



HAL
open science

Modélisation et observation en interférométrie stellaire

Armando Domiciano de Souza

► **To cite this version:**

Armando Domiciano de Souza. Modélisation et observation en interférométrie stellaire. Astrophysique stellaire et solaire [astro-ph.SR]. Université de Nice Sophia Antipolis, 2003. Français. NNT : . tel-01417070

HAL Id: tel-01417070

<https://theses.hal.science/tel-01417070v1>

Submitted on 15 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DE NICE-SOPHIA ANTIPOLIS (UNSA) - UFR Sciences
Laboratoire Universitaire d'Astrophysique de Nice (LUAN)
Observatoire de la Côte d'Azur (OCA) - Département FRESNEL

Ecole Doctorale "Sciences fondamentales et appliquées"

THESE

présentée pour obtenir le titre de

Docteur en SCIENCES
de l'Université de Nice-Sophia Antipolis

Spécialité : **Sciences de l'Univers**

par

Armando DOMICIANO DE SOUZA Junior

Modélisation et observation en interférométrie stellaire : rotation, pulsation et taches

Soutenue publiquement le 28 novembre 2003 devant le jury composé de :

Mme Marianne FAUROBERT	Université de Nice-Sophia Antipolis	Présidente
M. Farrokh VAKILI	Université de Nice-Sophia Antipolis	Directeur de thèse
M. Eduardo JANOT-PACHECO	Universidade de São Paulo	Co-directeur de thèse
M. Huib F. HENRICHS	University of Amsterdam	Rapporteur
M. Andreas GLINDEMANN	ESO-Garching	Rapporteur
M. Jean-Paul ZAHN	Observatoire de Paris	Examineur
M. Slobodan JANKOV	Observatoire de Beograd	Invité

10h30 à l'UNSA - Parc Valrose - Nice - France

*à mon épouse Lilian et
à notre petit Lucas*

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur de thèse Farrokh Vakili qui m'a appris les détails du fonctionnement de l'interférométrie stellaire ainsi que les grandes possibilités de cette technique. Depuis nos premières discussions au Brésil, bien avant le début de ma thèse, il a été très ouvert à l'idée de m'avoir comme étudiant, bien que je connaisse à peine le domaine de l'interférométrie. Enfin, je le remercie, non seulement d'avoir été un excellent directeur/collaborateur, qui m'a toujours encouragé et indiqué les bonnes directions, mais je le remercie surtout pour son côté très humain qui nous a permis de passer ensemble de nombreux moments agréables.

Ma gratitude va ensuite à Eduardo Janot-Pacheco, mon ancien directeur de DEA, aussi co-directeur de ma thèse qui m'a introduit dans le domaine de l'Astrophysique stellaire et qui m'a soutenu tout au long de mon travail. Son enthousiasme et sa collaboration avec la communauté astronomique française m'ont permis de transformer en réalité le rêve d'une thèse dans le domaine passionnant de la haute résolution angulaire.

Je suis très redevable à Slobodan Jankov et Lyu Abe, amis et collaborateurs, de leur aide, de leur soutien permanent et des nombreuses discussions enrichissantes, scientifiques ou pas.

Je remercie Jean Zorec et Pierre Kervella pour une très agréable et fructueuse collaboration que je souhaite poursuivre et approfondir après ma thèse.

Mon travail au GI2T-Fresnel non plus, tant à Calern qu'à Roquevignon, n'aurait pas été possible sans l'aide des chercheurs et techniciens qui font ou ont fait partie de cette équipe. Parmi ceux-ci je voudrais citer Daniel Bonneau, Pierre Cruzalebes, Denis Mourard, Yves Rabbia, Alain Spang et Philippe Stee.

Trop nombreux pour les citer tous ici, je suis également redevable aux chercheurs et étudiants de l'OCA et du LUAN qui m'ont accueilli d'une manière aussi agréable.

Je remercie vivement tous les membres de mon jury de thèse pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Je suis très reconnaissant à CAPES-Brésil d'avoir financé mes travaux de recherche pendant la thèse (contrat BEX 1661/98-1).

Je remercie également mon rapporteur anonyme et José A. de Freitas Pacheco pour leur soutien à cette thèse.

Je remercie le service informatique des sites Grasse et Calern, et particulièrement David Chapeau pour avoir été toujours disponible et pour avoir toujours eu une réponse immédiate et précise aux problèmes informatiques les plus divers que j'aie pu rencontrer. Pour m'avoir appris quelques tours de main en IDL je remercie également Pascal Bonnefond et Olivier Laurrain.

Pour me guider au travers des dédales de la bureaucratie française je remercie le personnel administratif de l'OCA et du LUAN, en particulier Jocelyne Bettini, Anny Bigot, Cathy Blanc, Valérie Cheron, Marie-France Gallorini, Marie-Laure Moreau, Bernadete Nascimbem.

Un grand merci à mes amis Gérard et Janine Billaud ainsi qu'à André et Michelle Boischot pour leur aide précieuse à tous les niveaux et pour nos nombreuses discussions. Sans eux mon séjour en France, ainsi que celui de ma famille, n'aurait certainement pas été aussi agréable.

Enfin merci également au CBR pour l'organisation des amusantes parties de pétanque ainsi qu'à Nicolas Marais et le personnel de la restauration à Calern pour les superbes repas au plateau.

Table des matières

1	Introduction	11
1.1	Contexte astrophysique : la vie des étoiles	11
1.2	La physique stellaire vue par l'interférométrie	13
1.2.1	Historique	13
1.2.2	OLBI : Principes et configurations instrumentales	14
1.2.3	Interférométrie différentielle	20
1.3	Cadre du travail de thèse	23
2	Modélisation d'observables interférométriques en physique stellaire	27
2.1	Modèles d'atmosphère plane-parallèle	27
2.1.1	Rappel sur la théorie du transfert radiatif	27
2.1.2	Rappel sur la modélisation d'atmosphères stellaires	30
2.1.3	Le code TLUSTY	32
2.1.4	Le code SYNSPEC	35
2.2	Caractéristiques physiques de l'étoile	35
2.2.1	Paramètres physiques	35
2.2.2	Grille numérique : le code BRUCE	38
2.3	Cartes d'intensité, spectres et photocentres	39
2.4	Interface de visualisation et de calcul de visibilités complexes	40
3	Rotation stellaire	45
3.1	Introduction	45
3.2	Rotation rapide	47
3.2.1	Signatures sur le module de la visibilité	49
3.3	Achernar : "L'étoile-toupie"	64
3.3.1	Observations d'Achernar avec VLTI-VINCI : premiers résultats	64
3.3.2	Complément à la lettre A&A	73
3.3.3	Scénarios possibles pour Achernar	76
3.4	Rotation différentielle et son impact sur les photosphères stellaires	82
3.4.1	Introduction aux méthodes de détermination de la rotation différentielle	82
3.4.2	Détermination de la rotation différentielle et de l'inclinaison stellaire par la spectro-interférométrie	86

4 Perspectives	103
4.1 Exploitation plus approfondie de la phase	104
4.1.1 La référence et la clôture de phase	104
4.1.2 Détermination de l'effet von Zeipel à travers la phase	106
4.2 Imagerie Doppler interférométrique	109
4.2.1 Bases de l'IDI et son application aux pulsations stellaires	111
4.2.2 Application de l'IDI aux taches stellaires	127
4.3 Réseau de télescopes pour l'imagerie en HRA	136
5 Conclusions	141
A Informations complémentaires sur TLUSTY et SYNSPEC	145
A.1 Concepts et méthodes intégrés dans TLUSTY	145
A.2 TLUSTY en pratique	146
A.3 SYNSPEC en pratique	147
B Contributions au Symposium UAI 215 : <i>Stellar Rotation</i>	149
B.1 Titre : <i>Modelling stellar rotation for optical long baseline interferometry</i>	149
B.2 Titre : <i>Differential rotation and the $v \sin i$ parameter</i>	152
C Liste d'acronymes	155
Bibliographie	157

Table des figures

1.1	Diagramme de Hertzsprung-Russell montrant la distribution des étoiles pulsantes.	12
1.2	Historique de l'interférométrie stellaire.	15
1.3	Parties principales d'un interféromètre optique à longue base.	16
1.4	Repère cartésien adopté dans ce manuscrit.	17
1.5	Distribution d'intensité et plan uv associé avec les points accessibles à trois bases du VLTI.	19
1.6	Observations spectro-interférométriques de ζ Tauri.	22
1.7	Schéma du laboratoire du VLTI.	25
2.1	Spectres synthétiques calculés avec TLUSTY et SYNSPEC.	36
2.2	Exemple de grille utilisée pour le calcul de la photosphère de l'étoile.	38
2.3	Exemples de spectres, de photocentres, de cartes de T_{eff} et de v_{proj}	41
2.4	Interface de visualisation sous IDL et calcul de $V(u, v, \lambda)$	42
2.5	Diagramme synoptique du modèle physique.	44
3.1	$\langle v_{\text{eq}} \sin i \rangle$ pour différents groupes d'étoiles du diagramme HR.	46
3.2	Points de V^2 mesurés sur Achernar et comparés avec le modèle "Roche + von Zeipel".	66
3.3	Spectre $H\alpha$ d'Achernar en absorption obtenu le 20/Oct/2002 comparé à un profil photosphérique théorique.	74
3.4	Profil $H\alpha$ théorique hors-ETL pour $T_{\text{eff}} = 19000K$ et $\log g = 3.5$	75
3.5	Profil $H\alpha$ obtenu au 01/Juin/2003 avec le spectrographe UVES au VLT.	76
3.6	Géométrie et courbes d'iso-densité du modèle d'enveloppe de Poekert & Marlborough.	77
3.7	Profils $H\alpha$ et flux dans le continuum pour les modèles d'étoiles Be de Poekert & Marlborough.	78
3.8	Ajustement d'une ellipse sur les diamètres de disque uniforme équivalent en bandes H et K.	79
3.9	Modèles de Bodenheimer (1971) pour étoiles aplaties par une rotation différentielle rapide.	81
3.10	Exemple de détection de la rotation différentielle par la TF de raies spectrales.	84
4.1	Phase ϕ de la visibilité complexe en fonction de B_{proj}	107
4.2	ϵ_z en fonction de l'inclinaison stellaire pour une étoile en rotation rapide.	108

4.3	Signature chromatique de l'effet von Zeipel sur les photocentres.	109
A.1	Exemple de test de convergence à partir des variations relatives de tous les paramètres d'état.	147

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte astrophysique : la vie des étoiles

Au cours de leur vie les étoiles passent par différentes phases évolutives, conditionnées par plusieurs paramètres fondamentaux : masse, abondance chimique, champ magnétique, moment angulaire. Les relations physiques entre ces paramètres et leurs rôles dans les phénomènes observables nous aident à mieux comprendre les étoiles et, par la suite, tout le cosmos. Ce qui rend cette tâche difficile, et en même temps passionnante, est que les étoiles sont en permanente évolution, avec des variations à des échelles de temps qui vont de la fraction de la seconde jusqu'à l'âge de l'univers.

La preuve la plus remarquable de ce que les étoiles ne sont pas des objets statiques est la pulsation stellaire, présente sur tout le diagramme de Hertzsprung-Russell (diagramme HR ; Fig. 1.1). On trouve déjà plusieurs exemples d'étoiles variables, avec pulsations radiales (PR) et/ou non-radiales (PNR) dans la séquence principale (SP) comme par exemple les étoiles B pulsantes (T_{eff} entre 10000 K et 30000 K) : les β Cephei, les étoiles B à raies en émission (Be) et les SPB (de l'anglais *Slowly Pulsating B stars*). Ces étoiles présentent des modes d'oscillation dont les périodes vont de quelques heures à quelques jours.

De plus, pendant leur évolution certaines étoiles traversent une zone d'instabilité du diagramme HR (lignes en pointillé dans la Fig. 1.1), où des oscillations apparaissent à cause du mécanisme κ ¹. Des étoiles variables connues comme les Céphéides, les RR Lyrae et les δ Scuti, se trouvent dans cette zone. Finalement, les naines blanches et les étoiles du type solaire présentent aussi des oscillations détectables. L'étude de la pulsation nous permet de sonder l'intérieur des étoiles par l'astrosismologie, mais aussi d'avoir des mesures de distance assez précises par la relation période-luminosité des Céphéides par exemple.

Parmi les nombreux exemples d'une vie stellaire dynamique nous pouvons citer également le phénomène de perte de masse des étoiles chaudes, qui peut atteindre entre 10^{-9} et 10^{-5} masses solaires par an (M_{\odot}/an) pour les étoiles O, B et A chaudes, pour atteindre jusqu'à $10^{-3} M_{\odot}/\text{an}$ pour les LBV (de l'anglais *Luminous Blue Variable stars*) et les WR (Wolf-Rayet). Les étoiles les plus massives peuvent perdre 90% de leur masse enrichissant ainsi le milieu

¹Mécanisme où les oscillations sont excitées par l'ionisation partielle du H, He I et/ou He II. Dans la phase de compression l'opacité et donc l'énergie thermique augmentent pour ensuite diminuer dans la phase d'expansion.

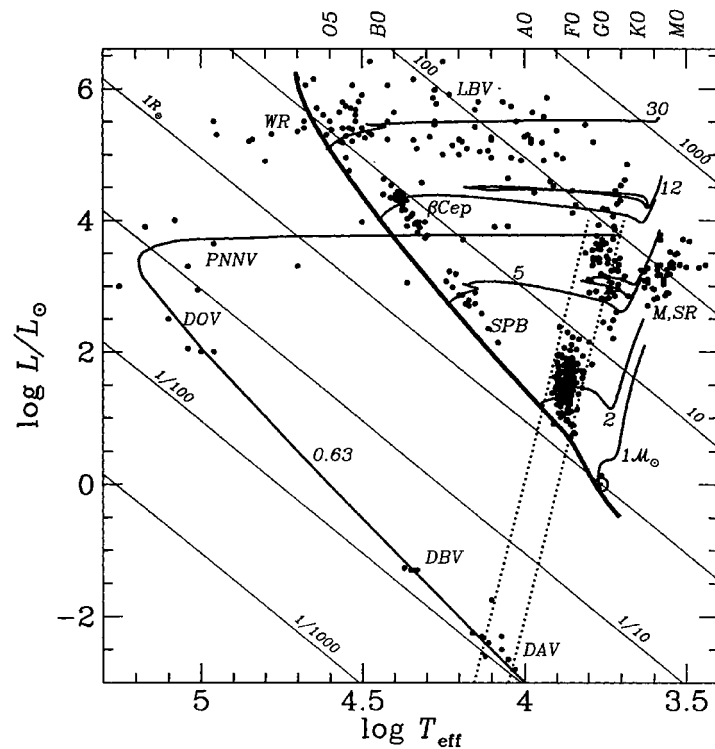


FIG. 1.1 : Diagramme de Hertzsprung-Russell montrant la distribution des étoiles pulsantes (points noirs). La ligne noire épaisse représente la séquence principale d'âge zéro (ZAMS pour la sigle en anglais) d'où partent quelques tracés évolutifs correspondant à différentes masses initiales exprimées en unité de masse solaire. La bande d'instabilité classique est représentée par les lignes en pointillé et extrapolée jusqu'à la branche des naines blanches. Les lignes droites inclinées indiquent les régions de rayon stellaire constant. (Fig. de Gautschy & Saio 1995)

interstellaire en He et en métaux légers. Une telle perte de masse a également un grand impact sur le chemin évolutif de l'étoile elle-même. De plus, la perte de masse des étoiles modifie le moment angulaire de façon sélective puisque la composante polaire du vent retire moins de moment angulaire de l'étoile comparativement à la composante équatoriale (Maeder & Meynet 2000). Ainsi, le moment angulaire spécifique de l'étoile peut changer avec le temps, ce qui a également des conséquences importantes sur sa structure physique.

Un dernier exemple concerne l'activité magnétique des étoiles froides, celles possédant une enveloppe convective. A l'instar du Soleil ces étoiles présentent un cycle d'activité de quelques années pendant lequel il y a une variation du nombre de taches, de l'intensité de l'émission chromosphérique, de l'orientation du champ magnétique, entre autres. La présence d'un champ magnétique est également responsable d'une perte significative du moment angulaire de l'étoile par le mécanisme de freinage magnétique (Schatzman 1962 ; voir aussi section 3.1).

Ces quelques exemples montrent le lien intime entre les différents mécanismes physiques régis par les paramètres fondamentaux. Une compréhension profonde des étoiles ne peut donc se faire qu'à partir d'une grande variété de techniques d'observation permettant de sonder ces

processus physiques, directement ou indirectement. Parmi les techniques existantes la spectroscopie peut être considérée comme à l'origine même de l'astrophysique moderne. Pendant le XX^{ème} siècle les astrophysiciens ont utilisé la spectroscopie à des multiples fins. Cela a permis la mesure de températures, densités, pulsations, champs de vitesses, compositions chimiques, ainsi que l'étude de systèmes binaires et la détection d'exo-planètes.

Cependant, la spectroscopie présente une limitation intrinsèque : elle ne permet l'accès qu'à une quantité 1D qui correspond à l'intégration de la lumière émise par l'objet étudié en tenant compte du déplacement Doppler introduit par la présence d'un éventuel champ de vitesse. Comme les astres sont des objets 3D il est donc essentiel de combiner la spectroscopie à d'autres techniques pour une compréhension plus profonde des phénomènes physiques.

Ainsi, les techniques d'observation ont été combinées de plusieurs façons en fonction de l'objectif recherché. Par exemple, en enregistrant des spectres sous forme d'une série temporelle nous pouvons reconstruire indirectement la surface des étoiles qui présentent des inhomogénéités. Nous reparlerons de cette technique dans la section 4.2. La combinaison de la spectroscopie et de la polarimétrie nous permet encore de mieux sonder le champ magnétique et la diffusion de la lumière. En fait, l'instrument idéal serait celui capable de fournir une image de l'objet étudié avec une grande résolution spatiale, à différentes longueurs d'onde et éventuellement à différents états de polarisation. Toutefois, la dimension angulaire caractéristique de divers mécanismes physiques, notamment ceux dans les atmosphères stellaires, est souvent plus petite que la milliseconde d'arc (en anglais *milliarcsec* ou mas). Ces dimensions extrêmement faibles empêchent l'obtention directe d'images ayant une résolution angulaire suffisante avec les télescopes actuels (diamètres $\simeq 10$ m).

La technique d'interférométrie stellaire a été conçue pour dépasser cette limitation et fournir de l'information à haute résolution angulaire (HRA) même si l'obtention d'images proprement dites n'est pas toujours possible. L'interférométrie stellaire, également appelée interférométrie optique à longue base (en anglais *optical long baseline interferometry* ou OLBI) pour la distinguer de la radio-interférométrie, est une technique très prometteuse pour la physique stellaire et ce manuscrit est consacré à son exploitation. Une brève introduction sur l'interférométrie est présentée ci-dessous, suivie d'un développement plus approfondi du contexte de mon travail de thèse.

1.2 La physique stellaire vue par l'interférométrie

1.2.1 Historique

L'interférométrie stellaire est une technique à la fois ancienne et moderne. Ancienne puisque, à la suite des travaux de Th. Young au début du XIX^{ème} siècle, A. H. L. Fizeau suggéra en 1868 que les diamètres angulaires des étoiles pourraient être déduits des franges d'interférence. Au début du XX^{ème} siècle A. A. Michelson et F. G. Pease ont réussi à construire et utiliser le premier interféromètre stellaire avec une base plus grande que l'ouverture d'un télescope monolithique. Ils ont déterminé pour la première fois le diamètre angulaire d'une étoile autre que le Soleil, i.e. de Betelgeuse plus précisément (Michelson & Pease 1921). La base maximale atteinte était de

6 m, montée sur une poutre métallique attachée au télescope du Mont Wilson. Les efforts de Pease pour agrandir la base jusqu'à 15 m n'ont pas abouti à cause de problèmes mécaniques, qui d'ailleurs étaient déjà critiques avec la base de 6 m.

Dans les années 1950 et 1960 R. Hanbury Brown et ses collaborateurs ont mesuré le diamètre angulaire de plusieurs étoiles chaudes en utilisant l'interféromètre d'intensité de Narrabri en Australie (e.g. Hanbury Brown et al. 1974a et Hanbury Brown 1968 et 1974). Un interféromètre d'intensité mesure la corrélation entre les fluctuations des signaux électriques provenant de détecteurs photoélectriques situés sur chaque télescope. Ceci limite son utilisation combinée avec d'autres techniques d'observation puisqu'à l'inverse de l'expérience de Young, il n'y a pas de mesure directe du contraste des franges d'interférence formées à partir de la lumière des deux télescopes.

Ce n'est que depuis une trentaine d'années, à la suite des travaux de A. Labeyrie dans les années 1970, que l'OLBI a connu un fort développement. En 1974, A. Labeyrie a obtenu des franges d'interférence sur la brillante α Lyrae (Vega) en recombinaison pour la première fois la lumière de deux télescopes indépendants, séparés par une distance de 12 m (Labeyrie 1975). Depuis, le nombre d'interféromètres opérationnels ne cesse de croître comme montre le diagramme-historique de la Fig. 1.2.

1.2.2 OLBI : Principes et configurations instrumentales

Les parties principales d'un interféromètre stellaire moderne sont illustrées dans la Fig. 1.3. La distance entre les télescopes définit la longueur de la base au sol B , mais l'information spatiale sur l'objet est fonction de la projection de B sur le plan du ciel B_{proj} . De manière générale, il existe une différence de marche optique (ddm) entre l'arrivée des fronts d'onde de l'objet étudié sur chacun des télescopes. Pour des observations réalisées dans une bande spectrale de largeur $\Delta\lambda$, centrée sur λ_0 , les franges d'interférence ne sont détectables que si la ddm est inférieure à la longueur de cohérence $l_c = \lambda_0^2/\Delta\lambda$ (taille caractéristique de l'enveloppe des franges). La ddm est donc maintenue à chaque instant en dessous de l_c par un dispositif appelé ligne à retard. De plus, les fronts d'onde plans provenant d'une source distante sont déformés par l'atmosphère terrestre qui présente une variation aléatoire, dans l'espace et dans le temps, de l'indice de réfraction de l'air. Ainsi, les franges doivent être enregistrées avec des temps de pose de l'ordre ou inférieurs au temps de cohérence τ_c pour "figer" l'atmosphère terrestre. Typiquement $\tau_c \simeq 10$ millisecondes dans le visible et il croît proportionnellement à $\lambda^{6/5}$.

La Fig. 1.3 montre également deux techniques de recombinaison de faisceaux très utilisées actuellement. La première méthode obtient les franges d'interférences en superposant les images données par chaque télescope sur un CCD. On obtient alors l'image de l'objet modulée par des franges d'interférence (codage spatial des franges). Cette image peut être par exemple une tache d'Airy dans le cas idéal ou une figure de tavelures (comme montré dans la figure). La seconde méthode, la recombinaison de faisceaux en plan pupille, est souvent associée à un codage temporel des franges à partir de l'introduction d'une faible ddm modulée dans le temps $\delta_{\text{ddm}}(t)$. Le détecteur peut être mono-pixel et en général il existe deux sorties interférométriques avec un déphasage de $\pi/2$ entre elles.

Comme l'objet étudié peut être orienté aléatoirement par rapport aux lignes de base de

Historique de l'interférométrie stellaire à longue base entre 1950 et 2000.

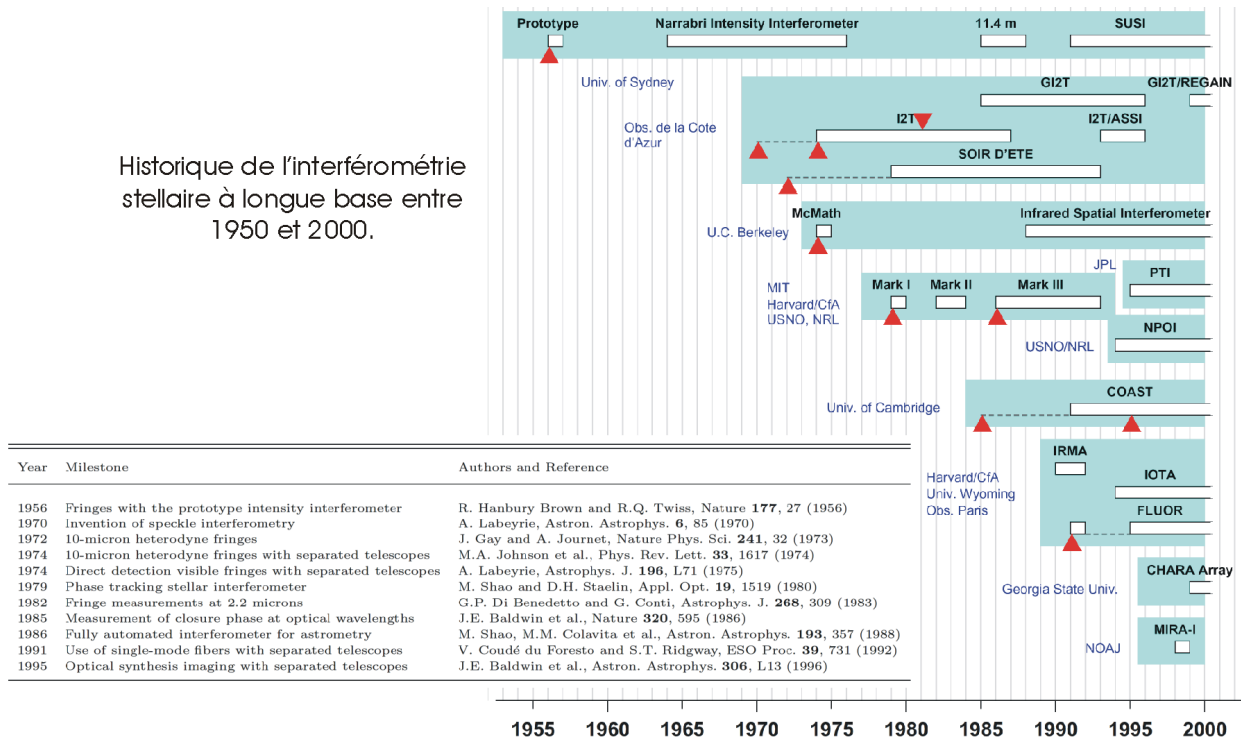


FIG. 1.2 : Historique de l'interférométrie stellaire à longue base, entre 1950 et 2000, avec le nom des principaux instruments et des institutions qui les utilisent. Quelques faits marquants de l'interférométrie sont représentés par un triangle et décrits dans le tableau en bas à gauche. Depuis la création de cette figure par Lawson (1999) deux autres interféromètres importants sont entrés en service : le Keck-I (e.g. Colavita & Wizinowich 2003 et leurs références) et le VLTI (e.g. Glindemann et al. 2003 et leurs références).

l'interféromètre, il est utile de fixer un système de référence dans le plan du ciel (Fig. 1.4). La distribution d'intensité I de l'objet dans le plan du ciel est fonction du vecteur position $\vec{r} = (y, z)$ et de la longueur d'onde λ , i.e., $I = I(y, z, \lambda)$. Notons que I est parfois appelé carte d'intensité ou encore carte de brillance.

Ainsi, le contraste et la position des franges d'interférence obtenues au foyer de l'instrument sont une mesure de la **visibilité complexe**, c'est à dire, du degré complexe de cohérence mutuelle de cette distribution d'intensité collectée par chacun des télescopes². Le point clef de l'OLBI est le théorème de Van Cittert-Zernike (e.g. Born et Wolf 1980, Goodman 1985) selon lequel la visibilité complexe V est donnée par la transformée de Fourier de la carte d'intensité de l'objet normalisée par sa valeur à l'origine (son intensité totale) :

$$V(u, v, \lambda) = |V(u, v, \lambda)|e^{i\phi(u,v,\lambda)} = \frac{\tilde{I}(u, v, \lambda)}{\tilde{I}(0, 0, \lambda)} \quad (1.1)$$

où u et v sont les fréquences spatiales, ou les fréquences de Fourier, correspondant respectivement à y et z . Le symbole " \sim " représente la transformation de Fourier. En pratique, la visibilité

²Pour simplifier la discussion j'ai supposé une transmission optique identique pour chaque trajet télescope-détecteur, ce qui n'implique aucune perte de généralité.

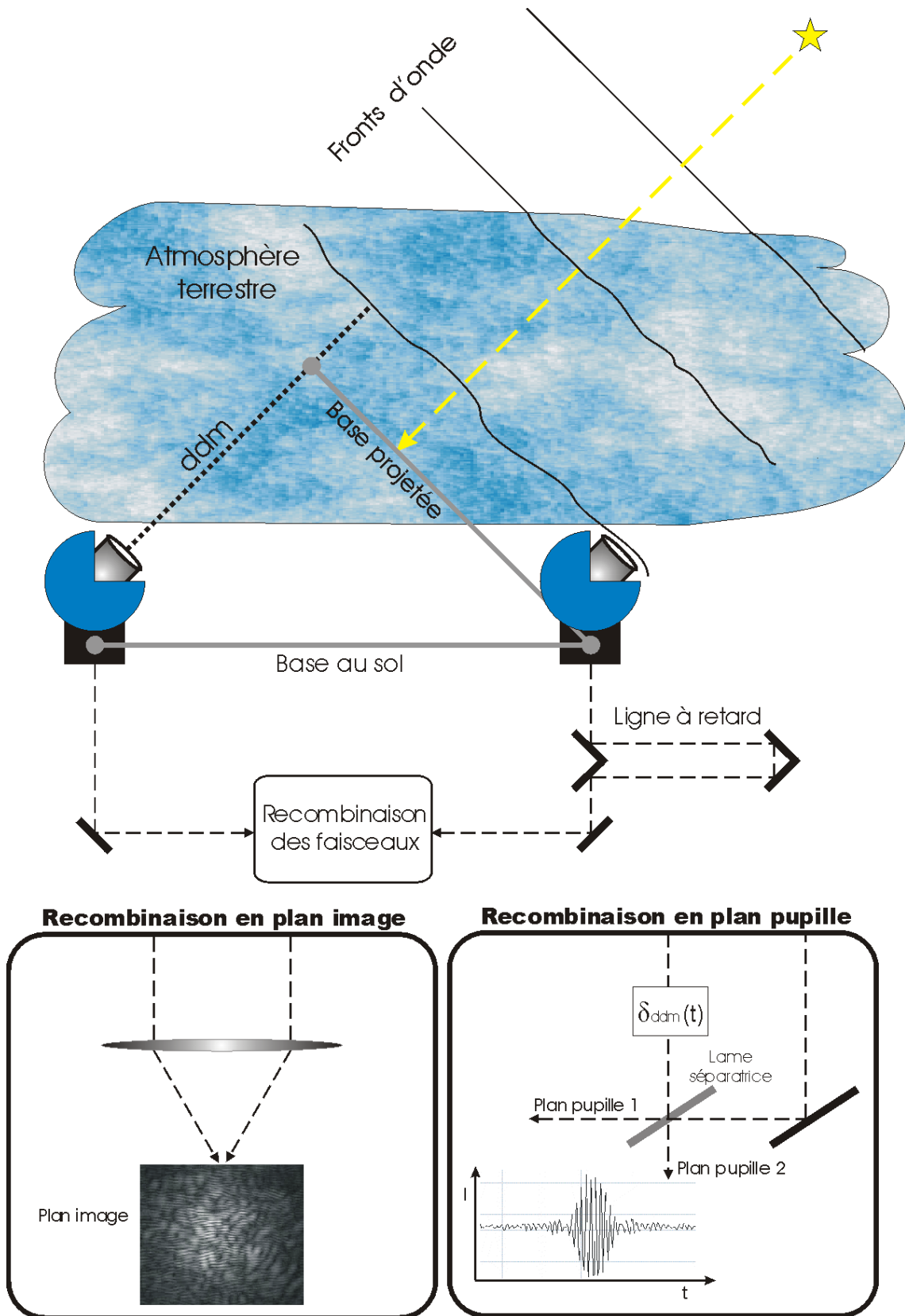


FIG. 1.3 : Parties principales d'un interféromètre optique à longue base et les deux techniques les plus utilisées pour la recombinaison des faisceaux. (voir détails dans le texte)

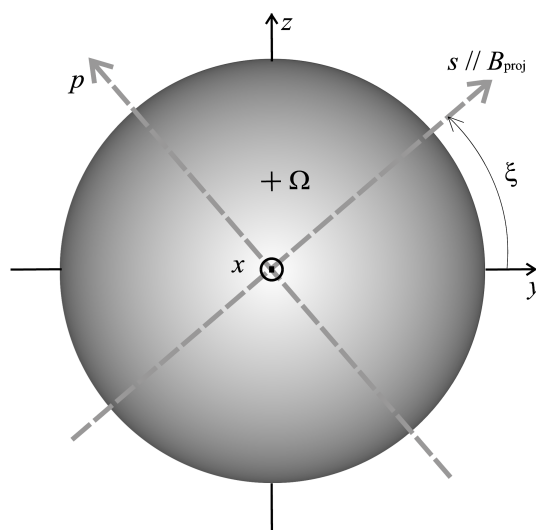


FIG. 1.4 : Repère cartésien adopté dans ce manuscrit. L'axe x est orienté vers l'observateur et les axes y et z se trouvent dans le plan du ciel. Comme illustration nous avons la représentation d'une étoile avec assombrissement centre-bord, animée d'une vitesse angulaire de rotation Ω . La croix indique le point où la surface est traversée par l'axe de rotation qui forme un angle i (pas représenté dans la figure) avec l'axe x . L'axe z est orienté parallèlement à la projection de l'axe de rotation stellaire sur le plan yz . En OLBI la ligne base de l'interféromètre projetée sur le ciel B_{proj} peut être orientée de façon arbitraire par rapport à ce repère cartésien, ce qui définit un nouveau système de référence avec les axes s et p dans le plan du ciel. L'axe s est parallèle à la direction de B_{proj} et forme un angle ξ avec l'axe y .

mesurée par les interféromètres réels est :

$$V_{\text{obs}}(u, v, \lambda) = V(u, v, \lambda)V_{\text{inst}} \quad (1.2)$$

où V_{inst} représente tous les processus entraînant une atténuation du contraste des franges d'interférence (turbulence atmosphérique et effets instrumentaux). La détermination de V_{inst} est un point délicat de la mesure et pour cela il est nécessaire d'observer des étoiles de calibration dont le diamètre angulaire est supposé connu et de préférence plus petit que l'objet étudié. Cette étape d'observation d'une ou plusieurs étoiles de calibration constitue une diminution du temps effectif d'observation de l'objet en étude, mais elle est souvent indispensable pour qu'on puisse accéder à des mesures robustes.

La Fig. 1.5 illustre $I(y, z, \lambda)$ pour une étoile elliptique avec assombrissement centre-bord dans le cas monochromatique, ainsi que le module de sa visibilité complexe $|V(u, v, \lambda)|$ (cf. Eq 1.1) dans le domaine de Fourier, appelé plan uv en interférométrie. Cette figure montre également qu'un interféromètre n'a accès qu'à quelques points du plan uv , ce qui est une conséquence directe du fait que les fréquences spatiales u et v sont fonction de B_{proj}/λ .

Cette couverture très partielle du plan uv exige l'utilisation de modèles pour l'interprétation des observations interférométriques. De plus, pour chaque problème astrophysique étudié des conditions minimales existent pour la configuration de bases et pour la procédure d'observation permettant, par la suite, une détermination unique des paramètres du modèle. A titre d'illus-

tration on peut citer l'étude de l'assombrissement centre-bord stellaire où le modèle souvent adopté est celui avec une distribution d'intensité donnée par une loi polynomiale :

$$I(\mu) = I_0 \sum_{j=0}^N a_j \mu^j \quad (1.3)$$

où I_0 et a_j sont les constantes du modèle et μ le cosinus de l'angle entre la normale et la direction d'observation. En plus, l'étoile est considérée comme étant sphérique et sans inhomogénéités de surface, ce qui simplifie énormément le problème puisque dans ce cas l'amplitude de la visibilité a une symétrie circulaire³ :

$$|V(z)| = \left| \frac{\sum_{j=0}^N a_j 2^{\frac{j}{2}} \Gamma\left(\frac{j}{2} + 1\right) \frac{J_{\frac{j}{2}+1}(z)}{z^{\frac{j}{2}+1}}}{\sum_{j=0}^N \frac{a_j}{j+2}} \right| ; \quad z = \pi \mathcal{O}_{\text{LD}} B_{\text{proj}}/\lambda \quad (1.4)$$

où \mathcal{O}_{LD} est le diamètre angulaire pour le modèle de disque assombri. La célèbre expression $|V(z)| = |2J_1(z)/z|$ pour le disque uniforme (\mathcal{O}_{UD}) est un cas particulier de l'Eq. 1.4 pour $N = 0$. Même avec un modèle analytique 1D relativement simple comme celui de l'Eq. 1.4, la mesure de l'assombrissement centre-bord est assez difficile puisqu'elle demande des observations au-delà du premier zéro de $|V(z)|$. Ceci est nécessaire parce que dans le premier lobe de visibilité les solutions ne sont pas uniques pour les paramètres \mathcal{O}_{LD} et a_j de telle manière qu'il est toujours possible de trouver un autre jeu de paramètres (diamètre d'un disque uniforme par exemple) qui reproduit les observations. Hanbury Brown et al. (1974b) donnent une expression qui traduit \mathcal{O}_{UD} en \mathcal{O}_{LD} pour une loi d'assombrissement centre-bord linéaire⁴.

A cause de sa faible valeur, la mesure de $|V(z)|$ dans le deuxième lobe exige certaines procédures d'observation particulières, comme le λ -*bootstrapping* utilisé par Quirrenbach et al. (1996) pour déterminer \mathcal{O}_{LD} ($= 21.0 \pm 0.2$ mas) de α Bootis (Arcturus) avec Mark III. La méthode consiste à observer simultanément dans plusieurs longueurs d'onde de façon à ce que la mesure des franges pour un λ élevé ($|V|$ dans le premier lobe) garantisse une bonne estimation de $|V|$ dans le deuxième lobe pour un λ plus petit. Les coefficients d'assombrissement centre-bord (pour $N = 3$ dans l'Eq. 1.4) ont été fixés à partir d'une grille de modèles d'atmosphères.

Un autre exemple instructif est celui sur la mesure de \mathcal{O}_{LD} pour α Arietis (6.80 ± 0.07 mas) et α Cassiopeiae (5.62 ± 0.06 mas) par Hajian et al. (1998) avec NPOI (de l'anglais *Navy Prototype Optical Interferometer*). Les auteurs ont combiné la technique λ -*bootstrapping* avec le *phase bootstrapping* qui utilise trois bases simultanées de façon à ce que les visibilités obtenues avec les bases courtes soient dans le premier lobe et celles avec les bases longues dans le deuxième lobe (comme l'exemple de la Fig. 1.5). Avec cette technique la clôture de phase des cibles a également pu être déterminée, c'est à dire, qu'ils ont mesuré la somme des phases ϕ (Eq. 1.1)

³Cette expression peut être dérivée à partir de la transformée de Hankel et de la relation (Gradshteyn et Ryzhik 1965) : $\int_0^1 x^{\nu+1} (1-x^2)^\eta J_\nu(yx) dx = \frac{2^\eta \Gamma(\eta+1)}{y^{\eta+1}} J_{\nu+\eta+1}(y)$, où Γ est la fonction gamma et $J_{\nu+\eta+1}$ est la fonction de Bessel du premier type et d'ordre $\nu + \eta + 1$.

⁴Il peut aussi avoir une dépendance en λ dans la relation entre \mathcal{O}_{UD} et \mathcal{O}_{LD} .

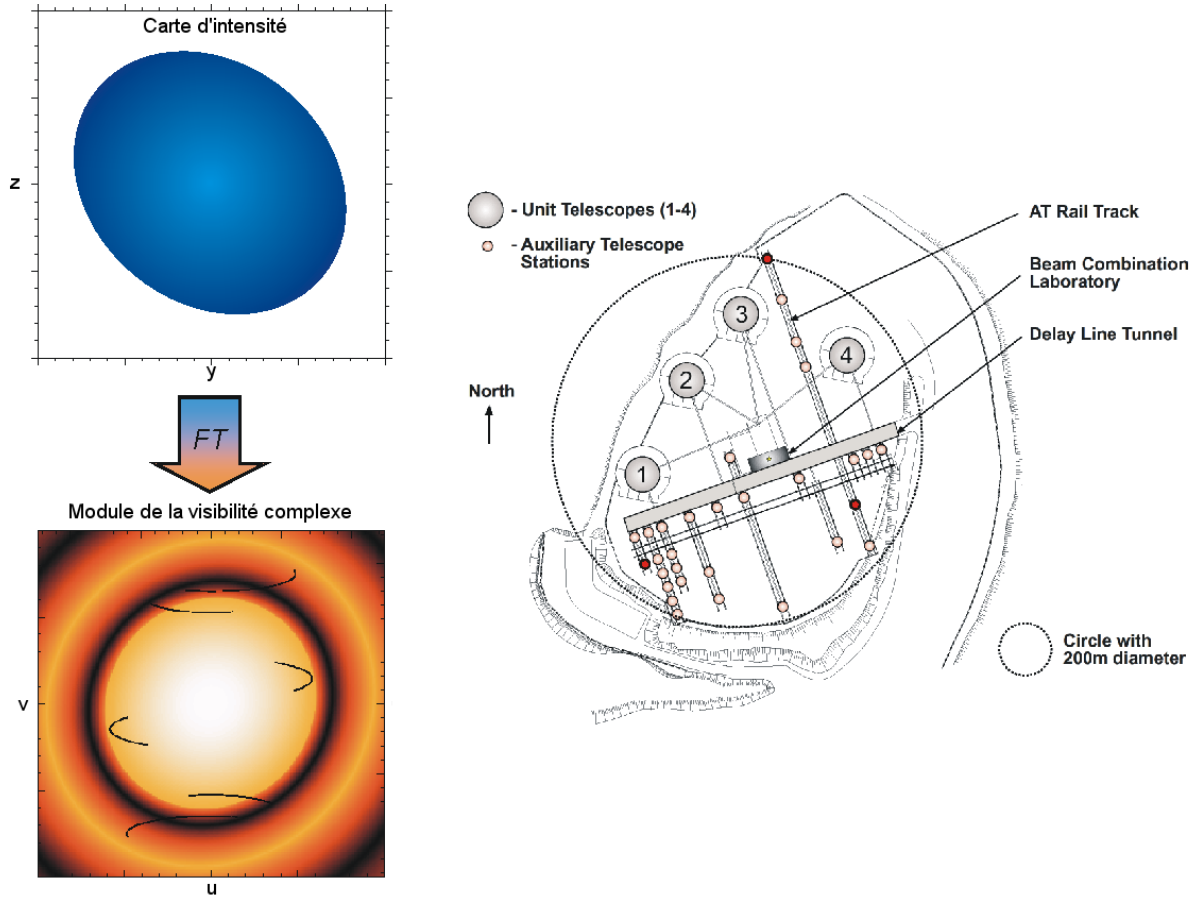


FIG. 1.5 : Carte d'intensité $I(y, z, \lambda)$ pour une étoile elliptique avec assombrissement centre-bord dans le cas monochromatique (haut à gauche), ainsi que le module de sa visibilité complexe $|V(u, v, \lambda)|$ (cf. Eq 1.1) dans le domaine de Fourier, appelé plan uv en interférométrie (bas à gauche). Le plan uv a été calculé avec le programme ASPRO développé par le JMMC (Jean-Marie Mariotti Center). Notons que $|V(u, v, \lambda)|$ présente un lobe central brillant avec son maximum en $(u, v) = (0, 0)$ ($|V(0, 0, \lambda)| = 1$ à cause de la normalisation) suivi d'un anneau, souvent appelé deuxième lobe, beaucoup moins brillant (valeur maximale $\simeq 0.15$). Cette tendance se poursuit avec des valeurs de plus en plus faibles dans les autres lobes. Un tel comportement est caractéristique des objets présentant une distribution d'intensité concentrée comme c'est le cas des étoiles individuelles. Sur le plan uv nous pouvons voir également trois paires de courbes correspondant à la couverture accessible à trois configurations de télescopes du VLTI en utilisant l'effet de super-synthèse obtenu par la rotation terrestre. Les trois télescopes auxiliaires (AT's) choisis sont indiqués (cercles foncés) dans la figure à droite (adaptée de Glindemann et al. 2000) où nous pouvons également voir les autres configurations possibles du VLTI.

correspondant à chaque base. Grâce à la clôture de phase, l'hypothèse de symétrie circulaire a été confirmée puisque les valeurs trouvées sont 0° dans le premier lobe et 180° dans le deuxième. Une discussion plus approfondie sur la clôture de phase se trouve dans la section 4.1.

Les mesures de diamètres angulaires ont permis d'estimer précisément le rayon linéaire et la température effective des étoiles (e.g. Jerzykiewicz & Molenda-Zakowicz 2000) :

$$\frac{R}{R_\odot} = 107.5 \frac{\odot}{\Pi} \quad (1.5)$$

et

$$T_{\text{eff}}(\text{K}) = 7402 \frac{f^{\frac{1}{4}}}{\odot^{\frac{1}{2}}} \quad (1.6)$$

où Π est la parallaxe (dans les mêmes unités que le diamètre angulaire \odot) et f est le flux bolométrique en $10^{-6} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

1.2.3 Interférométrie différentielle

Les observations interférométriques à plusieurs longueurs d'onde sont importantes non seulement pour augmenter la couverture en fréquence spatiale, mais surtout pour l'étude des processus physiques qui induisent une dépendance chromatique de la carte d'intensité de l'objet $I(\vec{r}, \lambda)$.

Nous pouvons obtenir une grande quantité d'information avec une technique permettant de résoudre les astres à la fois spectralement, avec la spectroscopie, et spatialement, avec l'interférométrie. Cette technique combinée est souvent appelée **interférométrie différentielle** ou, alternativement, **spectro-interférométrie**. Notons que ces dénominations sont également utilisées dans d'autres domaines de l'astrophysique avec un sens parfois différent de celui adopté dans ce manuscrit, i.e., la dispersion spectrale des franges d'un interféromètre optique à longue base pour obtenir de l'information spatiale en fonction de la longueur d'onde. Cette information est accessible à partir du calcul de l'inter-corrélation des images enregistrées par l'interféromètre dans deux régions spectrales différentes :

$$IC(\vec{r}, \lambda, \lambda_r) = \iota(\vec{r}, \lambda) \otimes \iota(\vec{r}, \lambda_r) \quad (1.7)$$

où λ et λ_r sont respectivement les longueurs d'onde d'étude et de référence qui, en pratique, représentent une bande spectrale finie $\Delta\lambda$ et $\Delta\lambda_r (\gg \Delta\lambda$ pour une question de rapport signal sur bruit). L'image interférométrique $\iota(\vec{r}, \lambda)$ est la convolution de la distribution d'intensité de l'objet $I(\vec{r}, \lambda)$ par la réponse impulsionnelle (en anglais *point spread function* ou PSF) de l'instrument plus de l'atmosphère $A(\vec{r})$:

$$\iota(\vec{r}, \lambda) = I(\vec{r}, \lambda) * A(\vec{r}) \quad (1.8)$$

On considère que la PSF est indépendante de λ dans les intervalles spectraux habituellement utilisés ($< 200 \text{ \AA}$; Chelli & Petrov 1995a). L'information sur l'objet peut être extraite de $\iota(\vec{r}, \lambda)$ par le calcul de l'inter-spectre, i.e., de la transformée de Fourier de IC (Eq. 1.7) :

$$\begin{aligned} \mathcal{W}(\vec{u}, \lambda, \lambda_r) &= \tilde{\iota}(\vec{u}, \lambda) \tilde{\iota}^*(\vec{u}, \lambda_r) \\ &= \tilde{I}(\vec{u}, \lambda) \tilde{I}^*(\vec{u}, \lambda_r) |\tilde{A}(\vec{u})|^2 \\ &= |\tilde{I}(\vec{u}, \lambda)| |\tilde{I}(\vec{u}, \lambda_r)| e^{i\phi(\vec{u}, \lambda, \lambda_r)} |\tilde{A}(\vec{u})|^2 \end{aligned} \quad (1.9)$$

où \vec{u} est le vecteur fréquence spatiale dont les composantes sont u et v . Le terme $|\tilde{A}(\vec{u})|^2$ est parfois appelé fonction de transfert optique (en anglais *optical transfer function* ou OTF) de l'inter-spectre. En pratique $\mathcal{W}(\vec{u}, \lambda, \lambda_r)$ est déterminé à partir d'une moyenne dans le temps d'un grand nombre de poses courtes (quelques millisecondes) figeant les variations rapides des interférogrammes dues à la turbulence atmosphérique.

L'Eq. 1.9 correspond aux Eqs. 1.1 et 1.2 dans le cas de l'interférométrie différentielle. La comparaison entre ces équations révèle un grand avantage des observations interférométriques à différentes longueurs d'onde : la possibilité de calibrer les mesures dans une bande spectrale sur celles dans une bande voisine. Un autre avantage de l'interférométrie différentielle est l'accès à la position des franges en fonction de la longueur d'onde à partir de l'information différentielle sur l'argument de l'inter-spectre qui renseigne sur la différence de phase de l'objet entre deux bandes spectrales distinctes. En effet, à partir de l'Eq. 1.9 nous pouvons déduire que $\phi(\vec{u}, \lambda, \lambda_r)$ est une **phase différentielle** contenant de l'information sur la symétrie relative de l'objet dans les deux bandes spectrales considérées :

$$\phi(\vec{u}, \lambda, \lambda_r) = \phi(\vec{u}, \lambda) - \phi(\vec{u}, \lambda_r) \quad (1.10)$$

Cette possibilité d'auto-calibration du module et de la phase de l'inter-spectre est particulièrement utile pour les étoiles avec un environnement circumstellaire (vent, enveloppe de gaz ou de poussière, entre autres). Pour ces objets, la bande spectrale de référence est souvent prise dans le continuum où l'étoile centrale est beaucoup plus petite et brillante que son environnement, tandis que dans certaines raies spectrales l'émission provenant de ce dernier domine la distribution d'intensité de l'objet. Comme exemple je cite les travaux de Vakili et al. (1997 et 1998) décrivant deux résultats importants obtenus en interférométrie différentielle avec le GI2T (Grand Interféromètre à 2 Télescopes ; Mourard et al. 1994 et 2003). Cet instrument est, jusqu'à présent, le seul interféromètre optique équipé d'un spectrographe dans le visible avec une résolution spectrale qui peut atteindre 30000.

Vakili et al. (1997) ont déterminé le diamètre de disque uniforme équivalent de l'étoile LBV P Cygni en H α ($\Theta_{UD} = 5.52 \pm 0.47$ mas) et en He I 6678 ($\Theta_{UD} = 2.48 \pm 2.16$ mas), à partir des observations réalisées avec une résolution spectrale effective de l'ordre de 4000. Les auteurs ont également mis en évidence la présence de grumeaux de sur-brillance proche de l'objet central ($4R_*$). Ces mesures ont apporté des contraintes fortes sur la morphologie et sur la structure des inhomogénéités dans le vent des LBV. Avec une technique similaire, Vakili et al. (1998) ont mis en évidence pour la première fois des oscillations à un bras dans le disque équatorial d'une étoile Be, ζ Tauri (Fig. 1.6). De telles oscillations étaient prévues par la théorie pour expliquer un ancien problème lié aux étoiles Be : le cycle de variabilité à long terme V/R du rapport des pics d'émission des ailes Violet et Rouge de raies spectrales.

Dans les deux exemples cités la PSF a pu être estimée et donc éliminée du problème à partir de l'information provenant d'un objet non-résolu (point source) dans le continuum et sans que des étoiles de calibration soient nécessairement observées. Toutefois, pour vérifier la robustesse de cette technique différentielle F. Vakili et ses collaborateurs ont quand même observé quelques étoiles de calibration dans des conditions instrumentales distinctes (bases et nuits).

Ainsi, ces exemples témoignent de la richesse d'information apportée par l'interférométrie différentielle puisque, en utilisant le module et la phase de $\mathcal{W}(\vec{u}, \lambda, \lambda_r)$ ainsi que le profil spectral,

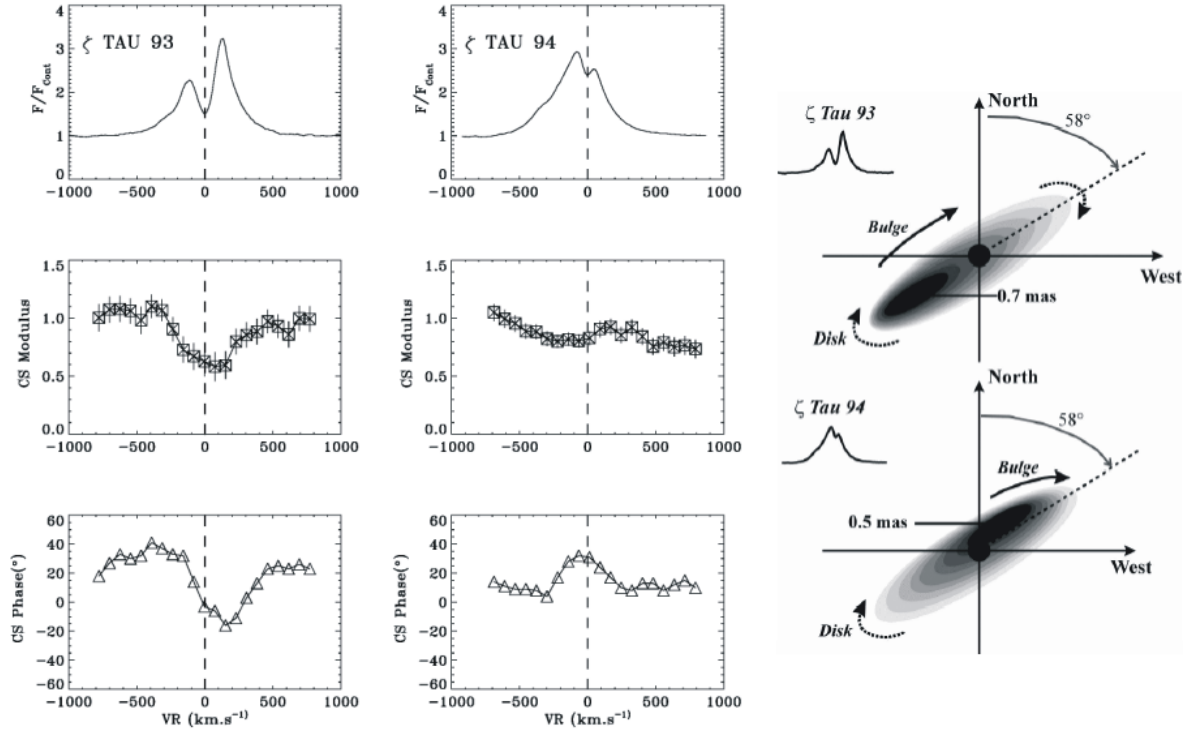


FIG. 1.6 : Ces résultats, obtenus sur l'étoile Be ζ Tauri avec le GI2T en 1993 et 1994, témoignent de la richesse d'information apportée par la spectro-interférométrie. Les profils $H\alpha$ en émission sont montrés en haut à gauche pour des observations en 1993 et 1994. La baisse dans la valeur du module de l'inter-spectre (Eq. 1.9) dans la raie $H\alpha$ prouve que l'enveloppe circumstellaire a été résolue (milieu à gauche). De plus, l'inversion de la valeur de la phase différentielle $\phi(\vec{u}, \lambda, \lambda_r)$ entre 1993 et 1994 indique un changement de l'asymétrie de l'enveloppe (graphiques en bas à gauche). Cette évolution a été interprétée selon les images à droite, i.e., comme une onde prograde de sur-densité (oscillation à un bras) prévue par la théorie pour expliquer le cycle de variabilité à long terme V/R (Violet sur Rouge) de raies spectrales. (Figs. de Vakili et al. 1998)

Vakili et al. (1997 et 1998) ont pu déterminer la forme, la dimension, l'orientation et la symétrie de P Cygni et de ζ Tauri, avec une résolution angulaire de l'ordre de la milliseconde d'arc.

Une propriété très intéressante de la spectro-interférométrie est que la phase différentielle apporte de l'information spatiale même quand l'objet est très peu résolu par l'interféromètre, c'est à dire, que $(\text{dimension de l'objet}) \times B_{\text{proj}} / \lambda \ll 1$. Dans ce cas, $\vec{r} \cdot \vec{u} = yu + zv \ll 1$, de manière que la transformée de Fourier de I (cf. Eqs. 1.1 et 1.9) peut être représentée par son développement en série de Maclaurin jusqu'au premier ordre :

$$\tilde{I}(u, v, \lambda) \simeq \iint I(y, z, \lambda) dydz - i2\pi u \iint yI(y, z, \lambda) dydz - i2\pi v \iint zI(y, z, \lambda) dydz \quad (1.11)$$

Dans cette approximation $|\tilde{I}(u, v, \lambda)| \simeq |\tilde{I}(0, 0, \lambda)|$ empêchant toute information de haute résolution angulaire à partir du contraste des franges. Par ailleurs, la phase différentielle a un pouvoir de "super-résolution spatiale" obtenu à partir de la position des franges :

$$\phi(\vec{u}, \lambda, \lambda_r) = -2\pi\vec{u} \cdot [\vec{e}(\lambda) - \vec{e}(\lambda_r)] \quad (1.12)$$

La quantité $\vec{c}(\lambda)$ est la position du **photocentre**, c'est à dire, le barycentre photométrique de la distribution d'intensité pour une longueur d'onde donnée. Dans le repère cartésien de la Fig. 1.4 le photocentre s'écrit :

$$\vec{c}(\lambda) = \epsilon_y(\lambda) \hat{y} + \epsilon_z(\lambda) \hat{z} \quad (1.13)$$

avec les composantes ϵ_y et ϵ_z données par :

$$\epsilon_j(\lambda) = \frac{\iint j I(y, z, \lambda) dydz}{F(\lambda)} ; j = y, z \quad (1.14)$$

où $F(\lambda)$ est le flux spectral de l'objet dans la bande spectrale considérée :

$$F(\lambda) = \tilde{I}(0, 0, \lambda) = \iint I(y, z, \lambda) dydz \quad (1.15)$$

L'utilisation du photocentre est notamment utile pour l'étude d'asymétries dans les surfaces stellaires (e.g. taches et PNR) puisque cela exige une résolution angulaire meilleure que la milliseconde d'arc pour la plupart des étoiles.

Plus de détails sur la théorie et les applications possibles de l'interférométrie différentielle sont donnés par Labeyrie (1970), Beckers (1982), Vakili & Percheron (1991), Lagarde (1994), Stee et al. (1995), Chelli & Petrov (1995a et 1995b), Petrov et al. (1995 et 1996), Jankov et al. (2001 et 2003; voir section 4), Domiciano de Souza et al. (2004; voir section 3.4), entre autres. On y trouve un large éventail d'applications comme la mesure du diamètre angulaire au-delà de la résolution de l'instrument (effet de super-résolution spatiale), la séparation de spectres de binaires et la mesure de l'orientation de leurs axes de rotation, la reconstruction plus précise d'images d'étoiles avec taches et/ou pulsations non-radiales, la mesure de la rotation différentielle et de l'inclinaison de l'étoile, entre autres. Certains de ces points seront détaillés dans les prochains chapitres.

1.3 Cadre du travail de thèse

Les exemples de la dernière section montrent l'importance de l'interférométrie pour la physique stellaire en particulier et pour toute l'astrophysique en général. De plus, l'arrivée de la nouvelle génération d'instruments dédiés à la HRA permet l'accès à des observations de plus en plus variées et précises. Ce saut en qualité des interféromètres exige le développement de modèles physiques pour une préparation et interprétation optimales de ces nouvelles observations de haute qualité. C'est dans ce contexte que s'inscrit mon travail de thèse, réalisé sous la direction principale de F. Vakili.

Au début de ma thèse j'ai travaillé à l'Observatoire de la Côte d'Azur (OCA) au sein de l'équipe GI2T où j'ai participé activement aux premières observations de qualification de ce spectro-interféromètre, unique au monde. J'ai également proposé divers programmes astrophysiques pour l'exploitation du GI2T en collaboration principalement avec F. Vakili, L. Abe, S. Jankov. En particulier, nous avons proposé un programme sur la détermination de l'assombrissement gravitationnel de α Lyrae (Vega) en utilisant une technique de λ -*bootstrapping* qui met en valeur la possibilité d'un changement rapide de base et de longueur d'onde du GI2T.

Ces programmes ne sont pas (encore) aboutis à cause de retards dans le développement et dans la qualification de l'instrument, en particulier des problèmes avec les anciennes caméras à comptage de photons CP20 et CP40 ainsi que l'absence d'un système de suivi de franges. Cependant, mon travail avec un interféromètre aussi complet que le GI2T m'a apporté une expérience unique en observation et en traitement de données interférométriques au sens large, notamment en ce qui concerne l'interférométrie de tavelures à longue base, combinée ou pas avec la spectroscopie et la polarimétrie.

Cette expérience sera particulièrement utile pour l'exploitation du VLTI (e.g. Glindemann et al. 2003) avec lequel la communauté astrophysique pourra étudier une multitude d'objets et de mécanismes physiques à partir de différentes techniques en HRA (Fig. 1.7). En particulier, avec la mise en service en 2004 de l'instrument AMBER (e.g. Petrov et al. 2000 et 2003, Malbet et al. 2003) nous pouvons espérer des résultats remarquables en spectro-interférométrie dans tous les domaines de l'astrophysique. Le concept instrumental du VLTI-AMBER est en grande partie basé sur l'expérience acquise à l'OCA avec le GI2T et au LUAN⁵ avec l'instrument Interférométrie De Tavelures (IDT ; Lagarde 1994, Chelli et Petrov 1995a et 1995b). Cet instrument pourra faire de la spectro-interférométrie avec trois télescopes simultanés dans les bandes spectrales J, H ou K et avec une résolution spectrale de 35, 1000 ou 10000.

Dans cette logique de préparation et interprétation des observations modernes en HRA j'ai également développé un outil numérique, dédié à l'interférométrie stellaire, qui est présenté dans le chapitre 2. Il s'agit d'un modèle astrophysique auto-cohérent qui synthétise des profils de raies aussi bien que des cartes d'intensité à partir de modèles d'atmosphère en ETL (Équilibre Thermodynamique Local) et hors-ETL. Ce modèle s'adapte facilement à différents aspects de la physique stellaire et peut inclure divers mécanismes comme les pulsations radiales et non-radiales, la rotation rigide ou différentielle, les inhomogénéités de température et/ou d'abondance chimique. Quelques concepts de base de la théorie du transfert de rayonnement sont également présentés au chapitre 2.

Ensuite, au chapitre 3 j'utilise cet outil pour étudier un des paramètres fondamentaux de la physique stellaire : **la rotation**. Je montre que l'interférométrie peut apporter de fortes contraintes sur quelques phénomènes liés à la rotation rapide, notamment l'aplatissement stellaire et l'assombrissement gravitationnel. Cette étude théorique est validée par des observations de l'étoile Be α Eridani (Achernar) avec le VLTI-VINCI, obtenues à partir d'un programme pilote sur la rotation stellaire à travers le diagramme HR (voir aussi chapitre 4). Le fort aplatissement mesuré sur Achernar a des conséquences importantes sur les théories astrophysiques qui traitent, entre autres, de la distribution du moment angulaire, de la perte de masse, du transport d'éléments chimiques et de moment angulaire. Comme une suite logique de la problématique de la rotation stellaire j'ai réalisé une étude sur la rotation différentielle dans les photosphères stellaires du point de vue de la spectro-interférométrie. Cette technique peut non seulement détecter la rotation différentielle mais aussi mesurer séparément l'inclinaison de l'axe de rotation stellaire et le coefficient de rotation différentielle. Pour terminer, les perspectives en OLBI et les conclusions de ce travail sont présentées respectivement dans les chapitres 4 et 5.

