

## Contribution à l'optimisation globale pour le dimensionnement et la gestion d'énergie de véhicules hybrides électriques basée sur une approche combinatoire

Alan Chauvin

### ▶ To cite this version:

Alan Chauvin. Contribution à l'optimisation globale pour le dimensionnement et la gestion d'énergie de véhicules hybrides électriques basée sur une approche combinatoire. Génie mécanique [physics.class-ph]. INSA de Lyon, 2015. Français. NNT: 2015ISAL0101. tel-01368509

## HAL Id: tel-01368509 https://theses.hal.science/tel-01368509

Submitted on 19 Sep 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Présentée devant

### L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Pour obtenir le grade de DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

 $Ecole \ doctorale :$  Électronique, Électrotechnique et Automatique (E.E.A) Spécialité : Automatique

Présentée par

Alan CHAUVIN Ingénieur Arts et Métiers ParisTech

# Contribution à l'optimisation globale pour le dimensionnement et la gestion d'énergie de véhicules hybrides électriques basée sur une approche combinatoire

Soutenue publiquement le 26 novembre 2015 devant le jury composé de

Président	Pr. Laurent Gerbaud	G2Elab, ENSE3, Grenoble
Rapporteurs	Dr. Stéphane CAUX	LAPLACE, INPT/ENSEEIHT, Toulouse
	Pr. Philippe Chevrel	IRCCyN, Ecole des Mines de Nantes
Examinateurs	Pr. Frédric Kratz	PRISME, INSA Centre Val de Loire, Bourges
	Pr. Eric Bideaux	AMPERE, INSA de Lyon
	Dr. Ali Sari	AMPERE, Université Claude Bernard Lyon
	Dr. Alaa Hijazi	AMPERE, INSA de Lyon
	Dr. François SAVOYE	Project Manager, Volvo GTT
Invité	Roger CAILLIERET	Project Manager, Volvo CE

Directeur de thèse : Eric BIDEAUX Co-encadrants : Alaa HIJAZI et Ali SARI

Thèse préparée au laboratoire Ampère - UMR CNRS 5005

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf  $\hfill @$  [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
	CHIMIE DE LYON	M. Jean Marc LANCELIN
CHIMIE	http://www.edchimie-lyon.fr	Université de Lyon - Collège Doctoral
	Sec : Henee EL MELHEM	Bât ESCPE
	04 72 43 80 46	43 bd du 11 novembre 1918
	Insa : B. GOUBDON	Tél · 04 72 43 13 95
	secretariat@edchimie-lyon.fr	directeur@edchimie-lyon.fr
	ELECTRONIQUE	M Circul SCODI ETTI
E.E.A.	ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE	M. Gerard SCORLETT
	http://edeea.ec-lyon.fr	36 avenue Guy de Collongue
		69134 ECULLY
	Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN	Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17
	Ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr	Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
	EVOLUTION, ECOSYSTEME,	M. Fabrice CORDEY
E2M2	MICROBIOLOGIE, MODELISATION	Laboratoire de Géologie de Lyon
	http://e2m2.universite-iyon.ir	Université Claude Bernard Lyon 1
	Sec : Safia ALT CHALAL	Bat Geode – Bureau 225
	Bat Atrium- UCB Lyon 1	69622 VILLEURBANNE Cédex
	04.72.44.83.62	Tél: 04.72.44.83.74
	Insa : S. REVERCHON	Sylvie.reverchon-pescheux@insa-lyon.fr
	Safia.ait-chala@univ-lyon1.fr	fabrice.cordey@ univ-lyon1.fr
	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS
EDISS	SANTE	INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1
	http://www.ediss-lyon.fr	Bâtiment IMBL
	Bat Atrium – UCB I von 1	11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon
	04 72 44 83 62	Tél · 04 72 11 90 13
	Insa :	Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr
	Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	
	INFORMATIQUE ET	Mme Sylvie CALABRETTO
INFOMATHS	MATHEMATIQUES	LIRIS – INSA de Lyon
	http://infomaths.univ-lyon1.fr	Bat Blaise Pascal
	Sec : Benée EL MELHEM	7 avenue Jean Capelle
	Bat Blaise Pascal	Tél : 04.72, 43, 80, 46 Fax 04 72 43 16 87
	3° etage	Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr
	infomaths@univ-lyon1.fr	
	MATERIAUX DE LYON	M. Jean-Yves BUFFIERE
Matériaux	http://ed34.universite-lyon.fr	INSA de Lyon
	Sec : M LABOUNE	MATEIS
	PM : 71.70 -Fax : 87.12	7 avenue Jean Capelle
	Bat. Direction 1 <sup>er</sup> et.	69621 VILLEURBANNE Cedex
	Ed.materiaux@insa-lyon.fr	Tél: 04.72.43 71.70 Fax 04 72 43 85 28
		<u>Ed.materiaux@insa-lyon.fr</u>
Land Street and	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE	M. Philippe BOISSE
MEGA	CIVIL, ACOUSTIQUE	INSA de Lyon
	http://mega.universite-lyon.fr	Laboratoire LAMCOS
	Sec : M LABOUNE	Bâtiment Jacquard
	PM : 71.70 -Fax : 87.12	69621 VILLEURBANNE Cedex
	Bat. Direction 1 <sup>er</sup> et.	Tél : 04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37
	mega@insa-lyon.fr	Philippe.boisse@insa-lyon.fr
	ScSo*	Mme Isabelle VON BUELTZINGLOEWEN
ScSo	http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/	Université Lyon 2
	A AND AND AND THE TRANSPORTATION OF THE AND	86 rue Pasteur
	Sec : Viviane POLSINELLI	69365 LYON Cedex 07
	Brigitte DUBOIS	Tél: 04.78.77.23.86 Fax: 04.37.28.04.48
	viviane polsinelli@univ-lvon2 fr	isavonb(a)dbmail.com
1	The second second second second second	

#### INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales - Quinquennal 2011-2015

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf  $\hfill @$  [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés

### Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier Laurent GERBAUD du laboratoire G2Elab qui a eu l'honneur de présider le jury de cette thèse. Naturellement mes remerciements s'adressent également à messieurs Stéphane CAUX et Philippe CHEVREL qui ont examiné avec attention ce manuscrit. Leurs remarques, d'une grande pertinence, m'ont permis de prendre le recul nécessaire et de percevoir la dimension de cette contribution scientifique comme une brique supplémentaire apportée dans l'édifice de la connaissance et du savoir. Un grand merci à monsieur Frédéric KRATZ, du laboratoire Prisme à Bourges pour avoir également accepté d'être membre du jury. Enfin je tiens à exprimer la gratitude auprès de François SAVOYE de l'entreprise Volvo pour avoir examiné avec attention ce travail de thèse et la pertinence de ses remarques vis à vis du contexte industriel dans lequel ce travail a été mené.

Mais tout ce travail n'aurait mené à la réussite sans une équipe d'encadrement de choc, avec des horizons pluridisciplinaires différents. De ce fait, je tiens à exprimer toute ma gratitude à messieurs Eric BIDEAUX, Alaa HIJAZI et Ali SARI. Finalement l'aspect le plus contraignant qu'il a fallu gérer durant cette thèse fut la disponibilité de chacun afin de pouvoir échanger tous ensemble sur ce travail, recueillir les avis et les confronter dans l'objectif de faire émerger de nouvelles pistes de recherche. Ces moments de réflexion m'ont ainsi permis d'acquérir de nouvelles connaissances pour ensuite m'approprier de nouveaux outils que j'ai eu la satisfaction de mettre en œuvre. J'ai également pu apprécier d'avoir travaillé en autonomie, d'élargir mon panel de compétences au fil de mes recherches et de bénéficier des conseils et expertise de toutes les personnes qui ont témoigné d'un intérêt pour le travail que j'ai mené.

En tant que sportif passionné de course nature (trail), ce long travail peut s'apparenter à une course de montagne longue distance. En effet, nombreux sont les obstacles à franchir. Mais là aussi la stratégie de course doit être étudiée sur le long terme, afin de rallier coûte que coûte la ligne d'arrivée. Des moments difficiles, des coups de fatigue peuvent apparaître au milieu du périple. Mais il ne faut pas lâcher, seul le moral permet de surmonter ce passage abrupt. Les encouragements et la motivation des proches sur le parcours est un atout précieux car cette aventure ne se vit jamais seul. Au contraire, l'entraide et la solidarité dans ce milieu sont

primordiales.

Au delà d'une véritable formation à part entière, ces 3 années de thèse ont été une formidable opportunité de pouvoir travailler dans une ambiance agréable et chaleureuse. Car l'expérience de la thèse ne s'est pas arrêtée aux portes du laboratoire. Nombreuses ont été les rencontres dans ce laboratoire, nombreuses ont été les activités et souvenirs qu'il en restera. De ce fait j'ai une pensée pour les membres du laboratoire Ampère, plus particulièrement les permanents et doctorants du bâtiment Saint Exupéry où siège convivialité et bonne entente au sein de l'équipe. Enfin, comment ne pas remercier le trio de choc : Nicolas, Thomas et Martin. Bien plus que des conversations, nous avons partagé des activités et des soirées ensemble.

Enfin je tiens à remercier mes parents qui m'ont soutenu et ont été présent et attentionné durant cette longue aventure. Pour terminer, je dédicace cette thèse à celle qui partage ma vie et mes humeurs lorsque je ne suis pas au travail, Xiaoxue, présente depuis le début de l'aventure et qui a réussi à me supporter jusqu'au bout. Rien que pour ça, je l'en remercie.

A Xiaoxue, à ma famille

### Résumé

L'hybridation des sources de puissance dans le domaine des applications embarquées s'est imposée comme une solution adéquate pour répondre aux législations environnementales et atteindre une meilleure efficacité énergétique. Toutefois, le choix dans le dimensionnement des composants et la stratégie de commande doivent répondre à un cahier des charges, souvent complexe et hétérogène, tout en limitant les coûts du système. La résolution de ce problème d'optimisation incluant de nombreuses variables peut s'avérer complexe à cause des non-linéarités présentes dans le problème formulé. Il faut donc disposer d'outils de résolution efficaces et capables de fournir une solution fiable. Dans cette thèse, nous proposons une méthode d'optimisation globale pour le dimensionnement et la commande optimale de véhicules hybrides basée sur l'optimisation combinatoire, et en particulier sur la programmation linéaire en nombres entiers (PLNE). À partir d'un problème d'optimisation non linéaire, le problème initial est reformulé en une multitude de sous-problèmes linéaires en nombres entiers sur lesquels un algorithme de Branch & Bound parallèle est exécuté. Afin de résoudre des problèmes de grande taille, un second algorithme basé sur le Branch & Cut est développé. Cette méthode est déployée pour l'étude d'un système d'alimentation hybride d'une mini-excavatrice électrique. Le problème d'optimisation, dans lequel des contraintes énergétiques et des contraintes de vieillissement sont implantées, est évalué suivant différents paramètres du cahier des charges. Enfin, cette approche est également appliquée pour l'optimisation de trajectoires d'un système multi-actionneur synchronisés.

Mots-clés : Véhicule électrique hybride, optimisation globale, Branch & Bound parallèle, modèle de vieillissement, planification de trajectoire optimale

### Abstract

Hybridization of power sources for embedded applications becomes an interesting solution to respect environmental legislation and achieve a higher energy efficiency. However, the choice for components sizing and the energy management strategy need to meet specifications while reducing costs. To solve this optimization problems including several types of variables can be complex because of non linearities included in the formulated problem. Therefore the use of effective solving tools, able to provide a reliable solution, is required. In this thesis, a global optimization method is proposed for the design and the optimal control of hybrid vehicles based on combinatorial optimization, particularly on integer linear programming. From a non-linear optimization problem, the initial problem is reformulated into a multitude of integer linear subproblems for which a parallel Branch & Bound algorithm is executed. In order to solve large-scale problems, a second algorithm based on the Branch & Cut is developed. This method is used for the study of a hybrid power supply system of a mini-excavator electric. The optimization problem, where energy constraints and aging constraints are implemented, is evaluated according to several parameters and specifications. Finally, this approach is also applied for the optimization of trajectories for a synchronized multi-actuators system.

**Key-words :** Hybrid electric vehicle, global optimization, parallel Branch & Bound, ageing model, optimal trajectory planning

# Abréviations et acronymes

Acronyme	Désignation
BNS	Best Node Search - Recherche par meilleure évaluation
DFS	Depth First Search - Recherche en profondeur d'abord
DoD	Depth of Discharge - Profondeur de Décharge
EMA	Electromechanical Actuator - Actionneur Electromécanique
EoL	End-of-Life - Fin de vie
GES	Gaz à Effet de Serre
HEV	Hybrid Electric Vehicle - Véhicule Electrique Hybride
HPSS	Hybrid Power Supply System - Générateur de puissance hybride
IteBaC	Branch & Cut Itératif (algorithme)
LFP	Lithium Fer Phosphate
PAC	Pile à Combustible
PHEV	Plug-in Hybrid Electric Vehicle - Véhicule Electrique Hybride Rechargeable
PL	Problème Linéaire
PLB	Problème Linéaire Bivalent
PLNE	Problème Linéaire en Nombres Entiers
PLMNE	Problème Linéaire Mixte en Nombres Entiers
SC	Supercondensateurs
SEPP	Séparation et Evaluation Progressive Parallèle (algorithme)
SoC	State of Charge - Etat de charge
SoH	State of Health - Etat de santé
SSE	Système de Stockage d'Energie
TCO	Total Cost of Ownership - Coût global de possession
VARS	Vis À Rouleaux Satellites

Chapitre 1		
Paramètre	Désignation	
$\Phi$	Objectif sur l'état final	
$\psi$	Contraintes sur l'état final	
С	Fonction objectif restreinte au problème de dimensionnement	
d	Contraintes d'inégalité liées au problème de dimensionnement	
e	Contraintes d'égalité liées au problème de dimensionnement	
g	Contraintes d'inégalité du problème de commande	
h	Equation d'état du système	
L	Fonction objectif restreint au problème de commande	
p	Vecteur des variables de commande	
q	Vecteurs des variables de dimensionnement	
r	Perturbation externe connue	
t	Variable de temps	
$t_0, t_f$	Instant initial, instant final	
$w_c, w_d$	Coefficient de pondération sur la commande, sur le dimensionnement	
x	Vecteur des variables d'état	
$x_0$	Etat initial du système	
Chapitre 2		

Paramètre	Désignation
$\Delta E$	Pas de discrétisation de l'énergie fournie par le stockage d'énergie [J]
$\Delta E_{batt}$	Pas de discrétisation énergétique de l'état du stockage [J]
$\Delta t$	Intervalle de discrétisation temporel du cycle [s]
$\Delta u$	Intervalle de discrétisation sur la commande de la pile à combustible [W]
$\lambda$	Coût du dimensionnement lorsqu'il est connu

d, e	Contraintes de dimensionnement
$E_{min}, E_{max}$	Seuils minimal et maximal de l'état énergétique
$f_d, f_c$	Fonction coût du dimensionnement, fonction coût de la commande
g	Equations dynamiques du système
h	Contraintes sur la commande
J	Fonction objectif global
$n_{dim}$	Nombre de combinaisons de dimensionnement
$n_k$	Nombre de dimensionnement possible pour le composant $k$
$N_E$	Nombre de points de discrétisation de l'état énergétique en programmation dyna- mique
$N_T$	Nombre de points de discrétisation temporel du cycle
$N_u$	Nombre de points de discrétisation de la commande
$p_{min}, p_{max}$	Seuils minimal et maximal de la plage de commande
$q_k^{min},  q_k^{max}$	Seuils minimal et maximal de la plage de dimensionnement du composant $\boldsymbol{k}$
$r_k(t)$	Norme de séparation du sous-problème $k$ au pas de temps $t$
u	Indice de la commande discrétisée
ub	Majorant du problème
$x_k^*$	Solution optimale du sous-problème linéaire $k$
x(u,t)	Variable d'activation binaire

#### Chapitres 3 à 6

Paramètre	Désignation [unité]
α	Rapport cyclique du convertisseur de tension du pack de supercondensateurs $[\%]$
$\alpha_{conv}$	Rapport de conversion du convertisseur de tension du pack de supercondensateurs [-]
$\alpha_{conv}^{max}$	Rapport de conversion maximal du convertisseur de tension [-]
Г	Ensemble des coûts d'acquisition des composants et des coûts de maintenance $[{\ensuremath{\in}}]$
δ	Coefficient de linéarisation entre la puissance interne et l'état de santé d'une cellule LFP [-]
$\Delta N_{batt}$	Pas de discrétisation du dimensionnement de la batterie LFP [cellules]
$\Delta N_{sc}$	Pas de discrétisation du dimensionnement du pack de supercondensateurs [cellules]
$\Delta P_{pac}$	Pas de discrétisation du dimensionnement de la pile à combustible [W]
$\Delta Q_{cell}$	Perte de capacité sur la vie d'une cellule de la batterie LFP $[\%]$
$\Delta SoH$	Variation d'état de santé de la batterie LFP sur le cycle de travail étudié $[\%]$
$\Delta t_{grid}$	Pas de discrétisation temporelle de la charge de la batterie [s]
$\Delta v$	Intervalle de discrétisation de la commande de la batterie LFP [W]
$\epsilon_{batt}$	Tolérance de précision pour l'état de charge de la batterie LFP [%]
$\epsilon_{sc}$	Tolérance de précision pour le bilan d'énergie du pack de supercondensateurs [J]
$ heta_a$	Température ambiante [°C]

$\theta_c$	Température interne d'une cellule de supercondensateur [°C]
$\theta_{cell}$	Température interne d'une cellule LFP [°C]
$\theta_c^{max}$	Température maximale au cœur du supercondensateur le plus sollicité [°C]
$ heta_h$	Température du boitier d'une cellule de supercondensateur [°C]
$\eta_{conv}$	Rendement global du convertisseur de puissance d'un EMA [%]
$\eta_{grid}$	Rendement moyen du chargeur [%]
$\eta_{pac}$	Rendement global de la pile à combustible [%]
$\eta_{red}$	Rendement du réducteur à engrenages [%]
$\eta_{sc}$	Rendement du convertisseur de tension du pack de supercondensateurs $[\%]$
$\eta_{vars}$	Rendement de la vis à rouleaux satellites $[\%]$
$\kappa$	Coefficient de linéarisation entre la puissance de charge et la puissance interne d'une cellule LFP [-]
$\lambda_1,\lambda_2$	Coefficients de pondération de la fonction coût [-]
$\mu$	Coefficient de linéarisation d'un supercondensateur [-]
$ au_d$	Durée de vie estimée d'un supercondensateur [j]
$\phi$	Puissance moyenne des pertes dissipées dans un supercondensateur [W]
$\omega_{mot}$	Vitesse de rotation du moteur de l'actionneur [rad/s]
A	Débit d'énergie total traversant une cellule LFP [A.h]
$a_1$	Coefficient d'évolution de la température en fonction du courant efficace $[{\rm K}/{\rm A}^2]$
c	Taux de courant dans la cellule LFP [-]
$c_{batt}$	Fonction de coût par unité d'énergie d'une batterie LFP $[{\ensuremath{\in}}/{\rm kWh}]$
$c_{conv}$	Fonction de coût du convertisseur de tension du pack de supercondensateurs $[{\ensuremath{\in}}]$
$C_{cell}$	Capacitance nominale d'un supercondensateur [F]
$c_{elec}$	Coût de l'énergie électrique $[{\ensuremath{\in}}/{\rm kWh}]$
$c_{H2}$	Coût de l'hydrogène $[\in/\mathrm{kg}]$
$c_{maint}$	Coût de maintenance horaire de la pile à combustible $[{\ensuremath{\in}}/W/h]$
$C_{mot}$	Couple de charge appliqué au moteur de l'actionneur [Nm]
$c_{pac}$	Fonction de coût de la pile à combustible $[{\ensuremath{\in}}]$
$c_{pi}$	Fonction de coût du chargeur plug-in $[{\ensuremath{\in}}]$
$c_{sc}$	Fonction de coût par unité d'énergie d'un pack de supercondensateurs $[{\ensuremath{\in}} / k Wh]$
$E_{cell}$	Energie contenue dans une cellule [J]
$E_{cell}^{min}, E_{cell}^{max}$	Energie minimale et maximale autorisée dans la cellule [J]
$E_{cell}^0$	Energie stockable dans une cellule LFP en début de vie [J]
$E_{elec}$	Energie électrique consommée sur le réseau électrique par la batterie durant le cycle de charge $[\rm kWh/h]$
$E_{H2}$	Energie consommée en hydrogène durant le cycle de travail étudié [J]
f	Facteur d'échelle temporelle entre le cycle et la durée de vie estimée [-]

Н	Matrice de passage du modèle inverse de l'actionneur [-]
i	Indice du cas de dimensionnement de la pile à combustible [-]
$I_{cell}$	Courant débité au travers d'une cellule [A]
$I_{cell}^{min}, I_{cell}^{max}$	Seuils des courants de cellule du système de stockage d'énergie [A]
$I_{eff}$	Courant efficace [A]
$I_{eff}^{lim}$	Seuil de courant efficace pour respecter la contrainte de dégradation d'un supercondensateur [A]
$I_{mot}$	Courant aux bornes du moteur de l'actionneur électromécanique [A]
j	Indice du cas de dimensionnement de la batterie LFP [-]
$J_{TCO}$	Fonction de coût global de possession $[{\ensuremath{\in}}]$
$J_1$	Fonction de coût d'acquisition $[\in]$
$J_2$	Fonction de coût d'exploitation $[\in]$
k	Indice du cas de dimensionnement du pack de supercondensateurs [-]
L	Durée de vie désirée du HPSS [h]
$\dot{m}_{H2}$	Débit massique moyen de dihydrogène [kg/h]
N	Facteur de réduction de la fenêtre de simulation [-]
$N_{batt}$	Nombre de cellules contenues dans la batterie LFP [cellules]
$N_{batt}^{inf}, N_{batt}^{sup}$	Limites inférieures et supérieures de la plage de dimensionnement de la batterie LFP [cellules]
$N_{cycles}$	Nombre de cycles de charge/décharge équivalent d'une batterie LFP [-]
$N_{ema}$	Nombre d'actionneurs sur la mini-excavatrice [-]
$n_i$	Nombre de dimensionnements réalisés pour la pile à combustible
$n_j$	Nombre de dimensionnements réalisés pour la batterie LFP
$n_k$	Nombre de dimensionnements réalisés pour le pack de supercondensateurs
$N_p$	Nombre de branches connecté en parallèle [-]
$N_s$	Nombre de cellules connecté en série [-]
$N_{sc}$	Nombre de cellules dans le pack de supercondensateurs [-]
$N_{sc}^{inf}, N_{sc}^{sup}$	Limites inférieures et supérieures de la plage de dimensionnement du pack de super- condensateurs [cellules]
$N_{T_{grid}}$	Nombre de points de discrétisation de l'horizon de temps de charge [-]
$N_x$	Nombre de points de discrétisation de la commande de la pile à combustible [-]
$N_y$	Nombre de points de discrétisation de la commande du premier stockage d'énergie [-]
$P_{aux}$	Puissance consommée par les auxiliaires [W]
$P_{batt}$	Puissance électrique fournie par la batterie LFP [W]
$P_{cell}$	Puissance fournie ou stockée par une cellule [W]
$P_{cell}^{max}$	Puissance maximale fournie par une cellule de supercondensateur [W]

$P_{cycle}^{min}, P_{cycle}^{max}$	Puissance minimale/maximale sur le cycle $P_{req}$ [W]
$P_{ema}$	Puissance électrique fournie à l'actionneur [W]
$P_{grid}$	Puissance utile fournie par le chargeur à la batterie LFP [W]
$P_{grid}^{max}$	Puissance maximale du chargeur réseau [-]
$P_{H2}$	Puissance équivalente hydrogène à l'entrée de la pile à combustible [W]
$P_{pac}$	Puissance utile fournie par la pile à combustible [W]
$P_{pac}^{inf}, P_{pac}^{sup}$	Limites inférieures et supérieures de la plage de dimensionnement de la pile à combustible [W]
$P_{pac}^{max}$	Puissance maximale de la pile à combustible [W]
$\dot{P}_{pac}^{max}$	Seuil de montée en puissance de la pile à combustible [W/s]
$P_{req}$	Puissance électrique instantanée requise par le cycle sur le réseau haute tension [W]
$P_{sc}$	Puissance utile fournie par le pack de supercondensateurs
$Q_{cell}$	Capacité nominale d'une cellule LFP [A.s]
$Q_{cell}^0$	Capacité nominale d'une cellule LFP en début de vie [A.s]
$Q_{H2}$	Pouvoir énergétique du dihydrogène [J/kg]
$R_{cell}$	Résistance ohmique d'une cellule LFP $[\varOmega]$
$R_{esr}$	Résistance série équivalente d'un supercondensateur $[\varOmega]$
SoC	Etat de charge du stockage d'énergie [%]
$SoC_{min}$	Seuils d'état de charge minimal de la batterie LFP
$SoC_{max}$	Seuils d'état de charge maximal de la batterie LFP
$SoH_{batt}$	Etat de santé de la batterie LFP $[\%]$
$t_0, t_f$	Instants de début et fin de cycle de travail [s]
$t_{cycle}$	Durée du cycle à optimiser [s]
$t_g$	Instant de fin de charge [s]
u	Indice d'activation de la commande discrète de la pile à combustible [-]
$U_{bus}$	Tension du bus de puissance [V]
$U_{cell}$	Tension de cellule [V]
$\bar{U}_{cell}$	Tension moyenne de moyenne [V]
$U_{cell}^{min}, U_{cell}^{max}$	Seuils de tension d'un supercondensateur [V]
$U_{mot}$	Tension électrique sur le moteur de l'actionneur électromécanique [V]
$U_{sc}$	Tension d'une branche série de supercondensateurs [V]
v	Indice d'activation de la commande discrète du stockage d'énergie [-]
$V_{tot}$	Volume maximal autorisé pour le HPSS $[m^3]$
$V_1, V_2, V_3$	Fonction de volume de la PAC, de la batterie et du pack de supercondensateurs $[\mathrm{m}^3]$
x(u,t)	Variable d'activation de la pile à combustible [-]
y(v,t)	Variable d'activation du stockage d'énergie [-]

Nomenclat	ure
-----------	-----

2	Variable de commande du chargeur plug-in [-]	
Chapitre 7		
Paramètre	Désignation [unité]	
$\gamma$	Rapport de transformation de l'ensemble VARS+réducteur [-]	
$\Delta d$	Pas angulaire de discrétisation de l'abscisse curviligne [rad]	
$\Delta t$	Intervalle de temps [s]	
$\Delta T$	Intervalle de temps pour un déplacement angulaire fixé $[s]$	
$\Delta  heta_{mot}$	Déplacement angulaire du moteur [rad]	
$\theta_{i/i-1}$	Angle de la pièce $i$ par rapport à la pièce $i - 1$ [rad]	
$ heta_j^i$	Position angulaire du rotor de l'actionneur $i$ sur la sous-trajectoire $j$ [rad]	
$ heta^i_{mot,j}$	Position angulaire du rotor de l'actionneur $i$ sur la sous-trajectoire $j$ [rad]	
$\theta^i_{ref}$	Position angulaire de référence du moteur électrique de l'actionne ur $i \ [\mathrm{rad}]$	
$\{\lambda_1^i,\lambda_2^i,\lambda_3^i\}$	Energie consommée par l'actionneur $i$ sur les sous-trajectoires non modifiables $[\mathbf{J}]$	
$\phi$	Fonction coût des trajectoires non modifiables [J]	
$\omega_j^i(k,d)$	Point de fonctionnement moteur de l'actionneur $i$ sur la sous-trajectoire $j$ en fonction de $\omega^i_{mot}(k)$ et $s^i_j(d) ~[\rm rad/s]$	
$\omega_{mot}^{i}$	Vitesse discrétisée du moteur de l'actionneur $i \text{ [rad/s]}$	
$\omega_{mot,i}^{min}, \omega_{mot,i}^{max}$	Vitesses limites du moteur électrique de l'actionneur $i  [rad/s]$	
$\omega^i_{mot,j}$	Vitesse du moteur électrique de l'actionneur $i$ pour la sous-trajectoire $j \ [\mathrm{rad/s}]$	
$\omega^i_{ref}$	Vitesse de référence du moteur électrique de l'actionneur $i \ [\mathrm{rad/s}]$	
$a_{max}^i$	Seuil d'accélération angulaire du moteur de l'actionneur $i \; [\rm rad/s^2]$	
$C_{mot}^i$	Couple de charge de référence appliqué sur le rotor de l'actionneur $i$ [Nm]	
d	Indice de déplacement angulaire [-]	
$\operatorname{disp}_j^i$	Abscisse curviligne du déplacement angulaire du rotor de l'actionneur $i$ sur la soustrajectoire $j \ [{\rm rad}]$	
$D^i_j$	Nombre de points de discrétisation de l'abscisse curviligne [-]	
$E_{tot}$	Energie totale consommée sur le cycle [J]	
$E_{tot}^{ref}$	Energie totale consommée sur le cycle de référence [J]	
$E_{trans}$	Energie totale consommée par les actionneurs étudiés sur les sous-trajectoires à op- timiser [J]	
$F_{act}^i$	Effort de charge de l'actionneur $i$ sur la trajectoire de référence $[\mathbf{N}]$	
$f_i$	Coefficient de frottement visqueux du moteur électrique de l'actionneur $i \ [{\rm Nm/rad.s^{-1}}]$	
$F_j^i$	Effort de la charge sur l'actionneur $i$ et sur la sous-trajectoire $j$ [N]	
i	Indice de l'actionneur étudié [-]	
j	Indice de la sous-trajectoire optimisée [-]	
k	Indice de la variable de vitesse du moteur [-]	

K	Fonction coût du cycle complet [J]
$K^i$	Fonction coût pour l'optimisation des $m$ sous-trajectoires de l'actionneur $i$ [J]
$K_j^i$	Fonction coût pour un actionneur $i$ sur une sous-trajectoire $j$ [J]
m	Nombre de sous-trajectoires à optimiser [-]
n	Nombre total d'actionneurs synchronisés [-]
N	Nombre points de discrétisation de la vitesse du moteur [-]
$P^i_{elec,j}$	Puissance électrique fournie au moteur électrique de l'actionneur $i$ sur la soustrajectoire $j~[\mathrm{W}]$
$P^{ref,i}_{elec}$	Puissance électrique fournie par le moteur électrique de l'actionneur $i$ sur la trajectoire de référence $[\mathbf{W}]$
$P^i_{stall,j}$	Puissance électrique à vitesse nulle [W]
$s^i_j$	Déplacement angulaire absolu discrétisé [rad]
$T^i_{inf},T^i_{sup}$	Couple limite de fonctionnement du moteur électrique de l'actionneur $i \ [\mathrm{Nm}]$
$t_j, t'_j$	Instants de début et fin de la sous-trajectoire $j$ [s]
$T_j$	Durée de la sous-trajectoire $j$ [s]
$T_j^i(k,d)$	Couple appliqué au rotor de l'actionneur $i$ et sur la sous-trajectoire $j$ en fonction du point de fonctionnement et du sens de déplacement du rotor
$T_{tot}$	Durée totale du cycle [s]
$V_{act}^i$	Vitesse de la trajectoire de référence de l'actionneur $i \text{ [m/s]}$
$x_i$	Déplacement de la tige de l'actionneur $i$ [m]
$x_j^i(k,d)$	Variable d'activation binaire [-]
$x_{ref}^i$	Position de référence de la tige de l'actionneur $i$ [m]
$y_j^i(d)$	Intervalle de temps à vitesse nulle [s]

## Table des matières

R	emer	ciemei	nts	i
R	ésum	ıé		iii
A	bstra	nct		iv
A	brévi	iations	et acronymes	v
N	omer	nclatur	'e	vi
In	trod	uction	générale	1
1	Éta	t de l'a	art des méthodes pour l'optimisation du dimensionnement et de la	
	com	mand	e des véhicules hybrides	10
	1.1	Introd	$uction \ldots \ldots$	11
	1.2	Formu	lation d'un problème de dimensionnement et de commande optimale	11
	1.3	Straté	gies d'optimisation	13
		1.3.1	Stratégie séquentielle	13
		1.3.2	Stratégie itérative	14
		1.3.3	Stratégie bi-niveaux	15
		1.3.4	Stratégie simultanée	16
		1.3.5	Comparaison des différentes stratégies	16
	1.4	Résolu	tion de problèmes d'optimisation non linéaires sous contraintes	17
		1.4.1	Généralités	17
		1.4.2	Optimisation convexe	19
		1.4.3	Algorithmes stochastiques et métaheuristiques	22

		1.4.4	Programmation Dynamique	27
		1.4.5	Méthode de séparation et évaluation progressive	30
	1.5	Assoc	iation de méthodes d'optimisation pour des problèmes complexes	35
	1.6	Concl	usion	37
<b>2</b>	Pro	positio	on d'une nouvelle méthode basée sur l'optimisation combinatoire	39
	2.1	Introd	luction	40
	2.2	Struct	ure de la démarche	41
		2.2.1	Phase de discrétisation du dimensionnement	41
		2.2.2	Approximation de la commande par une approche linéaire discrète	41
		2.2.3	Vue globale	43
		2.2.4	Ordre de séparation des variables	44
		2.2.5	Recherche d'un majorant	46
	2.3	Résolu	tion par l'algorithme IteBaC	48
		2.3.1	Algorithme détaillé	48
		2.3.2	Vers une parallélisation des sous-problèmes pour leur évaluation	49
	2.4	Résolu	tion par l'algorithme SEPP	50
		2.4.1	Séparation multiple	50
		2.4.2	Stratégie de recherche parallèle	51
		2.4.3	Problématique pour les problèmes de grande taille	53
	2.5	Comp	araison des deux méthodes de résolution	54
		2.5.1	Comparatif des performances	54
		2.5.2	Avantages et inconvénients des deux méthodes	56
		2.5.3	Vers une fusion des deux algorithmes	56
	2.6	Choix	de la discrétisation de l'algorithme IteBaC	58
	2.7	Comp	araison technique entre la programmation dynamique et l'algorithme Ite-	
		BaC s	sur des problèmes de grande taille	59
	2.8	Concl	usion	63
3	Din	nensio	nnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatr	ice
	hyb	ride él	lectrique - Présentation	64
	3.1	Introd	luction	65
	3.2	Hybri	dation des machines de construction	65
		3.2.1	Électrification des engins de terrassement minier	67
		3.2.2	Hybridation thermique-électrique	69
		3.2.3	$Hybridation\ thermique-hydraulique\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$	71
		3.2.4	Hybridation thermique-hydraulique-électrique	74
	3.3	Princi	pe de fonctionnement d'une mini-excavatrice conventionnelle $\ldots \ldots \ldots$	76
	3.4	Descri	ption du projet ELEXC	79

		3.4.1	Enjeux et objectifs	79
		3.4.2	Choix de la technologie d'actionnement	80
		343	Choix de l'architecture et de la technologie hybride	82
	35	Struct	ure de la démarche d'optimisation	83
	3.6	Conclu		84
	0.0	Conci		01
<b>4</b>	Din	nension	nnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatr	rice
	hyb	ride él	ectrique - Modélisation	85
	4.1	Action	neurs électromécaniques	86
		4.1.1	Généralités	86
		4.1.2	Modélisation inverse d'un l'actionneur électromécanique	87
	4.2	Stocka	age d'énergie par batterie lithium $\mathrm{LiFePO}_4$ $\hdots$	88
		4.2.1	Généralités	88
		4.2.2	Modèle énergétique	89
		4.2.3	Modèle de vieillissement de la batterie	91
	4.3	Stocka	age d'énergie par supercondensateurs	92
		4.3.1	Généralités	92
		4.3.2	Modèle énergétique	93
		4.3.3	Modèle thermique	95
		4.3.4	Modèle de vieillissement	96
	4.4	Source	es d'énergie électrique non réversible : la pile à combustible	96
		4.4.1	Généralités	96
		4.4.2	Modèle de rendement	98
	4.5	Intégr	ation du Plug-In	99
	4.6	Auxili	aires	100
	4.7	Contra	aintes machine	100
	4.8	Cycles	de mission	101
	4.9	Conclu	usion	102
<b>5</b>	Din	nension	nnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavati	rice
	hyb	ride él	ectrique - Formulation du problème	103
	5.1	Descri	ption de la fonction objectif et des contraintes de fonctionnement	104
		5.1.1	Fonction coût	104
		5.1.2	Contraintes de fonctionnement de la pile à combustible	111
		5.1.3	Contraintes de fonctionnement de la batterie LFP	112
		5.1.4	Contraintes de fonctionnement du pack de supercondensateurs	112
		5.1.5	Contraintes de fonctionnement du mode Plug-In	113
	5.2	Etape	de discrétisation des variables de dimensionnement $\ . \ . \ . \ . \ . \ .$	114
	5.3	Optim	isation d'un véhicule hybride électrique avec un unique stockage d'énergie	115

		5.3.1	Stockage d'énergie par batterie $\mathrm{LiFePO}_4$	. 116
		5.3.2	Stockage d'énergie par supercondensateurs	121
	5.4	Optim	isation d'un véhicule hybride électrique avec deux stockages d'énergie	127
		5.4.1	Formulation du problème original	127
		5.4.2	Reformulation fous forme combinatoire	128
	5.5	Optim	isation d'un véhicule hybride électrique rechargeable avec un seul stockage	
		d'éner	gie	133
		5.5.1	Formulation du problème original	133
		5.5.2	Reformulation sous forme combinatoire	133
	5.6	Réduc	tion de la fenêtre de simulation sur cycles longs	138
		5.6.1	Limitation de la mémoire	138
		5.6.2	Contrainte de restriction du State of Charge	138
	5.7	Conclu	usion	139
6	Din	nensior	nnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavat	rice
	hyb	ride él	ectrique - Simulation et analyse	140
	6.1	Param	nètres de simulation	. 141
		6.1.1	Données composants	. 141
		6.1.2	Paramétrage de l'algorithme	. 142
	6.2	Analys	se des coûts des différentes architectures	. 144
		6.2.1	Configuration avec un seul stockage : Batterie vs Supercondensateurs	144
		6.2.2	Configuration avec un seul stockage : Hybride standard vs Plug-In	146
		6.2.3	Un stockage vs deux stockages	148
	6.3	Influe	nce de la mission	. 149
		6.3.1	Type de mission	. 149
		6.3.2	Variabilité de la mission	151
	6.4	Impac	t de la durée de vie machine sur le TCO	152
		6.4.1	Analyse des résultats	153
		6.4.2	Cas du Plug-In	154
	6.5	Impac	t des modèles de comportement	155
		6.5.1	Vieillissement des batteries	155
		6.5.2	Vieillissement des supercondensateurs	156
		6.5.3	Remplacement des systèmes de stockage	. 160
	6.6	Etude	de sensibilité sur les coûts des composants et coûts énergétiques	161
		6.6.1	Impact du coût de l'hydrogène	. 161
		6.6.2	Impact du coût de l'énergie électrique	162
		6.6.3	Impact du coût des composants	163
	6.7	Perspe	ectives d'amélioration des modèles	165
		-		

	6.8	Conclu	ision	166
7	7 Extension de la méthode à un problème couplé dimensionnement/optimisation			n
	de t	raject	oires d'un système multi-actionneur	167
	7.1	Introd	$\operatorname{uction}$	168
	7.2	Bref é	tat de l'art des méthodes d'optimisation et des applications pour la plani-	
		ficatio	n de trajectoires	170
	7.3	Descri	ption de l'étude	171
	7.4	Formu	lation du problème original	172
		7.4.1	Choix de la variable de commande	172
		7.4.2	Formulation des trajectoires transitoires	174
		7.4.3	Fonction coût	175
		7.4.4	Contraintes	176
		7.4.5	Problème global	177
	7.5	Défini	tion du repère de l'étude et du cycle de mission étudié	178
		7.5.1	Modèle géométrique	178
	7.6	Problé	ematique des modèles uniques	179
		7.6.1	Modèle temporel	179
		7.6.2	Modèle spatial	180
	7.7	Modèl	e hybride discret	181
		7.7.1	Modèle pour un seul actionneur $i$ et une seule sous-trajectoire $j$	182
		7.7.2	Modèle pour un actionneur $i$ et $m$ sous-trajectoires	187
		7.7.3	Modèle pour $n$ actionneurs et $m$ sous-trajectoires	187
	7.8	Résult	ats de simulation et analyse	188
		7.8.1	Paramètre de simulation	188
		7.8.2	Analyse du cycle optimisé	189
		7.8.3	Perspectives d'amélioration des modèles et intégration du dimensionnemen	tt 193
	7.9	Conclu	ision	194
Co	onclu	sion g	énérale et perspectives	196
$\mathbf{A}$	Mod	délisat	ion des actionneurs électromécaniques	201
	A.1	Vis à 1	rouleaux satellites+réducteur	201
	A.2	Modèl	e de frottement de l'ensemble vis+réducteur	202
	A.3	Caract	érisation expérimentale des frottements	203
	A.4	Moteu	r synchrone à aimants permanents et convertisseur associé $\ldots \ldots \ldots$	205
в	Mod	délisat	ion détaillée des composants du HPSS	207
	B.1	Modèl	e énergétique du stockage d'énergie par batterie LFP	207
	B.2	Modèl	e de vieillissement du stockage d'énergie par batterie LFP $\ldots \ldots \ldots$	210

	B.3	Modèle énergétique du stockage par supercondensateurs $\ . \ . \ . \ . \ . \ . \ .$	213
	B.4	Modèle thermique du stockage par supercondensateurs	215
	B.5	Modèle de vieillissement du stockage par supercondensateurs $\ldots \ldots \ldots \ldots$	217
	B.6	Intégration du modèle thermique dans le modèle de vieillissement du stockage par	
		supercondensateurs	220
С	Imp gura	act du choix des conditions initiales sur la solution optimale de la confi- ation B	- 221
D	Dim	nensionnement et optimisation de trajectoires d'un équipement de mini-	-
	exca	avatrice	225
R	éfére	nces bibliographiques	229
Ta	able o	les figures	246
Li	ste d	es tableaux	251

xviii

### Introduction générale

L ES phénomènes liés à la mondialisation ont conduit les hommes à circuler et à échanger des biens à travers le monde. Les modes de transports, localisés principalement à l'échelle d'un pays jusqu'au milieu du XX<sup>e</sup> siècle, ont pris un tournant majeur après la Seconde Guerre mondiale. Désormais, les biens et les personnes circulent constamment et la performance des modes de transport devient un enjeu majeur pour l'économie mondiale. De ce fait, ces déplacements ont un impact majeur sur l'équilibre environnemental de la planète. En 2008, les transports sont responsables de près de 25 % des émissions de Gaz à Effet de Serre (GES) en France répartie de la façon suivante : 12,8 % dans le transport aérien, 15,3 % dans le transport maritime et fluvial, 0,7 % dans le ferroviaire et 71,3 % par le transport routier (source Ministère de l'Écologie, du Développement Durable et de l'Énergie). D'après le CITEPA (Centre Interprofessionnel Technique d'Études de la Pollution Atmosphérique) et le ministère de l'Écologie, du Développement de la secteur des transports alors qu'il a eu tendance à se stabiliser voire diminuer dans les autres secteurs comme le montre la figure 1.



Figure 1 – Répartition des émissions de GES en France en 1990 et 2012 par secteur d'activité

Les GES représentent tous les composants chimiques qui contribuent à la création d'un effet de serre en absorbant le rayonnement infrarouge. Les principaux gaz à effet de serre existants à l'état naturel dans l'atmosphère sont la vapeur d'eau ( $H_2O$ ), le dioxyde de carbone ( $CO_2$ ), le méthane ( $CH_4$ ), le protoxyde d'azote ( $N_2O$ ) ou encore l'ozone ( $O_3$ ). L'industrialisation, la consommation d'énergie fossile et l'utilisation de nouveaux composés chimiques tels que les hydrocarbures halogénés (Fréon, CFC, CF4) - présent notamment dans les solvants et les appareils frigorifiques - ont accéléré de façon substantielle le processus d'effet de serre ces dernières décennies.

Ces émissions de GES sont aussi liées au développement des pays émergents tels que la Chine, le Brésil ou encore l'Inde. Ainsi, entre 1990 et 2007, la quantité de  $CO_2$  produite par habitant en Chine a doublé passant de 2000 kg à plus de 4500 kg/hab/an alors qu'elle a diminué de 17 % en Suède pour atteindre 5000 kg/hab/an selon l'IAE (*International Energy Agency*). Le développement massif de nouvelles infrastructures a nécessité l'utilisation de machines spécifiques toujours plus puissantes, appelées engins mobiles non routiers ou NRMM (Non Road Mobile Machinery).

Ces machines sont définies comme des engins mobiles transportant des équipements industriels ou des véhicules non conçus pour le transport des biens et des personnes par la route. D'après [Frey *et al.*, 2010], près de 26 milliards de litres de carburant sont consommés chaque année par les 2 millions d'engins de construction en fonctionnement aux États-Unis, ce qui a engendré le rejet de plus de 75 millions de tonnes de dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>) dans l'atmosphère. En outre, d'autres types de particules cancérigènes et nocives pour l'environnement sont rejetées dans l'atmosphère telles que les oxydes d'azote (NO<sub>x</sub>), le monoxyde de carbone (CO), les hydrocarbures imbrûlés (HC) ou encore les particules fines (PM).



Figure 2 – Calendrier des législations Tier et Stage pour les moteurs diesel non routiers

Depuis 1996, des organismes implantés aux États-Unis (Environmental Protection Agency), en Europe (Commission Européenne) et au Japon ont établi de nouvelles législations concernant les émissions de polluants pour les moteurs de véhicules non routiers. Regroupés sous les dénominations **Tier** aux États-Unis et **Stage** en Europe, ces normes ont pour objectif de diminuer les taux de particules nocives et de GES émis par les moteurs diesel à usage non routiers à l'horizon 2015. De la même manière que les normes Euro pour les véhicules routiers, des paliers intermédiaires ont été instaurés afin d'atteindre les objectifs progressivement. Les seuils et le type de palier diffèrent suivant le continent et la puissance du moteur diesel comme indiqué sur la figure 2. Ainsi, la norme américaine **Tier 4 finale** prend en compte une gamme de puissance du moteur, les seuils d'émissions de particules sont différents comme le montre la figure 3 avec la norme **Tier 4 finale**.



Figure 3 – Objectifs d'émissions de particules suivant la puissance du moteur diesel pour la norme Tier4finale

Ainsi, les moteurs Diesel de forte puissance (>130 kW) sont beaucoup plus contraints que les moteurs de faible puissance (<19kW). Afin de répondre efficacement à ces législations, plusieurs pistes ont été mises en œuvre par les motoristes. La première concerne l'amélioration des techniques de traitement des gaz d'échappement. Trois technologies majeures sont actuellement commercialisées. Les pots catalytiques (ou catalyseurs), développés dans les années 70 par General Motors, sont devenus des équipements obligatoires dans l'automobile depuis les années 90. Pour un moteur diesel, le catalyseur (dit à 2 voies) contient des métaux rares (tels que palladium, platine ou rhodium) permettant de transformer le monoxyde de carbone et les hydrocarbures imbrûlés en eau, azote et dioxyde de carbone. Un filtre à particule peut être ajouté en complément du pot catalytique afin de réduire également la quantité de particules fines en sortie d'échappement. La seconde technologie est basée sur la technique de recirculation des gaz d'échappement (EGR ou Exhaust Gas Recirculation) dans laquelle une partie des gaz d'échappement (5 à 35%) est réinjectée dans la chambre de combustion. La dernière technologie est appelée réduction catalytique sélective (SCR ou Selective Catalytic Reduction) où un additif (solution à base d'urée) est ajouté dans le carburant afin de transformer les particules de  $NO_x$  en azote et en vapeur d'eau. Depuis fin 2014, la plupart des motoristes intègrent ces

technologies sur les nouveaux modèles fabriqués afin de répondre à la norme Tier 4 finale. Toutefois, la sophistication de ces moteurs augmente sensiblement leurs coûts d'acquisition et de maintenance.

Une autre solution consiste à réduire la puissance du moteur diesel et à ajouter un système de stockage d'énergie temporaire pour assister le moteur durant les périodes de forte demande de puissance. Cette solution est appelée hybridation. Commercialisée depuis une dizaine d'années dans l'automobile, elle se répand petit à petit dans d'autres applications mobiles. Grâce à l'hybridation du groupe de puissance, il est possible de découpler partiellement ou complètement la charge du moteur thermique et ainsi faire fonctionner le moteur dans de meilleures zones de fonctionnement.

C'est dans ce contexte que le projet FUI ELEXC (ELectric EXCavator) est né. En partenariat avec plusieurs industriels et sous la maîtrise d'œuvre de Volvo Construction Equipement, ce projet, labellisé par les pôles de compétitivité Tenerrdis et ViaMeca, vise à tester la faisabilité technologique d'un concept innovant de mini-excavatrice hybride entièrement électrique au travers d'un démonstrateur fonctionnel. L'enjeu principal relève de la maîtrise des besoins énergétiques. Pour cela, une étude de l'ensemble de la chaîne de transmission de puissance, du système d'alimentation de puissance jusqu'aux actionneurs, est réalisée afin de concevoir une machine plus efficace d'un point de vue énergétique.

Afin de rendre la machine plus efficace, il faut étudier la conception de l'ensemble des systèmes énergétiques de l'engin. Celui-ci peut être découpé en 3 sous-ensembles :

- Le choix de l'énergie primaire,
- Le système d'alimentation ou générateur de puissance qui va fournir l'énergie,
- L'actionnement de la charge.

Ces sous-systèmes sont liés entre eux par l'intermédiaire des vecteurs énergétiques comme illustré sur la figure 4.



Figure 4 – Sous-ensemble d'une chaîne de puissance de l'énergie primaire à l'actionnement

Dans un objectif de maîtrise de la consommation d'énergie de la machine, le travail consiste à rechercher la structure d'actionnement, la topologie du système d'alimentation ainsi que le choix de l'énergie primaire permettant d'atteindre ces objectifs tout en respectant certaines contraintes. Dans un premier temps, certains sous-ensembles sont fixés afin de focaliser le travail d'optimisation sur un seul sous-ensemble. Ainsi dans le cas du projet ELEXC, il a été décidé d'électrifier tous les actionneurs. Le problème est alors centré sur l'optimisation du système de génération d'énergie. Le travail présenté dans cette thèse correspond donc à la conception du système d'alimentation de la mini-excavatrice électrique. L'objectif principal des travaux de recherche consiste à formaliser une méthode d'optimisation permettant de combiner des paramètres de dimensionnement et des variables de commande tout en impliquant des modèles de comportement liés à l'utilisation des composants.

Lors de la conception d'un véhicule comprenant plusieurs sources d'énergie (exemple des véhicules hybrides), des choix sur l'architecture et les composants doivent être faits. Chacun de ces choix aura une influence sur la performance du véhicule et la loi de contrôle du système [Moore, 1997], [Fellini *et al.*, 1999]. Habituellement, ces différentes étapes sont réalisées de façon séquentielle, c'est-à-dire qu'en premier lieu, on choisit la topologie, puis le type de composant. Ensuite, le dimensionnement permettant de respecter le cahier des charges est déterminé avant de rechercher la loi de commande optimale du système hybride à partir d'un cycle de mission connu [Serrao, 2009]. Toutefois cette procédure conduit à rechercher une solution optimale pour chaque configuration possible, c'est-à-dire en fixant la topologie, la technologie ainsi que le dimensionnement [Nuesch *et al.*, 2012].



Figure 5 – Niveaux d'optimisation dans la conception d'un véhicule hybride

Dans notre problématique de conception, nous allons chercher à résoudre un problème d'optimisation considérant les 4 niveaux d'optimisation présentés sur la figure 5.

- Le choix de l'architecture : structure de la configuration, nombre de composants,
- La technologie des composants : hydraulique/électrique, type de motorisation, technologie de stockage,
- Le dimensionnement de tous les composants,

• La loi de gestion d'énergie optimale du système.

L'objectif de cette optimisation systémique consiste à minimiser (ou maximiser) un ou plusieurs critères parmi lesquels :

- Minimiser les émissions de  $\mathrm{CO}_2$  et autres polluants,
- Minimiser la consommation énergétique,
- Maximiser le rendement global du véhicule,
- Minimiser le coût global du véhicule ou le temps de retour sur investissement.

Pour ce faire, le système étudié doit respecter un certain nombre de contraintes parmi lesquelles :

- Performance du véhicule,
- Fiabilité et compatibilité des composants avec leur environnement,
- Respect d'un cycle défini,
- Encombrement et intégration.

Il existe un couplage évident entre ces différents niveaux d'optimisation [Emadi *et al.*, 2005]. L'architecture, le type de composant et leur dimensionnement auront un impact sur la loi de commande optimale et donc sur la solution globalement optimale [Silvas *et al.*, 2012].

De nombreux travaux se sont focalisés sur l'optimisation des architectures hybrides dans le but de minimiser la consommation énergétique. Toutefois, la minimisation de ce critère unique conduit parfois à des architectures et des dimensionnements économiquement incompatibles avec les attentes du marché, car trop onéreuses. Au contraire, [Silvas *et al.*, 2012] propose une approche multicritère englobant d'une part le coût du système hybride lié à son architecture et ses composants, et d'autre part le coût d'exploitation du véhicule lié principalement à sa consommation énergétique.

La problématique est cruciale lorsqu'il existe un très grand nombre de choix dans la structure de la configuration : c'est le cas de systèmes multi-actionneur mettant en jeu plusieurs vecteurs énergétiques. L'énumération et l'évaluation de toutes les configurations ne sont pas envisageables. Il faut pouvoir disposer d'un outil méthodologique capable d'intégrer les choix d'architecture, de technologie, de dimensionnement et de commande au sein d'un même problème d'optimisation.

Afin de mettre en avant ce couplage inter niveaux, notre étude se limitera à la résolution d'un problème de dimensionnement et de commande optimale bien que certains travaux s'attachent à coupler aussi le niveau topologique du véhicule (cf travaux [Hofman *et al.*, 2012], [Silvas *et al.*, 2015]). Dans notre cas, l'architecture et la technologie des composants ont été fixées par le cahier des charges du constructeur comme présenté sur la figure 6. Le choix d'un dimensionnement fixera la loi de commande optimale du système, de même que la loi de commande orientera le dimensionnement optimal du système.

La diversité des systèmes à piloter et leur complexité nécessitent de manipuler divers types de variables statiques et dynamiques :

- entiers : rapport de boite de vitesses, nombre de cellules d'une batterie,
- booléen : activation d'un groupe électrogène, enclenchement d'un embrayage,
- continu : vitesse d'un véhicule.



Figure 6 – Problématique de conception générale et définition du périmètre d'étude de la thèse

Afin de traiter cette problématique de méthodologie de conception, nous allons dans le premier chapitre réaliser un **état de l'art sur les méthodes pour l'optimisation du dimensionnement et de la commande des systèmes**. Dans ce chapitre seront exposées plus en détail les stratégies mises en œuvre pour résoudre un problème d'optimisation globale couplant des variables de dimensionnement et des variables de commande. Plusieurs méthodes d'optimisation déterministes et stochastiques couramment utilisées seront présentées. Une méthode d'optimisation issue du domaine de la recherche opérationnelle sera présentée et fera l'objet d'une adaptation dans le chapitre suivant. Le développement d'une méthodologie basée sur la programmation linéaire en nombres entiers constituera la contribution majeure de cette thèse. La résolution de ce type de problème repose sur la méthode dite de séparation et évaluation progressive (Branch & Bound).

Le second chapitre (**Proposition d'une nouvelle méthode basée sur l'optimisation combinatoire**) détaille l'algorithme élaboré et dédié à la résolution de problèmes pour le dimensionnement et la commande optimale d'un système. Cette méthode est basée sur l'algorithme de Branch & Bound, et sa variante Branch & Cut. Il s'agira de la première contribution de ces travaux. Des propositions sont suggérées afin d'augmenter les capacités de calcul de ce nouvel algorithme et le rendre plus facilement efficace à l'avenir pour traiter des problèmes de grande taille. Quelques résultats de sensibilité de l'algorithme déployé seront présentés et comparés à ceux issus de la programmation dynamique. Cette méthode fera l'objet de deux cas d'applications spécifiques présentés dans les chapitres suivants.

Ensuite, une étude est réalisée sur le dimensionnement global et l'optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique. Dans le chapitre 3 (Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique -**Présentation**), un aperçu de quelques architectures dédiées à l'optimisation énergétique dans les engins de construction est présenté. Puis le projet ELEXC est décrit et nous introduirons le principe de fonctionnement d'une mini-excavatrice et les choix architecturaux réalisés sur le prototype. Le chapitre 4 (Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Modélisation) est consacré à l'élaboration des modèles des composants du système de génération de puissance. Le chapitre 5 (Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Formulation du problème) se focalisera sur la formulation des problèmes d'optimisation. Trois problèmes d'optimisation seront étudiés : un véhicule hybride électrique avec un unique système de stockage d'énergie, un véhicule hybride électrique avec deux systèmes de stockage d'énergie et un véhicule hybride électrique rechargeable (plug-in). Dans chaque cas, un problème combinatoire spécifique sera développé. Enfin, les résultats des différentes optimisations seront analysés pour conclure le chapitre 6 (Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Simulation et analyse) à travers l'analyse de sensibilité et une comparaison des différentes architectures. De même, l'importance des modèles de dégradation dans les résultats du dimensionnement sera soulignée.

Afin d'améliorer encore plus les performances énergétiques de l'engin, le chapitre 7 (Extension de la méthode à un problème couplé dimensionnement/optimisation de trajectoires d'un système multi-actionneur) reprend la méthode d'optimisation combinatoire développée dans le chapitre 2 pour traiter un problème de dimensionnement d'actionneurs et de la planification optimale de leurs trajectoires. Bien qu'il s'agisse également d'un problème de conception (dimensionnement d'actionneurs), seule la partie traitant de l'optimisation de la commande est traitée. Le problème consiste alors à minimiser la consommation d'énergie de l'ensemble des actionneurs durant les mouvements de transition de la tâche considérée. Ce chapitre sera focalisé sur un modèle hybride composé de variables de déplacement et de variables temporelles. Ce travail constituera donc la troisième contribution originale de cette thèse. Ainsi, les nouvelles trajectoires optimales pour le cycle de travail pourront être réutilisables dans le problème de dimensionnement vu dans les chapitres 3 à 6.

Enfin, ce travail conclura sur les apports méthodologiques et sur le potentiel de la méthodologie développée pour résoudre des problèmes d'optimisation étendus ou plus complexes. Les perspectives de développement sont détaillées sur deux aspects majeurs : l'amélioration des modèles de comportement des composants et l'amélioration de la méthode d'optimisation.

Ces travaux ont également fait l'objet de plusieurs publications :

#### Revues internationales avec comité de lecture

#### Conférences internationales avec comité de lecture

CHAUVIN, A., SARI, A., HIJAZI, A. et BIDEAUX, E. - Optimal sizing of an energy storage system for a hybrid vehicle applied to an off-road application. *IEEE/ASME International Confe*-rence on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), pages 775-780, 2014.

CHAUVIN, A., HIJAZI, A., BIDEAUX, E. et SARI, A. - Combinatorial approach for sizing and optimal energy management of HEV including durability constraints. 23<sup>rd</sup> International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), 2015.

CHAUVIN, A., SARI, A., HIJAZI, A. et BIDEAUX, E. - Formulation combinatoire pour le dimensionnement et la gestion d'énergie optimale d'un véhicule électrique hybride incluant deux stockages d'énergie, 6<sup>èmes</sup> Journées Doctorales/Journées Nationales MACS, Bourges, 2015.

CHAUVIN, A., SARI, A., HIJAZI, A. et BIDEAUX, E. - Impact of supercapacitor ageing model on optimal sizing and control of a HEV using combinatorial optimization. *IFAC Workshop on Engine and Powetrain Control, Simulation and Modeling (E-COSM)*, 2015.

CHAUVIN, A., HIJAZI, A., BIDEAUX, E. et SARI, A. - Cost optimizatin for plug-in integration in a hybrid electric mini-excavator with mixed-integer linear programming, *IEEE Vehicle Power Propulsion Conference (VPPC)*, 2015.

# chapitre 1

État de l'art des méthodes pour l'optimisation du dimensionnement et de la commande des véhicules hybrides

#### Sommaire

1.1 Inti	roduction
1.2 For	mulation d'un problème de dimensionnement et de commande
$\mathbf{opt}$	imale
1.3 Stra	atégies d'optimisation
1.3.1	Stratégie séquentielle
1.3.2	Stratégie itérative
1.3.3	Stratégie bi-niveaux
1.3.4	Stratégie simultanée
1.3.5	Comparaison des différentes stratégies 16
1.4 Rés	solution de problèmes d'optimisation non linéaires sous contraintes 17
1.4.1	Généralités
1.4.2	Optimisation convexe
1.4.3	Algorithmes stochastiques et métaheuristiques
	1.4.3.1 Recuit simulé $\ldots \ldots 22$
	1.4.3.2 Algorithmes génétiques
	1.4.3.3 Optimisation par essaims particulaires
1.4.4	Programmation Dynamique
1.4.5	Méthode de séparation et évaluation progressive
	1.4.5.1 Généralités
	1.4.5.2 Techniques de coupes

1.5	Association de méthodes d'optimisation pour des problèmes com-	
	plexes	<b>35</b>
1.6	Conclusion	<b>37</b>

#### 1.1 Introduction

L'OPTIMISATION est une branche des mathématiques cherchant à modéliser et résoudre un problème en respectant un certain nombre de contraintes. La plupart des problèmes d'optimisation énergétique présents dans la littérature font état de systèmes purement variationnels, c'est-à-dire que la commande du système est l'unique paramètre d'optimisation comme présenté dans [Rousseau *et al.*, 2008], les paramètres de dimensionnement étant fixés.

L'optimisation des paramètres de dimensionnement constitue un problème additionnel dans la démarche d'optimisation. En effet, la performance de la commande sera liée aux caractéristiques de dimensionnement des composants. Par exemple, si la commande d'un véhicule hybride est la puissance délivrée par une pile à combustible et la variable de dimensionnement est la puissance maximale délivrée par ce composant, la plage de commande sera donc directement liée à la variable de dimensionnement. Ainsi, en posant u(t) comme étant la variable de commande et v comme étant la variable de dimensionnement du système avec la contrainte  $u(t) \leq v$ , le problème global revient à déterminer le paramètre de dimensionnement v et la commande u(t)qui minimisent un certain critère.

Deux problèmes se dessinent alors. Tout d'abord, la modélisation de ce type de problème peut conduire à des formulations non linéaires pour lesquelles des méthodes d'optimisation spécifiques doivent être exploitées. Toutefois, certaines méthodes de résolution permettent de réduire la complexité du problème [Reyer et Papalambros, 2002]. Mais ces stratégies nécessitent de réaliser des itérations qui augmentent les temps de calcul. Un compromis est parfois proposé comme des approximations sur les modèles originaux afin d'obtenir une solution en des temps de calcul raisonnables au détriment de l'optimalité de la solution.

Dans la suite du chapitre, quatre stratégies d'optimisation sont abordées, puis quelques méthodes d'optimisation couramment exploitées dans des problèmes d'optimisation énergétique sont illustrées. Cette analyse de l'existant mènera à confronter les méthodes d'optimisation actuelles et définir leurs atouts et limites.

## 1.2 Formulation d'un problème de dimensionnement et de commande optimale

Dans un premier temps, le problème d'optimisation globale est énoncé sous sa forme généralisée. Tout d'abord, le problème de dimensionnement optimal consiste à minimiser une fonction objectif c à partir de variables de dimensionnement statiques q tout en respectant des contraintes d'inégalité et d'égalité notées respectivement d et e. Ce problème  $(P_1)$  est donné par l'équation (1.1).

$$(P_1) \begin{cases} \min_{q} c(q) \\ \text{st} d(q) \leq 0 \\ e(q) = 0 \end{cases}$$
(1.1)

Le problème d'optimisation dynamique est posé en faisant intervenir des variables temporelles. Le problème d'optimisation dynamique est caractérisé par une fonction objectif L à optimiser en fonction de la commande p, une fonction d'état h qui décrit la dynamique du système, des contraintes de fonctionnement g sur la commande, un objectif et des contraintes sur l'état final notés respectivement  $\Phi$  et  $\psi$ , ainsi que des conditions initiales  $x_0$ . Enfin le système est soumis à une perturbation externe r(t) supposée connue. Ce problème ( $P_2$ ) est donné par l'équation (1.2).

$$(P_2) \begin{cases} \min_{p} \quad \varPhi(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(p(t), x(t), t) \, dt \\ \text{st} \quad \dot{x} = h(p(t), x(t), r(t), t) \\ g(p(t), x(t), r(t), t) \le 0 \\ \psi(x(t_f), t_f) = 0 \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$
(1.2)

A partir de ces deux problèmes, le problème d'optimisation combiné  $(P_3)$  doit respecter un certain nombre de contraintes [Fathy *et al.*, 2001] parmi lesquelles :

- Le problème combiné doit satisfaire les contraintes liées au problème de dimensionnement et les contraintes du problème d'optimisation dynamique. De ce fait, les contraintes du problème combiné sont représentées par l'union des contraintes de  $(P_1)$  et  $(P_2)$ .
- De la même façon, l'ensemble des variables admissibles du problème combiné est représenté par l'union des deux ensembles de variables de chaque problème séparé.
- Les variables de dimensionnement ont un impact sur les variables d'état du système.
- La nature multiobjective de la fonction à optimiser nécessite d'optimiser plusieurs critères parfois contradictoires. Il existe alors un ensemble de valeurs optimales qui forme une frontière de Pareto. Pour générer cet ensemble, on peut agréger le critère et définir des poids sur chaque critère concernant respectivement la commande et le dimensionnement. Le paramètre  $w_d$  représente le poids affecté sur la fonction objectif du dimensionnement

optimale tandis que  $w_c$  représente le poids d'affectation de la fonction objectif de la commande. Le choix de ces poids influencera la valeur optimale de la fonction objectif ainsi que la solution obtenue.

Le problème combiné  $(P_3)$  s'écrit alors :

$$(P_{3}) \begin{cases} \min_{p,q} \left\{ w_{d} \cdot c(q) + w_{c} \cdot \left( \Phi(x(t_{f}), t_{f}) + \int_{t_{0}}^{t_{f}} L(p(t), x(t), t) dt \right) \right\} \\ \text{st} \quad d(q) \leq 0 \\ e(q) = 0 \\ \dot{x} = h\left( p(t), x(t), r(t), t, q \right) \\ g\left( p(t), x(t), r(t), t, q \right) \leq 0 \\ \psi(x(t_{f}), t_{f}) = 0 \\ x(t_{0}) = x_{0} \end{cases}$$
(1.3)

#### 1.3 Stratégies d'optimisation

Plusieurs stratégies d'optimisation peuvent être mises en place pour résoudre des problèmes combinés du type  $(P_3)$  [Fathy *et al.*, 2001].

#### 1.3.1 Stratégie séquentielle

La stratégie séquentielle consiste à partager le problème d'optimisation globale en deux sousproblèmes distincts. Pour cela, le problème de dimensionnement et le problème de commande optimale sont considérés comme indépendants et non liés.



Figure 1.1 – Stratégie séquentielle

À partir de l'hypothèse de découplage, la stratégie suit les étapes successives présentées sur la figure 1.1. Cette approche conduit à une solution sous-optimale en raison de l'hypothèse de découplage réalisée, le problème de dimensionnement étant résolu dans un premier temps. Toutefois, cette approche reste très utilisée dans le domaine de l'ingénierie dans lequel le dimensionnement est réalisé suivant un cahier des charges (dimensionnement sur les situations
de vie les plus sollicitantes) puis la synthèse de contrôleur est réalisée à partir des critères de performance. A noter que cette stratégie peut aussi être réalisée dans l'autre sens et mener à des résultats différents. De ce fait, cette stratégie ne permet pas de garantir l'optimalité de la solution.

## 1.3.2 Stratégie itérative

La stratégie itérative utilise une boucle itérative afin de prendre en compte les contraintes liées à la commande lors du dimensionnement du système, et inversement. De la même manière que précédemment, les deux sous-problèmes sont résolus indépendamment tout en prenant en compte les contraintes de l'autre problème (figure 1.2).



Figure 1.2 – Stratégie itérative

Cette stratégie suit plusieurs étapes successives qui sont répétées jusqu'à obtenir la convergence de la solution (des variables de décision).

- 1. Un dimensionnement initial  $q_0$  et une trajectoire dynamique  $(p_0, x_0(t), t_{f0}, t_{00})$  sont proposés,
- 2. Le problème de dimensionnement suivant est résolu en ajoutant les contraintes du problème de commande

$$\begin{cases} \min_{q} c(q) \\ \text{st} \quad d(q) \leq 0 \\ e(q) = 0 \\ \dot{x} = h(p(t), x(t), r(t), t, q) \\ g(p(t), x(t), r(t), t, q) \leq 0 \\ \psi(x(t_{f}), t_{f}) = 0 \\ x(t_{0}) = x_{0} \\ \left[ \Phi(x(t_{f}), t_{f}) + \int_{t_{0}}^{t_{f}} L(p(t), x(t), t) dt \right] \leq \left[ \Phi(x(t_{f}), t_{f}) + \int_{t_{00}}^{t_{f0}} L(x_{0}(t), p_{0}(t), t) dt \right]$$
(1.4)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf © [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés

- 3. A partir du dimensionnement obtenu, le problème d'optimisation  $(P_2)$  est résolu,
- 4. Retour à l'étape 2.

Le problème d'optimisation est arrêté lorsqu'il y a une convergence du critère. Toutefois, cette stratégie ne garantit pas non plus l'optimalité de la solution.

## 1.3.3 Stratégie bi-niveaux

La stratégie bi-niveaux fait l'objet de nombreux travaux depuis plusieurs années, plus spécifiquement dans les domaines liés à la prise de décision [Bard et Moore, 1990]. Plus généralement, la programmation bi-niveaux traite des problèmes d'optimisation dans lesquels un sous-problème d'optimisation est inclus dans les contraintes. Cette stratégie d'optimisation est étudiée dans le domaine de la théorie des jeux [Von Stackelberg, 2010] et dans la recherche opérationnelle [Bracken et McGill, 1978]. Le problème d'optimisation est alors présenté sous la forme  $(P_4)$  cidessous.

$$(P_{4}) \begin{cases} \min_{p,q} \left\{ w_{d} \cdot c(q) + w_{c} \left( \Phi(x(t_{f}), t_{f}) + \int_{t_{0}}^{t_{f}} L(p(t), x(t), t) dt \right) \right\} \\ \text{st} \quad d(q) \leq 0 \\ e(q) = 0 \\ \left\{ \min_{p} \Phi(x(t_{f}), t_{f}) + \int_{t_{0}}^{t_{f}} L(p(t), x(t), t) dt \\ \text{st} \quad \dot{x} = h(p(t), x(t), r(t), t) \\ g(p(t), x(t), r(t), t) \leq 0 \\ \psi(x(t_{f}), t_{f}) = 0 \\ x(t_{0}) = x_{0} \end{cases}$$
(1.5)

Ce type de problème nécessite une hiérarchie qui n'est pas interchangeable, c'est-à-dire que le problème n'est pas symétrique [Bard, 1998]. La fonction objectif du niveau supérieur dépend de la fonction objectif du niveau inférieur.

Dans le cas du type de problème qui nous intéresse, la stratégie bi-niveaux consiste à réaliser deux boucles d'optimisation imbriquées : une boucle externe pour le dimensionnement et une boucle interne pour l'optimisation de la commande comme montré sur la figure 1.3. Ainsi la boucle externe permet de sélectionner un dimensionnement tandis que la boucle interne permettra d'obtenir la commande optimale pour le dimensionnement choisi. La fonction objectif globale est déterminée dans la boucle externe.



Figure 1.3 – Stratégie bi-niveaux

## 1.3.4 Stratégie simultanée

La stratégie simultanée consiste à réunir les variables de dimensionnement et les variables de commande au sein d'un même problème. Ce type de stratégie est appliqué principalement sur des problèmes linéaires et des problèmes convexes. Ce problème hybride comprenant des variables statiques et des variables dynamiques rend la résolution mathématiquement complexe. Même si les deux sous-problèmes séparés sont convexes, cela n'implique pas forcément que le problème combiné soit lui aussi convexe.



Figure 1.4 – Stratégie simultanée

Cette stratégie est avant tout réservée à des problèmes particuliers pour lesquels une formulation sous forme convexe permet d'aboutir à une solution optimale.

## 1.3.5 Comparaison des différentes stratégies

On peut donc conclure qu'il existe une stratégie d'optimisation valable pour tout type de problème (stratégie bi-niveaux) ainsi que d'une stratégie dédiée à des cas spécifiques où les temps de calcul sont considérablement réduits (stratégie simultanée). Les travaux présentés par [Reyer et Papalambros, 2002] montrent l'impact de ces différentes stratégies dans le contexte de l'optimisation des performances d'un moteur électrique DC.

