HAL
open science

Explosion asymétrique des supernovae gravitationnelles

Rémi Kazeroni

To cite this version:

Rémi Kazeroni. Explosion asymétrique des supernovae gravitationnelles. Phénomènes cosmiques de haute energie [astro-ph.HE]. Université Paris Saclay (COmUE), 2016. Français. NNT : 2016SACLS315 . tel-01386822

HAL Id: tel-01386822

https://theses.hal.science/tel-01386822

Submitted on 24 Oct 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACLS315

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay préparée à l'Université Paris-Sud

au sein du Service d'Astrophysique du CEA Saclay (IRFU)

Ecole doctorale n°127
Astronomie et Astrophysique d'Ile-de-France
Spécialité de doctorat : Physique

par

M. Rémi Kazeroni

Explosion asymétrique des supernovæ gravitationnelles

Soutenance de thèse prévue au CEA Saclay, le 13 Octobre 2016.

Composition du Jury :

M. Luc Dessart	Chargé de recherche *Université Côte d'Azur*	(Rapporteur)
M. Thierry Foglizzo	Ingénieur-chercheur *CEA Saclay (IRFU/SAp)*	(Directeur de thèse)
M. Jérôme Guilet	Chercheur postdoctorant *Max Planck Institut für Astrophysik*	(Co-Directeur de Thèse)
M. Bernhard Müller	Academic research fellow *Queen's University Belfast*	(Rapporteur)
M. Ewald Müller	Directeur de recherche *Max Planck Institut für Astrophysik*	(Examinateur)
M. Michel Rieutord	Professeur *Université de Toulouse*	(Examinateur)
M. Laurent Verstraete	Professeur *Université Paris-Sud*	(Président du jury)

À mes parents.

Remerciements

Pour conclure ces trois années de thèse, je tiens à remercier chaleureusement toutes les personnes qui, de près ou de loin, m'ont permis d'aller au bout de cette grande aventure. Votre soutien, tant sur le plan humain que scientifique, m'a été indispensable et c'est un plaisir de terminer cette thèse par ces quelques pages qui seront sans doute les plus lues du manuscrit. D'avance, toutes mes excuses aux personnes que j'aurais oubliées ...

Je tiens en premier lieu à exprimer toute ma gratitude à Thierry qui a dirigé cette thèse. Merci de m'avoir accompagné, avec une si grande disponibilité, durant ces trois années et d'avoir partagé avec moi ta passion pour la recherche, ta rigueur scientifique et ton goût pour l'analogie simplificatrice. Merci pour ta bonne humeur permanente, ton indéfectible optimisme et plus encore pour toute la confiance que tu m'as accordée. Tu m'as régulièrement donné la possibilité de présenter mes travaux et tu m'as embarqué dans d'incroyables aventures, comme ces présentations au Palais de la Découverte. Tu m'as toujours incité à poursuivre mes efforts pour finalement atteindre des objectifs qui me paraissaient inatteignables et cela me sera très utile pour la suite. Je retiendrai de ces trois années le grand plaisir que j'ai eu à travailler avec toi. Je suis sûr que mon départ pour Garching sera l'occasion de collaborations futures.

J'adresse également tous mes remerciements à Jérôme qui a accepté de co-encadré cette thèse. Malgré la distance et tes nombreuses échéances, tu as toujours suivi avec attention la progression de mon travail. Merci pour tes conseils avisés tant sur ma recherche que sur le métier de doctorant. Tu as régulièrement partagé avec moi tes intuitions lumineuses qui m'ont permis d'avancer et le déroulement de cette thèse n'aurait sans doute pas été pareil sans toi. A l'heure où nos routes vont se croiser, je me réjouis de pouvoir partager ton bureau pendant quelques mois au MPA !

Un grand merci à l'ensemble du jury d'avoir accepté d'en faire partie ainsi que pour le temps consacré à l'étude de mes travaux et toutes les questions et remarques lors de la soutenance. Merci aux rapporteurs, Bernhard Müller et Luc Dessart, pour leur lecture minutieuse du manuscrit. Je salue les efforts de Gilles Durand qui ont permis à l'ensemble du jury d'assister à la soutenance par visio-conférence.

Je remercie Daniel Pomarède, Bruno Thooris, Martial Mancip et Pascal Tremblin pour les visualisations de grande qualité faites à partir de mes simulations et dont certaines ont été utilisées pour la soutenance. Grâce à vous, j'ai pu améliorer ma compréhension de mes simulations et mettre en valeur les résultats obtenus.

I am grateful to Thomas Janka, Ewald Müller and the Garching group for showing interest in my work during these three years of PhD and for welcoming me as a post-doc for the next three years at MPA. I am honoured to have the opportunity to work in such a great scientific environment.

Je remercie l'ensemble du Service d'Astrophysique pour les trois années enrichissantes que j'y ai passées et toutes les personnes que j'y ai côtoyées. Merci en particulier à celles et ceux qui prennent en charge les indispensables aspects administratifs et techniques de la recherche et grâce à qui on peut notamment partir sans encombre en mission ou obtenir une solution à tous ses problèmes informatiques.

J'ai beaucoup apprécié évoluer dans le laboratoire LMPA où j'ai tant appris. Je tiens à remercier Sébastien, Matthias et Patrick pour toutes les discussions scientifiques et vos conseils avisés sur les simulations et tant d'autres sujets. Ensuite, merci à tous les thésards et post-docs du labo pour la convivialité et pour toutes nos discussions plus ou moins scientifiques. Je remercie Mario de m'avoir accueilli dans son bureau et me permettre de vivre dans le couloir numérique du SAp, Marc pour ton aide précieuse sur les aspects numériques (dont la transition vers le Python !) qui m'aura permis gagner en efficacité, Julien pour tes conseils indispensables à tout thésard débutant la recherche, Brendan pour avoir répondu avec bienveillance à toutes mes sollicitations, Olivier parce qu'on est sûr que tu auras toujours une réponse aux problèmes informatiques les plus complexes, Héloïse pour tous tes conseils, Valeska pour ta bonne humeur contagieuse et Juan pour tes encouragements. Bonne continuation en Allemagne ainsi qu'à Sam. Bonne chance à Yueh-Ning pour cette palpitante troisième année de thèse qui commence, à Cédric qui vient de rejoindre le labo et à Bruno qui se lance dans l'aventure de la thèse sur les supernovæ. Profitez bien de vos années de thèse !

Je salue tous les thésards de la promo et leur souhaite une bonne continuation pour la suite. Merci à Olivier grâce à qui on a réussi à déjouer tous les pièges du jeu de piste qui mène jusqu'au doctorat. Merci à Orianne de nous avoir montré la voie en devenant la première diplômée de la promo et pour tous tes encouragements pendant les périodes de grand rush que tu venais toi-même de traverser. Bonne chance pour cette nouvelle vie qui commence ! Félicitations à Victor et Mathieu avec qui nos chemins se sont croisés dès les débuts à l'ENSTA. Merci à Sarah pour ton regard avisé sur mes slides, ça m'a été bien utile. Bon courage pour finir ta thèse !

Lorsque vous faites une thèse en astrophysique, vous laissez peu de monde indifférent et vous vous exposez à de nombreuses questions. Merci à toutes les personnes qui ont voulu apprendre des choses sur ce sujet de thèse. C'était un grand plaisir de tenter de répondre à vos questions et de partager avec vous ma chance de faire de la recherche.

A présent, je voudrais remercier toutes les personnes qui m'ont soutenu et encouragé durant ces dernières années en me permettant notamment de m'évader du tumulte de la thèse. Je commence par mes plus « vieux » amis, Clément et Hamza, rencontrés lors de notre tout premier jour d'école ... Même si nos rencontres sont plus espacées, ce sont toujours de grands moments passés ensemble. Vous avez le pouvoir de figer le temps, c'est précieux. Je vous souhaite tout le meilleur pour la suite. A bientôt en Martinique, Clément et Jordane ! Je salue mes amis du Grand Nord, connus pour certains depuis les déjà lointaines années au lycée : Guillaume, Anne-Lore, Franck, Vivien, Léa, Julien, Max, Christophe, Julie, ... Merci pour tous ces moments de détente ! Au moment où se terminent ces longues études parisiennes, je tiens à remercier toutes les personnes avec qui j'ai passé d'incroyables moments, de Bandol à Balschwiller, de NYC à Contralivet, de Saint-Ouen à Brunoy, ... Merci à Ximun, Florian, Julien, Plouf, Antoine, Alexis, Philou, Simon et Marianne (et Camille !), Nast, Hélène, Valou,

David, Cédric, ... Certains d'entre vous m'ont fait l'honneur d'assister à ma soutenance. A tous, rendez-vous à Munich !

Un grand merci à Romain de m'avoir supporté durant ces trois années fantastiques passées à la colloc. Au lieu de faire de la recherche, on aurait dû tourner une série tv ! Toutes ces incroyables péripéties étaient indispensables pour garder le moral et affronter la thèse. Et je n'aurais jamais tant voyagé que dans notre cuisine. Merci pour ton aide précieuse qui m'a permis de gagner cette perpétuelle course contre la montre. A mon tour de te souhaiter plein de belles choses pour ton retour dans le Sud et bon courage pour la poursuite en post-doc.

Enfin, je tiens à remercier du fond du cœur ma famille pour son soutien et son affection en toutes circonstances. Grâce à vous, j'ai toujours eu la liberté de mener mes études comme je l'entendais. Merci d'être venus si nombreux assister à leur aboutissement. Partager cette joie et ces émotions avec vous est ce qui me rend le plus fier. Merci à mon Tonton Claude pour son aide permanente, à Guy, Paulette et Emmanuel, à Pierrot et Lysiane pour votre présence en ce jour. Merci à Isabelle et Henry qui auraient voulu se joindre à nous. Il sera toujours temps de parler d'étoiles avec mes chers petits cousins Julie et Alexis. Merci à ma Mamie de Wimy qui aurait tant aimé venir à la soutenance ; je t'embrasse ! Je tiens à saluer la mémoire de mon Papy, disparu durant cette thèse. Il aurait été très fier d'apprendre l'aboutissement de cette thèse, lui qui accordait tant d'importance à l'éducation et aux études. Merci à Génia, Bijan et à toute ma famille franco-iranienne. C'est très précieux de vous avoir à mes côtés. Merci à Guy et Danièle de votre indéfectible soutien, vous qui avez toujours suivi mes aventures avec grand intérêt. Au passage, j'en profite pour remercier tous les soutiens de la famille pour les nombreuses marques d'attention. Je sais que vous saisissez l'importance d'aller au bout de ces études.

I wish to express my warm thanks to my beloved Anglo-Americano-Iranian family. I received a lot of support from almost all over the world. I had the pleasure to meet some of you during these past three years and I hope it will continue. Many thanks to my Grandma for her love. She is probably the happiest person about my graduation. Thanks to Hamid and Lidiya for their great support. And a special thought for my Grandpa who is truly missed.

Je ne peux finir sans une pensée émue pour mon Papa qui n'aura connu que les premières semaines de mes études supérieures. Ce que ne dit pas cette thèse, c'est qu'il existe une catégorie d'étoiles particulières qui, même lointaines et silencieuses, éclairent les moments les plus sombres et servent de guide pour faire face à toutes les épreuves. Ces études et cette thèse n'auraient pu aboutir sans la luminosité d'une telle étoile, issue de ses grandes qualités humaines. Avoir une précieuse équipe de choc est le second élément qui m'a toujours permis d'avancer. Un immense merci à ma sœur Marie pour son aide, son dynamisme et son appétit de la vie. Tu peux être fière de ton parcours et avoir confiance en tes nombreuses qualités. Encore plein de succès pour la suite ! Et une infinité de mercis à ma Maman qui m'a constamment facilité la vie et qui a toujours fait tout son possible pour nous permettre de garder le cap. Tu es une leçon de courage et cette thèse une manière, aussi modeste soit-elle, de te remercier.

Résumé

L'explosion en supernova gravitationnelle représente le stade ultime de l'évolution des étoiles massives. La contraction du cœur de fer peut être suivie d'une gigantesque explosion qui donne naissance à une étoile à neutrons. La dynamique multi-dimensionnelle de la région interne, pendant les premières centaines de millisecondes, joue un rôle crucial sur le succès de l'explosion car des instabilités hydrodynamiques sont capables de briser la symétrie sphérique de l'effondrement. Les mouvements transverses et à grande échelle générés par deux instabilités, la convection induite par les neutrinos et l'instabilité du choc d'accrétion stationnaire (SASI), augmentent l'efficacité du chauffage de la matière par les neutrinos au point de déclencher une explosion asymétrique et d'impacter les conditions de naissance de l'étoile à neutrons.

Dans cette thèse, les instabilités sont étudiées au moyen de simulations numériques de modèles simplifiés. Ces modèles permettent une vaste exploration de l'espace des paramètres et une meilleure compréhension physique des instabilités, généralement inaccessibles aux modèles réalistes.

L'analyse du régime non-linéaire de SASI établit les conditions de formation d'un mode spiral et évalue sa capacité à redistribuer radialement le moment cinétique. L'effet de la rotation sur la dynamique du choc d'accrétion est également pris en compte. Si la rotation est suffisamment rapide, une instabilité de corotation se superpose à SASI et impacte grandement la dynamique. Les simulations permettent de mieux contraindre l'importance des modes non-axisymétriques dans le bilan de moment cinétique de l'effondrement du cœur de fer en étoile à neutrons. SASI pourrait sous certaines conditions accélérer ou ralentir la rotation du pulsar formé dans l'explosion. Enfin, une étude d'un modèle idéalisé de la région de chauffage est menée pour caractériser le déclenchement non-linéaire de la convection par des perturbations telles que celles produites par SASI ou les inhomogénéités de combustion pré-effondrement. L'analyse de la dimensionnalité sur le développement de la convection permet de discuter l'interprétation des modèles globaux et met en évidence les effets bénéfiques de la dynamique tridimensionnelle sur le déclenchement de l'explosion.

Abstract

A core-collapse supernova represents the ultimate stage of the evolution of massive stars. The iron core contraction may be followed by a gigantic explosion which gives birth to a neutron star. The multidimensional dynamics of the innermost region, during the first hundreds milliseconds, plays a decisive role on the explosion success because hydrodynamical instabilities are able to break the spherical symmetry of the collapse. Large scale transverse motions generated by two instabilities, the neutrino-driven convection and the Standing Accretion Shock Instability (SASI), increase the heating efficiency up to the point of launching an asymmetric explosion and influencing the birth properties of the neutron star.

In this thesis, hydrodynamical instabilities are studied using numerical simulations of simplified models. These models enable a wide exploration of the parameter space and a better physical understanding of the instabilities, generally inaccessible to realistic models.

The non-linear regime of SASI is analysed to characterize the conditions under which a spiral mode prevails and to assess its ability to redistribute angular momentum radially. The influence of rotation on the shock dynamics is also addressed. For fast enough rotation rates, a corotation instability overlaps with SASI and greatly impacts the dynamics. The simulations enable to better constrain the effect of non-axisymmetric modes on the angular momentum budget of the iron core collapsing into a neutron star. SASI may under specific conditions spin up or down the pulsar born during the explosion. Finally, an idealised model of the heating region is studied to characterize the non-linear onset of convection by perturbations such as those produced by SASI or pre-collapse combustion inhomogeneities. The dimensionality issue is examined to stress the beneficial consequences of the three-dimensional dynamics on the onset of the explosion.

Table des matières

Introduction générale **1**

I Contexte de l'étude **5**

1 Mécanisme d'explosion des supernovæ gravitationnelles **7**
1.1 Supernovæ historiques 8
1.1.1 Premières supernovæ observées 8
1.1.2 SN 1987A 9
1.2 Classification des supernovæ 10
1.2.1 Classification spectrale 10
1.2.2 Différents types de supernovæ 11
1.3 Fin de vie d'une étoile massive 13
1.3.1 Progéniteur d'une supernova gravitationnelle 13
1.3.2 Effondrement du cœur de fer 15
1.3.3 Rebond et onde de choc stationnaire 16
1.3.4 Résidu d'une explosion : étoile à neutrons ou trou noir ? 17
1.4 Relancer l'onde de choc 19
1.4.1 Mécanisme d'explosion induite par les neutrinos 19
1.4.2 Mécanismes alternatifs 21
1.5 Conclusion 23

2 Une explosion asymétrique **25**
2.1 Instabilités convectives 26
2.1.1 Convection dans la proto-étoile à neutrons 26
2.1.2 Convection induite par le chauffage dû aux neutrinos 26
2.2 Instabilité du choc d'accrétion stationnaire (SASI) 28
2.2.1 Mécanisme de l'instabilité 28
2.3 Instabilité low-T/|W| 31
2.4 Signatures observationnelles de l'explosion asymétrique 31
2.4.1 Kick des étoiles à neutrons 31
2.4.2 Spectropolarimétrie 32
2.4.3 Nucléosynthèse et morphologie des éjectas 33
2.4.4 Neutrinos et ondes gravitationnelles : messagers directs de l'explosion 34
2.5 Conclusion 36

II Étude numérique d'instabilités hydrodynamiques **37**

3 Modélisations des supernovæ **39**
3.1 Des simulations numériques complexes . . . 40
3.1.1 Approximations numériques et incertitudes . . . 40
3.1.2 Simulations axisymétriques . . . 42
3.1.3 Avancées grâce aux simulations 3D . . . 43
3.2 Ingrédients physiques supplémentaires . . . 46
3.2.1 Asymétries du progéniteur . . . 46
3.2.2 Effets de la rotation . . . 46
3.3 Simulations numériques hydrodynamiques avec RAMSES . . . 47
3.3.1 Équations hydrodynamiques . . . 48
3.3.2 Méthode des volumes finis . . . 49
3.4 La fontaine aux supernovæ . . . 52
3.4.1 La dynamique de l'onde de choc : simple comme une fontaine à eau ! . 52
3.4.2 Une expérience pour étudier les supernovæ . . . 54
3.4.3 Un outil à vocation pédagogique . . . 55
3.5 Conclusion . . . 56

4 Étude du régime non-linéaire de SASI **57**
4.1 Introduction . . . 57
4.2 Un modèle simplifié . . . 58
4.2.1 Modèle physique . . . 58
4.2.2 Modèle numérique . . . 61
4.2.3 Étude du régime linéaire . . . 63
4.3 L'émergence d'un mode spiral est-elle systématique ? . . . 65
4.3.1 Un rapport de rayons déterminant . . . 66
4.3.2 Échelle de temps de formation d'un mode spiral . . . 67
4.3.3 Inversion du sens de rotation du mode spiral . . . 68
4.3.4 Différences entre modes spiraux et modes axisymétriques . . . 69
4.3.5 Vers une description du mécanisme de brisure de symétrie . . . 71
4.4 Robustesse du modèle . . . 72
4.4.1 Influence du bord interne . . . 72
4.4.2 Stochasticité du régime non-linéaire . . . 75
4.5 Amplitude de saturation de SASI . . . 77
4.5.1 Instabilités parasites . . . 77
4.5.2 Un mécanisme de saturation plus fortement non-linéaire ? . . . 78
4.6 Conclusion . . . 79
4.7 Perspectives . . . 80
4.7.1 SASI dans les modèles plus réalistes . . . 80
4.7.2 Impact de la dimensionnalité . . . 81

5 Accélération et ralentissement de la rotation des pulsars par SASI **83**
5.1 Introduction . . . 83
5.2 Du cœur de fer à l'étoile à neutrons . . . 84
5.2.1 Contraintes sur les taux de rotation . . . 85
5.2.2 Effondrement non-axisymétrique . . . 86
5.3 Impact de la rotation sur la dynamique du choc . . . 88

5.3.1 Étude paramétrique . . . 88
5.3.2 Du régime linéaire au régime non-linéaire . . . 89
5.3.3 Une superposition d'instabilités . . . 90
5.4 Redistribution du moment cinétique . . . 93
5.4.1 Progéniteurs sans rotation . . . 93
5.4.2 Progéniteurs en rotation . . . 96
5.5 Conclusion . . . 101
5.6 Perspectives . . . 102
5.6.1 Vers un modèle moins idéalisé . . . 102
5.6.2 Impact du champ magnétique . . . 102
5.6.3 Corrélation kick-spin . . . 103

6 Le déclenchement de la convection induite par les neutrinos 105
6.1 Introduction . . . 105
6.2 Un Modèle simplifié de la région de gain . . . 107
6.2.1 Modèle physique . . . 107
6.2.2 Modèle numérique . . . 112
6.3 Différents régimes de la convection . . . 113
6.3.1 Déclenchement non-linéaire . . . 113
6.3.2 Convection auto-entretenue ? . . . 116
6.3.3 Interprétation . . . 117
6.4 Impact de la dimensionnalité . . . 121
6.4.1 Début du régime non-linéaire . . . 123
6.4.2 Dynamique de la région de gain . . . 126
6.4.3 Régime asymptotique . . . 130
6.5 Conséquences pour les simulations réalistes de supernovæ . . . 134
6.5.1 Déclenchement de la convection . . . 134
6.5.2 Une dynamique plus favorable à l'explosion à 3D . . . 135
6.5.3 Importance de la résolution numérique . . . 136
6.6 Conclusion et perspectives . . . 139

Conclusions et perspectives 141

Annexes 149

A New insights on the spin-up of a neutron star during core collapse 149

B Détermination de l'amplitude des modes spiraux 161

Bibliographie 163

Table des figures 179

Introduction générale

Les supernovæ marquent la fin de vie explosive des étoiles massives. Ces explosions spectaculaires figurent parmi les événements les plus énergétiques et les plus lumineux de l'Univers. Une telle mort stellaire produit brièvement une luminosité supérieure à l'ensemble de la galaxie hôte et émet davantage d'énergie que le Soleil durant son existence. Les supernovæ gravitationnelles sont des phénomènes célestes très étudiés en astrophysique. Elles contribuent à enrichir le milieu interstellaire car elles disséminent les éléments synthétisés au cours de l'existence de l'étoile massive et lors de son explosion, dont certains nous composent. L'onde de choc produite lors de l'explosion nourrit la turbulence du milieu interstellaire et influence la formation de nouvelles étoiles. Les supernovæ gravitationnelles sont un site de production de neutrinos, d'ondes gravitationnelles et de rayons cosmiques, et donnent naissance aux étoiles à neutrons et aux trous noirs.

L'explosion en supernova gravitationnelle ne concerne que les étoiles dix à cent fois plus massives que notre Soleil. Ces étoiles forment en quelques dizaines de millions d'années seulement un cœur de fer qui finit par s'effondrer sur lui-même sous l'effet de sa propre gravité. Cette contraction gravitationnelle dramatique engendre une onde de choc qui reste confinée à l'intérieur du cœur de fer. Le succès de l'explosion repose sur la mise en mouvement rapide de cette onde de choc, par ailleurs soumise à un intense bombardement de noyaux lourds en chute libre à une vitesse de l'ordre du dixième de celle de la lumière. La supernova gravitationnelle détruit une étoile massive pour donner naissance à un astre compact qui est soit une étoile à neutrons, soit un trou noir lorsque l'explosion est un échec. Les théoriciens s'attachent à comprendre le mécanisme exact qui explique l'explosion des étoiles massives. Un aspect essentiel de la question concerne la transition d'un mouvement d'effondrement en un mouvement d'explosion. Les neutrinos, émis essentiellement par l'astre compact en formation, pourraient jouer un rôle majeur pour communiquer suffisamment d'énergie à l'onde de choc afin d'initier l'explosion avant la naissance d'un trou noir qui ne laisserait aucune trace de la catastrophe stellaire. A l'échelle de la Voie Lactée, les supernovæ sont des événements relativement rares, de l'ordre de une à trois par siècle. Les plus récentes remontent au XVIIème siècle. L'explosion d'une étoile massive en 1987, appelée SN 1987A, dans la galaxie voisine du Grand Nuage de Magellan a fourni de nombreuses contraintes observationnelles sur le mécanisme des supernovæ gravitationnelles. La détection de neutrinos émis lors de cette explosion a permis de confirmer leur importance dans le mécanisme des supernovæ gravitationnelles.

L'effondrement subit le développement d'instabilités hydrodynamiques qui brisent la symétrie sphérique initiale du choc. Ces instabilités affectent la dynamique du choc et favorisent une explosion asymétrique. La compréhension physique de la dynamique multidimensionnelle de la matière située dans les 300 km les plus internes, pendant les premières centaines de millisecondes après le début de l'effondrement, est essentielle pour l'étude théorique des supernovæ. Ceci est d'autant plus vrai que les simulations numériques ont établi que la grande

majorité des explosions ne pouvaient avoir lieu en symétrie sphérique. Que comprend-on de cette dynamique multidimensionnelle ? Comment caractériser l'asymétrie générée par les instabilités ? Quelles sont les conséquences des instabilités sur le mécanisme d'explosion, sur l'étoile à neutrons et sur les observables d'une supernova ? Peut-on reproduire complètement ou même partiellement une explosion asymétrique telle que SN 1987A avec les supercalculateurs récents ? Quelles informations nous apportent les simulations numériques sur le mécanisme des supernovæ gravitationnelles ?

Cette thèse est dédiée à l'étude de la dynamique multidimensionnelle de l'effondrement au moyen de simulations numériques. Ce manuscrit comporte six chapitres organisés de la manière suivante :

- Le chapitre 1 est consacré au contexte de l'étude. Les principales observations historiques de supernovæ et les différents types d'explosion sont décrits. La succession des processus physiques qui aboutissent à l'explosion d'une étoile massive en supernova gravitationnelle est détaillée. Ces mécanismes s'inscrivent dans un scénario d'explosion induite par le chauffage des neutrinos, qui est le scénario le plus exploré par les théoriciens.

- Le chapitre 2 clôt la partie introductive en se concentrant sur le caractère asymétrique de l'explosion. Plusieurs instabilités hydrodynamiques capables de briser la symétrie sphérique dans les tous premiers instants de l'explosion sont présentées : la convection induite par le chauffage dû aux neutrinos, l'instabilité du choc d'accrétion stationnaire (SASI) et l'instabilité rotationnelle low-T/|W|. Ces instabilités engendrent une dynamique multidimensionnelle qui favorise une explosion asymétrique à grande échelle. Les asymétries générées dans la région la plus interne du progéniteur pourrait impacter de nombreuses observables de l'explosion ainsi que les paramètres initiaux de l'étoile à neutrons résultant de la supernova.

- Le chapitre 3 décrit les principaux aspects de la modélisation numérique du déclenchement d'une supernova. Un état de l'art des simulations globales précise le degré d'approximation des principaux ingrédients physiques et les résultats acquis. Les explosions sont généralement bien plus difficiles en 3D qu'en géométrie axisymétrique. La physique des modèles globaux est relativement complexe à interpréter du fait de la diversité des phénomènes à l'œuvre. Dans le cadre de cette thèse, des modèles idéalisés sont simulés avec le code `RAMSES` et permettent d'étudier les instabilités hydrodynamiques avec un formalisme simple afin d'en apporter une meilleure compréhension physique. La simulation numérique est indispensable à l'étude du régime non-linéaire des instabilités. Les aspects numériques et les approximations physiques considérés dans cette thèse sont discutés et nous montrons comment ils s'articulent par rapport aux simulations ab initio. Par ailleurs, nous décrivons une modélisation originale de la dynamique multidimensionnelle grâce à une fontaine à eau. Cette expérience constitue un outil de recherche sur le mécanisme d'explosion des supernovæ non considéré dans cette thèse mais également un dispositif à vocation pédagogique que j'ai pu présentée durant ma première année de thèse. L'expérience fait l'objet d'une publication : « *The Explosion Mechanism of Core-Collapse Supernovae : Progress in Supernova Theory and Experiments* » par Thierry Foglizzo, Rémi Kazeroni, Jérôme Guilet et al., PASA, 32-9, 2015.

- Le régime non-linéaire de SASI est examiné dans le chapitre 4. L'instabilité est étudiée au moyen de simulations numériques paramétriques d'un modèle simplifié en géométrie cylindrique 2D. Nous nous intéressons à l'émergence non-linéaire d'un mode spiral dont le développement n'est possible qu'à 3D dans les modèles globaux. Nous vérifions les conditions pour que son développement soit suffisamment rapide pour pouvoir impacter la dynamique de l'explosion. La comparaison de la dynamique induite par un mode spiral avec celle d'un mode axisymétrique confirme l'apport bénéfique de la nature tridimensionnelle de la dynamique sur SASI. Les simulations de SASI soulignent l'aspect stochastique de l'instabilité et remettent en question l'estimation de l'amplitude de saturation de l'instabilité par une approche quasi-linéaire. Ce chapitre fait l'objet d'une publication : « *New insights on the spin-up of a neutron star during core collapse* » par Rémi Kazeroni, Jérôme Guilet et Thierry Foglizzo, MNRAS, 456-126, 2016, dont le contenu est reproduit en annexe A.

- L'étude de SASI est poursuivie dans le chapitre 5, en considérant l'effet de la rotation du progéniteur. Une étude paramétrique permet de quantifier l'impact de la rotation sur la dynamique du choc, qui dépend en particulier de l'apparition d'une corotation dans l'écoulement post-choc. Dans ce cas, une instabilité de corotation, sans doute liée à l'instabilité low-T/|W| se superpose à SASI et induit une dynamique bien plus asymétrique. Les modes non-axisymétriques provoquent une redistribution radiale du moment cinétique qui peut modifier le taux de rotation initial des étoiles à neutrons. Nous discutons des contraintes observationnelles disponibles concernant les périodes de rotation des pulsars et des cœurs de fer puis nous analysons quantitativement l'effet de SASI et de low-T/|W| sur la redistribution de moment cinétique. Cette étude permet de définir l'espace des paramètres dans lequel la rotation des pulsars est significativement accélérée ou ralentie par rapport à une estimation reposant sur la conservation du moment cinétique du cœur de fer durant l'effondrement. Les résultats présentés dans ce chapitre seront publiés dans un article en cours de rédaction : « *Are pulsars spun up or down by the spiral mode of SASI ?* », par Rémi Kazeroni, Jérôme Guilet et Thierry Foglizzo.

- Dans le chapitre 6, nous nous intéressons à la convection induite par le chauffage dû aux neutrinos. Un modèle simplifié de la région de gain est développé dans le but de tester quantitativement l'interprétation du rôle de la dimensionnalité sur la convection dans les simulations publiées. Les simulations de notre modèle montrent un emballement de l'instabilité convective à 3D mais absent à 2D. Ce modèle permet également d'analyser les conditions de déclenchement non-linéaire de la convection par une perturbation d'amplitude suffisante même dans le cas où l'instabilité serait linéairement stabilisée par l'advection. Une telle perturbation peut être produite par SASI, par des inhomogénéités de combustion antérieures à l'effondrement ou même par des artefacts numériques. Les conséquences sur les simulations globales du déclenchement non-linéaire de la convection et de l'emballement de l'instabilité à 3D sont discutées. Nos simulations permettent d'identifier un espace de paramètres où la nature tridimensionnelle de la dynamique serait plus propice au déclenchement de l'explosion et suggèrent qu'au delà d'une certaine résolution numérique, l'amélioration de celle-ci serait bénéfique au succès de la supernova. Les résultats présentés dans ce chapitre se-

ront publiés dans un article en cours de rédaction : « *The nonlinear onset of convection in core-collapse supernovæ* » par Rémi Kazeroni, Brendan Krueger, Jérôme Guilet et Thierry Foglizzo.

L'analyse du régime non-linéaire des instabilités hydrodynamiques effectuée tout au long de cette thèse permet d'identifier les gammes de paramètres pour lesquelles la nature tridimensionnelle de la dynamique semble faciliter l'explosion. Les simulations paramétriques de modèles simplifiés peuvent aider à définir les paramètres physiques et numériques de nouvelles simulations globales susceptibles d'exploser efficacement.

Première partie

Contexte de l'étude

Chapitre 1

Mécanisme d'explosion des supernovæ gravitationnelles

« Le commencement de toutes les sciences, c'est l'étonnement de ce que les choses sont ce qu'elles sont. »

— Aristote

Sommaire

1.1 Supernovæ historiques **8**
1.1.1 Premières supernovæ observées 8
1.1.2 SN 1987A 9
1.2 Classification des supernovæ **10**
1.2.1 Classification spectrale 10
1.2.2 Différents types de supernovæ 11
1.3 Fin de vie d'une étoile massive **13**
1.3.1 Progéniteur d'une supernova gravitationnelle 13
1.3.2 Effondrement du cœur de fer 15
1.3.3 Rebond et onde de choc stationnaire 16
1.3.4 Résidu d'une explosion : étoile à neutrons ou trou noir ? 17
1.4 Relancer l'onde de choc **19**
1.4.1 Mécanisme d'explosion induite par les neutrinos 19
1.4.2 Mécanismes alternatifs 21
1.5 Conclusion **23**

La luminosité produite par une supernova est telle que certaines, parmi les plus proches de nous, ont pu être vues dans le ciel en plein jour. Ce chapitre débute avec la présentation d'observations de quelques supernovæ historiques. Nous verrons qu'il existe différentes catégories de supernovæ qui correspondent à des explosions particulières. Nous décrirons ensuite les processus physiques qui conduisent à une supernova gravitationnelle. Une telle explosion est initiée par l'effondrement du cœur de fer d'une étoile massive. Cette contraction gravitationnelle prend brutalement fin avec un rebond de la matière qui engendre la formation d'une onde de choc. Si cette onde de choc se propage suffisamment tôt vers l'extérieur, l'étoile peut

exploser et donner naissance à une étoile à neutrons. Dans le cas contraire, le résidu compact est un trou noir. La principale difficulté de la théorie des supernovæ gravitationnelles est d'expliquer comment l'onde de choc est remise en mouvement à la suite d'une phase de stagnation dans le cœur de fer. Nous détaillerons les principaux mécanismes étudiés pour résoudre cette énigme de la théorie des supernovæ gravitationnelles.

1.1 Supernovæ historiques

L'observation de supernovæ galactiques couvre près de deux millénaires d'Histoire. La présence exceptionnelle d'une nouvelle étoile dans le ciel nocturne a toujours fasciné les astronomes. Une supernova est un phénomène si lumineux que les plus proches de la Terre peuvent être visible à l'œil nu pendant une durée de plusieurs mois. Bien qu'imprécis et parcellaires, les relevés qui nous sont parvenus aident à dater certains rémanents d'explosions stellaires.

1.1.1 Premières supernovæ observées

La mention la plus ancienne d'une possible supernova date de l'an 185. Des astronomes chinois rapportent l'observation d'une « étoile invitée » pendant plusieurs mois. La seule trace écrite de cette supernova est contenue dans le *Hou Hanshu* qui retrace l'Histoire de la dynastie Han. L'identification, dans la région indiquée dans l'ouvrage, d'un rémanent d'âge compatible donne du crédit à ce titre de plus ancienne supernova historique (Green et Stephenson, 2003).

En l'an 1006, la supernova SN 1006 [1] semble avoir été la plus brillante jamais observée depuis le début des relevés historiques. Cette explosion pourrait être d'origine thermonucléaire (voir section 1.2.2) du fait de l'absence de résidu compact dans le rémanent de l'explosion. La supernova SN 1054, principalement documentée par les astronomes chinois, est célèbre pour son rémanent : la nébuleuse du Crabe (figure 1.1) qui héberge le résidu compact de l'explosion, un pulsar appelé pulsar du Crabe.

Plus récemment, les observations des supernovæ SN 1572 (supernova de Tycho) et SN 1604 (supernova de Kepler) ont remis en question le dogme de l'immuabilité de la voûte céleste. La supernova de 1572 est liée à l'astronome Tycho Brahe qui en fut un observateur assidu. Il a rapporté ses observations dans son livre *De Stella Nova* (1573). Johannes Kepler a proposé l'étude la plus détaillée de SN 1604 dans son ouvrage *De Stella Nova in Pede Serpentarii* (1606). On leur doit le terme de nova, du latin « nouveau », qui réfère à l'apparition d'une nouvelle source de lumière. Par la suite, Baade et Zwicky (1934) proposèrent d'y accoler le préfixe « super » pour distinguer la classe des phénomènes explosifs les plus énergétiques des novae classiques qui correspondent à une explosion thermonucléaire à la surface d'une naine blanche. SN 1572 et SN 1604, deux supernovæ de type thermonucléaire, ont la particularité d'avoir été observables par une même génération d'êtres humains. Ce sont également les deux dernières de notre Galaxie à avoir été visibles à l'oeil nu.

1. La désignation d'une supernova suit le format : SN pour supernova et YYYY pour l'année de la découverte. L'amélioration des moyens d'observation a considérablement augmenté le nombre de découvertes. On utilise désormais le format SN YYYYA pour les 26 premières supernovæ de l'année (par exemple SN 1987A) puis SN YYYYaa pour les suivantes.

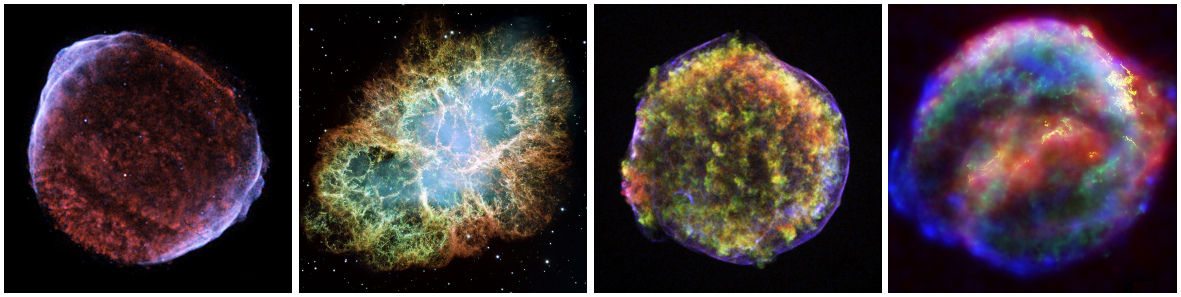


FIGURE 1.1 – De gauche à droite : images des restes des supernovæ SN 1006, SN 1054 (nébuleuse de Crabe), SN 1572 (supernova de Tycho), SN 1604 (supernova de Kepler) obtenues par superposition d'observations à différentes longueurs d'onde. Crédit : `http://chandra.harvard.edu/`.

1.1.2 SN 1987A

La supernova SN 1987A marque le début d'une nouvelle ère dans l'étude des supernovæ gravitationnelles. L'explosion de l'étoile Sandulaek -69° 202a dans le Grand Nuage de Magellan est la première supernova visible à l'œil nu depuis SN 1604 et la plus proche de la Terre depuis l'avènement du télescope. Cette supernova est exceptionnelle à bien des égards. Le 23 février 1987, pour la première et la seule fois, des neutrinos issus d'une supernova sont détectés sur Terre environ 3 heures avant l'arrivée du rayonnement électromagnétique. La détection de 24 neutrinos par différents détecteurs japonais, russe et américain corrobore le rôle des neutrinos dans une supernova gravitationnelle (voir section 1.3.3). Le taux de détection des neutrinos est bien supérieur au niveau de bruit ambiant, ce qui écarte la possibilité d'un simple hasard statistique. L'observation détaillée des restes de la supernova montre un fort taux de mélange, suggérant que la symétrie sphérique était brisée dès les premiers moments de l'explosion (Arnett *et al.*, 1989). L'explosion SN 1987A légitime la recherche de mécanismes pouvant expliquer l'asymétrie des supernovæ. Nous verrons au chapitre 3 que malgré 30 ans d'intenses recherches et d'amélioration continue des outils de calcul numérique, les théoriciens éprouvent de grandes difficultés à reproduire une telle explosion avec les mêmes caractéristiques. Par ailleurs, le progéniteur de SN 1987A est une étoile massive, de type supergéante bleue, qu'on ne pensait pas être capable d'exploser en supernova. La morphologie particulière des trois anneaux autour de SN 1987A (figure 1.2) pourrait être liée à l'évolution de ce progéniteur à un stade relativement avancé. La matière éjectée par d'intenses vents stellaires bien avant l'explosion serait illuminée par le gaz émis lors de celle-ci. La nature de l'objet compact de cette explosion est toujours incertaine car aucun vestige n'a été détecté à ce jour. Le résidu pourrait être soit une étoile à neutrons qui nous est invisible car enfouie dans un épais nuage de poussière, soit un trou noir si l'étoile à neutrons s'est effondrée en trou noir (voir section 1.3.4).

Même si plusieurs milliers de supernovæ extragalactiques sont détectées chaque année, SN 1987A est toujours l'explosion la plus étudiée à ce jour. Quatre siècles après les observations de SN 1604 par Kepler, la prochaine supernova galactique est attendue avec impatience par la communauté qui se prépare notamment à étudier les signaux en neutrinos et en ondes gravitationnelles (voir section 2.4.4).

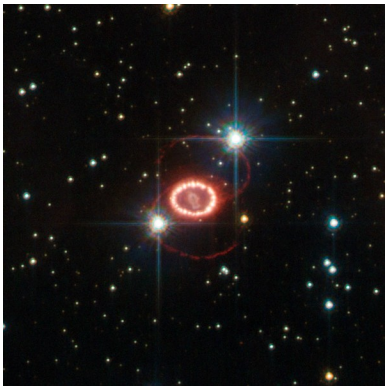


FIGURE 1.2 – Rémanent de la supernova SN 1987A entouré par une structure particulière de trois anneaux. Il s'agit de l'explosion la plus brillante observée sur Terre depuis près de 400 ans. Crédit : ESA/Hubble & NASA.

1.2 Classification des supernovæ

1.2.1 Classification spectrale

Historiquement, les supernovæ ont d'abord été classées en fonction de leur spectre et de leur courbe de lumière. Une supernova est de type II lorsque son spectre contient des raies d'hydrogène et de type I dans le cas contraire. Parmi les supernovæ de type I, on distingue trois sous-catégories :

- Type Ia si le spectre contient des raies de silicium Si II,
- Type Ib si le spectre ne contient pas de raies de silicium, mais des raies d'hélium He I,
- Type Ic si le spectre ne contient ni hélium He I, ni silicium Si II.

Cette classification ne rend pas compte du mécanisme d'explosion. En effet, les supernovæ de type Ia correspondent à l'explosion thermonucléaire d'une naine blanche (voir section 1.2.2) tandis que les supernovæ de type Ib, Ic et II sont des supernovæ gravitationnelles. Ces trois types de supernovæ se distinguent par la composition du progéniteur. Une étoile qui a conservé son enveloppe d'hydrogène explosera en supernova de type II. Dans le cas contraire, elle explosera en supernova de type Ib si elle a gardé son enveloppe d'hélium ou de type Ic si elle l'a également perdue. Smartt (2015) présente deux modèles possibles pour expliquer la formation des progéniteurs de supernovæ de type Ib et Ic. Le premier concerne les étoiles Wolf-Rayet qui subissent d'importants vents stellaires. Ce scénario ne s'applique qu'aux étoiles isolées d'au moins $25\,M_\odot$. La deuxième alternative concerne les étoiles en systèmes binaires. Sana *et al.* (2012) ont estimé que 70% des étoiles massives ont eu une interaction binaire. Cette interaction peut provoquer un transfert de masse de l'étoile massive vers le compagnon et conduire à la formation d'un progéniteur d'une supernova de type Ib ou Ic (Yoon, 2015).

Les supernovæ de type II sont également divisées en plusieurs groupes :

- Type II-P lorsque la courbe de lumière atteint un « plateau » après le pic de luminosité,
- Type II-L si la luminosité décroit « linéairement » en magnitude,
- Type II-n si le spectre contient des raies étroites d'hydrogène (de l'anglais « narrow ») signatures d'un milieu particulièrement dense autour de l'étoile,
- Type II-b si la couche d'hydrogène est mince devant celle d'hélium. Il s'agit d'un cas intermédiaire entre les types Ib et les types II.

La figure 1.3 montre la répartition des différents types de supernovæ estimée par Li *et al.* (2011b) à partir de l'observation de 175 supernovæ dans l'univers local. Les supernovæ gravitationnelles représentent 75% des explosions, parmi lesquelles les supernovæ de type II-P constituent 70% des cas. Les supernovæ de type Ib et Ic représentent 20% de la totalité des supernovæ.

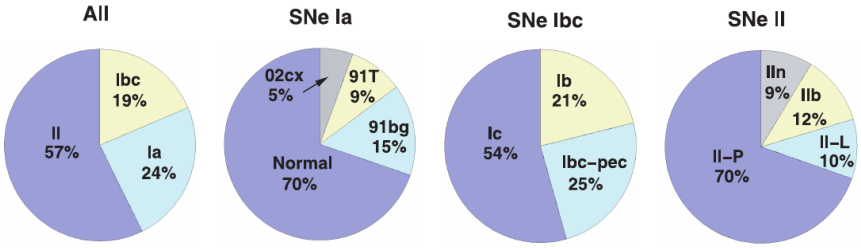


FIGURE 1.3 – Fractions observées en volume des différentes sous-catégories de supernovæ. Crédit : Li *et al.* (2011b).

1.2.2 Différents types de supernovæ

Dans les sections 1.2.2 à 1.2.2, nous présentons brièvement les supernovæ qui ne concernent pas l'effondrement d'un cœur fer. Les types d'explosion présentés dans cette section sont de nature très différents des supernovæ gravitationnelles.

Supernova thermonucléaire

Cette catégorie de supernovæ correspond à l'explosion thermonucléaire d'une naine blanche de carbone et d'oxygène. Dans un système binaire, une naine blanche peut accréter suffisamment de matière d'un compagnon pour approcher la masse de Chandrasekhar. La température et la densité centrales augmentent au point de rendre possible la fusion du carbone. La naine blanche est supportée par la pression de dégénérescence des électrons, indépendante de la température, elle ne peut réguler les réactions de fusion. Une déflagration se produit et brûle l'étoile en moins d'une seconde. L'énergie produite par la combustion du cœur de CO, de l'ordre de 1.5×10^{51} erg, est suffisante pour pulvériser la naine blanche sans laisser de rémanent contrairement aux supernovæ gravitationnelles. L'énergie est essentiellement convertie sous forme d'énergie cinétique et dans une moindre mesure lumineuse.

Le mécanisme des supernovæ thermonucléaires est loin d'être totalement maîtrisé. Le type de compagnon, le mécanisme d'amorce de la bombe thermonucléaire ainsi que la fraction de la masse de Chandrasekhar à atteindre font l'objet de nombreuses recherches. Il existe deux types de progéniteurs invoqués pour expliquer les supernovæ Ia. Le scénario appelé « single degenerate » met en jeu une naine blanche en couple avec une étoile de la séquence principale. L'absence de détection du compagnon (e.g. cas de SN 2011fe (Li *et al.*, 2011a)) ainsi que le nombre de systèmes détectés ne peuvent rendre compte du taux d'explosion des supernovæ de type Ia. L'autre scénario, appelé « double degenerate », propose que la collision de deux naines blanches dont la masse totale n'excède pas nécessairement la masse de Chandrasekhar donne une supernova de type Ia (Pakmor *et al.*, 2012). Dans ce dernier scénario, l'explosion peut être déclenchée par une détonation de surface qui survient avant la coalescence complète des deux naines blanches et avant que la masse de Chandrasekhar ne soit atteinte (Fink *et al.*, 2007, 2010). Par ailleurs, la diversité des propriétés lumineuses observées pour les supernovæ Ia pourrait être liée à la composition de la naine blanche accrétée (Pakmor *et al.*, 2013).

Ces supernovæ sont utilisées comme chandelles cosmiques. En effet, l'évolution de la courbe de lumière, dominée par la décroissance radioactive du nickel vers le fer, est commune à toutes les supernovæ Ia, à condition de les redimensionner grâce à la relation de Phillips (1993) qui relie la largeur caractéristique de la courbe et sa brillance maximale. L'observation de supernovæ extragalactiques a permis de mesurer l'accélération de l'expansion de l'univers,

ce qui a donné lieu à un prix Nobel de physique en 2011. Les supernovæ de type Ia sont également un site important de production des éléments du groupe du fer.

Supernova à effondrement de cœur O-Ne-Mg

Pour les progéniteurs de $9 - 10\,\mathrm{M}_\odot$, la masse de Chandrasekhar est atteinte par le cœur dégénéré d'oxygène, de néon et de magnésium avant le démarrage de la fusion de l'oxygène. Ces étoiles produisent alors une supernova à effondrement de cœur, appelée aussi « electron-capture supernova ». Ces explosions diffèrent des supernovæ étudiées dans cette thèse car l'effondrement se produit avant la formation d'un cœur de fer. De plus, ces étoiles explosent dans les simulations à symétrie sphérique (Kitaura *et al.*, 2006), sans la nécessité de considérer les effets d'une dynamique multidimensionnelle. L'énergie de ces explosions ($\gtrsim 0.1 \times 10^{51}$ erg) est environ dix fois moindre que celle des supernovæ à effondrement du cœur de fer.

Les supernovæ à effondrement de cœur O-Ne-Mg pourraient constituer 20 à 30% de la totalité des supernovæ à effondrement de cœur (Janka, 2012). Le pulsar du Crabe, rémanent de SN 1054 pourrait être un vestige d'une telle explosion (Nomoto *et al.*, 1982).

Supernova à instabilité de paires

A l'autre extrémité de la gamme de masses des progéniteurs, les étoiles de plus de $100\,\mathrm{M}_\odot$ subissent une instabilité de paires, après la fusion du carbone. La source dominante de pression est la pression de radiation de photons si énergétiques qu'ils peuvent générer des paires d'électron-positron e^+e^- en interagissant avec les noyaux atomiques. Ce phénomène devient possible lorsque l'énergie des photons excède l'énergie de masse des particules. Une instabilité gravitationnelle se déclenche alors car la création de paires réduit la pression. Selon la masse de l'étoile, cette instabilité peut conduire à la formation d'un trou noir ou bien à une dislocation complète de l'étoile (Janka, 2012). D'après la théorie, ces explosions sont très énergétiques ($\sim 10^{53}$ erg) et très lumineuses. L'importante quantité de nickel ^{56}Ni qu'elles pourraient produire ($\sim 50\,\mathrm{M}_\odot$) retient notamment l'attention. Ce type d'explosion pourrait concerner 0.1 à 1% des effondrements de cœurs stellaires provenant de galaxies à très pauvre métallicité, mais n'a probablement pas encore été observé (Dessart *et al.*, 2013).

Supernova superlumineuse

Cette catégorie est composée de supernovæ dont la luminosité est 10 à 100 fois plus importante que la luminosité d'une supernova Ia. Cooke *et al.* (2012) ont observé deux de ces supernovæ à des distances cosmologiques (z=2.05 et z=3.9). Récemment, Dong *et al.* (2016) ont rapporté la découverte de ASASSN-15lh (SN 2015L), la plus lumineuse des supernovæ observées à ce jour (figure 1.4).

Il existe plusieurs hypothèses pour tenter d'expliquer les supernovæ superlumineuses. La première repose sur l'instabilité de création de paires (section 1.2.2). Gal-Yam *et al.* (2009) ont expliqué ainsi la courbe de lumière de SN 2007bi issue d'un progéniteur de $200\,\mathrm{M}_\odot$. Cependant, cette hypothèse a été invalidée par les travaux de Dessart *et al.* (2013) qui ont simulé la courbe de lumière issue de l'explosion d'étoiles de plus de $160\,\mathrm{M}_\odot$. La seconde repose sur l'interaction de l'onde de choc avec le milieu circum-stellaire dense dans le cas d'une supernova de type IIn (Dessart *et al.*, 2015). Enfin, la troisième hypothèse nécessite la formation d'un magnétar. Kasen et Bildsten (2010) ont montré que l'énergie rotationnelle extraite de la décélération du magnétar accroît l'énergie rayonnée. Ce scenario pourrait expliquer les

supernovæ les plus lumineuses dans le cas où toute l'énergie du ralentissement est convertie en énergie thermique (Dong *et al.*, 2016).

1.3 Fin de vie d'une étoile massive

1.3.1 Progéniteur d'une supernova gravitationnelle

La vie d'une étoile est une lutte sans fin contre la gravité qui lui a donné naissance. Une étoile passe la majeure partie de son existence sur la séquence principale, phase durant laquelle elle puise son énergie de la réaction de fusion nucléaire de l'hydrogène en hélium (via la chaîne proton-proton PP et le cycle carbone-azote-oxygène CNO). Elle constitue un système thermonucléaire auto-régulé où le taux de réactions nucléaires, lié à la température, induit une force de pression qui compense la gravitation. La fusion se produit principalement au centre de l'étoile où la température et la densité sont les plus élevées. L'étoile forme un cœur d'hélium qui est enveloppé d'une couche d'hydrogène. Le temps passé dans la séquence principale est d'autant plus court que la masse de l'étoile est grande. Les étoiles les plus massives ont les températures et densités centrales les plus élevées, ce qui augmente le taux de réactions nucléaires. Une étoile telle que le Soleil mettra 10 milliards d'années à consommer son réservoir d'hydrogène tandis qu'une étoile d'au moins dix masses solaires l'épuisera en seulement quelques millions d'années. A titre d'exemple, la durée de vie d'une étoile de 15 $M_\odot$ est d'environ 12 millions d'années (Woosley et Janka, 2005). Au fur et à mesure que le cœur d'hélium gagne en masse et se contracte, il échauffe les couches externes de l'étoile où la fusion de l'hydrogène se poursuit. Ceci entraîne une dilatation des couches externes et augmente la taille de l'étoile. Elle bascule alors dans la phase de géante rouge.

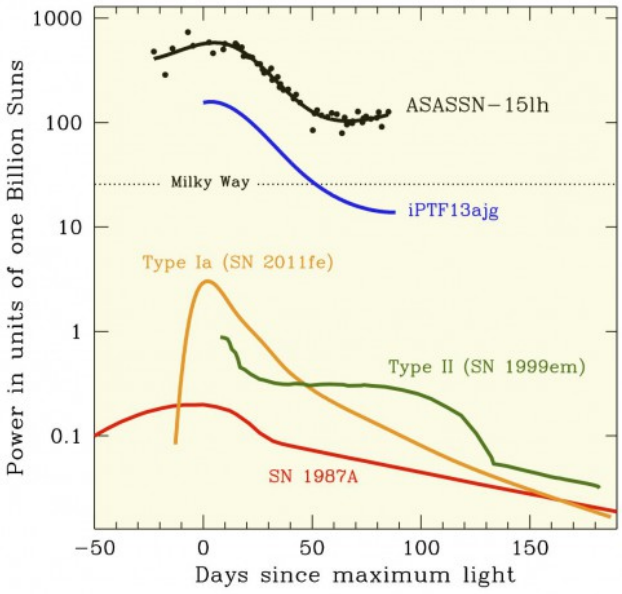


FIGURE 1.4 – Les courbes de lumière de ASASSN-15lh et d'autres supernovæ données à titre de comparaison. La luminosité maximale de ASASSN-15lh est environ 200 fois plus élevée qu'une supernova Ia typique, et même deux fois plus élevée que iPTF13ajg qui détenait le précédent record. Crédit : The ASAS-SN team.

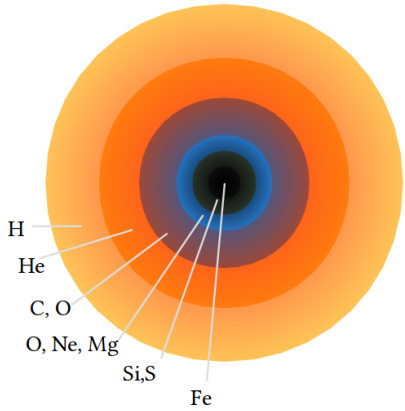


FIGURE 1.5 – Schéma de la structure des couches éléments d'une étoile massive en fin de vie. Du centre vers l'extérieur, les éléments sont de plus en plus légers.

L'évolution de l'étoile dépend essentiellement de sa masse. Les étoiles suffisamment massives atteignent une température centrale suffisante ($T \sim 10^8\,\mathrm{K}$) pour amorcer la combustion de l'hélium. Dans le cas contraire, la dégénérescence des électrons est atteinte avant le démarrage de la fusion de l'hélium. Une telle étoile donnera naissance à une naine blanche d'hélium après expulsion de son enveloppe d'hydrogène. La fusion de l'hélium produit un cœur de carbone et d'oxygène. Lorsque le réservoir d'hélium s'épuise à son tour, deux scénarios sont possibles en fonction de la masse initiale de l'étoile. Les étoiles les plus massives ($M > 8\,\mathrm{M}_\odot$) [2] forment un cœur de carbone et d'oxygène suffisamment chaud ($T \sim 8 \times 10^8\,\mathrm{K}$) pour déclencher la fusion du carbone. Les étoiles moins massives atteignent la dégénérescence des électrons sans amorcer la fusion du carbone, donnant ainsi naissance à une naine blanche de carbone et d'oxygène.

La fusion du carbone produit un cœur composé d'oxygène, de néon et de magnésium. Si la masse de l'étoile est comprise entre $8\,\mathrm{M}_\odot$ et $10\,\mathrm{M}_\odot$, elle finit par exploser en supernova selon un mécanisme similaire aux supernovæ à effondrement de cœur de fer étudiées dans cette thèse. Ces explosions sont appelées supernovæ à effondrement de cœur O-Ne-Mg (voir section 1.2.2).

La vie d'une étoile est rythmée par les différents épisodes de fusion nucléaire. A chaque étape, le cœur de l'étoile consomme son combustible, sa masse augmente et il se contracte et sa température augmente. Ces élévations successives de température enclenchent au centre la fusion d'éléments dont le numéro atomique est de plus en plus élevé tandis que la fusion d'éléments plus légers se poursuit dans les couches externes. Les étoiles développent une structure concentrique (figure 1.5) où les couches sont d'autant plus éloignées du centre qu'elles sont constituées d'atomes légers. Si la masse de l'étoile dépasse $10\,\mathrm{M}_\odot$, les réactions de fusion forment au centre du silicium puis du fer. Les phases de fusion avancées se déroulent bien plus rapidement que les précédentes. Une étoile de $15\,\mathrm{M}_\odot$ mettra 11 millions d'années à brûler son hydrogène contre 2000 ans pour son cœur de carbone et 18 jours pour celui de silicium (Woosley et Janka, 2005).

L'évolution d'une étoile massive prend fin avec la formation d'un cœur de fer, inerte d'un point de vue nucléaire, car il s'agit de l'élément dont l'énergie de liaison est la plus grande (8.8 MeV par nucléon). La lutte contre la gravité devient alors impossible car le cœur de fer ne

2. La masse de l'étoile est définie comme étant la masse à l'arrivée sur la séquence principale (appelée « Zero Age Main Sequence »). Cette masse est définie par rapport à la masse du Soleil : $\mathrm{M}_\odot = 1,9891 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$. La masse réelle du progéniteur au moment de l'explosion en supernova peut être bien différente de la valeur ZAMS du fait de pertes de masse par vents stellaires ou d'interactions avec un compagnon.

peut compenser son augmentation de masse qui tend à le comprimer. Une étoile d'au moins $10\,\mathrm{M}_\odot$ finira sa vie en implosant. L'effondrement catastrophique du cœur de fer peut donner lieu à une explosion en supernova gravitationnelle. La limite entre supernova à effondrement du cœur de fer et du cœur O-Ne-Mg est comprise entre $9\,\mathrm{M}_\odot$ et $10\,\mathrm{M}_\odot$, mais incertaine à $1\,\mathrm{M}_\odot$ près (Woosley et Heger, 2015).

A l'autre extrémité de la gamme des progéniteurs, les étoiles d'au moins $100\,\mathrm{M}_\odot$ meurent selon un mécanisme qui pourrait être bien différent (voir section 1.2.2).

1.3.2 Effondrement du cœur de fer

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'évolution dynamique du cœur de fer d'une étoile massive.[3] Le cœur de fer est en équilibre hydrostatique tant que le gradient de pression dû à la pression de dégénérescence des électrons est en mesure de compenser la gravité. La densité du cœur est suffisamment élevée ($\rho \sim 7 \times 10^9\,\mathrm{g.cm^{-3}}$) pour que les électrons soient relativistes et dégénérés. En effet, la relation d'Heisenberg appliquée aux électrons permet de montrer que $p_e > m_e c$ où p_e est la quantité de mouvement de l'électron. En notant Δx_e la distance inter-électrons, $\Delta x_n = \Delta x_e Z^{1/3}$ la distance inter-nucléons et $Y_e = Z/A$ la fraction électronique[4], on peut exprimer la densité sous la forme

$$\rho \sim A m_p / \Delta x_n^3 \sim m_p / (Y_e \Delta x_e^3). \tag{1.1}$$

Ainsi, $p_e \Delta x_e \gtrsim \hbar$ se réécrit :

$$\frac{p_e}{m_e c} \sim \frac{\hbar}{m_e c \Delta x_e} \sim \frac{\hbar}{m_e c}\left(\frac{Y_e \rho}{m_p}\right)^{\frac{1}{3}} \sim 4.9\left(\frac{\rho}{7\times 10^9 \mathrm{g.cm^{-3}}}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{Y_e}{0.5}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{1.2}$$

La relation 1.2 montre que le gaz est relativiste. Par ailleurs, le cœur de fer, dominé par la pression de dégénérescence des électrons relativistes : $P_d \sim p_e c/(3\Delta x_e^3)$, est décrit par une équation polytropique d'indice $\gamma = 4/3$. Ces relations définissent l'entropie en fonction de la fraction électronique et de constantes fondamentales de la physique :

$$\frac{P_d}{\rho^{\frac{4}{3}}} \sim \hbar c \left(\frac{Y_e}{m_p}\right)^{\frac{4}{3}}. \tag{1.3}$$

Nous allons à présent montrer que la masse du cœur de fer ne peut pas croître indéfiniment. Une analyse dimensionnelle de la relation d'équilibre hydrostatique $\nabla P_d = -\rho G M(r)/r^2$ appliquée à l'équation (1.3) montre que la densité centrale diverge à mesure que la masse de gaz approche d'une valeur critique : $M \propto (\hbar c/G)^{3/2}\,(Y_e/m_p)^2$. Cette masse, appelée masse de Chandrasekhar, est la limite au delà de laquelle il n'existe pas de configuration stable du gaz dégénéré. Elle s'exprime comme :

$$M_{\mathrm{Ch}} \sim 3.0\left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{Y_e}{m_p}\right)^2 \sim 1.4\mathrm{M}_\odot\left(\frac{\mathrm{Y_e}}{0.5}\right)^2. \tag{1.4}$$

La masse de Chandrasekhar est donc sensible à la fraction électronique. Plus le cœur de fer approche ce seuil critique, plus il lui devient difficile de contrebalancer sa gravité qui tend à le

3. Dans tout le reste de cette thèse, une étoile massive désigne une étoile dont la masse est : $10\,\mathrm{M}_\odot \leq \mathrm{M} \leq 100\,\mathrm{M}_\odot$.

4. où Z correspond au nombre d'électrons et A au nombre de nucléons.

comprimer. Le cœur atteint une densité et une température centrales telles que des réactions de capture électronique et de photodissociation des noyaux de fer deviennent de plus en plus probables. La photodissociation du fer en particules α se fait suivant la réaction :

$$\gamma + {}^{56}_{26}\mathrm{Fe} \longrightarrow 13\alpha + 4n. \tag{1.5}$$

Cette réaction endothermique est possible pour des températures de l'ordre de 10^{10} K (Janka, 2012), elle provoque une diminution du support de pression. A des densités de l'ordre de 10^{11}g.cm^{-3}, une partie des électrons sont capturés par les noyaux et les protons libres ainsi que les protons au sein des noyaux lourds selon la réaction de capture électronique :

$$p + e^- \longrightarrow n + \nu_e. \tag{1.6}$$

La réaction (1.6) n'est possible que pour des électrons relativistes. Le neutron étant environ 1 MeV plus massif que le proton, la barrière énergétique à franchir par l'électron correspond à un facteur de Lorentz :

$$\gamma_e \gtrsim \frac{m_n - m_p}{m_e} \sim 2.5. \tag{1.7}$$

La capture électronique commence à neutroniser la matière et émet des neutrinos ν_e qui s'échappent librement. Cette réaction réduit la pression de dégénérescence ainsi que la fraction électronique, ce qui diminue la masse de Chandrasekhar et accélère le processus. Cet emballement provoque l'effondrement du cœur de fer.

1.3.3 Rebond et onde de choc stationnaire

L'effondrement prend brutalement fin lorsque la densité centrale atteint la densité de saturation nucléaire ($\rho \gtrsim 2.7 \times 10^{14}$ g.cm^{-3}). L'interaction forte est alors suffisamment répulsive pour provoquer un rebond au cours duquel la matière est expulsée vers l'extérieur. La contraction d'un cœur de fer de 1500 km de rayon donne naissance, en moins d'une seconde, à une proto-étoile à neutrons (PNS) d'environ 30 km de rayon et produit une énergie gravitationnelle de l'ordre de 1.7×10^{53} erg :

$$E_{\mathrm{grav}} \equiv \frac{GM_{\mathrm{NS}}^2}{R_{\mathrm{NS}}} \sim 1.7 \times 10^{53} \left(\frac{30\mathrm{km}}{R_{\mathrm{NS}}}\right) \left(\frac{M_{\mathrm{NS}}}{1.4\mathrm{M}_\odot}\right)^2 \mathrm{erg}. \tag{1.8}$$

Durant l'effondrement, la fraction électronique centrale diminue de 0.45 à 0.28 (Liebendörfer, 2005). Le rebond de matière génère une onde de pression qui se propage vers l'extérieur et se raidit en onde de choc au bord du cœur à un rayon d'environ $10 - 20$ km (Buras *et al.*, 2006). La propagation du choc est contrariée par l'intense bombardement supersonique de matière en effondrement à des vitesses proches de la vitesse de la lumière ($v \sim 0.1\,c$). Une fraction de l'énergie gravitationnelle libérée par l'effondrement est utilisée pour dissocier les noyaux de fer en nucléons. L'énergie cinétique de la chute libre est convertie en chaleur à la traversée du choc. Cette énergie cinétique dépasse l'énergie de liaison des noyaux de fer en deçà d'un rayon de 220km :

$$\frac{\frac{1}{2}m_n v_{\mathrm{ff}}^2}{8.8\mathrm{MeV}} \sim \frac{220\mathrm{km}}{r} \left(\frac{M_{\mathrm{NS}}}{1.4\mathrm{M}_\odot}\right), \tag{1.9}$$

où $v_{\mathrm{ff}} \equiv \sqrt{2GM_{\mathrm{NS}}/r}$ désigne la vitesse de chute libre au rayon r. Le coût de cette dissociation et des pertes d'énergie par capture électronique s'élève à environ 1.7×10^{51} erg pour $0.1\,\mathrm{M}_\odot$

de matière traversée par le choc (Janka, 2012). Il ne se propage que pendant quelques dizaines de millisecondes avant de perdre son énergie et de finir sa course dans le cœur de fer à un rayon d'environ 150 à 200 km. Cet arrêt marque le début de la phase du choc d'accrétion stationnaire.

Au centre, la densité est si forte que la PNS est opaque aux neutrinos. La neutrinosphère est définie comme la sphère à l'intérieur de laquelle le transport des neutrinos est diffusif. Sa limite peut être approximée par $\rho \sim 10^{11}\,\mathrm{g.cm^{-3}}$. La PNS se refroidit en émettant un intense flux de neutrinos par productions de paires. Tandis que l'énergie est extraite autour de la neutrinosphère, la température et l'opacité décroissent, entraînant une diminution du rayon de la neutrinosphère. L'essentiel de l'énergie gravitationnelle libérée pendant la contraction du cœur est évacuée sous forme de neutrinos des trois saveurs (électronique, muonique et tauique). Une fraction d'environ 1% de l'énergie transportée par les neutrinos ($\sim E_{\mathrm{grav}}$) pourrait suffire à faire exploser l'étoile massive dont l'énergie cinétique typique d'une explosion vaut $0.5 - 2 \times 10^{51}$ergs (Bruenn *et al.*, 2013). Toutefois, si cette fraction n'est pas absorbée en moins d'une seconde, la proto-étoile à neutrons s'effondre en trou noir et l'explosion est un échec. Ce mécanisme a été proposé par Colgate et White (1966). Néanmoins, l'explosion ne survient pas directement après le rebond, le choc étant immobilisé dans les profondeurs du potentiel gravitationnel de la PNS. Ce scénario a été modifié par Bethe et Wilson (1985) qui ont suggéré que l'onde de choc pouvait être revitalisée par le chauffage des neutrinos après une phase de stagnation pouvant durer plusieurs centaines de millisecondes (voir section 1.4.1).

1.3.4 Résidu d'une explosion : étoile à neutrons ou trou noir ?

La matière supersonique est décélérée à la traversée du choc, puis ralentie progressivement jusqu'à la surface de la PNS. La phase d'accrétion prend fin si le choc est remis en mouvement et qu'une explosion est déclenchée. Le destin d'une étoile massive dépend essentiellement de la masse accrétée par la PNS. Si le déclenchement de l'explosion intervient suffisamment tôt, alors l'explosion de l'étoile donne naissance à une étoile à neutrons après refroidissement de la PNS par émission de neutrinos. Une étoile à neutrons a une masse moyenne de $1.35\,\mathrm{M}_\odot$ (Schwab *et al.*, 2010) et un rayon de 10 à 15 km. La distribution de masse des étoiles à neutrons pourrait dépendre du scénario de formation ainsi que de la binarité (Özel *et al.*, 2012). Baade et Zwicky (1934) furent les premiers à proposer que les étoiles à neutrons proviennent de supernovæ, deux ans seulement après la découverte expérimentale du neutron. Le rayon de Schwarzschild R_{s} [5] d'une étoile à neutrons vaut :

$$R_{\mathrm{s}} = \frac{2GM_{\mathrm{NS}}}{c^2} \simeq 4.2\,\mathrm{km}. \tag{1.10}$$

La compacité de l'étoile à neutrons est si grande :

$$\Xi \equiv \frac{GM_{\mathrm{NS}}}{R_{\mathrm{NS}}c^2} = \frac{R_{\mathrm{s}}}{R_{\mathrm{NS}}} \sim 0.2, \tag{1.11}$$

qu'il est nécessaire de prendre en compte les effets de relativité générale. La compacité Ξ peut être assimilée au rapport de l'énergie potentielle gravitationnelle sur l'énergie de masse d'un objet. Une conséquence importante de la relativité générale est l'existence d'une masse seuil au delà de laquelle les effets de l'interaction forte ne parviennent plus à compenser

5. En première approximation, le rayon de Schwarzschild peut être vu comme le rayon d'une sphère à l'intérieur de laquelle la vitesse de libération nécessaire pour s'extraire du potentiel gravitationnel de l'objet compact est supérieure à la vitesse de la lumière c.

la gravité. Le calcul de cette masse, notée M_{TOV}, et déterminée pour la première fois par Tollman, Oppenheimer et Volkoff en 1939, repose sur des effets liés à la relativité générale et l'interaction forte. Les ingrédients physiques pris en compte dans ce calcul sont donc différents de celui de la masse de Chandrasekhar qui est basé sur la relativité restreinte, la mécanique quantique et la gravité Newtonienne. Au delà de ce seuil, la PNS s'effondre en trou noir, astre si compact que la courbure de l'espace-temps qu'il induit piège même la lumière. La valeur exacte de M_{TOV} n'est pas connue à ce jour, mais pourrait être comprise entre $2\,\mathrm{M}_\odot$ et $4\,\mathrm{M}_\odot$. Les observations récentes de pulsars massifs : $1.97 \pm 0.04\,\mathrm{M}_\odot$ pour PSR J1614−2230 (Demorest *et al.*, 2010) et $2.01 \pm 0.04\,\mathrm{M}_\odot$ pour PSR J0348+0432 (Antoniadis *et al.*, 2013) établissent une contrainte sur la valeur minimale de M_{TOV}.

Il existe plusieurs possibilités pour expliquer la formation de trous noirs (voir par exemple O'Connor et Ott, 2011). Dans le cas d'une explosion trop faible, une partie de la matière éjectée retombe sur la PNS dont la masse peut alors dépasser le seuil d'effondrement en trou noir. Une transition de phase nucléaire pendant la phase de refroidissement de la PNS peut également conduire à la formation d'un trou noir. Enfin, si l'onde de choc n'est pas revitalisée suffisamment rapidement, l'accrétion de matière continue jusqu'à atteindre la masse M_{TOV} et la PNS est englouti dans l'horizon du trou noir. Zhang *et al.* (2008) ont évalué, par des simulations d'explosion 1D, que 20% à 50% des effondrements stellaires pourraient conduire à la formation de trous noirs pour des modèles sans métallicité et de l'ordre de 10% à 25% pour des progéniteurs à métallicité solaire.

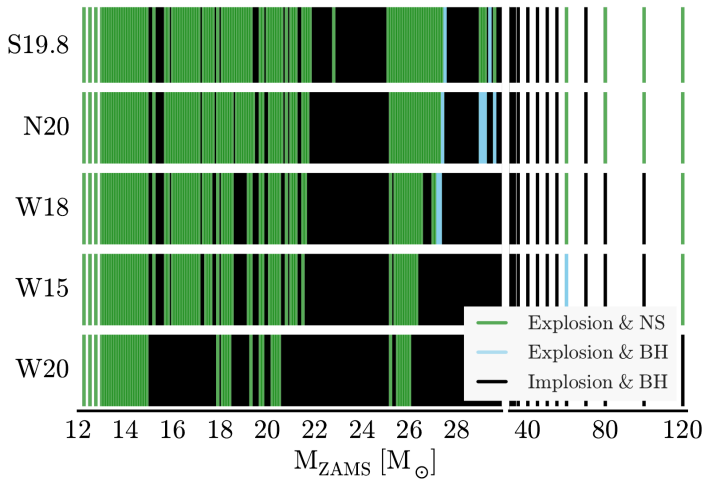


FIGURE 1.6 – Résultats d'explosions pour cinq calibrations différentes de modèles 1D reproduisant les propriétés de SN 1987A. L'effondrement du cœur peut conduire à une explosion avec formation d'une étoile à neutrons (vert), ou d'un trou noir du à la chute tardive de matière (bleu clair), ou la formation d'un trou noir sans explosion (noir). Au delà de $20\,\mathrm{M}_\odot$, on observe des îlots de formation d'étoiles à neutrons autour de $20 - 22\,\mathrm{M}_\odot$ et $25 - 27\,\mathrm{M}_\odot$. Crédit : Sukhbold *et al.* (2016).

Prévoir si un progéniteur engendrera une étoile à neutrons ou un trou noir est un problème difficile. La destinée d'une étoile massive dépend du détail de sa structure qui ne peut être calculée que par des simulations unidimensionnelles à ce jour. Les observations de progéniteurs de supernovæ IIp, majoritaires parmi les explosions (voir section 1.2.1), pointent le manque d'étoiles très massives ($M \gtrsim 18\,\mathrm{M}_\odot$) (Smartt, 2015) qui sont les étoiles dont les régions internes sont les plus difficiles à délier gravitationnellement. Les travaux théoriques ont montré que la masse initiale (ou ZAMS) de l'étoile ne constitue pas un indicateur direct du résultat

de l'explosion. En effet, les progéniteurs dont l'explosion est un succès forment des îlots dans l'espace des masses des progéniteurs (figure 1.6). Ces estimations s'appuient sur la compacité du cœur stellaire ξ_{M} :

$$\xi_{\mathrm{M}} \equiv \frac{M/1\,\mathrm{M}_\odot}{R(M)/1000\,\mathrm{km}}, \tag{1.12}$$

où $R(M)$ est le rayon délimitant la masse centrale M. O'Connor et Ott (2011) ont montré qu'une compacité élevée est préférentiellement associée à la formation d'un trou noir. Ertl *et al.* (2016) ont affiné ce critère en prenant en compte à la fois la masse contenue jusqu'à l'interface entre les couches Si-Si/O et la dérivée radiale de la masse incluse à cette interface. Un fort gradient de densité facilite l'explosion car il diminue brusquement le taux d'accrétion et donc la pression dynamique en amont du choc. En utilisant ce dernier critère, Sukhbold *et al.* (2016) ont estimé que seules 10% des supernovæ proviennent de l'explosion d'une étoile d'au moins $20\,\mathrm{M}_\odot$. Notons qu'une vaste majorité des étoiles massives, possiblement de l'ordre de 70%, sont dans des systèmes binaires et ont des interactions (Sana *et al.*, 2012). Cela suggère que les statistiques reposant sur des modèles d'étoiles simples sont probablement biaisées.

1.4 Relancer l'onde de choc

L'une des principales difficultés de la théorie des supernovæ est d'identifier le mécanisme robuste capable de revitaliser l'onde de choc. L'explosion doit être déclenchée avant que la masse critique de M_{TOV} ne soit atteinte et reproduire les données observationnelles. Le succès d'une explosion dépend de manière cruciale de la dynamique des régions les plus internes, soumises à une grande diversité de processus physiques s'exerçant sur des états extrêmes de la matière. Nous détaillerons le mécanisme d'explosion induite par les neutrinos (section 1.4.1) puis les mécanismes alternatifs existants (section 1.4.2).

1.4.1 Mécanisme d'explosion induite par les neutrinos

La propagation de l'onde de choc ne suit pas immédiatement le rebond de matière. L'explosion commence par une phase de stagnation du choc à $150-200\,\mathrm{km}$ qui peut durer plusieurs centaines de millisecondes. Durant cette phase, une fraction du flux de neutrinos sortant de la PNS est absorbée par la matière post-choc et ce dépôt d'énergie pourrait suffire à vaincre l'accrétion qui confine l'onde de choc. Ce scénario est appelé mécanisme d'explosion retardée induite par les neutrinos (ou « neutrino-driven delayed explosion ») (Bethe et Wilson, 1985). Il repose sur la compétition entre des processus de chauffage et de refroidissement dans la région qui s'étend de la neutrinosphère jusqu'à l'onde de choc. L'origine du chauffage de la matière est le transfert de l'énergie des neutrinos électroniques (ν_e) et de leurs antiparticules ($\bar{\nu}_e$) aux nucléons libres par les réactions de courant chargé :

$$\nu_e + n \longrightarrow e^- + p, \tag{1.13}$$

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow e^+ + n. \tag{1.14}$$

Le refroidissement s'effectue par l'émission de neutrinos suivant les réactions inverses de capture électronique et positronique sur les nucléons :

$$e^- + p \longrightarrow \nu_e + n, \tag{1.15}$$

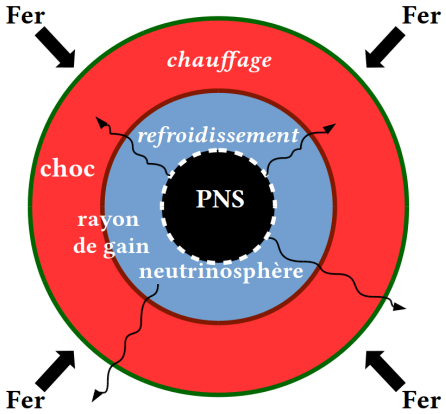


FIGURE 1.7 – L'onde de choc stationnaire (ligne verte) dissocie les noyaux de fer en chute libre supersonique (flèches noires épaisses). Le chauffage par les neutrinos domine la région (en rouge) entre le choc et le rayon de gain (ligne marron) et le refroidissement (région en bleu) s'étend du rayon de gain à la neutrinosphère (ligne blanche en pointillés) qui émet l'essentiel des neutrinos (flèches incurvées).

$$e^+ + n \longrightarrow \bar{\nu}_e + p. \tag{1.16}$$

Dans la région post-choc, le profil radial de température varie proportionnellement à r^{-1} (Janka, 2001). Le taux de refroidissement dépend plus fortement de la température ($\propto T^6$) que le taux de chauffage ($\propto T^2$). Il existe un rayon au delà duquel le chauffage domine le refroidissement et le dépôt d'énergie domine les pertes par émission de neutrinos. Ce rayon de 60 à 80 km est appelé rayon de gain. L'essentiel de l'émission de neutrinos provient de la neutrinosphère qui rayonne comme un corps noir et d'une composante additionnelle liée à la capture électronique (1.15) et (1.16) dans la région de refroidissement. La figure 1.7 représente les régions de gain et de refroidissement délimitées par le choc, le rayon de gain et la neutrinosphère.

Le chauffage augmente la pression sous le choc et la taille de la région de gain. La matière en effondrement ne passe qu'un temps limité dans la région de chauffage [6] où le flux de neutrinos dépose de l'énergie. Une explosion peut être obtenue si le chauffage augmente suffisamment le temps d'advection, au point où la quantité d'énergie déposée permet de remettre le choc en mouvement. Un critère possible d'explosion (Janka, 2001) compare le temps d'advection d'un élément de fluide à travers la région de gain $\tau_{\rm adv}$ et son temps de chauffage $\tau_{\rm heat}$:

$$\frac{\tau_{\rm adv}}{\tau_{\rm heat}} \gtrsim 1. \tag{1.17}$$

Les simulations numériques 1D incluant les modèles physiques les plus sophistiqués montrent en effet que la plupart des supernovæ n'explosent pas avec cette contrainte unidimensionnelle (Liebendörfer *et al.*, 2001). Seuls les progéniteurs les plus légers explosent dans les simulations numériques 1D (Kitaura *et al.*, 2006). Néanmoins, l'énergie d'explosion de ces progéniteurs légers est d'environ 10^{50} erg, ce qui ne peut expliquer qu'une minorité des explosions, parmi les moins violentes.

Pour garantir le succès du mécanisme d'explosion induite par les neutrinos, il est nécessaire de prendre en compte les effets qui brisent la symétrie sphérique. Une dynamique multidimensionnelle permet d'augmenter le temps d'advection, ce qui peut suffire à obtenir une explosion dans bien des simulations 2D, voire 3D (c.f. chapitre 3). Les instabilités hydrodynamiques, absentes à 1D, ont fait l'objet d'intenses recherches ces trente dernières années. Deux instabilités semblent jouer un rôle important tant pour faciliter l'explosion que pour expliquer certaines propriétés des étoiles à neutrons à la naissance (voir par exemple Foglizzo *et al.* (2015)). Il s'agit de la convection liée au chauffage (Herant *et al.*, 1992) et de SASI

6. Cette échelle de temps est couramment appelée temps d'advection

(Blondin *et al.*, 2003). La dynamique multidimensionnelle liée à ces instabilités sera discutée en détail dans le chapitre 2.

1.4.2 Mécanismes alternatifs

Bien que le mécanisme proposé par Bethe et Wilson (1985) soit le plus étudié, il est loin de résoudre complètement le problème de l'explosion des étoiles massives. Comme nous le verrons au chapitre 3, les simulations numériques obtiennent des énergies d'explosion environ un ordre de grandeur en dessous de la valeur canonique 10^{51} erg et seule une poignée de simulations 3D incluant la modélisation physique la plus réaliste possible parviennent à une explosion. L'absence de preuves définitives du succès du mécanisme d'explosion par les neutrinos nous incite à ne pas négliger d'autres mécanismes. De plus, certaines explosions, probablement dominées par l'énergie rotationnelle, présentent un caractère très bipolaire avec un axe de symétrie lié à l'axe de rotation. Nous décrivons à présent les mécanismes alternatifs étudiés ainsi que leurs propres difficultés.

