur vraie valeur, les *hedge funds* ne sont soumis à aucune règle de valorisation des actifs. En effet, chaque gérant dispose de ses propres méthodes de valorisation auxquelles il peut faire recours tout en déterminant la fréquence à laquelle il souhaite les communiquer ses clients. Dans le cas des fonds investissant dans des actifs relativement illiquides, des valorisations journalières ne peuvent être déterminées sur la base du prix de marché puisqu'il n'est pas quotidiennement disponible. Les gérants ont donc la possibilité de communiquer des estimations des vraies valeurs des parts investies sur une fréquence hebdomadaire, mensuelle ou trimestrielle. Néanmoins, l'absence de règles de valorisation permet aux gérants de manipuler les prix et d'imposer un processus de lissage des rentabilités des *hedge funds*. Lo (2002) et Okunev et White (2002) mettent en exergue cette caractéristique financière des rentabilités des *hedge funds* à savoir les rentabilités lissées et montrent que ceci explique la présence d'une forte autocorrélation sérielle. L'impact du lissage des rentabilités des *hedge funds* se manifeste au niveau des évaluations biaisées et la performance et du risque des *hedge funds*.

2.2.2.2. Système de rémunération des gérants

Un aspect primordial caractérisant les *hedge funds* est leur système de rémunération des gérants basé sur la performance. D'une manière générale, les gérants perçoivent des frais de performance (incentive fees) représentant 20% de l'excès de rentabilité par rapport à un benchmark. Par ailleurs, et conformément au critère du plus-haut (*high-water mark*), le gérant n'a la possibilité de bénéficier de ces frais de performance tant qu'il n'a pas récupéré ses pertes antérieures, dans le cas contraire sa rémunération sera limitée au frais de gestion. Une

autre particularité du système de rémunération des gérants des *hedge funds* réside dans le fait que le pourcentage des frais de performance est calculé sur la base de l'actif net du fond. Ces dispositions constituent donc incitation importante pour les gérants pour tirer profit des actifs peu liquides et manipuler la valorisation de leurs valeurs liquidatives. Dans un tel contexte, il s'agit d'un lissage intentionnel entraîné par la difficulté de valoriser des actifs ou des instruments peu liquides et ce dans un cadre peu règlementé. Selon cette optique, l'autocorrélation observée dans les rentabilités des *hedge funds* peut être expliquée par l'incitation à optimiser les performances d'un fond ainsi qu'aux difficultés de valorisation.

2.2.2.3. Risques extrêmes et effets de contagion

Depuis l'intervention de Soros sur le marché des changes et l'attaque sur la Livre Sterling par en 1992 ainsi que la crise de change asiatique de 1997, la question sur les risques inhérents aux *hedge funds* est devenue de plus en plus fréquente.

Figure 15 : Les principales pertes et faillites des *hedge funds* (en mds\$)

Fonds	Stratégie	Année	perte estimée	Origine du problème
Amaranth	Multistratégie	2006	- 6 400	Exposition excessive aux prix de l'énergie
Long-Term Capital Management	Arbitrage sur marchés obligataires	1998	3 600	Effet de levier excessif pendant la crise russe (moratoire sur la dette)
Tiger Management	Macro	2000	2 600	Pari malencontreux sur le yen : 2 milliards de dollars perdus
Soros Fund	Macro	2000	2 000 - 5 000	Lourdes pertes sur les titres Internet et technologiques
Fenchurch Capital	Arbitrage sur marchés obligataires	1995	1 264	Concentration sur le marché américain, pas de diversification sur les marchés européens
Princeton Economics Inter'l	Macro	1999	950	Pertes sur le marché, fraude
Vairocana Ltd.	Arbitrage sur marchés obligataires	1994	700	Pertes sur le marché, pari sur la baisse des taux
Lipper	Arbitrage sur titres convertibles	2001	700	Pertes sur le marché, fraude
Askin Capital Management	Arbitrage sur marchés obligataires (titres adossés à des crédits hypothécaires)	1994	660	Fas de couverture, pertes sur le marché, appels de marge
Lancer	Long/short actions	2003	600	Fraude
Beacon	Arbitrage sur marchés obligataires	2002	500	Pertes sur les dérivés hypothécaires, pas d'évaluation en <i>mark to market</i>
Manhattan Investment Fund	Long/short actions	1999	400	Fraude
MotherRock	Fonds énergétique	2006	230	Pertes sur le marché du gaz naturel
Global Systems Fund	Macro	1997	125	Emporté par l'effondrement du baht thaïlandais
Argonaut Capital Management	Macro	1994	110	Pertes sur le marché
Maricopa Investment	Long/short actions	2000	59	Pertes sur le marché, fraude
Cambridge Partners	Long/short actions	2000	45	Fraude
HL Gestion/Volter	Contrats à terme gérés	2000	40	Pertes sur le marché, intervention des autorités de régulation
Ashbury Capital Partners	Long/short actions	2001	40	Fraude
ETJ Partners	Valeur relative	2001	21	Pertes sur le marché, fraude
Ballyunion Capital	Long/short actions	2000	7	Fraude

Sources : Alexander Ineichen, UBS Warburg (2001) : "The Myth of *hedge funds*: are *hedge funds* the fi refl ies ahead of the storm?", *Journal of Global Financial Markets*, 2(4), p. 34-46 ; Jeff Joseph Rydex Capital, "Investing in a hedge fund of funds: what really matters," *Senior Consultant*, 7(8), p. 1 ; Berkshire Asset Management winter, "Hedge funds", juillet 2003 ; *New York Times*, septembre 2006 ; Swiss Re Economic Research & Consulting

En effet, malgré leur rôle important sur les marchés financiers en termes de liquidité et d'ajustement des prix, la quasi-faillite d'LTCM en septembre 1998, a révélé les enjeux d'importance systémique liés à cette classe d'actifs. De leur côté, Osterberg et Thomson (1999) expliquent que la perception de l'industrie des *hedge funds* comme étant une source de déstabilisation de la sphère financière est principalement due aux mythes qui se sont développés suite à la faillite du fonds LTCM. Parmi les plus récurrents, nous pouvons citer la capacité des *hedge funds* à manipuler les marchés, la présence de comportements mimétiques au sein de l'industrie ou encore l'utilisation systématique d'un effet de levier important.

Le recours des gérants à des stratégies opportunistes à fort effet de levier représente une menace potentielle pour la stabilité financière vu les diverses connexions qui existent entre les *hedge funds* et les banques. Les gérants opèrent dans un cadre peu réglementé offrant un accès sans limite aux crédits et à la vente à découvert. Le recours à l'effet des leviers et donc à un endettement excessif peut constituer un risque de faillite en cascade de manière à provoquer des crises financières même si leurs tailles restent faibles par rapport à celles des marchés financiers.

2.2.2.3.1 Les risques cachés des *hedge funds*

Afin d'attirer les investisseurs institutionnels, les *hedge funds* ont souvent cherché à booster leurs rentabilités. Désormais, une grande partie des risques auxquels est exposé un *hedge fund* lui sont spécifiques et les mesures usuelles de performances n'ont fait que donner des résultats flatteurs sur lesquels les *hedge funds* ont fait leur publicité auprès des investisseurs institutionnels. Le tableau 2 donne les propriétés statistiques de différentes stratégies des indices CSFB/Tremont sur la période allant de janvier 1994 à janvier 2011.

D'après Aglietta et Rigot (2009), ces stratégies sont largement fallacieuses dans la mesure où elles ne sont valables que dans un monde gaussien. Dès lors, les mesures de performance ne valent pas dans un monde gaussien où les processus stochastiques sous-jacents aux profils de risque peuvent être décrits exhaustivement par la moyenne et par la variance. C'est une hypothèse inadéquate. Pour pouvoir atteindre des rendements absolus élevés (faire de l'alpha), les *hedge funds* doivent recourir à des stratégies incorporant des produits à

caractéristiques optionnelles dont les profils de risque sont hautement non linéaires. Ces stratégies sont vulnérables à des risques extrêmes dus à des profils de risques asymétriques du côté des pertes (*skewness* négative) et à queues de distribution épaisses (*kurtosis* élevée ou profil *leptokurtique*). Ces constats sont dévastateurs pour la majorité des modèles qui reposent sur l'hypothèse de normalité des facteurs de risque. Autrement dit, les stratégies qui offrent des bonnes performances telles que *event-driven* et *fixed income arbitrage* sont font l'objet de pertes extrêmes (*skewness* négatif et *kurtosis* élevé).

Tableau 2 : Statistiques Descriptives des stratégies des *Hedge funds* 1994-2011

Stratégies	OBS	Min(%)	Moy(%)	Max(%)	ET(%)	Skweness	Kurtosis	JB
<i>Hedge Fund Index</i>	204	-7.8	0.7	8.2	2.2	-0.36	5.52	58.83
<i>Convertible Arbitrage</i>	204	-13.5	0.6	5.6	2.1	-3.07	21.21	3157.4
<i>Dedicated Short Bias</i>	204	-12	-0.3	20.5	4.8	0.49	3.80	14.01
<i>Emerging Markets</i>	204	-26.2	0.7	15.2	4.4	-1.22	9.76	442.74
<i>Equity Market Neutral</i>	204	-51.8	0.4	3.6	3.8	-12.59	172.57	2.51E+05
<i>Event Driven</i>	204	-12.5	0.8	4.1	1.8	-2.69	18.34	2259.2
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	204	-15.1	0.4	4.2	1.8	-4.61	35.07	9516.3
<i>Global Macro</i>	204	-12.3	1	10.1	2.9	-0.25	6.66	117.04
<i>Long Short Equity</i>	204	-12.1	0.8	12.2	2.8	-0.23	6.46	104.72
<i>Managed Futures</i>	204	-9.8	0.5	9.5	3.4	-0.09	3.03	0.295
<i>Multi-Strategy</i>	204	-7.6	0.6	4.1	1.5	-1.89	9.82	521.3

Tant que le marché ne se retourne pas de manière à ce que les options soient exercées, le rendement est stable et le risque paraît nul. Lorsqu'un choc de liquidité se produit, les pertes sont fulgurantes alors qu'elles ne sont pas mesurées du tout dans les indices usuels de performance.

2.2.2.3.2. Les *hedge funds* et la génération de risque systémique

Le risque systémique apparaît dès lors que la défaillance d'une institution peut entraîner des conséquences très défavorables pour un nombre significatif d'autres institutions. Il existe de nombreux canaux de transmission possibles :

- *un accroissement du risque de contrepartie, la défaillance d'une entité pouvant compromettre la viabilité de ses contreparties, déclenchant ainsi une réaction en chaîne.*
- *une réduction de la liquidité de marché découlant du fait que pour se prémunir contre une défaillance, une institution financière peut se mettre à vendre ses actifs et à liquider ses positions, une telle action étant susceptible de créer des brutales corrections de prix ; si d'autres institutions comptabilisent leurs actifs en valeur de marché, elles procéderont à leur tour à des liquidations, aggravant ainsi les conséquences du choc initial.*
- *une contagion « pure » déclenchée, par exemple, par une réévaluation générale des risques au sein d'une catégorie d'actifs spécifique ou d'un large éventail d'actifs.*

Aglietta et Rigot (2009) soulignent que la recherche systématique de rendements absolus au-dessus de 20% dans des économies à croissance faible, où les taux d'intérêt obligataires sont autour de 5%, la prime de risque action de 6% et le rendement des actions de 8 à 10%, n'est possible qu'en prenant des risques considérables. Une partie de ces risques vient de l'acquisition d'actifs illiquides dont les profils de risque sont non linéaires, une autre partie provient de leviers d'endettement très important.

Le levier moyen des *hedge funds* serait d'environ 3 (*6tr\$ d'actifs détenus avec un apport des investisseurs de 2tr\$*). Sur les positions dans la titrisation des crédits le levier financier est de 6 (*1,8tr avec un apport de 300mds*). Ce levier est multiplié dans la mesure où les *hedge funds* investissent généralement dans des instruments qui sont eux-mêmes à levier. Cette dérive systématique vers des actifs illiquides témoigne d'une attitude agressive à l'égard du risque dans les années 2005 à 2007.

La combinaison d'une forte corrélation des positions sur les mêmes instruments et de leviers élevés aboutit à une vulnérabilité du risque de contrepartie à un renversement des prix des actifs sous-jacents. Aglietta et Rigot (2009) soulignent que les *hedge funds* ont la structure

financière d'une banque de marché non régulée parce qu'ils sont financés à court terme par levier d'endettement pour acquérir des actifs risqués peu liquides. Les *hedge funds* et les banques d'investissement forment, en effet, un système bancaire parallèle qui opère selon le principe « *originate and distribute* » le risque de crédit par opposition au modèle standard du système bancaire « *originate and hold* ». Ce nouveau modèle souffre d'un manque de transparence et de non régulation. En d'autres termes, il s'agit de vendre le risque, le « repackager » et le *disséminer* vers de nombreux investisseurs. Dans cette conception, les *hedge funds* représentent des acteurs actifs avec peu de capital désireux de faire des opérations d'arbitrage entre les tranches de titres de crédit structuré. Par conséquent, le manque de liquidités a un impact important sur les différentes stratégies d'investissement des *hedge funds*, particulièrement en cas de perte de valeur des positions sur des actifs acquis avec anticipation de leur hausse. Plus le levier est élevé, plus sa diminution forcée entraîne des ventes en détresse d'actifs liquides sur d'autres positions des *hedge funds*. Ces ventes contribuent à la propagation du stress de marché en marché.

Conclusion

Ce premier chapitre a tenté de donner une vue panoramique de l'industrie des *hedge funds* tout en mettant l'accent sur les propriétés statistiques des rentabilités de ces fonds. Nous avons exploré les diverses définitions des *hedge funds* ainsi que les différentes stratégies d'investissement qui y sont associées. Cette diversité, tant au niveau des définitions qu'au niveau des stratégies d'investissement, reflète l'hétérogénéité qui caractérise l'industrie des *hedge funds*.

La deuxième partie de ce chapitre a été dédiée à l'analyse des propriétés statistiques des rentabilités des *hedge funds*. Cette analyse nous a permis de déceler les aspects importants des données financières de cette industrie. Dans un premier temps, nous avons exposé les différents biais présents dans les bases de données spécialisées et leurs impacts sur l'analyse des performances des *hedge funds*. Un fait marquant des propriétés des rentabilités des *hedge funds* est l'invalidité de l'hypothèse de normalité des distributions de ces fonds. Dans un univers gaussien, les *hedge funds* offrent un profil risque/rendement attractifs, néanmoins, ceci implique une contrepartie significative en termes de risques. Les distributions des *hedge funds* sont caractérisées par une *skewness* négative et un excès de *kurtosis* sous-jacents à des distributions asymétriques et leptokurtiques.

CHAPITRE 2: **CHANGEMENT DE PERSISTANCE ET VALIDATION ÉCONOMÉTRIQUE DES MODÈLES**

La modélisation des variations des cours boursiers trouve ses origines dans les travaux pionniers du mathématicien français Louis Bachelier (1900). En effet, dans sa thèse « *La théorie de la spéculation* » publiée en 1900 à Paris, Bachelier a développé le modèle de marche au hasard¹⁹ des cours boursiers. Il montre que les variations des cours à la bourse de Paris, suivent une loi normale : les mouvements à la hausse des cours sont suivis par des variations similaires à la baisse. Les rentabilités ne sont pas autocorrélées, dit autrement, la série des rentabilités n'a aucune mémoire. Cependant, il a fallu attendre les années 1950 avec les travaux hydrologiques de Hurst (1951) pour mettre l'accent sur la possibilité qu'une série temporelle puisse comporter une mémoire traduisant l'existence d'une structure de dépendance de long terme. En d'autres termes, ceci implique que pour certains processus l'effet d'un choc ne se dissipe pas et se répercute sur des observations très lointaines. En effet, les travaux hydrologiques de Hurst (1951) sur le Nil constituent l'origine des études sur cette notion. Ces travaux prolifiques ont été repris par Mandelbrot et ses collaborateurs et ce dans le but développer des processus qui permettent de rendre compte des propriétés des séries temporelles ayant une mémoire de long terme : Le mouvement brownien fractionnaire (Mandelbrot et Van Ness (1969)) et le bruit gaussien fractionnaire (Mandelbrot et Wallis (1969)). Pour ces séries chronologiques, il existe une forte structure de dépendance entre les observations.

¹⁹ Historiquement, cette hypothèse a été introduite en 1863 par un économiste français : Jules Regnault, dans son *Calcul des chances et philosophie de la Bourse*. Cet auteur s'appuie sur cette hypothèse pour construire le premier modèle de la théorie financière moderne afin d'analyser les variations des cours boursiers, modèle qui sera repris en 1900 par Louis Bachelier.

De plus, dans le domaine temporel, ces processus se caractérisent par une fonction d'autocorrélation qui décroît hyperboliquement au fur et à mesure que le retard augmente.

Depuis les travaux de Granger et Joyeux (1980) et Hosking (1981) et suite de à la formalisation de la notion de mémoire longue à travers les processus ARFIMA, la caractéristique de décroissance lente de la fonction d'autocorrélation des processus à mémoire longue a fait l'objet de nombreuses études de recherche. Cette composante mémoire longue a été observée dans plusieurs séries chronologiques économiques et financières : taux de change (Chung (1993) et Smallwood (2005)), taux d'inflation (Hassler et Wolters (1995) et indices des prix (Granger et Joyeux (1980)) ...

Plusieurs autres études ont cependant signalé le risque de confusion entre mémoire longue et changement de régime ou changement structurel. En effet, Granger et Terasvirta (1999), Diebold et Inoue (2001), Breidt et Hsu (2002), Granger et Hyung (2004) et Kuswanto et Sibbertsen (2008) mentionnent que certains modèles tels que les modèles à changement de régimes markoviens lents peuvent générer des caractéristiques similaires à celles des processus à mémoire longue. Plus précisément, ces modèles exhibent une décroissance lente de la fonction d'autocorrélation et génère de la mémoire longue fallacieuse. Malgré ce constat, Hsu (2005) montre que même après ajustement de la rupture le taux d'inflation américain demeure fortement persistant et Choi et Zivot (2005) concluent que la modélisation du changement structurel des taux de changes futurs réduit la persistance mais ne l'élimine pas complètement. De leurs coté, Guégan et Rioublanc (2005) indiquent que même si la mémoire longue observée est fallacieuse, les processus fractionnairement intégrés génèrent des prévisions meilleures que celles des processus à changement de régimes markoviens. Granger et Hyung (2004) mettent en évidence la difficulté de distinguer les deux phénomènes et soulignent la nécessité de prendre en compte la mémoire longue ainsi que la possibilité de changement de persistance au niveau de la moyenne et de la variance.

D'une manière générale, l'abondance des études dédiées à la détection de la mémoire longue dans les séries temporelles économiques et financières reflète les implications importantes de celle-ci sur les théories économiques et financières notamment en termes de mise en place de politiques économiques adéquates et de gestion des portefeuilles et

des risques financiers. Toutefois, la littérature empirique consacrée aux *hedge funds* se limite à l'estimation de l'exposant de Hurst et ce dans le cadre de l'étude de la persistance pure de la performance. L'équation reliant l'exposant de Hurst au paramètre d'intégration fractionnaire constitue un lien adéquat pour réconcilier la notion de mémoire longue de celle de la persistance pure des performances afin de mieux appréhender la dynamique des rentabilités des *hedge funds*.

Ce chapitre se propose de reprendre l'histoire de la notion de mémoire longue tout en mettant en évidence la possibilité de confusion entre vraie mémoire longue et mémoire longue fallacieuse. Nous adoptons ainsi une approche permettant de contourner ce risque de confusion en estimant conjointement la mémoire longue et le changement de régime. La modélisation de la dynamique des rentabilités des *hedge funds* ainsi que la notion de changement de persistance feront l'objet de notre étude empirique afin de mettre en exergue l'importance du recours aux modèles mixtes permettant de combiner plusieurs caractéristiques des séries chronologiques financières tels que la mémoire longue et le changement de régime.

SECTION 1 : La notion de mémoire longue

La notion de mémoire longue ou de dépendance de long terme a fait l'objet de différentes études empiriques et ce dans plusieurs domaines d'applications comprenant entre autre la physique, l'hydrologie, l'économie et la finance ... Cette notion présente un cas particulier intéressant dans la mesure où elle autorise le cas intermédiaire entre les deux alternatives $I(0)$ et $I(1)$ d'un processus. Les processus à mémoire longue peuvent être définis d'une manière équivalente²⁰ dans le domaine temporel ainsi que dans le domaine fréquentiel. Dans le domaine temporel, les processus à mémoire longue sont caractérisés par une fonction d'autocorrélation qui décroît hyperboliquement. Formellement, on dit qu'un processus stationnaire X_t , de fonction d'autocorrélation ρ_k , est un processus à

mémoire longue s'il $\exists d \in \left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[$ et $L_1(\cdot)$ une fonction à variation lente à l'infini²¹ tel

²⁰ Ces définitions sont équivalentes sous certaines conditions établies par Beran (1994) théorème 2.1

²¹ On dit que $L(x)$ est une fonction à variation lente à l'infini si et seulement si $\forall c > 0$, $L(x)$ vérifie :

$L(cx) \sim L(x)$ quand $x \rightarrow \infty$.

que : $\rho_k \sim k^{2d-1} L_1(k)$ quand $k \rightarrow \infty$. Les processus vérifiant la relation asymptotique ci-dessus ont des autocorrélations qui décroissent à un taux hyperbolique, c'est-à-dire très lentement, au fur et à mesure que le retard augmente. Dans le domaine spectral, les processus à mémoire longue sont caractérisés par une densité spectrale s'accroissant sans limite quand la fréquence tend vers zéro. Formellement, un processus stationnaire X_t , de densité spectrale $f(\lambda)$, est un processus à mémoire longue s'il \exists un réel $d \in \left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[$ et $L_3(\cdot)$ une fonction à variation lente à l'infini tel que $f(\lambda) \sim |\lambda|^{2d-1} L_3(1/\lambda)$ quand $\lambda \rightarrow 0^+$. Le réel d , appelé paramètre d'intégration fractionnaire, et lié à l'exposant de Hurst par la relation suivante : $d = H - \frac{1}{2}$. Ces deux statistiques permettent un ordonnancement des chroniques en fonction du niveau de leur dépendance. Trois cas sont à distinguer selon les valeurs prises par l'exposant de Hurst et le paramètre d'intégration fractionnaire :

- Si $H = \frac{1}{2} \Leftrightarrow d = 0$: Mémoire courte.
- Si $\frac{1}{2} < H < 1 \Leftrightarrow 0 < d < \frac{1}{2}$: Mémoire longue (persistance).
- Si $0 < H < \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < d < 0$: Anti-persistance.

Les processus fractionnairement intégrés ont été appliqués avec succès dans plusieurs études. Par ailleurs, Diebold et Inoue (2001), Gouriéroux et Jasiak (2001), Davidson et Silbersten (2005) parmi d'autres ont montré que le phénomène de mémoire longue observé sur certaines séries peut être généré par un processus non stationnaire avec rupture structurelle ou bien à changement de régime. En effet, une rupture structurelle peut induire une forte persistance au niveau de la fonction d'autocorrélation du processus en question. Ainsi, il existe un risque de confusion entre mémoire longue et changement structurel : Ce constat a fait l'objet d'un certain nombre de travaux récents : Engle et Smith (1999), Diebold et Inoue (2001), Gouriéroux et Jasiak (2001), Granger et Hyung (2004), Perron et Qu (2006). Lien et Yang (2009) montrent que l'ajustement de la rupture au détriment de l'hypothèse de mémoire longue implique une amélioration des stratégies de couverture pour 6 paires de taux de change. En échantillon fini, certains processus

peuvent exhiber un comportement similaire à celui des processus à mémoire longue, tant au niveau de la fonction d'autocorrélation (décroissance lente) qu'au niveau de la densité spectrale (pole à la fréquence nulle). Dans le même cadre, certains chercheurs ont proposé des modèles qui peuvent générer de la mémoire longue factice ou fallacieuse :

- Le modèle moyenne-plus-bruit : Diebold et Inoue (2001) et Granger et Hyung (2004)

$$X_t = \mu_t + \varepsilon_t,$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + v_t,$$

$$v_t = \begin{cases} 0 : p \\ w_t : 1-p \end{cases} \text{ où } \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \text{ et } w_t \sim N(0,1)$$

- La rupture stochastique permanente : Engle et Smith (1999)

$$X_t = \mu_t + \varepsilon_t,$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \frac{\varepsilon_{t-1}^2}{\gamma + \varepsilon_{t-1}^2} \varepsilon_{t-1}, \quad \varepsilon_t \sim N(0,1)$$

- Le modèle à changement de régime markovien :

$$X_t \begin{cases} N(0, \sigma^2) & s_t = 0, \\ N(0,1) & s_t = 1, \end{cases}$$

et $M = \begin{pmatrix} p_{00} & 1-p_{00} \\ 1-p_{11} & p_{11} \end{pmatrix}$ Matrice de transition et s_t un processus

markovien de premier ordre qui prend les valeurs 0 et 1.

1.1. Définitions

Un processus stationnaire est un processus à mémoire longue si :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=-n}^n |\rho_k| = \infty$$

Où ρ_k la fonction d'autocorrélation au retard k .

A l'inverse, les processus ARMA stationnaires et inversibles sont caractérisés par des autocorrélations qui sont géométriquement bornées qui décroissent à un taux exponentiel (i.e $|\rho_k| \leq cm^{-k}$ pour k grand et $0 < m < 1$). Ils sont donc, dits des processus à mémoire courte. Notamment, les processus à mémoire longue peuvent être définis d'une manière équivalente²² dans le domaine temporel ainsi que dans le domaine spectral.

1.1.1. Domaine temporel

Dans le domaine temporel, les processus à mémoire longue sont caractérisés par une fonction d'autocorrélation qui décroît hyperboliquement. Soit la définition suivante :

Définition : On dit qu'un processus stationnaire X_t est un processus à mémoire longue

s'il $\exists d \in \left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[$ et $L_1(\cdot)$ une fonction à variation lente à l'infini²³ tel que :

$$\rho_k \sim k^{2d-1} L_1(k) \quad k \rightarrow \infty$$

d est appelé paramètre d'intégration fractionnaire. Donc, les processus vérifiant la relation asymptotique ci-dessus ont des autocorrélations qui décroissent très lentement, c'est-à-dire à un taux hyperbolique, au fur et à mesure que le retard augmente. Une

²² Ces définitions sont équivalentes sous certaines conditions établies par Beran (1994) théorème 2.1

²³ On dit que $L(x)$ est une fonction à variation lente à l'infini si et seulement si $\forall c > 0, L(x)$ vérifie : $L(cx) \sim L(x)$ quand $x \rightarrow \infty$.

dentition alternative des processus à mémoire longue dans le domaine temporel découle du théorème de décomposition de Wold (Granger (1981), et Palma (2007)) :

Définition : Un processus stationnaire X_t est un processus à mémoire longue s'il \exists un réel $d \in \left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[$ et $L_2(\cdot)$ une fonction à variation lente à l'infini tel que :

$$\psi_j \sim j^{d-1} L_2(j) \quad j \rightarrow \infty$$

ψ_j coefficient de la représentation moyenne mobile infinie.

1.1.2. Domaine fréquentiel

Dans le domaine spectral, les processus à mémoire longue sont caractérisés par une densité spectrale s'accroissant sans limite quand la fréquence tend vers zéro. Formellement, nous retenons la définition suivante :

Définition : Un processus stationnaire X_t est un processus à mémoire longue s'il \exists un réel $d \in \left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[$ et $L_3(\cdot)$ une fonction à variation lente à l'infini tel que :

$$f(\lambda) \sim |\lambda|^{2d-1} L_3(1/\lambda) \quad \lambda \rightarrow 0^+$$

Avec $f(\lambda)$ la densité spectrale de X_t , représentant la transformée de Fourier de sa fonction d'autocovariance $\gamma(k)$:

$$f(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma(k) e^{-i\lambda k}$$

$$\lambda \in [-\pi, \pi]$$

La définition de la mémoire longue est une définition asymptotique, qui est rattachée à la manière avec laquelle le processus converge. En effet, dans les deux cas des processus à mémoire longue et des processus à mémoire courte, $\rho_k \rightarrow 0$ quand $k \rightarrow \infty$ mais à un taux de décroissance beaucoup plus lent pour les processus à mémoire longue. Ceci implique que des observations éloignées dans le temps peuvent avoir une covariance non négligeable, les observations récentes « retiennent » de la mémoire du passé.

1.2. Processus à mémoire longue

Les premiers processus à mémoire longue ont été développés en temps continu. En particulier, Mandelbrot et Van Ness (1968) ont introduit une généralisation du mouvement brownien ordinaire, appelé mouvement brownien fractionnaire, afin de tenir compte de la dépendance de long terme entre les observations. Nous donnons la définition d'un mouvement brownien standard $B(t)$, appelé aussi processus de Wiener $W(t)$, puis nous développons une formulation d'un mouvement brownien standard :

Définition : Un mouvement brownien $B(t)$ est un processus stochastique en temps continu tel que :

- $B(0) = 0$
- Les incréments de $B(t)$ sont stationnaires et indépendants. Ainsi, pour $0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n$, les incréments $B(t_i) - B(t_{i-1})$ sont des variables aléatoires indépendantes telles que :

$$E(B(t_i) - B(t_{i-1})) = 0$$

$$Var(B(t_i) - B(t_{i-1})) = \sigma^2(t_i - t_{i-1})$$

- Les incréments $B(t_i) - B(t_{i-1})$ ont une distribution normale de moyenne nulle et de variance $\sigma^2(t_i - t_{i-1})$.

Si $\sigma^2 = 1$, alors le mouvement brownien est dit standard. La formulation d'un mouvement brownien fractionnaire

$$B_H(t, \cdot) = \frac{1}{\Gamma\left(H + \frac{1}{2}\right)} \left[\int_0^t (t-s)^{H-\frac{1}{2}} dB(s, \cdot) \right]$$

où H est l'exposant de HURST, $0 < H < 1$, et $B(s, \cdot)$ est le mouvement brownien ordinaire de variance unitaire (mouvement brownien standard). Les incréments du mouvement brownien fractionnaire :

$$B_H(t, \cdot) - B_H(t-1, \cdot)$$

Constituent un processus gaussien stationnaire (ou bruit gaussien fractionnaire) en temps discret (Mandelbrot et Wallis (1969)) dont la fonction d'autocovariance s'écrit :

$$\gamma_k = \frac{1}{2} \left[|k+1|^{2H} - 2|k|^{2H} + |k-1|^{2H} \right]$$

Avec $\gamma_k \sim H(2H-1)k^{2H-2} \quad k \rightarrow \infty$

Bien que l'une des formules soit à temps continue et l'autre à temps discret, si l'on se rapproche à leurs limites, l'autocovariance des processus ARFIMA (voir infra) et l'autocovariance du processus gaussien fractionnaire, on peut établir une relation fonctionnelle entre l'exposant de Hurst H et le paramètre d'intégration fractionnaire d , qui sont caractérisés par la même puissance de décroissance hyperbolique.

Ainsi, en liant les deux exposants :

$$2H - 2 = 2d - 1$$

on obtient :

$$d = H - \frac{1}{2}$$

1.2.1. Classification des séries temporelles

L'exposant de Hurst H ainsi que le paramètre d'intégration fractionnaire d permettent un ordonnancement des chroniques en fonction du niveau de leur dépendance. Trois cas sont à distinguer selon les valeurs prises par l'exposant de Hurst et le paramètre d'intégration fractionnaire :

➤ Si $H = \frac{1}{2} \Leftrightarrow d = 0$: Les autocorrélations décroissent géométriquement vers zéro et la densité spectrale est finie et positive aux basses fréquences. Ces processus ne présentent donc aucune dépendance de long terme. De tels processus sont par exemple des bruits blancs, ou les processus à mémoire courte tels que les modèles ARMA.

➤ Si $\frac{1}{2} < H < 1 \Leftrightarrow 0 < d < \frac{1}{2}$: Les autocorrélations sont positives et décroissent si lentement qu'elles ne sont pas sommables, quand le retard augmente. La densité spectrale a un pôle à la fréquence zéro. La série présente donc *l'effet Joseph* de dépendance de long terme, dépendance d'autant plus forte que H se rapproche de 1. Les périodes où la série est au-dessus (ou au-dessous) de moyenne sont extrêmement longues. On parle également de persistance, si la série était à la hausse la période précédente, il y a une forte probabilité pour qu'elle soit également à la hausse la période suivante. La série présente la forme spectrale typique caractéristique des variables économiques (Granger (1966)).

⇒ Le processus exhibe donc une mémoire longue (persistance)

➤ Si $0 < H < \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < d < 0$: Les autocorrélations alternent de signe. La densité spectrale est nulle à la fréquence zéro. Il s'agit d'une forme particulière de mémoire longue que Mandelbrot et Taqqu (1979) qualifient d'« *une forme d'anti-persistance de dépendance de long terme* ». L'anti-persistance renvoi ainsi à la mémoire de long terme car plus H est proche de zéro et le plus le processus aura une tendance systématique à compenser une grande variation par une grande variation de signe opposé.

Dans le but d'illustrer cette classification des séries temporelles en fonction de l'exposant de Hurst et du paramètre d'intégration fractionnaire, trois bruits gaussiens fractionnaires ont été simulés avec différentes valeurs des paramètres, pour un nombre d'observations égal à 10000. Les figures 1, 2 et 3 résument les caractéristiques des différents processus produits.

L'examen des graphiques montre que la représentation des courbes est d'autant plus dense que la valeur de l'exposant de Hurst est faible : La courbe représentant le bruit gaussien fractionnaire avec une valeur de H égale 0,8 remplit moins d'espace que celle représentant le bruit gaussien fractionnaire pour une valeur de l'exposant de Hurst égale à 0,2. En ce qui concerne les courbes des observations cumulées, l'aspect «dentelé» tend à disparaître au fur et à mesure que la valeur de l'exposant de Hurst augmente. Ce constat est attribué au phénomène de persistance : une phase de hausse (respectivement de baisse) a une forte probabilité d'être suivies par une phase de hausse (respectivement de baisse).

Figure 1 : Bruit Gaussien Fractionnaire, $H = 0,2$ ($d = -0,3$)

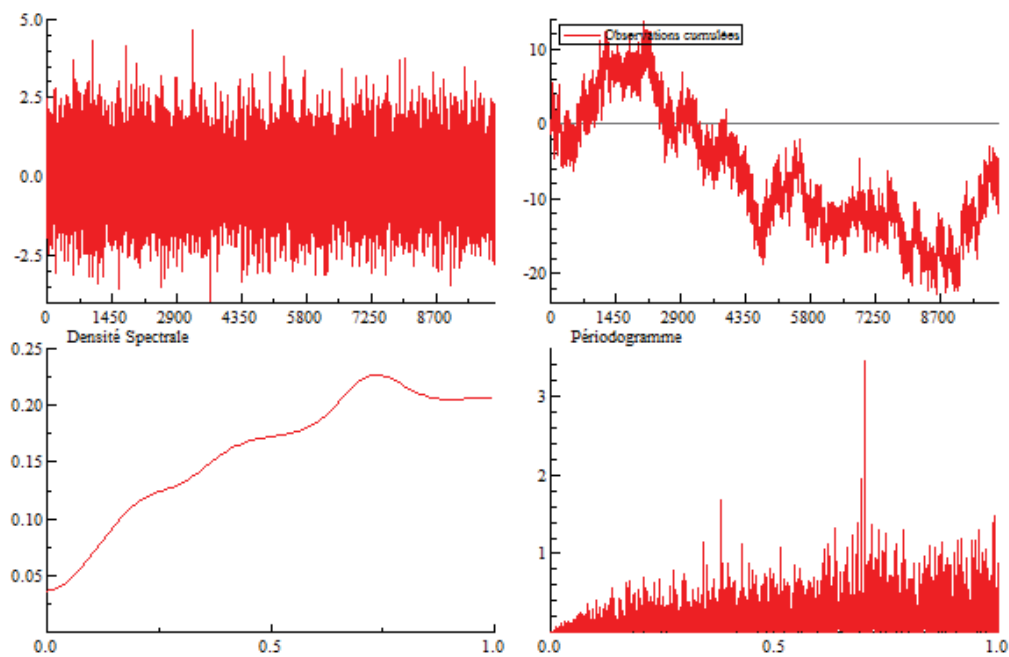


Figure 2 : Bruit gaussien fractionnaire, $H = 0,5$ ($d = 0$)

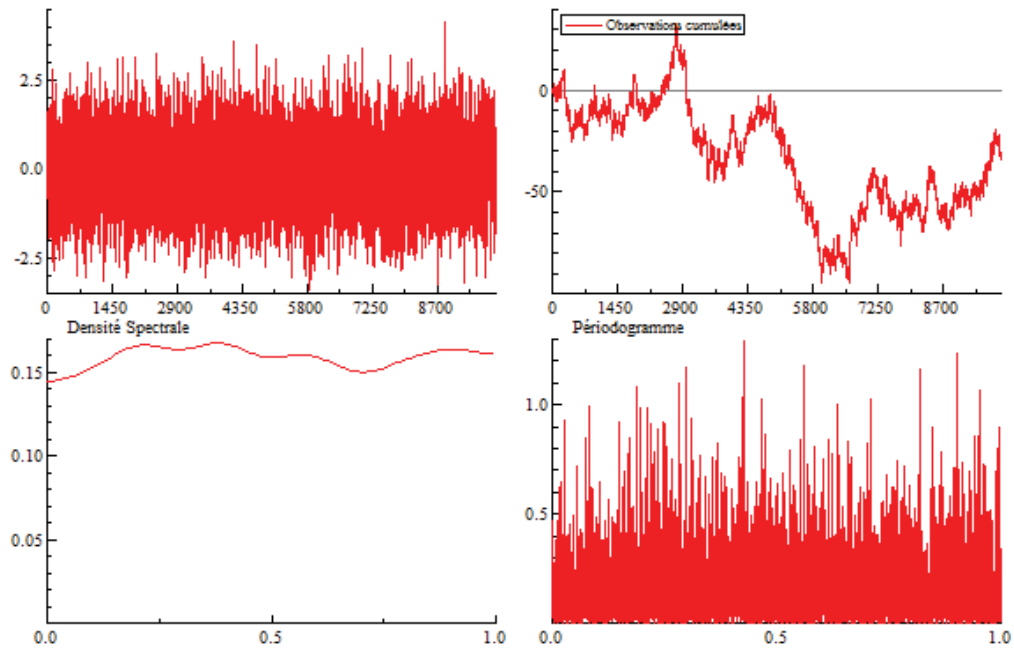
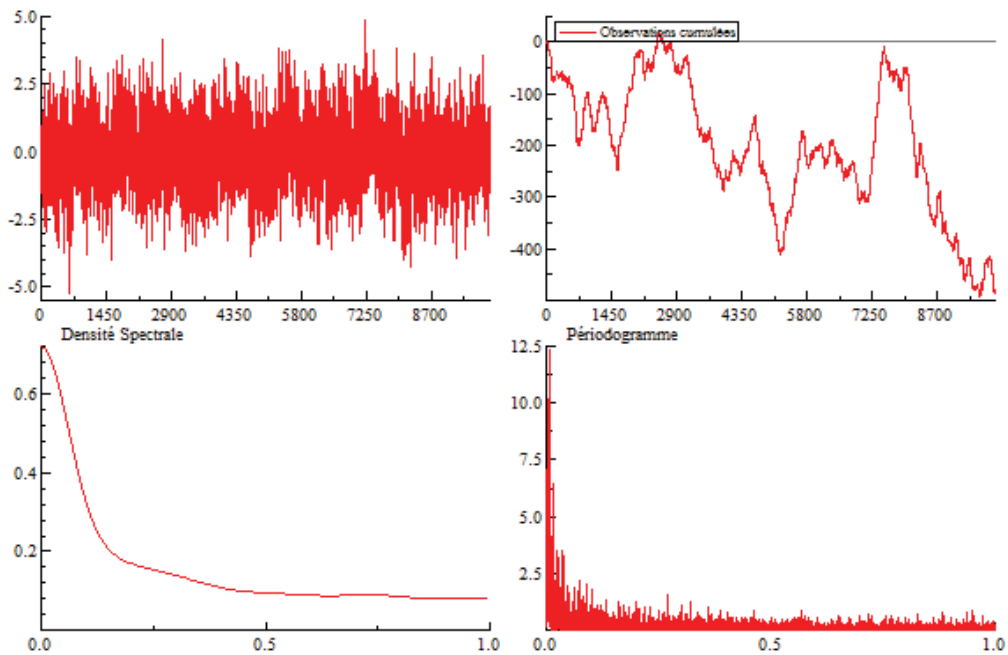


Figure 3 : Bruit gaussien fractionnaire, $H = 0,8$ ($d = 0,3$)



De plus, l'étude de la densité spectrale et du périodogramme montre que le processus anti-persistant ($0 < H < \frac{1}{2}$) est plus riche en terme de hautes fréquences que le bruit blanc ($H = 0,5$). La figure 3 illustre merveilleusement les différents enseignements rencontrés à ce stade du mémoire en ce qui concerne les processus à mémoire longue et plus précisément la forme de la densité spectrale qui exhibe un pôle à la fréquence zéro. Par ailleurs, le périodogramme des processus à mémoire longue pour H compris entre $\frac{1}{2}$ et 1, est plus riche en terme de basses fréquences qu'un bruit blanc, ce qui traduit l'existence d'une structure de dépendance de long terme.

1.2.2. Processus ARFIMA

Dans cette section nous nous intéressons uniquement à une classe particulière des processus à mémoire longue à savoir les processus ARFIMA.

Ces processus introduits initialement par Granger et Joyeux (1980) et Hosking (1981) visent à prendre en considération le comportement de long terme des séries temporelles ainsi que celui de court terme. Ils constituent une extension directe des processus ARIMA usuels. En effet, du point de vue des modélisations de type Box et Jenkins, deux cas majeurs sont à considérés : d'une part une modélisation ARMA(p,q) impliquant que la série est stationnaire donc l'absence de racine unitaire, d'autre part, une modélisation ARIMA(p,d,q) reflétant l'existence d'une racine unitaire synonyme des non stationnarité de la série en question. La présence d'une racine unitaire ($d = 1$ dans les modèles ARIMA) fait référence au phénomène de mémoire infinie du moment où la non stationnarité en différence renvoie à des conséquences permanentes de toute perturbation, et l'absence de racine unitaire ($d = 0$) renvoie au cas de mémoire courte, voir absence de mémoire. Le cas intermédiaire, c'est-à-dire le cas où le paramètre d'intégration est fractionnaire, est en effet négligé. L'apport scientifique de Granger et Joyeux (1980) et Hosking (1981) réside donc dans l'introduction des modèles ARFIMA qui présentent outre les composantes autorégressives et moyenne mobile, le paramètre d'intégration fractionnaire.

Nous mettons l'accent ci-après sur les processus ARFIMA, leurs principales caractéristiques ainsi que leurs extensions. Par la suite nous examinons les différentes méthodes d'estimations du paramètre d'intégration fractionnaire d .

1.2.2.1. Définitions et propriétés

Comme il a été mentionné précédemment, les premiers processus à mémoire longue ont été développés en temps continu. Ainsi, le bruit gaussien fractionnaire peut être considéré comme l'analogie en temps discret du mouvement brownien fractionnaire. Par ailleurs, l'analogie du mouvement brownien en temps discret n'est autre que le modèle de marche aléatoire qui constitue le modèle ARIMA le plus simple :

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \Leftrightarrow (1-L)^1 X_t = \varepsilon_t$$

Le coefficient de la variable endogène retardée étant unitaire, un choc sur celle-ci se répercutera sur toutes les valeurs futures de la série. Il s'agit de processus à mémoire infinie du moment où les conséquences d'un choc sont permanentes. A l'inverse, pour un processus ARMA, les conséquences d'un choc sont temporaires et n'affectent que le comportement de court terme de la série. L'extension de Mandelbrot et Van Ness (1968) et Mandelbrot et Wallis (1969) consiste en la prise en compte d'un paramètre d'intégration fractionnaire non entier et ce afin de tenir compte du cas intermédiaire, c'est-à-dire le comportement de long terme de la série. Le bruit gaussien fractionnaire, résultat de cette extension, ne permet de prendre en compte que le comportement de long terme. Afin de pallier ce manque, Granger et Joyeux (1980) et Hosking (1981) ont introduit les processus ARFIMA visant à tenir compte du comportement de long terme de la série ainsi que celui de court terme en introduisant les composantes autorégressives et moyenne mobile. Formellement, un processus stationnaire X_t suit un processus ARFIMA(p,d,q) si :

$$\Phi(L)(1-L)^d X_t = \Theta(L)\varepsilon_t$$

où $(1-L)^d$ est le développement binomial défini²⁴ par :

²⁴ $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} = \prod_{0 \leq k \leq i} \left(\frac{i-1-d}{i} \right)$, d'après la propriété $\Gamma(n) = (n-1)!$, pour n entier

strictement positif, on peut s'en servir pour calculer la factorielle d'un entier naturel n : $n! = \Gamma(n+1)$.

Propriété valide pour les non entiers aussi.

$$(1-L)^d = \nabla^d = 1 - dL - \frac{d(1-d)}{2!}L^2 - \frac{d(1-d)(2-d)}{3!}L^3 - \dots$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} L^k$$

$\Gamma(\cdot)$ est une fonction Eulérienne (ou Gamma) de 2^{ème} espèce définie par :

- $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$
- $\Gamma(0) = \infty$

$\Phi(L)$ et $\Theta(L)$ sont les polynômes retards autorégressifs et moyenne mobile dont les racines sont à l'extérieur du disque unité :

$$\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$$

$$\Theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q$$

ε_t est un bruit blanc : $\varepsilon_t \sim BB(0, \sigma^2)$

Les processus ARFIMA(p, d, q) sont des processus à mémoire longue stationnaires et inversibles lorsque $d \in \left] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right[$ et $d \neq 0$. Ainsi, les processus ARMA et ARIMA sont des cas particuliers des processus ARFIMA dans lesquels, respectivement, $d = 0$ et d est un entier.

1.2.2.2. Cas particulier : Le bruit gaussien fractionnaire

Le processus ARFIMA le plus simple est le bruit fractionnaires, ou ARFIMA(0, d, 0) :

$$(1-d)^d X_t = \varepsilon_t$$

- Pour le cas particulier ARFIMA(0, d, 0) avec $d < \frac{1}{2}$, le processus X_t est stationnaire et possède une représentation moyenne mobile infinie :

$$X_t = \Psi(L)\varepsilon_t = \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k \varepsilon_{t-k}$$

où

$$\psi_k = \frac{\Gamma(k+d)}{\Gamma(d)\Gamma(k+1)}$$

Et

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \psi_k = \frac{k^{d-1}}{\Gamma(d)}$$

- Pour le cas particulier ARFIMA(0, d, 0) avec $d > -\frac{1}{2}$, le processus X_t est inversible et possède une représentation auto régressive infinie :

$$\Pi(L)X_t = \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k X_{t-k} = \varepsilon_t$$

où $\pi_k = \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)}$ Et $\lim_{k \rightarrow \infty} \pi_k = \frac{k^{-d-1}}{\Gamma(-d)}$

- Pour le cas particulier ARFIMA(0, d, 0) avec $-\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2}$ et ε_t un bruit blanc de variance unitaire, la fonction d'auto-covariance de X_t s'écrit :

$$\gamma_k = \frac{\Gamma(1-2d)\Gamma(k+d)}{\Gamma(d)\Gamma(1-d)\Gamma(k+1-d)}$$

Et $\lim_{k \rightarrow \infty} \gamma_k = \frac{\Gamma(1-2d)}{\Gamma(d)\Gamma(1-d)} k^{2d-1}$

La densité spectrale de X_t est donnée par :

$$f(\lambda, d) = \left(2 \sin \frac{\lambda}{2} \right)^{-2d}$$

et $\lim_{\lambda \rightarrow 0} f(\lambda, d) = \lambda^{-2d}$

On remarquera ainsi que lorsque $-\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2}$, le processus est stationnaire et inversible.

Les coefficients ψ_k et π_k décroissent à un taux hyperbolique, et non pas de façon exponentielle comme dans le cas des processus ARMA. La baisse hyperbolique de la fonction d'autocorrélation indique que les processus ARFIMA sont des processus à mémoire longue lorsque d est différent de zéro. En outre, le comportement de la densité spectrale aux basses fréquences montre que lorsque d est positif, X_t est un processus persistant. Le paramètre d'intégration fractionnaire d permet de caractériser le comportement de long terme de la série étudiée. Le comportement de court terme de la série est quant à lui pris en considération au travers des paramètres autorégressifs et moyenne mobile de la représentation ARFIMA(p,d,q). En effet, l'impact du paramètre d sur des observations distantes diminue hyperboliquement lorsque le retard augmente, alors que l'effet des paramètres autorégressifs et moyenne mobile décroissent à un taux exponentiel.

1.2.3. Extensions des processus ARFIMA et prise en compte du comportement saisonnier

Tout comme les processus ARIMA qui ont été étendus aux processus SARIMA (ARIMA Saisonniers), il est assez naturel de chercher à étudier les processus ARFIMA afin de tenir compte du comportement périodique de la série étudiée. Hosking (1981,1984) propose deux types d'extensions :

- L'introduction d'un filtre
- L'introduction d'un opérateur de différenciation fractionnaire

Les développements théoriques de la première extension sont dus à Gray, Zhang et Woodward (1989) donnant lieu au processus GARMA, la seconde extension a été développée par Porter-Hudak (1990).

1.2.3.1. Processus GARMA

Ces modèles proposés par Gray, Zhang et Woodward (1989) visent à tenir compte du comportement périodique ou cyclique persistant d'un processus et de sa mémoire longue et ce au moyen des pôles du spectre qui ne se situent pas à la fréquence zéro.

Les auteurs reprennent l'extension suggérée par Hosking (1981) pour un processus de la forme :

$$\Phi(L)(1 - 2uL + L^2)^\lambda X_t = \Theta(L)\varepsilon_t$$

Il s'agit ainsi des processus GARMA(p,u,q) dont l'étude se fait via les processus de Gegenbauer de paramètre réel λ , $\lambda \neq 0$. Ces processus sont construits à partir des polynômes de Gegenbauer :

$$C_n^\lambda = \sum_{k=0}^{\text{int}[n/2]} (-1)^k \frac{\Gamma(\lambda + n - k)}{\Gamma(\lambda)} (2u)^{n-2k} [k!(n-2k)!]^{-1}$$

En utilisant le polynôme de Gegenbauer, on peut écrire, pour un processus X_t inversible :

$$(1 - 2uL + L^2)^\lambda X_t = \varepsilon_t \tag{2.1}$$

où $(1 - 2uL + L^2)$ est un filtre.

Le processus (2.1) est appelé processus de Gegenbauer, il est stationnaire à mémoire longue si $|u| < 1$ et $0 < \lambda < \frac{1}{2}$ ou si $|u| = 1$ et $0 < \lambda < \frac{1}{4}$. En introduisant les termes

autorégressifs et moyennes mobiles, on obtient un processus $GARMA(p, u, \lambda, q)$ qui s'écrit :

$$\Phi(L)(1 - 2uL + L^2)^\lambda X_t = \Theta(L)\varepsilon_t$$

Les conditions de stationnarité, d'inversibilité et de présence de mémoire longue sont identiques à celles d'un processus de Gegenbauer. De plus, le comportement de la fonction d'autocorrélation d'un processus $GARMA(p, u, \lambda, q)$ en fonction de λ et u est donné par :

$$\rho_k \sim k^{4\lambda-1} \text{ pour } u = 1 \text{ et } 0 < \lambda < \frac{1}{4}.$$

$$\rho_k \sim (-1)^k k^{4\lambda-1} \text{ pour } u = -1 \text{ et } 0 < \lambda < \frac{1}{4}$$

$$\rho_k \sim ck^{2\lambda-1} \cos(k\omega_0) \text{ pour } |u| < 1 \text{ et } 0 < \lambda < \frac{1}{2}$$

ω_0 étant la fréquence de Gegenbauer et c une constante. La densité spectrale d'un $GARMA(p, u, \lambda, q)$ est caractérisée par :

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} (\omega - \omega_0)^{2\lambda} f(\omega) \text{ existe et finie si } |u| < 1$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} (\omega)^{4\lambda} f(\omega) \text{ existe et fini si } |u| = 1$$

Avec $f(\omega)$ est la densité spectrale d'un processus de Gegenbauer. Remarquons enfin, que pour $|u|=1$, le processus GARMA se réduit au processus ARFIMA(p,d,q) avec $d = 2\lambda$.

1.2.3.2. Processus SARIMA

Porter-Hudak (1990) propose l'utilisation d'un processus ARFIMA incluant deux composantes de différenciation fractionnaire : une composante saisonnière et une composante non saisonnière. Ainsi, un processus SARFIMA peut être défini comme suit :

$$\Phi(L)(1-L)^{d_1}(1-L^s)^{d_2} X_t = \Theta(L)\varepsilon_t$$

Où d_1 et d_2 appartiennent à l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

Ce modèle permet ainsi de rendre compte de la décroissance hyperbolique des autocorrélations grâce au paramètre d_1 et également de la décroissance hyperbolique des autocorrélations aux retards saisonniers grâce au paramètre d_2 . En d'autres termes, les processus SARFIMA exhibent un comportement aux basses fréquences saisonnières similaire à celui des processus ARFIMA à la fréquence nulle.

1.2.4. Processus à mémoire longue hétéroscédastiques

La modélisation classique des séries financières fondée sur les modèles usuels tels que les modèles ARMA semble être inadaptée aux séries financières. En effet, la modélisation ARMA qui suppose des séries temporelles à variance constante (hypothèses d'homoscédasticité) néglige, éventuellement, l'information contenue dans le facteur résiduel des séries financières caractérisées par des structures asymétriques et une forte volatilité de leur variance à laquelle on s'intéresse de plus en plus. Une modélisation de type ARCH (*AuroRegressive Conditional Heterescedasticity*) est donc plus adéquate dans la mesure où elle permet de modéliser des chroniques qui ont une volatilité instantanée qui dépend du passé.

1.2.4.1. Le modèle ARCH

Introduits initialement par Engle (1989), ces modèles intègrent de manière endogène les paramètres de la variance conditionnelle, en effet, dans un modèle ARCH le processus ε_t a une espérance et une variance conditionnelle qui s'écrivent :

$$E(\varepsilon_t / (\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-3}, \dots)) = 0$$

$$V(\varepsilon_t / (\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-3}, \dots)) = \sigma_t^2$$

σ_t^2 représente la variance conditionnelle de ε_t

Formellement, le modèle ARCH(q) est basé sur une paramétrisation quadratique de la variance conditionnelle. σ_t^2 apparaît comme une fonction linéaire des q valeurs passées du processus du carré des innovations.

Un processus ARCH(q) est donné par :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

où $\alpha_0 \geq 0$ et $\alpha_i \geq 0$, $i = 1 \dots q$. Les contraintes sur les coefficients garantissent la positivité de la variance conditionnelle. De plus, la variance est fini si $\sum_{i=1}^q \alpha_i \leq 1$.

1.2.4.2. Le modèle GARCH

Les modèles ARCH ont été généralisés en modèles GARCH en 1986 par Bollerslev en introduisant des valeurs retardées de la variance dans son équation.

Un processus GARCH(p,q) est donné par :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 = \alpha_0 + \alpha(L) \varepsilon_t^2 + \beta(L) \sigma_t^2$$

où $\alpha_0 \geq 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$

Une condition nécessaire et suffisante de stationnarité du processus GARCH(p,q) s'écrit :

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j \leq 1$$

Les processus GARCH(p,q) sont des processus à mémoire courte puisque l'effet d'un choc sur la variance conditionnelle décroît d'une manière exponentielle.

1.2.4.3. Le modèle EGARCH: Exponential GARCH

Ce type de processus se caractérise par une prise en compte de l'hypothèse d'asymétrie caractérisant la dynamique des séries financières. En d'autres termes, il évite la contrainte de positivité des paramètres du modèle GARCH. Ce modèle a été élaboré par Nelson (1991) lors d'une étude menée sur les rentabilités des actifs financiers, il le définit comme suit :

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i (\phi z_{t-i} + \mathcal{N}(|z_{t-i}| - E|z_{t-i}|)) + \sum_{j=1}^p \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2$$

avec $z_{t-i} = \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}}$

1.2.4.4. Le modèle TGARCH: Threshold GARCH

Dans cette formulation GARCH à seuil, introduite par Zakoian (1990), la forme quadratique décrivant le processus GARCH est remplacée par une fonction linéaire par morceaux – chacun des segments étant associé à des chocs de mêmes natures – ce qui permet d'obtenir différentes fonctions de volatilité selon le signe et les valeurs des chocs. Un processus TGARCH(p,q) s'écrit :

$$\sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q (\alpha_i^+ \varepsilon_{t-i}^+ - \alpha_i^- \varepsilon_{t-i}^-) + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}$$

Avec $\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_t^+ = \max(\varepsilon_t, 0) \\ \varepsilon_t^- = \min(\varepsilon_t, 0) \end{array} \right\}$

1.2.4.5. Le modèle ARCH-M: ARCH in Mean

Cette modélisation présente un intérêt majeur dans la modélisation des séries financières, d'une part et dans la gestion des risques financiers d'autre part. En effet, Engle, Lilien et Robins (1987) partent de la constatation que pour une bonne évaluation des risques financiers, il convient non seulement de mesurer le risque, de tenir compte de sa variation au cours du temps, mais également d'inclure cette information comme un déterminant de

la rentabilité du titre ou du portefeuille. La modélisation ARCH-M (ARCH in Mean) permet de tenir compte de ce phénomène en introduisant la variance conditionnelle dans l'équation de la moyenne. Un modèle GARCH-M s'écrit (dans le cas où l'équation de la moyenne est un processus ARMA) :

$$\begin{cases} \Phi(L)X_t = \Theta(L)\varepsilon_t + \delta\sigma_t^2 \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \end{cases}$$

Où X_t est processus stationnaire, $\Phi(L)$ et $\Theta(L)$ sont les polynômes de retard autorégressifs et moyenne mobile respectivement.

1.2.4.6. Le modèle APARCH : Asymmetric Power ARCH

Ces modèles introduits par Ding, Engle et Granger (1993) et étudiés d'une manière approfondie par Straumann (2005) constituent une classe très générale qui contient les GARCH ordinaires et les TGARCH.

Un processus GARCH en puissance asymétrique (*Asymmetric Power ARCH*) s'il vérifie l'équation suivante :

$$\sigma_t^\delta = w + \sum_{i=1}^q \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \zeta_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^\delta$$

Avec $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$ et $|\zeta_i| \leq 1$

Le $GARCH(p, q)$ est obtenu pour $\delta = 2$ et $\zeta_1 = \dots = \zeta_q = 0$

Pour $\delta = 1$ le modèle correspond au modèle TGARCH. De plus, comme le notent Franq et Zakoin (2009) le modèle ARARCH constitue la limite du modèle Log-GARCH vue que :

$$\log \sigma_t = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\sigma_t^\delta - 1}{\delta}$$

La nouveauté des modèles APARCH réside donc dans l'introduction du paramètre δ . Ceci est pleinement justifié par le fait que la valeur $\delta = 2$ dans la formulation standard des GARCH, $\delta = 1$ de la formulation TGARCH ou $\delta = 0$ de la formulation Log-GARCH peut sembler arbitraire. Empiriquement cela se justifie également par le fait que l'on constate souvent des plus fortes corrélations sur les valeurs absolues des rendements que sur leurs carrés.

1.2.4.7. Le modèle FIGARCH

Aujourd'hui, La démarche largement employée dans l'étude des séries financière consiste à étudier la variance conditionnelle de long terme: Baillie, Bollerslev et Mikkelson (1999), Bollerslev et Mikkelson (1996), Baillie (1996), Ding et Granger (1996). Une passerelle importante à souligner existe entre les processus GARCH et ARMA, en effet en posant :

$$a_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2 \Leftrightarrow \sigma_t^2 = \varepsilon_t^2 - a_t$$

Par substitution de σ_t^2 dans la définition du processus GARCH, on obtient :

$$\varepsilon_t^2 - a_t = \alpha_0 + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)(\varepsilon_t^2 - a_t)$$

ainsi on a : $(I - \alpha(L) - \beta(L))\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + (I - \beta(L))a_t$

Les processus GARCH(p,q) sont similaires aux processus ARMA usuels dans le sens ou le degré q apparaît comme le degré de la partie moyenne mobile et p comme celui de l'autorégressive : cela permet d'introduire des effets d'innovations. La variance conditionnelle est déterminée par le carré des p erreurs précédentes et des q variances conditionnelles passées. Quand le polynôme $(I - \alpha(L) - \beta(L))$ contient une racine unitaire, le processus GARCH(p,q) est un processus intégré de type IGARCH(p,q) :

$$\Phi(L)(1-L)\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + (1 - \beta(L))a_t$$

Il s'agit d'une classe de modèles introduite par Engle et Bollerslev (1986) qui vise à prendre en compte l'existence d'une racine unitaire dans la variance reflétant l'existence d'un phénomène de persistance dans la variance. En effet, La présence d'une racine unitaire renvoie au phénomène de mémoire infinie : lorsque se produit un choc sur la variance conditionnelle, celui-ci se répercute sur les prévisions de toutes ses valeurs futures. Les processus FIGARCH constituent un cas intermédiaire entre les processus GARCH et les processus IGARCH et se déduisent de la relation (2.2) en substituant l'opérateur $(1-L)$ par l'opérateur $(1-L)^d$, où d est le paramètre d'intégration fractionnaire. Un processus FIGARCH(p,d,q) est donc donné par :

$$\Phi(L)(1-L)^d \varepsilon_t^2 = \alpha_0 + (1-\beta(L))a_t \quad (2.3)$$

- Si $d = 1$: FIGARCH(p,1,q) est un GARCH intégré
- Si $d = 0$: FIGARCH(p,0,q) est un GARCH(p,q)

De plus, il existe une analogie entre les processus FIGARCH sur l'équation de la variance conditionnelle et les processus ARFIMA pour l'équation de la moyenne. En effet, en substituant $a_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$ dans l'expression (2.3) on obtient :

$$\alpha_0 + [1 - \beta(L) - \Phi(L)(1-L)^d] \varepsilon_t^2 = [1 - \beta(L)] \sigma_t^2$$

L'équation de la variance est alors donnée par :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 [1 - \beta(1)]^{-1} + [1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \Phi(L)(1-L)^d] \varepsilon_t^2$$

Soit finalement :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 [1 - \beta(1)]^{-1} + \lambda(L) \varepsilon_t^2$$

Avec $\lambda(L) = [1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \Phi(L)(1-L)^d]$

$$= \lambda_1 L + \lambda_2 L^2 + \dots$$

Et $\lambda_k \geq 0$, $k = 1, 2, \dots$

Baillie, Bollerslev et Mikkelsen (1996) notent que les conséquences d'un choc sur la variance conditionnelle du processus FIGARCH(p,d,q) décroissent à un taux hyperbolique lorsque $0 \leq d \leq 1$. Ainsi, par analogie avec les processus ARFIMA, la dynamique de long terme de la volatilité est prise en compte via le paramètre d'intégration fractionnaire d , la dynamique de court terme étant quant à elle modélisé au travers des paramètres GARCH, (Mignon Lardic).