⁵Laboratoire Universitaire d'Astrophysique de Nice

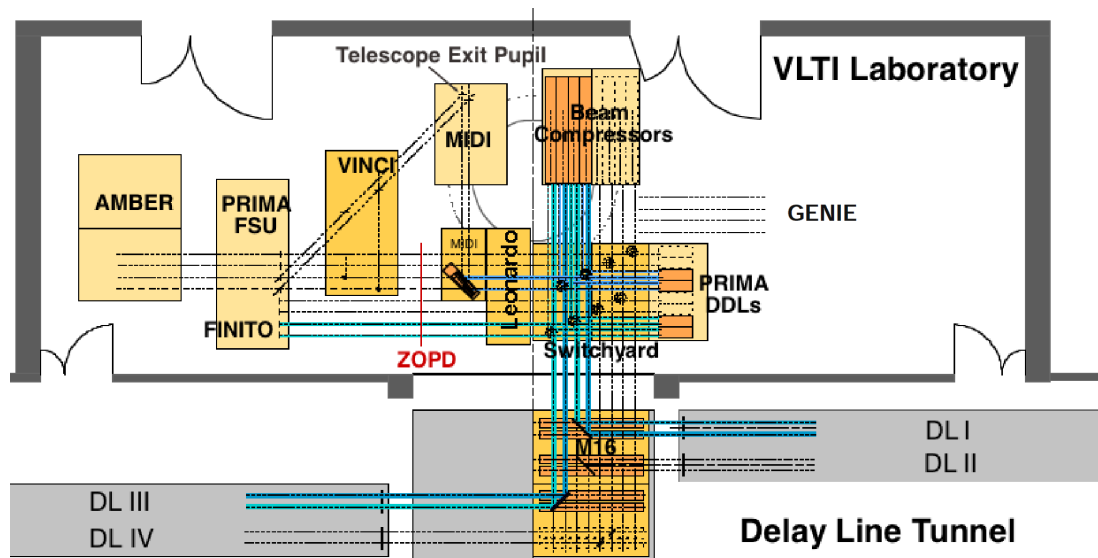


FIG. 1.7 : Schéma du laboratoire qui regroupe les instruments en service et prévus pour le VLT qui peuvent combiner la lumière de 2 à 4 télescopes simultanément. Les faisceaux lumineux des télescopes sont d'abord envoyés aux lignes à retard (*delay lines*) qui éliminent leurs différences de chemin optique et ensuite ils sont dirigés vers l'instrument souhaité pour les observations dans le laboratoire du VLT. L'instrument VINCI, utilisé pour la qualification du VLT, est déjà en service depuis Mars 2001 avec des sidérostats de 40 cm. Même s'il s'agit d'un instrument de test plusieurs résultats astrophysiques importants ont été obtenus avec VINCI dans les bandes spectrales H et K (e.g. Kervella et al. 2003a et 2003b, Domiciano de Souza et al. 2003). L'instrument MIDI est en service depuis le début de 2003 et doit également fournir des résultats intéressants dans l'infrarouge moyen à $10 \mu\text{m}$. A partir de 2004 AMBER permettra aux astrophysiciens d'utiliser le VLT dans le mode spectro-interférométrie. D'autres instruments comme PRIMA (e.g. Delplancke et al. 2000 ; voir chapitre 4) et GENIE (expérience de frange-noir ou *nulling*) sont également prévus pour le VLT. (Fig. de Glindemann 2002)

Chapitre 2

Modélisation d'observables interférométriques en physique stellaire

L'outil numérique dédié à l'interférométrie stellaire que j'ai développé pendant ma thèse est composé de plusieurs parties décrites tout au long de ce chapitre. Dans la section 2.1 je présente d'abord quelques concepts de base sur la modélisation d'atmosphères stellaires pour ensuite décrire les codes adoptés pour cette modélisation. La section 2.2 montre comment une grille avec les paramètres physiques de l'étoile est construite. Le calcul des observables interférométriques est détaillé dans les sections 2.3 et 2.4.

2.1 Modèles d'atmosphère plane-parallèle

Le calcul d'observables interférométriques en physique stellaire exige l'utilisation de modèles d'atmosphère. Avant de décrire les codes adoptés pour mes calculs je présente très brièvement et sans l'intention d'être exhaustif quelques notions de base sur la théorie du transfert radiatif et la modélisation d'atmosphères stellaires. Ce rappel est centré sur les hypothèses de travail adoptées, c'est à dire, atmosphère statique ($\vec{v} = 0$), stationnaire ($\partial/\partial t = 0$), plane-parallèle et homogène horizontalement. Les quantités physiques sont donc fonctions d'une variable spatiale seulement (z par exemple). Toute force ou radiation externe, ainsi que des effets ondulatoires, de polarisation et de la relativité générale sont également négligés.

2.1.1 Rappel sur la théorie du transfert radiatif

La radiation électromagnétique qui arrive jusqu'à nous depuis les corps célestes est le principal de moyen de sonder ces mêmes objets. Mais la radiation est plus qu'une simple sonde, elle est aussi un constituant important des astres, avec une influence cruciale dans la définition de leurs conditions physiques. Ceci est particulièrement vrai dans les atmosphères d'étoiles chaudes, qui reçoivent une radiation intense et énergétique provenant de l'intérieur stellaire.

Ainsi, l'interprétation d'observations à partir de modèles physiques demande une bonne connaissance de la théorie du transfert de rayonnement. Cette section rappelle quelques points principaux de cette théorie sans avoir l'intention d'être exhaustive. Le lecteur désireux d'approfondir ce domaine trouvera une multitude d'ouvrages comme Mihalas (1978), Gray (1992) et Rybicki & Lightman (1979), pour ne citer que quelques unes. L'interaction entre radiation et matière est décrite à partir de trois quantités macroscopiques décrites ci-après : intensité spécifique, coefficient d'extinction et coefficient d'émission.

Intensité spécifique ($I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)$) - elle décrit l'énergie (dE) qui traverse un élément de surface $d\sigma$ situé à la position \vec{r} dans l'intervalle de fréquence ($\nu, \nu + d\nu$) et de temps ($t, t + dt$). Cette radiation se propage dans l'angle solide élémentaire $d\Omega$ centré dans une direction \vec{n} normale à $d\sigma$:

$$dE \equiv I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) d\sigma d\Omega d\nu dt \quad (2.1)$$

L'intensité spécifique est généralement mesurée en $\text{erg cm}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{hz}^{-1} \text{s}^{-1}$.

Coefficient d'extinction ou opacité ($\chi(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)$) - il décrit l'énergie perdue par la radiation incidente I dans l'intervalle de fréquence ($\nu, \nu + d\nu$) et de temps ($t, t + dt$). I se propage dans un angle solide élémentaire $d\Omega$ centré dans la direction \vec{n} et dans un volume élémentaire $dV = d\sigma ds$, où \vec{n} est normal à $d\sigma$:

$$dE_{\text{perte}} \equiv \chi(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) d\sigma ds d\Omega d\nu dt \quad (2.2)$$

La dimension de χ est l'inverse d'une distance, habituellement en cm^{-1} , de manière à ce que χ^{-1} soit le parcours libre moyen du photon. Il est usuel d'écrire le coefficient d'extinction sous la forme :

$$\chi(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) = \kappa(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) + \sigma_{\text{abs}}(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) \quad (2.3)$$

où κ est le coefficient d'absorption (ou absorption thermique) incluant tous les processus où un photon de la radiation incidente est absorbé et détruit, c'est à dire, que son énergie est convertie en énergie cinétique des particules du gaz. En général κ englobe un terme d'absorption vraie et un terme d'émission stimulée, qui peut être considérée comme une absorption négative. La quantité σ_{abs} , coefficient de diffusion, représente une perte d'énergie par absorption d'un photon, même s'il est immédiatement ré-émis dans une direction différente et avec quasiment la même énergie.

Coefficient d'émission ou émissivité ($\eta(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)$) - il décrit l'énergie gagnée par la radiation incidente I dans le même domaine considéré pour χ :

$$dE_{\text{gain}} \equiv \eta(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) d\sigma ds d\Omega d\nu dt \quad (2.4)$$

η est généralement mesuré en $\text{erg cm}^{-3} \text{sr}^{-1} \text{hz}^{-1} \text{s}^{-1}$. Le coefficient d'émission peut inclure l'émission spontanée de la lumière (η_{therm}) et le gain d'énergie par diffusion (σ_{em}) correspondant à la ré-émission instantanée du photon après interaction avec une particule du gaz :

$$\eta(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) = \eta_{\text{therm}}(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) + \sigma_{\text{em}}(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t) \quad (2.5)$$

Une fois ces quantités définies et dans les hypothèses fixées au début de la section, la conservation d'énergie nous permet d'écrire :

$$dI_\nu = \eta(z, \mu, \nu) \frac{dz}{\mu} - I_\nu \chi(z, \mu, \nu) \frac{dz}{\mu} \quad (2.6)$$

où z est la coordonnée spatiale selon la normale au plan de l'atmosphère et $\mu = \cos \theta$, où θ est l'angle entre la direction de propagation de la radiation et l'axe z . Finalement, la forme standard de l'**équation de transfert radiatif** (ETR) s'écrit :

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad (2.7)$$

Pour arriver à cette expression nous devons utiliser les définitions de la profondeur optique :

$$d\tau_\nu \equiv -\chi_\nu dz \quad (2.8)$$

et de la fonction source :

$$S_\nu \equiv \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu} \quad (2.9)$$

Il est aussi usuel dans la littérature sur le transfert radiatif de ne pas écrire la dépendance en (z, μ, ν) mais de représenter seulement ν comme indice. Ainsi, $I(\vec{r}, \vec{n}, \nu, t)$ dévient I_ν par exemple.

Les trois premiers moments de l'intensité spécifique sont souvent utilisés dans les calculs des modèles d'atmosphères. Ces moments, représentés par les symboles J_ν , H_ν et K_ν , sont proportionnels respectivement à la densité d'énergie de la radiation E_ν , au flux radiatif F_ν et à la pression de radiation P_ν :

$$\begin{pmatrix} J_\nu \\ H_\nu \\ K_\nu \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi} \begin{pmatrix} cE_\nu \\ F_\nu \\ cP_\nu \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \begin{pmatrix} \mu^0 \\ \mu^1 \\ \mu^2 \end{pmatrix} I_\nu d\mu \quad (2.10)$$

où c est la vitesse de la lumière. Les moments J_ν , H_ν et K_ν sont appelés respectivement intensité moyenne, flux d'Eddington et intégrale K . A partir de l'ETR (Eq. 2.7) ils peuvent être écrits en fonction de la profondeur optique et de la fonction source :

$$\begin{pmatrix} J_\nu \\ H_\nu \\ K_\nu \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \begin{pmatrix} E_1(|t - \tau_\nu|) \\ E_2(|t - \tau_\nu|) \\ E_3(|t - \tau_\nu|) \end{pmatrix} S_\nu(t) dt \quad (2.11)$$

où E_n est la n -ième intégrale exponentielle :

$$E_n(x) \equiv \int_1^\infty \frac{e^{-xw}}{w^n} dw \quad (2.12)$$

Pour terminer notons que du point de vue microscopique les coefficients d'extinction et d'émission sont décrits comme une somme de termes produits du genre population d'un niveau d'énergie par section efficace d'une transition entre ce niveau et un autre. Plusieurs termes peuvent apparaître comme ceux dus aux transitions lié-lié (raies spectrales), lié-libre (continuum), libre-libre (continuum) et à la diffusion électronique.

2.1.2 Rappel sur la modélisation d'atmosphères stellaires

Construire un modèle d'atmosphère plane-parallèle signifie spécifier tous les paramètres (e.g. température, gravité, densité) qui fixent ses conditions physiques en fonction de la profondeur z . Ces paramètres sont obtenus par la solution auto-consistante des équations de base du problème décrites ci-dessous :

Équilibre hydrostatique

La gravité g , qui est constante, est contrebalancée par le gradient de pression :

$$\frac{dP}{dm} = g \quad (2.13)$$

où la masse lagrangienne ou densité de colonne m (g/cm^{-2}) est définie comme :

$$dm = -\rho dz \quad (2.14)$$

La pression P est la somme de trois composantes :

$$P = P_{\text{gaz}} + P_{\text{rad}} + P_{\text{turb}} \quad (2.15)$$

où P_{gaz} , P_{rad} et P_{turb} sont les pressions du gaz, de la radiation et de la turbulence.

Équation de transfert radiatif

L'interaction entre la radiation et la matière est décrite par l'ETR (Eq. 2.7) :

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad (2.16)$$

Dans le cadre de la modélisation d'atmosphères stellaires l'ETR est parfois décrite par une expression au second degré :

$$\frac{d^2 (f_\nu^K J_\nu)}{d\tau_\nu^2} = J_\nu - S_\nu \quad (2.17)$$

où f_ν^K est le facteur variable d'Eddington. Comme les équations de base des atmosphères stellaires sont en général fonction de J_ν , cette expression est plus avantageuse que l'Eq. 2.16 pour le calcul numérique, puisque J_ν ne dépend pas de μ et donc une décomposition de ce dernier en valeurs discrètes n'est pas nécessaire.

Équilibre radiatif

Si la radiation est le seul mécanisme de transport d'énergie dans une atmosphère stellaire ne comportant ni sources ni puits d'énergie, alors la conservation d'énergie impose un divergent nulle pour le flux radiatif :

$$\frac{dF}{dz} = 0 \Rightarrow F = \int_0^\infty F_\nu d\nu = \text{const} \equiv \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (2.18)$$

où σ est la constante de Stefan-Boltzmann, T_{eff} la température effective et F le flux bolométrique, i.e., intégré dans tout le spectre de radiation. Une formulation alternative pour l'équilibre radiatif peut être obtenue à partir de la condition de divergence nulle du flux et de l'ETR :

$$\int_0^{\infty} (\chi_{\nu} J_{\nu} - \eta_{\nu}) d\nu = 0 \quad (2.19)$$

A partir de cette expression nous pouvons déduire que seulement les processus thermiques d'absorption et d'émission contribuent effectivement à la conservation d'énergie puisque les processus de diffusion s'annulent mutuellement, i.e., le photon n'est pas détruit par ce mécanisme. Les deux formulations de l'équilibre radiatif sont souvent utilisées dans les calculs numériques puisque la forme différentielle (Eq. 2.18) est plus adaptée aux grandes profondeurs, tandis que la forme intégrale (Eq. 2.19) se comporte mieux dans les régions peu profondes.

Équilibre statistique

L'équilibre entre les taux de transitions qui peuplent et qui dépeuplent un niveau i par rapport à un niveau j est représenté par :

$$n_i \sum_{j \neq i} (R_{ij} + C_{ij}) = \sum_{j \neq i} n_j (R_{ji} + C_{ji}) \quad (2.20)$$

où n_i indique la population du niveau i tandis que R_{ij} et C_{ij} représentent respectivement les taux de transitions entre deux niveaux i et j dues à la radiation et aux collisions. Du point de vue de la physique quantique il existe trois processus radiatifs de base qui régissent l'émission ou l'absorption de photons entre deux niveaux d'énergie i et j différents :

- a) l'émission spontanée (A_{ji});
- b) l'émission induite (par un autre photon de caractéristiques similaires à celui que sera émis ; B_{ji});
- c) l'absorption d'un photon (B_{ij}).

Les termes A_{ji} , B_{ji} et B_{ij} sont les coefficients d'Einstein. Les taux de transitions radiatives R_{ij} et R_{ji} dépendent donc de ces coefficients et de l'intensité moyenne J_{ν} . D'un autre côté, les taux de collisions C_{ij} et C_{ji} sont fonction de la température et de la densité de particules.

Cet ensemble d'équations, plus quelques relations additionnelles (e.g. conservation de la charge électrique et du nombre de particules, expression pour les sections efficaces), forme un système très couplé et non-linéaire. Bien sûr, certaines approximations réalistes existent pour faciliter la résolution de ce problème. Par exemple, les équations de l'équilibre statistique ne sont traitées explicitement que pour les niveaux d'énergie les plus bas en général. Les niveaux restant sont traités en ETL par rapport à un niveau de référence convenable simplifiant énormément le problème à cause de l'utilisation des équations de Boltzmann et Saha. Une autre hypothèse souvent adoptée est celle d'une distribution de vitesses maxwellienne pour les particules. La question de savoir où et comment introduire des effets hors-ETL n'a pas de réponse universelle dans le domaine de la modélisation des atmosphères stellaires. D'une manière générale des effets hors-ETL sont importants quand :

1. les transitions radiatives dominant celles dues aux collisions (cf. Eq. 2.20) ;
2. la radiation n'est pas en équilibre thermodynamique (par exemple quand les photons peuvent s'échapper de l'étoile).

A cause de leur grand couplage et complexité, les équations de base des atmosphères stellaires sont résolues à partir de codes numériques pour les problèmes réalistes. Dans les deux sous-sections suivantes nous avons une description des codes adoptés pour le calcul des modèles d'atmosphères (TLUSTY ; Hubeny 1988 et Hubeny & Lanz 1992 et 1995) et des spectres synthétiques (SYNSPEC ; Hubeny, Lanz & Jeffery 1994). D'autres codes respectant les hypothèses de travail adoptées ici pourraient être également utilisés comme par exemple le code ATLAS (Kurucz 1970 et 1994). Cependant, j'ai préféré les codes TLUSTY et SYNSPEC aux autres puisqu'ils utilisent des méthodes modernes permettant facilement de résoudre le problème le plus complexe dans l'approximation 1D, i.e., le calcul de modèles hors-ETL et avec *metal line-blanketing* (inclusion de millions de raies spectrales dans le calcul). En plus, ces codes sont téléchargeables gratuitement depuis le site WEB <http://tlusty.gsfc.nasa.gov/>.

2.1.3 Le code TLUSTY

TLUSTY calcule des modèles d'atmosphère numériques, c'est à dire, qu'il fournit une liste de paramètres physiques caractérisant l'état de l'atmosphère stellaire pour un nombre fini de points en profondeur. Ce code est assez souple et permet de combiner les méthodes les plus diverses pour résoudre les équations de base des atmosphères stellaires. Dans la version actuelle TLUSTY utilise la méthode hybride Linéarisation Complète/Lambda-Itération Accélérée (CL/ALI pour la sigle en anglais), introduite par Hubeny & Lanz (1995). Je présente ici une description succincte de chacune de ces méthodes en mettant leurs avantages respectifs en évidence, suivie d'une discussion sur la manière comment TLUSTY profite de ces avantages de façon combinée. Ensuite nous verrons quelques concepts et méthodes additionnels utilisés dans TLUSTY permettant, avec CL/ALI, de calculer des modèles d'atmosphères hors-ETL et *line blanketed*.

Linéarisation Complète (CL)

Idéalement, les équations de base du problème devraient être résolues simultanément et de façon auto-consistante. Dans ce cas le vecteur d'état de l'atmosphère à chaque profondeur p est donné par :

$$\psi_p = \{J_1, \dots, J_{NF}, n_e, N, T, n_1, \dots, n_{NL}\} \quad (2.21)$$

où J_i est l'intensité moyenne à la fréquence ν_i , n_e la densité numérique des électrons, N la densité numérique des particules, T la température et n_j la population (densité numérique) du niveau j . Ainsi, la dimension de ψ_p est $NN = NF + 3 + NL$, où NF est le nombre de points de fréquence et NL est le nombre de niveaux d'énergie pour lequel l'Eq. 2.20 est résolue. Formellement, nous pouvons donc écrire le système d'équations de base :

$$\mathbf{P} [\vec{x}] = 0 \quad (2.22)$$

où \vec{x} est un vecteur formé par tous les ψ_p et avec une dimension $NN * ND$, ND étant le nombre de points en profondeur :

$$\vec{x} = \{\psi_1, \dots, \psi_{ND}\} \quad (2.23)$$

A partir de cette formulation nous pouvons écrire la méthode de base utilisée par TLUSTY : la linéarisation complète (en anglais *Complete Linearisation* ou CL ; Auer & Mihalas 1969). Cela consiste à résoudre l'Eq. 2.22 avec la méthode de Newton-Raphson :

$$\vec{x}^{(n+1)} = \vec{x}^{(n)} - \mathcal{J} [\vec{x}^{(n)}]^{-1} \mathbf{P} [\vec{x}^{(n)}] \quad (2.24)$$

où \mathcal{J} est la matrice de Jacobi (jacobien). Même si les caractéristiques du problème physique donnent une forme relativement simple à \mathcal{J} (forme tridiagonale par bloc), le temps nécessaire pour l'inverser croît comme :

$$(NF + 3 + NL)^3 * ND * N_{iter} \quad (2.25)$$

La convergence de la méthode CL pure est, en principe, assez rapide (peu d'itérations). Cependant, une dépendance sur le nombre de paramètres comme celle de l'Eq. 2.25 empêche l'utilisation de la méthode CL pour des problèmes réalistes où NL et/ou NF peuvent être de l'ordre du million. Une façon assez efficace de diminuer NF , et donc la taille de ψ_p , est l'utilisation de la méthode ALI décrite ci-après.

Lambda-Itération Accélérée (ALI)

Considérons la méthode ALI (de l'anglais *Accelerated Lambda Iteration*) dans le cas simple d'un atome à deux niveaux sans continuum et avec redistribution complète en fréquence (profil spectral ϕ_ν identique pour toutes les transitions radiatives). On peut trouver une description plus détaillée d'ALI dans Cannon (1973) et Hubeny & Lanz (1995).

L'équation d'équilibre statistique (Eq. 2.20) pour l'atome à deux niveaux peut s'écrire comme une expression pour la fonction source :

$$S = (1 - \varepsilon)\bar{J} + \varepsilon B_{\nu_0} \quad (2.26)$$

où $\varepsilon (\ll 1)$ est la probabilité de destruction collisionnelle, B_{ν_0} la fonction de Planck à la fréquence de transition ν_0 et \bar{J} l'intensité moyenne intégrée en longueur d'onde :

$$\bar{J} = \int J_\nu \phi_\nu d\nu \quad (2.27)$$

Par ailleurs, l'intensité moyenne peut être directement obtenue partir de l'Eq. 2.11, qui sera réécrite sous la forme d'un opérateur Λ appliqué sur la fonction source :

$$J_\nu = \Lambda_\nu [S] \Rightarrow \bar{J} = \Lambda [S] \quad (2.28)$$

où le couplage entre la matière et la radiation est contenu dans l'opérateur Λ , qui peut être représenté comme une matrice dans les modèles numériques. L'Eq. 2.28 est la solution formelle de l'ETR, c'est à dire, la solution de l'ETR dans le cas d'une fonction source totalement connue.

A partir des Eqs. 2.26 et 2.28 nous pouvons créer une méthode itérative pour résoudre l'ETR, appelée **Itération Lambda** :

$$S^{(n+1)} = (1 - \varepsilon)\Lambda \left[S^{(n)} \right] + \varepsilon B_{\nu_0} \quad (2.29)$$

où n indique la dernière itération réalisée. Cette méthode converge non seulement trop lentement mais elle a aussi tendance à se stabiliser sur une solution fautive. En outre, la manipulation de l'opérateur Λ peut être assez lourde numériquement. La méthode ALI introduit un opérateur Λ^* pour lequel on impose une forme plus simple que celle de $\Lambda (\equiv \Lambda^* + (\Lambda - \Lambda^*))$ et qui contient les parties principales du couplage radiation-matière. La méthode ALI est donc donnée par :

$$S^{(n+1)} = (1 - \varepsilon)\Lambda^* \left[S^{(n+1)} \right] + (1 - \varepsilon)(\Lambda - \Lambda^*) \left[S^{(n)} \right] \varepsilon B_{\nu_0} \quad (2.30)$$

Le choix de Λ^* optimal est une question assez délicate dont dépend l'efficacité d'ALI. De façon générale la meilleure option est celle d'un opérateur Λ^* diagonale, ou au maximum, tri-diagonale, de façon que l'inversion Λ^* ne soit pas compliquée. Nous pouvons comparer plus facilement ALI et Itération Lambda en réécrivant l'Eq. 2.30 comme :

$$S^{(n+1)} - S^{(n)} = [1 - (1 - \varepsilon)\Lambda^*]^{-1} \left[S^{SF} - S^{(n)} \right] \quad (2.31)$$

où l'exposant SF désigne la solution formelle obtenue par l'Eq. 2.29. Ainsi, le terme $[1 - (1 - \varepsilon)\Lambda^*]^{-1}$ accélère (amplifie) les différences $S^{(n+1)} - S^{(n)}$ par rapport aux différences $S^{SF} - S^{(n)}$ de la Lambda Itération.

ALI correspond donc à une série de solutions formelles de l'ETR et, par conséquent, il est important d'avoir des algorithmes rapides pour le calcul de ces solutions. Deux méthodes différentes peuvent être utilisées pour la solution formelle :

- la méthode d'éléments finis discontinus (en anglais *Discret Finite Elements* ou DFE) qui utilise la forme au premier ordre de l'ETR ;
- la méthode de Feautrier qui utilise la forme au second ordre de l'ETR.

Ainsi, ALI permet d'éliminer l'ETR du système couplé des équations de base du problème et son utilisation combinée avec CL est très efficace comme on le décrira par la suite.

CL/ALI

La méthode hybride CL/ALI (Hubeny & Lanz 1995) linéarise les équations de base avec CL mais élimine la majorité des intensités moyennes avec ALI. Autrement dit, tandis qu'ALI est appliqué à la plupart des points de fréquence ν_i , les intensités moyennes J_i pour un petit nombre de fréquences judicieusement choisies sont obtenues avec CL. Les fréquences linéarisées correspondent à celles où il y a le plus grand couplage entre la radiation et la matière comme par exemple les fréquences proches aux limites des séries (continue du H et du He II). Ainsi, avec CL/ALI chaque itération est aussi rapide qu'avec ALI pur, tandis que le nombre d'itérations est aussi petit que celui de CL pur.

En plus de CL/ALI, TLUSTY utilise plusieurs concepts et méthodes additionnels pour augmenter son efficacité comme par exemple la méthode de Kantorovich, le concept de superniveaux, le groupement et la mise à zéro de niveaux. Ces concepts et méthodes sont présentés dans l'annexe A ainsi que quelques points sur l'utilisation pratique de TLUSTY avec ses entrées et ses sorties principales.

2.1.4 Le code SYNSPEC

SYNSPEC calcule le flux radiatif émergeant pour un modèle d'atmosphère donné. Il a été développé pour synthétiser des spectres à partir de modèles d'atmosphères calculés par TLUSTY, mais il accepte aussi d'autres modèles comme entrée (ceux de Kurucz par exemple). Ainsi, à partir des paramètres d'état fournis par le modèle d'atmosphère, SYNSPEC calcule une série de solutions formelles de l'ETR à chaque valeur discrète de la longueur d'onde pour synthétiser le spectre de radiation.

En principe, à chaque modèle d'atmosphère il devrait correspondre un seul spectre synthétique. Cependant, en pratique les éléments chimiques qui n'ont pas une influence majeure sur la structure physique de l'atmosphère (Li par exemple) sont supprimés ou traités de façon simplifiée lors du calcul des modèles d'atmosphère. D'un autre côté un spectre synthétique réaliste doit inclure convenablement toutes les sources d'opacité disponibles même si elles ne sont pas présentes dans le modèle d'atmosphère. En fait, il est même possible de calculer le spectre synthétique avec une abondance chimique différente du modèle d'atmosphère d'entrée. Bien sûr, ce changement d'abondance ne doit pas être trop important pour les éléments chimiques qui ont une influence significative sur l'atmosphère (e.g. He, C, N et O).

Les raies de l'hydrogène, et du He II éventuellement, sont considérées comme étant partie du continuum. SYNSPEC ne peut donner un traitement hors-ETL exact que pour les raies qui ont été considérées aussi en hors-ETL dans le modèle d'atmosphère d'entrée. Pour les autres transitions atomiques SYNSPEC adopte un traitement hors-ETL approché en utilisant la théorie de la probabilité d'échappement au second ordre (Rybicki 1984).

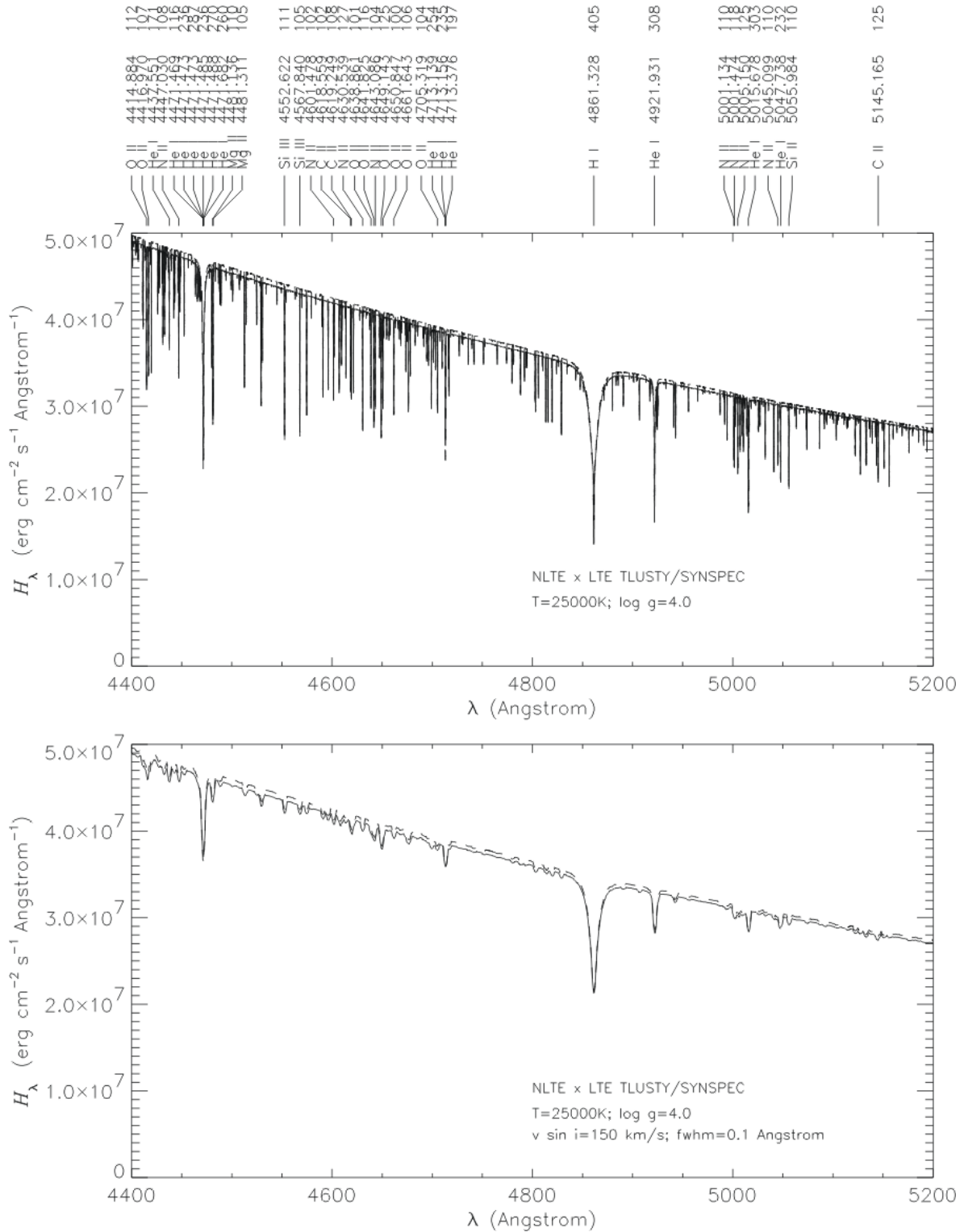
La Fig. 2.1 montre un exemple de spectre synthétique (flux en ETL et hors-ETL) que j'ai calculé avec TLUSTY et SYNSPEC pour $4400 \leq \lambda (\text{\AA}) \leq 5200$, abondance solaire, $T_{\text{eff}} = 25000 \text{ K}$ et $\log g = 4.0$. Dans l'annexe A nous avons quelques informations complémentaires concernant l'utilisation pratique de SYNSPEC avec ses entrées et ses sorties principales.

2.2 Caractéristiques physiques de l'étoile

2.2.1 Paramètres physiques

Le point de départ pour la construction du modèle de l'étoile est la définition des conditions physiques dans la photosphère pour une configuration d'équilibre où seulement l'effet de la rotation intervient. Cette configuration d'équilibre est régi par un quelques paramètres physiques :

- la température polaire effective T_p ;
- le rayon polaire R_p ;
- la masse de l'étoile M ;



- la vitesse linéaire de rotation à l'équateur v_{eq} ;
- la loi de rotation différentielle ;
- l'inclinaison de l'axe de rotation par rapport à l'observateur i .

Ces paramètres permettent le calcul d'un potentiel gravitationnel effectif Ψ dans l'hypothèse d'un problème conservatif, valide pour une rotation uniforme ou une rotation constant sur des surfaces cylindriques. Le rayon photosphérique de l'étoile R en fonction de la colatitude θ peut être obtenu à partir de l'équation pour l'équipotentiel. Comme le problème a une symétrie azimutale $R(\theta)$ représente la forme de la photosphère de l'étoile. Considérons comme exemple le potentiel Ψ dans l'approximation de Roche, c'est à dire, rotation uniforme et masse concentrée au centre de l'étoile (Roche 1837, Collins & Harrington 1966, Kopal 1987) :

$$\Psi(\theta) = \frac{\Omega^2 R^2(\theta) \sin^2 \theta}{2} + \frac{GM}{R(\theta)} = \frac{GM}{R_p} \quad (2.32)$$

Une fois que $R(\theta)$ est déterminé la gravité effective \vec{g} à chaque point de la photosphère est donnée par :

$$\vec{g}(\theta) = \nabla \Psi(\theta) \quad (2.33)$$

Le vecteur unitaire \hat{n} normal à Ψ est donné par :

$$\hat{n}(\theta) = \frac{\vec{g}(\theta)}{|\vec{g}(\theta)|} \quad (2.34)$$

La distribution de température effective locale peut être déterminée par exemple à partir d'une loi d'assombrissement gravitationnel adaptée au problème étudié. Pour une rotation uniforme la loi souvent adoptée est :

$$T_{\text{eff}}(\theta) = T_p \left(\frac{g(\theta)}{g_p} \right)^\beta \quad (2.35)$$

où $g_p (= GM R_p^{-2})$ est la gravité effective au pôle. Le coefficient β est un paramètre libre en principe, mais les études théoriques montrent que $\beta = 0.25$ pour une photosphère radiative (von Zeipel 1924) et $\beta = 0.08$ pour une photosphère convective (Lucy 1967).

Pour une rotation différentielle il existe d'autres lois d'assombrissement gravitationnel comme par exemple celle déduite par Maeder (1999) pour une rotation "shellular" (Zahn 1992) :

$$T_{\text{eff}}(\theta) = T_p \left[\frac{g(\theta)(1 + \zeta(\theta))}{g_p(1 + \zeta(0))} \right]^\beta \quad (2.36)$$

où $\zeta(\theta)$ est fonction de la loi de rotation différentielle et de plusieurs paramètres qui définissent les conditions thermodynamiques de l'étoile.

Nous avons maintenant tous les éléments nécessaires pour décrire la photosphère de l'étoile (e.g. température effective, gravité effective, forme, vitesse de rotation). En pratique le modèle photosphérique est calculé numériquement à partir d'un code qui divise la photosphère en volumes élémentaires comme décrit par la suite.

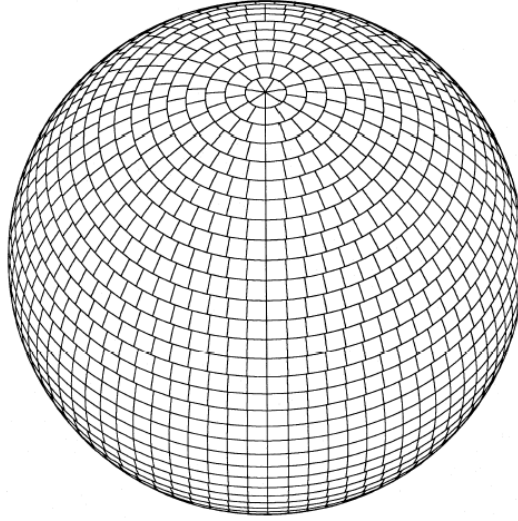


FIG. 2.2 : Exemple de grille utilisée pour le calcul de la photosphère de l'étoile. Dans cet exemple l'étoile est sphérique avec $i = 40^\circ$ et le nombre de pavés visibles N_{vis} est 2310.

2.2.2 Grille numérique : le code BRUCE

Pour le calcul de la photosphère de l'étoile j'ai utilisé le code BRUCE développé par à l'origine Townsend (1997a et 1997b) pour l'étude de pulsations non-radiales (PNR). J'ai adapté ce code pour qu'il puisse aussi être appliqué à l'étude interférométrique de la rotation stellaire (rapide et/ou différentielle) et des inhomogénéités de surface (e.g. taches d'abondance chimique et/ou de température).

L'étoile est donc divisée en volumes élémentaires (pavés) auxquels on associe différents paramètres physiques (e.g. température, gravité, vitesse). La taille de la grille (Fig. 2.2) est déterminée par le facteur numérique N_{eq} qui fixe le nombre de pavés sur l'équateur. En imposant la même surface pour chaque pavé (négligeant les effets de déformation dus à la rotation) nous arrivons à :

- nombre de pavés à la colatitude θ : $N_\theta = N_{\text{eq}} \sin \theta$;
- nombre total de pavés : $N_{\text{tot}} \cong \frac{N_{\text{eq}}^2}{\pi}$;
- nombre de pavés visibles à chaque instant : $N_{\text{vis}} \cong \frac{N_{\text{tot}}}{2} \cong \frac{1}{2} \frac{N_{\text{eq}}^2}{\pi}$.

Un bon compromis entre temps de calcul et nombre de pavés est obtenu pour $N_{\text{eq}} \simeq 400$ ($\Rightarrow N_{\text{vis}} \simeq 25500$). Pour diminuer le temps de calcul, le code BRUCE exploite la symétrie azimutale et la symétrie entre les hémisphères nord et sud.

En sortie BRUCE fournit des fichiers de contrôle avec d'éventuels messages d'erreur, les paramètres d'entrées et les paramètres obtenus après le calcul (e.g. N_{vis} , rayon équatorial R_{eq} , température T_{eq} et gravité g_{eq} effectives à l'équateur). En outre, pour chaque réalisation de l'étoile dans une série temporelle, BRUCE fournit un fichier qui contient une liste avec plusieurs paramètres physiques à chaque pavé visible :

- coordonnées de la surface du pavé dS dans un repère sphérique (R, θ, ϕ) ;
- température T_{eff} et gravité g effectives ;

- projection de la vitesse sur la direction d'observation, i.e., $v_{\text{proj}} = \vec{v} \cdot \hat{x}$ (\hat{x} est le vecteur unitaire qui pointe vers l'observateur ; cf. Fig. 1.4) ;
- projection de dS sur la direction d'observation, i.e., $dS_{\text{proj}} = (\hat{n}dS) \cdot \hat{x}$;
- projection de la normale à la surface du pavé \hat{n} sur la direction d'observation, i.e., $\mu = \cos \theta = \hat{n} \cdot \hat{x}$.

2.3 Cartes d'intensité, spectres et photocentres

Une fois que la grille avec les caractéristiques physiques de la photosphère est construite nous pouvons calculer la radiation émise par l'étoile en associant un modèle d'atmosphère (cf. section 2.1) à chaque pavé visible. Cette approche est parfois appelé modélisation 1.5D puisqu'on combine modèles d'atmosphère 1D (plane-parallèle) à un modèle d'étoile 2D. Notons que l'approximation plane-parallèle est valable pour la grande majorité d'étoiles, exceptées celles avec des atmosphères trop étendues où le libre parcours moyen des photons est suffisamment grand pour qu'ils puissent "sentir" la courbure de l'étoile.

Ainsi, cette modélisation 1.5D permet l'obtention de cartes d'intensité $I(y, z, \lambda)$ pour modèles d'étoile incluant divers phénomènes physiques (e.g. rotation différentielle, déformation géométrique due à la rotation, pulsations, inhomogénéités de surface). J'ai développé un code pour calculer $I(y, z, \lambda)$, ainsi que pour calculer spectres et photocentres à partir de ces cartes d'intensité (cf. sous-section 1.2.3). Ce code est partiellement inspiré du code KYLIE, développé par Townsend (1997a et 1997b) pour le calcul de spectres d'étoiles avec PNR. J'ai également développé les procédures de lecture, d'interpolation et d'intégration des intensités spécifiques synthétiques, qui ne sont pas disponibles au public avec le code KYLIE original. Les paramètres d'entrée de KYLIE-I (KYLIE version interférométrique) sont :

- la grille avec les paramètres physiques de la photosphère stellaire, i.e., la sortie de BRUCE (section 2.2) ;
- l'étendue et la résolution spectrale souhaités, i.e., la longueur d'onde initiale λ_i , finale λ_f et le pas $\Delta\lambda$;
- la grille d'intensités spécifiques synthétiques I calculées préalablement à différentes valeurs de T_{eff} , g , λ et μ . A la place de $I(T_{\text{eff}}, \log g, \lambda, \mu)$ le code peut aussi accepter une grille avec le flux $F(T_{\text{eff}}, \log g, \lambda)$ et une loi d'assombrissement centre-bord. Ces quantités sont fournies par les codes TLUSTY et SYNSPEC (section 2.1).

A cause de sa taille importante, la grille de $I(T_{\text{eff}}, \log g, \lambda, \mu)$ est lue de manière sélective pour n'inclure que les valeurs nécessaires de ces quatre paramètres. Notons que l'intensité spécifique émise par chaque pavé visible est aussi fonction de v_{proj} qui est fournie par le code BRUCE. Cette vitesse produit un décalage Doppler du domaine spectral qui est pris en compte dans les calculs. Ensuite, l'intensité spécifique est calculée, dans le domaine spectral choisi, à partir d'une interpolation quadri-linéaire sur T_{eff} , $\log g$, λ et μ . J'ai développé un algorithme général d'interpolation N-linéaire qui sert à la fois à l'utilisation de l'intensité spécifique (N=4) et du flux (N=3). Les cartes d'intensité $I(y, z, \lambda)$ sont donc obtenues à partir des intensité spécifiques interpolées pour chaque pavé visible en fonction des coordonnées cartésiennes y et z (cf.

Fig. 1.4) des pavés. Rappelons que les observables interférométriques (visibilités complexes et photocentres) sont calculés à partir de $I(y, z, \lambda)$ (cf. section 1.2).

Les deux principaux fichiers de sortie de KYLIE-I sont :

- Fichier *.img contenant, pour chaque pavé visible, les coordonnées cartésiennes y et z , ainsi que $T_{\text{eff}}(y, z)$, $\log g(y, z)$, $v_{\text{proj}}(y, z)$, $dS_{\text{proj}}(y, z)$, $R(y, z)$ et $I(y, z, \lambda)$. Ce fichier permet la construction de cartes 2D de ces paramètres physiques ;
- Fichier *.spec contenant les composantes du photocentre et le flux spectral dans le domaine de longueur d'onde choisi au départ. Ces deux paramètres sont obtenus par intégration numérique des Eqs. 1.14 et 1.15.

Par nature, les techniques de HRA produisent des mesures angulaires, alors que le modèle décrit ci-dessus utilise les dimensions linéaires des étoiles. Ainsi, le rayon équatorial des images KYLIE-I est normalisé à 1 pour une meilleure comparaison entre les observables interférométriques des différents modèles. La Fig. 2.3 montre quelques exemples de spectres, de photocentres, de cartes de T_{eff} et de v_{proj} calculés pour différents processus physiques. Notons qu'en raison de la projection sur un plan de la grille de BRUCE, les cartes 2D calculés par KYLIE-I n'ont pas un échantillonnage régulier dans le plan yz . Dans la section suivante nous verrons que cet échantillonnage particulier a des conséquences sur la façon de calculer la visibilité complexe $V(u, v, \lambda)$ (Eq. 1.1).

2.4 Interface de visualisation et de calcul de visibilités complexes

Pour faciliter la lecture et la visualisation des fichiers de sortie de KYLIE-I et pour le calcul et la visualisation des visibilités complexes j'ai développé une interface graphique sous IDL¹. Cette interface est illustrée dans la Fig. 2.4 avec un exemple de calcul d'amplitude et de phase de la visibilité complexe 1D pour un modèle d'étoile non symétrique. La visibilité est obtenue en trois étapes :

1. Lecture des images de sortie de KYLIE-I (*.img) et affichage de la grille avec le découpage de l'étoile (image au centre à gauche). L'utilisateur peut définir différentes sous-bandes spectrales, intégrées ou pas ;
2. Visualisation des différentes cartes ($v_{\text{proj}}(y, z)$, $I(y, z, \lambda)$, $T_{\text{eff}}(y, z)$). Sur cette figure nous avons l'exemple d'une carte d'intensité en bas à gauche. Comme la projection de la grille sur le plan yz n'a pas une distribution uniforme, la visualisation des cartes fait appel à des fonctions IDL adaptées à l'interpolation des points non uniformément distribués sur une grille régulière. Cette étape n'est pas indispensable pour le calcul des visibilités mais elle permet de vérifier si les modèles ont été calculés correctement ;
3. Les visibilités complexes peuvent être évaluées dans des régions rectangulaires du plan uv (nappes de visibilité) ou dans des coupes linéaires, comme décrit ci-dessous. Dans cet exemple j'ai calculé trois coupes 1D de $V(u, v, \lambda)$ correspondant à un angle ξ (cf. Fig. 1.4) égal à 0° (couleur noir), 45° (couleur jaune) et 90° (couleur bleu). Les trois segments de

¹De l'anglais *Iterative Data Language*, IDL est un langage de 4ième génération créé par *Research Systems*.

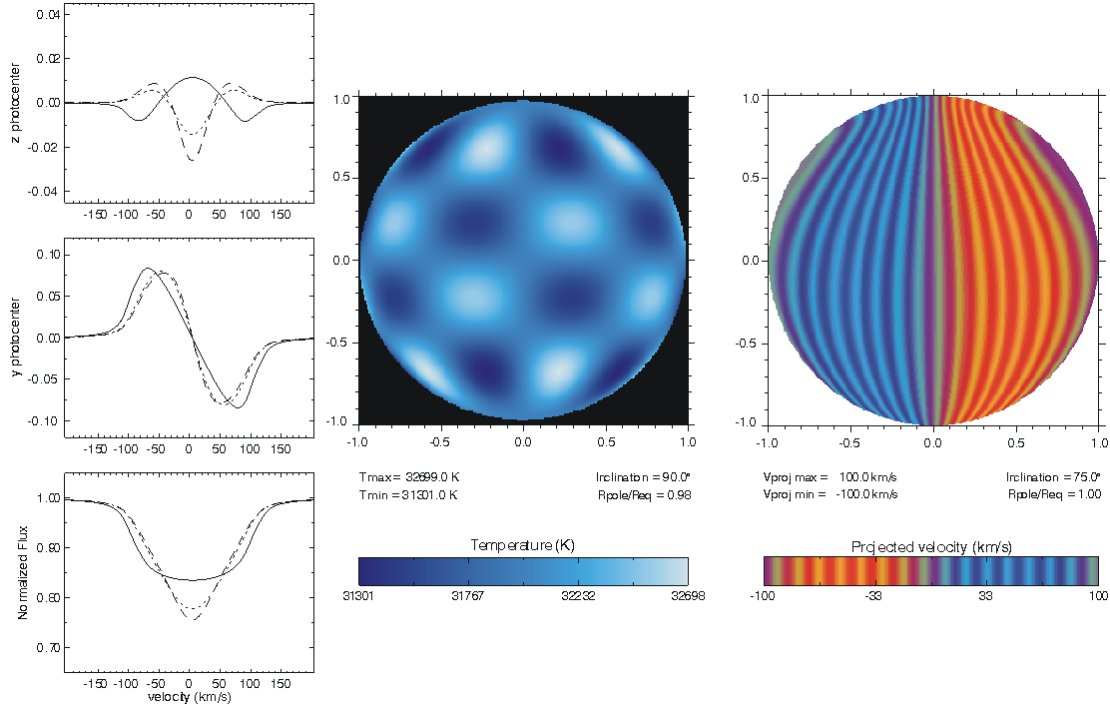


FIG. 2.3 : Quelques exemples de spectres, de photocentres, de cartes de température effective T_{eff} et de vitesse projetée v_{proj} calculés pour différents processus physiques. *Gauche* : Photocentres (ϵ_z et ϵ_y) et flux spectral normalisé par le continuum pour différents taux de rotation différentielle (voir section 3.4). *Centre* : Carte de température pour une étoile vue par l'équateur avec un mode tesséral de PNR (degré $l = 8$ et ordre azimutale $m = 5$). *Droite* : Carte de vitesse projetée d'une étoile sphérique en rotation différentielle et vue à $i = 75^\circ$.

droite colorés placés sur la carte d'intensité représentent ces bases projetées (ils n'ont pas été dessinés avec l'interface graphique). Le module ($|V|$) et l'argument (ϕ) de la visibilité complexe pour ces trois directions de base sont montrés en bas à droite en fonction de la fréquence spatiale.

Le calcul des visibilité complexes doit pouvoir se faire assez rapidement sur des régions bien définies du plan uv . Une option possible est l'utilisation de la FFT (de l'anglais *Fast Fourier Transform*) sur les images avec une distribution uniforme calculées dans l'étape 2 ci-dessus. Cependant, cet algorithme, qui est en effet intégré dans l'interface IDL, n'est pas bien adapté à la comparaison du modèle avec les observations. La difficulté principale étant que l'échantillonnage de la FFT dépend de la taille de l'image de départ. Ainsi, pour avoir des points de visibilité à n'importe quelle fréquence spatiale, l'image de départ devrait être agrandie des dizaines voire des centaines de fois, avec une grande demande en puissance et temps de calcul. D'autre part, tous les points calculés par la FFT ne sont pas utiles lors d'une comparaison avec les observations ou de la modélisation d'une région particulière du plan uv . La solution choisie pour le calcul de $V(u, v, \lambda)$ correspond à une TF discrète semi-rapide réalisée sur images KYLIE-I originales

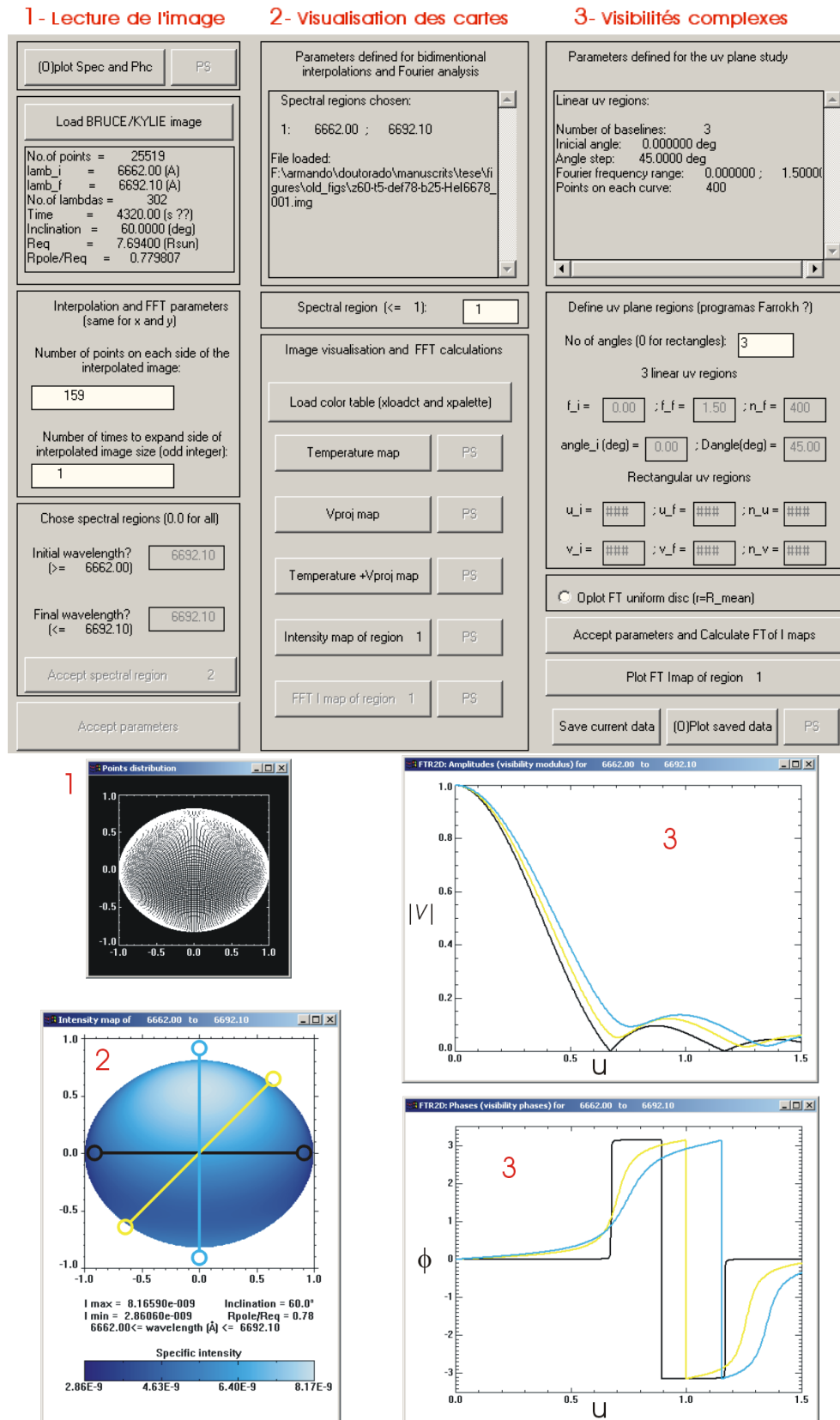


FIG. 2.4 : Interface de visualisation sous IDL et calcul de $V(u, v, \lambda)$ à partir d'un exemple pour un modèle d'étoile non symétrique où l'amplitude et la phase 1D ont été évalués pour trois directions de base différentes. (plus de détails dans le texte)

(sans aucune interpolation) :

$$V(u_k, v_l, \lambda) = \frac{\tilde{I}(u_k, v_l, \lambda)}{\tilde{I}(0, 0, \lambda)} = \frac{\sum_{j=1}^{N_{\text{vis}}} I(y_j, z_j, \lambda) e^{-i2\pi(y_j u_k + z_j v_l)} dS_{\text{proj},j}}{\sum_{j=1}^{N_{\text{vis}}} I(y_j, z_j, \lambda) dS_{\text{proj},j}} \quad (2.37)$$

Même si l'image de départ a une distribution de points non uniforme les points du plan uv sont évalués avec un échantillonnage régulier, i.e., avec un pas Δu et Δv fixés pour chaque direction respective. Cela permet une diminution du temps de calcul à partir de l'utilisation des relations trigonométriques du type (Kurtz 1985) :

$$\begin{aligned} \cos(2\pi y_j u_{k+1}) &= \cos(2\pi y_j u_k) \cos(2\pi y_j \Delta u) - \sin(2\pi y_j u_k) \sin(2\pi y_j \Delta u) \\ \sin(2\pi y_j u_{k+1}) &= \sin(2\pi y_j u_k) \cos(2\pi y_j \Delta u) + \cos(2\pi y_j u_k) \sin(2\pi y_j \Delta u) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Ainsi, outre qu'elle évite l'interpolation des points $I(y_j, z_j, \lambda)$ originaux, cette méthode permet le calcul de $V(u, v, \lambda)$ sur des régions précises du plan uv avec un échantillonnage assez fin si nécessaire. En accord avec les rayons angulaires normalisés des images KYLIE-I, les fréquences spatiales u et v sont elles aussi données en unités normalisées définies par $\rho_{\text{eq}} B_{\text{proj}} \lambda^{-1}$, où ρ_{eq} est le rayon angulaire équatorial.

Avant d'achever ce chapitre je voudrais revenir sur le fait que les étoiles réelles sont rarement des objets simples et/ou symétriques, de façon que les observables interférométriques sont eux aussi très dépendants de cette asymétrie comme le montre la Fig. 2.4. Ainsi, plus nous regardons les astres de "près", moins nous pouvons les interpréter à partir des modèles analytiques simples comme celui de l'Eq. 1.4 et une modélisation numérique physiquement consistante devient alors obligatoire. Cette notion je l'ai gardée fortement à l'esprit pendant ma thèse pour essayer d'anticiper ces besoins futurs en modélisation et aussi pour être le plus rigoureux possible pendant le développement de cet outil numérique. La Fig. 2.5 résume ce chapitre en illustrant les parties principales du modèle.

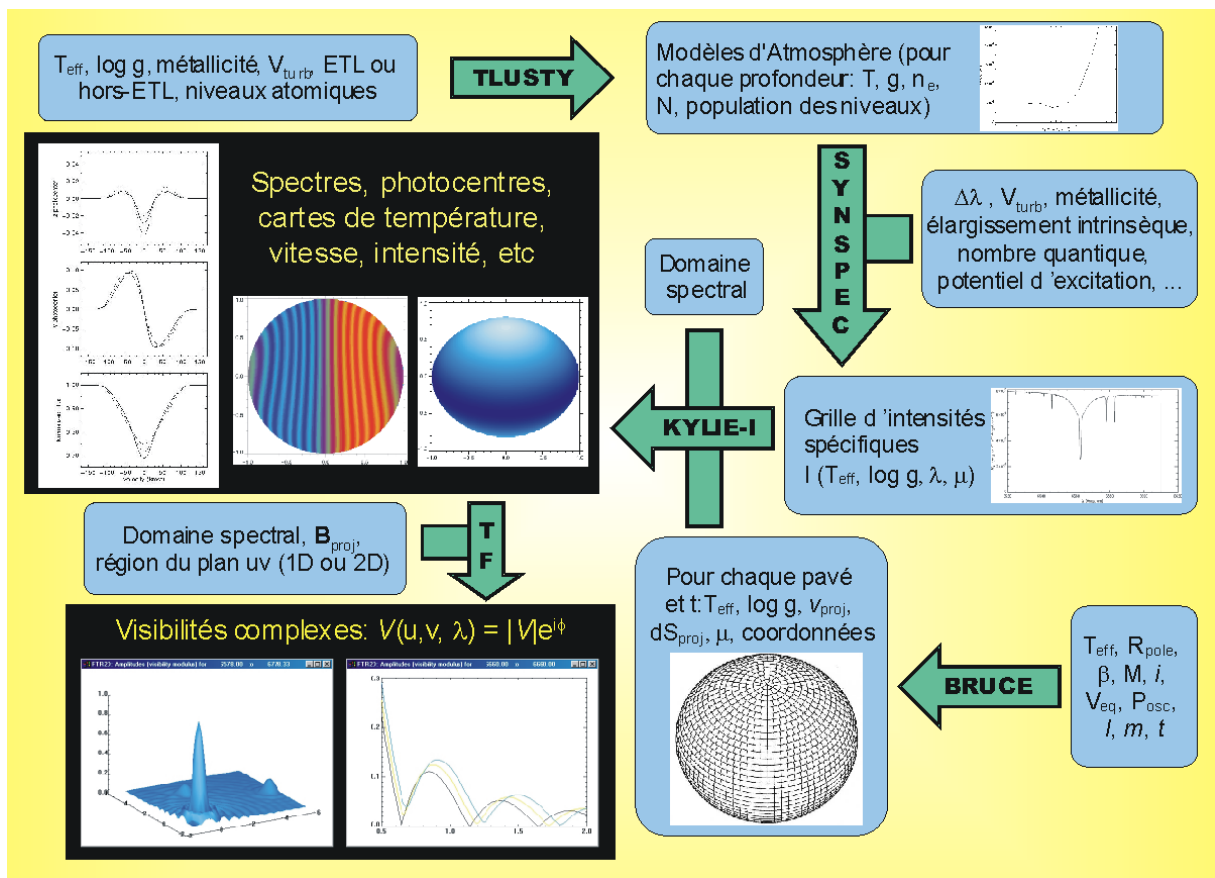


FIG. 2.5 : Diagramme synoptique du modèle physique pour l'étude des surfaces stellaires sous l'angle de l'interférométrie optique à longue base.

Chapitre 3

Rotation stellaire

3.1 Introduction

La rotation stellaire a été pendant long temps considérée comme un effet de deuxième ordre dans les modèles de structure et d'évolution stellaire. Cependant, la récente avancée de l'instrumentation astronomique a révélée des discordances importantes entre les observations et les modèles qui ignorent la rotation. Ces discordances concernent notamment les abondances chimiques de He et N des étoiles massives et des géantes et supergéantes, ainsi que la distribution des étoiles dans le diagramme HR à différentes abondances chimiques (métallicités).

Actuellement, le moment angulaire est acceptée comme un des paramètres fondamentaux, avec la masse, la métallicité et le champ magnétique, qui régissent l'évolution stellaire. Plusieurs effets physiques sont directement liés à la rotation comme par exemple :

- changement de l'équilibre hydrostatique interne des étoiles ;
- création de différents flux de matière (e.g. circulation méridienne et turbulences) qui de leur côté altèrent la distribution d'éléments chimiques et de moment angulaire interne ;
- changement des conditions physiques dans les atmosphères stellaires comme la distribution de température et de gravité, la perte de masse et de moment angulaire, entre autres ;
- diminution de la pression au centre de l'étoile à cause de la force centrifuge avec une altération de l'intervalle de temps pendant lequel l'étoile reste dans une phase évolutive et avec une altération de son type spectral apparent.

Depuis les premières observations sur la rotation solaire au début du XVII^{ème} siècle par Galileo Galilei entre autres, ce domaine de l'Astrophysique a connu différentes phases avec un développement plus au moins rapide, souvent en fonction de l'apparition d'une instrumentation ou d'une technique nouvelle. Un historique sur la rotation stellaire est donné par Tassoul (2000). Deux méthodes de mesure de la rotation ont été largement appliquées pendant le XX^{ème} siècle.

La première méthode consiste dans la mesure d'une modulation temporelle photométrique ou spectroscopique produite par le passage d'inhomogénéités de surface à travers le disque

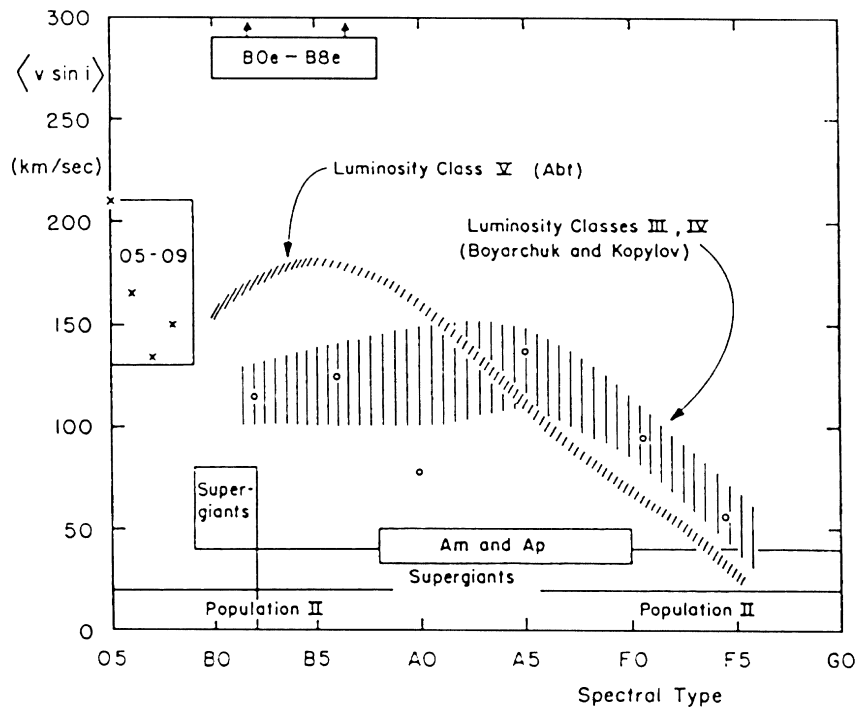


FIG. 3.1 : Moyenne de $v_{\text{eq}} \sin i$ pour différents groupes d'étoiles du diagramme HR. Cette figure rassemble les principaux résultats des nombreuses études statistiques sur la vitesse de rotation réalisées entre 1930 et 1970 (Fig. de Slettebak 1970).

stellaire, entraînées par la rotation. A partir de cette modulation temporelle nous pouvons déduire la période de rotation P_{rot} de l'étoile avec des précisions meilleures que 1%. La deuxième méthode consiste à mesurer l'élargissement Doppler de raies spectrales engendré par la rotation. Sous l'hypothèse d'une rotation rigide, cet élargissement informe sur la vitesse linéaire de rotation à l'équateur projetée sur la ligne de visée ($v_{\text{eq}} \sin i$). La technique spectroscopique a été souvent utilisée pour les études statistiques de la rotation stellaire puisque, d'une part, l'angle d'inclinaison du pôle i est en général inconnu et, d'autre part, il ne semble pas exister des corrélations entre les valeurs de $v_{\text{eq}} \sin i$ mesurées et les coordonnées galactiques des étoiles. Ces conditions nous permettent de convertir une valeur moyenne de $v_{\text{eq}} \sin i$ pour un groupe d'étoiles en une moyenne $\langle v_{\text{eq}} \rangle$ à partir de $\langle \sin i \rangle = \pi/4$. Slettebak (1970) a rassemblé les principaux résultats parmi les nombreuses études statistiques réalisées entre 1930 et 1970 (Fig. 3.1).

Le comportement de $\langle v_{\text{eq}} \sin i \rangle$ pour les étoiles de la séquence principale est remarquable, avec une vitesse de rotation élevée (> 100 km/s) pour les étoiles chaudes (O, B et A chaudes) et avec une diminution rapide à partir du type spectral au voisinage de A5V. Cette chute de la vitesse de rotation est expliquée par le mécanisme de freinage magnétique (Schatzman 1962) selon lequel une partie significative du moment angulaire de l'étoile est enlevée par les particules ionisées du vent stellaire. Ces particules suivent les lignes du champ magnétique et sont donc forcées à tourner de façon solidaire à l'étoile jusqu'à plusieurs rayons stellaires. La pré-

sence d'un champ magnétique fort est le résultat de l'effet dynamo créée par l'interaction entre rotation et l'enveloppe convective des étoiles froides. Le freinage de la vitesse de rotation des étoiles froides est souvent représenté par $v_{\text{eq}} \sin i \propto 1/\sqrt{t}$, où t est l'âge de l'étoile (Skumanich 1972).