Explosion magnétohydrodynamique (MHD)

Pour un cœur de fer en rotation rapide et fortement magnétisé, une explosion MHD peut être envisagée. Dans ce mécanisme, le réservoir d'énergie provient de la rotation. Le champ magnétique puise son énergie de la rotation différentielle. Si cette conversion permet d'atteindre des intensités gigantesques, d'au moins 10^{15}G [7], alors l'énergie magnétique devient suffisante pour propulser des jets de matière le long de l'axe de rotation. Ces jets magnétiques éjectent la matière et déclenchent ainsi l'explosion (voir par exemple Janka, 2012).

Le champ magnétique est évalué à 5×10^9 G dans un cœur de fer au bord de l'effondrement (Heger *et al.*, 2005). La conservation du flux magnétique durant l'effondrement ($B \propto R^{-2}$) peut expliquer un accroissement de l'intensité du champ d'un facteur 1000 seulement, ce qui est insuffisant pour ce mécanisme. La combinaison de plusieurs phénomènes pourrait expliquer l'amplification du champ magnétique à 10^{15} G. L'instabilité magnéto-rotationnelle (Balbus et Hawley, 1991) qui se développe sous l'effet de la rotation et peut produire une croissance exponentielle de l'intensité du champ dans le contexte d'une supernova (Akiyama *et al.*, 2003; Obergaulinger *et al.*, 2009). L'enroulement du champ poloïdal en une composante toroïdale par la rotation différentielle conduit à une amplification linéaire en temps. Un processus de dynamo, tirant sa source de la convection au sein de la PNS, pourrait amplifier significativement son champ magnétique (Thompson et Duncan, 1993).

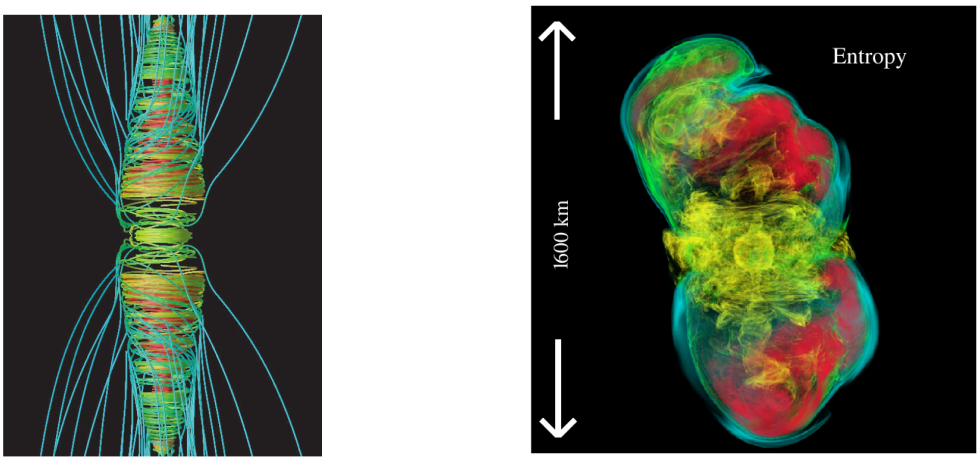
La quantité d'énergie de rotation disponible peut être estimée par la formule suivante :

$$E_{\rm rot} \sim \frac{1}{2}\frac{2}{5}MR^2\Omega^2 \sim 2.2\times10^{52}\left(\frac{M_{\rm NS}}{1.4{\rm M}_\odot}\right)\left(\frac{R_{\rm NS}}{10{\rm km}}\right)^2\left(\frac{1{\rm ms}}{P_{\rm NS}}\right)^2 {\rm erg}. \tag{1.18}$$

Notons que le réservoir disponible pour l'amplification du champ magnétique est limité à l'énergie de la rotation différentielle qui correspond à une fraction de $E_{\rm rot}$. Ce mécanisme d'explosion n'est valide que pour les étoiles à neutrons avec une période de rotation de quelques millisecondes. Sous l'hypothèse de stricte conservation du moment cinétique pendant l'effondrement, cela correspond à une période de rotation du cœur $P_{\rm coeur} \sim (R_{\rm coeur}/R_{\rm NS})^2\, P_{\rm NS} \lesssim 10\,$s. Or, de telles rotations rapides semblent incompatibles avec les calculs d'évolution stellaires qui prévoient $P_{\rm coeur} \gtrsim 100\,$s (Heger *et al.*, 2005). Ces dernières périodes de rotation

7. $1\,{\rm G} = 10^{-4}\,{\rm T}$

semblent bien plus en accord avec la distribution des périodes de rotation des pulsars connus, $10 - 100\,\mathrm{ms}$, comme nous le verrons au chapitre 5. Ainsi, les explosions magnétohydrodynamiques pourraient ne concerner qu'une minorité des supernovæ dont l'énergie d'explosion irait jusqu'au régime d'hypernovæ ($E \sim 10^{52}$) erg. Ces explosions pourraient correspondre à la formation de magnétars et l'émission de sursauts gamma. Sous l'hypothèse d'une évolution axisymétrique, utilisée pour réduire le temps de calcul, et en utilisant un champ magnétique initial artificiellement fort, Burrows *et al.* (2007) et Takiwaki *et al.* (2009) ont obtenu des explosions magnétohydrodynamiques avec le lancement de jets le long de l'axe de rotation (figure 1.8a). Les premières simulations 3D de ce mécanisme (Mösta *et al.*, 2014) montrent cependant qu'une instabilité non-axisymétrique peut détruire la cohérence du jet et empêcher l'explosion (figure 1.8b).



(a) (b)

FIGURE 1.8 – **A gauche** : Structure enroulée des lignes de champs magnétiques dans les jets obtenue par une simulation MHD axisymétrique. Crédit : Burrows *et al.* (2007). **A droite** : Rendu volumique de la distribution d'entropie calculée dans une simulation MHD 3D. Dans ce cas, l'explosion échoue à cause d'une instabilité non-axisymétrique. Crédit : Mösta *et al.* (2014).

Autres mécanismes

D'autres effets ont été envisagés pour proposer une solution au problème des supernovæ. La PNS en refroidissement pourrait subir une transition de phase vers de la matière de quark. Dans ce cas, la PNS subit un effondrement et un nouveau rebond de matière qui génèrent une seconde onde de choc bien plus puissante, qui déclencherait alors l'explosion (voir par exemple Fischer *et al.*, 2011). Néanmoins, ces résultats reposent sur l'emploi d'une équation d'état particulière qui est incompatible avec l'observation d'étoiles à neutrons très massives (Antoniadis *et al.*, 2013).

Burrows *et al.* (2006) ont proposé un mécanisme d'explosion alternatif lié à l'émission d'ondes acoustiques par la PNS. L'accrétion hautement asymétrique due aux oscillations axisymétriques de SASI excite des modes d'oscillations de la PNS. Ces modes d'oscillations sont appelés modes-g car leur force de rappel est d'origine gravitationnelle. Dans les simulations de Burrows *et al.* (2006), l'amplitude des oscillations atteint 3 km à 500 ms après le rebond. L'énergie communiquée à la matière par des ondes acoustiques raidies en chocs supplée alors le chauffage par les neutrinos et conduit à l'explosion. Cependant, ce scénario a le désavantage

de produire des étoiles à neutrons très massives. De plus, ce mécanisme n'a jamais pu être reproduit par d'autres groupes et a été remis en question par Weinberg et Quataert (2008) qui ont montré que les modes-g saturent à des amplitudes bien plus basses que ce qui est nécessaire pour une explosion acoustique.

Papish et Soker (2014) ont suggéré que des jets lancés selon un axe variable puissent chauffer la matière et déclencher une explosion selon un scénario appelé « jittering-jets mechanism ». Le mécanisme d'émission des jets n'a pas clairement été identifié et ces résultats n'ont pas été répétés par d'autres équipes, ce qui rend à ce jour la proposition de Papish et Soker (2014) moins convaincante que le mécanisme d'explosion par les neutrinos.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré la diversité des explosions d'étoiles parmi lesquelles les supernovæ gravitationnelles occupent une place significative. Le mécanisme le plus prometteur pour expliquer la majorité de ces explosions repose sur le chauffage par les neutrinos. Dans une hypothèse d'explosion à symétrie sphérique, la matière est évacuée trop rapidement de la région de gain et la quantité d'énergie déposée par les neutrinos n'est pas suffisante pour relancer l'onde de choc. Ceci conduit à la formation d'un trou noir plutôt que d'une étoile à neutrons. L'étude de la dynamique multi-dimensionnelle induite par des instabilités hydrodynamiques est nécessaire à la compréhension du mécanisme d'explosion. Nous verrons dans le chapitre suivant comment les instabilités hydrodynamiques facilitent l'explosion. La supernova SN 1987A ainsi que plusieurs indications observationnelles confortent le scénario d'une explosion asymétrique.

Dans les cas rares d'une rotation rapide, l'amplification du champ magnétique pourrait conduire à une explosion bipolaire causée par l'émission de jets magnétiques. Une rotation plus modeste a été peu considérée jusqu'ici car le réservoir d'énergie rotationnelle devient insuffisant pour déclencher l'explosion. Nous étudierons au chapitre 5 l'impact de la rotation sur la dynamique du choc. L'objectif sera de caractériser l'influence de la rotation entre les deux situations extrêmes que sont l'absence de rotation et l'explosion MHD.

Chapitre 2

Une explosion asymétrique

« Les étoiles sont nos ancêtres ; nous sommes des poussières d'étoiles : c'est une des grandes découvertes de l'astronomie contemporaine. »
— Trinh Xuan Thuan

Sommaire

2.1 Instabilités convectives **26**
2.1.1 Convection dans la proto-étoile à neutrons 26
2.1.2 Convection induite par le chauffage dû aux neutrinos 26
2.2 Instabilité du choc d'accrétion stationnaire (SASI) **28**
2.2.1 Mécanisme de l'instabilité 28
2.3 Instabilité low-T/|W| **31**
2.4 Signatures observationnelles de l'explosion asymétrique **31**
2.4.1 Kick des étoiles à neutrons 31
2.4.2 Spectropolarimétrie 32
2.4.3 Nucléosynthèse et morphologie des éjectas 33
2.4.4 Neutrinos et ondes gravitationnelles : messagers directs de l'explosion 34
2.5 Conclusion **36**

Le caractère multidimensionnel de la dynamique du fluide est un ingrédient fondamental de l'effondrement du cœur. Les mouvements transverses augmentent le temps de chauffage d'une partie de la matière par rapport au cas sphérique. Dans ce chapitre, nous décrirons les deux principales instabilités hydrodynamiques capables de briser la symétrie sphérique de l'écoulement : la convection (section 2.1) et l'instabilité du choc d'accrétion stationnaire (SASI, section 2.2). Ces instabilités génèrent des mouvements à grande échelle spatiale et amplifient de petites perturbations jusqu'à de grandes amplitudes. La convection est provoquée par la déstabilisation du gradient d'entropie lié au chauffage dû aux neutrinos. SASI repose sur un couplage entre perturbations advectées et ondes acoustiques. En présence de rotation, la dynamique est plus complexe avec l'apparition d'une instabilité de corotation, appelée low-T/|W| (section 2.3).

Ces phénomènes hydrodynamiques facilitent non seulement l'explosion mais influencent aussi les conditions de naissance des étoiles à neutrons. Une explosion asymétrique peut

provoquer une accélération de l'étoile à neutrons compatible avec les observations (section 2.4.1). Par ailleurs, la brisure de symétrie sphérique est confirmée par plusieurs observables d'une supernova telles que la polarisation de la lumière et la répartition des éjectas (sections 2.4.2 et 2.4.3). Nous conclurons ce chapitre en présentant les prochains indices d'une explosion asymétrique qui pourraient venir de l'observation directe de la dynamique du choc avant l'explosion par la détection de neutrinos et d'ondes gravitationnelles (section 2.4.4).

2.1 Instabilités convectives

La convection est l'une des principales sources de brisure de la symétrie sphérique et de mélange de la matière. La poussée d'Archimède crée une région instable à la convection si un fluide déplacé adiabatiquement vers le haut (resp. bas) se trouve moins (resp. plus) dense que le fluide qui l'entoure. Dans la région post-choc, la stabilité de la convection est gouvernée par les profils radiaux d'entropie S et de fraction leptonique Y_l [1]. D'une part, le critère de Schwarzschild stipule qu'un fluide de composition uniforme est instable si son gradient vertical d'entropie est négatif. D'autre part, une situation dans laquelle un fluide pauvre en leptons se retrouve au-dessus d'un fluide plus riche, donc moins dense, est instable. La stabilité des échanges verticaux de matière est caractérisée par le critère de Ledoux qui utilise la fréquence de Brunt-Väisälä ω_{BV} :

$$\omega_{\mathrm{BV}}^2 = -\frac{1}{\rho}\left[\left(\frac{\partial\rho}{\partial S}\right)_{Y_l,P}\frac{dS}{dr} + \left(\frac{\partial\rho}{\partial Y_l}\right)_{S,P}\frac{dY_l}{dr}\right]\frac{d\Phi}{dr} < 0. \tag{2.1}$$

L'inégalite $\omega_{\mathrm{BV}}^2 < 0$ correspond à un critère pour être instable. Il existe deux régions distinctes instables à la convection : la proto-étoile à neutrons dominée par un fort gradient de fraction leptonique et la région de gain où le chauffage dû aux neutrinos crée un gradient d'entropie négatif.

2.1.1 Convection dans la proto-étoile à neutrons

La convection sous la neutrinosphère est induite par un gradient de fraction leptonique négatif lié à la neutronisation de la matière et la diffusion des neutrinos hors de la PNS (Epstein, 1979). Cette instabilité n'a qu'un impact limité sur le mécanisme d'explosion car elle ne se développe que dans une région limitée de la PNS sans s'étendre jusqu'à la neutrinosphère. L'effet sur l'énergie des neutrinos ν_e et $\bar{\nu}_e$ émis à la neutrinosphère est modeste d'après les simulations numériques 2D de Buras *et al.* (2006) et de Dessart *et al.* (2006).

2.1.2 Convection induite par le chauffage dû aux neutrinos

L'entropie générée par le choc dépend de la vitesse relative du choc par rapport au gaz supersonique incident. Durant la propagation initiale du choc, l'entropie diminue car la vitesse du choc diminue jusqu'à ce qu'il s'immobilise et car il rencontre de la matière dont la vitesse de chute libre v_{ff} diminue avec le rayon :

$$v_{\mathrm{ff}} \sim \left(\frac{2GM_{\mathrm{NS}}}{r}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{2.2}$$

1. définie comme le nombre d'électrons, neutrinos électroniques moins celui de leurs antiparticules par nucléon.

Le gradient d'entropie négatif qui en résulte déclenche une instabilité dite de convection prompte (ou « prompt convection ») (Bruenn et Mezzacappa, 1994). Ces mouvements de matière homogénéisent le profil d'entropie sur une échelle de temps d'environ 50 ms après le rebond.

A des temps plus tardifs, le principal effet de la poussée d'Archimède réside dans la déstabilisation de la région de gain. Le chauffage par les neutrinos est plus intense dans les régions internes de la région de gain car il est proportionnel à r^{-2}. Le chauffage forme un gradient d'entropie négatif instable à la convection (« neutrino-driven convection »). Ainsi, une région chaude proche du rayon de gain peut être transportée vers le choc, ce qui augmente son temps de chauffage et facilite l'explosion (Murphy et Burrows, 2008). La convection liée au gradient d'entropie instable est étudiée depuis les années 1990 comme source d'asymétrie à grande échelle favorisant l'explosion (Herant *et al.*, 1992, 1994; Burrows *et al.*, 1995; Janka et Mueller, 1996).

Foglizzo *et al.* (2006) ont montré qu'un gradient d'entropie négatif ne garantit pas le développement de l'instabilité. La convection peut être stabilisée par l'advection. En effet, la poussée d'Archimède doit être suffisamment forte pour extraire l'énergie potentielle gravitationnelle avant que la matière sorte de la région de gain. Le critère gouvernant l'instabilité linéaire compare le temps local de flottaison, donné par la fréquence de Brunt-Väisälä, et le temps d'advection à travers la région de gain :

$$\chi \equiv \int_{r_{\rm g}}^{r_{\rm sh}} \omega_{\rm BV} \frac{dr}{|v_r|} \sim \frac{\tau_{\rm adv}}{\tau_{\rm conv}}, \tag{2.3}$$

où $r_{\rm g}$ est le rayon de gain, $r_{\rm sh}$ le rayon du choc, $\tau_{\rm adv} \sim (r_{\rm sh} - r_{\rm g}) / \langle |v_r| \rangle_{\rm g}$, $\tau_{\rm conv} \sim \langle \omega_{\rm BV}^{-1} \rangle_{\rm g}$ et $\langle \cdot \rangle_g$ la moyenne verticale dans la région de gain. L'analyse linéaire de Foglizzo *et al.* (2006) montre que l'écoulement est instable à la convection si $\chi > 3$. Les simulations de Foglizzo *et al.* (2006) (figure 2.1) confirment cette prédiction. La convection se développe dans la simulation où $\chi = 5$, mais pas dans celle où $\chi = 2.5$.[2] Dans ce dernier cas, la dynamique est dominée par une autre instabilité, SASI, dont il sera question à la section 2.2. L'échelle horizontale des mouvements transverses est de l'ordre de l'extension verticale de la région de gain ($l \sim 5 - 6$).[3] L'advection a un effet stabilisant plus fort sur les modes à grande échelle. La déstabilisation du mode $l = 1$ nécessite $\chi > 6$ (Foglizzo *et al.*, 2006).

Scheck *et al.* (2008) ont montré que la convection peut être déclenchée par une perturbation de densité d'amplitude suffisamment grande même si $\chi < 3$. L'amplitude δ_ρ nécessaire au déclenchement non-linéaire de la convection est donnée par :

$$\delta_\rho \equiv \frac{|\rho - \rho_0|}{\rho_0} \sim \frac{\langle |v_r| \rangle_{\rm g}}{\langle g \rangle_{\rm g} \tau_{\rm adv}}, \tag{2.4}$$

où ρ_0 est la densité du milieu ambiant et $\langle g \rangle_{\rm g}$ l'intensité moyenne de la gravité dans la région de gain. Nous verrons dans la section 6.3.1 que si ce critère prédit relativement bien le contraste de densité minimal pour qu'une bulle d'entropie puisse remonter le courant, il n'est pas suffisant pour garantir le développement de la convection à grande échelle.

2. Dans ces travaux, la valeur de χ est contrôlée par la vitesse de contraction de la PNS. Plus la contraction est rapide, plus le temps d'advection à travers la région de gain est court.

3. Dans toute cette thèse, les indices l et m réfèrent à une décomposition en harmoniques sphériques $Y_{l,m}$, comme ici de la vitesse azimutale.

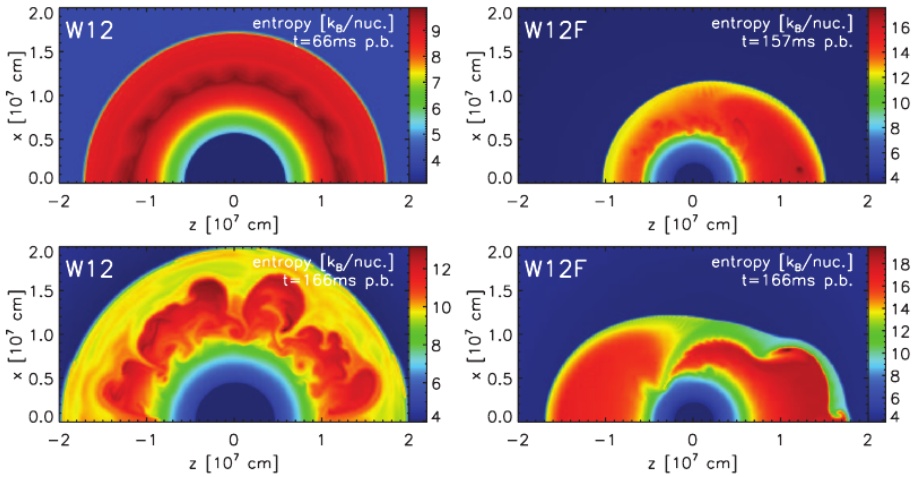


FIGURE 2.1 – Résultats en entropie de simulations numériques 2D de la phase du choc d'accrétion stationnaire. Crédit : Foglizzo *et al.* (2006). **A gauche** : Dans le cas $\chi = 5$, la convection se développe conformément à la prédiction linéaire. Elle est dominée par des modes d'échelles angulaires $l = 4 - 5$. **A droite** : Dans le cas $\chi = 2.5$, la convection est absente. La dynamique est dominée par SASI qui provoque une déformation globale d'échelles angulaires $l = 1 - 2$ du choc.

2.2 Instabilité du choc d'accrétion stationnaire (SASI)

L'instabilité du choc d'accrétion stationnaire, appelée SASI (de l'anglais « Standing Accretion Shock Instability ») a été découverte par Blondin *et al.* (2003) dans leurs simulations numériques axisymétriques d'un modèle adiabatique. Cette instabilité est fondamentalement différente de la convection car elle peut se développer en l'absence de chauffage par les neutrinos. Les modes $l = 1 - 2$ sont les plus instables, ce qui génère une asymétrie à plus grande échelle spatiale que la convection (figures 2.1 et 2.2). Depuis cette découverte en 2003, SASI a été identifiée dans de nombreuses simulations incluant différents degrés de réalisme physique. SASI induit à la fois des mouvements d'oscillation [4] axisymétriques ($m = 0$) (Blondin et Mezzacappa, 2006; Marek et Janka, 2009) et des mouvements spiraux ($m = \pm 1, \pm 2$) à 3D (Blondin et Mezzacappa, 2007; Fernández, 2010; Melson *et al.*, 2015a) dont la période vaut entre 30 et 50 ms (figures 2.2 et 2.3). La suite de cette section présente le mécanisme physique de l'instabilité.

2.2.1 Mécanisme de l'instabilité

L'origine physique de SASI a fait l'objet d'une controverse. Blondin et Mezzacappa (2006) ont expliqué SASI à l'aide d'un mécanisme purement acoustique où la croissance des oscillations est provoquée par l'amplification d'une onde acoustique lorsqu'elle est réfléchie par le choc. Plusieurs études ont démontré que ce mécanisme est en réalité stable et ont attribué l'origine de SASI à un cycle advectif-acoustique reposant sur l'interaction de perturbations advectées et d'ondes acoustiques (Foglizzo *et al.*, 2007; Scheck *et al.*, 2008; Guilet et Foglizzo, 2012).

Le cycle advectif-acoustique se développe entre l'onde de choc stationnaire et la région de décélération proche de la PNS. Il peut être décomposé en deux phases. Lorsqu'une onde de

4. Ces oscillations axisymétriques sont également appelées « sloshing modes » en anglais.

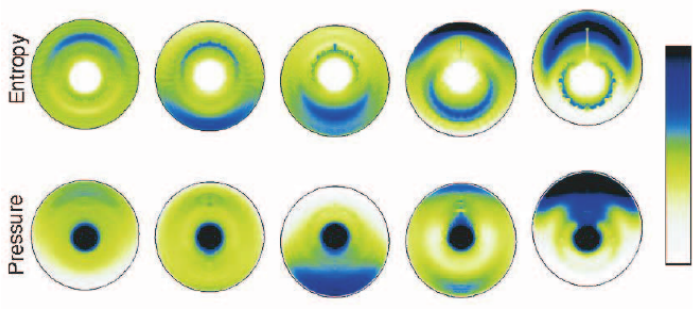


FIGURE 2.2 – SASI induit une oscillation $l = 1$ du choc le long de l'axe de symétrie. Cette oscillation est visible à la fois en entropie (rangée du haut) et en pression (rangée du bas). L'échelle de couleur montre la déviation de ces quantités par rapport à l'équilibre. Ces déviations sont amplifiées à chaque oscillation (de gauche à droite). Crédit : Blondin et Mezzacappa (2006).

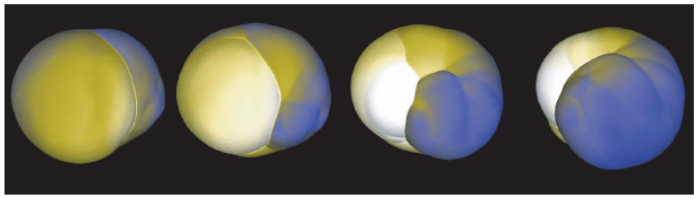


FIGURE 2.3 – La dynamique est dominée par un mode spiral ($l = 1, m = 1$) de SASI. La région de forte entropie (en bleu) représente la partie dominante de l'onde spirale en rotation dans le sens horaire. Crédit : Blondin et Mezzacappa (2007).

pression atteint le choc, elle le déforme et créé une onde composée d'entropie et de vorticité. Cette onde d'entropie-vorticité est alors advectée vers la PNS. A son passage dans la région de forts gradients de pression, elle génère une onde acoustique qui se propage en direction du choc et génère alors une nouvelle onde d'entropie-vorticité. Le cycle advectif-acoustique est instable si l'amplitude de l'onde acoustique a augmenté entre le début et la fin d'un cycle (figure 2.4). Ce mécanisme a d'abord été étudié par Foglizzo et Tagger (2000); Foglizzo (2001, 2002) pour l'accrétion supersonique de Bondi-Hoyle-Lyttleton sur un trou noir.

Le cycle advectif-acoustique repose sur deux couplages que nous allons détailler :

— Le couplage au niveau du choc concerne la production d'une onde d'entropie-vorticité par une onde acoustique ascendante. Lorsqu'une onde de pression atteint le choc, elle le déforme et le fait osciller. La production d'entropie à travers un choc augmente avec la vitesse du flot incident en chute libre. L'entropie produite est d'autant plus grande que le rayon du choc est petit. Sur une oscillation du choc, l'entropie produite est alternativement plus grande puis plus petite que la valeur moyenne. Ceci créé une onde d'entropie qui est advectée par le fluide. Par ailleurs, le choc est localement incliné par rapport à la direction radiale. Cette inclinaison tend à dévier le fluide dans une direction transverse. Au cours d'une oscillation l'inclinaison change de direction, ce qui modifie périodiquement la vitesse transverse. On obtient alors une onde de vorticité qui s'interprète comme un mouvement de rotation local imprimé par la déformation du choc.

— Le second couplage se produit dans la région de décélération où les gradients sont les plus intenses. Dans un gaz parfait adiabatique, la pression et la densité sont reliés par l'entropie avec la relation $P = K\rho^{\gamma}$. Lorsque deux éléments de fluide d'entropies

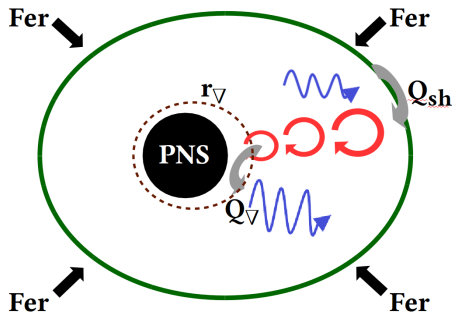


FIGURE 2.4 – Schéma du cycle advectif-acoustique. L'onde de choc (ligne verte) est déformée à grande échelle par un mode axisymétrique $l = 1$ de SASI. Le mécanisme de l'instabilité repose sur un couplage au choc ($Q_{\rm sh}$) entre une onde acoustique (flèches bleues) et une onde d'entropie-vorticité (flèches circulaires rouges) et un couplage (Q_∇) au rayon de forts gradients de pression noté r_∇ entre une onde d'entropie-vorticité et une onde de pression. Le cycle est instable si l'amplitude de l'onde acoustique produite est plus grande que celle de l'onde initiale.

différentes sont comprimés dans la région de forts gradients, ils ajustent différemment leur densité sous l'effet de la compression. Ceci perturbe donc l'équilibre local de pression et génère une onde acoustique (Foglizzo et Tagger, 2000). De plus, une onde de vorticité perturbe aussi l'équilibre de pression en mettant en contact des régions de pression différents. Cette onde de vorticité créé également une onde acoustique qui se propage vers le choc.

L'utilisation de modèles simplifiés du cycle advectif-acoustique permet de déterminer les fréquences d'oscillation et les taux de croissance des modes de SASI grâce à une analyse perturbative du problème. Foglizzo *et al.* (2007) ont montré que le mode radial $l = 0$ de SASI est stable. Une perturbation radiale ne contient pas de vorticité et réduit l'efficacité du cycle entropique-acoustique (Foglizzo, 2009). Les modes instables de SASI sont des modes basses fréquences. En effet, Foglizzo (2009) a montré à l'aide d'un modèle simplifié que la taille de la région de couplage sélectionne les modes instables et défavorise les modes hautes fréquences. Ces modes ont une longueur d'onde verticale plus petite que l'échelle spatiale du gradient. Pour les perturbations advectées de courtes longueurs d'onde, les ondes acoustiques générées interfèrent de manière destructive et réduisent l'efficacité de la rétroaction acoustique. Ceci explique que SASI favorise une asymétrie à grande échelle spatiale liée à un mode $l = 1 - 2$.

Les déformations induites par SASI sont décrites par des ondes dont la fréquence complexe est $\omega = \omega_r + i\omega_i$ où la partie réelle de la fréquence correspond aux oscillations et la partie imaginaire la croissance de l'amplitude. Le taux de croissance de l'instabilité ω_i peut être estimé par la relation (Foglizzo *et al.*, 2007) :

$$\omega_i \sim \frac{\ln\left(|Q|\right)}{\tau_{\rm SASI}}. \tag{2.5}$$

Dans la relation 2.5, le nombre complexe Q définit l'efficacité globale du cycle. Il se calcule à partir des coefficients de couplage $Q_{\rm sh}$ et Q_∇ qui représentent le rapport entre les amplitudes des ondes sortantes et incidentes respectivement au niveau du choc et de la région de décélération (figure 2.4) :

$$Q \equiv Q_{\rm sh} Q_\nabla. \tag{2.6}$$

Un cycle est instable si $|Q| > 1$. Le terme $\tau_{\rm SASI}$ correspond à la durée d'un cycle advectif-

acoustique. Il peut être estimé par la relation suivante (Scheck *et al.*, 2008) :

$$\tau_{\mathrm{SASI}} \sim \int_{r_\nabla}^{r_{\mathrm{sh}}} \frac{dr}{|v_r(r)|} + \int_{r_\nabla}^{r_{\mathrm{sh}}} \frac{dr}{c_s(r) - v(r)}, \tag{2.7}$$

où r_∇ est le rayon de couplage et c_s la vitesse du son. Notons que $\tau_{\mathrm{SASI}} \approx \tau_{\mathrm{adv}}$ puisque dans la région post-choc $c_s \gg |v_r|$.

Les modes à grande échelle de SASI ont de nombreuses conséquences que nous étudierons tout au long de cette thèse. Les grandes amplitudes de SASI impactent les vitesses des étoiles à neutrons (section 2.4.1) et les modes spiraux peuvent redistribuer le moment cinétique (chapitre 5). Les modulations périodiques induites par SASI facilitent l'explosion (section 3.1.2) et se lisent sur le signal de neutrinos (section 2.4.4).

2.3 Instabilité low-T/|W|

En présence de rotation, d'autres instabilités sont susceptibles de se développer. La rotation différentielle permet le développement d'une instabilité non-axisymétrique, appelée low-T/|W|, lorsque le rapport entre l'énergie cinétique de rotation (T) et l'énergie gravitationnelle (|W|) excède une valeur seuil de l'ordre 1%. Cette instabilité se manifeste à la fois dans le contexte des étoiles à neutrons en rotation différentielle (e.g. Shibata *et al.*, 2002, 2003) mais aussi lors de l'effondrement du cœur stellaire en rotation (e.g. Ott *et al.*, 2005). Tout comme SASI, cette instabilité est caractérisée par des mouvements spiraux aux plus grandes échelles ($m = 1 - 2$). L'énergie transportée par le mode instable pourrait compléter l'apport du chauffage des neutrinos et favoriser l'explosion dans le cas des rotations rapides (Takiwaki *et al.*, 2016). L'impact du champ magnétique sur cette instabilité reste à clarifier. Scheidegger *et al.* (2010) ont proposé que les rotations rapides nécessaires au développement de l'instabilité puissent faire croître considérablement le champ magnétique via la MRI (c.f. section 1.4.2) et favoriser une explosion bipolaire. Le champ magnétique pourrait néanmoins stabiliser l'instabilité pour les fortes rotations différentielles (Fujisawa, 2015).

Le mécanisme physique de l'instabilité n'est pas clairement établi à ce jour. Watts *et al.* (2005) puis Passamonti et Andersson (2015) ont proposé que l'instabilité soit liée à l'apparition d'un rayon de corotation dans le fluide. Il s'agit d'un rayon en deçà duquel le fluide tourne plus rapidement que le motif spiral. Ce rayon pourrait piéger les ondes acoustiques qui seraient amplifiées entre le rayon de corotation et la surface de la PNS. Ce mécanisme est différent du cycle advectif-acoustique à l'œuvre dans le cas de SASI (section 2.2.1).

2.4 Signatures observationnelles de l'explosion asymétrique

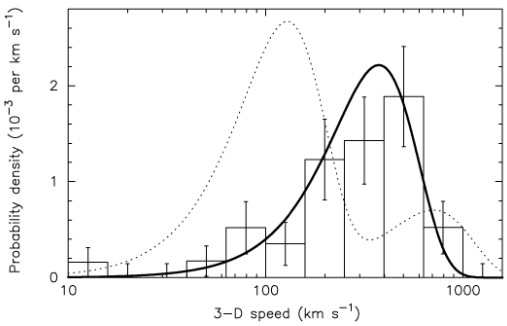
Dans la suite de ce chapitre, nous nous intéresserons aux différentes preuves observationnelles de l'asymétrie du mécanisme d'explosion. Le kick des étoiles à neutrons, la polarisation de la lumière et la répartition des éjectas pourraient résulter des mouvements transverses de la matière. Ceux-ci peuvent également affecter l'émission de neutrinos et d'ondes gravitationnelles.

2.4.1 Kick des étoiles à neutrons

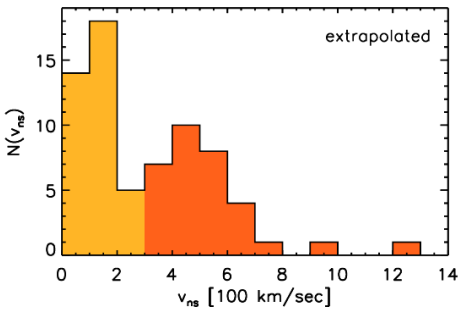
La vitesse élevée des pulsars pose un problème fondamental pour la théorie du mécanisme d'explosion. Les pulsars jeunes observés ont une vitesse moyenne de plusieurs centaines de

km.s^{-1}. Arzoumanian *et al.* (2002) ont proposé de représenter la vitesse des pulsars par une distribution à deux composantes moyennes de 90 km.s^{-1} et 500 km.s^{-1}. Hobbs *et al.* (2005) privilégient une distribution centrée sur la valeur moyenne de 400 km.s^{-1} (figure 2.5a). Certains pulsars dépassent la vitesse de 1000 km.s^{-1} comme le pulsar PSR B1508+55 (Chatterjee *et al.*, 2005). De telles vitesses, au moins dix fois plus grandes que celles des étoiles progénitrices, ne peuvent être expliquées par la vitesse orbitale résiduelle acquise après éjection de l'objet compact du système binaire auquel il appartenait éventuellement. Ces vitesses élevées sont le signe qu'un processus physique est capable d'accélérer les étoiles à neutrons pendant l'explosion, qu'il soit lié à une émission asymétrique de neutrinos ou à un effet hydrodynamique.

Scheck *et al.* (2004) ont proposé les premiers qu'une instabilité hydrodynamique à grande échelle $l = 1$ soit responsable de l'accélération des étoiles à neutrons. La conservation de la quantité de mouvement implique que la quantité de mouvement finale de l'étoile à neutrons soit opposée à la quantité de mouvement totale des éjectas. Ils ont montré que si l'explosion est globalement asymétrique, une partie des éjectas est expulsée rapidement tandis que l'autre moitié, plus dense et plus proche de la PNS attire celle-ci gravitationnellement. Scheck *et al.* (2006) ont confirmé l'étude précédente aux moyens d'une étude paramétrique d'un modèle axisymétrique. Le kick des étoiles à neutrons serait une conséquence naturelle du mode $l = 1$ de SASI. La grande dispersion des vitesses mesurées dans les simulations (figure 2.5b) est liée à la stochasticité du degré d'asymétrie qui détermine l'amplitude du kick. Cette accélération se déroule sur une échelle de temps de plusieurs secondes, bien plus que l'échelle de temps de l'accrétion (Wongwathanarat *et al.*, 2013). L'importance des instabilités hydrodynamiques pour expliquer le kick des pulsars a été confirmée à 2D par Nordhaus *et al.* (2010, 2012) et à 3D par Wongwathanarat *et al.* (2010, 2013).



(a) Distribution des vitesses des pulsars obtenue par une étude statistique. La courbe en pointillés montre la distribution estimée par Arzoumanian *et al.* (2002). Crédit : Hobbs *et al.* (2005).



(b) Histogramme des vitesses des étoiles à neutrons obtenues avec une série de 70 simulations axisymétriques. Ces valeurs sont extrapolées à partir des vitesses obtenues à la fin des simulations (t=1 s). La région orange correspond aux cas où l'étoile à neutrons avait une vitesse d'au moins 200 km.s^{-1} à la fin de la simulation. Crédit : Scheck *et al.* (2006).

FIGURE 2.5

2.4.2 Spectropolarimétrie

La lumière diffusée par les éjectas est polarisée linéairement. Lorsque l'explosion est à symétrie sphérique, aucune polarisation n'est détectée car les composantes de la polarisation

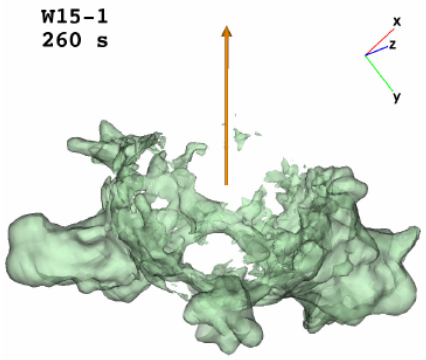
sont en proportions égales. A l'inverse, pour une explosion asymétrique il devient possible de détecter une polarisation. Wang *et al.* (2001) ont mesuré une polarisation dans plusieurs supernovæ de type Ic, IIb et IIn. Ces observations suggèrent une grande asymétrie de l'explosion qui pourrait même être bipolaire dans le cas de la supernova Ic observée. Leonard *et al.* (2006) ont étendu ce résultat aux supernovæ de type IIp. La polarisation devient mesurable au moment de la transition entre la phase photosphérique et la phase nébulaire, lorsque les éjectas deviennent optiquement minces et rendent les parties les plus internes visibles, environ 90 jours après l'explosion. Ceci constitue une indication de la génération d'asymétries dans le cœur de fer, au tout début de l'explosion, tandis que les éjectas externes ont été expulsés de manière plus sphérique.

2.4.3 Nucléosynthèse et morphologie des éjectas

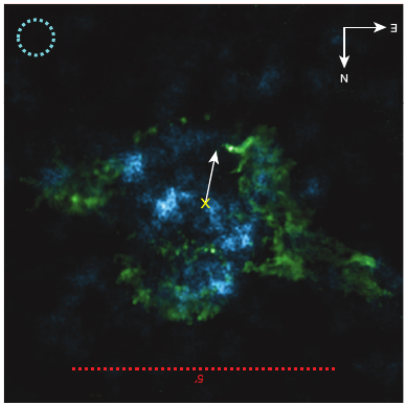
Les éléments plus lourds que le fer ne sont pas créés par des réactions de fusion nucléaire endothermiques. Leur formation nécessite des conditions exceptionnelles de température et d'abondance en neutrons comme lors d'une explosion en supernova. Cette phase, appelée nucléosynthèse explosive, est capable de former des éléments aussi lourd que l'argent grâce au processus r (r pour « rapide ») de capture de neutrons par les nucléons (voir par exemple Arcones et Thielemann (2013)). La formation d'éléments plus lourds que l'argent requiert un milieu encore plus riche en neutrons, comme dans les collisions d'étoiles à neutrons (Goriely *et al.*, 2011).

Les asymétries initiales ont d'importantes conséquences sur la répartition des éléments au sein des éjectas. Lorsque le choc traverse une interface de composition de l'étoile massive il déclenche des échanges de matière qui sont la conséquence de l'instabilité de Richtmeyer-Meshkov. Il s'agit d'une instabilité similaire à celle de Rayleigh-Taylor, mais dans un milieu accéléré de façon impulsionnelle. Les champignons de Rayleigh-Taylor les plus denses sont moins décélérés que leur milieu environnant et pénètrent ainsi plus loin les éjectas. Ceci permet de mélanger bien plus efficacement les régions internes et les couches externes et peut expliquer la détection précoce de rayons X/gamma associés à la désintégration du nickel ^{56}Ni (Arnett *et al.*, 1989). L'asymétrie du choc produite par les instabilités hydrodynamiques est capable de rendre compte du fort taux de mélange et de la vitesse d'éjection élevée du nickel dans cette supernova (Utrobin *et al.*, 2015) qui est déduite des émissions précoces de rayons X/gamma ainsi que de la morphologie de la courbe de lumière.

Une explosion asymétrique produit plus d'éléments lourds dans la direction selon laquelle le choc est le plus fort. Wongwathanarat *et al.* (2013) ont démontré à l'aide de simulations numériques 3D que les espèces radioactives et en particulier le ^{56}Ni occupent l'hémisphère opposé au vecteur vitesse de l'étoile à neutrons. Cette distribution asymétrique est liée au kick reçu par l'étoile à neutrons dans les premières secondes de l'explosion (section 2.4.1). La prédiction est compatible avec la répartition de ^{44}Ti observée dans le reste de supernova Cassiopée A par Grefenstette *et al.* (2014) (figures 2.6a et 2.6b). En effet, le titane occupe principalement le demi-plan opposé à la direction du résidu compact. Cette répartition élimine le scénario d'explosion à symétrie sphérique tout comme celui d'une explosion bipolaire due à une rotation rapide. Le mécanisme le plus à même d'expliquer une telle répartition d'éléments radioactifs repose sur des asymétries à grande échelle générées par SASI et la convection.



(a) Rendu volumique de la distribution de nickel obtenue par une simulation numérique 3D. Le vecteur vitesse (flèche orange) pointe dans la direction opposée à l'hémisphère contenant le nickel. La répartition est d'autant plus asymétrique que l'intensité du kick est forte ($v_{\mathrm{NS}} = 524\,\mathrm{km.s^{-1}}$ dans ce modèle). Crédit : Wongwathanarat *et al.* (2013).



(b) Répartition du ^{44}Ti (en bleu) observée par NuSTAR. La direction de l'objet compact (flèche blanche) indique également la direction opposée au demi-plan contenant le titane. Crédit : Grefenstette *et al.* (2014).

FIGURE 2.6

2.4.4 Neutrinos et ondes gravitationnelles : messagers directs de l'explosion

Les neutrinos et les ondes gravitationnelles ouvrent de nouvelles perspectives dans l'étude des supernovæ. Ces deux messagers sont d'un intérêt particulier car ils n'interagissent pas avec les éjectas. Les signaux reçus pourraient donc nous permettre de sonder directement la phase cruciale de stagnation du choc. A l'inverse, les observables présentées dans les sections précédentes ne nous parviennent qu'à une époque plus tardive de l'explosion et ne permettent pas d'extrapoler la dynamique du choc dans sa globalité. Néanmoins, les observations de ces nouveaux messagers restent très limitées à ce jour. La seule détection de neutrinos issus d'une supernova remonte à l'explosion de SN 1987A. Une supernova située à 10 kpc pourrait donner lieu à la détection de 10^5 $\bar{\nu}_e$, significativement plus que les 24 neutrinos détectés en 1987 (Kotake, 2013). La première détection directe d'ondes gravitationnelles (GW150914) date de 2015 par LIGO qui a observé la fusion de deux trous noirs (Abbott *et al.*, 2016). Dans l'attente de la prochaine supernova gravitationnelle dans notre galaxie, les théoriciens s'attachent à prédire l'impact des asymétries sur les signaux et à évaluer leur détectabilité par les instruments de mesure en cours de développement.

Détection de neutrinos

Les neutrinos détectés fournissent des informations sur les conditions thermodynamiques régnant au sein de la PNS et de la région de refroidissement qui sont les deux principaux lieux d'émission. La variation temporelle du signal reçu renseigne sur les processus hydrodynamiques à l'œuvre dans la région post-choc avant déclenchement de l'explosion. SASI induit des oscillations de grande amplitude qui provoquent des modulations de l'accrétion sur la PNS et donc de l'émission de neutrinos. Le détecteur IceCube en Antarctique et le futur détecteur Hyper-Kamiokande au Japon ont une fréquence d'acquisition de l'ordre de quelques millisecondes, suffisante pour rendre compte de modulations du signal de neutrinos dues à

SASI. Sur la base de simulations numériques 2D, Lund *et al.* (2010) ont montré que le signal émit par SASI serait détectable pour une supernova située à 10 kpc. Ces résultats ont ensuite été confirmés à 3D même si la qualité du signal reçu dépend de l'orientation des oscillations par rapport au détecteur (Lund *et al.*, 2012; Tamborra *et al.*, 2013, 2014b). Les modulations du signal de neutrinos sont bien plus faciles à détecter lorsque SASI domine la dynamique que lorsque la convection est à l'œuvre (Tamborra *et al.*, 2014b). Les modèles 3D de $20\,M_\odot$ et $27\,M_\odot$ du groupe de Garching font apparaître un à deux épisodes de SASI qui sont aisément reconnaissables sur le signal de neutrinos reçus (figure 2.7). La période d'oscillation de SASI est inversement proportionnelle au temps d'advection (équation 2.7) et donc au rayon du choc. Le signal de neutrinos pourrait donc permettre d'accéder à l'évolution du choc avant l'explosion. La convection génère une asymétrie à plus petite échelle spatiale, plus irrégulière en temps et son impact sur le signal de neutrinos ne serait détectable que pour une supernova située à $1-2\,$kpc (Lund *et al.*, 2012).

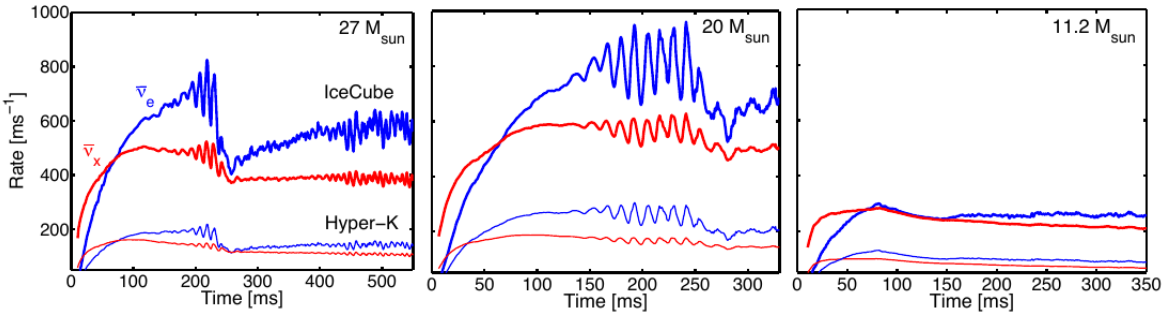


FIGURE 2.7 – Estimation des taux de détections par IceCube et Hyper-Kamiokande pour les progéniteurs de 27, 20 et $11.2\,M_\odot$ explosant à une distance de 10 kpc.) Les taux concernent la détection d'antineutrinos électroniques (courbes bleus) et d'autres saveurs (courbes rouges) par IceCube (courbes épaisses) et Hyper-Kamiokande (courbes fines). La modulation des taux fait ressortir un épisode de domination de SASI dans l'évolution du progéniteur de $20\,M_\odot$ et deux pour celui de $27\,M_\odot$ Crédit : Tamborra *et al.* (2014b).

Tamborra *et al.* (2014a) ont fait récemment état d'une nouvelle instabilité couplant l'hydrodynamique et les neutrinos, baptisée LESA (« Lepton-number Emission Self-sustained Asymmetry »). Cette instabilité se manifeste par une asymétrie dipolaire auto-entretenue du flux du nombre de leptons (ν_e moins $\bar{\nu}_e$). Ce phénomène observé dans les simulations du groupe de Garching se développe essentiellement à l'intérieur de la neutrinosphère. Le mécanisme exact de cette instabilité reste à élucider mais l'évolution de LESA est décorrélée de celles de SASI et la convection (Tamborra *et al.*, 2014a). Ce nouveau phénomène affecte la distribution de l'émission des neutrinos et pourrait complexifier l'interprétation des signaux de neutrinos reçus par les détecteurs terrestres (Janka *et al.*, 2016).

Détection d'ondes gravitationnelles

L'émission d'ondes gravitationnelles est due aux mouvements non-sphériques. Le rebond de matière, la convection prompte, SASI, low-T/|W| et la convection liée au chauffage par les neutrinos ont des signatures différentes en ondes gravitationnelles (voir Kotake (2013) pour une revue sur le sujet). L'objectif des théoriciens est de prévoir la forme et l'amplitude des signaux caractéristiques de chacun des épisodes d'asymétrie pour pouvoir les analyser lors d'une détection d'une prochaine supernova galactique par des interféromètres comme LIGO,

VIRGO et KAGRA. De telles prédictions ont été faites avec des simulations 2D (Müller *et al.*, 2013) et des modèles moins complets à 3D (Ott *et al.*, 2013). Les mécanismes d'explosion évoqués pour résoudre le problème des supernovæ (voir section 1.4) ont chacun une signature caractéristique en ondes gravitationnelles (Ott, 2009). Une prochaine détection permettrait de clarifier le mécanisme à l'œuvre. Enfin, les ondes gravitationnelles pourraient également fournir des informations sur le taux de rotation des étoiles massives (Kuroda *et al.*, 2014). L'identification d'un processus hydrodynamique est incertaine car la dynamique hautement stochastique à 3D, notamment en l'absence de rotation, implique une dépendance du signal en fonction de la direction d'observation (Kotake, 2013). Néanmoins, la détection d'ondes gravitationnelles peut compléter les informations obtenues sur le signal lumineux et les neutrinos d'une supernova distante de 10 kpc.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la diversité des phénomènes hydrodynamiques à l'œuvre pendant la phase de stagnation de l'onde de choc. SASI et la convection sont deux instabilités capables de briser la symétrie sphérique de l'écoulement et de générer des mouvements asymétriques caractérisés par de grandes échelles spatiales. Si ces deux instabilités sont bien comprises sur le plan linéaire, le régime non-linéaire requiert l'utilisation de simulations numériques. Nous verrons au chapitre 3 que les instabilités sont difficiles à étudier dans les simulations car celles-ci nécessitent de modéliser de multiples processus physiques et sont donc très coûteuses en ressources numériques. Nous décrirons les modèles simplifiés utilisés dans cette thèse pour étudier les instabilités dans leur forme la plus simple afin d'en extraire une meilleure compréhension physique.

Nous avons donné un aperçu des nombreuses conséquences des instabilités sur plusieurs caractéristiques observationnelles d'une supernova et d'une étoile à neutrons. Ces observations corroborent le développement d'asymétries à grande échelle dès les tout premiers instants après le rebond de matière. Le kick des étoiles à neutrons semble lié au degré d'asymétrie de SASI. La période de rotation des pulsars pourrait être impactée par le développement non-linéaire d'un mode spiral. Dans le chapitre 4, nous traiterons les questions de l'émergence d'un mode spiral de SASI et de l'amplitude de saturation de l'instabilité. Le développement de SASI, de low-T/|W| et leur impact sur le spin des pulsars seront également évalués en présence de la rotation du progéniteur au chapitre 5. Nous présenterons les résultats d'une étude paramétrique en vue de contraindre l'impact du moment cinétique du cœur de fer sur le pulsar engendré. Enfin, dans le chapitre 6, nous nous intéresserons au développement non-linéaire de la convection, induit par les perturbations à grande échelle de SASI.

Deuxième partie

Étude numérique d'instabilités hydrodynamiques

Chapitre 3

Modélisations des supernovæ

« Si nous attribuons les phénomènes inexpliqués au hasard, ce n'est que par des lacunes de notre connaissance. »

— Pierre-Simon de Laplace

Sommaire

3.1 Des simulations numériques complexes 40
3.1.1 Approximations numériques et incertitudes 40
3.1.2 Simulations axisymétriques 42
3.1.3 Avancées grâce aux simulations 3D 43
3.2 Ingrédients physiques supplémentaires 46
3.2.1 Asymétries du progéniteur 46
3.2.2 Effets de la rotation 46
3.3 Simulations numériques hydrodynamiques avec RAMSES 47
3.3.1 Équations hydrodynamiques 48
3.3.2 Méthode des volumes finis 49
3.4 La fontaine aux supernovæ 52
3.4.1 La dynamique de l'onde de choc : simple comme une fontaine à eau ! 52
3.4.2 Une expérience pour étudier les supernovæ 54
3.4.3 Un outil à vocation pédagogique 55
3.5 Conclusion 56

Ce chapitre présente différentes méthodes employées pour modéliser la dynamique du choc d'accrétion. L'approche la plus globale consiste à simuler l'explosion ab initio (section 3.1). Le coût prohibitif de tels calculs numériques nécessite de faire des approximations dans la description de certains ingrédients physiques. La dynamique multidimensionnelle a d'abord été étudiée par des simulations axisymétriques et depuis peu à 3D. Nous détaillerons les avancées permises par ces simulations tridimensionnelles. Nous nous intéresserons ensuite aux progrès récents concernant la modélisation des conditions initiales des simulations (section 3.2). L'inclusion des asymétries liées aux inhomogénéités de combustion dans les couches internes et de la rotation semble pouvoir faciliter l'explosion.

Une approche globale place les différents ingrédients physiques d'une supernova au même plan et ne permet pas d'isoler l'effet d'un phénomène physique donné sur une instabilité

hydrodynamique. L'étude approfondie des instabilités hydrodynamiques requiert l'utilisation de modèles simplifiés permettant de les décrire avec une physique minimale. Durant cette thèse, j'ai simulé ces modèles avec le code hydrodynamique `RAMSES` dont les grandes lignes seront décrites dans la section 3.3.

Nous conclurons ce chapitre avec une modélisation originale de la dynamique dans une fontaine à eau (section 3.4). L'expérience en eau peu profonde ne s'inscrit pas dans mes travaux de thèse. Néanmoins, le formalisme des équations en eau peu profonde offre un complément enrichissant aux simulations numériques du cas astrophysique grâce à une description intuitive de la dynamique de SASI. Nous montrerons que la simplicité de ce dispositif permet de progresser dans l'étude théorique des supernovæ mais également de communiquer ces recherches auprès du grand public.

3.1 Des simulations numériques complexes

3.1.1 Approximations numériques et incertitudes

La physique de l'explosion des étoiles massives fait intervenir l'ensemble des interactions fondamentales. L'interaction forte régit la structure de l'étoile à neutrons et l'équation d'état de la matière nucléaire, l'interaction faible les processus de chauffage et de refroidissement, la gravitation l'effondrement du cœur stellaire et le seuil de formation de trous noirs et enfin l'interaction électromagnétique les collisions entre particules et la dynamique MHD. Les simulations numériques de supernovæ nécessitent de trouver un compromis entre degré de réalisme, coût en ressources numériques et finesse de la compréhension physique. Dans cette section, nous présentons les différentes approximations utilisées concernant trois des principaux ingrédients d'une simulation 2D ou 3D : la gravité, le transport des neutrinos et l'équation d'état de la matière nucléaire.

Gravité

Une supernova tire sa source d'énergie de la effondrement gravitationnelle du cœur de fer. Les simulations de supernovæ utilisent un potentiel Newtonien, un potentiel corrigé pour prendre en compte les effets relativistes, un calcul en relativité générale complète (Kuroda *et al.*, 2012) ou avec une approximation de la métrique (Müller *et al.*, 2012b). Dans le cas de la relativié générale complète à 3D, la durée des simulations ne pouvait excéder 100 ms à cause du coût prohibitif en temps de calcul. La relativité générale est indispensable à l'étude de la formation de trous noirs. Malgré la faible compacité de la PNS ($\Xi \sim 0.04$, voir équation 1.11), l'approximation faite influe sur le déclenchement de l'explosion (Müller *et al.*, 2012b). Un potentiel plus profond provoque la formation d'une PNS plus compacte et d'une neutrinosphère plus chaude. Les neutrinos émis sont alors plus énergétiques, ce qui facilite le déclenchement de l'explosion. Par ailleurs, la relativité augmente le taux d'accrétion ce qui diminue le rayon du choc et le temps d'advection à travers la région de gain. La relativité peut donc favoriser le développement de SASI comme pour le progéniteur de $27\,\mathrm{M}_\odot$ étudié par Müller *et al.* (2012a). O'Connor et Couch (2015) ont obtenu des explosions pour certains de leurs progéniteurs traités avec un potentiel corrigé, mais aucune avec un potentiel Newtonien. Kuroda *et al.* (2016) ont montré que le traitement relativiste complet à 3D créé les conditions les plus favorables au déclenchement d'une explosion.

Transport des neutrinos

Le transport des neutrinos est un ingrédient essentiel des simulations de supernovæ. L'énergie gravitationnelle libérée dans l'effondrement est transportée par les neutrinos. Le succès d'une explosion est très sensible à la fraction du flux de neutrinos qui interagit avec le fluide post-choc. Le transport des neutrinos représente plus de 90% du coût d'une simulation numérique dans les modèles les plus détaillés. Il est régi par l'équation de Boltzmann qui constitue un problème à sept dimensions, à savoir : trois dimensions spatiales, deux pour la direction de propagation, une pour l'énergie des neutrinos et enfin une pour le temps. La résolution exacte de ce problème étant hors de portée des supercalculateurs actuels, il est nécessaire de faire des approximations pour réduire le nombre de dimensions et accélérer le calcul du transport.

L'approximation la plus simple consiste à remplacer le transport par une prescription schématique des termes de chauffage et de refroidissement basée sur les profils de densité et de température. Dans ce cas, les radiations sont émises par une source sphérique (modèle « light bulb ») et la luminosité des neutrinos est constante en temps. Ce modèle peut être amélioré par un schéma de fuite (« leakage scheme ») qui prend en compte un terme d'opacité pour atténuer les radiations. Plus sophistiquée, l'approximation IDSA (« Isotropic Diffusion Source Approximation ») (Liebendörfer *et al.*, 2009) consiste à décomposer la distribution de neutrinos en deux composantes, l'une piégée et l'autre libre, résolues séparément. Cette approximation a été utilisée dans la première explosion à 3D (Takiwaki *et al.*, 2012). Le transport « gris » simplifie la dimensionnalité du problème en supposant une certaine distribution énergétique des neutrinos. Cette méthode a été utilisée dans l'étude du kick des étoiles à neutrons (Scheck *et al.*, 2006).

Les méthodes les plus réalistes reposent sur la résolution des équations aux moments du transfert radiatif avec une relation de fermeture. Le transport est à diffusion limitée en flux (« flux limited diffusion ») lorsque seul le moment d'ordre 0 est utilisé avec une équation de diffusion pour clore le système d'équations. Cette méthode a été employée pour simuler l'explosion d'un progéniteur de $15\,M_\odot$ à 3D (Lentz *et al.*, 2015). Le transport considérant la résolution des deux premiers moments est la technique la plus sophistiquée à ce jour (Hanke *et al.*, 2013; Melson *et al.*, 2015a). Il est dit *M1* lorsque la relation de fermeture consiste en une résolution analytique de l'équation au moment d'ordre supérieur (Kuroda *et al.*, 2012). Pour réduire le coût de calcul, ces simulations traitent généralement les radiations rayon par rayon (« ray by ray ») en supposant une symétrie axiale autour de chaque rayon. Cette technique accroît l'efficacité de la parallélisation des codes. Néanmoins, l'isotropie de la distribution des neutrinos autour des rayons pourrait surestimer les variations locales de cette distribution par rapport à un transport véritablement multi-dimensionnel et donc impacter la dynamique de l'explosion (Sumiyoshi *et al.*, 2015; Skinner *et al.*, 2015). Des progrès rapides ont été faits sur la question du transport des neutrinos au cours des quinze dernières années, depuis les premières simulations 1D avec résolution complète de l'équation de Boltzmann (Mezzacappa *et al.*, 2001; Liebendörfer *et al.*, 2001), puis à 2D (Ott *et al.*, 2008) jusqu'à la résolution de l'équation stationnaire à 3D (Sumiyoshi *et al.*, 2015). Malgré ces nombreux efforts, l'impact de ces approximations est mal maîtrisé et ne fait pas consensus à ce jour. Les simulations axisymétriques d'un même progéniteur, avec des méthodes de transport des neutrinos similaires, donnent des résultats très différents, du succès à l'échec de l'explosion (O'Connor et Couch, 2015).

Équations d'état

L'équation d'état relie les paramètres microscopiques de la matière (densité, température, fraction électronique) à la pression. Elle décrit la composition de la matière nucléaire qui est un mélange de nucléons libres, de particules alpha et de noyaux lourds. Elle affecte la compacité de la PNS, ce qui peut impacter la formation de trous noirs (O'Connor et Ott, 2011) et la dynamique de la région post-choc (e.g. Couch, 2013b).

La connaissance détaillée de l'équation d'état de la matière à des densités proches de la saturation nucléaire est un problème difficile pour les expériences terrestres. La détermination de la masse et du rayon des étoiles à neutrons peut permettre de sélectionner parmi les modèles disponibles ceux qui sont compatibles avec les mesures. En particulier, la mesure précise de deux pulsars massifs autour de $2\,\mathrm{M}_\odot$ (Demorest *et al.*, 2010; Antoniadis *et al.*, 2013) permet d'éliminer certains modèles. Les deux équations d'état les plus utilisées dans les simulations numériques sont les modèles paramétriques de Lattimer et Swesty (1991) et de Shen *et al.* (1998) dans lesquels le module d'incompressibilité nucléaire est ajusté pour satisfaire marginalement la masse critique des étoiles à neutrons, sachant que plus la matière est incompressible plus l'explosion est difficile à obtenir.

3.1.2 Simulations axisymétriques

L'hypothèse d'une dynamique axisymétrique permet de réduire considérablement le coût en temps de calcul par rapport au cas 3D. A l'heure actuelle, les simulations 2D sont les plus utilisées. Les simulations récentes emploient généralement un transport rayon par rayon avec les deux premiers moments de l'équation de Boltzmann ou une méthode dite « flux limited diffusion » et une gravité newtonienne, un potentiel corrigé, voire un calcul en relativité générale complète. Marek et Janka (2009) ont obtenu les premières explosions axisymétriques pour des progéniteurs de $11.2\,\mathrm{M}_\odot$ et $15\,\mathrm{M}_\odot$, confortant ainsi le scénario d'explosion induite par les neutrinos. Les études de Suwa *et al.* (2010); Müller *et al.* (2012b,a, 2013); Bruenn *et al.* (2013) ont confirmé la viabilité du mécanisme d'explosion pour une gamme de progéniteurs de $8.1\,\mathrm{M}_\odot$ à $27\,\mathrm{M}_\odot$. Les simulations axisymétriques sont utiles pour comparer les résultats obtenus par les différents groupes, notamment en termes d'énergie d'explosion et d'échelle de temps pour relancer l'onde de choc. Les résultats obtenus à 2D sont loin d'être identiques entre les différents groupes même si certaines caractéristiques communes ressortent de la comparaison. A l'exception notable des simulations du groupe d'Oak Ridge qui obtiennent des énergies d'explosion de 0.34 à 0.88×10^{51} erg (Bruenn *et al.*, 2013, 2016), l'énergie d'explosion est environ un ordre de grandeur plus petite que la valeur canonique observée ($\sim 10^{51}$ erg). Pour quatre des progéniteurs les plus étudiés : 12, 15, 20 et $25\,\mathrm{M}_\odot$, le groupe de Princeton n'obtient pas d'explosion (Dolence *et al.*, 2015) tandis que le groupe d'Oak Ridge obtient des explosions avec une échelle de temps constante de l'ordre de 200 ms (Bruenn *et al.*, 2016). Le groupe de Garching (Summa *et al.*, 2016), tout comme O'Connor et Couch (2015) obtiennent quant à eux une échelle de temps d'explosion qui dépend du progéniteur. Summa *et al.* (2016) ont montré que le temps d'explosion dépend du gradient de densité à l'interface de composition Si/Si-O. Le temps d'explosion est plus court dans les cas où un fort gradient de densité atteint le choc car il diminue brusquement l'accrétion et favorise une expansion rapide du choc. La comparaison directe entre les simulations d'un même progéniteur est limitée par l'utilisation de différentes méthodes de transport des neutrinos ou approximations de la microphysique. Par ailleurs, les résultats dépendent aussi du schéma de résolution des équations hydrodynamiques employé, voire même de la géométrie de la grille numérique. Une grille

cartésienne raffinée au centre favorise le développement de perturbations hydrodynamiques par rapport à une grille sphérique. Comme nous le verrons au chapitre 6, cette différence peut être suffisante pour impacter toute la dynamique multidimensionnelle et pourrait même sélectionner l'instabilité hydrodynamique dominante.

Les simulations numériques 2D s'accordent sur la diversité des processus hydrodynamiques à l'œuvre pendant la phase de choc stationnaire. La convection et SASI peuvent toutes deux dominer la dynamique et permettre la remise en mouvement de l'onde de choc. Il existe plusieurs dynamiques conduisant à l'explosion (figure 3.1). Un progéniteur de $27\,M_\odot$ peut être entièrement dominé par SASI et un progéniteur de $8.1\,M_\odot$ par la convection (Müller *et al.*, 2012a). Les deux instabilités peuvent également se superposer comme dans le cas du progéniteur de $15\,M_\odot$ (Marek et Janka, 2009). Un temps d'advection court à travers la région de gain favorise la croissance de SASI (Foglizzo *et al.*, 2007; Scheck *et al.*, 2008) et stabilise linéairement la convection Foglizzo *et al.* (2006). Le paramètre χ (équation 2.3) permet de prédire linéairement l'instabilité dominante. Ce paramètre est affecté par la luminosité des neutrinos et le taux d'accrétion. Une luminosité élevée est favorable à la convection mais un fort taux d'accrétion diminue le rayon de choc et le temps d'advection, ce qui favorise SASI. Il n'existe pas à ce jour de relation univoque entre la masse du progéniteur, la valeur de χ et le type d'instabilité dominante (Foglizzo *et al.*, 2015). Fernández *et al.* (2014) ont pu caractériser chacune des deux dynamiques à l'aide d'un modèle où l'instabilité dominante est sélectionnée en ajustant la luminosité des neutrinos et le taux de dissociation au choc. Les deux instabilités génèrent des bulles d'entropies élevées qui conduisent à l'explosion. Ces bulles sont nourries soit par les grandes oscillations du choc dues à SASI, soit par la fusion de plus petites bulles dues à la convection. D'une manière générale l'effet des instabilités multidimensionnelles peut être vu comme un accroissement de la masse dans la région de gain (Marek et Janka, 2009) ou une augmentation du temps d'advection (Murphy et Burrows, 2008) par rapport au cas 1D.

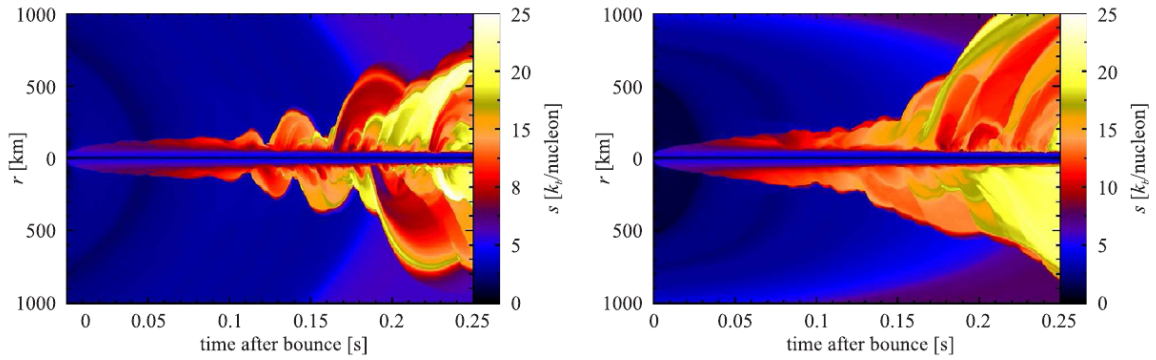


FIGURE 3.1 – Distributions radiale d'entropie autour de l'axe polaire en fonction du temps. La discontinuité marque la position du choc. **A gauche** : Des oscillations de grande amplitude et à grande échelle, caractéristiques de SASI, dominent entièrement la dynamique post-choc pour un progéniteur de $27\,M_\odot$. **A droite** : la convection domine l'évolution pour un progéniteur de $8.1\,M_\odot$. Crédit : Müller *et al.* (2012a).

3.1.3 Avancées grâce aux simulations 3D

Grâce à l'amélioration des capacités des supercalculateurs, les simulations numériques 3D sont désormais utilisées depuis près de 5 ans. Ces simulations sont parmi les projets les

plus coûteux en ressources de calcul, de l'ordre de 50 à 100 millions d'heures d'utilisation de processeurs [1] pour les plus sophistiquées d'entre elles. Le développement de simulations 3D a permis de s'affranchir de la contrainte axisymétrique.

Les premières simulations indiquent que la dynamique 3D ne favorise pas l'explosion par rapport au cas 2D. Plusieurs études paramétriques ont montré que le caractère 3D ne facilite pas l'explosion puisque la luminosité critique nécessaire ne diminue pas en augmentant la dimensionnalité (Hanke *et al.*, 2012; Couch et Ott, 2013; Couch et O'Connor, 2014). Par ailleurs, l'échelle de temps de l'explosion augmente avec la résolution numérique (Hanke *et al.*, 2013; Abdikamalov *et al.*, 2015). Malgré ces premières conclusions décevantes, un regain d'optimisme est apparu avec la publication d'une deuxième série de résultats. Plusieurs groupes ont réussi à simuler des explosions 3D à partir de modèles ab-initio. Takiwaki *et al.* (2012, 2014) ont obtenu l'explosion d'un progéniteur de $11.2\,\mathrm{M}_\odot$ avec un transport IDSA, Müller (2015) avec une approximation du transport M1, Lentz *et al.* (2015) pour $15\,\mathrm{M}_\odot$ avec un transport « flux limited diffusion » et le groupe de Garching pour $9.6\,\mathrm{M}_\odot$ (Melson *et al.*, 2015b) et $20\,\mathrm{M}_\odot$ (Melson *et al.*, 2015a) avec un transport plus sophistiqué. Le résultat de Melson *et al.* (2015a) a été obtenu avec une modification de l'opacité des neutrinos en considérant un niveau d'étrangeté des nucléons au delà des limites théoriques et expérimentales (Hobbs *et al.*, 2016). Cet effet entraîne une modification de l'opacité de 10% suffisante à faire exploser le progéniteur. En plus d'illustrer les effets des incertitudes restantes sur la microphysique, cette simulation montre la proximité du seuil de l'explosion de précédents modèles calculés avec le même degré de réalisme (Hanke *et al.*, 2013). Il est intéressant de noter que l'explosion est plus précoce et l'énergie d'explosion instantanée plus élevée à 3D dans les simulations de Melson *et al.* (2015b) et de Müller (2015). La dynamique de ces progéniteurs légers est dominée par la convection. Dans ces deux cas l'interface entre matière descendante et ascendante est bien plus turbulente à 3D, ce qui a pour effet de ralentir plus fortement la matière en effondrement et de contenir une masse plus importante dans la région de gain. Ceci pourrait expliquer pourquoi l'explosion est favorisée à 3D dans ces deux cas. Ces effets seront discutés dans le chapitre 6 et comparés à un modèle idéalisé de la région de gain.

Le 3D permet le développement de modes instables absents dans le cas axisymétrique comme les modes spiraux de SASI (Blondin et Mezzacappa, 2007). Ces modes ont été observés à la fois dans des modèles avec transport simplifié (Fernández, 2010, 2015; Iwakami *et al.*, 2014b; Couch et O'Connor, 2014; Abdikamalov *et al.*, 2015) et des modèles plus sophistiqués (Hanke *et al.*, 2013; Melson *et al.*, 2015a). Le mode spiral de SASI pourrait faciliter l'explosion par rapport au cas 2D en réduisant de 20% la luminosité critique d'explosion (Fernández, 2015). Ce résultat, obtenu avec un modèle paramétrique simplifié, est lié à la capacité d'un mode spiral à générer davantage d'énergie cinétique non-radiale qu'un mode axisymétrique. Néanmoins la magnitude de cet écart diminue en augmentant la résolution. Contrairement aux conclusions de Iwakami *et al.* (2008), les travaux plus récents montrent que l'amplitude atteinte par SASI à 3D est au moins égale à celle du cas 2D (Hanke *et al.*, 2013; Fernández, 2015). Lentz *et al.* (2015) observent également le développement de SASI durant l'explosion d'un progéniteur de $15\,\mathrm{M}_\odot$, mais avec une amplitude plus limitée. Cardall et Budiardja (2015) ont associé les explosions dominées par SASI à un plus grand niveau de stochasticité. La luminosité critique d'explosion est définie précisément lorsque la convection domine mais ne l'est qu'à 20% près en présence de SASI. Ceci montre la nécessité de disposer d'un grand nombre de simulations 3D avec SASI pour en caractériser au mieux les conséquences.

1. une simulation de 50 millions d'heures équivaudrait à près de 5700 ans de calcul si elle était effectuée sur un seul processeur.

En l'absence de rotation et de champ magnétique, la poussée d'Archimède et les variations périodiques d'entropie et de vorticité causées par SASI nourrissent la turbulence sous le choc d'accrétion. La description de la turbulence induite par les instabilités est fondamentalement liée à la dimensionnalité. A 3D, l'énergie turbulente injectée aux grandes échelles est transférée aux petites échelles via une cascade d'énergie directe décrite par la théorie de Kolmogorov (Kolmogorov, 1941). A l'inverse, dans le cas 2D, une cascade d'énergie inverse se développe et transfère l'énergie aux plus grandes échelles (Kraichnan, 1967). Une loi de puissance en $l^{-5/3}$ décrit la cascade d'énergie directe à 3D dans une gamme d'échelles intermédiaires limitée par l'échelle d'injection et l'échelle de dissipation (e.g. Hanke *et al.*, 2012). A 2D, cette loi de puissance ne concerne que les grandes échelles. L'énergie injectée est également transportée vers les plus grandes échelles (figure 3.2). Cette différence explique pourquoi les simulations axisymétriques sont dominées par des mouvements à plus grande échelle spatiale que les modèles 3D, ce qui peut remettre en question la fidélité des résultats obtenus à 2D. En particulier, cette différence pourrait expliquer pourquoi les modèles 2D explosent plus facilement que leurs équivalents 3D. Cet argument sera testé et discuté dans la section 6.4.2.

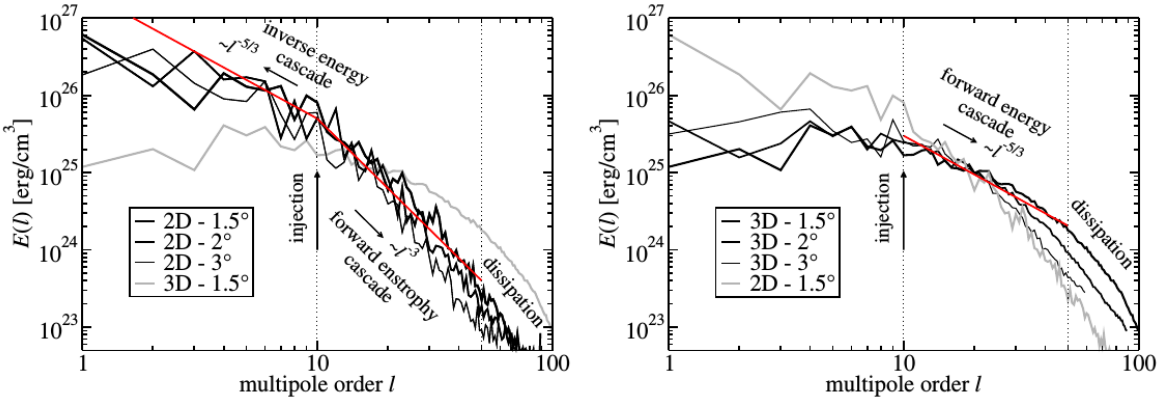


FIGURE 3.2 – Spectres d'énergie turbulente en fonction de l'ordre l des harmoniques sphériques pour plusieurs résolutions angulaires. Ces spectres ont été obtenus à partir de la décomposition en harmoniques sphériques de la vitesse azimutale à un rayon de 150 km et 440 ms après le rebond pour un progéniteur de $15\,M_\odot$. **A gauche** : des modèles 2D (en noir) avec différentes résolutions sont comparés à un modèle 3D (en gris). La cascade d'énergie inverse transfère l'énergie turbulente de l'échelle d'injection ($l \approx 10$) aux plus grandes échelles. **A droite** : des modèles 3D (en noir) avec différentes résolutions sont comparés à un modèle 2D (en gris). L'énergie turbulente est transférée de l'échelle d'injection à l'échelle de dissipation via une cascade d'énergie directe. Crédit : Hanke *et al.* (2012).

Enfin, il ne semble pas exister de déclencheur unique de l'explosion. Il s'agirait plutôt d'une combinaison de la convection, de la pression turbulente et de SASI (Janka *et al.*, 2016). Cela montre la nécessité d'une description physique détaillée de chacun des ingrédients hydrodynamiques. Si SASI pourrait favoriser l'explosion à 3D (Fernández, 2015), le déclenchement de la convection semble être facilité à 2D (Couch, 2013a). Nous proposerons au chapitre 6 une expérience physique et numérique qui remet en question le rôle a priori défavorable de la 3D sur ce dernier point.

3.2 Ingrédients physiques supplémentaires

La difficulté d'obtenir des explosions robustes à 3D suggère qu'au moins un ingrédient supplémentaire puisse jouer un rôle important et faciliter le succès des simulations. Les simulations de supernovæ résolvent un problème qui est en premier lieu un problème aux conditions initiales. La prise en compte de progéniteurs plus réalistes incluant les asymétries liées aux inhomogénéités de combustion dans les couches d'oxygène et de silicium (section 3.2.1) et l'effet de la rotation (section 3.2.2) pourrait réduire la fraction du flux de neutrinos nécessaire à l'explosion. L'exploration de ces effets est très récente et souffre des incertitudes des modèles théoriques et des observations à contraindre de telles conditions initiales.

3.2.1 Asymétries du progéniteur

La structure du progéniteur peut influencer le mécanisme d'explosion. Les conditions initiales utilisées dans les simulations de supernovæ proviennent de calculs d'évolution stellaire qui ne peuvent être menés qu'à 1D. La symétrie sphérique est habituellement brisée en perturbant aléatoirement la densité dans chaque cellule. Les inhomogénéités de convection associées à la combustion dans les couches d'oxygène et de silicium engendrent des conditions initiales naturellement multidimensionnelles. Couch et Ott (2013) ont montré un exemple où ces asymétries ont un effet comparable à la réduction de 2% de la luminosité critique des neutrinos pour déclencher l'explosion. Couch et Ott (2015) ont attribué cet effet à la turbulence de l'accrétion qui augmente la pression turbulente totale. Une exploration systématique à 2D de l'impact de l'amplitude et de la forme des perturbations sur la dynamique du choc a permis à Müller et Janka (2015) de montrer que les perturbations à grande échelle ($l = 2$, $l = 1$) sont les plus à même de remettre le choc en mouvement. De telles perturbations réduisent de plus de 10% la luminosité critique. Couch *et al.* (2015) ont simulé la convection du silicium restreinte à un octant durant les dernières minutes avant l'effondrement et ont montré l'effet positif des inhomogénéités de combustion sur la relance du choc par rapport au cas où les inhomogénéités sont moyennées en espace. A l'aide d'un modèle plus sophistiqué, Müller *et al.* (2016) ont montré que la combustion 3D de l'oxygène juste avant l'effondrement génère des structures à grande échelle ($l = 2$ à $l = 4$). La prise en compte de conditions initiales multidimensionnelles pourrait donc faciliter l'explosion. L'effet des asphéricités sur le développement des instabilités n'est pas clairement établi à ce jour (Müller et Janka, 2015). Une étude systématique de la combustion dans les derniers instants avant l'effondrement est nécessaire pour déterminer quels sont les progéniteurs les plus susceptibles de développer des asymétries à grande échelle.

3.2.2 Effets de la rotation

L'effet de la rotation modérée sur la dynamique est relativement peu étudié, notamment à 3D. Une rotation rapide est un ingrédient nécessaire des explosions magnétohydrodynamiques qui ne concernent qu'une petite fraction des supernovæ (voir section 1.4.2). La rotation favorise le développement du mode spiral de SASI tournant dans le sens du progéniteur (Blondin et Mezzacappa, 2007; Yamasaki et Foglizzo, 2008; Iwakami *et al.*, 2009). Yamasaki et Foglizzo (2008) ont montré à l'aide d'une analyse linéaire que le taux de croissance des modes spiraux instables croit linéairement avec le moment cinétique spécifique injecté. Iwakami *et al.* (2009) ont pointé le rôle de la rotation à augmenter le rayon du choc et l'amplitude de SASI. La rotation peut également faciliter l'explosion en réduisant la luminosité critique des

neutrinos nécessaire. Un moment cinétique spécifique de $6 \times 10^{15}\,\mathrm{cm}^2\,\mathrm{s}^{-1}$ réduit la luminosité critique de 10% (Iwakami *et al.*, 2014a; Nakamura *et al.*, 2014). Cette rotation correspond au moment cinétique équatorial à la surface d'un pulsar milliseconde de 10 km de rayon. Un tel moment cinétique est environ dix fois plus grand que les prédictions d'évolution stellaire avec champ magnétique ($\sim 5 \times 10^{14}\,\mathrm{cm}^2\,\mathrm{s}^{-1}$) et trois fois plus petit que celles sans champ magnétique ($\sim 2 \times 10^{16}\,\mathrm{cm}^2\,\mathrm{s}^{-1}$) (Heger *et al.*, 2005).

