

UNIVERSITÉ PARIS-SUD

ECOLE DOCTORALE No. 422 :

STITS-SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE L'INFORMATION DES  
TÉLÉCOMMUNICATIONS ET DES SYSTÈMES

LABORATOIRE DES SIGNAUX ET SYSTÈMES, UMR8506  
(CNRS-CENTRALESUPÉLEC-UNIVERSITÉ PARIS-SUD)

DISCIPLINE : PHYSIQUE

THÈSE DE DOCTORAT

Soutenue le 28 Septembre 2015 par

Changyou Li

**Modélisation et simulation de la diffraction  
électromagnétique par des laminés plans  
renforcés par des fibres cylindriques  
arrangées périodiquement**

**Directeur de thèse :** Dominique Lesselier    Directeur de recherche CNRS

**Composition du jury :**

**Président du jury :** Jean-Jacques Greffet    Professeur, Université Paris Sud

**Rapporteurs :** Olivier Dazel    Professeur, Université du Maine  
André Nicolet    Professeur, Aix-Marseille Université

**Examineurs :** Jean-Jacques Greffet    Professeur, Université Paris Sud  
Patrick Joly    Directeur de recherche INRIA  
Christophe Reboud    Ingénieur Chercheur CEA



# Résumé

La thèse porte sur la modélisation électromagnétique et la simulation de composites stratifiés plans (laminés), renforcés par des fibres organisées périodiquement. L'objectif est d'acquérir une bonne compréhension du comportement électromagnétique de telles structures, en première étape de ce que pourrait ultérieurement être la production d'images mettant en évidence la localisation de zones éventuellement endommagées, et fournissant une certaine quantification de celles-ci.

La thèse proprement dite se concentre donc sur la construction et l'évaluation de modèles de la diffraction électromagnétique par des composites multicouches tels que chaque couche est renforcée par des fibres disposées périodiquement. Est d'abord investiguée la diffraction par une plaque diélectrique (mono-couche) au sein de laquelle des fibres cylindriques de section circulaire de même rayon sont incorporées périodiquement, ces fibres ayant la même orientation de leurs axes et la même distance de centre à centre.

Un cas bidimensionnel impliquant des ondes planes E ou H-polarisées, ainsi que des faisceaux gaussiens, normalement ou obliquement incidents, est d'abord pris en considération afin de mieux comprendre principes et philosophies des méthodes de choix, le couplage de mode et l'expansion multipolaire. Puis le travail est étendu, la diffraction de la plaque sous un éclairage tridimensionnel (conique) étant alors traitée en détail, ce qui montre aussi le potentiel de la méthodologie mise en œuvre si l'on souhaite obtenir la réponse électromagnétique de la structure à une source ponctuelle.

Un composite multicouche, plus courant, mais plus complexe, qui est fait d'un empilement de plaques l'une sur l'autre, est alors étudié. Deux différentes espèces de composites sont ici prises en compte. Pour étudier la première, dont les fibres dans les différentes couches possèdent les mêmes orientations, des méthodes à base de matrices dites S ou dites T sont introduites, impliquant entre autre de s'intéresser à une résolution convenable du système linéaire produit selon le couplage de mode à la transition entre deux couches adjacentes. Une investigation de la deuxième espèce de composites suit alors, pour lequel les fibres au sein des différentes couches sont orientées dans des directions différentes quelconques, ce que permet une extension précautionneuse des approches précédentes.

Une certaine attention est également portée au problème de l'homogénéisation des composites, de manière à lier les démarches à petite échelle telles que développées dans la thèse à celles à grande échelle souvent les seules prises en compte dans le contrôle non destructif et l'imagerie des composites stratifiés.

De nombreux résultats de simulations numériques sont proposés et validés autant que possible par des résultats de référence de la littérature (notamment dans le cas de cristaux photoniques) et l'utilisation de solveurs «brute-force». L'accent est aussi mis sur des cas particuliers de matériaux composites (ceux à base de fibres de verre et ceux à base de fibres de carbone) qui sont le plus souvent rencontrés dans les applications pratiques, avec des bandes de fréquences appropriées choisies en accord avec le comportement des fibres, principalement diélectrique ou principalement conducteur.