La distribution de $\langle v_{\text{eq}} \sin i \rangle$ des étoiles de classe de luminosité III et IV dans la Fig. 3.1 est le résultat de l'évolution des objets à partir de la séquence principale. Notons également que les étoiles A et F avec raies métalliques (Am et Fm) et A et B particulières (Ap et Bp) présentent de très faibles vitesses de rotation à cause du mécanisme de freinage magnétique. Finalement, remarquons que les étoiles B à raies d'émission (étoiles Be) présentent le $\langle v_{\text{eq}} \sin i \rangle$ le plus élevé de la figure, avec des vitesses individuelles allant jusqu'à $\simeq 500$ km/s. Depuis les travaux de A. Slettebak plusieurs catalogues de vitesses de rotation ont été conçus dont quelques exemples parmi les plus récents sont Glebocki & Stawikowski (2000), Abt et al. (2002), de Me-deiros (2002), Royer et al. (2002). Ces catalogues peuvent être facilement consultés en ligne sur le site WEB du Centre de Données astronomiques de Strasbourg (CDS).

Les techniques actuelles d'observation permettent un nouveau saut qualitatif et quantitatif de notre connaissance sur la rotation stellaire et ses conséquences. Le lecteur désireux d'approfondir le domaine de la rotation stellaire trouvera une multitude de travaux récents dans le compte rendu du Symposium de l'UAI No. 215 (*Stellar Rotation*) réalisé en novembre de 2002 et entièrement dédié à ce sujet. Mes contributions à ce symposium se trouvent dans l'annexe B. Deux résultats observationnels remarquables qui ont également été présentés dans ce symposium sont la mesure interférométrique de l'aplatissement d'Altair par van Belle et al. (2001) et la mesure spectroscopique de la rotation différentielle de plusieurs étoiles par A. Reiners (e.g. Reiners et al. 2001, Reiners & Schmitt 2003). D'autres sources importantes d'information sur la rotation stellaire sont les nombreux travaux de D. Gray (e.g. 1973, 1975, 1977, 1982 et 1984) et de J.-P. Zahn (e.g. 1992 et 1994), ainsi que le récent article de révision sur l'évolution d'étoiles en rotation de Maeder & Meynet (2000) et les nombreuses références que l'on peut y trouver.

Dans ce contexte, une grande partie de ma thèse a été consacrée à l'étude de la rotation stellaire sous l'angle l'interférométrie optique à longue base. Les résultats de ces travaux sont décrits dans le présent chapitre où, dans la section 3.2, je démontre par modélisation comment quelques effets liés à la rotation rapide peuvent être contraints par le module de la visibilité complexe. Cette étude est ensuite validée avec les observations au VLTI de l'étoile Be Achernar dont le fort aplatissement détecté ré-ouvre le débat sur la physique des étoiles massives en rotation rapide. Dans la section 3.4 je présente une étude théorique de la rotation différentielle du point de vue de la spectro-interférométrie dans l'approximation d'une étoile sphérique (rotation lente). La rotation différentielle est la clef de plusieurs phénomènes en physique stellaire, notamment du fort aplatissement d'Achernar et probablement d'autres étoiles en rotation rapide.

3.2 Rotation rapide

Certaines classes d'étoiles présentent des vitesses de rotation suffisamment élevées pour induire des modifications importantes dans leur structure et évolution. Parmi ces rotateurs rapides on trouve dans la séquence principale les étoiles chaudes (O, B et A chaudes) et, notam-

ment, les étoiles Be. La notion de rotation rapide peut varier selon le modèle de rotation interne adopté. Une quantité souvent utilisée dans la littérature est la vitesse critique à l'équateur stellaire, i.e., la vitesse où la gravité est compensée par la force centrifuge :

$$v_c = \sqrt{\frac{GM}{R_c}} \quad (3.1)$$

où G est la constante de la gravitation, M la masse de l'étoile et R_c le rayon équatorial à la vitesse critique. Ainsi, pour des vitesses de rotation au-delà de $\simeq 80\%v_c$ l'étoile subit des modifications physiques importantes avec de nombreuses conséquences observationnelles. Voici une liste non-exhaustive d'effets liés à la rotation rapide :

- L'étoile devient très aplatie géométriquement ;
- La gravité et la température effective sont différentes entre l'équateur et les pôles. Un tel effet est appelé assombrissement gravitationnel (e.g. von Zeipel 1924, Connon Smith & Worley 1974, Kippenhahn 1977, Maeder 1999) ;
- Le flux émergent présente un excès infrarouge dû à l'assombrissement gravitationnel (Collins & Sonneborn 1977) ;
- La classification spectrale de l'étoile n'est pas simple puisque le flux observé dépend de la vitesse de rotation et de l'inclinaison de l'étoile (e.g. Maeder & Peytremann 1972). En principe la rotation rapide peut induire un changement de type spectral apparent de l'étoile dans un domaine qui va de la séquence principale et jusqu'à la branche des géantes (Collins & Harrington 1966) ;
- Les largeurs à mi-hauteur des raies ultra-violet sont généralement plus faibles (jusqu'à $\simeq 200$ km/s) que celles du visible à cause de l'assombrissement gravitationnel (Hutchings & Stoeckley 1977). Cela constitue en principe un outil d'estimation de l'inclinaison de l'axe de rotation (Hutchings et al. 1979) ;
- Les raies spectrales ayant une dépendance relative différente de la température et de la gravité ne sont pas formées de façon uniforme sur l'étoile. Par exemple une classification spectrale basée sur le rapport entre les largeurs de ces raies serait biaisée par cet effet (Collins 1974) ;
- Le flux stellaire devient polarisé ;
- Des mouvements de masse peuvent apparaître sous la forme de circulation méridienne et/ou de turbulences. Cela implique aussi un mélange d'éléments chimiques plus important comparé à celui d'une étoile en rotation lente.

Notez que toutes ces conséquences de la rotation rapide sont liées surtout au fait que l'étoile n'a plus de symétrie sphérique mais une symétrie azimutale par rapport à son axe de rotation qui peut, lui, être orienté dans une direction quelconque relativement à l'observateur. De ce fait, des quantités physiques comme rayon, luminosité et température effective doivent être utilisées avec précaution pour les rotateurs rapides. Par la suite nous verrons que ce manque de symétrie

introduit des signatures importantes sur les observables interférométriques.

3.2.1 Signatures sur le module de la visibilité

Parmi les conséquences de la rotation stellaire rapide la déformation géométrique et l'assombrissement gravitationnel induisent une distribution d'intensité de l'étoile projetée sur le ciel non centro-symétrique en général. Étant donné que l'interférométrie stellaire mesure justement la distribution d'intensité spatiale (cf. chapitre 1), j'ai utilisé le modèle physique décrit dans le chapitre 2 pour étudier la rotation rapide sous l'angle de l'interférométrie. Cela a fait l'objet d'une publication dans la revue *Astronomy & Astrophysics* (Domiciano de Souza et al. 2002) présentée ci-après.

Les principales hypothèses de travail sont (1) l'approximation de Roche (Eq. 2.32) avec le rayon polaire fixé et (2) l'assombrissement gravitationnel, ou effet von Zeipel pour les étoiles chaudes, donné par l'Eq. 2.35. Les détails de la modélisation pour ce cas particulier d'étoile en rotation rapide se trouvent dans la section 2 du papier. Dans la section 3 les signatures de la rotation rapide sur le module de la visibilité complexe $|V|$ sont évaluées suivant différentes directions de base projetée sur le ciel B_{proj} et différentes longueurs d'onde λ pour identifier les stratégies optimales d'observation.

Les résultats de ce travail montrent, entre autres, qu'il y a potentiellement une dégénérescence entre l'inclinaison de l'étoile, le coefficient β de l'assombrissement gravitationnel et le rapport entre les rayons polaire et équatorial R_p/R_{eq} (appelé degré de sphéricité D). En particulier, l'assombrissement gravitationnel annule partiellement la signature de la déformation géométrique. Cette ambiguïté peut être évitée par des observations avec une large couverture des orientations de B_{proj} (par exemple par effet de super-synthèse obtenu par la rotation terrestre) associées à des mesures dans le deuxième lobe de $|V|$ et/ou à différents λ .

Modelling rapid rotators for stellar interferometry

A. Domiciano de Souza, F. Vakili, S. Jankov, E. Janot-Pacheco & L. Abe

Article paru dans la revue *Astronomy & Astrophysics*, 2002, vol. 393, p. 345

Modelling rapid rotators for stellar interferometry

A. Domiciano de Souza¹, F. Vakili^{1,2}, S. Jankov^{1,3}, E. Janot-Pacheco⁴, and L. Abe¹

¹ Observatoire de la Côte d'Azur, Département FRESNEL, CNRS UMR 6528, 2130 route de l'Observatoire, Caussols, 06460 St Vallier de Thiey, France

² Département d'Astrophysique de l'Université de Nice/Sophia-Antipolis, CNRS UMR 6525, France

³ Astronomical Observatory Belgrade, MNTRS 1940, Volgina 7, 11050 Beograd, Yugoslavia

⁴ Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo, CP 9638, 01065-970, São Paulo, SP, Brasil

Received 6 March 2002 / Accepted 14 June 2002

Abstract. Optical long baseline interferometry is a powerful tool to study detailed stellar structures. In particular, rapid rotation induces interferometric signatures requiring a detailed modelling for correctly interpreting high angular resolution data. In the present paper we study the effects of uniform stellar rotation on interferometric observables using a physically coherent model that includes gravity darkening and geometrical deformation, as well as a radiation transfer code. We investigate the use of multi-baseline and/or multi-channel observations, both in the continuum and spectral lines, in order to obtain the unique solutions for relevant model parameters. We show that this is possible and we provide a guide for observers in order to perform this task. However, this turns out to be quite demanding in terms of sensitivity requiring the use of new generation interferometers.

Key words. techniques: high angular resolution – techniques: interferometric – techniques: spectroscopic – stars: rotation

1. Introduction

Theory predicts that rotation can deeply impact the structure and evolution of stars. In particular, rapid rotation affects stellar shapes and emitted local flux. Since Optical Long Baseline Interferometry (OLBI) is a technique particularly sensitive to sky projected shapes and brightness distribution, it can contribute to significantly improve our understanding of the rotation effects on stars.

Johnston & Wareing (1970) carried out the first interferometric theoretical study of rotationally distorted stars in the approximation of slow uniform rotation and equator-on stars. They also performed some numerical simulations for Altair and Regulus concluding that observations of rotational distortion was marginally feasible with the early 1970's interferometers. The authors pointed out that the interferometric signature of the apparent stellar oblateness is decreased by the gravity darkening effect foreseen in rapidly rotating stars (von Zeipel 1924).

The first attempt to measure the geometrical deformation of a rapidly rotating star was carried out with the Narrabri intensity interferometer on the bright star Altair (Hanbury Brown 1974). Indeed those observations remained too marginal to critically decide between different models for Altair. Today's operating and near to operating stellar interferometers approach the required accuracies to recover rotational parameters from OLBI data. For instance, Van Belle et al. (2001) observed Altair

through OLBI techniques measuring its apparent elongation and establishing constraints upon the relationship between rotation velocity and stellar inclination.

The expected sensitivity of the upcoming generation of stellar interferometers requires refined models adapted to interpret this kind of observation. The development of modern physically coherent numerical models offers nowadays the complete ingredients to build fast and refined numerical tools in order to progress significantly towards the correct interpretation of these high accuracy data, a task that has motivated the present work to prepare future observations with state-of-the-art interferometers.

In Sect. 2 we present an interferometry-oriented model for uniform rapid rotators that includes gravity darkening and geometrical deformation, as well as a radiation transfer code. This model is used in Sect. 3 to evaluate the effects of rapid stellar rotation on the most common interferometric observable, the complex visibility amplitude, in order to identify the optimal observation strategies and the required precisions to constraint the model parameters. In this section we also investigate the uniqueness of the solutions and discuss the obtained results. Finally, in Sect. 4 we present the conclusions of this work.

2. Interferometry-oriented model

In the following we present a rotating star's interferometry-oriented model including solid rotation (Roche approximation), gravity darkening and local plane parallel atmospheres.

We first develop the equations defining the stellar shape and the emitted flux, as well as the observable quantities of stellar interferometry. Further, we describe the numerical model used throughout this paper.

2.1. Rotating star's model

We will consider a Roche model for which the following assumptions hold:

- (a) uniform rotation with angular velocity Ω ;
- (b) all mass M is concentrated in a point at the center of the star.

The stellar equipotential surfaces are then given by:

$$\Psi(\theta) = \frac{\Omega^2 R^2(\theta) \sin^2 \theta}{2} + \frac{GM}{R(\theta)} = \frac{GM}{R_p} \quad (1)$$

where $R(\theta)$ is the stellar radius at colatitude θ , R_p is the polar radius and G is the gravitational constant. We are also assuming that rotation does not affect the polar radius of the star (Collins 1963). In fact there is a slight decrease of R_p with rotation (Collins & Harrington 1966) but that does not alter significantly the results of this work.

Let V_{eq} be the equatorial linear rotation velocity and R_{eq} the equatorial radius. Thus, defining the normalized surface radius as:

$$r(\theta) \equiv R(\theta) / R_{\text{eq}}, \quad (2)$$

the degree of sphericity D of the star as:

$$D \equiv \frac{R_p}{R_{\text{eq}}} = 1 - \frac{V_{\text{eq}}^2 R_p}{2GM} = \left(1 + \frac{V_{\text{eq}}^2 R_{\text{eq}}}{2GM} \right)^{-1} \quad (3)$$

and using the relation $V_{\text{eq}} = \Omega R_{\text{eq}}$ we can rewrite Eq. (1) as the following cubic equation:

$$r^3(\theta) - r(\theta) \left(\frac{1}{1-D} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta} + \left(\frac{D}{1-D} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta} = 0. \quad (4)$$

Note that the degree of sphericity D is equal to 1 for a spherical star and is less than 1 for a geometrically deformed rotating star. The critical equatorial linear and angular velocities at the equator are given respectively by:

$$V_c^2 = \frac{GM}{R_c} = GM \left(\frac{2}{3R_p} \right) \quad \text{and} \quad \Omega_c = \frac{V_c}{R_c} \quad (5)$$

which implies $D_c = \frac{2}{3}$. Using Eqs. (3) and (5) the critical rotation ratio is thus:

$$\left(\frac{V_{\text{eq}}}{V_c} \right)^2 = 3(1-D) \Rightarrow \left(\frac{\Omega}{\Omega_c} \right)^2 = 2 \frac{(1-D)}{D} \left(\frac{3}{2} D \right)^3. \quad (6)$$

Following Kopal's (1987) notation, the solution of Eq. (4) is written as:

$$r(\theta) = D \frac{\sin\left(\frac{1}{3} \arcsin(\gamma)\right)}{\frac{1}{3}\gamma} = D {}_2F_1\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}; \frac{3}{2}; \gamma^2\right) \quad (7)$$

where ${}_2F_1\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}; \frac{3}{2}; \gamma^2\right)$ is the hypergeometric series ${}_2F_1$ with an argument given by:

$$\gamma^2 \equiv 2 \frac{(1-D)}{D} \left(\frac{3}{2} D \right)^3 \sin^2 \theta = \left(\frac{\Omega}{\Omega_c} \sin \theta \right)^2. \quad (8)$$

The modulus of local effective surface gravity $g = |\nabla\Psi|$ is given by:

$$g(\theta) = \frac{GM}{R_p^2} D^2 \left(\frac{2}{3D} \right)^3 \left\{ \left[r(\theta) \left(\frac{\Omega}{\Omega_c} \right)^2 \sin \theta \cos \theta \right]^2 + \left[\frac{1}{r^2(\theta)} \left(\frac{3}{2} D \right)^3 - r(\theta) \left(\frac{\Omega}{\Omega_c} \sin \theta \right)^2 \right]^2 \right\}^{1/2}. \quad (9)$$

Equation (9) is written in the form $g(\theta) = g_p g_n(\theta)$, where $g_p (= GM R_p^{-2})$ is the polar gravity and $g_n(\theta)$ is the effective surface gravity normalized by the polar one. Note that, by considering Eqs. (6), (7) and (8), $g_n(\theta)$ is totally defined by the degree of sphericity D and the colatitude θ . Equation (9) is written in a similar form as given by Collins (1965), but with the radius $R(\theta)$ normalized by R_{eq} instead of R_p (Eq. (2)).

In order to complete the description of the physical model we consider that the stellar atmosphere may be approximated locally by a plane parallel model with adequate effective temperature ($T_{\text{eff}}(\theta)$) and gravity ($g(\theta)$). We remind that $T_{\text{eff}}(\theta)$ is related to the local stellar radiative flux $F(\theta)$ by $F(\theta) = \sigma T_{\text{eff}}^4(\theta)$, where σ is the Stefan-Boltzmann constant. For rotating stars von Zeipel's (1924) theorem says that the local flux is proportional to g , or alternatively, $T_{\text{eff}} \propto g^{0.25}$. This expression for the gravity darkening is strictly valid only for conservative rotation laws (centrifugal force derivable from a potential) and radiative flux in the diffusion approximation. For stars with convective envelopes, Lucy (1967) showed that $T_{\text{eff}} \propto g^{0.08}$. More generally, conservative rotation laws result in $T_{\text{eff}} \propto g^\beta$ where the value of β depends on the different approximations chosen for the radiative transfer, opacity laws, model atmospheres, etc. The local effective temperature can thus be written as:

$$T_{\text{eff}}(\theta) = T_p \left(\frac{g(\theta)}{g_p} \right)^\beta = T_p g_n^\beta(\theta) \quad (10)$$

where T_p is the polar effective temperature.

Claret (1998) tabulated values of β for a wide range of stellar models achieving a smooth transition between convective and radiative energy transport mechanisms in stellar envelopes. Pérez Hernández et al. (1999) applied a general law of the form of Eq. (10) for A and F type stars where β has been considered constant for a given rotating star. However, the validity of Eq. (10) remains questionable when the effects of differential rotation are taken into account (Connon Smith & Worley 1974). They showed that in this case no singular value of β describes a physical stellar surface and that β exceeds the von Zeipel value of 0.25. Claret (2000) gives an analytical expression for the latitude dependence of β as a function of relevant stellar parameters, notably, the atmospherical and internal structure parameters and the adopted rotation law.

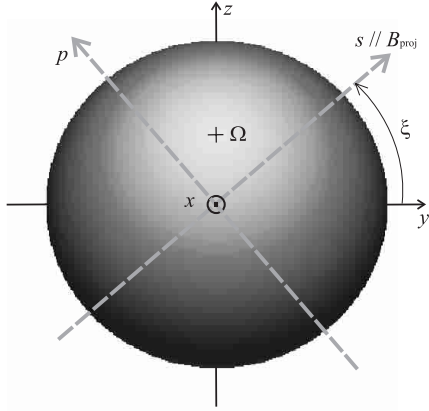


Fig. 1. Adopted reference system for a rotating star. The cross indicates the point where the rotation axis crosses the stellar surface. This rotation axis forms an angle i (not represented in the figure) with the observer's direction (x axis) and its projection onto the sky is parallel to the z axis. The sky projected interferometer baseline \mathbf{B}_{proj} forms an angle ξ with the y axis and defines a new sky projected coordinate system (s, p) for which the s direction is parallel to \mathbf{B}_{proj} .

In this paper we treat the stars for which Eq. (10) is valid, e.g., without differential rotation. The effects of differential rotation on the shape of absorption lines has been discussed by Reiners & Schmitt (2002) who gave a simple procedure for the determination of differential rotation from the first two zero positions of the line profile's Fourier transform. The case of deformed differentially rotating stars from the interferometrical point of view will be considered in a forthcoming paper.

2.2. Interferometric observables

Interferometers measure fringe contrasts and positions which correspond, respectively, to the amplitudes and phases of the *complex degree of coherence* or, alternatively, the *complex visibility*. For a given sky-projected monochromatic brightness distribution I_λ (also called intensity map), the Van Cittert-Zernike theorem (Born & Wolf 1980) allows us to relate the observed complex visibilities V to the Fourier transform of I_λ normalized by its value at the origin, i.e.,

$$V(f_y, f_z, \lambda) = |V(f_y, f_z, \lambda)| e^{i\phi(f_y, f_z, \lambda)} = \frac{\tilde{I}_\lambda(f_y, f_z)}{\tilde{I}_\lambda(0, 0)} \quad (11)$$

where \tilde{I}_λ is given by:

$$\tilde{I}_\lambda(f_y, f_z) = \iint_{S_{\text{vis}}} I_\lambda(y, z) e^{-i2\pi(yf_y + zf_z)} dy dz. \quad (12)$$

The integration domain is defined by the visible object's surface S_{vis} . The Fourier spatial frequencies f_y and f_z are associated with the coordinates y and z which represent, for example, the right ascension and declination. However, within the framework of this paper it is more convenient to relate them to a coordinate system where the star's projected rotation axis coincides with the z axis (Fig. 1).

OLBI normally works with diluted apertures (separate telescopes or masked mirrors) where each pair of apertures defines

a vector baseline projected onto the sky \mathbf{B}_{proj} which forms a baseline position angle ξ with the y axis so that:

$$\mathbf{B}_{\text{proj}} = (B_{\text{proj}} \cos \xi) \hat{y} + (B_{\text{proj}} \sin \xi) \hat{z} \quad (13)$$

where \hat{y} and \hat{z} are unit vectors (Fig. 1). Each sky-projected baseline defines a new coordinate system (s, p) in the tangent plane which is related to (y, z) by:

$$\begin{aligned} s &= y \cos \xi + z \sin \xi \\ p &= -y \sin \xi + z \cos \xi. \end{aligned} \quad (14)$$

In the (s, p) coordinate system \mathbf{B}_{proj} is parallel to the s direction, represented by the unit vector \hat{s} . Observations at each baseline contain high angular resolution information at spatial frequencies given by $\mathbf{B}_{\text{proj}} \lambda_{\text{eff}}^{-1}$, where λ_{eff} is the effective wavelength of the spectral band considered; its value depends on the spectral response of the instrument. We can thus define the new spatial frequency coordinates (u, v) for which $\mathbf{B}_{\text{proj}} \lambda_{\text{eff}}^{-1}$ is parallel to the unit vector \hat{u} . The (u, v) coordinates are related to (f_y, f_z) by a transformation analogous to Eqs. (14).

In the approximation of small apertures compared to $|\mathbf{B}_{\text{proj}}|$ it is simpler to consider linear cuts along the Fourier plane corresponding to a given baseline direction (\hat{s}). In that case Eq. (12) can be rewritten as:

$$\tilde{I}_{\lambda, \xi}(u) = \int I_{\lambda, \xi}(s) e^{-i2\pi s u} ds \quad (15)$$

where $I_{\lambda, \xi}(s)$ is the line integral of $I_\lambda(s, p)$ over p for a given ξ . Note that v does not appear in Eq. (15). Analogously to Eq. (11) the *line complex visibility* is given by:

$$V_\xi(u, \lambda) = |V_\xi(u, \lambda)| e^{i\phi_\xi(u, \lambda)} = \frac{\tilde{I}_{\lambda, \xi}(u)}{\tilde{I}_{\lambda, \xi}(0)} \quad (16)$$

Equations (15) and (16) say that the interferometric information along \mathbf{B}_{proj} is identical to the one dimensional Fourier transform of the curve resulting from an integration of the brightness distribution in the direction perpendicular (\hat{p}) to this baseline. Bracewell (1956) presents a much deeper discussion on the advantages in using strip and line (the limiting case of zero strip width) integrations when interpreting interferometric observations.

Since stellar interferometry is sensitive to sky projected angular sizes it allows a scaling of theoretical models which can be matched to interferometric data. Thus, for a given star one can estimate the linear radius through the distance d which is provided by precise Hipparcos (Perryman et al. 1997) measurements for nearby stars.

The presented model is thus defined by five parameters which describe the star intrinsically, such as: R_p , T_p , g_p , D and β . In addition to those there are two non-intrinsic parameters: the stellar inclination i and the sky projected baseline position angle ξ . Examples of variations of apparent temperature distribution and geometrical deformation with respect to inclination are given in Fig. 2. Remember that ξ gives information on the direction of the sky projected rotation axis which is important for example for comparisons between OLBI and polarimetric observations. Finally, $I_\lambda(y, z)$ is also dependent on the adopted model atmosphere and spectral coverage.

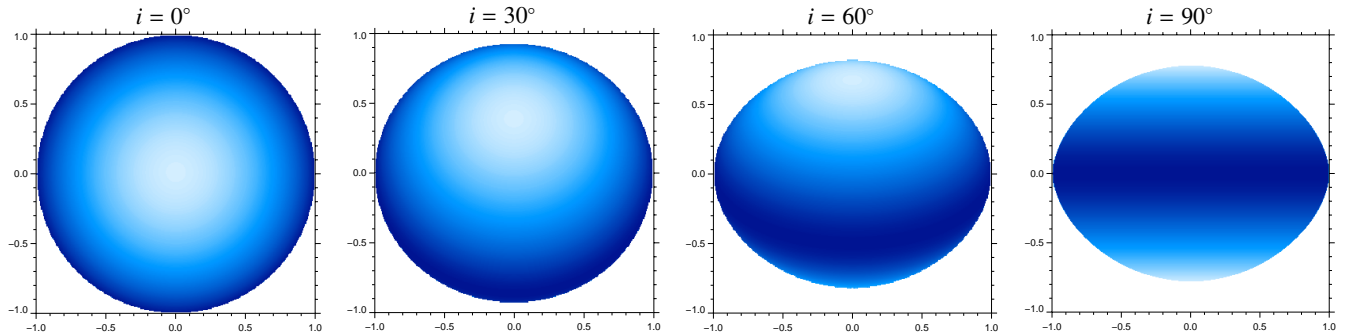


Fig. 2. Effective temperature maps for $D = 0.78$ (model A in Table 1), $\beta = 0.25$ and different inclinations. The polar (maximum) and equatorial (minimum) effective temperatures are $T_p = 35\,000$ K and $T_{eq} = 25\,100$ K, respectively. Abscissas (y) and ordinates (z) are normalized by the equatorial radius R_{eq} . Note that the projected geometrical deformation increases with higher inclinations but the stellar size in the y direction is constant. Since the local radiative surface flux is defined by $F(\theta) = \sigma T_{eff}^4(\theta)$ this figure gives an idea of the projected brightness changes from pole to equator.

2.3. Numerical model

Since the intensity maps are projections of the 3D stellar surface onto the sky (yz plane) a non-equally spaced projected stellar grid is used in the adopted numerical model. We thus developed a Fourier transform algorithm adapted to unequally spaced points to evaluate the complex visibilities, avoiding any interpolation on the discrete intensity maps which would result in more time consuming calculations and losses in numerical precision.

A discrete form of the Eq. (12) is obtained by replacing the double integral by a summation on the visible grid points with coordinates y_j and z_j . The index j ranges from 1 to the number of visible grid points N . In addition, the projected visible surface of the grid $S_{vis,j}$ is introduced as a weighting parameter that prevents aliasing due to the unequally spaced points distribution. The discrete Fourier transform of the sky-projected monochromatic brightness distribution is then computed as:

$$\tilde{I}_\lambda(f_{y,k}, f_{z,l}) = \sum_{j=1}^N I_\lambda(y_j, z_j) e^{-i2\pi(y_j f_{y,k} + z_j f_{z,l})} S_{vis,j} \quad (17)$$

where $f_{y,k}$ and $f_{z,l}$ are the discrete spatial frequency points. The integrations are carried out for equally spaced points in the Fourier plane, so that the trigonometric functions can be evaluated as a combination of summations and multiplications of the step and initial frequency points (Kurtz 1985). This procedure is less time consuming than a classical Discrete Fourier Transform which calculates explicitly the trigonometric functions for each spatial frequency point.

An additional gain in calculation time is obtained because we can calculate specific regions in the Fourier space with any desired sampling. This is generally not possible with the standard Fast Fourier Transform algorithms for which we are constrained to calculate large images in order to obtain an acceptable sampling.

In order to evaluate the intensity maps I_λ figuring in Eq. (17) we used the code BRUCE (Townsend 1997) which creates a stellar grid with local values of effective temperature, gravity, velocity field, projected surface and surface normal direction. In the next step of the modelling process the codes TLUSTY and SYNSPEC (Hubeny 1988;

Hubeny & Lanz 1995) are used to generate a grid of synthetic local specific intensities for different values of effective temperature (T_{eff}), gravity (g), chemical abundance, microturbulent velocity (V_{turb}) and cosine of the angle between the local surface normal and the observer (μ). Throughout this paper specific intensity grids were calculated for solar metallicity, $V_{turb} = 3$ km s⁻¹, and steps in T_{eff} , $\log g$ and μ of 500 K, 0.1 dex and 0.05, respectively. At each stellar grid point a quadrilinear interpolation on the synthetic spectra is applied in order to build discrete intensity maps for each wavelength bin.

The results presented in Sect. 3 are based on stellar models with parameters for the polar regions (R_p , T_p and g_p) corresponding to a spectral type around B0V (Table 1). The remaining free parameters (D , β , i and ξ) are in fact the parameters most closely related to the stellar characteristics for which the OLBI is more sensitive, i.e., the non uniform projected brightness distribution and the geometrical deformation.

Table 1. Some relevant parameters for the two adopted rotation models which correspond to a highly ($D = 0.78$) and a medium ($D = 0.88$) deformed early type star. The adopted polar parameters are $R_p = 6 R_\odot$, $T_p = 35\,000$ K and $\log g_p = 4.085$ dex ($\Rightarrow M = 16 M_\odot$).

Model	D	R_{eq} (R_\odot)	V_{eq} (km s ⁻¹)	$\frac{V_{eq}}{V_c}$	$\log g_{eq}$ (dex)	T_{eq}^a (K)
A	0.78	7.694	473.13	0.81	3.508	25 103
B	0.88	6.819	349.43	0.60	3.836	30 314

^a for $\beta = 0.25$.

Two stellar rotation scenarios were chosen corresponding to rapid and intermediate rotation rates: $V_{eq} \approx 80\% V_c$ ($\Rightarrow D = 0.78$) and $V_{eq} \approx 60\% V_c$ ($\Rightarrow D = 0.88$). Consistent with the adopted polar parameters, calculations were performed for gravity darkening coefficients corresponding to early type stars ($\beta = 0.25$). Effective temperature maps for model A in Table 1 ($D = 0.78$) with $\beta = 0.25$ are shown by Fig. 2 for different inclinations.

Although not theoretically predicted for hot stars, the case $\beta = 0$ is also considered in this paper to better distinguish the individual effects of gravity darkening and geometrical

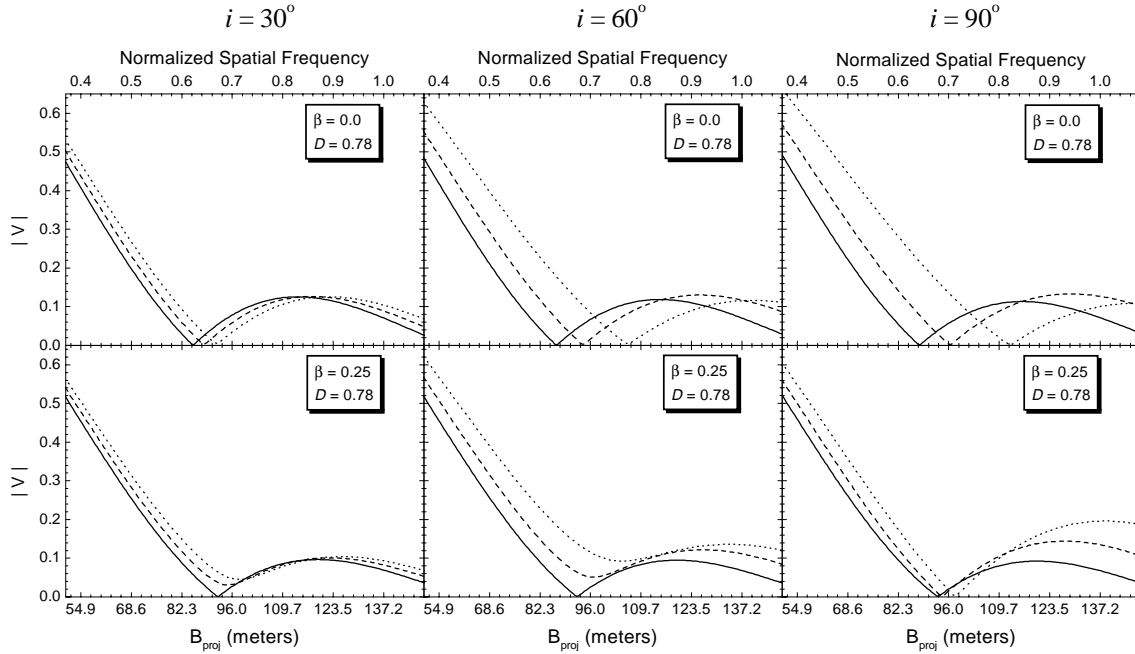


Fig. 3. Complex visibility amplitudes $|V|$ as a function of B_{proj} (in meters) for model A (Table 1) at selected values of ξ , i and β . An angular equatorial radius (ρ_{eq}) of 1 milliarcsec was adopted for the plots. Calculations were performed inside a narrow spectral band centered on the blue adjacent continuum corresponding to HeI6678 ($\lambda_{\text{eff}} = 6654 \text{ \AA}$). Part of the first and the second $|V|$ lobes are shown. The curves cover part of the first and the second $|V|$ lobes for three different projected baseline orientations corresponding to $\xi = 0^\circ$ (solid), 45° (dashes) and 90° (dots). The abscissa scale at the top of the figure is presented in normalized spatial frequencies defined by $\rho_{\text{eq}} B_{\text{proj}} \lambda_{\text{eff}}^{-1}$.

deformation. By comparing the results for $\beta = 0.25$ and $\beta = 0$ one can easily see the importance of including a correct gravity darkening law in the model. Moreover, the $\beta = 0$ model gives insight into stars with convective envelopes for which low β values are predicted (Lucy 1967).

Both two (Eq. (11)) and one (Eq. (16)) dimension complex visibilities can be calculated by this model but in the present work only the line complex visibility amplitude $|V_\xi(u, \lambda)|$ (hereafter represented as $|V|$) is considered.

3. Observation strategies for determination of model parameters

The results presented here are divided in the domains of monochromatic (or single spectral band) and polychromatic (or multiple spectral bands) OLB observations.

3.1. Single spectral band OLB

3.1.1. Interferometric signature of rapid rotation

Figure 3 shows several $|V|$ curves in the vicinity of the first minima and second maxima. Calculations were carried out for model A (Table 1) with different combinations of ξ , i and β inside a narrow spectral band centered on a continuum region close to the photospheric line HeI6678 ($\lambda_{\text{eff}} = 6654 \text{ \AA}$). The curves are given as a function of the sky projected baseline B_{proj} (in meters) for an adopted angular equatorial radius ρ_{eq} of 1 milliarcsec. These are realistic values for bright early type stars and for the available baselines of present and near future interferometers. For a better comparison with the results

from the next sections the abscissa scale at the top of Fig. 3 is presented in *normalized spatial frequencies* (u) defined by $\rho_{\text{eq}} B_{\text{proj}} \lambda_{\text{eff}}^{-1}$.

Note that in general ξ needs to vary between 0° and 180° for a non pole on star to be completely covered. Since we consider the visibility amplitudes $|V|$ the results will be presented for ξ between 0° to 90° because in this case identical $|V|$ curves are obtained for ξ and $(180^\circ - \xi)$.

For $\beta = 0$ only limb darkening and the geometrical effects due to the Roche model are present. In that case the upper row of Fig. 3 shows that the value of $|V|$ at a given spatial frequency is highly dependent on ξ while the curves have roughly the same form. On the other hand, important changes in the $|V|$ curves occur when gravity darkening is included ($\beta = 0.25$). For high inclinations ($i \geq 60^\circ$) the differences in $|V|$ for a given spatial frequency within the first lobe become much weaker than before and the heights of the second lobes and of the first minima become very dependent on i and ξ . For low i the second maxima are smaller than for the case $\beta = 0$.

The results from Fig. 3 can be qualitatively understood with the help of Eqs. (15) and (16). For $\beta = 0$ one has simply a one dimensional Fourier transform of a centrally symmetric (even) curve, similar to that of a spherical limb darkened star, but with a different angular diameter depending on the baseline position angle. As a result the first minima positions of $|V|$ are just shifted and the height of the second maxima of $|V|$ is almost constant, with the exact value depending on the limb darkening strength.

However, when gravity darkening is included its additional brightness distribution has important consequences on the line

integral $I_{\lambda,\xi}(s)$, resulting in three main configurations depending on i and ξ :

- (a) *nearly pole-on stars or $\xi \cong 0^\circ$* : almost centrally symmetric $I_{\lambda,\xi}(s)$ that mimics a star with a strong limb darkening, shifting the first minima positions to higher spatial frequencies and lowering the secondary maxima;
- (b) *nearly equator-on stars and high ξ values*: almost centrally symmetric $I_{\lambda,\xi}(s)$ that mimics a limb brightened star shifting the first minima positions to smaller spatial frequencies and increasing the secondary maxima;
- (c) *$i \neq 0^\circ, 90^\circ$ and $\xi \neq 0^\circ$* : not centrally symmetric $I_{\lambda,\xi}(s)$ resulting in first minima different from zero.

From Fig. 3 it is thus clear that $|V|$ sensitive to the relevant parameters of the rapid stellar rotation model, particularly when one has access to a large range of baseline projections (separation and position angle). By comparing different curves we note that the rapid rotation signatures can attain amplitudes of several percents which is strong enough to be detected by present and near future interferometers. Thus, the optimal observation strategy would consist of observing the star continuously in a 90° range of ξ . If the projected stellar polar axis orientation is not known a priori one needs to observe in a 180° range of baseline orientations in order to ascertain the previous condition. Even in that case, for realistic observations only a limited number of baselines are available, leading, in general, to solutions which are degenerate due to the relatively high number of relevant unknowns of the model, as will be shown in the following.

3.1.2. The uniqueness problem

In interferometric observations one has access to a discrete set of $|V|$ and its associated uncertainties for the corresponding values of $\mathbf{B}_{\text{proj}} \lambda_{\text{eff}}^{-1}$. Ultimately, one would like to translate these observations in terms of model parameters and their corresponding uncertainties. This can be performed by minimizing a given functional including the data points, the relevant model parameters and constraints on the solutions. A practical application of this kind of multi-parametric search on interferometric data of rapid rotators is presented by van Belle et al. (2001). They adopted a uniform rotating model without gravity darkening and even in this case the uniqueness problem was the major difficulty during the data analysis. This should be our case as well, since we adopt a more general analysis by introducing the parameter β which increases the dimension of the solution space. In fact, degenerate solutions are expected to appear specially when (1) the observations were not carried out on regions of high sensitivity on the model parameters, even for small error bars and/or when (2) the model is too complex for the available error bars.

In order to allow better visualization of the non uniqueness problem we reduce the parameter space by normalizing the spatial frequency by the angular equatorial radius ρ_{eq} . Consequently, in the following analysis the results are presented as a function of normalized spatial frequencies (u) given by $\rho_{\text{eq}} \mathbf{B}_{\text{proj}} \lambda_{\text{eff}}^{-1}$. Since the angular equatorial radius is, in general, a free variable, its associated measurement errors $\sigma \rho_{\text{eq}}$

should be considered in our analysis to simultaneously determine the complete set of parameters. These errors will influence the determination of the normalized spatial frequencies producing a corresponding uncertainty in $|V|$ at a given frequency. Since the normalized spatial frequencies scale with ρ_{eq} we estimated the influence of $\sigma \rho_{\text{eq}}$ on $|V|$ from the numerical derivative of the $|V|$ curves. Inside the first lobe a good analytical approximation for the visibility uncertainties σV due to $\sigma \rho_{\text{eq}}$ is given by (Vakili et al. 1997):

$$\frac{\sigma \rho_{\text{eq}}}{\rho_{\text{eq}}} = \frac{\sigma V}{|2J_2(z)|} \quad (18)$$

where J_2 is the Bessel function of the first kind and second order.

An instructive way to investigate $|V|$ inside the first lobe is shown by Fig. 4 for selected values of i, β, D , and for the extreme values of ξ (0° and 90°). Note that $|V|$ is sensitive to these parameters and, in particular, for fixed i and D , the curves of extreme ξ are closer to each other for $\beta = 0.25$ than for $\beta = 0$ at high inclinations ($i \geq 60^\circ$). The presence of gravity darkening induces a partial cancellation of the rotational deformation's signature in the first $|V|$ lobe. For low inclinations (Fig. 4 bottom) this cancellation effect is negligible but the $|V|$ curves for $\beta = 0.25$ are displaced upwards because the star resembles a strong limb-darkened one.

From Fig. 4 one can easily interpolate or extrapolate the behavior of the $|V|$ curves for β values other than 0 and 0.25. In particular, in the frame of our uniform rotation model, for $\beta > 0.25$ the cancellation of the geometrical deformation's signature would be even stronger for high inclinations.

The uncertainties in $|V|$ due to a 1% error in ρ_{eq} are represented as vertical error bars in Fig. 4 for normalized spatial frequencies equal to 0.4. Precisions at the 1% level in stellar diameters/radii are attained by current interferometers. The error bars σV are shown for the higher and lower $|V|$ curves so that one can estimate the intermediate ones from these two extreme values. The choice of $u = 0.4$ corresponds to $|V|$ around 0.5 which is a contrast level relatively easy to measure.

Although the error bars shown in Fig. 4 represent just the influence of errors in ρ_{eq} , they are also an indication of the acceptable observational uncertainties for the rotational signatures to be detected. For observational uncertainties in $|V|$ of the order of values shown in Fig. 4 the dependence of $|V|$ with β would be difficult to assess and for higher uncertainties even the difference between the $|V|$ curves at the extreme values of ξ might not be detected. Clearly, low i (bottom row) and/or low D (right column) are the most demanding in terms of observational precision.

The dependence of $|V|$ with ξ is detailed in Fig. 5 (top rows for fixed i) for the normalized spatial frequency $u = 0.4$ ($|V_\xi(u = 0.4, \lambda)|$). For each curve we also show the maximum $|V|$ variation ($\Delta|V|$) and the σV error bars due to a 1% error in ρ_{eq} for ξ equal to 0° and 90° .

The degeneracy that appears involves the combination of model parameters i, β and D , hereafter represented as (i, β, D) . Although the curves shown in Fig. 5 represent just a few examples of the complete parameter space, they suffice to prove that observations performed uniquely in the first $|V|$ lobe and

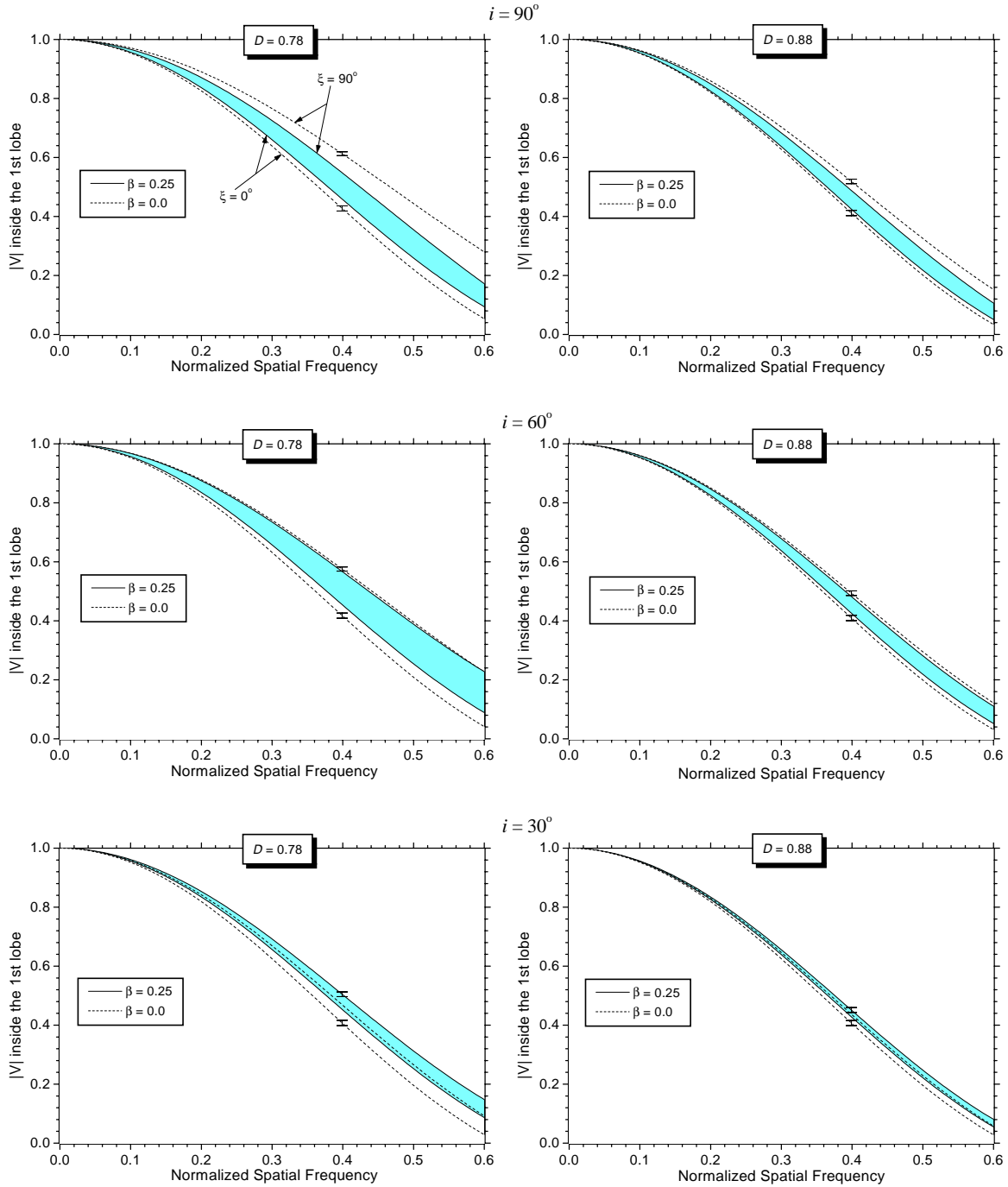


Fig. 4. Complex visibility amplitudes $|V|$ as a function of normalized spatial frequencies. Calculations were performed inside a narrow spectral band centered on the blue adjacent continuum corresponding to HeI6678 for models A and B (Table 1) at selected values of i and β . The curves of extreme ξ values (0° and 90°) are shown for $\beta = 0.25$ (solid curves filled in gray between them) and for $\beta = 0$ (dashed curves). Uncertainties in $|V|$ due to a 1% error in ρ_{eq} are represented as vertical error bars for the normalized spatial frequency 0.4. Only the error bars for the higher and lower $|V|$ curves are shown.

in single spectral bands present an important degeneracy in the values of i , β and D . As an illustration of this uniqueness problem we note the following two particular examples from Fig. 5 for which very similar $|V_\xi(u = 0.4, \lambda)|$ curves and values of $\Delta|V|$ are obtained by distinct parameter sets:

(a) the $|V_\xi(u = 0.4, \lambda)|$ curves for $(30^\circ, 0.0, 0.78)$ and for $(90^\circ, 0.25, 0.88)$ which present a $\Delta|V|$ of 0.062 and 0.063, respectively;

(b) the $|V_\xi(u = 0.4, \lambda)|$ curves for $(30^\circ, 0.25, 0.78)$ and for $(60^\circ, 0.25, 0.88)$ which present a $\Delta|V|$ of 0.051 and 0.057, respectively.

Additionally, the uniqueness problem is amplified if we consider the uncertainties σV due to $\sigma \rho_{\text{eq}}$. In this case, the number of degenerated parameter combinations increases, particularly when only a narrow range of ξ values is covered by observations. However, we show hereafter that this degeneracy can be

greatly reduced by including information from the second $|V|$ lobe.

In order to explore the dependence of $|V|$ with ξ beyond the first lobe we chose two regions particularly sensitive to the model parameters (based in Fig. 3): the first minimum and the second lobe's maximum. They correspond, respectively, to the middle and bottom rows for a given i in Fig. 5. Note that if one can access several spatial frequency points until the second lobe the angular diameter is well constrained. Moreover, the uncertainties σV due to $\sigma\rho_{\text{eq}}$ are negligible for the first minimum and second maximum.

Thus, by considering the $|V|$ curves at the first minimum and second lobe's maximum, it is clear that the ambiguities in the examples above are totally removed by the information coming from the second $|V|$ lobe. In the example (a) only the solution $(90^\circ, 0.25, 0.88)$ presents a second $|V|$ lobe's height strongly dependent on ξ , attaining values well above or below the theoretical one for uniform discs ($|V| = 0.132$). The remaining possible solution, $(30^\circ, 0.0, 0.78)$, presents a completely distinct behavior, with a roughly constant second lobe's height corresponding to a simple limb darkened star ($|V| \lesssim 0.132$). Analogously, observations in the second $|V|$ lobe can also disentangle the ambiguity in the example (b).

Even if the uncertainties σV are considered, information from the second $|V|$ lobe suffices to remove the ambiguities between the four parameter combinations from the examples (a) and (b) together. In fact, for these examples the second maxima alone suffice to disentangle the ambiguities, provided that we observe over a large ($\approx 180^\circ$) range of ξ .

From these and other examples that can be found in Fig. 5 it is clear that information coming from the first and second $|V|$ lobes are complementary and that their combined use greatly reduces the degeneracy in the relevant model parameter determination. Note that precise observations in the second lobe require long integration times in order to compensate the low fringe contrast. This is because the signal to noise ratio varies as $N_{\text{ph}}V^2$ (where N_{ph} is the number of photons). However, this should not be a major difficulty for the forthcoming interferometers, such as the Very Large Telescope Interferometer (VLTI), since they have large light collecting surfaces that will reduce the observation time.

However, the second $|V|$ lobe can be attained only for a few stars and, generally, additional theoretical and observational information should be used to reduce the degeneracy among different solutions. In the following we show that OLBI observations at different wavelengths are particularly suited for the study of gravity darkened stars even if we can observe only in the first $|V|$ lobe.

3.2. Multi wavelength OLBI in the first $|V|$ lobe

The stellar surface distribution of effective temperatures and gravities induced by rapid rotation results in a wavelength dependent sky-projected brightness distribution so that interferometric observations at distinct wavelengths can increase significantly the amount of information obtained about the star.

This is shown by our calculations which were carried out on three distinct narrow spectral bands centered in continuum regions close to the lines SiIII4575 (blue), HeI6678 (red) and HeII0830 (near infrared). Figure 6 (top rows) shows the complex visibility amplitudes $|V_\xi(u = 0.4, \lambda)|$ versus ξ for different combinations of i, β and D , for these three continuum spectral bands. The σV error bars due to a 1% error in ρ_{eq} for ξ equal to 0° and 90° corresponding to the red spectral band are shown as well. The error bars for the blue and near infrared curves are not shown since they have roughly the same size as the plotted ones.

As expected, for a given spectral band the curves of $|V|$ versus ξ in Fig. 6 present the same kind of degeneracy as found in Fig. 5. However, by combining the information from the distinct spectral bands in Fig. 6 the degeneracy can be reduced even if we are only dealing with spatial frequencies inside the first lobe. This is visualized in the bottom rows of Fig. 6 (for fixed i) where we plot the differences between the visibility curves $\Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}|$ ($\equiv |V_\xi(u = 0.4, \lambda_i)| - |V_\xi(u = 0.4, \lambda_j)|$) for each pair of spectral regions (λ_i and λ_j).

Consider the example (a) in Sect. 3.1.2. The differences $\Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}|$ are less dependent on ξ for $(30^\circ, 0.0, 0.78)$ than for $(90^\circ, 0.25, 0.88)$. In example (b) the differences $\Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}|$ are both stronger and less dependent on ξ for $(30^\circ, 0.25, 0.78)$ than for $(60^\circ, 0.25, 0.88)$.

However, note that, even when $\beta = 0$, the $|V|$ curves are also dependent on the spectral band due to geometrical deformation and limb darkening. Consequently, the OLBI data at different spectral bands should present high signal to noise ratios for an effective decrease of the uniqueness problem. For the curves in Fig. 6, wavelength-relative error bars better than 1% would be required to resolve the ambiguities. These small error bars can in fact be obtained by the use of the differences in the $|V|$ because there will be a cancellation effect over all uncertainties that act in the same manner on the distinct $|V|$ curves. Only the residual uncertainties corresponding to non-correlated errors at each wavelength will remain in this differential technique.

This can be seen in the bottom rows of Fig. 6 where the maximum residual uncertainty due to a 1% error in ρ_{eq} is also plotted. Since ρ_{eq} is a scaling factor for all three $|V|$ curves, only small uncertainties in $\Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}|$ due to $\sigma\rho_{\text{eq}}$ (less than 0.02%) remain after the differences are calculated. It is thus clear that differential visibilities $\Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}|$ with associated $\sigma\rho_{\text{eq}}$ errors allow us to resolve the uniqueness problem, which is not the case if only absolute visibilities are considered. Practically, the benefits of this differential technique can be obtained by accessing several simultaneous spectral channels on a single baseline interferometer plus Earth-rotation synthesis or on a multi aperture interferometric array.

The differences $\Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}|$ can be further increased (in modulus) by many ways such as observing in more spaced wavelengths, higher spatial frequencies, or by choosing a spectral range that optimizes the differences for a given stellar spectral type and expected range of D and β .

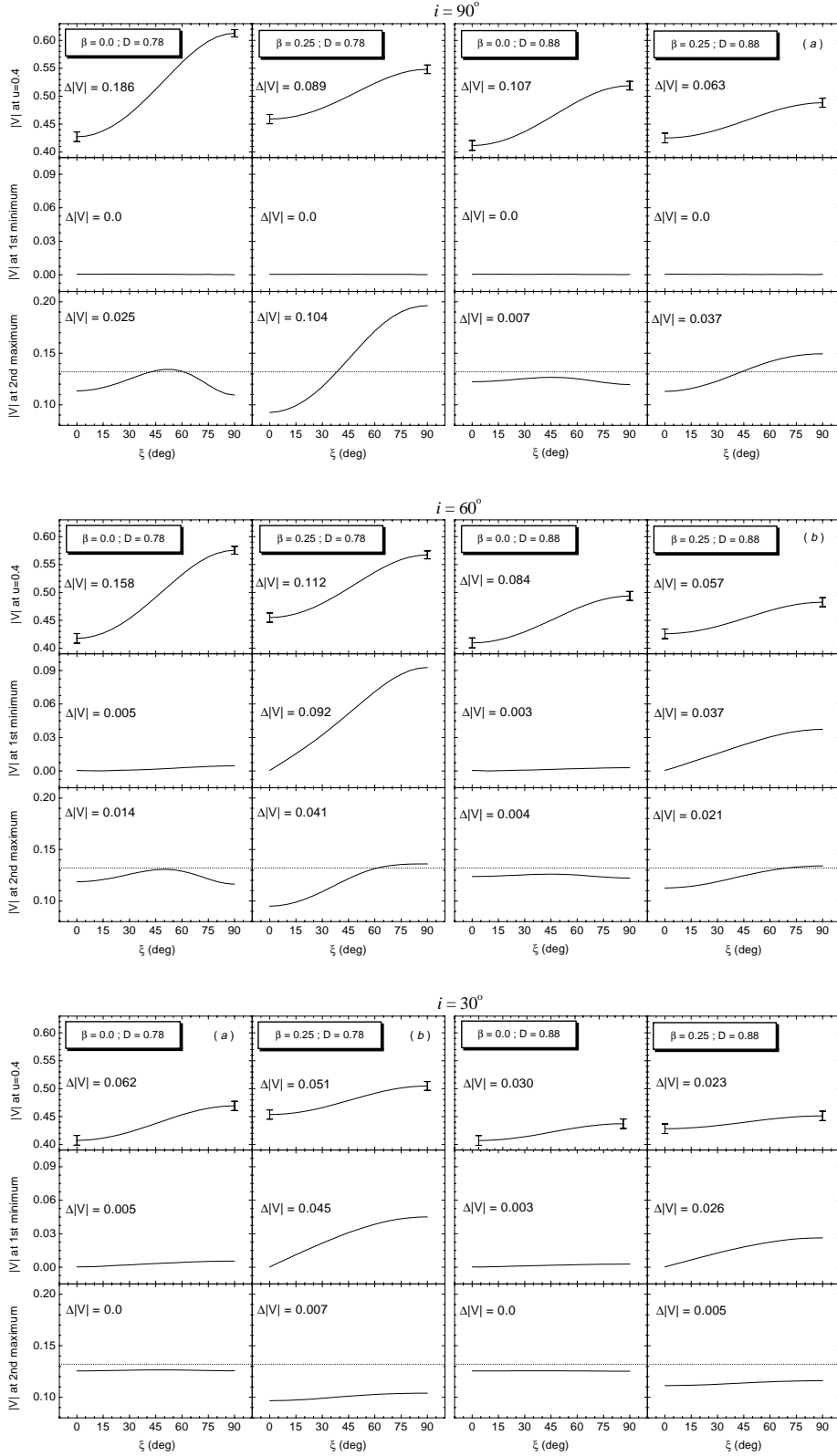


Fig. 5. Complex visibility amplitudes $|V|$ versus ξ for three particular regions: the normalized spatial frequency $u = 0.4$ (top rows), the first minimum (medium rows) and the second lobe's maximum (bottom rows). Calculations were performed inside a narrow spectral band centered on the blue adjacent continuum corresponding to HeI6678 for models A and B (Table 1) at selected values of i and β . For each curve, the maximum variation in $|V|$ (denoted by $\Delta|V|$) is indicated. The dotted lines on each second $|V|$ maximum curve indicate the theoretical value for uniform discs, $|V| = 0.132$; simple limb darkened spherical stars present second $|V|$ maxima slightly below this value. The error bars $\sigma|V|$ for the $|V_\xi(u = 0.4, \lambda)|$ curves correspond to a 1% error in ρ_{eq} . These graphics show that the combined information from the first and second $|V|$ lobes reduce the ambiguities in the determination of the model parameters even when the uncertainties $\sigma|V|$ are considered. The parameter combinations *a* and *b* are examples of this statement.

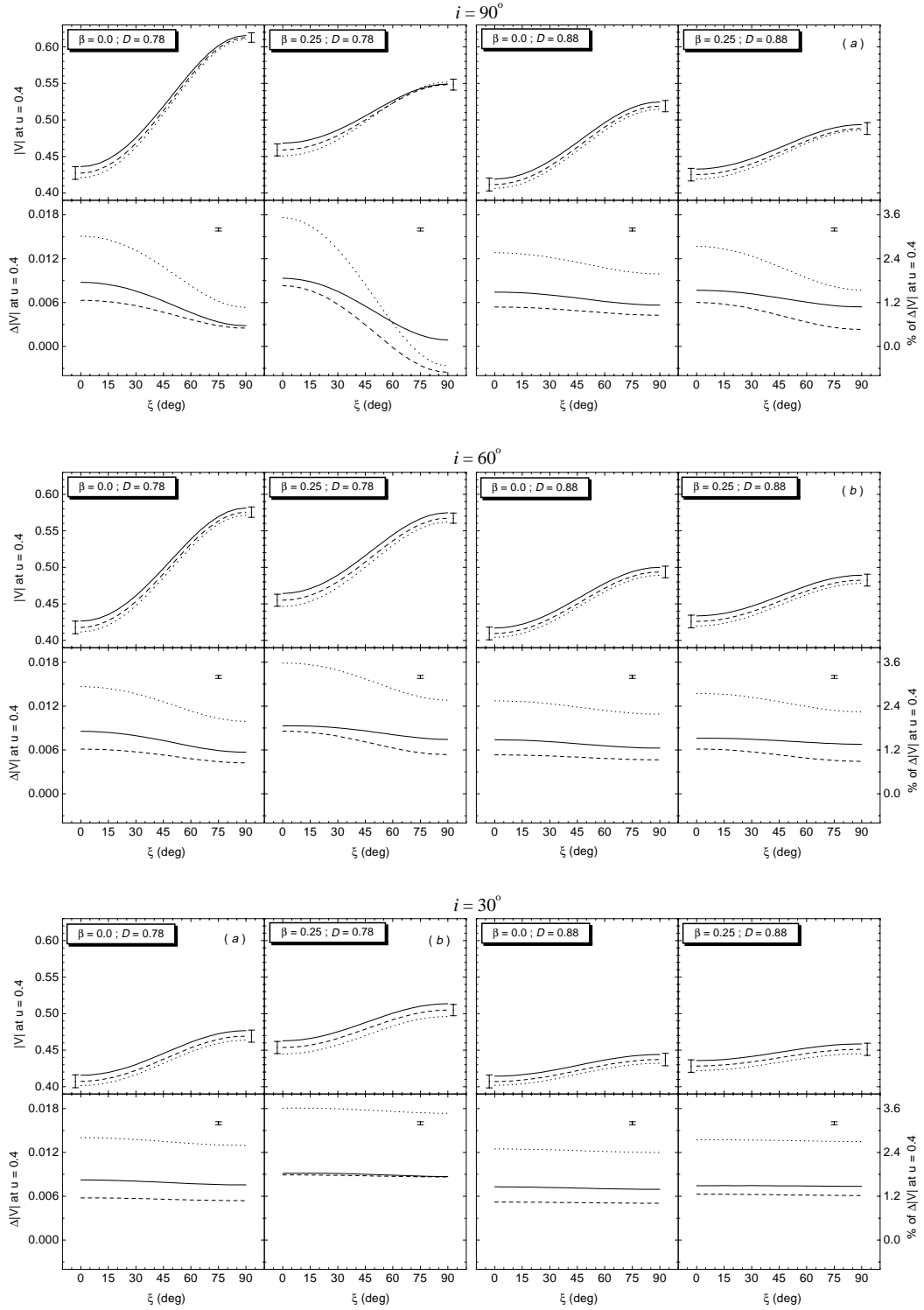


Fig. 6. (Top rows) Complex visibility amplitudes $|V_{\xi}(u = 0.4, \lambda)|$ versus ξ for the normalized spatial frequency $u = 0.4$. Calculations were performed for models A and B (Table 1) and different combinations of i and β (same values from Fig. 5). Three different spectral bands were adopted: λ_1 – red adjacent continuum corresponding to SiIII4575 (solid lines), λ_2 – blue adjacent continuum corresponding to HeI6678 (dashed lines) and λ_3 – blue adjacent continuum corresponding to HeI10830 (dotted lines). The σV error bars due to a 1% error in ρ_{eq} for ξ equal to 0° and 90° corresponding to the red spectral band are shown as well; they have been slightly displaced for better visualization. (Bottom rows) Differences $\Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}|$ ($\equiv |V_{\xi}(u = 0.4, \lambda_i)| - |V_{\xi}(u = 0.4, \lambda_j)|$) between the $|V|$ curves for each pair of spectral band. The curves correspond to $\Delta|V_{\lambda_1, \lambda_2}|$ (solid lines), $\Delta|V_{\lambda_2, \lambda_3}|$ (dashed lines) and $\Delta|V_{\lambda_1, \lambda_3}|$ (dotted lines). The percentage scale in the right axis represent $100\% \Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}| |\bar{V}|^{-1}$, where $|\bar{V}|$ is the mean of the visibility values; since for $u = 0.4$ $|\bar{V}|$ is always close to 0.5 this value was adopted for all curves. These graphics show that the uniqueness problem can be reduced by OLBI data obtained at distinct wavelengths even if only the first $|V|$ lobe is accessible. The error bars correspond to the maximum residual uncertainty due to $\sigma\rho_{\text{eq}}$ after calculations of the differences $\Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}|$. The cases *a* and *b* are examples where data from distinct spectral bands remove the ambiguities from single spectral band observations.

3.2.1. Observations in absorption lines

For interferometers equipped with spectrographs another possibility to increase $|\Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}|$ is to observe inside spectral lines. As an illustration we chose two photospheric absorption lines (SiIII4575 and HeII5412) presenting different behaviors with varying gravities (g) and effective temperatures (T_{eff}). Figure 7 shows the local line profiles at selected g and T_{eff} covering some values that are expected to be found locally on the photosphere of main sequence rapidly rotating hot stars. The local profiles for HeI6678, which are less dependent on g and T_{eff} , are also shown for comparison. While the HeI6678 line depends weakly on g and T_{eff} , the HeII5412 and SiIII4575 depend strongly and inversely on these parameters. Consequently, the observed HeII line will be mainly formed close to the poles while the observed SiIII line will be mainly formed around the equator.