Le tableau 1.1 montre les principales caractéristiques des stratégies d'optimisation mises en œuvre pour la résolution d'un problème de dimensionnement et de commande optimale. Bien que la stratégie simultanée semble la méthode la plus efficace pour résoudre ce type de problème, elle est restreinte à des problèmes d'optimisation bien spécifiques (linéaires ou convexes) ce qui

Stratégie	Séquentielle	Itérative	Bi-niveaux	Simultanée
Couplage et optimalité			$\mathbf{C}$	$\mathbf{C}$
Temps de calcul	$\overline{}$	$\bigcirc$		C
Complexité du problème	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\mathbf{C}$	

Tableau 1.1 – Comparaison des 4 stratégies d'optimisation de problèmes combinés

limite la généralisation de cette stratégie. La méthode bi-niveaux est quant à elle plus développée, car elle permet de répondre à la problématique du couplage des variables d'optimisation, et ce, quelle que soit la forme du problème à résoudre. Les temps de calcul sont plus longs que dans le cas d'une stratégie simultanée, mais ils dépendent essentiellement de la méthode de résolution exploitée pour résoudre le système en cascade.

## 1.4 Résolution de problèmes d'optimisation non linéaires sous contraintes

## 1.4.1 Généralités

Les problèmes d'optimisation se présentent généralement sous la forme suivante :

$$(P) \begin{cases} \min_{x} f(x) \\ st \quad g_{i}(x) \leq 0 \quad i \in I = \{1, 2, ..., m\} \\ h_{j}(x) = 0 \quad j \in J = \{1, 2, ..., p\} \\ x \in \Re^{n} \end{cases}$$
(1.6)

où f représente la fonction objectif, x représente l'ensemble des variables de décision, les fonctions g et h représentent les contraintes d'inégalité et d'égalité liées au problème. Il existe plusieurs types de problèmes d'optimisation. De nombreuses classifications existent parmi lesquelles les classifications par type de variables (continues, discrètes, mixtes) ou par type de problèmes. Le tableau 1.2 présente quelques types de problèmes d'optimisation couramment rencontrés.

Les problèmes non linéaires sont les plus complexes à résoudre car, dans le cas général, il n'existe pas de solution analytique généralisée à ce type de problème. De plus, certains problèmes nécessiteraient des temps de calcul très grands s'ils étaient résolus de manière exacte. Une des solutions pour résoudre des problèmes d'optimisation non linéaires sous contraintes d'inégalité consiste à exploiter les conditions de Karush-Kuhn-Tucker [Kuhn *et al.*, 1951]. Ces conditions

# Etat de l'art des méthodes pour l'optimisation du dimensionnement et de la commande des véhicules hybrides

Type	Fonction objectif $f$	Ensemble des contraintes
Linéaire	linéaire	polyèdre convexe
Quadratique	forme quadratique	polyèdre convexe
Convexe	convexe	convexe ou ensemble convexe
Non linéaire	quelconque	ensemble quelconque

Tableau 1.2 – Classification des problèmes d'optimisation

sont basées sur la généralisation de la méthode des multiplicateurs de Lagrange associée aux contraintes d'inégalité. On suppose d'abord que toutes les fonctions f,  $g_i$  et  $h_j$  sont continues et dérivables une fois. On pose  $\lambda_i$  et  $\mu_j$  deux vecteurs de réels positifs ou nuls.

## Théorème 1

Une condition nécessaire pour que  $x^*$  soit un optimum local de (P) est qu'il existe des valeurs  $\lambda_i \ge 0$  et  $\mu_j \ge 0$  tels que :

$$\nabla f(x^*) + \sum_{i \in I} \lambda_i \nabla g_i(x^*) + \sum_{j \in J} \mu_j \nabla h_j(x^*) = 0$$

$$\lambda_i \cdot g_i(x^*) = 0$$
(1.7)

 $\lambda_i$  et  $\mu_j$  sont appelés multiplicateur de Lagrange. Dans le cas d'un problème avec contraintes d'égalité uniquement, on retrouve les conditions de Lagrange [Minoux, 2007].

## Théorème 2

Une condition suffisante concerne la condition de relâchement des contraintes. On suppose que  $(\bar{x}, \bar{\lambda})$  est un point col de la fonction lagrangienne  $L(\bar{x}, \bar{\lambda})$ . Alors

$$L(\bar{x}, \bar{\lambda}) = \min L(x, \bar{\lambda})$$

$$g_i(\bar{x}) \le 0$$

$$\bar{\lambda}_i g_i(\bar{x}) = 0$$
(1.8)

Dans le cas général, l'existence d'un point col implique qu'il existe une solution au problème, mais qui n'est pas nécessairement un optimum global.

Toutefois, cette condition et les méthodes numériques (Algorithmes à direction de descente tels que la méthode de Quasi-Newton [Guemri, 2013]) proposent une approche locale de la solution. D'autres alternatives sont proposées dans la littérature afin de résoudre un problème d'optimisation globale. Trois méthodes distinctes sont présentées.

- Les méthodes d'optimisation convexe,
- Les algorithmes stochastiques et métaheuristiques,

• Les méthodes discrètes par approches combinatoires.

## 1.4.2 Optimisation convexe

Les problèmes d'optimisation convexes sont des cas spécifiques de problèmes non linéaires pour lesquels la fonction objectif et l'ensemble des contraintes sont exprimés sous forme convexe. Les conditions de Karush-Kuhn-Tucker appliquées aux problèmes convexes justifient l'existence d'un point-col [Culioli, 2012]. L'existence d'un point-col défini sur la fonction de Lagrange Lsignifie qu'il s'agit de l'optimum global du problème.



Figure 1.5 – Exemple de fonctions convexes

L'optimisation convexe est un outil applicable à ce genre de problématique. Dans les travaux de [Murgovski, 2012], l'auteur propose de réaliser un dimensionnement optimal combiné à une stratégie de gestion d'énergie hors-ligne en reformulant le problème sous forme convexe. La fonction objectif est liée aux variables de dimensionnement des composants ainsi qu'à la commande du système (consommation de carburant). Les modèles de comportement des composants sont approximés par des fonctions de type convexe.

Les concepts d'optimisation convexe sont largement décrits dans [Boyd et Vandenberghe, 2009]. On notera ici Dom (f) le domaine de f.

**Définition 1** : L'ensemble  $\mathcal{C} \subseteq \mathbb{R}^n$  est convexe si le segment entre deux points  $x, y \in \mathcal{C}$  est inclus dans  $\mathcal{C}$ , c'est-à-dire  $\theta \cdot x + (1 - \theta) \cdot y \in \mathcal{C}$  pour  $\theta$  tel que  $0 \le \theta \le 1$ .

**Définition 2**: Une fonction  $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$  est convexe si le domaine de f est un ensemble convexe et  $f(\theta \cdot x + (1 - \theta) \cdot y) \leq \theta \cdot f(x) + (1 - \theta) \cdot f(y)$  pour tout  $x, y \in \text{Dom } (f)$  et quelque soit  $\theta$  tel que  $0 \leq \theta \leq 1$ . De plus, la fonction f est dite concave si -f est convexe. Définition 3 : Soit le problème

$$(P) \begin{cases} \min_{x} f(x) \\ \text{contraint par } g_{i}(x) \leq 0, \quad i = 1, ..., m \\ h_{j}(x) = 0, \quad j = 1, ..., p \\ x \in \mathcal{X} \end{cases}$$
(1.9)

Le problème (P) est convexe si  $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^n$  est un ensemble convexe, les fonctions f(x) et  $g_i(x)$  sont des fonctions convexes et  $h_j(x), j = 1, ..., p$  sont affines dans l'espace des variables de décision x.

**Théorème 1** : Une intersection  $S = \cap S_i$ , d'ensembles convexes  $S_i$ , est un ensemble convexe.

**Théorème 2** : Une fonction cumulative non négative  $f = \sum_{i \in \{0,...,m\}} \omega_i f_i$  avec  $\omega_i \ge 0$ , de fonctions convexes  $f_i$ , est une fonction convexe. Cette propriété peut s'étendre aux sommes et intégrales infinies.

**Théorème 3**: Un maximum local  $f(x) = max\{f_1(x), ..., f_m(x)\}$  de fonctions convexes  $f_i(x), i = 1, ..., m$  est une fonction convexe. De façon similaire, un minimum local  $f(x) = min\{f_1(x), ..., f_m(x)\}$  de fonctions concave  $f_i(x), i = 1, ..., m$  est une fonction concave.

La résolution numérique des problèmes d'optimisation convexe peut faire appel à différentes méthodes [Boyd et Vandenberghe, 2009] :

- Méthode des points intérieurs (Nemirovskii and Nesterov),
- Méthode des plans sécants,
- Méthode du gradient projeté,
- Algorithme de génération de colonnes de Dantzig,

La résolution d'un problème convexe peut être réalisée de façon relativement simple grâce à des solveurs tels que SeDuMi ou SDPT3 [Murgovski, 2012]. La ToolBox CVX développée à Standford University et implémentable sous MatLab permet de traiter ce type de problème [Grant *et al.*, 2008].

Des travaux sur l'optimisation convexe ont été initiés par [Tate et Boyd, 1998] puis développés par [Murgovski *et al.*, 2013] dans le cadre du dimensionnement et de la gestion d'énergie de véhicules hybrides électriques. Dans l'approche proposée, le problème initial est converti en un problème convexe en utilisant des approximations sur les modèles. Sur la figure 1.6, les fonctions de pertes du moteur électrique et du moteur thermique sont approximées à partir de fonctions quadratiques.



Figure 1.6 – Modèles de fonctionnement d'un moteur électrique (à gauche) et d'un moteur thermique (à droite) à partir de fonctions quadratiques

Cependant, l'une des limitations de l'optimisation convexe reste qu'il n'est pas possible d'intégrer des variables discrètes. Dans les problèmes d'optimisation liés à la gestion d'énergie de véhicules hybrides, des variables binaires d'activation de sources de puissance, ou le choix du rapport de boite de vitesses d'une transmission sont des variables de décision qui ne peuvent être gérées à travers cette approche. De plus, certaines non-linéarités ne peuvent être approchées sous forme de fonctions convexes sans limiter les erreurs d'approximation. Sur la figure 1.7, le rendement de 2 groupes électrogènes (EGU) est approximé par une fonction polynomiale du second degré (fonction convexe). La figure de gauche montre que dans le premier cas (EGU1), on ne peut définir un modèle convexe que pour les faibles puissances, la caractéristique réelle ne pouvant être approchée globalement par une même fonction convexe sans une erreur importante à forte puissance.



Figure 1.7 – Restrictions de la plage de fonctionnement des modèles quadratiques 2 dimensionnements de groupe électrogène (EGU)

Afin d'intégrer des variables discrètes, une approche proposée dans [Murgovski *et al.*, 2012b] consiste à choisir les variables discrètes à l'aide de routines heuristiques, puis suite à ce choix d'approximer le problème comme un sous-problème convexe. Dans le cas étudié par Murgovski, l'optimisation concerne la minimisation de la consommation d'un bus hybride parallèle électrique disposant de points de recharge rapides aux stations d'arrêt. Les variables discrètes sont l'activation du moteur thermique et le rapport de la boite de vitesse. Les modèles de comportement des composants sont approximés par des fonctions convexes. Enfin, Murgovski prend en compte l'aspect thermique des composants pour le dimensionnement des composants [Murgovski *et al.*, 2012a]. Cette méthode est généralisée dans [Egardt *et al.*, 2014].

## 1.4.3 Algorithmes stochastiques et métaheuristiques

Lorsque les fonctions du modèle mathématique sont non différentiables ou lorsqu'il n'est pas possible d'obtenir un modèle mathématique d'un composant (données expérimentales non extrapolables), d'autres solutions sont envisagées parmi lesquelles le recours aux algorithmes stochastiques. Les algorithmes les plus couramment exploités dans l'optimisation de véhicules hybrides sont le recuit simulé, les algorithmes génétiques et les algorithmes d'optimisation par essaims particulaires [Gao et Mi, 2007, Silvas *et al.*, 2012].

## 1.4.3.1 Recuit simulé

Le recuit simulé est une méthode empirique qui s'inspire du procédé de recuit exploité dans la métallurgie pour contrôler le refroidissement du métal afin d'améliorer les caractéristiques techniques du solide. Le principe est d'atteindre un état d'énergie minimal qui correspond à une structure stable du métal [Metropolis *et al.*, 1953].

Ce n'est qu'à partir des années 1980 qu'un principe similaire a été exploité afin de résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire [Kirkpatrick *et al.*, 1983, Černỳ, 1985]. Le recuit simulé est la première méthode métaheuristique proposée dans la littérature.



Figure 1.8 – Principe du recuit simulé

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf © [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés La méthode du recuit simulé s'appuie sur l'algorithme de Métropolis-Hastings. Il s'agit d'une méthode statistique issue de la méthode de Monte-Carlo [Van Laarhoven et Aarts, 1987]. Cet algorithme permet initialement de décrire l'évolution d'un système thermodynamique. L'idée est d'effectuer un mouvement selon une distribution de probabilité qui dépend de la qualité des différents voisins : les meilleurs voisins ont une probabilité plus élevée, les moins bons ont une probabilité plus faible. L'algorithme se base sur un paramètre de température T. Pour une température Temp élevée, tous les voisins ont la même probabilité d'être acceptés. Pour une température faible, un mouvement qui dégrade la fonction de coût a une faible probabilité d'être accepté. Lorsque la température est nulle, aucune dégradation sur la fonction de coût n'est acceptée. La température Temp débute avec une valeur élevée et tend vers 0 au cours de la recherche.

La température Temp représente la fonction objectif f (voir figure 1.8). À partir d'une solution initiale  $x_0$ , on créé une perturbation afin d'en obtenir une seconde. Si le critère est amélioré, alors on tend à chercher une meilleure solution au voisinage du point de départ. Dans le cas où la solution est dégradée, on va chercher à s'éloigner pour explorer une plus grande partie de l'espace des solutions admissibles. Cette stratégie est présentée sur la figure 1.8. Le choix du critère est défini à partir de la règle de probabilité de Métropolis et la température sert à contrôler l'acceptation des dégradations.

Cet algorithme est facile à mettre en œuvre. Les principaux inconvénients du recuit simulé résident dans le choix de nombreux paramètres, tels que la solution initiale, la loi de décroissance de la température, les critères d'arrêt ou la longueur des paliers de température. Ces paramètres sont souvent choisis de manière empirique. Théoriquement, l'algorithme du recuit simulé converge vers un optimum global avec une probabilité égale à 1 si le temps t tend vers l'infini. En pratique, des critères d'arrêt sur le gradient de température Temp sont appliqués.

Quelques travaux exploitent le principe du recuit simulé dans le cas de l'optimisation d'un véhicule hybride hydraulique [Hui, 2010] ou d'un véhicule hybride électrique [Gao et Mi, 2007].

## 1.4.3.2 Algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques, basés sur la théorie de l'évolution de Darwin, font partie de la famille des algorithmes dits évolutionnistes. Ils sont couramment utilisés lorsque l'on souhaite obtenir une solution approchée d'un problème d'optimisation en des temps de calcul raisonnables. Ils s'inspirent des principes de l'évolution (sélection naturelle, croisement, mutations) sur des populations de solutions potentielles.

Les algorithmes génétiques ont été appliqués à des problèmes d'optimisation à la fin des années 1980 [Goldberg et Holland, 1988]. Chaque individu (solution potentielle) est caractérisé par un génome (séquence de chromosomes ou allèles). La population évolue suivant différents processus : par une sélection dans laquelle seuls les individus les mieux adaptés survivent au milieu extérieur, par croisement en générant de nouveaux individus comportant des séquences de chromosomes de leur parent, et par mutation d'une partie du génome. Ce type d'algorithme est bien adapté à la minimisation (ou maximisation) de fonctions présentant plusieurs extrema. Le coût de calcul peut être important dans la mesure où chaque individu doit être évalué. L'algorithme représenté sur la figure 1.9 se base sur les étapes suivantes [Davis *et al.*, 1991] :

- Codage : On cherche x = argmin f(x) pour lequel  $x = [x_1, x_2, ..., x_n]$ . A chaque  $x_i$  correspond une valeur réelle qui peut être codée par un alphabet. L'alphabet le plus simple est l'alphabet binaire composé de 0 et 1. Ce nombre codé est appelé chromosome. Chaque caractère du chromosome (0 ou 1) est appelé gène. Le point x est construit en ajoutant bout à bout toutes les chaines codées des  $x_i$ . A partir de ce codage, on génère aléatoirement une population initiale de n individus.
- Evaluation : A chaque chaîne de caractère une note correspondant à son adaptation au problème est calculée (évaluation du critère).
- Sélection : Cette étape sert à sélectionner les individus possédant la meilleure capacité à s'adapter à l'environnement extérieur, c'est-à-dire les individus possédant les valeurs les plus faibles pour le critère à minimiser. Plusieurs techniques de sélection existent parmi lesquelles la sélection par rang, la sélection par tournoi ou la sélection uniforme. Toutes ces techniques sont basées sur des règles de probabilité.
- **Croisement** : L'idée du croisement est de créer une nouvelle génération d'individus. Des individus de la population sont associés aléatoirement deux à deux ou selon une règle probabiliste pour former des couples. Chaque couple donne naissance à deux enfants comportant chacun des parts de chromosomes de chaque parent.
- Mutation : La mutation vise à modifier, avec une faible probabilité certains gènes de la nouvelle population.

Il existe plusieurs techniques pour optimiser ces algorithmes et éviter de converger vers un optimum local. On peut introduire par exemple des individus générés aléatoirement et non issus de la descendance. Des limites à cette méthode reposent sur plusieurs points. Tout d'abord le temps de calcul augmente avec le nombre de variables de décision car il faut estimer la fonction évaluation. Ensuite l'efficacité de l'algorithme est liée au choix du nombre d'individus et du taux de mutation. Enfin, même avec un nombre important d'itérations, l'optimalité de la solution n'est pas assurée. Des critères d'arrêt sont appliqués pour limiter les temps de calcul de l'algorithme. En règle général, il s'agit de seuils.

Dans la littérature, nombreux sont les travaux exploitant les algorithmes génétiques pour résoudre des problèmes de dimensionnement et de gestion d'énergie. On peut citer par exemple [Donateo *et al.*, 2008] et [Akli *et al.*, 2009] pour une version multiobjectif dans laquelle on cherche



Figure 1.9 – Boucle d'optimisation par algorithme génétique

à trouver un compromis entre le coût d'investissement et le coût énergétique (ou impact  $CO_2$ ). Dans les travaux de [Montazeri-Gh et Poursamad, 2006], la fonction objectif comprend la minimisation de la consommation de carburant et la minimisation de différentes substances émises par un moteur thermique (CO, NOx et HC).

## 1.4.3.3 Optimisation par essaims particulaires

L'optimisation par essaims particulaires (ou PSO : Particle Swarm Optimization) est une méthode d'optimisation métaheuristique élaborée dans les années 1990 par R. Eberhart et J. Kennedy [Kennedy et Eberhart, 1995]. Cette méthode se base sur la collaboration entre des individus; chaque particule se déplace et à chaque itération, la plus proche de l'optimum communique sa position aux autres pour qu'elles modifient leur trajectoire. Cette méthode s'inspire du comportement animalier, notamment le déplacement en groupe des oiseaux leur permettant d'optimiser l'énergie dépensée.

Pour appliquer la méthode PSO, il faut définir un espace de recherche constitué de particules et une fonction objectif à optimiser. Le principe de l'algorithme réside dans le déplacement des particules afin d'atteindre l'optimum. Chaque particule dispose de 3 caractéristiques :

- Une position définie par ses coordonnées dans l'ensemble de définition (sa meilleure solution),
- Une vitesse de déplacement. A chaque itération la particule peut se déplacer vers une position voisine,

• La position des particules à son voisinage représentant l'ensemble des meilleures solutions dans son voisinage.

A chaque itération, chaque particule connaît sa meilleure position visitée, la position du meilleur voisin et la valeur correspondant à la fonction objectif. Trois cas de comportement sont envisagés : la particule suit sa voie suivant sa vitesse actuelle, elle revient en arrière en prenant en compte sa meilleure évaluation ou elle suit la meilleure solution de son voisinage en prenant en compte sa propre performance.



Figure 1.10 – Déplacement des particules dans un algorithme PSO

Le voisinage d'une particule est le sous-ensemble de particules de l'essaim avec lesquelles elle a une communication directe. Ce réseau de communication entre toutes les particules est dénommé la topologie de l'essaim. Il existe deux principaux types de voisinage : les voisinages géographiques où les voisins sont considérés comme les particules les plus proches. A chaque itération les nouveaux voisins doivent être recalculés à partir d'une distance définie dans l'espace de recherche, il s'agit d'un voisinage dynamique. L'autre type de voisinage correspond à des voisinages sociaux dans lesquels les voisins sont définis à l'initialisation et ne sont pas modifiés ensuite. C'est le voisinage le plus utilisé car il est simple à programmer, moins coûteux en temps de calcul et il peut être converti en voisinage géographique en cas de convergence [Poli *et al.*, 2007].

Tout comme les algorithmes stochastiques précédemment cités, l'algorithme PSO offre des atouts en terme de compromis entre la qualité de la solution et le temps de calcul du problème d'optimisation. En contrepartie, la performance de l'algorithme sera liée aux paramètres d'initialisation tels que les caractéristiques des particules, leur quantité et le point de départ de l'exploration du domaine des solutions.

De nombreux problèmes d'optimisation bi-niveaux exploitent l'optimisation par essaims particulaires aussi bien dans la conception systémique [Sari *et al.*, 2008], que dans le cas plus général du dimensionnement de véhicules hybrides [Hegazy et Van Mierlo, 2010, Wu *et al.*, 2008], voire l'analyse d'architectures des véhicules hybrides [Nuesch *et al.*, 2012], ou uniquement limité à l'optimisation dynamique [Hegazy *et al.*, 2012].

## 1.4.4 Programmation Dynamique

Le principe de la programmation dynamique a été introduit par Richard Bellman dans les années 1950 [Bellman, 1957] afin de résoudre des problèmes combinatoires de recherche de chemins optimaux. L'idée consiste à redéfinir le chemin optimal comme une séquence de souschemins optimaux. Cette méthode est basée sur le principe d'optimalité suivant :

" Étant donné un état courant, la politique optimale pour les étapes à venir est indépendante des décisions prises aux étapes précédentes."

Ce principe s'applique à de nombreux problèmes d'optimisation avec contraintes, linéaires ou non linéaires possédant une propriété de décomposabilité. La programmation dynamique se restreint donc à des problèmes dont le but est d'optimiser une suite de prises de décisions par rapport au coût qu'elles engendrent. A chaque étape, les décisions potentielles sont évaluées comme étant la somme du coût présent et du coût futur attendu, en supposant que ce dernier ait été déterminé [Hankache, 2008]. Dans la plupart des cas, le système est représenté sous forme discrète. Il s'agit d'une méthode d'énumération implicite, c'est-à-dire que l'on retient ou rejette des sous-ensembles de solutions mais on ne construit pas toutes les solutions. Les solutions qui appartiennent à des sous-ensembles non intéressants ne sont pas construites.

Pour un système dynamique évoluant dans le temps, on associe 3 variables :

- la variable de temps t, prenant des valeurs discrètes comprises dans un intervalle [0, T], où T représente le nombre de points de discrétisation du cycle étudié
- les variables d'état du système, notées x. Ces variables représentent la trajectoire du système à chaque instant t
- $\bullet\,$  les variables de commande, notées p

Le système est régi par une équation d'état, exprimée de la façon suivante

$$x(t+1) = f(p(t), x(t), r(t), t)$$
(1.10)

Suivant la trajectoire x(t) proposée par la commande p(t) et respectant la perturbation r(t), la performance du système déterminée par la fonction coût est impactée. Ce coût est noté J.

$$J(p) = \sum_{t=0}^{T} c(p(t), x(t), t)$$
(1.11)

où c représente la fonction de coût instantanée qui ne dépend que de la commande p et de l'état du système x à l'instant t. Minimiser le critère J revient à résoudre

$$\min_{n} J(x_0, p(0), p(1), ..., p(T))$$
(1.12)

A partir de la formulation du critère J, il est donc possible d'appliquer les équations de Hamilton-Jacobi-Bellman de manière récursive. En considérant  $p^*$  comme la commande optimale permettant de minimiser J, on obtient

$$J^* = J(p^*) = \min_{p(0), p(1), \dots, p(T)} \sum_{t=0}^{T} c(p(t), x(t), t)$$
(1.13)

Cela revient à dire que

$$J^* = J(p^*) = \min_{p(1), p(2), \dots, p(T)} \left( c(x(0), p(0), 0) + \sum_{t=1}^T c(p(t), x(t), t) \right)$$
(1.14)

De façon récursive, la résolution du problème est basée sur la résolution du dernier terme T-1 [Bertsekas, 1995]. Deux procédures sont possibles : la recherche en avant (forward) ou en arrière (backward).

Les schémas A à D de la figure 1.11 représentent les étapes d'un algorithme de programmation dynamique exploitant une recherche de type backward :

- **Discrétisation** : La trajectoire temporelle est discrétisée en 6 points de  $t_1$  à  $t_6$ . La variable d'état x est quant à elle discrétisée en 5 points de  $i_1$  à  $i_5$ . Dans le problème présenté par [Hankache, 2008], la variable d'état représente l'énergie d'un stockage d'énergie.
- Définition du domaine de validité : A partir des contraintes liées à l'état du système (bornes, conditions terminales), l'espace des solutions est tracé dans le maillage comme indiqué par les points présents sur le quadrillage des figures 1.11. De ce fait, l'étude est limitée aux valeurs extrêmes accessibles en se basant sur la relation entre les performances du stockage d'énergie et la plage de commande p ainsi que les conditions terminales sur l'état du système.
- Recherche du chemin optimal : Sur la figure 1.11.A, on se place au dernier pas de temps t<sub>6</sub> pour lequel on suppose que x{i<sub>3</sub>, t<sub>6</sub>} représente l'état final du système. Le coût c(i<sub>3</sub>, t<sub>6</sub>) est nul. On se place à l'instant précédent, à t<sub>5</sub> et on calcule le coût permettant de passer de x(i<sub>k</sub>, t<sub>5</sub>) à x(i<sub>3</sub>, t<sub>6</sub>) en respectant les contraintes du système. La dynamique du système permet de déterminer le coût J de l'arc. Sur la figure 1.11.B, l'opération est réitérée. Pour un état x(i<sub>k</sub>, t<sub>4</sub>), on évalue le meilleur coût J({i<sub>k</sub>, t<sub>4</sub>} → {i<sub>k'</sub>, t<sub>5</sub>}) + c(i<sub>k'</sub>, t<sub>5</sub>) parmi tous les chemins accessibles à partir de x(i<sub>k</sub>, t<sub>4</sub>). Cette procédure est réalisée sur tous les états au pas de temps t<sub>4</sub>. De manière récursive, à chaque état x(i<sub>k</sub>, t<sub>l</sub>), on détermine le coût





Figure 1.11 – Discrétisation de l'espace d'état

minimal (figure 1.11.C). Pour chaque état, on stocke l'indice de passage du sous-chemin optimal obtenu. Ainsi, lorsque l'état initial  $x(i_3, t_1)$  est atteint, la trajectoire optimale est reconstruite en partant en avant grâce à la matrice d'indices de passage.

Bien que cette méthode soit simple à mettre en œuvre et permette d'obtenir un optimum global, il existe un certain nombre de limitations :

- Il s'agit d'une méthode d'exploration brute où tous les sous-chemins optimaux sont testés. Le nombre d'évaluations est lié à la discrétisation de l'espace d'état et la discrétisation temporelle de la trajectoire ainsi que la plage de la commande p. Un autre paramètre influent est le nombre de variables d'état présent dans le problème nécessitant l'exploration dans une dimension supplémentaire pour chaque variable d'état. Comme tous les chemins sont stockés sous forme matricielle, l'espace mémoire du calculateur est un facteur limitant de cette méthode.
- La fonction coût est obligatoirement une fonction additive.
- Le problème étant formulé sous forme discrète, il faut réaliser des choix concernant la

précision de la discrétisation. Si la discrétisation de l'horizon de temps est liée à la dynamique du système étudié, la discrétisation de l'espace énergétique est libre et dépendra de l'espace mémoire disponible. La qualité de la solution est liée aux choix réalisés sur cette discrétisation. Une discrétisation fine conduira à une meilleure solution au détriment de temps de calcul plus élevés et un stockage mémoire plus conséquent.

La résolution de problèmes d'optimisation de véhicules hybrides basée sur le principe de la programmation dynamique a fait l'objet de nombreux travaux tels que présentés par exemple dans [Sundström *et al.*, 2008, Ambühl *et al.*, 2010, Ansarey *et al.*, 2014, Fares *et al.*, 2015].

## 1.4.5 Méthode de séparation et évaluation progressive

## 1.4.5.1 Généralités

Dans certains problèmes d'optimisation, une partie des variables de décision doit prendre des valeurs discrètes parmi un nombre fini de possibilités. Cette classe de problèmes relève de l'optimisation combinatoire. Utilisée depuis de nombreuses années dans le domaine de la recherche opérationnelle pour la planification de trajectoires ou l'ordonnancement de systèmes de production, l'optimisation combinatoire traite des problèmes où le nombre de solutions possibles est fini. La programmation linéaire en nombres entiers (PLNE) et sa variante dite programmation linéaire mixte en nombres entiers (PLMNE) est une catégorie de l'optimisation combinatoire pour laquelle les problèmes étudiés sont des systèmes linéaires définis de la façon suivante [Minoux, 2007].

$$(PLNE) \begin{cases} \min_{p} f(p) \\ \text{st} \quad G(p) \leq 0 \\ p_{j} = \text{entier} \quad \forall j \in [1, ..., n] \end{cases}$$
(1.15)

où f est une fonction coût linéaire et G représente l'ensemble des contraintes linéaires associé à p, ce dernier étant le vecteur de commande de taille n. L'ensemble des solutions p est fini et regroupé dans une enveloppe convexe. L'une des méthodes pour résoudre ce type de problème est de réaliser une recherche exhaustive (énumération complète) sur toutes les solutions potentielles. Bien que cette méthode puisse s'avérer simple à mettre en œuvre, elle se retrouve rapidement limitée par le nombre de combinaisons à explorer. Ainsi, pour un système composé de n variables de décision possédant chacune m valeurs distinctes, il faut tester  $m^n$  combinaisons. En prenant un système de 20 variables avec 10 valeurs distinctes, on obtient  $20^{10}$  soit 200 milliards de possibilités ce qui nécessite des temps de calcul très importants, quel que soit le problème. Pour des systèmes beaucoup plus grands (plusieurs centaines de variables avec plusieurs dizaines de valeurs distinctes), la résolution par recherche exhaustive n'est donc pas envisageable. Une autre méthode permettant d'obtenir une solution optimale au problème consiste à explorer une arborescence dans laquelle des choix et des évaluations seront faits afin de limiter le nombre de solutions à explorer. La résolution exacte de problèmes linéaires en nombres entiers a été initiée par R. Gomory dans les années 1950 [Gomory, 1958] afin de résoudre des problèmes linéaires comportant des contraintes d'intégrité. Il s'agit de méthodes dites de coupes. La méthode dite de séparation et évaluation (ou Branch and Bound) a été proposée un peu plus tard [Land et Doig, 1960]. Bien que la plupart des cas traités par cette méthode sont des programmes linéaires en nombres entiers ([Minoux, 2007]), elle est aussi exploitée et fait l'objet de travaux récents pour des problèmes convexes mixtes en nombres entiers ([Bonami *et al.*, 2012, Oertel *et al.*, 2014]) et des problèmes non linéaires non convexes mixtes en nombres entiers ([Borchers et Mitchell, 1994], [Adjiman *et al.*, 2000], [Tawarmalani et Sahinidis, 2004] ou encore [Burer et Letchford, 2012]).

La plupart des problèmes linéaires en nombres entiers peuvent être réduits à des problèmes linéaires bivalents. Si chaque variable de commande  $p_j$  est un entier compris entre 1 et m, alors

$$\begin{cases} p_j = y_{j1} \cdot 1 + y_{j2} \cdot 2 + \dots + y_{jm} \cdot m & \text{avec } y_{ji} = \{0, 1\} \ \forall i \in [1; m] \\ y_{j1} + y_{j2} + \dots + y_{jm} = 1 \end{cases}$$
(1.16)

où  $p_j$  est représentée par une somme de variables binaires  $y_{ij}$  affectées d'un coefficient de pondération correspondant à une valeur potentielle de la solution. Ainsi, le problème initial (PLNE) peut se reformuler en un problème linéaire bivalent (PLB) :

$$(PLB) \begin{cases} \min_{y} & J(y) \\ st & G(y) \le 0 \\ & \sum_{i=1}^{m} y_{i} = 1 \quad \forall j \in [1; n] \\ & y \in \mathcal{S} \end{cases}$$
(1.17)

où S est l'ensemble des  $n \times m$  vecteurs à composantes 0 ou 1. L'ensemble des solutions est représenté par une arborescence dans laquelle les sommets correspondent à des sous-ensembles de S répartis en niveaux. Les solutions sur les branches les plus basses correspondent à une solution tandis que la solution dite racine (sur le point de départ de l'arborescence) correspond à l'ensemble S. A chaque séparation, l'ensemble initial est séparé en deux sous-ensembles [Papadimitriou et Steiglitz, 1998].

Sur la figure 1.12, le sommet du niveau 0 (ou racine) correspond à la résolution de (PLB) avec un relâchement des contraintes d'intégrité. De ce fait, la solution obtenue n'est pas forcément composée de 0 et de 1. A la première séparation du niveau 0, on choisit une variable (par exemple  $y_1$ ) sur laquelle on impose une contrainte d'intégrité (ici  $y_1 = 0$  ou  $y_1 = 1$ ).  $S_{\bar{1}}$  correspond à



Figure 1.12 – Exploration de l'arborescence

l'ensemble S pour lequel  $y_1 = 0$ , tandis que  $S_1$  correspond à l'ensemble de S contenant  $y_1 = 1$ . Il existe une relation d'inclusion telle qu'une branche sous-jacente est incluse dans son prédécesseur [Rardin, 1998]. Ainsi  $S_1 \subset S$  et  $S_{\overline{1}} \subset S$ . A partir de cette séparation, chaque sous-ensemble est évalué puis comparé. Dans l'exemple présenté ci-dessus, le sous-ensemble  $S_1$  est choisi. Une nouvelle séparation est effectuée, laquelle mènera à de nouvelles évaluations jusqu'à atteindre une solution entière. Si les sommets non séparés tels que  $S_{\overline{1}}$  et  $S_{12}$  ont une évaluation qui pourrait conduire à une meilleure solution que  $S_{1\overline{2}3}$ , alors ils seront séparés et évalués. Dans le cas contraire, ils sont rejetés car l'examen de ces sommets conduirait à des solutions potentielles de moins bonne qualité.

On suppose que pour chaque sommet  $S_i$  on détermine une évaluation par défaut, c'est-à-dire un minorant  $f(S_i)$  de la meilleure solution  $y \in S$  tel que

$$f(S_i) \le \min J(y), \quad \forall y \in S_i$$

$$(1.18)$$

Cette fonction f est appelée fonction d'évaluation. Supposons une solution  $\bar{y}$  du problème PLNE déterminée par une heuristique ou par une recherche rapide dans l'arborescence, alors si  $f(S_i) > J(\bar{y})$  alors aucune solution dans  $S_i$  ne peut être meilleure que  $\bar{y}$  et il n'existe pas de solution optimale dans ce sous-ensemble. Ce principe évite l'exploration de l'arborescence sur des sousensembles non intéressants.

La performance de la méthode de Séparation et Évaluation Progressive est liée principalement à 3 aspects :

• La nature de la fonction évaluation,

- La stratégie d'exploration de l'arborescence,
- La méthode de sélection de la variable suivant laquelle s'effectue la séparation du sommet choisi.

Le choix de la nature de la fonction d'évaluation est un compromis entre rapidité de calcul et qualité de la solution. La méthode la plus classique pour obtenir une évaluation par défaut consiste à calculer la solution optimale continue du problème linéaire mais elle peut s'avérer coûteuse en temps de calcul. D'autres évaluations basées sur la relaxation lagrangienne sont envisageables [Geoffrion, 1974, Fisher, 2004]. L'algorithme sera d'autant plus rapide que l'écart entre la solution optimale et la fonction évaluation sera faible.

Concernant les stratégies d'exploration de l'arborescence, il existe de nombreuses approches parmi lesquelles la méthode dite "profondeur d'abord" et la méthode dite "largeur d'abord". Ces stratégies feront l'objet d'explications dans le chapitre suivant. Enfin le choix judicieux de l'ordre des variables à séparer peut permettre un gain de temps non négligeable. La méthode des pénalités est couramment utilisée car elle tend à approcher le plus rapidement le minorant de l'optimum entier [Winston et Goldberg, 1994].

L'utilisation de la méthode de séparation et évaluation a fait l'objet de quelques travaux dans le domaine de la gestion d'énergie des véhicules [Gaoua *et al.*, 2013] ainsi que leur dimensionnement [Eren et Gorgun, 2014], ou encore dans la conception systémique [Fontchastagner, 2007], mais elle est beaucoup plus présente dans le domaine de la recherche opérationnelle pour résoudre des problèmes d'ordonnancement [Desrochers *et al.*, 1992] et de planification de trajectoire [Richards et How, 2002].

#### 1.4.5.2 Techniques de coupes

La résolution de problèmes linéaires en nombres entiers de grandes tailles nécessite parfois un grand nombre d'itérations afin d'atteindre la solution optimale. Des techniques de réduction basées sur les méthodes de coupe (ou méthode des plans sécants) et sur la génération de colonnes peuvent être implémentées dans le problème initial.

Les méthodes de coupes ont été introduites par R. Gomory pour la résolution de problèmes linéaires purement entiers [Gomory, 1958]. C'est une méthode alternative au Branch & Bound mais appliquée uniquement aux problèmes linéaires. Il s'agit d'une méthode itérative qui consiste à résoudre le problème linéaire continu et lui affecter des contraintes inégalités supplémentaires. On part d'un problème linéaire pour lequel on recherche l'optimum global, si la solution atteinte correspond à un système entier alors le problème est résolu, dans le cas contraire, on ajoute des contraintes de façon à se rapprocher d'un extremum entier. En ajoutant ces coupes, on obtient une enveloppe convexe restreinte par rapport au domaine initial. Cette méthode est représentée sur la figure 1.13 pour un problème composé de deux variables  $x_1$  et  $x_2$ . Le problème linéaire continu est délimité par les fonctions affines tracées en bleu qui caractérisent les contraintes et la fonction objectif. La solution au PLNE est restreinte aux solutions potentielles définies par les points verts. De ce fait, le domaine initial est réduit sur le domaine contenant uniquement les valeurs entières. Comme la solution optimale d'un problème linéaire se trouve sur un sommet de l'enveloppe convexe, l'ajout de coupes permet d'atteindre plus rapidement un sommet à valeurs entières.



Figure 1.13 – Exemple d'implémentation de coupes dans la résolution d'un PLNE

Dans le cas de problèmes linéaires en nombres entiers de grandes tailles, plusieurs autres techniques sont exploitées afin de résoudre plus efficacement ce type de problème. En effet, la technique des coupes de Gomory permet de réduire le domaine de solutions réalisables. Toutefois l'ajout de coupes induit une augmentation de la taille du problème linéaire par ajout de contraintes [Padberg et Rinaldi, 1991]. La technique de génération de colonnes peut alors être employée pour résoudre plus efficacement le PLNE relaxé (phase d'évaluation). Cette méthode repose sur la décomposition de Dantzig-Wolfe qui consiste à décomposer l'ensemble des contraintes en plusieurs sous-ensembles indépendants [Dantzig et Wolfe, 1960].

Ces deux méthodes peuvent être intégrées séparément ou être fusionnées à l'algorithme de Branch & Bound. Ainsi l'implémentation de techniques de coupes avec la méthode du Branch & Bound se nomme Branch & Cut [Mitchell, 2002], tandis que son utilisation avec la technique de génération de colonnes se nomme Branch & Price [Barnhart *et al.*, 1998]. Certains travaux appliqués à la planification de tournées de véhicules combinent les trois méthodes sous le nom de Branch & Cut & Price [Fukasawa *et al.*, 2006, Ropke et Cordeau, 2009]. Il existe plusieurs façons d'ajouter des contraintes supplémentaires dans le problème initial. Tous ces problèmes sont regroupés sous le nom de combinatoire polyédrique [Minoux, 2007].

## 1.5 Association de méthodes d'optimisation pour des problèmes complexes

L'utilisation d'une seule méthode d'optimisation ne permet pas en général de résoudre efficacement un problème d'optimisation complexe. On peut le voir au travers de l'optimisation convexe et de la programmation dynamique.

Bien que la stratégie simultanée ait été exploitée par [Murgovski, 2012] en transformant le problème initial en un problème convexe, cette méthode est spécifique aux problèmes convexi-fiables (c'est-à-dire que l'erreur d'approximation entre le modèle original et le modèle convexe est négligeable) mais se heurte de toute façon à la problématique des variables discrètes (activation du moteur thermique, choix du rapport de vitesse). De plus, la recherche d'une solution proche de l'optimum global est fondamentale. L'emploi d'approches métaheuristiques pour le choix des variables discrètes pourrait pénaliser la qualité de la solution obtenue [Murgovski *et al.*, 2012b] car elle serait potentiellement sous-optimale.

La programmation dynamique est surtout utilisée pour établir la trajectoire optimale (commande) pour un véhicule hybride à partir de paramètres de dimensionnement prédéfinis. L'utilisation d'une boucle de recherche exhaustive n'est pas envisageable dans le cas d'un système composé de nombreuses variables de dimensionnement (il faut alors évaluer tous les cas possibles) ou lorsque le système comprend plusieurs variables d'état (cas d'un véhicule hybride avec deux stockages d'énergie) car les temps de calcul peuvent être excessivement longs.

On se rend alors compte qu'il faut exploiter plusieurs méthodes d'optimisation, lesquelles seront exécutées successivement pour résoudre un problème précis. Dans ce cas, on utilise le plus souvent la stratégie bi-niveaux. La résolution du problème passe par l'usage d'une boucle spécifique pour l'optimisation de la commande. Deux exemples sont présentés ici :

- Un algorithme d'optimisation stochastique associé à la programmation dynamique,
- L'association de deux méthodes d'optimisation déterministes : la programmation dynamique et l'optimisation convexe.

Dans le premier cas évoqué, la méthode consiste à chercher la commande optimale du système à chaque itération du dimensionnement des composants. Le choix du dimensionnement est réalisé le plus souvent par un algorithme métaheuristique [Silvas *et al.*, 2014]. La commande optimale peut être obtenue à partir de la méthode de la programmation dynamique [Gao et Mi, 2007, Zou *et al.*, 2012], ou il peut être issu d'un problème convexe [Nuesch *et al.*, 2012]. La figure 1.14 représente un processus d'optimisation basé sur une méthode d'optimisation déterministe (programmation dynamique) pour la boucle de commande et un algorithme d'optimisation métaheuristique pour le choix des variables de dimensionnement. Plusieurs itérations sont nécessaires afin de converger vers une solution dont l'optimalité ne peut être garantie que pour un nombre d'itérations infini.



Figure 1.14 – Exemple de stratégie bi-niveaux pour l'optimisation globale d'un véhicule hybride

Toutefois, les travaux de [Silvas *et al.*, 2014] et [Gao et Mi, 2007] montrent une comparaison de plusieurs choix d'algorithmes stochastiques pour la boucle de dimensionnement. Les résultats sont comparés à une recherche exhaustive en fonction du dimensionnement initial. L'écart entre la solution optimale et la solution obtenue par les différents algorithmes est très faible.

Dans le but d'améliorer les performances de la méthode d'optimisation convexe déployée par [Murgovski *et al.*, 2013], une procédure combinant l'optimisation convexe et la programmation dynamique a été proposée afin d'aborder la problématique des variables discrètes. Cette stratégie est présentée sur la figure 1.15 [Pourabdollah *et al.*, 2014]. Plusieurs itérations sont nécessaires afin d'obtenir une convergence de la solution et du choix des paramètres de dimensionnement (arrêt après 10 itérations). La solution a été comparée aux résultats d'un algorithme de programmation dynamique avec lequel toutes les configurations de dimensionnement ont été testées. Les résultats montrent que les 2 solutions sont proches en terme d'optimisation de la commande et de choix de dimensionnement bien que le nouvel algorithme soit 80 fois plus rapide. De la même façon, les performances de la méthode optimisation convexe/programmation dynamique dans [Pourabdollah *et al.*, 2015] et montrent que l'algorithme par optimisation convexe nécessite moins de temps de calcul et est moins sensible à l'initialisation des paramètres contrairement à un algorithme stochastique.

Une stratégie similaire est proposée par [Elbert *et al.*, 2014] afin de déterminer la commande optimale pour activer et désactiver le moteur thermique d'un véhicule hybride en utilisant le principe du maximum de Pontryaguine pour l'évaluation des variables discrètes. Les temps de calcul sont divisés par 10 par rapport à la technique de la programmation dynamique tout en



Figure 1.15 – Exemple de stratégie incluant deux méthodes d'optimisation déterministes

atteignant une solution très proche de l'optimum global.

## 1.6 Conclusion

En conclusion, on peut observer que deux stratégies d'optimisation sont disponibles afin de résoudre des problèmes d'optimisation combinés : la stratégie bi-niveaux et la stratégie simultanée. Cette dernière est limitée à des problèmes spécifiques (linéaires et/ou convexes). Les atouts et les limites des différents algorithmes d'optimisation présentés précédemment sont résumés au travers du tableau 1.3.

Méthode	Optimisation Convexe	Programmation Dynamique	Branch & Bound + coupes	Algorithmes stochastiques
Optimalité de la solution	$\mathbf{C}$	:)	$\mathbf{C}$	
Problème non linéaire		:)	$\mathbf{C}$	$\vdots$
Variables discrètes		$\overline{}$	$\bigcirc$	$\ddot{}$
Temps de calcul	$\bigcirc$		$\bigcirc$	$\ddot{}$
Espace mémoire	C		<b>;</b>	$\ddot{}$
Conditions initiales	C	$\ddot{}$	$\bigcirc$	

Tableau 1.3 – Récapitulatif de différentes méthodes d'optimisation non linéaires sous contraintes

La diversité des variables utilisées et la complexité des problèmes d'optimisation nous a amené à conduire une réflexion sur la méthode de résolution la plus efficace pour atteindre l'optimum global d'un problème multiobjectif (dimensionnement - commande) non linéaire. La stratégie bi-niveaux est la méthode la plus employée, la stratégie simultanée étant réservée à des cas spécifiques où le problème est convexifié et les variables sont continues. L'emploi d'algorithmes stochastiques couplés à des algorithmes de commande optimale permet d'obtenir des solutions non nécessairement optimales en des temps raisonnables mais cette approche permet de s'affranchir d'une recherche exhaustive.

La reformulation d'un problème non linéaire en un problème linéaire mixte en nombres entiers est une solution étudiée pour résoudre un problème à variable mixte en des temps de calcul raisonnables par une recherche de solution de type Branch & Bound. Cette méthode semble bien adaptée à notre problématique et fera donc l'objet d'une étude approfondie dans le chapitre suivant.

# chapitre 2

# Proposition d'une nouvelle méthode basée sur l'optimisation combinatoire

## Sommaire

2.1	Intro	oduction	40
<b>2.2</b>	$\mathbf{Stru}$	cture de la démarche	41
	2.2.1	Phase de discrétisation du dimensionnement	41
	2.2.2	Approximation de la commande par une approche linéaire discrète $\ . \ .$	41
	2.2.3	Vue globale	43
	2.2.4	Ordre de séparation des variables	44
	2.2.5	Recherche d'un majorant $\ldots \ldots \ldots$	46
<b>2.3</b>	Réso	olution par l'algorithme IteBaC	48
	2.3.1	Algorithme détaillé	48
	2.3.2	Vers une parallélisation des sous-problèmes pour leur évaluation $\ . \ . \ .$	49
<b>2.4</b>	Réso	blution par l'algorithme SEPP	<b>50</b>
	2.4.1	Séparation multiple	50
	2.4.2	Stratégie de recherche parallèle	51
	2.4.3	Problématique pour les problèmes de grande taille	53
<b>2.5</b>	Com	paraison des deux méthodes de résolution	<b>54</b>
	2.5.1	Comparatif des performances	54
	2.5.2	Avantages et inconvénients des deux méthodes	56
	2.5.3	Vers une fusion des deux algorithmes	56
2.6	Cho	ix de la discrétisation de l'algorithme IteBaC	<b>58</b>

2.7	Comparaison technique entre la programmation dynamique et l'al-		
	gorithme IteBaC sur des problèmes de grande taille	59	
<b>2.8</b>	Conclusion	63	

## 2.1 Introduction

L'idée principale consiste à confronter les sous-problèmes entre eux en exploitant la technique du Branch & Bound.

Afin de coupler le dimensionnement et la commande optimale, nous avons choisi de transformer le problème original non linéaire en plusieurs sous-problèmes linéaires en nombres entiers pour lesquels le dimensionnement est fixé. Il existe donc autant de sous-problèmes que de combinaisons de dimensionnement entre composants. La façon d'exprimer le problème d'optimisation reprend le principe exploité dans les travaux de [Gaoua, 2014].

Pour illustrer la démarche de la méthode d'optimisation, nous nous appuierons sur la forme générale d'un problème d'optimisation. Pour cela, considérons le problème d'optimisation combiné (P) suivant :

$$(P) \begin{cases} \min_{p,q} \quad J = w_d \cdot f_d(q) + w_c \cdot f_c(p(t), x(t), t) \\ \text{st} \quad d(q) \le 0 \\ e(q) = 0 \\ \min_p \quad f_c(p(t), x(t), t, q) \\ \text{avec} \quad \dot{x}(t) = g(p(t), x(t), r(t), t, q) \\ h(p(t), x(t), r(t), t, q) \le 0 \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$
(2.1)

où résoudre le problème (P) consiste à minimiser une fonction non linéaire J composée d'une loi de commande p(t) à déterminer et des paramètres de dimensionnement des m composants contenus dans le vecteur q, tout en respectant les conditions de fonctionnement et la dynamique du système.

La démarche consiste à redéfinir le problème original en plusieurs sous-problèmes facilement résolubles. Pour cela une étape majeure concerne la discrétisation des paramètres de dimensionnement et de commande. Si tous les paramètres de dimensionnement q sont fixés tels que les contraintes  $d(q) \leq 0$  et e(q) = 0 soient respectées, alors la résolution de (P) pour un dimensionnement q connu correspond à :

$$(P_q) \begin{cases} \min_{p} & w_c \cdot f_c(p(t), x(t), t, q) + \lambda(q) \\ \text{st} & \dot{x}(t) = g(p(t), x(t), r(t), t) \\ & h(p(t), x(t), r(t), t) \le 0 \\ & x(t_0) = x_0 \end{cases}$$
(2.2)

où  $(P_q)$  représente un problème de commande optimale et  $\lambda$  correspond au coût lié au dimensionnement q des composants.

## 2.2 Structure de la démarche

## 2.2.1 Phase de discrétisation du dimensionnement

Dans un premier temps, une plage de valeurs est définie pour chacun des m composants à dimensionner. Cette plage de dimensionnement est discrétisée d'après des contraintes techniques et industrielles définies par le cahier des charges du problème. Soit k l'indice du composant à dimensionner. Alors le k-ième composant est défini sur la plage  $[v_k^{min}, v_k^{max}]$ . Pour chaque paramètre de dimensionnement, on dispose de  $n_k$  valeurs possibles. De ce fait le nombre de combinaisons de dimensionnement  $n_{dim}$  est défini par (2.3).

$$n_{dim} = \prod_{k=1}^{m} n_k \tag{2.3}$$

Une des solutions envisagées serait alors de tester les  $n_{dim}$  combinaisons de dimensionnement. Toutefois, lorsque le nombre de composants m ainsi que le nombre de valeurs  $n_k$  pour chaque composant est grand, le nombre de combinaisons à évaluer est très important. En outre, on se retrouve toujours à résoudre un problème d'optimisation non linéaire. La seconde étape concerne donc la linéarisation du problème de commande.

#### 2.2.2 Approximation de la commande par une approche linéaire discrète

La démarche de linéarisation consiste à reformuler le problème de commande sous forme linéaire en ajoutant certaines contraintes et en fixant la commande à un nombre fini de valeurs discrètes. Par exemple soit la fonction objectif suivante :

$$f(p,t) = \phi(p) + \sigma(t) \tag{2.4}$$

où  $\sigma(t)$  représente l'environnement extérieur supposé connu et  $\phi(p)$  est une fonction non linéaire définie sur l'intervalle [1, 10] et représentée sur la figure 2.1 par la courbe bleue telle que :

$$\phi: p \mapsto -\exp(0, 03 \cdot p^2) - \frac{4}{p} + 22$$
 (2.5)

Cette fonction peut être soit issue d'un modèle mathématique, soit d'une extrapolation de mesures réalisée lors de la caractérisation des composants. L'idée principale repose sur la discrétisation de cette fonction en  $N_u$  points distincts, représentée par les points rouges sur la figure 2.1.



Figure 2.1 – Discrétisation de la fonction non linéaire  $\phi$  en  $N_u = 10$  points équidistants

Alors qu'initialement la commande recherchée pouvait prendre n'importe quelle valeur comprise dans la plage de valeur définie entre  $p_{min}$  et  $p_{max}$ , la discrétisation de l'ensemble limite la commande du système aux  $N_u$  valeurs choisies. Plus  $N_u$  est grand, plus la solution discrète est proche de la valeur optimale continue.

Soit  $\phi'$  la nouvelle fonction objectif discrétisée issue de  $\phi$ . La fonction  $\phi'$  est donc limitée à  $N_u$ valeurs distinctes et est définie de la façon suivante : au point de discrétisation u correspond une valeur discrète p comprise entre  $p_{min}$  et  $p_{max}$ . On associe la valeur de l'objectif  $\phi'(u)$  du point p ainsi qu'une variable d'activation binaire nommée x(u, t). L'horizon de temps est discrétisé en  $N_T$  valeurs sur le cycle considéré. La fonction coût f est alors reformulée sous la forme linéaire discrétisée f' suivante :

$$f(p,t) \approx f'(u,t) = \sum_{u=1}^{N_u} x(u,t) \cdot \phi'(u) + \sigma(t)$$
(2.6)

Grâce aux propriétés énoncées dans le système (2.7), il n'existe qu'une seule commande discrète à chaque pas de temps t. En contrepartie, le problème s'agrandit car la variable de commande  $\phi(t)$  est remplacée par un ensemble de  $N_u$  variables binaires à déterminer. On dispose alors d'un système comprenant  $N_u \times N_T$  variables d'activation lesquelles piloteront la fonction objectif. En théorie, il existe  $(N_u)^{N_T}$  trajectoires potentielles dans ce problème de commande. L'algorithme du Branch & Bound est utilisé pour atteindre la solution optimale en évitant d'explorer tout le domaine des solutions potentielles.

$$\begin{aligned}
f'(u,t) &= \sum_{u=1}^{N_u} x(u,t) \cdot \phi'(u) + \sigma(t) \quad \forall t \in [1, N_T] \\
\sum_{u=1}^{N_u} x(u,t) &= 1 \quad \forall t \in [1, N_T] \\
x(u,t) &= \{0,1\}
\end{aligned}$$
(2.7)

On dispose alors d'un système linéaire en nombres entiers bivalents 0-1.  $\phi(u)$  représente les coefficients affectés aux variables d'activation x(u,t). Ainsi, à un pas de temps t' donné, le système s'écrit de la manière suivante :  $\phi'(t') = \phi(1) \cdot x(1,t') + \phi(2) \cdot x(2,t') + ... + \phi(N_u) \cdot x(N_u,t')$ avec la condition sur la variable d'activation suivante  $x(1,t') + x(2,t') + ... + x(N_u,t') = 1$ , telle que toutes les variables x(u,t) soient bivalentes sur 0-1.

## 2.2.3 Vue globale

Grâce à la discrétisation des paramètres de dimensionnement et des valeurs de la commande u, on dispose désormais de  $n_{dim}$  sous-problèmes linéaires en nombres entiers. Deux méthodes de résolution de problèmes d'optimisation combinatoire de type PLNE sont présentées : la méthode de "Séparation ou Evaluation Progressive Parallèle" (SEPP) et la technique de "Branch & Cut itératif" (IteBaC). Le processus d'optimisation est identique quelque soit la méthode de résolution exploitée.

Afin d'illustrer la démarche d'optimisation globale du processus, l'algorithme est présenté sous forme générique au travers de la figure 2.2. Il comporte cinq grandes étapes.

- Modélisation Système et formulation mathématique : Tout d'abord le problème d'optimisation est formulé sous sa forme non linéaire où q représente le vecteur des paramètres de dimensionnement et p est la variable de commande. Toutes ces variables sont à déterminer afin de résoudre le problème (P).
- Etape de discrétisation et modélisation des  $n_{dim}$  sous-problèmes discrets : les paramètres de q sont discrétisés sur leur plage de dimensionnement respective et définissent alors  $n_{dim}$  dimensionnements possibles. La commande p est elle aussi discrétisée suivant  $N_u$  valeurs. Pour chaque combinaison k de dimensionnement ( $1 \le k \le n_{dim}$ ), un problème linéaire en nombres entiers ( $PLNE_k$ ) est défini.
- Initialisation du problème : Chaque  $(PLNE_k)$  est transformé en un problème relaxé où les contraintes d'intégrité de la solution sont relâchées. Ici on obtient un problème linéaire classique qui est noté  $(PL_k)$ . Cette phase est représentée sur la figure 2.3. Chaque sous-problème linéaire est évalué afin d'obtenir un majorant et de définir un ordre de séparation des variables sur la base d'un minorant.

## Proposition d'une nouvelle méthode basée sur l'optimisation combinatoire



Figure 2.2 – Synopsis de la démarche d'optimisation proposée

- Algorithme de résolution par séparation et évaluation : Deux méthodes de résolution sont développées. L'algorithme IteBaC repose sur l'exploitation d'un solveur commercial appelé Cplex et une boucle d'itération permettant l'évaluation des  $n_{dim}$  dimensionnements (section 2.3). Le second algorithme appelé SEPP utilise un algorithme de Branch & Bound modifié afin d'effectuer l'évaluation en parallèle des  $n_{dim}$  sous-problèmes (section 2.4).
- Solution optimale : Lorsque l'algorithme de résolution s'arrête, la trajectoire optimale est reconstruite à partir de la solution optimale.

L'initialisation du problème vise à limiter le nombre d'évaluations nécessaires à la recherche de la solution optimale. Deux adaptations communes à IteBaC et SEPP sont abordées :

- L'ordre de séparation des variables,
- L'obtention d'un majorant.

## 2.2.4 Ordre de séparation des variables

Lorsqu'un sous-problème est modélisé sous la forme d'un PLNE, les contraintes d'intégrité sont relâchées. On dispose alors d'un problème élargi sous forme purement continue nommé programme linéaire (ou PL) pour lequel chaque variable x(u, t) peut prendre des valeurs comprises entre 0 et 1. De ce fait l'évaluation de la solution obtenue sera un minorant (évaluation



Figure 2.3 – Etapes pour le passage de (P) à  $(PL_k)$ 

optimiste) du sous-problème linéaire en nombres entiers. La résolution du problème linéaire est réalisée à l'aide de l'algorithme du simplexe [Dantzig, 1998].

L'évaluation du sous-problème linéaire  $(PL_k)$  permet de proposer un classement des variables à séparer. Habituellement, une des méthodes pour progresser dans l'arborescence est de séparer les variables x(u, t) par ordre chronologique de t = 1 à  $t = N_T$ . Le choix de l'ordre des variables à séparer dans l'arborescence peut avoir une importance cruciale sur les temps de résolution de l'algorithme. Une méthode heuristique est proposée ci-dessous afin de reclasser les niveaux de l'arborescence.

Nous proposons un classement basé sur le calcul de la norme du vecteur de commande au pas de temps t pour un sous-problème discret fixé selon la relation (2.8). Considérons un  $(PLNE_k)$  quelconque parmi les  $n_{dim}$  sous-problèmes discrétisés (figure 2.3). Le sous-problème est tout d'abord relaxé de façon à obtenir  $(PL_k)$ . La résolution du problème par l'algorithme du simplexe permet de déterminer le vecteur de solution  $x_k^*$  contenant toutes les variables  $x_k^*(u,t)$ solution de  $(PL_k)$ . A partir des valeurs obtenues dans  $x_k^*$ , on définit un paramètre  $r_k(t)$  tel que :

$$r_k(t) = \sqrt{\sum_{u=1}^{N_u} x_k^*(u, t)^2}$$
(2.8)

Ce paramètre (que l'on appellera norme de séparation) permet d'évaluer pour chaque pas de temps t, l'écart entre la commande obtenue sur le problème relaxé par rapport aux exigences de

la solution entière  $(r_k(t) = 1)$ . Si  $r_k(t)$  est proche de 0, alors la solution des  $x_k^*(u, t)$  obtenue au pas de temps t est dispersée entre 0 et 1. Au contraire, si  $r_k(t)$  est proche de 1, alors il existe une variable  $x_k^*(u, t)$  au pas de temps t qui est proche de 1, les  $N_u - 1$  autres valeurs étant pratiquement équivalentes à zéro. Le classement de l'ordre de séparation des pas de temps t est réalisée de manière croissante. Ainsi lorsqu'on ajoute des contraintes d'intégrité au pas de temps sur lequel la solution racine est dispersée, la nouvelle évaluation du problème sera éloignée du problème continu et se rapprochera de l'objectif pour une solution entière.

## 2.2.5 Recherche d'un majorant

Dans un PLNE, la solution entière optimale se trouve entre un minorant et un majorant. Le minorant est calculé à partir de l'évaluation optimiste du problème relaxé. Le majorant est une solution entière du problème, non nécessairement optimal. Plus l'intervalle entre le minorant et le majorant est restreint, plus la convergence de l'algorithme sera rapide. Le calcul du minorant dépend essentiellement de la qualité de la fonction évaluation. La recherche du majorant est réalisée en général par une méthode heuristique. Ici nous exploiterons la technique de backtracking pour obtenir un premier majorant, aussi appelée recherche en profondeur d'abord (DFS - *Depth First Search*). Ce seuil va permettre par la suite de rejeter certaines évaluations lors de l'exploration de l'arborescence. La technique de backtracking est représentée sur la figure 2.4.

Soit un PLNE d'indice k à résoudre et nommé  $(PLNE_k)$ . Ce problème comprend une variable de commande séparée en 3 valeurs distinctes avec un horizon de temps discrétisé en 3 valeurs. On utilise la représentation par séparation multiple décrite dans la sous-section 2.4.1. Dans un premier temps, le PLNE est ramené en un PL classique nommé  $(PL_k)$ .

- Etape 0 : Le problème relaxé  $(PL_k)$  est évalué. S'il existe une solution au problème, alors le problème est sélectionné pour être séparé (en vert) d'après le reclassement effectué suivant la norme de séparation  $r_k$ .
- Etape 1 : Le sommet racine est séparé suivant les 3 points de commande discrétisés. Après évaluation des trois sous-problèmes, le troisième sommet (ou nœud) est choisi car il obtient la meilleure évaluation (vert).
- Etape 2 : Le sommet choisi est séparé en trois nouveaux sous-problèmes. Le premier sommet comprend la meilleure évaluation (vert) tandis que le second sommet ne contient aucune solution (orange). Il est alors rejeté pour la suite des itérations.
- Etape 3 : La séparation du premier sommet pour le dernier niveau ne donne aucune solution. Tous les sommets sont rejetés. On revient alors au niveau précédent. Le troisième sommet du second niveau peut être séparé car il contient une solution non vide.

• Etape 4 : La séparation de ce sommet aboutit à une solution entière (en violet). On a donc une solution entière qui est également notre nouveau majorant *ub*. La stratégie de meilleure évaluation (voir sous-section 2.4.2) est alors exploitée afin de déterminer si les sous-arborescences des nœuds non encore explorés (en bleu) contiennent une meilleure solution que *ub*.



Figure 2.4 – Backtracking (DFS strategy)

Afin de garantir l'obtention d'un majorant au problème sans avoir besoin de tester les  $n_{dim}$ sous-problèmes, on recherche le majorant sur le sous-problème ayant le plus grand dimensionnement possible, c'est-à-dire le problème  $(P_{n_{dim}})$  où les composants sont à leur taille maximale. Si ce problème ne contient pas de solutions, le problème ayant un dimensionnement plus petit est utilisé. Cette opération est répétée jusqu'à obtenir un majorant. Des stratégies de recherche plus élaborées pourraient permettre de viser un majorant de meilleure qualité. Ce point n'a pas été abordé ici.

## 2.3 Résolution par l'algorithme IteBaC

## 2.3.1 Algorithme détaillé

Le premier algorithme présenté ici repose sur l'exploitation d'un solveur nommé **Cplex** et commercialisé par la société IBM [Linderoth et Ralphs, 2005]. Ce solveur dispose d'une interface avec Matlab et peut être appelé par le biais de la fonction **cplexmilp** afin de résoudre des programmes linéaires mixtes en nombres entiers (PLMNE). L'intérêt de **Cplex** réside dans sa rapidité de calcul pour résoudre des problèmes de grande taille puisqu'il s'appuie sur un algorithme de Branch & Cut, c'est-à-dire que des coupes sont réalisées sur le problème évalué en ajoutant des contraintes puis le nouveau problème est résolu par la méthode de Séparation et Évaluation Progressive (Branch & Bound). L'espace des solutions admissibles étant réduit, l'algorithme converge plus rapidement qu'un algorithme de Branch & Bound classique.

Lors de l'initialisation, chaque  $(PLNE_k)$  est reclassé suivant les résultats obtenus sur la norme de séparation  $r_k(t)$ . Un majorant ub est recherché à l'aide de la technique du backtracking présenté dans la section précédente. C'est alors que l'algorithme IteBaC est exécuté comme illustré sur la figure 2.5.

- L représente la dernière solution entière obtenue. Initialement, il s'agit du majorant ub.
  L'indice k est initialisé à 1. Il représente l'indice de dimensionnement du problème de commande optimale étudié.
- Une boucle est exécutée pour chercher une solution optimale à chaque sous-problème  $(PLNE_k)$ 
  - Le problème relaxé  $(PL_k)$  est résolu par l'algorithme du simplexe. On obtient un vecteur de solution  $x_k^*$  regroupant l'ensemble des variables d'activation  $x_k^*(u, t)$ .
  - Si l'évaluation de  $(PL_k)$  est moins intéressante que la valeur contenue dans L ou s'il n'existe pas de solution, alors le sous-problème est rejeté et l'indice k est incrémenté. Dans le cas contraire, l'algorithme de Branch & Cut est exécuté dans **Cplex**. Les nœuds évalués supérieurs à ub sont rejetés.



Figure 2.5 – Algorithme IteBaC avec le solveur Cplex

- Si l'algorithme trouve une solution entière meilleure que L, alors la nouvelle solution devient le majorant ub et remplace la valeur contenue dans L. Sinon k est incrémenté.
- L'algorithme s'arrête lorsque toutes les combinaisons ont été étudiées c'est-à-dire lorsque  $k = n_{dim}$ .

## 2.3.2 Vers une parallélisation des sous-problèmes pour leur évaluation

L'inconvénient majeur de cet algorithme réside dans cette procédure itérative coûteuse en temps de calcul. Bien que la résolution d'un PLNE puisse être rapide (cf. résultats section 2.6), les temps de calcul augmentent de façon linéaire avec le nombre de dimensionnements  $n_{dim}$  à évaluer. L'algorithme SEPP présenté ci-après permet de répondre à cette problématique en supprimant la boucle d'itération liée au dimensionnement grâce à une stratégie de recherche comparée de l'ensemble de nœuds des sous-problèmes.
## 2.4 Résolution par l'algorithme SEPP

L'algorithme SEPP (Séparation et Evaluation Progressive Parallèle) repose sur l'examen simultané des nœuds des arborescences des  $n_{dim}$  PLNE. A l'étape d'initialisation, l'évaluation de chaque problème linéaire ( $PL_k$ ) permet à la fois de définir l'ordre de séparation des variables et de chercher le point de départ parmi tous les sous-problèmes. En effet, une fois que tous les sous-problèmes relaxés ont été évalués, celui ayant la plus faible évaluation sera le point de départ pour la recherche de la solution optimale.

Afin de réaliser un algorithme de Branch & Bound parallèle, deux apports majeurs ont été implémentés afin d'améliorer l'efficacité de la résolution du problème :

- La séparation multiple dans les arborescences,
- L'évaluation comparée des sommets de l'ensemble des sous-problèmes.

#### 2.4.1 Séparation multiple

Dans un algorithme de Branch & Bound classique comportant des valeurs bivalentes 0-1, chaque nœud est séparé en deux nouveaux sous-problèmes pour lesquels une contrainte est ajoutée [Minoux, 2007]. Dans le cas de notre problème, cette méthode conduirait à explorer l'éventualité des  $2^{N_u \times N_T}$  combinaisons possibles relatives à chaque sous-problème. Un exemple est présenté sur la figure 2.6 représentant la séparation à l'instant t d'un problème de commande comprenant 4 points de fonctionnement. Avec une séparation bivalente, il faut effectuer près de  $2 \times N_u \left(\frac{N_u + 1}{2}\right)$  évaluations (20 évaluations pour  $N_u = 4$ ) à partir du sommet racine (en orange) pour aboutir à l'évaluation des  $N_u$  candidats potentiels (en violet). En effet, les évaluations intermédiaires permettent d'affecter une partie des contraintes d'intégrité au sousproblème (en bleu) tandis qu'un conflit de contrainte aboutit à une évaluation sans solution (sommet en rouge).



Figure 2.6 – Démarche de séparation bivalente à l'instant t

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf © [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés

De par la nature spécifique de la commande et donc de la variable d'activation x(u, t), à un instant t quelconque compris dans l'intervalle  $[1, N_T]$ , il n'existe que  $N_u$  possibilités. A un instant t connu, si une variable x(u, t) est active, alors les autres variables au même instant t seront nulles. Ainsi, pour chaque pas de temps, une séparation sur les  $N_u$  points de commande est réalisée. Cette approche est présentée sur la figure 2.7. A chaque arc de séparation u, l'ensemble de contraintes suivant est affecté au sous-problème :

Figure 2.7 – Démarche de séparation multiple à l'instant t

Ainsi il n'existe plus que  $(N_u)^{N_T}$  solutions potentielles à explorer. Comme  $(N_u)^{N_T} \leq 2^{N_u \times N_T}$ , les temps de calcul sont logiquement réduits. La séparation en  $N_u$  branches correspond aux  $N_u$ valeurs potentielles pour un instant t. Il y aura donc  $N_T$  niveaux dans l'arborescence, chaque niveau correspondant à un instant t sur l'horizon de temps discrétisé  $N_T$ .

La notion de parallélisme peut se voir d'une certaine manière lors de la gestion des évaluations. En effet, lors de la séparation du nœud sur les  $N_u$  points de commande, la résolution (évaluation) de chacun des nouveaux sous-problèmes est indépendante. On pourrait envisager d'exploiter l'architecture multi-cœur des microprocesseurs pour lancer l'évaluation de plusieurs sous-problèmes en simultané. Sur les versions récentes de Matlab, l'extension Parallel Computing Toolbox (PCT) permet d'exploiter l'environnement multi-cœur des microprocesseurs pour réaliser de tels calculs en parallèle.

#### 2.4.2 Stratégie de recherche parallèle

Pour éviter l'examen exhaustif de chaque sous-problème  $(PLNE_k)$ , une technique de recherche basée sur une stratégie de meilleure évaluation (BNS strategy - Best Node Search strategy) est mise en place. Dans un cas d'optimisation classique avec un unique sous-problème, la stratégie de meilleure évaluation consiste à séparer le sommet possédant la meilleure évaluation parmi tous les sommets non encore séparés. L'avantage de cette méthode est que la première solution atteinte est proche de l'optimum. En contrepartie, le nombre de sommets non explorés doit être stocké dans la mémoire tant qu'une première solution entière n'est pas atteinte, laquelle fera office de nouveau majorant. Les sommets possédant une évaluation supérieure au nouveau majorant sont rejetés. Enfin, s'il reste des sommets non explorés, ceux-ci sont évalués de la même manière afin de s'assurer que la dernière solution entière obtenue soit la solution optimale.

Afin d'illustrer la stratégie de recherche en parallèle, considérons un problème d'optimisation comportant 4 combinaisons de dimensionnement, chaque sous-problème nécessite de déterminer la commande optimale du système répartie sur 3 points de fonctionnement avec un cycle de deux pas de temps. La stratégie de recherche est présentée sur la figure 2.8.



Figure 2.8 – Stratégie de recherche par meilleure évaluation (BNS strategy)

• Etape 1 : Les quatre sous-problèmes sont relaxés puis évalués (bleu) grâce à la technique

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf © [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés

du simplexe. La solution de chaque sous-problème relaxé est comparée. Dans l'exemple présenté sur la figure 2.8, il s'agit du troisième sous-problème (vert).