# Introduction et contexte de recherche

Les matériaux composites stratifiés sont de plus en plus utilisés dans l'aérospatiale et l'industrie automobile en remplacement de matériaux métalliques traditionnels en raison de leur légèreté, rigidité élevée et de bonnes propriétés de résistance à la corrosion, etc. Pour la fabrication, deux ou plusieurs constituants des matériaux sont toujours combinés ensemble pour produire les caractéristiques souhaitées qui ne peuvent être facilement fournis par l'un des matériaux particuliers.

Un exemple de matériau composite stratifié est constitué de deux parties, la matrice et le renfort. Les renforts sont incrustés périodiquement à l'intérieur de la matrice pour fournir résistance et la rigidité tandis que la matrice est utilisée pour attacher les renforts ensemble. Prenant, en tant que bloc de construction, une résine époxy ou polyester plaque renforcée par l'incorporation d'un réseau périodique de fibres de verre ou de carbone orientées dans la même direction, une pile peut être fabriquée en empilant des plaques l'une sur l'autre avec les fibres dans les différentes plaques orientées dans des directions différentes, offrant ainsi la résistance de la pile et la rigidité dans toutes les directions. Un composite est produit en empilant des piles [1, 2].

Pour les stratifiés composites précités, les dommages causés par l'impact, la rupture de la fibre et des fissures, etc., peuvent apparaître lors de la fabrication et/ou du temps de service, ce qui affecte les propriétés mécaniques ou raccourcit la durée de vie. En particulier dans le domaine aérospatial, des défauts sous la surface pourraient avoir des conséquences catastrophiques. Les dommages tels que des microfissures et des petits décollements cachés dans les composites sont généralement invisibles lors d'une inspection visuelle. Par conséquent, les méthodes de contrôle non destructif (CND) sont nécessaires pour une inspection efficace.

Les méthodes ultrasonores sont les méthodes de contrôle non destructif le plus largement utilisées dans l'industrie, mais surtout pour la caractérisation des métaux et alliages, et il reste difficile de les appliquer à ce type de composite structuré complexe avec une bonne résolution [3]. Cependant, les ondes ultrasonores sont sensiblement atténuées lorsque la mesure est effectuée en champ proche [4] ou à haute fréquence relative [5],

ce qui peut provoquer une détection erronée de la zone endommagée. La thermographie infrarouge est une autre méthode, mais la détection peut être affectée par une faible conductivité des fibres [6]. L'utilisation d'autres méthodes traditionnelles de CND pour détecter ces dommages reste difficile ou de coût trop élevé. Toutes les méthodes non destructives traditionnelles mentionnées ont aussi quelques autres difficultés d'application aux composants renforcés par fibres [7], d'où le développement de méthodes de CND nouvelles devient important [8, 9]. Tester avec des ondes électromagnétiques est l'une des méthodes alternatives, qui montre déjà un bon potentiel pour inspecter les dommages d'impact à faible énergie [10] à des fréquences courants de Foucault [7] et micro-ondes [11, 12] pour les fibres diélectriques et conductrices. Mais une imagerie efficace demande une bonne compréhension du comportement électromagnétique, avec des stratifiés en bon état dans la première étape. Pour une gamme basse fréquence avec prise en charge de l'inspection en régime harmonique, lorsque la distance de centre à centre entre les fibres est beaucoup plus petite que la longueur d'onde électrique pour les cas diélectriques ou de profondeur de pénétration pour les cas conducteurs, les couches homogènes anisotropes uniaxiales sont généralement traitées avec l'hypothèse de couche équivalente [13], impliquant tenseurs effective de permittivité ou de conductivité, le stratifié étant simplement une superposition de ces couches [14–16]. Les coefficients de réflexion et de transmission du stratifié peuvent être calculés avec les approches classiques pour les milieux multicouches planes, des situations générales de diffraction pouvant nécessiter des approches plus sophistiquées [17]. Un modèle asymptotique a également été proposé pour les structures périodiques [18, 19].