A des taux de rotation plus élevés, où la vitesse de rotation extrapolée à la surface d'un pulsar de 10 km excède la vitesse képlerienne, les simulations 3D montrent le développement de l'instabilité low-T/|W| en plus du mode spiral de SASI (Kuroda *et al.*, 2014; Takiwaki *et al.*, 2016). Ces instabilités caractérisées par un mode $m = 1$ ont une signature particulière en ondes gravitationnelles (Kuroda *et al.*, 2014). Kuroda *et al.* (2014) ont mis en lumière la superposition entre SASI due à un mécanisme advectif-acoustique (c.f. section 2.2.1) et low-T/|W|. Dans l'étude d'un progéniteur de $27\,\mathrm{M}_\odot$, connu pour être favorable au développement de SASI, la spirale induite par l'instabilité low-T/|W| apporte un gain d'énergie comparable au chauffage des neutrinos et déclenche ainsi l'explosion (Takiwaki *et al.*, 2016) (figure 3.3). Dans cette étude, l'explosion d'un progéniteur de $11.2\,\mathrm{M}_\odot$,dominé par la convection, n'est pas favorisée par ce même taux de rotation rapide.

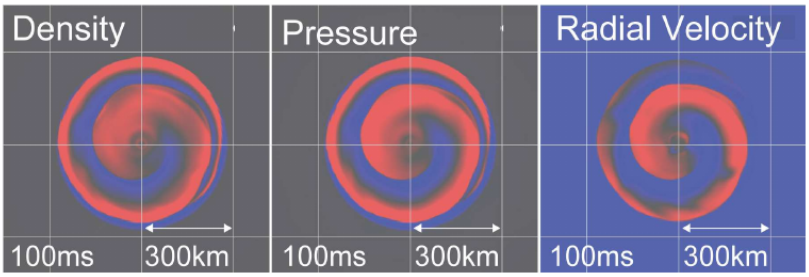


FIGURE 3.3 – Déviation de la densité (gauche), de la pression (milieu) et de la vitesse radiale (droite) à la valeur moyennée à chaque rayon. La spirale ouverte $m = 1$, possiblement caractéristique de low-T/|W|, a été obtenue dans une simulation d'un progéniteur de $27\,\mathrm{M}_\odot$ en rotation rapide. Crédit : Takiwaki *et al.* (2016).

3.3 Simulations numériques hydrodynamiques avec RAMSES

L'un des objectifs de cette thèse est d'améliorer la compréhension physique de certains phénomènes hydrodynamiques pour en caractériser au mieux le rôle dans une supernova. Face à la multiplicité des ingrédients physiques en jeu et la difficulté de les traiter ensemble avec le meilleur réalisme disponible, compte tenu des connaissances et des moyens disponibles, nous privilégierons l'utilisation de modèles simplifiés. Ces modèles permettront non seulement de se restreindre à la physique minimale nécessaire à la description des instabilités, mais en plus de mener des études paramétriques grâce au temps de calcul plus modeste. Dans la suite de ce chapitre, nous présentons les équations hydrodynamiques et les simplifications employées dans nos études (section 3.3.1), puis la méthode de simulation numérique utilisée pour étudier le régime non-linéaire des instabilités (section 3.3.2).

3.3.1 Équations hydrodynamiques

Dans toute la suite de cette thèse, nous ferons l'hypothèse que le fluide est un gaz parfait d'électrons relativistes et dégénérés dont l'indice adiabatique est $\gamma = 4/3$. Nous ne prendrons pas en compte le champ magnétique dont l'étude sort du cadre de cette thèse. L'évolution du fluide est décrite les équations de l'hydrodynamique. Ces équations expriment la conservation de la masse, la quantité de mouvement (appelée équation d'Euler) et l'énergie.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) + \nabla P = \rho \vec{g}, \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} (\rho e + P)) = \rho \vec{v} \cdot \vec{g} + \mathcal{L}. \tag{3.3}$$

Dans ces équations ρ est la densité, $\vec{v}$ est la vitesse, P la pression et e l'énergie interne. Le terme $\vec{g}$ correspond à la gravité. $\mathcal{L}$ représente les fonctions de chauffage et de refroidissement induites par les neutrinos. Ces fonctions sont proportionnelles à une puissance de la densité et de la pression. Nous considérerons uniquement le terme de refroidissement dans l'étude de SASI (chapitres 4 et 5) et celui de chauffage pour les simulations de convection (chapitre 6). Ces fonctions correspondent à la description la plus simple du transport des neutrinos (c.f. section 3.1.1).

L'équation d'état du gaz parfait permet de clore ce système d'équations et de calculer la valeur de la pression :

$$\frac{P}{\rho} = (\gamma - 1)e. \tag{3.4}$$

Nous utiliserons le cas $\gamma = 4/3$, ce qui est justifié dans la région sous le choc où la source de pression dominante est la pression de dégénérescence des électrons et des positrons. Cette approximation est moins valable à proximité de la PNS où l'équation d'état se raidit avec $\gamma \approx 2$, pour des densités proches de la densité de saturation nucléaire.

L'entropie du gaz parfait est définie à une constante additive près par :

$$S \equiv \frac{1}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{P}{\rho^\gamma} \right). \tag{3.5}$$

Dans les chapitres 4 et 5, l'équation de conservation de l'énergie sera remplacée par une équation équivalente décrivant l'évolution de l'entropie :

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) S = \frac{\mathcal{L}}{P}. \tag{3.6}$$

Enfin, pour les besoins de l'étude, nous rappelons la définition de la vitesse du son c :

$$c = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}, \tag{3.7}$$

du nombre de Mach $\mathcal{M}$:

$$\mathcal{M} = \frac{|v_r|}{c}, \tag{3.8}$$

et du terme de Bernoulli b :

$$b = \frac{v^2}{2} + \frac{c^2}{\gamma - 1} + \Phi. \tag{3.9}$$

3.3.2 Méthode des volumes finis

Pour calculer la solution des équations hydrodynamiques, il est indispensable d'utiliser la simulation numérique. Cette méthode permet de résoudre les équations sur une grille spatiale discrète et de manière itérative en ne considérant qu'un ensemble discret d'instants t^n espacés d'une durée Δt. La précision de la solution dépend non seulement de Δt et de la résolution spatiale notée Δx, mais aussi de l'algorithme utilisé pour la résolution à chaque pas de temps. En effet, toute méthode numérique est caractérisée par un compromis entre précision et vitesse de calcul. Les simulations réalisées pour cette thèse ont été effectuées avec une version modifiée du code de calcul RAMSES (Teyssier, 2002; Fromang *et al.*, 2006). Cette version modifiée n'utilise pas le raffinement adaptatif de maillage. Elle permet l'utilisation de coordonnées non cartésiennes (cylindriques et sphériques). RAMSES repose sur une méthode de résolution dite des « volumes finis » ou méthode de « Godunov ». Dans la suite de cette section, nous présentons les principaux points de la méthode de résolution. Nous reportons aux sections 4.2.2 et 6.2.2 les explications concernant les conditions initiales et aux limites des problèmes car ces aspects dépendent de l'instabilité étudiée : SASI ou la convection.

Schéma de Godunov

La méthode des volumes finis est construite sur le principe de conservation des grandeurs : masse, quantité de mouvement et énergie. Le schéma de Godunov garantit une très bonne résolution des discontinuités. C'est un outil adapté à la modélisation de la dynamique du choc.

Les équations (3.1) à (3.3) peuvent s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F}(\vec{u}) = 0, \tag{3.10}$$

où $\vec{u}$ représente le vecteur des grandeurs conservées :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho\vec{v} \\ E \end{pmatrix}, \tag{3.11}$$

et $\vec{F}(\vec{u})$ le flux de $\vec{u}$:

$$\vec{F}(\vec{u}) = \begin{pmatrix} \rho\vec{v} \\ \rho\vec{v} \otimes \vec{v} + P \\ (E+P)\vec{v} \end{pmatrix}. \tag{3.12}$$

La formulation 3.10 ne prend pas en compte les termes source (i.e. les termes de droite des équations 3.1 à 3.3). Les termes de gravité et de chauffage/refroidissement nécessitent un traitement séparé.

Dans le schéma de Godunov, les grandeurs sont discrétisées selon une grille spatiale (fixe dans notre cas). Le centre de la cellule (i, j, k) est défini par les coordonnés x_i, y_j et z_k et les centres de ses interfaces par $x_{i\pm1/2}$, $y_{j\pm1/2}$ et $z_{k\pm1/2}$. Le schéma utilise la valeur moyenne des grandeurs calculées sur le volume de chaque cellule pour une grille cartésienne :

$$X_{i,j,k} \equiv \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} \int_{z_{k-1/2}}^{z_{k+1/2}} X \, dxdydz. \tag{3.13}$$

Pour simplifier la description du schéma de Godunov, considérons un problème à une dimension spatiale (la direction x). En discrétisant l'équation 3.10 puis en l'intégrant en temps entre t^n et t^{n+1} et en espace sur la i-ème cellule, on obtient :

$$\int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} \left[u(x,t^{n+1}) - u(x,t^n)\right] dx + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \left[F(u(x^{i+1/2},t)) - F(u(x^{i-1/2},t))\right] dt = 0. \quad (3.14)$$

L'équation 3.14 peut se mettre sous la forme :

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{F_{i+1/2}^{n+1/2} - F_{i-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x}\Delta t, \quad (3.15)$$

où u_i^n représente la valeur de u moyennée sur la i-ème cellule (de taille Δx) à l'instant n, $F_{i+1/2}^{n+1/2}$ le flux à l'interface $i+1/2$ moyenné entre les instants t^n et t^{n+1} (avec $\Delta t = t^{n+1} - t^n$). Ainsi, la valeur u_i^{n+1} est obtenue de manière exacte en fonction de cette valeur à l'instant n et du flux aux interfaces de la cellule. La relation 3.15 garantit par construction la conservation de la masse, la quantité de mouvement et l'énergie.

Problème de Riemann

L'utilisation du schéma de Godunov nécessite de déterminer les flux ou échanges de grandeurs physiques aux interfaces pendant une durée Δt. Il s'agit d'un « problème de Riemann » qui consiste à résoudre l'advection de discontinuités de u aux interfaces pendant Δt. Cette étape correspond à l'unique calcul physique de la méthode des volumes finis. Les discontinuités sont résolues en considérant une superposition d'ondes qui satisfont localement les relations de conservation. Pour accélérer le temps de calcul, il est possible d'utiliser une solution approchée en ne résolvant qu'une partie des ondes.

Afin d'illustrer le problème de Riemann, considérons un problème académique d'advection d'une discontinuité à vitesse constante a, indépendante de u :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a\frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (3.16)$$

Les conditions initiales sont données par la fonction discontinue :

$$u(x,t=0) = u_0(x) = \begin{cases} u_L & : si\ x < 0, \\ u_R & : si\ x > 0. \end{cases} \quad (3.17)$$

La solution d'un tel problème s'écrit simplement :

$$u(x,t) = \begin{cases} u = u_L & : si\ x - at < 0, \\ u = u_R & : si\ x - at > 0. \end{cases} \quad (3.18)$$

La droite $x - at = 0$ est appelée droite caractéristique le long de laquelle la solution reste constante. Dans les équations hydrodynamiques complètes, trois types d'onde vont se propager : les ondes de raréfaction, de discontinuité de contact et de choc (figure 3.4). Une onde de raréfaction correspond à la détente du fluide en amont de la discontinuité, une onde de discontinuité marque la propagation de la discontinuité initiale et une onde de choc correspond à la compression du fluide en aval. Les équations d'hydrodynamiques (sans termes sources)

peuvent être linéarisées en un système d'équations semblable au problème d'advection (équation 3.16) :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + A\frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = 0, \tag{3.19}$$

où A est une matrice diagonalisable dont les valeurs propres représentent les pentes des droites caractéristiques des solutions des problèmes d'advection découplés. En réalité, le problème hydrodynamique est non-linéaire car les valeurs des vitesses dépendent de l'état courant $u(x,t)$. C'est pour cela qu'il est souvent préférable de chercher une solution approchée des équations d'Euler. Dans les simulations de cette thèse, nous utilisons le solveur de Riemann HLLD (Miyoshi et Kusano, 2005).

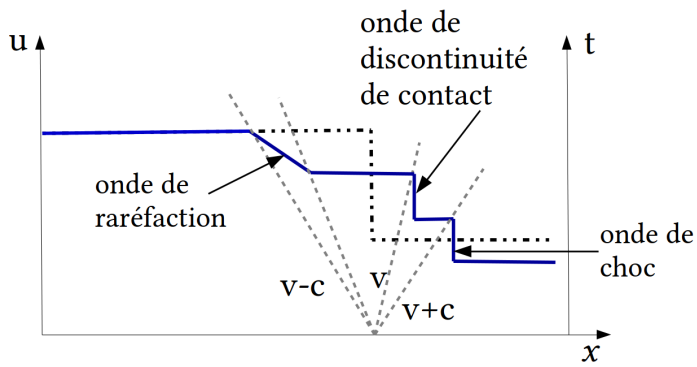


FIGURE 3.4 – La courbe en tirets-pointillés représente une condition initiale typique d'un problème de Riemann (équation 3.17). La courbe bleue représente une solution possible de l'advection de cette discontinuité initiale. La ligne en pointillés de coefficient directeur $v + c$ repère le mouvement de l'onde de choc, celle de coefficient directeur v le mouvement de la discontinuité de contact et celle de coefficient $v - c$ l'onde de raréfaction.

La méthode aux volumes finis utilise les valeurs moyennes des grandeurs définies aux centres des cellules. Avant de résoudre le problème de Riemann, il faut interpoler la valeur des grandeurs aux interfaces. Dans un schéma numérique d'ordre spatial un, on suppose que la valeur u est constante dans chaque cellule. Ce schéma est cependant peu précis car diffusif. Le code RAMSES utilise un schéma MUSCL (Monotone Upstream-Centered Scheme for Conservation Laws) d'ordre deux en espace. Dans ce cas, l'écoulement à l'intérieur d'une cellule est interpolé par une fonction linéaire. Pour éviter d'introduire des extrema indésirables, ce schéma utilise un limiteur de pentes, tel que le limiteur minmod employé dans nos simulations. Le schéma MUSCL procède à une intégration temporelle en deux étapes pour garantir une résolution d'ordre deux en temps. Une première étape prédictive estime l'état au temps $n + 1/2$ avant résolution du problème de Riemann. Dans une seconde étape, l'intégration temporelle de l'instant n à l'instant $n + 1$ est réalisée en utilisant le flux à l'instant $n + 1/2$. Par ailleurs, les termes sources sont également traités en deux étapes. L'évolution des quantités est d'abord calculée de manière conservative, sans termes sources. Puis les quantités sont mises à jour sous l'effet des termes sources. La gestion des termes sources est également d'ordre deux en temps.

Stabilité et condition CFL

La valeur du pas de temps d'intégration Δt doit être limitée pour garantir la stabilité du schéma numérique. Cette propriété signifie que la solution numérique est uniformément

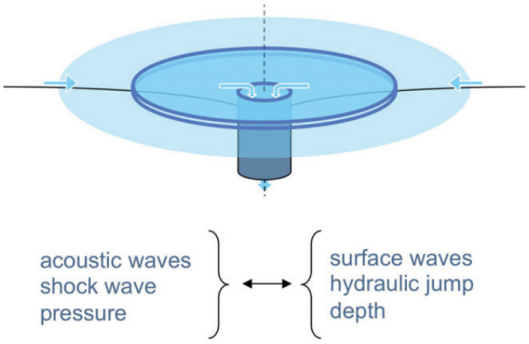


FIGURE 3.5 – L'eau est injectée vers l'intérieur depuis une fente circulaire. L'écoulement est uniforme et stationnaire. Un ressaut hydraulique est produit par la surface verticale d'un cylindre central. L'eau est évacuée en débordant par le bord supérieur de ce cylindre. Crédit : Foglizzo *et al.* (2015).

bornée. Elle est complémentaire de la convergence de la solution. La stabilité repose sur la condition CFL (pour Courant, Friedrichs, Lewy, (Courant *et al.*, 1928)) qui assure que l'information ne peut pas se propager sur plus d'une cellule en un pas de temps. Dans notre cas, la condition de stabilité s'écrit :

$$\Delta t \leq c_{\mathrm{CFL}} \frac{\Delta x}{v + c}. \tag{3.20}$$

où c correspond à la vitesse de l'onde la plus rapide et c_{CFL} le facteur de Courant tel que $c_{\mathrm{CFL}} < 1$. On utilisera $c_{\mathrm{CFL}} = 0.7$, valeur communément utilisée dans les simulations hydrodynamiques.

3.4 La fontaine aux supernovæ

Pour terminer ce chapitre, nous présentons une approche radicalement différente de la dynamique du choc basée sur une expérience en eau peu profonde (ou « shallow water experiment » en anglais). Cette expérience mise au point par Foglizzo *et al.* (2012) reproduit la dynamique de SASI dans une fontaine où l'eau joue le rôle du gaz du cœur stellaire en effondrement. L'expérience repose sur une analogie entre les vagues à la surface de l'eau et les ondes acoustiques dans le gaz stellaire (section 3.4.1). Cette analogie rend certaines propriétés de la dynamique du gaz bien plus intuitives et permet de confirmer expérimentalement des résultats de simulations numériques complexes (section 3.4.2). La simplicité de cette approche offre une manière originale de communiquer sur la théorie des explosions des étoiles massives auprès du grand public (3.4.3).

3.4.1 La dynamique de l'onde de choc : simple comme une fontaine à eau !

Dans cette expérience, les vagues à la surface de l'eau jouent le rôle des ondes acoustiques dans le cœur de fer en effondrement. L'eau est injectée radialement par une fente circulaire au bord externe de la fontaine. La vitesse à l'injection est super-critique (i.e. plus rapide que la vitesse locale des vagues), ce qui correspond à un effondrement supersonique. La forme hyperbolique du fond de la fontaine permet de confiner l'eau dans un potentiel Newtonien. L'eau est brutalement décélérée par les parois verticales d'un cylindre central et tombe par simple débordement au dessus du bord supérieur de ce cylindre (figure 3.5). Il s'agit d'un analogue de l'accrétion de matière refroidie sur la surface dure d'une PNS. Cette décélération crée un ressaut hydraulique qui est l'équivalent du choc d'accrétion stationnaire. D'une manière similaire à SASI (section 2.2), le ressaut hydraulique est sujet à une instabilité analogue

appelée « Shallow Water Analogue of a Shock Instability » (ou SWASI). Cette instabilité induit des oscillations de grande amplitude et à grande échelle du ressaut. Dans le régime non-linéaire, la dynamique peut être dominée par un mode spiral (figure 3.6). La ressemblance peut paraître spectaculaire tant les deux environnements sont différents :

- Dans le cas astrophysique, une onde de choc de 150 km de rayon soumise à un intense bombardement de matière en chute libre à un dixième de la vitesse de la lumière oscille avec une période typique de 30 ms. Cette matière, accélérée par le potentiel gravitationnel d'une étoile à neutrons, est composée d'électrons et de nucléons à des densités et pressions extrêmes.
- Dans le cas de l'expérience, un ressaut hydraulique de 15 cm de rayon oscille avec une période d'environ 3 s dans une fontaine où l'eau s'écoule sous des conditions « normales » de température et de pression.

La vertu de cette expérience est de reproduire avec de l'eau les mouvements de gaz induits par SASI dans le plan équatorial d'une étoile massive et de les convertir à des échelles humainement intelligibles. L'expérience est en effet un million de fois plus petite et l'échelle de temps cent fois plus lente que le gaz en effondrement.

La dynamique de l'eau dans la fontaine est décrite par un jeu d'équations dites de Saint-Venant, très similaires à celles du gaz parfait isentropique d'indice adiabatique $\gamma = 2$ (Foglizzo *et al.*, 2015) où la densité est remplacée par la hauteur totale de la couche d'eau H, et la vitesse du son $c_s = (\gamma P/\rho)^{1/2}$ par celle des vagues $c_w = (gH)^{1/2}$.

L'expérience diffère cependant du cas astrophysique pour des raisons liées à la nature spécifique de l'écoulement. Celui-ci n'est décrit que par deux variables, la hauteur H et la vitesse v. Il n'y a pas d'équivalent de l'entropie. Les effets de poussée d'Archimède ne sont pas pris en compte dans la fontaine, ne permettant ni le développement de la convection à l'échelle de la région de gain, ni à plus petite échelle celui de l'instabilité parasite de Rayleigh Taylor qui contribue à saturer non linéairement SASI (Guilet *et al.*, 2010). Par ailleurs, la traînée visqueuse sur le fond joue un rôle de freinage, notamment dans la région la moins profonde, sans équivalent astrophysique. L'effet de la viscosité sur la dynamique est mineur dans la région sous le ressaut (Foglizzo *et al.*, 2015). Enfin, ce modèle d'équations en eau peu profonde fait une hypothèse sur le profil vertical de la couche d'eau. Il peut être idéalisé par une vitesse verticale uniforme en l'absence de viscosité. Dans le cas contraire, une condition de non-glissement sur le fond induit un profil vertical non uniforme qui dépend de la nature de l'écoulement : laminaire ou turbulent.

Toutes ces limitations peuvent apparaître incompatibles avec l'analogie. Cependant, le mécanisme qui régit l'instabilité est remarquablement similaire à SASI. En effet, un couplage entre les ondes de surface et les perturbations de vorticité produit un cycle entre le ressaut et le bord interne, similaire au cycle advectif-acoustique, bien que les effets d'entropie n'interviennent pas dans ce cycle. Les analyses perturbative et numérique du modèle en eau peu profonde reproduisent fidèlement la fréquence d'ocillation mesurée expérimentalement (Foglizzo *et al.*, 2012) et confirment la nature advective-acoustique du mécanisme (ici le cycle est tourbillonaire-vagues de surface). L'expérience offre un point de vue alternatif sur la physique de SASI. Le modèle de Saint-Venant inviscide est sans aucun doute la formulation la plus simple de la dynamique de SASI. Leur résolution analytique et numérique peut être considérée indépendamment de l'expérience qui est plus complexe. Néanmoins, les phénomènes purement hydrauliques comme la traînée visqueuse peuvent être pris en compte dans la résolution numérique via une paramétrisation appropriée. La sensibilité des résultats à une paramétrisation donnée peut être testée numériquement et confrontée à l'expérience (Foglizzo

et al., 2015). La fontaine est un outil précieux pour l'étude de SASI car l'expérience est plus propice à l'intuition que la simulation numérique astrophysique et permet une exploration plus rapide de certains paramètres.

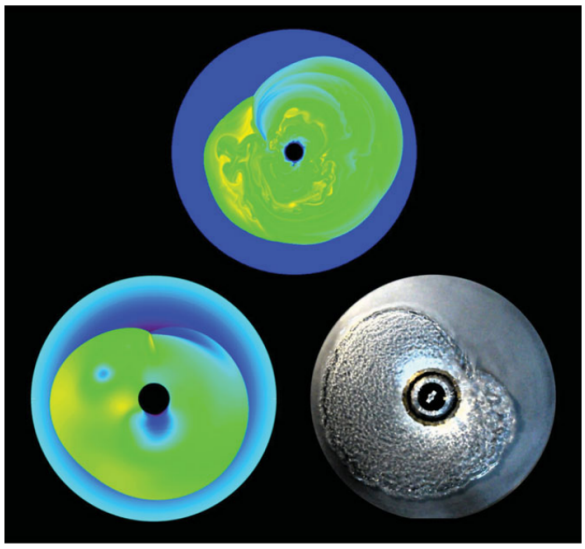


FIGURE 3.6 – La forme du ressaut hydraulique observé dans le régime non-linéaire de SWASI (droite) est similaire à la forme observée dans le modèle en eau peu profonde (gauche) et à celle de SASI dans une simulation de l'accrétion cylindrique d'un gaz avec refroidissement dû aux neutrinos (haut, c.f. chapitre 4). Crédit : Foglizzo *et al.* (2015).

3.4.2 Une expérience pour étudier les supernovæ

La fontaine aux supernovæ s'intègre pleinement dans les efforts entrepris pour mieux comprendre les phénomènes hydrodynamiques qui régissent l'écoulement post-choc et favorisent le déclenchement de l'explosion. Elle a confirmé expérimentalement la réalité de SASI (Foglizzo *et al.*, 2012), observée jusqu'alors dans des simulations numériques. Le formalisme des équations en eau peu profonde est complémentaire des simulations astrophysiques de modèles plus complets car il rend certaines propriétés plus abordables. Le modèle s'affranchit par exemple des effets de poussée d'Archimède présents dans la dynamique de SASI. Ainsi l'instabilité de Rayleigh-Taylor est absente et seule l'instabilité de Kelvin-Helmholtz associée à la fragmentation de vorticité entre en compte dans le mécanisme de saturation de SASI (voir section 4.5). Ceci permet de simplifier l'étude de la saturation de SASI par rapport au modèle du gaz parfait.

Le régime non-linéaire de SWASI peut être dominé par un mode spiral. L'émergence d'un mode spiral à partir d'un mode de balancement est un problème complexe que nous étudierons dans le chapitre suivant (section 4.3). En particulier, l'échelle de temps de la formation d'une spirale conditionne la redistribution de moment cinétique par SASI (c.f. section 5.4). Le mode spiral ne peut agir sur le spin que s'il parvient à dominer la dynamique avant le déclenchement de l'explosion. Le développement en cours d'une nouvelle expérience tournant sur elle-même permettra de caractériser l'effet de la rotation sur la dynamique du mode spiral et la redistribution de moment cinétique (Foglizzo *et al.*, 2015). Une telle étude sera complémentaire des simulations numériques du gaz parfait effectuées dans cette thèse (c.f. chapitre 5).

Les résultats expérimentaux les plus récents observés dans une fontaine en rotation suggèrent que le modèle de Saint Venant offre un cadre simplifié susceptible d'améliorer aussi notre compréhension de l'instabilité de corotation « low-T/|W| » (voir section 2.3).

3.4.3 Un outil à vocation pédagogique

La singularité de l'expérience en fait un outil idéal de vulgarisation de la recherche sur les supernovæ. D'une part, le public s'approprie plus aisément les échelles spatiales et temporelles de la dynamique de SWASI que celles de SASI. D'autre part, l'expérience utilise l'un des éléments les plus familiers de notre vie quotidienne : l'eau. Le mélange d'électrons, de nucléons libres et de neutrinos est bien plus difficile à expliquer au grand public. La comparaison entre l'expérience et l'évier de cuisine permet d'expliquer l'analogie avec une onde de choc. Cela facilite la définition du régime supersonique, visualisé dans l'expérience par l'impossibilité des vagues à remonter l'écoulement.

Une version de l'expérience SWASI a été exposée au Palais de la Découverte entre Décembre 2013 et Février 2014. Une équipe de douze chercheurs dont je faisais partie était chargée de présenter à tour de rôle l'expérience aux visiteurs du musée. Nous avons présenté l'expérience à plus de 2000 personnes lors d'exposés de 40 minutes (figure 3.7). Cette expérience de physique, mise au point récemment, a permis de communiquer au public une partie de l'état de l'art de la recherche sur les supernovæ.

FIGURE 3.7 – Présentation de l'expérience SWASI au Palais de la Découverte en 2014 par Rémi Kazeroni. Crédit : Foglizzo *et al.* (2015).

Parmi les points abordés dans les exposés, nous avons insisté sur le rôle de la dynamique multidimensionnelle dans le déclenchement de l'explosion. En lâchant deux balles rebondissantes, une légère au dessus d'une plus lourde, nous avons illustré le concept de rebond quasi-élastique spectaculaire à visualiser dans ce cas. Cette introduction permettait d'expliquer que la solution naïve du rebond élastique ne s'applique pas aux supernovæ. L'analogie avec SASI nous a permis d'évoquer des questions de recherche très actuelles comme le rôle des instabilités pour augmenter le flux de neutrinos intercepté, le kick des étoiles à neutrons ou encore la formation d'un mode spiral et la redistribution de moment cinétique. La fontaine permet de faire abstraction de la complexité des ingrédients physiques tels que les neutrinos, la physique nucléaire ou la dynamique du gaz pour se concentrer sur la mécanique des fluides. La simplicité de la fontaine aux supernovæ en fait à la fois un instrument de recherche original

mais aussi un outil de vulgarisation sur des thématiques de recherche contemporaines.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté plusieurs niveaux d'approche de l'étude des supernovæ, en partant des modèles ab initio jusqu'à l'expérience SWASI. En dépit de l'amélioration du traitement des ingrédients physiques, les simulations complexes n'apportent pas de réponse définitive sur le mécanisme d'explosion des supernovæ. D'une part les explosions obtenues à 2D sont sous-énergétiques d'un ordre de grandeur. D'autre part, l'ajout de la 3D ne facilite l'explosion que dans deux cas à ce jour. Les simulations axisymétriques montrent la diversité des scénarios menant à l'explosion, en fonction de l'instabilité dominante : la convection ou SASI. Cette diversité semble être confirmée par les récentes simulations 3D ab initio, même si les propriétés de la cascade d'énergie sont très différentes. Les prochaines simulations devraient bénéficier de progéniteurs plus propices à l'explosion grâce à la prise en compte des inhomogénéités de combustion et de la rotation.

Pour anticiper l'effet d'un paramètre comme la rotation ou décrire correctement la dynamique non-linéaire d'une instabilité, il est indispensable d'utiliser des modèles simplifiés. Les modèles complexes sont trop coûteux pour les besoins d'une exploration rapide d'un espace de paramètres. L'expérience SWASI trouve ainsi sa place en tant qu'outil d'exploration de la physique des instabilités, notamment grâce à la simplicité du modèle en eau peu profonde. Les modèles hydrodynamiques simulés à l'aide du code `RAMSES` nous permettront d'analyser en profondeur les régimes non-linéaires des instabilités hydrodynamiques. Nous tenterons de caractériser certains aspects mal-connus tels que la formation de modes spiraux de SASI (chapitre 4), l'impact de la rotation modérée sur la dynamique du choc (chapitre 5) et le déclenchement non-linéaire de la convection par des perturbations de grande amplitude (chapitre 6).

Chapitre 4

Étude du régime non-linéaire de SASI

« Dieu ne joue pas aux dés. »

— Albert Einstein

Sommaire

4.1 Introduction **57**
4.2 Un modèle simplifié **58**
4.2.1 Modèle physique 58
4.2.2 Modèle numérique 61
4.2.3 Étude du régime linéaire 63
4.3 L'émergence d'un mode spiral est-elle systématique ? **65**
4.3.1 Un rapport de rayons déterminant 66
4.3.2 Échelle de temps de formation d'un mode spiral 67
4.3.3 Inversion du sens de rotation du mode spiral 68
4.3.4 Différences entre modes spiraux et modes axisymétriques 69
4.3.5 Vers une description du mécanisme de brisure de symétrie 71
4.4 Robustesse du modèle **72**
4.4.1 Influence du bord interne 72
4.4.2 Stochasticité du régime non-linéaire 75
4.5 Amplitude de saturation de SASI **77**
4.5.1 Instabilités parasites 77
4.5.2 Un mécanisme de saturation plus fortement non-linéaire ? 78
4.6 Conclusion **79**
4.7 Perspectives **80**
4.7.1 SASI dans les modèles plus réalistes 80
4.7.2 Impact de la dimensionnalité 81

4.1 Introduction

L'instabilité du choc d'accrétion stationnaire (SASI), découverte par Blondin *et al.* (2003) pourrait jouer un rôle crucial dans le mécanisme d'explosion aidée par les neutrinos. Le dé-

veloppement de SASI dans un écoulement radial met en jeu deux brisures de symétrie successives. Dans un premier temps, la symétrie sphérique du choc est brisée par une instabilité linéaire et donne lieu à la croissance d'un mode de balancement (appelé sloshing) dans une direction aléatoire, qui peut être vu comme la somme de deux ondes spirales tournant en sens opposés. Dans un deuxième temps, le mouvement de balancement peut se transformer en un mouvement de rotation car l'une des deux spirales pourrait prendre le pas sur l'autre. Les conséquences de cette deuxième brisure de symétrie sont potentiellement importantes car elle peut modifier l'amplitude des oscillations du choc et mettre en rotation l'étoile à neutron même si l'étoile progénitrice ne tourne pas (Blondin et Mezzacappa, 2007). Dans quelles circonstances cette deuxième brisure de symétrie peut elle se développer suffisamment vite pour avoir des conséquences significatives ? Ce phénomène non linéaire se développe-t-il sur une échelle de temps comparable au temps de croissance linéaire qui caractérise la phase linéaire de SASI ? Ou plutôt sa période d'oscillation ?

L'objet de ce chapitre est de caractériser la formation non-linéaire d'un mode spiral. Cette analyse utilise un modèle simplifié centré sur la dynamique de SASI dans un flot d'accrétion stationnaire avec refroidissement mais sans chauffage (section 4.2). Si la première brisure de symétrie est bien comprise (Foglizzo *et al.*, 2007; Guilet et Foglizzo, 2012), le mécanisme non-linéaire à l'origine de la seconde est plus incertain. Les premières simulations de SASI ont montré que l'onde de choc est déformée par un mode de balancement, dont le développement est imposé par la symétrie du modèle numérique (Blondin *et al.*, 2003; Blondin et Mezzacappa, 2006; Ohnishi *et al.*, 2006). La dynamique est susceptible d'être modifiée à 3D par le développement d'un mode spiral qui imprime un mouvement de rotation au gaz post-choc (Blondin et Mezzacappa, 2007; Fernández, 2010). L'étude paramétrique d'un modèle simplifié (section 4.2) révèle que l'apparition d'un mode spiral n'est pas systématique (section 4.3). Cette étude quantifie l'échelle de temps de la formation d'un mode spiral. Elle permet également de comparer les propriétés respectives des modes spiraux et axisymétriques sans modifier la géométrie ni la dimensionnalité du problème. Nous testerons ensuite la robustesse de nos résultats vis à vis de la stochasticité de SASI et des approximations numériques (section 4.4).

La redistribution de moment cinétique par un mode spiral dépend de l'amplitude de saturation non-linéaire de l'instabilité (Guilet et Fernández, 2014). L'estimation de cette amplitude est un problème complexe. D'après l'approche quasi-linéaire de Guilet *et al.* (2010), elle repose sur l'interaction entre SASI et des instabilités parasites comme Rayleigh-Taylor et Kelvin-Helmholtz. Nos simulations révèlent les limites de la description quasi-linéaire du mécanisme de saturation, notamment pour les cavités post-choc étendues (section 4.5).

4.2 Un modèle simplifié

4.2.1 Modèle physique

Écoulement stationnaire

Notre étude de SASI repose sur un formalisme simplifié n'incluant que les ingrédients physiques indispensables au développement de l'instabilité. L'écoulement stationnaire décrit dans cette section est une approximation de l'accrétion de matière sur la PNS pendant les quelques centaines de millisecondes de la phase où le choc est stationnaire à un rayon d'environ 150 km. Nous restreignons l'étude au plan équatorial d'une étole massive, décrit en géométrie cylindrique. Ce choix autorise les mouvements non-axisymétriques en 2D et permet de réduire

considérablement les coûts de calcul par rapport à un modèle 3D sphérique. Dans ce modèle, la matière supersonique tombe radialement avec une vitesse de chute libre $v_{\rm ff} \equiv \sqrt{2GM_{\rm NS}/r}$. L'effet de la rotation du progéniteur sera pris en compte dans le prochain chapitre. Le gaz est brutalement décéléré par un choc d'accrétion stationnaire, de rayon initial $r_{\rm sh}$. Le gaz subsonique est ensuite continuellement décéléré pour être accrété à la surface d'une proto-étoile à neutrons de rayon r_*. La dynamique de l'intérieur de la PNS n'est pas considérée et sa surface marque le bord interne du domaine de simulation. Le gaz est supposé comme parfait avec un indice adiabatique $\gamma = 4/3$. Nous négligerons les processus de chauffage afin d'étudier SASI en l'absence de convection, mais au détriment d'un meilleur réalisme. L'effet du refroidissement est paramétrisé par une fonction $\mathcal{L}$ dépendant de la densité et de la pression (Houck et Chevalier, 1992) :

$$\mathcal{L} = A\rho^{\beta-\alpha}P^{\alpha}. \tag{4.1}$$

Le choix des coefficients : $\alpha = 3/2$ et $\beta = 5/2$, proposé par Blondin et Mezzacappa (2006) correspond aux pertes d'énergie par émission de neutrinos. D'après Janka (2001), on a $\mathcal{L} \propto \rho T^6 \propto \rho P^{3/2}$. Cette paramétrisation est moins valide à proximité de la PNS où l'équation d'état se raidit. Dans ce cas, il est possible d'utiliser les coefficients $\alpha = 6$ et $\beta = 1$, compatibles avec $P \propto \rho T$ (Blondin et Mezzacappa, 2006). Si $\alpha - \beta < 0$, l'efficacité du refroidissement augmente avec le refroidissement, ce qui conduit à un emballement du processus et le temps d'accrétion à la surface de la PNS est fini. Dans le cas contraire, l'efficacité du refroidissement diminue à mesure que le gaz se refroidit et le temps d'accrétion devient infini (Foglizzo *et al.*, 2007). Le choix des coefficients modifie la structure du flot stationnaire et les taux de croissance de SASI. La valeur de ce ratio est fixée par l'intensité du chauffage décrite par la constante A. Dans toute la suite de cette thèse, nous ne considérerons que le cas $\alpha = 3/2$ et $\beta = 5/2$.

Le taux d'accrétion de masse $\dot{M} = 0.3\,\mathrm{M}_\odot\,\mathrm{s}^{-1}$ est constant pour garantir le caractère stationnaire du choc à 1D. L'autogravité du gaz est négligée et la gravité est décrite par un potentiel Newtonien Φ :

$$\Phi \equiv -\frac{GM_{\rm NS}}{r}. \tag{4.2}$$

Le potentiel considéré est celui d'une masse ponctuelle correspondant à la masse de l'étoile à neutrons $M_{\rm NS}$, constante pendant la durée de la simulation. Cette approximation est justifiée par les deux points suivants. D'une part, la masse du gaz post-choc, environ $0.1\,\mathrm{M}_\odot$, est bien plus petite que celle de la PNS : $1.3 - 1.4\,\mathrm{M}_\odot$. D'autre part, le taux d'accrétion considéré pendant les quelques centaines de millisecondes couvertes par la simulation ne modifie guère la masse de la PNS. Enfin, la contraction de la PNS n'est pas prise en compte dans les simulations. En effet, le rayon de la neutrinosphère varie lentement devant l'échelle de temps de SASI dans les simulations plus réalistes (Marek et Janka, 2009).

Le choc est considéré comme adiabatique, ce qui revient à négliger la dissociation nucléaire qui réduirait significativement les taux de croissance de SASI, voire même la stabiliserait (Fernández et Thompson, 2009b). Les grandeurs physiques sous le choc sont reliées aux grandeurs pré-chocs par les relations de Rankine-Hugoniot :

$$\kappa \equiv \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1+2\mathcal{M}_1^{-2}}, \tag{4.3}$$

$$\mathcal{M}_2 = \left[\kappa\left(\gamma + \frac{1}{\mathcal{M}_1^2}\right) - \gamma\right]^{-1/2}, \tag{4.4}$$

où les indices 1 et 2 correspondent respectivement aux quantités en amont et en aval du choc. Dans la limite d'un choc fort ($\mathcal{M}_1 \to \infty$), les relations de saut deviennent : $\kappa \to (\gamma+1)/(\gamma-1) = 7$ et $\mathcal{M}_2 \to \sqrt{(\gamma-1)/(2\gamma)} \approx 0.35$. Nous considérons un nombre de Mach incident $\mathcal{M}_1 = 5$ plus réaliste et qui ne modifie guère les propriétés de SASI par rapport au cas $\mathcal{M}_1 \to \infty$ (Fernández et Thompson, 2009b).

En amont et en aval du choc, la dynamique est décrite par la version stationnaire et à symétrie sphérique des équations de conservation de la masse (3.1) et de la quantité de mouvement (3.2) et de l'équation d'entropie (3.6).

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) = 0, \tag{4.5}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v^2}{2} + \frac{c^2}{\gamma-1} - \frac{GM_{\rm NS}}{r}\right) = \frac{\mathcal{L}}{\rho v}, \tag{4.6}$$

$$\frac{\partial S}{\partial r} = \frac{\mathcal{L}}{Pv}. \tag{4.7}$$

L'équation 4.6 est dérivée de l'équation de conservation de la quantité de mouvement (3.2) et de la relation suivante :

$$\frac{\nabla P}{\rho} = \nabla\left(\frac{c^2}{\gamma-1}\right) - \frac{c^2}{\gamma}\nabla S, \tag{4.8}$$

elle même obtenue à partir des définitions de la vitesse du son et de l'entropie. Ce modèle d'écoulement stationnaire possède trois paramètres libres qui sont l'indice adiabatique γ, le nombre de Mach pré-choc $\mathcal{M}_1$ et le rapport $r_{\rm sh}/r_*$ (relié à la normalisation A). Nous posons à présent :

$$R \equiv \frac{r_{\rm sh}}{r_*}. \tag{4.9}$$

Durant la phase du choc stationnaire, le choc s'immobilise à un rayon de $150-200\,$km tandis que la neutrinosphère se contracte de 80 km à 30 km. Dans les phases où SASI domine la dynamique, le rapport de rayon R est généralement compris entre $R \approx 2$ (Couch et O'Connor, 2014) et $R \approx 4$ (Marek et Janka, 2009). De telles estimations sont obtenues en moyennant les rayons du choc et de la PNS. Les grandeurs du code `RAMSES` sont adimensionnées. Pour convertir nos résultats en unités physiques, nous utiliserons les valeurs suivantes : $r_* = 50\,$km, $M_{\rm NS} = 1.3\,{\rm M}_\odot$ et $\dot{M} = 0.3\,{\rm M}_\odot\,{\rm s}^{-1}$ qui sont typiques de la phase du choc stationnaire.

Intégration numérique

La principale difficulté de la résolution numérique des équations 4.5 à 4.7 provient de l'intégration au bord interne du domaine. En effet, la surface de la PNS constitue un point singulier puisque la vitesse radiale d'advection s'y annule. Dans une analyse linéaire, une telle condition permet de déterminer les modes propres de SASI (Foglizzo *et al.*, 2007). En revanche, cela pose un problème pour l'intégration numérique car la densité et la pression divergent en ce point. Pour contourner cette difficulté, nous utilisons un changement de variable. L'intégration est effectuée en fonction de $\log(\mathcal{M})$ et non pas en fonction du rayon. Le changement de variable est défini par la relation suivante :

$$\frac{d\log(\mathcal{M})}{dr} = \frac{\gamma-1}{2\left(1-\mathcal{M}^2\right)}\left[\left(1+\gamma\mathcal{M}^2\right)\frac{\mathcal{L}}{\gamma P v} - \frac{1+\frac{2}{\gamma-1}}{c^2}\frac{GM_*}{r^2} - \frac{1}{r}\left(\mathcal{M}^2 + \frac{2}{\gamma-1}\right)\right]. \tag{4.10}$$

Ce changement ne s'applique qu'au calcul de l'écoulement stationnaire. L'intégration est effectuée avec une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 et est arrêtée au niveau de la surface de la PNS lorsque le nombre de Mach est de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-2}.

Pour calculer le flot stationnaire, il est nécessaire de déterminer la normalisation A qui correspond au rapport R choisi. Nous procédons par dichotomie en intégrant le système d'équations 4.5, 4.6 et 4.7 jusqu'à obtenir une valeur de R qui soit satisfaisante à 10^{-6} près. La figure 4.1 montre les profils radiaux de v_r, c, ρ et S calculés pour $R = 2$ et $R = 3$. On observe que la vitesse radiale diminue de plus en plus rapidement en s'approchant de la surface de la PNS jusqu'à s'annuler au niveau de celle-ci. Ceci est dû à un refroidissement de plus en plus efficace induit par la divergence de la densité et de la pression. Par ailleurs, l'écoulement est presque adiabatique dans une grande partie de la région post-choc car l'effet du refroidissement est négligeable sauf au bord de la PNS.

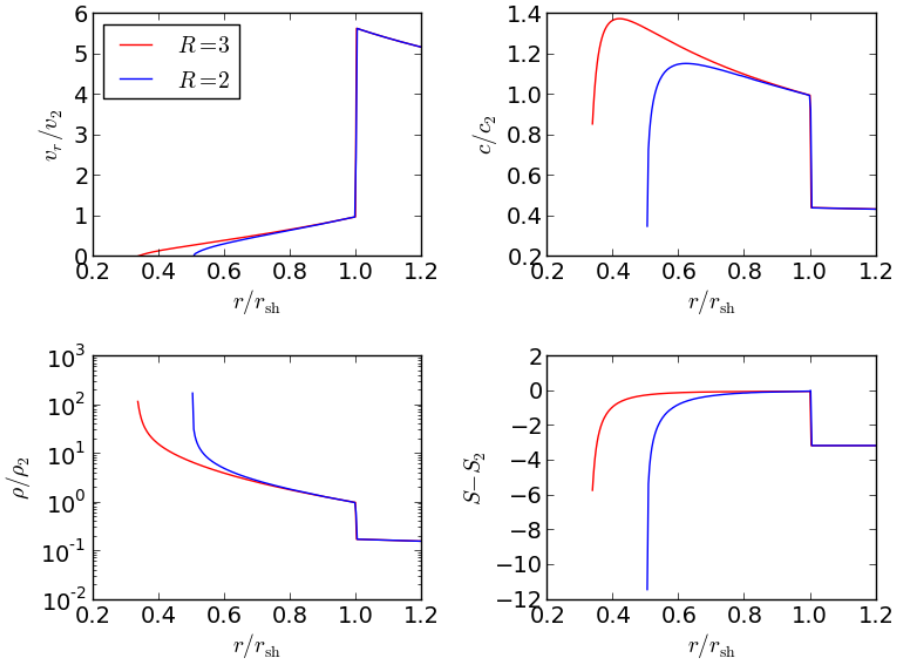


FIGURE 4.1 – Profils de l'écoulement stationnaire pour $R = 2$ (bleu) et $R = 3$ (rouge). Les graphiques montrent le profil de la valeur absolue de la vitesse radiale (en haut à gauche), de la vitesse du son (en haut à droite), de la densité (en bas à gauche) et de l'entropie (en bas à droite). Les trois premières quantités sont normalisées par la valeur sous le choc tandis que l'entropie sous le choc est soustraite au profil d'entropie. L'abscisse correspond au rayon normalisé par le rayon du choc.

4.2.2 Modèle numérique

Dans cette section, nous nous intéressons au calcul numérique de l'évolution temporelle de la solution. Les caractéristiques générales du code `RAMSES` ont été décrites dans la section 3.3. Nous nous concentrons ici sur les particularités de la résolution numérique de la dynamique de SASI. Le plan équatorial de l'étoile massive est repéré en coordonnées cylindriques (r, ϕ). Le domaine est périodique en $\phi = 0$ et $\phi = 2\pi$. L'extension radiale du domaine est délimitée par : $r_* < r < r_{\rm out}$. La condition limite au bord supérieur correspond à une injection stationnaire.

Les valeurs imposées dans les cellules fantômes supérieures sont celles déterminées à l'instant initial (section 4.2.1). Le bord externe est situé suffisamment loin pour éviter toute interaction du choc avec la condition limite : $r_{\rm out} \sim 3 - 6\, r_{\rm sh}$, selon la vigueur de l'instabilité. Au bord interne, nous utilisons une condition réflexive. Les cellules fantômes internes sont remplies selon une symétrie miroir par rapport au bord interne, à l'exception de la vitesse radiale qui suit une antisymétrie miroir. Cela permet d'annuler la vitesse radiale au bord interne pour imiter l'accrétion de matière sur la surface de la proto-étoile à neutrons. Ces conditions aux limites ont déjà été utilisées dans l'étude de SASI par Blondin et Mezzacappa (2006) et Fernández et Thompson (2009b). Nous discuterons l'effet de la condition limite interne dans la section 4.4.1.

La résolution numérique typique utilisée est de 600 cellules dans la direction radiale et 1000 dans la direction azimutale. Le nombre de cellules dans la direction radiale varie de 540 à 1300 afin de conserver une résolution constante entre le choc et le bord interne [1] lorsque R varie et de tenir compte de l'éloignement du bord externe. Comme nous le verrons dans la section suivante, une telle résolution est nécessaire pour garantir un bon accord avec l'analyse perturbative du régime linéaire de SASI. La géométrie 2D cylindrique nous permet d'utiliser significativement plus de cellules dans la direction azimutale qu'à 3D (e.g. 176 pour Hanke *et al.* (2013)).

En l'état actuel, la nature de la fonction de refroidissement conduit à un raidissement des gradients de densité et de pression au bord interne qui induit un accroissement du refroidissement et donc une nouvelle augmentation de la densité et de la pression. L'emballement de ce processus physique provoque une divergence de la solution déterminée par `RAMSES` dans les cellules radiales du bord interne. La difficulté numérique réside dans la façon de moyenner cette divergence sur la première cellule. Pour résoudre ce problème, nous utilisons une fonction de coupure qui permet d'éteindre le refroidissement en deçà d'un certain niveau d'entropie. Cette méthode, employée notamment par Fernández et Thompson (2009b) et Fernández (2015), consiste à multiplier la fonction de refroidissement $\mathcal{L}$ par une fonction gaussienne de l'entropie :

$$\mathcal{L}_c \equiv \mathcal{L} \exp\left[\left(-\frac{S}{k\, S_{\rm min}}\right)^2\right], \tag{4.11}$$

où $S_{\rm min}$ représente la valeur de l'entropie à $r = r_*$ et k un paramètre permettant d'ajuster le seuil de déclenchement de la coupure. En pratique, nous prenons $k = 0.66$ si $R \geq 3$ et $k = 1$ sinon. La fonction de coupure a un effet marginal sur la structure du flot stationnaire post-choc (voir figure 4.2). Le rayon de décélération maximale de l'écoulement correspond à l'endroit où le refroidissement est le plus fort (Scheck *et al.*, 2008). En présence d'une coupure, il augmente très légèrement, à savoir de la distance sur laquelle le refroidissement est éteint. La fonction de coupure modifie les taux de croissance de SASI de moins de 5% tandis que les fréquences d'oscillation sont inchangées (Fernández et Thompson, 2009b).

Une fois le flot initial relaxé sur la grille, au bout de quelques centaines de pas de temps, SASI est déclenchée par l'injection d'une perturbation de densité et non pas par le bruit numérique lié aux erreurs de troncatures. En effet, le code hydrodynamique ne génère que des perturbations numériques radiales, alors que SASI n'est généralement instable qu'à des perturbations non-radiales. Nous déclenchons les modes spiraux instables $m = \pm 1, \pm 2$ en injectant au bord externe du domaine deux perturbations de densité à l'équilibre de pression

1. Dans le cas $R = 3$, on utilise 150 cellules dans la direction radiale entre le bord de la PNS et le choc.

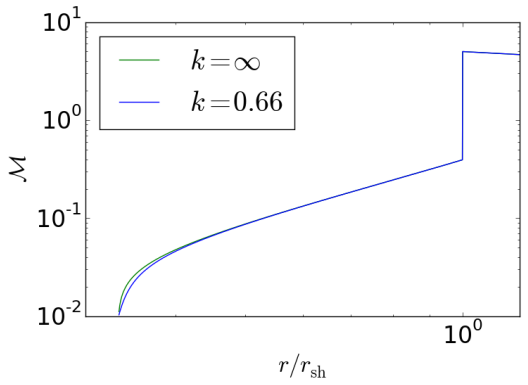


FIGURE 4.2 – Le profil radial du nombre de Mach $\mathcal{M}$ dépend marginalement du choix de la coupure en entropie. La courbe verte correspond au cas sans coupure ($k = \infty$) et la courbe bleue à la coupure utilisée dans les simulations ($k = 0.66$) pour $R = 3$. L'abscisse correspond au rayon normalisé par le rayon du choc.

de la forme :

$$\delta\rho_{\pm}\,(\phi, t) \equiv \delta\rho_0\,(1 \pm \epsilon)\cos\,(\omega_r\, t \mp m\,\phi), \tag{4.12}$$

où $\delta\rho_0$ désigne l'amplitude de la perturbation et ω_r la fréquence d'oscillation de SASI. Le coefficient ϵ permet de définir le degré d'asymétrie entre les deux modes spiraux. Dans notre modèle cylindrique, les perturbations peuvent être décrites par une décomposition en série de Fourier dans la direction azimutale et en temps :

$$\delta A(r, t) \equiv \mathrm{Re}\left(\sum_m \tilde{c}_m(r, t)\, e^{-i(\omega t - m\phi)}\right), \tag{4.13}$$

où $\tilde{c}_m(r, t)$ est l'amplitude complexe du mode. ϵ est défini en fonction des amplitudes complexes évaluées au niveau du choc à $t = 0$ par la relation :

$$\epsilon \equiv \frac{|\tilde{c}_m|^2 - |\tilde{c}_{-m}|^2}{|\tilde{c}_m|^2 + |\tilde{c}_{-m}|^2}. \tag{4.14}$$

Avec cette définition, on a $|\epsilon| \leq 1$. En particulier, $\epsilon = \pm 1$ permet de déclencher un unique mode spiral et $\epsilon = 0$ correspond à un mode de balancement qui est la superposition de deux modes spiraux en symétrie miroir l'un par rapport à l'autre. Le cas $\epsilon = 0$ permet de conserver parfaitement la structure axisymétrique dans le régime non-linéaire, sans domination d'un mode spiral, puisque le code conserve la symétrie miroir. La perturbation totale $\delta\rho = \delta\rho_+ + \delta\rho_-$ est multipliée par une fonction $H(t)$ qui lisse l'injection en fonction du temps. Les détails sont présentés dans l'annexe A. Les simulations couvrent une durée d'une seconde à partir de l'injection des perturbations, soit près de trente oscillations du choc.

Dans la suite de ce chapitre, nous discuterons essentiellement de l'effet des deux paramètres R et ϵ sur la dynamique de SASI en considérant $R = \{1.67,\ 2,\ 2.22,\ 2.5,\ 3,\ 3.5,\ 4\}$ et $-1 \leq \epsilon \leq 1$.

4.2.3 Étude du régime linéaire

L'analyse linéaire de ce modèle cylindrique a été effectuée par Yamasaki et Foglizzo (2008), notamment en présence de rotation. Cette analyse repose sur un calcul perturbatif qui détermine la structure des modes propres de SASI et leurs fréquences complexes $\omega = \omega_r + i\omega_i$. Dans cette approche, les équations hydrodynamiques sont appliquées à des combinaisons de perturbations de vitesse, de densité, d'entropie et de vitesse du son. La recherche de modes

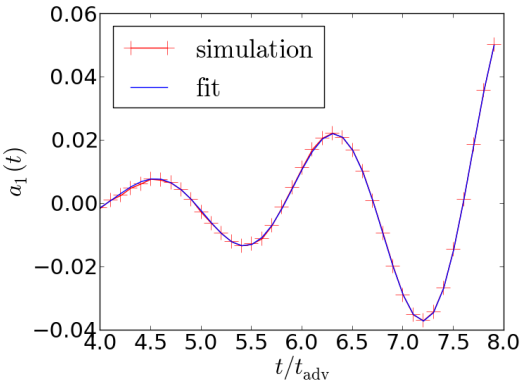


FIGURE 4.3 – Évolution temporelle du coefficient a_1 de la déformation du choc dans le régime linéaire pour $R = 3$ (courbe rouge). Le résultat de la régression linéaire correspond à la courbe bleue. L'abscisse est normalisée par le temps d'advection et l'ordonnée par le rayon initial du choc.

propres consiste en la résolution d'un problème de Cauchy où la fréquence complexe ω obtenue satisfait la condition de vitesse radiale nulle à la surface de la PNS. Les détails de cette méthode peuvent être consultés dans Foglizzo *et al.* (2007) et Guilet et Foglizzo (2012).

Pour évaluer la robustesse de notre code, nous confrontons les taux de croissance et fréquences d'oscillation mesurés dans le régime linéaire de simulations de SASI aux résultats de l'analyse perturbative (Yamasaki et Foglizzo, 2008), prenant en compte la coupure du refroidissement. La mesure de ces grandeurs repose sur une décomposition en série de Fourier de la déformation de l'onde de choc. Cette méthode nécessite donc de connaître aussi précisément que possible la position du choc en fonction de ϕ. Dans notre étude, le choc est détecté directement pendant la simulation numérique. Nous définissons le choc par une valeur seuil en pression $P_{\rm choc} = \sqrt{P_1 P_2}$ (Fernández et Thompson, 2009b). Cette méthode garantit que le seuil de pression soit proche de la valeur pré-choc P_1. Pour chaque direction azimutale ϕ_j de la grille, la détection du choc est faite en recherchant les deux cellules radiales contiguës les plus externes dont les valeurs de la pression encadrent $P_{\rm choc}$. La position du choc est ensuite interpolée linéairement entre les centres de ces deux cellules. La position du choc $R_{\rm sh}(\phi, t)$ peut être décomposée en série de Fourier à coefficients réels $a_m(t)$ et $b_m(t)$:

$$R_{\rm sh}(\phi, t) = a_0(t) + \sum_{m>0} a_m(t) cos(m\,\phi) + b_m(t) sin(m\,\phi), \tag{4.15}$$

où $a_0(t)$ représente la valeur moyenne azimutale du rayon du choc, $a_m(t)$ et $b_m(t)$ l'amplitude du mode de balancement m respectivement selon l'axe horizontal et l'axe vertical. Les coefficients de Fourier sont approximés dans le régime linéaire par une fonction temporelle via une méthode d'optimisation des moindres carrés :

$$a_m(t) = \alpha \sin(\omega_r\, t + \Phi) e^{\omega_i\, t}, \tag{4.16}$$

où α correspond à l'amplitude de la déformation et Φ au déphasage. Pour un mode spiral ou un mode de balancement non aligné avec un axe, nous utilisons la moyenne des résultats obtenus pour les coefficients a_m et b_m. La figure 4.3 montre le résultat de cette méthode de régression linéaire.

La figure 4.4 montre la comparaison entre les simulations et le calcul perturbatif pour le cas $R = 3$ où le mode $m = 1$ est le plus instable. L'influence de la résolution numérique sur l'écart est testée en augmentant la résolution de base ($Nr_0 = 100, N\phi_0 = 300$) d'un facteur 1.5 à 8. L'écart est de 2 à 5% concernant les fréquences d'oscillation et de moins de 16% pour les

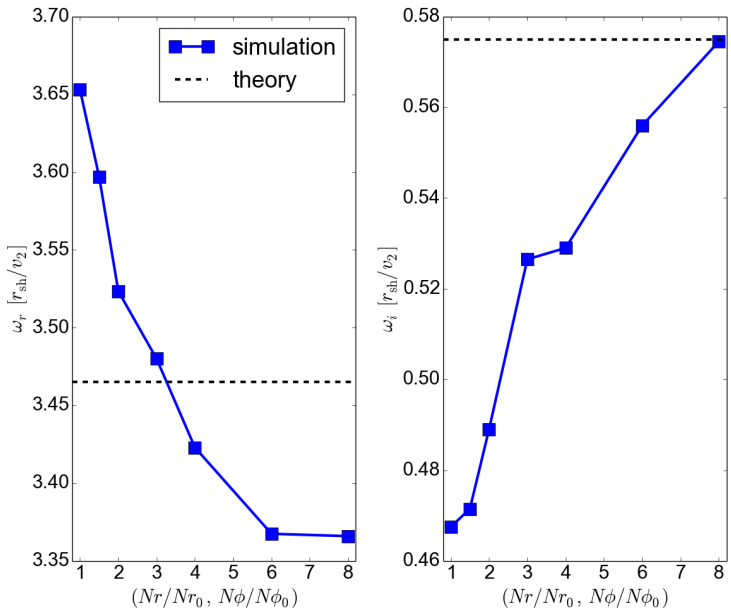


FIGURE 4.4 – Les résultats de la simulation numérique du régime linéaire de SASI (courbes bleues) sont comparés aux prédictions analytiques (courbes noires en pointillés) en termes de fréquence d'oscillation (partie gauche) et de taux de croissance (partie droite). L'influence de la résolution est testée en augmentant graduellement le nombre minimal de cellules ($Nr_0 = 100, N\phi_0 = 300$) jusqu'à un facteur 8. Une résolution au moins six fois supérieure à la résolution minimale garantit un résultat égal à la solution analytique, à 3% près.

taux de croissance. De manière similaire à (Fernández et Thompson, 2009b), nous observons qu'une plus grande résolution améliore la précision sur les taux de croissance uniquement. Cette étude de convergence nous permet de conclure que le code reproduit correctement le régime linéaire de SASI pour une résolution $Nr \geq 600$ car l'écart sur le taux de croissance et la fréquence d'oscillation est d'environ 3%.

4.3 L'émergence d'un mode spiral est-elle systématique ?

Dans la section précédente, nous avons présenté le modèle simplifié utilisé pour simuler la dynamique de SASI. Nous avons validé cette approche grâce à une comparaison entre les simulations du régime linéaire de SASI et les prédictions analytiques. L'analyse linéaire de SASI ne différencie pas les modes spiraux des modes de balancement puisque pour un l donné, ces modes se développent avec le même taux de croissance indépendant de m (Foglizzo *et al.*, 2007). Les simulations du régime linéaire de SASI dans le plan équatorial de Blondin et Shaw (2007) confirment ce résultat. Linéairement, un mode de balancement peut être vu comme la superposition de deux modes spiraux en sens contraires. Une brisure de symétrie non-linéaire intervient si l'un des deux modes spiraux domine l'autre. Ce problème n'est pas accessible à l'analyse linéaire et requiert l'utilisation de simulations numériques. Les premières simulations 3D de SASI, réalisées par Blondin et Mezzacappa (2007), montrent qu'un mode spiral domine systématiquement le régime non-linéaire de SASI. Néanmoins, dans cette étude d'un modèle adiabatique l'espace des paramètres considérés est très réduit. Ces résultats ont été confirmés par Fernández (2010) qui a exploré une plus large gamme de rapports de rayon R et inclus une fonction de refroidissement. Le mode spiral, déclenché dans le phase linéaire de l'instabilité, continue de dominer le régime non-linéaire à la fois pour des spirales $m = 1$ et $m = 2$. Pourtant, les simulations du modèle cylindrique 2D font apparaître un résultat très différent qui est que la brisure de symétrie entre les deux modes spiraux linéaires n'est pas systématique (section 4.3.1). Celle-ci dépend crucialement de la valeur du rapport de rayons R, ce qui ne peut être prédit par l'analyse linéaire.

Un mode spiral ne peut avoir de conséquences sur la dynamique que s'il se développe sur une échelle de temps suffisamment courte par rapport à l'explosion. La mesure de cette échelle de temps n'est accessible qu'aux simulations de modèles simplifiés, car ils permettent d'isoler SASI des autres phénomènes physiques susceptibles d'impacter la dynamique. Nous proposerons dans la section 4.3.2 la première étude quantitative de l'échelle de temps de développement non-linéaire d'un mode spiral.

Blondin et Mezzacappa (2007) ont observé que le mode spiral domine la dynamique de manière ininterrompue. Nous montrerons que ce régime n'est pas nécessairement stationnaire dans nos simulations puisque, de manière surprenante, l'onde spirale change parfois de sens de rotation (section 4.3.3).

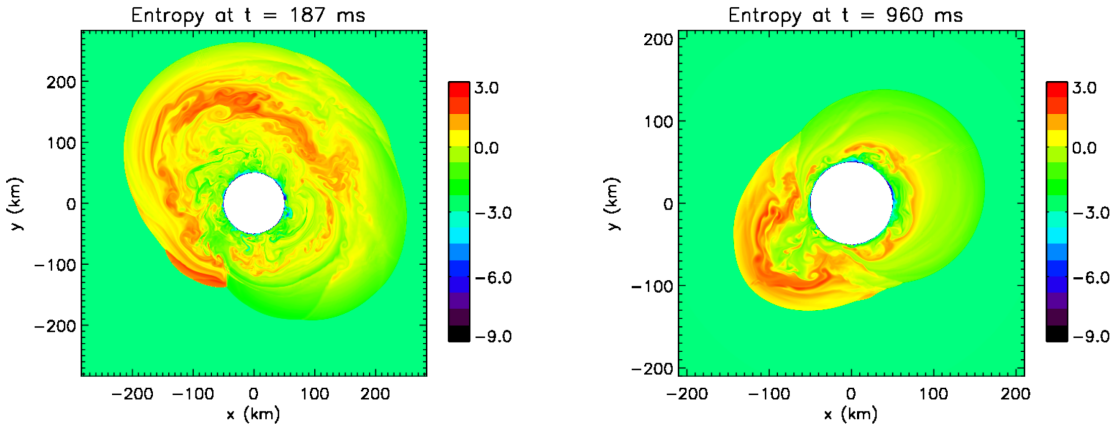
Par ailleurs, nos simulations montrent que la brisure de symétrie entre les modes spiraux peut augmenter l'amplitude des oscillations de SASI dans une certaine gamme de paramètres (section 4.3.4). Cette différence est encore une fois inaccessible à l'analyse linéaire qui ne différencie pas les modes de balancement des modes spiraux. Cette différence entre modes axisymétriques 2D et modes spiraux 3D pourrait abaisser le seuil d'explosion lorsque le développement de modes non-axisymétriques est permis dans le modèle numérique (Fernández, 2015).

Enfin, l'étude du modèle cylindrique permet de formuler plusieurs contraintes sur le mécanisme de brisure de symétrie non-linéaire (section 4.3.5), bien que l'origine du mécanisme reste à élucider.

4.3.1 Un rapport de rayons déterminant

Les simulations du régime non-linéaire de SASI montrent que la dynamique non-linéaire est dominée par un mode spiral uniquement si la condition $R > 2$ est satisfaite. Si cette condition est vérifiée, alors un mode spiral prévaut même si l'asymétrie initiale ϵ entre les deux modes spiraux est très faible (figure 4.5a). Dans la section suivante, nous caractériserons l'échelle de temps de formation d'un mode spiral à partir d'un niveau d'asymétrie initiale donné. Ce résultat est conforme aux simulations 3D de Blondin et Mezzacappa (2007) et de Fernández (2010) qui observent le développement de modes spiraux pour ces rapports de rayons.

A l'inverse, un mode de balancement domine systématiquement le régime non-linéaire si $R \leq 2$. Même si la perturbation initiale excite un unique mode spiral dans la phase linéaire ($\epsilon = \pm 1$), le régime non-linéaire est affecté par un phénomène opposé à la brisure entre modes spiraux : deux modes spiraux d'amplitudes similaires et en rotations opposées se compensent pour former un mode de balancement robuste (figure 4.5b). Le mode axisymétrique peut être soit $m = 1$, soit $m = 2$. Dans le cas $R = 2$, le mode $m = 2$ domine linéairement et celui-ci laisse place à un mode de balancement $m = 1$ dans le régime non-linéaire (figure 4.6), sans aucun signe apparent de brisure de symétrie. Un mode de balancement ne permet pas de redistribution radiale de moment cinétique du fait de la symétrie entre les modes spiraux. Ce résultat montre que SASI peut ne pas redistribuer le moment cinétique bien que les mouvements non-axisymétriques soient autorisés par la géométrie du modèle. Une telle dynamique n'a jamais été observée dans les simulations 3D de modèles simplifiés, sans chauffage (Blondin et Mezzacappa, 2007; Fernández, 2010). Nous discuterons cette différence avec notre modèle cylindrique dans la section 4.3.5 ; dédiée au mécanisme de brisure de symétrie non-linéaire.



(a) Image de l'entropie à $t = 187$ ms pour $R = 3$ et $\epsilon = 0.1$. La symétrie entre modes spiraux est brisée et un mode spiral robuste domine la dynamique non-linéaire.

(b) Image de l'entropie à $t = 960$ ms pour $R = 2$ et $\epsilon = 1$. Un mode de balancement domine le régime non-linéaire de SASI malgré la perturbation qui favorisait un seul mode spiral.

FIGURE 4.5

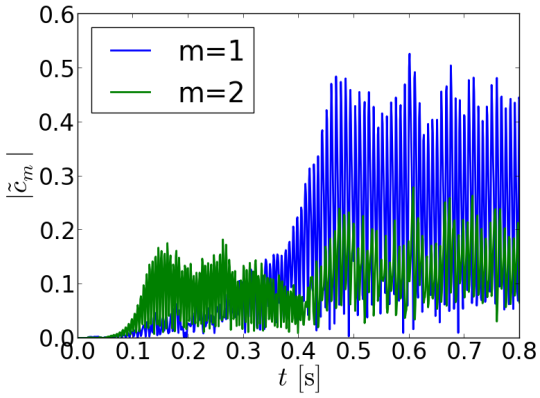


FIGURE 4.6 – Évolution temporelle des amplitudes des modes $m = 1$ (en bleu) et $m = 2$ (en vert) dans le cas $R = 2$. Le régime linéaire est dominé par un mode $m = 2$ alors qu'un mode $m = 1$ l'emporte non-linéairement.

4.3.2 Échelle de temps de formation d'un mode spiral

Dans nos simulations, le régime linéaire dure approximativement 3 périodes d'oscillation, soit environ 100 ms. Pour évaluer le temps de formation d'un mode spiral, nous comptons le nombre d'oscillations dans le régime non-linéaire avant d'atteindre la brisure de symétrie. Nous disposons de deux méthodes pour détecter la brisure de symétrie. La première consiste à évaluer le flux de moment cinétique au bord interne. Cette quantité est très proche de zéro tant qu'un mode de balancement domine, mais s'en éloigne dès qu'une spirale émerge. La deuxième méthode repose sur la vitesse de rotation du point triple caractéristique d'un mode spiral. Les points triples correspondent aux minima locaux du rayon de choc (figure 4.5). Le point triple est lié au raidissement du mode spiral $m = 1$ dans le régime non-linéaire. Ce point triple marque la discontinuité entre la portion de gaz post-choc d'entropie élevée en rotation dans la direction de l'onde spirale et celle d'entropie plus faible advectée vers la PNS (Blondin et Mezzacappa, 2007). Un mode spiral $m = 1$ compte un unique point triple (c.f. figure 4.5a) en rotation régulière à la fréquence d'oscillation de SASI. Un mode de balancement $m = 1$ compte lui deux points triples (c.f. figure 4.5b) dont les taux de rotation sont irréguliers. La

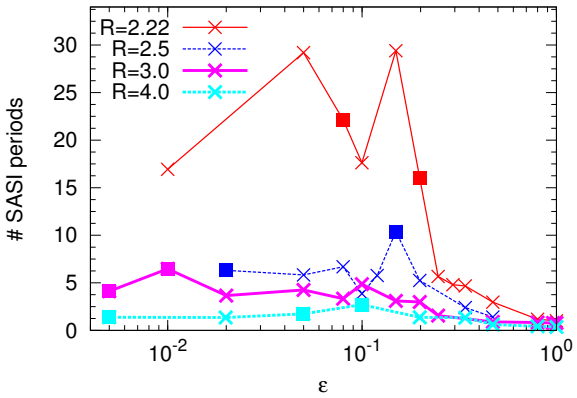


FIGURE 4.7 – Nombre d'oscillations de l'onde de choc dans le régime non-linéaire de SASI avant d'atteindre la brisure de symétrie entre les modes spiraux. L'axe des abscisses représente l'asymétrie initiale ϵ. De haut en bas, les courbes correspondent aux rapports de rayons $R = 2.22$, $R = 2.5$, $R = 3$ et $R = 4$. Les symboles carrés indiquent les cas où le mode spiral dominant tourne en sens inverse du mode spiral favorisé linéairement par l'asymétrie ϵ.

régularité du taux de rotation du point triple indique que la symétrie a été brisée. Les deux indicateurs sont équivalents à une période d'oscillation près, ce qui est suffisant pour notre étude.

La figure 4.7 donne l'échelle de temps de brisure de symétrie, en nombre d'oscillations, en fonction de l'asymétrie ϵ pour un ensemble de simulations avec $R > 2$. Nous observons que pour $R = 2.5$, 3 et 4, la brisure de symétrie nécessite de 2 à 10 oscillations de l'onde de choc. Cette échelle de temps est suffisamment courte pour qu'un mode spiral domine la dynamique avant que l'explosion ne se déclenche. Dans le cas $R = 2.22$ et à faible asymétrie initiale, la brisure de symétrie ne se produit qu'après 15 à 30 oscillations ce qui pourrait être trop long pour impacter la dynamique d'une supernova puisque cette échelle de temps correspond à une durée de 450 à 900 ms. Le ratio $R = 2.22$ illustre la continuité entre les grandes valeurs de R pour lesquelles la brisure de symétrie est rapide et les petites valeurs de R où elle devient inexistante.

Par ailleurs, si l'asymétrie initiale est grande : $|\epsilon| \geq 0.2$, alors le temps de brisure de symétrie décroît avec le niveau d'asymétrie. L'émergence d'un mode spiral non-linéaire est facilitée par une forte asymétrie linéaire entre deux modes spiraux tournant en sens contraires. De façon inattendue, l'échelle de temps est une fonction non monotone de l'asymétrie pour $|\epsilon| < 0.2$. La brisure de symétrie survient de manière stochastique car le flot a perdu la mémoire de l'asymétrie initiale. Ceci est illustré par le fait que près de la moitié des modes spiraux formés dans les simulations avec $|\epsilon| < 0.2$ tournent dans le sens contraire du mode spiral favorisé par l'asymétrie initiale (symboles carrés dans la figure 4.7). Nous discuterons la stochasticité du régime non-linéaire de SASI dans la section 4.4.2.

4.3.3 Inversion du sens de rotation du mode spiral

Si la brisure de symétrie semble être un résultat systématique pour $R > 2$, la rotation induite par le mode spiral n'est pas nécessairement stationnaire, contrairement aux résultats de Blondin et Shaw (2007). Nous nous intéressons dans cette section à une série de sept simulations où $\epsilon = 1$ et R varie entre 1.67 et 4. Pour caractériser la rotation induite, nous analysons l'évolution temporelle de la quantité de moment cinétique stockée sous l'onde spirale. Le profil radial de densité de moment cinétique, défini par :

$$l_z(r,t) \equiv r^2 H \int_0^{2\pi} \rho v_\phi \, d\phi, \tag{4.17}$$

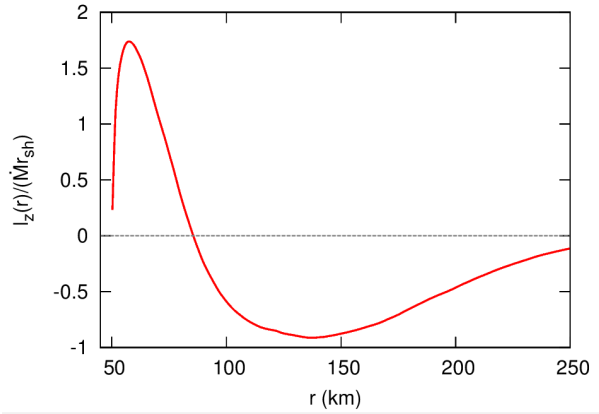


FIGURE 4.8 – Profil moyen de densité de moment cinétique moyenné dans le régime non-linéaire de SASI pour $R = 3$ et normalisé par $\dot{M}r_{\rm sh}$.

est moyenné sur 10 périodes d'oscillation de SASI dans le régime non-linéaire [2]. H représente la hauteur [3] de l'étoile à neutrons décrite en géométrie cylindrique. Le profil obtenu (voir un exemple figure 4.8) permet de définir deux régions distinctes. Les régions sous le choc sont en rotation dans la direction de l'onde spirale tandis que les régions les plus internes sont en rotation dans le sens opposé. Un tel profil moyen de moment cinétique peut impacter le spin des étoiles à neutrons comme nous le verrons dans la section 5.4. Ces deux régions sont séparées par un cercle de rayon moyen r_0. La quantité totale de moment cinétique sous la spirale est évaluée par la formule :

$$L_z(t) \equiv \int_{r_0}^{r_{\rm sh}} l_z(r,t)\, dr. \tag{4.18}$$

La figure 4.9 montre l'évolution de la quantité $L_z(t)$. Les cas $R = 4$ (courbe rouge pleine) et $R = 2.22$ (courbe noire en pointillés) montre un changement de signe inattendu qui correspond à une inversion du sens de rotation de l'onde spirale dans le régime non-linéaire. Si l'inversion de sens est brusque dans le cas $R = 4$, elle nécessite une durée de l'ordre de huit oscillations pour $R = 2.22$ pendant lesquelles un mode de balancement domine la dynamique et annule la redistribution de moment cinétique. Nous avons obtenu la même inversion en variant légèrement la résolution numérique et l'amplitude des perturbations initiales, ce qui confirme la robustesse du phénomène.

Une explication possible de ce phénomène pourrait venir de la présence de chocs secondaires dans le flot. Nous détaillerons cette possibilité dans la section 4.4.2 dédiée à la stochasticité du régime non-linéaire de SASI.

4.3.4 Différences entre modes spiraux et modes axisymétriques

Le modèle cylindrique utilisé dans cette étude permet de comparer directement les propriétés non-linéaires des modes de balancement aux modes spiraux. Le code préserve la symétrie miroir dans le cas $\epsilon = 0$ (c.f. section 4.2.2), ce qui permet de conserver un mode de balancement dans le régime non-linéaire. Par ailleurs, pour toute asymétrie $\epsilon \neq 0$, un mode spiral domine la dynamique si $R > 2$ (voir section 4.3.1). La figure 4.10 (partie gauche) montre la

2. cette moyenne est réalisée dans la phase linéaire pour $R \leq 2$ car la spirale disparaît dans le régime non-linéaire.

3. ce paramètre peut être fixer arbitrairement, par exemple $H = r_{\rm sh}$ car dans notre modèle le flot est invariant dans la direction verticale. Par ailleurs, sa valeur n'influe pas sur les estimations ultérieurs de la période de rotation de l'étoile à neutron car $\dot{M} = 2\pi r H \rho v_r$ et le rapport $l_z/\dot{M}$ ne dépend pas de H.

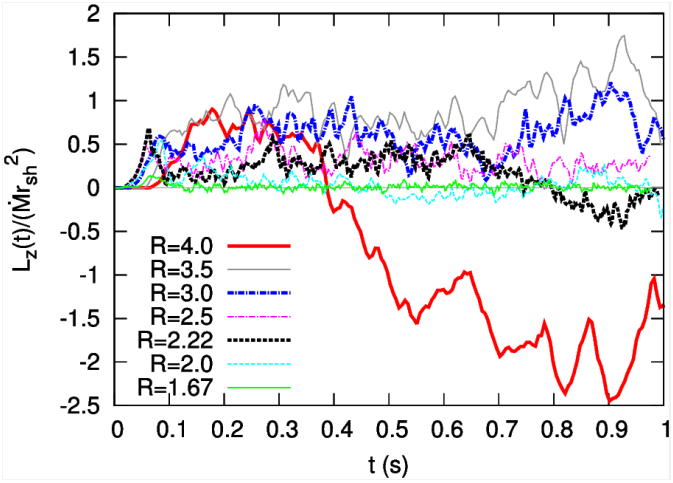


FIGURE 4.9 – Évolution temporelle de la quantité de moment cinétique contenue sous la spirale, normalisée par $\dot{M}{r_{\rm sh}}^2$ pour sept valeurs différentes de R.

comparaison entre un mode spiral et un mode de balancement en termes d'expansion moyenne du choc et de degré d'asymétrie dans le régime non-linéaire. L'expansion moyenne du choc est définie comme la différence moyenne entre le rayon du choc dans le régime non-linéaire et sa valeur initiale. Le calcul de l'amplitude moyenne $\Delta r_{\rm sh}$ de l'onde spirale $m = 1$ est détaillé en annexe B. Si le ratio R est proche de la valeur seuil 2, alors les caractéristiques des modes spiraux sont proches de celles des modes de balancement. En revanche, si le rapport R est suffisamment grand, nous remarquons que l'expansion du choc et l'amplitude du mode $m = 1$ sont bien plus grandes pour une spirale. L'écart est d'au moins 40% pour R=4.

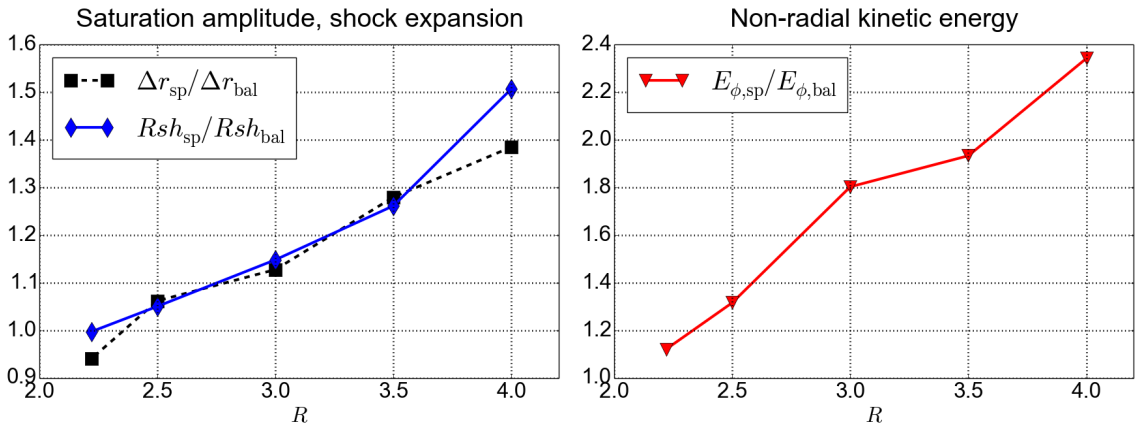


FIGURE 4.10 – **A gauche** : rapport des amplitudes de saturation (courbe noire en pointillés) et des expansions du choc (courbe bleue) entre le mode spiral et le mode de balancement pour cinq valeurs de R. **A droite** : rapport des énergies cinétiques azimutales entre le mode spiral et le mode de balancement pour ces mêmes valeurs de R.

