HAL
open science

Contrôle actif de la transition laminaire-turbulent en écoulement hypersonique

Thierry André

To cite this version:

Thierry André. Contrôle actif de la transition laminaire-turbulent en écoulement hypersonique. Autre. Université d'Orléans, 2016. Français. NNT : 2016ORLE2022 . tel-01412266

HAL Id: tel-01412266

https://theses.hal.science/tel-01412266

Submitted on 8 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

ÉCOLE DOCTORALE
ÉNERGIE, MATÉRIAUX, SCIENCES DE LA TERRE ET DE L'UNIVERS
Institut de Combustion Aérothermique Réactivité et Environnement,
CNRS Orléans

THÈSE présentée par : **Thierry ANDRE**
soutenue le : **25 mars 2016**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université d'Orléans**
Discipline : **Physique**

CONTROLE ACTIF DE LA TRANSITION LAMINAIRE-TURBULENT EN ÉCOULEMENT HYPERSONIQUE

THÈSE dirigée par :

Ivan FEDIOUN	Maître de conférences (HDR), Université d'Orléans
Azeddine KOURTA	Professeur, PRISME, Université d'Orléans

RAPPORTEURS :

Jean-Christophe ROBINET	Professeur, DynFluid, Arts et Métiers ParisTech
Denis SIPP	Maître de Recherche (HDR), DAFE, ONERA

JURY :

Christophe AIRIAU	Examinateur/Professeur, IMFT, Université Paul Sabatier (UPS)
François FALEMPIN	Examinateur/Chef de projet, MBDA France
Ivan FEDIOUN	Directeur de thèse/Maître de conférences (HDR), Université d'Orléans
Azeddine KOURTA	Co-directeur de thèse/Professeur, PRISME, Université d'Orléans
Jean-Christophe ROBINET	Rapporteur/Professeur, DynFluid, Arts et Métiers ParisTech
Steven P. SCHNEIDER	Examinateur/Professeur, Université de Purdue
Denis SIPP	Rapporteur/Maître de Recherche (HDR), DAFE, ONERA

Table des matières

1 Introduction **1**
1.1 Le vol hypersonique aérobie . . . 3
1.1.1 Perspective historique . . . 3
1.1.2 Le problème de la couche limite et de son contrôle . . . 5
1.2 Les grands programmes expérimentaux américains et internationaux . . . 8
1.2.1 Hyper-X . . . 8
1.2.2 HIFiRE . . . 9
1.3 Contexte et sujet de cette thèse . . . 12
1.3.1 Le projet LEA : études sur la transition à ICARE . . . 12
1.3.2 La chaire EADS "Propulsion et Environnement" . . . 15
1.3.3 Groupe RTO-AVT 240 : Prédiction de la transition d'une couche limite hypersonique . . . 15
1.3.4 Contrôle de transition active par jet pariétal : état de l'art . . . 16
1.4 L'objet de l'étude : un avant-corps hypersonique générique . . . 17
1.4.1 La maquette . . . 17
1.4.2 L'écoulement stationnaire laminaire . . . 18

2 Stabilité globale **21**
2.1 Introduction . . . 22
2.1.1 Théorie de la stabilité . . . 22
2.1.2 Stabilité globale et locale . . . 24
2.1.3 Stabilité modale et non-modale . . . 27
2.2 Décomposition en Modes Dynamiques (DMD) . . . 33
2.2.1 Théorie . . . 33
2.2.2 Validation de la méthode DMD . . . 38
2.2.3 Poiseuille . . . 40
2.2.4 Blasius . . . 42
2.3 Réceptivité et intéraction des modes . . . 45
2.3.1 Introduction . . . 45
2.3.2 Analyse DMD et observation . . . 46
2.3.3 Théorie de la réceptivité et discussion . . . 50

3 Jet en Écoulement Transverse Supersonique (JISC) **55**
3.1 Mise en place du calcul I-LES . . . 56
3.1.1 Position d'injection sur la plaque plane . . . 56
3.1.2 Domaine de calcul . . . 58
3.1.3 Maillage . . . 59
3.1.4 Caractérisation de l'injection . . . 61
3.1.5 Définition des cas simulés . . . 62
3.2 Structure et dynamique de l'écoulement local . . . 63
3.2.1 Structures tourbillonnaires . . . 63
3.2.2 Effet du Maillage . . . 65
3.2.3 Effet de la condition de paroi sur la stabilité du JISC . . . 67
3.3 Étude paramétrique de la transition . . . 69
3.3.1 Effet de la pression d'injection . . . 69
3.3.2 Effet du nombre de Reynolds Re_u^{PP} . . . 83

4 Analyse DMD de la transition **87**
4.1 Analyse DMD du JISC pour différents PR . . . 88
4.1.1 Introduction . . . 88
4.1.2 Cas & domaines d'étude . . . 88
4.1.3 Définition de la collection d'observables . . . 90
4.1.4 Analyse DMD du JISC . . . 93
4.1.5 Synthèse . . . 100
4.2 Instabilités et scénarios de transition . . . 101
4.2.1 Évolution de l'énergie cinétique turbulente . . . 101
4.2.2 Contribution des modes à l'énergie cinétique turbulente . . . 102
4.2.3 Discussion sur l'origine des instabilités . . . 105
4.3 Résumé . . . 107

5 Essais en soufflerie hypersonique **109**
5.1 Introduction . . . 110
5.2 La soufflerie hypersonique BAM6QT . . . 110
5.2.1 Fonctionnement . . . 110
5.2.2 Conditions génératrices . . . 111
5.3 Maquette . . . 112
5.3.1 Instrumentation . . . 112
5.3.2 Peinture thermo-sensible . . . 114
5.3.3 Calage de l'angle . . . 116
5.3.4 Dispositifs de transition . . . 116
5.4 Essais en configuration lisse . . . 118
5.5 Essais avec rugosité isolée . . . 120
5.5.1 Influence de la hauteur de rugosité . . . 120
5.5.2 Transition Turbulent-Laminaire . . . 121
5.6 Essais avec injection . . . 123
5.6.1 Système d'injection et fonctionnement . . . 123
5.6.2 Injection continue . . . 126
5.6.3 Pression d'injection variable, hybride . . . 129
5.7 Discussion . . . 132
5.7.1 Seuils et caractéristiques de la transition par jet . . . 132
5.7.2 Comparaison Jet/Rugosité . . . 135
5.7.3 Résumé . . . 138

6 Conclusions et Perspectives **139**

Appendices **143**
A Algorithme DMD . . . 143
B Modèles de prédiction de la hauteur du disque de Mach . . . 144
B.1 Corrélations existantes . . . 144
B.2 Base des modèles proposés . . . 144
B.3 Modèle #1 : . . . 144
B.4 Modèle #2 : . . . 145
B.5 Comparaisons : . . . 146
C Conditions d'essai pour chaque rafale . . . 148
C.1 Rugosité . . . 148
C.2 Jet . . . 149

Table des figures 158

Liste des tableaux 159

Bibliographie 161

Nomenclature

Acronymes

Symboles	Description (En)	Desciption (Fr)
AFRL	Air Force Research Laboratory	
AFOSR	Air Force Office of Scientific Research	
AoA	Angle of Attack	Angle d'incidence
BAM6QT	Boeing/AFOSR Mach-6 Quiet Tunnel	soufflerie silencieuse Mach 6 à l'université de Purdue
CAO		Conception Assistée par Ordinateur
CF	CrossFlow	Ecoulement transverse
CFD	Computational Fluid Dynamics	Mécanique des fluides numérique
CFL	Courant–Friedrichs–Lewy number	nombre de Courant–Friedrichs–Lewy
CNRS		Centre National de la Recherche Scientifique
CRV	Counter-Rotating Vortex	Tourbillon contra-rotatif
DES	Detached Eddy Simulation	Simulation des grandes échelles, sauf à la paroi
DLR	Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt	
DMD	Dynamic Mode Decomposition	Décomposition en Modes Dynamiques
DNS	Direct Numerical Simulation	Simulation numérique directe
DSTO	Australian Defence Science and Technology Organisation	
EADS	European Aeronautic Defence and Space company	
elsA		ensemble logiciel de simulation en Aérodynamique
HDF5	Hierarchical Data Format 5	Format de Données Hiérarchisées 5
HEXAFLY-INT	High-Speed Experimental Fly Vehicles - International	
HIFiRE	Hypersonic International Flight Research Experimentation	
ICARE	Institut de Combustion Aérothermique Réactivité et Environnement	
I-LES	Implicit-Large Eddy Simulation	Simulation implicite des grandes échelles
ITAM	Institute of Theoretical and Applied Mechanics	
IR	Infra-Red	Infra-Rouge
JISC	Jet In Supersonic Crossflow	Jet en écoulement transverse supersonique
JAPHAR	Joint Airbreathing Propulsion for Hypersonic Application Research	
HIKARI	HIgh speed Key technologies for future Air transport - Research & Innovation cooperation scheme	
HSV	HorseShoe Vortex	Tourbillons en fer à cheval

LAPACK	Linear Algebra PACKage	Bibliothèque d'algèbre linéaire
LAPCAT	Long-term Advanced Propulsion Concepts And Technologies	
LEA	Letatel'niy Experimentalniy Apparat	Traduit du cyrillique : appareil volant expérimental
LES	Large Eddy Simulation	Simulation des grandes échelles
LST	Linear Stability Theory	Théorie de la Stabilité Linéaire
LT / TL	Laminar $\rightleftharpoons$ Turbulent	Laminaire $\rightleftharpoons$ Turbulent
LL	Levy-Lees	
NA		Non Attribué
NASA	National Aeronautics and Space Administration	
NASP	National AeroSpace Plane	
NS	Navier-Stokes (equations)	
ONERA	Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales	
OS-SQ	Orr-Sommerfeld (OS) & Squire (SQ)	
POD	Proper Orthogonal Decomposition	Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres
PR	Pressure Ratio	Rapport de Pression
PREPHA	Programme de REcherche sur la Propulsion Hypersonique Aérobie	
PROMETHEE	Programme militaire français de propulsion hypersonique	
PSE	Parabolized Stability Equations	Equations de stabilité parabolisées
PSD	Power Spectral Density	Densité Spectrale de Puissance
PSP	Pressure Sensitive Paint	Peinture Sensible à la Pression
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes	Navier-Stokes en moyenne de Reynolds
SB	Schmidt-Bœlter sensor	Capteur Schmidt-Bœlter
scaLAPACK	Scalable LAPACK	Bibliothèque d'algèbre linéaire scalable (parallèle)
SCRAMBLE	subscale reusaBLE SCRAMjet	
SVD	Singular Value Decomposition	Décomposition en Valeurs Singulières
SWBLI	Shock Wave - Boundary Layer Interaction	Interaction onde de choc - couche limite
TSP	Temperature Sensitive Paint	Peinture Sensible à la Température
WV	Wake Vortex	Tourbillons de sillage
ZEHST	Zero Emission HyperSonic Transport	

Indices & Exposants

Symbole	**Description**
$(.)_{1D}$,$(.)_{2D}$,$(.)_{3D}$	Opérateur ou matrice dont la dimension spatiale est 1, 2, 3
$(.)_j$	Indice du mode
$(.)_i$	Partie imaginaire d'un nombre ou d'un vecteur complexe
$(.)_r$	Partie Réelle d'un nombre complexe ou d'un vecteur complexe
$(.,.)_{\mathcal{L}^2}$	Produit scalaire dans l'espace $E \times E \rightarrow \mathbb{C}$
$\|\| \cdot \|\|_{\mathcal{L}^2}$	Norme $\mathcal{L}^2$
$\|\| \cdot \|\|_E$	Norme énergétique

$\lvert\,.\,\rvert$	Module
$(.)_{noir}$	Image sans éclairage LED et sans écoulement
$(.)_{OS-SQ}$	Opérateur Orr-Sommerfeld & Squire
$(.)_{OS}$	Opérateur Orr-Sommerfeld
$(.)_{on}$	Image avec éclairage LED prise pendant l'essai (avec écoulement)
$(.)_{off}$	Image avec éclairage LED prise avant l'essai (sans écoulement)
$(.)_{px}$	Valeur d'un seul pixel
$(.)_{p}$	Grandeur à la paroi
$(.)_{ref}$	Valeur de référence
$(.)_{réservoir}$	Grandeur dans le réservoir pour les essais d'injection
$(.)_{SQ}$	Opérateur Squire
$(.)_{tot}$	Grandeur génératrice
$(.)_{tot,\infty}$	Grandeur génératrice de la soufflerie, en amont de la maquette
$(.)_{tot,inj}$	Grandeur génératrice, à l'injection
$(.)^{-1}$	Inverse
$(.)^{\star}$	Adjoint d'un opérateur
$(.)^{cri}$	Grandeur critique
$(.)^{e}$	Grandeur extérieure à la couche limite
$(.)^{H}$	Hermitien ou complexe conjugué
$(.)'$	Fluctuation

Espace & Temps

Symbole	**Description**
N_x, N_y, N_z	Nombre de nœuds dans les directions spatiales
L_x, L_y, L_z	Dimensions du domaine de calcul I-LES
x, y, z	Coordonnées spatiales (m)
x_{LL}	Distance du profil Levy-Lees par rapport au bord d'attaque de la plaque plane (m)
x_{inj}	Abscisse d'injection sur plaque plane (m)
Δx	Pas spatial (m)
$\partial_x, \partial_y, \partial_z$	Dérivées partielles spatiales
$\mathcal{D}$	Relation de dispersion
D_y, D_{yy}	Opérateur ou matrice de dérivation d'ordre 1 et 2
f	Fréquence en (Hz)
N_t	Nombre de pas de temps
n	Nombre d'observables
t	Temps (s)
t_0	Temps initial (s)
t_r	Temps $t_r = r\Delta t$
t_{tr}	Temps de rafale pour lequel le signal d'un capteur montre que l'écoulement transitionne (s)
$t_{tr,max}$	Temps de début de transition de l'écoulement donné par le signal d'un capteur de pression (s)
$t_{tr,min}$	Temps de fin de transition de l'écoulement donné par le signal d'un capteur de pression (s)

Général

Symbole	**Description**
$\mathbb{N}$	Ensemble des entiers naturels
$\mathbb{R}$	Ensemble des réels
$\mathbb{C}$	Ensemble des complexes
Re_u	Reynolds unitaire
Re_δ	Reynolds basé sur l'épaisseur de couche limite
Re_{δ_2}	Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement
Re_u^{PP}	Reynolds unitaire de l'écoulement plaque plane
Re_x	Reynolds basé sur la position en abscisse
M	Nombre de Mach
St	Nombre de Stanton
c	Vitesse du son (m/s)
C_p	Capacité thermique massique à pression constante (J/kg/K)
δ	Épaisseur de couche limite (m)
δ_1	Épaisseur de déplacement (m)
δ_2	Épaisseur de quantité de mouvement (m)
ε	Valeur infinitésimale $<< 1$
γ	Rapport des chaleurs spécifiques
$\widetilde{\Lambda}$	Matrice diagonale, contenant les valeurs propres
ρ	Masse volumique (kg/m^3)
u, v, w	Vitesses dans les directions x, y, z (m/s)
$\widetilde{\lambda}_j$	Valeur propre (DMD) $\widetilde{\lambda}_j = \sigma_j + i\omega_j$
σ_j	Taux d'amplification $\mathcal{R}e\{\widetilde{\lambda}_j\}$ (DMD)
ω_j	Pulsation, $\mathcal{I}m\{\widetilde{\lambda}_j\}$ (DMD)
μ	Viscosité dynamique (Pa.s)
ν	Viscosité cinématique (m^2/s)
f_{ech}	Fréquence d'échantillonnage (Hz)
f_c	Fréquence de coupure (Hz)
h	Hauteur du disque de Mach (m)
$\mathbf{I}$	Matrice identité
k	Hauteur de rugosité (m)
$\bar{k}$	Energie cinétique (J/kg)
$\bar{k}_{yz}$	Énergie cinétique reconstruite dans le plan (J×m^2/kg)
k_{yz}^{DMD}	Énergie cinétique reconstruite DMD dans le plan (J×m^2/kg)
$k_{\underline{\widetilde{\phi}}_j}(x, t_r)$	Énergie cinétique d'un mode DMD dans le plan (J×m^2/kg)
$\mathbf{L}$	Opérateur ou Matrice Linéaire
$\mathcal{N}$	Facteur N
P	Pression (Pa)
PR	Rapport de pression
T	Température (K)
$\hat{u}$	Amplitude de la vitesse
U_x, U_y, U_z	Vitesses dans les directions x, y, z (m/s)

Variables Chapitre 2

Symbole	Description
$\alpha, \beta, \omega, \lambda$	Valeurs propres $\in \mathbb{C}$ (partie réelle : taux d'amplification, partie imaginaire : pulsation (rad/s))
α_j	Amplitude d'un mode (DMD)
c_n	Coefficient de la matrice compagnon
η'	Fluctuation de vorticité
$\widetilde{\eta}$	Fonction propre de la vorticité
c_r	Vitesse de phase (m/s)
$G(t)$	Croissance énergétique d'une perturbation
I_{turb}	Intensité turbulente
J	Rapport des flux de quantités de mouvement
$\mathcal{K}$	Constante de Kriess
κ_j	Coefficient de pondération d'un mode j
$\widetilde{\lambda}_j, \widetilde{\underline{T}}_j$	Valeur propre et vecteur propre (de Ritz) de $\widetilde{M}$
$\widetilde{\lambda}_j, \widetilde{\underline{\phi}}_j$	Modes dynamiques (DMD) $\widetilde{\underline{\phi}}_j = \widehat{U}\widetilde{\underline{T}}_j$
$\lambda_{cont,j}$	Valeur propre du système dynamique continu
$\mathbf{M}$	Matrice Compagnon (DMD)
$\widetilde{\mathbf{M}}$	Matrice SVD (DMD)
$\underline{\phi}'_j(x, y, z)$	Vecteur propre adimensionné
$\mathbf{\Phi}$	Matrice des vecteurs propres
$\widetilde{\underline{p}}'_j(x, y, z, t)$	Vecteur propre spatial et temporel
$\underline{q} = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E]$	Vecteur des variables conservatives
$\underline{q}'$	Vecteur des fluctuations de l'écoulement
$\widetilde{\underline{q}}'_j(x, y, z)$	Vecteur propre spatial
σ	Valeur singulière
$\mathbf{S}$	Matrice de Vandermonde
T_u	Taux de turbulence
$\underline{u}_0$	Solution ou observable initial
$\underline{u}_r$	Solution ou observable au temps $t_r = t_0 + r\Delta t$
$\mathbf{U}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{W}$	Décomposition SVD totale de $\mathbf{X}_0^{n-1}$
$\widehat{\mathbf{U}}, \widehat{\mathbf{\Sigma}}, \mathbf{W}$	Décomposition SVD économique de $\mathbf{X}_0^{n-1}$
$\mathbf{V}$	Matrice des vecteurs propres droits
$\widetilde{v}$	Fonction propre de la vitesse en y (m/s)
$\mathbf{X}_0^{n-1}$	Collection d'observables
ξ	Projection des nœuds de collocation

Variables du Chapitre 5

Symbole	Description
ΔT	Variation de température (K)
I	Intensité lumineuse en niveau de gris mesuré par la caméra CCD
$I08$	Rugosité Isolée de hauteur $k = 0.8$ mm
$I12$	Rugosité Isolée de hauteur $k = 1.2$ mm
k_λ	Coefficient de conductivité thermique
q	Flux thermique (W/m^2)
RXX	Rugosités Distribuées sur la plaquette (XX, sont deux chiffres donnant la hauteur de la rugosité)

Remerciement

Ce manuscrit représente trois années de travail qui ont été excitantes, parfois dures, et je tiens ici à exprimer toute ma gratitude et mes remerciements à ceux qui ont partagé ces moments et aidé à mener à bien cette thèse.

En premier, je remercie celui qui a fait de moi le professionnel que je suis actuellement, mon directeur de thèse Ivan Fedioun. Il a été un appui pendant ma thèse, il a toujours été disponible et volontaire face aux difficultés. C'est une personne avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler et de qui je ne cesserai jamais d'apprendre. J'ai passé trois ans au sein de l'équipe numérique et partagé mon bureau avec un collègue, qui est devenu un ami, Song Zhao. J'ai apprécié discuter avec toi de numérique, CFD, guitare et quand l'anglais ne suffisait plus le langage mathématique nous m'était d'accord. Je te souhaite bon courage mon ami.

J'aimerais remercier, Iskender Gökalp directeur d'ICARE pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire pendant ma thèse. Je remercie Azeddine Kourta d'avoir co-encadré ma thèse et Pascale Gillon, Mehmet Karacca, Evegniy Orlik pour leur dynamisme et leurs discussions pendant ma thèse. Je remercie également Nicolas Lardjane, le créateur du code de calcul utilisé dans ce document.

Je tiens à remercier l'équipe PLASMA et en particulier Sédina Tsikata pour ces nombreuses discussions scientifiques, sa disponibilité et son implication dans la correction de mes écrits. Merci beaucoup de ton aide.
Merci à Denis pour ton énergie, ta bonne humeur communicative et d'avoir été un camarade de Taï Chi, course à pied, escalade, piscine. Merci à Julien pour les discussions sur l'aéronautique/spatiale et les bons moments de guitare. Je souhaite bon courage aux deux nouveau venus Lou et Benjamin, tenez bon !!

Je remercie MBDA France pour les financements et François Falempin pour sa présence, ses discussions et sa franchise pendant les réunions. Un GRAND merci à Antoine Durant, pour tout, les essais, les conseils, le soutien, la patience, j'ai pris beaucoup de plaisir à travailler avec toi. Bon courage à toi. Je remercie l'équipe statoréacteur de Bourges : Pascal Menet pour la maquette, Marc Bouchez et Etienne Bobo pour leur soutien.

Durant ma thèse, j'ai effectué des essais dans la soufflerie de Purdue et je remercie le professeur S. Schneider, Brandon, Josh, Matt, pour leur accueil, leur engagement et leur professionnalisme. Je ne peux achever cette partie sans remercier les personnes qui m'ont soutenu au quotidien et permis de m'évader dans les cimes ou sur la mer.

Merci aux membres du Club Alpin Français d'Orléans, Fred, Laurent, Rémi, Cédric, Joel, Yann, Flora, avec qui j'ai partagé mes séances d'escalade, des sorties de ski de randonnés et d'alpinisme. Merci d'avoir partagé ma passion pour la montagne. Une grosse pensée aux membres du Club Alpin d'Albertville, de la section ski de randonnée et d'alpinisme. Comme l'a dit Messner "La montagne n'est ni juste, ni injuste. Elle est dangereuse", l'important est d'être un vieil alpiniste pas forcement un bon alpiniste.

Je ne pourrais jamais assez remercier toute ma famille et ma (futur/nouvelle/belle) famille. Merci à mes grand parents et à Noëlle, Patrick, Marc pour votre soutien, votre humour et votre générosité. Merci à Etienne et Agnès qui m'ont accueilli comme leur fils en toute simplicité et merci aussi à Marin pour son énergie entrainante.
Un grand merci à ma sœur, qui croit en moi, me motive et m'accompagne depuis 26 ans. Merci à ma maman ma première fan et à mon père ce compagnon de cordée qui me laisse jamais tomber. Merci à vous deux pour avoir relu mes écrits jusqu'au bout de la nuit, votre énergie et encouragement ont été les piliers fondateurs de ce que je suis et serai.

Mes derniers remerciements vont à toi Marie-Liesse, ton nom comporte la joie ; celle qui réconforte dans les moments difficiles et permet de profiter pleinement des moments heureux. Merci pour ton soutien sans faille, ta présence à mes côtés et surtout de me supporter dans ce que j'entreprends. Je te dédie ce mémoire et suis pleinement à toi maintenant !

Votre présence et forces m'ont accompagnés jusqu'ici, cette montagne est pour moi gravie, il est temps de penser à d'autres escalades. J'oublie certainement des personnes et je m'en excuse. Merci du fond du cœur à tous ceux qui m'ont guidé jusqu'ici.

"A mes montagnes, reconnaissant, infiniment, pour le bien être intérieur que ma jeunesse a retiré de leur sévère école" (W. Bonatti)

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Le vol hypersonique aérobie 3

1.1.1 Perspective historique 3

1.1.2 Le problème de la couche limite et de son contrôle 5

1.2 Les grands programmes expérimentaux américains et internationaux . . 8

1.2.1 Hyper-X 8

1.2.2 HIFiRE 9

1.3 Contexte et sujet de cette thèse 12

1.3.1 Le projet LEA : études sur la transition à ICARE 12

1.3.2 La chaire EADS "Propulsion et Environnement" 15

1.3.3 Groupe RTO-AVT 240 : Prédiction de la transition d'une couche limite hypersonique 15

1.3.4 Contrôle de transition active par jet pariétal : état de l'art 16

1.4 L'objet de l'étude : un avant-corps hypersonique générique 17

1.4.1 La maquette 17

1.4.2 L'écoulement stationnaire laminaire 18

Clin d'œil

Une seconde :

- c'est "la durée de 9192631770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux hyperfins F=3 et F=4 de l'état fondamental $6S_{1/2}$ de l'atome de césium 133 au repos, à une température de 0 K" (Bureau International des Poids et Mesures, http ://www.bipm.org/en/publications/si-brochure/second.html)

- c'est le temps que met un véhicule hypersonique pour parcourir 1.83 km à Mach 6, à une altitude de 30 km.

- c'est le temps physique cumulé des simulations numériques réalisées au cours de cette thèse, ayant nécessité 700 000 h de calcul (sur Ada@IDRIS).

Organisation du mémoire

Ce mémoire s'organise autour de cinq chapitres présentant l'étude de la transition d'une couche limite forcée par injection pariétale.

Le **Chapitre 1** situe le contexte historique de ce travail ainsi que sa place dans les différents programmes hypersoniques internationaux. On y présente également l'avant-corps générique, objet d'étude industriel applicatif pour la problématique.

Le **Chapitre 2** Introduit les notions classiques, mais également les aspects plus récents de la théorie de la stabilité. Au travers de trois cas tests, nous évaluons la capacité de la méthode DMD à prédire la stabilité d'un écoulement.

Ensuite, on étudie par deux approches, numérique et expérimentale, l'efficacité d'un jet mono-injection pour faire transitionner la couche limite et les mécanismes sous-jacents.

Le **Chapitre 3** présente des simulations numériques de jet en écoulement transverse pour différentes pressions d'injection et conditions génératrices. Une analyse qualitative de l'écoulement est menée pour comprendre la structure des écoulements simulés dans chaque cas.

Le **Chapitre 4** est consacré à l'analyse DMD des champs générés par la simulation numérique. On y analyse les modes DMD par leurs fréquences temporelle, leur répartition spatiale et leur contribution énergétique.

Le **Chapitre 5** présente les essais de transition par injection sur l'avant-corps générique effectués dans la soufflerie silencieuse BAM6QT de Purdue. On compare également, l'effet des rugosités isolées et de la pression d'injection à forcer la transition de la couche limite.

1.1 Le vol hypersonique aérobie

1.1.1 Perspective historique

Les premières expériences de vol supersonique commencent dès les années 1940, dans un contexte géopolitique propice au développement d'armes balistiques. L'avion fusée Bell X-1 (fig. 1.1) franchit le mur du son en 1947, puis un autre avion fusée, le X-15 (fig. 1.2) construit par la North American pour la NASA, réussit un vol hypersonique à Mach 6.7 le 3 octobre 1967, établissant un record mondial.

Figure 1.1 – Avion fusée Bell X1, Mach 1.06 le 14 octobre 1947 (pilote Chuck Yeager).

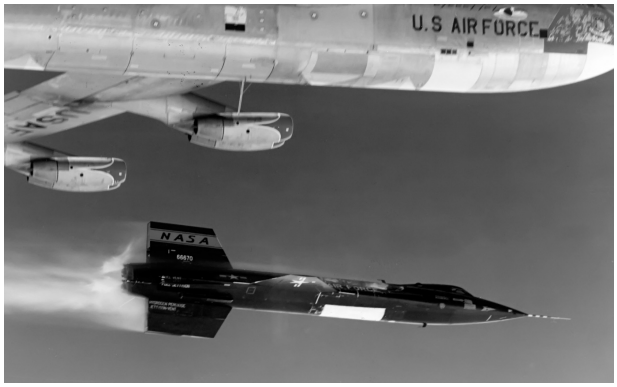


Figure 1.2 – Avion fusée X15, Mach 6.7 le 3 octobre 1967 (pilote Pete Knight).

Les vols expérimentaux du X15 ont permis d'accumuler une grande quantité de données, notamment sur les charges thermiques ou encore le contrôle et la stabilité de l'aéronef. Néanmoins, ces appareils étaient anaérobies. Pour des vols soutenus à des vitesses hypersoniques (Mach > 5) il est nécessaire de développer un système de propulsion aérobie de type statoréacteur à combustion subsonique voire supersonique (super-statoréacteur). En effet, les turboréacteurs conventionnels ne permettent guère de dépasser Mach 3, et les moteurs fusée nécessitent l'emport du carburant et du comburant, alourdissant l'appareil.

Le principe du statoréacteur a été inventé par le français René Lorin (fig. 1.3) en 1913, et la première "tuyère thermopropulsive" fut construite par René Leduc en 1935. Six prototypes d'avions Leduc à statoréacteur ont volé entre 1947 et 1957. La figure 1.4 montre un Leduc 010 sur le dos de son avion porteur. En effet, le principal défaut d'un statoréacteur est de ne pas fonctionner à vitesse nulle, donc de ne pas pouvoir assurer le décollage de l'avion qu'il propulse.

Figure 1.3 – René Lorin, 1877-1933.

Figure 1.4 – Leduc 010 : L=10.25 m, E=10.52 m, H=3.39 m, M=3000 kg, le 21 avril 1949, 680 km/h (record : 960 km/h). Porteur Languedoc 31.

En France, le programme PREPHA (1992-1998), lancé par l'ONERA et EADS, a eu pour but le développement d'un lanceur mono-étage (550 tonnes au décollage) à moteur hybride fusée/superstatoréacteur. Des difficultés techniques conduisirent à l'abandon du projet. Les études sur les vols hypersoniques continuèrent à l'ONERA en partenariat avec le DLR, avec le programme JAPHAR (1997-2002) pour développer un statoréacteur mixte. Ce système propulsif permet le passage d'une combustion en régime subsonique à une combustion en régime supersonique, permettant un vol de Mach 4 à 8. De 1999 à 2002, un projet de missile hyper-véloce (Mach 2 à 8), dénommé PROMETHEE, a été initié par l'ONERA et MBDA pour le développement d'un statoréacteur mixte fonctionnant aux hydrocarbures. Ces véhicules restèrent à l'état de prototypes et au stade d'essais en soufflerie : ils n'ont jamais volé. A l'heure actuelle, le projet LEA, faisant suite à PROMETHEE, vise à démontrer la capacité à prédire le bilan aéro-propulsif à partir de calculs numériques et d'essais en soufflerie, et à valider une méthodologie de prévision au sol des performances en vol d'un démonstrateur pouvant atteindre Mach 8.

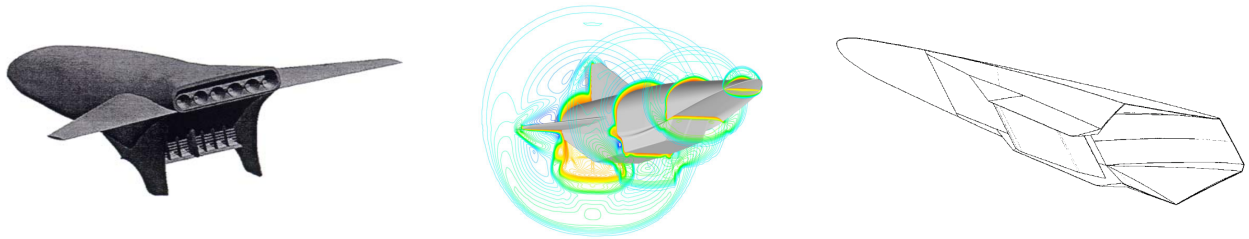


Figure 1.5 – De gauche à droite : PREPHA (1992-1998), JAPHAR (1997-2002), PROMETHEE (1999-2002).

De l'autre côté de l'Atlantique, de nombreux programmes ont également vu le jour : on peut citer le missile longue portée CIM-10 Bomarc de Boeing (1959-1972, statoréacteur) ou le drone de reconnaissance D-21 de Lockheed porté par le SR-71 (1969-1971, statoréacteur, Mach 3). Le programme civil américain NASP (1982-1993) a eu pour but la conception du véhicule X-30 propulsé par superstatoréacteur, sensé pouvoir se rendre à l'autre bout du globe en moins de 2 heures. De nombreuses contraintes techniques et financières mirent fin au programme. Récemment, le X-43 (NASA) a battu le record absolu de vol hypersonique aérobie en atteignant Mach 9.87 le 16 novembre 2004 lors d'un vol de 11 s : fonctionnant à l'hydrogène et non refroidi, le prototype s'est désintégré. Le premier vol hypersonique soutenu (Mach 5.1 pendant 240 s) a été réalisé par le X-51 (Boeing, Pratt & Whitney Rocketdyne), le 1er mai 2013. Le carburant (JP7) a servi à refroidir les parois de la chambre de combustion. Ces deux prototypes font partie du programme SCRAMBLE qui prévoit la création d'un système de propulsion réutilisable utilisant des hydrocarbures. SCRAMBLE combine les études sur la propulsion aérobie, les protections thermiques et le contrôle de trajectoire.

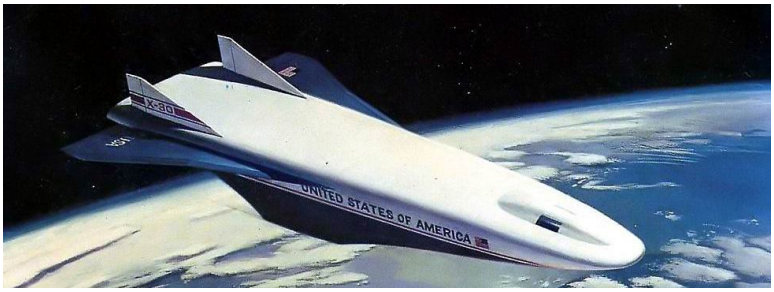


Figure 1.6 – Avion spatial NASP X-30.

En Europe et au Japon, d'autres projets de vols hypersoniques aérobies commerciaux sont aujourd'hui à l'étude : LAPCAT II, ZEHST, SKYLON, HIKARI, HEXAFLY-INT... tous plus ou moins incertains.

1.1.2 Le problème de la couche limite et de son contrôle

Parmi les nombreuses difficultés techniques auxquelles se heurte le vol hypersonique aérobie, le contrôle des couches limites [1] est crucial pour la conception aérodynamique et structurelle du véhicule. Une couche limite peut être laminaire, transitionnelle ou turbulente. La transition d'une couche limite de l'état laminaire à l'état turbulent peut se faire naturellement : la figure 1.7 montre le cas d'un cône de 5° de demi-angle) à Mach 4.42 où la couche limite est laminaire près de la pointe, puis transitionne naturellement en aval vers un régime turbulent. Comparée à une couche limite laminaire, une couche

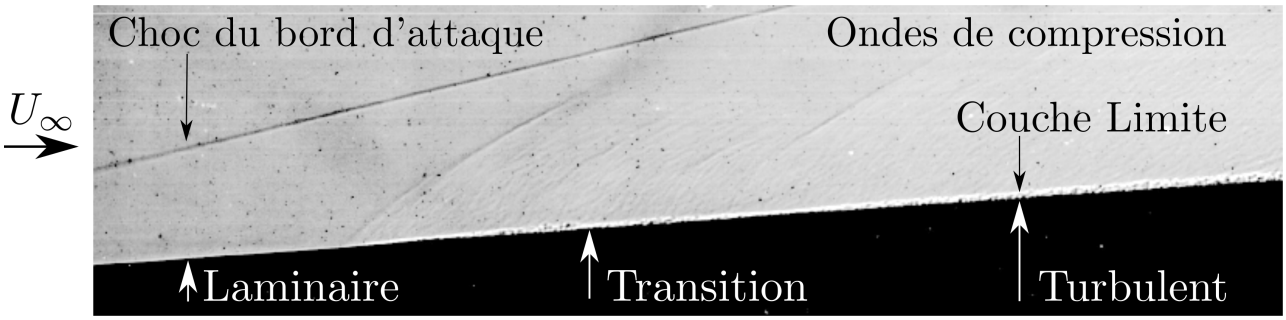


Figure 1.7 – Vue schlieren de la transition naturelle d'une couche limite sur un cône de 5° de demi-angle) à M_∞ =4.42 (essais [Reda, 1979] AIAA Journal, vol 17(8)). Les ondes de compression sont induites par la turbulence.

limite turbulente augmente le frottement et les flux thermiques pariétaux, et par conséquent la traînée de frottement du véhicule et sa charge aérothermique globale. On préfère donc généralement une couche limite laminaire sur les parois de l'aéronef. Le gain en poids dû à l'allègement des protections thermiques, et la réduction de la traînée, permettent d'augmenter la charge utile embarquée dans l'appareil.

En revanche, sur la partie d'un avant-corps en amont de l'entrée d'air du moteur, malgré les inconvénients cités précédemment, il est nécessaire d'avoir une couche limite turbulente, plus résistante aux gradients de pression. En effet, l'avant-corps présente une ou plusieurs rampes de compression pour ralentir et amener l'air incident aux conditions de pression et de température nécessaires au fonctionnement du (super)statoréacteur. Chaque changement de géométrie a pour effet d'induire un choc oblique interagissant avec la couche limite, et créant localement une zone de décollement au pied de la rampe. Cette interaction onde de choc/couche limite (SWBLI en anglais) est le lieu de phénomènes aérodynamiques complexes qui peuvent conduire à un décollement massif de la couche limite. Le flux d'air capté par l'entrée du moteur pour être mélangé au carburant puis être brûlé et générer de la poussée, peut alors être insuffisant : l'entrée d'air se désamorce et le moteur s'arrête. Ceci se produit à coup sûr avec une couche limite laminaire. La figure 1.8 montre dans les mêmes conditions de vol, les résultats d'un calcul en écoulement laminaire (à gauche) et celui avec un modèle de turbulence (à droite) sur une rampe de compression. La zone bleue de faible vitesse matérialise un décollement généralisé de la couche limite.

La prévision de la transition LT des écoulements est une des branches majeures de la mécanique des fluides. Très tôt, on a compris que le régime turbulent provient de la déstabilisation du régime laminaire, sans en élucider complètement pour autant les mécanismes. En régime supersonique, c'est [Lees and Lin, 1946], puis [Mack, 1975] qui posèrent les fondements de la théorie de la stabilité en écoulement parallèle. Les taux d'amplification spatiaux des perturbations renseignent sur la possibilité d'une transition naturelle vers un état turbulent. Seules certaines perturbations, caractérisées par leurs fréquences temporelles et spatiales, vont pouvoir s'amplifier.

1. La couche limite est la mince couche de fluide en contact avec les parois solides, siège de cisaillement intense du fait de la condition d'adhérence. Elle a été théorisée par Ludwig Prandtl en 1904 [Prandtl, 1928, Anderson Jr, 2005]. On suppose le lecteur familier avec ces notions élémentaires de mécanique des fluides.

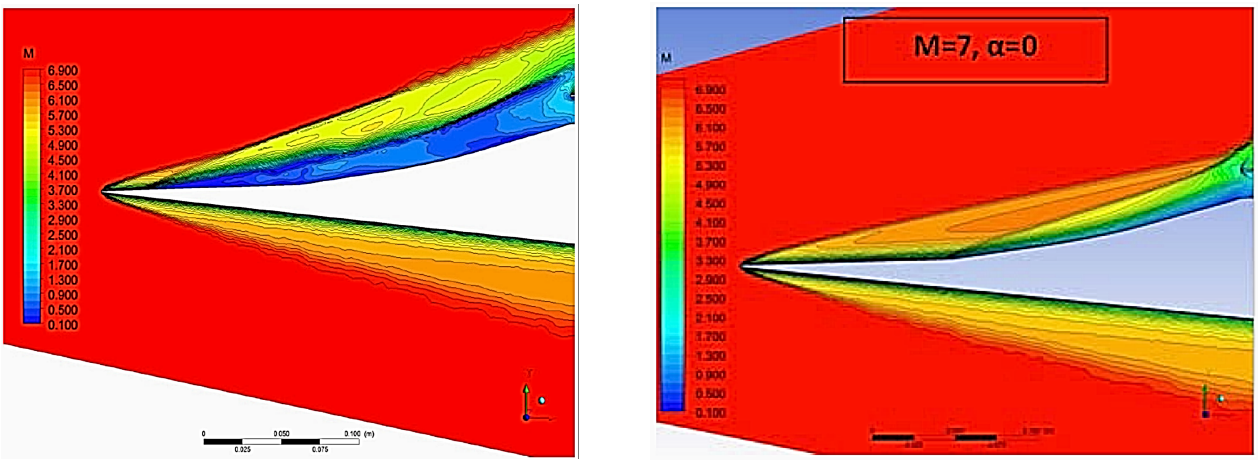


Figure 1.8 – Coupe longitudinale de l'avant-corps de l'HEXAFLY, coloré par le nombre de Mach. A gauche, calcul laminaire. A droite, calcul avec un modèle de turbulence Spalart-Allmaras [Guryleva et al., 2015].

Mack classe ces ondes instables selon leur nature, en définissant le premier et second mode dit "de Mack" [2]. Le premier mode est une instabilité visqueuse plane (2D), extension des ondes de Tollmien-Schlichting présentes en écoulement incompressible. C'est une onde dont le taux d'amplification est maximum pour une direction de propagation oblique par rapport à celle de l'écoulement extérieur à la couche limite. Cette direction de propagation privilégiée dépend du nombre de Mach (fig. 1.9). Par exemple, sur une plaque plane, elle est d'environ 60° à $M_\infty \approx 4$. Le second mode est une instabilité 2D acoustique (i.e. une onde de pression) non-visqueuse qui se propage dans la direction de l'écoulement. Cette instabilité est créée lorsque les ondes acoustiques sont piégées dans la couche limite, entre la ligne sonique et la paroi. Le premier mode de Mack est le plus instable pour $M_\infty < 4$, mais pour un nombre de Mach supérieur, le second mode prédomine (fig. 1.9). Le refroidissement de la paroi stabilise le premier mode, mais amplifie le second. L'utilisation de matériaux poreux semble prometteuse pour réduire l'évolution du second mode de Mack [Fedorov et al., 2001, Wagner, 2014]. Mack a aussi montré que des modes d'ordres supérieurs sont présents à $M_\infty > 6$. Cependant, à cause de leurs hautes fréquences (≈MHz) ils n'ont pu être observés expérimentalement.

Lorsque la géométrie se complexifie, la couche limite peut devenir tridimensionnelle (fig. 1.10(a)) avec une composante de vitesse transversale (CrossFlow : écoulement transverse) dont le profil de vitesse présente un point d'inflexion. Cela crée une instabilité inflexionnelle non-visqueuse de type Kelvin-Helmholtz, dont la direction de propagation est de 85° à 90° par rapport à l'écoulement incident. Ces modes peuvent avoir une fréquence temporelle nulle, auquel cas ils sont dit stationnaires.

Un bord d'attaque émoussé induit un choc courbe créant une couche entropique (fig. 1.10(b)) que l'on retrouve sur les profils de vitesse proches du bord d'attaque. Les profils de vitesse axiale présentent alors également un point d'inflexion, source d'instabilités [Ferrier et al., 2009]. En hypothèse d'écoulement parallèle, tous ces problèmes 1D relèvent de la théorie de la stabilité locale (LST)

Les années 90 ont vu l'avènement de nouveaux outils numériques d'analyse de la stabilité d'un écoulement. La dimension et la taille des problèmes étudiés ont augmenté conjointement avec la puissance des calculateurs [Theofilis, 2003]. Les problèmes 2D et 3D sont étudiés par les méthodes BiGlobales et TriGlobales. Les méthodes nommées PSE et PSE non-linéaire complètent la gamme d'outils d'analyse et ont été utilisées avec succès sur des géométries d'avant-corps de type cône et cône à section elliptique. Toutes ces méthodes sont utilisées pour prédire les taux d'amplification des instabilités. La méthode du $e^{\mathcal{N}}$ quantifie leur amplification totale, et prédit une transition lorsque $\mathcal{N} \geq 10$ (valeur empirique observée en environnement calme). Ces outils seront expliqués plus en détail au chapitre 2.

2. Dénommées en anglais : first and second Mack's modes

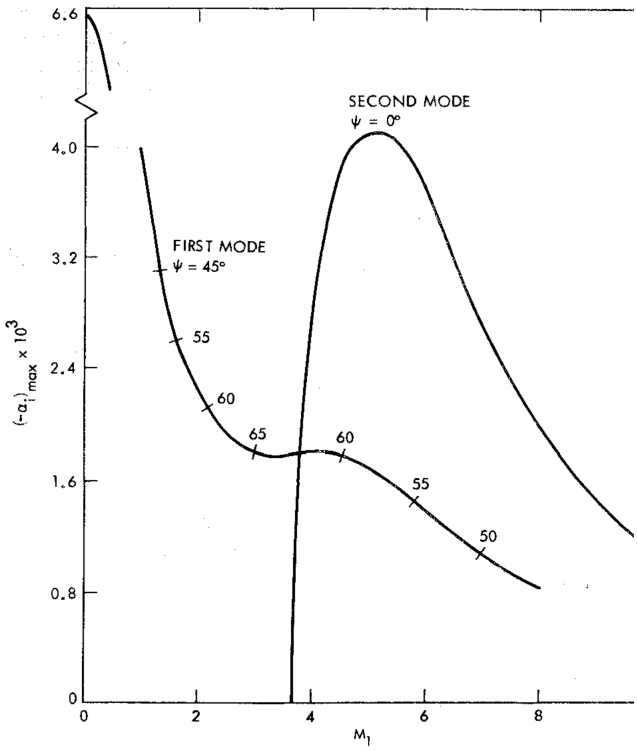
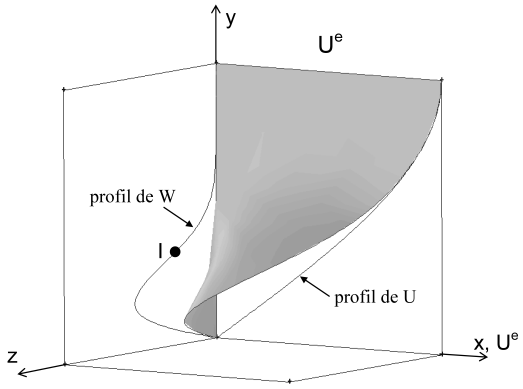
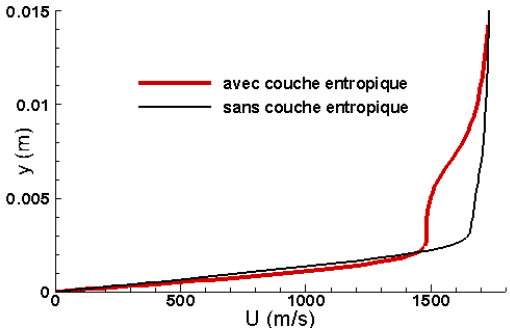


Figure 1.9 – Effet du nombre de Mach sur le taux d'amplification spatial des instabilités d'une couche limite de plaque plane (Re=1500, paroi adiabatique) [Mack, 1975].



(a) Profil avec composante transverse (Cross-Flow)



(b) Profil avec et sans couche entropique

Figure 1.10 – Profils de couche limite se développant sur une géométrie complexe (adapté de [Orlik, 2009]).

Revenons à la problématique de l'adaptation de l'entrée d'air d'un super-statoréacteur : les taux d'amplification observés dans les couches limites laminaires d'avant-corps sont généralement trop faibles pour une transition naturelle avant la première rampe de compression, surtout pour un véhicule de petite dimension comme le X-43 ou le LEA. Il faut donc contrôler, en l'occurrence forcer, la transition par des dispositifs ad-hoc.

Les dispositifs de contrôle de transition peuvent être **passifs** ou **actifs**. Dans le cas d'un forçage, ils ont pour but d'introduire artificiellement des perturbations qui, en se développant spatialement, vont faire transitionner rapidement la couche limite. Les rugosités distribuées (fig. 1.11) ou isolées à la paroi, sont couramment utilisées comme dispositif **passif** de transition [Schneider, 2008]. [Berry et al., 2000, Berry et al., 2001] ont utilisé avec succès une rangée de rugosités lors des deux vols d'essais du X-43. L'inconvénient d'un dispositif passif est son action permanente sur l'écoulement pendant toutes les phases du vol, même quand cela n'est pas nécessaire. De plus, les rugosités sont dimensionnées pour fonctionner autour d'un point de vol bien défini, et peuvent être inefficaces si l'on s'en écarte.

A contrario, les dispositifs **actifs** sont modulables dans leur utilisation et peuvent s'adapter au domaine de vol du véhicule [Berry et al., 2004]. Il est en revanche plus difficile de les intégrer en tant que système embarqué. Ils impliquent de la masse supplémentaire et une instrumentation complexe. L'injection pariétale d'air sous pression est un dispositif actif de transition facile à activer ou désactiver en vol. Il est modulable en faisant varier la pression d'injection. C'est ce type de dispositif qui est étudié dans cette thèse.

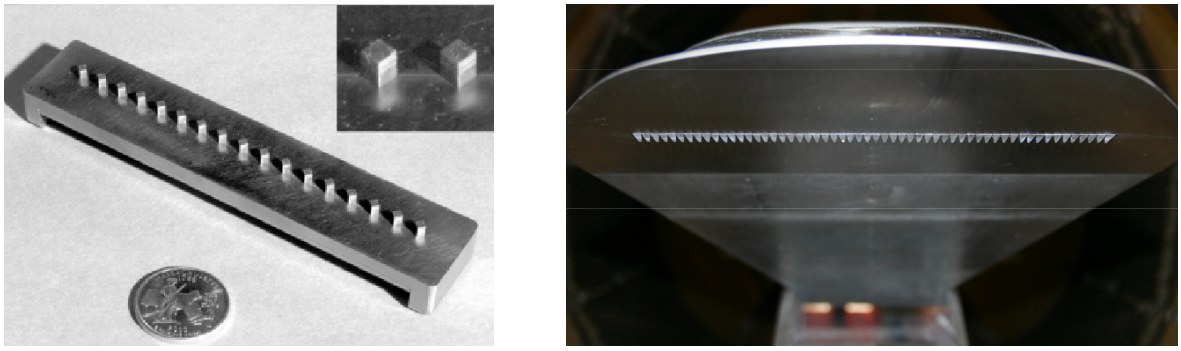


Figure 1.11 – Exemple de rugosités utilisées lors des programmes Hyper-X [Berry et al., 2000] et X51 [Wadhams et al., 2010].

1.2 Les grands programmes expérimentaux américains et internationaux

La transition en hypersonique est toujours l'objet d'une recherche intensive. Si les mécanismes de transition élémentaires (transition naturelle, dispositifs de contrôle passifs...) commencent à être compris individuellement, leur combinaison et l'impact des paramètres environnementaux (vibrations, bruit des souffleries...) restent méconnus. Il en résulte une incertitude dans la conception des véhicules et la prévision de leurs performances. De vastes programmes comprenant essais en soufflerie, simulation numérique et acquisition de données en vol, aident à comprendre la transition naturelle ou par rugosités en conditions réelles. On présente ci-après les études de transition menées lors des programmes expérimentaux Hyper-X et HIFiRE. On indique les méthodes utilisées pour prédire la stabilité de l'écoulement en amont de l'entrée d'air et les critères de dimensionnement des dispositifs de forçage.

1.2.1 Hyper-X

Le programme Hyper-X, mené par la NASA, a eu pour objectif de faire voler un véhicule aérobie, dénommé X-43, à des vitesses hypersoniques. Dès 1996, les études de conception en soufflerie débutent. Elles conduisent à l'élaboration de trois véhicules de taille réduite (environ 4 m). Après la perte du premier véhicule en 2001, le programme connut deux succès en 2004 avec un vol à $M_\infty = 6.8$ et un autre à $M_\infty = 9.6$. Le véhicule et son propulseur d'appoint, une fusée Pegasus, sont largués depuis un avion porteur B-52 (fig. 1.12(a)) à 13000 m d'altitude. La fusée d'appoint accélère puis se sépare du X-43 à 30000 m, le laissant évoluer par ses propres moyens.

La transition naturelle en amont du super-statoréacteur s'est révélée improbable suite aux études en soufflerie (fig. 1.12(b)) et au retour sur expérience du précédent programme NASP [3] ayant servi de base pour la conception du X-43. Pour forcer la transition, cinq "peignes" de rugosités de différentes formes et hauteurs ont été conçus et testés dans trois souffleries (LaRC ($M_\infty = 7$ et $M_\infty = 10$), HYPULSE) sur une maquette à l'échelle 1:3, avec pour but de déterminer les rugosités optimales. Il a été trouvé qu'une hauteur de rugosité k, comprise entre 60% et 70% de la hauteur δ de la couche limite est optimale à $M_\infty = 7$, alors que $k \approx \delta$ convient mieux à $M_\infty = 10$. La hauteur finalement retenue doit être un compromis tenant compte de la variation d'épaisseur de la couche limite au cours de la trajectoire du véhicule.

La configuration finale des rugosités ne dépend pas que de leur efficacité à faire transitionner la couche limite. Elles doivent aussi avoir une empreinte minimale sur la vorticité dans la couche limite turbulente, car elles laissent dans leur sillage des structures tourbillonnaires pouvant persister jusqu'à

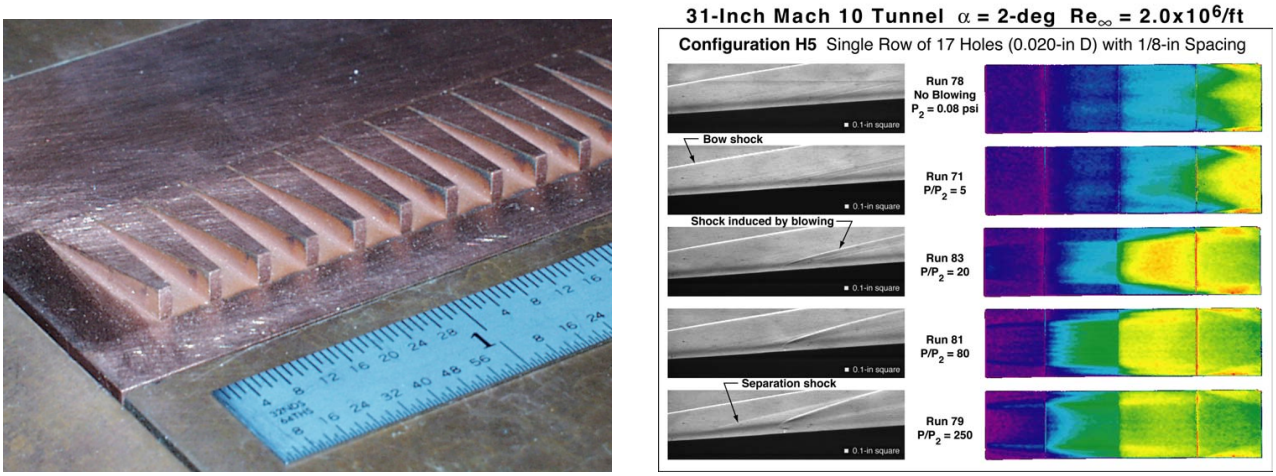
3. avec notamment le critère $Re_{\delta_2}/M^e = cste \approx 300$ qui, selon l'altitude de vol, renseigne sur une possible transition naturelle

(a) X-43 et son propulseur sous l'aile d'un B-52

(b) Maquette du X-43 dans la soufflerie NASA LaRC 8.ft, à M=10

Figure 1.12 – X-43 lors de son premier vol et de sa conception (source NASA Langley).

l'entrée d'air. Leur résistance au flux thermique doit aussi être prise en compte. Pour le vol à $M_\infty = 7$, une rangée de rugosités de 3.17 mm ($k/\delta = 0.6$) a été retenue (fig. 1.13(a)), et à $M_\infty = 10$, $k = 6.6$ mm. Les mesures en vol attestent du bon dimensionnement des rugosités. Durant le vol à $M_\infty = 7$ le rapport k/δ a été compris entre 0.65 et 0.79. Tous les détails de ces études sont disponibles dans [Berry et al., 2001] et [Berry and Nowak, 2003, Berry et al., 2004].



(a) Rangée de rugosités utilisées pour le vol du du X-43 à M=7.

(b) Exemple de transition active déclenchée par jets pariétaux.

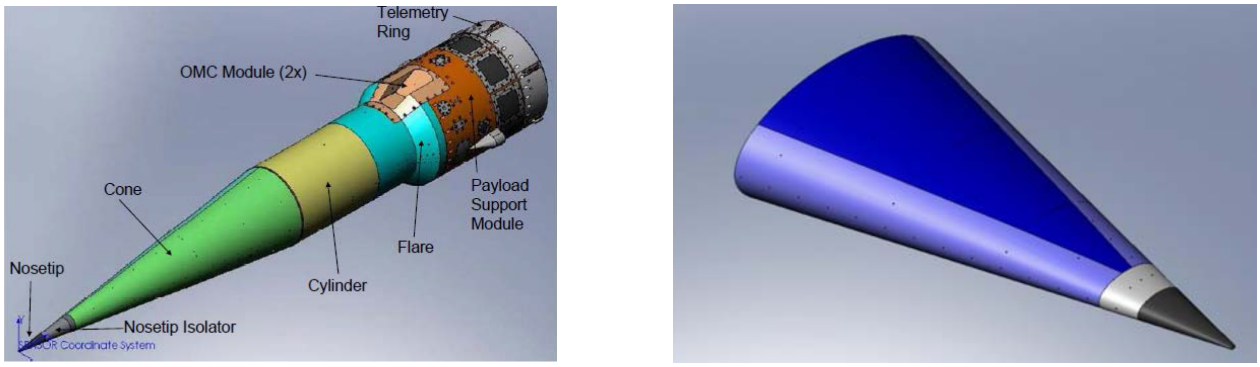
Figure 1.13 – Exemple de dispositifs de transition passif et actif [Berry et al., 2004].

Selon [Horvath et al., 2004] et [Berry et al., 2004], le forçage de transition par rugosités, malgré son efficacité, n'est pas viable pour un vol hypersonique de longue durée du fait des flux thermiques. Un forçage actif par injection pariétale serait préférable. Les essais ont montré qu'une pression totale d'injection 20 à 40 fois supérieure à la pression statique dans la couche limite assure une transition proche de l'injection. La figure 1.13(b) montre l'état de la couche limite sur la rampe de compression (bleu laminaire, jaune turbulent) pour différentes pressions d'injection [Berry et al., 2004].

1.2.2 HIFiRE

Le programme HIFiRE, lancé en 2006, est piloté conjointement par l'AFRL américain et le DSTO australien. Il vise à développer et valider les technologies nécessaires à la future génération de véhicules

hypersoniques, et implicitement la chaîne numérique et expérimentale de conception. Il se compose de 9 sous-programmes, chacun ayant un phénomène physique précis à étudier ou une technologie à tester. La charge utile est placée au second étage d'un propulseur à poudre et suit une trajectoire balistique suborbitale (altitude maximale de 260 km) adaptée au besoin de l'essai. Seuls deux essais, HIFiRE-1 (2010) et HIFiRE-5 (2012), se concentrent sur l'étude de la transition de la couche limite. Les mesures en vol s'effectuent lors des phases ascendante et de ré-entrée.



(a) (b)

Figure 1.14 – Vue CAO des charges utiles des HIFiRE-1 (a) et HIFiRE-5 (b) [Kimmel et al., 2014].

HIFiRE-1 a pour but d'étudier la transition naturelle et l'interaction onde de choc/couche limite sur un avant-corps de type cône axisymétrique de 7°de demi-angle et un rayon de nez de 2.5 mm (fig. 1.14(a)). L'essai cherche à déterminer si le second mode de Mack est responsable de la transition à $M_\infty \in [6.8, 7.4]$ et à $Re_u \in [2, 40] \times 10^6$ m^{-1}.

Un problème dans la manœuvre suborbitale n'a pas permis d'avoir la bonne incidence en phase de ré-entrée, lors de l'acquisition des mesures (AoA $\approx 10°$au lieu de AoA $< 6°$). Toutefois, lors de la phase ascendante, une transition par second mode a été mesurée [Kimmel et al., 2014], conformément aux prédictions de l'analyse de stabilité PSE sur le cône [Li et al., 2011]. La position de transition en vol [Willems et al., 2014] correspond à des facteurs $\mathcal{N}$ de 13.6 ($M_\infty \in [5.28, 5.31]$, $Re_u \in [11.74, 15.28] \times 10^6$ m^{-1}). Pour le même cas, les essais en soufflerie (DLR Cologne, $M_\infty = 7$) prédisent une transition à $\mathcal{N}$=5.5, ce qui est très précoce par rapport aux cas vol [Kimmel et al., 2014].

L'essai en vol a également comporté un test de transition par rugosité isolée en forme de losange [Li et al., 2011]. La limite d'efficacité observée correspond à $Re_{kk} = 2200$ [Li et al., 2012]. Ce nombre de Reynolds est le critère de [Reda, 2002], basé sur les conditions locales dans la couche limite, à la hauteur k de la rugosité. Cependant, le problème de ré-entrée n'a pas permis de tester l'efficacité de la rugosité dans les conditions de conception en soufflerie.

HIFiRE-5 étudie la transition naturelle d'une couche limite tridimensionnelle sur un avant-corps de type cône elliptique. Cette étude est riche d'enseignements sur les mécanismes de transition en géométrie complexe et les moyens de les prédire. Actuellement, la transition naturelle sur ce type d'avant-corps est prédite soit à l'aide des outils numériques de stabilité PSE et LST pour les faibles incidences ($< 6°$), soit par des essais en soufflerie. L'utilisation d'une soufflerie silencieuse permet de voir l'impact de la turbulence de l'écoulement incident sur la transition.

La géométrie a été conçue pour générer des instabilités d'écoulement transverse (CrossFlow) et du second mode de Mack. L'écoulement laminaire de l'avant-corps présente des tourbillons centraux contra-rotatifs dus à la rencontre des écoulements transverses de part et d'autre du plan de symétrie vertical (fig. 1.15). L'étude de stabilité PSE préliminaire [Choudhari et al., 2009], [Paredes and Theofilis, 2013] a mis en évidence trois zones d'instabilités : l'une dans les tourbillons centraux, la seconde dans la région de fort écoulement transverse (CrossFlow) et la dernière au niveau

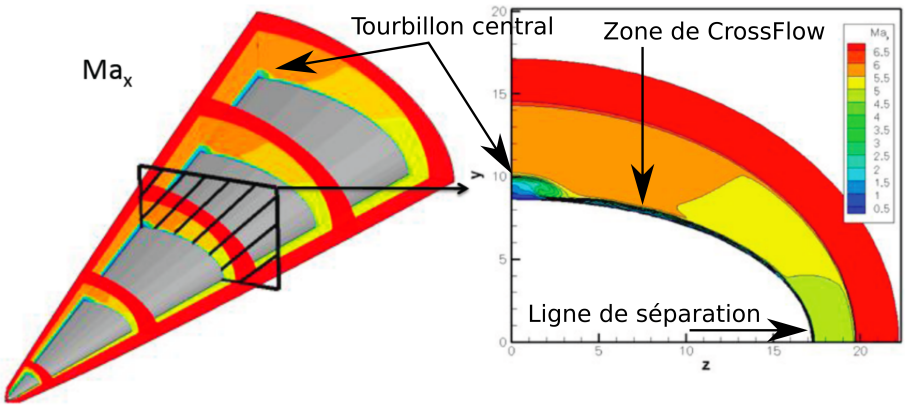


Figure 1.15 – Champ de Mach sur la géométrie HIFiRE-5 [Paredes and Theofilis, 2013].

de la ligne de séparation[4]. La transition naturelle a été prédite à mi-corps à bas Reynolds et près du bord d'attaque à haut Reynolds. Les résultats actuels des essais en soufflerie et en vol ($\mathrm{R}e_u = 6 \times 10^6\ \mathrm{m}^{-1}$) tendent à confirmer ces scénarios ([Kimmel et al., 2014], part 8 et [Borg et al., 2013]).

Une comparaison entre des facteurs $\mathcal{N}$ calculés avec la PSE et la LST est menée dans (partie 5, cas A-B, [Choudhari et al., 2009]) à $\mathrm{M}_\infty = 6$ et $\mathrm{R}e_u \in [3, 6] \times 10^6 \mathrm{m}^{-1}$. Dans les zones d'écoulement parallèle (près du plan de symétrie vertical), les deux méthodes prédisent les mêmes facteurs $\mathcal{N}$, notamment pour l'instabilité CrossFlow. Toutefois, lorsque la géométrie devient courbe, les effets non-parallèles de l'écoulement laminaire apparaissent, et les prévisions des deux méthodes diffèrent. Le long de la ligne de séparation, par exemple, les facteurs $\mathcal{N}$ PSE sont deux fois supérieurs à ceux de la LST ([Choudhari et al., 2009], fig. 5.8).

La comparaison entre les essais en soufflerie silencieuse (BAM6QT) et classique (LaRC), figure 1.16, montre une grande influence du taux de turbulence dans la veine sur la transition [Berger et al., 2009, Juliano et al., 2015]. Ceci explique la transition précoce lors des essais en soufflerie durant le programme HIFiRE 1. Par ailleurs, les récents essais menés par [Juliano et al., 2015] dans la soufflerie BAM6QT montrent qu'un léger défaut de jointure au nez (fig. 1.14(b)) n'a pas de conséquence notable sur la transition en aval.

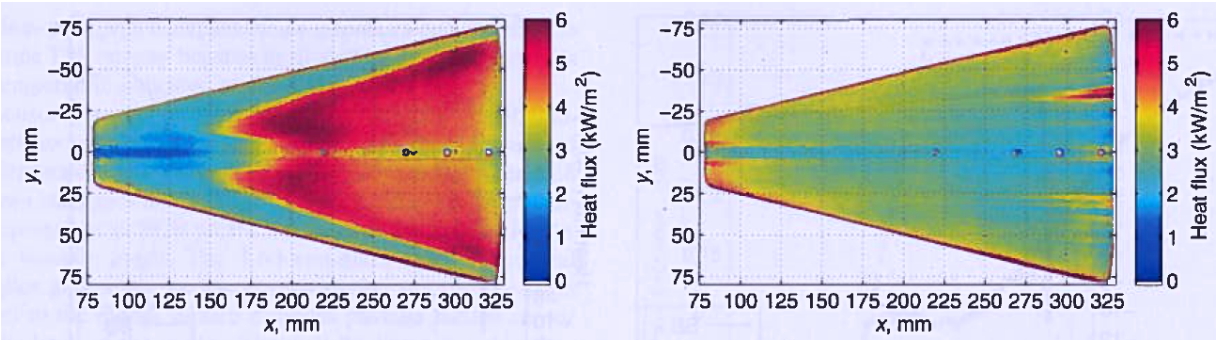


Figure 1.16 – Flux de chaleur surfacique sur la partie supérieure du cône elliptique en écoulement bruyant (gauche) et silencieux (droite) (AoA=4° ; $\mathrm{M}_\infty = 6$; $\mathrm{R}e_u = 8.1 \times 10^6\ \mathrm{m}^{-1}$). [Juliano et al., 2015]. Vert : laminaire, Rouge : turbulent.

4. *Attachment line* en anglais : ligne à la paroi séparant les écoulements extrados et intrados.

1.3 Contexte et sujet de cette thèse

1.3.1 Le projet LEA : études sur la transition à ICARE

Le véhicule hypersonique LEA développé par MBDA France et l'ONERA [Serre and Falempin, 2011] est un prototype expérimental de 4.2 m de long. Son moteur est un statoréacteur à géométrie variable fonctionnant à l'hydrogène. Il autorise le passage continu d'une combustion en régime subsonique à une combustion en régime supersonique (stato → superstatoréacteur), il permet ainsi d'accélérer de Mach 4 à 8, en passant de 20 km à 30 km d'altitude. Le projet LEA marque la volonté d'établir une chaîne de conception éprouvée pour le développement de véhicules de plus grande taille et plus coûteux, à partir de calculs numériques et d'essais en soufflerie. Le programme débuté en janvier 2003, devait s'achever en 2012 par des essais en vol qui ont été reportés.

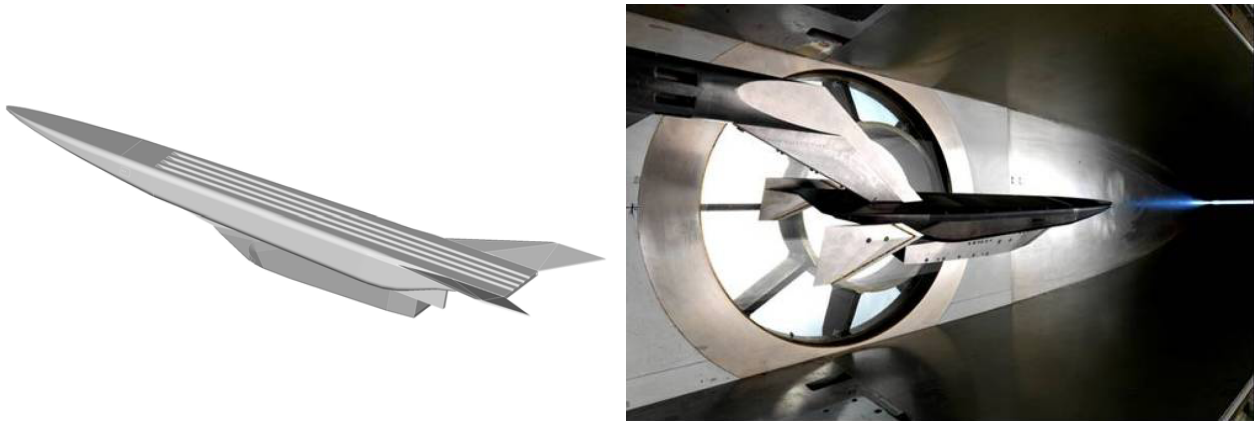


Figure 1.17 – A gauche : vue CAO du véhicule LEA. A droite : maquette échelle 1:4 dans la soufflerie de S4 ONERA Modane Avrieux.

En 2005, le laboratoire ICARE a été sollicité par MBDA pour étudier la stabilité et la possibilité de transition naturelle de la couche limite se développant sur l'intrados de l'avant-corps, pour divers paramètres : M_∞ =4, 6, 8, AoA=4°, 6°, 8°, conditions thermiques de paroi adiabatique ou en équilibre radiatif... Une première thèse a débuté [Ferrier, 2008] au cours de laquelle un code LST en écoulement compressible a été développé. Les solutions de base laminaires sur l'avant-corps ont été calculées à l'aide d'un code Navier-Stokes CFD commercial, ce qui était assez original.

On a identifié des instabilités de type premier mode avec une direction de propagation de 60° à 80° par rapport à l'écoulement incident, des instabilités CrossFlow près du nez, et du second mode de Mack à M_∞ =8. La transition a été estimée avec la méthode du facteur $\mathcal{N}$, en intégrant les taux d'amplification spatiale le long de chemins tangents à la vitesse de groupe. On a montré que trois facteurs principaux agissent sur la stabilité de la couche limite : (i) une paroi en équilibre radiatif (froide par rapport au cas adiabatique) stabilise le premier mode de Mack, ce qui est connu de longue date, (ii) l'augmentation de l'angle d'incidence à Mach fixé stabilise globalement la couche limite, et (iii) l'augmentation du nombre de Mach, à incidence fixée, diminue également les facteurs $\mathcal{N}$. Ce résultat, qui se retrouve sur l'essai en vol du X-43 A, est illustré sur la figure 1.18 pour la fréquence $f = 10$ kHz, identifiée dans chaque cas comme étant pratiquement la plus instable.

Le critère de transition NASP, Re_{δ_2}/M_e=Cste est en accord avec la LST et la méthode $e^{\mathcal{N}}$ pour un passage M_∞ =6/altitude 25 km → M_∞ =8/altitude 30 km car la nature des instabilités est la même et seule l'altitude change. En revanche, lorsque l'AoA change à Mach fixe, le critère n'est plus prédictif. Ce critère donne juste une idée sur la possibilité d'une transition naturelle à une altitude de vol donnée. Dans tous les cas, les facteurs $\mathcal{N}$ calculés ne sont pas assez élevés ($\mathcal{N} \lesssim 10$) pour être sûr d'une transition naturelle en vol avant la rampe de compression.

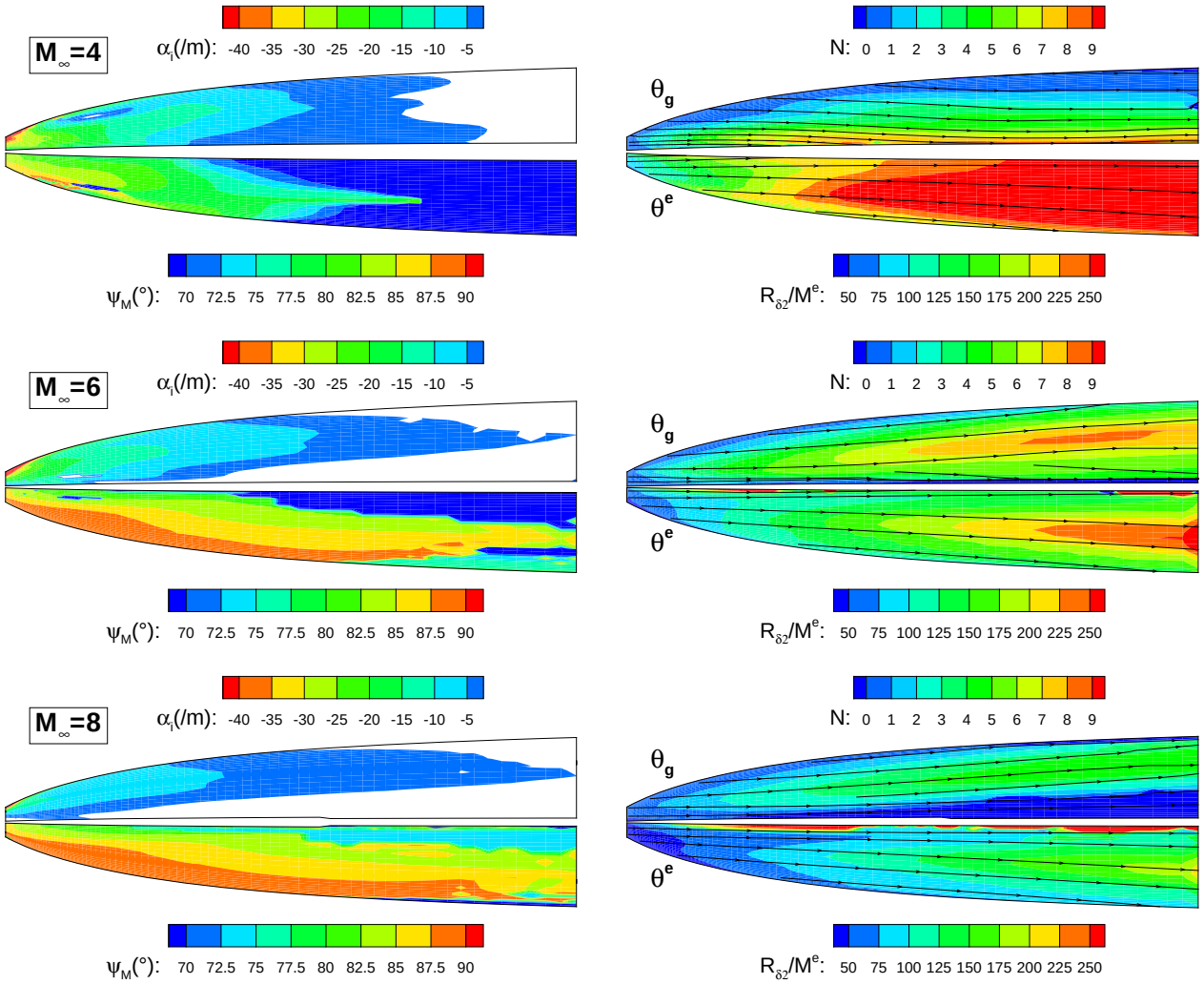


Figure 1.18 – Propriétés de stabilité (à gauche) et comparaison des facteurs $\mathcal{N}$ avec le critère $\mathrm{Re}_{\delta_2}/\mathrm{M}_e$ (à droite) pour M_∞ =4, 6 , 8, $AoA = 4°$, $P_{dyn} = 0.6$ bar, $f = 10$ kHz, paroi en équilibre radiatif.

Au cours d'une seconde thèse, [Orlik, 2009], la transition naturelle sur un avant-corps échelle 1:3 a été étudiée expérimentalement dans la soufflerie continue T-313 de l'ITAM à Novossibirsk, à Mach 4 et 6 et $\mathrm{Re}_u \in [9, 47] \times 10^6$ m^{-1} [Orlik et al., 2011]. La figure 1.19 compare les résultats expérimentaux à ceux prédits par la LST le long de lignes particulières tracées sur l'avant-corps. La fréquence choisie est de 30 kHz, correspondant au premier mode de Mack et au mode CrossFlow, les plus instables dans les conditions des essais. Comme pour le HIFiRE-1, la transition en soufflerie bruyante est plus précoce (proche du nez) que celle prédite à M_∞ =4, et se produit en milieu d'avant-corps à M_∞ =6 alors que les facteurs $\mathcal{N}$ calculés n'excèdent pas 8.

Par ailleurs, des rangées de rugosités passives ont été dimensionnées sur la base de critères empiriques [Potter and Whitfield, 1962, Van Driest and Blumer, 1968] et des retours d'expérience des programmes Hyper-X et HIFiRE. Des rugosités en forme de losange, de hauteur minimum $k = 0.8$ mm et séparées de $4k$ (fig. 1.20), implantées entre 10 et 20 cm du nez, doivent être efficaces sur tout domaine de vol. Ces rugosités (fig. 1.21) ont été testées avec succès dans une autre soufflerie de l'ITAM, la AT-303 à rafale, à Mach 6 et 8 et $\mathrm{Re}_u \in [6, 14] \times 10^6$ m^{-1}, où l'utilisation de la TSP [5] (fig. 1.22) a permis de visualiser avec efficacité les zones laminaires et turbulentes (fig. 1.23). Toutefois, le niveau de bruit dans la soufflerie augmente encore une fois la précocité de la transition.

5. Peinture dont l'excitation produit une émission lumineuse dont l'intensité dépend de sa température.

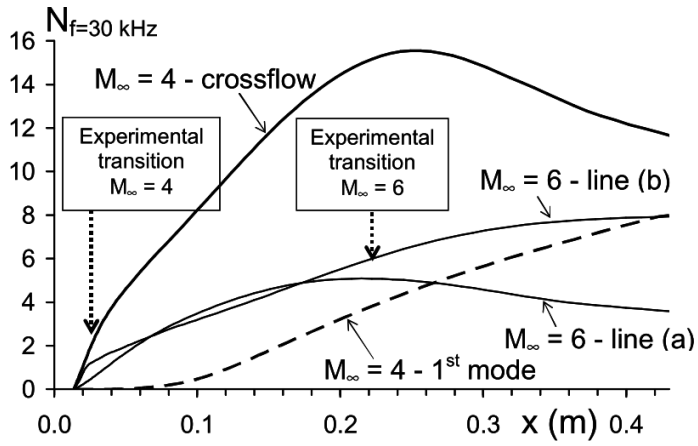


Figure 1.19 – Prévision et essais de transition naturelle dans T-313 [Orlik et al., 2011].

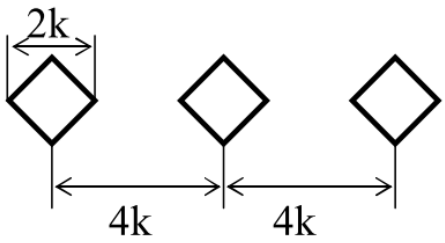


Figure 1.20 – Schéma de conception des rangées de rugosités ($k = [0.8, 1.0, 1.5]$ mm).

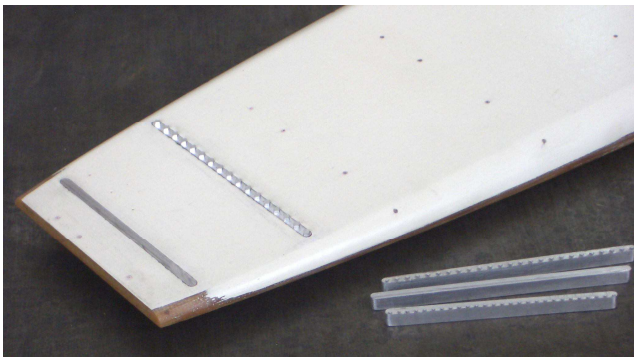


Figure 1.21 – Barrettes de rugosités, $k = [0.8, 1.0, 1.5]$ mm.

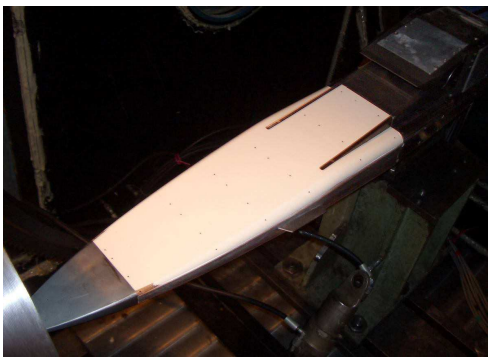


Figure 1.22 – Maquette recouverte de TSP pour essais dans AT-303.

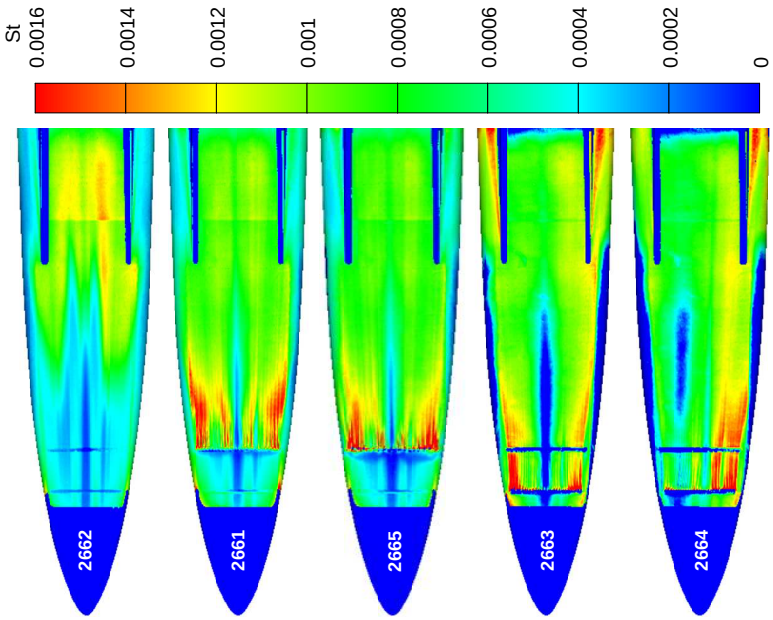


Figure 1.23 – Essais à $M_\infty = 8$ dans AT-303, avec et sans rugosités.

1.3.2 La chaire EADS "Propulsion et Environnement"

A la suite de la thèse d'Evgeniy Orlik, il a été décidé de poursuivre les études de contrôle de transition par dispositif actif. Un contrat de recherche a été conclu en novembre 2011 entre MBDA France et ICARE pour un stage post-doctoral de 18 mois, au cours duquel Evgeniy Orlik a jeté les bases d'une méthodologie ILES pour la simulation numérique de la transition en aval d'une injection pariétale, dans les conditions de la soufflerie T-313. En décembre 2012, les laboratoires ICARE, Pprime et PRISME ont été lauréats de la chaire EADS "Propulsion et Environnement", pour une durée de 4 ans. Le post-doc d'Evgeniy Orlik a été prolongé d'un an, permettant d'observer, lors d'investigations paramétriques, les effets de la pression d'injection, d'une injection pulsée ou d'une injection multiple [Orlik et al., 2013a, Orlik et al., 2013b, Orlik et al., 2014], pour différentes conditions d'écoulement (T-313, vol). Néanmoins, les mécanismes à l'origine des états transitionnels observés sur la figure 1.24 étaient incompris ou incertains à l'époque.