Pour une gamme haute fréquence, lorsque la distance entre les fibres est de l'ordre de la longueur d'onde ou de l'épaisseur de peau, l'homogénéisation ci-dessus échoue souvent. L'étude peut être réalisée avec une formulation d'intégrale surface périodique [20, 21] qui représente les champs électriques et magnétiques inconnus avec des courants équivalents apparentés sur les interfaces aux limites et gère la fonction de Green nécessaire en appliquant la formule de sommation de Poisson et la périodicité de la structure. L'équation intégrale de surface est formulée sur une cellule de l'unité et résolue avec la méthode des moments [22].

Cependant, l'investigation actuelle semble être limitée au cas de deux dimensions (2D) de diffraction impliquant des ondes planes TE ou TM-polarisées ou des faisceaux gaussiens et une périodicité unidimensionnel (1D). Pour le cas plus pratique 2.5D, dans lequel l'onde incidente frappe coniquement sur la structure avec un azimuth non nul, ou le cas plus compliqué 3D, avec ondes incidentes coniques sur un composite avec plusieurs directions de périodicité des fibres, le champ d'investigation est grand ouvert. Bien que FDTD [23] ou

---

FEM [24] pourraient traiter des composites avec un profil complexe de section transversale des fibres, mais ces méthodes “force-brutes” ne pourraient que gérer la situation de diffraction 3D avec un niveau limité de complexités structurelles, telles que la structure tas de bois [25–28] construite avec une pile 2-couche dans laquelle les fibres dans les deux couches sont orientées dans deux directions orthogonales [29]. Mais ces méthodes numériques devrait échouer à modéliser des stratifiés complexes avec orientations arbitraires des fibres dans les différentes couches. Par ailleurs, la plupart des algorithmes d’imagerie nécessitent la pleine disponibilité des fonctions de Green dyadique associées à la structure étudiée, les méthodes numériques ou analytiques-numériques mentionnées ne fournissent pas facilement.

Au cours des dernières décennies, de nombreuses méthodes théoriques efficaces et précises ont été effectivement appliquées pour la modélisation des cristaux photoniques avec des fibres arrangées de façon similaire que celle à l’intérieur des matériaux composites. Dans les études, une grande attention a été accordée aux méthodes de Rayleigh [30] et développements en ondes planes [31, 32] pour leur efficacité de calcul et la précision ainsi que leur traçabilité analytique. Une investigation typique de cristaux photoniques a été réalisée par Yasumoto *et al.* [33]. Leur procédé d’expansion harmonique cylindrique amène à une formulation simple et souple avec la matrice de transfert pour la modélisation de la diffraction électromagnétique de cylindres diélectriques disposés périodiquement dans l’air. La façon d’arranger les cylindres est similaire à l’un des cas étudiés dans cette thèse, donc ce travail a fourni quelques bons exemples pour valider l’approche. La méthode multipôle et le développements en ondes planes sont combinés par Botten et ses collègues [34–36] pour étudier les dispositifs photoniques. L’accent a été principalement mis sur la diffraction de fibres optiques microstructurées ou l’analyse de mode de Bloch de dispositifs optiques, donc un peu différente que des problèmes considérés ici. Mais la façon de combiner le développements en ondes planes et la méthode multipôle est très intéressante pour étudier la diffraction de composites stratifiés. La plupart des travaux rapportés se concentrent sur la structure de tas de bois qui a été largement étudiée [33, 36, 37] pour des fibres dans l’air pour leurs lacunes optiques attrayantes. Mais ce genre de structure, même si structurellement similaire aux composites stratifiés, n’existe pas pour les vrais matériaux composites puisque, avec seulement deux orientations des fibres, elle ne peut pas assurer robuste et rigide le long de toutes les directions pour répondre aux demandes pratiques.

En outre, la présence de la plaque remplie par du matériau homogène isotrope résulte en de fortes interactions entre les ondes réfléchies par les réseaux de fibres et les interfaces de la plaque, donc conduisant à un comportement électromagnétique beaucoup