Ceci montre qu'il existe une gamme de valeurs de R où les modes spiraux jouent un rôle bénéfique sur le déclenchement de l'explosion en augmentant le degré d'asymétrie et l'expansion du choc. Fernández (2015) est parvenu à des conclusions similaires en comparant les propriétés d'un mode spiral 3D à celles d'un mode de balancement contraint par une configuration axisymétrique. Ces résultats ont été obtenus avec et sans chauffage dans un modèle simplifié similaire à celui de notre étude. Les modes spiraux de SASI, dans un cas sans

chauffage, sont capables de générer environ deux fois plus d'énergie cinétique non radiale qu'un mode de balancement (Fernández, 2015). Un mode spiral 3D, vu comme la superposition de plusieurs modes de balancement, facilite l'explosion en réduisant la luminosité critique d'explosion par rapport au cas 2D. La comparaison entre l'énergie cinétique azimutale d'un mode spiral et celle d'un mode de balancement (figure 4.10, partie droite) confirme le gain supplémentaire pour un mode spiral. Ce surplus est d'environ 30% pour le ratio $R = 2.5$ considéré par Fernández (2015) qui obtient un facteur 2, atteint dans notre modèle cylindrique pour $R = 3.5$. Pour une valeur de R donnée, les modes propres de SASI n'ont pas les mêmes structures ni les mêmes taux de croissance en géométrie cylindrique et sphérique. Ceci peut expliquer pourquoi la magnitude des différences en termes d'énergie cinétique non radiale pour $R = 2.5$ est plus grande dans l'étude de Fernández (2015) que dans la nôtre.

Pour des petites valeurs de R, l'écart entre modes spiraux et modes de balancement est faible. Ceci pourrait expliquer en partie pourquoi la dynamique de SASI à 3D semble ne pas jouer un rôle bénéfique dans les simulations réalistes par rapport au cas axisymétrique, comme par exemple dans les simulations de Hanke *et al.* (2013) où $R \approx 2$. Cependant, il est bien plus délicat d'interpréter un effet isolé dans une simulation réaliste. La simulation 3D d'un progéniteur de $20\,\mathrm{M}_\odot$ donne lieu à une explosion après une phase où un mode spiral de SASI domine et durant laquelle $R \approx 3$. Néanmoins, l'explosion est légèrement plus prompte et plus énergétique à 2D qu'à 3D. Si un grand rapport de rayons peut faciliter le développement de SASI à 3D et donc l'explosion, l'impact de la dimensionnalité sur les propriétés de la turbulence pourrait jouer un rôle plus important encore pour expliquer les différences entre 2D et 3D dans les simulations ab initio.

4.3.5 Vers une description du mécanisme de brisure de symétrie

Les résultats des sections précédentes fournissent de précieuses indications pour contraindre le mécanisme qui explique la brisure de symétrie entre les modes spiraux :

(i) La brisure de symétrie ne se produit que si la condition $R > 2$ est satisfaite. Dans le cas contraire un mode de balancement domine la dynamique non-linéaire.

(ii) Le mode de balancement $m = 2$ n'est jamais transformé non-linéairement en spirale contrairement au mode $m = 1$.

(iii) Pour le rapport $R = 2$, un mode $m = 1$ domine non-linéairement même si le mode $m = 2$ a un plus grand taux de croissance (figure 4.6). Néanmoins, cette transition ne conduit pas à une brisure de symétrie puisque le mode $m = 1$ reste axisymétrique (figure 4.5b).

(iv) Le mode $m = 2$ domine linéairement le mode $m = 1$ pour $R < 2.2$. Le seuil R de brisure de symétrie est proche de la transition linéaire entre les modes.

(v) L'efficacité de la brisure de symétrie semble liée à la différence d'amplitude de saturation entre une spirale et un mode de balancement. Plus cet écart est grand et plus la brisure de symétrie est rapide. A l'inverse, la brisure de symétrie est bien plus tardive pour $R = 2.22$ où les amplitudes sont quasiment égales.

Le mécanisme de brisure de symétrie non-linéaire semble donc lié à la transition entre les modes $m = 1$ et $m = 2$. En géométrie cylindrique nous n'observons pas de modes spiraux pour $R = 2$, ratio inférieur à la transition linéaire située autour de 2.2 (Yamasaki et Foglizzo, 2008). Notons cependant qu'à 3D Fernández (2010) observe le développement de mode spiraux $(l = 2, m = \pm 1)$ et $(l = 2, m = \pm 2)$ pour un rapport $R = 1.67$ bien que la transition linéaire entre modes $l = 1$ et $l = 2$ se situe autour de $R = 1.8$ (Foglizzo *et al.*, 2007).

L'amplitude de ces spirales est au moins trois fois plus petite que celles des modes ($l = 1, m = \pm 1$) (Guilet et Fernández, 2014). Pour clarifier ce point, il serait souhaitable d'effectuer des simulations numériques du modèle sphérique avec de plus petites valeurs de R afin de vérifier si la formation d'un mode spiral devient impossible lorsque l'on s'éloigne de la transition linéaire. Si tel n'est pas le cas, cela indiquerait que le modèle cylindrique favorise le développement des modes de balancement. A 3D, les couplages non-linéaires impliquent davantage de modes et pourraient faciliter la formation d'un mode spiral.

4.4 Robustesse du modèle

Les résultats discutés précédemment reposent sur un traitement numérique particulier de la région interne afin d'empêcher la divergence de la solution et de garantir la stationnarité de l'écoulement 1D. Cette particularité technique exige de discuter de la robustesse des résultats obtenus par rapport aux prescriptions numériques utilisées au bord interne (section 4.4.1). La complexité du régime non-linéaire de SASI est illustrée par un sens de brisure de symétrie non-déterministe (figure 4.7) et le fait qu'un mode spiral puisse changer de sens de rotation (figure 4.9). Le caractère stochastique du régime non linéaire exige aussi une attention particulière aux effets numériques et la recherche d'une cause physique. Dans la section 4.4.2 nous présenterons différents processus physiques capables de générer de la stochasticité et nous caractériserons la robustesse de nos résultats.

4.4.1 Influence du bord interne

Le modèle utilisé dans cette étude n'inclut pas la PNS et le bord interne du domaine numérique correspond à la surface de la PNS. Les pertes d'énergie, liées à l'émission de neutrinos dans la région de refroidissement, permettent l'accrétion de la matière à la surface de la PNS. Dans notre modèle simplifié, ces pertes sont modélisées par la fonction $\mathcal{L} \propto \rho P^{3/2}$. Le refroidissement est le plus fort dans une fine zone autour de la PNS et permet d'accumuler la matière en équilibre hydrostatique au cours du temps. Pour prévenir d'une divergence de la solution calculée par `RAMSES`, il est indispensable d'éteindre artificiellement le refroidissement dans les premières cellules radiales. Différentes méthodes ont été proposées dans les études de SASI : éteindre le refroidissement en dessous d'une température seuil (Blondin et Shaw, 2007) ou d'une entropie seuil (Fernández et Thompson, 2009b). Par ailleurs, il existe plusieurs possibilités pour le traitement de la condition limite interne. Un flux de masse constant et déterminé par le flot initial (Blondin *et al.*, 2003; Blondin et Mezzacappa, 2007) ou une condition réflexive (Blondin et Mezzacappa, 2006; Fernández et Thompson, 2009b), dont la définition est donnée dans la section 4.2.2, permettent de définir un flot stationnaire à 1D. Il est également possible d'interdire tout flux de masse au bord interne, mais cette dernière méthode ne permet pas l'établissement d'un flot stationnaire car la matière s'accumule indéfiniment dans la région interne. Nous avons déjà vérifié dans la section 4.2.2 que les choix de la coupure du refroidissement et de la gestion des cellules fantômes internes ne concernent qu'une petite fraction de la région post-choc. Ces méthodes numériques n'affectent pas le régime linéaire de l'instabilité SASI à grande échelle (Blondin et Shaw, 2007). Nous allons à présent vérifier qu'il en est de même des propriétés mises en évidence dans le régime non-linéaire (section 4.3).

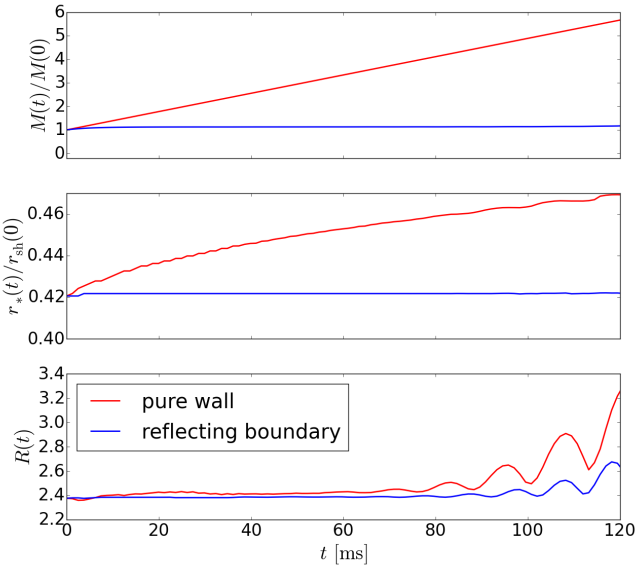


FIGURE 4.11 – Comparaison entre une simulation avec une condition interne réflexive (en bleu) et une condition de surface dure (en rouge). **En haut** : évolution de la masse en fonction du temps. Pour la simulation avec une surface dure, la masse augmente linéairement avec le taux d'accrétion $\dot{M}$. Elle atteint rapidement une valeur constante dans le cas d'une condition réflexive. **Au milieu** : évolution du rayon de la PNS, défini comme le rayon maximal où l'entropie vaut l'entropie de coupure. Ce rayon augmente dans la simulation avec une surface dure car la masse s'accumule dans les premières cellules radiales alors qu'il est constant dans l'autre cas où la masse est évacuée par le bord interne. **En bas** : évolution du rapport de rayons R. Le rapport de rayons est constant au début du régime linéaire dans les deux cas.

Condition réflexive ou véritable mur ?

La formulation « condition réflexive » peut prêter à confusion car cette méthode de remplissage des cellules fantômes, selon une symétrie miroir, permet d'annuler la vitesse radiale au bord interne, mais autorise tout de même un flux de masse sortant par cette limite. En effet, si l'état initial des cellules $(\rho, \rho\vec{v}, E)$ est symétrique par rapport au bord interne, les perturbations déterminées par le solveur de Riemann ne le sont pas, en raison de la non symétrie de la gravité. Dans les simulations, la masse totale devient rapidement constante car le flux de masse sortant au bord interne est égal au taux d'accrétion de masse au bord externe (figure 4.11 en haut). Il est cependant possible de conserver toute la masse dans le domaine en imposant dans le code un flux de masse nul au bord interne. La masse totale augmente alors linéairement avec le temps. Le bord interne se comporte comme un véritable mur au dessus duquel la matière refroidie s'accumule et pousse le choc vers l'extérieur.

Le point délicat réside alors davantage dans le couplage entre l'accumulation de matière au bord interne et la fonction de refroidissement bien plus raide qu'avec une condition réflexive. Pour remédier à cette difficulté, nous définissons un seuil de coupure du refroidissement fondé sur la position radiale et la valeur de l'entropie. Le refroidissement est éteint en dessous d'un certain rayon. Dans ce cas, le rayon de la PNS, défini comme le rayon maximal où l'entropie vaut l'entropie de coupure, augmente avec le temps (figure 4.11, au milieu). L'accumulation de matière au bord interne pousse le choc au rythme de l'augmentation de r_*. Ainsi, le rapport R est relativement constant en temps à 1D (figure 4.11, en bas). Il est donc possible d'utiliser un véritable mur au bord interne pour étudier la dynamique de SASI.

La figure 4.12 montre les résultats de trois simulations pour des valeurs de R particulières. Ces simulations confirment qu'il existe trois dynamiques non-linéaires différentes en fonction de la valeur de R :

- Pour $R = 1.67$, la dynamique est dominée par un mode de balancement $m = 2$.
- Pour $R \approx 2$, un mode $m = 2$ domine le régime linéaire et laisse ensuite place à un

mode de balancement $m = 1$.

- Pour $R = 2.4$ et au delà, une brisure de symétrie a lieu et une spirale $m = 1$ domine.

Ces simulations montrent que la dynamique non-linéaire de l'instabilité à grande échelle SASI ne dépend pas des détails de l'implémentation de la condition limite interne. Les valeurs de R seuils entre les différents régimes sont modifiées de 5 à 10% par les changements numériques présentés dans cette section.

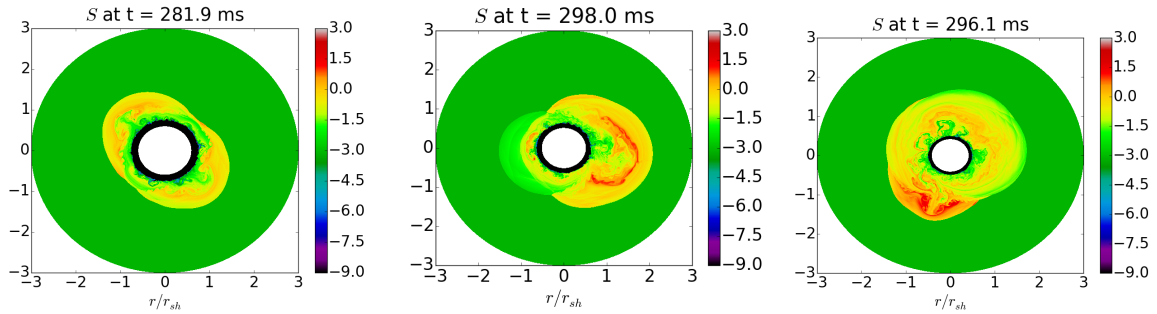


FIGURE 4.12 – Trois images de l'entropie obtenues grâce à trois simulations avec différentes valeurs de R et une condition interne de surface dure. La dynamique est dominée par un mode de balancement $m = 2$ pour $R = 1.67$ (à gauche), par un mode de balancement $m = 1$ pour $R = 1.92$ (au milieu) et par un mode spiral $m = 1$ pour $R = 2.4$ (à droite).

Coupures du refroidissement

Par ailleurs, le choix de la méthode de coupure n'a également que peu d'incidence sur les résultats. La figure 4.13 donne un aperçu du régime non-linéaire pour une coupure en entropie et une coupure en densité. L'amplitude des variations et la valeur moyenne des fluctuations de la déformation sont très similaires dans les deux cas. La coupure du refroidissement est plus facile à utiliser techniquement pour des quantités monotones du rayon comme l'entropie et la densité que la température. Nous verrons dans la section suivante que les écarts obtenus ici sont compatibles avec la stochasticité du régime non-linéaire de SASI.

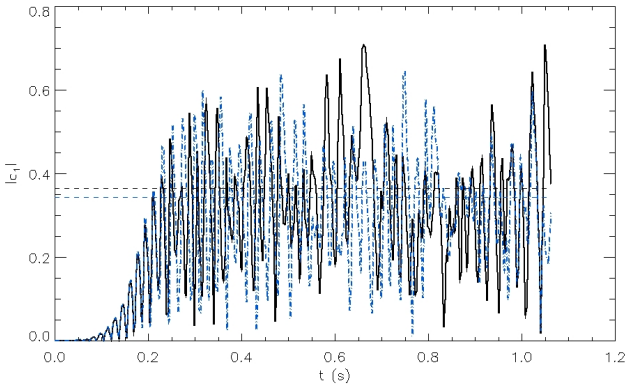
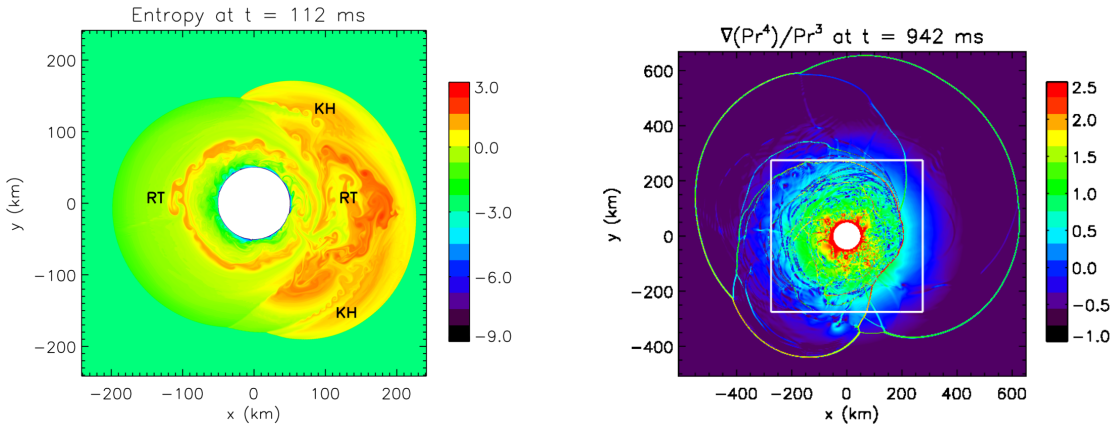


FIGURE 4.13 – Évolution temporelle de la composante de Fourier $m = 1$ pour une simulation avec coupure en entropie (en noir) et en densité (en bleu). Les régimes linéaires sont identiques et les moyennes dans le régime non-linéaire (droite horizontales en pointillés) sont égales à 5% près.

4.4.2 Stochasticité du régime non-linéaire

La figure 4.7 montre que pour une petite asymétrie initiale ($|\epsilon| < 0.2$), le sens de rotation de la spirale n'est pas déterminé par l'orientation de la perturbation. Plusieurs phénomènes peuvent contribuer à la perte de la mémoire des conditions initiales. La première possibilité repose sur les instabilités parasites tels que Rayleigh-Taylor et Kelvin-Helmholtz qui ont été proposées pour expliquer la saturation de SASI (Guilet *et al.*, 2010). Ces deux instabilités sont à l'œuvre avant la brisure de symétrie (figure 4.14a) et pourraient affecter le niveau d'asymétrie d'une manière stochastique. La seconde possibilité est liée au raidissement d'onde de pression en chocs secondaires sous le choc d'accrétion (figure 4.14b). Ces chocs secondaires, également observés par Fernández et Thompson (2009a), pourraient interagir avec le cycle advectif-acoustique. L'entropie et la vorticité produites par un choc secondaire pourraient générer une onde acoustique dont l'inclinaison est opposée à celle de l'onde acoustique qui avait créé l'entropie et la vorticité. Ce phénomène est de nature à altérer la compétition entre modes spiraux gauche et droit. Ces deux phénomènes fournissent une explication partielle quant à l'aspect non-déterministe du sens de brisure de symétrie.



(a) Image de l'entropie à $t = 112\,\mathrm{ms}$ pour $R = 3$ et $|\epsilon| = 0.01$. Les structures caractéristiques de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz (les vortex marqués « KH ») et de Rayleigh-Taylor (les champignons marqués « RT ») sont visibles après trois oscillations. Ces instabilités parasites ajoutent de la stochasticité avant la brisure de symétrie.

(b) Image du gradient de pression à $t = 942\,\mathrm{ms}$ pour $R = 4$ et $\epsilon = 1$. Le gradient de pression est normalisé par r^4 pour déconvoluer le profil de pression stationnaire qui varie comme r^{-4}. Les discontinuités sous le choc d'accrétion marquent les chocs secondaires. Le carré blanc délimite la région étudiée dans la figure 4.15.

FIGURE 4.14

Par ailleurs, un cycle advectif-acoustique temporaire pourrait s'établir entre un choc secondaire et la région de forts gradients. Un choc secondaire peut générer du moment cinétique de signe opposé à la spirale dominante (figure 4.15) et ainsi favoriser la croissance du mode spiral dominé au point d'inverser le sens de rotation du choc d'accrétion (c.f. section 4.3.3). Néanmoins, cette explication de l'origine de l'inversion du sens de rotation reste à confirmer.

Enfin, pour évaluer la variabilité des caractéristiques du régime non-linéaire de SASI, nous étudions une série particulière de sept simulations avec $R = 3$. Dans ces simulations, listées dans le tableau 4.1, nous varions l'amplitude des perturbations, l'asymétrie initiale ou le seuil de coupure en entropie. Le tableau 4.2 montre la moyenne et l'écart maximal à la moyenne pour différentes quantités afin d'en apprécier les fluctuations dans le régime

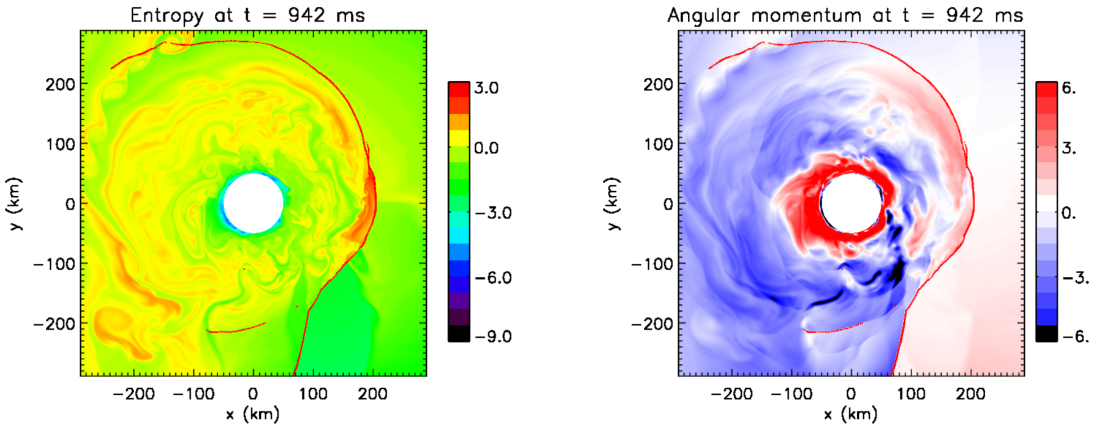


FIGURE 4.15 – Images de l'entropie (gauche) et du moment cinétique (droite) à $t = 942\,\mathrm{ms}$ pour $R = 4$ et $\epsilon = 1$ centrée sur la région interne (voir figure 4.14b pour une vue élargie de la dynamique). Les lignes rouges marquent la position des chocs secondaires. Un choc secondaire génère de l'entropie localement plus élevée. Cette entropie correspond à une région de moment cinétique positif (région en rouge sous le choc secondaire) qui s'oppose au moment cinétique négatif lié au mode spiral dominant (région en bleue).

non-linéaire. Ainsi, l'expansion moyenne du choc peut varier de près de 10%, l'amplitude de saturation de 20% et la quantité de moment cinétique sous la spirale de 30%. Les écarts observés entre les différentes méthodes numériques sont du même ordre de grandeur que les différences obtenues pour une méthode en modifiant marginalement les conditions initiales. Ceci permet de confirmer l'impact mineur de la prescription numérique au bord interne et de la coupure du refroidissement sur les propriétés du régime non linéaire.

$\delta\rho/\rho$	ϵ	S_*/S_{seuil}
10^{-4}	0.25	1.5
$2 \cdot 10^{-4}$	0.25	1.5
$5 \cdot 10^{-5}$	0.25	1.5
10^{-4}	0.125	1.5
10^{-4}	0.5	1.5
10^{-4}	0.25	1
10^{-4}	0.25	0.5

TABLE 4.1 – De gauche à droite les colonnes donnent l'amplitude des perturbations, le niveau d'asymétrie et le seuil de coupure en entropie défini comme une fraction de l'entropie du flot stationnaire au bord interne.

X	$\bar{X}$	$\max(\lvert\Delta X\rvert/\bar{X})$ (%)
$\bar{R}_{\mathrm{sh}}$	1.56	8.02
$\max(R_{\mathrm{sh}})$	1.96	10.7
$\min(R_{\mathrm{sh}})$	1.04	1.73
$\lvert\tilde{c}_1\rvert$	0.38	20.5
$\lvert\tilde{c}_2\rvert$	0.13	20.7
$\lvert L_z(r_0)\rvert$	0.66	32.2

TABLE 4.2 – De haut en bas, la colonne de gauche donne le rayon moyen, maximal et minimal du choc, l'amplitude des déformations du choc $m = 1$ et $m = 2$ et la quantité de moment cinétique disponible sous la spirale. Ces quantités X sont obtenues en moyennant en temps une large fraction du régime non-linéaire. La deuxième colonne donne la moyenne des résultats pour les sept simulations (table 4.1). La dernière colonne donne l'écart maximal entre une simulation et la valeur moyenne $\bar{X}$

4.5 Amplitude de saturation de SASI

L'amplitude de saturation du mode le plus instable de SASI fixe le degré d'asymétrie de l'explosion ainsi que la magnitude des effets de l'instabilité comme le kick des pulsars ou la redistribution de moment cinétique (voir équation 5.9). Dans la section 4.3.4, nous avons comparé directement l'amplitude de saturation d'un mode spiral à un mode axisymétrique. Le seul mécanisme proposé à ce jour pour expliquer la saturation de l'instabilité repose sur la croissance d'instabilités parasites qui détruisent la cohérence du mode à grande échelle de SASI (section 4.5.1). Nous confronterons les estimations fournies par cette méthode aux résultats de nos simulations et pointerons les limites d'une description quasi-linéaire de la saturation de SASI (section 4.5.2).

4.5.1 Instabilités parasites

Guilet *et al.* (2010) ont proposé que des instabilités parasites comme Rayleigh-Taylor (notée RT) et Kelvin-Helmholtz (notée KH) croissent sur un mode instable de SASI, détruisent la cohérence du mode à grande échelle, au point de stopper la croissance de SASI.

L'instabilité de Rayleigh-Taylor se développe si on peut extraire de l'énergie potentielle par un échange adiabatique vertical des positions du fluide. Un fluide est instable au sens de RT si la fréquence de Brunt-Väisälä, définie par la relation 2.1, est telle que $\omega_{\rm BV}^2 < 0$. Le taux de croissance des perturbations de petites longueurs d'onde s'écrit :

$$\sigma_{\rm RT} \equiv (-\omega_{\rm BV}^2)^{1/2} = \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} g \nabla S\right)^{1/2}, \tag{4.19}$$

où ∇S représente le gradient d'entropie. Le cycle advectif-acoustique crée une onde d'entropie sinusoïdale et le signe de ∇S change à chaque demi-longueur d'onde. RT croît principalement dans les régions où le gradient d'entropie est le plus négatif. En revanche, un gradient positif correspond à une région stratifiée stablement. L'advection joue également un rôle stabilisant sur RT. Cet effet est similaire à la stabilisation de la convection par l'advection (c.f. section 2.1.2). L'approche de Guilet *et al.* (2010) prend en compte ces deux effets stabilisant dans le calcul du taux de croissance de RT sur un mode de SASI. RT se manifeste dans les simulations par la formation de structures typiques en forme de champignons. Dans un mode axisymétrique de SASI, RT se développe principalement au niveau des pôles comme le montre la figure 4.14a où la vitesse du choc et donc les variations d'entropie sont les plus grandes.

L'instabilité de Kelvin-Helmholtz doit son développement à l'énergie cinétique disponible dans le cisaillement de l'écoulement. La croissance de l'instabilité est la plus forte au niveau des extrema de vorticité qui sont au nombre de deux par longueur d'onde de SASI. Le taux de croissance de KH est une fraction de la vorticité maximale w :

$$\sigma_{\rm KH} \approx 0.2w. \tag{4.20}$$

KH se manifeste dans les simulations par la formation d'une ligne de vortex. Dans un mode axisymétrique, KH apparaît principalement au niveau de l'équateur où l'inclinaison du choc et donc la vorticité engendrée sont maximales (figure 4.14a).

Le taux de croissance des instabilités parasites est d'autant plus grand que SASI se développe car l'instabilité engendre des variations d'entropie et de vorticité de plus en plus grandes. Les instabilités secondaires affectent le développement de SASI à partir du moment où leurs amplitudes respectives deviennent comparables à celle de SASI. Cela signifie que

les parasites croissent plus rapidement que SASI et saturent la croissance de cette dernière. Guilet *et al.* (2010) ont donc défini la saturation de SASI par un critère comparant le taux de croissance des parasites à celui de SASI :

$$\max(\sigma_{\mathrm{RT}}, \sigma_{\mathrm{KH}}) = \sigma_{\mathrm{SASI}}. \tag{4.21}$$

Dans un mode de SASI, l'amplitude des perturbations d'entropie et de vorticité sont proportionnelles à l'amplitude des déplacements de l'onde de choc Δr. Pour estimer l'amplitude de saturation, il faut donc calculer la structure radiale d'un mode propre de SASI afin d'en déduire le déplacement minimal de l'onde de choc Δr qui produit des perturbations d'amplitudes suffisantes pour satisfaire le critère 4.21. La croissance de RT et KH est évaluée localement à un rayon donné et non sur la globalité de l'écoulement. La méthode définit une mesure locale de l'amplitude de saturation. Néanmoins, Guilet *et al.* (2010) ont montré que cette estimation est relativement indépendante du rayon considéré. Ceci est dû en partie au fait que les effets stabilisants de l'advection et de la stratification s'exercent sur des régions bien distinctes de l'écoulement. L'effet stabilisant de l'advection est le plus fort proche du choc où la vitesse d'advection est la plus grande tandis que la stratification est la plus forte dans la région de forts gradients où le refroidissement est le plus important (figure 4.1).

4.5.2 Un mécanisme de saturation plus fortement non-linéaire ?

Nous comparons à présent l'amplitude de saturation calculée avec le formalisme présenté dans la section précédente à celle mesurée dans nos simulations de SASI pour différentes valeurs de R. La figure 4.16 (courbe bleue) montre que l'amplitude de saturation estimée selon la méthode de Guilet *et al.* (2010) diminue avec R, dès que $R \geq 2$. Dans cette gamme de paramètres, un mode $m = 1$ domine et l'instabilité la plus efficace à saturer la croissance de SASI est RT. A l'inverse, l'amplitude de saturation augmente avec R dans les simulations (courbes noires). Si le désaccord n'est que de 50% pour $R \leq 2.5$, il est d'un facteur 5 pour $R = 4$. L'écart est plus important pour les grandes valeurs de R qui correspondent aux plus grandes cavités post-chocs dans le régime non-linéaire (courbe rouge de la partie droite). Entre $R = 2$ et $R = 4$ le rayon moyen du choc et l'amplitude de saturation augmentent d'un facteur 2 dans les simulations. L'approche quasi-linéaire de Guilet *et al.* (2010) ne peut prendre en compte cette augmentation non-linéaire du rayon du choc qui est plus importante à grand R. Remarquons que même lorsque l'amplitude de saturation est normalisée par le rayon non-linéaire du choc (courbe noire en pointillés), l'amplitude de saturation croît encore avec R mais de manière moins prononcée. Les simulations de Fernández et Thompson (2009b) montrent également une augmentation de l'amplitude de saturation avec R, mais d'un facteur 1.2. Cette étude porte sur des modes de balancement en géométrie 2D axisymétrique. Dans notre étude, l'augmentation d'un facteur 1.3 (figure 4.10) est similaire si l'on se restreint aux modes de balancement.

La comparaison des prédictions quasi-linéaires avec les simulations de Fernández et Thompson (2009b) incluant la dissociation des noyaux lourds au choc est en revanche bien plus encourageante (Guilet *et al.*, 2010). L'augmentation du taux de dissociation, paramétré par une perte d'énergie cinétique à la traversée du choc, diminue la vitesse d'advection ce qui favorise la croissance de RT et diminue l'amplitude de saturation. La prédiction de l'amplitude de saturation semble plus fiable lorsque celle-ci est petite.

Dans le cas des grandes amplitudes de saturation, la comparaison avec les simulations suggère qu'une description plus élaborée des instabilités parasites est nécessaire, ou bien

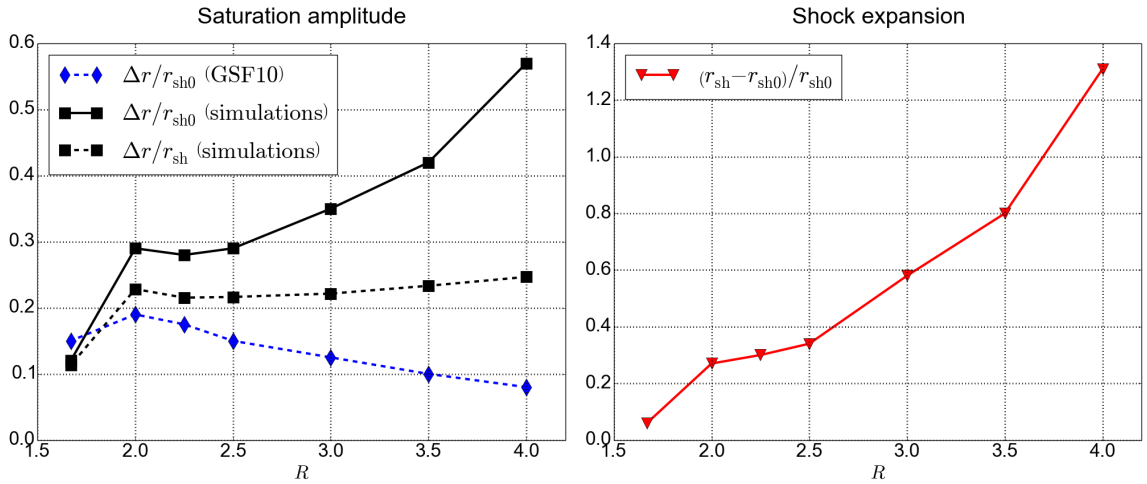


FIGURE 4.16 – **A gauche** : L'amplitude de saturation du mode dominant de SASI calculée avec le formalisme de Guilet *et al.* (2010) (courbe bleue en pointillés) est comparée à celle mesurée dans les simulations pour $\epsilon = 1$ et sept valeurs différentes de R. L'amplitude de saturation extraite des simulations est normalisée soit par le rayon initial du choc (courbe noire pleine), soit par le rayon moyen dans le régime non-linéaire (courbe noire en pointillés). **A droite** : variation du rayon moyen choc mesurée dans les simulations par rapport au rayon initial en fonction de R.

qu'un autre processus physique est responsable de la saturation. Les phénomènes fortement non-linéaires sont hors de portée de l'approche quasi-linéaire. Le modèle de Guilet *et al.* (2010) ne prend en compte qu'un mode isolé de SASI, négligeant les couplages non-linéaires entre différents modes instables. Les simulations numériques suggèrent que ces couplages peuvent changer la dynamique non-linéaire puisque le cas $R = 2$ est marqué par une transition du mode $m = 2$ au mode $m = 1$ (figure 4.6). Le raidissement des ondes acoustiques en chocs secondaires (c.f. figure 4.14b) pourrait également jouer un rôle dans la saturation de l'instabilité. Un choc secondaire pourrait établir un cycle advectif-acoustique temporaire et empêcher la rétroaction acoustique de remonter jusqu'au choc d'accrétion. Ce phénomène limiterait alors la taille de la région entre les deux chocs et provoquerait donc la saturation de SASI. Un tel effet pourrait être plus important à grand R car le raidissement en chocs secondaires est facilité pour de grandes cavités post-chocs.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la dynamique du régime non-linéaire de SASI. Les simulations numériques d'un modèle simplifié montrent qu'un mode spiral ne domine que si le rayon initial du choc vaut au moins deux fois celui de la neutrinosphère. Dans le cas contraire, la dynamique est gouvernée par un mode axisymétrique qui ne permet pas de redistribution radiale du moment cinétique. Les conséquences de cette possible redistribution sur l'étoile à neutrons seront discutés dans le chapitre suivant. Le mécanisme de brisure de symétrie n'est pas clairement établi à ce jour. Il pourrait être lié à la transition linéaire entre les modes de SASI $m = 1$ et $m = 2$.

La comparaison entre les modes axisymétriques et les modes spiraux montre que ces derniers peuvent favoriser le déclenchement de l'explosion en générant une plus grande expansion

du choc et un plus fort degré d'asymétrie. Cette étude confirme les résultats de Fernández (2015), mais s'affranchit des propriétés de turbulence différentes entre 2D et 3D. L'estimation du degré d'asymétrie reposant sur une saturation de SASI par des instabilités parasites ne donne un résultat satisfaisant que si le mode instable a une petite amplitude de saturation. Les résultats des simulations soulignent les insuffisances d'une description quasi-linéaire de la saturation dans les cas où son amplitude est suffisamment importante pour que d'autres effets non-linéaires puissent jouer un rôle.

L'impossible prédiction du sens de rotation de la spirale et la possible inversion de son sens de rotation mettent en lumière le caractère stochastique du régime non-linéaire de SASI. Les résultats obtenus ne dépendent pas des prescriptions numériques utilisées et suggèrent, tout comme ceux de Cardall et Budiardja (2015), qu'une approche statistique peut être requise pour l'étude de SASI.

4.7 Perspectives

4.7.1 SASI dans les modèles plus réalistes

Le taux de croissance de SASI est inversement proportionnel au temps d'advection (équation 2.5). L'instabilité se développe plus aisément dans les progéniteurs massifs dont le taux d'accrétion élevé favorise un temps d'advection court. Pour ces progéniteurs, l'advection peut être suffisamment rapide pour stabiliser la convection. Notre modèle sans chauffage montre que les modes spiraux ont des effets d'autant plus favorables au déclenchement de l'explosion que la rapport R est grand. Néanmoins, en présence de chauffage l'effet stabilisant de l'advection sur la convection diminue à mesure que R augmente. L'inclusion du chauffage dans le modèle devrait permettre de déterminer le rapport de rayons au delà duquel la convection l'emporte sur SASI. L'existence d'un rapport seuil pour la brisure de symétrie en présence de chauffage est incertaine. Iwakami *et al.* (2014b) ont utilisé un modèle 3D simplifié mais avec du chauffage et ont obtenu des modes de balancement ou spiraux sans lien apparent avec le rapport R. Il est possible que le chauffage ajoute de la stochasticité, ce qui ne permet plus de définir un rapport de rayons critique pour l'émergence d'un mode spiral robuste. Pour confirmer ou infirmer l'existence d'un rapport seuil, il faudrait effectuer plusieurs simulations réalistes où SASI se développe et examiner la dynamique de l'instabilité pour vérifier si un seuil en rapport de rayons affecte la nature des modes instables.

SASI se développe préférentiellement lorsque le flux de neutrinos est faible et dans cette situation la convection peut être stable ($\chi < 3$). L'apparition de SASI lorsque l'explosion est un échec et qu'un trou noir se forme est donc plutôt attendue et même observée dans certaines simulations 3D (Hanke *et al.*, 2013; Couch et O'Connor, 2014; Abdikamalov *et al.*, 2015). SASI peut également se développer pour une explosion réussie (Melson *et al.*, 2015a). Le nombre trop faible de simulations 3D réalistes disponibles ainsi que la difficulté à produire des explosions robustes 3D, quelque soient la masse du progéniteur et l'instabilité dominante ne permettent de tirer des conclusions définitives sur le rôle exact de SASI dans le mécanisme d'explosion. Cardall et Budiardja (2015) ont montré à l'aide d'un modèle simplifié identique à celui de Fernández (2015) que SASI pouvait se substituer à la convection en soulevant le choc suffisamment loin pour que sa remise en mouvement soit possible. L'utilisation de modèles plus réalistes pourrait permettre de vérifier si le régime de paramètres que nous avons identifié comme étant plus favorable à l'explosion, grâce à l'action du mode spiral de SASI, est réellement atteint dans la nature.

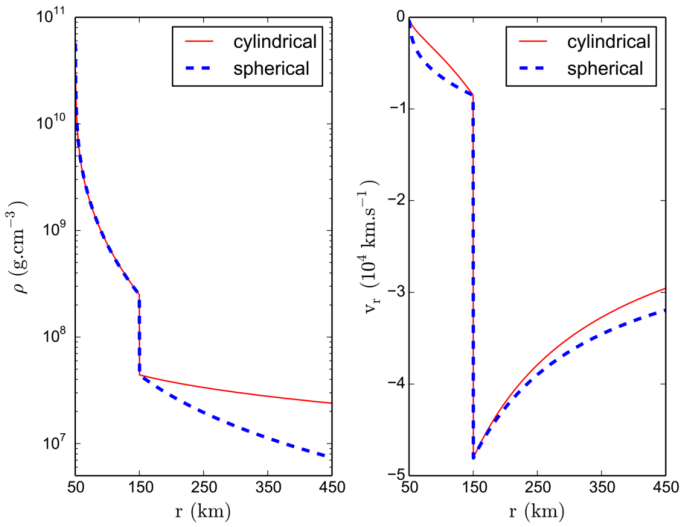


FIGURE 4.17 – Profils initiaux de densité (à gauche) et de vitesse radiale (à droite) déterminés en géométrie cylindrique (courbes rouges) et en géométrie sphérique (courbes bleues). Cette comparaison montre que le temps d'advection est plus court en géométrie sphérique.

4.7.2 Impact de la dimensionnalité

Les études de l'impact de la dimensionnalité sur SASI comparent généralement un écoulement en géométrie sphérique 3D à un même écoulement en géométrie 2D axisymétrique. Les modèles 2D de SASI ont considéré plusieurs géométries : plan parallèle (Foglizzo, 2009; Sato *et al.*, 2009; Guilet *et al.*, 2010), cylindrique (Blondin et Shaw, 2007; Kazeroni *et al.*, 2016) et axisymétrique (Fernández et Thompson, 2009a,b). Le modèle considéré dans ce chapitre prend en compte un écoulement en géométrie cylindrique 2D. Ce modèle permet l'étude des modes non-axisymétriques de SASI à 2D. La comparaison entre l'écoulement stationnaire en géométrie sphérique et cylindrique (figure 4.17) montre que dans le régime subsonique la densité est indépendante de la géométrie mais que le temps d'advection est plus court en géométrie sphérique qu'en géométrie cylindrique. Les fréquences d'oscillation de SASI et les taux de croissance sont proportionnels au temps d'advection et sont donc plus élevés en 3D. Ceci suggère que la brisure de symétrie pourrait intervenir plus tôt à 3D qu'à 2D cylindrique. La transition entre modes $l = 1$ et $l = 2$ se produit à un rapport R plus petit à 3D. Ces propriétés linéaires de SASI pourraient expliquer pourquoi il est possible de former une spirale $l = 2$ sans chauffage à 3D (Fernández, 2010), mais pas à 2D cylindrique.

L'influence de l'asymétrie à grande échelle due à SASI dépend de son amplitude de saturation et celle-ci pourrait être affectée par la dimensionnalité. Une clarification de l'origine de la saturation de SASI semble nécessaire pour pouvoir vérifier l'importance de la dimensionnalité sur l'amplitude de saturation. Les simulations 3D autorisent la croissance de davantage de modes, ce qui génère des couplages plus complexes entre modes instables de SASI et ne facilitent sans doute pas la prédiction de l'amplitude de saturation. La saturation de SASI dépend en partie du développement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Nous verrons au chapitre 6 que son développement peut être plus rapide à 3D qu'à 2D plan parallèle et que cette différence est susceptible d'impacter entièrement la dynamique de la région de gain.

Chapitre 5

Accélération et ralentissement de la rotation des pulsars par SASI

« Faites que votre tableau soit toujours une ouverture au monde. »

— Léonard de Vinci

Sommaire

5.1 Introduction **83**
5.2 Du cœur de fer à l'étoile à neutrons **84**
5.2.1 Contraintes sur les taux de rotation 85
5.2.2 Effondrement non-axisymétrique 86
5.3 Impact de la rotation sur la dynamique du choc **88**
5.3.1 Étude paramétrique 88
5.3.2 Du régime linéaire au régime non-linéaire 89
5.3.3 Une superposition d'instabilités 90
5.4 Redistribution du moment cinétique **93**
5.4.1 Progéniteurs sans rotation 93
5.4.2 Progéniteurs en rotation 96
5.5 Conclusion **101**
5.6 Perspectives **102**
5.6.1 Vers un modèle moins idéalisé 102
5.6.2 Impact du champ magnétique 102
5.6.3 Corrélation kick-spin 103

5.1 Introduction

Le taux de rotation (ou spin) des pulsars à la naissance est un paramètre important pour relier le résidu de l'explosion à son progéniteur. Le spin initial d'un pulsar peut permettre de remonter au taux de rotation du cœur de fer au bord de l'effondrement. La majorité des pulsars observés semblent être en rotation relativement lente au moment de leur formation, de l'ordre de quelques dizaines à quelques centaines de millisecondes (Vranesevic *et al.*, 2004;

Popov et Turolla, 2012). Une explosion MHD nécessite un taux de rotation si rapide (section 3.2.2) qu'il favorise la formation d'un pulsar milliseconde. Ce scénario pourrait ne concerner qu'une minorité de cas d'après la distribution des spins de pulsars à la naissance. Différents mécanismes ont été proposés pour expliquer le transport de moment cinétique durant l'évolution stellaire des progéniteurs et estimer ainsi la période de rotation des pulsars à la naissance. La plupart de ces scénarios obtiennent des périodes soit trop courtes, soit trop longues pour rendre compte des observations (section 5.2). Dans ces mécanismes, le spin du pulsar est déduit par conservation du moment cinétique du cœur de fer dans l'effondrement. Dans le chapitre précédent, nous avons montré que sous certaines conditions SASI peut développer un mode spiral robuste. Comment la rotation influence-t-elle SASI ? Dans quelle mesure le mode spiral peut-il impacter le spin de l'étoile à neutrons ? La rotation des pulsars est-elle accélérée ou au contraire ralentie par SASI ?

L'influence de la rotation sur la dynamique du choc reste incertaine. La plupart des études concernent les rotations rapides en lien avec les explosions MHD et la formation de magnétars (Mösta *et al.*, 2015; Takiwaki *et al.*, 2016). Dans ce chapitre, nous compléterons le modèle dédié à SASI en incluant la rotation du progéniteur. Une rotation modérée n'offre pas un réservoir d'énergie suffisant pour l'explosion mais impacte la dynamique de SASI différemment selon le rapport de rayons R (section 5.3). De plus, l'apparition d'une instabilité de corotation modifie grandement l'effet de la rotation sur SASI.

A l'aide d'un modèle simplifié adiabatique, Blondin et Mezzacappa (2007) ont proposé que le mode spiral de SASI puisse mettre un pulsar en rotation avec une période de l'ordre de 50 ms, même si la rotation du progéniteur est modeste. Dans ce scénario idéalisé, le moment cinétique est séparé en deux régions de signes opposés. La plus externe est expulsée lors de l'explosion tandis que la plus interne est accrétée à la surface de la PNS. La rotation du progéniteur favorise la croissance de SASI (Yamasaki et Foglizzo, 2008) et la redistribution de moment cinétique induite par le mode spiral pourrait, de manière inattendue, faire tourner l'étoile à neutrons dans le sens inverse de son progéniteur (Blondin et Mezzacappa, 2007). Nous présenterons les résultats d'une étude paramétrique de la redistribution de moment cinétique. Cette analyse prend en compte la rotation du progéniteur afin de contraindre l'importance des modes non-axisymétriques dans le bilan de moment cinétique de la contraction du cœur de fer en étoile à neutrons (section 5.4). Cette étude permettra de délimiter l'espace des paramètres dans lequel le spin des pulsars est significativement impacté par un mode spiral à grande échelle que ce soit pour accélérer ou pour ralentir le résidu compact de la supernova.

5.2 Du cœur de fer à l'étoile à neutrons

L'étude des propriétés initiales des pulsars est d'un intérêt considérable pour la compréhension des supernovæ. Elle peut révéler des renseignements non seulement sur les progéniteurs mais aussi sur la physique de l'explosion. Les vitesses élevées des pulsars par rapport à celles des progéniteurs pourraient s'expliquer naturellement par une explosion asymétrique à grande échelle et un kick reçu par l'étoile à neutrons durant les premières secondes après le rebond de matière (voir section 2.4.1). La distribution des spins des pulsars à la naissance contient des informations sur les taux de rotation des cœurs de fer au bord de l'effondrement. Elle permet de contraindre les taux de rotation à considérer dans l'étude de la dynamique du choc d'accrétion. La relation entre la période de rotation du pulsar à la naissance et celle de son progéniteur est mal connue à ce jour. Les modes spiraux d'instabilités à grande échelle

peuvent redistribuer le moment cinétique radialement et le spin du pulsar peut être très différent de la valeur estimée par simple conservation du moment cinétique du cœur de fer. Dans la suite, nous détaillerons les différentes contraintes disponibles sur les taux de rotation des pulsars et de la région interne des étoiles massives (section 5.2.1). Nous dresserons ensuite un état des lieux des travaux portant sur la redistribution de moment cinétique durant l'effondrement, notamment sous l'effet des modes spiraux de SASI (section 5.2.2).

5.2.1 Contraintes sur les taux de rotation

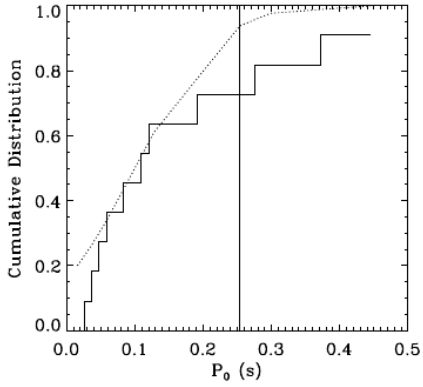
Spin des pulsars isolés à la naissance

Une majorité de pulsars isolés sont en rotation lente, i.e. avec une période de quelques dizaines à quelques centaines de millisecondes. Les pulsars les plus rapides ont une période de rotation de l'ordre de la milliseconde, mais ceci est dû à une accrétion plus tardive dans un système binaire. En deçà de cette période, la force centrifuge excède la force de gravitation et provoquerait une dislocation de l'objet compact. La période de rotation initiale des pulsars radios peut être déduite de leur période actuelle, bien plus lente, en connaissant leur taux de ralentissement et leur âge. Le pulsar du Crabe tourne avec une période de 33 ms alors qu'il est né avec une période de 19 ms (Kaspi et Helfand, 2002). Les difficultés à établir avec précision l'âge du reste de supernova et la loi d'évolution temporelle de la période de rotation, liée à la perte d'énergie d'un dipôle magnétique en rotation, font que nous ne connaissons que peu de périodes initiales avec précision. Les données disponibles suggèrent que près de 40% des pulsars sont nés avec une période comprise entre 100 ms et 500 ms (Vranesevic *et al.*, 2004). Popov et Turolla (2012) ont montré que la distribution de périodes initiales de trente objets connus peut être modélisée par une distribution gaussienne avec une moyenne et un écart-type de l'ordre de 100 ms (figure 5.1a). La synthèse de population favorise également une distribution de périodes étendue. Faucher-Giguère et Kaspi (2006) ont proposé une distribution gaussienne de centrée autour de 300 ms et un écart-type de 150 ms (figure 5.1b). De telles distributions étendues posent au moins une contrainte forte sur les modèles théoriques d'explosion. Soit la majorité des cœurs de fer est en rotation lente au moment de l'effondrement, soit il existe un mécanisme efficace d'extraction de moment cinétique pendant l'explosion.

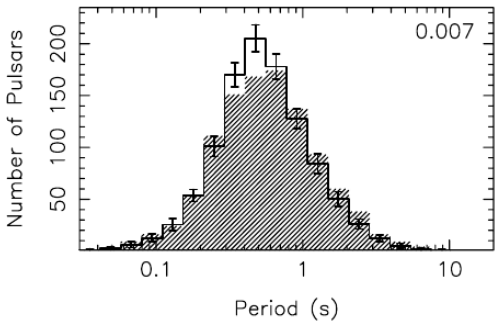
Profil de rotation du cœur des étoiles massives

Le profil radial de moment cinétique de la région interne des étoiles massives est incertain à ce jour. La distribution de moment cinétique dans la région centrale permettrait de mieux contraindre la gamme de taux de rotation à explorer dans les modèles d'explosion. Cette région est définie comme étant celle qui contient l'équivalent de la masse de la future étoile neutrons ($1.4 - 2\,\mathrm{M}_\odot$). La détermination du moment cinétique interne repose sur des calculs d'évolution stellaire. Ces calculs utilisent des prescriptions 1D des mécanismes de transport de moment cinétique, étant donné le coût prohibitif en temps de calcul d'une évolution multidimensionnelle. En prenant en compte le transport de moment cinétique induit par les couples magnétiques générés par une dynamo, Heger *et al.* (2005) ont pu estimer la structure du moment cinétique interne. Ces résultats conduisent, par conservation du moment cinétique dans l'effondrement à des périodes de rotation d'étoiles à neutrons plutôt rapide, de l'ordre de 10 à 15 ms.

L'astérosismologie permet de sonder la rotation du cœur de géantes rouges (voir par



(a) Distribution cumulative des périodes initiales d'un ensemble de 30 pulsars estimées grâce à la connaissance de l'âge des objets et une loi de ralentissement de la rotation. La ligne en pointillés permet de comparer cette distribution à une gaussienne de moyenne et d'écart-type 100 ms. La ligne verticale montre la période initiale pour laquelle l'écart entre les deux distributions est le plus grand. Crédit : Popov et Turolla (2012).



(b) Distribution des périodes de rotation initiales de pulsars obtenue par une synthèse de population (histogramme en traits pleins), comparée à la distribution réelle (histogramme hachuré). Crédit : Faucher-Giguère et Kaspi (2006).

FIGURE 5.1

exemple Beck *et al.* (2012); Mosser *et al.* (2012)). Les données recueillies par le satellite *Kepler* indiquent que les régions internes de ces étoiles tournent bien plus lentement que ne le prédisent les mécanismes de transport de moment cinétique basés sur les instabilités hydrodynamiques ou les couples magnétiques (Cantiello *et al.*, 2014). Il n'existe pas à ce jour d'observations similaires pour les étoiles plus massives qui nous intéressent particulièrement dans cette thèse.

D'autres mécanismes de transport de moment cinétique, non pris en compte dans les calculs d'évolution stellaire 1D, pourraient permettre d'expliquer ces rotations lentes. En particulier, les ondes internes de gravité sont capables de redistribuer le moment cinétique radialement (voir par exemple Talon et Charbonnel (2003); Lee *et al.* (2014)). Ces ondes générées par le cœur convectif d'hélium puis de carbone pourraient permettre d'extraire du moment cinétique, ce qui donnerait une période de rotation minimale du cœur de fer de 50 s (ou 2.5 ms pour une étoile à neutrons) (Fuller *et al.*, 2015).

Pour terminer, ajoutons que la binarité pourrait grandement affecter la rotation des étoiles massives. Sana *et al.* (2012) ont estimé que 70% des étoiles de type O ont eu une interaction binaire avec une étoile compagnon. Cette interaction peut prendre la forme d'un effet de marée, d'un transfert de masse ou d'une fusion d'étoiles. Ces résultats suggèrent qu'une fraction importante des progéniteurs subissent des modifications des propriétés de leur rotation. La binarité pourrait donc élargir l'espace des paramètres à considérer quant à la question du rôle de la rotation dans le mécanisme d'explosion.

5.2.2 Effondrement non-axisymétrique

Toutes les estimations de spins d'étoiles à neutrons données dans la section précédente reposent sur une hypothèse de conservation du moment cinétique durant l'effondrement du cœur. Les instabilités hydrodynamiques génèrent une distribution de masse et une accrétion

asymétriques, ce qui peut redistribuer le moment cinétique. Ainsi la conservation du moment cinétique n'est vérifiée que globalement. Pour illustrer ce point, considérons un progéniteur sans rotation. Sous l'hypothèse de conservation du moment cinétique, l'étoile à neutrons engendrée est elle aussi sans rotation. Wongwathanarat *et al.* (2013) ont montré qu'une asymétrie modeste de la distribution de masse de $\Delta m = \pm 10^{-3}\,\mathrm{M}_\odot$ peut exercer un couple significatif et mettre en rotation l'étoile à neutrons. En effet, pour un paramètre d'impact $d \sim 30\,\mathrm{km}$ et une vitesse d'impact $v_{\mathrm{imp}} \sim \sqrt{2GM_{\mathrm{NS}}/R_{\mathrm{NS}}} \sim 10^{10}\,\mathrm{cm.s^{-1}}$, la collision de la distribution asymétrique de masse Δm avec la PNS provoque un transfert de moment cinétique

$$\Delta J_{\mathrm{NS}} = \Delta m\, v_{\mathrm{imp}}\, d \sim 6 \times 10^{46}\,\mathrm{g.cm^2.s^{-1}}. \tag{5.1}$$

Cela correspond à une période de rotation

$$P_{\mathrm{NS}} = \frac{2\pi I_{\mathrm{NS}}}{\Delta J_{\mathrm{NS}}} \sim 0.1\,\mathrm{s}. \tag{5.2}$$

en considérant un moment d'inertie d'une étoile à neutrons $I_{\mathrm{NS}} \equiv 0.4 M_{\mathrm{NS}} R_{\mathrm{NS}}^2 \sim 10^{45}\,\mathrm{g.cm^2}$. Cette estimation simplifiée donne un ordre de grandeur de l'impact d'une asymétrie sur le spin des étoiles à neutrons.

Le mode spiral de SASI permet une redistribution à grande échelle du moment cinétique (figure 4.8) en l'absence de rotation initiale. Le moment cinétique est séparé en deux contributions de signes opposés, l'une est stockée sous l'onde spirale tandis que l'autre est accrétée à la surface de la PNS. En utilisant des simulations 3D d'un modèle adiabatique Blondin et Mezzacappa (2007) ont montré que le mode spiral pouvait mettre en rotation une étoile à neutrons née d'un progéniteur sans rotation. Ce résultat surprenant a également été obtenu par Fernández (2010) à 3D en utilisant une fonction de refroidissement identique à celle de notre modèle. Le phénomène, étudié jusqu'alors dans des simulations numériques, a été confirmé expérimentalement par Foglizzo *et al.* (2012). L'instabilité SWASI développe un mode spiral qui induit une redistribution de moment cinétique équivalente à celle de SASI. L'eau « accrétée » dans le cylindre central possède un moment cinétique bien que l'injection d'eau au bord externe soit purement radiale. Wongwathanarat *et al.* (2013) ont estimé des périodes de rotation de $100 - 8000\,\mathrm{ms}$ en considérant le chauffage et le refroidissement, l'auto-gravité et des corrections relativistes du potentiel dans des simulations 3D de progéniteurs sans rotation. La période finale de l'étoile à neutrons semble dépendre en particulier du progéniteur considéré. Guilet et Fernández (2014) ont proposé une approche analytique pour estimer la quantité maximale de moment cinétique générée par un mode spiral. Les valeurs de spins obtenues sont compatibles avec les résultats de Wongwathanarat *et al.* (2013). Ce mécanisme de redistribution repose sur l'émergence rapide, i.e. avant l'explosion, d'un mode spiral dans le régime non-linéaire. Nous avons vérifié dans le chapitre précédent que les conditions de formation d'un mode spiral sont remplies dès que le rapport des rayons R est suffisamment grand (Kazeroni *et al.*, 2016). La brisure de symétrie entre modes spiraux semble être plus prompte à 3D qu'à 2D (c.f. 4.7.2).

La croissance d'un mode spiral de SASI tournant dans le même sens que la rotation est favorisée par la rotation du progéniteur (Blondin et Mezzacappa, 2007; Yamasaki et Foglizzo, 2008; Iwakami *et al.*, 2009). La redistribution du moment du cinétique due à SASI donne une contribution qui est alors opposée au moment cinétique du cœur du progéniteur. La présence de rotation pourrait donc conduire l'accrétion de moment cinétique de signe opposé à celui du progéniteur. Ainsi, SASI pourrait donner naissance à une étoile à neutrons dont le sens de rotation est opposé à celui de son progéniteur ! Blondin et Mezzacappa (2007) ont observé que

la rotation accélère le processus de redistribution de moment cinétique. Ce processus conduit à une rotation de l'étoile à neutrons dans le sens opposé à celui du progéniteur et avec une période de l'ordre de 50 ms. Cependant, cette étude néglige le moment cinétique du cœur de fer avant l'effondrement. Dans la section 5.4.2, nous clarifierons ce point et estimerons le taux de rotation maximal permettant de faire tourner l'étoile à neutrons en sens opposé. Cette étude permettra d'évaluer quantitativement l'efficacité du ralentissement des pulsars par SASI. L'inversion du sens de rotation de l'objet compact durant l'effondrement peut être confirmée expérimentalement par SWASI (Foglizzo *et al.*, 2015).

5.3 Impact de la rotation sur la dynamique du choc

Avant de nous intéresser à l'influence de SASI sur le spin des étoiles à neutrons, nous discutons dans cette section de l'impact de la rotation du progéniteur sur la dynamique du choc. Nous donnerons le cadre de l'étude paramétrique dans la section 5.3.1 et testerons la robustesse du modèle sur le régime linéaire de SASI en présence de rotation (section 5.3.2). Nous présenterons ensuite les résultats des simulations afin de caractériser le rôle de la rotation sur la dynamique non-linéaire de SASI (section 5.3.3). Celle-ci change complètement lorsqu'une corotation apparaît dans le fluide post-choc.

5.3.1 Étude paramétrique

Le modèle utilisé dans l'étude de la rotation repose largement sur celui présenté dans la section 4.2. Le calcul des conditions initiales est identique à celui du chapitre précédent et ne prend pas en compte la rotation. Une fois le flot initial relaxé sur la grille numérique, un moment cinétique spécifique constant est injecté par le bord externe. A ce stade l'écoulement est encore 1D et SASI est déclenchée par une perturbation de densité caractérisée par $\epsilon = 0.25$ et $\delta\rho_0 = 10^{-4}$ (c.f. équation 4.12). La quantité de rotation injectée dans la simulation est caractérisée par le nombre sans dimension β :

$$\beta \equiv \frac{j}{10^{16}\,\mathrm{cm}^2.\mathrm{s}^{-1}} = \frac{0.63\,\mathrm{ms}}{P_{10\,\mathrm{km}}}, \tag{5.3}$$

où $j = v_\phi(r)r = \Omega(r)r^2$ correspond au moment cinétique spécifique, conservé dans le flot 1D. $P_{10\,\mathrm{km}}$ donne la période de rotation rapportée à la surface d'un pulsar de 10 km de rayon. Dans nos simulations, la gamme de rotation considérée est telle que $0.005 \leq \beta \leq 1$. Le taux de rotation le plus élevé correspondrait à une période de rotation très rapide, $P_{10\,\mathrm{km}} = 0.63\,\mathrm{ms}$ si le moment cinétique est conservé jusqu'à $r = 10\,\mathrm{km}$. L'évolution stellaire estime le moment cinétique de la région interne d'une étoile massive à $\beta \sim 0.01 - 0.1$ si le champ magnétique est pris en compte et $\beta \sim 1-10$ sinon. Les simulations 3D avec rotation, peu nombreuses à ce jour, considèrent généralement une rotation très rapide : $\beta = 1.2, 6.3$ (Nakamura *et al.*, 2014), $\beta = 3.1$ (Kuroda *et al.*, 2014) ou $\beta = 3.9$ (Takiwaki *et al.*, 2016). De ce point de vue, les simulations de Blondin et Mezzacappa (2007) avec $\beta = 0.1$ constituent une exception. L'injection retardée de la rotation permet de la traiter comme une perturbation de l'écoulement, similairement à Iwakami *et al.* (2014a). Le calcul de la constante de normalisation du refroidissement A ne prend pas en compte la force centrifuge qui la modifierait de moins de 15% au maximum (Yamasaki et Foglizzo, 2008). Le rayon de l'onde de choc augmente de moins de 5% (voir table 5.1). La force centrifuge j^2/r^3 est petite devant la force de gravité $|-GM_{\mathrm{NS}}/r^2|$, de

l'ordre de quelques pourcents au maximum, en $r = r_*$:

$$\frac{j^2}{r^3}\frac{1}{GM_{\rm NS}/r^2} = \frac{j^2}{GM_{\rm NS}r} = 5.77\times10^{-2}\left(\frac{\beta}{1}\right)^2\left(\frac{50\,{\rm km}}{r_*}\right)\left(\frac{1.3\,{\rm M}_\odot}{M_{\rm NS}}\right). \tag{5.4}$$

Par ailleurs, la vitesse de chute libre au niveau du choc $v_{\rm ff}$ est légèrement surestimée lorsque l'effet de la rotation n'est pas pris en compte dans le calcul de l'écoulement stationnaire. En effet, celle-ci vaut alors :

$$v_{\rm ff} = \sqrt{\frac{GM_{\rm NS}}{r} - \frac{j^2}{2r^2}}. \tag{5.5}$$

La correction est de quelques pourcents pour les rotations les plus rapides :

$$\frac{j^2}{2r^2}\frac{1}{GM_{\rm NS}/r_{\rm sh}} = \frac{j^2}{2GM_{\rm NS}/r_{\rm sh}} = 3.45\times10^{-2}\left(\frac{\beta}{1}\right)^2\left(\frac{1.67}{R}\right)\left(\frac{50\,{\rm km}}{r_*}\right)\left(\frac{1.3\,{\rm M}_\odot}{M_{\rm NS}}\right). \tag{5.6}$$

Dans la suite, nous considérerons six valeurs du rapport de rayons : $R = \{1.67,\ 2,\ 2.5,\ 3,\ 4,\ 5\}$.

5.3.2 Du régime linéaire au régime non-linéaire

La force centrifuge $\Omega(r)^2 r$ joue un rôle d'autant plus mineur sur la dynamique qu'elle est quadratique par rapport au taux de rotation. Le seul effet linéaire de la rotation consiste en un décalage en fréquence, ou effet Doppler : $\omega' = \omega - m\Omega(r)$. Ce décalage a pour conséquence d'augmenter le taux de croissance des modes spiraux tournant dans le sens de rotation du flot, de stabiliser ceux tournant en sens inverse mais n'affecte pas le mode axisymétrique $m = 0$ (Yamasaki et Foglizzo, 2008). De plus, l'augmentation du taux de croissance est linéaire vis à vis du moment cinétique spécifique injecté. Cet effet a pour origine la rotation différentielle entre le choc et le bord interne due au profil de rotation $\Omega(r) \propto r^{-2}$.

L'étude du régime linéaire de simulations avec un rapport de rayons $R = 2.5$ confirme les résultats de Yamasaki et Foglizzo (2008). Le taux de croissance augmente bien linéairement avec la rotation (figure 5.2 à gauche). Les écarts à la linéarité sont dus à la difficulté de mesurer le taux de croissance dans certains cas. Par ailleurs, la fréquence d'oscillation $\omega_r \sim 2\pi v_2/(r_{\rm sh} - r_*)$ augmente aussi linéairement avec le taux de rotation dans le régime linéaire de SASI (figure 5.2 au milieu). On observe en revanche que cette fréquence diminue non-linéairement [1]. Ceci s'explique notamment par l'augmentation du rayon du choc dans le régime non linéaire. L'augmentation est de l'ordre de 30% pour $R = 2.5$ (c.f. figure 4.16).

Yamasaki et Foglizzo (2008) ont montré que l'apparition d'un rayon de corotation, défini par :

$$r_{\rm co} \equiv \sqrt{\frac{mj}{\omega_r}}, \tag{5.7}$$

ne modifie pas l'influence de la rotation sur les taux de croissance, conformément à la compréhension que nous avons du cycle advectif-acoustique. Un rayon de corotation délimite une région où le fluide tourne plus vite que le motif spiral. Une telle région ne peut exister que si la rotation est suffisamment forte (figure 5.2 à droite). La diminution non-linéaire de la fréquence ω_r augmente le rayon de corotation qui peut devenir plus grand que le rayon de la PNS r_*, alors que ce n'était pas le cas dans la phase linéaire. Par exemple, dans le cas $R = 2.5$, le taux de rotation minimal nécessaire à l'apparition d'une corotation au delà de la surface de la PNS est réduit d'environ 30% dans le régime non-linéaire.

1. Dans le régime non-linéaire, la fréquence d'oscillation est estimée en calculant la vitesse de rotation du point triple, défini comme le minimum du rayon du choc.

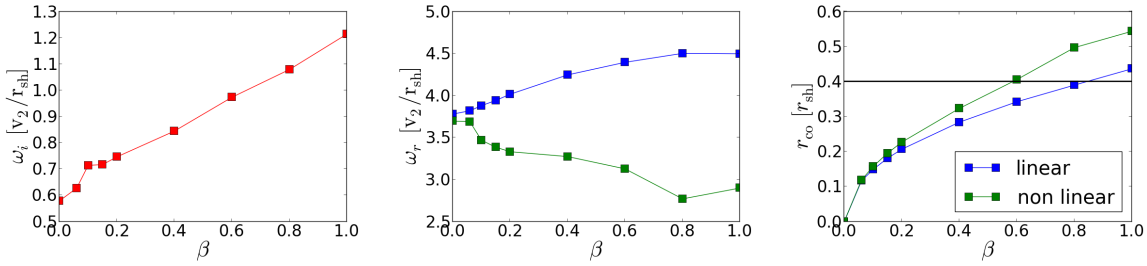


FIGURE 5.2 – Caractéristiques de la phase linéaire et du régime non-linéaire en fonction du moment cinétique injecté (β) pour $R = 2.5$. **A gauche** : Le taux de croissance de la spirale $m = 1$ dépend linéairement de β. **Au centre** : La fréquence d'oscillation linéaire (en bleu) augmente de manière quasi-linéaire avec β. En revanche, elle diminue non-linéairement à cause de l'expansion du rayon du choc (courbe verte). Cette diminution est d'autant plus importante que le taux de rotation est grand. **A droite** : Le rayon de corotation augmente avec le taux de rotation. Il est plus grand dans le régime non-linéaire (courbe verte) que dans la phase linéaire (courbe bleue). La droite horizontale en noir matérialise le rayon r_* de la PNS.

5.3.3 Une superposition d'instabilités

SASI en l'absence d'une corotation

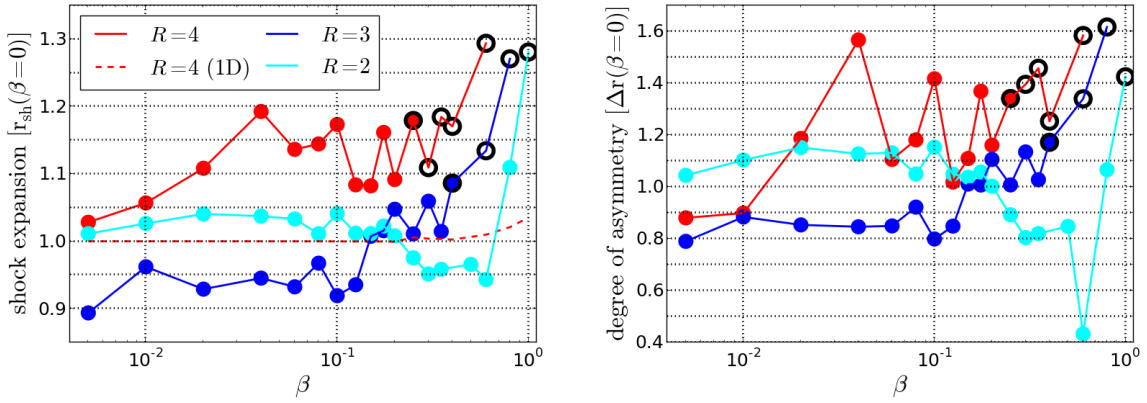


FIGURE 5.3 – Influence de la rotation sur le régime non-linéaire de SASI. Les valeurs sont normalisées par le cas référence sans rotation. Les points cerclés de noir indiquent qu'une corotation apparaît dès la phase linéaire (cercles vides) ou dans le régime non-linéaire (cercles pleins). **A gauche** : rayon moyen de l'onde de choc en fonction du moment cinétique spécifique β pour trois valeurs du rapport de rayons R. La courbe en pointillés rouge montre l'effet de la force centrifuge dans un flot 1D. **A droite** : amplitude moyenne du mode $m = 1$ en fonction du moment cinétique spécifique β pour trois valeurs du rapport de rayons R.

La figure 5.3 résume l'influence de la rotation sur SASI en termes d'expansion du choc et de degré d'asymétrie dans le régime non-linéaire. Nous observons que ces quantités n'augmentent avec le taux de rotation que si $R > 2$. Cet effet surprenant est probablement lié au critère d'émergence des modes spiraux ($R > 2$) discuté dans le chapitre 4. Pour $R = 2$, une rotation de l'ordre de $\beta \gtrsim 0.1$ est nécessaire à la déstabilisation d'un mode de balancement en mode spiral. Ensuite, pour un taux de rotation tel que $0.1 \leq \beta \leq 0.6$, le rayon moyen du choc et le degré d'asymétrie diminuent respectivement de 10% et 70% avec la rotation. Cette

diminution peut s'interpréter de la façon suivante : le cas $R = 2$ est proche de la transition de domination entre les taux de croissance des modes $m = 1$ et $m = 2$. Un moment cinétique spécifique $\beta = 0.1$ induit un écart suffisant entre les taux de croissance des modes progrades et rétrogrades pour qu'un mode de balancement soit déstabilisé en spirale. Par ailleurs, le taux de croissance du mode $m = 2$ dépend plus fortement du taux de rotation que le mode $m = 1$ (Yamasaki et Foglizzo, 2008). A mesure que la rotation augmente, la compétition entre ces deux modes engendre un couplage qui diminue l'amplitude de chacun.

Pour les cas $R = 3$ et $R = 4$, la rotation augmente le rayon du choc et l'amplitude de saturation du mode $m = 1$. Cet effet nécessite un moment cinétique spécifique de $\beta \geq 0.2$ (soit $P_{10\,\mathrm{km}} \leq 3\,\mathrm{ms}$) pour $R = 3$ mais devient visible dès que $\beta \geq 0.02$ pour $R = 4$. Une rotation modérée peut favoriser l'action de SASI en augmentant le rayon du choc d'environ 15% et le degré d'asymétrie de 30%.

Une dynamique modifiée par la corotation

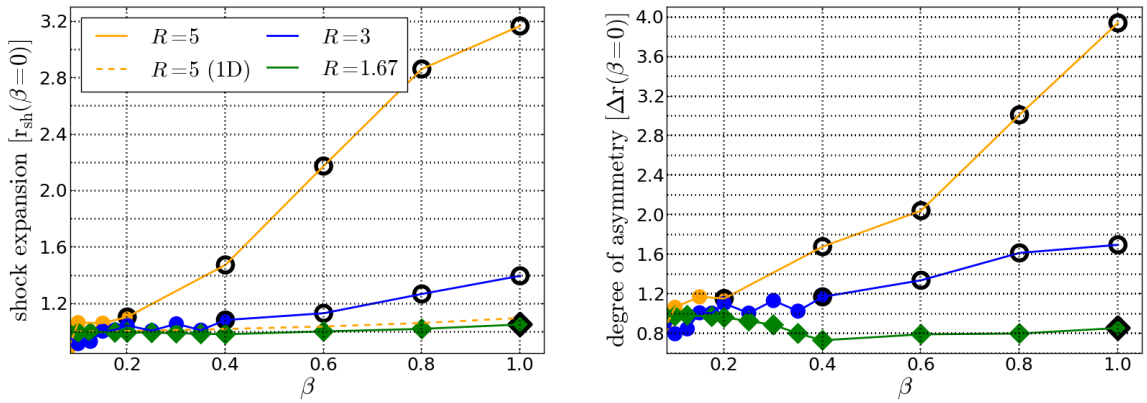


FIGURE 5.4 – Influence du rayon de corotation sur la dynamique non-linéaire de SASI. Les valeurs sont normalisées par le cas sans rotation. Les points cerclés de noir indiquent qu'une corotation apparaît dès la phase linéaire (cercles vides) ou dans le régime non-linéaire (cercles pleins). Les cercles et les losanges indiquent respectivement que la dynamique est dominée par un mode $m = 1$ et un mode $m = 2$. **A gauche** : rayon moyen de l'onde de choc en fonction du moment cinétique spécifique β pour trois valeurs du rapport de rayons R. La courbe en pointillés jaunes montre l'effet de la force centrifuge dans un flot 1D. **A droite** : amplitude moyenne du mode $m = 1$ en fonction du moment cinétique spécifique β pour trois valeurs du rapport de rayons R.

La présence d'un rayon de corotation au dessus du bord interne modifie grandement la dynamique comme le montrent les points cerclés en noir dans les figures 5.3 et 5.4. Le rayon du choc et le degré d'asymétrie augmentent bien plus fortement avec la rotation lorsqu'une corotation se superpose à SASI. Le cas $R = 5$ est emblématique de cette nouvelle dynamique puisque le rayon du choc et l'amplitude de saturation sont multipliés respectivement par 3 et 4. Dans les cas $R \leq 2$, la corotation change l'influence de la rotation sur la dynamique. En effet, le rayon du choc et le degré d'asymétrie augmentent avec la rotation tandis qu'ils diminuent si la corotation est absente. L'influence de la corotation est d'autant plus importante que le rapport R est grand. Par ailleurs, plus R est grand et moins le taux de rotation nécessaire au développement d'une corotation est élevé.

Nos résultats montrent que l'action de la rotation sur SASI n'est pas univoque. Les simu-

	Rayon moyen du choc	Degré d'asymétrie
force centrifuge (1D)	$\times 1.05$	–
SASI sans rotation	$\times 1.3 - 2.3$	$30 - 60\%$
SASI sans corotation	$\times 1.4 - 2.7$	$40 - 80\%$
SASI avec corotation	$\times 2 - 4$	$60 - 200\%$

TABLE 5.1 – Ce tableau résume l'influence de SASI sur la dynamique en fonction de la gamme de rotation considérée. De haut en bas : rotation à 1D, SASI en l'absence de rotation (c.f. chapitre 4), SASI avec rotation mais sans rayon de corotation et SASI en présence d'une corotation. La colonne du milieu donne le facteur multiplicatif du rayon moyen du choc dans le régime non-linéaire par rapport au flot stationnaire 1D sans rotation. La colonne de droite donne le degré d'asymétrie du mode le plus instable.

lations permettent d'identifier plusieurs régimes qui dépendent à la fois du rapport de rayons R et du moment cinétique spécifique injecté β :

- Une rotation est considérée comme lente lorsque les propriétés de la dynamique sont similaires au cas sans rotation. La gamme des rotations lentes est d'autant plus petite que R est grand : $\beta \lesssim 0.02$ si $R \geq 4$ et $\beta \lesssim 0.2$ si $R \leq 3$.
- Une rotation est dite modérée si elle influence la dynamique en l'absence d'une corotation. Dans ce cas, la rotation peut augmenter le rayon du choc et le degré d'asymétrie si le critère d'émergence d'un mode spiral est vérifié : $R > 2$. Dans le cas contraire, la rotation a pour conséquence inattendue de diminuer ces quantités. Cette gamme de rotation s'étend typiquement sur $0.2 \lesssim \beta \lesssim 0.6$ si $R \leq 3$ et sur $0.02 \lesssim \beta \lesssim 0.2$ sinon.
- Un fort taux de rotation correspond à un flot dans lequel une corotation se développe, que ce soit linéairement ou non-linéairement. Dans ce cas, l'influence de la rotation sur la dynamique est bien plus important.

Le tableau 5.1 synthétise l'impact de la rotation pour chacun des régimes identifiés ci-dessus.

Caractérisation de l'instabilité de corotation

La dynamique du choc en présence d'une corotation se singularise de plusieurs manières. Si la corotation induit une forte augmentation du rayon du choc et du degré d'asymétrie, elle provoque également d'importantes variations de ces quantités au cours du temps comme le montre la figure 5.5. Ces variations semblent plus marquées que dans les cas sans corotation ($\beta \lesssim 0.2$ pour $R = 5$). La brusque augmentation du rayon du choc et du degré d'asymétrie pourrait être corrélée avec l'émission d'ondes acoustiques à grande échelle. La figure 5.6 montre que pour l'un des plus forts taux de rotation considérés dans ces travaux, le champ de pression semble se réorganiser sous la forme d'une spirale ouverte $m = 1$. Cette structure est similaire à celle observée dans les simulations 3D de Takiwaki *et al.* (2016) (voir figure 3.3), bien que les modèles soient notablement différents. Le modèle de Takiwaki *et al.* (2016) inclut le chauffage par les neutrinos, considère un taux de rotation six fois plus grand et une résolution angulaire six fois moins fine dans le plan équatorial. Cette onde spirale pourrait être caractéristique de l'instabilité low-T/|W|, mais cela reste à démontrer. La diminution soudaine du rayon du choc et du degré d'asymétrie pourrait provenir d'une décohérence du mode dont la fréquence est d'autant plus décalée de la fréquence linéaire que l'expansion du

choc est grande. Ces observations semblent difficilement compatible avec une interprétation en termes d'instabilités parasites et questionnent donc notre compréhension du mécanisme de saturation (c.f. section 4.5).

La définition originale du rapport T/|W| repose sur le rapport des intégrales des énergies. Cette définition est adaptée ici en terme de rapport des valeurs locales au bord interne de la simulation, là où ce rapport est le plus élevé :

$$\frac{\mathrm{T}}{|\mathrm{W}|} = \frac{j^2}{2GM_{\mathrm{NS}}r_*}. \tag{5.8}$$

Dans notre étude, le plus fort taux de rotation correspond à $j = 10^{16}\mathrm{cm}^2.\mathrm{s}^{-1}$; soit $\mathrm{T}/|\mathrm{W}| \simeq 6\%$. Ce rapport maximal est conforme au seuil de déclenchement de l'instabilité low-T/|W|, mais inférieur au seuil d'instabilité dynamique (compris entre 0.14 et 0.27, e.g. Passamonti et Andersson (2015)), défini de façon intégrale, au delà duquel d'autres instabilités rotationnelles peuvent se développer.

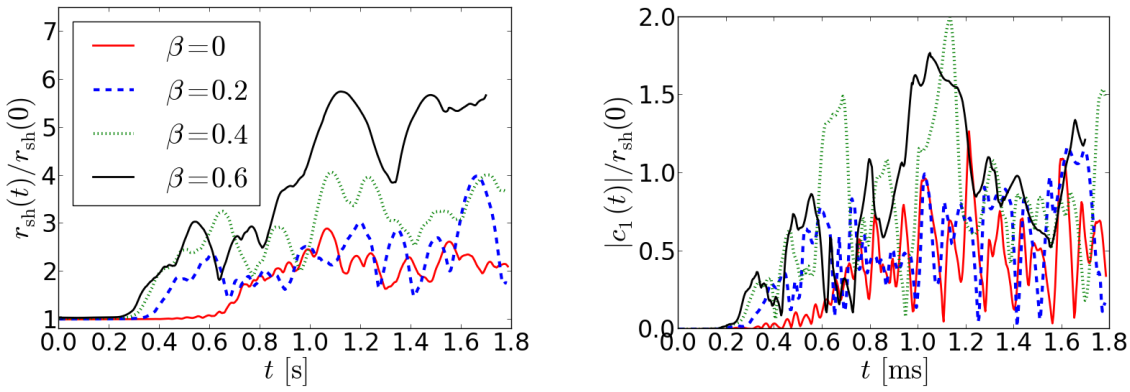


FIGURE 5.5 – Évolution temporelle du rayon moyen du choc (à gauche) et de l'amplitude du mode $m = 1$ (à droite) pour $R = 5$ et différents taux de rotation. Les simulations avec les plus forts taux de rotation ($\beta = 0.4$ et $\beta = 0.6$) montrent de plus amples variations temporelles qu'en l'absence d'une corotation.