1.2.4.8. Le modèle FIAPARCH

La modélisation FIAPARCH est construite à partir du modèle APARCH, initialement introduit par Ding, Granger et Engle (1993) puis reprise par Tse (1998) et ce afin de prendre en compte la persistance des chocs dans la variance conditionnelle. En effet, Engle et Ng (1993) montrent que la volatilité boursière réagit asymétriquement et positivement contre les chocs négatifs. Les auteurs supposent l'existence d'un polynôme $\Phi(L)$ telle que l'équation de la variance conditionnelle est donnée par :

$$(1-L)^d \Phi(L) g(\varepsilon_t)^\delta = \eta + (1-\beta(L)) \zeta_t \quad (2.4)$$

Où $0 \leq d \leq 1$ et que les racines de l'équation $\Phi(L) = 0$ se trouve à l'extérieur du disque unité. L'équation (2.4) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\sigma_t^\delta = \frac{\eta}{1-\beta(L)} + \left[1 - (1-\beta(L))^{-1} \Phi(L) (1-d)^d \right] g(\varepsilon_t)^\delta$$

TSE (1998) remarque que lorsque les deux polynômes $1-\beta(L)$ et $\Phi(L)$ sont de premiers degré et en posant $1-\beta(L) = \beta L$ et $\Phi(L) = 1-\phi L$, on obtient un modèle FIAPARCH(1,d,1) :

$$\sigma_t^\delta = w + \lambda(L)(|\varepsilon_t| - \gamma\varepsilon_t)^\delta$$

avec $w = \frac{\eta}{1-\beta}$ et $\lambda(L) = L^{-\infty} \lambda_i L = 1 - (1-\beta L)^{-1}(1-\phi L)(1-L)^d$

Ainsi, la volatilité conditionnelle admet une représentation infinie en terme de $g(\varepsilon_t)^\delta$.

$$\sigma_t^\delta = w + \lambda(L)(|\varepsilon_t| - \gamma\varepsilon_t)^\delta$$

$$w = \frac{\eta}{1-\beta}$$

1.3. Méthodes d'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire

Le paramètre d'intégration fractionnaire d peut être estimé à partir de l'exposant de Hurst H et ce en se basant sur la relation qui lie les deux paramètres :

$$\hat{d} = \hat{H} - \frac{1}{2}$$

Où \hat{H} est l'estimateur de l'exposant de Hurst : \hat{H} peut être calculé au moyen des statistiques R/S ou R/S modifiée vues précédemment. Cette méthode présente l'avantage d'être facile à mettre en œuvre. Par ailleurs, elle souffre de deux inconvénients majeurs. D'une part, ne disposant pas des écarts types associés à l'estimation de l'exposant de Hurst, on ne peut effectuer de test de significativité de la valeur de d . D'autre part, il est évident que s'il existe un biais dans le calcul de l'exposant de Hurst par exemple au moyen des techniques R/S et R/S modifiée, celui-ci se répercutera inévitablement sur l'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire. Les méthodes spectrales exposées ci-après permettent de pallier ces inconvénients.

1.3.1. Les méthodes semi-paramétriques

1.3.1.1. Méthode de régression

Cette méthode proposée par Geweke et Porter-Hudak (1983) s'intéresse particulièrement au comportement du spectre aux basses fréquences d'une série temporelle. Elle repose sur la forme de la densité spectrale d'un processus stationnaire

Soit X_t un tel processus, sa densité spectrale $f_X(\lambda)$ s'écrit :

$$f_X(\lambda) = |1 - e^{-i\lambda}|^{-2d} f_\varepsilon(\lambda) = (4 \sin^2(\frac{\lambda}{2}))^{-d} f_\varepsilon(\lambda)$$

Avec $f_\varepsilon(\lambda)$ la densité spectrale d'un processus ARMA(p,q) qui s'écrit :

$$f_\varepsilon(\lambda) = \frac{\sigma^2 |\Theta(e^{-i\lambda})|^2}{2\pi |\Phi(e^{-i\lambda})|^2}$$

$f_\varepsilon(\lambda)$ est finie et continue sur tout l'intervalle $[-\pi, \pi]$

En appliquant le logarithme à l'expression initiale, et en incluant la densité spectrale de ε_t à la fréquence zéro, on obtient :

$$\text{Log}(f_X(\lambda)) = f_\varepsilon(0) - d \text{Log}(4 \sin^2(\frac{\lambda}{2})) + \text{Log} \frac{f_\varepsilon(\lambda)}{f_\varepsilon(0)}$$

D'autre part, le périodogramme qui est un estimateur non biaisé de la densité spectrale s'écrit sous la forme suivante :

$$I(\lambda) = \frac{1}{2\pi T} \left| \sum_{j=1}^T X_j e^{-j\lambda} \right|^2$$

En introduisant le logarithme du périodogramme $Log(I(\lambda_j))$ aux harmoniques $\lambda_j = \frac{2\pi}{T}$,

$j = 1, \dots, \frac{T}{2}$, on peut réécrire :

$$Log(I(\lambda_j)) = Log(f_\varepsilon(0)) - dLog(4 \sin^2(\frac{\lambda_j}{2})) + Log \frac{f_\varepsilon(\lambda_j)}{f_\varepsilon(0)} + Log \frac{I(\lambda_j)}{f_X(\lambda_j)}$$

L'idée de ce test est de remarquer qu'autour de la valeur zéro de la fréquence λ_j , c'est-à-dire autour de la fréquence nulle pour un échantillon de fréquences sur $\frac{2\pi j}{T}$ le terme

$Log \frac{f_\varepsilon(\lambda_j)}{f_\varepsilon(0)}$ tend vers zéro. Ainsi, le logarithme du périodogramme peut s'écrire comme

une régression linéaire dont les coefficients peuvent faire l'objet d'une estimation par MCO :

$$Y_j = \alpha + \beta X_j + \eta_j$$

Avec $j = 1, \dots, g(T)$

$$Y_j = Log(I(\lambda_j))$$

$$\alpha = Log(f_\varepsilon(0))$$

$$\beta = -d$$

$$X_j = Log(4 \sin^2(\frac{\lambda_j}{2}))$$

$$\eta_j = Log \frac{I(\lambda_j)}{f_X(\lambda_j)}$$

Le terme $\eta_j = Log \frac{I(\lambda_j)}{f_X(\lambda_j)}$ peut être considéré comme un résidu puisque pour une série

stationnaire les ordonnées du périodogramme sont *iid*. D'autre part, la fonction $g(T)$ qui correspond aux ordonnées du périodogramme doit satisfaire les conditions suivantes :

$$\lim_{T \rightarrow +\infty} g(T) = \infty \quad \text{et} \quad \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{g(T)}{T} = 0.$$

Les auteurs proposent de choisir $g(T) = T^\delta$ $0 < \delta < 1$. Donc, l'estimateur de d peut s'écrire comme le rapport de covariance de X_j et Y_j :

$$\hat{d}_{GPH} = - \frac{\sum_{j=1}^{g(T)} (X_j - \bar{X})(Y_j - \bar{Y})}{\sum_{j=1}^{g(T)} (X_j - \bar{X})^2}$$

Les auteurs montrent que lorsque $T \rightarrow \infty$ et $-\frac{1}{2} < d < \frac{1}{2}$, d suit une loi normale :

$$\hat{d}_{GPH} \sim N \left(0, \frac{\pi^2}{6} \left[\sum_{j=1}^{g(T)} (X_j - \bar{X}_T)^2 \right]^{-1} \right)$$

Avec \bar{X}_T la moyenne des X_j , $j = 1, \dots, g(T)$

L'objectif du test est ainsi de capturer toute structure spectrale dans les basses fréquences, c'est-à-dire des structures de corrélations qui ne soit ni $I(\lambda) = I(0)$ ni $I(1)$ mais $I(d)$.

1.3.1.2. Méthode du log du spectre de puissance

Cette méthode proposée par Janacek (1982) s'intéresse particulièrement au logarithme du spectre de puissance. On prend les différences $d^{\text{ièmes}}$ d'une série X_t , notées Z_t qui est donc stationnaire et qui a comme spectre $f_z(\lambda)$: Le spectre de la série X_t sous forme logarithmique s'écrit alors :

$$\text{Log}(f_x(\lambda)) = -d \text{Log}[2(1 - \cos \lambda)] + \text{Log}(f_z(\lambda))$$

En introduisant dans cette expression la fonction de poids $W(\lambda)$ définie par :

$$W(\lambda) = -\frac{1}{2} \text{Log} [2(1 - \cos \lambda)]$$

on obtient :

$$\text{Log}(f_x(\lambda)) = 2Wd + \text{Log}(f_z(\lambda))$$

Or $W(\lambda)$ peut aussi s'écrire $W(\lambda) = \sum_{K=1}^{+\infty} \frac{1}{K} \cos K\lambda$. En prenant en considération l'écriture des séries de Fourier et ses coefficients :

$$a_K = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \text{Log}(2\pi f_x(\lambda)) \cos(K\lambda) d\lambda$$

On peut écrire :

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \text{Log}(2\pi f_x(\lambda)) W(\lambda) d\lambda = d \sum_{K=1}^{+\infty} \frac{1}{K^2} + \sum_{K=1}^{+\infty} \frac{a_K}{2K}$$

Et $f_z(\lambda) = a_0 + a_1 \cos \lambda + a_2 \cos 2\lambda + a_3 \cos 3\lambda + \dots$

En effet, contrairement à la procédure de Geweke et Porter-Hudak, Janacek exploitent les propriétés des coefficients de Fourier pour l'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire, même si les deux procédures partent de la définition du log-spectre. D'autre part, l'erreur quadratique moyenne de prévision à un pas en avant telle qu'elle a été démontrée par Kolmogorov s'écrit :

$$\sigma_K^2 = \sigma^2 (1 + b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_K^2)$$

avec σ^2 est l'erreur quadratique moyenne de prévision minimale et $Log\sigma^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi Log(2\pi)f(\lambda)d\lambda$. La relation entre les coefficients a_K et b_K est donnée

par :

$$\exp\left[\frac{1}{2}(a_1z + a_2z^2 + \dots)\right] = 1 + b_1z + b_2z^2 + \dots$$

De plus, on a une chaîne de relations :

$$\begin{cases} b_1 = c_1 \\ b_2 = c_2 + \frac{c_1^2}{2!} \\ b_3 = c_3 + c_1c_2 + \frac{c_1^3}{3!} \\ \dots \end{cases}$$

avec $c_K = \frac{a_K}{2}$

L'estimation des coefficients de Fourier se fait à travers l'estimation des c_K . Ensuite, on extrait \hat{d} à partir de l'équation énoncée initialement (1.6) l'auteur montre que les coefficients estimés \hat{c}_K sont donnés par :

$$\hat{c}_K = \frac{1}{\tau} \sum_{p=1}^{\tau-1} LogI(p) \cos K\lambda_p + \frac{1}{2\tau} [LogI(0) - \delta_\tau LogI(\pi)]$$

Avec $I(\lambda)$: périodogramme de la série X_t .

τ : la partie entière de $\frac{T-2}{2}$, T étant le nombre d'observation.

δ_τ : une fonction indicatrice qui prend la valeur 1 si T est paire, 0 sinon.

La série des coefficients est asymptotiquement normale est : $\hat{c}_K = \frac{d + c_K}{K} + e_K$

A ce stade, en prenant compte de la normalité asymptotique des coefficients \hat{c}_K , le membre de gauche de l'équation (1.6) :

$$S = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi W(\lambda) \text{Log}f_X(\lambda) d\lambda$$

Suit une loi normale de moyenne :

$$d \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K^2} + \sum_{K=1}^{\infty} \frac{c_K}{K}$$

Il en résulte l'estimateur de d noté \hat{d}_M :

$$\hat{d}_M = \frac{S - \sum_{K=1}^M \frac{c_K}{K}}{\sum_{K=1}^M \frac{1}{K^2}}$$

Où M est un paramètre de troncature qui consiste à approcher la somme infinie. Cet estimateur est asymptotiquement normal :

$$\hat{d}_M \sim N \left(\frac{d + \sum_{K=1}^M \frac{c_K}{K}}{\sum_{K=1}^M \frac{1}{K^2}}, \frac{\Psi'(1)}{T \sum_{K=1}^M \frac{1}{K^2}} \right)$$

avec $\Psi(x) = \frac{d}{dx} \text{Log}\Gamma(x)$ et $\Psi^{(k)}(x) = \frac{d^k}{dx^k} \Psi(x)$.

Janacek (1982) montre que l'estimateur de d devient un estimateur sans biais si l'on choisit le paramètre M suffisamment grand, pour que les coefficients c_K soient

négligeables. De plus on note un avantage majeur de cette méthode c'est que le spectre n'est pas dépendant d'un modèle ajusté c_K .

1.3.1.2. Méthode d'estimation par ondelettes

Ce test conçu par Abry et Veitch (1988), poursuit un objectif semblables aux tests qui cherchent à estimer l'exposant de Hurst (ou le paramètre d'intégration fractionnaire d), mais il utilise la transformation par ondelettes. La technique des ondelettes est construite sur une analyse multi-résolution.

Généralités sur les ondelettes :

Dans ce test, « l'analyse par ondelettes est utilisée pour détecter la présence et localiser les phénomènes à mémoire longue. ». La transformation par ondelettes présente un intérêt majeur, en effet lors de cette transformation les informations sur le temps ne sont pas perdues, contrairement à l'analyse par la transformation de Fourier. Ainsi, les ondelettes permettent d'avoir des informations simultanées sur le temps et les fréquences. *La transformation par ondelettes permet une lecture des fréquences dans le temps ce qui n'est pas le cas avec l'analyse de Fourier.*

Définition d'une ondelette : Soit ψ une fonction régulière définie sur l'axe du temps. Cette fonction ψ sera appelée ondelette si elle vérifie les deux conditions basiques suivantes :

$$\int_{\mathbb{R}} \psi(t) dt = 0$$

$$\int_{\mathbb{R}} \psi^2(t) dt = 1$$

De plus ψ doit vérifier la condition d'admissibilité dans le domaine fréquentiel suivante :

$$C_{\psi} = \int_{\mathbb{R}_+} \frac{|\hat{\psi}(\lambda)|^2}{\lambda} d\lambda = \int_{\mathbb{R}_-} \frac{|\hat{\psi}(\lambda)|^2}{|\lambda|} d\lambda < \infty$$

Où $\hat{\psi}$ désigne la transformée de Fourier de ψ définie par :

$$\hat{\psi}(\lambda) = \int_{\mathbb{R}} \psi(t) e^{-i2\pi\lambda t} dt$$

Ces conditions sont souvent renforcées en exigeant que l'ondelette ait des moments nuls. La fonction ψ a n moments nuls si $\forall k = 0, \dots, n$:

$$\int_{\mathbb{R}} t^n \psi(t) dt = 0$$

A partir de cette fonction ψ , appelée aussi ondelette mère, on construit par translation et par dilatation une famille de fonctions notées :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a \in \mathbb{R}_+, \quad b \in \mathbb{R}$$

où a est appelé paramètre d'échelle et b paramètre de position ou de centrage. Pour une fonction de carré intégrable, on définit sa transformée en ondelette continue (CWT : *Continuous Wavelets Transform*) par la fonction C telle que :

$$C(a,b) = \int_{\mathbb{R}} f(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$

*La théorie de l'analyse multirésolution explique qu'il n'y a pas perte d'information si l'on échantillonne les coefficients d'ondelettes continues dans un plan temps-échelle sur une grille dyadique définie par $(b,a) = (2^j, 2^j k)$, où j et k sont des entiers (relatifs). Cette pratique permet de passer d'une transformation continue (CWT) à une transformations discrète par ondelette (DWT : *Discret Wavelets Transform*) et d'obtenir des coefficients discrets $d_{j,k}$, appelés aussi coefficients détaillés.*

Principe du test : Abry et Veitch (1988) notent que $|d_{j,k}|^2$ mesure la quantité d'énergie du signal analysé dans l'instant $2^j k$ et la fréquence $2^j \lambda_0$, où λ_0 est une fréquence de

référence arbitraire issue du choix de l'ondelette mère ψ . Les auteurs considèrent qu'un estimateur spectral peut être calculé à partir de la moyenne temporelle de $|d_{j,k}|^2$, c'est-à-dire :

$$\frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |d_{j,k}|^2 \text{ ou } E \left[|d_{j,k}|^2 \right]$$

Dans la méthode de Abry et Veitch (1988) l'estimateur spectrale, noté $\hat{\Gamma}_X$, et pour une échelle donnée et une pour une fréquence arbitraire λ_0 est donné par :

$$\hat{\Gamma}_X(2^{-j} \lambda_0) = \frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |d_{j,k}|^2$$

$\hat{\Gamma}_X(\lambda)$ est donc

- Une quantité d'énergie située au voisinage de la fréquence λ
- Un estimateur statistique pour le spectre $\Gamma_X(\lambda)$ de X_t .

Les auteurs montrent que pour un signal stationnaire, l'espérance de $\hat{\Gamma}_X(\lambda)$ s'écrit :

$$E\hat{\Gamma}_X(2^{-j} \lambda_0) = \int \Gamma_X(\lambda) 2^j |\hat{\psi}(2^j \lambda)|^2 d\lambda$$

Avec $\hat{\psi}$, comme vu précédemment, la transformé de Fourier de l'ondelette ψ .

En s'appuyant sur la définition d'un processus stationnaire et à mémoire longue, les auteurs montrent qu'il existe un estimateur \hat{H} de H basé sur une régression linéaire de $\log_2 \hat{\Gamma}_X(2^{-j} \lambda_0)$ sur les octaves j , pour j large :

$$\log_2 \hat{\Gamma}_X(2^{-j} \lambda_0) = \log_2 \left(\frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |d_{j,k}|^2 \right) \approx (2\hat{H} - 1)j + \hat{c}$$

Où \hat{c} est une constante indépendante de j et n_j est un nombre de coefficients à l'échelle 2^j . L'estimateur \hat{H} de H est défini comme un estimateur de moindres carrés pondérés de la pente, et dans un champ de résolution compris entre les octaves $[j_1, j_2]$.

L'estimateur \hat{H} s'écrit alors :

$$\hat{H}_{[j_1, j_2]} = \frac{1}{2} \left[\frac{\sum_{j=j_1}^{j_2} j S_j y_j - \sum_{j=j_1}^{j_2} S_j j \sum_{j=j_1}^{j_2} S_j y_j}{\sum_{j=j_1}^{j_2} S_j \sum_{j=j_1}^{j_2} S_j j^2 - \left[\sum_{j=j_1}^{j_2} S_j j \right]^2} + 1 \right]$$

avec $y_j = \log_2 \left(\frac{1}{n_j} \sum_{k=1}^{n_j} |d_{j,k}|^2 \right)$

Et $S_j = [V(y_j)]^{-1}$ inverse de la variance asymptotique de y_j . Les auteurs montrent que cet estimateur est efficace et sans biais.

1.3.2. Les méthodes du maximum de vraisemblance

Ces méthodes permettent une estimation simultanée de tous les paramètres de la représentation ARFIMA(p,d,q).

1.3.2.1 La méthode du maximum de vraisemblance exact

L'estimation par la méthode du maximum de vraisemblance exact a été proposée par Sowell (1992). Elle est basée sur la maximisation de la fonction de log-vraisemblance non conditionnelle exacte pour une série temporelle gaussienne stationnaire à intégration fractionnaire. Considérons une telle série x_t et X_T un échantillon de T observations tel

que $X_T = [x_1, x_2, \dots, x_T]'$. X_T suit une loi normale de moyenne nulle et de matrice de variance covariance Σ et a pour fonction de densité :

$$f(X_T, \Sigma) = (2\pi)^{-T/2} |\Sigma|^{-T/2} \exp\left(-\frac{1}{2} X_T' \Sigma^{-1} X_T\right)$$

Où $|\Sigma|$ est le déterminant de la matrice de variance covariance de X_T .

La log vraisemblance est donnée par :

$$\begin{aligned} L(X_T, \theta_0) &= \log(f_X(X_T, \Sigma(\theta_0))) \\ &= -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log |\Sigma(\theta_0)| - \frac{1}{2} X_T' \Sigma(\theta_0) X_T \end{aligned}$$

θ_0 étant le vecteur des vrais paramètres inconnus contenant la variance du bruit blanc, le paramètre d'intégration fractionnaire, les paramètres autorégressifs et moyenne mobile. Ainsi, la méthode s'intéresse essentiellement à la maximisation de la log-vraisemblance conditionnellement au vecteur des paramètres θ_0 afin d'aboutir à un estimateur $\hat{\theta}$ de θ_0

L'estimateur du maximum de vraisemblance $\hat{\theta}$ de θ_0 est la solution de l'équation :

$$L'(X_T, \hat{\theta}) = 0$$

avec $L'(X_T, \hat{\theta}) = \frac{\partial}{\partial \theta_j} L(X_T, \theta)$

$$= -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \theta_j} \log |\Sigma(\theta)| - \frac{1}{2} X_T' \left[\frac{\partial}{\partial \theta_j} \Sigma^{-1}(\theta) \right] X_T$$

Soit D la matrice telle que

$$D(\theta) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{\partial}{\partial \theta_j} \log f(X) \right) \left(\frac{\partial}{\partial \theta_j} \log f(X) \right)'$$

La distribution asymptotique de l'estimateur du maximum de vraisemblance est donné par :

$$\hat{\theta} \xrightarrow[p.s.]{} \theta_0 \text{ quand } T \rightarrow \infty$$

$\sqrt{T}(\hat{\theta} - \theta_0)$ tend en distribution vers une loi normale de moyenne nulle et de matrice de variance covariance $D^{-1}(\theta_0)$. L'estimateur du maximum de vraisemblance exact est asymptotiquement efficace au sens de Fisher. En effet, Dalhaus (1989) montre que la matrice d'information de Fisher :

$$I_T(\theta_0) = E \left[\left(L'(X'_T, \hat{\theta}) \right) \left(L'(X'_T, \hat{\theta}) \right)' \right]$$

Converge vers l'inverse de la matrice de variance covariance de $\hat{\theta}$, soit :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} I_T(\theta_0) = D(\theta_0)$$

Ainsi, il est possible d'évaluer la log-vraisemblance par rapport à tous les paramètres du modèle et donc d'estimer le processus ARFIMA(p,d,q) en calculant la matrice de variance covariance.

1.3.2.2. La méthode du maximum de vraisemblance approché par la fonction de Whittle

Certainement, la technique du maximum de vraisemblance est l'une des méthodes les plus efficaces puisqu'elle utilise toute l'information disponible à court comme à long terme. Par ailleurs, c'est la plus difficile à mettre en œuvre. Ceci est dû au fait que l'évaluation de la fonction de vraisemblance nécessite de calculer l'inverse de la matrice de variance covariance. Ainsi, plusieurs auteurs se sont intéressés à l'approximation de la fonction de vraisemblance d'une série temporelle suivant une loi normale. Fox et Taquq (1986) proposent une technique d'approximation basée sur la fonction de Whittle.

La fonction de log-vraisemblance est donnée par :

$$L(X_T, \theta) = -\frac{T}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \log |\Sigma(\theta)| - \frac{1}{2} X_T' \Sigma^{-1}(\theta) X_T$$

Dans la procédure de FOX et TAQQU, deux approximations sont introduites :

- Approximation de $\log |\Sigma(\theta)|$: Il a été démontré par Dahlhaus (1989) que :

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \log |\Sigma(\theta)| = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log f(\lambda, \theta) d\lambda$$

avec $f(\lambda, \theta)$ la densité spectrale du processus ARFIMA(p,d,q).

- Approximation de la forme quadratique $X_T' \Sigma^{-1} X_T$: Les auteurs remplacent la matrice $\Sigma^{-1}(\theta)$ par une matrice $A(\theta)$ de dimension $T \times T$, facilement calculable mais aussi asymptotiquement égale à l'inverse de la matrice de variance covariance :

$$[A(\theta)]_{j,k} = a_{j-k}(\theta)$$

où $a_{j-k}(\theta) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i(j-k)\lambda} [f(\lambda, \theta)^{-1}] d\lambda$

La log-vraisemblance $\tilde{L}(X_T, \theta)$ s'écrit alors :

$$\tilde{L}(X_T, \theta) = -\frac{T}{2} \log 2\pi - \frac{T}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log f(\lambda, \theta) d\lambda - \frac{1}{2} X_T' A(\theta) X_T$$

L'estimateur du maximum de vraisemblance approximé est obtenu en minimisant la fonction de Whittle :

$$\tilde{L}_w(X_T, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \log f(\lambda, \theta) d\lambda + \frac{X_T' A(\theta) X_T}{T}$$

La forme quadratique $X_T' A(\theta) X_T$ peut être réécrite en termes de périodogramme $I(\lambda)$

$$\frac{X_T' A(\theta) X_T}{T} = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I(\lambda)}{f(\lambda, \theta)} d\lambda$$

donc $\tilde{L}_w(X_T, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left[\log f(\lambda, \theta) d\lambda + \frac{I(\lambda)}{f(\lambda, \theta)} \right] d\lambda$

Fox et Taqu (1986) montrent que l'estimateur de maximum de vraisemblance approximé $\tilde{\theta}$ de θ_0 est tel que $\lim_{T \rightarrow \infty} \tilde{\theta} = \theta_0$ et que $\sqrt{T}(\tilde{\theta} - \theta_0)$ tend vers une loi normale de moyenne nulle et de matrice de variance covariance $D^{-1}(\theta_0)$.

1.3.2.3. La méthode du maximum de vraisemblance approché par troncature

Il s'agit d'une méthode largement utilisée pour l'estimation des modèles ARMA, ARCH et GARCH et qui a été suggérée par Hosking (1984) puis par Li et McLeod (1986) pour l'estimation des processus $I(d)$. Elle constitue une procédure basée sur le maximum de vraisemblance approximé. Les auteurs proposent en effet de tronquer la somme infinie qui définit $(1-L)^d$ et d'utiliser ensuite la procédure standard d'estimation des séries temporelles. Cheung (1993,1996) et Beran (1994) la qualifient de méthode des moindres carrés conditionnels (*Conditionnal Sum of Square*) dans la mesure où elle consiste à minimiser la fonction $S(\theta)$ suivante :

$$\begin{aligned} S(\theta) &= \frac{1}{2} \log(\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 \\ &= \frac{1}{2} \log \sigma^2 + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T \left[\Phi(L)\Theta(L)^{-1}(1-L)^d (X_t - \mu) \right]^2 \end{aligned}$$

Avec $\theta = (d, \mu, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma^2)$ vecteur des paramètres à estimer.

En effet, considérons le modèle ARFIMA(p,d,q) suivant : $\Phi(L)(1-L)^d(X_t - \mu) = \Theta(L)\varepsilon_t$

Où μ est la moyenne de X_t , on pose : $w_t = (1-L)^d(X_t - \mu)$. On obtient alors le processus suivant :

$$\Phi(L)w_t = \Theta(L)\varepsilon_t$$

w_t suit un processus ARMA(p,q) de moyenne nulle, Dès lors, au lieu de maximiser la vraisemblance d'un modèle ARFIMA((p,d,q) par rapport aux paramètres autorégressifs et moyenne mobile, variance du bruit blanc et d, les auteurs suggèrent de maximiser la vraisemblance d'un modèle ARMA(p,q) par rapport au vecteur contenant les paramètres autorégressifs, moyenne mobile et variance du bruit blanc.

Il s'agit d'une méthode de maximum de vraisemblance approché car le calcul de w_t à partir de X_t nécessite d'effectuer une approximation car la somme infinie définissant $(1-L)^d$:

$$(1-L)^d(X_t - \mu) = \nabla_\infty^d(X_t - \mu) = \sum_{k=0}^{\infty} \pi_k(X_{t-k} - \mu)$$

avec $\pi_k = (-1)^k \frac{\Gamma(1+d)}{\Gamma(1+k)\Gamma(1+d-k)}$

Ce calcul nécessite les valeurs non observées $X_0, X_{-1}, X_{-2}, \dots$. Ainsi, Li et McLeod (1986) suggèrent l'approximation suivante :

$$\nabla_\infty^d(X_t - \mu) = \sum_{k=0}^{t+M-1} \pi_k(X_{t-k} - \mu)$$

Le choix du paramètre de troncature est crucial. Hosking (1984) montre au moyen de simulation que l'estimation des paramètres dépend de la valeur M . Il propose de choisir M telle que la série puisse être modélisée par un processus AR(M). Baillie et Cheung

(1993) montrent la méthode d'estimation du maximum de vraisemblance approché par troncature est asymptotiquement équivalente à la méthode du maximum de vraisemblance exacte. De plus, Doorkink et Ooms (2003) notent que l'hypothèse de normalité sur erreurs peut être levée, ainsi, ils l'assimilent cette méthode aux moindres carrés non linéaires. La méthode du maximum de vraisemblance approché par troncature peut être considérée comme l'équivalent de la méthode du maximum de vraisemblance approché par la fonction de Whittle dans le domaine temporel. Ainsi, nous remarquons que cette dualité espace-temps et espace fréquence est d'une importance majeure.

SECTION 2 : Changement de persistance : application aux hedge funds²⁵

Plusieurs études ont démontré la capacité des processus à mémoire longue à modéliser les séries financières en mettant en exergue leur pouvoir prédictifs supérieur à celui des processus ARMA, GARCH et leurs extensions (Andersen et al (2003), Bhardwaj et Swanson (2006). Hsu (2005) indique que le taux d'inflation américain est fortement persistant même après ajustement de la rupture. Choi et Zivot (2005) montrent que la modélisation du changement structurel des taux de changes futurs réduit la persistance mais ne l'élimine pas complètement. Bollerslev et Mickelsen (1996), en simulant le prix d'une option d'achat sur l'indice S&P 500, ont prouvé que l'omission de la composante mémoire longue, quand elle existe, présente des conséquences importantes sur l'évaluation des actifs financiers : en effet, cette omission fait doubler le prix de l'option dans certains cas. Parallèlement à cette littérature qui met en évidence le risque de confusion entre mémoire longue et changement structurel, nous assistons aujourd'hui à une nouvelle génération de tests qui ont pour objectif de séparer les deux phénomènes et d'établir une distinction entre de la vraie mémoire longue et la mémoire longue

²⁵ Cette section fait l'objet d'un article de recherche soumis à la revue *Journal of Forecasting* et qui a été présenté à la 6^{ème} conférence : CSDA International Conference on COMPUTATIONAL AND FINANCIAL ECONOMETRICS (CFE'12). Conference Center, Oviedo, Spain, 1-3 December 2012. Ainsi qu'à la conférence : JOURNEE D'ECONOMETRIE DEVELOPPEMENTS RECENTS DE L'ECONOMETRIE APPLIQUEE A LA FINANCE. Paris Ouest – Nanterre La Défense, le 21 novembre 2012.

fallacieuse : Berkes et al (2006), Giraitis et al (2006), Mayoral (2006), Shimotsu (2006), Ohanissian et al (2008), Qu (2008) et Perron et Qu (2010).

2.1. Phénomène de changement de persistance

Dans ce paragraphe, nous nous proposons de présenter les principaux tests employés pour la détection du changement de persistance et de la validation de la mémoire longue, c'est-à-dire faire la distinction entre vraie mémoire longue et mémoire longue fallacieuse.

2.1.1. Tests de validation de la mémoire longue : Test de Perron et Qu (2010)

Ce test est basé sur le fait que l'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire via la méthode du log-periodogramme dépend fortement du choix du nombre de fréquences utilisées pour la régression. De plus, la distribution de l'estimateur du log-periodogramme est la même quel que soit le nombre de fréquence.

Soit $\hat{d}_{a,c}$ l'estimateur du paramètre mémoire longue à partir du log peridogramme avec $m_{a,c} = c \lceil T^a \rceil$ les fréquences incluses dans la régression. Sous l'hypothèse nulle d'un processus stationnaire fractionnairement intégré d et m satisfont les conditions suivantes (Horvich, Deo et Brodsky (1998), Deo et Hurvich (2001)) :

$$\sqrt{c \lceil T^a \rceil} (\hat{d}_{a,c} - d_0) \rightarrow^d N(0, \pi^2 / 24)$$

Soit $0 < a < b < 1$ avec $a < 4/5$, ainsi la statistique du test est la suivant :

$$t_d(a, c_1, b, c_2) = \sqrt{24c_1 \lceil T^a \rceil / 2\pi^2} (\hat{d}_{a,c_1} - \hat{d}_{b,c_2})$$

Sous l'hypothèse nulle, la distribution limite de la statistique du test est la loi normale centrée réduite. Sous l'hypothèse alternative d'un processus affecté par un changement structurel, cette statistique diverge vers l'infini. Afin de donner plus de flexibilité au test,

les auteurs définissent deux statistiques supplémentaires : la première est le maximum de $t_d(1/3, c_1; b, 1)$ avec $b = 1/2$ et $1 < c_1 < 2$ c'est-à-dire., $\sup-t_d = \sup_{c_1 \in [1,2]} t_d(1/3, c_1; b, 1)$, la deuxième est la moyenne de la même quantité : $\text{moy}-t_d = \text{moy}_{c_1 \in [1,2]} t_d(1/3, c_1; b, 1)$.

Les distributions limites des statistiques étant inconnues, Perron et Qu mettent en œuvre une procédure paramétrique de bootstrapping pour dériver les valeurs critiques. Les auteurs ont appliqué ce test sur la volatilité réalisée de quatre indices boursiers : Le S&P500 (de janvier 1928 – mars 2002) en considérant 3 sous périodes différentes, le NASDAQ, AMEX et le Dow Jones. La statistique t_d plaide en faveur d'un rejet total de l'hypothèse nulle, montrant ainsi qu'il s'agit d'une mémoire longue fallacieuse. Quant aux statistiques $\sup-t_d$ et $\text{moy}-t_d$, leurs résultats sont mitigés et dépendent du seuil de confiance choisi pour effectuer le test.

Concernant les tests de Shimotsu, l'auteur confirme la conclusion de Granger et Hyung (2004) et Zivot et Choi (2005) : *Un processus $I(d)$ pure ne permet pas d'expliquer toute la persistance du logarithme de la volatilité réalisée, mais aussi, les données ne supportent pas un point de vue extrême postulant qu'une rupture structurelle ou un changement de régime peuvent modéliser toute la persistance observée.*

2.1.2. Tests de changement de persistance: Tests de Shimotsu (2006)

Shimotsu (2006) propose deux tests permettant de détecter le changement de persistance ainsi que la validation de la composante mémoire longue.

2.1.2.1. Premier test

Ce test consiste à découper la série en b blocks de façon que chaque block contienne n/b observations, ou n/b est un entier. Soit $\hat{d}(a)$, $a = 1, \dots, b$, l'estimateur de whittle de d estimé à partir du $a^{\text{ème}}$ block d'observations, $\{X_t : t = (a-1)n/b + 1, \dots, an/b\}$. Le nombre

des ordonnées du periodogramme dans la fonction objective pour chaque block est égal à m/b .

$$\hat{d}(a) = \arg \min_{d \in [\Delta_1, \Delta_2]} R^{(a)}(d)$$

où la fonction objective est construite à partir du $a^{ème}$ block d'observations :

$$R^{(a)}(d) = \log \hat{G}^{(a)}(d) - 2d \frac{b}{m} \sum_{j=1}^{m/b} \log \tilde{\lambda}_j, \quad \hat{G}^{(a)}(d) = \frac{b}{m} \sum_{j=1}^{m/b} \tilde{\lambda}_j^{2d} I_x^{(a)}(\tilde{\lambda}_j)$$

$$I_x^{(a)} = (2\pi n)^{-1} \left| \sum_{t=(a-1)n/b+1}^{an/b} X_t e^{it\tilde{\lambda}_j} \right|^2, \quad \tilde{\lambda}_j = \frac{2\pi j}{n/b}, \quad j = 1, \dots, n/b$$

L'auteur teste l'hypothèse nulle d'un processus $I(d)$ avec une vraie mémoire longue contre l'alternative d'un processus $I(d)$ avec mémoire longue fallacieuse : $H_0 : d_0 = d_{0,1} = \dots = d_{0,b}$ ou $d_{0,a}$ est la vraie valeur de d , estimée à partir des sous échantillons a . Soient \hat{d}_b un vecteur de dimension $(b+1)$ et A une matrice $b \times (b+1)$:

$$\hat{d}_b = \begin{pmatrix} \hat{d} - d_0 \\ \hat{d}^{(1)} - d_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{d}^{(b)} - d_0 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ 1 & 0 & \dots & -1 \end{pmatrix}$$

Sous l'hypothèse nulle, il a été démontré que :

$$\sqrt{m} \hat{d}_b = Z_n + \text{biais}(m) \quad Z_n \rightarrow_d N\left(0, \frac{1}{4} \Omega\right) \quad \Omega = \begin{pmatrix} 1 & l'_b \\ l_b & bI_b \end{pmatrix}$$

I_b est la matrice identité de dimension $(b \times b)$ et l_b un vecteur $(b \times 1)$. Ω est une matrice singulière de rang b . Ainsi $A\Omega A' = bI_b - l_b l_b'$ est une matrice de rang $b-1$. On définit la statistique de Wald :

$$W = 4mA\hat{d}_b (A\Omega A')^+ (A\hat{d}_b)'$$

avec $(A\Omega A')^+$ l'inverse généralisée de $A\Omega A'$.

En se basant sur les travaux de Hurvich et Chen (2000) montrant qu'en échantillon fini la variance de l'estimateur de whittle tends à être supérieure à $1/(4m)$ et que le test de Wald basé sur la variance asymptotique tends à rejeter l'hypothèse nulle, Shimotsu dérive la statistique de Wald ajustée :

$$W_c = 4m(c_{m/b} / (m/b)) A\hat{d}_b (A\Omega A')^+ (A\hat{d}_b)'$$

où $c_m = \sum_{j=1}^m v_j^2$, $v_j = \log j - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \log j$

Shimotsu montre que la distribution limite de la statistique W_c est une loi de khi-deux à $(b-1)$ degré de liberté.

2.1.2.2. Deuxième test

Ce test exploite une propriété fondamentale des séries temporelles dans le domaine temporel : si une série suit un processus $I(d)$, alors sa différenciation à l'ordre d nous fournit une série stationnaire $I(0)$. Shimotsu montre que l'application des tests de Philips et Perron (1988) et celui de KPSS (1992) sur la série différenciée ainsi que sur les sommes partielles permet de distinguer entre mémoire longue et rupture structurelle.

L'auteur définit la série différenciée par :

$$\hat{u}_t = (1-L)^{\hat{d}}(X_t - \hat{\mu}(\hat{d})) = \sum_{k=0}^{t-1} \frac{\Gamma(-\hat{d} + k)}{\Gamma(-\hat{d})k!} (X_{t-k} - \hat{\mu}(\hat{d}))$$

où $\hat{\mu}(\hat{d}) = w(d)\bar{X} + (1-w(d))X_1$ est une combinaison linéaire de \bar{X} et X_1 et $w(d)$ une fonction de lissage telle que $w(d)=1$ pour $d \leq 1/2$ et $w(d)=0$ pour $d \geq 3/4$. Les statistiques Z_t et η_t sont calculées à part de \hat{u}_t . De plus, le test Z_t avec constante est appliqué sur les sommes partielles du processus \hat{u}_t . L'introduction de la constante permet de stabiliser le comportement de la statistique en échantillon fini.

2.1.3. Modélisation MS-ARFIMA

Granger et Joyeux (1980) et Hosking (1981) ont introduit les processus ARFIMA(p,d,q) qui constituent une généralisation du bruit gaussien fractionnaire de Mandelbrot et Van Ness (1968). Un processus stationnaire X_t suit un processus ARFIMA(p,d,q) si :

$$\Phi(L)(1-L)^d X_t = \Theta(L)\varepsilon_t$$

Où $(1-L)^d$ est le développement binomial défini²⁶ par :

$$(1-L)^d = \nabla^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} L^k$$

$\Phi(L)$ et $\Theta(L)$ sont les polynômes retards autorégressifs et moyenne mobile dont les racines sont à l'extérieur du disque unité : $\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$ et $\Theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q$ $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$. Soit $\{s_t\}_{t=1}^T$ l'ensemble des chemins possibles d'une chaîne de Markov à N états et soit s_t le processus d'état inobservé qui prend

²⁶ $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} = \prod_{0 \leq k \leq i} \left(\frac{i-1-d}{i} \right)$

seulement des valeurs discrètes à tout instant t avec la matrice de transition des probabilités suivante :

$$M \equiv \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} & \cdot & \cdot & p_{N1} \\ p_{12} & p_{22} & \cdot & \cdot & p_{N2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{1N} & p_{2N} & \cdot & \cdot & p_{NN} \end{pmatrix}$$

où $p_{ij} = P(s_t = j / s_{t-1} = i)$ et $\sum_{j=1}^N p_{ij} = 1 \quad \forall i$.

Dans le cadre de la modélisation MS-ARFIMA(p,d,q), Tsay et Hardle (2009) combinent les propriétés des processus à mémoire longue et ceux des modèles à changement de régimes markoviens. Formellement, on dit qu'un processus w_t suit un MS-ARFIMA(p,d,q) si :

$$w_t = \mu_{S_t} I\{t \geq 1\} + (1-L)^{d_{S_t}} \sigma_{S_t} z_t I\{t \geq 1\}$$

Où $I\{\cdot\}$ est une fonction indicatrice et z_t un processus stationnaire de moyenne nulle, incluant les processus ARMA stationnaires et inversibles comme cas particulier, et supposé être indépendant de S_t afin d'autoriser le paramètre d'intégration fractionnaire à être une chaîne de Markov. L'estimation du modèle se fait via l'algorithme Durbin-Levinson-Viterbi (DLV) qui représente une jonction de l'algorithme Durbin-Levinson et l'algorithme Viterbi, connu dans le monde de la communication digitale.

Le modèle MS-ARFIMA combine deux propriétés importantes des séries financières, à savoir la persistance à travers l'intégration fractionnaire ainsi que les ruptures via le comportement de changement de régimes markoviens.

2.1.4. Simulation des processus dynamiques à mémoire longue

Dans ce paragraphe, nous présentons les techniques de simulations des processus fractionnaires dynamiques tout en mettant l'accent de l'inférence statistique de l'omission de la variabilité du paramètre d'intégration fractionnaire sur les tests statistiques standards.

2.1.4.1 Simulation d'un processus TVFD

Les processus fractionnaires dynamiques pourraient être très utiles pour la modélisation des séries temporelles dont les propriétés varient au cours du temps. Dans cette partie, nous faisons appel à la méthode de Percival, William et Constantine(2002) pour la simulation des processus TVFD (*Time-Varying Fractionnally Differenced*). L'idée des auteurs est de construire une représentation uniforme d'un processus TVFD gaussien permettant au paramètre d'intégration fractionnaire de varier dans le temps. D'après Granger et Joyeux (1980) et Hosking (1981), un processus $\{X_t : t \in \mathbb{Z}^*\}$ fractionnairement intégré, de paramètre de mémoire longue d , stationnaire et de moyenne nulle, peut être réécrit comme la combinaison d'une moyenne mobile infinie d'un bruit blanc gaussien $\{\varepsilon_t : t \in \mathbb{Z}\}$ de moyenne nulle et de variance unitaire, formellement :

$$X_t = \sum_{k=0}^{\infty} \sigma_{\varepsilon} \frac{(-1)^k \Gamma(1-d)}{\Gamma(k+1)(1-d-k)} \varepsilon_{t-k} \equiv \sigma_{\varepsilon} \sum_{k=0}^{\infty} a_k(d) \varepsilon_{t-k}$$

Percival et al. (2002) définissent ainsi un processus TVFD comme étant le processus qui permet aux paramètres d'intégration fractionnaire d et à la variance σ_{ε}^2 d'évoluer au cours du temps. Plus précisément l'équation précédente devient :

$$X_t(\beta_t) \equiv \sigma_{\varepsilon,t} \sum_{k=0}^{\infty} a_{t,k}(d_t) \varepsilon_{t-k}$$

où β_t est le vecteur des paramètres dynamiques i.e $\beta_t \equiv [d_t, \sigma_{\varepsilon,t}^2]^T$

L'objectif est donc de générer une variable à partir d'une portion finie $X_0(\beta_0), X_1(\beta_1), \dots, X_{N-1}(\beta_{N-1})$ d'un processus TVFD. L'utilisation directe de la formule précédente et le recours à la troncature de la somme infinie de $\left(X_t(\beta_t) \equiv \sigma_{\varepsilon,t} \sum_{k=0}^M a_{t,k}(d_t) \varepsilon_{t-k} \right)$ pose le problème du choix de l'ordre de troncature M, un mauvais choix de pourrait conduire à des simulations erronées notamment lorsque d_t est légèrement inférieur à $\frac{1}{2}$ vu la décroissance lente des poids. Percival et al. (2002) considèrent deux méthodes alternatives pour approcher l'expression d'un processus TVFD et générer des réalisations exactes. Les deux méthodes proposées reposent sur la représentation de combinaisons linéaires d'un bruit blanc telle que chaque réalisations dispose de la même distribution multivariée de $X_0(\beta_0), X_1(\beta_1), \dots, X_{N-1}(\beta_{N-1})$. Le premier schéma et la décomposition de Cholesky modifiée :

$$\sigma_{\varepsilon} \sum_{k=0}^t b_{t,k}(d_t) \varepsilon_k$$

et le deuxième est un schéma circulaire :

$$\sigma_{\varepsilon,t} \sum_{k=0}^{2N-1} c_{t,k}(d_t) \varepsilon_k$$

En définitive, Percival et al. (2002) montrent que :

$$X_t(\beta_t) = \sigma_{\varepsilon,t} \sum_{k=0}^t b_{t,k}(d_t) \varepsilon_k$$

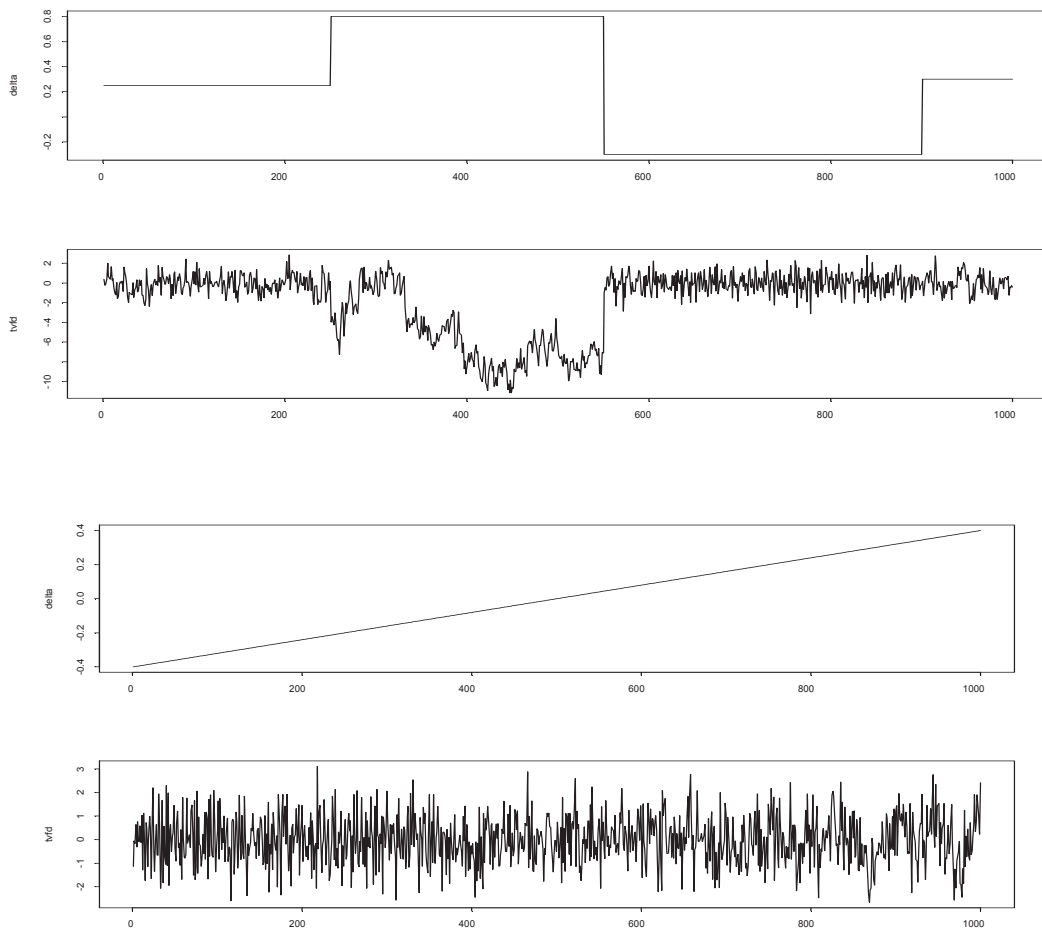
avec $b_{t,k} \equiv L_{t,k} \gamma_k$ où $L_{t,k}$ est une matrice triangulaire de premier rang (indexé par $k = 0$)

$[1, 0, \dots, 0]$ et $\gamma_t^2 = \frac{\Gamma(1-2d)}{\Gamma^2(1-d)} \prod_{n=1}^t (1 - \phi_{n,n}^2)$ pour $t = 0, \dots, N-1$, les coefficients

$\{\phi_{t,k} : k=1, \dots, t\}$ sont générés à partir d'une régression récursive de X_t sur X_{t-1} :

$$\hat{X}_t \equiv \sum_{k=1}^t \phi_{t,k} X_{t-k}, \quad t=1, \dots, N-1.$$

Figure 16 : Deux exemples de la simulation d'un processus TVFD



Note : Note : Simulation de deux échantillon de 1000 observations d'un processus TVFD :

Exp 1 :

$\{d_1 = 0, 25 : n = 1, \dots, 250\} \{d_2 = 0, 8 : n = 251, \dots, 550\} \{d_3 = -0, 3 : n = 551, \dots, 900\} \{d_4 = 0, 3 : n = 901, \dots, 1000\}$

Exp 2 : d est une fonction affine du temps

2.1.4.2 Inférence statistique de l'omission de la variabilité du paramètre d'intégration fractionnaire

Guégan, Zhipping et Zhu (2012), Fay, Moulines, Roueff et Taqu (2008) et Baillie et Kapetanios (2009) parmi d'autres se sont intéressés à la simulation des processus à mémoire longue ainsi qu'à la comparaison des différentes méthodes d'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire. D'autres auteurs ont cependant tenté de comparer les différents tests changement de persistance (Lavancier, Leipus, Philippe et Surgailis (2012)). Les résultats de ces études sont mitigés et dépendent généralement des méthodes d'estimation employées ainsi que les tailles des échantillons considérés. Dans ce paragraphe nous tentons d'étudier le comportement de certains tests fréquemment utilisés dans les études empiriques face à un changement de persistance : le coefficient de Hurst, le test semi-paramétrique de mémoire longue de Geweke et Porter-Hudak (1983), le test ARCH pour la détection de l'hétéroscédasticité ainsi que la statistique du test de normalité de Jarque et Bera. Nous considérons une forme simple de changement de persistance en faisant appel au processus TVFD avec deux niveaux de persistance : nous générons les simulations des échantillons de taille $T = 1024$ avec T_d la date de changement de persistance qui survient à la première moitié de chaque échantillon. Formellement²⁷ :

$$\begin{aligned} X_t &= (1-L)^{-d_1} \varepsilon_t && \text{pour } t = 1, \dots, T_d \\ X_t &= (1-L)^{-d_2} \varepsilon_t && \text{pour } t = T_d + 1, \dots, T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{où } \varepsilon_t &\sim N(0,1), && d_1 = \{-0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4\} \\ &&& d_2 = \{-0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4\} \end{aligned}$$

Les résultats des différents processus simulés sont consignés dans les tableaux 3 et 4. Ces résultats mettent en évidence deux constats majeurs. D'une part, l'examen de la statistique du test GPH réalisé avec $m = T^{0.5}$ montre que le changement de persistance conduit à rejeter la significativité du paramètre d'intégration fractionnaire pour la plupart

²⁷ Les graphiques des différents processus simulés sont donnés dans l'annexe de la thèse.

des processus simulés. En effet, seulement 10 séries des 47 séries simulées présentent un paramètre d'intégration fractionnaire significatif au seuil de 1 %. D'autre part, la statistique du test ARCH révèle que la variabilité du paramètre d'intégration fractionnaire peut conduire, dans certains cas, au rejet de l'hypothèse d'homoscédasticité. Dans ces cas-là, le changement de persistance est confondu avec le phénomène d'hétéroscédasticité.

Tableau 3 : Comportement des tests standards suite à un changement de persistance

		Anti-Persistance				MC	Persistance				
d_2	d_1	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	
Anti-Persistance	-0,4	H	0,21	0,27	0,33	0,31	0,32	0,37	0,52	0,58	0,51
		d_{GPH}	-0,27**	-0,22**	-0,06	-0,11	-0,01	-0,11	0,22**	0,30**	0,08
			(0,0077)	(0,0269)	(0,5130)	(0,2495)	(0,9224)	(0,2713)	(0,0260)	(0,0030)	(0,4244)
		ARCH	7,89	4,69	2,35	0,03	6,16	0,55	3,11	8,47	19,32
			(0,0004)	(0,0093)	(0,0957)	(0,9617)	(0,0022)	(0,5763)	(0,0446)	(0,0002)	(0,0000)
		JB	1,15	0,81	1,39	2,13	3,44	0,36	1,42	0,36	0,47
			(0,5613)	(0,6658)	(0,4980)	(0,3434)	(0,1788)	(0,8344)	(0,4910)	(0,8333)	(0,7888)
		-0,3	H	0,27	0,43	0,27	0,43	0,69	0,57	0,68	0,80
			d_{GPH}	-0,18*	-0,16	-0,06	-0,01	0,20**	0,07	0,29**	0,45***
				(0,0672)	(0,1179)	(0,5062)	(0,9237)	(0,0483)	(0,4499)	(0,0040)	(0,0000)
			ARCH	5,37	2,09	2,90	0,55	0,10	1,18	13,08	19,30
				(0,0048)	(0,1239)	(0,0551)	(0,5771)	(0,9020)	(0,3050)	(0,0000)	(0,0000)
		JB	0,05	0,26	0,23	2,94	0,40	0,62	1,98	0,19	
			(0,9712)	(0,8778)	(0,8908)	(0,2296)	(0,8162)	(0,7313)	(0,3699)	(0,9050)	
	-0,2	H	0,38	0,37	0,43	0,54	0,59	0,68	0,64		
		d_{GPH}	-0,07	-0,07	-0,004	-0,009	0,20*	0,37***	0,39***		
			(0,4738)	(0,4883)	(0,9665)	(0,9301)	(0,0520)	(0,0003)	(0,0001)		
		ARCH	2,38	0,21	0,82	1,91	1,21	26,81	30,17		
			(0,0925)	(0,8038)	(0,4367)	(0,1473)	(0,2969)	(0,0000)	(0,0000)		
		JB	2,08	3,63	0,18	0,94	1,45	0,41	0,25		
			(0,3518)	(0,1627)	(0,9120)	(0,6230)	(0,4832)	(0,8112)	(0,8810)		
	-0,1	H	0,40	0,44	0,54	0,59	0,57	0,85			
		d_{GPH}	-0,09	-0,0009	0,0027	0,19*	0,30**	0,52***			
			(0,3372)	(0,9934)	(0,9790)	(0,0592)	(0,0028)	(0,0000)			
		ARCH	1,04	1,16	1,51	3,65	35,85	77,75			
			(0,3521)	(0,3121)	(0,2213)	(0,0262)	(0,0000)	(0,0000)			
		JB	1,78	5,15	3,20	7,23	0,39	4,20			
			(0,4094)	(0,0759)	(0,2018)	(0,0268)	(0,8192)	(0,1219)			

Note : Ce tableau donne le comportement des tests standards suite à un changement de persistance pour les cas suivants : Anti-Persistance/Anti-Persistance, Anti-Persistance/Mémoire courte et Anti-Persistance/Persistance. *, ** et * dénotent respectivement la significativité au seuils de 1, 5 et 10 %**

Tableau 4 : Comportement des tests standards suite à un changement de persistance

		Anti-Persistance				MC	Persistance				
d_2	d_1	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	
Mémoire courte	0	H				0,56	0,54	0,47	0,60	0,80	
		d_{GPH}				0,12 (0,2088)	0,14 (0,1638)	0,0033 (0,9747)	0,12 (0,2088)	0,41*** (0,0001)	
		ARCH				0,35 (0,7023)	0,60 (0,5454)	8,16 (0,0003)	4,08 (0,0170)	61,27 (0,0000)	
		JB				1,62 (0,4440)	1,07 (0,5834)	4,18 (0,1234)	1,11 (0,5722)	4,77 (0,0918)	
Persistance	0,1	H					0,58	0,65	0,74	0,82	
			d_{GPH}					0,11 (0,2621)	0,21** (0,0385)	0,40*** (0,0001)	0,42*** (0,0000)
			ARCH					2,34 (0,0967)	0,43 (0,6503)	3,06 (0,0472)	72,89 (0,0000)
			JB					1,18 (0,5518)	2,91 (0,2329)	5,23 (0,0728)	3,85 (0,1455)
	0,2	H					0,69	0,56	0,78		
			d_{GPH}					0,18* (0,0685)	0,18* (0,0795)	0,45*** (0,0000)	
			ARCH					1,92 (0,1459)	2,50 (0,0821)	174,13 (0,0000)	
			JB					0,08 (0,9588)	0,70 (0,7039)	11,30 (0,0035)	
	0,3	H						0,85	0,74		
			d_{GPH}						0,32*** (0,0017)	0,35*** (0,0005)	
			ARCH						18,60 (0,0000)	92,04 (0,0000)	
			JB						1,81 (0,4030)	2,08 (0,3519)	
0,4	H							0,78			
		d_{GPH}							0,46*** (0,0000)		
		ARCH							152,09 (0,0000)		
		JB							5,45 (0,0654)		

Note : Ce tableau donne le comportement des tests standards suite à un changement de persistance pour les cas suivants : Persistance/ Persistance, Persistance/Mémoire courte. *, ** et *** dénotent respectivement la significativité au seuils de 1, 5 et 10 %.

2.2. Etude empirique sur données mensuelles

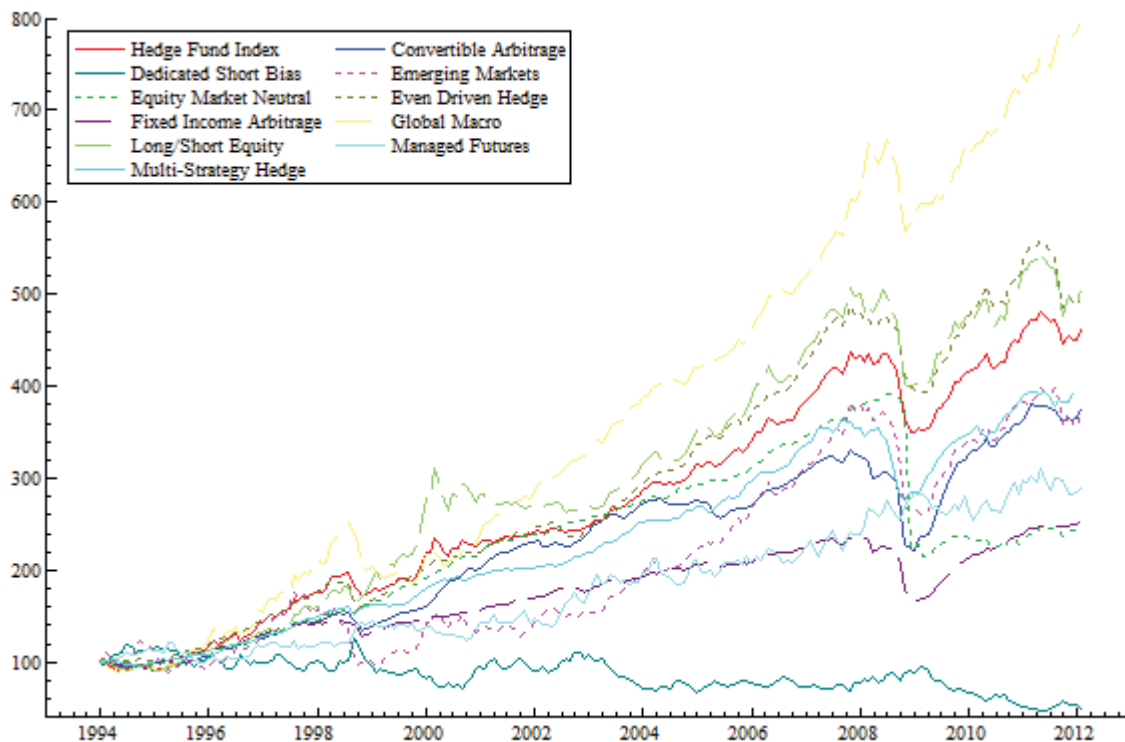
Nous étudions dans ce paragraphe la dynamique des rentabilités des *hedge funds* ainsi que leur comportement de persistance. Nous consacrons la première partie de cette recherche à la description des données puis nous tenterons d'étudier la stationnarité des indices CSFB/Tremont et de détecter la possibilité d'existence de ruptures ou de changement de régime. Par la suite, différents tests de mémoire longue sont employés afin d'analyser le comportement de persistance de ces indices. Les tests de validation de la mémoire longue nous permettent de déterminer si la persistance observée dans les rentabilités est vraie ou bien fallacieuse. Enfin, nous procédons à l'estimation du modèle MS-ARFIMA.