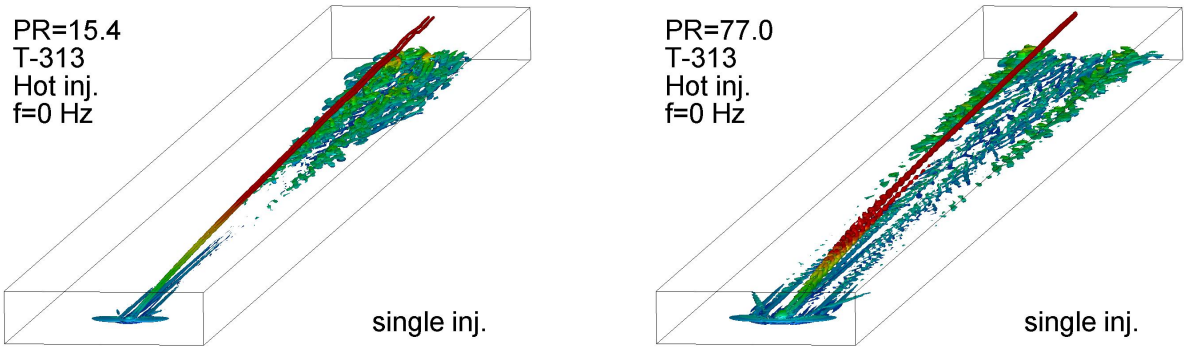


Figure 1.24 – Simulation I-LES d'une couche limite en transition forcée par injection pariétale. Critère $\mathcal{Q}$ coloré par la distance à la paroi pour deux pressions d'injection : à gauche 20 kPa, à droite 100 kPa [Orlik et al., 2014].

C'est dans ce contexte que ma thèse a débuté en janvier 2013, avec pour objectif l'analyse des modes d'instabilité globaux d'une couche limite en transition forcée par injection pariétale.

1.3.3 Groupe RTO-AVT 240 : Prédiction de la transition d'une couche limite hypersonique

Les travaux de M. Ferrier et de E. Orlik ainsi que ceux présentés dans ce manuscrit, s'inscrivent dans le cadre du groupe de travail OTAN-RTO AVT-240. L'objectif de ce groupe est de faciliter les collaborations internationnales entre expérimentateurs et numériciens, pour améliorer significativement la prédiction de la transition. Les membres du groupe étudient les mécanismes de transition pour un écoulement en régime supersonique et hypersonique et sont invités à mutualiser leurs ressources. Dans ce cadre, les études sur la transition à ICARE, dirigé par Ivan Fedioun, ont fait l'objet de communications écrites et orales :

- `FEDIOUN I., ORLIK E., FALEMPIN F., 2012 : Boundary Layer Transition on the LEA Hypersonic Vehicle Forebody, RTO AVT-200 RSM-030 Specialists' Meeting on Hypersonic Laminar-Turbulent Transition, 16-19 April 2012, San Diego, United States.`
- `DURANT A., FEDIOUN I., ORLIK E., 2013 : Investigation of hypersonic boundary layer transition forced by wall injection using Large Eddy Simulation - NATO Hypersonic Task Group, March 6-8, 2013, Texas A \& M`
- `DURANT A., FEDIOUN I., ORLIK E., 2013 : Numerical simulation of a hypersonic boundary layer tripped by wall injection - NATO STO ET-136, 9 October 2013, Riga, Latvia`

- DURANT A., ANDRE Th., FEDIOUN I., 2014 : Mach 6 quiet tunnel experiments design and DMD analysis on a hypersonic boundary layer tripped by wall injection - NATO STO WG-240, 3-4 April 2014, Colorado Springs.
- ANDRE Th., DURANT A., FEDIOUN I., 2014 : Global mode analysis in the L/T transition of a hypersonic boundary layer forced by wall injection. NATO AVT-240 Hypersonic transition meeting, 16-17 October 2014, Munich.

Les essais dans la soufflerie silencieuse BAM6QT présentés dans ce manuscrit ont été rendus possibles grâce à ce groupe de travail.

1.3.4 Contrôle de transition active par jet pariétal : état de l'art

Les jets sous-détendus injectés dans un écoulement transverse supersonique ont été étudiés de longue date dans le cadre du mélange air-carburant dans les statoréacteurs, par voie expérimentale [Zukoski and Spaid, 1964, Glagolev et al., 1967, Schetz et al., 1967, Vlagov et al., 1978], [Santiago and Dutton, 1997], ou numériquement par différentes approches :

- RANS [Viti et al., 2009, Srinivasan and Bowersox, 2008]
- DES [Srinivasan and Bowersox, 2008]
- LES [Kawai and Lele, 2010]
- I-LES [Chai and Mahesh, 2010, Chai and Mahesh, 2011, Rana et al., 2011]

Cependant, l'utilisation de jets pour déclencher la transition en aval de l'injection a été très peu étudiée, bien que l'idée remonte aux années 40 [Fage and Sargent, 1944, Coles, 1953]. Une des investigations les plus remarquables est celle de [Stone and Cary, 1972] qui ont étudié expérimentalement la transition forcée par jet sur plaque plane à Mach 6 et Mach 8.5. A notre connaissance, les seules études relativement récentes de forçage d'une couche limite hypersonique par injection pariétale sont celles de l'équipe Hyper-X [Berry et al., 2004, Bathel et al., 2008], et sont expérimentales. Les travaux numériques de [Orlik et al., 2014] et ceux présentés dans ce mémoire sont donc, toujours à notre connaissance, originaux.

Etudes numériques de transition déclenchée par une rugosité isolée
L'outil numérique, notamment la DNS, est devenu courant pour étudier les phénomènes complexes relatifs à la transition LT [Zhong and Wang, 2012], malgré un coût élevé pour un domaine de calcul réduit. Si l'on n'a pas trouvé d'études numériques du forçage par injection pariétale, les DNS de la transition en aval d'une rugosité isolée en écoulement compressible sont nombreuses [Iyer et al., 2010, Bernardini et al., 2012, Muppidi and Mahesh, 2012, Bernardini et al., 2014]. D'autres études combinent la simulation directe de l'écoulement de base stationnaire avec une analyse de stabilité *a posteriori* par une approche BiGlobal et/ou PSE [Choudhari et al., 2010, De Tullio et al., 2013]. On y montre, sur la base des travaux d'[Andersson et al., 2001] et de [Brandt, 2007], que les instabilités variqueuses et sinusoïdales des tourbillons longitudinaux proche paroi "en fer à cheval" sont responsables de la transition. On peut également citer les études Biglobal et TriGlobal de la transition déclenchée par rugosité en incompressible menées par [Loiseau et al., 2014, Shin et al., 2015].

Finalement, l'étude la plus semblable à ce travail de thèse est celle de [Subbareddy et al., 2014], où l'analyse DMD [Rowley et al., 2009, Schmid, 2010] est effectuée sur des observables directement produits par la DNS.

1.4 L'objet de l'étude : un avant-corps hypersonique générique

L'avant-corps hypersonique générique est une forme aérodynamique tridimensionnelle présentant deux plans de symétrie, l'un vertical, normal à l'extrados/intrados et le second horizontal. L'extrados et l'intrados sont deux surfaces planes inclinées à 4° de part et d'autre du plan de symétrie horizontal.

1.4.1 La maquette

La maquette, conçue par Antoine Durant chez MBDA France, a pour vocation d'être testée dans la soufflerie silencieuse BAM6QT de Purdue pour des essais de transition déclenchée soit par des rugosités, soit par injection pariétale. Ses dimensions sont de 340 mm de long, 120 mm de large et 50 mm de haut (fig. 1.25). Elles ont été déterminées comme un compromis pour maximiser le nombre de Reynolds tout en limitant les effets de blocage de la veine de la soufflerie, même à 4° d'incidence. Le nez de l'avant-corps, bien que profilé, est émoussé avec un rayon de 1.25 mm.

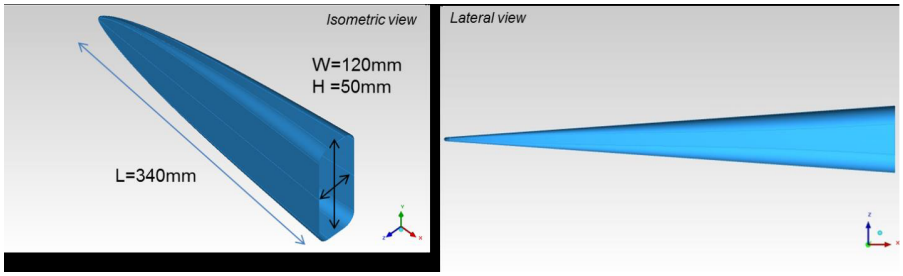


Figure 1.25 – Illustration de la géométrie de l'avant-corps avec ses dimensions.

Physiquement, la maquette est fabriquée en aluminium sauf les parties servant à la solidariser à la soufflerie qui sont en acier inoxydable (fig. 1.26). La plupart des maquettes étudiées dans BAM6QT sont conçues en nylon car elles permettent une grande isolation thermique, évitant leur échauffement et la modification de la température pariétale. Toutefois, les modèles récents fabriqués en aluminium ont montré de bonnes propriétés thermiques pour déterminer la température pariétale par l'utilisation de TSP. Sur l'intrados de la maquette, un trou oblong permet d'insérer des plaquettes interchangeables contenant les différents dispositifs de transition passifs et actifs. Les dispositifs isolés sont placés à $x = 100$ mm du nez et $z = -18$ mm du plan de symétrie vertical. Des perçages sont aussi prévus pour insérer des capteurs de pression et des fluxmètres. On précise également la dénomination des zones sur la maquette utilisées dans le reste du document (fig. 1.27).

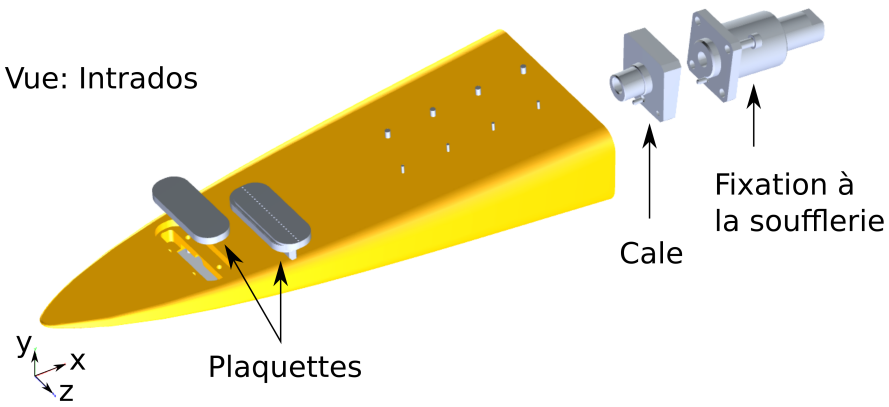


Figure 1.26 – Vue CAO de l'intrados de la maquette avec les plaquettes de dispositifs de transition ainsi que les éléments de fixation.

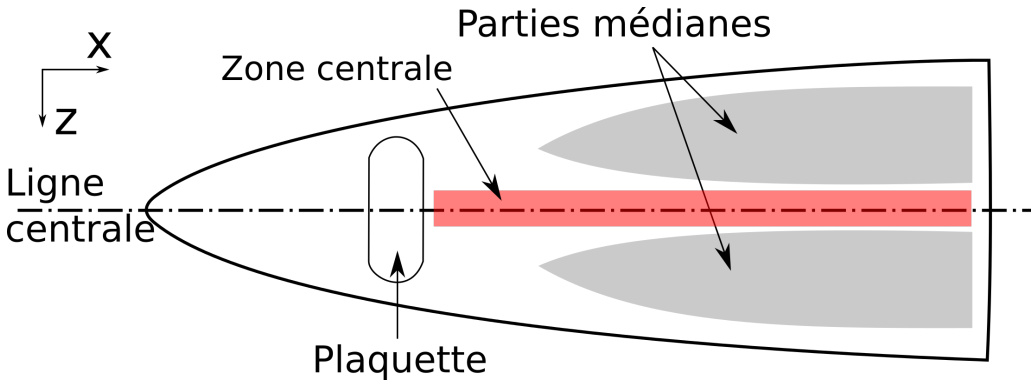


Figure 1.27 – Illustration et dénomination des zones caractéristiques sur l'intrados de la maquette.

1.4.2 L'écoulement stationnaire laminaire

Des calculs CFD sur l'avant-corps ont été réalisés par Antoine Durant, avec le solveur Navier-Stokes elsA [Cambier et al., 2013, Reneaux et al., 2011] de l'ONERA, dans les conditions de la soufflerie BAM6QT. Ces calculs servent d'une part à préparer les essais et d'autre part à fournir des conditions réalistes pour l'étude académique de transition par injection pariétale. Le maillage multi-bloc structuré est composé de 4 millions de cellules pour une demi-géométrie calculée. Le maillage est orthogonal à la paroi sur toute la longueur de la maquette, avec au moins 50 mailles dans la couche limite.

Les conditions à l'infini sont $\mathrm{M}_\infty = 6$ et $T_{tot,\infty} = 423$ K. La pression génératrice a été ajustée pour produire différents nombres de Reynolds unitaires ($\mathrm{R}e_u = 9.6 \times 10^6, 12 \times 10^6$ m^{-1}). La paroi est soit adiabatique, soit isotherme à 300 K. Les calculs ont été réalisés pour deux angles d'incidence : 0° et 4°. Les propriétés thermodynamiques de l'air sont supposées constantes à $C_p = 1004.5$ J/kg/K et $\gamma = 1.4$.

La figure 1.28 représente les contours du nombre de Mach le long de la maquette. Un choc détaché courbe se forme modifiant localement la couche limite près du nez par la présence d'une couche entropique. Deux tourbillons centraux stationnaires se forment du fait de l'écoulement transverse induit par le gradient de pression plus fort dans la direction latérale que longitudinale, de par la géométrie 3D. Ces tourbillons centraux sont également visibles sur le cône de section elliptique HiFIRE-5 (fig. 1.15).

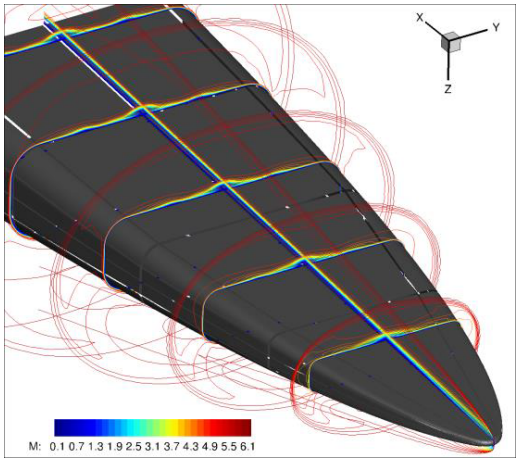


Figure 1.28 – Carte du nombre de Mach autour de la maquette et dans le plan de symétrie vertical. $\mathrm{M}_\infty = 6$, $\mathrm{R}e_u = 12 \times 10^6 m^{-1}$, AoA= 4°. Calcul A. Durant MBDA France.

L'épaisseur de couche limite δ n'est pas uniforme sur l'intrados comme le montre la figure 1.29 (en coupe à $x = 0.1$ m) et la figure 1.30 (surface). La zone centrale plus épaisse marque la présence des tourbillons centraux stationnaires. Les lignes de frottement attestent de la composante de vitesse transversale (CrossFlow) pouvant varier de -30 m/s à +50 m/s dans l'épaisseur de la couche limite (fig. 1.31).

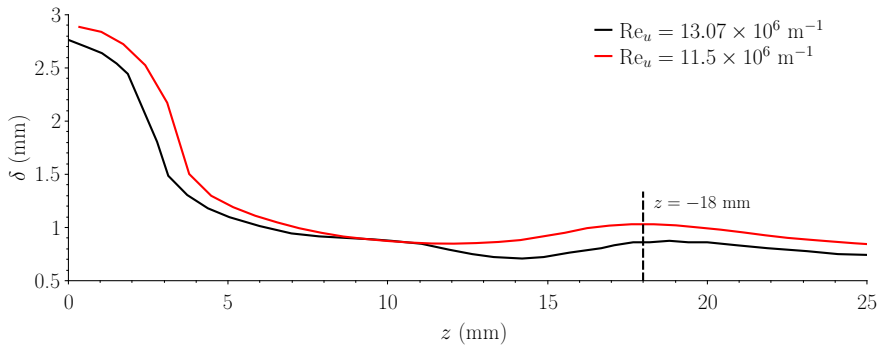


Figure 1.29 – Épaisseur de couche limite à $x = 0.1$ mm du nez pour deux valeurs de Re_u à 4°d'incidence. Le trait en pointillés symbolise la position des dispositifs isolés de transition lors des essais.

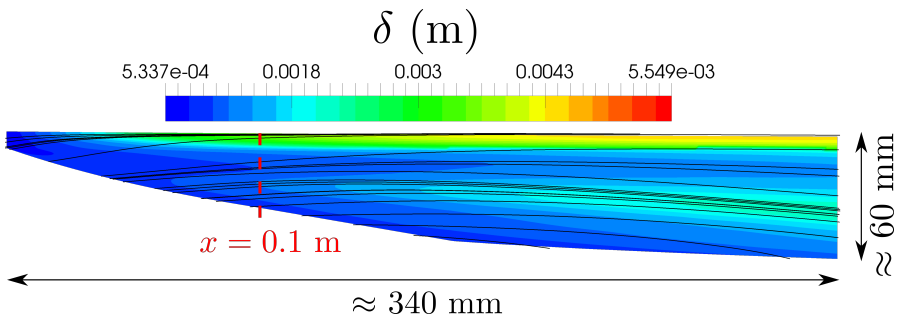


Figure 1.30 – Épaisseur de couche limite et ligne de frottement sur l'intrados de l'avant-corps générique à 4° d'incidence. Le trait pointillé symbolise la position de la coupe de la figure 1.29.

La figure 1.32 montre le champ de Mach dans le plan perpendiculaire à la direction d'écoulement, pris à l'abscisse $x = 0.1$ m, où sont placés les dispositifs de transition. On y voit clairement la trace du choc de bord d'attaque. Le nombre Mach à l'extérieur de la couche limite est d'environ 4.2.

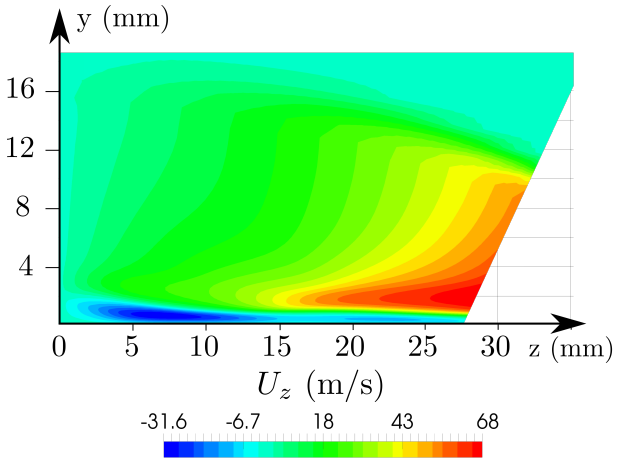


Figure 1.31 – Champ de vitesse transverse à $x = 0.1$ m. M_∞ =6, $\mathrm{Re}_u = 9.6 \times 10^6 m^{-1}$, AoA=4°.

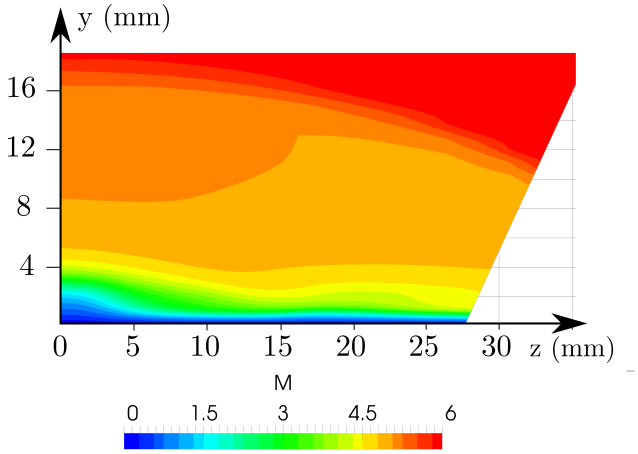


Figure 1.32 – Champ de nombre de Mach à $x = 0.1$ m. M_∞ =6, $\mathrm{Re}_u = 9.6 \times 10^6 m^{-1}$, AoA=4°.

Chapitre 2

Stabilité globale

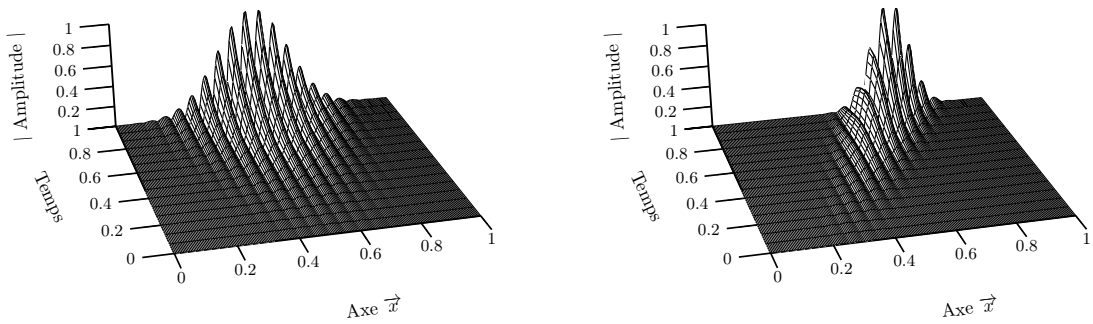
Sommaire

2.1 Introduction **22**
2.1.1 Théorie de la stabilité 22
2.1.2 Stabilité globale et locale 24
2.1.3 Stabilité modale et non-modale 27
2.2 Décomposition en Modes Dynamiques (DMD) **33**
2.2.1 Théorie 33
2.2.2 Validation de la méthode DMD 38
2.2.3 Poiseuille 40
2.2.4 Blasius 42
2.3 Réceptivité et intéraction des modes **45**
2.3.1 Introduction 45
2.3.2 Analyse DMD et observation 46
2.3.3 Théorie de la réceptivité et discussion 50

2.1 Introduction

2.1.1 Théorie de la stabilité

La transition d'un écoulement d'un régime laminaire vers un régime turbulent est un phénomène connu depuis l'expérience d'Osborne Reynolds (1883). L'étude de stabilité en mécanique des fluides se concentre sur l'évolution d'une perturbation dans un écoulement laminaire. Cette perturbation est une instabilité lorsqu'elle s'amplifie dans le temps et/ou l'espace. En revanche, si la perturbation est amortie, elle est considérée comme stable. Une perturbation peut aussi garder une amplitude constante, auquel cas elle ne s'amortit ni ne s'amplifie : elle oscille, évoluant autour d'un cycle limite. L'instabilité est dite absolue dans le cas où une perturbation impulsionnelle s'amplifie dans le temps à un point fixe de l'espace (fig. 2.1(a)), c'est le cas par exemple de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. En revanche, une instabilité convective est une perturbation impulsionnelle (fig. 2.1(b)) évoluant dans le temps et l'espace, sous réserve que chaque point de l'écoulement retrouve son état d'origine en temps fini. Un exemple de cette instabilité peut être une couche de mélange avec l'instabilité de Kelvin-Helmoltz (KH) [Huerre and Monkewitz, 1985].



(a) Instabilité absolue (b) Instabilité convective

Figure 2.1 – Illustration de l'évolution d'une instabilité absolue et convective.

L'instabilité se développant dans l'écoulement conduit généralement à un changement de régime, c'est la transition Laminaire-Turbulent. Ce document étudie la transition LT d'une couche limite selon les mécanismes définis par [Morkovin, 1969] (fig. 2.2).

L'étape de réceptivité est définie avant de présenter les différents scénarios de transition. Cette étape est cruciale car elle explique comment les perturbations entrent au sein de la couche limite. En effet, la rugosité de la paroi et les fluctuations extérieures excitent les modes de la couche limite produisant une perturbation interne d'amplitude initiale finie. Cette perturbation peut alors être décomposée en une somme de modes excités. Ces derniers évoluent ensuite dans un écoulement de base laminaire non-perturbé. L'amplitude et la nature des perturbations subies par la couche limite conditionnent un chemin de transition.

Une perturbation interne s'amplifie si au moins un des modes de la couche limite est instable. Les modes stables ont une amplitude décroissant exponentiellement en théorie linéaire modale. L'amplitude initiale infinitésimale d'une perturbation (**scénario A**) permet une évolution spatio-temporelle indépendante de chaque mode, car les termes croisés non-linéaires dans NS [1] représentant l'interaction entre les modes sont négligeables. Cette phase dite de croissance modale voit l'amplitude des modes instables évoluer de façon exponentielle. L'analyse des modes est possible en étudiant l'opérateur NS linéarisé. Cependant, une fois l'amplitude suffisamment grande, les modes interagissent entre eux conduisant *in fine* à un état turbulent. Ce scénario de transition est décrit par la Théorie de la Stabilité Linéaire (LST), explicité dans la section 2.1.2.

1. Navier Stokes

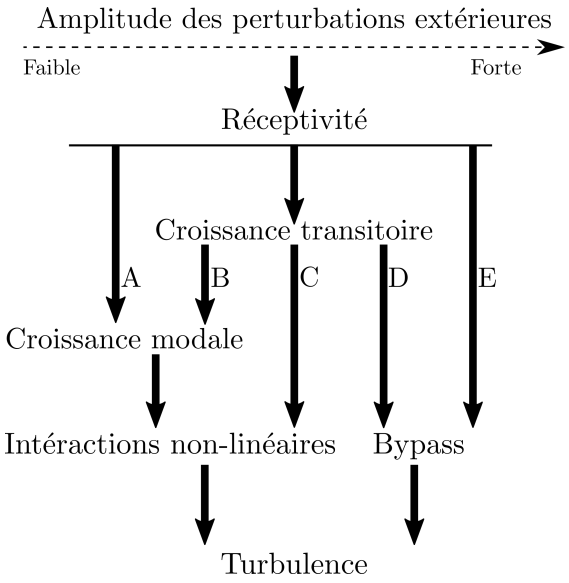


Figure 2.2 – Schéma représentant les mécanismes de transition LT dans les écoulements cisaillés (inspiré de [Morkovin, 1969, Saric et al., 2002]).

Pour une amplitude initiale plus élevée, une perturbation interne peut temporairement s'amplifier pour ensuite suivre un chemin classique de croissance ou de décroissance (**scénario B**). Cette amplification temporaire est appelée croissance transitoire. Elle réside dans le fait que les opérateurs NS et NS linéarisé sont non-normaux. La somme de deux modes stables peut croître temporairement pour ensuite décroître suivant le mode le moins stable.
Lorsque l'amplitude initiale des perturbations augmente, l'étape de croissance modale peut être contournée (bypass transition) menant à une transition précoce si l'amplitude initiale est assez grande (**scénarios C, D**). C'est le cas des perturbations introduites par les dispositifs de transition ou par le bruit dans l'écoulement de la soufflerie. L'interaction entre les modes conduit à une croissance transitoire, comme le décrit la théorie de la stabilité non-modale (section 2.1.3.3). Finalement, si l'amplitude initiale de la perturbation est assez grande, l'écoulement transitionne directement en régime turbulent (**scénario E**).

La figure 2.3 ci-dessous représente l'évolution d'une perturbation dans l'espace en fonction des différents scénarios énoncés précédemment. L'énergie d'une perturbation est quantifiée par sa norme.

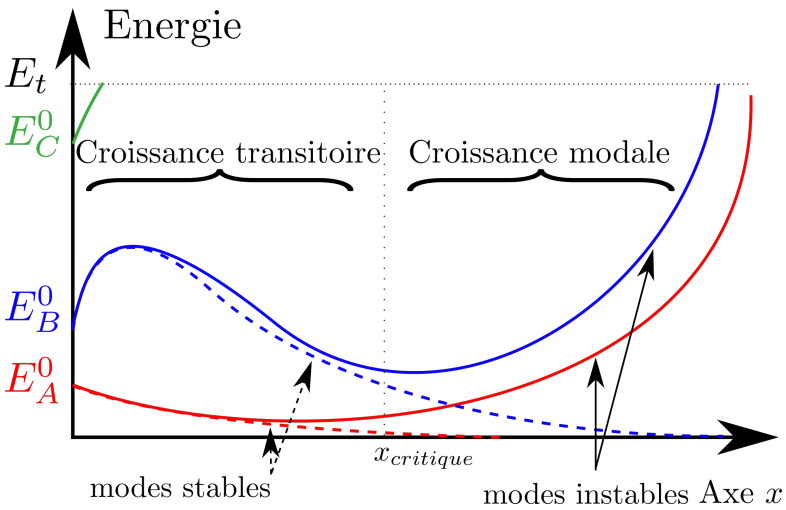


Figure 2.3 – Évolution temporelle de l'énergie d'une perturbation pour différents scénarios (A-C).

Pour résumer, les mécanismes de transition sont intimement liés à la nature stable ou instable des modes, mais aussi à leurs possibles intéractions. La théorie de la stabilité pose les bases mathématiques nécessaires à l'obtention de ces modes. Si leur amplitude est assez faible, ils évoluent en se superposant à un écoulement de base sans le perturber. Cette hypothèse de petites perturbations découple le problème et le simplifie. Ainsi, leur croissance est modale ou transitoire selon la nature de l'opérateur dont ils découlent. Actuellement, seuls les scénarios de transition A à C peuvent être étudiés avec l'opérateur NS linéarisé présenté dans la section 2.1.2 suivante. Les mécanismes de transition des scénarios D et E sont déchiffrables grâce à un calcul DNS ou LES.

2.1.2 Stabilité globale et locale

Avertissement : Dans ce chapitre, pour faciliter l'identification des objets mathématiques, les vecteurs sont soulignés ($\underline{.}$) et les opérateurs sont représentés en **gras**. Du point de vue numérique, les opérateurs sont discrétisés et les objets en gras sont des matrices réelles ou complexes de dimension finie. Il en est de même pour les fonctions propres qui sont nommées vecteurs propres dans une approche discrète.

2.1.2.1 Expression théorique

La théorie linéaire de la stabilité locale ou globale étudie l'évolution exponentielle ou algébrique des perturbations régies par les équations de Navier-Stokes (2.1). En effet, la linéarisation de ce système dynamique complexe permet d'extraire les modes d'un écoulement et de déduire leur stabilité, qu'elle soit modale ou non. On cherche dans les développements suivants à définir ce que sont les modes et en quoi ils conditionnent l'évolution des perturbations. Partons de l'équation de NS

$$\frac{\partial \underline{q}}{\partial t} = \mathbf{U}_{NS}\left(\underline{q}\right) \tag{2.1}$$

avec $\underline{q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T$ le vecteur des variables conservatives et $\mathbf{U}_{NS}$ l'opérateur NS.

En supposant des perturbations d'amplitude infinitésimale on peut décomposer les variables de l'écoulement en une solution de base non-perturbée $\underline{Q}$, qui est une solution laminaire de Navier-Stokes, à laquelle on ajoute un terme de fluctuation $\underline{q}'$.

$$\underline{q}(x,y,z,t) = \underline{Q}(x,y,z,t) + \varepsilon \underline{q}'(x,y,z,t) \quad ; \quad \varepsilon << 1 \tag{2.2}$$

Cette hypothèse de petites perturbations (2.2) est utilisée pour linéariser les équations de Navier-Stokes (2.1), conduisant aux équations dites "aux petites perturbations".

$$\frac{\partial \underline{q}'(x,y,z,t)}{\partial t} = \mathbf{L}_{\mathrm{NS}}\left(\underline{q}'(x,y,z,t)\right) \tag{2.3}$$

L'opérateur NS linéarisé ($\mathbf{L}_{NS}$) dépend de l'écoulement de base $\underline{Q}$, des grandeurs thermodynamiques $(Cp(T), \gamma(T))$, du coefficient de viscosité $\mu(T)$ et de la conductivité thermique $k(T)$. Selon la nature de $\mathbf{L}_{NS}$, la fluctuation peut s'amplifier dans le temps et suivre un scénario de transition (A ou B) défini dans la figure 2.2. Mathématiquement, cette fluctuation de forme quelconque, peut s'exprimer comme une somme pondérée infinie de fonctions, dépendantes elles aussi du temps et de l'espace. Un choix naturel est de prendre les fonctions propres de $\left(\frac{\partial}{\partial t} - \mathbf{L}_{NS}\right)$, notées $\underline{\tilde{p}}'_j(x,y,z,t)$. Elles se définissent telles que :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \mathbf{L}_{NS}\right) \underline{\tilde{p}}'_j(x,y,z,t) = \lambda_j \underline{\tilde{p}}'_j(x,y,z,t) \tag{2.4}$$

on note λ_j la valeur propre associée à la fonction propre $\underline{\tilde{p}}'_j(x,y,z,t)$. La décomposition de la fluctuation s'exprime par :

$$\underline{q}'(x,y,z,t) = \sum_{j=0}^{\infty} \kappa_j \underline{\tilde{p}}'_j(x,y,z,t) \tag{2.5}$$

De plus, on peut faire l'hypothèse que la fonction propre peut s'exprimer comme le produit de deux fonctions $\underline{\tilde{p}}'_j(x,y,z,t) = c_j(t)\underline{\tilde{q}}'_j$, l'une dépendant du temps $c_j(t)$, l'autre de l'espace $\underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z)$. Or, l'opérateur $\mathbf{L}_{NS}$ ne dépend que de l'espace, par conséquent il est intéressant de prendre $\underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z)$ comme ses fonctions propres.

$$\mathbf{L}_{NS}\left(\underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z)\right) = \omega_j \underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z)$$

avec ω_j la valeur propre associée à $\underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z)$. Ainsi, on peut écrire la fluctuation comme une somme pondérée de fonctions propres :

$$\underline{q}'(x,y,z,t) = \sum_{j=0}^{\infty} \kappa_j c_j(t) \underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z) \tag{2.6}$$

En utilisant (2.6) dans (2.3) on exprime la fonction $c_j(t)$

$$\frac{\partial}{\partial t}\sum_{j=0}^{\infty} \kappa_j c_j(t) \underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z) = \mathbf{L}_{\mathrm{NS}}\left(\sum_{j=0}^{\infty} \kappa_j c_j(t) \underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z)\right)$$

Or pour la j^{ieme} fonction propre

$$\frac{dc_j(t)}{dt}\underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z) = \mathbf{L}_{\mathrm{NS}}\left(\underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z)\right) c_j(t) = \omega_j \underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z) c_j(t)$$

$$\frac{dc_j(t)}{c_j(t)} = \omega_j dt$$

$$c_j(t) = e^{\omega_j t}$$

L'équation 2.6 s'exprime alors comme

$$\underline{q}'(x,y,z,t) = \sum_{j=0}^{\infty} \kappa_j \underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z) e^{\omega_j t} \tag{2.7}$$

Soit $\underline{\phi}_j(x,y,z) = \frac{\underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z)}{||\underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z)||}$ avec $||\ \underline{\phi}_j\ ||= 1$ et $\alpha_j = \kappa_j\ ||\ \underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z)\ ||$, alors l'équation (2.7) s'écrit

$$\underline{q}'(x,y,z,t) = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j \underline{\phi}_j(x,y,z) e^{\omega_j t} \tag{2.8}$$

L'ensemble des fonctions $\underline{\phi}_j(x,y,z)$ constitue la base propre de l'opérateur $\mathbf{L}_{NS}$ et $\alpha_j \in \mathbb{C}$ définit la présence énergétique du mode propre j dans la fluctuation $\underline{q}'(x,y,z,t)$. Ce mode désigne le produit $\underline{\phi}_j(x,y,z)e^{\omega_j t}$ et est constitué d'une valeur propre ω_j caractérisant son évolution temporelle et d'une fonction propre $\underline{\phi}_j(x,y,z)$ le situant spatialement dans l'écoulement. On remarque que $\omega_j = \lambda_j$ en remplaçant $\underline{\tilde{p}}'_j$ par $\underline{\tilde{q}}'_j e^{\omega_j t}$ dans (2.4).

La stabilité temporelle de la fluctuation est donnée par valeur réelle de ω_j ($\mathcal{R}e\{\omega_j\} = \omega_r$). En effet, si $\omega_r > 0$, l'exponentielle est croissante, amplifiant le mode dans le temps, il est **instable**. Si $\omega_r < 0$ l'exponentielle est décroissante, le mode est amorti donc **stable**. Dans le cas particulier où $\omega_r = 0$ le mode conserve, en tout point de l'espace, son amplitude au cours du temps.

Il existe différents modèles pour étudier la stabilité spatiale d'un écoulement, se distinguant par les hypothèses faites pour décrire l'espace dans lequel il se propage. Les directions de faible gradient permettent de déduire des homogénéités dans l'écoulement de base. En fonction des directions homogènes, la dimension spatiale du problème se réduit en supposant une forme d'onde pour le mode dans ces directions. Cette simplification est cruciale pour réduire le temps de calcul nécessaire à la résolution du problème. Ces hypothèses agissent sur la validité des résultats de stabilité. Par exemple, pour deux tourbillons contra-rotatif marginaux, l'étude de stabilité spatiale ne donnera pas les mêmes résultats si elle est menée en BiGlobal 2D [Broadhurst, 2006] ou en TriGlobal 3D, 2.5D PSE [Paredes, 2014].

Le tableau 2.1 résume l'influence des hypothèses d'homogénéité sur la taille du problème de stabilité à résoudre, ainsi que le nom du modèle généralement associé.

Historiquement, du fait de la limitation des ressources informatiques, la théorie de la stabilité a étudié des problèmes simplifiés 1D (locaux), en faisant l'hypothèse d'un écoulement parallèle. Pour une couche limite, son épaisseur n'augmente pas. Ce n'est que récemment grâce à l'augmentation des ressources de calcul que l'étude des problèmes multi-dimensionnels (globaux) a pu s'effectuer. Il existe trois différents concepts de théorie linéaire globale cités dans [Theofilis, 2011] ; dans notre étude un mode global désigne la solution d'un problème multi-dimensionnel.

Si l'écoulement évolue lentement dans une direction, sans pour autant qu'elle soit homogène, il faut prendre en compte l'ensemble de l'évolution en amont de l'instabilité. Ceci conduit aux Équations de Stabilité Parabolisées (PSE, Parabolized Stability Equations) qui permettent, tout en réduisant la taille du problème, de garder la dépendance à une dimension dans le résultat de stabilité. Le tableau 2.1 résume les deux modèles PSE et les hypothèses associées.

Modèles	Hypothèses	Écoulement de base	Mode propre
TriGlobal 3D	-	$\underline{Q}(x,y,z)$	$\underline{\tilde{q}}'_j(x,y,z) \times e^{\omega_j t}$
PSE 2.5D	∂_z=0,$\partial_x \ll$1	$\underline{Q}(y,z)$	$\underline{\tilde{q}}'_i(y,z) \times e^{\int_{x_0}^{x_f} \alpha(x)dx+\omega_j t}$
BiGlobal 2D	∂_x=0	$\underline{Q}(y,z)$	$\underline{\tilde{q}}'_j(y,z) \times e^{\alpha x+\omega_j t}$
PSE 1.5D	$\partial_x \ll$1	$\underline{Q}(y)$	$\underline{\tilde{q}}_j(y) \times e^{\int_{x_0}^{x_f} \alpha(x)dx+\beta z+\omega_j t}$
Local 1D	∂_x=∂_z=0	$\underline{Q}(y)$	$\underline{\tilde{q}}'_j(y) \times e^{\alpha x+\beta z+\omega_j t}$

Table 2.1 – Représentation mathématique du mode et de la dimension spatiale de l'écoulement de base pour différentes hypothèses d'homogénéité de l'écoulement. $\alpha, \beta, \omega \in \mathbb{C}$.

Remarque d'écriture : L'allure des modes est exprimée dans ce tableau pour rester cohérente avec 2.7. Or la convention d'écriture stipule, par exemple, que le mode Biglobal 2D s'écrive $\underline{\tilde{q}}'_j(y,z) \times e^{i(\alpha x-\omega_j t)}$. Toutefois, pour le reste du document nous garderons l'expression des modes telle qu'elle est exprimé dans le tableau 2.1.

Ce document ne développe pas les équations PSE ni la PSE non-linéaire, le lecteur peut se référer aux travaux de [Theofilis, 2003, Saric et al., 2003].

Concernant l'étude de stabilité spatiale, si le mode dans la direction d'étude est considéré comme une onde, alors la partie réelle de la valeur propre associée conditionne la stabilité. Par exemple, dans une hypothèse d'écoulement Local 1D, si $\mathcal{R}e\{\alpha\} > 0$ et $\mathcal{R}e\{\beta\} < 0$ le mode a une croissance modale dans la direction x et est amorti dans la direction z.

2.1.2.2 Approche classique ou discrétisée

Il est nécessaire de distinguer deux approches possibles pour la résolution du problème (2.3). La première est **l'approche classique**, qui permet d'accéder à la totalité du spectre de l'opérateur en itérant mode par mode. Prenons un exemple, en appliquant le modèle local 1D pour simplifier le problème (2.3). On peut écrire l'opérateur NS linéarisé 1D (Le nombre de Reynolds Re apparaît dans les équations suite à l'adimensionnement de l'écoulement de base)

$$\mathbf{L}_{1D}\left\{\underline{Q}, \alpha, \beta, \omega, Re, \partial_y, \partial_{yy}\right\} \underline{\tilde{q}}'(y) = 0 \tag{2.9}$$

L'écoulement de base étant stationnaire, on admet qu'il existe un triplet de valeurs (α, β, ω) tel que $\underline{\tilde{q}}'$ soit non-nul, ce qui existe uniquement si l'opérateur est non-inversible, soit un déterminant nul. Alors, l'ensemble $(\alpha, \beta, \omega; Re)$ satisfait la relation de dispersion notée $\mathcal{D}$.

$$\mathcal{D}(\omega, \alpha, \beta; Re) = det\left(\mathbf{L}_{1D}\right) = 0 \tag{2.10}$$

En se fixant par exemple $(\alpha, \beta, Re) \in \mathbb{R}$ dans (2.10), on obtient $\omega \in \mathbb{C}$ valeur propre de $\mathbf{L}_{1D}$. Il suffit de chercher $\underline{\tilde{q}}'$ pour obtenir la fonction propre associée. La valeur de ω n'est pas forcement unique. L'étude spatiale est accessible en fixant $(\omega, \beta; Re)$ ou $(\omega, \alpha; Re)$. L'ensemble des valeurs ω solutions de $\mathcal{D}$ constituent des branches et des pôles dans le spectre de l'opérateur. Cette approche est utilisée dans la thèse de [Ferrier, 2008].

L'approche discrétisée[2] consiste à expliciter numériquement l'opérateur en discrétisant les opérateurs de dérivation $e.g. \frac{\partial}{\partial y} \rightarrow D_y \in \mathcal{M}_{n\times n}$ en utilisant des schémas numériques d'ordre élevé. Pour effectuer une étude temporelle, on utilise le modèle Local 1D pour simplifier le problème (2.3), puis on sépare au premier membre les termes fonctions de ω puis au second membre ceux fonctions de α, β.

$$\begin{aligned} \omega \mathbf{M}_{1\mathrm{D}} \underline{\tilde{q}}'(y) &= \mathbf{L}_{1\mathrm{D}}\left\{\underline{Q}, \alpha, \beta; Re, D_y, D_{yy}\right\} \underline{\tilde{q}}'(y) \\ \omega \underline{\tilde{q}}'(y) &= \mathbf{M}_{1\mathrm{D}}^{-1} \mathbf{L}_{1\mathrm{D}}\left\{\underline{Q}, \alpha, \beta; Re, D_y, D_{yy}\right\} \underline{\tilde{q}}'(y) \end{aligned} \tag{2.11}$$

En fixant $(\alpha, \beta, Re) \in \mathbb{R}$ on peut effectuer une diagonalisation de la matrice $\mathbf{M}_{1\mathrm{D}}^{-1}\mathbf{L}_{1\mathrm{D}}$. Ceci donne un nombre fini de valeurs propres ω et vecteurs propres associés $\underline{\tilde{q}}'$, correspondant à la dimension de la matrice, d'où le terme discret. Cette approche est utilisée dans la section 2.2.2 pour analyser la stabilité du système Orr-Sommerfeld & Squire.

2.1.3 Stabilité modale et non-modale

Dans la section 2.1.2 précédente nous avons abordé la théorie de la stabilité. Elle permet d'extraire les modes propres d'un écoulement dont l'évolution est conditionnée par l'opérateur non-linéaire Navier-Stokes. Ces modes, constituants de base d'une fluctuation ou perturbation, peuvent suivre, s'ils sont instables, un scénario de transition définit par [Morkovin, 1969] (fig. 2.2). Cette partie a pour but d'introduire la croissance modale et/ou non-modale d'une perturbation et d'introduire les outils nécessaires à leur étude. La théorie de la stabilité non-normale donnée dans la section suivante s'inspire des ouvrages de [Trefethen and Embree, 2005, Schmid, 2007].

2. En anglais Matrix Forming

2.1.3.1 Définition de la non-normalité

Quelle que soit l'approche du problème utilisée, locale ou globale, la nature de l'opérateur ($\mathbf{L}_{1D}, \mathbf{L}_{2D}$, $\mathbf{L}_{3D}$) détermine si la croissance d'une perturbation est modale (opérateur normal) ou s'il y a possibilité d'une croissance transitoire (opérateur non-normal). La stabilité modale nous donne l'évolution asymptotique $t \to \infty$ d'une perturbation, tandis que la stabilité non-modale étudie son comportement à court terme.

Un opérateur normal $\mathbf{L}$, par définition, commute avec son adjoint $\mathbf{L}^\star$

$$\mathbf{L}\mathbf{L}^\star = \mathbf{L}^\star\mathbf{L} \tag{2.12}$$

et par propriété sa base propre est orthogonale [3]. Inversement, un opérateur non-normal ne commute pas avec son adjoint et sa base propre est non-orthogonale.
Pour voir l'influence de cette orthogonalité sur la norme d'une perturbation, prenons un exemple dans lequel une perturbation se décompose en la somme de deux modes (2.7) s'écrit ($\kappa_1 = \kappa_2 = 1$) :

$$\underline{q}'(x,y,z,t) = \underline{\tilde{q}}'_1(x,y,z)e^{\omega_1 t} + \underline{\tilde{q}}'_2(x,y,z)e^{\omega_2 t} \tag{2.13}$$

Les valeurs propres $\{\omega_1, \omega_2\} < 0$ avec $\omega_1 > \omega_2$ définissent deux modes asymptotiquement stables. La norme 2 ($\mathcal{L}^2$) de la fluctuation caractérise son énergie :

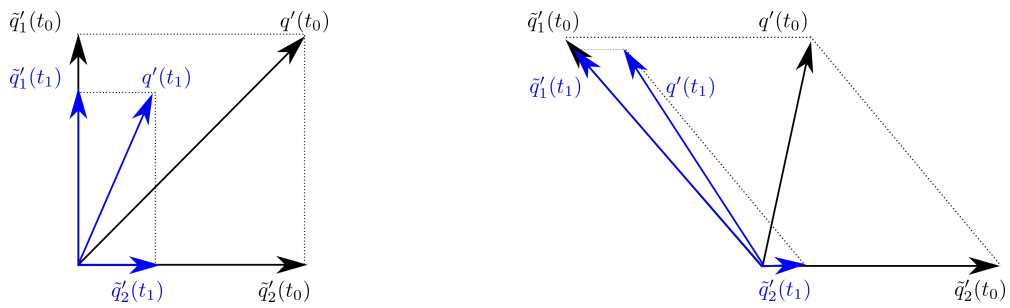
$$|| \underline{q}'(x,y,z,t) ||^2_{\mathcal{L}^2} = || \underline{\tilde{q}}'_1(x,y,z)e^{\omega_1 t} ||^2_{\mathcal{L}^2} + \left(\underline{\tilde{q}}'_1(x,y,z), \underline{\tilde{q}}'_2(x,y,z)\right) e^{(\omega_1+\omega_2)t} + || \underline{\tilde{q}}'_2(x,y,z)e^{\omega_2 t} ||^2_{\mathcal{L}^2} \tag{2.14}$$

- Dans le cas où $\mathbf{L}$ est **normal** :

Les fonctions propres sont orthogonales $\left(\underline{\tilde{q}}'_1(x,y,z), \underline{\tilde{q}}'_2(x,y,z)\right) e^{(\omega_1+\omega_2)t} = 0$. L'énergie de la perturbation résultant de la somme des normes des deux modes propres ne fera que décroître dans le temps (fig. 2.4(a)).

- Dans le cas où $\mathbf{L}$ est **non-normal** :

Les fonctions propres ne sont plus orthogonales $\left(\underline{\tilde{q}}'_1(x,y,z), \underline{\tilde{q}}'_2(x,y,z)\right) e^{(\omega_1+\omega_2)t} \neq 0$. Ce terme s'ajoute à la somme des normes des modes propres dans le calcul de l'énergie de la perturbation, et représente l'angle entre les deux modes. Si les fonctions propres sont suffisamment non-orthogonales, il peut y avoir une croissance temporaire de l'énergie de $\underline{q}'(x,y,z,t)$ (fig. 2.4(b)).



(a) Opérateur normal (b) Opérateur non-normal

Figure 2.4 – Amplitude d'une perturbation $q'(t)$ en fonction du temps pour un opérateur normal ($q'(t_0) > q'(t_1)$) et non-normal ($q'(t_0) < q'(t_1)$).

3. Si $\mathbf{L}(\underline{x}) = \lambda_1\underline{x}$ et $\mathbf{L}(\underline{y}) = \lambda_2\underline{y}$ avec $\mathbf{L}^\star(\underline{y}) = \lambda_2\underline{y}$ (l'opérateur adjoint a le même espace spectral) on a : $\lambda_1(\underline{x},\underline{y}) = (\mathbf{L}(\underline{x}),\underline{y}) = (\underline{x},\mathbf{L}^\star(\underline{y})) = \lambda_2(\underline{x},\underline{y}) \Rightarrow (\underline{x},\underline{y}) = 0$

La non-normalité, en première approche, se quantifie avec la valeur de la constante de Kreiss $\mathcal{K}$ [Trefethen and Embree, 2005]. Pour l'exemple, on considère un problème discrétisé où tous les vecteurs propres sont connus et chacun de norme unitaire. Ils constituent les colonnes de la matrice des vecteurs propres droits notée $\mathbf{V}$. $\sigma\{\mathbf{V}\}$ est l'ensemble des valeurs propres singulières déterminées par décomposition en valeurs singulières (SVD) de $\mathbf{V}$.

$$\mathcal{K}(\mathbf{V}) = \| \mathbf{V} \| \| \mathbf{V}^{-1} \| = \frac{\sigma_{max}\{\mathbf{V}\}}{\sigma_{min}\{\mathbf{V}\}} \tag{2.15}$$

Pour une matrice normale, $\mathcal{K} = 1$. Plus la non-normalité est importante, plus $\mathcal{K}(\mathbf{V}) \to \infty$. Une valeur courante pour un opérateur non-normal est $\mathcal{K} > 10^{12}$ [Schmid, 2007].
Les deux parties suivantes vont introduire les outils utilisables pour étudier la stabilité modale et non-modale d'un écoulement.

2.1.3.2 Stabilité modale

Pour étudier la stabilité d'un opérateur normal seule la connaissance du mode propre le moins stable est utile. En effet, le comportement de l'opérateur suit le comportement de ce mode. Ce type d'étude de stabilité s'appelle la stabilité modale.
Exemple d'application : Généralement, l'opérateur modélisant l'évolution de l'écoulement dépend de un ou plusieurs paramètre(s) (eq (2.9)). Par exemple, pour une couche limite, on recherche l'influence du nombre de Reynolds Re_{δ_1} basé sur l'épaisseur de quantité de déplacement de la couche limite, sur la stabilité des valeurs propres. En calculant la valeur propre la moins stable pour diverses positions le long d'une plaque plane, on détermine, en abscisse, les zones d'amortissement ou d'amplification des perturbations. L'ensemble de ces zones constitue un diagramme de stabilité. La ligne de séparation entre la zone stable et instable est appelée courbe neutre.
La figure 2.5 représente le diagramme de stabilité de l'écoulement de Blasius. Ce diagramme a été obtenu en faisant l'hypothèse d'un écoulement parallèle (1D) et en utilisant une approche discrétisée de l'opérateur d'Orr-Sommerfeld & Squire (défini section 2.2.2.2). Pour chaque valeur de Re_{δ_1} et de $\alpha \in \mathbb{R}$ à $\beta = 0$ on recherche $\omega \in \mathbb{C}$ la moins stable. Le signe de la valeur de ω_r défini des zones stables et des zones d'instabilités.

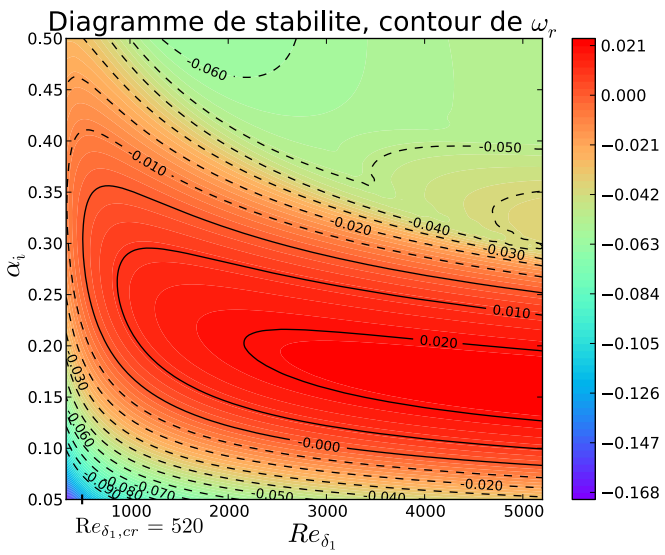


Figure 2.5 – Diagramme de stabilité pour une couche limite de Blasius incompressible. La couleur représente la valeur de ω_r.

2.1.3.3 Stabilité non-modale

L'étude de stabilité non-modale prend en compte l'interaction des vecteurs propres d'un opérateur, en plus des valeurs propres, pour décrire son comportement. Elle étudie donc l'interaction entre les modes propres de l'opérateur. Cette analyse peut s'appliquer à un opérateur normal ou non-normal. On étudie directement l'évolution énergétique d'une perturbation ($|| \underline{q}'(x,y,z,t) ||$) au cours du temps ainsi que l'ensemble des modes propres qui la composent, permettant d'avoir l'effet de leurs interactions.

Remarque : Pour un opérateur normal, les vecteurs propres étant orthogonaux entre eux, ils n'interagissent pas. Cela revient à étudier uniquement le comportement des valeurs propres, donc effectuer une étude de stabilité modale.

Croissance transitoire : On définit l'énergie d'une perturbation comme $|| \underline{q}'(t) ||^2_{\mathcal{L}^2}$. Toutefois, la norme $\mathcal{L}^2$ n'est pas adaptée pour ce genre d'étude car elle ne rend pas compte de la "capacité" de la perturbation à répartir son énergie entre les modes propres [Schmid and Henningson, 2001]. Or, cette information est cruciale car plus une perturbation se compose de modes propres non-normaux, plus les termes croisés dans le calcul de son énergie sont présents. Pour la stabilité non-modale, il est plus important de quantifier l'énergie qu'une perturbation apporte à chaque mode propre que sa propre énergie initiale. Ainsi, on cherche à quantifier le potentiel de la perturbation à répartir son énergie entre chaque mode propre.

On définit la norme énergétique $(,)_E$ ou $|| \, . \, ||_E$ comme la norme permettant de calculer les coefficients α_j pondérant chaque fonction propre $((\underline{q}'(t_0), \underline{\phi}_j)_E = \alpha_j)$ avec les notations de (2.8).

Pour obtenir l'expression de cette norme, prenons un opérateur linéaire discrétisé $\mathbf{L} \in \mathbb{C}_{m\times m}$ diagonalisable $\mathbf{L} = \mathbf{V}\Lambda\mathbf{V}^{-1}$ tel que la solution de (2.3) s'exprime :

$$\underline{q}'(x,y,z,t) = e^{\mathbf{L}(t-t_0)}\underline{q}(x,y,z,t_0) = \mathbf{V}e^{\mathbf{\Lambda}(t-t_0)}\mathbf{V}^{-1}\underline{q}'(x,y,z,t_0) = \mathbf{A}(t-t_0)\underline{q}'(x,y,z,t_0) \tag{2.16}$$

Les colonnes de $\mathbf{V}$ sont constituées des vecteurs propres $\underline{\phi}_j(x,y,z)$. La fonction $\underline{q}'(x,y,z,t_0)$ peut se décomposer sur la base propre de $\mathbf{L}$ comme $\underline{q}'(x,y,z,t_0) = \mathbf{V}\underline{\alpha}$, donc $\underline{\alpha} = \mathbf{V}^{-1}\underline{q}'(x,y,z,t_0)$. Les lignes de $\underline{\alpha}$ sont composées des α_j. En prenant la norme $\mathcal{L}^2$ de $\underline{\alpha}$ on obtient

$$\begin{aligned}
|| \underline{\alpha} ||^2_{\mathcal{L}^2} &= (\underline{\alpha}, \underline{\alpha})_{\mathcal{L}^2} = \left(\mathbf{V}^{-1}\underline{q}'(x,y,z,t_0), \mathbf{V}^{-1}\underline{q}'(x,y,z,t_0)\right)_{\mathcal{L}^2} \\
&= \left(\underline{q}'(x,y,z,t_0)^H, (\mathbf{V}^{-1})^H\mathbf{V}^{-1}\underline{q}'(x,y,z,t_0)\right)_{\mathcal{L}^2} \\
&= \left(\underline{q}'(x,y,z,t_0)^H, \mathbf{P}\underline{q}'(x,y,z,t_0)\right)_{\mathcal{L}^2} = \left(\underline{q}'(x,y,z,t_0), \mathbf{P}\underline{q}'(x,y,z,t_0)\right)_{\mathcal{L}^2} \\
&= || \underline{q}'(x,y,z,t_0) ||^2_E
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Donc la norme énergétique d'une perturbation initiale quelconque $\underline{q}'(x,y,z,t_0)$ se note $|| \underline{q}'(x,y,z,t_0) ||^2_E = (\underline{q}'(x,y,z,t_0), \underline{q}'(x,y,z,t_0))_E$ et correspond à la norme $\mathcal{L}^2$, $\left(\underline{q}'(x,y,z,t_0), \mathbf{P}\underline{q}'(x,y,z,t_0)\right)_{\mathcal{L}^2}$. Pour plus de détail (sec 4 et Annexe de [Reddy et al., 1993]). Pour les développements futurs dans cette section, on considère cette norme énergétique.

On définit la croissance d'une perturbation par $G(t) = \frac{||\underline{q}'(x,y,z,t)||^2}{||\underline{q}(x,y,z,t_0)||^2}$. Pour déterminer sa stabilité, on cherche à savoir comment cette fonction évolue immédiatement après le temps initial, et quelles sont les conditions pour avoir une croissance transitoire.

La dérivée de la fonction $G(t)$, $\forall t \geq t_0$ proche de t_0, avec $|| \underline{q}'(x,y,z,t_0) ||= 1$ détermine si le sens de variation de la fonction, après le temps initial (t_0), est croissant ou décroissant. Cette information indique s'il y a une croissance transitoire.

$$\begin{aligned}
\frac{dG(t)}{dt} = \frac{d \, || \underline{q}'(x,y,z,t) ||^2}{dt} &= \left(\frac{d\underline{q}'(x,y,z,t)}{dt}, \underline{q}'(x,y,z,t)\right) + \left(\underline{q}'(x,y,z,t), \frac{d\underline{q}'(x,y,z,t)}{dt}\right) \\
&= (\mathbf{L}\underline{q}'(x,y,z,t), \underline{q}'(x,y,z,t)) + (\underline{q}'(x,y,z,t), \mathbf{L}\underline{q}'(x,y,z,t)) \\
&= 2\mathcal{R}e\{(\mathbf{L}\underline{q}'(x,y,z,t), \underline{q}'(x,y,z,t)\}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

La valeur de $2\mathcal{R}e\{(\mathbf{L}\underline{q}'(x,y,z,t),\underline{q}'(x,y,z,t)\}$ est connue sous le nom de rayon spectral de $\mathbf{L}$ [Schmid, 2007]. Si sa valeur est positive, alors la variation de $G(t)$, $\forall t \geq t_0$ proche de t_0 est croissante. Dans ce cas seulement, il y a croissance transitoire.
Si la pente initiale est positive et que toutes les valeurs propres sont stables ($\omega_j < 0$), il existe un maximum de croissance transitoire $C \in \mathbb{R}$.

$$G(t) = \frac{\| \underline{q}'(x,y,z,t) \|^2}{\| \underline{q}'(x,y,z,t_0) \|^2} = \| e^{\mathbf{L}(t-t_0)} \| \leq C \quad \forall t \geq 0 \tag{2.19}$$

Une rapide approximation consiste à exprimer la croissance transitoire en fonction de la constante de Kriess $\mathcal{K}$ et de la partie réelle de la valeur propre la moins stable. Les valeurs propres ω_j sont contenues dans la diagonale de $\mathbf{\Lambda}$.

$$\| e^{max\{\mathcal{R}e(\omega_j)\}(t-t_0)} \| \leq \| e^{\mathbf{L}(t-t_0)} \| \leq \mathcal{K} \| e^{max\{\mathcal{R}e(\omega_j)\}(t-t_0)} \| \tag{2.20}$$

Pour plus de précision, il faut introduire la notion de pseudo-spectre. Les valeurs propres ω_j telles que $det\,(\omega_j\mathbf{I} - \mathbf{L}) = 0$, définissent l'ensemble des valeurs propres $\Omega(\mathbf{L})$. Toutefois, en perturbant $\mathbf{L}$ avec une matrice $\mathbf{E}$ tel que $\| \mathbf{E} \| = \varepsilon$, les valeurs propres de $\mathbf{L} + \mathbf{E}$ sont les ε-pseudo valeurs propres de $\mathbf{L}$ notées $\Omega_\varepsilon(\mathbf{L})$.

$$\Omega_\varepsilon(\mathbf{L}) = \{z \in \mathbb{C}\,; \quad z \in \Omega(\mathbf{L}+\mathbf{E}) \quad \forall \mathbf{E} \text{ tel que } \| \mathbf{E} \| \leq \varepsilon\} \tag{2.21}$$

Les deux prochaines définitions sont équivalentes à la première (2.21).

$$\Omega_\varepsilon(\mathbf{L}) = \left\{z \in \mathbb{C}\,; \| (z\mathbf{I} - \mathbf{L})^{-1} \| \geq \varepsilon^{-1}\right\} \tag{2.22}$$

$$\Omega_\varepsilon(\mathbf{L}) = \left\{z \in \mathbb{C}\,; \sigma_{min}(z\mathbf{I} - \mathbf{L})^{-1} \leq \varepsilon^{-1}\right\} \tag{2.23}$$

Le résolvent de $\mathbf{L}$ est noté par $(z\mathbf{I} - \mathbf{L})^{-1}$. L'ensemble de ces trois équations (2.21),(2.22),(2.23) définit le ε pseudo spectre d'un opérateur. Ces définitions s'obtiennent grâce au théorème de Hille-Yosida.

On peut montrer [Trefethen and Embree, 2005] qu'une limite basse pour le maximum de croissance transitoire est donnée par

$$\sup\{\| e^{\mathbf{L}t} \|\} \geq \varepsilon^{-1} \sup\{\mathcal{R}e\{z\}\} \tag{2.24}$$

Cette expression montre que la croissance transitoire est d'autant plus grande que le ε pseudo-spectre va profondément dans le domaine instable. En effet, pour avoir la plus grande croissance, il faut que ε soit petit et la partie réelle du point où ε est pris soit grande. La quantité $\varepsilon^{-1} sup\{\mathcal{R}e\{z\}\}$ est utilisée pour donner l'ordre de grandeur de la croissance transitoire. La figure ci-dessous illustre le ε pseudo spectre pour un écoulement de Blasius. Le spectre est aussi tracé à titre de comparaison.

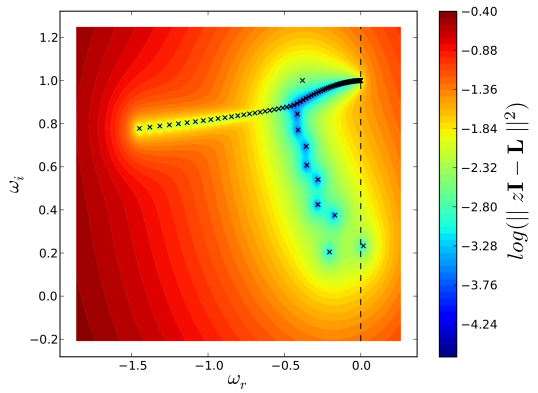


Figure 2.6 – Exemple de ε pseudo-spectre, les symboles $\times$ sont les valeurs propres.

Pour une couche limite incompressible, les modes de Tollmien-Schlichting sont les plus instables selon le théorème de Squire ([Schmid and Henningson, 2001] p.69). Toutefois, cette affirmation n'est vraie qu'en stabilité modale. Lorsqu'une couche limite est soumise à du bruit, l'énergie des perturbations se répartit entre les modes propres, changeant la nature de la transition. Par conséquent, des modes stables peuvent conduire à la transition. En effet, les modes transitionnels deviennent 3D en forme de tourbillons longitudinaux appelés des 'streaks'.

2.1.3.4 Transition Laminaire-Turbulent

Dans le cas d'une couche limite, l'amplification des modes excités spatialement en aval de la position d'étude aide à prédire la transition. Il existe un seuil critique d'amplitude à partir duquel l'écoulement change de régime. La loi empirique du facteur $\mathcal{N}$ ($e^{\mathcal{N}}$), équation (2.25), est généralement utilisée pour déterminer si un mode dépasse le seuil critique. La transition s'effectue lorsque l'amplitude de la perturbation atteint $e^{\mathcal{N}}$ fois l'amplitude qu'elle avait avant de s'amplifier. Cette méthode quantifie en chaque position le rapport entre l'amplitude d'un mode à la position x et de son amplitude sur la courbe neutre. Le logarithme de l'enveloppe de toutes les amplitudes donne le facteur $\mathcal{N}$. Une description plus détaillée est donnée dans la thèse de [Ferrier, 2008].

$$\mathcal{N} = max\left\{ ln\left(\frac{||\ \underline{q}'\ ||}{||\ \underline{q}'\ ||_{x-critique}} \right) \right\} \tag{2.25}$$

A l'origine, ce critère prédit la transition de l'écoulement pour une valeur de $\mathcal{N} > 9$ [Van Ingen, 1956]. Toutefois, aux cours des études, ce critère s'est affiné [Van Ingen, 2008] :

- $\mathcal{N} = [0, 6.9]$ la perturbation initiale s'amplifie sans modifier l'état de l'écoulement laminaire.
- $\mathcal{N} = [6.9, 7.3]$ la théorie de la stabilité linéaire n'est plus valide.
- $\mathcal{N} = [9.4, 9.9]$ la perturbation créée des spots turbulents.
- $\mathcal{N} \gtrsim 10$ la perturbation initie la transition.

Le niveau de turbulence dans l'écoulement libre conditionne l'amplitude initiale des modes dans la couche limite dues à la réceptivité, ce qui modifie alors la valeur de $A_{x-critique}$ en fonction de l'intensité turbulente. Par conséquent, il n'existe pas une valeur $\mathcal{N}$ seuil, valable quelle que soit l'étude en environnement bruité. Mack propose un seuil $\mathcal{N}$ fonction de l'intensité turbulente, pour une turbulence qui se superposerait à U_∞ [Mack, 1984].

$$\mathcal{N} = -8.43 - 2.4 \times \ln(I_{turb}) \tag{2.26}$$

$$I_{turb} = \frac{||\ u_i'\ ||^{\frac{1}{2}}}{U_\infty} = \frac{1}{\sqrt{3}} T_u$$

Les facteurs $\mathcal{N}$ peuvent être inférieurs à 4 dans le cas de souffleries bruyantes .

Remarque : La prédiction de la transition d'un écoulement uniquement avec les outils numériques reste un défi. La transition LT sur une forme aérodynamique sans décollement commence à être maîtrisée comme on l'a vu dans le Chapitre 1 (sec 1.2.2) avec le programme HiFIRE. Les écoulements complexes nécessitent des moyens plus importants tels que la simulation aux grandes échelles (LES) ou la simulation DNS. La vérification des calculs par l'expérience en soufflerie ou en vol améliore les prédictions des outils développés.

2.2 Décomposition en Modes Dynamiques (DMD)

2.2.1 Théorie

2.2.1.1 Introduction

Nous avons vu dans la section précédente les équations qui régissent la stabilité d'un écoulement. Pour exprimer ces équations, il est nécessaire d'avoir un écoulement de base, solution de Navier Stokes. Pour certains écoulements (Blasius, Couette, etc), il existe des solutions quasi-analytiques de NS, utilisables comme écoulement de base. Pour les écoulements simples autour de géométries complexes, où il est impossible de trouver par le calcul des solutions de base analytiques, on a recours à un calcul CFD laminaire. Par exemple, la stabilité d'une couche limite se développant sur un avant-corps [Ferrier et al., 2009, Paredes and Theofilis, 2013]. En revanche, dans le cas d'un écoulement à la dynamique complexe, la solution de base est l'écoulement auquel on a "retiré" les modes instables [Åkervik et al., 2006]. Cet écoulement de base peut osciller dans le temps sans jamais devenir turbulent. Pour l'obtenir, il faut avoir connaissance de la totalité du spectre de l'écoulement et amortir tour à tour les modes instables au cours de la simulation. Un calcul DNS ou LES (bien résolu) est nécessaire.

Par exemple, [Bagheri, 2008, Bagheri et al., 2009] a étudié la stabilité globale d'un jet en écoulement transverse incompressible en utilisant la méthode d'amortissement fréquentiel. L'ajout d'un terme de forçage amortissant les modes instables fait converger le calcul vers une solution de base. Cette méthode s'apparente à un filtre passe bas en temps.

Dans le cadre de notre étude nous disposons d'un solveur I-LES. Avec cet outil, il est difficile de déterminer avec précision un écoulement de base nécessaire à l'utilisation des équations de stabilité. Il faut alors utiliser une technique alternative qui s'affranchit de l'écoulement de base.
L'analyse des solutions générées par un solveur au cours du temps peut révéler les structures motrices de la transition. L'observation d'une séquence d'images de l'écoulement permet, grâce à la méthode de Décomposition en Modes Dynamiques, d'extraire la dynamique d'un système. On construit une approximation de l'opérateur du système dynamique, valable sur la séquence d'images.

La partie suivante explique les fondements mathématiques de la méthode.

2.2.1.2 Expression mathématique

Considérons la solution en variables conservatives de Navier Stokes $U(t) = [\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E]^T$, à partir de laquelle on échantillonne une variable quelconque de l'écoulement (e.g. la masse volumique ρ, pression p, le vecteur vitesse, ...) en une séquence discrète. Les solutions $(\underline{u}_r)$ aux temps $t_r = t_0 + r\Delta t$, partant d'une solution initiale $(\underline{u}_0)$ au temps t_0, forment une séquence d'observables. Ce sont des champs 3D instationnaires et écrits sous la forme d'un vecteur $\underline{u}_r$ colonne.

$$\underline{u}_r = \underline{u}(x_i, y_j, z_k, t_r);\ i = 1, \cdots, N_x;\ j = 1, \cdots, N_y;\ k = 1, \cdots, N_z; \quad r = 0, \cdots, n$$

L'observable peut être la totalité ou une partie du champ 3D et avoir une taille $m = N_x \times N_y \times N_z$. On suppose qu'il existe un opérateur linéaire $\mathbf{A}$ discrétisé de dimension $m \times m$, qui projette chaque observable sur le suivant. On l'appelle généralement matrice "stepper" ou propagateur.

$$\underline{u}_r = \mathbf{A}\underline{u}_{r-1} = \mathbf{A}^r \underline{u}_0 \quad ; \quad \mathbf{A} \in \mathcal{M}_{m,m}(\mathbb{R}) \tag{2.27}$$

En pratique, la matrice stepper $\mathbf{A}$ contenant toute la dynamique du système n'est pas explicitement connue. Toutefois, une partie de son spectre peut être déterminée par l'analyse des observables. La collection d'observables est une matrice $m \times n$ et on suppose que le nombre n d'observables est très inférieur à la taille m de la discrétisation spatiale. Elle s'exprime comme :

$$\mathbf{X}_0^{n-1} = [\underline{u}_0\ \underline{u}_1\ \cdots\ \underline{u}_{n-1}] \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R}) \tag{2.28}$$

En utilisant (2.27) dans (2.28) on peut écrire la collection d'observables comme une séquence de Krylov :

$$\mathbf{X}_0^{n-1} = [\underline{u}_0 \ \mathbf{A}\underline{u}_0 \ \mathbf{A}^2\underline{u}_0 \ \cdots \ \mathbf{A}^{n-1}\underline{u}_0] \tag{2.29}$$

Les vecteurs propres de $\mathbf{A}$ constituent une base propre sur laquelle peuvent être projetés les observables. On définit pour le reste du manuscrit le terme "mode propre" désignant le couple valeur propre λ_l et vecteur propre $\underline{\phi}_l$ associé, où $l = 1, \cdots, m$.

$$(\mathbf{A} - \lambda_l \mathbf{I})\, \underline{\phi}_l = 0 \quad ; \quad l = 1, 2, \cdots, m \tag{2.30}$$

Le premier observable $\underline{u}_0$ peut être projeté sur cette base propre : $\underline{u}_0 = \sum_{l=1}^{m} k_l \underline{\phi}_l(t_0)$. Les valeurs scalaires complexes k_l pondèrent les vecteurs propres $\underline{\phi}_l(t_0)$ quantifiant leur importance dans la construction de l'observable.

En utilisant (2.27) et la définition des modes propres (2.30), on obtient pour chaque observable

$$\underline{u}_r = \mathbf{A}^r \sum_{l=1}^{m} k_l \underline{\phi}_l(t_0) = \sum_{l=1}^{m} \lambda_l^r k_l \underline{\phi}_l(t_0) \tag{2.31}$$

Définissant la séquence de m vecteurs $k_l \phi_l(t_0)$ dans (2.31) comme

$$\mathbf{\Phi} = [k_1 \underline{\phi}_1(t_0) \quad k_2 \underline{\phi}_2(t_0) \quad \cdots \quad k_m \underline{\phi}_m(t_0)] \in \mathcal{M}_{m,m}(\mathbb{C}) \tag{2.32}$$

et la matrice Vandermonde $\mathbf{S} \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{C})$

$$\mathbf{S} = \lambda_l^r = \begin{pmatrix} \lambda_1^0 & \lambda_1^1 & \cdots \\ \lambda_2^0 & \lambda_2^1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad l = 1, \cdots, m \ , \ r = 0, \cdots, n-1 \tag{2.33}$$

la collection d'observables (2.29) peut s'écrire comme le produit de $\mathbf{\Phi}$ et $\mathbf{S}$

$$\mathbf{X}_0^{n-1} = \mathbf{\Phi}\mathbf{S} \tag{2.34}$$

Cette égalité montre que la collection d'observables est liée à la base propre du stepper et à l'évolution temporelle de ses valeurs propres. L'observable initial doit être bien défini car il détermine les vecteurs propres ϕ_l et influe sur le reste des observables. Cependant, ni $\mathbf{\Phi}$ ni $\mathbf{S}$ ne peuvent être calculés explicitement. Il faut alors travailler sur $\mathbf{X}_0^{n-1}$ pour déterminer les modes propres nécessaires à l'étude de stabilité.

2.2.1.3 Méthodes de résolution

Il existe deux méthodes utilisables sans la connaissance explicite de $\mathbf{A}$: la première consiste à créer une matrice compagnon d'après les observables [Ruhe, 1984] et la seconde est une Décomposition en Valeur Singulière (SVD) de $\mathbf{X}_0^{n-1}$.

Compagnon - Supposons que l'observable $(n+1)$ soit une combinaison linéaire des n précédents, pour n suffisamment grand

$$\underline{u}_n \approx c_0 \underline{u}_0 + c_1 \underline{u}_1 + \cdots + c_{n-1} \underline{u}_{n-1} = \mathbf{X}_0^{n-1} \underline{c} \tag{2.35}$$

ainsi

$$\mathbf{X}_1^n = \mathbf{A}\mathbf{X}_0^{n-1} \approx \mathbf{X}_0^{n-1}\mathbf{M} \tag{2.36}$$

où $\mathbf{M}$ est la matrice compagnon, ou matrice de Frobenius

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & c_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & c_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & c_{n-1} \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{R}) \tag{2.37}$$

La seconde égalité dans l'équation (2.36) montre que $\mathbf{A}$ et $\mathbf{M}$ sont des matrices semblables, mais la dimension de $\mathbf{M}$ est très inférieure à celle de $\mathbf{A}$. La figure 2.7 donne une illustration de la taille des matrices.

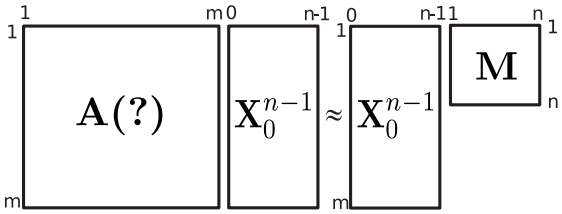


Figure 2.7 – Illustration de l'équation (2.36).

Les valeurs propres de $\mathbf{M}$ notées $\widetilde{\lambda}_j,\ j = 1, \cdots, n$ sont les valeurs de Ritz approximant certaines valeurs propres $\lambda_l,\ l = 1, .., m$ de $\mathbf{A}$. Prenons $\mathbf{T} \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{C})$ la matrice des vecteurs propres droits issus de la diagonalisation de $\mathbf{M} = \mathbf{T}\tilde{\mathbf{\Lambda}}\mathbf{T}^{-1}$. Ainsi les colonnes $\underline{\widetilde{\phi}}_j$ de

$$\widetilde{\mathbf{\Phi}} = \mathbf{X}_0^{n-1}\mathbf{T} \ \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{C}) \tag{2.38}$$

sont les n vecteurs de Ritz de $\mathbf{A}$. Utilisant l'équation (2.34), on peut montrer que

$$\mathbf{T}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & \widetilde{\lambda}_1 & \widetilde{\lambda}_1^2 & \cdots & \widetilde{\lambda}_1^{n-1} \\ 1 & \widetilde{\lambda}_2 & \widetilde{\lambda}_2^2 & \cdots & \widetilde{\lambda}_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \widetilde{\lambda}_n & \widetilde{\lambda}_n^2 & \cdots & \widetilde{\lambda}_n^{n-1} \end{pmatrix} \quad \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{C}) \tag{2.39}$$

est la matrice Vandermonde qui diagonalise $\mathbf{M}$, i.e. $\widetilde{\mathbf{\Lambda}} = \mathrm{diag}\{\widetilde{\lambda}_1, \widetilde{\lambda}_2, \cdots, \widetilde{\lambda}_n\} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{M}\mathbf{T}$, ainsi

$$\underline{u}_r = \sum_{j=1}^{n} \widetilde{\lambda}_j^r\, \underline{\widetilde{\phi}}_j \quad ; \quad r = 0, \cdots, n-1 \qquad ; \qquad \underline{\widetilde{\phi}}_j \approx k_j \underline{\phi}_j(t_0) \tag{2.40}$$

SVD - La méthode matrice compagnon est sensible aux bruits dans la séquence de données [Schmid, 2010] et n'est que très peu usitée en pratique. La méthode basée sur la décomposition SVD de la collection d'observables est plus robuste mais demande de plus grandes ressources de calculs. L'équation suivante (2.41) montre la décomposition en valeurs singulières de la collection d'images. La SVD dans sa forme totale décompose la matrice $\mathbf{X}_0^{n-1}$ en trois matrices où $\mathbf{U}$ est de taille m×m. Toutefois, les vecteurs des colonnes n+1 à m de $\mathbf{U}$ ne sont pas utilisés et purement arbitraires. On utilise généralement la SVD économique qui réduit la taille de la matrice $\mathbf{U} \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{C})$ donc du temps de calcul et de la mémoire. La figure 2.8 schématise la taille des matrices pour la SVD complète et réduite.

$$\mathbf{X}_0^{n-1} = \underbrace{\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{W}^H}_{\text{totale}} = \underbrace{\widehat{\mathbf{U}}\widehat{\mathbf{\Sigma}}\mathbf{W}^H}_{\text{réduite}} \tag{2.41}$$

Les matrices $\mathbf{U}$ et $\mathbf{W}$ sont des unitaires ($\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{W}\mathbf{W}^H = \mathbf{I}$) et d'après (2.36) on écrit

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}(\widehat{\mathbf{U}}\widehat{\mathbf{\Sigma}}\mathbf{W}^H) &= \mathbf{X}_1^n && (2.42)\\
\mathbf{A}\widehat{\mathbf{U}}\widehat{\mathbf{\Sigma}} &= \mathbf{X}_1^n\mathbf{W} && (2.43)\\
\mathbf{A}\widehat{\mathbf{U}} &= \mathbf{X}_1^n\mathbf{W}\widehat{\mathbf{\Sigma}}^{-1} && (2.44)\\
\underbrace{\widehat{\mathbf{U}}^H\mathbf{A}\widehat{\mathbf{U}}}_{\text{inconnu}} &= \underbrace{\widehat{\mathbf{U}}^H\mathbf{X}_1^n\mathbf{W}\widehat{\mathbf{\Sigma}}^{-1}}_{\text{observables}} && (2.45)\\
\widehat{\mathbf{U}}^H\mathbf{A}\widehat{\mathbf{U}} &= \widetilde{\mathbf{M}} \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{C}) && (2.46)
\end{aligned}$$

Avec $\mathbf{U}^H = \mathbf{U}^{-1}$, les matrices $\mathbf{A}$ et $\widetilde{\mathbf{M}}$ sont semblables. La matrice $\mathbf{U}$ contient les vecteurs propres singuliers droits et est la base POD [Rowley et al., 2009, Schmid, 2010]. Les figures 2.8, 2.9 illustrent respectivement les équations (2.41) et (2.46).

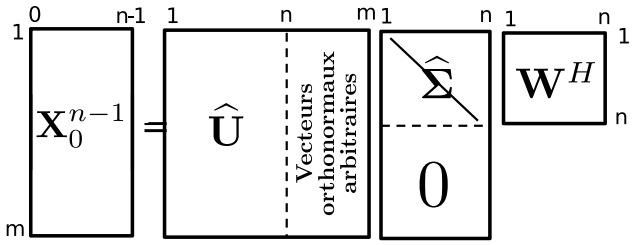


Figure 2.8 – Illustration de (2.41) pour la SVD complète et réduite.

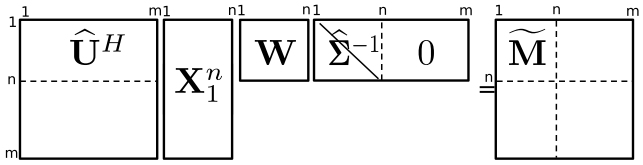


Figure 2.9 – Illustration de (2.46). SVD complète, $\widetilde{\mathbf{M}} \in \mathcal{M}_{m,m}(\mathbb{C})$, SVD réduite, $\widetilde{\mathbf{M}} \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{C})$.