5.4 Redistribution du moment cinétique

Pour terminer les travaux portant sur SASI, nous allons étudier l'influence d'un mode spiral sur le spin initial des étoiles à neutrons. Dans un premier temps, nous nous intéresserons à la redistribution de moment cinétique en l'absence de la rotation du progéniteur (section 5.4.1). Nous comparerons la rotation induite par un mode spiral avec les résultats de l'approche analytique de Guilet et Fernández (2014). Dans un deuxième temps, nous prendrons en compte l'effet de la rotation dans le bilan de moment cinétique (section 5.4.2). Nous discuterons du rôle particulier de la corotation sur le taux de rotation des étoiles à neutrons à la naissance.

5.4.1 Progéniteurs sans rotation

En l'absence de rotation initiale, l'échelle de temps de formation non-linéaire d'un mode spiral est inférieure à celle de l'explosion dès que le rapport de rayons R est suffisamment

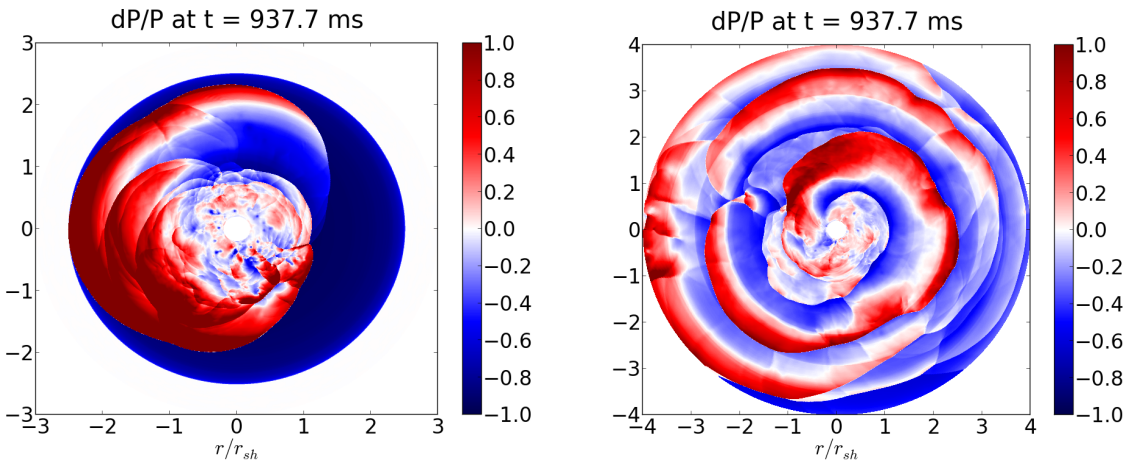


FIGURE 5.6 – Variations de la pression par rapport à sa valeur azimutale moyenne [2] pour deux simulations avec $R = 5$ et un taux de rotation $\beta = 0.1$ (à gauche) et $\beta = 0.6$ (à droite). Le champ de pression est dominé par une spirale ouverte $m = 1$, uniquement dans le cas où l'instabilité de corotation se superpose à SASI.

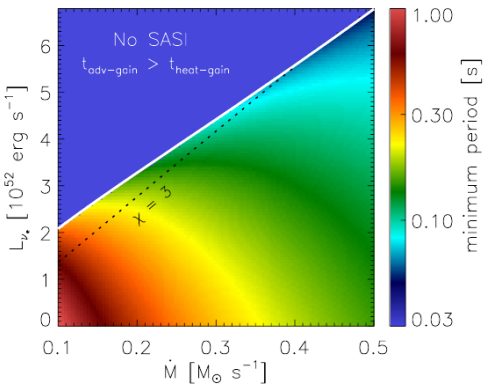
grand (c.f. 4.3.2). Le mode spiral provoque une séparation du moment cinétique (voir figure 4.8). Cette redistribution est induite par le tenseur de Reynolds du mode spiral de SASI (Guilet et Fernández, 2014). Celui-ci est estimé grâce à une analyse linéaire, ce qui permet de déduire le profil de densité de moment cinétique. La prédiction analytique se compare favorablement au régime linéaire des simulations 3D de SASI de Fernández (2010). Si le modèle considéré dans ces simulations est similaire à celui de notre étude, les perturbations sont composées de deux modes de balancement déphasés. Ainsi, un mode spiral est excité par tout déphasage non nul et croît dans le régime linéaire où la redistribution de moment cinétique opère. La prédiction linéaire de Guilet et Fernández (2014) est ensuite extrapolée au régime non-linéaire, où la croissance de l'instabilité devient nulle. Cette prédiction se compare à nouveau favorablement avec les simulations de Fernández (2010), ce qui permet d'estimer avec un accord très satisfaisant la quantité de moment cinétique stockée sous la spirale dans le régime non-linéaire de SASI. Dans un scénario idéalisé, la surface séparant la masse accrétée de la masse expulsée coïncide avec la surface séparant le moment cinétique positif et négatif. Ainsi la période de rotation de l'étoile à neutrons peut être estimée en considérant que l'opposé du moment cinétique sous le choc est accrété par l'étoile à neutrons (équation 50 de Guilet et Fernández (2014)). Cette formule, appliquée aux simulations 1D avec chauffage, refroidissement et une équation d'état réaliste de Fernández (2012), montre qu'un mode spiral peut mettre en rotation une étoile à neutrons avec une période de 50 ms à 1 s (figure 5.7a).

Le formalisme de Guilet et Fernández (2014) est adapté en annexe A à la géométrie cylindrique afin d'estimer la quantité de moment cinétique sous le choc dans nos simulations de SASI sans rotation :

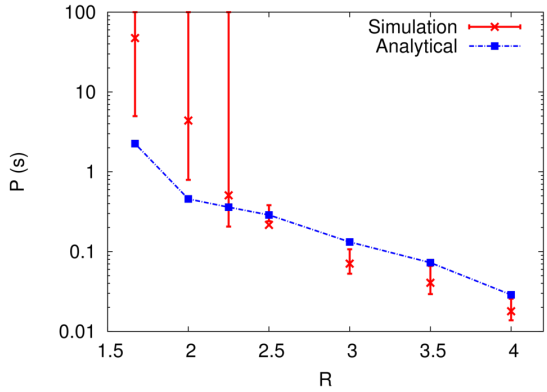
$$L_z \simeq (r_{\rm sh} - r_*) l_{z\rm sh} \simeq m f(\kappa, \mathcal{M}_1) \frac{\omega_r (r_{\rm sh} - r_*)}{2\pi |v_{\rm sh}|} \dot{M} {r_{\rm sh}}^2 \left(\frac{\Delta r}{r_{\rm sh}}\right)^2 . \tag{5.9}$$

où $f(\kappa, \mathcal{M}_1)$ est un facteur numérique défini en annexe A et qui dépend de la géomé-

2. $(P - \langle P \rangle_\phi)/\langle P \rangle_\phi$ où $\langle P \rangle_\phi$ définit la moyenne azimutale de la pression.



(a) Période de rotation minimale générée par l'action d'un mode spiral de SASI dans un modèle en géométrie sphérique, estimée par l'équation 50 de Guilet et Fernández (2014). Les paramètres utilisés dans l'estimation sont tirés des solutions stationnaires de Fernández (2012). La région marquée « No SASI » correspond au régime où il n'existe pas de flot stationnaire en symétrie sphérique. SASI ne peut donc pas se développer avant l'explosion. La ligne en pointillés délimite le seuil $\chi = 3$ en dessous duquel la domination de SASI est attendue (Foglizzo *et al.*, 2006). Crédit : Guilet et Fernández (2014).



(b) L'estimation analytique (5.10) de la période de rotation initiale de l'étoile à neutrons (courbe bleue en pointillés) est comparée au régime non-linéaire des simulations de SASI sans rotation (barres rouges). La hauteur des barres représente l'amplitude des variations temporelles du moment cinétique accrété. Si la comparaison donne un bon accord pour $R \geq 2.5$, elle est bien moins favorable si $R < 2.5$ car la dynamique non-linéaire peut annuler la redistribution de moment cinétique et induire une rotation très lente.

FIGURE 5.7

trie considérée. Le moment cinétique sous l'onde de choc dépend en particulier du carré de l'amplitude de saturation. En considérant une étoile à neutrons de moment d'inertie : $I_{\rm NS} \equiv 0.4 M_{\rm NS} R_{\rm NS}^2 \sim 10^{45}$ g.cm^2, le moment cinétique est converti en période de rotation :

$$P \simeq \frac{2\,\pi\, I_{\rm NS}}{m f(\kappa, \mathcal{M}_1)} \frac{2\pi |v_{\rm sh}|}{\omega_r (r_{\rm sh} - r_*)} \frac{1}{\dot{M} {r_{\rm sh}}^2} \left(\frac{r_{\rm sh}}{\Delta r}\right)^2 . \tag{5.10}$$

La figure 5.7b compare la période donnée par la formule 5.10 à la valeur moyenne du moment cinétique sous la spirale (c.f. figure 4.9) convertie en spin pour sept valeurs de R. Les résultats des simulations vérifient la prédiction à un facteur 2 près si $R \geq 2.5$, ce qui confirme la mise en rotation des étoiles à neutrons à des périodes de quelques dizaines ou centaines de millisecondes pour cette gamme de paramètres. Notons que ces valeurs de R correspondent aux plus grandes amplitudes de saturation. Pour $R < 2.5$, l'écart bien plus grand n'est pas surprenant et l'étoile à neutrons est en rotation très lente. En effet, les simulations montrent que le mode spiral disparaît dans le régime non-linéaire si $R \leq 2$, ou que la spirale change de sens dans le cas $R = 2.22$. Pour cet intervalle de valeurs de R la redistribution de moment cinétique est inefficace, en raison de phénomènes non-linéaires qui ne peuvent être pris en compte dans l'analyse de Guilet et Fernández (2014).

Les résultats des simulations numériques montrent un bon accord avec le formalisme de Guilet et Fernández (2014) adapté à la géométrie cylindrique. Cette comparaison favorable prouve que notre modèle cylindrique décrit relativement bien les caractéristiques des modes spiraux en termes de rotation induite. Dans la section suivante, nous allons exploiter la

robustesse de ce modèle pour étendre l'étude de la redistribution de moment cinétique aux progéniteurs en rotation.

5.4.2 Progéniteurs en rotation

Méthode d'estimation du spin

L'estimation du moment cinétique de l'étoile à neutrons $L_{\rm NS}$ impactée par la rotation du progéniteur et par le mode spiral de SASI repose sur la formule suivante [3] :

$$L_{\rm NS} \equiv L_{\rm CORE} - L_{\rm SPIRAL}, \tag{5.11}$$

où $L_{\rm CORE}$ correspond au moment cinétique du cœur de fer au bord de l'effondrement et $L_{\rm SPIRAL}$ au moment cinétique disponible sous le choc. A l'image du cas sans rotation, nous estimons le rayon $r_{\rm cut}$ au delà duquel le profil non-linéaire moyen de densité de moment cinétique est supérieur au profil initial. Ceci permet de calculer le moment cinétique redistribué par un mode spiral de SASI :

$$L_{\rm SPIRAL} \equiv \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T}\int_{r_{\rm cut}}^{r_{\rm sh}} l_z(r,t)\,dr\,dt, \tag{5.12}$$

où t_0 correspond au début du régime non-linéaire et T à l'intervalle de temps considéré pour la moyenne temporelle. Jusqu'alors, notre modèle (section 4.2.1) ne fait aucune hypothèse sur l'intérieur de la PNS, exclu du domaine de simulation. Notre modèle ne couvre que la première seconde après le début de la stagnation du choc et suppose que la région interne du progéniteur ($1.3\,{\rm M}_\odot$) s'est déjà effondrée en une PNS de 50 km de rayon à $t = 0$. Pour calculer $L_{\rm CORE}$, nous allons à présent évaluer le profil de densité et de rotation de la région centrale. Intéressons nous à la structure typique d'un progéniteur de $15\,{\rm M}_\odot$. D'après la figure 2 de Marek et Janka (2009), l'enveloppe contenant $1.3\,{\rm M}_\odot$ juste avant l'effondrement se situe à environ 1500 km. La figure 5.8 montre le profil de densité d'un progéniteur de $15\,{\rm M}_\odot$. La densité est quasiment constante jusque 300 km puis décroit comme r^{-3}. Nous considérons alors un profil de densité du cœur de fer de la forme :

$$\rho_{\rm CORE}(r) = \begin{cases} \rho_0 & \text{si } r < r_{\rm int}, \\ \rho_0 \left(\frac{r_{\rm int}}{r}\right)^3 & \text{si } r \geq r_{\rm int}, \end{cases} \tag{5.13}$$

avec $r_{\rm int} = 300\,{\rm km}$. Pour $\rho_0 = 4.25 \times 10^9\,{\rm g.cm^{-3}}$, la masse contenue dans la sphère de rayon 1500 km vaut $1.3\,{\rm M}_\odot$.

Par ailleurs, les simulations de supernova incluant la rotation considèrent généralement un profil de rotation de la forme : $\Omega(r) = \Omega_0/(1 + (r/r_0)^2)$ où Ω_0 fixe la vitesse de rotation uniforme au centre et r_0 la taille du cœur en rotation solide. Ce profil approxime relativement bien les résultats de l'évolution stellaire (figure 5.9), car le moment cinétique spécifique Ωr^2 n'est pas uniforme jusqu'au centre qui est en rotation solide. Nous nous donnons un profil de rotation un peu plus idéalisé de la région centrale :

$$\Omega_{\rm CORE}(r) = \begin{cases} \Omega_0 & \text{si } r < r_0, \\ \Omega_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2 & \text{si } r \geq r_0, \end{cases} \tag{5.14}$$

3. La formule ne prend pas en compte le moment cinétique du flot stationnaire, de même que la variation de masse de la PNS est négligée durant la phase de choc stationnaire.

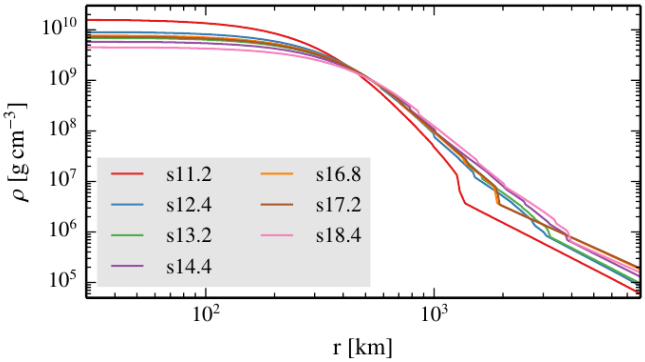


FIGURE 5.8 – Profils radiaux de densité de progéniteurs au bord de l'effondrement dont la masse est comprise entre $11.2\,\mathrm{M}_\odot$ et $18.4\,\mathrm{M}_\odot$. Crédit : Summa *et al.* (2016).

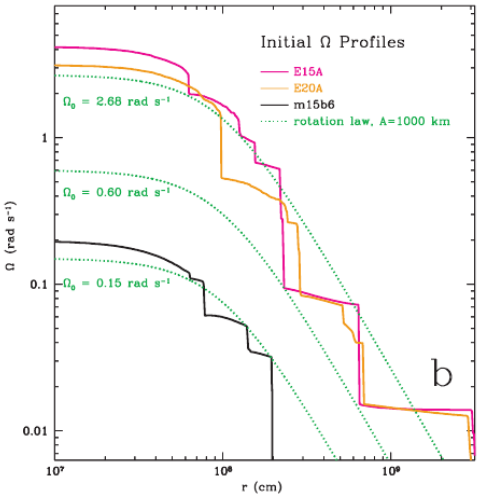


FIGURE 5.9 – Profils radiaux de vitesse de rotation de $15\,\mathrm{M}_\odot$ et $20\,\mathrm{M}_\odot$ issus de l'évolution stellaire (lignes continues). Les discontinuités correspondent aux interfaces de composition. Ces profils sont relativement bien approximés par une loi de rotation de la forme $\Omega(r) = \Omega_0/(1 + (r/r_0)^2)$ avec $r_0 = 1000\,\mathrm{km}$ (lignes en pointillés). Crédit : Ott *et al.* (2006).

où $r_0 = 1000\,\mathrm{km}$ et $\Omega_0 = j/r_0^2 = \beta/r_0^2\,[10^{16}\,\mathrm{g.cm}^2]$. Dans un progéniteur réaliste, le taux d'accrétion et le moment cinétique spécifique dépendent du temps. Par souci de simplicité, nous les supposons constants au bord externe du domaine. Cela garantit le caractère stationnaire de l'écoulement 1D. Les profils 5.13 et 5.14 sont certes très idéalisés, mais consistants avec les différentes d'approximations employées dans l'étude de SASI. L_{CORE} est alors déterminé par :

$$L_{\mathrm{CORE}} \equiv 4\pi H \int_0^{1500\,\mathrm{km}} \rho(r) r^2 \Omega(r) r^2\, dr, \tag{5.15}$$

où H est la hauteur du cylindre [4].

Redistribution de moment cinétique dans la région post-choc

Avant d'examiner le bilan de moment cinétique d'un effondrement non-axisymétrique, nous évaluons la redistribution de moment cinétique dans le flot post-choc par la quantité :

$$\frac{\Delta L}{L_0} \equiv \frac{L_{\mathrm{SPIRAL}} - L_0}{L_0}. \tag{5.16}$$

Cette quantité mesure la différence entre le moment cinétique moyen sous l'onde spirale L_{SPIRAL} et le moment cinétique du flot stationnaire post-choc L_0.

4. La hauteur H est fixée arbitrairement pour que la masse de l'étoile à neutrons soit de $1.3\,\mathrm{M}_\odot$ dans le modèle cylindrique. Les résultats ne dépendent pas de ce paramètre car l'écoulement est invariant dans la direction verticale.

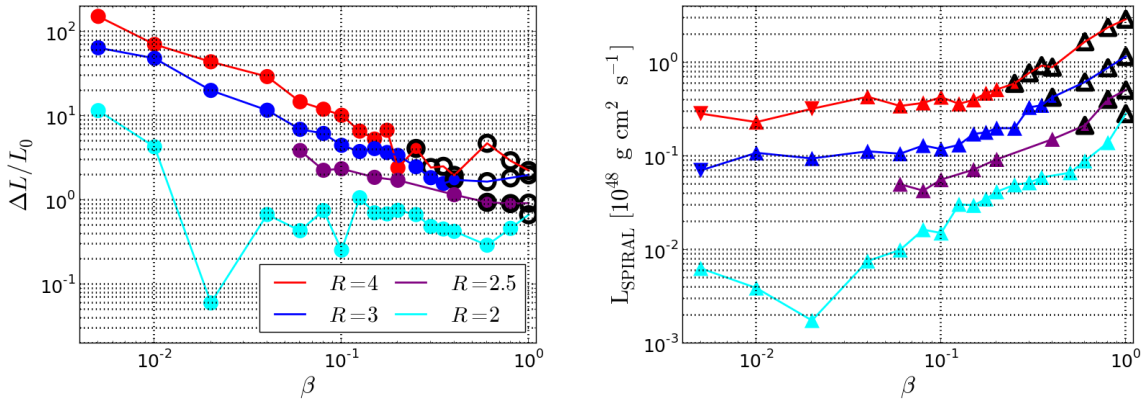


FIGURE 5.10 – Bilan de moment cinétique dans l'écoulement post-choc. Les points entourés de noir indiquent qu'un rayon de corotation apparaît dès la phase linéaire (symboles vides) ou dans le régime non-linéaire (symboles pleins). **A gauche** : Ratio $\Delta L/L_0$ en fonction du moment cinétique β et du rapport de rayons R. **A droite** : Quantité de moment cinétique stockée sous le choc. Les triangles avec une pointe vers le haut ou vers le bas indiquent respectivement que l'étoile à neutrons tourne dans le sens de rotation du progéniteur ou en sens contraire.

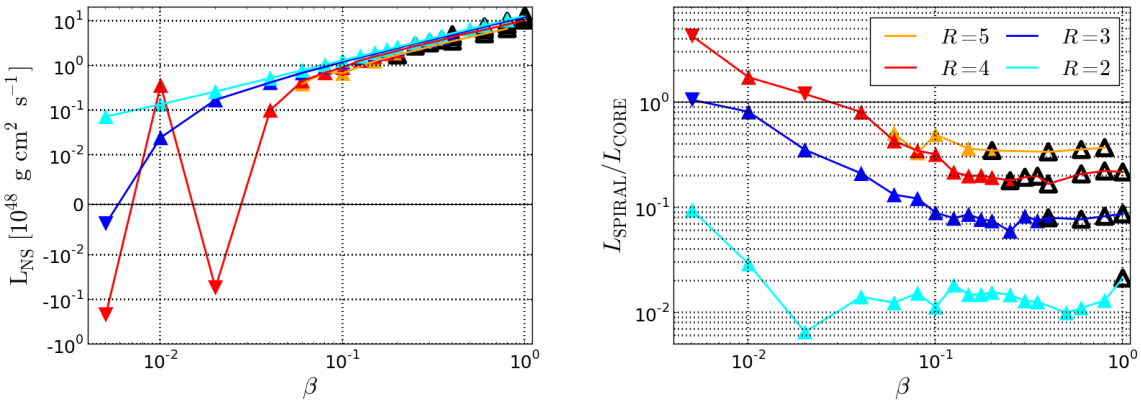
La figure 5.10 montre les effets de la rotation et du rapport de rayons sur le ratio $\Delta L/L_0$. Si la rotation est suffisamment faible, la spirale domine le bilan de moment cinétique à condition que la symétrie entre les modes spiraux soit brisée ($R \geq 2$). La quantité de moment cinétique $L_{\rm SPIRAL}$ est très peu affectée par la rotation par rapport au cas sans rotation et on observe que $\Delta L/L_0 \propto 1/\beta$. A mesure que la rotation augmente, le rapport $\Delta L/L_0$ diminue de moins en moins au point de tendre vers une constante. Cette asymptote est d'autant plus grande que R est grand. Ce changement de pente semble être lié à l'apparition de la corotation (cercles noirs de la figure 5.10, partie gauche). La corotation fixe un seuil minimal de redistribution de moment cinétique. La figure 5.10 (partie droite) représente la quantité de moment cinétique stockée sous le choc et confirme les points précédents. En effet, pour les faibles taux de rotation, cette quantité est constante et vaut environ la valeur du cas sans rotation. Cette gamme de faible rotation est plus étendue pour les grandes valeurs de R. Ceci indique que l'instabilité est la contribution principale dans le bilan de moment cinétique pour une plus large gamme de rotation. De plus, pour les plus grands taux de rotation, $L_{\rm SPIRAL}$ augmente linéairement avec β. En présence d'une corotation, la redistribution de moment cinétique est proportionnelle au taux de rotation.

Accélération ou ralentissement ?

La figure 5.11a représente la quantité de moment cinétique de la PNS, estimée par la relation 5.11, en fonction du taux de rotation et du rapport de rayons. Cette figure fait apparaître la diversité des conséquences de la redistribution de moment cinétique. Dans les cas $R < 3$, l'amplitude de saturation est trop faible pour générer un moment cinétique susceptible d'impacter la rotation de l'étoile à neutrons par rapport à un effondrement axisymétrique. Pour ces rapports de rayons, il est donc inutile de considérer l'effet des instabilités non-axisymétriques sur le bilan de moment cinétique.

Cela est nettement moins vrai pour $R \geq 3$. A faible rotation, une étoile à neutrons peut acquérir un moment cinétique de signe opposé à la rotation du progéniteur ; celle-ci tourne

donc dans le sens opposé à celui du progéniteur (triangles avec une pointe vers le bas dans les figures). Le bilan de moment cinétique est alors dominé par la contribution due aux instabilités non-axisymétrique. Ces situations confirment en partie les résultats de Blondin et Mezzacappa (2007) qui ont obtenu une étoile à neutrons en rotation inverse pour $\beta = 0.1$. Notre étude montre que le taux de rotation maximal pour lequel l'étoile à neutrons est en rotation inverse est de l'ordre de $\beta \lesssim 0.05$ (points situés au-dessus de la droite $L_{\rm SPIRAL}/L_{\rm CORE} \leq 1$ dans la figure 5.11b). Cette différence provient du fait que Blondin et Mezzacappa (2007) ne prennent pas en compte le moment cinétique du cœur avant l'effondrement dans leurs simulations avec rotation.



(a) Moment cinétique accrété par la PNS en fonction de β pour différentes valeurs de R.

(b) Rapport entre la quantité de moment cinétique disponible sous la spirale et le moment cinétique du cœur conservé durant l'effondrement en fonction de β pour différentes valeurs de R.

FIGURE 5.11

Par ailleurs, à faible rotation nous observons un cas où l'étoile à neutrons tourne dans le sens du progéniteur. Cette simulation correspond à une configuration dans laquelle la brisure de symétrie ne favorise pas le mode spiral prograde. En effet, si le taux de rotation est suffisamment petit, le sens de rotation de la spirale n'est pas déterministe, bien que légèrement favorisé par la modeste rotation initiale.

Enfin, pour les forts taux de rotation, nous remarquons que le moment cinétique accrété augmente linéairement avec β (figure 5.11a). Dans cette gamme de rotation, le mode spiral exerce un freinage résiduel sur l'étoile à neutrons, dont l'efficacité est déterminée par la valeur limite de $L_{\rm SPIRAL}/L_{\rm CORE}$ lorsque $\beta \approx 1$ (figure 5.11b) : de près de 8% pour $R = 3$ à plus de 30% pour $R = 5$. De manière intéressante, ce freinage minimal semble être lié à l'apparition d'une corotation.

La figure 5.12 permet de répondre à la question : *est-ce que SASI accélère ou ralentit les pulsars ?* Nous observons que les deux cas de figure sont possibles. Les points situés sous la droite $P_{\rm NS} = P_{\rm CORE}$ (ou sous l'horizontale $P_{\rm NS}/P_{\rm CORE}$=1) correspondent aux situations où la spirale domine le bilan de moment cinétique et met en rotation l'étoile à neutrons en sens inverse du progéniteur. A l'inverse, le mode spiral peut ralentir le pulsar né d'un progéniteur en rotation rapide à condition que le rapport de rayons soit suffisamment grand. Afin d'évaluer l'importance du mode spiral pour ces rotations rapides, fixons arbitrairement à 10 ms la période minimale compatible avec les données observationnelles (c.f. section 5.2.1). Pour

$R = 3$, le ralentissement est trop limité pour élargir la gamme des rotations de progéniteurs compatibles avec la période critique de 10 ms. En revanche, dans les cas $R = 4$ et $R = 5$, il est possible de ralentir suffisamment un pulsar qui aurait eu une période de respectivement 8 ms et 6 ms dans un effondrement axisymétrique (figure 5.12).

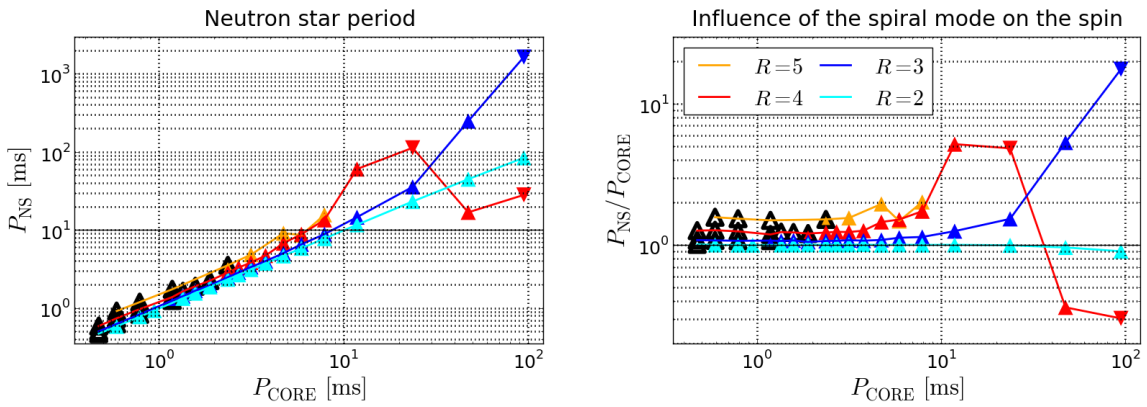


FIGURE 5.12 – Bilan de la redistribution de moment cinétique du point de vue de la période de rotation. La période de rotation d'une étoile à neutrons impactée par un mode spiral est représentée à gauche en fonction de la période estimée par simple conservation du moment cinétique du cœur ($P_{\rm CORE}$). La ligne noire horizontale représente la période minimale compatible avec les observations (10 ms). La période de l'étoile à neutrons est normalisée par $P_{\rm CORE}$ dans la figure de droite. Ces estimations sont données pour différentes valeurs de R explorées dans cette étude. Les triangles avec une pointe vers le haut ou vers le bas indiquent respectivement que l'étoile à neutrons tourne dans le sens de rotation du progéniteur ou en sens contraire.

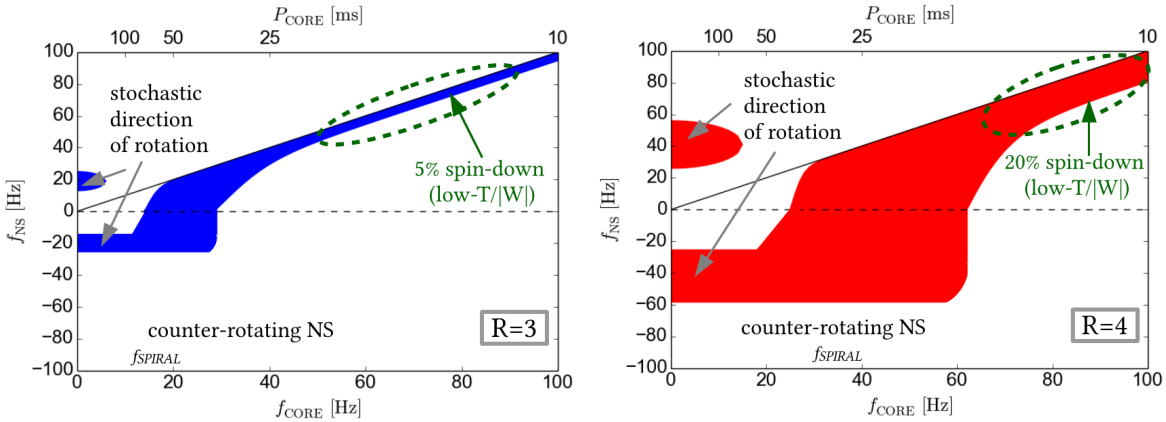


FIGURE 5.13 – Bilan de la redistribution de moment cinétique du point de vue de la fréquence de rotation. La fréquence de l'étoile à neutrons est donnée en fonction de la fréquence de rotation du cœur qui s'effondrerait de manière axisymétrique. Le cas d'un effondrement axisymétrique correspond, dans ces schémas, à la droite qui représente la fonction identité (ligne noire pleine). La région en bleu ($R = 3$) et en rouge ($R = 4$) montre la répartition des fréquences de rotation des pulsars affectés par un mode spiral. Pour les fréquences les plus élevées, la corotation induit un ralentissement résiduel (région entourée en vert). Si la fréquence est de l'ordre de celle induite par SASI dans un cas sans rotation ($f_{\rm SPIRAL}$), le pulsar peut tourner dans les deux sens de rotation. Pour une fréquence plus faible, la rotation du progéniteur ne sélectionne pas le sens de rotation de l'onde spiral.

La figure 5.13 schématise l'influence de la rotation sur la fréquence de rotation de l'étoile à neutrons dans les cas réalistes $R = 3 - 4$. Les différents effets de la rotation sur le spin des pulsars peuvent être résumés ainsi :

1. Si la fréquence de rotation du progéniteur est suffisamment élevée, la présence d'une corotation garantit un freinage résiduel dont l'efficacité croît avec la valeur de R.
2. Lorsque la fréquence est proche de la fréquence de rotation d'un pulsar induite par SASI dans un cas sans rotation (f_{SPIRAL}), alors la rotation combinée à SASI peuvent ralentir considérablement le pulsar, voire même le faire tourner en sens inverse du progéniteur. La gamme de fréquences de rotation concernées est d'autant plus large que le rapport R est grand.
3. Si la fréquence est suffisamment faible, la rotation ne sélectionne plus le sens de rotation du mode spiral. En conséquence, le pulsar tourne à une fréquence proche du cas sans rotation, mais avec un sens de rotation non-déterministe.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'influence de la rotation du progéniteur sur SASI afin de compléter l'étude débutée au chapitre précédent. Les simulations du régime non-linéaire montrent que les effets de la rotation sur la dynamique du choc sont multiples, en raison notamment de la superposition d'une instabilité de corotation à SASI. L'instabilité de corotation génère une augmentation du rayon du choc et du degré d'asymétrie bien plus importante que SASI seule. En outre, la corotation remet en question la compréhension de la saturation de SASI par une approche quasi-linaire. La dynamique du choc est également très sensible au rapport de rayons R et un seuil similaire au cas sans rotation semble être discriminant. La rotation joue un rôle favorable au déclenchement de l'explosion uniquement dans les situations où un mode spiral se développe naturellement sans rotation. La diversité de la dynamique du choc observée dans ce modèle simplifié suggère que l'effet de la rotation pourrait être difficile à interpréter dans une simulation ab initio. Une telle étude pourrait nécessiter bien plus qu'une unique simulation afin de s'affranchir de la stochasticité supplémentaire générée par la rotation.

La redistribution de moment cinétique dans l'effondrement non-axisymétrique d'un cœur d'étoile massive a également été examinée. L'étude porte d'abord sur le cas sans rotation. La comparaison aux résultats analytiques de Guilet et Fernández (2014) confirme la robustesse du modèle cylindrique. Si le rapport de rayons est suffisamment grand, l'amplitude de saturation est importante et le mode non-axisymétrique occupe une part substantielle dans le bilan total de moment cinétique. Dans le cas contraire, et ce même en présence de rotation, SASI ne modifie pas le spin d'un pulsar par rapport à une simulation axisymétrique. Nos résultats confirment que SASI peut mettre en rotation un pulsar né d'un progéniteur sans rotation, mais aussi le faire tourner en sens inverse du progéniteur, conformément aux résultats préliminaires de Blondin et Mezzacappa (2007). SASI a le potentiel pour générer des périodes de rotation de pulsars compatibles avec les observations. Si la rotation du cœur de l'étoile est suffisamment faible, c'est même l'instabilité qui fixe le sens et la fréquence de rotation. A l'inverse, si la rotation est forte, SASI et la corotation exercent un freinage résiduel. A plus forte rotation, Ott *et al.* (2006) ont montré qu'il n'existe pas de mécanisme capable de ralentir les pulsars au point de rendre les périodes compatibles avec les observations. Cette étude montre que SASI ne peut constituer un tel mécanisme de freinage. Les résultats obtenus à l'aide d'un modèle

idéalisé fournissent la première caractérisation quantitative des contributions respectives de la rotation du progéniteur et des instabilités non-axisymétriques sur le spin des pulsars à la naissance.

5.6 Perspectives

5.6.1 Vers un modèle moins idéalisé

Les conclusions tirées dans ce chapitre sont basées sur un modèle très simplifié et représentent les prédictions les plus optimistes du rôle de SASI pour la rotation des pulsars. En effet, le rayon qui sépare la matière accrétée de la matière éjectée lors de l'explosion correspond exactement à la configuration qui permet la plus grande redistribution de moment cinétique. Si ce rayon est situé plus proche de l'étoile à neutrons, la quantité de moment cinétique redistribuée peut être bien moindre (Rantsiou *et al.*, 2011). Par ailleurs, le scénario idéalisé de redistribution de moment cinétique nécessite que l'activité de SASI soit prolongée jusqu'au moment de l'explosion comme dans les simulations de Müller *et al.* (2013) d'un progéniteur de $27\,\mathrm{M}_\odot$. Si SASI n'était qu'épisodique, tel que dans les simulations de Hanke *et al.* (2013), alors la redistribution n'aurait pas d'influence sur le spin. La prise en compte de la rotation, même modeste, devrait favoriser le développement de SASI (Yamasaki et Foglizzo, 2008). De plus, l'utilisation de conditions initiales multidimensionnelles dans les simulations réalistes pourrait favoriser le développement d'instabilités grande échelle comme SASI. En effet, la convection dans les derniers instants avant l'effondrement semble permettre la formation de structures à grande échelle (Müller *et al.*, 2016). Néanmoins, ces résultats devront être étendus aux progéniteurs en rotation pour obtenir un modèle consistant.

Notre étude néglige le chauffage par les neutrinos. Les résultats présentés dans ce chapitre montrent que l'impact de la rotation est d'autant plus fort que le rapport de rayons est grand. Or, plus la région post-choc est grande et moins l'advection stabilise la convection (Foglizzo *et al.*, 2006). Il pourrait donc exister un rapport de rayons qui maximise les effets de la rotation sur la dynamique de SASI et le spin des pulsars. Au delà de cet optimum, la convection est linéairement instable et empêche la redistribution de moment cinétique par SASI. Nous verrons au chapitre 6 que la convection peut être déclenchée non-linéairement même si le critère d'instabilité linéaire n'est pas satisfait. Iwakami *et al.* (2014a) ont observé, dans une étude paramétrique de la dynamique incluant le chauffage et la rotation, que la convection peut dominer la dynamique pour une rotation suffisamment rapide alors que SASI domine sans rotation. Cela indique qu'il existerait également un taux de rotation optimal au-delà duquel la région de gain est déformée au point de favoriser la croissance de la convection. Nous avons identifié la diversité des effets de la rotation sur la dynamique du choc et le spin du pulsar dans l'espace des paramètres (R, β). Cette étude pourrait être complétée par la prise en compte du chauffage et de la convection en plus des instabilités SASI et low-T/|W| afin de vérifier si les différents régimes sont effectivement atteints dans les modèles moins idéalisés. Le régime le plus prometteur semble être celui où le rapport de rayons est suffisamment grand pour ralentir le pulsar né d'un progéniteur en rotation rapide et augmenter le degré d'asymétrie et le rayon du choc.

5.6.2 Impact du champ magnétique

Notre étude de la rotation ne prend pas compte les effets du champ magnétique qui peut également transporter le moment cinétique. Endeve *et al.* (2010, 2012) ont montré à l'aide

d'un modèle adiabatique sans rotation que le champ magnétique peut croître à partir des mouvements turbulents induits par SASI jusqu'à 10^{14} G à la surface de l'étoile à neutrons. La croissance du champ magnétique n'affecte cependant pas significativement la dynamique du choc. Ces résultats ont été confirmés par Obergaulinger *et al.* (2014) qui ont inclus la convection et ont utilisé un transport des neutrinos dans l'approximation M1.

Une rotation différentielle rapide fournit un réservoir d'énergie susceptible d'amplifier le champ magnétique. Les effets du champ magnétique ne peuvent être négligés au delà d'un certain moment cinétique injecté dans la simulation (Foglizzo *et al.*, 2015). Une première estimation de ce taux de rotation critique consiste à comparer l'énergie cinétique de rotation disponible et de la comparer à l'énergie typique d'explosion (10^{51} erg). Pour $\beta = 0.1$ et un pulsar de rayon $R_{\rm NS} = 10\,$km, on a :

$$E_{\rm rot} = \frac{1}{2}\frac{2}{5} M_{\rm NS} \left(\frac{\beta\ [10^{16}{\rm g.cm}^2]}{R_{\rm NS}} \right)^2 \approx 10^{51}\,{\rm erg}. \tag{5.17}$$

Néanmoins, cette estimation ne tient pas compte du fait que la rotation différentielle ne représente qu'une fraction de l'énergie de la rotation. Une autre manière d'estimer ce taux de rotation seuil est de considérer le développement de la MRI. Cette instabilité croît à la même vitesse que SASI si leurs taux de croissance sont égaux. Le taux de croissance de la MRI est donné par $\sigma_{\rm MRI} = q/2\Omega(r)$ où q est tel que $\Omega(r) \propto r^{-q}$ et vaut 2 dans notre modèle. Par ailleurs, le taux de croissance ω_i de SASI peut s'écrire : $\omega_i \sim \log(|Q|)/(2\pi)\omega_r$ (c.f. section 2.2.1). En égalisant les deux et en remplaçant $\Omega(r)$ par j/r^2, on obtient :

$$r = \sqrt{\frac{2\pi}{\log(|Q|)}\frac{j}{\omega_r}} = \sqrt{\frac{2\pi}{\log(|Q|)}} r_{\rm co} \simeq r_{\rm co}. \tag{5.18}$$

Cette estimation montre que la croissance de la MRI peut être plus forte que SASI à un rayon situé approximativement au rayon de corotation. Ce résultat suggère que le champ magnétique devrait être pris en compte dans l'étude de la rotation sur SASI dès qu'un rayon de corotation apparaît au-dessus de la surface de la PNS. La question de l'impact du champ magnétique sur l'instabilité low-T/|W| sort du cadre de cette thèse, mais s'inscrit comme une suite naturelle des travaux menés. Ce problème nécessiterait au préalable de mieux identifier le mécanisme de low-T/|W| ainsi que le processus responsable de sa saturation.

5.6.3 Corrélation kick-spin

Le mécanisme d'explosion peut être contraint par la possible corrélation entre la direction du kick de l'étoile à neutrons et son axe de rotation. Les observations de pulsars très étudiés comme les pulsars du Crabe et de Véla montrent un alignement des deux directions (Helfand *et al.*, 2001). Une majorité d'observations indique que les axes sont quasi-alignés (Ng et Romani, 2004; Wang *et al.*, 2007), mais ne sont pas encore complètement conclusives en raison de la faible statistique et de la difficulté à déterminer l'axe de rotation du pulsar. Si les observations de polarisation des ondes radios émises par les pulsars semblent privilégier une corrélation entre les deux axes, elles ne permettent pas de conclure sur la nature de cette corrélation : un alignement ou une orthogonalité (Johnston *et al.*, 2005; Noutsos *et al.*, 2012). Wang *et al.* (2007) ont proposé que les cas d'alignement soient favorisés par une rotation rapide qui tendrait à moyenner l'effet du kick.

La croissance d'un mode spiral $l = 1$ de SASI est favorisée par la rotation. Dans ce cas, le kick imparti à l'étoile à neutrons devrait être orthogonal à l'axe de rotation puisque l'amplitude de SASI est maximale dans le plan équatorial. Cet argument est confirmé par les modèles

de Blondin et Mezzacappa (2007) et de Iwakami *et al.* (2014a) mais semble être en contradiction avec un scénario où les axes sont quasi-alignés, privilégié par les observations. L'impact de la convection sur cette corrélation est plus incertain car il dépend de l'effet méconnu de la rotation sur la convection. Fryer et Warren (2004) ont montré que la rotation pouvait affaiblir la convection dans le plan équatorial du progéniteur à condition d'être suffisamment rapide pour former un pulsar milliseconde. Dans ce cas, la direction du kick devrait correspondre à la direction où l'explosion est la plus probable, à savoir le long de l'axe de rotation.

Un modèle 3D incluant la rotation et contenant des prescriptions simplifiées du chauffage et du refroidissement dus aux neutrinos pourrait permettre d'adresser la question de l'influence d'une instabilité donnée sur la corrélation entre les directions de kick et de spin. Une étude paramétrique pourrait être utilisée pour vérifier si SASI tend à privilégier l'orthogonalité tandis que la convection favoriserait l'alignement ou l'absence de corrélation. Cet axe de recherche constitue également un prolongement possible de cette thèse.

Chapitre 6

Le déclenchement de la convection induite par les neutrinos

« Le but de la physique n'est pas découvrir ce qu'est la nature, mais ce que l'on peut dire sur elle. »
— Niels Bohr

Sommaire

6.1 Introduction **105**
6.2 Un Modèle simplifié de la région de gain **107**
6.2.1 Modèle physique 107
6.2.2 Modèle numérique 112
6.3 Différents régimes de la convection **113**
6.3.1 Déclenchement non-linéaire 113
6.3.2 Convection auto-entretenue ? 116
6.3.3 Interprétation 117
6.4 Impact de la dimensionnalité **121**
6.4.1 Début du régime non-linéaire 123
6.4.2 Dynamique de la région de gain 126
6.4.3 Régime asymptotique 130
6.5 Conséquences pour les simulations réalistes de supernovæ **134**
6.5.1 Déclenchement de la convection 134
6.5.2 Une dynamique plus favorable à l'explosion à 3D 135
6.5.3 Importance de la résolution numérique 136
6.6 Conclusion et perspectives **139**

6.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous poursuivons notre étude des instabilités hydrodynamiques en nous intéressant à la convection induite par les neutrinos. Si SASI est capable d'engendrer une asymétrie globale ($l \sim 1-2$), la convection génère linéairement des mouvements à plus petite échelle spatiale ($l \sim 5-6$). La convection se nourrit du gradient d'entropie négatif engendré

par le chauffage dû aux neutrinos dans la région de gain. La présence d'un gradient négatif n'est pas suffisante pour déclencher la convection puisqu'elle peut être stabilisée par une advection suffisamment rapide (voir section 2.1.2). Foglizzo *et al.* (2006) ont montré que le seuil linéaire d'instabilité repose sur un critère comparant le temps d'advection à travers la région de gain au temps local de flottaison caractérisé par la fréquence de Brunt-Väisälä. Des effets non-linéaires peuvent aussi significativement impacter la dynamique. Scheck *et al.* (2008) ont expliqué qu'une perturbation d'amplitude suffisante pouvait déclencher la convection même dans des cas où l'instabilité serait linéairement stable.

Plusieurs processus physiques peuvent générer des fluctuations capables d'initier non-linéairement la convection. Les ondes d'entropie-vorticité de SASI peuvent ainsi faire croître la convection (Scheck *et al.*, 2008; Cardall et Budiardja, 2015; Summa *et al.*, 2016). Les asymétries du progéniteur résultants des inhomogénéités de combustion avant l'effondrement constituent également une source de perturbations. Celles-ci pourraient être cruciales pour la remise en mouvement de l'onde de choc (voir section 3.2.1). Les perturbations peuvent aussi avoir pour origine des effets numériques comme la géométrie de la grille. L'interaction du choc avec des grilles cartésiennes emboîtées raffinées vers le centre induit davantage de fluctuations qu'avec une grille sphérique. Ce seul effet semble expliquer pourquoi la dynamique d'un progéniteur de $27\,\mathrm{M}_\odot$ peut être entièrement dominée par la convection (Ott *et al.*, 2013) ou partiellement dominée par SASI (Abdikamalov *et al.*, 2015) bien que les méthodes numériques employées soient par ailleurs très similaires.

La dimensionnalité est un aspect fondamental de la question du déclenchement de l'explosion. La majorité des simulations 3D effectuées à ce jour indiquent que l'explosion est plus difficile à obtenir que dans une simulation axisymétrique, voire carrément impossible (voir section 3.1.3). Plusieurs arguments ont été avancés pour expliquer cette différence entre 2D et 3D. L'explosion plus tardive à 3D pourrait être une conséquence de la cascade d'énergie turbulente vers les petites échelles à 3D alors que l'énergie est transportée vers les plus grandes échelles à 2D, qui sont a priori plus propices à l'explosion (Hanke *et al.*, 2012). Le succès de l'explosion est également lié à la formation de bulles ou plumes convectives capable de résister à la destruction par les instabilités hydrodynamiques (Fernández *et al.*, 2014). Couch (2013a) a proposé que les bulles résistent plus efficacement à la force de traînée à 2D facilitant ainsi l'explosion. Enfin, la pression turbulente s'ajoute à la pression du gaz et favorise l'accumulation de matière dans la région de gain. Cette contribution additionnelle de la pression pourrait être plus forte à 2D qu'à 3D (Couch et Ott, 2015). Récemment, Melson *et al.* (2015b) et Müller (2015) ont montré que le caractère tridimensionnel de la dynamique pouvait rendre l'explosion plus robuste qu'à 2D en raison d'une plus grande fragmentation des flux de matière descendante, ce qui provoque une augmentation du temps de chauffage. La dynamique est-elle nécessairement moins favorable à l'explosion à 3D qu'à 2D ? L'effet de la convection sur la dynamique est-il artificiellement surestimé à 2D ? Qu'en est-il de la résolution numérique ?

Nous proposons une étude originale de la convection basée sur un modèle simplifié de la région de gain (section 6.2). Dans ce modèle sans onde de choc, nous étudions la possibilité d'initier la convection avec une perturbation de suffisamment grande amplitude pour éventuellement compenser l'influence stabilisante de l'advection. Cette étude permet d'identifier et de caractériser les différents régimes de déclenchement non-linéaire de la convection (section 6.3). Par ailleurs, la comparaison entre des simulations 2D et 3D offre un éclairage nouveau sur l'impact de la dimensionnalité sur la convection (section 6.4). Nos simulations permettent d'identifier un mécanisme d'emballement de la convection à 3D qui est absent

à 2D. L'interprétation des résultats semble contredire les arguments habituellement avancés pour expliquer le rôle artificiellement favorable de la géométrie axisymétrique sur le succès de l'explosion. Nous terminerons ce chapitre en discutant les implications de nos résultats sur les simulations ab initio de supernovæ gravitationnelles (section 6.5).

6.2 Un Modèle simplifié de la région de gain

L'écoulement utilisé dans cette étude modélise, de manière simplifiée, l'advection de matière à travers la région de gain dans une géométrie cartésienne. Ce modèle idéalisé vise à améliorer la compréhension physique de la convection en présence d'advection. Dans la section 6.2.1, nous décrivons le formalisme physique adopté. Puis nous présenterons le cadre numérique employé dans l'étude paramétrique de la convection (section 6.2.2).

6.2.1 Modèle physique

Écoulement stationnaire

Nous considérons un gaz parfait d'indice adiabatique $\gamma = 4/3$ advecté à travers une région de gain. Cette région inclut une fonction de chauffage et une marche de potentiel gravitationnel. Si ce modèle s'approche de celui considéré par Foglizzo *et al.* (2006), il compte deux différences importantes : l'absence d'une onde de choc et d'une région de refroidissement en aval de la région de gain. Ces choix sont faits dans le but de caractériser la convection dans le volume de la région de gain en faisant abstraction des effets de bord, que ce soit le couplage induit par le choc ou le couplage induit par la couche de refroidissement à la surface de la proto-étoile à neutrons. Cette approche est aussi justifiée par ce que l'interprétation des simulations 2D et 3D publiées s'est toujours focalisée sur des arguments physiques applicables à la région centrale de notre modèle simplifié : ascendance d'une bulle d'entropie, cascade turbulente directe ou inverse, force de traînée liée à l'advection, pression turbulente ... Il n'est pas exclut que des phénomènes physiques importants aient lieu en interaction avec le choc, mais nous choisissons de commencer par tester quantitativement la pertinence des arguments physiques invoqués dans les publications.

Le flot stationnaire ne dépend que la direction verticale (notée z par la suite). En amont et en aval de la région de gain, la gravité et le chauffage sont éteints et le flot stationnaire est uniforme. La gravité et le chauffage sont localisés dans une région de gain de hauteur $H = 50\,\mathrm{km}$. Pour éviter les discontinuités, les termes sources [1] sont multipliés par une fonction de la hauteur qui les atténue sur une hauteur de 25 km en amont et en aval (figure 6.1). Cette fonction $\Psi(z)$ est définie par :

$$\Psi\left(z\right) \equiv \begin{cases} 1 & \text{si } |z| < \frac{H}{2}, \\ 2\left(1 - \frac{z}{H}\right) & \text{si } \frac{H}{2} \leq |z| < H, \\ 0 & \text{si } H \leq |z|\,. \end{cases} \tag{6.1}$$

La hauteur (H) de la région de gain est un paramètre fixe de notre modèle. En réalité, la taille de la région de gain varie car le choc oscille et le rayon de gain diminue. Durant la phase de choc stationnaire, cette hauteur peut augmenter de 50 km à 100 km pour un progéniteur de $15\,\mathrm{M}_\odot$ (Marek et Janka, 2009) ou encore de 30 km à 100 km pour un progéniteur de

1. Dans la suite, la gravité et le chauffage sont parfois appelés « termes sources » ou « fonctions sources ».

$20\,\mathrm{M}_\odot$ (Melson *et al.*, 2015a). Afin de réduire la complexité du modèle, nous ne prenons pas en compte cette variation. La variation de la hauteur H affecterait les taux de croissance des perturbations horizontales de l'écoulement. Le taux de croissance des perturbations de grande longueur d'onde horizontale devrait augmenter avec l'accroissement de la hauteur de la région de gain sous l'effet d'une poussée d'Archimède plus forte et d'un chauffage sur une zone plus étendue. Cependant, dans notre modèle les grandes longueurs d'onde sont moins favorisées, le chauffage et la poussée d'Archimède plafonnent (voir la section suivante sur l'analyse linéaire du modèle). Par ailleurs, l'augmentation de la taille de la région de gain accroît le temps d'advection et pourrait générer un mécanisme d'emballement du chauffage.

Le potentiel gravitationnel est donné par :

$$||\vec{g}|| = \nabla\Phi \equiv \kappa_G \left(\frac{c_{\mathrm{up}}^2}{H}\right) \Psi\left(z\right), \tag{6.2}$$

où κ_G est un nombre sans dimension et l'indice « up » correspond aux grandeurs en amont de la région de gain. Dans un modèle réaliste, ces grandeurs correspondraient aux valeurs des quantités physiques sous le choc. Le taux de chauffage, proportionnel à la densité, est défini par :

$$\mathcal{L} \equiv \kappa_H \left(\frac{\rho_{\mathrm{up}}\mathcal{M}_{\mathrm{up}}c_{\mathrm{up}}^3}{\gamma H}\right) \left(\frac{\rho}{\rho_{\mathrm{up}}}\right) \Psi\left(z\right), \tag{6.3}$$

où κ_H est un coefficient de chauffage sans dimension.

Les paramètres κ_H, κ_G et $\mathcal{M}_{\mathrm{up}}$ constituent les trois paramètres libres de notre modèle. Notre étude se limitera à faire varier la normalisation du taux de chauffage κ_H à 2D comme à 3D. Ce paramètre permet de passer simplement du régime de convection linéairement stabilisée par l'advection au régime d'instabilité linéaire. Nous discutons à présent des valeurs adoptées pour les deux autres paramètres.

Le nombre de Mach est défini comme $\mathcal{M} \equiv |v_z|/c$. Le paramètre $\mathcal{M}_{\mathrm{up}}$ est l'analogue du nombre de Mach sous le choc. Sa valeur dépend en particulier de la description de la matière et de l'équation d'état considérées (Fernández et Thompson, 2009a). Pour un gaz parfait d'indice $\gamma = 4/3$, cette valeur varie de $\mathcal{M}_{\mathrm{up}} \approx 0.1$ lorsque les noyaux de fer sont intégralement dissociés en nucléons à la traversée du choc à $\mathcal{M}_{\mathrm{up}} \approx 0.3$ pour un choc adiabatique (Fernández et Thompson, 2009b). Dans cette étude, nous considérons par simplicité $\mathcal{M}_{\mathrm{up}} = 0.3$. L'influence de la valeur de ce paramètre est discutée dans la section 6.3.3.

La normalisation du potentiel gravitationnel peut être estimée à partir de la taille de la région de gain H et de la vitesse du son sous le choc c_{up}. Pour cette dernière, nous avons :

$$c_{\mathrm{up}}^2 = \frac{v_{\mathrm{up}}^2}{\mathcal{M}_{\mathrm{up}}^2} = \frac{v_{\mathrm{ff}}^2}{\mathcal{M}_{\mathrm{up}}^2\kappa^2} = \frac{2GM_{\mathrm{NS}}}{r_{\mathrm{sh}}}\frac{1}{\mathcal{M}_{\mathrm{up}}^2\kappa^2}, \tag{6.4}$$

où κ correspond au facteur de compression à la traversée du choc (équation 4.3). Il varie dans la gamme $\kappa \sim 5 - 10$ entre les cas limites d'un choc adiabatique et d'un choc qui dissocie intégralement les noyaux de fer. A partir des relations 6.2 et 6.4, nous pouvons exprimer κ_G par :

$$\kappa_G = \nabla\Phi\frac{H}{c_{\mathrm{up}}} = \left(\frac{r_{\mathrm{sh}}}{r}\right)^2 \frac{H}{r_{\mathrm{sh}}}\frac{\mathcal{M}_{\mathrm{up}}^2\kappa^2}{2}. \tag{6.5}$$

En examinant l'évolution temporelle du rayon de choc et du rayon de gain dans des simulations réalistes de progéniteurs de $15\,\mathrm{M}_\odot$ (Marek et Janka, 2009) et de $20\,\mathrm{M}_\odot$ (Melson *et al.*, 2015a),

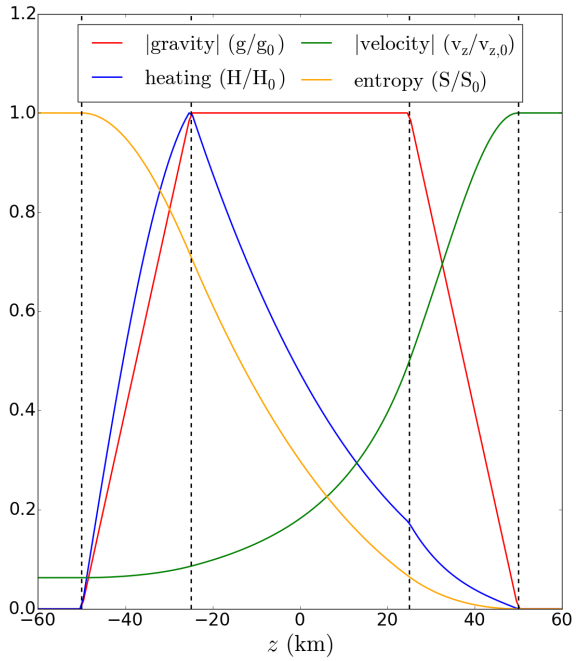


FIGURE 6.1 – Profils verticaux de la gravité (rouge), de la vitesse verticale (vert), de la fonction de chauffage (bleu) et de l'entropie (jaune) à travers la région de gain. Les grandeurs sont normalisées par leur valeur maximale. Les lignes verticales externes et internes représentent respectivement les limites de la région avec termes sources ($\Psi(z) > 0$) et de la région de gain ($\Psi(z) = 1$). Le flot est décéléré à travers la marche de potentiel et l'entropie augmente sous l'effet du chauffage.

nous observons que : $r_{\rm sh}/r \sim 1.4 - 3$ et $H/r_{\rm sh} \sim 0.3 - 0.7$ durant la phase où SASI domine la dynamique. Nous en déduisons que la gamme de variation de la normalisation du potentiel gravitationnel est $\kappa_G \sim 0.6 - 5.4$ pour un choc adiabatique et $\kappa_G \sim 0.3 - 2.7$ pour un fort taux de dissociation nucléaire au choc. Dans la suite de ce chapitre, nous ne considérons que la valeur $\kappa_G = 3$, par souci de simplicité.

La dynamique de l'écoulement est gouvernée par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie (3.1 à 3.3) incluant les termes sources définis par les relations 6.2 et 6.3. La structure du flot initial est obtenue en résolvant les équations :

$$\frac{\partial \rho v_z}{\partial z} = 0, \tag{6.6}$$

$$\frac{\partial b}{\partial z} = \frac{\mathcal{L}}{\rho v_z}, \tag{6.7}$$

$$\frac{\partial S}{\partial z} = \frac{\mathcal{L}}{P v_z}, \tag{6.8}$$

où l'entropie S est définie par :

$$S \equiv \frac{1}{\gamma - 1} \log \left[\left(\frac{P}{P_{\rm up}} \right) \left(\frac{\rho_{\rm up}}{\rho} \right)^{\gamma} \right]. \tag{6.9}$$

Analyse linéaire du modèle

Le flot stationnaire 1D est perturbé dans le plan (x, z) où x est la direction horizontale. L'analyse linéaire du problème permet de déterminer la structure et le taux de croissance des perturbations infinitésimales de l'écoulement. Le calcul effectué pour les besoins de cette étude est similaire à celui de Foglizzo *et al.* (2006), néanmoins sans onde de choc. Dans l'étude de Foglizzo *et al.* (2006), l'analyse linéaire montre que l'instabilité convective est supprimée

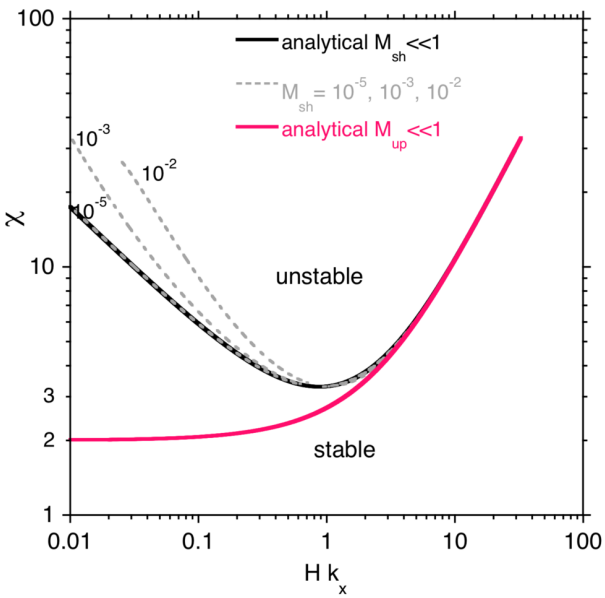


FIGURE 6.2 – Gamme des nombres d'onde de perturbations horizontales k_x autorisant l'instabilité convective. Si le flot n'est pas décéléré par une onde de choc (courbe rouge), les grandes longueurs d'onde sont toujours instables dès que $\chi > 2$. Si le flot contient une onde de choc, la convection est linéairement instable dès que $\chi > 3.291$ (courbe noire) dans la limite asymptotique $\mathcal{M}_{\rm sh} << 1$ calculable analytiquement. La limite de stabilité perturbative calculée numériquement confirme cette limite et indique l'incidence du nombre de Mach sur la longueur d'onde des plus grandes perturbations instables (courbes grises en pointillés). Le seuil de stabilité des plus petites longueurs d'onde est indifférent à la présence du choc.

par l'advection lorsque $\chi \leq 3$. Par ailleurs, les nombres d'onde minimum $k_{\rm min}$ et maximum $k_{\rm max}$ des perturbations instables sont tels que : $Hk_{\rm min} \propto 1/\chi$ et $Hk_{\rm max} \propto \chi$ (voir figure 6.2).

Dans ces modèles simplifiés, la fréquence de Brunt-Väisälä se calcule simplement avec la relation :

$$\omega_{\rm bv} \equiv \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} g \nabla S\right)^{1/2}. \tag{6.10}$$

Le paramètre χ peut alors s'écrire comme :

$$\chi^2 \sim \frac{gH\Delta S}{v^2}, \tag{6.11}$$

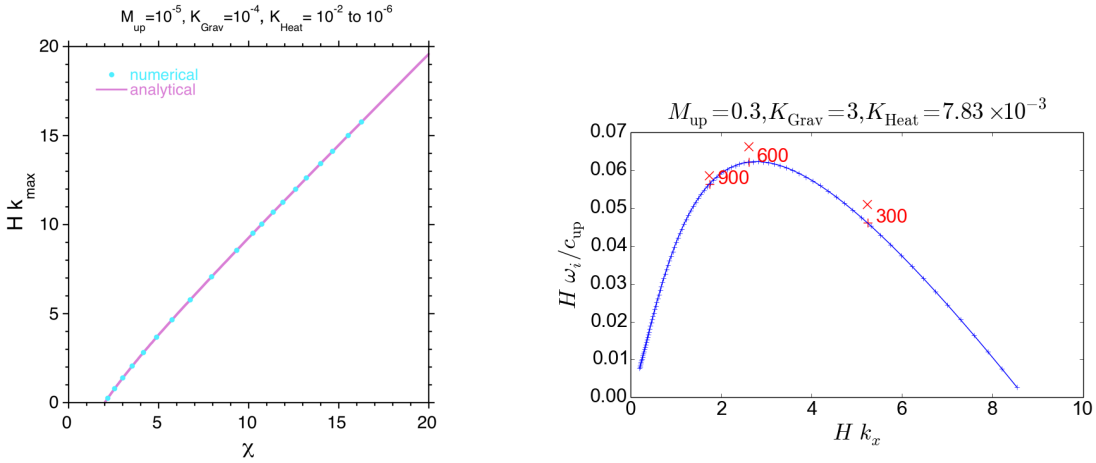
où le gradient d'entropie est approximé par $\nabla S \sim \Delta S/H$. La relation 6.11 permet d'interpréter le mécanisme de la convection par l'énergie potentielle libérée dans l'échange vertical et adiabatique de gaz d'entropie élevée avec du gaz d'entropie moins élevée. L'énergie gagnée dans cet échange doit être suffisante pour compenser l'énergie cinétique de l'écoulement. Toutefois, cette interprétation qualitative ne permet pas d'expliquer simplement la valeur du seuil d'instabilité $\chi_{\rm crit} \sim 3$.

L'analyse linéaire du modèle sans choc fait apparaître un seuil d'instabilité différent : $\chi_{\rm crit} > 2$. De plus, à la différence du modèle de Foglizzo *et al.* (2006), les grandes longueurs d'onde sont les plus instables dans le modèle sans choc (figure 6.2). En revanche, le seuil de stabilité des plus petites longueurs d'onde est indifférent à la présence du choc. Le nombre d'onde maximal d'une perturbation instable $k_{\rm max}$ est déterminé par la valeur de χ. En effet, les relations 6.3 et 6.8 permettent d'écrire le gradient d'entropie comme :

$$\nabla S = \frac{v_{\rm up} c_{\rm up}^2}{v c^2} \kappa_H \frac{\Psi(z)}{H}. \tag{6.12}$$

Ainsi, on remarque que $\chi^2 \propto \kappa_G \kappa_H / \mathcal{M}_{\rm up}^2$. La figure 6.3a donne le plus grand nombre d'onde d'une perturbation instable en fonction de χ, calculé à partir des trois paramètres libres du problème : κ_G, κ_H et $\mathcal{M}_{\rm up}$.

Les détails de l'analyse perturbative seront exposés dans l'article « The nonlinear onset of convection in core-collapse supernovæ » en préparation.



(a) Nombre d'onde minimal d'une perturbation linéairement instable en fonction de χ. Le cas analytique (courbe violette) est comparé favorablement à la résolution numérique du calcul perturbatif (points bleus).

(b) Taux de croissance du mode le plus instable en fonction du nombre d'onde pour $\chi_0 = 5$. La comparaison entre les taux de croissance analytique (courbe bleue) et les valeurs mesurées dans le régime linéaire des simulations pour L = 300, 600 et 900 km (croix rouges) montre un écart de 3% à 6%.

FIGURE 6.3

Perturbations initiales

Pour déclencher la convection, nous ajoutons au flot stationnaire, en amont de la région de gain, une perturbation de la densité à l'équilibre de pression (figure 6.4). Le nombre d'onde horizontal de la perturbation sélectionne le mode instable qui se développe dans le régime linéaire. Le nombre d'onde du mode le plus instable est défini par $k_{\rm opt} = 2\pi m H/L$ où m représente le nombre de longueurs d'onde horizontales pour un domaine périodique de largeur L. A 3D, la perturbation est invariante dans la direction horizontale transverse, afin de permettre une comparaison plus détaillée entre les régimes linéaires 2D et 3D. Un bruit numérique de 0.1% est ajouté de manière aléatoire dans chaque cellule, sans quoi la convection ne pourrait croître dans la direction transverse.

Les perturbations employées imitent les ondes d'entropie produites par le cycle advectif-acoustique de SASI (figure 6.4). L'utilisation de telles perturbations initiales nous permet d'étudier le couplage entre les instabilités hydrodynamiques en ne considérant qu'une seule excitation de la convection par SASI. L'absence de choc empêche une éventuelle rétroaction de la région de gain d'initier une nouvelle perturbation d'entropie. L'extension verticale des perturbations est ajustée de sorte que les perturbations traversent la région de gain en 20 ms.

SASI n'est pas le seul mécanisme capable de produire des asymétries à grande échelle. Des perturbations peuvent résulter d'inhomogénéités de progéniteurs multi-dimensionnels et même d'artefacts numériques comme les grilles cartésiennes emboîtées raffinées vers le centre. Notre modèle ignore les perturbations de vorticité car celles-ci sont instables par l'instabilité de KH dans l'écoulement à vitesse constante, avant même de pénétrer dans la

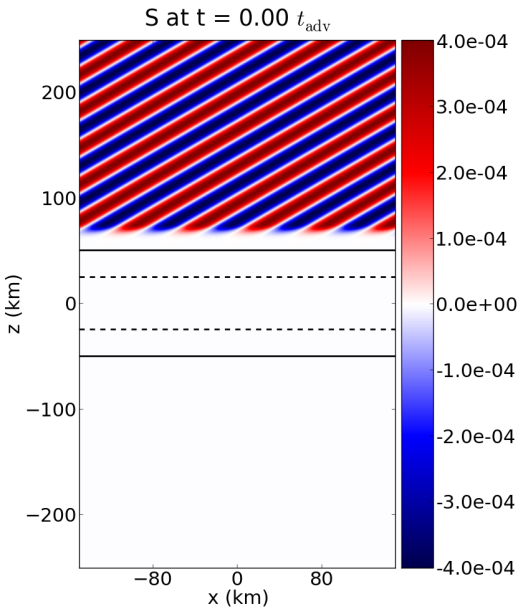


FIGURE 6.4 – Structure de la perturbation du flot stationnaire représentée par rapport à la valeur moyenne de l'entropie à chaque altitude. Les deux lignes horizontales en traits pleins et en traits pointillés délimitent respectivement la région où les fonctions sources sont non nulles et la région de gain, similairement à la figure 6.1.

région où agissent la gravité et le chauffage. On se restreint à des perturbations d'entropie à l'équilibre de pression car elles sont simplement advectées et stables jusqu'à ce qu'elles deviennent éventuellement instables par la poussée d'Archimède.

Nous ne considérons qu'une seule valeur du nombre d'onde horizontal, à savoir $m = 5$, qui correspond au mode le plus instable pour les dimensions de la région de gain (c.f. section 6.2.2). Ce choix est fait afin de limiter le nombre de paramètres à considérer dans notre étude.

6.2.2 Modèle numérique

Paramètres des simulations numériques

Nous utilisons le code `RAMSES` pour résoudre la dynamique de la région de gain. Le domaine numérique, en géométrie cartésienne, couvre une région délimitée par $-150\,\mathrm{km} \leq \mathrm{x}, \mathrm{y} \leq 150\,\mathrm{km}$ et $-450\,\mathrm{km} \leq \mathrm{z} \leq 450\,\mathrm{km}$. La largeur (et la profondeur à 3D) du domaine vaut (valent) $L = 300\,\mathrm{km}$. L'extension horizontale de notre modèle équivaut au tiers de la taille angulaire de la région de gain (pour une onde de choc de rayon 150 km). Cette réduction du domaine par rapport à la réalité n'est pas défavorable à notre étude de la convection puisque le développement de l'instabilité est limité par l'extension verticale de la région de gain, tout comme dans une situation plus réaliste.

La région des termes sources ne couvre verticalement que le centre du domaine $-50\,\mathrm{km} \leq \mathrm{z} \leq 50\,\mathrm{km}$. Un domaine étendu est ajouté en amont et en aval de la région de chauffage afin d'éloigner au maximum les bords inférieur et supérieur du domaine pour minimiser l'impact des ondes acoustiques sur la dynamique de la région de gain.

Les parois verticales du domaine sont périodiques. La condition limite supérieure consiste en un flux de matière constant déterminé par le calcul du flot stationnaire. La condition inférieure utilisée est une condition de gradient nul et le remplissage des cellules fantômes est fait avec les valeurs de l'écoulement stationnaire. Nous avons observé que ce choix minimise les réflexions au bord inférieur, ce qui ne perturbe que marginalement la condition limite supérieure. Une perturbation excessive de cette dernière peut générer des perturbations nu-

mériques suffisamment fortes pour exciter à nouveau la convection dans la région de gain, au détriment de l'objectif de notre étude. La résolution numérique employée dans les simulations est $(N_x \times N_z) = (384 \times 1152)$ à 2D et de $(N_x \times N_y \times N_z) = (384 \times 384 \times 1152)$ à 3D. La région de gain est décrite par 64 cellules dans la direction verticale, soit près de 30 cellules par échelle de hauteur de la pression.

A 2D, une étude du domaine de paramètres $(\chi_0, \delta\rho/\rho)$ est effectuée. χ_0 correspond à la valeur de χ à l'instant initial et l'on considère $0 \leq \chi_0 \leq 5$, afin d'explorer à la fois le régime d'instabilité linéaire ($\chi_0 > 2$) et le forçage non-linéaire de la convection ($\chi_0 < 2$). $\delta\rho/\rho$ correspond à l'amplitude initiale des perturbations qui sont comprises entre $0.01\% \leq \delta\rho/\rho \leq 30\%$ dans notre modèle. Dans la section 6.3.1, nous testerons l'amplitude minimale nécessaire au déclenchement non-linéaire de la convection. Une partie des simulations est répétée à 3D afin de caractériser le rôle de la dimensionnalité dans la dynamique (section 6.4).

Simulations du régime linéaire

Afin de tester la robustesse de notre modèle numérique, nous procédons à une comparaison entre la simulation du régime linéaire et l'analyse perturbative, similairement à ce que nous avons déjà mis en place pour SASI (section 4.2.3). Le taux de croissance de la convection est estimé en calculant le coefficient de Fourier d'ordre m de la variation horizontale d'entropie, par exemple à $z = 0$. Ce coefficient $c_m(t)$ est approximé par une fonction exponentielle de la forme :

$$c_m(t) = \alpha e^{\omega_i t}, \tag{6.13}$$

où α correspond à l'amplitude de la perturbation et ω_i au taux de croissance. La comparaison pour $m = 5$ et trois valeurs de L, donne des résultats satisfaisants avec des écarts de 3 à 6% (voir figure 6.3b).

6.3 Différents régimes de la convection

Dans cette section, nous explorons l'espace des paramètres $(\chi_0, \delta\rho/\rho)$. Nous nous intéressons d'abord à la situation, prédite par Scheck *et al.* (2008), où la convection est linéairement stable mais peut être déclenchée par une perturbation d'amplitude suffisamment grande (section 6.3.1). Ensuite, nous discutons des conditions suffisantes pour que la convection devienne auto-entretenue, c'est-à-dire qu'elle atteint un régime permanent sans injection supplémentaire de perturbations (section 6.3.2). Enfin, nous interprétons le rôle joué par la région de gain sur les perturbations d'entropie (section 6.3.3).

6.3.1 Déclenchement non-linéaire

Linéairement, la convection est stabilisée par l'advection si la condition $\chi_0 > 2$ n'est pas satisfaite. Toutefois, une bulle de densité ρ peut remonter localement l'écoulement dans un milieu de densité ρ_0 si la poussée d'Archimède domine l'effet de la gravité. D'après le critère de Scheck *et al.* (2008), l'ascension locale d'une bulle est possible, indépendamment de la valeur de χ, dès que le contraste de densité est tel que :

$$\delta_{\min} = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} \equiv \left(\frac{\langle |v_r| \rangle}{\langle g \rangle t_{\mathrm{adv}}} \right) \sim \mathcal{O}(1\%), \tag{6.14}$$

où les quantités $\langle . \rangle$ sont moyennées en espace dans la région de gain. Entre le rayon du choc et le rayon de gain, la perturbation est amplifiée au plus d'un facteur $\exp(\chi)$. L'amplitude minimale pour initier un mouvement ascendant est donc, d'après Scheck *et al.* (2008) :

$$\delta_{\text{crit}} > \frac{\delta_{\text{min}}}{\exp(\chi)}. \tag{6.15}$$

Fernández *et al.* (2014) ont proposé un critère alternatif reposant sur un équilibre entre la force volumique de poussée d'Archimède ($\sim V\delta\rho g$) et la force surfacique de traînée ($\sim 1/2 C_D S \rho_0 v^2$) :

$$\delta_{\text{crit}} = \frac{\rho_0 - \rho}{\rho_0} \equiv \left(\frac{C_D \langle |v_r| \rangle^2}{2 l_0 \langle g \rangle t_{\text{adv}}} \right), \tag{6.16}$$

où C_D est le coefficient de traînée de la perturbation (≈ 0.5) et l_0 le rapport entre le volume V et la section efficace S. Ces critères sont trop idéalisés pour prédire le déclenchement de la convection turbulente à partir de la remontée d'une bulle car ils négligent en particulier la stratification de l'écoulement. L'ascension locale d'une bulle d'entropie n'est pas nécessairement synonyme d'une instabilité convective développée spatialement comme nous allons le vérifier.

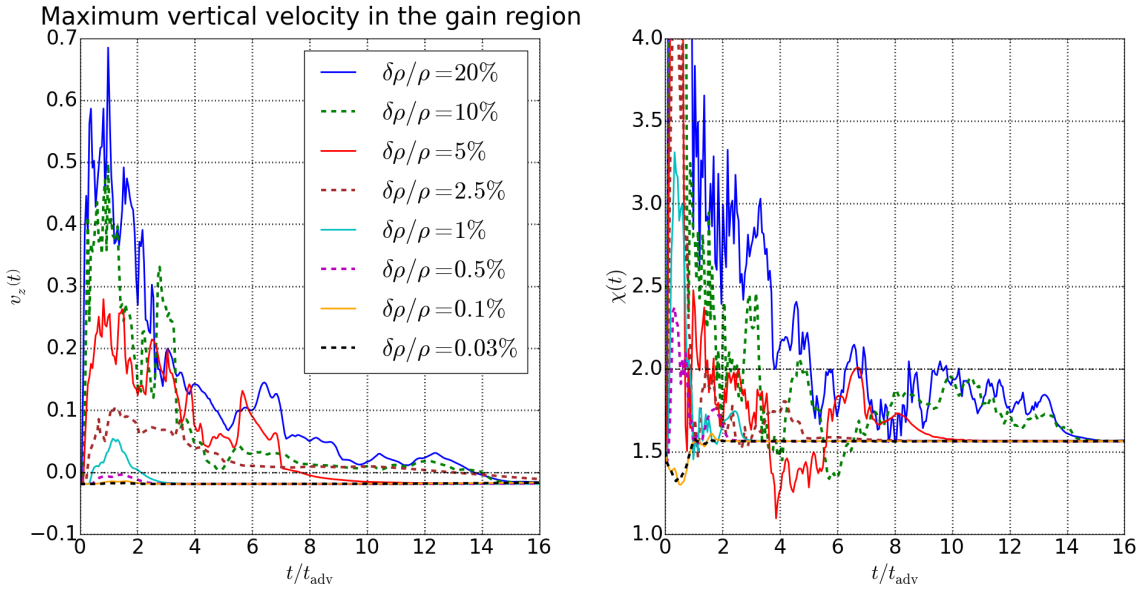


FIGURE 6.5 – Déclenchement non-linéaire de la convection dans le cas $\chi_0 = 1.5$ pour différentes amplitudes de perturbation. **A gauche** : évolution temporelle du maximum de la vitesse verticale dans la région de gain. Dans tous les cas, cette vitesse converge vers une valeur négative. Cela signifie que les mouvements de convection sont supprimés. La vitesse est normalisée par c_{up}. **A droite** : évolution temporelle du paramètre χ. Dans tous les cas, la convection atteint le régime de stabilité linéaire car la valeur de χ converge vers une valeur inférieure au seuil d'instabilité ($\chi > 2$).

Appliqués à notre modèle avec $\chi_0 = 1.5$, les critères (6.15) et (6.16) donnent respectivement 0.5% et 0.8%, ce qui est conforme à nos simulations (figure 6.5, partie gauche). Une vitesse verticale positive dans au moins une cellule de la région de gain signifie que localement la poussée d'Archimède permet un mouvement ascendant. Néanmoins, la simulation du cas $\delta\rho/\rho = 1\%$ montre que les mouvements ascendants sont rapidement amortis, en moins de

deux temps d'advection, sans que la convection ne se développe réellement (figure 6.6, colonne de gauche). Pour cela, il faut considérer une perturbation plus grande, de l'ordre de 5% (figure 6.6, colonne de droite). Les critères de Scheck *et al.* (2008) et Fernández *et al.* (2014) donnent une approximation de l'amplitude minimale pour qu'une bulle puisse remonter l'écoulement. Nos simulations confirment qu'un mouvement ascendant dû à la poussée d'Archimède n'est pas suffisant pour déclencher un régime de convection turbulente.