The opposed behavior of the HeII and SiIII lines with g and T_{eff} increases their spectral relative interferometric signatures due to fast rotation. This is seen in Fig. 8 where the top panel shows $|V|$ in a narrow spatial frequency region around $u = 0.4$, calculated inside four narrow spectral bands corresponding to the SiIII4575 and HeII5412 lines and part of their adjacent continua. The spectral band widths adopted here are a few angstroms wide and calculations were carried for model A seen pole on and $\beta = 0.25$. The $|V|$ curve obtained from the immediate continuum of SiIII4575 is slightly above the $|V|$ curve associated with the continuum of HeII5412 due to rapid rotation and limb darkening effects. Note that this behavior is identical to that of Fig. 6.

The intensity map $I_\lambda(y, z)$ corresponding to the spectral band centered in the SiIII4575 line presents a higher effective limb darkening compared to $I_\lambda(y, z)$ obtained for the adjacent continuum. On the other hand, the intensity map $I_\lambda(y, z)$ corresponding to the HeII5412 line presents a less important limb darkening compared to the adjacent continuum. As a result, the corresponding $|V|$ curves are displaced in opposite directions, amplifying appreciably the differences between them (top and bottom panels).

Since the continua were chosen close to the photospheric lines the discrepancy between the two curves in the bottom panel of Fig. 8 is only due to the particular absorption line dependencies on the rapid rotation effects. Finally, the bottom panel also shows how this discrepancy increase with the spatial frequency inside the first $|V|$ lobe.

Consequently, when the interferometer offers a spectral resolution allowing measurements inside individual spectral lines, it is possible to study gravity darkened rapidly rotating stars, inside the first $|V|$ lobe, even with a relatively narrow wavelength coverage.

It should be mentioned that, for high $V_{\text{eq}} \sin i$ (compared to the intrinsic line width), these line effects are spread in wavelength due to rotation broadening and the relatively stronger contribution of the continuum diminishes the line effects on the interferometric observables. For small stellar inclinations, line contributions are concentrated in a narrower spectral region and the relative contribution of the continuum is smaller. The simultaneous use of many lines with similar behaviors can

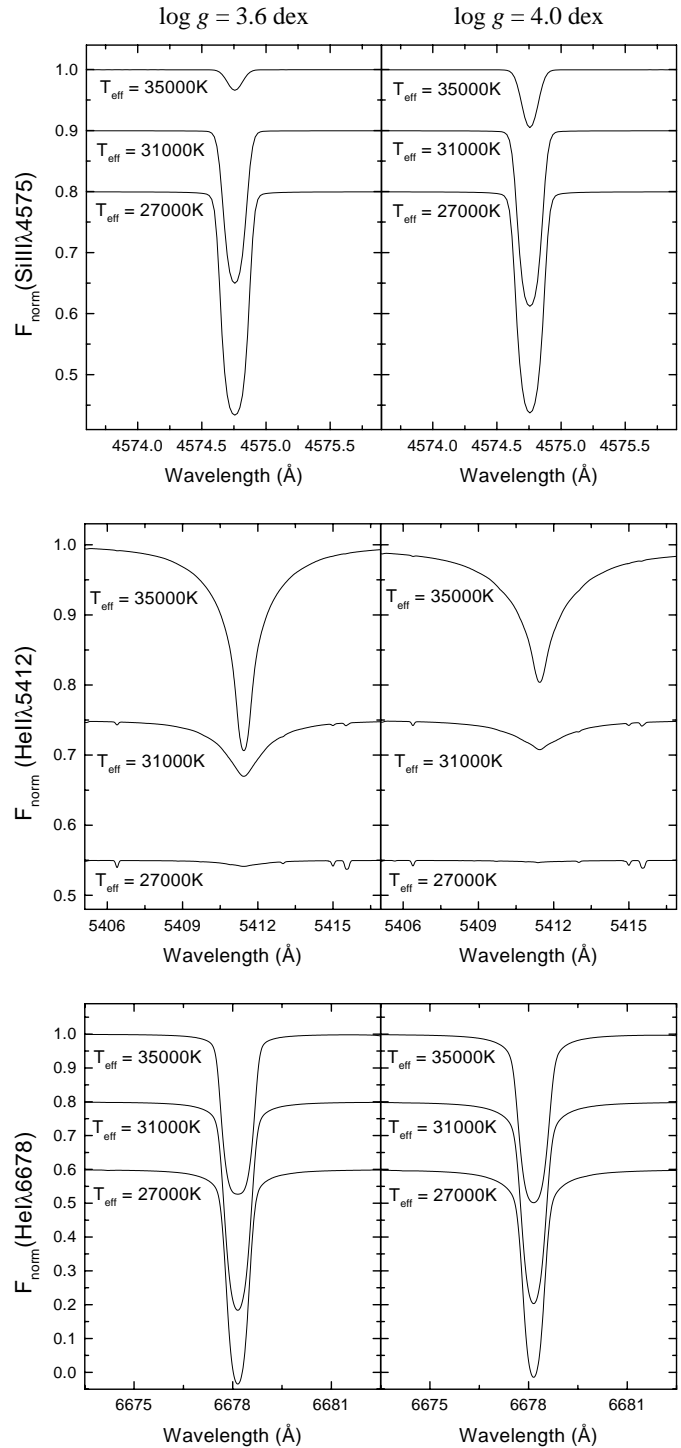


Fig. 7. Normalized flux F_{norm} obtained from the adopted plane parallel model atmospheres (Sect. 2.3) for SiIII4575, HeII5412 and HeI6678. Calculations were performed for selected values of $\log g$ and T_{eff} that are expected to be found locally on the photosphere of main sequence rapidly rotating hot stars. Note the distinct line profile behaviors presented by these three absorption lines. Curves were arbitrarily displaced and weak line blends were removed for better visualization.

increase the signal to noise ratio in real observations. For example one could add data on the remaining two lines of the SiIII triplet (centered at 4552 and 4567 Å) that present a similar behavior to SiIII4575.

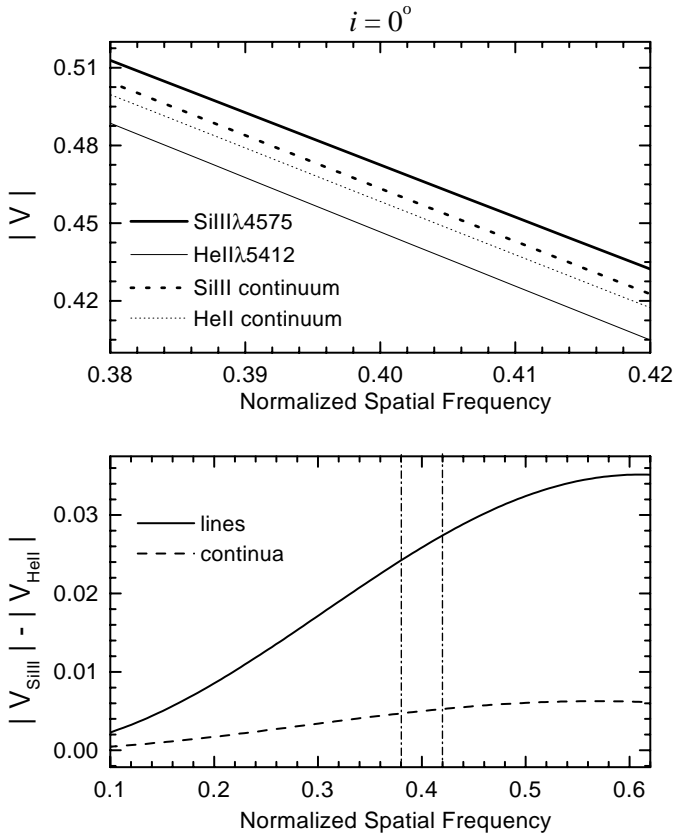


Fig. 8. (*Top panel*) Complex visibility amplitude $|V|$ over a narrow spatial frequency region around $u = 0.4$ for model A (Table 1) seen pole on and $\beta = 0.25$. Thin dotted and solid curves represent, respectively, $|V|$ in the red adjacent continuum relative to HeII λ 5412 and to the HeII line itself. Analogously, thick dotted and solid curves represent the red adjacent continuum relative to SiIII λ 4575 and to the SiIII line itself. The two curves corresponding to the photospheric lines are much more separated than the two curves corresponding to their immediate continua. (*Bottom panel*) $\Delta|V_{\lambda_i, \lambda_j}|$ versus the normalized spatial frequency covering a large region of the first $|V|$ lobe. The solid curve represents differences between the $|V|$ curves for spectral bands centered in the SiIII and HeII absorption lines while the dashed one represents differences between the $|V|$ curves for spectral bands centered in the adjacent continua of those absorption lines. The dot-dashed vertical limits indicate the spatial frequency domain corresponding to the top panel.

4. Conclusions

The interferometry-oriented model described in this work was used to evaluate the rapid rotation signatures on interferometric observables and to investigate how the degeneracy of solutions problem can be overcome.

Observations performed only in the first $|V|$ lobe and in a single spectral band present an important degeneracy in the values of i , D and β . In general this degeneracy leads to an ambiguity between highly deformed low i stars and lowly deformed high i stars. An additional effect is a partial cancellation of the geometrical deformation due to gravity darkening. This cancellation effect was initially mentioned by Johnston & Wareing (1970). It was confirmed and quantitatively estimated here also for a larger parameter space domain.

It was shown that if observations are not carried out between the extreme values of ξ (0° and 90°) there will be a degeneracy associated with the value of ξ and consequently with the projected stellar deformation signature. Practically, this degeneracy can be removed by performing the observations at several baseline orientations in a way that one covers a large range of ξ values. We also show that the information from the second $|V|$ lobe, when accessible, suffices to disentangle the ambiguities between relevant parameter combinations.

Further, it turns out that the access to several simultaneous spectral channels on a single baseline interferometer and/or on a multi-aperture plus Earth-rotation synthesis array brings stronger constraints through continuously sampled and/or multi-direction spatial resolution visibility data to resolve the uniqueness problem, as discussed in Sect. 3. For such types of observations the uniqueness of solutions can be obtained even if we can observe the star only in the first $|V|$ lobe.

The GI2T interferometer (Mourard et al. 2000) illustrates the case of spectrally resolved interferometry where its lowest spectral resolution of ~ 1200 provides several hundred simultaneous visibility samples at different spatial frequencies as a function of the wavelength which can additionally benefit from a 40 degree maximum Earth-rotation synthesis. The VLTI (Glindemann et al. 2000) with its 21 future baseline orientations (7 telescopes) can certainly solve the uniqueness problem for rapid rotators, opening the possibility for a survey of rapid rotation effects across the H-R diagram.

Our calculations showed that interferometric observations of rapid rotators require high fringe contrast sensitivity ($|V| \approx 0.1$) with small error bars ($\lesssim 1\%$). Such performances are already attained by the present generation of stellar interferometers like the VLTI, PTI (Colavita et al. 1999) or IOTA (Hofmann et al. 2002). This is specially true in the case of fiber-linked mono-mode stellar interferometers such as FLUOR (Coudé du Foresto et al. 1997). For multi-mode interferometers like the GI2T and the VLTI/AMBER (Petrov et al. 2000) more subtle effects such as differential stellar rotation and/or non-radial pulsations (Jankov et al. 2001) could be addressed by interferometric diagnosis.

Acknowledgements. A.D.S. acknowledges CAPES – Brazil (contract BEX 1661/98-1) and the GI2T team for financial support. We thank Dr. R.H.D. Townsend for helpful comments about the BRUCE code. This paper has largely benefitted from critical suggestions of Dr. A. Reiners. We also acknowledge Drs. J. F. Pacheco, D. Bonneau, P. Stee, D. Mourard and O. Chesneau for critical discussions.

References

- Born, M., & Wolf, E. 1980, Principle of Optics (Pergamon Press, Oxford)
- Bracewell, R. N. 1956, Aust. J. Phys., 9, 198
- Claret, A. 1998, A&A, 131, 395
- Claret, A. 2000, A&A, 359, 289
- Colavita, M. M., et al. 1999, ApJ, 510, 505
- Collins, G. W., II 1963, ApJ, 138, 1134
- Collins, G. W., II 1965, ApJ, 142, 265
- Collins, G. W., II, & Harrington, J. P. 1966, ApJ, 146, 152
- Connon Smith, R., & Worley, R. 1974, MNRAS, 167, 199

- Coudé Du Foresto, V., Ridgway, S., & Mariotti, J.-M. 1997, *A&AS*, 121, 379
- Glindemann, A., et al. 2000, *SPIE Proc.*, 4006, 2
- Pérez Hernández, F., Claret, A., Hernández, M. M., & Michel, E. 1999, *A&A*, 346, 586
- Hanbury Brown, R. 1974, in *The Intensity Interferometer* (ed. Taylor & Francis LTD, London), 151
- Hofmann, K.-H., et al. 2002, *New Astron.*, 7, 9
- Hubeny, I. 1988, *Comp. Phys. Comm.*, 52, 103
- Hubeny, I., & Lanz, T. 1995, *ApJ*, 439, 875
- Jankov, S., Vakili, F., Domiciano de Souza, Jr., A., & Janot-Pacheco, E. 2001, *A&A*, 377, 721
- Johnston, I. D., & Wareing, N. C. 1970, *MNRAS*, 147, 47
- Kopal, Z. 1987, *Astrophys. Space Sci.*, 133, 157
- Kurtz, D. W. 1985, *MNRAS*, 213, 773
- Lucy, L. B. 1967, *Z. Astrophys.*, 65, 89
- Mourard, D., et al. 2000, *SPIE Proc.*, 4006, 434
- Petrov, R. G., et al. 2000, *SPIE Proc.*, 4006, 68
- Perryman, M. A. C., et al. 1997, *A&A*, 323, L49
- Reiners, A., & Schmitt, J. H. M. M. 2002, *A&A*, 384, 155
- Townsend, R. H. D. 1997, *MNRAS*, 284, 839
- Vakili, F., Mourard, D., Bonneau, D., Morand, F., & Stee, P. 1997, *A&A*, 323, 183
- van Belle, G. T., Ciardi, D. R., Thompson, R. R., Akeson, R. L., & Lada, E. A. 2001, *ApJ*, 559, 1155
- von Zeipel, H. 1924, *MNRAS*, 84, 665

3.3 Achernar : "L'étoile-toupie"

3.3.1 Observations d'Achernar avec VLTI-VINCI : premiers résultats

Les résultats présentés en 3.2.1 montrent que l'interférométrie optique à long base est capable de mesurer l'aplatissement rotationnel des étoiles et même de mettre en évidence l'existence de l'assombrissement gravitationnel. Hanbury Brown (1974) a été le premier à tenter de mesurer l'aplatissement rotationnel du rotateur rapide α Aql (Altair). Ses résultats ont montré que la vitesse de rotation d'Altair devrait être plus élevée que celle utilisée dans les calculs théoriques de Johnston & Wareing (1970). Cependant, une comparaison conclusive avec les modèles de rotation n'était pas possible à cause d'une sensibilité insuffisante de l'interféromètre d'intensité Narrabri utilisé pour ces observations. Récemment, van Belle et al. (2001) ont utilisé le *Palomar Testbed Interferometer* (PTI) pour mesurer l'aplatissement d'Altair de $2a_{LD}/2b_{LD} = 1.140 \pm 0.029$, où $2a_{LD}$ et $2b_{LD}$ sont respectivement le grand axe et le petit axe issus de l'ajustement d'une ellipse sur les mesures de V^2 transformées en diamètre angulaire pour un modèle d'étoile avec une loi d'assombrissement centre-bord linéaire (voir Eq. 1.3). Ces mesures ont permis aux auteurs de fixer des contraintes sur la relation entre la vitesse de rotation et l'inclinaison du pôle. Cependant, leur analyse était limitée à une faible quantité de points de mesure et de directions de B_{proj} (deux avec un faible effet de super-synthèse en l'occurrence) pénalisés par des problèmes d'unicité des solutions.

Grâce à l'étude interférométrique sur la rotation rapide décrite en 3.2.1 et avec l'ouverture à la communauté astronomique de VINCI, l'instrument de qualification du VLTI, nous avons soumis un programme d'observation à ESO (de l'anglais *European Southern Observatory*) pour la période 70 (fin 2002 à début 2003). Pour cette programme, dont je suis le responsable scientifique, un total de 25h nous a été accordé en risque partagé pour observer trois rotateurs rapides : α Eridani (Achernar, B3Vpe, $v \sin i \simeq 225$ km/s), α Aquilae (Altair, A7V, $v \sin i \simeq 240$ km/s) et α Leonis (Regulus, B7V, $v \sin i \simeq 353$ km/s).

Une collaboration fructueuse entre nous et quelques membres du groupe ESO-VLTI (en particulier avec P. Kervella) s'est établie de façon presque naturelle déjà pendant la période 70, puisque notre groupe supervisait les observations pendant l'automne 2002. Ce travail s'est donc développé aussi d'une manière très efficace grâce au réel intérêt des personnes concernées et à la complémentarité de nos compétences principales, en modélisation et interprétation de données interférométriques d'une part, et celles en observation et réduction de données du VLTI de la part de P. Kervella et du groupe ESO-VLTI.

Dans un premier temps nous avons mis la priorité sur l'observation et l'analyse d'Achernar, qui était l'étoile la plus adaptée aux dates et aux bases de la période 70. Achernar est la neuvième étoile en éclat apparent et la plus brillante des étoiles Be. Localisée dans la constellation d'Eridan (la Rivière Céleste) son nom vient de l'arabe *Al Ahir al Nahr* (L'Extrémité de la Rivière). Les résultats d'une première analyse des données interférométriques sur Achernar ont abouti à une lettre dans la revue *Astronomy & Astrophysics* présentée ci-après. Les observations ont été réalisées avec des sidérostats de 40 cm (bases sol de 66 m et 140 m) et le recombineur de faisceaux MONA qui opère en bande spectrale K (\simeq entre 2.0 et 2.4 μ m) ; les détails se trouvent dans la section 2 de la lettre A&A.

Le résultat principal de ces observations est le rapport $2a/2b = 1.56 \pm 0.05$, où $2a$ et $2b$ sont respectivement le grand axe et le petit axe issus de l'ajustement d'une ellipse sur les mesures de V^2 transformées en diamètre angulaire de disque uniforme équivalent (cf. Fig. 3.2-haut et section 3 de la lettre A&A). Pour faciliter la comparaison entre les figures un code de couleurs identique à celui de l'article a été adopté dans la Fig. 3.2. Grâce à la bonne précision sur les mesures (erreur sur V^2 de 3.5% en moyenne) et à la distribution assez complète des points en fonction de l'azimut, il est clair qu'un modèle simple avec symétrie circulaire (par exemple disque uniforme ou disque assombri) ne peut pas reproduire ces observations. Cette forme très aplatie d'Achernar doit être interprétée et expliquée physiquement et pour cela nous avons récolté beaucoup d'information sur la nature physique de cette étoile comme montré dans la section 4 de la lettre A&A. Un point important de l'interprétation des données interférométriques est le fait qu'Achernar non seulement tourne à grande vitesse, mais elle est également une étoile Be.

Suivant la définition de Jaschek et al. (1981) les étoiles Be sont des étoiles B, non supergéantes, qui présentent ou ont présenté une ou plusieurs raies en émission. Quelques étoiles O tardives et A chaudes sont également considérées comme des Be, par extension de cette définition à d'autres types spectraux. Le fait que les raies de Balmer montrent une émission assez intense pouvant atteindre $\simeq 10$ fois le niveau du continuum pour $H\alpha$ est assez remarquable en soi-même. L'apparition des raies en émission, le phénomène Be, est interprétée comme due à l'éjection de matière par l'étoile qui, ensuite, se développe sous la forme d'une enveloppe de gaz autour de l'équateur stellaire. La présence de ces enveloppes circumstellaires a été prouvée directement par diverses mesures interférométriques (e.g. Thom et al. 1986, Mourard et al. 1989, Stee et al. 1995, Quirrenbach et al. 1997, Vakili et al. 1998). Même si le ou les mécanismes qui engendrent la formation de l'enveloppe circumstellaire restent pour l'instant incertains, quelques travaux prometteurs existent sur le sujet. Parmi ces travaux je cite celui de Rivinius et al. (1998) sur la corrélation entre battement de modes de pulsation non-radiale et le phénomène Be, ainsi que celui de Neiner et al. (2003) sur la détection d'un champ magnétique sur ω Orionis. Cependant, quelque soit l'explication complète du phénomène Be, il semble que la rotation rapide en est la pièce maîtresse.

Malgré le fait qu'Achernar soit une étoile Be, notre analyse permet toutefois de conclure qu'elle se trouvait dans une phase B normale pendant nos observations interférométriques, car aucun effet significatif d'une éventuelle enveloppe circumstellaire ne semble être présent dans l'ensemble de données disponibles. Ainsi, le rapport $2a/2b = 1.56 \pm 0.05$ mesuré correspond véritablement à un aplatissement de la photosphère d'Achernar. Les détails de cette discussion se trouvent dans la section 4 de la lettre A&A complétée par la sous-section 3.3.2 ci-dessous. Nous avons donc comparé les observations à un modèle d'étoile aplatie incluant la déformation de Roche et l'effet von Zeipel (cf. sous-section 3.2.1). Cette comparaison est montrée de deux façons différentes dans la Fig. 3.2-bas et dans la section 4 de la lettre A&A. Un tel modèle d'étoile aplatie s'est avéré insuffisant pour pouvoir expliquer les observations ce qui nous a amenés à revoir certaines hypothèses parfois appliquées aux étoiles en rotation rapide.

Ainsi, ces observations montrent directement et pour la première fois, un très fort aplatissement photosphérique d'une étoile Be, avec un grand impact sur la connaissance des méca-

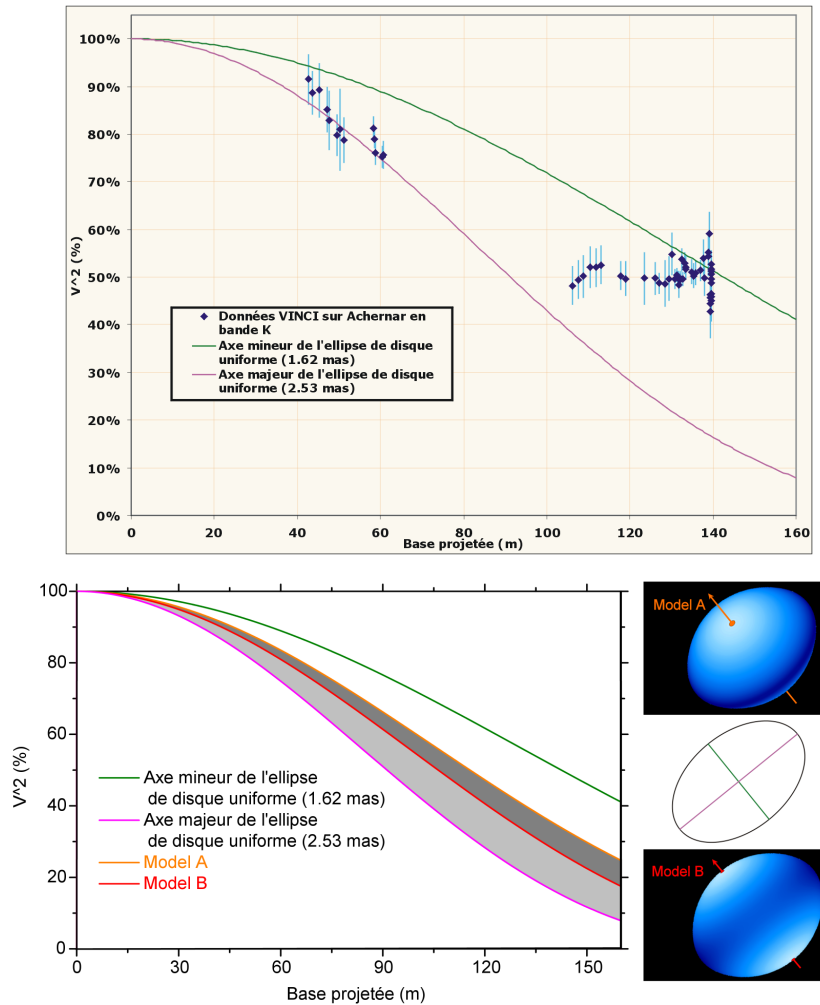


FIG. 3.2 : *Haut :* Points de visibilité carré (V^2) d'Achernar mesurés avec le VLTI-VINCI en bande spectrale K ($\lambda_{\text{eff}} = 2.175 \pm 0.003 \mu\text{m}$) et en fonction de la base projetée sur le ciel. L'information sur l'azimut n'est pas directement visible dans cette figure. Les deux groupes d'observations correspondant aux bases sol de 66 m et de 140 m sont facilement identifiés. Aucun modèle avec une symétrie circulaire ne peut reproduire ces observations. Les deux courbes de visibilité correspondent au grand axe ($2a = 2.53 \pm 0.06 \text{ mas}$; magenta) et au petit axe ($2b = 1.62 \pm 0.01 \text{ mas}$; vert) de l'ellipse déterminée par le meilleur ajustement des points de mesures traduits en diamètre de disque uniforme (ellipse en bas à droite). *Bas :* Comparaison des deux modèles physiques (approximation de Roche plus effet von Zeipel) aux courbes de V^2 associées à $2a$ et $2b$, qui sont des limites représentant la forme aplatie d'Achernar. Les courbes de V^2 correspondant à la dimension la plus grande du modèle (direction de l'équateur) ont été normalisées par rapport au grand axe $2a$. Le modèle s'approchant le plus des observations est le modèle A (orange, $i = 50^\circ$, $v_{\text{eq}} = 96\%v_{\text{crit}}$) qui peut reproduire les régions en gris clair et foncé. Le modèle B (rouge, $i = 90^\circ$, $v_{\text{eq}} = 79\%v_{\text{crit}}$) n'est compatible qu'avec la région en gris clair. Ces modèles, dont les cartes d'intensité à $2.2 \mu\text{m}$ se trouvent à droite, ne sont pas adaptés à Achernar puisque leurs courbes de V^2 associées sont loin d'atteindre la courbe verte qui correspond à $2b$. Pour plus de détails voir la lettre A&A de Domiciano de Souza et al. (2003).

nismes physiques comme la relation entre rotation et perte de masse et la distribution interne du moment angulaire de rotateurs rapides. En effet, le besoin d'une vitesse de rotation quasi-critique pour expliquer le fort aplatissement mesuré sur Achernar est en très bon accord avec une étude récente sur la rotation des étoiles Be réalisée par Owocki (2004) et par Townsend et al. (2004). Ces auteurs montrent que, à cause de l'assombrissement gravitationnel, les mesures de $v_{\text{eq}} \sin i$ à partir de l'élargissement par la rotation de raies spectrales sous-estiment de quelques dizaines de % la vitesse de rotation des étoiles Be. Ainsi, la vitesse de rotation moyenne de $\simeq 80\%v_c$ mesurée sur les étoiles Be peut cacher une rotation quasi-critique des ces objets ($v_{\text{eq}} > 90 - 95\%v_c$), de manière qu'il suffirait une instabilité d'appoint de faible énergie (e.g. des PNR) pour que la matière soit éjectée de l'étoile. Dans ce contexte, mon travail sur Achernar pourrait non seulement constituer la première preuve directe et observationnelle de la rotation quasi-critique des étoiles Be, mais surtout ces observations uniques supportent l'idée de que le phénomène Be est essentiellement la conséquence d'une rotation très élevée.

Au vue de la qualité des données et de l'importance de ce travail pour la physique stellaire nos résultats ont également fait l'objet d'un communiqué de presse ESO (PR-14-03; www.eso.org/outreach/press-rel/pr-2003/pr-14-03.html), d'une communication orale à la SF2A-2003 et d'articles dans plusieurs journaux et magazines français et étrangers de vulgarisation scientifique (e.g. Ciel & Espace, Sciences et Avenir, Sky & Telescope, Spektrum).

The spinning-top Be star Achernar from VLTI-VINCI

A. Domiciano de Souza, P. Kervella, S. Jankov, L. Abe, F. Vakili, E. di Folco & F. Paresce

Article paru dans la revue *Astronomy & Astrophysics*, 2003, vol. 407, p. L47

The spinning-top Be star Achernar from VLTI-VINCI

A. Domiciano de Souza¹, P. Kervella², S. Jankov³, L. Abe¹, F. Vakili^{1,3}, E. di Folco⁴, and F. Paresce⁴

¹ Laboratoire Univ. d'Astroph. de Nice (LUAN), CNRS UMR 6525, Parc Valrose, 06108 Nice Cedex 02, France

² European Southern Observatory (ESO), Alonso de Cordova 3107, Casilla 19001, Vitacura, Santiago 19, Chile

³ Observatoire de la Côte d'Azur, Département FRESNEL, CNRS UMR 6528, Boulevard de l'Observatoire, BP 4229, 06304 Nice, France

⁴ European Southern Observatory (ESO), Karl-Schwarzschild str. 2, 85748 Garching, Germany

Received 5 May 2003 / Accepted 22 May 2003

Abstract. We report here the first observations of a rapidly rotating Be star, α Eridani, using Earth-rotation synthesis on the Very Large Telescope (VLT) Interferometer. Our measures correspond to a $2a/2b = 1.56 \pm 0.05$ apparent oblate star, $2a$ and $2b$ being the equivalent uniform disc angular diameters in the equatorial and polar direction. Considering the presence of a circumstellar envelope (CSE) we argue that our measurement corresponds to a truly distorted star since α Eridani exhibited negligible H α emission during the interferometric observations. In this framework we conclude that the commonly adopted Roche approximation (uniform rotation and centrally condensed mass) should not apply to α Eridani. This result opens new perspectives to basic astrophysical problems, such as rotationally enhanced mass loss and internal angular momentum distribution. In addition to its intimate relation with magnetism and pulsation, rapid rotation thus provides a key to the Be phenomenon: one of the outstanding non-resolved problems in stellar physics.

Key words. techniques: high angular resolution – techniques: interferometric – stars: rotation – stars: emission-line, Be – stars: individual: Achernar

1. Introduction

The southern star Achernar (α Eridani, HD 10144, spectral type B3Vpe) is the brightest Be star in the sky. A Be star is defined as a non-supergiant B type star that has presented episodic Balmer lines in emission (Jaschek et al. 1981), whose origin is attributed to a CSE ejected by the star itself. Physical mechanisms like non-radial pulsations, magnetic activity, or binarity are invoked to explain the CSE formation of Be stars in conjunction with their fundamental property of rapid rotation. Theoretically, rotation has several consequences on the star structure (Cassinelli 1987). The most obvious is the geometrical deformation that results in a larger radius at the equator than at the poles. Another well established effect, known as gravity darkening or the von Zeipel effect for hot stars (von Zeipel 1924), is that both surface gravity and emitted flux decrease from the poles to the equator. Although well studied in the literature, the effects of rotation have rarely been tested against accurate enough observations (Reiners & Schmitt 2003; van Belle et al. 2001), a gap bridged by our interferometric observations of Achernar.

2. Observations and data processing

Dedicated observations of Achernar have been carried out during the ESO period 70, from 11 September to 12 November 2002, with quasi-uniform time coverage, on the VLT Interferometer (VLTI, Glindemann et al. 2003) equipped with the VINCI beam combiner (Kervella et al. 2003a). This instrument recombines the light from two telescopes in the astronomical K band, which is centered at $2.2 \mu\text{m}$ and covers $0.4 \mu\text{m}$. The observable measured by VINCI is the squared coherence factor μ^2 of the star light. It is derived from the raw interferograms after photometric calibration using a wavelet based method (Ségransan et al. 1999). The reduction procedure is detailed by Kervella et al. (2003b) and has successfully been applied to dwarf stars observations with the VLTI (Ségransan et al. 2003). The instrumental value of μ^2 is then calibrated through the observation of stable stars with known angular diameters. The calibrators chosen for Achernar are presented in Table 1. The final product of the processing is the squared visibility V^2 of the object for each baseline projected on the sky (B_{proj}). V^2 is directly related to the Fourier transform of the brightness distribution of the object via the Zernike-Van Cittert theorem. For these observations, two interferometric baselines were used, 66 m (E0-G1; azimuth 147° , counted from North to East) and 140 m (B3-M0; 58°), equipped with 40 cm siderostats (Fig. 1 left). Their orientations are almost perpendicular to each other giving an excellent configuration for the

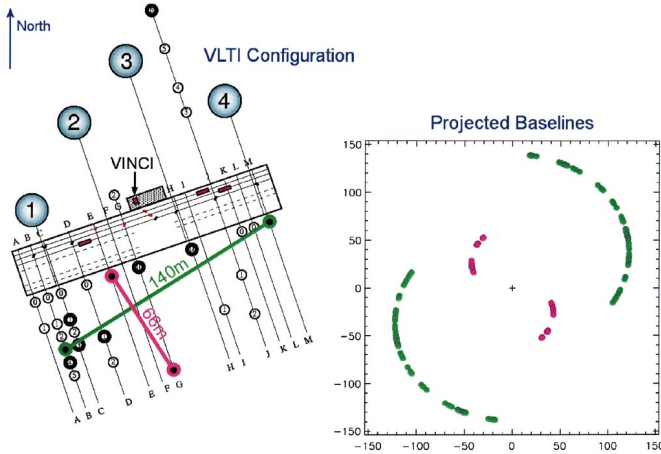


Fig. 1. VLTI ground baselines for Achernar observations and their corresponding projections onto the sky at different observing times. *Left:* Aerial view of VLTI ground baselines for the two pairs of 40 cm siderostats used for Achernar observations. Color magenta represents the 66 m (E0-G1; azimuth 147° , counted from North to East) and green the 140 m (B3-M0; 58°). *Right:* Corresponding baseline projections onto the sky (B_{proj}) as seen from the star. Note the very efficient Earth-rotation synthesis resulting in a nearly complete coverage in azimuth angles.

detection of stellar asymmetries. Moreover, Earth-rotation has produced an efficient baseline synthesis effect (Fig. 1, right). A total of more than 20 000 interferograms were recorded on Achernar, and approximately as many on its calibrators, corresponding to more than 20 hours of integration. From these data, we obtained 60 individual V^2 estimates, at an effective wavelength of $\lambda_{\text{eff}} = 2.175 \pm 0.003 \mu\text{m}$.

3. Results

The determination of the shape of Achernar from our set of V^2 is not a straightforward task so that some prior assumptions need to be made in order to construct an initial solution for our observations. A convenient first approximation is to derive from each V^2 an equivalent uniform disc (UD) angular diameter \varnothing_{UD} from the relation $V^2 = |2J_1(z)/z|^2$. Here, $z = \pi \varnothing_{\text{UD}}(\alpha) B_{\text{proj}}(\alpha) \lambda_{\text{eff}}^{-1}$, J_1 is the Bessel function of the first kind and of first order, and α is the azimuth angle of B_{proj} at different observing times due to Earth-rotation. The application of this simple procedure reveals the extremely oblate shape of Achernar from the distribution of $\varnothing_{\text{UD}}(\alpha)$ on an ellipse (Fig. 2). Since α , $B_{\text{proj}}(\alpha)$, and λ_{eff} are known much better than 1%, the measured errors in V^2 are associated only to the uncertainties in \varnothing_{UD} . We performed a non-linear regression fit using the equation of an ellipse in polar coordinates. Although this equation can be linearized in Cartesian coordinates, such a procedure was preferred to preserve the original, and supposedly Gaussian, residuals distribution as well as to correctly determine the parameters and their expected errors. We find a major axis $2a = 2.53 \pm 0.06$ milliarcsec (mas), a minor axis $2b = 1.62 \pm 0.01$ mas, and a minor-axis orientation $\alpha_0 = 39^\circ \pm 1^\circ$. Note that the corresponding ratio $2a/2b = 1.56 \pm 0.05$ determines the equivalent star

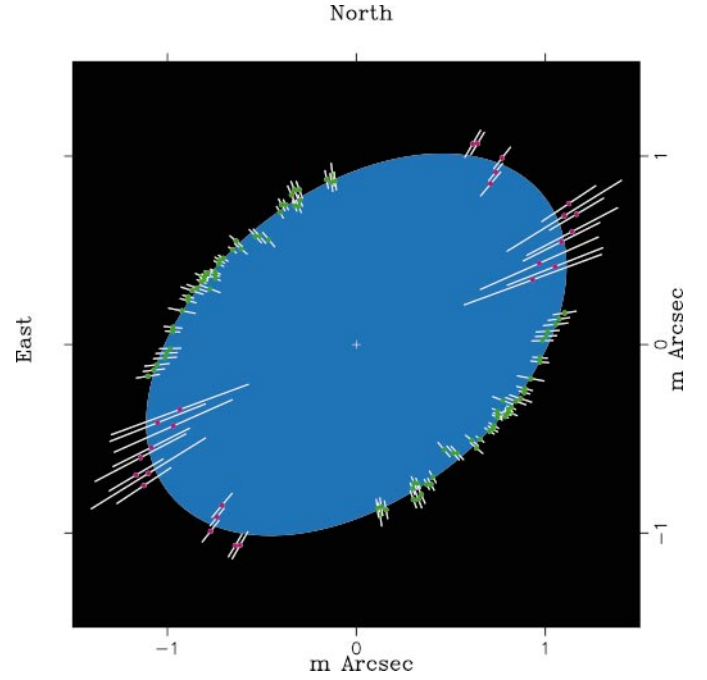


Fig. 2. Fit of an ellipse over the observed squared visibilities V^2 translated to equivalent uniform disc angular diameters. Each V^2 is plotted together with its symmetrical value in azimuth. Magenta points are for the 66 m baseline and green points are for the 140 m baseline. The fitted ellipse results in major axis $2a = 2.53 \pm 0.06$ milliarcsec, minor axis $2b = 1.62 \pm 0.01$ milliarcsec, and minor axis orientation $\alpha_0 = 39^\circ \pm 1^\circ$ (from North to East). The points distribution reveals an extremely oblate shape with a ratio $2a/2b = 1.56 \pm 0.05$.

oblateness only in a first-order UD approximation. To interpret our data in terms of physical parameters of Achernar, a consistent scenario must be tailored from its basic known properties, so that we can safely establish the conditions where a coherent model can be built and discussed.

4. Discussion

Achernar's pronounced apparent asymmetry obtained in this first approximation, together with the fact that it is a Be star, raises the question of whether we observe the stellar photosphere with or without an additional contribution from a CSE.

For example, a flattened envelope in the equatorial plane would increase the apparent oblateness of the star if it were to introduce a significant infrared (IR) excess with respect to the photospheric continuum. Theoretical models (Poecckert & Marlborough 1978) predict a rather low CSE contribution in the K band especially for a star tilted at higher inclinations, which should be our case as discussed below. Indeed, Yudin (2001) reported a near IR excess (difference between observed and standard color indices in visible and L band centered at $3.6 \mu\text{m}$) to be $E(V-L) = 0^{\text{m}}2$, with the same level of uncertainty. Moreover, this author reports a zero intrinsic polarization (p_*). These values are significantly smaller than mean values for Be stars earlier than B3 ($\overline{E(V-L)} > 0^{\text{m}}5$ and $\overline{p_*} > 0.6\%$), meaning that the Achernar's CSE is weaker than in other known Be stars. Further, an intermediate

Table 1. Relevant parameters of the calibrators of Achernar. \varnothing_{UD} is the equivalent uniform disc angular diameter. The value of \varnothing_{UD} for δ Phe and χ Phe is based on spectrophotometry (Cohen et al. 1999), while that for α PsA was measured separately with the VLTI and should appear in a forthcoming publication from one of us (E.F.).

Name	Spec. type	λ_{eff} (μm)	Baseline (m)	\varnothing_{UD} (mas)
δ Phe	K0IIIb	2.181	140	2.18 ± 0.02
α PsA	A3V	2.177	140	2.20 ± 0.07
χ Phe	K5III	2.182	66	2.69 ± 0.03

angular diameter of our elliptical fit (Fig. 2) is compatible with the $\varnothing_{UD} = 1.85 \pm 0.07$ mas measured by Hanbury-Brown (1974) in the visible, in contrast to what is expected if the envelope were to contribute to our present IR observations. Finally, Chauville et al. (2001) report no emission in the H γ line. Since the emission in H γ and in the continuum are both formed roughly in the same layer of the CSE (Ballereau et al. 1995), the contribution from the nearby environment of the star should be considered below the limit of detection.

Of course, being classified as a Be star, Achernar can enhance the strength of its CSE due to episodic mass ejections, which are generally witnessed by increased Balmer line emission (e.g. de Freitas Pacheco 1982). This possibility was checked against a H α spectrum (Leister & Janot-Pacheco 2003) taken in October 2002, during our VLTI-VINCI campaign presenting a photospheric absorption profile. To be sure that we observed a quiescent Achernar we synthesized a H α profile from our model (Domiciano de Souza et al. 2002) compared to the observed line. We estimated the emission to be at most 3% across the whole line. Such an upper limit would correspond to a CSE emitting at most 12% of the photospheric continuum flux, due to free-free and free-bound emission (Poeckert & Marlborough 1978).

Thus, we assume hereafter that the observed asymmetry of Achernar mainly reflects its true photospheric distortion with a negligible CSE contribution. Under this assumption, and using the Hipparcos distance ($d = 44.1 \pm 1.1$ pc; Perryman et al. 1997), we derive an equatorial radius $R_{\text{eq}} = 12.0 \pm 0.4 R_{\odot}$ and a maximum polar radius $R_{\text{pol}}^{\text{max}} = 7.7 \pm 0.2 R_{\odot}$, respectively from $2a$ and $2b$ obtained from the elliptical fit on $\varnothing_{UD}(\alpha)$. From simple geometrical considerations the actual polar radius R_{pol} will be smaller than $R_{\text{pol}}^{\text{max}}$ for polar inclinations $i < 90^\circ$, while R_{eq} is independent of i .

Based on these conclusions we applied our interferometry-oriented code (Domiciano de Souza et al. 2002) to Achernar. This code includes radiation transfer, the von Zeipel law ($T_{\text{eff}} \propto g_{\text{eff}}^{0.25}$, T_{eff} and g_{eff} being the effective temperature and gravity, respectively), and the Roche approximation (e.g. Roche 1837; Kopal 1987). In this approximation and noting that the stellar rotation must be kept smaller than its critical value, the adopted projected equatorial velocity $V_{\text{eq}} \sin i = 225 \text{ km s}^{-1}$ (Slettebak 1982) implies that $i > 46^\circ$. At this limit T_{eff} and g_{eff} both attain zero at the equator, and the surface equipotential first derivatives become discontinuous. Therefore we chose to explore a parameter space between the representative limit

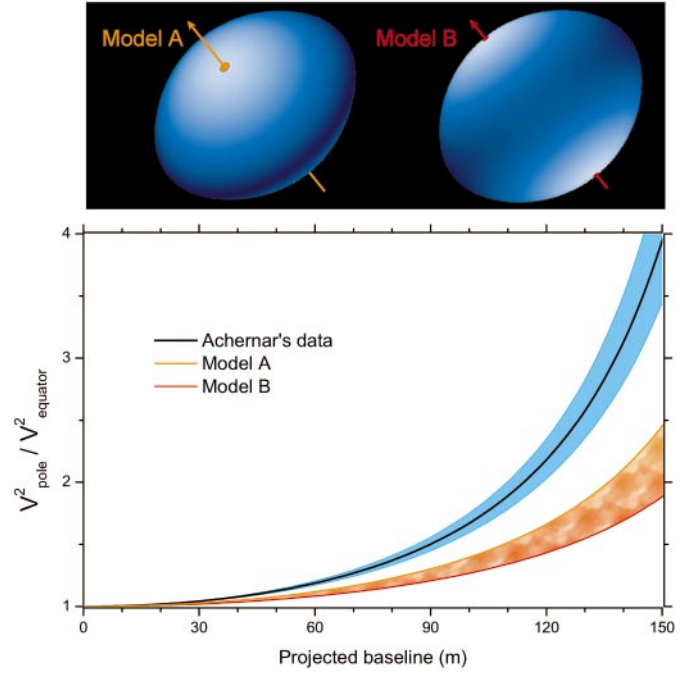


Fig. 3. Comparison of ratios of squared visibility curves between the polar and equatorial directions $V_{\text{pole}}^2/V_{\text{eq}}^2$. The black solid curve corresponds to $V_{\text{pole}}^2/V_{\text{eq}}^2$ for the elliptical fit on Achernar's data, together with the corresponding uncertainties. Simply speaking $V_{\text{pole}}^2/V_{\text{eq}}^2$ somehow reflects $R_{\text{eq}}/R_{\text{pol}}^{\text{max}}$, since interferometry is sensitive to the Fourier transform of the stellar brightness distribution. The colored region represents our attempt to attain the black curve with our model for Achernar within the physically reasonable solutions A (orange; upper limit) and B (red; lower limit). This failure to reproduce the observations is a strong and direct indication that uniform rotation does not apply to rapidly rotating stars.

solution models A ($i = 50^\circ$) and B ($i = 90^\circ$). Table 2 summarizes the corresponding sets of fundamental parameters. Figure 3 clearly shows that the solutions enclosed between the models A and B cannot reproduce the observed highly oblate ellipse. We also checked, with negative result, whether the situation would improve significantly by varying the fundamental parameters of Achernar in a physically reasonable range (mass $\pm 1 M_{\odot}$, $T_{\text{pol}} \pm 2000$ K, $V_{\text{eq}} \sin i \pm 25 \text{ km s}^{-1}$).

Thus, in absence of H α emission making a CSE contribution unlikely to reproduce the observed oblateness, the classical assumption of Roche approximation becomes questionable. Deviations from this gravitational potential and the presence of differential rotation, both intimately related to the internal angular momentum distribution, should be investigated. Indeed, several differential rotation theories predict surface deformations stronger than that of uniform rotation by considering that the angular velocity increases towards the stellar center. Two interesting examples are ‘‘shellular’’ rotation (Zahn 1992) and laws with angular momentum constant on cylinders (Bodenheimer 1971). In this context our result on Achernar's surface distortion should also impact other internal mechanisms like meridional circulation, turbulence, transport and diffusion of the chemical elements and angular momentum,

Table 2. Fundamental parameters for two limit solution models of Achernar. From the fixed parameters and in the Roche approximation, the minimum polar inclination is $i_{\min} = 46^\circ$ where $V_{\text{eq}} = V_{\text{crit}} = 311 \text{ km s}^{-1}$ and $R_{\text{eq}} = 1.5 R_{\text{pol}}$. In addition to these parameters we adopted a linear limb darkening coefficient from Claret (2000) compatible with the variable effective temperature and gravity over the stellar surface. The equatorial effective temperature is much lower than the polar one due to the von Zeipel effect.

Fixed parameters	Adopted value	Comments
T_{pol}	20 000 K	~B3V star
Mass	$6.07 M_{\odot}$	Harmanec (1988)
$V_{\text{eq}} \sin i$	225 km s^{-1}	Slettebak (1982)
R_{eq}	$12.0 R_{\odot}$	this work
Model dependent parameters	Values for Model A	Values for Model B
T_{eq}	9500 K	14 800 K
i	50°	90°
V_{crit}	304 km s^{-1}	285 km s^{-1}
V_{eq}	$0.96 V_{\text{crit}}$	$0.79 V_{\text{crit}}$
R_{pol}	$8.3 R_{\odot}$	$9.5 R_{\odot}$

increase of mass loss with rotation as well as anisotropies in the mass ejection and wind density from rotating stars (Maeder 1999; Maeder & Meynet 2000).

Finally, the highly distorted shape of Achernar poses the question of Be stars rotation rate. As argued by several authors (e.g. Cassinelli 1987; Owocki 2003) the formation of out-flowing discs from Be stars remains their central puzzle, where rapid rotation is the crucial piece. Struve's (1931) original vision of a critically rotating star, ejecting material from its equator, has been discarded in the past by observing that Be stars rotate at most 70% or 80% of their critical velocity (typically $\sim 500 \text{ km s}^{-1}$ for a B0V star). However, this statistically observed limit might be biased by the fact that close to or beyond such velocities the diagnosis of Doppler-broadened spectral lines fails to determine the rotation value due to gravity darkening (Owocki 2003; Townsend 1997). We believe that only direct measures of Be star photospheres by interferometry can overcome the challenge to prove whether these objects rotate close, to a few percent, of their critical velocity or not. This have a profound impact on dynamical models of Be stars CSE formation from rapid rotation combined to mechanisms like pulsation, radiation pressure of photospheric hot spots, or expelled plasma by magnetic flares.

Acknowledgements. A.D.S., P.K. and L.A. acknowledge CAPES-Brazil, ESO and CNES-France for financial support respectively. The authors acknowledge support from D. Mourard and his team from OCA-France. LUAN is supported by UNSA and CNRS. Observations with the VLTI became possible thanks to the VLTI team. We are grateful to Drs. N. V. Leister and E. Janot-Pacheco for Achernar's spectra.

References

- Ballereau, D., Chauville, J., & Zorec, J. 1995, *A&AS*, 111, 423
 Bodenheimer, P. 1971, *A&A*, 167, 153
 Cassinelli, J. P. 1987, in *Physics of Be stars*, ed. A. Slettebak, & T. P. Snow (Cambridge: Cambridge Univ. Press), 106
 Chauville, J., Zorec, J., Ballereau, D., et al. 2001, *A&A*, 378, 861
 Claret, A. 2000, *A&A*, 363, 1081
 Cohen, M., Walker, R. G., Carter, B., et al. 1999, *AJ*, 117, 1864
 de Freitas Pacheco, J. A. 1982, *MNRAS*, 199, 591
 Domiciano de Souza, A., Vakili, F., Jankov, S., Janot-Pacheco, E., & Abe, L. 2002, *A&A*, 393, 345
 Glindemann, A., Algomedo, J., Amestica, R., et al. 2003, *Proc. SPIE*, 4838, 89
 Hanbury Brown, R., Davis, J., & Allen, L. R. 1974, *MNRAS*, 167, 121
 Harmanec, P. 1988, *Bull. Astron. Inst. Czechoslovakia*, 39, 329
 Jaschek, M., Slettebak, A., & Jaschek, C. 1981, *Be Star Newsletter*, 4, 9
 Kervella, P., Gitton, Ph., Ségransan, D., et al. 2003a, *Proc. SPIE*, 4838, 858
 Kervella, P., Thévenin, F., Ségransan, D., et al. 2003b, *A&A*, 404, 1087
 Kopal, Z. 1987, *Ap&SS*, 133, 157
 Leister, N. V., & Janot-Pacheco, E. 2003, private commun.
 Maeder, A. 1999, *A&A*, 347, 185
 Maeder, A., & Meynet, G. 2000, *A&ARv*, 38, 143
 Owocki, S. P. 2003, *Proc. IAU Symp.* 215, ed. A. Maeder, & P. Eenens, in press
 Perryman, M. A. C., Lindgren, L., Kovalevsky, J., et al. 1997, *A&A*, 323, L49
 Poeckert, R., & Marlborough, J. M. 1978, *ApJS*, 38, 229
 Reiners, A., & Schmitt, J. H. M. M. 2003, *A&A*, 398, 647
 Roche, E. A. 1837, *Mém. de l'Acad. de Montpellier (Section des Sciences)*, 8, 235
 Ségransan, D., Kervella, P., Forveille, T., & Queloz, D. 2003, *A&A*, 397, L5
 Ségransan, D., Forveille, T., Millan-Gabet, C. P. R., & Traub, W. A. 1999, *ASP Conf. Ser.*, 194, 290
 Slettebak, A. 1982, *ApJ*, 50, 55
 Struve, O. 1931, *ApJ*, 73, 94
 Townsend, R. H. D. 1997, Ph.D. Thesis, Univ. College London
 van Belle, G. T., Ciardi, D. R., Thompson, R. R., Akeson, R. L., & Lada, E. A. 2001, *ApJ*, 559, 1155
 von Zeipel, H. 1924, *MNRAS*, 84, 665
 Yudin, R. V. 2001, *A&A*, 368, 912
 Zahn, J.-P. 1992, *A&A*, 265, 115

3.3.2 Complément à la lettre A&A

Un point clef de l'analyse de nos données interférométriques VLTI-VINCI sur Achernar concerne l'influence d'une éventuelle enveloppe circumstellaire. L'hypothèse d'une enveloppe étendue a été écartée grâce à une étude très complète sur Achernar que nous avons réalisé concernant mesures d'excès infra-rouge, de profils de raie, de polarisation et de diamètre angulaire dans le visible. En particulier, les profils de raie $H\alpha$ obtenus simultanément à la campagne interférométrique ont été décisifs pour conclure qu'Achernar se trouvait dans une phase B normale lors de ces observations. Puisque la lettre A&A ne reflète pas entièrement ce grand travail de fond sur Achernar, je présente ici une description plus détaillée de l'analyse des profils $H\alpha$ ainsi qu'une discussion plus approfondie sur l'hypothèse d'enveloppe étendue à partir de ces spectres et de deux modèles d'étoiles Be.

Grâce à notre collaboration avec N. V. Leister et E. Janot-Pacheco (mon co-directeur de thèse) de l'IAG-USP¹ au Brésil nous avons pu obtenir des spectres $H\alpha$ d'Achernar. Ces spectres ont été observés avec l'instrument FEROS à ESO (résolution spectrale de 48000) en Septembre et Octobre 2002, c'est à dire, pendant nos observations avec le VLTI-VINCI du 11/Sep/2002 au 12/Nov/2002. La Fig. 3.3 (haut) montre un spectre $H\alpha$ clairement en absorption obtenu le 20/Oct/2002 (courbe continue). A titre de comparaison, la figure montre aussi un spectre théorique calculé avec les codes TLUSTY et SYNSPEC (voir chapitre 2) et convolué avec un profil d'élargissement rotationnel pour $v_{\text{eq}} \sin i = 225$ km/s (courbe en tirets). Les calculs ont été effectués hors-ETL avec abondance solaire, température effective $T_{\text{eff}} = 19000K$ et une gravité telle que $\log g = 3.5$, qui sont des valeurs standard pour une étoile B3V. Le spectre théorique avant élargissement rotationnel est donné par la Fig. 3.4 ainsi que l'identification des raies les plus intenses et leurs longueurs d'onde respectives.

La différence entre flux observé et synthétisé est montrée dans la Fig. 3.3 (bas). L'intégrale de la valeur absolue de cette différence correspond à seulement 2% de la contribution du continuum, prise dans une même étendue spectrale. En accord avec cette valeur, la différence relative entre les largeurs équivalentes des deux spectres atteint 1.4%. Ces faibles différences suggèrent que la contribution d'une éventuelle enveloppe circumstellaire est négligeable.

Deux raisons principales nous permettent aussi d'exclure une éventuelle émission de matière par Achernar entre l'observation du profil $H\alpha$ (20/Oct/2002) et la fin de la campagne interférométrique au VLTI (12/Nov/2002). D'abord, les points de V^2 ont un comportement très régulier pendant toute la campagne interférométrique comme nous avons pu constater dans la sous section 3.3.1 (Fig. 3 de Domiciano de Souza et al. 2003). La deuxième preuve de l'absence d'éjection de matière est un autre spectre $H\alpha$ d'Achernar obtenu le 01/Juin/2003 avec le spectrographe UVES au VLT (Fig. 3.5). La forte ressemblance entre ce profil et celui du 20/Oct/2002 (Fig. 3.3) confirme la stationnarité des conditions physiques sur Achernar ainsi que l'absence d'émission comme signature d'une enveloppe circumstellaire.

La combinaison entre cette information spectroscopique et les modèles d'étoiles Be calculés par Poeckert & Marlborough (1978a et 1978b) nous donne une idée plus précise de la contribution relative enveloppe-étoile dans la bande K. La géométrie et la distribution de densité du modèle d'enveloppe de Poeckert & Marlborough (1978a) sont présentés dans la Fig. 3.6 où

¹Institut d'Astronomie, Géophysique et Sciences Atmosphériques de l'Université de São Paulo

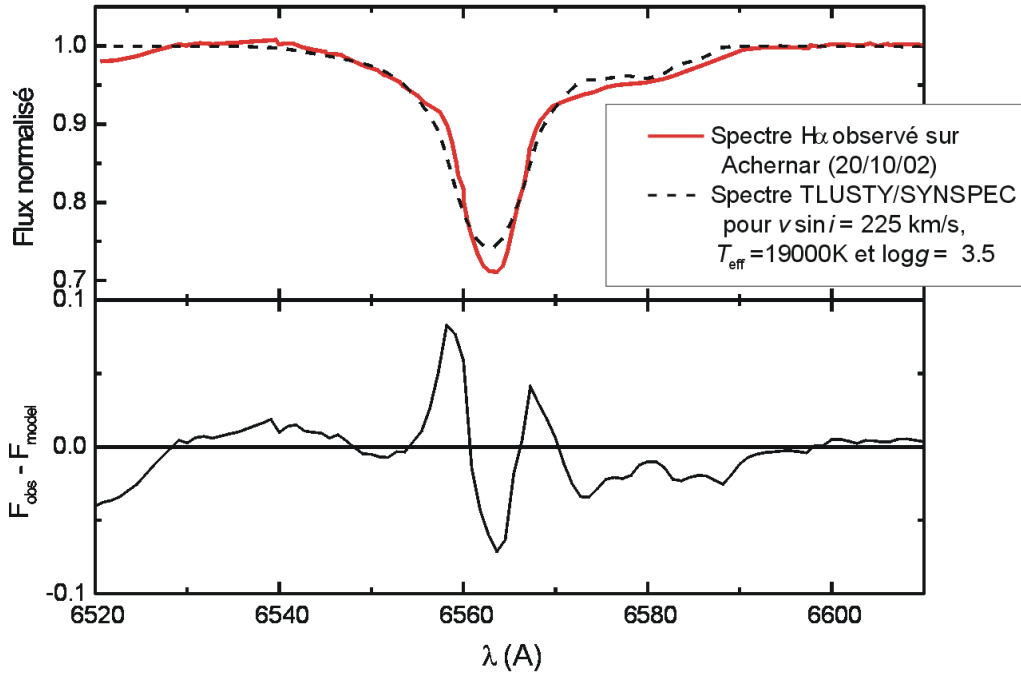


FIG. 3.3 : *Haut :* Spectre $H\alpha$ d'Achernar obtenu le 20/Oct/2002 avec l'instrument FEROS à ESO, i.e., pendant la campagne interférométrique (trait plein; courtoisie de N. V. Leister et E. Janot-Pacheco). La courbe en tirets est un spectre théorique calculé avec TLUSTY et SYNSPEC (détails dans la Fig. 3.4) et convolué avec un profil d'élargissement rotationnel correspondant à $v_{\text{eq}} \sin i = 225$ km/s. *Bas :* Courbe de différence entre observation et modèle. La grande ressemblance entre le profil mesuré et le profil théorique d'une photosphère simple suggère une contribution négligeable d'une éventuelle enveloppe circumstellaire pour Achernar.

l'on voit que l'enveloppe atteint quelques dizaines de rayons stellaires R_* . La Fig. 3.7 montre la raie $H\alpha$ (gauche) et le flux dans le continuum (droite) pour différentes densités de l'enveloppe à l'équateur stellaire ($10^{12} \text{ cm}^{-3} \leq N \leq 10^{14} \text{ cm}^{-3}$) avec $i = 45^\circ$ (graphiques du haut) et $i = 90^\circ$ (graphiques du bas). Dans les graphiques de droite les courbes en trait plein correspondent à l'émission de l'enveloppe dans le continuum, i.e., émission libre-libre et par recombinaison (F_{ff}). Les courbes en pointillé correspondent au flux total (F_{tot}), c'est à dire, à la somme de F_{ff} , du flux photosphérique (F_*) et de la lumière diffusée (F_{diff}).

Prenons comme limite supérieure pour la densité de l'enveloppe d'Achernar la valeur du modèle de Poekert & Marlborough qui correspond à la plus grande densité avant qu'une émission $H\alpha$ devienne significative (largeur équivalente $\simeq 0$). Nous avons donc $\log N = 12.75$ pour $i = 45^\circ$ et $\log N = 13.25$ pour $i = 90^\circ$ (rectangles rouges dans les graphiques de gauche), ce qui nous permet d'estimer la contribution de F_{tot} et de F_{ff} à $2.2 \mu\text{m}$. Cette estimation, représentée par des traits horizontaux rouges dans les graphiques de droite, conduit à $F_{\text{ff}} < 18\% F_{\text{tot}}$ pour $i = 45^\circ$ et $F_{\text{ff}} < 25\% F_{\text{tot}}$ pour $i = 90^\circ$. Pour conclure sur le calcul d'une limite supérieure pour la contribution de l'enveloppe relative au flux de l'étoile nous devons estimer F_{diff} , qui est aussi une composante provenant de l'enveloppe. Poekert & Marlborough (1978a) donnent $F_{\text{diff}} < 3\% F_*$ pour $\log N = 13.5$, ce qui résulte en $F_{\text{env}} = F_{\text{ff}} + F_{\text{diff}} < 26\% F_*$ pour $i = 45^\circ$ et $F_{\text{env}} < 38\% F_*$

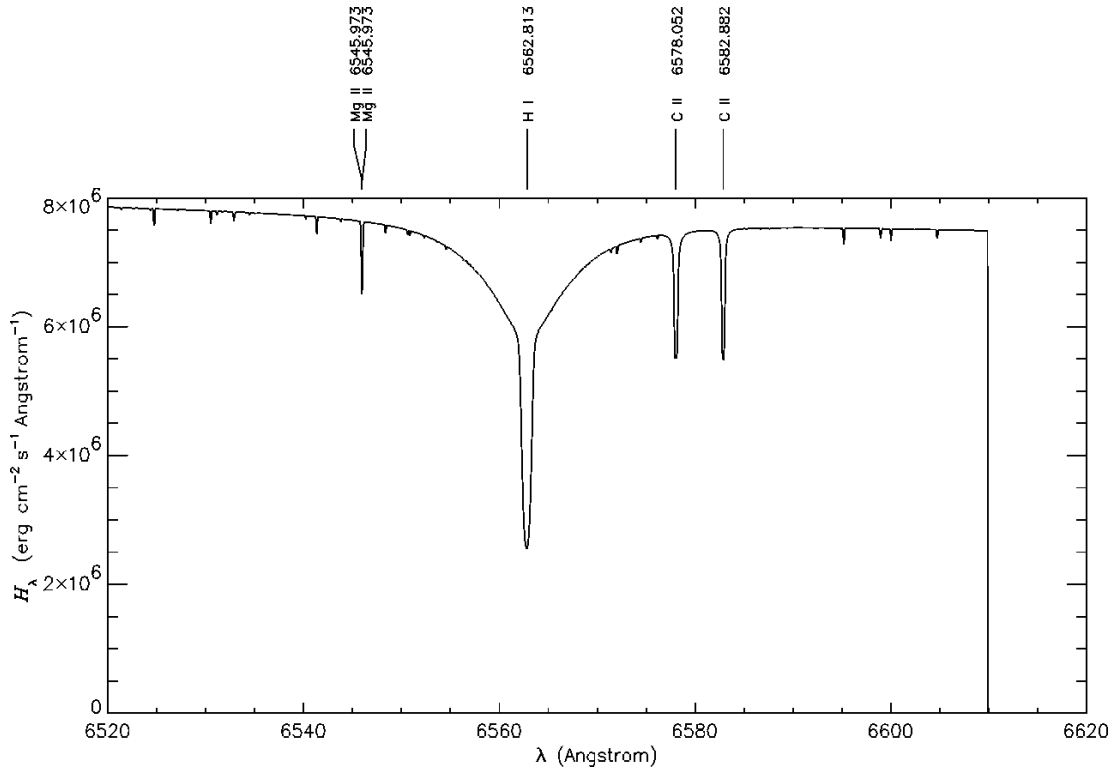


FIG. 3.4 : Profil spectral théorique pour un modèle d'atmosphère plane-parallèle hors-ETL avec abondance solaire, $T_{\text{eff}} = 19000K$ et $\log g = 3.5$, calculée avec les codes TLUSTY et SYNSPEC (voir chapitre 2) autour de la raie $H\alpha$. Les raies les plus intenses sont indiquées avec leurs longueurs d'onde respectives. Une fois convolué avec un profil de rotation pour $v_{\text{eq}} \sin i = 225$ km/s ce modèle ajuste convenablement le spectre observé pour Achernar (Fig. 3.3).

pour $i = 90^\circ$.

Ces résultats confirment l'idée intuitive que F_{tot} est dominé par F_* quand la raie $H\alpha$ est en absorption. En plus, compte tenu du profil $H\alpha$ d'Achernar en forte absorption, ces limites supérieures sont probablement basées sur des valeurs de N très sur-évaluées, de façon que F_{env} a certainement une contribution beaucoup plus faible que les limites établies ci-dessus. Par exemple, pour une densité $\log N = 12.5$ nous avons $F_{\text{env}} \simeq 5\%F_*$ pour les deux inclinaisons considérées précédemment.

Une étude supplémentaire sur l'hypothèse de disque circumstellaire étendu a été réalisée en collaboration avec E. Alecyan, dans le cadre de son stage de DEA avec P. Stee. Les calculs ont été effectués avec le code SIMECA (SIMulation pour Etoiles Chaudes Actives ; Stee & de Araújo 1994, Stee et al. 1995) adapté aux observations interférométriques de disques circumstellaires. En accord avec les estimations ci-dessus, les calculs d'E. Alecyan montrent que le flux stellaire domine complètement le signal interférométrique.