2.2.1 Description des données et tests de racine unitaire

Nous employons les indices CSFB/Tremont à fréquence mensuelle et ce pour la période allant de décembre 1993 à janvier 2012 pour un total de 217 observations. Les douzes dernières observations seront consacrées à l'analyse hors échantillon tandis que le reste des observations sera réservé à l'analyse dans l'échantillon. Ces données sont composées d'un indice global (*Hedge Fund Index*) et de 10 indices de sous stratégies : *Convertible Arbitrage*, *Dedicated Short Bias*, *Emerging Markets*, *Equity Market Neutral*, *Even Driven*, *Fixed Income Arbitrage*, *Global Macro*, *Long/Short Equity*, *Managed Futures* et *Multi-Strategy*. Cette période inclut plusieurs crises qui ont eu lieu ces deux dernières décennies telles que la crise mexicaine (1995), la crise russe (1998), la faillite du fond LTCM (1998), la bulle internet de 2000 et celle des subprimes de 2008.

L'historique de l'évolution de l'indice général ainsi que ceux des 10 sous stratégies sont représentés dans la figure 1.

Figure1. Evolution des indices CSFB/Tremont 1994-2012



Ce graphique montre l'impact de la crise récente des subprimes sur l'ensemble des indices étudiés. Le tableau 1 reporte les statistiques descriptives des différentes séries des indices CSFB/Tremont. Ces indices affichent une moyenne positive, à l'exception de la stratégie *Dedicated Short Bias* (-0,3%), le rendement moyen le plus élevé est attribué à la stratégie *Global Macro* (1%) puis les stratégies *Even Driven* et *Long/Short Equity* (0,8%). *Dedicated Short Bias*, *Emerging Market* et *Managed Futures* exhibent relativement une forte volatilité, d'autres telles qu'*Even Driven* et *Fixed Income Arbitrage* affichent une volatilité faible. Le 3^{ème} et le 4^{ème} moment révèlent que les séries des rentabilités des *hedge funds* sont caractérisées des distributions asymétriques et leptokurtiques. Par conséquent, comme le montre la statistique de Jarque-Bera, l'hypothèse nulle de normalité est rejetée pour l'ensemble des séries à l'exception de *Managed Futures*. Ces résultats ne sont pas surprenants. Ils sont dûs à l'occurrence de valeurs extrêmes dans les séries des rentabilités financières caractérisées par leur illiquidité, l'effet de levier ...

Tableau 1 Statistiques descriptives des rentabilités des indices CSFB/Tremont 1994-2011

Series	OBS	Min(%)	Mean(%)	Max(%)	SD(%)	Skweness	Kurtosis	JB
<i>Hedge Fund Index</i>	204	-7.8	0.7	8.2	2.2	-0.36	5.52	58.83
<i>Convertible Arbitrage</i>	204	-13.5	0.6	5.6	2.1	-3.07	21.21	3157.4
<i>Dedicated Short Bias</i>	204	-12	-0.3	20.5	4.8	0.49	3.80	14.01
<i>Emerging Markets</i>	204	-26.2	0.7	15.2	4.4	-1.22	9.76	442.74
<i>Equity Market Neutral</i>	204	-51.8	0.4	3.6	3.8	-12.59	172.57	2.51E+05
<i>Event Driven</i>	204	-12.5	0.8	4.1	1.8	-2.69	18.34	2259.2
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	204	-15.1	0.4	4.2	1.8	-4.61	35.07	9516.3
<i>Global Macro</i>	204	-12.3	1	10.1	2.9	-0.25	6.66	117.04
<i>Long Short Equity</i>	204	-12.1	0.8	12.2	2.8	-0.23	6.46	104.72
<i>Managed Futures</i>	204	-9.8	0.5	9.5	3.4	-0.09	3.03	0.295
<i>Multi-Strategy</i>	204	-7.6	0.6	4.1	1.5	-1.89	9.82	521.3

La mise en œuvre des divers tests de mémoire longue nécessite que la série étudiée soit stationnaire. Le test fréquemment utilisés en pratique est celui de Dickey et Fuller (1979, 1981). De plus, nous employons le test de Kwiatkowski, Philips, Schmidt et Shin (1992) dont plusieurs études ont démontré sa robustesse face à l'alternative $I(d)$. En outre, l'examen graphique des différentes séries des rentabilités des stratégies des *hedge funds*, laisse présager l'existence de ruptures ce qui justifie le recours au test de Andrews et Zivot (1992).

2.2.1.1. Les tests de Dickey et Fuller (1981)

L'objet du test de Dickey-Fuller (1979) est de tester l'hypothèse nulle de processus non stationnaire contre l'hypothèse alternative de processus stationnaire. Les auteurs proposent trois modèles de base pour la série x_t :

Modèle [1] : modèle sans constante ni tendance $(1 - \phi B)x_t = a_t$

Modèle [2] : modèle avec constante sans tendance $(1 - \phi B)(x_t - \mu) = a_t$

Modèle [3] : modèle avec constante et tendance $(1 - \phi B)(x_t - \alpha - \beta t) = a_t$

Dans chacun des trois modèles, on suppose que $a_t \sim BB(0, \sigma_a^2)$ et l'on teste l'hypothèse nulle $\phi = 1$ (non stationnarité) contre l'hypothèse alternative $|\phi| < 1$ (stationnarité). Cependant, ces modèles sont restrictifs. En effet, on n'envisage qu'une structure autorégressive d'ordre un. De plus, dans cette conception, les erreurs sont supposées être indépendamment et identiquement distribuées (*iid*). Dickey et Fuller (1981) fournissent une généralisation au cas d'un processus autorégressifs d'ordre p , ce qui conduit au test Dickey-Fuller Augmenté (*ADF*). Tout comme dans le cas précédent trois modèles sont distingués :

Modèle [4] : modèle sans constante ni tendance
$$\Delta x_t = \rho x_{t-1} - \sum_{j=2}^p \Phi_j \Delta x_{t-j+1} + a_t$$

Modèle [5] : modèle avec constante sans tendance
$$\Delta x_t = \rho x_{t-1} - \sum_{j=2}^p \Phi_j \Delta x_{t-j+1} + c + a_t$$

Modèle [6] : modèle avec constante et tendance
$$\Delta x_t = \rho x_{t-1} - \sum_{j=2}^p \Phi_j \Delta x_{t-j+1} + c + bt + a_t$$

avec $a_t \sim BB(0; \sigma_a^2)$. Les auteurs ont dérivé les estimateurs des moindres carrés ordinaires ainsi que les statistiques de Student des coefficients estimés dans les différents modèles.

2.2.1.2. Le test de Kwiatkowski, Philips, Schmidt et Shin (1992)

Contrairement au test de Kwiatkowski et al. (1992), le test de Dickey-Fuller Augmenté employé précédemment souffre de certaines limites notamment sa puissance faible contre certaines alternatives spécifiques. Le cas typique est celui où le processus sous-jacent à la série étudiée est un processus fractionnaire. La spécificité du test KPSS est de tester l'hypothèse nulle d'absence de racine unitaire contre l'hypothèse alternative de présence d'une racine unitaire. Les auteurs décomposent la série x_t en la somme d'un trend déterministe, d'une marche aléatoire et d'un terme d'erreur ε_t stationnaire. Sous l'hypothèse nulle de la stationnarité, la variance de la marche aléatoire est égale à zéro. Plus précisément la série étudiée est générée par :

$$x_t = \alpha t + r_t + \varepsilon_t$$

où r_t est une marche aléatoire, $r_t = r_{t-1} + u_t$ et $u_t \sim BB(0, \sigma_u^2)$

Kwiatkowski, Philips, Schmidt et Shin (1992) suggèrent d'utiliser un test multiplicateur de Lagrange pour tester l'hypothèse nulle de stationnarité tout en retenant l'estimateur suivant pour la variance de long terme des résidus :

$$\hat{\sigma}_{\pi}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2 + \frac{2}{T} \sum_{s=1}^l \left(1 - \frac{s}{l+1}\right) \sum_{t=s+1}^T e_t e_{t-s}$$

Statistiques du test KPSS :

- Cas de la stationnarité autour d'un niveau : $\eta_{\mu} = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{T^2 \hat{\sigma}_{\pi}^2}$

- Cas de la stationnarité en présence d'une tendance déterministe linéaire : $\eta_{\tau} = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{T^2 \hat{\sigma}_{\pi}^2}$

2.2.1.3. Le test d'Andrews et Zivot (1992)

Il s'agit d'un test de racine unitaire avec date de rupture traitée comme variable aléatoire inconnue. Les auteurs considèrent que sous l'hypothèse nulle la série étudiée est intégrée d'ordre 1 sans changement structurel exogène, alors que sous l'alternative elle peut être représentée par un processus *trend stationary* avec un unique changement structurel dans le niveau ou la tendance. Le point de rupture survient à une date a priori inconnue, date déterminée par la procédure de test. Le point de rupture est choisi de telle sorte qu'il minimise la statistique du test Dickey-Fuller Augmenté associée. *Andrews et Zivot (1992) explorent la possibilité signalée par Perron (1989) que les séries macroéconomiques soient stationnaires autour d'une tendance segmentée. Cependant, à la différence de cet auteur, ils traitent le point de rupture comme inconnu a priori. Les trois modèles étudiés sont un modèle stationnaire qui inclut une rupture dans la constante (modèle A), un autre*

avec un changement de pente (modèle B), et le troisième permettant ces deux types de rupture (modèle C). Ces modèles n'autorisent qu'un seul point de rupture.

Les trois modèles présentés :

- Modèle A :

$$X_t = \mu^A + \theta^A DU_t(\lambda) + \beta^A t + \rho^A X_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$H_o : \rho^A = 1, \beta^A = 0, \theta^A = 0$$

- Modèle B :

$$X_t = \mu^B + \phi^B DT_t^*(\lambda) + \beta^B t + \rho^B X_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$H_o : \rho^B = 1, \beta^B = 0, \phi^B = 0$$

- Modèle C :

$$X_t = \mu^C + \theta^C DU_t(\lambda) + \phi^C DT_t^*(\lambda) + \beta^C t + \rho^C X_{t-1} + \sum_{i=1}^p c_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$$

$$H_o : \rho^C = 1, \beta^C = 0, \phi^C = 0$$

Avec $DU_t(\lambda) = 1$ si $t > T\lambda$, 0 sinon

$DT_t^*(\lambda) = t - T\lambda$ si $t > T\lambda$, 0 sinon

On cherche $t_{\rho^i} \left[\lambda_{\inf}^i \right] = \inf_{\lambda \in \Lambda} t_{\rho^i}(\lambda)$, $i = A, B, C$ et Λ un sous-ensemble fermé de $(0,1)$, Les points de rupture et les t-statistiques associés sont déterminés par les moindres carrés ordinaires, avec $\lambda = \frac{Tb_j}{T}$, pour j allant de $T/2$ à $((T-1)/T)$.

2.2.1.4 Le test de Carrion-i-Silvestre, Kim et Perron (2009)

Ohara (1999), Kapetanios (2005) et Carrion-i-silvestre, Kim et Perron (2009) parmi d'autres ont tenté de généraliser l'approche d'Andrews et Zivot (1992) afin de prendre en

compte les ruptures structurelles multiples dans les séries. Contrairement au test d'Andrews et Zivot (1992) où la rupture endogène est autorisée seulement sous l'hypothèse alternative de stationnarité, le test de Carrion-i-Silvestre, Kim et Perron (2009) permet de tester la présence de racine unitaire avec un nombre indéterminé de ruptures endogènes et ce sous les deux hypothèses nulle et alternatives. Formellement les auteurs postulent que le processus générateur des données est de la forme suivante :

$$y_t = d_t + u_t$$

$$u_t = \alpha u_{t-1} + v_t, \quad v_t \sim iid(0,1) \quad t = 0, \dots, T$$

avec u_t un processus stationnaire de moyenne nulle tel que $u_0 = 0$. Carrion-i-Silvestre et al. (2009) considèrent les trois modèles suivants :

Le modèle 0 : rupture dans la constante

Le modèle 1 : rupture dans la pente

Le modèle 2 : rupture dans la pente et la constante

La composante déterministe $d_t = \psi' z_t(\lambda^0)$ est donnée par :

$$d_t = z_t'(T_0^0)\psi_0 + z_t'(T_1^0)\psi_1 + \dots + z_t'(T_m^0)\psi_m = z_t'(\lambda^0)\psi$$

où $z_t(\lambda^0) = [z_t'(T_0^0), \dots, z_t'(T_m^0)]'$, $\psi = (\psi_0', \dots, \psi_m')'$, $z_t(T_0^0) = (1, t)$, $\psi_0 = (\mu_0, \beta_0)'$ et, pour $1 \leq j \leq m$:

$$z_t(T_j^0) = \begin{cases} DU_t(T_j^0) \\ DU_t^*(T_j^0) \\ (DU_t(T_j^0), DU_t^*(T_j^0))' \end{cases}$$

avec $\psi_j = \mu_j$ pour le modèle 0, $\psi_j = \beta_j$ pour le modèle 1 et $\psi_j = (\mu_j, \beta_j)$ pour le modèle 2. Les auteurs montrent qu'il est possible d'estimer les paramètres déterministes

ψ en minimisant une fonction objective générée à partir de la procédure des moindres carrés généralisés détendancée.

Dans le but de tester la stationnarité des séries des rentabilités des indices CSFB/Tremont, nous faisons appel à deux classes de tests de racine unitaire. La première inclut des tests de racines unitaires standards (Test de Dickey-Fuller Augmenté (1979 ; 1981), le test de Philips-Perron (1992) ainsi que le test KPSS (1992)). La deuxième classe de tests inclut des tests de racines unitaires qui prennent en compte des ruptures structurelles (Zivot et Andrews (1992) et Carrion-i-Silvestre, Kim et Perron (2009)). Les tables 2, 3 et reportent les résultats des tests de racine unitaires précités. Les statistiques des tests ADF et PP rejettent l'hypothèse nulle de racine unitaire au seuil de significativité de 1% pour l'ensemble des indices. La statistique du test KPSS confirme les résultats des tests ADF et PP en acceptant l'hypothèse nulle de stationnarité au seul de significativité de 1%.

Tableau 2: Tests de racine unitaire standards

Series	ADF		PP		KPSS
	τ	τ_{μ}	$Z_{t_{\alpha}}$	$Z_{t_{\alpha}^*}$	η_{μ}
<i>Hedge FundcIndex</i>	-10.506***	-11.424***	-10.841***	-11.410***	0.146
<i>Convertible Arbitrage</i>	-7.065***	-7.474***	-7.071***	-7.508***	0.079
<i>Dedicated Short Bias</i>	-12.838***	-12.856***	-12.766***	-12.789***	0.117
<i>Emerging Markets</i>	-10.314***	-10.422***	-10.328***	-10.461***	0.052
<i>Equity Market Neutral</i>	-13.308***	-13.431***	-13.441***	-13.531***	0.394*
<i>Event Driven</i>	-6.102***	-9.778***	-9.070***	-10.019***	0.076
<i>Fixed Incom Arbitrage</i>	-7.643***	-7.915***	-7.603***	-7.934***	0.086
<i>Global Macro</i>	-3.895***	-12.938***	-12.185***	-12.943***	0.107
<i>Long Short Equity</i>	-10.868***	-11.537***	-11.006***	-11.564***	0.171
<i>Managed Futures</i>	-13.399***	-13.678***	-13.409***	-14.085***	0.039
<i>Multi-Strategie</i>	-8.850***	-9.957***	-9.354***	-10.205***	0.086

Note: τ (resp. $Z_{t_{\alpha}}$) et τ_{μ} (resp. $Z_{t_{\alpha}^*}$) sont les statistiques du test ADF (resp. PP) pour les modèles sans constante. η_{μ} est la statistique du test KPSS. ***, ** et * denote la significativité aux seuils de 1%, 5% and 10% respectivement.

Ces tests sont peu efficaces en présence d'une rupture et conduisent à un biais qui peut affecter les résultats des tests de racine unitaire. Leybourne et Newbold (2000) ont analysé les effets d'une rupture sur la statistique du test de DF et ont montré que

d'importantes distorsions peuvent avoir lieu. Le recours à des tests de racine unitaire permettant de prendre en compte la présence d'une rupture présente plusieurs avantages. Ceci permet d'éviter des résultats biaisés conduisant au non-rejet de l'hypothèse de racine unitaire comme mentionné par Perron (1989). Deuxièmement, cette procédure permet d'identifier si la présence d'une rupture structurelle est associée à un événement particulier tel qu'un changement de politique économique, crises économiques, guerre, changement de régime ou bien d'autres facteurs.

Dans la table 3, nous appliquons le test de racine unitaire d'Andrews et Zivot (1992) prenant en compte une rupture structurelle endogène. Il s'agit d'un test séquentiel qui utilise la taille totale de l'échantillon ainsi que des variables dichotomiques pour détecter la présence de ruptures. La rupture est sélectionnée quand la t-statistique du test ADF est à son minimum (généralement négative). Par conséquent, la date de rupture est choisie quand il est moins évident de présence d'une racine unitaire. Les résultats des Modèles A et C du test de Zivot et Andrews (1992) sont reportés dans ce tableau. Ces résultats montrent qu'on peut rejeter l'hypothèse nulle d'une racine unitaire pour l'ensemble des séries étudiées et ce au seuil de significativité de 1 %. De plus, ce test nous permet d'identifier les points de ruptures les plus significatifs d'une manière endogène. Le tableau indique ces dates pour chaque série : un fait marquant de ces ruptures est la coïncidence entre les dates d'occurrence de ces ruptures et certains faits historiques, précisément les crises financières. L'année 2008 peut être considérée comme la date la plus plausible pour représenter les ruptures structurelles dans les indices CSFB/Tremont dans la mesure où elle représente l'année de la crise des subprimes. Les résultats du modèle A montrent que seulement 4 des 10 séries étudiées confirment cette idée : *Convertible Arbitrage* (Septembre 2008), *Equity Market Neutral* (Janvier 2008), *Fixed Income Arbitrage* (Décembre 2008) et *Multi-Strategy* (Avril 2008). Le point de rupture est détecté quelques mois plus tard pour *Dedicated Short Bias* (Janvier 2009) et *Even Driven* (Février 2009). Contrairement aux attentes, l'année 2000, apparaît pour trois séries : *Hedge fund Index* (Janvier 2000), *Long/Short Equity* (Février 2000) et *Managed Futures* (Septembre 2000). La bulle d'internet qui a eu lieu l'année 2000 pourrait être l'explication la plus plausible pour cette rupture. La date de rupture pour la stratégie *Global Macro* peut être associée à la crise Russe de 1998. La date de rupture estimée des

modèles A et C laissent présager que les séries des indices CSFB/Tremont font l'objet de plusieurs ruptures structurelles.

Tableau 3: Test de racine unitaire de Zivot-Andrews (1992)

Series	\hat{T}_b	\hat{k}	$\hat{\mu}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\alpha}$
Modèle C : $y_t = \mu^C + \theta^C DU(\lambda)_t + \beta^C t + \gamma^C DT^*(\lambda)_t + \alpha^C y_{t-1} + \sum_{j=1}^k c_j^C y_{t-j} + \varepsilon_t$							
<i>Hedge FundcIndex</i>	1996 : 01	0	-0.0194 (-2.16)	-0.0236 (-2.61)	0.0022 (3.39)	-0.0022 (-3.44)	-0.8371 (-12.15)***
<i>Convertible Arbitrage</i>	2008 : 10	0	0.0065 (2.45)	0.0241 (3.09)	0.0000 (-1.91)	-0.0008 (-1.69)	-0.5039 (-8.31)***
<i>Dedicated Short Bias</i>	2009 : 2	0	-0.0025 (-0.35)	-0.0394 (-1.78)	0.0000 (0.38)	0.0010 (0.65)	-0.9270 (-13.16)***
<i>Emerging Markets</i>	1997 : 06	6	-0.0152 (-1.06)	-0.0399 (-2.55)	0.0014 (2.10)	-0.0014 (-1.97)	-0.7875 (-5.40)***
<i>Equity Market Neutral</i>	2007 : 12	0	0.0091 (1.55)	-0.0428 (-3.00)	0.0000 (-0.20)	0.0012 (2.02)	-1.0046 (-14.21)***
<i>Event Driven</i>	2007 : 09	0	0.0051 (1.96)	-0.0191 (-3.14)	0.0000 (0.58)	0.0006 (2.71)	-0.6887 (-10.42)***
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	1998 : 09	0	0.0057 (1.4)	0.0078 (1.67)	-0.0002 (-1.30)	0.0001 (1.03)	-0.4778 (-7.95)***
<i>Global Macro</i>	1998 : 06	5	0.0103 (1.30)	-0.0285 (-2.93)	0.0004 (1.54)	-0.0004 (-1.35)	-1.0306 (-6.33)***
<i>Long Short Equity</i>	2000 : 07	4	0.0058 (0.90)	-0.0269 (-3.12)	0.0003 (1.98)	-0.0002 (-1.49)	-1.1557 (-8.01)***
<i>Managed Futures</i>	1995 : 12	8	0.0160 (0.89)	0.0375 (2.12)	-0.0025 (-1.42)	0.0025 (1.41)	-1.5751 (-5.28)***
<i>Multi-Strategy</i>	2008 : 4	0	0.0061 (2.80)	-0.0725 (-4.8)	0.0000 (-0.60)	0.0004 (1.32)	-0.7105 (-10.9)
Modèle A : $y_t = \mu^A + \theta^A DU(\lambda)_t + \beta^A t + \alpha^A y_{t-1} + \sum_{j=1}^k c_j^A y_{t-j} + \varepsilon_t$							
<i>Hedge FundcIndex</i>	2000 : 01	0	0.0077 (2.47)	-0.0097 (-1.7112)	0.0000 (0.95)		-0.7998 (-11.60)***
<i>Convertible Arbitrage</i>	2008 : 09	0	0.0070 (2.67)	0.0157 (3.5974)	-0.0001 (-2.35)		-0.4699 (-8.17)***
<i>Dedicated Short Bias</i>	2009 : 01	0	-0.0027 (-0.37)	-0.0278 (-2.1581)	0.0000 (0.41)		-0.9267 (-13.17)***
<i>Emerging Markets</i>	1999 : 01	6	0.0008 (0.12)	0.0181 (1.6907)	-0.0001 (-1.10)		-0.7330 (-5.09)***
<i>Equity Market Neutral</i>	2008 : 01	0	0.0079 (1.35)	-0.0220 (-2.3435)	0.0000 (0.00)		-0.9912 (-14.00)***
<i>Event Driven</i>	2009 : 02	0	0.0076 (2.92)	0.0083 (1.8514)	0.0000 (-1.30)		-0.6598 (-9.98)***
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	2008 : 12	1	0.0067 (2.87)	0.0131 (3.1829)	-0.0001 (-2.43)		-0.6037 (-8.48)***
<i>Global Macro</i>	1998 : 06	5	0.0187 (3.85)	-0.0195 (-2.7490)	0.0001 (1.20)		-0.9666 (-6.19)***
<i>Long Short Equity</i>	2000 : 01	5	0.0132 (3.07)	-0.0232 (-3.1742)	0.0001 (1.76)		-0.9557 (-6.32)***
<i>Managed Futures</i>	2000 : 09	8	0.0063 (1.24)	0.0169 (1.8007)	-0.0001 (-1.23)		-1.4879 (-5.19)***
<i>Multi-Strategy</i>	2008 : 04	0	0.0058 (2.65)	0.0021 (0.58)	0.0000 (-0.49)		-0.6867 (-11.02)***

Note: les t-statistics de student sont entre parenthèses. La t-statistics for $\hat{\alpha}^j$ teste l'hypothèse $\alpha^j = 1$. Les valeurs critiques aux seuils de significativité de 10%, 5% et 1% pour le modèle C (resp. modèle A) sont: -4.82, -5.08 et -5.34 (-4.11, -4.42 et -4.58). *, ** et *** denotent la significativité aux seuils de 10%, 5% et 1% levels.

Les résultats du test de racine unitaire de Carrion-i-Silvestre et al. (2009) reportés dans la table 3 confirment la stationnarité des séries des rentabilités des indices des *hedge funds* CSFB/Tremont et montre que celles-ci font l'objet de plus d'une rupture structurelle. Nous remarquons qu'à l'exception des séries des rentabilités des stratégies *Dedicated Short Bias* et *Equity Market Neutral*, la présence des années 2007 et 2008 marquant la crise des subprimes comme la période où la rupture concerne l'ensemble des séries. Ce constat met en évidence l'impact de la dernière crise financière sur l'ensemble des stratégies des *hedge funds*. Les stratégies *Managed Futures*, *Even Driven* et *Global Macro* représentent les stratégies les plus touchées par les ruptures structurelles avec 5, 3 et 3 ruptures respectivement.

Tableau 4 : Test de racine unitaire de Carrion-i-Silvestre, Kim et Perron (2009)

Series	M-tests				Date de rupture				
	MZ_{α}^{GLS}	MSB^{GLS}	MZ_t^{GLS}	MP_T^{GLS}	1	2	3	4	5
<i>Hedge FundcIndex</i>	-60.411	0.091	-5.494	3.975	1995 : 12	1998 : 01	2007 : 09		
<i>Convertible Arbitrage</i>	-53.394	0.097	-5.166	3.798	1998 : 09	2007 : 09			
<i>Dedicated Short Bias</i>	-75.617	0.081	-6.149	3.367	1998 : 07	2000 : 07	2004 : 10		
<i>Emerging Markets</i>	-60.819	0.091	-5.514	4.051	1997 : 09	1999 : 11	2008 : 09		
<i>Equity Market Neutral</i>	-60.608	0.091	-5.501	1.900	2006 : 03				
<i>Event Driven</i>	-59.285	0.092	-5.444	5.766	1997 : 06	1999 : 11	2002 : 06	2007 : 09	
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	-29.622	0.130	-3.845	6.827	1998 : 09	2008 : 09			
<i>Global Macro</i>	-64.640	0.088	-5.682	4.714	1995 : 12	1997 : 12	1999 : 11	2008 : 01	
<i>Long Short Equity</i>	-45.971	0.104	-4.791	5.513	1996 : 10	1998 : 09	2007 : 09		
<i>Managed Futures</i>	-88.484	0.075	-6.651	4.918	1995 : 08	1997 : 06	1999 : 03	2000 : 05	2007 : 06

2.2.2. Estimation du paramètre d'intégration fractionnaire

Dans ce paragraphe, nous proposons d'estimer le degré de persistance de chaque série des indices CSFB/Tremont en utilisant différentes méthodes. Nous employons l'exposant de Hurst estimé par statistiques (R/S) introduite par Hurst (1951) ainsi que l'estimateur par ondelette d'Abry et Veitch (1998). Selon Koh et al. (2005), un exposant de Hurst entre 0 et 0,5 implique que les rentabilités sont anti-persistantes et qu'elles fluctuent d'une façon

aléatoire pour converger vers un état stable. Avec un exposant de Hurst égale à 0,5, les rentabilités fournies par les gérants des *hedge funds* sont aléatoires et les rentabilités des périodes précédentes ne seront pas affectées par celles des périodes ultérieures. Ces fonds peuvent être considérés risqués dans la mesure où les gains réalisés à court terme peuvent être compensés par des pertes substantielles d'autres périodes. Un exposant de Hurst entre 0,5 et 1 implique que les rentabilités sont persistantes. Les gérants de tels fonds sont les plus performants.

Tableau 5. Estimation du paramètre intégration fractionnaire

<i>Series</i>	\hat{H}	\hat{H}_{AV}	\hat{d}_{GPH}	\hat{d}_{GSP}	\hat{d}_{ML}
<i>Hedge FundcIndex</i>	0.571	0,597 [0,378: 0,815]	0,19 ** [0,0337]	0,19 *** [0,0017]	0,22 *** [0,0000]
<i>Convertible Arbitrage</i>	0.628	0,948 [0,730: 1,167]	0,39 *** [0,0000]	0,42 *** [0,0000]	0,45 *** [0,0000]
<i>Dedicated Short Bias</i>	0.482	0,695 [0,477: 0,913]	-0,08 [0,3859]	-0,03 [0,5971]	0,03 [0,6940]
<i>Emerging Markets</i>	0.522	0,662 [0,444: 0,881]	0,10 [0,2526]	0,16 *** [0,0073]	0,23 *** [0,0000]
<i>Equity Market Neutral</i>	0.550	0,075 [-0,101: 0,251]	0,08 [0,3849]	0,07 [0,2691]	0,08 [0,1200]
<i>Event Driven</i>	0.560	0,885 [0,686: 1,085]	0,28 *** [0,0019]	0,31 *** [0,0000]	0,33 *** [0,0000]
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	0.602	0,676 [0,458: 0,894]	0,33 *** [0,0002]	0,32 *** [0,0000]	0,42 *** [0,0000]
<i>Global Macro</i>	0.575	0,656 [0,437: 0,874]	0,23 ** [0,0111]	0,15 *** [0,0098]	0,16 *** [0,0000]
<i>Long Short Equity</i>	0.609	0,7 [0,482: 0,918]	0,14 [0,1228]	0,12 ** [0,0436]	0,19 *** [0,0000]
<i>Managed Futures</i>	0.426	0,588 [0,412: 0,764]	-0,22 ** [0,029]	-0,18 *** [0,0027]	0,01 [0,8620]
<i>Multi-Strategy</i>	0.597	0.853 [0,676: 1,029]	0.36 *** [0,0002]	0.33 *** [0,0000]	0.30 *** [0,000]

Note: Les p-values sont données entre crochets. ***, ** et * denotent la significativité au seuil de 1%, 5% et 10% respectivement.

L'estimation de l'exposant de Hurst basée sur l'analyse (R/S) est reportée dans le tableau 5. Ce tableau révèle que 9 des 11 indices CSFB/Tremont *hedge funds* sont persistants. Deux séries (*Dedicated Short Bias* et *Managed Futures*) exhibent un comportement d'anti-persistance. Pour ces séries, les coefficients estimés sont inférieurs à 0,5. Ces résultats confirment ceux d'Amenc et al. (2003) pour l'ensemble des stratégies

d'investissement. L'exposant de Hurst est un outil important pour étudier la persistance des performances des *hedge funds*. Néanmoins, cette statistique est biaisée en présence d'une dépendance de court terme, de plus sa distribution est inconnue d'où l'impossibilité de tester sa significativité. Nous appliquons par conséquent le test d'Abry et Veitch (1998) en utilisant les ondelettes de Daubechies avec deux moments. L'estimateur d'Abry et Veitch (1998) est consistant et permet de détecter les tendances déterministes pouvant affecter l'estimation de l'exposant de Hurst via leurs effets adverses. L'estimation de H par ondelettes confirme les résultats obtenus précédemment dans la mesure où la plupart des coefficients estimés sont supérieurs à 0,5 et significatifs sauf pour la série *Equity Market Neutral* (0,75) ou zéro appartient à l'intervalle de confiance.

L'exposant de Hurst est lié au paramètre de mémoire longue c'est-à-dire paramètre d'intégration fractionnaire à travers l'équation $d = H - 1/2$. Désormais, nous employons 3 méthodes différentes pour estimer ce paramètre : La méthode du maximum de vraisemblance, la méthode de régression de Geweke et Porter-Hudak (1983) et la méthode semi-paramétrique de Robinson (1995). En ce qui concerne l'estimation du paramètre de mémoire longue, les méthodes semi paramétriques requièrent la détermination du nombre de fréquence à inclure dans la régression : Pour la méthode GPH (1983) nous choisissons $T^{0.6}$ et pour Robinson (1995) nous choisissons $T^{0.7}$: \hat{d}_{GPH} varie entre -0,22 et 0,39 alors que \hat{d}_{GSP} varie entre -0,18 et 0,42. Ces résultats, reportés dans le tableau 4, mettent en évidence la présence d'une composante mémoire longue dans toutes les séries sauf pour *Dedicated Short Bias* et *Equity Market Neutral*.

L'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire par la méthode du maximum de vraisemblance confirme la présence de mémoire longue dans les séries étudiées dans la mesure où les paramètres estimés sont compris entre 0,01 et 0,42. Par ailleurs ce paramètre n'est pas significatif pour *Dedicated Short Bias* et *Equity Market Neutral*. En général, 6 des séries étudiées montrent une évidence d'existence de mémoire longue : *Hedge fund Index*, *Convertible Arbitrage*, *Event Driven*, *Fixed Income Arbitrage*, *Global Macro* et *Multi-Strategy*. Pour les autres stratégies, les résultats sont mitigés et dépendent de la méthode employée pour l'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire. En combinant ces résultats avec des tests de racines unitaires avec ruptures structurelles,

nous sommes amenés à nous poser plusieurs questions concernant l'influence des ruptures et si la mémoire longue observée est vraie ou bien fallacieuse.

2.2.3. Validation de la mémoire longue

D'après Diebold et Inoue (2011) et Granger et Hyung (2004), un changement de régime lent ou bien une rupture structurelle peuvent générer une forte persistance au niveau de la fonction d'autocorrélation produisant ainsi de la mémoire longue fallacieuse. Autrement dit, il existe un risque de confusion entre mémoire longue et changement de régime. Dans le but de séparer ces deux phénomènes et de détecter l'influence des changements de régimes et des ruptures structurelles sur l'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire, nous faisons appel aux deux tests récents de Shimotsu (2006). La tableau 6 reporte les résultats d'estimation de \hat{d} en utilisant la méthode « Two step feasible exact local whittle estimator » de Shimotsu et Philips (2005, 2010), \bar{d} , W_c , Z_t et $\hat{\eta}_\mu$ pour les indices CSFB/Tremont avec $m = 60$ et $b = \{2, 3\}$.

Tableau 6 : Résultats du test de Shimotsu (2006)

Series	\hat{d}_{felw}	\bar{d}		W_c		Z_t	$\hat{\eta}_\mu$
		b=2	b=3	b=2	b=3		
<i>Hedge FundcIndex</i>	0.213	0.278	0.295	2.201	1.729	-2.601	0.059
<i>Convertible Arbitrage</i>	0.450	0.558	0.596	2.053	1.825	-3.312*	0.029
<i>Dedicated Short Bias</i>	-0.011	-0.008	0.047	0.333	1.790	-3.061*	0.118
<i>Emerging Markets</i>	0.205	0.261	0.277	0.714	0.558	-3.093*	0.035
<i>Equity Market Neutral</i>	0.126	0.222	0.288	2.082	2.249	-1.645	0.239
<i>Event Driven</i>	0.372	0.397	0.412	0.354	0.605	-3.493*	0.027
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	0.319	0.338	0.219	0.084	8.847*	-2.997	0.033
<i>Global Macro</i>	0.135	0.152	0.220	0.130	0.064	-2.609	0.066
<i>Long Short Equity</i>	0.194	0.235	0.253	0.834	0.687	-2.337	0.072
<i>Managed Futures</i>	-0.180	-0.216	-0.133	3.180	3.951	-2.756	0.051
<i>Multi-Strategy</i>	0.379	0.335	0.311	5.377*	5.701	-3.392*	0.0297

Note : * indique le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de significativité de 5 %. $\chi^2_{0.95}(1) = 3,84, \chi^2_{0.95}(2) = 5,99$.

Les valeurs estimées de \hat{d} et \bar{d} sont similaires, la statistique W_c rejette l'hypothèse nulle de stabilité du paramètre d'intégration fractionnaire pour la stratégie d'investissement *Multi-Strategy* pour $b = 2$ et pour *Fixed Income Arbitrage* pour $b = 3$. La statistique $\hat{\eta}_\mu$ ne rejette pas l'hypothèse nulle d'une vraie mémoire longue pour la plupart des séries étudiées. Par ailleurs, la statistique Z_t rejette l'hypothèse nulle pour 4 séries (*Convertible Arbitrage*, *Dedicated Short Bias*, *Emerging Markets* et *Event Driven*). Ceci implique une forte possibilité de présence d'un changement de régime markovien. Selon Shimotsu (2006), la statistique Z_t est très efficace pour détecter un changement de régime markovien.

Nous avons employé différents tests pour faire la distinction entre vraie mémoire longue et mémoire longue fallacieuse. Les résultats du tableau 5 confirment ceux de Granger et Hyung (2004), Zivot et Choi (2005) et Shimotsu (2006) dans le sens où les processus purement fractionnaire ne permettent pas d'expliquer toute la persistance observée dans les séries temporelles, mais que les données ne supportent pas un point de vue extrême selon lequel toute cette persistance est due à un changement de régime ou à une rupture structurelle.

2.2.4. Modélisation MS-ARFIMA et prévision

Le modèle MS-ARFIMA de Härdle et Tsay (2009) prend en compte deux caractéristiques importantes des séries temporelles financières : la mémoire longue et la persistance à travers le paramètre d'intégration fractionnaire et les changements de régimes à travers les chaînes de Markov. Formellement, nous considérons que les séries des indices CSFB/Tremont suivent un modèle MS-ARFIMA(1,d,1) à deux régimes selon différentes spécifications :

$$w_t = \mu_{s_t} I\{t \geq 1\} + (1-L)^{d_{s_t}} \sigma_{s_t} z_t I\{t \geq 1\}$$

$$(1-\phi_1 L)z_t = (1-\theta_1 L)\varepsilon_t$$

Le tableau 7 résume l'ensemble des paramètres estimés en utilisant l'algorithme de Durbin-Levinson-Viterbi amélioré par Härdle et Tsay (2009) : Les paramètres de mémoire longue (d_1 et d_2) pour chaque régime, les probabilités de transition (p_{11} et p_{22}), l'écart type des différentes stratégies d'investissements (σ_1 et σ_2) ainsi que leurs moyennes associées. Le tableau 7 inclut aussi les paramètres des composantes moyennes mobiles et autorégressives qui dépendent des spécifications choisies pour chaque série.

Tableau 7: Résultats de l'estimation du modèle MS-ARFIMA(p,d,q) des rentabilités des indices CSFB/Tremont hedge funds.

	<i>Hedge FundIndex</i>	<i>Convertible Arbitrage</i>	<i>Emerging Markets</i>	<i>Equity Market Neutral</i>	<i>Event Driven</i>	<i>Fixed Income Arbitrage</i>	<i>Global Macro</i>	<i>Long Short Equity</i>	<i>Managed Futures</i>	<i>Multi-Strategy</i>
d_1	0.1650** (0.0355)	0.6723*** (0.0000)	0.2776** (0.0136)	0.5548*** (0.0001)	0.3212** (0.0437)	0.8013*** (0.0000)	0.4520 (0.0000)	0.1696 (0.2378)	-0.159*** (0.0063)	0.3183** (0.0675)
d_2	0.1867* (0.0934)	0.2527*** (0.0065)	0.0664 (0.3537)	0.2571*** (0.0000)	0.1407** (0.0226)	0.4166*** (0.0000)	0.4922 (0.0000)	0.1112* (0.0756)	0.3001*** (0.0000)	0.1836*** (0.0039)
P_{11}	0.9941 (0.0000)	0.7025 (0.0000)	0.9833 (0.0000)	0.8144 (0.0000)	0.8308 (0.0000)	0.8104 (0.0000)	0.5118 (0.0000)	0.9543 (0.0000)	0.8217 (0.0000)	0.8515 (0.0000)
P_{22}	0.9840 (0.0000)	0.9737 (0.0000)	0.9868 (0.0000)	0.9899 (0.0000)	0.9783 (0.0000)	0.9669 (0.0000)	0.9003 (0.0000)	0.9885 (0.0000)	0.4266 (0.0000)	0.9847 (0.0000)
σ_1	2.6633 (0.0000)	3.8953 (0.0000)	5.9812 (0.0000)	16.7764 (0.0000)	2.9119 (0.0000)	3.8337 (0.0000)	3.5423 (0.0000)	4.6890 (0.0000)	2.6268 (0.0000)	3.3676 (0.0000)
σ_2	0.9467 (0.0000)	0.9046 (0.0000)	2.3228 (0.0000)	0.8078 (0.0000)	1.1072 (0.0000)	0.6225 (0.0000)	1.6781 (0.0000)	1.8953 (0.0000)	1.0863 (0.0000)	1.0380 (0.0000)
μ_1	0.8438 (0.0596)	-7.4053 (0.0462)	-0.4058 (0.7991)	-7.9815 (0.0015)	-2.8595 (0.0141)	0.4106 (0.7890)	-6.227 (0.0001)	1.2092 (0.2938)	-0.4870 (0.0000)	-3.8337 (0.0049)
μ_2	0.7123 (0.0076)	0.5605 (0.0846)	1.2424 (0.0000)	0.5925 (0.0040)	1.1792 (0.0000)	0.8812 (0.0000)	0.3309 (0.7779)	0.7236 (0.0046)	5.1596 (0.0000)	0.8744 (0.0000)
ϕ_1	-	0.3086 (0.0066)	-	-	-	0.4532 (0.0071)	-0.041 (0.6816)	-	-	-
θ_1	-	-	-	-	-	-0.7108 (0.0000)	-	-	-	-
JB	5.4232	5.6277	20.880	13.245	0.95373	16.260	5.6607	4.2973	3.5140	3.6030
Q(10)	4.89539	7.51774	10.3701	8.41968	5.40550	4.76801	9.87390	8.15749	12.4794	2.86082
Q ² (10)	5.33091	12.1464	5.14996	50.6711	13.6068	10.3951	22.5238	6.53228	4.28204	13.7409

Note: Les p-values sont indiquées entre parenthèses. ***, ** et * denotent la significativité aux seuils de t 1%, 5% and 10% respectivement.

Ces résultats montrent que la plupart des paramètres sont statistiquement significatifs au seuil de 5%. Les résultats consignés dans le tableau 7 indiquent que les indices CSFB/Tremont font l'objet d'asymétrie et d'un ajustement variant dans le temps.

Les estimations de σ_1 et σ_2 reportées dans ce tableau montrent que la volatilité des rentabilités des *hedge funds* dans le premier régime sont supérieures à celles du deuxième régime. Dans ce qui suit, nous considérons la chaîne de Markov $S = 1$ comme le régime à forte volatilité et $S = 2$ comme le régime à faible volatilité. Les moyennes μ_1 associées au régime à forte volatilité sont négatives et significatives pour la plupart des séries étudiées (*Convertible Arbitrage, Emerging Markets, Equity Market Neutral, Equity Market Neutral* et *Multi-Strategy*). Par ailleurs, quand cette moyenne est positive, statistiquement, elle est non significative. Les moyennes μ_2 sont positives et statistiquement significatives. Notons que l'indice général présente des caractéristiques différentes de celles des autres séries dans la mesure où μ_1 est inférieure à μ_2 . En résumé, nous trouvons que $\sigma_1 > \sigma_2$ et que $\mu_1 < \mu_2$. De plus, on observe que les probabilités p_{22} sont supérieures à p_{11} ce qui implique que la probabilité de rester dans le second régime est supérieure à celle de rester dans le premier.

Comme notre étude n'est pas seulement motivée par la dynamique markovienne des rentabilités des *hedge funds* mais aussi par leur comportement de persistance et d'intégration fractionnaire, nous observons les estimations des paramètres d'intégration fractionnaire pour chaque régime. Ils montrent que les indices CSFB/Tremont sont caractérisés par deux niveaux de persistance. En général, (sauf pour *Hedge fund Index, Global Macro* and *Managed Futures*), nous trouvons que $d_1 > d_2$ ce qui implique que la persistance des chocs est plus importante dans le régime à forte volatilité. Les paramètres d'intégration fractionnaire pour le régime à forte volatilité sont compris entre -0,159 et 0,8013 tandis que ceux du régime à faible volatilité sont compris entre 0,0664 et 0,4166. Dans le régime à faible volatilité, les rentabilités des *hedge funds* sont persistantes et leurs dynamiques est régie par une composante à mémoire longue. Ceci implique que l'effet des chocs sur les rentabilités va persister pour une longue durée avant de converger vers un état stable. En ce qui concerne le régime à forte volatilité, les interprétations sont totalement différentes et dépendent des stratégies en question. Pour *Managed Futures*, le paramètre d'intégration fractionnaire est égal à -0,159 indiquant que cette stratégie exhibe

une mémoire intermédiaire dans un régime à forte volatilité. Trois des séries étudiées (*Convertible Arbitrage*, *Equity Market Neutral* et *Fixed Income Arbitrage*) affichent une non stationnarité avec un comportement de retour à la moyenne dans la mesure où les paramètres estimés varient entre 0,55 et 0,8. Ce cas implique que même si les chocs affectent les valeurs actuelles de ces séries, ces valeurs tendront vers leurs moyennes à long terme. Le tableau 8 résume les caractéristiques de chaque régime et les figure 2a à 2j représentent la trajectoire du paramètre d'intégration fractionnaire pour chaque série.

Table 8. Comportement de la mémoire des indices CSFB/Tremont sous les deux régimes à forte et à faible volatilité.

Stratégies	Régime à forte volatilité			Régime à faible volatilité		
	μ_1	σ_1	d_1	μ_2	σ_2	d_2
<i>Convertible Arbitrage</i>	-7,41	3,90	0,67	0,56	0,90	0,25
<i>Emerging Markets</i>	-0,41	5,98	0,27	1,24	2,32	0,07
<i>Equity Market Neutral</i>	-7,98	16,78	0,55	0,59	0,81	0,26
<i>Event Driven</i>	-2,86	2,91	0,32	1,18	1,11	0,14
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	0,41***	3,83	0,8	0,88	0,62	0,42
<i>Global Macro</i>	-6,227	3,54	0,45	0,33***	1,67	0,49
<i>Long Short Equity</i>	1,21***	4,69	0,17	0,72	1,90	0,11
<i>Managed Futures</i>	-0,48	2,62	-0,15	5,15	2,62	0,30
<i>Multi-Strategy</i>	-3,83	3,36	0,31	0,87	1,03	0,18

Note: *** Statistiquement non différent de zéro au seuil de significativité de 1%.

Le fait marquant dans ce tableau est la coïncidence entre les dates de transition et les ruptures structurelles détectées précédemment, de plus le régime à forte volatilité des indices CSFB/Tremont est associé aux périodes de crise. Par ailleurs, la valeur du paramètre d'intégration fractionnaire révèle l'effet des chocs et de la persistance sur les séries considérées : plus la valeur du paramètre d est élevée plus les effets de mémoire sont importants et plus les chocs sont persistants. Le régime à forte volatilité exhibe des paramètres de mémoire longue plus élevés que ceux du régime à faible volatilité. Plus précisément, le processus est non stationnaire avec un comportement de retour à la

moyenne pendant les périodes d'agitation. Ces résultats montrent l'importance de la persistance et du phénomène de mémoire dans l'ajustement de la dynamique des rentabilités des *hedge funds*. Le modèle MS-ARFIMA permet de bien ajuster les rentabilités des *hedge funds* en tenant compte de l'asymétrie, du phénomène de mémoire ainsi que de la variabilité des paramètres. La table 7 révèle aussi les résultats de normalité de la statistique de Jarque-Bera. En effet, on accepte l'hypothèse nulle de normalité pour 7 des 10 séries modélisées. Ces résultats montrent l'importance de l'introduction de l'intégration fractionnaire dans chaque régime et indiquent que le modèle MS-ARFIMA pourrait supplanter les modélisations traditionnelles de la dynamique des rentabilités des *hedge funds*.

Figure 2a-2j: Estimation de d_{s_t} des séries des *Hedge funds* CSFB/Tremont.

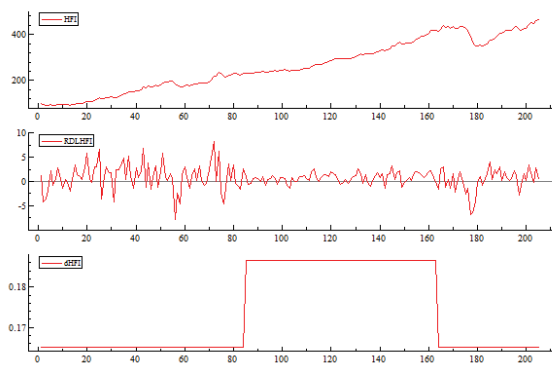


Figure 2a. *Hedge Funds Index*

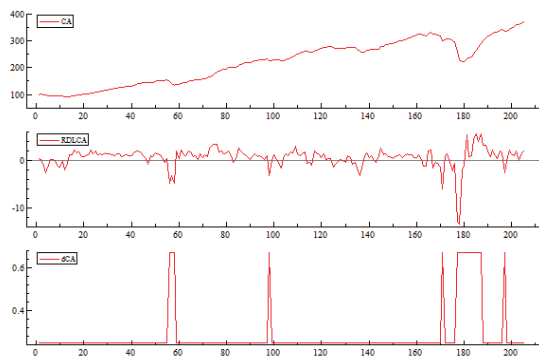


Figure 2b. *Convertible Arbitrage*

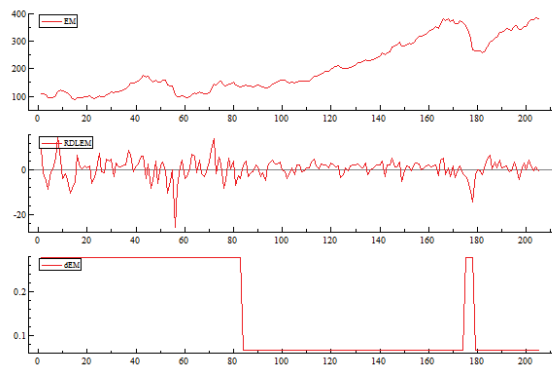


Figure 2c. *Emerging Markets*

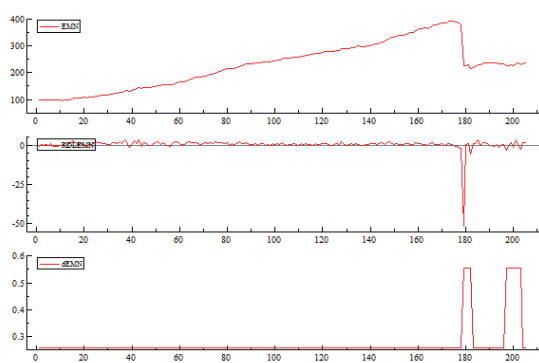


Figure 2d. *Equity Market Neutral*

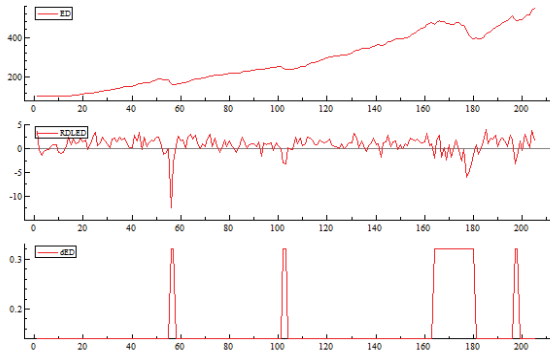


Figure 2e. Event Driven

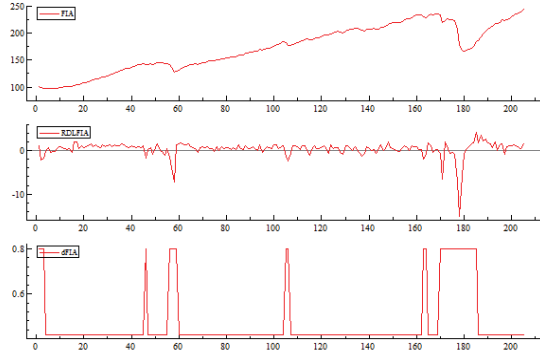


Figure 2f. Fixed Income Arbitrage

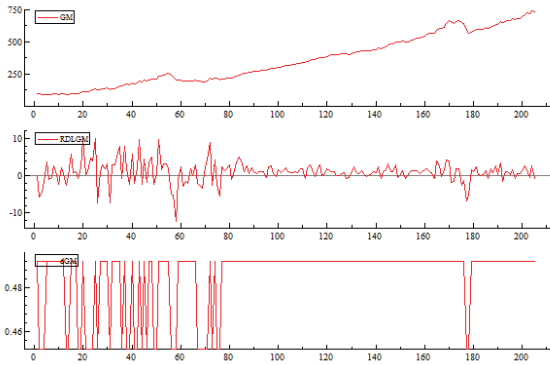


Figure 2g. Global Macro

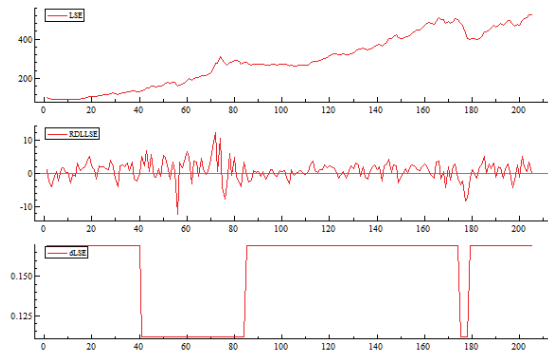


Figure 2h. Long Short Equity

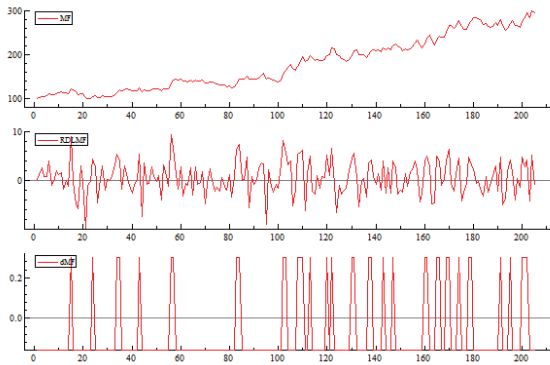


Figure 2i. Managed Futures

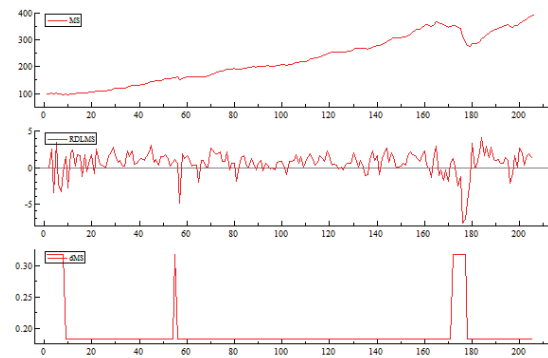


Figure 2j. Multi-Strategy

Nous évaluons à présent le pouvoir prédictif, dans et hors échantillon, des modèles à changement de régime markovien (Markov Switching), MS, ARFIMA et MS-ARFIMA. En ce qui concerne l'analyse des prévisions dans l'échantillon nous considérons une période d'étude allant de février 2011 à janvier 2012 soit au total de 12 mois. Pour le modèle Markov Switching, nous faisons appel aux simulations de Monte Carlo pour générer les prévisions des rentabilités des *hedge funds*. Suivant la méthode de Davidson (2004, 2005), nous effectuons 1000 réplifications puis nous procédons à l'extraction de la médiane des rentabilités prédites. Les prévisions issues du modèle MS-ARFIMA représentent la somme des prévisions conditionnelles i.e les prévisions de chaque spécification ARFIMA de chaque régime, pondérées par les probabilités de transition. Le tableau9 reporte la racine de l'erreur quadratique moyenne (RMSE) pour chaque série.

Table 9. Prévision dans et hors échantillon

	Dans l'échantillon			Hors échantillon			
	MS	ARFIMA	MS-ARFIMA	MS	ARFIMA	MS-ARFIMA	SPA
<i>Hedge FundcIndex</i>	2.2021	2.1747	0.99756	1.8750	1.7424	1.6994	0.5111
<i>Convertible Arbitrage</i>	1.9140	1.7861	0.997556	1.5008	1.6166	1.4523	0.5983
<i>Dedicated Short Bias</i>	3.6797	4.8535		5.0686	5.0801		
<i>Emerging Markets</i>	4.3569	4.3137	0.997555	3.3937	3.2133	3.3087	0.1457
<i>Equity Market Neutral</i>	2.8460	3.8080	0.997556	1.4984	1.4922	1.4781	0.6076
<i>Event Driven</i>	1.4051	1.6810	0.998079	2.9959	2.9658	2.9524	0.7655
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	1.5343	1.5666	0.997555	0.4837	0.6285	0.4649	0.6466
<i>Global Macro</i>	2.8624	2.8907	0.997559	1.1695	1.1619	1.1339	0.5703
<i>Long Short Equity</i>	2.8469	2.8245	0.997553	3.0446	2.9248	3.0327	0.9203
<i>Managed Futures</i>	2.7369	3.4178	1.015817	3.2131	3.1330	3.2113	0.3775
<i>Multi-Strategy</i>	1.3770	1.4895	0.999951	1.5293	1.4793	1.5570	0.1512

Pour l'analyse dans l'échantillon, le critère RMSE indique que les prévisions générées par le modèle MS-ARFIMA sont inférieures à celles des modèles MS et ARFIMA. Ces résultats reflètent la capacité du modèle mixte à bien ajuster la dynamique des rentabilités des *hedge funds*. De plus, ce critère de choix, montre que les prévisions du modèle MS sont meilleures que celles du modèle ARFIMA. Ce résultat indique que les modèles markoviens présentent une bonne qualité d'ajustement des rentabilités de *hedge funds* et permettent aussi de reproduire les différentes caractéristiques des *hedge funds*. Pour les prévisions hors échantillon, les résultats du tableau9 mettent en exergue l'importance de l'introduction de la composante mémoire longue pour obtenir de meilleures prévisions.

En effet, les prévisions générées par les modèles MS-ARFIMA et ARFIMA sont largement meilleures que celles du modèle MS. Cependant, selon Bauwens et Succart (2010) l'utilisation de la racine de l'erreur quadratique moyenne comme critères pour évaluer les performances prédictives de chaque modèle peut être considéré comme une faiblesse dans la mesure où il s'agit d'une mesure de précision pure qui se limite uniquement à l'évaluation des différences entre les valeurs réelles et les valeurs prédites. Ainsi, afin de comparer le pouvoir prédictif du modèle MS-ARFIMA avec ceux des modèles MS et ARFIMA, nous faisons appel au test des capacités prédictives supérieures (SPA) de Hansen (2005). Dans le cadre de ce test, les prévisions sont évaluées en se basant sur une fonction de perte pré-spécifiée. Le meilleur modèle est celui qui génère une perte espérée minimale. En effet, il s'agit de comparer les prévisions d'un modèle de référence, un benchmark, avec celles de ses modèles concurrents. Sous l'hypothèse nulle, le benchmark offre des prévisions meilleures que celles de n'importe quel autre modèle concurrent k , pour $k = 1, \dots, m$. Suivant Hansen (2005), soit $d_{k,t}$ la performance du modèle k par rapport au benchmark à l'instant t :

$$d_{k,t} \equiv L(\xi_t, \delta_{0,t-h}) - L(\xi_t, \delta_{k,t-h})$$

Où $L(.,.)$ est une fonction de perte avec deux variables, ξ_t est une variable aléatoire qui représente les aspects du problème décisionnel qui sont inconnue au moment de la prise de décision et $\delta_{k,t-h}$ qui représente les règles de décisions possibles qui sont prises h périodes à l'avance.

La statistique studentisée du test SPA de Hansen (2004) est donnée par :

$$T_n^{SPA} = \max \left[\max_{k=1 \dots m} \frac{n^{1/2} \bar{d}_k}{\hat{\omega}_k}, 0 \right]$$

Avec \bar{d}_k est le k -ème élément de $\bar{d} = n^{-1} \sum_{t=1}^n d_t$ et $\hat{\omega}_k^2$ un estimateur consistant de $\omega_k^2 = \text{var}(n^{1/2} \bar{d}_k)$.

Nous appliquons le test SPA en utilisant 10000 bootstraps avec un paramètre de dépendance q égale à 0,5. Nous spécifions l'erreur quadratique moyenne comme une fonction de perte tandis que le modèle MS-ARFIMA est retenu comme modèle de référence.

La table9 reporte les p-values du test SPA. Une p-value élevée implique que le benchmark est meilleur que l'un ou que de l'ensemble de ses modèles concurrents. Ainsi, comme l'ensemble des p-values sont supérieures à 0,1 pour l'ensemble des séries des rentabilités des différentes stratégies des *hedge funds* ; nous pouvons conclure que le modèle MS-ARFIMA est doté de capacité prédictives supérieures à celles de ses deux modèles concurrents à savoir le modèle ARFIMA et le modèle MS.

Conclusion :

Une série temporelle est dite à mémoire longue si ses autocorrélations décroissent lentement au fur et à mesure que le retard augmente. Dans le domaine fréquentiel, le spectre d'une telle série exhibe un pôle à la fréquence zéro. Il est possible de modéliser une telle structure au moyen de processus à mémoire longue tels que les processus ARFIMA dont la caractéristique principale est la présence d'un paramètre d'intégration fractionnaire prenant en compte le comportement de long terme de la série. Par ailleurs, plusieurs auteurs ont signalé la possibilité de confondre la mémoire longue avec types de modélisation capables de générer des propriétés similaires à celles des processus fractionnairement intégrés notamment en ce qui concerne la décroissance lente de la fonction d'autocorrélation. Plus précisément, Diebold et Inoue (2001) parmi d'autres ont mentionné que certains processus tels que les modèles à changement de régime markoviens lents peuvent être à l'origine de la composante mémoire longue détectée dans certaines séries chronologiques.

Dans ce deuxième chapitre, nous avons démontré qu'il est possible de contourner cette problématique en ayant recours à des modèles mixtes permettant à la fois de prendre en compte l'intégration fractionnaire et le changement de régime à la fois. Nos résultats sont dans la lignée de ceux de Granger et Hyung (2004), Zivot et Choi (2005) et Shimotsu (2006) dans le sens où les processus purement fractionnaire ne permettent pas d'expliquer toute la persistance observée dans les séries temporelles, mais que les données ne supportent pas un point de vue extrême selon lequel toute cette persistance est due à un changement de régime ou à une rupture structurelle. L'application du modèle MS-ARFIMA développé par Härdle et Tsay (2009) aux rentabilités des *hedge funds* a mis en évidence la complexité de la dynamique des rentabilités de ces fonds. En d'autres termes, les modèles mixtes combinant la persistance à travers l'intégration fractionnaire ainsi que le caractère dynamique de ces rentabilités à travers le changement de régime offre une meilleure qualité d'ajustement. De plus, le modèle MS-ARFIMA affiche des capacités prédictives supérieures à celles de ses des modélisations usuelles tels que le modèle ARFIMA et le modèle MS. Ce constat met en exergue l'importance de prendre en compte les spécificités des rentabilités des *hedge funds* dans un cadre unifié afin de présenter des modélisations mieux adaptées à celles-ci.