Si les modes propres de $\widetilde{\mathbf{M}}$ sont notés $\{\widetilde{\lambda}_j, \underline{\widetilde{T}}_j\}$, alors $\{\widetilde{\lambda}_j, \underline{\widetilde{\phi}}_j = \mathbf{U}\underline{\widetilde{T}}_j\}$ sont les n modes propres de Ritz de $\mathbf{A}$, comme (2.38).

$$\widetilde{\mathbf{\Lambda}} = \widetilde{\mathbf{T}}^{-1}\widetilde{\mathbf{M}}\widetilde{\mathbf{T}} \approx (\widetilde{\mathbf{T}}^{-1}\mathbf{U}^H)\mathbf{A}(\mathbf{U}\widetilde{\mathbf{T}}) = \widetilde{\mathbf{\Phi}}^{-1}\mathbf{A}\widetilde{\mathbf{\Phi}} \tag{2.47}$$

La comparaison de l'approche en temps discrète et continue permet d'apporter une signification physique des modes propres $\{\widetilde{\lambda}_j, \widetilde{\phi}_j\}$ et de lier le problème actuel aux développements effectués dans la section 2.1.2.

$$\underline{\text{Problème Continu}} : \quad \frac{d\underline{u}}{dt} = \mathbf{A}_{cont}\,\underline{u}(t) \qquad\qquad \underline{\text{Problème Discret}}$$

$$\begin{array}{ccc}
\underline{u}(t+\Delta t) = \exp\left(\mathbf{A}_{cont}\Delta t\right)\underline{u}(t) & \leftrightarrow & \underline{u}_{r+1} = \mathbf{A}\underline{u}_r \\
\underline{u}(t+\Delta t) = \widetilde{\mathbf{\Phi}}\exp\left(\mathbf{\Lambda}_{cont}\Delta t\right)\widetilde{\mathbf{\Phi}}^{-1}\,\underline{u}(t) & \leftrightarrow & \underline{u}_{r+1} \approx \widetilde{\mathbf{\Phi}}\widetilde{\mathbf{\Lambda}}\widetilde{\mathbf{\Phi}}^{-1}\,\underline{u}_r \\
\exp\left(\lambda_{cont,j}\Delta t\right) & \leftrightarrow & \widetilde{\lambda}_j
\end{array}$$

donc

$$\lambda_{cont,j} = \sigma_j + i\omega_j = \ln\left|\widetilde{\lambda}_j\right|/\Delta t + i\arg(\widetilde{\lambda}_j)/\Delta t \tag{2.48}$$

et le $j^{\text{ième}}$ mode DMD de fréquence $f_j = \omega_j/2\pi$ est amorti si $\sigma_j \leq 0$, ou amplifié si $\sigma_j > 0$. Si l'écoulement est statistiquement stationnaire, les valeurs propres $\widetilde{\lambda}_j$ se situent, dans le plan complexe, sur

le cercle de rayon unitaire. $\lambda_{cont,j}$ est en Hz tandis que $\widetilde{\lambda}_j$ et $\widetilde{\underline{\phi}}_j$ n'ont pas d'unité.

Remarque : Lorsqu'on effectue une analyse DMD on décompose l'observable initial ($\underline{u}_0$) en une somme de modes DMD (2.40) chacun complexe. Or cet observable est réel (champ de pression ou de vitesse), il faut donc que cette somme soit réelle elle aussi. Par conséquent, les modes dont la partie imaginaire est non nulle doivent être sommés à leurs conjugués. De ce fait, le spectre est symétrique selon l'axe des imaginaires. Seule la moitié des modes est donc utile l'autre étant seulement le conjugué. Lorsqu'on étudie une collection de 1000 observables réels on peut calculer jusqu'à 1000 modes dont seulement 500 non-redondants.

2.2.1.4 Sélection des modes

Bien que le problème soit de taille n, seulement quelques valeurs propres de $\widetilde{\mathbf{M}}$ sont physiques. En effet, seules quelques valeurs propres de Ritz $\tilde{\lambda}_j$ approximent avec précision les valeurs propres λ_j de $\mathbf{A}$, et ont un sens physique. Les modes restants sont des artefacts numériques liés à l'algorithme et aux approximations, ils sont à écarter. Les deux cas tests des sections 2.2.3 et 2.2.4 illustrent ce propos. Lors d'une étude DMD, plusieurs modes sont calculés et doivent être classés en fonction de leur présence (physique) dans l'écoulement. Pour cela nous établissons les critères suivants. En utilisant (2.27), on obtient

$$\underline{u}_r \approx \widetilde{\mathbf{\Phi}}\widetilde{\mathbf{\Lambda}}^r\widetilde{\mathbf{\Phi}}^{-1}\underline{u}_0 = \sum_{j=1}^{n}\widetilde{\underline{\phi}}_j\widetilde{\lambda}_j^r\widetilde{\underline{T}}_j^{-1}\mathbf{U}^H\underline{u}_0 = \sum_{j=1}^{n}\widetilde{\underline{\phi}}_j\widetilde{\lambda}_j^r\alpha_j \tag{2.49}$$

Donc le module du scalaire complexe

$$\alpha_j = \widetilde{\underline{T}}_j^{-1}\mathbf{U}^H\underline{u}_0 \tag{2.50}$$

peut être vu comme une l'amplitude du $j^{\text{ième}}$ mode DMD [Jovanović et al., 2014] et possède la même unité que celle de u. La valeur de α_j quantifie la présence du mode dans l'observable initial $\underline{u}_0$. Donc plus α_j est grand, plus le mode a de chance d'être physique. Or, un mode peut avoir une valeur α_j très grande mais un taux de croissance $\sigma_j << 0$, qui amortit fortement le mode en quelques pas de temps. Ces modes évoluant avec des temps caractéristiques très courts ne sont pas adaptés pour décrire la dynamique de l'écoulement. Un critère plus pertinent est proposé pour discriminer ces modes est de considérer l'amplitude

$$|\alpha_j|\exp(\sigma_j r\Delta t) \tag{2.51}$$

D'autres critères proches de celui-ci peuvent être utilisés, notamment celui de [De Tullio, 2013] qui dans notre cas donne $\mid \widetilde{\lambda}_j \mid^n \mid\mid \alpha_j\widetilde{\underline{\phi}}_j \mid\mid$. Ce critère permet de garder les modes dont le taux de croissance et la fréquence sont élevés. Un dernier critère mentionné par [Tissot, 2006] évalue la contribution énergétique de chaque mode en prenant en compte son énergie et son taux d'amplification.

$$E_j = \frac{1}{T}\int_0^{n\Delta t} \mid\mid \alpha_j\widetilde{\underline{\phi}}_j\lambda^{t/\Delta t} \mid\mid^2 dt = \mid\mid \alpha_j\widetilde{\underline{\phi}}_j \mid\mid^2 \frac{e^{2\sigma_j n\Delta t}-1}{2\sigma_j n\Delta t} \tag{2.52}$$

Toutefois ce critère n'est pas défini pour $\sigma_j = 0$ et ne sera pas appliqué dans notre étude car nous étudierons des modes dont l'amplitude reste constante, soit un taux de croissance proche de 0. Il n'est pas possible de donner des bornes car les valeurs de ces critères dépendent de l'application, du nombre de modes, du champ initial. La représentation sur un graphique du critère en fonction de la fréquence est le spectre DMD permettant d'évaluer rapidement les modes contribuant le plus à la dynamique.

2.2.2 Validation de la méthode DMD

2.2.2.1 Introduction

La méthode DMD permet d'obtenir une représentation approchée de l'opérateur d'un système dynamique qui n'est pas connu à priori. A des fins de test de la méthode et du code, la DMD est utilisée pour prédire les propriétés de stabilité d'un opérateur connu. Pour cela, l'opérateur de Orr-Sommerfeld & Squire (OS-SQ), détaillé dans la sous-section suivante, est choisi comme opérateur connu.

L'analyse de stabilité par la méthode DMD soulève deux principales questions lorsqu'on est face à un écoulement inconnu. L'essence de l'algorithme est de pouvoir s'affranchir de la connaissance explicite de l'opérateur (OS-SQ) ou NS dans un cas plus général. Mais il faut générer une collection d'observables. On peut s'interroger sur la fréquence, le temps d'échantillonnage et le nombre d'observables à agréger pour obtenir une analyse valide. La seconde interrogation concerne la génération de modes physiques et non-physiques suite à la diagonalisation de $\widetilde{\mathbf{M}}$ issue de l'analyse DMD. On a vu que l'analyse de stabilité modale ou non-modale repose sur l'étude des modes propres de l'opérateur d'un système dynamique. Dans notre cas on utilise la DMD pour reconstruire précisément les propriétés spectrales de l'opérateur OS-SQ ($\mathbf{L}$) d'après un ensemble d'observables. On cherche à calculer avec exactitude les valeurs propres et vecteurs propres (modes propres) de cet opérateur discrétisé sans l'avoir explicité.

2.2.2.2 Opérateur de Orr-Sommerfeld & Squire

L'opérateur Orr-Sommerfeld & Squire (OS-SQ) est composé des équations d'Orr-Sommerfeld (OS) et de Squire (SQ), constituant un système d'équations couplées. L'étude de sa stabilité aide à la compréhension de la transition des écoulements cisaillés parallèles. L'approche théorique et la méthode de résolution numérique des équations (OS, SQ) sont données par [Orszag, 1971] (pour OS) et [Reddy et al., 1993, Schmid and Henningson, 2001] (pour OS-SQ).

Ces équations sont valides dans le cas d'un écoulement parallèle (1D) où des perturbations infinitésimales ($\varepsilon \ll 1$) se développent sur un écoulement de base stationnaire (2.53). Les directions x et z sont supposées homogènes et la décomposition du vecteur vitesse (2.3) $\underline{q}(x,y,z,t)$ s'écrit

$$\underline{q}(x,y,z,t) = (U(y),0,0)^T + \varepsilon(u'(x,y,z,t),v'(x,y,z,t),w'(x,y,z,t))^T \tag{2.53}$$

La linéarisation du système NS (2.1) en utilisant (2.53), conduit aux équations dites aux "petites perturbations" (2.3). Après avoir explicité la pression (équation de Poisson), on obtient l'équation d'Orr-Sommerfeld :

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + U\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2 - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{Re}\left(\nabla^2\right)^2\right] v'(x,y,z,t) = 0 \tag{2.54}$$

avec $\nabla^2 = \nabla.\nabla = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial z^2}$

Cette équation permet d'étudier la stabilité des fluctuations de vitesse uniquement en fonction du nombre de Reynolds. Il faut introduire la vorticité $\eta' = \frac{\partial u'}{\partial z} - \frac{\partial w'}{\partial x}$ (normale au plan xz) pour résoudre le problème tridimensionnel, c'est l'équation de Squire.

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{Re}\nabla^2\right)\eta' = -\frac{dU}{dy}\frac{\partial v'}{\partial z} \tag{2.55}$$

Ces deux équations forment un système d'équations couplées où v' et η' sont les variables et le nombre de Reynolds est un paramètre fixé. Afin de simplifier le problème, on suppose que les perturbations dans les directions homogènes de l'espace ont une forme d'onde sinusoïdale.

Pour cela, on applique la méthode de séparation des variables sur v', η', où α et β sont des nombres d'ondes complexes, respectivement, dans les directions x et z .

$$\begin{array}{rcccl} v'(x,y,z,t) & = & \widetilde{v}(y,t)h_v(x,z) & = & \widetilde{v}(y,t)e^{\alpha x+\beta z} \\ \eta'(x,y,z,t) & = & \widetilde{\eta}(y,t)h_\eta(x,z) & = & \widetilde{\eta}(y,t)e^{\alpha x+\beta z} \end{array} \tag{2.56}$$

$$\alpha \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad \beta \in \mathbb{C} \quad \text{et} \quad (\widetilde{v}, \widetilde{\eta}) \in \mathbb{C}^2$$

En introduisant (2.56) dans (2.54) et (2.55), avec $k^2 = \alpha^2 + \beta^2$ on obtient le système Orr-Sommerfeld & Squire.

$$\left\{ \begin{array}{rl} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2\right) \frac{\partial \widetilde{v}(y,t)}{\partial t} & = \left[-\left(\dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2\right) \alpha U + \alpha \frac{d^2U}{dy^2} + \frac{1}{Re}\left(\dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2\right)^2 \right] \widetilde{v}(y,t) \\ \frac{\partial \widetilde{\eta}(y,t)}{\partial t} & = -\beta \frac{dU}{dy} \widetilde{v}(y,t) + \left[-U\alpha + \frac{1}{Re}\left(\dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2\right) \right] \widetilde{\eta}(y,t) \end{array} \right. \tag{2.57}$$

On ré-écrit le système précédent sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2\right) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \widetilde{v}(y,t) \\ \widetilde{\eta}(y,t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{OS} & 0 \\ -\beta \frac{dU}{dy} & \mathbf{L}_{SQ} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \widetilde{v}(y,t) \\ \widetilde{\eta}(y,t) \end{pmatrix} \tag{2.58}$$

On pose $\underline{\widetilde{q}}(y,t) = (\widetilde{v}(y,t), \widetilde{\eta}(y,t))^T$ et $\mathbf{M}$ et $\mathbf{L}_{OS-SQ}$ tels que le problème (2.58) s'écrive

$$\mathbf{M} \frac{\partial\, \underline{\widetilde{q}}(y,t)}{\partial t} = \mathbf{L}_{OS-SQ}\, \underline{\widetilde{q}}(y,t) \tag{2.59}$$

$$\frac{\partial\, \underline{\widetilde{q}}(y,t)}{\partial t} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{L}_{OS-SQ}\, \underline{\widetilde{q}}(y,t) = \mathbf{L}\, \underline{\widetilde{q}}(y,t) \tag{2.60}$$

L'opérateur $\mathbf{L}$ du système dynamique (2.60) est l'opérateur OS-SQ. L'étude de stabilité consiste à analyser ses modes propres. On s'intéresse maintenant à générer la collection d'observables en résolvant le problème de Cauchy (2.60) :

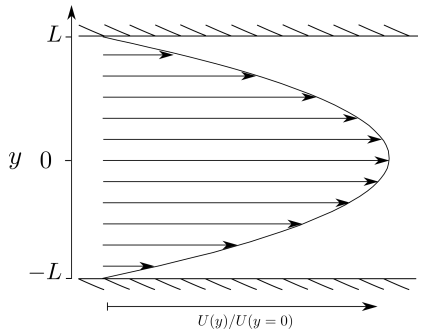
$$\underline{\widetilde{q}}(y,t) = e^{\mathbf{L}(t-t_0)} \underline{\widetilde{q}}(y,t_0) \tag{2.61}$$

Partant d'une solution initiale $\underline{\widetilde{q}}(y,t_0) = (\widetilde{v}(y,t_0), \widetilde{\eta}(y,t_0))^T$, les solutions échantillonnées à pas de temps constant ($\underline{\widetilde{q}}(y, t_0 + r\, \Delta\, t); r \in \mathbb{N}^+$) permettent de créer la séquence d'observables nécessaire à l'analyse DMD.

Remarque : Pour pouvoir obtenir les observables et les modes propres, il faut discrétiser $\mathbf{L}$, donc discrétiser la solution de base et les opérateurs de dérivation. Pour ces derniers, il faut utiliser une méthode numérique d'ordre élevé et dans notre étude une méthode pseudo-spectrale Tau-Chebychev ([Schmid and Henningson, 2001] annexe A, [Canuto et al., 1988]) est utilisée. On peut aussi utiliser une méthode aux différences finies d'ordre élevé $\approx \mathcal{O}(14, 16)$ [Paredes et al., 2013]. Si on prend Ny nœuds de discrétisation dans la dimension y, on obtient comme taille du problème $\underline{\widetilde{q}} \in \mathbb{C}^{2\,Ny}$ et $\mathbf{L} \in \mathbb{C}^{2\,Ny \times 2\,Ny}$

2.2.3 Poiseuille

Le premier écoulement étudié est celui de Poiseuille. Cet écoulement incompressible se développe lorsqu'un fluide se déplace entre deux plaques parallèles (supposées de longueur et largeur infinie). L'écoulement de base, représenté par la figure 2.10, nécessaire pour discrétiser $\mathbf{L}$ dans (2.60), est donné par l'équation (2.62). $U(y=0)$ est la vitesse sur l'axe de l'écoulement, $2L$ est la distance entre les deux plaques et y=0 représente le centre du canal.



$$\frac{U(y)}{U(y=0)} = \left(1 - \frac{y^2}{L^2}\right) \tag{2.62}$$

Figure 2.10 – Profil de vitesse pour l'écoulement de type Poiseuille.

Dans la littérature, ce cas est utilisé par [Schmid, 2010] comme exemple applicatif de la DMD. Il a été initialement étudié par [Reddy et al., 1993], puis utilisé par [Schmid and Henningson, 2001] comme exemple applicatif des méthodes de stabilité. Nous utilisons ce cas pour comparer les valeurs propres exactes de l'opérateur $\mathbf{L}$ et celles approchées obtenues avec la DMD ($\widetilde{\mathbf{M}}$).

On fixe le nombre de Reynolds, $\mathrm{R}e = \frac{U(y=0)L}{\nu} = 2000$, et les nombres d'ondes $\alpha = 1$ et $\beta = 0$. La direction y est discrétisée avec $N_y = 150$ nœuds de collocation. Une approche pseudo-spectrale (Chebychev-tau) discrétise l'opérateur $\mathbf{L}$ en une matrice complexe 300×300. Les observables nécessaires à la méthode DMD sont générés à l'aide de (2.61). La collection d'observables est prise de t_0 à $t_{n-1} = t_0 + (n-1)\Delta t$ pour $n = [20, 140, 200]$ et $\Delta t = 1$s. Pour générer la condition initiale $\widetilde{\underline{q}}(y, t_0)$, on utilise un vecteur ($\in \mathbb{C}^{2N_y}$) aléatoire auquel on applique une fois la matrice $e^{\mathbf{L}\Delta t}$.
Le spectre de l'opérateur OS-SQ ($\mathbf{L}$) pour un écoulement de Poiseuille est en forme de Y. Il se compose de trois branches nommées A, P et S[4] visibles sur la figure 2.11. Les valeurs propres de OS-SQ dont le module est supérieur à 0.42 sont représentées. Cette troncature est arbitraire et faite pour ne pas surcharger la figure. Les isocontours représentent le logarithme (base 10) du pseudo-spectre. On remarque que la branche S est sensible aux perturbations de l'ordre de 10^{-4} ce qui est inférieur aux branches A et P ($\approx 10^{-2}$).

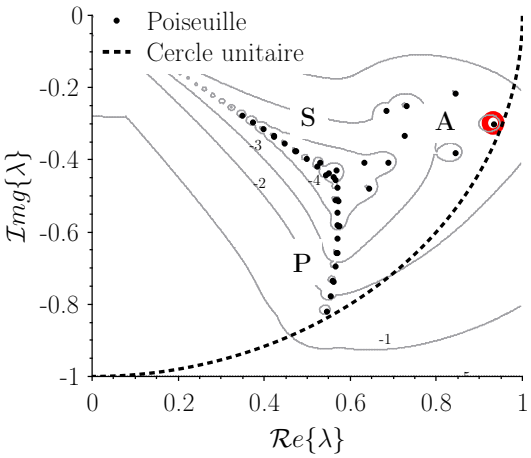


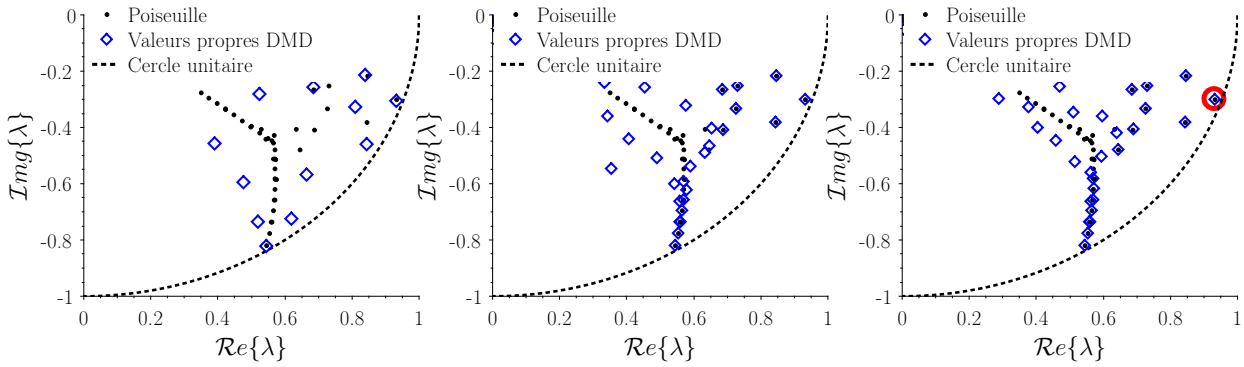
Figure 2.11 – Valeurs propres du spectre OS-SQ pour l'écoulement de Poiseuille. Les isocontours représentent le log_{10} du pseudo-spectre. Les lettres désignent les branches du spectre et le cercle rouge entoure la valeur propre la moins stable de la branche A. La ligne pointillés représente le cercle unité. (Représentation stepper du spectre).

On rappelle que les valeurs propres $e^{w_j \Delta t}$ contenues dans ce cercle unité sont stables et celles au delà sont instables.

4. A,P et S sont arbitraires et correspondent au sigle de la conférence APS où ont été présentés les travaux de Reddy.

Les figures 2.12 (a) à (c) comparent les valeurs propres de l'opérateur **L** et celles obtenues avec la méthode DMD pour trois tailles de collections d'observables différentes.

La plus grande source d'erreurs dans la méthode DMD provient du nombre d'observables collectés (cf [Schmid, 2010]). Il est nécessaire d'effectuer une convergence en nombre d'observables pour s'assurer que le spectre est juste. En augmentant la taille de la collection d'observables, les valeurs propres issues de l'analyse DMD se rapprochent des valeurs propres exactes de l'opérateur **L** (fig. 2.12(a),2.12(b)). A partir d'un certain nombre d'observables, dans notre cas $n \approx 140$, l'ajout d'images ne modifie presque pas l'écart entre les valeurs propres issues de l'analyse DMD et celles de **L** (fig. 2.12(b),2.12(c)). Une fois la convergence atteinte, on remarque un bon recouvrement entre les valeurs propres des deux approches pour les branches A et P. Toutefois, la DMD ne capture pas les valeurs propres de la branche S et l'augmentation du nombre d'observables ne diminue pas l'écart entre les valeurs propres de cette branche. Ces valeurs propres ont un taux de décroissance plus élevé que ceux des branches P et A. Pour améliorer la convergence des valeurs propres de l'analyse DMD pour la branche S, il faut diminuer le pas de temps entre les observables.



(a) $n = 20$ (b) $n = 140$ (c) $n = 200$

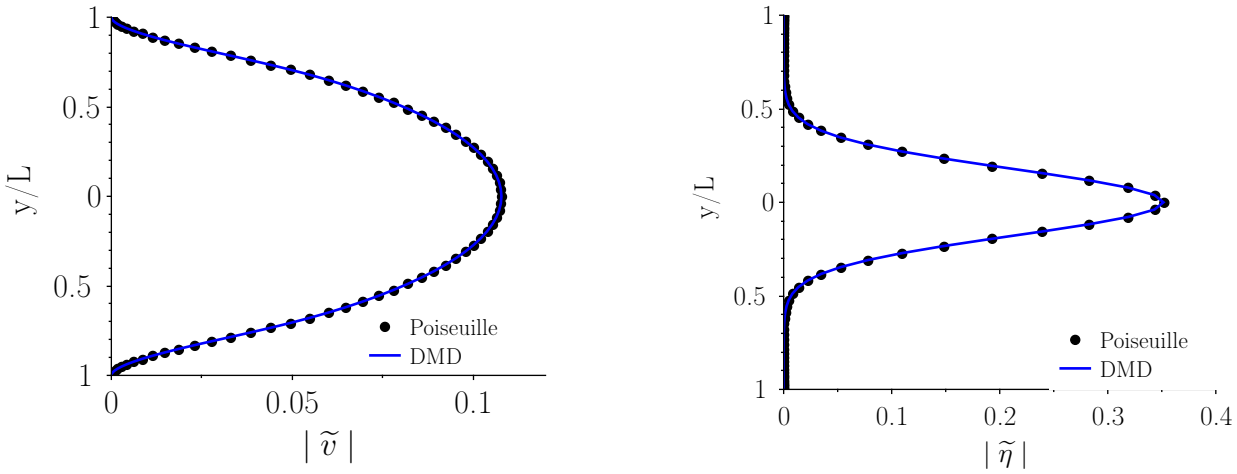
Figure 2.12 – Spectre de l'opérateur OS-SQ (**L**) et spectre de $\widetilde{\mathbf{M}}$ pour un échantillonnage à $\Delta t = 1$. Les valeurs propres issues de l'analyse DMD convergent vers les valeurs propres ($e^{\omega_j \Delta t}$) de l'opérateur OS-SQ (**L**) avec l'augmentation du nombre d'observables n dans $\mathbf{X}_0^{n-1}$.

Même si la convergence est atteinte, il existe toujours des erreurs provenant des outils numériques d'algèbre linéaire induisant des valeurs propres approximatives. Le tableau 2.2 compare la valeur numérique de la valeur propre la moins stable de la branche A pour **L** et $\widetilde{\mathbf{M}}$ (cerclée de rouge sur la figure 2.12(c)). Ces valeurs sont comparées à celles de ([Schmid and Henningson, 2001], annexe A) . Les valeurs sont exactes jusqu'à la 10ième décimale ce qui prouve la bonne programmation du code DMD.

Partie	$\widetilde{\mathbf{M}}$	**L**	Annexe A
Réelle	**0.9330338554**	**0.9330338553**	**0.93303385**
Imaginaire	**-0.3010385992**	**-0.3010385993**	**-0.30103859**

Table 2.2 – Valeur propre la moins stable de la branche A obtenue par l'approche classique (**L**), DMD ($\widetilde{\mathbf{M}}$) et l'annexe A [Schmid and Henningson, 2001]. Pour la DMD la valeur donnée est issue du spectre pour $n = 200$ et un temps entre les observables $\Delta t = 1$ s.

Le nombre d'onde β étant nul, on étudie uniquement les instabilités qui se développent dans le plan xy. On note Mode 1, le moins stable de la branche A et Mode 2, le moins stable de la branche P. La figure 2.13 compare le module des vecteurs propres de $\mathbf{L}$ et $|\,\widetilde{\underline{\phi}}_j\,|$ issu de $\widetilde{\mathbf{M}}$ des branches A et P. On observe pour les deux modes très peu de différences entre les modules des vecteurs propres de l'opérateur OS-SQ et ceux obtenus par la méthode DMD.



(a) Mode1 : branche A

(b) Mode2 : branche P

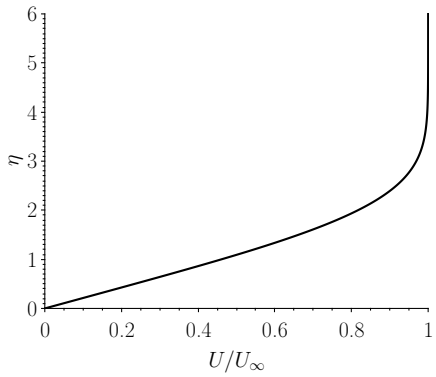
Figure 2.13 – Comparaison des vecteurs propres de $\widetilde{\mathbf{M}}$ et de l'opérateur OS-SQ ($\mathbf{L}$) pour un écoulement de Poiseuille. Les modes de l'analyse DMD sont pris pour une collection d'observables $n = 140$ et un temps entre les observables $\Delta t = 1s$. On trace un point sur deux pour plus de lisibilité.

Cette section permet de valider l'approche DMD pour étudier la stabilité d'un opérateur. Pour un écoulement académique de type Poiseuille, on obtient un bon recouvrement entre les modes DMD et ceux obtenus en étudiant directement l'opérateur OS-SQ ($\mathbf{L}$). Toutefois, la méthode n'est pas précise pour les modes de la branche S. Les erreurs numériques dans l'algorithme de l'analyse DMD ainsi que le temps d'échantillonnage entre les observables sont responsables de cette imprécision.

2.2.4 Blasius

Pour l'écoulement de Poiseuille, on a vu que certains modes DMD de $\widetilde{\mathbf{M}}$ sont exactement ceux de $\mathbf{L}$ et d'autres non. Les premiers représentent fidèlement la dynamique de l'opérateur OS-SQ et sont considérés comme physiques. Les autres, n'ont aucun homologue existant dans le spectre de $\mathbf{L}$ et sont considérés comme non-physiques.
Or, connaissant le spectre de l'opérateur OS-SQ ($\mathbf{L}$) il est aisé de distinguer les modes physiques des non-physiques de $\widetilde{\mathbf{M}}$. Par conséquent, il faut trier les modes propres issus de l'analyse DMD. Dans cette partie on cherche à valider l'approche à effectuer pour analyser un écoulement supposé inconnu.

On utilise, comme précédemment, les observables générés par l'opérateur OS-SQ $\mathbf{L}$ discrétisé. Toutefois, l'écoulement de base utilisé est un profil de couche limite incompressible de plaque plane, issu de la résolution de l'équation de Blasius (2.63).



$$f'''(\eta) + f(\eta)f''(\eta) = 0 \tag{2.63}$$

$$\begin{aligned} \eta = 0 : &\quad f(0) = f'(0) = 0 \\ \eta \to \infty : &\quad f'(\eta) = 1 \end{aligned}$$

Figure 2.14 – Profil de vitesse ($f'(\eta) = U/U_\infty$).

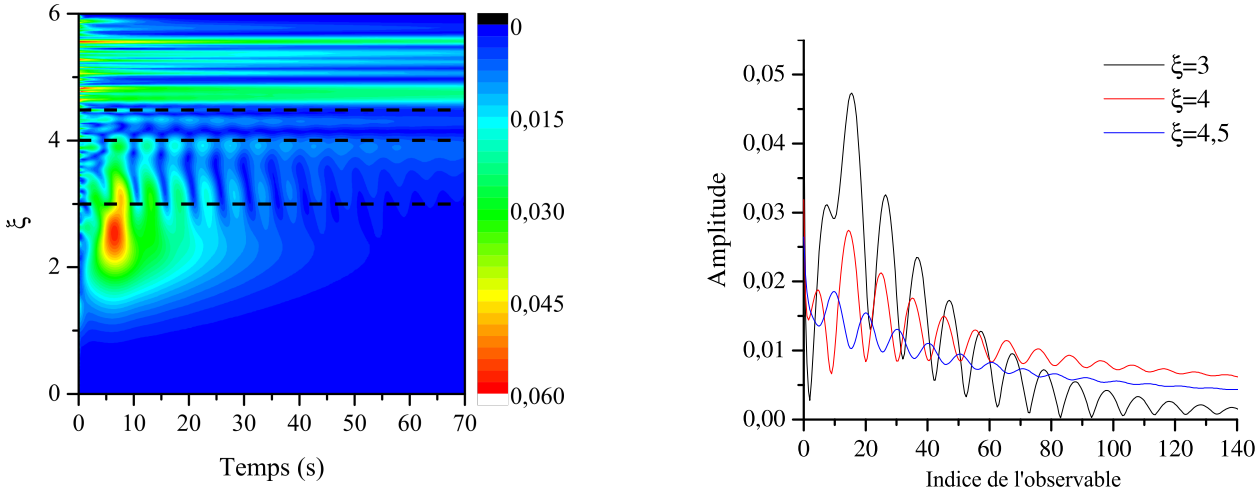
L'étude est effectuée pour un $Re_\delta = 200$, où δ est l'épaisseur de couche limite. On étudie les instabilités se développant dans la direction x de l'écoulement avec les nombres d'onde $\alpha = 1$ et $\beta = 0$. Le profil de vitesse est donné par la dérivée de f selon $\eta = \frac{y}{x\sqrt{2}}\sqrt{\mathrm{Re}_x}$. Dans le cas où $\beta = 0$, le système OS-SQ n'est plus couplé. On peut donc étudier séparément la stabilité de chaque opérateur. Pour simplifier l'étude DMD, on s'intéresse à la stabilité de l'opérateur OS seule donnée par l'observable $\widetilde{v}$.

Remarque : Dans la section précédente on utilise une méthode pseudo spectrale avec une discrétisation spatiale de type Gauss-Lobatto. En utilisant ce type de discrétisation, le pas spatial entre chaque nœud n'est pas constant et les bords sont raffinés. Cette discrétisation convient bien à l'écoulement de Poiseuille borné mais n'est pas adapté pour un domaine semi-infini. Une description fine de $\eta \to \infty$ n'est pas requise car l'allure de f est asymptotique, contrairement à ($\eta \approx 0$) où il y a des gradients à résoudre. Il faut utiliser une projection des nœuds de collocation $\xi = \frac{\eta-1}{\eta+1}$ afin d'améliorer la discrétisation de l'écoulement de base et par conséquent la précision de la méthode. Le lecteur pourra se référer à [Canuto et al., 1988] et [Theofilis, 1994] pour avoir les méthodes de projection et l'expression des opérateurs de dérivation.

La DMD est principalement utilisée dans le cas de grands systèmes dynamiques où la dimension de la collection d'observables est inférieure à la taille du problème ($n << m$). Afin de recréer ces conditions on utilise $m = 300$ points de collocation pour discrétiser le profil de couche limite et une collection de $n = 140$ observables ($\Delta t = 0.5$ s sur une période de 70 s).

Étape 1 : La collection d'observables ($\widetilde{v}$).
Le placement de sondes de vitesse dans l'écoulement au cours de la simulation permet d'évaluer ses fréquences caractéristiques. La figure 2.15(a) est une représentation de la collection d'observables $\mathbf{X}_0^{n-1}$. Les lignes horizontales en pointillés représentent le support spatio-temporel des valeurs enregistrées par les sondes, tracées sur la figure 2.15(b).

On distingue, suivant la position de la sonde, diverses fréquences dont la plus grande est proche de 1 Hz. En respectant le critère de Shannon-Nyquist il faut échantillonner les observables à 2 Hz. La DMD devient plus précise lorsque la fréquence d'échantillonnage est au minimum triplée par rapport à la fréquence maximale de l'écoulement [Schmid, 2010]. Dans notre cas on gardera un échantillonnage à 2 Hz, $\Delta t_{ech} = 0.5$s.

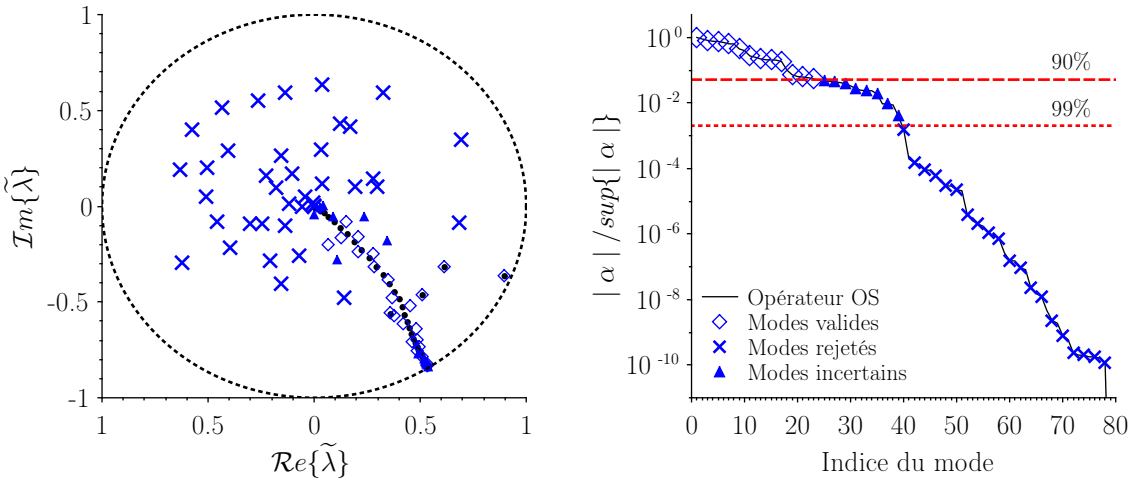


(a) Collection d'observables, couleur : $|\,\widetilde{v}\,|$

(b) Signal des sondes

Figure 2.15 – Visualisation colorée par $|\,\widetilde{v}\,|$ de la matrice X_0^{n-1} contenant les observables en colonne (temps) pour un écoulement de Blasius. 2.15(b) Signal de $|\,\widetilde{v}\,|$ issu des sondes placées à $\xi = [3, 4, 4.5]$.

Étape 2 : Lors d'une analyse DMD on obtient autant de modes que le nombre d'observables [5]. Les symboles ($\square$,$\times$) de la figure 2.16(a) représentent les valeurs propres issues de l'analyse DMD. Le spectre de l'opérateur est tracé comme référentiel pour l'étude. La figure 2.16(b) représente la valeur normalisée de α pour chaque mode (2.50). Les modes dont la somme reconstruit 90% de la perturbation initiale sont supposés physiques, "valides". Ceux qui contribuent pour moins de 1% sont considérés comme non physiques, "rejetés". Entre les deux on trouve les modes dont la nature est incertaine et un complément d'information est nécessaire. Cette méthode permet de trier efficacement les modes physiques des non-physiques. Dans ce cas seulement 24 modes sont considérés physiques et la comparaison avec le spectre de l'opérateur confirme la précision de la méthode.



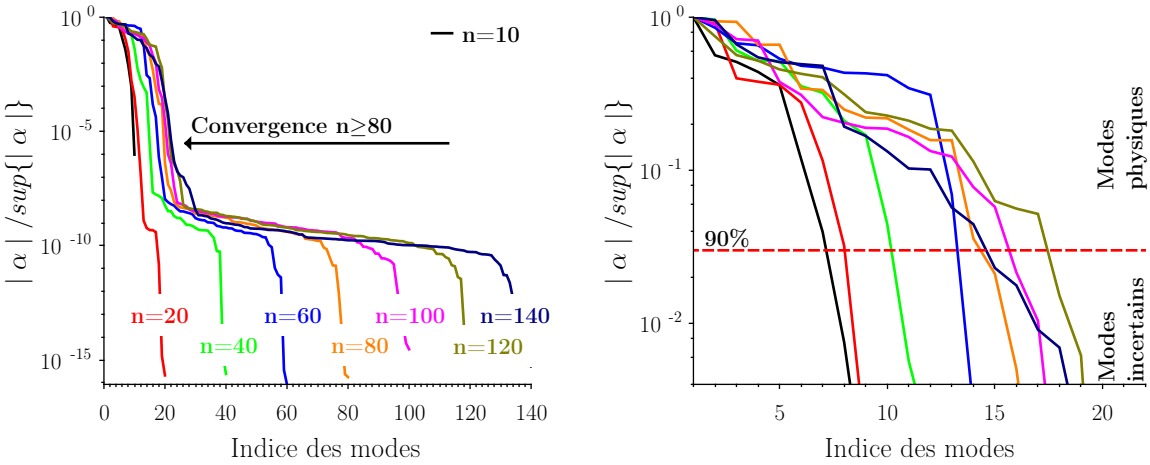
(a) Spectre DMD

(b) Amplitude

Figure 2.16 – Représentation de la totalité des valeurs propres de $\widetilde{\mathbf{M}}$ ($n = 80$ observables) et amplitudes associées pour l'opérateur OS et un écoulement de base de type Blasius. Les symboles représentent les valeurs propres et leur forme diffère selon le type de mode. (a) Comparaison entre les valeurs propres $\widetilde{\lambda}$ de $\widetilde{\mathbf{M}}$ issues de la DMD et celles de l'opérateur OS discrétisé. (b) Amplitude pour chaque type de mode. La légende est commune aux deux figures.

5. On utilise ici la décomposition en valeurs propres de la librairie LAPACK

A partir d'un certain nombre d'observables, le spectre DMD est convergé. Pour déterminer cet optimum, on analyse pour un nombre n croissant d'observables $\mathbf{X}_0^{n-1}$. Puis on représente la valeur de $\underline{\alpha}$ pour chaque mode et chaque n (fig. 2.17(a) et 2.17(b)). L'optimum de n est la valeur seuil au delà de laquelle on ne capture pas plus de modes physiques. Les modes sont triés par leur valeur α_j décroissante. Le nombre de modes physiques résolus croît jusqu'à 80 observables puis stagne au delà. On obtient un optimum de 80 à 100 observables dans la collection pour avoir le meilleur compromis entre résolution du spectre et taille de stockage des observables. La figure 2.17(b) est un zoom pour les modes d'indices inférieur à 20.



(a) Amplitude pour différentes tailles de $\mathbf{X}_0^{n-1}$

(b) Détail des modes physiques/incertains

Figure 2.17 – L'amplitude α en fonction de l'indice des modes est tracée pour différents nombres d'observables (n) montrant la convergence du nombre de modes physiques résolus. Les modes physiques sont ceux avec une valeur α_j élevée.

On peut estimer le nombre d'observables nécessaires en utilisant le nombre de périodes temporelles de la plus basse fréquence. Dans notre cas la période temporelle la plus grande est de 15.7 s, ce qui pour 80 à 100 observables à $\Delta t = 0.5$ s, correspond à environ trois périodes. Une bonne approximation correspond à un temps d'échantillonnage total proche de 3 à 5 fois cette période.

Etape 3 : *Vérification*
Les vecteurs propres sont localisés dans des régions bien définies de l'espace. Pour vérifier le taux de croissance ou la fréquence d'un mode on peut placer des sondes (ponctuelles) dans une région spatiale où il est présent. L'analyse fréquentielle des signaux confirme ou infirme la présence du mode. Cette vérification permet de valider les modes physiques et incertains.

Ces trois étapes définissent l'approche adoptée pour étudier les modes globaux d'un écoulement inconnu non-défini dans la littérature.

2.3 Réceptivité et intéraction des modes

2.3.1 Introduction

Dans cette section nous allons étudier avec une approche DMD la stabilité d'une couche limite hypersonique 2D, soumise à une perturbation acoustique externe. Cette simulation est effectuée avec un code I-LES. Non perturbé, l'écoulement est laminaire et aucune instabilité ne se développe à cause de la dissipation du schéma numérique. Il faut introduire une perturbation initiale pour observer la réponse de la couche limite et en déduire quels sont les modes qui s'amplifient en les extrayant avec l'analyse DMD. Cela revient à étudier sa réceptivité à cette perturbation.

Conditions du calcul : On place une plaque plane de paroi adiabatique, sans incidence et d'épaisseur infiniment fine, dans un écoulement incident uniforme. Le tableau 2.3 récapitule les conditions extérieures à la couche limite. La figure 2.18 illustre le domaine de calcul ($L_x = 0.5$ m de long, $L_y = 2$ cm de haut) coloré par la norme de la vitesse. Le domaine d'étude DMD commence à $x = 0.1$ m et fait $L_x^{DMD} = 0.41$ m de long, $L_y^{DMD} = 0.017$ m de haut. Le maillage utilisé est une coupe longitudinale (plan xy) du maillage utilisé pour les simulations du chapitre 3 (sec 3.1.3). L'épaisseur de couche limite est représentée par le contour noir tracé pour une iso-valeur de vitesse $0.99 \times U^e$.

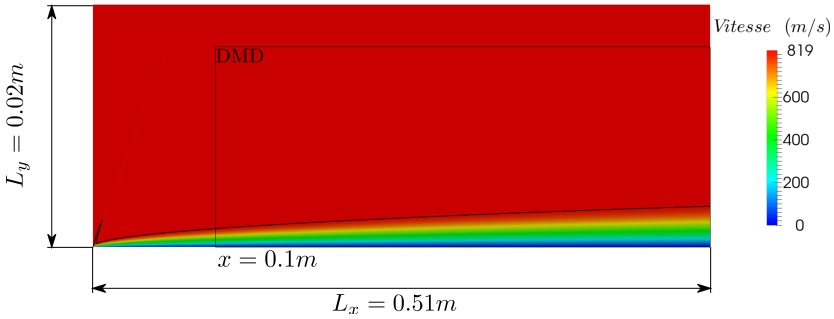


Figure 2.18 – Domaine d'étude.

M^e	4.115
T^e (K)	98.5
P^e (Pa)	1540
Re_u (10^6)	6.35

Table 2.3 – Conditions extérieures à la couche limite. La paroi est adiabatique.

Remarque : Le domaine DMD est réduit pour diminuer la taille de la collection d'observables. Le domaine I-LES fait 512×256 nœuds et on le réduit à 280×253. Dans le domaine DMD, la couche limite s'épaissit et δ_2 passe de 1.07 mm à 2.38 mm en fin de domaine DMD.

Analyse DMD : Nous n'avons ici aucune connaissance explicite de l'opérateur linéaire qui régit la dynamique de ce problème. Il est donc impossible de connaître avec exactitude la totalité de ses modes physiques. Nous allons appliquer les méthodes vues au cours des deux précédentes sections (sec 2.2.3 et 2.2.4) en ce qui concerne la génération de la collection d'observables $\mathbf{X}_0^{n-1}$ et le tri entre les modes physiques et non-physiques de $\widetilde{\mathbf{M}}$. Cela nous permet de voir quelles informations la DMD, peut extraire quant à la stabilité de cet écoulement perturbé.

Les résultats de stabilité globale (DMD) sont comparés à ceux du code LST développé par [Ferrier, 2008]. Plus précisément, on compare les zones d'amplification spatiale des modes le long de la plaque plane pour diverses fréquences temporelles. L'écoulement de base utilisé par la LST est obtenu par solution semblable de type Levy-Lees. Cette étude nous permet aussi d'introduire la réceptivité d'une couche limite de type plaque plane à une perturbation extérieure. On se réfère aux calculs DNS de [Ma and Zhong, 2003a, Ma and Zhong, 2003b, Ma and Zhong, 2005] concernant la réceptivité d'une plaque plane en régime supersonique/hypersonique.

2.3.2 Analyse DMD et observation

La simulation d'un bord d'attaque est assez difficile à réaliser car la couche limite est forcément sous-résolue. [Ma and Zhong, 2003a] dans leur DNS utilisent un maillage de 200 nœuds en x pour simuler 2 cm du bord d'attaque d'une plaque plane. Pour le calcul I-LES la même zone contient 50 nœuds. Cette région étant impossible à résoudre, le schéma numérique produit des oscillations de très faible amplitude ($\max\{| P'_{x\approx 0} |\} < 2$ Pa), qui se propagent dans la couche limite. Toutefois, elles s'atténuent fortement après quelques centimètres.

Une impulsion de pression est superposée à l'écoulement uniforme en entrée de domaine ($x = 0$) et son amplitude est de 200 Pa. Le schéma numérique dissipe cette discontinuité pendant la convection : au bout de 4 mm, son amplitude n'est plus que de 40 Pa. L'amplitude initiale est importante pour que les ondes qui se propagent aient, à $x = 0.1$ m, une amplitude proche de 1% de la pression statique. Ce critère est choisi pour améliorer la prédiction de la DMD en produisant une perturbation de "grande" amplitude, qui reste présente dans l'écoulement jusqu'en fin de domaine. L'impulsion

initiale se transforme en deux ondes acoustiques. L'une est dite "rapide" car sa vitesse de phase est $c_r^R = U_\infty + c$, l'autre est dite "lente", $c_r^L = U_\infty - c$. On retrouve ces ondes sur le signal des sondes placées à la paroi ($x = 0.1$ m et $x = 0.35$ m), comme le montre la figure 2.19.

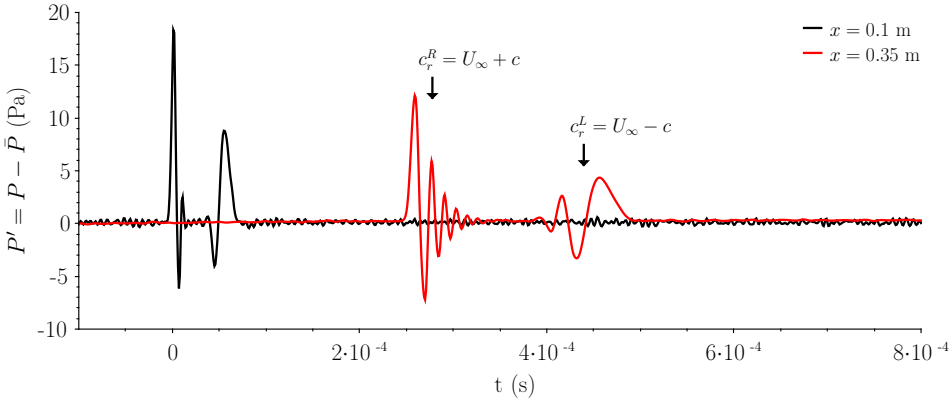


FIGURE 2.19 – Fluctuation de la pression pariétale en deux positions spatiales, $x = 0.1$ m et $x = 0.35$ m au cours du temps. On observe la différence de vitesse de propagation entre les deux ondes acoustiques "lentes" et "rapides".

L'onde la plus lente met 0.8 ms pour franchir le domaine DMD. Par conséquent, il faut au minimum 800 observables pour effectuer la DMD ($\Delta t = 1\mu$ s)[6], ce que confirme la convergence en spectre et sur la valeur de $|\alpha_j|$ (fig. 2.20 (a)). En effet, même si on augmente le nombre d'observables de $\mathbf{X}_0^{n-1}$, le nombre de modes résolus n'augmente pas (fig. 2.20 (b)). Afin de mieux résoudre les basses fréquences temporelles et de s'assurer de la convergence, on utilise $n = 1000$ observables. Les fréquences inférieures à 5 kHz sont ignorées.
La valeur de $|\alpha_j|$ indique la contribution énergétique du mode dans le champ initial donné par le premier observable à t_0. Ce temps est pris au moment où la perturbation entre dans le domaine DMD ($x = 0.1$ m). L'observable initial est le champ de vitesse axial (U_x) à cet instant.

En sommant les 100 premiers modes les plus présents, le champ initial est reconstruit à 90% et avec 200 modes on atteint 99% (fig. 2.20 (b)). Les modes qui ont une amplitude inférieure à 0.02 Pa sont négligeables (fig. 2.20 (b)) et supposés non-physiques. Seuls les 200 modes ayant une fréquence ≤ 200 kHz sont considérés comme physiques.

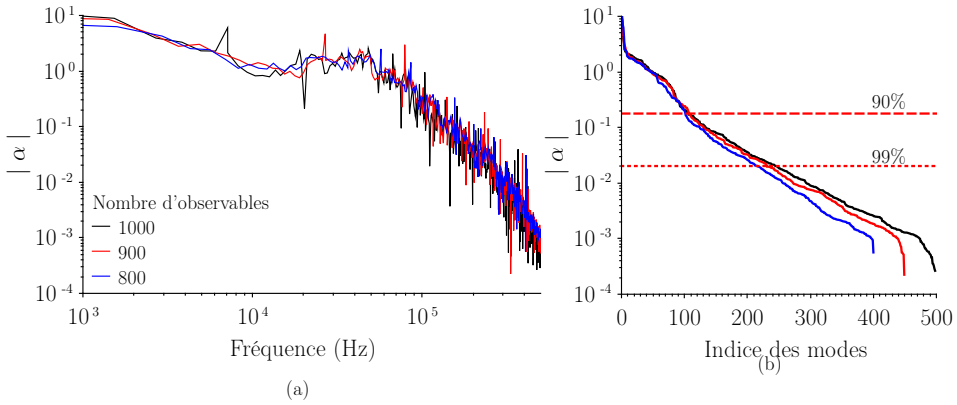


FIGURE 2.20 – Étude de convergence en fonction du nombre d'observables. Seuls les modes ayant une fréquence ≤ 200 kHz sont considérés comme physiques.

6. Cette valeur est la même que celle utilisée pour l'étude DMD du chapitre 4 et sera justifiée à cette occasion.

Lors d'une étude DMD plusieurs modes sont calculés et ordonnés en fonction de leur présence dans l'écoulement (2.51), pour $r = 0$. La méthode produit un mode de fréquence nulle qui est la moyenne des observables. Ce mode est généralement le plus présent dans l'écoulement car il représente l'écoulement de base sur lequel évoluent les modes de fréquence temporelle non-nulle. La figure 2.21 est une comparaison entre les profils de couche limite à $x = 0.2$ cm du bord d'attaque obtenus avec le code LES-Implicite, la solution de Levy-Lees et le mode de fréquence nulle. Les trois profils se confondent. Le code DMD révèle que les modes de fréquence non nulle se superposent à un écoulement de base de type couche limite, ce qui est conforme à la théorie des petites perturbations.

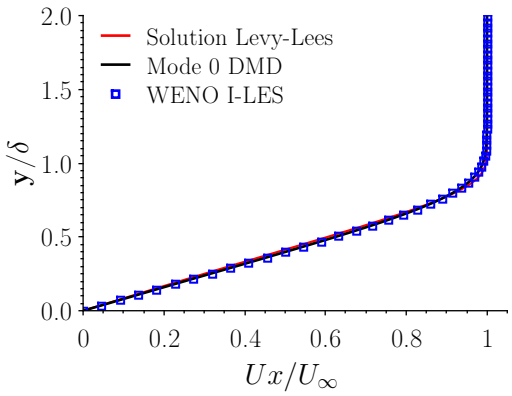


Figure 2.21 – Comparaison des profils de couche limite à 20 cm du bord d'attaque. Le mode à fréquence nulle DMD et la simulation I-LES sont des écoulements de base de type Levy-Lees.

La figure 2.22 montre les vecteurs propres associés aux fréquences temporelles 137 kHz et 48 kHz. Ces modes sont choisis car ils représentent la physique des modes de la couche limite.

Le vecteur propre à $f = 137$ kHz s'amortit spatialement en début de domaine DMD (de $x = 0.1$ m à $x = 0.2$ m), puis, il s'amplifie de $x = 0.47$ m jusqu'en fin de domaine. On remarque un changement de structure spatiale du vecteur propre selon y. Par exemple, son allure à $x = 0.15$ m présente un ventre et à $x = 0.5$ m, deux ventres. Le mode de basse fréquence s'amplifie vers l'aval et son évolution spatiale est caractéristique d'un mode TS.

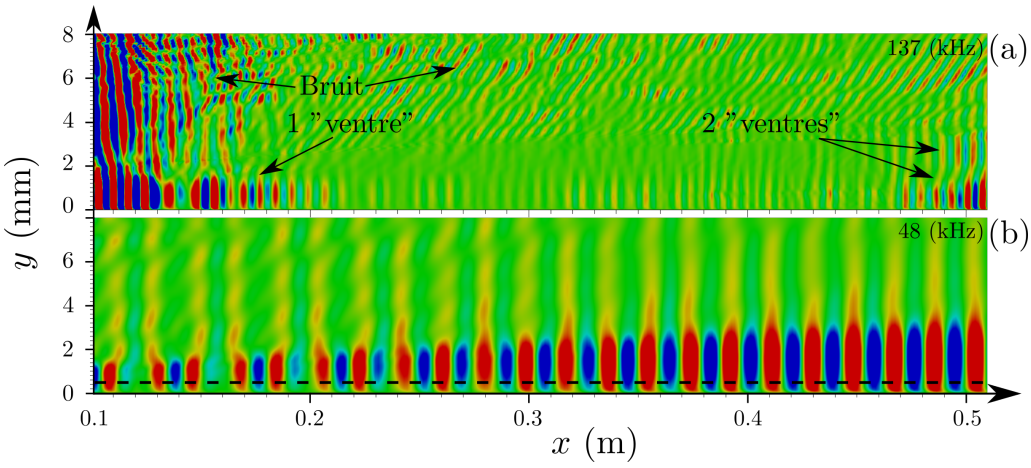


Figure 2.22 – Partie réelle du vecteur propre de fréquence temporelle : (a) 137kHz ; (b) 48 kHz. L'échelle de couleur donne le signe local de la partie réelle du vecteur propre (bleu : négatif, vert : nul, rouge : positif). La ligne en pointillés à $y = 0.5$ mm, illustre celle utilisée pour tracer le diagramme de stabilité.

Construction du diagramme de stabilité :
Les zones d'amplification spatiale sont significatives de l'instabilité spatiale d'un mode. La figure 2.23 illustre l'allure de la partie réelle d'un vecteur propre DMD $\underline{\widetilde{\phi}}_j$ pris à $y = cste; < \delta/2$. On observe que

l'amplitude est constante jusqu'à une certaine position en x où elle s'amplifie. Cette position est notée comme le début d'amplification. En revanche, la position à laquelle l'amplitude ne s'amplifie plus et décroît est notée fin d'amplification. Selon le mode, le vecteur propre peut avoir plusieurs zones d'amplification et de décroissance spatiales.

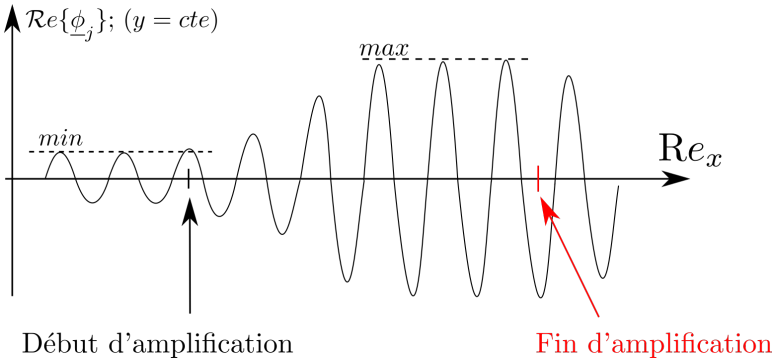


Figure 2.23 – Illustration de l'évolution de l'amplitude de la partie réelle du vecteur propre sur une ligne à $y = cste$. Les lignes en pointillés représentent les valeurs minimale et maximale des oscillations.

Pour chaque vecteur propre à une fréquence temporelle donnée, on reporte par un point la position de début (•) et de fin d'amplification (•) spatiale sur la figure 2.24. En analysant les modes pour une fréquence temporelle allant de 10 kHz à 200 kHz, on reconstruit le diagramme de stabilité .

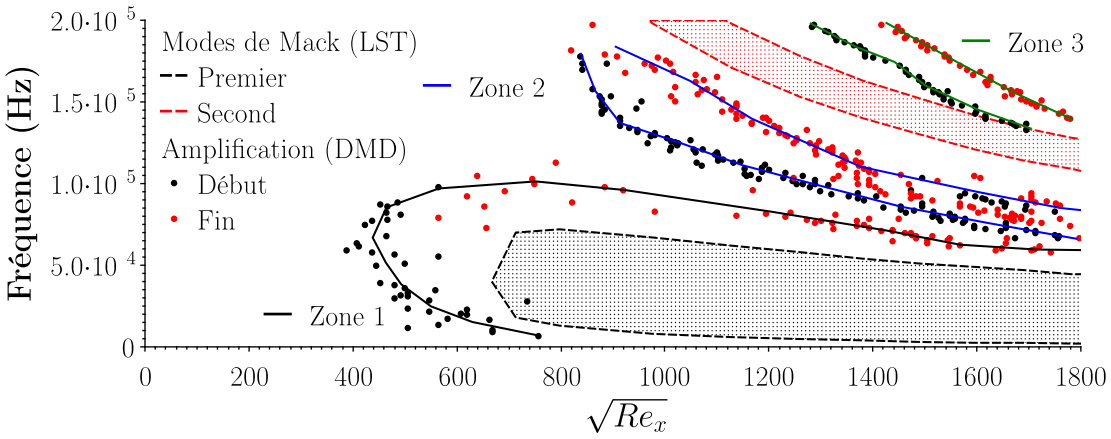


Figure 2.24 – Diagramme de stabilité LST (hachuré) et DMD montrant les zones d'amplification spatiale des modes selon leur fréquence temporelle et leur position le long de la plaque plane.

Les débuts et fins d'amplification spatiale des vecteurs propres DMD sont classés en trois zones. On reporte sur la figure 2.24 les zones instables des 1er et 2nd modes de Mack (hachures respectivement noires et rouges). En LST, cette zone d'amplification spatiale est caractérisée par ($\alpha_r > 0$). En dehors, le mode s'amortit ($\alpha_r < 0$).

On observe que la zone 1 représente avec succès la zone d'instabilité du premier mode de Mack. Les amplifications spatiales des modes globaux et locaux sont consistantes pour les basses fréquences. Mais pour les hautes fréquences les modes DMD montrent deux zones d'amplifications spatiales (zones 2 et 3) qui englobent la zone instable du second mode de Mack. On s'attache à interpréter ces différences dans la section suivante, en termes d'intéraction résonante.

Remarque : Des résultats similaires ont été trouvés en prenant des lignes de différentes hauteurs dans l'épaisseur de couche limite, mais aussi en faisant varier en x le domaine DMD.

2.3.3 Théorie de la réceptivité et discussion

2.3.3.1 Description du processus

L'amplification spatiale des modes DMD ne correspond pas exactement aux prédictions faites par la LST. On introduit d'abord la composition (branches et pôles) du spectre LST spatial d'une couche limite supersonique. Puis dans un second temps nous énonçons la théorie en expliquant comment l'interaction entre les modes et les perturbations peut conduire à une amplification du mode dans une zone stable selon la LST. Finalement, nous cherchons ces informations dans les deux modes DMD de la section précédente.

A fréquence fixe, le spectre spatial (LST) se compose de trois branches et de pôles (fig. 2.25) (inspirée de fig. 6 [Ma and Zhong, 2003a]). Deux des branches représentent les modes "lents" et "rapides", la dernière contient les modes entropiques. Le spectre contient les modes de Mack, qui selon l'abscisse et la fréquence temporelle peuvent devenir instables. Le spectre contient des modes discrets dont la position bouge dans le plan complexe en fonction de l'abscisse du point d'étude et de la fréquence (les trajectoires sont représentées en pointillés). La vitesse de phase dans nos notations s'exprime $c_r = \omega_i/\alpha_i$ et la vitesse du son est $c \approx 200$ m/s.

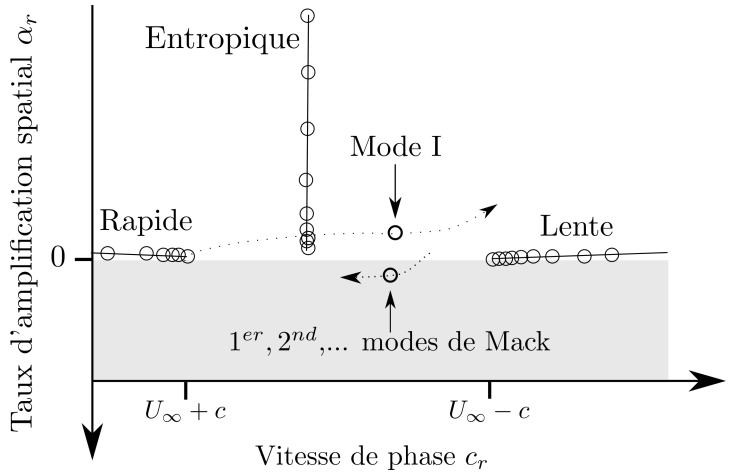


Figure 2.25 – Représentation schématique du spectre LST spatial : ∘ discret (cercle), – continu. La zone grisée est la zone instable.

Les travaux de [Fedorov and Khokhlov, 2002, Tumin et al., 2007] ont posé la théorie de la réceptivité d'une couche limite à des perturbation externes. [Ma and Zhong, 2003b] ont confirmé le processus d'interaction à l'aide de la DNS d'une couche limite à $M_\infty = 4.5$ et ils décrivent le processus :

- Une synchronisation entre le mode I (Rapide) et le premier mode de Mack (Lent) s'effectue quand les deux modes ont la même vitesse de phase. L'interaction résonante entre le mode I, excité par les ondes acoustiques rapides, et le premier mode de Mack produit une amplification locale de la perturbation. De cette interaction, il résulte que le premier mode de Mack devient le second mode de Mack, qui devient instable en aval tout en gardant une vitesse de phase lente.

$$\textbf{Etape 1 :} \quad \underbrace{(\text{mode I})^{Rapide} + (\text{Mack 1})}_{\text{Résonance}} \longrightarrow (\text{mode I})^{Lent}; \quad \text{Mack 1 devient Mack 2}$$

- Le mode II se sépare de la branche rapide et en interagissant avec le second mode il produit une modulation d'amplitude de la perturbation, conduisant à des oscillations rapides causées par la différence des nombres d'onde. Puis le second mode de Mack devient stable. A l'abscisse où les vitesses de phases sont proches, il se synchronise avec le mode II conduisant à une amplification locale.

$$\textbf{Etape 2 :} \quad \underbrace{(\text{mode II})^{Rapide} + (\text{Mack 2})}_{\text{Résonance}} \longrightarrow (\text{mode II})^{Lent}; \quad \text{Mack 2 devient Mack 3}$$

- Ces interactions produisent des modes de Mack d'ordres successivement plus élevés, interagissant tour à tour avec le mode III,IV..

2.3.3.2 Application aux résultats DMD

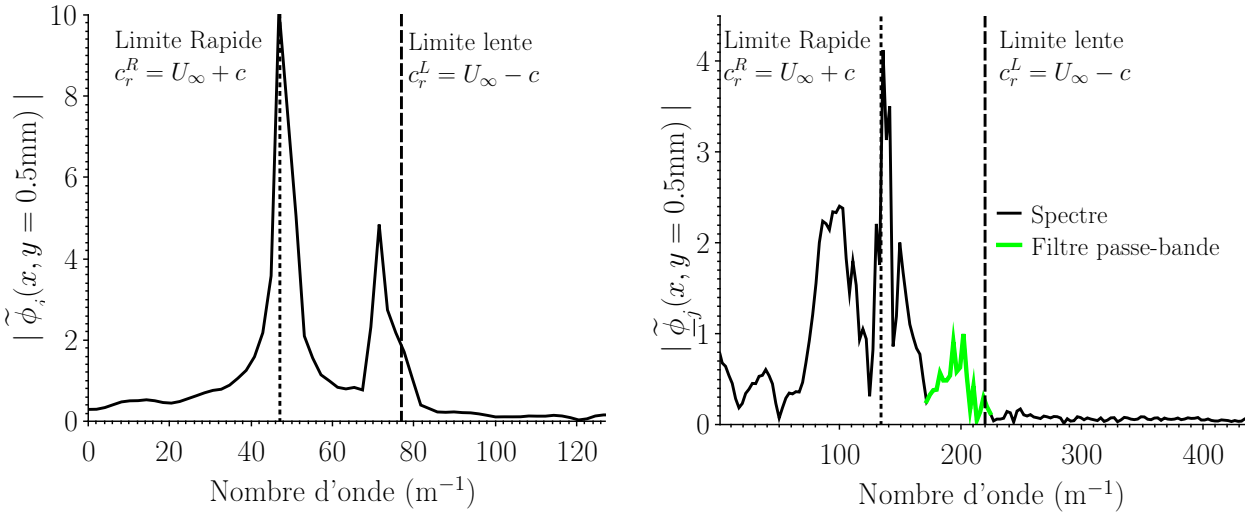
Le processus montre que des amplifications locales sont possibles dans des zones prétendument stables par la LST. Cela explique pourquoi la DMD capture des zones d'amplification en dehors des zones d'instabilité LST. On cherche maintenant à distinguer dans les vecteurs propres DMD de la section précédente (fig. 2.22 (a) et (b)), les traces d'amplification des modes I, II et des 1er et 2nd modes de Mack. La théorie énonce que ces modes ont des vitesses de phase différentes ("lente" et "rapide") ce qui, pour une fréquence temporelle fixe, induit une différence de fréquence spatiale.

En utilisant $\alpha_i = \omega_i/(U_\infty - c)$ on en déduit les fréquences théoriques des modes rapides et lents pour les deux cas DMD choisis.

- Les nombres d'onde "théoriques" rapides sont de 47 m^{-1} et 137 m^{-1} respectivement pour les fréquences temporelles de 48 kHz et 137 kHz.
- Les nombres d'onde "théoriques" lents sont de 77 m^{-1} et 221 m^{-1} respectivement pour les fréquences temporelles de 48 kHz et 137 kHz.

On rappelle que la vitesse du son est de $c \approx 200$ m/s et la vitesse de $U_\infty \approx 820$ m/s.

Méthode :
Pour chacun des vecteurs propres DMD associés aux fréquences $f = 48$ kHz et $f = 137$ kHz, on effectue une FFT spatiale le long de la ligne à $y = 0.5$ mm entre $x = 0.1$ m et $x = 0.51$ m représentée sur la figure 2.22 (b) par des pointillés. Il est important de noter que le maillage de $x = 0.1$ m à $x = 0.51$ m, a un pas spatial constant de $\Delta x = 1.4$ mm. Toutefois, la ligne extraite est ré-échantillonnée avec un pas de $\Delta x \approx 0.12$ mm avec une interpolation linéaire entre les nœuds du maillage.



(a) mode DMD, $f = 48$ kHz (b) mode DMD, $f = 137$ kHz

Figure 2.26 – Transformée de Fourier spatiale le long d'une ligne à $y = 0.5$ mm extraite des modes DMD à fréquence temporelle : (a) $f = 48$ kHz ; (b) $f = 137$ kHz. On observe deux pics positionnés sur les nombres d'ondes rapides et lentes.

On retrouve sur la figure 2.26 les deux nombres d'onde rapides et lents prédits par la théorie. En effet, on observe des pics très proches des valeurs théoriques des nombres d'onde, symbolisés par les traits pointillés.

- mode DMD $f = 48$ kHz, figure 2.26(a)

Le pic correspondant à une vitesse de phase lente montre la présence du 1er mode de Mack dans le vecteur propre. La présence du mode I dans le vecteur propre est confirmée par le pic de vitesse de phase rapide ($\alpha_i/(2\pi) = 47$ m^{-1}). Pour ce mode de basse fréquence temporelle, on observe bien la présence des deux modes comme le prédit la théorie de la réceptivité.

- mode DMD $f = 137$ kHz, figure 2.26(b)

On observe trois pics dans le spectre spatial. Deux correspondent à des vitesses de phases rapides, ils sont la signature des modes I et II à respectivement $\alpha_i/(2\pi) = 100$ m^{-1} et $\alpha_i/(2\pi) = 137$ m^{-1}. La présence du 2nd mode de Mack dans le vecteur propre est confirmée par le pic à vitesse de phase lente proche de 200 m^{-1}.

Pour conclure, on retrouve dans les vecteurs propres DMD les traces des modes de Mack (lents) et des modes I, II (rapides). On cherche maintenant à filtrer le signal de la ligne du vecteur propre $f = 137$ kHz pour visualiser l'amplification due au second mode de Mack. Ainsi on peut vérifier en déterminant les positions de début et de fin d'amplification, la prédiction de la LST. On applique la méthode de filtrage décrite par [Ma and Zhong, 2003b].

Visualisation de l'amplification du second mode de Mack :
On filtre le signal de la ligne extraite du vecteur propre avec un filtre passe-bande centré sur une vitesse de phase lente. Par conséquent, les modes I, II caractérisés par une vitesse de phase rapide sont enlevés. Ainsi on trace uniquement l'évolution spatiale du 2nd mode de Mack.

La figure 2.27 montre en noir le signal "brut" extrait du vecteur propre et auquel la FFT précédente a été appliquée. En vert est représenté le signal filtré par un passe bande. Les fréquences non filtrées sont visibles en vert sur la figure 2.26(b). Ce signal correspond à l'évolution spatiale du second mode de Mack pour une fréquence temporelle de $f = 137$ kHz.

Résultats : Le début et la fin d'amplification du signal filtré (vert) correspond à la zone instable prédite par la LST, soit $\sqrt{Re_x}_{début} \approx 1380$, $\sqrt{Re_x}_{fin} \approx 1554$. Les positions de début et fin sont représentées par les lignes en pointillés. On observe quelques oscillations en amont de l'amplification possiblement dues à l'imprécision du filtrage.

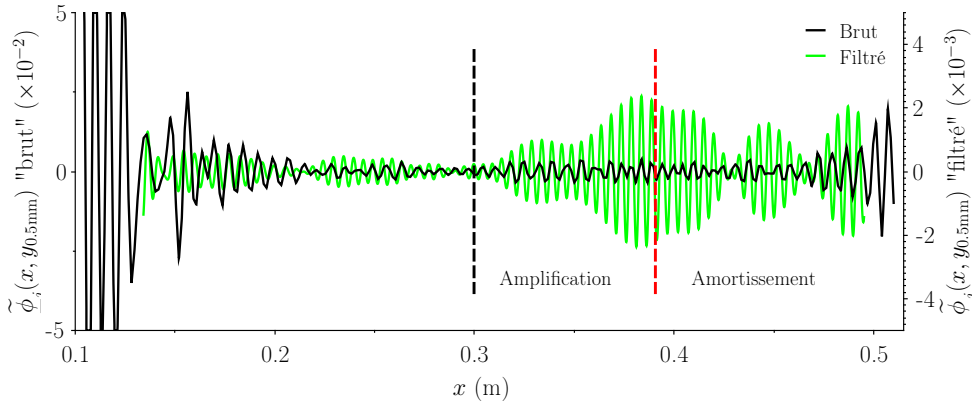


Figure 2.27 – Signal spatial issu du vecteur propre associé à la fréquence $f = 137$ kHz. Le signal en noir est le signal "brut" (sans filtrage) extrait du vecteur propre. En vert le signal filtré avec le passe bande à la fréquence 200 m^{-1}. Les positions de début et fin d'amplification sont représentées par les lignes pointillés.

Interprétation du vecteur propre DMD ($f = 137$ kHz) :
En revenant sur la figure 2.22 (a), la décroissance spatiale de l'amplitude du vecteur propre pour $x < 0.15$ m est due au mode I. Sa vitesse de phase diminue et il n'est plus excité par l'onde acoustique rapide. S'en suit une zone de modulation du fait de la différence de fréquence spatiale entre le mode II et le 2nd mode de Mack. Toutefois, le 2nd mode de Mack est bien instable de $x \approx 0.3$ m à $x \approx 0.4$ m comme la LST le prédit. En fin de domaine l'interaction entre le mode II et le 2nd mode conduit à une amplification spatiale du vecteur propre.

Pour ce mode DMD, on retrouve la présence des modes prédits par la LST et la théorie de la réceptivité. Toutefois, la distinction entre ces derniers est difficile à mener sans les fondements théoriques. Dans le cadre d'un écoulement complexe, une étude aussi précise est difficile voire impossible à entreprendre sans une analyse complémentaire avec un outil de stabilité (LST).

Conclusion :
Ce cas test permet de valider l'approche DMD & I-LES pour étudier la stabilité des écoulements. Les résultats sont consistants avec les prédictions LST, les DNS de [Ma and Zhong, 2003b] et la théorie de la réceptivité liée à la stabilité de la couche limite supersonique. Ce cas test nous apprend que les vecteurs propres sont riches en informations sur l'amplification spatiale des instabilités. Dans notre cas, ils représentent la dynamique spatiale de plusieurs modes prédits par la LST. La théorie de la réceptivité est nécessaire pour découpler les modes entre eux.

Chapitre 3

Jet en Écoulement Transverse Supersonique (JISC)

Sommaire

3.1 Mise en place du calcul I-LES 56

3.1.1 Position d'injection sur la plaque plane 56

3.1.2 Domaine de calcul 58

3.1.3 Maillage 59

3.1.4 Caractérisation de l'injection 61

3.1.5 Définition des cas simulés 62

3.2 Structure et dynamique de l'écoulement local 63

3.2.1 Structures tourbillonnaires 63

3.2.2 Effet du Maillage 65

3.2.3 Effet de la condition de paroi sur la stabilité du JISC 67

3.3 Étude paramétrique de la transition 69

3.3.1 Effet de la pression d'injection 69

3.3.2 Effet du nombre de Reynolds Re_u^{PP} 83

3.1 Mise en place du calcul I-LES

3.1.1 Position d'injection sur la plaque plane

La simulation d'une interaction jet/CL sur un avant-corps se révèle une tâche ardue et coûteuse en ressources de calcul. En effet, il faut résoudre aussi bien l'écoulement laminaire autour de l'avant-corps, que la transition due à l'action du jet sur la couche limite. De plus, l'utilisation d'un maillage non-structuré est nécessaire pour résoudre correctement l'écoulement autour du nez de l'avant-corps. Or, le code de calcul I-LES disponible utilise un schéma numérique WENO d'ordre 5 bien adapté pour les écoulements à haute vitesse, mais difficile à implémenter sur un maillage non-structuré. Ce schéma originellement présenté par [Liu et al., 1994] puis dans sa forme actuelle par [Jiang and Shu, 1996] est utilisé pour simuler les écoulements choqués et la turbulence en écoulement compressible. Afin de diminuer la complexité du problème, on considère une couche limite de plaque plane représentative de celle de l'avant-corps.

Cette étude académique repose sur trois hypothèses fortes, par rapport à un cas réel d'injection sur l'avant-corps :

- La composante transversale du profil de vitesse (Uz) est négligeable ($\max(|\ U_z\ |) \approx 60$ m/s).
- L'évolution de la couche limite près du point d'injection est semblable à celle sur une plaque plane
- Le canal d'injection d'air est négligé, le profil de vitesse à l'injection est uniforme.

Pour rester représentatif, il faut faire concorder les écoulements laminaires des deux géométries aux points voulus pour l'injection. Sur la plaque plane, le jet doit se développer dans une couche limite similaire à celle de l'avant-corps au point d'injection. Pour cela, il faut définir la position d'injection sur la plaque plane (x_{inj}). Nous appliquons la procédure suivante (illustrée sur la figure 3.1) :

1. Un calcul laminaire sur l'avant-corps est effectué et au point souhaité pour l'injection, un profil de couche limite est extrait.
2. Les grandeurs extérieures à ce profil servent à calculer une solution auto-semblable de type Levy-Lees (LL)
3. La position du profil LL (x_{LL}) concordant le mieux au profil laminaire donne la position de l'injection sur la plaque plane (calcul I-LES).

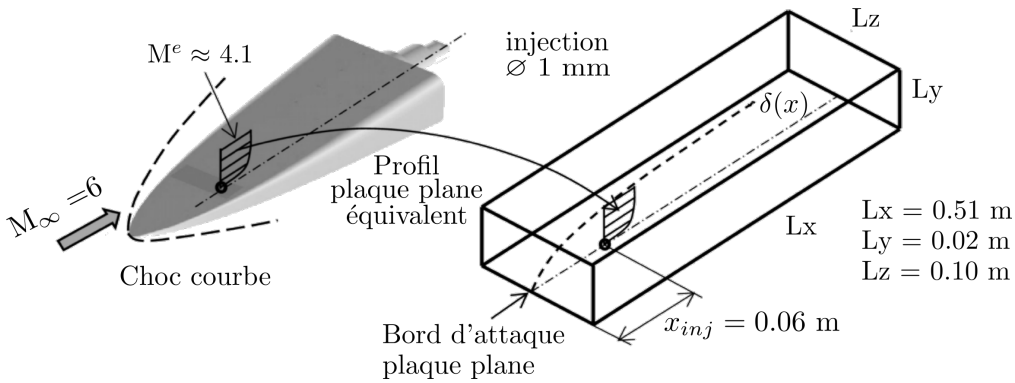


Figure 3.1 – Illustration de la stratégie de simulation. A gauche une représentation de l'avant-corps. A droite, représentation de la plaque plane et du domaine de calcul.

Calcul de l'écoulement sur l'avant-corps : Le calcul laminaire sur l'avant-corps a été réalisé à l'aide du code elsA de l'ONERA par Antoine Durant (MBDA). L'écoulement laminaire sur l'avant-corps est présenté au chapitre 1, section 1.4.1.

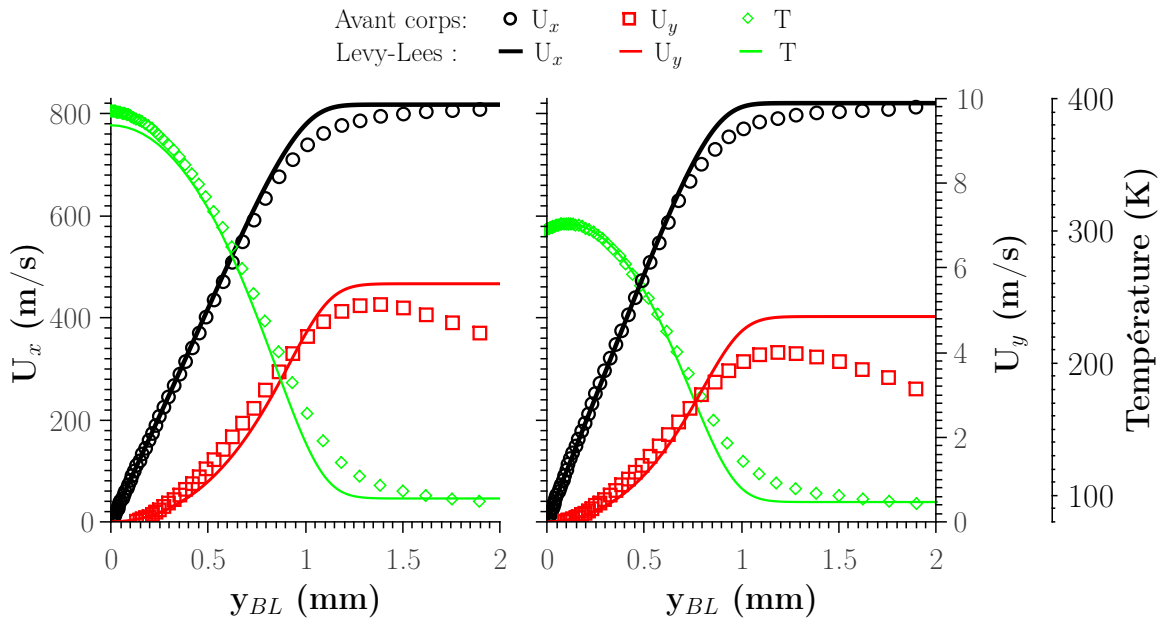
Les conditions génératrices (table 3.1) sont celles de la soufflerie BAM6QT de l'université de Purdue. Le calcul laminaire est réalisé pour une condition de paroi adiabatique et isotherme.

M_∞	Re_u ($\times 10^6$ m^{-1})	$P_{tot,\infty}$ (bar)	$T_{tot,\infty}$(K)
6.0	9.6	9	420

Table 3.1 – Conditions génératrices du calcul sur l'avant-corps.

Sélection du profil LL : Les deux critères à respecter dans la sélection du profil Levy-Lees sont l'épaisseur de couche limite δ et le cisaillement pariétal ($\tau_p = \mu \frac{\partial U_x}{\partial y}|_{y=0}$). Le profil LL doit avoir les mêmes épaisseur et valeur de cisaillement pariétal que le profil sur l'avant-corps au point d'injection. Toutefois, sur l'avant-corps, la couche entropique empêche d'avoir une asymptote bien définie sur les profils de couche limite. Dans nos calculs, le jet se développe dans la zone proche paroi du profil de vitesse. Par conséquent, on accorde plus d'importance à être précis sur la valeur de τ_p ("pente" du profil à la paroi).

Un profil LL situé à $x_{LL} = 6$ cm du bord d'attaque correspond le mieux au profil sur l'avant-corps au point d'injection (fig. 3.2). Pour U_x, l'asymptote et le gradient à la paroi sont bien reproduis. Par conséquent, le point d'injection sur la plaque plane est à $\mathbf{x_{inj} = 6}$ **cm** du bord d'attaque.



(a) Paroi adiabatique

(b) Paroi Isotherme, $T_p = 300$ K

Figure 3.2 – Comparaison entre les profils de couche limite au point d'injection sur l'avant-corps et la plaque plane ($x_{LL} = 6$ cm).

Remarque : La température de récupération diffère de 10 K entre l'avant-corps et la plaque plane. Cette différence est due au fait que le calcul elsA utilise un Cp constant contrairement à la solution LL calculée avec un Cp variable en fonction de la température, selon les tables thermodynamiques [Burcat and Ruscic, 2006].

L'asymptote de la composante de vitesse U_y n'est pas bien reproduite. Toutefois, cette différence de l'ordre de 1 m/s est négligeable face à la vitesse U_x asymptotique (819 m/s).

Le tableau 3.2, donne les conditions extérieures à la couche limite au point d'injection sur l'avant-corps et sur la plaque plane.

Adiabatique	M^e	P^e (Pa)	T^e (K)	T_r (K)
Avant-corps	4.12	1534	96.6	390
Levy-Lees	4.115	1540	98.5	380
Isotherme	M^e	P^e (Pa)	T^e (K)	T_p (K)
Avant-corps	4.2	1520	93.8	300
Levy-Lees	4.2	1500	95.0	300

Table 3.2 – Conditions extérieures à la couche limite sur l'avant-corps et Levy-Lees pour une paroi adiabatique (en haut) et isotherme ($T_w = 300K$) (en bas).