plus compliqué. Cette interaction devient forte lorsque un grand contraste de permittivité est considéré. Les orientations arbitraires des fibres dans différentes couches apportent un autre degré de complexité, en particulier dans les composites impliquant des dizaines voire centaines de couches. La dispersion introduite à le système par des fibres orientées différemment doit être considérée soigneusement avec une bonne décomposition des modes. Certains des modes se propagent, mais certains deviennent évanescents. Dans le calcul, tous les modes de propagation et un nombre limité de modes évanescents doivent être considérés pour parvenir à une bonne convergence du champ. Trop de modes évanescents va ralentir la vitesse du calcul. Arbitrairement orienter les fibres complique aussi la procédure de séparation de modes de propagation de ceux évanescents, donc un bon nombre de modes évanescents doit être choisi pour équilibrer l'efficacité du calcul et de la vitesse de convergence. Cette procédure est pénible lorsque il y a plus que trois orientations de fibres dans la structure. Dans le même temps, le mode assortiment à la limite entre deux couches adjacentes est nécessaire pour produire un système linéaire à obtenir les coefficients de réflexion et de transmission, ce qui doit être fait dans le même système de référence. Ainsi, le développement de champ ou des matrices correspondantes aux modes dans les couches où les fibres sont orientées dans des directions différentes doivent être soigneusement disposées et transformées en le même système de coordonnées avant l'application des condition aux limites aux interfaces. La combinaison de ces complexités avec les ondes incidentes conique produit un problème de diffraction électromagnétique complexe qui doit être résolu pour l'obtention de la fonction de Green dyadique en examinant la réponse électromagnétique de la structure aux des sources élémentaires.

Les études dans cette thèse fournissent les principes fondamentaux de l'investigation de la réponse électromagnétique de matériaux composites complexes. Ces études fournissent aussi quelques bonnes techniques qui peuvent être appliquées à étudier des structures périodiques désorganisées. Cette désorganisation peut être causée soit par manque ou déplacement des fibres dans les composites ou par changer leurs paramètres physiques et de forme. Toutes ces contributions sont nécessaires pour de plus amples recherches correspondantes au contrôle non destructif des dommages avec des ondes électromagnétiques. L'accent de cette thèse est cependant le problème électromagnétique mentionné ci-dessus correspondant à plusieurs types de matériaux composites. L'objectif final est de développer un modèle d'onde plane pour des composites multicouches de calcul efficace.

Comme première étape, la méthode multipôle et le développement en ondes planes, en empruntant des analyses antérieures [38–41] et de celles photoniques [42], sont appliquées ensemble pour étudier la structure composite la plus simple, qui est produite par l'insertion d'un réseau périodique de fibres cylindriques circulaires infiniment longues



---

dans une plaque diélectrique. L'accent est mis principalement sur les plaques époxy renforcées par des fibres carbone ou fibres de verre illuminées par ondes planes. Des ondes incidentes E- (TM) et H-polarisée (TE) sont considérées avec le plan d'incidence dans le plan de la section transversale des fibres. Dans cette thèse, ce cas est appelé cas 2D. Le champ au voisinage du cylindre est naturellement développé avec des fonctions de Bessel. Puis les fonctions cylindriques sont combinées avec la série de Schlömilch (lattice sums) [43, 44] à fin de satisfaire les conditions périodiques aux limites le long de la direction de la périodicité. L'intégration le long de la frontière d'une cellule périodique et d'un des cylindres inclus à l'intérieur concerne le domaine au voisinage du cylindre central, où le développement en ondes planes est impliqué pour calculer le champ dans le demi-espace supérieur ou inférieur.

Dans le même temps, l'accord de modes aux limites des cylindres circulaires révèle les détails fins de la structure et permet en outre le calcul de la distribution de champ en leur sein. L'investigation sur ce sujet permet de comprendre les préliminaires et les principes de base des approches, ainsi que de construire de solides fondamentaux pour la suite des études. Le faisceau gaussien est également considéré en décomposant le faisceau en ondes planes. Le champ diffracté du faisceau est obtenu en sommant toutes les ondes planes. Par ailleurs, la théorie de l'homogénéisation est également examinée et développée comme un lien entre le modèle en onde complète actuel et celui des investigations à basse fréquence.