- Etape 2 : Le sommet racine est séparé en 3 arcs correspondant au nombre de points de discrétisation de la commande *u*. Les nouveaux sous-problèmes sont évalués. En sélectionnant le sommet racine à séparer, celui-ci est désactivé (rouge) car il s'agit d'étudier de nouveaux sous-problèmes imbriqués dans ce sommet.
- Etape 3 : L'évaluation des 3 sous-problèmes indique qu'il n'existe pas de solution répondant au problème (ensemble vide ou solution supérieure au majorant). Dans ces conditions, les évaluations des sommets (bleu) restants sont comparées et montre que le sommet racine du premier sous-problème est le plus intéressant. Il est donc sélectionné.
- Etape 4 : Le sommet racine du premier sous-problème est séparé et la meilleure évaluation parmi l'ensemble des sommets restant est obtenue sur le troisième sommet du premier niveau du premier sous-problème.
- Etape 5 : Sur cette nouvelle séparation, deux ensembles vides (orange) et une solution entière (violet) sont obtenus. Comme la nouvelle solution entière obtenue est meilleure que le majorant, alors elle devient le majorant *ub*. De ce fait, tous les sommets possédant une évaluation supérieure au nouveau majorant sont rejetés (noir) tels que le sommet racine du dernier sous-problème ou le premier arc du premier niveau correspond au premier sous-problème. La recherche dans l'arborescence est poursuivie tant qu'il existe des sommets non séparés et non rejetés (bleu),

## 2.4.3 Problématique pour les problèmes de grande taille

L'algorithme précédent a été implémenté sous Matlab 2012a. L'évaluation des sommets par la méthode du simplexe est réalisée grâce à la fonction linprog incluse dans le logiciel. Toutefois cette approche présente plusieurs limites actuellement :

- Gestion de la mémoire : L'évaluation d'un PL sous Matlab fait appel à une structure matricielle dans laquelle les coefficients liés aux contraintes d'inégalités sont stockés dans une matrice A. Plus l'horizon de temps est grand (nombre de points  $N_T$ ), plus le nombre de contraintes à ajouter est important. De même, plus le nombre de points de discrétisation de la commande  $N_u$  est grand, plus le vecteur x sera grand. Comme la gestion de la mémoire est limitée par les caractéristiques de la machine (logiciel, mémoire RAM, Version OS), la taille du système linéaire qu'il est possible de résoudre est limitée.
- Augmentation progressive du PL et stockage des nœeuds non séparés : Dans une démarche classique de résolution d'un PLNE, des contraintes sont ajoutées progressivement au PL relaxé, ces contraintes représentant le choix de la variable d'activation x(u, t). On se

# Proposition d'une nouvelle méthode basée sur l'optimisation combinatoire

retrouve également sur un problème de gestion de mémoire, combiné à la problématique du stockage des nœeuds en attente de séparation, ce stockage pouvant être un réel handicap avec une stratégie du type BNS.

• Explosion combinatoire : Bien que les nouvelles caractéristiques de l'algorithme présenté permettent un gain sur les temps de calcul, il se révèle lent à résoudre pour des problèmes contenant plus de 500 variables. En effet, le domaine de solutions étant très important, l'algorithme devra effectuer un très grand nombre d'évaluations.

La première problématique pourrait être résolue en convertissant le PL initial en utilisant des logiciels de plus haut niveau disposant d'une meilleure gestion de la mémoire. Cette solution n'a pas été abordée durant la thèse.

Pour résoudre la seconde problématique, la solution consiste à réaliser une réduction progressive du PL. Lorsqu'un certain nombre de contraintes d'intégrité sont appliquées sur le PL et que l'évaluation aboutit à une solution (ensemble non vide) alors ces nouvelles contraintes satisfont une partie du problème, les contraintes instantanées peuvent alors être supprimées du PL car valables pour toute la suite du problème. Bien que cette méthode permette de travailler avec un espace mémoire constant, il nécessite d'effectuer des tâches de réécriture du problème qui peuvent pénaliser les temps de calculs. De ce fait, cette solution n'a pas été implémentée dans la suite des problèmes à traiter.

La troisième problématique a été résolue en exploitant l'algorithme IteBaC. Toutefois on perd le parallélisme des évaluations et de la stratégie de recherche car le solveur **Cplex** est dédié à la résolution d'un seul PLNE à la fois. Une solution consisterait à dégrader la solution optimale en recherchant des solutions entières proches de l'optimum global. Des techniques de relaxation lagrangienne permettraient d'obtenir des évaluations plus rapidement que l'algorithme du simplexe. Il existe également des techniques pour améliorer la valeur du premier majorant et des stratégies de recherche permettant d'obtenir un compromis performant entre la qualité de la solution et les temps de recherche.

## 2.5 Comparaison des deux méthodes de résolution

#### 2.5.1 Comparatif des performances

Afin de comparer les performances des deux algorithmes, des tests sont réalisés pour différentes tailles de problèmes. Tous les calculs ont été réalisés sur un ordinateur PC Windows 7 32bits avec un processeur Intel Core i3 - 2,3GHz et 4Go de RAM.

Pour comparer les deux algorithmes en terme de rapidité et de précision de la solution, nous proposons de considérer un problème d'optimisation qui sera décrit en détail au chapitre 5. La configuration testée est un système de puissance hybride électrique composé d'une pile à combustible et d'une batterie au lithium (LFP). Le modèle complet est présenté dans la section 5.3.1 du chapitre 5.

Le profil de mission reprend le cycle A présenté sur la figure 4.12 mais restreint à un horizon de temps compris entre 15 et 45 pas de temps afin de limiter les temps de calcul avec l'algorithme SEPP. Le problème contient 1 281 combinaisons de dimensionnement entre la pile à combustible et batterie LFP. L'objectif de cette simulation est de vérifier que les deux algorithmes convergent vers la même solution et montrer l'intérêt de la méthode des coupes (Branch & Cut) au niveau de la rapidité de calcul. Les résultats sont présentés sur la figure 2.9. Le temps CPU rend uniquement compte du temps de résolution des problèmes d'optimisation et exclut le temps de modélisation des sous-problèmes.



Figure 2.9 – Temps de calcul pour différents horizons de temps

Sur les problèmes de petite taille ( $N_T \leq 15$ ), l'algorithme SEPP est plus rapide car il atteint la solution optimale plus rapidement. Dès que le nombre de variables est plus important, c'est l'algorithme IteBaC qui devient plus performant. Alors que les temps de calcul de l'algorithme IteBaC suivent une progression linéaire, les temps de calcul de l'algorithme SEPP augmentent de façon exponentielle. Ainsi, pour des horizons de temps  $N_T$  de 100 points, l'algorithme IteBaC obtient une solution en moins de 6 minutes. On peut estimer qu'il faudrait de l'ordre de 10<sup>30</sup> années pour obtenir une première solution par l'algorithme SEPP.

Les résultats obtenus par les deux algorithmes sont identiques. Toutefois, l'algorithme SEPP est stoppé dès qu'une solution entière est atteinte sans explorer toutes les solutions potentielles. Cela signifie que la première solution entière obtenue par SEPP est la solution optimale bien que cette optimalité ne soit pas garantie.

Il existe une très faible différence (de l'ordre de 0,02 % sur l'exemple) entre les solutions des deux algorithmes qui s'explique de plusieurs manières. D'abord, les solveurs exploités pour résoudre l'algorithme du simplexe sont différents. Sur l'algorithme SEPP, la fonction linprog est appelée à chaque évaluation tandis que la résolution est effectuée automatiquement dans le

# Proposition d'une nouvelle méthode basée sur l'optimisation combinatoire

solveur **Cplex** par la fonction **cplexmilp**. Ensuite des critères d'arrêt ont été implémentés dans chaque algorithme afin de limiter les temps de calcul. Ainsi, dans l'algorithme SEPP, si aucune solution n'est atteinte avant 100 000 évaluations, alors la dernière solution est retenue. Dans le cas du second algorithme, un critère d'arrêt est posé sur le temps de calcul. Si ces critères d'arrêt n'étaient pas implémentés, on pourrait aboutir à une saturation de la mémoire puisque les nœuds non explorés doivent être stockés au fur et à mesure de la progression dans les arborescences.

Du point de vue des temps de calcul, les deux algorithmes sont techniquement différents. Dans l'algorithme SEPP, le code est exécuté à partir de Matlab, en appelant des fonctions interprétées. Au contraire, le solveur **Cplex** a été programmé et optimisé pour effectuer les calculs rapidement. Le code est compilé en C/C++, les temps de calcul sont alors sensiblement réduits. Enfin, l'utilisation des techniques de coupe apporte un gain significatif.

#### 2.5.2 Avantages et inconvénients des deux méthodes

Globalement les avantages et inconvénients de ces deux algorithmes sont résumés dans le tableau 2.1. On s'aperçoit que les faiblesses de l'algorithme SEPP sont les points forts de l'algorithme IteBaC, et inversement. La prochaine étape dans la démarche d'amélioration de cette méthode serait une fusion des deux algorithmes comme proposée ci-dessous.

	SEPP	IteBaC
Fonctionnement	Appel fonction linprog dans Matlab	Appel fonction $cplexmilp$ du solveur Cplex dans Matlab + boucle itérative
Environnement	Matlab 2012a	Matlab 2012a + Toolbox C plex 12.4
Avantage	Parallélisme	Rapidité de calcul (coupes)
Limite	Nombre d'évaluations	Processus itératif

Tableau 2.1 – Comparaison technique entre les algorithmes SEPP et IteBaC

#### 2.5.3 Vers une fusion des deux algorithmes

L'intérêt de SEPP par rapport à IteBaC est de pouvoir supprimer le processus itératif et coûteux en temps de calcul au cours duquel des évaluations sont effectuées. Mais l'algorithme SEPP nécessite de nombreuses améliorations techniques et méthodologiques afin d'être pleinement exécutable pour des problèmes de grande taille. La première d'entre elles concerne l'exploitation des architectures multi-cœur des microprocesseurs.

En effet, la parallélisation des tâches permet de résoudre efficacement le problème. A chaque nœud, il faut effectuer autant d'évaluations qu'il existe de points de discrétisation de la commande. Cette tâche est réalisée sur un unique processeur. Or ces évaluations sont indépendantes. Ce n'est qu'une fois que toutes ces évaluations sont réalisées qu'un choix est fait pour la séparation du nœud suivant. On peut alors tout à fait envisager que chaque évaluation soit transmise à un cœur de calcul différent. Les structures multi-cœurs des dernières générations de microprocesseurs pourraient grandement améliorer les temps de calculs des évaluations tout comme l'utilisation de langage de programmation compilé tel que le C/C++.

Parmi d'autres améliorations à envisager, on peut imaginer la fusion des deux algorithmes, c'est-à-dire combiner le parallélisme du SEPP et les techniques de coupes présentes dans IteBaC. L'algorithme de la figure 2.10 est un exemple de méthode de résolution combinant les méthodes de coupes et l'évaluation en parallèle des sous-problèmes.



Figure 2.10 – Proposition d'un algorithme de Branch & Cut parallélisé

L'algorithme proposé est décomposé en deux phases. La première phase consiste à intégrer des coupes dans chaque sous-problème si nécessaire. Dans le cas contraire, le sous-problème est rejeté. Ensuite, on utilise l'algorithme SEPP avec les sous-problèmes restants comprenant les nouvelles contraintes de coupe, notés  $(PL_k)^c$ . A chaque séparation d'un nœud, la parallélisation permise par la structure multi-cœur du processeur permet d'évaluer simultanément plusieurs des  $N_u$  sous-problèmes. Lorsqu'une solution entière est atteinte, cette dernière remplace le majorant et est stockée comme une solution optimale potentielle dans L. L'algorithme s'arrête lorsqu'il

# Proposition d'une nouvelle méthode basée sur l'optimisation combinatoire

n'y a plus de nœuds à séparer parmi tous les sous-problèmes. La solution contenue dans L est alors optimale. Enfin d'autres améliorations telles que proposées dans la section 2.4.3 peuvent également permettre de gagner en terme de temps de calculs, en gestion mémoire.

Enfin, d'autres pistes d'améliorations peuvent être explorées comme la recherche d'un majorant plus proche de la solution optimale ou l'évaluation du minorant par des algorithmes plus rapides et également plus proches de la solution optimale (relaxation lagrangienne). Ces propositions visent elles aussi à réduire le nombre d'évaluations afin de pouvoir traiter des problèmes de grande taille.

A noter aussi qu'actuellement, nous avons focalisé notre attention sur des sous-problèmes de taille identique, c'est-à-dire que  $N_u$  est fixé quelque soit le dimensionnement utilisé. Hors, pour obtenir un niveau de précision identique quelque soit le dimensionnement, il faudrait utiliser des modèles avec des pas de commande constants (par exemple un pas de puissance de la pile à combustible identique quelque soit le dimensionnement), ou bien choisir un pas en fonction du gradient de la fonction de coût (rendement de la pile à combustible par exemple). Tous ces choix conduisent alors à résoudre des sous-problèmes de taille différente mais avec un degré de précision similaire.

## 2.6 Choix de la discrétisation de l'algorithme IteBaC

Le choix du nombre de points de discrétisation est important car il influence directement la taille du problème (nombre de variables et nombre de contraintes) et donc le temps de résolution du problème. Dans le cas où le nombre de points de discrétisation  $N_u$  est faible, la valeur de l'objectif de la solution discrète par rapport à l'optimum continu peut être éloignée. Il est également possible qu'aucune solution ne puisse être déterminée car il n'y a pas de combinaisons permettant de satisfaire l'ensemble des contraintes. Dans le cas où  $N_u$  est grand, les temps de calcul peuvent devenir très importants, et il peut se produire qu'aucune solution discrète ne soit déterminée en un temps raisonnable.

Afin de montrer l'impact de la discrétisation sur la précision du résultat et sur les temps de calcul nécessaires, l'exemple utilisé ci-dessous reprend les données et les cas étudiés dans la section 5.3.1 du chapitre 5. Il s'agit de l'optimisation énergétique d'un groupe de puissance hybride comprenant une pile à combustible et une batterie au lithium (LFP). Ni le dimensionnement ni le vieillissement ne sont pris en compte ici. Un cycle de référence noté  $P_{req}$  est utilisé. L'objectif du problème est de chercher la stratégie de gestion d'énergie permettant de minimiser la consommation d'hydrogène pour un dimensionnement fixé.

Le problème est résolu sous Matlab 2012a avec la toolbox **Cplex** 12.4 pour différentes valeurs de  $N_u$ . On pose  $P_{pac}^{max} = 15\,000$  W et  $N_{sc} = 1\,500$  cellules. L'horizon de temps correspond au cycle A avec  $N_T = 120$  points de temps et un pas  $\Delta t$  de 1 seconde. Les résultats de la valeur de l'objectif



Figure 2.11 – Fonction objectif  $E_{fuel}$  et temps de calcul suivant  $N_u$  avec l'algorithme IteBaC

 $E_{fuel}$  sont présentés sur la figure 2.11 ainsi que le temps de calcul nécessaire pour résoudre le problème avec l'algorithme IteBaC.

La précision s'améliore avec le nombre de points de discrétisation. Toutefois, au-delà d'une discrétisation  $N_u = 25$  points, la solution n'est plus améliorée. Les temps de calcul peuvent être observés via le nombre d'évaluations effectuées en supposant que le temps de résolution du PL est constant. Dans le cas général, le nombre d'itérations augmente de façon linéaire avec le nombre de points de discrétisation  $N_u$ . Sur certains problèmes, le nombre d'évaluations est beaucoup plus important ce qui témoigne d'un manque de robustesse de cet algorithme. Cependant sur des problèmes de quelques milliers de variables, les temps de calcul n'excèdent pas quelques dizaines de secondes.

# 2.7 Comparaison technique entre la programmation dynamique et l'algorithme IteBaC sur des problèmes de grande taille

La Programmation Dynamique et la Programmation Linéaire en Nombres Entiers sont deux techniques d'optimisation combinatoire permettant de résoudre des problèmes d'optimisation non linéaires par une discrétisation du système. La différence majeure entre les deux méthodes réside dans le type de discrétisation du problème. En programmation dynamique, on choisira de discrétiser l'état x(t) du système. De ce fait, le pas de discrétisation de la commande sera une fonction liée au modèle dynamique. A l'inverse, en exploitant l'algorithme de Branch & Bound, c'est la commande p qui est discrétisée.

Afin de pouvoir comparer les résultats entre les deux méthodes, prenons l'exemple présenté dans la section 5.3.1 du chapitre 5 où une configuration du système de puissance hybride comprenant une pile à combustible et une batterie LFP est optimisée. Les contraintes de vieillissement ne sont pas prises en compte dans le problème d'optimisation. L'objectif est de minimiser le coût global de possession du système de puissance hybride basé sur le TCO (section 5.1.1) en



Proposition d'une nouvelle méthode basée sur l'optimisation combinatoire

Figure 2.12 – Modèle de conversion pour le passage de  $N_u$  à  $N_E$ 

cherchant le dimensionnement et la stratégie de gestion d'énergie optimale. Il faut tout d'abord établir une relation entre le pas de commande  $\Delta u$ , issue du nombre de valeurs de discrétisation  $N_u$  pour le Branch & Bound, et la discrétisation de l'état énergétique  $\Delta E_{batt}$  nécessaire pour la programmation dynamique (figure 2.12). Il existe une relation non linéaire entre  $\Delta E$  qui est le pas de l'énergie fournie par la batterie et  $\Delta E_{batt}$ , le pas de l'énergie contenue dans la batterie. On fait l'hypothèse que ces pas d'énergie sont similaires, le but étant d'obtenir un degré de précision similaire entre les deux méthodes d'optimisation. On suppose aussi que le pas de discrétisation de l'horizon de temps  $\Delta t$  est identique. Ceci nous permet de calculer le nombre de points de discrétisation de l'espace énergétique à explorer, noté  $N_E$ .

$$N_E = \left\lfloor \frac{E_{max} - E_{min}}{\Delta E_{batt}} \right\rfloor + 1 \tag{2.10}$$

Δt

où  $E_{max}$  et  $E_{min}$  représentent l'énergie stockée dans la batterie en fonction des seuils de l'état de charge  $SoC_{min}$  et  $SoC_{max}$ .

Dans le problème suivant, on compare les performances des deux méthodes d'optimisation pour un problème de dimensionnement et de commande optimale. Les plages de dimensionnement de la pile à combustible et de la batterie sont discrétisées conduisant à 867 combinaisons. Dans le cas de la programmation dynamique, on réalise une évaluation exhaustive de tous les cas. Pour chaque combinaison, on recherche la commande optimale. Si une solution existe, alors elle est stockée. Quand toutes les évaluations sont effectuées, on extrait alors la meilleure solution, et on compare cette solution à celle obtenue avec l'algorithme IteBaC. On vérifie alors que le dimensionnement et la stratégie de commande obtenus sont similaires.

Dans notre exemple, la commande de la pile à combustible est discrétisée avec  $N_u = 30$  à 50 points. Pour chaque dimensionnement, le pas de discrétisation énergétique  $\Delta E_{batt}$  est calculé afin d'obtenir un pas de discrétisation équivalent entre les deux algorithmes.

	Algorithme	Coût J	CPU Time	Temps de calcul moyen par sous-problème
$N_u = 30 \text{pts}$	Prog Dyn	48 779€	3h45	$15,\!6\mathrm{s}$
	IteBaC	48 768€	$19\mathrm{min}$	$1,3\mathrm{s}$
$N_u = 40 \text{pts}$	Prog Dyn	48 769€	15h05	$62,8\mathrm{s}$
	IteBaC	48 758€	$21\mathrm{min}$	$1,\!4\mathrm{s}$
$N_u = 50 \text{pts}$	Prog Dyn	48 764€	25h30	$94,9\mathrm{s}$
	IteBaC	48 760€	$55\mathrm{min}$	$3,9\mathrm{s}$

Tableau 2.2 – Comparaison de résultats de simulation entre les deux méthodes pour différentes discrétisations de  $N_u$ 

Les optimisations sont réalisées avec l'algorithme IteBaC et la programmation dynamique afin de déterminer le dimensionnement optimal, la trajectoire optimale et la fonction coût associée suivant différentes valeurs de discrétisation de la commande. Les résultats sont résumés dans le tableau 2.2. L'algorithme IteBaC s'avère être plus performant d'un facteur 12 à 30 par rapport à la programmation dynamique pour déterminer le dimensionnement optimal et la trajectoire associée parmi 867 combinaisons de dimensionnement possibles. Entre les deux méthodes, l'écart sur la fonction de coût est négligeable et s'explique par l'approximation réalisée pour le passage de  $\Delta E$  à  $\Delta E_{batt}$ . Le nombre de points de discrétisation  $N_u$  a un impact majeur sur le temps de calcul de la solution en programmation dynamique puisque pour un même dimensionnement, si  $N_u$  augmente alors  $N_E$  augmente et le nombre d'arcs de commande à évaluer entre deux instants t augmente aussi. La figure 2.13 représente la trajectoire optimale de l'état de charge de la batterie pour la configuration optimale en fonction de la méthode d'optimisation utilisée.

La méthode proposée dans cette thèse (Programmation Linéaire en Nombres Entiers et algorithme SEPP) présente donc plusieurs avantages majeurs par rapport à la Programmation Dynamique :

• Tout d'abord, la procédure permet l'étude en parallèle de la commande sur plusieurs combinaisons de dimensionnement en simultanée. Avec la programmation dynamique, la

Proposition d'une nouvelle méthode basée sur l'optimisation combinatoire



Figure 2.13 – Evolution du SoC de la batterie au cours du cycle A avec $P_{pac}^{max}$ =10,6 kW et  $N_{batt}$ =700 cellules

qualité de la solution est évaluée une fois que la commande optimale a été obtenue pour un dimensionnement fixé. Dès lors que l'algorithme SEPP intègrera toutes les améliorations présentées dans les sections 2.4.3 et 2.5.3, alors les résultats convergeront au moins aussi rapidement que l'algorithme IteBaC.

- D'après le principe de Bellman, l'optimalité de la solution est assurée si la fonction coût des sous-chemins optimaux est une succession de coûts positifs. En programmation linéaire en nombres entiers, la fonction coût peut être une suite de fonctions positives et/ou négatives.
- En programmation dynamique, le nombre de dimensions augmente en fonction du nombre d'état du système. On estime que le temps de calcul en Programmation Dynamique augmente de façon exponentielle suivant le nombre de dimensions. Par exemple, dans le cas d'un système comprenant deux variables d'état telles quel l'état de charge (SoC) d'une batterie et sa température, on se retrouve à explorer un système à trois dimensions (horizon de temps discrétisé, état de charge discrétisé, plage de température discrétisée). Là aussi, le choix des pas de discrétisation aura un impact majeur en termes de temps de calcul et de précision de la solution. En programmation linéaire en nombres entiers, les variables d'état sont des contraintes instantanées liées uniquement à la commande et à la dynamique d'état.
- La résolution par programmation dynamique peut répondre à deux types de contraintes : les contraintes instantanées et les contraintes d'intégrité. Les contraintes instantanées peuvent être liées à la commande du système (plage de fonctionnement de la pile à combustible) et à l'état du système (seuils sur l'état de charge de la batterie). Les contraintes d'intégrité sont uniquement liées à l'état du système. Il n'est pas envisageable d'implémenter une contrainte d'intégrité liée à la commande u en programmation dynamique. Or, ce

type de contraintes existe pour les modèles de vieillissement des stockages d'énergie. De plus, le vieillissement est vu comme une seconde variable d'état, laquelle dispose d'une relation non linéaire par rapport à l'état de charge de la batterie. De ce fait, il n'est pas possible d'exploiter la programmation dynamique à partir de deux variables d'état ayant une relation non linéaire sur le pas de discrétisation de l'état. L'algorithme de Branch & Bound permet quant à lui la résolution de ce type de problème.

Toutefois, la méthode proposée montre quelques limites parmi lesquelles la nécessité de fixer les conditions initiales du problème (ex : connaissance de l'état de charge initial du stockage d'énergie) et la linéarité entre l'état de charge et la commande (approximation sur le comportement des composants).

# 2.8 Conclusion

Au travers de ce chapitre, une méthode d'optimisation combinatoire a été proposée. Celle-ci se base sur la discrétisation du problème initial en une multitude de sous-problèmes linéaires en nombres entiers. La résolution de ces sous-problèmes est effectuée, soit par un algorithme de Branch & Cut itératif appelé IteBaC, soit par un algorithme de Branch & Bound parallèle appelé SEPP. L'algorithme IteBaC s'appuie sur un solveur commercial performant (**Cplex**), tandis que l'algorithme SEPP propose une structure parallèle, non optimisée actuellement, mais plus prometteuse. L'idéal serait de combiner les atouts des 2 algorithmes afin d'obtenir une méthode de résolution très performante en terme de temps de calcul. Néanmoins, comparé à la programmation dynamique, l'algorithme IteBaC s'avère déjà beaucoup plus efficace pour résoudre des problèmes comprenant un nombre important de combinaisons de dimensionnement et avec un même degré de précision sur les résultats.

Dans les prochains chapitres, la méthode proposée sera déployée sur un problème d'optimisation de véhicule électrique hybride et sur lequel plusieurs architectures seront présentées et évaluées. Sur la base des remarques précédentes, nous exploiterons l'algorithme IteBaC, même si l'algorithme SEPP a été testé avec succès sur les mêmes problèmes.

# CHAPITRE 3

# Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Présentation

#### Sommaire

3.1	Intro	oduction	65
<b>3.2</b>	$\mathbf{Hyb}$	ridation des machines de construction	65
	3.2.1	Électrification des engins de terrassement minier $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	67
	3.2.2	Hybridation thermique-électrique	69
	3.2.3	Hybridation thermique-hydraulique	71
	3.2.4	Hybridation thermique-hydraulique-électrique	74
3.3	Prin	cipe de fonctionnement d'une mini-excavatrice conventionnelle	76
3.4	Desc	cription du projet ELEXC	79
	3.4.1	Enjeux et objectifs	79
	3.4.2	Choix de la technologie d'actionnement	80
	3.4.3	Choix de l'architecture et de la technologie hybride	82
3.5	$\mathbf{S}\mathbf{t}\mathbf{r}\mathbf{u}$	cture de la démarche d'optimisation	83
3.6	Con	clusion	84

C<sup>E</sup> chapitre est consacré à la présentation du problème d'optimisation. L'application étudiée concerne l'hybridation et l'électrification d'une mini-excavatrice. Les objectifs et enjeux de cette étude sont abordés dans un premier temps, puis le principe de fonctionnement d'une telle machine est développé. Ensuite, le nouveau concept technologique sera présenté.

### 3.1 Introduction

Les récentes législations environnementales sur les émissions de gaz polluants des engins non routiers ont conduit les constructeurs à revoir l'architecture du système d'alimentation et de transmission de puissance de leurs machines. Plusieurs pistes sont explorées pour réduire les émissions de ces engins. D'un côté, on trouve l'ajout d'un système de dépollution entre le moteur et la sortie des gaz d'échappement. Plusieurs technologies existent (pot catalytique, FAP, EGR, SCR), elles permettent d'abaisser les émissions aux seuils exigés avec un impact minimal sur le rétroffitage du moteur. Toutefois l'ajout d'un tel système et la maintenance supplémentaire induisent un surcoût à l'achat et en exploitation non négligeable pour l'utilisateur.

La seconde solution consiste à diminuer la consommation de carburant et les émissions de polluants par une meilleure gestion des flux d'énergie en s'appuyant sur un générateur de puissance et un stockage d'énergie. Cette solution est à la base des architectures hybrides. Par rapport à une architecture conventionnelle, des gains de consommation non négligeables peuvent être obtenus, lesquels ont un impact positif sur les coûts d'exploitation de la machine. En contrepartie, l'ajout de composants supplémentaires rend l'architecture plus complexe et peut induire des coûts importants sur l'investissement initial de la machine.

Les engins de terrassement conventionnels et en particulier les excavatrices hydrauliques sont des engins ayant une efficacité énergétique faible de l'ordre de 10% [Jo et Kwak, 2011], c'est-àdire que seulement  $1/10^{\rm ème}$  de l'énergie provenant du réservoir est utilisée sous forme d'énergie utile (déplacement de charge, pelletage). Cette faible efficacité est liée aux conditions d'opération de la machine qui réalise des tâches avec de fortes fluctuations de charge et de vitesse.

### 3.2 Hybridation des machines de construction

Les engins de construction sont des machines utilisées pour des opérations spécifiques de terrassement. Les fabricants de ces machines proposent des engins dédiés à certaines opérations : des excavatrices pour creuser, des chargeuses pour les opérations de manutention, ou encore des compacteurs et finisseurs pour réaliser le bitume sur les routes. Quelques exemples d'engins construits par la société Volvo Construction Equipment sont présentés dans le portfolio de la figure 3.1.

Les puissances mises en jeu sur ces engins sont très variées. Les mini-chargeuses (ou skidsteer loader) (photo du milieu en haut) nécessitent des puissances de l'ordre de 20 à 40 kW, principalement pour le déplacement de la machine et le levage de l'outil. Les camions articulés (photo en bas à gauche) ont besoin de puissances plus élevées (autour de 200 à 400 kW) car les masses et les vitesses de déplacement sont beaucoup plus importantes. Enfin, les grands engins dédiés au terrassement minier ont besoin de puissances au-delà de 1 000 kW. De ce fait, les besoins énergétiques de chaque engin sont différents.



Figure 3.1 – Exemples d'engins de construction couramment utilisés - Volvo Construction Equipment

Comparativement aux véhicules automobiles, les conditions et usages des engins de construction sont différents sur plusieurs aspects. Un comparatif sur l'environnement et les conditions de fonctionnement d'une automobile conventionnelle et d'une excavatrice hydraulique sont présentés dans le tableau 3.1.

	Automobile	Excavatrice hydraulique	
Charge	Faible charge et dyna- mique lente	Elevée avec fortes fluctuations	
Environnement	Modéré	Difficile (submersion, pous- sière, chaleur)	
Commande	Pédales d'accélération et de freinage	Système multi-actionneurs	
Cycle de mission	Varié, polyvalence	Tâches spécifiques	
Cycle de mission Propulsion	Varié, polyvalence Moteur thermique + transmission mécanique	Tâches spécifiques Moteur thermique + pompe + système hydraulique multi- actionneurs	
Cycle de mission Propulsion Moteur	Varié, polyvalence Moteur thermique + transmission mécanique Régime variable	Tâches spécifiques Moteur thermique + pompe + système hydraulique multi- actionneurs Régime variable	

Tableau 3.1 – Comparaison des conditions de fonctionnement entre une automobile conventionnelle et une excavatrice hydraulique conventionnelle  $% \mathcal{A}^{(n)}$ 

Classiquement, lorsque les engins se déplacent à faible vitesse ou lorsque le système possède plusieurs actionneurs, une configuration hydraulique est habituellement utilisée. Un moteur diesel entraine une ou plusieurs pompes hydrauliques, lesquelles transmettent l'énergie aux différents actionneurs (vérins, moteurs-roues). La commande des actionneurs est réalisée par un distributeur commandé par un joystick. Le rendement global entre le réservoir et l'actionneur final est faible, de l'ordre de 10 à 25 % sur une journée de travail complète et suivant l'usage de la machine [Yao et Wang, 2013]. Ce faible rendement est principalement lié à la diversité des points de fonctionnement du cycle et aux nombreuses périodes de ralenti de la machine. Or, sur les machines de forte puissance ( $\geq 100 \text{ kW}$ ), les coûts en carburant peuvent devenir un poste de dépenses prépondérant comme l'exposent [Jo et Kwak, 2011].

Afin de remédier à cette problématique énergétique, de nombreuses études ont été menées afin d'évaluer les gains potentiels en utilisant des architectures hybrides pour les engins de construction. Dans ce qui suit, des engins fonctionnels et des projets sont présentés et classés suivant le(s) vecteur(s) énergétique(s) exploité(s) pour l'actionnement du système.

#### 3.2.1 Électrification des engins de terrassement minier

Une des premières solutions proposées dans la démarche d'amélioration de la consommation d'énergie de ces engins consiste à stabiliser le fonctionnement du moteur diesel en l'exploitant en tant que groupe électrogène.

Le principe de l'électrification consiste à découpler le moteur thermique de la transmission afin de supprimer le lien de dépendance sur la vitesse et le couple de charge. Le lien mécanique est supprimé et remplacé par un lien électrique [Herlitzius, 2009]. Ainsi, au lieu de piloter le moteur afin de répondre à une demande de vitesse et de couple définie par le profil de mission, une consigne de puissance est utilisée, celle-ci étant envoyée sur le groupe électrogène qui choisira la consigne vitesse/couple associée permettant d'obtenir le rendement énergétique optimal [Tounsi, 2006].

Cette technologie est adaptée pour les engins de fortes puissances, en particulier les machines dédiées à l'excavation minière (chargement et transport du minerai dans les mines à ciel ouvert). Le cas présenté sur la figure 3.2 est un camion minier (ou tombereau) développé par la société Liebherr. L'engin, d'une masse à vide de l'ordre de 240 tonnes, peut transporter près de 360 tonnes de matériau. L'engin est propulsé par 2 moteurs asynchrones triphasés de 2 000 kW chacun lui permettant de se déplacer à près de 60 km/h. Ils sont alimentés en énergie électrique par un moteur diesel d'une puissance de l'ordre de 2 720 kW (3 650 ch). Les moteurs électriques fonctionnent en mode génératrice lors des phases de freinage, l'énergie électrique est alors dissipée dans des résistances thermiques. Grâce à cette technologie, le constructeur annonce que le véhicule est rentabilisé plus rapidement comparé à des modèles équivalents conventionnels car les frais de maintenance sont réduits (moins d'usure des freins mécaniques) et le surcoût de la machine est compensé par les gains de carburant après quelques milliers d'heures de fonctionnement.



Figure 3.2 – Camion minier Liebherr T282C et l'architecture de la motorisation dédiée [Fenker, 2009]

D'autres constructeurs tels que LeTourneau Technologies exploitent cette technologie pour des chargeuses géantes. Dans le cas du modèle L1350, une machine de 200 tonnes avec une capacité de chargement du godet de  $23 \text{ m}^3$ , un moteur diesel de  $1\,193 \text{ kW}$  ( $1\,600 \text{ ch}$ ) entraine une génératrice fournissant la puissance électrique à 4 moteurs à réluctance variable de 300 kW intégrés dans chaque moyeu de la machine comme présenté sur la figure 3.3.



Figure 3.3 – Schéma motorisation chargeuse géante Le<br/>Tourneau L1350 (à gauche) - Excavatrice géante électrique Hitachi EX<br/>8000E-6 (à droite)

La société Hitachi Construction Machinery commercialise des excavatrices hydrauliques géantes avec, soit une version thermique embarquée, soit une alimentation par un transformateur électrique connecté au réseau électrique [Uno *et al.*, 2013]. Pour des prestations identiques, la version thermique embarque 2 moteurs Diesel d'une puissance totale de 2 900 kW, la version électrique dispose de 2 moteurs électriques d'une puissance totale de 2 400 kW. Dans les pays où le coût du carburant est élevé, les coûts d'utilisation de la version électrique sont réduits de 50%.

Dans ce système, l'énergie ne peut pas être récupérée lors des phases de freinage ou de ralentissement des mouvements (tel que l'énergie potentielle de la structure articulée d'une excavatrice). L'ajout d'un système de stockage de l'énergie est une solution mise en œuvre et présentée dans les configurations suivantes.

#### 3.2.2 Hybridation thermique-électrique

Les récents progrès dans le domaine de l'électronique de puissance et l'efficacité des moteurs électriques ont été à l'origine de nombreux choix dans l'hybridation électrique des machines de construction [Herlitzius, 2009], [Deak *et al.*, 2011]. Associés à des systèmes de stockage à haute densité de puissance, ces systèmes hybrides permettent de réduire la consommation de carburant de ces engins pour des performances identiques.

La première excavatrice hydraulique hybride fut commercialisée par Komatsu en 2008 sous le nom PC200-8. Depuis cette date, le constructeur a vendu plus de 2500 engins à travers le monde et la troisième génération est commercialisée depuis 2014 (la version HB215 LC-2). Le système hybride de cette excavatrice est présenté sur la figure 3.4. Le moteur hydraulique permettant l'orientation de la partie supérieure de la machine est remplacé par un moteur électrique réversible. Ce moteur est alimenté par un module de supercondensateurs. Lorsque la tourelle est en rotation, l'opérateur actionne le moteur électrique en tant que génératrice pour freiner et récupérer l'énergie cinétique, laquelle est transférée au module de supercondensateurs. Un moteur/générateur électrique est couplé à l'arbre de transmission du moteur thermique de 110 kW (148 ch). Il assiste le moteur thermique pour actionner les pompes hydrauliques lors des phases d'accélération et assure une charge complète du module de supercondensateurs. Le constructeur annonce une économie de carburant pouvant atteindre 25 % pour certains travaux par rapport à des modèles équivalents de la classe 22 tonnes [Inoue, 2014].



Figure 3.4 – Excavatrice hydraulique hybride Komatsu HB215 LC-3

Cette solution d'hybridation a été reprise par d'autres constructeurs parmi lesquels Hitachi Construction Machinery avec le modèle ZH200, une excavatrice hydraulique de la catégorie 20 tonnes [Edamura *et al.*, 2013]. Alors que la machine équivalente conventionnelle dispose d'un système hydraulique avec deux pompes, la version hybride comprend trois pompes hydrauliques. Un moteur-générateur électrique est couplé au moteur hydraulique permettant d'orienter la tourelle. Ainsi la machine électrique assiste l'actionneur hydraulique lors des accélérations, et récupère l'énergie cinétique en phase de freinage. Les gains de consommation de carburant peuvent atteindre 31 % par rapport à un modèle conventionnel d'après le constructeur. Afin de limiter le coût de développement de l'engin, de nombreux composants sont issus de l'automobile. Doosan Infracore propose un modèle hybride similaire [Kwon *et al.*, 2008].

On retrouve aussi cette technologie sur des machines beaucoup plus grosses puisque la plus grande excavatrice produite à ce jour exploite ce système hybride. Il s'agit d'une machine produite par Caterpillar sous le nom Cat 6120B H FS et présentée sur la figure 3.5 (à droite). Cet engin, d'une masse d'environ 1 270 tonnes, est équipé d'un moteur de 3 360 kW et actionne des godets de 46 à 65 m<sup>3</sup> permettant le chargement de tombereaux miniers en 3 ou 4 passes. L'énergie récupérée lors des phases de décélération des actionneurs et l'abaissement de la flèche est stockée dans un pack de supercondensateurs fabriqué par la société Maxwell Technologies. Cette énergie permet d'alimenter le circuit hydraulique lorsque la machine nécessite un maximum de puissance, par exemple lors des phases d'excavation.



Figure 3.5 – Excavatrice catégorie 22 tonnes Hitachi ZH210LC Hybrid - Excavatrice minière Caterpillar 6120B H ${\rm FS}$ 

Une autre solution dans l'hybridation des excavatrices hydrauliques consiste à remplacer le moteur diesel par un ensemble hybride thermique-électrique tel que proposé par [Wang *et al.*, 2009]. Une diminution de la consommation de carburant de 20 à 30 % est observée. Cette solution est aussi envisagée par [Xiao *et al.*, 2008] et [Yao et Wang, 2013] en utilisant un pack de supercondensateurs. La société Mecalac Ahlmann a présenté au salon Bauma 2010 une version hybride électrique basée sur le modèle MTX 12. Le moteur diesel de 51 kW, moins puissant que sur la version originale (74 kW), est assisté par un moteur-générateur électrique de 15/30 kW qui recharge les batteries lorsque la demande de puissance est faible. A pleine puissance, les 2 moteurs

fonctionnent simultanément.

Une solution d'hybridation plus complète a été proposée par [Wang *et al.*, 2013a]. Il propose de récupérer l'énergie potentielle de l'actionneur permettant de soulever l'outil principal en actionnant un moteur hydraulique couplé à une génératrice tel que présenté sur la figure 3.6.



Figure 3.6 – Structure hybride d'une excavatrice hydraulique selon [Wang et al., 2013a]

Dans le domaine de la manutention, Volvo Construction Equipment a développé une chargeuse sur pneus hydraulique hybride électrique basée sur une configuration mild hybrid présentée sur la figure 3.7. Le moteur électrique d'une puissance de 50 kW, monté en parallèle de l'arbre de transmission mécanique, est utilisé pour assister le moteur thermique lors des pics de puissance. Lorsque la machine est au ralenti ou si la puissance demandée est faible, le moteur électrique fonctionne seul. La batterie est rechargée lors des phases de fonctionnement normal.

Grâce à ce système, le constructeur annonce un gain de carburant de 10 %. Cette architecture est aussi proposée par [Zeng *et al.*, 2014] avec des gains de consommation variant de 5 à 15 % suivant la stratégie de gestion d'énergie utilisée. Globalement, les gains obtenus varient entre 10 et 40 % suivant la configuration, la taille et le type de machine [Lin *et al.*, 2010a].

#### 3.2.3 Hybridation thermique-hydraulique

L'hybridation électrique des engins d'excavation se limite principalement à la motorisation de la translation et à la rotation de la tourelle pour de faibles puissances. Afin d'améliorer les performances énergétiques et récupérer plus efficacement l'énergie provenant des actionneurs



Figure 3.7 – Volvo L220F hybride - document constructeur

hydrauliques, l'hybridation par accumulateurs hydrauliques est une voie explorée. Dans ce type d'hybridation, le stockage d'énergie est placé sur le circuit d'actionnement. Caterpillar propose une pelleteuse à technologie hybride hydraulique dans la catégorie des machines de 36 à 40 tonnes, la 336E H.



Figure 3.8 – Système hybride hydraulique de l'excavatrice Caterpillar 336 E H

La technologie proposée sur la machine est basée sur 3 éléments essentiels :

- 1. Une pompe électronique programmable qui détecte la charge du moteur et injecte le carburant suivant les stricts besoins du moteur,
- 2. Un système d'accumulateurs hydropneumatique et un moteur hydraulique réversible (moteur/pompe),
- 3. Un système de commande adaptative qui dirige les flux de puissance hydraulique entre la pompe hydraulique et l'accumulateur.

D'après les données constructeurs, ce système peut permettre un gain de consommation jusqu'à 25% et il est rentabilisé après quelques milliers d'heures d'utilisation, le surcoût de la machine étant de l'ordre de 10%.

L'équipementier Bosch Rexroth propose quant à lui un système dédié à la récupération d'énergie potentielle de l'actionneur permettant de soulever la charge et l'outil. En effet, on estime que cet actionneur exploite environ 17% de l'énergie délivrée par la pompe hydraulique sur ce type d'engin suivant certains cycles [Amrhein et Neumann, 2012]. Globalement, sur un cycle de travail classique, seulement 51% de l'énergie hydraulique est transformée en énergie mécanique par les actionneurs. Le système proposé consiste à stocker l'énergie potentielle lors de l'abaissement de la structure dans un accumulateur et en utilisant un minimum de composants additionnels. Grâce à cette technologie, près de 70% de l'énergie délivrée initialement à l'actionneur est régénérée par la suite. Sur une excavatrice hydraulique de 14 tonnes, le gain de consommation est estimé à 1 L/h.

Une piste étudiée afin d'améliorer le rendement global de la machine consiste à scinder le système de génération de puissance hydraulique en plusieurs sous-systèmes. Un moteur thermique entraîne plusieurs pompes en parallèle (au lieu d'une seule pompe), chacune entraînant un seul actionneur. Ainsi, les pompes vont fonctionner à de meilleurs points de fonctionnement et seulement si l'actionneur est sollicité. [Ochiai et Ryu, 2008] estiment que cette architecture permet d'atteindre des gains de consommation jusqu'à 50 % suivant les conditions d'utilisation et l'architecture hybride exploitée. Toutefois, l'ajout de composants supplémentaires représente un surcoût pour la machine. Cette problématique a été en partie résolue en affectant une pompe hydraulique à plusieurs actionneurs non utilisés simultanément [Busquets et Ivantysynova, 2014].

Depuis quelques années, l'équipe de recherche menée par Monika Ivantysynova travaille sur une architecture dite "displacement control" (DC) pour améliorer le rendement énergétique des systèmes hydrauliques multi-actionneurs. Dans une architecture hydraulique multi-actionneurs classique, où le circuit hydraulique est alimenté en énergie par le biais d'une seule pompe, une différence de pression hydraulique dans différents actionneurs liée à une différence de charges entraîne des pertes de charge importantes au niveau des distributeurs [Zimmerman *et al.*, 2011]. L'architecture hydraulique en "displacement control" (DC) découple les différences de pression entre actionneurs hydrauliques grâce à des circuits hydrauliques indépendants. L'ajout d'un système de stockage d'énergie sur un des circuits hydrauliques avec des pompes réversibles permet d'augmenter l'efficacité énergétique de la machine. La figure 3.9 présente une architecture en "displacement control" (DC) simplifiée proposée par [Hippalgaonkar et Ivantysynova, 2013].

Sur une excavatrice hydraulique de 5 tonnes, il est estimé que les pertes de charges dans le circuit hydraulique d'une machine standard peuvent représenter jusqu'à 50 % de l'énergie totale consommée. Grâce à l'architecture DC, les gains sont estimés à 40 %. L'ajout d'un système de stockage d'énergie (accumulateur hydropneumatique) dans une architecture hybride série-



Figure 3.9 – Architecture hybride hydraulique et démonstrateur du laboratoire Maha Fluid Power

parallèle permet de réduire la taille du moteur thermique de 50% et de le faire fonctionner à son point de rendement optimum.

#### 3.2.4 Hybridation thermique-hydraulique-électrique

L'hybridation thermique-hydraulique-électrique exploite un moteur thermique et deux types de stockage d'énergie : hydraulique et électrique. Cette technologie a été présentée au salon Bauma 2013 par le constructeur Liebherr sous la dénomination R9XX concept comme montré sur la figure 3.10.



Figure 3.10 – Excavatrice "R9XX concept" de Liebherr à Bauma 2013

Cette pelleteuse hydraulique de la catégorie 40 tonnes est un support technologique pour les entraînements électriques hybrides. Il s'agit d'un exemple des technologies de récupération d'énergie qui pourront être exploitées à l'avenir. La "R9XX concept" possède un moteur thermique Diesel d'une puissance de 160 kW/218 ch, puissance inférieure à la celle d'une excavatrice

conventionnelle de même classe (200 kW/272 ch sur le modèle standard R946). L'économie de carburant et les faibles niveaux de  $CO_2$  sont obtenus grâce à l'apport de puissance de l'entraînement hybride électrique. La principale source d'énergie de la "R9XX concept" est un moteur thermique standard associé à un accumulateur hydraulique et un accumulateur électrique à base de supercondensateurs. Le stockage d'énergie hydraulique stocke l'énergie récupérée lors de l'abaissement de l'équipement de l'outil tandis que les supercondensateurs stockent l'énergie issue de la rotation de la cabine par le moteur-générateur électrique. Des gains de consommation de 25 à 40 % sont attendus.

Un second concept d'hybridation à double stockage d'énergie est étudié par [Lin *et al.*, 2010b]. Il s'agit de la récupération de l'énergie potentielle sur l'actionneur de levage de l'outil d'une excavatrice hydraulique.



Figure 3.11 – Architecture hybride hydraulique-électrique d'une excavatrice [Lin et al., 2010b]

Sur le schéma en haut de la figure 3.11, une première architecture basée sur un unique stockage électrique est proposée. L'énergie potentielle issue d'un actionneur hydraulique est stockée dans une batterie grâce à une génératrice électrique connectée à un moteur hydraulique. Sur le second schéma, un accumulateur hydraulique est ajouté sur le circuit du vérin. La première configuration permet un gain énergétique de 17 % tandis que l'utilisation des deux stockages dans la seconde configuration augmente ce gain énergétique à 41 %. La combinaison de plusieurs systèmes hybrides est une solution permettant d'optimiser les gains énergétiques mais la complexité et les coûts supplémentaires induits limitent l'industrialisation de ces systèmes à des machines de forte puissance.

# 3.3 Principe de fonctionnement d'une mini-excavatrice conventionnelle

Les engins de terrassement sont classés suivant le type de travaux auquel ils sont dédiés : excavation, transport de charges, chargement, finition de routes, ... Les excavatrices (ou pelleteuses) sont des machines dédiées à la réalisation d'opérations de terrassement telles que :

- Terrassement dans l'industrie du bâtiment et des travaux publics,
- Extraction de minerai dans les mines et carrières,
- Assainissement,
- Réalisation et nettoyage de fossés et talus (curage),
- Réalisation de fondations spéciales,
- Démolition.



Figure 3.12 – Différentes catégories d'excavatrices gamme Volvo Construction Equipment entre 2 tonnes et 50 tonnes

La figure 3.12 donne un aperçu de différents modèles d'excavatrice commercialisés par la société Volvo Construction Equipment. La puissance de ces engins est généralement définie par rapport à leur masse. Ainsi les excavatrices d'un poids de 500 kg à 8 tonnes sont appelées mini-excavatrices. Elles sont essentiellement utilisées pour des travaux de terrassement standard et permettent une grande maniabilité même dans des environnements étroits (milieu urbain). Les excavatrices dont la masse est comprise entre 10 et 30 tonnes sont dites de taille moyenne. Elles sont essentiellement exploitées pour les gros chantiers de terrassement et la démolition de

structure (dans ce cas, une pince est ajoutée en bout d'équipement). Enfin les excavatrices de 30 à plus de 100 tonnes sont des pelleteuses d'excavation dites de production utilisées dans les carrières et mines à ciel ouvert pour charger le minerai dans des camions (ou tombereau). La plage de puissance installée sur ce type de machine est très grande, de l'ordre de quelques kW pour les plus petits modèles et jusqu'à plusieurs milliers de kW pour des excavatrices opérant dans les mines à ciel ouvert.

Une excavatrice est constituée d'un châssis sur chenilles ou pneus, sur lequel est placée une tourelle. La tourelle comprend le système de génération de puissance, le poste de conduite et toute la structure multi-actionnée (équipement). La dénomination de chaque élément actionné est présentée sur la figure 3.13.



Figure 3.13 – Vue globale d'une mini-excavatrice conventionnelle

Le châssis est une structure mécano soudée conçue pour supporter le poids de la tourelle et intégrer les éléments de la transmission permettant le déplacement de la machine et parfois un élément dédié au nivelage et à l'amélioration de la stabilité de la machine (la lame). Les 2 chenilles sont contrôlées indépendamment. Chaque chenille dispose d'un moteur hydraulique logé dans le longeron du châssis et entraînant un pignon (barbotin). Les chenilles des excavatrices de grande taille sont en acier tandis que celles des mini-excavatrices sont en polymère-caoutchouc, plus silencieuses et moins sujettes à l'usure du terrain. Le conducteur déplace la machine en actionnant un pédalier (voir figure 3.14).

La tourelle tourne sur le châssis porteur grâce à un moteur hydraulique et un engrenage à denture intérieure (couronne) placés dans le carter du châssis. La tourelle peut tourner sans

limitation de débattement dans les 2 sens. La structure actionnée placée à l'avant du poste de conduite est appelée équipement. Il comprend un godet situé au bout de la structure : un bras (appelé aussi balancier) et une flèche reliée à la tourelle par une liaison pivot. L'équipement peut tourner autour d'un axe vertical, indépendamment de la rotation de la tourelle grâce à l'actionneur de déport placé à l'avant de la cabine du conducteur. Pour des travaux spécifiques, le godet peut être remplacé par des outils tels qu'un brise-roche hydraulique pour casser de la roche dure ou une pince pour saisir et positionner précisément des éléments.

L'opérateur actionne chacun de ces axes à l'aide de 2 joysticks et boutons proportionnels placés sur les joysticks. Toutes les commandes envoyées correspondent à une consigne de vitesse des actionneurs dans la limite de la puissance de la pompe hydraulique. Naturellement, la commande simultanée de plusieurs actionneurs peut induire une perte de vitesse sur l'ensemble des actionneurs en mouvement (limitation de puissance) par rapport à un mouvement séquentiel des actionneurs.



Pédalier de translation

Figure 3.14 – Commande des actionneurs par joystick et pédalier de translation

Dans une mini-excavatrice hydraulique conventionnelle, toute la puissance nécessaire est fournie par un moteur thermique diesel. La figure 3.15 présente un schéma de principe simplifié de l'architecture de puissance d'une mini-excavatrice hydraulique. Un moteur diesel, régulé le plus souvent à vitesse constante, entraîne une pompe hydraulique à cylindrée variable. Cette cylindrée est pilotée par un circuit dit de "load sensing" qui permet de déterminer l'actionneur avec la charge la plus grande qui fixe la pression d'alimentation du circuit. La pression dans le circuit hydraulique peut atteindre 250 bars. Ensuite des distributeurs proportionnels commandés par les joysticks pilotent le passage du fluide dans les chambres des vérins et des moteurs hydrauliques.



Figure 3.15 – Circuit hydraulique d'une mini-excavatrice

Lorsque l'opérateur est en phase de travail sur la mini-excavatrice, le moteur diesel tourne à son régime nominal afin de fournir quasi instantanément la puissance requise aux actionneurs par le biais de la pompe hydraulique. De ce fait, lorsque les phases de travail nécessitent une faible pression de travail, le moteur thermique est utilisé sur des zones de faible charge et donc le rendement est faible. Lorsque l'opérateur n'actionne pas l'engin, le moteur tourne au ralenti et consomme toujours du carburant. Dans une démarche d'amélioration des performances énergétiques des engins de construction, un concept novateur de mini-excavatrice a été étudié dans le cadre du projet ELEXC.

## 3.4 Description du projet ELEXC

#### 3.4.1 Enjeux et objectifs

Afin de proposer des solutions innovantes en matière de gestion énergétique à travers la conception de machines plus économes en énergie, des industriels et un partenaire académique se sont associés dans le cadre d'un projet FUI (Fond Unique Interministériel) nommé ELEXC (ELectric EXCavator) et labellisé par les pôles de compétitivité Tennerdis et Viaméca. L'objectif de cette collaboration vise à démontrer la faisabilité technologique d'un engin de terrassement ayant une grande efficacité énergétique. La mise en œuvre de ce démonstrateur innovant passe par l'intégration de nouveaux systèmes mécatroniques et systèmes de conversion de puissance.

Ce projet est porté par un acteur majeur dans le domaine des engins de construction, Volvo Construction Equipment. Plusieurs petites et moyennes entreprises se sont associées au projet pour apporter leur savoir-faire dans le domaine des composants dédiés à la réalisation d'un prototype. Le laboratoire Ampère, partenaire académique, intervient sur deux thématiques : l'optimisation de la partie génération de puissance appelée aussi HPSS (Hybrid Power Supply System), et l'élaboration des lois de commande dédiées à l'actionnement du nouvel engin. Ce second point est l'objet des travaux de thèse de Martin Gendrin qui aborde les problèmes techniques et scientifiques liés à l'utilisation d'un nouveau type d'actionneurs (vérins électriques) dans des conditions d'utilisation difficiles (gestion de chocs notamment).

Au-delà du défi technologique, la réalisation du prototype se veut être une plateforme de démonstration pour la réalisation de futurs engins de construction qui devront respecter des normes environnementales toujours plus restrictives jusqu'à atteindre des seuils à zéro émission de polluants. Pour cela, des technologies en rupture sont implémentées en vue d'évaluer leur faisabilité technique (hors projection économique) et mettre en avant les problématiques spécifiques à l'usage qu'il en sera fait en conditions réelles.

#### 3.4.2 Choix de la technologie d'actionnement

Il existe trois technologies majeures d'actionnement linéaire pour la transmission d'efforts importants (>10 kN) à de faibles vitesses (<0.5 m/s).

- EH : Hydraulic Actuator,
- EHA : Electro-Hydrostatic Actuator,
- EMA : Electromechanical Actuator.

La technologie EH est communément utilisée dans le domaine des engins de construction et dans l'aéronautique. Un moteur entraine une pompe à cylindrée variable à vitesse constante. Un distributeur proportionnel pilote la rentrée ou la sortie du vérin hydraulique. Sur les engins de construction, un moteur diesel entraine une pompe hydraulique qui alimente un circuit hydraulique global composé de plusieurs actionneurs en parallèle (voir figure 3.15). Cette technologie est mature et éprouvée en terme de fiabilité. Toutefois l'efficacité énergétique de cette technologie est limitée par les différentes pertes de charge que l'on retrouve dans le circuit hydraulique et les distributeurs, notamment lorsque des charges différentes sont appliquées sur plusieurs vérins hydrauliques simultanément. Le pilotage de la cylindrée de la pompe par un circuit "load sensing" permet de réduire les pertes mais uniquement sur l'actionneur le plus chargé.

Dans un actionneur électrohydrostatique (EHA), il existe deux technologies. La première technologie, notée EHA1 sur la figure 3.16, comprend un moteur électrique qui entraîne une pompe à cylindrée fixe. Le contrôle du débit et de la pression est assuré par la commande du moteur électrique [Kang *et al.*, 2008]. De ce fait, les pertes sont limitées. Mais une génération de puissance propre à chaque actionneur induit une masse et un coût supplémentaire.

La seconde solution pour l'actionneur électrohydrostatique est d'utiliser une pompe à cylindrée variable entraînée par un moteur régulé à vitesse constante (solution EHA2). Chaque actionneur possède son propre circuit hydraulique alimenté par une pompe dimensionnée suivant les besoins de l'actionneur. Les pompes peuvent être connectées en parallèle sur le même arbre moteur du générateur de puissance (moteur électrique, moteur diesel). Les coûts sont alors réduits par rapport à la solution précédente et les circuits hydrauliques sont indépendants ce qui limite les pertes lors du fonctionnement simultané de plusieurs actionneurs.



Figure 3.16 – Description des quatre technologies pour l'actionnement linéaire à partir d'une source d'énergie électrique

Les actionneurs électromécaniques font l'objet de nombreuses études en aéronautique dans le cadre de l'avion plus électrique [Rosero *et al.*, 2007]. L'architecture hydraulique est remplacée par une structure électromécanique où un moteur électrique entraîne un réducteur et un système de transformation du mouvement mécanique (vis à billes, à rouleaux, ...) afin d'obtenir un mouvement linéaire à la sortie de l'actionneur. Les progrès en électronique de puissance ont permis de concevoir des moteurs plus compacts bien que la puissance massique d'un EMA reste inférieure à celle d'un EHA ou d'un EH. De plus, la partie génération de puissance est placée directement sur l'actionneur (cf. section 4.1 du chapitre 4) ce qui alourdit la structure de l'équipement. La transmission purement mécanique entraîne une grande rigidité de l'actionneur qui peut être un handicap dans le cas de l'application du projet ELEXC où le système est amené à subir des chocs répétés. Les atouts et limites de chaque technologie sont présentés dans le tableau 3.2.

L'objectif principal de ce projet étant d'obtenir la meilleure efficacité énergétique, la technologie EMA a été sélectionnée. Dans le cas des actionneurs rotatifs tels que les moteurs de translation (chenilles) et le moteur de rotation de la tourelle, les moteurs hydrauliques peuvent

	$\mathbf{EH}$	EHA1*	EHA2**	$\mathbf{EMA}$
Robustesse	+	-	+	?
Puissance massique actionneur	+	-	+	
Complexité	+		-	
Rendement		-	-	+
Risque de fuites	-	-	-	+
Coût	+		_	

 $\rm EHA1^*$  : Pompe à entrainement variable et cylindrée fixe

EHA2\*\* : Pompe à entrainement fixe et cylindrée variable

Tableau 3.2 – Comparaison technique des 4 technologies d'actionnement linéaire

être directement remplacés par des moteurs électriques. De plus, l'emploi d'un seul vecteur énergétique (électricité) permet de limiter le nombre de conversions d'énergie qui nuisent au rendement global du système.

#### 3.4.3 Choix de l'architecture et de la technologie hybride

Les mini-excavatrices sont des machines multi-actionneurs pour lesquelles les tâches à réaliser nécessitent ou permettent une utilisation simultanée de plusieurs actionneurs. L'architecture série est la solution la plus adaptée pour cette configuration d'actionnement. L'énergie électrique sera le vecteur de transmission d'énergie entre les différents actionneurs et les sources d'énergie car cette architecture offre des solutions plus intéressantes en terme de performances techniques pour le stockage d'énergie et la possibilité de bénéficier du réseau électrique lors de la recharge.

Bien qu'un système d'alimentation sur batterie puisse offrir des performances intéressantes en terme d'efficacité énergétique, des configurations alternatives sont proposées dans ce projet afin d'étudier des solutions dont l'aspect technico-économique serait plus pertinent sur des projections à moyen et long terme. Une des technologies en pleine croissance est la solution hybride électrique-hydrogène. Les travaux de la thèse portent sur une mini-excavatrice électrique hybride mue par une pile à combustible et un système de stockage d'énergie électrique comme présenté sur la figure 3.17. Le Motor Drive System concentre tous les convertisseurs de puissance dans lesquels les commandes provenant des joysticks sont injectées pour piloter les différents actionneurs. La puissance électrique requise transite sur le bus de tension continue (DC Bus).

Les calculateurs et systèmes auxiliaires ayant besoin d'énergie électrique en basse tension (24V), la puissance fournie pour ce réseau de tension continue dédié aux auxiliaires est issue du bus de tension continue de puissance par l'intermédiaire d'un convertisseur de tension. Enfin la puissance électrique est générée par une source primaire (ex : système pile à combustible) et/ou un stockage d'énergie électrique.



Figure 3.17 – Schéma du groupe de puissance HPSS et du Motor Drive System

# 3.5 Structure de la démarche d'optimisation

La démarche globale d'optimisation est présentée sur la figure 3.18. Un système est optimisé à partir d'un cahier des charges prédéfini et notamment suivant un cycle de mission représentatif des conditions réelles de fonctionnement. Dans cette optique, il est nécessaire de disposer d'informations relatives aux futures conditions d'opération du prototype hybride électrique.



Figure 3.18 – Démarche globale du problème d'optimisation

Afin de pouvoir comparer les performances énergétiques du concept hybride électrique avec une machine conventionnelle, il faut utiliser des cycles de travail identiques à ceux provenant d'une excavatrice hydraulique conventionnelle de même gabarit ce qui implique de mesurer les caractéristiques physiques lors d'un cycle de travail de référence. Pour cela, le constructeur a équipé une machine hydraulique avec des instruments de mesure (capteur de pression, capteur de déplacement) sur chacun des actionneurs. Une campagne de mesures reproduisant des cycles de travail normalisés (creuser une tranchée, niveler le sol, se déplacer à faible vitesse) a permis d'obtenir les efforts et déplacements réels de chaque actionneur pour chaque cycle de travail. Une opération de filtrage des mesures a permis de supprimer les perturbations liées au bruit de mesure.

La position géométrique des actionneurs sur la mini-excavatrice hybride électrique étant différente par rapport à la version hydraulique, un modèle cinématique a permis de convertir les mesures d'effort et de déplacement issues de la version hydraulique vers une version équivalente électrique (cf. modèle sur la figure 3.18 et modèle dans la section 4.1.2 du chapitre 4).

Dans un premier temps, afin de faciliter la compréhension de la démarche d'optimisation, on suppose que les actionneurs ont été dimensionnés de façon adéquate. A partir de cette hypothèse, on estime que pour toute consigne appliquée en entrée d'actionneur, la référence est suivie rigoureusement. Ainsi, connaissant la sortie, on peut en déduire l'entrée grâce à l'inversion de modèle (annexe A). Cette hypothèse s'appuie sur une modélisation inverse des actionneurs. De ce fait, on peut estimer les besoins énergétiques des actionneurs à partir de la sortie (mission) et donc la puissance électrique totale demandée sur le réseau de tension de puissance.

Le comportement de chaque composant du HPSS est modélisé sous forme mathématique et intégré dans le problème d'optimisation. Le problème d'optimisation étant non linéaire, une reformulation du problème en sous-problèmes linéaires en nombres entiers permet d'exploiter l'algorithme IteBaC présenté dans le chapitre précédent. L'objectif est d'obtenir le dimensionnement optimal des composants et la commande optimale de gestion d'énergie associée.

## 3.6 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter l'application et le périmètre d'étude du problème d'optimisation. Un nouveau concept de mini-excavatrice embarquant différentes technologies est présenté. Plusieurs choix d'architectures ont été réalisés. La suite du problème se concentre sur l'optimisation du système d'alimentation d'énergie, le chapitre suivant traitant de la modélisation des composants.

# CHAPITRE 4

# Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Modélisation

### Sommaire

4.1	Acti	onneurs électromécaniques	86
	4.1.1	Généralités	86
	4.1.2	Modélisation inverse d'un l'actionne ur électromécanique $\ . \ . \ . \ .$	87
4.2	Stoc	kage d'énergie par batterie lithium $LiFePO_4$	88
	4.2.1	Généralités	88
	4.2.2	Modèle énergétique	89
	4.2.3	Modèle de vieillissement de la batterie	91
4.3	Stoc	kage d'énergie par supercondensateurs	92
	4.3.1	Généralités	92
	4.3.2	Modèle énergétique	93
	4.3.3	Modèle thermique	95
	4.3.4	Modèle de vieillissement	96
4.4	Sou	rces d'énergie électrique non réversible : la pile à combustible .	96
	4.4.1	Généralités	96
	4.4.2	Modèle de rendement	98
4.5	Inté	gration du Plug-In	99
4.6	Aux	iliaires	100
4.7	Con	traintes machine	100
4.8	Cyc	les de mission	101
4.9	Con	clusion	102
CETTE partie est consacrée à la modélisation de tous les composants qui entrent en jeu dans le problème d'optimisation. Cela comprend les modèles inverses des actionneurs électromécaniques et les modèles de comportement des composants de stockage. Une modélisation quasi statique est exploitée pour ces derniers afin de limiter la complexité des modèles mathématiques [Guzzella et Sciaretta, 2007].

# 4.1 Actionneurs électromécaniques

### 4.1.1 Généralités

Les actionneurs électromécaniques ont vu le jour dans l'aéronautique afin de remplacer les actionneurs hydrauliques dans un objectif d'amélioration des performances [Jensen *et al.*, 2000]. Le dispositif utilisé dans le cadre du projet ELEXC est illustré sur la figure 4.1. Il comprend un variateur de vitesse ou convertisseur (non représenté) qui va moduler la puissance électrique fournie à un moteur électrique synchrone à aimants permanents (MSAP) suivant la consigne envoyée par l'utilisateur. Un réducteur mécanique à engrenages et un système de vis à rouleaux satellites (VARS) adapte et transforme le mouvement de rotation en un mouvement de translation. L'actionneur est connecté aux éléments de l'équipement par le biais d'une liaison pivot du côté moteur, et d'une liaison rotule du côté tige.



Figure 4.1 – Vue globale d'un actionneur électromécanique

Dans le cadre du dimensionnement du HPSS, il est nécessaire de connaître les besoins électriques requis pour chaque actionneur suivant le cycle effort/vitesse de référence. Un modèle inverse tel que présenté sur la figure 4.2 permet de remonter aux besoins énergétiques de chaque actionneur en supposant que tous les composants de l'EMA ont été dimensionnés de façon à remplir complètement la mission exigée par le cycle de travail. De plus, on suppose que le profil de déplacement est au moins dérivable 2 fois.



Figure 4.2 – Modèle inverse d'un actionneur électromécanique et représentation Bond Graph associée

#### 4.1.2 Modélisation inverse d'un l'actionneur électromécanique

Le calcul de la puissance électrique nécessaire notée  $P_{ema}$  repose sur une évaluation par récurrence à partir de la sortie connue, la puissance mécanique utile  $P_{mec}$ . A partir des mesures de vitesse et d'effort de sortie notées respectivement  $V_{act}$  [m/s] et  $F_{act}$  [N] ainsi que du modèle de la VARS+ réducteur, on peut calculer la vitesse moteur équivalente  $\omega_{mot}$  [rad/s] et le couple moteur  $C_{mot}$  [Nm]. A partir de là, l'opération est répétée sur le modèle de la machine synchrone à aimant permanent afin d'obtenir les grandeurs électriques à l'entrée du moteur, puis du convertisseur. On peut également appuyer cette modélisation sur le modèle Bond-Graph bicausal (inverse).

L'obtention des grandeurs électriques peut être obtenue directement en utilisant une matrice de passage H telle que :

$$\begin{bmatrix} U_{mot}(t) \\ I_{mot}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \end{bmatrix} \cdot \begin{vmatrix} V_{act}(t) \\ \dot{V}_{act}(t) \\ F_{act}(t) \end{vmatrix}$$
(4.1)

Notons que les cycles utilisés sont connus et les dérivées successives nécessaires au calcul peuvent être hors ligne avec précision. La matrice H représente l'ensemble des matrices de passage de chaque composant. Le modèle de chaque matrice est présenté dans l'annexe A à partir des modèles détaillés des composants de l'EMA. Certaines données sont obtenues expérimentalement à partir de la caractérisation du composant. C'est par exemple le cas de l'ensemble VARS/réducteur où des essais sur un banc de test ont permis d'établir une cartographie de rendement telle que montrée sur la figure 4.3.



Figure 4.3 – Cartographie de rendement d'une vis à rouleaux satellites et de son réducteur

Enfin la puissance électrique fournie par le bus de tension continue de puissance à un actionneur électromécanique est calculée à partir de la relation suivante :

$$P_{ema}(t) = \frac{3}{2} \cdot U_{mot}(t) \cdot I_{mot}(t) \cdot \left(\frac{1}{\eta_{conv}}\right)^{sign(U_{mot}(t) \cdot I_{mot}(t))}$$
(4.2)

# 4.2 Stockage d'énergie par batterie lithium $LiFePO_4$

#### 4.2.1 Généralités

Les accumulateurs électrochimiques ou batteries sont des systèmes de stockage d'énergie électrique permettant d'emmagasiner de l'énergie et de la restituer pour des usages futurs. Les premiers accumulateurs électrochimiques ont été inventés en 1859 par le français G. Planté et utilisaient du Plomb. Depuis les années 1980 et le développement des applications électroniques pour le grand public (ordinateurs portables, téléphones mobiles), de nouvelles technologies d'accumulateurs sont apparues notamment celles exploitant la technologie lithium.

Une batterie électrochimique comprend deux électrodes plongées dans une solution aqueuse (électrolyte) (voir figure 4.4). L'électrode positive est appelée cathode et l'électrode négative est l'anode. Le courant résulte d'une réaction d'oxydoréduction entre les deux électrodes, l'électrolyte assurant le passage d'ions.

Enfin un isolant poreux sépare électriquement les deux électrodes tout en permettant le passage des ions dans la solution. Suivant la technologie utilisée seuls les matériaux des électrodes et les éléments chimiques de l'électrolyte sont modifiés. Les caractéristiques de la batterie sont essentiellement définies par le couple oxydant-réducteur des 2 électrodes. Il existe plusieurs types de batteries électrochimiques. Le tableau 4.1 présente les caractéristiques classiques de quelques batteries actuellement utilisées sur le marché.



Figure 4.4 – Principe de fonctionnement d'une batterie électrochimique

Type	Energie spécifique [Wh/kg]	Puissance spécifique [W/kg]	Coûts [€/kWh]	Cyclabilité*
Pb-acide	40	700	250	500
Li-Po	110	250	1500	500
Li-ion	180	1500	800	500
${\rm LiFePO}_4$	140	2 700	900	2000

\* Nombre de cycles équivalents charge/décharge complets

Tableau 4.1 – Caractéristiques de quelques technologies de batteries

La technologie LiFePO<sub>4</sub> (ou LFP) qui a été retenue dans le projet ELEXC a été introduite sur le marché il y a une dizaine d'années. Inventée par John Goodenough de l'Université du Texas en 1996, la cathode est constituée de phosphate de fer lithié à la différence des autres technologies au lithium. La tension nominale d'une cellule est d'environ 3,3 V. Les avantages de cette technologie par rapport aux autres batteries lithium est qu'elle emploie des matériaux plus courants et donc moins onéreux. Ces batteries ont de meilleures performances en terme de nombre de cycles de charge/décharge par rapport aux autres technologies. De plus, sa remarquable stabilité même à haute température la prédestine à des applications embarquées [Khaligh et Li, 2010]. C'est pourquoi cette technologie a été retenue dans le projet ELEXC.

#### 4.2.2 Modèle énergétique

Une batterie est composée d'un assemblage de  $N_{batt}$  cellules supposées identiques. La batterie contient plusieurs modules dans lesquels les cellules sont connectées en série afin d'augmenter la tension en sortie de batterie. Puis les modules sont connectés en parallèle afin d'augmenter le courant maximal disponible en sortie de batterie. De ce fait, la tension du pack de batterie est la somme des tensions de toutes les cellules en série composant le pack comme montré sur la

figure 4.5. La batterie contient donc  $N_{batt} = N_s \times N_p$  cellules, où  $N_p$  est le nombre de modules connectés en parallèle et  $N_s$  est le nombre de cellules connectées en série dans chaque module.



Figure 4.5 – Modèle énergétique d'une cellule LFP et assemblage dans la batterie

Afin de disposer d'un modèle énergétique simplifié, chaque cellule est modélisée sous la forme d'un dipôle équivalent comportant une source de tension continue appelée tension à vide notée  $U_{cell}$  [V], et un conducteur ohmique appelé résistance interne, notée  $R_{cell}$  [ $\Omega$ ]. Les dynamiques liées aux réactions électrochimiques sont supposées rapides et ne sont pas prises en compte. Dans les conditions réelles de fonctionnement, la tension à vide et la résistance interne dépendent des conditions d'utilisation telles que l'état de charge (SoC), la température  $\theta_{cell}$  et le sens du courant  $I_{cell}(t)$ .