CHAPITRE 3: MÉMOIRE LONGUE ET PROBLÈMES D'ILLIQUIDITÉS DES HEDGE FUNDS

Au cours de ces dernières décennies, un des secteurs qui a connu la croissance la plus rapide dans la sphère financière, notamment dans le domaine de la gestion d'actif, est celui des *hedge funds*. En plus de leur clientèle habituelle, composée principalement d'individus fortunés, les *hedge funds* attirent de plus en plus d'investisseurs institutionnels. En effet, leur attractivité réside non seulement dans leurs performances extraordinaires mais aussi dans leur capacité à générer des rentabilités décorrélées avec celle des autres actifs standards et indépendantes des conditions du marché. Le maintien des positions courtes et longues, simultanément, sur un titre permet aux gérants de profiter des informations positives et négatives tout en gardant un certain degré de neutralité avec le marché.

Plusieurs études ont cependant contesté ces caractéristiques en mettant en exergue l'insuffisance des outils de gestion standards pour l'évaluation des performances et des risques des *hedge funds*. Asness, Krail et Liew. (2001) montrent que dans certains cas où les *hedge funds* sont supposés être neutres au marché, c'est-à-dire des fonds avec des betas relativement faibles, l'inclusion des rentabilités actuelles et retardées des indices de marché comme régresseurs génère un beta plus élevé que celui estimé par la régression sans rentabilités retardées et donc une exposition élevée et significative au marché. Gestmansky, Lo et Makarov (2004) mentionnent la présence de corrélations sérielles significative dans les rentabilités des *hedge funds* et soulignent l'importance de la prise en compte de cette propriété empirique vu son impact important sur l'évaluation des risques et des rentabilités de ces fonds. Cet impact n'est pas surprenant dans la mesure où la présence

de corrélations sérielles est souvent associée à l'inefficience des marchés indiquant une violation de l'hypothèse de marche aléatoire et donc de la prédictibilité des rentabilités. Ce constat paraît en contradiction avec la réputation largement répandue des *hedge funds* postulant que les gérants sont les meilleurs dans la sphère financière. En particulier, si les performances d'un gérant sont prévisibles, ceci implique que sa politique d'investissement n'est pas optimale. Par ailleurs, Getmansky et al. (2004) expliquent que les enjeux financiers importants ainsi que la motivation des gérants à mettre en place des stratégies d'investissement rentables rendent l'existence de sources de prédictibilité inexploitées peu probable. Les auteurs considèrent que la forte corrélation observée dans les rentabilités des *hedge funds* n'est pas due aux profits inexploités mais trouve ses origines dans la présence d'actifs illiquides rentrant dans la composition du fond. L'incorporation de tels actifs, peu liquides ou dont la valeur est difficile à déterminer, dans la composition d'un fond induit des rentabilités lisses reflétant la présence d'une forte autocorrélation dans les rentabilités des *hedge funds*. D'après Asness et al. (2001), certains actifs contenus dans les portefeuilles des gérants sont illiquides car ils sont cotés à une fréquence relativement basse ou bien car ils sont échangés sur les marchés de gré à gré d'où la difficulté de leur valorisation. L'omission de ce caractère lisse, mis en évidence par plusieurs auteurs (Asness et al. (2001), Brooks et Kat (2002), Kat et Lu (2002), Okunev et White (2003) et Getmansky, Lo et Makarov (2004)), conduit à une sous-estimation du risque couru par des *hedge funds* ainsi qu'une surestimation de la performance de ces derniers.

Dans le cadre de ce troisième chapitre, nous examinons dans une première section les différentes sources possibles de corrélations sérielles des rentabilités des *hedge funds* et nous présentons pour cela les différentes méthodes permettant de les délisser. Nous présentons dans une deuxième section des modèles mieux adaptés à la dynamique des rentabilités des *hedge funds* permettant à la fois de tenir compte des problèmes d'illiquidité ainsi que de l'exposition de ces fonds au risque de marché.

SECTION 1 : Illiquidité des actifs et lissage des rentabilités

Par opposition aux actifs standards dont la valeur se calcule quotidiennement, les *hedge funds* sont caractérisés par une liquidité réduite et la valorisation des parts ne s'effectue pas d'une manière régulière. De plus, les gérants des *hedge funds* sont contraints de fixer des dates de liquidité auxquelles les investisseurs peuvent se retirer du fond ou bien récupérer une partie de leur mise. Dans certains cas, un préavis est exigé pour telles opérations. Les *hedge funds* ont également la possibilité d'imposer des périodes minimales d'investissement (Lockup period) allant de un à trois ans. Même si ces restrictions offrent aux gérants la possibilité d'établir des stratégies d'investissements sur des horizons relativement longs, néanmoins, elles reflètent un manque de liquidité auquel les gérants sont confrontés. En d'autres termes, les *hedge funds* investissent généralement dans des actifs peu liquides dont la valeur est difficile à déterminer ou qui ne fait pas l'objet d'une évaluation régulière.

Lo (2002), Okunev et White (2003), Getmansky, Lo et Makarov (2004) soulignent que les répercussions de ce manque de liquidité se manifestent sur les propriétés des rentabilités des *hedge fund* par la présence de forte corrélation sérielle. Plus précisément, les auteurs postulent que le manque de liquidité constitue une source principale expliquant l'autocorrélation observée dans les rentabilités.

D'une manière générale, la question de présence d'autocorrélation dans les rentabilités des séries financière a été soulevée par plusieurs auteurs (Cohen, Maier, Schwartz et Whitcomb (1979), Perry (1985), Atchinson, Butler and Simonds (1987). D'après les auteurs précités, cette anomalie trouve ses origines dans les transactions asynchrones, c'est-à-dire le décalage entre les prix du marché et ceux des actifs négociés par les gérants. Dans de l'étude de la corrélation sérielle des rentabilités des *hedge funds*, Getmansky, Lo et Makarov (2004) admettent que ce constat ne représente qu'un cas particulier des caractéristiques générales des *hedge fund* à savoir l'illiquidité et le lissage des rentabilités. En raison des problèmes d'illiquidité, certains actifs faisant partie de la composition du fond, ne sont pas échangés pour une longue période. Par conséquent, l'évaluation de tels actifs devient de plus en plus difficile et les rentabilités des *hedge funds* sont ainsi

soumises à processus de lissage, c'est-à-dire que les rentabilités reportées sont plus lisses que les vraies rentabilités du fond.

Bollen and Pool (2009) et Agarwal, Daniel et Naik (2009) parmi d'autres ont mis en exergue les implications du lissage sur les propriétés statistiques des rentabilités des *hedge funds*. En effet, les rentabilités reportées sont plus lisses que les rentabilités reportées, de plus, le lissage tend à réduire la volatilité des rentabilités observées des *hedge funds*.

Dans le cadre de cette section, nous tenterons de réexaminer les différentes sources de corrélations sérielles des rentabilités tout en mettant l'accent sur les différents mécanismes permettant de délisser les rentabilités des *hedge funds*.

1.1. Réexamen des sources de corrélation sérielle des rentabilités

Dans ce paragraphe, nous exposons les différentes sources de corrélation sérielles des rentabilités des *hedge funds*.

1.1.1. Variabilités des rentabilités espérées

D'après Getmansky, Lo et Makarov (2004), parmi les sources possibles qui pourrait expliquer la présence de forte corrélation sérielle nous pouvons citer la variabilité des rentabilités espérées des *hedge funds*. Formellement, soit R_t les rentabilités d'un *hedge fund* au mois t , et supposons que leur dynamique est régie par le processus suivant :

$$R_t = \mu_1 I_t + \mu_0 (1 - I_t) + \varepsilon_t$$

Où $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2)$ et I_t un processus à changement de régime markovien avec une matrice de transition

$$P \equiv \begin{matrix} I_t = 1 \\ I_t = 0 \end{matrix} \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 1-q & q \end{pmatrix}$$

Et μ_0 et μ_1 sont les rentabilités espérées d'un fond i au respectivement au régime 0 et 1. Il s'agit d'un modèle simple représentant la variabilité des rentabilités espérées et qui nous permettra de mettre en exergue la corrélation sérielle induite pas un modèle à changement de régime markovien. En particulier, on observe que :

$$P^k = \frac{1}{2-p-q} \begin{pmatrix} 1-q & 1-p \\ 1-q & 1-p \end{pmatrix} + \frac{(p+q-1)^k}{2-p-q} \begin{pmatrix} 1-p & -(1-p) \\ -(1-q) & 1-q \end{pmatrix}$$

Sachant que $|p+q-1| < 1$, les moments du processus à changement de régime I_t seront donnés par :

$$E[I_t] = \frac{1-q}{2-p-q}$$

et

$$Var[I_t] = \frac{(1-p)(1-q)}{(2-p-q)^2}$$

On en déduit les moments suivants pour les rentabilités d'un *hedge fund* R_t :

$$E[R_t] = \mu_1 \frac{1-q}{2-p-q} + \mu_0 \frac{1-p}{2-p-q}$$

$$Var[R_t] = (\mu_1 - \mu_0)^2 \frac{(1-p)(1-q)}{(2-p-q)^2} + \sigma_{\varepsilon_i}^2$$

Et

$$\rho_k \equiv Corr[R_{t-k}, R_t] = \frac{(p+q-1)^k}{1 + \frac{\sigma_{\varepsilon_i}^2}{\left[(\mu_1 - \mu_0)^2 \frac{(1-p)(1-q)}{(2-p-q)^2} \right]}}$$

L'expression des autocorrélations de la dynamiques des rentabilités d'un *hedge fund* régi par un processus à changement de régime markovien montre que la corrélation sérielle des

rentabilités dépend du carré des différences entre les rentabilités espérées de chaque régime $(\mu_1 - \mu_0)^2$ et non pas des valeurs particulières de chaque régime. De plus, la valeur absolue des coefficients d'autocorrélation est une fonction monotone et croissante en fonction de $(\mu_1 - \mu_2)^2$, ceci implique qu'une augmentation de la différence entre les rentabilités espérées engendre plus de corrélation sérielle dans les rentabilités des *hedge funds*. Getmansky, Lo et Makarov (2004) simulent les coefficients d'autocorrélations d'ordre 1 d'un *hedge fund* sous cette configuration en fixant différentes valeurs de p , q , σ_e^2 et de $|\mu_1 - \mu_0|$.

Les auteurs montrent qu'une augmentation des rentabilités espérées de 20% par mois avec des probabilités de transition p et q supérieures ou égales à 0,8 engendre une augmentation du coefficient d'autocorrélation de 15 %. Les auteurs concluent que, selon cette approche, la variabilité des rentabilités ne pourrait pas être considérée comme source plausible de corrélation sérielle des rentabilités des *hedge funds*. En effet, suivant cette approche, les auteurs se concentrent, uniquement, sur l'étude des variations du coefficient d'autocorrélation d'ordre 1. Cependant, l'impact d'un changement de régime markovien lent (telle est le cas avec p et q supérieures à 0.8) ne se répercute pas seulement sur le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 mais influence l'ensemble des caractéristiques de la chronique. En particulier, un processus à changement de régime markovien lent peut engendrer des caractéristiques similaires à celles des processus à mémoire longue. Dans ce cadre, le coefficient de Hurst représente un indicateur sur le degré de lissage des rentabilités dans la mesure où un processus à changement de régime markovien ne permet pas d'expliquer toute la corrélation observée dans une série.

1.1.2. Effet de levier

Une autre source possible de la corrélation sérielle des rentabilités des *hedge funds* est la variabilité du levier employé par les gérants des *hedge funds* lors de la mise en place de leurs stratégies d'investissement. Cette source de corrélation précitée peut être considérée comme un cas particulier de la variabilité des rentabilités espérées dans la mesure où l'effet

de levier est directement lié aux rentabilités espérées. Formellement, soit L_t le niveau de levier d'un fond, ainsi les rentabilités R_t^o observées à une date t sont données par :

$$R_t^o = L_t R_t$$

où R_t représentent les rentabilités du fond sans recours au levier. Les mécanismes spécifiques pour la détermination du niveau de levier d'un fond est de nature complexe dans la mesure où celui-ci dépend d'un certain nombre de facteurs tels que la volatilité du marché, le risque de crédit ainsi que les différentes contraintes imposées par les investisseurs, les banques ou les régulateurs. Par ailleurs, le recours au levier est directement lié à un arbitrage entre le risque et les rentabilités espérées. En effet, le gérant peut augmenter ses rentabilités espérées en augmentant son niveau de levier. Désormais, le recours à un fort levier engendre une augmentation de la volatilité des rentabilités ainsi que du risque de crédit ou bien celui de défaut. Dans ce cadre, Getmansky, Lo et Makarov (2004) mettent en place un mécanisme simple permettant d'explicitier la manière avec laquelle les gérants fixent leur niveau de levier et de mettre en exergue la capacité de la variabilité du niveau du levier comme source possible de corrélation sérielle :

$$R_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

R_t les rentabilités d'un *hedge fund* en absence de levier, supposées identiquement et indépendamment distribuées. On en déduit les coefficients d'autocorrélations des rentabilités observées :

$$\rho_k = \frac{1}{\text{Var}[R_t^o]} \left[\mu^2 \text{Cov}[L_t, L_{t+k}] + \mu \text{Cov}[L_t, L_{t+k} \varepsilon_{t+k}] + \mu \text{Cov}[L_{t+k}, L_t \varepsilon_t] + \text{Cov}[L_t \varepsilon_t, L_{t+k} \varepsilon_{t+k}] \right]$$

Comme mentionné précédemment, le niveau du levier est une fonction des conditions du marché d'où la dépendance entre L_t, L_{t+k} et ε_t . Par conséquent l'expression de la fonction d'autocorrélation des rentabilités observées est non nulle. Getmansky, Lo et Makarov (2004) montrent que la variabilité du niveau du levier peut induire de la corrélation sérielle

dans les rentabilités des *hedge funds*. Par ailleurs, les auteurs montrent que la contribution de cette source à la forte autocorrélation sérielle observée dans les rentabilités des *hedge funds* est très faible.

1.1.3. Système de rémunération des gérants

Le système de rémunération des gérants des *hedge funds* basé sur la performance représente une source potentielle de corrélation sérielle. Cet aspect important dans la structure d'un fond postule que les gérants perçoivent des frais de performance (incentive fees) qui représentent généralement 20% de l'excès de rentabilité par rapport à un benchmark. Par ailleurs, et conformément au critère du plus-haut (high-water mark), le gérant n'a la possibilité de bénéficier de ces frais de performance tant qu'il n'a pas récupéré ses pertes antérieures, dans le cas contraire sa rémunération sera limitée au frais de gestion. En d'autres termes, les frais de performances sont déboursés sur la base des rentabilités cumulatives. Bhattacharya et Pfleiderer (1985), Carpenter (1997) et Elton et Gruber (2003) soulignent que ce système de rémunération contribue au caractère non linéaire des rentabilités des *hedge funds*.

Getmansky, Lo et Makarov (2004) postulent que ce type de nonlinéarité peut induire de la corrélation sérielle dans l'actif net du fond dans la mesure où dans ce système de rémunération des gérants, le pourcentage des frais de performance est calculé sur la base de l'actif net du fond. Formellement, soit F_t les frais de performances perçus par un gérant à la période t , (Nous supposons que le benchmark est nul). Ainsi :

$$F_t \equiv \text{Max}[0, \gamma(X_{t-1} + R_t)], \quad \gamma > 0$$

$$X_t \equiv \text{Min}[0, X_{t-1} + R_t]$$

X_t est une variable d'état non nulle si le gérant est en dessous du critère du plus-haut, elle représente les pertes cumulatives que le gérant doit couvrir avant le paiement des frais de performance. Les rentabilités nettes des frais R_t^o sont données par :

$$R_t^o = R_t - F_t = (1 - \gamma)R_t + \gamma(X_t - X_{t-1})$$

Ces rentabilités sont clairement corrélées vu la présence de la variable d'état retardée X_{t-1} . Le système de rémunération des gérants qui représente une incitation aux gérants à optimiser les performances de leurs fonds constitue une source qui peut induire de l'autocorrélation dans les rentabilités des *hedge funds*. D'après les simulations de Getmansky, Lo et Makarov (2004), cette contribution est relativement faible en valeur absolue.

1.2. Mécanismes de correction des rentabilités

Afin d'étudier l'impact du lissage sur les propriétés statistiques des rentabilités des *hedge funds*, plusieurs auteurs (Assness, Krail et Liew (2001), Brooks et Kat (2002), Kat et Lu (2002), White et Okunev (2003) et Getmansky, Lo et Makarov (2004) suggèrent de recourir à certains mécanismes de correction des rentabilités. Dans ce qui suit nous présentons les principales méthodes de délissage des rentabilités qui existent dans la littérature. Leur objectif principal est de corriger les rentabilités observées afin d'obtenir les « vraies rentabilités » des *hedge funds*.

1.2.1. La méthode de Geltner (1993)

Cette méthode est développée par Geltner (1993) dans le cadre de l'évaluation des prix des actifs immobiliers à cause la liquidité réduite dans ce secteur. L'auteur suppose que la rentabilité r_t observée à la période t peut être écrite sous la forme d'une combinaison linéaire de la rentabilité observée en $t - 1$ (r_{t-1}) et de sa vraie valeur en t (r_t^*). Formellement :

$$r_t = (1 - \alpha)r_t^* + \alpha r_{t-1}$$

Où α est un coefficient de pondération compris entre 0 et 1. Ainsi, la vraie rentabilité du fond en t (r_t^*) est donnée par :

$$r_t^* = \frac{r_t - \alpha r_{t-1}}{(1 - \alpha)}$$

La détermination de vraie rentabilité (r_t^*) passe ainsi par la détermination de la valeur du coefficient de pondération α . Brooks et Kat (2002) proposent d'approcher la valeur de α par le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 de la série des rentabilités observées r_t . En effet, en posant : $\varepsilon_t = (1 - \alpha)r_t^*$

avec $E(\varepsilon_t) = 0 \forall t$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t+s}) = \sigma_\varepsilon^2 \text{ si } s = 0$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_{t+s}) = 0 \text{ si } s \neq 0$$

l'expression de la valeur observée en t se réduit donc à un processus autorégressif d'ordre un AR(1) :

$$r_t = \alpha r_{t-1} + \varepsilon_t$$

Le coefficient d'autocorrélation d'ordre k est donnée par : $\rho_k = \alpha \rho_{k-1}$. Pour une autocorrélation d'ordre 1, on obtient $\rho_1 = \alpha \rho_0 = \alpha$ dans la mesure où $\rho_0 = 1$. En définitive, la vraie rentabilité est donnée par :

$$r_t^* = \frac{r_t - \alpha r_{t-1}}{(1 - \alpha)} = \frac{r_t - \rho_1 r_{t-1}}{(1 - \rho_1)}$$

Ce mécanisme de déliassage de la série des rentabilités permet d'obtenir la vraie série des rentabilités des *hedge funds* : les rentabilités observées disposent de la même moyenne que les rentabilités déliassées, par ailleurs, un paramètre de corrélation sérielle d'ordre 1 positif implique que l'écart-type des «vraies rentabilités» est plus élevé que celui des rentabilités observées et inversement. Cette méthode présente l'avantage d'être simple à mettre en œuvre, néanmoins elle souffre de deux inconvénients majeurs. D'une part, la détermination de la valeur du paramètre de pondération même s'il peut être approché par le coefficient d'autocorrélation d'ordre un est insuffisante et d'autre part, cette méthode se limite à la correction des séries des rentabilités des *hedge funds* pour le seul cas de présence d'autocorrélation d'ordre un de la structure de la série.

1.2.2. L'extension de White et Okunev (2003)

White et Okunev (2003) généralisent la méthode de Geltner (1993) d'afin de corriger les séries des rentabilités présentant des corrélations sérielles d'un ordre supérieur à 1. Formellement, les auteurs postulent que les rentabilités lissées peuvent être représentées par le modèle suivant :

$$r_{0,t} (1 - \alpha) r_{m,t} + \sum_{i=1}^k \beta_i r_{0,t-i}$$

$$\text{Où } (1 - \alpha) = \sum_{i=1}^k \beta_i$$

$r_{0,t}$: Les rentabilités observées (reportées) à l'instant t (avec 0 ajustement)

$r_{m,t}$: Les « vraies rentabilités » (non reportées) à l'instant t (avec m ajustement)

La première étape de ce mécanisme de déliissage des rentabilités consiste à appliquer la méthode de Geltner (1993)²⁸ dans le but d'éliminer les autocorrélations d'ordre 1.

$$r_{1,t} = \frac{r_{0,t} - c_1 r_{0,t-1}}{(1 - c_1)}$$

c_1 est le coefficient de pondération dans la méthode de Geltner (1993). L'indice 0 dans $r_{0,t}$ implique que la série a été corrigée 0 fois alors que l'indice 1 dans $r_{1,t}$ indique que la série a été corrigée une fois. La série corrigée des autocorrélations d'ordre 1 est soumise à un test d'autocorrélation. En cas de présence d'autocorrélation d'ordre 2 ou plus, White et Okunev (2003) proposent un mécanisme itératif permettant d'éliminer les autocorrélations d'ordre m. En général, la série des rentabilités suit la transformation suivante :

$$r_{m,t} = \frac{r_{m-1,t} - c_m r_{m-1,t-m}}{1 - c_m}$$

²⁸ Dans cette partie, nous suivons les notations de White et Okunev (2003).

où $r_{m-1,t}$ la série des rentabilités corrigée des $(m-1)$ autocorrélations. La forme générale des autocorrélations est donnée par :

$$a_{m,n} = \frac{\left[a_{m-1,n} (1 + c_m^2) - c_m (a_{m-1,n-m} + a_{m-1,n+m}) \right]}{\left[1 + c_m^2 - 2c_m a_{m-1,n} \right]}$$

Si $m = n$, l'équation précédente se réduit à :

$$a_{m,m} = \frac{\left[a_{m-1,m} (1 + c_m^2) - c_m (1 + a_{m-1,2m}) \right]}{\left[1 + c_m^2 - 2c_m a_{m-1,m} \right]}$$

L'objectif étant d'éliminer toute forme d'autocorrélation, ainsi en posant $a_{m,m} = 0$, les auteurs montrent que la valeur de c_m est donnée par :

$$c_m = \frac{(1 + a_{m-1,2m}) \pm \sqrt{(1 + a_{m-1,2m})^2 - 4a_{m-1,m}^2}}{2a_{m-1,m}}$$

Une solution réelle à cette équation existe si : $a_{m-1,m}^2 \leq \frac{(1 + a_{m-1,2m})^2}{4}$

La valeur de c_m permet de créer la série $r_{m,t}$, White et Okunev (2003) suggèrent de réitérer ce mécanisme vers l'arrière afin d'éliminer les $(m-1)$ premières autocorrélations ... Les auteurs montrent que la variance de la série déliassée est approximativement égale à :

$$Var[r_{m,t}] \approx \prod_{i=1}^m \frac{(1 + c_i^2 - 2c_i a_{i-1,i})}{(1 - c_i)^2} Var[r_{0,t}]$$

1.2.3. Méthode de Getmansky, Lo et Makarov (2004)

Getmansky, Lo et Makarov (2004) mentionnent que le recours des gérants à des méthodes peu fiables pour la valorisation des actifs illiquides tels que l'extrapolation linéaire à partir du prix le plus récent (qui peut dater de quelques mois dans le cas de la stratégie *Emerging Markets* par exemple) ou bien l'estimation d'un prix moyen à partir des différentes cotations connues, génère des rentabilités lissées exhibant une volatilité très faible avec une forte corrélation sérielle comparativement avec les vraies rentabilités. Dans leur méthodologie, Getmansky, Lo et Makarov (2004) soulignent que la corrélation sérielle constatée dans les rentabilités des *hedge funds* peut servir comme un proxy pour étudier les problèmes d'illiquidités.

Dans le but d'étudier l'impact des différentes sources de corrélation sérielle, Getmansky et al. (2004) proposent une technique de délissage permettant de représenter les rentabilités observées ou reportées R_t^o comme étant une moyenne pondérée des vraies rentabilités R_t . Les auteurs partent du modèle à un seul facteur suivant :

$$R_t = \mu + \beta\Lambda_t + \varepsilon_t \quad E[\Lambda_t] = E[\varepsilon_t] = 0, \quad \Lambda_t, \varepsilon_t \sim iid, \\ Var[R_t] = \sigma^2.$$

Les vraies rentabilités représentent le flux d'information qui permet de déterminer la valeur d'équilibre d'un fond sur le marché. Cependant, ces rentabilités ne sont pas observables dû à la présence d'actifs illiquides dans la composition d'un fond. Getmansky et al. (2004) supposent que les rentabilités observées peuvent être exprimées comme une moyenne pondérée des $k+1$ vraies rentabilités. Formellement,

$$R_t^o = \theta_0 R_t + \theta_1 R_{t-1} + \dots + \theta_k R_{t-k},$$

$$\theta_j \in [0,1], \quad j = 0, \dots, k \quad \text{et} \quad \theta_0 + \theta_1 + \dots + \theta_k = 1$$

D'après Getmansky, Lo et Makarov (2004), cette dernière contrainte imposant que la somme des coefficients de pondération soit unitaire signifie que les informations cachées

par l'effet du lissage se refléteront totalement sur les rentabilités observées au bout de $k+1$ périodes. En tenant compte du modèle à un seul facteur des vraies rentabilités ainsi que la représentation des rentabilités observées, nous obtenons :

$$\begin{aligned} R_t^o &= \mu + \beta(\theta_0\Lambda_t + \theta_1\Lambda_{t-1} + \dots + \theta_k\Lambda_{t-k}) + \eta_t \\ &= \mu + \beta\theta_0\Lambda_t + \beta\theta_1\Lambda_{t-1} + \dots + \beta\theta_k\Lambda_{t-k} + \eta_t \\ &= \mu + \gamma_0\Lambda_t + \gamma_1\Lambda_{t-1} + \dots + \gamma_k\Lambda_{t-k} + \eta_t \end{aligned}$$

Avec $\eta_t = \theta_0\varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_k\varepsilon_{t-k}$

Ce modèle permet de représenter les rentabilités observées comme un processus moyenne mobile d'ordre k [$MA(k)$] et peut être estimé par la méthode des MCO ou bien par la méthode du maximum de vraisemblance. En tenant compte de ce modèle, les auteurs dressent les propriétés statistiques des rentabilités lissées et montrent que :

$$E[R_t^o] = \mu$$

$$Var[R_t^o] = c_\sigma^2 \sigma^2 \leq \sigma^2,$$

$$SR^o \equiv \frac{E[R_t^o]}{\sqrt{Var[R_t^o]}} = c_s SR \geq SR \equiv \frac{E[R_t]}{\sqrt{Var[R_t]}}$$

$$\beta_m^o \equiv \frac{Cov[R_t^o, \Lambda_{t-m}]}{Var[\Lambda_{t-m}]} = \begin{cases} c_{\beta,m} \beta, & 0 \leq m \leq k \\ 0, & m > k \end{cases}$$

Où $c_\sigma^2 = \theta_0^2 + \theta_1^2 + \dots + \theta_k^2$

$$c_s = \frac{1}{\sqrt{\theta_0^2 + \theta_1^2 + \dots + \theta_k^2}}$$

$$c_{\beta,m} = \theta_m$$

Ces résultats montrent que la moyenne espérée des rentabilités observées ou reportées n'est pas affectée par le processus de lissage, contrairement à leur variance qui est plus petite que celle des rentabilités délissées. De plus, le ratio de sharpe des séries observées est supérieure plus grand que celui des séries délissées. En définitive, Getmansky et al. (2004) indiquent que l'impact du processus de lissage sur les rentabilités peut être évalué à travers le poids des coefficients de pondération $\{\theta_j\}$ et la somme de leurs carrés qui représente l'indice de lissage :

$$\zeta \equiv \sum_{j=0}^k \theta_j^2 \in [0,1]$$

Une faible valeur de cet indice implique un niveau de lissage élevé et inversement. De plus, si les poids des coefficients de pondération sont centrés autour d'un faible nombre de retard, ceci signifie une corrélation sérielle relativement faible.

1.2.4. Application à des fonds européens

Dans ce paragraphe, nous tentons de déceler les propriétés statistiques des rentabilités délissées à travers les divers mécanismes de correction des rentabilités des *hedge funds* cités précédemment.

1.2.4.1 Description des données

Dans cette étude empirique nous considérons un échantillon composé de 20 *hedge funds* européens (Français, Allemands, Britanniques et Luxembourgeois). Les différents fonds sont identifiés à travers leurs codes ISIN. Ces séries sont à fréquence journalière et couvrent la période allant du 5/01/2000 au 16/11/2010 pour un total de 2777 observations. Les rentabilités des *hedge funds* retenus pour cette étude sont exprimés en terme des différences logarithmiques des NAV_t :

$$DL(NAV_t) = \text{Log} \left(\frac{NAV_t}{NAV_{t-1}} \right)$$

Les graphiques 1, 2, 3 et 4 tracent l'évolution historique des différentes séries des rentabilités des 20 fonds en question. Ces graphiques mettent en exergue quelques

caractéristiques communes des rentabilités journalières des *hedge funds* avec celles des séries financières usuelles.

Figure 17 : Les séries des rentabilités des fonds français

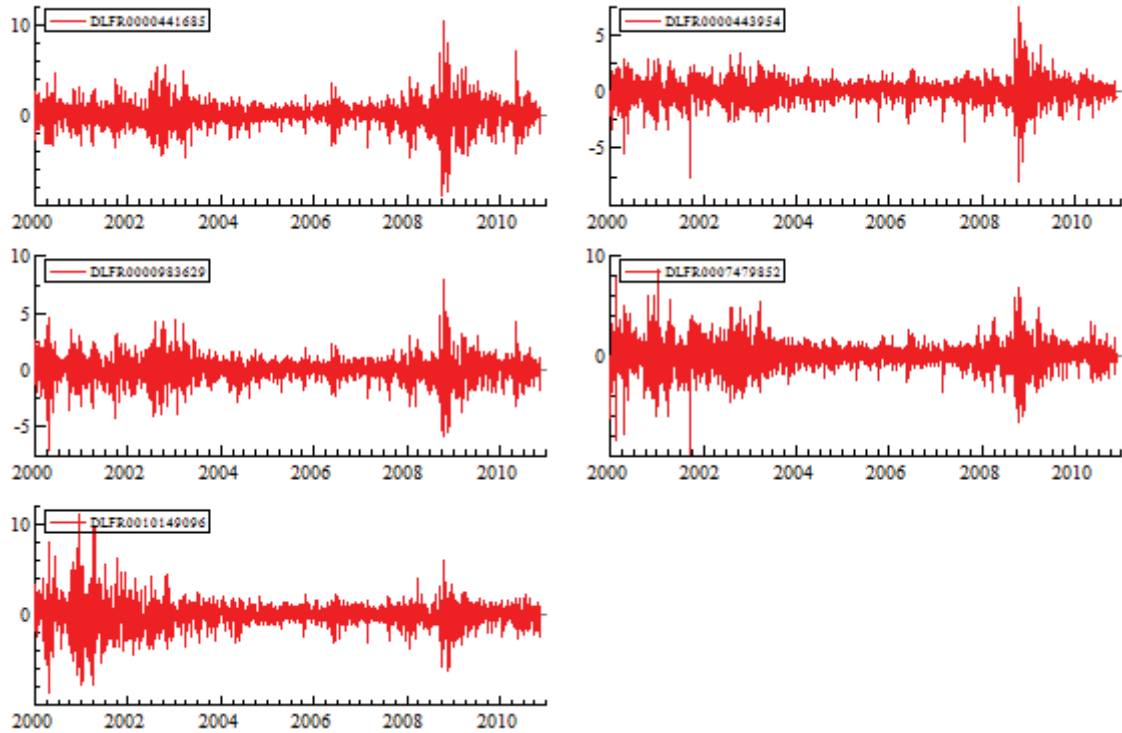


Figure 18 : Les séries des rentabilités des fonds allemands

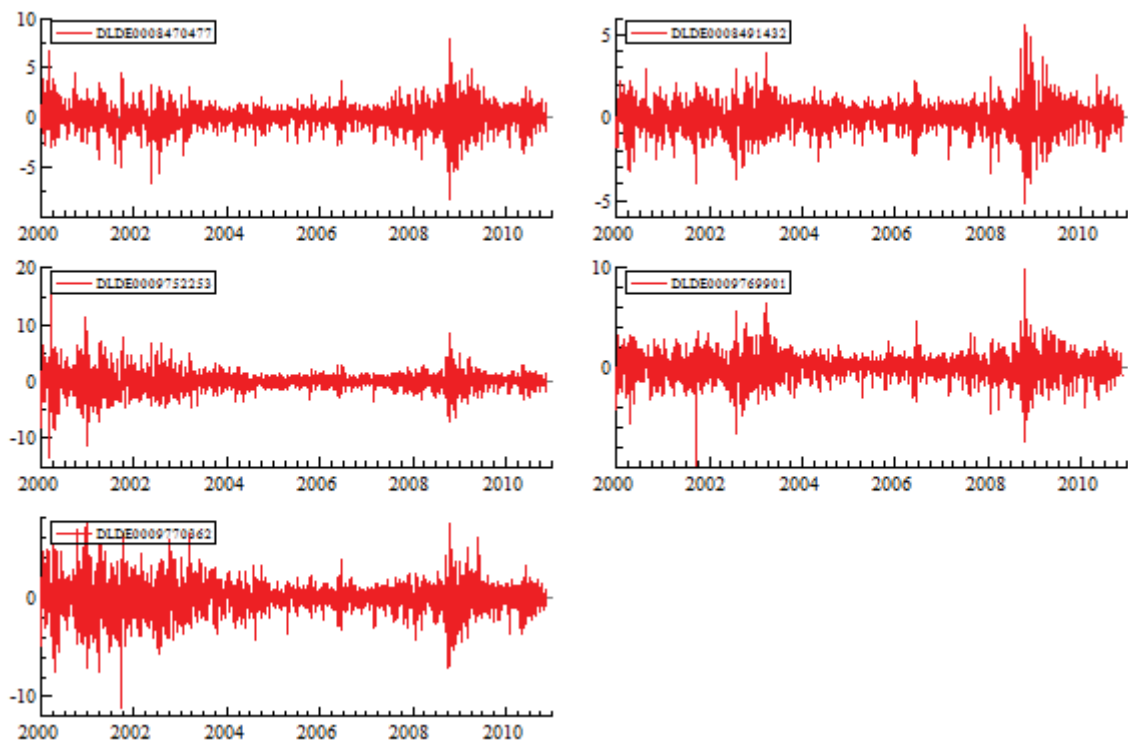


Figure 19 : les séries des rentabilités des fonds britanniques

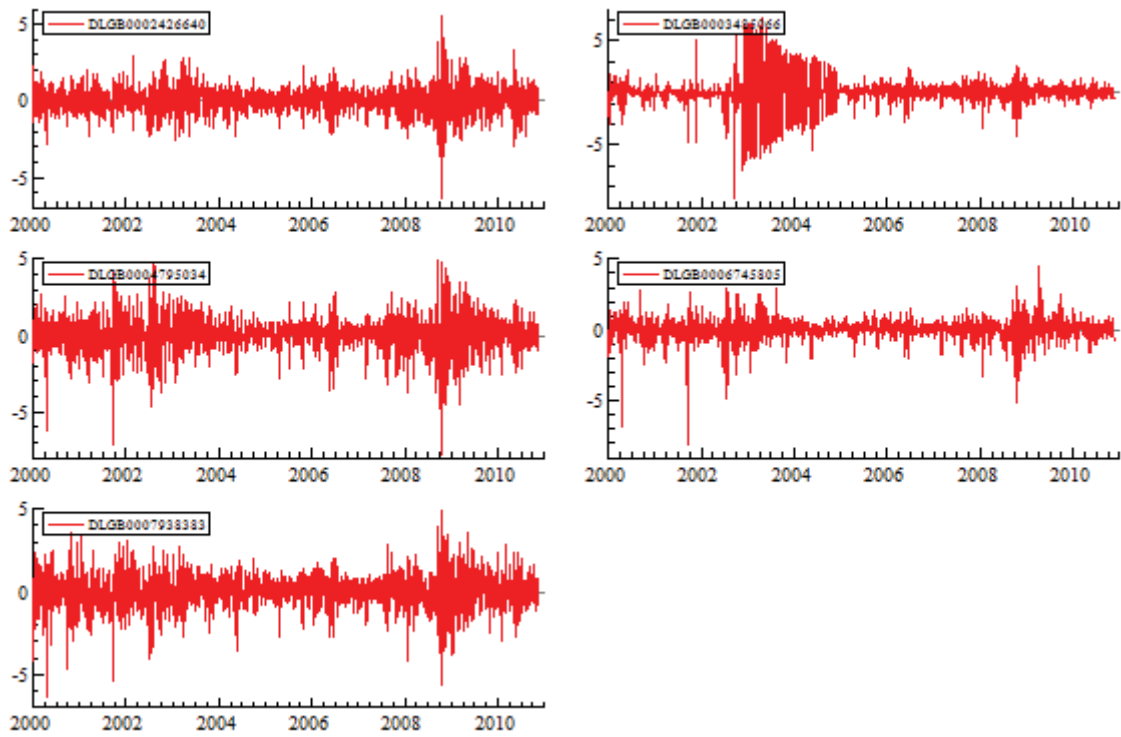
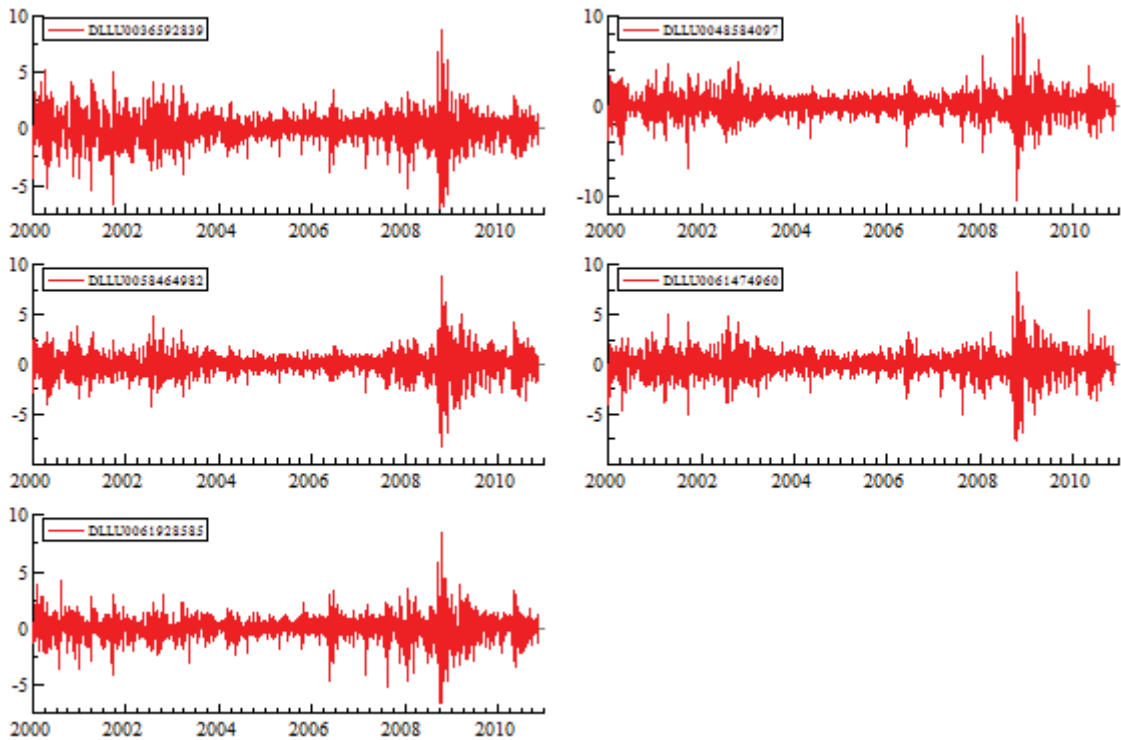


Figure 20 : Les séries des rentabilités des fonds luxembourgeois



En effet, l'analyse des graphiques des différentes séries met en avant le caractère fortement volatile de la dynamiques des rentabilités des *hedge funds*. Les graphiques 1 à 4 révèlent aussi que ces rentabilités exhibent un phénomène de regroupement de volatilité dans la mesure où des fortes (faibles) variations des rentabilités ont tendance à être suivies par d'autres fortes (faibles) variations. D'une manière générale, les fortes variations qui marquent des périodes d'agitation, montrent l'impact des crises financières sur la dynamique des rentabilités boursières notamment la dernière crise des subprimes (2008) ainsi que celle de la bulle internet (2000).

Afin de mieux appréhender les propriétés statistiques des séries, le tableau 1 présente les statistiques descriptives des différents fonds européens étudiés ainsi que la statistique du test de normalité de Jarque-Bera et la statistique du test d'autocorrélation de Box-Pierce en utilisant les 5 premières autocorrélations de chaque fonds.

Tableau 1 : Statistiques descriptives des différents hudge funds.

	N	Min	Moy(%)	Max	std.dev	Sk	Kur	JB	Q(5)
Fonds Français									
DLFR0000441685	2777	-8,85	-0,0024	10,41	1,33	-0,19	6,11	4334	25,57
DLFR0000443954	2777	-7,94	-0,0098	7,43	1,00	-0,54	6,85	5575	177,41
DLFR0000983629	2777	-7,04	-0,0070	7,98	1,08	-0,21	4,58	2453	58,57
DLFR0007479852	2777	-9,86	-0,0243	8,57	1,39	-0,16	4,78	2652	2,96
DLFR0010149096	2777	-8,57	-0,0377	11,19	1,50	0,10	6,42	4771	67,92
Fonds Allemands									
DLDE0008470477	2777	-8,22	0,0012	7,81	1,17	-0,34	4,96	2907	29,47
DLDE0008491432	2777	-5,17	-0,0020	5,61	0,86	-0,26	3,97	1850	81,94
DLDE0009752253	2777	-13,54	-0,0367	16,72	1,69	0,15	9,24	9888	13,08
DLDE0009769901	2777	-9,88	-0,0019	9,87	1,29	-0,32	4,90	2824	16,02
DLDE0009770362	2777	-11,09	-0,0501	7,50	1,64	-0,32	3,08	1148	32,64
Fonds Britanniques									
DLGB0002426640	2777	-6,36	0,0280	5,56	0,81	-0,26	4,09	1971	72,82
DLGB0003485066	2777	-10,14	0,0167	7,12	1,16	-0,32	13,52	21199	129,97
DLGB0004795034	2777	-7,83	0,0236	4,86	1,04	-0,79	5,65	3984	25,40
DLGB0006745805	2777	-8,13	0,0125	4,42	0,74	-1,80	15,43	29035	288,37
DLGB0007938383	2777	-6,33	0,0200	4,88	0,97	-0,57	3,74	1773	62,40
Fonds Luxembourgeois									
DLLU0036592839	2777	-7,04	-0,0277	8,66	1,25	-0,30	4,57	2453	56,93
DLLU0048584097	2777	-10,44	-0,0084	9,86	1,29	-0,17	8,65	8671	29,81
DLLU0058464982	2777	-8,28	-0,0256	8,85	1,11	-0,32	6,52	4973	18,59
DLLU0061474960	2777	-7,61	-0,0046	9,35	1,19	-0,28	5,90	4067	42,77
DLLU0061928585	2777	-6,63	0,0071	8,47	1,00	-0,42	6,57	5085	38,03

Note 1 : $\chi^2_{95\%}(2) = 5,99$ et $\chi^2_{95\%}(5) = 11,07$

Les résultats de ce tableau confirment ceux de l'analyse graphique. En effet, l'examen des valeurs maximales des rentabilités de chaque fond montre que les *hedge funds* sont capables de générer des performances élevées avec deux décimales (11,19 % pour le fond DLFR0010149096 et 16,72 % pour le fond DLDE0009752253 par exemple). Par ailleurs, les valeurs minimales des rentabilités indiquent que ces mêmes fonds peuvent subir des pertes importantes (-13,54 % pour le fond DLDE0009752253 et -10,44 pour le fond DLLU0048584097 par exemple). Ce constat révèle une autre caractéristique commune des rentabilités des *hedge funds* avec celles des rentabilités des séries financières notamment la forte occurrence des valeurs extrêmes. De plus ces résultats confirment ceux d'autres études empiriques réalisées sur les rentabilités des *hedge funds* en ce qui concerne les moments d'ordre 3 et 4 des distributions (*Skewness* et *Kurtosis*) : les différents fonds (A l'exception du fond DLDE0009752253) affichent des coefficients d'asymétrie négatifs ainsi que des coefficients d'aplatissement supérieur à 3. En d'autres termes, ces résultats laissent présager, d'une part, que les distributions sont pointues au centre avec des queues épaisses et d'autre part que la queue gauche représentant les pertes est plus épaisse que la queue droite représentant les gains. La synthèse de ces deux constats est donnée par la statistique de Jarque-Bera : l'hypothèse de normalité est rejetée pour l'ensemble des séries. Ce résultat n'est pas surprenant dans la mesure où plusieurs auteurs (Brooks et Kat (2002) parmi d'autres) postulent que les rentabilités des *hedge funds* sont nettement non gaussiennes. Les graphiques 5 à 8 représentent les histogrammes et les densités des distributions des rentabilités des 20 fonds européens ainsi que les densités de la loi normale relative avec la même variance. Ils illustrent le rejet de l'hypothèse de normalité pour les rentabilités des *hedge funds*.

En définitive, les statistiques du test de Box-Pierce reportées dans le tableau 1 rejettent l'hypothèse d'absence d'autocorrélation au seuil de significativité de 5 % pour l'ensemble des séries étudiées à l'exception de la série des rentabilités du fond français DLFR0007479852. Ce résultat montre la présence de corrélations sérielles dans les rentabilités des fonds étudiés. L'étude des divers profils de lissage et la mise en œuvre des différents mécanismes décrits dans cette section nécessite de s'assurer de la positivité au moins du coefficient d'autocorrélations d'ordre 1.

Figure 21 : Histogrammes et densités des distributions des fonds français

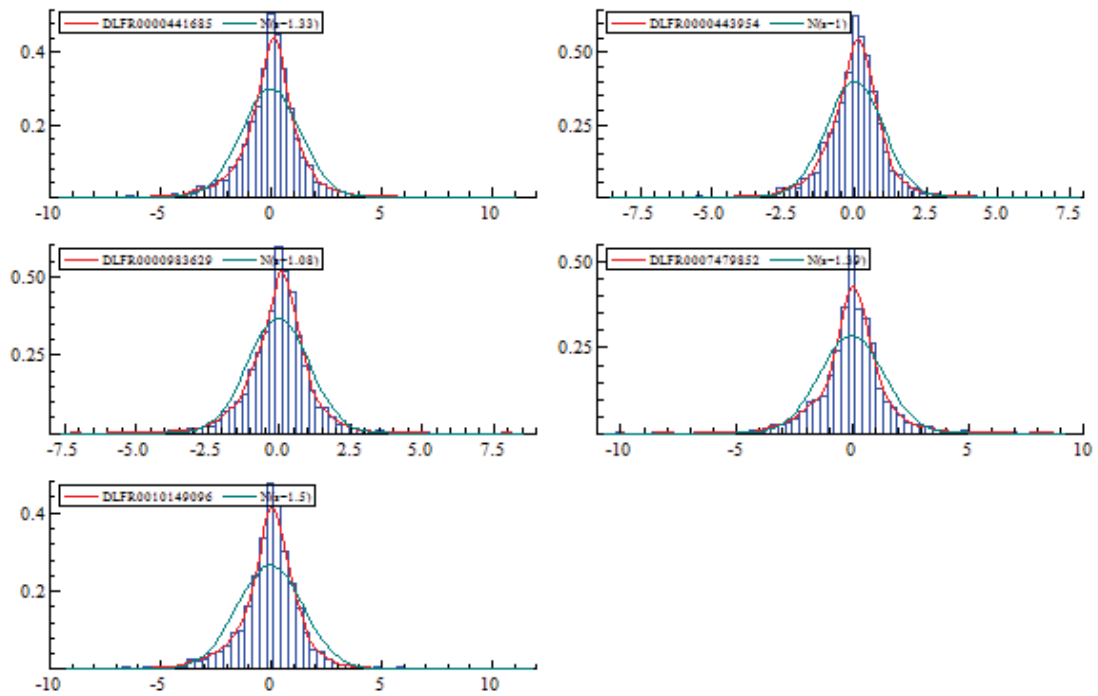


Figure 22 : Histogrammes et densités des distributions des fonds allemands

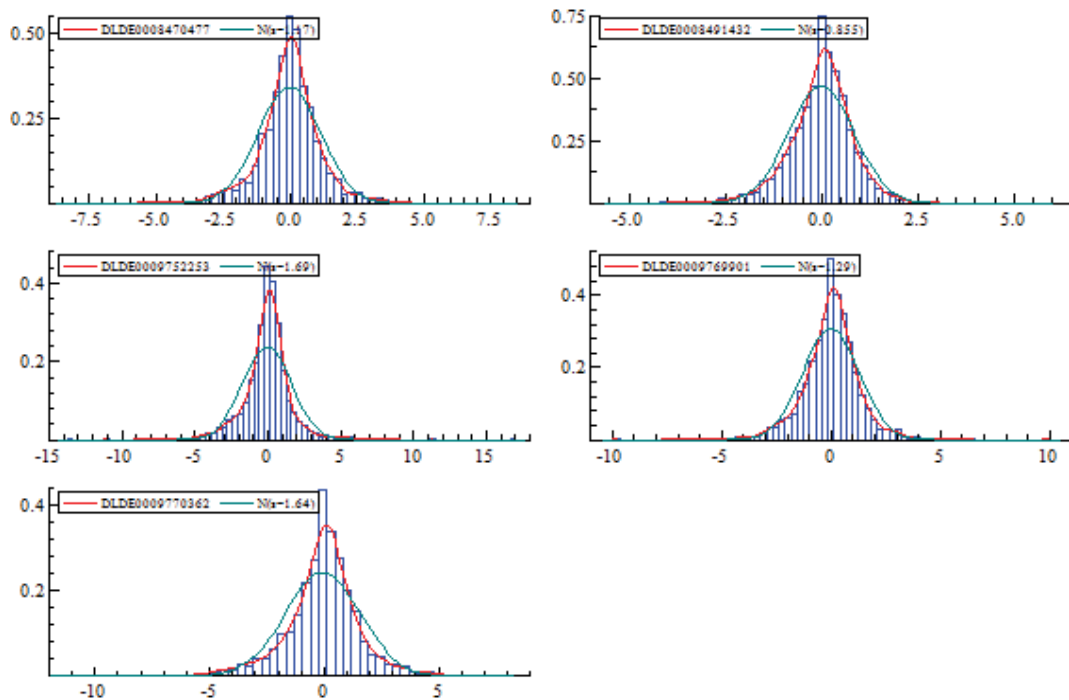


Figure 23 : Histogrammes et densités des distributions des fonds Britanniques.

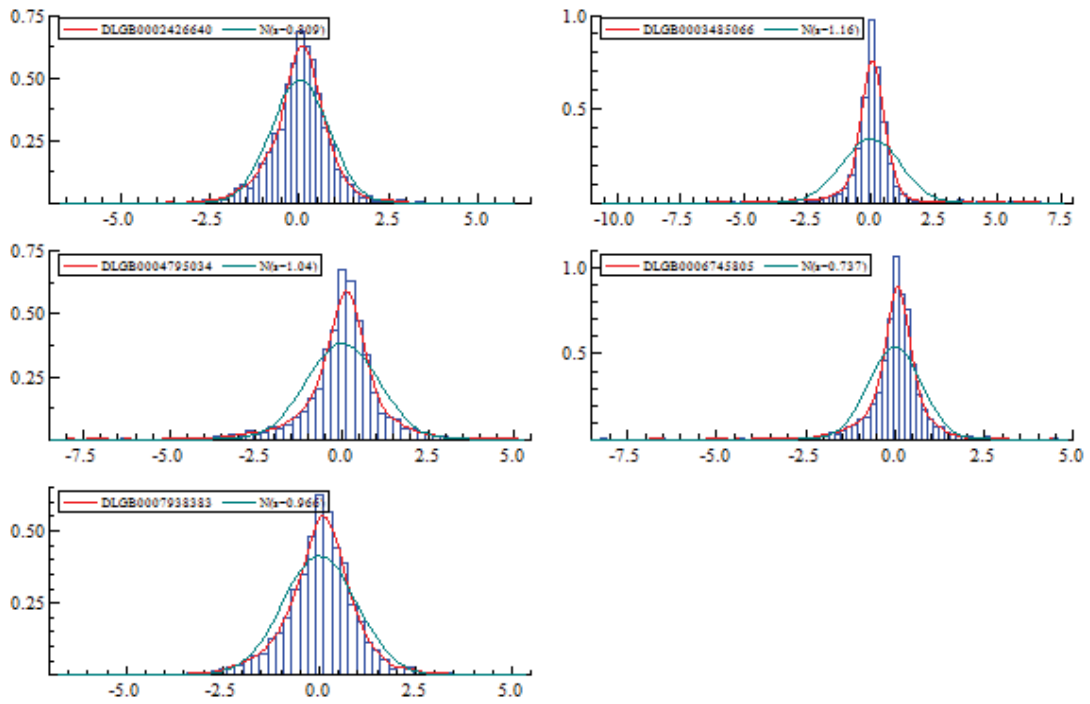
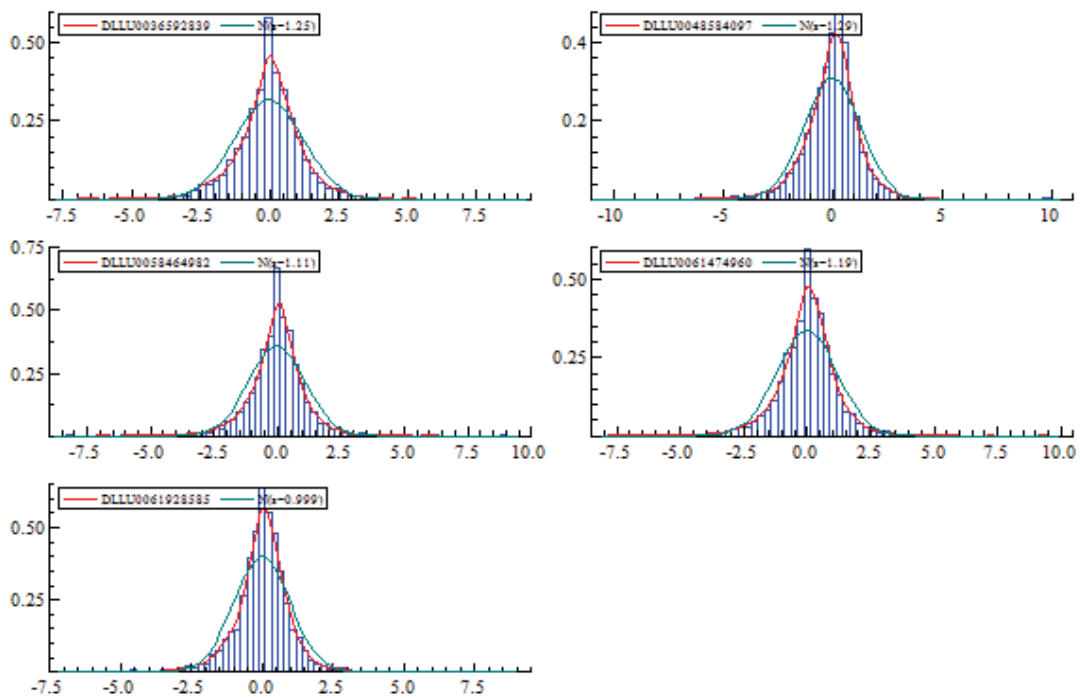


Figure 24 : Histogrammes et densités des distributions des fonds Luxembourgeois



1.2.4.2 Propriétés des rentabilités déliées

Plusieurs auteurs ont mis en évidence la tendance des *hedge funds* à investir dans des actifs illiquides (Asness, Krail et Liew (2001), Brooks et Kat (2002), Lo (2001) et Getmansky, Lo et Makarov (2004)). Désormais, lorsque le prix de marché est indisponible, la valorisation de l'actif net d'un *hedge fund* peut poser problème. Le choix de la méthode d'évaluation des positions peu liquides revient au gérant du fond. Ceci lui offre la possibilité d'employer la méthode de valorisation qui lui permettrait de lisser les rentabilités. Dans ce cas, le coefficient d'autocorrélation de la chronique sera positif.

Tableau 2 : Les coefficients d'autocorrélation des différents fonds et leurs profils de lissage

	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\rho}_2$	$\hat{\rho}_3$	$\hat{\theta}_0$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	ξ
Fonds Français							
DLFR0000441685	0,07	-0,02	-0,04	0,93	0,07	-	0,88
DLFR0000443954	0,24	-0,07	0,01	0,77	0,23	-	0,65
DLFR0000983629	0,13	-0,02	-0,03	0,88	0,12	-	0,79
DLFR0007479852	0,00	-0,02	0,00	-	-	-	-
DLFR0010149096	0,15	-0,04	0,00	0,86	0,14	-	0,75
				0,86		Moyenne	0,76
Fonds Allemands							
DLDE0008470477	0,08	-0,04	0,00	0,92	0,08	-	0,85
DLDE0008491432	0,17	0,01	-0,02	0,84	0,14	0,02	0,73
DLDE0009752253	0,04	-0,05	0,00	0,95	0,05	-	0,91
DLDE0009769901	0,06	-0,04	-0,02	0,94	0,06	-	0,89
DLDE0009770362	0,10	0,00	0,02	0,90	0,10	-	0,83
				0,91		Moyenne	0,84
Fonds Britanniques							
DLGB0002426640	0,15	0,001	0,01	0,87	0,131	0,002	0,77
DLGB0003485066	-0,18	0,00	0,08	-	-	-	-
DLGB0004795034	0,01	-0,01	0,03	0,99	0,01	-	0,99
DLGB0006745805	0,24	0,11	0,11	0,82	0,18	-	0,71
DLGB0007938383	0,14	-0,01	0,04	0,87	0,13	-	0,77
				0,88		Moyenne	0,81
Fonds Luxembourgeois							
DLLU0036592839	0,14	0,00	-0,0060	0,87	0,12	-	0,78
DLLU0048584097	0,02	-0,03	-0,0390	0,97	0,02	-	0,95
DLLU0058464982	0,04	-0,06	0,0190	0,95	0,04	-	0,92
DLLU0061474960	0,11	-0,05	0,0050	0,89	0,10	-	0,81
DLLU0061928585	0,11	0,02	0,0080	0,88	0,09	0,014	0,80
				0,91		Moyenne	0,85

Le tableau 2 reporte les résultats de l'estimation des coefficients d'autocorrélation d'ordre un, deux et trois pour chaque fond. A l'exception du *hedge fund* français (DLFR0007479852) qui présente un coefficient d'autocorrélation quasiment nul ainsi que le *hedge fund* britannique (DLGB0003485066) dont le coefficient d'autocorrélation d'ordre 1 est négatif, l'ensemble des coefficients d'autocorrélation d'ordre un sont positifs. De plus, seulement les séries des fonds DLDE0008491432, DLDE0009770362, DLGB0006745805 et DLLU0061928585 présentent des coefficients d'autocorrélation d'ordre 2 positifs. En tenant compte de ces résultats et afin de procéder au déliassage des rentabilités, nous retenons les valeurs $k = 1$ pour 15 fonds dont l'autocorrélation est d'ordre un et $k = 2$ pour 3 fonds dont l'autocorrélation est d'ordre deux ; les deux fonds (DLFR0007479852, DLGB0003485066) étant écartés pour le reste de l'étude.

Le tableau 2 dresse aussi le profil de lissage des différentes séries en appliquant la méthode de Getmansky, Lo et Makarov (2004). La procédure d'optimisation par la méthode du maximum de vraisemblance telle que décrite dans Getmansky, Lo et Makarov (2004) nous conduit finalement à choisir $k = 2$ pour les fonds DLDE0008491432 et DLGB0002426640 et $k = 1$ pour le reste des séries des rentabilités des *hedge funds*. La valeur de $\hat{\theta}_0$ représente la proportion de la vraie rentabilité contenue dans la rentabilité observée. Une faible valeur de $\hat{\theta}_0$ implique un fort effet de lissage. Les valeurs obtenues des $\hat{\theta}_0$ sont relativement élevées impliquant que les séries des *hedge funds* étudiées ne font pas l'objet d'un lissage accentué. Par ailleurs, la moyenne de ces statistiques pour chaque pays laisse présager que les rentabilités des *hedge fund* français ($\hat{\theta}_0 = 0,76$) exhibent le niveau de lissage le plus élevé. Il est suivi par les fonds britanniques ($\hat{\theta}_0 = 0,81$), les fonds allemands et luxembourgeois avec la même valeur $\hat{\theta}_0 = 0,91$. La valeur de l'indice de lissage $\xi = \hat{\theta}_0^2 + \hat{\theta}_1^2 + \hat{\theta}_2^2$ pour chaque fond ainsi que la moyenne de cette statistique par pays sont également reportées dans le tableau 2. Rappelons qu'une valeur faible de ξ implique un niveau de lissage élevé, l'absence de lissage est constatée lorsque $\xi = 1$. Les valeurs de l'indice de lissage confirme le constat établi précédemment en ce qui concerne le degré de lissage des rentabilités des *hedge funds* de chaque pays. Dans ce cas, cet indice permet de départager le degré de lissage des rentabilités des *hedge funds* allemands et luxembourgeois qui s'avèrent les moins lisses.