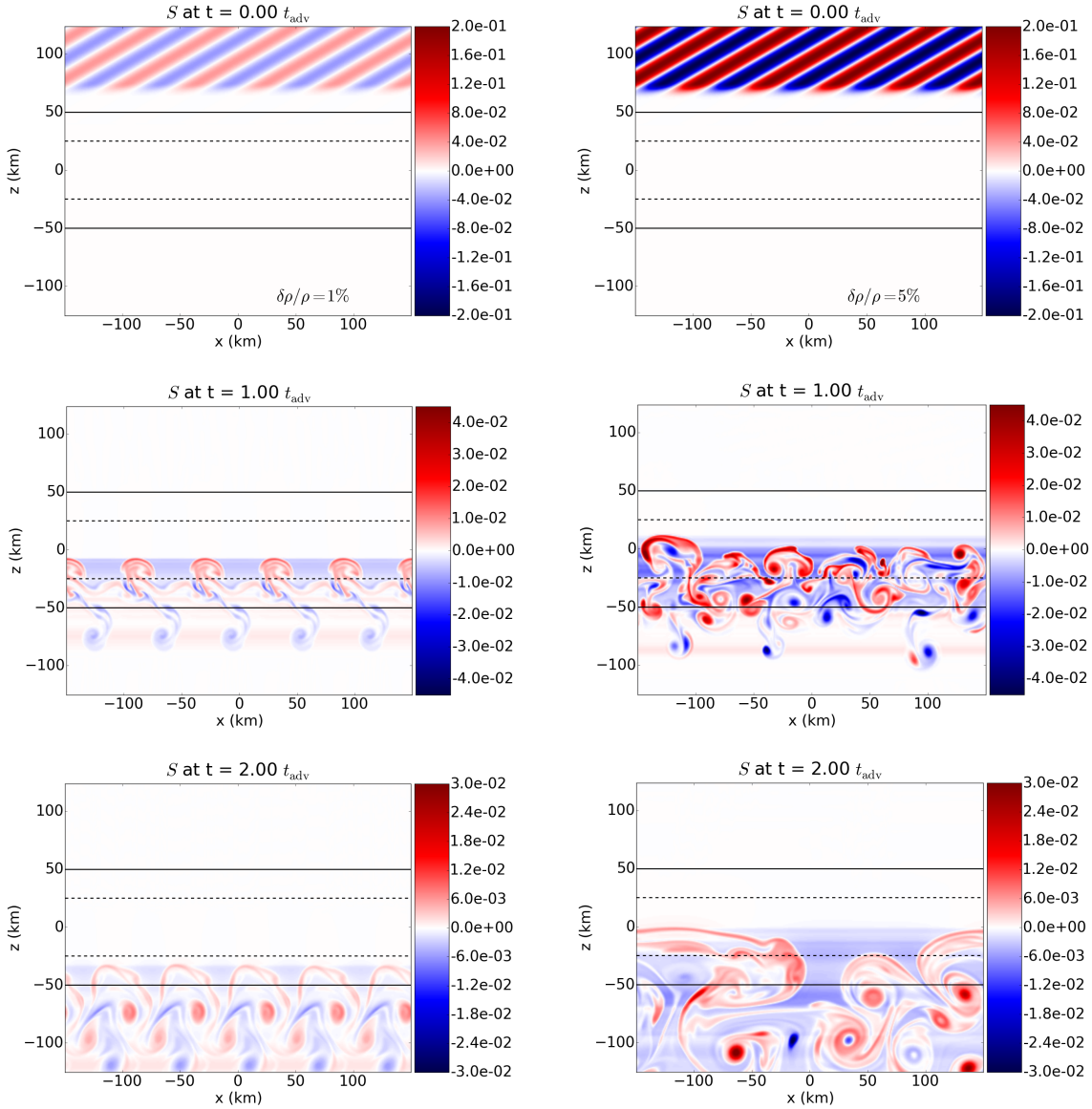


FIGURE 6.6 – Évolution en entropie de la dynamique de la région de gain pour $\chi_0 = 1.5$ et $\delta\rho/\rho = 1\%$ (colonne de gauche) et $\delta\rho/\rho = 5\%$ (colonne de droite). Dans chaque image, la valeur moyenne horizontale est soustraite à l'entropie. L'évolution temporelle montre que la poussée d'Archimède n'est pas suffisante pour déclencher la convection malgré les mouvements ascendants dans le cas $\delta\rho/\rho = 1\%$. En revanche, une perturbation $\delta\rho/\rho = 5\%$ suffit à initier la convection qui mélange les régions de différentes entropies.

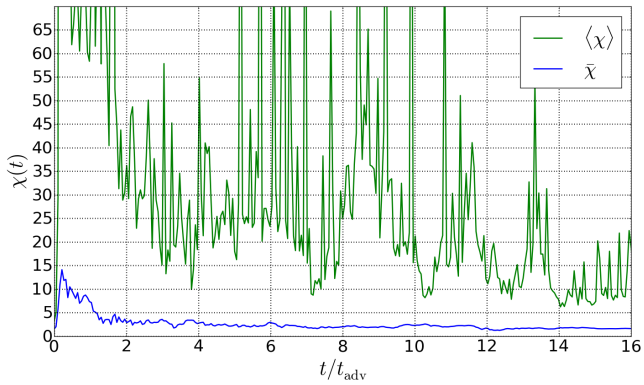


FIGURE 6.7 – Évolution temporelle de la valeur de χ calculée en moyennant d'abord l'écoulement horizontalement (courbe bleue) ou directement sur l'écoulement 2D (courbe verte).

6.3.2 Convection auto-entretenue ?

Intéressons-nous à présent à l'état final de la dynamique de la région de gain. La figure 6.5 montre que la convection est complètement amortie en moins de 15 temps d'advection, soit 300 ms, si elle est initiée par une unique excitation, même avec une amplitude de l'ordre de 20%. Cela illustre le fait que si la convection peut être déclenchée par une perturbation de grande amplitude alors qu'elle est linéairement stabilisée par l'advection, la convection n'atteint pas nécessairement un régime permanent et s'amortit en quelques temps d'advection. L'amortissement est d'autant plus lent que l'amplitude de l'excitation initiale est grande. Quelque soit l'amplitude de la perturbation considérée, avec $\chi_0 = 1.5$, le flot s'ajuste à un flot linéairement stable car sa valeur de χ est sous le seuil d'instabilité linéaire (figure 6.5, partie droite).

Avant de poursuivre notre étude, évoquons le calcul de la valeur de χ moyenne dans le régime asymptotique. Fernández *et al.* (2014) ont expliqué que cette valeur ne peut pas être calculée directement sur un écoulement 2D et ensuite moyennée horizontalement par la formule :

$$\langle\chi\rangle = \langle \int_{\rm gain} \omega_{\rm BV} \frac{dz}{v_z} \rangle. \tag{6.17}$$

Il convient en effet de moyenner d'abord la vitesse d'advection et la fréquence de Brunt-Väisälä horizontalement avant de calculer la valeur de χ sur ce flot moyen :

$$\bar{\chi} = \int_{\rm gain} \langle\omega_{\rm BV}\rangle \frac{dz}{\langle v_z\rangle}. \tag{6.18}$$

La figure 6.7 montre que la différence entre les deux méthodes est significative dans une simulation où $\chi_0 = 1.5$. En effet, on obtient $\bar{\chi} \approx 1.5$ tandis que $\langle\chi\rangle \approx 20$. Par ailleurs, la figure 6.5 (partie droite) indique que la valeur limite de χ est légèrement supérieure à la valeur initiale χ_0. Le fait que la valeur limite soit légèrement supérieure à la valeur attendue, à savoir χ_0, est sans doute lié aux discontinuités de pente de la force gravitationnelle (voir figure 6.1). Ces discontinuités induisent localement un gradient d'entropie négatif qui peut expliquer la différence par rapport à la détermination de χ_0 faite sur un profil d'entropie monotone, sans discontinuités locales. Enfin la figure 6.5 (partie droite) montre également que le paramètre χ prend de grandes valeurs dans les tous premiers instants des simulations. En effet, lorsque la perturbation atteint la région de gain, les forts gradients d'entropie induisent des valeurs de χ bien plus grandes que celle de χ_0.

L'amortissement de la convection dépend également de la proximité au seuil d'instabilité linéaire $\chi > 2$. La figure 6.8 montre, dans le cas $\delta\rho/\rho = 30\%$, que plus χ_0 est proche du seuil d'instabilité et plus la convection est amortie lentement. Dans les simulations avec $\chi_0 = 1.5$ et $\chi_0 = 1.9$, la convection n'est pas complètement supprimée au bout de 16 temps d'advection, soit 320 ms, mais elle est bien moins développée que dans le cas linéairement instable $\chi_0 = 5$. Ces résultats prouvent que dans le régime de stabilité linéaire la convection ne peut pas dominer de manière permanente si l'instabilité est initiée par une seule perturbation. Il faut pour cela que la convection soit continuellement nourrie par l'advection de perturbations d'entropie d'amplitudes suffisantes.

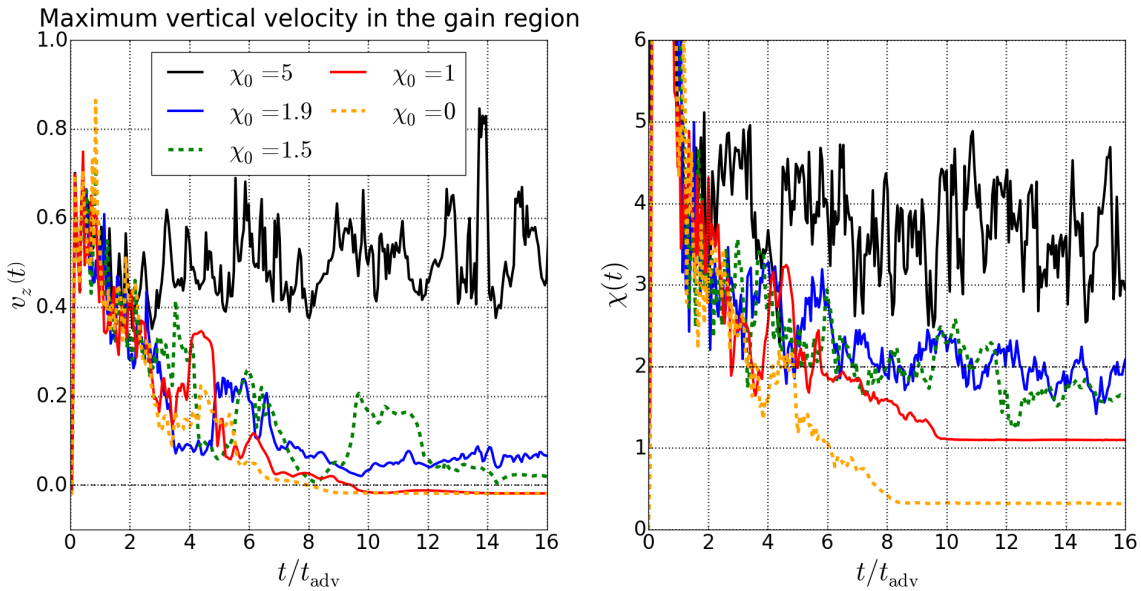


FIGURE 6.8 – Amortissement de la convection dans le cas $\delta\rho/\rho = 30\%$ pour différentes valeurs de χ_0. **A gauche** : évolution temporelle du maximum de la vitesse verticale dans la région de gain. La convection est partiellement ou complètement supprimée uniquement si $\chi_0 < 2$. La vitesse est normalisée par $c_{\rm up}$. **A droite** : évolution temporelle de χ. La convection atteint le régime de stabilité linéaire uniquement si $\chi_0 < 2$.

L'exploration de l'espace de paramètres $(\chi_0, \delta\rho/\rho)$ par des simulations 2D fait apparaître trois régimes distincts :

- instabilité linéaire si $\chi_0 > 2$,
- stabilité linéaire si $\chi_0 < 2$ et $\delta\rho/\rho \lesssim 1\%$,
- instabilité non-linéaire si $\chi_0 < 2$ et $\delta\rho/\rho \gtrsim 1\%$.

Pour ce dernier régime, l'instabilité n'est que transitoire. L'amortissement de la convection est plus rapide si l'amplitude de la perturbation est faible et si χ_0 est éloigné du seuil d'instabilité linéaire.

6.3.3 Interprétation

Dans cette section, nous discutons des principales caractéristiques de la dynamique non-linéaire de la région de gain. Nous verrons dans la section 6.4 que les phénomènes physiques présentés ici peuvent être très différents à 3D.

Évolution des perturbations

Les simulations du modèle idéalisé montrent que les structures entropiques à grande échelle sont efficacement dissoutes (figure 6.6, colonne de droite). La région de gain est capable de dissoudre des perturbations grâce aux effets de poussée d'Archimède, et ce même en l'absence de processus de refroidissement. Même en régime adiabatique ($\kappa_H = 0$, $\chi_0 = 0$), l'entropie s'uniformise vers sa valeur moyenne par mélange de phases comme deux peintures se mélangeraient sans réaction chimique, simplement par étirement jusqu'à l'échelle de la grille numérique (qui correspond à l'échelle de dissipation).

La poussée d'Archimède provoque la formation de tourbillons dont l'extension radiale peut atteindre la taille de la région de gain. Dans le cas où la convection est transitoire, ces vortex sont progressivement advectés hors de la zone de chauffage. A l'inverse, dans le cas où la convection est auto-entretenue, la poussée d'Archimède fragmente continuellement les structures à grande échelle tant que celles-ci ne sont pas transportées hors de la région de gain. Nous verrons dans la section 6.4 que ces caractéristiques de la convection sont bien différentes à 3D.

Ralentissement du flot stationnaire

L'advection de perturbations à travers la région de gain produit une rétroaction acoustique qui peut ralentir l'écoulement stationnaire. La figure 6.9 montre que si une perturbation de faible amplitude chute à la vitesse du flot stationnaire, celle de grande amplitude est advectée avec une vitesse deux fois moins grande. L'advection d'une perturbation dans la région de gain produit un signal acoustique qui se propage vers le bord supérieur du domaine. Pour une perturbation d'amplitude linéaire ($\delta\rho/\rho = 0.01\%$), la rétroaction est très faible et la perturbation n'est pas ralentie. A l'inverse, pour une perturbation d'amplitude non-linéaire ($\delta\rho/\rho = 30\%$), l'onde acoustique produite est suffisamment forte pour affecter l'injection du flot stationnaire. Le ralentissement des perturbations n'est qu'une manifestation particulière d'un effet plus général : la convection turbulente produit une rétroaction acoustique capable de diminuer la vitesse du flot et d'augmenter la pression en amont de la région de gain (figure 6.10). Cette rétroaction pourrait être lié au couplage entre les mouvements turbulents de matière et les gradients de densité à l'intérieur de la région de gain qui génère un signal acoustique. La magnitude des variations dépend, entre autres, de l'amplitude de la perturbation. Durant les premiers temps d'advection, les modifications sont bien plus importantes dans les simulations avec une perturbation d'amplitude 30% qu'avec une amplitude linéaire. En extrapolant à un modèle plus réaliste, un ralentissement du flot correspond à une augmentation du temps d'advection dans la région de gain. Le ralentissement du flot s'exerce de la base de la région de gain jusqu'à son bord supérieur. Une surpression provoquerait quant à elle une expansion du choc, remplacé par une injection subsonique stationnaire dans notre modèle. La variation est plus grande en amont de la région de chauffage. Si cette région n'a pas d'équivalent astrophysique, elle pourrait ressembler à la partie haute d'une région de gain où le taux de chauffage, proportionnel à r^{-2}, est bien moins fort qu'à la base de la région de gain. Ainsi, notre modèle pourrait permettre d'identifier deux effets favorables de la convection turbulente sur le déclenchement de l'explosion. Dans la section suivante, nous allons discuter de la persistance des effets que nous venons d'identifier.

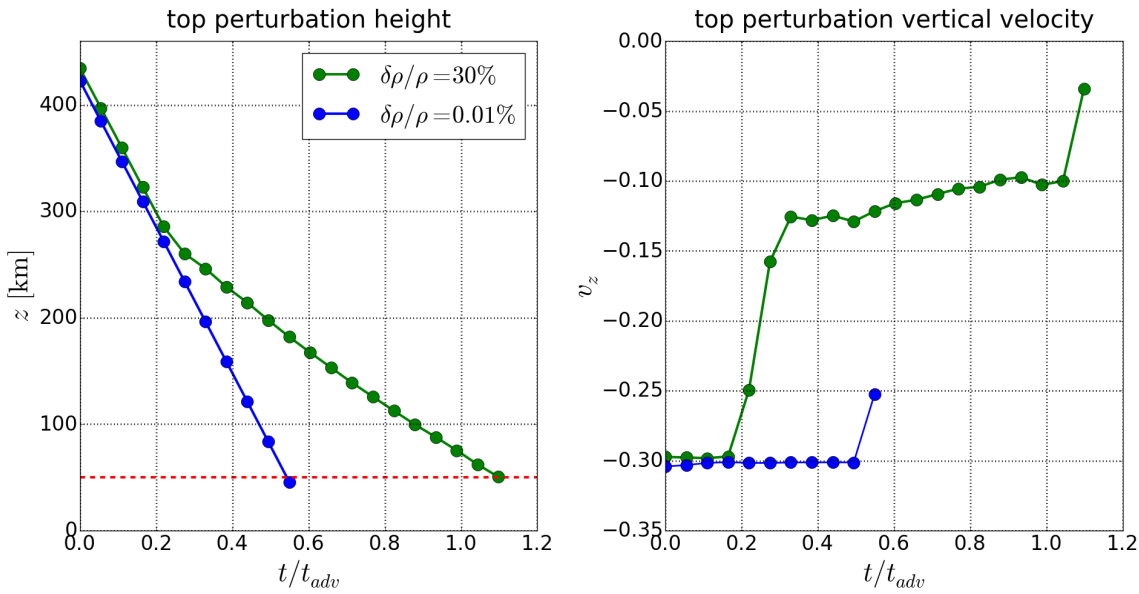


FIGURE 6.9 – Advection de perturbations d'entropie dans deux simulations avec $\chi_0 = 5$. Cette figure compare l'advection d'une perturbation d'amplitude linéaire, $\delta\rho/\rho = 0.01\%$ (courbes bleues) à une perturbation de grande amplitude, $\delta\rho/\rho = 30\%$ (courbes vertes). **A gauche** : évolution temporelle de l'altitude du sommet de la perturbation d'entropie. La ligne rouge en pointillés marque la limite supérieure de la région de gain. **A droite** : évolution temporelle de la vitesse verticale du sommet de la perturbation d'entropie, normalisée par $c_{\rm up}$. La vitesse de chute est constante et vaut celle du flot stationnaire pour la perturbation d'amplitude linéaire alors qu'elle est rapidement divisée par deux dans le cas de la perturbation non-linéaire.

Régime asymptotique

Les modifications du flot stationnaire prennent fin lorsque la convection est suffisamment atténuée (figure 6.10). Dans le régime d'instabilité linéaire, l'écoulement atteint un régime permanent différent du régime stationnaire. La figure 6.10 montre que les modifications, de l'ordre de 5-10% sur la pression et de 10-20% sur la vitesse verticale, sont indépendantes de l'amplitude de la perturbation car la mémoire des conditions initiales a été perdue.

Le régime asymptotique peut également être caractérisé par la valeur de χ. Lorsque la convection est transitoire, le flot converge vers un état proche du flot stationnaire. Dans ce cas, l'écoulement ajuste sa valeur de χ à une valeur légèrement inférieure au seuil d'instabilité linéaire ($\chi_{\rm crit} = 2$) (figure 6.8, partie droite). En revanche, si la convection est auto-entretenue alors le flot conserve une valeur de χ caractéristique d'un flot instable. Cette valeur, notée $\bar{\chi}$, est telle que $\chi_{\rm crit} < \bar{\chi} < \chi_0$. Cela suggère que la convection n'est pas très efficace à faire converger l'écoulement vers la stabilité marginale, qui correspondrait à un gradient d'entropie nul dans un cas sans advection. Ce résultat est différent du modèle avec chauffage et refroidissement de Fernández *et al.* (2014). Dans cette étude, le flot moyen s'ajuste à un état où la convection est stable si l'explosion n'a pas lieu. La disparité des résultats entre les simulations de Fernández *et al.* (2014) et les nôtres pourrait provenir des différences liées aux effets de bord des modèles. Notre modèle ne comporte ni onde de choc, ni couche de refroidissement. La différence entre les régimes asymptotiques suggère que la convection modifie moins efficacement l'écoulement dans notre modèle. D'une part, les conditions aux limites d'onde sortante en

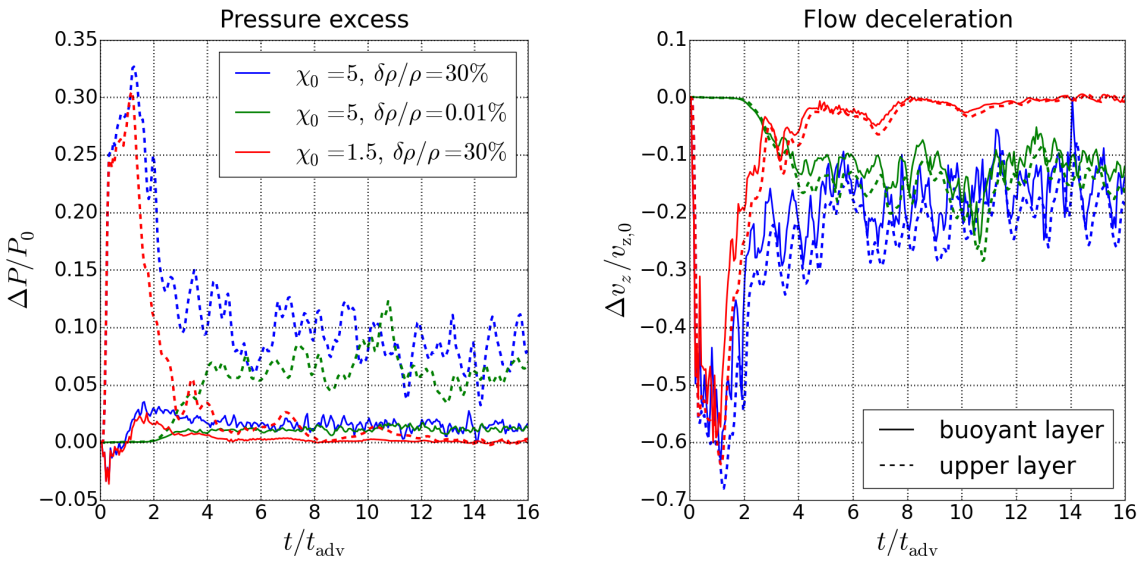


FIGURE 6.10 – Modifications du flot stationnaire liées à la rétroaction acoustique de la région de gain pour trois simulations différentes. Les modifications concernant la région de gain sont représentées en traits pleins et celles concernant la région amont en pointillés. La dynamique de la convection provoque une augmentation de la pression (partie gauche), notamment dans la région en amont de la région de gain. Le flot est également décéléré par la rétroaction acoustique. Dans les premiers instants, l'intensité des modifications dépend de l'amplitude de la perturbation. Ces modifications sont permanentes uniquement dans les cas où la convection est auto-entretenue ($\chi_0 = 5$).

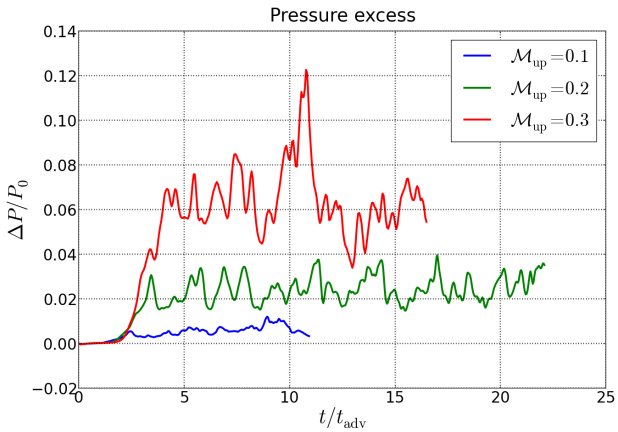
amont et en aval utilisées dans notre étude pourraient être moins favorable à l'établissement d'une région convective développée. L'évacuation des grandes structures tourbillonnaires est facilitée par rapport à un modèle considérant la surface de l'étoile à neutrons. D'autre part, le couplage avec le choc peut contribuer à alimenter non-linéairement l'instabilité convective.

Influence des conditions d'injection sur la convection turbulente

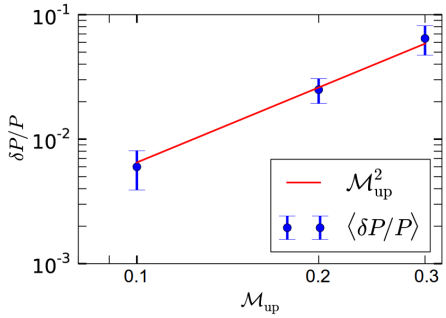
Notre exploration du domaine des paramètres s'est volontairement restreinte jusqu'à présent à une seule valeur de $\mathcal{M}_{\rm up}$ par souci de simplicité. Ce paramètre varie en réalité entre 0.1 et 0.3 et dépend notamment de la composition de la matière et de l'équation d'état (Fernández et Thompson, 2009a). La rétroaction acoustique induite par la convection turbulente dépend fortement de ce paramètre (figure 6.11a). L'amplitude de la surpression semble être une fonction non-linéaire du nombre de Mach amont $\mathcal{M}_{\rm up}$. La figure 6.11b suggère que $\delta P/P \propto \mathcal{M}_{\rm up}^2$. Cette efficacité est très supérieure à l'émission acoustique quadripolaire que l'on attendrait d'une région turbulente homogène : $\delta P/P \propto \mathcal{M}^4$ d'après Lighthill (1978) section 1.10 et Landau et Lifchitz (1989) section 75. Une différence importante vient de l'inhomogénéité verticale de la région de gain, où le gradient de densité induit un couplage linéaire entre vorticité et ondes acoustiques (Foglizzo, 2001, 2002). Ce couplage linéaire est un ingrédient essentiel du cycle advectif-acoustique responsable de l'instabilité SASI.

En revanche, la valeur asymptotique du paramètre χ semble être indifférente à la valeur de $\mathcal{M}_{\rm up}$ (figure 6.12). Cela montre que l'efficacité de la convection à atteindre le régime de stabilité linéaire n'est pas affectée par les paramètres d'injection.

Cette exploration de l'impact du paramètre $\mathcal{M}_{\rm up}$ indique que la valeur choisie tout au



(a) Modification de la pression en amont de la région de gain en fonction du paramètre $\mathcal{M}_{\rm up}$ pour $\chi_0 = 5$.



(b) Amplitude de la rétroaction acoustique en fonction du paramètre $\mathcal{M}_{\rm up}$. Les points bleus et les barres d'erreurs correspondent respectivement à la moyenne et l'écart-type de l'amplitude dans le régime asymptotique des simulations numériques. La courbe rouge illustre la tendance $\delta P/P \propto \mathcal{M}_{\rm up}^2$.

FIGURE 6.11

long de cette étude considère une limite supérieure de la rétroaction acoustique. Notons cependant que si $\mathcal{M}_{\rm up} \approx 0.1$ est plus réaliste pour un choc de rayon 150 km et un fort taux de dissociation nucléaire, l'augmentation du rayon du choc tend à faire croître la valeur de $\mathcal{M}_{\rm up}$. En effet, la diminution de la vitesse de chute libre réduit le nombre de Mach pré-choc et donc augmente $\mathcal{M}_{\rm up}$. De plus, le taux de dissociation diminue avec le rayon du choc (c.f. équation 1.9), ce qui augmente également la valeur de $\mathcal{M}_{\rm up}$ (Fernández et Thompson, 2009b). La gamme de variation réaliste des valeurs de ce paramètre sort du cadre de notre étude, car elle nécessiterait une simulation globale incluant une équation d'état réaliste, plutôt qu'une dissociation paramétrisée et supposée instantanée.

6.4 Impact de la dimensionnalité

Les résultats présentés dans le début de ce chapitre reposent sur des simulations uniquement 2D. La dimensionnalité impacte profondément la dynamique de la région de gain. L'analyse des propriétés de la dynamique permettra de discuter la pertinence des arguments proposés dans les études publiées pour comparer les simulations 2D et 3D. En particulier, nous constaterons que les effets suivants ne semblent pas pouvoir expliquer les différences observées dans la région de gain de notre modèle :

— une ascendance plus rapide des bulles à 2D liée à une force de traînée moins efficace qu'à 3D (Couch, 2013a),
— une plus grande pression turbulente à 2D (Murphy *et al.*, 2013; Couch et Ott, 2015),
— la cascade d'énergie turbulente vers les petites échelles à 3D et vers les plus grandes échelles à 2D (Hanke *et al.*, 2012; Abdikamalov *et al.*, 2015).

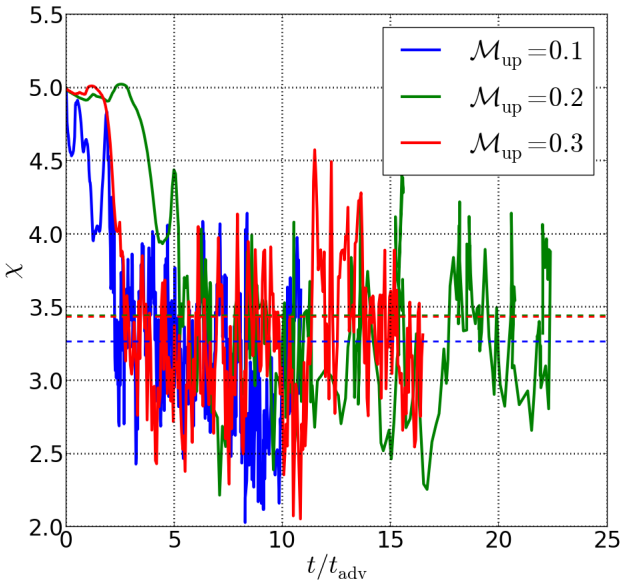


FIGURE 6.12 – Évolution temporelle du paramètre χ en fonction du paramètre $\mathcal{M}_{\rm up}$ pour $\chi_0 = 5$. Les lignes horizontales en pointillés représentent les valeurs moyennes dans le régime de convection turbulente développée.

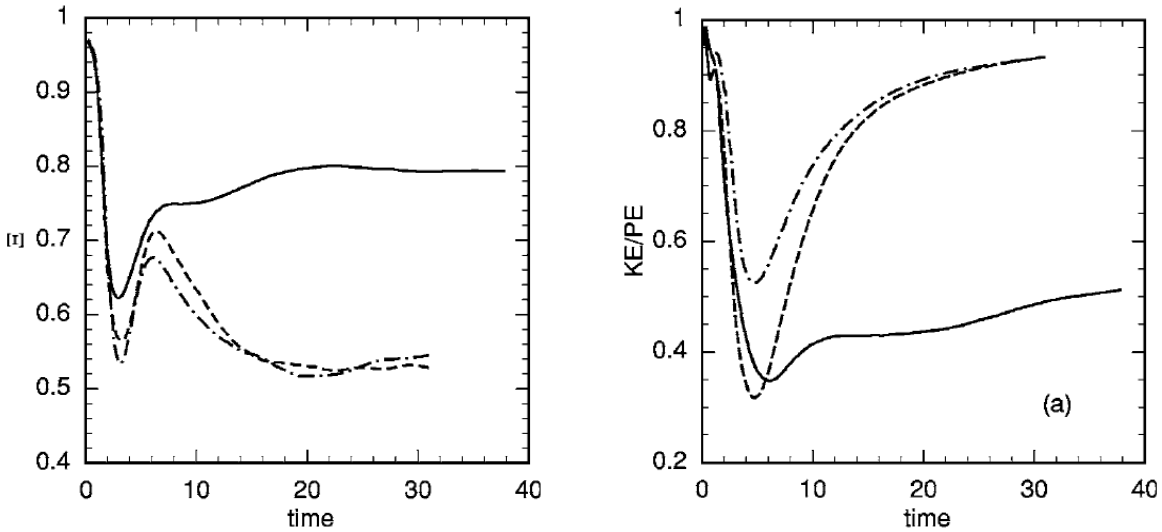
Nous examinons les différences entre 2D et 3D en suivant l'évolution temporelle de la convection. Dans un premier temps, nous nous intéressons au régime faiblement non-linéaire de la convection (section 6.4.1). Nous étudions la montée de bulles d'entropie en fonction de la géométrie et nous verrons que les dynamiques 2D et 3D diffèrent l'une de l'autre dès les tout premiers instants. Dans un deuxième temps, nous comparons les propriétés des dynamiques 2D et 3D en analysant la morphologie de l'écoulement et le bilan d'énergie (section 6.4.2). Nous montrerons que nos simulations semblent contredire les idées que la pression turbulente et la cascade d'énergie turbulente sont plus favorables à une explosion à 2D. Enfin, nous nous intéressons au régime asymptotique de la convection auto-entretenue (section 6.4.3). Nous verrons alors que la dynamique 3D simulée dans ce modèle simplifié semble plus propice au déclenchement de l'explosion que dans le cas 2D.

La comparaison de nos simulations 2D et 3D révèle que les différences observées peuvent être expliquées par trois propriétés classiques de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, établies par des simulations numériques en régime incompressible et sans advection :

- une extension spatiale de la région de mélange plus rapide à 3D au début du développement non-linéaire de l'instabilité de Rayleigh-Taylor (c.f. figure 6 de Young *et al.* (2001)),
- une plus grande efficacité de mélange turbulent à 3D (Cabot, 2006),
- une plus grande conversion d'énergie potentielle en énergie cinétique à 2D (Cabot, 2006).

La figure 6.13 illustre les deux derniers arguments.

Dans notre modèle, nous verrons qu'à 2D la convection est plus efficace pour évacuer la matière de la région de gain. Cet effet tend à diminuer le temps de chauffage par rapport à la dynamique tridimensionnelle. De plus, si la plus grande efficacité de mélange est a priori défavorable au développement de la convection à 3D comme nous le détaillerons ci-après, nous constaterons qu'à l'inverse cet effet conduit à un emballement de l'instabilité qui est absent à 2D. Nous aurions pu imaginer que l'efficacité de mélange à 3D induit une plus grande friction par échange de quantité de mouvement, donc défavorable à l'ascension à contre courant des



(a) Évolution temporelle de l'efficacité de mélange à 3D (ligne en trait continu) et à 2D (lignes en pointillés). L'efficacité de mélange est environ 50% plus élevée à 3D dans le régime non-linéaire de l'instabilité de RT.

(b) Rapport entre l'énergie cinétique totale et l'énergie potentielle libérée. La dynamique 2D (courbes en pointillés) permet de convertir deux fois plus l'énergie potentielle disponible que dans le cas 3D (courbe en trait plein).

FIGURE 6.13 – Résultats de simulations numériques de l'instabilité de RT en régime incompressible et sans advection. Crédit : Cabot (2006).

bulles 3D. Mais nous constaterons que d'autres effets supérieurs invalident cette intuition.

Avant de débuter le détail de la comparaison 2D-3D, nous discutons de la différence entre d'une part la conversion totale d'énergie potentielle en énergie cinétique et d'autre part l'homogénéisation à la densité moyenne par un mélange complet. Pour cela, nous nous concentrons sur un cas simple de deux briques incompressibles de hauteur h et de masses m_{up} et m_{down} ($m_{\mathrm{up}} > m_{\mathrm{down}}$). L'énergie potentielle initiale vaut :

$$E_{\mathrm{p0}} = m_{\mathrm{up}} g 3h/2 + m_{\mathrm{down}} gh/2. \tag{6.19}$$

D'une part, avec l'inversion des positions, E_{p0} fournit une énergie :

$$\Delta E_{\mathrm{p,inv}} = -\left(m_{\mathrm{up}} - m_{\mathrm{down}}\right) gh. \tag{6.20}$$

D'autre part, avec l'homogénéisation à la densité moyenne $\left(m_{\mathrm{up}} + m_{\mathrm{down}}\right) / \left(2h\right)$, E_{p0} fournit une énergie :

$$\Delta E_{\mathrm{p,mix}} = -\left(m_{\mathrm{up}} - m_{\mathrm{down}}\right) gh/2. \tag{6.21}$$

Ceci illustre le fait que nos arguments favorisent en principe l'efficacité de la convection à 2D car $|\Delta E_{\mathrm{p,inv}}| > |\Delta E_{\mathrm{p,mix}}|$.

6.4.1 Début du régime non-linéaire

Dans cette section, nous considérons le cas ($\chi_0 = 5$, $\delta\rho/\rho = 0.01\%$) qui nous permet de comparer le développement initial de la convection entre 2D et 3D. La figure 6.14 donne un aperçu de l'évolution de la convection à 2D et à 3D dans les deux premiers temps d'advection suivant l'entrée dans le régime non-linéaire.

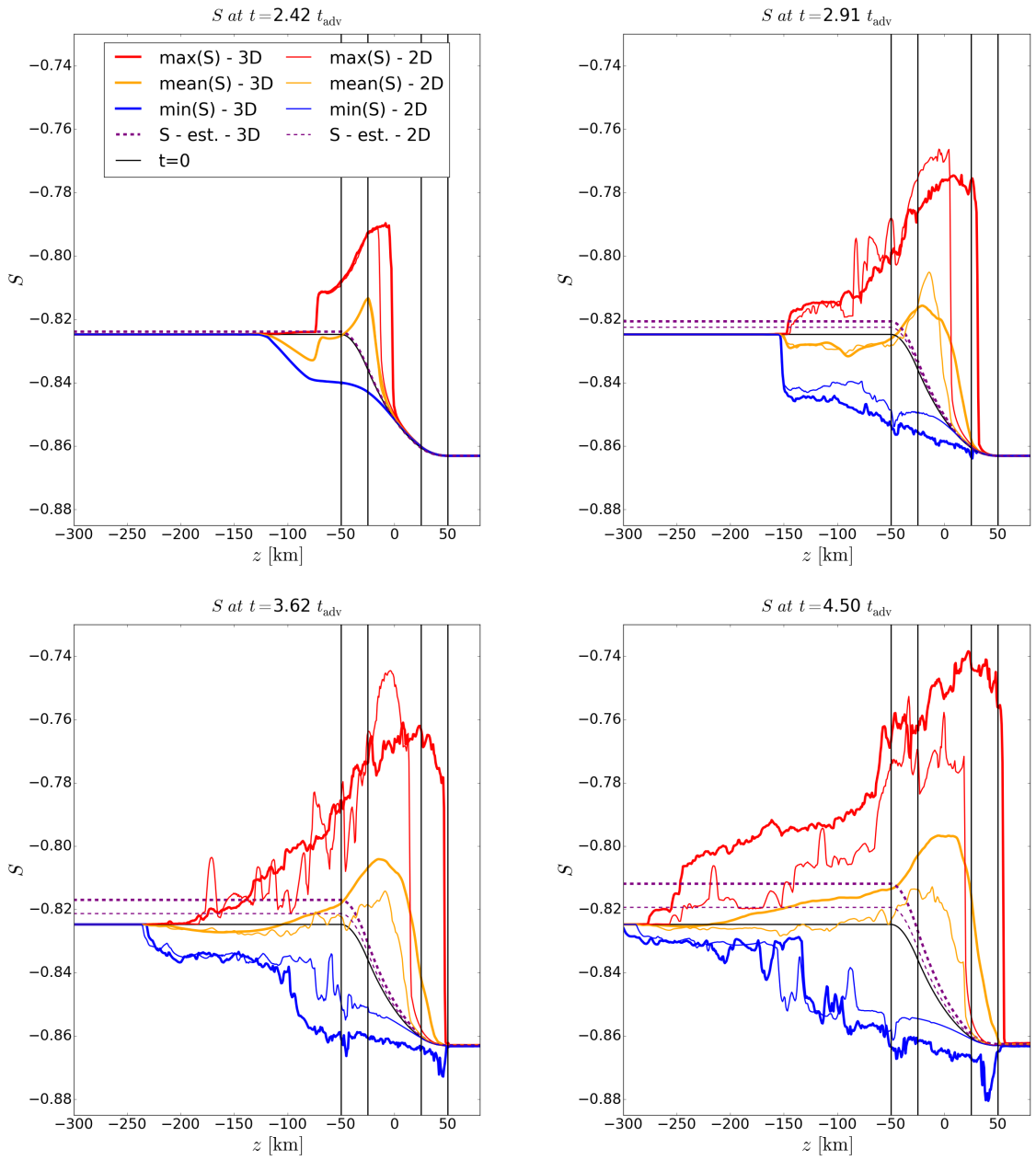


FIGURE 6.14 – Comparaison entre les profils moyens verticaux d'entropie 2D (courbes fines) et 3D (courbes épaisses) à plusieurs instants du début de la phase non-linéaire de la convection dans le cas ($\chi_0 = 5$, $\delta\rho/\rho = 0.01\%$). Les courbes rouges, oranges et bleues montrent respectivement les profils du maximum, de la moyenne et du minimum de l'entropie en fonction de l'altitude. Les courbes vertes donnent une estimation de la valeur de l'entropie moyenne à la sortie de la région de gain et sont obtenues en intégrant l'équation 6.8. La courbe noire représente le profil stationnaire. Enfin, les courbes grises verticales indiquent les limites de la région contentant les termes sources.

Vitesse limite des bulles d'entropie

L'instant noté $t = 2.42\,t_{\mathrm{adv}}$ marque la fin de la phase linéaire durant laquelle la perturbation initiale croît exponentiellement. A cet instant, on observe qu'au moins une bulle

d'entropie est montée plus haut à 3D qu'à 2D (courbes rouges). La progression plus rapide des bulles à 3D se poursuit tout au long de la phase faiblement non-linéaire. Dans la grande majorité des études, les simulations 3D obtiennent une explosion plus tardive qu'à 2D, voire même pas d'explosion du tout (c.f. 3.1.3). Couch (2013a) a proposé une explication à ce retard reposant sur la vitesse de montée des bulles d'entropie. Cette vitesse est déterminée par la force volumique de poussée d'Archimède ($\sim V\delta\rho g$) , liée au chauffage par les neutrinos et la force surfacique de traînée ($\sim S\rho_0 v^2$), liée à l'advection de matière. La vitesse limite d'une bulle de volume V et de surface exposée S peut être calculée par la relation :

$$v_{\rm lim}^2 = \frac{\delta\rho V g}{\rho_0 S}. \tag{6.22}$$

Cette vitesse est d'autant plus grande que le ratio volume-sur-surface V/S est élevé. Couch (2013a) justifie que l'explosion est facilitée à 2D car l'extension angulaire d'une bulle 2D axisymétrique est plus grande que celle de bulles 3D qui se fragmentent à petite échelle. Cet argument n'est que partiellement valable puisque le rapport V/S ne dépend que de l'extension verticale de la bulle. Pour une bulle sphérique de rayon R, on a $V/S = 4R/3$ tandis que pour une bulle cylindrique de même rayon R, on a $V/S = \pi R/2$. Dans un tel exemple, la vitesse limite est simplement très légèrement plus grande à 2D qu'à 3D, d'un facteur $\sqrt{3\pi/8}$. Néanmoins, cet argument est contredit par nos simulations dans la mesure où les bulles 3D montent plus rapidement qu'à 2D.

Efficacité du mélange de phase

Le contraste entre 2D et 3D observé dans notre modèle semble davantage reposer sur les différences de mélange causé par l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Young *et al.* (2001) ont observé dans des simulations numériques de RT incompressible et sans advection que l'extension spatiale de la région de mélange croît plus vite à 3D, de l'ordre de 20%, dans les premiers instants du développement non-linéaire de RT. Ce phénomène pourrait être à même de rendre compte de la montée plus rapide du front de la convection à 3D.

La figure 6.14 montre qu'à l'instant noté $t = 2.91\,t_{\rm adv}$, le profil vertical d'entropie moyenne est plus piqué à 2D. Ceci semble être une conséquence du fait que les bulles 2D montent moins vite et moins haut. La région où la convection se développe est ainsi moins étendue qu'à 3D. De plus, on observe que jusque $t \leq 3.62\,t_{\rm adv}$ l'entropie prend des valeurs plus élevées à 2D qu'à 3D. Ceci pourrait être lié au mélange turbulent plus efficace à 3D qui contribue à lisser le profil d'entropie (Young *et al.*, 2001; Cabot, 2006).

Évolution des profils d'entropie

La figure 6.14 montre que l'entropie moyenne (courbes oranges) augmente continuellement à 3D et que les bulles d'entropie élevées atteignent la limite supérieure de la région de gain. Au delà de cette limite, la gravité est annulée et les bulles ne peuvent poursuivre leur progression. L'évolution est différente à 2D, on n'observe pas d'effet d'emballement de la convection. Les bulles ne parviennent pas à atteindre le bord supérieur de la région de gain à 2D. La dynamique de la région de gain semble donc plus propice à un déclenchement d'explosion à 3D. Par ailleurs, la valeur moyenne de l'entropie à la sortie de la région de gain peut être estimée au premier ordre par l'intégration de l'équation (6.8) d'entropie stationnaire (courbes en pointillés).

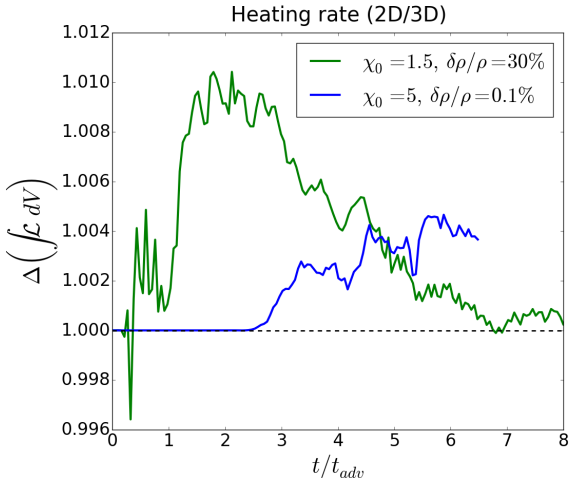


FIGURE 6.15 – Rapport entre le taux de chauffage instantané intégré dans le domaine 2D et celui intégré dans le domaine 3D. Le taux de chauffage est très légèrement supérieur à 2D que ce soit dans la simulation ($\chi_0 = 1.5\,\delta\rho/\rho = 30\%$) (en vert) et dans la simulation ($\chi_0 = 5\,\delta\rho/\rho = 0.1\%$) (en bleu).

Le minimum d'entropie prend des valeurs plus basses à 3D qu'à 2D (courbes bleues de la figure 6.14). L'argument du mélange plus efficace à 3D ne s'applique pas au minimum d'entropie. En effet, ce minimum est atteint au centre d'un flux de matière descendante [2] qui ne subit pas l'action du mélange. Le minimum est plus bas à 3D car ce flux de matière est plus étroit à 3D, donc plus accéléré et moins chauffé qu'à 2D. Nous verrons par la suite que ce flux de matière froide représente une plus petite fraction de l'écoulement à 3D. Ce point n'est donc pas en contradiction avec un emballement plus fort de la dynamique à 3D.

Cette première comparaison entre 2D et 3D indique que le déclenchement de la convection peut être plus prompt à 3D. Ceci pourrait s'expliquer non pas par la géométrie des bulles mais par la plus grande efficacité du mélange turbulent lié à l'instabilité de RT à 3D. L'échange de quantité de mouvement à petite échelle accroît le temps de chauffage de la matière. A l'inverse RT induit des déplacements à plus grande échelle à 2D sans réellement mélanger efficacement les différentes phases.

6.4.2 Dynamique de la région de gain

Nous nous intéressons à présent au régime complètement non-linéaire de la convection. La comparaison entre 2D et 3D repose essentiellement sur le cas ($\chi_0 = 5$, $\delta\rho/\rho = 0.1\%$).

Taux de chauffage

La figure 6.15 montre que le taux de chauffage instantané est toujours plus élevé à 2D qu'à 3D, de l'ordre de $0.1 - 1\%$. Ce résultat, vérifié quelque soit la simulation considérée, montre que l'emballement de la convection à 3D ne repose pas sur un simple effet volumique mais plutôt sur la dynamique de l'écoulement.

Morphologie de l'écoulement

La dynamique 2D engendre des tourbillons dont l'extension spatiale peut atteindre la hauteur de la région de gain (figure 6.16, partie gauche). De telles structures font efficacement sortir le gaz de la région de gain, réduisant ainsi l'efficacité du chauffage. Elles peuvent

2. ou « downflow » en anglais

également y faire rentrer du gaz, mais d'entropie moins élevée car situé sous la région de chauffage. A l'inverse, les petites structures en 3D se mélangent plus efficacement et sortent moins facilement de la région de chauffage (figure 6.16, partie droite). Pour cette raison, l'entropie peut croître davantage à 3D qu'à 2D dans le régime non-linéaire (instant noté $t = 4.5\,t_{\mathrm{adv}}$ de la figure 6.14).

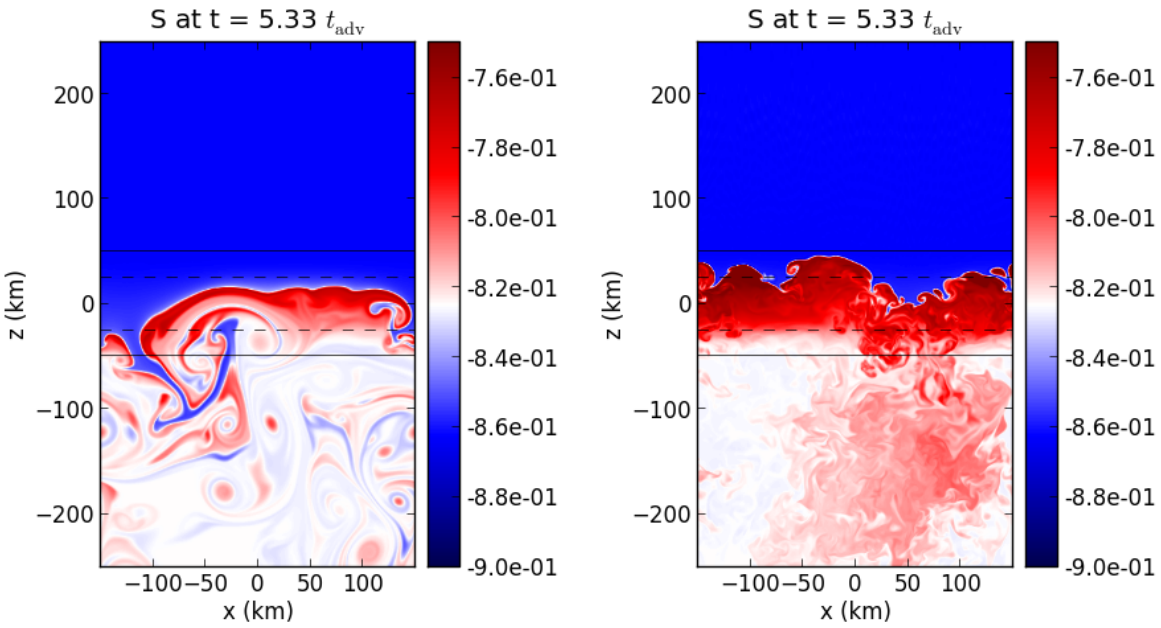


FIGURE 6.16 – Dynamique de la région de gain vue en entropie à $t = 5.33\,t_{\mathrm{adv}}$. La simulation 2D fait apparaître de grandes structures tourbillonnaires (gauche). La dynamique concerne des échelles spatiales bien plus petites à 3D (droite). La figure de droite montre la dynamique dans le plan $y = 0$. La matière est moins chauffée à 2D car elle est évacuée plus rapidement de la région de gain.

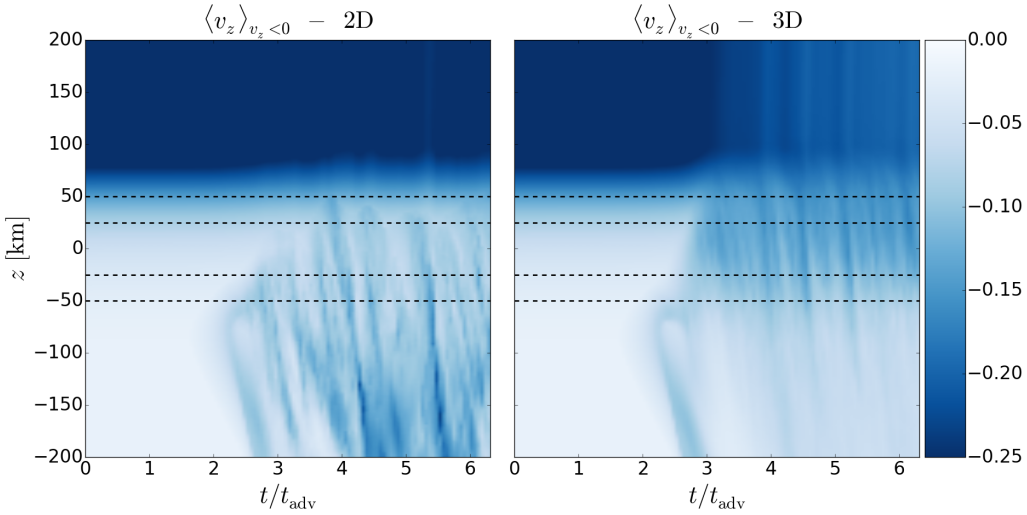


FIGURE 6.17 – Évolution temporelle du profil vertical moyen de vitesse descendante ($v_z < 0$) à 2D (gauche) et à 3D (droite).

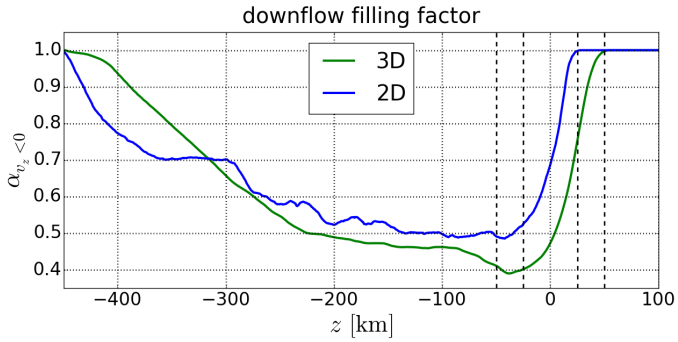


FIGURE 6.18 – Profil vertical moyen de la fraction du flot avec un mouvement descendant. Ces mouvements concernent une plus large fraction du volume à 2D (bleu) qu'à 3D (vert).

Le flux de matière descendante est plus fort à 2D qu'à 3D (figure 6.17). On observe que les flux de matière descendante sont progressivement décélérés à travers la région de gain à 3D. A 2D, le phénomène inverse se produit car les vortex à grande échelle accélèrent la matière descendante qui est ainsi évacuée plus efficacement de la région de chauffage. La matière descendante a une vitesse moyenne deux fois plus grande à la base de la région de gain à 2D. Par ailleurs, la matière descendante occupe une plus large fraction de la région de gain à 2D (figure 6.18). Cette fraction est quantifiée par la formule :

$$\alpha_{v_z<0} \equiv \frac{\int \Theta\left(-v_z\right) d\Omega}{\int d\Omega}, \tag{6.23}$$

où $\Theta(x)$ est la fonction de Heaviside avec $\Theta(x) = 1$ si $x \leq 0$ et $\Theta(x) = 0$ sinon. Cela confirme la plus grande efficacité du cas 2D à évacuer la matière, au détriment de l'action du chauffage. Les flux de matière descendante sont moins facilement détruits par le mélange turbulent à 2D, permettant ainsi de canaliser la sortie de la matière de la région de gain. La destructions des flux de matière descendante à 3D permet d'augmenter le temps de résidence dans la région de gain et donc le temps de chauffage. Ces observations suggèrent que la turbulence à 3D peut aider la poussée d'Archimède à chauffer davantage la matière par rapport au cas 2D.

Melson *et al.* (2015b) ont identifié un effet similaire dans une simulation ab initio d'un progéniteur de $9.6\,\mathrm{M}_\odot$. La turbulence fragmente davantage le flux de matière descendante à 3D. Le cas 2D est plus efficace à évacuer la matière chaude de la région de gain. Par conséquent, la dynamique tend à réchauffer la région de refroidissement et à augmenter l'efficacité des processus de refroidissement. Cela conduit à une augmentation du rayon de gain et une diminution de la masse contenue dans la région de chauffage. La fragmentation de la matière à petite échelle pourrait expliquer pourquoi le progéniteur de $9.6\,\mathrm{M}_\odot$ explose légèrement plus énergétiquement à 3D.

La figure 6.19 montre que le spectre d'énergie turbulente calculé dans le régime non-linéaire de la convection semble similaire aux simulations plus réalistes (c.f. figure 3.2). Ce spectre d'énergie est obtenu en décomposant la densité d'énergie cinétique dans la région de gain ($\Psi(z) = 1$) en coefficients de Fourier :

$$\hat{v}_\perp\left(k_x, k_y\right) = 1/\Omega_g \int_g e^{-2\pi i(k_x x + k_y y)} \sqrt{\rho\left(x, y\right)} v_\perp\left(x, y\right) d\Omega, \tag{6.24}$$

où Ω_g représente le volume de la région de gain et $v_\perp$ la composante horizontale de la vitesse. Ces coefficients de Fourier sont moyennés sur un temps d'advection puis sommés selon la

relation :

$$E\left(k\right) = \sum_{k-1<\|(k_x,k_y)\|\leq k} \left|\hat{v}_\perp\left(k_x,k_y\right)\right|^2. \tag{6.25}$$

A 2D, on a évidemment $k_y = 0$. Les spectres sont normalisés par la somme de tous les coefficients : $\sum_k E(k)$. La cascade d'énergie favorise davantage les grandes échelles à 2D (figure 6.19). Les lois de puissance $E(k) \propto k^{-5/3}$ à 3D et $E(k) \propto k^{-3}$ à 2D semblent en accord avec les simulations pour les échelles spatiales intermédiaires, de $k = 4$ à $k = 30$ (c.f. Hanke *et al.* 2012; Couch 2013a). Dans cette étude, nous constatons que la cascade d'énergie turbulente vers les petites échelle joue un rôle favorable au déclenchement plus prompt de la convection à 3D.

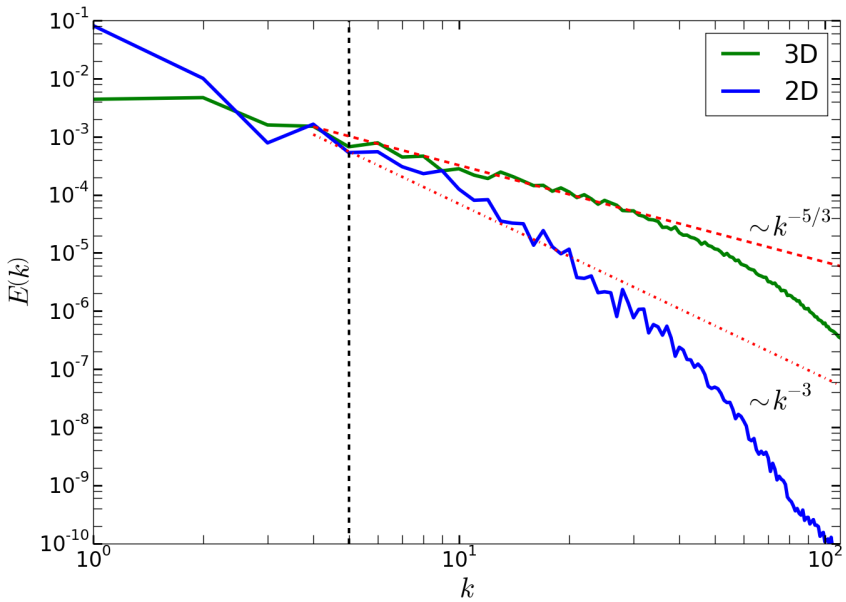


FIGURE 6.19 – Spectre de l'énergie cinétique turbulente horizontale en fonction du nombre d'onde de module k. Les spectres sont calculés à partir de la décomposition en série de Fourier de l'énergie cinétique horizontale dans la région de gain à 2D (bleu) et à 3D (vert), dans le régime non-linéaire de la simulation ($\chi_0 = 5$, $\delta\rho/\rho = 0.1\%$). La ligne noire verticale représente l'échelle d'injection d'énergie dans le régime linéaire. Les lignes rouges en pointillés illustrent les lois de puissance de la cascade d'énergie turbulente aux échelles intermédiaires : $E(k) \propto k^{-3}$ à 2D et $E(k) \propto k^{-5/3}$ à 3D.

Bilan d'énergie

Le bilan d'énergie nous renseigne sur les caractéristiques de la dynamique. Young *et al.* (2001) et Cabot (2006) ont observé que le cas 2D permet de convertir deux fois plus d'énergie potentielle en énergie cinétique que le cas 3D dans des simulations de RT. La dynamique à 3D est plus dissipative et ne permet pas une agitation à aussi grande échelle.

Le bilan d'énergie de la simulation ($\chi_0 = 5$, $\delta\rho/\rho = 0.1\%$) montre une tendance similaire (figure 6.20). L'énergie cinétique totale est plus grande à 2D tandis que l'énergie thermique domine dans le cas 3D. Ceci est cohérent avec le fait que le mélange de phase opère à bien plus petite échelle à 3D. Rappelons que dans notre modèle, l'énergie totale n'est pas conservée du fait du terme de chauffage et des conditions limites verticales.

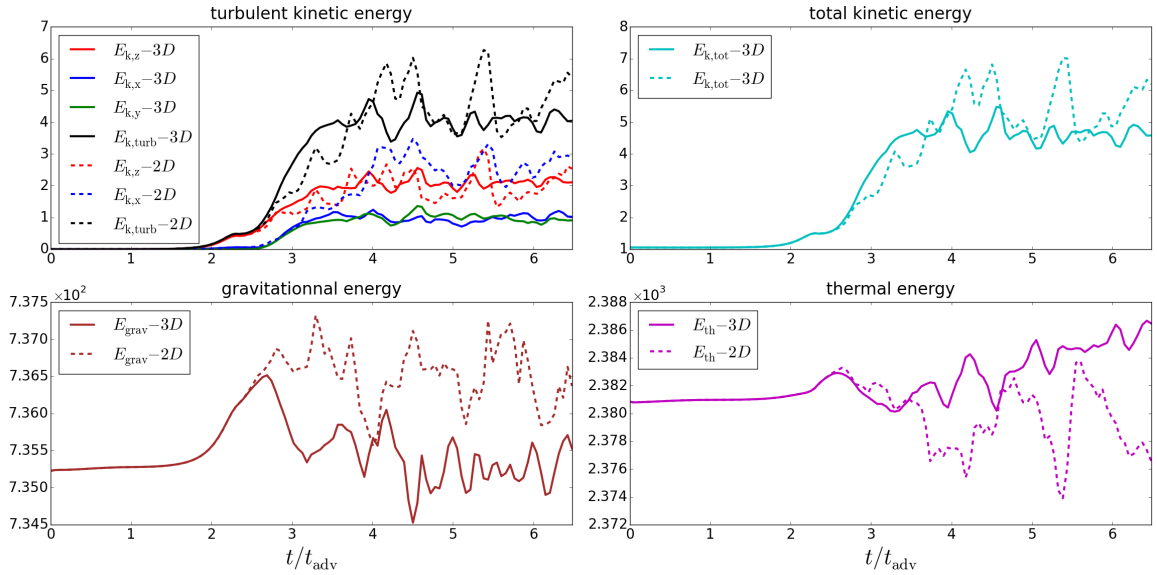


FIGURE 6.20 – Bilan d'énergie à 2D (courbes en pointillés) et à 3D (courbes en traits pleins) dans la région de gain (panneaux de gauche) et dans tout le domaine de simulation (panneaux de droite) de la simulation ($\chi_0 = 5$, $\delta\rho/\rho = 0.1\%$). De haut en bas et de gauche à droite, les panneaux montrent respectivement l'énergie cinétique turbulente totale et ses composantes, l'énergie cinétique totale (bleu clair), l'énergie gravitationnelle (marron) et l'énergie interne (violet).

Par ailleurs la figure 6.20 (panneaux du haut) montre que l'énergie cinétique turbulente totale est globalement plus élevée à 2D qu'à 3D dans la région de gain. La convection génère donc une pression turbulente supérieure à 2D. Couch et Ott (2015) ont étudié l'effet de la pression turbulente dans leurs simulations et ont montré que le cas 2D tend à surestimer cette composante additionnelle de la pression thermique, ce qui pourrait expliquer pourquoi les simulations explosent plus facilement à 2D. Cependant, un tel argument semble invalidé par nos simulations puisqu'il indiquerait que l'emballement de l'instabilité est plus efficace à 2D, ce qui n'est pas le cas. A 2D l'énergie cinétique turbulente est en équipartition entre les directions horizontale et verticale ($E_z \approx E_x$). Cette équipartition est liée à la formation de larges tourbillons. A 3D, l'énergie cinétique turbulente est partagée entre la direction verticale et les directions horizontales selon $E_z \approx E_x + E_y$. Une telle équipartition est caractéristique des systèmes où la convection est induite selon une direction privilégiée [3] (Murphy *et al.*, 2013).

6.4.3 Régime asymptotique

Enfin, nous étudions dans cette section les propriétés du régime asymptotique de la convection, à la fois pour l'instabilité linéaire et non-linéaire.

Ralentissement de l'écoulement stationnaire

Nous avons vu précédemment que la convection turbulente engendre un ralentissement du flot stationnaire et crée une surpression dans la région en amont de la région de gain (section

3. Dans les modèles sphériques, cette direction est la direction radiale qui correspond à la gravité. L'énergie cinétique turbulente est alors répartie selon la relation $E_r \approx E_\theta + E_\phi$.

6.3.3). Ces effets ne persistent à long terme que si la convection est auto-entretenue ($\chi_0 > 2$). Les simulations d'une situation linéairement stable ($\chi_0 = 1.5$, $\delta\rho/\rho = 30\%$) montrent que le cas 3D est plus efficace à modifier le flot stationnaire puisque la durée pendant laquelle l'écoulement est ralenti est deux à trois fois plus grande qu'à 2D (courbes bleues de la figure 6.21). Ceci montre que pour une même excitation de la convection, l'instabilité est dissipée bien plus rapidement à 2D en raison notamment de l'évacuation plus efficace de la matière hors de la région de gain.

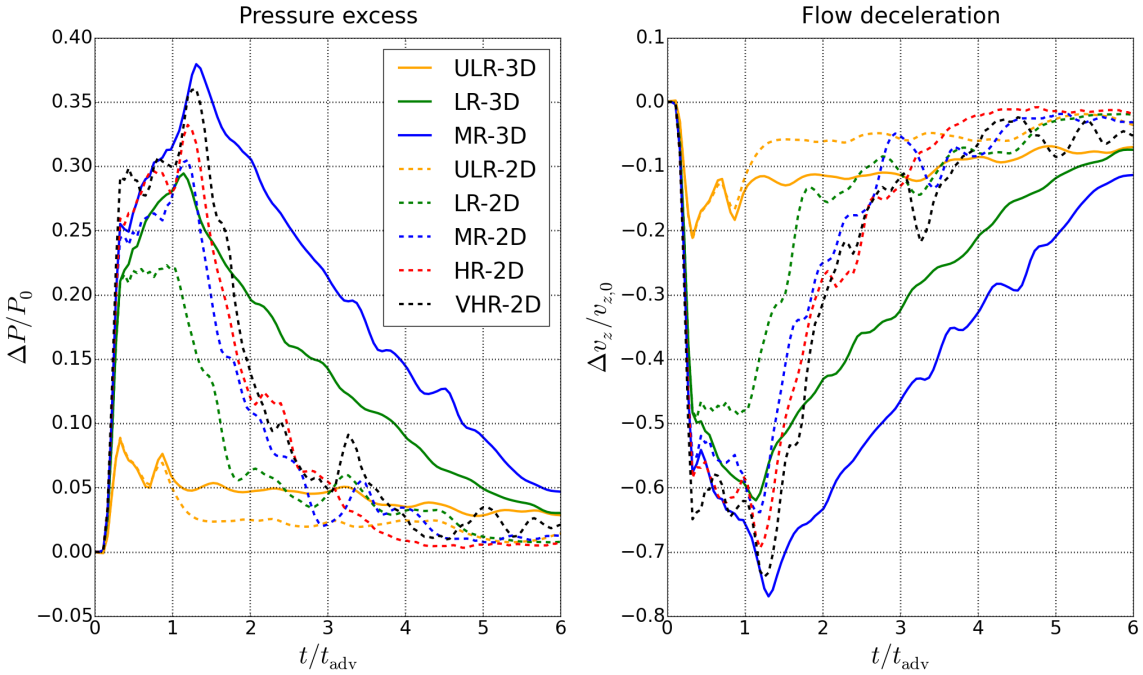


FIGURE 6.21 – Modifications du flot stationnaire en amont de la région de gain en fonction du temps pour le cas ($\chi_0 = 1.5$, $\delta\rho/\rho = 30\%$). Les modifications de la pression (partie gauche) et de la vitesse (partie droite) sont représentées en fonction de la résolution et de la dimensionnalité (2D en pointillés et 3D en traits pleins). La résolution considérée tout au long de chapitre, avec 64 cellules dans la direction verticale et dans la région de gain, est notée *MR*. Les résolutions notées *ULR*, *LR*, *HR* et *VHR* correspondent respectivement à la résolution *MR* divisée par 4, par 2 et multipliée par 2 et 4.

La dynamique a également un impact bien plus fort sur le flot stationnaire à 3D dans le cas d'une convection auto-entretenue. La figure 6.22 montre qu'en régime asymptotique la vitesse est diminuée de près de 50% à 3D contre moins de 20% à 2D. De même, la surpression est de près de 25% à 3D contre moins de 10% à 2D. Cet effet semble même davantage marqué dans une simulation 3D avec une perturbation linéaire que dans une simulation 2D avec une perturbation de grande amplitude. La rétroaction acoustique de la région de gain est donc bien plus grande à 3D qu'à 2D pour un même ensemble de paramètres, ce qui confirme l'impact plus grand de la 3D sur la dynamique de l'effondrement.

Retour à la stabilité marginale

Pour terminer la comparaison entre 2D et 3D, nous étudions l'évolution temporelle du paramètre χ, qui caractérise la convection. La figure 6.23 (partie gauche) compare l'évolution entre 2D et 3D pour les simulations du cas non-linéairement instable ($\chi_0 = 1.5$, $\delta\rho/\rho = 30\%$).

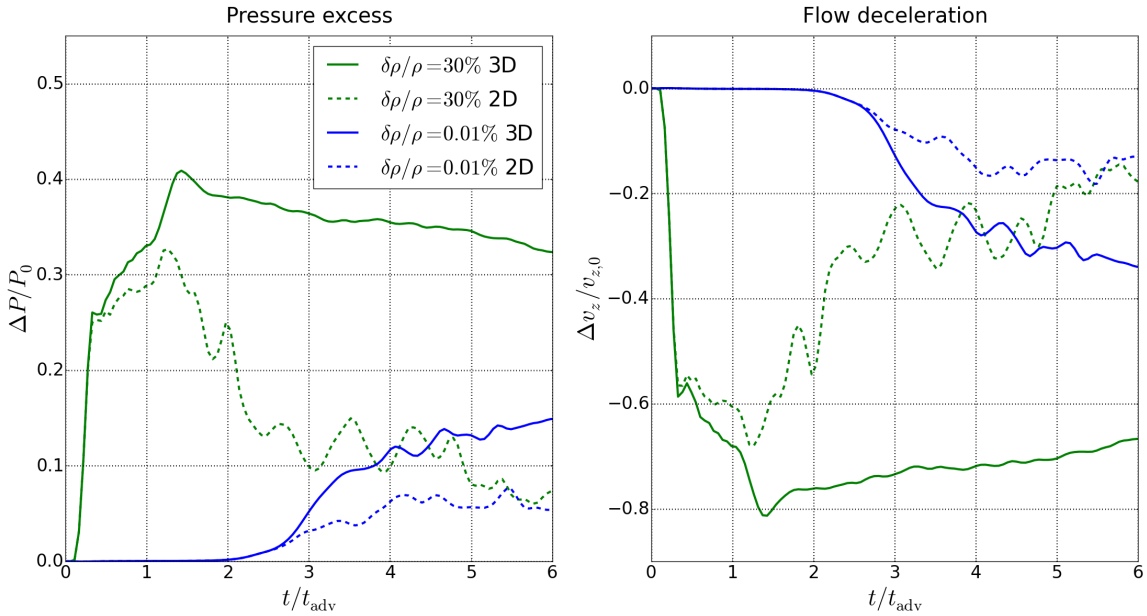


FIGURE 6.22 – Modifications du flot stationnaire en amont de la région de gain en fonction du temps pour le cas ($\chi_0 = 1.5$, $\delta\rho/\rho = 30\%$). Les modifications de la pression (partie gauche) et de la vitesse (partie droite) sont représentées en fonction de la dimensionnalité (2D en pointillés et 3D en traits pleins).

Le paramètre χ prend initialement de grandes valeurs du fait de l'advection de perturbations de grande amplitude. Nous observons que χ diminue très rapidement dans la simulation 3D. Dès que la dynamique devient complètement tridimensionnelle (à $t = 0.4\,t_{\rm adv}$), la valeur de χ chute entre deux sorties consécutives de code. Ces relevés sont espacés du double de l'échelle de temps de retournement d'une cellule convective. En revanche, à 2D, près de quarante temps de retournement sont nécessaires pour que χ diminue au niveau de la valeur 3D. Cet écart est une autre manifestation des différences de mélange entre 2D et 3D. Notons que l'évolution différente des valeurs de χ est antérieure au plus fort ralentissement de l'écoulement à 3D.

Le régime de convection auto-entretenue illustre de manière peut être plus spectaculaire encore les différences entre 2D et 3D. Tout comme à 2D, l'instabilité tridimensionnelle ne s'ajuste pas à un flot sous-critique ($\chi \leq 2$) (figure 6.23, partie droite). Néanmoins, nous observons que le cas 3D s'approche davantage de la stabilité marginale car la valeur de χ est plus petite qu'à 2D. Notons qu'à 3D, la vitesse d'advection est plus faible qu'à 2D et cet effet devrait augmenter la valeur de χ à 3D. En examinant la stabilité de l'écoulement, on remarque que la convection n'est instable que dans la moitié supérieure de la région de gain à 3D (figure 6.24 panneau du haut). L'inefficacité du mélange à petite échelle à 2D rend la totalité de la région de gain instable. Ainsi, même si la vitesse d'advection est plus faible à 3D (panneau du milieu), le paramètre χ est plus grand à 2D car toute la région de gain contribue à l'instabilité (panneau du bas).

Notre modèle montre qu'une description analytique de la convection turbulente (Murphy et Meakin, 2011) doit pouvoir rendre compte des différences entre 2D et 3D, notamment en ce qui concerne la convergence vers la stabilité marginale.

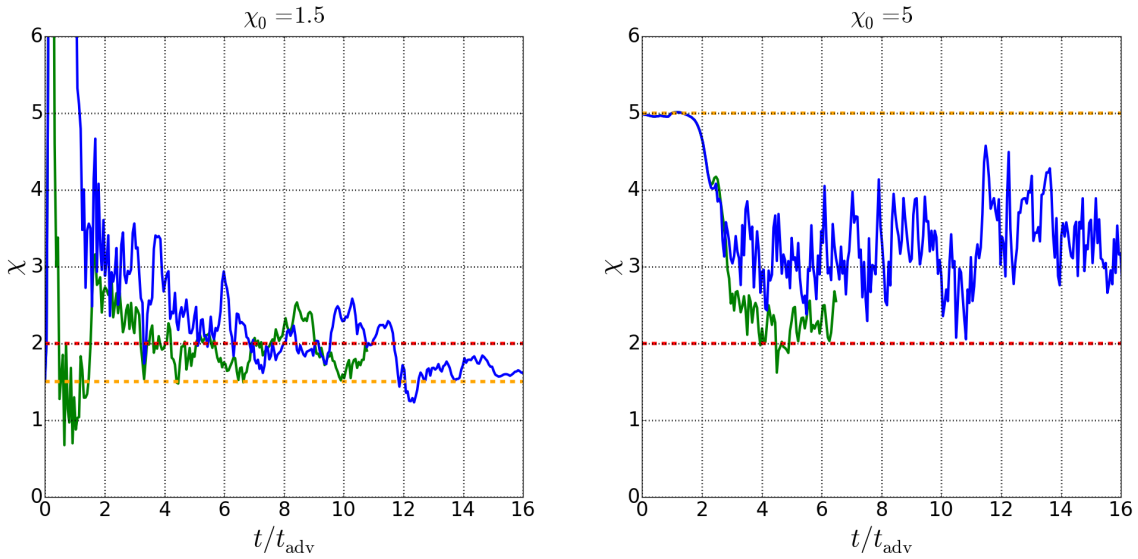


FIGURE 6.23 – Évolution temporelle du paramètre χ à 2D (bleu) et à 3D (vert). La courbe rouge représente le seuil de stabilité linéaire ($\chi < 2$) et la courbe orange la valeur de χ_0. **A gauche** : régime non-linéairement instable ($\chi_0 = 1.5$, $\delta\rho/\rho = 30\%$). **A droite** : régime linéairement instable ($\chi_0 = 5$, $\delta\rho/\rho = 0.1\%$). La courbe rouge en pointillés représente le seuil de stabilité linéaire ($\chi < 2$) et la courbe orange en pointillés la valeur de χ_0.

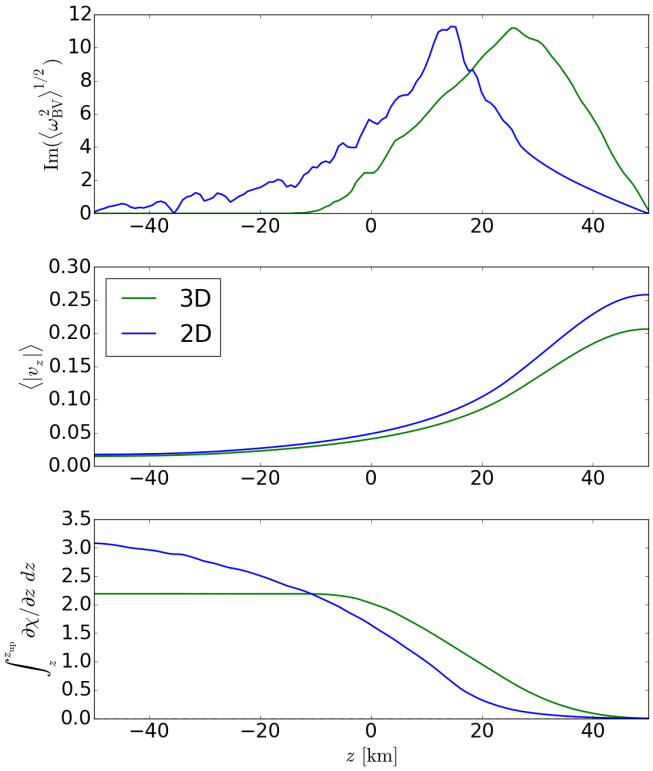


FIGURE 6.24 – Moyenne horizontale et temporelle de la fréquence de Brunt-Väisälä (en haut), de la vitesse verticale (au milieu) et de la valeur de χ, intégrée entre le haut de la région de gain et l'altitude z, (en bas) pour les simulations du cas ($\chi_0 = 5$, $\delta\rho/\rho = 0.1\%$) à 2D (bleu) et à 3D (vert).

6.5 Conséquences pour les simulations réalistes de supernovæ

Dans ce chapitre, nous avons étudié la convection induite par le chauffage des neutrinos et nous avons montré qu'à 3D la dynamique est plus efficace pour chauffer la matière. De plus, elle modifie l'écoulement d'une manière plus propice au déclenchement de l'explosion. Le modèle considéré ici est très idéalisé par rapport aux simulations ab initio récentes. Il convient donc de s'interroger sur les conditions d'existence des effets identifiés ici dans les simulations plus réalistes. Dans cette section nous nous attacherons à montrer que la dynamique observée dans notre modèle idéalisé pourrait offrir un point de vue novateur sur la convection et en particulier sur le rôle bénéfique joué par son développement tridimensionnel, bien qu'il soit en général considéré comme défavorable à l'explosion.

Nous transposerons d'abord nos conclusions concernant le déclenchement non-linéaire de la convection à des situations moins idéalisées (section 6.5.1). Puis, nous discuterons de l'effet potentiellement favorable de la dynamique tridimensionnelle dans les simulations réalistes (section 6.5.2). Enfin, nous analyserons l'effet de la résolution sur la dynamique et montrerons que celle-ci n'est pas nécessairement défavorable à l'explosion (section 6.5.3).

6.5.1 Déclenchement de la convection

Dans quelle mesure la convection peut-elle être déclenchée non-linéairement dans des situations moins idéalisées ?

Amplitude des perturbations

L'amplitude des perturbations considérées dans cette étude, jusque 30%, est probablement trop élevée pour résulter d'un processus astrophysique réaliste. D'après Müller et Janka (2015), les fluctuations de densité en amont du choc, liées aux inhomogénéités de combustion atteignent au maximum 10 à 15% . Les perturbations de densité dues à SASI sont probablement plus faibles ; elles sont au maximum et localement de l'ordre de 10% dans les modèles présentés dans le chapitre 4. Les perturbations induites par la géométrie de la grille numérique sont de l'ordre de $1-10\%$ (Ott *et al.*, 2013). Notre étude considère donc une limite supérieure du déclenchement non-linéaire de la convection. Même lorsqu'elle est initiée par une unique perturbation de grande amplitude, la convection est amortie en quelques temps d'advection si le critère d'instabilité linéaire, $\chi_0 > 2$, n'est pas satisfait. Nous avons confirmé qu'un critère sur l'amplitude minimale des perturbations horizontales de l'écoulement n'est pas suffisant à prédire le développement de la convection turbulente, mais simplement l'ascension des bulles d'entropie élevée.

Déclenchement de la convection induit par un effet numérique

La dynamique du progéniteur de $27\,\mathrm{M}_\odot$ pourrait être partiellement ou totalement dominée par SASI (Müller *et al.*, 2012a; Hanke *et al.*, 2013; Couch et O'Connor, 2014; Abdikamalov *et al.*, 2015). Les simulations de Ott *et al.* (2013) montrent cependant que seule la convection domine la dynamique et ceci bien que $\chi \lesssim 2$. La grille numérique employée dans cette étude est une grille cartésienne raffinée au centre entourée de blocs sphériques. Ce choix est fait pour s'affranchir des singularités d'une grille sphérique : l'origine et l'axe polaire restreignent significativement le pas de temps hydrodynamique. Néanmoins, une telle grille induit des perturbations numériques car la dynamique du choc sphérique est mal résolue par une grille cartésienne et plus particulièrement lorsque le choc franchit l'interface entre deux niveaux de

raffinement. Selon Ott *et al.* (2013), ces effets numériques sont susceptibles d'expliquer à eux seuls pourquoi la convection domine SASI.

Nos simulations confirment qu'un tel mécanisme est plausible. En effet, les interfaces entre les différents niveaux de raffinement de la grille sont des sources de perturbations qui alimentent régulièrement et non-linéairement l'instabilité. Abdikamalov *et al.* (2015) ont utilisé un modèle très similaire, mais avec une résolution à symétrie sphérique durant les premières millisecondes de l'effondrement afin d'éviter certains de ces artefacts numériques. Ils ont montré ainsi que la sélection de l'instabilité dépend de manière plus astrophysique du taux de chauffage considéré dans leurs simulations. Les grilles cartésiennes utilisées dans certaines simulations (Burrows *et al.*, 2012; Ott *et al.*, 2013; Dolence *et al.*, 2013; Murphy *et al.*, 2013) semblent constituer une source de perturbations qui peut initier la convection, pourtant stabilisée linéairement au détriment de SASI.

En revanche, nos simulations semblent exclure qu'une unique perturbation de grande amplitude permettent de maintenir la convection turbulente dans une situation où SASI devrait être l'instabilité dominante d'après l'analyse linéaire (Foglizzo *et al.*, 2006).