L'hypothèse majeure est de considérer que toutes les cellules ont des caractéristiques identiques. La batterie dispose d'un système de gestion de l'état des cellules appelée BMS (Battery Management System). Il permet d'assurer un équilibre des tensions entre cellules via un circuit d'équilibrage. Comme les cellules sont supposées identiques, on fera donc l'hypothèse que leurs caractéristiques évolueront de façon similaire. Le modèle global de la batterie peut alors être ramené à une cellule équivalente. Dans la réalité, les cellules ont des caractéristiques très proches mais elles ne vieillissent pas de manière similaire.

Dans la suite de cette section, seules les contraintes énergétiques exploitées pour le problème d'optimisation sont explicitées. Les modèles détaillés sont décrits dans la section B.1 de l'annexe B.

Le SoC (State of Charge) représente l'état de charge de la cellule, c'est-à-dire la quantité d'énergie contenue dans la cellule. L'état de charge est décrit par l'équation dynamique suivante :

$$\frac{dSoC}{dt} = \frac{-I_{cell}(t)}{Q_{cell}} \tag{4.3}$$

où  $I_{cell}$  [A] représente le courant débité au travers de la cellule et  $Q_{cell}$  [A.s] est la capacité nominale de la cellule. Le courant de la cellule est calculé à partir de la puissance de la batterie  $P_{batt}$ , du nombre de cellules  $N_{batt}$ , de la résistance ohmique  $R_{cell}$  et de la tension à vide quasi constante  $\bar{U}_{cell}$  pour la plage d'utilisation considérée. L'équation (4.4) permet de calculer  $I_{cell}$  à partir de tous ces paramètres pour chaque instant t du cycle étudié.

$$I_{cell}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \bar{U}_{cell} - \sqrt{\bar{U}_{cell}^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot P_{batt}(t)}{N_{batt}}} \right)$$
(4.4)

Pour des raisons techniques liées à l'échauffement du composant, le courant traversant la cellule est limité à chaque instant t entre  $I_{cell}^{min}$  et  $I_{cell}^{max}$  par la relation suivante :

$$I_{cell}^{min} \le I_{cell}(t) \le I_{cell}^{max} \tag{4.5}$$

De la même façon, on ajoute des contraintes instantanées de restriction de SoC en utilisant les seuils notés  $SoC_{min}$  et  $SoC_{max}$  tels que :

$$SoC_{min} \le SoC(t) \le SoC_{max}$$

$$(4.6)$$

#### 4.2.3 Modèle de vieillissement de la batterie

Une des problématiques majeures dans l'utilisation des batteries lithium est leur durée de vie. Des valeurs de quelques milliers de cycles sont communément décrites par les fabricants de batteries. Les constructeurs qui proposent des véhicules hybrides électriques et tout électriques garantissent actuellement des durées de vie atteignant 100 000 km, alors que les véhicules conventionnels thermiques peuvent atteindre une durée de vie au-delà de 200 000 km. De plus, la batterie peut représenter un coût d'investissement prépondérant dans l'achat du véhicule. Certains travaux sur l'optimisation des véhicules hybrides cherchent à prendre en compte le vieillissement des batteries [Johannesson *et al.*, 2013] et [Serrao *et al.*, 2011].

Afin de dimensionner correctement le système de stockage d'énergie dans le but de répondre au cahier des charges en terme de durée de vie, il faut donc intégrer un modèle de vieillissement qui prendra en compte les conditions d'utilisation.

Les phénomènes de vieillissement d'un accumulateur électrochimique sont liés à des réactions chimiques irréversibles mais aussi à la fatigue thermomécanique des matériaux ce qui implique une dégradation progressive des électrodes et d'autres éléments internes [Montaru, 2009]. Plusieurs modèles de dégradation sont proposés [Sauer et Wenzl, 2008, Ebbesen *et al.*, 2012] : modèle électrochimique, modèle basé sur les événements et un modèle basé sur les transferts d'énergie. Pour des raisons de simplicité et de cohérence avec une approche énergétique, le dernier modèle sera exploité. Il se base sur l'exploitation d'une variable appelée  $SoH_{batt}$  qui caractérise l'état de santé de la cellule. Dans les mêmes conditions que pour l'approche énergétique, on considère que les cellules se comportent de manière identique et sont soumises aux mêmes conditions de fonctionnement (courant, température). Le modèle de vieillissement détaillé est présenté dans la section B.2 de l'annexe B. En utilisant ce modèle de vieillissement, la figure 4.6 présente la vitesse de dégradation d'une cellule en fonction de la puissance interne  $P_{cell}$  délivrée par la cellule.



Figure 4.6 – Vitesse de dégradation d'une cellule A123 ANR<br/>26650 en fonction de sa puissance interne $% \mathcal{A}$ 

En supposant que le cycle de référence de la mini-excavatrice, défini entre  $t_0$  et  $t_f$ , est répété pendant toute la durée de vie théorique de la machine L [h], la batterie ne devra être dégradée que sur une portion de la plage de dégradation totale. Cette part est notée  $\Delta SoH$  et est définie de la façon suivante :

$$\Delta SoH = \frac{t_f - t_0}{L \times 3600} \tag{4.7}$$

Ainsi, la contrainte de vieillissement est exprimée par l'inégalité suivante :

$$\int_{t_0}^{t_f} -\dot{SoH}_{batt}(|P_{cell}(t)|)dt \le \Delta SoH$$
(4.8)

# 4.3 Stockage d'énergie par supercondensateurs

#### 4.3.1 Généralités

Les supercondensateurs sont des composants qui stockent l'énergie électrique sous forme électrostatique. Du fait de l'absence de réaction chimique, la charge et la décharge sont beaucoup plus rapides. Ainsi les supercondensateurs actuels peuvent atteindre des puissances massiques de l'ordre de 12 000 W/kg. En contrepartie, la densité énergétique des supercondensateurs est restreinte à quelques Wh/kg [Burke, 2007, Doucette et McCulloch, 2011].

Les supercondensateurs sont des EDLC (Electrochemical Double Layer Capacitor) dans lesquels les charges sont stockées à la surface des électrodes [MaxwellTechnologies, 2015]. La tension



Figure 4.7 – Structure simplifiée d'un supercondensateur [Chaari, 2013]

nominale est limitée à 2,7 V. Les supercondensateurs sont donc connectés en série pour augmenter la tension de sortie du pack. Comme la tension évolue en fonction de l'énergie stockée, un convertisseur DC/DC est généralement ajouté à la sortie de l'ensemble afin de stabiliser la tension du réseau de bord [Mierlo *et al.*, 2004].

#### 4.3.2 Modèle énergétique

Dans une configuration similaire à la batterie LFP, le stockage par supercondensateurs est représenté par un module comprenant  $N_{sc}$  cellules supposées identiques. La cellule de supercondensateur est modélisée sous forme d'un dipôle qui comprend une capacité  $C_{cell}$  [F] et un conducteur ohmique  $R_{esr}$  [ $\Omega$ ] qui caractérise les pertes internes [German *et al.*, 2014b] (figure 4.8).



Figure 4.8 – Modèle énergétique d'une cellule de supercondensateur et assemblage dans le pack

Dans cette approche énergétique, les dynamiques internes sont négligées. Par souci de simplification, la capacité  $C_{cell}$  et la résistance interne équivalente  $R_{esr}$  sont supposées constantes et

indépendantes des conditions de fonctionnement. L'état de charge est proportionnel au carré de la tension nominale de la cellule. Le modèle énergétique détaillé est présenté dans l'annexe B.3. La dynamique d'un supercondensateur est décrite par l'équation suivante :

$$\frac{dU_{cell}}{dt} = \frac{-I_{cell}(t)}{C_{cell}} \tag{4.9}$$

où  $U_{cell}$  [V] représente la tension de cellule et  $I_{cell}$  [A] le courant débité au travers de la cellule. A partir du modèle présenté sur la figure 4.8, le courant de cellule est estimé à partir de la puissance utile fournie par le pack  $P_{sc}$  [W] et de son dimensionnement  $N_{sc}$ .

$$I_{cell}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{esr}} \left( U_{cell}(t) - \sqrt{U_{cell}^2(t) - \frac{4 \cdot R_{esr} \cdot P_{sc}(t) \cdot \eta_{sc}(P_{sc}(t), U_{cell}(t), N_{sc})}{N_{sc}}} \right)$$
(4.10)

où  $\eta_{sc}$  [%] représente le rendement du convertisseur de tension qui dépend du courant de sortie du pack  $I_{sc}$  [A] par le biais de la puissance utile  $P_{sc}(t)$  et de la tension moyenne du bus de puissance  $U_{bus}$ , et de la tension d'entrée du convertisseur hacheur boost  $U_{sc}$  [V] par le biais de  $U_{cell}(t)$ . Les performances du convertisseur sont caractérisées à partir du rapport cyclique  $\alpha$  et du rapport de conversion noté  $\alpha_{conv}$ , lequel définit le rapport entre la tension de sortie  $U_{bus}$  et la tension aux bornes du pack de supercondensateurs  $U_{sc}$  [Rashid, 2010]. Cette dernière évolue en fonction du courant débité. Le rendement du convertisseur de tension est lié aux pertes par conduction ainsi qu'aux pertes par commutation, fonctions du rapport cyclique  $\alpha$ [Hankache, 2008]. Ce rapport de conversion  $\alpha_{conv}$  est déduit à partir de la relation suivante :

$$\alpha_{conv}(t) = \frac{U_{bus}}{U_{sc}(t)} \tag{4.11}$$

Les limites pour le courant de charge et de décharge du supercondensateur sont fixées par le constructeur afin de limiter les échauffements et une dégradation prématurée de la cellule.

$$I_{cell}^{min} \le I_{cell}(t) \le I_{cell}^{max} \tag{4.12}$$

La tension de cellule peut être limitée à un seuil minimal car la diminution de la tension induit un ratio plus important entre la tension en entrée du convertisseur  $U_{sc}$  et la tension de sortie stabilisée  $U_{bus}$ . L'une des raisons majeures de cette limitation est une dégradation des performances du convertisseur (rendement plus faible).

$$U_{cell}^{min} \le U_{cell}(t) \le U_{cell}^{max} \tag{4.13}$$

L'énergie emmagasinée dans le supercondensateur est liée à la tension de cellule par la relation suivante :

$$E_{cell}(t) = \frac{1}{2} \cdot C_{cell} \cdot U_{cell}(t)^2 \tag{4.14}$$

De ce fait, il faut trouver un compromis entre la tension limite de la cellule et l'énergie disponible sur un cycle complet de charge/décharge.

#### 4.3.3 Modèle thermique

Les supercondensateurs sont des composants sensibles à la température, notamment à cause de l'échauffement interne lorsque des courants importants traversent la cellule. Des modèles thermiques ont été proposés pour caractériser les échauffements dans les supercondensateurs [Al Sakka *et al.*, 2009]. Un modèle thermique concernant une seule cellule est également proposé par [Gualous *et al.*, 2011], [Hijazi, 2010].

Le modèle thermique retenu est détaillé dans l'annexe B.4. Il est issu des travaux de [Hijazi, 2010] et ont permis de mettre en évidence un couplage entre la résistance thermique équivalente du supercondensateur le plus sollicité (thermiquement) et le courant efficace  $I_{eff}$  [A]. Cette relation permet alors d'estimer la température maximale au cœur du supercondensateur, notée  $\theta_c^{max}$  [°C], en fonction du courant efficace et de la température ambiante suivant une configuration précise. La figure 4.9 montre l'évolution de cette température maximale pour le cas d'une configuration comprenant 60 supercondensateurs positionnés en quinconce et refroidis par un flux d'air forcé sur un côté uniquement.



Figure 4.9 – Evolution de la température de cœur maximale pour différentes températures ambiantes dans un pack de  $6 \times 10$  supercondensateurs en quinconce

De ce fait, la température maximale  $\theta_c^{max}$  est déduite à partir de la relation suivante dans la configuration 6x10:

$$\theta_c^{max} = \theta_a + a_1 \cdot I_{eff}^2 \tag{4.15}$$

où  $\theta_a$  [°C] représente la température ambiante à l'entrée du pack de supercondensateurs et

 $a_1$  est un coefficient qui dépend de la disposition des supercondensateurs dans le pack, de la géométrie des cellules et des paramètres de ventilation du pack.

#### 4.3.4 Modèle de vieillissement

Des phénomènes parasites liés aux imperfections de production des supercondensateurs affectent les électrodes et l'électrolyte durant les cycles de charge/décharge. Ces phénomènes parasites engendrent le vieillissement du supercondensateur. Ce vieillissement se répercute sur les caractéristiques physiques de 2 manières : la capacité initiale de la cellule  $C_{cell}$  diminue tandis que la résistance série équivalente  $R_{esr}$  augmente. Les conséquences du vieillissement sont donc une diminution de l'énergie stockable dans la cellule et une augmentation des pertes internes qui dégradent le rendement énergétique du composant tout en augmentant l'échauffement interne [Venet, 2007, Gualous *et al.*, 2010].

La aussi, un modèle détaillé est développé dans l'annexe B.5. Ce modèle permet d'estimer la durée de vie  $\tau_d$  du supercondensateur le plus sollicité dans le pack en fonction de sa tension de cellule moyenne  $\bar{U}_{cell}$ , de sa température de cœur  $\theta_c^{max}$  et du courant efficace  $I_{eff}$  le traversant.

$$\tau_d(\bar{U}_{cell}, \theta_c^{max}, I_{eff}) = \tau_0 \cdot \exp\left(-\frac{\bar{U}_{cell}}{U_0} - \frac{\theta_c^{max}}{\theta_0} - \frac{I_{eff}}{I_0}\right)$$
(4.16)

Cette durée de vie estimée doit être au moins égale à la durée de vie théorique L de la machine. La contrainte de vieillissement dans notre problème d'optimisation est décrite par l'inégalité suivante :

$$\tau_d \ge L \tag{4.17}$$

# 4.4 Sources d'énergie électrique non réversible : la pile à combustible

#### 4.4.1 Généralités

Une pile à combustible hydrogène est un dispositif de conversion d'énergie dans lequel l'énergie électrique est obtenue à partir de l'oxydation de l'hydrogène et de la réduction du dioxygène au travers d'un électrolyte. Cette technologie a été inventée au XIX<sup>e</sup> siècle par William R. Grove, mais les premières piles à combustible ont été développées au cours du programme spatial Apollo.

Le principe de la pile à combustible est l'inverse d'une électrolyse. L'hydrogène réagit avec l'oxygène de l'air au travers d'un électrolyte. La réaction s'accompagne d'un dégagement de chaleur et de la formation de vapeur d'eau. Une cellule de pile à combustible produit une tension électrique inférieure à quelques volts [da Fonseca, 2013], fonction de la charge (densité de courant). La température de fonctionnement varie de 60 à 800 °C selon la technologie utilisée. L'eau est généralement évacuée sous forme de vapeur avec l'excédent de dioxygène.



Figure 4.10 – Principe de fonctionnement d'une pile à combustible de type PEMFC

Il existe plusieurs technologies de pile à combustible hydrogène : la pile à membrane échangeuse de protons (PEMFC) et les piles à oxyde solide. Le premier type de pile est plus communément utilisé dans le transport car plus compact et plus adapté aux températures de fonctionnement. Une pile de type PEMFC comme schématisée sur la figure 4.10 comporte :

- Deux plaques bipolaires : une plaque pour la distribution de l'hydrogène, l'autre pour le dioxygène,
- Deux électrodes : l'anode et la cathode permettant la circulation du courant électrique,
- Une membrane échangeuse de protons qui assure le passage des ions H+ et bloque les électrons.

L'hydrogène (provenant d'une électrolyse ou d'un reformage d'hydrocarbures) rentre par la plaque bipolaire gauche. Arrivé à l'anode, le dihydrogène ( $H_2$ ) se dissocie (oxydation) en protons et en électrons selon :  $2H_2 = 4H^+ + 4e^-$ . Les protons traversent alors la membrane, mais les électrons, bloqués, sont contraints d'emprunter un circuit extérieur, ce qui va générer un courant électrique.

À la cathode, les protons, les électrons, et du dioxygène (pur ou provenant de l'air) se rencontrent pour former de l'eau selon :  $4H^+ + 4e^- + O_2 = 2H_2O$ . L'eau et le dioxygène passent par la plaque bipolaire droite. Cette réaction va produire également de la chaleur pouvant être récupérée [da Fonseca, 2013].

#### 4.4.2 Modèle de rendement

Une pile à combustible (PAC) est caractérisée par son rendement qui dépend de son point de fonctionnement. Le système comprenant uniquement le composant où a lieu la réaction chimique a un rendement de l'ordre de 70 à 90 %. Toutefois, de nombreux auxiliaires sont nécessaires afin de piloter de façon adéquate la pile. On définit alors le rendement d'un système PAC, par le rapport entre la puissance électrique utilisable  $P_{pac}$  [W] et la puissance hydrogène consommée  $P_{H2}$  [W]. Ces auxiliaires comprennent un système de distribution de l'oxygène de l'air (filtre, compresseur), le réseau de distribution d'hydrogène, les calculateurs, les systèmes de purge, le refroidissement, les convertisseurs de tension. De ce fait, le rendement global  $\eta_{pac}$  [%] du système dépasse rarement 60 % pour les meilleurs modèles [Caux *et al.*, 2010]. Une courbe de rendement, caractéristique d'une pile PEMFC, est présentée sur la figure 4.11 pour une puissance maximale de 6 kW.



Figure 4.11 – Modèle de rendement d'une pile à combustible PEMFC de 6kW

A partir du modèle de rendement de la pile à combustible, on peut estimer la puissance équivalente en dihydrogène instantanée notée  $P_{H2}(t)$  [W] [Mierlo *et al.*, 2004]. La caractéristique de rendement global de la pile à combustible est liée à la puissance maximale disponible notée  $P_{pac}^{max}$  [W].

$$P_{H2}(t) = \frac{P_{pac}(t)}{\eta_{pac} \left( P_{pac}(t), P_{pac}^{max} \right)}$$
(4.18)

La commande de la pile est également limitée par sa puissance maximale  $P_{pac}^{max}$ .

$$0 \le P_{pac}(t) \le P_{pac}^{max} \tag{4.19}$$

Les piles à combustible sont sensibles aux déséquilibres de réaction entre l'hydrogène et l'oxygène. L'hydrogène provenant d'un réservoir haute pression est détendu afin d'alimenter la cathode à des pressions de quelques bars. Pour alimenter l'anode, l'oxygène provenant de l'air ambiant est compressé pour atteindre une pression identique. Or l'inertie du compresseur ne permet pas d'assurer un équilibre stœchiométrique parfait lors du changement de consigne de puissance. Le déséquilibre engendre des phénomènes qui peuvent dégrader plus rapidement les composants internes de la pile [da Fonseca, 2013]. Il faut alors limiter la dynamique de montée en puissance de la pile. Cette contrainte est décrite ci-dessous.

$$\frac{dP_{pac}(t)}{dt} \le \dot{P}_{pac}^{max} \tag{4.20}$$

où  $\dot{P}_{pac}^{max}$  [W/s] représente le taux de montée en puissance de la pile à combustible. Cette valeur est souvent exprimée à partir de  $P_{pac}^{max}$ .

#### 4.5 Intégration du Plug-In

L'intérêt des véhicules dits rechargeables (ou plug-in) naît avec le constat suivant : les conditions de roulage et le coût de l'énergie électrique permettent de réduire les coûts d'exploitation du véhicule.

Bien que le véhicule plug-in soit une solution intéressante d'un point de vue énergétique, il se pose le problème de la dégradation de la batterie durant la charge [Bashash *et al.*, 2011]. Un autre point conflictuel concerne l'impact du dimensionnement sur le coût global du véhicule. En effet, il s'agit de trouver un compromis entre un coût supplémentaire lié au surdimensionnement de la batterie et l'économie de carburant réalisée durant le fonctionnement sur batterie [Simpson, 2006, Karbowski *et al.*, 2007, Wu *et al.*, 2011].

Le système plug-in est modélisé de la façon suivante : on suppose que le véhicule dispose d'un chargeur permettant de convertir et d'adapter la tension provenant du réseau EDF à une tension continue régulée au réseau de puissance du HPSS. Ce convertisseur est activé lorsque l'engin est arrêté, c'est-à-dire lorsque  $P_{req} = 0$ . La puissance électrique utilisée par le chargeur est limitée par la puissance maximale du convertisseur notée  $P_{grid}^{max}$  [W]. La charge est réalisée entre l'instant final du cycle  $t_f$  et l'instant final de la charge  $t_g$ . Enfin, le convertisseur de charge est caractérisé par un rendement  $\eta_{grid}$  [%] supposé constant sur toute la plage de fonctionnement du chargeur. L'équation de fonctionnement qui décrit la puissance utile fournie à la batterie par le chargeur  $P_{grid}$  [W] est présentée par la relation (4.21) :

$$P_{grid}(t) \begin{cases} = 0 & \text{si } t \le t_f \\ \le \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max} & \text{si } t_f < t \le t_g \end{cases}$$
(4.21)

## 4.6 Auxiliaires

Tout comme l'automobile, les engins de terrassement disposent d'un réseau de bord basse tension permettant le pilotage des équipements et l'alimentation des calculateurs et accessoires de confort. Les réseaux basse tension sont aux normes 12 ou 24V, voire 48V pour les camions. Ce réseau basse tension a plusieurs fonctions :

- Alimenter les calculateurs embarqués (une dizaine sur le prototype),
- Piloter les freins à manque de courant (un courant est envoyé dans le frein de chaque EMA pour débloquer le rotor),
- Piloter les pompes et systèmes de refroidissement des composants de puissance,
- Alimenter l'interface homme-machine (écrans, joysticks),
- Alimenter les accessoires nécessaires au fonctionnement de l'engin (clignotants, feux de travail) et les accessoires de confort (radio, ventilation).

L'énergie du réseau basse tension est fournie à partir du réseau haute tension par le biais d'un convertisseur abaisseur de tension. On supposera que la puissance requise pour alimenter les auxiliaires  $P_{aux}$  [W] est constante quelles que soient les conditions de travail.

# 4.7 Contraintes machine

Lors du dimensionnement d'un véhicule routier, la masse du véhicule est une variable qui impacte le comportement du cycle (augmentation des frottements pneumatiques, effet du poids dans les pentes). La puissance requise par le cycle de travail est donc généralement influencée par la masse des composants et donc leur dimensionnement.

Dans le cas d'une mini-excavatrice hybride électrique, la masse n'est pas une variable prédominante sur le besoin en puissance pour le cycle de travail car d'une part, la majorité du travail est réalisé avec la structure de l'équipement, et d'autre part, la machine possède naturellement un contrepoids de plusieurs centaines de kilogrammes dans le carter de la tourelle afin de stabiliser la machine lors des opérations de terrassement. Toute masse supplémentaire dans le HPSS peut être compensée par une réduction du contrepoids.

Toutefois, un critère à prendre en compte concerne le volume d'implémentation de l'alimentation hybride électrique. En effet, l'atout majeur de ces engins est leur compacité qui leur permet d'évoluer dans des environnements étroits. La version hybride électrique de cette mini-excavatrice doit avoir les mêmes dimensions et donc présente un volume limité pour l'intégration de la pile à combustible, du ou des stockages d'énergie et l'ensemble des convertisseurs de puissance. Le volume disponible pour le HPSS (hors convertisseur de charge plug-in) est noté  $V_{tot}$  [L]. Pour un type de composant fixé, le volume en fonction du dimensionnement du composant est connu. On note  $V_1$ ,  $V_2$  et  $V_3$  les fonctions permettant de connaître le volume des 3 types de composants en fonction de  $P_{pac}^{max}$ ,  $N_{batt}$  et  $N_{sc}$ . La contrainte de volume du HPSS est la suivante :

$$V_1(P_{pac}^{max}) + V_2(N_{batt}) + V_3(N_{sc}) \le V_{tot}$$
(4.22)

## 4.8 Cycles de mission

A partir des différents cycles de travail (effort ou couple/vitesse) et du modèle inverse de chaque actionneur, le profil de puissance électrique  $P_{ema}^k$  a été reconstruit. La puissance électrique sur le réseau de bord à chaque instant t est définie comme la somme de tous les profils de puissance des actionneurs ainsi que la demande de puissance provenant du réseau basse tension.

$$P_{req}(t) = P_{aux} + \sum_{k=1}^{N_{ema}} P_{ema}^k(t)$$
(4.23)

Par souci de confidentialité, les données exploitées dans cette thèse sont différentes de la version du prototype développé. On considère 2 cycles de travail d'une durée de 120 secondes. Ces cycles sont caractérisés par une puissance moyenne notée  $P_{moy}$  et représentés sur la figure 4.12. Pour une approche énergétique, un pas d'échantillonnage  $\Delta t$  de 1 seconde est suffisant.



Figure 4.12 – Représentation des profils de puissance  $P_{req}$  pour les 2 cycles de travail considérés

Les mini-excavatrices sont utilisées pour effectuer un ensemble de micro tâches spécifiques (creusement, chargement, translation, nivellement). Ces opérations de base durent entre 10 et 30 secondes. A partir d'une journée de travail typique, un cycle de travail équivalent de quelques minutes est généré afin de représenter un fonctionnement typique tenant compte des pics de puissance et de la puissance moyenne requise.

Le profil A représente un cycle de travail avec de nombreux pics de puissance compris entre -200 et +400% de la puissance moyenne. On retrouve ce type de cycle lors d'opérations de creusement de tranchées. Le profil B est plus représentatif de travaux de chargement, de nivellement et de translation pure de la machine avec des amplitudes comprises entre -260 et +260%.

# 4.9 Conclusion

Ce chapitre a permis de présenter le nouveau concept d'hybridation et d'électrification d'un engin de terrassement de petit gabarit ainsi que les choix technologiques réalisés. L'architecture hybride s'appuie sur la structure présentée sur la figure 3.17. Ensuite, la démarche d'optimisation globale a été présentée avec notamment la modélisation inverse des actionneurs à partir de cycles effort/vitesse mesurés sur une machine conventionnelle de même taille. De cette façon, le profil de puissance requis a été reconstruit. Ensuite, les modèles de comportement des différents composants constituant le HPSS ont été présentés. L'optimisation de ce système abordé dans le chapitre suivant s'appuiera sur l'ensemble des modèles présentés dans ce chapitre.

# CHAPITRE 5

# Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Formulation du problème

#### Sommaire

5.1	Dese	ription de la fonction objectif et des contraintes de fonction-	
	nem	$ent \ldots 104$	
	5.1.1	Fonction coût	
		5.1.1.1 Durée de vie estimée	
		5.1.1.2 Coût de la pile à combustible	
		5.1.1.3 Coût du stockage d'énergie	
		5.1.1.4 Coût du convertisseur de charge $\ldots \ldots \ldots$	
		5.1.1.5 Coût hydrogène pour la PAC	
		5.1.1.6 Coût de maintenance $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $111$	
		5.1.1.7 Fonction coût globale $\ldots \ldots 111$	
	5.1.2	Contraintes de fonctionnement de la pile à combustible $\ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ $	
	5.1.3	Contraintes de fonctionnement de la batterie LFP	
	5.1.4	Contraintes de fonctionnement du pack de supercondensateurs $\ . \ . \ . \ . \ 112$	
	5.1.5	5 Contraintes de fonctionnement du mode Plug-In	
5.2	Etap	e de discrétisation des variables de dimensionnement 114	
5.3 Optimisation d'un véhicule hybride électrique avec un unique sto-			
ckage d'énergie			
	5.3.1	Stockage d'énergie par batterie $\mathrm{LiFePO}_4$	
		5.3.1.1 Formulation du problème original	

Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Formulation du problème

		5.3.1.2 Reformulation sous forme combinatoire $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 116$
	5.3.2	Stockage d'énergie par supercondensateurs
		5.3.2.1 Formulation du problème original $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 121$
		5.3.2.2 Reformulation sous forme combinatoire $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 122$
<b>5.4</b>	Opti	misation d'un véhicule hybride électrique avec deux stockages
	d'én	$ergie \ldots 127$
	5.4.1	Formulation du problème original
	5.4.2	Reformulation fous forme combinatoire
5.5	Opti	misation d'un véhicule hybride électrique rechargeable avec un
	seul	stockage d'énergie 133
	5.5.1	Formulation du problème original
	5.5.2	Reformulation sous forme combinatoire
5.6	Réd	uction de la fenêtre de simulation sur cycles longs 138
	5.6.1	Limitation de la mémoire
	5.6.2	Contrainte de restriction du State of Charge
5.7	Con	clusion

C<sup>E</sup> chapitre aborde l'optimisation du système d'alimentation hybride en s'appuyant sur la modélisation des composants et la construction du cahier des charges présentée au chapitre précédent. Dans un premier temps, le problème est formulé sous sa forme originale. Différentes configurations sont proposées, chacune d'elles correspond à un problème d'optimisation spécifique. Ensuite, chaque problème est reformulé à partir de la méthode décrite au chapitre 2. Enfin, une technique est mise en place afin de simuler des cycles longs en prenant en compte les contraintes de limitation de la mémoire de calcul.

# 5.1 Description de la fonction objectif et des contraintes de fonctionnement

#### 5.1.1 Fonction coût

La fonction coût permet d'exprimer l'objectif à maximiser ou minimiser. Suivant le cahier des charges du problème d'optimisation, cette fonction objectif peut comprendre un seul critère (ex : minimisation de la consommation d'énergie, [Gaoua *et al.*, 2014]), deux critères de même nature (ex : minimisation du coût carburant et coût des composants, [Hu *et al.*, 2015] et [Silvas *et al.*, 2014]) ou encore deux critères de nature différente (ex : minimisation de la consommation de carburant et des émissions de polluants, [Michel, 2015]), ou *n* critères de nature différente qu'il est nécessaire de normaliser. Le problème présenté dans cette thèse se focalise essentiellement sur la notion de coût global (il est considéré que la mini-excavatrice hybride électrique n'émet pas de polluants au niveau local). Ce coût est appelé TCO (Total Cost of Ownership) ou Coût Global de Possession. Le TCO définit le coût réel de fonctionnement d'un véhicule lorsqu'il est utilisé. Le TCO d'un véhicule tel qu'une mini-excavatrice comprend des coûts de différentes natures :

- Le coût d'acquisition de la machine à son achat,
- Le coût d'exploitation,
- Le coût de revente ou de dépossession de la machine.

A la différence du Coût de Cycle de Vie, le TCO se limite à la partie comprise entre l'acquisition et la vente du véhicule. Les coûts amonts liés au développement et la fabrication de la machine ne sont pas pris en compte tout comme les coûts avals tels que le démantèlement.

Le TCO est influencé par le choix des composants du HPSS et la stratégie de gestion de l'énergie. Les coûts liés aux autres composants de la machine (EMA, châssis), le coût opérateur et les frais d'assurance sont supposés être identiques, quelle que soit la configuration hybride choisie. Enfin, il est considéré que le coût de revente est négligeable car le coût global est calculé sur la durée de vie théorique de la machine (cf. section 5.1.1.1). Une fois cette durée de vie théorique atteinte, la machine n'a plus aucune valeur.

Cette fonction coût est notée  $J_{TCO}$  et comprend deux sous-ensembles de coût : le coût d'acquisition du HPSS noté  $J_1$  et le coût d'exploitation du HPSS noté  $J_2$ . Le coût d'acquisition du HPSS dépend du coût d'achat des composants. Le coût lié à l'implémentation du système dans la machine n'est pas pris en compte car il est supposé être identique, quelle que soit la configuration choisie. Le coût d'exploitation du HPSS comprend les coûts en carburant et les coûts de maintenance du HPSS. La fonction objectif  $J_{TCO}$  est décrite par la relation (5.1).

$$J_{TCO} = \lambda_1 \cdot J_1(q) + \lambda_2 \cdot J_2(p(t), q) \tag{5.1}$$

où  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont des coefficients de pondération entre  $J_1$  et  $J_2$ , p(t) et q représentent respectivement la stratégie de gestion du HPSS et le dimensionnement des composants. Le choix des facteurs de pondération  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  va définir un compromis entre l'importance du coût d'acquisition de la machine et l'importance des coûts en utilisation. Ces valeurs sont définies par rapport au comportement d'achat de l'utilisateur qui va soit privilégier une machine avec un faible coût d'exploitation au détriment de l'investissement initial (ex : véhicule électrique sur batterie), soit chercher une machine peu onéreuse à l'achat mais avec des coûts d'exploitation plus élevés (ex : véhicule thermique conventionnel). Entre ces deux comportements, il existe un compromis qui sera défini à partir du choix des coefficients de pondération.

105

#### 5.1.1.1 Durée de vie estimée

Le calcul du TCO est basé sur une durée de vie théorique ou un retour sur investissement. Il s'agit de la période durant laquelle la machine perd de la valeur chaque heure de fonctionnement. Une fois cette durée atteinte, la machine est considérée comme ayant atteint son objectif.

Dans le domaine des engins de construction, la durée de vie machine s'exprime en heures de fonctionnement. Pour des machines de petite taille, destinée à des travaux de faible ampleur, la durée de vie machine est de 5000 à 6000 heures de fonctionnement. Dans le cas d'engins de production de masse utilisés de façon intensive, la durée de vie machine peut atteindre 50000 heures de fonctionnement. Au-delà de cette durée, le changement des principaux composants (motorisation, transmission, actionneurs) doit être envisagé.

Le cycle de travail simulé a une durée bien inférieure à celle de la durée de vie théorique de la machine (quelques minutes << quelques milliers d'heures). L'hypothèse est de considérer que ce cycle est répété durant toute la durée de vie machine grâce à la représentativité du cycle. Le nombre de cycles à répéter pour atteindre la durée de vie théorique de la machine est défini par le paramètre f tel que :

$$f = \frac{3600 \times L}{t_{cycle}} \tag{5.2}$$

où L [h] est la durée de vie désirée de la machine et  $t_{cycle}$  [s] est la durée du cycle de travail simulé.

#### 5.1.1.2 Coût de la pile à combustible

La commercialisation de quelques flottes de véhicules à pile à combustible (Hyundai ix35 et Toyota Mirai) a permis de débuter la démocratisation et la fabrication à grande échelle des systèmes de pile à combustible [McKinsey et Company, 2010].

Le coût d'une pile à combustible est lié d'une part à la quantité de matériaux utilisée qui définira la puissance maximale de la pile, et d'autre part aux coûts d'assemblage de l'ensemble. Par un effet d'échelle, le coût par unité de puissance d'une pile à combustible tend à diminuer lorsque la puissance maximale augmente. Un modèle de fonction coût  $c_{pac}$  est proposé sur la figure 5.1 à partir de données fournies par différents constructeurs. La plage d'incertitude définie permet d'établir une fonction de coût moyen.

Le choix des coûts est réalisé suivant différents scénarios et sur des projections de coût à moyen et long terme. De ce fait, il existe une grande incertitude sur ce type de paramètre. Cette notion sera abordée lors de la simulation et l'analyse des résultats. La part du coût de la PAC dans la fonction objectif globale est décrite par l'équation (5.3).

$$J_{pac} = c_{pac}(P_{pac}^{max}) \tag{5.3}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf © [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés



Figure 5.1 – Coût d'une pile à combustible en fonction de la puissance maximale fournie

#### 5.1.1.3 Coût du stockage d'énergie

Deux types de stockages sont étudiés pour le choix de la configuration du HPSS : une batterie électrochimique de type LFP et/ou un pack de supercondensateurs. Ces deux technologies sont adaptées à une architecture électrique. Les batteries sont des systèmes dans lesquels est regroupé un nombre de cellules. Les cellules sont connectées entre elles et disposent d'un circuit d'équilibrage des tensions. Afin de contrôler l'état des cellules et gérer la sécurité de l'ensemble, la batterie comprend le plus souvent un BMS (Battery Management System). Cet élément ajoute un coût supplémentaire à la batterie. Enfin, toutes les cellules sont regroupées dans un boitier spécifique assurant le refroidissement et la protection des cellules. Le coût de la batterie comprend des coûts fixes indépendants du dimensionnement du composant. De ce fait le coût par unité d'énergie [€/kWh] est plus important pour des batteries de petite taille que des grandes batteries. La figure 5.2 représente l'évolution du coût total par unité d'énergie  $c_{batt}$  d'une batterie LFP en fonction du nombre de cellules intégrées.

Là aussi, il existe une incertitude sur les coûts de la batterie liée aux données fournies par les différents constructeurs, l'évolution du cours des matériaux (lithium) et la complexité du montage (type de refroidissement, compacité du montage). Comme la fonction coût  $c_{batt}$  de la figure 5.2 est exprimée en  $\in$ /kWh, il faut donc normaliser le coût à partir de la quantité d'énergie contenue dans la batterie.

$$J_{batt} = \frac{E_{cell}^0}{3.6e^6} \cdot c_{batt}(N_{batt}) \cdot N_{batt}$$
(5.4)

où  $E_{cell}^0$  [J] représente la quantité d'énergie nominale contenue dans une cellule.

Dans le cas d'un pack de supercondensateurs, il existe deux types de coût : le coût de l'énergie embarquée et le coût du convertisseur de tension permettant d'assurer une tension stable sur le



Figure 5.2 – Fonction coût d'une batterie LFP

réseau de puissance. De la même manière, le coût énergétique du pack dépend de l'encapsulage du boitier, du SMS (Supercapacitor Management System) et de la technologie de refroidissement. La figure 5.3 présente la fonction de coût  $c_{sc}$  pour des supercondensateurs.



Figure 5.3 – Fonction de coût d'un pack de supercondensateurs (sans convertisseur)

Enfin, le convertisseur de tension placé entre le pack de supercondensateurs et le bus de puissance est un élément dont le coût dépend essentiellement de la puissance maximale à fournir, de la technologie employée et de la gamme de tension utilisée. Dans le cas des véhicules hybrides électriques, la tension de bord pour les systèmes de haute puissance est généralement comprise entre 400 V et 600 V DC. Comme les supercondensateurs doivent fournir et récupérer de l'énergie, le convertisseur doit pouvoir fonctionner dans les 2 sens. Pour ce type de technologie, un modèle de fonction coût est représenté sur la figure 5.4 à partir de données fournies par des fabricants. Ce coût est représenté sous forme d'une fonction linéaire par morceaux.

La fonction de coût global relative au pack de supercondensateurs est décrite par l'équation



Figure 5.4 – Coût du convertisseur de tension du pack de supercondensateurs en fonction de la puissance maximale installée dans le pack de supercondensateurs

suivante :

$$J_{sc} = \frac{E_{cell}^0}{3.6e^6} \cdot c_{sc}(N_{sc}) \cdot N_{sc} + c_{conv}(N_{sc} \cdot P_{cell}^{max})$$
(5.5)

où  $P_{cell}^{max}$  [W] représente la puissance maximale délivrée par une cellule de supercondensateur.

#### 5.1.1.4 Coût du convertisseur de charge

Dans la configuration dite Plug-In, le HPSS comprend un dispositif de charge. Celui-ci est composé d'un redresseur de tension et d'un hacheur. Ces composants permettent de convertir la tension du réseau domestique (230V AC) en une tension continue adaptée à la charge de la batterie. Le coût de ce convertisseur dépend de la puissance de charge maximale  $P_{grid}^{max}$  autorisée par le convertisseur. On suppose que ce coût évolue de façon proportionnelle pour une gamme de puissance de quelques kW. Les fabricants de convertisseurs proposent des coûts de l'ordre de 500€ pour une puissance installée de 3 kW.

$$J_{pi} = c_{pi}(P_{qrid}^{max}) \tag{5.6}$$

#### 5.1.1.5 Coût hydrogène pour la PAC

La pile à combustible est alimentée en hydrogène et oxygène. Le dihydrogène provient d'un réservoir de stockage embarqué sur la machine tandis que l'oxygène est prélevé dans l'air. Plusieurs technologies existent pour stocker l'hydrogène. L'hydrogène étant un composant très léger (masse volumique de l'ordre de  $0,09 \text{ kg/m}^3$ ), le stockage sous forme gazeuse à la pression atmosphérique nécessiterait des réservoirs de plusieurs m<sup>3</sup> comparés à ceux de quelques dizaines de litres pour l'essence. Il existe plusieurs solutions afin d'augmenter l'énergie volumique du réservoir de stockage d'hydrogène.

- Le stockage sous forme solide dans des hydrures métalliques. Du fait de la faible densité massique de ce stockage, cette solution est réservée à des applications stationnaires.
- Le stockage sous forme liquide où le dihydrogène est refroidi en dessous de -253°C nécessite des systèmes de refroidissement très consommateur d'énergie,
- Le stockage sous forme gazeuse à haute pression est la solution la plus couramment utilisée.

Grâce aux matériaux composites, les réservoirs peuvent atteindre des pressions opérationnelles jusqu'à 700 bars (voire 900 bars dans des applications spécifiques). A cette pression, la masse volumique de l'hydrogène atteint  $42 \text{ kg/m}^3$ , soit un facteur 500 par rapport à la masse volumique à pression ambiante.

Deux techniques majeures sont exploitées pour produire de l'hydrogène gazeux : l'électrolyse et le vaporeformage. La première technique consiste à chauffer à très haute température des molécules d'eau et séparer les atomes de dihydrogène pour les extraire. Bien que l'énergie électrique utilisée par ce procédé puisse provenir d'énergie renouvelable, son faible rendement énergétique diminue son intérêt économique. La solution de vaporeformage exploite du gaz naturel dans lesquelles les molécules de carbone vont se combiner avec les molécules d'oxygène de l'air pour former du  $CO_2$ . Cette solution est plus intéressante d'un point de vue économique mais augmente l'emprunte carbone du dihydrogène.

Actuellement, la production mondiale de dihydrogène s'établit à environ 50 millions de tonnes chaque année et est essentiellement utilisée dans le domaine de la chimie organique et le parapétrolier (raffinage) et provient à 95 % du gaz naturel par vaporeformage (source : CEA). Dans une démarche de limitation de l'impact environnemental et d'indépendance face aux énergies fossiles, le recours aux énergies renouvelables et au procédé d'électrolyse est envisagé. Un coût d'approvisionnement moyen de 7 $\in$ /kg est estimé à court terme. Des projections de coûts optimistes à l'horizon 2020 évoquent des coûts de production de l'ordre de 4,5  $\in$ /kg [McKinsey et Company, 2010].

Le coût énergétique sur la durée de vie théorique de la machine est calculé à partir de la consommation sur un cycle et de l'hypothèse de répétabilité du cycle. Le coût en carburant sur la durée de vie machine est déduit à partir de l'énergie consommée  $E_{H2}(t_0 \to t_f)$  [J] sur le cycle, du pouvoir calorifique inférieur du carburant noté  $Q_{H2}$  [J.kg<sup>-1</sup>] et du coût d'approvisionnement de l'hydrogène au réservoir à 700 bars  $c_{H2}$  [ $\notin$ /kg].

$$J_{fuel} = f \cdot \frac{c_{H2}}{Q_{H2}} \cdot E_{H2}(t_0 \to t_f)$$
(5.7)

Un autre coût énergétique à prendre en compte est le coût de la recharge sur le réseau électrique dans le cas d'une configuration plug-in. Ce coût est lié à la quantité d'énergie utilisée pour la recharge entre  $t_f$  et  $t_g$ . De la même façon, le coût total de l'énergie électrique consommée sur la durée de vie machine pour la recharge de la batterie est défini à partir du nombre de cycles f à répéter, du coût de l'énergie électrique  $c_{elec} \in [KWh]$  et de l'énergie consommée sur le réseau EDF  $E_{elec}(t_f \to t_g)$  [J] entre  $t_f$  et  $t_g$ .

$$J_{elec} = f \cdot \frac{c_{elec}}{3.6e^6} \cdot E_{elec}(t_f \to t_g) \tag{5.8}$$

#### 5.1.1.6 Coût de maintenance

La maintenance est un poste de dépense non négligeable dans le domaine des véhicules Diesel. En plus de l'entretien classique tel que le changement régulier de certaines pièces (filtre, courroie), le changement de fluide (huile), il faut tenir compte des nouveaux dispositifs permettant de limiter les émissions de polluants tels que catalyseurs, filtres à particules.

Les dépenses de maintenance se partagent entre le changement des composants et le coût de la main-d'œuvre. Dans les nouvelles configurations proposées, la maintenance est effectuée uniquement sur la pile à combustible, laquelle dispose de composants sensibles (filtres à air, liquide de refroidissement, ...). La fonction  $c_{maint}$  [ $\in$ /W/h] exprime le coût moyen horaire de maintenance de la pile à combustible. Ce coût est considéré comme proportionnel à la puissance de la pile à combustible. Dans notre étude, on utilise un coût de maintenance de 250 $\in$ /kW pour 1000 heures de fonctionnement (estimation constructeur).

$$J_{maint} = L \cdot c_{maint}(P_{pac}^{max}) \tag{5.9}$$

#### 5.1.1.7 Fonction coût globale

La fonction objectif (5.10) est donc représentée par la somme de tous les coûts précédemment décrits auxquels un coefficient de pondération  $\lambda$  est ajouté suivant le type de coût (acquisition ou exploitation).

$$J_{TCO} = \lambda_1 \cdot (J_{pac} + J_{batt} + J_{sc} + J_{pi}) + \lambda_2 \cdot (J_{fuel} + J_{elec} + J_{maint})$$
(5.10)

Dans la suite du problème les coefficients de pondération  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont identiques, c'est-à-dire que le coût d'acquisition a autant d'importance que le coût d'exploitation sur la durée de vie de la machine, mais toute autre répartition pourrait être appliquée sans changer la méthode décrite.

#### 5.1.2 Contraintes de fonctionnement de la pile à combustible

A partir du modèle de rendement de la PAC et de la limitation du taux de puissance, les équations régissant le fonctionnement de la pile à combustible sont décrites par les équations suivantes.

$$E_{H2}(t_0 \to t_f) = \int_{t_0}^{t_f} P_{H2}(t)dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{P_{pac}(t)}{\eta_{pac}(P_{pac}(t), P_{pac}^{max})}dt$$
(5.11)

$$0 \le P_{pac}(t) \le P_{pac}^{max} \tag{5.12}$$

$$\frac{dP_{pac}(t)}{dt} \le \dot{P}_{pac}^{max}(P_{pac}^{max}) \tag{5.13}$$

#### 5.1.3 Contraintes de fonctionnement de la batterie LFP

A partir des hypothèses formulées sur le modèle de batterie ainsi que le modèle de dégradation associé, les équations (5.14) à (5.19) résument toutes les expressions et contraintes de fonctionnement de la batterie. L'expression (5.14) permet d'obtenir la valeur du courant débité dans la cellule en fonction de la demande de puissance fournie par la batterie. Ce courant est limité d'après les recommandations du fabricant suivant la contrainte (5.15).

$$I_{cell}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \bar{U}_{cell} - \sqrt{\bar{U}_{cell}^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot P_{batt}(t)}{N_{batt}}} \right)$$
(5.14)

$$I_{cell}^{min} \le I_{cell}(t) \le I_{cell}^{max} \tag{5.15}$$

La dynamique de l'état de charge de la batterie est décrite par l'équation (5.16) à chaque instant  $\tau$  compris entre  $t_0$  et  $t_f$ . Cet état est aussi limité par des seuils d'après la contrainte (5.17).

$$SoC(\tau) = SoC(t_0) - \frac{1}{Q_{cell}} \int_{t_0}^{\tau} I_{cell}(t) \cdot dt$$
(5.16)

$$SoC_{min} \le SoC(t) \le SoC_{max}$$
 (5.17)

La puissance fournie ou stockée par la cellule est déduite à partir du courant  $I_{cell}$  et de la tension moyenne  $\bar{U}_{cell}$  d'après la relation (5.18). Cette expression permet d'en déduire la contrainte de vieillissement (5.19) en fonction de  $SoH_{batt}$ .

$$P_{cell}(t) = \bar{U}_{cell} \cdot I_{cell}(t) \tag{5.18}$$

$$-\int_{t_0}^{t_f} \dot{SoH}_{batt}(|P_{cell}(t)|)dt \le \Delta SoH \quad \text{avec} \quad \Delta SoH = \frac{t_f - t_0}{3600 \times L}$$
(5.19)

#### 5.1.4 Contraintes de fonctionnement du pack de supercondensateurs

De la même manière, les contraintes de fonctionnement globales du pack de supercondensateurs sont résumées dans les équations (5.20) à (5.24). Ce modèle contient les contraintes

#### Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Formulation du problème

énergétiques et les contraintes thermiques qui permettent de définir la dégradation du supercondensateur le plus sollicité. Le courant de cellule est estimé à partir de l'évolution de la tension décrite par l'équation (5.20). Ce courant est borné d'après les recommandations du fabricant selon la contrainte (5.21).

$$I_{cell}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{esr}} \left( U_{cell}(t) - \sqrt{U_{cell}(t)^2 - \frac{4 \cdot R_{esr} \cdot P_{sc}(t) \cdot \eta_{sc}(P_{sc}(t), U_{cell}(t), N_{sc})}{N_{sc}}} \right)$$
(5.20)

$$I_{cell}^{min} \le I_{cell}(t) \le I_{cell}^{max}$$
(5.21)

L'évolution de la tension de cellule est déduite à partir du courant débité  $I_{cell}(t)$  d'après l'équation (5.22). Cette tension est contrainte dans la relation (5.23) par le cahier des charges et le fonctionnement du système.

$$U_{cell}(\tau) = U_{cell}(t_0) - \frac{1}{C_{cell}} \int_{t_0}^{\tau} I_{cell}(t) dt$$
 (5.22)

$$U_{cell}^{min} \le U_{cell}(t) \le U_{cell}^{max} \tag{5.23}$$

La contrainte de vieillissement permet de définir une limite appelée  $I_{eff}^{lim}$  liée aux conditions de fonctionnement du supercondensateur le plus sollicité thermiquement dans le pack. La valeur de ce paramètre peut être obtenue analytiquement (cf section B.5 de l'annexe B). La contrainte de vieillissement du supercondensateur le plus sollicité est décrite par l'inégalité (5.24).

$$\sqrt{\frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} I_{cell}^2(t) \cdot dt} \le I_{eff}^{lim}(N_{sc})$$
(5.24)

#### 5.1.5 Contraintes de fonctionnement du mode Plug-In

Le mode plug-in fonctionne uniquement après la fin du cycle de travail pour une durée comprise entre  $t_f$  et  $t_g$ . A partir du cahier des charges du convertisseur de charge (rendement  $\eta_{grid}$  et puissance maximale disponible  $P_{grid}^{max}$ ), la puissance fournie par le système de charge à la batterie s'écrit alors :

$$P_{grid}(t) \le \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max} \tag{5.25}$$

L'énergie électrique consommée sur le réseau EDF  $E_{elec}(t_f \to t_g)$  est déduite à partir de la commande  $P_{grid}$ :

$$E_{elec}(t_f \to t_g) = \int_{t_f}^{t_g} \frac{P_{grid}(t)}{\eta_{grid}} dt$$
(5.26)

#### 5.2 Etape de discrétisation des variables de dimensionnement

Dans la méthode présentée au chapitre 2, une étape clé consiste à définir une plage de dimensionnement et une discrétisation des paramètres caractéristiques de chaque composant des différentes configurations étudiées.

La plage de dimensionnement est définie par rapport aux capacités physiques des composants et au cahier des charges de la machine. C'est sur cette base que les seuils des plages de dimensionnement de la pile à combustible, de la batterie LFP et du pack de supercondensateurs ont été définis, les calculs étant réalisés et valables, quelle que soit la configuration hybride considérée.

La plage de dimensionnement de la pile à combustible est définie entre  $P_{pac}^{inf}$  et  $P_{pac}^{sup}$ . La valeur minimale est définie par l'hypothèse que la configuration hybride rechargeable peut tendre vers un dimensionnement sur batterie uniquement et donc  $P_{pac}^{inf} = 0$ . Dans le cas contraire où le stockage d'énergie électrique ne serait pas retenu, la pile à combustible doit pouvoir réaliser le cycle quelle que soit la contrainte du cycle. De ce fait, la pile à combustible sera limitée par le volume total du HPSS.

$$V_1(P_{pac}^{sup}) \to V_{tot} \tag{5.27}$$

Enfin, le pas de discrétisation entre deux valeurs de dimensionnement de la pile à combustible est défini à partir des choix de fabrication de la pile. La pile à combustible est un assemblage de plaques bipolaires. L'ajout d'une plaque augmente la puissance fournie par la pile à combustible. Le pas de dimensionnement est supposé constant et noté  $\Delta P_{pac}$ .

La plage de dimensionnement de la batterie LFP est définie entre deux entiers  $N_{batt}^{inf}$  et  $N_{batt}^{sup}$  qui correspondent à un nombre de cellules élémentaires. La batterie ne dispose pas de convertisseurs de tension en sortie du pack, mais pour cette technologie, la tension de sortie varie peu si la plage d'utilisation du *SoC* est restreinte. La tension de chaque cellule étant faible ( $\approx 3,3$  V), elles sont connectées en série afin que la tension de la batterie atteigne la tension du réseau haute tension  $U_{bus}$ . Le nombre minimal de cellules composant la batterie est alors défini par la relation suivante :

$$N_{batt}^{inf} \approx \frac{U_{bus}}{\bar{U}_{cell}} \tag{5.28}$$

Afin d'augmenter la capacité de la batterie, des branches comprenant  $N_{batt}^{inf}$  cellules connectées en série sont assemblées en parallèle. Le nombre maximal de cellules est limité par le volume dans lequel les composants sont implantés dans la machine.

$$V_2(N_{hatt}^{sup}) \to V_{tot}$$
 (5.29)

Le pas de dimensionnement est donc défini à partir du nombre de cellules contenu dans chaque branche, ici  $\Delta N_{batt} = N_{batt}^{inf}$ .

La plage de dimensionnement du pack de supercondensateurs est définie de la même manière que précédemment. Le pas de discrétisation du dimensionnement du pack de supercondensateurs  $\Delta N_{sc}$  est lié à la taille minimale du pack  $N_{sc}^{inf}$  par la relation  $\Delta N_{sc} = N_{sc}^{inf}$  en considérant la même hypothèse que dans le cas de la batterie LFP mais en supposant la présence d'un convertisseur élévateur de tension. De même la valeur maximale est aussi bornée par le volume disponible.

$$V_3(N_{sc}^{sup}) \to V_{tot} \tag{5.30}$$

Le pack de supercondensateurs est composé de modules connectés en parallèle. Chaque module comprend un nombre défini de cellules connectées en série. La tension de sortie de chaque module varie en fonction du courant débité au travers des cellules. Le convertisseur de tension permet alors d'adapter la tension du module à la tension du réseau de puissance  $U_{bus}$ . Le convertisseur de tension est conçu pour adapter la tension sur une plage de ratio de conversion limitée afin d'éviter les zones de fonctionnement à mauvais rendement. Le nombre de cellules minimum embarqué dans le pack  $N_{sc}^{inf}$  est défini par la relation suivante :

$$N_{sc}^{inf} \approx \frac{U_{bus}}{\alpha_{conv}^{max} \cdot U_{cell}^{min}}$$
(5.31)

où  $\alpha_{conv}^{max}$  est le ratio de conversion maximal,  $U_{cell}^{min}$  la tension minimale fournie par la cellule du supercondensateur. Le rapport entre  $U_{cell}^{max}$  et  $U_{cell}^{min}$  défini la plage du ratio de conversion du convertisseur de tension du pack de supercondensateurs.

# 5.3 Optimisation d'un véhicule hybride électrique avec un unique stockage d'énergie

La première configuration étudiée concerne un système comportant une pile à combustible et un seul stockage d'énergie. Deux technologies de stockage d'énergie sont étudiées : une batterie électrochimique de type LiFePO<sub>4</sub> et un pack de supercondensateurs.

Les variables de dimensionnement sont la puissance maximale de la pile à combustible notée  $P_{pac}^{max}$  et le nombre de cellules contenu dans le stockage d'énergie noté  $N_{batt}$  (pour la batterie) et  $N_{sc}$  (pour le pack de supercondensateurs). Par la suite, chaque problème est décrit et formulé sous sa forme originale puis sous forme d'un PLNE (ou PLMNE).

Le problème est présenté sous forme discrète. Le cycle compris entre  $t_0$  et  $t_f$  est discrétisé en  $N_T$  points avec un pas de temps constant noté  $\Delta t$ .

#### 5.3.1 Stockage d'énergie par batterie $LiFePO_4$

#### 5.3.1.1 Formulation du problème original

La configuration étudiée est présentée sur la figure 5.5. La puissance fournie par la batterie est notée  $P_{batt}$  et la puissance fournie par la pile à combustible  $P_{pac}$ . La puissance équivalente fournie par l'hydrogène à l'entrée de la PAC est notée  $P_{H2}$ . Enfin, la puissance consommée sur le bus de tension est notée  $P_{req}$ . Lorsque la machine est en fonctionnement, la pile à combustible est considérée comme toujours active donc le système consomme de l'hydrogène même lorsque la puissance utile  $P_{pac}$  est nulle (consommation par les auxiliaires de la pile).



Figure 5.5 – Configuration du HPSS avec une PAC et une batterie LFP

Afin d'assurer la continuité du cycle de travail, une contrainte est imposée sur l'état énergétique dans le stockage d'énergie. La variation d'énergie entre l'instant initial  $t_0$  et l'instant final  $t_f$  du cycle est considérée nulle. On obtient la contrainte suivante.

$$SoC(t_f) = SoC(t_0) \tag{5.32}$$

A partir des contraintes de fonctionnement énoncées dans les sections précédentes, le problème initial est construit comme présenté dans le tableau 5.1.

#### 5.3.1.2 Reformulation sous forme combinatoire

A l'étape de discrétisation du problème, la variable de dimensionnement de la pile à combustible est discrétisée en  $n_i$  valeurs distinctes comprises entre  $P_{pac}^{inf}$  et  $P_{pac}^{sup}$  avec un pas de discrétisation  $\Delta P_{pac}$ , tandis que la batterie LFP est discrétisée sur  $n_j$  valeurs comprises entre  $N_{batt}^{inf}$  et  $N_{batt}^{sup}$  avec un pas de discrétisation constant noté  $\Delta N_{batt}$ . Il faut donc créer  $n_i \times n_j$  problèmes linéaires en nombres entiers, chacun correspondant à une combinaison particulière. Soit i l'indice de dimensionnement de la PAC et j l'indice de dimensionnement de la batterie LFP.

Dimensionnement	global	et optimisat	ion de la	commande	d'une
mini-excavatrice h	ybride (	électrique -	Formulati	ion du prob	lème

Variables	$\mathbf{P_{pac}^{max}},  \mathbf{N_{batt}},  \mathbf{P_{pac}}(\mathbf{t})$
Objectif	$\min J_{TCO} = c_{pac}(\mathbf{P_{pac}^{max}}) + \mathbf{N_{batt}} \cdot E_{cell}^{0} \cdot c_{batt}(\mathbf{N_{batt}}) +$
	$f \cdot \frac{c_{H2}}{Q_{H2}} \cdot \sum_{t=1}^{N_T} \frac{\mathbf{P_{pac}(t)}}{\eta_{pac}(\mathbf{P_{pac}(t)}, \mathbf{P_{pac}^{max}})} \cdot \Delta t + L \cdot c_{maint}(\mathbf{P_{pac}^{max}})$
Expression	$P_{batt}(t) = P_{req}(t) - \mathbf{P_{pac}}(t)$
	$I_{cell}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \bar{U}_{cell} - \sqrt{\bar{U}_{cell}^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot P_{batt}(t)}{\mathbf{N_{batt}}}} \right)$
	$P_{cell}(t) = \bar{U}_{cell} \cdot I_{cell}(t)$
Dynamique	$SoC(t+1) = SoC(t) - \frac{I_{cell}(t)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t$
Contraintes	$0 \leq \mathbf{P_{pac}}(\mathbf{t}) \leq \mathbf{P_{pac}^{max}}$
	$\mathbf{P_{pac}(t+1)} \leq \mathbf{P_{pac}(t)} + \dot{P}_{pac}^{max}(\mathbf{P_{pac}^{max}}) \cdot \Delta t$
	$I_{cell}^{min} \leq I_{cell}(t) \leq I_{cell}^{max}$
	$SoC_{min} \leq SoC(t) \leq SoC_{max}$
	$-\sum_{t=1}^{N_T} \dot{SoH}_{batt}( P_{cell}(t) ) \cdot \Delta t \leq \Delta SoH$
	$SoC(t_f) = SoC(t_0)$
	$V_1(\mathbf{P_{pac}^{max}}) + V_2(\mathbf{N_{batt}}) \leq V_{tot}$
	$\mathbf{N_{batt}} \ge 0, \ \mathbf{P_{pac}^{max}} \ge 0$

Tableau 5.1 – Problème d'optimisation pour un VEH comportant une PAC et une batterie LFP

L'étape suivante consiste à construire le problème combinatoire  $(P_{i,j})$  propre au dimensionnement  $\{i, j\}$  de la PAC et de la batterie LFP. La puissance maximale de la PAC est exprimée par la relation suivante :

$$P_{pac}^{max}(i) = P_{pac}^{inf} + (i-1) \cdot \Delta P_{pac}$$

$$(5.33)$$

Pour la batterie LFP, le dimensionnement s'écrit :

$$N_{batt}(j) = N_{batt}^{inf} + (j-1) \cdot \Delta N_{batt}$$
(5.34)

L'étape suivante de la méthodologie proposée consiste à discrétiser la commande  $P_{pac}$  en  $N_x$ points compris entre 0 et  $P_{pac}^{max}$  d'après la contrainte de fonctionnement de la pile à combustible. Cette discrétisation est représentée sur la figure 5.6.

A chaque point de commande discret  $P_{pac}(u)$  et chaque instant t du cycle, une variable d'activation binaire x(u,t) est associée. Enfin, à chaque point de commande  $P_{pac}(u)$  correspond une valeur de rendement global  $\eta_{pac}(u)$ . De ce fait, le fonctionnement de la PAC sous forme



Figure 5.6 – Discrétisation de la pile à combustible avec  $N_x=15$ 

discrète est représenté par le système d'équations (5.35). L'ensemble de ces équations autorise l'activation d'un seul point de fonctionnement u à chaque pas de temps t.

$$\begin{cases}
P_{pac}(t) = \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot P_{pac}(u) \\
\sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) = 1 \\
x(u,t) = \{0,1\}
\end{cases}$$
(5.35)

Ainsi pour un point de commande u et un instant t connus, les conditions de fonctionnement du HPSS sont déterminées. La puissance équivalente en hydrogène à chaque instant t est une fonction linéaire (5.36).

$$P_{H2}(t) = \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot \frac{P_{pac}(u)}{\eta_{pac}(u)}$$
(5.36)

Plus  $N_x$  est grand, plus la valeur de la fonction objectif sera précise. Toutefois, comme montré dans la section 2.6 du chapitre 2, l'augmentation de  $N_x$  entraine une augmentation du nombre de solutions potentielles et des temps de calcul. Cet effet combinatoire est équivalent à celui observé pour le pas de discrétisation de l'espace énergétique dans le cas de la programmation dynamique sur un problème identique. Il peut toutefois exister une légère déviation entre les résultats trouvés en programmation dynamique et ceux issus du Branch & Bound modifié. En programmation dynamique, quel que soit le dimensionnement fixé, le pas de discrétisation de l'état énergétique (SoC) est généralement fixe. De ce fait, la taille de la discrétisation d'énergie augmente linéairement avec la taille de la batterie, tandis que le pas de discrétisation de la pile à combustible notée  $\Delta u$  ne varie pas (car il dépend du pas énergétique et du pas de temps supposés fixes). Dans le nouvel algorithme, chaque sous-modèle de dimensionnement est de taille identique. Or le pas de commande de la pile à combustible  $\Delta u$  est lié au dimensionnement de la pile par la relation (5.37).

$$\Delta u = \frac{P_{pac}^{max}}{N_x - 1} \tag{5.37}$$

Entre deux valeurs de dimensionnement  $P_{pac}^{max}$  distinctes, le pas de discrétisation de la commande  $\Delta u$  est différent. Il faut donc choisir  $N_x$  suffisamment grand afin de réduire l'imprécision de la commande liée à la discrétisation. Une solution serait de définir pour chaque sous-modèle de dimensionnement, le nombre de points de discrétisation de la commande  $N_x$  tel que le pas de commande  $\Delta u$  soit fixe. De plus, on peut ajouter une variable qui permettrait de désactiver la PAC afin de réduire la consommation d'hydrogène. Ce type de modèle est une suggestion d'amélioration de l'algorithme.

La limitation de la variation de puissance de la pile à combustible est définie sous forme linéaire par l'équation suivante :

$$\sum_{u=1}^{N_x} x(u,t+1) \cdot P_{pac}(u) - \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot P_{pac}(u) \le \dot{P}_{pac}^{max}(P_{pac}^{max}) \cdot \Delta t$$
(5.38)

Pour un dimensionnement i de la pile à combustible et un dimensionnement j de la batterie LFP, la fonction coût s'écrit de la façon suivante.

$$J_{TCO}(i,j) = \Gamma(i,j) + J_{fuel}(x(u,t),i)$$

$$(5.39)$$

où  $\Gamma(i, j)$  représente l'ensemble des coûts d'acquisition de la PAC et de la batterie LFP ainsi que la maintenance de la PAC.  $J_{fuel}$  représente la fonction de coût liée à la consommation d'énergie de la PAC pour un dimensionnement *i* connu et déduite à partir de la commande x(u, t). La puissance fournie par la batterie LFP en fonction de *u* et *t* est décrite à partir de l'équation d'équilibre des puissances par l'équation (5.40).

$$P_{batt}(u,t) = P_{req}(t) - P_{pac}(u)$$
(5.40)

Le courant traversant une cellule de batterie est donc déterminé à partir de l'expression (5.14).

$$I_{cell}(u,t) = \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \bar{U}_{cell} - \sqrt{\bar{U}_{cell}^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot P_{batt}(u,t)}{N_{batt}}} \right)$$
(5.41)

Donc la puissance interne fournie par la cellule est déduite de l'expression précédente et de la tension de cellule moyenne :

$$P_{cell}(t) = \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot \bar{U}_{cell} \cdot I_{cell}(u,t)$$
(5.42)

Le courant débité au travers de la cellule est limité par les seuils fixés d'après les caractéristiques techniques fournies par le fabricant

119

$$I_{cell}^{min} \le \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot I_{cell}(u,t) \le I_{cell}^{max}$$
(5.43)

D'après l'équation dynamique du système (5.16), l'état du SoC à un instant  $\tau$  compris entre 1 et  $N_T$  est obtenu de façon récursive à partir de l'état initial  $SoC(t_0)$ :

$$SoC(\tau+1) = SoC(\tau) - \sum_{u=1}^{N_x} x(u,\tau) \cdot \frac{I_{cell}(u,\tau)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t$$
$$\implies SoC(\tau+1) = SoC(t_0) - \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot \frac{I_{cell}(u,t)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t \quad (5.44)$$

De la même façon, les contraintes de seuils sont définies à partir de  $SoC_{min}$  et  $SoC_{max}$  à chaque instant  $\tau$ :

$$SoC_{min} \le SoC(t_0) - \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot \frac{I_{cell}(u,t)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t \le SoC_{max}$$
(5.45)

La condition de SoC finale est calculée en supposant que le bilan de courant sur la globalité du cycle ne varie pas :

$$SoC(t_f) = SoC(t_0) \Longrightarrow \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot \frac{I_{cell}(u,t)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t = 0$$
(5.46)

Du fait de l'imprécision des valeurs discrètes et de la nature de l'équation (5.46), cette contrainte d'égalité est transformée en une double contrainte inégalité sur laquelle une tolérance  $\epsilon_{batt}$  [%] est appliquée. Ainsi, la contrainte (5.46) est transformée en la double inégalité (5.47) :

$$0 - \epsilon_{batt} \le \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{u=1}^{N_x} x(u, t) \cdot \frac{I_{cell}(u, t)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t \le 0 + \epsilon_{batt}$$
(5.47)

Enfin le modèle de vieillissement de la batterie LFP est intégré sous forme discrète dans le problème d'optimisation :

$$-\sum_{t=1}^{N_T} \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot \dot{SoH}_{batt}(|P_{cell}(u,t)|) \cdot \Delta t \le \Delta SoH$$
(5.48)

Le problème d'optimisation discret  $(P_{i,j})$  relatif au dimensionnement  $\{i, j\}$  pour un véhicule hybride électrique comportant une batterie LFP est donné dans le tableau 5.2.

Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Formulation du problème

Variables	$\mathbf{x}(\mathbf{u},\mathbf{t})$
Paramètre de dimensionnement	$P_{pac}^{max} = P_{pac}^{inf} + (i-1) \cdot \Delta P_{pac}$ $N_{batt} = N_{batt}^{inf} + (j-1) \cdot \Delta N_{batt}$
Objectif	$\min J_{TCO}(i,j) = \Gamma(i,j) + f \cdot \frac{c_{H2}}{Q_{H2}} \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \frac{P_{pac}(u)}{\eta_{pac}(u)} \cdot \Delta t$
Expression	$P_{pac}(t) = \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{pac}(u)$ $P_{batt}(u, t) = P_{reg}(t) - P_{pac}(u)$
	$I_{cell}(u,t) = \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \bar{U}_{cell} - \sqrt{\bar{U}_{cell}^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot P_{batt}(u,t)}{N_{batt}}} \right)$
	$P_{cell}(t) = \sum_{u=1}^{m} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot \bar{U}_{cell} \cdot I_{cell}(u, t)$
Dynamique	$SoC(\tau + 1) = SoC(\tau) - \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \tau) \cdot \frac{I_{cell}(u, \tau)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t$
Contraintes	$\sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t} + 1) \cdot P_{pac}(u) - \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{pac}(u) \le \dot{P}_{pac}^{max}(P_{pac}^{max}) \cdot \Delta t$
	$I_{cell}^{min} \leq \sum_{u=1}^{\infty} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot I_{cell}(u, t) \leq I_{cell}^{max}$
	$SoC_{min} \leq SoC(t_0) - \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot \frac{I_{cell}(u, t)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t \leq SoC_{max}$
	$-\sum_{t=1}^{N_T}\sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot \dot{SoH}_{batt}( P_{cell}(u, t) ) \cdot \Delta t \leq \Delta SoH$
	$-\epsilon_{batt} \leq \sum_{t=1}^{NT} \sum_{u=1}^{NT} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot \frac{I_{cell}(u, t)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t \leq \epsilon_{batt}$
	$V_1(P_{pac}^{max}) + V_2(N_{batt}) \le V_{tot}$
	$\sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) = 1$
	$\mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) = \{0, 1\}$

Tableau 5.2 – Problème combinatoire  $(P_{i,j})$  pour un VEH avec une PAC et une batterie LFP

#### 5.3.2 Stockage d'énergie par supercondensateurs

#### 5.3.2.1 Formulation du problème original

Dans la configuration présentée sur la figure 5.7, le stockage d'énergie est un pack de supercondensateurs comprenant un convertisseur de tension. Les variables de dimensionnement sont la puissance maximale de la pile à combustible  $P_{pac}^{max}$  et le nombre de cellules dans le pack de
supercondensateurs  $N_{sc}$ . La répartition de puissance du HPSS est pilotée à partir de la demande de puissance fournie par la pile à combustible  $P_{pac}$ .

Le respect de la continuité du cycle impose une variation de tension nulle en sortie du pack de supercondensateurs entre l'instant initial  $t_0$  et l'instant final  $t_f$  du cycle. La contrainte est décrite par l'équation (5.49).

$$U_{cell}(t_f) = U_{cell}(t_0) \tag{5.49}$$



Figure 5.7 – Configuration du HPSS avec une PAC et un pack de supercondensateurs

Le problème d'optimisation original est décrit dans le tableau 5.3.