Il est donc clair qu'un modèle de disque circumstellaire avec quelques dizaines de rayons stellaires ne peut pas reproduire les observations interférométriques d'Achernar et en même temps remplir la condition physique d'un profil $H\alpha$ en absorption.

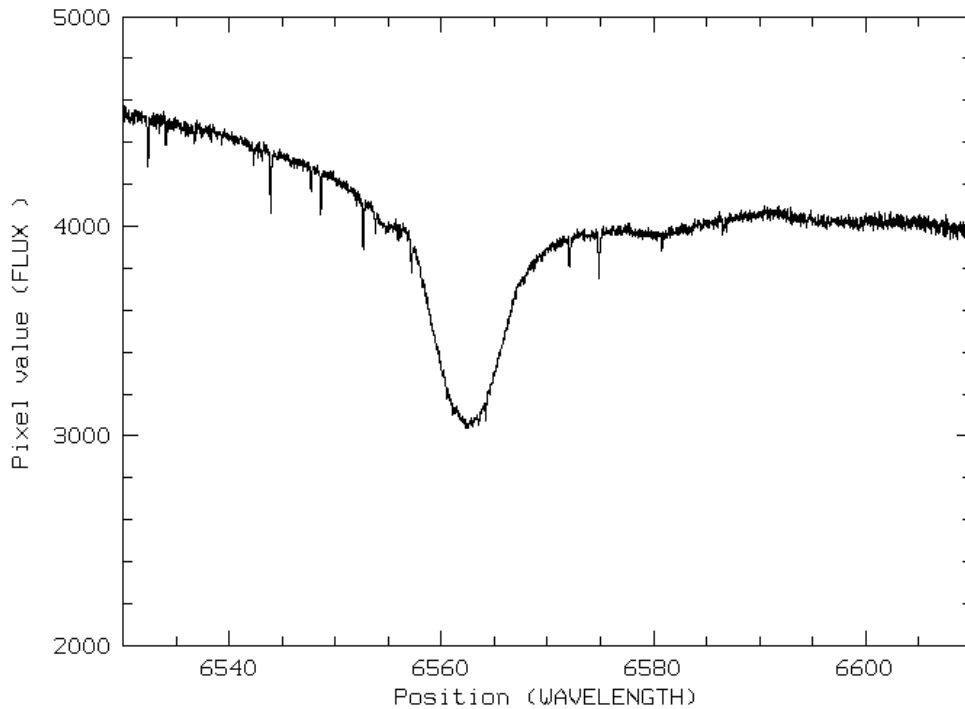


FIG. 3.5 : Profil $H\alpha$ obtenu au 01/Juin/2003 avec le spectrographe UVES au VLT. La ressemblance entre ce profil et celui du 20/Oct/2002 (Fig. 3.3) confirme la stationnarité des conditions physiques sur Achernar ainsi que l'absence d'émission comme signature d'une enveloppe circumstellaire.

3.3.3 Scénarios possibles pour Achernar

D'après les conclusions précédentes, d'autres scénarios sont donc nécessaires pour expliquer la forte asymétrie d'Achernar révélée avec VLTI-VINCI. Cependant, l'ensemble de données sur Achernar imposent le respect des contraintes fortes suivantes :

1. Profil $H\alpha$ en absorption (largeur équivalente $\simeq 3.6 \text{ \AA}$) ;
2. Très faible diamètre angulaire dans la direction du pôle ($2b = 1.62 \pm 0.01 \text{ mas}$). Cette valeur est plus petite que la mesure de Hanbury Brown et al. (1974b) dans le visible, i.e., $\Theta_{UD}(\lambda = 438.5 \text{ nm}) = 1.85 \pm 0.07 \text{ mas}$;
3. Avoir un diamètre équatorial (grand axe $2a$) en bande spectrale H ($\lambda_{\text{eff}} = 1.631 \text{ \mu m}$) légèrement plus petit que la valeur en bande K ($2.53 \pm 0.06 \text{ mas}$). Les diamètres de disque uniforme équivalent en bande H et K sont montrés dans la Fig. 3.8.

Une autre information importante pour l'explication des résultats est la période de 1.26 jours mesurée par Balona et al. (1987) à partir de variations photométriques et de vitesse radiale. Ces auteurs ont interprété cette variation périodique comme étant la période de rotation d'Achernar. Suivant cette interprétation et en adoptant la valeur du rayon équatorial obtenue de nos observations interférométriques ($R_{\text{eq}} = 12.0 R_{\odot}$) nous pouvons déduire une vitesse de rotation équatoriale $v_{\text{eq}} = 482 \text{ km/s}$. La valeur mesurée de la vitesse projetée $v_{\text{eq}} \sin i = 225 \text{ km/s}$ implique donc une inclinaison de $i = 28^\circ$!

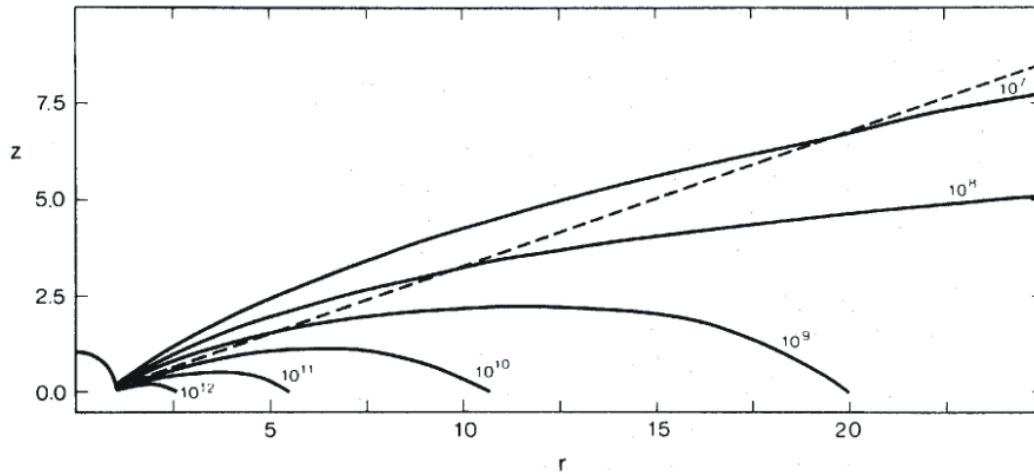


FIG. 3.6 : Géométrie et courbes d'iso-densité (cm^{-3} dans le plan méridien (r en fonction de z). Les coordonnées r et z sont données en unités de rayon stellaire R_* . La courbe en tirets est la limite supérieure de l'enveloppe utilisée dans le calcul numérique. (Fig. de Poekert & Marlborough 1978a)

La faible valeur de la période de rotation (1.26 jours) doit être confirmée par des observations plus récentes et sensibles surtout pour vérifier la présence de modes de PNR et/ou de rotation différentielle. Ces deux mécanismes peuvent créer une variation périodique du même ordre, mais pas identique, à la période de rotation à l'équateur d'Achernar. En tout cas, les estimations ci-dessus convergent dans le même sens que les observations interférométriques, c'est à dire, qu'il semble qu'Achernar tourne avec une vitesse proche de sa vitesse critique et qu'elle n'est pas vue par l'équateur, mais plutôt avec une inclinaison intermédiaire entre 30° et 60° environ.

A ce stade deux hypothèses, mutuellement non-exclusives, peuvent être envisagées comme les plus probables : (I) disque équatorial peu étendu avec i élevé ou (II) étoile en rotation différentielle interne.

I) Disque équatorial peu étendu

Une enveloppe de gaz ayant la forme d'un disque équatorial de faible dimension vu à i élevé pourrait mimer la signature interférométrique d'une étoile très aplatie. J'ai testé cette hypothèse avec une modélisation analytique empirique, c'est à dire, avec un modèle d'étoile peu aplatie ayant un disque équatorial sous forme d'ellipse à brillance uniforme.

Ce modèle simple, qui respecte toute fois le rapport de flux enveloppe-étoile estimé des profils $H\alpha$ (cf. sous-section 3.3.2), rend l'hypothèse d'aplatissement dû à une enveloppe peu étendue très improbable. En effet, ce scénario est particulièrement sensible aux contraintes observationnelles listées ci-dessus, qui imposent des fortes limitations en taille, inclinaison et densité de l'enveloppe. Par exemple, à partir de la contrainte 2 (avoir un petit diamètre dans la direction du pôle) la taille et l'inclinaison de l'enveloppe ne doivent pas avoir une configuration telle que le disque équatorial "déborde" dans les directions des pôles. De plus, la faible différence entre les diamètres équatoriaux en bandes H et K contraint fortement la densité de

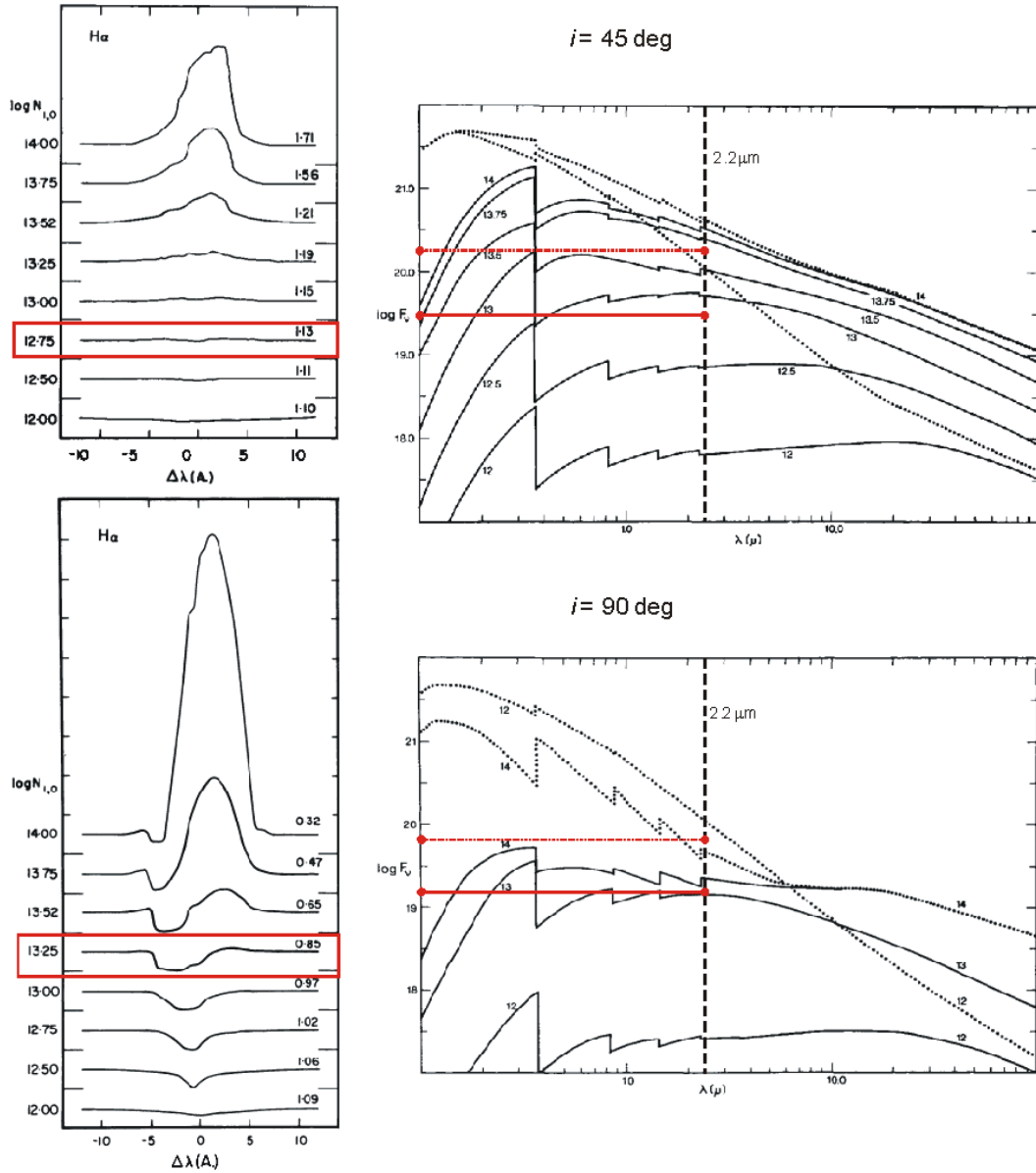


FIG. 3.7 : Profils $H\alpha$ (gauche) et flux dans le continuum (droite) pour modèles d'étoiles Be avec différentes densités de l'enveloppe à l'équateur photosphérique ($N_{1,0}$) et inclinaison (i). Dans les graphiques de droite les courbes en trait plein correspondent à l'émission de l'enveloppe dans le continuum et les courbes en pointillé correspondent au flux total. Les lignes rouges permettent d'estimer une limite supérieure de la contribution de l'enveloppe comparée à celle de l'étoile centrale à $2.2 \mu\text{m}$ (voir détails dans le texte). (adapté des Figs. de Poeckert & Marlborough 1978b)

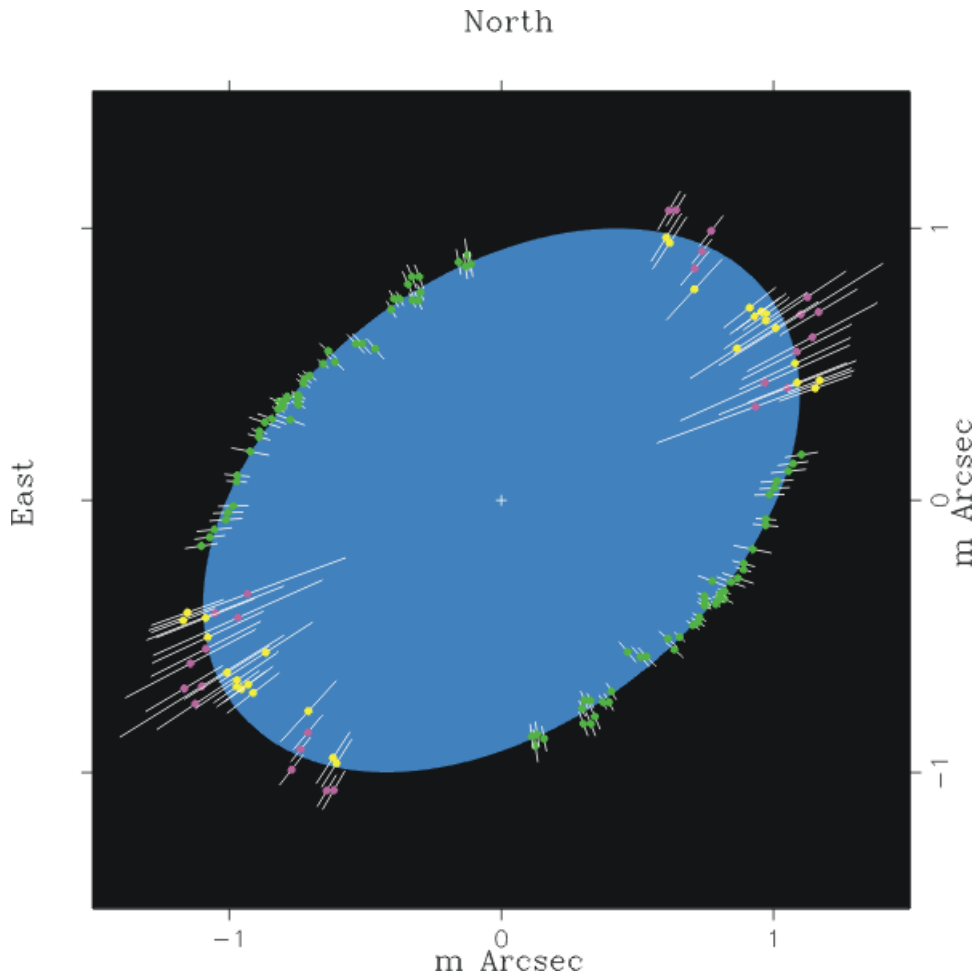


FIG. 3.8 : Diamètres de disque uniforme équivalent en bandes H et K obtenus à partir des points de V^2 . Les points verts et magenta correspondent à la bande K, i.e., les mêmes présentés dans la sous section 3.3.1 (Fig. 3 de Domiciano de Souza et al. 2003). Les 14 points jaunes correspondant à la bande H ($\lambda_{\text{eff}} = 1.631 \mu\text{m}$) ont été obtenus au VLTI-VINCI entre le 20 et le 30 Juillet 2002 sur la base de 66 m (E0-G1 ; voir Fig. 1 de Domiciano de Souza et al. 2003), avec les sidérostats et avec le recombineur de faisceaux IONIC. Les observations en bande H, qui sont en accord avec celles en bande K, suggèrent un diamètre équatorial équivalent ($2a$) légèrement plus petit que la valeur en bande K (2.53 ± 0.06 mas). L'ajustement d'une ellipse à l'ensemble des données en bande H et K résulte en un grand axe $2a = 2.47 \pm 0.05$ mas, un petit axe $2b = 1.63 \pm 0.01$ mas, une orientation du petit axe $\alpha_0 = 40^\circ \pm 1^\circ$ (Nord-Est) et un rapport $2a/2b = 1.52 \pm 0.04$.

l'enveloppe puisque la contribution relative enveloppe-étoile diminue rapidement en dessous de $2 \mu\text{m}$, ce qu'on peut voir dans la Fig. 3.7.

Nos conclusions ont été confirmées par une modélisation plus consistante effectuée par E. Alecyan qui a comparé nos mesures avec le modèle de P. Stee (cf. sous-section 3.3.2) pour une taille réduite d'enveloppe également. De plus, la contrainte imposée par le profil $H\alpha$ en absorption est la plus difficile à respecter. En effet, Sprengers (1998) a adopté un modèle de disque peu étendu et dense pour interpréter simultanément des observations spectroscopiques dans les raies $H\alpha$, $Br\alpha$ ($4.0523 \mu\text{m}$) et $H\text{I } 12-8$ ($10.5038 \mu\text{m}$). La raie $H\alpha$ est en absorption avec une faible émission sur les ailes et les deux autres raies sont en émission. Le modèle adopté est celui proposé par Waters (1986) qui suppose un disque équatorial avec un angle d'ouverture fini et une loi de densité :

$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{R_*} \right)^{-n} \quad (3.2)$$

où ρ_0 est la densité du disque à la surface stellaire et n est le gradient radial de densité. Les raies $Br\alpha$ et $H\text{I } 12-8$ peuvent être reproduites avec un disque de $2R_*$ mais cela résulte en une raie $H\alpha$ en forte émission.

Nous pouvons donc conclure que, jusqu'à présent, il n'existe aucun modèle d'enveloppe circumstellaire physiquement consistant satisfaisant l'ensemble des observations d'Achernar.

II) Rotation différentielle interne

Le deuxième scénario que j'ai examiné pour reproduire les observations interférométriques d'Achernar est celui de la rotation différentielle interne. Divers travaux sur ce sujet existent comme par exemple ceux de Bodenheimer (1971), Zorec (1986), Zahn (1992), Maeder (1999).

Quand la vitesse angulaire de rotation Ω croît vers l'intérieur stellaire nous pouvons accumuler une quantité beaucoup plus importante de moment angulaire comparé au cas où Ω est constant. Dans ce cas des modifications significatives de la structure stellaire à cause de la rotation sont attendues. En particulier, la morphologie d'une étoile en rotation différentielle est distincte de celle de la rotation uniforme. La Fig. 3.9, extraite de Bodenheimer (1971), présente une coupe méridienne de la carte de densité pour une étoile avec une distribution de moment angulaire par unité de masse donnée par :

$$j(m) = \frac{J}{M} 2.5 \left[1 - (1 - m)^{2/3} \right] \quad (3.3)$$

où M et J sont respectivement la masse et le moment angulaire total de l'étoile, et m est la masse dans un cylindre de rayon ϖ aligné avec l'axe de rotation stellaire. Cette loi correspond à une étoile formée par la contraction d'un nuage proto-stellaire sphérique de densité uniforme, initialement en rotation rigide et pour un régime de conservation du moment angulaire par surfaces cylindriques.

Les calculs ont été réalisés pour trois vitesses équatoriales différentes ($v_{\text{eq}} = 158, 291$ et 422 km/s), correspondant respectivement à trois rapports de rayons équatorial sur polaire $R_{\text{eq}}/R_{\text{p}}$ de 1.2, 1.6 et 2.7. Notons que dans ces modèles le rayon polaire n'est pas directement visible parce que l'étoile est creuse dans les régions polaires ! A cause de cette forme particulière, le

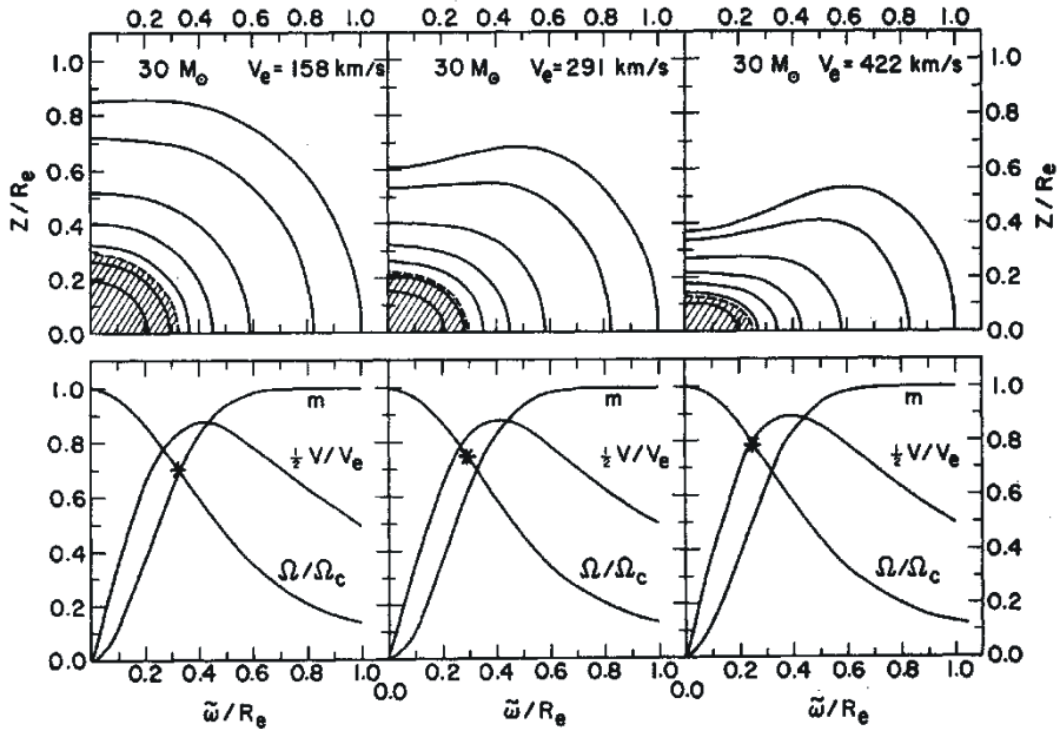


FIG. 3.9 : Coupe méridienne des surfaces iso-densité pour une étoile ayant une distribution de moment angulaire donnée par l'Eq. 3.3. Les calculs ont été réalisés pour trois vitesses équatoriales différentes ($v_{\text{eq}} = 158, 291$ et 422 km/s) qui résultent, respectivement, en trois rapports de rayons équatorial sur polaire ($R_{\text{eq}}/R_{\text{p}} = 1.2, 1.6$ et 2.7). La ligne du bas montre, en fonction de $\tilde{\omega}/R_{\text{eq}}$ (distance à l'axe de rotation normalisée par R_{eq}), la vitesse angulaire Ω relativement à celle au centre de l'étoile Ω_{c} , la fraction de la masse m et la vitesse linéaire v relative à v_{eq} . La limite de la zone convective est indiquée par le symbole *.

rapport entre le rayon équatorial et le rayon maximum dans la direction parallèle au pôle est 1.2, 1.5 et 1.9. Ce sont là des modèles capables d'expliquer l'aplatissement observé sur Achernar, d'un point géométrique du moins.

La présence de la rotation différentielle n'est pas une condition suffisante pour que l'étoile soit fortement déformée : le Soleil en est un exemple. Une quantité souvent utilisée dans les calculs d'étoiles en rotation et qui informe sur l'aplatissement est le rapport :

$$\tau = \frac{K}{|W|} \quad (3.4)$$

où K est l'énergie cinétique de rotation et W l'énergie potentielle gravitationnelle. Le théorème du virial impose τ entre 0 (sphère) et 0.5 (aplatissement infini). En termes de τ , les trois cas de la Fig. 3.9 correspondent, de gauche à droite, à $\tau = 0.023, 0.078$ et 0.160 .

Un autre exemple de modèle de rotation différentielle interne est celui proposé par Zahn (1992) basé cette fois-ci sur une loi de rotation non-conservative qui suppose que l'accélération centrifuge ne peut pas être déterminée à partir d'un potentiel. Maeder (1999) a montré en utilisant le modèle de rotation "shellular" de Zahn dans l'approximation de rotation lente ($\Omega = \Omega(r)$), que l'aplatissement de l'étoile est aussi plus fort que dans le cas de la rotation rigide.

L'hypothèse de rotation différentielle est la plus vraisemblable puisqu'elle est automatiquement compatible avec toutes les contraintes observationnelles. Il est fort probable donc que nos observations interférométriques d'Achernar constituent la première preuve directe de la rotation différentielle interne des étoiles. Cela confirme et revalorise les divers travaux théoriques sur la rotation stellaire qui prévoient une multitude d'effets comme la perte de masse et de moment angulaire anisotropique, le transport d'éléments chimiques et du moment angulaire, la circulation méridienne, entre autres. En particulier la rotation différentielle provoque des changements dans l'effet von Zeipel comparé avec la rotation uniforme (e.g. Cannon Smith & Worley 1974, Kippenhahn 1977, Maeder 1999 ; voir aussi Eq. 2.36).

Cette analyse approfondie de l'ensemble des données sur Achernar se poursuivra après ma thèse et nous espérons avoir d'autres observations, notamment avec VLTI-AMBER à partir de 2004. Cependant, quelque soit l'explication de la forte asymétrie mesurée à partir de l'interférométrie, elle aura des conséquences importantes sur notre connaissance de la structure et de l'évolution des étoiles en rotation, et plus particulièrement sur la physique des étoiles Be.

Pour terminer cette section remarquons que la rotation différentielle est également responsable de phénomènes liés à l'activité stellaire comme la formation de taches de température et d'abondance à cause de champs magnétiques et/ou du cisaillement entre régions du gaz de vitesses différentes, l'effet dynamo dans les étoiles avec couches externes convectives, entre autres. Ces effets sont présents même pour une rotation lente comme témoigné par le Soleil. Ainsi, la première étape d'une étude plus approfondie de la rotation différentielle sous l'angle de la HRA mérite d'être réalisée dans l'approximation d'une étoile sphérique ($\tau \ll 0.5$). Cette première étude est présentée dans la section suivante où je ne considère que les effets liés à un champ de vitesse dû à la rotation différentielle dans les photosphères d'étoiles sphériques.

3.4 Rotation différentielle et son impact sur les photosphères stellaires

Conforme la discussion présentée à la fin de la dernière section nous allons étudier ici la rotation différentielle du point de vue de la spectro-interférométrie et dans l'approximation d'une étoile sphérique. Le modèle physique utilisé est celui présenté dans le chapitre 2. Avant de présenter cette étude (sous-section 3.4.2) je décris brièvement quelques méthodes de mesure de la rotation différentielle.

3.4.1 Introduction aux méthodes de détermination de la rotation différentielle

Le premier indice montrant que les étoiles ne tournent pas toujours comme des corps rigides a été apportée au XVII^{ème} siècle par les travaux de G. Galilei et C. Scheiner sur le mouvement des taches solaires. Une représentation satisfaisante de la rotation différentielle à la surface du Soleil est :

$$\Omega(l) = \Omega_{\text{eq}}(1 - \alpha \sin^2 l) \quad (3.5)$$

où Ω et Ω_{eq} sont les vitesses de rotation angulaire respectivement à la latitude l et à l'équateur. Le coefficient de la rotation différentielle α peut être négatif (Ω plus élevé aux pôles) ou positif (Ω

plus élevé à l'équateur). L'Eq. 3.5 étant habituellement adoptée dans les travaux sur la rotation différentielle stellaire, les résultats présentés par la suite sont basés sur cette loi de rotation. A titre de référence, pour le Soleil nous avons $\Omega_{\text{eq}} = 14^{\circ}37$ deg/jour et $\alpha = 0.22$, bien qu'actuellement un terme proportionnel à $\sin^4 l$ soit souvent rajouté dans l'analyse (chapitre 1 de Tassoul 2000 et ses références).

La mesure de la rotation différentielle du Soleil et surtout des autres étoiles est une des clefs pour la compréhension de divers mécanismes physiques qui opèrent dans ces objets. Par exemple, il est bien établi que la rotation stellaire, combinée à la convection, est responsable de la structuration des lignes de champ magnétique et du maintien de l'effet dynamo. Récemment Markiel & Thomas (1999 et leurs références) ont démontré que la prise en compte de la rotation différentielle est cruciale dans la modélisation de la dynamo solaire. Ainsi, la rotation différentielle, à travers l'effet dynamo, est à l'origine de plusieurs phénomènes liés à l'activité stellaire comme l'apparition de taches, l'émission de rayons X et les cycles d'activité.

Le problème de la disparition du Li est un autre exemple où la rotation différentielle semble jouer un rôle important. Après les premières mesures d'abondance du Li il était accepté que sa disparition dépendait uniquement de la profondeur de la couche convective externe pour les étoiles froides. Pourtant, plusieurs observations réalisées depuis une dizaine d'années suggèrent un scénario beaucoup plus complexe, avec notamment l'influence majeure de la rotation. Balachandran (1990) a montré que les étoiles pauvres en Li tournent plus lentement, mais que quelques exceptions subsistent, en particulier dans les étoiles F naines. Les résultats de Reiners & Schmitt (2002a et 2003) suggèrent que la rotation différentielle dans les étoiles en rotation relativement rapide ($v_{\text{eq}} \sin i > 15$ km/s) est la cause de la faible abondance de Li pour ces "exceptions". La rotation différentielle serait donc responsable d'un processus de mélange efficace qui amène à la destruction du Li même avant que l'étoile évolue notablement et que le freinage magnétique ait eu le temps de diminuer considérablement sa vitesse de rotation (Reiners & Schmitt 2002a et 2003 ; Balachandran 1990).

Malgré son grand intérêt pour l'Astronomie, la mesure de la rotation différentielle sur les étoiles autres que le Soleil est assez difficile puisque les instruments d'aujourd'hui ont une résolution angulaire encore trop faible pour permettre une identification directe de taches ou autres d'inhomogénéités de surface. Cependant, des méthodes indirectes existent pour mettre en évidence la rotation différentielle et cela constitue un domaine de la physique stellaire en pleine expansion. Par exemple Donati & Collier Cameron (1997) et Collier Cameron et al. (2002) ont mesuré la rotation différentielle de l'étoile K0V AB Dor en utilisant la technique de l'imagerie Doppler (voir aussi la discussion de la section 4.2).

Une autre possibilité est la mesure de variations périodiques de l'émission dans le coeur des raies chromosphériques H et K du Ca II (e.g. Donahue et al. 1996). Par analogie avec le Soleil cette variation saisonnière des périodes de rotation (ΔP) obtenues à partir des raies du Ca II peut être interprétée comme résultat de la migration des régions actives de hautes latitudes vers l'équateur. Dans cette hypothèse ΔP est donc une mesure de la rotation différentielle entre l'équateur et les latitudes maximales atteintes par les régions actives.

Comme dernier exemple de méthode de mesure de la rotation différentielle je cite celui de la transformée de Fourier (TF) de raies spectrales (Carroll 1933a, 1933b). Différents travaux

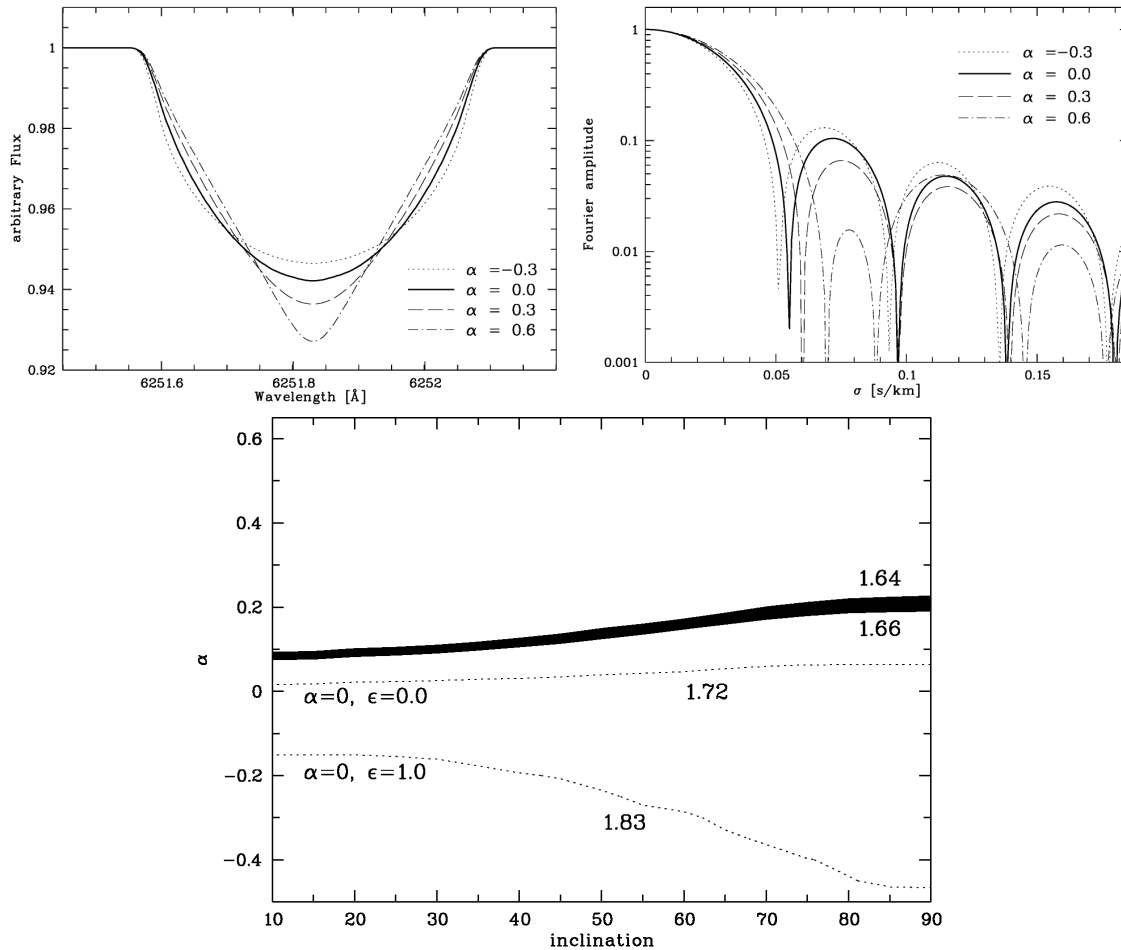


FIG. 3.10 : Haut : Illustration de la méthode de détection de la rotation différentielle par la transformée de Fourier (TF) de raies spectrales. Les profils photosphériques (gauche) ainsi que l'amplitude de leur TF (droite) varient avec le coefficient de rotation différentielle α (Eq. 3.5). Les calculs ont été réalisés pour une étoile vue par l'équateur avec un coefficient d'assombrissement centre-bord linéaire égal à 0.6. En bas : Détection de la rotation différentielle sur l'étoile F5V ψ Cap par la TF de raies spectrales. Ce diagramme démontre le rapport entre les fréquences de Fourier (σ) du deuxième et du premier zéro de la TF des raies spectrales (q_2/q_1) en fonction de α et de l'inclinaison i . ψ Cap est identifiée comme étant un rotateur différentiel puisque la valeur obtenue ($1.64 \leq q_2/q_1 \leq 1.66$) est en dehors de la zone comprise entre les courbes en pointillés, i.e, rotation uniforme ($\alpha = 0$) et assombrissement centre-bord linéaire avec un coefficient ϵ variant de 0 à 1. Notez que α et surtout i ne sont pas assez contraints par cette méthode. (Figs. de Reiners & Schmitt 2002b)

ont utilisé cette méthode (e.g. Gray 1977, 1982 et Bruning 1981), mais les résultats les plus conclusifs ont été obtenus par A. Reiners (e.g. Reiners et al. 2001, Reiners & Schmit 2002b et 2003) avec des spectres à très haute résolution ($R > 10^5$). En supposant une loi définie par l'Eq. 3.5, Reiners & Schmitt (2003) ont déterminé la rotation différentielle de dix étoiles F et G sur un ensemble de 32 (un catalogue en ligne est disponible sur le site WEB du CDS).

La Fig. 3.10 de Reiners & Schmit (2002b) illustre comment la rotation différentielle peut être détectée par la méthode de la TF de raies spectrales. Les graphiques du haut montrent les profils photosphériques (gauche) et l'amplitude de leur TF (droite) en fonction du coefficient de rotation différentielle α (Eq. 3.5). Les positions (fréquences de Fourier) des zéros de la TF sont assez utiles pour la détection de la rotation différentielle puisqu'elles ne dépendent pas de la forme, souvent inconnue, du profil spectral intrinsèque de l'étoile, c'est à dire, du profil spectral que l'étoile aurait en l'absence de rotation. Les résolutions spectrales accessibles actuellement permettent une estimation précise des positions des deux premiers zéros de la TF, désignés par les symboles q_1 et q_2 . Le graphique du bas montre le rapport entre les fréquences de Fourier du deuxième et du premier zéro de la TF des raies spectrales (q_2/q_1) en fonction de α et i . La valeur de q_2/q_1 obtenue pour l'étoile F5V ψ Cap dépasse les limites accessibles par la rotation uniforme, même en faisant varier le coefficient d'assombriement centre-bord linéaire ε entre 0 et 1. Cela suffit pour identifier ψ Cap comme étant un rotateur différentiel, mais c'est insuffisant pour déterminer précisément le coefficient α et surtout l'inclinaison i .

Malgré la possibilité de détecter la rotation différentielle avec une grande efficacité certaines limitations subsistent dans la méthode de la TF de raies spectrales :

1. Les paramètres α et i ne peuvent pas être déterminés séparément. Reiners & Schmitt (2003) donnent des approximations polynomiales définissant la relation entre α et $\sqrt{\sin i}$ en fonction de q_2/q_1 , comme par exemple :

$$\frac{\alpha}{\sqrt{\sin i}} = 2.74 - 5.16 \left(\frac{q_2}{q_1} \right) + 4.32 \left(\frac{q_2}{q_1} \right)^2 - 1.3 \left(\frac{q_2}{q_1} \right)^3 \quad (3.6)$$

valide pour $q_2/q_1 < 1.72$ ($\alpha > 0$) et $i > 10^\circ$.

2. Certaines configurations de taches stellaires peuvent simuler la signature de la rotation différentielle sur q_2/q_1 (Reiners & Schmitt 2002c). Parmi ces configurations les taches polaires peuvent avoir $q_2/q_1 > 1.83$, i.e., des valeurs similaires à celles attendues pour $\alpha < 0$.
3. Détection ambiguë pour $1.72 > q_2/q_1 > 1.83$, i.e., dans les limites atteintes par une étoile en rotation uniforme et assombriement centre-bord.
4. Seules les fréquences de Fourier correspondant aux positions des zéros permettent effectivement de mesurer la rotation différentielle. Toutes les autres fréquences sont ignorées même si elles contiennent de l'information utile.
5. Pour $v_{\text{eq}} \sin i < 10$ km/s la méthode ne marche plus puisque l'élargissement des raies spectrales dû à la rotation devient du même ordre de grandeur que d'autres effets d'élargissement tels que la macroturbulence.

En raison du besoin croissant de méthodes efficaces capables de déterminer précisément la rotation différentielle j'ai exploré l'application de la spectro-interférométrie pour dépasser les limitations intrinsèques des mesures spectroscopiques. Les résultats de cette recherche sont présentés ci-après.

3.4.2 Détermination de la rotation différentielle et de l'inclinaison stellaire par la spectro-interférométrie

Ici je montre que l'application de la méthode de la TF à des observations spectro-interférométriques permet d'estimer non seulement la rotation différentielle mais aussi l'orientation de l'axe de rotation de l'étoile dans l'espace. De plus, cette méthode permet de s'affranchir des quatre premières limitations rencontrées par la spectroscopie seule (cf. liste à la fin de la dernière sous-section).

Ces résultats seront publiés en 2004 dans la revue *Astronomy & Astrophysics*, dont la copie de l'article se trouve ci-après. La section 2 de l'article présente les équations de base de la spectro-interférométrie (similaire au texte d'introduction dans la section 1.2 de ce manuscrit). Les sections 3 et 4 décrivent les signatures de la rotation différentielle sur les raies spectrales et les photocentres ainsi que les bénéfices de l'utilisation de la TF de ce type d'observable interférométrique. Dans l'annexe A du papier les spectres et photocentres sont écrits comme étant des convolutions, d'où l'avantage de l'utilisation de la TF. Les expressions analytiques dans l'approximation d'étoile en rotation uniforme avec assombrissement centre-bord sont déduites dans l'annexe B. Ces expressions sont utilisées comme référence pour la méthode.

Une discussion sur la détermination auto-consistante des paramètres du modèle se trouve dans la section 5, ainsi qu'une étude sur les performances instrumentales nécessaires à la technique proposée. A court terme, VLTI-AMBER est probablement le seul spectro-interféromètre capable d'étudier la rotation différentielle suivant la méthode que je propose. Comme suite de ce travail nous avons soumis un programme d'observation au VLTI-AMBER qui a déjà été accepté avec $\simeq 20$ h d'observation (voir aussi chapitre 4).

Un point intéressant du papier qui mérite d'être développé d'avantage est le fait que la méthode proposée enlève l'ambiguïté d'interprétation entre taches et rotation différentielle puisque celles-ci présentent des signatures distinctes sur les photocentres. Ainsi, la spectro-interférométrie permet une détection robuste de la rotation différentielle même pour $\alpha < 0$ à l'inverse de la spectroscopie seule.

De plus, la possibilité de mesurer (1) l'inclinaison i de l'axe de rotation stellaire et (2) l'orientation de cet axe par rapport à un repère dans le plan du ciel (Fig. 1 du papier par exemple) constitue un sous-produit très important de la technique proposée. Dans l'avenir nous pouvons espérer contraindre l'orientation 3D de l'axe de rotation pour un grand nombre d'étoiles grâce au développement de spectro-interféromètres plus performants et dans l'hypothèse très probable où la plupart des étoiles présentent une rotation différentielle non négligeable.

Une mesure de cette orientation 3D de l'axe de rotation servirait à déterminer si la différence entre le $v_{\text{eq}} \sin i$ des étoiles du champ et des amas ouverts vient, au moins en partie, d'un alignement partiel des axes de rotation des étoiles des amas. Avec cette information sur l'orientation de l'axe de rotation nous pouvons aussi réaliser une étude plus précise sur les régions d'activité

magnétique dans les surfaces stellaires et sur la formation et migration de taches (Gray 1989).

Pour terminer remarquons également qu'une technique capable de mesurer l'orientation 3D de l'axe de rotation stellaire apporte une contribution importante à l'étude de systèmes multiples en général et à l'exo-planétologie particulier. En effet, j'ai examiné cette possibilité avec mes collègues L. Abe et F. Vakili, dont les résultats ont été présentés en 2003 à la réunion de la SF2A (Domiciano et al. 2003). La technique de vitesse radiale utilisée avec un grand succès pour la détection d'exo-planètes (e.g. Mayor & Queloz 1995, Marcy & Butler 1998) ne peut donner qu'une limite inférieure à la masse de ces compagnons ($M_p \sin i$). Ainsi, en supposant que l'orbite des exo-planètes se situe dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation de l'étoile, la mesure de i permet une évaluation plus précise de leur masse.

De plus, la connaissance de l'orientation 3D du système planète(s)-étoile, combinée aux informations obtenues par la méthode de vitesse radiale, permet d'estimer la position apparente des exo-planètes sur le ciel. Cette information a priori sur la position des exo-planètes devrait augmenter significativement les chances d'une détection directe par les nouvelles techniques d'imagerie à très haute dynamique, notamment par la coronographie stellaire (e.g. Soummer et al. 2003 et Abe, Domiciano de Souza, Vakili & Gay 2003).

*Stellar differential rotation and inclination angle from
spectro-interferometry*

A. Domiciano de Souza, J. Zorec, S. Jankov , F. Vakili, L. Abe & E. Janot-Pacheco
2004, article sous presse dans la revue *Astronomy & Astrophysics*

Stellar differential rotation and inclination angle from spectro-interferometry

A. Domiciano de Souza^{1,2,3}, J. Zorec⁴, S. Jankov^{1,2,5}, F. Vakili^{1,2}, L. Abe¹, and E. Janot-Pacheco⁶

¹ Laboratoire Universitaire d'Astrophysique de Nice (LUAN) - UMR 6525, Univ. de Nice-Sophia Antipolis, Parc Valrose, 06108 Nice Cedex 02, France

² Observatoire de la Côte d'Azur (OCA), Dépt. Fresnel, UMR 6528, Av. Nicolas Copernic, 06130 Grasse, France

³ Max-Planck-Institut für Radioastronomie, Auf dem Hügel 69, 53121 Bonn, Germany

⁴ Institut d'Astrophysique de PARIS (IAP), 98bis, Bd Arago, 75014 Paris, France

⁵ Astronomical Observatory Belgrade, MNTRS 1940, Volgina 7, 11050 Beograd, Yugoslavia

⁶ Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo (IAG-USP), CP 9638, 01065-970 São Paulo (SP), Brazil

Received 5 May 2003 / Accepted 15 January 2004

Abstract. Differential interferometry (DI) is a technique that combines high spectral resolution with high spatial resolution. It is particularly suited to probe mechanisms that induce chromatic signatures, such as large scale mass motions. We thus investigate the use of DI combined with the Fourier transform method to study the stellar surface differential rotation. We show that, compared to spectroscopy, DI has the double advantage of allowing the use of all available Fourier frequencies as well as of disentangling the stellar differential rotation rate and the inclination angle. We derive some reference analytical expressions of DI observables. It is shown that the foreseen instrumental performances of the spectro-interferometer VLTI/AMBER are high enough to study the stellar differential rotation.

Key words. techniques: high angular resolution – techniques: interferometric – techniques: spectroscopic – methods: data analysis – stars: rotation

1. Introduction

On the stellar surface horizontal shear velocity fields may exist owing to a variety of phenomena such as convection, meridional circulation, turbulence, rotationally induced global and local hydrodynamical and magneto-hydrodynamical instabilities, non-radial pulsations and zonal flows. Neglecting small-scale motions of material, which redistribute the effective mean atomic-line absorption coefficient, the presence of large scale velocity fields in the external layers of the star lead to measurable Doppler line broadenings (Huang & Struve 1953). These large-scale motions can significantly distort, either deepening or shallowing, the spectral line profiles in comparison with those predicted by classical models of uniformly rotating stars. Departures from uniform rotation were analyzed in the past by many authors. For instance see Gray (1982), Stoeckley & Buscombe (1987), Gies & Kullavanijaya (1988), Cranmer & Collins (1993), Zorec (1994), Jankov et al. (2001), among others.

A powerful technique for measuring subtle features in stellar spectral lines is the Fourier transform (FT) method (e.g.

Gray 1973, 1975). Since the positions of the FT zeroes are insensitive to the characteristics of the local line profiles, they make it possible to infer several stellar parameters such as the projected rotational velocity and the differential rotation. When it comes to differential rotation, several authors have shown that it cannot be disentangled from the stellar aspect angle (inclination) if only spectroscopic data are used (Gray 1977; Bruning 1981; Reiners & Schmitt 2002, 2003).

It is then important to scrutinize the possibility of detecting and measuring large-scale motions in stellar surfaces using new observing techniques. Among them, the use of differential interferometry (DI; Beckers 1982; Labeyrie 1970) together with the FT method, can be suitable (Vakili et al. 1997; Jankov et al. 2001). DI combines high spectral and spatial (or angular) resolution data.

The advantages of combining FT of DI data to determine the stellar angular diameter were put forward by Chelli & Petrov (1995a,b) and Petrov et al. (1995). They showed that by this technique the influence of the local profile is removed in all Fourier frequencies and that consistent results can be obtained, even though the angular resolution is not very high. Following these findings, we analyse here the performances of DI com-

bined with FT to study the stellar surface differential rotation and the way of disentangling the inclination angle from it.

An introductory description of the DI theory is given in Sect. 2, where we present the concepts of *differential phase* and *photocenter*. In Sect. 4.2 we introduce the test differential rotation law adopted in this work, show examples of radial velocity maps and illustrate the differential rotation signatures on DI observables (spectra and photocenters). In Sect. 4 we explore a wide range of the parameter space in order to inquire into the behavior of spectra and photocenters, as well as into their FT. In this section we also show that the stellar inclination and the differential rotation rate can be disentangled by DI observations combined with the FT method. In Appendix A we develop the corresponding mathematical grounds showing that, for arbitrary surface velocity fields and uniform local line profile, spectra and photocenters across the line profiles can be expressed as convolutions. In Sect. 5 we point out a possible self-consistent parameter determination and discuss shortly some instrumental requirements for DI observations of differentially rotating stars. The summary and the main conclusions are gathered in Sect. 6. The needed reference analytical expressions of DI observables and their FT for a limb darkened uniformly rotating star are given in Appendix B.

2. Basics on differential interferometry

2.1. Differential phase in the interferometric fringes

The image $\iota(\mathbf{r}, \lambda)$ of a target obtained by an astronomical instrument at the wavelength λ is defined by the following convolution:

$$\iota(\mathbf{r}, \lambda) = I(\mathbf{r}, \lambda) * A(\mathbf{r}, \lambda) \quad (1)$$

where the vector \mathbf{r} is the position on the sky, $I(\mathbf{r}, \lambda)$ is brightness distribution of the object projected onto the sky, called “intensity map” and $A(\mathbf{r}, \lambda)$ is the point spread function (PSF) due to the instrument and the terrestrial atmosphere.

The time-averaged cross spectrum \mathcal{W} between two images recorded simultaneously in a narrow spectral channel centered at λ and a wider reference channel centered at λ_r is:

$$\mathcal{W}(\mathbf{u}, \lambda, \lambda_r) = \langle \tilde{I}(\mathbf{u}, \lambda) \tilde{A}(\mathbf{u}, \lambda) \tilde{I}^*(\mathbf{u}, \lambda_r) \tilde{A}^*(\mathbf{u}, \lambda_r) \rangle \quad (2)$$

where $\langle \rangle$ represents the ensemble average operation, \tilde{I} and \tilde{A} are the Fourier transforms of I and A respectively, and the symbol $*$ represents the complex conjugate quantity. The vector \mathbf{u} is the spatial frequency associated with \mathbf{r} . In this paper we consider the use of DI combined with long baseline interferometry, so that \mathbf{u} is given by the vector $\mathbf{B}_{\text{proj}}/\lambda$, where the modulus B_{proj} is the sky-projected baseline that is considered much larger than the individual telescope aperture.

If $|\lambda - \lambda_r|$ is small enough (~ 10 nm), Eq. (2) can be simplified assuming that the PSF is wavelength-independent inside this spectral range:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}(\mathbf{u}, \lambda, \lambda_r) &= \tilde{I}(\mathbf{u}, \lambda) \tilde{I}^*(\mathbf{u}, \lambda_r) \langle |\tilde{A}(\mathbf{u})|^2 \rangle \\ &= |\mathcal{W}| e^{\phi(\mathbf{u}, \lambda, \lambda_r)} \end{aligned} \quad (3)$$

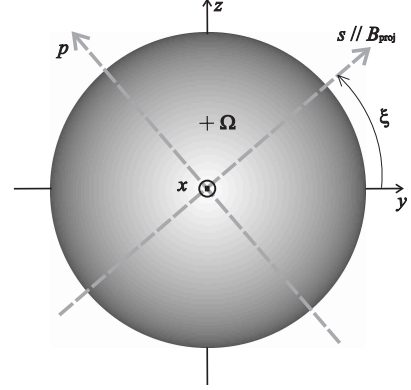


Fig. 1. Adopted reference system for a rotating star. The cross indicates the point where the rotation axis crosses the stellar surface. The x axis points towards the observer and the (y, z) plane describes the sky plane. The rotation axis forms an angle i (not shown in the figure) with the observer direction and its projection onto the sky is parallel to the z axis. The sky-projected interferometer baseline \mathbf{B}_{proj} forms an angle ξ with the y axis and defines a new sky-projected coordinate system (s, p) , where s (spectrograph slit direction) is parallel to \mathbf{B}_{proj} . All spatial coordinates are measured in angular units.

where the instrumental transfer function $\langle |\tilde{A}(\mathbf{u})|^2 \rangle$ is real and positive. Note the interesting property of the phase ϕ of \mathcal{W} (*differential phase*), because it is independent of the instrument and contains direct information about the target (Chelli & Petrov 1995a,b).

2.2. Line spectra and photocenters

Most stars have angular diameters \oslash much smaller than the highest spatial resolution attainable by presently operating interferometers, so that $\mathbf{u} \cdot \mathbf{r} \ll 1$. Even in this case, however, it is still possible to obtain high angular resolution information using DI. This becomes clear by considering only the zero and first order terms of a Maclaurin expansion of $\tilde{I}(\mathbf{u}, \lambda)$ (Jankov et al. 2001). The differential phase can then be written as:

$$\phi(\mathbf{u}, \lambda, \lambda_r) = -2\pi \mathbf{u} \cdot [\boldsymbol{\epsilon}(\lambda) - \boldsymbol{\epsilon}(\lambda_r)]. \quad (4)$$

The vector quantities $\boldsymbol{\epsilon}(\lambda)$ and $\boldsymbol{\epsilon}(\lambda_r)$ are called *photocenters* for λ and λ_r respectively. A photocenter is the center of gravity of the intensity map I (photometric barycenter) measured in angular units. The usual procedure in DI is to take λ_r on the adjacent continuum of a spectral line and to put $\boldsymbol{\epsilon}(\lambda_r) = 0$, which does not imply any loss of generality. Adopting the cartesian reference frame depicted in Fig. 1, we can write:

$$\boldsymbol{\epsilon}(\lambda) = \epsilon_y(\lambda) \hat{y} + \epsilon_z(\lambda) \hat{z} \quad (5)$$

with the components ϵ_y and ϵ_z given by:

$$\epsilon_j(\lambda) = \frac{\iint j I(y, z, \lambda) dy dz}{F(\lambda)}; \quad j = y, z \quad (6)$$

where \hat{y} and \hat{z} are unit vectors. $F(\lambda)$ is the stellar spectral flux:

$$F(\lambda) = \iint I(y, z, \lambda) dy dz. \quad (7)$$

Integrations in Eqs. (6) and (7) are done over the visible stellar disc. $F(\lambda)$ is the zero order moment of the intensity map, while $\epsilon_y(\lambda) F(\lambda)$ and $\epsilon_z(\lambda) F(\lambda)$ are the first order moments.

For a given \mathbf{B}_{proj} the measured ϕ includes information from both ϵ_y and ϵ_z (Eqs. (4) and (5)). The y and z components of ϵ can, however, be separated by a vector projection of data obtained simultaneously in at least two distinct baseline position angles and/or by using the temporal evolution of the vector ϵ resulting from Earth rotation (e.g. Jankov et al. 2001; Domiciano de Souza et al. 2003). In this paper we let ξ free (ξ is the angle between the y axis and \mathbf{B}_{proj} as indicated in Fig. 1) and study separately the two perpendicular projections ϵ_y and ϵ_z . A first order estimate of ξ , and thus of the orientation of the rotation axis on the sky plane, can be evaluated using the rigid-rotator approximation. For example at $\xi = 0^\circ$ one has $\epsilon = \epsilon_y \hat{y}$ (maximum contribution of ϵ_y) and conversely for $\xi = 90^\circ$ one has $\epsilon = \epsilon_z \hat{z}$ (maximum contribution of ϵ_z , which is zero for rigid rotation). In the general case of a differentially rotating star we consider ξ an unknown parameter as commented in Sect. 5.2.

3. Differential rotation signatures on DI observables

3.1. Latitudinal differential rotation law

Hereafter we consider the commonly used solar-like latitudinal angular differential rotation law:

$$\Omega(l) = \Omega_{\text{eq}} (1 - \alpha \sin^2 l) = \frac{V_{\text{eq}}}{R} (1 - \alpha \sin^2 l) \quad (8)$$

where l is the latitude and Ω_{eq} and V_{eq} are the angular and linear velocity at the equator, respectively. The differential rotation parameter α can be negative (acceleration of Ω towards the pole) or positive (acceleration of Ω towards the equator). Other laws than Eq. (8) could be chosen, but the main conclusions reached in this paper should not change significantly. Also, we assume that the star is spherical with linear radius R , with uniform surface gravity (g) and effective temperature (T_{eff}).

As interferometry measures angular sizes, all spatial coordinates are given in angular units, which requires one to the stellar distance d to relate spatial and angular quantities. Thus, the linear rotational velocity projected onto the observer direction (V_{proj}) is given by:

$$V_{\text{proj}}(l) = [\boldsymbol{\Omega}(l) \otimes \mathbf{r}]_x d = -y d \Omega(l) \sin i. \quad (9)$$

Thus, from Eqs. (8) and (9), V_{proj} can be written as a function of the sky angular coordinates y and z of the reference frame of Fig. 1 as:

$$V_{\text{proj}}(y, z) = -\frac{y}{\rho} V_{\text{eq}} \sin i \left[1 - \alpha \left(\frac{z}{\rho} \sin i + \frac{x}{\rho} \cos i \right)^2 \right] \quad (10)$$

where $\rho = R d^{-1}$ is the stellar angular radius. Throughout this paper we adopt the sign convention according to which a positive velocity corresponds to displacements towards the observer. The x coordinate can be replaced by the known relation $x = +\sqrt{\rho^2 - y^2 - z^2}$, for it corresponds to the visible stellar disc. Contrary to the case of rigid rotation ($\alpha = 0$), it follows

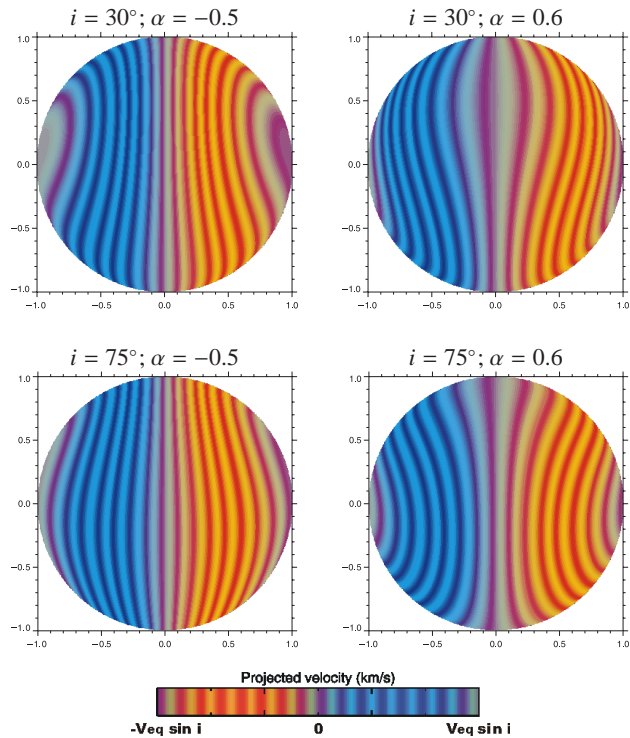


Fig. 2. Radial velocity maps for several combinations of i and α . A positive velocity corresponds to displacements towards the observer (blue shifts). For differential rotation, regions of constant projected velocity (equal velocity strips) are not straight vertical ones as is the case for rigid rotation ($\alpha = 0$). A direct consequence of these curved equal velocity strips is that the radial velocity maps become functions of the aspect angle i . Abscissas (y) and ordinates (z) are given in units of stellar radius.

from Eq. (10) that the curves of constant radial velocity are not straight vertical lines, i.e., they are not defined by $y = \text{const}$. Figure 2 shows 2D maps of V_{proj} (hereafter called radial velocity map) for selected combinations of i and α . Note that the radial velocity maps do not depend on the specific value of V_{eq} , but only on α and i . To make clear the studied effects, Fig. 2 as well as most of the following graphical presentations are done for rather high $|\alpha|$, inspired by the values inferred by Stoeckley & Buscombe (1987). In Sect. 4.3, where the way of disentangling α and i is presented, calculations are performed, however, for a wide range of $|\alpha|$ values beginning from $|\alpha| = 0$.

3.2. On the assumption of spherical objects

No specific mechanism producing a differential rotation is studied in this work, nor do we intend to apply it for a specific type of objects. In principle they can be as different as stars and planets. We then also let free the surface rotational law sketched by Eq. (8) and leave the possibility of having extreme cases such as equatorially-accelerated zonal flows where $\alpha > 0$, or hypothetically contracting objects with cylindrical-like local angular momentum conservation, corresponding to $\alpha < 0$. Recently, Oláh et al. (2003) measured $\alpha < 0$ in the RS CVn star UZ Lib.

For simplicity we assumed spherical objects. The present formulation precludes application to stars with geometrical de-

formations, like in rigid rotators where the concomitant gravitational darkening effect cannot be neglected. To set the upper limit on rotational velocities at which our method can still be used in the present form, let us assume that the differences between the values of polar and equatorial local effective temperatures induced by the rotation do not exceed 5%, i.e. the average expected uncertainties in the current T_{eff} determinations of stars. Using a Roche model for the stellar surface equipotential, this implies $T_{\text{polar}}/T_{\text{eq}} \approx (1 + 0.5\eta)^{1/2} \lesssim 1.05$, so that $\eta = \omega^2[R_{\text{eq}}(\omega)/R_{\text{p}}]^3 \lesssim 0.21$ ($\omega =$ ratio of angular velocities Ω/Ω_c with Ω_c the critical rate) and thus, $\omega \lesssim 0.66$ and $R_{\text{eq}}/R_{\text{p}} \lesssim 1.10$. This sets the sought upper limit for the equatorial velocities at $V_{\text{eq}} \lesssim 0.52 V_c \approx 180(M/R_0)^{1/2} \text{ km s}^{-1}$ (both mass M and the non deformed stellar radius R_0 are in solar units). Thus, as a reasonable upper limit of linear velocities at which our formulation can still be valid, in our numerical examples we adopted $V_{\text{eq}} \sin i = 100 \text{ km s}^{-1}$. We recall, however, that in fast rotators seen pole-on the deviation from sphericity of the sky-projected stellar disc is negligible. Also in this case, the whole observed hemisphere reflects an average effective temperature that is close to the T_{eff} of the star at rest. The geometrical deformations and the gravitational darkening effect can however be taken into account and this will be done elsewhere. For the present contribution, our aim is only to sketch the basics of the method, for which these effects will unnecessarily burden its presentation.

3.3. Numerical model

To obtain the DI observables (Eqs. (6) and (7)) we need to calculate the specific intensity emerging from every visible point of the stellar disc as well as a rotation law that provides the wavelength Doppler shifts of the emerging line radiation. This is necessary in order to define completely the intensity map $I(y, z, \lambda)$.

Intensity maps I have been obtained from the codes TLUSTY and SYNSPEC (Hubeny 1988; Hubeny & Lanz 1995), which calculate the specific intensity emerging from each visible grid point. The stellar grid, with each corresponding physical parameter, is calculated with a modified version of the code BRUCE (Townsend 1997). To obtain the photocenters and line spectra, integrations in Eqs. (6) and (7) are performed numerically. This interferometry-oriented model also calculates the amplitudes of \mathcal{W} and differential phases directly from the FT of the monochromatic intensity maps (Eq. (3); for details see Domiciano de Souza et al. 2002). Thus, I is completely defined by a set of input parameters defining the stellar atmosphere, the required spectral range, and the rotation law. Throughout this paper we analyse the effects due to the differential rotation in the frame of a hot star and adopt as working stellar parameters $V_{\text{eq}} \sin i = 100 \text{ km s}^{-1}$, $\log g = 4.0$, $T_{\text{eff}} = 20\,000 \text{ K}$, and the line He I $\lambda 5876$. The He I $\lambda 5876$ line has several components and it is affected by Stark broadening (Dimitrijevic & Sahal-Brechot 1990), which makes it asymmetric. Calculated line intensity profiles for several limb angles μ are shown in Fig. 3. In spite of the intrinsic asymmetry of the He I line the characteristics of the predicted DI observables

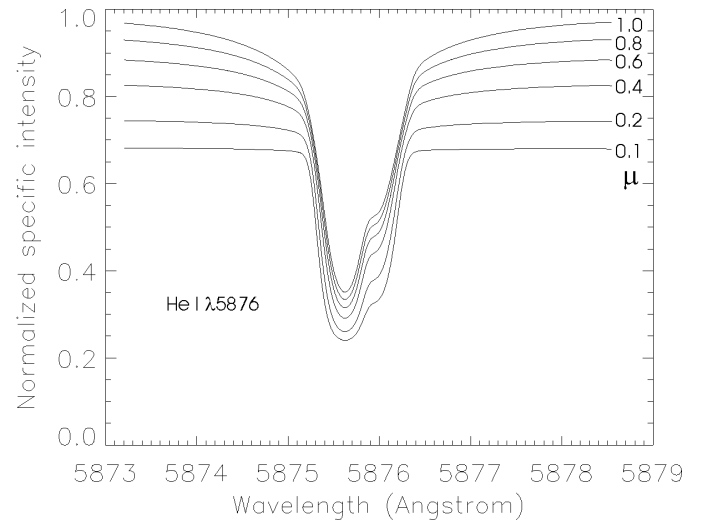


Fig. 3. Specific intensity $I(\lambda, y, z) = I(\lambda, \mu)$ of model He I $\lambda 5876$ line profiles obtained for $\log g = 4.0$, $T_{\text{eff}} = 20\,000 \text{ K}$ and $\mu = 0.1$ to 1.0 . The line profiles are normalized to the local continuum intensity at $\mu = 1.0$.

concerning differential rotation depend on the stellar differential rotation law but not on the intrinsic shape of the spectral line (Sect. 4.2). The photocenter displacements (Eq. (6)) are due to the differences in the length and shape of constant radial velocity curves as seen projected in the sky according to a given aspect angle.