3.1.2 Domaine de calcul

Le domaine de calcul I-LES est un pavé rectangle où x est la direction de l'écoulement, y la normale à la paroi et z l'axe transversal. Sa taille est suffisamment grande pour que l'écoulement Jet/CL ne soit pas perturbé par ces frontières.

Il existe deux stratégies pour définir la condition d'entrée de domaine ; la sélection dépend de la distance x_{inj}, par rapport au bord d'attaque de la plaque plane LL.

- **Cas A** : La distance entre le profil LL au point d'injection et le bord d'attaque fictif de la plaque plane est supérieure à 10 cm. On choisit en entrée de domaine un profil LL amont à celui du point d'injection (fig. 3.3).

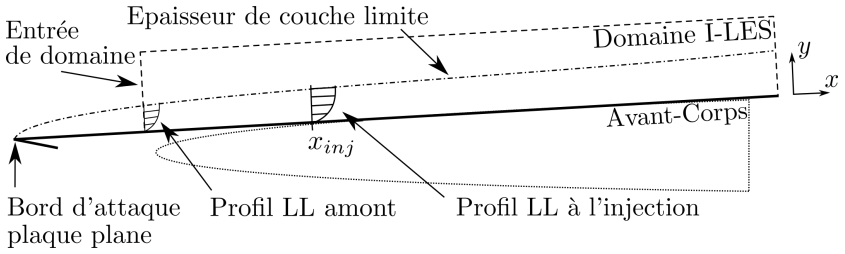


Figure 3.3 – Illustration du **Cas A** pour lequel en entrée de domaine I-LES on impose un profil de couche limite amont au profil au point d'injection.

La distance minimale entre l'entrée de domaine et le point d'injection est de 5 cm. Cette distance est nécessaire pour que l'entrée de domaine n'interfère pas avec la recirculation devant le jet.

- **Cas B** : La distance entre le profil LL au point d'injection et le bord d'attaque fictif de la plaque plane est inférieure à 10 cm. En entrée de domaine, l'écoulement est choisi uniforme et on modélise le bord d'attaque de la plaque plane (fig. 3.3).

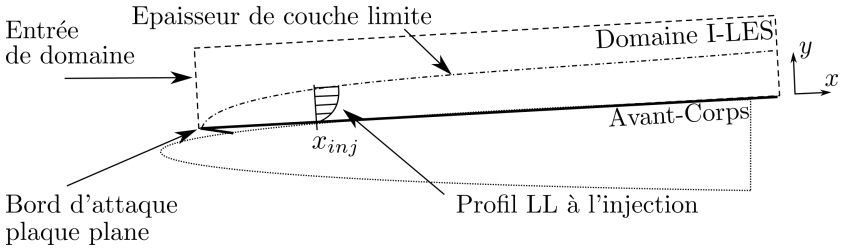


Figure 3.4 – Illustration du **Cas B** pour lequel en entrée de domaine I-LES on impose des profils de vitesse, pression et température uniformes. On calcule le bord d'attaque de la plaque plane.

Dans les calculs dans les conditions de la soufflerie T-313 de [Orlik et al., 2014], le **cas A** est utilisé pour effectuer les simulations I-LES. Or dans le cas BAM6QT, le profil LL représentant au mieux le calcul laminaire est situé à 6 cm du bord d'attaque de la plaque plane (**cas B**). Cette distance est insuffisante pour mettre un profil en entrée de domaine, il faut donc simuler entièrement le bord d'attaque .

Les simulations ci-après (sec 3.3) sont effectuées avec un domaine de calcul rectangulaire de $L_x = 51$ cm de long, $L_z = 10$ cm de large, $L_y = 2$ cm de haut et la position d'injection est située à 6 cm du bord d'attaque. Conformément à l'expérience, l'injection d'air à la paroi s'effectue au travers d'un trou de 1 mm de diamètre. Un écoulement uniforme est imposé en entrée de domaine (x=0). La paroi (à y=0) est non-glissante et peut être selon le cas de calcul, adiabatique ou isotherme ($T_{parois} = 300$ K). Les côtés du domaine ($z = -L_z/2$, $z = L_z/2$), la partie supérieure ($y = L_y$) et la sortie $x = L_x$ sont des frontières libres, non-réflectives.

Pour le reste de ce chapitre, on choisit de compter les abscisses à partir du bord d'attaque.

Remarque : Le bord d'attaque de la plaque plane induit une faible onde de Mach qui comprime légèrement l'écoulement. Par exemple, la pression statique augmente d'environ 10 Pa. Il faut alors adapter les conditions d'entrée de domaine pour obtenir les conditions extérieures à la couche limite déterminées à la section 3.1.1, table 3.2.

On impose en entrée de domaine $U = 822$ m/s, $P_{stat} = 1520$ Pa et $T_{stat} = 98.5$ K ; pour un écoulement $M^e = 4$.

3.1.3 Maillage

Une attention particulière est apportée à l'entrée de domaine car elle peut être une source de fluctuations non-physiques dans l'écoulement si elle n'est pas assez raffinée. Dans la direction de l'écoulement, le maillage est raffiné au bord d'attaque, puis élargi pour amortir les éventuelles oscillations, puis à nouveau raffiné au niveau de l'injection.

Le trou d'injection comporte 24 nœuds dans son diamètre (fig. 3.7). Le pas spatial Δx de $x = 0.1$ m à $x = 0.51$ m est constant afin de prévenir un effet trop dissipatif du maillage dans l'évolution des structures.

Dans la direction y, le maillage est très raffiné près de la paroi puis grossi au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la paroi pour créer une zone tampon. Dans la direction z, le maillage est raffiné sur la ligne centrale pour résoudre au mieux le sillage du jet. Deux maillages sont utilisés et leur construction résulte de la convergence en maillage effectuée par [Orlik et al., 2014]. Les figures 3.5 et 3.6 illustrent le maillage # 1, utilisé dans la majorité des calculs de ce chapitre.

Entre les calculs d'E.Orlik et ceux présentés dans ce chapitre, la taille du domaine de calcul dans la direction x est divisée par 2. Ne voulant pas réduire la taille totale du maillage, les nœuds disponibles sont utilisés pour raffiner la zone d'injection. La taille de ce maillage est un bon compromis entre temps de calcul et taille de stockage pour l'analyse DMD.

La taille des cellules environnant le jet est équivalente à celles du calcul DNS [Subbareddy et al., 2014] d'une rugosité à M_∞ =6. Le maillage # 1 décrit ci-après correspond au maillage le plus fin utilisé par E.Orlik et sert aux études paramétriques de ce chapitre. Le maillage #2 est similaire au maillage #1 sauf dans la direction x où le nombre de nœuds a été doublé.

L'idéal est de vérifier l'effet du maillage pour chaque cas de calcul. Ceci n'est pas possible vu le nombre de paramètres étudiés et les heures de calcul disponibles. On choisit d'utiliser le même maillage pour tous les cas de calcul. Il est important de noter que le maillage peut avoir une influence sur

certains résultats, notamment dans les cas avec une forte pression d'injection. En effet, les structures tourbillonnaires peuvent atteindre des zones de maillage grossier, où elles peuvent être dissipées.
Le tableau 3.3 donne les grandeurs caractéristiques des deux maillages :

Maillage :	# 1	# 2
$L_x \times L_y \times L_z$	$0.51 \times 0.02 \times 0.1$	
$N_x \times N_y \times N_z$	$512 \times 256 \times 192$	$1024 \times 256 \times 192$
Nombre de noeuds	$25{\times}10^6$	$50{\times}10^6$
$[\Delta_x \times \Delta_y \times \Delta_z]_{min}$ (mm)	$0.043 \times 0.018 \times 0.043$	$0.021 \times 0.018 \times 0.043$
$[\Delta_x \times \Delta_y \times \Delta_z]_{max}$ (mm)	$1.5 \times 1.5 \times 1.5$	$0.75 \times 1.5 \times 1.5$

Table 3.3 – Données caractéristiques des maillages #1 et #2.

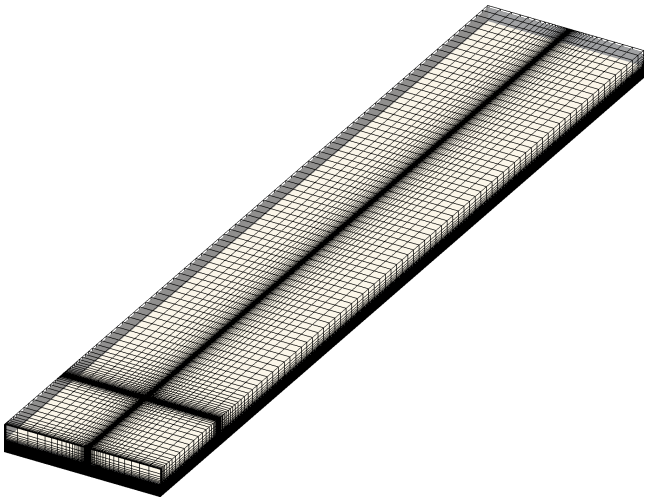


Figure 3.5 – Vue du maillage #1 en ne représentant qu'un nœud sur 4.

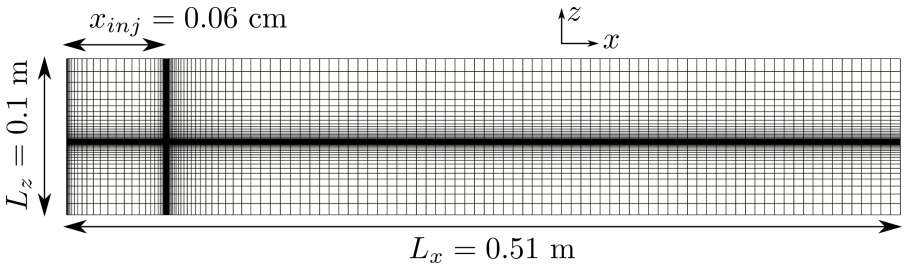


Figure 3.6 – Maillage #1 à la paroi dans le plan XZ (un nœud sur 4).

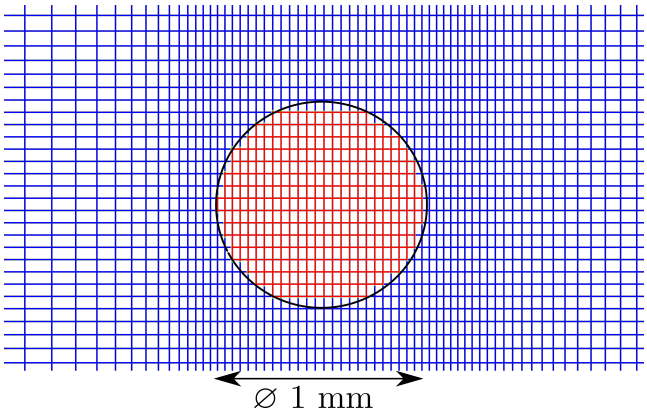


Figure 3.7 – Détail du maillage #1 dans la zone d'injection (en rouge) dans le plan xz.

3.1.4 Caractérisation de l'injection

Deux paramètres sont généralement utilisés pour quantifier la pression d'injection.

- **PR** (Pressure Ratio) : Le rapport entre la pression totale injectée et la pression statique dans la couche limite environnant le tonneau de détente.

$$PR = \frac{P_{tot,inj}}{P^e} \tag{3.1}$$

- **J** (Jet momentum flux ratio) : Le rapport du flux de quantité de mouvement injecté sur le flux de quantité de mouvement dans l'écoulement extérieur à la couche limite

$$J = \frac{\rho_{inj} U_{inj}^2}{\rho^e U^{e2}} = \frac{\gamma_{inj} P_{inj} M_{inj}^2}{\gamma^e P^e M^{e2}} \tag{3.2}$$

On peut lier ces deux quantités en introduisant le paramètre λ donné par [Stone and Cary, 1972], en supposant une injection sonique ($\mathrm{M}_{inj} = 1$) :

$$\lambda = \frac{\gamma_{inj} P_{tot,inj}}{\gamma^e P^e M^{e2}} \tag{3.3}$$

$$PR = \lambda M^{e2} = J \left(\frac{1+\gamma}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} M^{e2} \tag{3.4}$$

Dans le reste du manuscrit nous utilisons le paramètre PR pour rendre compte de la pression d'injection par rapport aux conditions externes dans la couche limite. Ce paramètre est plus approprié pour une application expérimentale. Les conditions soniques à la sortie du trou d'injection sont notées $(.)^{cri}$. En fonction de la pression d'injection on distingue trois cas :

- L'injection est **bloquée** pour $P^e > P_{tot,inj}$:

$$PR < 1 \; ; \; M_{inj} = 0$$

- L'injection est **subsonique** pour $P_{tot,inj} > P^e > P_{stat,inj}^{cri}$:

$$1 < PR < 1.892 \; ; \; P_{stat,inj} = P^e \; ; \; 0 < M_{inj} < 1$$

- L'injection est **sonique** pour $P_{stat,inj}^{cri} \geq P^e$:

$$PR \geq 1.892 \; ; \; \frac{P_{stat,inj}^{cri}}{P_{tot,inj}} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\gamma/(\gamma-1)} \; ; \; M_{inj} = 1$$

Lorsque l'injection est sonique, un jet sous-détendu se forme et se termine par un disque de Mach. La hauteur du disque de Mach h exprime la hauteur de pénétration du jet dans la couche limite. Cette notion sera développée plus en détail dans la section 3.2. Basés sur le paramètre PR, deux modèles sont proposés pour prédire la hauteur de pénétration du jet dans la couche limite et détaillés en annexe B.

Remarque : Pour obtenir ces résultats, on fait l'hypothèse que le gaz injecté est le même que celui de l'écoulement et qu'il est calorifiquement parfait.

3.1.5 Définition des cas simulés

Nous présentons ici les conditions d'injection et d'écoulement des cas simulés. Il existe deux types de cas : ceux représentatifs des essais dans la soufflerie BAM6QT et ceux à iso-PR et Re_u^{PP} variable.

Définition : Le Re_u^{PP} représente le nombre de Reynolds unitaire de l'écoulement incident sur la plaque plane. Il est calculé avec les conditions extérieures à la couche limite LL. Sur la maquette, il représente le nombre de Reynolds unitaire de l'écoulement post-choc au point d'injection.

3.1.5.1 Paramètres de simulation des cas BAM6QT

Ces cas d'étude se concentrent sur l'effet de la pression d'injection dans des conditions d'écoulements fixées (tableau 3.2, section 3.1.1) représentatives des essais BAM6QT ($M_\infty = 6$, $Re_u = 9.6 \times 10^6$ m^{-1}). Le tableau 3.4 définit les pressions d'injection et les hauteurs de pénétration du jet h par rapport à l'épaisseur de couche limite δ.

Cas	h±0.05 (mm)	h/δ ±0.042
$PR = 2$	-	-
$PR = 4$	0.67	0.57
$PR = 8$	0.77	0.65
$PR = 15$	1.23	1.04
$PR = 30$	1.43	1.21
$PR = 45$	1.73	1.47
$PR = 60$	2.05	1.74
$PR = 77$	2.19	1.85

Table 3.4 – Conditions de calcul pour différentes pressions d'injection, pour une paroi adiabatique.

Ces valeurs sont valables pour une paroi adiabatique ($T_r = 380$ K) et isotherme ($T_{paroi} = 300$ K). Pour tous ces cas de calcul, l'épaisseur de couche limite est $\delta = 1.18$ mm et $\mathrm{Re}_u^{PP} = 5.26 \times 10^6$ m^{-1}.

3.1.5.2 Paramètres de simulation des cas iso-PR à Re_u^{PP} variable

Ces cas de calcul étudient, pour un PR fixe, l'effet des conditions génératrices sur la transition. Le tableau 3.5 suivant donne les conditions d'injection et les conditions extérieures à la couche limite pour chaque cas de calcul. Pour ces cas on considère uniquement une condition de paroi adiabatique.

Cas	M^e -	δ (mm)	T^e (K)	T_r (K)	P^e (Pa)	Re_u^{PP} 10^6 (m^{-1})	PR -	h±0.05 (mm)	h/δ -
A	4.115	1.43	98.5	380	1053	3.42	14.63	1.3	0.91±0.035
B	**4.115**	**1.18**	**98.5**	**380**	**1540**	**5.26**	**15.4**	**1.23**	**1.04**±0.042
C	4.115	1.03	98.5	380	2023	6.92	15.22	1.2	1.17±0.050
D	6.0	1.44	98.5	682	1612	8.04	14.7	1.2	0.83±0.035
E	8.0	1.73	98.5	1156	1715	11.36	13.8	1.25	0.72±0.030

Table 3.5 – Conditions de calcul, pour une plaque plane adiabatique. Le cas **B** est le même que le cas $PR = 15$ du tableau 3.4.

3.2 Structure et dynamique de l'écoulement local

3.2.1 Structures tourbillonnaires

La figure 3.8 montre les structures créées par l'interaction d'un jet sous-détendu avec une couche limite incidente de type plaque plane. Cette figure se compose d'un plan (P1) de symétrie parallèle à la direction de l'écoulement, d'un plan (P2) normal à la paroi et à l'écoulement et d'un plan (P3) matérialisant la paroi.

L'air sous pression est injecté à travers un trou circulaire et se détend dans la couche limite formant une structure de jet sous-détendu appelé aussi tonneau de détente (4) se terminant par un disque de Mach (5). Ce tonneau constitue un obstacle pour la couche limite, créant en amont une zone de décollement délimitée par la ligne de séparation (S1). La zone de décollement induit un choc 3D oblique (2) et la partie supérieure du tonneau crée un choc courbe 3D (3). Ces deux chocs s'unissent formant une structure en forme de *Lambda* (6). Dans cette zone, plusieurs tourbillons de sens de rotation contraires se forment puis contournent le jet et s'étendent en aval le long du sillage du jet (T1). Ils sont nommés tourbillons en "fer à cheval" du fait de leur forme. Leur nombre dépend de la hauteur de l'obstacle dans l'écoulement. En aval du tonneau, une zone complexe de recirculation subsonique se forme et alimente une paire de tourbillons contra-rotatifs T2 évoluant près de la paroi. Le jet lui-même se concentre en une paire de tourbillons principaux contra-rotatifs (T3).

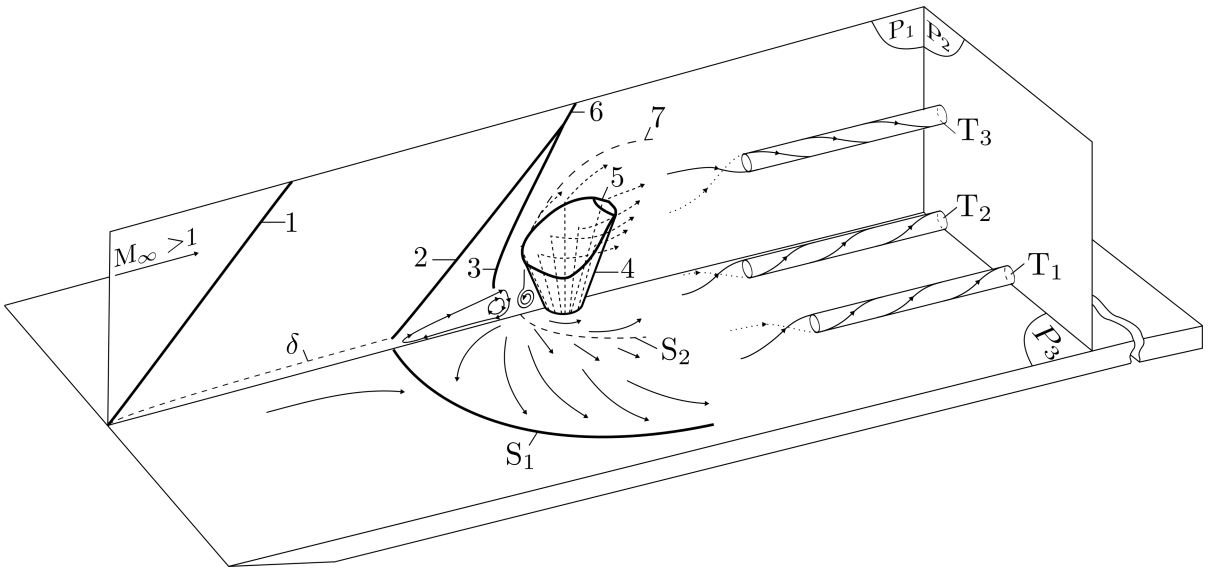
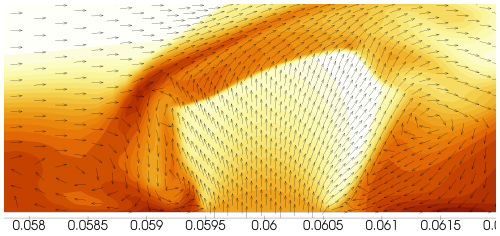


Figure 3.8 – Illustration d'un Jet en Écoulement Transverse Supersonique.

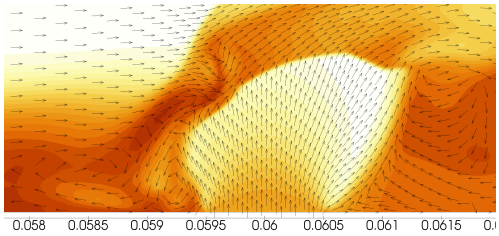
Dans les parties suivantes, nous utiliserons les notations suivantes pour les tourbillons :
T1 : Tourbillon en "fer à cheval" ou en anglais HorseShoe Vortex (HSV)
T2 : Tourbillon de sillage ou en anglais Wake Vortex (WV)
T3 : Tourbillon contra-rotatif ou en anglais Counter-rotating Vortex (CRV)

Pour la suite, le bord d'attaque de la plaque plane induit une faible onde de Mach (1) qui n'a aucun effet sur la couche limite. Toutefois, dans une application concrète, le choc courbe d'un bord d'attaque émoussé peu conduire à une couche entropique et à une légère modification de l'interaction jet/CL.

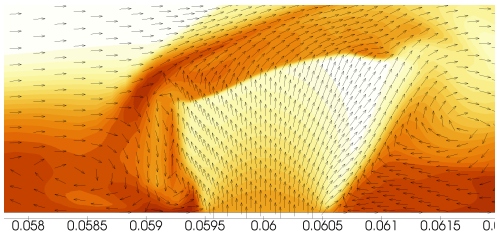
A la différence des rugosités, le jet n'est pas un obstacle solide : sa structure dépend de la pression extérieure. Les recirculations et le jet forment un ensemble couplé évoluant dans le temps tout en étant responsable de structures tourbillonnaires convectées dans le sillage. L'ensemble des figures [3.9(a) à 3.9(j)] représente l'état de ce système à différents instants, en traçant le champ de température ainsi que les vecteurs vitesse (adimensionnés) sur le plan de symétrie (P1).



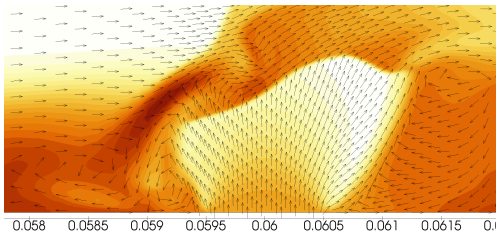
(a) $t = 0$ μs



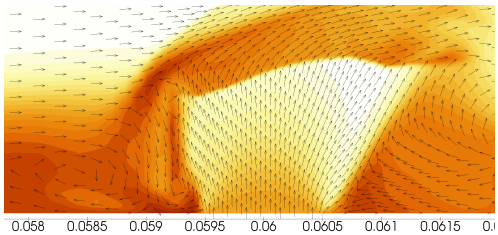
(f) $t = 5$ μs



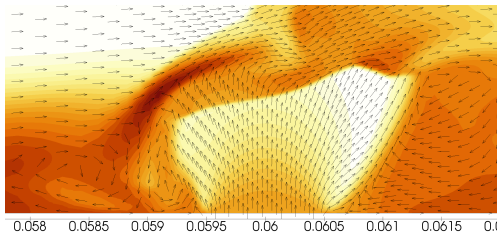
(b) $t = 1$ μs



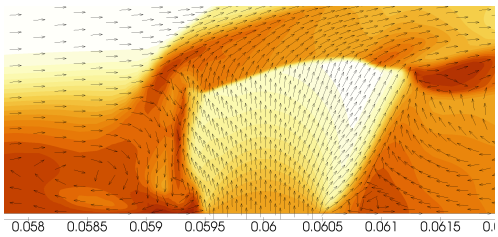
(g) $t = 6$ μs



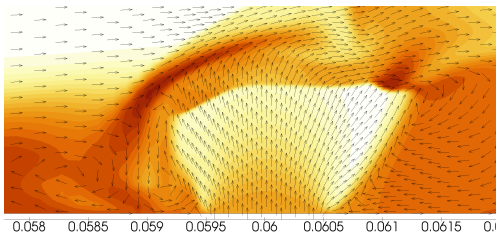
(c) $t = 2$ μs



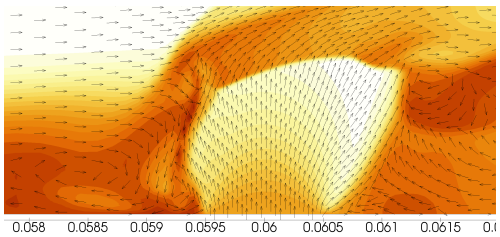
(h) $t = 7$ μs



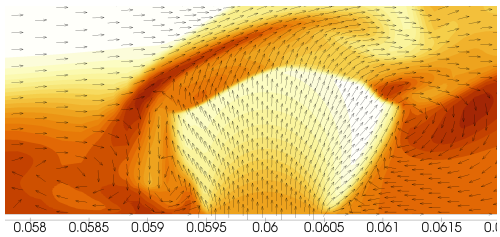
(d) $t = 3$ μs



(i) $t = 8$ μs



(e) $t = 4$ μs



(j) $t = 9$ μs

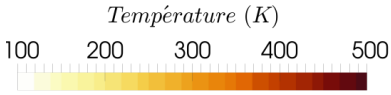


Figure 3.9 – Champ de température sur le plan de symétrie pour différents temps issu du cas $PR = 15$. Les vecteurs représentent la direction de la vitesse dans le plan. L'échelle représente l'axe x (en m) et donne la distance par rapport au bord d'attaque.

Dynamique du jet : L'interaction jet/CL est naturellement instationnaire, sous l'effet de l'écoulement incident le jet se déforme et oscille "d'avant en arrière". Un cisaillement est présent entre la recirculation en contact avec le jet et l'écoulement incident. Il initie au travers de l'instabilité de Kelvin-Helmoltz (KH) un tourbillon ($t \in [0, 4]$ μs). Ce tourbillon remonte le long de la partie supérieure du tonneau en le déformant ($t \in [5, 9]$ μs). Il est ensuite convecté dans le sillage du jet et évolue le long des structures CRV et HSV. La figure 3.10 compare le critère $\mathcal{Q}$ entre un champ moyen en temps (à droite) et un champ instantané (à gauche) pour le cas $PR = 15$. Ce critère montre les structures cohérentes de l'écoulement.

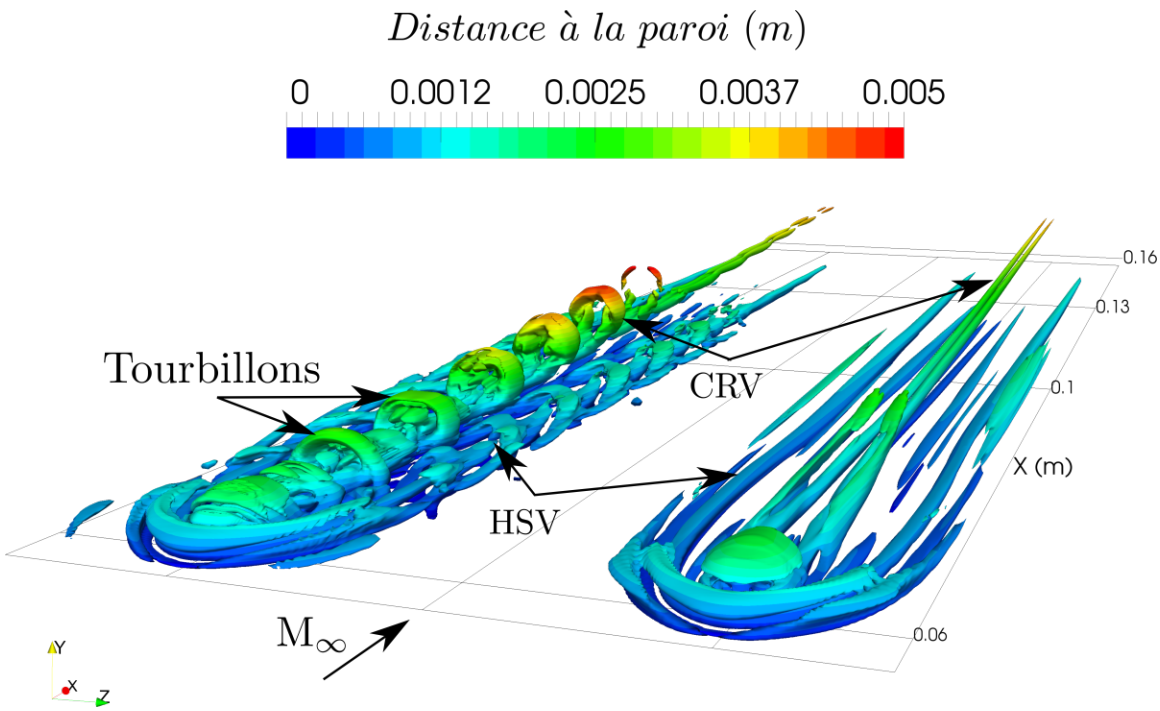


Figure 3.10 – Comparaison entre le critère $\mathcal{Q}$ d'un champ instantané et moyen en temps, cas $PR = 15$.

Ce lâcher tourbillonnaire est aussi observé expérimentalement grâce à une séquence d'images Schlieren haute résolution (fig. 3.6 p101 [Erdem et al., 2012]).

Remarque : On observe aussi une autre instabilité KH due au cisaillement entre l'écoulement sortant par la partie supérieure droite du jet et l'écoulement derrière le choc courbe. Toutefois l'intensité de ces tourbillons est faible et ils sont rapidement dissipés derrière le jet.

3.2.2 Effet du Maillage

L'ensemble de cette étude est effectué sur le maillage #1 présenté dans la section 3.1.3. Bien que l'effet d'un raffinement de maillage ait été étudié par E. Orlik, nous reproduisons ici cette analyse pour nos simulations. Le cas $PR = 15$ est choisi pour mener cette étude. Les résultats présentés (fig. 3.11) sont des champs instantanés de pression à la paroi.

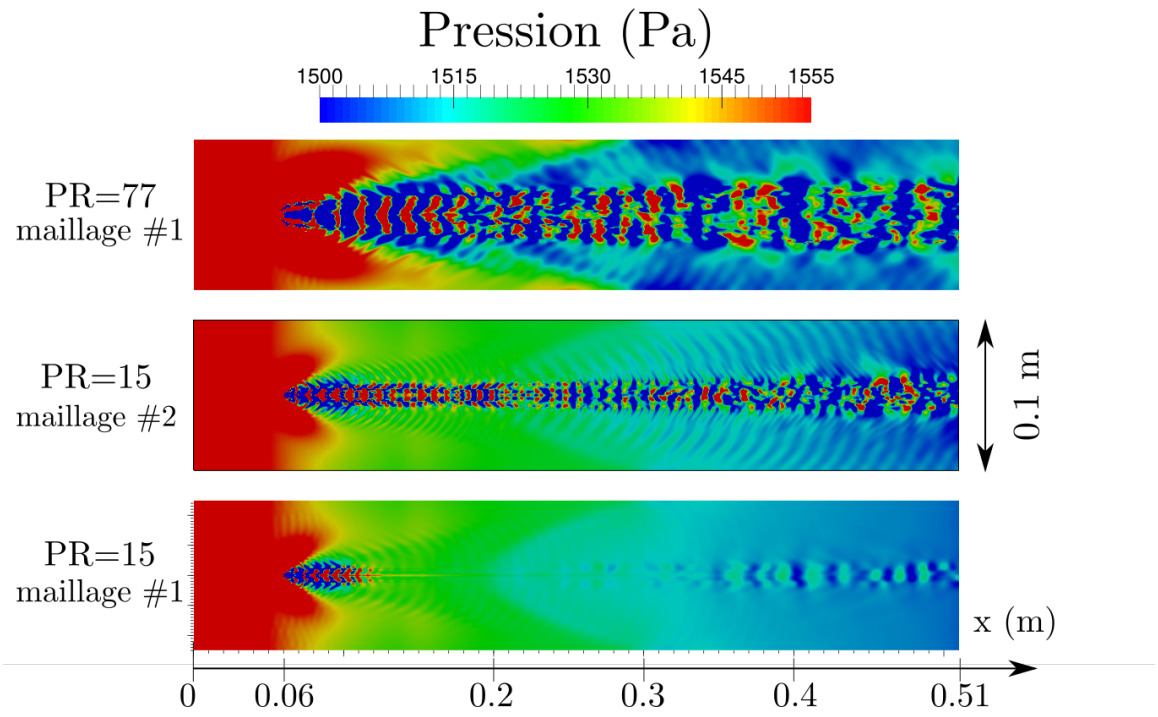


Figure 3.11 – Champ de pression instantané à la paroi (Pa) pour le cas $PR = 15$ avec le maillage #1 et #2. A titre de comparaison le cas $PR = 77$ maillage #1 est présenté.

Le cas $PR = 77$ maillage #1 est montré pour donner une référence de la perte de cohérence dans la structure pariétale des fluctuations de pression d'un écoulement turbulent. En effet, pour ce cas, les fluctuations de pression à la paroi perdent leur cohérence à $x \approx 0.15$ m.

Pour le cas $PR = 15$ maillage #2, l'écoulement devient turbulent à $x = 0.45$ m, dans la zone de WV. Les fluctuations de pression sont comprises entre ± 100 Pa en fin de domaine dans les WV.

Pour le cas $PR = 15$ maillage #1,1 on observe seulement l'augmentation de l'amplitude des fluctuations vers l'aval. La transition s'effectue probablement après le domaine de calcul. Les fluctuations de pression sont comprises entre ± 20 Pa en fin de domaine dans les WV.

Résultat : En comparant les deux cas $PR = 15$, on observe que les fluctuations de pression sont plus élevées pour le maillage #2 que pour le maillage #1 en fin de domaine dans le sillage du jet. On observe aussi plus de structures dans les WV du cas $PR = 15$ maillage #2. En raffinant le maillage, on résout plus d'échelles de fluctuation. En comparant les deux maillages, on remarque que les petites structures du cas $PR = 15$ #2 s'articulent autour de plus larges structures convectées. Ce résultat permet de dire que le l'écoulement calculé avec le maillage #2, contient les modes de l'écoulement calculé avec le maillage #1.

Lorsqu'on raffine le maillage, le calcul I-LES tend vers une DNS. En faisant cela, on perd l'avantage du calcul I-LES en termes de temps de calcul, d'espace de stockage et de compréhension du phénomène physique. L'approche I-LES permet de séparer les grandes échelles des petites, de comprendre leur dynamique et leur rôle dans la transition de l'écoulement. L'important dans cette comparaison est de voir que la transition s'effectue autour des mêmes structures, les WV et le sillage du jet. Cette étude ne cherche pas à être précise sur la position du front de turbulence, pour cela un calcul DNS est requis. On cherche avant tout à comprendre les mécanismes de transition et à étudier le caractère prédictif de la I-LES.

3.2.3 Effet de la condition de paroi sur la stabilité du JISC

On se focalise sur l'influence de la condition de paroi (adiabatique ou isotherme), sur la transition de la couche limite. Le cas étudié est $PR = 15$, présenté dans le tableau 3.4. Pour cela nous étudions la pression ainsi que la thermique à la paroi : le flux thermique pour une condition isotherme et la température de récupération pour une condition adiabatique.

Le calcul isotherme est effectué en imposant une température pariétale de $T_{paroi} = 300$ K, température proche de celle qui est rencontrée en essais, et qui est inférieure à la température de récupération ($T_r = 380$ K).

Pression pariétale La figure 3.12 représente la pression à la paroi pour différentes conditions : a) et c) isotherme ; b) adiabatique.

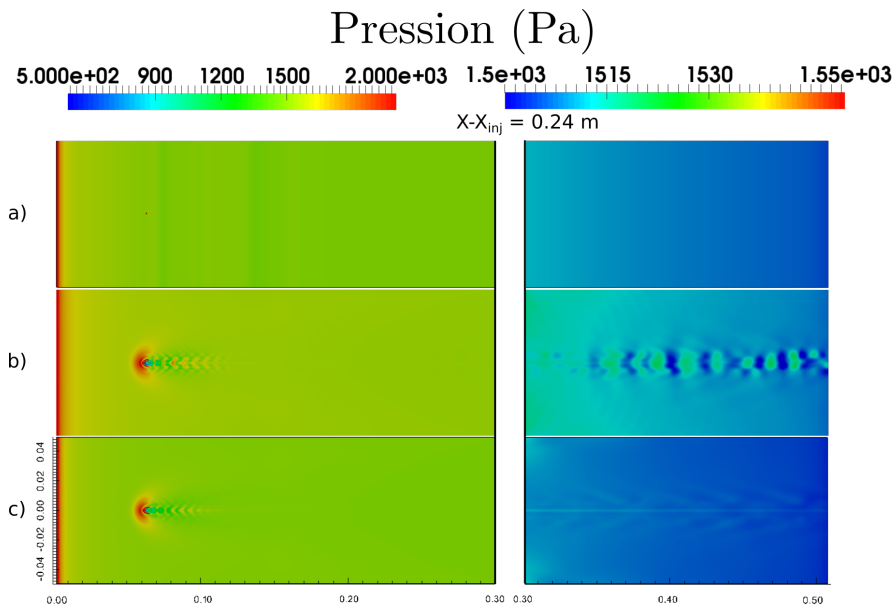


Figure 3.12 – Champ de pression pariétale avec un changement d'échelle en fin de domaine a) paroi isotherme, écoulement plaque plane seul, b) paroi adiabatique avec injection, c) paroi isotherme avec injection.

La figure 3.12 a) est le champ de pression à la paroi pour un écoulement de type plaque plane, utilisé comme référence. Pour une **paroi isotherme**, en fin de domaine la couche limite reste laminaire. On ne distingue pas de fluctuation de pression. En revanche pour une **paroi adiabatique** la pression à la paroi fluctue en fin de domaine dans les WV (ΔP). Cela montre la présence des structures initiatrices de la turbulence. La paroi isotherme a donc un effet stabilisant sur la structure WV, responsable de la transition. En revanche, proche de la zone d'injection, l'écoulement est similaire pour les deux types de paroi.

Température et flux thermique :

Pour la **paroi isotherme** : Le fluide étant plus chaud dans la couche limite que proche paroi, il y a formation d'un coussin thermique. Donc le gradient de température normal à la paroi est positif et le flux de chaleur est négatif : la paroi reçoit de la chaleur. Le flux thermique pariétal est important dans la zone de sillage du jet, plus précisément à la base des CRV, HSV et WV (fig. 3.13). On observe l'empreinte thermique des structures instationnaires se développant sur les CRV et HSV, créant d'importants écarts de flux (approximativement 10 kW/m^2).

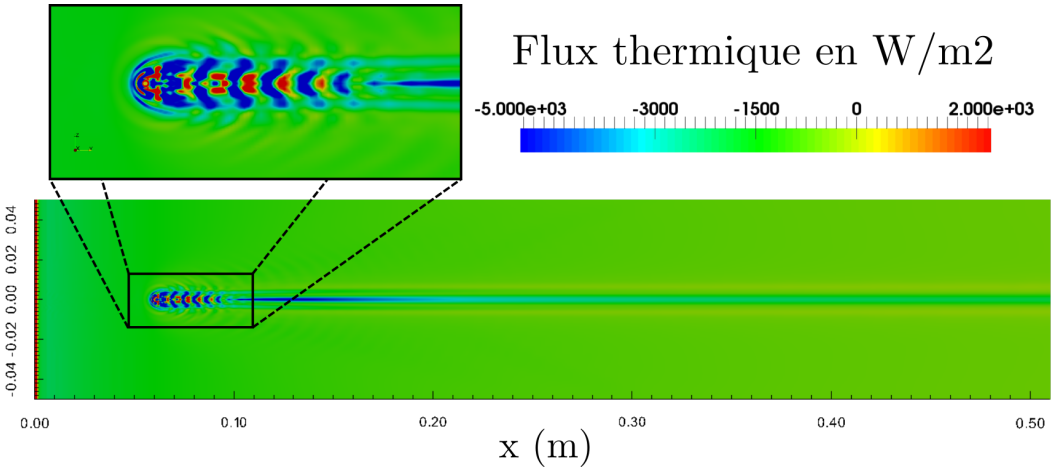


Figure 3.13 – Paroi isotherme. Flux thermique pariétal (W/m^2) avec en détail la zone d'injection.

Pour la **paroi adiabatique** : La zone dans le sillage du jet commençant à $x = 0.1$ cm jusqu'en fin de domaine (fig. 3.14) est marquée par une température plus élevée que la température de récupération (30 K d'écart à 4 cm de l'injection). Le sillage s'étale latéralement et décroît en température de 410 K à 390 K vers l'aval.

La zone de sillage proche de l'injection présente une température plus basse que la température de récupération. Les structures tourbillonnaires locales augmentent les échanges thermiques à la paroi et perturbent la température pariétale. On observe au maximum une différence de 200 K entre la zone chaude (460 K) et froide (260 K) (hors détente dans le tonneau).

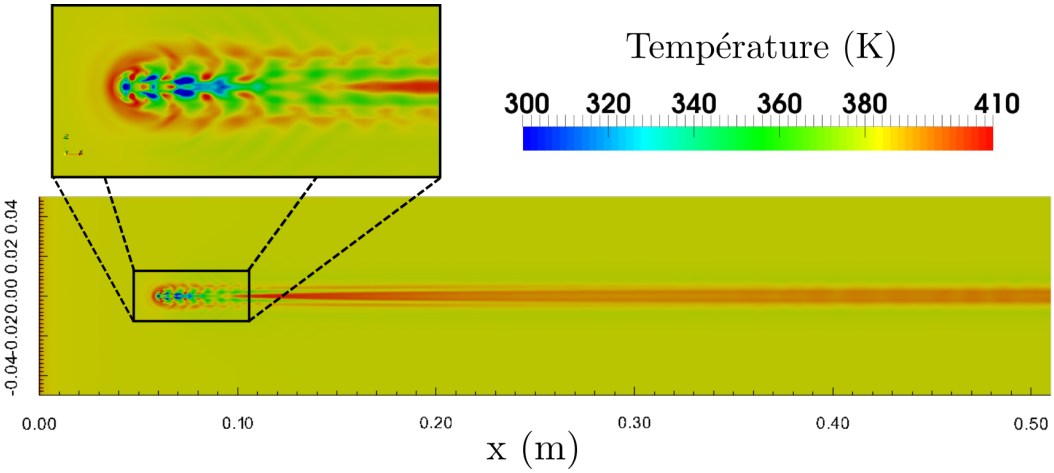


Figure 3.14 – Paroi adiabatique. Température pariétale (K), avec en détail la zone d'injection

Résultat : On retrouve la même empreinte thermique entre les deux écoulements. Une zone proche de l'injection où se concentrent les plus grands écarts thermiques.

3.3 Étude paramétrique de la transition

3.3.1 Effet de la pression d'injection

Dans cette partie, nous allons étudier l'effet de la pression d'injection sur la transition pour des conditions génératrices fixes. Il est intuitif de dire que la pénétration du jet dans la couche limite est d'autant plus importante que la pression d'injection est élevée. Par conséquent, la couche limite est de plus en plus perturbée à mesure que le PR augmente, et transitionne plus facilement. Les cas de calculs de cette section sont présentés dans le tableau 3.4.

On rappelle dans le tableau suivant les conditions génératrices pour cette section :

M^e	δ	T^e	T_{paroi}	P^e	Re_u^{PP}
-	(mm)	(K)	(K)	(Pa)	10^6 (m^{-1})
4.115	1.18	98.5	380	1540	5.26

Table 3.6 – Conditions génératrices de l'écoulement sur la plaque plane. Elles sont représentatives des essais en soufflerie.

3.3.1.1 Analyse visuelle qualitative

Évolution du tonneau de détente en fonction du PR : La figure 3.15 montre l'évolution de la hauteur et de la forme du disque de Mach dans le plan xy de symétrie. Ces figures représentent le champ de Mach moyen sur le plan de symétrie. La hauteur de pénétration du jet issue de ces figures est a l'origine des deux modèles prédisant h en fonction de PR et de M^e. Ils sont proposés en annexe B.

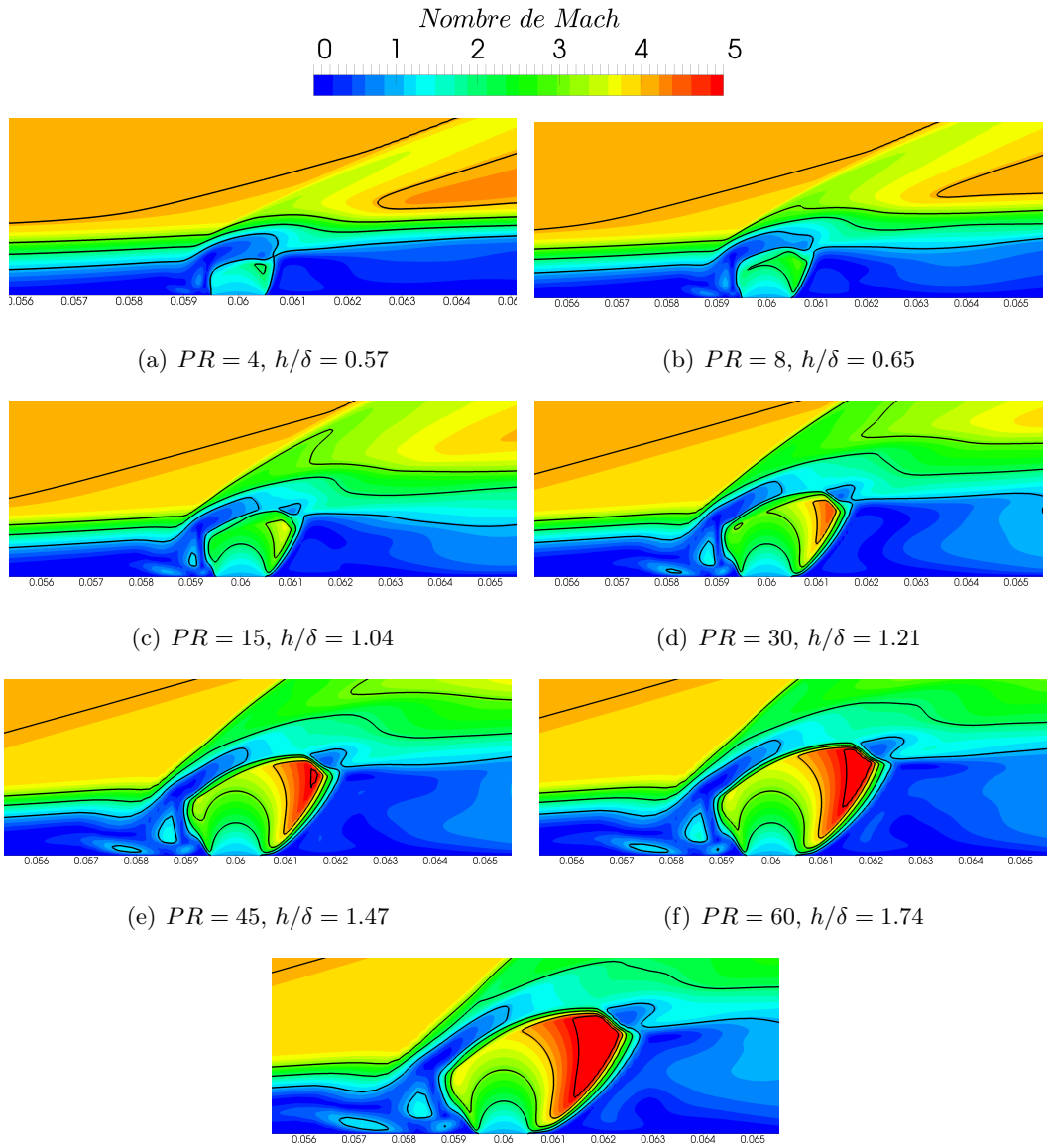
Avec l'augmentation de la pression d'injection, le tonneau pénètre de plus en plus dans la couche limite incidente. La hauteur du disque de Mach augmente, passant de $h/\delta = 0.57$ pour le cas $PR = 4$ à $h/\delta = 1.85$ pour le cas $PR = 77$. Le cas $PR = 15$ a une hauteur de pénétration proche de la hauteur de couche limite ($h/\delta = 1.04$). Le choc courbe est plus important pour les cas $PR \geq 15$ car la partie supérieure du tonneau de détente est soumise à l'écoulement externe de la couche limite.

Remarque : Pour le cas $PR = 2$, le tonneau de détente ne se forme pas. Les conditions soniques ne sont pas remplies à l'injection, bien que la théorie indique une injection sonique pour $PR > 1.89$. On explique cela par le fait que le jet comprime légèrement l'écoulement incident, augmentant localement la pression statique dans la couche limite. Ainsi la pression statique environnant le tonneau de détente et le trou d'injection est supérieure à P^e. A cause de cela, la condition d'injection sonique s'établit à un PR plus élevé.

Toutefois, les simulations montrent que pour $PR = 4$ l'injection est sonique. On estime que le PR assurant les conditions d'injection sonique est $PR \approx 3$.

Évolution de la transition en fonction du PR : La transition peut être détectée qualitativement par l'observation des structures cohérentes en aval de l'injection représentées par les isovaleurs du critère $\mathcal{Q}$ [1].

1. Le critère $\mathcal{Q}$ est défini comme $\mathcal{Q} = \frac{1}{2}\left(|\,\Omega\,|^2 - |\,\mathcal{S}\,|^2\right)$ avec Ω et $\mathcal{S}$ les parties antisymétriques et symétriques du tenseur de gradient de vitesse $\overline{\overline{\mathbf{grad}\,(u)}}$ tels que :$\Omega = \frac{1}{2}\left(\overline{\overline{\mathbf{grad}\,(u)}} - \left(\overline{\overline{\mathbf{grad}\,(u)}}\right)^T\right)$ et $\mathcal{S} = \frac{1}{2}\left(\overline{\overline{\mathbf{grad}\,(u)}} + \left(\overline{\overline{\mathbf{grad}\,(u)}}\right)^T\right)$



(a) $PR = 4$, $h/\delta = 0.57$

(b) $PR = 8$, $h/\delta = 0.65$

(c) $PR = 15$, $h/\delta = 1.04$

(d) $PR = 30$, $h/\delta = 1.21$

(e) $PR = 45$, $h/\delta = 1.47$

(f) $PR = 60$, $h/\delta = 1.74$

(g) $PR = 77$, $h/\delta = 1.85$

Figure 3.15 – Évolution du disque de Mach en fonction de la pression d'injection, indiquée par la valeur de PR. (Plan de symétrie coloré par le nombre de Mach). L'augmentation de la pression d'injection augmente la hauteur de pénétration du jet dans la couche limite.

Pour toutes les figures suivantes une valeur de $\mathcal{Q} = 2\times10^8$ est choisie et cette iso-surface du critère $\mathcal{Q}$ est colorée par la distance à la paroi. Ceci permet de mieux observer la pénétration des différentes structures dans la couche limite et l'écoulement libre. L'impact de l'injection sur la couche limite est également visible sur le champ de pression à la paroi.

On représente, à gauche le critère $\mathcal{Q}$ des champs instantanés et à droite celui des champs moyennés sur 1 ms. On détaille, pour chaque cas de calcul, les structures de l'écoulement et celles qui conduisent à la turbulence.

- cas $PR = 2$

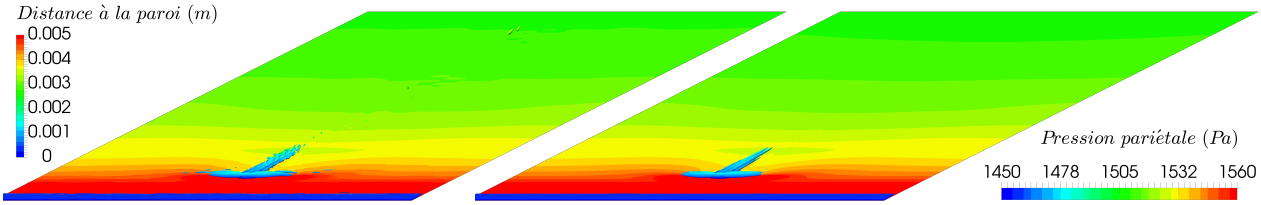


Figure 3.16

La hauteur de pénétration du jet n'est pas suffisante pour déclencher la transition. On observe seulement la formation de WV et HSV en aval de l'injection. Il n'y a pas de CRV contrairement aux autres cas. Sur les WV, des structures en forme de "hairpin" se développent près de l'injection. La pression à la paroi montre que la couche limite est perturbée près du trou d'injection uniquement.

- cas $PR = 4$, $h/\delta = 0.57$

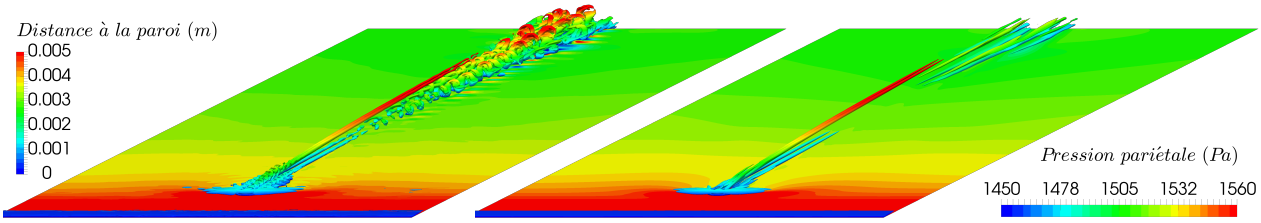


Figure 3.17

En augmentant la pression d'injection un seuil d'efficacité est franchi. Près de l'injection, on distingue des oscillations dans les CRV et HSV. Ces oscillations, sont probablement dues à la dynamique du jet, s'amortissent vers l'aval. En aval des WV, le critère $\mathcal{Q}$ montre de nombreuses structures tourbillonnaires qui caractérisent la transition de la couche limite. En fin de domaine, l'écoulement est turbulent, on ne distingue plus les CRV. La transition pour ce cas s'effectue près de la paroi. Sur le champ moyen, on observe que les structures turbulentes de fin de domaine s'articulent autour de stries longitudinales.

- cas $PR = 8$, $h/\delta = 0.65$

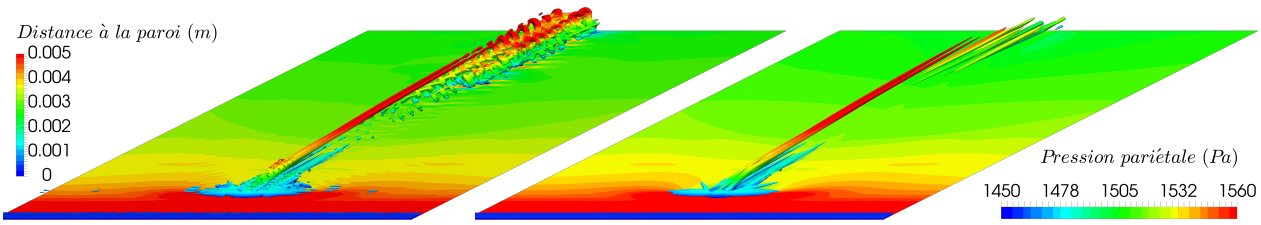


Figure 3.18

Le cas $PR = 8$ est similaire au cas précédent ($PR = 4$). Près de l'injection on observe des oscillations dans les CRV et HSV. Toutefois, les HSV perdurent plus en aval par rapport au cas précédent et la transition s'effectue en aval des WV. Le champ moyen montre qu'en fin de domaine les structures turbulentes s'articulent également autour de stries longitudinales.

- cas $PR = 15$, $h/\delta = 1.04$

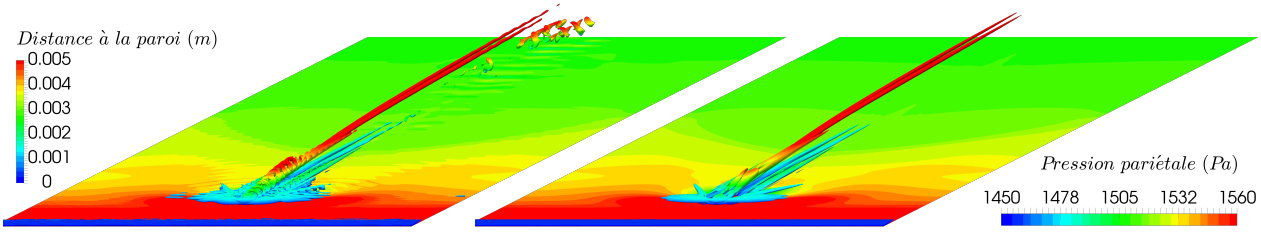


Figure 3.19

Pour ce cas, la hauteur du disque de Mach est proche de celle de la couche limite. Près de l'injection, des tourbillons sont toujours présents dans les CRV et HSV. Avec l'augmentation de la pression d'injection les CRV pénètrent plus haut dans la couche limite. Des structures en fin de domaine indiquent que les HSV et WV sont responsables de la transition. Le critère $\mathcal{Q}$ ne montre pas d'écoulement pleinement turbulent, contrairement au $PR = 4$ et $PR = 8$. De plus, le critère $\mathcal{Q}$ du champ moyen ne montre pas non plus de stries longitudinales. Ce cas semble moins efficace que les précédents, car la transition est repoussée en aval.

- cas $PR = 30$, $h/\delta = 1.21$

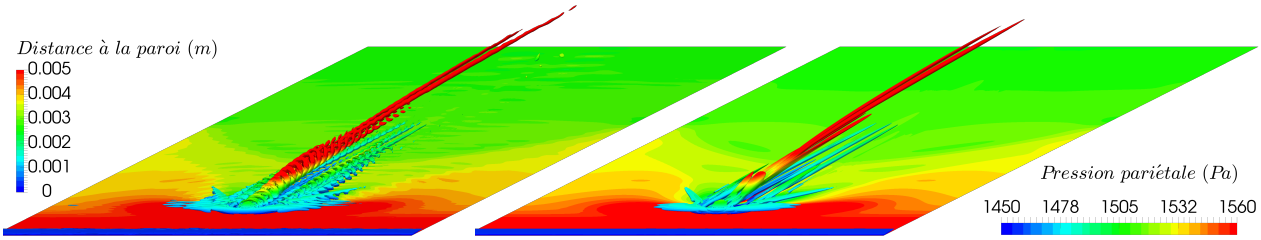


Figure 3.20

Avec l'augmentation de la pression d'injection, les tourbillons autour des CRV et HSV augmentent en amplitude. Ces structures décroissent vers l'aval : leur croissance est transitoire spatialement. Pour ce cas on n'observe pas de transition en fin de domaine, ni sur le champ instantané ni sur le champ moyen. La pression d'injection à la paroi montre que la présence du jet perturbe de plus en plus la couche limite l'environnant.

- cas $PR = 45$, $h/\delta = 1.47$

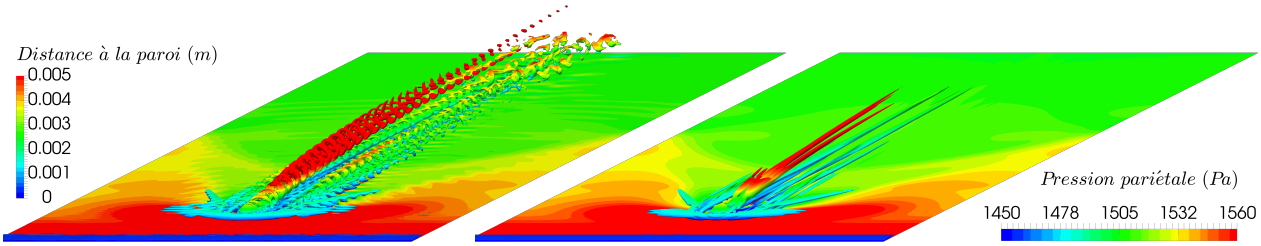


Figure 3.21

En augmentant la pression d'injection, l'amplitude des tourbillons le long de CRV et HSV augmente. Les CRV pénètrent de plus en plus profondément dans l'écoulement libre. Les structures proches de

la paroi, dans le sillage des HSV et WV montrent que l'écoulement transitionne. Sur le champ moyen, on distingue de nombreuses stries longitudinales caractéristiques de la turbulence. Elles se situent près de l'injection contrairement aux cas $PR = 4$ et $PR = 8$.

- cas $PR = 60$, $h/\delta = 1.74$

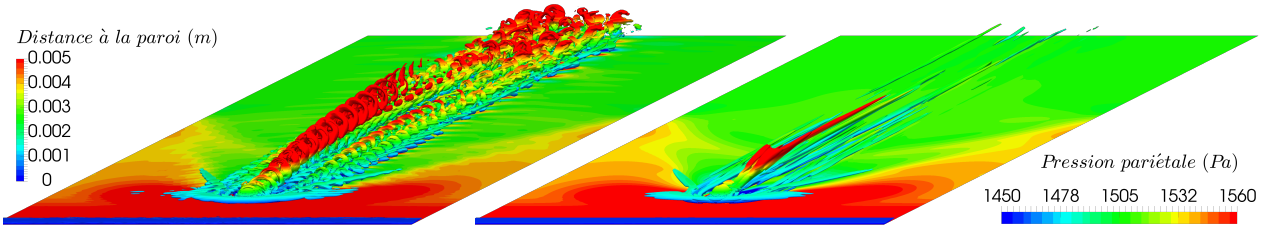


Figure 3.22

Pour ce cas, les tourbillons dans les HSV et CRV semblent être initiateurs de la transition. Elle se situe en milieu de domaine. Leur nombre d'onde a diminué par rapport aux cas $PR < 30$. Le champ moyen montre la présence des stries longitudinales jusqu'en fin de domaine.

- cas $PR = 77$, $h/\delta = 1.85$

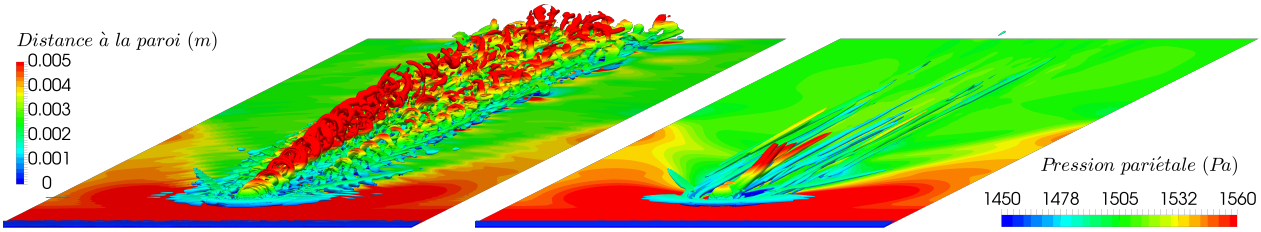


Figure 3.23

Ce cas est pleinement efficace pour faire transitionner l'écoulement. Cette transition s'effectue en aval des CRV et des HSV. L'amplitude des tourbillons dans les CRV et HSV a augmenté et le nombre d'onde a diminué par rapport au cas précédent. De nombreuses stries en aval de l'injection sont visibles sur le critère $\mathcal{Q}$ du champ moyen. On observe aussi que la zone turbulente s'est agrandie latéralement.

Résultat : La hauteur de pénétration du jet a une influence sur le type de structures qui conduisent à la turbulence. On distingue deux types de transitions selon h/δ :

- Pour $h/\delta \leq 1$, les WV et HSV se déstabilisent et conduisent à un écoulement turbulent. Des tourbillons sont présents près de l'injection mais s'amortissent en aval.
- Pour $h/\delta > 1$, les HSV et CRV semblent être à l'origine de la transition. Toutefois, le mécanisme de transition n'est pas clairement élucidé.

Pour tous les cas étudiés, les tourbillons dans les CRV et HSV près de l'injection sont dus aux lâchers tourbillonnaires dus à la dynamique du jet. En comparant les cas $PR = 2$ et $PR = 4$, on en déduit qu'une condition d'injection sonique semble être efficace pour faire transitionner l'écoulement. Lorsque l'écoulement est turbulent, les structures turbulentes s'organisent autour de stries longitudinales. Elles sont visibles sur les critères $\mathcal{Q}$ des champs moyens.

La pénétration du jet affecte aussi la couche limite environnante, comme le montre le champ de pression pariétale. Lorsque le tonneau de détente est assez haut dans la couche limite ($h \gtrsim \delta$), il induit un choc courbe qui se propage de part et d'autre du jet vers l'aval. Sa présence est indiquée par le saut dans le champ de pression pariétale.

Remarque : Pour les cas $PR = 15$ et $PR = 30$ (figures 3.19, 3.20) on observe peu ou pas de structures en fin de domaine. Cet effet est dû à la valeur du critère $\mathcal{Q}$ choisie. En diminuant sa valeur, des structures apparaissent. La transition s'effectue toujours pour ces deux cas, mais l'amplitude des fluctuations de vitesse est plus faible que pour les autres PR. On peut noter aussi que ces cas correspondent à un changement des structures transitionnelles, de WV à HSV + WV. Il est aussi possible que le maillage ne soit pas adapté pour la résolution de ces cas de calcul.

3.3.1.2 Évolutions des fréquences dans l'écoulement

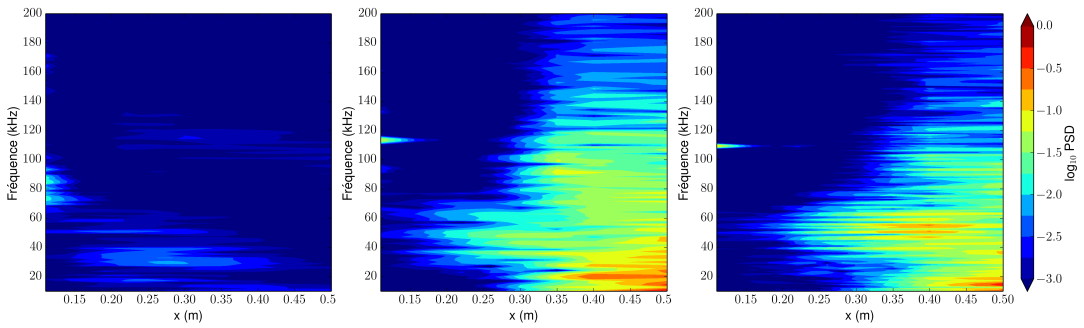
Dans cette section, nous cherchons à caractériser l'évolution spatiale des fréquences de l'écoulement. Pendant le calcul, des sondes sont placées à la paroi sur la ligne centrale. Elles enregistrent les fluctuations de pression des structures qui se développent autour des WV. Les sondes sont placées aux positions suivantes :

$$x_{sonde} = \{0.11, 0.16, 0.19, 0.22, 0.24, 0.26, 0.28, 0.3, 0.35, 0.4, 0.5\} \text{ m}$$

Remarque : Pendant le calcul, la valeur de pression est enregistrée tous les 3 pas de temps ($\Delta t \approx 2\times10^{-8}$ s). Or, le pas de temps du calcul est basé sur le critère CFL qui varie au cours du temps. Il faut ré-échantillonner le signal par interpolation linéaire, avec un pas de temps ($\Delta t = 1\times10^{-8}$ s) constant pour pouvoir analyser son spectre.

Le spectre de chaque sonde est calculé en utilisant la méthode Welch. Les spectres sont ensuite assemblés par abscisse croissante, formant un spectrogramme. Il représente la fréquence en fonction de la position sur l'axe x. La durée d'acquisition varie selon les calculs, mais elle est supérieure à 1 ms. Les spectrogrammes sont tronqués de 0 à 10 kHz car le temps d'échantillonnage est trop faible pour avoir une bonne représentation de ces basses fréquences. Les hautes fréquences, au delà de 200 kHz sont également tronquées pour se focaliser sur les fréquences déclenchant la transition.

Analyse : Les figures 3.24, 3.25 et 3.26 représentent les spectrogrammes issus de chaque cas de calcul. Les niveaux de densité spectrale (PSD) sont communs à toutes les figures.

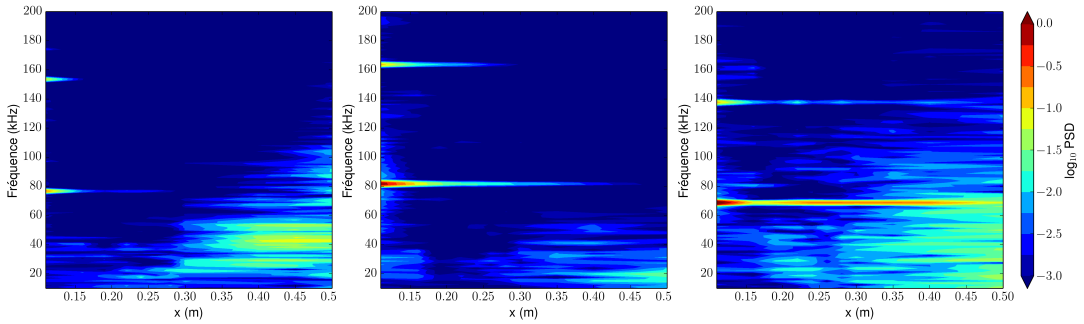


(a) $PR = 2$ (b) $PR = 4$ (c) $PR = 8$

Figure 3.24 – Spectrogramme des fluctuations de pression pariétale sur la ligne centrale, de $x = 0.1$ m à $x = 0.5$ m pour les cas $PR = \{2, 4, 8\}$. Le cas $PR = 2$ ne montre aucune transition de l'écoulement, contrairement aux cas $PR = 4$ et $PR = 8$.

- Cas $PR = 2$ (fig. 3.24(a)) : Le spectrogramme montre des fluctuations à $x = 0.1$ m comprises entre 70 et 90 kHz. C'est la signature fréquentielle des "hairpin" qui se développent sur les WV. De $x = 0.2$ m à $x = 0.35$ m, des fluctuations semblent présentes à 30 kHz et 120 kHz. Le recours à l'analyse DMD est nécessaire pour déterminer leur origine et les structures responsables de ces fluctuations. Le spectrogramme ne montre pas de transition de l'écoulement.

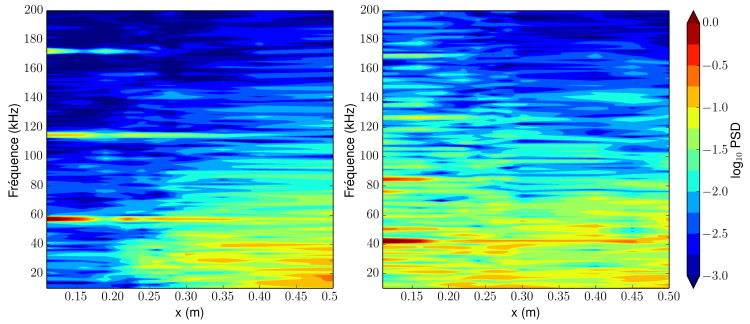
- Cas $PR = 4$ (fig. 3.24(c)) et $PR = 8$ (fig. 3.24(c)) : Les spectrogrammes de ces deux cas ont une allure similaire. A $x = 0.1$ m, on observe un pic de fréquence à environ 110 kHz. C'est la fréquence des tourbillons induite par la dynamique du jet. Cette fréquence s'amortit dès $x = 0.15$ m. De $x = 0.2$ m à $x = 0.3$ m, une plage de fréquences centrée sur 50 kHz prédomine. Les fluctuations à ces fréquences semblent être à l'origine de la turbulence. L'analyse de stabilité du chapitre 4 apportera plus d'éléments pour conclure sur cette observation. Puis, pour $x > 0.3$ m, le spectre à large-bande montre un régime turbulent.



(a) $PR = 15$ (b) $PR = 30$ (c) $PR = 45$

Figure 3.25 – Spectrogramme des fluctuations de pression pariétale sur la ligne centrale, de $x = 0.1$ m à $x = 0.5$ m pour les cas $PR = \{15, 30, 45\}$.

- Cas $PR = 15$ (fig. 3.25(a)) : A $x = 0.1$ m, on retrouve un pic de fréquence fondamentale ($f_0 \approx 80$ kHz) et son harmonique ($f_1 \approx 155$ kHz) induit par la dynamique du jet. Ces fréquences sont amorties à $x = 0.15$ m. Pour $x > 0.3$ m, une plage de fréquences centrée sur 50 kHz est visible. Elle est similaire aux cas $PR = \{4, 8\}$. On observe un recul de la transition dans les WV.
- Cas $PR = 30$ (fig. 3.25(b)) : Les fréquences à $x \approx 0.1$ m induites par la dynamique du jet (fondamentale : $f = 80$ kHz, harmonique : $f_1 = 160$ kHz) persistent vers l'aval, jusqu'à $x = 0.3$ m. Au delà, on observe la présence de fréquences inférieures à 30 kHz. Toutefois, l'écoulement n'est pas turbulent en fin de domaine.
- Cas $PR = 45$ (fig. 3.25(c)) : Les fréquences à $x \approx 0.1$ m induites par la dynamique du jet (fondamentale : $f = 70$ kHz, harmonique : $f_1 = 140$ kHz) persistent vers l'aval, jusqu'en fin de domaine. Des fréquences comprises entre 10 kHz et 70 kHz sont visibles pour $x > 0.35$ m. Des fluctuations dans les WV s'amplifient pour ces positions.



(a) $PR = 60$ (b) $PR = 77$

Figure 3.26 – Spectrogramme des fluctuations de pression pariétale sur la ligne centrale, de $x = 0.1$ m à $x = 0.5$ m pour les cas $PR = 60$ et $PR = 77$. Le contenu à large bande du spectrogramme montre un état turbulent de l'écoulement.

- Cas $PR = 60$ (fig. 3.26(a)) : La transition de l'écoulement est induite par des fluctuations de fréquence ($f < 40$ kHz) et elle s'effectue à $x = 0.3$ m. Les fréquences de la dynamique du jet (fondamentale : $f = 60$ kHz et l'harmonique : $f_1 = 120$ kHz) sont présentes de $x = 0.1$ m jusqu'en fin de domaine.
- Cas $PR = 77$ (fig. 3.26(b)) : Le spectrogramme montre un écoulement pleinement turbulent. A $x = 0.1$ m, on distingue les fréquences de la dynamique du jet de fréquence fondamentale $f = 42$ kHz et ses harmoniques ($f_1 = 84$ kHz, $f_2 \approx 120$ kHz).

Résultat : Le spectrogramme du cas $PR = 2$ montre que l'écoulement est laminaire jusqu'en fin de domaine. Cela confirme l'observation faite avec le critère $\mathcal{Q}$ de la section 3.3.1.1. Pour tous les cas $PR \geq 4$, à $x = 0.1$ m, on remarque la présence des fréquences caractéristiques de la dynamique du jet. Elles décroissent avec l'augmentation de la pénétration du jet dans la couche limite, passant de 110 kHz pour le cas $PR = 4$ à $f = 42$ kHz pour le cas $PR = 77$. Les spectrogrammes des cas $PR = 4$ et $PR = 8$ montrent que des fluctuations de fréquence d'environ 50 kHz sont présentes avant que l'écoulement soit turbulent pour $x > 0.3$ m. On suppose que ces fréquences caractérisent un mode qui initie la transition. Lorsque $PR \geq 45$, des fluctuations de fréquence ($f < 40$ kHz) apparaissent et contaminent de plus en plus les WV vers l'amont. Pour ces cas, on ne distingue pas de fréquence caractéristiques pouvant être à l'origine de la transition. Le cas $PR = 77$ montre que l'écoulement est turbulent de $x = 0.1$ m jusqu'en fin de domaine.

Remarque : Ces spectres sont issus de la ligne centrale du domaine de calcul et peuvent ne pas être représentatifs des fréquences globales de l'écoulement. L'étude DMD du chapitre 4 est nécessaire pour déterminer la nature des modes de l'écoulement à l'origine de ces fluctuations de pression.

3.3.1.3 Évolution des tourbillons longitudinaux

Nous cherchons maintenant à montrer quantitativement la présence des tourbillons longitudinaux (HSV et WV) et leur répartition spatiale. Dans la section 3.3.1.1 précédente, nous avons observé que, selon la pression d'injection, ces structures transitionnent. On s'attache ici à montrer et à caractériser cet état turbulent près de la paroi.

La présence de tourbillons induit une modification du gradient de vitesse à la paroi, par rapport à une couche limite non perturbée laminaire. Ce cisaillement à la paroi se traduit en compressible par un échauffement ou une surpression locale. La figure 3.27 représente la température de récupération moyenne en temps à la paroi pour les cas $PR = 4$ et $PR = 60$. On observe pour le cas $PR = 4$ un échauffement de 20 K dans l'axe du jet par rapport à T_r, là où sont présents les WV. Pour le cas $PR = 60$, on observe près de l'injection un échauffement de 20 K dû aux HSV. A $x = 0.2$ m on distingue, sur la ligne centrale, la signature pariétale des WV et de part et d'autre, les HSV.

On en conclut que ces structures peuvent être localisées par leur effet de frottement sur la paroi. Pour caractériser ces structures dans la suite de cette section, nous étudions l'évolution spatiale du coefficient de frottement à la paroi C_f.

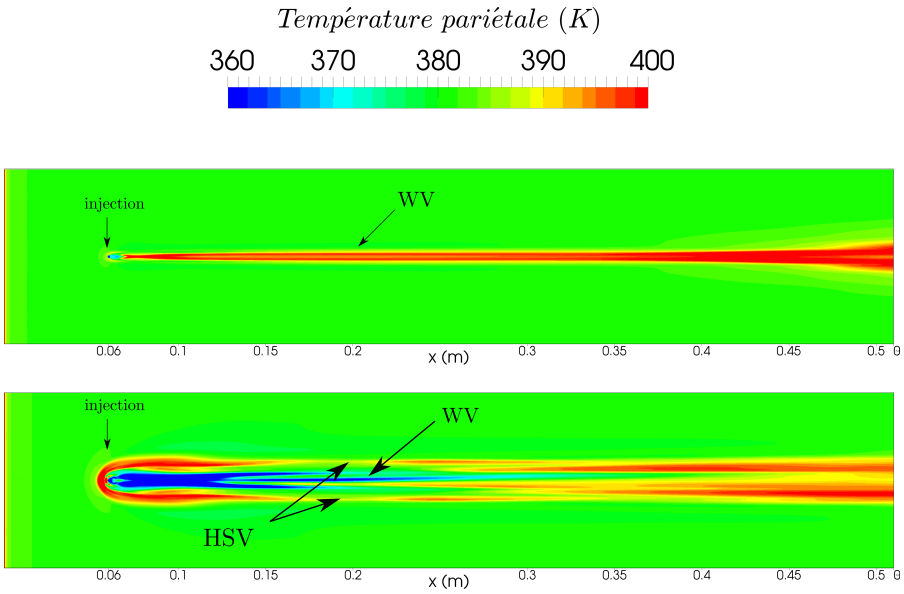


FIGURE 3.27 – Température pariétale moyenne en temps pour les cas $PR = 4$ (en haut) et $PR = 60$ (en bas). L'échauffement par rapport à la température de récupération est dû aux tourbillons longitudinaux.

Remarque pour les expériences : Les tourbillons longitudinaux ont un effet sur les grandeurs pariétales telles que la pression ou la température, ce qui les rend visibles par des méthodes de diagnostique optique comme la TSP, PSP ou l'imagerie IR. Ceci est important pour interpréter les images TSP expérimentales du chapitre 5.

Dans un premier temps, nous étudions le C_f le long de la ligne centrale pour tous les PR, afin de situer les zones turbulentes. Puis dans un second temps, nous traçons le C_f sur des lignes transversales à la direction de l'écoulement pour deux abscisses $x = 0.15$ m et $x = 0.5$ m. Ainsi nous caractérisons la présence des tourbillons longitudinaux.

Le coefficient de frottement

$$C_f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2}\rho^e U^{e2}} = \frac{\mu_p \left.\frac{\partial U}{\partial y}\right|_{y=0}}{\frac{1}{2}\rho^e U^{e2}} \tag{3.5}$$

représente la valeur adimensionnée du cisaillement pariétal $\frac{\partial U}{\partial y}\,|_{y=0}$, et une transition LT se traduit par une augmentation de la valeur de C_f. Pour tracer ce coefficient sur les figures suivantes, on extrait sur une ligne à la paroi, la valeur du gradient de la vitesse moyenne normal à la paroi.

Pour savoir si le C_f calculé caractérise une couche limite turbulente ou laminaire, on le compare à deux corrélations, l'une pour une couche limite laminaire et l'autre pour une couche limite turbulente sur plaque plane :

$$Cf_{laminaire} \approx 0.664 \left(\frac{\rho_p \mu_p}{\rho_e \mu_e}\right)^{-\frac{1}{2}} {Re_x}^{\frac{1}{2}} \tag{3.6}$$

Le paramètre de Chapman-Rubesin à la paroi $\dfrac{\rho_p \mu_p}{\rho_e \mu_e}$ est utilisé pour corriger les effets de compressibilités par rapport à la solution de Blasius.
La valeur du $C_{f,turbulent}$ sur plaque plane est déterminée par l'utilisation d'une loi empirique.

$$Cf_{turbulent} = 0.0368 \left(Cs {Re_x}^{-\frac{1}{6}}\right) \tag{3.7}$$

avec

$$Cs = \left(\frac{T^e}{Ts}\right)^{\frac{5}{6}} \left(\frac{\mu^e}{\mu s}\right)^{\frac{1}{6}}$$

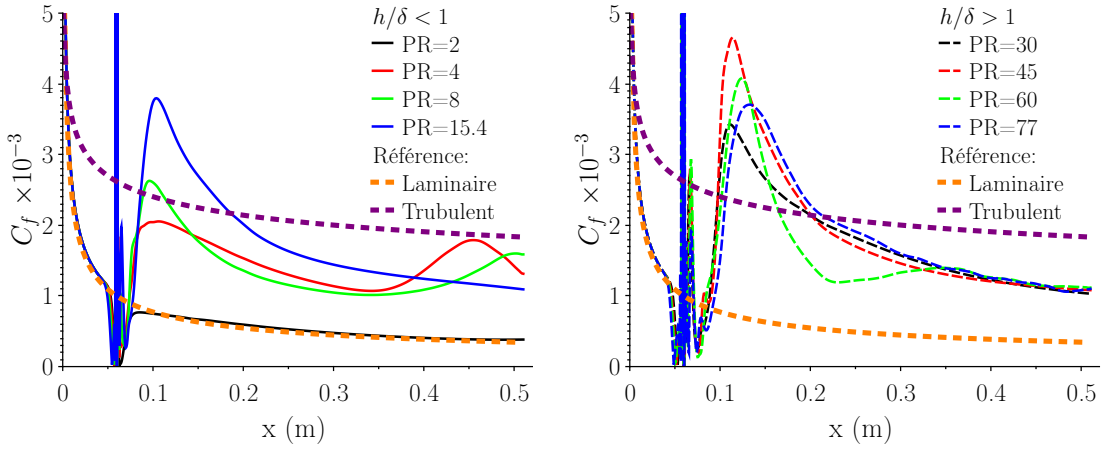
où la température de référence Ts définie comme :

$$Ts = T^e \left(0.46 + 0.028 \times M^{e2} + 0.54\frac{T_p}{T^e}\right)$$

Ces deux corrélations sont utilisées pour référencer les niveaux de C_f laminaire et turbulent d'une plaque plane, mais ne prédisent pas le niveau de frottement induit par les structures présentes dans l'écoulement perturbé.

Évolution du C_f le long de la ligne centrale :

La figure 3.28 représente les deux corrélations précédentes et la valeur C_f sur la ligne de symétrie ($z = 0$) pour les cas d'injection où $h/\delta < 1$ (fig. 3.28(a)) et $h/\delta > 1$ (fig. 3.28(b)).