#### 5.3.2.2 Reformulation sous forme combinatoire

La plage de dimensionnement du pack de supercondensateurs est discrétisée en  $n_k$  valeurs distinctes comprises entre  $N_{sc}^{inf}$  et  $N_{sc}^{sup}$  avec un pas de discrétisation constant noté  $\Delta N_{sc}$ . Dans cette configuration, il y a  $n_i \times n_k$  combinaisons de dimensionnement possibles et on traite le problème  $(P_{i,k})$  relatif au dimensionnement  $\{i, k\}$ , lequel est lié au dimensionnement de la PAC et du pack de supercondensateurs. k est l'indice de dimensionnement du pack de supercondensateurs tel que le dimensionnement soit défini par (5.50) :

$$N_{sc}(k) = N_{sc}^{inf} + (k-1) \cdot \Delta N_{sc}$$
(5.50)

Pour un dimensionnement i de la pile à combustible et un dimensionnement k du pack de supercondensateurs, la fonction coût s'écrit de la façon suivante.

$$J_{TCO}(i,k) = \Gamma(i,k) + J_{fuel}(x(u,t),i)$$

$$(5.51)$$

où  $\Gamma(i,k)$  représente les coûts liés à l'acquisition des composants (PAC + supercondensateurs

### Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Formulation du problème

Variables	$\mathbf{P_{pac}^{max}, N_{sc}, P_{pac}(t)}$
Objectif	$\min J_{TCO} = c_{pac}(\mathbf{P}_{pac}^{\max}) + \mathbf{N}_{sc} \cdot E_{cell}^{0} \cdot c_{batt}(\mathbf{N}_{sc}) + c_{conv}(\mathbf{N}_{sc} \cdot P_{cell}^{max})$ $f \cdot \frac{c_{H2}}{Q_{H2}} \cdot \sum_{t=1}^{N_{T}} \frac{\mathbf{P}_{pac}(\mathbf{t})}{\eta_{pac}(\mathbf{P}_{pac}(\mathbf{t}), \mathbf{P}_{pac}^{\max})} \cdot \Delta t + L \cdot c_{maint}(\mathbf{P}_{pac}^{\max})$
Expression	$P_{sc}(t) = P_{req}(t) - \mathbf{P_{pac}}(t)$
	$I_{cell}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{esr}} \left( U_{cell}(t) - \sqrt{U_{cell}(t)^2 - \frac{4 \cdot R_{esr} \cdot P_{sc}(t) \cdot \eta_{sc}(P_{sc}(t), U_{cell}(t), \mathbf{N_{sc}})}{\mathbf{N_{sc}}}} \right)$
	$P_{cell}(t) = U_{cell}(t) \cdot I_{cell}(t)$
	$\bar{U}_{cell} = \frac{1}{N_T} \sum_{t=1}^{N_T} U_{cell}(t)$
Dynamique	$U_{cell}(t+1) = U_{cell}(t) - \frac{I_{cell}(t)}{C_{cell}} \cdot \Delta t$
Contraintes	$0 \leq \mathbf{P_{pac}}(t) \leq \mathbf{P_{pac}^{max}}$
	$\mathbf{P_{pac}}(\mathbf{t+1}) \leq \mathbf{P_{pac}}(\mathbf{t}) + \dot{P}_{pac}^{max}(\mathbf{P_{pac}^{max}}) \cdot \Delta t$
	$I_{cell}^{min} \leq I_{cell}(t) \leq I_{cell}^{max}$
	$U_{cell}^{min} \le U_{cell}(t) \le U_{cell}^{max}$
	$\frac{1}{t_{cycle}} \sum_{t=1}^{N_T} I_{cell}^2(t) \cdot \Delta t \le \left( I_{eff}^{lim}(\mathbf{N_{sc}}) \right)^2$
	$U_{cell}(t_f) = U_{cell}(t_0)$
	$V_1(\mathbf{P_{pac}^{max}}) + V_3(\mathbf{N_{sc}}) \le V_{tot}$
	$N_{sc} \ge 0, P_{pac}^{max} \ge 0$

Tableau 5.3 – Problème d'optimisation pour un VEH comportant une PAC et un pack de supercondensateurs

+ convertisseur) et la maintenance de la PAC.

Du fait de l'évolution de la tension aux bornes des supercondensateurs lors de la charge et de la décharge au cours du cycle, les pertes énergétiques dépendent de la tension  $U_{cell}(t)$  et du courant débité  $I_{cell}(t)$ . L'ajout d'un convertisseur de tension apporte une complexité supplémentaire quant à la quantification de ces pertes. Une hypothèse proposée par la suite est de considérer que les pertes ne dépendent que de la puissance fournie par le pack  $P_{sc}(t)$  quelque soit la tension aux bornes des cellules. Pour cela, on exploite un modèle énergétique moyen basé sur une tension moyenne  $\overline{U}_{cell}$ . Les pertes énergétiques, rapportées à une cellule, sont déduites à partir de la relation  $P_{pertes} = R_{esr} \cdot I_{cell}^2$ , le courant étant estimé à partir de la puissance utile  $P_{sc}$ . Enfin le rendement du convertisseur de tension  $\eta_{sc}$  est supposé constant.

Pour estimer la tension moyenne de cellule sur l'ensemble du cycle  $\overline{U}_{cell}$ , on utilise une fonction de probabilité comme représentée sur la figure 5.8. Le profil de la tension de cellule  $U_{cell}(t)$  s'éloignera d'autant moins de la valeur moyenne de tension de cellule sur l'ensemble



Figure 5.8 – Estimation de la tension moyenne  $\bar{U}_{cell}$  en fonction de la tension initiale et des tensions de seuil  $\{U_{cell}^{min}, U_{cell}^{max}\}$ 

du cycle  $\bar{U}_{cell}$ , que sa valeur initiale  $U_{cell}(t_0)$  est éloignée des tensions de seuil  $U_{cell}^{min}$  et  $U_{cell}^{max}$ . Autrement dit, si la tension initiale est proche de  $U_{cell}^{max}$  alors il est peu probable que la tension moyenne sur le cycle soit proche de la tension initiale.

Pour un point de commande u de la pile à combustible et un pas de temps t, la puissance fournie par le pack de supercondensateurs est déduite de la relation suivante :

$$P_{sc}(u,t) = P_{req}(t) - P_{pac}(u)$$
(5.52)

Le courant débité au travers de la cellule est calculé à partir de la puissance utile en fonction de la commande u et de l'instant t:

$$I_{cell}(u,t) = \frac{1}{2 \cdot R_{esr}} \left( \bar{U}_{cell} - \sqrt{\bar{U}_{cell}^2 - \frac{4 \cdot R_{esr} \cdot P_{sc}(u,t) \cdot \eta_{sc}}{N_{sc}}} \right)$$
(5.53)

L'expression de la puissance interne  $P_{cell}$  et la contrainte sur les limitations de courant sont identiques aux équations (5.42) et (5.43). L'énergie stockée dans la cellule à chaque instant  $\tau$ entre  $t_0$  et  $t_f$  est donc connue à partir de la puissance fournie par la cellule :

$$E_{cell}(\tau) = E_{cell}(t_0) - \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{u=1}^{N_x} x(u, t) \cdot P_{cell}(u, t) \cdot \Delta t$$
(5.54)

Les expressions sous forme combinatoire des contraintes instantanées liées au fonctionnement du pack de supercondensateurs sont résumées ci-dessous :

$$E_{cell}^{min} \le E_{cell}(t_0) - \sum_{t_0}^{\tau} \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot P_{cell}(u,t) \cdot \Delta t \le E_{cell}^{max}$$
(5.55)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf © [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés

avec

$$\begin{aligned}
E_{cell}(t_0) &= \frac{1}{2} \cdot C_{cell} \cdot (U_{cell}(t_0))^2 \\
E_{cell}^{min} &= \frac{1}{2} \cdot C_{cell} \cdot \left(U_{cell}^{min}\right)^2 \\
E_{cell}^{max} &= \frac{1}{2} \cdot C_{cell} \cdot (U_{cell}^{max})^2
\end{aligned}$$
(5.56)

Le bilan énergétique d'une cellule sur un cycle de travail est défini par une double inégalité de la même manière que dans le cas de la batterie LFP avec cette fois-ci une tolérance notée  $\epsilon_{sc}$  [J].

$$0 - \epsilon_{sc} \le \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot P_{cell}(u,t) \cdot \Delta t \le 0 + \epsilon_{sc}$$

$$(5.57)$$

La contrainte de vieillissement en exploitant le modèle combinatoire est donc représentée par l'inégalité suivante :

$$\frac{1}{t_{cycle}} \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot I_{cell}(u,t)^2 \cdot \Delta t \le \left(I_{eff}^{lim}(N_{sc})\right)^2$$
(5.58)

Le problème d'optimisation discret  $(P_{i,k})$  relatif au dimensionnement  $\{i, k\}$  pour un véhicule hybride électrique comportant une pile à combustible et un pack de supercondensateurs est résumé dans le tableau 5.4.

Dimensionnement	global	et optir	nisation	de la	comma	nde d'une	Э
mini-excavatrice h	ybride	électriq	ue - For	mulati	ion du	problème	

Variables	$\mathbf{x}(\mathbf{u},\mathbf{t})$
Paramètre de dimensionnement	$P_{pac}^{max} = P_{pac}^{inf} + (i-1) \cdot \Delta P_{pac}$
Objectif	$N_{sc} = N_{sc}^{sc} + (k-1) \cdot \Delta N_{sc}$ min $J_{TCO}(i,k) = \Gamma(i,k) + f \cdot \frac{c_{H2}}{Q_{H2}} \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \frac{P_{pac}(u)}{\eta_{pac}(u)} \cdot \Delta t$
Expression	$P_{pac}(t) = \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{pac}(u)$ $P_{-}(u, t) = P_{-}(t) - P_{-}(u)$
	$I_{sc}(u,t) = I_{req}(t) - I_{pac}(u)$ $I_{cell}(u,t) = \frac{1}{2 \cdot R_{esr}} \left( \bar{U}_{cell} - \sqrt{\bar{U}_{cell}^2 - \frac{4 \cdot R_{esr} \cdot P_{sc}(u,t) \cdot \eta_{sc}}{N_{sc}}} \right)$
	$P_{cell}(t) = \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot \bar{U}_{cell} \cdot I_{cell}(u, t)$
Dynamique	$E_{cell}(\tau+1) = E_{cell}(\tau) - \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{cell}(u, t) \cdot \Delta t$
Contraintes	$\sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t} + 1) \cdot P_{pac}(u) - \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{pac}(u) \le \dot{P}_{pac}^{max}(P_{pac}^{max}) \cdot \Delta t$ $I_{min}^{min} \le \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot I_{uu}(u, t) \le I_{max}^{max}$
	$\begin{aligned} \Gamma_{cell} & \leq \sum_{u=1}^{T} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{v})  \Gamma_{cell}(u, t) \leq \Gamma_{cell} \\ E_{cell}^{min} & \leq E_{cell}(t_0) - \sum_{t_0}^{\tau} \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{cell}(u, t) \cdot \Delta t \leq E_{cell}^{max} \end{aligned}$
	$\frac{1}{t_{cycle}} \sum_{\substack{t=1 \ N_T \ N_x}}^{N_T} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot I_{cell}(u, t)^2 \cdot \Delta t \le \left(I_{eff}^{lim}(N_{sc})\right)^2$
	$-\epsilon_{sc} \leq \sum_{t=1}^{N} \sum_{u=1}^{N} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{cell}(u, t) \cdot \Delta t \leq \epsilon_{sc}$
	$\sum_{u=1}^{\infty} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 1$ $V_1(P_{pac}^{max}) + V_3(N_{sc}) \le V_{tot}$
	$\mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) = \{0, 1\}$

Tableau 5.4 – Problème combinatoire  $({\cal P}_{i,k})$  pour un VEH comportant une PAC et un pack de supercondensateurs

# 5.4 Optimisation d'un véhicule hybride électrique avec deux stockages d'énergie

# 5.4.1 Formulation du problème original

Une solution alternative consiste à utiliser les avantages spécifiques de chaque système de stockage d'énergie suivant les conditions d'utilisation du véhicule. Dans cette configuration, il y a 3 variables de dimensionnement : la pile à combustible d'une puissance maximale  $P_{pac}^{max}$ , une batterie de type LFP composée de  $N_{batt}$  cellules, et un pack de supercondensateurs contenant  $N_{sc}$  cellules comme illustré par la figure 5.9. Un convertisseur de tension en sortie du pack de supercondensateurs adapte la tension du pack par rapport à celle du réseau (Batterie).



Figure 5.9 – Configuration du HPSS avec une pile à combustible et deux stockages d'énergie

Comme cette configuration dispose de 3 éléments pouvant fournir de l'énergie, il est nécessaire de piloter au moins 2 sources, la troisième fournissant le complément. Dans cette configuration, la commande est calculée au niveau de la pile à combustible et de la batterie LFP dont les variables de commande sont notées respectivement  $P_{pac}(t)$  et  $P_{batt}(t)$ . Les conditions terminales sur l'état des stockages d'énergie sont les mêmes que sur les configurations précédentes, à savoir une variation nulle de l'état de charge des stockages.

Afin de différencier les paramètres physiques des deux stockages d'énergie tels que la tension et le courant, des indices sont ajoutés. Le courant et la tension d'une cellule de batterie sont notés respectivement  $I_{cell-b}$  et  $U_{cell-b}$ , tandis que le courant et la tension dans une cellule de supercondensateur sont notés  $I_{cell-sc}$  et  $U_{cell-sc}$ . Le problème d'optimisation original est décrit dans le tableau 5.5.

Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Formulation du problème

Variables	$\mathbf{P_{pac}^{max}, N_{batt}, N_{sc}, P_{pac}(t), P_{batt}(t)}$
Objectif	$\min J_{TCO} = c_{pac}(\mathbf{P_{pac}^{max}}) + \mathbf{N_{batt}} \cdot E^0_{cell-b} \cdot c_{batt}(\mathbf{N_{batt}}) + \mathbf{N_{sc}} \cdot E^0_{cell-sc} \cdot c_{sc}(\mathbf{N_{sc}})$
	$+c_{conv}(\mathbf{N_{sc}} \cdot P_{cell-sc}^{max}) + f \cdot \frac{c_{H2}}{Q_{H2}} \cdot \sum_{t=1}^{N_T} \frac{\mathbf{P_{pac}(t)}}{\eta_{pac}(\mathbf{P_{pac}(t)}, \mathbf{P_{pac}^{max}})} \cdot \Delta t + L \cdot c_{maint}(\mathbf{P_{pac}^{max}})$
Expression	$P_{sc}(t) = P_{req}(t) - \mathbf{P_{pac}(t)} - \mathbf{P_{batt}(t)}$
	$I_{cell-sc}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{esr}} \left( U_{cell-sc}(t) - \right)$
	$\sqrt{U_{cell-sc}(t)^2 - \frac{4 \cdot R_{esr} \cdot P_{sc}(t) \cdot \eta_{sc}(P_{sc}(t), U_{cell-sc}(t), \mathbf{N_{sc}})}{\mathbf{N_{sc}}}}\right)$
	$I_{cell-b}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \bar{U}_{cell-b} - \sqrt{\bar{U}_{cell-b}^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot \mathbf{P_{batt}}(\mathbf{t})}{\mathbf{N_{batt}}}} \right)$
	$P_{cell-sc}(t) = U_{cell-sc}(t) \cdot I_{cell-sc}(t)$
	$P_{cell-b}(t) = \bar{U}_{cell-b} \cdot I_{cell-b}(t)$
Dynamique	$U_{cell-sc}(t+1) = U_{cell-sc}(t) - \frac{I_{cell-sc}(t)}{C_{cell}} \cdot \Delta t$
	$SoC(t+1) = SoC(t) - \frac{I_{cell-b}(t)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t$
Contraintes	$0 \le \mathbf{P_{pac}}(t) \le \mathbf{P_{pac}^{max}}$
	$P_{pac}(t+1) \le P_{pac}(t) + \dot{P}_{pac}^{max}(\mathbf{P_{pac}^{max}}) \cdot \Delta t$
	$I_{cell-b}^{min} \le I_{cell-b}(t) \le I_{cell-b}^{max}$
	$I_{cell-sc}^{min} \leq I_{cell-sc}(t) \leq I_{cell-sc}^{max}$
	$U_{cell-sc}^{min} \le U_{cell-sc}(t) \le U_{cell-sc}^{max}$
	$SoC_{min} \leq SoC(t) \leq SoC_{max}$
	$\frac{1}{t_{cycle}} \sum_{t=1}^{N_T} I_{cell-sc}^2(t) \cdot \Delta t \le \left( I_{eff}^{lim}(\mathbf{N_{sc}}) \right)^2$
	$-\sum_{t=1}^{N_T} \dot{SoH}_{batt}( P_{cell-b}(t) ) \cdot \Delta t \le \Delta SoH$
	$U_{cell-sc}(t_f) = U_{cell-sc}(t_0)$
	$SoC(t_f) = SoC(t_0)$
	$V_1(\mathbf{P_{pac}^{max}}) + V_2(\mathbf{N_{batt}}) + V_3(\mathbf{N_{sc}}) \le V_{tot}$
	$\mathbf{P_{pac}^{max}} \geq 0,  \mathbf{N_{batt}} \geq 0,  \mathbf{N_{sc}} \geq 0$

Tableau 5.5 – Problème d'optimisation pour un VEH avec une PAC et 2 stockages d'énergie

#### 5.4.2 Reformulation fous forme combinatoire

Dans cette configuration, il existe  $n_i \times n_j \times n_k$  combinaisons de dimensionnement à modéliser. Le problème combinatoire  $(P_{i,j,k})$  représente le dimensionnement *i* de la PAC, le dimensionnement *j* de la batterie LFP et le dimensionnement *k* du pack de supercondensateurs. D'après le schéma présenté sur la figure 5.9, il y a deux variables de contrôle pour piloter le HPSS. Le système est régi par le bilan de puissance suivant :

$$P_{pac}(t) + P_{batt}(t) + P_{sc}(t) = P_{req}(t)$$
(5.59)

La fonction coût est caractérisée par les indices des 3 composants et la variable de commande de la pile à combustible :

$$J_{TCO}(i, j, k) = \Gamma(i, j, k) + J_{fuel}(x(u, t), i)$$
(5.60)

dans lequel  $\Gamma(i, j, k)$  représente l'ensemble des coûts des composants et la maintenance de la pile à combustible.

En plus de la discrétisation de la PAC, on réalise une discrétisation supplémentaire sur la batterie LFP. Cette fois-ci, la plage de puissance  $P_{batt}$  est discrétisée sur  $N_y$  valeurs comprises entre  $P_{batt}^{min}$  et  $P_{batt}^{max}$  de façon à obtenir un intervalle de discrétisation  $\Delta v$  constant. Une variable d'activation binaire y(v,t) est associée à chaque point de commande et chaque instant t. Le contrôle de la batterie est assuré par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} P_{batt}(t) = \sum_{v=1}^{N_y} y(v, t) \cdot P_{batt}(v) \\ \sum_{v=1}^{N_y} y(v, t) = 1 \\ y(v, t) = \{0, 1\} \end{cases}$$
(5.61)

Le courant de cellule de la batterie  $I_{cell-b}$  est calculé en fonction du point de commande v de la batterie et de la tension moyenne de la cellule  $\overline{U}_{cell-b}$  à partir de la relation suivante :

$$I_{cell-b}(t) = \sum_{v=1}^{N_y} y(v,t) \left[ \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \bar{U}_{cell-b} - \sqrt{\bar{U}_{cell-b}^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot P_{batt}(v)}{N_{batt}}} \right) \right]$$
(5.62)

La contrainte sur le courant de la batterie est supprimée car elle est déjà incluse dans le système d'équations (5.61). La puissance interne de cellule  $P_{cell-b}$  est déduite de la même manière que dans les configurations précédentes :

$$P_{cell-b}(t) = \sum_{v=1}^{N_y} y(v,t) \cdot I_{cell-b}(v) \cdot \bar{U}_{cell-b}$$
(5.63)

L'évolution de l'état de charge de la cellule SoC décrite par l'équation (5.64) est similaire à la relation (5.44) mais en exploitant la variable y(v, t):

129

$$SoC(\tau + 1) = SoC(t_0) - \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{v=1}^{N_y} y(v, t) \cdot \frac{I_{cell-b}(v)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t$$
(5.64)

Cet état de charge est restreint à chaque instant  $\tau$  entre  $t_0$  et  $t_f$  par des seuils  $SoC_{min}$  et  $SoC_{max}$  tels que :

$$SoC_{min} \le SoC(t_0) - \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{v=1}^{N_y} y(v,t) \cdot \frac{I_{cell-b}(v)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t \le SoC_{max}$$
(5.65)

On introduit également une tolérance  $\epsilon_{batt}$  sur la condition de bilan énergétique de la cellule :

$$SoC(t_f) = SoC(t_0) \Longrightarrow -\epsilon_{batt} \le \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{v=1}^{N_y} y(v,t) \cdot \frac{I_{cell-b}(v)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t \le \epsilon_{batt}$$
(5.66)

La contrainte de vieillissement est modélisée par la contrainte suivante :

$$-\sum_{t=1}^{N_T} \sum_{v=1}^{N_y} y(v,t) \cdot \dot{SoH}_{batt}(|P_{cell-b}(v)|) \cdot \Delta t \le \Delta SoH$$
(5.67)

Le fonctionnement du pack de supercondensateurs à chaque instant t est déduit à partir de la puissance requise  $P_{req}(t)$ , de la commande de la pile à combustible  $P_{pac}(u)$  et de la commande de la batterie  $P_{batt}(v)$ .

$$P_{sc}(u, v, t) = P_{req}(t) - P_{pac}(u) - P_{batt}(v)$$
$$\implies P_{sc}(t) = P_{req}(t) - \sum_{u=1}^{N_x} x(u, t) \cdot P_{pac}(u) - \sum_{v=1}^{N_y} y(v, t) \cdot P_{batt}(v) \quad (5.68)$$

La fonction permettant d'obtenir la puissance interne de la cellule  $P_{cell-sc}$  à partir de  $P_{sc}$ est une fonction non linéaire définie par la relation  $P_{cell-sc}(P_{sc},t) = \overline{U}_{cell-sc} \cdot I_{cell-sc}(P_{sc})$  où  $I_{cell-sc}$  est obtenu à partir de la relation décrite dans le tableau 5.5. Afin de linéariser la relation entre la puissance fournie par le pack de supercondensateurs et la puissance interne de la cellule  $P_{cell-sc}$ , un coefficient  $\mu$  est introduit tel que :

$$P_{cell-sc}(u,v,t) = \frac{1}{N_{sc}} \cdot \left[ \mu(Preq(t)) \cdot P_{req}(t) - \mu(P_{pac}(u)) \cdot P_{pac}(u) - \mu(P_{batt}(v)) \cdot P_{batt}(v) \right]$$
(5.69)

où  $\mu$  est un coefficient de linéarisation qui dépend du signe des 3 composantes de  $P_{sc}$  et représenté sur la figure 5.10.

Par décomposition de la fonction  $P_{sc}$ , il est supposé que le coefficient  $\mu$  peut être affecté aux composantes  $P_{req}$ ,  $P_{pac}$  et  $P_{batt}$  en négligeant les erreurs liées à ces approximations (de l'ordre de 0 à 4%). La valeur du coefficient est alors affectée de la façon suivante : 5



Figure 5.10 – Linéarisation de la relation entre la puissance utile fournie et la puissance interne pour une cellule de supercondensateur BCAP3000 de Maxwell Technologies

si 
$$\begin{cases} P_{req}(t) \ge 0 & \mu(t) = 0.9758 & \mu(t) = 0.9268 \\ P_{pac}(u) \ge 0 & \text{alors} & \mu(u) = 0.9758 & \text{sinon} & \mu(u) = 0.9268 \\ P_{batt}(v) \ge 0 & \mu(v) = 0.9758 & \mu(v) = 0.9268 \end{cases}$$
(5.70)

La puissance fournie ou stockée par la cellule du pack de supercondensateurs à chaque instant t s'exprime alors de la façon suivante :

$$P_{cell-sc}(t) = \frac{1}{N_{sc}} \left( \mu(t) \cdot P_{req}(t) - \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot \mu(u) \cdot P_{pac}(u) - \sum_{v=1}^{N_y} y(v,t) \cdot \mu(v) \cdot P_{batt}(v) \right)$$
(5.71)

Chaque cellule est donc limitée en courant à partir de l'expression de la puissance interne et de la tension moyenne comme nous l'avons défini dans le cas précédent obtenu au travers de la figure 5.8 :

$$I_{cell-sc}^{min} \le P_{cell-sc}(t) / \bar{U}_{cell-sc} \le I_{cell-sc}^{max}$$
(5.72)

A partir de l'énergie contenue dans la cellule du supercondensateur, la dynamique du HPSS reprend l'équation (5.54). La contrainte sur les limites énergétiques est similaire à la contrainte (5.55) et le bilan énergétique reprend la double inégalité présentée dans l'équation (5.57). Comme de nombreuses approximations sont réalisées sur le modèle du pack de supercondensateurs, le modèle de dégradation des supercondensateurs n'est pas intégré dans l'étude de cette configuration. On admettra donc que la durée des vie des supercondensateurs est bien supérieure à celle des batteries. Le problème d'optimisation discret  $(P_{i,j,k})$  relatif au dimensionnement  $\{i, j, k\}$  est donné dans le tableau 5.6.

# Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Formulation du problème

Variables	$\mathbf{x}(\mathbf{u},\mathbf{t}),\mathbf{y}(\mathbf{v},\mathbf{t})$
Paramètre de	$P_{pac}^{max} = P_{pac}^{inf} + (i-1) \cdot \Delta P_{pac}$
dimensionnement	$N_{batt} = N_{batt}^{inf} + (j-1) \cdot \Delta N_{batt}$
	$N_{sc} = N_{sc}^{inf} + (k-1) \cdot \Delta N_{sc}$
Objectif	$\min J_{TCO}(i, j, k) = \Gamma(i, j, k) + f \cdot \frac{c_{H2}}{Q_{H2}} \sum_{\substack{t=1\\N}}^{N_T} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \frac{P_{pac}(u)}{\eta_{pac}(u)} \cdot \Delta t$
Expression	$P_{sc}(t) = P_{req}(t) - \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{pac}(u) - \sum_{u=1}^{N_y} \mathbf{y}(\mathbf{v}, \mathbf{t}) \cdot P_{batt}(v)$
	$I_{cell-b}(t) = \sum_{\substack{v=1\\N}}^{N_y} \mathbf{y}(\mathbf{v}, \mathbf{t}) \left[ \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \overline{U}_{cell-b} - \sqrt{\overline{U}_{cell-b}^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot P_{batt}(v)}{N_{batt}}} \right) \right]$
	$P_{cell-b}(t) = \sum_{v=1}^{ry} \mathbf{y}(\mathbf{v}, \mathbf{t}) \cdot I_{cell-b}(v) \cdot \bar{U}_{cell-b}$
	$P_{cell-sc}(t) = \frac{1}{N_{sc}} \Big( \mu(t) \cdot P_{req}(t) - \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot \mu(u) \cdot P_{pac}(u) - \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot \mu(u) + $
	$\sum_{v=1}^{N_y} \mathbf{y}(\mathbf{v}, \mathbf{t}) \cdot \mu(v) \cdot P_{batt}(v) \Big)$
Dynamique	$SoC(t+1) = SoC(t) - \sum_{v=1}^{N_y} \mathbf{y}(\mathbf{v}, \mathbf{t}) \cdot \frac{I_{cell-b}(v)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t$
	$E_{cell-sc}(t+1) = E_{cell-sc}(t) - P_{cell-sc}(t) \cdot \Delta t$
Contraintes	$\sum_{u=1}^{n} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}+1) \cdot P_{pac}(u) - \sum_{u=1}^{n} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{pac}(u) \le \dot{P}_{pac}^{max}(P_{pac}^{max}) \cdot \Delta t$
	$I_{cell-sc}^{min} \leq P_{cell-sc}(t) / \bar{U}_{cell-sc} \leq I_{cell-sc}^{max}$
	$SoC_{min} \leq SoC(t_0) - \sum_{v=1}^{Ny} \mathbf{y}(\mathbf{v}, \mathbf{t}) \cdot \frac{I_{cell-b}(v)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t \leq SoC_{max}$
	$E_{cell-sc}^{min} \le E_{cell-sc}(t_0) - \sum_{t=1}^{\tau} P_{cell-sc}(t) \cdot \Delta t \le E_{cell-sc}^{max}$
	$-\epsilon_{batt} \leq \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{v=1}^{N_y} \mathbf{y}(\mathbf{v}, \mathbf{t}) \cdot \frac{I_{cell-b}(v)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t \leq \epsilon_{batt}$
	$-\epsilon_{sc} \le \sum_{t=1}^{N_T} P_{cell-sc}(t) \cdot \Delta t \le \epsilon_{sc}$
	$-\sum_{t=1}^{N_T}\sum_{v=1}^{N_y} \mathbf{y}(\mathbf{v}, \mathbf{t}) \cdot S\dot{o}H_{batt}( P_{cell-b}(v, t) ) \cdot \Delta t \le \Delta SoH$
	$V_1(P_{pac}^{max}) + V_2(N_{batt}) + V_3(N_{sc}) \le V_{tot}$
	$\sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) = 1, \sum_{v=1}^{N_y} \mathbf{y}(\mathbf{v}, \mathbf{t}) = 1$
	$\mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) = \{0, 1\},  \mathbf{y}(\mathbf{v}, \mathbf{t}) = \{0, 1\}$

Tableau 5.6 – Problème combinatoire  $(P_{i,j,k})$  pour un VEH comportant deux stockages d'énergie

# 5.5 Optimisation d'un véhicule hybride électrique rechargeable avec un seul stockage d'énergie

# 5.5.1 Formulation du problème original

La dernière configuration étudiée concerne un véhicule hybride électrique disposant d'un système de recharge (plug-in). Lorsque la machine est utilisée pour réaliser un cycle de travail, la pile à combustible est activée afin de fournir la puissance requise sur le réseau de bord. Quand le cycle est terminé et la machine est à l'arrêt, le stockage d'énergie est connecté au réseau électrique domestique pendant une durée limitée afin de recharger les stockages d'énergie.



Figure 5.11 – schéma du HPSS pour une configuration hybride électrique rechargeable avec une batterie LFP

Le cycle de travail est réalisé entre les instants  $t_0$  et  $t_f$ , tandis que la charge succède la mission entre l'instant  $t_f$  et un instant  $t_g$  à déterminer.

Dans cette configuration, une batterie LFP est utilisée car elle offre des performances intéressantes en terme de densité de stockage. La puissance maximale de la charge par le réseau domestique  $P_{grid}^{max}$  est limitée par les normes et les caractéristiques techniques de la borne de rechargement.

Le problème d'optimisation comprend deux variables de dimensionnement  $(P_{pac}^{max}, N_{batt})$ , deux variables de commande  $(P_{pac}(t), P_{grid}(t))$  ainsi qu'une variable de temps  $(t_g)$ . Le problème d'optimisation est décrit dans le tableau 5.7.

### 5.5.2 Reformulation sous forme combinatoire

Le cas du véhicule hybride électrique rechargeable est similaire à la toute première configuration avec deux variables supplémentaires : la puissance de charge du réseau électrique et la

133

Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Formulation du problème

Variables	$\mathbf{P_{pac}^{max}, N_{batt}, P_{pac}(t), P_{grid}(t), t_{g}}$
Objectif	$\min J_{TCO} = c_{pac}(\mathbf{P_{pac}^{max}}) + \mathbf{N_{batt}} \cdot E_{cell}^0 \cdot c_{batt}(\mathbf{N_{batt}}) + c_{pi}(P_{grid}^{max}) + L \cdot c_{maint}(\mathbf{P_{pac}^{max}})$
	$+f \cdot \frac{c_{H2}}{Q_{H2}} \cdot \sum_{t=1}^{N_T} \frac{P_{pac}(t)}{\eta_{pac}(\mathbf{P_{pac}(t)}, \mathbf{P_{pac}^{max}})} \cdot \Delta t + f \cdot \frac{c_{elec}}{3.6e^6} \cdot \int_{t_f}^{\mathbf{t_g}} \frac{\mathbf{P_{grid}(t)}}{\eta_{grid}} dt$
Expression	$P_{batt}(t) = \begin{cases} P_{req}(t) - \mathbf{P_{pac}}(t) & \text{si } t_0 \le t \le t_f \\ -\mathbf{P_{grid}}(t) & \text{si } t_f < t \le \mathbf{t_g} \end{cases}$
	$I_{cell}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \bar{U}_{cell}(t) - \sqrt{\bar{U}_{cell}(t)^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot P_{batt}(t)}{\mathbf{N}_{batt}}} \right)$
	$P_{cell}(t) = \bar{U}_{cell} \cdot I_{cell}(t)$
Dynamique	$SoC(t+1) = SoC(t) - \frac{I_{cell}(t)}{Q_{cell}} \cdot \Delta t$
Contraintes	$0 \leq \mathbf{P_{pac}}(t) \leq \mathbf{P_{pac}^{max}}$
	$0 \leq \mathbf{P_{grid}}(\mathbf{t}) \leq \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max}$
	$\mathbf{P_{pac}}(\mathbf{t+1}) \leq \mathbf{P_{pac}}(\mathbf{t}) + \dot{P}_{pac}^{max}(\mathbf{P_{pac}^{max}}) \cdot \Delta t$
	$I_{cell}^{min} \leq I_{cell}(t) \leq I_{cell}^{max}$
	$SoC_{min} \leq SoC(t) \leq SoC_{max}$
	$-\sum_{t=1}^{N_T} S \dot{o} H_{batt}( P_{cell}(t) ) \cdot \Delta t - \int_{t_f}^{\mathbf{t_g}} S \dot{o} H_{batt}( P_{cell}(t) ) dt \le \Delta S o H$
	$SoC(\mathbf{t_g}) = SoC(t_0)$
	$V_1(\mathbf{P_{pac}^{max}}) + V_2(\mathbf{N_{batt}}) \le V_{tot}$
	$\mathbf{N_{batt}} \ge 0, \ \mathbf{P_{pac}^{max}} \ge 0$

Tableau 5.7 – Problème d'optimisation pour un VEH rechargeable comportant une batterie LFP

variable temporelle qui définit le temps de recharge optimal.

Pour un dimensionnement i de la pile à combustible et un dimensionnement j de la batterie LFP, la fonction coût s'écrit alors :

$$J_{TCO}(i,j) = \Gamma(i,j) + c_{pi}(P_{grid}^{max}) + J_{fuel}(x(u,t),i) + J_{elec}(P_{grid}(t),t_g)$$
(5.73)

La fonction de coût  $J_{elec}$  permet de déterminer le coût total en énergie électrique pour la durée de vie complète de la machine. Lorsque la machine est en fonctionnement, les contraintes sont similaires à la première configuration. Lors de l'arrêt de la machine, la variable relative à la charge de la batterie est introduite, de même que la variable temporelle qui définit la durée de charge optimale.

Le temps de charge est limité par des contraintes horaires. Par exemple, si la machine est utilisée tous les jours pour une durée de travail effectif de 10 heures (incluant les temps de pause non travaillés), la durée de charge maximale est de 14 heures (répétition journalière du cycle). Afin de déterminer le temps de charge optimal, on propose de discrétiser la durée de charge maximale en  $N_{T_{grid}}$  points avec un pas de temps constant  $\Delta t_{grid}$ . La durée de charge optimale sera une valeur discrète avec une précision  $\Delta t_{grid}$ .

La variable qui pilote la charge de la batterie est notée z. Cette variable est un réel positif (on ne peut autoriser la réinjection de courant dans le réseau EDF). Donc le problème  $(P_{i,j})$  devient un problème linéaire mixte en nombres entiers (PLMNE) comprenant des variables discrètes x(u, t) et des variables continues z(t).

Durant la phase charge par le système plug-in, la puissance fournie à la batterie est définie par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
P_{batt}(t) &= -z(t) \cdot \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max} \\
0 &\leq z(t) \leq 1
\end{aligned}$$

$$\forall t \in [1, N_{T_{grid}}] \tag{5.74}$$

A partir du nombre de cellules  $N_{batt}$  contenu dans la batterie et de la puissance maximale disponible sur le convertisseur de charge, la relation entre  $P_{cell}$  et  $P_{batt}$  est linéarisée comme montrée sur la figure 5.12.



Figure 5.12 – Puissance interne en fonction de la puissance utile (bleu) et linéarisation de la fonction sur la phase de charge - Batterie de 200 cellules ANR26650

Le coefficient directeur de la droite est noté  $\kappa$ . La puissance interne fournie à une cellule durant la charge est exprimée à partir de l'équation suivante :

$$P_{cell}(t) = -\frac{\kappa}{N_{batt}} \cdot z(t) \cdot \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max}$$
(5.75)

Pour que la puissance de charge respecte les performances admissibles par la batterie, il faut que le courant de charge n'excède pas la limitation de courant préconisée par le fabricant :

$$\frac{\kappa}{N_{batt}} \cdot z(t) \cdot \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max} \le |I_{cell}^{min}| \cdot \bar{U}_{cell}$$
(5.76)

135

A la fin de la durée maximale de charge autorisée, le bilan énergétique de la batterie doit être tel que l'énergie contenue dans la batterie à la fin de la charge soit identique à l'énergie initiale  $E_{cell}(t_0)$ :

$$E_{cell}(t_g) = E_{cell}(t_0) \Longrightarrow \left( \sum_{t=1}^{N_T} \sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot P_{cell}(u,t) \cdot \Delta t - \sum_{t=1}^{N_{T_{grid}}} \frac{\kappa \cdot \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max}}{N_{batt}} \cdot z(t) \cdot \Delta t_{grid} \right) = 0 \quad (5.77)$$

Le phénomène de vieillissement est aussi présent durant la phase de recharge puisque la dégradation dépend de  $|P_{cell}|$ . A partir de la taille de la batterie et de la puissance du convertisseur de charge, une nouvelle linéarisation est opérée sur le modèle de dégradation de la batterie comme l'illustre la figure 5.13.



Figure 5.13 – Modèle de dégradation d'une batterie de 200 cellules ANR26650 rapportée sur une cellule unitaire (bleu) et linéarisation de la partie charge (rouge)

Le coefficient directeur de cette fonction linéaire est noté  $\delta$  et permet d'exprimer la vitesse de dégradation  $SoH_{batt}$  en fonction de la puissance de charge :

$$\dot{SoH}_{batt}(t) = \frac{\delta \cdot \kappa \cdot \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max}}{N_{batt}} \cdot z(t)$$
(5.78)

Le taux de dégradation que subit la batterie en phase de travail et durant la charge sur le réseau doit être identique à celui d'une configuration non rechargeable ayant réalisé la même phase de travail car la durée de vie sur laquelle se base le calcul du TCO ne prend pas en compte les temps de charge sur le réseau. La contrainte de vieillissement est donc décrite par l'équation suivante :

$$-\sum_{t=1}^{N_T}\sum_{u=1}^{N_x} x(u,t) \cdot \dot{SoH}_{batt}(|P_{cell}(u,t)|) \cdot \Delta t + \sum_{t=1}^{N_{T_{grid}}} \frac{\delta \cdot \kappa \cdot \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max}}{N_{batt}} \cdot z(t) \cdot \Delta t_{grid} \le \Delta SoH \quad (5.79)$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf © [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés

Le problème d'optimisation discret  $(P_{i,j})$  relatif au dimensionnement  $\{i, j\}$  pour un véhicule hybride électrique rechargeable est donné dans le tableau 5.8.

Variables	$\mathbf{x}(\mathbf{u},\mathbf{t}),\mathbf{z}(\mathbf{t})$
Paramètre de	$P_{pac}^{max} = P_{pac}^{inf} + (i-1) \cdot \Delta P_{pac}$
dimensionnement	$N_{batt} = N_{batt}^{inf} + (j-1) \cdot \Delta N_{batt}$
Objectif	$\min J_{TCO}(i,j) = \Gamma(i,j) + c_{pi}(P_{grid}^{max}) + f \cdot \frac{c_{H2}}{Q_{H2}} \sum_{t=1}^{N_T} \mathbf{x}(\mathbf{u},\mathbf{t}) \frac{P_{pac}(u)}{\eta_{pac}(u)} \cdot \Delta t +$
	$f \cdot \frac{c_{elec}}{3.6e^6} \sum_{t=1}^{N_{T_{grid}}} \mathbf{z}(\mathbf{t}) \cdot P_{grid}^{max} \cdot \Delta t_{grid}$
Expression	$P_{pac}(t) = \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{pac}(u)$
	$I_{cell}(u,t) = \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \bar{U}_{cell} - \sqrt{\bar{U}_{cell}^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot P_{batt}(u,t)}{N_{batt}}} \right)$
	$P_{batt}(t) = \begin{cases} P_{req}(t) - \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{pac}(u) & \text{si}  t_0 \le t \le t_f \end{cases}$
	$ \begin{bmatrix} -\mathbf{z}(\mathbf{t}) \cdot \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max} & \text{si}  t_f < t \le t_g \\ \begin{bmatrix} N_x \end{bmatrix} $
	$P_{cell}(t) = \begin{cases} \sum_{u=1}^{\kappa} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot \bar{U}_{cell} \cdot I_{cell}(u, t) & \text{si}  t_0 \le t \le t_f \\ \kappa & (t) \qquad P_{max} & \text{i}  t_0 \le t \le t_f \end{cases}$
	$ \left( \begin{array}{c} -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{t}) \cdot \eta_{grid} \cdot P_{grid} & \text{Si}  t_f < t \le t_g \\ \left( -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{t}) - \mathcal{D}_{grid} \cdot \mathbf{Z}_{grid} \right) & \text{Si}  t_f < t \le t_g \\ \left( -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{t}) - \mathcal{D}_{grid} \cdot \mathbf{Z}_{grid} \right) & \text{Si}  t_f < t \le t_g \\ \left( -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{t}) - \mathcal{D}_{grid} \cdot \mathbf{Z}_{grid} \right) & \text{Si}  t_f < t \le t_g \\ \left( -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{t}) - \mathcal{D}_{grid} \cdot \mathbf{Z}_{grid} \right) & \text{Si}  t_f < t \le t_g \\ \left( -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{t}) - \mathcal{D}_{grid} \cdot \mathbf{Z}_{grid} \right) & \text{Si}  t_f < t \le t_g \\ \left( -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{t}) - \mathcal{D}_{grid} \cdot \mathbf{Z}_{grid} \right) & \text{Si}  t_f < t \le t_g \\ \left( -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{t}) - \mathcal{D}_{grid} \cdot \mathbf{Z}_{grid} \right) & \text{Si}  t_f < t \le t_g \\ \left( -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}_{grid} - \mathbf{Z}_{grid} - \mathbf{Z}_{grid} \right) & \text{Si}  t_f < t \le t_g \\ \left( -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}_{grid} - \mathbf{Z}_{grid} - \mathbf{Z}_{grid} - \mathbf{Z}_{grid} - \mathbf{Z}_{grid} - \mathbf{Z}_{grid} \right) \\ \left( -\frac{1}{N_{batt}} \cdot \mathbf{Z}_{grid} - \mathbf{Z}_{grid$
Dynamique	$E_{cell}(t+1) = \begin{cases} E_{cell}(t) - P_{cell}(t) \cdot \Delta t & \text{si}  t_0 \le t \le t_f \\ E_{cell}(t) - P_{cell}(t) - \Delta t & \text{si}  t_0 \le t \le t_f \end{cases}$
	$\begin{bmatrix} E_{cell}(t) - P_{cell}(t) \cdot \Delta t_{grid} & \text{Si}  t_f < t \le t_g \\ \frac{N_x}{2} & \frac{N_x}{2} & \frac{N_x}{2} \end{bmatrix}$
Contraintes	$\sum_{u=1} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}+1) \cdot P_{pac}(u) - \sum_{u=1} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{pac}(u) \le P_{pac}^{max}(P_{pac}^{max}) \cdot \Delta t$
	$\bar{U}_{cell} \cdot I_{cell}^{min} \le P_{cell}(t) \le \bar{U}_{cell} \cdot I_{cell}^{max}$
	$SoC_{min} \cdot E^{0}_{cell} \le E_{cell}(t) \le SoC_{max} \cdot E^{0}_{cell}$
	$-\sum_{t=1}^{NT}\sum_{u=1}^{Nx} x(u,t) \cdot \dot{SoH}_{batt}( P_{cell}(u,t) ) \cdot \Delta t +$
	$\sum_{t=1}^{N_{T_{grid}}} \frac{\delta \cdot \kappa \cdot \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max}}{N_{hatt}} \cdot \mathbf{z}(\mathbf{t}) \cdot \Delta t_{grid} \le \Delta SoH$
	$\sum_{t=1}^{N_T} \sum_{u=1}^{N_x} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) \cdot P_{cell}(u, t) \cdot \Delta t - \sum_{t=1}^{\sum_{i=1}^{t=1}} \frac{\kappa \cdot \eta_{grid} \cdot P_{grid}^{max}}{N_{batt}} \cdot \mathbf{z}(\mathbf{t}) \cdot \Delta t_{grid} = 0$
	$V_1(P_{pac}^{max}) + V_2(N_{batt}) \le V_{tot}$
	$\sum_{\mathbf{n}}^{n_{\mathbf{x}}} \mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) = 1$
	$\mathbf{x}^{u=1}$ $\mathbf{x}(\mathbf{u}, \mathbf{t}) = \{0, 1\}, \ 0 \le \mathbf{z}(\mathbf{t}) \le 1$

Tableau 5.8 – Problème combinatoire  $({\cal P}_{i,j})$  pour un véhicule hybride électrique rechargeable

# 5.6 Réduction de la fenêtre de simulation sur cycles longs

#### 5.6.1 Limitation de la mémoire

Lors de la résolution d'un problème d'optimisation pour une configuration hybride électrique rechargeable, la simulation est réalisée à partir d'un profil de travail (cycle A ou B présenté dans la section 4.8 du chapitre 4). Ces cycles contiennent quelques centaines de pas de temps. Avec une discrétisation de la plage de commande de quelques dizaines de points et en exploitant les techniques de réduction dans l'algorithme de Branch & Bound, la solution optimale peut être obtenue avec des efforts de calcul raisonnables. Sous forme linéaire, le problème ( $P_{i,j}$ ) est résolu sous la forme suivante :

$$(P_{i,j}) \begin{cases} \min_{x} \quad J(i,j) \cdot x^{N_T \cdot N_x} + \Gamma(i,j) \\ \text{st} \quad A(i,j) \cdot x \le b(i,j) \\ \quad x = \{0,1\}^{N_T \cdot N_x} \end{cases}$$
(5.80)

où J(i, j) est la fonction coûté de la commande et liée au dimensionnement  $\{i, j\}$ ,  $\Gamma(i, j)$  est le coût du dimensionnement  $\{i, j\}$ , x représente l'ensemble des variables d'activation binaires, A(i, j) est l'ensemble des contraintes et b(i, j) est le membre de droite des contraintes. Suivant la configuration matérielle de l'ordinateur, la taille de A est le facteur limitant la résolution du problème. Par exemple, sous Matlab 2012a, avec une configuration Windows 7 32b, 4Go de mémoire RAM, la matrice de contraintes A ne peut excéder 2 millions d'éléments. Dans le cas d'une configuration PHEV, la simulation complète sur 8 heures de travail avec un pas de discrétisation temporel  $\Delta t = 1s$  n'est pas envisageable. L'augmentation du pas de discrétisation entraînerait un effacement des pics de puissance par effet de lissage et tendrait à déformer le cycle simulé par rapport au cycle de référence.

La solution consiste donc à réduire la fenêtre de simulation par effet d'échelle et à exploiter une hypothèse de continuité. Dans un premier temps, il est considéré que le cycle de travail réalisé sur une journée de travail est la répétition d'un cycle de référence (cycle de travail A ou B). Si les cycles de travail sont répétés régulièrement et si les points de commande discrétisés sont identiques, alors la commande appliquée sur un cycle de base sera répétée pour tous les autres cycles durant la journée de travail. Cette remarque met en évidence que l'évolution de l'état énergétique dans le stockage d'énergie (la batterie LFP) sera la même durant toute la durée de simulation étudiée.

#### 5.6.2 Contrainte de restriction du State of Charge

Connaissant les limites de SoC sur une journée de travail, il est facile d'en déduire la limite de SoC équivalente sur une portion de journée. Si le cycle de base compris entre  $t_0$  et  $t_f$  est répété N fois pour une journée de travail complète et si le SoC est compris entre  $SoC_{min}$  et  $SoC_{max}$  sur une journée de travail, alors la contrainte initiale sur la limitation de SoC donnée par :

$$SoC_{min} \le SoC(t) \le SoC_{max} \quad \forall t \in [t_0, N \times t_f]$$

$$(5.81)$$

est remplacée par

$$SoC_{min} \cdot \frac{1}{N} \le SoC(t) \le SoC_{max} \cdot \frac{1}{N} \ \forall \ t \in [t_0, t_f]$$
 (5.82)

Enfin, si le cycle de travail simulé est réduit à  $1/N^{ieme}$  du cycle de travail journalier, la durée de charge à l'arrêt est simulée sur  $1/N^{ieme}$  de la durée de charge réelle.

# 5.7 Conclusion

Au travers de ce chapitre différents problèmes d'optimisation ont été formulés, tout d'abord sous une forme non linéaire incluant à la fois les variables de commande et les variables de dimensionnement continues. Différentes configurations sont étudiées, lesquelles mènent à des problèmes d'optimisation formulés différemment. Puis les variables sont discrétisées sur un ensemble de valeurs finies. L'utilisation d'approximations sur certains modèles a permis d'obtenir un ensemble de sous-problèmes linéaires en nombres entiers, chaque sous-problème correspondant à une combinaison du dimensionnement. Enfin, dans l'objectif de simuler une longue durée de travail (cas d'un véhicule hybride rechargeable) basée sur une succession de cycles, l'hypothèse de continuité du cycle permet de réduire la fenêtre de simulation à un cycle de base.

A partir de ces reformulations des problèmes, le problème combiné de dimensionnement et de commande optimale peut être résolu en utilisant l'algorithme de Branch & Bound modifié. Les résultats de simulation sont présentés dans le chapitre suivant.

# CHAPITRE 6

# Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Simulation et analyse

# Sommaire

6.1	Para	mètres de simulation 141
	6.1.1	Données composants
	6.1.2	Paramétrage de l'algorithme
6.2	Ana	lyse des coûts des différentes architectures
	6.2.1	Configuration avec un seul stockage : Batterie vs Supercondensateurs . 144
	6.2.2	Configuration avec un seul stockage : Hybride standard v s $\operatorname{Plug-In}$ 146
	6.2.3	Un stockage vs deux stockages
6.3	Influ	ence de la mission 149
	6.3.1	Type de mission
	6.3.2	Variabilité de la mission
6.4	Imp	act de la durée de vie machine sur le TCO
	6.4.1	Analyse des résultats
	6.4.2	Cas du Plug-In
6.5	Imp	act des modèles de comportement
	6.5.1	Vieillissement des batteries
	6.5.2	Vieillissement des supercondensateurs
	6.5.3	Remplacement des systèmes de stockage
6.6	Etuc	le de sensibilité sur les coûts des composants et coûts énergétiques161
	6.6.1	Impact du coût de l'hydrogène

6.6.2	Impact du coût de l'énergie électrique
6.6.3	Impact du coût des composants
6.7 Pers	spectives d'amélioration des modèles
6.8 Con	clusion

Les quatre configurations de système d'alimentation de puissance hybride présentées au chapitre précédent sont étudiées et analysées dans ce chapitre. Plusieurs comparaisons sont réalisées entre les configurations en fonction de différents paramètres d'entrée. L'importance de l'influence des modèles de vieillissement est aussi analysée. Enfin, des suggestions sont proposées afin d'améliorer les modèles de comportement des différents composants.

# 6.1 Paramètres de simulation

# 6.1.1 Données composants

Le dimensionnement du système de stockage d'énergie est réalisé à partir de composants commercialisés sur le marché. Pour la pile à combustible, le dimensionnement se base sur un modèle de rendement et des données fournies par différents fabricants concernant les performances du système. Le tableau 6.1 présente les paramètres relatifs à la pile à combustible. Le pouvoir énergétique de l'hydrogène, noté  $Q_{H2}$ , a une valeur de 141.10<sup>6</sup> J.kg<sup>-1</sup>.

Paramètre	Valeur
Technologie	PEMFC
$\dot{P}_{pac}^{max}$	$0,2 \times P_{pac}^{max}$

Tableau6.1 – Données techniques de la pile à combustible

Le tableau 6.2 comprend les paramètres pour le chargeur dans le cas de la configuration plug-in.

Paramètre	Valeur
$P_{grid}^{max}$	$3500\mathrm{W}$
$\eta_{grid}$	95%

Tableau 6.2 – Données techniques du chargeur plug-in

Enfin, les tableaux 6.3 et 6.4 regroupent l'ensemble des caractéristiques techniques des deux composants de stockage d'énergie, respectivement la batterie LFP et le pack de supercondensateurs. Les configurations sont évaluées à partir des cycles présentés dans le chapitre 4 et avec une puissance moyenne notée  $P_{moy}$  [W].

Dimensionnement	global e	et optimisati	on de la	commande	d'une
mini-excavatrice h	ybride é	électrique - S	Simulatio	n et analyse	9

Paramètre	Valeur
Fabricant	A123 Systems
Modèle	ANR 26650
Capacité $Q_{cell}$	$2,5\mathrm{Ah}$
Tension nominale $\bar{U}_{cell}$	$3,3\mathrm{V}$
Résistance interne $R_{cell}$	$6m\Omega$
Taux de décharge en continu	$+10\mathrm{C}$
Taux de charge en continu	$-4\mathrm{C}$

Tableau 6.3 – Données techniques d'une cellule LFP

Paramètre	Valeur
Fabricant	Maxwell Technologies
Modèle	BCAP 3000
Capacitance $C_{cell}$	$3000\mathrm{F}$
Tension nominale $U_{cell}$	$2,7\mathrm{V}$
Résistance interne $R_{esr}$	$0,29m\Omega$
Taux de décharge en continu	$+180\mathrm{C}$
Taux de charge en continu	-180 C
Rendement convertisseur $\eta_{sc}$	95%

Tableau 6.4 – Données techniques d'un supercondensateur

#### 6.1.2 Paramétrage de l'algorithme

Chaque configuration est optimisée suivant différents cycles de travail, contraintes de fonctionnement et paramètres de coûts. De nombreux paramètres sont communs aux quatre architectures et sont exposés dans le tableau 6.5. A partir de la tension du réseau  $U_{bus}$  et du volume limite occupé par le HPSS, la plage de dimensionnement est calculée. Les configurations étudiées sont les suivantes :

- Configuration A : Pile à combustible + Batterie LFP
- Configuration B : Pile à combustible + Pack Supercondensateurs
- Configuration C : Pile à combustible + Batterie LFP + Pack Supercondensateurs
- Configuration D : Pile à combustible + Batterie LFP + Plug-In

L'ensemble des paramètres fixés et propres à chaque configuration est regroupé dans le tableau 6.5. Enfin, on considère que les coefficients de pondération  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  de la fonction objectif sont identiques pour tous les cas étudiés.

Configuration Paramètre		Α	В	С	D		
Tension réseau	$U_{bus}$		$250\mathrm{V}$				
	$SoC_{min}$	40%	-	40%	40%		
Batterie LFP	$SoC_{max}$	80%	-	80%	100%		
	$SoC(t_0)$	60%	-	60%	100%		
	$U_{cell}^{min}$	-	50%	50%	-		
Supercondensateurs	$U_{cell}^{max}$	-	100%	100%	-		
	$U_{cell}(t_0)^{1}$	-	95%	95%	-		
		1	s				
Discrétisation	$N_x$	$25\mathrm{pts}$					
	$N_y$	-	-	$25\mathrm{pts}$	-		
Dimensionnement	$\Delta P_{pac}$	$200\mathrm{W}$					
PAC	$P_{pac}^{inf}$	$0\mathrm{W}$					
	$P_{pac}^{sup}$		2500	$00 \mathrm{W}$			
	$\Delta N_{batt}$		76 ce	llules			
Dimensionnement Batterie LFP	$N_{batt}^{inf}$	76 cellules	-	76 cellules	76 cellules		
	$N_{batt}^{sup}$	$3040\mathrm{cellules}$	-	$3040\mathrm{cellules}$	$3040\mathrm{cellules}$		
	$\Delta N_{sc}$		30 ce	llules			
Dimensionnement Pack SC	$N_{sc}^{inf}$	-	30 cellules	30 cellules	-		
	$N_{sc}^{sup}$	-	570 cellules	$570\mathrm{cellules}$	-		
Tolóranco	$\epsilon_{batt}$	$1e^{-4}\%$	_	$1e^{-3}\%$	$1e^{-5}\%$		
TOICIAIICE	$\epsilon_{sc}$	-	$5e^{-3}\%$	$5e^{-2}\%$	-		

Tableau 6.5 – Paramètres de l'étude pour les quatre configurations

Les seuils de SoC de la batterie LFP sont définis à partir des caractéristiques de la tension de cellule en fonction de l'état de charge. Pour la configuration plug-in, la plage de tension de la batterie est aussi considérée comme constante. La plage de SoC est limitée à 60% afin de respecter la zone de validité des modèles de vieillissement [Wang *et al.*, 2011a]. Dans le cas de la version avec supercondensateurs, le seuil de tension minimal est fixé à partir de la plage de fonctionnement du convertisseur. Dans cette application, la tension de cellule varie entre 50% et 100% de la tension nominale. En utilisant des branches séries composées de 30 cellules, soit une tension comprise entre 40 et 80 volts, le rapport de conversion  $\alpha_{conv}$  varie entre 3 et 6. Sur cette plage de valeur, le rendement moyen du convertisseur est estimé à 95% dans les deux sens de fonctionnement. A noter qu'il reste seulement 25% de l'énergie totale dans la cellule

<sup>1.</sup> Choix arbitraire. L'impact de cette condition initiale est étudié dans l'annexe C

lorsque la tension atteint 50% de la tension maximale. La tolérance sur la condition finale de l'état de charge est définie par  $\epsilon_{batt}$  et/ou  $\epsilon_{sc}$  et dépend de la configuration. La configuration plug-in nécessite une tolérance plus précise afin de limiter les écarts liés à la répétition du cycle de travail sur plusieurs heures.

Les variables d'entrées analysées sont les suivantes :

- Le cycle de travail (cycle A ou cycle B) et la puissance moyenne  $P_{moy}$  associée,
- La durée de vie désirée de la machine L,
- La fonction coût des composants,
- Les coûts de l'énergie  $c_{H2}$  et  $c_{elec}$ ,
- La température ambiante  $\theta_a$  pour l'étude de la configuration avec les supercondensateurs.

Il existe alors 5 040 combinaisons pour les configurations A et D, 2 520 combinaisons pour la configuration B, et 100 800 combinaisons pour la configuration C.

# 6.2 Analyse des coûts des différentes architectures

#### 6.2.1 Configuration avec un seul stockage : Batterie vs Supercondensateurs

Dans un premier temps, la configuration A et la configuration B sont analysées. Les paramètres d'entrée sont présentés ci-dessous :

$\mathbf{L}$	Cycle	$\mathbf{P}_{\mathrm{moy}}$	$\mathbf{P_{cycle}^{min}}$	$\mathbf{P}_{\mathrm{cycle}}^{\mathrm{max}}$	Fonction coût	$c_{H2}$	$\theta_{\mathbf{a}}$
$6000\mathrm{h}$	А	$15\mathrm{kW}$	$-35\mathrm{kW}$	$60\mathrm{kW}$	Moyen	7,5€/kg	$20^{\circ}\mathrm{C}$

Pour une durée de vie désirée L de 6 000 heures de fonctionnement avec le cycle de travail A, la configuration A est la solution où le TCO du HPSS est le plus intéressant avec un coût global atteignant 75 601 $\in$ , tandis que la configuration B a un coût de 78 697 $\in$ , soit une différence de 4%. Le tableau 6.6 regroupe les résultats du dimensionnement obtenu.

	Configuration A	Configuration B
$P_{pac}^{max}$	$18,4\mathrm{kW}$	$17,8\mathrm{kW}$
$N_{batt}$	$1748\mathrm{cellules}$	-
$N_{sc}$	-	90 cellules
$\dot{m}_{H2}$	$0,804\mathrm{kg/h}$	$0,862\mathrm{kg/h}$
$J_{TCO}$	75 601€	78 697€

Tableau 6.6 – Résultats configuration A vs configuration B

# Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Simulation et analyse

La puissance maximale de la pile à combustible est 20% supérieure à la puissance moyenne du cycle. Cela permet de compenser les pertes dans le HPSS et d'abaisser la puissance de la pile à combustible lorsque le stockage d'énergie récupère de l'énergie sur des forts pics de puissance. Les résultats de simulation sont présentés sur les figures 6.1 et 6.2.



Figure 6.1 – Résultats de simulation pour la configuration A avec le cycle A

Dans la configuration A, la batterie LFP a tendance à être chargée sur la première moitié du cycle, puis elle est plus sollicitée sur la seconde moitié du cycle afin de revenir à un état de charge identique à celui de l'état initial.



Figure 6.2 – Résultats de simulation pour la configuration B avec le cycle A

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf © [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés Dans la configuration B comportant un pack de supercondensateurs, le stockage d'énergie est dimensionné de façon appropriée en puissance et énergie. Le choix de l'état initial de la tension de cellule peut avoir un impact sur le dimensionnement et la stratégie de gestion d'énergie car la tension atteint plusieurs fois le seuil maximal autorisé (voir l'analyse de l'annexe D). L'énergie totale stockable dans le pack de supercondensateurs étant plus faible que la batterie (270 Wh vs 14 421 Wh), les variations de tension de cellule sont plus importantes que les variations de *SoC*.

Sur les deux configurations, la puissance de la pile à combustible est environ 20 % supérieure à la puissance moyenne du cycle. Cela s'explique par le fait que la PAC fonctionne seulement 50 % du temps à puissance maximale, le reste du temps, la PAC est contrôlée à une puissance inférieure, en particulier lors des périodes de récupération d'énergie ( $P_{req} < 0$  W) afin de limiter la puissance par le système de stockage d'énergie et par la même occasion son dimensionnement.



Figure 6.3 – Répartition des coûts pour les configurations A et B sur le cycle A

La répartition des différents coûts est présentée sur la figure 6.3. Ainsi, la part de l'acquisition des composants représente près de la moitié du TCO pour les deux configurations.

### 6.2.2 Configuration avec un seul stockage : Hybride standard vs Plug-In

Pour la configuration rechargeable, le cycle de travail est simulé pour 8 heures de fonctionnement, auquel succède un arrêt où la charge est possible pendant une durée de 12 heures. La durée de charge est discrétisée en 24 pas de temps, soit  $\Delta t_{grid} = 30$  minutes. Le coût du convertisseur de charge est fixé à partir de la puissance maximale autorisée sur le réseau électrique et représente un coût additionnel sur la fonction coût, quel que soit le dimensionnement de la PAC et de la batterie LFP. Les données relatives à la comparaison des configurations A et D sont regroupées dans le tableau ci-dessous :

$\mathbf{L}$	Cycle	$\mathbf{P}_{\mathrm{moy}}$	$\mathbf{P^{min}_{cycle}}$	$\mathbf{P}_{\mathrm{cycle}}^{\mathrm{max}}$	Fonction coût	$c_{\mathrm{H2}}$	$\mathbf{c}_{\mathbf{elec}}$
$6000\mathrm{h}$	А	$15\mathrm{kW}$	$-35\mathrm{kW}$	$60\mathrm{kW}$	Moyen	7,5€/kg	$0,15 \in /kWh$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf © [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés Les résultats de dimensionnement entre les deux configurations sont présentés dans le tableau 6.7. La configuration rechargeable est plus intéressante d'un point de vue global par rapport à la configuration A mais le coût d'acquisition est supérieur de 4% bien que la différence sur le coût global soit plus modérée (1,2%).

	Configuration A	Configuration D
$P_{pac}^{max}$	$18,4\mathrm{kW}$	$16,4\mathrm{kW}$
$N_{batt}$	$1748\mathrm{cellules}$	$2204\mathrm{cellules}$
$\dot{m}_{H2}$	$0,\!804\mathrm{kg/h}$	$0,736\mathrm{kg/h}$
$E_{elec}$	-	$10{,}73\rm kWh/charge$
$J_{TCO}$	75601€	74699€

Tableau 6.7 – Résultats de dimensionnement des configurations A et D sur le cycle A

Sur la figure 6.5 sont présentés les résultats de simulation de la configuration D sur le cycle A. La stratégie proposée consiste à limiter la charge sur une durée de 3,5 heures. En effet, le coût engendré par un surdimensionnement de la batterie LFP afin d'augmenter la quantité d'énergie électrique ne serait pas compensé par le gain réalisé sur la consommation d'hydrogène. La différence de coût énergétique entre l'hydrogène et l'électricité est faible. Un coût d'approvisionnement de 7,5 $\in$ /kg représente un coût énergétique électrique équivalent de 0,19 $\in$ /kWh soit une différence de seulement 27% par rapport au coût de l'énergie électrique.

De la même manière que pour les configurations précédentes, la pile à combustible fonctionne à pleine puissance 50% du temps de travail, le reste du temps sa puissance est abaissée pour limiter la puissance récupérée par la batterie.



Figure 6.4 – Répartition des coûts du HPSS en fonction de la configuration sur le cycle A

# Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Simulation et analyse



Figure 6.5 – Résultats de simulation pour la configuration D avec le cycle A

# 6.2.3 Un stockage vs deux stockages

Cette configuration mêle les avantages des deux stockages d'énergie afin d'obtenir un système où la batterie LFP fournit de faibles puissances pendant de longues périodes, tandis que le pack de supercondensateurs assure la gestion des pics de puissance.

$\mathbf{L}$	Cycle	$\mathbf{P}_{\mathrm{moy}}$	$\mathbf{P}^{\min}_{\mathrm{cycle}}$	$\mathbf{P}_{\mathrm{cycle}}^{\mathrm{max}}$	Fonction coût	$c_{\mathrm{H2}}$
$6000\mathrm{h}$	А	$15\mathrm{kW}$	$-35\mathrm{kW}$	$60\mathrm{kW}$	Moyen	7,5€/kg

Cette configuration avec un double stockage d'énergie est comparée à la configuration A. Bien que la commande soit plus délicate à maîtriser, cette configuration est identique en terme de caractéristiques techniques.

Il apparaît que le TCO de la configuration C est meilleur de 4 % et le coût initial est réduit de près de 10 % par rapport à la configuration A. Le pack de supercondensateurs assure la gestion des pics de puissance tandis que la batterie permet de compenser les puissances que ne peut assurer la pile à combustible comme montré sur la figure 6.7.

	Configuration A	Configuration C
$P_{pac}^{max}$	$18,4\mathrm{kW}$	$15{,}6\mathrm{kW}$
$N_{batt}$	$1748\mathrm{cellules}$	868 cellules
$N_{sc}$	-	30 cellules
$\dot{m}_{H2}$	$0,\!804\mathrm{kg/h}$	$0,828\mathrm{kg/h}$
$J_{TCO}$	75 601€	72 564€

Tableau 6.8 – Résultats de dimensionnement pour les configurations A et C sur le cycle A





# 6.3 Influence de la mission

Le dimensionnement et la commande du HPSS sont réalisés à partir d'un cycle de travail prédéfini. Les caractéristiques de ce cycle telles que l'amplitude de puissance ou sa valeur moyenne ont un impact majeur sur le résultat d'optimisation. Pour vérifier cela, deux cycles de travail sont étudiés. Ensuite l'impact de la variabilité est étudié sur l'un des cycles.

# 6.3.1 Type de mission

Les mini-excavatrices sont dédiées à des tâches spécifiques. Ces machines sont vendues pour la plupart à des loueurs spécialisés ainsi qu'à des entreprises de travaux publics. Il existe donc plusieurs types d'utilisateurs, lesquels accompliront des tâches différentes. Ces tâches auront alors un impact sur le dimensionnement de la machine. Afin d'illustrer cette problématique, deux types de cycles sont simulés pour une configuration identique. Le cycle A correspond à des travaux de creusement et chargement avec de fortes variations de puissance. Le cycle B représente un cycle mêlant des travaux de finition où les fluctuations de charge sont plus modérées. Les caractéristiques de ces deux cycles sont présentées dans le tableau 6.9. La figure 4.12 du chapitre 4 présente l'évolution des cycles A et B en se basant sur une puissance moyenne identique.



Figure 6.7 – Résultats de simulation pour la configuration C avec le cycle A

	Cycle A	Cycle B
$P_{moy}$	$15\mathrm{kW}$	$15\mathrm{kW}$
$P_{cycle}^{min}$	$-35\mathrm{kW}$	$-40\mathrm{kW}$
$P_{cycle}^{max}$	$60\mathrm{kW}$	$40\mathrm{kW}$

Tableau 6.9 - Caractéristiques des cycles étudiés

Les cycles sont simulés dans le cas de la configuration A du HPSS. Les résultats d'optimisation sont présentés dans le tableau 6.10.

Le dimensionnement pour le cycle B est inférieur à celui du cycle A mais la consommation d'hydrogène est supérieure. De ce fait, bien que le coût initial du HPSS soit inférieur de 9,3% sur le cycle B par rapport au cycle A, le coût global est quasi identique entre les 2 cycles.

Après avoir obtenu ces dimensionnements, nous les avons testés en croisant les profils de mission. Pour le dimensionnement optimal obtenu sur cycle A et testé avec le cycle B, le TCO dévie d'environ 3% par rapport au dimensionnement optimal du cycle B. En revanche, si on

Dimensionnement	global o	et optimis:	ation	de la	commande	d'une
mini-excavatrice h	ybride (	électrique	- Sim	ulatio	n et analys	е

	Cycle A	Cycle B
$P_{pac}^{max}$	$18,4\mathrm{kW}$	$16,6\mathrm{kW}$
$N_{batt}$	$1748\mathrm{cellules}$	$1368\mathrm{cellules}$
$\dot{m}_{H2}$	$0,\!804\mathrm{kg/h}$	$0,876\mathrm{kg/h}$
$J_{TCO}$	75601€	75 258€

Tableau 6.10 – Résultat de dimensionnement de la configuration A pour deux cycles de mission différents

impose le cycle A au dimensionnement optimal du cycle B, aucune solution n'est possible car une partie des contraintes ne peut être satisfaite, en particulier le sous-dimensionnement de la batterie qui ne permet pas d'atteindre la durée de vie de 6 000 h requise par le cahier des charges (dégradation prématurée).

### 6.3.2 Variabilité de la mission

Lorsque les mini-excavatrices sont vendues à des loueurs spécialisés, l'utilisateur final peut être aussi bien une personne novice qu'un utilisateur averti. Pour une même tâche à réaliser (ex : creuser une tranchée), l'utilisateur débutant sera moins efficace que l'utilisateur averti. De ce fait, le cycle de travail sera différent en terme de consommation énergétique.

L'objectif de cette section est de chercher quelle est la dispersion des paramètres de dimensionnement et de consommation d'énergie pour une faible variation du cycle de travail. Il existe trois types de conduite selon le niveau de l'utilisateur pour réaliser une même tâche : débutant/référence/averti. On fait ici l'hypothèse qu'un utilisateur averti sera plus efficace et consommera moins d'énergie pour réaliser le cycle de travail par rapport à un utilisateur débutant. Le cycle de travail débutant nécessite une puissance instantanée 10 % supérieure par rapport à la puissance instantanée du cycle de référence. Dans le cas du cycle de travail expert, cette puissance instantanée est inférieure de 10 % par rapport au cycle de référence. Ces cycles sont illustrés sur la figure 6.8.

Ainsi l'utilisateur débutant a besoin d'une puissance 10 % supérieure à la puissance de référence (avec  $P_{moy}=15 \text{ kW}$ ), tandis que l'utilisateur expérimenté utilisera la machine avec seulement 90 % de la puissance de référence pour réaliser la même tâche. Les résultats présentés dans le tableau 6.11 montrent le dimensionnement optimal et la dispersion du coût global du HPSS en fonction du type de conduite sur le cycle A.

La figure 6.9 montre la globalité de la dispersion du TCO par rapport à l'écart sur le cycle de référence. Bien que la puissance soit dispersée sur une plage de +/-10% autour de la valeur moyenne, la solution obtenue présente un écart inférieur à 8% ce qui indique qu'il n'y a pas d'amplification du phénomène de dispersion en fonction de l'écart du profil de mission.

Dimensi	ionnemen	t glo	bal et	optin	nisati	ion de	la	comm	nand	e d	'une
mini-exe	cavatrice	hybr	ide él	ectriq	ue - S	Simula	tio	n et a	analy	<b>se</b>	

	Débutant	Référence	Expert
Puissance cycle	110%	100%	90%
$P_{moy}$	$16,8\mathrm{kW}$	$15\mathrm{kW}$	$13,7\mathrm{kW}$
$P_{pac}^{max}$	$20,\!4\mathrm{kW}$	18.4kW	18.2kW
$N_{batt}$	$1900\mathrm{cellules}$	$1748\mathrm{cellules}$	$1368\mathrm{cellules}$
$\dot{m}_{H2}$	$0{,}883\rm kg/h$	$0{,}804\rm kg/h$	$0{,}715\rm kg/h$
$J_{TCO}$	81715€	75601€	69 556€
Ecart TCO	+8,1%	0%	-8,0%

Tableau 6.11 – Résultats sur la dispersion du dimensionnement suivant le type d'utilisateur



Figure 6.8 – Evolution du cycle A suivant le niveau de l'utilisateur

# 6.4 Impact de la durée de vie machine sur le TCO

Le TCO est calculé sur la base d'une durée de vie théorique L. Ce paramètre est défini dans le cahier des charges par le constructeur. Toutefois, on souhaite vérifier s'il existe une durée de vie théorique permettant d'améliorer le coût global. Pour comparer le TCO suivant différentes valeurs de L, les valeurs sont rapportées par heure de fonctionnement, c'est-à-dire le coût horaire du TCO. Le problème d'optimisation peut être vu comme la minimisation du TCO horaire en fonction de L et des autres variables de décision. On applique une procédure itérative sur laquelle la valeur de L est fixée à chaque boucle afin de déterminer le dimensionnement optimal et la stratégie de gestion d'énergie pour la configuration A et sur le cycle A. A noter que L peut être vue comme une variable de décision supplémentaire de la même manière que le dimensionnement et permettre ainsi de modéliser toutes les combinaisons de dimensionnement et de durée de vie



Figure 6.9 – Dispersion du TCO en fonction du ratio de puissance par rapport à la référence sur le cycle A et la configuration A

L dans un algorithme de Branch & Bound parallèle.