Figure 4 (left) shows the DI observables for $i = 45^\circ$, and $\alpha = +0.6$. The photocenters are given in units of stellar angular radius ρ , and the stellar flux is normalized to the continuum. To clarify the wavelength dependence of the photocenters, Fig. 4 (right) shows the intensity maps associated to the curves on the left at four selected wavelengths (λ_a , λ_b , λ_c and λ_d).

For λ_a and λ_b the photometric barycenter (filled circle) shifts towards the upper right quadrant of the stellar disc, i.e., both photocenter components are positive. The open circles indicate the geometrical center of the stellar visible disc. At λ_c the photometric barycenter shifts almost vertically towards the bottom ($\epsilon_y = 0$ and $\epsilon_z < 0$). Finally, for λ_d the photometric barycenter shifts towards the upper left quadrant, so that $\epsilon_y < 0$ and $\epsilon_z > 0$.

4. Parameter determination by Fourier analysis

A powerful tool to derive information spectra and photocenters is the use of FT. For spectroscopic data these techniques were applied by many authors (cf. Gray 1977; Bruning 1981; Reiners & Schmitt 2002, 2003). Here, we extend the FT method to DI and show how this combined technique can disentangle the differential rotation parameter α and the stellar inclination i .

4.1. On the nature and choice of spectral lines

The limb darkening across spectral lines can be more or less strongly dependent on the wavelength (Collins & Truax 1995). Weak spectral lines with collision-dominated source functions

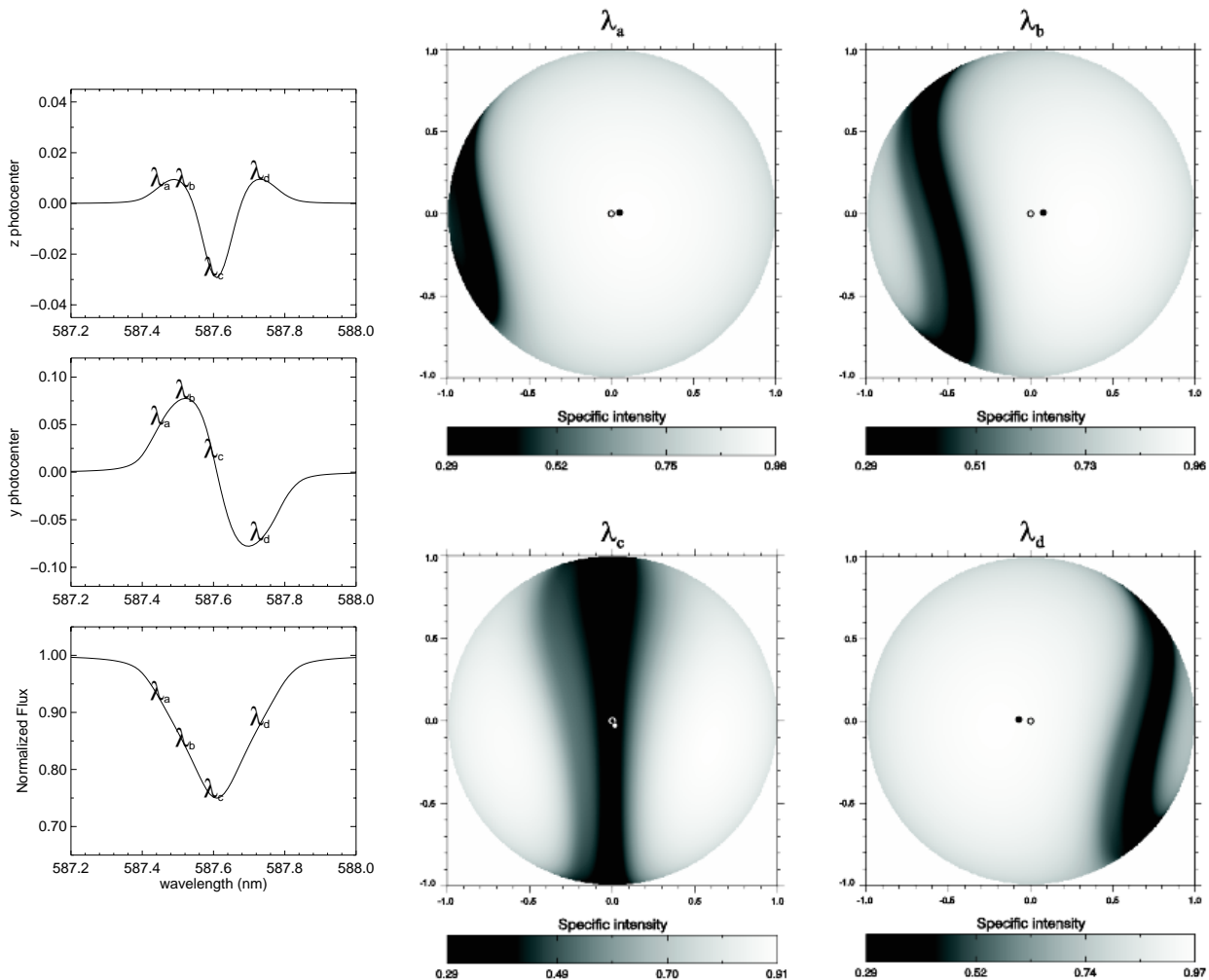


Fig. 4. *Left:* photocenter components, ϵ_z (*top*) and ϵ_y (*middle*), and the normalized spectral flux (*bottom*) across the asymmetric He I $\lambda 5876$ line. The calculations were performed for $V_{\text{eq}} \sin i = 100 \text{ km s}^{-1}$, $\log g = 4.0$, $T_{\text{eff}} = 20\,000 \text{ K}$, $i = 45^\circ$, and $\alpha = 0.6$. Photocenter components are given in units of angular stellar radius ρ . The letters indicate selected wavelengths corresponding to a region in the blue line wing (λ_a), the highest ϵ_y value (λ_b), the central wavelength (λ_c), and the most positive value of ϵ_z (λ_d). *Right:* intensity maps associated to the DI observables on the left side at the four selected wavelengths. The curved dark patterns correspond to Doppler shifts of the local line profile caused by differential rotation. These non-symmetrical intensity maps result in a displacement of the stellar photometric barycenter, i.e., the photocenter (filled circles), relative to the geometrical center (opened circles).

(Thomas 1965; Mihalas 1978) and affected as little as possible by pressure broadening effects (e.g. Stark) are expected to have limb darkening over the whole profile that is fairly the same as in the local continuum. The specific intensity of a spectral line can then be represented as a product of the fixed line profile and continuum where only the continuum intensity is affected by the limb darkening. On the other hand, strong lines with photoionization-dominated source functions (Thomas 1965; Mihalas 1978) and subject to broadenings like the Stark effect may have specific intensities in the cores that hardly show any dependence on the limb angle μ , while their wings and the local continuum do vary strongly. In such cases, a marked dependence with wavelength of the limb darkening within the line is expected and the line intensity cannot be represented by a simple product of the constant line profile and the limb darkening-dependent continuum.

The limb darkening in the He I $\lambda 5876$ line profile calculated in Sect. 3.3 and represented as $I_\lambda(\mu)/I_\lambda(\mu = 1) = 1 - \epsilon_\lambda(1 - \mu)$

is characterized by $\epsilon_\lambda = 0.24 \pm 0.01$ in the wings and in the core of the line, while $\epsilon_\lambda = 0.16 \pm 0.03$ in the line sides near the FWHM. As we noted in Sect. 3.3, the line undergoes large Stark broadening. We shall, however, use the following simple analytical representation of the intensity map for easy handling of the FT method and make more clear the advantages of its use:

$$I(\lambda, y, z) = H\left(\lambda + \lambda_0 \frac{V_{\text{proj}}(y, z)}{c}\right) I_c(y, z). \quad (11)$$

This approximation assumes a fixed shape of the intrinsic line profile H over the whole stellar disc. The specific intensity of the local continuum radiation I_c , which includes limb darkening, is assumed wavelength independent over the narrow wavelength range of the studied spectral line.

Reiners & Schmitt (2002) showed that the complete modelling of $H(\lambda)$ is in general not necessary to determine differential rotation, except for very slow rotators. Moreover, in

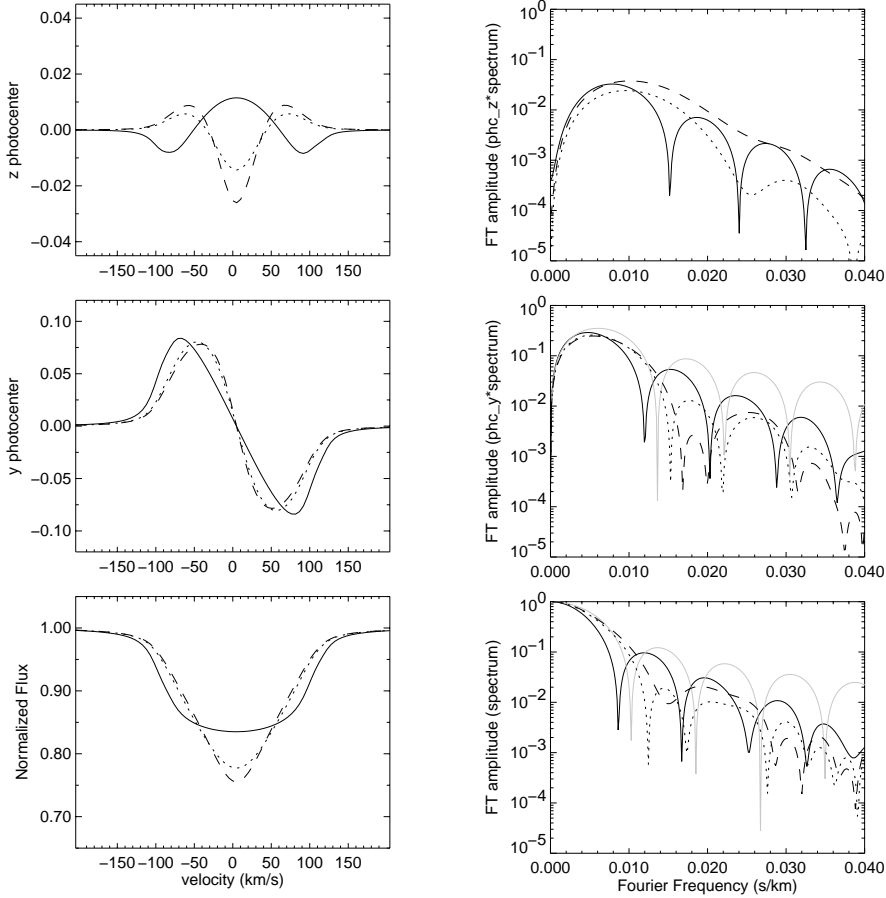


Fig. 5. *Left:* photocenter components, ϵ_z (top) and ϵ_y (middle), given in units of angular stellar radius. The line spectrum normalized to the local continuum flux is shown at the bottom. The calculations were performed for the asymmetric He I $\lambda 5876$ line, with $V_{\text{eq}} \sin i = 100 \text{ km s}^{-1}$, $\log g = 4.0$, $T_{\text{eff}} = 20\,000 \text{ K}$ and $i = 45^\circ$. The curves correspond to a differential rotation parameter α equal to -0.5 (solid), 0.35 (dots) and 0.6 (dashes). *Right:* FT amplitudes of $F(\lambda)$, $\epsilon_y(\lambda)F(\lambda)$, and $\epsilon_z(\lambda)F(\lambda)$ (Eq. (13)), normalized to the local continuum flux. Note that line styles correspond to the left curves and that they depend strongly on α . The solid grey curves in the FT amplitudes of $F(\lambda)$ and $\epsilon_y(\lambda)F(\lambda)$ are the reference analytical Fourier transforms of the rotation broadening functions for uniform rotation and a linear limb darkening parameter $\varepsilon = 0.23$ (see Appendix B). We recall that in the case of uniform rotation $\epsilon_z(\lambda) = 0$, so that there is no grey curve in the upper right panel, i.e., $\text{FT}(\epsilon_z(\lambda)F(\lambda)) = 0$.

Sect. 5.2 we shall compare the determination of α and i using Eq. (11) with that obtained from detailed model line profiles calculated in Sect. 3.3 (see Fig. 3). This comparison will prove that the use of the simple and handy relation above (Eq. (11)) produces sensibly the same results as the use of detailed calculations.

4.2. Differential rotation signatures in the Fourier domain

According to the above approximations, it follows that the photocenters (Eq. (6)) and spectra (Eq. (7)) can be written as convolutions (for more details see Appendix A):

$$\begin{pmatrix} F(\lambda) \\ \epsilon_y(\lambda) \\ \epsilon_z(\lambda) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ F^{-1}(\lambda) \\ F^{-1}(\lambda) \end{pmatrix} H(\lambda) * \begin{pmatrix} G(\lambda) \\ G_y(\lambda) \\ G_z(\lambda) \end{pmatrix} \quad (12)$$

where G , G_y , and G_z are the rotational broadening functions associated to $F(\lambda)$ and to the (y, z) -photocenter components, respectively. In Eq. (12) only the rotational broadening func-

tions do carry information on global stellar parameters such as differential rotation, stellar inclination and limb darkening.

Applying the well known convolution theorem to the FT of the zero and first order moments of the intensity map, i.e., to $F(\lambda)$, $\epsilon_y(\lambda)F(\lambda)$, and $\epsilon_z(\lambda)F(\lambda)$, we obtain:

$$\text{FT} \begin{pmatrix} F(\lambda) \\ \epsilon_y(\lambda)F(\lambda) \\ \epsilon_z(\lambda)F(\lambda) \end{pmatrix} = \tilde{H}(\sigma) \times \begin{pmatrix} \tilde{G}(\sigma) \\ \tilde{G}_y(\sigma) \\ \tilde{G}_z(\sigma) \end{pmatrix} \quad (13)$$

where $\text{FT}()$ is the Fourier transform operator and the tilded quantities represent the respective Fourier transforms. As for Eq. (12) in order to not burden this section with analytical developments, we display in Appendix B the expressions of the rotational broadening functions and their FT in the approximation of uniform rotation and linear limb darkening.

Figure 5 depicts the dependence of the DI observables on the differential rotation parameter α in the velocity (left) and in the Fourier (right) domains. Throughout this paper the Fourier frequencies were normalized so that the first zero position of a star with uniform rotation and no limb darkening is located

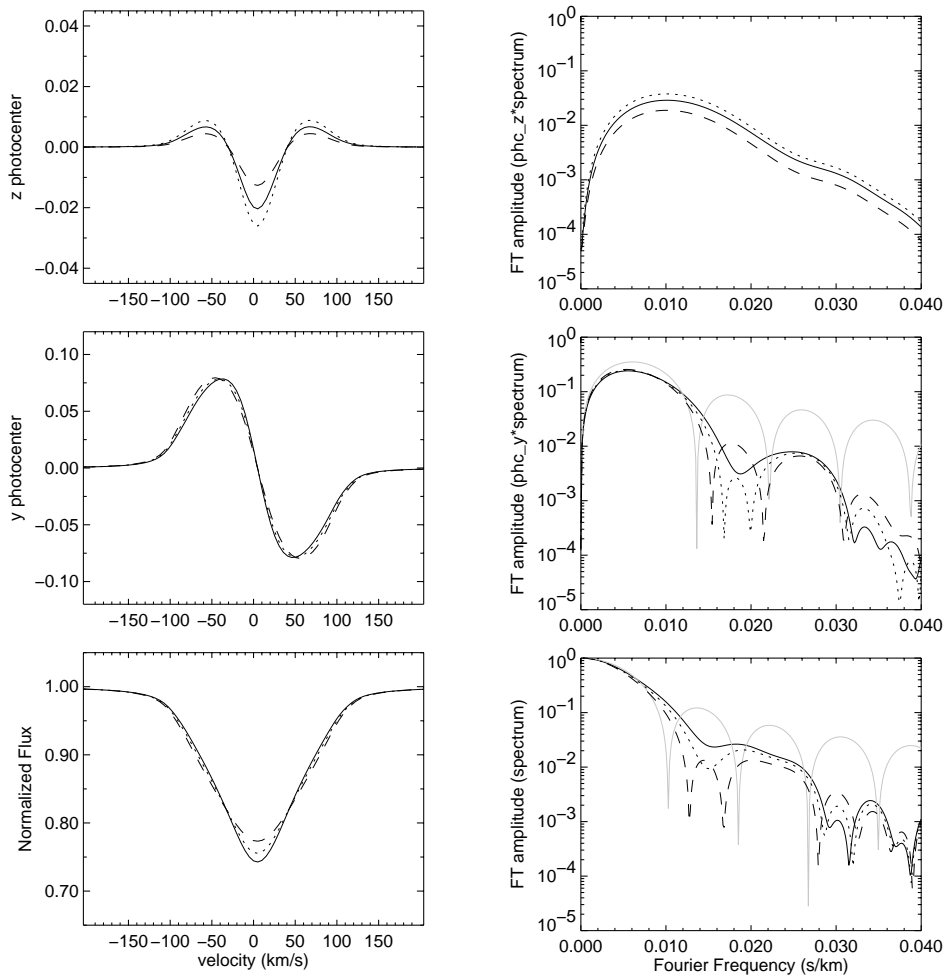


Fig. 6. Same as Fig. 5 but for $\alpha = 0.60$. The curves correspond to i equal to 25° (solid), 45° (dots) and 75° (dashes).

at $(V_{\text{eq}} \sin i)^{-1}$, which is equal to 0.01 s/km in our case. Note, in particular, that the sign of ϵ_z is inverted when we change from $\alpha < 0$ to $\alpha > 0$. The right column shows the respective FT amplitudes of $\epsilon_z(\lambda)F(\lambda)$, $\epsilon_y(\lambda)F(\lambda)$ and $F(\lambda)$, normalized to the local continuum flux. In the abscissa we have the Fourier frequency σ , which is given in units of inverse velocity (s/km). Note that the positions of the FT zeros and the shape of lobes depend strongly on α .

The dependence of the DI observables on i for $\alpha = 0.6$ is shown in Fig. 6, while Fig. 7 is for $\alpha = -0.50$. In both cases the inclination is 25° (solid), 45° (dots), and 75° (dashes). These two figures show that all DI observables are sensitive to i , but not in the same way. The differential rotation signature on ϵ_z is the strongest for $i = 45^\circ$, while it is of intermediate amplitude in ϵ_y and F . Moreover, for $\alpha > 0$ the positions of zeros in the Fourier domain are highly dependent on i , resulting in secondary lobes shallowed or disappearing entirely in some cases, while for $\alpha < 0$ this dependence is much weaker.

For the sake of a rapid comparison, in Figs. 5–7 we also show (grey curves) the analytical solutions for the FT of the rotational broadening functions derived in Appendix B ($\epsilon_z(\lambda) = 0$ and thus $\bar{G}_z = 0$ at uniform rotation). These curves correspond to a linear limb darkening parameter $\varepsilon = 0.23$, which is compatible with the stellar parameters adopted in our de-

tailed numerical calculations. They decrease more slowly than those from our model because they are not multiplied by $\tilde{H}(\sigma)$ (Eq. (13)).

4.3. Removal of H at all Fourier frequencies

Thanks to the products in Eq. (13) one can find several receipts to obtain information on differential rotation independently from H .

To study a solar-like differential rotation law (Eq. (8)), Reiners & Schmitt (2002) calculated the FT of line profiles [$\tilde{F}(\sigma) = \tilde{H}(\sigma)\tilde{G}(\sigma)$]. Their study is based on the fact that the Fourier frequencies where $\tilde{G} = 0$ are independent from \tilde{H} . Thus, in the usual situation where G is sufficiently wider than H , the positions of zeros at low Fourier frequencies come only from G , i.e., they are only influenced by differential rotation, stellar inclination, and limb darkening. Reiners & Schmitt (2002) showed that differential rotation can be distinguished from limb darkening by using the ratio between the second and the first zero positions of \tilde{F} , which they denoted by q_2/q_1 . However, they suffered from the difficulty that i and α cannot be disentangled by studying only spectroscopic data.

In the following, we show how the spectro-interferometry can separate α from i . Contrarily to other methods, based on

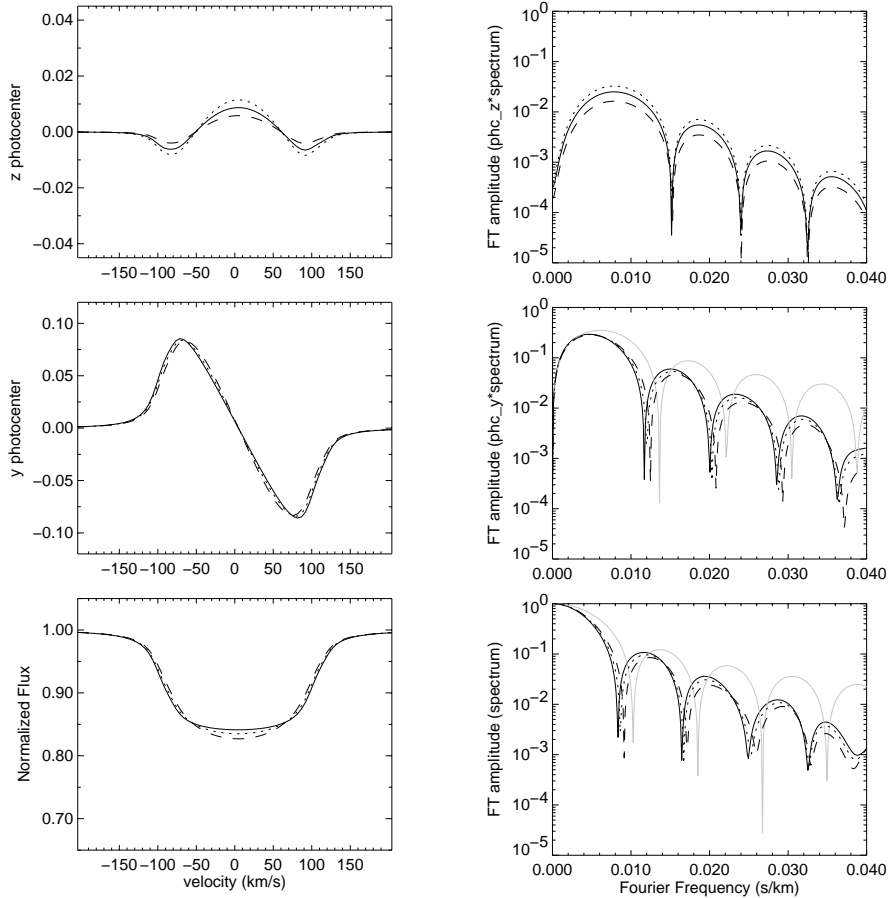


Fig. 7. Same as Fig. 6 but for $\alpha = -0.50$.

the use of the zeros of \tilde{F} , we can use all the available Fourier frequencies.

From Eq. (13) we define two new quantities independent of H :

$$R_y(\sigma) \equiv \frac{|FT(\epsilon_y(\lambda) F(\lambda))|}{|FT(F(\lambda))|} = \frac{|\tilde{G}_y(\sigma)|}{|\tilde{G}(\sigma)|} \quad (14)$$

and

$$R_z(\sigma) \equiv \frac{|FT(\epsilon_z(\lambda) F(\lambda))|}{|FT(F(\lambda))|} = \frac{|\tilde{G}_z(\sigma)|}{|\tilde{G}(\sigma)|} \quad (15)$$

where the ratios $R_y(\sigma)$ and $R_z(\sigma)$ are valid for $\tilde{G}(\sigma) \neq 0$. Clearly, these two quantities are independent from H at all Fourier frequencies, contrary to the ratio q_2/q_1 , which makes direct use of the zero positions of \tilde{F} only. Using the analytical expressions in Appendix B it is easy to derive R_y for a given limb darkening law and a uniformly rotating spherical star. In this case it is $R_z = 0$.

4.4. Disentangling α and i

The dependence of R_y and R_z on α and i is shown as contour plots in Figs. 8 and 9, respectively. Hereafter we fix the Fourier frequency to $0.5/(V_{\text{eq}} \sin i)$ so that these contour plots can be shown in the $i - \alpha$ plane. We note that Fig. 8 is qualitatively similar to Fig. 6 of Reiners & Schmitt (2002), obtained for the

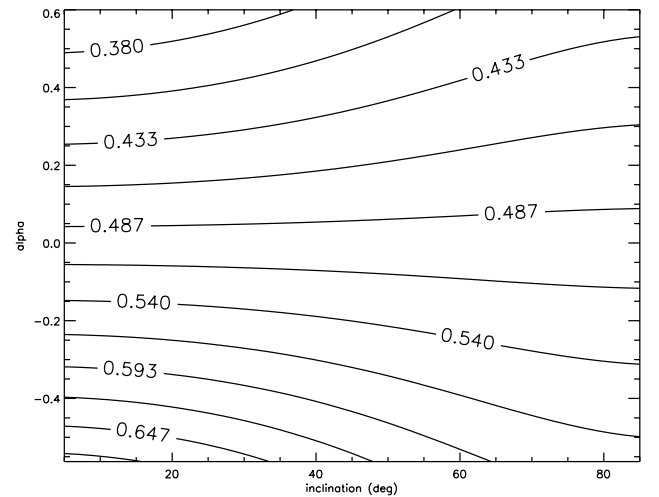


Fig. 8. Contour-plot of R_y in the $i - \alpha$ plane for a Fourier frequency fixed to $0.5/(V_{\text{eq}} \sin i)$.

spectroscopic quantity q_2/q_1 . This is an expected result since ϵ_y contains spatial information similar to line spectra, i.e., perpendicular to the projection of the rotation axis onto the sky.

Thanks to the differences between the contour-plot patterns in Figs. 8 and 9 the parameters α and i can be disentangled. To illustrate this possibility we show in Fig. 10 two examples of the intersection between R_y (dashed curves) and R_z (solid

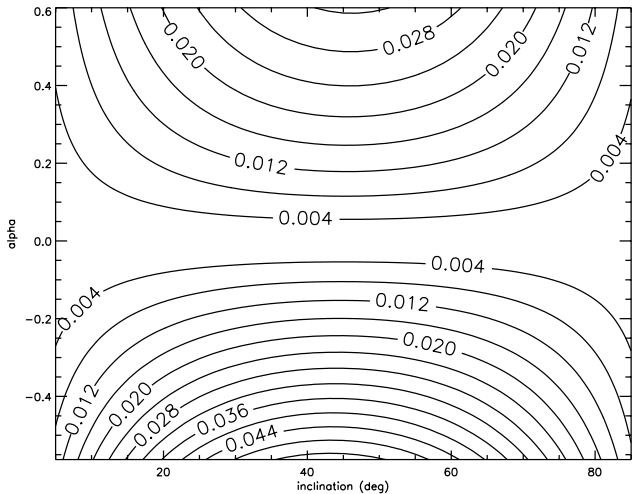


Fig. 9. Same as Fig. 8 but for R_z . Note that the dependence of R_z on α and i is significantly different from that of R_y (Fig. 8), even though they are both independent from H .

curves). Clearly, α and i are much more constrained when R_y and R_z are considered simultaneously (black filled regions). To simulate a more realistic case, R_y and R_z are represented with a finite width corresponding to 1% and 5% uncertainties, respectively. As discussed in Sect. 5, uncertainties in the differential phases of the order of a few percents can be attained by modern interferometers. Moreover, we set the uncertainties in R_z as 5 times higher than for R_y , in agreement with the relative signal amplitude of the photocenters ϵ_y and ϵ_z .

It is apparent from Fig. 10 (top) that two (mathematical) separate parameter-space regions are possible. In many cases they identify two not highly different values of α , but two distinct inclinations. The most probable parameter-space region can be identified for example from independent spectroscopic data that allow us to derive the ratio $Q = \alpha / \sqrt{\sin i}$ with an uncertainty $\Delta Q \lesssim 0.1$ (Reiners & Schmitt 2003). If according to this ΔQ we can detect a statistically significant difference between the individual Q derived from both solution regions, the sought couple (α, i) can be identified. When this separation is not possible, the average value from the α 's found can by itself represent a reliable estimate of α (as well as of its sign) isolated from $\sin i$. On the other hand, knowing that the inclination angle of stars is the stellar unknown parameter par excellence, the fact that two possible values for it can be estimated opens numerous possibilities for consistency tests of stellar fundamental parameters. The simplest one implies finding the solution leading to $V_{\text{eq}} \sin i / \sin i < V_{\text{crit}}$. Other possibilities are given either by the time series analysis of stellar pulsations, as in hot stars (e.g. Levenhagen et al. 2003; Floquet et al. 2002; Janot-Pacheco et al. 1999), or by time variations in Ca II H and K emission-line fluxes in cold stars (e.g. Vaughan et al. 1981), which help to find the stellar rotational period, which combined with other known stellar fundamental parameters gives V_{eq} and leads to infer the inclination which better represents the measured $V_{\text{eq}} \sin i$ and couple (α, i) .

Figure 10 (bottom) is a different example where R_y and R_z result in a unique parameter-space region identified

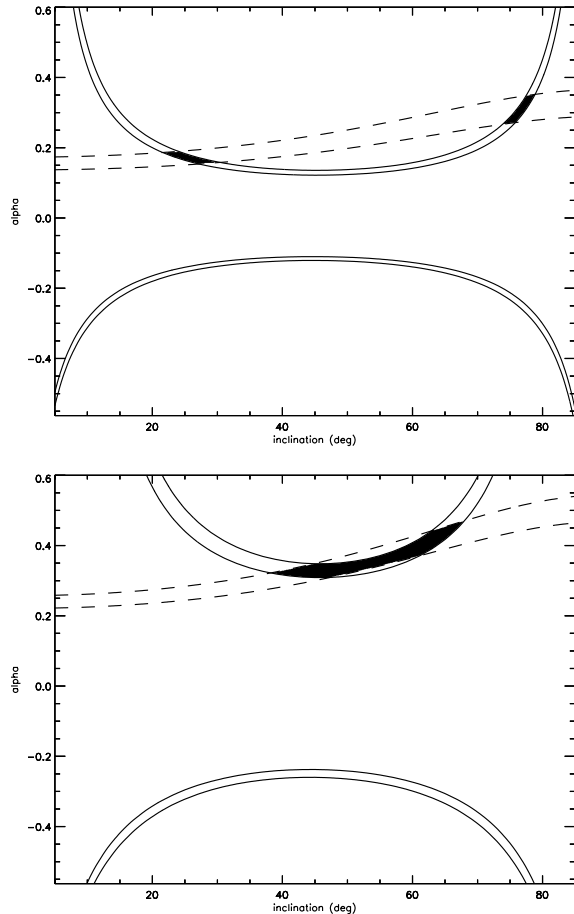


Fig. 10. Two examples of the intersection between R_y (dashes) and R_z (solid), from Figs. 8 and 9 respectively. The finite width for these quantities correspond to uncertainties of 1% for R_y and 5% for R_z . These values are compatible with the expected uncertainties for modern interferometers and with the relative signal amplitude of the photocenters ϵ_y and ϵ_z . Note that α and i are well constrained only when R_y and R_z are considered simultaneously.

as solution for (α, i) . We recall that although the examples shown in Figs. 8–10 correspond to a fixed Fourier frequency, our method is valid over the whole Fourier domain. Moreover, higher Fourier frequencies constrain better α and i . For example, at a Fourier frequency corresponding to $0.7/(V_{\text{eq}} \sin i)$ the uncertainties in α and i would be $\approx 25\%$ smaller if they are determined as in the upper panel of Fig. 10 and $\approx 15\%$ smaller if they correspond to intersections like on bottom panel of Fig. 10. In both kinds of intersections the regions coincide and have nearly the same barycenter.

5. Discussion

5.1. Incidence on the results of detailed line profile calculations

Figure 10 was obtained using a simplified representation of the limb angle-dependent He I $\lambda 5876$ line profile (Eq. (11)). The intersections of R_y and R_z curves were recalculated using the detailed μ -dependent line profiles obtained in Sect. 3.3 (Fig. 3). As before, the DI observables were evaluated numer-

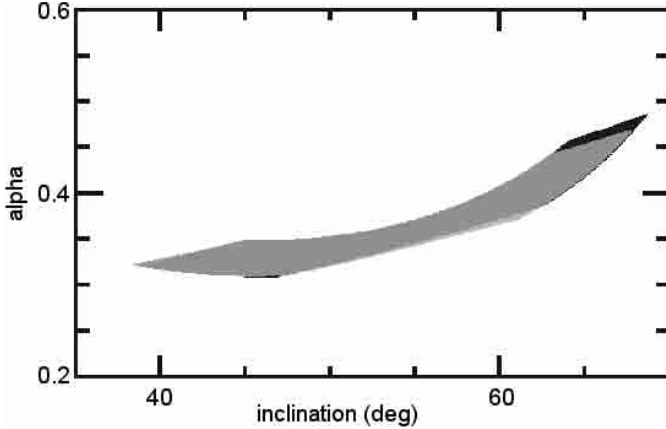


Fig. 11. Comparison between the expected (α, i) solution parameter space regions calculated using: (1) the approximation given by Eq. (11) which assumes a fixed shape of the local line profile with a wavelength independent limb darkening law (light gray zone), and (2) the detailed modelling of the He I $\lambda 5876$ line profile presented in Sect. 3.3 (black underlying zone). The strong resemblance between both solution regions (dark gray zone) proves the insensitivity of our method of (α, i) determination to a detailed local line profile treatment and thus, its robustness.

ically from Eqs. (6) and (7), i.e., without imposing any convolution between the local and rotation profiles. Figure 11 shows the solution zone thus obtained corresponding to the bottom panel of Fig. 10 where the higher differences appear. It can be seen, however, that both curvilinear quadrilaterals coincide almost perfectly and that they have virtually the same solution barycenter. This result shows that we can use Eq. (11) safely to represent lines like He I $\lambda 5876$ to set the bases of our (α, i) parameter determination method. Additionally, as noted in the preceding section, the further use of several Fourier frequencies can help to shrink the (α, i) solution quadrilateral domains.

5.2. Further comments on the parameter determination

For the He I $\lambda 5876$ line treated in the present paper not only have we used a linear approximation of the continuum intensity limb darkening, but also neglected its wavelength dependence within the line profile. For the $(T_{\text{eff}}, \log g)$ model atmosphere adopted, the linear limb darkening coefficient varies in the interval $0.10 \lesssim \varepsilon_\lambda \lesssim 0.25$. However, we showed that the λ -dependence of ε in the line does not revamp our (α, i) parameter determination. Nevertheless, we can still ask whether the uncertainties in the stellar fundamental parameter determination may affect the parameter inference. To appreciate in a simple way the dependence of R_y and R_z , let us assume Eq. (11) with the local continuum radiation I_c given by a linear limb darkening law as in Eq. (B.3) and the line profile H given by a Gaussian function centered at $\lambda_0 = 5875.7 \text{ \AA}$:

$$H_{\text{Gauss}}(\lambda) = 1 - H_0 \exp\left[-\pi H_0^2 \frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{W^2}\right] \quad (16)$$

where H_0 and W are the central depths and the equivalent width, respectively. Figure 12 shows the DI observables in the

velocity and Fourier domains for selected values of ε , W (in \AA), and H_0 , hereafter denoted by (ε, W, H_0) . The right column of Fig. 12 shows that the ratios R_y and R_z for all parameterized lines coincide over the whole studied frequency range, as expected from Eqs. (14) and (15). From the left column it is clear that the DI observables, notably the photocenter components, are sensitive to (ε, W, H_0) . This dependence is also seen in the Fourier domain (middle column). However, the parameters used were chosen freely without caring if they represent a given star or not. In actual cases, all parameters (ε, W, H_0) can be determined in advance precisely using observed line profiles and/or model calculations for the adopted stellar fundamental parameters $(T_{\text{eff}}, \log g, V_{\text{eq}} \sin i)$, which may have uncertainties of at least up to 10%. From our own model atmosphere calculations we find that the errors committed in the estimations of the continuum limb darkening coefficient range from $\Delta\varepsilon_{\text{UV}} \simeq -0.35(\Delta T_{\text{eff}}/T_{\text{eff}})$ ($\lambda_{\text{UV}} \sim 1000 \text{ \AA}$) to $\Delta\varepsilon_{\text{IR}} \simeq -0.05(\Delta T_{\text{eff}}/T_{\text{eff}})$ ($\lambda_{\text{IR}} \sim 2 \text{ \mu m}$) in all temperatures $7000 \text{ K} < T_{\text{eff}} < 40000 \text{ K}$ and gravities $2.0 < \log g < 5.0$, so that estimates of T_{eff} to within 10% produce too small uncertainties in ε to have any sensitive effect on R_y and R_z . Errors for $\log g$ produce even smaller uncertainties in ε .

Let us also note that in the same ranges of temperature and gravity given above the linear approximation of the limb darkening law is appropriate for the directional cosine $0.3 \lesssim \mu \lesssim 1.0$ interval. Deviations from linearity are for a stellar disc fraction $\Delta S/S = \mu_L^2$ ($\mu_L = 0.3$) that contributes less than $6 \pm 1\%$ of the total observed flux, which justifies the use of linear darkening laws.

From DI observations the whole set of unknown parameters of differential spherical rotators $(\alpha, i, V_{\text{eq}}, \rho, \xi)$ can be derived. If the limb darkening coefficient is not estimated beforehand using model atmospheres, it can also be considered as a free parameter to be determined through the fit of the FT. Parameters like ρ and ξ are, in general, free parameters of the problem that are determined using the DI observations. However, the techniques relevant for that are not within the scope of the present paper.

The discussion of the determination of all these parameters for fast rotators will be done in a forthcoming contribution, where the gravitational darkening effect is also included.

5.3. Instrumental requirements

Although we would like to focus this paper only on the presentation of a new method of studying stellar surface differential rotation, let us also have a quick look at the contemporary interferometers to see whether they are sensitive enough for the present method to be exploited. Three main instrumental requirements should be fulfilled:

- Spectral resolution R high enough to result in at least a few ($\simeq 5$) measurements across the spectral line profile;
- angular resolution ($R_a = 1.22\lambda/B_{\text{proj}}$) of at least 0.1 of the stellar angular diameter \varnothing ;
- differential phases (Eq. (3)) measured with precisions high enough so that the uncertainty in the photocenter is $\lesssim 10^{-3}$

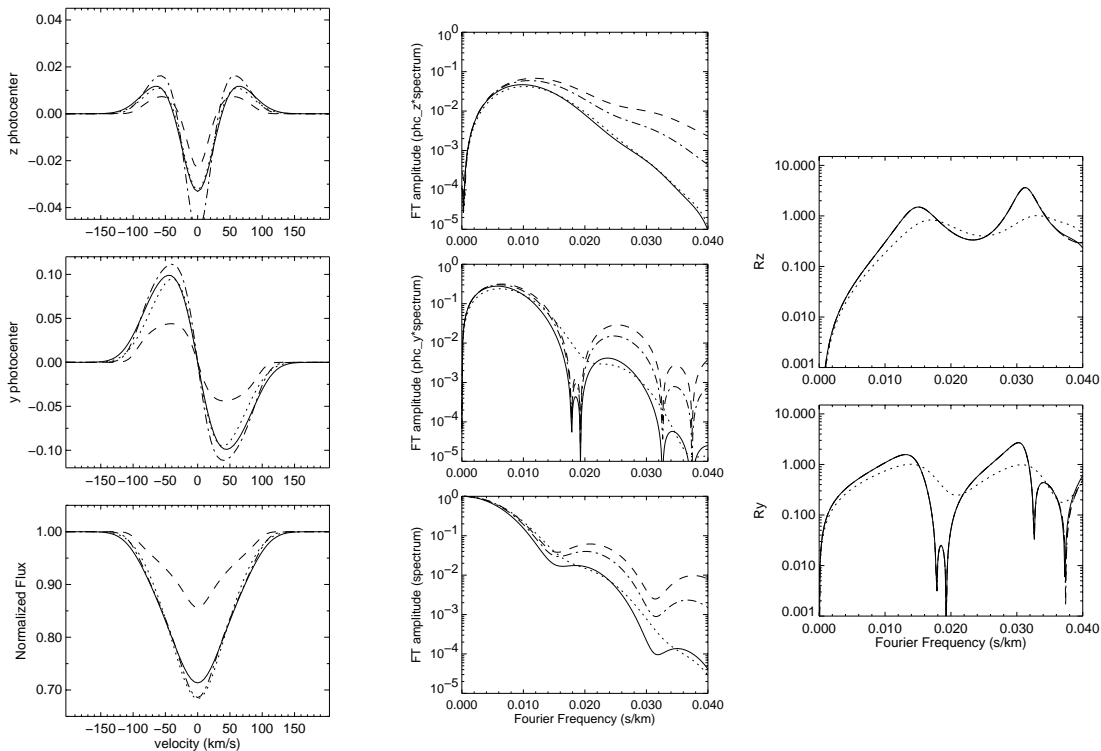


Fig. 12. *Left column:* photometer components ϵ_z (top), ϵ_y (middle) (both given in units of the angular stellar radius) and the normalized line spectrum (bottom) for a linear limb darkening law (Eq. (B.3)) and a Gaussian local line profile (Eq. (16)). Calculations are done for selected values of parameters presented as (ϵ, W, H_0) . The results shown were obtained for $V_{\text{eq}} \sin i = 100 \text{ km s}^{-1}$, $i = 45^\circ$, and $\alpha = 0.6$. Full-drawn curves correspond to $(\epsilon, W, H_0) = (0.23, 0.69, 0.6)$, which represents a continuum radiation intensity similar to that used in the previous sections of this paper. The other curves are for parameters $(1.0, 0.69, 0.6)$ (dots), $(0.23, 0.29, 0.6)$ (dashes), and $(0.23, 0.69, 0.9)$ (dot-dashes). *Middle column:* the corresponding FT amplitudes. *Right column:* ratios R_z and R_y for all curves. As expected from Eqs. (14) and (15), R_y and R_z do not depend on W and H_0 . However, they depend on ϵ as is clear from the separate dotted curve ($\epsilon = 1.0$).

of the stellar angular radius $\rho (=0.5\odot)$, i.e., $\lesssim 10\%$ of the photometer amplitudes expected for differential rotators.

In this context we consider now in more detail the AMBER instrument (Petrov et al. 2003; Malbet et al. 2003) to be soon installed on the VLT Interferometer (VLTI; Glindemann et al. 2003). VLTI disposes of up to 254 independent baselines with a maximum separation of ~ 200 m. AMBER operates in the J , H , and K bands with a spectral resolution of 35, 1000, or 10000. Uncertainties in the differential phases down to $\approx 10^{-4}$ rad can be obtained by VLTI/AMBER in its high precision mode. It can attain $R_a \gtrsim 1.5$ mas for the longest baselines. We note that despite the fact that we have presented our method for (α, i) determination based on a test He I line in the visible spectrum range for a hot star, several spectral lines of different elements that depend on the stellar spectral type, with more or less similar intensity, can be found in the J , H , and K bands. Moreover, in the future VLTI/AMBER is planned to operate also in the red end of the visible spectrum.

Figure 13 shows the photometer uncertainties σ_ϵ as a function of the stellar apparent K magnitude (m_K) calculated for the VLTI/AMBER with the 1.8m Auxiliary Telescopes (AT). Calculations were performed for stars with angular diameters \varnothing equal to a fraction of the angular resolution of the interferometer (R_a/n with $n = 3, 5, 10$). The solid curves correspond to 1 h exposure time while the dashed curve is for 0.5 h. The

curves were obtained for the highest AMBER spectral resolution $R = 10000$, which is most probably the only one useful for differential rotation studies. For a direct comparison with the photometer curves of this paper, σ_ϵ is given in units of angular radius ρ . The limit $\sigma_\epsilon = 10^{-2}\rho$ was obtained using the ϵ_z amplitudes related to the model of differential rotation calculated in the present work where α ranges roughly from -0.6 to $+0.6$. This value should not be considered as an absolute limit, but as a reliable threshold beyond which even the detection of differential rotation becomes very difficult.

For stars brighter than $m_K = 3$ the uncertainty σ_ϵ is small enough for differential rotation studies. For stars with $m_K > 3$ one can reduce σ_ϵ to values as small as $10^{-3}\rho$, simply by increasing t_{exp} or, more interesting, by decreasing n through observations with longer baselines and/or smaller wavelengths. Moreover, for the VLT 8.2m Unit Telescopes (UT) σ_ϵ is reduced by a factor of ≈ 5 , which places most curves of Fig. 13 well below the $10^{-2}\rho$ threshold.

6. Conclusions and summary

In this paper we investigated the use of DI for the study of stellar surface differential rotation. We showed that the combined use of DI and the Fourier transform method is particularly suited for this purpose.

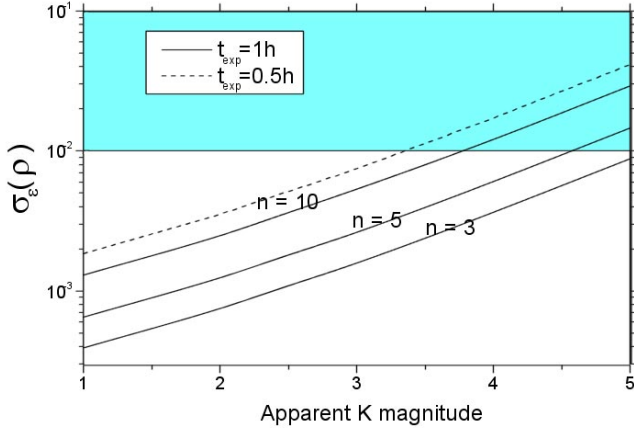


Fig. 13. Photo-center uncertainty σ_ϵ (log scale) as a function of the stellar K magnitude expected for observations at VLTI/AMBER with the 1.8m Auxiliary Telescopes (AT). Calculations were performed for stars with angular diameters \varnothing equal to a fraction ($1/n$ with $n = 3, 5, 10$) of the angular resolution of the interferometer ($R_a = 1.22\lambda/B_{\text{proj}}$). For $n = 10$ calculations were performed for two exposure times t_{exp} equal to 0.5 and 1 h. σ_ϵ is given in units of angular radius $\rho (=0.5\varnothing)$. The $10^{-2}\rho$ limit is representative of uncertainties beyond which it becomes very difficult to measure differential rotation.

We showed that the DI observables, notably the photocenter component in the direction parallel to the projection of the stellar rotation axis onto the sky plane (ϵ_z), carry much more information on differential rotation and stellar inclination than do spectroscopic observations alone. Indeed, α (differential rotation rate) and i (stellar inclination) can be disentangled from spectro-interferometric observations.

Additionally, our detailed numerical calculations, as well as those based on analytical representations of the radiation field, proved the great advantage of analyzing DI observables in the Fourier domain. The application of this Fourier method, represented by the quantities R_y and R_z defined in Sect. 4.3, totally removes the influence of the local line profile over all available Fourier frequencies. The inclusion of all these frequencies is an important advantage upon spectroscopy alone, and this allows a self-consistent parameter determination to be performed.

In the appendices we present the needed reference analytical expressions related to the Fourier analysis of spectro-interferometric data. It is shown that the DI observables can be expressed as convolutions of the studied spectral line profiles with the corresponding rotational broadening functions. Although some of these equations were given in several earlier studies (e.g. Carroll 1933a,b; Böhm 1952; Lagarde 1994), here we use a different and homogeneous approach to derive them. To our knowledge, this is the first time that linear limb darkening is explicitly used in the equations related to the photocenters.

Finally, in the frame of differential rotation, rather high instrumental performances are needed to determine consistently the required free parameters. In particular, precise differential phase measures as well as high angular and spectral resolution are required. Our calculations demonstrated that foreseen interferometers, such as the VLTI/AMBER, will attain these instru-

mental requirements for realistic values of stellar magnitudes, angular diameters and exposure times.

Acknowledgements. A.D.S. acknowledges CAPES - Brazil (contract BEX 1661/98-1) for financial support. L.A. benefits from a post-doctoral position from CNES - France. We thank Dr. M. Vannier for the help with the calculations of the differential phase errors for VLTI/AMBER. Many thanks are due to the referee (Prof. Dr. N. Piskunov) for his constructive remarks which helped to improve the presentation of many issues in this paper.

Appendix A: Line spectra and photocenters expressed as convolutions

Whenever the shape of local line profile $H(\lambda)$ can be considered fixed over the whole observed stellar disc, we show here that the well known convolution relation for the line spectra is also valid for the photocenter. Let us consider an intensity map of the form (Eq. (11)):

$$I(y, z, \lambda) = H\left(\lambda + \lambda_0 \frac{V_{\text{proj}}(y, z)}{c}\right) I_c(y, z) \quad (\text{A.1})$$

where $I_c(y, z)$ is the specific intensity of the local continuum radiation assumed wavelength independent over the considered spectral range. It includes the limb darkening effect.

Defining the Doppler shift $\Delta\lambda$ as:

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda(y, z) = -\lambda_0 \frac{V_{\text{proj}}(y, z)}{c} \quad (\text{A.2})$$

we can write the line spectrum F (Eq. (7)) and the photocenter components ϵ_y and ϵ_z (Eq. (6)) in the compacted form:

$$\begin{pmatrix} F(\lambda) \\ \epsilon_y(\lambda) \\ \epsilon_z(\lambda) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ F^{-1} \\ F^{-1} \end{pmatrix} \iint \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ z \end{pmatrix} H(\lambda - \Delta\lambda) I_c(y, z) dy dz \quad (\text{A.3})$$

where each line corresponds to an independent equation. In general, as $\Delta\lambda$ ranges from $\Delta\lambda_{\text{min}}$ to $\Delta\lambda_{\text{max}}$, y ranges from $-\rho$ to ρ . In our case we have $\Delta\lambda_{\text{min}} = -\Delta\lambda_{\text{max}}$. Using Eq. (A.2) we can perform the coordinate change $y \rightarrow \Delta\lambda$ to obtain the following convolution relations:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} F(\lambda) \\ \epsilon_y(\lambda) \\ \epsilon_z(\lambda) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 \\ F^{-1} \\ F^{-1} \end{pmatrix} \int_{\Delta\lambda_{\text{min}}}^{\Delta\lambda_{\text{max}}} H(\lambda - \Delta\lambda) \begin{pmatrix} G(\Delta\lambda) \\ G_y(\Delta\lambda) \\ G_z(\Delta\lambda) \end{pmatrix} d\Delta\lambda \\ &= \begin{pmatrix} 1 \\ F^{-1} \\ F^{-1} \end{pmatrix} H(\lambda) * \begin{pmatrix} G(\lambda) \\ G_y(\lambda) \\ G_z(\lambda) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

where G , G_y , and G_z are the rotational broadening functions associated to the spectra and the two photocenter components, respectively. We note that, while H is just shifted by $\Delta\lambda$, the form of the rotational broadening functions depends on the adopted rotation law through Eq. (A.2), and on I_c , since:

$$\begin{pmatrix} G(\Delta\lambda) \\ G_y(\Delta\lambda) \\ G_z(\Delta\lambda) \end{pmatrix} = \int_{f1(\Delta\lambda)}^{f2(\Delta\lambda)} \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ z \end{pmatrix} I_c(\Delta\lambda, z) \frac{\partial y}{\partial \Delta\lambda} dz \quad (\text{A.5})$$

where $\partial y/\partial \Delta\lambda$ is the Jacobian corresponding to the coordinate change $y \rightarrow \Delta\lambda$. The convolution in Eq. (A.4) was deduced without any previous explicit knowledge of all terms involved in Eq. (A.5) that, in general, cannot be treated analytically for differential rotation laws.

Appendix B: Analytical DI equations

Here we apply the equations developed in Appendix A to the particular case of a uniformly rotating spherical star with linear limb darkening. For uniform rotation the linear rotation velocity projected onto the observer direction is given by Eq. (10) with $\alpha = 0$:

$$V_{\text{proj}}(y) = -\frac{y}{\rho} V_{\text{eq}} \sin i. \quad (\text{B.1})$$

Thus, the regions of constant radial velocity are straight lines parallel to the projection of the rotation axis onto the sky, defined by $y = \text{const}$. The coordinate change $y \rightarrow \Delta\lambda$ implies then:

$$y = y(\Delta\lambda) = \rho \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \frac{c}{V_{\text{eq}} \sin i} = \rho \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{\text{max}}} \quad (\text{B.2})$$

where $\Delta\lambda_{\text{max}}$ is the maximum rotational Doppler shift.

Additionally we consider that $I_c(y, z)$ in Eq. (A.1) is given by a linear and wavelength independent limb darkening law:

$$I_c(y, z) = I_0 (1 - \varepsilon + \varepsilon \mu(y, z)) \quad (\text{B.3})$$

where ε is the limb darkening parameter, I_0 is the continuum intensity at the center of the visible stellar disc, and μ is the cosine of the angle between the normal to the surface at the point considered and the observer direction.

Under these assumptions we can thus rewrite the rotational broadening functions in Eq. (A.5) as:

$$\begin{pmatrix} G(\Delta\lambda) \\ G_y(\Delta\lambda) \\ G_z(\Delta\lambda) \end{pmatrix} = \int_{-\sqrt{\rho^2 - y^2}}^{\sqrt{\rho^2 - y^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ y \\ z \end{pmatrix} I_0 (1 - \varepsilon + \varepsilon \mu) \frac{\rho}{\Delta\lambda_{\text{max}}} dz \quad (\text{B.4})$$

where ρ is the stellar angular radius, ε is the limb darkening parameter, I_0 is the continuum intensity at the center of the visible stellar disc, and μ is the cosine between the normal to the stellar surface and the observers direction at a given point. In the adopted reference frame (Fig. 1) μ is given by:

$$\mu = \mu(y, z) = \frac{\sqrt{\rho^2 - (y^2 + z^2)}}{\rho}. \quad (\text{B.5})$$

We have then readily the known expression (e.g. Gray 1992, Chap. 17):

$$G(\Delta\lambda) = I_0 \frac{\rho^2}{\Delta\lambda_{\text{max}}} \left\{ 2(1 - \varepsilon) \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{\text{max}}}\right)^2} + \frac{\pi}{2} \varepsilon \left[1 - \left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{\text{max}}}\right)^2 \right] \right\} \quad (\text{B.6})$$

obviously valid for $|\Delta\lambda| \leq \Delta\lambda_{\text{max}}$. Contrary to the known rotation profile, Eq. (B.6) has not been normalized to the continuum flux:

$$F_c = I_0 2\pi\rho^2 \left(1 - \frac{\varepsilon}{3}\right)^{-1}. \quad (\text{B.7})$$

The rotation profile G_y associated to the photocenter component ε_y is calculated in the same way as G , since the variable y can be taken out of the integral over z (Eq. (B.4)). We have thus G_y proportional to G :

$$G_y(\Delta\lambda) = y(\Delta\lambda) G(\Delta\lambda) = \rho \frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_{\text{max}}} G(\Delta\lambda). \quad (\text{B.8})$$

Finally, for the function G_z associated to the photocenter component ε_z we have:

$$G_z(\Delta\lambda) = 0 \quad (\text{B.9})$$

for the integral over z is performed on an odd function over a symmetrical interval. This zero photocenter displacement in the z direction is the consequence of the straight loci of points related to the radial velocity field.

Through a Fourier transform of Eq. (A.4) the contribution of the local line profile H can be easily separated from the rotational profiles using the convolution theorem, which allow us to write the product:

$$FT \begin{pmatrix} F(\lambda) \\ \varepsilon_y(\lambda) F(\lambda) \\ \varepsilon_z(\lambda) F(\lambda) \end{pmatrix} = \tilde{H}(\sigma) \times \begin{pmatrix} \tilde{G}(\sigma) \\ \tilde{G}_y(\sigma) \\ \tilde{G}_z(\sigma) \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

where $FT()$ is the Fourier transform operator and the tilde symbol represents the Fourier transform of the corresponding quantity; σ is the Fourier variable corresponding to λ . Astrophysical information on the stellar surface is contained in the rotational broadening functions only. We can now derive analytical expressions for the Fourier transforms of the rotational profiles for the case of uniform rotation.

Since G is an even function (Eq. (B.6)) and G_y is odd (Eq. (B.8)), their corresponding Fourier transforms can be written as:

$$\tilde{G}(\sigma) = 2 \int_0^{\Delta\lambda_{\text{max}}} G(\lambda) \cos(2\pi\lambda\sigma) d\lambda \quad (\text{B.11})$$

and

$$\begin{aligned} \tilde{G}_y(\sigma) &= i2 \int_0^{\Delta\lambda_{\text{max}}} G_y(\lambda) \sin(2\pi\lambda\sigma) d\lambda \\ &= \frac{i2\rho}{\Delta\lambda_{\text{max}}} \int_0^{\Delta\lambda_{\text{max}}} \lambda G(\lambda) \sin(2\pi\lambda\sigma) d\lambda \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

where we adopted the integration variable λ instead of $\Delta\lambda$. Note that \tilde{G} is real and that \tilde{G}_y is imaginary ($i = \sqrt{-1}$). The expressions given by Eqs. (B.11) and (B.12) can be rewritten using

the Bessel functions of half integer order ($J_{\pm\frac{1}{2}}$)¹, so that:

$$\tilde{G}(\sigma) = (2\pi)^{\frac{1}{2}} \int_0^{\Delta\lambda_{\max}} G(\lambda) (2\pi\lambda\sigma)^{\frac{1}{2}} J_{-\frac{1}{2}}(2\pi\lambda\sigma) d\lambda \quad (\text{B.13})$$

and

$$\tilde{G}_y(\sigma) = \frac{i(2\pi)^{\frac{1}{2}} \rho}{\Delta\lambda_{\max}} \int_0^{\Delta\lambda_{\max}} \lambda G(\lambda) (2\pi\lambda\sigma)^{\frac{1}{2}} J_{\frac{1}{2}}(2\pi\lambda\sigma) d\lambda. \quad (\text{B.14})$$

Integrals (B.13) and (B.14) can be evaluated analytically using the following relation (Gradshteyn & Ryzhik 1965):

$$\int_0^1 x^{\nu+1} (1-x^2)^{\mu} J_{\nu}(yx) dx = \frac{2^{\mu} \Gamma(\mu+1)}{y^{\mu+1}} J_{\nu+\mu+1}(y) \quad (\text{B.15})$$

where Γ is the gamma function. Thus, the Fourier transforms of the rotation profiles G and G_y , normalized to the continuum flux F_c , are given by:

$$\frac{\tilde{G}(\eta)}{F_c} = \frac{2}{\left(1 - \frac{\varepsilon}{3}\right)} \left[(1 - \varepsilon) \frac{J_1(\eta)}{\eta} + \varepsilon \left(\frac{\pi\eta}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{J_{\frac{3}{2}}(\eta)}{\eta^2} \right] \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{\tilde{G}_y(\eta)}{F_c} = \frac{i2\rho}{\left(1 - \frac{\varepsilon}{3}\right)} \left[(1 - \varepsilon) \frac{J_2(\eta)}{\eta} + \varepsilon \left(\frac{\pi\eta}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{J_{\frac{5}{2}}(\eta)}{\eta^2} \right] \quad (\text{B.17})$$

where $\eta = 2\pi\sigma\Delta\lambda_{\max}$. J_1 , J_2 , $J_{\frac{3}{2}}$ and $J_{\frac{5}{2}}$ are Bessel functions of the first kind and of integer and half-integer² order. Note that $\tilde{G}_y(\eta)/F_c$ is proportional to the stellar angular radius ρ . This is a super-resolution effect from differential interferometry, which allows ρ to be determined even when the baseline is not long enough to resolve the star (further details in Chelli & Petrov 1995a,b).

We note that Eq. (B.16) is given by Carroll (1933a,b) for $\varepsilon = 0.6$, which can be used for grey atmospheres, and by Böhm (1952) for arbitrary ε . Equation (B.17) is given by Lagarde (1994) for $\varepsilon = 0$, which is suitable for wavelengths around the core of strong absorption lines. However, the formalism adopted here allows a homogeneous and different way to deduce all these DI equations. Additionally, we introduce for the first time the linear limb darkening parameter in the equations relative to ε_y .

References

Beckers, J. M. 1982, *Opt. Acta*, 29, 361
 Böhm, K. 1952, *Zeit. f. Astrophysik*, 30, 117
 Bruning, D. H. 1981, *ApJ*, 248, 274
 Chelli, A., & Petrov, R. G. 1995a, *A&AS*, 109, 389
 Chelli, A., & Petrov, R. G. 1995b, *A&AS*, 109, 401

Carroll, J. A. 1933a, *MNRAS*, 93, 478
 Carroll, J. A. 1933b, *MNRAS*, 93, 680
 Collins II, G. W., & Truax, R. J. 1995, *ApJ*, 439, 860
 Diaz-Cordoves, J., Claret, A., & Gimenez, A. 1995, *A&AS*, 110, 329
 Cranmer, S. R., & Collins, G. W. 1993, *ApJ*, 412, 720
 Dimitrijevic, M. S., & Sahal-Brechot, S. 1990, *A&AS*, 82, 519
 Domiciano de Souza, A., Kervella, P., Jankov, S., et al. 2003, *A&A*, 407, L47
 Domiciano de Souza, A., Vakili, F., Jankov, S., Janot-Pacheco, E., & Abe, L. 2002, *A&A*, 393, 345
 Floquet, M., Neiner, C., Jannot-Pacheco, E., et al. 2002, *A&A*, 394, 137
 Gies, D. R., & Kullavanijaya, A. 1988, *ApJ*, 326, 813
 Glindemann, A., Algomedo, J., Amestica, R., et al. 2003, *Proc. SPIE*, 4838, 89
 Gradshteyn, I. S., & Ryzhik, I. M. 1965, in *Table of integrals, series and products* (San Diego: Academic Press)
 Gray, D. F. 1973, *ApJ*, 184, 461
 Gray, D. F. 1975, *ApJ*, 202, 148
 Gray, D. F. 1977, *ApJ*, 211, 198
 Gray, D. F. 1982, *ApJ*, 258, 201
 Huang, S., & Struve, O. 1953, *ApJ*, 58, 216
 Hubeny, I. 1988, *Comp. Phys. Comm.*, 52, 103
 Hubeny, I., & Lanz, T. 1995, *ApJ*, 439, 875
 Jankov, S., Vakili, F., Domiciano de Souza Jr., A., & Janot-Pacheco, E. 2001, *A&A*, 377, 721
 Janot-Pacheco, E., Jankov, S., Leister, N. V., Hubert, A. M., & Floquet, M. 1999, *A&AS*, 137, 407
 Labeyrie, A. 1970, *A&A*, 6, 85
 Lagarde, S. 1994, Ph.D. Thesis, Dept. d'Astrophysique de l'UNSA, Nice, France
 Levenhagen, R. S., Leister, N. V., Zorec, J., et al. 2003, *A&A*, 400, 599
 Malbet, F., Bloeker, Th., Foy, R., et al. 2003, *Proc. SPIE*, 4838, 917
 Mihalas, D. 1978, *Stellar Atmospheres*, Second edition (San Francisco: Freeman and Company)
 Oláh, K., Jurcsik, J., & Strassmeier, K. G. 2003, *A&A*, 410, 685
 Petrov, R. G., Lagarde, S., & N'Guyen Van Ky, M. 1995, in *Stellar Surface Structure*, ed. K. G. Strassmeier, & J. L. Linsky, *ASP Proc. IAU Symp.*, 176, 181
 Petrov, R. G., Malbet, F., Weigelt, G., et al. 2003, *Proc. SPIE*, 4838, 924
 Reiners, A., & Schmitt, J. H. M. M. 2002, *A&A*, 384, 155
 Reiners, A., & Schmitt, J. H. M. M. 2003, *A&A*, 398, 647
 Stoeckley, T. R., & Buscombe, W. 1987, *MNRAS*, 227, 801
 Thomas, R. N. 1965, *Some Aspects of Non-Equilibrium Thermodynamics in the Presence of a Radiation Field* (Boulder: Univ. of Colorado Press)
 Townsend, R. H. D. 1997, *MNRAS*, 284, 839
 Vakili, F., Mourard, D., Bonneau, D., Morand, F., & Stee, P. 1997, *A&A*, 323, 183
 Vaughan, A. H., Preston, G. W., Baliunas, S. L., et al. 1981, *ApJ*, 250, 276
 Wade, R. A., & Rucinski, S. M. 1985, *A&AS*, 60, 471
 Zorec, J. 1994, *Pulsation; Rotation; and Mass Loss in Early-Type Stars*, *IAU Symp.*, 162, 57

¹ $J_{\frac{1}{2}}(\eta) = \left(\frac{2}{\pi\eta}\right)^{\frac{1}{2}} \sin(\eta)$ and $J_{-\frac{1}{2}}(\eta) = \left(\frac{2}{\pi\eta}\right)^{\frac{1}{2}} \cos(\eta)$.