En gardant la même structure 2D, les approches appliquées au cas 2D sont ensuite étendues pour la diffraction d'une onde incidente de manière conique où le plan d'incidence est hors du plan de la section transversale des fibres. Ce cas est appelé cas 2.5D. Puisque le vecteur d'onde de l'onde incidente a des composantes longitudinales, les champs électriques et magnétiques sont couplés. Ceci complique les relations entre les composantes longitudinale et transversale de champ, ce qui conduit alors à une représentation plus complexe des composantes transversales des champs, et donc à une relation plus complexe entre les coefficients des développements. En raison de la simplicité de la structure 2D, les coefficients des développements des champs peuvent encore être obtenus de manière explicite pour éviter les inversions de matrice.

Une fois, basée sur une seule couche que l'approche pour les problèmes de 2D et 2.5D est bien développée et comprise, l'extension de la méthode est effectuée pour étudier la diffraction d'un composite multicouche. Il est construit par empilements des couches l'une sur l'autre, tous les réseaux de fibres circulaires de différentes couches ayant la même direction. Les fibres de carbone et de verre sont étudiées avec leurs rayons étant le même dans la même couche mais peut-être différents d'une couche à l'autre, en gardant les mêmes

distances de centre à centre des fibres dans la même couche. Les matériaux de référence et les épaisseurs des différentes couches peuvent également varier d'une à l'autre.

Les méthodes fondées sur la S-matrice et T-matrice sont appliquées. L'instabilité numérique est ensuite exposée dans les deux cas à des niveaux différents en raison de mauvais conditionnements des matrices. Cette propriété introduit quelques difficultés à inverser les matrices correspondantes. En raison de cette limitation, la méthode T-matrice ne peut qu'être appliquée à étudier les caractéristiques des modes de propagation. Une fois les modes évanescents impliqués dans le calcul, la méthode devient très instable. Cette instabilité de la T-matrice est fortement influencée par les éléments qui augmentent exponentiellement avec l'ordre des modes évanescents. Comparativement, la solution à base de la S-matrice est beaucoup plus stable. Elle présente une instabilité pour le calcul de la distribution de champ à l'intérieur de la structure, qui peut être surmontée en réorganisant les matrices de façon à relier les coefficients des développements des champs dans toutes les couches au champ incident.

Au ce niveau, toutes les techniques fondamentales pour la caractérisation des structures composites ont été mises à disposition. Donc un composite multicouche pratique peut être pris en compte. Un empilement de 4 couches est tout d'abord construit avec des fibres dans les différentes couches orientées en des directions différentes. Ensuite, des dizaines de piles se chevauchent pour produire le composite multicouche. Avant la modélisation de la pile 4-couche, une pile 2-couche est utilisée pour expliquer les idées de base. L'approche fondée sur la S-matrice est ensuite développée pour étudier la diffraction de ce type de matériaux composites. Un modèle électromagnétique pour le calcul des composites stratifiés tels que pratiquement utilisés est finalement fourni.

# Bibliographie

- [1] C. Alexander, C. Key, and S. Schumacher, “Dynamic response and modeling of a carbon fiber-epoxy composite subject to shock loading,” *Journal of Applied Physics*, vol. 114, pp. 1 – 10, 2013.
- [2] A. Lukyanov, “Modeling the effect of orientation on the shock response of a damageable composite material,” *Journal of Applied Physics*, vol. 112, pp. 9081–9087, 2012.
- [3] E. Nesvijski, “Some aspects of ultrasonic testing of composites,” *Composite Structures*, vol. 48, pp. 151 – 155, 2000.
- [4] S. Mechraoui, A. Laksimi, and S. Benmedakhene, “Reliability of damage mechanism localisation by acoustic emission on glass/epoxy composite material plate,” *Composite Structures*, vol. 94, pp. 1483 – 1494, 2012.
- [5] L. Taupin, A. Lhémy, and G. Inqui  t  , “A detailed study of guided wave propagation in a viscoelastic multilayered anisotropic plate,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 269, pp. 1 – 14, 2011.
- [6] V. Vavilov, “Modeling and characterizing impact damage in carbon fiber composites by thermal/infrared non-destructive testing,” *Composites Part B: Engineering*, vol. 61, pp. 1 – 10, 2014.
- [7] H. Heuer, M. Schulze, M. Pooch, S. G  bler, A. Nocke, G. Bardl, C. Cherif, M. Klein, R. Kupke, R. Vetter, F. Lenz, M. Kliem, C. B  low, J. Goyvaerts, T. Mayer, and S. Petrenz, “Review on quality assurance along the CFRP value chain – non-destructive testing of fabrics, preforms and CFRP by HF radio wave techniques,” *Composites Part B: Engineering*, vol. 77, pp. 494 – 501, 2015.
- [8] G. Angelis, M. Meo, D. Almond, S. Pickering, and S. Angioni, “A new technique to detect defect size and depth in composite structures using digital shearography and unconstrained optimization,” *NDT-E International*, vol. 45, pp. 91 – 96, 2012.