Couplage avec SASI

Par souci de simplicité, nous avons restreint notre étude aux perturbations d'entropie pour étudier le couplage de SASI avec la convection. Une perturbation de vorticité pourrait avoir un effet similaire à celui d'une perturbation d'entropie. Mais son utilisation rend l'étude du régime linéaire de la convection moins aisée puisqu'une perturbation de vorticité serait instable à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz avant même d'atteindre la région de gain et son développement dépendrait donc directement de la distance entre le bord d'injection et la région de gain. A l'inverse, la stabilité des perturbations d'entropie en amont de la marche de potentiel gravitationnel permet de contrôler l'interaction de la région de gain avec la condition au bord d'injection en éloignant le bord supérieur de la simulation. La perturbation d'entropie est une idéalisation de l'onde d'entropie-vorticité produite par la réflexion d'une onde acoustique au niveau du choc. Nos simulations confirment que SASI peut générer temporairement de la convection dans la région de gain (Scheck *et al.*, 2008; Summa *et al.*, 2016). Cependant, en l'absence d'une onde de choc stationnaire dans notre modèle, la rétroaction acoustique de la région de chauffage ne produit pas de nouvelle perturbation d'entropie qui pourrait alors compléter le cycle entre SASI et la convection. Une telle possibilité a été explicitée par Cardall et Budiardja (2015). SASI se développe dans les configurations où le taux de chauffage n'est pas assez fort pour déclencher la convection. Dans ce cas, SASI pousse le choc vers l'extérieur, ce qui augmente l'efficacité du chauffage au point que la convection puisse se développer. Ensuite, soit la convection crée un emballement qui conduit à l'explosion, soit le choc se rétracte et SASI peut à nouveau se développer. Ainsi SASI pourrait se substituer à un déficit de chauffage en augmentant la taille de la région post-choc jusqu'à rendre l'explosion possible.

6.5.2 Une dynamique plus favorable à l'explosion à 3D

La dynamique 3D pourrait-elle également aider le déclenchement de la convection dans les modèles plus réalistes ?

Deux études ont présenté des situations où la simulation du progéniteur explose plus énergétiquement à 3D qu'à 2D, ce qui n'avait pas été observé auparavant. Les progéniteurs considérés dans ces travaux : $9.6\,\mathrm{M}_\odot$ pour Melson *et al.* (2015b) et $11.2\,\mathrm{M}_\odot$ pour Müller (2015)

ont une évolution dynamique entièrement dominée par la convection. Ces deux études ont mis en lumière des effets liés à la plus grande efficacité du mélange turbulent pour expliquer l'explosion plus robuste à 3D. Melson *et al.* (2015b) ont observé que la turbulence fragmente davantage l'interface entre flux montants et descendants dans la région de gain à 3D. Le cas 2D est plus efficace à évacuer la matière de la région de gain, ce qui augmente le taux de refroidissement et diminue la taille de la région de chauffage (c.f. section 6.4.1). Müller (2015) a également étudié la dynamique de l'interface entre flux montants et flux descendants. La suppression de l'instabilité de KH à 2D en régime supersonique réduit la turbulence à l'interface des flux, ce qui provoque un plus faible échange d'énergie et de quantité de mouvement. Par ailleurs la plus grande fragmentation de l'interface à 3D permet aussi de ralentir davantage les flux descendants. Ces effets pourrait expliquer pourquoi l'explosion est plus robuste à 3D. Un tel effet de la dimensionnalité n'avait pas été observé auparavant pour le progéniteur de $11.2\,M_\odot$ étudié avec une résolution plus faible (Takiwaki *et al.*, 2014).

Les processus physiques identifiés comme favorables au cas 3D par Melson *et al.* (2015b); Müller (2015) sont différents de ceux de notre étude car cette dernière se concentre sur un régime entièrement subsonique, sans refroidissement et avec un flot bien moins réaliste. Cependant, ces études tout comme la nôtre pointent le rôle bénéfique joué par la fragmentation turbulente ou l'efficacité de mélange à 3D. Ceci est novateur par rapport à l'idée que seules les grandes échelles facilitent l'explosion. L'apport de la turbulence semble concerner en premier lieu les progéniteurs où l'instabilité dominante est la convection. L'étude de Melson *et al.* (2015b) et la nôtre indiquent que la dynamique 3D peut faciliter le déclenchement de l'explosion. Les processus physiques identifiés par Müller (2015) (suppression de KH à 2D à l'interface entre flux montants et descendants, diminution du taux d'accrétion à 3D au niveau du rayon de gain, transfert d'énergie de la région de gain à celle de refroidissement plus important à 2D) s'appliquent ensuite à des situations où la remise en mouvement du choc a déjà eu lieu à 3D. En conclusion, la fragmentation turbulente pourrait non seulement aider au déclenchement plus rapide de l'explosion à 3D mais aussi la rendre par la suite plus robuste et énergétique qu'à 2D. En revanche, cet argument semble bien plus incertain dans une situation où SASI domine la dynamique et favorise les grandes échelles. Le couplage entre les deux instabilités pourrait peut-être bénéficier des effets favorables de la dynamique tridimensionnelle identifiés dans notre étude si SASI initie la convection en tant qu'instabilité secondaire.

6.5.3 Importance de la résolution numérique

Une meilleure résolution numérique est-elle si défavorable à l'explosion à 3D ?

L'amélioration de la résolution numérique à 3D semble rendre l'explosion plus difficile (Hanke *et al.*, 2012; Couch, 2013a; Abdikamalov *et al.*, 2015). Plus la grille numérique est fine et plus la cascade d'énergie turbulente favorise les plus petites échelles, a priori défavorables à l'explosion. Abdikamalov *et al.* (2015) ont considéré une résolution maximale similaire à la nôtre, de 66 cellules radiales dans la région de gain [4], contre 64 dans notre modèle. Radice *et al.* (2015) ont effectué des simulations numériques de la turbulence anisotropique et faiblement compressible de la région de gain. Ils ont montré que le double de la résolution maximale employée dans l'étude de Abdikamalov *et al.* (2015) suffirait à obtenir une solution convergée à quelques pourcents près, sans qu'il soit nécessaire d'augmenter la résolution d'un facteur 10 pour séparer complètement l'échelle d'injection de l'échelle de dissipation.

4. pour leur cas noté « HR ».

Influence sur le déclenchement non-linéaire de la convection

L'étude de l'impact de la dimensionnalité sur la convection (section 6.4) a permis de montrer que le mélange de phase aux plus petites échelles pouvait aider la poussée d'Archimède à chauffer davantage la matière qu'à 2D. Cette différence entre 2D et 3D concerne en particulier le déclenchement non-linéaire de la convection. Nous avons mené une étude de l'effet de la résolution dans le cas ($\chi_0 = 1.5$, $\delta\rho/\rho = 30\%$) en réduisant la résolution d'un facteur 2 et 4 à 2D et à 3D et en augmentant celle-ci d'un facteur 2 et 4 à 2D. La figure 6.25 montre que la cascade d'énergie turbulente est d'autant mieux résolue que la résolution augmente à 3D indiquant ainsi que l'efficacité du mélange de phase augmente avec la résolution. La figure 6.21 indique que les modifications du flot stationnaire, qui peuvent être vues comme un indicateur de la vigueur de l'instabilité convective, sont d'autant plus importantes que la résolution est grande. Les résultats obtenues avec la résolution *MR*, employée tout au long de cette étude, semblent être quasiment convergés puisqu'une résolution supérieure n'impacte pas grandement les modifications du flot stationnaire. Il n'est pas clair que cette même résolution soit suffisante à 3D, néanmoins les effets obtenus avec celle-ci dépassent ceux de la plus haute résolution 2D. Ceci suggère qu'une résolution encore plus élevée à 3D pourrait faciliter encore plus le développement non-linéaire de la convection. La figure 6.21 montre également que la résolution minimale *ULR*, n'est pas suffisante pour simuler la déclenchement non-linéaire de la convection. Une telle résolution ne représente que 16 cellules dans la direction verticale.

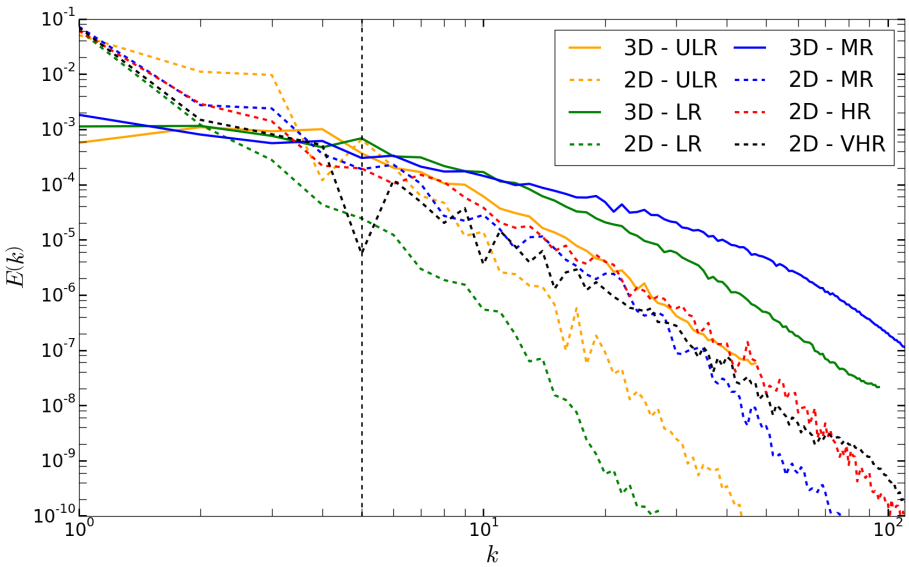


FIGURE 6.25 – Spectre de l'énergie cinétique turbulente horizontale en fonction du nombre d'onde de module k. Les spectres sont calculés à partir de la décomposition en série de Fourier de l'énergie cinétique horizontale dans la région de gain à 2D (lignes en pointillés) et à 3D (lignes en traits pleins), dans le régime non-linéaire de la simulation ($\chi_0 = 1.5$, $\delta\rho/\rho = 30\%$). La ligne noire verticale représente l'échelle d'injection d'énergie dans le régime linéaire. La résolution considérée tout au long de ce chapitre, avec 64 cellules dans la direction verticale et dans la région de gain, est notée MR. Les résolutions notées ULR, LR, HR et VHR correspondent respectivement à la résolution MR divisée par 4, par 2 et multipliée par 2 et 4.

Influence sur le régime d'instabilité linéaire

La même étude de la résolution numérique effectuée cette fois-ci sur un cas linéairement instable ($\chi_0 = 5$, $\delta\rho/\rho = 0.1\%$) indique qu'une trop faible résolution accélère le développement de l'instabilité (figure 6.26). A faible résolution le développement de l'instabilité est plus précoce, peut-être en raison de la plus grande extension verticale des bulles qui facilite leur remontée. On observe, notamment à 2D, que la résolution n'a pas d'impact fort sur la magnitude de la rétroaction acoustique de la région de gain.

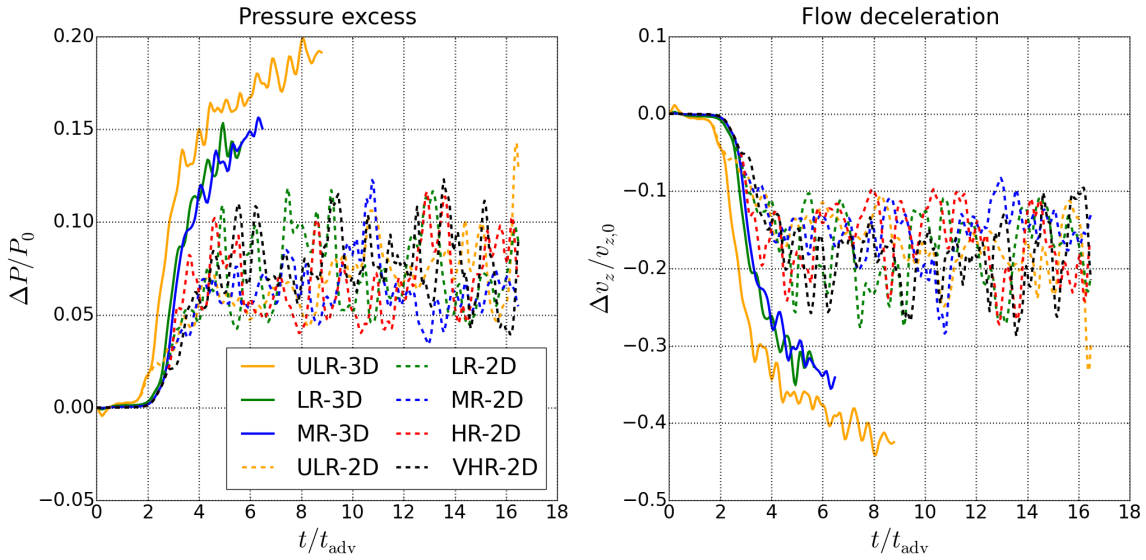


FIGURE 6.26 – Modifications du flot stationnaire en amont de la région de gain en fonction du temps pour le cas ($\chi_0 = 5$, $\delta\rho/\rho = 0.1\%$). Les modifications de la pression (partie gauche) et de la vitesse (partie droite) sont représentées en fonction de la résolution et de la dimensionnalité (2D en pointillés et 3D en traits pleins). La résolution considérée tout au long de chapitre, avec 64 cellules dans la direction verticale et dans la région de gain, est notée *MR*. Les résolutions notées *ULR*, *LR*, *HR* et *VHR* correspondent respectivement à la résolution *MR* divisée par 4, par 2 et multipliée par 2 et 4.

Une résolution minimale ?

Pour conclure, nous avons constaté que l'amélioration de la résolution numérique à 3D joue un rôle non univoque sur l'instabilité. Si la résolution n'est pas suffisante :

- le déclenchement de l'instabilité linéaire est plus précoce, tout comme la rétroaction acoustique de la région de gain (figure 6.26).

En revanche, une meilleur résolution offre les avantages suivants :

- l'efficacité du mélange turbulent augmente grâce à la résolution d'échelles spatiales de plus en plus petites (figure 6.25),
- le couplage non-linéaire entre la perturbation et la convection génère une rétroaction acoustique plus importante (figure 6.21),
- le temps d'amortissement de l'instabilité non-linéaire augmente avec la résolution (figure 6.21).

Ces mêmes effets sont également favorables à la dynamique tridimensionnelle par rapport au cas 2D.

Notre étude suggère qu'une résolution trop faible, de l'ordre de $\Delta r \approx 4\,\mathrm{km}$ [5] ne permet pas capturer l'effet positif de l'instabilité non-linéaire sur l'écoulement. Il est difficile d'estimer si ce critère de résolution s'applique directement à des modèles plus réalistes. Radice *et al.* (2016) ont étudié l'effet de la résolution sur le déclenchement de l'explosion en explorant les résolutions les plus élevées à ce jour. Ils ont considéré un écoulement stationnaire simulé sur un octant de sphère. Ce choix permet de réduire significativement la résolution numérique, mais empêche le développement des modes instables aux plus basses fréquences. Cette étude montre que l'augmentation du nombre de cellules est défavorable au déclenchement de l'explosion, sauf si la résolution de base est multipliée d'un facteur 12, auquel cas les caractéristiques de la simulation notée « 12x » ressemblent à celles de la simulation initiale. Notre simulation 3D à plus haute résolution correspond au cas « 4x ». Radice *et al.* (2016) ont également observé qu'aux résolutions les plus élevées la convection ne présente plus l'aspect de phases bien définies mais plutôt celui d'un flot fragmenté à petite échelle. Cette comparaison avec l'étude de Radice *et al.* (2016) souligne qu'il pourrait exister un seuil en résolution au delà duquel la convection 3D semble favoriser l'explosion. Ce seuil pourrait se situer entre 4 et 12 fois la résolution employée dans les simulations les plus réalistes (Lentz *et al.*, 2015; Melson *et al.*, 2015a). Mais il est difficile d'extrapoler directement l'influence de la résolution depuis notre modèle ou celui de Radice *et al.* (2016) aux modèles plus réalistes car il est raisonnable d'imaginer que ce seuil, s'il existe, dépend également des ingrédients physiques et numériques considérés. Les résolutions employées dans les travaux de Melson *et al.* (2015b); Müller (2015) pourraient être proche du seuil où la dynamique 3D aiderait le déclenchement de l'explosion.

6.6 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons étudié le déclenchement non-linéaire de la convection ainsi que l'impact de la dimensionnalité sur la dynamique de la région de gain. Un modèle simplifié de la région de gain a permis d'expliciter les conditions suffisantes au développement de la convection dans le régime où l'instabilité est stabilisée linéairement par l'advection (Foglizzo *et al.*, 2006). Nous avons confirmé qu'un critère reposant sur la compétition entre la gravité et la poussée d'Archimède (Scheck *et al.*, 2008) ne permet pas de prédire le déclenchement de la convection turbulente, en raison notamment de la non prise en compte de la stratification du milieu. Si la convection peut être initiée par une perturbation d'amplitude suffisamment grande, elle est nécessairement dissipée à moins que la configuration initiale soit linéairement instable.

Les simulations numériques montrent que la dynamique de la région de gain dépend fortement de la dimensionnalité. Le mélange entre les différentes phases d'entropie se fait à petite échelle à 3D. Ceci permet de fragmenter les flux de matière descendante, de conserver la matière dans la région de gain et d'initier un emballement de la convection. En revanche, à 2D le flot subit un mouvement d'agitation à grande échelle qui permet d'évacuer la matière de la région de gain plus efficacement. Nous avons identifié un régime où la convection est avantagée par la nature tridimensionnelle de la dynamique. Les arguments habituellement avancés en termes de vitesse de bulles d'entropie, de pression turbulente ou mouvements à grande échelle pour expliquer que les progéniteurs explosent plus facilement à 2D semblent invalidés par notre modèle. A l'inverse, nous avons constaté qu'une fragmentation plus efficace à 3D pourrait accélérer la remise en mouvement du choc. Ce phénomène est similaire

5. cette équivalence est déduite de l'étude de Abdikamalov *et al.* (2015) où la résolution la plus fine vaut $\Delta r \approx 1\,\mathrm{km}$ au niveau du choc.

aux processus physiques identifiés récemment par Melson *et al.* (2015b) et Müller (2015) qui permettent une explosion plus énergétique à 3D dans des progéniteurs légers où la convection domine totalement la dynamique. Un tel effet met en jeu les plus petites échelles et nécessite donc une résolution numérique suffisante. Notre étude montre que l'amélioration de la résolution numérique pourrait aider au déclenchement non-linéaire de l'instabilité qui génère alors une plus forte rétroaction acoustique susceptible de favoriser l'explosion. Dans une situation où la convection est linéairement instable, une simulation non convergée tend à accélérer le développement de l'instabilité. L'estimation d'une résolution numérique minimale à considérer dans les modèles réalistes pour capturer les effets identifiés par notre étude n'est pas évidente. Il semble qu'un accroissement de la résolution d'un facteur deux ou quatre, ce qui est envisageable à une échelle de temps de quelques années, puisse être favorable à l'explosion.

La dynamique de la région de gain produit un ralentissement de l'effondrement et une surpression propices à la remise en mouvement de l'onde de choc. Ces modifications du flot stationnaire sont liées à la rétroaction acoustique turbulente de la région de gain qui augmente avec la dimensionnalité et la résolution. Nous avons observé que la convection, initiée dans le régime linéairement instable, rapproche l'écoulement de la stabilité marginale même s'il reste instable. Ce résultat est contraire aux conclusions de Fernández *et al.* (2014) et semble pouvoir être expliqué par les différences entre les modèles. Cette dissemblance pointe les limites de notre approche. L'étude présentée dans ce chapitre repose sur un modèle idéalisé, dont l'avantage est de pouvoir examiner la convection sans interaction avec la diversité des processus physiques à l'œuvre dans une supernova. La prochaine étape de ce travail pourrait être de complexifier notre modèle pour vérifier si nos résultats restent valides. Il pourrait être envisagé d'ajouter une onde de choc stationnaire et/ou une région de refroidissement pour tester les couplages engendrés. L'augmentation de la taille verticale de la région de gain, constatée dans les simulations réalistes, pourrait amplifier l'emballement de l'instabilité convective identifié à 3D dans notre étude. Il est possible de tester l'influence d'autres caractéristiques sur le déclenchement non-linéaire de la convection telles que différentes longueurs d'onde ou même des perturbations de vorticité ou de vitesse. Il serait également souhaitable d'utiliser une équation d'état plus réaliste, ou du moins prendre en compte certains effets de dissociation nucléaire pour estimer au mieux les conditions thermodynamiques dans la région de gain. Nous avons constaté que ces conditions peuvent affecter fortement la rétroaction acoustique générée par la convection turbulente développée.

Finalement, la confirmation définitive des résultats présentés ne peut provenir que des simulations les plus réalistes. Les effets identifiés dans ce chapitre concernent en premier lieu les progéniteurs où la convection domine complètement la dynamique. Cependant, nous avons rappelé que SASI, bien que très idéalisée dans ce modèle, pouvait initier la convection dans la région de gain (Scheck *et al.*, 2008; Cardall et Budiardja, 2015) L'exploration du modèle simplifié suggère même que le couplage entre SASI et la convection pourrait être plus favorable à l'explosion à 3D, à condition que la résolution numérique et l'amplitude de saturation de SASI soient suffisantes. Notre étude de la convection simplifie grandement la physique de la région de gain pour pouvoir isoler et examiner les propriétés de l'instabilité. Les résultats de cette analyse encouragent à poursuivre les efforts entrepris en matière de simulations ab initio. Celles-ci devraient tirer partie du plus fort emballement de la convection à 3D à condition de choisir les paramètres les plus appropriés. Dans la conclusion générale de cette thèse, nous proposerons d'effectuer des simulations numériques de modèles réalistes spécifiques afin de tester les conclusions de notre étude.

Conclusions et perspectives

Des modèles simplifiés ...

Cette thèse a été consacrée à l'étude de la dynamique multidimensionnelle de l'onde de choc dans les premiers instants d'une supernova gravitationnelle. Le développement d'instabilités hydrodynamiques, notamment la convection induite par le chauffage des neutrinos et l'instabilité du choc d'accrétion stationnaire (SASI) favorise l'explosion des étoiles massives et pourrait impacter les conditions de naissance de l'étoile à neutrons formée. Les signatures observationnelles de l'explosion semblent confirmer la génération d'une asymétrie à grande échelle par le développement d'instabilités avant l'inversion de l'effondrement gravitationnel en explosion.

Nous avons mis à profit la simulation numérique pour apporter une meilleure compréhension physique du régime non-linéaire des instabilités hydrodynamiques. L'utilisation de modèles simplifiés permet d'isoler les instabilités de la complexité des processus physiques à l'œuvre dans l'effondrement de la région interne d'une étoile massive. Dans le chapitre 3, nous avons présenté la diversité des approches possibles, des simulations globales à une expérience qui idéalise la dynamique de l'effondrement dans une fontaine à eau. Le coût prohibitif en temps de calcul des simulations complexes rend impossible une exploration exhaustive de l'espace des paramètres à 3D. Les modèles simplifiés, simulés avec le code `RAMSES`, se révèlent être un complément indispensable des modèles réalistes. Ils permettent d'examiner l'impact de certains ingrédients physiques et numériques, tels que la rotation ou la résolution numérique, au moyen d'études paramétriques afin d'en prédire l'effet dans des simulations globales.

Dans le chapitre 4, nous avons analysé la dynamique non-linéaire de SASI. Les simulations numériques d'un modèle en géométrie cylindrique ont mis en évidence le caractère non systématique de l'émergence non-linéaire d'un mode spiral. Sa formation nécessite que le rapport entre le rayon initial de l'onde de choc et le rayon de la proto-étoile à neutrons excède une valeur critique, de l'ordre de deux. Dans ce cas, le mode spiral se développe suffisamment rapidement pour impacter la dynamique. Nous avons confirmé qu'à 3D un mode spiral pourrait être plus propice à l'explosion qu'un mode axisymétrique 2D grâce à une plus grande expansion du choc et un plus fort degré d'asymétrie, de l'ordre de 30 % à 40%. Par ailleurs, les simulations suggèrent que le caractère stochastique du régime non-linéaire de SASI nécessite une approche statistique pour évaluer complètement l'influence de l'instabilité sur l'explosion. Enfin, nos résultats soulignent les limites d'une approche quasi-linéaire de l'évaluation de l'amplitude de saturation de SASI. Des effets plus fortement non-linéaires semblent jouer un rôle dans les situations où la région post-choc est étendue.

L'influence de la rotation du progéniteur sur SASI a été étudiée dans le chapitre 5. La dynamique du choc en présence de rotation dépend non seulement du rapport de rayons déjà

identifié dans l'étude sans rotation mais aussi de l'apparition d'un rayon de corotation au-dessus de celui de la proto-étoile à neutrons. Le changement de dynamique en présence d'une corotation est potentiellement dû au développement de l'instabilité low-T/|W|. Les multiples effets de la rotation dans le modèle simplifié montrent que le choix des paramètres à considérer dans un modèle global incluant la rotation doit être effectué avec attention. Dans les cas où un mode spiral domine le régime non-linéaire de SASI, la rotation induite peut affecter significativement la période initiale de l'étoile à neutrons. En l'absence de rotation initiale, nous avons confirmé que SASI peut mettre en rotation un pulsar né d'une étoile massive sans rotation. Nous avons ensuite présenté la première analyse quantitative de l'effet des modes non-axisymétriques sur la redistribution de moment cinétique durant l'effondrement du cœur de fer. Nous avons ainsi délimité l'espace des paramètres dans lequel la dynamique peut accélérer ou au contraire ralentir la rotation d'une étoile à neutrons au point de rendre sa période compatible avec les données observationnelles.

Dans le chapitre 6, nous nous sommes intéressés à la convection induite par le chauffage des neutrinos. Un modèle simplifié de la région de gain a été utilisé pour analyser l'impact de la dimensionnalité sur le développement de la convection. Nous avons mis en évidence un emballement du chauffage lié à la poussée d'Archimède à 3D mais absent à 2D. Cet effet contredit les arguments physiques comme l'ascendance des bulles, la cascade d'énergie turbulente vers les grandes échelles ou la pression turbulente habituellement proposés pour expliquer le déclenchement plus aisé des explosions à 2D. En revanche, cet emballement pourrait être expliqué par une extension plus rapide de la région de mélange ainsi qu'un plus fort taux de mélange turbulent à 3D et une plus grande conversion d'énergie potentielle en énergie cinétique à 2D. La dynamique bidimensionnelle favorise la formation de grandes structures qui évacuent efficacement la matière de la région de gain et diminuent le temps de chauffage. Ces effets confirment l'apport bénéfique, récemment identifié dans des simulations globales, de la fragmentation turbulente sur le déclenchement de l'explosion (Melson *et al.*, 2015b; Müller, 2015). Nous avons noté que le développement de l'instabilité convective peut être artificiellement accéléré par une résolution numérique insuffisante. Cet effet ne semble valable que dans une situation où la convection n'est pas stabilisée linéairement par l'advection. Nous avons confirmé que la convection peut être initiée par une perturbation de grande amplitude, même si elle est linéairement stabilisée par l'advection. Ce déclenchement non-linéaire de la convection n'est cependant que transitoire car l'écoulement converge vers son état initial si l'excitation n'est pas persistante. Dans une telle situation, l'augmentation de la dimensionnalité et de la résolution ont pour effet de ralentir l'amortissement de l'instabilité et d'accroître la rétroaction acoustique liée à la turbulence dans la région de gain. Cela suggère que la nature tridimensionnelle de la dynamique accompagnée d'une résolution numérique élevée pourraient aider l'explosion dans une simulation réaliste où la convection est initiée par SASI ou des inhomogénéités pré-effondrement. Le caractère idéalisé de notre étude a permis d'isoler des processus physiques plus propices à la remise en mouvement du choc à 3D et qui pourrait être à l'œuvre dans les modèles réalistes.

... aux simulations réalistes

Dans cette thèse, nous avons étudié les deux principaux scénarios conduisant à une explosion asymétrique : une dynamique dominée par SASI ou par la convection. L'investigation de l'espace des paramètres, à l'aide de modèles simplifiés, offre une meilleure compréhension du régime non-linéaire des instabilités hydrodynamiques. De tels modèles permettent ensuite

de mieux interpréter les simulations globales, souvent complexes à analyser. Ce travail ouvre de nombreuses perspectives, notamment en direction des modèles plus réalistes :

- La prise en compte d'ingrédients supplémentaires devrait permettre d'évaluer la robustesse des mécanismes étudiés dans cette thèse. En ce qui concerne l'instabilité du choc d'accrétion stationnaire, l'inclusion du chauffage par les neutrinos et l'utilisation de la géométrie sphérique permettraient de vérifier si le régime identifié comme plus propice à l'explosion à 3D est effectivement atteint. L'ajout du champ magnétique semble indispensable dans les situations où une corotation apparaît. De telles simulations offriraient la possibilité d'estimer la distribution des périodes de rotation initiales des pulsars dans un cas plus réaliste. Elles permettraient également d'évaluer la corrélation entre la direction du kick de l'étoile à neutrons et son axe de rotation.

- La poursuite de l'étude des modèles simplifiés présentés dans cette thèse pourrait apporter de nouvelles réponses concernant les estimations analytiques de certains phénomènes. Nous nous sommes intéressés à l'estimation de l'amplitude de saturation de SASI et de la quantité de moment cinétique contenue dans un mode spiral. Nous avons suggéré que la compréhension physique du mécanisme de saturation nécessite un approfondissement en vue d'une estimation plus robuste qui pourra être ensuite comparée aux simulations. Le mécanisme physique responsable de l'amplitude de saturation dans un cœur en rotation reste à élucider.

- La caractérisation de la turbulence dans la région de gain fait l'objet de nombreuses recherches. Le modèle utilisé dans cette thèse pour la convection pourrait être considéré pour proposer une estimation analytique de l'amplitude de la rétroaction acoustique liée à la turbulence. Ce modèle pourra ensuite être enrichi pour prendre en compte des effets de couplage nécessairement présents dans un contexte astrophysique tels qu'au niveau du choc ou de la région de refroidissement. Une description plus réaliste de la composition de la matière et de l'équation d'état permettrait de préciser l'importance de la rétroaction acoustique dans des modèles de plus en plus complets. En outre, l'amélioration progressive de notre modèle de la région de gain permettrait de confirmer l'interprétation faite dans cette thèse des différences entre les simulations 2D et 3D.

- Enfin, il serait souhaitable de mettre à profit les résultats de cette thèse pour proposer des modèles de simulations globales où la dynamique tridimensionnelle pourrait faciliter l'explosion et la rendre plus énergétique. L'exploration du domaine de paramètres étant hors de portée des modèles réalistes 3D, il convient de choisir finement les paramètres les plus propices à l'explosion tout en gardant à l'esprit les contraintes observationnelles disponibles. Notre approche permet d'anticiper certains phénomènes physiques dans les modèles réalistes. Nous proposons de simuler trois modèles particuliers à 3D. En complément des approximations numériques actuelles en termes de potentiel gravitationnel et de transport des neutrinos, nous suggérons de considérer spécifiquement les cas suivants :

  ★ *un progéniteur de* $20\,\mathrm{M}_\odot$ *avec un taux de rotation caractérisé par* $\beta = 0.06$.
  Ce progéniteur a déjà explosé à 3D à l'aide une dynamique fortement marquée par SASI (Melson *et al.*, 2015a). Nous proposons de supprimer la correction du

niveau d'étrangeté des nucléons et d'inclure un taux de rotation modéré. La rotation pourrait avoir un effet similaire à la correction nucléaire afin de franchir le seuil de l'explosion mais de manière sans doute plus réaliste. Le choix de ce progéniteur repose essentiellement sur la valeur élevée du rapport entre le rayon du choc et celui de la proto-étoile à neutrons, de l'ordre de quatre durant la phase où SASI domine la dynamique. Pour ce rapport de rayons, nous avons montré au chapitre 4 que la formation d'un mode spiral est privilégiée. De plus, un taux de rotation caractérisé par $\beta = 0.06$ maximise l'effet de la rotation sur la dynamique compte tenu de la période de rotation de l'étoile à neutrons formée (c.f. chapitre 5). Cette rotation augmenterait le degré d'asymétrie du mode spiral de près de 20%. La redistribution radiale de moment cinétique pourrait conduire à une période de l'étoile de l'ordre de 10 ms, soit la limite inférieure suggérée par les observations. La grille numérique sphérique considérée par Melson *et al.* (2015a) contient approximativement $600 \times 90 \times 180$ cellules dans les directions r, θ et ϕ. Les cellules radiales sont espacées logarithmiquement, de sorte que la résolution soit d'environ $\Delta r \approx 0.5 - 1\,\mathrm{km}$ au niveau du rayon de gain. Il serait souhaitable de multiplier le nombre de cellules par deux dans chaque direction pour satisfaire le critère de convergence évalué dans notre analyse du régime linéaire de SASI. Néanmoins, la transposition de ce critère au modèle bien plus réaliste de Melson *et al.* (2015a) est incertaine. La résolution numérique proposée, en considérant le même niveau de réalisme du transport de neutrinos, dépasse amplement les capacités des meilleurs supercalculateurs disponibles à l'heure actuelle. Les simulations les plus complexes effectuées à ce jour représentent déjà un coût de calcul de plusieurs dizaines de millions d'heures d'utilisation de processeurs. La nouvelle simulation effectuée avec la résolution actuelle fournirait déjà de précieuses informations sur l'impact de la rotation dans les modèles globaux.

★ *un progéniteur de* $11.2\,\mathrm{M}_\odot$ *et une grille numérique de* $1000 \times 300 \times 600$ *cellules.*
Ce progéniteur a déjà explosé de manière plus robuste à 3D en raison notamment de la fragmentation des flux de matière descendante dans la région de gain plus importante qu'à 2D (Müller, 2015). Nous proposons de reproduire cette simulation en augmentant la résolution d'un facteur deux dans chaque direction afin de vérifier si les effets de mélange turbulent favorisent davantage l'explosion à plus haute résolution. La nouvelle résolution correspondrait donc à une grille sphérique contenant $1000 \times 300 \times 600$ cellules dans les directions r, θ et ϕ. La méthode de transport employée par (Müller, 2015) étant moins sophistiquée que celle du cas précédent, la résolution proposée paraît compatible avec les moyens de calcul actuels. Si l'explosion est plus énergétique avec une grille plus fine, cela montrerait que l'amélioration de la résolution numérique peut avantager les modèles globaux.

★ *un progéniteur de* $15\,\mathrm{M}_\odot$ *avec une perturbation pré-effondrement de densité d'amplitude 10% dominée par un mode* $l = 2, m = 2$.
Ce progéniteur pourrait être représentatif des situations où SASI initie non-linéairement la convection suite à une phase d'accrétion prolongée (Marek et Janka, 2009; Summa *et al.*, 2016). La simulation serait effectuée avec les mêmes paramètres que la précédente et si possible la même résolution numérique. Nous avons montré dans le chapitre 6 que la rétroaction acoustique est plus importante à haute réso-

lution et que la convection est amortie moins rapidement. La combinaison de ces phénomènes avec l'asymétrie initiale pourrait faciliter l'explosion de ce progéniteur qui est à l'heure actuelle bien moins robuste qu'à 2D (Lentz *et al.*, 2015).

Chacun des trois modèles présentés suggère de modifier un paramètre par rapport à une simulation complexe déjà publiée ; ceci dans le but de faciliter la comparaison avec les nouvelles simulations. Les trois ingrédients proposés : la rotation, l'amélioration de la résolution numérique et la perturbation pré-effondrement pourraient permettre de favoriser l'explosion à 3D par rapport aux simulations existantes et peut être même de les rendre plus robustes que celles effectuées en géométrie axisymétrique. A plus long terme, la combinaison de tous ces effets pourrait rendre les explosions simulées aussi énergétiques que les observations le suggèrent. De tels calculs numériques pourront bénéficier de la compréhension physique détaillée extraite des modèles simplifiés et apporter de précieux éléments de réponse dans notre caractérisation du mécanisme responsable de l'explosion des étoiles massives en supernovæ gravitationnelles.

ANNEXES

Annexe A

New insights on the spin-up of a neutron star during core collapse

Cet article est publié dans le journal Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRAS) :

Rémi Kazeroni, Jérôme Guilet et Thierry Foglizzo,*New insights on the spin-up of a neutron star during core collapse*, MNRAS, 456 : 126 (Février 2016).

Monthly Notices of the ROYAL ASTRONOMICAL SOCIETY

MNRAS **456,** 126–135 (2016) doi:10.1093/mnras/stv2666

New insights on the spin-up of a neutron star during core collapse

Rémi Kazeroni,[1★] Jérôme Guilet[2] and Thierry Foglizzo[1]

[1]*Laboratoire AIM, CEA/DSM-CNRS-Université Paris Diderot, IRFU/Service d'Astrophysique, CEA-Saclay F-91191, France*
[2]*Max-Planck-Institut fur Astrophysik, Karl-Schwarzschild-Str. 1, D-85748 Garching, Germany*

Accepted 2015 November 10. Received 2015 October 19; in original form 2015 September 7

ABSTRACT

The spin of a neutron star at birth may be impacted by the asymmetric character of the explosion of its massive progenitor. During the first second after bounce, the spiral mode of the Standing Accretion Shock Instability (SASI) is able to redistribute angular momentum and spin up a neutron star born from a non-rotating progenitor. Our aim is to assess the robustness of this process. We perform 2D numerical simulations of a simplified setup in cylindrical geometry to investigate the timescale over which the dynamics is dominated by a spiral or a sloshing mode. We observe that the spiral mode prevails only if the ratio of the initial shock radius to the neutron star radius exceeds a critical value. In that regime, both the degree of asymmetry and the average expansion of the shock induced by the spiral mode increase monotonously with this ratio, exceeding the values obtained when a sloshing mode is artificially imposed. With a timescale of 2–3 SASI oscillations, the dynamics of SASI takes place fast enough to affect the spin of the neutron star before the explosion. The spin periods deduced from the simulations are compared favourably to analytical estimates evaluated from the measured saturation amplitude of the SASI wave. Despite the simplicity of our setup, numerical simulations revealed unexpected stochastic variations, including a reversal of the direction of rotation of the shock. Our results show that the spin-up of neutron stars by SASI spiral modes is a viable mechanism even though it is not systematic.

Key words: hydrodynamics – instabilities – shock waves – stars: neutron – stars: rotation – supernovae: general.

1 INTRODUCTION

Neutron star spin at birth is a key parameter to associate pulsars and their progenitors. It carries information about the massive stars which explode in a core-collapse supernova and give birth to a neutron star. Natal spins can be estimated via an extrapolation of the spin-down of observed pulsars and the determination of their current age. This indicates that a significant fraction of neutron stars are born with modest rotation periods in a broad range from a few tens to a few hundreds milliseconds (Popov & Turolla 2012; Noutsos et al. 2013). Population synthesis studies suggest that the initial pulsar spin distribution may be modelled by a Gaussian distribution centred around 300 ms (Faucher-Giguère & Kaspi 2006). However, early stellar evolution models found that much faster rotation close to breakup would result from the conservation of angular momentum during core collapse (Heger, Langer & Woosley 2000). This large discrepancy in the distribution of pulsar spins at birth has to be resolved by better stellar evolution models and/or a better description of the role played by core-collapse dynamics.

Angular momentum transport processes throughout the stellar evolution play an important role by setting the rotation period of the core prior to collapse. Recent asteroseismic observations of red-giant stars (Beck et al. 2012; Mosser et al. 2012) seem to require a more efficient angular momentum transport than usually assumed (Cantiello et al. 2014; Deheuvels et al. 2014). Considering the transport of angular momentum by magnetic torques driven by a dynamo mechanism, Heger, Woosley & Spruit (2005) estimated pulsar spins of 10–15 ms – slower than previous estimates but still rather fast compared to observational constraints. Transport of angular momentum by internal gravity waves (see e.g. Talon & Charbonnel 2003; Lee et al. 2014) is also a possibility to explain the distribution of pulsar spins at birth. Fuller et al. (2015) estimated periods of 20–400 ms due to an influx of internal gravity waves during the latest burning stages. Angular momentum redistribution by hydrodynamic instabilities during the collapse has not been considered in these previous works.

Detailed numerical simulations of core-collapse supernovae show that massive stars do not explode in spherical symmetry (Liebendörfer et al. 2001) except for the low-mass end of supernova progenitors (Kitaura, Janka & Hillebrandt 2006). Neutrino-driven convection (Herant et al. 1994; Janka & Mueller 1996) and the

★ E-mail: remi.hosseini-kazeroni@cea.fr

© 2015 The Authors
Published by Oxford University Press on behalf of the Royal Astronomical Society

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at CEA SACLAY on December 15, 2015

Standing Accretion Shock Instability (SASI) (Blondin, Mezzacappa & DeMarino 2003) are able to generate large-scale asymmetric motions and may play a crucial role in the success of the explosion (see e.g. Foglizzo et al. 2015 for a recent review). Such asymmetric motions have been confirmed as the consequence of a linear instability using perturbative methods (Foglizzo et al. 2007). The resulting asymmetric explosions are supported by a series of observational evidences. The typical pulsar velocities of a few hundreds km s^{-1} (Arzoumanian, Chernoff & Cordes 2002) is much higher than its progenitor ones. A pulsar kick imparted on the neutron star by a global deformation $l = 1$ has the potential to explain this velocity distribution (Scheck et al. 2004, 2006). Also, the distribution of ^{44}Ti observed in Cassiopea A suggests a large-scale asymmetric explosion (Grefenstette et al. 2014).

Unstable modes of SASI can develop sloshing motions of the shock along a symmetry axis and also spiral motions when the axisymmetric constraint is released. SASI spiral modes can redistribute angular momentum during the collapse and significantly modify the neutron star spin from what could be inferred by angular momentum conservation (Blondin & Mezzacappa 2007). Using a simplified adiabatic model, Blondin & Mezzacappa (2007) showed that a spiral mode can dominate the dynamics and is able to spin up a neutron star to periods as short as 50 ms even if the progenitor does not rotate. In this idealized scenario, some angular momentum is expelled in the explosion whereas the opposite angular momentum is accreted onto the surface of the neutron star.

This mechanism relies on the dominant action of a spiral mode. In the linear regime of SASI, a sloshing mode can be decomposed as two counter-rotating spiral modes with similar amplitudes and identical growth rates if the progenitor is non-rotating. A robust spiral mode may dominate the dynamics only if the symmetry between these counter-rotating spiral modes breaks non-linearly. Spiral modes were obtained by Blondin & Shaw (2007) in 2D, Fernández (2010) in 3D using an approximation of neutrino cooling. This numerical result has been confirmed by an experimental shallow-water analogue of SASI (Foglizzo et al. 2012). Spiral modes dominate occasionally the dynamics in 3D numerical simulation of the collapse of a 27 $M_\odot$ progenitor using various approximations of neutrino transport (Hanke et al. 2013; Couch & O'Connor 2014; Abdikamalov et al. 2015). Employing an analytical approach, Guilet & Fernández (2014) estimated the amount of angular momentum deposited when a single spiral mode dominates the dynamics in a non-rotating progenitor and showed that SASI has the potential to explain initial pulsar periods of a few tens to a few hundreds milliseconds. The slow end of this range of periods is compatible with the range 100 ms–8 s obtained by Wongwathanarat, Janka & Müller (2013) in their simulations of 15 $M_\odot$ and 20 $M_\odot$ progenitors. An efficient spin-up mechanism driven by the SASI would require a long-lasting SASI activity up to the point of explosion. Müller, Janka & Heger (2012) observed such a dynamics in their general relativistic neutrino hydrodynamics axisymmetric simulation of a 27 $M_\odot$ progenitor.

However, the non-linear dynamics of SASI may not always be dominated by a spiral mode. Indeed, no separation of angular momentum was obtained by Iwakami et al. (2008) considering a model with both neutrino heating and cooling. Investigating the flow pattern below the shock wave, Iwakami, Nagakura & Yamada (2014) showed that either sloshing or spiral modes dominate the dynamics depending on the mass accretion rate and neutrino luminosity considered, illustrating the stochasticity of the angular momentum distribution in hydrodynamics simulations. Spin-up by the SASI can be effective only if the symmetry breaking leading to a single spiral mode has occurred before the explosion takes place. Even in this case, the amount of angular momentum accreted is sensitive to the position of the mass cut radius (Rantsiou et al. 2011).

We propose to study the timescale and rotational consequences of the symmetry breaking, which determines the respective roles of sloshing and spiral modes. We perform a set of 2D simulations of a simplified model of an accretion flow restricted to the equatorial plane, using cylindrical geometry. The set of parameters considered shed some light on the non-systematic and non-deterministic features of the symmetry breaking.

The paper is organized as follows. The physical and numerical models are described in Section 2. Section 3 focuses on the properties of the symmetry breaking and the non-linear evolution of SASI to evaluate their consequences on the distribution of angular momentum. Our simulations are confronted to the dynamics of less idealized environments in Section 4 in order to discuss the potential role of SASI on the initial neutron star spin.

2 METHODS

2.1 Physical model

Our model consists of a standing accretion shock centred around a proto-neutron star in a stationary and non-rotating flow. For the sake of simplicity, we focus our study on the equatorial plane of the collapsing core, using cylindrical coordinates in a setup similar to Yamasaki & Foglizzo (2008). The main advantage of this model is to allow for non-axisymmetric modes of SASI in 2D. The accreting matter is modelled by a perfect gas with adiabatic index $\gamma = 4/3$. Above the shock, the supersonic matter falls inwards radially and reaches the shock radius $r_{\rm sh}$ with an incident Mach number $\mathcal{M}_1 = 5$. Below the shock, the matter accretes subsonically onto the surface of the proto-neutron star which radius is noted r_*. A cooling function is included to mimic the neutrino emission due to electron capture with the approximation $\mathcal{L}_0 \propto P^{3/2}\rho$ (Blondin & Mezzacappa 2006), where ρ and P are, respectively, the density and the pressure. Neutrino heating is neglected in order to suppress buoyancy induced convective motions and concentrate on SASI in its simplest form. The gravity is Newtonian and self-gravity is neglected.

The initial solution is computed by solving the time-independent continuity, Euler and entropy equations below and above the shock. The two solutions are connected by the Rankine–Hugoniot jump conditions neglecting the dissociation of nuclei at the shock. The resulting dynamics only depends on the ratio of the initial shock to the proto-neutron star radii. Typical values of the radii ratio $R \equiv r_{\rm sh}/r_*$ are $R \approx 2$ (Couch & O'Connor 2014) and $R \approx 4$ (Marek & Janka 2009), depending on the progenitor structure.[1] When converting to physical units, we choose a proto-neutron star with radius $r_* = 50$ km and mass $M_* = 1.3\,M_\odot$, and a constant mass accretion rate $\dot{M} = 0.3\,M_\odot\,s^{-1}$ as typical values for the stalled shock phase of a core-collapse supernova during the first second after bounce.

2.2 Numerical model

To run our two-dimensional time-dependent hydrodynamic simulations, we use a version of the RAMSES code (Teyssier 2002;

[1] In these works, the ratio R is estimated by averaging the shock and neutrinosphere radii during the SASI domination phase of the dynamics.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at CEA SACLAY on December 15, 2015

Fromang, Hennebelle & Teyssier 2006) adapted to cylindrical coordinates (r, ϕ) for which the grid is uniformly spaced. RAMSES is a second-order finite volume code, which uses the MUSCL-Hancok scheme. The simulations are performed using the HLLD Riemann solver (Miyoshi & Kusano 2005) and the monotonized central slope limiter. We set periodic boundary conditions in the azimuthal direction at $\phi = 0$ and $\phi = 2\pi$. The radial domain covers the interval $r_* \leq r \leq r_{\rm out}$ with an outer boundary $r_{\rm out}/r_{\rm sh} \sim 3$–6 so that the shock wave does not reach the edge of the domain. We impose reflexive inner boundary conditions and free outer boundary conditions as in Blondin & Mezzacappa (2006) and Fernández & Thompson (2009a). Resolution effects are minimized by fixing the number of radial cells below the initial shock to 150. The total number of radial cells is then in the range [540,1300] depending on the simulation. 1000 cells are used in the azimuthal direction, which is significantly larger than what can be afforded by current 3D simulations (e.g. 176 cells in Hanke et al. 2013; Melson et al. 2015). High resolution is required to properly resolve the steep gradients of the flow dynamics in the vicinity of the proto-neutron star.

An entropy cut-off is applied to the cooling function in order to avoid the divergence of the numerical solution in the vicinity of the proto-neutron star (Fernández & Thompson 2009a; Fernández 2015). The cooling function is written

$$\mathcal{L} \equiv \mathcal{L}_0 \exp\left[\left(\frac{-S}{k\, S_{\rm min}}\right)^2\right], \tag{1}$$

where $S \equiv (\gamma - 1)^{-1} \ln(P/\rho^\gamma)$ defines the entropy, $S_{\rm min}$ its value at $r = r_*$, and the value of k is chosen to introduce only minimal modifications to the stationary state flow.

Once the numerical solution has relaxed on the grid for a few hundreds numerical timesteps, two density perturbations at pressure equilibrium are introduced ahead of the shock to trigger two counter-rotating spiral modes $m = \pm 1$ or $m = \pm 2$ as described in Appendix A. Perturbations are decomposed as Fourier modes in the azimuthal direction according to the general form

$$\delta A(r,t) \equiv {\rm Re}\left(\sum_m \tilde{c}_m(r)\, e^{-i(\omega t - m\phi)}\right) \tag{2}$$

where $\tilde{c}_m(r,t)$ is the complex amplitude. We define the initial ϵ −asymmetry between spiral modes as

$$\epsilon \equiv \frac{|\tilde{c}_m|^2 - |\tilde{c}_{-m}|^2}{|\tilde{c}_m|^2 + |\tilde{c}_{-m}|^2} \tag{3}$$

with $|\epsilon| \leq 1$. Note that $\epsilon = 0$ corresponds to a mirror-symmetric sloshing mode and $\epsilon = \pm 1$ to a single spiral mode.

Our aim is to estimate the timescale for a symmetry breaking, after the phase of linear growth which lasts less than ∼3 SASI oscillations ($\lesssim$100 ms). Two different methods have been developed for that purpose. The first one is based on the time evolution of the angular momentum flux through the inner boundary. This flux is very close to zero for a sloshing mode and starts to deviate from zero once one of the spiral modes dominates. The second method is based on the angular tracking of the minimum shock radius. This point corresponds to one of the triple points that form in the shock wave. Its rotation rate evolves rather erratically for a sloshing mode but becomes fairly constant for a spiral mode. The two methods are consistent within a SASI period which is sufficient for our study.

Our code has been carefully tested to check that it does not introduce any artificial source of asymmetry. If the initial density perturbation is mirror-symmetric, i.e. $\epsilon = 0$, the mirror symmetry is conserved and the sloshing mode oscillates along a fixed axis. Moreover, two simulations with opposite initial perturbations, ϵ and $-\epsilon$, show two dynamical evolutions that remain mirror-symmetric within machine precision. Besides, the robustness of the code has been tested by comparing the growth rates and oscillatory frequencies measured in our simulations to those obtained with a perturbative analysis by Yamasaki & Foglizzo (2008). The discrepancies are less than 8 per cent for the growth rates and less than 2 per cent for the oscillatory frequencies. This is similar to the good agreement obtained by Fernández & Thompson (2009a).

3 RESULTS

3.1 A critical ratio for the symmetry breaking

We performed a total of 80 simulations varying the two parameters R and ϵ such that $R = \{1.67, 2, 2.22, 2.5, 3, 3.5, 4\}$ and $10^{-3} \leq |\epsilon| \leq 1$. Our simulations show that contrary to what was obtained in some studies (Blondin & Mezzacappa 2007; Fernández 2010), a spiral mode does not always dominate the late evolution. The ratio R was found to determine whether the symmetry breaking occurs or not. When $R \leq 2$, the late evolution is dominated by a robust sloshing mode, even if a single spiral mode (i.e. $|\epsilon| = 1$) was used to perturb the stationary flow (Fig. 1 left). The azimuthal index of the sloshing mode can either be $m = 1$ or $m = 2$, depending on the value R. In this regime, angular momentum is not significantly redistributed.

A totally different behaviour is observed when $R > 2$. A spiral mode dominates the late evolution (Fig. 1 right) even for weak ϵ −asymmetry, enabling a redistribution of angular momentum. These results raise the question of the mechanism responsible for this symmetry breaking. The dynamics of SASI observed in our simulations may help to characterize this mechanism as discussed in Section 3.7.

3.2 Timescale for the symmetry breaking

We apply the methods described in Section 2.2 to compute the timescale to reach a symmetry breaking as a function of $R > 2$ and ϵ (Fig. 2). For $R = \{2.5, 3, 4\}$ the symmetry breaking occurs within 2–10 SASI oscillations in the non-linear phase, which is fast enough to potentially redistribute angular momentum before the explosion. In the case $R = 2.22$, a spiral mode dominates only after 20–30 SASI oscillations. This timescale may be too slow to impact the neutron star spin. The ratio $R = 2.22$ illustrates the continuity between a rapid symmetry breaking and an absence of symmetry breaking.

The influence of the initial asymmetry on the timescale is not straightforward. If the asymmetry is large enough (i.e. $|\epsilon| \geq 0.2$), the timescale decreases with $|\epsilon|$ as would be intuitively expected. The trend seems rather chaotic and the uncertainties on the timescale are as large as the variability of the results when $|\epsilon| \leq 0.2$. Furthermore, the direction of rotation of the spiral mode is not always the one determined by the initial asymmetry. Indeed, approximately half of our simulations with $|\epsilon| \leq 0.2$ show a symmetry breaking in the other direction (square symbols in Fig. 2). The code has been extensively tested to prevent numerical artefacts from inducing asymmetries. This non-deterministic feature could instead be generated by several non-linear processes which we mention as possible paths towards an explanation. The first one is based on the parasitic instabilities, such as Kelvin–Helmholtz and Rayleigh–Taylor that have been proposed to explain the saturation amplitude of the SASI (Guilet, Sato & Foglizzo 2010). The parasites which develop on SASI spiral modes might modify the asymmetry level in a stochastic way before the symmetry breaking (Fig. 3). The

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at CEA SACLAY on December 15, 2015

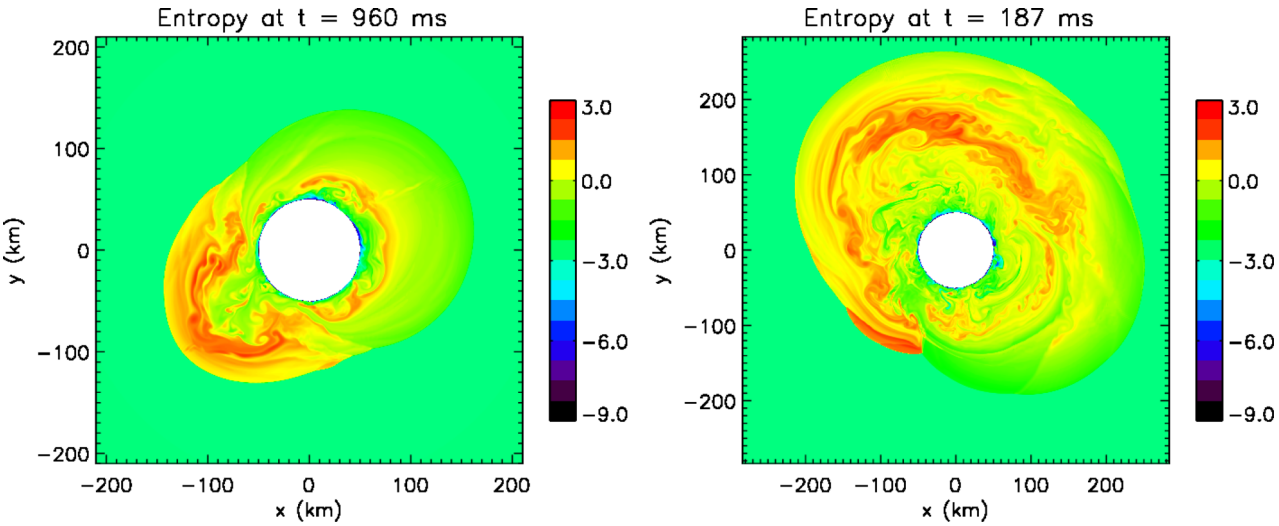


Figure 1. Left: entropy snapshot at $t = 960$ ms for $R = 2$ and $\epsilon = 1$. A sloshing motion dominates the non-linear regime despite a spiral perturbation. Right: entropy snapshot at $t = 187$ ms for $R = 3$ and $\epsilon = 0.1$. The symmetry breaking has already occurred. (Animated versions of these figures are available in the online journal.)

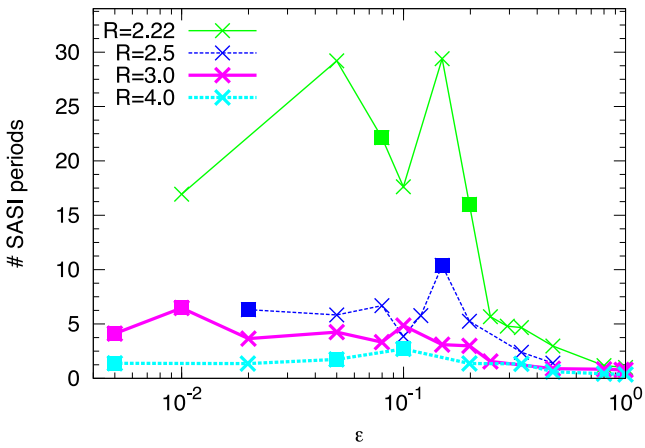


Figure 2. Number of SASI oscillations before reaching a symmetry breaking with respect to the initial asymmetry ϵ. From top to bottom are shown ratios $R = 2.22, 2.5, 3, 4$. Square symbols show cases for which the direction of rotation is opposite to the one of the initial asymmetry.

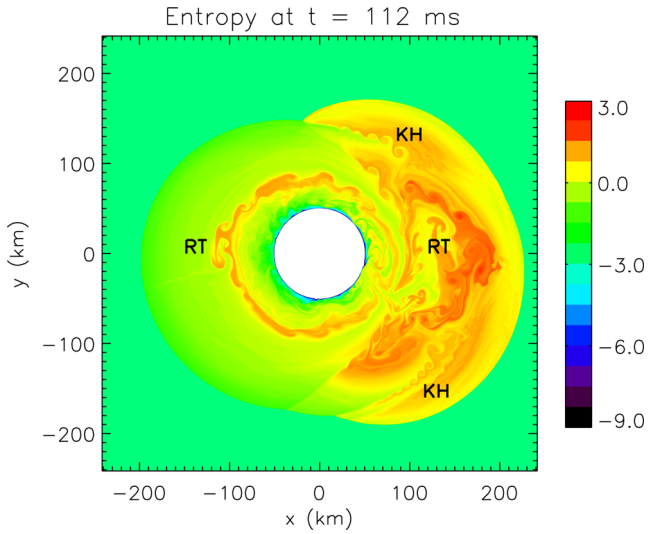


Figure 3. Entropy snapshot at $t = 112$ ms for $R = 3$ and $\epsilon = 0.01$. Both Kelvin–Helmholtz ('KH') and Rayleigh–Taylor ('RT') structures are visible after 3 SASI oscillations. These instabilities may add stochasticity before the symmetry breaking between SASI spiral modes.

second non-linear process relies on secondary shocks that arise before the symmetry breaking. Multiple secondary shocks, shown in Fig. 4, were witnessed by Fernández & Thompson (2009b). These shocks may interact with the global advective-acoustic cycle. The entropy and the vorticity produced by secondary shocks may produce an acoustic feedback in the azimuthal direction opposite to the initial acoustic wave. This phenomenon might be able to alter the competition between counter-rotating spiral modes and add some stochasticity before a symmetry breaking occurs. An example is shown in Fig. 5, where a secondary shock is able to generate opposite angular momentum well inside the outer shock wave.

3.3 Reversal of the direction of rotation

This section and the following one are dedicated to measuring the rotation induced by the spiral mode. We focus on a set of seven simulations where the radii ratio R is varied and the initial asymmetry is set to $\epsilon = 1$. The angular momentum density profile

$$l_z(r,t) \equiv r^2 \int \rho v_\phi \mathrm{d}\phi \tag{4}$$

is averaged in time over t10n SASI periods in the non-linear phase as shown in Fig. 6. Two counter-rotating regions are observed and the radius separating them is labelled r_0. If there is no symmetry breaking ($R \leq 2$), the average profile is best defined using the linear phase only. The angular momentum $L_z(t)$ contained between the radius r_0 and the shock wave is computed by

$$L_z(t) \equiv \int_{r_0}^{r_{\rm sh}} l_z(r,t)\mathrm{d}r. \tag{5}$$

Fig. 7 shows the time evolution of the enclosed angular momentum for our set of simulations. The cases $R = 4$ (solid red line) and $R = 2.22$ (dashed black line) exhibit a surprising inversion of the

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at CEA SACLAY on December 15, 2015

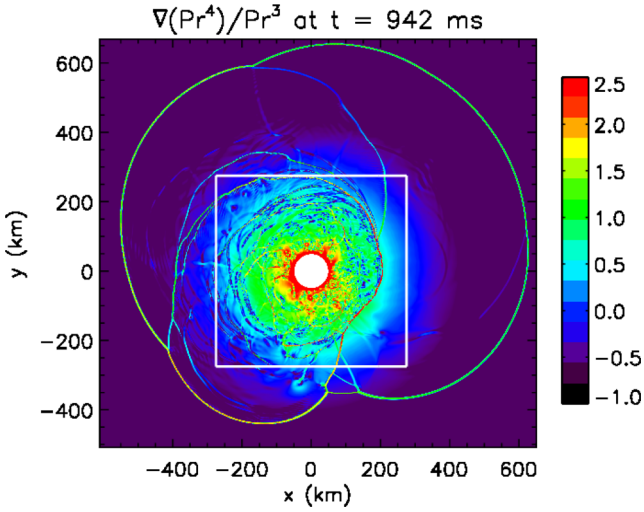


Figure 4. Snapshot of $|\nabla(P\,r^4)|/P\,r^3$ at $t = 942$ ms for $R = 4$ and $\epsilon = 1$. Multiple secondary shocks are present. The solid white lines delimit the domain zoomed in Fig. 5.

direction of rotation of the spiral wave. Both events take place in the fully non-linear regime.

For $R = 2.22$, the change of direction lasts approximately eight SASI periods during which a sloshing mode dominates. The angular momentum produced by SASI is very low during that period. Even though a symmetry breaking has occurred, we observe that the non-linear dynamics of the SASI is able to cancel the angular momentum redistribution for a significant time. In the case $R = 4$, the change of the direction is achieved on a much shorter timescale, less than a SASI period.

The robustness of this behaviour was confirmed by repeating these two puzzling simulations varying slightly one parameter such as the numerical resolution or the perturbation amplitude. This intriguing phenomenon calls for a physical interpretation. A possibility might be that the secondary shocks discussed in Section 3.2 break the advective-acoustic cycle and establish temporarily a new one between the second shock and the feedback region. This process is illustrated by Fig. 5. The conditions for this adverse contribution to be able to reverse the direction of rotation remain to be determined.

3.4 Estimate of the pulsar spin

Guilet & Fernández (2014) derived an analytical estimate of the angular momentum redistribution driven by a single spiral mode in spherical geometry. This approach has been adapted to the cylindrical geometry in Appendix B.

Birth periods of neutron stars are inferred from our simulations using a moment of inertia of $I = I_{45} \times 10^{45}\,\mathrm{g\,cm^2}$. Fig. 8 shows a comparison between the analytical estimate (equation (B19), using for the spiral mode amplitude the value measured in the simulation as described in next subsection) and the time averaged value in the non-linear regime of our simulations. Our results are consistent with the analytical estimates within a factor 2 for $R \geq 2.5$ and confirm that spiral modes of SASI are able to spin up a neutron star to periods of tens to hundreds milliseconds. The larger discrepancies for $R < 2.5$ are no surprise because the spiral modes do not exist in the non-linear regime ($R = \{1.67, 2\}$) or a reversal of the direction of rotation takes place during a significant fraction of the non-linear regime ($R = 2.22$). For that range of parameters, angular momentum redistribution by SASI is inefficient to spin up the neutron star.

3.5 Saturation amplitude of SASI

The saturation amplitude of SASI Δr is a key element of the spin-up by spiral modes because the amount of angular momentum redistributed scales as Δr^2 (equation B18). The increase of the saturation amplitude with the ratio R (Fig. 9 left) is consistent with the highest spin obtained for highest values of R (Fig. 8).

However, the saturation amplitude obtained by applying the formalism of Guilet et al. (2010) decreases with increasing R (Fig. 9 left). The higher saturation amplitudes observed at large values of R in the simulations indicate that in this regime the parasitic instabilities are not as efficient at stopping the growth of SASI as predicted by Guilet et al. (2010). This suggests either that a more elaborate description of the parasitic instabilities is necessary or that another process is responsible for the saturation of SASI.

The shock expansion due to SASI is increasing with R more steeply than the saturation amplitude: between $R = 2$ and $R = 4$, it increases by a factor $\simeq 4$ while $\Delta r/r_{\mathrm{sh}}$ increases by a factor $\simeq 2$ (Fig. 9). This is consistent with the shock expansion varying quadratically with the saturation amplitude as might be expected for a non-linear effect. A similar trend was observed by Fernández & Thompson (2009a) with a slighter increase which may be attributed to the geometry difference. A direct comparison with simulations of steady-state flows including neutrino heating (Ohnishi, Kotake & Yamada 2006; Iwakami et al. 2008; Iwakami, Nagakura & Yamada 2014) is less straightforward because R is also affected by the neutrino luminosity. Larger ratios may correspond to dynamical evolutions dominated by neutrino-driven convection.

3.6 Differences between spiral and sloshing modes

For $R > 2$ the saturation properties of the spiral mode ($\epsilon = 1$) are compared with the ones of a sloshing mode obtained by imposing mirror-symmetric initial perturbations ($\epsilon = 0$) (Fig. 10 left). If the ratio R is close to the threshold for symmetry breaking, the average shock radius and the saturation amplitude are almost equal between a sloshing mode and a spiral mode. When the ratio R is large enough for the domination of a spiral mode, the shock radius and the saturation amplitude are increased by up to about 40 per cent compared to the mirror symmetric evolution.

These results confirm the work of Fernández (2015) which showed that a spiral mode in 3D may lower the critical neutrino luminosity compared to a sloshing mode in an axisymmetric case that generates less non-radial kinetic energy. In our simulations with the highest ratios R, spiral modes are indeed able to double the total non-radial kinetic energy compared to sloshing modes (Fig. 10 right), as observed in the simulations without neutrino heating of Fernández (2015). For smaller ratios R on the other hand, the difference of kinetic energy between spiral and sloshing modes is more modest, suggesting the existence of different regimes. This might be the reason why other groups, in contrast to Fernández (2015), had not found a lowered critical luminosity in 3D simulations exhibiting a spiral mode (Hanke et al. 2013).

3.7 A possible path towards the symmetry breaking mechanism

A description of the physical processes responsible for the symmetry breaking would be helpful to anticipate the efficiency of SASI at

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at CEA SACLAY on December 15, 2015

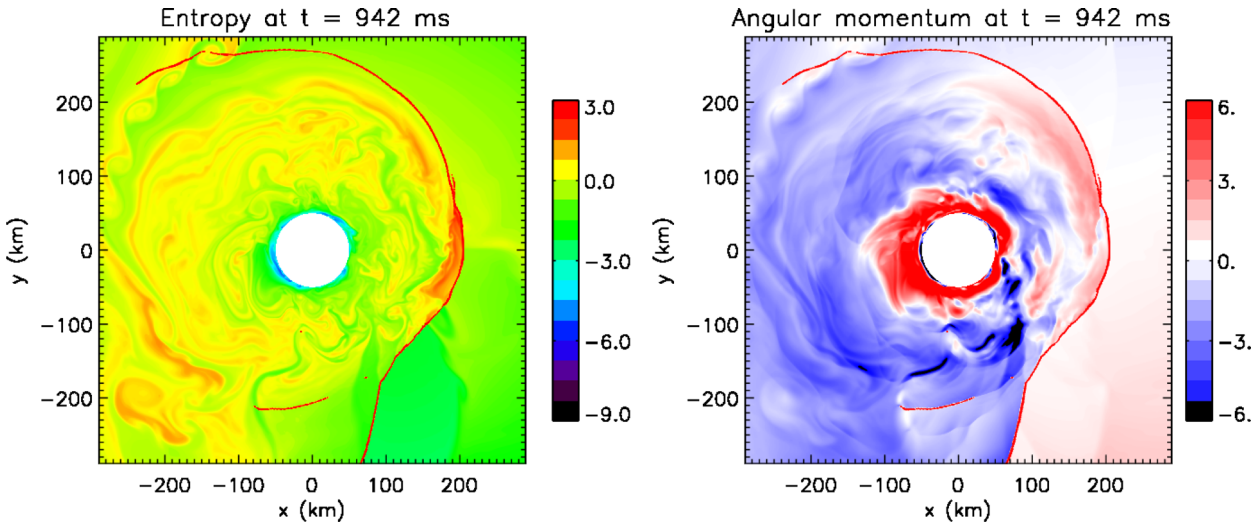


Figure 5. Snapshots of the entropy (left) and the angular momentum (right) at $t = 942$ ms for $R = 4$ and $\epsilon = 1$ limited to the inner region of the domain (see Fig. 4 for a broader view). The red lines display the location of the secondary shocks. A secondary shock generates higher entropy material. This region corresponds to positive angular momentum material (red regions below the secondary shock) whereas the dynamics is dominated by a spiral mode containing negative angular momentum (blue regions in the angular momentum snapshot).

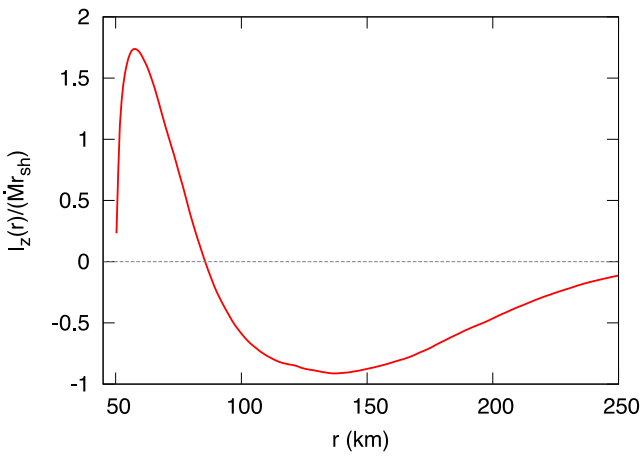


Figure 6. Time-averaged angular momentum density profile in the non-linear regime for $R = 3$ normalized by $\dot{M}r_{sh}$.

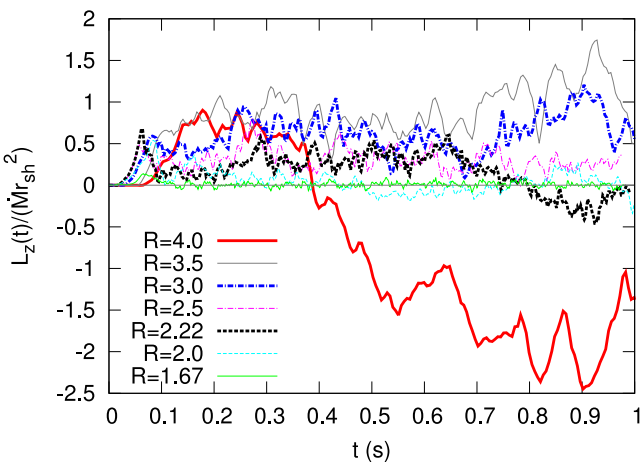


Figure 7. Time evolution of the enclosed angular momentum normalized by $\dot{M}r_{sh}^2$ for 7 different values of R.

spinning-up neutron stars in more realistic models. A first constraint is that no spiral mode dominates the non-linear dynamics if $R \leq 2$. Additional clues may be inferred from the following properties.

(i) Unlike for $m = 1$ modes, the $m = 2$ sloshing mode in our setup is never transformed non-linearly into a spiral mode.

(ii) In the case $R = 2$, despite a linear domination of the mode $m = 2$, the mode $m = 1$ eventually prevails due to a non-linear coupling between these modes (Fig. 11). However, the transition between these modes does not lead to a spiral mode (Fig. 1 left).

(iii) Linearly, the mode $m = 2$ dominates the mode $m = 1$ for $R \leq 2.2$. Interestingly, the critical ratio for the symmetry breaking is close to this linear transition.

(iv) The efficiency of the symmetry breaking seems to be linked to the difference of saturation amplitudes between the spiral and the sloshing modes. A fast symmetry breaking corresponds to a significantly larger amplitude of the spiral mode, while the amplitudes are approximately equal when the symmetry breaking is slow ($R = 2.22$, see Figs 2 and 10 left).

4 DISCUSSION

Several simplifications have been made in our model to study the physics of SASI in its simplest form and less idealized models might modify some aspects of our results. The dimensionality and the geometry are important points to raise. The density and velocity profiles in cylindrical geometry are compared in Fig. 12 to those obtained in spherical geometry for the same parameters used in Section 2. In the subsonic region of the flow, the density profile is independent of the geometry but the advection time is shorter in spherical geometry. Remembering that SASI frequencies and growth rates scale like the advection rate, these quantities are higher in spherical geometry. A symmetry breaking between SASI spiral modes may therefore occur earlier in a 3D spherical model than in 2D cylindrical geometry. The dimensionality of the model impacts the amount of angular momentum via its dependence on the saturation amplitude. The latter was found to be weakly sensitive to the dimensionality (Fernández 2010, 2015; Hanke et al. 2013). However, drawing conclusions on this issue may require to clarify

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at CEA SACLAY on December 15, 2015

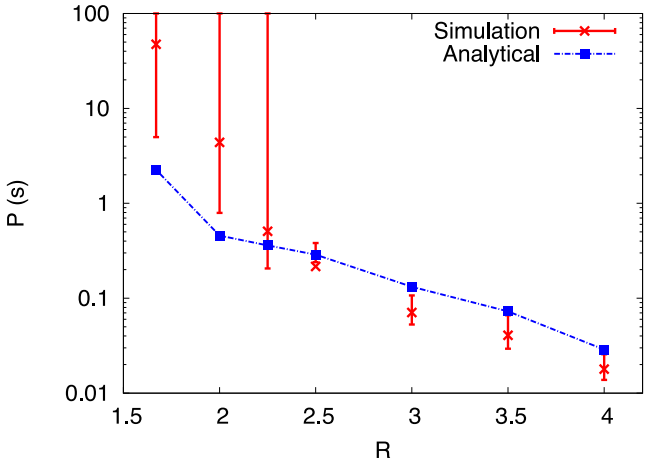


Figure 8. The analytical estimate of the initial neutron star spin period (dot–dashed blue line) is compared to the non-linear regime of our simulations (red bars). The bars refer to the time variation of the amount of angular momentum accreted. For $R < 2.5$, various non-linear effects can cancel the angular momentum redistribution and lead to very slowly rotating neutron stars.

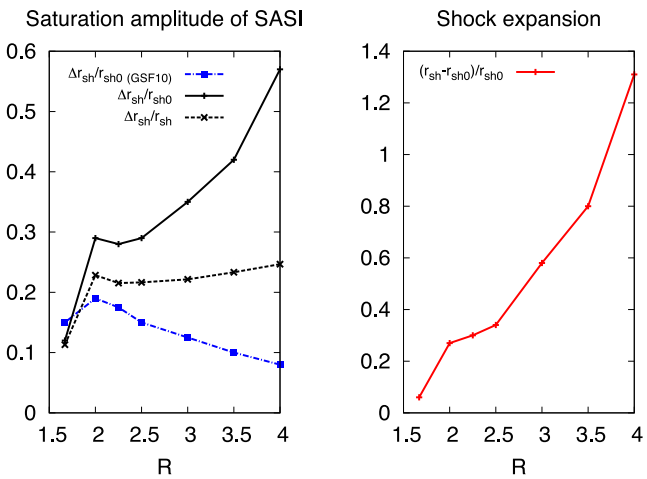


Figure 9. Left: the saturation amplitude of SASI computed by applying the formalism of Guilet et al. (2010) (dot–dashed blue line) is compared to the one in our simulation for $\epsilon = 1$ and 7 different values of R. In the simulations the saturation amplitude is estimated by averaging the amplitude of the dominant mode over the non-linear regime and normalized by the initial shock radius (solid black line) or by the average shock radius in the non-linear regime (dashed black line). Right : variation of the shock radius compared to its initial value r_{sh0} as a function of R for $\epsilon = 1$.

the divergence between the predicted and the measured saturation amplitudes observed in our study (Fig. 9).

The initial rotation of the progenitor has been neglected for the sake of simplicity, but could dominate the angular momentum budget if it is fast enough. Considering the development of spiral modes in a rotating progenitor, Blondin & Mezzacappa (2007) showed that SASI could surprisingly decelerate a neutron star which accretes SASI induced angular momentum opposed to the initial rotation of the stellar core. They also showed that this mechanism could even lead to the formation of a counter rotating neutron star. Yamasaki & Foglizzo (2008) confirmed that rotation favours prograde spiral modes and showed that SASI growth rates depend linearly on the angular momentum of the progenitor. These results raise the issue of the critical rotation rate of the progenitor above which the

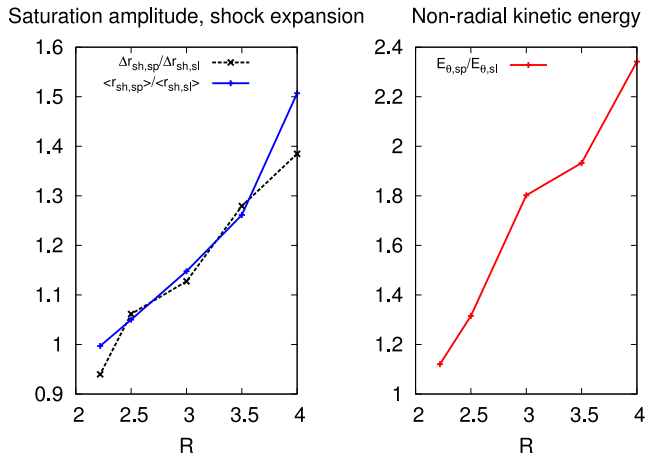


Figure 10. Left: ratio of the saturation amplitude (dashed black line) and the mean shock radius (solid blue line) between a spiral mode and a sloshing mode for five different values of R. Right: ratio of the average non-radial kinetic energy in the non-linear regime between a spiral mode and a sloshing mode. Note that spiral modes are systematic outcomes for the range of R considered in this figure, unless a mirror-symmetric sloshing is enforced by choosing $\epsilon = 0$.

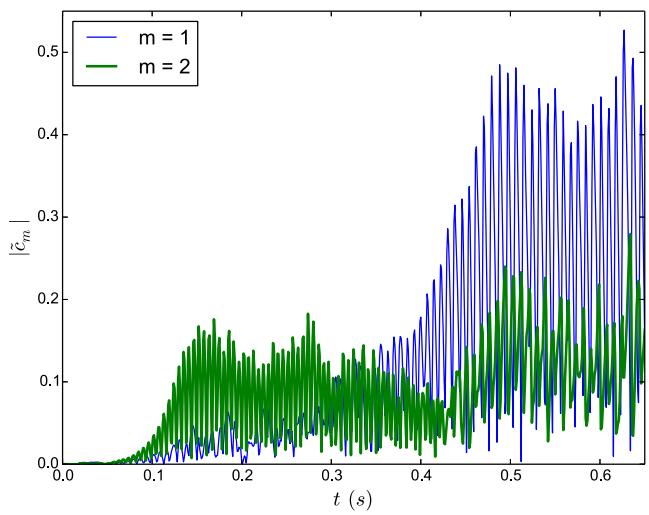


Figure 11. Time evolution of the amplitudes of the Fourier modes $m = 1$ (thin blue line) and $m = 2$ (thick green line).

neutron star spin at birth is mostly determined by the conservation of initial angular momentum. A crude estimate can be made by evaluating the angular momentum accreted by a neutron star during the collapse of a non-rotating core. However, the effect of rotation on the saturation amplitude of SASI is still poorly known. The amount of angular momentum redistributed by a spiral mode may increase even if the centrifugal force is negligible. The mutual influence of the initial rotation and the SASI-induced dynamics on the birth period of neutron stars will be addressed in a forthcoming paper.

Taking into account neutrino heating would add a source of stochasticity through the development of neutrino-driven convection, and help address the diversity of explosion paths (Fernández et al. 2014; Cardall & Budiardja 2015). Pre-collapse convective asymmetries may also add stochasticity to post-bounce dynamics and affect the fate of the massive star (Couch & Ott 2013; Müller & Janka 2015).

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at CEA SACLAY on December 15, 2015

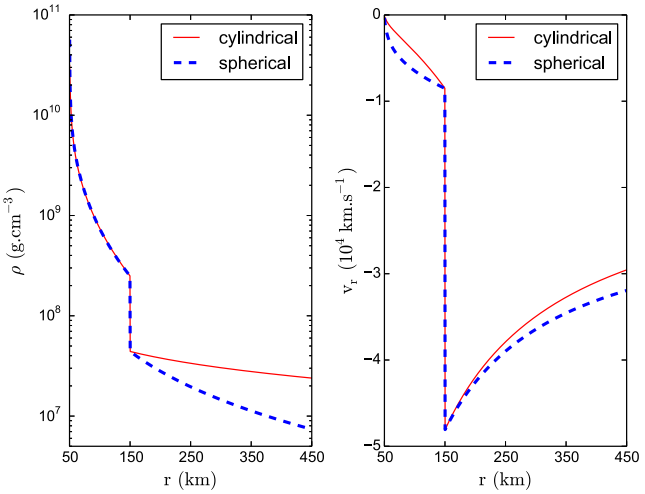


Figure 12. Density profile (left-hand panel) and radial velocity profile (right-hand panel) computed in cylindrical coordinates (solid red line) and in spherical coordinates (dashed blue line).

Iwakami et al. (2014) explored the diversity of flow patterns behind the stalled shock and observed that the symmetry breaking is not systematic in their SASI-dominated model A with $\dot{M} = 0.2\,\mathrm{M}_\odot\mathrm{s}^{-1}$, $L_\nu = 2 \times 10^{52}\,\mathrm{erg\,s}^{-1}$ (see table 1 in Iwakami et al. 2014). Changing slightly the numerical resolution or the noise in the initial conditions either lead to a quasi-stationary sloshing or spiral mode. However, their other SASI-dominated models exhibit only spiral modes. This opens the question of the existence and the value of a critical ratio R for the symmetry breaking in more complex models which may be more subject to stochasticity. Without neutrino heating in 3D simulations Fernández (2010) observed that the amount of angular momentum redistributed by the dynamics of SASI is greatly reduced for $R = 1.67$ compared to $R = 2$. These results are consistent with the fact that $R = 1.8$ is the transition between $l = 1$ and $l = 2$ linear modes (Foglizzo et al. 2007). A similar transition takes place in cylindrical geometry for $R \approx 2.2$.