Le tableau 6.12 montre quelques exemples de résultats de dimensionnement obtenus pour différentes valeurs de L. La figure 6.10 représente l'évolution du TCO horaire et de l'investissement initial du HPSS en fonction de L.

	$\mathbf{4500}\mathrm{h}$	<b>6 000</b> h	$\mathbf{7000}\mathrm{h}$	<b>8 000</b> h
$P_{pac}^{max}$	$16,8\mathrm{kW}$	$18,4\mathrm{kW}$	$19,8\mathrm{kW}$	$21{,}0\rm kW$
$N_{batt}$	$1368\mathrm{cellules}$	$1748\mathrm{cellules}$	$1900\mathrm{cellules}$	$2052\mathrm{cellules}$
$\dot{m}_{H2}$	$0{,}818\mathrm{kg/h}$	$0{,}804\mathrm{kg/h}$	$0{,}798\rm kg/h$	$0{,}793\rm kg/h$
$J_{TCO}/L$	13,89€/h	12,59€/h	12,03€/h	11,59€/h
Part $J_1/J_{TCO}$	50%	46%	43%	41%

Tableau 6.12 – Résultats de dimensionnement suivant le choix de L pour la configuration A et le cycle A

#### 6.4.1 Analyse des résultats

Les simulations sont effectuées pour une durée de vie comprise entre 4500 heures et 8000 heures de fonctionnement machine. Bien que la valeur du TCO horaire diminue avec le nombre d'heures, cette réduction est limitée par l'augmentation du coût initial.

D'après les résultats de la figure 6.10, si la machine est dimensionnée pour 8000 heures de fonctionnement au lieu des 6000 heures fixées par le cahier des charges, le TCO horaire diminue de 8% mais l'investissement initial augmente de 9,6%. De la même manière, pour une durée de vie machine abaissée à 4500 heures, le TCO horaire augmente de 10,3% mais l'investissement



Figure 6.10 – Evolution du TCO horaire et du coût initial du HPSS en fonction de la durée de vie machine L avec la configuration A

initial du HPSS est 8,9% plus faible. L'augmentation de L s'accompagne d'une augmentation de la taille des composants du HPSS car la batterie doit pouvoir fonctionner pendant une durée plus longue. Toutefois la part de l'investissement initial diminue de près de 20\% entre les valeurs extrêmes de la plage de durée de vie étudiée. Ceci est lié à l'effet d'échelle des composants (une PAC de forte puissance a un meilleur rapport puissance/coût par rapport à une PAC de petite taille). Le choix de la durée de vie conduit donc à un compromis entre le TCO horaire et l'investissement initial.

# 6.4.2 Cas du Plug-In

	$4500\mathrm{h}$	$\mathbf{6~000}\mathrm{h}$	$\mathbf{7000}\mathrm{h}$	<b>8 000</b> h
$P_{pac}^{max}$	$15,6\mathrm{kW}$	$16,4\mathrm{kW}$	$16,4\mathrm{kW}$	$17,4\mathrm{kW}$
$N_{batt}$	$1596\mathrm{cellules}$	$2204\mathrm{cellules}$	$2660\mathrm{cellules}$	$2888\mathrm{cellules}$
$\dot{m}_{H2}$	$0,769\mathrm{kg/h}$	$0{,}736\mathrm{kg/h}$	$0,720\mathrm{kg/h}$	$0{,}710\rm kg/h$
$E_{elec}$	$5{,}79\rm kWh/charge$	$10{,}73\rm kWh/charge$	$14,\!76\rm kWh/charge$	$18,\!04\rm kWh/charge$
$J_{TCO}/L$	13,80€/h	12,45€/h	11,84€/h	11,37€/h
Part $J_1/J_{TCO}$	54%	48%	49%	48%

Des tests similaires sont réalisés pour la configuration D dite rechargeable et sur le cycle A. Les résultats sont présentés dans le tableau 6.13 et sur la figure 6.11.

Tableau 6.13 – Résultats de dimensionnement suivant le choix de L pour la configuration A et le cycle A

La diminution de la part de l'investissement initial sur le TCO est plus modérée car la taille de la batterie a presque doublé entre 4500 et 8000 heures de fonctionnement. L'augmentation



de la taille de la PAC est plus faible.

Figure 6.11 – Evolution du TCO horaire et du coût initial du HPSS en fonction de la durée de vie machine L avec la configuration rechargeable

Enfin par rapport à la configuration A, l'architecture plug-in reste toujours plus intéressante globalement, l'écart sur le TCO augmentant avec L. En contrepartie, alors que la configuration D nécessite un investissement initial supplémentaire de  $200 \in$  par rapport à la configuration A pour une durée de vie de 4500 heures, cet écart atteint  $1400 \in$  et  $1600 \in$  pour respectivement 6000 et 8000 heures de fonctionnement.

La figure 6.11 montre un léger saut du coût initial autour de 6 000 heures de fonctionnement. Cette fluctuation est liée à un saut dans le choix du dimensionnement optimal, c'est-à-dire qu'il est nécessaire d'utiliser un dimensionnement supérieur afin de répondre aux contraintes énergétiques et contraintes de vieillissement ce qui peut induire un surcoût localement.

# 6.5 Impact des modèles de comportement

# 6.5.1 Vieillissement des batteries

Plusieurs études de véhicules hybrides électriques ont fait l'objet de dimensionnement sans prendre en compte la dégradation des éléments de stockage. L'ajout d'une contrainte de vieillissement va permettre de garantir le respect du cahier des charges même après un grand nombre de cycles.

L'impact du modèle de vieillissement de la batterie pour les configurations A et D sont étudiées dans cette section. Deux modèles sont proposés, l'un comportant uniquement des contraintes énergétiques et de puissance, l'autre comportant en plus une contrainte de limitation de la dégradation de la batterie. A partir des résultats obtenus sur le dimensionnement et la stratégie de gestion d'énergie, on peut alors estimer la durée de vie théorique de la batterie LFP. Les données du test, communes aux deux modèles pour la configuration A et D sont présentées dans le tableau suivant :

$\mathbf{L}$	Cycle	$\mathbf{P}_{\mathbf{moy}}$	$\mathbf{P_{cycle}^{min}}$	$\mathbf{P}_{\mathrm{cycle}}^{\mathrm{max}}$	Fonction coût	$c_{H2}$	$\mathbf{c}_{\mathbf{elec}}$
$6000\mathrm{h}$	А	$15\mathrm{kW}$	$-30\mathrm{kW}$	$60\mathrm{kW}$	Moyen	7,5€/kg	$0,\!15 { \ensuremath{\in}} / { \ensuremath{\mathrm{kWh}}}$

Les résultats représentant l'impact du vieillissement de la batterie LFP sur l'optimisation du HPSS pour les configurations A et D sont présentés dans le tableau 6.14 et sur la figure 6.12.

	Configuration A		Configu	ation D	
Vieillissement	Sans	Avec	Sans	Avec	
$P_{pac}^{max}$	$16,0\mathrm{kW}$	$18,4\mathrm{kW}$	$15,8\mathrm{kW}$	$16,4\mathrm{kW}$	
$N_{batt}$	$1064\mathrm{cellules}$	$1748\mathrm{cellules}$	$1064\mathrm{cellules}$	$2204\mathrm{cellules}$	
$\dot{m}_{H2}$	$0,\!830\mathrm{kg/h}$	$0{,}804\rm kg/h$	$0,793\mathrm{kg/h}$	$0,736\mathrm{kg/h}$	
$E_{elec}$	-	-	$5{,}18\rm kWh/charge$	$10,73\mathrm{kWh/charge}$	
$J_{TCO}$	71 149€	75601€	70 431€	74699€	
Durée de vie estimée de la batterie LFP	$3450\mathrm{h}$	$6000\mathrm{h}$	$3250\mathrm{h}$	$6000\mathrm{h}$	
Diff TCO +6		3 %	+6,1%		
Diff coût initial	+18%		+20,5%		

Tableau 6.14 – Impact du vieillissement de la batterie LFP pour les configurations A et D

Le modèle de vieillissement a un impact majeur sur le dimensionnement des composants puisque le coût initial du HPSS augmente de près de 20 % afin de répondre à la contrainte de 6 000 heures de fonctionnement. Sans l'intégration de cette contrainte, la batterie aurait une durée de vie pour les configurations A et D de respectivement 3 450 heures et 3 250 heures, bien inférieure aux 6 000 heures ciblées.

Le TCO subit une augmentation de seulement 6 % dans les deux configurations. En effet, le surcoût initial est compensé par une diminution de la consommation d'hydrogène liée à une limitation des pertes dans la batterie car le taux de courant est réduit.

# 6.5.2 Vieillissement des supercondensateurs

Les conditions environnementales telles que la température ambiante jouent un rôle important dans le phénomène de vieillissement des supercondensateurs. De plus les courants importants traversant la cellule augmentent les risques d'échauffement et de dégradation prématurée des composants. Pour une machine de type excavatrice, les conditions extérieures peuvent varier



# Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Simulation et analyse

Figure 6.12 – Répartition des coûts du HPSS liés au modèle de vieillissement de la batterie LFP

dans une plage très large de fonctionnement, les températures étant comprises entre  $-40^{\circ}$ C à  $+60^{\circ}$ C.

Bien que le dimensionnement du pack de supercondensateurs soit réalisé en prenant en compte une température ambiante moyenne fixée à  $\theta_a=20^{\circ}$ C, il faut pousser l'analyse sur les répercussions économiques et techniques de ces choix dans le cahier des charges. Pour cela, une série d'optimisation est menée prenant en considération la température ambiante comme variable.

Dans un premier temps, des tests de dimensionnement optimal sont réalisés pour des températures ambiantes comprises entre 0°C et +50°C (les cas en dessous de 0°C sont rares et les caractéristiques des composants ne permettent pas de considérer un dimensionnement optimal). Les résultats de dimensionnement suivant la température ambiante  $\theta_a$  imposée à l'entrée d'air du pack de supercondensateurs sont présentés dans le tableau 6.15 :

	$0^{\circ}C$	$10^{\circ}\mathrm{C}$	$20^{\circ}C$	$30^{\circ}C$	$40^{\circ}C$	$50^{\circ}C$
$P_{pac}^{max}$	$17,8\mathrm{kW}$	$17,8\mathrm{kW}$	$17,8\mathrm{kW}$	$17,4\mathrm{kW}$	$19,8\mathrm{kW}$	$19,4\mathrm{kW}$
$N_{sc}$	90 cellules	90 cellules	90 cellules	120 cellules	120 cellules	180 cellules
$J_{TCO}$	78 689€	78 689€	78 697€	80 344€	81 423€	85 206€

Tableau 6.15 – Optimisation de la configuration B suivant différentes températures ambiantes

Jusqu'à 20°C, la contrainte de vieillissement n'intervient pas dans le dimensionnement du HPSS car la limite de dégradation n'est pas atteinte, la température maximale de la cellule ne dépasse pas la valeur seuil de 38°C au-delà de laquelle le modèle de dégradation aura une influence sur la stratégie de commande et le dimensionnement du système. Au-delà de 20°C, le dimensionnement est grandement impacté et la stratégie de gestion d'énergie est adaptée.
Le TCO augmente de 8,3% afin de réduire les sollicitations du pack de supercondensateurs. Globalement, la taille de la pile à combustible subit une augmentation atteignant 10% tandis que le nombre de supercondensateurs peut être doublé ce qui entraîne une hausse du coût initial de l'ordre de 20%.

Ensuite quatre dimensionnements sont considérés. Il s'agit des dimensionnements où les températures sont comprises entre 20°C et 50°C. A partir de ces dimensionnements, toute la plage de température est analysée et la valeur du TCO obtenue est comparée à l'optimum global. Les résultats de la dispersion des stratégies de gestion d'énergie sont présentés dans le tableau 6.16. Le paramètre  $\delta_{TCO}$  définit l'écart relatif entre le TCO obtenu et l'optimum global, quelles que soient les conditions de température (ici, l'optimum global vaut 78 869 $\in$  lorsque  $\theta_a=0^{\circ}$ C ou 10°C).

Dimensionnement à $20^{\circ}$ C : $P_{pac}^{max} = 17.8$ kW, $N_{sc} = 90$ cellules						
$\theta_a$	$20^{\circ}\mathrm{C}$	$30^{\circ}\mathrm{C}$	$30^{\circ}$ C $40^{\circ}$ C $50^{\circ}$ C			
$J_{TCO}$	78 697€		Non respect			
$\delta_{TCO}$	0%	du Cał	nier des Charge	es $(CdC)$		
Dimensionne	ement à $30^{\circ}C$ :	$P_{pac}^{max}=17,4\mathrm{kV}$	$N, N_{sc} = 120 \text{ cel}$	llules		
$\theta_a$	$20^{\circ}\mathrm{C}$	$30^{\circ}\mathrm{C}$	$40^{\circ}\mathrm{C}$	$50^{\circ}\mathrm{C}$		
$J_{TCO}$	80 344€	80 344€	Non	respect		
$\delta_{TCO}$	$2{,}1\%$	$2{,}1\%$	du	CdC		
Dimensionne	ement à $20^{\circ}$ C :	$P_{pac}^{max}=19.8\mathrm{kV}$	$N, N_{sc} = 120 \text{ cel}$	llules		
$\theta_a$	$20^{\circ}\mathrm{C}$	$30^{\circ}\mathrm{C}$	$40^{\circ}\mathrm{C}$	$50^{\circ}\mathrm{C}$		
$J_{TCO}$						
100	81 167€	81 167€	81 423€	Non respect		
$\delta_{TCO}$	81 167€ 3,1 %	81 167€ 3,1 %	81 423€ 3,5 %	Non respect du CdC		
$\delta_{TCO}$	$81167 \in$ $3,1\%$ ement à 20°C :	81 167€ 3,1 % P <sub>pac</sub> =19,4 kV	81 423€ 3,5 % $N, N_{sc} = 180 \text{ cel}$	Non respect du CdC llules		
$\frac{\delta_{TCO}}{\text{Dimensionne}}$	81 167€ 3,1 % ement à 20°C : 20°C	81 167€ 3,1 % <i>P<sub>pac</sub></i> =19,4 kV 30°C	81 423€ 3,5 % N, N <sub>sc</sub> =180 cel 40°C	Non respect du CdC llules 50°C		
$\frac{\delta_{TCO}}{\text{Dimensionne}}$ $\frac{\theta_a}{J_{TCO}}$	81 167€ 3,1 % ement à 20°C : 20°C 84 723€	81 167€ 3,1% P <sub>pac</sub> <sup>max</sup> =19,4 kV 30°C 84 723€	81 423€ 3,5 % W, N <sub>sc</sub> =180 cel 40°C 84 723€	Non respect du CdC llules 50°C 85 206€		

Tableau 6.16 – Résultats o	le différentes	combinaisons	de dimensionne	ement suivant	t la tempé	érature
ambiante						

La principale observation est que les dimensionnements à basse température ne permettent pas de passer le cycle à plus haute température. Seul le dimensionnement à 50°C permet d'assurer le fonctionnement sur toute la plage de température étudiée.

Enfin, une dernière caractéristique à prendre en compte est l'évolution de la valeur de la résistance interne  $R_{esr}$  au cours de la vie de la cellule. En se dégradant, la résistance augmente

jusqu'à atteindre une valeur deux fois supérieure à la valeur initiale. Cette modification aura un effet direct sur l'échauffement de la cellule et donc sur le dimensionnement du pack. De la même façon, une étude de dispersion est réalisée afin d'obtenir le dimensionnement qui aura le plus faible impact sur la stratégie de gestion d'énergie et le coût d'exploitation du HPSS. On évalue l'impact du choix de la valeur de la résistance sur le coût global. Prendre une valeur de résistance correspondant à un état de santé (SoH) nul représente le pire cas, tandis qu'un SoH de 100 % représente le cas le plus favorable. Les simulations sont réalisées à la température ambiante  $\theta_a=20^{\circ}$ C.

Les résultats dans le tableau 6.17 montrent l'impact de la valeur de la résistance équivalente au cours de sa dégradation pour le dimensionnement et la gestion d'énergie optimale du HPSS.

SoH	<b>100</b> %	${f 50}\%$	0%
$R_{esr}(SoH)$	$R_{esr}^0$	$1.5 \cdot R_{esr}^0$	$2 \cdot R_{esr}^0$
$P_{pac}^{max}$	$17,8\mathrm{kW}$	$17,8\mathrm{kW}$	$18,0\mathrm{kW}$
$N_{sc}$	$90\mathrm{cellules}$	90 cellules	$90\mathrm{cellules}$
$\dot{m}_{H2}$	$0{,}862\mathrm{kg/h}$	$0{,}868\mathrm{kg/h}$	$0{,}870\mathrm{kg/h}$
$J_{TCO}$	78 697€	78975€	79 259€

Tableau 6.17 – Résultats de dimensionnement du HPSS en fonction de l'état de santé du pack de supercondensateurs pour la configuration B

De la même manière que précédemment, le dimensionnement est imposé et des optimisations sont réalisées afin de déterminer une commande optimale pour minimiser le TCO. L'écart relatif entre la valeur de la fonction objectif obtenue et l'optimum global aux meilleures conditions est évalué et rapporté à une valeur moyenne permettant d'estimer l'écart moyen pour le dimensionnement proposé.



Figure 6.13 – Evolution du TCO en fonction de l'état de santé de la batterie pour différentes valeurs de résistance

Pour les deux dimensionnements étudiés correspondant à l'optimum pour un SoH = 100%

et SoH = 0%, l'écart moyen est identique. En début de vie, le premier dimensionnement est plus avantageux tandis que le second est meilleur sur la fin de vie du pack de supercondensateurs. Toutefois l'impact reste très limité, quel que soit le scénario utilisé. Ainsi, l'optimisation du HPSS en prenant en compte les caractéristiques du composant dans le meilleur cas ou dans le pire cas aura peu d'influence sur la solution obtenue.

#### 6.5.3 Remplacement des systèmes de stockage

Le dimensionnement du HPSS dépend essentiellement de la durée de vie machine. Or ce paramètre est contraint par le cahier des charges. Afin de limiter le coût initial du HPSS et proposer une machine financièrement attractive tout en limitant les coûts d'exploitation, une solution consiste à diminuer la durée de vie des composants en proposant un remplacement à intervalles réguliers au cours de la durée de vie machine.

On propose d'étudier ici cette solution pour la batterie LFP dans la configuration hybride standard (configuration A) et hybride rechargeable (configuration D). Pour cela, lorsque la batterie LFP est remplacée une fois au cours de la durée de vie théorique de la machine, la contrainte de dégradation est limitée à la demie-vie théorique de la machine. En fonction du nombre de remplacements étudié dans le problème, le coût de remplacement de la batterie est représenté par un coût additionnel dans la fonction de coût. Le remplacement de la batterie entre dans le coût d'exploitation (maintenance) du HPSS. Les résultats sont présentés sur la figure 6.14 et dans le tableau 6.18.



Figure 6.14 – Evolution du TCO et du coût initial en fonction du nombre de batteries LFP à remplacer

Au-delà de 1 remplacement de batterie, le dimensionnement n'est pas modifié, quelle que soit la configuration du HPSS. Bien que le TCO augmente de l'ordre de 1 % lorsqu'on remplace la batterie, l'investissement initial diminue de 15 à 17 % par rapport au dimensionnement initial. De ce fait, le remplacement de la batterie permet d'obtenir une machine moins coûteuse à

	Configu	ration A	Configur	ration D
Remplacement batterie LFP	0	1	0	1
Durée de vie batterie LFP	$6000\mathrm{h}$	$3000\mathrm{h}$	$6000\mathrm{h}$	$3000\mathrm{h}$
$P_{pac}^{max}$	$18,4\mathrm{kW}$	$16,0\mathrm{kW}$	$16,4\mathrm{kW}$	$15,8\mathrm{kW}$
$N_{batt}$	$1748\mathrm{cellules}$	$1064\mathrm{cellules}$	$2204\mathrm{cellules}$	$1064\mathrm{cellules}$
$\dot{m}_{H2}$	$0{,}804\rm kg/h$	$0{,}831\rm kg/h$	$0,736\mathrm{kg/h}$	$0,793\mathrm{kg/h}$
$E_{elec}$	-	-	$10{,}73\rm kWh/charge$	$5{,}18\rm kWh/charge$
$J_{TCO}$	75 601€	76 423€	74 699€	75 698€
Part $J_1/J_{TCO}$	46%	38%	48%	39%

Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Simulation et analyse

Tableau6.18 – Résultats de dimensionnement du HPSS en fonction du nombre de remplacement de la batterie LFP pour les configurations A et D

l'achat mais le changement de la batterie nécessite un surcoût de 5267€ après 3000 heures de fonctionnement.

# 6.6 Etude de sensibilité sur les coûts des composants et coûts énergétiques

Les machines sont conçues pour fonctionner pendant plusieurs années et on doit limiter leur coût d'exploitation, quelle que soit l'évolution des coûts énergétique et le coût des composants à venir. Cette étude met en avant l'impact des choix effectués sur les prévisions de coût pour le dimensionnement du HPSS dans la configuration D.

#### 6.6.1 Impact du coût de l'hydrogène

Tout comme les carburants fossiles, le coût de l'hydrogène est soumis à la politique de l'offre et de la demande. L'utilisation d'hydrogène reste encore marginale mais représente un marché potentiel très important pour l'automobile. En France, la quantité d'hydrogène produit et consommé annuellement atteint 920 000 tonnes (source : La lettre de l'I-tésé - 2011). La consommation d'hydrogène se partage à parts égales entre le secteur du raffinage et de la chimie. Cet hydrogène est produit principalement à partir de gaz naturel par le procédé de vaporeformage ou de pétrole par reformage catalytique. Ce type de procédé induit un rejet de dioxyde de carbone durant la production (de l'ordre de 10 tonnes de  $CO_2$  par tonne d'hydrogène produit). Le procédé électrolytique ne représente qu'environ 1 % de la production totale. En exploitant le mix énergétique français et le procédé d'électrolyse alcalin, les émissions sont réduites jusqu'à 0,3 tonnes de  $CO_2$  par tonne d'hydrogène. Toutefois cette technologie souffre d'un coût de

production bien supérieur au procédé classique (rendement plus faible et recours aux énergies renouvelables plus chères que les énergies fossiles).

Le coût de l'hydrogène dans les années à venir sera un consensus entre le développement de procédés technologiques moins polluants et moins dépendants des énergies fossiles. D'après l'étude menée par [McKinsey et Company, 2010], les projections de coût optimistes visent un coût d'approvisionnement de l'ordre de  $4,5 \in /kg$  tandis que les prévisions les plus pessimistes annoncent des coûts de l'ordre de  $10 \in /kg$ . A partir de cette plage de valeurs, des simulations sont réalisées afin d'obtenir le dimensionnement optimal suivant le coût d'hydrogène pratiqué. Les résultats montrés sur la figure 6.15 sont rapportés à la référence de  $7,5 \in /kg$  en étudiant la configuration D (hybride rechargeable).



Figure 6.15 – Evolution du TCO et du coût initial en fonction du coût de l'hydrogène

Le coût initial du HPSS varie peu pour les valeurs extrêmes considérées. La consommation d'hydrogène reste stable, donc le TCO augmente de façon linéaire comme le coût de l'hydrogène. Alors que la part d'hydrogène ne représente que 33 % du TCO dans le cas optimiste, ce coût atteint 52 % dans le cas défavorable. L'évolution cumulée des différents coûts du HPSS est présentée sur la figure 6.16.

#### 6.6.2 Impact du coût de l'énergie électrique

Bien que l'énergie électrique produite sur le réseau EDF soit la plus compétitive d'Europe, de récents accords et les futurs projets sur la transition énergétique tendent à montrer une forte augmentation du coût de vente de l'énergie électrique d'ici les prochaines années. La fourchette s'établit entre  $0,15 \in /kWh$  actuellement jusqu'à  $0,3 \in /kWh$  selon les projections de certains organismes (Commission de Régulation de l'Énergie). La valeur haute est déjà observée dans certains pays d'Europe.

De la même façon que dans le cas précédent, des simulations sont réalisées pour des coûts



#### Dimensionnement global et optimisation de la commande d'une mini-excavatrice hybride électrique - Simulation et analyse

Figure 6.16 – Evolution des coûts cumulés du HPSS en fonction du coût de l'hydrogène pour la configuration D

de l'énergie électrique variant entre  $0,15 \in /kWh$  et  $0,3 \in /kWh$  dans la configuration D. L'impact de ce paramètre sur le TCO est présenté sur la figure 6.17. Les fluctuations sur la différence de coût initial sont liées aux sauts de dimensionnement discontinu. Afin de limiter les coûts d'exploitation, un dimensionnement induisant des coûts supérieurs est alors recherché.



Figure 6.17 – Evolution du TCO et du coût initial en fonction du coût de l'énergie électrique

L'énergie électrique ne représente que 1,6 à 2,4% du coût total du véhicule. Lorsque les coûts de l'énergie électrique sont élevés, le dimensionnement proposé va restreindre la taille de la batterie au profit de la pile à combustible. Toutefois, la différence de coût n'excède pas 1,4% sur l'ensemble des valeurs étudiées.

#### 6.6.3 Impact du coût des composants

Tout comme les coûts énergétiques, l'amélioration des procédés de fabrication et la démocratisation du marché des véhicules à pile à combustible amèneront les fabricants de composants à

163

proposer des systèmes dont le coût d'achat sera plus compétitif.

Il existe une incertitude quant à l'évolution du marché des composants liée à deux facteurs contradictoires :

- La démocratisation de la technologie et des procédés de fabrication qui vont rendre le coût des produits plus abordable,
- L'évolution du coût des matières premières liée au marché mondial (platine pour les piles à combustible, lithium pour les batteries).

Plusieurs scénarios sont étudiés afin d'évaluer l'impact du coût des composants. Dans le scénario dit optimiste, les composants ont des coûts 10% inférieurs à la référence initiale. Dans le cas pessimiste, les coûts sont 10% supérieurs. Ces fonctions de coût optimistes et pessimistes sont présentées dans le chapitre 5 sur les figures 5.1, 5.2 et 5.3. Les résultats de dimensionnement des 9 cas étudiés sont regroupés dans le tableau 6.19.

Globalement malgré une variation de l'ordre de 10% du coût de l'un des deux composants ou de l'ensemble des composants par rapport à la solution de référence, le TCO varie de moins de 5%. Cela s'explique par le fait que le coût initial intervient dans seulement 50% du TCO. Quel que soit le coût utilisé pour les composants, la stratégie de gestion d'énergie varie peu. Le dimensionnement de la PAC varie de 13% suivant le scénario choisi et il est de l'ordre de 17%pour le dimensionnement de la batterie. Le TCO varie quant à lui de 9,4% entre le meilleur cas et le pire cas.

Scénario		Dmax	N.	Inco	δInco	δΤ.
PAC	BATT	⊥ pac	±∎batt	JTCO	0 <b>J</b> TCO	031
		$16,4\mathrm{kW}$	$2204\mathrm{cellules}$	71 175€	-5%	-10%
		$16,8\mathrm{kW}$	$2128\mathrm{cellules}$	72237€	-3,3%	-7,1%
		$16,0\mathrm{kW}$	$2280\mathrm{cellules}$	73435€	-1,7%	-3,4%
		$15,\!4\mathrm{kW}$	$2356\mathrm{cellules}$	73 560€	-1,5%	$-3,\!3\%$
		$16,4\mathrm{kW}$	$2204\mathrm{cellules}$	<b>74 699€</b>	<b>0</b> %	<b>0</b> %
		$17,2\mathrm{kW}$	$2052\mathrm{cellules}$	75 750€	$1{,}4\%$	$2{,}4\%$
		$15,0\mathrm{kW}$	$2432\mathrm{cellules}$	75 898€	$1{,}6\%$	$_{3,2\%}$
		$15,\!4\mathrm{kW}$	$2356\mathrm{cellules}$	77 081€	$_{3,2\%}$	6,5%
		$16,8\mathrm{kW}$	$2128\mathrm{cellules}$	78 216€	5%	10%

Tableau 6.19 – Dimensionnement et TCO du HPSS pour différents scénarios de coûts

Au travers de ces différents résultats, on se rend compte que le dimensionnement et la stratégie de gestion d'énergie optimale d'un système de propulsion sont essentiellement liés aux conditions extérieures et aux paramètres choisis. Ces paramètres sont souvent des projections de coûts ou des estimations. Les simulations réalisées dans cette section montrent que malgré la plage d'incertitude de ces paramètres, les différentes solutions restent relativement proches et que plusieurs dimensionnements peuvent être proposés avec des résultats quasi similaires malgré des conditions de fonctionnement différentes.

# 6.7 Perspectives d'amélioration des modèles

La représentation sous forme combinatoire d'un problème d'optimisation initialement non linéaire pour le dimensionnement et la gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique conduit à un problème linéaire en nombres entiers. Cette approche originale a nécessité l'utilisation d'approximations sur les modèles originaux afin de rendre le problème résoluble. Grâce à l'utilisation de lois de vieillissement pour les systèmes de stockage d'énergie, le problème a été résolu d'un point de vue global en tenant compte des problématiques de durée de vie et de dégradation des composants.

Plusieurs axes d'amélioration des modèles peuvent être envisagés. Tout d'abord, l'implémentation de lois de dégradation pour la pile à combustible. Ce composant est lui aussi sensible au vieillissement. Actuellement les piles de type PEMFC ont des durées de vie de l'ordre de 5000 heures de fonctionnement. A partir des récents travaux produits par ([da Fonseca, 2013], [Lechartier *et al.*, 2014], [Robin *et al.*, 2013]) et de relations de similitude, une loi de vieillissement générique pourrait être implémentée pour le dimensionnement de la pile à combustible.

L'exploitation de composants de stockage différents tels que les batteries plomb-acide nécessite de réviser la formulation du problème pour pouvoir exprimer le problème en fonction de la tension batterie qui, pour cette technologie, varierait fortement en fonction de l'énergie stockée.

Il en est de même pour les solutions intégrant des supercondensateurs. Ainsi, il semble nécessaire de réfléchir sur un modèle plus fidèle afin que le comportement modélisé soit plus proche des véritables conditions de fonctionnement des composants.

Dans les différents modèles présentés, le nombre de points de discrétisation de la commande de la pile était fixé. De ce fait, pour deux dimensionnements différents, le pas de discrétisation était différent. Cette méthode avait l'avantage de permettre la comparaison sur des modèles de même taille au détriment de la qualité et de la précision des solutions. Une amélioration à envisager consisterait à créer des problèmes ayant la même précision pour la variable de commande.

Grâce à la discrétisation du dimensionnement, plusieurs technologies voire plusieurs architectures hybrides peuvent être comparées en parallèle dans le cadre d'un même problème. Chaque architecture peut disposer de son propre modèle. La seule limite concerne le nombre de combinaisons à modéliser et le temps de calcul (ainsi que l'espace mémoire) nécessaire. Toutefois, pour des modèles plus complexes et plus complets, les limites de la programmation linéaire en nombres entiers sont vite atteintes. L'optimisation convexe combinée à une discrétisation par Branch & Bound (et les techniques de coupe associées) semble être une voie prometteuse dans la lignée des travaux réalisés par [Pourabdollah *et al.*, 2014].

# 6.8 Conclusion

Alors que les chapitres 3 à 5 se sont focalisés sur la description du cas d'étude et la formulation du problème d'optimisation, le chapitre 6 s'est attaché à analyser des cas d'optimisation selon différentes conditions de fonctionnement et spécification du cahier des charges. Cette étude a montré que les résultats d'optimisation sont très dépendants des données implémentées, lesquelles sont sujettes à des incertitudes liées aux conditions de l'application. Cependant, malgré des conditions de fonctionnement qui évoluent au cours de la vie de la machine (dégradation interne des composants de stockage), les résultats varient peu et l'optimisation des systèmes dans le pire cas n'est pas nécessaire.

Enfin, dans l'objectif de rendre cette méthode exploitable sur des cas d'étude plus large, nous avons suggéré d'améliorer les modèles existants. Cela nécessite aussi de faire évoluer la formulation du problème linéaire en nombres entiers.

Le cycle de mission étant une composante essentielle dans l'optimisation du HPSS, on se propose d'étudier dans le chapitre suivant le cycle de travail de l'utilisateur dans l'objectif de proposer des trajectoires d'actionnement moins consommatrices d'énergie et ainsi revoir le dimensionnement initial du HPSS.

# CHAPITRE 7

# Extension de la méthode à un problème couplé dimensionnement/optimisation de trajectoires d'un système multi-actionneur

#### Sommaire

7.1	Intr	oduction $\ldots \ldots 168$
7.2	Brei	f état de l'art des méthodes d'optimisation et des applications
	pou	r la planification de trajectoires
7.3	Des	cription de l'étude
7.4	Form	nulation du problème original
	7.4.1	Choix de la variable de commande
	7.4.2	Formulation des trajectoires transitoires
	7.4.3	Fonction coût
	7.4.4	Contraintes
	7.4.5	Problème global
7.5	Défi	nition du repère de l'étude et du cycle de mission étudié 178
	7.5.1	Modèle géométrique
7.6	Pro	blématique des modèles uniques
	7.6.1	Modèle temporel
	7.6.2	Modèle spatial
7.7	Mod	lèle hybride discret
	7.7.1	Modèle pour un seul actionneur $i$ et une seule sous-trajectoire $j$ 182

	7.7.2	Modèle pour un actionneur $i$ et $m$ sous-trajectoires
	7.7.3	Modèle pour $n$ actionneurs et $m$ sous-trajectoires
7.8	Rési	ultats de simulation et analyse 188
	7.8.1	Paramètre de simulation
	7.8.2	Analyse du cycle optimisé
	7.8.3	Perspectives d'amélioration des modèles et intégration du dimensionne-
		ment
7.9	Con	clusion

L ES conducteurs ont aujourd'hui pris conscience de l'impact du comportement de leur conduite sur la consommation d'énergie de leur véhicule. Ce chapitre vise à aborder une nouvelle méthode pour le dimensionnement d'actionneurs et la planification de trajectoire en vue d'améliorer les performances énergétiques de la mini-excavatrice hybride électrique. Contrairement aux problèmes abordés précédemment la trajectoire à suivre n'est plus entièrement connue et doit être optimisée, au moins partiellement.

## 7.1 Introduction

Dans ce type de problème, l'objectif est de déterminer les paramètres de dimensionnement des actionneurs q et la commande v(t) associée à chaque actionneur dans l'objectif d'optimiser un critère global, ces actionneurs étant soumis à une action extérieure notée r(t). Le problème, nommé (P) est alors écrit sous la forme suivante.

$$(P) \begin{cases} \min_{q,v} \quad J = w_d \cdot f_d(q) + w_c \cdot \int_{t_0}^T f_c(v(t), a(t), r(t), s(t)) \, dt \\ \text{st} \quad d(q) \le 0 \\ e(q) = 0 \\ \min_v \quad \int_{t_0}^T f_c(v(t), a(t), r(t), t, q) \, dt \\ \text{avec} \quad a(t) = g(v(t), s(t), r(t), t, q) \\ a(t) = \frac{dv}{dt} \quad ; \quad v(t) = \frac{ds}{dt} \\ s(t_0) = s_0 \quad ; \quad s(T) = s_T \\ v(t_0) = v_0 \quad ; \quad v(T) = v_T \end{cases}$$
(7.1)

où J est une fonction coût représentant un ensemble de critères dépendant du dimensionnement du système multi-actionneurs et des conséquences de la commande optimale de ces actionneurs. Habituellement, le problème de commande vise à minimiser un critère lié à la consommation énergétique, au temps accordé à la réalisation de la trajectoire ou au degré de confort recherché. Ce critère peut comprendre une seule fonction coût ou un ensemble de coûts de natures différentes. Pour cela, des coefficients de pondération  $w_c$  sont appliqués. Pour le problème de dimensionnement, des critères liés au coût du système sont généralement utilisés. La fonction de coût liée à l'optimisation de la trajectoire dépend de la dynamique du système à suivre (position s(t), vitesse v(t) à déterminer, et son accélération a(t)). Enfin des conditions limites définissent le périmètre de l'étude et les conditions terminales du problème. Sur un problème d'optimisation où le temps et les positions terminales sont contraintes, la commande vdevient une contrainte intégrale supplémentaire.

Pour la suite du chapitre, on s'appliquera à développer le modèle combinatoire pour un dimensionnement fixé. Toutefois, le principe du problème couplé reste le même : la plage de dimensionnement des actionneurs est également discrétisée. Le choix du dimensionnement aura un impact sur les performances de l'actionneur du fait que les caractéristiques physiques et technologiques de l'actionneur sont modifiées. Pour rendre compte de cette évolution, des lois d'échelle [Budinger, 2014] sont utilisées. Par exemple, le paramètre de dimensionnement peut être le couple maximal délivré par le moteur de l'actionneur électromécanique ou le rapport de transformation du réducteur à engrenages tel que présenté dans l'annexe D.

Malgré la recherche d'optimalité d'une architecture de propulsion hybride, c'est le comportement de l'utilisateur qui définira en majeure partie les performances énergétiques du système à partir d'un cycle [Kuriyama *et al.*, 2010]. Dans le domaine de la conduite, la recherche du comportement utilisateur visant à consommer moins d'énergie pour réaliser un trajet entre deux points s'appelle l'éco-conduite. D'après les travaux réalisés par [Mensing, 2013] et [Dib *et al.*, 2014] dans le cas d'un véhicule automobile, les gains de consommation sont supérieurs à 10 % entre un comportement de conducteur normal et un comportement économe pour un même itinéraire.

L'objectif visé au travers de ce chapitre est de résoudre un problème de planification de trajectoire optimale pour un système multi-actionneur. Dans le cas de l'application étudiée, il s'agit donc de déterminer la trajectoire optimale et le dimensionnement optimal des actionneurs permettant de réaliser un cycle spécifique dans le but de minimiser la consommation d'énergie. Pour cela, il faut transcrire le problème d'optimisation et utiliser une méthode d'optimisation adaptée. La section suivante présente plusieurs cas d'étude pour l'optimisation de trajectoires ainsi que différentes méthodes utilisées. Ces différents problèmes sont classés suivant leur domaine d'application et ont chacun leurs spécificités : la robotique, l'aéronautique, l'automobile et le ferroviaire.

# 7.2 Bref état de l'art des méthodes d'optimisation et des applications pour la planification de trajectoires

La planification de trajectoires se trouve être un enjeu important lorsqu'on souhaite améliorer les performances de la machine en laissant un degré de liberté sur la trajectoire à suivre, c'est-àdire sur le cahier des charges associé à la mission. De nombreuses études sont menées dans quatre grands domaines : la robotique, le transport ferroviaire, le transport aérien et l'automobile. Dans ce qui suit, chaque problématique est décrite avec ses contraintes spécifiques puis quelques méthodes d'optimisation sont présentées.

Le système multi-actionneur de la mini-excavatrice est semblable à un manipulateur robotisé employé dans le domaine de l'industrie. Déjà, dans les années 1980, la recherche de trajectoires optimales faisait l'objet d'études afin de minimiser le coût de la trajectoire pour des robots de manipulation [Shin et McKay, 1986]. La problématique principale concerne la multiplicité des solutions pour un même point final. En effet, sur des robots dits à architecture série, la structure d'actionnement comprend plusieurs actionneurs et l'objectif de la planification de trajectoire est de déterminer la trajectoire de l'outil et celle des actionneurs. Suivant le nombre de degrés de liberté, il existe plusieurs méthodes possibles afin de déterminer la trajectoire de l'outil [Chettibi *et al.*, 2004]. Parmi les méthodes d'optimisation utilisées pour l'optimisation de trajectoire, la programmation dynamique est couramment exploitée [Brand *et al.*, 2010], de même que les algorithmes stochastiques parmi lesquels la technique par colonie de fourmis (Ant Colony Optimization) [Brand *et al.*, 2010], les techniques par Branch & Bound [Piazzi et Visioli, 1997], ou encore la théorie de la commande optimale [Chettibi *et al.*, 2004]. Dans [Verscheure *et al.*, 2009], une approche convexe est exploitée pour résoudre un problème de trajectoire optimale en robotique.

Un autre domaine dans lequel cette problématique fait l'objet de nombreuses recherches est le domaine de l'aéronautique. Actuellement, les phases d'approche des avions en vol sont réalisées manuellement par le biais de consignes de sécurité gérées par le contrôle aérien de l'aéroport. Les avions doivent suivre des couloirs aériens prédéterminés. Pour s'affranchir de cette procédure, [Richards et How, 2002] suggèrent une approche dite en free flight et proposent de générer automatiquement les phases d'approche de tous les avions durant la phase de descente afin de les faire atterrir le plus rapidement possible en consommant le moins de carburant possible. Deux grandes méthodes d'optimisation sont utilisées pour résoudre ce problème : la programmation dynamique et la théorie de la commande optimale. La technique de la programmation dynamique peut être utilisée pour l'optimisation d'une trajectoire dans le plan [Waller *et al.*, 1990, Khardi, 2012] ou dans l'espace [Matsuno et Tsuchiya, 2014]. Dans le cas de la commande optimale, de nombreuses méthodes numériques sont possibles telles que citées dans [von Stryk et Bulirsch, 1992] et [Betts, 1998]. La contrainte majeure intervient lors de la prise en compte du trafic aérien. Les collisions doivent être évitées en limitant les croisements de trajectoire des aéronefs [Fanti *et al.*, 2012, Menon *et al.*, 1999]. La caractéristique principale de ce problème réside dans le nombre de degrés de liberté du contrôle du système (6 degrés de liberté possibles) [Wu *et al.*, 2012] et la prise en compte de la variation de la masse du système en fonction de la loi de commande recherchée [Goh, 2008].

Le domaine automobile a donné lieu à plusieurs études pour améliorer la consommation énergétique des véhicules en cherchant à définir de nouveaux comportements de conduite. Dans la plupart des travaux, le problème ne considère que la dynamique longitudinale du véhicule [Mensing *et al.*, 2011]. Si la trajectoire dans les virages est prise en compte, le problème doit également prendre en compte les effets latéraux [Bayer et Hauser, 2012]. Des contraintes liées à l'environnement telles que la signalisation [De Nunzio *et al.*, 2013], la densité du trafic et les émissions de polluants sont des paramètres à inclure dans les problèmes d'optimisation [Mensing, 2013]. Dans ce domaine, on montre des gains énergétiques supérieurs à 20 % entre une conduite classique et une conduite économique.

L'optimisation de trajectoire est aussi couramment étudiée dans le domaine ferroviaire pour la planification des trains et déterminer les trajectoires les moins consommatrices d'énergie tout en respectant des contraintes sur les horaires et les vitesses [Zhao *et al.*, 2015]. Dès les années 70, ces problématiques étaient soulevées pour définir le tracé optimal d'un tunnel de métro dans le but de minimiser le coût énergétique lors de l'exploitation d'une future ligne [Hoang *et al.*, 1975]. Les premières études d'optimisation de trajectoires prenaient en compte un seul train [Lu *et al.*, 2013], puis le problème avec plusieurs trains sur la même ligne a été considéré en ajoutant des contraintes de trafic telles qu'une signalisation intermittente [Wang *et al.*, 2014]. Les techniques d'optimisation sont le plus souvent basées sur la programmation dynamique [Ko *et al.*, 2004] ou sur la programmation linéaire mixte en nombres entiers [Wang *et al.*, 2011b, Wang *et al.*, 2013b].

Dans la continuité du travail présenté dans les chapitres précédents, nous proposons d'appliquer la technique du Branch & Bound couplée à une formulation linéaire mixte en nombres entiers afin de résoudre le problème d'optimisation de trajectoire d'un système multi-actionneur. Dans un premier temps, le cadre de l'étude est présenté afin de définir le périmètre et les contraintes du problème.

## 7.3 Description de l'étude

La majeure partie du travail réalisé avec une mini-excavatrice consiste à creuser des tranchées en utilisant l'équipement muni de plusieurs actionneurs à l'avant de la machine. Durant cette opération, le travail est décomposé en quatre phases :

• Phase 1 : L'opérateur place le godet à l'entrée de la tranchée,

- Phase 2 : Le godet est actionné pour pénétrer dans le sol de la tranchée. Le godet est replié sur lui-même afin de récupérer la matière,
- Phase 3 : Le godet est sorti de la tranchée. L'opérateur actionne la rotation de la cabine et étend le bras en même temps.
- Phase 4 : Le godet est ouvert au-dessus du lieu de déchargement des gravats. Puis l'engin revient à la position initiale.

Diverses stratégies ont été utilisées afin d'améliorer les trajectoires de travail. Dans les travaux de [Yoshida *et al.*, 2013], le modèle du véhicule prend en compte la résistance du sol. Des expériences ont été menées afin de caractériser les efforts de pénétration du godet dans le sol [Lee et Kim, 2014]. Toutefois, ces modèles sont très complexes et dépendent majoritairement du type de sol travaillé.

Afin de simplifier la problématique de planification de trajectoire, l'étude se focalisera sur des trajectoires partielles. Les phases 1 et 3 sont des trajectoires dites de transition où le godet est dans l'espace et les efforts sur les actionneurs sont faibles (masse de l'équipement + godet rempli). Les deux autres phases sont difficilement modifiables et seront donc inchangées. Enfin, l'approche combinatoire est présentée pour le cas d'un seul dimensionnement. Une généralisation à l'optimisation du dimensionnement est abordée à la section 7.8.3.

Le but de l'étude consiste donc à définir de nouvelles trajectoires transitoires et assurer la continuité avec les trajectoires de travail considérées comme invariables. L'objectif d'optimisation visera la minimisation de la consommation énergétique de l'ensemble des actionneurs.

# 7.4 Formulation du problème original

Le problème est formulé de façon générale. Pour cela, on suppose que l'on cherche à optimiser un ensemble de m sous-trajectoires d'une structure composée de n actionneurs, i étant l'indice de l'actionneur et j l'indice de la sous-trajectoire à optimiser.

#### 7.4.1 Choix de la variable de commande

La trajectoire initiale est issue de données mesurées sur la machine de référence lors d'un cycle de travail (creusement d'une tranchée). Cette trajectoire est définie par deux variables.

$$X = \begin{cases} V_{act}^{i}(t) \\ F_{act}^{i}(t) \end{cases}$$
(7.2)

où  $V_{act}^i$  [m/s] représente la vitesse de l'actionneur *i* sur la trajectoire de référence,  $F_{act}^i$  [F] étant l'effort appliqué sur l'actionneur *i* pendant le cycle de référence. A partir du modèle

inverse de l'actionneur électromécanique développé dans l'annexe A et présenté sur la figure 7.1, l'énergie électrique consommée par l'ensemble des actionneurs sur la trajectoire de référence  $E_{tot}^{ref}$  [J] définie entre  $t_0$  et  $t_f$  est obtenue par la relation suivante :

$$E_{tot}^{ref} = \sum_{i=1}^{n} \int_{t_0}^{t_f} P_{elec}^{ref,i}(F_{act}^i(t), V_{act}^i(t))dt$$
(7.3)

où  $P_{elec}^{ref,i}$  [W] représente la puissance électrique fournie par le moteur de l'actionneur *i* pour le déplacement de la charge  $F_{act}^i$  à la vitesse  $V_{act}^i$ .



Figure 7.1 – Modèle de composant de l'actionneur électromécanique i

A partir d'un modèle de rendement  $\eta_{red} \cdot \eta_{vars}$  [%] et du rapport de transformation  $\alpha$  de l'ensemble réducteur+vis ( $\gamma = 2\pi \cdot p \cdot n_{red}$ ), la vitesse du moteur  $\omega_{ref}^i$  [rad/s] et le couple de charge appliqué au rotor  $C_{mot}^i$  [Nm] est déduit à partir des données d'entrées provenant des mesures :

$$Y = \begin{cases} \omega_{ref}^{i}(t) = \gamma \cdot V_{act}^{i}(t) \\ C_{mot}^{i}(t) = f\left(F_{act}^{i}(t), V_{act}^{i}(t)\right) \end{cases}$$
(7.4)

où f est une fonction complexe permettant d'estimer la valeur du couple de charge de l'ensemble réducteur+vis à partir de la vitesse de sortie de tige et de l'effort appliqué sur le vérin. La position du moteur (et donc de l'actionneur) est obtenue à partir de la vitesse  $\omega_{ref}^i$  et de la position à l'instant initial  $\theta_{ref}^i(t_0)$  [rad].

$$\theta_{ref}^i(\tau) = \theta_{ref}^i(t_0) + \int_{t_0}^{\tau} \omega_{ref}^i(t) dt$$
(7.5)

Enfin, le déplacement linéaire de l'actionneur  $x_{ref}^i$  [m] est calculé à partir de la vitesse de sortie de tige ou en utilisant la relation du ratio de réduction  $\gamma$  avec la position du rotor  $\theta_{ref}^i$ .

$$x_{ref}^{i}(t) = \frac{\theta_{ref}^{i}(t)}{\gamma}$$
(7.6)

Les trajectoires transitoires sont optimisées en contrôlant la vitesse des moteurs de chaque actionneur *i*. Cette variable est notée  $\omega_{mot}^i$  [rad/s].

#### 7.4.2 Formulation des trajectoires transitoires

Les trajectoires sont dites transitoires lorsque l'on considère que les efforts appliqués sur les actionneurs pour la trajectoire de référence ne dépassent pas 15 % de l'effort maximal disponible pour chaque actionneur. Cette condition est valable sur les phases 1 et 3 du cycle de creusement (voir section 7.3). Durant la phase 1, le godet étant placé dans la tranchée, seuls le poids et les efforts d'inertie s'appliquent sur les actionneurs. Dans la phase 3, du transfert de la charge vers le point de déchargement, le poids du godet rempli s'ajoute.

La phase de rotation de la cabine est supposée être identique. De ce fait, seuls les actionneurs de l'équipement sont étudiés. Le problème initialement en 3 dimensions (déplacement des actionneurs sur 2 dimensions + 1 rotation) se rapporte à un problème en 2 dimensions avec uniquement le déplacement des actionneurs dans un plan vertical.

Les instants de début et de fin du cycle de creusement sont notés respectivement  $t_0$  et  $t_f$ . Les instants de début et fin des sous-trajectoires j sont notés respectivement  $t_j$  et  $t'_j$ . Les conditions temporelles des sous-trajectoires j sont définies de la façon suivante :

$$\begin{cases} t_0 \le t_j < t'_j \le t_f & \forall \ j = 1, n \\ t_j < t'_j \le t_{j+1} < t'_{j+1} & \forall \ j = 1, n - 1 \end{cases}$$
(7.7)

Si les actionneurs doivent atteindre un point particulier dans une trajectoire transitoire, alors cette trajectoire est partagée en deux sous-trajectoires j et j + 1 avec la condition suivante :

$$t'_{j} = t_{j+1} \tag{7.8}$$

Cette condition est représentée sur la figure 7.2 par l'ajout du point de passage P sur la trajectoire AB. Ce point de passage est vu comme une contrainte supplémentaire.



Figure 7.2 – Ajout d'une contrainte de passage pour l'optimisation de trajectoire

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf @ [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés

#### 7.4.3 Fonction coût

Le problème d'optimisation de trajectoire consiste à minimiser la consommation d'énergie électrique des actionneurs mis en jeu dans cette étude. La puissance électrique fournie par le moteur électrique de l'actionneur *i* sur la sous-trajectoire *j* à optimiser est notée  $P_{elec,j}^i$  [W]. Cette variable est déduite du produit de la charge appliquée sur l'actionneur  $F_{act}^i$  et de la variable de commande du moteur électrique *i* à déterminer pour la sous-trajectoire *j*. Cette variable représente la vitesse du moteur, notée  $\omega_{mot,j}^i$  [rad/s].

L'objectif consiste donc à minimiser la consommation d'énergie électrique de l'ensemble des actionneurs électromécaniques mis en jeu durant le cycle (excepté le moteur d'orientation de la cabine). Ce critère est noté K. Il dépend de la variable de commande  $\omega_{mot,j}^i$ , de la charge  $F_{act}^i$  appliquée en entrée ainsi que de la vitesse de déplacement de l'actionneur  $V_{act}^i$  dans le cas des sous-trajectoires non modifiables. Sur le cycle global, l'énergie consommée par les n actionneurs est décrite par l'équation suivante :

$$K = \sum_{i=1}^{n} \int_{t_0}^{t_f} P^i_{elec}(\omega^i_{mot,j}(t), F^i_{act}(t), V^i_{act}(t))dt$$
(7.9)

En supposant que le nombre d'actionneurs i et le nombre de sous-trajectoires j à optimiser sont supérieurs à 2, le critère K est décomposé suivant les sous-trajectoires j:

$$K = \sum_{i=1}^{n} \left( \int_{t_0}^{t_1} P_{elec}^{ref,i}(t) dt + \sum_{j=1}^{m} \int_{t_j}^{t_j'} P_{elec,j}^i(F_{act}^i(t), \omega_{mot,j}^i(t)) dt + \sum_{j=1}^{m-1} \int_{t_j'}^{t_{j+1}} P_{elec}^{ref,i}(t) dt + \int_{t_m}^{t_f} P_{elec}^{ref,i}(t) dt \right)$$
(7.10)

où  $P_{elec}^{ref,i}(t)$  [W] représente la puissance fournie par le moteur électrique de l'actionneur sur la trajectoire non modifiable. Les trajectoires comprises entre  $t_0$  et  $t_1$ , entre  $t'_j$  et  $t_{j+1}$  ainsi que entre  $t_m$  et  $t_f$  sont les sous-trajectoires de référence non modifiables. De ce fait, l'énergie électrique consommée par les actionneurs i sur les trajectoires contraintes est constante. La puissance électrique  $P_{elec,j}^i$  dépend de la vitesse du moteur  $\omega_{mot,j}^i$  appliquée durant la sous-trajectoire j. L'énergie sur les différentes trajectoires contraintes est symbolisée par le triplet  $\{\lambda_1^i, \lambda_2^i, \lambda_3^i\}$  tel que :

$$\begin{cases} \lambda_{1}^{i} = \int_{t_{0}}^{t_{1}} P_{elec}^{ref,i}(t) dt \\ \lambda_{2}^{i} = \sum_{j=1}^{m-1} \int_{t_{j}'}^{t_{j+1}} P_{elec}^{ref,i}(t) dt \\ \lambda_{3}^{i} = \int_{t_{m}'}^{t_{f}} P_{elec}^{ref,i}(t) dt \end{cases}$$
(7.11)

\$175\$ Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf  $\hfill \label{eq:product}$  [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés

où  $\lambda_1^i$  représente l'énergie consommée sur la trajectoire non modifiable qui débute à l'instant initial,  $\lambda_2^i$  est l'énergie de toutes les sous-trajectoires non modifiables entre  $t'_j$  et  $t_{j+1}$ . et  $\lambda_3^i$  est l'énergie de la dernière trajectoire non modifiable qui se termine à  $t_f$ . La fonction objectif peut alors se résumer sous la forme suivante :

$$K = \sum_{i=1}^{n} \left( \lambda_{1}^{i} + \lambda_{2}^{i} + \lambda_{3}^{i} + \sum_{j=1}^{m} \int_{t_{j}}^{t_{j}'} P_{elec,j}^{i}(F_{act}^{i}(t), \omega_{mot,j}^{i}(t)) dt \right)$$
(7.12)

#### 7.4.4 Contraintes

La plage de commande de la vitesse du moteur est définie par un certain nombre de contraintes. La vitesse du moteur est restreinte par les limites physiques du moteur électrique définies entre  $\omega_{mot,i}^{min}$  et  $\omega_{mot,i}^{max}$  [rad/s].

$$\omega_{mot,i}^{min} \le \omega_{mot,j}^{i}(t) \le \omega_{mot,i}^{max} \tag{7.13}$$

Afin de limiter les efforts dynamiques liés à l'accélération des masses des différentes pièces de la structure, l'accélération angulaire du moteur est également limitée selon l'équation suivante où  $a_{max}^i$  [rad/s<sup>2</sup>] est un paramètre constant dépendant des caractéristiques du moteur de l'actionneur *i*.

$$\left|\frac{d\omega_{mot,j}^{i}(t)}{dt}\right| \le a_{max}^{i} \tag{7.14}$$

Suivant la charge appliquée sur l'actionneur i, la plage de vitesse exploitée pour minimiser la consommation d'énergie électrique sur les phases transitoires peut être réduite. En effet, il existe une zone de fonctionnement propre aux caractéristiques de chaque moteur électrique telle que le montre la figure 7.3.



Figure 7.3 – Zone de fonctionnement du moteur i et limite de couple suivant la vitesse moteur

 $\label{eq:cette} 176 \\ \mbox{Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf \\ \mbox{$\bigcirc$} [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés \\ \mbox{$\bigcirc$}$ 

Cette zone de fonctionnement dépend essentiellement de la technologie et de la taille du moteur et est caractérisée par une limite de couple au rotor. Il existe deux limites notées  $T_{inf}^i(\omega_{mot,j}^i)$  et  $T_{sup}^i(\omega_{mot,j}^i)$ . Cette caractéristique est généralement fournie par le fabricant du moteur tout comme les paramètres physiques. Pour chaque sous-trajectoire j étudiée, le couple fourni au rotor dépend de la vitesse du moteur  $\omega_{mot,j}^i$  et du couple de charge  $C_{mot}^i(t)$ , lequel est déterminé à partir du modèle inverse de l'actionneur et des grandeurs  $\{F_{act}^i(t), \omega_{mot,j}^i(t)\}$ . Le choix de la variable de commande doit pouvoir répondre à la contrainte suivante :

$$T_{inf}^{i}(\omega_{mot,j}^{i}) \leq C_{mot}^{i}(F_{act}^{i}(t), \omega_{mot,j}^{i}(t)) + f_{i} \cdot \omega_{mot,j}^{i}(t) \leq T_{sup}^{i}(\omega_{mot,j}^{i})$$
(7.15)

où  $f_i$  [Nm/rad.s<sup>-1</sup>] représente les frottements internes du moteur électrique de l'actionneur *i*. Il faut également assurer une continuité entre les sous-trajectoires du cycle, lors du passage d'une sous-trajectoire *j* à une sous-trajectoire non modifiable, et vice-versa. Cette contrainte est assurée par la position angulaire  $\theta^i_{mot,j}(t)$  du moteur *i* d'une sous-trajectoire *j*, laquelle est déterminée de la manière suivante :

$$\theta^{i}_{mot,j}(\tau) = \theta_{mot,j}(t_j) + \int_{t_j}^{\tau} \omega^{i}_{mot,j}(t)dt$$
(7.16)

Les conditions terminales permettant d'assurer la continuité entre les sous-trajectoires transitoires et les sous-trajectoires contraintes, elles s'expriment à l'aide du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \theta^{i}_{mot,j}(t_{j}) = \theta^{i}_{ref}(t_{j}) \\ \theta^{i}_{mot,j}(t'_{j}) = \theta^{i}_{ref}(t'_{j}) \end{cases}$$
(7.17)

#### 7.4.5 Problème global

La minimisation de la consommation d'énergie sur le cycle complet revient à chercher à minimiser la consommation sur l'ensemble des sous-trajectoires j. La consommation d'énergie sur les trajectoires non optimisées est vue comme un offset constant et décrit par un paramètre  $\phi$ . Sur un problème d'optimisation incluant le dimensionnement des actionneurs, ce paramètre varie en fonction du dimensionnement des composants. Le problème global est présenté dans le tableau 7.1.

$$\phi = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{3} \lambda_j^i$$
(7.18)

Extension de la méthode à un problème couplé
dimensionnement/optimisation de trajectoires d'un système
multi-actionneur

Variable	$\omega^{\mathbf{i}}_{\mathbf{mot},\mathbf{j}}(\mathbf{t})$
Objectif	$\min K = \phi + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \int_{t_j}^{t'_j} P^i_{elec,j}(F^i_{act}(t), \omega^{\mathbf{i}}_{\mathbf{mot},\mathbf{j}}(\mathbf{t})) dt$
Expression	$C_{mot}^{i}(\omega_{\text{mot},j}^{i}(\mathbf{t})) = f'\left(F_{act}^{i}(t), \omega_{\text{mot},j}^{i}(\mathbf{t})/\gamma\right)$
Dynamique	$\theta_{mot,j}^{i}(\tau) = \theta_{mot,j}^{i}(t_{j}) + \int_{t_{j}}^{t_{j}} \omega_{\text{mot},j}^{\mathbf{i}}(\mathbf{t}) dt$
Contraintes	$\omega_{mot,i}^{min} \leq \omega_{ ext{mot,j}}^{ ext{i}}( ext{t}) \leq \omega_{mot,i}^{max}$
	$\left \frac{d\omega_{\mathbf{mot},\mathbf{j}}^{\mathbf{i}}(\mathbf{t})}{dt}\right  \le a_{max}^{i}$
	$T_{inf}^{i}(\omega_{\mathbf{mot},\mathbf{j}}^{\mathbf{i}}(\mathbf{t})) \leq C_{mot}^{i}(F_{act}^{i}(t),\omega_{\mathbf{mot},\mathbf{j}}^{\mathbf{i}}(\mathbf{t})) + f_{i} \cdot \omega_{\mathbf{mot},\mathbf{j}}^{\mathbf{i}}(\mathbf{t}) \leq T_{sup}^{i}(\omega_{\mathbf{mot},\mathbf{j}}^{\mathbf{i}}(\mathbf{t}))$
	$\theta^i_{mot,j}(t_j) = \theta^i_{ref}(t_j)$
	$\theta^{i}_{mot,j}(t'_{j}) = \theta^{i}_{ref}(t'_{j})$
	$i = \{1, n\}$
	$j = \{1, m\}$

Tableau 7.1 – Problème d'optimisation original pour la planification de trajectoire d'un système multi-actionneur synchronisé

#### 7.5 Définition du repère de l'étude et du cycle de mission étudié

Afin de retracer la trajectoire du godet dans l'espace de travail, il faut construire le modèle géométrique direct de la structure articulée à partir de la position de chaque actionneur.

#### 7.5.1 Modèle géométrique

Grâce aux données géométriques de chaque composant de l'équipement, le déplacement angulaire  $\theta_{i/i-1}$  de la pièce *i* par rapport à la pièce *i* – 1 au point de pivot est calculé à partir de la position de sortie de tige  $x_i$  de chaque actionneur *i*. La convention de Denavit-Hartenberg permet alors d'évaluer la position du godet dans l'espace de référence [Khalil et Dombre, 2004]. La figure 7.4 représente le modèle géométrique de l'équipement de la mini-excavatrice. L'étude est réalisée en deux dimensions, comme annoncée précédemment, la rotation de la cabine n'étant pas considérée dans cette étude.

La base de référence est définie par le repère  $\{x_0, y_0\}$  en O. Le but de cette conversion géométrique est de connaître la position de la dent du godet G par rapport à ce repère en fonction de la position  $x_i$  des actionneurs *i*. Le modèle géométrique des pièces permet d'obtenir la position angulaire  $\theta_{i-1/i}$  de la pièce *i* par rapport à la pièce i - 1 en fonction de la position  $x_i$  de la tige de l'actionneur. Enfin, la convention de Denavit-Hartenberg permet d'obtenir les coordonnées cartésiennes de la dent du godet en G dans le repère de référence. Cette méthode permet aussi de définir l'espace de travail de la machine, c'est-à-dire toutes les positions possibles de la dent du godet par rapport au repère de la machine.



Figure 7.4 – Représentation des notations géométriques de la structure d'une mini-excavatrice

### 7.6 Problématique des modèles uniques

Une des solutions pour résoudre ce problème d'optimisation consiste à exprimer le profil de mission sous forme d'un système avec un type de variable unique. Dans la suite du problème présenté, deux problèmes sont présentés suivant la variable exprimée : une variable temporelle ou une variable de déplacement.

#### 7.6.1 Modèle temporel

Dans le cas d'une approche par modèle temporel, l'évolution du profil est exprimée en fonction du temps. Ainsi, on cherche le déplacement angulaire optimal du rotor  $\Delta \theta_{mot}(t)$  sur un pas de temps fixé  $\Delta t$ . Le déplacement angulaire optimal à un instant t donné est obtenu en recherchant la commande optimale du moteur  $\omega_{mot}(t)$ .

$$\Delta\theta_{mot}(t) = \omega_{mot}(t) \cdot \Delta t \tag{7.19}$$

Cette approche présente un problème majeur en raison du risque de déviation de la position optimale du godet de l'effort de charge déterminé au niveau de la trajectoire de référence comme présenté sur la figure 7.5. De ce fait, le godet risque de pénétrer dans le sol alors que l'effort de charge ne correspond pas à ce type phénomène. De plus, en exploitant ce type de modèle, il n'est pas possible de modifier la durée de chaque sous-trajectoire j. Il faut alors imposer des points de passage sur la trajectoire optimale et donc ajouter des contraintes ce qui limiterait l'intérêt de l'optimisation. Pour pallier à ce problème, la solution consisterait alors à exploiter un modèle dit spatial. L'objectif étant de réaliser la même trajectoire mais sur une échelle de temps différente.



Figure 7.5 – Exemple de résultat du modèle temporel sur un actionneur pour le cycle complet

#### 7.6.2 Modèle spatial

Dans le modèle dit spatial, le profil de la charge évolue en fonction du déplacement angulaire du rotor. Pour cela, un changement de variable est effectué. La charge est alors exprimée en fonction du déplacement angulaire absolu du rotor noté s. Puis le déplacement total de l'actionneur sur la sous-trajectoire étudiée est discrétisé sur des intervalles de déplacement constant notés  $\Delta d$  [rad]. Le problème consiste alors à chercher l'intervalle de temps optimal  $\Delta T(k)$  [s] par rapport au déplacement angulaire constant  $\Delta d$  et la vitesse optimale du moteur  $\omega_{mot}(k)$  [rad/s] tel que :

$$\Delta T(k) = \frac{\Delta d}{\omega_{mot}(k)} \tag{7.20}$$

En raison de la nature de cette fonction, il n'est pas possible de contrôler le moteur à vitesse nulle. En effet, la trajectoire calculée n'accorde pas la possibilité de maintenir la charge à vitesse nulle. Comme on peut l'observer sur la figure 7.6, la trajectoire optimale suit donc la trajectoire de référence mais à une vitesse différente et sans phase d'arrêt du déplacement.

Le choix d'un modèle à un seul type de variable pour décrire le profil de mission pose donc certains problèmes et limite fortement l'intérêt d'une optimisation de la trajectoire. Les avantages et limites de ces deux approches sont présentés dans le tableau 7.2.

Enfin, un autre problème à considérer concerne la durée de la mission. Bien que la durée totale de l'ensemble des sous-trajectoires optimales doit être égale à la durée des sous-trajectoires de référence, la durée d'une sous-trajectoire optimale peut être différente de celle de la soustrajectoire de référence.



Figure 7.6 – Exemple de résultat du modèle spatial sur un actionneur pour le cycle complet

	Modèle temporel	Modèle spatial
Discrétisation	Pas de temps $\Delta t$	Pas de déplacement $\Delta d$
Expression de la charge	F(t)	F(s)
Commande	Vitesse du moteur	Vitesse du moteur
Contraintes	Position	Temps
Avantages	Possibilité de travailler sur des dynamiques lentes	Le profil est reconstruit indépendamment du temps
Limites	Dérive de la charge dans le temps	Pas de vitesse nulle

Tableau 7.2 – Comparaison du modèle temporel et modèle spatial à variable unique

Afin de résoudre les problèmes intrinsèques à ces deux approches, un modèle hybride combinant à la fois des variables de déplacement et des variables de temps est proposé. C'est l'objet de la section suivante.

# 7.7 Modèle hybride discret

Afin d'améliorer la compréhension du modèle global proposé, le problème d'optimisation est présenté en trois étapes :

- 1. Modèle pour l'optimisation d'un actionneur i sur une sous-trajectoire j,
- 2. Modèle pour l'optimisation d'un actionneur i sur un ensemble de m sous-trajectoires,
- 3. Modèle global pour l'optimisation simultanée de *n* actionneurs sur un ensemble de *m*. sous-trajectoires

#### 7.7.1 Modèle pour un seul actionneur i et une seule sous-trajectoire j

Le cycle de référence pour un actionneur i est défini par les 2 entrées  $\theta_{ref}^i(t)$  et  $F_{act}^i(t)$ correspondant respectivement à la position angulaire du rotor du moteur à l'instant t et l'effort lié à la charge appliquée sur l'actionneur à l'instant t. La variable de temps t est comprise entre les instants  $t_0$  et  $t_f$ , lesquels caractérisent les instants de début et de fin du cycle complet. Lors de l'optimisation des trajectoires transitoires, les trajectoires de travail ne sont pas modifiées. Les variables d'entrées de l'actionneur i sur la sous-trajectoire j sont définies par la relation suivante :

$$X_j^i(t) = \begin{cases} \theta_j^i(t) = \theta_{ref}^i(t) \\ F_j^i(t) = F_{act}^i(t) \end{cases} \quad \forall t \in [t_j, t_j']$$

$$(7.21)$$

où  $\theta_j^i$  [rad] et  $F_j^i$  [N] représentent respectivement la position angulaire du rotor et l'effort de charge de l'actionneur *i* sur la sous-trajectoire *j* à optimiser. Ensuite une variable intermédiaire est introduite. Il s'agit de l'abscisse curviligne qui représente le déplacement absolu du rotor. L'abscisse curviligne du rotor d'un actionneur est représentée sur la figure 7.7 et est décrite d'après l'expression (7.22) pour un instant  $\tau$  compris entre  $t_j$  et  $t'_j$ .

$$\operatorname{disp}_{j}^{i}(\tau) = \int_{t_{j}}^{\tau} \left| \dot{\theta}_{j}^{i}(t) \right| dt \quad \begin{cases} \forall \quad t \in [t_{j}, t_{j}'] \\ \forall \quad j = \{1, m\} \end{cases}$$
(7.22)



Figure 7.7 – Représentation du déplacement angulaire du rotor et de son abscisse curviligne

Ensuite un changement de variable est réalisé en représentant  $X_j^i$  en fonction de l'abscisse curviligne disp<sup>*i*</sup><sub>*j*</sub>. L'entrée  $X_j^i(\text{disp}_j^i)$  est représentée sur la figure 7.8 (courbe bleue).

L'abscisse curviligne est alors discrétisée en plusieurs valeurs discrètes.  $D_j^i$  représente le nombre de points de discrétisation déterminé sur l'abscisse curviligne de la sous-trajectoire j de l'actionneur i. Cette discrétisation est réalisée suivant un pas angulaire constant noté  $\Delta d$  [rad].



Figure 7.8 – Discrétisation de la position rotor (haut) et de l'effort de charge (bas) en fonction de l'abscisse curviligne

d représente l'indice de discrétisation compris entre 1 et  $D_j^i - 1$ . La variable de déplacement angulaire absolu discrétisée est notée  $s_j^i$  telle que la discrétisation du déplacement s'écrive :

$$\begin{cases} s_j^i(d) = d \times \Delta d \\ \Delta d \le s_j^i(d) \le \operatorname{disp}_j^i(t_j') \end{cases} \quad \forall \ d = \{1, D_j^i - 1\}$$

$$(7.23)$$

A chaque intervalle de déplacement discrétisé  $s_j^i(d)$ , une position angulaire  $\theta_j^i(d)$  et un effort de charge  $F_j^i(d)$  sont associés <sup>1</sup>. Cette discrétisation est représentée sur la figure 7.8 par les points mauves.

Pour les conditions initiales de chaque sous-trajectoire optimisée, la position angulaire et l'effort de charge sont identiques aux conditions finales de la sous-trajectoire de référence afin d'assurer la continuité avec la sous-trajectoire non optimisée.

$$\begin{cases} \theta_j^i(0) = \theta_j^i(t_j) \\ F_j^i(0) = F_{act}^i(t_j) \end{cases}$$
(7.24)

De même, pour les conditions finales de ces trajectoires, la position angulaire et l'effort de

<sup>1.</sup> Cette discrétisation est similaire à la discrétisation temporelle du cycle de travail traité dans le problème d'optimisation des chapitres 3 à 6

charge sont imposés pour correspondre aux conditions initiales de la prochaine sous-trajectoire.

$$\begin{cases} \theta_{j}^{i}(D_{j}^{i}-1) = \theta_{j}^{i}(t_{j}') \\ F_{j}^{i}(D_{j}^{i}-1) = F_{act}^{i}(t_{j}') \end{cases}$$
(7.25)

Ces conditions terminales permettent d'assurer la continuité de passage entre les soustrajectoires. On suppose que les vitesses limites du moteur sont symétriques c'est-à-dire que  $\omega_{mot,i}^{min} = -\omega_{mot,i}^{max}$ . La vitesse du moteur, notée  $\omega_{mot}^{i}$ , est alors discrétisée en N valeurs distinctes telles que :

$$0 < \omega_{mot}^{i}(k) \le \omega_{mot,i}^{max} \quad \forall k = \{1, N\}$$

$$(7.26)$$

Ces valeurs sont indépendantes de la sous-trajectoire j étudiée. Sur chaque intervalle de déplacement du rotor  $s_j^i(d)$  et pour chaque point de commande k du moteur proposé, une valeur  $\omega_j^i(k,d)$  est affectée de la façon suivante :

$$\omega_j^i(k,d) = \begin{cases} \omega_{mot}^i(k) & \text{si } \theta_j^i(d) - \theta_j^i(d-1) \ge 0\\ -\omega_{mot}^i(k) & \text{si } \theta_j^i(d) - \theta_j^i(d-1) < 0 \end{cases}$$
(7.27)

On associe à chaque point de fonctionnement  $\omega_j^i(k, d)$  une variable binaire notée  $x_j^i(k, d)$ . La vitesse du moteur  $\omega_{mot,j}^i$  à chaque intervalle s(d) de la sous-trajectoire j s'écrit donc par le biais du système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \omega_{mot,j}^{i}(d) = \sum_{k=1}^{N} x_{j}^{i}(k,d) \cdot \omega_{j}^{i}(k,d) \\ \sum_{k=1}^{N} x_{j}^{i}(k,d) = 1 \quad \forall d \in [1, D_{j}^{i} - 1] \\ x_{j}^{i}(k,d) = \{0,1\} \end{cases}$$
(7.28)

A partir de l'intervalle de déplacement constant  $\Delta d$  et de la vitesse du moteur  $\omega_{mot}^{i}(k)$ , l'intervalle de temps  $\Delta T(k)$  est calculé d'après la relation suivante :

$$\Delta T(k) = \frac{\Delta d}{\omega_{mot}^i(k)}, \quad \forall k = \{1, N\}$$
(7.29)

Une commande à vitesse nulle n'est toujours pas envisageable car cela supposerait un intervalle de temps beaucoup plus important que la durée de l'ensemble des sous-trajectoires qui est limitée. Cette relation est illustrée sur la figure 7.9.