(a) $h/\delta \leq 1$ (b) $h/\delta > 1$

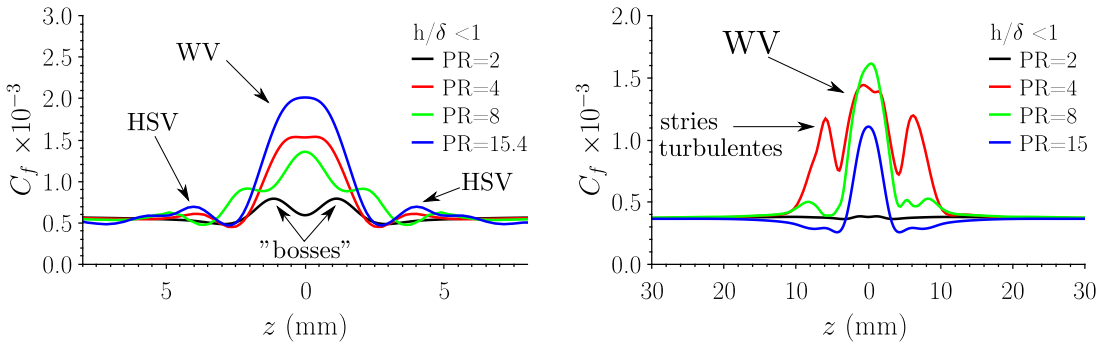
Figure 3.28 – Coefficient de frottement sur l'axe de symétrie ($z = 0$) pour différentes pressions d'injection.

Avant l'injection, le Cf suit exactement la corrélation laminaire ; puis en fonction de la pression d'injection, on observe différents comportements. Le cas $PR = 2$ confirme que l'écoulement sur la ligne centrale reste laminaire jusqu'en fin de domaine, car l'évolution du C_f suit exactement la courbe de $C_{flaminaire}$. Pour les $PR > 2$, un pic de C_f est visible en aval de l'injection à $x \approx 0.1$ m ($C_f > 2\times10^{-3}$). Ce pic de frottement se situe directement en aval de la zone de recirculation derrière le jet là où prennent naissance les tourbillons longitudinaux. S'en suit une phase de décroissance du frottement puis une augmentation lors de la transition LT pour les cas $PR = 4$ et $PR = 8$ respectivement à $x = 0.45$ m et $x = 0.5$ m (fig. 3.28(b)).

Pour les cas $PR \geq 15$, les niveaux de C_f se rejoignent à $x \approx 0.35$ m, mais ne tendent pas vers la valeur de $C_{fturbulent}$ de référence. Cela confirme, la présence d'une structure dans la zone centrale et possiblement un état turbulent de la couche limite près de la paroi pour ces cas.

Évolution du C_f le long de lignes transversales :

La distribution transversale de C_f nous renseigne sur les zones de frottement induites par la présence des tourbillons longitudinaux. Ceci nous permet de déduire leur nombre, leur intensité et leur répartition spatiale. Les figures 3.29 et 3.30 montrent la valeur de C_f le long de deux lignes transversales aux abscisses $x = 0.15$ m et $x = 0.5$ m pour les cas $h/\delta < 1$ et $h/\delta > 1$.

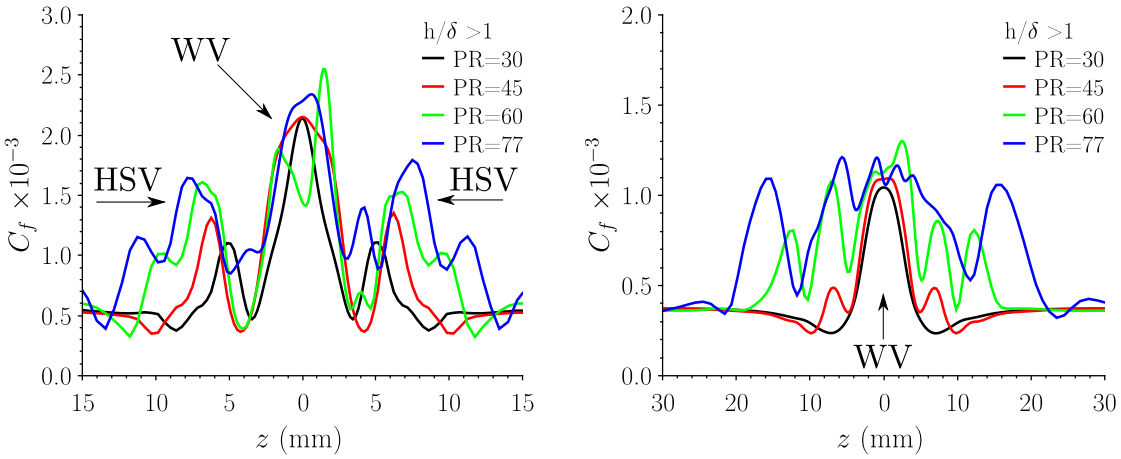


(a) $h/\delta \leq 1$, $x = 0.15$ m (b) $h/\delta \leq 1$, $x = 0.50$ m

Figure 3.29 – Coefficient de frottement dans le plan transversal pour les cas $PR \leq 15$ où $h/\delta \leq 1$. (a) $x = 0.15$ m et (b) $x = 0.5$ m.

Les résultats pour les cas $h/\delta < 1$ sont les suivants :

- A $x = 0.15$ m (fig. 3.29(a)), on observe un frottement élevé dans la zone centrale pour les cas $PR > 2$ ($C_f > 1.5 \times 10^{-3}$). Ce niveau de frottement est dû à la présence des WV. De chaque côté des WV on remarque la présence des HSV pour le cas $PR = 15$. Le cas $PR = 2$ a un niveau de frottement $C_f \approx 0.5 \times 10^{-3}$ que l'on considère comme laminaire. On remarque deux "bosses", signe de la présence de deux structures tourbillonnaires laminaires (WV).
- A $x = 0.5$ m (fig. 3.29(b)), le cas $PR = 2$ est totalement laminaire, on ne distingue plus la présence des WV. Pour les autres cas on observe la présence des WV dans la ligne centrale. Pour le cas $PR = 4$, on remarque deux pics de frottement à côté des WV révélant la présence des stries turbulentes vues sur le critère $\mathcal{Q}$ du champ moyen. D'ailleurs, le cas $PR = 8$ montre la présence de ces stries, mais de façon moins marquée.



(a) $h/\delta > 1$, $x = 0.15$ m (b) $h/\delta > 1$, $x = 0.50$ m

Figure 3.30 – Coefficient de frottement dans le plan transversal pour les cas $PR > 15$ où $h/\delta > 1$. (a) $x = 0.15$ m et (b) $x = 0.5$ m.

Les résultats pour les cas $h/\delta > 1$ sont les suivants :

- A $x = 0.15$ m (fig. 3.30(a)), pour tous les cas, on observe la présence des WV dans la zone centrale et de part et d'autre, les HSV. Plus le PR augmente, plus la zone où les HSV sont présents s'élargit latéralement.

- A $x = 0.5$ m (fig. 3.30(b)), pour les cas $PR = 30$ et $PR = 45$, on distingue la présence des WV dans la zone centrale. Pour les cas $PR = 60$ et $PR = 77$, les courbes de C_f ne permettent pas de distinguer une structure particulière. On en conclut que ces cas sont turbulents.

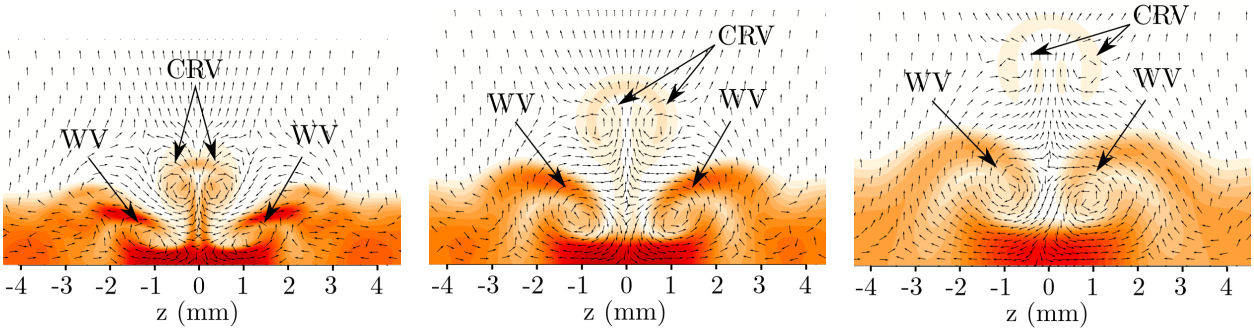
En conclusion Dans tous les cas, la zone centrale du sillage du jet présente un niveau élevé de frottement à l'emplacement des WV. Le cas $PR = 2$ est laminaire pour $x > 0.15$ m. Plus le PR augmente plus les HSV sont présents à $x = 0.15$ m de part et d'autre des WV. Pour les cas $PR \leq 15$, les HSV se dissipent dans l'écoulement en fin de domaine et seule la signature des WV est visible. Pour le $PR = 4$, les deux pics visibles à côté de la ligne centrale à $x = 0.5$ m sont dus aux stries turbulentes.

On en conclut que pour les cas $PR < 15$, les WV sont responsables de la transition de l'écoulement. En transitionnant, ils créent des stries latérales sur lesquelles s'organise la turbulence. Pour les cas $PR > 45$, la couche limite est turbulente en fin de domaine. Toutefois, il n'est pas possible pour ces cas d'indiquer avec certitude les structures qui conduisent à la turbulence. Pour les cas $PR = 30$ et $PR = 45$, les HSV se dissipent vers l'aval, seuls les WV sont visibles sur le C_f.

Remarque : On observe également une diminution des valeurs de C_f entre les positions $x = 0.15$ m et $x = 0.5$ m. Cette remarque est discutée dans la section 3.3.1.4 suivante.

3.3.1.4 Effet "lift up" et zones de défaut de vitesse

Les tourbillons longitudinaux s'éloignent de la paroi dans leur évolution en aval de l'injection. En s'éloignant de la paroi, le cisaillement induit par leur présence diminue. Par conséquent le frottement diminue vers l'aval comme l'a montré la section 3.3.1.3. La figure 3.31 montre l'évolution des WV pour trois positions en aval de l'écoulement, dans le plan zy, pour le cas $PR = 4$. La couleur représente la vorticité et les vecteurs représentent la direction de la vitesse dans le plan.



(a) $x = 0.1$ m (b) $x = 0.15$ m (c) $x = 0.25$ m

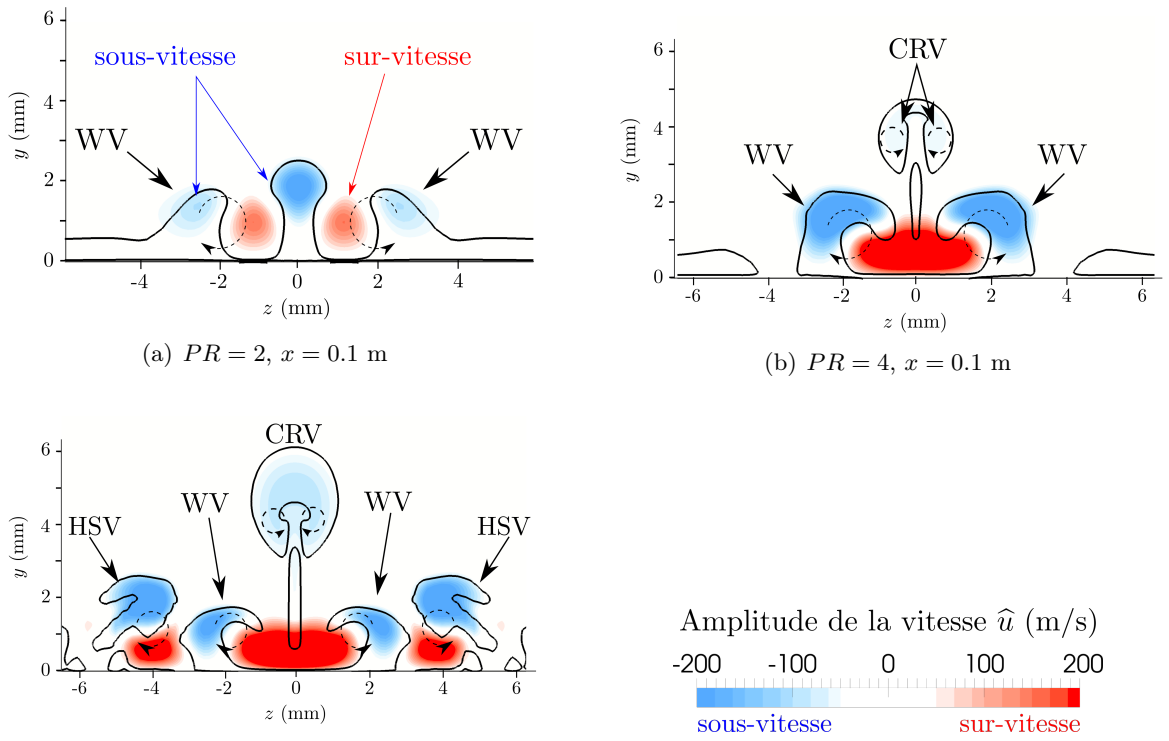
Figure 3.31 – Coupe transversale du champ de vorticité avec les vecteurs vitesse dans le plan (yz) montrant l'éloignement des WV et des CRV de la paroi vers l'aval, cas $PR = 4$.

Les structures prennent de la quantité de mouvement dans leur partie supérieure puis l'injectent à la paroi par entraînement visqueux du fait de leur rotation. De la quantité de mouvement proche de la paroi est ainsi injectée dans l'écoulement extérieur à la couche limite. [Landhal, 1980] ont montré cet effet **"lift up"** en incompressible et les propriétés de stabilité qui en découlent seront présentées dans le chapitre 4.

Remarque A cause de cet effet, les tourbillons longitudinaux génèrent des zones de sous-vitesse et de sur-vitesse par rapport à la couche limite non perturbée. Nous cherchons à représenter ces zones et à voir leur évolution avec l'augmentation de la pression d'injection. Pour matérialiser ces zones, on calcule l'amplitude des défauts de vitesse $\hat{u} = \overline{U} - U_{CL}$ avec $\overline{U}$ le champ de vitesse moyen et U_{CL} le champ de vitesse plaque-plane non perturbé. En pratique, on considère que U_{CL} est le champ de vitesse $\overline{U}(z_{max})$ [De Tullio, 2013].

Les figures 3.32 sont des coupes transversales du champ de $\hat{u}$ à $x = 0.2$ m, dans le plan (yz), pour les cas $PR = 2$, $PR = 4$ et $PR = 15$. Sur ces figures sont ajoutées les courbes $\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} = 0$, représentant les maxima de gradient de vitesse locaux signalant la présence de points d'inflexion. Or d'après le théorème de [Rayleigh, 1880], c'est une condition nécessaire pour qu'une instabilité non-visqueuse se développe.

- Cas $PR = 2$ (fig. 3.32(a)) : La zone centrale de sous-vitesse est entourée de deux zones de sur-vitesse. On observe que ces zones de défaut de vitesse s'organisent autour des WV et sont proches de la paroi.
- Cas $PR = 4$ (fig. 3.32(b)) : Les CRV forment une zone uniquement de sous-vitesse contrairement aux WV. On remarque que les zones de sur-vitesse sont près de la paroi.
- Cas $PR = 15$ (fig. 3.32(c)) : Les zones de défaut de vitesse se situent autour des HSV et des WV. Les CRV créent une zone de sous-vitesse uniquement, d'amplitude plus faible que celle des HSV et WV.



(a) $PR = 2$, $x = 0.1$ m

(b) $PR = 4$, $x = 0.1$ m

(c) $PR = 15$, $x = 0.1$ m

Figure 3.32 – Coupe transversale du champ de vitesse $\hat{u}$ avec la ligne $\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} = 0$ à $x = 0.1$ m, pour différentes pressions d'injection : (a) $PR = 2$, (b) $PR = 4$, (c) $PR = 15$. Les zones de défaut de vitesse sont localisées autour des tourbillons longitudinaux.

Les zones de défaut de vitesse se développent le long des tourbillons longitudinaux. Seuls ceux qui sont près de la paroi ont des zones de sur- et de sous-vitesse. Les zones de sous-vitesse se situent à l'intérieur des courbes ($\Delta U_x = 0$). Par conséquent elles sont soumises à l'écoulement extérieur à la couche limite, mais aussi aux stries rapides près de la paroi. Plus ce défaut de vitesse sera important, plus l'instabilité non-visqueuse pourra se développer selon le théorème de [Fjørtoft, 1950].

Nous cherchons maintenant à observer l'évolution axiale des ces zones de défaut de vitesse. La figure 3.33 représente les iso-contours de vitesse $\hat{u} = 200$ m/s en rouge et $\hat{u} = -200$ m/s en bleu (vue de dessus). Ces valeurs sont choisies pour éliminer les sous-vitesses des CRV. Les figures sont tronquées à $x = 0.34$ m en aval pour ne représenter que les zones où les tourbillons sont stables. Afin de mieux distinguer les zones de sous- et sur-vitesse pour les petits PR, l'échelle en z est doublée. Les traits pointillés illustrent les axes de rotation des tourbillons HSV et WV.

Pour $PR = 2$, la zone centrale de faible vitesse est entourée de deux stries rapides. Toutefois, ces différences de vitesse s'estompent très vite vers l'aval à $x = 0.2$ m. Pour $PR = 4$ et $PR = 8$, la zone centrale de sillage rapide est entourée par deux stries de défauts de vitesse. Pour $PR > 15$, les stries lentes s'écartent de la zone centrale, probablement à cause de la présence des HSV persistants en aval de l'écoulement.

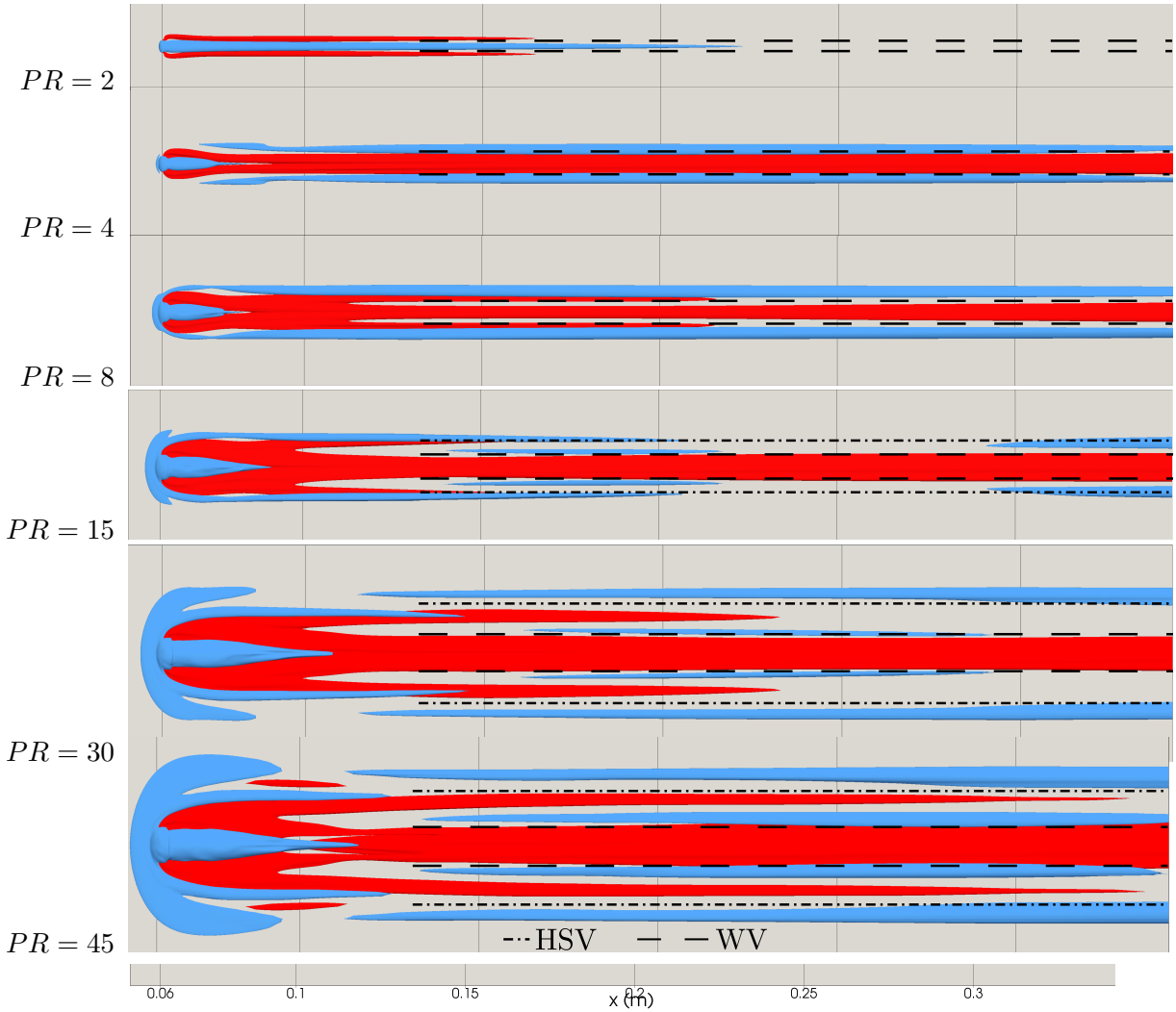


Figure 3.33 – Iso-contour de la vitesse $\hat{u}$. En rouge, les zones de sur-vitesse (supérieure à 200 m/s) et en bleu les zones de sous-vitesse (inférieure à -200 m/s). Les zones de défaut de vitesse forment des stries le long des tourbillons longitudinaux.

Les zones de défauts de vitesse montrées sur la figure 3.32, suivent les tourbillons longitudinaux. Elles forment des stries de sur-vitesse et de sous-vitesse. Nous verrons dans le chapitre 4, leur effet sur la stabilité de l'écoulement.

3.3.2 Effet du nombre de Reynolds Re_u^{PP}

3.3.2.1 Introduction

Il est important d'étudier l'effet des conditions génératrices sur l'interaction jet/CL, en modifiant la valeur Re_u^{PP}. La variation de Re_u est obtenue de deux manières :

— Modification de la pression statique (P^e) de l'air incident et par conséquent de sa masse volumique, tout en gardant M^e constant (U^e et $T^e = cste$).

— Modification de la vitesse U^e en gardant les pression et température statiques constantes.

Le premier cas d'étude revient, par exemple, à modifier la position d'injection sur l'avant-corps ou l'angle d'incidence tout en conservant les mêmes conditions génératrices de l'écoulement. En effet, le choc courbe et la géométrie 3D induisent un champ de pression non-uniforme influant sur les profils de couche limite. Pour le second cas, le véhicule accélère avec une altitude, un angle d'incidence et une position d'injection constantes. L'idée sous-jacente est d'étudier l'interaction jet/CL à iso-PR pour différents profils et différentes hauteurs de couche limite.

Le tableau 3.5, section 3.1.5 présente les conditions génératrices des calculs présentés dans cette section. Le cas **B** correspond au cas $PR = 15$ de l'étude précédente. On l'utilise comme référence pour observer les modifications de la transition induite par un changement de profil de couche limite.

La figure 3.34 présente les profils de couche limite. Pour les cas A,**B**, C, l'augmentation de Re_u^{PP} diminue l'épaisseur de couche limite, contrairement aux cas **B**, D, E.

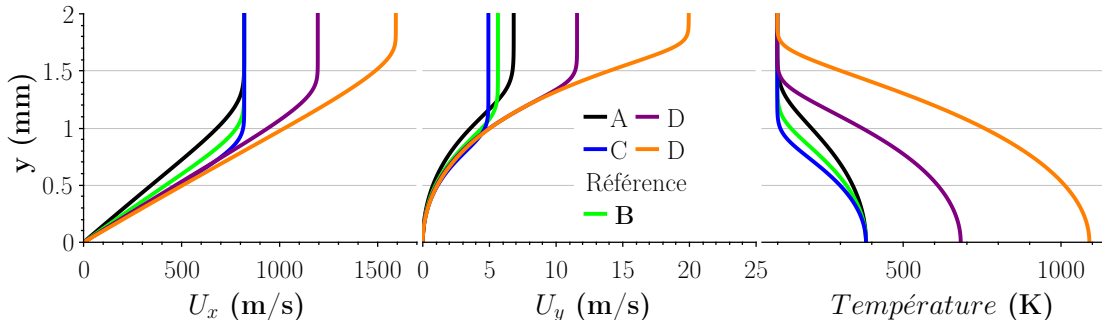


Figure 3.34 – Profil de couche limite Levy-Lees au point d'injection pour les différents cas de calcul présentés dans la table 3.5.

On scinde les cas en deux catégories :

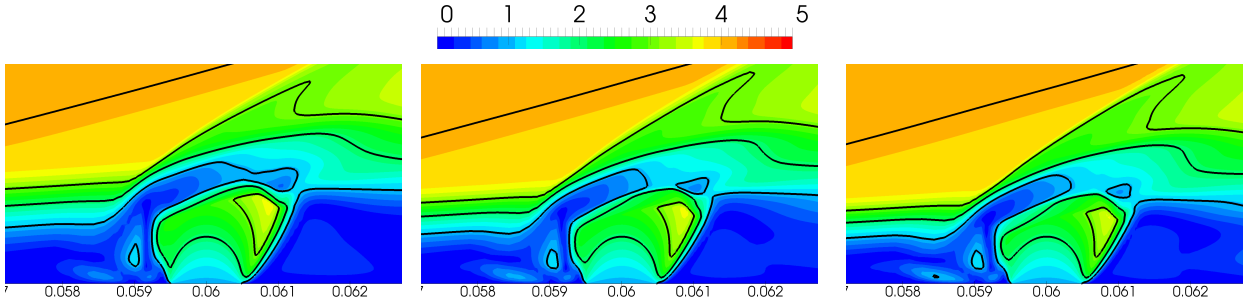
- Les cas A, **B**, C : les conditions de l'écoulement incident sur la plaque plane ($M^e = 4.115, T^e = 98.5$ K) sont les mêmes que dans les études précédentes, seul la pression statique P^e varie. Par conséquent, Re_u varie de 3.42 à 6.92 ($\times 10^6$ m^{-1}) avec respectivement une hauteur de couche limite δ variant de 1.43 mm à $\delta = 1.03$ mm.

- Les cas **B**,D, E : Pour ces cas, on augmente la vitesse U^e, le nombre de Mach M^e varie de 4.115 à 8 et Re_u augmente de 5.26 à 11.36 (1×10^6 m^{-1}). La température de récupération augmente de $T_r = 380$ K à $T_r = 1156$ K. Sous l'effet de l'échauffement de la température de la paroi, la couche limite s'épaissit passant de $\delta = 1.18$ mm ($M^e = 4.115$) à $\delta = 1.73$ mm ($M^e = 8$).

Pour tous les cas, la pression statique d'injection est ajustée pour obtenir un $PR \approx 15$. On rappelle que l'injection est toujours sonique avec une température statique $T_{inj} = 300$ K.

3.3.2.2 Hauteur de pénétration du jet :

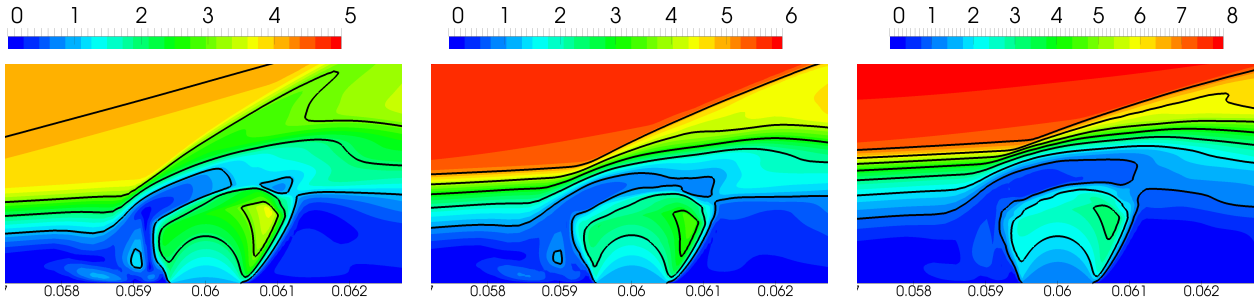
Cas à P^e variable (A, B,C) La figure 3.35 montre le champ de Mach moyen dans le plan de symétrie au niveau de la zone d'injection, pour les différents cas. On observe que la forme du tonneau de détente ne varie pas entre les différents cas d'étude, malgré la variation de l'épaisseur de couche limite incidente. La hauteur du disque de Mach pour ces cas est pratiquement constante $h \approx 1.25 \pm 0.05$ mm. Toutefois, la variation de hauteur de couche limite ($\delta \in [1.03, 1.73]$ mm) permet de couvrir une plage de $h/\delta \in [0.72, 1.17]$. Pour le cas A, le disque de Mach est contenu dans la couche limite, contrairement au cas C, où il est au dessus de la couche limite.



(a) cas A, $P^e = 1053$ Pa (b) cas **B**, $P^e = 1540$ Pa (c) cas C, $P^e = 2023$ Pa

Figure 3.35 – Champ de Mach sur le plan de symétrie pour différentes valeurs de P^e. La forme du tonneau ne varie pas avec la variation de P^e.

Cas à M^e variable (B, C, D) L'échelle de la figure 3.36 varie selon les cas. Avec l'augmentation de M^e, l'épaisseur de couche limite augmente, mais la hauteur du disque de Mach reste proche de $h = 1.2$ mm. Le tonneau a tendance à "s'aplatir" avec l'augmentation de M^e, sans pour autant être modifié dans sa partie inférieure sous la ligne sonique.



(a) $M^e = 4.115$ (b) $M^e = 6$ (c) $M^e = 8$

Figure 3.36 – Champ de Mach sur le plan de symétrie pour différentes pressions statiques dans la couche limite.

Résultat Pour les deux études (P^e variable et M^e variable), on peut considérer que la hauteur du disque de Mach $h \approx 1.2$ est constante pour un PR constant. Cette étude est valable pour les variations de Re_u^{PP} de l'étude. Le comportement illustré ici est un des ingrédients des modèles #1 et # 2 présentés en annexe B.

3.3.2.3 Effet sur la transition

Nous effectuons une étude visuelle de l'influence de Re_u^{PP} sur la transition de l'écoulement. Nous étudions les structures de l'écoulement pour les différents cas grâce aux iso-contours de critère Q. A la paroi est représenté le champ de pression.

Cas à P^e variable : Pour ces cas, la valeur du critère $\mathcal{Q}$ est fixée à $2{\times}10^8$.

- Cas A, $P^e = 1053$ Pa

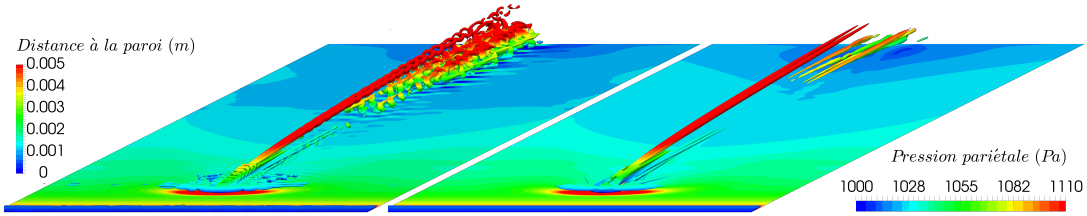


Figure 3.37

Près de l'injection les tourbillons induits par la dynamique du jet sont visibles, dans les CRV et HSV. Ils se dissipent vers l'aval. La transition s'effectue en milieu de domaine dans les WV. Des stries turbulentes sont visibles sur le champ moyen.

- Cas C, $P^e = 2023$ Pa

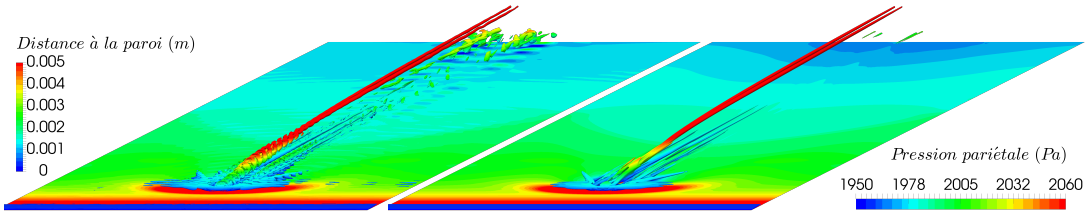
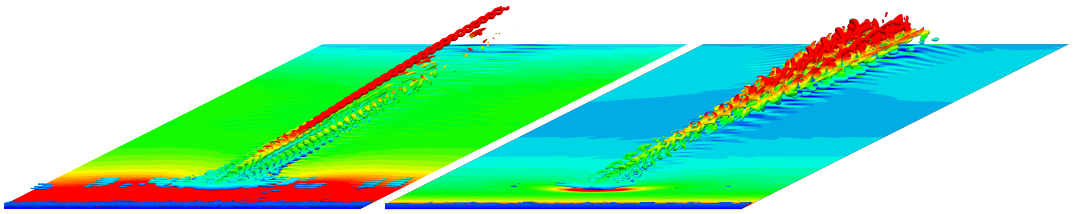


Figure 3.38

En augmentant la pénétration du jet ($h/\delta > 1$), l'amplitude des tourbillons dans les CRV et HSV près de l'injection s'amplifie. Leur croissance est transitoire en espace et ils s'amortissent vers l'aval. La transition s'effectue dans les HSV, en fin de domaine. En faisant le lien avec la section 3.3.1.1, le cas A présente un chemin proche de celui du cas $PR = 8$ (fig. 3.18). Le cas C est intermédiaire entre les cas $PR = 15$ (fig. 3.19) et $PR = 30$ (fig. 3.20).

Cas à M^e variable : La valeur du critère $\mathcal{Q}$ est de $4{\times}10^5$ pour le cas D et de $2{\times}10^6$ pour le cas E. On représente ici seulement les champs instantanés.



(a) Cas D, $M^e = 6$ (b) Cas E, $M^e = 8$

Figure 3.39 – Critère $\mathcal{Q}$ de l'écoulement instantané pour deux valeurs de M^e : (a) Cas D, $M^e = 6$, (b) Cas E, $M^e = 8$. Les deux cas montrent que la pression d'injection est suffisante pour faire transitionner l'écoulement.

On observe pour le cas D (fig. 3.39(a)) et cas E (fig. 3.39(b)), qu'en augmentant M^e, les CRV s'élèvent moins dans la couche limite. Les structures autour des CRV et des HSV proche de l'injection sont en forme de "hairpin". La dynamique du jet ou le cisaillement dû à la couche limite peuvent en être responsables. Pour les deux cas, la pression d'injection est efficace pour faire transitionner l'écoulement. La transition se développe dans les HSV pour le cas D, mais pour le cas E, les structures transitoires ne sont pas clairement définies.

Chapitre 4

Analyse DMD de la transition

Sommaire

4.1 Analyse DMD du JISC pour différents PR 88

4.1.1 Introduction 88

4.1.2 Cas & domaines d'étude 88

4.1.3 Définition de la collection d'observables 90

4.1.4 Analyse DMD du JISC 93

4.1.5 Synthèse 100

4.2 Instabilités et scénarios de transition 101

4.2.1 Évolution de l'énergie cinétique turbulente 101

4.2.2 Contribution des modes à l'énergie cinétique turbulente 102

4.2.3 Discussion sur l'origine des instabilités 105

4.3 Résumé 107

4.1 Analyse DMD du JISC pour différents PR

4.1.1 Introduction

L'interaction jet/CL forme trois principales structures tourbillonnaires dans l'écoulement : HSV, WV et CRV. Selon la pression d'injection et les conditions génératrices, des fluctuations se développent sur ces structures, et conduisent à la turbulence. L'analyse des champs de vitesse moyens en temps, révèle la présence de zones inflexionnelles qui conditionnent le développement d'instabilités non-visqueuses. Ces résultats sont obtenus par la visualisation de l'écoulement (critère $\mathcal{Q}$) et l'étude du champ moyen, mais ces outils, ne fournissent qu'une description qualitative de la transition.
Suite aux observations du chapitre précédent, de nombreuses questions se posent vis à vis de la stabilité de l'écoulement JISC :

- Quels sont les modes qui composent l'écoulement ? Retrouve t-on les instabilités sinusoïdales et variqueuses observées dans les cas de transition par rugosités ?
- Quelle est l'origine de ces modes ? inflexionelle ?
- En fonction du PR, comment évoluent les modes responsables de la transition ?

Il est important de répondre à ces interrogations pour caractériser les modes initiateurs de la transition et les mécanismes qui en découlent. Cette connaissance permettrait, dans une stratégie de contrôle, de stabiliser ou de déstabiliser plus efficacement l'écoulement. Par conséquent, une étude des modes de l'écoulement JISC, pour différents cas de PR, s'avère nécessaire.

Nous avons montré au chapitre 2, la capacité de la DMD à étudier la stabilité locale et globale d'un système dynamique régi par un opérateur, sans connaissance explicite de ce dernier. Cette méthode extrait, d'après une collection d'observables, les modes propres d'un système dynamique nécessaires à l'étude de stabilité modale et non-modale. De plus, la méthode DMD a analysé avec succès la réceptivité d'une couche limite compressible d'après une simulation I-LES. Toutefois, certaines règles sont à suivre pour générer la collection d'observables et interpréter les résultats.

Dans ce chapitre, nous appliquons l'analyse DMD sur des collections d'observables issues de champs instantanés I-LES, pour différents cas de PR. Ainsi, on étudie l'influence de la pénétration du jet dans la couche limite à destabiliser l'écoulement. Les modes dynamiques extraits décrivent l'évolution spatiale et temporelle des fluctuations. En analysant pour chaque mode sa présence dans l'écoulement et l'évolution spatiale de l'amplitude de son vecteur propre, on en déduit ceux qui initient la transition.

Le terme "global" est utilisé car les observables collectés sont tri-dimensionnels. L'analyse fréquentielle de sondes placées à la paroi (pendant le calcul I-LES), est utilisée pour confirmer les fréquences caractéristiques de l'écoulement et vérifier la présence spatiale des modes.

Dans un premier temps, on présente les cas d'études DMD ainsi que les domaines d'études. Puis, on s'attache à définir le type d'observable représentant le mieux la dynamique de l'écoulement. Finalement, nous présentons les résultats de l'analyse DMD.

4.1.2 Cas & domaines d'étude

Dans cette section, on définit les cas I-LES analysés par la méthode DMD ainsi que les domaines 3D d'étude DMD correspondants.

4.1.2.1 Cas d'études

L'étude de décomposition en modes dynamiques n'est pas effectuée sur tous les cas de calculs I-LES présentés au chapitre 3. On s'intéresse uniquement aux cas JISC, dans les conditions BAM6QT, suivants : $PR = 2$, $PR = 4$, $PR = 15$ et $PR = 77$. Ce choix est conditionné par le fait que la transition observée pour chacun des cas est différente.

- Pour les cas $PR = 2$ et $PR = 4$, la pénétration du jet est inférieure à la hauteur de la couche limite ($h/\delta < 1$). Pour le cas $PR = 2$, le critère $\mathcal{Q}$ montre que le jet est inefficace contrairement au cas $PR = 4$. Nous avons donc décidé d'étudier les modes de ces deux écoulements pour comprendre pourquoi le seuil d'efficacité est franchi.
- Le cas $PR = 15$ ($h/\delta \approx 1$) a une hauteur de pénétration du jet équivalente à l'épaisseur de la couche limite. Le critère $\mathcal{Q}$ montre que la transition dans cet écoulement s'effectue plus que dans les cas $PR = 4$ et $PR = 77$.
- Le cas $PR = 77$ ($h/\delta > 1$) est efficace, la transition s'effectue directement après le jet.

L'observable nécessaire à l'analyse DMD n'est pas l'ensemble du domaine I-LES : certaines zones sont inutiles à analyser. Il faut alors définir les domaines d'étude DMD.

4.1.2.2 Les domaines d'étude DMD

Pour effectuer l'analyse des modes DMD de l'écoulement, nous utilisons des observables tridimensionnels. L'écoulement que nous étudions n'a pas de direction, homogène, évidente. Ne pouvant explicitement réduire la dimension du problème, nous avons choisi d'étudier les modes 3D de l'écoulement. Les domaines DMD sont choisis de façon à englober les tourbillons longitudinaux pour capturer les modes qui se développent et ceux qui conduisent à la turbulence.

Le domaine d'étude DMD est lié aux cas PR analysés. En effet, plus la pression d'injection est élevée, plus le sillage en aval du jet s'élargit transversalement. Il est inutile dans les cas à faible PR d'analyser toute la largeur du domaine de calcul I-LES. Seule la partie centrale contient les fluctuations. Cela permet de diminuer la taille spatiale m des observables à analyser.

Remarque : Les zones de recirculations créées par le tonneau de détente sont éliminées de l'étude. Ainsi seul le domaine DMD du cas $PR = 2$ contient la zone d'injection. Toutefois, le maillage dans cette zone est raffiné. Pour diminuer le nombre de nœuds, la dimension spatiale de ce domaine a dû être réduite. Le domaine du cas $PR = 2$ se finit donc à 5 cm de la fin du domaine I-LES.

Le tableau 4.1 donne le nombre de nœuds dans les domaines DMD. Le tableau 4.2 détaille les dimensions spatiales des domaines DMD et est illustré par la figure 4.1.

PR	N_x	N_y	N_z	m ($\times 10^6$)
2	385	192	106	7.8
4 & 15	281	251	148	10.4
77	281	251	180	12.7

Table 4.1 – Nombre de nœuds dans le domaine d'étude DMD pour chaque PR étudié.

PR	x_{min}	x_{max}	y_{min}	y_{max}	z_{min}	z_{max}
	(m)	(m)	(mm)	(mm)	(mm)	(mm)
2	0.056	0.45	0	5	-7.85	7.85
4 & 15	0.1	0.51	0	15	-19.8	19.8
77	0.1	0.51	0	15	-39	39

Table 4.2 – Dimensions spatiales du domaine DMD pour chaque PR étudiés. Ils sont présentés figure 4.1.

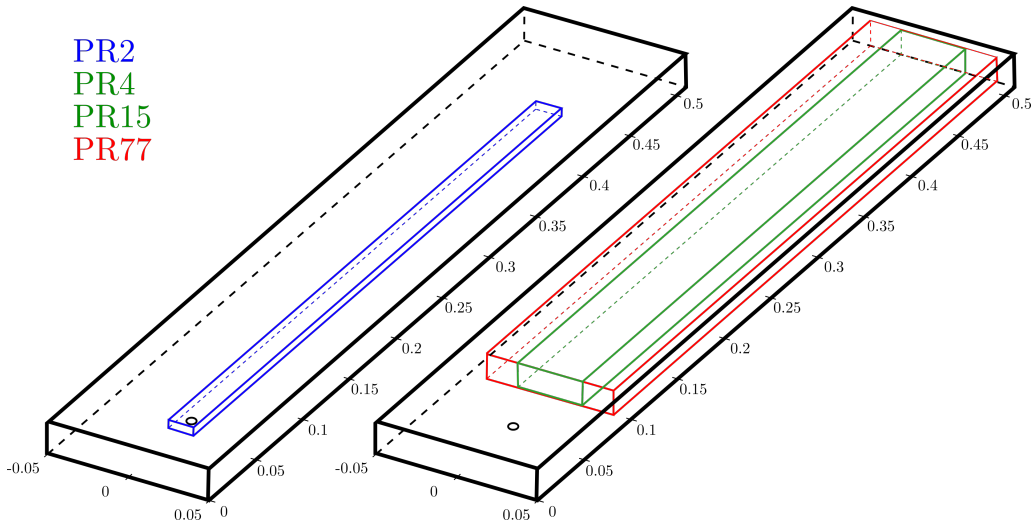


Figure 4.1 – Représentation géométrique des domaine DMD pour chaque PR. Le domaine de calcul I-LES est en noir.

4.1.3 Définition de la collection d'observables

Au chapitre 2, nous avons donné les étapes à suivre pour élaborer une collection d'observables lorsque l'on étudie un écoulement inconnu. Dans un premier temps, nous définissons la fréquence d'échantillonnage des observables, puis le temps total d'étude pour chaque cas étudié. Finalement, nous cherchons la variable de l'écoulement qui, utilisée comme observable, représente le mieux la dynamique de l'écoulement.

4.1.3.1 Fréquence d'échantillonnage

Pour fixer la fréquence d'échantillonnage de la DMD, il faut connaître les fréquences caractéristiques des modes qui composent l'écoulement. En plaçant des sondes dans les zones où ces modes sont localisés, on détermine leurs fréquences temporelles. Pour chacun des cas $PR = 4$ et $PR = 77$, on place une sonde sur la ligne centrale ($x = 0.22$ m), à la paroi. On rappelle que ces sondes enregistrent les fluctuations de pression tous les trois pas de temps de calcul $\Delta t \approx 2 \times 10^{-8}$ s. Toutefois, les signaux sont ré-échantillonnés avec un $\Delta t = 1 \times 10^{-8}$ s en utilisant une interpolation linéaire entre les mesures. En effet, les pas de temps du calcul sont fixés grâce au critère CFL qui varie en permanence. Les spectres de ces signaux, représentés sur la figure 4.2 sont calculés avec la méthode Welch.

Résultat : Le spectre montre que les fréquences $f > 500$ kHz sont peu présentes dans l'écoulement, $PSD < 10^{-6}$. On rejette alors cette plage de fréquences pour l'étude DMD. La majeure partie des fluctuations dans l'écoulement ($PSD > 10^{-4}$) s'observent pour les fréquences $f < 100$ kHz. Les structures intéressantes à étudier sont donc comprises dans la plage de fréquence $f \in [0, 500]$ kHz.

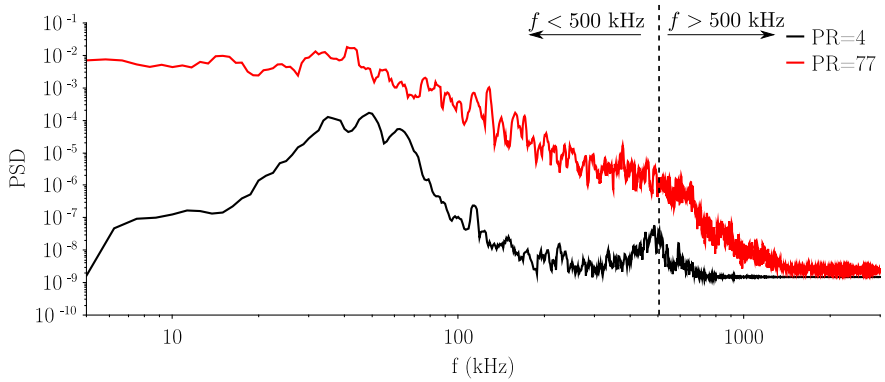


Figure 4.2 – Spectre des fluctuations de pression à la paroi pour les deux cas $PR = 4$ et $PR = 77$. Les fréquences $f > 500$ kHz sont peu présentes dans l'écoulement.

Or dans la section 2.2.4, nous avons établi que la fréquence d'échantillonnage DMD doit être 3 à 5 fois supérieure à la fréquence maximale de l'écoulement. Voulant résoudre au mieux la fréquence de 100 kHz, on choisit pour l'étude DMD, de fixer la fréquence de coupure à $f_c = 500$ kHz. Par conséquent, la fréquence d'échantillonnage des observables est de $f = 1$ MHz, soit $\Delta t = 1$ μs entre les observables collectés. Les modes dont la fréquence temporelle est supérieure à $f_c = 500$ kHz ne seront pas accessibles.

Remarque : Cette fréquence de coupure correspond à celle des capteurs de pressions PCB utilisés pendant les essais en soufflerie. Cela motive d'autant plus le choix d'un échantillonnage à $\Delta t = 1$ μs.

4.1.3.2 Nombre d'observables

Les spectres 4.2 et spectrogrammes (section 3.3.1.2, Chapitre 3), montrent un niveau d'amplitude sensiblement constant pour les basses fréquences ($f < 50$ kHz). Par exemple, pour le cas $PR = 77$, la PSD est proche de 8×10^{-3}, pour $f < 50$ kHz. Ne pouvant distinguer de fréquence minimale caractéristique dans l'écoulement à résoudre, il n'est pas possible, de baser la durée totale de l'étude sur la période des basses fréquences.

La durée totale d'étude est limitée par le nombre d'observables que l'on peut manipuler avec nos ressources informatiques disponibles. Pour chaque cas DMD, on estime qu'un maximum de 1200 observables peut être sauvegardé. Donc la durée totale d'étude doit être inférieure à 1.2 ms.

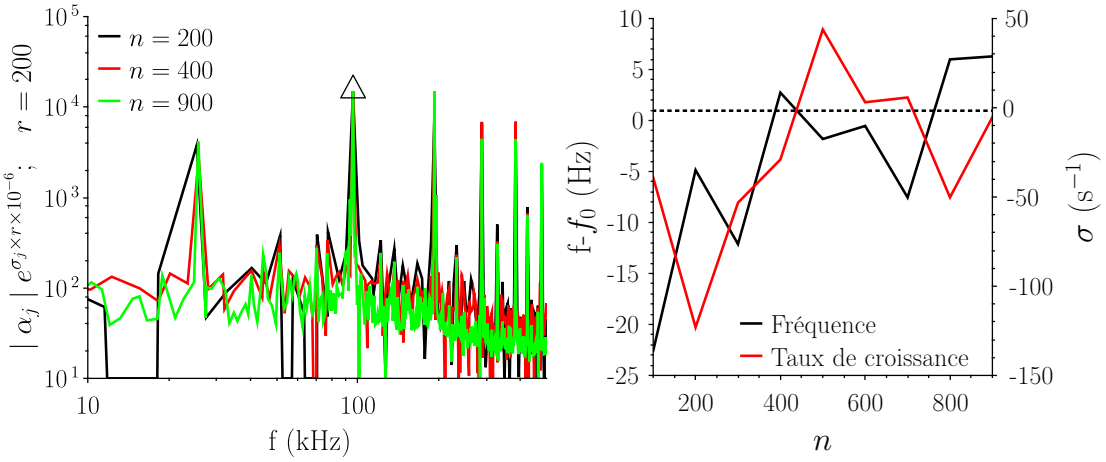
Pour déterminer cette période, il faut étudier la convergence en nombre d'observables des modes DMD.

Méthode : L'observable est la pression sur un plan yz, placé à $x = 7$ cm du bord d'attaque de la plaque plane et normal à la direction de l'écoulement. On analyse le cas $PR = 15$ avec un intervalle de temps $\Delta t = 1$ μs entre les observables. Des collections d'observables ($\mathbf{X}_0^{n-1}$) de taille $n = 200$ à $n = 900$ avec un incrément de 100 observables, sont constituées puis analysées successivement.

Résultats : Pour observer la convergence, on représente le spectre DMD pour différentes valeurs de n sur la figure 4.3(a). Quel que soit le nombre d'échantillons, les fréquences des pics sont les mêmes. Par conséquent, le nombre d'observables n'a que peu d'effet sur les fréquences détectées. Toutefois, la variation du nombre d'observables modifie l'amplitude des modes.

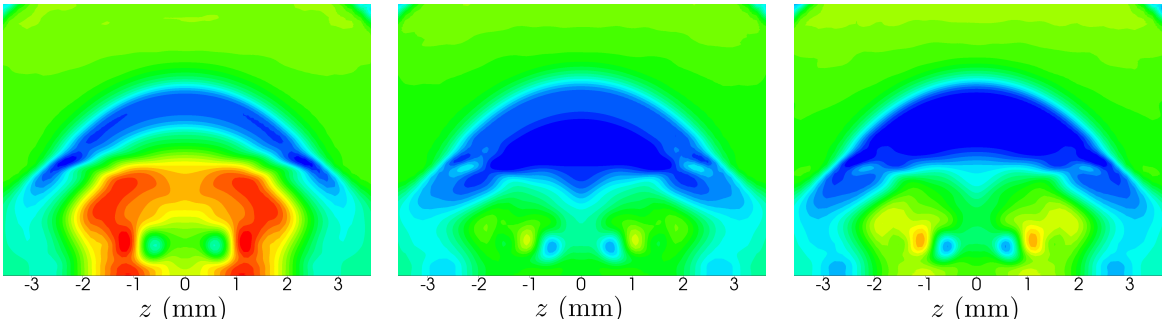
On regarde sur la figure 4.3(b), l'évolution du taux de croissance et de la fréquence du mode (symbole △) le plus amplifié ($f \approx 96$ kHz), en fonction de n. Cela revient à étudier la convergence de la valeur propre de ce mode en fonction de n. On observe une convergence pour $n > 400$. Le même effet s'observe sur la partie réelle de la fonction propre de ce mode (fig. 4.4), où pour $n \geq 400$, la répartition spatiale du mode n'évolue plus.

On conclut de cette étude que la taille de la collection d'observables doit être de $n = 400$ au moins. On fait l'hypothèse que ce résultat est vrai pour l'analyse d'observables tridimensionnels.
Remarque : la fréquence f_0 est la moyenne des fréquences pour $n \in [400, 900]$.



(a) Spectre DMD (b) Convergence ($f_0 = 95955$ Hz)

Figure 4.3 – Convergence en nombre d'observables du spectre DMD et de la fréquence caractéristique et du taux de croissance du mode symbolisé par (△). La DMD est effectuée sur un plan à $x = 0.07$ m du bord d'attaque (1 cm en aval de l'injection) pour le cas $PR = 15$.



(a) $n = 200$ (b) $n = 400$ (c) $n = 900$

Figure 4.4 – Convergence en nombre d'images du mode DMD du champ de pression associé à la fréquence, $f \approx 96$ kHz (mode △ de la figure 4.3). En rouge valeur positive, en vert valeur nulle, en bleu valeur négative et dimension en mm.

4.1.3.3 Variable utilisée comme observable

La question qui se pose est celle du choix de la variable servant d'observable pour l'analyse DMD, et de son influence sur les résultats. On cherche ici à comparer les spectres DMD issus de l'analyse DMD effectuée sur les variables primitives. Les fréquences capturées et l'amplitude renseignent sur la capacité de la variable à représenter la dynamique de l'écoulement.

Méthode : Nous effectuons une analyse DMD en utilisant comme observable les variables suivantes : U_x, U_y, U_z, ρ, P. Une étude DMD 2D est menée pour le cas $PR = 77$. Les observables sont issus d'un plan (yz) placé à $x = 0.3$ m du bord d'attaque de la plaque plane. Le temps total d'étude est fixé à 1.0 ms, avec un échantillonnage à 1 μs. Pour chaque variable, nous représentons le spectre DMD résultant sur la figure 4.5. Les amplitudes sont normalisées par le coefficient $c^\star$, qui est la moyenne de $\mid \alpha \mid e^{\sigma_j r \times \Delta t}$ de $f = [10, 30]$ kHz. Ce coefficient n'a aucune valeur physique, il est utilisé pour ne pas charger la lecture de la légende de l'axe des ordonnés et harmoniser l'amplitude des spectres.

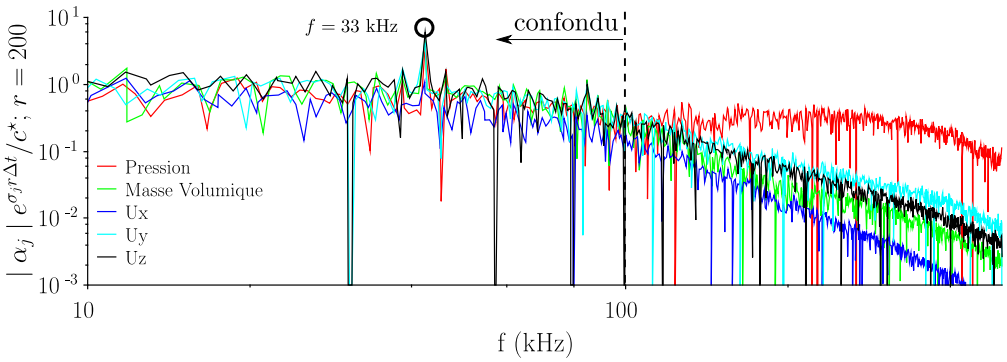


Figure 4.5 – Spectre DMD, représentant l'amplitude en fonction de la fréquence, pour différentes variables d'étude. DMD effectuée sur un plan yz à $x = 0.3$ m.

Résultats : Les spectres DMD pour les variables U_x, U_y, U_z, ρ sont confondus pour $f < 100$ kHz. La fréquence du pic le plus amplifié (à 33 kHz, symbole ◯) est identique pour toutes ces variables, de même que la décroissance du spectre pour les hautes fréquences. Pour la pression le spectre DMD résout également le pic de fréquence à $f = 33$ kHz mais pour les hautes fréquences, l'amplitude du spectre s'écarte de celui des autres variables. Cette différence est peut-être due à la présence d'ondes acoustiques de haute fréquence, qui, dans notre étude, ne nous intéressent pas.

Quelle que soit la variable utilisée, l'allure du spectre pour $f < 100$ kHz est similaire. On en déduit, que l'analyse DMD dans notre étude n'est pas sensible au choix de la variable : la dynamique des fluctuations est la même. Toutefois, il faut prendre en compte l'interprétation des vecteurs propres. Par exemple il est plus aisé de se représenter mentalement des fluctuations de vitesse que de masse volumique. De plus, les fluctuations de vitesse peuvent être reliées à l'énergie cinétique turbulente. Pour ces raisons, nous choisissons comme observable la variable U_x de l'écoulement. La direction x est choisie car l'amplitude des fluctuations de vitesse dans cette direction est supérieure d'un facteur 100 à celle observée dans les autres directions.

Remarque : Rien ne nous empêche, à priori, de créer une collection d'observables contenant plusieurs variables et ainsi analyser un système dynamique plus complet. Toutefois, l'analyse 3D multi-variables requiert une collection d'observables de taille $n \times (N_{variables} \times N_x \times N_y \times N_z)$, ce qui est prohibitif vu nos moyens de calculs.

4.1.4 Analyse DMD du JISC

4.1.4.1 Introduction

Les observables sont collectés après 1.2 ms de temps physique de simulation, afin d'évacuer le transitoire d'établissement de l'écoulement.

L'écoulement JISC a une dynamique naturellement instationnaire, les fluctuations en aval de l'injection sont auto-entretenues par l'interaction jet/CL. Pour une position fixe dans l'écoulement, l'amplitude des fluctuations évolue sur un cycle limite au cours du temps : elle ne s'amortit pas, ni ne s'amplifie. Pour illustrer ce propos, la figure 4.6 montre le signal de pression de la sonde placée à $x = 0.22$ m du bord d'attaque, sur la ligne centrale, pour le cas $PR = 77$.

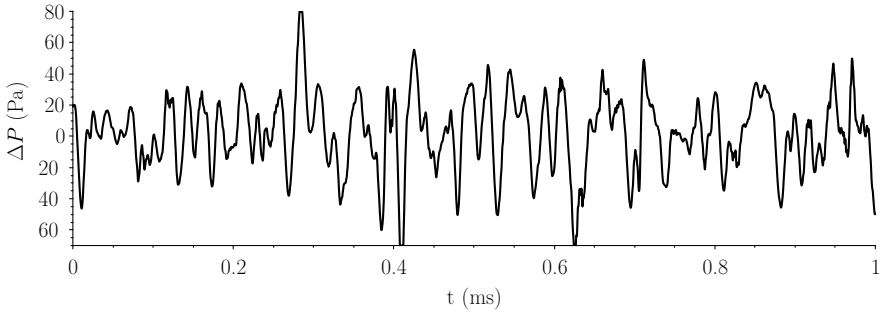


Figure 4.6 – Exemple de fluctuations de pressions à la paroi, au cours de la simulation I-LES, pour le cas $PR = 77$. La sonde est placée à $z = 0$ et $x = 0.22$ m du bord d'attaque. Les oscillations sont auto-entretenues.

On observe des oscillations dont l'amplitude est "chaotique", mais reste centrée autour d'une valeur moyenne ($\Delta P = P_{sonde} - \bar{P}_{sonde}$). On s'intéresse, dans les sections suivantes, à extraire les modes qui composent les fluctuations auto-entretenues de l'écoulement. Cela correspond à ceux dont l'amplitude reste constante au cours du temps $\sigma_j \approx 0$. Pour résumer, on cherche à étudier uniquement les modes dont la dynamique appartient aux temps longs. Pour cela, il faut trier les modes.

La méthode de tri utilise le critère présenté par l'équation 2.51 (Chapitre 2, section 2.2.1.4). On rappelle, que ce critère est l'amplitude du mode au temps $t_r = r\Delta t$. En augmentant r, la valeur du critère diminue pour les modes appartenant à la dynamique aux temps courts. Ce critère créée des "discontinuités" visibles sur les spectres quand $\sigma_j << 0$ car la valeur de $\mid \alpha_j \mid e^{\sigma_j \times r\Delta t} \longrightarrow 0$ en quelques pas de temps t_r (ce point sera illustré plus loin)

Remarque : En DMD, un taux de croissance positif mais proche de 0 (e.g. $\sigma_j \leq 200$), ne signifie pas que le mode est instable. Cela veut dire que sur 0.4 ms, (i.e $r = 400$ avec $\Delta t = 1 \times 10^{-6}$) l'amplitude du mode est multipliée d'un facteur 1.04 si $\sigma = 100$. On considère cette remarque valable pour $-1000 \leq \sigma \leq 1000$, soit un gain ou perte de 50% de l'amplitude du mode au bout de 0.4 ms.

4.1.4.2 Analyse DMD du cas $PR = 2$

Sur le spectre de la figure 4.7, deux pics de fréquence sont visibles, l'un entre 10 kHz et 25 kHz puis entre 40 kHz et 80 kHz, pour $r = 0$. On en déduit que ces fréquences sont majoritaires dans les fluctuations de l'écoulement $PR = 2$, en aval du jet. Avec l'augmentation de $r = 0 \rightarrow 400$, l'amplitude des modes est divisée d'un facteur 5, sauf pour certaines fréquences ($f \in \{50, 73.7, 92.4\}$ kHz), où les trois courbes restent confondues. Ces modes ne s'amortissent pas au cours du temps et nous intéressent donc pour décrire la dynamique de l'écoulement.

Remarque : On peut également citer, les modes stationnaires de fréquence $f = 103$ kHz et $f = 130$ kHz. Ces modes ne sont pas étudiés car ils contribuent moins à la dynamique.

La figure 4.8, présente les vecteurs propres $\underline{\widetilde{\phi}}_j$ associés aux fréquences citées précédemment. On représente uniquement la partie réelle des vecteurs propres. Le contour noir représente une valeur positive et le blanc une valeur négative. Ces valeurs sont choisies arbitrairement pour chaque mode, afin d'améliorer la compréhension visuelle. Les traits pointillés représentent les plans de coupe représentés sur la figure 4.9.

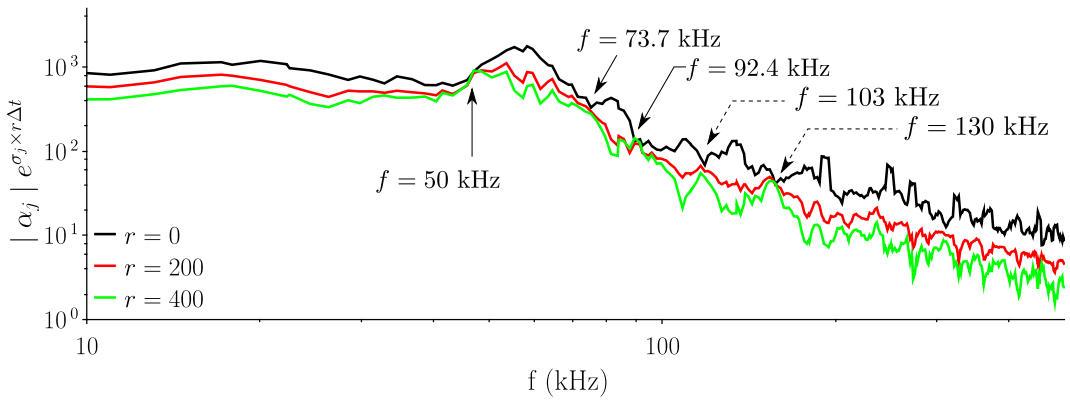


Figure 4.7 – Spectre DMD global : amplitude des modes pour différents temps $r\Delta t$ en fonction de leur fréquences.

- Mode $f = 50$ kHz : Ce mode est présent autour de la ligne centrale où se situent les WV. La répartition spatiale du vecteur propre montre qu'il s'amplifie vers l'aval. La répartition anti-symmétrique (par rapport au plan xy) du vecteur propre montre que le mode est de type **sinusoïdal** (fig. 4.9 (a)).
- Mode $f = 73.7$ kHz : Le vecteur propre est localisé près de l'injection et en fin de domaine $x \approx 0.45$ m. Il se développe autour des WV et HSV. Le vecteur propre est constitué d'une alternance de zones positives et négatives dans la direction x et symétrique par rapport au plan xy. Contrairement au mode précédent, ce mode est dit **variqueux**.
- Mode $f = 92.4$ kHz : Le vecteur propre est localisé sur la zone d'injection et en fin de domaine. Son allure spatiale, similaire au précédent, montre ce mode est également **variqueux** (fig. 4.9 (b)).

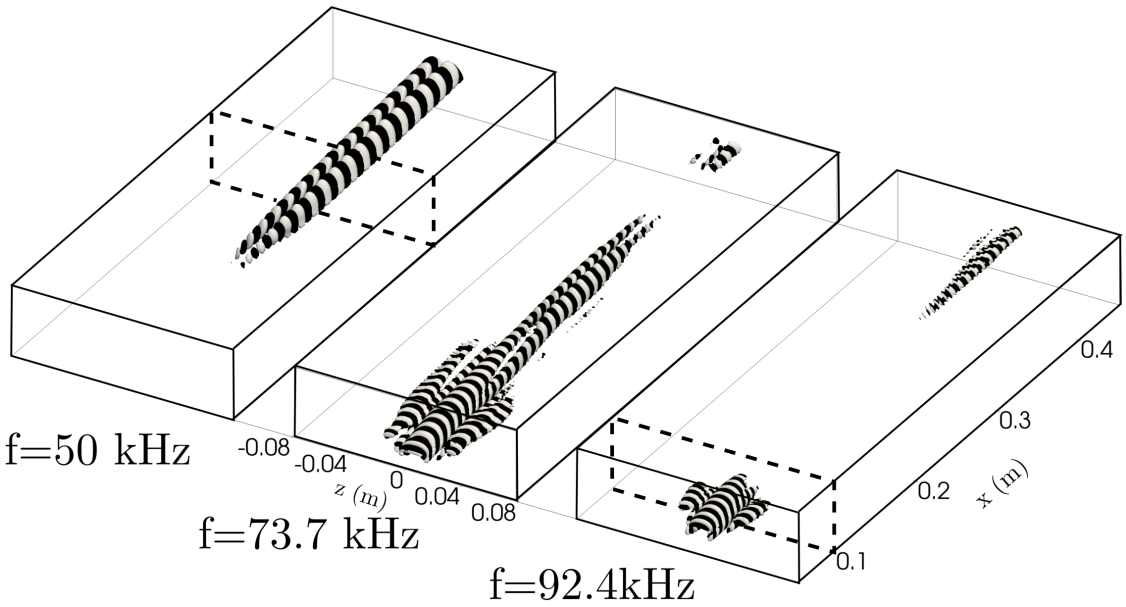
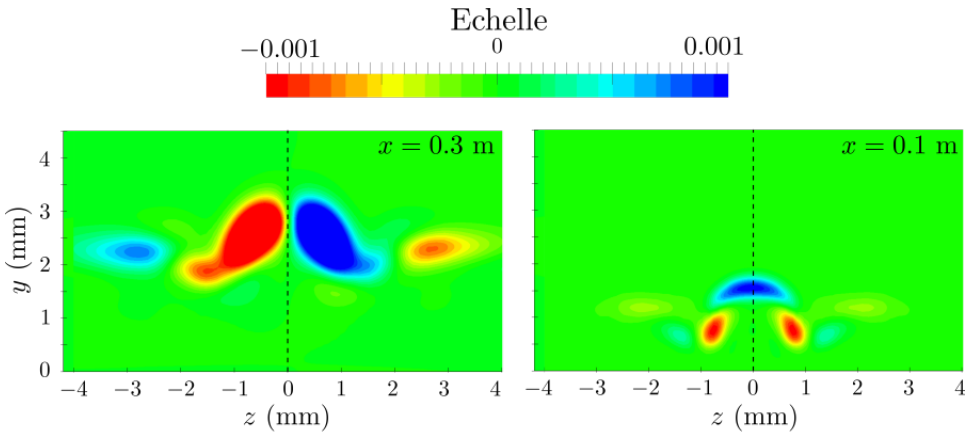


Figure 4.8 – Modes globaux DMD du cas $PR = 2$, les dimensions y et z sont amplifiées d'un facteur 10 pour améliorer la compréhension visuelle. De gauche à droite, les modes ont pour fréquence temporelle $f \in \{50, 73.7, 92.4\}$ kHz. Seul le mode de fréquence $f = 50$ kHz est sinusoïdal.

Remarque La nature du mode (Sinusoïdale ou Variqueuse) est déterminée selon la répartition des zones positives et négatives de son vecteur propre. Lorsque la répartition de ces zones est antisymétrique de par et d'autre du plan xy, le mode est dit **sinusoïdal**. En revanche, lorsque la répartition est symétrique, le mode est dit **variqueux**.



(a) mode $f = 50$ kHz, anti-symétrique (b) mode $f = 92.4$ kHz, symétrique

Figure 4.9 – Coupe transversale des modes : $f = 50$ kHz sinusoïdale, $f = 92.4$ kHz variqueux. Ces modes sont respectivement antisymétrique et symétrique par rapport au plan (xy). Les plans de coupe sont représentés sur la figure 4.8.

L'analyse de tous les vecteurs propres DMD montre qu'à part le mode de fréquence temporelle nulle, les modes sont soit sinusoïdaux si $f < 60$ kHz soit variqueux si $f \geq 60$ kHz. Les vecteurs propres des modes variqueux, sont d'abord localisés au niveau de la zone d'injection ($x \in [6, 10]$ cm), s'amortissent vers l'aval, puis s'amplifient de nouveau en fin de domaine. Ce résultat, montre que les fluctuations proches de l'injection sont majoritairement variqueuses. Tout les modes sinusoïdaux de ce cas ont un vecteur propre localisé en aval de l'injection. Ils évoluent autour des WV et HSV.

4.1.4.3 Analyse DMD du cas $PR = 4$

La figure 4.10 montre un spectre "turbulent", caractérisé par un contenu fréquentiel large-bande et un niveau d'amplitude du spectre multiplié d'un facteur 100 par rapport au cas $PR = 2$. Ce résultat confirme l'état turbulent de l'écoulement dans le sillage du jet observé sur le critère $\mathcal{Q}$. Trois modes, de fréquence $f = \{13, 44, 102.5\}$ kHz, ont une amplitude qui reste constante avec l'augmentation de r. Les autres modes ont une amplitude qui diminue avec l'augmentation de r, d'un facteur 100.

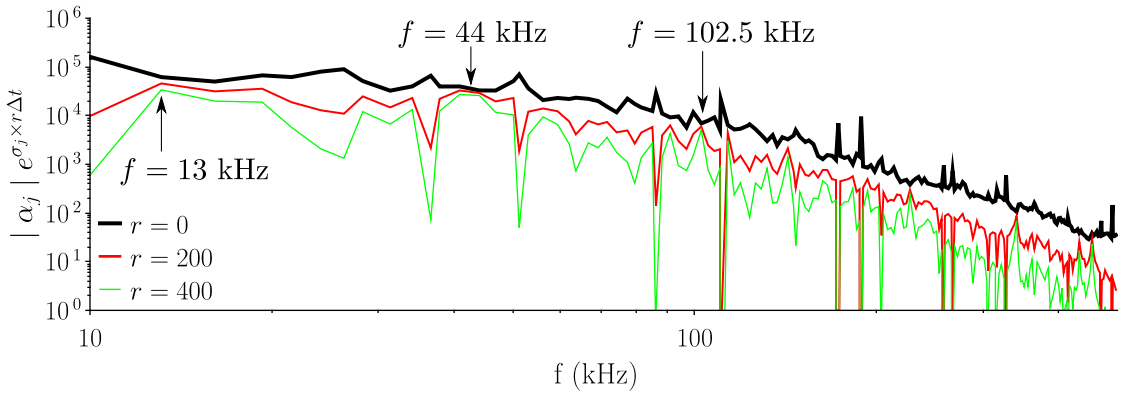


Figure 4.10 – Amplitude des modes pour différents temps t_r en fonction de leur fréquences. Trois modes ont une amplitude qui reste constante $f = [13, 44, 102.5]$ kHz au cours du temps t_r.

Les discontinuités dans les spectres sont dues aux modes dont la valeur de $\sigma_j << 0$. En quelque pas de temps, ces modes sont amortis, d'où la valeur de leur amplitude proche de 0.

L'allure des vecteurs propres sur la figure 4.11 montre que dans ce cas les modes sont sinusoïdaux, aux fréquences $f = 13$ kHz et $f = 44$ kHz, et variqueux à la fréquence $f = 102.5$ kHz. Les résultats sont les suivants :

- Les modes sinusoïdaux ($f = 13$ kHz et $f = 44$ kHz) sont présents uniquement dans les WV et s'amplifient spatialement de $x = 0.15$ m jusqu'en fin de domaine.
- Le mode variqueux ($f = 102.5$ kHz) disparaît en début de domaine ($x = 0.15$ m, symbole ①) ce qui correspond à l'amortissement des tourbillons créés par la dynamique du jet. Puis de $x = 0.2$ m jusqu'en fin de domaine, le vecteur propre croît spatialement.
- On ne distingue aucun mode particulier se développant autour des CRV.

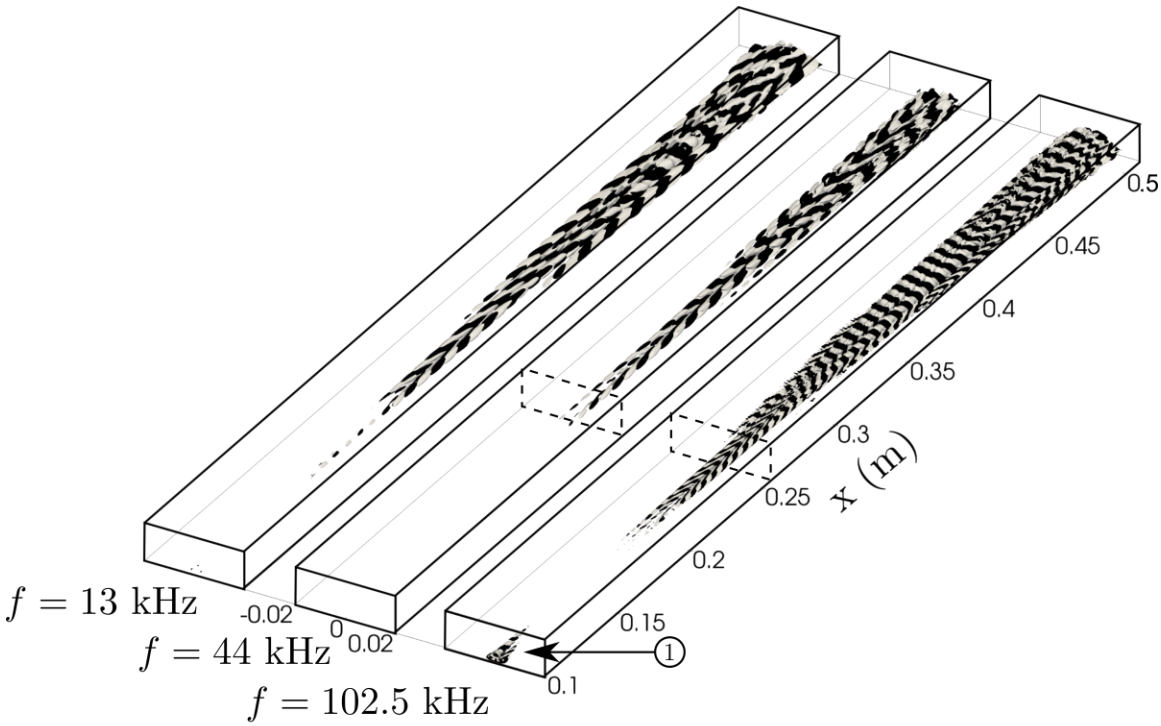
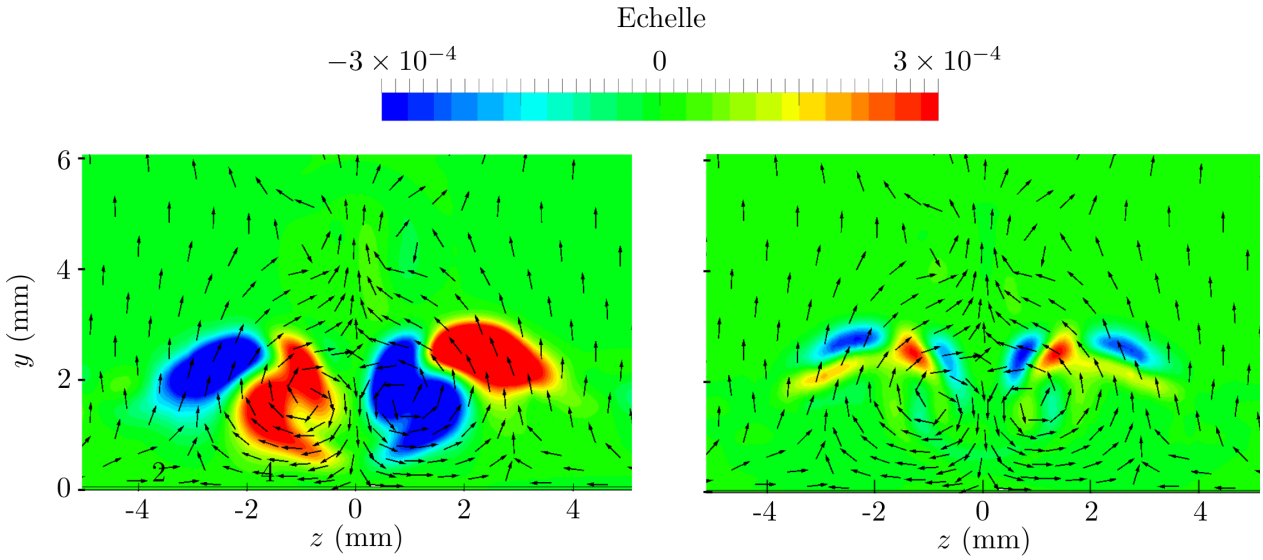


Figure 4.11 – Modes globaux du cas DMD $PR = 4$, avec pour fréquence temporelle et type d'instabilité : $f = 13$ kHz, Sinusoïdale ; $f = 44$ kHz, Sinusoïdale ; $f = 102.5$ kHz, Variqueuse. La ligne en pointillés représente la position des plans de la figure 4.12.

Les iso-contours des modes sinusoïdaux et variqueux montrent que les instabilités prennent naissance sur le dessus des WV puis gagnent les flancs vers $x = 0.35$ m, poursuivant ensuite leur amplification spatiale. Les figures 4.12 sont des plans transverses pris à $x = 0.26$ m pour les modes $f = 44$ kHz et $f = 102.5$ kHz, auxquels on superpose les vecteurs vitesse du plan. Les deux tourbillons centraux représentés sont les WV. On observe bien que les modes sinusoïdaux et variqueux se développent sur cette structure.

Comme pour le cas $PR = 2$, seuls des modes de type sinusoïdal et variqueux sont présents dans l'écoulement avec la même fréquence $f = 60$ kHz de séparation.



(a) $f = 47$ kHz (b) $f = 104.3$ kHz

Figure 4.12 – Plan transverse à $x = 0.26$ m des modes de fréquence $f = 44$ kHz et $f = 102.5$ kHz, respectivement sinusoïdal et variqueux. Les vecteurs propres sont présents uniquement sur les WV.

4.1.4.4 Analyse DMD du cas $PR = 15$

Le spectre DMD du cas $PR = 15$ est similaire à celui du cas $PR = 4$. Toutefois, on remarque un pic de fréquence à $f = 96$ kHz, puis son premier harmonique à $f = 192$ kHz. L'amplitude des modes, correspondant à la fréquence du pic et de ses harmoniques, n'est pas amortie avec l'augmentation de r. Ces modes ont un taux de croissance $\sigma_{96kHz} = 111$ et $\sigma_{192kHz} = 28$. On remarque que l'amplitude des modes pour les fréquences $f > 100$ kHz est amortie d'un facteur 100, pour r passant de 0 à 400.

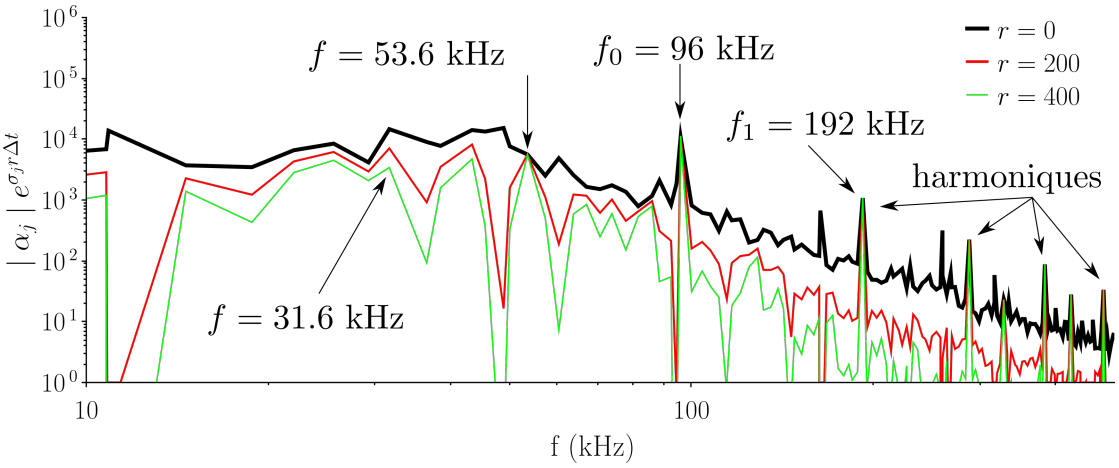


Figure 4.13 – Amplitude des modes pour différents temps t_r en fonction de leur fréquences. Plusieurs modes ont une amplitude constante, on choisit d'étudier les modes de fréquence $f \in \{31.6, 53.6, 96\}$ kHz.

On choisit de représenter les vecteurs propres des modes de fréquence temporelle $f \in \{31.6, 53.6, 96\}$ kHz. L'iso-contour de la partie réelle du vecteur propre est visible figure 4.14. L'allure des vecteurs propres montre qu'ici encore, les types de modes sont variqueux et sinusoïdaux :

- Le mode variqueux ($f = 96$ kHz) est localisé au niveau de l'injection puis s'amplifie vers l'aval autour des HSV et WV. Il correspond à la fréquence de 96 kHz due à la dynamique du jet. Il persiste plus longtemps en aval du jet que le mode variqueux du cas $PR = 4$.
- Les modes sinusoïdaux ($f = [31.6, 53.6]$ kHz), ne sont présents qu'en aval du jet, où se trouvent les HSV et WV.

Les modes basses fréquences $f < 60$ kHz sont sinusoïdaux et s'amplifient spatialement vers l'aval. Les iso-contours des modes sinusoïdaux et variqueux montrent que les CRV sont impactés par les fluctuations dans les WV en fin de domaine.