Par la suite nous procédons à l'application des deux mécanismes de déliissage des rentabilités selon les méthodes d'Okunev et White (2003) qui est une extension de la procédure de Geltner (1993) et selon la méthode de Getmansky, Lo et Makarov (2004). Les rentabilités déliissées par procédure de Geltner (1993) et Okunev et White (2003) sont données par :

$$R_t^{G-OW} = \frac{DLNAV_t - \hat{\rho}_1 DLNAV_{t-1}}{(1 - \hat{\rho}_1)}$$

En ce qui concerne la procédure de Getmansky, Lo et Makarov (2004), les rentabilités pour les fonds DLDE0008491432, DLGB0002426640 et DLLU0061928585 déliissées sont exprimées par :

$$R_t^{GLM} = \frac{DLNAV_t - \hat{\theta}_1 DLNAV_{t-1} - \hat{\theta}_2 DLNAV_{t-2}}{\hat{\theta}_0}$$

Pour le reste des fonds les rentabilités déliissées sont exprimées de la manière les suivante :

$$R_t^{GLM} = \frac{DLNAV_t - \hat{\theta}_1 DLNAV_{t-1}}{\hat{\theta}_0}$$

Les tableaux 3 et 4 reportent les statistiques descriptives des rentabilités déliissées par les méthodes précitées ainsi que la statistique du test de normalité de Jarque-Bera et la statistique du test d'autocorrélation de Box-Pierce en utilisant les 5 premières autocorrélations de chaque fond. Nous remarquons que les rentabilités déliissées des divers *hedge funds* européens étudiés conservent une bonne partie des propriétés statistiques des rentabilités des séries brutes ou bien lissées. En particulier, en ce qui concerne les valeurs minimales et maximales qui sont de l'ordre de deux décimales pour plusieurs fonds. De plus, le *skewness* et le *kurtosis* révèlent que les rentabilités des séries déliissées sont caractérisées par une asymétrie négative et des queues de distribution épaisses conduisant au rejet de l'hypothèse de normalité pour l'ensemble des séries étudiées.

Tableau 3 : Statistiques descriptives des rentabilités déliées : Geltner (1993) - Okuvev et White (2003)

	N	Min	Moy(%)	Max	ET	Sk	Kur	JB	Q(5)
Fonds Français									
DLFR0000441685	2777	-9,64	-0,0025	11,02	1,42	-0,21	6,19	4453	15,29
DLFR0000443954	2777	-11,40	-0,0099	10,84	1,27	-0,59	8,57	8657	66,96
DLFR0000983629	2777	-8,74	-0,0071	8,80	1,23	-0,28	4,91	2831	17,95
DLFR0007479852	2777	-	-	-	-	-	-	-	-
DLFR0010149096	2777	-9,77	-0,0378	13,37	1,75	0,11	6,49	4874	10,49
Fonds Allemands									
DLDE0008470477	2777	-9,14	0,0012	8,62	1,27	-0,37	5,26	3258	13,37
DLDE0008491432	2777	-7,32	-0,0021	6,48	1,01	-0,31	4,39	2280	8,66
DLDE0009752253	2777	-14,90	-0,0368	17,67	1,76	0,12	9,84	11201	8,62
DLDE0009769901	2777	-10,51	-0,0020	10,77	1,37	-0,32	5,12	3081	7,00
DLDE0009770362	2777	-12,37	-0,0503	8,74	1,82	-0,35	3,19	1234	3,11
Fonds Britanniques									
DLGB0002426640	2777	-8,44	0,0279	6,32	0,94	-0,32	5,13	3098	13,71
DLGB0003485066	2777	-8,62	0,0168	5,76	0,96	-0,82	11,47	15529	36,41
DLGB0004795034	2777	-7,89	0,0236	4,89	1,05	-0,79	5,66	3998	25,01
DLGB0006745805	2777	-9,91	0,0124	5,29	0,95	-1,87	16,91	34715	40,82
DLGB0007938383	2777	-7,65	0,0200	6,04	1,11	-0,59	4,09	2093	8,64
Fonds luxembourgeois									
DLLU0036592839	2777	-8,06	-0,0278	9,59	1,44	-0,30	4,64	2532	5,08
DLLU0048584097	2777	-10,93	-0,0084	10,00	1,32	-0,19	8,74	8847	29,60
DLLU0058464982	2777	-8,62	-0,0256	9,12	1,16	-0,33	6,60	5088	15,48
DLLU0061474960	2777	-8,68	-0,0048	10,37	1,33	-0,32	6,20	4495	14,15
DLLU0061928585	2777	-7,81	0,0071	9,53	1,12	-0,40	6,92	5611	3,13

Note : $\chi^2_{95\%}(2) = 5,99$ et $\chi^2_{95\%}(5) = 11,07$

Par ailleurs, il existe un fait marquant dans les résultats reportés dans les tableaux 3 et 4 : il s'agit de la réduction du niveau de l'autocorrélation des rentabilités pour certains fonds ou bien l'élimination de celle-ci pour d'autres. La statistique du test de Box-Pierce indique que l'hypothèse nulle d'absence d'autocorrélation dans les rentabilités est acceptée au seuil de significativité de 5% et ce pour 8 fonds (DLFR0010149096, DLDE0008491432, DLDE0009752253, DLDE0009769901, DLDE0009769901, DLDE0009770362, DLGB0007938383, DLLU0036592839 et DLLU0061928585). Ce résultat met en évidence la capacité des deux mécanismes de déliage à corriger les rentabilités des *hedge funds* de la corrélation sérielle.

Tableau 4 : Statistiques descriptives des rentabilités déliées : Getmansky, Lo et Makarov (2004)

Fonds	N	Min	Moy(%)	max	std.dev	Sk	Kur	JB	Q(5)
Fonds Français									
DLFR0000441685	2777	-9,63	-0,0025	11,01	1,42	-0,21	6,19	4452	15,28
DLFR0000443954	2777	-11,23	-0,0099	10,68	1,26	-0,59	8,51	8546	66,35
DLFR0000983629	2777	-8,60	-0,0071	8,73	1,22	-0,28	4,89	2799	18,03
DLFR0007479852	2777	-9,87	-0,0243	8,58	1,40	-0,16	4,78	2652	2,95
DLFR0010149096	2777	-9,70	-0,0378	13,23	1,73	0,11	6,49	4872	10,61
Fonds Allemands									
DLDE0008470477	2777	-9,14	0,0012	8,62	1,27	-0,37	5,26	3258	13,37
DLDE0008491432	2777	-7,11	-0,0020	6,47	1,00	-0,30	4,34	2221	9,88
DLDE0009752253	2777	-15,00	-0,0368	17,74	1,77	0,12	9,88	11301	8,65
DLDE0009769901	2777	-10,53	-0,0020	10,80	1,37	-0,32	5,13	3089	7,00
DLDE0009770362	2777	-12,27	-0,0503	8,64	1,81	-0,35	3,18	1228	3,26
Fonds Britanniques									
DLGB0002426640	2777	-8,18	0,0280	6,24	0,92	-0,31	5,01	14	-0,79
DLGB0004795034	2777	-7,89	0,0236	4,89	1,05	-0,79	5,66	3998	25,01
DLGB0006745805	2777	-9,33	0,0125	5,01	0,87	-1,87	16,74	34047	65,86
DLGB0007938383	2777	-7,53	0,0200	5,93	1,10	-0,59	4,07	2072	8,96
Fonds Luxembourgeois									
DLLU0036592839	2777	-7,92	-0,0278	9,48	1,42	-0,30	4,63	2525	5,62
DLLU0048584097	2777	-10,95	-0,0084	10,00	1,32	-0,19	8,74	8851	29,64
DLLU0058464982	2777	-8,66	-0,0256	9,15	1,16	-0,33	6,61	5099	15,56
DLLU0061474960	2777	-8,68	-0,0048	10,37	1,33	-0,32	6,20	4495	14,15
DLLU0061928585	2777	-7,78	0,0071	9,55	1,12	-0,40	6,88	5554	3,61

Note : $\chi^2_{99\%}(2) = 5,99$ et $\chi^2_{99\%}(5) = 11,07$

L'examen des moyennes et des écarts types des séries des rentabilités déliées reportés dans les tableaux 3 et 4 confirme que les résultats théoriques obtenus par Geltner (1993), Okunev et White (2003) et Getmansky, Lo et Makarav (2004). En effet, les auteurs postulent que :

$$E[DLNAV_t] = E[R_t^{G-OW}] = E[R_t^{GLM}]$$

et que

$$Var[DLNAV_t] = c_\sigma^2 Var[R_t^{GLM}] \leq Var[R_t^{GLM}]$$

où $c_{\sigma}^2 = \hat{\theta}_0^2 + \hat{\theta}_1^2 + \hat{\theta}_2^2$ pour les fonds DLDE0008491432, DLGB0002426640 et DLLU0061928585 et $c_{\sigma}^2 = \hat{\theta}_0^2 + \hat{\theta}_1^2$ pour le reste des fonds.

Les tableaux 5 et 6 donnent une idée plus claire sur l'effet du lissage sur les rentabilités des *hedge funds* : le tableau 5 reporte les moyennes des séries des rentabilités observées ($DLNAV_t$) ainsi que celles des rentabilités déliées par les méthodes de Geltner (1993), Okunev et White (2003) et Getmansky, Lo et Makarov (2004) notées respectivement R_t^{G-WO} et R_t^{GLM} , alors que le tableau 6 reporte les écart types des séries considérées. Nous mettons l'accent sur le classement (Dans l'échantillon total et dans les échantillons par pays) des différents fonds étudiés

Tableau 5 : Comparaison des moyennes des rentabilités observées et celles déliées.

	$DLNAV_t$				R_t^{G-WO}			R_t^{GLM}		
	Moy(%)		Classement		Moy(%)		Classement	Moy(%)		Classement
	Pays	Echantillon			Pays	Echantillon		Pays	Echantillon	
Fonds Français										
DLFR0000441685	-0,0024	1	10		-0,0025	1	9	-0,0025	1	9
DLFR0000443954	-0,0098	3	14		-0,0099	3	13	-0,0099	3	13
DLFR0000983629	-0,0070	2	12		-0,0071	2	11	-0,0071	2	11
DLFR0007479852	-0,0243	4	15		-0,0243	4	14	-0,0243	4	14
DLFR0010149096	-0,0377	5	19		-0,0378	5	18	-0,0378	5	18
Fonds Allemands										
DLDE0008470477	0,0012	1	7		0,0012	1	6	0,0012	1	6
DLDE0008491432	-0,0020	3	9		-0,0021	3	8	-0,0020	3	8
DLDE0009752253	-0,0367	4	18		-0,0368	4	17	-0,0368	4	17
DLDE0009769901	-0,0019	2	8		-0,0020	2	7	-0,0020	2	7
DLDE0009770362	-0,0501	5	20		-0,0503	5	19	-0,0503	5	19
Fonds Britanniques										
DLGB0002426640	0,0280	1	1		0,0279	1	1	0,0280	1	1
DLGB0003485066	0,0167	4	4		-	-	-	-	-	-
DLGB0004795034	0,0236	2	2		0,0236	2	2	0,0236	2	2
DLGB0006745805	0,0125	5	5		0,0124	4	4	0,0125	4	4
DLGB0007938383	0,0200	3	3		0,0200	3	3	0,0200	3	3
Fonds luxembourgeois										
DLLU0036592839	-0,0277	5	17		-0,0278	5	16	-0,0278	5	16
DLLU0048584097	-0,0084	3	13		-0,0084	3	12	-0,0084	3	12
DLLU0058464982	-0,0256	4	16		-0,0256	4	15	-0,0256	4	15
DLLU0061474960	-0,0046	2	11		-0,0048	2	10	-0,0048	2	10
DLLU0061928585	0,0071	1	6		0,0071	1	5	0,0071	1	5

Tableau 6 : Comparaison des moyennes des rentabilités observées et celles déliées

	$DLNAV_t$			R_t^{G-WO}				R_t^{GLM}			
	σ_{R_t}	Classement		$\sigma_{R_t^{G-WO}}$	$\Delta(\%)$	Classement		$\sigma_{R_t^{GLM}}$	$\Delta(\%)$	Classement	
		Pays	Ech.			Pays	Ech.			Pays	Ech.
Fonds Français											
DLFR0000441685	1,33	3	16	1,42	6	4	15	1,42	6	4	16
DLFR0000443954	1,00	1	6	1,27	21	2	10	1,26	21	2	9
DLFR0000983629	1,08	2	8	1,23	12	1	8	1,22	11	1	8
DLFR0007479852	1,39	4	17	-	-	-	-	-	-	-	-
DLFR0010149096	1,50	5	18	1,75	14	5	17	1,73	13	5	17
Fonds Allemands											
DLDE0008470477	1,17	2	11	1,27	8	2	9	1,27	08	2	10
DLDE0008491432	0,86	1	3	1,01	15	1	3	1,00	15	1	3
DLDE0009752253	1,69	5	20	1,76	4	4	18	1,77	5	4	18
DLDE0009769901	1,29	3	15	1,37	6	3	13	1,37	6	3	13
DLDE0009770362	1,64	4	19	1,82	10	5	19	1,81	9	5	19
Fonds Britanniques											
DLGB0002426640	0,81	2	2	0,94	14	1	1	0,92	12	2	2
DLGB0003485066	1,16	5	10	-	-	-	-	-	-	-	-
DLGB0004795034	1,04	4	7	1,05	1	3	4	1,05	1	3	4
DLGB0006745805	0,74	1	1	0,95	22	2	2	0,87	16	1	1
DLGB0007938383	0,97	3	4	1,11	13	4	5	1,10	12	4	5
Fonds Luxembourgeois											
DLLU0036592839	1,25	4	13	1,44	13	5	16	1,42	12	5	15
DLLU0048584097	1,29	5	14	1,32	2	3	11	1,32	2	3	11
DLLU0058464982	1,11	2	9	1,16	4	2	7	1,16	4	2	7
DLLU0061474960	1,19	3	12	1,33	10	4	12	1,33	10	4	12
DLLU0061928585	1,00	1	5	1,12	11	1	6	1,12	11	1	6

La comparaison des moyennes des différentes séries étudiées montre que celles-ci restent théoriquement inchangées quelle que soit la méthode de lissage employée. Bien évidemment, en terme de moyenne, chacun des *hedge fund* conserve son classement de départ c'est-à-dire celui basé sur les moyennes des rentabilités observées. Par ailleurs, la comparaison des écarts types met en évidence l'impact du lissage des rentabilités ainsi que celui de la corrélation sérielle sur les propriétés statistiques des *hedge funds*. D'après les résultats du tableau 6, on peut constater une nette augmentation des écarts-types. Les écarts-types des séries déliées sont supérieurs à ceux des séries brutes. Pour certains

fonds, tels que les fonds DLGB0006745805, DLFR0000443954 et DLDE0008491432 l'augmentation des écarts- types peut atteindre jusqu'à 22,21 (soit bien 15 %). D'une manière générale, les différentes méthodes employées donnent des résultats similaires. En effet, le classement des fonds du moins risqué au plus risqué est le même pour les séries déliées quelle que soit la méthode. Néanmoins, le déliage des séries et l'élimination de la corrélation sérielle modifie le classement des fonds dans l'échantillon total ainsi que dans les échantillons de chaque pays.

Ce mécanisme de déliage des rentabilités permet de mettre en évidence l'impact des problèmes d'illiquidités sur le profil risque/rendement des *hedge funds*. Cette méthode souffre par ailleurs de deux inconvénients majeurs :

- L'hypothèse selon laquelle les vraies rentabilités sont identiquement et indépendamment distribuées alors les séries des rentabilités des *hedge funds* sont caractérisées par une asymétrie importantes et des queues de distribution épaisses.
- Cette méthode fait l'objet d'une contradiction logique. En effet, sur le plan pratique, afin d'éliminer la corrélation sérielle d'ordre k , on suppose que les k premières rentabilités sont les vraies rentabilités alors que celles-ci sont supposées être inobservables.

En définitive, même si ces techniques de déliage des rentabilités mettent en évidence le risque couru par les *hedge funds* qui est supérieur au risque estimé par l'écart type, elles ne prennent pas en compte plus spécificité des rentabilités des *hedge funds* qui marquent la complexité de la dynamiques des séries de ces fonds.

SECTION 2 : Dynamique des rentabilités : une modélisation adaptée aux *hedge funds*

Les stratégies des *hedge funds* diffèrent l'une de l'autre et disposent chacune de différents niveaux d'exposition au risque de marché. Fung et Hsieh (2001) et Mitchel et Pulvino (2001) ont respectivement analysé les stratégies « trend following » et « risk arbitrage ». Ces deux études ont mis en évidence le caractère non-linéaire des rentabilités des *hedge fund* et l'importance de prendre en compte l'exposition à des actifs de type optionnel en analysant la dynamique des rentabilités des *hedge funds*. Dans le même contexte, Agarwal et Naik (2004) ont démontré que cette caractéristique de non linéarité ne se limite pas à ces deux stratégies mais concerne également diverses stratégies des *hedge funds*. En effet, d'après ces auteurs, l'utilisation des produits dérivés telles que les options ainsi que le recours à des stratégies de trading dynamiques constituent les raisons principales de la non linéarité.

Néanmoins, la majorité des études dédiées à l'analyse des performances des *hedge funds* sont basées soit sur (i) des modèles linéaires factoriels classiques, (ii) soit sur des modèles non-paramétriques ou bien (iii) sur des modèles linéaires incluant des régresseurs non-linéaires.

Les modèles à changement de régime font partie des modélisations les plus appropriées pour dresser la dynamique des rentabilités des *hedge funds* ainsi que leurs expositions au risque dans la mesure où plusieurs fonds mettent en place des stratégies à changement de régime. D'après Alexander et Dimitriu (2005) les gérants de la stratégie long-short equity par exemple, sont susceptibles de prendre des positions longues quand le marché est haussier et des positions courtes dans le cas d'un marché baissier.

Comme indiqué par Acharya et Scharfer (2006), les prix des actifs sur les marchés financiers exhibent différents régimes. Dans un régime normal, les effets de la liquidité sont à leur niveau le plus réduit tandis que le régime d'illiquidité est souvent attribué à un marché en baisse ou bien en période d'agitation. Chan, Getmansky, Haas et Lo (2005) ont indiqué que les modèles à changement de régime représentent un outil adéquat pour étudier le risque systémique des *hedge funds*. Sunders, Seco, Vogt et Zagst (2010) ont mis en évidence la capacité des modèles à changements de régimes markoviens à modéliser la dynamique des rentabilités de quatre indices des stratégies des *hedge funds* de la base HFR (Equity Hedge, *Equity Market Neutral*, *Global Macro* et *Merger Arbitrage*). Dans le

cadre de l'évaluation de la performance des rentabilités des *hedge funds* Billio Getmansky et Pelizzon (2006, 2012) ont présenté le « Regime Switching Beta Model » afin de tenir compte de l'exposition dynamiques des *hedge funds* aux risques.

Les modélisations proposées pour étudier la dynamique des rentabilités des *hedge funds* tendent de plus en plus à prendre en compte leurs propriétés statistiques comme l'excès de *kurtosis*, l'asymétrie et le regroupement de volatilité. Les rentabilités des *hedge funds* sont également caractérisées par une forte structure de dépendance émanant de l'incorporation d'actifs peu liquides dans la composition des fonds. Les modèles à changement de régime permettent, en effet, de tenir compte de cette dépendance ainsi que de la persistance des rentabilités financières. Granger et Hyung (2004) et Zivot et Choi (2005) ont cependant postulé que les données financières ne supportent pas un point de vue extrême indiquant qu'une rupture structurelle ou un changement de régime peuvent modéliser toute la persistance observée. Une partie de cette persistance peut être expliquée par les processus fractionnaires.

Les phénomènes de mémoire ont été, cependant, souvent négligés lors de l'étude de la dynamique des rentabilités des *hedge funds*. Limam et al. (2013) ont démontré que la prise en compte des phénomènes de mémoire à travers les modélisations à double mémoire longue au niveau de l'équation de la moyenne et celle de la variance (ARFIMA-FIGARCH et ARFIMA-FIAPARCH) avec différentes lois de distribution permet d'améliorer la couverture des risques des *hedge funds*. Les implications de la détection de la mémoire longue sont importantes que ce soit sur le plan économique ou économétrique. Dans une perspective économique, plusieurs études ont employé la mémoire longue comme proxy afin d'étudier le degré de liquidité des indices boursiers : Cajueiro et Tabak (2004) et Di Matteo, Aste, et Dacorogna (2005) révèlent qu'une mémoire longue importante implique un marché peu développé et illiquide. De leurs côtés, Dacorogna, Müller, Olsen, et Pictet (2001) ont établi un lien entre les phénomènes de mémoire et l'hétérogénéité des acteurs sur le marché : une mémoire longue forte implique que l'hétérogénéité des comportements est faible. Ainsi, la prise en compte de l'intégration fractionnaire dans la modélisation de la dynamique des rentabilités des *hedge funds* nous permet de capter des problèmes d'illiquidité et de mieux appréhender cette dynamique.

2.1. Effet de l'illiquidité des actifs sur la dynamique des rentabilités

Dans ce paragraphe nous présentons les principaux modèles d'évaluation de la performance des *hedge funds*. L'impact de l'illiquidité sur la dynamique des rentabilités des *hedge funds* est décelé en étudiant les corrélations entre les rentabilités des *hedge funds* et celles des actifs standards ainsi que celles des rentabilités déliées.

2.1.1 Les principaux modèles d'évaluation de la performance des *hedge funds*

Le modèle d'évaluation des actifs financiers (MEDAF) constitue le fondement de la plupart des développements théoriques et empiriques dédiés à l'évaluation des performances des actifs financiers. Dans ce modèle, les rentabilités espérées d'un titre individuel ou d'un portefeuille sont exprimées comme étant la combinaison linéaire du rendement d'un actif sans risque et d'une prime de risque. Formellement :

$$E(R_i) = R_f + \beta_i [E(R_m) - R_f]$$

avec $E(R_i)$ le taux de rendement espéré de l'actif i

R_f le rendement de l'actif sans risque

$E(R_m)$ le taux de rendement espéré du marché

et le β_i désigne le risque de marché, appelé encore risque systématique, et dépend de l'exposition de l'actif i au risque de marché. La version empirique du MEDAF peut être obtenue en retranchant le taux de rendement de l'actif sans risque R_f de part et d'autre dans l'équation du MEDAF :

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i [R_m - R_f] + \varepsilon_i$$

où $\varepsilon_i \sim iid(0,1)$ et α_i est le rendement espéré de l'actif i

Le MEDAF représente une relation linéaire simple entre le rendement espéré d'un titre ou d'un portefeuille et celui du marché. Néanmoins, ce modèle ne permet pas de tenir compte

des spécificités des rentabilités des *hedge funds*. Ainsi, plusieurs modèles ont été proposés afin de s'adapter à l'analyse de la performance des *hedge funds*. La plupart de ces modèles ont pris le modèle d'évaluation « Asset Class Factor Model » de Sharpe (1992) comme point de départ dans leurs études. Ce modèle se formule de la manière suivante :

$$R_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^K \beta_{ik} F_{kt} + \varepsilon_{it}, \quad \varepsilon_{it} \sim iid(0,1)$$

avec $\beta_{ik} \geq 0$ et $\sum_{k=1}^K \beta_{ik} = 1$

R_{it} représente la rentabilité, nette de frais, d'un hege fund ou d'une stratégie i au mois t

α_i est la contribution du gérant aux rentabilités du fond i

β_{ik} correspond à l'exposition moyenne au facteur k du *hedge fund*

F_{kt} représente l'excès de rentabilités du facteur k pour le mois t

Les contraintes imposants la positivité des β_{ik} ainsi que leur somme unitaire implique l'absence de vente à découvert et les coefficients reflètent le poids de chaque stratégie dans le fond respectivement. Ces contraintes sont généralement relâchées lors des études réalisées pour évaluer la performance des *hedge funds*.

Dans le but d'évaluer les stratégies des *hedge funds*, Agarwal et Naik (2001) ont appliqué ce modèle sur les rentabilités mensuelles de dix stratégies *hedge fund* de la base de données HFR pour la période entre 1994 et 1998. Les auteurs ont sélectionné huit facteurs : des indices représentant le marché des actions (*Russell 3000*, *MSCI World excluding US*, et *MSCI Emerging Matkets*), les obligations (*SB Government and Corporate*, l'indice *SB World Government Bond* et l'indice *Lehman High Yield*), ainsi qu'un facteur monétaire (*Federal Reserve bank Trade Weighted Dollar*) et un facteur lié à la valeur de l'or (*UK Market Price for Gold*). Les résultats d'Agarwal et Naik (2001) indiquent que les stratégies directionnelles ont des expositions plus significatives aux facteurs de position représentés par les indices des marchés des actions. D'après Fung et Hsieh (1997) ce modèle est inadapte pour évaluer la performance des *hedge funds*. Plus précisément, ces deux auteurs postulent que « Asset Class Factor Model » ne permet pas de tenir compte de la

l'exposition non linéaire des *hedge funds* aux risques ainsi que du caractère dynamique des stratégies de trading implémentées par ces fonds.

Etant donné l'insuffisance des modèles factoriels linéaires pour évaluer la performance des *hedge funds* plusieurs auteurs ont tenté de développer des modèles qui permettent de tenir compte de la non linéarité des rentabilités des *hedge funds*. Dans ce cadre, une approche dominante adoptée dans plusieurs études consiste à inclure des régresseurs non linéaire dans les modèles linéaires. Schneeweis et Spurgin (2000), Agarwal et Naik (2003), Mitchell et Pulvino (2001) ont employé des régresseurs non linéaires tels que les portefeuilles d'options et les indices *hedge funds* afin d'approcher les stratégies d'investissement dynamiques des *hedge funds* dans une régression linéaire. Dans leur étude, Agarwal et Naik (2003) ont suggéré d'introduire des facteurs d'options afin d'étudier la performance des *hedge funds*. En faisant appel aux prix des options d'achat et de vente sur les indices *Russell 3000*, *MSCI Emerging Markets*, *S&P 500 Government Bond Index*, *Lehman High Yield Composite* et le *FED Trade Weighted Dollar Index* les auteurs ont montré que le recours à ces facteurs permet d'obtenir un pouvoir explicatif supérieur à celui du modèle de Sharpe (1992). Dans le même cadre, en analysant les performances de la stratégie *Risk Arbitrage*, Mitchell et Pulvino (2001) montrent que les rentabilités de cette stratégie peuvent être répliquées en achetant des options de vente sur l'indice du marché des actions.

Le recours à des modèles multifactoriels linéaires en incluant des régresseurs non-linéaires ne permet pas d'expliquer toute la dépendance non-linéaire observée dans les rentabilités des *hedge fund*. Ces modèles par ailleurs négligent certaines propriétés statistiques des rentabilités des séries financières notamment celles des rentabilités des hedges funds qui sont caractérisées par une structure de forte dépendance, un excès de *kurtosis* indiquant des queues de distributions épaisses ainsi que l'asymétrie et le regroupement de volatilité (Brooks et Kat (2002), Lamm (2003)). Récemment, plusieurs chercheurs se sont focalisés sur les modélisations Markov Switching afin de tenir compte de ces spécificités : Alexander et Dimitru ont détecté un comportement de changement de régimes dans les stratégies *Long/Short Equity*, Chan, Getmansky, Haas et Lo (2005) postulent que ces modèles représentent un outil adéquat afin d'étudier le risque systémique des *hedge funds*. Sanders, Seco, Vogt et Zagst (2010) ont mis en évidence la capacité des modèles à

changements de régimes markoviens à modéliser la dynamique des rentabilités de quatre indices des stratégies des *hedge funds* de la base HFR (*Equity Hedge, Equity Market Neutral, Global Macro et Merger Arbitrage*). Dans le cadre de l'évaluation de la performance des rentabilités des *hedge funds* Billio Getmansky et Pelizzon (2006, 2012) ont présenté le « Regime Switching Beta Model » afin de tenir compte de l'exposition dynamiques des *hedge funds* aux risque. La forme générale du modèle est la suivante :

$$R_t = \alpha(Z_t) + \beta(S_t)I_t + \sum_{k=1}^K \theta_k(S_t)F_{kt} + w(Z_t)\mu_t$$

$$I_t = \mu(S_t) + \sigma(S_t)\varepsilon_t$$

où R_t sont les rentabilités du fond à la période t

I_t est un facteur qui représente le marché à la période t

$\alpha(Z_t)$ la valeur ajoutée du gérant à la performance du fond

$\beta(S_t)$ l'exposition du fond au risque du marché

θ_k correspond à l'exposition moyenne au facteur k au fond

F_{kt} désigne l'excès de rentabilités du facteur k pour le mois t

S_t est une chaîne de Markov avec n régimes et une matrice de transition des probabilités P.

Billio et al. (2006, 2012) ont appliqué ce modèle sur huit indices des stratégies CSFB/Tremont pour la période entre Janvier 1994 et Mars 2005 en prenant l'indice S&P500 comme indice de marché et onze autres facteurs (*Lehman Government Credit, Gold, MSCI Emergent Markets Bond Index, MSCI Emergent Stock Index, Crédit Spread ...*). Les auteurs ont montré que les *hedge funds* sont caractérisés par une exposition dynamique et non-linéaire aux différents facteurs. En effet, ils exhibent une exposition dynamique qui varie selon les conditions du marché ainsi qu'aux types des facteurs : obligataires, monétaires, volatilité

Dans le paragraphe suivant nous nous proposons d'étudier la corrélation entre les rentabilités *hedge funds* et l'indice S&P500 d'une part et entre les rentabilités déliées et le même indice d'autre part, en faisant appel aux techniques d'ondelettes.

2.1.2. Analyse de la corrélation entre les rentabilités délissées et les actifs standards par Ondelettes.

L'analyse de Fourier a pour longtemps représenté la technique la plus utilisée afin de d'extraire de l'information d'une série temporelle en effectuant une transformation du domaine temporel au domaine fréquentiel. D'après Fourier (1822), toute fonction périodique même discontinue ou irrégulière peut être exprimée comme une somme de sinusoides, c'est-à-dire décomposée en sinus et cosinus de différentes fréquences qui forment la série de Fourier. En d'autres termes, il s'agit de transformer une fonction qui dépend du temps en une nouvelle fonction qui dépend des fréquences. Par ailleurs, cette transformation fournit une *information globale et non locale dans la mesure où les fonctions d'analyse utilisées sont des sinusoides qui oscillent indéfiniment sans s'amortir dans un intervalle de temps*. D'après Vialar (2005), la contrainte d'oscillation infinie de chaque sinusoides a tendance à diffuser le signal. De plus, dans cette analyse, les fréquences sont supposées être constantes au cours du temps ce qui pose un problème lors de l'analyse des séries non-stationnaires ou bien qui présentent des discontinuités ou bien des changements de régimes. Afin de pallier ce manque, Morlet et Grossman (1983) ont introduit les ondelettes qui présentent la particularité de décomposer un signal à la fois en temps et en fréquence simultanément. Autrement dit, contrairement à l'analyse de Fourier, qui transforme un signal à une variable, qui est la fréquence, la transformation par ondelette abouti à une transformée à deux variables, le temps et la fréquence.

Rappelons que la transformée discrète par ondelettes (DWT : Discret Wavelet Transform) permet de décomposer un signal en des composantes de différentes fréquences. Dans ce cadre, on fait appel à deux ondelettes basiques à savoir l'ondelette père et l'ondelette mère qui sont respectivement donnés par :

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j t - k)$$
$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k)$$

où $j = 1, \dots, J$ le niveau de décomposition. Ainsi, la représentation par ondelette d'un signal discret $f(t)$ dans $L^2(\mathbb{R})$ est donnée par :

$$f(t) = \sum_k s_{J,k} \phi_{J,k}(t) + \sum_k d_{J,k} \psi_{J,k}(t) + \dots + \sum_k d_{1,k} \psi_{1,k}(t)$$

avec J le niveau de l'échelle multi-résolution et k compris entre 1 et le nombre de coefficients dans la décomposition. Les coefficients $s_{J,k}$ et $d_{J,k}$ représentent la composante lisse de niveau J et les détails d'ondelettes respectivement. Formellement :

$$s_{J,k} = \int \phi_{J,k} f(t) dt$$

$$d_{j,k} = \int \psi_{j,k} f(t) dt \quad j=1, \dots, J$$

Afin d'étudier la corrélation entre les différentes rentabilités (cf annexe B), nous considérons la transformée en ondelettes décimées partielles (MODWT : Maximum Overlap Discret Wavelet Transform) qui constitue un filtre linéaire permettant de transformer une série en coefficients d'ondelettes pour différentes échelles. En effet, contrairement à la DWT qui ne prend en compte que des séries de longueur dyadique $N=2^J$, la MODWT est définie pour toute taille. La MODWT est implémenté via l'application de J paires de filtres rééchelonnés sur l'ondelette père afin de générer les coefficients d'ondelettes :

$$\tilde{d}_{j,t} = \sum_{L_j-1}^{L_j-1} \tilde{\psi}_{j,l} f_{t-l}$$

L'ondelette mère rééchelonnée aboutit aux coefficients d'échelle :

$$\tilde{s}_{j,t} = \sum_{L_j-1}^{L_j-1} \tilde{\phi}_{j,l} f_{t-l}$$

$t = \dots, -1, 0, 1, \dots$ et f représente la série temporelle à décomposer. Les ondelettes mère et père rééchelonnés sont respectivement donnés par $\tilde{\psi}_{j,l} = \frac{\psi_{j,l}}{2^j}$ et $\tilde{\phi}_{j,l} = \frac{\phi_{j,l}}{2^j}$ pour le niveau j .

Les filtres d'ondelettes et d'échelle de niveau j sont de largeur $L = (2^j - 1)(L - 1) + 1$.

La variance d'ondelette $\tilde{\sigma}_X^2(\tau_j)$ d'un processus X_t de taille N peut être définie comme étant la valeur espérée de $\tilde{d}_{j,t}^2$. Un estimateur non biaisé de $\tilde{\sigma}_X^2(\tau_j)$ est obtenu en éliminant les coefficients affectés par les conditions de frontières périodiques :

$$\tilde{\sigma}_X^2(\tau_j) = \frac{1}{N_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} \tilde{d}_{j,t}^2$$

Avec $N_j = N - L_j + 1$ le nombre de coefficients qui ne sont pas affectés par les conditions de frontières périodiques au niveau j .

La covariance d'ondelette $\tilde{\sigma}_{XY}$ entre deux processus X_t et Y_t est définie comme étant la covariance entre les coefficients d'ondelettes à une échelle donnée. Un estimateur non biaisé de $\tilde{\sigma}_{XY}$ est donnée par :

$$\tilde{\sigma}_{XY}(\tau_j) = \frac{1}{N_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} \tilde{d}_{j,t}^{X_t} \tilde{d}_{j,t}^{Y_t}$$

En définitive, l'estimateur de la corrélation d'ondelettes est donnée par :

$$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_j) = \frac{\tilde{\sigma}_{XY}(\tau_j)}{\tilde{\sigma}_X(\tau_j) \tilde{\sigma}_Y(\tau_j)}$$

D'après Whitcher (2000) et Gençay et al. (2001), le recours aux techniques de décomposition des chroniques sur différentes échelles temporelles par la transformé discrète par ondelettes permet d'étudier le niveau de corrélation linéaire entre deux processus à des horizons différents.

Afin d'étudier l'exposition au risque de marché et la corrélation entre les *hedge funds*, nous faisons appel aux indices CSFB/Tremont à fréquence mensuelle et ce pour la période allant de Janvier 1994 à avril 2015 pour un total de 256 observations. De plus nous considérons l'indice S&P500 pour la même période afin de représenter le marché. L'impact de l'illiquidité sur la dynamique des rentabilités des *hedge funds* sera décelé en étudiant la

corrélation d'ondelettes entre les rentabilités déliées par la méthode de Getmansky, Lo et Makrov (2003) des différentes stratégies des indices CSFB/Tremont et le S&P500. Le tableau 7 dresse le profil des rentabilités déliées des différentes stratégies des indices CSFB/Tremont en utilisant la méthode de Getmansky, Lo et Makarov décrite dans la section précédente.

Tableau 7 : Profil des rentabilités déliées des indices CSFB/Tremont *Hedge funds*

	$\hat{\theta}_0$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	ξ
Hedge Fund Index	0,73	0,17	0,10	0,57
Convertible Arbitrage	0,56	0,31	0,13	0,42
Dedicated Short Bias	0,91	0,09	-	0,84
Emerging Markets	0,76	0,24	-	0,63
Equity Market Neutral	0,92	0,05	0,02	0,86
Event Driven	0,65	0,23	0,12	0,49
Fixed Income Arbitrage	0,55	0,34	0,11	0,43
Global Macro	0,80	0,11	0,09	0,65
Long/Short Equity	0,76	0,17	0,08	0,61
Managed Futures	0,95	0,05	-	0,90
Multi-Strategy	0,67	0,21	0,13	0,50

Pour l'implémentation de la MODWT, nous utilisons le filtre d'ondelettes de Daubechies le moins asymétrique $LA(8)$ (LA : Least Asymmetric, 8 représente la largeur de la fonction d'échelle) à une échelle égale à 4. Whitcher (2000) postule que contrairement à d'autres filtres, le filtre $LA(8)$ permet de mieux mettre en évidence la périodicité des chroniques à décomposer. Les tableaux 8, 9, 10 et 11 reportent les coefficients de corrélations linéaires de Spearman ρ_{XY} ainsi que les coefficients de corrélations par ondelettes MODWT $\tilde{\rho}_{XY}(\tau_j)$, $j=1, \dots, 4$ entre les rentabilités des indices CSFB/Tremont et le S&P500, entre les rentabilités déliées des indices CSFB/Tremont et le S&P500, entre les rentabilités des indices CSFB/Tremont et l'indice *hedge fund* et entre les rentabilités déliées des indices CSFB/Tremont et l'indice *hedge fund*, respectivement. Les graphiques reportés dans l'annexe retracent la corrélation d'ondelettes ainsi que les intervalles de confiance qui y sont associés et ce pour l'ensemble des séries précitées. Ces tableaux reportent les coefficients de corrélations de Spearman ainsi que les corrélations d'ondelettes estimées pour les échelles 1, 2, 3 et 4 ce qui correspond à des horizons de 2 à 4 mois, de 4 à 8 mois, de 8 à 16 mois et de 16 à 32 mois respectivement.

Tableau 8 : Corrélation entre les indices CSFB/Tremont *Hedge Funds* et le S&P500

	ρ_{XY}	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_1)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_2)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_3)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_4)$
Hedge Fund Index	0,575	0,545	0,477	0,641	0,755
Convertible Arbitrage	0,377	0,215	0,301	0,566	0,756
Dedicated Short Bias	-0,758	-0,791	-0,762	-0,768	-0,737
Emerging Markets	0,546	0,602	0,556	0,595	0,685
Equity Market Neutral	0,267	0,134	0,135	0,564	0,684
Event Driven	0,640	0,599	0,609	0,786	0,767
Fixed Income Arbitrage	0,348	0,212	0,178	0,467	0,757
Global Macro	0,232	0,282	0,147	0,169	0,302
Long/Short Equity	0,676	0,666	0,623	0,681	0,789
Managed Futures	-0,084	0,015	-0,104	-0,183	-0,271
Multi-Strategy	0,077	-0,006	-0,198	0,002	0,367

Tableau 9 : Corrélation entre l'indice *Hedge Fund* et les sous-stratégies CSFB/Tremont

	ρ_{XY}	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_1)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_2)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_3)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_4)$
Hedge Fund Index	1	1	1	1	1
Convertible Arbitrage	0,552	0,346	0,504	0,693	0,817
Dedicated Short Bias	-0,486	-0,520	-0,479	-0,508	-0,476
Emerging Markets	0,711	0,725	0,701	0,763	0,842
Equity Market Neutral	0,281	0,151	0,183	0,403	0,611
Event Driven	0,755	0,694	0,747	0,797	0,846
Fixed Income Arbitrage	0,541	0,334	0,465	0,665	0,813
Global Macro	0,806	0,843	0,820	0,774	0,746
Long/Short Equity	0,834	0,799	0,847	0,891	0,896
Managed Futures	0,197	0,380	0,278	0,007	-0,234
Multi-Strategy	0,112	0,030	-0,289	0,012	0,522

Tableau 10 : Corrélation entre les indices CSFB/Tremont *Hedge Funds* déliés et le S&P500

	ρ_{XY}	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_1)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_2)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_3)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_4)$
Hedge Fund Index	0,536	0,533	0,412	0,576	0,747
Convertible Arbitrage	0,312	0,177	0,226	0,497	0,781
Dedicated Short Bias	-0,754	-0,784	-0,758	-0,762	-0,739
Emerging Markets	0,530	0,578	0,509	0,564	0,689
Equity Market Neutral	0,249	0,126	0,116	0,556	0,675
Event Driven	0,587	0,567	0,506	0,698	0,739
Fixed Income Arbitrage	0,258	0,567	0,506	0,698	0,739
Global Macro	0,218	0,275	0,112	0,141	0,292
Long/Short Equity	0,659	0,664	0,599	0,643	0,796
Managed Futures	-0,080	0,017	-0,105	-0,178	-0,268
Multi-Strategy	0,074	-0,001	-0,182	0,140	0,480

Tableau 11 : Corrélation entre l'indice *Hedge Fund* et les sous-stratégies CSFB/Tremont déliées

	ρ_{XY}	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_1)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_2)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_3)$	$\tilde{\rho}_{XY}(\tau_4)$
Hedge Fund Index	1	0,995	0,975	0,973	0,988
Convertible Arbitrage	0,552	0,330	0,430	0,616	0,819
Dedicated Short Bias	-0,486	-0,519	-0,494	-0,516	-0,478
Emerging Markets	0,711	0,703	0,686	0,767	0,856
Equity Market Neutral	0,281	0,148	0,168	0,387	0,599
Event Driven	0,755	0,681	0,729	0,790	0,848
Fixed Income Arbitrage	0,541	0,321	0,359	0,530	0,789
Global Macro	0,806	0,840	0,800	0,754	0,727
Long/Short Equity	0,834	0,802	0,862	0,903	0,898
Managed Futures	0,197	0,383	0,283	0,012	-0,231
Multi-Strategy	0,112	0,029	-0,255	0,152	0,613

L'examen des résultats du tableau 8 montre que la corrélation entre le S&P500 et l'ensemble des stratégies *hedge fund* varie en fonction de la stratégie et de l'horizon considérés. Plus particulièrement, nous observons une corrélation positive et croissante en fonction de l'horizon entre le S&P500 et l'indice *hedge fund* ainsi que les stratégies : *Convertible Arbitrage*, *Fixed Income Arbitrage*, *Emerging Markets* et *Event Driven*. Ce résultat peut être expliqué par le caractère lisse des rentabilités de ces stratégies incorporant des actifs peu liquides ou dont la valorisation est difficile. En effet, l'indice de lissage ξ , reporté dans le tableau 7 est le plus faible pour ces stratégies (0,42, 0,43, 0,63 et 0,49 respectivement). Rappelons qu'une valeur faible de ξ implique un niveau de lissage élevé. Les stratégies *Global Macro*, *Managed Futures* et *Multi-Strategy* montrent une corrélation relativement faible et généralement non significative avec le S&P500. Ceci implique que ces stratégies présentent un bon moyen de diversification sur le long terme. La stratégie *Equity Market Neutral* affiche deux niveaux de corrélation avec le S&P500 : une corrélation faible et non significative pour les horizons de 2 à 4 mois et de 8 à 4 mois (0,134 et 0,135 respectivement), et une corrélation positive, significative et élevée pour les horizons de 8 à 16 mois et de 16 à 32 mois (0,564 et 0,684 respectivement) ce qui implique que ces fonds ne constituent pas un bon outil de diversification sur le long terme.

Les résultats de la corrélation entre l'indice *hedge fund* et les sous-stratégies, reportés dans le tableau 9, révèlent une corrélation positive et croissante entre ces séries à l'exception de la stratégie *Dedicated Short Bias* qui présente une corrélation négative pour tous les horizons. Nous constatons une forte corrélation entre l'indice *hedge fund* et la stratégie

Long/Short Equity à tous les horizons. Ceci peut être expliqué par le poids important de cette stratégie dans la composition de l'indice.

Les tableaux 10 et 11 reportent les résultats d'estimation de la corrélation entre le S&P500 et les rentabilités déliées des différentes stratégies d'investissement ainsi que les corrélations entre l'indice *hedge fund* et ces stratégies respectivement. Ces résultats mettent en évidence l'impact de l'illiquidité sur la corrélation des différentes séries. En effet, nous observons une baisse de la corrélation pour tous les horizons. Cette baisse est cependant très faible. En outre, le niveau de corrélation entre le S&P500 et les différentes stratégies CSFB/Tremont *hedge funds* d'une part ainsi que la corrélation entre l'indice *hedge fund* et les différentes stratégies d'autre part reste relativement élevé pour les horizons de 8 à 16 mois et de 16 à 32 mois.

Nous proposons à présent d'étudier l'exposition au marché des différentes stratégies des *hedge funds* et ce pour différents horizons.

2.1.3. Modélisation Wavelets Beta Switching

Afin d'analyser l'exposition, quantifiée par les β_i , des différentes stratégies CSFB/Tremont *hedge funds* aux risques de marchés, représenté par le S&P500, nous considérons diverses modélisations. Le MEDAF :

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{SP500t} + \varepsilon_{it}$$

Le modèle Switching Regime Beta (Billio et al. (2006, 2012) avec un seul facteur et deux régimes :

$$R_{it} = \alpha(S_t) + \beta(S_t) R_{SP500t} + wu_{it}$$

$$R_{SP500t} = \mu(S_t) + \sigma(S_t) \varepsilon_t$$

$$R_{it} = \begin{cases} \alpha + \beta_1 R_{SP500t} + wu_{it} & \text{si } S_t = 1 \\ \alpha + \beta_2 R_{SP500t} + wu_{it} & \text{si } S_t = 2 \end{cases}$$

Nous tentons ainsi d'étudier l'exposition des différentes stratégies des *hedge funds* sur différents horizons en appliquant les modèles cités précédemment sur les coefficients d'ondelettes $\tilde{d}_{j,t}$ générés à partir de la transformée en ondelettes décimées partielles (MODWT). Nous reprenons la même configuration que pour l'étude de la corrélation d'ondelettes c'est-à-dire nous utilisons le filtre d'ondelettes de Daubechies le moins asymétrique $LA(8)$ à une échelle égale à 4. Formellement, pour le MEDAF, nous obtenons l'équation suivant :

$$\tilde{d}_{i,j,t} = \alpha_{i,j} + \beta_{i,j} \tilde{d}_{SP500,j,t} + v_{it}$$

L'application du modèle Switching Regime Beta (Billio et al. (2006, 2012) sur les coefficients de la MODWT nous fournit le modèle « Wavelets Beta Switching » :

$$\tilde{d}_{i,j,t} = \alpha_j(S_t) + \beta_{i,j}(S_t) R_{SP500t} + \delta_{i,j,t}$$

$$\tilde{d}_{SP500,j,t} = \mu_j(S_t) + \sigma_j(S_t) \varepsilon_t$$

$$\tilde{d}_{i,j,t} = \begin{cases} \alpha + \beta_{1,j} \tilde{d}_{SP500,j,t} + \delta_{i,t,j} & \text{si } S_t = 1 \\ \alpha + \beta_{2,j} \tilde{d}_{SP500,j,t} + \delta_{i,t,j} & \text{si } S_t = 2 \end{cases}$$

Pour l'ensemble des modèles, $i=1,\dots,11$ désigne l'indice hudge funds ainsi que les 10 indices de stratégies de CSFB/Tremont et $j=1,\dots,4$ le nombre d'échelles. Le tableau 12 synthétise les résultats des différents modèles estimés en reportant les valeurs des betas qui y sont associés.

L'évaluation de l'exposition des indices CSFB/Tremont *hedge funds* à l'indice de marché le S&P 500 montre une certaine stabilité du Beta de l'indice global pour les rentabilités mensuelles ainsi que pour les horizons de 2 à 4 mois, de 4 à 8 mois et de 8 à 16 mois. La valeur du Beta varie entre 0,27 et 0,34. L'horizon de 16 à 32 mois marque l'exposition au risque la plus élevée pour l'indice *hedge funds* (0,404). Les stratégies *Fixed Income Arbitrage*, *Global Macro* et *Long/Short Equity* montrent une stabilité de l'exposition au

risque de marché pour tous les horizons. Pour cette stratégie, la valeur du Beta varie entre 0,421 et 0,50. Pour la stratégie *Equity Market Neutral*, l'exposition à l'indice S&P500 augmente entre les rentabilités mensuelles et celles de l'horizon de 16 à 32 mois de 0,213 à 0,587. Cette augmentation peut être expliquée par plusieurs facteurs comme l'utilisation des options qui génèrent des rentabilités non linéaires ou bien la prise de positions importantes par les gérants sur des actifs illiquides comme les *private equity*. De même la stratégie *Emerging Markets* connaît l'exposition la plus importante aux horizons de 8 à 16 mois et de 16 à 32 mois. Les contraintes de liquidité sur les marchés des pays émergents pourraient être à l'origine de cette exposition. Les stratégies *Managed Futures* et *Multi-Strategy* affichent une exposition très faible à l'indice S&P500 pour les rentabilités mensuelles ainsi que pour les horizons de 2 à 4 mois, de 4 à 8 mois et de 8 à 16 mois. D'une manière générale, les différentes stratégies des *hedge funds* montrent une exposition positive (A l'exception des stratégies *Dedicated Short Bias* et *Managed Futures*) qui varie d'un horizon à l'autre. Par ailleurs, l'exposition la plus élevée est souvent à l'horizon de 16 à 32 mois.

Les résultats de la modélisation Regime Switching Beta sur les rentabilités mensuelles des différentes stratégies d'investissement et pour différents horizons révèlent que la dynamique des rentabilités des indices CSFB/Tremont *hedge fund* est caractérisée par deux niveaux d'exposition à l'indice S&P500. L'indice global *Hedge fund Index* ainsi que les stratégies *Even Driven* et *Long/Short Equity* exhibent des Beta relativement similaires pour les rentabilités mensuelles. Les gérants des stratégies *Long/Short Equity* prennent des positions longues et courtes permettant une exposition stable au risque de marché. L'écart entre les degrés d'exposition à l'indice S&P500 dans les deux régimes diffère d'une stratégie à l'autre et s'accroît au fur et à mesure que l'horizon augmente. Ce constat est surtout confirmé pour les stratégies *Convertible Arbitrage*, *Emerging Markets*, *Equity Market Neutral*, *Even Driven* et *Managed Futures*. Une exposition importante pour ces stratégies pourrait être due à l'absence de couverture dans le cas d'un marché mouvementé sur un horizon lointain.

Tableau 12 : Exposition des stratégies CSFB/Tremont *hedge funds* à l'indice S&P500.

	Séries des rentabilités			d1			d2			d3			d4		
	β	β_{S_1}	β_{S_2}	β_1	β_{1S_1}	β_{1S_2}	β_2	β_{2S_1}	β_{2S_2}	β_3	β_{3S_1}	β_{3S_2}	β_4	β_{4S_1}	β_{4S_2}
<i>Hedge Fund Index</i>	0,271	0,254	0,276	0,235	-0,922	0,249	0,218	0,218	1,660	0,340	-1,547	0,340	0,404	0,397	0,365
<i>Convertible Arbitrage</i>	0,168	0,861	0,086	0,063	1,393	0,043	0,126	0,071	0,987	0,328	0,237	0,648	0,527	0,527	8,220
<i>Dedicated Short Bias</i>	-0,811	-0,256	-0,938	-0,841	-	-	-0,860	-	-	-0,912	-	-	-0,733	-	-
<i>Emerging Markets</i>	0,513	1,725	0,412	0,478	0,479	0,478	0,520	0,520	2,521	0,654	0,519	0,839	0,747	0,747	-4,234
<i>Equity Market Neutral</i>	0,213	0,113	6,748	0,109	-0,067	0,117	0,102	0,114	0,050	0,471	0,116	1,209	0,587	0,587	2,924
<i>Event Driven</i>	0,262	0,242	0,265	0,200	0,136	0,419	0,227	0,437	0,083	0,391	0,236	0,504	0,449	0,449	4,904
<i>Fixed Income Arbitrage</i>	0,128	0,825	0,036	0,053	0,158	0,016	0,065	0,037	0,132	0,230	0,054	0,408	0,175	0,085	0,644
<i>Global Macro</i>	0,140	0,652	0,055	0,169	0,045	0,438	0,086	0,123	0,046	0,100	0,131	0,062	0,175	0,238	0,084
<i>Long/Short Equity</i>	0,420	0,410	0,413	0,382	0,427	-0,731	0,391	0,205	0,456	0,509	0,621	0,436	0,421	0,710	0,481
<i>Managed Futures</i>	-0,065	-0,251	0,428	0,011	0,011	4,794	-0,087	-0,087	2,064	-0,145	-0,145	-25,404	0,494	-0,150	-5,260
<i>Multi-Strategy</i>	0,026	0,020	0,023	-0,002	0,053	0,011	-0,060	-0,024	-0,128	0,001	0,001	-0,627	0,175	0,175	-1,429

2.1.4. Présentation du modèle Bêta-Switching-ARFIMA-FIGARCH²⁹

Dans le but de tenir compte de l'ensemble des spécificités des rentabilités des *hedge funds* comme le changement de régime et les phénomènes de mémoires, nous proposons de modéliser ces rentabilités à travers la modélisation Beta-Switching-ARFIMA-FIGARCH. Ce modèle se présente comme suit :

$$R_t = \alpha(S_t) + \beta(S_t)I_t + \sigma(S_t)\varepsilon_t \quad (1.1.4)$$

où S_t est une chaîne de Markov à deux régime et de matrice de transition P . I_t est un facteur représentant le marché tel que $I_t = \beta_{s_t} + e_{s_t}$ avec $e_{s_t} \sim N(0, \sigma_{s_t}^2)$. Nous considérons que la moyenne conditionnelle $\alpha(S_t)$ est un processus ARFIMA(0,d,0) et que celle de la variance est représentée par deux spécifications différentes des processus à mémoire longue hétéroscédastiques (FIGARCH/HYGARCH). Le modèle Hyperbolic GARCH (HYGARCH) introduit par Davidson (2004) constitue une généralisation de la modélisation FIGARCH(p,d,q) de Baillie, Bollerslev et Mikkelsen (1996). L'ensemble de ces modèles fait partie d'une classe plus générale de modélisation où la variance conditionnelle est exprimée comme une moyenne mobile infinie du carré des innovations jusqu'à t-1. Formellement, soit :

$$u_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

où $\sigma_t > 0$, $\varepsilon_t \sim iid(0,1)$ et $\sigma_t = w + \sum_{i=1}^{\infty} \delta_i u_{t-i}^2$ $\delta_i \geq 0$

Dans ce cadre général, une modélisation FIGARCH(p, d, q) peut être définie comme suit : $\sigma_t^2 = \omega [1 - \theta(L)]^{-1} + \left\{ 1 - [1 - \theta(L)]^{-1} \phi(L)(1-L)^d \right\} \varepsilon_t^2$

où $(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{\Gamma(d+1)}{\Gamma(k+1)\Gamma(d-k+1)} L^k = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} c_k(d)L^k$, en particulier, $c_1(d) = d$,

$c_2(d) = \frac{1}{2}d(1-d)$ et $\Gamma(\cdot)$ la fonction Gamma. Ainsi :

²⁹ Cette partie a fait l'objet d'un article de recherche qui a été présenté à la 7^{ème} conférence CSDA International Conference on COMPUTATIONAL AND FINANCIAL ECONOMETRICS (CFE'13). Senate House, University of London, UK, 14-16 Décembre 2013.

$$\sigma_t^2 = w^* + \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i L^i \varepsilon_{t-i}^2 = w^* + \lambda(L) \varepsilon_t^2$$

La modélisation HYGARCH(p, d, q) est obtenue en remplaçant $\lambda(L)$ par :

$$\lambda(L) = 1 - [1 - \theta(L)]^{-1} \phi(L) \left\{ 1 + k \left[(1-L)^d - 1 \right] \right\}$$

avec
$$\omega^* = \omega [1 - \theta(L)]^{-1}$$

et $d \in [0, 1]$. Ce modèle représente une généralisation de modèle FIGARCH(p, d, q) : pour $k=1$ nous retrouvons la modélisation FIGARCH, le processus est stationnaire si $k < 1$ et non stationnaire si $k > 1$.

2.2. Etude empirique sur données journalières

Dans cette étude nous reprenons l'échantillon composé des 20 *hedge funds* européens³⁰ (Français, Allemands, Britanniques et Luxembourgeois) ainsi que l'indice de position de marché le *MSCI World Index*. Ces séries sont à fréquence journalière et couvrent la période allant du 5/01/2000 au 16/11/2010 pour un total de 2777 observations.

2.2.1. Mise en évidence de la non-linéarité des rentabilités : Test de Brock, Dechert et Scheinkman (1987)

Ce test permet de détecter un bruit blanc indépendant, c'est-à-dire si les observations sont (ou non) indépendantes, à partir de l'étude de la "dimension de corrélation" (notion issue de la théorie du chaos).

Cette notion, introduite par Grassberger et PROCACCIA Procaccia (1983) est très liée à la théorie des fractales et à la dimension de capacité. L'idée de base est la suivante : plus un ensemble est de dimension élevée, plus rapidement le nombre de voisins d'un point

³⁰ Secteur action

donné de cet ensemble augmentera avec la distance à ce point. Encore faut-il pouvoir évaluer le nombre de voisins. Dans ce but, nous introduisons l'intégrale de corrélation, définie comme la probabilité de trouver une paire de points distants de moins d'un certain rayon r (donné a priori) dans un espace d'immersion m -dimensionnel.

A partir d'une série temporelle, on commence donc par former des m -uples. Si l'on dispose de N observations, l'intégrale de corrélation sera donnée par

$$C_{n,N}(r) = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, i \neq j}^N \theta(r - d(i, j))$$

où $d(i, j)$ est la distance entre les points i et j et $\theta(k)$ est la fonction de Heaviside (ou fonction signe) qui, par définition, vaut 1 si $k \geq 0$ et 0 dans le cas contraire. Ceci revient donc à compter, dans un espace d'immersion, le nombre de voisins d'un point quelconque distants de moins de r . En principe, $d(i, j)$ est la distance euclidienne usuelle, mais on prend en général la norme-sup (ou norme de Takens) pour distance. Cette dernière est définie comme la plus grande des différences (en valeur absolue) entre deux coordonnées équivalentes de 2 vecteurs. Quand $N \rightarrow \infty$, on pose alors $C_{m,N(r)} \rightarrow C_m(r) = \alpha r^{\nu_m}$. L'exposant ν_m ainsi défini sera la dimension de corrélation dans l'immersion m , dont l'estimateur naturel est :

$$\hat{\nu}_m = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{d \log(C_m(r))}{d \log r}$$

Soit le vecteur m -historique $X_t^m = (X_t, X_{t+1}, \dots, X_{t+m-1})$, et $T_m = n - m + 1$ le nombre de vecteurs m -historiques pour la série X_t avec n observations. On désigne par I_ε la fonction indicatrice de $[0, \varepsilon]$ où ε est une constante positive préalablement choisie. On pose alors

$$C_{n,m}(\varepsilon) = \frac{2}{T_m(T_m - 1)} \sum_{t < s} I_\varepsilon(\|X_t^m - X_s^m\|_\infty)$$

Et on a, sous l'hypothèse où les X_t sont indépendants et identiquement distribués :

$$\lim C_{n,m}(\varepsilon) = [\lim_{n \rightarrow \infty} C_{n,1}(\varepsilon)]^m$$

La statistique du test BDS est ainsi définie par :

$$BDS = \sqrt{n} \frac{C_{n,m}(\varepsilon) - C_{n,1}(\varepsilon)}{\sigma_m(\varepsilon)}$$

Sous H_0 la statistique BDS est asymptotiquement normale, centrée et réduite.

Préalablement à la mise en œuvre du test il faut rappeler que la statistique BDS teste l'hypothèse nulle de série indépendamment et identiquement distribuée (*iid*) contre une alternative non spécifiée. Par ailleurs, il peut être utilisé comme test de linéarité sous certaines conditions. En vue de maximiser la puissance du test BDS, nous reprendrons les résultats de simulations de Brock, Hsieh et LeBaron (1991). En effet, selon ces résultats, les paramètres (ε) et (m) sont étroitement liés, pour une valeur donnée de m , ε ne doit pas être trop élevé (respectivement trop petit). Ainsi, nous faisons varier le ratio ε/σ entre 0,5 et 2 pour $m = 2, \dots, 5$. Les résultats du test de Brock, Dechert et Scheinkman (1987) sur les différentes séries des *hedge funds* européen sont reportés dans les tableaux 13, 14, 15 et 16.

Tableau 13 : Test BDS - Fonds Français

ε/σ	DLFR0000441685	DLFR0000443954	DLFR0000983629	DLFR0007479852	DLFR0010149096	
0,5	m=2	10,30	14,07	11,39	7,95	15,88
	m=3	16,91	19,22	17,21	13,37	22,44
	m=4	23,02	24,58	22,36	17,98	28,46
	m=5	30,92	31,41	29,06	23,19	35,47
1	m=2	10,38	14,66	12,37	9,52	18,10
	m=3	15,95	18,69	17,29	15,12	23,93
	m=4	20,63	22,47	21,20	19,53	28,42
	m=5	25,08	26,42	25,02	23,92	33,37
2	m=2	9,39	15,78	11,46	9,97	17,10
	m=3	14,30	18,67	16,05	15,05	21,49
	m=4	17,07	20,91	18,57	17,75	23,66
	m=5	19,26	22,72	20,27	19,73	25,40

Tableau 14 : Test BDS – Fonds Allemands

ε/σ		DLDE0008470477	DLDE0008491432	DLDE0009752253	DLDE0009769901	DLDE0009770362
0,5	m=2	9,27	8,47	13,48	9,13	13,32
	m=3	12,22	12,49	19,30	14,64	19,70
	m=4	16,15	15,79	25,61	19,85	27,65
	m=5	19,86	18,99	34,13	25,93	38,30
1	m=2	9,27	9,95	15,37	10,04	14,15
	m=3	12,22	13,69	20,94	14,83	19,63
	m=4	16,15	16,65	25,39	18,66	25,19
	m=5	19,86	18,96	30,88	22,39	31,29
2	m=2	9,22	9,44	11,54	10,98	13,30
	m=3	13,69	12,79	16,71	14,74	17,40
	m=4	16,72	15,33	19,48	17,55	20,31
	m=5	18,57	16,92	22,25	19,26	22,41

Tableau 15 : Test BDS - Fonds Britanniques

ε/σ		DLGB0002426640	DLGB0003485066	DLGB0004795034	DLGB0006745805	DLGB0007938383
0,5	m=2	8,76	23,22	14,54	16,94	8,54
	m=3	12,11	25,78	19,61	21,67	11,86
	m=4	14,62	27,72	24,71	25,73	14,17
	m=5	17,74	30,58	31,72	30,92	17,13
1	m=2	10,03	21,98	15,80	18,68	9,66
	m=3	13,18	24,24	20,21	22,28	13,54
	m=4	15,61	25,11	23,41	25,43	15,93
	m=5	18,10	26,30	26,74	28,45	18,39
2	m=2	10,30	20,91	13,70	15,62	8,51
	m=3	13,87	22,60	16,74	18,11	13,05
	m=4	16,47	23,20	18,56	20,28	15,29
	m=5	17,83	23,54	19,76	21,81	16,59

Les résultats relatifs à l'application de ce test, nous permettent de conclure que les rentabilités des différents *hedge funds* ne sont pas indépendamment et identiquement distribuées. En effet, toutes les z-statistiques sont supérieures à 1,96 pour les différentes dimensions de corrélations ainsi que pour les différentes valeurs du ratio ε/σ . Le rejet de l'hypothèse (*i.i.d*) indique que la dynamique des rentabilités ne peut être représentée par des processus linéaires et marque ainsi l'insuffisance des modélisations linéaires à analyser la performance des *hedge funds*.