² $J_{\frac{3}{2}}(\eta) = \left(\frac{2}{\pi\eta}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\sin(\eta)}{\eta} - \cos(\eta)\right)$ and

$J_{\frac{5}{2}}(\eta) = \left(\frac{2}{\pi\eta}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{3}{\eta^2} - 1\right) \sin(\eta) - \frac{3}{\eta} \cos(\eta)\right]$.

Chapitre 4

Perspectives

L'exploitation efficace de l'instrumentation astronomique passe aujourd'hui par un travail de modélisation spécifique à chaque objet étudié ainsi qu'à chaque instrument utilisé. Cette démarche nous permet d'identifier des phénomènes physiques nouveaux ou peu soupçonnés ainsi que de mettre en évidence le besoin d'une nouvelle génération d'instruments plus adaptée et donc plus sensible aux phénomènes recherchés. Dans cette logique, le modèle physique présenté au chapitre 2 ainsi que les différentes études théoriques et surtout les résultats observationnels montrés au chapitre 3, ouvrent nombreuses perspectives pour la modélisation et la mesure de la rotation stellaire, notamment du point de vue de l'OLBI.

En ce qui concerne la modélisation astrophysique, la croissante puissance de calcul des ordinateurs permet de nos jours le développement de modèles à deux et trois dimensions (2D et 3D). J'envisage l'adaptation de ce type de modèle à l'OLBI de façon à ce que le maximum d'information puisse être obtenu par les nouveaux instruments, et surtout par ceux prévus pour le VLTI. Une telle modélisation, plus cohérente du point de vue de la physique, permettra une étude plus précise de la rotation rapide et/ou différentielle, des flux de matière et du champ magnétique, entre autres. En particulier, les résultats obtenus sur Achernar nécessitent, comme montré dans le chapitre précédent, une modélisation combinée de la rotation différentielle et de la déformation géométrique de l'étoile. De plus, le but étant de contraindre des paramètres physiques d'entrée de ces modèles numériques, j'envisage de recourir au développement d'algorithmes d'inversion des paramètres adaptés à l'OLBI. En effet, ce type de modèle ne peut être ni exprimé ni représenté par une approximation analytique, de telle sorte que l'on puisse contraindre directement les paramètres du modèle à partir des mesures.

Les perspectives en observation incluent un programme d'étude complète de la rotation stellaire à travers le diagramme HR avec l'instrument VLTI-AMBER. Ce programme comporte deux demandes de temps dont je suis le responsable scientifique et pour lesquelles une trentaine d'heures nous a été accordé. De plus, pour préparer les observations AMBER à haute résolution spectrale (spectro-interférométrie), nous avons proposé un programme à long terme sur un spectrographe infrarouge brésilien dont la résolution est similaire à celle d'AMBER ($R \simeq 10000$). L'objectif principal est la détection des raies les plus adaptées à l'interférométrie différentielle dans les bandes spectrales J, H et K, pour les différents programmes de notre groupe et dans lesquels je suis impliqué. Un deuxième but de ce programme est la construction d'un catalogue

de spectres infrarouge avec les étoiles de calibration d'AMBER, catalogue qui sera, à terme, mis à la disposition de la communauté scientifique. Nous avons déjà obtenu plusieurs spectres pendant 9 nuits, divisées en deux missions de 5 et 4 nuits. J'ai observé pendant la seconde mission qui a eu lieu du 11 au 14 Août 2003.

Une autre perspective à plus long terme concerne la détermination d'images à haute résolution spatiale, un des but principaux de l'astronomie observationnelle. Les interféromètres stellaires actuels (VLTI, NPOI, Keck-I, entre autres) nous permettent déjà de franchir une étape importante vers cet objectif grâce à l'utilisation de l'information liée à la phase des franges d'interférence (phase ϕ de la visibilité complexe ; c.f. Eq. 1.1), nécessaire pour l'imagerie en HRA. Dans un premier temps, avant d'arriver à l'imagerie proprement dite, la mesure de la phase nous informe sur la symétrie de la distribution d'intensité de l'objet. Dans la section 4.1, je décris les méthodes qui permettent d'estimer la phase en OLBI ainsi que leur application à la rotation stellaire rapide, avec notamment la possibilité de détecter directement l'assombrissement gravitationnel. De plus, grâce aux mesures précises de ϕ en fonction de la longueur d'onde un autre pas peut être franchi dès à présent avec l'application de l'imagerie Doppler interférométrique. Les possibilités de cette technique sont décrites dans la section 4.2 avec une application aux pulsations et aux taches stellaires. Enfin, dans la section 4.3, je donne une brève description de deux concepts d'interféromètres imageurs capables de dévoiler détails de l'ordre de quelques micro secondes d'angle. Une application à la détection de modes de pulsations non-radiales (PNR) avec degrés l élevés y est également présentée.

4.1 Exploitation plus approfondie de la phase

Dans l'optique d'une utilisation opérationnelle de l'information de phase en OLBI dans un futur proche, je présente ci-après deux techniques très utilisées pour l'extraction de cette information : la **clôture de phase** et la **référence de phase**. Ensuite, je montre comment ces techniques peuvent contribuer à la détection directe de l'assombrissement gravitationnel ou effet von Zeipel pour les étoiles massives (Eq. 2.35).

4.1.1 La référence et la clôture de phase

Il existe plusieurs méthodes permettant de mesurer la phase ϕ de l'objet étudié par rapport à une phase de référence. Un exemple est l'interférométrie différentielle qui utilise la cible principale elle-même comme référence. Dans ce cas, les mesures obtenues dans une bande spectrale sont calibrées avec celles obtenues dans une bande voisine, où la cible est supposée non-résolue (voir description dans la section 1.2).

Une autre méthode consiste à utiliser une source indépendante comme référence. En OLBI, le champ de vue pour la détection des franges est très réduit de manière que l'utilisation d'une seconde étoile comme référence demande un système optique capable de transporter les faisceaux lumineux correspondant à chaque étoile et de détecter leurs franges d'interférence respectives. L'étoile de référence doit se localiser à une distance angulaire inférieure à l'angle d'isoplanétisme pour que les perturbations atmosphériques induites sur le chemin optique des

deux étoiles soient corrélées. L'angle d'isoplanétisme est de quelques secondes d'arc dans le visible et de l'ordre d'une minute d'arc dans l'infrarouge proche. Ainsi, nous pouvons estimer ϕ en fonction de la base par la mesure du décalage entre la position des franges de la cible et de la référence (supposée ponctuelle ou, au moins, centro-symétrique). L'utilisation d'une référence permet également d'augmenter la magnitude limite de l'interféromètre pour la détection et le suivi des franges d'interférence.

La deuxième technique, dite de clôture de phase, a été proposée par Jennison (1958) pour la radio-interférométrie et demande l'utilisation simultanée de trois télescopes au minimum. Considérons un sous-ensemble de trois télescopes (T_1 , T_2 et T_3). Les phases de franges ϕ_{obs} enregistrés pour chacune de trois bases définies par chaque paire de télescopes ($B_{1,2}$, $B_{2,3}$ et $B_{3,1}$) sont données par (cf. Eq. 1.2) :

$$\begin{aligned}\phi_{\text{obs}}(B_{1,2}) &= \phi(B_{1,2}) + [\varphi(T_2) - \varphi(T_1)] \\ \phi_{\text{obs}}(B_{2,3}) &= \phi(B_{2,3}) + [\varphi(T_3) - \varphi(T_2)] \\ \phi_{\text{obs}}(B_{3,1}) &= \phi(B_{3,1}) + [\varphi(T_1) - \varphi(T_3)]\end{aligned}\quad (4.1)$$

où ϕ est la phase de la visibilité complexe V de l'objet étudié à une fréquence spatiale donnée et φ est un terme de phase aléatoire incluant la turbulence atmosphérique et les effets instrumentaux sur chaque télescope. Grâce à la clôture de phase CP , nous pouvons estimer la somme des trois phases ϕ en s'affranchissant de φ :

$$\begin{aligned}CP(1, 2, 3) &= \phi_{\text{obs}}(B_{1,2}) + \phi_{\text{obs}}(B_{2,3}) + \phi_{\text{obs}}(B_{3,1}) \\ &= \phi(B_{1,2}) + \phi(B_{2,3}) + \phi(B_{3,1})\end{aligned}\quad (4.2)$$

Pour un objet centro-symétrique $CP = 0$ ou $\pm\pi$ rad. Notons que le nombre de fréquences spatiales (où intervient ϕ) pour N télescopes dans une configuration non redondante (pas de bases identiques) est :

$$N_{\phi} = \binom{N}{2} = \frac{N(N-1)}{2}\quad (4.3)$$

et que le nombre de clôtures de phase indépendantes est :

$$N_{CP} = \binom{N-1}{2} = \frac{(N-1)(N-2)}{2}\quad (4.4)$$

Ainsi, N_{CP} est toujours plus petit que N_{ϕ} mais tend vers ce dernier pour N grand. Par exemple $N_{CP} = 71\%N_{\phi}$ pour $N = 7$ tandis que $N_{CP} = 90\%N_{\phi}$ pour $N = 21$.

A partir de la TF inverse des mesures de clôture de phase et de module de V dans le plan uv , il est possible d'estimer l'image à haute résolution spatiale de l'objet sans passer par l'ajustement de modèles. Ceci a été réalisé depuis un demi-siècle en radio interférométrie VLBI avec divers résultats significatifs en reconstruction d'images. Notons que, puisque la couverture du plan uv n'est pas complète (voir Fig. 1.5 par exemple), la reconstruction d'images en synthèse d'ouverture n'a pas de solution unique et l'utilisation d'algorithmes de déconvolution est ainsi nécessaire.

Divers algorithmes de déconvolution d'images sont appliqués en interférométrie à longue base comme par exemple la méthode CLEAN (Högbom 1974), qui fait une pseudo déconvolution de l'image par la PSF du réseau de télescopes. On peut aussi citer les algorithmes de déconvolution avec contraintes (information a priori) sur l'objet (e.g. maximum d'entropie). Parmi les divers ouvrages sur le problème de déconvolution d'images Roche (2002) présente une description comparative de divers algorithmes existants, assez accessible au lecteur désireux de s'initier dans ce domaine (voir aussi section 4.2 ci-dessous sur les problèmes inverses appliqués l'imagerie Doppler).

En OLBI, les mesures de clôture de phase ne sont possibles que depuis une vingtaine d'années (e.g. Baldwin et al. 1986, Haniff et al. 1989). Pour l'instant, les résultats les plus remarquables en reconstruction d'images optiques ont été obtenus à partir de l'utilisation de masques sur des télescopes monolithiques (e.g. Tuthill et al. 1999, Monnier et al. 1999). A ce jour, le nombre de télescopes individuels en OLBI n'est pas (encore) suffisant pour la reconstruction d'images. Toutefois, la mesure d'un nombre réduit de clôtures de phases permet déjà d'estimer la symétrie de l'objet étudié (e.g. Hajian et al. 1998 et sous-section ci-dessous).

Tant la clôture comme la référence de phase avec source indépendante pourront être utilisées au VLTI à partir de 2004/2005 respectivement grâce à la recombinaison de d'au moins 3 télescopes prévue pour les instruments AMBER et MIDI (cf. Fig. 1.7) et grâce à l'instrument PRIMA (de l'anglais *Phase-Referenced Imaging and Micro-arcsecond Astrometry*; Delplancke et al. 2000). Ces nouveaux instruments permettront un gain effectif en magnitude limite ainsi que des observations plus précises d'une multitude d'objets (étoiles doubles, AGN, amas stellaires, micro-lentilles gravitationnelles, exo-planètes, entre autres). En particulier, la physique stellaire profitera énormément d'une exploitation plus systématique de la phase permettant la détection directe de divers types d'asymétries dans les atmosphères stellaires par exemple.

4.1.2 Détermination de l'effet von Zeipel à travers la phase

La Fig. 4.1 montre la phase ϕ de la visibilité complexe en fonction de B_{proj} pour différents modèles d'étoile en rotation rapide suivant les mêmes hypothèses de la section 3.2, i.e., approximation de Roche et effet von Zeipel. Les calculs ont été réalisés dans le continuum à $\lambda = 0.67 \mu\text{m}$ pour une étoile avec $M = 16 M_{\odot}$, $R_p = 6 R_{\odot}$, $T_p = 35000 \text{ K}$ et $v_{\text{eq}} = 470 \text{ km/s}$. Ces paramètres d'entrée impliquent $R_{\text{eq}} = 7.7 R_{\odot}$ ($\Rightarrow R_p = 0.78 R_{\text{eq}}$), $T_{\text{eq}} = 25100 \text{ K}$ (pour $\beta = 0.25$) et $v_{\text{eq}} = 81\%v_{\text{crit}}$. Dans le cas $\beta = 0$ seuls l'assombrissement centre-bord et la déformation géométrique sont présents, de manière à ce que $\phi = 0$ ou $\pm\pi$ rad à toute fréquence spatiale (ou B_{proj} dans la figure). Par contre, quand l'effet von Zeipel est introduit ($\beta = 0.25$), ϕ varie de façon monotone entre 0 et $\pm\pi$ rad en fonction de B_{proj} . Les exceptions à ce comportement (courbes pour $i = 90^\circ$ ou $\xi = 0^\circ$) correspondent aux cas où les projections de la distribution d'intensité de l'objet sur la direction de B_{proj} sont des fonctions paires.

Un point important à considérer lors de l'estimation de l'effet von Zeipel à partir de ϕ est la dépendance des mesures avec l'inclinaison de l'étoile i . Cette dépendance est visible dans la Fig. 4.1 pour les trois inclinaisons considérées. Pour étudier davantage ce point, je montre dans la Fig. 4.2 le photocentre en fonction de i . Rappelons que le photocentre est proportionnel à ϕ dans l'approximation d'une étoile peu résolue, i.e., pour des fréquences spatiales faibles

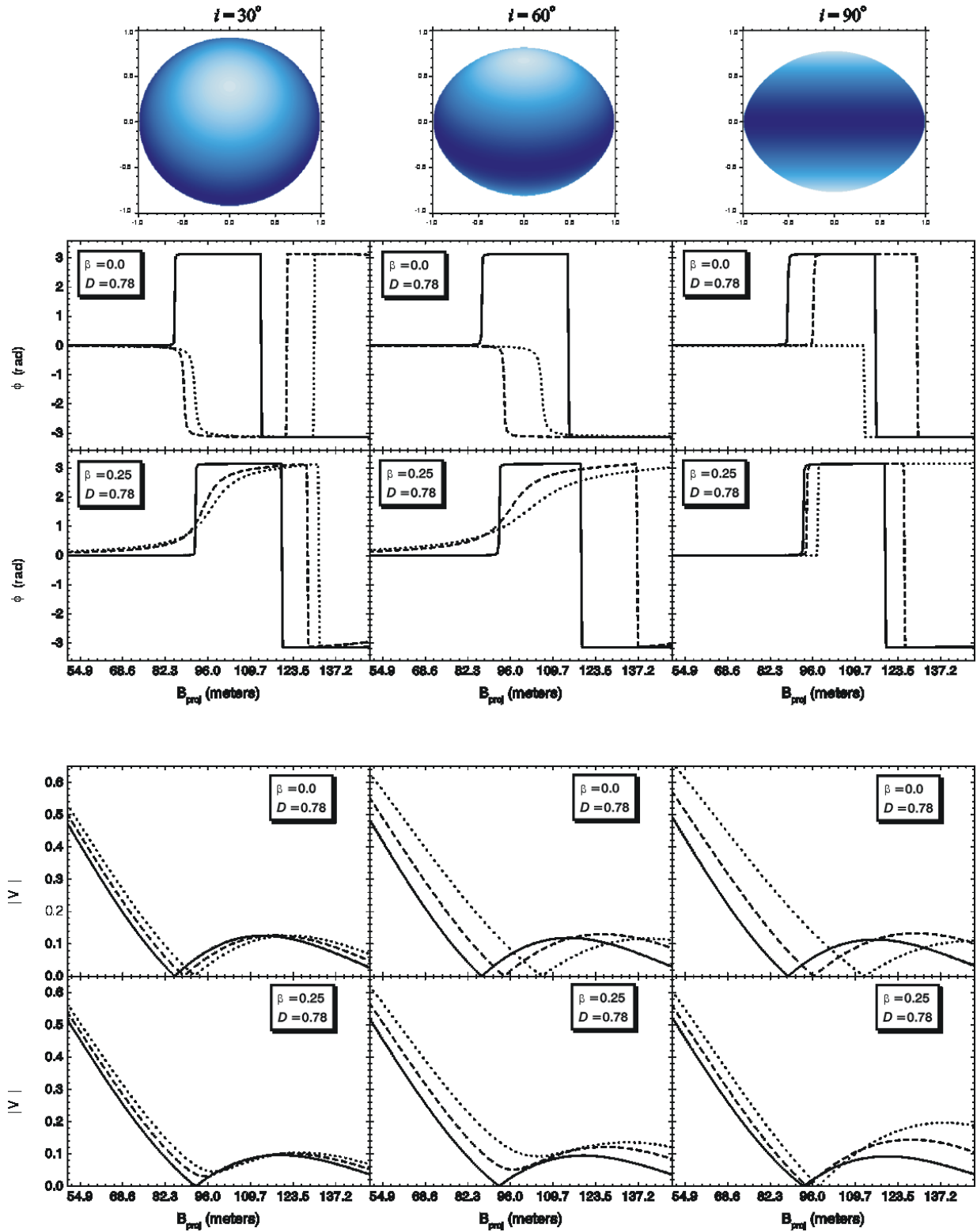


FIG. 4.1 : Phase ϕ de la visibilité complexe en fonction de B_{proj} pour différents modèles d'étoile en rotation rapide (graphiques du milieu). Pour faciliter la compréhension de la figure les cartes de température effective sont montrées (ligne du haut) ainsi que les courbes de module de visibilité $|V|$ (graphiques du bas). Les graphiques sont donnés pour trois inclinaisons ($i = 30^\circ$, 60° et 90°) et pour une étoile sans ($\beta = 0$) et avec ($\beta = 0.25$) effet von Zeipel. Le paramètre D est le degré de sphéricité de l'étoile ($D = R_p/R_{\text{eq}} = 0.78$). Les trois types de courbes correspondent à trois directions de la base projetée sur le ciel B_{proj} dans le repère donné par la Fig. 1.4 : $\xi = 0^\circ$ (ligne continue), 45° (ligne en tiret) and 90° (ligne en pointillé).

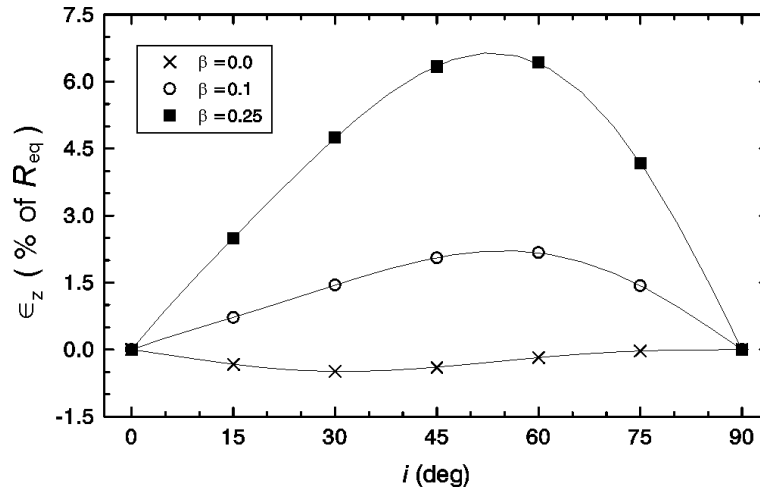


FIG. 4.2 : Composante du photocentre parallèle à l'axe de rotation de l'étoile projeté sur le ciel (ϵ_z ; Eqs. 1.12 à 1.14) en fonction de l'inclinaison stellaire i . Les calculs ont été réalisés pour $\beta = 0$, 0.1 et 0.25, avec les mêmes paramètres physiques et de bande spectrale que la Fig. 4.1. Notons que $\epsilon_z < 0$ dans l'absence d'assombrissement gravitationnel ($\beta = 0$). Cela est expliqué par une combinaison d'effets liés à la géométrie de Roche et à l'assombrissement centre-bord, de façon que le point où la normale à la photosphère stellaire est orientée vers l'observateur ne se situe pas au centre géométrique de l'étoile mais légèrement en dessous.

(cf. Eqs. 1.12 à 1.14). Les calculs ont été réalisés pour $\beta = 0$, 0.1 et 0.25 avec les mêmes paramètres physiques et de bande spectrale que la Fig. 4.1. Dans ces conditions, on a $\epsilon_y = 0$ à cause de la symétrie de l'étoile autour de son axe de rotation. Ainsi, pour les étoiles en rotation rapide la phase contient de l'information non seulement sur l'assombrissement gravitationnel mais aussi sur l'inclinaison stellaire. Cela doit être considéré lors de la préparation et de l'analyse des observations qui utilisent la phase pour éviter les problèmes d'unicité des solutions et pour une estimation précise de l'effet von Zeipel.

Grâce à ces résultats nous pouvons conclure qu'une mesure de clôture de phase différente de 0 ou $\pm\pi$ rad et constante dans le temps est un fort indice de l'existence de l'assombrissement gravitationnel pour une étoile en rotation rapide. Notre programme d'étude de la rotation rapide au VLTI-AMBER cité au début de ce chapitre prévoit l'utilisation de la clôture de phase pour détecter cet effet. La méthode de la référence de phase avec utilisation d'une seconde étoile supposée centro-symétrique peut également s'appliquer à la mesure de l'effet von Zeipel (par exemple avec PRIMA).

De plus, comme l'assombrissement gravitationnel induit une distribution non uniforme de température effective cet effet peut être également estimé à partir d'une signature différentielle entre les phases mesurées sur deux bandes spectrales éloignées. La Fig. 4.3 illustre cette signature chromatique de l'assombrissement gravitationnel encore dans l'approximation d'une étoile peu résolue. Les calculs ont été réalisés dans deux bandes spectrales (autour des raies $\text{HeI}4471\text{\AA}$ et $\text{HeI}6678\text{\AA}$) pour une étoile avec effet von Zeipel vue à $i = 60^\circ$. Remarquons que la composante ϵ_z du photocentre (ligne du haut) se localise plus proche du pôle pour la bande spectrale bleue. Cette différence entre ϵ_z mesuré dans le bleu et le rouge peut être augmentée,

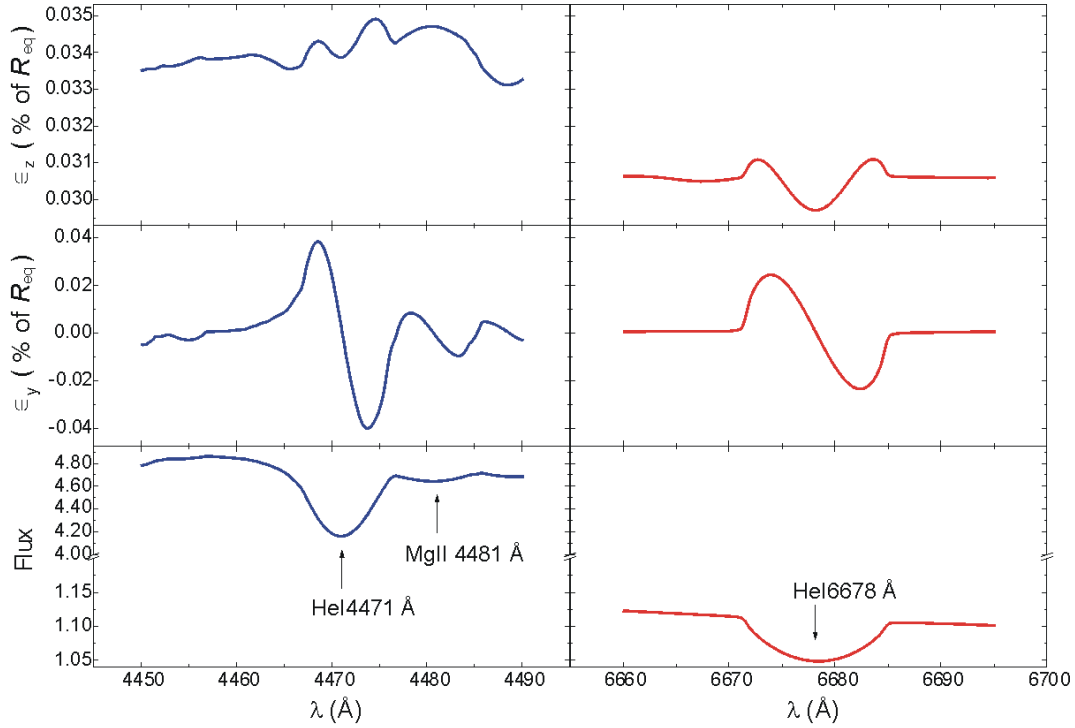


FIG. 4.3 : Signature chromatique de l'effet von Zeipel sur la phase pour une étoile peu résolue (signature sur les photocentres). Notons la signature différentielle présentée par $\epsilon_z(\lambda)$ qui est $\simeq 10\%$ plus élevé dans le bleu que dans le rouge. Le modèle d'étoile adopté correspond à $M = 15 M_\odot$, $R_p = 6 R_\odot$, $T_p = 30000$ K et $v_{\text{eq}} = 350$ km/s. Ces paramètres d'entrée impliquent $R_{\text{eq}} = 6.9 R_\odot (\Rightarrow R_p = 0.87 R_{\text{eq}})$, $T_{\text{eq}} = 25800$ K (pour $\beta = 0.25$) et $v_{\text{eq}} = 61.5\% v_{\text{crit}}$.

jusqu'à une certaine limite, simplement en considérant deux bandes spectrales plus éloignées. Ceci est conséquence de fait que $i = 60^\circ$ et que $T_p = 30000$ K tandis que $T_{\text{eq}} = 25800$ K. La composante ϵ_y du photocentre ne présente pas une dépendance significative avec l'assombriement gravitationnel. Dans cette figure je montre également qu'il existe une signature chromatique de l'effet von Zeipel sur ϵ_z mesuré à travers les raies spectrales. Cependant, à la vue de l'amplitude de ces signatures, une très grande sensibilité est nécessaire pour les détecter. Bien entendu la signature chromatique illustrée ici pour le photocentre peut être également exploitée pour les étoiles résolues.

Une partie de cette étude théorique sur la rotation rapide à partir de la phase a été publiée dans l'édition de 2001 du GRETA (GRoupE Transfert en Astrophysique ; de Souza Jr. 2002).

4.2 Imagerie Doppler interférométrique

L'imagerie Doppler interférométrique (IDI) est une technique moderne qui utilise les techniques classiques d'imagerie Doppler pour la reconstruction d'images de surfaces stellaires à partir de données spectroscopiques et spectro-interférométriques (ou d'interférométrie différentielle ; cf. section 1.2).

L'imagerie Doppler reconstruit des cartes d'intensité d'étoiles à partir de techniques d'inversion appliquées à une séquence de profils spectraux présentant une modulation dans le temps. Peu ou pas de connaissance a priori sur l'étoile est exigée par cette technique. D'un autre côté une bonne couverture temporelle est nécessaire pendant au moins une période de rotation stellaire et les profils spectraux doivent avoir un élargissement Doppler dominé par cette rotation. Cette technique a été proposée par Deutsch (1970) et ensuite développée par plusieurs chercheurs comme Vogt & Penrod (1983), Hatzes et al. (1989), Jankov & Foing (1992), entre autres.

Le pouvoir de résolution spatiale de l'imagerie Doppler est basé sur l'élargissement Doppler des raies spectrales à cause de la rotation stellaire. Ainsi, une inhomogénéité quelconque sur la surface stellaire présente une signature bien définie qui se déplace à travers le profil photosphérique lorsque l'étoile tourne. Ce profil peut être alors interprété comme étant la projection de la distribution d'intensité 2D de l'étoile sur l'espace 1D des longueurs d'ondes. La procédure d'inversion de cette projection, permettant de reconstruire la carte d'intensité de l'étoile depuis les profils spectraux, est un problème inverse mal-posé¹.

Différentes méthodes existent pour stabiliser les solutions par rapport aux effets de bruit. Parmi ces méthodes, une des plus utilisées est la minimisation d'une fonctionnelle (ou fonction coût) avec l'introduction de contraintes sur la solution. Ainsi, les solutions sont stabilisées (régularisées) par l'introduction d'informations supplémentaires sur l'image recherchée comme par exemple la positivité (i.e. les inhomogénéités de surface sont soit brillantes soit sombres) et la douceur (i.e. les données ne nous permettent pas de reconstruire des détails de la surface au-delà de leur pouvoir de résolution). La fonctionnelle contient en général un terme de distance (un χ^2 par exemple) entre les données et les spectres calculés depuis le modèle ainsi qu'un terme de régularisation du type Tikhonov (e.g. Tikhonov & Arsenine 1976) ou maximum d'entropie dans lequel on introduit les contraintes du problème.

Une des principales raisons du caractère mal-posé des problèmes d'imagerie Doppler vient du fait qu'on essaye de reconstruire une image 2D de l'étoile à partir de l'information spectrale 1D. Cette limitation intrinsèque à l'imagerie Doppler classique est à l'origine de difficultés comme la non-unicité des images reconstruites pour les étoiles avec $i \simeq 90^\circ$ (effet miroir), l'étalement et le biais en latitude des inhomogénéités reconstruites et la reproduction insatisfaisante des structures situées dans l'hémisphère qui contient le pôle caché de l'étoile.

Ces difficultés sont en grande partie résolues par l'IDI où l'imagerie Doppler est appliquée non seulement aux profils spectraux mais aussi aux profils des photocentres (l'étoile est souvent non résolue) à travers les raies spectrales (e.g. Petrov 1988 et les deux sous-sections suivantes). On verra par la suite que la qualité des images reconstruites par l'IDI est significativement supérieure à celles obtenues par l'imagerie Doppler classique. Cette amélioration est une conséquence de l'information 2D provenant des photocentres ainsi que du fait que ceux-ci sont les moments du premier ordre des cartes d'intensité (cf. Eq. 1.14) de manière que les inhomogénéités proches du bord stellaire sont mieux reconstruites.

Les deux sous-sections ci-après montrent que l'éventail d'application de l'IDI est très vaste et

¹Un problème est dit mal-posé (au sens de Hadamard) si au moins une des ces trois propriétés n'est pas vérifiée : **existence** d'une solution, **unicité** de la solution, **stabilité** de la solution (par rapport à une perturbation).

que dans les prochaines années des résultats importants pourront être attendus sur la pulsation stellaire, les taches de température et/ou d'abondance chimique, l'activité magnétique, entre autres.

4.2.1 Bases de l'IDI et son application aux pulsations stellaires

Pendant ma thèse j'ai participé activement aux travaux théoriques sur l'IDI menés principalement par S. Jankov. Les principaux résultats de ces travaux se trouvent dans un article présenté ci-après sur les bases de l'IDI incluant une application aux PNR. Cette étude théorique, parue dans la revue *Astronomy & Astrophysics*, démontre la puissance de l'IDI pour l'imagerie de structures stellaires en général et de PNR en particulier suivant une idée originale de F. Vakili (Vakili & Percheron 1991).

Ce travail établit le formalisme de base permettant la reconstruction d'images à la fois depuis les profils spectraux et les courbes de photocentre. La méthode de régularisation adoptée est le maximum d'entropie avec une contrainte de douceur. La contrainte de positivité ne s'applique pas aux PNR puisque la brillance locale varie entre positive et négative (par rapport à son niveau moyen) pendant la période d'oscillation. Les simulations numériques avec bruit gaussien montrent que les interféromètres actuels, notamment le VLTI-AMBER, permettent la reconstruction de cartes de PNR. Grâce à cette étude nous avons proposé un programme d'observation de PNR avec l'instrument AMBER du VLTI qui a déjà été accepté pour une trentaine d'heures d'observation en temps garanti.

Interferometric-Doppler imaging of stellar surface structure

S. Jankov, F. Vakili, A. Domiciano de Souza Jr. & E. Janot-Pacheco

Article paru dans la revue *Astronomy & Astrophysics*, 2001, vol. 377, p. 721

Interferometric-Doppler imaging of stellar surface structure

S. Jankov^{1,4}, F. Vakili¹, A. Domiciano de Souza Jr.¹, and E. Janot-Pacheco^{2,3}

¹ Observatoire de la Côte d’Azur, Département FRESNEL, CNRS UMR 6528, 2130 route de l’Observatoire, Caussols, 06460 St Vallier de Thiey, France

² Observatoire de Meudon, DASGAL, 92195 Meudon, France

³ Instituto Astronômico e Geofísico, Universidade de São Paulo, CP 9638, 01065-970 São Paulo, SP, Brasil

⁴ Astronomical Observatory Beograd, Volgina 7, Yugoslavia

Received 7 February 2001 / Accepted 16 July 2001

Abstract. In this paper we discuss the combination of two basic approaches which should potentially generate images of spatially unresolved stars: differential interferometry and classical spectroscopy. Doppler Imaging provides indirect observational information on stellar surface structures by modeling the rotational modulation of the observed flux distribution across spectral lines. Similarly, differential interferometry makes it possible to measure the disturbances of photocentroid location of an unresolved star as a function of wavelength and to deduce the corresponding stellar map. We present the general formalism to reconstruct images from spectroscopy and differential interferometry data for sources with spatially unresolved structures, and we discuss how their combination improves the image reconstructions. This technique, that we call Interferometric-Doppler Imaging (IDI), leads to significant progress in solving some long-standing problems of Doppler Imaging, such as latitude smearing and bias as well as the non-uniqueness of the solution in the special case of an equator-on star. We treat explicitly the most delicate case of non-radial stellar pulsations, for which the cancellation of opposite sign temperature or velocity fields introduces additional difficulties. The performance of the method is demonstrated, using the indirect imaging code built on the basis of the developed approach to reconstruct an input image from a series of generated noisy spectra. The problem of image reconstruction from two-aperture interferometry data has been particularly addressed since it represents the case of most presently operating interferometers.

Key words. techniques: image processing – techniques: interferometric – techniques: spectroscopic – stars: activity – stars: imaging – stars: oscillations

1. Introduction

1.1. Differential interferometry method

Over the last three decades, significant progress has been achieved in the development of interferometry at optical wavelengths. The introduction of single aperture speckle interferometry (Labeyrie 1970) and long baseline interferometry (Labeyrie 1975) demonstrated the potential of the technique which uses the instantaneous fine structure in object images (“speckles”) to attain angular resolution close to the diffraction limit of the instrument, despite atmospheric turbulence.

Beckers (1982) described a technique of narrow spectral band speckle interferometry which derives spatial information with a resolution higher than the instrument diffraction limit, using the variations in the spectrum across the astronomical object under study. This technique, called “Differential Speckle Interferometry” (DSI), measures the relative shift of an object in different spectral bands, and its application is based on the assumption that

the shift between two speckle images can be related to the spatial structures of the object under study. Although the phase of the spatial coherence function is corrupted by instrumental and atmospheric phase errors, different methods of data processing can be used to overcome this difficulty. If the two sets of speckle interferograms of the same object are recorded simultaneously at two different wavelengths, but close enough for the Point Spread Function to be the same for both channels, then their ensemble average cross-spectrum provides the information about the relative shift as a fraction of the object size.

Aime et al. (1984), estimated the sensitivity of the method using a cross-spectrum analysis technique which makes it possible to measure sub-milliarcsecond shifts between two speckle patterns at two close wavelengths, demonstrating the feasibility of the DSI technique. The theoretical estimation of expected signal-to-noise ratios in differential speckle interferometry (Petrov et al. 1986; Chelli 1989) demonstrated the practical applicability of the technique to a wide number of sources. Chelli & Petrov (1995b) described the application of the DSI method to the measurement of angular diameters, rotational velocities and position angles of the rotation axes of rotating

stars and to the measurement of the angular vectorial separation and radial velocity differences in binary systems. They also presented a method to compute the uncertainties in these parameters using a numerical computation of the limiting performances of DSI for these applications. Chelli & Petrov (1995a) presented a formalism for the estimation of the parameters, modeling the brightness and velocity fields of unresolved or partially resolved astronomical candidates using the average cross spectrum of speckle patterns recorded in different spectral channels to define the seeing independent estimator. They applied it to unresolved sources, when all the information is contained in the object spectrum and in the angular vectorial function $\varepsilon(\lambda)$ representing the variation of the object photometric barycenter (photocenter) with wavelength, giving a simple formal expression of the parameters errors.

1.2. Doppler imaging method

In parallel to the development of interferometric techniques, the method of Doppler Imaging allowed access to the spatial structure of non-resolved stars through observation and interpretation of temporal spectroscopic variability along the stellar rotational phase. The fact that the wavelength axis of a star is spatially resolved, due to the rotational Doppler shift, is the basis for the method invented by Deutsch (1970), who used the variation of line equivalent widths to adjust parameters describing the development in spherical harmonics of the stellar surface inhomogeneities. Methods making full use of the profile have been further developed (e.g. Khokhlova & Ryabchikova 1975; Vogt & Penrod 1983). However, these methods suffered from a rather arbitrary procedure and a considerable uncertainty in deciding when a correct solution has been obtained.

The inverse problem in Doppler Imaging is fundamentally ill-conditioned; the solution is very unstable against small perturbations in the data and can be stabilized only by progressively adding more weight to the regularization constraint (Jankov & Foing 1987). In fact, the current status of Doppler Imaging has been achieved by using sophisticated regularization methods able to stabilize the inversion.

Different formulations of the Doppler imaging method have been proposed or applied to various observations: Goncharskij et al. (1982) formulated the problem of finding local abundances for Ap stars, in terms of an integral equation; a Lagrange multiplier method is used to minimize the error between calculated and observed profiles, with a stabilization Tikhonov functional.

Vogt et al. (1987) described the method of Doppler imaging for spotted late-type stars, expressing the relation between local surface intensities and the observed spectral profile in a matrix form, by approximating the projection matrix as the marginal response of data pixel to changes in image pixel. Assuming the shape independence of the local line profile, Jankov (1987) gave a formulation for

the indirect imaging method, in terms of a matrix formalism, treating explicitly the problem of nonlinearity of the image data transformation due to variable continuum flux level of spotted late-type stars. Both methods used the Maximum Entropy approach in order to stabilize the inversion.

However, in the case of an equator-on star the solution is intrinsically non-unique and only additional information (for example, eclipse modulation of spectral lines) can help to resolve the north-south ambiguity. The problem of the non-uniqueness of the solution in that special case was particularly addressed by Petrov (1988) who showed that the knowledge of $\varepsilon(\lambda)$ constrains the model of the star, securing the uniqueness of the reconstructed image.

Jankov et al. (1992) discussed the common situation of regularization of the inverse problem for the interferometric and tomographic methods, while the full mathematical formulation of the problem of stellar Tomographic Imaging from projections provided by spectroscopic and photometric data is given by Jankov & Foing (1992). Although the method was developed for imaging of late-type stars, the basic principles are generally applicable and their formalism is used throughout the present paper. Jankov et al. (1999) presented an approach for imaging of non-radial stellar pulsations that is fully applicable to one of the most promising applications of DSI: the study of the surface of rapidly rotating stars with strong non-radial oscillations (Vakili 1990).

1.3. Stellar atmospheric structures resolved by differential interferometry

High angular resolution differential interferometry imaging has already provided particularly important new information on the atmospheric structure, wind and non-radial pulsations in extended envelopes of Be stars. Vakili et al. (1994) discussed the optical resolution of Be star envelopes in the context of data from the Grand Interféromètre à 2 Télescopes (GI2T) on Plateau de Calern (Mourard et al. 1994).

In recent years, one of the most studied stars with long baseline interferometry has been the Be star γ Cassiopeiae. The H α emitting region was resolved for the first time by Thom et al. (1986), using optical interferometric measurements from the Interféromètre à 2 Télescopes (I2T), while details in the rotating envelope of the star have been resolved by Mourard et al. (1989). The model presented by Stee et al. (1995), based on spectroscopic and interferometric data collected with the GI2T, provided the detailed physics and geometry of the star's envelope, constraining both the density and velocity relationships present in the equatorial plane. Stee et al. (1998) concluded that the size of the emitting region (as observed in He I $\lambda 6678 \text{ \AA}$, continuum $\lambda 4800 \text{ \AA}$, continuum $\lambda 6500 \text{ \AA}$, H β and H α) increases from 2.3 to 17 stellar radii. Using differential interferometry observations, Sanchez et al. (1997) reported the non-axisymmetric

envelope of γ Cas. Berio et al. (1999) revealed azimuthally asymmetric variations of the $H\alpha$ profile due to a prograde one-armed oscillation precessing in the equatorial disk of the star.

A few other stars have been observed using spectrally resolved interferometry: Harmanec et al. (1996) investigated jet-like structures in the Be star β Lyrae from an extensive collection of interferometric, spectroscopic and photometric observations. Using the high spatial resolution provided by the GI2T, Vakili et al. (1997) detected subtle structures in the wind of P Cygni by analyzing spectrally resolved fringes in $H\alpha$ and $He I$ $\lambda 6678 \text{ \AA}$. Vakili et al. (1998) reported the first interferometric detection of a prograde one-armed oscillation in the equatorial disk of ζ Tauri.

2. Basic equations

2.1. Differential Interferometry

Let $\tilde{I}'(u, v, \lambda)$ denote the spatial Fourier transform (complex visibility function) of sky brightness $I'(s, p, \lambda)$ at the wavelength λ , where the Fourier frequency pair u, v is the conjugate of the spatial Cartesian coordinates s, p , respectively. Applying the derivative and definite integral theorem to the Maclaurin expansion of $\tilde{I}'(u, v, \lambda)$ one obtains (see Appendix):

$$\begin{aligned} \tilde{I}'(u, v, \lambda) = & \iint_{\Omega} I'(s, p, \lambda) dsdp - i2\pi u \iint_{\Omega} s I'(s, p, \lambda) dsdp \\ & - i2\pi v \iint_{\Omega} p I'(s, p, \lambda) dsdp, \end{aligned} \quad (1)$$

where the domain of integration in Eq. (23) has been replaced with the visible stellar surface Ω , and we have retained only the zero and first order terms. This is justified by the fact that, when applied to an unresolved source, the integrands of Eq. (23) are determined by the powers of us and vp and since $us \ll 1$ and $vp \ll 1$, they are vanishing in high-order terms of this equation. For the same reason the imaginary (\Im) part of the Eq. (1) can be considered as much smaller than the corresponding real part (\Re), consequently the argument of the complex visibility $\tilde{I}'(u, v, \lambda)$: $\text{Arg}[\tilde{I}'(u, v, \lambda)] = \arctan[\Im \tilde{I}' / \Re \tilde{I}'] \approx [\Im \tilde{I}' / \Re \tilde{I}']$ can be expressed as the sum of two terms:

$$-\text{Arg}[\tilde{I}'(u, v, \lambda)] = 2\pi u \varepsilon^s(\lambda) + 2\pi v \varepsilon^p(\lambda),$$

where:

$$\varepsilon^s(\lambda) = \frac{\iint_{\Omega} s I'(s, p, \lambda) dsdp}{\iint_{\Omega} I'(s, p, \lambda) dsdp} \quad (2)$$

and

$$\varepsilon^p(\lambda) = \frac{\iint_{\Omega} p I'(s, p, \lambda) dsdp}{\iint_{\Omega} I'(s, p, \lambda) dsdp} \quad (3)$$

represent two orthogonal shifts in the space domain.

The vectorial function $\varepsilon(\lambda)$, with the projections $\varepsilon^s(\lambda)$, $\varepsilon^p(\lambda)$ represents the angular shift of the stellar photocenter at different wavelengths and can be evaluated

measuring the relative phase of the interferometric signal along a spectral line with respect to the continuum. It provides the first order moment of the spatial brightness distribution, in addition to the zero order moment spectroscopic information.

2.2. Rotationally broadened stellar spectra

Let us consider a star rotating with projected rotational velocity $V_e \sin i$, observed in a spectral line centered at λ_0 . The intensity in the line $I'(s, p, \lambda)$ is related to the normalized spectrum $H(M, \lambda)$, as it would be observed in the spatially resolved nonrotating star at a point $M(s, p)$, in the stellar atmosphere by the relation:

$$I'(M, \lambda - \lambda_0 - \lambda_r) = H(M, \lambda - \lambda_0 - \lambda_r) I'_c(M, \lambda_0) \quad (4)$$

with $\lambda_r = y \lambda_0 (V_e \sin i) / c$. The observer's coordinate system is defined by the axis z , chosen to be oriented in the direction of the projection of the stellar rotational axis on the tangent plane and by the axis y orthogonal to it in the same plane (see Fig. 1). From this figure the longitude L and latitude $B = \pi/2 - \theta$ can be associated with y, z as well as with the angle Θ between the line of sight x and the normal to the surface at point M :

$$\begin{aligned} x &= \cos \Theta = \sin B \cos i + \cos B \sin i \cos \phi, \\ y &= \cos B \sin \phi, \\ z &= \sin B \sin i - \cos B \cos \phi \cos i, \end{aligned} \quad (5)$$

where we have assumed spherical geometry (radius equal to unity), $\phi = L + 2\pi\Phi$ is the azimuth related to the longitude L and the particular rotational phase Φ . The intensity in the continuum as observed on the apparent disc of the star $I'_c(M, \lambda_0)$ is related to the surface intensity $I_c(M, \lambda_0)$ by

$$I'_c(M, \lambda_0) = I_c(M, \lambda_0) D(M, \lambda_0), \quad (6)$$

where the limb darkening law for the continuum intensity distribution on the apparent disc of the star $D(M, \lambda_0)$ is usually described by the linear combination of the limb darkening coefficient ε_{λ_0} and the angle Θ :

$$D(M, \lambda_0) = (1 - \varepsilon_{\lambda_0} + \varepsilon_{\lambda_0} \cos \Theta).$$

In the spectroscopic case we cannot observe directly the specific intensities at the surface, but only their integrals over the apparent stellar disc, i.e. the fluxes, in the line $F(\lambda - \lambda_0)$ and in the continuum $F_c(\lambda_0)$. Consequently the observed normalized flux spectrum in the spectral line is given by the relation

$$R(\lambda - \lambda_0) = \frac{F(\lambda - \lambda_0)}{F_c(\lambda_0)} = \frac{\iint_{\Omega} I'(M, \lambda - \lambda_0 - \lambda_r) \cos \Theta dS}{F_c(\lambda_0)}.$$

Using Eqs. (4) and (6) and introducing

$$A(M, \lambda_0) = D(M, \lambda_0) \cos \Theta, \quad (7)$$

the observed normalized profile can be written in the form

$$R(\lambda - \lambda_0) = \frac{\iint_{\Omega} H(M, \lambda - \lambda_0 - \lambda_r) I_c(M, \lambda_0) A(M, \lambda_0) dS}{F_c(\lambda_0)}, \quad (8)$$

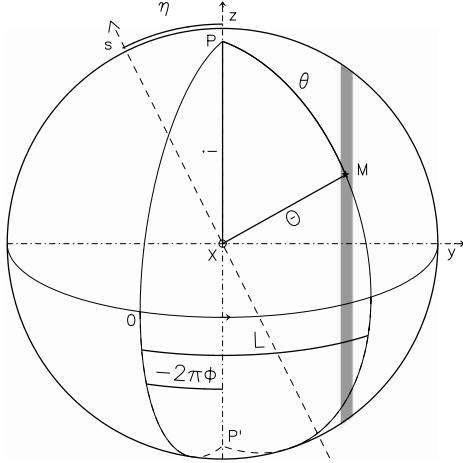


Fig. 1. Connection between stellar and observer's coordinate systems. The position of a point M on the stellar surface is determined by its longitude L and colatitude θ . The position of the zeroth meridian is determined by rotational phase Φ . The observer's coordinate system in the tangent plane is defined by the axis z chosen to be oriented in the direction of the projection of stellar rotational axis on to the tangent plane and orthogonal axis y . Axis x , oriented toward the observer, is tilted to the stellar rotational axis by the angle i and to the surface normal at M by the angle Θ . The arcs i as well as the arc Θ are projected as straight lines. With respect to y, z the instrumental coordinate system s, p is rotated in the tangent plane by the angle η . The shadowed region represents the constant radial velocity strip (its width Δy is determined by spectral resolution) corresponding to Doppler shift λ_r .

where the observed continuum flux is

$$F_c(\lambda_0) = \iint_{\Omega} I_c(M, \lambda_0) A(M, \lambda_0) dS. \quad (9)$$

Dividing both the numerator and denominator of the Eqs. (2) and (3) by the continuum flux $F_c(\lambda_0)$ and substituting Eqs. (4) and (6), with $dsdp = \cos \Theta dS$, one obtains (using Eq. (8))

$$E^s(\lambda) = \frac{\iint_{\Omega} s H(M, \lambda - \lambda_0 - \lambda_r) I_c(M, \lambda_0) A(M, \lambda_0) dS}{F_c(\lambda_0)}, \quad (10)$$

and

$$E^p(\lambda) = \frac{\iint_{\Omega} p H(M, \lambda - \lambda_0 - \lambda_r) I_c(M, \lambda_0) A(M, \lambda_0) dS}{F_c(\lambda_0)}, \quad (11)$$

where $E^s(\lambda) = R(\lambda)\varepsilon^s(\lambda)$ and $E^p(\lambda) = R(\lambda)\varepsilon^p(\lambda)$, are the spectra of normalized first order moments with respect to the coordinate pair s, p which can be associated to an arbitrary instrumental coordinate system. For example, it can be related to the slit and perpendicular-to-slit directions in the case of one aperture speckle interferometry or to two orthogonal baselines of a multi aperture interferometer. But in our case, it is more appropriate to evaluate the moments in the coordinate system related to stellar rotation:

$$E^{\perp}(\lambda) = R(\lambda)\varepsilon^{\perp}(\lambda), \quad E^{\parallel}(\lambda) = R(\lambda)\varepsilon^{\parallel}(\lambda),$$

where $\varepsilon^{\perp}(\lambda)$ is the spectrum of photocenter shift orthogonal to z and $\varepsilon^{\parallel}(\lambda)$ is the spectrum of photocenter shift parallel to z . The coordinates y, z can be related to s and p in terms of a transformation under rotation of the coordinate system:

$$\begin{aligned} s &= y \sin \eta + z \cos \eta, \\ p &= -y \cos \eta + z \sin \eta, \end{aligned}$$

where the time evolution of the angle η between s and the projection of the stellar rotational axis z is provided by book astrometry, assuming that it is known for a reference position η_0 . Substituting s and p into the Eqs. (10) and (11) it follows:

$$\begin{aligned} E^s(\lambda) &= E^{\perp}(\lambda) \sin \eta + E^{\parallel}(\lambda) \cos \eta, \\ E^p(\lambda) &= -E^{\perp}(\lambda) \cos \eta + E^{\parallel}(\lambda) \sin \eta, \end{aligned} \quad (12)$$

with

$$E^{\perp}(\lambda) = \frac{\iint_{\Omega} H(M, \lambda - \lambda_0 - \lambda_r) I_c(M, \lambda_0) B(M, \lambda_0) dS}{F_c(\lambda_0)}, \quad (13)$$

$$E^{\parallel}(\lambda) = \frac{\iint_{\Omega} H(M, \lambda - \lambda_0 - \lambda_r) I_c(M, \lambda_0) C(M, \lambda_0) dS}{F_c(\lambda_0)}. \quad (14)$$

Here we have introduced

$$B(M, \lambda_0) = y D(M, \lambda_0) \cos \Theta = \quad (15)$$

$$(\cos B \sin \phi) D(M, \lambda_0) \cos \Theta,$$

and

$$C(M, \lambda_0) = z D(M, \lambda_0) \cos \Theta = \quad (16)$$

$$(\sin B \sin i - \cos B \cos \phi \cos i) D(M, \lambda_0) \cos \Theta.$$

Note that the implementation to stars with non-spherical surfaces will affect not only Eq. (5), but also the limb darkening law $D(M, \lambda_0)$ in Eqs. (7), (15) and (16). In order to obtain the appropriate model this should be taken into account for rapidly rotating and close binary stars by using the Roche geometry and gravity darkening law (e.g. Townsend 1997).

3. Application to non-radial stellar pulsations

In order to illustrate the application of the preceding basic equations, we consider the complex brightness distribution on the surface of a non-radially pulsating star. The non-radial pulsator model describes the surface intensity distribution and velocity field in terms of the associated Legendre functions $P_l^m(\theta, \phi_R)$ and time t as:

$$I_c(M, \lambda_0, t) = I_0(\lambda_0) + A_l P_l^m(\cos \theta) e^{i(m\phi_R + \omega t)}, \quad (17)$$

where $I_0(\lambda_0)$ is the immaculate intensity of the star, A_l is the oscillation amplitude, ω is the angular time frequency in the observer's frame, the quantum numbers l, m denote the pulsation degree and azimuthal order, respectively, and ϕ_R is the azimuth related to the rotational

frequency of the star Ω_R . In order to establish the stationarity (which is necessary for Doppler Imaging), the rotational phase should be related to the frequency Ω_W defined as:

$$m\Omega_W t = m\phi = m\phi_R + \omega t,$$

where ϕ is the corresponding azimuth defined by the same relation.

Figure 2 displays the stellar image $I_c(M, \lambda_0)$ corresponding to the surface intensity perturbation due to the non-radial pulsation $m = 4, l = 5$ mode in the stationary reference frame. In our example, the artificial star has a rotation axis tilted by $i = 45^\circ$ to the line of sight and rotates with a projected equatorial velocity $V_e \sin i$ of 150 km s^{-1} . In a rapidly rotating star the pulsation velocity field acts as a small perturbation to the dominant rotational velocity field. This perturbation is mapped onto a wavelength corresponding to the rotationally induced Doppler shift. Using Eqs. (8), (13) and (14) we calculated the profiles of spectrum normalized flux $R(\lambda)$, shifts orthogonal to the rotational axis $\varepsilon^\perp(\lambda)$ and parallel to the rotation $\varepsilon^\parallel(\lambda)$, corresponding to the surface intensity $I_c(M, \lambda_0)$ distribution as shown in Fig. 2. The synthetic intensity spectra and photocenter shifts are calculated using the He I $\lambda 6678 \text{ \AA}$ intrinsic profile corresponding to a typical OB star, with Hubeny & Lanz's (1995) spectral synthesis. The oscillation amplitude A_I was set to reproduce the strength of bumps ($\lesssim 1\%$) observed across this line in some Be stars (e.g. Jankov et al. 2000), and plots associated with the rotational phase $\Phi = 0$ are presented on top of Figs. 3, 4 and 5. The synthetic data set is then computed, consisting of normalized flux and photocenter shift profiles evenly spread throughout the rotational cycle. Artificial zero-average Gaussian noise ($1/\sigma = 1000$), is added to produce the dynamic residual spectrum (the immaculate star line profiles are subtracted from perturbed star line profiles) of normalized intensity, orthogonal and parallel photocenter shifts as shown in bottom of Figs. 3, 4 and 5 respectively.

4. Matrix formulation of image-data transformation

Let us consider the stellar surface divided by N_L meridians and N_B parallels. Let the N_L meridians and N_B parallels determine the image resolution pixels. We number the resolution pixels from 1 to J , each pixel representing a part of the stellar surface with constant intensity I_j where

$$j = m + N_B(l - 1) \quad m = \overline{1, N_B} \quad l = \overline{1, N_L}$$

are the coordinates of the resolution pixels. In order to calculate the projection with a given precision (determined by the signal-to-noise ratio of the observations) we divide each resolution pixel by N_P projection pixels (for more details see Jankov & Foing 1992). The projection pixel coordinate frame is chosen so that elementary surface of the image (surface of the projection pixel) is equal to the surface element corresponding to adopted geometry.

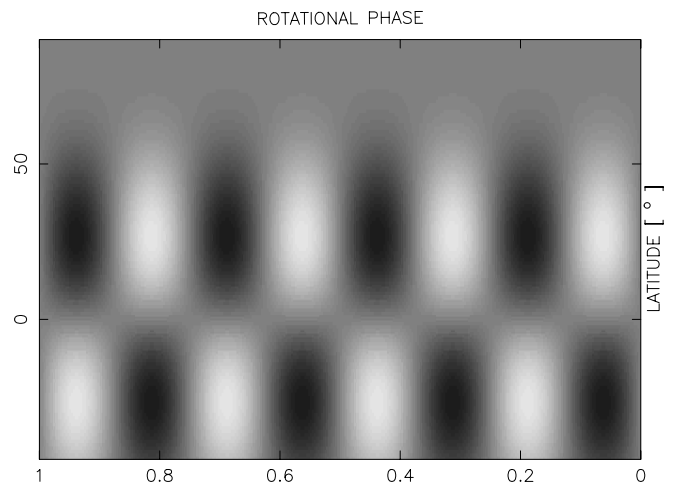
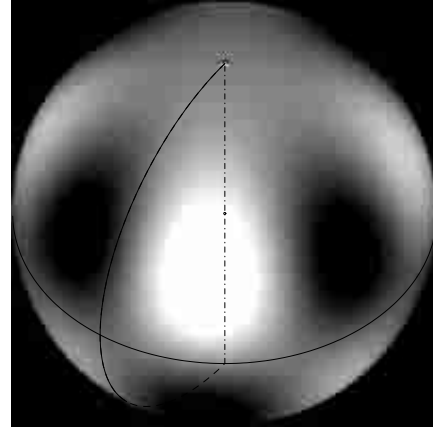


Fig. 2. Stellar surface brightness perturbation due to the non-radial pulsation $m = 4, l = 5$ mode on a star tilted at $i = 45^\circ$. Top: Spherical projection. Bottom: Mercator projection of the visible surface.

With regard to this discretization, we define the spectrum of the normalized flux (Eq. (8)) measured in N discrete wavelengths across the spectral line:

$$R_n = \frac{\sum_{r=1}^N \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{N_P} H_{n-r,k} I_k b_{rk} A_{rk}}{F_c(\lambda_0)}, \quad n = \overline{1, N},$$

where the subscripts r and n represent the wavelength (measurement in the n th position of the detector pixel), the summation $\sum_{r=1}^N$ concerns the broadening with the $H(M, \lambda)$ profile denoted by $H_{n-r,k}$, the summation $\sum_{j=1}^J$ concerns all the resolution pixels, and the summation $\sum_{k=1}^{N_P}$ concerns all the projection pixels inside the resolution pixel j .

The profile $H_{n-r,k}$ describes the dependence of the intensity of the local spectrum as a function of wavelength (index r corresponding to the strip $y_r, y_r + \Delta y$) and of position on the stellar surface (index k corresponding to the projection pixel inside the resolution element j). The profiles $H(M, \lambda)$ can be obtained from observations of non-rotating template stars (Jankov & Foing 1992); otherwise they can be calculated using spectral synthesis, but in that

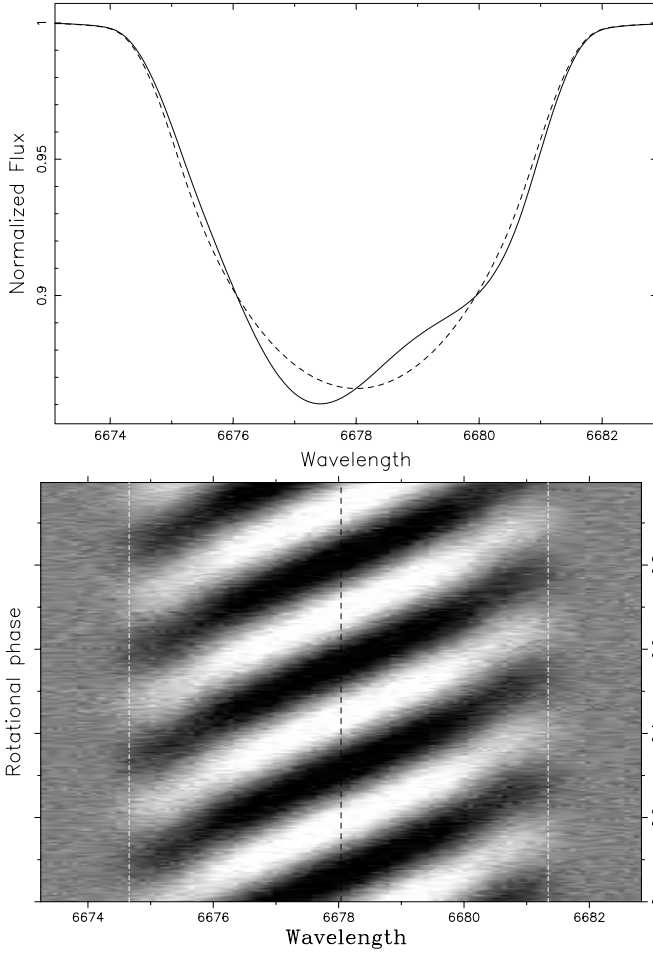


Fig. 3. Synthetic normalized flux in the He I spectral line. Top: the spectrum calculated for $\Phi = 0$, using the model from Fig. 2 (solid line). The dashed line represents the spectrum corresponding to the homogeneous stellar surface. Bottom: dynamic spectrum of residuals (immaculate star profiles are subtracted from perturbed profiles) evenly spread throughout the rotational cycle. Artificial Gaussian noise ($1/\sigma = 1000$) is added.

case they should be convolved with the instrumental function. This function is independent of M , in contrast with the broadening induced by stellar rotation in conjunction with finite exposure time. The latter broadening depends on the position at the stellar surface M and should be convolved with the local profile $H(M, \lambda)$ in each resolution pixel j . The quantity A_{rk} is defined by the Eq. (7), and the domain of integration associated with the equal radial velocity strip r is introduced by:

$$b_{rk} = \begin{cases} 1 & y \in (y_r, y_r + \Delta y) \\ 0 & y \notin (y_r, y_r + \Delta y) \end{cases}.$$

Here b_{rk} is unity if the particular projection pixel k is covered by the strip r , and zero otherwise. Note that this definition of the surface of the projection pixel b_{rk} imposes the dimensional equivalence between intensities and fluxes

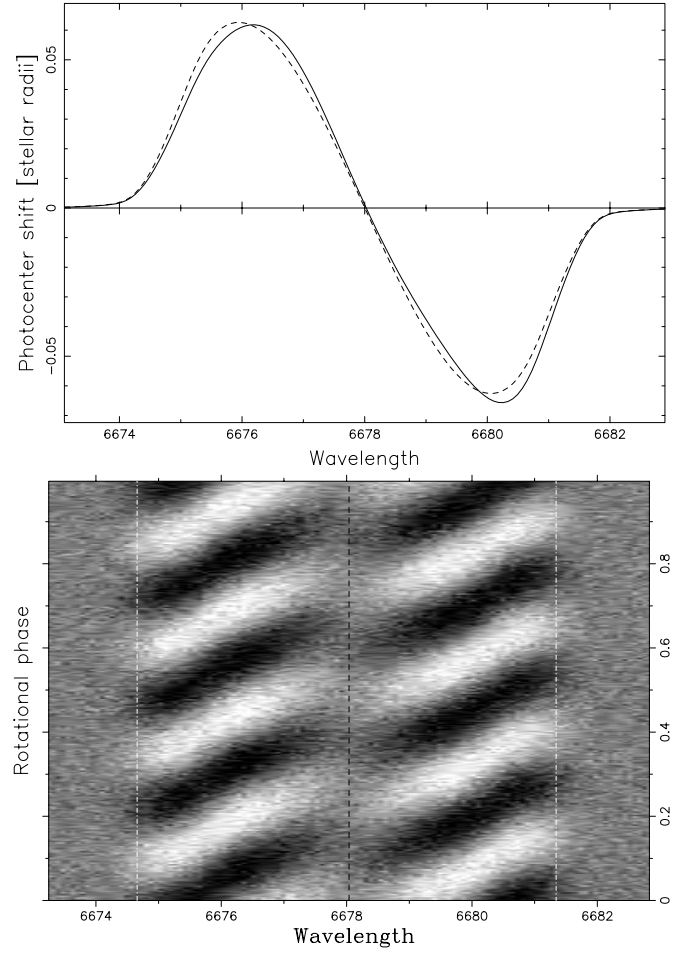


Fig. 4. Same as in Fig. 3, but for photocenter shifts orthogonal to rotation.

in our presentation. Since we assume invariability of the physical conditions inside the resolution pixel j :

$$I_1 = I_2 = \dots = I_k = \dots = I_{N_P} = I_j$$

and

$$H_{n-r,1} = H_{n-r,2} = \dots = H_{n-r,k} = \dots = H_{n-r,N_P} = H_{n-r,j}$$

it follows that

$$\begin{aligned} R_n &= \frac{\sum_{j=1}^J I_j \sum_{r=1}^N H_{n-r,j} \sum_{k=1}^{N_P} b_{rk} A_{rk}}{F_c(\lambda_0)} \\ &= \frac{\sum_{j=1}^J X_j \sum_{r=1}^N H_{n-r,j} \sum_{k=1}^{N_P} b_{rk} A_{rk}}{({}^a)C}. \end{aligned} \quad (18)$$

For the q th spectrum this equation can be written in matrix notation:

$$({}^a)C \cdot ({}^a)R_N = ({}^a)S_{NJ} \star X_J,$$

where $X_j = I_j/I_0(\lambda_0)$ and $({}^a)C = F_c(\lambda_0)/I_0(\lambda_0)$; $I_0(\lambda_0)$ being the immaculate intensity of the star. Here we introduced the matrix $({}^a)S_{NJ}$ with the components

$$S_{nj} = \sum_{r=1}^N H_{n-r,j} D_{rj}$$

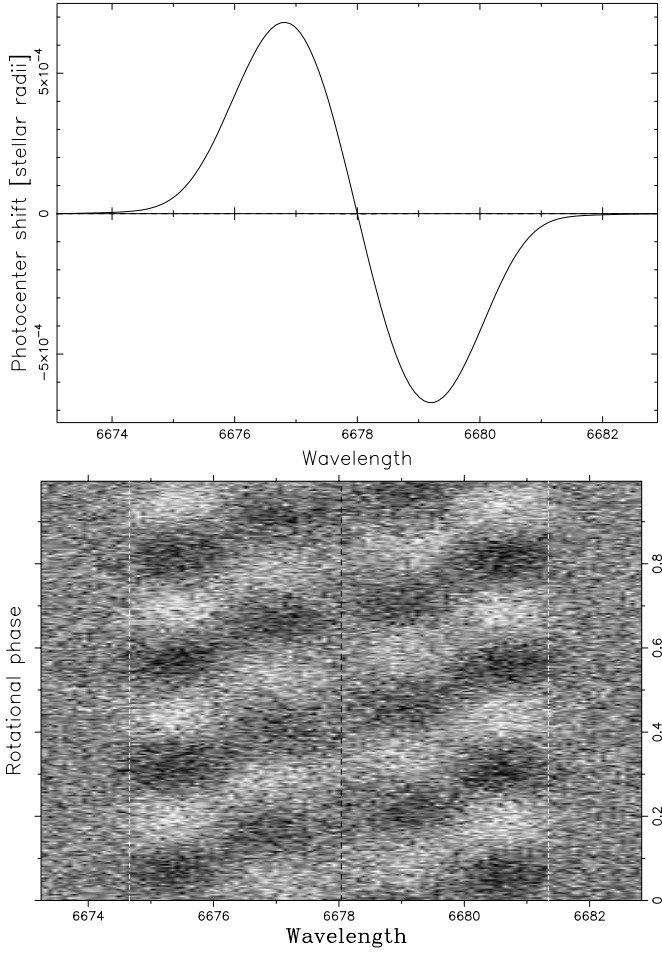


Fig. 5. Same as in Fig. 3, but for photocenter shifts parallel to rotation. The shifts corresponding to the homogeneous star are equal to zero across the entire profile.

where D_{rj} is defined by:

$$D_{rj} = \sum_{k=1}^{N_P} b_{rk} A_{rk},$$

b_{rk} and A_{rk} being dependent on j .