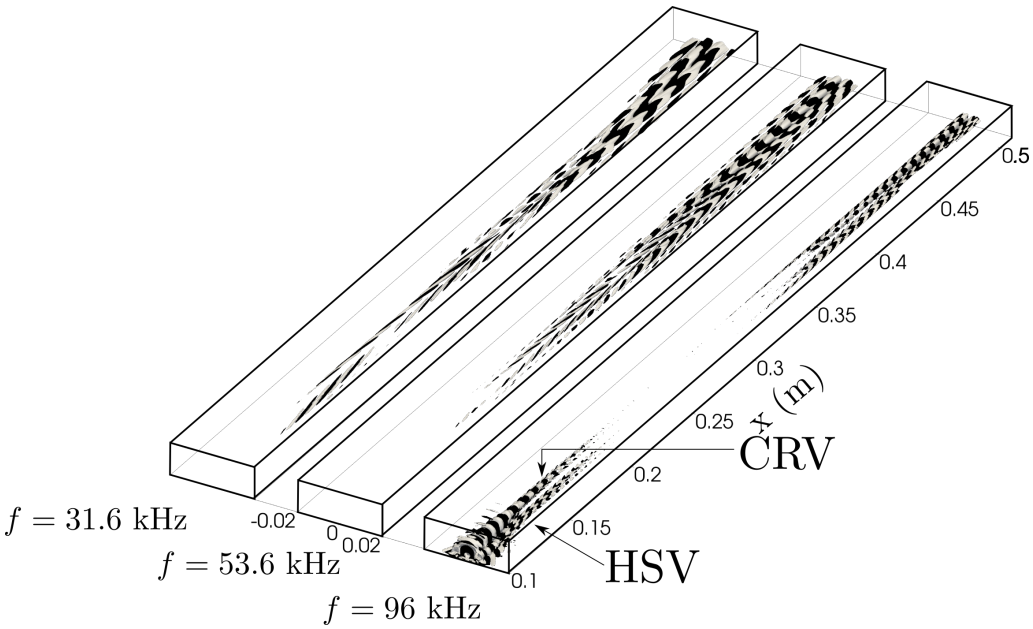


Figure 4.14 – Modes globaux du cas DMD $PR = 15$, avec pour fréquence temporelle et type d'instabilité : 1) $f = 31.6$ kHz, Sinusoïdale ; 2) $f = 53.6$ kHz, Sinusoïdale ; 3) $f = 96$ kHz, Variqueuse

4.1.4.5 Analyse DMD du cas $PR = 77$

Pour le $PR = 77$, l'allure du spectre (fig. 4.15) est toujours la même mais, l'amplitude des modes diminue plus rapidement avec l'augmentation de r, que dans les autres cas. Ceci est dû au fait que la plupart des modes ont des valeurs de $\sigma_j \approx -10000$ s^{-1}. En effet, pour ce cas turbulent, les observables se dé-corrèlent progressivement de l'observable initial. Par conséquent, les structures du premier observable sont de moins en moins présentes dans les suivants. L'algorithme réagit en donnant un "fort" amortissement. Nous appelons ces modes, "modes turbulents". Toutefois, le spectre montre que certains modes de fréquences ($f \approx 42$ kHz, $f \approx 110$ kHz) ont une amplitude qui persiste malgré l'amortissement des autres modes. Ces structures gardent leur cohérence et font partie de la dynamique à temps long.

On choisit de représenter pour le cas $PR = 77$, les vecteurs propres des modes dont la fréquence temporelle $f \in \{19.7, 42.3, 84.5\}$ kHz. L'isocontour de la partie réelle de la fonction propre est visible sur la figure 4.16. Les modes de fréquence $f = 42.3$ kHz et $f = 84.5$ kHz sont variqueux et sont localisés près de l'injection. Ils s'amortissent en aval du jet, pour disparaître vers $x = 0.25$ m. Le mode associé à la fréquence $f = 84.5$ kHz est un harmonique du mode de fréquence $f = 42.3$ kHz. Il conserve sa nature variqueuse. Un mode "turbulent" à la fréquence $f = 19.7$ kHz est représenté. Son vecteur propre ne permet pas de discerner un type d'instabilité ou une cohérence dans la répartition spatiale.

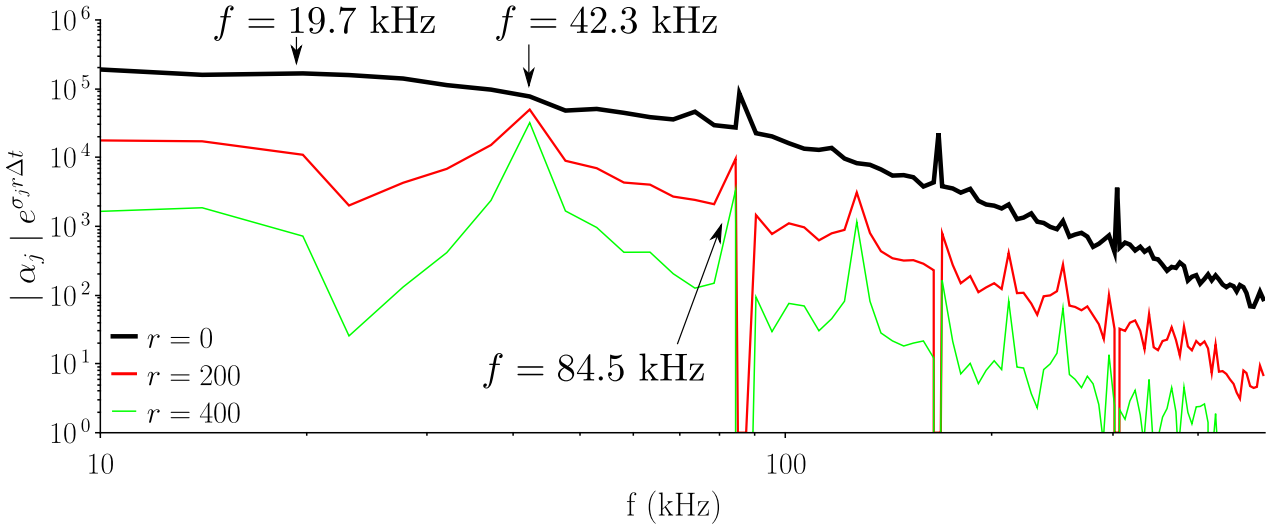


Figure 4.15 – Amplitude des modes pour différents temps t_r en fonction de leur fréquences. Trois modes ont une amplitude qui reste constante $f \in \{19.7, 42.3, 84.5\}$ kHz au cours du temps t_r.

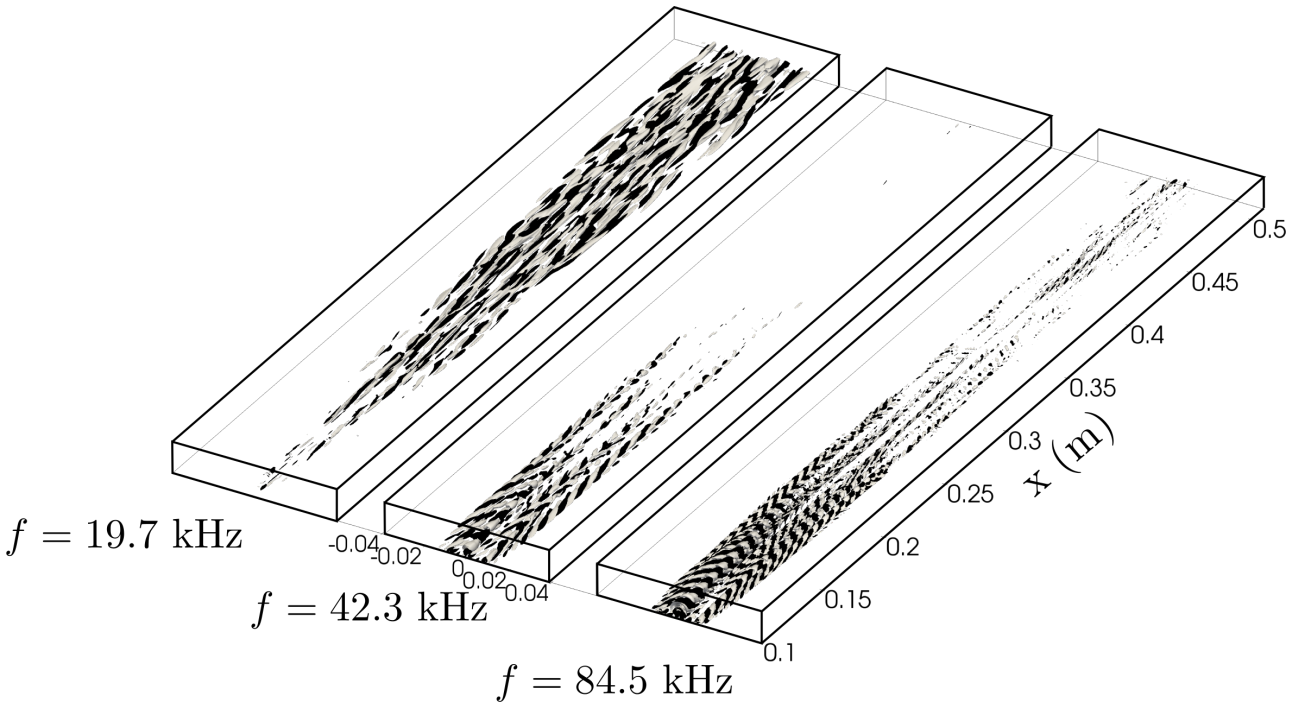


Figure 4.16 – Modes globaux du cas DMD PR=77, avec pour fréquence temporelle et type d'instabilité : 1) f= 19.7 kHz ; NA 2) f=42.3 kHz, variqueux ; 3) f=84.5, variqueux.

4.1.5 Synthèse

Pour tous les cas présentés, les modes qui composent l'écoulement sont : soit de type sinusoïdal, soit de type variqueux. Seuls ces deux types de modes sont responsables des fluctuations dans l'écoulement, pour les cas $PR \leq 15$. Par conséquent, on retrouve ici, les mêmes types de modes que ceux qui se développent en aval des rugosités, pour un écoulement hypersonique ou incompressible.

Les modes ne sont pas localisés spatialement dans les mêmes zones :

- Les modes variqueux, sont présents proche de l'injection. Du fait de cette proximité, on relie ces modes à la dynamique du jet, notamment le mode à la fréquence $f = 96$ kHz pour le cas $PR = 15$ et $f = 42.3$ kHz pour le cas $PR = 77$. Toutefois, il n'est pas à exclure que d'autres sources d'instabilités peuvent générer ce type de mode. Par exemple, la zone de recirculation en aval du jet. Après l'injection, ces modes s'amortissent, pour s'amplifier à nouveau en fin de domaine.
- Les modes sinusoïdaux, se développent uniquement en aval de l'injection autour des WV et HSV. Ils s'amplifient spatialement vers la fin de domaine. On note que pour le cas $PR = 77$, l'analyse ne révèle pas la présence de ce type de mode.

On remarque aussi, que ces deux types de modes sont contenus dans deux plages de fréquence distinctes : modes sinusoïdaux, $f < 60$ kHz ; modes variqueux, $f > 60$ kHz. Cette remarque est valable pour $PR \leq 15$.

Cette étude a montré, la localisation spatiale des modes sinusoïdaux et variqueux. Vers l'aval, il n'est pas possible de distinguer lequel est initiateur de la turbulence. On s'attache dans la section suivante à définir la contribution des modes à l'énergie cinétique turbulente et ainsi déterminer le ou les modes responsables de la transition.

4.2 Instabilités et scénarios de transition

Dans cette section, nous cherchons pour chaque cas d'étude DMD, le mode responsable de la transition ainsi que son type. Dans un premier temps, on s'attache à montrer l'évolution de l'énergie cinétique turbulente le long de l'axe des abscisses pour différents cas PR. Dans un second temps, nous la comparons avec la contribution énergétique des modes étudiés précédemment. Finalement, nous abordons les phénomènes physiques à l'origine de ces structures.

4.2.1 Évolution de l'énergie cinétique turbulente

On suppose que les instabilités évoluent autour d'un écoulement stationnaire moyen en temps. Cette hypothèse est fausse pour certaines parties de l'écoulement, notamment la zone de recirculation formée derrière le jet. Cette hypothèse permet d'écrire les fluctuations de vitesse sous la forme :

$$\underline{u}(x, y, z, t) = \underline{U}(x, y, z) + [u', v', w']^T(x, y, z, t) \tag{4.1}$$

En utilisant ces fluctuations de vitesse, on calcule l'énergie cinétique turbulente par unité de masse en chaque point et intégrée dans le plan transversal à la direction de l'écoulement ($\overline{k}_{yz}$).

$$\overline{k} = \frac{1}{2}\left(\overline{u'u' + v'v' + w'w'}\right) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T}\int_t^{t+T} u'^2 + v'^2 + w'^2 d\xi \tag{4.2}$$

$$\overline{k}_{yz}(x) = \iint_{Ly,Lz} \overline{k}(x, y, z)dydz \tag{4.3}$$

La figure 4.17 représente l'évolution de $\overline{k}_{yz}$ pour les cas $PR = 2$ à $PR = 77$. Seule la partie entre l'injection $x = 0.06$ m et la fin de domaine est représentée.

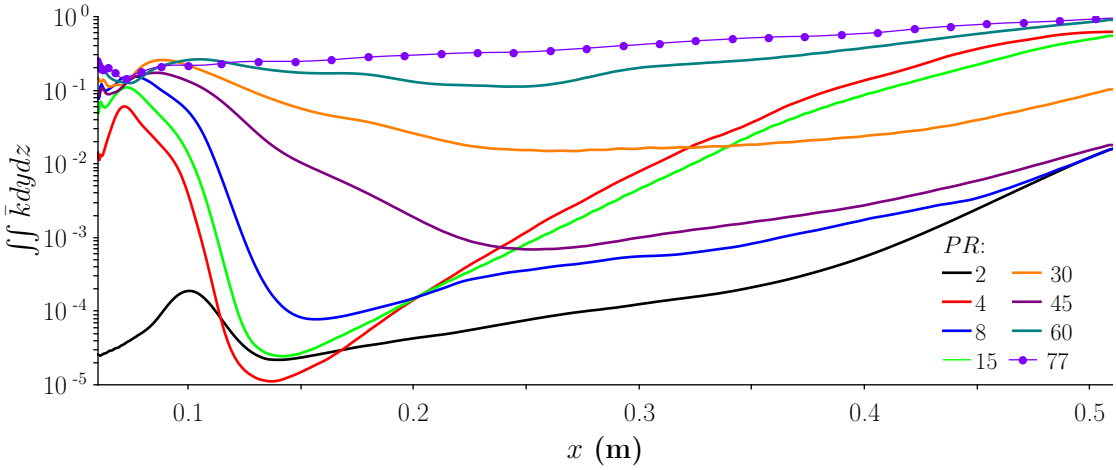


Figure 4.17 – Énergie cinétique turbulente intégrée dans le plan yz pour différentes positions en aval de l'injection et différentes pressions d'injection.

Le $PR = 2$ (courbe noire) montre une croissance transitoire de l'énergie à $x = 0.1$ m puis une augmentation exponentielle de l'énergie jusqu'en fin de domaine, caractéristique d'une croissance modale. Pour les autres PR, une zone fortement perturbée est visible en aval de l'injection, probablement due à la recirculation et la dynamique du jet. Ces perturbations décroissent, pour $PR = 4$ à $PR = 30$, jusqu'à $x = 0.15$ m, puis l'énergie cinétique turbulente augmente jusqu'en fin de domaine. Pour $PR = 77$, le niveau d'énergie reste constant tout au long du domaine.

Résultat : En se rappelant la figure 2.2 du chapitre 2, on identifie différents scénarios de transition. Les PR donnant un $h/\delta \leq 1$ ont une croissance transitoire ou modale en espace jusqu'en fin de domaine. L'intensité des perturbations générées par la dynamique du jet augmente avec la pression d'injection, ce qui provoque une transition soudaine de l'écoulement de type bypass ou transitoire (**scénario B**). Dans tous les cas présentés, l'énergie continue de croître jusqu'en fin de domaine.

La fluctuation de l'écoulement est une somme de modes évoluant autour d'un écoulement de base laminaire. La quantification de l'énergie contenue dans chaque mode est la seule approche valable pour déterminer les structures non-normales. L'étude DMD va permettre d'identifier les structures responsables de la transition.

4.2.2 Contribution des modes à l'énergie cinétique turbulente

On cherche ici à associer les modes DMD à l'évolution de l'énergie cinétique turbulente. Pour cela on relie leur amplitude aux fluctuations de vitesse intervenant dans le calcul de l'énergie cinétique turbulente.

4.2.2.1 Méthode de calcul

L'énergie cinétique turbulente, dans un plan yz, est calculée grâce à (4.3). Dans notre cas, les fluctuations de vitesse axiale contribuent majoritairement au calcul de $\bar{k}_{yz}$. Par exemple pour le cas $PR = 4$ à $x = 0.15$ m :

- $\frac{1}{2}\iint_{Ly,Lz} \overline{u'^2} dydz = \mathbf{0.925} \times \bar{k}_{yz}$
- $\frac{1}{2}\iint_{Ly,Lz} \overline{v'^2} dydz = \mathbf{0.015} \times \bar{k}_{yz}$
- $\frac{1}{2}\iint_{Ly,Lz} \overline{w'^2} dydz = \mathbf{0.06} \times \bar{k}_{yz}$

Par conséquent, on peut négliger la contribution de v' et w' dans le calcul de l'énergie cinétique turbulente.

On cherche maintenant à exprimer les fluctuations de vitesse comme une somme de modes DMD. Au chapitre 2, nous avons exprimé l'observable $\underline{u}_r$ comme une somme de modes DMD (eq. 2.49). Le mode de fréquence nulle, représente l'écoulement laminaire sur lequel évolue les autres modes de fréquence temporelle non-nulle. Ainsi, on écrit la fluctuation de vitesse axiale au temps t_r comme

$$\underline{u}'(t_r) = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \underline{\widetilde{\phi}}_j e^{\sigma_j t_r + i\omega_j t_r}; \quad \omega_j \neq 0 \tag{4.4}$$

En remplaçant la fluctuation u' (4.4) dans (4.2) et en négligeant v' et w' on écrit l'énergie cinétique turbulente dans le plan yz à l'instant t_r :

$$\bar{k}_{yz}(x) \approx k_{yz}^{DMD}(x, t_r) = \frac{1}{2} \iint_{Ly,Lz} || \sum_{j}^{n} \alpha_j \underline{\widetilde{\phi}}_j e^{\sigma_{j=1} t_r} ||^2 \, dydz \tag{4.5}$$

Pour le $j^{\text{ième}}$ mode, on écrit l'énergie cinétique dans le plan yz

$$k_{\underline{\widetilde{\phi}}_j}(x, t_r) = \frac{1}{2} \iint_{Ly,Lz} || \alpha_j \underline{\widetilde{\phi}}_j e^{\sigma_j t_r} ||^2 \, dydz \tag{4.6}$$

Remarque Dans le cas où les modes sont orthogonaux entre-eux on obtient l'égalité suivante

$$\bar{k}_{yz}(x) \approx \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N} \iint_{Ly,Lz} || \alpha_j \underline{\widetilde{\phi}} e^{\sigma_j t_r} ||^2 \, dydz \tag{4.7}$$

4.2.2.2 Répartition énergétique des modes Variqueux/Sinusoïdaux

On compare l'énergie cinétique turbulente des fluctuations à celle contenue dans les modes variqueux (V) ou sinusoïdaux (S). Le but est de comprendre comment est réparti l'énergie cinétique turbulente entre les modes. On en déduit également le nombre de modes nécessaires pour reconstruire l'énergie. Les valeurs sont intégrées dans les plans yz perpendiculaires à la direction de l'écoulement.

Remarque L'énergie cinétique des modes est calculée au temps $t_0 = r\Delta t; r = 100$. On utilise ce temps pour éliminer les modes qui s'amortissent rapidement et qui ne contribuent pas significativement au bilan énergétique. Le cas $PR = 77$ n'est pas étudié car l'amplitude des modes décroît rapidement avec r et ne permet plus de reconstruire l'énergie cinétique turbulente au temps t_r.

Pour le cas $PR = 2$ (fig. 4.18), la somme de l'ensemble des modes DMD k_{yz}^{DMD} est nécessaire pour approcher l'énergie cinétique turbulente. Entre tous les modes, seul le mode variqueux de fréquence $f = 73.7$ kHz a une énergie significative. Ce mode a un maximum d'énergie à $x = 0.1$ m. Il contribue aux fluctuations de l'écoulement dans la zone proche de l'injection (de $x = 0.06$ m à $x = 0.15$ m). Cette observation confirme l'observation visuelle faite sur la figure 4.8 de la section 4.1.4.2 précédente. Toutefois, nous ne pouvons conclure sur le mode responsable de l'amplification énergétique en fin de domaine.

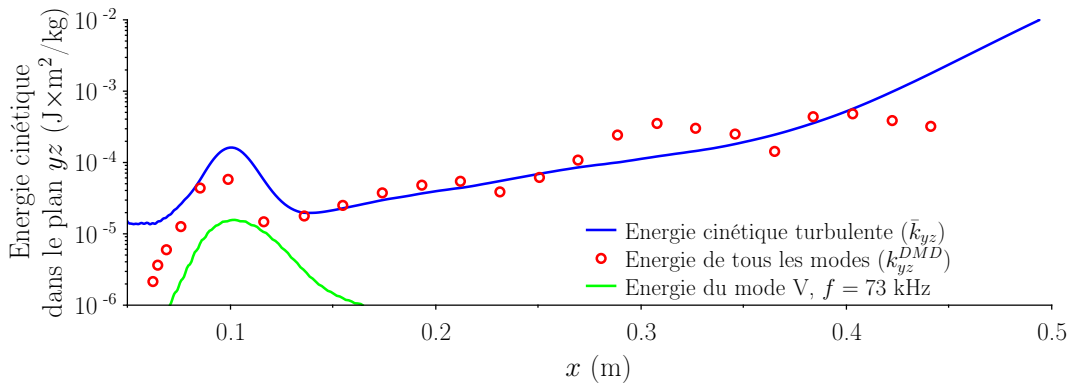


Figure 4.18 – Évolution de l'énergie cinétique dans le plan yz, le long de l'axe des abscisses, pour le cas $PR = 2$. Comparaison entre l'énergie cinétique turbulente et l'énergie contenue dans les modes DMD.

Pour le cas $PR = 4$ (fig. 4.19), parmi tous les modes calculés, seul deux modes DMD sont nécessaires pour reconstruire l'évolution spatiale de l'énergie cinétique turbulente. Le mode variqueux V_1, a une fréquence temporelle $f = 102.5$ kHz. Le mode sinusoïdal S_1, a une fréquence temporelle $f = 44$ kHz. La représentation du vecteur propre de ces modes est donnée sur la figure 4.11 (section 4.1.4.3).

Le mode variqueux domine en aval du jet à cause de la dynamique des lâchers tourbillonnaires. A partir de $x = 0.2$ m, le mode sinusoïdal contribue majoritairement à l'énergie cinétique turbulente jusqu'à $x = 0.35$ m. Selon cette étude, ce mode est initiateur de la transition dans les WV en aval du jet. Qu'un seul mode soit fortement amplifié spatialement confirme le scénario de transition modale pour les bas PR (**scénario A**, fig. 2.2 chapitre 2). Au delà de $x = 0.35$ m, l'écoulement étant turbulent, l'ensemble des modes DMD est nécessaire pour reconstruire $\bar{k}_{yz}$.
Remarque : L'énergie cinétique, calculée à partir de la somme de ces deux modes, suit scrupuleusement l'énergie cinétique de chaque mode. Ceci nous laisse penser que les modes variqueux et sinusoïdaux sont orthogonaux entre eux pour ce cas.

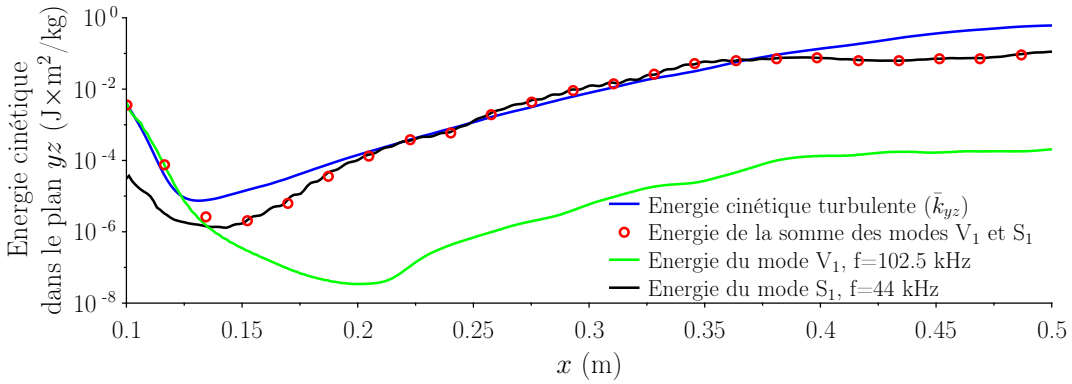


Figure 4.19 – Évolution de l'énergie cinétique dans le plan yz, pour le cas $PR = 4$. Comparaison entre l'énergie cinétique turbulente et l'énergie contenue dans les modes DMD. Le mode variqueux V_1 est responsable des fluctuations de vitesse en aval du jet $x \in [0.1, 0.15]$ m. Le mode sinusoïdal S_1 semble être responsable de la transition.

Pour le cas PR=15 (fig. 4.20), le mode DMD variqueux (V_1, $f = 96$ kHz) contribue majoritairement à l'énergie cinétique turbulente, jusqu'à $x = 0.18$ m. Au delà, les modes DMD de type sinusoïdal dominent énergétiquement. Le mode de fréquence $f = 25$ kHz domine pour $x = [0.2, 0.3]$ m, puis ce sont les modes de fréquence $f = 44$ kHz et $f = 53$ kHz qui prédominent.

La transition vers la turbulence s'effectue grâce à la contribution des trois modes sinusoïdaux. L'énergie de la somme des modes variqueux et sinusoïdaux (symbole ∘ rouge) est très proche de celle de $\bar{k}_{yz}$ (bleue). Le fait que plusieurs modes contribuent à la transition renforce l'idée que les modes ne sont pas orthogonaux. On tend alors vers une transition de type non-normale ou bypass pour les $h/\delta > 1$.

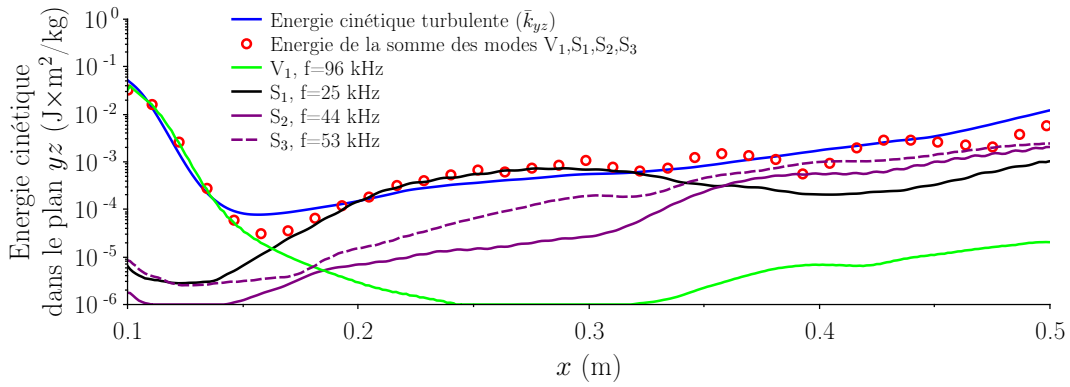


Figure 4.20 – Évolution de l'énergie cinétique dans le plan yz, pour le cas $PR = 15$. Comparaison entre l'énergie cinétique turbulente et l'énergie contenue dans les modes DMD. Le mode variqueux V_1 est responsable des fluctuations de vitesse en aval du jet ($x \in [0.1, 0.18]$) m. Les modes sinusoïdaux S_1, S_2, S_2 semblent être responsables de la transition.

4.2.2.3 Synthèse ($h/\delta \leq 1$)

De cette étude, on constate que les modes variqueux dominent en aval de l'injection à cause de la dynamique du jet ; puis les modes de type sinusoïdal prédominent et sont initiateurs de la transition de l'écoulement. Les modes variqueux s'amplifient également en aval mais leur amplitude n'est pas suffisante pour contribuer significativement à l'énergie cinétique turbulente.

4.2.3 Discussion sur l'origine des instabilités

On s'intéresse dans cette partie uniquement aux cas où h/$\delta < 1$, soit $PR = 2$ et $PR = 4$. On a vu précédemment que les zones de défauts de vitesse engendrent des points d'inflexion dus aux gradients du champ de vitesse moyen. On cherche maintenant à lier ces zones inflexionnelles à l'énergie cinétique turbulente et aux modes qui y contribuent.

La figure 4.21 est un plan transversal à l'écoulement pour le cas $PR = 4$ à $x = 0.2$ m du bord d'attaque. Elle montre les contours de $\dfrac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$ et superposé à ce dernier, le champ d'énergie cinétique turbulente (k).

Les maxima d'énergie cinétique turbulente se situent exactement sur le contour (zone inflexionnelle). Or pour ce cas et à cette position, le mode S_1 de fréquence $f = 44$ kHz (fig. 4.19) prédomine. On en déduit, que le cisaillement sur les WV semble être à l'origine de ce type de mode.

Remarque : Ce résultat obtenu pour $PR = 4$, peut-être extrapolé au cas $PR = 8$. En effet, l'allure de l'écoulement donné par le critère $\mathcal{Q}$ et l'évolution spatiale de l'énergie cinétique turbulente sont similaires au cas $PR = 4$. Les ressources en temps de calcul n'ont pas permis de traiter les cas $PR = 15$ et $PR = 77$.

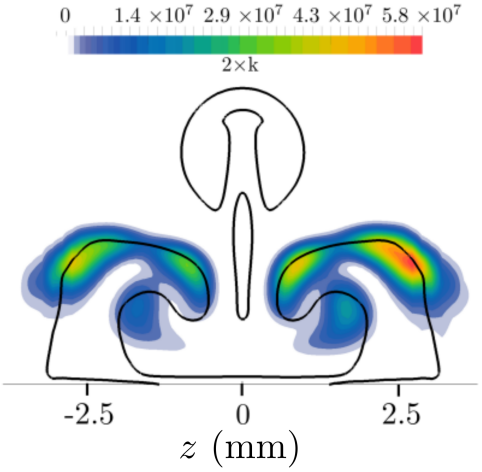


Figure 4.21 – Plan transverse à l'écoulement pour le cas $PR = 4$, à $x = 0.2$ m. On trace le contour solution de $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$ et superposé l'énergie cinétique turbulente $\bar{k}$. Les maxima d'énergie cinétique sont sur le contour et sur le dessus des WV.

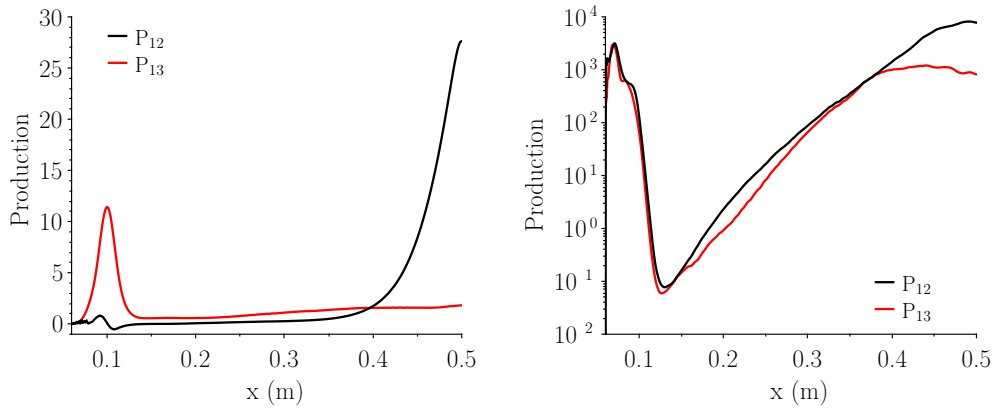
La valeur des termes de production P_{ij} (eq 4.8) est couramment utilisée pour déterminer quelle direction du cisaillement ($\frac{\partial U}{\partial y}$ ou $\frac{\partial U}{\partial z}$) est responsable de la génération de l'instabilité [Loiseau et al., 2014].

$$P_{ij} = \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \tag{4.8}$$

On représente sur la figure 4.22 les termes P_{12} et P_{13} intégrés dans les plans yz à différentes positions en aval de l'injection. L'instabilité de type variqueux du $PR = 2$ est représentée par un pic de P_{13} à $x = 0.1$ m. Le cisaillement normal à la paroi est positif et négatif de part et d'autre de ce pic de production. Cette évolution des termes de production a été constatée par [Loiseau et al., 2014] en incompressible sur un mode lui aussi variqueux. En aval, la DMD montre que les modes sinusoïdaux sont présents mais aucun terme de production ne se distingue.

Pour le cas $PR = 4$ les termes de production sont proches jusqu'à $x = 0.4$ m. Dans ce cas, les instabilités sinusoïdales ne puisent pas leur énergie du terme P_{13} seul. Les deux types de cisaillement $(\frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z})$ conduisent à la formation des instabilités autour des WV. Cette conclusion est similaire à celle faite par [Loiseau et al., 2014, Shin et al., 2015] en incompressible.

Pour les modes de type variqueux, on ne peut pas conclure sur le type de cisaillement à l'origine de l'instabilité, car pour les deux cas, l'allure des courbes P_{12} et P_{13} sont contradictoires.



(a) $PR = 2$ (b) $PR = 4$

Figure 4.22 – Évolution des termes de production en abscisse pour les cas $PR = 2$ et $PR = 4$.

4.3 Résumé

Ce chapitre présente l'analyse des modes dynamiques de l'écoulement JISC, pour les cas $PR = 2$, $PR = 4$, $PR = 15$ et $PR = 77$. La DMD est employée pour extraire les modes propres de ces écoulements, essentiels à la compréhension de la transition. L'étude montre que les modes de type **variqueux** et **sinusoïdaux** se développent sur les tourbillons longitudinaux proches de la paroi (HSV, WV). Pour chaque cas d'étude DMD, nous étudions uniquement les modes caractérisés par $\sigma_j \approx 0$, d'amplitude constante.

cas $PR = 2$: Le mode **variqueux** de fréquence $f = 73.7$ kHz est responsable des fluctuations de vitesse dans la zone d'injection, de $x = 0.06$ m à $x = 0.15$ m. On observe la présence d'un mode **sinusoïdal** se développant sur les WV vers la fin de domaine. Toutefois, son amplitude n'est pas assez grande pour qu'il contribue significativement aux fluctuations de vitesse dans cette zone.

cas $PR = 4$: Le mode **variqueux** de fréquence $f = 102.5$ kHz est présent près de l'injection ($x \in [0.1, 0.15]$). Le mode **sinusoïdal** de fréquence $f = 44$ kHz semble être initiateur de la transition. Du fait qu'un seul mode s'amplifie vers l'aval et est responsable de la transition, on considère ce scénario comme modal (scénario A, fig. 2.2).

cas $PR = 15$: Le mode **variqueux** de fréquence $f = 96$ kHz est présent proche de l'injection $x \in [0.1, 0.18]$. Il se développe autour des CRV et des HSV. Le spectre DMD révèle la présence d'harmoniques dont le premier à la fréquence $f = 192$ kHz. Plusieurs modes **sinusoïdaux** de fréquences $f = 25$ kHz, $f = 44$ kHz et $f = 53$ kHz conduisent à la turbulence. Ces modes se développent autour des WV et HSV. la transition semble être de type non-normal ou bypass, car plusieurs modes **sinusoïdaux** contribuent lors de la transition de l'écoulement (scénario B, fig. 2.2).

cas $PR = 77$: On distingue dans ce cas uniquement des modes de types **variqueux**. Les autres ont un taux d'amortissement très élevé $\sigma_j \approx 10000$. Cet écoulement est composé d'un mode **variqueux** (fondamental) de fréquence $f = 42.3$ kHz et de l'harmonique $f = 84.5$ kHz.

Chapitre 5

Essais en soufflerie hypersonique

Sommaire

5.1 Introduction **110**
5.2 La soufflerie hypersonique BAM6QT **110**
5.2.1 Fonctionnement 110
5.2.2 Conditions génératrices 111
5.3 Maquette **112**
5.3.1 Instrumentation 112
5.3.2 Peinture thermo-sensible 114
5.3.3 Calage de l'angle 116
5.3.4 Dispositifs de transition 116
5.4 Essais en configuration lisse **118**
5.5 Essais avec rugosité isolée **120**
5.5.1 Influence de la hauteur de rugosité 120
5.5.2 Transition Turbulent-Laminaire 121
5.6 Essais avec injection **123**
5.6.1 Système d'injection et fonctionnement 123
5.6.2 Injection continue 126
5.6.3 Pression d'injection variable, hybride 129
5.7 Discussion **132**
5.7.1 Seuils et caractéristiques de la transition par jet 132
5.7.2 Comparaison Jet/Rugosité 135
5.7.3 Résumé 138

5.1 Introduction

Cette section présente les essais de transition sur l'avant-corps générique menés dans la soufflerie silencieuse Boeing/AFOSR Mach 6 Quiet Tunnel (BAM6QT) de l'université de Purdue. La description de l'avant-corps est présentée au chapitre 1 section 1.4.1. Cette soufflerie est particulière car elle génère un écoulement très peu bruité par rapport aux souffleries classiques, d'où la dénomination "silencieuse" [Schneider, 1999, Schneider, 2001, Borg and Schneider, 2008]. La transition, naturelle ou forcée, peut être étudiée avec des niveaux de bruit dans l'écoulement incident proches du cas réel en vol.

Au cours des essais, la transition de la couche limite se développant sur l'avant-corps a été déclenchée à l'aide de dispositifs passifs et actifs. Des rugosités isolées et distribuées en forme de losange de différentes hauteurs composent le dispositif passif de transition. Un forçage actif est effectué à l'aide d'un jet d'air soufflant normalement à la paroi dans la couche limite incidente au travers d'un trou de 1 mm de diamètre. Les essais ont été menés sur l'avant-corps à un angle d'incidence de 0° et 4° avec un nombre de Reynolds unitaire de 2.3×10^6 à 13×10^6 m^{-1}. Concernant les moyens de mesure, l'utilisation d'une peinture thermo-sensible permet de visualiser la distribution de température sur la surface de la maquette, donc les potentielles zones de couche limite turbulente. Une mesure précise de la transition est donnée par des capteurs de pression pariétaux (PCB® & Kulite®), affleurants à la paroi. Le temps de rafale n'est pas suffisant pour atteindre des conditions de paroi adiabatique : une condition isotherme semble plus probable.

Les mesures expérimentales sur les rugosités isolées et distribuées ont fait l'objet d'une publication à la conférence *20th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies* [Durant et al., 2015]. Ce chapitre se concentre uniquement sur l'étude des dispositifs de transition isolés. Une comparaison d'efficacité entre la transition déclenchée par jet et rugosité isolée est menée. La conception de la maquette et celle des dispositifs d'injection sont l'œuvre de MBDA France.

5.2 La soufflerie hypersonique BAM6QT

5.2.1 Fonctionnement

La soufflerie Mach 6 silencieuse (BAM6QT) de l'université de Purdue est l'une des deux seules souffleries hypersoniques silencieuses des USA (l'autre étant à l'université Texas A&M). Sa conception est basée sur le principe d'un tube de Ludwieg, un long tube servant de réservoir pressurisé et relié à une tuyère convergente/divergente qui accélère l'écoulement à Mach 6 dans la section d'essais. Un schéma de la soufflerie est présenté sur la figure 5.1.

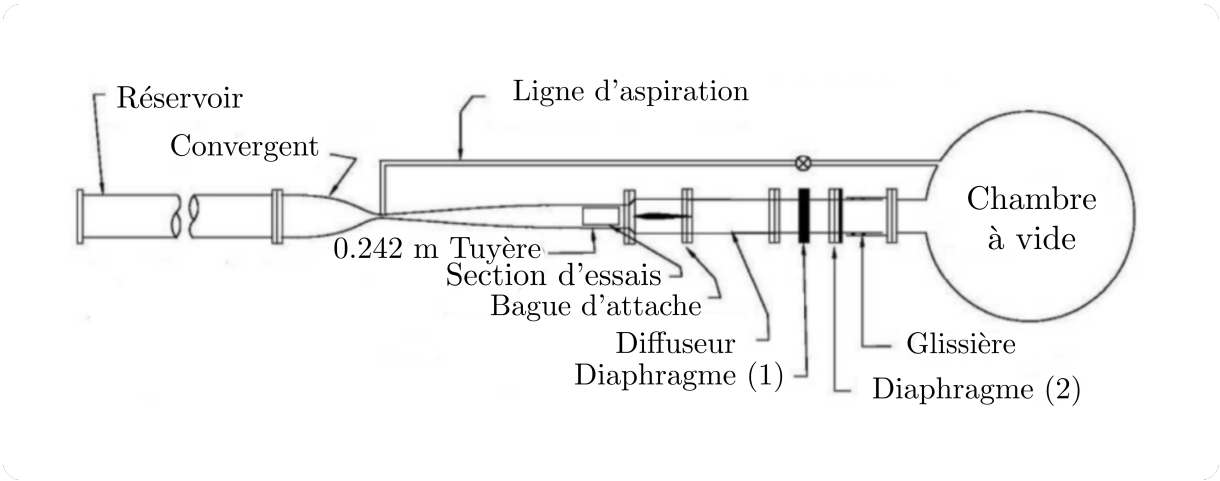


Figure 5.1 – Représentation schématique de la soufflerie BAM6QT.

La section d'essais et le réservoir mis au vide sont séparés par deux diaphragmes. Le premier diaphragme est constitué d'un disque d'aluminium dont l'épaisseur dépend de la pression initiale dans la section d'essais (∅34.7 cm, ≈1 mm d'épaisseur). Le second diaphragme est une valve commandée à distance pour initier la rafale. Entre ces deux diaphragmes, une poche d'air est pressurisée à la moitié de la pression de la section d'essais, évitant la rupture brutale et non contrôlée du premier diaphragme. Ce différentiel de pression est gardé constant pendant toute la durée de la pressurisation de la section d'essais. Lorsque la pression dans la section d'essais est suffisante, le second diaphragme évacue la poche d'air dans le réservoir mis au vide, ce qui provoque la rupture du premier diaphragme. Après rupture, un choc se déplace en direction du réservoir mis au vide et une onde de détente remonte la section d'essais, puis la tuyère et le réservoir pressurisé. Cette onde de détente se réfléchit sur le fond du réservoir pressurisé et le col, tout au long de l'essai, jusqu'à ce que la pression dans le réservoir ne soit plus suffisante pour amorcer le col de la tuyère. Ce cycle de réflections dure environ 200 ms, l'écoulement met 1 s à s'établir et le temps d'essai avec un écoulement silencieux est de 2 s.

Cette soufflerie utilise de nombreux dispositifs pour conserver une couche limite laminaire sur les parois de la tuyère permettant un bas niveau de bruit ($< 0.05\%$ [Steen, 2010]) dans l'écoulement de la section d'essais. En effet, une couche limite turbulente sur les parois de la tuyère émet des ondes acoustiques à l'origine du bruit dans l'écoulement libre. Le niveau de bruit est calculé en divisant les fluctuations de pression, mesurées par une sonde de Pitot dans l'écoulement libre, à la pression moyenne mesurée ($\Delta P/\overline{P}$). Dans cette soufflerie, un système de fentes d'aspiration prélève la couche limite en amont du col (sur le convergent), permettant le développement d'une nouvelle couche limite sur le divergent de la tuyère. De plus, le col et les parois du divergent sont fortement polies pour éviter toute aspérité pouvant faire transitionner l'écoulement. La tuyère a été conçue avec un long rayon de courbure pour éviter la formation d'instabilités de type Gœrtler le long des parois. Malgré ces dispositifs, la couche limite à haut nombre de Reynolds est turbulente.

5.2.2 Conditions génératrices

Au cours de l'essai, la pression dans le réservoir diminue modifiant la pression génératrice ($P_{tot,\infty}$) donc le nombre de Reynolds unitaire (Re_u). La figure 5.2 montre l'évolution de la pression totale au cours du temps pour trois rafales à pressions totales initiales différentes ($P_{tot,\infty}(t_0)$). La pression totale est mesurée par un capteur de pression (Kulite) placé en amont du convergent. On associe aussi sur cette figure l'évolution du nombre de Reynolds unitaire au cours du temps. Les oscillations sont dues à l'onde de détente dans le réservoir. Pour chaque rafale, les conditions génératrices et la température de la maquette sont mesurées.

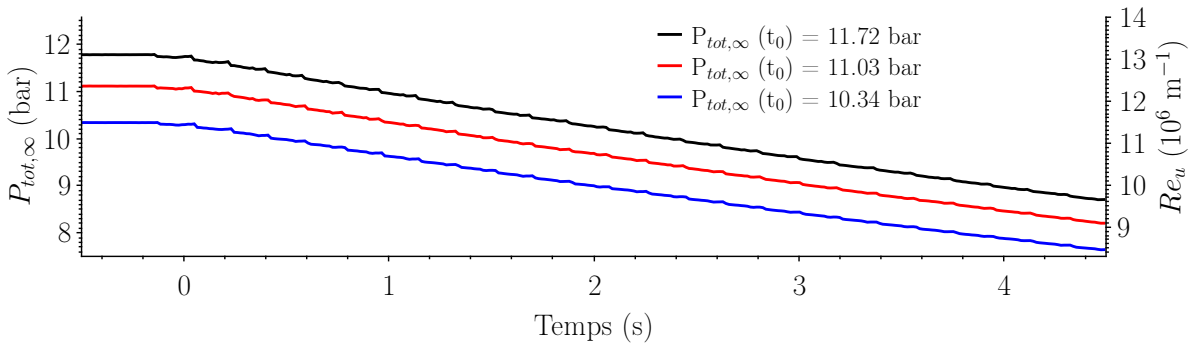


Figure 5.2 – Évolution de la pression totale et du nombre de Reynolds au cours de la rafale, pour différentes pressions totales initiales dans le réservoir. t_0 correspond au temps de rupture du diaphragme.

La pression totale maximale pour garder les conditions silencieuses est de 11.72 bar [1]. Un écoulement bruité se développe lorsque le système d'aspiration est coupé ou quand la pression totale initiale dans le réservoir pressurisé est supérieure à 11.72 bar. Le niveau de bruit en écoulement bruité est de $\approx 3\%$ de la pression moyenne, ce qui est dans la norme des souffleries. Le nombre de Mach atteint dans ces conditions est de 5.8 du fait qu'une couche limite turbulente épaisse se développe sur les parois de la tuyère. La température totale initiale du réservoir pressurisé est de 424 K mais varie légèrement au cours de la journée à cause de la répétition des rafales et du réchauffeur. Le tableau 5.1 donne la correspondance entre le nombre de Reynolds unitaire et la pression totale initiale en conditions silencieuse et bruitée.

Un film chaud sur la paroi de la tuyère enregistre la pression dans la couche limite et renseigne sur son régime (fig. 5.3). L'écoulement est considéré comme silencieux de $t = 0.3$ s à $t = 2.4$ s. Au delà, des bouffées turbulentes apparaissent (à $t = 2.4$ s et à $t = 2.8$ s), puis les fluctuations de pression s'amplifient pour $t > 3.1$ s. L'origine de ces bouffées turbulentes n'est pas précisément connue et elles peuvent apparaître n'importe quand au cours de la rafale.

$P_{tot,\infty}(t_0)$ (bar)	Re_u $\times 10^6$ (silencieux)	Re_u $\times 10^6$ (bruité)
3.10	3.31	3.63
5.86	6.4	6.9
8.96	9.95	11.74
10.34	11.5	12.2
11.03	12.29	13.01
11.72	13.07	13.83

Table 5.1 – Correspondance entre la pression totale et le nombre de Reynolds pour un environnement silencieux et bruité.

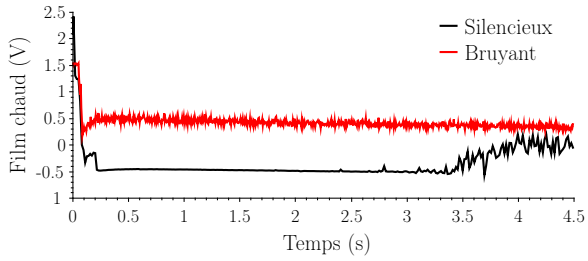


Figure 5.3 – Différence entre les signaux des films chauds au cours du temps, d'un écoulement bruité (rouge) et silencieux (noir).

5.3 Maquette

5.3.1 Instrumentation

Trois types de capteurs sont utilisés sur la maquette : les PCB et Kulite sont des capteurs de pression et les Schmidt-Boelter (SB) sont des fluxmètres thermiques (mesure du flux de chaleur). Un thermocouple de type K additionnel est placé à l'intérieur de la maquette pour mesurer sa température initiale en début de rafale. Les capteurs sont montés affleurants à la paroi peinte, et du vernis à ongle les solidarise à la maquette. La figure 5.4 montre la position des capteurs sur la maquette, référencés dans la table 5.2. Les capteurs PCB1, PCB2, PCB3, PCB4 et PCB6 sont alignés dans la direction x. Les PCB4 et PCB9 sont symétriques par rapport à la ligne centrale, de même que les PCB6 et PCB10. Le PCB5 est placé latéralement au PCB4, proche de la zone centrale.

Capteurs de pression PCB : Les PCB sont des capteurs de pression piezo-électriques de type PCB 132A31. Ils sont reliés à un oscilloscope où seule la partie fluctuante du signal est mesurée à une fréquence d'échantillonnage de 2 à 5 MHz. Les capteurs font 3.17 mm de diamètre, avec une zone sensible de 1.61 mm^2. La sensibilité des PCB est calibrée en usine. Selon le fabricant, la fréquence de résonance du capteur est supérieure à 1 MHz. La plage de fréquences mesurables est comprise entre 20 kHz et 300 kHz [Beresh et al., 2011].

1. Le système de mesure impérial est utilisé dans la soufflerie $P_{tot,\infty} = 11.72$ bar $= 170$ Psia où 1 Psia $= 6894.76$ Pa. Par souci d'homogénéité du document on garde le système métrique.

Capteurs de pression Kulite : Les Kulites de type XCQ-062-15A utilisent les vibrations d'une membrane en silicone pour mesurer les fluctuations de pression. Ce principe autorise la mesure de la composante moyenne de la pression de 0 à 103 kPa et sature au delà. Au cours des essais, seule la partie fluctuante du signal est mesurée par l'oscilloscope. L'utilisation d'une pré-amplification de 10^4 est nécessaire avant l'échantillonnage du signal à 1.25 MHz. Les Kulites ont une fréquence de résonance de 300 kHz limitant leur application pour la mesure des fréquences transitionnelles.

La calibration est effectuée suivant la procédure suivante : la maquette est montée dans la section d'essais puis le vide est fait. Une pressurisation progressive par palier de la soufflerie permet pour chaque seuil de pression d'obtenir la tension aux bornes du capteur. Sa sensibilité (Pa/mV) est donnée par régression linéaire aux moindres carrés entre les valeurs des paliers de pression et les tensions correspondantes.

Capteurs de flux thermique Schmidt-Boelter : Les Schmidt-Boelter sont utilisés pour mesurer le flux thermique à la paroi de la maquette. Les SB fonctionnent sur le principe d'une thermopile : deux thermocouples de type T, l'un placé à la surface et l'autre à la base d'un barreau conducteur de chaleur, permettent de déterminer le flux par la loi de Fourier. Les fluxmètres ont un diamètre de 3.18 mm et sont calibrés en usine avec une sensibilité moyenne de 0.65 mV/(kW/m^2).

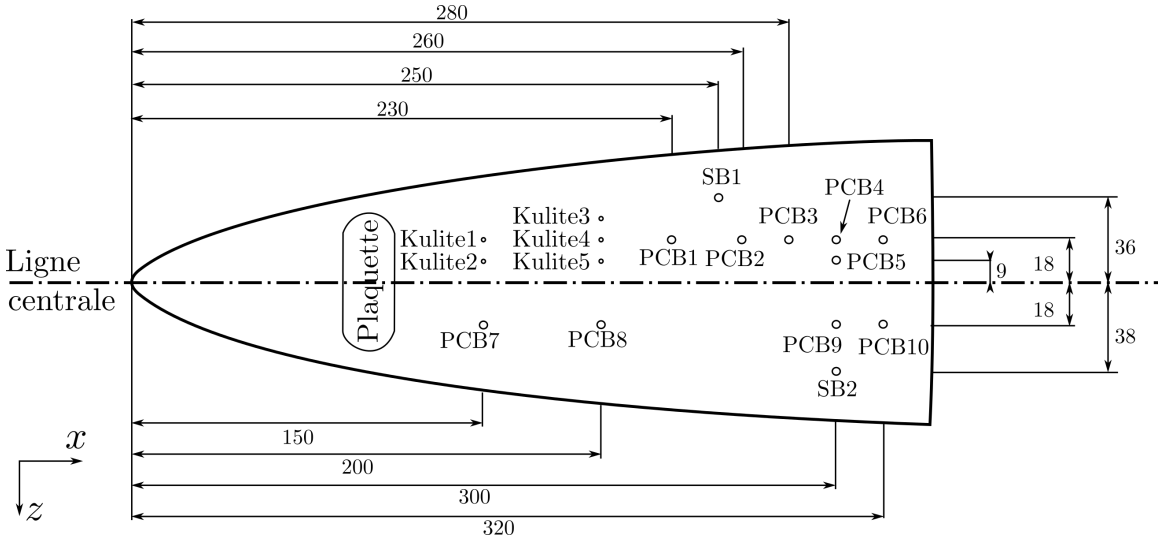


Figure 5.4 – Vue de l'intrados de la maquette montée dans la soufflerie. Les annotations montrent la position des capteurs référencés dans le tableau 5.2. Les dimensions sont en mm.

Type	x_{nez} (mm)	z (mm)	Type	x_{nez} (mm)	z (mm)
PCB1	230	18	Kulite1	150	18
PCB2	260	18	Kulite2	150	9
PCB3	280	18	Kulite3	200	27
PCB4	300	18	Kulite4	200	18
PCB5	300	9	Kulite5	200	9
PCB6	320	18	SB1	250	36
PCB7	150	-18	SB2	300	-38
PCB8	200	-18			
PCB9	300	-18			
PCB10	320	-18			

Table 5.2 – Positionnement des capteurs de pression et des fluxmètres. En abscisse, les distances sont prises par rapport au nez de l'avant corps.

Instrumentation de l'injection : La pression totale d'injection est mesurée par un Kulite à la base du trou d'injection grâce à une prise de pression dans le plénum. Il est référencé comme le Kulite$_{jet}$. Ce plénum est une chambre qui raccorde le trou d'injection à la ligne amenant l'air pour l'injection. La figure 5.5 illustre la position de la prise de pression sur la plaquette utilisée pour l'injection. Un tube flexible en plastique raccorde la prise de pression et le Kulite$_{jet}$. Plus de précisions sur les dimensions de la plaquette sont données section 5.3.4.

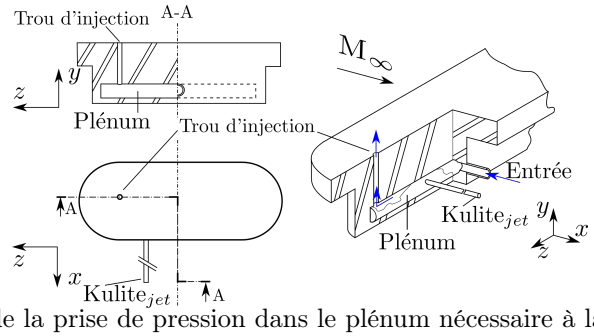


Figure 5.5 – Illustration de la prise de pression dans le plénum nécessaire à la mesure de la pression totale d'injection par le Kulite$_{jet}$.

5.3.2 Peinture thermo-sensible

La peinture sensible à la température (TSP [2]) est une peinture luminescente qui, une fois excitée, émet une lumière dont l'intensité est proportionnelle à sa température [Liu and Sullivan, 2005]. Cette section explique la reconstruction du flux thermique à la paroi d'après cette information d'intensité lumineuse.

Le composé chimique luminescent utilisé dans cette peinture est le Ru(bpy) [3]. Pour améliorer le rapport signal sur bruit, une couche de nylon [4] est appliquée sur l'intrados de la maquette, puis elle est peinte en spray. La surface est ensuite légèrement polie, notamment près du nez, pour éviter une marche montante due à l'épaisseur de la peinture qui peut perturber localement la couche limite et l'écoulement en aval. La peinture a une épaisseur d'approximativement 70 microns, près de la plaquette.

Au cours de l'essai, la peinture est illuminée avec deux rangées de LED [5] bleue. La lumière émise par la peinture est enregistrée à l'aide d'une caméra CCD [6] cadencée à 30 Hz par un générateur de fonction externe. Un filtre est placé devant l'objectif de la caméra pour recueillir uniquement la longueur d'onde d'émission. Une image représente l'intensité lumineuse en niveaux de gris avec un temps d'exposition d'environ 9 ms.
Pour améliorer la qualité des résultats, trois types d'images sont enregistrés à chaque rafale :

- **noir** : image sans éclairage LED, pour obtenir le "bruit" de la caméra.
- **off** : image avec éclairage LED mais sans écoulement pour obtenir la luminescence de base.
- **on** : image avec éclairage et écoulement prise au cours du temps de rafale.

Température : La variation de température sur la surface de la maquette, au cours de la rafale ($\Delta T(t)$) est donnée par la formule suivante [Juliano and Schneider, 2010] :

$$\Delta T(t) = (362 - T_{ref}) \left(1 - \frac{I_{on}(t) - I_{noir}}{I_{off} - I_{noir}}\right) \tag{5.1}$$

La calibration de la TSP se calcule par une régression linéaire de $I/I_{ref} = f(T)$ pour la courbe Ru(bpy) (entre 288 K à 333 K) issue de la référence [Liu and Sullivan, 2005].

2. Temperature Sensitive Paint
3. Ru(bpy) : Rutherium bipymide ; Peinture DuPont ChromaClear
4. En anglais : white primer
5. Light-emitting diode ; DEL (en français) : Diode Electro-Luminescente
6. CCD : Charge-Coupled Device ; caméra de type : Cooke Corporation PCO.1600 14-bits

Le temps de remplissage de la soufflerie entre deux rafales étant d'environ 50 min, la température initiale T_{ref} de la maquette, mesurée par un capteur SB, est supposée homogène.

Flux thermique : A partir des images de variation de température au cours du temps, il est possible de reconstruire le flux thermique à la paroi. On suppose que le flux thermique est normal à la paroi (1D) et que le profil de température est linéaire dans l'épaisseur de la peinture. De plus, on suppose que la température de la maquette ($T_{maquette}$) est constante au cours de la rafale. Avec ces hypothèses, on applique la loi de Fourier pour calculer le flux thermique tel que

$$q(t) = \frac{k_p}{L}\left(\Delta T(t) + T_{ref} - T_{maquette}\right) \tag{5.2}$$

avec k_p la conductivité thermique de la peinture et L l'épaisseur de la peinture. La valeur de $\frac{k_p}{L}$ est déterminée en effectuant une régression aux moindres carrés entre le flux thermique du capteur SB et le ΔT_{patch} d'un patch pris proche de ce dernier (fig. 5.6), pour différents temps. Cette valeur est assumée vraie pour le temps de rafale et constante sur toute la surface de la maquette. La méthode est donnée par [Sullivan et al., 2012]. Le patch est une zone de 10×10 pixels, sur laquelle la valeur de ΔT_{patch} est la moyenne spatiale des variations de température de chaque pixel.

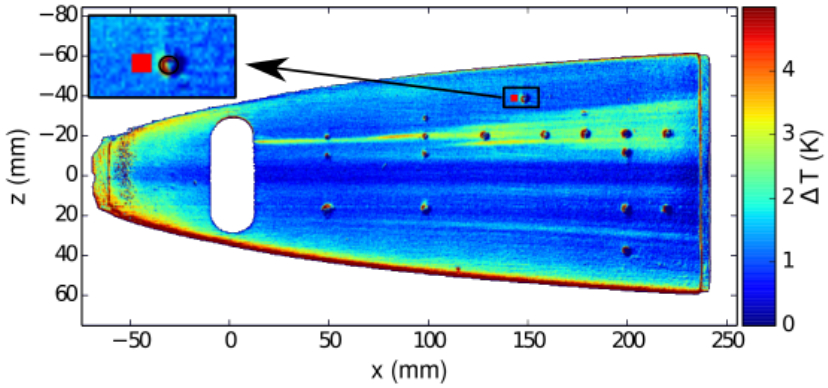


Figure 5.6 – Illustration du patch (en rouge) pris le plus proche possible du capteur SB1. En détail la position sur la maquette du patch et du capteur SB1.

La figure 5.7 montre une comparaison entre le flux thermique reconstruit d'après la variation de température du patch (carrés rouge) et celui mesuré par le capteur SB (courbe noir).

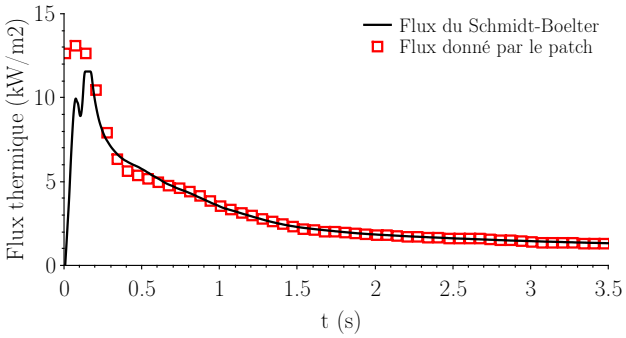


Figure 5.7 – Comparaison entre le flux thermique issu du fluxmètre (sonde SB1) et celui reconstruit d'après la température du patch au cours du temps de rafale. (R^2=0.991)

Interprétation : Les champs de température ou de flux thermique montrent principalement deux zones correspondant aux deux états de la couche limite. Les zones chaudes, de flux thermique $\geq$ 3 kW/m^2 indiquent une couche limite turbulente, contrairement aux zones froides, de flux $\leq$ 2 kW/m^2, représentatives d'une couche limite laminaire. Le front de transition sépare ces deux zones. On peut aussi observer les tourbillons longitudinaux créés par les dispositifs de transition, car ces structures chauffent localement la paroi. Le positionnement de ces zones et structures aide au traitement et à l'analyse des données issues des capteurs de pression (PCB, Kulite) et des fluxmètres (SB1, SB2).

Le flux thermique donné par la TSP doit être interprété qualitativement. La méthode utilisée est basée sur les données fournies par un patch. Lorsque la zone du patch et le capteur SB ne sont pas soumis au même flux thermique, la régression aux moindres carrés donne une valeur de $\frac{k_p}{L}$ non physique. Par conséquent, la reconstruction du flux thermique sur le reste de la maquette avec l'équation (5.2) est fausse.

5.3.3 Calage de l'angle

La maquette est montée dans la soufflerie au bout d'un bras amovible (fig. 5.8) permettant de modifier l'angle d'attaque entre les rafales. Ce bras fixe trois incidences -2°, 0°, +2° et une cale supplémentaire de 2° entre le bras et la maquette permet d'atteindre les 4° d'incidence. L'angle du bras se fixe à l'aide d'un système vis/écrou visible sur la figure 5.8.

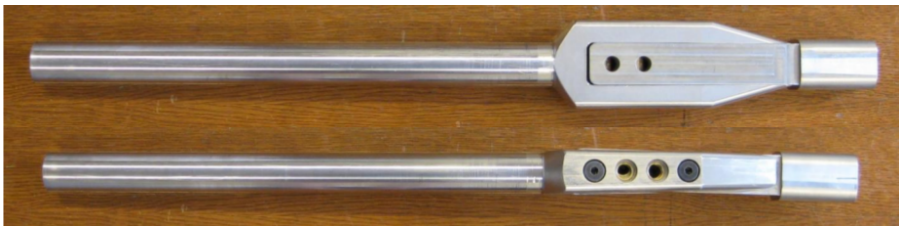


Figure 5.8 – Bras amovible solidarise la maquette à la soufflerie. Les vis centrales servent à modifier l'angle d'incidence. En haut : vue latérale. En bas : vue de dessus.

L'utilisation de clinquants plastiques[7] a été nécessaire entre la maquette et le bras pour fixer un angle de roulis nul. La comparaison des PCB4/PCB9 et PCB6/PCB10 (fig. 5.4) montés symétriquement sur la maquette, atteste du bon calage en roulis.

5.3.4 Dispositifs de transition

Les dispositifs de transition passifs et actifs sont montés sur des plaquettes interchangeables selon les besoins des essais. Les dispositifs passifs comportent un jeu de plaquettes équipées de rugosités isolées ou distribuées de différentes hauteurs. Les rugosités sont en forme de losange : selon la littérature elles sont les plus efficaces [Berry et al., 2001, Berger et al., 2009]. Le tableau 5.3 donne pour chaque plaquette la taille des rugosités ainsi que leur dénomination pour le reste de ce chapitre. La figure 5.10 représente l'ensemble des plaquettes utilisées au cours des essais.

Pour les essais avec jet, deux types de plaquettes sont utilisés. La première est lisse et ne comporte qu'un trou pour l'injection d'air dans la couche limite. La seconde se compose symétriquement d'un trou pour l'injection d'air et d'une rugosité en forme de losange (fig. 5.9). Enfin, une plaquette sans rugosité ni jet permet de faire des essais en configuration lisse pour observer l'écoulement naturel en conditions silencieuse et bruitée. Les dispositifs de transition isolés sont placés à $x = 100$ mm du nez et à $z = -18$ mm de la ligne centrale.

7. Feuillets plastiques de faible épaisseur

Toutes les plaquettes comportant une rugosité isolée ou un seul trou d'injection sont référencées par la lettre I (pour Isolated). Les plaquettes à rugosités distribuées sont dénommées par la lettre R (Row). La plaquette sans dispositif de transition est dite "Lisse".

Le paramètre dimensionnel des rugosités est leur hauteur k. La longueur diagonale des rugosités isolées ou distribuées est de $2k$ et la distance entre deux rugosités est de $4k$ (fig. 5.11). Par conséquent, le nombre de rugosités sur la plaquette change en fonction de leur taille. Le fraisage des plaquettes sur place à permis de réduire la différence de hauteur entre la plaquette et la peinture à moins de $50\mu m$. Des rafales avec les plaquettes brutes et ré-usinées montrent que la transition n'est pas affectée par la marche entre la plaquette et la peinture.

Dénomination	k (mm)
Lisse	-
I08	0.8
I12	1.2
R06	0.6
R08	0.8
R10	1.0
R12	1.2
Jet	-
Jet+I08	0.8

Table 5.3 – Dénomination et taille des dispositifs de transition montés sur les plaquettes.

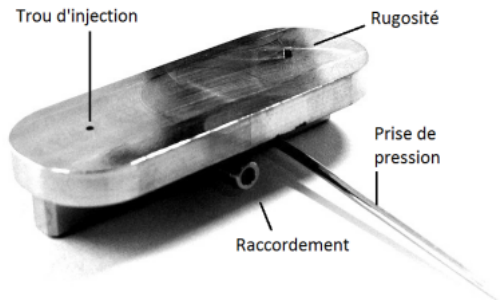


Figure 5.9 – Détail de la plaquette d'injection Jet+I018.

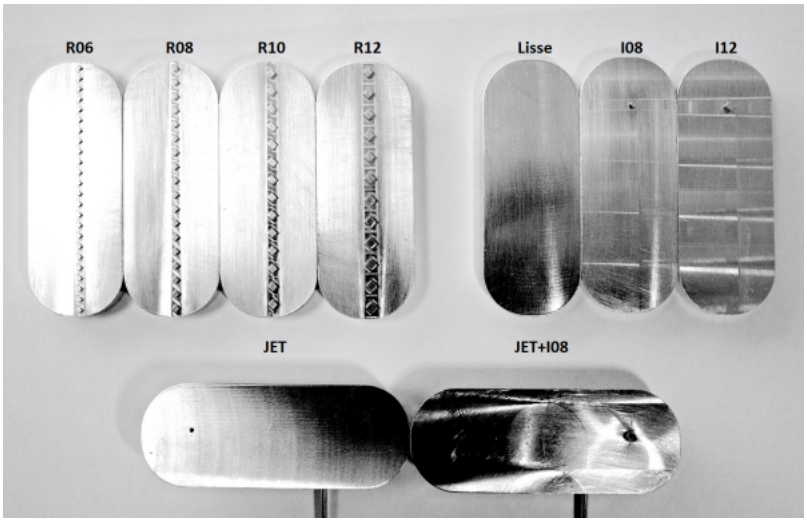


Figure 5.10 – Plaquettes utilisées pour les essais et référencées dans la table 5.3.

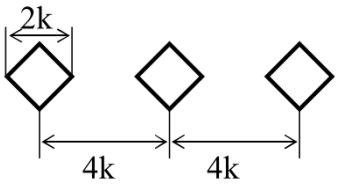
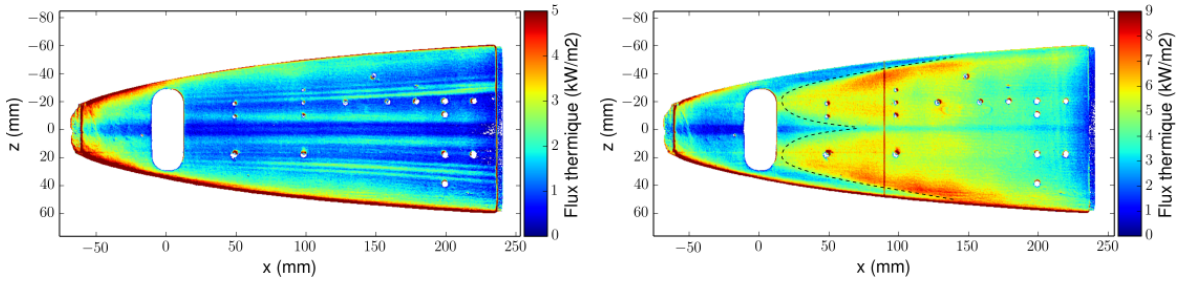


Figure 5.11 – Représentation schématique de la forme des rugosités et de leurs dimensions.

5.4 Essais en configuration lisse

Les conditions silencieuses et bruitées de l'écoulement dans la section d'essais influent sur l'état de la couche limite sur l'avant-corps. Au cours des essais, des rafales avec différentes conditions d'écoulement ont été effectuées pour observer la transition naturelle. La maquette est placée à 4° d'incidence sans dispositif de transition (plaquette lisse).

Influence du bruit : La figure 5.12, représente le flux thermique à la paroi à $\mathrm{Re}_u = 12 \times 10^6$ m^{-1} pour un écoulement silencieux et bruité. La couche limite reste laminaire lorsque l'écoulement est silencieux (fig. 5.12(a)) car le flux thermique est globalement inférieur à 2 kW/m^2. En revanche, dans des conditions bruitées (fig. 5.12(b)), on observe une zone dans la partie médiane où le flux thermique est supérieur à 5 kW/m^2 pour $x \geq 20$ mm. Cette zone est caractéristique d'une couche limite turbulente dont le front de transition est matérialisé par le trait pointillé. On conclut que la transition naturelle de la couche limite est précoce du fait du bruit de la soufflerie.



(a) Ecoulement silencieux ($\mathrm{M}_\infty = 6$) (b) Ecoulement bruité ($\mathrm{M}_\infty = 5.8$)

Figure 5.12 – Flux pariétal à 4° d'incidence pour $\mathrm{Re}_u = 12.0 \times 10^6$ m^{-1} montrant la transition précoce de la couche limite lorsque l'écoulement incident est bruité. Le front de transition est matérialisé par le trait pointillé.

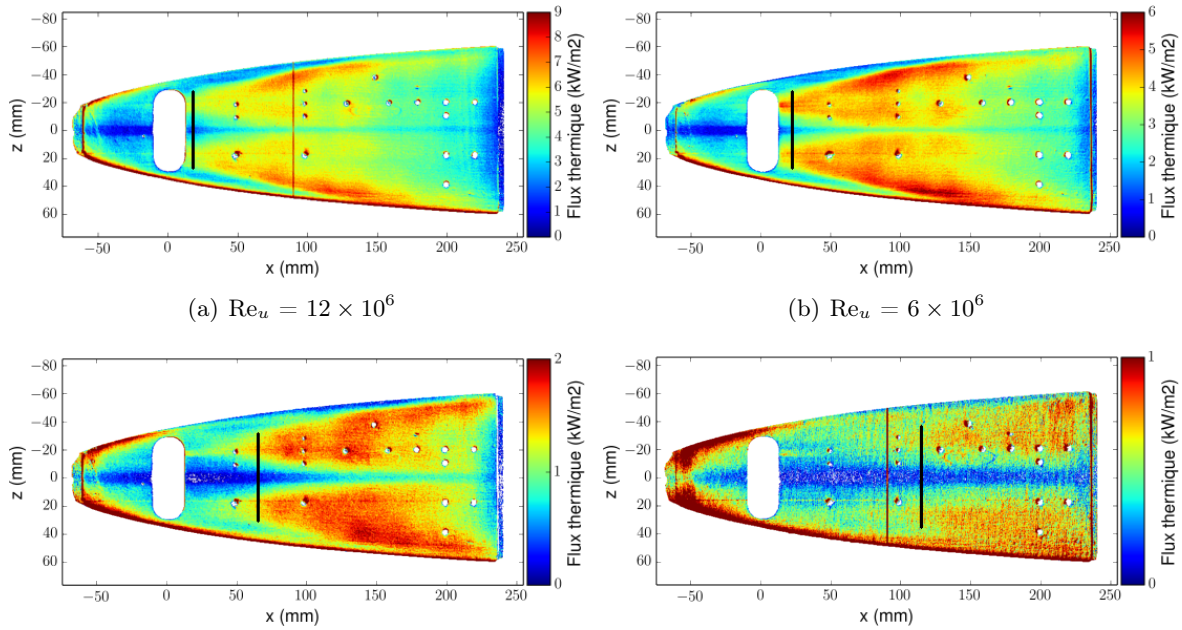
La zone turbulente en écoulement bruité se déplace vers l'aval avec la diminution du nombre de Reynolds comme le montre les figures 5.13 (a)-(d). Elles représentent le flux thermique à la paroi pour différentes valeurs du nombre de Reynolds unitaire. Le trait noir symbolise la position de la pointe du front de transition. On observe que le front recule de 10 cm pour un nombre de Reynolds unitaire passant de $\mathrm{Re}_u = 12.0 \times 10^6$ m^{-1} (fig. 5.13(a)) à $\mathrm{Re}_u = 2.0 \times 10^6$ m^{-1} (fig. 5.13(d)). La diminution du nombre de Reynolds a un effet stabilisant sur la transition naturelle de la couche limite.

Pour chaque figure, l'échelle est ajustée pour représenter au mieux, la différence entre la zone laminaire et la zone turbulente. On note que les champs de flux thermique à bas Reynolds (fig. 5.13(d)) sont bruités à cause du faible échauffement de la paroi. La baisse du flux thermique pariétal diminue le rapport signal sur bruit de la TSP.

Pour résumer, un écoulement bruité n'est pas approprié pour étudier les dispositifs de transition, car la couche limite est naturellement turbulente en aval de la plaquette. En écoulement silencieux, la couche limite est considérée laminaire pour $\mathrm{Re}_u \in [8, 12] \times 10^6$ m^{-1}. Ce type d'écoulement semble approprié pour l'étude des dispositifs de transition de ce chapitre.

Remarque : Contrairement au chapitre précédent l'abscisse de référence est celle du point d'injection, mais ce changement de repère n'affecte en rien l'interprétation des résultats.

Écoulement de base : L'écoulement laminaire (fig. 5.12(a)) montre la signature pariétale des deux tourbillons centraux stationnaires de part et d'autre de la ligne centrale. Des stries chauffant localement la paroi sont visibles dans la partie médiane de la maquette, possiblement dues à une instabilité CrossFlow stationnaire. Ce type d'instabilité domine pour les écoulements faiblement bruités [Saric et al., 2003, Saric and Reed, 2006], du moins à faible vitesse.



(a) $\mathrm{Re}_u = 12 \times 10^6$ (b) $\mathrm{Re}_u = 6 \times 10^6$

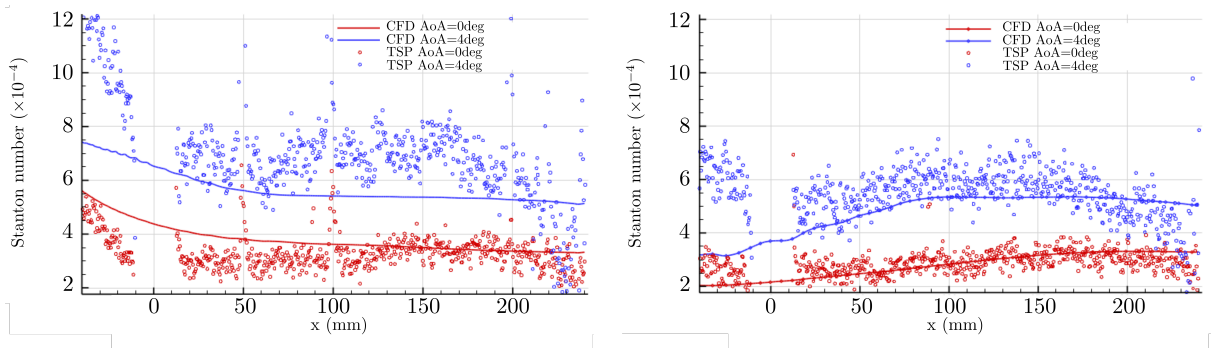
(c) $\mathrm{Re}_u = 4 \times 10^6$ (d) $\mathrm{Re}_u = 2 \times 10^6$

Figure 5.13 – Recul du front de transition naturel (trait noir) avec la diminution du nombre de Reynolds pour un écoulement bruité. Re_u= $[12 \times 10^6, 6 \times 10^6, 4 \times 10^6, 2 \times 10^6]$ m^{-1}.

Les figures 5.14 (a) et (b) comparent le nombre de Stanton issu des simulations laminaires elsA en paroi isotherme et l'expérience, pour 0° et 4° et $\mathrm{Re}_u \approx 12 \times 10^6$ m^{-1}. Pour réaliser ces figures, deux lignes à z constant sont extraites du champ de flux thermique pariétal des simulations et de l'expérience (fig. 5.12(a)). Ensuite, on calcule le nombre de Stanton avec (5.3).

$$St = \frac{q}{\rho_\infty U_\infty Cp(T_{tot} - T_{paroi})} \tag{5.3}$$

A $z = 15$ mm, on remarque un bon recouvrement entre la simulation et l'expérience pour 0° et 4° d'incidence. A $z = 0$, des différences sont visibles entre l'expérience et la CFD à 4°, possiblement dues à l'imprécision de la reconstruction du flux thermique TSP. La proximité des résultats expérimentaux et CFD valide le calcul laminaire de la maquette et l'hypothèse de paroi isotherme.



(a) z = 0 (b) z = 15 mm

Figure 5.14 – Comparaison du nombre de Stanton entre l'expérience (TSP) et le calcul elsA (CFD) à $\mathrm{Re}_u \approx 12 \times 10^6$ m^{-1} pour différentes positions par rapport à la ligne centrale et différents angles d'incidences.

Remarque : L'épaississement de la paroi de la maquette, nécessaire à sa solidarisation avec la soufflerie, modifie localement le transfert thermique. Ceci cause, pour l'expérience, une diminution du nombre de Stanton et du flux thermique pour $x \geq 200$ mm.

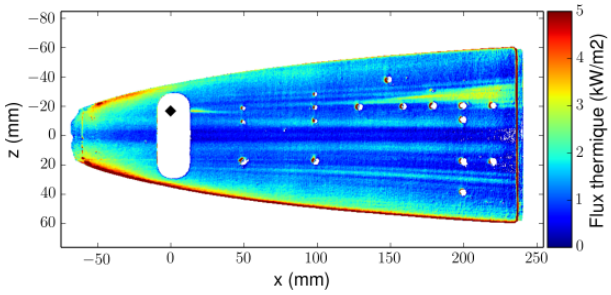
5.5 Essais avec rugosité isolée

Dans cette section, on compare l'effet des rugosités I08 et I12 pour forcer la transition de la couche limite, dans différentes conditions d'écoulement. Les rugosités sont placées à $z = -18$ mm et symbolisées par un losange sur les images TSP (l'échelle n'est pas respectée). La maquette est positionnée à 4° d'incidence. La pression génératrice initiale des rafales dans cette section est de $P_{tot,\infty}(t_0) = 11.72$ bar. Les résultats des rugosités distribuées ne sont pas présentés dans ce document. Seuls les résultats avec les rugosités isolées sont présentés à des fins de comparaison avec les essais en mono-injection. Toutefois, les résultats sont disponibles dans [Durant et al., 2015].

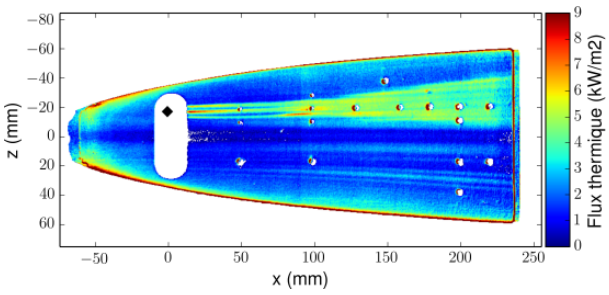
5.5.1 Influence de la hauteur de rugosité

L'analyse des mesures de chaque rafale s'effectue au temps correspondant à $\mathrm{Re}_u = 12 \times 10^6$ m^{-1} (≈1 s après la rupture du diaphragme). Dans ces conditions d'écoulement, l'épaisseur de la couche limite d'après les simulations numériques laminaires (elsA), est de $\delta \approx 1$ mm à $z = -18$ mm. Les rugosités I08 et I12 ont des hauteurs de pénétration k/δ respectivement de 0.8 et 1.2.

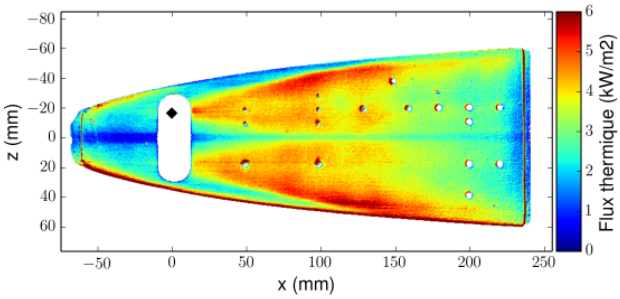
Les figures 5.15 (a)-(c) sont des champs de flux thermique pariétal montrant les zones transitionnelles révélées par l'augmentation locale du flux ($q \geq 3$ kW/m^2). Les deux rugosités I08 (fig. 5.15(a)) et I12 (fig. 5.15(b)) sont efficaces pour forcer la transition de la couche limite, comme le montrent les zones turbulentes en aval des rugosités, ce qui confirme la valeur empirique de $k/\delta > 0.45$ pour déclencher la transition (Chapitre 1). Toutefois, la transition est différente selon la hauteur de pénétration : Pour I08 ($k/\delta < 1$), une faible traînée de flux est présente en aval de la rugosité, puis la transition s'effectue dans la partie médiane jusqu'en fin de maquette. Pour I12 ($k/\delta > 1$), on distingue nettement trois zones de flux supérieure à 4 kW/m^2, en aval de la rugosité conduisant à la turbulence. En écoulement bruité (fig. 5.15(c)), la rugosité I08 n'a aucun effet visible sur l'état de la couche limite.