Le couple appliqué sur le rotor est issu du modèle inverse de l'actionneur à partir de la connaissance de  $F_i^i(d)$  et  $\omega_i^i(k, d)$ .



Figure 7.9 – Relation entre la vitesse discrétisée et l'intervalle de temps pour  $\Delta d$ =40 rad

$$T_j^i(k,d) = f(F_j^i(d), V_j^i(k,d))$$
(7.30)

où  $V_j^i(k,d)$  est la vitesse de sortie de tige de l'actionneur obtenue à partir de la relation  $V_j^i(k,d) = \omega_j^i(k,d)/\gamma$ . Le couple disponible est limité par la zone de fonctionnement moteur, laquelle est délimitée par les seuils  $T_{inf}^i$  et  $T_{sup}^i$ . Ces limites dépendent donc de la vitesse appliquée au moteur. Ces contraintes sont exprimées par la double inégalité :

$$T_{inf}^{i}(\omega_{j}^{i}(k,d)) \le T_{j}^{i}(k,d) + f_{i} \cdot \omega_{j}^{i}(k,d) \le T_{sup}^{i}(\omega_{j}^{i}(k,d))$$
(7.31)

La puissance électrique du moteur de l'actionneur *i* nécessaire pour réaliser un déplacement  $\Delta d$  entre s(d-1) et s(d) à la vitesse  $\omega_i^i(k)$  est définie à partir de l'équation suivante :

$$P_{elec,j}^{i}(k,d) = g(T_{j}^{i}(k,d), \omega_{j}^{i}(k,d)) \begin{cases} \forall d = [1, D_{j}^{i} - 1] \\ \forall k = \{1, N\} \end{cases}$$
(7.32)

Afin de prendre en compte la possibilité de maintenir l'actionneur dans une position fixe pendant un laps de temps à définir, une nouvelle variable  $y_j^i(d)$  est introduite. Cette variable, positive ou nulle, représente le temps durant lequel l'actionneur est en maintien de charge à vitesse nulle entre deux intervalles de déplacement s(d). Dans un premier temps,  $P_{stall,j}^i(d)$  est définie comme la puissance électrique nécessaire pour appliquer un effort  $F_j^i(d)$  à vitesse nulle.

$$P_{stall,j}^{i}(d) = h(F_{j}^{i}(d), \omega_{j}^{i}(d) = 0), \quad \forall \ d \in [1, D_{j}^{i}]$$
(7.33)

Cette variable est présente à chaque point de discrétisation de la figure 7.8. Il y a donc  $D_j^i$  variables pour chaque actionneur *i* et chaque sous-trajectoire *j*.

$$y_j^i(d) \ge 0 \quad \forall \ d = [1, D_j^i]$$
 (7.34)

 $185 \\ \mbox{Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf \\ @ [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés \\ \mbox{}$ 

La fonction objectif dédiée à un actionneur i sur une sous-trajectoire j est notée  $K_j^i$ . Elle comprend l'énergie électrique consommée durant le déplacement de la charge et l'énergie consommée à vitesse nulle (maintien de charge).

$$K_{j}^{i} = \sum_{d=1}^{D_{j}^{i}-1} \sum_{k=1}^{N} x_{j}^{i}(k,d) \cdot P_{elec,j}^{i}(k,d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_{j}^{i}} P_{stall,j}^{i}(d) \cdot y_{j}^{i}(d)$$
(7.35)

La dernière contrainte concerne la durée du parcours de la sous-trajectoire qui doit être égale à la durée de la sous-trajectoire de référence (valable uniquement pour cette étape du problème).

$$\sum_{d=1}^{D_j^i - 1} \sum_{k=1}^N x_j^i(k, d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_j^i} y_j^i(d) = t_j' - t_j$$
(7.36)

Le problème de planification de trajectoire restreint à un actionneur i et une sous-trajectoire j est présenté dans le tableau 7.3 sous forme d'un problème linéaire mixte en nombres entiers. Ce problème d'optimisation est résolu de la même manière que précédemment (cf chapitre 5). Les variables  $x_j^i(k, d)$  sont contraintes à des valeurs binaires tandis que les variables  $y_j^i(d)$  sont des réels positifs.

Variables	$\mathbf{x_j^i}(\mathbf{k}, \mathbf{d}),  \mathbf{y_j^i}(\mathbf{d})$
Objectif	$\min K_j^i = \sum_{d=1}^{D_j^i - 1} \sum_{k=1}^N x_j^i(k, d) \cdot P_{elec, j}^i(k, d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_j^i} P_{stall, j}^i(d) \cdot y_j^i(d)$
Contraintes	$\begin{split} 0 &< \omega_{mot}^{i}(k) \leq \omega_{mot,i}^{max} \\ \omega_{j}^{i}(k,d) = \begin{cases} \omega_{mot}^{i}(k) & \text{si } \theta_{j}^{i}(d) - \theta_{j}^{i}(d-1) \geq 0 \\ -\omega_{mot}^{i}(k) & \text{si } \theta_{j}^{i}(d) - \theta_{j}^{i}(d-1) < 0 \end{cases} \\ \Delta T(k) &= \frac{\Delta d}{\omega_{mot}^{i}(k)} \\ T_{j}^{i}(k,d) &= f(F_{j}^{i}(d), \omega_{j}^{i}(k,d)) \\ T_{inf}^{i}(\omega_{j}^{i}(k,d)) \leq T_{j}^{i}(k,d) + f_{i} \cdot \omega_{j}^{i}(k,d) \leq T_{sup}^{i}(\omega_{j}^{i}(k,d)) \\ \sum_{d=1}^{D_{j}^{i}} \sum_{k=1}^{N} x_{j}^{i}(k,d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_{j}^{i}} y_{j}^{i}(d) = t_{j}^{\prime} - t_{j} \\ \sum_{k=1}^{N} x_{j}^{i}(k,d) = 1 \\ x_{j}^{i}(k,d) = \{0,1\}  \forall d = [1, D_{j}^{i} - 1] \\ y_{j}^{i}(d) \geq 0  \forall d = [1, D_{j}^{i}] \end{split}$

Tableau 7.3 – Problème d'optimisation de trajectoire pour un actionneur i sur une sous-trajectoire j

#### 7.7.2 Modèle pour un actionneur i et m sous-trajectoires

Lorsque plusieurs sous-trajectoires transitoires apparaissent dans le problème d'optimisation, un degré de liberté est accordé sur la durée de chaque sous-trajectoire j. Soit  $T_j$  la durée d'une sous trajectoire j de référence. Bien que la durée totale de l'ensemble des sous-trajectoires doive respecter la durée de référence, la durée pour chaque sous-trajectoire peut être différente. L'équation (7.37) permet de répondre à cette contrainte temporelle dans le cas d'un actionneur i pour un ensemble de m sous-trajectoires à optimiser :

$$\sum_{j=1}^{m} (t'_j - t_j) = \sum_{j=1}^{m} T_j$$
(7.37)

De ce fait, la contrainte temporelle est définie de la façon suivante :

$$\sum_{j=1}^{m} \left( \sum_{d=1}^{D_j^i - 1} \sum_{k=1}^{N} x_j^i(k, d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_j^i} y_j^i(d) \right) = \sum_{j=1}^{m} T_j$$
(7.38)

La fonction objectif englobe alors la consommation d'énergie de l'actionneur i sur l'ensemble des sous-trajectoires j:

$$K^{i} = \sum_{j=1}^{m} (K_{j}^{i}) \tag{7.39}$$

Le problème d'optimisation relatif à la planification de m sous-trajectoires d'un actionneur i est présenté dans le tableau 7.4.

#### 7.7.3 Modèle pour n actionneurs et m sous-trajectoires

Le dernier cas présenté ici comprend un ensemble de n actionneurs dont les m sous-trajectoires transitoires doivent être optimisées simultanément. Une contrainte de synchronisme est ajoutée afin que pour chaque sous-trajectoire j, les actionneurs débutent et terminent la sous-trajectoire en même temps. Cette contrainte est décrite par l'équation suivante :

$$\sum_{d=1}^{D_{j}^{i_{1}}-1} \sum_{k=1}^{N} x_{j}^{i_{1}}(k,d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_{j}^{i_{1}}} y_{j}^{i_{1}}(d) = \sum_{d=1}^{D_{j}^{i_{2}}-1} \sum_{k=1}^{N} x_{j}^{i_{2}}(k,d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_{j}^{i_{2}}} y_{j}^{i_{2}}(d) \begin{cases} \forall i_{1} \neq i_{2} \\ \forall \{i_{1},i_{2}\} = \{1,n\}^{2} \\ \forall j \in \{1,m-1\} \end{cases}$$

$$(7.40)$$

La fonction coût comprend alors tous les actionneurs et toutes les sous-trajectoires à optimiser ainsi que les sous-trajectoires non modifiables.

Variables	$\mathbf{x}_j^i(k,d),\mathbf{y}_j^i(d)$
Objectif	$\min K^{i} = \sum_{j=1}^{m} \left( \sum_{d=1}^{D_{j}^{i}-1} \sum_{k=1}^{N} x_{j}^{i}(k,d) \cdot P_{elec,j}^{i}(k,d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_{j}^{i}} P_{stall,j}^{i}(d) \cdot y_{j}^{i}(d) \right)$
Contraintes	$0 < \omega_{mot}^i(k) \le \omega_{mot,i}^{max}$
	$\omega_j^i(k,d) = \begin{cases} \omega_{mot}^i(k) & \text{si } \theta_j^i(d) - \theta_j^i(d-1) \ge 0\\ -\omega_{mot}^i(k) & \text{si } \theta_j^i(d) - \theta_j^i(d-1) < 0 \end{cases}$
	$\Delta T(k) = \frac{\Delta d}{\omega_{mot}^{i}(k)}$
	$T^i_j(k,d) = f(F^i_j(d), \omega^i_j(k,d))$
	$T_{inf}^i(\omega_j^i(k,d)) \le T_j^i(k,d) + f_i \cdot \omega_j^i(k,d) \le T_{sup}^i(\omega_j^i(k,d))$
	$\sum_{j=1}^{m} \left( \sum_{d=1}^{D_{j}^{i}-1} \sum_{k=1}^{N} x_{j}^{i}(k,d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_{j}^{i}} y_{j}^{i}(d) \right) = \sum_{j=1}^{m} T_{j}$
	$\sum_{k=1}^{N} x_j^i(k,d) = 1$
	$x_j^i(k,d) = \{0,1\}  \forall  d = [1, D_j^i - 1]$
	$y^i_j(d) \geq 0  orall  d = [1, D^i_j]$

Tableau 7.4 – Problème d'optimisation de trajectoire pour un actionneur i sur un ensemble de m sous-trajectoires

$$K = \phi + \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} K_j^i$$
(7.41)

Le problème d'optimisation global est présenté dans le tableau 7.5.

## 7.8 Résultats de simulation et analyse

#### 7.8.1 Paramètre de simulation

Le problème d'optimisation est résolu dans le cas d'un cycle de creusement d'une tranchée. Les paramètres choisis pour l'algorithme sont présentés dans le tableau 7.6.

Dans un premier temps, la trajectoire de référence est tracée et la consommation d'énergie est évaluée sur les trajectoires transitoires initiales. La figure 7.10 montre la position de la dent du godet dans le plan ainsi que la rotation du godet par rapport au châssis. L'algorithme de Branch & Bound est restreint à l'optimisation de la commande du système uniquement, c'est-à-dire la vitesse des actionneurs, la partie dimensionnement n'étant pas ici prise en compte.

Variables	$\mathbf{x}_j^i(\mathbf{k},\mathbf{d}),\mathbf{y}_j^i(\mathbf{d})$	
Objectif	$\min K = \phi + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \left( \sum_{d=1}^{D_{j}^{i}-1} \sum_{k=1}^{N} x_{j}^{i}(k,d) \cdot P_{elec,j}^{i}(k,d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_{j}^{i}} P_{stall,j}^{i}(k,d) \cdot \Delta T(k) + \sum$	$\left( (d) \cdot y_j^i(d) \right)$

Contraintes	$0 < \omega_{mot}^i(k) \le \omega_{mot,i}^{max}$
	$\omega^i(k,d) = \int \omega^i_{mot}(k)  \text{si}  \theta^i_j(d) - \theta^i_j(d-1) \ge 0$
	$\omega_j(\kappa, a) = \begin{pmatrix} -\omega_{mot}^i(k) & \text{si} & \theta_j^i(d) - \theta_j^i(d-1) < 0 \end{pmatrix}$
	$\Delta T(k) = \frac{\Delta d}{\omega_{mot}^i(k)}$
	$T^i_j(k,d) = f(F^i_j(d), \omega^i_j(k,d))$
	$T_{inf}^i(\omega_j^i(k,d)) \le T_j^i(k,d) + f_i \cdot \omega_j^i(k,d) \le T_{sup}^i(\omega_j^i(k,d))$
	$\sum_{d=1}^{D_j^{i_1}-1} \sum_{k=1}^N x_j^{i_1}(k,d) \cdot \Delta T(k) + \sum_{d=1}^{D_j^{i_1}} y_j^{i_1}(d) = \sum_{d=1}^{D_j^{i_2}-1} \sum_{k=1}^N x_j^{i_2}(k,d) \cdot \Delta T(k) +$
	$D^{i_2} \qquad \int \forall i_1 \neq i_2$
	$\sum_{j=1}^{j} y_j^{i_2}(d) \left\{ \forall \{i_1, i_2\} = \{1, n\}^2 \right\}$
	$\overset{d=1}{\qquad} \left( \begin{array}{c} \forall \ j \in \{1, m-1\} \end{array} \right)$
	$\sum_{i=1}^{N} x_{i}^{i}(k,d) = 1$
	$\overline{k=1}$
	$x_j^i(k,d) = \{0,1\}  \forall  d = [1, D_j^i - 1]$
	$y_i^i(d) \ge 0  \forall d = [1, D_i^i]$

Tableau 7.5 – Problème d'optimisation de trajectoire d'un ensemble de n actionneurs synchronisés sur un ensemble de m sous-trajectoires

Discrétisation vitesse moteur N	$\Delta \mathbf{d}$	Nombre de sous-trajectoires m	$T_1$	$T_2$
$40\mathrm{pts}$	6 rad	2	$2,3\mathrm{s}$	$4{,}8\mathrm{s}$

Tableau 7.6 – Paramètres de l'algorithme

#### 7.8.2 Analyse du cycle optimisé

Les résultats de l'optimisation sont présentés dans le tableau 7.7 sur la base des paramètres de simulation du tableau 7.6. On obtient un gain énergétique global de l'ordre 4,5 % sur le cycle complet. Le ratio  $T_{trans}/T_{tot}$  définit la part de la durée des phases transitoires par rapport à la durée totale du cycle global. De la même manière, le ratio  $E_{trans}/E_{tot}$  représente la part de l'énergie consommée durant la phase transitoire par rapport à l'énergie totale consommée sur le cycle complet (sans prendre en compte la consommation du moteur de rotation de la tourelle et des auxiliaires).

Afin d'optimiser au mieux les 2 sous-trajectoires, l'algorithme suggère de réaliser un mouve-



Figure 7.10 – Représentation de la trajectoire initiale du godet suivant les coordonnées cartésiennes dans le plan (en haut) et de son orientation (en bas) par rapport à la référence du châssis

Paramètre	Trajectoire initiale	Trajectoire optimale	
Durée trajectoire 1 (Phase 1)	$2,3\mathrm{s}$	$1,5\mathrm{s}$	
Durée trajectoire 2 (Phase 3)	$4,8\mathrm{s}$	$5,\!6\mathrm{s}$	
Gain énergétique cycle complet	4,5~%		
Gain énergétique trajectoires optimisées	8,8%		
Ratio $T_{trans}/T_{tot}$	53	%	
Ratio $E_{trans}/E_{tot}$	$54{,}6\%$	52,2%	

Tableau 7.7 – Résultats pour la planification optimale de trajectoires transitoires

ment rapide sur la première sous-trajectoire (durée 35 % plus courte que la trajectoire initiale), afin de réaliser la seconde sous-trajectoire plus lentement car les efforts sont plus importants sur la seconde phase (godet chargé), de même que les pertes dans les différents composants des actionneurs.

Les phases transitoires représentent près de 53% du temps de cycle et jusqu'à 55% de l'énergie totale consommée bien que les efforts soient moins importants. Les figures 7.11 à 7.14 permettent de comparer les performances entre les 2 trajectoires.



Figure 7.11 – Représentation de la position angulaire des actionneurs au cours du cycle

La figure 7.11 illustre le déplacement angulaire du moteur de chaque actionneur selon la trajectoire considérée. Pour la trajectoire optimale, les actionneurs sont constamment en mouvement sur les trajectoires transitoires afin d'améliorer l'efficacité énergétique de l'actionneur sur le cycle complet. En effet, toute phase de maintien de charge à vitesse nulle induit un coût énergétique.



Figure 7.12 – Représentation de la trajectoire initiale et optimale du godet suivant les coordonnées cartésiennes dans le plan (en haut) et son orientation (en bas)

La figure 7.12 compare les 2 trajectoires du godet dans le plan ainsi que son orientation par rapport à l'horizontale. Sur la première sous-trajectoire, le mouvement est proche du mouvement initial. Dans la seconde sous-trajectoire, il existe une légère déviation due à un mouvement d'ouverture du godet qui aurait tendance à faire basculer le chargement avant son point de déchargement. L'ouverture du godet sur la trajectoire optimale est plus lente.



Figure 7.13 – Cycle de la puissance électrique fournie aux actionneurs (haut) et évolution de l'énergie totale consommée par les actionneurs synchronisés (bas)

Sur la figure 7.13, la puissance électrique totale fournie aux actionneurs et l'évolution de l'énergie consommée par les moteurs électriques sont comparées pour les 2 trajectoires. Sur la première sous-trajectoire transitoire, la puissance électrique ne dépasse pas 10 % de la puissance maximale car les actionneurs vont bénéficier de l'énergie potentielle lors de la rentrée de l'outil dans la tranchée. L'énergie consommée est faible et surtout liée aux pertes par frottement de l'actionneur. Durant la phase de pénétration du godet dans le sol de la tranchée, la puissance électrique est comprise entre 40 % et 100 % de la puissance maximale, principalement en raison des efforts importants à fournir par l'actionneur de bras même à vitesse faible. Durant la seconde sous-trajectoire, la puissance électrique est divisée par 2 par rapport à la trajectoire initiale car les mouvements sont plus lents et requièrent donc moins de puissance.

La figure 7.14 permet de comparer la vitesse des moteurs pour les 2 trajectoires. Sur la trajectoire optimale, les vitesses sont comprises entre -50% et +50% de la vitesse maximale préconisée du moteur électrique pour les 3 actionneurs. Dans la trajectoire initiale, la vitesse du moteur de l'actionneur de godet atteint 125% de la vitesse maximale du moteur. Cette valeur est liée à la relation entre les mesures effectuées sur la machine hydraulique et un sous-



Figure 7.14 – Vitesse initiale et commande optimale de la vitesse du moteur électrique de chaque actionneur

dimensionnement de l'actionneur de godet. En pratique, l'actionneur de godet n'atteindrait jamais cette vitesse si le cycle initial était reproduit.

# 7.8.3 Perspectives d'amélioration des modèles et intégration du dimensionnement

Une des premières améliorations à apporter au modèle serait d'utiliser un pas de discrétisation  $\Delta d$  variable afin de prendre en compte les fortes variations d'effort lors de certaines phases comme représentées sur la figure 7.8. C'est pour cette raison principalement que les trajectoires ne sont pas optimisées durant les phases de travail lorsque les variations de charge sont très importantes surtout lorsque le godet se déplace très lentement.

Une seconde amélioration doit viser à obtenir des trajectoires optimales cohérentes en limitant le débattement du godet sur sa trajectoire finale. Comme montré sur la figure 7.12, la trajectoire optimale doit prendre en compte des situations complexes tel qu'un déversement de la charge au mauvais moment, une collision avec le sol dû à une utilisation anticipée d'un des actionneurs. Ce problème provient essentiellement du fait que la trajectoire de chaque actionneur
#### Extension de la méthode à un problème couplé dimensionnement/optimisation de trajectoires d'un système multi-actionneur

est optimisée en prenant en compte uniquement les conditions terminales des sous-trajectoires. De ce fait, la trajectoire de la dent du godet est liée à la trajectoire des actionneurs par une relation non linéaire (cinématique) non prise en compte dans le problème d'optimisation. En définissant une zone de travail du godet dans l'espace, l'idée serait alors d'obtenir une zone de fonctionnement équivalente pour chaque actionneur. L'exploitation d'un modèle cinématique inverse s'avère nécessaire afin de définir la plage de fonctionnement de chaque actionneur.

Une dernière amélioration ou plutôt perspective de travail concernerait l'adaptation de l'algorithme de Branch & Bound afin d'intégrer le problème de dimensionnement à l'optimisation des trajectoires. Actuellement, chaque problème de dimensionnement utilise l'algorithme Ite-BaC et teste toutes les combinaisons successivement car chaque sous-problème possède une taille spécifique (annexe D). Plusieurs paramètres de dimensionnement peuvent être optimisés parmi lesquels la taille du moteur électrique, le rapport de réduction du réducteur à engrenages, les dimensions de la vis à rouleaux satellites. Afin de rechercher une taille de moteur optimale, on applique des lois d'échelle à partir d'une gamme de moteurs existants [Budinger et al., 2014]. Mais le choix du moteur électrique va impacter la masse des pièces de la structure et engendrer des efforts complexes à répercuter sur le modèle utilisé. Un second paramètre de dimensionnement concerne le rapport de réduction du réducteur à engrenages placé entre la VARS et le moteur électrique. On considère une plage de dimensionnement suffisamment étroite pour considérer que les pertes dans le système sont indépendantes du choix du ratio. Lorsqu'on utilise le modèle inverse, on obtient une position angulaire du rotor de l'actionneur qui dépend de ce ratio. En utilisant le système de discrétisation présenté dans ce chapitre, on se retrouve alors avec un problème discrétisé qui dépend du rapport de réduction fixé. Quant au dimensionnement de la VARS, il serait nécessaire d'obtenir des informations suffisamment précises pour pouvoir obtenir des modèles de pertes en fonction des divers paramètres géométriques du composant (pas, diamètre, ...).

Enfin, un dernier aspect serait de vérifier les temps de calcul et la qualité de la solution avec une autre méthode d'optimisation comme la programmation dynamique. Toutefois, la aussi, la particularité du problème et sa mise en équation sous forme discrète nécessite une démarche de modélisation rigoureuse.

#### 7.9 Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode de Branch & Bound a été exploitée pour une problématique d'amélioration des performances énergétiques du véhicule en cherchant à modifier le comportement de l'utilisateur par une proposition de nouvelles trajectoires d'actionnement plus efficaces. La programmation linéaire mixte en nombres entiers, déjà utilisée dans d'autres applications mobiles (aéronautique, ferroviaire), a permis de développer un modèle hybride permettant de déterminer une trajectoire optimale pour chaque actionneur. La formulation a été tout d'abord présentée pour un problème limité à une seule trajectoire et un unique actionneur, puis étendue à un ensemble de sous-trajectoires réalisées par le mouvement combiné de plusieurs actionneurs.

Certaines hypothèses sur la dynamique des actionneurs et la contrainte de certaines trajectoires ont permis de simplifier le problème afin de le résoudre efficacement à l'aide de l'algorithme du Branch & Bound. La façon de formuler le problème a également permis de déterminer la commande à appliquer sur chaque actionneur et la durée optimale pour réaliser chaque soustrajectoire.

### Conclusion générale et perspectives

L'amélioration des performances des véhicules hybrides nécessite de concevoir de façon optimale le système étudié. Le choix de l'architecture, de la technologie et du dimensionnement des composants sont des paramètres essentiels afin de déterminer la stratégie de gestion d'énergie optimale à partir d'un cahier des charges connu. Face à ce problème d'optimisation complexe, il est nécessaire de développer des méthodes d'optimisation capables de prendre en compte les spécificités de ce problème et le couplage qui existe entre les différents niveaux d'optimisation. Les travaux présentés dans ce mémoire sont donc focalisés sur le lien entre le dimensionnement des composants et la stratégie de gestion d'énergie à optimiser. Pour mettre en forme le problème, le comportement des composants est décrit sous forme de modèles mathématiques, parfois complexes où des non-linéarités doivent être prises en compte. Plusieurs types de variables apparaissent dans ce type de problème. De ce fait, les méthodes d'optimisation classiquement utilisées ne permettent pas de résoudre en un temps raisonnable le problème d'optimisation ou de façon suffisamment précise.

La méthode proposée dans ces travaux repose sur une reformulation du problème sous forme linéaire puis une résolution par un algorithme de Branch & Bound, technique couramment utilisée dans la recherche opérationnelle. L'idée principale consiste à redéfinir le problème original non linéaire, en une multitude de sous-problèmes linéaires en nombres entiers. Pour cela, nous avons supposé que le nombre de combinaisons de dimensionnement est fini et nous avons discrétisé la commande du système. Des modifications spécifiques au problème à étudier ont été apportées sur l'algorithme du Branch & Bound afin d'en améliorer les temps de résolution pour ce problème (algorithme SEPP). Une méthode alternative a été proposée pour réduire encore plus les temps de calcul sur des problèmes de grande taille. La résolution du problème s'est finalement basée sur le solveur Cplex de IBM et sur une résolution itérative de chaque sousproblème (algorithme IteBaC). Cette méthode d'optimisation étant basée sur la discrétisation de la commande au même titre que la méthode de la programmation dynamique. Une relation de cohérence basée sur la discrétisation du problème a été réalisée entre ces deux algorithmes afin d'évaluer la qualité des solutions obtenues. Avec notre approche, les résultats convergent vers la même solution pour des temps de calcul plus rapides. Toutefois, la discrétisation du problème est à la fois un atout et un inconvénient car elle permet de répondre de façon réaliste à un problème de dimensionnement (le nombre de cellules d'un stockage d'énergie est toujours un entier) mais cette discrétisation nécessite d'exprimer tous les cas possibles ce qui conduit rapidement à des problèmes de très grande taille par rapport à d'autres approches comme l'optimisation convexe ou les algorithmes stochastiques.

Dans un deuxième temps, nous avons appliqué cette méthode à l'optimisation d'un véhicule hybride, une mini-excavatrice électrique. Des choix ont été réalisés sur la technologie et l'architecture de la machine. Des modèles énergétiques ont été adoptés pour reproduire les contraintes de fonctionnement des composants. Pour les composants de stockage d'énergie électrique, nous avons également intégré des lois de vieillissement afin de prendre en compte certaines contraintes sur le dimensionnement de ce type de composant.

Les différents problèmes abordés ont d'abord été formulés sous leur forme générale non linéaire. La fonction coût appelée TCO agrège un ensemble de fonctions élémentaires prenant en compte le coût lié au dimensionnement des composants et le coût lié à la stratégie de gestion d'énergie du véhicule. Cette fonction coût a été définie ainsi de façon à obtenir le coût global du système hybride sur une durée de vie désirée. Les quatre problèmes d'optimisation formulés correspondent chacun à une configuration suivant le type de stockage d'énergie électrique exploité. Nous avons ensuite détaillé l'étape de discrétisation du problème de dimensionnement et de commande afin de reformuler le problème original en des sous-problèmes linéaires mixtes en nombres entiers sur lesquels peut être appliqué l'algorithme de Branch & Bound. La linéarisation nécessite de réaliser des approximations sur certains modèles et restreint le domaine des solutions. Enfin nous avons conduit l'analyse des solutions issues de l'optimisation du HPSS afin de déterminer les configurations optimales puis nous avons initié l'étude de l'impact des incertitudes sur les paramètres de coût et de profil de mission.

Ces résultats ont montré tout d'abord qu'une configuration comportant deux stockages d'énergie est plus intéressante pour le cahier des charges de notre application. En effet, le pack de supercondensateurs permet d'absorber les pics de puissance et de soulager la batterie du point de vue du vieillissement induit par ces pics de puissance. Lorsque deux cycles de mission ont une valeur moyenne identique mais des fluctuations de puissance différentes, les paramètres de dimensionnement optimaux obtenus sont différents mais la différence sur le coût global est faible. De même, si on considère une variation du cycle de mission, l'impact sur le coût global est limité. Toutefois on ne peut établir de résultat généralisé entre la dispersion du cycle d'entrée et la solution atteinte. En ce qui concerne la durée de vie, les résultats montrent qu'un compromis doit être trouvé entre le coût global (TCO horaire) et le coût initial de la machine qui est un facteur technico-économique primordial. Enfin, nous avons démontré que l'impact de la prise en compte des modèles de vieillissement des stockages d'énergie dans le dimensionnement des composants est également essentiel. La batterie LFP nécessite un dimensionnement accru de 17 à

#### Extension de la méthode à un problème couplé dimensionnement/optimisation de trajectoires d'un système multi-actionneur

20% suivant la configuration afin que la durée de vie atteigne les 6 000 heures de fonctionnement machine exigées. Une alternative a été proposée et a consisté à remplacer le stockage d'énergie à la demie vie de la machine afin de réduire le coût initial de la machine tout en limitant le coût global, ici encore les coûts énergétiques et des composants montrent un faible impact sur le coût global car chaque coût ne représente qu'une faible part du coût global.

Au travers de ce cas d'étude, de nombreuses approximations ont été réalisées afin d'obtenir des problèmes résolubles par programmation linéaire en nombres entiers et le Branch & Bound. De ce fait, l'espace des solutions est plus restreint et il n'est pas envisageable en l'état de tester cette méthode d'optimisation en considérant certains composants dont le comportement est difficilement intégrable dans le problème (par exemple des batteries au plomb).

Pour finir, nous avons étendu cette technique d'optimisation à la détermination des trajectoires optimales des actionneurs de la mini-excavatrice hybride électrique. L'objectif visé dans ce cas est de déterminer la commande de chaque actionneur permettant de minimiser la consommation d'énergie électrique de l'ensemble des actionneurs pour une tâche dont certains points de passage sont imposés. L'étude est restreinte à deux portions de la trajectoire afin d'éliminer les erreurs liées aux travaux critiques qui mettent en jeu des effets complexes à modéliser (efforts de creusement). La formulation du problème réalisée sur la base d'un seul type de variable ne permet pas de répondre aux exigences du problème à savoir le maintien de charge à vitesse nulle ou le respect de la charge à appliquer en fonction de la position. Le problème a donc été reformulé en fonction du déplacement de chaque actionneur, puis le profil de charge est discrétisé sous forme de pas de déplacement. Pour chaque pas de déplacement, la commande consiste à choisir les vitesses des actionneurs et une variable continue positive représentant la durée de maintien de charge à vitesse nulle. Le problème peut alors être exprimé sous forme d'un problème linéaire mixte en nombres entiers, et être résolu à l'aide de l'algorithme de Branch & Cut classique. Les résultats montrent un gain global de 4,5 % par rapport à la trajectoire initiale.

L'une des faiblesses majeures dans le problème décrit est la relative simplicité du modèle. En effet, les dynamiques ne sont pas prises en compte du fait des non-linéarités de l'ensemble. La trajectoire optimale doit alors être testée en boucle fermée sur un modèle plus réaliste afin de comparer l'écart obtenu entre le modèle simplifié et le modèle dynamique.

L'utilisation de cette méthode d'optimisation dans le cadre du projet ELEXC a permis d'apporter des éléments de réponse sur un dimensionnement approprié pour une perspective d'industrialisation du prototype sur la base du cahier des charges fixé par le constructeur. L'apport des modèles de vieillissement a par exemple permis de corriger le dimensionnement initial de la machine. La solution optimale concernant la stratégie de commande de la pile à combustible a également permis de proposer une stratégie de gestion en ligne par l'utilisation de règles.

Cette démarche et les deux algorithmes de séparation et évaluation proposés marquent un pas

en avant dans la résolution de problèmes d'optimisation globale par une approche combinatoire. Toutefois, cette nouvelle méthode nécessite de nombreuses améliorations d'un point de vue méthodologique et algorithmique.

D'un point de vue méthodologique, la fusion des deux algorithmes développés dans le chapitre 2 permettrait de combiner la parallélisation de l'algorithme SEPP et la rapidité de convergence de l'algorithme IteBaC. Ainsi, des problèmes de plus grande taille ou avec plus de combinaisons pourraient être traités. On pourrait alors envisager de tester plusieurs technologies ou plusieurs architectures en simultanée. La rapidité de convergence de la solution est fortement dépendante des paramètres initiaux de l'algorithme tel que le choix de la fonction évaluation, le choix du premier majorant ou encore la stratégie de recherche dans les arborescences des sous-problèmes. Tous ces paramètres peuvent être améliorés afin de limiter le nombre de nœuds à explorer.

D'un point de vue algorithmique, plusieurs perspectives sont mises en avant afin d'améliorer grandement les temps d'exécution de l'algorithme d'un point de vue matériel. Dans un premier temps, un langage de programmation adapté permettrait d'améliorer les temps de calcul de l'algorithme. Il est aussi possible de faire bénéficier à l'algorithme de la parallélisation des tâches permise par l'architecture multi-cœur des microprocesseurs actuels. Un autre point concerne la précision du résultat obtenu. Pour garantir un résultat précis, quel que soit le dimensionnement, il faut que la précision de la commande (pas de discrétisation de la commande) soit identique, quel que soit le dimensionnement. Pour cela, on pourrait calculer le nombre de points de discrétisation pour un dimensionnement donné puis construire un problème avec une taille spécifique. Les sous-problèmes auraient des tailles différentes, et une amélioration serait de coordonner les tâches de parallélisation en fonction de la taille du sous-problème à traiter.

Du point de vue des modèles, bien que le dimensionnement soit plus réaliste du fait de l'utilisation de modèles de vieillissement sur les stockages d'énergie, cet effet est contrebalancé par l'approximation et les hypothèses de simplification nécessaires à la linéarisation de certains comportements. Une proposition serait d'exploiter des modèles convexes et ainsi d'exprimer le problème original en une multitude de sous-problèmes convexes mixtes en nombres entiers. Ces types de problème font actuellement l'objet de travaux de recherche [Bonami *et al.*, 2012]. Le choix d'associer deux techniques d'optimisation est aussi traité pour la programmation dynamique et l'optimisation convexe [Pourabdollah *et al.*, 2014]. De cette façon, les approximations sur la tension des supercondensateurs seraient levées et permettraient d'obtenir un résultat qui corresponde plus à la réalité. Enfin d'autres modèles de comportement peuvent être envisagés pour compléter le cahier des charges et le fonctionnement en conditions réelles tels que le vieillissement de la pile à combustible [Robin *et al.*, 2013], da Fonseca, 2013] ou des modèles thermiques pour les batteries LFP [Forgez *et al.*, 2010]. De même, d'autres composants tels que moteur thermique ou composants hydrauliques nécessitent des efforts de modélisation pour la reformulation sous forme d'un problème adapté à l'algorithme de Branch & Bound. Le choix

#### Extension de la méthode à un problème couplé dimensionnement/optimisation de trajectoires d'un système multi-actionneur

des paramètres d'entrée s'avère être un facteur majeur qui impacte les résultats de la solution optimale. L'intégration des incertitudes de certains paramètres dans le problème d'optimisation permettrait aussi d'obtenir la solution optimale la moins sensible à la variation de ces paramètres. Une procédure basée sur certains cas pourrait limiter le nombre de scénarios à tester pour ensuite en déduire une solution optimale valable pour tous les cas présentés.

Comme évoqué plus haut, le modèle développé pour l'optimisation de trajectoires manque de précision et de réalisme. L'une des pistes envisagées concerne la discrétisation du profil de mission en fonction du déplacement. Avec une discrétisation à pas variable, les points caractéristiques du profil seraient pris en compte. Cette technique permettrait de gagner en précision par rapport à la trajectoire de référence. De plus, pour certaines conditions de fonctionnement, certaines commandes ne peuvent être appliquées aux actionneurs car elles conduiraient à la génération de trajectoires indésirables comme une collision du godet avec le sol ou un basculement du godet chargé à un endroit inapproprié. Une approche basée sur un modèle géométrique inverse permettrait de définir une zone de fonctionnement restreinte sur des trajectoires intermédiaires.

L'utilisation de cette approche d'optimisation peut être étendue à d'autres types de problèmes parmi lesquels l'optimisation paramétrique où chaque variable de décision caractérise une grandeur géométrique ou physique du composant à dimensionner. Ainsi, on pourrait exploiter notre méthode pour déterminer la géométrie optimale d'un moteur électrique qui permettrait de réaliser un cycle prédéfini en optimisant une fonction objectif couplant plusieurs critères technico-économiques (masse, coût, pertes). On ne pourrait terminer sans proposer de projeter cette méthode pour d'autres problématiques et notamment au cas des microgrid, domaine en pleine expansion. Les microgrid sont des systèmes énergétiques mettant plusieurs producteurs d'énergie en parallèle (parc éolien, centrale photovoltaïque), couplés à des systèmes de stockages (batteries, STEP, ...) et des consommateurs d'énergie (industrie, particuliers). Dans un contexte énergétique en plein essor, le dimensionnement et le choix judicieux des différents producteurs et des stockages d'énergie garantiront la performance du réseau à coût compétitif. Là aussi, tout est lié aux incertitudes des cycles de production (variabilité des phénomènes météorologiques, saison) et aux profils d'usage.

## ANNEXE A

### Modélisation des actionneurs électromécaniques

#### Sommaire

A.1	Vis à rouleaux satellites+réducteur	<b>201</b>
A.2	Modèle de frottement de l'ensemble vis+réducteur	202
A.3	Caractérisation expérimentale des frottements	203
A.4	Moteur synchrone à aimants permanents et convertisseur associé $% \mathcal{T}_{\mathcal{T}}$ .	<b>205</b>

#### A.1 Vis à rouleaux satellites+réducteur

Les vis à rouleaux satellites (VARS) sont des composants mécaniques employés dans des systèmes de transformation du mouvement. Ils permettent de convertir un mouvement de rotation en mouvement de translation et inversement [Karam, 2007]. Le schéma présenté sur la figure A.1 montre les principaux éléments constituant la vis à rouleaux satellites. Des rouleaux (roller), sont intercalés entre la vis (screw) et l'écrou (nut). Cette configuration permet de transmettre des efforts plus importants que dans un système vis à billes avec une durée de vie accrue [Velinsky *et al.*, 2009], [Jones et Velinsky, 2012].

Les caractéristiques principales d'une VARS sont :

- Le pas de vis  $p \ [m/tr]$  qui définit le rapport de transformation entre l'entrée et la sortie du composant,
- L'inertie de la partie tournante et la masse de la partie en translation. On retient pour la modélisation une inertie équivalente  $J_{vars}$   $[kg.m^2]$  représentant l'ensemble des contributions inertielles.



Figure A.1 – Vue détaillée d'une vis à rouleaux satellites

• Le rendement de la VARS  $\eta_{vars}$  [%] qui dépend des conditions d'opération.

Dans le cas du modèle inverse, l'entrée est définie par la charge  $F_{act}$  [N] et la vitesse de l'actionneur  $V_{act}$  [m/s]. La sortie est représentée par le couple nécessaire à l'entrée de la VARS  $C_{vars}$  [Nm] et la vitesse de rotation de l'écrou  $\Omega_{vars}$  [rad/s]. La relation qui définit le lien entre l'entrée et la sortie est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \Omega_{vars}(t) \\ \dot{\Omega}_{vars}(t) \\ C_{vars}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2\pi}{p} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\pi}{p} & 0 \\ 0 & J_{vars} \cdot \frac{2\pi}{p} & \frac{p}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{\eta_{vars}(t)}\right)^{sign(P_{act}(t))} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{act}(t) \\ \dot{V}_{act}(t) \\ F_{act}(t) \end{bmatrix}$$
(A.1)

Le réducteur à engrenages est caractérisé par un rapport de réduction  $n_{red}$  [-], une inertie équivalente  $J_{red}$  [ $kg.m^2$ ] et un rendement  $\eta_{red}$  [%] lié au point de fonctionnement du réducteur. La relation entrée-sortie entre le réducteur et l'arbre moteur s'écrit.

$$\begin{bmatrix} \omega_{mot}(t) \\ \dot{\omega}_{mot}(t) \\ C_{mot}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{red} & 0 & 0 \\ 0 & n_{red} & 0 \\ 0 & J_{red} \cdot n_{red} & \frac{1}{n_{red}} \cdot \left(\frac{1}{\eta_{red}}\right)^{sign(P_{vars}(t))} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Omega_{vars}(t) \\ \dot{\Omega}_{vars}(t) \\ C_{vars}(t) \end{bmatrix}$$
(A.2)

#### A.2 Modèle de frottement de l'ensemble vis+réducteur

Les systèmes de transmission mécanique par contact sont soumis à des frottements induits par les caractéristiques des matériaux (état de surface, lubrification, élasticité). Ces frottements ont pour conséquences de réduire les performances énergétiques de la transmission mécanique et de dégrader les matériaux (risque de rupture après un certain nombre de cycles répétés). Des modèles de frottement plus ou moins complexes sont développés dans la littérature parmi lesquels le modèle de frottement complet avec l'effet Stribeck [Olsson *et al.*, 1998]. Pour exprimer les

#### Annexe A - Modélisation des actionneurs électromécaniques

efforts de friction dans l'ensemble réducteur+vis, on se propose d'utiliser un modèle discontinu valable pour toute vitesse  $V_{act}$  [m/s] non nulle ayant pour modèle mathématique la fonction présentée dans l'équation (A.3) :

$$F_{friction}(t) = (F_c + (F_{brk} - F_c) \cdot \exp(-c \cdot |V_{act}(t)|)) \cdot sign(V_{act}(t)) + b_v \cdot V_{act}(t)$$
(A.3)

où  $F_c$  [N] représente l'effort de Coulomb supposé constant quelque soit la vitesse du système,  $F_{brk}$  [N] représente l'effort de décollement au point de démarrage, c [s/m] représente le coefficient de la vitesse d'amorçage de l'effort de Coulomb. Enfin  $b_v$  [ $N.s.m^{-1}$ ] représente le coefficient des frottements visqueux. Ce modèle généralisé est représenté sur la figure A.2.



Figure A.2 – Modèle de frottement de Stribeck

#### A.3 Caractérisation expérimentale des frottements

Bien qu'il existe des modèles des pertes dans une VARS, ceux-ci sont bien souvent très complexes nécessitant un ensemble de données métrologiques difficiles à obtenir. Pour notre approche, un modèle macroscopique semble plus adapté. Du fait des fortes variations de charge et de vitesse, un modèle de rendement est mal adapté. C'est pourquoi nous nous sommes focalisés sur un modèle de perte de la transmission mécanique pour en déduire un rendement en fonction du point de fonctionnement.

Afin de pouvoir caractériser les pertes par frottement sur le système VARS+réducteur, l'actionneur électromécanique a été installé sur un banc de test. Celui-ci est composé d'un actionneur hydraulique permettant de simuler la charge  $F_{act}(t)$  [N] sur toute la plage de vitesse et d'effort requise. L'EMA est commandé en vitesse. Une vue du banc de test est présentée sur la figure A.3 où l'EMA est placé à gauche et l'actionneur hydraulique est en opposition à droite. Un système

#### Annexe A - Modélisation des actionneurs électromécaniques

d'acquisition - non représenté - permet de mesurer les efforts transmis à l'EMA ainsi que le déplacement des actionneurs. La mesure du couple moteur permet de déterminer les frottements entre le couple appliqué par le moteur et la charge utile en sortie de l'EMA.



Figure A.3 – Banc de caractérisation de l'EMA

En réalisant une succession de mesures avec différentes charges et un profil de vitesse sinusoïdale, on obtient un profil de pertes par frottement sur l'ensemble vis/réducteur comme montré sur la figure A.4. Ces pertes sont calculées en comparant l'effort appliqué par la charge sur l'EMA et l'effort équivalent fourni par le moteur au rotor. Au cours de ce travail, il n'a pas été possible de séparer les pertes provenant de la VARS de celles du réducteur pour des charges non nulles. En effet, la technologie d'accouplement de la VARS et du réducteur n'a pas permis d'adapter un moteur directement en sortie de la VARS.



Figure A.4 – Exemple de données expérimentales pour la caractérisation des frottements de l'ensemble VARS+réducteur

#### Annexe A - Modélisation des actionneurs électromécaniques

Grâce à l'identification des courbes et l'extrapolation des données pour des charges et vitesses non réalisables en expérimentation, on peut en déduire une cartographie de rendement du système complet comme présenté sur la figure A.5. Cette fonction est ensuite exploitée pour le calcul des besoins en entrée moteur  $\omega_{mot}$  et  $C_{mot}$ .



Figure A.5 – Cartographie de rendement d'une vis à rouleaux satellites et de son réducteur

## A.4 Moteur synchrone à aimants permanents et convertisseur associé

L'entrainement électrique est assuré par un moteur synchrone à aimants permanents. Afin d'évaluer les besoins énergétiques de la machine, un modèle simplifié représenté par un circuit équivalent de moteur DC est exploité pour calculer la puissance électrique nécessaire au cycle de travail. De plus les dynamiques rapides du moteur électrique (dynamique de couple) sont négligées devant la dynamique mécanique. Le constructeur du moteur électrique fournit les caractéristiques électriques sur une phase du stator, c'est-à-dire la valeur de la résistance de phase  $R_s$  [ $\Omega$ ], l'inertie équivalente du rotor  $J_{mot}$  [ $kg.m^2$ ], les constantes de force électromotrice et constantes de couple notées respectivement  $k_e$  [ $V/rad.s^{-1}$ ] et  $k_t$  [Nm/A], et le coefficient de frottement sur les paliers du rotor, b [Nm/s]. On obtient alors la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} U_{mot}(t) \\ I_{mot}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_e + \frac{b \cdot R_s}{k_t} & \frac{R_s \cdot J_{mot}}{k_t} & \frac{R_s}{k_t} \\ \frac{b}{k_t} & \frac{J_{mot}}{k_t} & \frac{1}{k_t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_{mot}(t) \\ \dot{\omega}_{mot}(t) \\ C_{mot}(t) \end{bmatrix}$$
(A.4)

Ainsi, le calcul de  $U_{mot}$  [V] et  $I_{mot}$  [A] peut être directement calculé à partir des grandeurs

mécaniques connues à l'entrée de l'actionneur par le produit de toutes les matrices de passage de chaque composant. On notera [H] cette matrice telle que :

$$\begin{bmatrix} U_{mot}(t) \\ I_{mot}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{act}(t) \\ \dot{V}_{act}(t) \\ F_{act}(t] \end{bmatrix}$$
(A.5)

A partir des grandeurs électriques à la sortie du moteur électrique, on peut en déduire la puissance en entrée du convertisseur en supposant que le rendement du convertisseur de puissance  $\eta_{conv}$  est constant, quel que soit le point de fonctionnement. La puissance électrique requise pour un actionneur est notée  $P_{ema}(t)$  [W] et s'obtient de la façon suivante.

$$P_{ema}(t) = \frac{3}{2} \cdot U_{mot}(t) \cdot I_{mot}(t) \cdot \left(\frac{1}{\eta_{conv}}\right)^{sign(U_{mot}(t) \cdot I_{mot}(t))}$$
(A.6)

En raison des pertes au travers des différents composants, lorsque l'actionneur est en phase moteur, la puissance électrique délivrée est supérieure à la puissance mécanique utile. En phase génératrice, la puissance électrique transmise au moteur électrique est inférieure à la puissance mécanique fournie sur la tige de l'actionneur.

## annexe B

## Modélisation détaillée des composants du HPSS

#### Sommaire

B.1	Modèle énergétique du stockage d'énergie par batterie LFP $\ldots$ 207
B.2	Modèle de vieillissement du stockage d'énergie par batterie LFP $$ . 210
<b>B.3</b>	Modèle énergétique du stockage par supercondensateurs $\ldots \ldots 213$
<b>B.4</b>	Modèle thermique du stockage par supercondensateurs $\ldots \ldots 215$
B.5	Modèle de vieillissement du stockage par supercondensateurs $\dots 217$
<b>B.6</b>	Intégration du modèle thermique dans le modèle de vieillissement
	du stockage par supercondensateurs 220

#### B.1 Modèle énergétique du stockage d'énergie par batterie LFP

Une batterie est composée d'un assemblage de  $N_{batt}$  cellules supposées de caractéristiques identiques. La batterie contient plusieurs modules dans lesquels les cellules sont connectées en série afin d'augmenter la tension en sortie de batterie. Puis les modules sont connectés en parallèle afin d'augmenter le courant maximal disponible en sortie de batterie. De ce fait, la tension du pack de batterie est la somme des tensions de toutes les cellules composant le pack comme montré sur la figure B.1. La batterie contient donc  $N_{batt} = N_s \times N_p$  cellules, où  $N_p$  est le nombre de modules connecté en parallèle et  $N_s$  est le nombre de cellules connecté en série dans chaque module.

Afin de disposer d'un modèle énergétique simplifié, chaque cellule est modélisée sous la forme d'un dipôle équivalent comportant une source de tension continue appelée tension à vide notée



Figure B.1 – Modèle énergétique d'une cellule LFP et assemblage dans la batterie

 $U_{cell}$  [V] et un conducteur ohmique appelé résistance interne noté  $R_{cell}$  [ $\Omega$ ]. Les dynamiques liées aux réactions électrochimiques ne sont pas prises en compte. Dans les conditions réelles de fonctionnement, la tension à vide et la résistance interne dépendent des conditions d'utilisation telles que l'état de charge (SoC), la température  $\theta_{cell}$  et le sens du courant  $I_{cell}(t)$ .

L'hypothèse majeure est de considérer que toutes les cellules ont des caractéristiques identiques et fonctionnent dans les mêmes conditions opérationnelles (température constante, courant de cellule identique). La batterie dispose d'un système de gestion de l'état des cellules appelé BMS (Battery Management System). Il permet d'assurer un équilibre des tensions entre cellules via un circuit d'équilibrage. Comme les cellules sont supposées identiques, on supposera donc que leurs caractéristiques évolueront de façon similaire. Le modèle global de la batterie peut alors être ramené à une cellule équivalente. Dans la réalité, les cellules ont des caractéristiques très proches mais elles ne vieillissent pas de manière similaire. Ainsi, la résistance interne  $R_{cell}$ et la tension à vide  $U_{cell}$  ne dépendent plus que du SoC et du sens du courant.

Le SoC (State of Charge) représente l'état de charge de la cellule, c'est-à-dire la quantité d'énergie contenue dans la cellule. L'état de charge est décrit par l'équation dynamique suivante :

$$\frac{dSoC}{dt} = \frac{-I_{cell}(t)}{Q_{cell}} \tag{B.1}$$

où  $I_{cell}$  [A] représente le courant débité au travers de la cellule et  $Q_{cell}$  [A.s] la capacité nominale de la cellule. Le courant de la cellule est calculé à partir de la puissance de la batterie  $P_{batt}$ , du nombre de cellules  $N_{batt}$ , de la résistance ohmique  $R_{cell}$  et de la tension à vide  $U_{cell}$ . L'équation (B.2) permet de calculer  $I_{cell}$  à partir de tous ces paramètres pour chaque instant tdu cycle étudié.

$$I_{cell}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{cell}(SoC)} \left( U_{cell}(SoC) - \sqrt{U_{cell}(SoC)^2 - \frac{4 \cdot R_{cell}(SoC) \cdot P_{batt}(t)}{N_{batt}}} \right)$$
(B.2)

Pour des raisons techniques liées à l'échauffement du composant, le courant traversant la cellule est limité à chaque instant t entre  $I_{cell}^{min}$  et  $I_{cell}^{max}$  par la relation suivante :

$$I_{cell}^{min} \le I_{cell}(t) \le I_{cell}^{max} \tag{B.3}$$

De la même façon, on ajoute des contraintes instantanées de restriction de SoC en utilisant les seuils notés  $SoC_{min}$  et  $SoC_{max}$  afin de préserver la batterie des décharges profondes qui risquent de dégrader les cellules prématurément [Hu *et al.*, 2013]. La différence entre les deux seuils de SoC est appelée profondeur de décharge (notée DoD pour Depth of Discharge). Cette valeur est généralement comprise entre 40 et 80 % suivant le type de véhicule hybride exploité.

$$SoC_{min} \le SoC(t) \le SoC_{max}$$
 (B.4)

La figure B.2 présente l'évolution de la tension à vide  $U_{cell}$  en fonction de l'état de charge pour une cellule de type LFP.



Figure B.2 – Evolution de la tension à vide en fonction du SoC pour une cellule LFP

Si la plage d'utilisation du SoC est restreinte entre 40 et 80 %, alors on peut considérer que la tension à vide est quasi constante. De ce fait, on utilisera l'approximation suivante :

$$U_{cell} = \bar{U}_{cell} \tag{B.5}$$

L'hypothèse est également valable pour la valeur de la résistance interne. On suppose que  $R_{cell}$  est quasi constante sur la plage de SoC étudiée. Le calcul du courant de cellule est alors simplifié et dépend principalement du dimensionnement  $N_{batt}$  et de la puissance fournie par la

batterie  $P_{batt}$ .

$$I_{cell}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{cell}} \left( \bar{U}_{cell} - \sqrt{\bar{U}_{cell}^2 - \frac{4 \cdot R_{cell} \cdot P_{batt}(t)}{N_{batt}}} \right)$$
(B.6)

Enfin, l'énergie totale stockable  $E_{cell}^0$  [J] dans une cellule est définie par la relation suivante :

$$E_{cell}^0 = Q_{cell}.\bar{U}_{cell}.3600 \tag{B.7}$$

### B.2 Modèle de vieillissement du stockage d'énergie par batterie LFP

Le modèle de vieillissement exploité pour la batterie LFP utilise une représentation par transfert d'énergie tel que proposé par [Ebbesen *et al.*, 2012]. Ces modèles sont basés sur l'hypothèse que sous certaines conditions de fonctionnement, une batterie peut accumuler une quantité maximale connue d'énergie traversant les cellules sur toute sa vie, représentant un certain nombre de cycles de charge/décharge avant que soit considérée la fin de vie de la batterie. Par la suite, on considère que chaque cellule se dégrade à la même vitesse, c'est-à-dire que les courants et températures dans chaque cellule sont identiques, de même que leurs caractéristiques physiques. On peut donc rapporter le modèle de vieillissement de la batterie à une seule cellule équivalente.

La fin de vie d'un accumulateur électrochimique est considérée comme atteinte lorsque la capacité  $Q_{cell}$  de la cellule est réduite de 20 % par rapport à la capacité initiale notée  $Q_{cell}^0$  [A.s]. Le temps au bout duquel la fin de vie de la batterie est atteinte est noté  $t_{EoL}$ . L'état de santé de la batterie, appelée  $SoH_{batt}$ , définit le niveau de vie du composant à l'instant t. Cette variable varie au cours du temps. En début de vie,  $SoH_{batt} = 1$  ce qui indique que les caractéristiques des composants sont à l'état neuf tel qu'indiqué par le fabricant de la batterie. Lorsque  $SoH_{batt} = 0$ , cela signifie que  $t_{EoL}$  est atteint et la batterie est considérée comme en fin de vie. Le  $SoH_{batt}$  est défini par la relation suivante :

$$SoH_{batt}(\tau) = 1 - \frac{1}{2 \cdot N_{cycles}(c) \cdot E^0_{cell}} \int_0^\tau |P_{cell}(t)| dt$$
(B.8)

où  $N_{cycles}$  est une variable qui représente le nombre de cycles de charges et décharges complets équivalents en fonction du taux de courant c dans la cellule,  $E_{cell}^0$  [J] représente l'énergie contenue dans la cellule. Cette énergie dépend de la capacité nominale  $Q_{cell}^0$  et de la tension moyenne à vide à partir de la relation suivante :

$$E^0_{cell} = \bar{U}_{cell} \cdot Q^0_{cell} \tag{B.9}$$

Grâce à l'hypothèse réalisée sur la tension à vide de la cellule LFP, le taux de courant est

c	$0,\!5$	2	6	10
B(c)	31,630	21,681	12,934	$15,\!512$

Tableau B.1 – Table de données pour le facteur pré-exponentiel en fonction du c-rate

défini à partir de la puis sance fournie ou stockée par la cellule  $P_{cell}$  par la relation suivante :

$$c = \frac{|P_{cell}|}{E_{cell}^0} \tag{B.10}$$

Le nombre de cycles est estimé à partir de la loi du débit d'énergie total noté A(c) [Ah], lequel dépend du taux de courant d'après l'expression suivante :

$$N_{cycles}(c) = \frac{3600 \cdot \bar{U}_{cell} \cdot A(c)}{E_{cell}^0}$$
(B.11)

Enfin, le calcul de A(c) est obtenu à partir de la loi d'Arrhénius, laquelle décrit les vitesses des réactions chimiques dans la cellule LFP [Bloom *et al.*, 2001]. Le débit total est calculé à partir de la perte de capacité  $\Delta Qcell$  [%] de la cellule, et d'une fonction qui dépend essentiellement de la température au cœur de la cellule  $\theta_{cell}$  [Wang *et al.*, 2011a]. Les paramètres tels que l'état de charge ou la profondeur de décharge ont peu d'influence sur la dégradation de la batterie tant que l'on reste dans les limites fixées par les constructeurs. La perte de capacité  $\Delta Q_{cell}$  de la cellule entre le début et la fin de vie de la cellule est de 20%.

$$A(c) = \left[\frac{\Delta Q_{cell}}{B(c). \exp\left(\frac{-E_a(c)}{R.\theta_{cell}}\right)}\right]^{1/z}$$
(B.12)

où B(c) est le facteur pré-exponentiel,  $E_a(c)$  représente l'énergie d'activation, c le taux de courant,  $\theta_{cell}$  la température de la cellule (supposée constante ici), R la constante des gaz parfaits, et z est le facteur de puissance. Le débit d'énergie totale traversant est exprimé à partir de A(c)[Ah] en fonction du taux de courant. Les données relatives aux cellules utilisées sont présentées dans le tableau B.1 et le système d'équations (B.13).

$$\begin{cases} E_a(c) = (31700 - 370, 3 \cdot c) \quad [J/mol] \\ z = 0,55 \\ R = 8,31 \quad [J/mol.K] \\ \theta_{cell} = 313K \ (40^{\circ}C) \end{cases}$$
(B.13)

En remplaçant le taux de courant c par la puissance interne de la cellule, on obtient la courbe figure B.3 qui décrit le nombre de cycles équivalent en fonction de la puissance interne pour une température supposée constante.



Figure B.3 – Nombre de cycles d'une cellule A123 ANR<br/>26650 en fonction de sa puissance interne à  $40^{\circ}C$ 

En observant l'évolution de  $N_{cycles}$  sur la figure B.3, il en ressort que le nombre de cycles est plus important à moyenne puissance qu'à faible puissance. Ce comportement peut être expliqué par l'effet calendaire qui induirait une prédominance de la dégradation par vieillissement calendaire et non par cyclage actif. La dynamique de l'état de santé de la cellule est exprimée à partir de la relation (B.8) avec  $P_{cell}$ . Elle caractérise la vitesse de dégradation de la cellule. Cette vitesse de dégradation est représentée sur la figure B.4 à partir de l'équation suivante :

$$\dot{SoH}_{batt}(t) = -\frac{|P_{cell}(t)|}{2 \cdot N \left(|P_{cell}(t)|\right) \cdot E^{0}_{cell}}$$
 (B.14)



Figure B.4 – Vitesse de dégradation d'une cellule A123 ANR<br/>26650 en fonction de sa puis<br/>sance interne $% \mathcal{A}$ 

En supposant que le cycle défini entre  $t_0$  et  $t_f$  soit répété pendant toute la durée de vie théorique de la machine L [h], la batterie ne devra être dégradée que sur une portion de la plage de dégradation totale. Cette portion est notée  $\Delta SoH$  et est définie de la façon suivante :

$$\Delta SoH = \frac{t_f - t_0}{L \times 3600} \tag{B.15}$$

Ainsi, la contrainte de vieillissement est exprimée par l'inégalité suivante

$$\int_{t_0}^{t_f} -\dot{SoH}_{batt}(|P_{cell}(t)|)dt \le \Delta SoH$$
(B.16)

#### B.3 Modèle énergétique du stockage par supercondensateurs

Dans une configuration similaire à la batterie LFP, le stockage par supercondensateur est un module comprenant  $N_{sc}$  cellules supposées identiques. Le supercondensateur est modélisé sous forme d'un dipôle équivalent comprenant une capacité  $C_{cell}$  [F] et un conducteur ohmique  $R_{esr}$  [ $\Omega$ ] qui caractérise les pertes internes [German *et al.*, 2014b]. La figure B.5 présente la configuration du pack de supercondensateurs et l'assemblage sous forme de branche série et branche parallèle des cellules.



Figure B.5 – Modèle énergétique d'une cellule de supercondensateur et assemblage dans le pack

Dans cette approche énergétique, les dynamiques internes sont négligées. La capacité  $C_{cell}$  et la résistance interne équivalente  $R_{esr}$  sont supposées constantes et indépendantes des conditions de fonctionnement. L'état de charge est proportionnel au carré de la tension nominale de la cellule. La puissance utile fournie par le pack de supercondensateurs  $P_{sc}$  [W] est décrite par l'équation suivante :

$$P_{sc}(t) = \frac{N_{sc}}{\eta_{sc}(I_{sc}(t), U_{sc}(t))} \left(U_{cell}(t) \cdot I_{cell}(t) - R_{esr} \cdot I_{cell}(t)\right)$$
(B.17)

où  $\eta_{sc}$  [%] représente le rendement du convertisseur de tension qui dépend du courant de

sortie du pack  $I_{sc}$  [A] et de la tension d'entrée du convertisseur  $U_{sc}$  [V],  $I_{cell}$  [A] représente le courant interne de cellule et  $N_{sc}$  est le nombre de supercondensateurs dans le pack. Les performances du convertisseur sont caractérisées à partir du rapport de conversion  $\alpha_{conv}$ , lequel défini le rapport entre la tension de sortie  $U_{bus}$  et la tension aux bornes des branches série des supercondensateurs  $U_{sc}$  [Rashid, 2010]. Cette tension évolue en fonction du courant débité d'après l'équation dynamique suivante [Kreczanik, 2011] :

$$\frac{dU_{cell}}{dt} = \frac{-I_{cell}(t)}{C_{cell}} \tag{B.18}$$

Le rendement du convertisseur de tension dépend des pertes par conduction liées au courant interne et des pertes par commutation, liées au rapport cyclique  $\alpha$  [Hankache, 2008]. Ce rapport de conversion est déduit à partir de la relation suivante :

$$\alpha_{conv}(t) = \frac{U_{bus}}{U_{sc}(t)} \tag{B.19}$$

A partir d'un modèle énergétique du convertisseur, la fonction de rendement  $\eta_{sc}$  est reconstruite à partir de la puissance fournie en entrée  $P_{sc}(t)$  et de la tension de la cellule  $U_{cell}$  pour un dimensionnement fixé  $N_{sc}$ .

$$\eta_{sc}(t) = g(P_{sc}(t), U_{cell}(t), N_{sc}) \tag{B.20}$$

Le courant débité au travers de la cellule est déduit à partir de la puissance de sortie du module.

$$I_{cell}(t) = \frac{1}{2 \cdot R_{esr}} \left( U_{cell}(t) - \sqrt{U_{cell}^2(t) - \frac{4 \cdot R_{esr} \cdot P_{sc}(t) \cdot \eta_{sc}(P_{sc}(t), U_{cell}(t), N_{sc})}{N_{sc}}} \right)$$
(B.21)

La capacité de charge et de décharge du supercondensateur est fixée par le constructeur afin de limiter les échauffements et une dégradation prématurée de la cellule.

$$I_{cell}^{min} \le I_{cell}(t) \le I_{cell}^{max} \tag{B.22}$$

La tension de cellule peut être limitée à un seuil minimal car la diminution de la tension induit un ratio plus important entre la tension en entrée du convertisseur et la tension de sortie stabilisée. L'une des raisons majeures est une dégradation des performances du convertisseur (rendement plus faible).

$$U_{cell}^{min} \le U_{cell}(t) \le U_{cell}^{max} \tag{B.23}$$

L'énergie emmagasinée dans le supercondensateur est liée à la tension de cellule par la relation

suivante :

$$E_{cell}(t) = \frac{1}{2} \cdot C_{cell} \cdot U_{cell}(t)^2$$
(B.24)

De ce fait, il faut trouver un compromis entre la tension limite de la cellule et l'énergie disponible sur un cycle complet de charge/décharge.

#### B.4 Modèle thermique du stockage par supercondensateurs

Le modèle thermique présenté ici se base sur une seule cellule et reprend les travaux de [Hijazi, 2010]. Ce modèle est représenté sur la figure B.6 sous forme d'un circuit électrique équivalent.



Figure B.6 – Modèle thermique équivalent d'un supercondensateur

où  $\phi$  [W] représente la quantité d'énergie par unité de temps dissipée au travers de la cellule,  $C_{th}$  [J/K] la capacité thermique de la cellule,  $R_{cond}$  et  $R_{conv}$  [K/W] sont respectivement les résistances thermiques liées aux phénomènes de conduction et de convection. Enfin  $\theta_c$ ,  $\theta_h$  et  $\theta_c$  [°C] sont les valeurs des températures au cœur de la cellule, aux bornes de la cellule et la température ambiante. La puissance moyenne dissipée sur le cycle  $\phi$  [W] est définie à partir de la puissance dissipée par la résistance et du courant efficace  $I_{eff}$  [A].

$$\phi(t) = R_{esr} \cdot I_{eff}(t)^2 \tag{B.25}$$

Le courant efficace  $I_{eff}$  représente le courant moyen continu équivalent débité au travers de la résistance.

$$I_{eff}(\tau) = \sqrt{\frac{1}{\tau - t_0} \int_{t_0}^{\tau} I_{cell}^2(t) dt}$$
(B.26)

La valeur de la résistance en conduction thermique  $R_{cond}$  est liée aux propriétés des matériaux utilisés dans la fabrication des cellules. La valeur de la résistance de convection  $R_{conv}$  est quant à elle calculée suivant la géométrie d'agencement des cellules et les caractéristiques de l'écoulement d'air assurant le refroidissement. L'équation de la chaleur décrit l'évolution de la température dans la cellule [Incropera, 2011] :

$$C_{th} \cdot R_{th} \frac{d\theta_c(t)}{dt} = R_{th} \cdot \phi(t) + \theta_a - \theta_c(t)$$
(B.27)

où  $R_{th}$  [K/W] représente la résistance thermique équivalente entre le cœur de la cellule et l'air autour de la cellule. Cette valeur est calculée comme la somme de  $R_{cond}$  et  $R_{conv}$ . En régime permanent, la température  $\theta_c$  atteint une valeur critique qui est la température maximale en utilisation. Cette température, notée  $\theta_c^{max}$  est déduite de la relation précédente :

$$\phi = \frac{\theta_c^{max} - \theta_a}{R_{th}} \tag{B.28}$$

Les supercondensateurs sont généralement placés dans des modules en configuration série, voire en configuration parallèle lorsque  $N_{sc}$  est très grand. Ces modules sont des boitiers dans lesquels est disposé un nombre fini de cellules. La figure B.7 présente la configuration d'un module de supercondensateurs issue des travaux de [Hijazi, 2010]. Sur cette vue de dessus, les cellules sont disposées en quinconce par colonnes de 6. Des ouvertures de chaque côté du module permettent le passage d'un flux d'air forcé assurant le refroidissement des cellules. Ce flux d'air est caractérisé par une vitesse  $V_{air}$  [m/s] et une température notée  $\theta_a$  [°C].



Figure B.7 – Configuration en quinconce d'un module de supercondensateurs avec refroidissement forcé

Un autre phénomène thermique entre en jeu dans cette configuration à plusieurs cellules : le transfert de chaleur par transfert de masse. On suppose que toutes les cellules ont la même résistance thermique équivalente  $R_{th}$  et qu'elles dissipent la même quantité de chaleur  $\phi(t)$  entre  $t_0$  et t. La différence de température  $\theta_c^{max} - \theta_a$  est donc identique, quelle que soit la position de la cellule dans le module de supercondensateurs. Sur la première colonne, la température ambiante a pour valeur  $\theta_a$ . Lorsque la masse d'air traverse la première colonne, une partie de la chaleur dissipée est transférée à la masse en mouvement et sa température augmente d'une valeur  $\epsilon$ . Lorsque cette même masse d'air atteint la seconde colonne, la température ambiante  $\theta_a$  a augmenté de  $\epsilon$  par rapport à la température d'entrée et donc la température de la cellule augmente de cette même valeur. Ce transfert de chaleur s'opère successivement pour chaque colonne traversée.

Ce modèle thermique a été validé par des expérimentations menées par [Hijazi *et al.*, 2012] pour différentes configurations. Sur la figure B.8 sont représentées les évolutions de température de cellule critique pour différentes températures ambiantes pour une configuration de module et des conditions de flux d'air fixés.



Figure B.8 – Evolution de la température de cœur maximale pour différente température ambiante dans un pack de  $6 \times 10$  supercondensateurs

On s'aperçoit que la température critique  $\theta_c^{max}$  augmente suivant une loi polynomiale d'ordre 2. On en déduit un modèle mathématique de cette température critique en fonction du courant efficace.

$$\theta_c^{max} = \theta_a + a_1 \cdot I_{eff}^2 \tag{B.29}$$

où  $a_1$  est un paramètre qui dépend des conditions de refroidissement, de la configuration du module et du nombre de supercondensateurs  $N_{sc}$  dans ce module.

## B.5 Modèle de vieillissement du stockage par supercondensateurs

Le phénomène de stockage électrostatique induit des réactions chimiques (oxydoréduction) qui affectent les électrodes et l'électrolyte durant les cycles de charge/décharge. Deux phéno-

#### Annexe B - Modélisation des composants du HPSS

mènes sont observés : la capacité initiale de la cellule  $C_{cell}$  diminue tandis que la résistance série équivalente  $R_{esr}$  augmente. Les conséquences de cette modification des caractéristiques physiques sont une diminution de l'énergie stockable dans la cellule et une augmentation des pertes internes qui dégradent le rendement énergétique du composant tout en augmentation l'échauffement interne [Gualous *et al.*, 2010].

La loi d'Arrhénius décrit la vitesse d'une réaction chimique à partir de la température de la réaction. Cette loi est utilisée pour estimer la durée de vie d'un composant, [Kreczanik *et al.*, 2009], [German *et al.*, 2014a]. La loi d'Eyring est une extension de la loi d'Arrhénius prenant en compte la tension aux bornes des électrodes. Bien que la température et la tension soient deux paramètres majeurs qui affectent le vieillissement calendaire d'une cellule, le courant efficace est un facteur d'accélération de la dégradation pour le vieillissement par cyclage [Kreczanik *et al.*, 2014a].

La fin de vie d'un supercondensateur est considérée comme atteinte lorsque la résistance interne  $R_{esr}$  a atteint deux fois la valeur initiale ou lorsque la capacité nominale de la cellule a diminué de 20 % par rapport à la capacité initiale (données Maxwell Technologies).