5 CONCLUSION

A simplified setup in cylindrical geometry has been used to investigate the flow pattern in the non-linear regime of SASI for a non-rotating progenitor. A symmetry breaking between counter rotating spiral modes occurs only if the ratio of the initial shock to neutron star radii $R > 2$. If this condition is satisfied, the dynamics is dominated by a spiral mode, independently of the initial conditions and SASI has the potential to spin up a neutron star to initial periods of a few tens to a few hundreds milliseconds. However, if $R \leq 2$, there is no sign of symmetry breaking and a sloshing mode dominates the dynamics. This case leads to very slowly rotating neutron stars (Fig. 8). These properties set strong constraints on the still unknown mechanism responsible for the non-linear symmetry breaking.

The timescale for symmetry breaking of the order of 2–3 SASI oscillations is short enough to affect the angular momentum of the neutron star before the explosion. This timescale shows stochastic variations when the initial asymmetry is weak (Fig. 2). Memory of the initial perturbations is lost before a symmetry breaking can occur. Moreover, the non-linear dynamics of the SASI can lead to a change of the direction of rotation (Fig. 7). This unexpected result reveals how complex the dynamics can be even in a simplified setup. Additional sources of stochasticity are expected from the development of neutrino-driven instabilities as well as pre-collapse convective asymmetries.

Spin-up by SASI may lead to birth periods of neutron stars compatible with observations as proposed by Blondin & Mezzacappa (2007), Fernández (2010), and Guilet & Fernández (2014). The neutron star periods obtained in our simulations are consistent with analytical estimates (Guilet & Fernández 2014) regardless of the dimensionality of the setup considered. Diverging conclusions regarding the efficiency of the spin-up mechanism (e.g. Iwakami et al. 2008; Rantsiou et al. 2011) may be explained by the choice of progenitors or parameters favouring a dynamics dominated by neutrino-driven convection instead of SASI.

If the shock radius is large compared to the neutron star radius, the saturation amplitude of the spiral mode is larger than the sloshing mode resulting from a mirror-symmetric evolution. On the one hand, the larger kinetic energy and shock expansion induced by spiral modes would presumably support a lowered critical neutrino luminosity in 3D, in agreement with Fernández (2015). On the other hand, when the shock is closer to the neutron star, the saturation amplitude of the spiral mode becomes closer to that of the sloshing mode (Fig. 10). In that regime, the axisymmetric and 3D dynamics may be expected to be more similar.

The highest saturation amplitudes observed for a large shock radius seem hardly explained by the formalism of Guilet et al. (2010) and require further investigations.

Initial rotation in the stellar core has been neglected in this study in order to focus on the rotation induced by the spiral mode of SASI. Rotation is more likely to trigger spiral modes (Blondin & Mezzacappa 2007; Yamasaki & Foglizzo 2008) which may spin down the neutron star or even give birth to a counter rotating one. Nevertheless, the impact of the rotation on the saturation amplitude of SASI and its non-linear dynamics is still poorly known. Such a study would help characterize how SASI can affect the mapping between the angular momentum profile of massive stars and the distribution of the initial pulsar spins. The influence of initial rotation in the core will be addressed in a forthcoming paper in order to disentangle the respective contributions of the initial angular momentum and the dynamical effects of SASI on the pulsar spin at birth.

ACKNOWLEDGEMENTS

We are thankful to Marc Joos and Matthias González for their help with the code. We also thank the referee for helping us improve the manuscript. Numerical simulations were performed using HPC resources from GENCI-TGCC (Grant t2014047094) made by GENCI. This work is part of ANR funded project SN2NS ANR-10-BLAN-0503. JG acknowledges support from the Max-Planck-Princeton Center for Plasma Physics.

REFERENCES

Abdikamalov E. et al., 2015, ApJ, 808, 70
Arzoumanian Z., Chernoff D. F., Cordes J. M., 2002, ApJ, 568, 289
Beck P. G. et al., 2012, Nature, 481, 55
Blondin J. M., Mezzacappa A., 2006, ApJ, 642, 401
Blondin J. M., Mezzacappa A., 2007, Nature, 445, 58
Blondin J. M., Shaw S., 2007, ApJ, 656, 366
Blondin J. M., Mezzacappa A., DeMarino C., 2003, ApJ, 584, 971
Cantiello M., Mankovich C., Bildsten L., Christensen-Dalsgaard J., Paxton B., 2014, ApJ, 788, 93
Cardall C. Y., Budiardja R. D., 2015, ApJ, 813, L6
Couch S. M., O'Connor E. P., 2014, ApJ, 785, 123

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at CEA SACLAY on December 15, 2015

Couch S. M., Ott C. D., 2013, ApJ, 778, L7
Deheuvels S. et al., 2014, A&A, 564, A27
Faucher-Giguère C.-A., Kaspi V. M., 2006, ApJ, 643, 332
Fernández R., 2010, ApJ, 725, 1563
Fernández R., 2015, MNRAS, 452, 2071
Fernández R., Thompson C., 2009a, ApJ, 697, 1827
Fernández R., Thompson C., 2009b, ApJ, 703, 1464
Fernández R., Müller B., Foglizzo T., Janka H.-T., 2014, MNRAS, 440, 2763
Foglizzo T., Galletti P., Scheck L., Janka H.-T., 2007, ApJ, 654, 1006
Foglizzo T., Masset F., Guilet J., Durand G., 2012, Phys. Rev. Lett., 108, 051103
Foglizzo T. et al., 2015, PASA, 32, 9
Fromang S., Hennebelle P., Teyssier R., 2006, A&A, 457, 371
Fuller J., Cantiello M., Lecoanet D., Quataert E., 2015, ApJ, 810, 101
Grefenstette B. W. et al., 2014, Nature, 506, 339
Guilet J., Fernández R., 2014, MNRAS, 441, 2782
Guilet J., Sato J., Foglizzo T., 2010, ApJ, 713, 1350
Hanke F., Müller B., Wongwathanarat A., Marek A., Janka H.-T., 2013, ApJ, 770, 66
Heger A., Langer N., Woosley S. E., 2000, ApJ, 528, 368
Heger A., Woosley S. E., Spruit H. C., 2005, ApJ, 626, 350
Herant M., Benz W., Hix W. R., Fryer C. L., Colgate S. A., 1994, ApJ, 435, 339
Iwakami W., Kotake K., Ohnishi N., Yamada S., Sawada K., 2008, ApJ, 678, 1207
Iwakami W., Nagakura H., Yamada S., 2014, ApJ, 786, 118
Janka H.-T., Mueller E., 1996, A&A, 306, 167
Kitaura F. S., Janka H., Hillebrandt W., 2006, A&A, 450, 345
Lee U., Neiner C., Mathis S., 2014, MNRAS, 443, 1515
Liebendörfer M., Mezzacappa A., Thielemann F.-K., Messer O. E., Hix W. R., Bruenn S. W., 2001, Phys. Rev. D, 63, 103004
Marek A., Janka H.-T., 2009, ApJ, 694, 664
Melson T., Janka H.-T., Bollig R., Hanke F., Marek A., Müller B., 2015, ApJ, 808, L42
Miyoshi T., Kusano K., 2005, J. Comput. Phys., 208, 315
Mosser B. et al., 2012, A&A, 548, A10
Müller B., Janka H.-T., 2015, MNRAS, 448, 2141
Müller B., Janka H.-T., Heger A., 2012, ApJ, 761, 72
Noutsos A., Schnitzeler D. H. F. M., Keane E. F., Kramer M., Johnston S., 2013, MNRAS, 430, 2281
Ohnishi N., Kotake K., Yamada S., 2006, ApJ, 641, 1018
Popov S. B., Turolla R., 2012, Ap&SS, 341, 457
Rantsiou E., Burrows A., Nordhaus J., Almgren A., 2011, ApJ, 732, 57
Scheck L., Plewa T., Janka H.-T., Kifonidis K., Müller E., 2004, Phys. Rev. Lett., 92, 011103
Scheck L., Kifonidis K., Janka H.-T., Müller E., 2006, A&A, 457, 963
Talon S., Charbonnel C., 2003, A&A, 405, 1025
Teyssier R., 2002, A&A, 385, 337
Wongwathanarat A., Janka H.-T., Müller E., 2013, A&A, 552, A126
Yamasaki T., Foglizzo T., 2008, ApJ, 679, 607

SUPPORTING INFORMATION

Additional Supporting Information may be found in the online version of this article:

Movie 1.R3.mp4
Movie 2.R1p67.mp4
(http://www.mnras.oxfordjournals.org/lookup/suppl/doi:10.1093/mnras/stv2666/-/DC1).

Please note: Oxford University Press is not responsible for the content or functionality of any supporting materials supplied by the authors. Any queries (other than missing material) should be directed to the corresponding author for the article.

APPENDIX A: DENSITY PERTURBATIONS

In the linear regime, the two spiral modes of index $\pm m$ are triggered by overdensities injected at the outer boundary of the domain:

$$\delta\rho_{\pm}(\theta, t) \equiv A\,(1 \pm \epsilon)\cos(\omega_r\, t \mp m\,\theta) \tag{A1}$$

where A and ω_r are the amplitude of the perturbations and the oscillatory frequency of the SASI mode, respectively. In this formulation, $-1 \leq \epsilon \leq 1$ and the sign of ϵ selects the dominant spiral mode in the linear regime. The overall perturbation are written as

$$\delta\rho(\theta, t) = H(t)\,(\delta\rho_{+}(\theta, t) + \delta\rho_{-}(\theta, t)) \tag{A2}$$

where $H(t)$ is a function used to smoothen the perturbation such that

$$H(t) \equiv \begin{cases} \exp\left\{-\left[\frac{t-(t_0+\tau_{\rm adv}/4)}{\sigma}\right]^2\right\} & \text{if } t_0 \leq t \leq \tau_{\rm adv}/4 \\ 1 \text{ if } \tau_{\rm adv}/4 \leq t \leq 5\,\tau_{\rm adv}/4 & \\ \exp\left\{-\left[\frac{t-(t_0+5\,\tau_{\rm adv}/4)}{\sigma}\right]^2\right\} & \text{if } 5\,\tau_{\rm adv}/4 \leq t \leq 6\,\tau_{\rm adv}/4 \\ 0 \text{ otherwise} & \end{cases} \tag{A3}$$

where t_0 is the time when the perturbations start to be advected through the outer boundary, $\tau_{\rm adv} = 2\,\pi/\omega_r$ is the advection time and σ is a coefficient used to vary the amplitude of $H(t)$ from 10^{-16} to 1 over a timescale $\tau_{\rm adv}/4$.

APPENDIX B: ANGULAR MOMENTUM REDISTRIBUTION BY SASI SPIRAL MODES IN CYLINDRICAL GEOMETRY

In this appendix, we adapt the formalism developed by Guilet & Fernández (2014) for the angular momentum redistribution by a SASI spiral mode in spherical geometry, to the cylindrical setup considered in this paper. Because the derivation of the equations follows very similar steps, we do not reproduce all of them here but highlight the differences linked to the change of geometry. The end result takes a very similar form to the spherical geometry, differing only in the numerical factor.

As in the rest of the paper, we consider a 2D accretion flow in cylindrical geometry, assumed to be invariant in the vertical direction and described using cylindrical coordinates $\{r, \phi\}$. The surface integrated angular momentum density is defined in equation (4) (where ρ is to be understood as a vertically integrated surface density). While in Guilet & Fernández (2014) the surface integration was done on spherical shells, it is here performed on cylinders. Angular momentum conservation can then be written as in Guilet & Fernández (2014)

$$\partial_t l_z + \partial_r \mathcal{F} = 0, \tag{B1}$$

where $\mathcal{F}$ is the angular momentum flux integrated over a cylindrical surface

$$\mathcal{F}(r, t) \equiv r^2 \int \rho v_r v_\phi \,\mathrm{d}\phi. \tag{B2}$$

As in Guilet & Fernández (2014), the flow is described as a stationary background with superimposed small amplitude perturbations

$$\rho(r, \phi, t) = \rho_0(r) + \delta\rho(r, \phi, t) + \delta^2\rho(r, \phi, t) + \ldots \tag{B3}$$

$$v_r = v_0 + \delta v_r + \delta^2 v_r + \ldots \tag{B4}$$

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at CEA SACLAY on December 15, 2015

$$v_\phi = \delta v_\phi + \delta^2 v_\phi + \ldots \tag{B5}$$

where δ and δ^2 denote first- and second-order Eulerian perturbations, respectively, with $\delta \gg \delta^2$. With this decomposition, the surface-integrated angular momentum density and flux read

$$l_z = -\frac{\dot{M} r}{2\pi} \int \left[\frac{\delta\rho}{\rho_0} \frac{\delta v_\phi}{v_0} + \frac{\delta^2 v_\phi}{v_0} \right] \mathrm{d}\phi, \tag{B6}$$

$$\mathcal{F} = l_z v_0 + T_{\mathrm{Rey}} \tag{B7}$$

where $\dot{M} \equiv -2\pi r \rho_0 v_0$ is the stationary mass flux, and T_{Rey} is the surface-integrated Reynolds stress

$$T_{\mathrm{Rey}}(r,t) = -\frac{\dot{M} r v_0}{2\pi} \int \frac{\delta v_r \delta v_\phi}{v_0^2} \mathrm{d}\phi. \tag{B8}$$

First order perturbations are then decomposed into a superposition of spiral modes with sinusoidal angular dependence with Fourier index m (this replaces the spherical harmonics decomposition used in Guilet & Fernández (2014)), and the time-dependence of a plane wave with complex frequency $\omega = \omega_r + i\omega_i$, with ω_r and ω_i the real and imaginary parts, respectively. The space and time dependence of an arbitrary first-order perturbation δA is therefore

$$\delta A(r,\phi,t) = \sum_m \mathrm{Re}\left[\delta \tilde{A}_m(r) e^{-i(\omega t - m\phi)}\right] \tag{B9}$$

where $\delta \tilde{A}_m(r)$ is the complex amplitude.[2] The radial structure and eigenfrequencies of these modes can be computed with a linear analysis as in Yamasaki & Foglizzo (2008).

Using this linear eigenmodes decomposition, the Reynolds stress can be written

$$T_{\mathrm{Rey}} = -\frac{\dot{M} r v_0}{2} \sum_m \mathrm{Re}\left[\frac{\delta \tilde{v}_{\phi,m}}{v_0} \frac{\delta \tilde{v}^*_{r,m}}{v_0} e^{2\omega_{i,m} t} \right]. \tag{B10}$$

Defining $T_{\mathrm{Rey0},m}$ as the Reynolds stress amplitude of a given mode with Fourier index m and with the time dependence scaled out,

$$T_{\mathrm{Rey0},m}(r) = -\frac{\dot{M} r v_0}{2} \mathrm{Re}\left[\frac{\delta \tilde{v}_{\phi,m}}{v_0} \frac{\delta \tilde{v}^*_{r,m}}{v_0} \right], \tag{B11}$$

we can write equation (B10) as

$$T_{\mathrm{Rey}} = \sum_m T_{\mathrm{Rey0},m}(r) e^{2\omega_{i,m} t}. \tag{B12}$$

Combining equations (B1), (B7), and (B12), angular momentum conservation is written as a partial differential equation for the evolution of l_z

$$\partial_t l_z + \partial_r (l_z v_0) = -\sum_m \partial_r T_{\mathrm{Rey0},m} e^{2\omega_{i,m} t}. \tag{B13}$$

The angular momentum density l_z can therefore be written as the sum of contributions from different Fourier modes, with each term given by (see Guilet & Fernández 2014, for more details on the derivation)

$$l_{z0,m} = -\frac{T_{\mathrm{Rey0},m}}{v_0} + \frac{e^{-2\omega_{i,m}\tau_{\mathrm{adv}}}}{v_0} \int_{r_{\mathrm{sh}}}^{r} \frac{2\omega_{i,m} e^{2\omega_{i,m}\tau_{\mathrm{adv}}}}{v_0} T_{\mathrm{Rey0},m}\, \mathrm{d}r, \tag{B14}$$

where $\tau_{\mathrm{adv}}(r) = \int_{r_{\mathrm{sh}}}^{r} \mathrm{d}r/v_0$ is the advection time from the shock radius r_{sh} to a radius $r < r_{\mathrm{sh}}$.

B1 Angular momentum density below the shock

The angular momentum density below the shock due to a spiral SASI mode follows from equations (B11) and (B14),

$$l_{z\mathrm{sh}} = -\frac{T_{\mathrm{Rey0}}(r_{\mathrm{sh}})}{v_{\mathrm{sh}}} = \frac{\dot{M} r_{\mathrm{sh}}}{2} \mathrm{Re}\left(\frac{\delta \tilde{v}_\phi \delta \tilde{v}_r^{\,*}}{v_0^2} \right)_{\mathrm{sh}} \tag{B15}$$

This expression can be evaluated using the boundary conditions of linear eigenmodes at a shock with a constant dissociation energy

$$\frac{l_{z\mathrm{sh}}}{\dot{M} r_{\mathrm{sh}}} = -m \frac{\omega_r r_{\mathrm{sh}}}{2\pi v_{\mathrm{sh}}} f(\kappa, \mathcal{M}_1) \left(\frac{\Delta r}{r_{\mathrm{sh}}} \right)^2, \tag{B16}$$

where v_{sh} is the radial velocity below the shock, Δr is the amplitude of the shock deformation induced by the SASI spiral mode, κ is the compression ratio of the shock, $\mathcal{M}_1$ is the upstream Mach number, and $f(\kappa, \mathcal{M}_1)$ is a dimensionless factor

$$f(\kappa, \mathcal{M}_1) \equiv \pi(\kappa - 1)(1 - 1/\kappa) \frac{1 + 1/\mathcal{M}_1^2}{\gamma - (\gamma+1)/\kappa + 1/\mathcal{M}_1^2}. \tag{B17}$$

B2 Approximate expression for the angular momentum contained in a spiral wave

Using the same method as Guilet & Fernández (2014) we obtain an approximate expression for the total angular momentum contained in the spiral wave (i.e. between the shock and the radius where the angular momentum changes sign)

$$L_z \simeq (r_{\mathrm{sh}} - r_*) l_{z\mathrm{sh}} \simeq m f(\kappa, \mathcal{M}_1) \frac{\omega_r (r_{\mathrm{sh}} - r_*)}{2\pi |v_{\mathrm{sh}}|} \dot{M} {r_{\mathrm{sh}}}^2 \left(\frac{\Delta r}{r_{\mathrm{sh}}} \right)^2. \tag{B18}$$

This is the same equation as Guilet & Fernández (2014), but note that the numerical factor $f(\kappa, \mathcal{M}_1)$ differs by a factor 4π. This is mostly due to the different normalization of the Fourier modes considered here compared to the spherical harmonics used in Guilet & Fernández (2014). Considering the moment of inertia I of the neutron star, this can be translated into a minimum period of uniform rotation

$$P \simeq \frac{2\pi I}{m f(\kappa, \mathcal{M}_1)} \frac{2\pi |v_{\mathrm{sh}}|}{\omega_r (r_{\mathrm{sh}} - r_*)} \frac{1}{\dot{M} {r_{\mathrm{sh}}}^2} \left(\frac{r_{\mathrm{sh}}}{\Delta r} \right)^2. \tag{B19}$$

[2] Contrary to the spherical case, where the azimuthal velocity perturbation δv_ϕ has a different angular dependence than the rest of the variables, the cylindrical geometry allows us to describe all the variables with the same Fourier decomposition. When comparing to Guilet & Fernández (2014), this difference of decomposition leads to a numerical factor im being included into the complex amplitude of the azimuthal velocity. This – together with the different normalization of Fourier modes compared to spherical harmonics – is the reason why the Reynolds stress expressions in equations (B10) and (B11) differ by a factor $im/4\pi$ from equations 17 and 18 of Guilet & Fernández (2014).

This paper has been typeset from a TEX/LATEX file prepared by the author.

Downloaded from http://mnras.oxfordjournals.org/ at CEA SACLAY on December 15, 2015

Annexe B

Détermination de l'amplitude des modes spiraux

Dans cette annexe, nous décrivons une méthode permettant d'obtenir l'amplitude et la phase des modes spiraux $m = \pm 1$ à partir des coefficients de Fourier de la déformation du choc. Nous avons vu section 4.2.3 qu'il est possible de déterminer la fréquence d'oscillation et le taux de croissance des modes de SASI en utilisant une méthode des moindres carrés. En effet, l'amplitude de la déformation est projetée sur les coefficients de Fourier. Pour rappel, l'évolution temporelle de ces coefficients est modélisée par la fonction :

$$f(t) = A \cos(\omega_r t + \Phi) \exp(\omega_i t), \tag{B.1}$$

avec les paramètres : A l'amplitude, Φ la phase, ω_r la fréquence d'oscillation et ω_i le taux de croissance.

Ces quantités sont estimées à la fois selon l'axe x pour la partie réelle des coefficients de Fourier et selon l'axe y pour la partie imaginaire. Si la fréquence d'oscillation et le taux de croissance sont égaux aux erreurs de méthodes, l'amplitude et la phase dépendent de l'axe considéré. Cette méthode nous permet dans un premier temps de déterminer les caractéristiques des modes de balancement selon chacun des axes. Ensuite, nous pouvons exprimer chacun de ces deux modes de balancement comme une superposition de deux spirales de sens de rotation opposés. Considérons par exemple le mouvement de balancement selon l'axe x. En projetant la fonction f sur cet axe, nous obtenons :

$$A_x \cos(\omega_r t + \Phi_x) \exp(\omega_i t) \cos(\theta) = Re\left(\frac{A_x}{2} e^{-i(\omega t + \Phi_x)} \left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right)\right). \tag{B.2}$$

En effet, $\cos(\theta) = \frac{1}{2}\left(e^{i\theta} + e^{-i\theta}\right)$ et $\cos(\omega_r t + \Phi_x)\, e^{\omega_i t} = Re\left(e^{-(\omega t + \Phi_x)}\right)$

On a de même selon l'axe y :

$$A_y \cos(\omega_r t + \Phi_y) \exp(\omega_i t) \sin(\theta) = Re\left(\frac{A_y}{2} e^{-i\left(\omega t + \Phi_y + \frac{\pi}{2}\right)} \left(e^{i\theta} - e^{-i\theta}\right)\right). \tag{B.3}$$

Les deux modes de balancement sont ainsi exprimés en fonction des modes spiraux. En toute généralité, les spirales $m = 1$ et $m = -1$ peuvent s'écrire respectivement comme :

$$Re\left(A_1\, e^{-i(\omega t + \Phi_1)} e^{i\theta}\right), \tag{B.4}$$

$$Re\left(A_{-1}\, e^{-i(\omega t + \Phi_{-1})} e^{-i\theta}\right). \tag{B.5}$$

En combinant ces deux expressions, nous obtenons l'amplitude et la phase de chacun des deux modes spiraux :

$$A_1\, e^{-i\Phi_1} = \frac{1}{2}\left(A_x\, e^{-i\Phi_x} + A_y\, e^{-i\left(\Phi_y + \frac{\pi}{2}\right)}\right), \tag{B.6}$$

$$A_{-1}\, e^{-i\Phi_{-1}} = \frac{1}{2}\left(A_x\, e^{-i\Phi_x} - A_y\, e^{-i\left(\Phi_y + \frac{\pi}{2}\right)}\right). \tag{B.7}$$

Cette méthode de fit de l'évolution des coefficients de Fourier de la déformation du choc permet de retrouver les caractéristiques des modes spiraux.

Bibliographie

B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, M. R. Abernathy, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. X. Adhikari et et al. : Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. *Physical Review Letters*, 116(6):061102, fév. 2016. (Cité page 34.)

E. Abdikamalov, C. D. Ott, D. Radice, L. F. Roberts, R. Haas, C. Reisswig, P. Mösta, H. Klion et E. Schnetter : Neutrino-driven Turbulent Convection and Standing Accretion Shock Instability in Three-dimensional Core-collapse Supernovae. *ApJ*, 808:70, juil. 2015. (Cité pages 44, 80, 106, 121, 134, 135, 136 et 139.)

S. Akiyama, J. C. Wheeler, D. L. Meier et I. Lichtenstadt : The Magnetorotational Instability in Core-Collapse Supernova Explosions. *ApJ*, 584:954–970, fév. 2003. (Cité page 21.)

J. Antoniadis, P. C. C. Freire, N. Wex, T. M. Tauris, R. S. Lynch, M. H. van Kerkwijk, M. Kramer, C. Bassa, V. S. Dhillon, T. Driebe, J. W. T. Hessels, V. M. Kaspi, V. I. Kondratiev, N. Langer, T. R. Marsh, M. A. McLaughlin, T. T. Pennucci, S. M. Ransom, I. H. Stairs, J. van Leeuwen, J. P. W. Verbiest et D. G. Whelan : A Massive Pulsar in a Compact Relativistic Binary. *Science*, 340:448, avr. 2013. (Cité pages 18, 22 et 42.)

A. Arcones et F.-K. Thielemann : Neutrino-driven wind simulations and nucleosynthesis of heavy elements. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 40(1):013201, jan. 2013. (Cité page 33.)

W. D. Arnett, J. N. Bahcall, R. P. Kirshner et S. E. Woosley : Supernova 1987A. *ARA&A*, 27:629–700, 1989. (Cité pages 9 et 33.)

Z. Arzoumanian, D. F. Chernoff et J. M. Cordes : The Velocity Distribution of Isolated Radio Pulsars. *ApJ*, 568:289–301, mars 2002. (Cité page 32.)

W. Baade et F. Zwicky : Remarks on Super-Novae and Cosmic Rays. *Physical Review*, 46:76–77, juil. 1934. (Cité pages 8 et 17.)

S. A. Balbus et J. F. Hawley : A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution. *ApJ*, 376:214–233, juil. 1991. (Cité page 21.)

P. G. Beck, J. Montalban, T. Kallinger, J. De Ridder, C. Aerts, R. A. García, S. Hekker, M.-A. Dupret, B. Mosser, P. Eggenberger, D. Stello, Y. Elsworth, S. Frandsen, F. Carrier, M. Hillen, M. Gruberbauer, J. Christensen-Dalsgaard,

A. Miglio, M. Valentini, T. R. Bedding, H. Kjeldsen, F. R. Girouard, J. R. Hall et K. A. Ibrahim : Fast core rotation in red-giant stars as revealed by gravity-dominated mixed modes. *Nature*, 481:55–57, jan. 2012. (Cité page 86.)

H. A. Bethe et J. R. Wilson : Revival of a stalled supernova shock by neutrino heating. *ApJ*, 295:14–23, août 1985. (Cité pages 17, 19 et 21.)

J. M. Blondin et A. Mezzacappa : The Spherical Accretion Shock Instability in the Linear Regime. *ApJ*, 642:401–409, mai 2006. (Cité pages 28, 29, 58, 59, 62 et 72.)

J. M. Blondin et A. Mezzacappa : Pulsar spins from an instability in the accretion shock of supernovae. *Nature*, 445:58–60, jan. 2007. (Cité pages 28, 29, 44, 46, 58, 65, 66, 67, 72, 84, 87, 88, 99, 101 et 104.)

J. M. Blondin, A. Mezzacappa et C. DeMarino : Stability of Standing Accretion Shocks, with an Eye toward Core-Collapse Supernovae. *ApJ*, 584:971–980, fév. 2003. (Cité pages 21, 28, 57, 58 et 72.)

J. M. Blondin et S. Shaw : Linear Growth of Spiral SASI Modes in Core-Collapse Supernovae. *ApJ*, 656:366–371, fév. 2007. (Cité pages 65, 68, 72 et 81.)

S. W. Bruenn, E. J. Lentz, W. R. Hix, A. Mezzacappa, J. A. Harris, O. E. B. Messer, E. Endeve, J. M. Blondin, M. A. Chertkow, E. J. Lingerfelt, P. Marronetti et K. N. Yakunin : The Development of Explosions in Axisymmetric Ab Initio Core-collapse Supernova Simulations of 12-25 M Stars. *ApJ*, 818:123, fév. 2016. (Cité page 42.)

S. W. Bruenn et A. Mezzacappa : Prompt convection in core collapse supernovae. *ApJL*, 433:L45–L48, sept. 1994. (Cité page 27.)

S. W. Bruenn, A. Mezzacappa, W. R. Hix, E. J. Lentz, O. E. B. Messer, E. J. Lingerfelt, J. M. Blondin, E. Endeve, P. Marronetti et K. N. Yakunin : Axisymmetric Ab Initio Core-collapse Supernova Simulations of $12 - 25\,\mathrm{M}_\odot$ Stars. *ApJL*, 767:L6, avr. 2013. (Cité pages 17 et 42.)

R. Buras, H.-T. Janka, M. Rampp et K. Kifonidis : Two-dimensional hydrodynamic core-collapse supernova simulations with spectral neutrino transport. II. Models for different progenitor stars. *A&A*, 457:281–308, oct. 2006. (Cité pages 16 et 26.)

A. Burrows, L. Dessart, E. Livne, C. D. Ott et J. Murphy : Simulations of Magnetically Driven Supernova and Hypernova Explosions in the Context of Rapid Rotation. *ApJ*, 664:416–434, juil. 2007. (Cité page 22.)

A. Burrows, J. C. Dolence et J. W. Murphy : An Investigation into the Character of Pre-explosion Core-collapse Supernova Shock Motion. *ApJ*, 759:5, nov. 2012. (Cité page 135.)

A. Burrows, J. Hayes et B. A. Fryxell : On the Nature of Core-Collapse Supernova Explosions. *ApJ*, 450:830, sept. 1995. (Cité page 27.)

A. Burrows, E. Livne, L. Dessart, C. D. Ott et J. Murphy : A New Mechanism for Core-Collapse Supernova Explosions. *ApJ*, 640:878–890, avr. 2006. (Cité page 22.)

W. Cabot : Comparison of two-and three-dimensional simulations of miscible rayleigh-taylor instability. *Physics of Fluids (1994-present)*, 18(4):045101, 2006. (Cité pages 122, 123, 125 et 129.)

M. Cantiello, C. Mankovich, L. Bildsten, J. Christensen-Dalsgaard et B. Paxton : Angular Momentum Transport within Evolved Low-mass Stars. *ApJ*, 788:93, juin 2014. (Cité page 86.)

C. Y. Cardall et R. D. Budiardja : Stochasticity and Efficiency in Simplified Models of Core-collapse Supernova Explosions. *ApJL*, 813:L6, nov. 2015. (Cité pages 44, 80, 106, 135 et 140.)

S. Chatterjee, W. H. T. Vlemmings, W. F. Brisken, T. J. W. Lazio, J. M. Cordes, W. M. Goss, S. E. Thorsett, E. B. Fomalont, A. G. Lyne et M. Kramer : Getting Its Kicks : A VLBA Parallax for the Hyperfast Pulsar B1508+55. *ApJL*, 630:L61–L64, sept. 2005. (Cité page 32.)

S. A. Colgate et R. H. White : The Hydrodynamic Behavior of Supernovae Explosions. *ApJ*, 143:626, mars 1966. (Cité page 17.)

J. Cooke, M. Sullivan, A. Gal-Yam, E. J. Barton, R. G. Carlberg, E. V. Ryan-Weber, C. Horst, Y. Omori et C. G. Díaz : Superluminous supernovae at redshifts of 2.05 and 3.90. *Nature*, 491:228–231, nov. 2012. (Cité page 12.)

S. M. Couch : On the Impact of Three Dimensions in Simulations of Neutrino-driven Core-collapse Supernova Explosions. *ApJ*, 775:35, sept. 2013a. (Cité pages 45, 106, 121, 125, 129 et 136.)

S. M. Couch : The Dependence of the Neutrino Mechanism of Core-collapse Supernovae on the Equation of State. *ApJ*, 765:29, mars 2013b. (Cité page 42.)

S. M. Couch, E. Chatzopoulos, W. D. Arnett et F. X. Timmes : The Three-dimensional Evolution to Core Collapse of a Massive Star. *ApJL*, 808:L21, juil. 2015. (Cité page 46.)

S. M. Couch et E. P. O'Connor : High-resolution Three-dimensional Simulations of Core-collapse Supernovae in Multiple Progenitors. *ApJ*, 785:123, avr. 2014. (Cité pages 44, 60, 80 et 134.)

S. M. Couch et C. D. Ott : Revival of the Stalled Core-collapse Supernova Shock Triggered by Precollapse Asphericity in the Progenitor Star. *ApJL*, 778:L7, nov. 2013. (Cité pages 44 et 46.)

S. M. Couch et C. D. Ott : The Role of Turbulence in Neutrino-driven Core-collapse Supernova Explosions. *ApJ*, 799:5, jan. 2015. (Cité pages 46, 106, 121 et 130.)

R. Courant, K. Friedrichs et H. Lewy : Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik. *Mathematische Annalen*, 100:32–74, 1928. (Cité page 52.)

P. B. Demorest, T. Pennucci, S. M. Ransom, M. S. E. Roberts et J. W. T. Hessels : A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay. *Nature*, 467:1081–1083, oct. 2010. (Cité pages 18 et 42.)

L. Dessart, E. Audit et D. J. Hillier : Numerical simulations of superluminous supernovae of type IIn. *MNRAS*, 449:4304–4325, juin 2015. (Cité page 12.)

L. Dessart, A. Burrows, E. Livne et C. D. Ott : Multidimensional Radiation/Hydrodynamic Simulations of Proto-Neutron Star Convection. *ApJ*, 645:534–550, juil. 2006. (Cité page 26.)

L. Dessart, R. Waldman, E. Livne, D. J. Hillier et S. Blondin : Radiative properties of pair-instability supernova explosions. *MNRAS*, 428:3227–3251, fév. 2013. (Cité page 12.)

J. C. Dolence, A. Burrows, J. W. Murphy et J. Nordhaus : Dimensional Dependence of the Hydrodynamics of Core-collapse Supernovae. *ApJ*, 765:110, mars 2013. (Cité page 135.)

J. C. Dolence, A. Burrows et W. Zhang : Two-dimensional Core-collapse Supernova Models with Multi-dimensional Transport. *ApJ*, 800:10, fév. 2015. (Cité page 42.)

S. Dong, B. J. Shappee, J. L. Prieto, S. W. Jha, K. Z. Stanek, T. W.-S. Holoien, C. S. Kochanek, T. A. Thompson, N. Morrell, I. B. Thompson, U. Basu, J. F. Beacom, D. Bersier, J. Brimacombe, J. S. Brown, F. Bufano, P. Chen, E. Conseil, A. B. Danilet, E. Falco, D. Grupe, S. Kiyota, G. Masi, B. Nicholls, F. Olivares E., G. Pignata, G. Pojmanski, G. V. Simonian, D. M. Szczygiel et P. R. Woźniak : ASASSN-15lh : A highly super-luminous supernova. *Science*, 351:257–260, jan. 2016. (Cité pages 12 et 13.)

E. Endeve, C. Y. Cardall, R. D. Budiardja, S. W. Beck, A. Bejnood, R. J. Toedte, A. Mezzacappa et J. M. Blondin : Turbulent Magnetic Field Amplification from Spiral SASI Modes : Implications for Core-collapse Supernovae and Proto-neutron Star Magnetization. *ApJ*, 751:26, mai 2012. (Cité page 102.)

E. Endeve, C. Y. Cardall, R. D. Budiardja et A. Mezzacappa : Generation of Magnetic Fields By the Stationary Accretion Shock Instability. *ApJ*, 713:1219–1243, avr. 2010. (Cité page 102.)

R. I. Epstein : Lepton-driven convection in supernovae. *MNRAS*, 188:305–325, août 1979. (Cité page 26.)

T. Ertl, H.-T. Janka, S. E. Woosley, T. Sukhbold et M. Ugliano : A Two-parameter Criterion for Classifying the Explodability of Massive Stars by the Neutrino-driven Mechanism. *ApJ*, 818:124, fév. 2016. (Cité page 19.)

C.-A. Faucher-Giguère et V. M. Kaspi : Birth and Evolution of Isolated Radio Pulsars. *ApJ*, 643:332–355, mai 2006. (Cité pages 85 et 86.)

R. Fernández : The Spiral Modes of the Standing Accretion Shock Instability. *ApJ*, 725:1563–1580, déc. 2010. (Cité pages 28, 44, 58, 65, 66, 71, 81, 87 et 94.)

R. Fernández : Hydrodynamics of Core-collapse Supernovae at the Transition to Explosion. I. Spherical Symmetry. *ApJ*, 749:142, avr. 2012. (Cité pages 94 et 95.)

R. Fernández : Three-dimensional simulations of SASI- and convection-dominated core-collapse supernovae. *MNRAS*, 452:2071–2086, sept. 2015. (Cité pages 44, 45, 62, 66, 70, 71 et 80.)

R. Fernández, B. Müller, T. Foglizzo et H.-T. Janka : Characterizing SASI- and convection-dominated core-collapse supernova explosions in two dimensions. *MNRAS*, 440: 2763–2780, mai 2014. (Cité pages 43, 106, 114, 115, 116, 119 et 140.)

R. Fernández et C. Thompson : Dynamics of a Spherical Accretion Shock with Neutrino Heating and Alpha-Particle Recombination. *ApJ*, 703:1464–1485, oct. 2009a. (Cité pages 75, 81, 108 et 120.)

R. Fernández et C. Thompson : Stability of a Spherical Accretion Shock with Nuclear Dissociation. *ApJ*, 697:1827–1841, juin 2009b. (Cité pages 59, 60, 62, 64, 65, 72, 78, 81, 108 et 121.)

M. Fink, W. Hillebrandt et F. K. Röpke : Double-detonation supernovae of sub-Chandrasekhar mass white dwarfs. *A&A*, 476:1133–1143, déc. 2007. (Cité page 11.)

M. Fink, F. K. Röpke, W. Hillebrandt, I. R. Seitenzahl, S. A. Sim et M. Kromer : Double-detonation sub-Chandrasekhar supernovae : can minimum helium shell masses detonate the core ? *A&A*, 514:A53, mai 2010. (Cité page 11.)

T. Fischer, I. Sagert, G. Pagliara, M. Hempel, J. Schaffner-Bielich, T. Rauscher, F.-K. Thielemann, R. Käppeli, G. Martínez-Pinedo et M. Liebendörfer : Core-collapse Supernova Explosions Triggered by a Quark-Hadron Phase Transition During the Early Post-bounce Phase. *ApJS*, 194:39, juin 2011. (Cité page 22.)

T. Foglizzo : Entropic-acoustic instability of shocked Bondi accretion I. What does perturbed Bondi accretion sound like ? *A&A*, 368:311–324, mars 2001. (Cité pages 29 et 120.)

T. Foglizzo : Non-radial instabilities of isothermal Bondi accretion with a shock : Vortical-acoustic cycle vs. post-shock acceleration. *A&A*, 392:353–368, sept. 2002. (Cité pages 29 et 120.)

T. Foglizzo : A Simple Toy Model of the Advective-Acoustic Instability. I. Perturbative Approach. *ApJ*, 694:820–832, avr. 2009. (Cité pages 30 et 81.)

T. Foglizzo, P. Galletti, L. Scheck et H.-T. Janka : Instability of a Stalled Accretion Shock : Evidence for the Advective-Acoustic Cycle. *ApJ*, 654:1006–1021, jan. 2007. (Cité pages 28, 30, 43, 58, 59, 60, 64, 65 et 71.)

T. Foglizzo, R. Kazeroni, J. Guilet, F. Masset, M. González, B. K. Krueger, J. Novak, M. Oertel, J. Margueron, J. Faure, N. Martin, P. Blottiau, B. Peres et G. Durand : The Explosion Mechanism of Core-Collapse Supernovae : Progress in Supernova Theory and Experiments. *PASA*, 32:9, mars 2015. (Cité pages 20, 43, 52, 53, 54, 55, 88 et 103.)

T. Foglizzo, F. Masset, J. Guilet et G. Durand : Shallow Water Analogue of the Standing Accretion Shock Instability : Experimental Demonstration and a Two-Dimensional Model. *PRL*, 108(5):051103, fév. 2012. (Cité pages 52, 53, 54 et 87.)

T. Foglizzo, L. Scheck et H.-T. Janka : Neutrino-driven Convection versus Advection in Core-Collapse Supernovae. *ApJ*, 652:1436–1450, déc. 2006. (Cité pages 27, 28, 43, 95, 102, 106, 107, 109, 110, 135 et 139.)

T. Foglizzo et M. Tagger : Entropic-acoustic instability in shocked accretion flows. *A&A*, 363:174–183, nov. 2000. (Cité pages 29 et 30.)

S. Fromang, P. Hennebelle et R. Teyssier : A high order Godunov scheme with constrained transport and adaptive mesh refinement for astrophysical magnetohydrodynamics. *A&A*, 457:371–384, oct. 2006. (Cité page 49.)

C. L. Fryer et M. S. Warren : The Collapse of Rotating Massive Stars in Three Dimensions. *ApJ*, 601:391–404, jan. 2004. (Cité page 104.)

K. Fujisawa : Magnetized stars with differential rotation and a differential toroidal field. *MNRAS*, 450:4016–4024, juil. 2015. (Cité page 31.)

J. Fuller, M. Cantiello, D. Lecoanet et E. Quataert : The Spin Rate of Pre-collapse Stellar Cores : Wave-driven Angular Momentum Transport in Massive Stars. *ApJ*, 810:101, sept. 2015. (Cité page 86.)

A. Gal-Yam, P. Mazzali, E. O. Ofek, P. E. Nugent, S. R. Kulkarni, M. M. Kasliwal, R. M. Quimby, A. V. Filippenko, S. B. Cenko, R. Chornock, R. Waldman, D. Kasen, M. Sullivan, E. C. Beshore, A. J. Drake, R. C. Thomas, J. S. Bloom, D. Poznanski, A. A. Miller, R. J. Foley, J. M. Silverman, I. Arcavi, R. S. Ellis et J. Deng : Supernova 2007bi as a pair-instability explosion. *Nature*, 462:624–627, déc. 2009. (Cité page 12.)

S. Goriely, A. Bauswein et H.-T. Janka : r-process Nucleosynthesis in Dynamically Ejected Matter of Neutron Star Mergers. *ApJL*, 738:L32, sept. 2011. (Cité page 33.)

D. A. Green et F. R. Stephenson : Historical Supernovae. *In* K. Weiler, éd. : *Supernovae and Gamma-Ray Bursters*, vol. 598 de *Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag*, p. 7–19, 2003. (Cité page 8.)

B. W. Grefenstette, F. A. Harrison, S. E. Boggs, S. P. Reynolds, C. L. Fryer, K. K. Madsen, D. R. Wik, A. Zoglauer, C. I. Ellinger, D. M. Alexander, H. An, D. Barret, F. E. Christensen, W. W. Craig, K. Forster, P. Giommi, C. J. Hailey, A. Hornstrup, V. M. Kaspi, T. Kitaguchi, J. E. Koglin, P. H. Mao, H. Miyasaka, K. Mori, M. Perri, M. J. Pivovaroff, S. Puccetti, V. Rana, D. Stern, N. J. Westergaard et W. W. Zhang : Asymmetries in core-collapse supernovae from maps of radioactive ^{44}Ti in CassiopeiaA. *Nature*, 506:339–342, fév. 2014. (Cité pages 33 et 34.)

J. Guilet et R. Fernández : Angular momentum redistribution by SASI spiral modes and consequences for neutron star spins. *MNRAS*, 441:2782–2798, juil. 2014. (Cité pages 58, 72, 87, 93, 94, 95 et 101.)

J. Guilet et T. Foglizzo : On the linear growth mechanism driving the standing accretion shock instability. *MNRAS*, 421:546–560, mars 2012. (Cité pages 28, 58 et 64.)

J. Guilet, J. Sato et T. Foglizzo : The Saturation of SASI by Parasitic Instabilities. *ApJ*, 713:1350–1362, avr. 2010. (Cité pages 53, 58, 75, 77, 78, 79 et 81.)

F. Hanke, A. Marek, B. Müller et H.-T. Janka : Is Strong SASI Activity the Key to Successful Neutrino-driven Supernova Explosions ? *ApJ*, 755:138, août 2012. (Cité pages 44, 45, 106, 121, 129 et 136.)

F. Hanke, B. Müller, A. Wongwathanarat, A. Marek et H.-T. Janka : SASI Activity in Three-dimensional Neutrino-hydrodynamics Simulations of Supernova Cores. *ApJ*, 770: 66, juin 2013. (Cité pages 41, 44, 62, 71, 80, 102 et 134.)

A. Heger, S. E. Woosley et H. C. Spruit : Presupernova Evolution of Differentially Rotating Massive Stars Including Magnetic Fields. *ApJ*, 626:350–363, juin 2005. (Cité pages 21, 47 et 85.)

D. J. Helfand, E. V. Gotthelf et J. P. Halpern : Vela Pulsar and Its Synchrotron Nebula. *ApJ*, 556:380–391, juil. 2001. (Cité page 103.)

M. Herant, W. Benz et S. Colgate : Postcollapse hydrodynamics of SN 1987A - Two-dimensional simulations of the early evolution. *ApJ*, 395:642–653, août 1992. (Cité pages 20 et 27.)

M. Herant, W. Benz, W. R. Hix, C. L. Fryer et S. A. Colgate : Inside the supernova : A powerful convective engine. *ApJ*, 435:339–361, nov. 1994. (Cité page 27.)

G. Hobbs, D. R. Lorimer, A. G. Lyne et M. Kramer : A statistical study of 233 pulsar proper motions. *MNRAS*, 360:974–992, juil. 2005. (Cité page 32.)

T. J. Hobbs, M. Alberg et G. A. Miller : Role of nucleon strangeness in supernova explosions. *Phys. Rev. C*, 93(5):052801, mai 2016. (Cité page 44.)

J. C. Houck et R. A. Chevalier : Linear stability analysis of spherical accretion flows onto compact objects. *ApJ*, 395:592–603, août 1992. (Cité page 59.)

W. Iwakami, K. Kotake, N. Ohnishi, S. Yamada et K. Sawada : Three-Dimensional Simulations of Standing Accretion Shock Instability in Core-Collapse Supernovae. *ApJ*, 678:1207–1222, mai 2008. (Cité page 44.)

W. Iwakami, K. Kotake, N. Ohnishi, S. Yamada et K. Sawada : Effects of Rotation on Standing Accretion Shock Instability in Nonlinear Phase for Core-Collapse Supernovae. *ApJ*, 700:232–242, juil. 2009. (Cité pages 46 et 87.)

W. Iwakami, H. Nagakura et S. Yamada : Critical Surface for Explosions of Rotational Core-collapse Supernovae. *ApJ*, 793:5, sept. 2014a. (Cité pages 47, 88, 102 et 104.)

W. Iwakami, H. Nagakura et S. Yamada : Parametric Study of Flow Patterns behind the Standing Accretion Shock Wave for Core-Collapse Supernovae. *ApJ*, 786:118, mai 2014b. (Cité pages 44 et 80.)

H.-T. Janka : Conditions for shock revival by neutrino heating in core-collapse supernovae. *A&A*, 368:527–560, mars 2001. (Cité pages 20 et 59.)

H.-T. Janka : Explosion Mechanisms of Core-Collapse Supernovae. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 62:407–451, nov. 2012. (Cité pages 12, 16, 17 et 21.)

H.-T. Janka, T. Melson et A. Summa : Physics of Core-Collapse Supernovae in Three Dimensions : a Sneak Preview. *ArXiv e-prints*, fév. 2016. (Cité pages 35 et 45.)

H.-T. Janka et E. Mueller : Neutrino heating, convection, and the mechanism of Type-II supernova explosions. *A&A*, 306:167–+, fév. 1996. (Cité page 27.)

S. Johnston, G. Hobbs, S. Vigeland, M. Kramer, J. M. Weisberg et A. G. Lyne : Evidence for alignment of the rotation and velocity vectors in pulsars. *MNRAS*, 364:1397–1412, déc. 2005. (Cité page 103.)

D. Kasen et L. Bildsten : Supernova Light Curves Powered by Young Magnetars. *ApJ*, 717:245–249, juil. 2010. (Cité page 12.)

V. M. Kaspi et D. J. Helfand : Constraining the Birth Events of Neutron Stars. *In* P. O. Slane et B. M. Gaensler, éds : *Neutron Stars in Supernova Remnants*, vol. 271 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, p. 3, 2002. (Cité page 85.)

R. Kazeroni, J. Guilet et T. Foglizzo : New insights on the spin-up of a neutron star during core collapse. *MNRAS*, 456:126–135, fév. 2016. (Cité pages 81 et 87.)

F. S. Kitaura, H. Janka et W. Hillebrandt : Explosions of O-Ne-Mg cores, the Crab supernova, and subluminous type II-P supernovae. *A&A*, 450:345–350, avr. 2006. (Cité pages 12 et 20.)

A. Kolmogorov : The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30:301–305, 1941. (Cité page 45.)

K. Kotake : Multiple physical elements to determine the gravitational-wave signatures of core-collapse supernovae. *Comptes Rendus Physique*, 14:318–351, avr. 2013. (Cité pages 34, 35 et 36.)

R. H. Kraichnan : Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence. *Physics of Fluids*, 10:1417–1423, juil. 1967. (Cité page 45.)

T. Kuroda, K. Kotake et T. Takiwaki : Fully General Relativistic Simulations of Core-collapse Supernovae with an Approximate Neutrino Transport. *ApJ*, 755:11, août 2012. (Cité pages 40 et 41.)

T. Kuroda, T. Takiwaki et K. Kotake : Gravitational wave signatures from low-mode spiral instabilities in rapidly rotating supernova cores. *Phys. Rev. D*, 89(4):044011, fév. 2014. (Cité pages 36, 47 et 88.)

T. Kuroda, T. Takiwaki et K. Kotake : A New Multi-energy Neutrino Radiation-Hydrodynamics Code in Full General Relativity and Its Application to the Gravitational Collapse of Massive Stars. *ApJS*, 222:20, fév. 2016. (Cité page 40.)

L. Landau et E. Lifchitz : Physique thorique, vol. 6. *Mécanique des fluides (ed. Mir)*, p. 127129, 1989. (Cité page 120.)

J. M. Lattimer et F. D. Swesty : A generalized equation of state for hot, dense matter. *Nuclear Physics A*, 535:331–376, déc. 1991. (Cité page 42.)

U. Lee, C. Neiner et S. Mathis : Angular momentum transport by stochastically excited oscillations in rapidly rotating massive stars. *MNRAS*, 443:1515–1522, sept. 2014. (Cité page 86.)

E. J. Lentz, S. W. Bruenn, W. R. Hix, A. Mezzacappa, O. E. B. Messer, E. Endeve, J. M. Blondin, J. A. Harris, P. Marronetti et K. N. Yakunin : Three-dimensional Core-collapse Supernova Simulated Using a 15 $M_\odot$ Progenitor. *ApJL*, 807:L31, juil. 2015. (Cité pages 41, 44, 139 et 145.)

D. C. Leonard, A. V. Filippenko, M. Ganeshalingam, F. J. D. Serduke, W. Li, B. J. Swift, A. Gal-Yam, R. J. Foley, D. B. Fox, S. Park, J. L. Hoffman et D. S. Wong : A non-spherical core in the explosion of supernova SN 2004dj. *Nature*, 440:505–507, mars 2006. (Cité page 33.)

W. Li, J. S. Bloom, P. Podsiadlowski, A. A. Miller, S. B. Cenko, S. W. Jha, M. Sullivan, D. A. Howell, P. E. Nugent, N. R. Butler, E. O. Ofek, M. M. Kasliwal, J. W. Richards, A. Stockton, H.-Y. Shih, L. Bildsten, M. M. Shara, J. Bibby, A. V. Filippenko, M. Ganeshalingam, J. M. Silverman, S. R. Kulkarni, N. M. Law, D. Poznanski, R. M. Quimby, C. McCully, B. Patel, K. Maguire et K. J. Shen : Exclusion of a luminous red giant as a companion star to the progenitor of supernova SN 2011fe. *Nature*, 480:348–350, déc. 2011a. (Cité page 11.)

W. Li, J. Leaman, R. Chornock, A. V. Filippenko, D. Poznanski, M. Ganeshalingam, X. Wang, M. Modjaz, S. Jha, R. J. Foley et N. Smith : Nearby supernova rates from the Lick Observatory Supernova Search - II. The observed luminosity functions and fractions of supernovae in a complete sample. *MNRAS*, 412:1441–1472, avr. 2011b. (Cité pages 10 et 11.)

M. Liebendörfer : A Simple Parameterization of the Consequences of Deleptonization for Simulations of Stellar Core Collapse. *ApJ*, 633:1042–1051, nov. 2005. (Cité page 16.)

M. Liebendörfer, A. Mezzacappa, F.-K. Thielemann, O. E. Messer, W. R. Hix et S. W. Bruenn : Probing the gravitational well : No supernova explosion in spherical symmetry with general relativistic Boltzmann neutrino transport. *Phys. Rev. D*, 63(10):103004–+, mai 2001. (Cité pages 20 et 41.)

M. Liebendörfer, S. C. Whitehouse et T. Fischer : The Isotropic Diffusion Source Approximation for Supernova Neutrino Transport. *ApJ*, 698:1174–1190, juin 2009. (Cité page 41.)

J. Lighthill : Waves in fluids, 504 pp. *Cambridge Univ*, 1978. (Cité page 120.)

T. Lund, A. Marek, C. Lunardini, H.-T. Janka et G. Raffelt : Fast time variations of supernova neutrino fluxes and their detectability. *Phys. Rev. D*, 82(6):063007, sept. 2010. (Cité page 35.)

T. Lund, A. Wongwathanarat, H.-T. Janka, E. Müller et G. Raffelt : Fast time variations of supernova neutrino signals from 3-dimensional models. *Phys. Rev. D*, 86 (10):105031, nov. 2012. (Cité page 35.)

A. Marek et H.-T. Janka : Delayed Neutrino-Driven Supernova Explosions Aided by the Standing Accretion-Shock Instability. *ApJ*, 694:664–696, mars 2009. (Cité pages 28, 42, 43, 59, 60, 96, 107, 108 et 144.)

T. Melson, H.-T. Janka, R. Bollig, F. Hanke, A. Marek et B. Müller : Neutrino-driven Explosion of a 20 Solar-mass Star in Three Dimensions Enabled by Strange-quark Contributions to Neutrino-Nucleon Scattering. *ApJL*, 808:L42, août 2015a. (Cité pages 28, 41, 44, 80, 108, 139, 143 et 144.)

T. Melson, H.-T. Janka et A. Marek : Neutrino-driven Supernova of a Low-mass Iron-core Progenitor Boosted by Three-dimensional Turbulent Convection. *ApJL*, 801:L24, mars 2015b. (Cité pages 44, 106, 128, 135, 136, 139, 140 et 142.)

A. Mezzacappa, M. Liebendörfer, O. E. Messer, W. R. Hix, F.-K. Thielemann et S. W. Bruenn : Simulation of the Spherically Symmetric Stellar Core Collapse, Bounce, and Postbounce Evolution of a Star of 13 Solar Masses with Boltzmann Neutrino Transport, and Its Implications for the Supernova Mechanism. *Physical Review Letters*, 86:1935–1938, mars 2001. (Cité page 41.)

T. Miyoshi et K. Kusano : A multi-state HLL approximate Riemann solver for ideal magnetohydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 208:315–344, sept. 2005. (Cité page 51.)

B. Mosser, M. J. Goupil, K. Belkacem, J. P. Marques, P. G. Beck, S. Bloemen, J. De Ridder, C. Barban, S. Deheuvels, Y. Elsworth, S. Hekker, T. Kallinger, R. M. Ouazzani, M. Pinsonneault, R. Samadi, D. Stello, R. A. García, T. C. Klaus, J. Li, S. Mathur et R. L. Morris : Spin down of the core rotation in red giants. *A&A*, 548:A10, déc. 2012. (Cité page 86.)

P. Mösta, C. D. Ott, D. Radice, L. F. Roberts, E. Schnetter et R. Haas : A large-scale dynamo and magnetoturbulence in rapidly rotating core-collapse supernovae. *Nature*, 528:376–379, déc. 2015. (Cité page 84.)

P. Mösta, S. Richers, C. D. Ott, R. Haas, A. L. Piro, K. Boydstun, E. Abdikamalov, C. Reisswig et E. Schnetter : Magnetorotational Core-collapse Supernovae in Three Dimensions. *ApJL*, 785:L29, avr. 2014. (Cité page 22.)

B. Müller : The dynamics of neutrino-driven supernova explosions after shock revival in 2D and 3D. *MNRAS*, 453:287–310, oct. 2015. (Cité pages 44, 106, 135, 136, 139, 140, 142 et 144.)

B. Müller et H.-T. Janka : Non-radial instabilities and progenitor asphericities in core-collapse supernovae. *MNRAS*, 448:2141–2174, avr. 2015. (Cité pages 46 et 134.)

B. Müller, H.-T. Janka et A. Heger : New Two-dimensional Models of Supernova Explosions by the Neutrino-heating Mechanism : Evidence for Different Instability Regimes in Collapsing Stellar Cores. *ApJ*, 761:72, déc. 2012a. (Cité pages 40, 42, 43 et 134.)

B. Müller, H.-T. Janka et A. Marek : A New Multi-dimensional General Relativistic Neutrino Hydrodynamics Code for Core-collapse Supernovae. II. Relativistic Explosion Models of Core-collapse Supernovae. *ApJ*, 756:84, sept. 2012b. (Cité pages 40 et 42.)

B. Müller, H.-T. Janka et A. Marek : A New Multi-dimensional General Relativistic Neutrino Hydrodynamics Code of Core-collapse Supernovae. III. Gravitational Wave Signals from Supernova Explosion Models. *ApJ*, 766:43, mars 2013. (Cité pages 36, 42 et 102.)

B. Müller, M. Viallet, A. Heger et H.-T. Janka : The Last Minutes of Oxygen Shell Burning in a Massive Star. *ArXiv e-prints*, mai 2016. (Cité pages 46 et 102.)

J. W. Murphy et A. Burrows : Criteria for Core-Collapse Supernova Explosions by the Neutrino Mechanism. *ApJ*, 688:1159–1175, déc. 2008. (Cité pages 27 et 43.)

J. W. Murphy, J. C. Dolence et A. Burrows : The Dominance of Neutrino-driven Convection in Core-collapse Supernovae. *ApJ*, 771:52, juil. 2013. (Cité pages 121, 130 et 135.)

J. W. Murphy et C. Meakin : A Global Turbulence Model for Neutrino-driven Convection in Core-collapse Supernovae. *ApJ*, 742:74, déc. 2011. (Cité page 132.)

K. Nakamura, T. Kuroda, T. Takiwaki et K. Kotake : Impacts of Rotation on Three-dimensional Hydrodynamics of Core-collapse Supernovae. *ApJ*, 793:45, sept. 2014. (Cité pages 47 et 88.)

C.-Y. Ng et R. W. Romani : Fitting Pulsar Wind Tori. *ApJ*, 601:479–484, jan. 2004. (Cité page 103.)

K. Nomoto, D. Sugimoto, W. M. Sparks, R. A. Fesen, T. R. Gull et S. Miyaji : The Crab Nebula's progenitor. *Nature*, 299:803–805, oct. 1982. (Cité page 12.)

J. Nordhaus, T. D. Brandt, A. Burrows et A. Almgren : The hydrodynamic origin of neutron star kicks. *MNRAS*, 423:1805–1812, juin 2012. (Cité page 32.)

J. Nordhaus, T. D. Brandt, A. Burrows, E. Livne et C. D. Ott : Theoretical support for the hydrodynamic mechanism of pulsar kicks. *Phys. Rev. D*, 82(10):103016, nov. 2010. (Cité page 32.)

A. Noutsos, M. Kramer, P. Carr et S. Johnston : Pulsar spin-velocity alignment : further results and discussion. *MNRAS*, 423:2736–2752, juil. 2012. (Cité page 103.)

M. Obergaulinger, P. Cerdá-Durán, E. Müller et M. A. Aloy : Semi-global simulations of the magneto-rotational instability in core collapse supernovae. *A&A*, 498:241–271, avr. 2009. (Cité page 21.)

M. Obergaulinger, H.-T. Janka et M. A. Aloy : Magnetic field amplification and magnetically supported explosions of collapsing, non-rotating stellar cores. *MNRAS*, 445:3169–3199, déc. 2014. (Cité page 103.)

E. O'Connor et S. Couch : Two Dimensional Core-Collapse Supernova Explosions Aided by General Relativity with Multidimensional Neutrino Transport. *ArXiv e-prints*, nov. 2015. (Cité pages 40, 41 et 42.)

E. O'Connor et C. D. Ott : Black Hole Formation in Failing Core-Collapse Supernovae. *ApJ*, 730:70, avr. 2011. (Cité pages 18, 19 et 42.)

N. Ohnishi, K. Kotake et S. Yamada : Numerical Analysis of Standing Accretion Shock Instability with Neutrino Heating in Supernova Cores. *ApJ*, 641:1018–1028, avr. 2006. (Cité page 58.)

C. D. Ott : Probing the core-collapse supernova mechanism with gravitational waves. *Classical and Quantum Gravity*, 26(20):204015, oct. 2009. (Cité page 36.)

C. D. Ott, E. Abdikamalov, P. Mösta, R. Haas, S. Drasco, E. P. O'Connor, C. Reisswig, C. A. Meakin et E. Schnetter : General-relativistic Simulations of Three-dimensional Core-collapse Supernovae. *ApJ*, 768:115, mai 2013. (Cité pages 36, 106, 134 et 135.)

C. D. Ott, A. Burrows, L. Dessart et E. Livne : Two-Dimensional Multiangle, Multigroup Neutrino Radiation-Hydrodynamic Simulations of Postbounce Supernova Cores. *ApJ*, 685:1069–1088, oct. 2008. (Cité page 41.)

C. D. Ott, A. Burrows, T. A. Thompson, E. Livne et R. Walder : The Spin Periods and Rotational Profiles of Neutron Stars at Birth. *ApJS*, 164:130–155, mai 2006. (Cité pages 97 et 101.)

C. D. Ott, S. Ou, J. E. Tohline et A. Burrows : One-armed Spiral Instability in a Low-T/|W| Postbounce Supernova Core. *ApJL*, 625:L119–L122, juin 2005. (Cité page 31.)

F. Özel, D. Psaltis, R. Narayan et A. Santos Villarreal : On the Mass Distribution and Birth Masses of Neutron Stars. *ApJ*, 757:55, sept. 2012. (Cité page 17.)

R. Pakmor, M. Kromer, S. Taubenberger, S. A. Sim, F. K. Röpke et W. Hillebrandt : Normal Type Ia Supernovae from Violent Mergers of White Dwarf Binaries. *ApJL*, 747:L10, mars 2012. (Cité page 11.)

R. Pakmor, M. Kromer, S. Taubenberger et V. Springel : Helium-ignited Violent Mergers as a Unified Model for Normal and Rapidly Declining Type Ia Supernovae. *ApJL*, 770:L8, juin 2013. (Cité page 11.)

O. Papish et N. Soker : Exploding core-collapse supernovae by jets-driven feedback mechanism. *MNRAS*, 438:1027–1037, fév. 2014. (Cité page 23.)

A. Passamonti et N. Andersson : The intimate relation between the low T/W instability and the corotation point. *MNRAS*, 446:555–565, jan. 2015. (Cité pages 31 et 93.)

M. M. Phillips : The absolute magnitudes of Type IA supernovae. *ApJL*, 413:L105–L108, août 1993. (Cité page 11.)

S. B. Popov et R. Turolla : Initial spin periods of neutron stars in supernova remnants. *Ap&SS*, 341:457–464, oct. 2012. (Cité pages 84, 85 et 86.)

D. Radice, S. M. Couch et C. D. Ott : Implicit large eddy simulations of anisotropic weakly compressible turbulence with application to core-collapse supernovae. *Computational Astrophysics and Cosmology*, 2:7, août 2015. (Cité page 136.)

D. Radice, C. D. Ott, E. Abdikamalov, S. M. Couch, R. Haas et E. Schnetter : Neutrino-driven Convection in Core-collapse Supernovae : High-resolution Simulations. *ApJ*, 820:76, mars 2016. (Cité page 139.)

E. Rantsiou, A. Burrows, J. Nordhaus et A. Almgren : Induced Rotation in Three-dimensional Simulations of Core-collapse Supernovae : Implications for Pulsar Spins. *ApJ*, 732:57, mai 2011. (Cité page 102.)

H. Sana, S. E. de Mink, A. de Koter, N. Langer, C. J. Evans, M. Gieles, E. Gosset, R. G. Izzard, J.-B. Le Bouquin et F. R. N. Schneider : Binary Interaction Dominates the Evolution of Massive Stars. *Science*, 337:444, juil. 2012. (Cité pages 10, 19 et 86.)

J. Sato, T. Foglizzo et S. Fromang : A Simple Toy Model of the Advective-Acoustic Instability. II. Numerical Simulations. *ApJ*, 694:833–841, avr. 2009. (Cité page 81.)

L. Scheck, H.-T. Janka, T. Foglizzo et K. Kifonidis : Multidimensional supernova simulations with approximative neutrino transport. II. Convection and the advective-acoustic cycle in the supernova core. *A&A*, 477:931–952, jan. 2008. (Cité pages 27, 28, 31, 43, 62, 106, 113, 114, 115, 135, 139 et 140.)

L. Scheck, K. Kifonidis, H.-T. Janka et E. Müller : Multidimensional supernova simulations with approximative neutrino transport. I. Neutron star kicks and the anisotropy of neutrino-driven explosions in two spatial dimensions. *A&A*, 457:963–986, oct. 2006. (Cité pages 32 et 41.)

L. Scheck, T. Plewa, H.-T. Janka, K. Kifonidis et E. Müller : Pulsar Recoil by Large-Scale Anisotropies in Supernova Explosions. *Physical Review Letters*, 92(1):011103–+, jan. 2004. (Cité page 32.)

S. Scheidegger, R. Käppeli, S. C. Whitehouse, T. Fischer et M. Liebendörfer : The influence of model parameters on the prediction of gravitational wave signals from stellar core collapse. *A&A*, 514:A51, mai 2010. (Cité page 31.)

J. Schwab, P. Podsiadlowski et S. Rappaport : Further Evidence for the Bimodal Distribution of Neutron-star Masses. *ApJ*, 719:722–727, août 2010. (Cité page 17.)

H. Shen, H. Toki, K. Oyamatsu et K. Sumiyoshi : Relativistic equation of state of nuclear matter for supernova and neutron star. *Nuclear Physics A*, 637:435–450, juil. 1998. (Cité page 42.)

M. Shibata, S. Karino et Y. Eriguchi : Dynamical instability of differentially rotating stars. *MNRAS*, 334:L27–L31, août 2002. (Cité page 31.)

M. Shibata, S. Karino et Y. Eriguchi : Dynamical bar-mode instability of differentially rotating stars : effects of equations of state and velocity profiles. *MNRAS*, 343:619–626, août 2003. (Cité page 31.)

M. A. Skinner, A. Burrows et J. C. Dolence : Should One Use the Ray-by-Ray Approximation in Core-Collapse Supernova Simulations ? *ArXiv e-prints*, nov. 2015. (Cité page 41.)

S. J. Smartt : Observational Constraints on the Progenitors of Core-Collapse Supernovae : The Case for Missing High-Mass Stars. *PASA*, 32:e016, avr. 2015. (Cité pages 10 et 18.)

T. Sukhbold, T. Ertl, S. E. Woosley, J. M. Brown et H.-T. Janka : Core-collapse Supernovae from 9 to 120 Solar Masses Based on Neutrino-powered Explosions. *ApJ*, 821:38, avr. 2016. (Cité pages 18 et 19.)

K. Sumiyoshi, T. Takiwaki, H. Matsufuru et S. Yamada : Multi-dimensional Features of Neutrino Transfer in Core-collapse Supernovae. *ApJS*, 216:5, jan. 2015. (Cité page 41.)

A. Summa, F. Hanke, H.-T. Janka, T. Melson, A. Marek et B. Müller : Progenitor-dependent Explosion Dynamics in Self-consistent, Axisymmetric Simulations of Neutrino-driven Core-collapse Supernovae. *ApJ*, 825:6, juil. 2016. (Cité pages 42, 97, 106, 135 et 144.)

Y. Suwa, K. Kotake, T. Takiwaki, S. C. Whitehouse, M. Liebendörfer et K. Sato : Explosion Geometry of a Rotating 13 $M_\odot$ Star Driven by the SASI-Aided Neutrino-Heating Supernova Mechanism. *PASJ*, 62:L49–L53, déc. 2010. (Cité page 42.)

T. Takiwaki, K. Kotake et K. Sato : Special Relativistic Simulations of Magnetically Dominated Jets in Collapsing Massive Stars. *ApJ*, 691:1360–1379, fév. 2009. (Cité page 22.)

T. Takiwaki, K. Kotake et Y. Suwa : Three-dimensional Hydrodynamic Core-collapse Supernova Simulations for an 11.2 $M_\odot$ Star with Spectral Neutrino Transport. *ApJ*, 749:98, avr. 2012. (Cité pages 41 et 44.)

T. Takiwaki, K. Kotake et Y. Suwa : A Comparison of Two- and Three-dimensional Neutrino-hydrodynamics Simulations of Core-collapse Supernovae. *ApJ*, 786:83, mai 2014. (Cité pages 44 et 136.)

T. Takiwaki, K. Kotake et Y. Suwa : Three-dimensional simulations of rapidly rotating core-collapse supernovae : finding a neutrino-powered explosion aided by non-axisymmetric flows. *MNRAS*, 461:L112–L116, sept. 2016. (Cité pages 31, 47, 84, 88 et 92.)

S. Talon et C. Charbonnel : Angular momentum transport by internal gravity waves. I - Pop I main sequence stars. *A&A*, 405:1025–1032, juil. 2003. (Cité page 86.)

I. Tamborra, F. Hanke, H.-T. Janka, B. Müller, G. G. Raffelt et A. Marek : Self-sustained Asymmetry of Lepton-number Emission : A New Phenomenon during the Supernova Shock-accretion Phase in Three Dimensions. *ApJ*, 792:96, sept. 2014a. (Cité page 35.)

I. Tamborra, F. Hanke, B. Müller, H.-T. Janka et G. Raffelt : Neutrino Signature of Supernova Hydrodynamical Instabilities in Three Dimensions. *Physical Review Letters*, 111(12):121104, sept. 2013. (Cité page 35.)

I. Tamborra, G. Raffelt, F. Hanke, H.-T. Janka et B. Müller : Neutrino emission characteristics and detection opportunities based on three-dimensional supernova simulations. *Phys. Rev. D*, 90(4):045032, août 2014b. (Cité page 35.)

R. Teyssier : Cosmological hydrodynamics with adaptive mesh refinement. A new high resolution code called RAMSES. *A&A*, 385:337–364, avr. 2002. (Cité page 49.)

C. Thompson et R. C. Duncan : Neutron star dynamos and the origins of pulsar magnetism. *ApJ*, 408:194–217, mai 1993. (Cité page 21.)

V. P. Utrobin, A. Wongwathanarat, H.-T. Janka et E. Müller : Supernova 1987A : neutrino-driven explosions in three dimensions and light curves. *A&A*, 581:A40, sept. 2015. (Cité page 33.)

N. Vranesevic, R. N. Manchester, D. R. Lorimer, G. B. Hobbs, A. G. Lyne, M. Kramer, F. Camilo, I. H. Stairs, V. M. Kaspi, N. D'Amico, A. Possenti, F. Crawford, A. J. Faulkner et M. A. McLaughlin : Pulsar Birthrates from the Parkes Multibeam Survey. *ApJL*, 617:L139–L142, déc. 2004. (Cité pages 83 et 85.)

C. Wang, D. Lai et J. L. Han : Spin-Kick Correlation in Neutron Stars : Alignment Conditions and Implications. *ApJ*, 656:399–407, fév. 2007. (Cité page 103.)

L. Wang, D. A. Howell, P. Höflich et J. C. Wheeler : Bipolar Supernova Explosions. *ApJ*, 550:1030–1035, avr. 2001. (Cité page 33.)

A. L. Watts, N. Andersson et D. I. Jones : The Nature of Low T/|W| Dynamical Instabilities in Differentially Rotating Stars. *ApJL*, 618:L37–L40, jan. 2005. (Cité page 31.)

N. N. Weinberg et E. Quataert : Non-linear saturation of g-modes in proto-neutron stars : quieting the acoustic engine. *MNRAS*, 387:L64–L68, juin 2008. (Cité page 23.)

A. Wongwathanarat, H.-T. Janka et E. Müller : Hydrodynamical Neutron Star Kicks in Three Dimensions. *ApJL*, 725:L106–L110, déc. 2010. (Cité page 32.)

A. Wongwathanarat, H.-T. Janka et E. Müller : Three-dimensional neutrino-driven supernovae : Neutron star kicks, spins, and asymmetric ejection of nucleosynthesis products. *A&A*, 552:A126, avr. 2013. (Cité pages 32, 33, 34 et 87.)

S. Woosley et T. Janka : The physics of core-collapse supernovae. *Nature Physics*, 1:147–154, déc. 2005. (Cité pages 13 et 14.)

S. E. Woosley et A. Heger : The Remarkable Deaths of 9-11 Solar Mass Stars. *ApJ*, 810:34, sept. 2015. (Cité page 15.)

T. Yamasaki et T. Foglizzo : Effect of Rotation on the Stability of a Stalled Cylindrical Shock and Its Consequences for Core-Collapse Supernovae. *ApJ*, 679:607–615, mai 2008. (Cité pages 46, 63, 64, 71, 84, 87, 88, 89, 91 et 102.)

S.-C. Yoon : Evolutionary Models for Type Ib/c Supernova Progenitors. *PASA*, 32:e015, avr. 2015. (Cité page 10.)

Y.-N. Young, H. Tufo, A. Dubey et R. Rosner : On the miscible Rayleigh Taylor instability : two and three dimensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 447:377–408, nov. 2001. (Cité pages 122, 125 et 129.)

W. Zhang, S. E. Woosley et A. Heger : Fallback and Black Hole Production in Massive Stars. *ApJ*, 679:639–654, mai 2008. (Cité page 18.)

Table des figures

1.1 Rémanents de supernovæ historiques 9
1.2 Rémanent de SN 1987A 10
1.3 Répartition des différents types de supernovæ 11
1.4 Courbes de lumière pour différents types de supernovæ 13
1.5 Structure schématique d'une étoile massive avant l'effondrement 14
1.6 Résultats de simulations 1D 18
1.7 Représentation schématique de la région post-choc 20
1.8 Simulations d'explosions MHD 22

2.1 Sélection de l'instabilité dominante par la valeur du paramètre χ 28
2.2 Mode axisymétrique de SASI 29
2.3 Mode spiral de SASI 29
2.4 Schéma du cycle advectif-acoustique de SASI 30
2.5 Distributions des vitesses des pulsars 32
2.6 Morphologie des éjectas et direction du kick 34
2.7 Modulations temporelles du signal de neutrinos 35

3.1 SASI et convection dans un modèle réaliste 43
3.2 Spectres d'énergie turbulente dans des modèles réalistes 45
3.3 Low-T/|W| dans une simulation réaliste 47
3.4 Problème de Riemann 51
3.5 Schéma de l'expérience SWASI 52
3.6 Modes spiraux de SASI et de SWASI 54
3.7 Présentation de l'expérience SWASI au grand public 55

4.1 Profil stationnaire 61
4.2 Influence de la coupure du refroidissement 63
4.3 Déformation linéaire du choc par SASI 64
4.4 Étude de convergence basée sur le régime linéaire de SASI 65
4.5 Mode de balancement et mode spiral 67
4.6 Transition d'un mode $m = 2$ à un mode $m = 1$ dans le cas $R = 2$ 67
4.7 Échelle de temps de la brisure de symétrie 68
4.8 Profil moyen de densité de moment cinétique 69
4.9 Inversion du sens de rotation du mode spiral 70
4.10 Comparaison des propriétés des modes de balancement et des modes spiraux 70
4.11 Influence de la condition limite interne 73
4.12 Régime non-linéaire de simulations avec une condition interne de surface dure 74

4.13 Influence de la méthode de coupure du refroidissement 74
4.14 Stochasticité de la dynamique 75
4.15 Chocs secondaires 76
4.16 Amplitude de saturation et expansion du choc 79
4.17 Écoulement stationnaire en fonction de la géométrie 81

5.1 Distribution des périodes de rotation initiales de pulsars 86
5.2 Influence de la rotation sur le régime linéaire de SASI 90
5.3 Influence de la rotation sur la dynamique de SASI 90
5.4 Influence de la corotation sur la dynamique de SASI 91
5.5 Amplitudes des variations du choc dues à l'instabilité de corotation 93
5.6 Apparition d'une onde spirale ouverte avec la corotation 94
5.7 Spins sous l'effet de SASI pour un progéniteur sans rotation 95
5.8 Profils de densité 97
5.9 Profils de vitesse angulaire 97
5.10 Bilan de moment cinétique dans l'écoulement post-choc. 98
5.11 Spins sous l'effet de SASI pour un progéniteur en rotation 99
5.12 Bilan de la redistribution de moment cinétique en période de rotation 100
5.13 Bilan de la redistribution de moment cinétique en fréquence de rotation . . . 100

6.1 Écoulement stationnaire et termes sources 109
6.2 Analyse linéaire du modèle 110
6.3 Régime linéaire de l'instabilité 111
6.4 Structure de la perturbation 112
6.5 Déclenchement non-linéaire de la convection 114
6.6 Influence de l'amplitude de la perturbation sur la convection 115
6.7 Méthodes de détermination du paramètre χ 116
6.8 Influence de la valeur initiale de χ sur la convection 117
6.9 Ralentissement de la perturbation non-linéaire 119
6.10 Rétroaction acoustique 120
6.11 Influence du nombre de Mach sur la rétroaction acoustique de la région de gain 121
6.12 Influence du nombre de Mach sur la valeur de moyenne de χ 122
6.13 Influence de la dimensionnalité sur l'instabilité de RT 123
6.14 Évolution de profils moyens d'entropie 124
6.15 Taux de chauffage 126
6.16 Dynamique de la région de gain 127
6.17 Flux de matière descendantes 127
6.18 Fraction de la matière évacuée dans un flux descendant 128
6.19 Spectre d'énergie turbulente du régime linéairement instable 129
6.20 Bilan d'énergie 130
6.21 Impact de la dimensionnalité et de la résolution numérique sur la rétroaction acoustique en régime non-linéairement instable 131
6.22 Impact de la dimensionnalité sur la rétroaction acoustique en régime instable 132
6.23 Influence de la dimensionnalité sur le paramètre χ 133
6.24 Profil de la région instable à la convection en fonction de la dimensionnalité . 133
6.25 Spectre d'énergie turbulente en fonction de la dimensionnalité et de la résolution 137
6.26 Influence de la dimensionnalité et de la résolution numérique sur la rétroaction acoustique en régime non-linéairement instable 138

ÉCOLE DOCTORALE
Astronomie et Astrophysique d'île-de-France

Titre : Explosion asymétrique des supernovæ gravitationnelles

Mots clefs : supernova, hydrodynamique, instabilités, onde de choc, rotation, simulations numériques

Résumé : L'explosion en supernova gravitationnelle représente le stade ultime de l'évolution des étoiles massives. La contraction du cœur de fer peut être suivie d'une gigantesque explosion qui donne naissance à une étoile à neutrons. La dynamique multi-dimensionnelle de la région interne, pendant les premières centaines de millisecondes, joue un rôle crucial sur le succès de l'explosion car des instabilités hydrodynamiques sont capables de briser la symétrie sphérique de l'effondrement. Les mouvements transverses et à grande échelle générés par deux instabilités, la convection induite par les neutrinos et l'instabilité du choc d'accrétion stationnaire (SASI), augmentent l'efficacité du chauffage de la matière par les neutrinos au point de déclencher une explosion asymétrique et d'impacter les conditions de naissance de l'étoile à neutrons.
Dans cette thèse, les instabilités sont étudiées au moyen de simulations numériques de modèles simplifiés. Ces modèles permettent une vaste exploration de l'espace des paramètres et une meilleure compréhension physique des instabilités, généralement inaccessibles aux modèles réalistes.
L'analyse du régime non-linéaire de SASI établit les conditions de formation d'un mode spiral et évalue sa capacité à redistribuer radialement le moment cinétique. L'effet de la rotation sur la dynamique du choc d'accrétion est également pris en compte. Si la rotation est suffisamment rapide, une instabilité de corotation se superpose à SASI et impacte grandement la dynamique. Les simulations permettent de mieux contraindre l'importance des modes non-axisymétriques dans le bilan de moment cinétique de l'effondrement du cœur de fer en étoile à neutrons. SASI pourrait sous certaines conditions accélérer ou ralentir la rotation du pulsar formé dans l'explosion. Enfin, une étude d'un modèle idéalisé de la région de chauffage est menée pour caractériser le déclenchement non-linéaire de la convection par des perturbations telles que celles produites par SASI ou les inhomogénéités de combustion pré-effondrement. L'analyse de la dimensionnalité sur le développement de la convection permet de discuter l'interprétation des modèles globaux et met en évidence les effets bénéfiques de la dynamique tridimensionnelle sur le déclenchement de l'explosion.

Title : Asymmetric explosion of core-collapse supernovæ

Keywords : supernova, hydrodynamics, instabilities, shock wave, rotation, numerical simulations

Abstract : A core-collapse supernova represents the ultimate stage of the evolution of massive stars. The iron core contraction may be followed by a gigantic explosion which gives birth to a neutron star. The multi-dimensional dynamics of the innermost region, during the first hundreds milliseconds, plays a decisive role on the explosion success because hydrodynamical instabilities are able to break the spherical symmetry of the collapse. Large scale transverse motions generated by two instabilities, the neutrino-driven convection and the Standing Accretion Shock Instability (SASI), increase the heating efficiency up to the point of launching an asymmetric explosion and influencing the birth properties of the neutron star.
In this thesis, hydrodynamical instabilities are studied using numerical simulations of simplified models. These models enable a wide exploration of the parameter space and a better physical understanding of the instabilities, generally inaccessible to realistic models.
The non-linear regime of SASI is analysed to characterize the conditions under which a spiral mode prevails and to assess its ability to redistribute angular momentum radially. The influence of rotation on the shock dynamics is also addressed. For fast enough rotation rates, a corotation instability overlaps with SASI and greatly impacts the dynamics. The simulations enable to better constrain the effect of non-axisymmetric modes on the angular momentum budget of the iron core collapsing into a neutron star. SASI may under specific conditions spin up or down the pulsar born during the explosion. Finally, an idealised model of the heating region is studied to characterize the non-linear onset of convection by perturbations such as those produced by SASI or pre-collapse combustion inhomogeneities. The dimensionality issue is examined to stress the beneficial consequences of the three-dimensional dynamics on the onset of the explosion.

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France