- [9] X. Yin and D. Hutchins, “Non-destructive evaluation of composite materials using a capacitive imaging technique,” *Composites Part B: Engineering*, vol. 43, pp. 1282 – 1292, 2012.
- [10] L. Cheng and G. Y. Tian, “Pulsed electromagnetic NDE for defect detection and characterisation in composites,” in *2012 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*, pp. 1902 – 1907, 2012.
- [11] A. S. B. Sediq and N. Qaddoumi, “Near-field microwave image formation of defective composites utilizing open-ended waveguides with arbitrary cross sections,” *Composite Structures*, vol. 71, pp. 343 – 348, 2005.
- [12] Y.-H. Teo, X. Wang, and W.-K. Chiu, “Simulations of microwave propagation in delaminated unidirectional glass–epoxy laminate,” *Composite Structures*, vol. 75, pp. 422 – 427, 2006.
- [13] S. Datta, C. T. Chan, K. M. Ho, and C. M. Soukoulis, “Effective dielectric constant of periodic composite structures,” *Physical Review B*, vol. 48, pp. 14936 – 14943, 1993.
- [14] M.-S. Lin and C. H. Chen, “Plane-wave shielding characteristics of anisotropic laminated composites,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 35, pp. 21 – 27, Feb 1993.
- [15] C. Holloway, M. Sarto, and M. Johansson, “Analyzing carbon-fiber composite materials with equivalent-layer models,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 47, pp. 833 – 844, 2005.
- [16] A. Kader, M. Klingler, T. Dubois, G. Duchamp, G. Ruffie, and F. Bonnaudin, “Surface equivalent modeling of layered composite material,” in *2013 International Symposium on Electromagnetic Compatibility (EMC EUROPE)*, pp. 573–578, 2013.
- [17] Y. Zhong, M. Lambert, D. Lesselier, and X. Chen, “Electromagnetic response of anisotropic laminates to distributed sources,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 62, pp. 247–256, 2014.
- [18] B. Delourme, H. Haddar, and P. Joly, “On the well-posedness, stability and accuracy of an asymptotic model for thin periodic interfaces in electromagnetic scattering problems,” *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, vol. 23, p. 2433, 2013.
- [19] S. Fliss and P. Joly, “Solutions of the time-harmonic wave equation in periodic waveguides : asymptotic behaviour and radiation condition,” *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, early access, 2015.

- 
- [20] H.-C. Chu, S.-K. Jeng, and C. H. Chen, "Reflection and transmission characteristics of lossy periodic composite structures," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, pp. 580 – 587, 1996.
- [21] C. Chu, S. Jeng, and C. Chen, "Reflection and transmission characteristics of single-layer periodic composite structures for TE case," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, pp. 1065 – 1070, 1997.
- [22] Z. Peng, K.-H. Lim, and J.-F. Lee, "Computations of electromagnetic wave scattering from penetrable composite targets using a surface integral equation method with multiple traces," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, pp. 256–270, 2013.
- [23] F. I. Baida and A. Belkhir, Finite Difference Time Domain Method for Grating Structures, *Chapter 9 of Gratings: Theory and Numeric Applications*. AMU (PUP): Marseille, 2012.
- [24] G. Demésy, F. Zolla, A. Nicolet, and B. Vial, Finite Element Method, *Chapter 5 of Gratings: Theory and Numeric Applications*. AMU (PUP): Marseille, 2012.
- [25] J. Wang, B. Zhou, B. Chen, and L. Shi, "3D weakly conditionally stable FDTD method for analyzing periodic structures," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, pp. 3917–3921, 2013.
- [26] J. Wang, B. Zhou, L. Shi, and B. Chen, "Efficiency-improved LOD-FDTD method for solving periodic structures at oblique incidence," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 23, pp. 521–523, 2013.
- [27] K. B. Dossou and L. C. Botten, "A combined three-dimensional finite element and scattering matrix method for the analysis of plane wave diffraction by bi-periodic, multilayered structures," *Journal of Computational Physics*, vol. 231, pp. 6969 – 6989, 2012.
- [28] D. C. Dobson, J. Gopalakrishnan, and J. E. Pasciak, "An efficient method for band structure calculations in 3D photonic crystals," *Journal of Computational Physics*, vol. 161, pp. 668 – 679, 2000.
- [29] S. Guenneau, A. Nicolet, and C. Geuzaine, "Comparisons of finite element and Rayleigh methods for the study of conical Bloch waves in arrays of metallic cylinders," *The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering (COMPEL)*, vol. 23, pp. 932 – 949, 2004.