Tableau 16 : Test BDS – Fonds Luxembourgeois

ε/σ		DLLU0036592839	DLLU0048584097	DLLU0058464982	DLLU0061474960	DLLU0061928585
0,5	m=2	10,74	11,38	9,50	8,24	9,61
	m=3	15,96	16,13	15,29	11,99	13,74
	m=4	20,38	21,03	19,99	15,34	17,65
	m=5	26,04	26,03	25,99	18,85	22,27
1	m=2	11,68	12,02	10,35	9,82	11,25
	m=3	16,10	16,73	15,85	13,62	15,68
	m=4	19,13	20,97	19,84	16,78	19,23
	m=5	22,82	24,51	23,98	19,40	22,77
2	m=2	12,46	11,33	11,21	12,34	13,01
	m=3	15,87	14,92	15,23	15,47	16,32
	m=4	17,55	18,16	17,47	17,80	18,47
	m=5	19,10	20,38	19,19	19,15	20,21

2.2.2. Estimation du paramètre d'intégration fractionnaire et validation de la mémoire longue

Dans le but de détecter la présence du phénomène de mémoire longue dans les rentabilités des *hedge funds*, nous proposons d'estimer le degré de persistance de chaque série des rentabilités des *hedge funds* européens en ayant recours à diverses méthodes. Nous employons l'exposant de Hurst estimé par statistiques (R/S) introduite par Hurst (1951) ainsi que l'estimateur par ondelette d'Abry et Veitch (1998). Nous considérons ainsi deux méthodes différentes pour estimer le paramètre d'intégration fractionnaire d : la méthode de régression de Geweke et Porter-Hudak (1983) et la méthode semi-paramétrique de Robinson (1995). En ce qui concerne l'estimation du paramètre de mémoire longue, les méthodes semi paramétriques requièrent la détermination du nombre de fréquence à inclure dans la régression : pour la méthode GPH (1983) nous choisissons $T^{0.6}$ et pour Robinson (1995) nous choisissons $T^{0.7}$.

Les résultats d'estimation de l'exposant de Hurst et du paramètre d'intégration fractionnaire pour les *hedge funds* français, allemands, britanniques et luxembourgeois sont respectivement reportés dans les tableaux 17, 18, 19 et 20. Ces résultats mettent en évidence l'existence d'une composante mémoire longue dans la dynamique des rentabilités des *hedge funds* considérés pour les différents pays.

Tableau 17 : Estimation du paramètre intégration fractionnaire – Fonds Français

Séries	\hat{H}	\hat{H}_{AV}	\hat{d}_{GPH}	\hat{d}_{GSP}
DLFR0000441685	0.548	0.592 [0.560, 0.624]	0.14 ** [0.0244]	0.07 * [0.0886]
DLFR0000443954	0.561	0.650 [0.619, 0.682]	0.15 ** [0.0112]	0.10 ** [0.0249]
DLFR0000983629	0.564	0.629 [0.598, 0.661]	0.14 ** [0.0191]	0.07 * [0.0826]
DLFR0007479852	0.544	0.561 [0.529, 0.593]	0.09 [0.1310]	0.06 [0.1859]
DLFR0010149096	0.563	0.613 [0.582, 0.645]	0.13 ** [0.0312]	0.12 *** [0.0063]

Note: Les p-values sont données entre crochets. ***, ** et * dénotent la significativité au seuil de 1%, 5% et 10% respectivement.

Tableau 18 : Estimation du paramètre intégration fractionnaire – Fonds Allemands

Séries	\hat{H}	\hat{H}_{AV}	\hat{d}_{GPH}	\hat{d}_{GSP}
DLDE0008470477	0.587	0.576 [0.544, 0.608]	0.19 *** [0.0022]	0.15 *** [0.0005]
DLDE0008491432	0.578	0.643 [0.611, 0.675]	0.16 *** [0.0086]	0.10 ** [0.0255]
DLDE0009752253	0.566	0.582 [0.551, 0.614]	0.15 ** [0.0157]	0.12 *** [0.0057]
DLDE0009769901	0.555	0.561 [0.529, 0.592]	0.12 ** [0.0390]	0.10 ** [0.0231]
DLDE0009770362	0.591	0.608 [0.576, 0.640]	0.17 *** [0.0051]	0.13 *** [0.0041]

Note: Les p-values sont données entre crochets. ***, ** et * dénotent la significativité au seuil de 1%, 5% et 10% respectivement.

Le degré de persistance des rentabilités et l'effet de la composante mémoire longue varie d'un pays et d'une méthode à l'autre. Les résultats de l'estimation de l'exposant de Hurst pour les *hedge funds* français montrent que cet exposant varie entre 0,54 et 0,56 et entre 0,56 et 0,65 pour les méthodes (R/S) et celle d'Abry et Veitch (1998) respectivement. Ces paramètres sont relativement plus élevés pour les fonds allemands. En effet, la valeur de H varie entre 0,55 et 0,59 avec l'analyse (R/S) entre 0,56 et 0,64 avec l'estimateur par ondelettes. Ce constat est confirmé à travers l'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire. L'industrie des *hedge funds* français semble être plus mature et plus liquide.

Tableau 19 : Estimation du paramètre intégration fractionnaire – Fonds Britanniques

Séries	\hat{H}	\hat{H}_{AV}	\hat{d}_{GPH}	\hat{d}_{GSP}
DLGB0002426640	0.557	0.642 [0.610, 0.674]	0.13 ** [0.0335]	0.09 ** [0.0442]
DLGB0003485066	0.577	0.465 [0.433, 0.497]	0.23 *** [0.0002]	0.17 *** [0.0001]
DLGB0004795034	0.568	0.565 [0.534, 0.597]	0.16 *** [0.0095]	0.14 *** [0.0021]
DLGB0006745805	0.611	0.714 [0.683, 0.746]	0.18 *** [0.0037]	0.17 *** [0.0002]
DLGB0007938383	0.556	0.659 [0.627, 0.690]	0.10 * [0.0807]	0.05 [0.2377]

Note: Les p-values sont données entre crochets. ***, ** et * dénotent la significativité au seuil de 1%, 5% et 10% respectivement.

Tableau 20 : Estimation du paramètre intégration fractionnaire – Fonds Luxembourgeois

Series	\hat{H}	\hat{H}_{AV}	\hat{d}_{GPH}	\hat{d}_{GSP}
DLLU0036592839	0.570	0.653 [0.621, 0.685]	0.09 [0.1489]	0.10 ** [0.0232]
DLLU0048584097	0.559	0.534 [0.502, 0.566]	0.17 *** [0.0049]	0.11 ** [0.0134]
DLLU0058464982	0.565	0.556 [0.524, 0.588]	0.10 [0.1054]	0.08 * [0.0678]
DLLU0061474960	0.563	0.620 [0.589, 0.652]	0.19 *** [0.0016]	0.09 ** [0.0355]
DLLU0061928585	0.571	0.656 [0.624, 0.687]	0.08 [0.1816]	0.11 ** [0.0112]

Note: Les p-values sont données entre crochets. ***, ** et * dénotent la significativité au seuil de 1%, 5% et 10% respectivement.

Les valeurs de l'exposant de Hurst des séries des rentabilités des *hedge funds* britanniques varient entre 0,55 et 0,61 avec la méthode (R/S) et entre 0,46 et 0.71 avec la méthode d'Abry et Veitch : Les *hedge funds* britanniques présentent le seul fond dans l'échantillon avec une dynamique d'anti-persistance (0,46 pour la série DLGB0003485066 avec la méthode par ondelettes.) ainsi que le fond avec la plus forte mémoire longue (0,71 pour la série DLGB0006745805). Ce résultat marque l'hétérogénéité des fonds de cette industrie dans ce pays. L'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire pour les fonds britanniques met en évidence l'existence d'un

phénomène de mémoire. En ce qui concerne les fonds luxembourgeois, la valeur de H est comprise entre 0,55 et 0,57 avec l'analyse (R/S) et entre 0,53 et 0,65. Il s'agit de l'intervalle de variation le plus réduit avec celui des *hedge funds* français indiquant que cette catégorie de *hedge funds* est la plus développée et la plus liquide dans ces deux pays.

Nous proposons également dans cette étude de procéder de valider la présence de la mémoire longue et vérifier si la persistance observée dans les séries des rentabilités des *hedge funds* européens est vraie ou bien fallacieuse. Ainsi, afin de séparer ces deux phénomènes nous faisons appel aux deux tests récents de Shimotsu (2006). Le tableau 6 reporte les résultats d'estimation de \hat{d} en utilisant la méthode « Two step feasible exact local whittle estimator » de Shimotsu et Philips (2005, 2010), \bar{d} , W_c , Z_t et $\hat{\eta}_\mu$ et pour $b = \{2, 4\}$. Les résultats de ce test sont reportés dans les tableaux 21, 22, 23 et 24.

Tableau 21 : Résultats du test de Shimotsu (2006) – Fonds Français.

Series	\hat{d}_{felw}	\bar{d}		W_c	
		b=2	b=4	b=2	b=4
DLFR0000441685	0.0603	0.0580	0.0218	1.0473	4.9862
DLFR0000443954	0.0379	0.0392	-0.0101	1.7526	5.5324
DLFR0000983629	0.0436	0.0458	0.0090	0.1244	3.3232
DLFR0007479852	0.0043	0.0142	-0.0547	0.5121	8.1562
DLFR0010149096	0.0892	0.0844	0.0673	0.0273	1.3711

Note : * indique le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de significativité de 5 %. $\chi_{0,95}^2(1) = 3,84$ et $\chi_{0,95}^2(3) = 7,82$

Tableau 22 : Résultats du test de Shimotsu (2006) – Fonds Allemands.

Series	\hat{d}_{felw}	\bar{d}		W_c	
		b=2	b=4	b=2	b=4
DLDE0008470477	0.1142	0.1011	0.0735	3.7040	5.4531
DLDE0008491432	0.0620	0.0729	0.0511	0.3316	2.4777
DLDE0009752253	0.0324	0.0312	-0.0207	0.0033	5.0023
DLDE0009769901	0.0426	0.0443	0.0064	0.5541	4.3542
DLDE0009770362	0.0681	0.0851	0.0493	0.3337	4.5061

Note : * indique le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de significativité de 5 %. $\chi_{0,95}^2(1) = 3,84$ et $\chi_{0,95}^2(3) = 7,82$

Tableau 23 : Résultats du test de Shimotsu (2006) – Fonds Britanniques

Series	\hat{d}_{febw}	\bar{d}		W_c	
		b=2	b=4	b=2	b=4
<i>DLGB0002426640</i>	0.0585	0.0711	0.0782	0.0801	0.2051
<i>DLGB0003485066</i>	0.2066	0.2097	0.1543	1.0265	2.6080
<i>DLGB0004795034</i>	0.1468	0.1544	0.1308	0.5139	1.3223
<i>DLGB0006745805</i>	0.1815	0.1927	0.1612	3.6643	4.7639
<i>DLGB0007938383</i>	0.0231	0.0252	-0.0096	0.1383	1.8825

Note : * indique le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de significativité de 5 %. $\chi_{0,95}^2(1) = 3,84$ et $\chi_{0,95}^2(3) = 7,82$

Tableau 24 : Résultats du test de Shimotsu (2006) – Fonds Luxembourgeois.

Series	\hat{d}_{febw}	\bar{d}		W_c	
		b=2	b=4	b=2	b=4
<i>DLLU0036592839</i>	0.0544	0.0571	0.0023	0.1941	4.5033
<i>DLLU0048584097</i>	0.0697	0.0718	0.0035	0.1156	2.0423
<i>DLLU0058464982</i>	0.0584	0.0570	-0.0156	0.8570	4.6919
<i>DLLU0061474960</i>	0.0550	0.0581	-0.0096	0.2973	3.0121
<i>DLLU0061928585</i>	0.1209	0.1303	0.0924	0.0021	5.7601

Note : * indique le rejet de l'hypothèse nulle au seuil de significativité de 5 %. $\chi_{0,95}^2(1) = 3,84$ et $\chi_{0,95}^2(3) = 7,82$

La statistique W_c valide l'hypothèse nulle de stabilité du paramètre d'intégration fractionnaire pour l'ensemble des séries des rentabilités des *hedge funds* étudiés. De plus, La statistique $\hat{\eta}_\mu$ confirme l'hypothèse nulle d'une vraie mémoire longue pour ces séries. Par ailleurs, l'examen des valeurs estimées de \hat{d} et \bar{d} pour les différents blocs révèle que les séries des rentabilités des *hedge funds* français font l'objet d'un changement de persistance. Pour certaines séries, les moyennes des paramètres d'intégration fractionnaire ne conservent pas leurs signes en passant de $b = 2$ à $b = 4$.

Dans le paragraphe suivant, nous proposons de modéliser la dynamique des rentabilités des *hedge funds* européens à travers le modèle Beta-Switching-ARFIMA-HYGARCH afin de tenir compte des propriétés statistiques des rentabilités des *hedge funds* en terme

de changement de régime et phénomène de mémoire au niveau de des moyennes et variances conditionnelles.

2.2.3. Modélisation Bêta-switching-ARFIMA-HYGARCH

Afin d'estimer l'équation (1.1.4) nous considérons une forme générale des modèles à changement de régimes markoviens permettant de tenir compte de l'hétéroscédasticité conditionnelle et de la mémoire longue:

$$R_t = \mu_{S_t} + \sum_{m=1}^{\infty} \phi_{mS_t} R_{t-m} + \beta_{S_t} I_t + \sum_{m=1}^q \theta_{mS_t} u_{t-m} + u_t \quad (2.2.3)$$

où $\sigma_t = h_t^{1/2} \varepsilon_t$, avec $\varepsilon_t \sim iid(0,1)$ et

$$\sigma_t = w_{S_t}^* + \sum_{m=1}^{\infty} \delta_{mS_t} u_{t-m}^2 \quad (2.2.4)$$

L'introduction de la représentation $AR(\infty)$ dans l'équation (2.2.3) nous permet d'inclure les processus fractionnairement intégrés notamment les processus ARFIMA (Granger et Joyeux (1980) et Beran (1994)). De même la représentation $ARCH(\infty)$ représente une classe très générale des processus hétéroscédastiques incluant les processus FIGARCH et HYGRACH entre autres (Baillie, Bollerslev et Mikkelsen (1996), Davidson (2004, 2005)). Dans ce modèle, les transitions t_{ij} sont exogènes et elles dépendent d'une fonction prédéterminée: $t_{ij} = \alpha_{ij} + \beta_{ij} D_i$ où $D_i = 1$ si le régime actuel et le régime i . En effet, les transitions d'un régime à l'autre sont liées à la variable exogène, c'est-à-dire le facteur I_t :

$$\beta_{S_t} = 1_{j(t)} \beta_j = \begin{cases} \beta_j & S_t = j \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Les probabilités de transition du régime i au régime j $\{p_{ij}\}$ dépendent du régime actuel tel que $p_{ij} = \Pr(S_t = j / S_{t-1} = i)$. Dans ce cas, les probabilités de se trouver au régime j à l'instant t peuvent être calculées à partir du filtre suivant :

$$\Pr(S_t = j | \Psi_t) = \frac{f(R_t | S_t = j, \Psi_{t-1}) \Pr(S_t = j, \Psi_{t-1})}{\sum_{i=1}^M f(R_t | S_t = i, \Psi_{t-1}) \Pr(S_t = i | \Psi_{t-1})}$$

Ψ_t désigne l'information connue à l'instant t et :

$$\Pr(S_t = j, \Psi_{t-1}) = \sum_{i=1}^M p_{ij} \Pr(S_{t-1} = i | \Psi_{t-1})$$

En définitive, Davidson (2005) et Frühwirth-Schnatter (2006) postulent que les probabilités de transition dépendent de la fonction prédéterminée t_{ij} et qu'elles peuvent être tracées par une fonction logistique :

$$p_{ij} = \frac{\exp(t_{ij})}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} \exp(t_{ki})}, \quad j = 1, \dots, M-1$$

Diebold, Lee et Weinbach (1994), Filardo (1994), et Peria (2002) détaillent la méthode d'estimation de tels modèles. Nous considérons la méthode du maximum de vraisemblance avec la méthode d'optimisation numérique BFGS³¹ pour estimer l'ensemble des paramètres selon deux spécifications : Beta-Switching-ARFIMA(0,d,0)-FIGARCH(1,d,1) et Beta-Switching-ARFIMA(0,d,0)-HYGARCH(1,d,1). Les tableaux 25, 26, 27 et 28 donnent les résultats des estimations du modèle pour les *hedge funds* français, allemands, britanniques et luxembourgeois respectivement. Ces résultats montrent que les *hedge funds* sont caractérisés par différents degrés de persistance selon le régime et l'exposition à l'indice MSCI monde. En ce qui concerne les *hedge funds* français, la modélisation Beta-Switching-ARFIMA-FIGARCH a été retenue pour 4 séries sur 5, seule la série FR0000441685 a été modélisée par un Beta-Switching-ARFIMA-HYGARCH. Ces fonds sont caractérisés par un premier régime de moyenne conditionnelle positive souvent accompagné d'une forte exposition à l'indice MSCI world. Un fait marquant de la dynamique des rentabilités des *hedge funds* français est la forte présence de la mémoire longue sous sa forme particulière d'anti-persistance : ceci implique que les rentabilités de ces fonds fluctuent d'une façon aléatoire pour converger vers un état stable. Par ailleurs, les *hedge funds* allemands présentent un comportement différent.

³¹ Broyden Fletcher Goldfarb Shanno (1970)

Tableau 25 : Modélisation Beta Switching ARFIMA HYGARCH – Fonds Français

	FR0000441685	FR0000443954	FR0007479852	FR0000983629	FR0010149096
P(1 1)	0.9753	0.9967	0.1349	0.9943	0.9952
P(2 2)	0.9260	0.9981	0.9797	0.9907	0.9977
t(1,1)	3.6763 (0.0000)	5.7037 (0.0000)	-1.8587 (0.0000)	5.1602 (0.0000)	5.3245 (0.0000)
t(1,2)	-2.5264 (0.0000)	-6.2854 (0.0000)	-3.8780 (0.0000)	-4.6627 (0.0000)	-6.0806 (0.0000)
Regime1					
μ_1	0.0324 (0.0010)	0.0083 (0.4120)	0.0418 (0.0000)	0.0176 (0.0070)	0.0584 (0.4880)
β_1	0.8582 (0.0000)	0.6623 (0.0000)	1.5624 (0.0000)	0.6242 (0.0000)	1.4358 (0.0000)
$d_{ARFIMA(1)}$	-0.0717 (0.0010)	-0.1592 (0.0170)	-0.4793 (0.0000)	-0.0845 (0.0000)	0.0736 (0.1100)
ω_1^*	0.2142 (0.0000)	0.2180 (0.0000)	1.3704 (0.0000)	0.2820 (0.0000)	0.4309 (0.0000)
$d_{HYGARCH(1)}$	0.8074 (0.0000)	0.5063 (0.0000)	0.7503 (0.0000)	0.7441 (0.0000)	0.8648 (0.0000)
k_1	0.9490 (0.0000)	- -	- -	- -	- -
ϕ_1	0.1421 (0.3480)	0.0396 (0.9720)	0.4690 (0.0090)	0.3086 (0.1670)	0.0634 (0.6680)
θ_1	0.8728 (0.0000)	0.2256 (0.8620)	0.9354 (0.0000)	0.8789 (0.0000)	0.7977 (0.0000)
Regime2					
μ_2	-0.0375 (0.0000)	0.0260 (0.2370)	-0.0006 (0.9290)	-0.0246 (0.5000)	0.0103 (0.5220)
β_2	1.0773 (0.0000)	-0.0433 (0.1870)	0.6709 (0.0000)	0.9446 (0.0000)	0.5468 (0.0000)
$d_{ARFIMA(2)}$	-0.2804 (0.0000)	-0.0742 (0.0970)	-0.0997 (0.0000)	-0.0103 (0.8100)	-0.0021 (0.9350)
ω_2^*	0.7479 (0.0000)	0.2839 (0.0000)	0.0342 (0.0000)	0.3838 (0.0000)	0.1175 (0.0000)
$d_{HYGARCH(2)}$	0.9349 (0.0000)	0.9169 (0.0000)	0.6324 (0.0000)	0.2166 (0.0000)	0.5464 (0.0000)
k_2	0.0766 (0.0000)	- -	- -	- -	- -
ϕ_2	0.9837 (0.0000)	0.1652 (0.0590)	0.1762 (0.0250)	0.0120 (0.0000)	0.2580 (0.0020)
θ_2	0.9576 (0.0000)	0.8878 (0.0000)	0.7671 (0.0000)	0.9316 (0.0000)	0.6821 (0.0000)

Tableau 26 : Modélisation Beta Switching ARFIMA HYGARCH – Fonds Allemands.

	DE0008470477	DE0008491432	DE0009752253	DE0009769901	DE0009770362
P(1.)	0.7020	0.9969	0.9821	0.3975	0.4960
P(2.)	0.0271	0.9984	0.4568	0.0000	0.0000
t(1,1)	0.8570 (0.0000)	5.7865 (0.0000)	4.0020 (0.0000)	-0.4159 (0.0000)	-0.0160 (0.0000)
t(1,2)	3.5791 (0.0000)	-6.4281 (0.0000)	0.1734 (0.0000)	2.6258 (0.0000)	19.9390 (0.0000)
Regime1					
μ_1	0.0388 (0.0010)	-0.0608 (0.3030)	-0.0161 (0.1570)	0.0082 (0.1070)	0.1478 (0.0020)
β_1	0.3744 (0.0000)	0.1847 (0.0000)	0.8168 (0.0000)	0.8633 (0.0000)	0.1472 (0.0000)
$d_{ARFIMA(1)}$	-0.0649 (0.0000)	0.1018 (0.0380)	-0.0144 (0.3940)	-0.2519 (0.0000)	0.0862 (0.0170)
ω_1^*	0.1256 (0.0000)	0.5973 (0.0000)	0.2075 (0.0000)	0.1244 (0.0000)	0.0000 (0.0000)
$d_{HYGARCH(1)}$	0.0630 (0.0000)	0.6339 (0.0000)	0.7171 (0.0000)	0.5216 (0.0000)	0.8082 (0.0000)
k_1	- -	0.7633 (0.0000)	0.9509 (0.0000)	0.8052 (0.0000)	- -
ϕ_1	0.9040 (0.0000)	-0.0515 (0.7870)	0.1655 (0.2680)	0.5923 (0.0000)	0.0375 (0.6090)
θ_1	0.8702 (0.0000)	0.4056 (0.3400)	0.8275 (0.0000)	0.7450 (0.0000)	0.8007 (0.0000)
Regime2					
μ_2	-1.0435 (0.4410)	0.0145 (0.0190)	-0.0638 (0.4570)	-1.5515 (0.0370)	-0.0507 (0.0000)
β_2	-0.4051 (0.0000)	0.5876 (0.0000)	1.4420 (0.5670)	-0.0645 (0.6080)	0.0264 (0.0000)
$d_{ARFIMA(2)}$	0.7592 (0.0000)	-0.0614 (0.0020)	-0.2909 (0.1140)	0.3683 (0.0000)	-0.2888 (0.0000)
ω_2^*	0.5678 (0.0000)	0.2517 (0.0000)	0.6484 (0.0000)	0.4211 (0.0000)	0.6794 (0.0000)
$d_{HYGARCH(2)}$	0.7742 (0.0000)	0.6117 (0.0000)	0.552 (0.0000)	0.2014 (0.0000)	-0.0285 (0.0000)
k_2	- -	0.9862 (0.0000)	1.1050 (0.0000)	0.6974 (0.0000)	- -
ϕ_2	0.2848 (0.2230)	0.0527 (0.6530)	0.0492 (0.9440)	0.9763 (0.0000)	0.8106 (0.0000)
θ_2	0.7910 (0.0000)	0.9548 (0.0000)	0.9141 (0.0000)	0.9757 (0.0000)	0.6772 (0.0000)

Tableau 27 : Modélisation Beta Switching ARFIMA HYGARCH – Fonds Britanniques

	GB0002426640	GB0003485066	GB0004795034	GB0006745805	GB0007938383
P(1)	0.4339	0.6618	0.0671	0.6599	0.5715
P(2)	0.4493	0.0850	0.5450	0.0098	0.2112
t(1,1)	-0.2659 (0.0000)	0.6711 (0.0000)	-2.6316 (0.0000)	0.6628 (0.0000)	0.2878 (0.0000)
t(1,2)	0.2036 (0.0000)	2.3760 (0.0000)	-0.1803 (0.0000)	4.6183 (0.0000)	1.3180 (0.0000)
Regime1					
μ_1	0.0072 (0.4420)	0.0697 (0.0000)	0.0204 (0.0000)	0.0948 (0.0000)	0.0687 (0.0000)
β_1	0.7333 (0.0000)	0.0610 (0.0000)	0.9534 (0.0000)	0.1744 (0.0000)	0.1805 (0.0000)
$d_{ARFIMA(1)}$	-0.1339 (0.0000)	0.1108 (0.0000)	-0.3398 (0.0000)	0.0927 (0.0000)	-0.0418 (0.2340)
ω_1^*	0.2230 (0.0000)	0.2337 (0.0000)	0.3288 (0.0000)	0.1095 (0.0000)	0.0000 (0.0000)
$d_{HYGARCH(1)}$	0.9509 (0.0000)	0.9971 (0.0000)	0.8107 (0.0000)	0.6830 (0.0000)	0.4151 (0.0000)
k_1	0.9933 (0.0000)	0.3631 (0.0000)	0.9926 (0.0000)	0.7071 (0.0000)	0.7126 (0.0000)
ϕ_1	0.0057 (0.9600)	0.6329 (0.0000)	0.1146 (0.3050)	0.1744 (0.0100)	0.0510 (0.7740)
θ_1	0.9795 (0.0000)	0.6323 (0.0000)	0.9501 (0.0000)	0.5463 (0.0000)	0.3407 (0.2360)
Regime2					
μ_2	0.1564 (0.0500)	-0.9398 (0.0000)	0.1154 (0.0000)	2.0870 (0.0000)	4.1995 (0.0320)
β_2	0.3135 (0.0000)	-0.1518 (0.0000)	0.1619 (0.0000)	-0.2026 (0.0000)	-0.5161 (0.0000)
$d_{ARFIMA(2)}$	0.1605 (0.0120)	0.4465 (0.0000)	0.0169 (0.3760)	0.8085 (0.0000)	0.5722 (0.0000)
ω_2^*	0.1800 (0.0000)	0.2046 (0.0000)	0.1936 (0.0000)	0.2724 (0.0000)	0.4586 (0.0000)
$d_{HYGARCH(2)}$	0.7179 (0.0000)	1.1516 (0.0000)	0.5458 (0.0000)	0.8713 (0.0000)	0.4854 (0.0000)
k_2	0.8374 (0.0000)	1.0015 (0.0000)	0.4403 (0.0000)	0.9681 (0.0000)	0.7901 (0.0000)
ϕ_2	0.0381 (0.6650)	0.1310 (0.3210)	0.9778 (0.0000)	0.1753 (0.1720)	0.3000 (0.0440)
θ_2	0.6242 (0.0000)	0.9779 (0.0000)	0.9763 (0.0000)	0.6686 (0.0000)	0.0246 (0.8340)

Tableau 28 : Modélisation Beta Switching ARFIMA HYGARCH – Fonds Luxembourgeois.

	LU0036592839	LU0048584097	LU0058464982	LU0061474960	LU0061928585
P(1 .)	0.0539	0.7221	0.9968	0.9982	0.9974
P(2 .)	0.3124	0.3265	0.9812	0.9978	0.9986
t(1,1)	-2.3510	2.4355	5.7416	6.3724	6.5395
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
t(1,2)	0.9195	2.5763	-3.9525	-6.1316	-5.9484
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
Regime1					
μ_1	-3.5527	0.0250	-0.0164	0.0218	-0.0098
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0010)	(0.0000)	(0.5270)
β_1	-0.5257	0.8293	0.8726	0.9860	0.8111
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
$d_{ARFIMA(1)}$	0.7678	-0.2635	-0.0479	-0.0411	-0.0310
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0090)	(0.0920)	(0.2680)
ω_1^*	0.4462	0.1211	0.1108	0.1991	0.1902
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
$d_{HYGARCH(1)}$	0.7866	0.6666	0.2262	0.1658	0.6492
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
k_1	0.8479	0.5742	-	0.9668	1.0041
	(0.0000)	(0.0000)	-	(0.0000)	(0.0000)
ϕ_1	0.1676	0.1005	0.4482	0.0905	0.2721
	(0.0010)	(0.1064)	(0.0000)	(0.0858)	(0.0350)
θ_1	0.7588	0.3462	0.5905	0.9176	0.6997
	(0.0000)	(0.2040)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
Regime2					
μ_2	0.0122	-0.0101	-0.0269	-0.0165	0.0859
	0.3270	(0.0000)	(0.2480)	0.0750	0.0380
β_2	0.3498	1.1367	0.8995	0.4038	-0.0518
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	0.0010	0.0890
$d_{ARFIMA(2)}$	-0.1126	-0.3024	-0.1105	-0.1634	0.1331
	0.0120	(0.0000)	0.0100	0.0420	(0.0000)
ω_2^*	0.2731	0.2913	1.2892	0.6243	0.3188
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
$d_{HYGARCH(2)}$	0.4159	0.9852	0.2291	0.1096	0.7444
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
k_2	0.3035	0.9805	-	0.9817	0.9493
	(0.0000)	(0.0000)	-	(0.0000)	(0.0000)
ϕ_2	0.8941	0.1791	0.5419	0.0930	0.0343
	(0.0000)	(0.1380)	(0.0000)	(0.4440)	(0.5930)
θ_2	0.8691	0.8997	0.1606	0.9404	0.7127
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0410)	(0.0000)	(0.0000)

Pour ces fonds, l'examen des paramètres d'intégration fractionnaire des équations de la moyenne pour les deux régimes met en évidence deux niveaux de persistance. Les deux régimes présentent des paramètres de mémoire longue de signes opposés pour deux régimes. En particulier, la mémoire longue est souvent accordée à une forte exposition à l'indice MSCI monde en plus d'une moyenne conditionnelle faible ou négative. La persistance des rentabilités dans ce cas ne peut pas être expliquée par les capacités des gérants à maintenir de telles performances mais elle reflète une structure de forte dépendance liée aux problèmes d'illiquidités.

Les résultats de l'estimation de la modélisation Beta-Switching-ARFIMA-HYGARCH des *hedge funds* britanniques sont consignés dans le tableau 27. Ils montrent que ces fonds sont caractérisés par deux niveaux d'exposition différents dans la mesure où les betas du régime 1 sont tous supérieurs à ceux du régime 2. De plus, les paramètres d'intégration fractionnaire de ces *hedge funds* indiquent qu'ils sont caractérisés par deux niveaux de persistance. Nous remarquons une forte présence des phénomènes de mémoire au régime 2 relatif à une faible exposition. Pour ces fonds, la persistance des rentabilités est souvent associée à une moyenne conditionnelle positive et élevée contrairement à l'anti-persistance qui est rattachée à une moyenne conditionnelle faible. Ce constat est en cohérence avec la notion de persistance pure des rentabilités. Ainsi, cette structure de forte corrélation pourrait être expliquée par la capacité des gérants britanniques à générer de bonnes performances. En définitive, la modélisation Beta-Switching-ARFIMA-HYGARCH a été sélectionnée pour modéliser 4 des 5 *hedge funds* luxembourgeois, le fond LU0058464982 étant modélisé par un Beta-Switching-ARFIMA-FIGARCH. Ces fonds présentent un comportement similaire à celui des fonds français en ce qui concerne la forte présence de l'anti-persistance.

Les résultats des tableaux 25, 26, 27 et 28 révèlent également la forte persistance de la volatilité conditionnelle des rentabilités des *hedge funds*. Ces fonds font l'objet de chocs de différentes natures. De plus la persistance de la volatilité est généralement accompagnée de non-stationnarité indiquant le caractère risqué de ces actifs ce qui n'est pas observable avec les outils standards tel que l'écart type. Ce constat met en exergue le caractère opaque et le manque de transparence dans l'industrie des *hedge funds*.

Conclusion :

Les *hedge funds* sont attractifs car ils génèrent des performances extraordinaires décorrélées avec celles des autres actifs. Ces caractéristiques sont cependant fondées sur l'hypothèse que les rentabilités sont gaussiennes, indépendamment et identiquement distribuées (iid). De plus, ce constat émane de l'utilisation d'outils standards qui ne tiennent pas compte des spécificités des rentabilités des *hedge funds*. L'étude de la corrélation entre les rentabilités des *hedge funds* et les actifs standards à travers les ondelettes, par exemple, nous a révélé une structure de corrélation non linéaire qui est fonction de l'horizon considéré.

D'une manière générale, les rentabilités des *hedge funds* font l'objet de plusieurs fait stylisées telles que l'asymétrie, l'excès de *kurtosis* ainsi qu'une forte structure de corrélation. Il est ainsi important de prendre en compte l'ensemble de ces caractéristiques lors de l'évaluation de la performance des *hedge funds* ainsi que lors de la modélisation de la dynamique de leurs rentabilités. Plusieurs études ont marqué l'insuffisance des modèles factoriels linéaires ou linéaires incluant des régresseurs non-linéaires à analyser la performance des *hedge funds*. Plusieurs recherches ont toutefois porté sur les modélisations de type markoviens afin de prendre en compte les changements de régime et la non-linéarité. Dans ce cadre, les rentabilités sont modélisées en considérant des processus faiblement dépendants avec des points de changement au niveau de la moyenne. La possibilité d'existence d'une structure de forte dépendance ou de mémoire longue est donc écartée malgré les implications importantes de la détection d'un comportement d'intégration fractionnaire tant sur le plan économique que sur le plan économétrique.

Dans ce chapitre, nous avons établi que la dynamique des rentabilités des *hedge funds* est plus complexe qu'un processus faiblement dépendant avec des changements au niveau de la moyenne ou bien qu'un processus à mémoire longue pure. Dans une perspective économétrique la modélisation Beta-Switching-ARFIMA-HYGARCH nous a permis de contourner le risque de confusion entre vraie mémoire longue et mémoire longue fallacieuse générée par un changement de régime lent. Sur le plan économique, l'emploi de la notion de mémoire longue comme proxy pour étudier les problèmes d'illiquidité et

le phénomène de persistance couplé avec des expositions dynamiques à travers les betas nous a permis d'approfondir notre compréhension de l'asymétrie des comportements des gérants face aux problèmes d'illiquidités et la volonté de ces derniers à maintenir de bonnes performances.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans cette thèse, nous développons des modélisations adaptées à la dynamique non linéaire des rentabilités des *hedge funds*. Cette démarche nous permet de prendre en compte les dépendances, les effets de persistance ainsi que les problèmes d'illiquidité sur les marchés. La spécificité de notre approche réside dans la combinaison, dans un cadre unifié, des processus à mémoire longue et ceux à changement de régime. Cette combinaison de processus non linéaires faiblement dépendants avec des processus fractionnairement intégrés, nous a permis de mieux appréhender les mécanismes complexes qui gouvernent la dynamique des rentabilités des *hedge funds* et celle de leurs expositions au risque de marché.

Notre analyse a porté, dans un premier temps, sur les rentabilités des *hedge funds* afin de déceler les propriétés statistiques qui les qualifient usuellement. Ces rendements sont principalement caractérisés par la présence d'une asymétrie significative ainsi qu'un excès de *kurtosis* rejetant l'hypothèse de normalité. Ils possèdent, en outre, une forte corrélation sérielle. La cause principale présentée le plus couramment dans la littérature spécialisée est l'incorporation de certains actifs illiquides dans la composition du fond, dont la valorisation est difficile. La structure d'interdépendance non linéaire entre les *hedge funds* d'une part et les *hedge funds* et les actifs standards d'autre part montre niveaux de corrélations qui dépendent de l'état du marché. Cette relation de dépendance s'accroît d'une manière spectaculaire en période d'agitation. Nous approfondissons ce résultat en prenant en compte différents horizons via une approche originale basée sur la transformée d'ondelettes. Dans ce cadre, nous avons montré que ces corrélations ne sont pas seulement fonction de l'état du marché mais aussi de l'horizon considéré.

C'est ce qu'indiquent les niveaux de corrélations faibles observés dans un

marché calme et qui tendent à s'accroître considérablement au fur et à mesure que l'horizon augmente. Sur le plan économique, les explications varient d'une stratégie à l'autre et mettent en avant principalement les problèmes d'illiquidité. A côté de ces faits stylisés, largement répandus dans la littérature, nous avons également mis en évidence l'existence de la mémoire longue dans les rentabilités des *hedge funds* dont la présence est associée à un comportement d'intégration fractionnaire. Cependant, dans une perspective économétrique de modélisations, nous n'avons pas retenu la seule composante de mémoire longue et sa modélisation par les processus purement fractionnaires. En effet, les développements récents mis en avant par Engle et Smith (1999), Dieblod et Inoue (2001), Gouriéroux et Jasiak (2001) et Granger et Hyung (2004), montrent que certains processus comme les processus à changement de régime lent, peuvent engendrer des caractéristiques similaires à celles des processus à mémoire longue. Il devenait donc nécessaire dans cette recherche de valider la présence de la mémoire longue détectée par les tests usuels avant de la différencier de la mémoire longue fallacieuse. Pour cela, nous avons analysé le comportement de certains tests fréquemment utilisés dans les études empiriques face à un changement de persistance généré par la simulation des processus TVFD (Time-Varying Fractionally Differenced). Plus précisément, nous avons démontré l'insuffisance des techniques standards de détection de la mémoire longue tel que le test de Geweke et Porter-Hudak (1983) pour détecter l'existence d'un comportement d'intégration fractionnaire. En d'autres termes, la variabilité du paramètre d'intégration fractionnaire peut conduire à un rejet total de l'hypothèse de mémoire longue.

Dans notre approche empirique, nous avons montré par la modélisation MSARFIMA de Härdle et Tsay (2009) des indices CSFB/Tremont *Hedge funds*, que les rentabilités de ces fonds sont caractérisés par deux niveaux de persistance : dans un régime à faible volatilité, les rentabilités des *hedge funds* sont persistantes et leurs dynamiques sont régies par une composante à mémoire longue. Ceci implique que dans un régime normal, l'effet des chocs sur les rentabilités persisteront pour une longue durée avant de converger vers un état stable. La persistance des chocs est néanmoins plus importante dans le régime à forte volatilité révélant un processus non stationnaire avec un phénomène de retour à la moyenne pour certaines stratégies. Ainsi, dans les périodes de stress, même si les chocs affectent les valeurs actuelles des séries, ces valeurs tendront

vers leurs moyennes à long terme. En définitive, nous montrons que le modèle MSARFIMA qui combine le comportement d'intégration fractionnaire et les changements de régimes est doté de capacités prédictives supérieures à celles des modélisations usuelles traitant ces comportements séparément, (les modélisations ARFIMA d'une part et le processus Markov Switching (MS) d'autre part). Notre modélisation conduit ainsi à la normalité des résidus pour huit des dix séries étudiées.

Une étude approfondie de l'ensemble des propriétés statistiques des rentabilités des *hedge funds* marque l'insuffisance des modélisations linéaires standards (ou linéaires incluant des facteurs non linéaires) à analyser la performance des *hedge funds* et leurs structures d'expositions non linéaires au risque du marché. De cette étude, nous nous sommes confrontés au choix entre les modèles à changement de régime et les processus à mémoire longue. Les premiers offrent en effet, une flexibilité pour s'adapter à la dynamique des rentabilités, alors que les seconds possèdent de bonnes capacités prédictives. En outre, ces derniers possèdent des implications économiques concernant la détection de la mémoire longue comme proxy pour les problèmes d'illiquidités. De ce fait, nous proposons deux modélisations mieux adaptées à la dynamique des rentabilités des *hedge funds*. La première ne tient compte que de la dynamique de changement de régime alors que la deuxième combine les changements de régimes avec la mémoire longue :

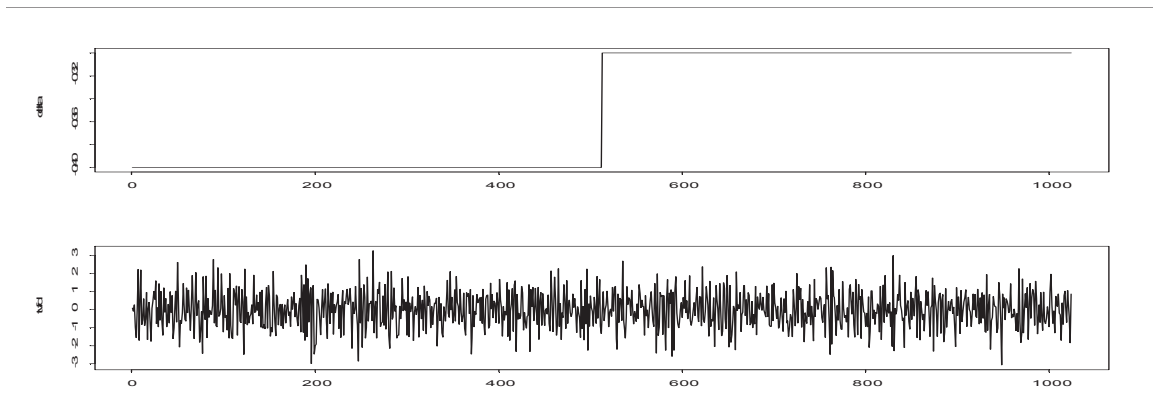
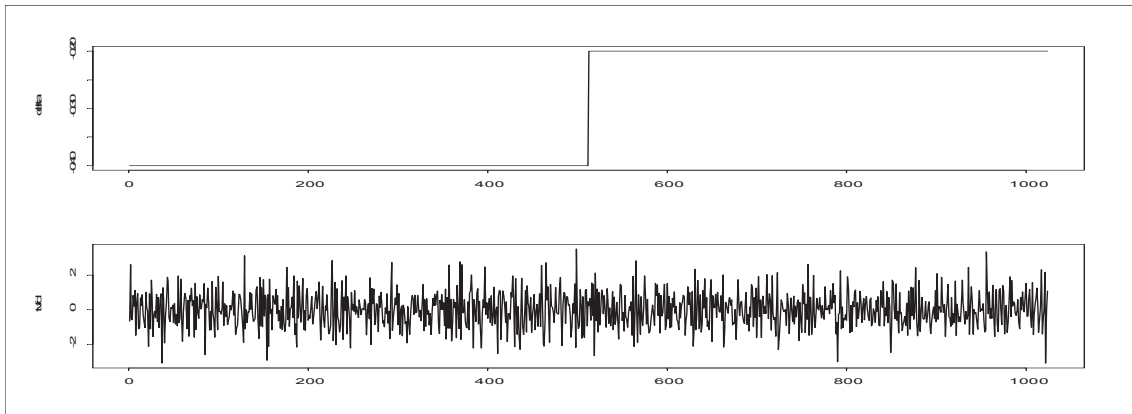
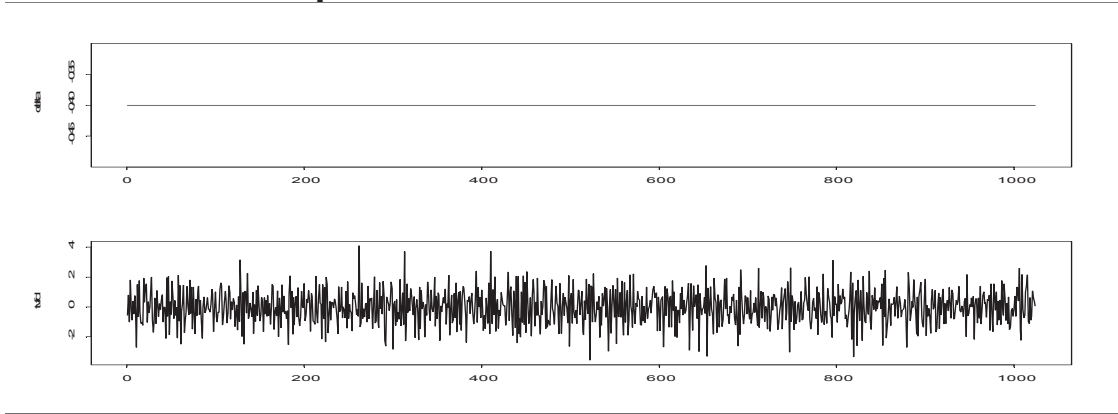
- La modélisation Wavelets Beta Switching est une modélisation simple et originale permettant d'appliquer le modèle Switching Regime Beta (Billio et al. (2006, 2012) sur les coefficients de la transformée en ondelettes décimées partielles (MODWT : Maximum Overlap Discret Wavelet Transform). L'estimation de ce modèle a confirmé l'analyse de la structure des corrélations non linéaires entre les rentabilités de *hedge funds* et celle des actifs standards représentés par l'indice S&P500 dans la mesure où l'écart entre les degrés d'exposition à l'indice S&P500 dans les deux régimes diffère d'une stratégie à l'autre et s'accroît au fur et à mesure que l'horizon augmente.

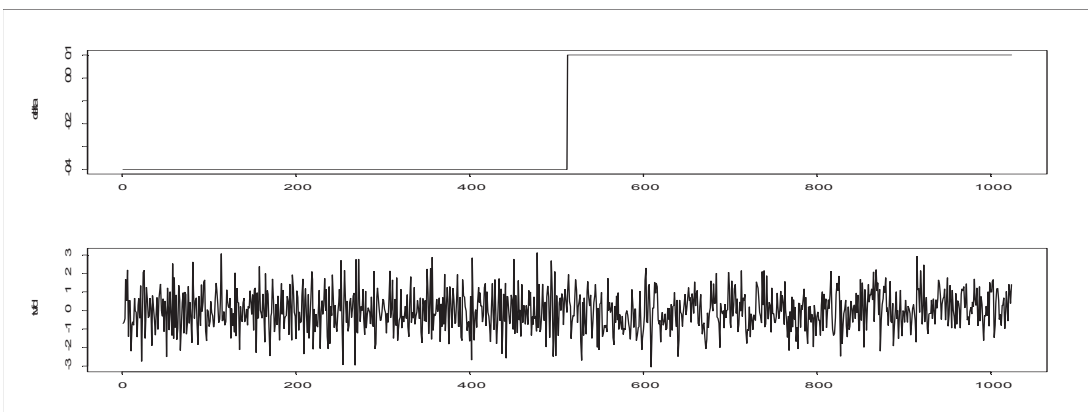
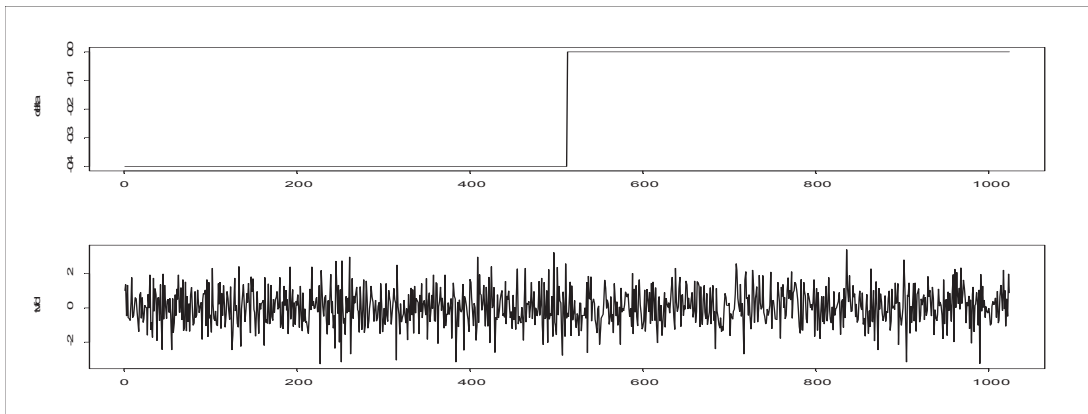
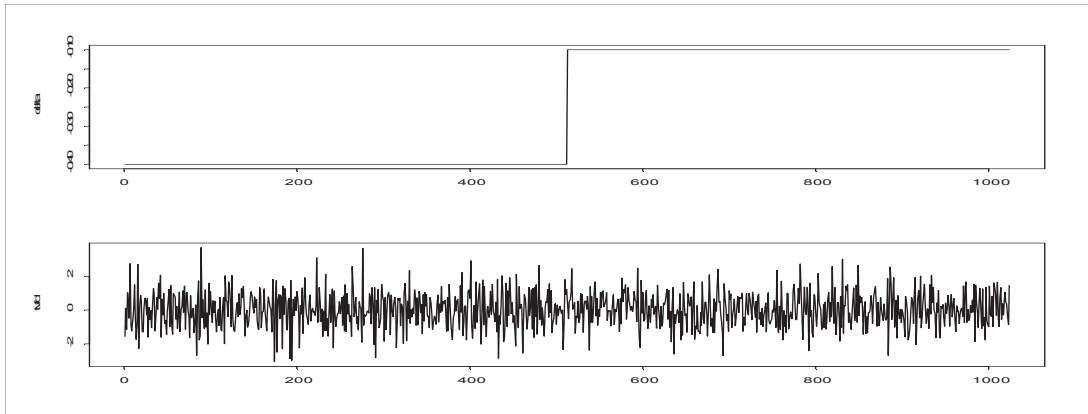
► La modélisation Bêta-switching-ARFIMA-HYGARCH. Dans ce modèle mono-facteur, nous considérons une forme générale des modèles à changement de régimes markoviens permettant de tenir compte de l'hétéroscédasticité conditionnelle et de la mémoire longue en incluant les représentations ARCH et AR infinies. Dans cette perspective, les transitions sont régies par une variable exogène qui représente le facteur. Nous avons appliqué ce modèle sur un échantillon composé de 20 *hedge funds* européens (français, allemands, britanniques et luxembourgeois) ainsi que de l'indice MSCI monde comme facteur. Nous montrons qu'il est possible de restituer la dynamique non-linéaire de ces rentabilités et leurs structures d'exposition au facteur sélectionné, tout en séparant les phénomènes de persistance qui émanent de la capacité des gérants à maintenir de bonnes performances et ceux qui proviennent des problèmes d'illiquidités. En définitive, la forte persistance de la volatilité conditionnelle observée dans les rentabilités des *hedge funds* démasque le *risque caché* de ces fonds et marque le caractère opaque et le manque de transparence dans l'industrie des *hedge funds*.

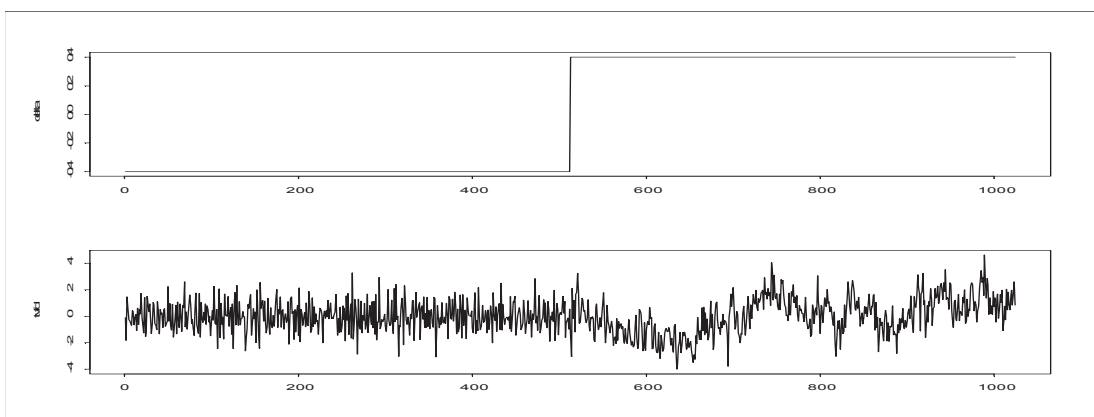
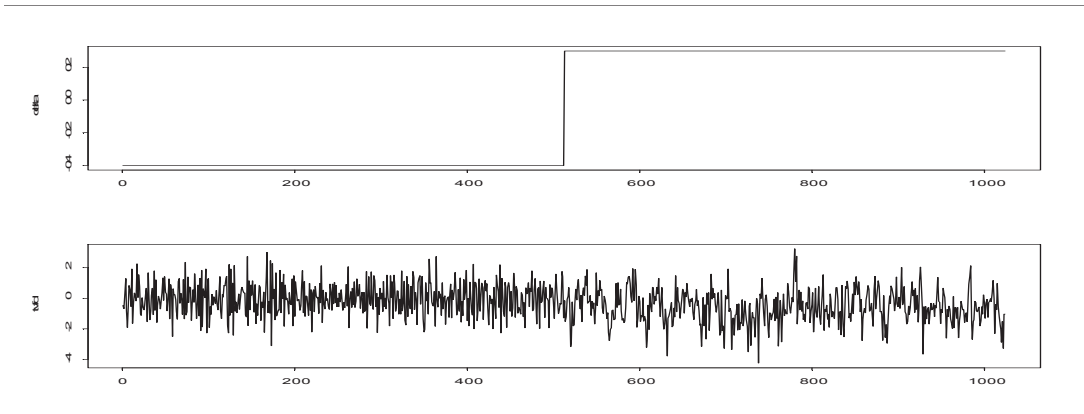
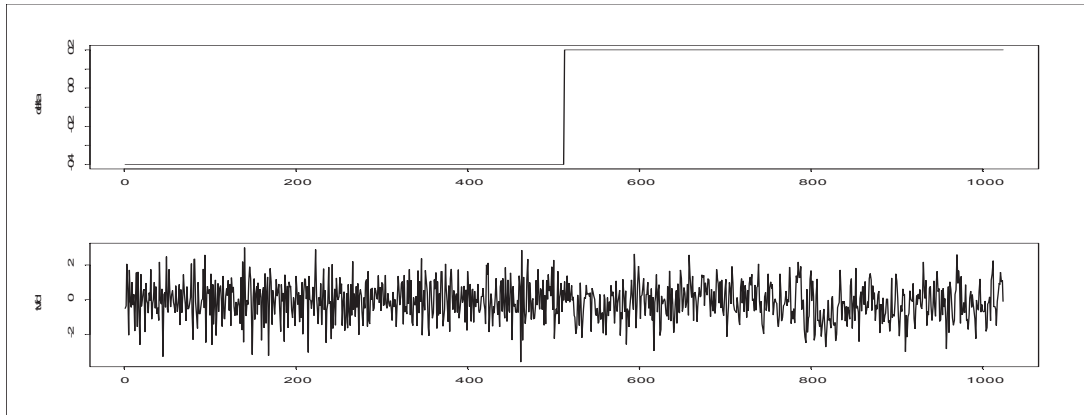
L'objectif de cette thèse était d'élaborer des modélisations mieux adaptées aux propriétés atypiques des rentabilités des *hedge funds*. Cet objet est atteint, en particulier, par le modèle Beta Switching ARFIMA-AHYGARCH qui est capable de capturer les changements de régimes, la mémoire longue à la fois dans la moyenne et dans la volatilité conditionnelle ainsi que les structures d'exposition non linéaires. Sur le plan économique, ce modèle permet d'apporter des éléments de réponses à la forte autocorrélation observée dans les rentabilités des *hedge funds* en relation avec la notion de la persistance absolue et les problèmes d'illiquidités. Sur le plan économétrique, cerner l'ensemble des faits stylisés des rentabilités des *hedge funds*, a conduit à une nette amélioration de la qualité des résidus³². Dans ce cadre une extension naturelle de cette recherche consiste à compléter l'échantillon des *hedge funds* et à étendre notre modèle par l'inclusion de plusieurs facteurs afin de déceler les différentes structures des risques auxquelles les *hedge funds* sont confrontés.