(a) I08, Silencieux



(b) I12, Silencieux

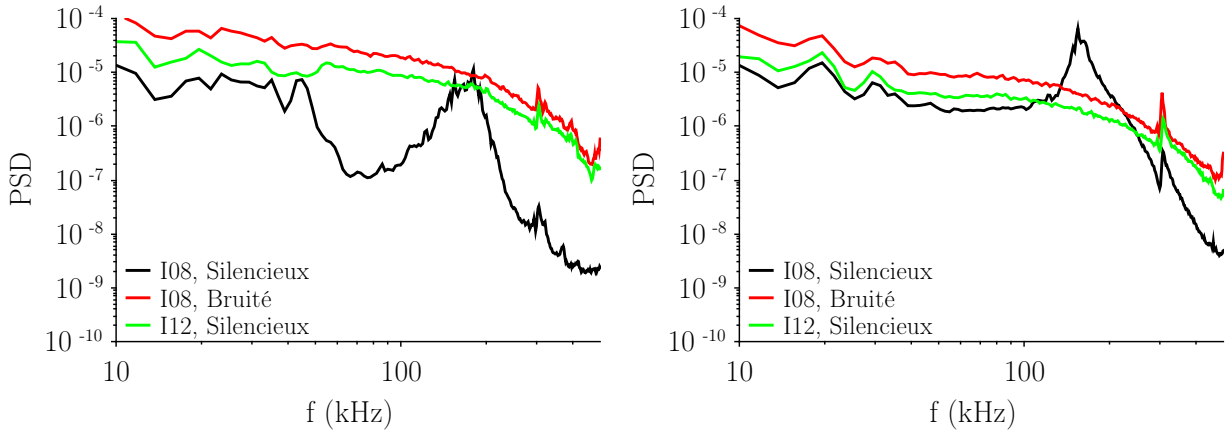


(c) I08, Bruité

Figure 5.15 – Représentation du flux pariétal à ($\mathrm{Re}_u = 12 \times 10^6$ m^{-1}) pour les rugosités I08 et I12 dans un environnement bruité et calme. Plus la rugosité est haute, plus elle est efficace pour faire transitionner la couche limite laminaire incidente.

Définition : Un spectre "turbulent" se caractérise par un contenu fréquentiel large-bande, dû à la présence de nombreuses échelles de fluctuation. *A contrario*, le spectre laminaire est atténué dans notre cas pour les fréquences $f \geq 50$ kHz.

Les états turbulents de la couche limite sont confirmés par les spectres des PCB1 et PCB4 (fig. 5.16). Les spectres des deux PCB sont turbulents pour le cas avec la rugosité I12 en condition silencieuse et bruitée. Pour la rugosité I08, le spectre du PCB1 présente un pic de fréquence à 150 kHz qui s'élargit pour le PCB4 (positionné en aval) attestant de la transition. Ces spectres sont calculés par la méthode Welch sur un signal de PCB d'une longueur de 0.1 s.



(a) PCB1, $x = 13$ cm

(b) PCB4, $x = 20$ cm

Figure 5.16 – Spectre des PCB1 et PCB4 pour deux tailles de rugosités et différentes conditions d'essais. Le sillage de la rugosité I12 est turbulent tout comme celui de la rugosité I08 en condition bruitée. Pour la rugosité I08 en condition silencieuse, seul le spectre du PCB4 est pleinement turbulent.

Pour résumer, la rugosité I08 est suffisante pour forcer la transition de la couche limite à $\mathrm{R}e_u = 12 \times 10^6$ m^{-1}. La zone turbulente se situe dans son sillage, 15 cm en aval. En augmentant la hauteur de pénétration, la rugosité est plus efficace et le front de transition se déplace vers l'amont.

5.5.2 Transition Turbulent-Laminaire

Au cours de la rafale, la pression génératrice chute, diminuant le nombre de Reynolds ($\mathrm{R}e_u$). Un écoulement initialement turbulent peut se relaminariser. L'efficacité des rugosités I08 et I12 a été prouvée pour un $\mathrm{R}e_u$ fixe (section 5.5.1 précédente). On s'attache maintenant à montrer l'influence d'une diminution du nombre de Reynolds sur l'efficacité des rugosités I08 et I12. On analyse l'état de la couche limite en aval des rugosités pour les temps de rafales $t \in [1, 3]$ s.

Lorsqu'une rugosité devient inefficace, dans son sillage, la couche limite passe d'un état turbulent à laminaire. C'est ce qu'on appelle dans cette section, une transition Turbulent/Laminaire (TL). En revanche, lorsqu'une rugosité devient efficace, la couche limite dans son sillage passe d'un état laminaire à Turbulent (transition LT).

La perte d'efficacité d'une rugosité est due à une diminution de sa hauteur de pénétration dans la couche limite. A cause de la diminution de $\mathrm{R}e_u$, la couche limite s'épaissit et la valeur de k/δ diminue (k étant fixe).

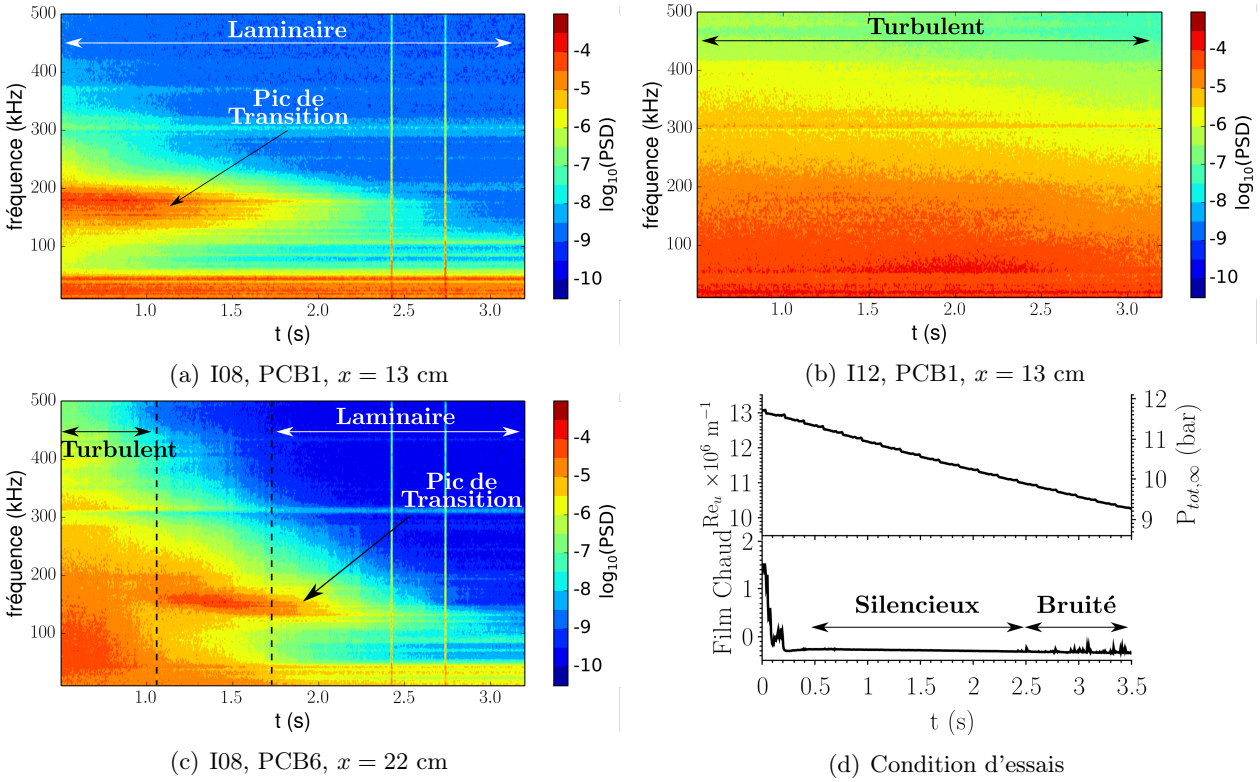
Les figures 5.17 (a)-(c) sont des spectrogrammes représentants l'évolution du contenu fréquentiel des PCB dans le temps de la rafale. Ils se composent de spectres calculés avec la méthode Welch sur 0.1 s, pris à différentes positions temporelles sur le signal du PCB. La couleur représente la densité spectrale (PSD). Les lignes verticales sont la manifestation de bouffées turbulentes dans la soufflerie. L'évolution de la pression génératrice et de Re_u au cours du temps de rafale est tracée sur la figure 5.17(d). On note que de $t = 2.5$ s à $t = 3$ s le niveau de bruit dans la soufflerie augmente (film chaud fig. 5.17(d)).

La différence d'efficacité des rugosités en fonction du Re_u est visible en comparant les niveaux de PSD des spectrogrammes (I08 fig. 5.17(a) et I12 fig. 5.17(b)). Contrairement à la rugosité I12, la diminution de Re_u pour I08 fait apparaître deux niveaux de PSD correspondant aux états turbulents ($PSD > 10^{-6}$) et laminaires ($PSD < 10^{-8}$).

Cette distinction rend possible l'étude des fréquences menant à la transition TL. Il est néanmoins probable que la transition LT s'effectue de la même façon. Selon la figure 5.17(c), la rugosité I08 est efficace pour $\mathrm{Re}_u \geq 12 \times 10^6$ m^{-1} ($t \approx 1$ s). Puis de $t = 1.1$ s à $t = 1.75$ s, l'amplitude des bandes de fréquence $[50, 120]$ kHz et $[200, 500]$ kHz s'atténue montrant la transition TL. Dans le même temps Re_u décroît de 12×10^6 m^{-1} à 11.5×10^6 m^{-1}.

Pour les deux capteurs PCB1 et PCB6 on remarque qu'une bande de fréquences centrée sur 150 kHz perdure malgré la transition TL ($t \in [1.75, 2.5]$ s). Il est probable que la structure créée par la rugosité, fluctuant à la fréquence de 150 kHz, soit à l'origine de la transition L/T. Le faible niveau des hautes fréquences ($f > 250$ kHz) peut être associé au fait que les capteurs PCB1 et PCB6 sont légèrement en marge de la zone turbulente comme l'atteste la TSP (fig. 5.15(a)).

En résumé, une rugosité dont l'efficacité est critique (en limite d'efficacité) est sensible à la variation du nombre de Reynolds. Une décroissance du nombre de Reynolds conduira à une transition TL. Aucune simulation numérique laminaire de l'avant-corps n'a été effectuée à $\mathrm{Re}_u \approx 11 \times 10^6$ m^{-1}. La méconnaissance de l'épaisseur de couche limite rend incertaines les valeurs de k/δ critiques.



(a) I08, PCB1, $x = 13$ cm

(b) I12, PCB1, $x = 13$ cm

(c) I08, PCB6, $x = 22$ cm

(d) Condition d'essais

Figure 5.17 – Spectrogrammes des cas I08 et I12 en écoulement silencieux. En bas à droite sont présentés les conditions d'essais au cours du temps.

5.6 Essais avec injection

5.6.1 Système d'injection et fonctionnement

Le système d'injection d'air relie un réservoir d'air comprimé à la plaquette d'injection sur la maquette. La figure 5.18 illustre le système d'injection. Ce système fonctionne avec des pressions dans le réservoir supérieures et inférieures à la pression atmosphérique. La pression dans le réservoir correspond, aux pertes de charges près, à la pression totale d'injection. On explique dans le paragraphe qui suit le remplissage du réservoir. Pour l'instant, la vanne solénoïde S1 est fermée.

- Pression du réservoir **supérieure** à la pression atmosphérique (pointillés verts) :

Le réservoir est mis sous pression grâce à la ligne d'air comprimé de la soufflerie ($\approx$ 1 MPa). Les vannes manuelles V1 et V2 sont ouvertes. La vanne de régulation VR1 est utilisée pour contrôler précisément la pression du réservoir avec l'aide du manomètre analogique M1. Pendant le remplissage, la vanne manuelle V3 est ouverte et V4 est fermée. Le manomètre digital Paroscientific® M2 mesure la pression du réservoir quand elle est inférieure à 2 bar. Après M2, une vanne évite la surcharge de pression. Au cours des essais, on préfère l'utilisation de M2 car l'afficheur est plus précis que le cadrant de M1.

Lorsque la pression de réservoir souhaitée pour la rafale est atteinte, les vannes V1, V2 et V5 sont fermées.

- Pression du réservoir **égale** à la pression atmosphérique :

La ligne d'air comprimé de la soufflerie est déconnectée. La pression entrante dans la vanne V1 est alors la pression atmosphérique. Les vannes V1, VR1, V2 et V3 sont ouvertes contrairement à V4 qui reste fermée. V5 est ouverte pour permettre la mesure exacte de la pression atmosphérique avant la rafale, à l'aide de M2. Lorsque la pression du réservoir n'évolue plus, les vannes V1, V2 et V5 sont fermées.

- Pression du réservoir **inférieure** à la pression atmosphérique (pointillés rouges) :

Le réservoir est d'abord mis à la pression atmosphérique (cf point précédent). Puis, les vannes V1, VR1 sont fermées ainsi que la vanne V2 pour protéger le manomètre M1 contre les basses pressions. Les vannes V5, V3 et V4 sont ouvertes. Le réservoir est ainsi relié à la ligne de "vide" ce qui permet d'atteindre des pressions inférieures à la pression atmosphérique. Le manomètre digital M2 renseigne sur la pression dans le réservoir. Lorsque la pression du réservoir souhaitée pour la rafale est atteinte les vannes V4 et V5 sont fermées.

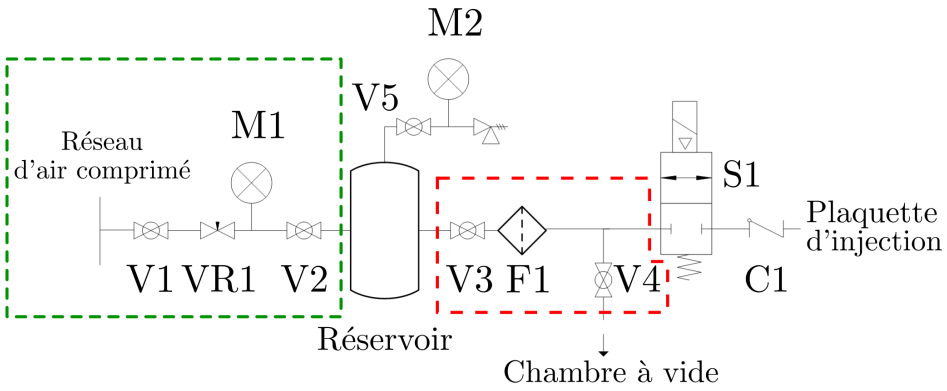


Figure 5.18 – Schéma du système d'injection.

En sortie du réservoir, après V3, un filtre à air F1 empêche l'introduction de poussière et l'humidité dans la section d'essais au cours de la rafale. Un clapet anti-retour C1 est placé au plus proche de la maquette, à l'extérieur de la soufflerie, pour limiter la longueur du tube jusqu'à la plaquette d'injection.

Un tube polyflow® de ∅ 4.57 mm relie la plaquette d'injection au clapet anti-retour. On l'appelle "tube d'injection" par la suite. La sortie de la valve solénoïde est de 8.7 mm, de diamètre assurant, que l'écoulement est sonique au trou d'injection de la plaquette.

Avant la rafale, la maquette, le tube d'injection entre la plaquette d'injection et le clapet anti-retour sont à la pression de la section d'essais ($P_{tot,\infty}$). Le clapet C1 bloque la remontée de la pression de la section d'essais et protège la vanne solenoïde S1. Quand l'onde de détente dépasse la maquette, l'air pressurisé du tube d'injection s'évacue. Cette vidange du tube d'injection s'effectue pour toutes les rafales avec injections.

Trois types d'essais sont réalisés, la vanne S1 étant soit ouverte soit fermée. La commande de cette vanne s'effectue grâce à un générateur de fonction externe.

- Injection variable :

Les essais d'injection à pression variable sont réalisés en gardant fermé S1 pendant toute la rafale. On laisse le tube d'injection se vider. Ainsi la pression d'injection décroît au cours de la rafale. L'injection d'air est variable au cours du temps de rafale. L'air ne s'échappe plus du trou lorsque la pression totale d'injection est égale à la pression statique dans la couche limite sur la maquette. Pour les faibles pressions totales d'injection (14 kPa), le tube d'injection met approximativement 1s à se vider.

- Injection continue :

Les essais d'injection à pression constante sont réalisés en ouvrant S1. Toutefois, le clapet C1 s'ouvre uniquement lorsque la pression dans le tube d'injection est inférieure à la pression du réservoir. Une fois cette condition remplie et S1 ouverte, toute la ligne d'injection (du réservoir à la plaquette) est à la pression réservoir. L'injection d'air est continue pour le reste de la rafale.

La figure 5.19 montre la pression totale d'injection mesurée par le Kulite$_{Jet}$ au cours du temps de rafale, pour une injection continue (en rouge) et variable (en noir). Le capteur de pression Kulite ne peut pas mesurer une pression supérieure à 1.3 bar, il sature. Dans les deux cas, on observe la vidange du tube d'injection pour $t \geq 0.4$ s. Puis, pour un essai d'injection continue, la vanne S1 est ouverte à $t \geq 1.06$ s et la pression mesurée devient constante à $P_{tot,inj} \approx 22$ (± 0.4) kPa.

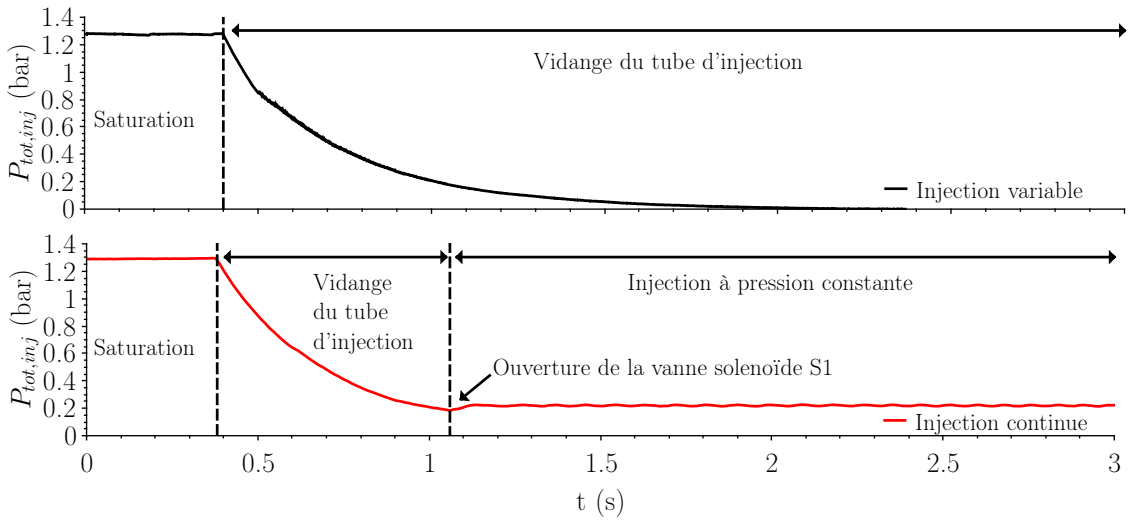


Figure 5.19 – Signal du capteur Kulite$_{jet}$ en fonction du temps de rafale pour un essai : injection variable (en haut), injection continue (en bas). Dans les deux cas, le capteur sature pour $P_{tot,inj} > 1.3$ bar et pour $t \in [0.4, 1.06]$ s le tube d'injection se vide. Puis : soit la vanne S1 est ouverte (Injection continue) soit elle reste fermée (Injection variable).

L'intérêt de l'injection variable, réside dans le fait qu'en une seule rafale, on teste une large plage de PR. En effet, la vidange du tube d'injection diminue progressivement la pression d'injection au cours du temps de rafale. Le temps de vidange peut être modifié en faisant varier la longueur de la ligne. L'inconvénient est que la pression statique de l'écoulement diminue également au cours du temps, mais avec un temps caractéristique plus faible. En 1s la pression statique dans la couche limite perd 0.12 kPa alors que la pression totale d'injection change de 69 kPa. D'après les simulations I-LES, le temps d'établissement de l'écoulement est de 2 ms à un PR fixe. Par conséquent, on supposera localement en temps que les conditions génératrices de l'écoulement sont constantes face à la variation de pression d'injection.

- Injection hybride :

Pour certaines rafales, la stratégie d'injection est hybride : injection variable et continue. La figure 5.20 montre un exemple d'évolution du nombre de Reynolds ainsi que le PR associé.
La stratégie d'injection est la suivante :

— On laisse le tube d'injection se vider entièrement.

— La vanne S1 est ouverte à $t = 2.5$ s pour une durée de 1 s créant un pulse à pression constante $PR \approx 2.2$, $P_{tot,inj} \approx 3.5$ kPa. Avec cette valeur pour nos essais, l'injection assure la transition.

Le PR du pulse est choisi pour assurer les conditions soniques à l'injection. Selon le paragraphe *Transition TL*, en choisissant cette valeur, l'état turbulent de la couche limite est assuré.

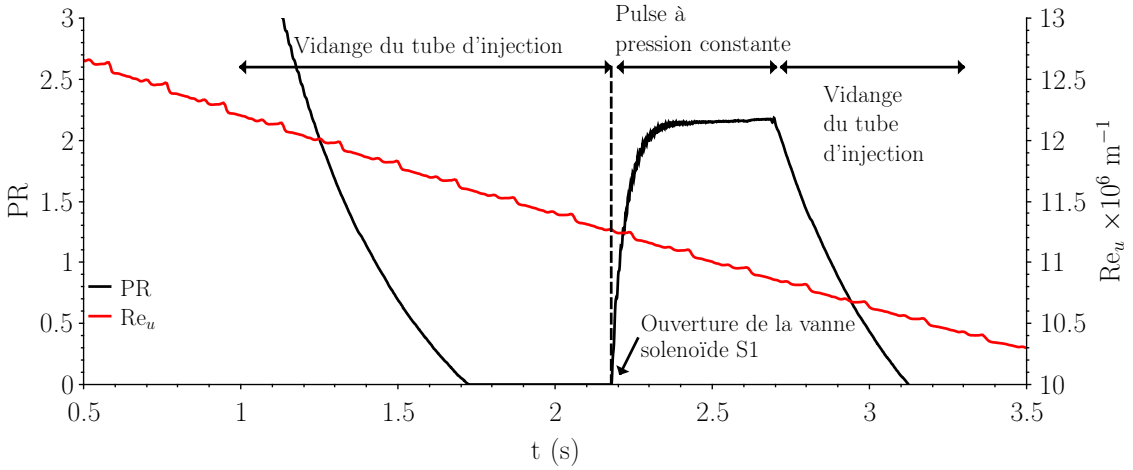


Figure 5.20 – Évolution du PR d'injection dans le cas d'une injection hybride.

5.6.2 Injection continue

5.6.2.1 Introduction

Tous les essais présentés dans cette section et les sections 5.6.3 concernent l'expérimentation de la transition déclenchée par jet dans un écoulement calme à $M_\infty = 6$. La pression totale initiale de la rafale est fixée à 10.34 bar (150 Psi), ce qui permet d'atteindre au bout de 2 s une pression totale d'environ 9 bar (130 Psi). La maquette est positionnée à 4° d'incidence, sa température initiale est proche de 300 K mais augmente légèrement au fur et à mesure des essais (+5 K).

Six essais d'injection à pression constante sont effectués. Le tableau 5.4 donne les conditions exactes d'écoulement et d'injection, au temps de rafale $t = 2$ s depuis la rupture du diaphragme. Les rafales sont numérotées par ordre d'essai dans la soufflerie.

N° rafale	$P_{réservoir}(t_0)$ kPa	$P_{tot,\infty}(t = 2$ s) bar	$P_{tot,inj}(t = 2$ s) kPa	$PR(t = 2$ s)
37	8.6	9	2.27	1.5
34	13.8	8.98	6.53	4.2
35	27.6	8.96	22.4	14.7
36	68.95	9	60.69	39.6
38	137.9	9	126.1	82.2

Table 5.4 – Conditions d'essais et d'injections moyennées sur 0.4 s à $Re_u = 9.13 \times 10^6$ m^{-1}.

La pression statique au point d'injection sur la maquette est estimée d'après les simulations numériques et est donnée par l'équation (5.4). Elle est utilisée avec la pression du capteur à la base du jet (Kulite$_{jet}$) pour le calcul du PR.

$$P^e = P_{tot,\infty} \times (1.7 \times 10^{-3}) \tag{5.4}$$

La pression d'injection est constante avec une faible oscillation (±160 Pa) imputée au système d'injection (clapet anti-retour et l'ensemble des vannes). Selon les calculs I-LES, le jet ne forme plus de tonneau de détente pour un $PR \leq 2$. Son interaction avec la couche limite comprime l'écoulement en amont et augmente la pression statique localement.

5.6.2.2 Résultats

En fonction de la pression d'injection, les structures proche paroi changent comme le montre les images TSP. Ces structures, lieu de basses pressions, forment une fine traînée de flux directement dans le sillage du jet. Les ronds noir symbolisent le trou d'injection, l'échelle pour le diamètre n'est pas respectée.

- **rafale 37,** $PR = 1.5$:

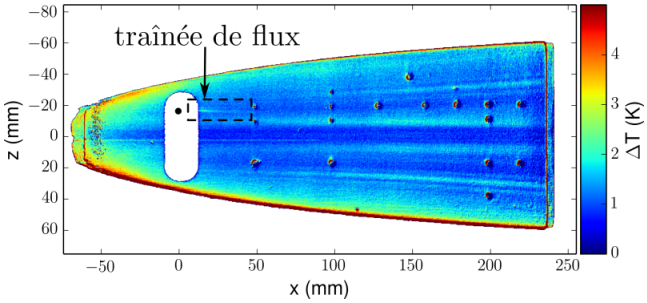


Figure 5.21

La perturbation du jet n'est pas suffisante pour déclencher la transition dans l'écoulement (fig. 5.21). La présence du jet est confirmée par une traînée de flux après la plaquette et le spectre du PCB1 (fig. 5.26(a)) présente un état intermédiaire entre les états laminaire et turbulent.

- **rafale 34,** $PR = 4.2$:

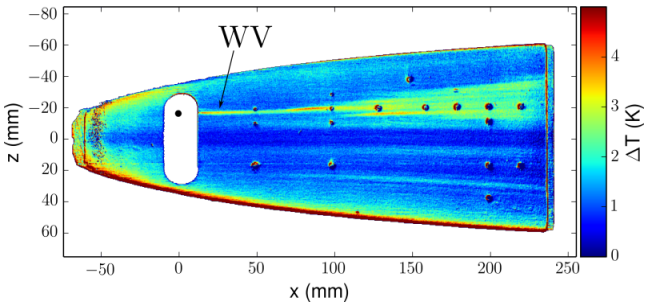


Figure 5.22

En augmentant la pression d'injection, le sillage du jet déclenche la transition de l'écoulement à approximativement $x = 0.12$ m (fig. 5.22). On distingue une "ligne chaude" ($\Delta T >$ 2 K) directement en aval du jet au bout de laquelle, la zone turbulente forme un cône. Cette ligne est peut-être la signature des WV. Les figures 5.26(a) et 5.26(b) confirment l'état turbulent.

- **rafale 35,** $PR = 14.7$:

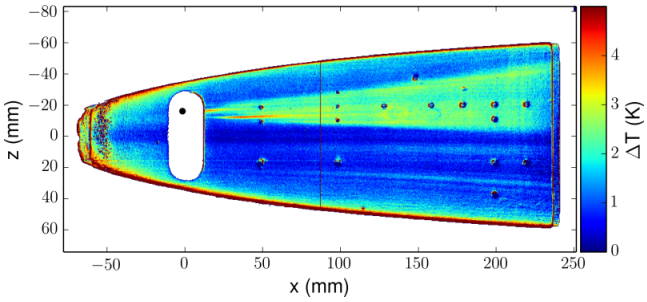


Figure 5.23

En augmentant la pression d'injection, le front de transition remonte à proximité du trou d'injection. La zone turbulente devient plus importante et couvre toute la partie médiane de la maquette. Les WV semblent ici encore être à l'origine de la turbulence. La figure 5.26(d) confirme l'état turbulent de la couche limite pour différentes positions dans le sillage du jet. Les PCB sont tous alignés à $z = -18$ mm, le PCB1 étant celui le plus en amont.

- **rafale 36,** $PR = 39.6$:

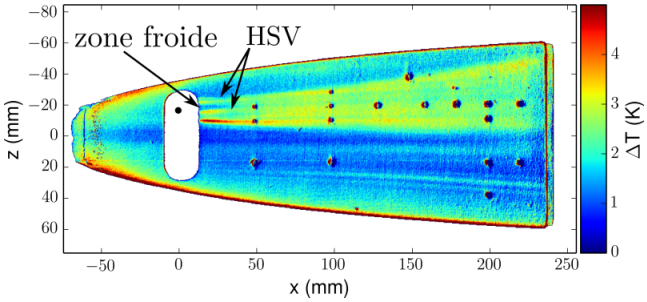
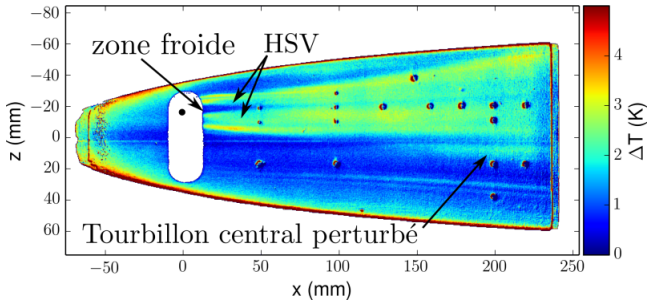


Figure 5.24

Le jet force toujours la transition de la couche limite et la zone turbulente c'est étendue. Une zone froide se forme derrière l'injection (fig. 5.24), possiblement due à la recirculation derrière le tonneau de détente. Les HSV semblent déclencher la transition, leurs signatures pariétales se distinguant par des zones chaudes de part et d'autre du jet.

- **rafale 38,** $PR = 82.2$:



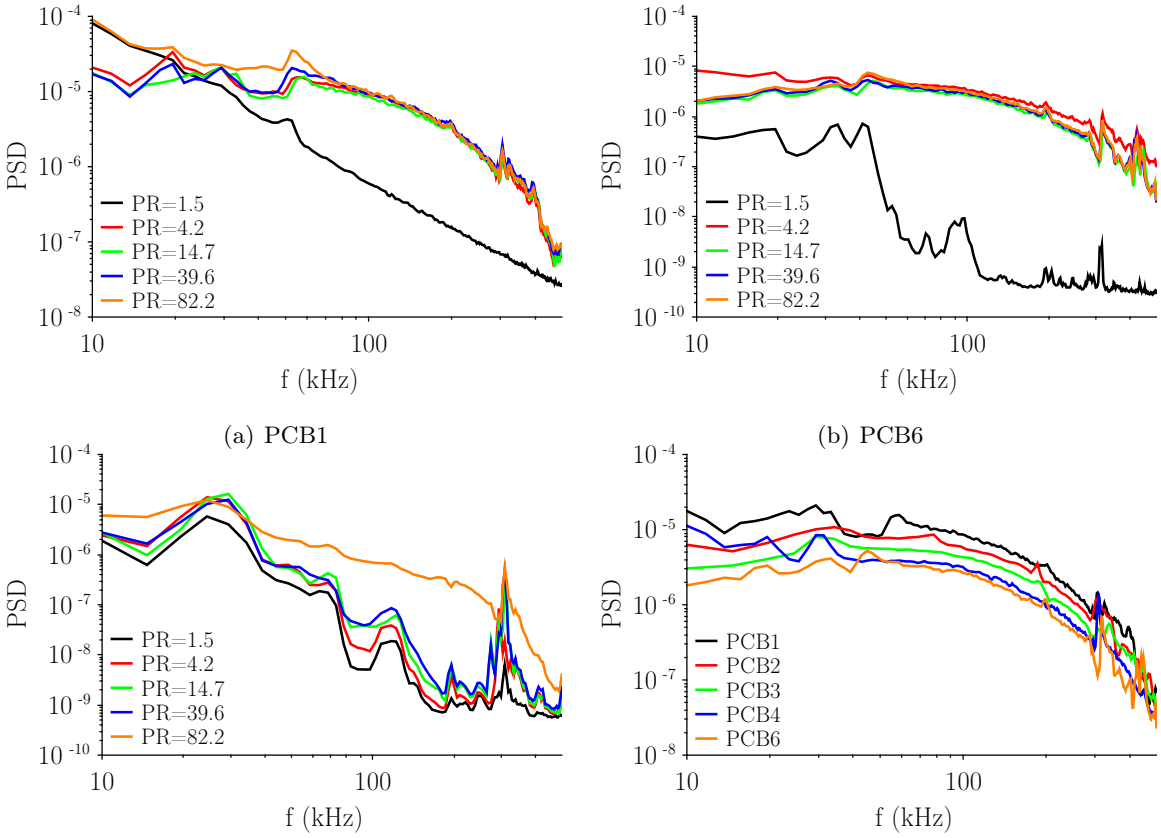
La transition dans les HSV est clairement visible (fig. 5.25). La zone froide derrière s'est étendue vers l'aval. Ceci indique une augmentation de la zone de recirculation en aval du jet. la largeur du jet est telle que le tourbillon stationnaire central de l'écoulement laminaire de la maquette est perturbé par l'injection.

Figure 5.25

Les conditions d'injection soniques semblent une condition suffisante pour que le jet soit efficace sur la transition. Ces conditions sont atteintes lorsque le $PR \geq 1.89$.

Pour tous les PR, les spectres sont turbulents sans révéler de fréquences caractéristiques (fig. 5.26 (a)-(b)). Pour les $PR \geq 39.6$, les tourbillons centraux stationnaires de l'écoulement laminaire de la maquette semblent être perturbés par l'injection et la transition (fig. 5.22).

Remarque : Pour le $PR = 82.2$, la perturbation engendrée par le jet est visible sur le PCB10 (fig. 5.26(c)). En effet, le niveau de densité spectrale est nettement plus élevé que pour les autres pressions d'injection (ce PCB est placé à $z = 18$ mm et $x = 22$ mm). On observe une différence du niveau de densité spectrale (fig. 5.26 (a)-(d)) entre les PCB, qui est due aux capteurs [Beresh et al., 2011].



(a) PCB1 (b) PCB6

(c) PCB10 (d) $PR = 14.7$

Figure 5.26 – Spectre des PCB pour différentes pressions d'injection à $\mathrm{Re}_u = 9.5 \times 10^6$ m^{-1}. (a), (b) Les $PR > 1.5$ suffisent à faire transitionner la couche limite en aval de l'injection. (c) le PCB10 enregistre la présence de l'injection pour $PR \geq 82.2$. (d) $PR = 14.7$, tous les PCB en aval de l'injection confirment l'état turbulent de la couche limite.

5.6.3 Pression d'injection variable, hybride

Introduction :
On cherche à savoir à partir de quelle pression d'injection le jet ne pénètre plus assez dans la couche limite pour la faire transitionner. On parle de transition TL, comme cela a été défini pour les rugosités 5.5.2.

On utilise les essais à pression d'injection variable. En une rafale, ils permettent de tester tous les PR. On effectue trois rafales (42, 43 et 39) avec différentes pressions totales initiales ($P_{tot,\infty}(t_0)$). Ceci permet d'avoir une pression initiale dans le tube d'injection différente à chaque rafale. Les conditions initiales sont données dans le tableau 5.5.

Les rafales 46 et 47 sont effectuées pour tester la transition LT et la possibilité d'hystérésis dans les transitions TL et LT. Pour ces deux essais on utilise une stratégie d'injection hybride, menant aux transitions respectives au cours de la rafale : TL, LT et TL[8]. Les durées et valeurs de pression d'injection sont précisées dans le paragraphe *Transition LT*. L'analyse des signaux des PCB et de la pression d'injection, renseigne sur la valeur de PR déclenchant la transition TL ou LT.

N° rafale	$P_{tot,\infty}(t_0)$ (bar)	$Re_u(t_0)$ 10^6 m^{-1}	Transition	Injection
42	11.72	13.07	TL	Variable
43	11.03	12.29	TL	Variable
39	10.34	11.5	TL	Variable
46	11.72	13.07	TL & LT	Hybride
47	11.72	13.07	TL & LT	Hybride

Table 5.5 – Conditions d'essais pour les cas d'injection à pression variable.

Transition TL : le tube d'injection se vide
La figure 5.27 montre l'évolution temporelle du capteur PCB2 pour la rafale 42. Le signal du PCB2 peut se décomposer en deux parties, l'une avec des fluctuations de "grande" amplitude ($t \leq 1.51$s) et l'autre avec un signal de "faible" amplitude ($t > 1.65$ s). Cette différence caractérise la présence des états turbulents et laminaires induits par la diminution du PR au cours de l'essai. Entre ces deux parties, on défini la zone de transition. Les pressions d'injections ne sont pas suffisantes pour rendre turbulente la couche limite.

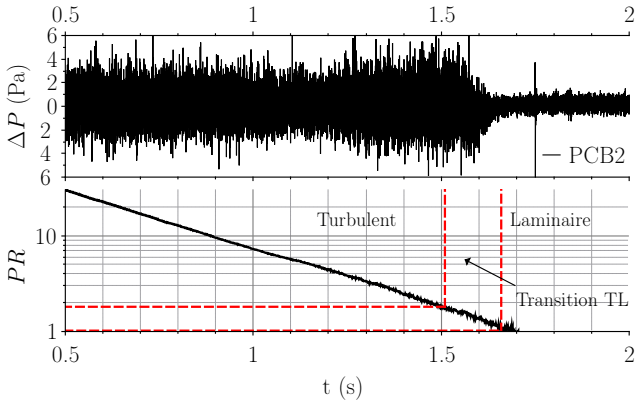
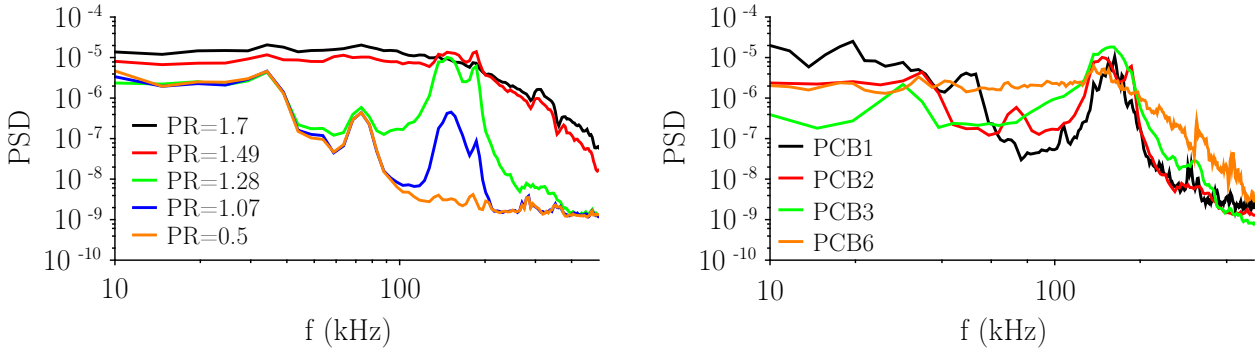


Figure 5.27 – Signal du PCB2 et du PR à l'injection pour la rafale 42. Pour les $PR > 1.8$, l'amplitude des fluctuations du signal est forte, la couche limite est turbulente. Pour $PR < 1$, les fluctuations sont "faibles", la couche limite est laminaire. Entre ces deux valeurs de PR, on a une zone de transition TL.

8. Cette dernière transition est faite en condition d'écoulement bruité

La figure 5.28 montre les spectres issus de différentes portions temporelles du signal du PCB2 (zone de transition et zone laminaire). Les spectres sont calculés avec la méthode Welch sur une période de 0.1 s. Pour les PR supérieurs à 1.7 le spectre montre un état turbulent de l'écoulement proche paroi (fig. 5.28(a)). Le spectre turbulent perd en amplitude lorsque le PR diminue (10^{-5} à 10^{-9}). Néanmoins, un pic dans la plage de fréquence comprise entre 100 kHz et 200 kHz persiste dans la zone de transition. Ce pic de fréquence se remarque sur tous les PCB en aval de la position d'injection comme le montre la figure 5.28(b). Avec la diminution de la pression d'injection l'écoulement devient laminaire (cf $PR = 0.5$ fig. 5.28(a)).

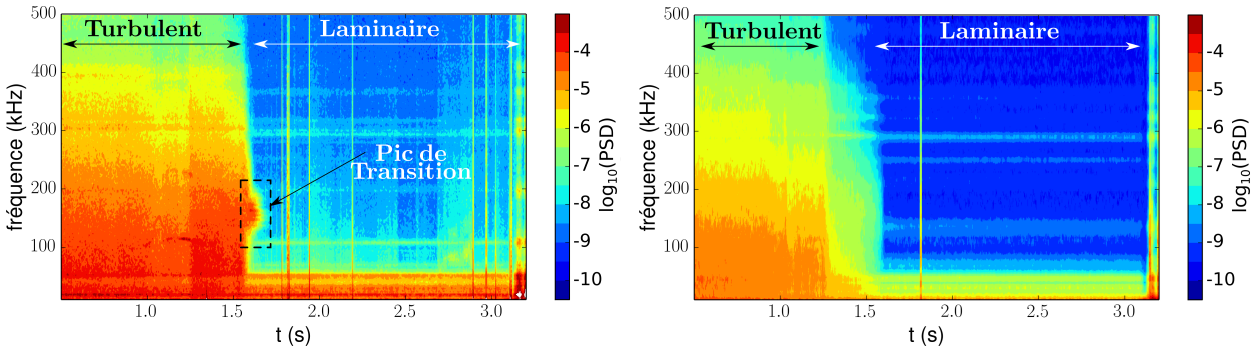


(a) PCB2, rafale 42

(b) PR=1.28, rafale 42

Figure 5.28 – Spectre Welch du PCB2 et des PCB alignés à $z = -18$ mm en aval du jet. (a) Spectre pour différents temps au cours de la rafale 42 montrant l'état turbulent puis la transition avec un pic de fréquence à 150 kHz et l'état laminaire de la couche limite. (b) spectre des PCB pour un PR transitionnel.

Ce pic de fréquence de transition est visible pour les rafales 42, 43 et 39 et ne dépend pas de la pression statique dans la couche limite. Seuls les PCB de la ligne centrale enregistrent cette fréquence caractéristique. En effet, le spectrogramme du PCB5 5.29(b) ne montre pas de pic fréquentiel. Contrairement au spectrogramme du PCB1 (fig. 5.29(b), en pointillés noir).



(a) PCB1, rafale 43

(b) PCB5, rafale 43

Figure 5.29 – Spectrogramme des PCB1 et PCB5 montrant la transition TL pour la rafale 43. Le PCB1 seul mesure la fréquence transition de 150 kHz.

Remarque : On note la présence d'une différence d'amplitude du spectre au cours du temps pour les PCB1 et PCB5 à $t \approx 1.1$ s. Ce saut est dû à la modification des structures transitionnelles dans l'écoulement. Ce point sera présenté plus en détail dans la section 5.7.1.2 suivante.

Avant de conclure sur la signification physique de ce pic de fréquence lors de la transition TL, nous cherchons à savoir s'il est présent lors de la transition LT.

Transition LT : le tube d'injection se vide puis on ouvre brièvement la vanne S1

On s'intéresse maintenant à décrire l'évolution de la transition LT grâce à l'étude fréquentielle des PCB. La stratégie d'injection est décrite section 5.6.1. On rappelle l'évolution du PR injection et du nombre de Reynolds pour la rafale 47 sur la figure 5.30(a). En comparant, avec le spectrogramme du PCB1 (fig. 5.30(c)), on remarque que la couche limite est turbulente lorsque le $PR \geq 1$ (ligne pointillés). Cette valeur est donnée aux incertitudes de mesures près. On en conclut, qu'il existe un seuil de PR minimal, pour lequel le jet fait transitionner la couche limite. A la précision de nos mesures, il n'a pas été possible d'observer une différence entre le PR de transition TL et LT.

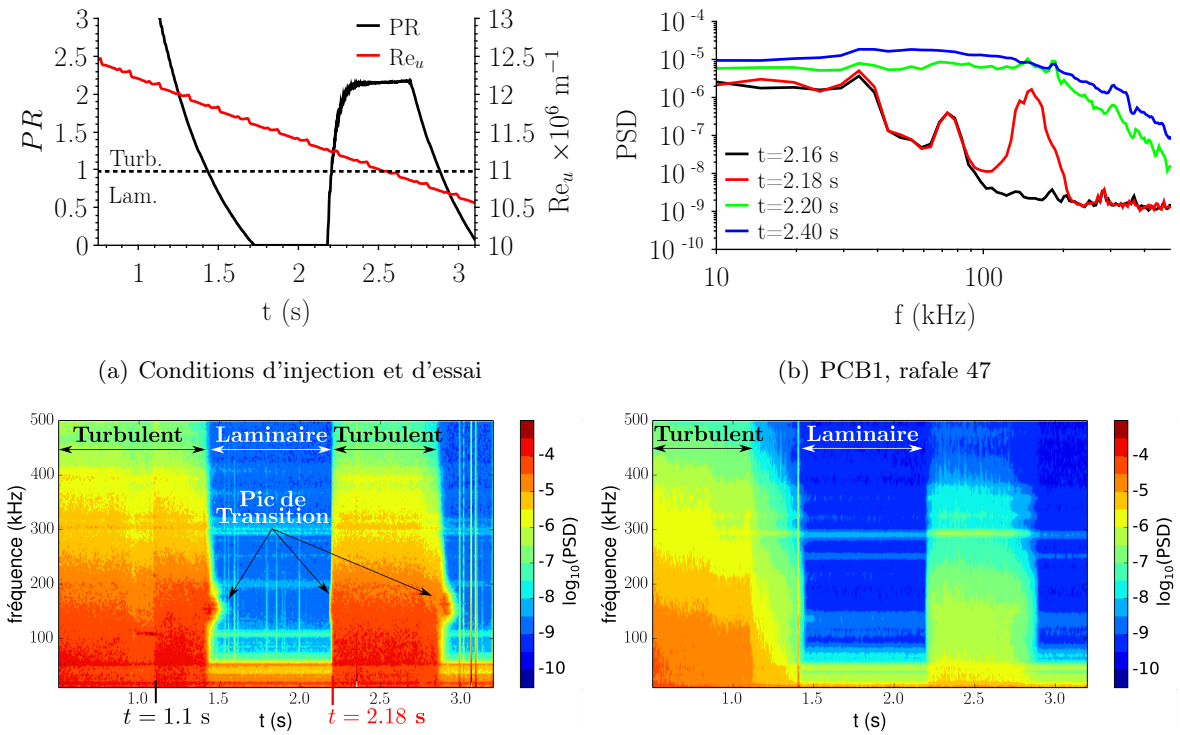
Le spectrogramme du PCB5 (fig. 5.30(d)), ne montre pas un état turbulent pendant le pulse. La pression d'injection n'est pas suffisante pour que la zone turbulente atteigne ce capteur.
La figure 5.30(b), est un ensemble de spectres pris dans le front montant de PR du pulse.

— $t = 2.16$ s, le spectre est laminaire.

— $t = 2.18$ s, le spectre montre le pic caractéristique de la transition centré sur 150 kHz.

— $t > 2.20$ s, le spectre est turbulent.

On en conclut que les fréquences persistantes lors de la transition TL sont les premières excitées dans la transition LT. La structure évoluant à la fréquence de 150 kHz est à l'origine du régime turbulent. On sait qu'à bas PR les WV semblent être à l'origine de la transition. L'augmentation de pénétration du jet dans la couche limite incidente augmente le cisaillement sur ce tourbillon et il se peut qu'un mode de fréquence 150 kHz se développe et conduise à la turbulence.



(a) Conditions d'injection et d'essai

(b) PCB1, rafale 47

(c) PCB1

(d) PCB5

Figure 5.30 – Spectrogramme de la rafale 47 montrant la transition LT et TL. (a) Évolution du PR d'injection au cours de la rafale. Lorsque le PR est supérieur à la ligne en pointillés, l'écoulement est turbulent (Turb.). (b) Spectres à différents temps de rafale montrant la fréquence transitionnelle de 150 kHz. (c) Confirmation de l'état turbulent de la couche limite lorsque le $PR > 0.9$. (d) La pression d'injection n'est pas suffisante pour déclencher la transition au niveau du PCB5.

5.7 Discussion

5.7.1 Seuils et caractéristiques de la transition par jet

5.7.1.1 Seuil minimal de transition de l'écoulement

On regroupe dans cette section les valeurs de PR de transition pour l'ensemble des rafales avec injection. Les conditions d'essais ou d'injection n'étant jamais identiques, nous pouvons étudier la variation de ce seuil en fonction du Re_u. Bien entendu, nous restons ici dans le cadre des Re_u de la soufflerie.

Procédure : Détermination du $PR(t_{tr})$ de transition TL et LT pour différentes rafales. L'idée est d'analyser visuellement le signal d'un PCB d'une rafale et on reporte, sur la courbe de décroissance du PR d'injection, les temps pour lesquels la transition débute ($t_{tr,max}$) et se termine ($t_{tr,min}$). Ce qui nous donne, respectivement, $PR(t_{tr,max})$ et $PR(t_{tr,min})$. La figure 5.31, illustre ce principe avec en gris le signal du PCB et en rouge l'évolution du PR au cours de la rafale. L'amplitude des fluctuations du signal d'un PCB renseigne sur l'état turbulent ou laminaire de la couche limite, permettant de tracer le début et la fin de la transition (trait en pointillés). On définit le $PR(t_{tr})$ de transition comme la moyenne entre $PR(t_{tr,max})$ et $PR(t_{tr,min})$.

Cette procédure est répétée pour les PCB2 , PCB3 et PCB4, pour différentes rafales où une transition TL ou LT existe. Nous analysons les mesures des rafales 41, 43, 46 et 47 (table 5.5) à injection variable et hybride dont les $P_{tot,\infty}(t_0)$ sont différentes. Les rafales 33, 39 à injection variable et 37 à injection continue sont aussi utilisées ($P_{tot,\infty}(t_0) = 10.34$ bar). Pour la rafale 39, le tube d'injection a été raccourci par rapport à la rafale 33. Pour la rafale 37 (table 5.4), nous avons vu que la pression d'injection constante n'est pas suffisante pour que la couche limite transitionne. On cherche la transition TL dans la partie vidange du tube d'injection (fig. 5.19).

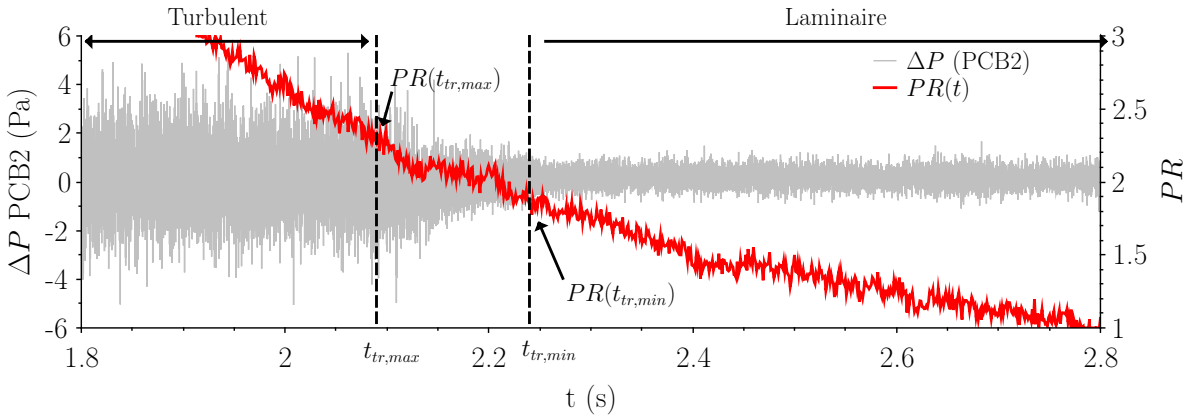


Figure 5.31 – Illustration du principe de détermination du PR de transition. En gris le signal issu du PCB2 (rafale 33) et en rouge le PR.

Chaque $PR(t_{tr})$ transitionnel correspond à un temps (t_{tr}) au cours de la rafale, donc à une pression totale d'injection ($P_{tot,inj}(t_{tr})$) et à une pression génératrice ($P_{tot,\infty}(t_{tr})$). Pour chaque PCB et chaque rafale, les couples de valeurs transitionelles ($P_{tot,inj}(t_{tr})$,$P_{tot,\infty}(t_{tr})$) sont représentés sur la figure 5.32 par des points.

Chaque PCB est représenté par un symbole différent et la couleur désigne le numéro de rafale du signal analysé. Les symboles pleins (rafales 46 et 47) représentent les cas de transition LT, les autres représentent les PR de transition TL. Les droites sont les valeurs de PR. A la conjonction d'un point et d'une droite on a le PR transitionnel.

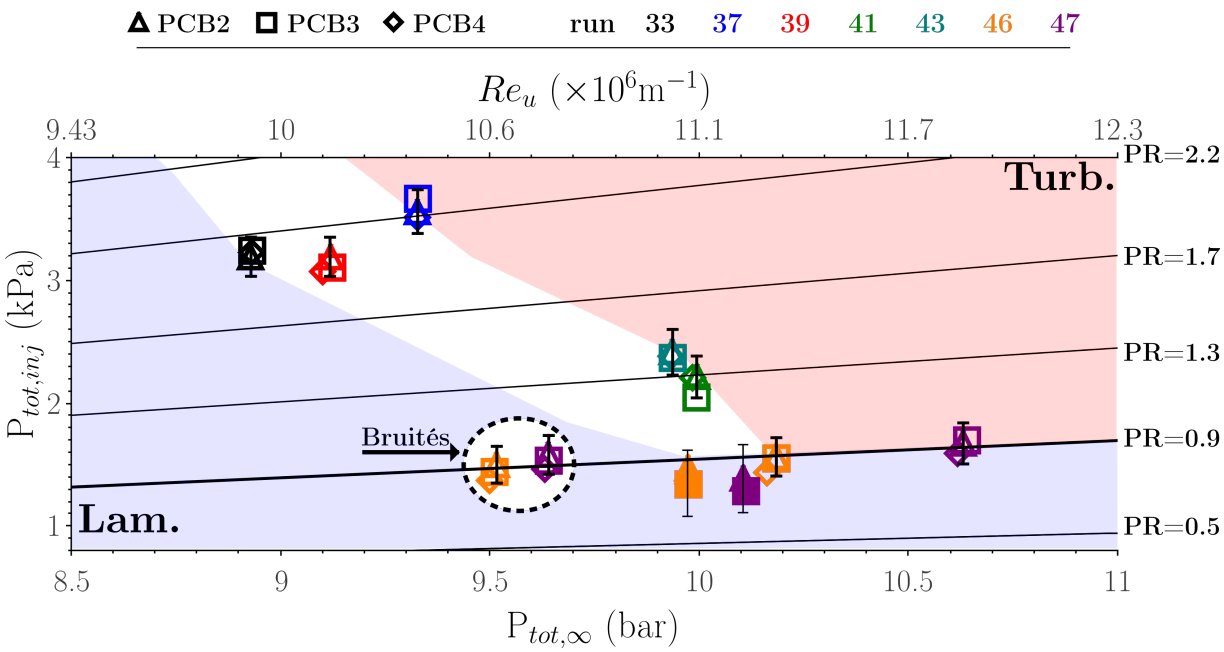


Figure 5.32 – Position des $PR(t_{tr})$ de transition correspondants à différentes pressions génératrices et pressions totales d'injection. Pour un couple $\{P_{tot,\infty}, P_{tot,inj}\}$ donné, on détermine si le jet force la transition de la couche limite (zone rouge Turbulente) ou non (zone bleue Laminaire).

Interprétation : Pour une pression génératrice quelconque $P_{tot,\infty}$, si on choisit une valeur de $P_{tot,inj}$ tel que $PR > PR(t_{tr})$, la pénétration du jet est suffisante pour faire transitionner la couche limite. En revanche, si la pression d'injection est trop faible ($PR < PR(t_{tr})$), la pénétration du jet est insuffisante pour faire transitionner la couche limite sur l'avant-corps.

Le couple de valeur $(P_{tot,\infty}, P_{tot,inj})$ se symbolise par un point sur la figure 5.32. Si ce point est dans la zone rouge ($PR > PR(t_{tr})$), le jet force la transition de la couche limite. En revanche, s'il est dans la zone bleue ($PR < PR(t_{tr})$), la couche limite reste laminaire. Il existe entre la zone laminaire et turbulente, une zone (blanche) où l'état de la couche limite en aval du jet ne peut être définie avec certitude. Seuls des essais complémentaires peuvent combler cette incertitude.

Par exemple, pour $P_{tot,\infty} = 9.4$ bar ($\mathrm{Re}_u \approx 10.5 \times 10^6$ m^{-1}), $PR(t_{tr}) = 2.2$:

- Si la pression totale d'injection est supérieure à 3.5 kPa, $PR > 2.2$, le jet force la transition.
- Si la pression totale d'injection est inférieure à 2.2 kPa, $PR < 2.2$, la couche limite reste laminaire.

Résultats : Pour les haut nombres de Reynolds ($P_{tot,\infty} > 10.1$ bar, $\mathrm{Re}_u > 11.2 \times 10^6$ m^{-1}) la transition s'effectue dès que de l'air s'échappe du trou d'injection. Lorsque le nombre de Reynolds diminue, la pression d'injection nécessaire pour que le jet fasse transitionner la couche limite augmente. En effet, la pénétration du jet doit être plus importante dans une couche limite épaisse.

Les PCB observent simultanément, au cours de la rafale, la transition de la couche limite ; car les PR de transition sont proches (les symboles sont confondus). On rappelle que ces capteurs sont alignés pour différentes positions en aval du jet. Par conséquent, à la précision de nos mesures, la transition TL et LT s'effectue de façon simultanée sur l'avant-corps.

Les points dit "bruités" sont mesurés lors de la décroissance du pulse de pression (cf $t > 2.8$ s fig. 5.30(a)), temps pour lequel le film chaud indique une augmentation du bruit dans la soufflerie. Au vu de ces mesures, le bruit abaisse la pression d'injection nécessaire pour déclencher la transition.

D'après les simulations I-LES, le critère h/δ est déterminant pour la transition. La hauteur h du disque de Mach par rapport à la paroi est essentiellement fonction de PR ; mais, un disque de Mach se forme uniquement si l'injection est sonique. On a vu que le tonneau de détente comprime l'écoulement incident, augmentant localement la pression statique proche de l'injection. On estime, d'après les simulations I-LES, qu'un $PR \approx 3$ est nécessaire à la création d'un tonneau de détente.

D'après les essais, les PR de transition TL et LT sont compris entre 2.2 et 0.8 [9] (fig. 5.32). Par conséquent, il est impossible de déterminer une valeur de h/δ transitionnelle. On en conclut, que le fait d'avoir une injection sonique assure la transition de l'écoulement. Les valeurs minimales calculables de h/δ (modèle # 1 chapitre 3) dans notre cas sont de 0.65 à 0.56 (respectivement à $\mathrm{Re}_u = 12\times10^6$ m^{-1} et $\mathrm{Re}_u = 10.34 \times10^6$ m^{-1} avec $PR = 3$). D'après les simulations laminaires elsA de l'avant-corps on détermine δ.

Remarque : La fluctuation du signal de pression d'injection (±200 Pa) et de pression totale induit une erreur sur la valeur du $PR(t_{tr})$ de transition. De ce fait, les $PR(t_{tr})$ reportés sur la figure 5.32 sont accompagnés d'une barre d'erreur. On estime une erreur de $PR \pm 0.1$.

5.7.1.2 Seuil minimal de transition des HSV

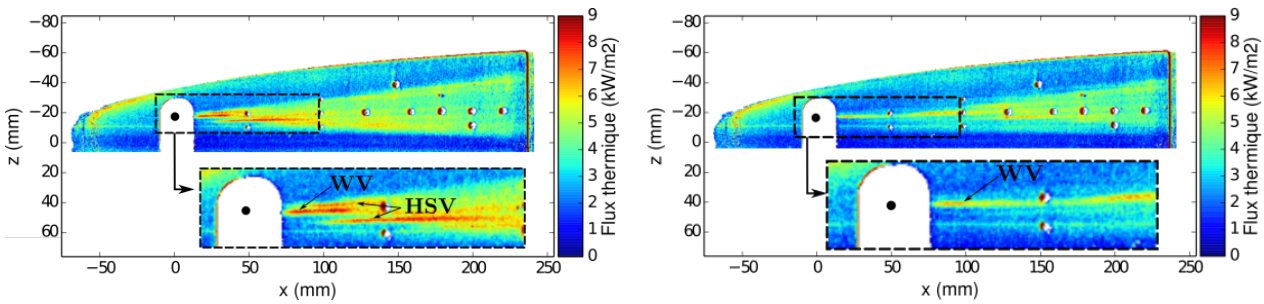
Dans la section précédente, on s'est attaché à étudier la pression minimale qui déclenche la transition de l'écoulement. L'observation d'une discontinuité dans le spectrogramme (cf $t = 1.1$ s fig. 5.30(c) et 5.30(a)) montre qu'en fonction de la pression d'injection il y a une modification des structures conduisant à la turbulence. Cette affirmation se déduit des images TSP et des structures de l'écoulement simulées I-LES.

La figure 5.33 (rafale 47), montre le flux pariétal pour deux temps avant et après la discontinuité.

— $t = 1.07$ s : les HSV et WV semblent conduire à la transition (fig. 5.33(a)).

— $t = 1.17$ s : les WV seuls semblent conduire à la transition (fig. 5.33(b))

On estime qu'entre ces deux temps ($\Delta t = 0.1$ s) les conditions génératrices n'ont pas évolué ($\Delta P_{tot,\infty}/\bar{P}_{tot,\infty} = 1\%$) contrairement à la pression totale d'injection ($\Delta P_{tot,inj}/\bar{P}_{tot,inj} = 38\%$). La différence de PR est due à la diminution de la pression d'injection seule. On en conclut que la variation de la hauteur de pénétration du jet est responsable de la modification de ces structures transitionnelles.



(a) t=1.07 s ; PR=3.6 ; $P_{tot,\infty}$ = 10.92 bar

(b) t=1.17 s ; PR=2.6 ; $P_{tot,\infty}$ = 10.82 bar

Figure 5.33 – Flux thermique à la paroi pour deux pressions d'injection dans des conditions génératrices similaires. Seule la partie supérieure de la maquette est représentée avec en détail le flux de chaleur en aval de l'injection.

9. Pour cette valeur de PR, le kulite 1 mesure la présence du jet, bien que l'injection soit sensée être bloquée.

Dans l'esprit de la section 5.7.1.1 précédente, on cherche à déterminer les PR seuils en utilisant les signaux (PCB2, Kulite3) et $PR(t)$. L'observation visuelle de la modification de l'amplitude des signaux conduit à la détermination des points représentés dans la figure 5.34. La ligne en pointillé n'a aucune valeur physique. Elle symbolise la séparation entre les types de structures transitionnelles (WV/HSV+WV). Les points de cette figure sont déterminés d'après les rafales 42, 43 et 39. La table 5.6 donne les valeurs seuils de changement des structures transitionnelles.

Interprétation : Pour une pression génératrice donnée, si le PR est supérieur à cette ligne, les HSV et WV conduisent à la turbulence. En revanche, si le PR est inférieur les WV seuls semblent être responsables de la transition.

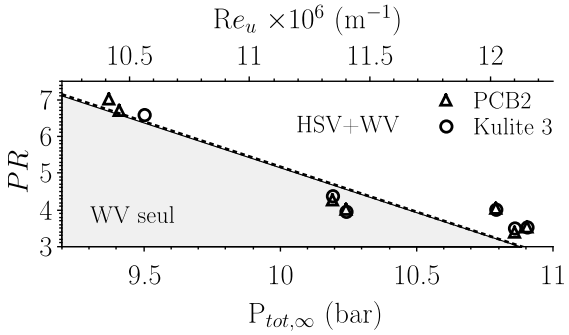


Figure 5.34 – PR en fonction de la pression génératrice définissant la séparation entre les structures transitionnelles de l'écoulement.

rafale	P$_{tot,\infty}$ (bar)	PR ±0.05	h/δ
42	10.79	4.02	0.7
43	10.2	4.38	0.71
39	9.5	6.6	0.83

Table 5.6 – Valeurs du PR et $P_{tot,\infty}$ lors du changement des structures transitionnelles (données issues du PCB2). La hauteur du disque de Mach correspondante est estimée en utilisant le modèle # 1 et δ est issu des simulations numériques.

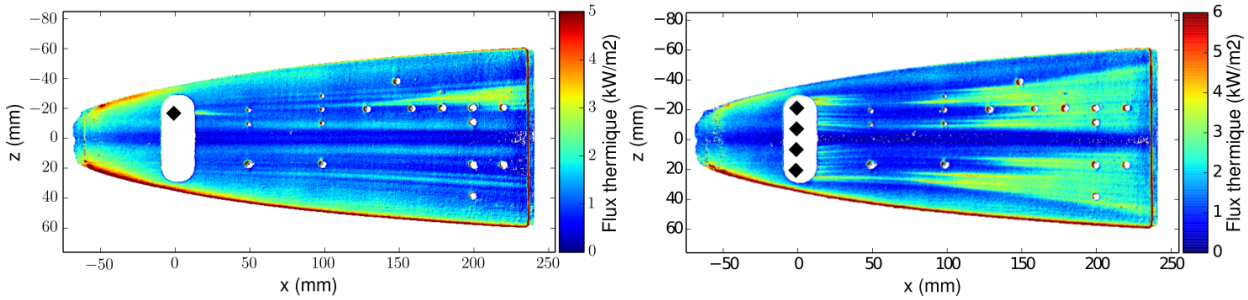
Résultats : L'épaississement de la couche limite augmente le seuil de pression d'injection nécessaire pour modifier les structures transitionnelles. Cette modification s'effectue lorsque le jet pénètre entre $h/\delta = 0.7$ et $h/\delta = 0.8$ (cf tableau 5.6).

Le changement des structures transitionnelles influe aussi sur la largeur et la position de la zone turbulente. Lorsque $h/\delta > 0.70$ la zone turbulente commence directement en aval du jet vers $x_{tr} \approx$ 50 mm. En deçà de ce seuil, seuls les WV persistent et la transition s'effectue à $x_{tr} \approx 100$ mm. La position de transition est déterminée comme étant la position à partir de laquelle la structure transitionnelle se diffuse en envergure.

5.7.2 Comparaison Jet/Rugosité

Dans les sections précédentes, on a défini dans quel cadre la transition par rugosité et jet est efficace. On s'attache maintenant à comparer directement la transition par dispositif passif et actif. Pour cela la plaquette Jet+I08 est utilisée pour comparer l'effet des dispositifs sur la couche limite dans les mêmes conditions génératrices.

Une remarque peut être faite sur l'avantage de distribuer le dispositif de transition. Les deux rugosités I08 et I12 sont efficaces à $\mathrm{R}e_u = 12.29 \times 10^6$ m^{-1} (section 5.5). La figure 5.35 montre, pour les mêmes conditions génératrices, le flux pariétal pour les rugosités I08 et R08. Qualitativement, pour la plaquette R08 on observe une remontée de la position de transition par rapport à I08. Ce résultat est bien entendu intuitif mais laisse présager l'efficacité d'un dispositif de transition par jets distribués.



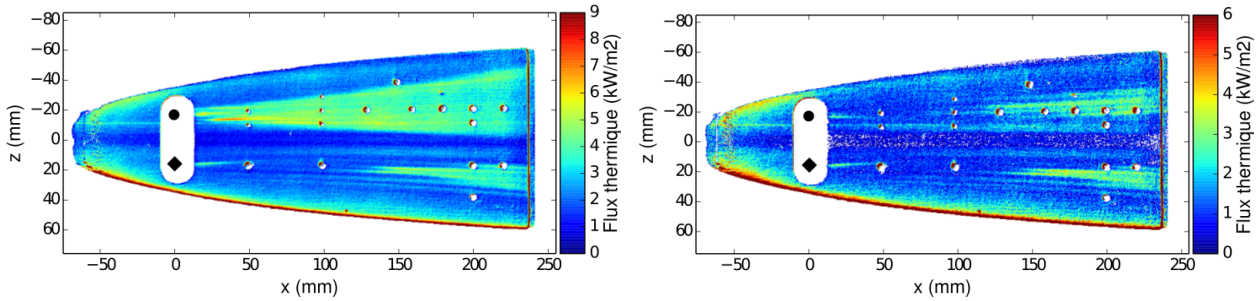
(a) I08 (b) R08

Figure 5.35 – Comparaison du flux thermique pariétal pour les rugosités I08 et R08, à $P_{tot,\infty} = 11.03$ bar, $\mathrm{R}e_u = 12.29 \times 10^6$ m^{-1}. Le front de transition remonte vers la plaquette pour R08.

Efficacité des dispositifs passifs et actifs :

Avec la diminution de la pression génératrice, la couche limite s'épaissit, le cisaillement à la paroi décroît et ces phénomènes combinés diminuent l'efficacité des dispositifs de transition. La plaquette Jet+I08 a été utilisée pour les rafales 42, 43 et 39 (respectivement $\mathrm{P}_{tot}(t_0) = [11.72, 11.03, 10.03]$ bar). Pour ces rafales, on utilise une injection variable. Les figures 5.36 (a) et (b) montrent pour deux valeurs de PR pris à différents $\mathrm{R}e_u$, l'effet du jet et de I08 sur la transition. Pour la figure 5.36(a), la hauteur de pénétration du jet est estimée à $h \approx 0.8$ mm (modèle #1), par conséquent le jet et I08 ont les mêmes hauteurs de pénétration. Pour le jet (symbole : rond), la zone turbulente s'étend directement en aval du jet et couvre toute la partie médiane en fin de maquette. En revanche, la rugosité (symbole : losange) déclenche la transition à partir de $x \approx 140$ mm. On en conclut que pour une même hauteur de pénétration, le jet est plus efficace qu'une rugosité.

Pour que le jet ait la même efficacité que I08, il faut réduire sa hauteur de pénétration donc diminuer la pression d'injection. Pour nos essais, le jet à $PR = 1.5$ ($\mathrm{R}e_u = 11.71 \times 10^6$ m^{-1}) montre sur la TSP la même zone turbulente que la rugosité (fig. 5.36(b)). Pour cette valeur de PR, le jet et la rugosité ont la même efficacité.

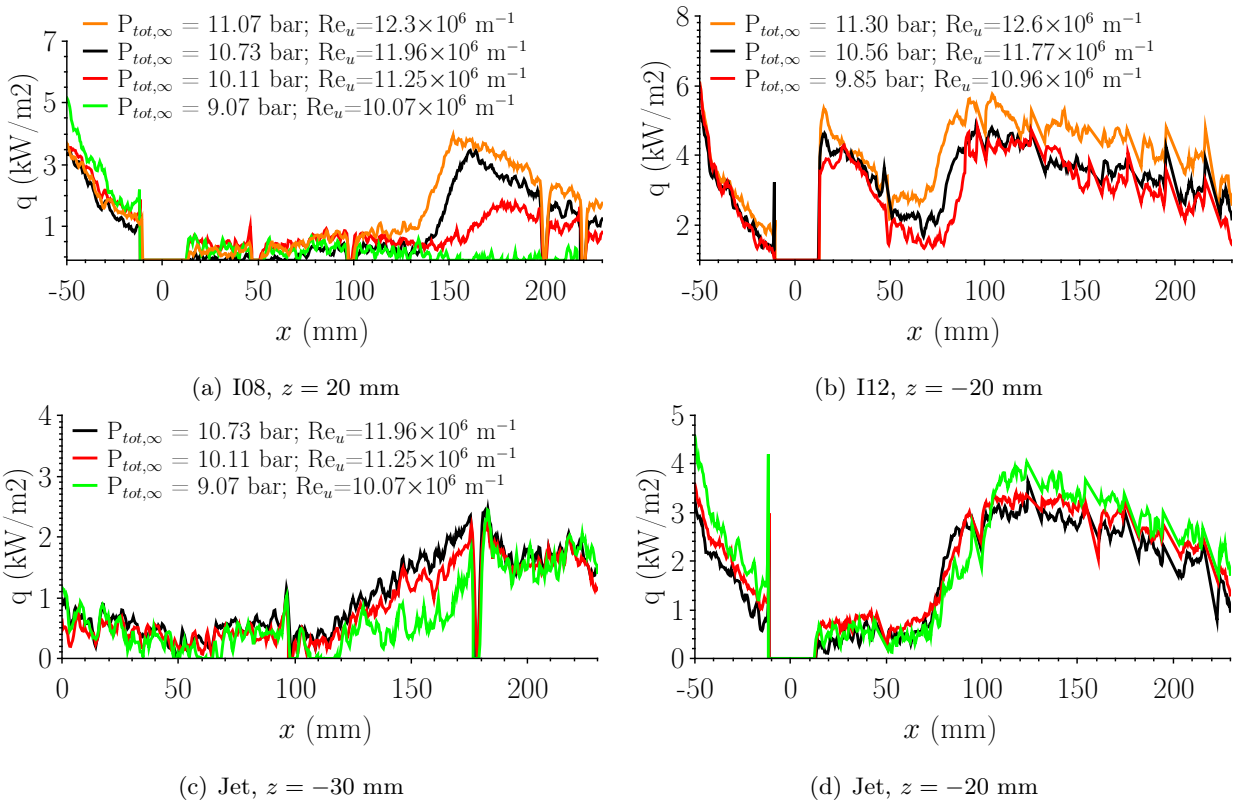


(a) $PR = 6.5$; $h \approx 0.8$ mm ; $\mathrm{R}e_u = 12.18 \times 10^6$ m^{-1} (b) $PR = 1.5$; $\mathrm{R}e_u = 11.71 \times 10^6$ m^{-1}

Figure 5.36 – Comparaison de l'efficacité d'un dispositif passif (rugosité : losange) et actif (jet : rond). (a) Le jet et la rugosité ont la même hauteur de pénétration dans la couche limite. Le jet est plus efficace car la zone turbulente est plus étendue. (b) Pour un $PR = 1.5$ le jet a la même efficacité que la rugosité pour faire transitionner la couche limite.

Sensibilité aux variations de Re_u : On cherche à étudier l'évolution spatiale de la zone turbulente en aval des dispositifs à iso-hauteur de pénétration, pour différentes conditions génératrices.

Pour tracer les figures 5.37, le flux thermique est extrait à z constant, pour $PR = 3$ [10] (rafales 42, 43, 39). Les lignes de flux extraites sont lissées en utilisant une moyenne glissante sur 5 pixels. La présence des capteurs sur ces lignes se traduit par des oscillations non physiques, car ils ne sont pas recouverts de peinture. Pour améliorer la lecture des figures 5.37, les flux sur les PCB et Kulite ont été supprimés. Pour chaque rafale, les temps correspondants à $PR = 3$ sont compris entre 1.3 s et 1.9 s, période pendant laquelle l'écoulement est silencieux.



(a) I08, $z = 20$ mm

(b) I12, $z = -20$ mm

(c) Jet, $z = -30$ mm

(d) Jet, $z = -20$ mm

Figure 5.37 – Perte d'efficacité des rugosités I08 et I12 avec la diminution du nombre de Reynolds. La zone turbulente pris à $PR = 3$ pour différentes valeurs de Re_u et z est stable. (c) et (d) ont la même légende.

Selon les modèles #1 et #2 en annexe B et les simulations numériques, la hauteur du disque de Mach ne varie pas à PR constant, avec la modification de la pression statique dans la couche limite. On considère qu'en prenant PR constant ($PR = 3$), on fixe la hauteur du disque de Mach à $h = 0.57$ mm. Pour les trois essais, les valeurs de h/δ et k/δ sont comprises respectivement entre [0.7 ;0.56] et [0.9,0.8] pour R$e_u = [11.96, 10.07] \times 10^6$ m^{-1}. Les valeurs de δ sont estimées en utilisant la hauteur de couche limite issue des simulations elsA (paroi isotherme 300 K).

Le front de transition de la zone turbulente créée par I08 recule avec la diminution du Re_u (fig. 5.37(a)). On en déduit que l'efficacité de la rugosité est très sensible à la diminution du nombre de Reynolds. L'intensité de la zone turbulente diminue d'un facteur 2 entre $P_{tot,\infty} = 10.73$ bar et $P_{tot,\infty} = 10.11$ bar. Pour le jet (fig. 5.37(c)) la position du front reste stable malgré la diminution de Re_u. Même en s'éloignant latéralement ($z = -30$ mm, fig. 5.37(d)), on ne distingue pas de recul significatif du front de transition. La transition par jet a une faible sensibilité à la diminution du nombre de Reynolds, dans ces conditions d'études.

Pour valider ces résultats, on effectue la même étude sur la zone turbulente de la rugosité I12 [11] (fig. 5.37(b)). La ligne de flux est extraite à $z = -20$ mm. Comme pour I08, on observe un recul du front de transition vers l'aval pour R$e_u = [12.6, 10.96] \times 10^6$ m^{-1}.

10. Ce PR est considéré comme un minimum assurant l'injection sonique, à cause de la compression locale du jet.
11. Cet essai est effectué avec la plaquette I12, qui comporte uniquement une rugosité de hauteur $k = 1.2$ mm

5.7.3 Résumé

Ce chapitre à présenté l'utilisation de dispositifs passifs et actifs pour faire transitionner la couche limite sur une maquette d'avant-corps lors d'expérience dans la soufflerie BAM6QT. Les conclusions sont les suivantes :

Écoulement sans dispositifs : L'état de la couche limite est étudié dans des conditions d'écoulement silencieux et bruité dans la section d'essais.

- Écoulement silencieux : la couche limite est laminaire sur l'intrados.
- Écoulement bruité : on observe une transition précoce de la couche limite sur l'intrados.

Pour l'écoulement laminaire, les flux pariétaux simulés avec le code elsA montrent une bonne correspondance avec celui sur l'avant-corps. Ce résultat est obtenu à 4° et 0° d'incidence. La TSP confirme la présence des deux tourbillons centraux stationnaires visibles sur les simulations elsA. Pour l'essai, la TSP montre des stries de fort flux thermique dans la partie médiane de la maquette. Ces structures sont possiblement dues à une instabilité CrossFlow stationnaire dans la couche limite.

Dispositif passif : A $\mathrm{R}e_u = 12 \times 10^6$ m^{-1}, les rugosités I08 et I12 sont efficaces d'après les mesures TSP. Les capteurs de pression confirment l'état turbulent observé sur la TSP. Les valeurs de $k/\delta = [0.8, 1.2]$, pour cette valeur de Reynolds, vérifient le critère d'efficacité critique de transition énoncé par le programme HIFiRE et Hyper-X ($k/\delta \mid_{critique} > 0.45$). Le Reynolds basé sur les conditions locales à la hauteur de la rugosité est de 1000.

Dispositif actif : Les cas à injection continue sont efficaces pour un $PR > 2.2$ à $\mathrm{R}e_u = 9 \times 10^6$ m^{-1}. Les conditions d'injection sonique assurent la transition de l'écoulement en aval du point d'injection. De ce fait, il est inutile de donner des critères de transition de type h/δ ou $\mathrm{R}e_{hh}$. On observe aussi, grâce aux images, TSP que :

- Pour $h/\delta > 0.8$, les structures HSV et WV créées par l'interaction jet/couche limite conduisent à la turbulence.
- Pour $h/\delta < 0.7$, les structures WV seules conduisent à la turbulence.

Comparaison des dispositifs passifs et actifs : Pour la même hauteur de pénétration dans la couche limite, le jet est plus efficace qu'une rugosité. A iso-PR, la zone turbulente créée par un jet est stable spatialement avec la diminution de $\mathrm{R}e_u$. En revanche, la zone turbulente créée par une rugosité recule vers l'aval avec la diminution de $\mathrm{R}e_u$. Ce résultat est visible avec les rugosités I08 et I12.

On remarque aussi pour les deux dispositifs, une fréquence de 150 kHz lors de la transition TL. Cette transition est définie lorsque les dispositifs deviennent inefficaces. Cette fréquence peut être liée à la transition des tourbillons longitudinaux qui se forment en aval des dispositifs. La possible présence de tourbillons CrossFlow stationnaires peut aussi expliquer cette similarité de fréquence. Dans ce cas, cette étude montre la transition de ces structures et non plus celle d'une couche limite laminaire seule.

Chapitre 6

Conclusions et Perspectives

Cette thèse a présenté une étude numérique et expérimentale de la transition laminaire-turbulent d'une couche limite hypersonique forcée par injection pariétale. A notre connaissance, cette étude de forçage par dispositif actif simple est originale, les travaux similaires s'intéressant toujours à des dispositifs de forçage passifs, comme des rugosités isolées ou distribuées. Au terme de ce travail, les conclusions qui se dégagent sont les suivantes :

D'un point de vue général

— On a pu, par l'analyse des modes d'instabilité globaux, élucider différents mécanismes de transition selon la hauteur de pénétration du jet dans la couche limite. Ces mécanismes avaient été pressentis lors de précédentes études numérique à ICARE, et les résultats de cette thèse viennent les confirmer.

— On a pu relier simplement la hauteur de pénétration du jet au rapport de la pression totale d'injection à la pression statique dans la couche limite, et proposer deux modèles empiriques en vue d'une application industrielle concrète.

— On a pu valider en partie les prévisions théoriques des limites d'efficacité de l'injection lors d'une campagne d'essais en soufflerie.

En ce qui concerne l'étude numérique

— On a développé *ex nihilo* une collection d'outils performants, parallélisés, exploitant les bibliothèque HDF5 et scaLAPACK, pour l'analyse des modes dynamiques (DMD) des données issues de simulation aux grandes échelles implicite (I-LES). L'utilisation conjointe des langages Fortran + MPI et Python, et celle du logiciel Paraview, a permis d'élaborer une chaîne de post-traitement de données massives particulièrement performante.

— Notre travail a montré que le recours à la simulation numérique directe n'est pas indispensable : l'analyse de champs I-LES se révèle pertinente et moins coûteuse pour une étude paramétrique visant à la compréhension des mécanismes de transition forcée.

— La DMD est un outil d'analyse puissant, mais qui nécessite un savoir-faire certain pour fournir des informations exploitables. Nous avons pu, à travers une méthodologie rigoureuse, acquérir ce savoir faire et doter le laboratoire ICARE, au delà des outils techniques, de compétences nouvelles.

— La méthode DMD a été calibrée sur une étude de stabilité modale de l'opérateur Orr-Sommerfeld et Squire discrétisé, permettant de retrouver une partie du spectre théorique. Son application à une couche limite 2D compressible soumise à une perturbation externe a ensuite permis de reconstruire un diagramme de stabilité consistant avec celui produit par le code de stabilité locale d'ICARE. Ce dernier point est, toujours à notre connaissance, également original.

Lors de l'étude expérimentale

— Le recours à la soufflerie BAM6QT de Purdue en mode silencieux s'est avéré nécessaire pour éviter une transition précoce de la couche limite sur la maquette.

— La transition de la couche limite a été forcée avec succès à l'aide d'un jet mono-injection.

— Il a été montré qu'une injection sonique suffit pour assurer la transition de la couche limite.

— Le recours à la TSP a permis d'observer les zones turbulentes ainsi que les structures tourbillonnaires prédites par la simulation numérique. Ces essais ont également permis de quantifier les valeurs seuil de pression d'injection pour une transition TL et LT, sans trouver d'hystérésis.

Perspectives

Nous avons étudié numériquement l'effet d'une injection continue pour faire transitionner l'écoulement. Il est possible d'améliorer le contrôle de la transition en agissant sur des fréquences de pulsation du jet. Les résultats DMD peuvent être utilisés pour créer un modèle réduit de l'écoulement. Ce modèle peut être utilisé dans une stratégie de contrôle de l'écoulement.

Appendices

A Algorithme DMD

Pour résumer, on peut appliquer l'algorithme suivant pour effectuer l'analyse DMD d'une collection d'observables.