- 
- [30] J. Rayleigh, *The Theory of Sound*. New York: MacMillan, 1877.
- [31] B. Munk and G. Burrell, "Plane-wave expansion for arrays of arbitrarily oriented piecewise linear elements and its application in determining the impedance of a single linear antenna in a lossy half-space," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 27, pp. 331–343, 1979.
- [32] J.-J. Greffet, "Scattering of electromagnetic waves by rough dielectric surfaces," *Physical Review B*, vol. 37, pp. 6436–6441, 1988.
- [33] K. Yasumoto and H. Jia, Modeling of Photonic Crystals by Multilayered Periodic Arrays of Circular Cylinders, Chapter 3 of *Electromagnetic Theory and Applications for Photonic Crystals*. Optical Science and Engineering, Taylor & Francis, 2010.
- [34] L. C. Botten, N.-A. P. Nicorovici, A. A. Asatryan, R. C. McPhedran, C. M. de Sterke, and P. A. Robinson, "Formulation for electromagnetic scattering and propagation through grating stacks of metallic and dielectric cylinders for photonic crystal calculations. Part I. Method," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 17, pp. 2165 – 2176, 2000.
- [35] S. Wilcox, L. C. Botten, and R. C. McPhedran, "Modeling of defect modes in photonic crystals using the fictitious source superposition method," *Physical Review E*, vol. 71, pp. 056606–1 – 056606–11, 2005.
- [36] G. H. Smith, L. C. Botten, R. C. McPhedran, and N. A. Nicorovici, "Cylinder gratings in conical incidence with applications to woodpile structures," *Physical Review E*, vol. 67, p. 056620, May 2003.
- [37] Y. Wu and Y. Y. Lu, "Dirichlet-to-Neumann map method for analyzing crossed arrays of circular cylinders," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 26, pp. 1984–1993, Nov 2009.
- [38] J.-P. Groby, A. Wirgin, L. Ryck, W. Lauriks, R. Gilbert, and Y. Xu, "Acoustic response of a rigid-frame porous medium plate with a periodic set of inclusions," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 126, pp. 685 – 693, 2009.
- [39] V. Romero-García, C. Lagarrigue, J.-P. Groby, O. Richoux, and V. Tournat, "Tunable acoustic waveguides in periodic arrays made of rigid square-rod scatterers: theory and experimental realization," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 46, p. 305108, 2013.

- 
- [40] S. Guenneau, C. Poulton, and A. Movchan, "Oblique propagation of electromagnetic and elastic waves for an array of cylindrical fibres," *Proceedings of the Royal Society A*, vol. 459, pp. 2215 – 2263, 2003.
- [41] H. Roussel, W. Chew, F. Jouvie, and W. Tabbara, "Electromagnetic scattering from dielectric and magnetic gratings of fibers - a T-matrix solution," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 10, pp. 109–127, 1996.
- [42] J.-P. Groby and D. Lesselier, "Localization and characterization of simple defects in finite-sized photonic crystals," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 25, pp. 146 – 152, 2008.
- [43] V. Twersky, "Elementary function representations of Schlömilch series," *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, vol. 8, pp. 323–332, 1961.
- [44] V. Twersky, "On scattering of waves by the infinite grating of circular cylinders," *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 10, pp. 737 – 765, 1962.