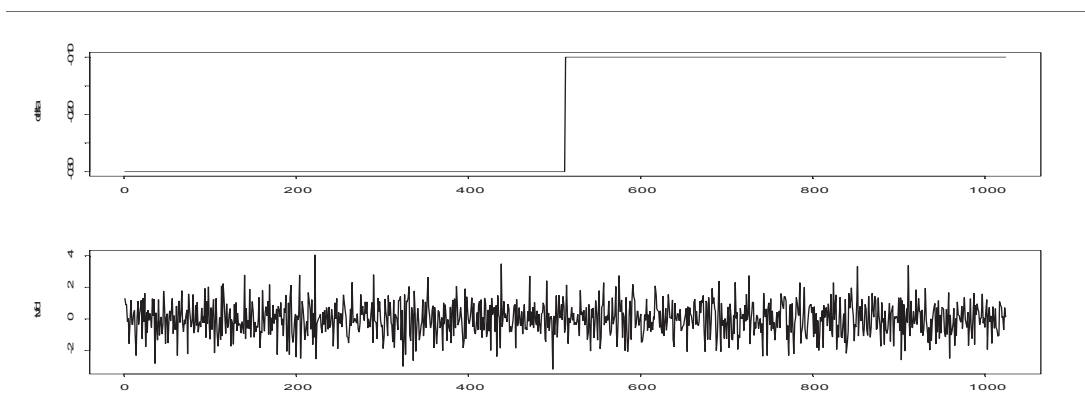
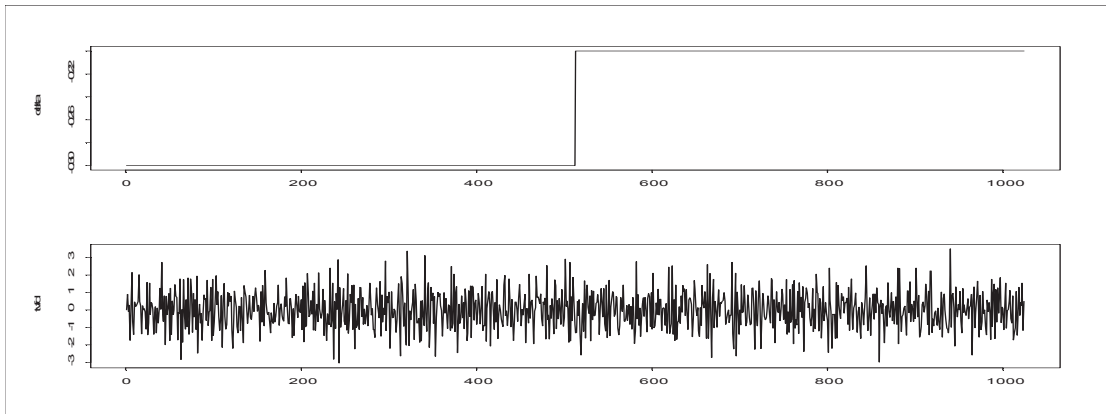
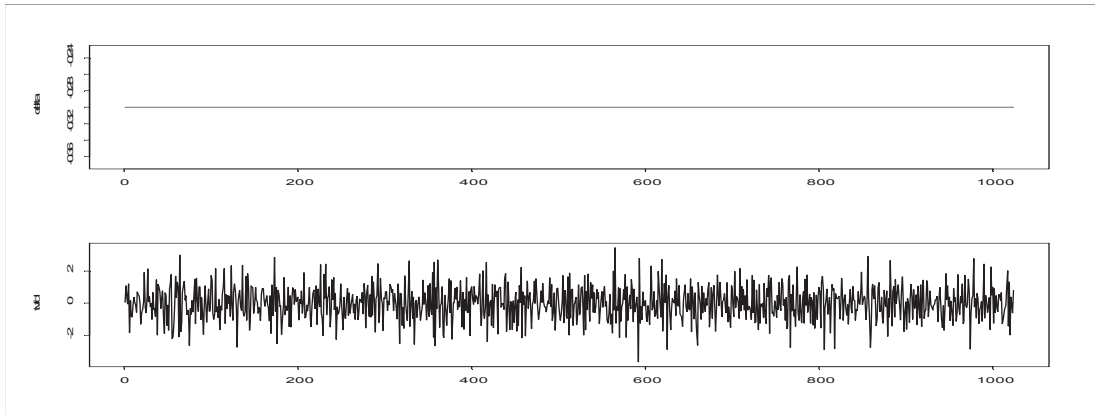
³² Cf annexe A3

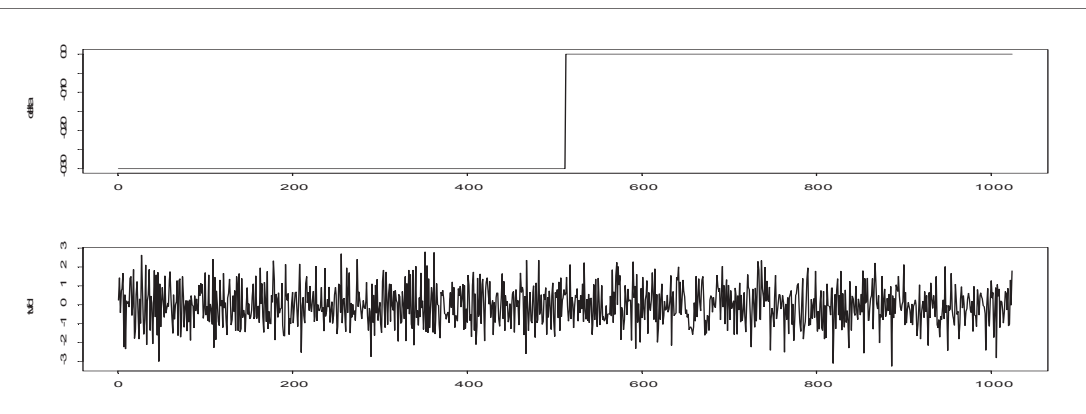
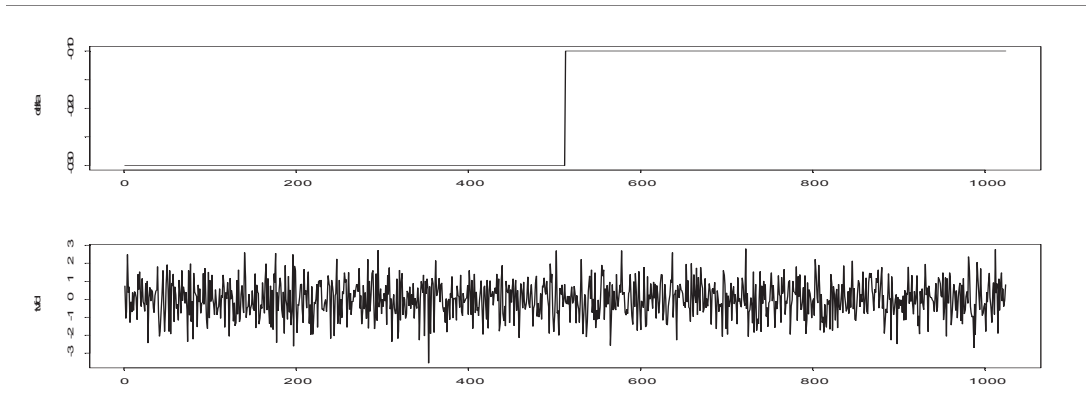
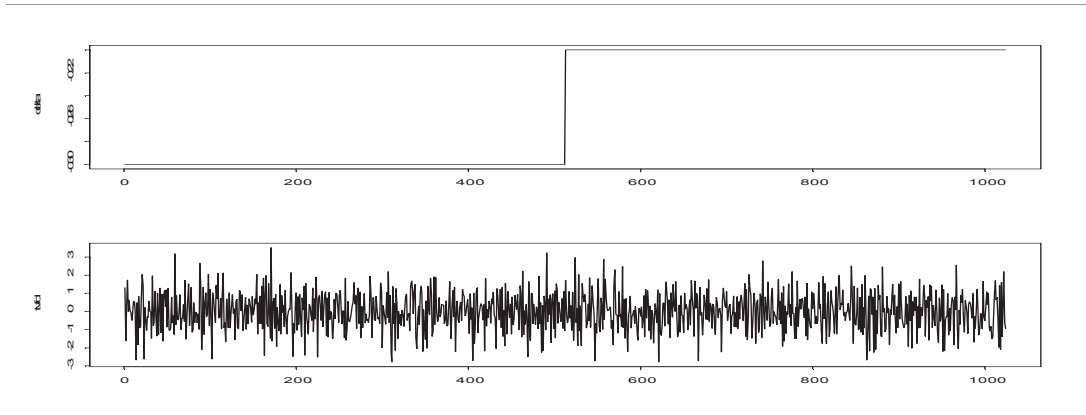
A1 : Simulation des processus TVFD :

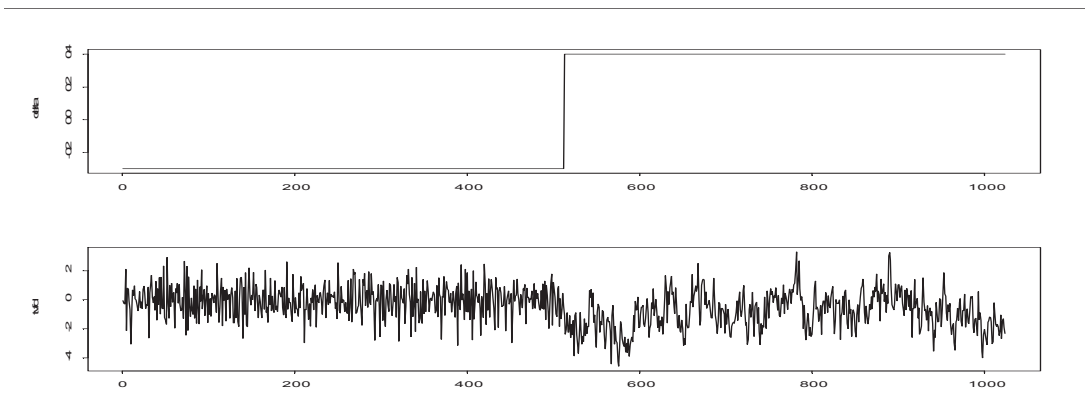
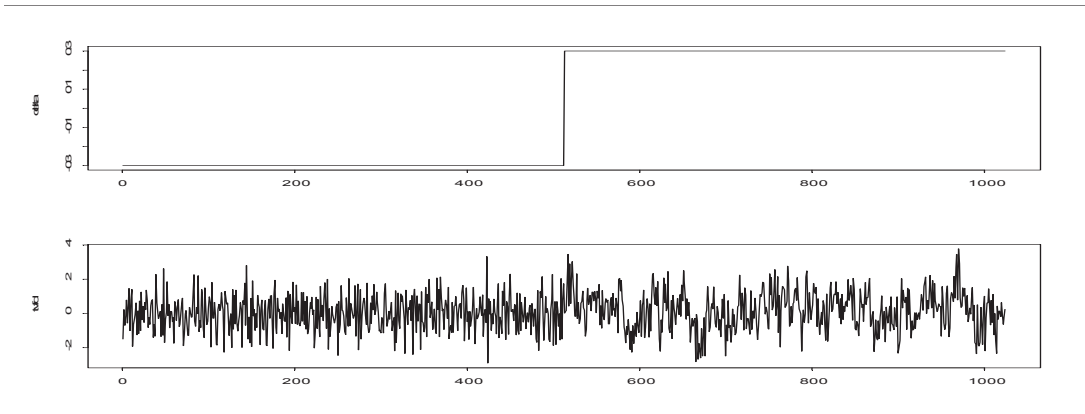
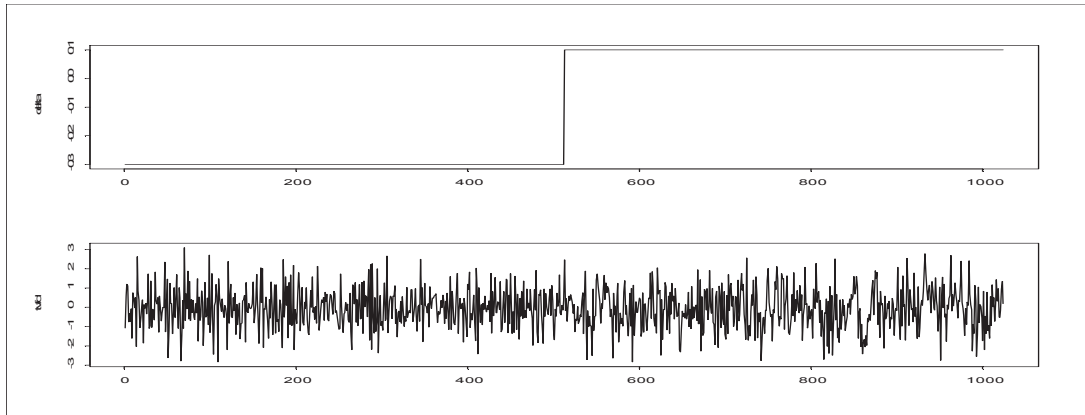


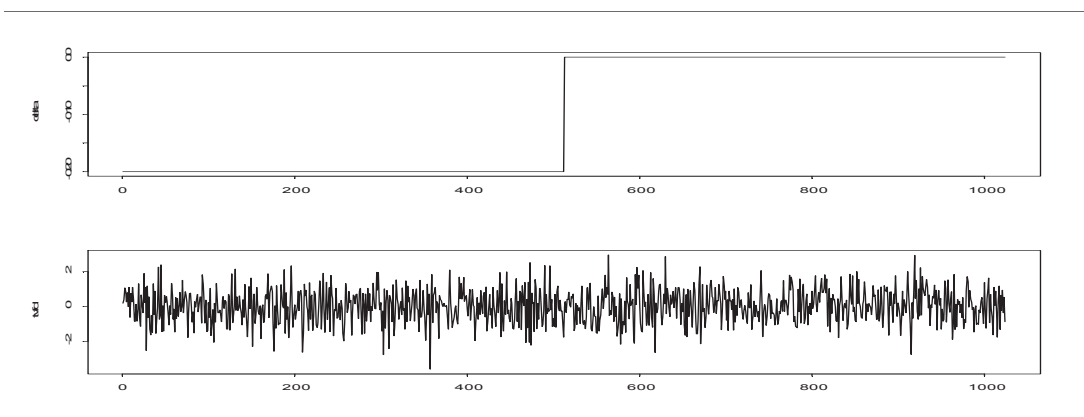
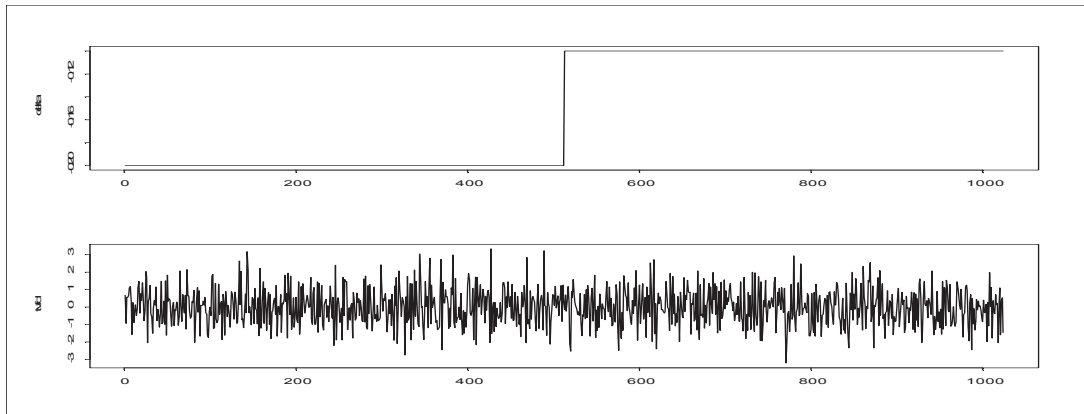
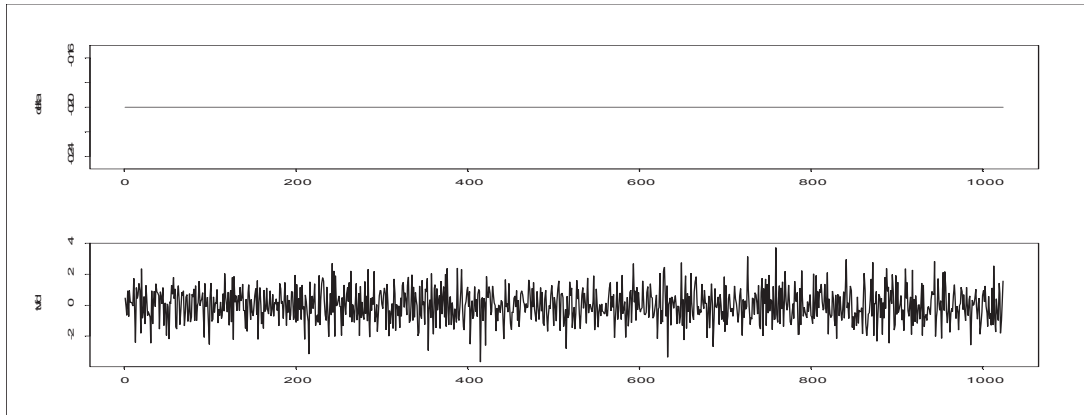


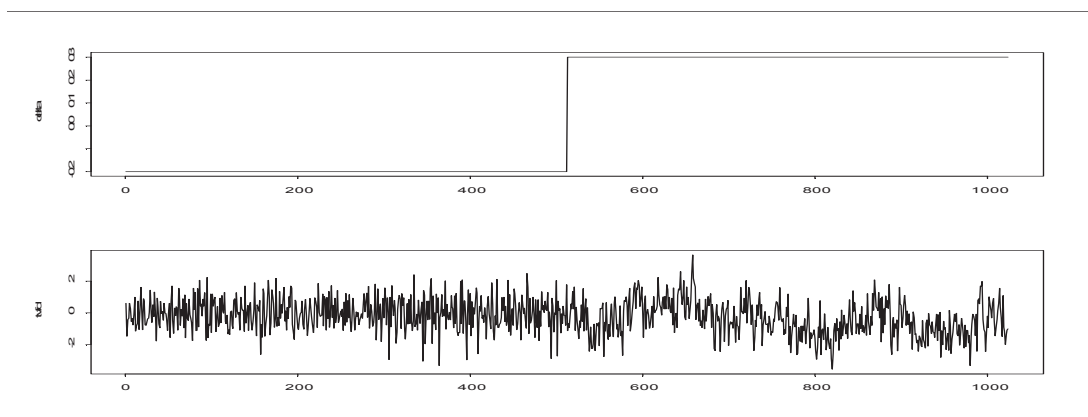
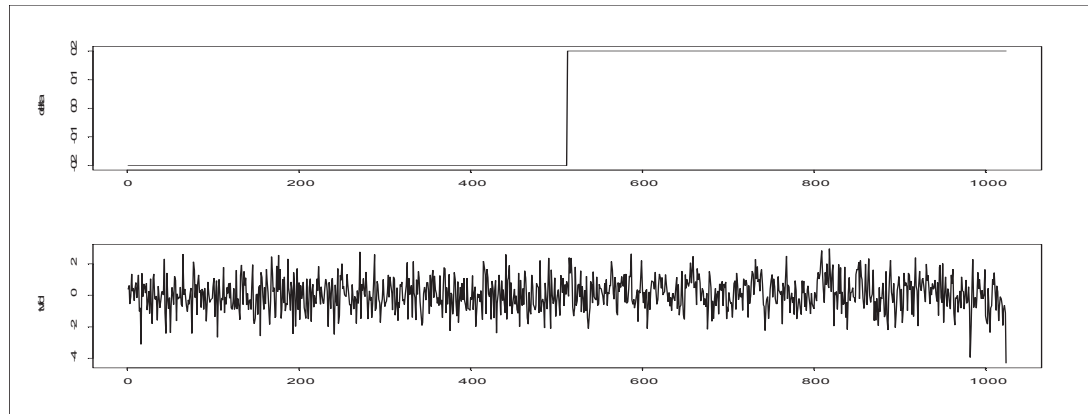
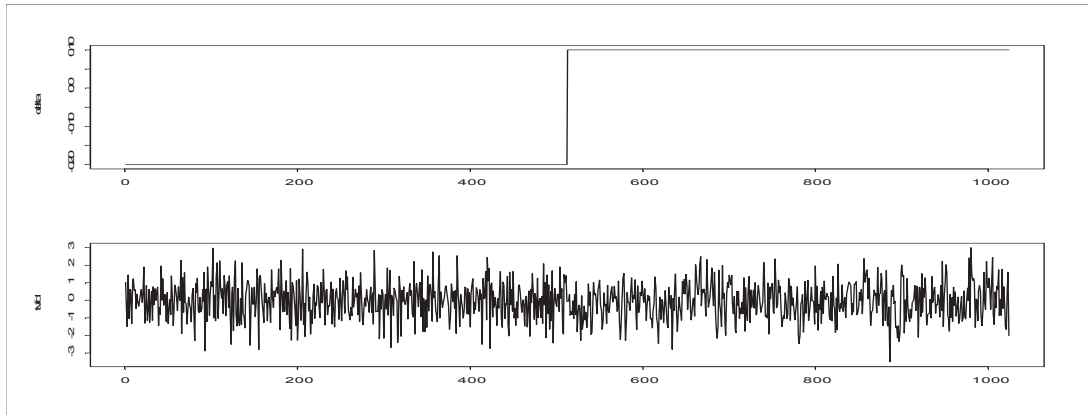


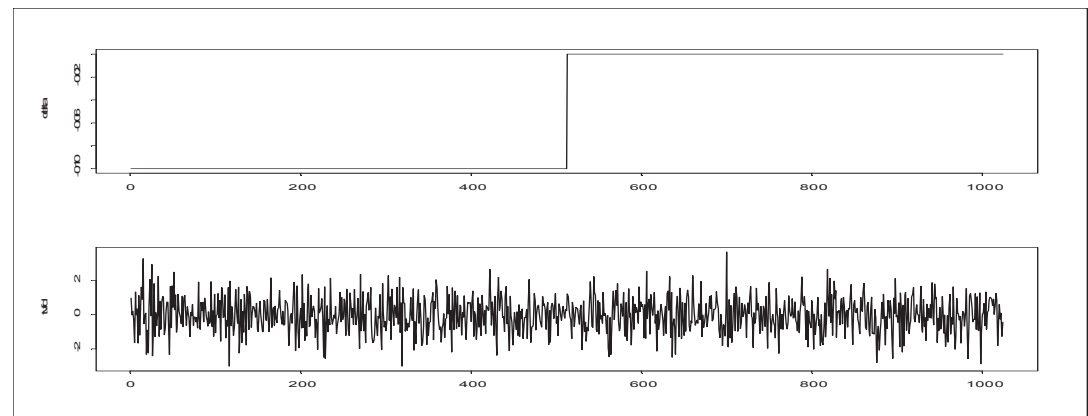
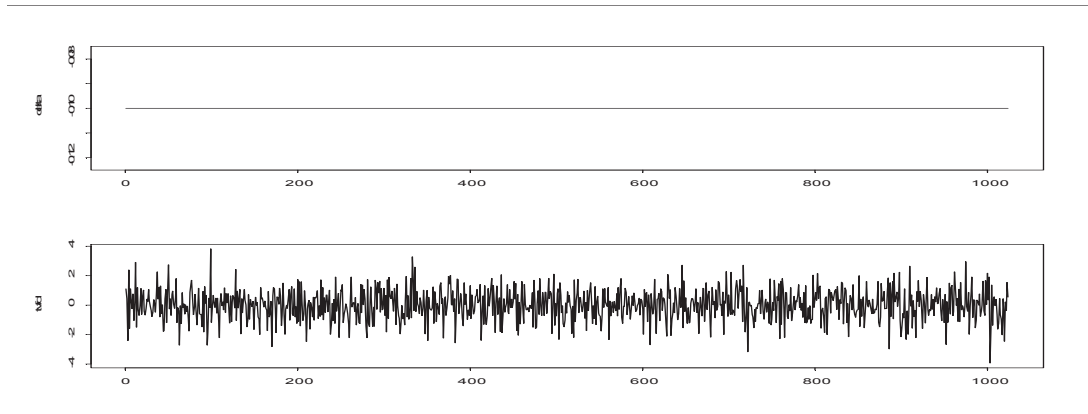
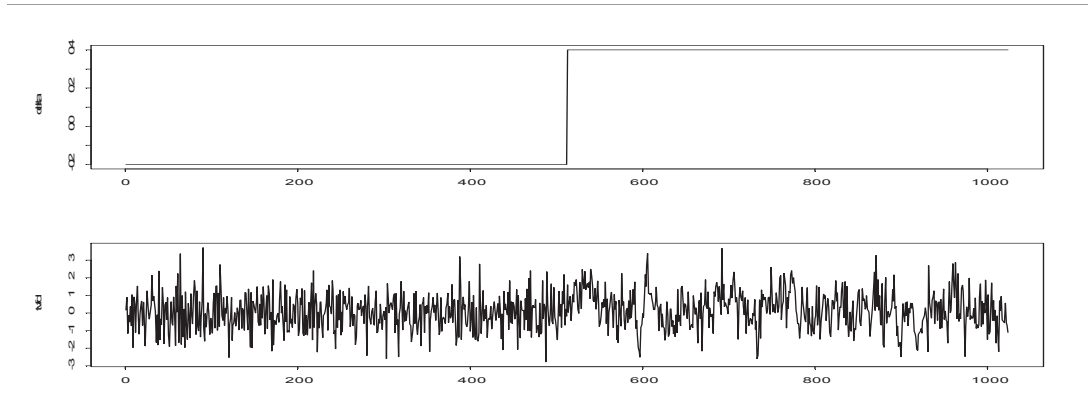


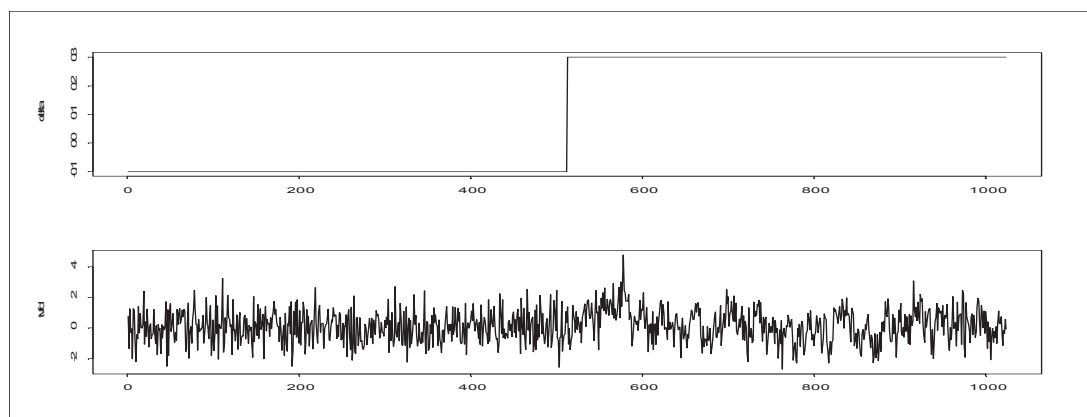
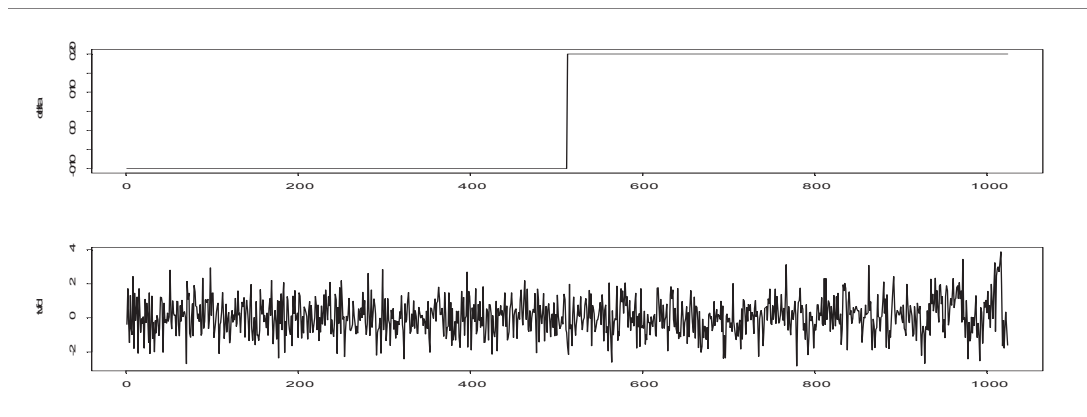
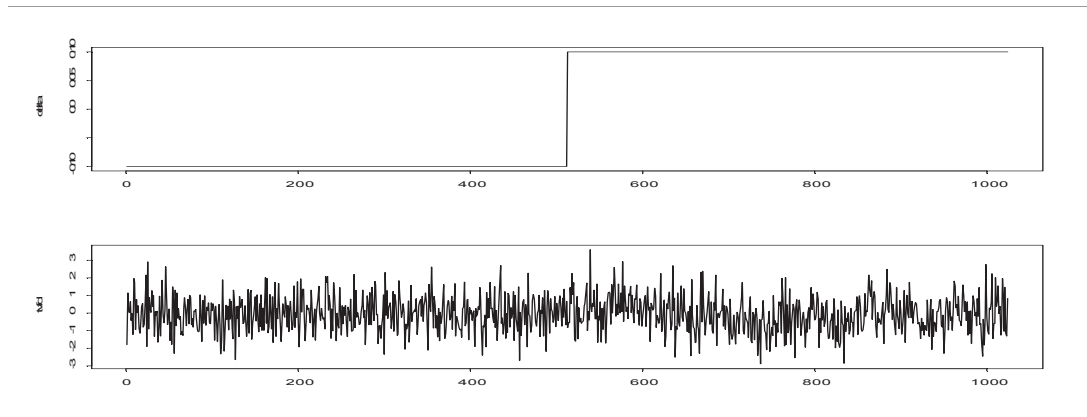


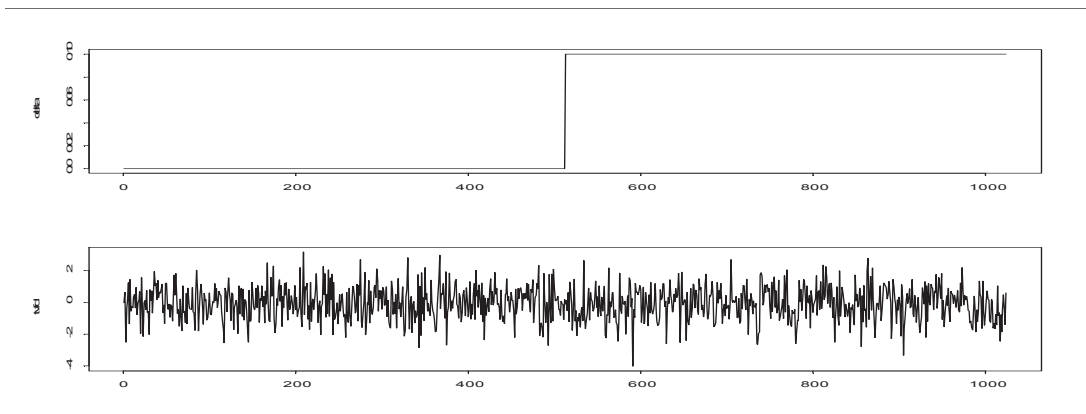
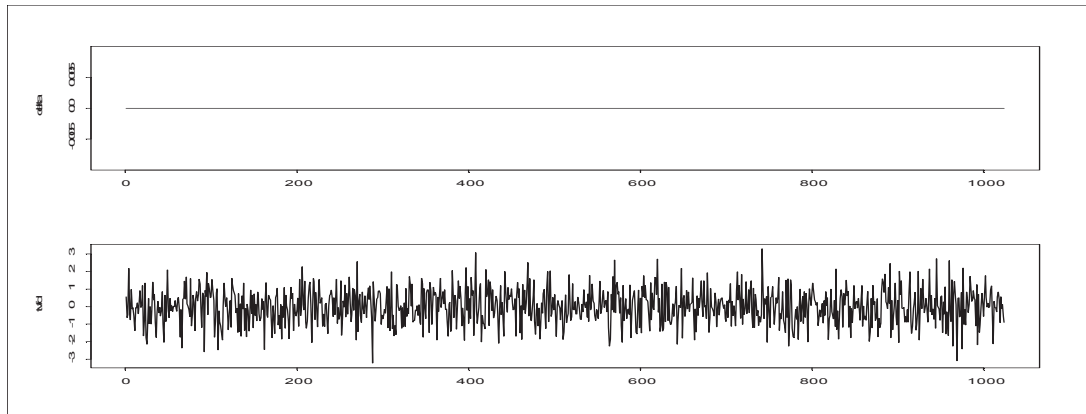
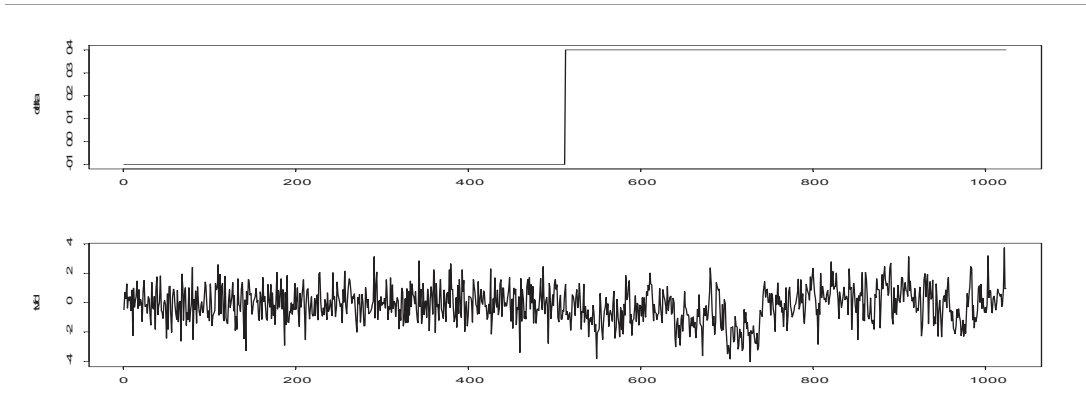


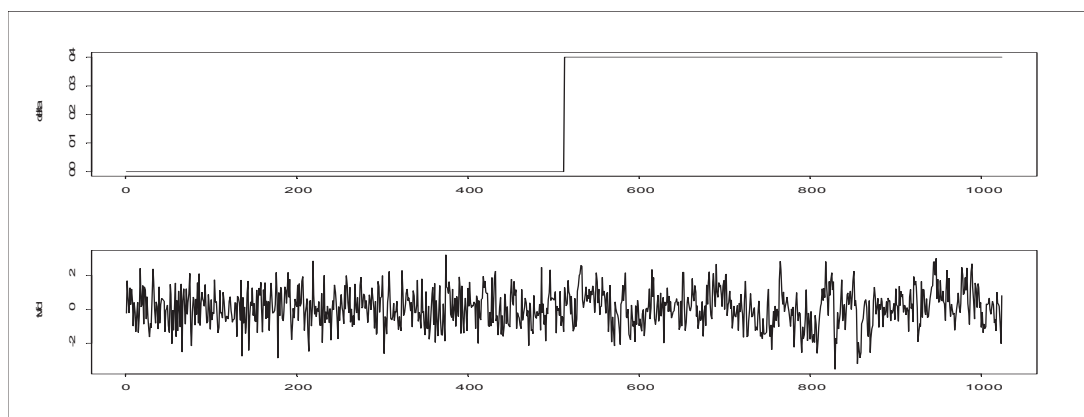
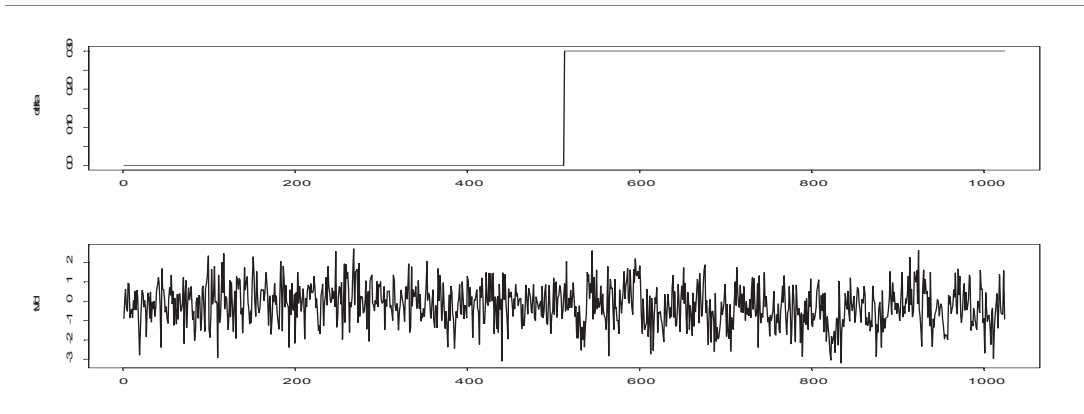
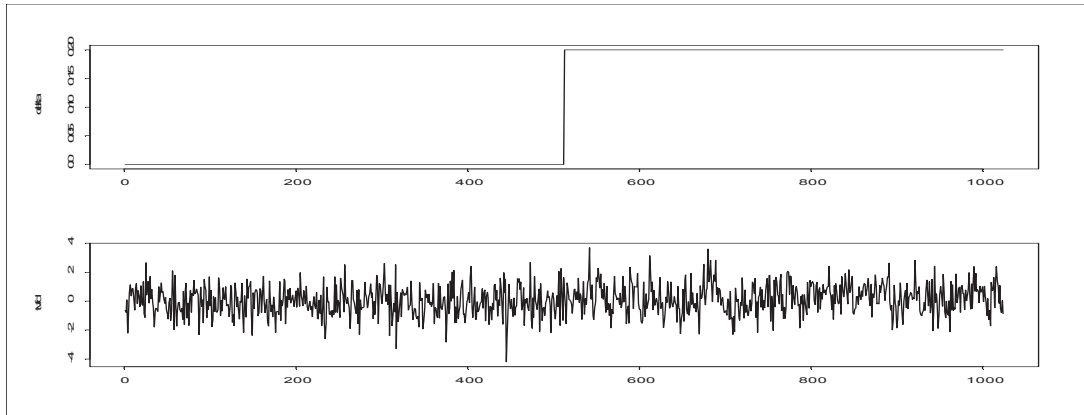


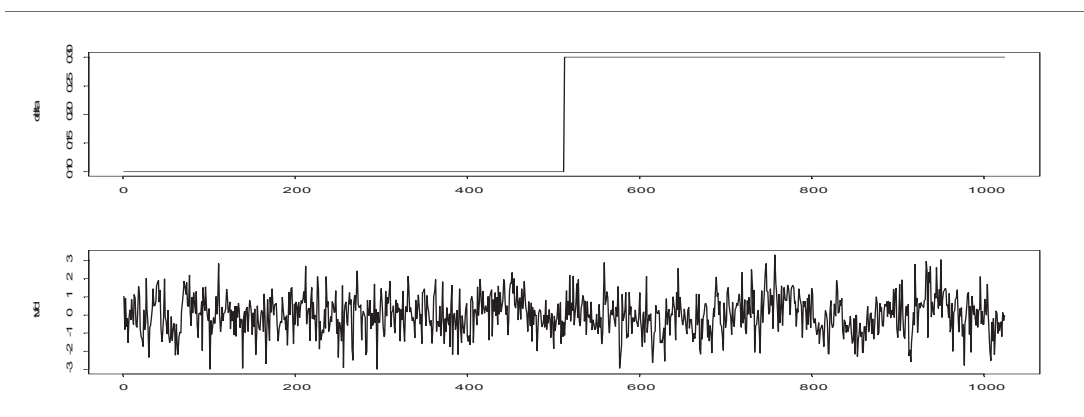
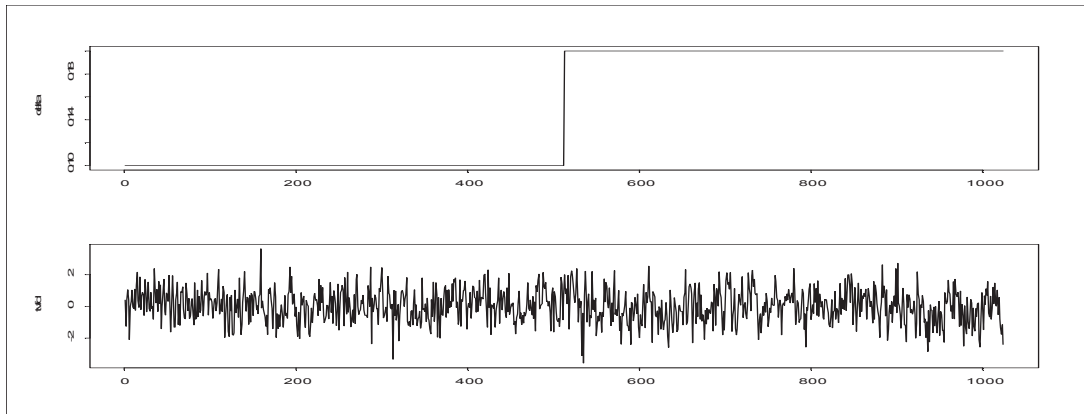
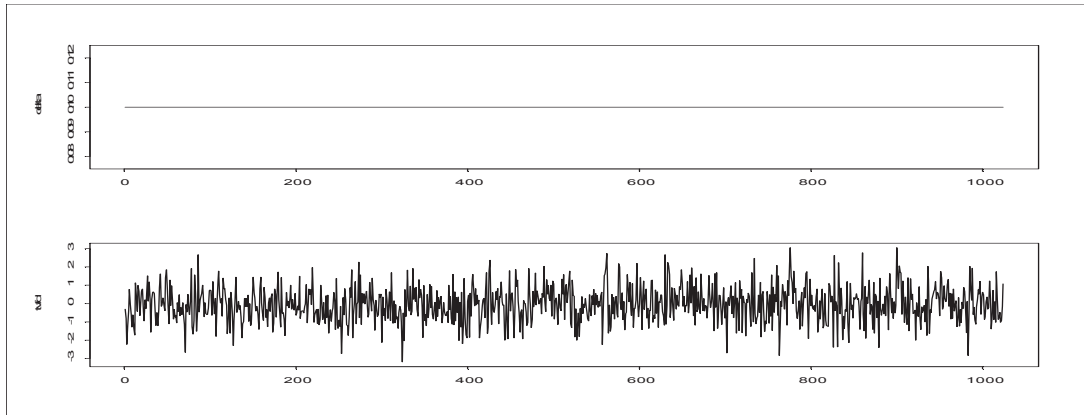


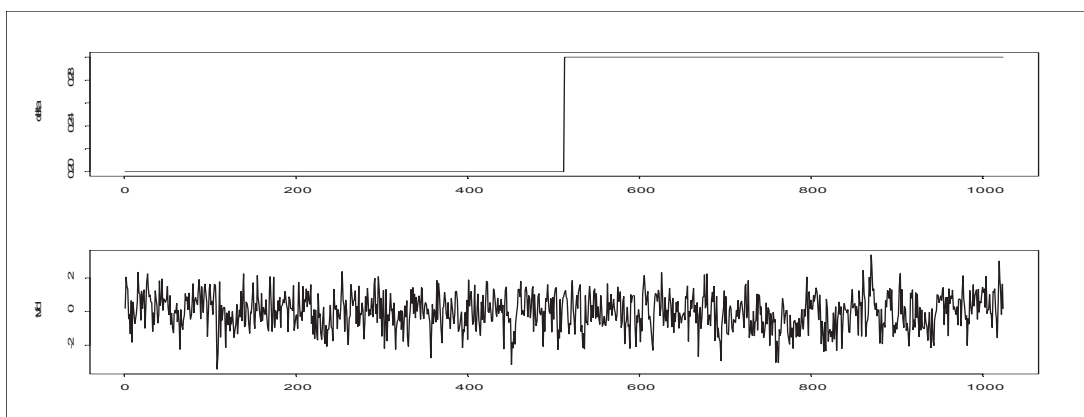
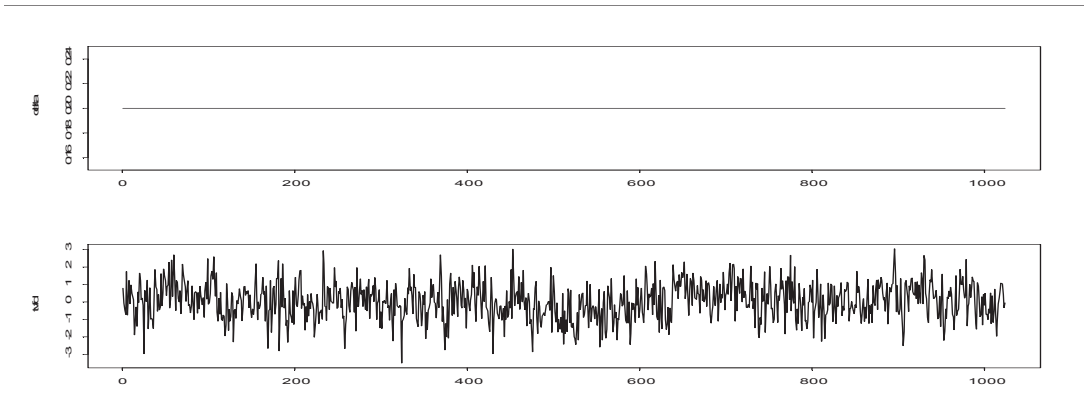
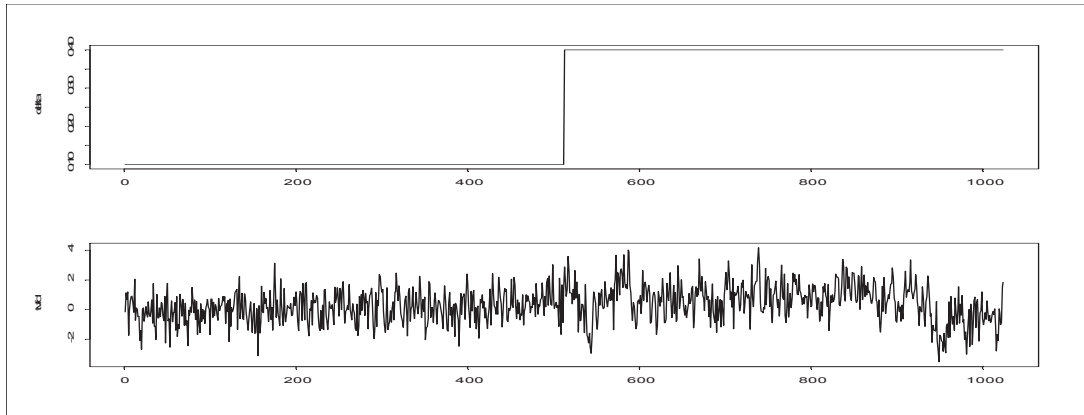


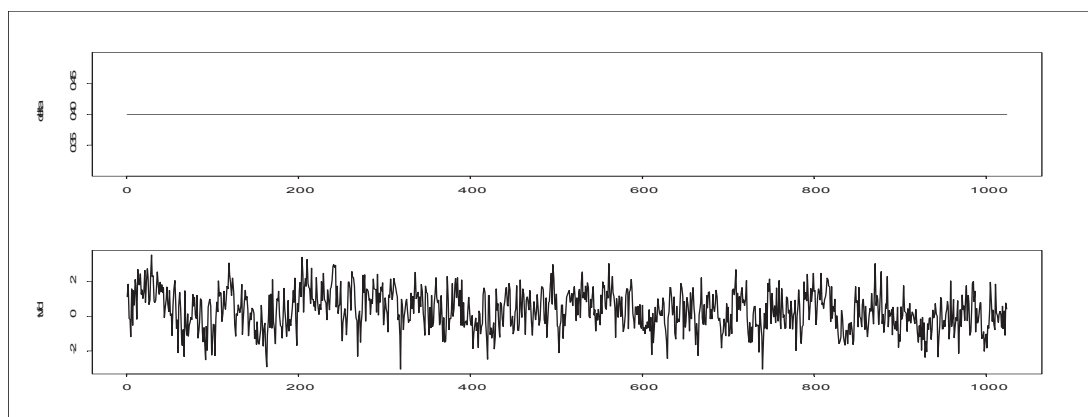
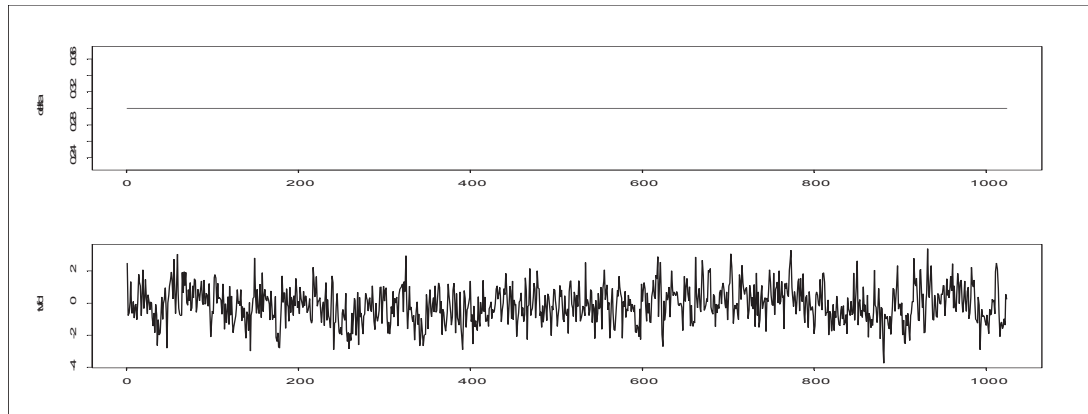
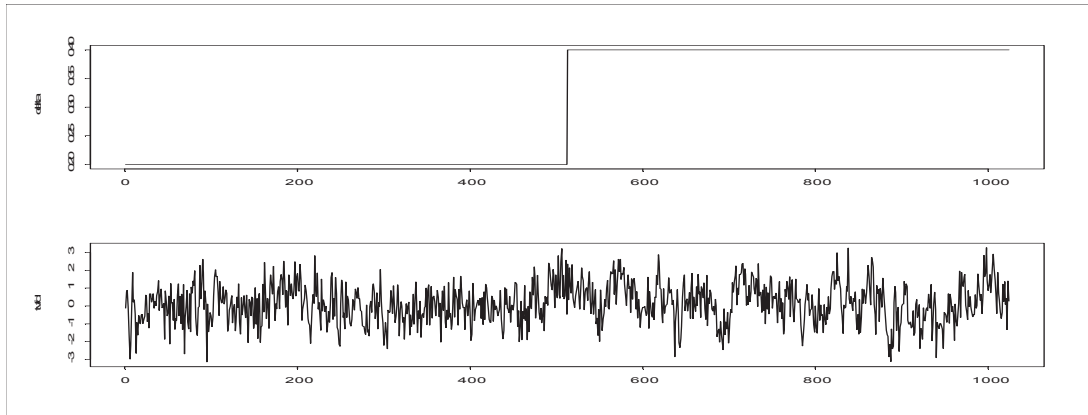




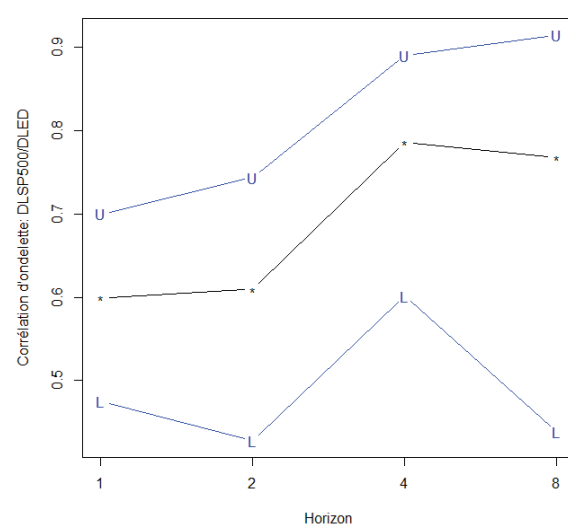
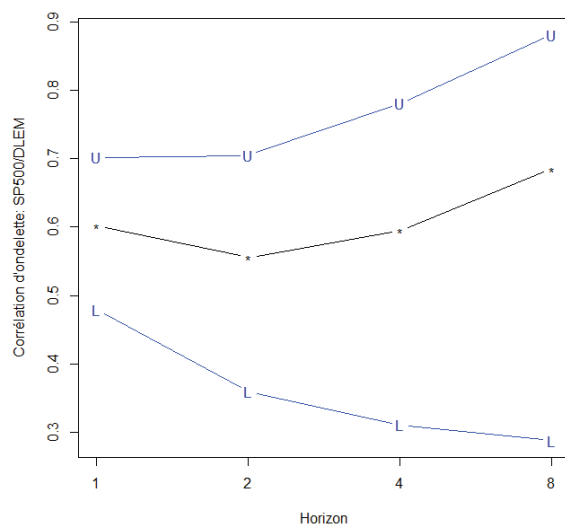
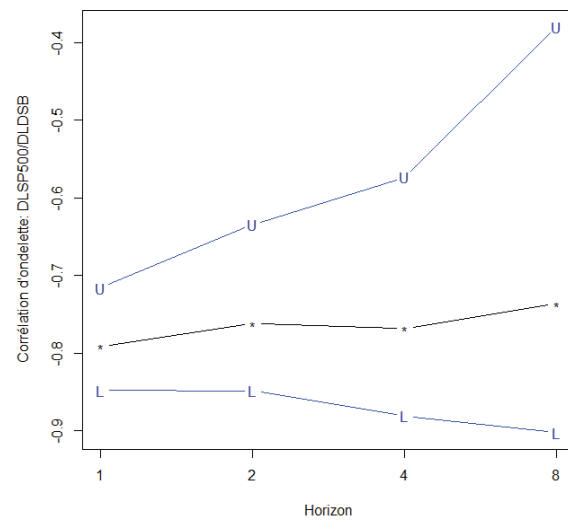
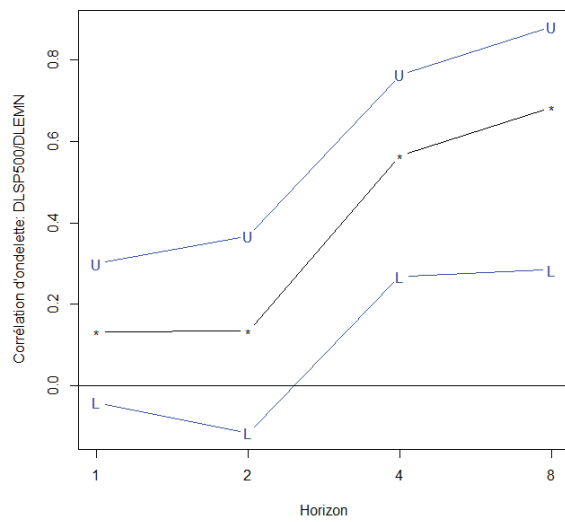
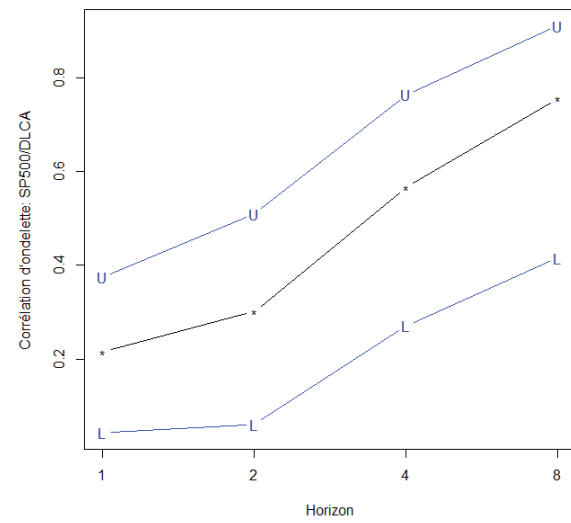
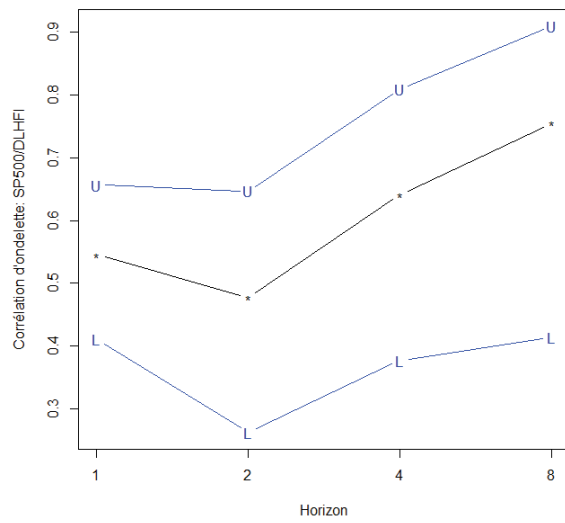


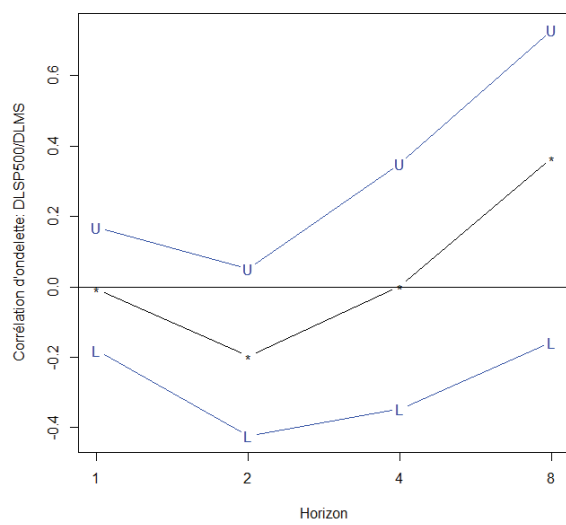
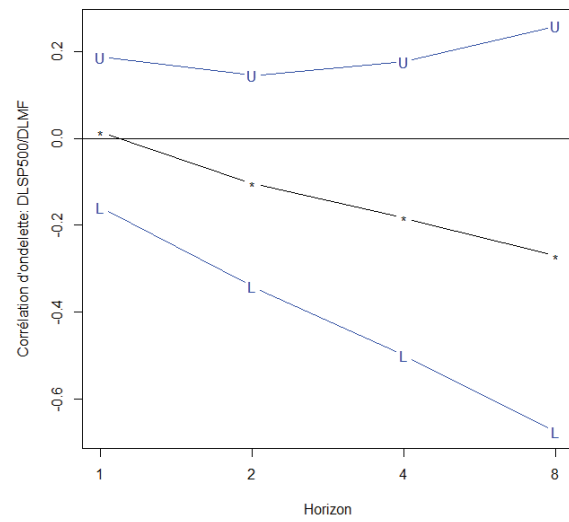
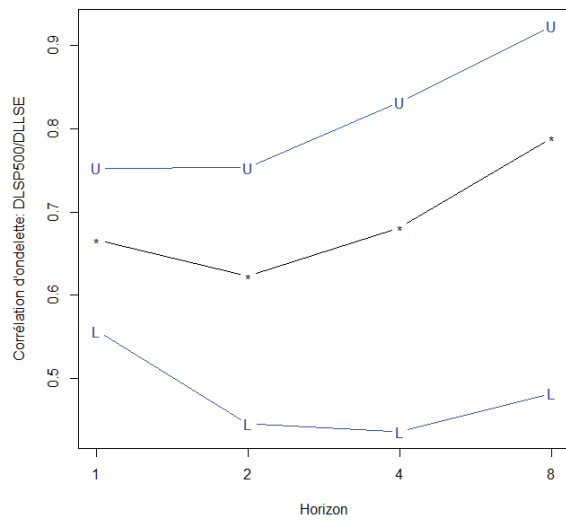
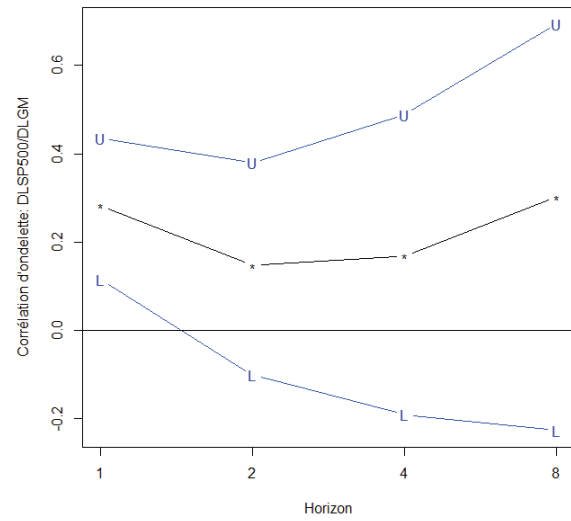
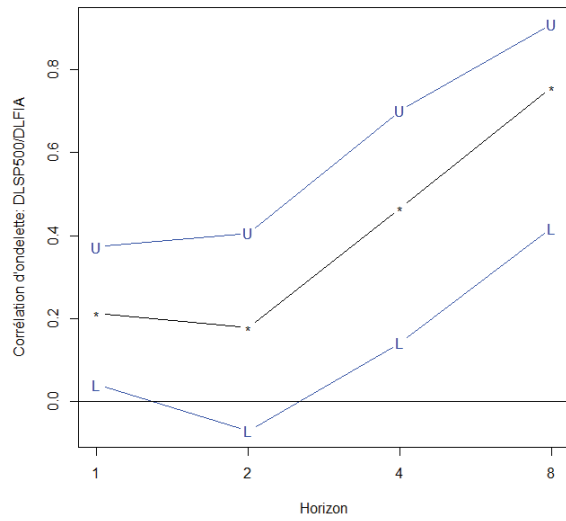




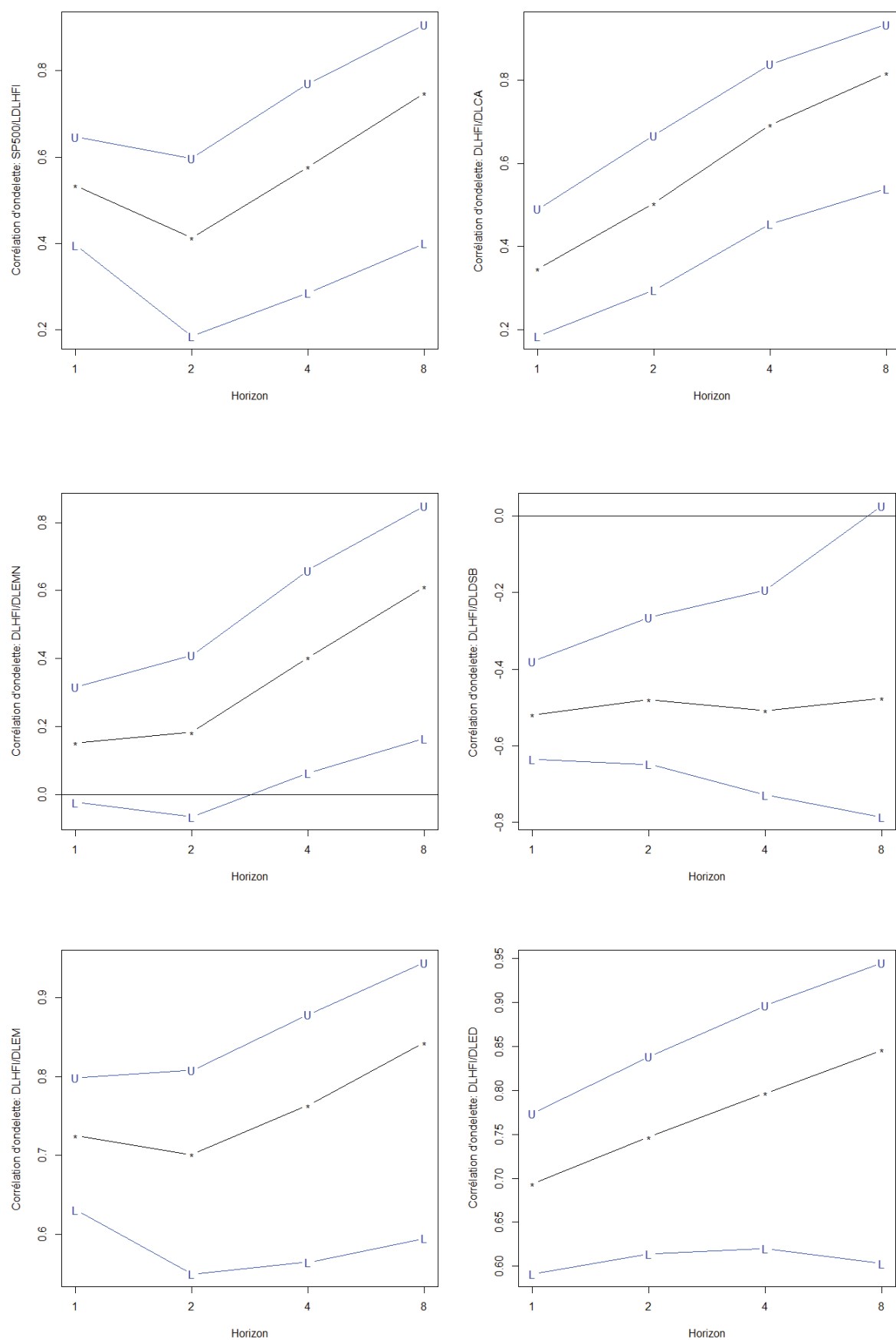


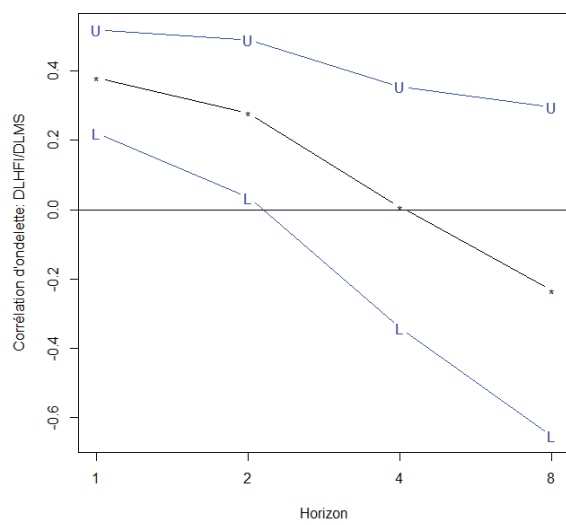
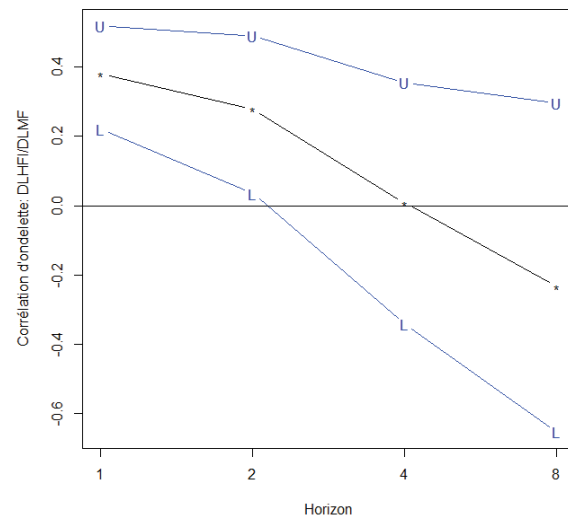
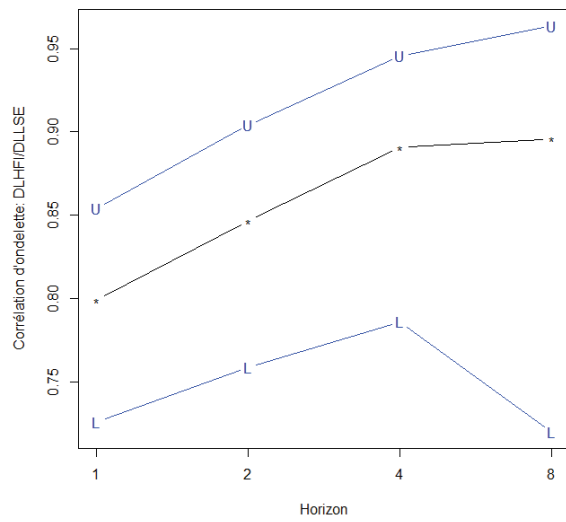
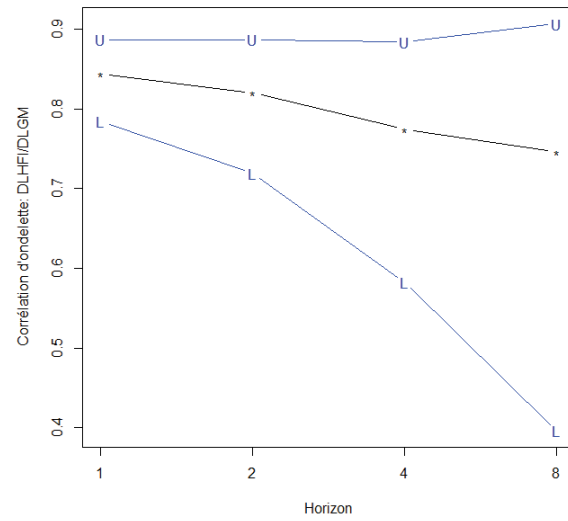
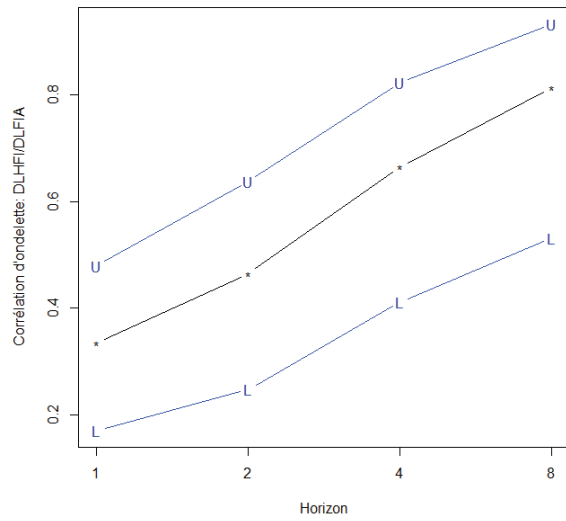
A2.1: Corrélations entre le S&P 500 et les Indices CSFB/Tremont *hedge funds*