Algorithme 1 DMD$(\mathbf{X}, \Delta t) \rightarrow \widetilde{\mathbf{\Phi}}, f, \sigma, \alpha$

ENTREE	$\mathbf{X}(1:m, 0:n)$	$\in \mathbb{R}$	La collection d'observables (m $\geq$ n)
	Δt	$\in \mathbb{R}$	Pas de temps d'échantillonnage
INTERNE	$\widetilde{\mathbf{\Lambda}}(0:n-1)$	$\in \mathbb{C}$	Valeurs empiriques de Ritz
SORTIE	$\widetilde{\mathbf{\Phi}}(0:n-1, 0:n-1)$	$\in \mathbb{C}$	Vecteurs empiriques de Ritz
	$\alpha(0:n-1)$	$\in \mathbb{C}$	Amplitude des modes empiriques de Ritz
	$f(0:n-1)$	$\in \mathbb{R}$	Fréquence
	$\sigma(0:n-1)$	$\in \mathbb{R}$	Taux de croissance

1: $[\mathbf{U}, \mathbf{\Sigma}, \mathbf{V}^H] \leftarrow svd(\mathbf{X}(:, 0:n-1))$ // *Décomposition SVD de* $\mathbf{X}$
2: $\widetilde{\mathbf{M}} \leftarrow \mathbf{U}^H \mathbf{X}(:, 1:n) \mathbf{V} \mathbf{\Sigma}^{-1}$ // *Calcul de* $\widetilde{\mathbf{M}}$ *avec (2.46)*
3: $[\widetilde{\mathbf{\Lambda}}, \widetilde{\mathbf{T}}] \leftarrow eig(\widetilde{\mathbf{M}})$ // *Diagonalisation de* $\widetilde{\mathbf{M}}$
4: $\alpha \leftarrow inv(\widetilde{\mathbf{T}}) \mathbf{U}^H \mathbf{X}(:, 0)$ // *Calcul de l'amplitude avec eq. (2.50)*
5: $\widetilde{\mathbf{\Phi}} \leftarrow \mathbf{U}\widetilde{\mathbf{T}}$ // *Projection des modes*
6: **trier**$(\widetilde{\mathbf{\Phi}}, \widetilde{\mathbf{\Lambda}})$ **par** $\mid \alpha \mid$ ou $\mid \alpha \mid \times exp\{\widetilde{\lambda} r \Delta t\}$ décroissant
7: $f \leftarrow \mathcal{I}$maginaire$\{ln(\widetilde{\mathbf{\Lambda}})/(2\pi\Delta t)\}$ // *Calcul de la fréquence*
8: $\sigma \leftarrow \mathcal{R}$éel$\{ln(\widetilde{\mathbf{\Lambda}})/\Delta t\}$ // *Calcul du taux de croissance*

D'un point de vue technique, les calculs de décomposition sont effectués à l'aide des librairies parallèles PBLAS/scaLAPACK (la version MKL d'Intel®, interface FORTRAN 77). La parallélisation est faite avec MPI (Message Passage Interface). La librairie HDF5 (Hierarchical Data Format 5) est utilisée pour gérer les entrées et sorties du code.

La décomposition SVD (2.41) est faite avec la fonction `PDGESVD` (scaLAPACK). Le produit matrice-matrice $\widetilde{\Phi} = \mathbf{U}\widetilde{\mathbf{T}}$ est effectué avec `PDGEMM` (PBLAS). Il n'existe pas, actuellement, de fonction optimisée résolvant le problème diagonalisation d'une matrice non-symétrique. Pour cela nous appliquons la procédure suivante pour calculer les vecteurs propres et valeurs propres de $\widetilde{\mathbf{M}}$:

1. Réduction Hessenberg de $\widetilde{\mathbf{M}}$ (`PDGEHRD`)
2. Décomposition de Schur (`PZLAHQR` and `PZTREVC`)

Une fois les modes calculés, ils sont visualisés avec Paraview par l'intermédiaire d'un script Python+pyh5 (librairie HDF5 pour Python).

Remarque : Des benchmarks utilisant PBLAS/scalaPACK sont utilisés pour déterminer les performances d'un calculateur. Par conséquent, la compilation, l'optimisation et la performance de ces librairies font l'objet d'une attention particulière. C'est pour cela que nous avons choisi de développer ce code avec ces librairies, au lieu de PETSc [1]. Le code DMD est utilisé sur les calculateurs de la région centre (artémis@CCSC) et nationaux de l'IDRIS (ada@IDRIS).

Dimensions : Pour les cas 3D, la collection d'observables (400$\times$ 12.7E6), nécessite 80 Go d'espace de stockage. La décomposition DMD, s'effectue sur 120 processeurs au minimum.

1. Portable, Extensible Toolkit for Scientific Computation ou SLEPc : Scalable Library for Eigenvalue Problems

B Modèles de prédiction de la hauteur du disque de Mach

On cherche à définir un modèle basé sur le PR pour prédire la hauteur du disque de Mach. On utilise le PR, car dans le cadre d'une application concrète expérimentale ou industrielle, il est facile de mesurer une pression.

B.1 Corrélations existantes

Diverses corrélation existent dans la littérature [Stone and Cary, 1972] proposent un modèle où la pénétration du jet h est proportionnelle à $\sqrt{\lambda}$ avec d le diamètre de l'orifice d'injection et est donné par (1).

$$\frac{h}{d} = K\left(M^e, \gamma_{inj}, \frac{P_{tot,inj}}{P^e}\right)\sqrt{\lambda} \approx C\sqrt{\lambda} \tag{1}$$

[Schetz et al., 1967] proposent une corrélation basée sur une pression effective derrière un choc droit. Selon [Glagolev et al., 1968], le rapport de pression PR est un paramètre crucial pour calculer la hauteur de pénétration, mais ils ne proposent pas de formulation empirique. Les travaux de [Vlagov et al., 1978], dans la continuité de Glagolev, proposent une formule empirique où intervient l'impulsion (I) et la position x d'injection (distance au bord d'attaque).

$$\frac{h}{d\sqrt{I}} = 1.6 + 0.45\sqrt{\frac{x}{d}} \quad \left(\frac{x}{d} < 10\right) \tag{2}$$

$$I = \left(\frac{P_{inj}}{P^e}\right)\left(\frac{1+\gamma_{inj}{M_{inj}}^2}{1+\gamma^e M^{e2}}\right) = \frac{P_{inj}+\rho_{inj}{U_{inj}}^2}{P^e+\rho^e U^{e2}} \tag{3}$$

B.2 Base des modèles proposés

Pour les jets sous détendus dans un environnement au repos libre ($M^e = 0$), il existe un grand nombre de corrélations décrivant la hauteur du disque de Mach en fonction du PR. En utilisant la revue exhaustive de [Franquet et al., 2015] on retient une corrélation simple en fonction de PR.

$$\frac{h_0}{d} = \sqrt{\frac{PR}{2.4}} \approx 0.645\sqrt{PR} \tag{4}$$

Suivant cette corrélation, la hauteur h_0 du disque de Mach ne dépend que de la pression totale d'injection et de la pression statique environnant le tonneau de détente. L'idée sous-jacente est de considérer que le jet en écoulement transverse n'est qu'un jet sous-détendu (en environnement libre) rabattu par l'écoulement libre incident. Contrairement à la corrélation T-313, on écarte toute prédiction directe de $h/\delta = f(PR)$ pour la simple raison que δ dépend de la forme de l'avant-corps du véhicule et est impossible à prédire de manière générique.

B.3 Modèle #1 :

Pour établir ce modèle, on cherche tout d'abord la forme littérale de la correction à appliquer à h_0. Pour cela on combine (2) avec $x/d = 0$ avec (4) la hauteur de référence du disque de Mach en environnement libre. On fait l'hypothèse d'une injection sonique $M_{inj} = 1$ et d'une valeur $\gamma_{inj} = 1.4$.

$$\frac{h}{d} = 1.6\sqrt{I} = 3.41\sqrt{PR} \times \left(1+\gamma_e M^{e2}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{5}$$

L'analogie avec (4) nous permet de déduire un modèle de la forme

$$h = h_0 \times \left(1 + a_1 M^{e2}\right)^{-1/b_1} \tag{6}$$

Les paramètres a_1 et b_1 sont les deux seuls paramètres qui contrôlent ce modèle.

B.4 Modèle #2 :

Le second modèle est purement géométrique mais requiert une connaissance de la couche limite au point d'injection. On remarque visuellement (fig 1) que la forme du tonneau peut être divisée en deux parties. La première zone proche de la paroi montre une évolution verticale de la détente. Cette distance est corrélée à la hauteur de la ligne sonique $\delta_{M=1}$ dans la couche limite non perturbée.

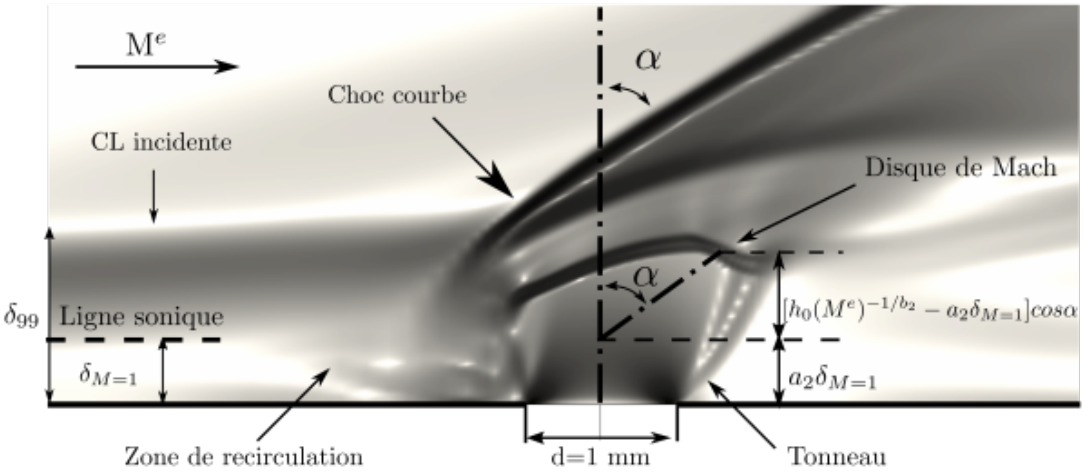


Figure 1 – Schéma de la décomposition du tonneau de détente utilisé dans le modèle #2.

Pour un PR suffisamment élevé, cette hauteur est dépassée et le tonneau se couche sous l'effet de l'écoulement incident, d'un certain angle $\alpha°$. Dans cette seconde zone, le tonneau induit un choc courbe qui comprime l'écoulement l'environnant modifiant le PR initial et par conséquent la hauteur h_0 du disque de Mach.

Ce modèle nécessite la connaissance de la hauteur de ligne sonique et de l'angle d'inclinaison du tonneau dans l'écoulement supersonique. Il est possible de trouver des lois basées sur l'évolution d'une couche limite de type Levy-Lees pour une paroi adiabatique. Divers profils Levy-Lees ont été pris pour un Mach extérieur $M^e = [1; 8]$ et une température extérieure à la couche limite de $T^e = [100; 500]$ K. On trouve que :

$$\left(\frac{\delta_{M=1}}{\delta}\right) \approx \left(\frac{T^e}{T_{paroi}}\right) M^{e-1.6} \tag{7}$$

En incluant le facteur de récupération pour une couche limite laminaire basée sur le nombre de Prandtl $r(Pr) = \sqrt{Pr}$, on en déduit la relation suivante avec $M_1 = 1$:

$$\left(\frac{\delta_{M_1}}{\delta}\right) \approx \left(\frac{1 + \frac{\gamma^e - 1}{2} r(Pr) M^{e2}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} r(Pr)}\right) M^{e-1.6} \tag{8}$$

Pour l'air et une couche limite laminaire le coefficient $\frac{\gamma-1}{2} r(Pr) \approx 0.167$.

Pour déterminer l'angle du tonneau par rapport à la paroi, plusieurs images expérimentales [Erdem, 2011, Erdem et al., 2012] et numériques (de cette étude et celles d'E.Orlik) ont été analysées couvrant une plage de Mach de 1.6 à 8. En effet, le choc courbe dans l'écoulement libre a le même angle que celui du tonneau. On en déduit une loi en fonction du Mach extérieur à la couche limite :

$$\alpha° \approx 32\,(M^e - 1)^{0.4} \tag{9}$$

En estimant que la longueur totale du tonneau est de $h_0 M^{e-1/b_2} < h_0$,contenant une fraction $a_2\delta_{M=1}$ de la hauteur de la ligne sonique, on obtient le modèle suivant :

$$h = a_2\delta_{M_1} + \left(h_0 M^{e-1/b_2} - a_2\delta_{M_1}\right) cos(\alpha^\circ) \tag{10}$$

Les coefficients a_2, b_2 sont les variables du modèle.

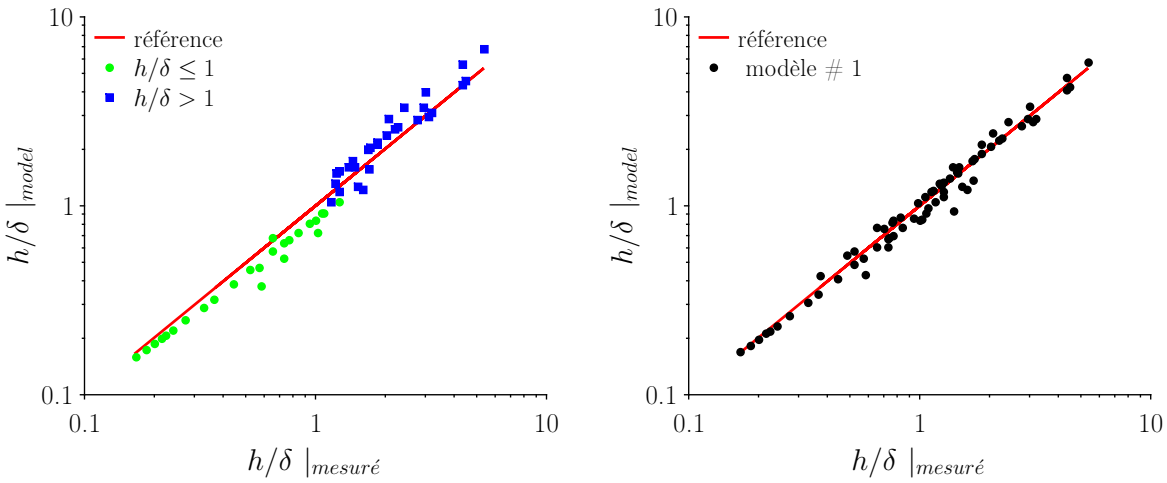
B.5 Comparaisons :

Les coefficients a_1, b_1, a_2, b_2 sont obtenus en calculant les modèles sur les données de hauteurs de disque de Mach issues de divers études expérimentales et numériques. Ces hauteurs couvrent un nombre de Mach extérieur allant de 2 à 8.45. Dans tous ces cas d'étude le fluide injecté est de l'air. Pour le modèle #1 les paramètres optimum sont $a_1 = 0.4$, $b_1 = 2.5$. La figure 2(a) compare la hauteur du disque de Mach, adimensionnée par la hauteur de couche limite non perturbée, mesurée et prédite par le modèle. Le ligne rouge est la droite de pente unitaire. Toutefois, on sur-estime la hauteur du disque de Mach quand $h < \delta$ (cercle vert) et inversement pour $h > \delta$ (carré bleu). Une correction peut s'appliquer en modifiant les coefficients (a_1, b_1) selon :

	a_1	b_1
$h/\delta \leq 1$	0.4	2.94
$h/\delta \leq 1$	0.4	2.33

Table 1 – Correction des coefficients du modèle # 1 en fonction de la hauteur de pénétration du disque de Mach dans la couche limite.

La figure 2(b) montre l'amélioration de la prédiction du modèle #1.



(a) modèle #1

(b) modèle #1, corrigé (table 1)

Figure 2 – Comparaison entre la hauteur du disque de Mach prédite par le modèle #1 et celle mesurée.

Pour le modèle #2 les données utilisées pour optimiser les coefficients (a_2, b_2) sont les mêmes que celles du modèle #1. Les paramètres optimaux sont a_2=0.8 et b_2=3.7. La figure 3 illustre la prédictibilité du modèle. Pour les faibles h/δ, le modèle s'écarte de la droite de pente unitaire. La cause de cette dérive est l'imprécision sur la hauteur de ligne sonique donnée par la corrélation (8)

à faible Mach $M^e = 2$. Ce modèle est très précis pour prédire la hauteur du disque de Mach mais nécessite une meilleure connaissance de la couche limite par rapport au modèle #1.

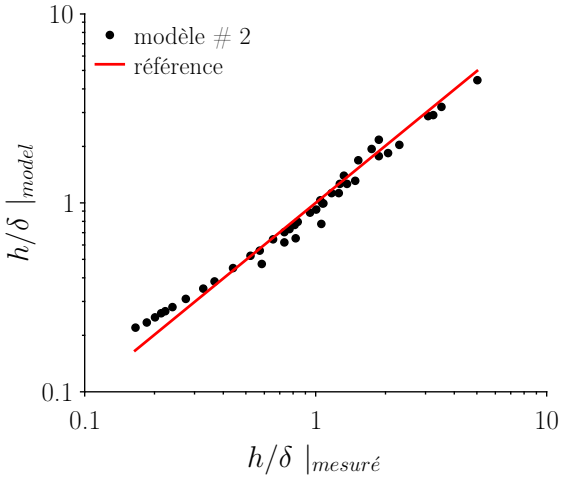


Figure 3 – Comparaison entre la hauteur du disque de Mach prédite par le modèle #2 et celle mesurée.

C Conditions d'essai pour chaque rafale

C.1 Rugosité

légende : S, Silencieux ; B, Bruité ; AoA ; Angle d'attaque (Angle of Attack)

N° rafale	AoA (°)	$P_{tot,\infty}(t_0)$ (bar)	$T_{tot,\infty}(t_0)$ (K)	Condition	Plaquette	Pass/Fail
1	0	11.7	433.25	S	Lisse	
2	0	11.7	429.75	S	Lisse	✓
3	0	7.9		B	Lisse	
4	0	11.7	435.65	B	Lisse	✓
5	0	11.7	437.95	S	I08	✓
6	0	11.7	434.95	S	I08	✓
7	0	11.7	434.05	B	I08	✓
8	0	11.7	438.75	S	R08	✓
9	0	11.7	436.35	B	R08	
10	0	11.7	433.85	B	R08	✓
11	0	11.7	436.65	S	R12	✓
12	0	11.7	433.25	B	R12	✓
13	4	11.7	437.25	S	Lisse	✓
14	4	11.7	435.25	B	Lisse	✓
15	4	11.7	435.85	S	I08	✓
16	4	11.7	433.55	B	I08	✓
17	4	5.9	430.25	B	I08	✓
18	4	11.7	430.35	S	I12	✓
19	4	2.8		B	I12	
20	4	3.1	426.85	B	I12	✓
21	4	11.7	429.15	S	R08	✓
22	4	4.5	422.35	B	R08	✓
23	4	11.7	427.85	S	R10	✓
24	4	2.1	421.05	B	R10	✓
25	4	11.7	430.15	S	R12	✓
26	4	2.1	425.45	B	R12	✓
27	4	11.7	432.85	S	R06	✓
50	0	11.7	433.45	S	R06	✓
51	0	11.7	434.25	S	R10	✓
52	0	11.7	434.35	S	I12	✓
53	2	11.7	432.15	S	Lisse	✓
54	2	11.7	432.05	S	R08	✓

C.2 Jet

légende : S, Silencieux ; B, Bruité ; AoA ; Angle d'attaque (Angle of Attack)

N° rafale	AoA (°)	$P_{tot,\infty}(t_0)$ (bar)	$T_{tot,\infty}(t_0)$ (K)	Condition	Plaquette	$P_{réservoir}(t_0)$ (kPa)	Pass/Fail
28	4	10.3	441.35	S	Jet	207	
29	4	10.3	433.65	S	Jet	138	
30	4	10.3	433.45	S	Jet	98.5	
31	4	10.3	431.75	S	Jet	0	
32	4	10.3	431.35	S	Jet	0	
33	4	10.3	430.15	S	Jet	0	✓
34	4	10.3	428.75	S	Jet	13.79	✓
35	4	10.3	431.75	S	Jet	27.58	✓
36	4	10.3	431.05	S	Jet	68.95	
37	4	10.3	431.55	S	Jet	8.62	✓
38	4	10.3	434.95	S	Jet	138	✓
39	4	10.3	433.95	S	Jet + I08	0	✓
40	4	10.3	432.25	S	Jet + I08	27.58	✓
41	4	11.7	432.05	S	Jet + I08	0	✓
42	4	11.7	431.25	S	Jet + I08	0	✓
43	4	11.0	429.75	S	Jet + I08	0	✓
44	4	11.7	431.35	S	Jet + I08	12.41	✓
45	4	11.7	434.75	s	Jet + I08	11.03	✓
46	4	11.7	433.15	S	Jet + I08	12.41	✓
47	4	11.7	432.35	S	Jet + I08	12.41	✓
48	4	11.7	430.75	S	Jet + I08	0	✓
49	4	11.7	430.05	S	Jet + I08	0	✓

Table des figures

1.1 Avion fusée Bell X1, Mach 1.06 le 14 octobre 1947 (pilote Chuck Yeager). 3
1.2 Avion fusée X15, Mach 6.7 le 3 octobre 1967 (pilote Pete Knight). 3
1.3 René Lorin, 1877-1933. 3
1.4 Leduc 010 : L=10.25 m, E=10.52 m, H=3.39 m, M=3000 kg, le 21 avril 1949, 680 km/h (record : 960 km/h). Porteur Languedoc 31. 3
1.5 De gauche à droite : PREPHA (1992-1998), JAPHAR (1997-2002), PROMETHEE (1999-2002). 4
1.6 Avion spatial NASP X-30. 4
1.7 Vue schlieren de la transition naturelle d'une couche limite sur un cône de 5° de demi-angle) à M_∞ =4.42 (essais [Reda, 1979] AIAA Journal, vol 17(8)). Les ondes de compression sont induites par la turbulence. 5
1.8 Coupe longitudinale de l'avant-corps de l'HEXAFLY, coloré par le nombre de Mach. A gauche, calcul laminaire. A droite, calcul avec un modèle de turbulence Spalart-Allmaras [Guryleva et al., 2015]. 6
1.9 Effet du nombre de Mach sur le taux d'amplification spatial des instabilités d'une couche limite de plaque plane (Re=1500, paroi adiabatique) [Mack, 1975]. 7
1.10 Profils de couche limite se développant sur une géométrie complexe (adapté de [Orlik, 2009]). 7
1.11 Exemple de rugosités utilisées lors des programmes Hyper-X [Berry et al., 2000] et X51 [Wadhams et al., 2010]. 8
1.12 X-43 lors de son premier vol et de sa conception (source NASA Langley). 9
1.13 Exemple de dispositifs de transition passif et actif [Berry et al., 2004]. 9
1.14 Vue CAO des charges utiles des HIFiRE-1 (a) et HIFiRE-5 (b) [Kimmel et al., 2014]. . 10
1.15 Champ de Mach sur la géométrie HIFiRE-5 [Paredes and Theofilis, 2013]. 11
1.16 Flux de chaleur surfacique sur la partie supérieure du cône elliptique en écoulement bruyant (gauche) et silencieux (droite) (AoA=4° ; $M_\infty = 6$; $Re_u = 8.1 \times 10^6$ m^{-1}). [Juliano et al., 2015]. Vert : laminaire, Rouge : turbulent. 11
1.17 A gauche : vue CAO du véhicule LEA. A droite : maquette échelle 1:4 dans la soufflerie de S4 ONERA Modane Avrieux. 12
1.18 Propriétés de stabilité (à gauche) et comparaison des facteurs $\mathcal{N}$ avec le critère Re_{δ_2}/M_e (à droite) pour M_∞ =4, 6 , 8, $AoA = 4°$, $P_{dyn} = 0.6$ bar, $f = 10$ kHz, paroi en équilibre radiatif. 13
1.19 Prévision et essais de transition naturelle dans T-313 [Orlik et al., 2011]. 14
1.20 Schéma de conception des rangées de rugosités ($k = [0.8, 1.0, 1.5]$ mm). 14
1.21 Barrettes de rugosités, $k = [0.8, 1.0, 1.5]$ mm. 14
1.22 Maquette recouverte de TSP pour essais dans AT-303. 14
1.23 Essais à $M_\infty = 8$ dans AT-303, avec et sans rugosités. 14
1.24 Simulation I-LES d'une couche limite en transition forcée par injection pariétale. Critère $\mathcal{Q}$ coloré par la distance à la paroi pour deux pressions d'injection : à gauche 20 kPa, à droite 100 kPa [Orlik et al., 2014]. 15
1.25 Illustration de la géométrie de l'avant-corps avec ses dimensions. 17
1.26 Vue CAO de l'intrados de la maquette avec les plaquettes de dispositifs de transition ainsi que les éléments de fixation. 17
1.27 Illustration et dénomination des zones caractéristiques sur l'intrados de la maquette. . 18
1.28 Carte du nombre de Mach autour de la maquette et dans le plan de symétrie vertical. $M_\infty = 6$, $Re_u = 12 \times 10^6 m^{-1}$, AoA= 4°. Calcul A. Durant MBDA France. 18

1.29 Épaisseur de couche limite à $x = 0.1$ mm du nez pour deux valeurs de Re_u à 4°d'incidence. Le trait en pointillés symbolise la position des dispositifs isolés de transition lors des essais. 19
1.30 Épaisseur de couche limite et ligne de frottement sur l'intrados de l'avant-corps générique à 4° d'incidence. Le trait pointillé symbolise la position de la coupe de la figure 1.29. 19
1.31 Champ de vitesse transverse à $x = 0.1$ m. M_∞ =6, $\mathrm{Re}_u = 9.6 \times 10^6 m^{-1}$, AoA=4°. . . . 19
1.32 Champ de nombre de Mach à $x = 0.1$ m. M_∞ =6, $\mathrm{Re}_u = 9.6 \times 10^6 m^{-1}$, AoA=4°. . . . 19

2.1 Illustration de l'évolution d'une instabilité absolue et convective. 22
2.2 Schéma représentant les mécanismes de transition LT dans les écoulements cisaillés (inspiré de [Morkovin, 1969, Saric et al., 2002]). 23
2.3 Évolution temporelle de l'énergie d'une perturbation pour différents scénarios (A-C). . 23
2.4 Amplitude d'une perturbation $q'(t)$ en fonction du temps pour un opérateur normal ($q'(t_0) > q'(t_1)$) et non-normal ($q'(t_0) < q'(t_1)$). 28
2.5 Diagramme de stabilité pour une couche limite de Blasius incompressible. La couleur représente la valeur de ω_r. 29
2.6 Exemple de ε pseudo-spectre, les symboles $\times$ sont les valeurs propres. 31
2.7 Illustration de l'équation (2.36). 35
2.8 Illustration de (2.41) pour la SVD complète et réduite. 36
2.9 Illustration de (2.46). SVD complète, $\widetilde{\mathbf{M}} \in \mathcal{M}_{m,m}(\mathbb{C})$, SVD réduite, $\widetilde{\mathbf{M}} \in \mathcal{M}_{n,n}(\mathbb{C})$. . . 36
2.10 Profil de vitesse pour l'écoulement de type Poiseuille. 40
2.11 Valeurs propres du spectre OS-SQ pour l'écoulement de Poiseuille. Les isocontours représentent le log_{10} du pseudo-spectre. Les lettres désignent les branches du spectre et le cercle rouge entoure la valeur propre la moins stable de la branche A. La ligne pointillés représente le cercle unité. (Représentation stepper du spectre). 40
2.12 Spectre de l'opérateur OS-SQ ($\mathbf{L}$) et spectre de $\widetilde{\mathbf{M}}$ pour un échantillonnage à $\Delta t = 1$. Les valeurs propres issues de l'analyse DMD convergent vers les valeurs propres ($e^{\omega_j \Delta t}$) de l'opérateur OS-SQ ($\mathbf{L}$) avec l'augmentation du nombre d'observables n dans $\mathbf{X}_0^{n-1}$. 41
2.13 Comparaison des vecteurs propres de $\widetilde{\mathbf{M}}$ et de l'opérateur OS-SQ ($\mathbf{L}$) pour un écoulement de Poiseuille. Les modes de l'analyse DMD sont pris pour une collection d'observables $n = 140$ et un temps entre les observables $\Delta t = 1s$. On trace un point sur deux pour plus de lisibilité. 42
2.14 Profil de vitesse ($f'(\eta) = U/U_\infty$). 43
2.15 Visualisation colorée par $\mid \widetilde{v} \mid$ de la matrice X_0^{n-1} contenant les observables en colonne (temps) pour un écoulement de Blasius. 2.15(b) Signal de $\mid \widetilde{v} \mid$ issu des sondes placées à $\xi = [3, 4, 4.5]$. 44
2.16 Représentation de la totalité des valeurs propres de $\widetilde{\mathbf{M}}$ ($n = 80$ observables) et amplitudes associées pour l'opérateur OS et un écoulement de base de type Blasius. Les symboles représentent les valeurs propres et leur forme diffère selon le type de mode. (a) Comparaison entre les valeurs propres $\widetilde{\lambda}$ de $\widetilde{\mathbf{M}}$ issues de la DMD et celles de l'opérateur OS discrétisé. (b) Amplitude pour chaque type de mode. La légende est commune aux deux figures. 44
2.17 L'amplitude α en fonction de l'indice des modes est tracée pour différents nombres d'observables (n) montrant la convergence du nombre de modes physiques résolus. Les modes physiques sont ceux avec une valeur α_j élevée. 45
2.18 Domaine d'étude. 46
2.19 Fluctuation de la pression pariétale en deux positions spatiales, $x = 0.1$ m et $x = 0.35$ m au cours du temps. On observe la différence de vitesse de propagation entre les deux ondes acoustiques "lentes" et "rapides". 47

2.20 Étude de convergence en fonction du nombre d'observables. Seuls les modes ayant une fréquence ≤ 200 kHz sont considérés comme physiques. 47
2.21 Comparaison des profils de couche limite à 20 cm du bord d'attaque. Le mode à fréquence nulle DMD et la simulation I-LES sont des écoulements de base de type Levy-Lees. 48
2.22 Partie réelle du vecteur propre de fréquence temporelle : (a) 137kHz ; (b) 48 kHz. L'échelle de couleur donne le signe local de la partie réelle du vecteur propre (bleu : négatif, vert : nul, rouge : positif). La ligne en pointillés à $y = 0.5$ mm, illustre celle utilisée pour tracer le diagramme de stabilité. 48
2.23 Illustration de l'évolution de l'amplitude de la partie réelle du vecteur propre sur une ligne à $y = cste$. Les lignes en pointillés représentent les valeurs minimale et maximale des oscillations. 49
2.24 Diagramme de stabilité LST (hachuré) et DMD montrant les zones d'amplification spatiale des modes selon leur fréquence temporelle et leur position le long de la plaque plane. 49
2.25 Représentation schématique du spectre LST spatial : $\circ$ discret (cercle), $-$ continu. La zone grisée est la zone instable. 50
2.26 Transformée de Fourier spatiale le long d'une ligne à $y = 0.5$ mm extraite des modes DMD à fréquence temporelle : (a) $f = 48$ kHz ; (b) $f = 137$ kHz. On observe deux pics positionnés sur les nombres d'ondes rapides et lentes. 51
2.27 Signal spatial issu du vecteur propre associé à la fréquence $f = 137$ kHz. Le signal en noir est le signal "brut" (sans filtrage) extrait du vecteur propre. En vert le signal filtré avec le passe bande à la fréquence 200 m^{-1}. Les positions de début et fin d'amplification sont représentées par les lignes pointillés. 52

3.1 Illustration de la stratégie de simulation. A gauche une représentation de l'avant-corps. A droite, représentation de la plaque plane et du domaine de calcul. 56
3.2 Comparaison entre les profils de couche limite au point d'injection sur l'avant-corps et la plaque plane ($x_{LL} = 6$ cm). 57
3.3 Illustration du **Cas A** pour lequel en entrée de domaine I-LES on impose un profil de couche limite amont au profil au point d'injection. 58
3.4 Illustration du **Cas B** pour lequel en entrée de domaine I-LES on impose des profils de vitesse, pression et température uniformes. On calcule le bord d'attaque de la plaque plane. 58
3.5 Vue du maillage #1 en ne représentant qu'un nœud sur 4. 60
3.6 Maillage #1 à la paroi dans le plan XZ (un nœud sur 4). 60
3.7 Détail du maillage #1 dans la zone d'injection (en rouge) dans le plan xz. 60
3.8 Illustration d'un Jet en Écoulement Transverse Supersonique. 63
3.9 Champ de température sur le plan de symétrie pour différents temps issu du cas $PR = 15$. Les vecteurs représentent la direction de la vitesse dans le plan. L'échelle représente l'axe x (en m) et donne la distance par rapport au bord d'attaque. 64
3.10 Comparaison entre le critère $\mathcal{Q}$ d'un champ instantané et moyen en temps, cas $PR = 15$. 65
3.11 Champ de pression instantané à la paroi (Pa) pour le cas $PR = 15$ avec le maillage #1 et #2. A titre de comparaison le cas $PR = 77$ maillage #1 est présenté. 66
3.12 Champ de pression pariétale avec un changement d'échelle en fin de domaine a) paroi isotherme, écoulement plaque plane seul, b) paroi adiabatique avec injection, c) paroi isotherme avec injection. 67
3.13 Paroi isotherme. Flux thermique pariétal (W/m^2) avec en détail la zone d'injection. . 68
3.14 Paroi adiabatique. Température pariétale (K), avec en détail la zone d'injection 68

3.15 Évolution du disque de Mach en fonction de la pression d'injection, indiquée par la valeur de PR. (Plan de symétrie coloré par le nombre de Mach). L'augmentation de la pression d'injection augmente la hauteur de pénétration du jet dans la couche limite. . 70
3.16 Représentation du critère $\mathcal{Q}$ du cas $PR = 2$. 71
3.17 Représentation du critère $\mathcal{Q}$ du cas $PR = 4$. 71
3.18 Représentation du critère $\mathcal{Q}$ du cas $PR = 8$. 71
3.19 Représentation du critère $\mathcal{Q}$ du cas $PR = 15$. 72
3.20 Représentation du critère $\mathcal{Q}$ du cas $PR = 30$. 72
3.21 Représentation du critère $\mathcal{Q}$ du cas $PR = 45$. 72
3.22 Représentation du critère $\mathcal{Q}$ du cas $PR = 60$. 73
3.23 Représentation du critère $\mathcal{Q}$ du cas $PR = 77$. 73
3.24 Spectrogramme des fluctuations de pression pariétale sur la ligne centrale, de $x = 0.1$ m à $x = 0.5$ m pour les cas $PR = \{2, 4, 8\}$. Le cas $PR = 2$ ne montre aucune transition de l'écoulement, contrairement aux cas $PR = 4$ et $PR = 8$. 74
3.25 Spectrogramme des fluctuations de pression pariétale sur la ligne centrale, de $x = 0.1$ m à $x = 0.5$ m pour les cas $PR = \{15, 30, 45\}$. 75
3.26 Spectrogramme des fluctuations de pression pariétale sur la ligne centrale, de $x = 0.1$ m à $x = 0.5$ m pour les cas $PR = 60$ et $PR = 77$. Le contenu à large bande du spectrogramme montre un état turbulent de l'écoulement. 75
3.27 Température pariétale moyenne en temps pour les cas $PR = 4$ (en haut) et $PR = 60$ (en bas). L'échauffement par rapport à la température de récupération est dû aux tourbillons longitudinaux. 77
3.28 Coefficient de frottement sur l'axe de symétrie ($z = 0$) pour différentes pressions d'injection. 78
3.29 Coefficient de frottement dans le plan transversal pour les cas $PR \leq 15$ où $h/\delta \leq 1$. (a) $x = 0.15$ m et (b) $x = 0.5$ m. 79
3.30 Coefficient de frottement dans le plan transversal pour les cas $PR > 15$ où $h/\delta > 1$. (a) $x = 0.15$ m et (b) $x = 0.5$ m. 79
3.31 Coupe transversale du champ de vorticité avec les vecteurs vitesse dans le plan (yz) montrant l'éloignement des WV et des CRV de la paroi vers l'aval, cas $PR = 4$. 80
3.32 Coupe transversale du champ de vitesse $\hat{u}$ avec la ligne $\dfrac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 U_x}{\partial z^2} = 0$ à $x = 0.1$ m, pour différentes pressions d'injection : (a) $PR = 2$, (b) $PR = 4$, (c) $PR = 15$. Les zones de défaut de vitesse sont localisées autour des tourbillons longitudinaux. 81
3.33 Iso-contour de la vitesse $\hat{u}$. En rouge, les zones de sur-vitesse (supérieure à 200 m/s) et en bleu les zones de sous-vitesse (inférieure à -200 m/s). Les zones de défaut de vitesse forment des stries le long des tourbillons longitudinaux. 82
3.34 Profil de couche limite Levy-Lees au point d'injection pour les différents cas de calcul présentés dans la table 3.5. 83
3.35 Champ de Mach sur le plan de symétrie pour différentes valeurs de P^e. La forme du tonneau ne varie pas avec la variation de P^e. 84
3.36 Champ de Mach sur le plan de symétrie pour différentes pressions statiques dans la couche limite. 84
3.37 Cas A, $P^e = 1053$ Pa. 85
3.38 Cas C $P^e = 1050$ Pa. 85
3.39 Critère $\mathcal{Q}$ de l'écoulement instantané pour deux valeurs de M^e : (a) Cas D, $M^e = 6$, (b) Cas E, $M^e = 8$. Les deux cas montrent que la pression d'injection est suffisante pour faire transitionner l'écoulement. 85

4.1 Représentation géométrique des domaine DMD pour chaque PR. Le domaine de calcul I-LES est en noir. 90
4.2 Spectre des fluctuations de pression à la paroi pour les deux cas $PR = 4$ et $PR = 77$. Les fréquences $f > 500$ kHz sont peu présentes dans l'écoulement. 91
4.3 Convergence en nombre d'observables du spectre DMD et de la fréquence caractéristique et du taux de croissance du mode symbolisé par ($\triangle$). La DMD est effectuée sur un plan à $x = 0.07$ m du bord d'attaque (1 cm en aval de l'injection) pour le cas $PR = 15$. . . 92
4.4 Convergence en nombre d'images du mode DMD du champ de pression associé à la fréquence, $f \approx 96$ kHz (mode $\triangle$ de la figure 4.3). En rouge valeur positive, en vert valeur nulle, en bleu valeur négative et dimension en mm. 92
4.5 Spectre DMD, représentant l'amplitude en fonction de la fréquence, pour différentes variables d'étude. DMD effectuée sur un plan yz à $x = 0.3$ m. 93
4.6 Exemple de fluctuations de pressions à la paroi, au cours de la simulation I-LES, pour le cas $PR = 77$. La sonde est placée à $z = 0$ et $x = 0.22$ m du bord d'attaque. Les oscillations sont auto-entretenues. 94
4.7 Spectre DMD global : amplitude des modes pour différents temps $r\Delta t$ en fonction de leur fréquences. 95
4.8 Modes globaux DMD du cas $PR = 2$, les dimensions y et z sont amplifiées d'un facteur 10 pour améliorer la compréhension visuelle. De gauche à droite, les modes ont pour fréquence temporelle $f \in \{50, 73.7, 92.4\}$ kHz. Seul le mode de fréquence $f = 50$ kHz est sinusoïdal. 95
4.9 Coupe transversale des modes : $f = 50$ kHz sinusoïdale, $f = 92.4$ kHz variqueux. Ces modes sont respectivement antisymétrique et symétrique par rapport au plan (xy). Les plans de coupe sont représentés sur la figure 4.8. 96
4.10 Amplitude des modes pour différents temps t_r en fonction de leur fréquences. Trois modes ont une amplitude qui reste constante $f = [13, 44, 102.5]$ kHz au cours du temps t_r. 96
4.11 Modes globaux du cas DMD $PR = 4$, avec pour fréquence temporelle et type d'instabilité : $f = 13$ kHz, Sinusoïdale ; $f = 44$ kHz, Sinusoïdale ; $f = 102.5$ kHz, Variqueuse. La ligne en pointillés représente la position des plans de la figure 4.12. 97
4.12 Plan transverse à $x = 0.26$ m des modes de fréquence $f = 44$ kHz et $f = 102.5$ kHz, respectivement sinusoïdal et variqueux. Les vecteurs propres sont présents uniquement sur les WV. 98
4.13 Amplitude des modes pour différents temps t_r en fonction de leur fréquences. Plusieurs modes ont une amplitude constante, on choisit d'étudier les modes de fréquence $f \in \{31.6, 53.6, 96\}$ kHz. 98
4.14 Modes globaux du cas DMD $PR = 15$, avec pour fréquence temporelle et type d'instabilité : 1) $f = 31.6$ kHz, Sinusoïdale ; 2) $f = 53.6$ kHz, Sinusoïdale ; 3) $f = 96$ kHz, Variqueuse 99
4.15 Amplitude des modes pour différents temps t_r en fonction de leur fréquences. Trois modes ont une amplitude qui reste constante $f \in \{19.7, 42.3, 84.5\}$ kHz au cours du temps t_r. 100
4.16 Modes globaux du cas DMD PR=77, avec pour fréquence temporelle et type d'instabilité : 1) f= 19.7 kHz ; NA 2) f=42.3 kHz, variqueux ; 3) f=84.5, variqueux. 100
4.17 Énergie cinétique turbulente intégrée dans le plan yz pour différentes positions en aval de l'injection et différentes pressions d'injection. 102
4.18 Évolution de l'énergie cinétique dans le plan yz, le long de l'axe des abscisses, pour le cas $PR = 2$. Comparaison entre l'énergie cinétique turbulente et l'énergie contenue dans les modes DMD. 104

4.19 Évolution de l'énergie cinétique dans le plan yz, pour le cas $PR = 4$. Comparaison entre l'énergie cinétique turbulente et l'énergie contenue dans les modes DMD. Le mode variqueux V_1 est responsable des fluctuations de vitesse en aval du jet $x \in [0.1, 0.15]$ m. Le mode sinusoïdal S_1 semble être responsable de la transition. 104
4.20 Évolution de l'énergie cinétique dans le plan yz, pour le cas $PR = 15$. Comparaison entre l'énergie cinétique turbulente et l'énergie contenue dans les modes DMD. Le mode variqueux V_1 est responsable des fluctuations de vitesse en aval du jet ($x \in [0.1, 0.18]$) m. Les modes sinusoïdaux S_1, S_2, S_2 semblent être responsables de la transition. 105
4.21 Plan transverse à l'écoulement pour le cas $PR = 4$, à $x = 0.2$ m. On trace le contour solution de $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$ et superposé l'énergie cinétique turbulente $\bar{k}$. Les maxima d'énergie cinétique sont sur le contour et sur le dessus des WV. 106
4.22 Évolution des termes de production en abscisse pour les cas $PR = 2$ et $PR = 4$. 106

5.1 Représentation schématique de la soufflerie BAM6QT. 110
5.2 Évolution de la pression totale et du nombre de Reynolds au cours de la rafale, pour différentes pressions totales initiales dans le réservoir. t_0 correspond au temps de rupture du diaphragme. 111
5.3 Différence entre les signaux des films chauds au cours du temps, d'un écoulement bruité (rouge) et silencieux (noir). 112
5.4 Vue de l'intrados de la maquette montée dans la soufflerie. Les annotations montrent la position des capteurs référencés dans le tableau 5.2. Les dimensions sont en mm. . . 113
5.5 Illustration de la prise de pression dans le plénum nécessaire à la mesure de la pression totale d'injection par le Kulite$_{jet}$. 114
5.6 Illustration du patch (en rouge) pris le plus proche possible du capteur SB1. En détail la position sur la maquette du patch et du capteur SB1. 115
5.7 Comparaison entre le flux thermique issu du fluxmètre (sonde SB1) et celui reconstruit d'après la température du patch au cours du temps de rafale. (R^2=0.991) 115
5.8 Bras amovible solidarise la maquette à la soufflerie. Les vis centrales servent à modifier l'angle d'incidence. En haut : vue latérale. En bas : vue de dessus. 116
5.9 Détail de la plaquette d'injection Jet+I018. 117
5.10 Plaquettes utilisées pour les essais et référencées dans la table 5.3. 117
5.11 Représentation schématique de la forme des rugosités et de leurs dimensions. 117
5.12 Flux pariétal à 4° d'incidence pour $Re_u = 12.0 \times 10^6$ m^{-1} montrant la transition précoce de la couche limite lorsque l'écoulement incident est bruité. Le front de transition est matérialisé par le trait pointillé. 118
5.13 Recul du front de transition naturel (trait noir) avec la diminution du nombre de Reynolds pour un écoulement bruité. Re_u= $[12 \times 10^6, 6 \times 10^6, 4 \times 10^6, 2 \times 10^6]$ m^{-1}. 119
5.14 Comparaison du nombre de Stanton entre l'expérience (TSP) et le calcul elsA (CFD) à $Re_u \approx 12 \times 10^6$ m^{-1} pour différentes positions par rapport à la ligne centrale et différents angles d'incidences. 119
5.15 Représentation du flux pariétal à ($Re_u = 12 \times 10^6$ m^{-1}) pour les rugosités I08 et I12 dans un environnement bruité et calme. Plus la rugosité est haute, plus elle est efficace pour faire transitionner la couche limite laminaire incidente. 120
5.16 Spectre des PCB1 et PCB4 pour deux tailles de rugosités et différentes conditions d'essais. Le sillage de la rugosité I12 est turbulent tout comme celui de la rugosité I08 en condition bruitée. Pour la rugosité I08 en condition silencieuse, seul le spectre du PCB4 est pleinement turbulent. 121
5.17 Spectrogrammes des cas I08 et I12 en écoulement silencieux. En bas à droite sont présentés les conditions d'essais au cours du temps. 122

5.18 Schéma du système d'injection. 123
5.19 Signal du capteur Kulite$_{jet}$ en fonction du temps de rafale pour un essai : injection variable (en haut), injection continue (en bas). Dans les deux cas, le capteur sature pour $P_{tot,inj} > 1.3$ bar et pour $t \in [0.4, 1.06]$ s le tube d'injection se vide. Puis : soit la vanne S1 est ouverte (Injection continue) soit elle reste fermée (Injection variable). . . . 124
5.20 Évolution du PR d'injection dans le cas d'une injection hybride. 125
5.21 TSP, $PR = 1.5$. 127
5.22 TSP, $PR = 4.2$. 127
5.23 TSP, $PR = 14.7$. 127
5.24 TSP, $PR = 39.6$. 127
5.25 TSP, $PR = 82.2$. 128
5.26 Spectre des PCB pour différentes pressions d'injection à $\mathrm{Re}_u = 9.5 \times 10^6$ m^{-1}. (a), (b) Les $PR > 1.5$ suffisent à faire transitionner la couche limite en aval de l'injection. (c) le PCB10 enregistre la présence de l'injection pour $PR \geq 82.2$. (d) $PR = 14.7$, tous les PCB en aval de l'injection confirment l'état turbulent de la couche limite. 128
5.27 Signal du PCB2 et du PR à l'injection pour la rafale 42. Pour les $PR > 1.8$, l'amplitude des fluctuations du signal est forte, la couche limite est turbulente. Pour $PR < 1$, les fluctuations sont "faibles", la couche limite est laminaire. Entre ces deux valeurs de PR, on a une zone de transition TL. 129
5.28 Spectre Welch du PCB2 et des PCB alignés à $z = -18$ mm en aval du jet. (a) Spectre pour différents temps au cours de la rafale 42 montrant l'état turbulent puis la transition avec un pic de fréquence à 150 kHz et l'état laminaire de la couche limite. (b) spectre des PCB pour un PR transitionnel. 130
5.29 Spectrogramme des PCB1 et PCB5 montrant la transition TL pour la rafale 43. Le PCB1 seul mesure la fréquence transition de 150 kHz. 130
5.30 Spectrogramme de la rafale 47 montrant la transition LT et TL. (a) Évolution du PR d'injection au cours de la rafale. Lorsque le PR est supérieur à la ligne en pointillés, l'écoulement est turbulent (Turb.). (b) Spectres à différents temps de rafale montrant la fréquence transitionnelle de 150 kHz. (c) Confirmation de l'état turbulent de la couche limite lorsque le $PR > 0.9$. (d) La pression d'injection n'est pas suffisante pour déclencher la transition au niveau du PCB5. 131
5.31 Illustration du principe de détermination du PR de transition. En gris le signal issu du PCB2 (rafale 33) et en rouge le PR. 132
5.32 Position des $PR(t_{tr})$ de transition correspondants à différentes pressions génératrices et pressions totales d'injection. Pour un couple $\{P_{tot,\infty}, P_{tot,inj}\}$ donné, on détermine si le jet force la transition de la couche limite (zone rouge Turbulente) ou non (zone bleue Laminaire). 133
5.33 Flux thermique à la paroi pour deux pressions d'injection dans des conditions génératrices similaires. Seule la partie supérieure de la maquette est représentée avec en détail le flux de chaleur en aval de l'injection. 134
5.34 PR en fonction de la pression génératrice définissant la séparation entre les structures transitionnelles de l'écoulement. 135
5.35 Comparaison du flux thermique pariétal pour les rugosités I08 et R08, à $P_{tot,\infty} = 11.03$ bar, $\mathrm{Re}_u = 12.29 \times 10^6$ m^{-1}. Le front de transition remonte vers la plaquette pour R08. 136
5.36 Comparaison de l'efficacité d'un dispositif passif (rugosité : losange) et actif (jet : rond). (a) Le jet et la rugosité ont la même hauteur de pénétration dans la couche limite. Le jet est plus efficace car la zone turbulente est plus étendue. (b) Pour un $PR = 1.5$ le jet a la même efficacité que la rugosité pour faire transitionner la couche limite. 136

5.37 Perte d'efficacité des rugosités I08 et I12 avec la diminution du nombre de Reynolds. La zone turbulente pris à $PR = 3$ pour différentes valeurs de Re_u et z est stable. (c) et (d) ont la même légende. 137

1 Schéma de la décomposition du tonneau de détente utilisé dans le modèle #2. 145
2 Comparaison entre la hauteur du disque de Mach prédite par le modèle #1 et celle mesurée. 146
3 Comparaison entre la hauteur du disque de Mach prédite par le modèle #2 et celle mesurée. 147

Liste des tableaux

2.1 Représentation mathématique du mode et de la dimension spatiale de l'écoulement de base pour différentes hypothèses d'homogénéité de l'écoulement. $\alpha, \beta, \omega \in \mathbb{C}$. 26
2.2 Valeur propre la moins stable de la branche A obtenue par l'approche classique ($\mathbf{L}$), DMD ($\widetilde{\mathbf{M}}$) et l'annexe A [Schmid and Henningson, 2001]. Pour la DMD la valeur donnée est issue du spectre pour $n = 200$ et un temps entre les observables $\Delta t = 1$ s. 41
2.3 Conditions extérieures à la couche limite. La paroi est adiabatique. 46

3.1 Conditions génératrices du calcul sur l'avant-corps. 57
3.2 Conditions extérieures à la couche limite sur l'avant-corps et Levy-Lees pour une paroi adiabatique (en haut) et isotherme ($\mathrm{T}_w = 300K$) (en bas). 58
3.3 Données caractéristiques des maillages #1 et #2. 60
3.4 Conditions de calcul pour différentes pressions d'injection, pour une paroi adiabatique. 62
3.5 Conditions de calcul, pour une plaque plane adiabatique. Le cas **B** est le même que le cas $PR = 15$ du tableau 3.4. 62
3.6 Conditions génératrices de l'écoulement sur la plaque plane. Elles sont représentatives des essais en soufflerie. 69

4.1 Nombre de nœuds dans le domaine d'étude DMD pour chaque PR étudié. 89
4.2 Dimensions spatiales du domaine DMD pour chaque PR étudiés. Ils sont présentés figure 4.1. 90

5.1 Correspondance entre la pression totale et le nombre de Reynolds pour un environnement silencieux et bruité. 112
5.2 Positionnement des capteurs de pression et des fluxmètres. En abscisse, les distances sont prises par rapport au nez de l'avant corps. 113
5.3 Dénomination et taille des dispositifs de transition montés sur les plaquettes. 117
5.4 Conditions d'essais et d'injections moyennées sur 0.4 s à $\mathrm{Re}_u = 9.13 \times 10^6$ m^{-1}. 126
5.5 Conditions d'essais pour les cas d'injection à pression variable. 129
5.6 Valeurs du PR et $P_{tot,\infty}$ lors du changement des structures transitionnelles (données issues du PCB2). La hauteur du disque de Mach correspondante est estimée en utilisant le modèle # 1 et δ est issu des simulations numériques. 135

1 Correction des coefficients du modèle # 1 en fonction de la hauteur de pénétration du disque de Mach dans la couche limite. 146

Bibliographie

[Åkervik et al., 2006] Åkervik, E., Brandt, L., Henningson, D. S., Hœpffner, J., Marxen, O., and Schlatter, P. (2006). Steady solutions of the navier-stokes equations by selective frequency damping. *Physics of Fluids*, 18 :1–4. (Cité en page 33.)

[Anderson Jr, 2005] Anderson Jr, J. D. (2005). Ludwig prandtl's boundary layer. *Physics Today*, 58(12) :42–48. (Cité en page 5.)

[Andersson et al., 2001] Andersson, P., Brandt, L., Bottaro, A., and Henningson, D. S. (2001). On the breakdown of boundary layer streaks. *Journal of Fluid Mechanics*, 428 :29–60. (Cité en page 16.)

[Bagheri, 2008] Bagheri, S. (2008). Stability analysis and control design of spatially developing flows. Technical Report May, Royal Institute of Technology, Department of Mechanic, SE-100 44 Stockholm, Sweden. (Cité en page 33.)

[Bagheri et al., 2009] Bagheri, S., Schlatter, P., Schmid, P. J., and Henningson, D. S. (2009). Global stability of a jet in crossflow. *Journal of Fluid Mechanics*, 624 :33–44. (Cité en page 33.)

[Bathel et al., 2008] Bathel, B., Danehy, P., Inman, J., Alderfer, D., and Berry, S. (2008). PLIF visualization of active control of hypersonic boundary layers using blowing. In *AIAA paper 2008-4266, 26th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference*, pages 1–19. (Cité en page 16.)

[Beresh et al., 2011] Beresh, S., Henfling, J., Spillers, R., and Pruett, B. O. (2011). Fluctuating wall pressures measured beneath a supersonic turbulent boundary layer. *Physics of Fluids*, 23(7). (Cité en pages 112 et 128.)

[Berger et al., 2009] Berger, K., Rufer, S., Kimmel, R., and Adamczak, D. (2009). Aerothermodynamic Characteristics of Boundary Layer Transition and Trip Effectiveness of the HIFiRE Flight 5 Vehicle. In *AIAA Paper 2009-4055, 39th AIAA Fluid Dynamics Conference*, pages 1–14. (Cité en pages 11 et 116.)

[Bernardini et al., 2012] Bernardini, M., Pirozzoli, S., and Orlandi, P. (2012). Compressibility effects on roughness-induced boundary layer transition. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 35 :45–51. (Cité en page 16.)

[Bernardini et al., 2014] Bernardini, M., Pirozzoli, S., Orlandi, P., and Lele, S. (2014). Parameterization of boundary-layer transition induced by isolated roughness elements. *AIAA Journal*, 52(10) :2261–2269. (Cité en page 16.)

[Berry et al., 2001] Berry, S., Auslender, A., Dilley, A., and Calleja, J. (2001). Hypersonic Boundary-Layer Trip Development for Hyper-X. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 38(6) :853–864. (Cité en pages 7, 9 et 116.)

[Berry et al., 2000] Berry, S., DiFulvio, M., and Kowalkowski, M. (2000). Forced boundary-layer transition on X-43 (Hyper-X) in NASALaRC 31-Inch Mach 10 air tunnel. Nasa/tm-2000-210315, NASA Langley Research Center. (Cité en pages 7, 8 et 151.)

[Berry and Nowak, 2003] Berry, S. and Nowak, R. (2003). A comparison of active and passive methods for control of hypersonic boundary layers on airbreathing configurations. Technical Report 20040040199, NASA Technical Report. (Cité en page 9.)

[Berry et al., 2004] Berry, S., Nowak, R., and Horvath, T. (2004). Boundary layer control for hypersonic airbreathing vehicles. In *AIAA paper 2004-2246, 34th AIAA Fluid Dynamics Conference*, pages 1–14. (Cité en pages 7, 9, 16 et 151.)

[Borg and Schneider, 2008] Borg, M. and Schneider, S. (2008). Effect of freestream noise on roughness-induced transition for the X-51A forebody. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 45(6) :1106–1116. (Cité en page 110.)

[Borg et al., 2013] Borg, M. P., Hamilton, B. A., Kimmel, R. L., and Stanfield, S. (2013). Traveling crossflow instability for hifire-5 in a quiet hypersonic wind tunnel. *AIAA paper 2013-2737, 43rd Fluid Dynamics Conference, Fluid Dynamics and Co-located Conferences*. (Cité en page 11.)

[Brandt, 2007] Brandt, L. (2007). Numerical studies of the instability and breakdown of a boundary layer low-speed streak. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 26 :64–82. (Cité en page 16.)

[Broadhurst, 2006] Broadhurst, M. (2006). *Vortex stability breakdown : Direct Numerical Simulation and Stability Analysis using BiGlobal and Parabolized formulations.* PhD thesis, Department of Aeronautics, Imperial College London. (Cité en page 26.)

[Burcat and Ruscic, 2006] Burcat, A. and Ruscic, B. (2006). Ideal gas thermodynamic data in polynomial form for combustion and air pollution use. Third Millennium Ideal Gas and Condensed Phase Thermochemical Database for Combustion [on line database]. (Cité en page 57.)

[Cambier et al., 2013] Cambier, L., Heib, S., and Plot, S. (2013). The onera elsa cfd software : Input from research and feedback from industry. *Mechanics and Industry*, 14(3) :159–174. (Cité en page 18.)

[Canuto et al., 1988] Canuto, C., Hussaini, M., Quarteroni, A., and Zang, T. (1988). *Spectral Methods in Fluid Dynamics*. Springer Series Scientific computation. (Cité en pages 39 et 43.)

[Chai and Mahesh, 2010] Chai, X. and Mahesh, K. (2010). Simulations of high speed turbulent jets in crossflow. *AIAA Paper 2010-4603, 40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*. (Cité en page 16.)

[Chai and Mahesh, 2011] Chai, X. and Mahesh, K. (2011). Simulations of high speed turbulent jets in crossflows. *AIAA Paper 2011-650, 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. (Cité en page 16.)

[Choudhari et al., 2009] Choudhari, M., Chang, C.-L., Jentink, T., Li, F., Berger, K., Candler, G., and Kimmel, R. (2009). Transition analysis for the HIFiRE-5 vehicle. In *AIAA paper 2009-4056, 39th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, San Antonio, Texas. (Cité en pages 10 et 11.)

[Choudhari et al., 2010] Choudhari, M., Li, F., Wu, M., Chang, C., Edwards, J., Kegerise, M., and King, R. (2010). Laminar-turbulent transition behind discrete roughness elements in a high-speed boundary layer. In *AIAA paper 2010-1575, 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Orlando, Florida. (Cité en page 16.)

[Coles, 1953] Coles, D. (June 1953). Measurements in the boundary layer of a smooth flat plate in supersonic flow. Technical Report No. 20-71, Jet Propulsion Laboratory. (Cité en page 16.)

[De Tullio, 2013] De Tullio, N. (2013). *Receptivity and transition to turbulence of supersonic boundary layers with surface roughness*. PhD thesis, Faculty of Engineering and the Environment, University of southampton, (Aerodynamics and Flight Mechanics Research Group). (Cité en pages 37 et 80.)

[De Tullio et al., 2013] De Tullio, N., Paredes, P., Sandham, N. D., and Theofilis, V. (2013). Laminar–turbulent transition induced by a discrete roughness element in a supersonic boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 735 :613– 646. (Cité en page 16.)

[Durant et al., 2015] Durant, A., André, T., Edelman, J. B., Schneider, S., and Chynoweth, B. (2015). Mach 6 quiet tunnel laminar to turbulent investigation of a generic hypersonic forebody. *AIAA paper 2015-3275, 20th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*. (Cité en pages 110 et 120.)

[Erdem, 2011] Erdem, E. (2011). *Active Flow Control Studies At Mach 5 : Measurement and Computation*. PhD thesis, University of Manchester. (Cité en page 145.)

[Erdem et al., 2012] Erdem, E., Saravanan, S., Liu, Y., Yang, L., and Kontis, K. (2012). Effect of roughness in jets in Mach 5 cross flow. In *28th International Symposium on Shock Waves (ISSW)*, pages 185–191. (Cité en pages 65 et 145.)

[Fage and Sargent, 1944] Fage, A. and Sargent, R. (June 1944). An air-injection method for fixing transition from laminar to turbulent flow in a boundary layer. Technical Report No. 2106, British Aeronautical Research Council Reports and Memoranda. (Cité en page 16.)

[Fedorov and Khokhlov, 2002] Fedorov, A. and Khokhlov, A. (2002). Receptivity of hypersonic boundary layer to wall disturbances. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 15(4) :231–254. (Cité en page 50.)

[Fedorov et al., 2001] Fedorov, A., Malmuth, N., Rasheed, A., and Hornung, H. (2001). Stabilization of hypersonic boundary layers by porous coatings. *AIAA Journal*, 39(4) :605–610. (Cité en page 6.)

[Ferrier, 2008] Ferrier, M. (2008). *Analyse de la stabilité et prévision de la transition laminaire / turbulent de l'écoulement proche paroi sur l'avant-corps d'un véhicule hypersonique*. PhD thesis, Université d'Orléans. (Cité en pages 12, 27, 32 et 46.)

[Ferrier et al., 2009] Ferrier, M., Fedioun, I., Orlik, E., and Davidenko, D. (2009). Modal linear stability of the near-wall flow on a hypersonic forebody. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 46(1) :51–66. (Cité en pages 6 et 33.)

[Fjørtoft, 1950] Fjørtoft, R. (1950). Application of integrals theorems in deriving criteria for instability for laminar flows and for the baroclinic circular vortex. *Geofysiske Publikasjoner, Oslo*, 17(6) :1–52. (Cité en page 81.)

[Franquet et al., 2015] Franquet, E., Perrier, V., Gibout, S., and Bruel, P. (2015). Free underexpanded jets in a quiescent medium : A review. *Progress in Aerospace Sciences*, 77 :29. (Cité en page 144.)

[Glagolev et al., 1967] Glagolev, A., Zubkov, A., and Panov, Y. (1967). Supersonic flow past a gas jet obstacle emerging from a plate. *Fluid dynamics*, 2(3) :60–64. Translated from Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Mekhanika Zhidkosti i Gaza, Vol. 2, No. 3, pp. 97-102, 1967. (Cité en page 16.)

[Glagolev et al., 1968] Glagolev, A., Zubkov, A., and Panov, Y. (1968). Interaction between a supersonic flow and gas issuing from a hole in a plate. *Fluid Dynamics*, 3(2) :65–67. (Cité en page 144.)

[Guryleva et al., 2015] Guryleva, N., Ivankin, M., Ivanuyshkin, D., Machin, R., Talyzin, V., and Trifonov, A. (2015). Experimental investigations of characteristics of the air intake with internal compression. In *Présentation au 8th European Symposium on ATD, Lisbon, Portugal.* (Cité en pages 6 et 151.)

[Horvath et al., 2004] Horvath, T., Berry, S., and Merski, N. (2004). Hypersonic Boundary/Shear Layer Transition for Blunt to Slender Configurations - A NASA Langley Experimental Perspective. In *RTO-MP-AVT-111, AVT Specialists' Meeting on "Enhancement of NATO Military Flight Vehicle Performance by Management of Interacting Boundary Layer Transition and Separation*, pages 4–7. (Cité en page 9.)

[Huerre and Monkewitz, 1985] Huerre, P. and Monkewitz, P. (1985). Absolute and convective instabilities in free shear layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 159 :151–168. (Cité en page 22.)

[Iyer et al., 2010] Iyer, P., Muppidi, S., and Mahesh, K. (2010). Transition of hypersonic flow past flat plate with roughness elements. In *AIAA paper 2010-5015, 40th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, Chicago, Illinois. (Cité en page 16.)

[Jiang and Shu, 1996] Jiang, G.-S. and Shu, C.-w. (1996). Efficient implementation of weighted ENO schemes. *Journal of Computational Physics*, 126(126) :202–228. (Cité en page 56.)

[Jovanović et al., 2014] Jovanović, M. R., Schmid, P. J., and Nichols, J. W. (2014). Sparsity-promoting dynamic mode decomposition. *Physics of Fluids*, 26(2) :024103. (Cité en page 37.)

[Juliano et al., 2015] Juliano, T. J., Borg, M. P., and Schneider, S. P. (2015). Quiet tunnel measurements of HIFiRE-5 boundary-layer transition. *AIAA Journal*, 53(4) :832–846. (Cité en pages 11 et 151.)

[Juliano and Schneider, 2010] Juliano, T. J. and Schneider, S. P. (2010). Instability and transition on the HIFiRE-5 in a Mach-6 quiet tunnel. In *AIAA paper 2010-5004, 40th Fluid Dynamics Conference and Exhibit, Fluid Dynamics and Co-located Conferences*. (Cité en page 114.)

[Kawai and Lele, 2010] Kawai, S. and Lele, S. K. (2010). Large-Eddy Simulation of Jet Mixing in Supersonic Crossflows. *AIAA Journal*, 48(9) :2063–2083. (Cité en page 16.)

[Kimmel et al., 2014] Kimmel, R., Adamczak, D., Borg, M. P., Juliano, T., and Stanfield, S. (2014). HIFiRE-1 AND HIFiRE-5 test results. Technical report, Air Force Research Laboratory Aerospace Systems Directorate Wright-Patterson Air Force Base, OH 45433-7541 Air Force Materiel Command United States AirForce. (Cité en pages 10, 11 et 151.)

[Landhal, 1980] Landhal, M. (1980). A note on an algebraic instability of inviscid parallel shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 98 (part 2) :243–251. (Cité en page 80.)

[Lees and Lin, 1946] Lees, L. and Lin, C. C. (1946). Investigation of the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid. Technical report, National Advisory Committee for Aeronautics. (Cité en page 5.)

[Li et al., 2011] Li, F., Choudhari, M., Chang, C.-L., Kimmel, R., Adamczak, D., and Smith, M. (2011). Transition analysis for the HIFiRE-1 flight experiment. In *AIAA paper 2011-3414, 41st AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, Honolulu, Hawai. (Cité en page 10.)

[Li et al., 2012] Li, F., Choudhari, M., Chang, C.-L., White, J., Kimmel, R., Adamczak, D., Borg, M., Stanfield, S., and Smith, M. (2012). Stability analysis for HIFiRE experiments. In *AIAA paper 2012-2961, 42nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, New Orleans, Louisiana. (Cité en page 10.)

[Liu and Sullivan, 2005] Liu, T. and Sullivan, J. P. (2005). *Pressure-and Temperature-Sensitive Paints*. Wiley Online Library. (Cité en page 114.)

[Liu et al., 1994] Liu, X. D., Osher, S., and Chan, T. (1994). Weighted essentially non-oscillatory schemes. *Journal of Computational Physics*, 15(1) :200–212. (Cité en page 56.)

[Loiseau et al., 2014] Loiseau, J.-C., Robinet, J.-C., Cherubini, S., and Leriche, E. (2014). Investigation of the roughness-induced transition : global stability analyses and direct numerical simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, 760 :175–211. (Cité en pages 16 et 106.)

[Ma and Zhong, 2003a] Ma, Y. and Zhong, X. (2003a). Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 1. Wave structures and interactions. *Journal of Fluid Mechanics*, 488 :31–78. (Cité en pages 46 et 50.)

[Ma and Zhong, 2003b] Ma, Y. and Zhong, X. (2003b). Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. Part 2. Receptivity to free-stream sound. *Journal of Fluid Mechanics*, 488 :79–121. (Cité en pages 46, 50, 52 et 53.)

[Ma and Zhong, 2005] Ma, Y. and Zhong, X. (2005). Receptivity of a supersonic boundary layer over a flat plate. part 3. effects of different types of free-stream disturbances. *Journal of Fluid Mechanics*, 532 :63–109. (Cité en page 46.)

[Mack, 1975] Mack, L. M. (1975). Linear stability theory and the problem of supersonic boundary-layer transition. *AIAA Journal*, 13(3) :278–289. (Cité en pages 5, 7 et 151.)

[Mack, 1984] Mack, L. M. (1984). Boundary Layer Linear Stability Theory. Technical report, Jet Propulsion Laboratory. (Cité en page 32.)

[Morkovin, 1969] Morkovin, M. V. (1969). Critical evaluation of transition from laminar to turbulent shear layers with emphasis on hypersonically travelling bodies. *Technical Report AFFDL-TR-68-149*. (Cité en pages 22, 23, 27 et 152.)

[Muppidi and Mahesh, 2012] Muppidi, S. and Mahesh, K. (2012). DNS of roughness-induced transition in supersonic boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 693 :28–56. (Cité en page 16.)

[Orlik, 2009] Orlik, E. (2009). *Etude du champ aérodynamique et de la transition laminaire-turbulent sur l'avant-corps d'un véhicule hypersonique*. PhD thesis, Université d'Orléans. (Cité en pages 7, 13 et 151.)

[Orlik et al., 2011] Orlik, E., Fedioun, I., and Davidenko, D. (2011). Boundary-Layer Transition on a Hypersonic Forebody : Experiments and Calculations. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 48(4) :545–555. (Cité en pages 13, 14 et 151.)

[Orlik et al., 2013a] Orlik, E., Fedioun, I., and Lardjane, N. (2013a). Numerical investigation of the laminar-turbulent transition in a m=4.6 flat-plat boundary layer forced by wall injection. In *Eight International Symposium on Turbulence and Shear-Flow Phenomena (TSFP-8). Poitiers, France*, pages 1–6. (Cité en page 15.)

[Orlik et al., 2013b] Orlik, E., Fedioun, I., and Lardjane, N. (2013b). Numerical simulation of supersonic boundary layer transition tripped by transverse injection. In *EUCASS 5th European Conference for Aeronautics and Space Science*. (Cité en page 15.)

[Orlik et al., 2014] Orlik, E., Fedioun, I., and Lardjane, N. (2014). Hypersonic boundary-layer transition forced by wall injection : A numerical study. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 51(4) :1306–1318. (Cité en pages 15, 16, 59 et 151.)

[Orszag, 1971] Orszag, S. a. (1971). Accurate solution of the Orr–Sommerfeld stability equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 50(04) :689–703. (Cité en page 38.)

[Paredes, 2014] Paredes, P. (2014). *Advances in global instability ccomputation : from incompressible to hypersonic flow*. PhD thesis, School of Aeronautics, Universidad Politechnica de Madrid. (Cité en page 26.)

[Paredes et al., 2013] Paredes, P., Hermanns, M., Le Clainche, S., and V., T. (2013). Order 10^4 speedup in global linear instability analysis using matrix formation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 253 :287–304. (Cité en page 39.)

[Paredes and Theofilis, 2013] Paredes, P. and Theofilis, V. (2013). Spatial linear global instability analysis of the hifire-5 elliptic cone model flow. In *AIAA paper 2013-2880, 43rd Fluid Dynamics Conference*. (Cité en pages 10, 11, 33 et 151.)

[Potter and Whitfield, 1962] Potter, J. and Whitfield, J. (1962). Effects of slight nose bluntness and roughness on boundary-layer transition in supersonic flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 12(4) :501–535. (Cité en page 13.)

[Prandtl, 1928] Prandtl, L. (1928). *Motion of fluids with very little viscosity*. National Advisory Committee for Aeronautics. (Cité en page 5.)

[Rana et al., 2011] Rana, Z. A., Thornber, B., and Drikakis, D. (2011). Transverse jet injection into turbulent supersonic turbulent cross-flow. *Physics of Fluids*. (Cité en page 16.)

[Rayleigh, 1880] Rayleigh, L. (1880). On the stability of certain fluid motions. In *Proceedings of the London Mathematical Society*, volume 11, pages 57–70. (Cité en page 81.)

[Reda, 1979] Reda, D. (1979). 5-deg. half-angle cone in NOL Ballistics Range at Mach 4.31. Shot 6727. *AIAA Journal*, 17(8) :803–810. (Cité en pages 5 et 151.)

[Reda, 2002] Reda, D. C. (2002). Review and synthesis of roughness-dominated transition correlations for reentry applications. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 39(2) :161–167. (Cité en page 10.)

[Reddy et al., 1993] Reddy, S. C., Schmid, P. J., and Henningson, D. S. (1993). Pseudospectra of the orr-sommerfeld operator. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 53(1) :15 – 47. (Cité en pages 30, 38 et 40.)

[Reneaux et al., 2011] Reneaux, J., Beaumier, P., and Giroudroux-Lavigne, P. (2011). Advanced aerodynamic applications with the elsa software. *AerospaceLab Journal*, 2 :1–21. (Cité en page 18.)

[Rowley et al., 2009] Rowley, C. W., Mezić, I., Bagheri, S., Schlatter, P., and Henningson, D. S. (2009). Spectral analysis of nonlinear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 641 :115–127. (Cité en pages 16 et 36.)

[Ruhe, 1984] Ruhe, A. (1984). Rational krylov sequence methods for eigenvalue computation. *Linear Algebra and its Applications*, 58 :391–405. (Cité en page 34.)

[Santiago and Dutton, 1997] Santiago, J. G. and Dutton, J. C. (1997). Velocity measurements of a jet injected into a supersonic crossflow. *Journal of Propulsion and Power*, 13(2) :264–273. (Cité en page 16.)

[Saric and Reed, 2006] Saric, W. S. and Reed, H. L. (2006). Stability, transition, and control of three-dimensional boundary layers on swept wings. In *IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research*, pages 177–188. Springer. (Cité en page 118.)

[Saric et al., 2002] Saric, W. S., Reed, H. L., and Kerschen, E. J. (2002). Boundary-layer receptivity to freestream disturbances. *Annual Review of Fluid Mechanic*, 34 :291–319. (Cité en pages 23 et 152.)

[Saric et al., 2003] Saric, W. S., Reed, H. L., and White, E. B. (2003). Stability and transition of three-dimensional boundary layers. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 35(1) :413–440. (Cité en pages 26 et 118.)

[Schetz et al., 1967] Schetz, J. A., Hawkins, P. F., and Lehman, H. (1967). Structure of highly underexpanded transverse jets in a supersonic stream. *AIAA Journal*, 5(5) :882–884. (Cité en pages 16 et 144.)

[Schmid, 2007] Schmid, P. (2007). Nonmodal stability Theory. *Annual Review Fluid Mechanics*, 39 :129–162. (Cité en pages 27, 29 et 31.)

[Schmid, 2010] Schmid, P. J. (2010). Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data. *Journal of Fluid Mechanics*, 656 :5–28. (Cité en pages 16, 35, 36, 40, 41 et 43.)

[Schmid and Henningson, 2001] Schmid, P. J. and Henningson, D. S. (2001). *Stability and Transition in Shear Flows*, volume 142. Springer Science & Business Media. (Cité en pages 30, 32, 38, 39, 40, 41 et 159.)

[Schneider, 1999] Schneider, S. P. (1999). Flight data for boundary-layer transition at hypersonic and supersonic speeds. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 36(1) :8–20. (Cité en page 110.)

[Schneider, 2001] Schneider, S. P. (2001). Effects of high-speed tunnel noise on laminar-turbulent transition. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 38(3) :323–333. (Cité en page 110.)

[Schneider, 2008] Schneider, S. P. (2008). Effects of roughness on hypersonic boundary-layer transition. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 45(2) :193–209. (Cité en page 7.)

[Serre and Falempin, 2011] Serre, L. and Falempin, F. (2011). French flight testing program LEA : Status in 2011. In *AIAA paper 2011-2200, 17th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, San Francisco, California. (Cité en page 12.)

[Shin et al., 2015] Shin, Y.-s., Rist, U., and Krämer, E. (2015). Stability of the laminar boundary-layer flow behind a roughness element. *Experiments in Fluids*. (Cité en pages 16 et 106.)

[Srinivasan and Bowersox, 2008] Srinivasan, R. and Bowersox, R. D. W. (2008). Transverse injection through diamond and circular ports into a Mach 5.0 freestream. *AIAA Journal*, 46(8) :1944–1962. (Cité en page 16.)

[Steen, 2010] Steen, L. E. (2010). Characterization and development of nozzles for a hypersonic quiet wind tunnel. Technical report, Master's thesis, Purdue University, West Lafayette, IN. (Cité en page 111.)

[Stone and Cary, 1972] Stone, D. and Cary, A. (1972). Discrete sonic jets used as boundary-layer trips at Mach numbers of 6 and 8.5. Nasa tn d-6802, NASA Langley Research Center. (Cité en pages 16, 61 et 144.)

[Subbareddy et al., 2014] Subbareddy, P. K., Bartkowicz, M. D., and Candler, G. V. (2014). Direct numerical simulation of high-speed transition due to an isolated roughness element. *Journal of Fluid Mechanics*, 748 :848–878. (Cité en pages 16 et 59.)

[Sullivan et al., 2012] Sullivan, J. P., Schneider, S. P., Liu, T., Rubal, J., Ward, C., Dussling, J., Rice, C., Foley, R., Cai, Z., Wang, B., et al. (2012). Quantitative global heat transfer in a Mach-6 quiet tunnel. Nasa/cr-2012-217331, NASA, Langley Research Center. (Cité en page 115.)

[Theofilis, 1994] Theofilis, V. (1994). The discrete temporal eigenvalue spectrum of the generalised Hiemenz flow as solution of the Orr-Sommerfeld equation. *Journal of Engineering Mathematics*, 28(3) :241–259. (Cité en page 43.)

[Theofilis, 2003] Theofilis, V. (2003). Advances in global linear instability analysis of nonparallel and three-dimensional flows. *Progress in Aerospace Sciences*, 39(4) :249–315. (Cité en pages 6 et 26.)

[Theofilis, 2011] Theofilis, V. (2011). Global linear instability. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43 :319–352. (Cité en page 26.)

[Tissot, 2006] Tissot, G. (2006). *Réduction de modèle et contrôle d'écoulements*. PhD thesis, Université de Poitiers. (Cité en page 37.)

[Trefethen and Embree, 2005] Trefethen, L. N. and Embree, M. (2005). *Spectra and Pseudospectra : The Behavior of Nonnormal Matrices and Operators*. Princeton University Press. (Cité en pages 27, 29 et 31.)

[Tumin et al., 2007] Tumin, A., Wang, X., and Zhong, X. (2007). Direct numerical simulation and the theory of receptivity in a hypersonic boundary layer. *Physics of Fluids*, 19(1). (Cité en page 50.)

[Van Driest and Blumer, 1968] Van Driest, E. and Blumer, C. (1968). Boundary layer transition at supersonic speeds : roughness effects with heat transfer. *AIAA Journal*, 6(4) :603–607. (Cité en page 13.)

[Van Ingen, 1956] Van Ingen, J. (1956). A suggested semi-empirical method for the calculation of the boundary layer transition region. Technical report, Delft University of Technology. (Cité en page 32.)

[Van Ingen, 2008] Van Ingen, J. (2008). The en method for transition prediction. historical review of work at tu delft. In *AIAA paper 2008-3830, 38th Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, pages 23–26. (Cité en page 32.)

[Viti et al., 2009] Viti, V., Neel, R., and Schetz, J. A. (2009). Detailed flow physics of the supersonic jet interaction flow field. *Physics of Fluids*, 21. (Cité en page 16.)

[Vlagov et al., 1978] Vlagov, V. V., Masyakin, N. E., and Polyanskii, M. N. (1978). Penetration depth of a jet injected into an oncoming supersonic flow. *Fluid Dynamics, Translated from Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, 15 :151–154. (Cité en pages 16 et 144.)

[Wadhams et al., 2010] Wadhams, T., MacLean, M., Holden, M., and Berry, S. A. (2010). A review of transition studies on full- scale flight vehicles at duplicated flight conditions in the lens tunnels and comparisons with prediction methods and flight measurement. In *AIAA paper 2010-1246, 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. (Cité en pages 8 et 151.)

[Wagner, 2014] Wagner, A. (2014). *Passive Hypersonic Boundary Layer Transition Control Using Ultrasonically Absorptive Carbon-Carbon Ceramic with Random Microstructure*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven. (Cité en page 6.)

[Willems et al., 2014] Willems, S., Guelhan, A., Juliano, T. J., and Schneider, S. P. (2014). Laminar to turbulent transition on the HIFiRE-1 cone at Mach 7 and high angle of attack. In *AIAA paper 2014-0428, 52nd Aerospace Sciences Meeting, AIAA SciTech*. (Cité en page 10.)

[Zhong and Wang, 2012] Zhong, X. and Wang, X. (2012). Direct Numerical Simulation on the Receptivity, Instability, and Transition of Hypersonic Boundary Layers. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44(1) :527–561. (Cité en page 16.)

[Zukoski and Spaid, 1964] Zukoski, E. and Spaid, F. (1964). Secondary injection of gas into supersonic flow. *AIAA Journal*, 2(10) :1689–1696. (Cité en page 16.)

Thierry ANDRE

CONTRÔLE ACTIF DE LA TRANSITION LAMINAIRE-TURBULENT EN ÉCOULEMENT HYPERSONIQUE

Lors d'un vol hypersonique (Mach 6, 20 km d'altitude) la couche limite se développant sur l'avant-corps d'un véhicule hypersonique est laminaire. Cet état cause un désamorçage du moteur (statoréacteur) assurant la propulsion du véhicule. Pour pallier ce problème, il faut forcer la transition de la couche limite á l'aide d'un dispositif de contrôle dont l'effet est permanent (passif) ou modulable (actif) pendant le vol. Dans ce travail, nous analysons l'efficacité d'un dispositif actif d'injection d'air á la paroi pour forcer la transition de la couche limite sur un avant-corps générique. L'interaction jet d'air/couche limite est simulée numériquement avec une approche aux grandes échelles (LES). Une étude paramétrique sur la pression d'injection permet de quantifier l'efficacité du jet á déstabiliser la couche limite. L'influence des conditions de vol (altitude, Mach) sur la transition est également étudiée. Une analyse des résultats de simulation par Décomposition en Modes Dynamiques (DMD) est menée pour comprendre quels sont les modes dynamiques responsables de la transition et les mécanismes sous-jacents. Des essais dans la soufflerie silencieuse de l'université de Purdue (BAM6QT) ont été effectués pour tester expérimentalement l'efficacité des dispositifs passifs (rugosité isolée en forme de losange) et actifs (mono-injection d'air) pour faire transitionner la couche limite. Une peinture thermo-sensible et des capteurs de pression (PCB, Kulite) ont été utilisés pour déterminer la nature de la couche limite. Les résultats de ce travail montrent qu'une injection sonique suffit pour forcer la couche limite. On observe des essais, que pour une même hauteur de pénétration, les rugosités isolées sont moins efficaces que les jets (mono injection) pour déstabiliser la couche limite.

Mots clés : contrôle actif, couche limite, transition laminaire-turbulent, écoulement hypersonique, jet en écoulement transverse supersonique, stabilité globale, Décomposition en Modes Dynamiques (DMD), transition déclenchée par jet

ACTIVE CONTROL OF LAMINAR-TURBULENT TRANSITION IN A HYPERSONIC FLOW

During a hypersonic flight (Mach 6, 20 km altitude), the boundary layer developing on the forebody of a vehicle is laminar. This state may destabilize the scramjet engine propelling the vehicle. To overcome this problem during the flight, the boundary layer transition has to be forced using a control device whose effect is fixed (passive) or adjustable (active). In this work, we analyze the efficiency of a jet in crossflow in forcing the boundary layer transition on a generic forebody. The flow is computed with a Large Eddy Simulations (LES) approach. A parametric study of the injection pressure allows the efficiency of the jet in tripping the boundary layer to be quantified. The influence of flight conditions (Mach, altitude) on the transition is also studied. Dynamic Mode Decomposition (DMD) is applied to the simulation results to determine the transition leading to dynamic modes and to understand underlying transition mechanisms. Experiments in the Purdue University quiet wind tunnel (BAM6QT) were performed to quantify the efficiency of a passive transition device (diamond roughnesses) and an active transition device (single air jet) in tripping the boundary layer. A thermo-sensitive paint and pressure transducers (Kulite, PCB) were used to determine the state of the boundary layer on the generic forebody. Experimental and numerical results show a sonic injection is sufficient to induce transition. We observe from the experiments that for the same penetration height, a single roughness is less efficient than a single air jet in destabilizing the boundary layer.

Keywords : active control, boundary layer, laminar-turbulent transition, hypersonic flow, jet in supersonic crossflow, global stability, Dynamic Mode Decomposition (DMD), transition trip by air jet

Laboratoire ICARE-CNRS Orléans
1C Avenue de la recherche scientifique
45071 ORLEANS Cedex 2