Afin de caractériser ce phénomène de vieillissement, plusieurs études ont été menées notamment par [Kreczanik *et al.*, 2014b]. Les expérimentations ont permis de mettre en évidence l'effet du vieillissement calendaire et le vieillissement par cyclage. Pour cela, des cellules BCAP3000 de Maxwell Technologies ont été testées suivant différentes conditions d'utilisation de température, de tension et de courant de cyclage. La durée de vie estimée d'une cellule est calculée à partir de la loi d'Eyring. Cette durée de vie  $\tau_d$  [h] est décrite par la relation suivante et représentée sur la figure B.9 pour une cellule BCAP3000.

$$\tau_d = \tau_0 \cdot \exp\left(-\frac{\bar{U}_{cell}(t)}{U_0} - \frac{\theta_c}{\theta_0}\right) \tag{B.30}$$

La tension moyenne de la cellule  $U_{cell}$  entre  $t_0$  et  $t_f$  est obtenue par la relation suivante :

$$\bar{U}_{cell} = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} U_{cell}(t) dt$$
(B.31)

De la même façon, l'influence du courant efficace a été évaluée au travers de tests de cyclage qui ont conduit à l'identification du paramètre d'accélération  $k_i$  pour des cellules du même type.

$$k_i = \exp\left(\frac{I_{eff}}{I_0}\right) \tag{B.32}$$

En supposant que chaque cellule du module de supercondensateurs est gérée de manière identique. Le facteur limitant sera la cellule ayant la température interne la plus élevée, c'està-dire  $\theta_c^{max}$ . La durée de vie critique estimée de la cellule la plus contrainte d'un point de vue thermique est décrite par la relation suivante :



Figure B.9 – Durée de vie estimée d'une cellule BCAP3000 d'après la loi d'Eyring



Figure B.10 – Evolution du facteur d'accélération de la dégradation d'une cellule BCAP3000 en fonction du courant efficace

$$\tau_d(\bar{U}_{cell}, \theta_c^{max}, I_{eff}) = \tau_0 \cdot \exp\left(-\frac{\bar{U}_{cell}}{U_0} - \frac{\theta_c^{max}}{\theta_0} - \frac{I_{eff}}{I_0}\right)$$
(B.33)

Cette durée de vie estimée doit être au moins égale à la durée de vie théorique L de la machine. La contrainte de vieillissement est représentée par une inégalité entre la durée de vie de la cellule et la durée de vie machine :

$$\tau_d \ge L \tag{B.34}$$

Le courant efficace est calculé sur la durée complète du cycle d'après l'équation B.35.

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} I_{cell}^2(t) dt}$$
(B.35)

Le calcul de la tension moyenne de la cellule sur le cycle complet permet d'évaluer la durée

de vie qui sera atteinte par la cellule la plus sollicitée dans le module de supercondensateurs.

$$\bar{U}_{cell} = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} U_{cell}(t) dt$$
(B.36)

## B.6 Intégration du modèle thermique dans le modèle de vieillissement du stockage par supercondensateurs

Dans le module de supercondensateurs, la température maximale est déterminée à partir du courant efficace et de la température ambiante d'après l'équation suivante :

$$\theta_c^{max} = \theta_a + a_1(N_{sc}) \cdot I_{eff}^2 \tag{B.37}$$

Cette relation est exploitée pour déterminer la durée de vie estimée de la cellule la plus sollicitée thermiquement à partir de la loi d'Eyring. Cette durée doit atteindre la durée de vie théorique de la machine.

$$\tau_0 \cdot \exp\left(\frac{\bar{U}_{cell}}{U_0} - \frac{\theta_{air} + a_1(N_{sc}) \cdot I_{eff}^2}{\theta_0} - \frac{I_{eff}}{I_0}\right) \ge L$$
(B.38)

Par simplification, on obtient l'inéquation suivante :

$$\alpha \cdot I_{eff}^2 + \beta \cdot I_{eff} + \gamma \le 0 \tag{B.39}$$

avec :

$$\begin{cases} \alpha = \frac{a_1(N_{sc})}{\theta_0} \\ \beta = \frac{1}{I_0} \\ \gamma = \frac{\theta_a}{\theta_0} + \ln\left(\frac{L}{24 \cdot \tau_0}\right) + \frac{\bar{U}_{cell}}{U_0} \end{cases}$$
(B.40)

Le courant efficace est positif de par la nature de la relation B.35. La fonction polynomiale étant monotone croissante, il existe une solution unique définie de la manière suivante :

$$I_{eff} \le I_{eff}^{lim} = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4 \cdot \alpha \cdot \gamma}}{2 \cdot \alpha} \tag{B.41}$$

où  $I_{eff}^{lim}$  représente la valeur limite du courant efficace qui dépend essentiellement du nombre de cellules dans le pack. Par décomposition de l'expression du courant efficace, on peut alors en déduire la relation entre le courant interne  $I_{cell}(t)$  et ce seuil :

$$\frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} I_{cell}(t)^2 dt \le \left(I_{eff}^{lim}\right)^2 \tag{B.42}$$

## ANNEXE C

## Impact du choix des conditions initiales sur la solution optimale de la configuration B

De nombreux paramètres ont une influence sur la solution optimale du dimensionnement et de la commande du système d'alimentation hybride. Parmi ces paramètres, on propose d'étudier la condition initiale de la configuration B. Dans le cas d'une configuration hybride PAC+Batterie LFP telle que la configuration A, le choix de la condition initiale a peu d'influence sur le résultat obtenu car les variations de SoC pour le cycle étudié sont très faibles (de l'ordre de 1 % pour un cycle d'une durée de 2 minutes).

En revanche, dans le cas de la configuration B, il s'avère que les limites de tension sont atteintes à plusieurs reprises sur le même cycle de travail. De ce fait, on souhaite évaluer plusieurs valeurs sur la tension initiale. Pour rappel, si la tension de cellule est élevée, le courant débité à iso puissance est moins important que dans le cas d'une tension faible, et donc les échauffements sont plus limités. De ce fait, le choix des conditions initiales aura un impact sur le dimensionnement du HPSS et la stratégie de gestion d'énergie optimale.

Dans la suite de l'étude, des optimisations sont réalisées avec différentes tensions initiales  $U_{cell}(t_0)$  comprises en 55 % et 95 % de la tension nominale. Les tensions minimales et maximales sont respectivement de 50 % et 100 % de la tension nominale. Enfin, un bilan énergétique nul doit être respecté ce qui signifie donc que  $U_{cell}(t_f) = U_{cell}(t_0)$ . La solution optimale est recherchée pour le cycle A.

Les résultats sont présentés dans le tableau C.1. Plusieurs solutions sont mises en évidence :

• Le TCO est minimal lorsque  $U_{cell}(t_0) = 90\%$ ,

- Le coût initial est minimal lorsque  $U_{cell}(t_0) = 85\%$ ,
- Le coût d'exploitation est minimal lorsque  $U_{cell}(t_0) = 95 \%$ .

La différence de TCO entre la solution la plus onéreuse et la moins onéreuse est de 3,4% soit une différence absolue de  $2670 \in$  comparée aux  $78700 \in$  de la solution la plus économique. La consommation d'hydrogène augmente lorsque la tension initiale diminue. Ceci est lié à une augmentation des pertes dans les supercondensateurs. Cette variation de pertes doit être compensée par une demande de puissance accrue sur la PAC.

$U_{cell}(t_0)$	95%	90%	85%	75%	55%
$P_{pac}^{max}$	$17,8\mathrm{kW}$	$16,8\mathrm{kW}$	$16,\!4\mathrm{kW}$	$16{,}6\rm kW$	$16,8\mathrm{kW}$
$N_{sc}$	90	90	90	90	120
$\dot{m}_{H2}$	$0{,}862\mathrm{kg/h}$	$0{,}872\mathrm{kg/h}$	$0{,}881\mathrm{kg/h}$	$0{,}882\mathrm{kg/h}$	$0{,}887\mathrm{kg/h}$
$J_{TCO}$	78697€	78 238€	78 259€	78 490€	80 911€
$J_1$	35 070€	34 330€	34028€	34179€	36 363€
$J_2$	43627€	43 908€	44 231€	44 311€	44 548€

Tableau C.1 – Solution optimale avec différentes tensions initiales pour la configuration B et le cycle A

L'évolution du TCO et sa décomposition suivant l'investissement (CAPEX) et l'exploitation (OPEX) du HPSS en fonction de la condition initiale sur la tension de cellule sont présentées sur la figure C.1. On observe que la variation du TCO est principalement marquée par les coûts d'investissement.



Figure C.1 – Evolution du coût du HPPS en fonction de la valeur de la tension de cellule initiale

La figure C.2 montre l'évolution de différentes grandeurs physiques sur le HPSS suivant

différentes tensions initiales. La première courbe (en haut) montre la trajectoire optimale de la tension au cours du cycle.



Figure C.2 – Trajectoires optimales pour différentes valeurs de tension initiale

Sur la seconde figure, les courants débités au travers de la cellule sont tracés. On s'aperçoit donc que pour une même puissance, le courant sera plus important sur les basses tensions. La

## Annexe C - Impact du choix des conditions initiales sur la solution optimale de la configuration B

stratégie de gestion d'énergie est représentée sur la figure du bas. La stratégie de la configuration avec une tension de cellule de 95 % est différente car la tension atteint le seuil maximal en début de cycle et la puissance de la PAC doit être abaissée pour éviter de charger la cellule au-delà du seuil maximal. Ensuite, comme le dimensionnement de la PAC est plus important, le pack de supercondensateurs suit une trajectoire similaire aux autres cas.

Cette étude a donc permis de mettre en évidence l'impact d'un paramètre supplémentaire dans le choix des données d'entrée pour l'optimisation du HPSS.

## ANNEXE D

# Dimensionnement et optimisation de trajectoires d'un équipement de mini-excavatrice

Cette étude présente des résultats de dimensionnement pour l'optimisation du dimensionnement et de la trajectoire d'un système multi-actionneurs ainsi que l'optimisation du HPSS. Cette partie fait suite à l'approche présentée dans le chapitre 7. Le dimensionnement des actionneurs électromécaniques vise à optimiser la consommation énergétique de l'ensemble. Une fois cette optimisation réalisée, on utilise le nouveau cycle optimisé pour réaliser le dimensionnement du HPSS.

Dans le cadre de l'optimisation du cycle de travail, on va chercher à optimiser le rapport de réduction du réducteur à engrenages placé entre la VARS et le moteur électrique. Comme nous disposons d'un modèle de frottement spécifique à un seul ratio, on supposera que pour un autre ratio compris à +/-5% du ratio de référence, le modèle de frottement est identique. De ce fait, la plage de ratio est restreinte autour du ratio de référence avec une marge de 5%.

Le cycle de travail simulé est similaire à celui présenté dans le chapitre 7. Un changement d'échelle est appliqué afin de conserver la confidentialité des données. On s'intéresse là aussi aux phases de transition pendant la tâche de creusement. Pour résoudre ce premier problème d'optimisation, il faut créer autant de sous-problèmes d'optimisation qu'il existe de combinaisons de ratio entre les trois actionneurs étudiés. Ensuite, chaque sous-problème est résolu à l'aide de l'algorithme IteBaC. Lorsque toutes les combinaisons sont testées, on récupère la meilleure solution et on reconstruit le cycle de puissance électrique fourni aux actionneurs.

La figure D.1 représente le cycle de puissance électrique reconstruit à partir des résultats d'optimisation de l'actionneur. Les trajectoires transitoires sont optimisées en début et milieu de

cycles, lorsque les puissances demandées sont modérées. Le gain de consommation est d'environ 4,3% sur le cycle total.



Figure D.1 – Représentation du cycle de puissance  $P_{req}$ 

Les résultats du problème d'optimisation de trajectoire et de dimensionnement des actionneurs sont présentés dans le tableau D.1. L'écart entre le ratio optimal et le ratio de référence pour l'actionneur de flèche, l'actionneur de bras et l'actionneur de godet sont notés respectivement  $\Delta n_{fleche}$ ,  $\Delta n_{bras}$  et  $\Delta n_{godet}$ . L'optimisation des trajectoires des actionneurs permet d'obtenir un gain de 5,3%. Cependant, en ajoutant la puissance des auxiliaires et la puissance du moteur de tourelle sur le cycle de puissance optimisé des actionneurs, le gain chute à 4,7% car l'énergie du cycle optimisé ne représente plus que 75% de l'énergie totale de la machine. Il en est de même pour la trajectoire initiale.

	Référence	Optimum	
$P_{moy}$	$7,1\mathrm{kW}$	$6,7\mathrm{kW}$	
$E_{tot}$	$94,5\mathrm{kJ}$	$90,4\mathrm{kJ}$	
Gain	4,7	4,7%	
$T_1$	$2,3\mathrm{s}$	$1,5\mathrm{s}$	
$T_2$	$4,8\mathrm{s}$	$5,\!6\mathrm{s}$	
$\Delta n_{fleche}$	+6	%	
$\Delta n_{bras}$	-1%		
$\Delta n_{godet}$	-5,5	8%	

Tableau D.1 – Résultats sur le dimensionnement et la trajectoire optimale du système multi-actionneurs synchronisé

Lorsque les deux cycles de puissance ont été reconstruits, l'optimisation du HPSS est réalisée

de la même manière que présentée dans les chapitres 3 à 6. On considère une configuration hybride comportant une pile à combustible et une batterie LFP. Les paramètres de l'algorithme sont les mêmes que ceux énoncés dans le chapitre 6. Les résultats de cette optimisation sont résumés dans le tableau D.2. Grâce au cycle optimisé, le dimensionnement du HPSS est réduit, de même que la consommation en hydrogène. Le TCO sur le cycle optimisé est ainsi 4,0% inférieur par rapport à l'optimisation du HPSS pour le cycle de référence.

	Référence	Optimum
$P_{pac}^{max}$	$7,2\mathrm{kW}$	$6,8\mathrm{kW}$
$N_{batt}$	$700\mathrm{cellules}$	$600\mathrm{cellules}$
$\dot{m}_{H2}$	$0{,}376\mathrm{kg/h}$	$0{,}361\rm kg/h$
$J_{TCO}$	39 647 €	38 058 €
Ecart TCO	t TCO 4,0 %	

Tableau D.2 – Résultats de l'optimisation du HPSS avec la configuration A

Les résultats de simulation du HPSS pour le cycle de référence sont présentés sur la figure D.2, tandis que ceux issus du cycle optimisé sont présentés sur la figure D.3.



Annexe D - Dimensionnement et optimisation de trajectoires d'un équipement de mini-excavatrice

Figure D.2 – Résultats de simulation pour le cycle de référence avec la configuration A



Figure D.3 – Résultats de simulation pour le cycle optimisé avec la configuration A

### Références bibliographiques

- [Adjiman *et al.*, 2000] ADJIMAN, C. S., ANDROULAKIS, I. P. et FLOUDAS, C. A. (2000). Global optimization of mixed-integer nonlinear problems. *AIChE Journal*, 46(9):1769–1797.
- [Akli et al., 2009] AKLI, C. R., SARENI, B., ROBOAM, X. et JEUNESSE, A. (2009). Integrated optimal design of a hybrid locomotive with multiobjective genetic algorithms. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 30(3):151–162.
- [Al Sakka et al., 2009] AL SAKKA, M., GUALOUS, H., VAN MIERLO, J. et CULCU, H. (2009). Thermal modeling and heat management of supercapacitor modules for vehicle applications. *Journal of Power Sources*, 194(2):581–587.
- [Ambühl et al., 2010] AMBÜHL, D., SUNDSTRÖM, O., SCIARRETTA, A. et GUZZELLA, L. (2010). Explicit optimal control policy and its practical application for hybrid electric powertrains. *Control engineering practice*, 18(12):1429–1439.
- [Amrhein et Neumann, 2012] AMRHEIN, J. et NEUMANN, U. (2012). Prb regeneration of potential energy while boom-down. In Proceedings of the 8th International Fluid Power Conference, Dresden, Germany, volume 2, pages 69–72, Dresden, Germany.
- [Ansarey et al., 2014] ANSAREY, M., SHARIAT PANAHI, M., ZIARATI, H. et MAHJOOB, M. (2014). Optimal energy management in a dual-storage fuel-cell hybrid vehicle using multidimensional dynamic programming. *Journal of Power Sources*, 250:359–371.
- [Bard, 1998] BARD, J. F. (1998). Practical bilevel optimization : algorithms and applications, volume 30. Springer Science & Business Media.
- [Bard et Moore, 1990] BARD, J. F. et MOORE, J. T. (1990). A branch and bound algorithm for the bilevel programming problem. SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing, 11(2):281–292.
- [Barnhart et al., 1998] BARNHART, C., JOHNSON, E. L., NEMHAUSER, G. L., SAVELSBERGH, M. W. et VANCE, P. H. (1998). Branch-and-price : Column generation for solving huge integer programs. Operations research, 46(3):316–329.
- [Bashash et al., 2011] BASHASH, S., MOURA, S. J., FORMAN, J. C. et FATHY, H. K. (2011). Plugin hybrid electric vehicle charge pattern optimization for energy cost and battery longevity. *Journal of power sources*, 196(1):541–549.
- [Bayer et Hauser, 2012] BAYER, F. et HAUSER, J. (2012). Trajectory optimization for vehicles in a constrained environment. *In CDC*, pages 5625–5630.
- [Bellman, 1957] BELLMAN, R. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton University Press, first édition.
- [Bertsekas, 1995] BERTSEKAS, D. P. (1995). Dynamic programming and optimal control, volume 1. Athena Scientific Belmont.
- [Betts, 1998] BETTS, J. T. (1998). Survey of numerical methods for trajectory optimization. Journal of guidance, control, and dynamics, 21(2):193–207.
- [Bloom et al., 2001] BLOOM, I., COLE, B., SOHN, J., JONES, S., POLZIN, E., BATTAGLIA, V., HENRIKSEN, G., MOTLOCH, C., RICHARDSON, R., UNKELHAEUSER, T. et al. (2001). An accelerated calendar and cycle life study of li-ion cells. *Journal of Power Sources*, 101(2):238– 247.
- [Bonami et al., 2012] BONAMI, P., KILINÇ, M. et LINDEROTH, J. (2012). Algorithms and software for convex mixed integer nonlinear programs. In Mixed integer nonlinear programming, pages 1–39. Springer.
- [Borchers et Mitchell, 1994] BORCHERS, B. et MITCHELL, J. E. (1994). An improved branch and bound algorithm for mixed integer nonlinear programs. *Computers & Operations Research*, 21(4):359–367.
- [Boyd et Vandenberghe, 2009] BOYD, S. et VANDENBERGHE, L. (2009). Convex optimization. Cambridge university press.
- [Bracken et McGill, 1978] BRACKEN, J. et McGILL, J. (1978). Production and marketing decisions with multiple objectives in a competitive environment. *Journal of Optimization Theory* and Applications, 24(3):449–458.
- [Brand et al., 2010] BRAND, M., MASUDA, M., WEHNER, N. et YU, X.-H. (2010). Ant colony optimization algorithm for robot path planning. In Computer Design and Applications (ICCDA), 2010 International Conference on, volume 3, pages V3–436. IEEE.

- [Budinger, 2014] BUDINGER, M. (2014). Conception préliminaire et dimensionnement des systèmes d'actionnement. Thèse de doctorat, Université de Toulouse.
- [Budinger et al., 2014] BUDINGER, M., PASSIEUX, J.-C., GOGU, C. et FRAJ, A. (2014). Scalinglaw-based metamodels for the sizing of mechatronic systems. *Mechatronics*, 24(7):775?787.
- [Burer et Letchford, 2012] BURER, S. et LETCHFORD, A. N. (2012). Non-convex mixed-integer nonlinear programming : a survey. Surveys in Operations Research and Management Science, 17(2):97–106.
- [Burke, 2007] BURKE, A. F. (2007). Batteries and ultracapacitors for electric, hybrid, and fuel cell vehicles. *Proceedings of the IEEE*, 95(4):806–820.
- [Busquets et Ivantysynova, 2014] BUSQUETS, E. et IVANTYSYNOVA, M. (2014). The world's first displacement controlled excavator prototype with pump switching a study of the architecture and control (best paper award). In 9th JFPS International Symposium on Fluid Power, pages 324–331.
- [Caux et al., 2010] CAUX, S., HANKACHE, W., FADEL, M. et HISSEL, D. (2010). Pem fuel cell model suitable for energy optimization purposes. *Energy Conversion and Management*, 51(2): 320–328.
- [Černý, 1985] ČERNÝ, V. (1985). Thermodynamical approach to the traveling salesman problem : An efficient simulation algorithm. Journal of optimization theory and applications, 45(1):41–51.
- [Chaari, 2013] CHAARI, R. (2013). Evaluation et modélisation du vieillissement des supercondensateurs pour des applications véhicules hybrides. Thèse de doctorat, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I.
- [Chettibi et al., 2004] CHETTIBI, T., LEHTIHET, H., HADDAD, M. et HANCHI, S. (2004). Minimum cost trajectory planning for industrial robots. European Journal of Mechanics-A/Solids, 23(4):703–715.
- [Culioli, 2012] CULIOLI, J.-C. (2012). Introduction à l'Optimisation. Ellipses Marketing.
- [da Fonseca, 2013] da FONSECA, R. (2013). Optimization of the sizing and energy management strategy for a hybrid fuel cell vehicle including fuel cell dynamics and durability constraints. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- [Dantzig, 1998] DANTZIG, G. B. (1998). *Linear programming and extensions*. Princeton university press.
- [Dantzig et Wolfe, 1960] DANTZIG, G. B. et WOLFE, P. (1960). Decomposition principle for linear programs. Operations research, 8(1):101–111.

- [Davis et al., 1991] DAVIS, L. et al. (1991). Handbook of genetic algorithms, volume 115. Van Nostrand Reinhold New York.
- [De Nunzio et al., 2013] DE NUNZIO, G., Canudas de WIT, C., MOULIN, P. et DI DOMENICO, D. (2013). Eco-driving in urban traffic networks using traffic signal information. In Decision and Control (CDC), 2013 IEEE 52nd Annual Conference on, pages 892–898. IEEE.
- [Deak et al., 2011] DEAK, C., BRAUNEISER, H.-J. et DIETEL, H. (2011). Compact motor and drive system with high power density for mobile machines. In Electric Drives Production Conference (EDPC), 2011 1st International, pages 5–10. IEEE.
- [Desrochers *et al.*, 1992] DESROCHERS, M., DESROSIERS, J. et SOLOMON, M. (1992). A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows. *Operations research*, 40(2):342–354.
- [Dib et al., 2014] DIB, W., CHASSE, A., MOULIN, P., SCIARRETTA, A. et CORDE, G. (2014). Optimal energy management for an electric vehicle in eco-driving applications. Control Engineering Practice, 29:299–307.
- [Donateo *et al.*, 2008] DONATEO, T., de RISI, A. et LAFORGIA, D. (2008). A study on the optimization of the design and control parameters of a fuel-cell hybrid electric vehicle with multi-objective genetic algorithms. *In EVER Monaco*.
- [Doucette et McCulloch, 2011] DOUCETTE, R. T. et MCCULLOCH, M. D. (2011). A comparison of high-speed flywheels, batteries, and ultracapacitors on the bases of cost and fuel economy as the energy storage system in a fuel cell based hybrid electric vehicle. *Journal of Power Sources*, 196(3):1163–1170.
- [Ebbesen et al., 2012] EBBESEN, S., ELBERT, P. et GUZZELLA, L. (2012). Battery state-ofhealth perceptive energy management for hybrid electric vehicles. Vehicular Technology, IEEE Transactions on, 61(7):2893–2900.
- [Edamura et al., 2013] EDAMURA, M., ISHIDA, E. S., IMURA, S. et IZUMI, S. (2013). Adoption of electrification and hybrid drive for more energy-efficient construction machinery. *Hitachi Review*, 62:118–122.
- [Egardt et al., 2014] EGARDT, B., MURGOVSKI, N., POURABDOLLAH, M. et JOHANNES-SON MARDH, L. (2014). Electromobility studies based on convex optimization : design and control issues regarding vehicle electrification. *Control Systems, IEEE*, 34(2):32–49.
- [Elbert et al., 2014] ELBERT, P., NÜESCH, T., RITTER, A., MURGOVSKI, N. et GUZZELLA, L. (2014). Engine on/off control for the energy management of a serial hybrid electric bus via convex optimization. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 63(8):3549–3559.

- [Emadi et al., 2005] EMADI, A., RAJASHEKARA, K., WILLIAMSON, S. S. et LUKIC, S. M. (2005). Topological overview of hybrid electric and fuel cell vehicular power system architectures and configurations. Vehicular Technology, IEEE Transactions on, 54(3):763–770.
- [Eren et Gorgun, 2014] EREN, Y. et GORGUN, H. (2014). An applied methodology for multiobjective optimum sizing of hybrid electric vehicle components. *International Journal of Hydrogen Energy*.
- [Fanti et al., 2012] FANTI, M. P., PEDRONCELLI, G., STECCO, G. et UKOVICH, W. (2012). Modeling and optimization of aircraft trajectories : a review. In 2012 7th International Conference on System of Systems Engineering (SoSE).
- [Fares et al., 2015] FARES, D., CHEDID, R., PANIK, F., KARAKI, S. et JABR, R. (2015). Dynamic programming technique for optimizing fuel cell hybrid vehicles. *International Journal of Hydrogen Energy*.
- [Fathy et al., 2001] FATHY, H. K., REYER, J. A., PAPALAMBROS, P. Y. et ULSOV, A. (2001). On the coupling between the plant and controller optimization problems. In American Control Conference, 2001. Proceedings of the 2001, volume 3, pages 1864–1869, Arlington, USA. IEEE.
- [Fellini et al., 1999] FELLINI, R., MICHELENA, N., PAPALAMBROS, P. et SASENA, M. (1999). Optimal design of automotive hybrid powertrain systems. In Environmentally Conscious Design and Inverse Manufacturing, 1999. Proceedings. EcoDesign'99 : First International Symposium On, pages 400–405. IEEE.
- [Fenker, 2009] FENKER, O. (2009). Diesel electric trucks with drive power in the MW range. In ECPE Seminar More Electric vehicles.
- [Fisher, 2004] FISHER, M. L. (2004). The lagrangian relaxation method for solving integer programming problems. *Management science*, 50(12\_supplement):1861–1871.
- [Fontchastagner, 2007] FONTCHASTAGNER, J. (2007). Résolution du problème inverse de conception d'actionneurs électromagnétiques par association de méthodes déterministes d'optimisation globale avec des modèles analytiques et numériques. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [Forgez et al., 2010] FORGEZ, C., DO, D. V., FRIEDRICH, G., MORCRETTE, M. et DELACOURT, C. (2010). Thermal modeling of a cylindrical lifepo 4/graphite lithium-ion battery. *Journal* of Power Sources, 195(9):2961–2968.
- [Frey et al., 2010] FREY, C., RASDORF, W. et LEWIS, P. (2010). Comprehensive field study of fuel use and emissions of nonroad diesel construction equipment. Transportation Research Record : Journal of the Transportation Research Board, 2158(1):69–76.

- [Fukasawa et al., 2006] FUKASAWA, R., LONGO, H., LYSGAARD, J., de ARAGÃO, M. P., REIS, M., UCHOA, E. et WERNECK, R. F. (2006). Robust branch-and-cut-and-price for the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical programming*, 106(3):491–511.
- [Gao et Mi, 2007] GAO, W. et MI, C. (2007). Hybrid vehicle design using global optimisation algorithms. International Journal of Electric and Hybrid Vehicles, 1(1):57–70.
- [Gaoua, 2014] GAOUA, Y. (2014). Mathematical models, non linear and combinatorial optimization techniques for energy management of a multi-source system : toward a real-time implantation for various electrical platforms of hybrid vehicles. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse).
- [Gaoua et al., 2013] GAOUA, Y., CAUX, S. et LOPEZ, P. (2013). A combinatorial optimization approach for the electrical energy management in a multi-source system. In SCITEPRESS, éditeur : 2nd International Conference on Operations Research and Enterprise Systems (ICORES 2013), pages 55–59.
- [Gaoua et al., 2014] GAOUA, Y., CAUX, S., LOPEZ, P., RAGA, C., BARRADO, A. et LÁZARO, A. (2014). Hybrid systems energy management using optimization method based on dynamic sources models. In IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC 2014).
- [Geoffrion, 1974] GEOFFRION, A. M. (1974). Lagrangean relaxation for integer programming. Springer.
- [German et al., 2014a] GERMAN, R., SARI, A., VENET, P., ZITOUNI, Y., BRIAT, O. et VINASSA, J.-M. (2014a). Ageing law for supercapacitors floating ageing. In Industrial Electronics (ISIE), 2014 IEEE 23rd International Symposium on, pages 1773–1777. IEEE.
- [German et al., 2014b] GERMAN, R., VENET, P., SARI, A., BRIAT, O. et VINASSA, J.-M. (2014b). Improved supercapacitor floating ageing interpretation through multipore impedance model parameters evolution. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 29(7):3669–3678.
- [Goh, 2008] GOH, B. (2008). Optimal singular rocket and aircraft trajectories. In Control and Decision Conference, 2008. CCDC 2008. Chinese, pages 1531–1536. IEEE.
- [Goldberg et Holland, 1988] GOLDBERG, D. E. et HOLLAND, J. H. (1988). Genetic algorithms and machine learning. *Machine learning*, 3(2):95–99.
- [Gomory, 1958] GOMORY, R. E. (1958). Outline of an algorithm for integer solutions to linear programs. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 64(5):275–278.
- [Grant *et al.*, 2008] GRANT, M., BOYD, S. et YE, Y. (2008). Cvx : Matlab software for disciplined convex programming. http://cvxr.com/cvx/.

- [Gualous et al., 2010] GUALOUS, H., GALLAY, R., ALCICEK, G., TALA-IGHIL, B., OUKAOUR, A., BOUDART, B. et MAKANY, P. (2010). Supercapacitor ageing at constant temperature and constant voltage and thermal shock. *Microelectronics Reliability*, 50(9):1783–1788.
- [Gualous *et al.*, 2011] GUALOUS, H., LOUAHLIA, H. et GALLAY, R. (2011). Supercapacitor characterization and thermal modelling with reversible and irreversible heat effect. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 26(11):3402–3409.
- [Guemri, 2013] GUEMRI, M. (2013). Heuristiques optimisées et robustes de résolution du problème de gestion d'énergie pour les véhicules électriques et hybrides. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT.
- [Guzzella et Sciaretta, 2007] GUZZELLA, L. et SCIARETTA, A. (2007). Vehicle propulsion systems, volume 1. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- [Hankache, 2008] HANKACHE, W. (2008). Gestion optimisée de l'énergie électrique d'un groupe électrogène hybride à pile à combustible. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- [Hegazy et Van Mierlo, 2010] HEGAZY, O. et VAN MIERLO, J. (2010). Particle swarm optimization for optimal powertrain component sizing and design of fuel cell hybrid electric vehicle. In Optimization of Electrical and Electronic Equipment (OPTIM), 2010 12th International Conference on, pages 601–609. IEEE.
- [Hegazy et al., 2012] HEGAZY, O., VAN MIERLO, J., BARRERO, R., OMAR, N. et LATAIRE, P. (2012). Pso algorithm-based optimal power flow control of fuel cell/supercapacitor and fuel cell/battery hybrid electric vehicles. COMPEL-The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering, 32(1):86–107.
- [Herlitzius, 2009] HERLITZIUS, T. (2009). System integration and benefits of electrical solutions in mobile machines. In ECPE Seminar - More Electric vehicles.
- [Hijazi, 2010] HIJAZI, A. (2010). Modélisation électrothermique, commande et dimensionnement d'un syst'eme de stockage d'énergie par supercondensateurs avec prise en compte de son vieillissement : application à la récupération de l'énergie de freinage d'un trolleybus. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon I.
- [Hijazi et al., 2012] HIJAZI, A., KRECZANIK, P., BIDEAUX, E., VENET, P., CLERC, G. et DI LO-RETO, M. (2012). Thermal network model of supercapacitors stack. *Industrial Electronics*, *IEEE Transactions on*, 59(2):979–987.
- [Hippalgaonkar et Ivantysynova, 2013] HIPPALGAONKAR, R. et IVANTYSYNOVA, M. (2013). A series-parallel hydraulic hybrid mini-excavator with displacement controlled actuators. In The 13th Scandinavian International Conference on Fluid Power.

- [Hoang et al., 1975] HOANG, H., POLIS, M. et HAURIE, A. (1975). Reducing energy consumption through trajectory optimization for a metro network. Automatic Control, IEEE Transactions on, 20(5):590–595.
- [Hofman et al., 2012] HOFMAN, T., EBBESEN, S. et GUZZELLA, L. (2012). Topology optimization for hybrid electric vehicles with automated transmissions. Vehicular Technology, IEEE Transactions on, 61(6):2442–2451.
- [Hu *et al.*, 2013] HU, X., MURGOVSKI, N., JOHANNESSON, L. et EGARDT, B. (2013). Energy efficiency analysis of a series plug-in hybrid electric bus with different energy management strategies and battery sizes. *Applied Energy*, 111:1001–1009.
- [Hu et al., 2015] HU, X., MURGOVSKI, N., JOHANNESSON, L. et EGARDT, B. (2015). Optimal dimensioning and power management of a fuel cell/battery hybrid bus via convex programming. *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 20:457–468.
- [Hui, 2010] HUI, S. (2010). Multi-objective optimization for hydraulic hybrid vehicle based on adaptive simulated annealing genetic algorithm. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 23(1):27–33.
- [Incropera, 2011] INCROPERA, F. P. (2011). Fundamentals of heat and mass transfer. John Wiley & Sons.
- [Inoue, 2014] INOUE, H. (2014). Development of hybrid hydraulic excavators. In 9th JFPS International Symposium on Fluid Power, pages 93–97.
- [Jensen et al., 2000] JENSEN, S. C., JENNEY, G. D. et DAWSON, D. (2000). Flight test experience with an electromechanical actuator on the f-18 systems research aircraft. In Digital Avionics Systems Conference, 2000. Proceedings. DASC. The 19th, volume 1, pages 2E3–1. IEEE.
- [Jo et Kwak, 2011] JO, D.-Y. et KWAK, S. (2011). Development of fuel-efficient construction equipment. In Power Electronics and ECCE Asia (ICPE & ECCE), 2011 IEEE 8th International Conference on, pages 31–37. IEEE.
- [Johannesson et al., 2013] JOHANNESSON, L., MURGOVSKI, N., EBBESEN, S., EGARDT, B., GELSO, E. R. et HELLGREN, J. (2013). Including a battery state of health model in hev component sizing and optimal control problem. In IFAC Advances in Automotive Control, pages 398–403.
- [Jones et Velinsky, 2012] JONES, M. H. et VELINSKY, S. A. (2012). Kinematics of roller migration in the planetary roller screw mechanism. *Journal of Mechanical Design*, 134(6):061006.
- [Kang et al., 2008] KANG, R., JIAO, Z., WU, S., SHANG, Y. et MARE, J.-C. (2008). The nonlinear accuracy model of electro-hydrostatic actuator. In Robotics, Automation and Mechatronics, 2008 IEEE Conference on, pages 107–111. IEEE.

- [Karam, 2007] KARAM, W. (2007). Générateurs de forces statiques et dynamiques à haute puissance en technologie électromécanique. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse.
- [Karbowski et al., 2007] KARBOWSKI, D., HALIBURTON, C. et ROUSSEAU, A. (2007). Impact of component size on plug-in hybrid vehicle energy consumption using global optimization. In 23rd International Electric Vehicle Symposium, Anaheim, CA.
- [Kennedy et Eberhart, 1995] KENNEDY, J. et EBERHART, R. (1995). Particle swarm optimization. In Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference on, volume 4, pages 1942–1948. IEEE.
- [Khaligh et Li, 2010] KHALIGH, A. et LI, Z. (2010). Battery, ultracapacitor, fuel cell, and hybrid energy storage systems for electric, hybrid electric, fuel cell, and plug-in hybrid electric vehicles : State of the art. Vehicular Technology, IEEE Transactions on, 59(6):2806–2814.
- [Khalil et Dombre, 2004] KHALIL, W. et DOMBRE, E. (2004). Modeling, identification and control of robots. Butterworth-Heinemann.
- [Khardi, 2012] KHARDI, S. (2012). Aircraft flight path optimization. the hamilton-jacobibellman considerations. *Applied Mathematical Sciences*, 6(25).
- [Kirkpatrick et al., 1983] KIRKPATRICK, S., VECCHI, M. et al. (1983). Optimization by simmulated annealing. science, 220(4598):671–680.
- [Ko et al., 2004] KO, H., KOSEKI, T. et MIYATAKE, M. (2004). Application of dynamic programming to optimization of running profile of a train. *Computers in railways IX*, pages 103–112.
- [Kreczanik, 2011] KRECZANIK, P. (2011). Etude de la fiabilité et du vieillissement d'un système de stockage par supercondensateurs pour l'alimentation partielle et ponctuelle d'un trolleybus grâce à la récupération de l'énergie de freinage. Approche du composent au système de stockage. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard - Lyon I.
- [Kreczanik et al., 2014a] KRECZANIK, P., JEANNERET, B. et PELISSIER, S. (2014a). Construction of database on real world uses of electric vehicles-a french case. In Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2014 IEEE, pages 1–5. IEEE.
- [Kreczanik et al., 2009] KRECZANIK, P., MARTIN, C., VENET, P., CLERC, G., ROJAT, G. et ZITOUNI, Y. (2009). Constant power cycling for accelerated ageing of supercapacitors. In Power Electronics and Applications, 2009. EPE'09. 13th European Conference on, pages 1– 10. IEEE.

- [Kreczanik et al., 2014b] KRECZANIK, P., VENET, P., HIJAZI, A. et CLERC, G. (2014b). Study of supercapacitor aging and lifetime estimation according to voltage, temperature, and rms current. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 61(9):4895–4902.
- [Kuhn et al., 1951] KUHN, H., TUCKER, A. et al. (1951). Nonlinear programming. In Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. The Regents of the University of California.
- [Kuriyama et al., 2010] KURIYAMA, M., YAMAMOTO, S. et MIYATAKE, M. (2010). Theoretical study on eco-driving technique for an electric vehicle with dynamic programming. In Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2010 International Conference on, pages 2026–2030. IEEE.
- [Kwon et al., 2008] KWON, T.-S., LEE, S.-W., SUL, S.-K., KANG, B.-I., HONG, M.-S., PARK, C.-G. et KIM, N.-I. (2008). Power control algorithm for hybrid excavator with super capacitor. Indsutrial applications society annual meeting, IEEE, pages 1–8.
- [Land et Doig, 1960] LAND, A. H. et DOIG, A. G. (1960). An automatic method of solving discrete programming problems. *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, pages 497–520.
- [Lechartier et al., 2014] LECHARTIER, E., GOURIVEAU, R., PÉRA, M.-C., HISSEL, D. et ZE-RHOUNI, N. (2014). Towards an ageing model of a pemfc for prognostics purpose. In International Discussion on Hydrogen Energy and Application, IDHEA'2014., pages 1–7, France.
- [Lee et Kim, 2014] LEE, B. et KIM, H. J. (2014). Trajectory generation for an automated excavator. In Control, Automation and Systems (ICCAS), 2014 14th International Conference on, pages 716–719. IEEE.
- [Lin et al., 2010a] LIN, T., WANG, Q., HU, B. et GONG, W. (2010a). Development of hybrid powered hydraulic construction machinery. Automation in construction, 19:11–19.
- [Lin et al., 2010b] LIN, T., WANG, Q., HU, B. et GONG, W. (2010b). Research on the energy regeneration systems for hybrid hydraulic excavators. Automation in Construction, 19(8): 1016–1026.
- [Linderoth et Ralphs, 2005] LINDEROTH, J. T. et RALPHS, T. K. (2005). Noncommercial software for mixed-integer linear programming. *Integer programming : theory and practice*, 3:253– 303.
- [Lu et al., 2013] LU, S., HILLMANSEN, S., HO, T. K. et ROBERTS, C. (2013). Single-train trajectory optimization. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 14(2):743–750.
- [Matsuno et Tsuchiya, 2014] MATSUNO, Y. et TSUCHIYA, T. (2014). Stochastic 4d trajectory optimization for aircraft conflict resolution. In Aerospace Conference, 2014 IEEE, pages 1–10. IEEE.

- [MaxwellTechnologies, 2015] MAXWELLTECHNOLOGIES (2015). Application note, life duration estimation.
- [McKinsey et Company, 2010] McKINSEY et COMPANY (2010). A portfolio of power-trains for europe : a fact-based analysis.
- [Menon *et al.*, 1999] MENON, P., SWERIDUK, G. et SRIDHAR, B. (1999). Optimal strategies for free-flight air traffic conflict resolution. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 22(2):202–211.
- [Mensing, 2013] MENSING, F. (2013). Optimal energy utilization in conventional, electric and hybrid vehicles and its application to eco driving. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- [Mensing et al., 2011] MENSING, F., TRIGUI, R. et BIDEAUX, E. (2011). Vehicle trajectory optimization for application in eco-driving. In Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2011 IEEE, pages 1–6. IEEE.
- [Metropolis et al., 1953] METROPOLIS, N., ROSENBLUTH, A. W., ROSENBLUTH, M. N., TELLER, A. H. et TELLER, E. (1953). Equation of state calculations by fast computing machines. The journal of chemical physics, 21(6):1087–1092.
- [Michel, 2015] MICHEL, P. (2015). Gestion d'énergie d'un véhicule hybride électrique-essence équipé d'un catalyseur par minimisation conjointe consommation-pollution. Etude et validation expérimentale. Thèse de doctorat, Université d'Orléans.
- [Mierlo et al., 2004] MIERLO, J. V., Van den BOSSCHE, P. et MAGGETTO, G. (2004). Models of energy sources for EV and HEV : fuel cells, batteries, ultracapacitors, flywheel and enginegenerators. Journal of Power Sources, 128:76–89.
- [Minoux, 2007] MINOUX, M. (2007). Programmation mathématique : théorie et algorithmes. Éd. Tec et Doc.
- [Mitchell, 2002] MITCHELL, J. E. (2002). Branch-and-cut algorithms for combinatorial optimization problems. *Handbook of applied optimization*, pages 65–77.
- [Montaru, 2009] MONTARU, M. (2009). Contribution à l'évaluation du vieillissement des batteries de puissance utilisées dans les véhicules hybrides selon leurs usages. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble.
- [Montazeri-Gh et Poursamad, 2006] MONTAZERI-GH, M. et POURSAMAD, A. (2006). Application of genetic algorithm for simultaneous optimisation of hev component sizing and control strategy. *International Journal of Alternative Propulsion*, 1(1):63–78.

- [Moore, 1997] MOORE, T. C. (1997). Hev control strategy : Implications of performance criteria, system configuration and design, and component selection. In American Control Conference, 1997. Proceedings of the 1997, volume 1, pages 679–683. IEEE.
- [Murgovski, 2012] MURGOVSKI, N. (2012). Optimal Powertrain Dimensioning and Potential Assessment of Hybrid Electric Vehicles. Thèse de doctorat, Chalmers University of Technology.
- [Murgovski et al., 2012a] MURGOVSKI, N., JOHANNESSON, L., GRAUERS, A. et SJOBERG, J. (2012a). Dimensioning and control of a thermally constrained double buffer plug-in HEV powertrain. In 51st Annual Conference on Decision and Control, pages 6346–6351. IEEE.
- [Murgovski et al., 2012b] MURGOVSKI, N., JOHANNESSON, L., SÖBERG, J. et EGARDT, B. (2012b). Component sizing of a plug-in hybrid electric powertrain via convex optimization. *Mechatronics*, 22:106–120.
- [Murgovski et al., 2013] MURGOVSKI, N., JOHANNESSON, L. et SJÖBERG, J. (2013). Engine on/off control for dimensioning hybrid electric powertrains via convex optimization. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 62:2949–2962.
- [Nuesch et al., 2012] NUESCH, T., OTT, T., EBBESEN, S. et GUZZELLA, L. (2012). Cost and fuel-optimal selection of hev topologies using particle swarm optimization and dynamic programming. In American Control Conference (ACC), 2012, pages 1302–1307. IEEE.
- [Ochiai et Ryu, 2008] OCHIAI, M. et RYU, S. (2008). Hybrid in construction machinery. In Proceeding of the 7th JFPS International Symposium on Fluid Power, pages 41–44.
- [Oertel et al., 2014] OERTEL, T., WAGNER, C. et WEISMANTEL, R. (2014). Integer convex minimization by mixed integer linear optimization. Operations Research Letters, 42(6):424–428.
- [Olsson et al., 1998] OLSSON, H., ÅSTRÖM, K. J., DE WIT, C. C., GÄFVERT, M. et LISCHINSKY, P. (1998). Friction models and friction compensation. *European journal of control*, 4(3):176– 195.
- [Padberg et Rinaldi, 1991] PADBERG, M. et RINALDI, G. (1991). A branch-and-cut algorithm for the resolution of large-scale symmetric traveling salesman problems. SIAM review, 33(1):60– 100.
- [Papadimitriou et Steiglitz, 1998] PAPADIMITRIOU, C. H. et STEIGLITZ, K. (1998). Combinatorial optimization : Algorithms and complexity. Courier Dover Publication.
- [Piazzi et Visioli, 1997] PIAZZI, A. et VISIOLI, A. (1997). A global optimization approach to trajectory planning for industrial robots. In Intelligent Robots and Systems, 1997. IROS'97., Proceedings of the 1997 IEEE/RSJ International Conference on, volume 3, pages 1553–1559. IEEE.

- [Poli et al., 2007] POLI, R., KENNEDY, J. et BLACKWELL, T. (2007). Particle swarm optimization. Swarm intelligence, 1(1):33–57.
- [Pourabdollah et al., 2014] POURABDOLLAH, M., MURGOVSKI, N., GRAUERS, A. et EGARDT, B. (2014). An iterative dynamic programming/convex optimization procedure for optimal sizing and energy management of phevs. In Proceeding of the 19th World Congress IFAC, pages 6606–6611.
- [Pourabdollah et al., 2015] POURABDOLLAH, M., SILVAS, E., MURGOVSKI, N., STEINUCH, M. et EGARDT, B. (2015). Optimal sizing of a series phev : Comparison between convex optimization and particle swarm optimization. In 4th IFAC Workshop on Engine and Powertrain Control, Simulation and Modeling.
- [Rardin, 1998] RARDIN, R. L. (1998). *Optimization in operations research*, volume 166. Prentice Hall New Jersey.
- [Rashid, 2010] RASHID, M. H. (2010). Power electronics handbook : devices, circuits and applications. Academic press.
- [Reyer et Papalambros, 2002] REYER, J. A. et PAPALAMBROS, P. Y. (2002). Combined optimal design and control with application to an electric DC motor. *Journal of Mechanical Design*, 124:183–191.
- [Richards et How, 2002] RICHARDS, A. et HOW, J. P. (2002). Aircraft trajectory planning with collision avoidance using mixed integer linear programming. In American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002, volume 3, pages 1936–1941. IEEE.
- [Robin et al., 2013] ROBIN, C., GERARD, M., FRANCO, A. A. et SCHOTT, P. (2013). Multi-scale coupling between two dynamical models for pemfc aging prediction. *international journal of* hydrogen energy, 38(11):4675–4688.
- [Ropke et Cordeau, 2009] ROPKE, S. et CORDEAU, J.-F. (2009). Branch and cut and price for the pickup and delivery problem with time windows. *Transportation Science*, 43(3):267–286.
- [Rosero et al., 2007] ROSERO, J., ORTEGA, J., ALDABAS, E. et ROMERAL, L. (2007). Moving towards a more electric aircraft. Aerospace and Electronic Systems Magazine, IEEE, 22(3):3– 9.
- [Rousseau et al., 2008] ROUSSEAU, G., SINOQUET, D., SCIARRETTA, A. et MILHAU, Y. (2008). Design optimization and optimal control for hybrid vehicles. In EngOpt 2008-International Conference on Engineering Optimization, Rio de Janeiro, Brazil.
- [Sari *et al.*, 2008] SARI, A., ESPANET, C. et HISSEL, D. (2008). Particle swarm optimization applied to the co-design of a fuel cell air circuit. *Journal of Power Sources*, 179:121–131.

- [Sauer et Wenzl, 2008] SAUER, D. U. et WENZL, H. (2008). Comparison of different approaches for lifetime prediction of electrochemical systems—using lead-acid batteries as example. *Jour*nal of Power Sources, 176(2):534–546.
- [Serrao, 2009] SERRAO, L. (2009). A comparative analysis of energy management strategies for hybrid electric vehicles. Thèse de doctorat, The Ohio State University.
- [Serrao et al., 2011] SERRAO, L., ONORI, S., SCIARRETTA, A., GUEZENNEC, Y. et RIZZONI, G. (2011). Optimal energy management of hybrid electric vehicles including battery aging. In American Control Conference (ACC), 2011, pages 2125–2130. IEEE.
- [Shin et McKay, 1986] SHIN, K. G. et MCKAY, N. D. (1986). A dynamic programming approach to trajectory planning of robotic manipulators. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 31(6):491–500.
- [Silvas et al., 2014] SILVAS, E., BERGSHOEFF, E., HOFMAN, T. et STEINBUCH, M. (2014). Comparison of bi-level optimization frameworks for sizing and control of a hybrid electric vehicle. In Vehicle Power Propulsion Conference (VPPC), 2014 IEEE.
- [Silvas *et al.*, 2015] SILVAS, E., HOFMAN, T., SEREBRENIK, A. et STEINBUCH, M. (2015). Functional and cost-based automatic generator for hybrid vehicles topologies. *Mechatronics*.
- [Silvas et al., 2012] SILVAS, E., HOFMAN, T. et STEINBUCH, M. (2012). Review of optimal design strategies for hybrid electric vehicles. In IFAC Workshop on Engine and Powertrain Control, Simulation and Modeling, volume 3, pages 57–64.
- [Simpson, 2006] SIMPSON, A. (2006). Cost-benefit analysis of plug-in hybrid electric vehicle technology. National Renewable Energy Laboratory.
- [Sundström et al., 2008] SUNDSTRÖM, O., GUZZELLA, L. et SOLTIC, P. (2008). Optimal hybridization in two parallel hybrid electric vehicles using dynamic programming. In Proceedings of the 17th IFAC world congress, volume 17, pages 4642–4647.
- [Tate et Boyd, 1998] TATE, E. D. et BOYD, S. P. (1998). Finding ultimate limits of performance for hybrid electric vehicles. Rapport technique, SAE Technical Paper.
- [Tawarmalani et Sahinidis, 2004] TAWARMALANI, M. et SAHINIDIS, N. V. (2004). Global optimization of mixed-integer nonlinear programs : A theoretical and computational study. *Ma-thematical programming*, 99(3):563–591.
- [Tounsi, 2006] TOUNSI, B. (2006). Etude comparative de groupes électrogènes embarqués à large gamme de vitesse variable associant machines à aimants permanents et conversion statique. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse.

- [Uno et al., 2013] UNO, K., IMAIE, K., MAEKAWA, E. K., SMITH, G., SUYAMA, A. et HATORI, J. (2013). Development of mining machinery and future outlook for electrification. *Hitachi Review*, 62:99–106.
- [Van Laarhoven et Aarts, 1987] VAN LAARHOVEN, P. J. et AARTS, E. H. (1987). *Simulated annealing*. Springer.
- [Velinsky et al., 2009] VELINSKY, S. A., CHU, B. et LASKY, T. A. (2009). Kinematics and efficiency analysis of the planetary roller screw mechanism. *Journal of Mechanical Design*, 131(1):011016.
- [Venet, 2007] VENET, P. (2007). Amélioration de la sûreté de fonctionnement des dispositifs de stockage d'énergie. Habilitation à diriger des recherches, Université Claude Bernard Lyon I.
- [Verscheure et al., 2009] VERSCHEURE, D., DEMEULENAERE, B., SWEVERS, J., DE SCHUTTER, J. et DIEHL, M. (2009). Time-optimal path tracking for robots : A convex optimization approach. Automatic Control, IEEE Transactions on, 54(10):2318–2327.
- [Von Stackelberg, 2010] VON STACKELBERG, H. (2010). Market structure and equilibrium. Springer Science & Business Media.
- [von Stryk et Bulirsch, 1992] von STRYK, O. et BULIRSCH, R. (1992). Direct and indirect methods for trajectory optimization. Annals of operations research, 37(1):357–373.
- [Waller et al., 1990] WALLER, M., RIGOPOULOS, J., BLACKMAN, D. et BERREEN, T. (1990). Considerations in the application of dynamic programming to optimal aircraft trajectory generation. In Aerospace and Electronics Conference, 1990. NAECON 1990., Proceedings of the IEEE 1990 National, pages 574–579. IEEE.
- [Wang et al., 2009] WANG, D., GUAN, C., PAN, S., ZHANG, M. et LIN, X. (2009). Performance analysis of hydraulic excavator powertrain hybridization. Automation in construction, 18(1): 249–257.
- [Wang et al., 2011a] WANG, J., LIU, P., HICKS-GARNER, J., SHERMAN, E., SOUKIAZIAN, S., VERBRUGGE, M., TATARIA, H., MUSSER, J. et FINAMORE, P. (2011a). Cycle-life model for graphite-lifepo4 cells. *Journal of Power Sources*, 196(8):3942 – 3948.
- [Wang et al., 2013a] WANG, T., WANG, Q. et LIN, T. (2013a). Improvement of boom control performance for hybrid hydraulic excavator with potential energy recovery. Automation in Construction, 30:161–169.
- [Wang et al., 2011b] WANG, Y., DE SCHUTTER, B., NING, B., GROOT, N. et van den BOOM, T. J. (2011b). Optimal trajectory planning for trains using mixed integer linear programming.

In Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2011 14th International IEEE Conference on, pages 1598–1604. IEEE.

- [Wang et al., 2013b] WANG, Y., DE SCHUTTER, B., van den BOOM, T. J. et NING, B. (2013b). Optimal trajectory planning for trains-a pseudospectral method and a mixed integer linear programming approach. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 29:97–114.
- [Wang et al., 2014] WANG, Y., DE SCHUTTER, B., van den BOOM, T. J. et NING, B. (2014). Optimal trajectory planning for trains under fixed and moving signaling systems using mixed integer linear programming. *Control Engineering Practice*, 22:44–56.
- [Winston et Goldberg, 1994] WINSTON, W. L. et GOLDBERG, J. B. (1994). Operations research : applications and algorithms. Duxbury press Belmont, CA.
- [Wu et al., 2012] WU, H., CHIO CHO, N., BOUADI, H., ZHONG, L. et MORA-CAMINO, F. (2012). Dynamic programming for trajectory optimization of engine-out transportation aircraft. In Control and Decision Conference (CCDC), 2012 24th Chinese, pages 98–103. IEEE.
- [Wu et al., 2008] WU, J., ZHANG, C.-H. et CUI, N.-X. (2008). Pso algorithm-based parameter optimization for hev powertrain and its control strategy. *International Journal of Automotive Technology*, 9(1):53–59.
- [Wu et al., 2011] WU, X., CAO, B., LI, X. et REN, X. (2011). Component sizing optimization of a plug-in hybrid electric vehicles. *Applied energy*, 88:799,805.
- [Xiao et al., 2008] XIAO, Q., WANG, Q. et ZHANG, Y. (2008). Control strategies of power system in hybrid hydraulic excavator. Automation in construction, 17:361–367.
- [Yao et Wang, 2013] YAO, H. et WANG, Q. (2013). Development of power train of hybrid power excavator. In The 13th Scandinavian International Conference on Fluid Power.
- [Yoshida et al., 2013] YOSHIDA, T., KOIZUMI, T., TSUJIUCHI, N., JIANG, Z. et NAKAMOTO, Y. (2013). Digging trajectory optimization by soil models and dynamics models of excavator. SAE Technical Paper.
- [Zeng et al., 2014] ZENG, X., YANG, N., PENG, Y., ZHANG, Y. et WANG, J. (2014). Research on energy saving control strategy of parallel hybrid loader. Automation in Construction, 38:100–108.
- [Zhao et al., 2015] ZHAO, N., ROBERTS, C., HILLMANSEN, S. et NICHOLSON, G. (2015). A multiple train trajectory optimization to minimize energy consumption and delay. Intelligent Transportation System.

- [Zimmerman et al., 2011] ZIMMERMAN, J., HIPPALGAONKAR, R. et IVANTYSYNOVA, M. (2011). Optimal control for the series-parallel displacement controlled hydraulic hybrid excavator. In ASME 2011 dynamic systems and control conference and Bath/ASME symposium on fluid power and motion control, pages 129–136. American Society of Mechanical Engineers.
- [Zou *et al.*, 2012] ZOU, Y., SUN, F., HU, X., GUZZELLA, L. et PENG, H. (2012). Combined optimal sizing and control for a hybrid tracked vehicle. *Energies*, 5:4697,4710.

# Table des figures

1	Répartition des émissions de GES en France en 1990 et 2012 par secteur d'activité	1
2	Calendrier des législations Tier et Stage pour les moteurs diesel non routiers	2
3	Objectifs d'émissions de particules suivant la puissance du moteur diesel pour la	
	norme Tier 4 finale	3
4	Sous-ensemble d'une chaîne de puissance de l'énergie primaire à l'actionnement $% \mathcal{L}^{(n)}$ .	4
5	Niveaux d'optimisation dans la conception d'un véhicule hybride	5
6	Problématique de conception générale et définition du périmètre d'étude de la thèse	7
1.1	Stratégie séquentielle	13
1.2	Stratégie itérative	14
1.3	Stratégie bi-niveaux	16
1.4	Stratégie simultanée	16
1.5	Exemple de fonctions convexes	19
1.6	Modèles de fonctionnement d'un moteur électrique (à gauche) et d'un moteur	
	thermique (à droite) à partir de fonctions quadratiques	21
1.7	Restrictions de la plage de fonctionnement des modèles quadratiques 2 dimen-	
	sionnements de groupe électrogène (EGU)	21
1.8	Principe du recuit simulé	22
1.9	Boucle d'optimisation par algorithme génétique	25
1.10	Déplacement des particules dans un algorithme PSO $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	26
1.11	Discrétisation de l'espace d'état	29
1.12	Exploration de l'arborescence	32
1.13	Exemple d'implémentation de coupes dans la résolution d'un PLNE	34
1.14	Exemple de stratégie bi-niveaux pour l'optimisation globale d'un véhicule hybride	36
1.15	Exemple de stratégie incluant deux méthodes d'optimisation déterministes	37

2.1	Discrétisation de la fonction non linéaire $\phi$ en $N_u$ =10 points équidistants $\ . \ . \ .$	42
2.2	Synopsis de la démarche d'optimisation proposée	44
2.3	Etapes pour le passage de $(P)$ à $(PL_k)$	45
2.4	Backtracking (DFS strategy)	47
2.5	Algorithme IteBaC avec le solveur Cplex	49
2.6	Démarche de séparation bivalente à l'instant $t$	50
2.7	Démarche de séparation multiple à l'instant $t$	51
2.8	Stratégie de recherche par meilleure évaluation (BNS strategy)	52
2.9	Temps de calcul pour différents horizons de temps	55
2.10	Proposition d'un algorithme de Branch & Cut parallélisé	57
2.11	Fonction object if $E_{fuel}$ et temps de calcul suivant $N_u$ avec l'algorithme Ite BaC $\ .$	59
2.12	Modèle de conversion pour le passage de $N_u$ à $N_E$	60
2.13	Evolution du SoC de la batterie au cours du cycle A avec $P_{pac}^{max} = 10,6 \mathrm{kW}$ et	
	$N_{batt} = 700 \text{ cellules}$	62
3.1	Exemples d'engins de construction couramment utilisés - Volvo Construction	
	Equipment	66
3.2	Camion minier Liebherr T282C et l'architecture de la motorisation dédiée [Fenker, 20	09] 68
3.3	Schéma motorisation chargeuse géante LeTourneau L1350 (à gauche) - Excava-	1
	trice géante électrique Hitachi EX8000E-6 (à droite)	68
3.4	Excavatrice hydraulique hybride Komatsu HB215 LC-3	69
3.5	Excavatrice catégorie 22 tonnes Hitachi ZH210LC Hybrid - Excavatrice minière	
	Caterpillar 6120B H FS	70
3.6	Structure hybride d'une excavatrice hydraulique selon [Wang et al., 2013a]	71
3.7	Volvo L220F hybride - document constructeur	72
3.8	Système hybride hydraulique de l'excavatrice Caterpillar 336E H	72
3.9	Architecture hybride hydraulique et démonstrateur du laboratoire Maha Fluid	
	Power	74
3.10	Excavatrice "R9XX concept" de Liebherr à Bauma 2013	74
3.11	Architecture hybride hydraulique-électrique d'une excavatrice [Lin $et\ al.,\ 2010b]$ .	75
3.12	Différentes catégories d'excavatrices gamme Volvo Construction Equipment entre	
	$2 \text{ tonnes et } 50 \text{ tonnes} \dots \dots$	76
3.13	Vue globale d'une mini-excavatrice conventionnelle	77
3.14	Commande des actionneurs par joystick et pédalier de translation	78
3.15	Circuit hydraulique d'une mini-excavatrice	79
3.16	Description des quatre technologies pour l'actionnement linéaire à partir d'une	
	source d'énergie électrique	81
3.17	Schéma du groupe de puissance HPSS et du Motor Drive System	83

3.18	Démarche globale du problème d'optimisation	83
4.1 4.2	Vue globale d'un actionneur électromécanique	86
	associée	87
4.3	Cartographie de rendement d'une vis à rouleaux satellites et de son réducteur	88
4.4	Principe de fonctionnement d'une batterie électrochimique	89
4.5	Modèle énergétique d'une cellule LFP et assemblage dans la batterie $\ . \ . \ . \ .$	90
4.6	Vitesse de dégradation d'une cellule A123 ANR26650 en fonction de sa puissance	
	interne	92
4.7	Structure simplifiée d'un supercondensateur [Chaari, 2013]	93
4.8	Modèle énergétique d'une cellule de supercondensateur et assemblage dans le pack	93
4.9	Evolution de la température de cœur maximale pour différentes températures	
	ambiantes dans un pack de 6 $\times$ 10 supercondensateurs en quinconce $~$	95
4.10	Principe de fonctionnement d'une pile à combustible de type PEMFC $\ldots$ .	97
4.11	Modèle de rendement d'une pile à combustible PEMFC de $6 kW$	98
4.12	Représentation des profils de puissance $P_{req}$ pour les 2 cycles de travail considérés 1	101
5.1	Coût d'une pile à combustible en fonction de la puissance maximale fournie	107
5.2	Fonction coût d'une batterie LFP	108
5.3	Fonction de coût d'un pack de supercondensateurs (sans convertisseur)	108
5.4	Coût du convertisseur de tension du pack de supercondensateurs en fonction de	
	la puissance maximale installée dans le pack de supercondensateurs	109
5.5	Configuration du HPSS avec une PAC et une batterie LFP	116
5.6	Discrétisation de la pile à combustible avec $N_x=15$	118
5.7	Configuration du HPSS avec une PAC et un pack de supercondensateurs	122
5.8	Estimation de la tension moyenne $\bar{U}_{cell}$ en fonction de la tension initiale et des	
	tensions de seuil $\{U_{cell}^{min}, U_{cell}^{max}\}$	124
5.9	Configuration du HPSS avec une pile à combustible et deux stockages d'énergie .	127
5.10	Linéarisation de la relation entre la puissance utile fournie et la puissance interne	
	pour une cellule de supercondensateur BCAP3000 de Maxwell Technologies $\ . \ . \ .$	131
5.11	schéma du HPSS pour une configuration hybride électrique rechargeable avec une	
	batterie LFP	133
5.12	Puissance interne en fonction de la puissance utile (bleu) et linéarisation de la	
	fonction sur la phase de charge - Batterie de 200 cellules ANR26650 $\ldots$	135
5.13	Modèle de dégradation d'une batterie de 200 cellules ANR26650 rapportée sur	
	une cellule unitaire (bleu) et linéarisation de la partie charge (rouge)	136
6.1	Résultats de simulation pour la configuration A avec le cycle A	145

6.2	Résultats de simulation pour la configuration B avec le cycle A
6.3	Répartition des coûts pour les configurations A et B sur le cycle A $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ 146$
6.4	Répartition des coûts du HPSS en fonction de la configuration sur le cycle A $~$ 147
6.5	Résultats de simulation pour la configuration D avec le cycle A
6.6	Répartition des coûts du HPSS en fonction de la configuration sur le cycle A $~$ 149
6.7	Résultats de simulation pour la configuration C avec le cycle A
6.8	Evolution du cycle A suivant le niveau de l'utilisateur
6.9	Dispersion du TCO en fonction du ratio de puissance par rapport à la référence
	sur le cycle A et la configuration A
6.10	Evolution du TCO horaire et du coût initial du HPSS en fonction de la durée de
	vie machine $L$ avec la configuration A $\ \ldots \ $
6.11	Evolution du TCO horaire et du coût initial du HPSS en fonction de la durée de
	vie machine $L$ avec la configuration rechargeable $\hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \hfill \hfill \ldots \hfill \hf$
6.12	Répartition des coûts du HPSS liés au modèle de vieillissement de la batterie LFP $157$
6.13	Evolution du TCO en fonction de l'état de santé de la batterie pour différentes
	valeurs de résistance
6.14	Evolution du TCO et du coût initial en fonction du nombre de batteries LFP à
	remplacer
6.15	Evolution du TCO et du coût initial en fonction du coût de l'hydrogène $\ .\ .\ .\ .$ 162
6.16	Evolution des coûts cumulés du HPSS en fonction du coût de l'hydrogène pour
	la configuration D
6.17	Evolution du TCO et du coût initial en fonction du coût de l'énergie électrique . 163
7.1	Modèle de composant de l'actionneur électromécanique $i$
7.2	Ajout d'une contrainte de passage pour l'optimisation de trajectoire $\ .$ 174
7.3	Zone de fonctionnement du moteur $i$ et limite de couple suivant la vitesse moteur $\ 176$
7.4	Représentation des notations géométriques de la structure d'une mini-excavatrice 179
7.5	Exemple de résultat du modèle temporel sur un actionneur pour le cycle complet 180
7.6	Exemple de résultat du modèle spatial sur un actionneur pour le cycle complet . 181
7.7	Représentation du déplacement angulaire du rotor et de son abscisse curviligne $\ . \ 182$
7.8	Discrétisation de la position rotor (haut) et de l'effort de charge (bas) en fonction
	de l'abscisse curviligne
7.9	Relation entre la vites se discrétisée et l'intervalle de temps pour $\varDelta d{=}40\mathrm{rad}$ 185
7.10	Représentation de la trajectoire initiale du godet suivant les coordonnées carté-
	siennes dans le plan (en haut) et de son orientation (en bas) par rapport à la
	référence du châssis
7.11	Représentation de la position angulaire des actionneurs au cours du cycle $\ . \ . \ . \ 191$

 $\frac{249}{\mbox{Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2015ISAL0101/these.pdf} <math display="inline">\mbox{@}$  [A. Chauvin], [2015], INSA Lyon, tous droits réservés

7.12	Représentation de la trajectoire initiale et optimale du godet suivant les coordon-	
	nées cartésiennes dans le plan (en haut) et son orientation (en bas)	91
7.13	Cycle de la puissance électrique fournie aux actionneurs (haut) et évolution de	
	l'énergie totale consommée par les actionneurs synchronisés (bas)	92
7.14	Vitesse initiale et commande optimale de la vitesse du moteur électrique de chaque	
	actionneur	93
A.1	Vue détaillée d'une vis à rouleaux satellites	)2
A.2	Modèle de frottement de Stribeck	)3
A.3	Banc de caractérisation de l'EMA	)4
A.4	Exemple de données expérimentales pour la caractérisation des frottements de	
	l'ensemble VARS+réducteur	)4
A.5	Cartographie de rendement d'une vis à rouleaux satellites et de son réducteur 20	)5
B.1	Modèle énergétique d'une cellule LFP et assemblage dans la batterie 20	)8
B.2	Evolution de la tension à vide en fonction du $SoC$ pour une cellule LFP 20	)9
B.3	Nombre de cycles d'une cellule A123 ANR26650 en fonction de sa puissance in-	
	terne à $40^{\circ}C$	12
B.4	Vitesse de dégradation d'une cellule A123 ANR26650 en fonction de sa puissance	
	interne	12
B.5	Modèle énergétique d'une cellule de supercondensateur et assemblage dans le pack 21	13
B.6	Modèle thermique équivalent d'un supercondensateur	15
B.7	Configuration en quinconce d'un module de supercondensateurs avec refroidisse-	
	ment forcé	16
B.8	Evolution de la température de cœur maximale pour différente température am-	
	biante dans un pack de $6 \times 10$ supercondensateurs $\ldots \ldots \ldots$	17
B.9	Durée de vie estimée d'une cellule BCAP3000 d'après la loi d'Eyring 21	19
B.10	Evolution du facteur d'accélération de la dégradation d'une cellule BCAP3000 en	
	fonction du courant efficace	19
C.1	Evolution du coût du HPPS en fonction de la valeur de la tension de cellule initiale22	22
C.2	Trajectoires optimales pour différentes valeurs de tension initiale	23
D.1	Représentation du cycle de puissance $P_{req}$	26
D.2	Résultats de simulation pour le cycle de référence avec la configuration A 22	28
D.3	Résultats de simulation pour le cycle optimisé avec la configuration A 22	28

## Liste des tableaux

1.1	Comparaison des 4 stratégies d'optimisation de problèmes combinés	17
1.2	Classification des problèmes d'optimisation	18
1.3	Récapitulatif de différentes méthodes d'optimisation non linéaires sous contraintes	37
2.1	Comparaison technique entre les algorithmes SEPP et IteBaC	56
2.2	Comparaison de résultats de simulation entre les deux méthodes pour différentes	
	discrétisations de $N_u$	61
3.1	Comparaison des conditions de fonctionnement entre une automobile convention-	
	nelle et une excavatrice hydraulique conventionnelle $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	66
3.2	Comparaison technique des 4 technologies d'actionnement linéaire	82
4.1	Caractéristiques de quelques technologies de batteries	89
5.1	Problème d'optimisation pour un VEH comportant une PAC et une batterie LFP	117
5.2	Problème combinatoire $(P_{i,j})$ pour un VEH avec une PAC et une batterie LFP .	121
5.3	Problème d'optimisation pour un VEH comportant une PAC et un pack de su-	
	percondensateurs	123
5.4	Problème combinatoire $(P_{i,k})$ pour un VEH comportant une PAC et un pack de	
	supercondensateurs	126
5.5	Problème d'optimisation pour un VEH avec une PAC et 2 stockages d'énergie	128
5.6	Problème combinatoire $(P_{i,j,k})$ pour un VEH comportant deux stockages d'énergie	132
5.7	Problème d'optimisation pour un VEH rechargeable comportant une batterie LFP	134
5.8	Problème combinatoire $({\cal P}_{i,j})$ pour un véhicule hybride électrique rechargeable	137
6.1	Données techniques de la pile à combustible	141

## LISTE DES TABLEAUX

62	Données techniques du chargeur plug-in	141
6.3	Données techniques d'une cellule LFP	142
6.4	Données techniques d'un supercondensateur	142
6.5	Paramètres de l'étude pour les quatre configurations	143
6.6	Résultats configuration A vs configuration B	144
6.7	Bésultats de dimensionnement des configurations A et D sur le cycle A	147
6.8	Résultats de dimensionnement pour les configurations A et C sur le cycle A	149
6.9	Caractéristiques des cycles étudiés	150
6.10	Résultat de dimensionnement de la configuration A pour deux cycles de mission	100
	différents	151
6.11	Résultats sur la dispersion du dimensionnement suivant le type d'utilisateur	152
6.12	Résultats de dimensionnement suivant le choix de $L$ pour la configuration A et le	
	cycle A	153
6.13	Résultats de dimensionnement suivant le choix de $L$ pour la configuration A et le	
	cycle A	154
6.14	Impact du vieillissement de la batterie LFP pour les configurations A et D	156
6.15	Optimisation de la configuration B suivant différentes températures ambiantes .	157
6.16	Résultats de différentes combinaisons de dimensionnement suivant la température	
	ambiante	158
6.17	Résultats de dimensionnement du HPSS en fonction de l'état de santé du pack	
	de supercondensateurs pour la configuration B $\ \ldots \ \ldots$	159
6.18	Résultats de dimensionnement du HPSS en fonction du nombre de remplacement	
	de la batterie LFP pour les configurations A et D	161
6.19	Dimensionnement et TCO du HPSS pour différents scénarios de coûts	164
7.1	Problème d'optimisation original pour la planification de trajectoire d'un système	
	multi-actionneur synchronisé $\ldots$	178
7.2	Comparaison du modèle temporel et modèle spatial à variable unique $\ \ . \ . \ .$	181
7.3	Problème d'optimisation de trajectoire pour un actionneur $i{\rm sur}$ une sous-trajectoire	
	j	186
7.4	Problème d'optimisation de trajectoire pour un actionneur $i$ sur un ensemble de	
	m sous-trajectoires	188
7.5	Problème d'optimisation de trajectoire d'un ensemble de $n$ actionneurs synchro-	
	nisés sur un ensemble de $m$ sous-trajectoires	189
7.6	Paramètres de l'algorithme	189
7.7	Résultats pour la planification optimale de trajectoires transitoires	190
B.1	Table de données pour le facteur pré-exponentiel en fonction du $c$ -rate $\ldots$ .	211

## LISTE DES TABLEAUX

C.1	Solution optimale avec différentes tensions initiales pour la configuration B et le	
	cycle A	222
D.1	Résultats sur le dimensionnement et la trajectoire optimale du système multi-	
	actionneurs synchronisé $\ldots \ldots \ldots$	226
D.2	Résultats de l'optimisation du HPSS avec la configuration A	227