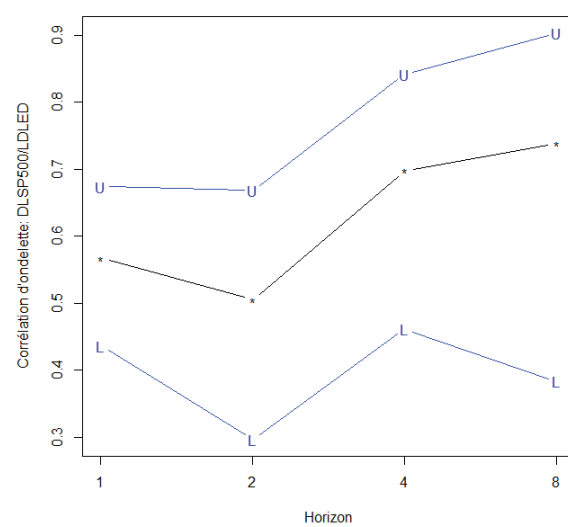
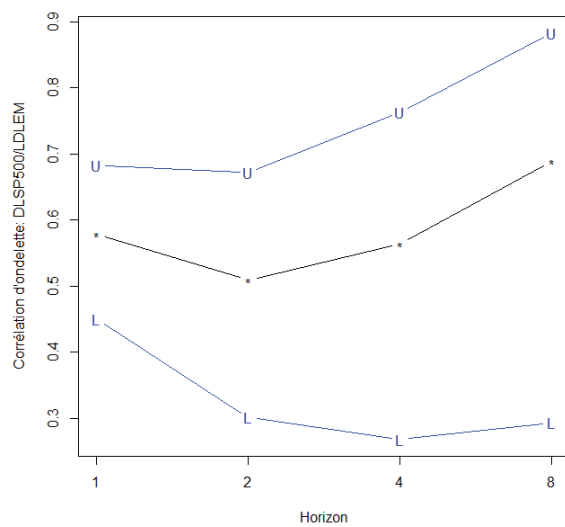
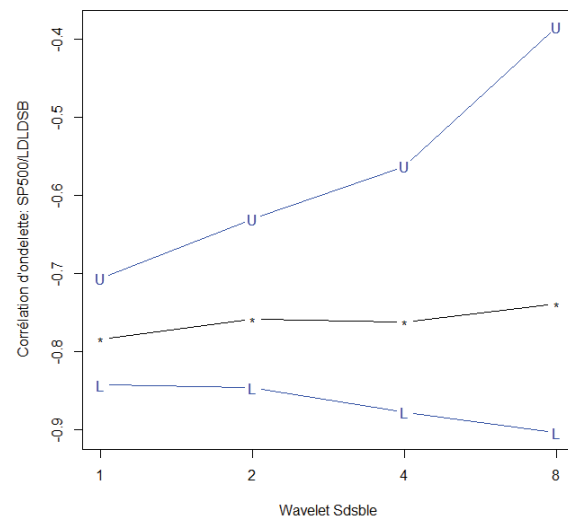
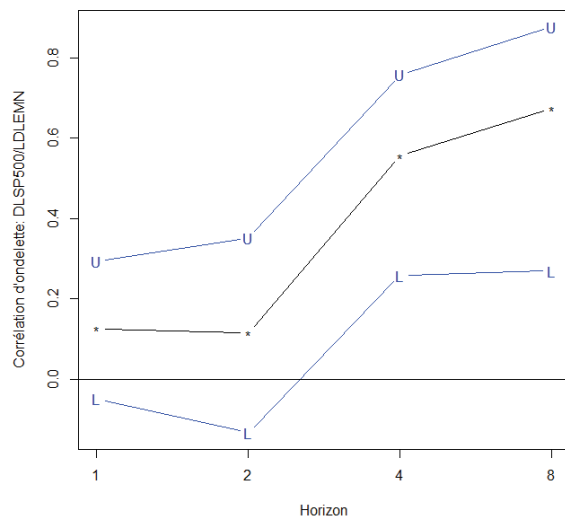
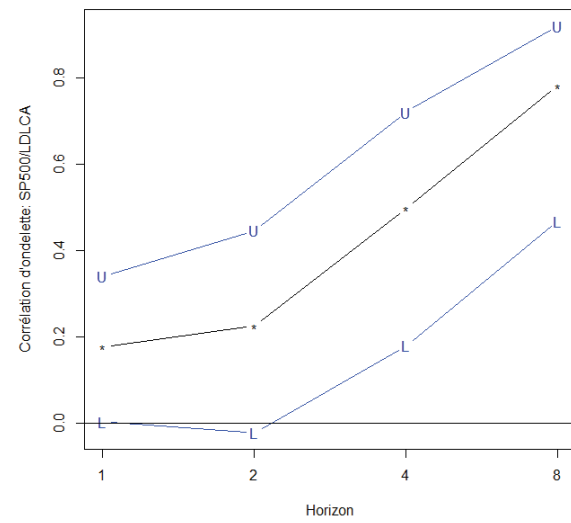
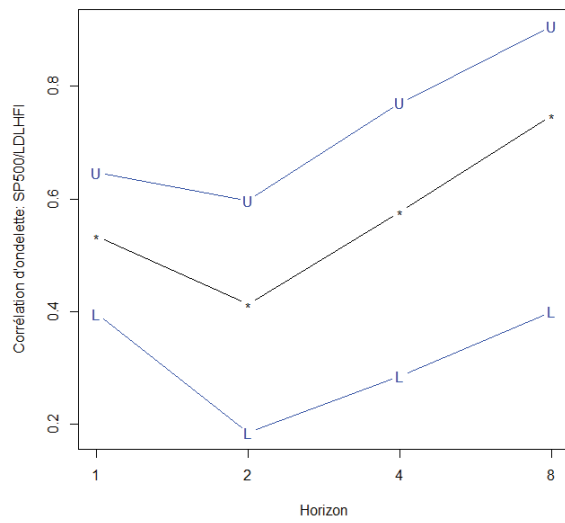


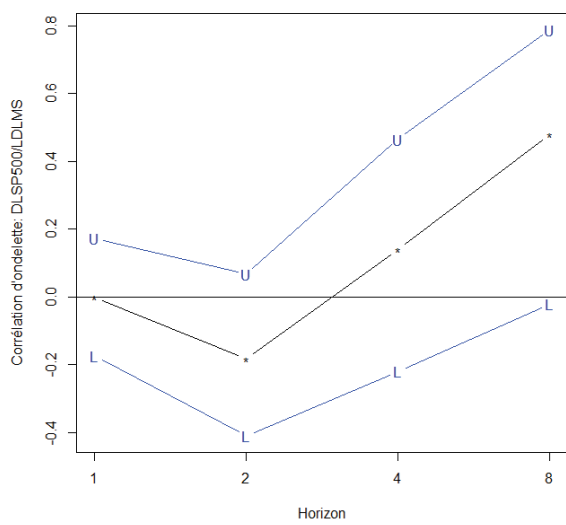
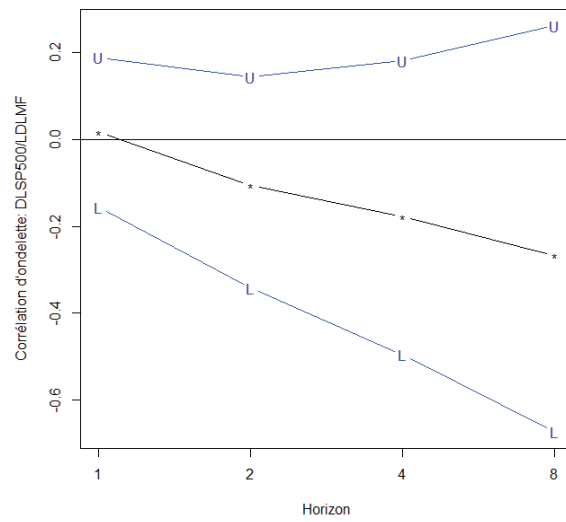
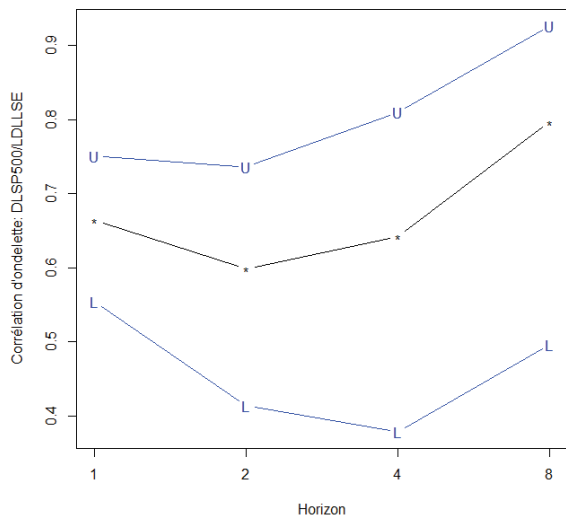
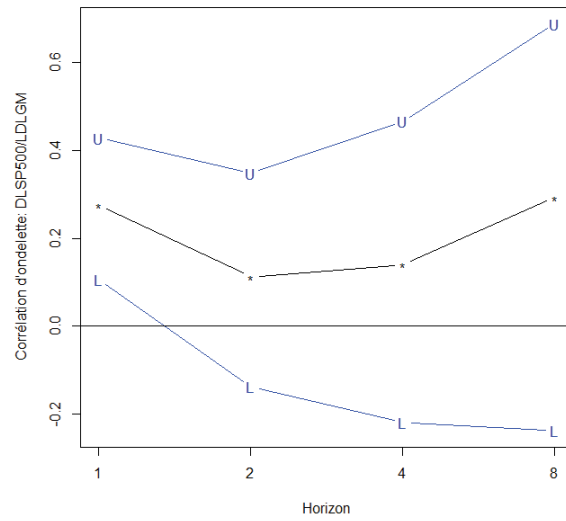
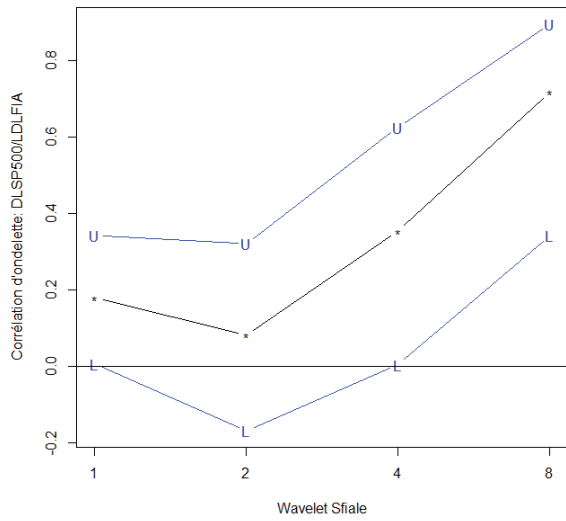
A2.2 : Corrélations entre l'indice HF global et les Indices CSFB/Tremont *hedge funds*



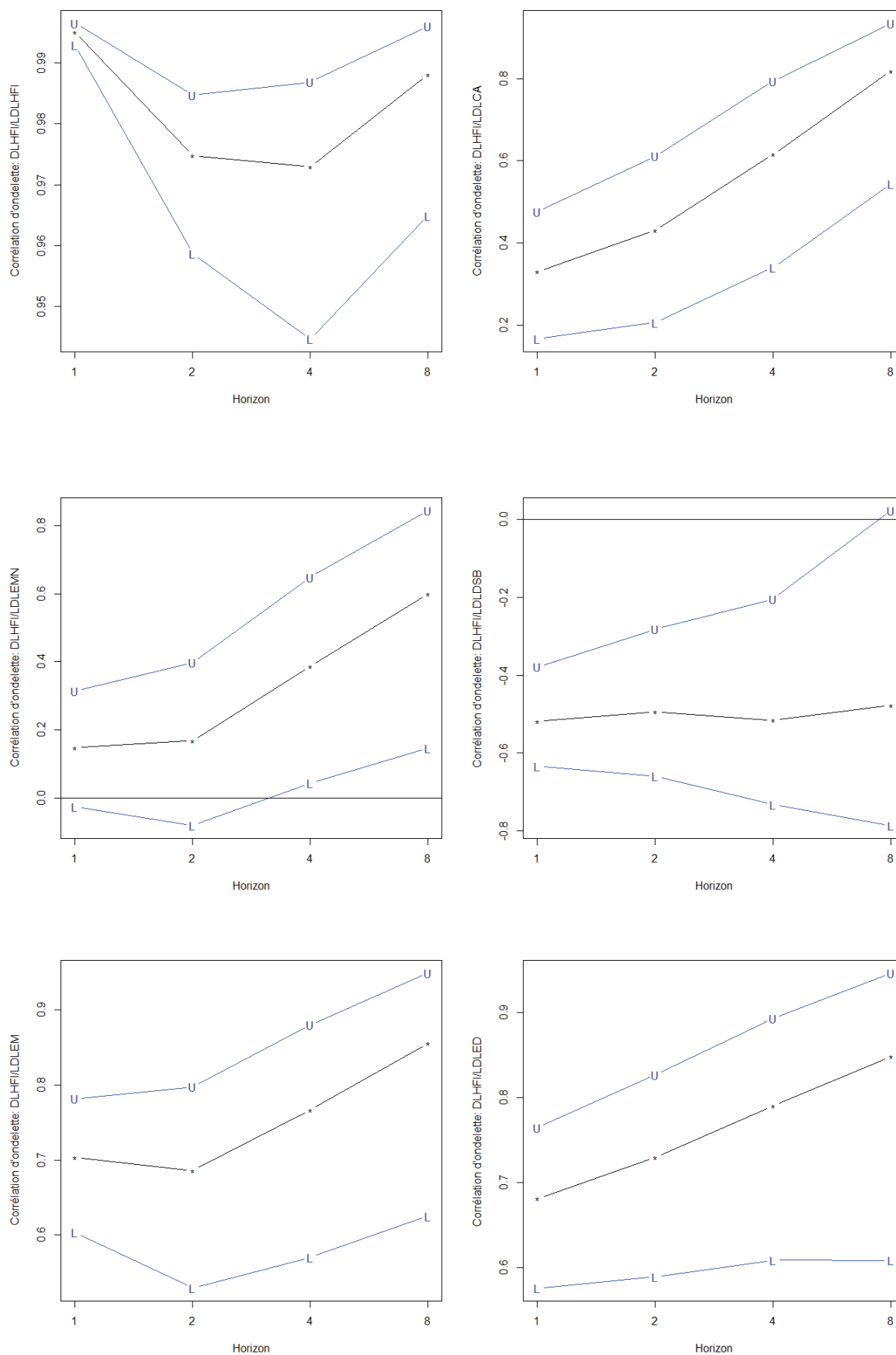


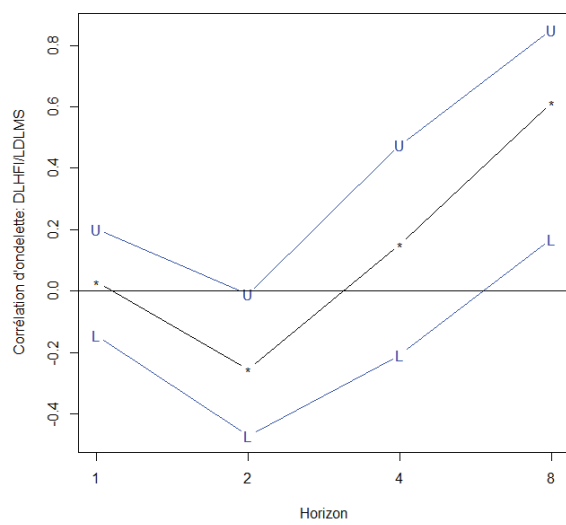
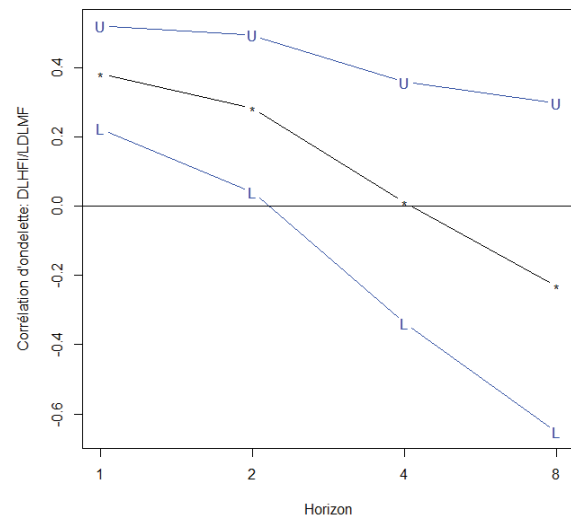
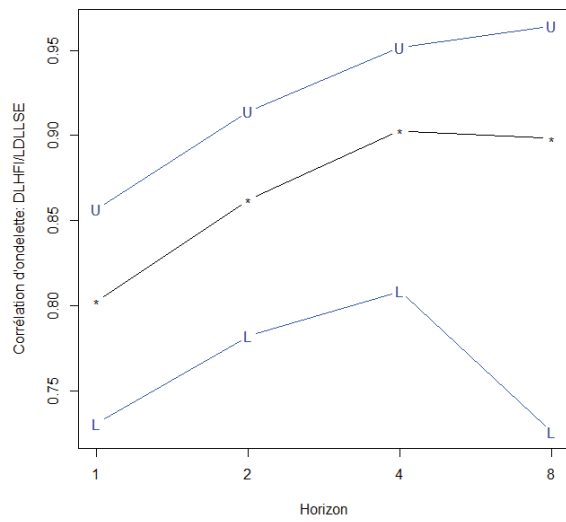
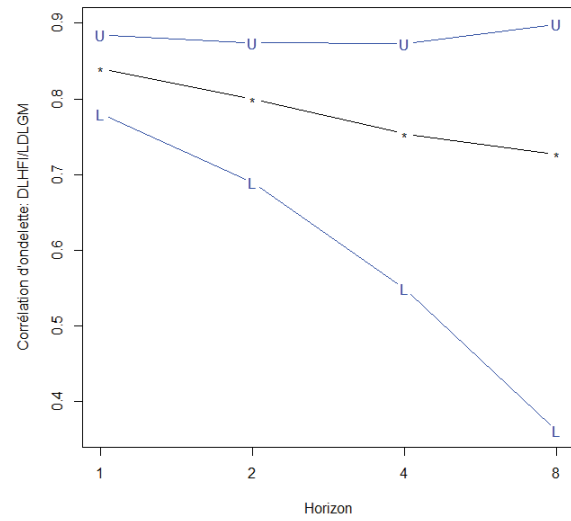
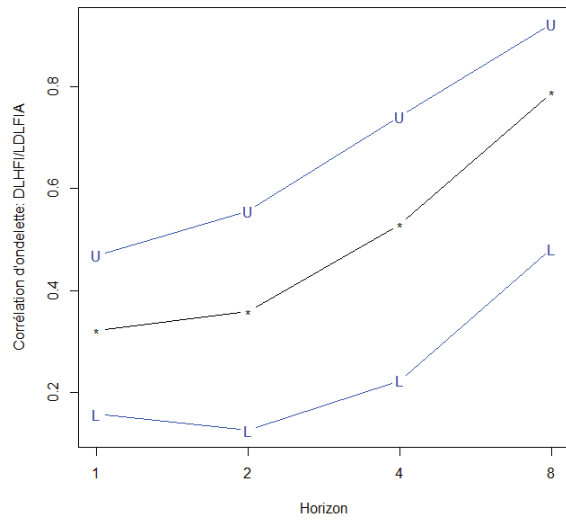
A2.3: Corrélations entre le S&P 500 et les Indices CSFB/Tremont *hedge funds* déliés





A2.4 : Corrélations entre l'indice HF et les Indices CSFB/Tremont *hedge funds* déliés





A3 : Résidus des modélisations Beta-Switching-ARFIMA-HYGARCH (HF Français) :

Dependent Variable is **DLFR0000441685**

Estimation Method: Conditional ML (Time Domain)

Gaussian Likelihood

Markov-switching model with 2 regimes

ARFIMA(0,d,0) with HYGARCH(1,1)

(numerical derivatives)

Log Likelihood = -2999.35

Schwarz Criterion = -3070.89

Hannan-Quinn Criterion = -3036.67

Akaike Criterion = -3017.35

Residual Sum of Squares = 1601.82

R-Squared = 0.6808

R-Bar-Squared = 0.6789

Residual SD = 0.7543

Residual Skewness = -0.0579

Residual Kurtosis = 3.3726

Jarque-Bera Test = 17.9724 {0}

Box-Pierce (residuals): Q(12) = 22.6722 {0.031}

Box-Pierce (squared residuals): Q(12) = 9.6668 {0.645}

MA form is $1 - a_1 L - \dots - a_q L^q$.

GARCH parameters in ARMA-in-squares form.

Covariance matrix from robust formula. Covariance matrix from robust formula.

...Run completed in 19:34.31

Dependent Variable is **DLFR0000443954**

Estimation Method: Conditional ML (Time Domain)

Gaussian Likelihood

Markov-switching model with 2 regimes

ARFIMA(0,d,0) with FIGARCH(1,1)

(numerical derivatives)

Log Likelihood = -3201.79

Schwarz Criterion = -3265.38

Hannan-Quinn Criterion = -3234.96

Akaike Criterion = -3217.79

Residual Sum of Squares = 2072.59

R-Squared = 0.2595

R-Bar-Squared = 0.2555

Residual SD = 0.8577

Residual Skewness = -0.2705

Residual Kurtosis = 4.2078

Jarque-Bera Test = 206.733 {0}

Box-Pierce (residuals): Q(12) = 38.7948 {0}

Box-Pierce (squared residuals): Q(12) = 12.0267 {0.444}

MA form is $1 - a_1 L - \dots - a_q L^q$.

GARCH parameters in ARMA-in-squares form.

Covariance matrix from robust formula.

...Run completed in 4:10.34

Dependent Variable is **DLFR0000983629**

Estimation Method: Conditional ML (Time Domain)

Gaussian Likelihood

Markov-switching model with 2 regimes

ARFIMA(0,d,0) with FIGARCH(1,1)

(numerical derivatives)

Log Likelihood = -2477.38

Schwarz Criterion = -2540.97

Hannan-Quinn Criterion = -2510.55

Akaike Criterion = -2493.38

Residual Sum of Squares = 1226.51

R-Squared = 0.6311

R-Bar-Squared = 0.6291

Residual SD = 0.6597

Residual Skewness = -0.4602

Residual Kurtosis = 5.1239

Jarque-Bera Test = 632.466 {0}

Box-Pierce (residuals): Q(12) = 13.3209 {0.346}

Box-Pierce (squared residuals): Q(12) = 8.9168 {0.71}

MA form is $1 - a_1 L - \dots - a_q L^q$.

GARCH parameters in ARMA-in-squares form.

Covariance matrix from robust formula.

...Run completed in 4:01.73

Dependent Variable is **DLFR0007479852**

Gaussian Likelihood

Markov-switching model with 2 regimes

ARFIMA(0,d,0) with FIGARCH(1,1)

(numerical derivatives)

Log Likelihood = -3783.3

Schwarz Criterion = -3846.9

Hannan-Quinn Criterion = -3816.47

Akaike Criterion = -3799.3

Residual Sum of Squares = 3771.1

R-Squared = 0.3022

R-Bar-Squared = 0.2985

Residual SD = 1.1566

Residual Skewness = -0.0717

Residual Kurtosis = 3.0578

Jarque-Bera Test = 2.8229 {0.244}

Box-Pierce (residuals): Q(12) = 33.9886 {0.001}

Box-Pierce (squared residuals): Q(12) = 10.4306 {0.578}

MA form is $1 - a_1 L - \dots - a_q L^q$.

GARCH parameters in ARMA-in-squares form.

Covariance matrix from robust formula.

...Run completed in 5:09.89

Dependent Variable is **DLFR0010149096**

Estimation Method: Conditional ML (Time Domain)

Gaussian Likelihood

Markov-switching model with 2 regimes

ARFIMA(0,d,0) with FIGARCH(1,1)

(numerical derivatives)

Log Likelihood = -3646.51

Schwarz Criterion = -3710.11

Hannan-Quinn Criterion = -3679.68

Akaike Criterion = -3662.51

Residual Sum of Squares = 3367.53

R-Squared = 0.4822

R-Bar-Squared = 0.4794

Residual SD = 1.0933

Residual Skewness = -0.1351

Residual Kurtosis = 3.4557

Jarque-Bera Test = 33.1325 {0}

Box-Pierce (residuals): Q(12) = 13.7917 {0.314}

Box-Pierce (squared residuals): Q(12) = 9.2664 {0.68}

MA form is $1 - a_1 L - \dots - a_q L^q$.

GARCH parameters in ARMA-in-squares form.

Covariance matrix from robust formula.

...Run completed in 5:14.36

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Abry P. et Veitch D., (1998). "Wavelets Analysis of Long Range Dependent Traffic", *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(1). 2-15.
- [2] Ackermann C., McEnally R. et Ravenscraft D., (1999). "The Performance of Hedge funds: Risk, Return, and Incentives", *Journal of Finance*, 54(3). 833-874.
- [3] Agarwal V., Daniel N. et Naik N., (2000). "Role of managerial incentives and discretion in hedge fund performance", Georgia State University and London Business School Working Papers.
- [4] Agarwal V. et Naik N., (2000). "Generalized Style Analysis of hedge funds", *Journal of Asset Management*, 1(1), 93-109.
- [5] Agarwal V. et Naik N., (2004). "Risks and Portfolio Decisions involving Hedge funds", *Review of Financial Studies*, 17(1), 63-98.
- [6] Agarwal, V., Aragon G. et Shi Z., (2014). "Liquidity Spillovers in hedge funds: Evidence from the Holdings of Funds of hedge funds", Working Paper.
- [7] Alexander C. et Dimitriu A., (2004). "The Art of Investing in hedge funds: Fund Selection and Optimal Allocation", Discussion Paper, ISMA, University of Reading.
- [8] Amenc N., Bonnet S., Henry G., Martellini L., et Weytens A., (2004). La gestion alternative, Economica.
- [9] Amenc N., El Bied S., et Martellini L., (2003). "Evidence of Predictability in Hedge fund Returns", *Financial Analysts Journal*, 59(5). 32-46.
- [10] Amin G. et Kat H., (2003). "Welcome to the Dark Side: Hedge fund Attrition and Survivorship Bias over the Period 1994-2001", *Journal of Alternative Investments*, 6(1), 57-73.
- [11] Ang A. et Bekaert, G., (2002). "International asset allocation with regime shifts", *Review of Financial Studies*, 15(4), 1137-1187.
- [12] Assnes C., Krail R. et Liew J., (2001). "Do hedge funds Hedge?", *Journal of Portfolio Management*, 28(1), 6-19.

[13] Bachelier L., (1900). "Théorie de la spéculation, thèse pour le doctorat des sciences mathématiques", *Annales de l'Ecole Normale Supérieure*, 3eme série, Tome XVII, 21- 86.

[14] Baillie R.T., Bollerslev T. et Mikkelsen H.O. (1996). "Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", *Journal of Econometrics*, 74(1). 3-30.

[15] Baillie R. T., (1996). "Long memory processes and fractional integration in econometrics". *Journal of Econometrics*, 73, 5-59.

[16] Baillie R.T., Bollerslev T. et Mikkelsen H.O., (1996). "Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, 74, 3-30.

[17] Baillie R.T., Chung C.F. et Tieslau, M A., (1996). "Analyzing inflation by the fractionally integrated ARFIMA-GARCH model", *Journal of Applied Econometrics*, 11, 23-40.

[18] Baillie R.T., Han Y.W. et Kwon T G., (2002). "Further long memory properties of inflationary shocks", *Southern Economic Journal*, 68, 496-510.

[19] Banque de France, (2007). "*Hedge funds*", *Financial Stability Review*, Special Issue.

[20] Barkoulas J.T. et Baum C. F., (1996). "Long-term dependence in stock returns", *Economics Letters*, 53(3). 253-259

[21] Barry R., (2003). "Hedge funds: a Walk Through the Graveyard", MAFC Research Paper No. 25.

[22] Bauwens, L., et Sucarrat G., (2010). "General-to-specific modelling of exchange rate volatility: a forecast evaluation", *International Journal of Forecasting*, 26(4). 885-907.

[23] Beine M. et Laurent S., (2000). "Structural change and long memory in volatility: new evidence from daily exchange rates", Working Paper, University of Liege.

[24] Beran, J., (1994). *Statistics for Long Memory Processes*. Chapman and Hall, New York

[25] Beran, J., (1995). "Maximum likelihood estimation of the differencing parameter for invertible short and long memory autoregressive integrated moving average models", *Journal of the Royal Statistical Society*, 57, 659-672.

-
- [26] Berg L. et Lyhagen J., (1998). “Short and Long-Run Dependence in Swedish Stock Returns”, *Applied Financial Economics*, 8(4). 435-43.
- [27] Billio M., Getmansky M., et Pelizzon L., (2006). “Dynamic risk exposure of hedge funds: a regime switching approach”, Technical report, Department of Economics, University of Venice.
- [28] Billio M., Getmansky M. et Pelizzon L., (2012). “Dynamic Risk Exposure in Hedge funds”, *Computational Statistics and Data Analysis*, 56, 3517-3532.
- [29] Billio M., Lo A., Getmansky M. et Pelizzon L., (2012). “Econometric Measures of Connectedness and Systemic Risk in the Finance and Insurance Sectors,” *Journal of Financial Economics*, 104, 535–559.
- [30] Bollerslev T. et Engle R.F., (1986). “Modeling the Persistence of Conditional Variances”, *Econometric Reviews*, 5, 1-50.
- [31] Bollerslev, T., (1986). “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- [32] Bourbonnais R. et Terraza M., (2004). *Analyse des séries temporelles en économie*, Dunod.
- [33] Box G.E.P. et Jenkins G.M., (1970). *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, San Francisco: Holden-Day.
- [34] Boyson N.M., (2003). “Do Hedge funds Exhibit Performance Persistence? A new Aroach”, Working Paper, Ohio State University.
- [35] Boyson N., (2002). “How Are Hedge fund Manager Characteristics Related to Performance, Volatility and Survival?”, Working Paper, Ohio State University.
- [36] Brock W.A., Dechert W., Scheinkman, et Lebaron B., (1996). “A test for independence based on the correlation dimension”, *Econometrics Reviews*, 15,197- 235.
- [37] Brooks C. et Kat H., (2002), “The Statistical Properties of Hedge fund Index Returns and Their Implications for Investors”, *The Journal of Alternative Investments*, 5, 26-44.
- [38] Brown S., Goetzmann W. et Park J., (2000). “Hedge funds and the Asian Currency Crisis of 1997”, *Journal of Portfolio Management*, 26, 95-101.
- [39] Brown S., Goetzmann W. et Ibbotson R., (1999). “Offshore Hedge funds: Survival and Performance: 1989-95”, *The Journal of Business*, 72, 91-117.
-

-
- [40] Brown S. et Goetzmann W., (1995). "Performance Persistence", *Journal of Finance*, L(2), 679-698.
- [41] Campell J., Lo A.W. et Mackinally A.C., (1997). *The econometrics of the financial markets*, Princeton, NJ, Princeton University Press.
- [42] Cao C., Liang B., Lo A., et Petrasek L., (2014). "Hedge fund Holding and Stock Market Efficiency", Working Paper.
- [43] Capocci D., Corhay A. et Hubner G., (2005). "Hedge fund Performance and Persistence in Bull and Bear Markets", *European Journal of Finance*, 11(5), 361-392.
- [44] Capocci D, Corhay A. et Hübner G., (2003). "Hedge fund performance and persistence in bull and bear markets", Working Paper, SSRN.
- [45] Capocci, D., (2004). *Introduction aux hedge funds*, Economica.
- [46] Carrion-i-Silvestre J. L.; Kim D. et Perron P., (2009). "GLS-based unit root tests with multiple structural breaks under both the null and alternative hypotheses", *Econometric Theory*, 25, 1754-1792.
- [47] Chan N., Getmansky M., Haas S.M., et Lo, A.W., (2006). "Systemic risk and hedge funds". *National Bureau of Economic Research*.
- [48] Charpentier A., (2002). *Séries Temporelles: Théorie et Applications*, Polycopié de Cours, Université Paris IX Dauphine.
- [49] Cheung Y-W., (1993). "Tests for Fractional Integration: A Monte Carlo Investigation", *Journal of Time Series Analysis*, 14(4). 331-345.
- [50] Cheung Y.W. et Dieblod FX., (1994). "On Maximum Likelihood Estimation of the Differencing Parameter of Fractionally Integrated Noise with Unknown Mean", *Journal of Econometrics*, 62, 301-316.
- [51] Cheung, Y.W, (1993). "Long memory in foreign-exchange rates". *Journal of Business and Economic Statistics*, 11, 1, 93-101
- [52] Christensen B. J. et Nielsen, M., (2007). "The effect of long memory in volatility on stock market fluctuations", Forthcoming in *Review of Economics and Statistics*.
- [53] Dacorogna M., Müller U., Olsen R. et Pictet O., (2001). "Defining efficiency in heterogeneous markets," *Quantitative Finance*, 1 (2), 198–201.
- [54] Daubechies, I., (1992). *Ten Lectures on Wavelets*. Alied Mathematics, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
-

-
- [55] Davidson J., (2004). “Moment and memory properties of linear conditional heteroskedasticity models and a new model”, *Journal of Business & Economic Statistics*, 22 (1), 16–29.
- [56] Davidson, J., (2004). “Forecasting Markov-switching dynamic processes”, *Statistics and Probability Letters*, 68(2). 137-147.
- [57] Davidson, J., (2005). Time series modeling version 4.15, <<http://www.timeseriesmodeling.com/>>
- [58] Delgado M.A. et Robinson P.M., (1996). “Optimal Spectral Bandwidth for Long Memory”, *Statistica Sinica*, 18(1). 97-112.
- [59] Di Matteo T., Aste T. et Dacorogna M., (2005). “Long-term memories of developed and *Emerging Markets*: Using the scaling analysis to characterize their stage of development”, *Journal of Banking and Finance*, 29, 827–851.
- [60] Dickey D.A. et Fuller W. A., (1979). “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root”, *Journal of the American Statistical Association*, 74, 27-431.
- [61] Dickey D.A. et Fuller W., (1981). “Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root”, *Econometrica*, 49, 1057- 1072.
- [62] Dickey D.A. et Fuller W.A., (1979). “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time series With a Unit Root”, *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- [63] Diebold F., Lee J.-H. et Weinbach G., (1994). “Regime switching with time-varying transition probabilities”. *Nonstationary Time Series Analysis and Cointegration*. Oxford University Press, Oxford, UK, 283–302.
- [64] Diebold F.X. et Inoue A., (1999). “Long memory and structural change”. Stern School of Business discussion paper.
- [65] Diebold F.X. et Inoue A., (2001). “Long memory and regime switching”, *Journal of Econometrics*, 105, 131-159.
- [66] Ding Z. et Granger C.W.J., (1996). “Modeling Volatility Persistence of Speculatives Returns: A New Approach”, *Journal of econometrics*, 73(1). 185-215.
- [67] Ding Z., Granger C.W.J. et Engle R.F., (1993). “A long memory property of stock market returns and a new model”, *Journal of Empirical Finance*, 1, 83-106.
-

-
- [68] Ding, Z. et Engle R.F., (2001). "Large scale conditional covariance matrix modeling, estimation and testing". NYU Stern School of Business, Working Paper FIN-01-029.
- [69] Doornik J.A. et Ooms, M., (2003). "Computational aspects of maximum likelihood estimation of autoregressive fractionally integrated moving average models", *Computational Statistics & Data Analysis*, 42, 333-348.
- [70] Engle R.F., (1982). "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation", *Econometrica*, 50(4), 987-1007.
- [71] Engle, R. F. et Bollerslev, T., (1986). "Modelling the persistence of conditional variances". *Econometric Reviews*, 5, 1-50.
- [72] Engle R. F., (1982). "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation". *Econometrica*, 50, 987-1007.
- [73] Filardo A. J., (1994). "Business-cycle phases and their transitional dynamics". *Journal of Business & Economic Statistics*, 12, 299-308.
- [74] Forum sur la stabilité financière, "Report of the Working Group on Highly Leveraged Institutions", April (2000).
- [75] Fox R. et Taqqu M. S., (1986). "Large sample properties of parameter estimates for strongly dependent stationary gaussian time series", *Annals of Statistics*, 14, 517-532.
- [76] Francq C. et Zakoian J.M., (2009). *Modèles GARCH : Structure, Inférence Statistique et Application Financières*, Economica.
- [77] Frühwirth-Schnatter, S., (2006). *Finite Mixture and Markov Switching Models*, Springer.
- [78] Fung W. et Hsieh D.A., (2002). "Asset-Based Hedge fund Styles and Portfolio Diversification", *Financial Analysts Journal*, 58(5), 22-34.
- [79] Fung W. et Hsieh D.A., (2002). "Benchmarks of Hedge fund Performance: Information Content and Measurement Biases", *Financial Analysts Journal*, 58 (1), 22-34.
- [80] Fung W. et Hsieh D.A., (1997). "Empirical Characteristics of Dynamic Trading Strategies: The Case of Hedge funds", *Review of Financial Studies*, 275-302.
- [81] Fung W. et Hsieh D.A., (2004). "Extracting Portable Alphas from Equity Long-Short hedge funds", *Journal of Investment Management*, 57- 75.
-

[82] Fung W. et Hsieh D.A., (2004). "Hedge fund Benchmarks: A Risk Based Approach", *Financial Analyst Journal*, 65-80.

[83] Fung W. et Hsieh D.A., (2000). "Performance Characteristics of Hedge Funds and CTA Funds: Natural Versus Spurious Biases", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 291-307.

[84] Fung W. et Hsieh D.A., (2002). "The Risk in Fixed-Income Hedge fund Styles", *Journal of Fixed Income*, 6-27.

[85] Fung W. et Hsieh D.A., (2001). "The Risk in *Hedge fund* Strategies: Theory and Evidence from Trend Followers", *Review of Financial Studies*, 313-341.

[86] Fung W. et Hsieh D.A., (1997). "Empirical Characteristics of Dynamic Trading Strategies: The Case of Hedge Funds", *Review of Financial Studies*, 275-302.

[87] Gehin W., (2006). "Hedge Fund Returns- an Overview of Return-Based and Asset-Based Style Factors", Working Paper, EDHEC Risk and Asset Management Research Center,

[88] Geltner D., (1991). "Smoothing in Araisal-Based Returns", *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 4, 627-645.

[89] Gençay, R., Selcuk F. et Whitcher B., (2002). *An Introduction to Wavelets and Other Filtering Methods in Finance and Economics*, San Diego: Academic Press

[90] Getmansky M., Lo A. et Makarov I., (2004). "An Econometric Model of Serial Correlation and Illiquidity in Hedge Fund Returns", *Journal of Financial Economics*, 74 (3), 529-610.

[91] Geweke J. et Porter-Hudak S., (1983). "The estimation and alication of long memory time series models". *Journal of Time Series Analysis*, 4, 15-39.

[92] Goetzman N. et Ibbotson R., (1999). "Offshore Hedge Funds: Survival and Performance 1989-1995", *Journal of Business*, 72, 91-117.

[93] Goetzmann N. et Park J., (1997). "Conditions for survival: Changing risk and the performance of hedge fund managers and CTA's", Yale School of Management Work Paper, No. F-59.

[94] Gouriéroux C. et Jasiak, J., (2001). "Memory and infrequent breaks". *Economics Letters*, 70, 29-41.

[95] Gouriéroux C. et Monfort A., (1992). "Qualitative Threshold ARCH Models", *Journal of Econometrics*, 52, 159-199.

-
- [96] Granger C.W.J. et Hyung N., (2004). "Occasional Structural Breaks and Long Memory with an Application to the S&P500 Absolute Returns". *Journal of Empirical Finance*, 11(3). 399-421.
- [97] Granger C.W.J. et Joyeux R., (1980). "An introduction to long memory time series models and fractional differencing". *Journal of Time Series Analysis*, 1, 15-39.
- [98] Granger C W. J., (1980). "Long memory relationships and the aggregation of dynamic models". *Journal of Econometrics*, 14, 227-238.
- [99] Granger C. W. J., (1981). "Some properties of time series data and their use in econometric model specification". *Journal of Econometrics*, 16, 121-130.
- [100] Granger C.W.J., et Teräsvirta, T., (1993). *Modelling Nonlinear Economic Relationships*. Oxford University Press: Oxford.
- [101] Gray H.L., Zhang N. F. et Woodward W.A., (1989). "On generalized fractional processes", *Journal of Time Series Analysis*, 10, 233-257.
- [102] Gray S. F., (1996). "Modeling the conditional distribution of the likelihood ratio test in Markov-Switching models", Université de Montréal.
- [103] Guégan D., Rioublanc S., (2003). "Study of regime switching models? Do they provide long memory behavior? An empirical approach" Note de Recherche IDHE-MORA, 2003-13, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France.
- [104] Haldrup N. et Nielsen M., (2007). "Estimation of fractional integration in the presence of data noise", *Computational Statistics & Data Analysis*. 51. 3100-3114
- [105] Hamilton J., (1989). "A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle". *Econometrica*, 57, 357-384.
- [106] Hamilton J., (1990). "Analysis of Time Series Subject to Regime Changes". *Journal of Econometrics*, 45, 39-70.
- [107] Hansen P.R., (2005). "A test for superior predictive ability". *Journal of Business & Economic Statistics*, 23, 365-380.
- [108] Hassler U. et Wolters, J., (1995). "Long memory in inflation rates: International evidence". *Journal of Business and Economic Statistics*, 13, 37-45.
- [109] Hauser M.A., (1997). "Semiparametric and Nonparametric Testing for Long Memory: A Monte Carlo Study", *Empirical Economics*, 22, 247-271.
-

-
- [110] Hauser M.A., (1999). "Maximum likelihood estimation for ARFIMA models: a Monte Carlo study", *Journal of Statistical Planning and Inference*, 80, 229-255.
- [111] Hosking J., (1981). "Fractional differencing", *Biometrika*, 68, 165-176.
- [112] Hübner G., Gregoriou G., Papageorgiou N. et Rouah F., (2005). *Hedge Funds: Insights in Performance Measurement, Risk Analysis, and Portfolio Allocation*, J. Wiley & sons.
- [113] Hurlin C., (2006). "Modèles ARCH-GARCH: Application à la VaR", Working paper Université d'Orléans.
- [114] Hurst H. E., (1951). "Long-term storage capacity of reservoirs". *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116, 770-799.
- [115] Hurvich C.M. et Deo R., (1999). "Plug-in selection of the number of frequencies in regression estimates of the memory parameter of a long-memory time series", *Journal of Time Series Analysis*, 20, 331-341.
- [116] Hwang Y., (2001). "Asymmetric long memory GARCH in exchange return", *Economics Letters*, 71, 1-5.
- [117] Janacek G.J., (1982). "Determining the Degree for Time Series via the Log Spectrum", *Journal of Time Series Analysis*, 3, 177-183.
- [118] Jarque C.M. et Bera, A.K., (1980). "Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals: Monte Carlo evidence". *Economics letters*, 7(4), 313-318.
- [119] Kat H. et Lu S., (2002). "An Excursion into the Statistical Properties of *Hedge fund* Returns", Working Paper 0016, Alternative Investment Research Center, Cass Business School.
- [120] KAT H., (2000). "The Dangers of Using Correlation to Measure Dependence", Working Paper 0010, Cass Buisness School.
- [121] Kim C. J., (1993). "Unobserved-component time series models with Markov-switching heteroskedasticity: changes in regime and the link between inflation rates and inflation uncertainty". *Journal of Business and Economic Statistics*, 11, 341-349.
- [122] Kim C.-J., (1994). "Dynamic linear models with Markov-switching", *Journal of Econometrics*, 60, 1-22.
- [123] Kim C.-J., (2004). "Markov-switching models with endogenous explanatory variables". *Journal of Econometrics*, 122, 127-136.
-

[124] Ko F., Ko T.H. et Teo M., (2003). “Asian *Hedge funds*: Return Persistence, Style and Fund Characteristics”, Working Paper.

[125] Koopmans L.H., (1974). *The Spectral Analysis of Time Series*, Academic Press.

[126] Kwiatkowski D., Phillips P.C.B., Schmidt P. et Shin Y., (1992). “Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root?”, *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.

[127] Lardic S. et Mignon V., (1999). “La mémoire longue en économie : une revue de la littérature”, *Journal de la Société Française de Statistique*, 140 (2), 5-48.

[128] Lavancier F., Leipus R., Philippe A., et Surgailis D., (2013). “Detection of non-constant long memory parameter”. *Econometric Theory*, 29(5), 1009-1056.

[129] Lhabitant F.S., (2004). *Hedge funds: Quantitative Insights*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.

[130] Li W.K., et McLeod, A.I., (1986). “Fractional time series modelling”, *Biometrika*, 73, 217-221.

[131] Liang B., (2004). “*Hedge fund* Performance: 1990-1999”, *Financial Analysts Journal*, 11-18.

[132] Liang B., (2001). “On the Performance of Alternative Investments: CTAs, Hedge funds and FoF”, *Journal of Investment Management*, 2, 76-93.

[133] Liang B., (2000). “*Hedge funds*: the Living and the Dead”, *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*.

[134] Limam M.A. et Terraza, M., (2013). “*Hedge fund*’s risk measurement in presence of persistence phenomenon”. *Understanding Investment Funds: Insights from Performance and Risk Analysis*. Ed Palgrave.

[135] Lo A.W., (1991). “Long-Term Memory in Stock Market Prices”, *Econometrica*, 59(5), 1279-1313.

[136] Lo A., (2002). “The Statistics of Sharpe Ratios”, *Financial Analysts Journal*, vol. 5, 36-50.

[137] Lo A.W., (2001). “Risk management for *hedge funds*: introduction and overview”, *Financial Analysts Journal*, 57, 16–33.

-
- [138] Lobato I.N. et Savin, N.E., (1998). "Real and Spurious Long Memory Properties of Stock Market Data". *Journal of Business and Economic Statistics*, 16(3). 261-68.
- [139] Mandelbrot B.B. et Wallis J.R., (1968). "Noah, Joseph and operational hydrology", *Water Resources Research*, 4, 909-918.
- [140] Mandelbrot B.B., (1973). "Le problème de la réalité des cycles lents et le syndrome de Joseph", *Economie Appliquée*, 26, 349-365.
- [141] Mandelbrot B.B. et Wallis, (1969). "Robustness of the Rescaled Range R/S in the measurement of Noncyclic Long Run Statistical Dependence", *Water Resources Research*, 5(5). 967-988.
- [142] Mandelbrot B.B. et Van Ness J.W., (1968). "Fractional Brownian motions, fractional noises and applications". *SIAM Review*, 10, 422-437,
- [143] McCloskey A. et Perron. P., (2010). "Memory parameter estimation in the presence of level shifts and deterministic trends". Unpublished Manuscript. Department of Economics. Boston University.
- [144] McLeod A.I. et Hipel, K.W., (1978). "Preservation of the rescaled adjusted range: A reassessment of the Hurst phenomenon", *Water Resources Research* 14, 491-508.
- [145] Mignon V., (1998). *Marchés financiers et modélisation des rentabilités boursières*, Economica, collection Approfondissement de la science Economique.
- [146] Mignon V., (1998). *Marchés financiers et modélisation des rentabilités boursières*, Economica.
- [147] Mills T.C., (1990). *The Economic Modeling of Financial Time Series*, Cambridge University Press.
- [148] Mitchell M. et Pulvino T., (2001). "Characteristics of Risk and Returns in Risk Arbitrage", *Journal of Finance*, 56(6).
- [149] Monarcha G., (2006). "The Dynamics of Emerging Markets Hedge funds Exposures During the Asian Currency Crisis of 1997", in *Global Stock Markets and Portfolio Management*, Palgrave MacMillan, 5-22.
- [150] Monarcha G., (2008). *L'analyse dynamique des structures de risque des hedge funds*. Thèse de Doctorat en sciences économiques de l'Université de la méditerranée.
- [151] Nelson D.B., (1991). "Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach". *Econometrica*, 59, 347-370.
-

-
- [152] Newey W. K., (1985). "Maximum likelihood specification testing and conditional moment tests". *Econometrica*, 6, 1047-1070.
- [153] Okunev J. et White D., (2003). "Hedge Fund Risk Factors and Value at Risk of Credit Trading Strategies", Working Paper.
- [154] Palma W., (2007). *Long-Memory Time Series: Theory and Methods*, John Wiley and Sons.
- [155] Percival D.B. et Constantine W.L.B., (2002). "Exact Simulation of Time-Varying Fractionally Differenced Processes", working paper faculty of Washington.
- [156] Percival D.B. et Walden A.T., (2000). *Wavelet methods for time series analysis*, Cambridge University Press.
- [157] Perron, P., (1989). "The Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis". *Econometrica*, 57, 1361-1401.
- [158] Perron. P. et Qu. Z., (2010). "Long-Memory and Level Shifts in the Volatility of Stock Market Return Indices". *Journal of Business & Economics Statistics*, 28(2). 275-290.
- [159] Phillips P.C.B. et Perron P., (1988). "Testing for a unit root in time series regression". *Biometrika*, 75, 335-346.
- [160] Qu Z., (2011). "A test against spurious long memory", *Journal of Business and Economic Statistics*, 29. 423-438
- [161] Ray B.K. et Tsay R.S., (2002). "Bayesian estimation for change-point detection in long-range dependent processes", *Journal of Time Series Analysis*, 23. 687-705.
- [162] Rigot S. et Aglietta M., (2009). "HEDGE FUNDS : LA FIN DU LAISSEZ-FAIRE", *Revue Economique*, 60. 693-702.
- [163] Robinson P., (2003). "Time Series with Long Memory". Oxford University Press, Oxford
- [164] Ruey S. Tsay, (2002). *Analysis of Financial Time Series*, John Wiley & Sons.
- [165] Sharpe W.F, (1992). "Asset Allocation: Management Style and Performance Measurement", *Journal of Portfolio Management*, 18, 7-19.
- [166] Shimotsu K., (2006). "Simple (but effective) tests of long memory versus structural breaks". Queen's Economics Department. Working Paper No. 1101.
-

-
- [167] Shimotsu K. et Phillips P., (2006). “Local Whittle estimation of fractional integration and some of its variants”. *Journal of Econometrics*, 130, 209–233.
- [168] Sibbertsen P., (2004). “Long-Memory in Volatilities of German Stock Returns”. *Empirical Economics*, 29, 477-488.
- [169] Smallwood A.D., (2005). “Joint tests for non-linearity and long memory : the case of purchasing power parity”. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 9, 1-28.
- [170] Sowell F., (1992). “Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractionally integrated time series models”. *Journal of Econometrics*, 53, 165- 188.
- [171] Sowell F.B., (1992). “Modeling long run behavior with the fractional ARIMA model”, *Journal of Monetary Economics*, 29, 277–302.
- [172] Tabak B.M. et Gajueiro, D.O., (2007). “Are the crude oil markets becoming weakly efficient over time? A test for time-varying long-range dependence in prices and volatility”, *Energy Economics*, 29, 28–36.
- [173] Taqqu M. S., Willinger W., Sherman R., et Wilson D., (1997). “Self-similarity through highvariability: statistical analysis of Ethernet LAN traffic at the source level”. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 5 (1). 71-96.
- [174] Timmermann A., (2000). “Moments of markov switching models”. *Journal of Econometrics*, 96, 75–111.
- [175] Tsay W. et Härdle W., (2009). “A generalized ARFIMA process with Markov-Switching fractional differencing parameter”. *Journal of Statistical Computation & Simulation*, 79, 731–745.
- [176] Vialar T., (2005). *Dynamiques Non Linéaires Chaotiques en Finance et Economie*, Ed Economica.
- [177] Willinger W., Taqqu M.S. et Teverovsky V., (1999). “Stock Market Prices and Long Range Dependence”, *Finance and Stochastics*, 3, 1-13.
- [178] Woodward W.A., Cheng, A.C. et Gray, H.L., (1998). “A k-factor GARMA long memory model”. *Journal of Time series Analysis*, 19, 485 - 504.
- [179] Zivot E. et Andrews D.W.K., (1992). “Further Evidence of Great Crash, the Oil Price Shock and Unit Root Hypothesis”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 251- 270.
- [180] Zokoian J.M., (1991). “Threshold ARCH models”, CREST, D.P.
-

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
CHAPITRE 1: L'INDUSTRIE DES HEDGE FUNDS : DÉFINITIONS, PROPRIÉTÉS ET DYNAMIQUES DES RENTABILITÉS	9
SECTION 1 : Présentation de l'industrie des Hedge funds	10
1.1. Les attributs des hedge funds	11
1.1.1. Les techniques de gestion	12
1.1.1.1. Les opérations de base : achat et vente des titres au comptant	12
1.1.1.2. L'achat sur marge	13
1.1.1.3. Le prêt de titres ou stock lending	14
1.1.1.4. La vente à découvert	15
1.1.2. Définitions et caractéristiques des Hedge funds	16
1.2. Les stratégies des hedge funds	20
1.2.1. Les stratégies non-directionnelles	21
1.2.1.1. <i>Equity Market Neutral</i>	21
1.2.1.2. <i>Even Driven</i>	22
1.2.1.3. <i>Convertible Arbitrage</i>	23
1.2.1.4. <i>Fixed Income Arbitrage</i>	24
1.2.2. Les stratégies directionnelles	26
1.2.2.1. <i>Long/Short Equity</i>	26
1.2.2.2. <i>Emerging Markets</i>	27
1.2.2.3. <i>Global Macro</i>	29
1.2.2.4. <i>Managed Futures</i>	30
SECTION 2 : Propriétés des rentabilités des <i>hedge funds</i>	31
2.1. Les biais relatifs aux bases de données	31
2.1.1. Le biais de sélection et d'auto-sélection	33
2.1.2. Période d'incubation et biais d'instant history	34
2.1.3. Le biais du survivant	35
2.2. Notion de persistance et corrélation sérielle	36
2.2.1. Persistance relative et persistance absolue	36
2.2.1.1. Persistance relative	37
2.2.1.2. Persistance Absolue	41
2.2.1.2.1. L'analyse (R/S)	42
2.2.1.2.2. Exposant de Hurst	43
2.2.2. Risques et problèmes d'illiquidité	44
2.2.2.1. Détention d'actifs peu liquides	45
2.2.2.2. Système de rémunération des gérants	46
2.2.2.3. Risques extrêmes et effets de contagion	47
2.2.2.3.1. Les risques cachés des <i>hedge funds</i>	48
2.2.2.3.2. Les <i>hedge funds</i> et la génération de risque systémique	49
Conclusion	52

CHAPITRE 2: CHANGEMENT DE PERSISTANCE ET VALIDATION	
ÉCONOMÉTRIQUE DES MODÈLES	53
SECTION 1 : La notion de mémoire longue	55
1.1. Définitions	58
1.1.1. Domaine temporel	58
1.1.2. Domaine fréquentiel	59
1.2. Processus à mémoire longue	60
1.2.1. Classification des séries temporelles	62
1.2.2. Processus ARFIMA	65
1.2.2.1. Définitions et propriétés	66
1.2.2.2. Cas particulier : Le bruit gaussien fractionnaire	67
1.2.3. Extensions des processus ARFIMA et prise en compte du comportement ... saisonnier	69
1.2.3.1. Processus GARMA	70
1.2.3.2. Processus SARIMA	71
1.2.4. Processus à mémoire longue hétéroscédastiques	72
1.2.4.1. Le modèle ARCH	72
1.2.4.2. Le modèle GARCH	73
1.2.4.3. Le modèle EGARCH: Exponential GARCH	74
1.2.4.4. Le modèle TGARCH: Threshold GARCH	74
1.2.4.5. Le modèle ARCH-M: ARCH in Mean	74
1.2.4.6. Le modèle APARCH : Asymetric Power ARCH	75
1.2.4.7. Le modèle FIGARCH	76
1.2.4.8. Le modèle FIAPARCH	78
1.3. Méthodes d'estimation du paramètre d'intégration fractionnaire	79
1.3.1. Les méthodes semi-paramétriques	80
1.3.1.1. Méthode de régression	80
1.3.1.2. Méthode du log du spectre de puissance	82
1.3.1.3. Méthode d'estimation par ondelettes	86
1.3.2. Les méthodes du maximum de vraisemblance	89
1.3.2.1. La méthode du maximum de vraisemblance exact	89
1.3.2.2. La méthode du maximum de vraisemblance approché par la fonction de Whittle	91
1.3.2.3. La méthode du maximum de vraisemblance approché par troncature	93
SECTION 2 : Changement de persistance: application aux hedge funds	95
2.1. Phénomène de changement de persistance	96
2.1.1. Tests de validation de la mémoire longue : Test de Perron et Qu (2010) ..	96
2.1.2. Tests de changement de persistance: Tests de Shimotsu (2006)	97
2.1.2.1. Premier test	97
2.1.2.1. Deuxième test	99
2.1.3. Modélisation MS-ARFIMA	100
2.1.4. Simulation des processus dynamiques à mémoire longue	102
2.1.4.1. Simulation d'un processus TVFD	102
2.1.4.2. Inférence statistique de l'omission de la variabilité du paramètre d'intégration fractionnaire	105
2.2. Etude empirique sur données mensuelles	108
2.2.1. Description des données et tests de racine unitaire	108
2.2.1.1. Les tests de Dickey et Fuller (1981)	110
2.2.1.2. Le test de Kwiatkowski, Philips, Schmidt et Shin (1992)	111

2.2.1.3. Le test d'Andrews et Zivot (1992)	112	
2.2.1.4. Le test de Carrion-i-Silvestre, Kim et Perron (2009)	113	
2.2.2. Estimation du paramètre d'intégration fractionnaire	118	
2.2.3. Validation de la mémoire longue	121	
2.2.4. Modélisation MS-ARFIMA et prévision	122	
Conclusion :	131	
CHAPITRE 3: MÉMOIRE LONGUE ET PROBLÈMES D'ILLIQUIDITÉS DES HEDGE FUNDS		132
SECTION 1 : Illiquidité des actifs et lissage des rentabilités		134
1.1. Réexamen des sources de corrélation sérielle des rentabilités	135	
1.1.1. Variabilités des rentabilités espérées	135	
1.1.2. Effet de levier	137	
1.1.3. Système de rémunération des gérants	139	
1.2. Mécanismes de correction des rentabilités	140	
1.2.1. La méthode de Geltner (1993)	140	
1.2.2. L'extension de White et Okunev (2003)	142	
1.2.3. Méthode de Getmansky, Lo et Makarov (2004).....	144	
1.2.4. Application à des fonds européens	146	
1.2.4.1. Description des données	146	
1.2.4.2. Propriétés des rentabilités déliées	153	
SECTION 2 : Dynamique des rentabilités: une modélisation adaptée aux <i>hedge funds</i>		161
2.1. Effet de l'illiquidité des actifs sur la dynamique des rentabilités	163	
2.1.1. Les principaux modèles d'évaluation de la performance des <i>hedge funds</i>	163	
2.1.2. Analyse de la corrélation entre les rentabilités déliées et les actifs standards par Ondelettes.	167	
2.1.3. Modélisation Wavelets Beta Switching	173	
2.1.4. Présentation du modèle Bêta-Switching-ARFIMA-FIGARCH	177	
2.2. Etude empirique sur données journalières	178	
2.2.1. Mise en évidence de la non-linéarité des rentabilités : Test de Brock, Dechert et Scheinkman (1987)	178	
2.2.2. Estimation du paramètre d'intégration fractionnaire et validation de la mémoire longue	182	
2.2.3. Modélisation Bêta-switching-ARFIMA-HYGARCH	187	
Conclusion	194	
CONCLUSION GÉNÉRALE		196
ANNEXES		200
A1 : Simulation des processus TVFD :		200
A2.1: Corrélations entre le S&P 500 et les Indices CSFB/Tremont <i>hedge funds</i>		215
A2.2 : Corrélations entre l'indice HF global et les Indices CSFB/Tremont <i>hedge funds</i>		217
A2.3: Corrélations entre le S&P 500 et les Indices CSFB/Tremont <i>hedge funds</i> déliés		219
A2.4 : Corrélations entre l'indice HF et CSFB/Tremont <i>hedge funds</i> déliés		221
A3 : Résidus Beta-Switching-ARFIMA-HYGARCH (HF Français)		223
BIBLIOGRAPHIE		228
TABLE DES MATIÈRES		241