Similarly we can deduce from Eqs. (13) and (14) that

$$\begin{aligned} {}^{(q)}C \cdot {}^{(q)}E_N^\perp &= {}^{(q)}O_{NJ} \star X_J \\ {}^{(q)}C \cdot {}^{(q)}E_N^\parallel &= {}^{(q)}P_{NJ} \star X_J, \end{aligned} \quad (19)$$

where

$$\begin{aligned} O_{nj} &= \sum_{r=1}^N H_{n-r,j} F_{rj}, & F_{rj} &= \sum_{k=1}^{N_P} b_{rk} B_{rk} \\ P_{nj} &= \sum_{r=1}^N H_{n-r,j} G_{rj}, & G_{rj} &= \sum_{k=1}^{N_P} b_{rk} C_{rk} \end{aligned}$$

with B_{rk} and C_{rk} defined by Eqs. (15) and (16), respectively. The quantities E^\perp and E^\parallel are not directly observable, but can be related to the observables E^s and E^p through Eq. (12).

The problem of non-linearity due to the variable continuum level ${}^{(q)}C$ has been explicitly treated by Jankov & Foing (1992). Simultaneous photometry can be used to measure ${}^{(q)}C$, but if it is not available, the transformation matrices ${}^{(q)}S_{NJ}$, ${}^{(q)}O_{NJ}$ and ${}^{(q)}P_{NJ}$ should be replaced by matrices ${}^{(q)}S_{NJ} - {}^{(q)}V_{NJ}$, ${}^{(q)}O_{NJ} - {}^{(q)}Y_{NJ}$, ${}^{(q)}P_{NJ} - {}^{(q)}Z_{NJ}$, with the components: $V_{nj} = R_n \sum_{r=1}^N D_{rj}$, $Y_{nj} = E_n^\perp \sum_{r=1}^N D_{rj}$ and $Z_{nj} = E_n^\parallel \sum_{r=1}^N D_{rj}$. In that case the left-hand side of the equations describing the image-data transformation should be set to zero. Nevertheless, the image-data transformation remains non-linear when the local line profile dependence on temperature is taken into account. In that case the transformation matrix depends on X_J and should be recalculated in each iteration, with respect to the temperature distribution over the stellar surface from the previous iteration.

The vectors ${}^{(q)}R_N$, ${}^{(q)}E_N^\perp$, and ${}^{(q)}E_N^\parallel$, ($q = \overline{1, Q}$), have the components R_n , E_n^\perp , E_n^\parallel , ($n = \overline{1, N}$), representing the measured intensity in the n th position of the detector pixel for the observed frame q . In order to obtain the image-data transformation in the form $Y_I = R_{IJ} \star X_J$, with Q observations consisting of normalized flux spectra:

$${}^{(1)}R_N, {}^{(2)}R_N, \dots, {}^{(q)}R_N, \dots, {}^{(Q)}R_N$$

first-order moment orthogonal to rotation:

$${}^{(1)}E_N^\perp, {}^{(2)}E_N^\perp, \dots, {}^{(q)}E_N^\perp, \dots, {}^{(Q)}E_N^\perp$$

and first-order moment parallel to rotation:

$${}^{(1)}E_N^\parallel, {}^{(2)}E_N^\parallel, \dots, {}^{(q)}E_N^\parallel, \dots, {}^{(Q)}E_N^\parallel,$$

we arrange these vectors (and corresponding transformation matrices) into the data vector Y_I and block matrix R_{IJ} with components Y_i and R_{ij} , where $i = n + M \cdot (q - 1)$, with M equal to Q or $2Q$, depending on possible combinations. By reason of redundancy, we do not use together the normalized flux spectra ${}^{(q)}R_N$ and moments orthogonal to rotation ${}^{(q)}E_N^\perp$.

5. Numerical experiments of image reconstruction

5.1. Multi-baseline interferometric observations

Here we consider the case when the quantities E^\perp and E^\parallel can be related to the observables E^s and E^p through Eq. (12). This is likely to be met in practice for measurements obtained with multi-baseline interferometers as well as for single aperture speckle differential interferometry where the source intensity distribution can be projected on different directions (e.g. Lagarde 1994).

In principle, an image can be reconstructed using only the stellar flux spectra, or any of the photocenter shift projections. For example, for the photocenter projection orthogonal to rotation, the corresponding data vector Y_I and the projection matrix R_{IJ} have $I = Q \cdot N$ components

and the image-data transformation can be written in the form of matrix product $Y_I = R_{IJ} \star X_J$:

$$Y_I = C_Q \cdot \begin{pmatrix} (1)E_N^\perp \\ (2)E_N^\perp \\ \vdots \\ (q)E_N^\perp \\ \vdots \\ (Q)E_N^\perp \end{pmatrix}, \quad R_{IJ} = \begin{pmatrix} (1)O_{NJ} \\ (2)O_{NJ} \\ \vdots \\ (q)O_{NJ} \\ \vdots \\ (Q)O_{NJ} \end{pmatrix},$$

where the row vector

$$C_Q = ({}^{(1)}C, {}^{(2)}C, \dots, {}^{(q)}C, \dots, {}^{(Q)}C)$$

represents the normalized continuum flux corresponding to each observation. Due to the cancellation effect, the medium-degree NRP mode (as presented in Fig. 2) shows a very low-amplitude light variability. Consequently in the following the entries of the vector C_Q were considered to be constant without affecting the image reconstruction.

We have applied our indirect imaging code to reconstruct the input stellar image using 30 spectra equally spaced in time. These spectra have been extracted from the dynamic residual spectrum of photocenter shifts orthogonal to rotation as presented in Fig. 4, with a wavelength step corresponding to spectral resolution $\lambda/\Delta\lambda = 15\,000$. Complete sampling of the stellar surface corresponding to this spectral resolution requires our relatively large number of spectra. Detailed discussion of the appropriate observing strategy, in order to obtain optimal image resolution, is given by Jankov & Foing (1992). However, the maps reconstructed with half of this number have approximately the same quality of reconstruction but lower image resolution. Note that in the limit, when spectral resolution and number of spectra approaches infinity (as presented in Figs. 3, 4 and 5), and in the absence of noise, the dynamic difference spectrum represents the projection from image space into a data space. In practice, the dynamic difference spectrum, being an approximation of the projection from the image space into a data space, can be used as an input to perform the deprojection, but the image reconstruction procedure should be regularized. The reconstructed image shown in Fig. 6 (top), as well as all reconstructions throughout this paper, has been obtained using Maximum Entropy regularization, where the solution is chosen by minimizing:

$$-\Lambda \sum_{j=1}^J X_j \ln(X_j / {}^0X_j) + \sum_{i=1}^I \left((Y_i - \sum_{j=1}^J R_{ij} X_j) / \sigma_i \right)^2,$$

where the standard deviation σ_i represents the measurement error and Λ can be determined subject to the data statistics constraint (right-hand term of the expression): $\chi^2 = \chi_0^2$, where χ_0^2 is chosen to construct a confidence domain enclosing (say) 99% of the probability that the true object contains more information than the maximum entropy estimate. In common with the regularization by that structure condition, the maximum entropy approach

imposes a positivity constraint ($X_j > 0$, $j = \overline{1, J}$) on the unknown image function, if the background level ${}^0X_j \approx 0$ is used. The benefits of the positivity constraint are emphasized in the prior knowledge that only dark spots (or bright plages) are present at the stellar surface. Unfortunately it cannot be used in the case of non-radial stellar pulsations since both positive and negative disturbances are affecting the surface. However, comparing with Fig. 2, one notices that the global structure of the input image is reasonably well reconstructed (spurious features being due to low effective signal-to-noise ratio of the data), but the reconstruction shows an appreciable latitude loss of contrast, the quality of the reconstruction being latitude dependent.

Similar image-data transformations can be formulated for the photocenter projection parallel to rotation, for which the Maximum Entropy reconstruction is shown in Fig. 6 (bottom) and for the normalized flux spectra, for which the reconstruction is shown in Fig. 7 (top).

The simulations presented here indicate that stellar surface imaging is feasible not only from flux spectra but also from any component of photocenter shift, but with different reliability of latitude information. In order to achieve better image reconstructions, the image data transformation can be defined to incorporate both photocenter projections or flux spectra and photocenter projection parallel to rotation. The corresponding data vector Y_I and the projection matrix R_{IJ} have $I = 2Q \cdot N$ components and, for the later case, the image-data transformation can be written in the form $Y_I = R_{IJ} \star X_J$, where

$$Y_I = C_{2Q} \cdot \begin{pmatrix} (1)E_N^\parallel \\ \vdots \\ (q)E_N^\parallel \\ \vdots \\ (Q)E_N^\parallel \\ (1)R_N \\ \vdots \\ (q)R_N \\ \vdots \\ (Q)R_N \end{pmatrix}, \quad R_{IJ} = \begin{pmatrix} (1)P_{NJ} \\ \vdots \\ (q)P_{NJ} \\ \vdots \\ (Q)P_{NJ} \\ (1)S_{NJ} \\ \vdots \\ (q)S_{NJ} \\ \vdots \\ (Q)S_{NJ} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

with

$$C_{2Q} = ({}^{(1)}C, \dots, {}^{(q)}C, \dots, {}^{(Q)}C, {}^{(1)}C, \dots, {}^{(q)}C, \dots, {}^{(Q)}C).$$

The derived image-data transformations have been employed to reconstruct the input image by inverting a set of time-resolved normalized flux spectral profiles and photocenter shifts parallel to rotation as shown in Figs. 3 and 5. A map of the brightness distributions has been produced by means of Maximum Entropy regularization and the resulting image is shown in Fig. 7 (bottom).

A map recovered from this reconstruction should be compared to the original one (Fig. 2) as well as to the maps obtained using single photocenter projections (Fig. 6) or spectra alone (Fig. 7, top). One can notice a significant

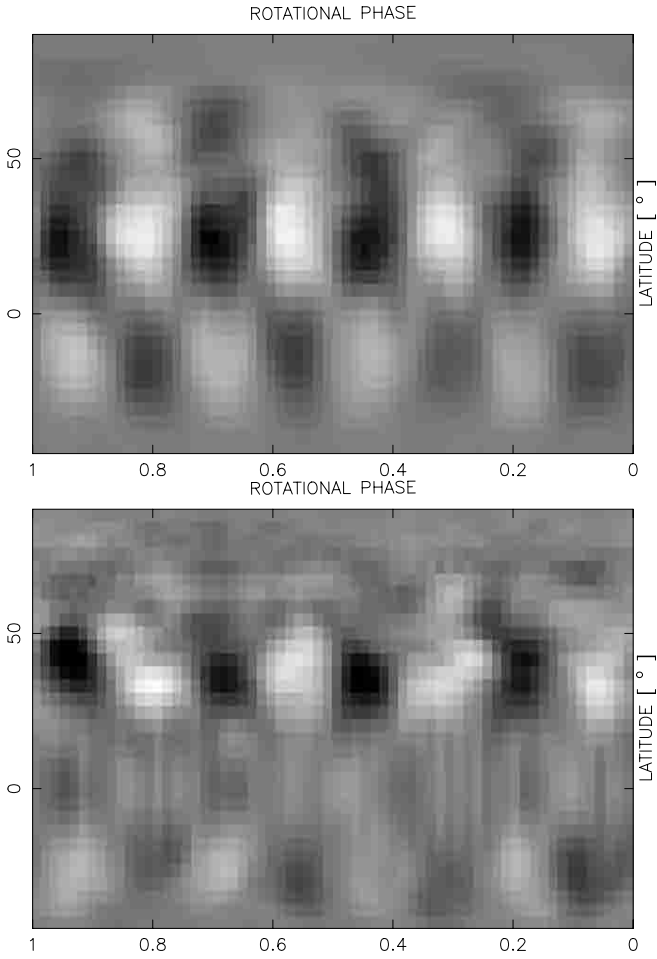


Fig. 6. Maximum Entropy reconstructions from two orthogonal photocenter shift spectra. Only 30 equidistantly spaced spectra from Figs. 4 and 5 were used as input, with a wavelength step corresponding to a spectral resolution of $\lambda/\Delta\lambda = 15\,000$. Top: Reconstruction from $E^\perp(\lambda)$, the component orthogonal to rotation. Bottom: Reconstruction from $E^\parallel(\lambda)$, the component parallel to rotation. In both figures, one notices a latitude smearing and the presence of spurious features induced by noise.

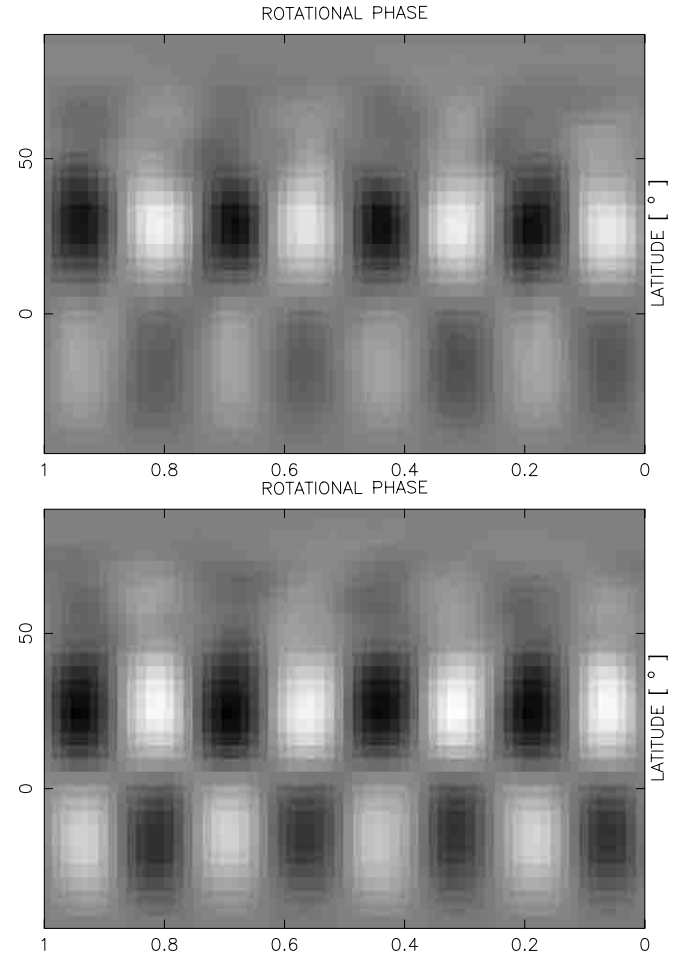


Fig. 7. Maximum Entropy reconstructions from normalized flux spectra alone, and from flux spectra together with photocenter shifts parallel to rotation. The sampling of input dynamic spectra (Figs. 3 and 5) was identical to that of the reconstructions in Fig. 6. Top: Maximum Entropy reconstruction from flux spectra $R(\lambda)$ alone. Note the intrinsic limitations on the reconstruction of features in the hemisphere in which the rotational pole is hidden. Bottom: Reconstruction from flux spectra and the component parallel to rotation $E^\parallel(\lambda)$, using the image-data transformation from Eq. (20). Note the significant improvement with respect to previous reconstructions.

improvement with respect to previous reconstructions. In particular, the recovery of information about the distribution in latitude is improved.

5.2. Single-baseline interferometer

To illustrate the capabilities of the technique under more challenging conditions we consider another test case, that of a single-baseline interferometer for which only one component (say E^s) can be measured with the required spatial resolution. In that case the dispersed interference pattern contains only the information in the direction of axis s representing the projection of the interferometer baseline onto the sky. In order to calculate the input moments $E^s(\lambda)$, we used the dynamic residual spectrum of a

corresponding photocenter shift $\varepsilon^s(\lambda)$, over one rotational cycle of the star displayed in Fig. 2. This dynamic spectrum cannot be visually distinguished from the one presented in Fig. 4, because the residual component of $\varepsilon^\parallel(\lambda)$ is much smaller than $\varepsilon^\perp(\lambda)$.

The corresponding image-data transformation can be obtained using Eqs. (12) and (19). For example, using only the photocenter shift measurements in the direction of the

axis s , the image-data transformation can be written in the form

$$Y_I = C_Q \cdot \begin{pmatrix} (1) E_N^s \\ (2) E_N^s \\ \vdots \\ (q) E_N^s \\ \vdots \\ (Q) E_N^s \end{pmatrix},$$

$$R_{IJ} = \begin{pmatrix} (1) O_{NJ} \sin \eta_1 + (1) P_{NJ} \cos \eta_1 \\ (2) O_{NJ} \sin \eta_2 + (2) P_{NJ} \cos \eta_2 \\ \vdots \\ (q) O_{NJ} \sin \eta_q + (q) P_{NJ} \cos \eta_q \\ \vdots \\ (Q) O_{NJ} \sin \eta_Q + (Q) P_{NJ} \cos \eta_Q \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Including spectroscopy, the image-data transformation can be arranged as has been done for Eq. (20), but $(q) P_{NJ}$, figuring there, should be replaced by

$$(q) O_{NJ} \sin \eta_q + (q) P_{NJ} \cos \eta_q.$$

For $\eta_q = 0^\circ$, this reduces to Eq. (20), but $\eta_q = \pm 90^\circ$ implies the redundant combination of normalized flux spectra and moments orthogonal to rotation. A possible way to treat the problem of redundancy is weighting the q -th moment equation with $\cos \eta_q$. With this weighting, for $\eta_q = \pm 90^\circ$, the reconstruction concerns only the normalized flux spectra. However, an optimal strategy of observation would consist in observing the star when the interferometer basis is aligned with the projection of stellar rotational axis ($\eta \approx 0^\circ$), in order to achieve the best reconstruction, as presented in Fig. 7 (bottom).

The derived image-data transformation (Eq. (21)) has been employed to reconstruct the input image from the calculated spectra $E^s(\lambda)$. In order to show clearly that the reconstruction is *not* due to the super-synthesis effect (observing the source at different hour angles so that the brightness distribution is projected onto the baseline with different orientations), we assumed the angle $\eta = 45^\circ$ to be constant. The resulting reconstruction (Fig. 8 top) shows that reasonably good image reconstructions can be obtained for the case of single baseline interferometric measurements, even under such conditions.

Of course, the visibility data taken throughout a night represent more information and better reconstructions are expected allowing η to vary.

5.2.1. Uncertainty in the position angle of rotation axis

A number of parameters enter the image-data transformation in Doppler Imaging. The uncertainty in classical ones, such as inclination, projected rotational velocity, limb darkening law etc. have been discussed in details in literature (e.g. Vogt et al. 1987). Note that the stellar inclination is traditionally the most uncertain value, but it

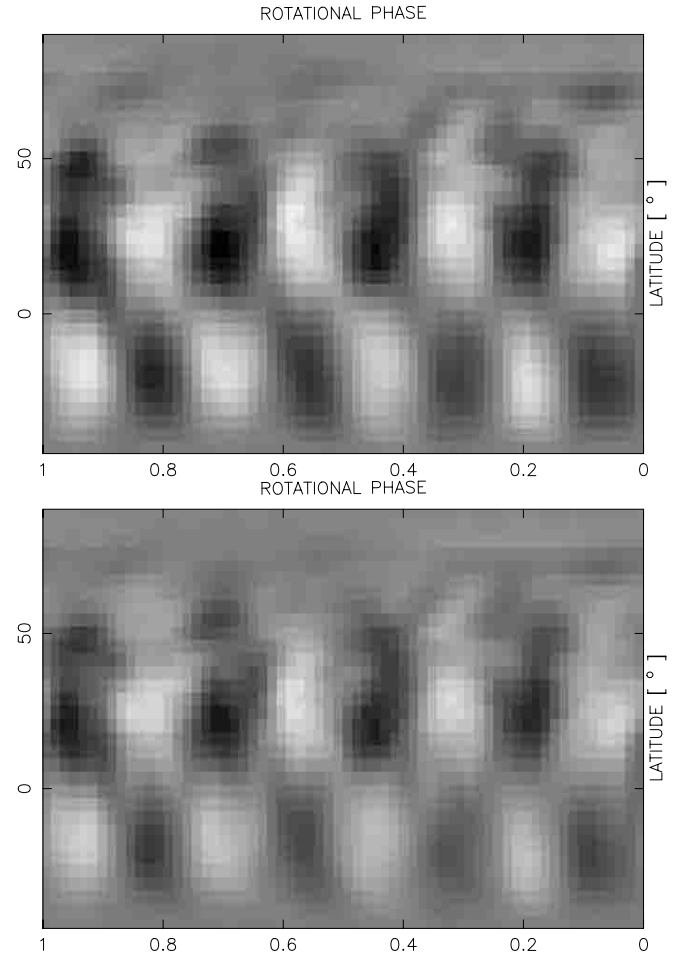


Fig. 8. Maximum Entropy reconstructions from photocenter shifts measured along a single baseline direction. The reconstructions were performed using the image data transformation (Eq. (21)). Top: Using the correct value for the angle $\eta = 45^\circ$ between the projection of interferometer baseline and stellar rotation axis. Bottom: Using a wrong value $\eta = 30^\circ$. The global structure of the image is not significantly affected, but only the contrast of reconstructed structures.

can be determined by using IDI observations. High resolution spectroscopy provides the projected rotational velocities $V_e \sin i$, while interferometry (together with precise parallaxes from Hipparcos) provides the absolute stellar radii which give access (supposing the stellar rotational frequency to be known by time-series analysis) to the rotational velocity V_e .

In order to estimate the influence of the uncertainty of the new parameter η , the same time series of $E^s(\lambda)$ have been used again to perform the reconstruction, but with 15° error in the position angle of the stellar rotation axis entering the image-data transformation (Eq. (21)). The reconstructed image is presented in Fig. 8 (bottom). Comparison of two maps shows that the corresponding errors in η have not affected significantly the global structure of the image, but only the contrast of reconstructed structures.

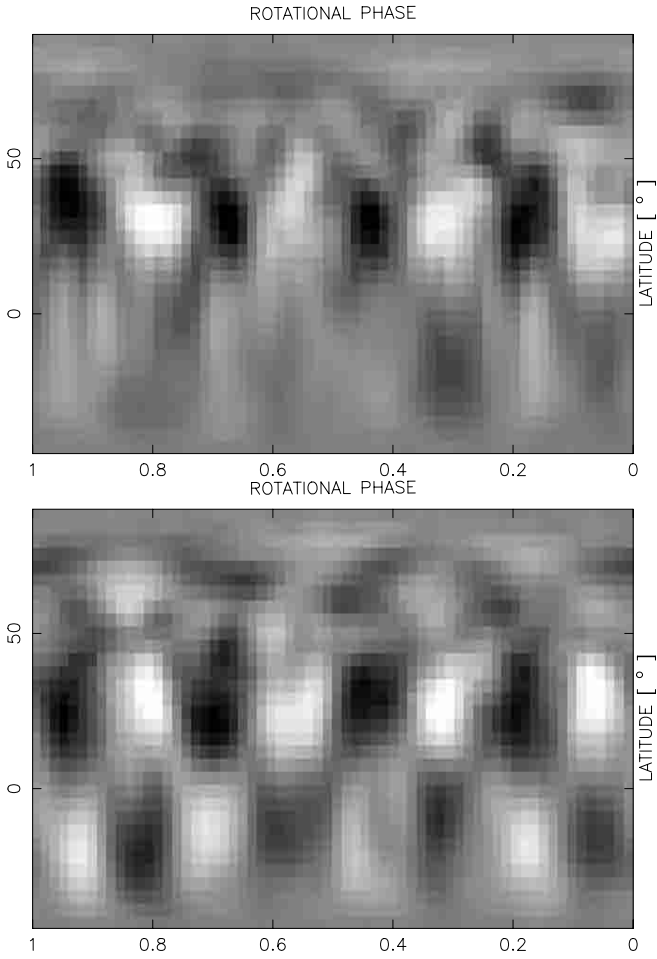


Fig. 9. Same as in Fig. 7, but for the spectra affected by noise $1/\sigma = 200$, instead of $1/\sigma = 1000$. Top: Maximum Entropy reconstruction from flux spectra $R(\lambda)$ alone. Note the vanishing of structures in the hemisphere below the stellar equator. Bottom: Reconstruction from flux spectra and the component parallel to rotation $E^{\parallel}(\lambda)$. Despite the spurious features introduced by high noise level, the global structure of the original image (Fig. 2) is conserved.

6. Discussion

6.1. Latitude smearing and bias

Previous examples show clearly that the interferometric constraint makes the mapping of stellar surfaces much more reliable and informative than Doppler imaging alone. For the interpretation of maps of stellar surfaces obtained from intensity spectra it is important to recognize basic limitations of the technique. Particularly striking is the loss of contrast of features below the equator. For lower signal-to-noise ratios the reconstructions from stellar flux spectra alone show the loss of such structures (Fig. 9 top). The reasons for this are clear: the contribution to the line profiles in such areas is significantly reduced due to foreshortening and limb darkening effects (see Fig. 2 top). Moreover, features are visible only briefly, so they contribute to the observed profiles for only a few rotational phases.

This degradation of restored maps is much less present in the reconstructions performed using the moments parallel to rotation in conjunction with normalized flux spectra or moments orthogonal to rotation (Fig. 9 bottom). The corresponding image reconstructions demonstrate that the features in the hemisphere in which the rotational pole is hidden are much better reproduced. When using the moments parallel to rotation, the corresponding stellar regions are reinforced by weighting with z -coordinate (as can be seen from Eqs. (14) and (16)), and consequently better reproduced in the reconstructed map.

6.2. Case of an equator-on star

The particularly challenging case is that of a star with $i \approx 90^\circ$, for which the spectral inversions are not unique. In both cases (normalized flux $R(\lambda)$ and moment orthogonal to rotation $E^\perp(\lambda)$), when $i = 90^\circ$ the entries of the matrix R_{IJ} do not contain the term $\sin B$ (Eqs. (5), (7), (15), (18), (19)), and being dependent only on $\cos B$, produce the situation where the latitude sign is undetermined.

To illustrate this situation we constructed an artificial star non-radially pulsating in $m = 4$, $l = 5$ mode, and using $i = 85^\circ$, we computed synthetic dynamic spectra (Fig. 11) as has been done for the previous numerical experiments. Comparing the input image (Fig. 10) and the reconstructed map (Fig. 12 top), it is obvious that the inversion from spectra alone fails to reproduce the correct image.

In fact, the reconstructed mirror symmetry with respect to stellar equator is consistent with zero first-order moments parallel to rotation $E^{\parallel}(\lambda)$. But the corresponding moments in that case are about one order of magnitude higher than that presented in Fig. 5. Introducing this constraint in the reconstruction, the entries of the matrix R_{IJ} contain also the term $\cos B$ in Eqs. (16), (19) and in that case the latitude sign is determined even for $i = 90^\circ$. This is illustrated in Fig. 12 (bottom) where the reconstruction is dramatically improved.

6.3. Potential of the method from present and future instruments

The high signal-to-noise ratios ($1/\sigma = 1000$) considered throughout this paper have been used in order to show the performances of the method with respect to data quality from the instruments that will operate in the near future (VLTI). But our examples of image reconstruction from data with lower signal-to noise ratio ($1/\sigma = 200$) show clearly that the technique can be successfully applied even in that case, providing the information that is not accessible from spectroscopy alone (Figs. 9 and 12).

The requirement for a high signal-to-noise ratio could seem somehow unrealistic at present (particularly concerning the photocenter shift measurements), but observational results approaching this limit have already been obtained with the present configuration of the GI2T, using

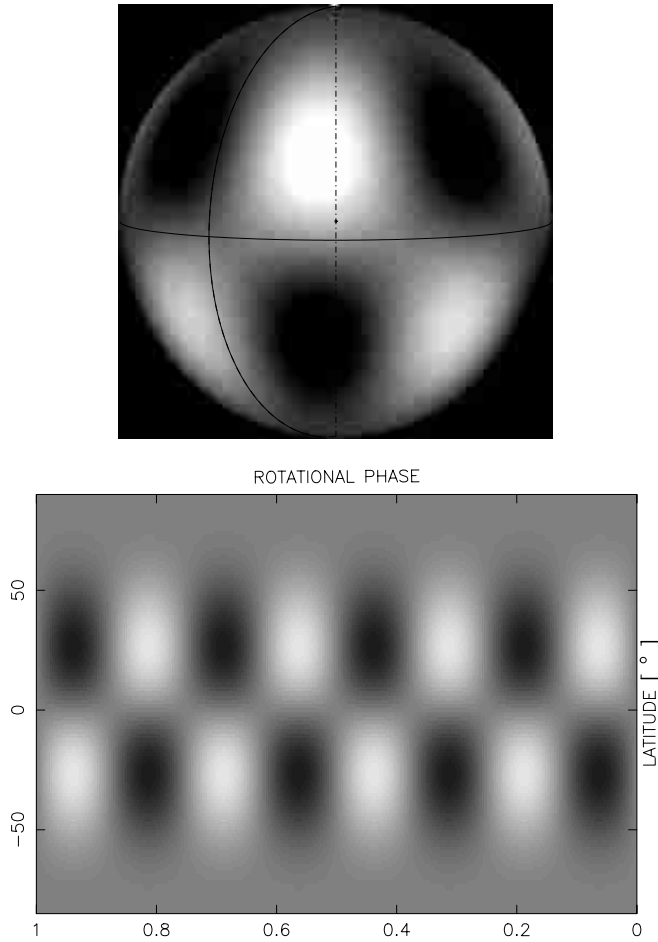


Fig. 10. Stellar surface brightness perturbation due to the non-radial pulsation $m = 4$, $l = 5$ mode on a star tilted at $i = 85^\circ$. Top: Spherical projection. Bottom: Mercator projection of the visible surface.

a single spectral line (Vakili et al. 1997). With the simultaneous use of several spectral lines and the least-square deconvolution (Donati et al. 1997), such signal-to-noise ratios could be attained from present instruments modified in order to obtain wide spectral regions (échelle spectrograph) and adaptive optics (Vèrinaud 2000).

In order to become a routinely usable technique, IDI needs to be compared to images of a number of well-known stars for which Doppler-Imaging or Zeeman-Doppler-Imaging techniques have already produced reliable maps. IDI, as well as classical Doppler Imaging, can be applied only to the structures which do not change appreciably during the time needed to cover one rotational cycle of the star. The class of such stars is extended by using multi-site observations and this is the main advantage of existing spectrographs. However, with the advent of future interferometric arrays the multi-site strategy should become available to IDI observations, as well.

7. Conclusions

We have shown the imaging potential of the IDI technique, which combines time-resolved spectroscopy and long base-

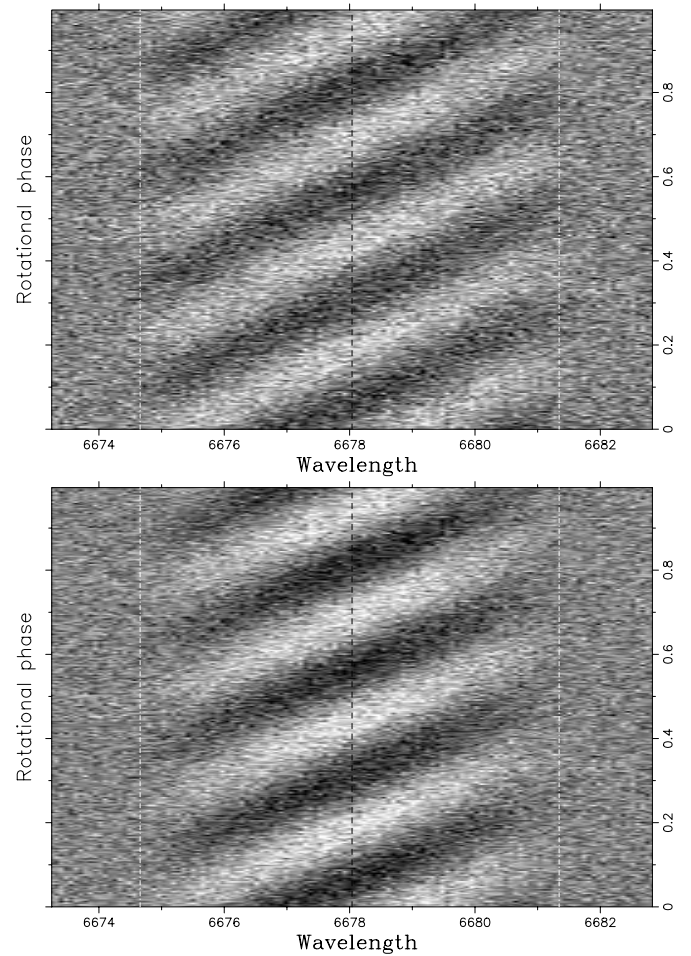


Fig. 11. Dynamic spectrum of residuals (evenly spread throughout the rotational cycle) for a star tilted at $i = 85^\circ$. Top: Normalized stellar flux in the He I spectral line with artificial Gaussian noise $1/\sigma = 1000$ added. Bottom: Photocenter shift parallel to rotation, in the same line with artificial Gaussian noise $1/\sigma = 200$ added.

line interferometry. It improves dramatically the reliability and details of reconstructed stellar surface maps, providing information that cannot be otherwise obtained with each of these techniques taken alone. Success in synthesizing images obtained from this method is achieved by bringing together continuous spatial resolution in the direction of spectral dispersion, provided by Doppler shifts in a rapidly rotating star, and first order moments of brightness distribution provided by interferometric measurements of photometric barycenter shifts.

We have carried out a number of numerical experiments with realistic spectral and/or spatial resolutions expected for operating (the GI2T) or close-to-operating long baseline interferometers (the VLTI, Keck). We conclude that at the reasonable spectral resolution of a few thousands and a desired signal-to-noise ratio of less than a thousand, accurate maps of stellar non-radial pulsations can be obtained by using regularized inversion Maximum Entropy methods. Interestingly enough IDI can solve a number of intrinsically ambiguous cases of stellar

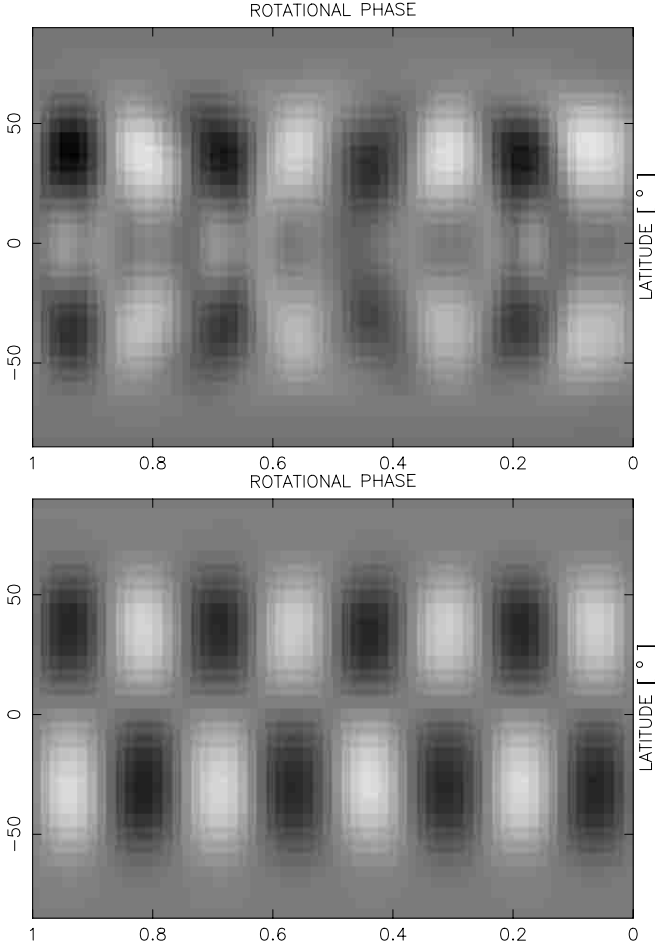


Fig. 12. Top: Maximum Entropy reconstruction from normalized flux spectra. One notices a characteristic mirroring due to the north-south ambiguity. Bottom: Maximum Entropy reconstruction from photocenter shifts parallel to rotation. The north-south ambiguity is removed.

configurations like an equator-on rapidly rotating/pulsating star where high resolution and signal-to-noise spectroscopy fails.

In fact, IDI is evidently applicable to other classes of stellar surface structure imaging. For instance, magnetic activity of Ap, Bp or RS CVn stars, surface temperature and/or chemical abundance inhomogeneities.

Acknowledgements. A. D. de S. Jr. acknowledges CAPES (Brazil) (contract BEX 1661/98-1) for financial support. EJP acknowledges support from the FAPESP (Brazil) through grant No. 99/02506 and from the CNRS (France). We thank P. Stee and F. Wilkin for helpful comments.

Appendix

Expanding a function $\tilde{I}'(u, v, \lambda)$ about the origin $u = v = 0$, we write symbolically the Maclaurin series as:

$$\tilde{I}'(u, v, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(u \frac{\partial}{\partial u} + v \frac{\partial}{\partial v} \right)^n \tilde{I}'(u, v, \lambda) \Big|_{u=v=0}. \quad (22)$$

The derivatives can be expressed using the derivative theorem: If $I'(s, p, \lambda)$ is the inverse Fourier transform of $\tilde{I}'(u, v, \lambda)$ then $-i2\pi s I'(s, p, \lambda)$ is the inverse Fourier transform of $\partial/\partial u \tilde{I}'(u, v, \lambda)$ and $-i2\pi p I'(s, p, \lambda)$ is the inverse Fourier transform of $\partial/\partial v \tilde{I}'(u, v, \lambda)$. Applying the definite integral:

$$\tilde{I}'(0, 0, \lambda) = \iint_{-\infty}^{\infty} I'(s, p, \lambda) ds dp$$

to the previous theorem one has:

$$\frac{\partial}{\partial u} \tilde{I}'(u, v, \lambda) \Big|_{u=v=0} = -i2\pi \iint_{-\infty}^{\infty} s I'(s, p, \lambda) ds dp,$$

$$\frac{\partial}{\partial v} \tilde{I}'(u, v, \lambda) \Big|_{u=v=0} = -i2\pi \iint_{-\infty}^{\infty} p I'(s, p, \lambda) ds dp.$$

The higher order derivatives can be easily deduced from these expressions. Here we give the second order ones:

$$\frac{\partial^2}{\partial u^2} \tilde{I}'(u, v, \lambda) \Big|_{u=v=0} = -4\pi^2 \iint_{-\infty}^{\infty} s^2 I'(s, p, \lambda) ds dp,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial v^2} \tilde{I}'(u, v, \lambda) \Big|_{u=v=0} = -4\pi^2 \iint_{-\infty}^{\infty} p^2 I'(s, p, \lambda) ds dp,$$

$$\frac{\partial^2}{\partial u \partial v} \tilde{I}'(u, v, \lambda) \Big|_{u=v=0} = -4\pi^2 \iint_{-\infty}^{\infty} ps I'(s, p, \lambda) ds dp.$$

Introducing these derivatives into the Eq. (22) we get:

$$\begin{aligned} \tilde{I}'(u, v, \lambda) = & \iint_{-\infty}^{\infty} I'(s, p, \lambda) ds dp - i2\pi u \iint_{-\infty}^{\infty} s I'(s, p, \lambda) ds dp \\ & - i2\pi v \iint_{-\infty}^{\infty} p I'(s, p, \lambda) ds dp - 2\pi^2 uv \iint_{-\infty}^{\infty} sp I'(s, p, \lambda) ds dp \\ & - 2\pi^2 u^2 \iint_{-\infty}^{\infty} s^2 I'(s, p, \lambda) ds dp - 2\pi^2 v^2 \iint_{-\infty}^{\infty} p^2 I'(s, p, \lambda) ds dp \\ & + \dots \end{aligned} \quad (23)$$

References

- Aime, C., Martin, F., Petrov, R., Ricort, G., & Kadiri, S. 1984, *A&A*, 134, 354
 Beckers, J. M. 1982, *Opt. Acta*, 29, 361
 Berio, P., Stee, P., Vakili, F., et al. 1999, *A&A*, 345, 203
 Chelli, A. 1989, *A&A*, 225, 277
 Chelli, A., & Petrov, R. G. 1995b, *A&AS*, 109, 401
 Chelli, A., & Petrov, R. G. 1995a, *A&AS*, 109, 389
 Deutsch, A. J. 1970, *ApJ*, 159, 985
 Donati, J.-F., Semel, M., Carter, B. D., Rees, D. E., & Cameron, A. C. 1997, *MNRAS*, 291, 658
 Goncharskij, A. V., Stepanov, V. V., Khokhlova, V. L., & Yagola, A. G. 1982, *Sov. Astr.*, 26, 690
 Harmanec, P., et al. 1996, *A&A*, 312, 879
 Hubeny, I., Lanz, T. 1995, *ApJ*, 439, 875

- Jankov, S. 1987, DEA, Université Paris VII, Meudon Observatory
- Jankov, S., & Foing, B. H. 1987, in *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*, ed. J. L. Linsky, & R. E. Stencel (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg), 528
- Jankov, S., & Foing, B. H. 1992, *A&A*, 256, 533
- Jankov, S., Char, S., & Foing, B. H. 1992, *Solar Physics and Astrophysics at Interferometric Resolution*, 113
- Jankov, S., Janot-Pacheco, E., & Leister, N. V. 1999, *Proc. IAU Colloq. 175*, Alicante, Spain
- Jankov, S., Janot-Pacheco, E., & Leister, N. V. 2000, *ApJ*, 540, 535
- Khokhlova, V. L., & Ryabchikova, T. A. 1975, *Astron. Space Sci.*, 34, 403
- Labeyrie, A. 1970, *A&A*, 6, 85
- Labeyrie, A. 1975, *ApJL*, 196, L71
- Lagarde, S. 1994, Ph.D. thesis, University of Nice
- Mourard, D., Bosc, I., Labeyrie, A., Koechlin, L., & Saha, S. 1989, *Nature*, 342, 520
- Mourard, D., Tallon-Bosc, I., Blazit, A., et. al. 1994, *A&A*, 283, 705
- Petrov, R. G. 1988, *Diffraction-Limited Imaging with Very Large Telescopes*, ed. D. M. Alloin, & J. M. Mariotti (Kluwer), 249
- Petrov, R. G., Roddier, F., & Aime, C. 1986, *J. Opt. Soc. Am. A*, (3), No 5, 634
- Sánchez, L. J., Petrov, R. G., Vasyuk, V., et al. 1997, *Science with the VLT Interferometer*, 393
- Stee, P., de Araujo, F. X., Vakili, F., et al. 1995, *A&A*, 300, 219
- Stee, P., Vakili, F., Bonneau, D., & Mourard, D. 1998, *A&A*, 332, 268
- Thom, C., Granes, P., & Vakili, F. 1986, *A&A*, 165, L13
- Townsend, R. H. D. 1997, *MNRAS*, 284, 839
- Vakili, F., & Percheron, I. 1990, *Rapid Variability of OB Stars: Nature and Diagnostic Value*, ed. D. Baade, 77
- Vakili, F., Mourard, D., & Stee, P. 1994, *IAU Symp. 162: Pulsation Rotation and Mass Loss in Early-Type Stars*, 162, 435
- Vakili, F., Mourard, D., Bonneau, D., Morand, F., & Stee, P. 1997, *A&A*, 323, 183
- Vakili, F., Mourard, D., Stee, P., et al. 1998, *A&A*, 335, 261
- Vèrinaud, C. 2000, Ph.D. thesis, University of Nice
- Vogt, S. S., & Penrod, G. D. 1983, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 95, 565
- Vogt, S. S., Penrod, G. D., & Hatzes, A. P. 1987, *ApJ*, 321, 496

4.2.2 Application de l'IDI aux taches stellaires

Plusieurs types d'étoiles présentent des inhomogénéités de surface détectables comme par exemple les étoiles A et F avec raies métalliques (Am et Fm), A et B particulières (Ap et Bp) ainsi que les étoiles froides du type RS CVn ou les T Tauri. Certaines étoiles ont des taches de faible taille similaires à celles du Soleil, tandis que d'autres ont des taches géantes qui couvrent jusqu'à la moitié de la surface stellaire. Ces taches témoignent de la présence de divers phénomènes physiques comme la diffusion microscopique d'éléments chimiques et le champ magnétique. En effet, l'étude de taches d'abondance a permis l'établissement de liens forts entre la structure du champ magnétique et la diffusion d'éléments chimiques tant horizontalement que verticalement (e.g. LeBlanc, Michaud et Babel 1994). La formation de taches peut également être liée à une perte de masse différentielle régie par le champ magnétique.

Jusqu'à présent, l'imagerie Doppler est la technique qui a donné les résultats les plus spectaculaires en reconstruction d'inhomogénéités de surface (e.g. Jankov & Foing 1987, Hatzes et al. 1989, Piskunov et al. 1994). Toutefois, les limitations intrinsèques à l'imagerie Doppler citées au début de cette section rendent difficile la reconstruction d'images suffisamment précises empêchant, dans certains cas, une analyse physique conséquente des résultats. En particulier, les taches situées dans l'hémisphère stellaire moins visible ont un contraste médiocre.

Dans le but de résoudre ces problèmes nous avons investigué l'application de la technique de l'IDI présentée ci-dessus pour l'étude d'inhomogénéités d'abondance chimique et/ou de température sur les surfaces stellaires. Pour cette étude nous avons simulé un cas d'école parmi les étoiles chimiquement particulières : l'étoile Ap ϵ Uma. Nous avons construit un modèle d'étoile avec un anneau en sous-abondance de Cr incliné de 30° par rapport à l'équateur stellaire. Cet anneau est supposé parallèle à l'équateur magnétique de l'étoile (modèle de rotateur oblique). L'abondance du Cr à l'intérieur de l'anneau est trois ordres de grandeurs plus faible qu'à l'extérieur de celui-ci. Cette étude a été publiée dans les comptes rendus de la conférence SPIE-2003 (Jankov et al. 2003) dont la copie du papier est présentée par la suite. Nous avons montré que la qualité des images reconstruites est significativement améliorée avec l'IDI. Ainsi, grâce à une reconstruction plus précise des taches on peut espérer que l'IDI nous aidera à répondre quelques unes des questions encore sans réponse sur ce domaine. Par exemple est-ce que les taches serait mieux représentées par une température unique ou plutôt par deux températures correspondant aux régions d'ombre et de pénombre ?

L'estimation précise des inhomogénéités de surface est aussi d'une importance capitale pour comprendre les corrélations entre celles-ci, le champ magnétique et l'activité stellaire. En effet, puisque les taches et le magnétisme sont intimement liés, la technique d'imagerie Doppler Zeeman (IDZ) a été développée pour estimer la structure du champ magnétique à partir de l'effet Zeeman (e.g. Semel 1989, Donati et al. 1989). Dans l'avenir, il sera possible d'observer en Spectro-Polarimétrie INterférométrique (SPIN; e.g. Rousselet-Perraut 2000, Chesneau 2001 et Chesneau, Wolf & Domiciano de Souza 2003) pour l'application de l'imagerie Doppler interférométrique Zeeman (IDIZ). On peut envisager un suivi systématique des taches stellaires pour détecter et quantifier les éventuels cycles d'activité, similaires à celui que l'on observe pour le Soleil. La compréhension de cette activité stellaire demandera probablement des campagnes d'observation dont le but est la détermination de séquences d'images par IDI voire par IDIZ.

Interferometric-Doppler imaging of stellar surface abundances

S. Jankov, A. Domiciano de Souza Jr., C. Stehlé, F. Vakili, K. Rousselet-Perraut & O. Chesneau

Article paru dans les comptes rendus de la conférence SPIE, qui a eu lieu en Waikoloa
(Hawaii, USA) entre le 22 et le 28 Août 2002

2003, Proc. SPIE, vol. 4838, p. 587

Interferometric-Doppler Imaging of stellar surface abundances

Slobodan Jankov^{a,b}, Armando Domiciano de Souza Jr.^{a,b}, Chantal Stehlé^c
Farrokh Vakili^b, Karine Rousselet-Perraut^d, Olivier Chesneau^e

^a Observatoire de la Côte d’Azur, Département Fresnel, CNRS UMR 6528
B.P. 4229, F-06304 Nice Cedex 04, France

^b Laboratoire d’Astrophysique CNRS UMR 6525,
Universite de Nice-Sophia Antipolis Parc Valrose, F-06108 Nice, France

^c Laboratoire de l’Univers et de ses THéories
Observatoire de Paris, 5 Place J. Janssen, F-92195 Meudon, France

^d Laboratoire d’Astrophysique de l’Observatoire de Grenoble
B.P. 53, F-38041 Grenoble Cedex 9, France

^e Max-Planck-Institut für Astronomie
Konigstuhl 17, D-69117 Heildeberg, Germany

ABSTRACT

Similarly as the technique of Doppler Imaging from spectroscopic observations, Differential Interferometry makes it possible to measure the disturbances of photocentroid location of an unresolved star as a function of wavelength and to deduce the corresponding stellar map. We show the imaging potential of a tomographic technique which combines time-resolved spectroscopy and long baseline interferometry, providing information that cannot be obtained otherwise with each of these techniques taken at once. In particular, here we consider the example of mapping abundance inhomogeneities, performing numerical experiments with realistic spectral resolutions and signal-to-noise ratios expected for operating (VLTI, GI2T) or close-to-operating long baseline interferometers (Chara, Keck). We show that the accurate maps of stellar surface abundance distribution can be obtained using regularized inversion by Maximum Entropy method. The technique is also applicable to other classes of stellar surface imaging as magnetic field and temperature spots but within the classical instrumental context (without polarimetric device) it can hardly discriminate among different distributions. We discuss the importance of Spectro-Polarimetric Interferometry observations (Rousselet-Perraut et al., this proceedings) in order to discriminate and simultaneously map abundance/temperature inhomogeneities and magnetic fields of chemically peculiar (CP) stars.

Keywords: Differential Interferometry, Doppler Imaging, Chemically Peculiar Stars, Abundance Inhomogeneities

1. INTRODUCTION

In recent years Doppler Imaging⁵ has become a well established technique, which has been used to invert rotationally modulated spectral line profiles to a surface abundance distribution maps.¹³ It was first applied to magnetic Ap (CP2)¹² stars, because many of these stars show strong changes of their spectral line profiles due to surface abundance inhomogeneities. The most accepted mechanism in explaining the chemical peculiarities of these stars involves the radiatively driven diffusion of chemical elements in the atmosphere⁹ which is influenced by the orientation and strength of a magnetic field, yielding a separation of elements in different layers at the surface of magnetic stars. Observationally, this theory can be verified by comparing the geometry and strength of the magnetic field derived from polarization observations with the structure of “abundance spots” on the

Further author information: (Send correspondence to Slobodan Jankov) Laboratoire d’Astrophysique CNRS UMR 6525, Universite de Nice-Sophia Antipolis, Parc Valrose, F-06108 Nice, France, E-mail: Slobodan.Jankov@obs-azur.fr

stellar surface. Thus, the Doppler Imaging of chemically peculiar stars is an excellent tool for testing theories of elemental diffusion and the origin of magnetic fields in stars with radiative envelopes since the question of the prevalence of magnetic fields among such stars is still open. However, due to the intrinsic limitations of the Doppler Imaging technique¹⁴ and particularly what concerns the reconstruction of features in the hemisphere in which the rotational pole is hidden, the reliable Doppler maps, which allow to draw physical conclusions, can be obtained only in the narrow range of stellar inclinations. For stars tilted at low inclinations only a small part of the southern hemisphere can be observed and even this small part cannot be reliably reconstructed since it is observed only at the stellar limb. When the inclination of a star approaches 90° the southern hemisphere becomes progressively more visible but for an equator-on star the Doppler Imaging solution is intrinsically non-unique and practically the artifacts due to mirroring effect prevents the mapping for stars with high inclinations.

The technique of Interferometric-Doppler Imaging (IDI),⁶ leads to significant progress in solving such problems. In addition to Doppler Imaging which provides indirect observational information on stellar surface structures by modeling the rotational modulation of the observed flux distribution across spectral lines, the Differential Interferometry^{1 2 3 10} makes it possible to measure the disturbances of photocenter location of an unresolved star as a function of wavelength. The stellar photometric barycenter (photocenter) is the angular vectorial function and it can be evaluated measuring the relative phase of the interferometric signal along a spectral line with respect to the continuum. For example, the photocenter shift can be related to the slit and perpendicular-to-slit directions in the case of one aperture speckle interferometry or to two orthogonal baselines of a multi aperture interferometer. But, for our purposes, it is more appropriate to represent it in the coordinate system related to stellar rotation, where $E^\perp(\lambda)$ and $E^\parallel(\lambda)$ are respectively the components orthogonal and parallel to the sky projection of the stellar rotation axis. The photocenter shift provides the first order moment of the spatial brightness distribution, in addition to the zero order moment spectroscopic information, allowing better spatial resolution of stellar atmospheres when compared to the classical Doppler Imaging.⁶ In this paper we show how this high angular resolution information can be combined together with high spectral resolution in order to improve the image reconstructions of stellar surface abundance inhomogeneities.

2. NUMERICAL EXPERIMENTS

In order to study this subject we conduct numerical experiments using an artificial star with a known surface structure. A test pattern for the surface of the star was constructed to reproduce the main pattern of surface maps of the distribution of Chromium (Cr) for ϵ UMa.¹⁵ The map of the surface of the star shows a ring feature about an axis of symmetry where the axis is presumed to represent the magnetic axis of the star. The relative depletion of Chromium by about three orders of magnitude in a belt around the magnetic equator has been found. Figure 1 displays the artificial star at four rotational phases. The stellar image corresponds to the surface abundance distribution of Chromium on a star with $[\text{Cr}/\text{H}] = -4$ and an underabundant ($[\text{Cr}/\text{H}] = -7$) ring along the magnetic equator tilted by 30° to the stellar rotation equator. In our example, the artificial star has a rotation axis tilted by $i = 60^\circ$ to the line of sight and rotates with a projected equatorial velocity $V_e \sin i$ of 35 km s^{-1} .

We calculated the profiles of spectrum normalized flux $R(\lambda)$, shifts orthogonal to the rotational axis $E^\perp(\lambda)$ and parallel to the rotation $E^\parallel(\lambda)$, corresponding to the surface abundance distribution as shown in Fig. 1. The synthetic intensity spectra and photocenter shifts are calculated using the spectral synthesis code⁴ for Cr II $\lambda 4824 \text{ \AA}$ intrinsic profile corresponding to a typical Ap star. For each model atmosphere with $T_{\text{eff}} = 9500 \text{ K}$, $\log g = 3.5$, the local line profiles were computed under the assumption of solar abundances with a wavelength spacing of 0.3 km s^{-1} . The synthetic data set is computed, consisting of normalized flux and photocenter shift parallel to rotation profiles spread throughout the rotational cycle to produce the noiseless dynamic residual spectra (the immaculate star line profiles are subtracted from perturbed star line profiles) as shown in Figs. 2 and 3. Note that in the limit, when spectral resolution and number of spectra approaches infinity (as presented in these figures) and in the absence of noise, the dynamic difference spectra represent the projection from image space into a data space.

However, in practice only a limited number of noisy spectra can be obtained. Consequently, as input to our numerical experiments we use the dynamic difference spectra consisting of only 30 spectra equally spaced

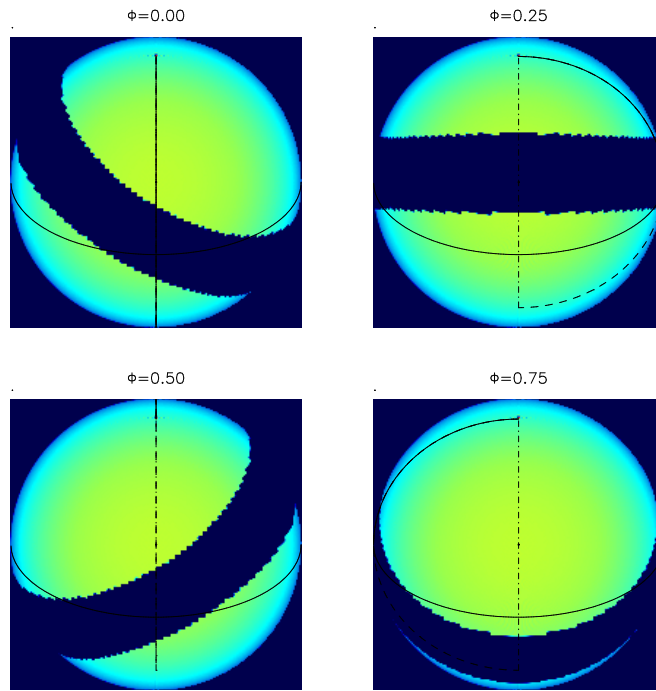


Figure 1. Spherical projections of the inhomogeneous stellar surface for a star tilted at $i=60^\circ$, and Chromium abundance distribution, in the belt around the magnetic equator tilted by 30° to the stellar rotation equator. The abundance of Chromium in the belt is three order of magnitude less than the abundance in the surrounding regions as observed on the Ap star ϵ UMa.¹⁵

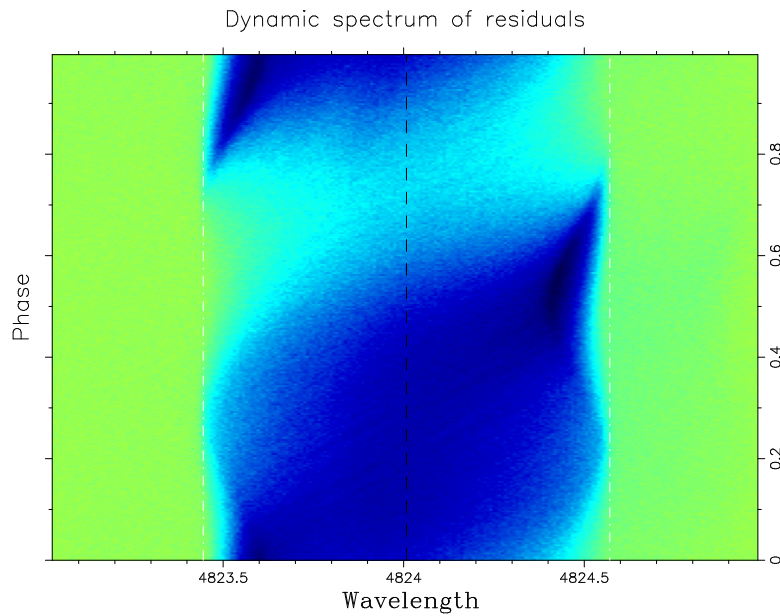


Figure 2. Dynamic spectrum of residuals (the immaculate star line profiles are subtracted from the inhomogeneous star line profiles), in the Cr II 4824 Å line for a star with $T_{\text{eff}}=9500\text{K}$, $\log g=3.5$ and $v \sin i=35$ km/s. The zero-level signal is represented as uniform background. Note that the abundance belt contribution to the line profiles is significantly reduced at the phase 0.75, due to foreshortening and limb darkening effects.

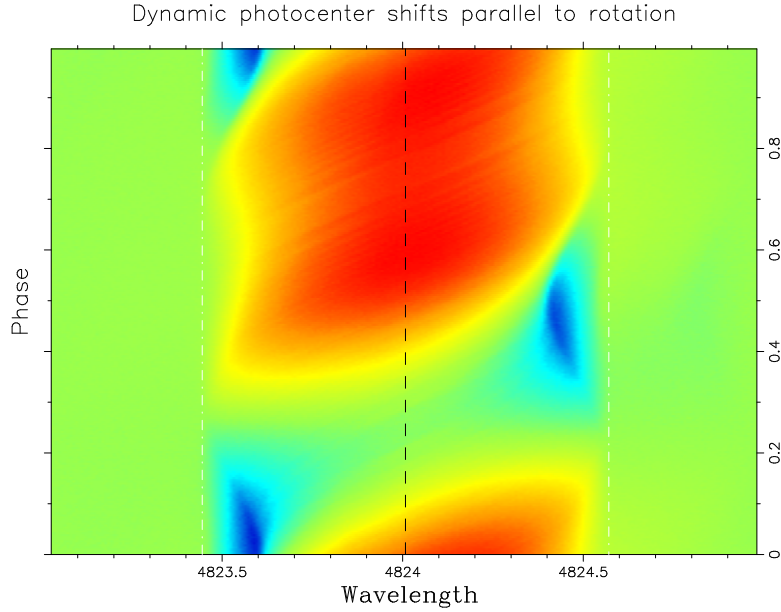


Figure 3. Dynamic photocenter shifts parallel to rotation, in the Cr II 4824 Å line. The zero-level signal is represented as uniform background. The shift of stellar photocenter at different wavelengths provides the first order moment of the spatial brightness distribution. One can notice the complementarity with the dynamic spectrum of residuals (Fig. 2), particularly, the signal from the belt at the phase 0.75 is much stronger since the corresponding stellar regions are reinforced by weighting with coordinate parallel to rotation.

in time, corresponding to spectral resolution $\lambda/\Delta\lambda = 15\,000$ and finite signal-to-noise ratios. Such a dynamic difference spectra, being an approximation of the projection from the image space into a data space, can be used as an input to perform the deprojection, but the image reconstruction procedure should be regularized. All maps in this paper were generated with the modified Interferometric Doppler Imaging code of Jankov et al.⁷ and Maximum Entropy regularization, where the solution is chosen by minimizing:

$$-\Lambda \sum_{j=1}^J X_j \ln(X_j / {}^0X_j) + \sum_{i=1}^I \left((Y_i - \sum_{j=1}^J R_{ij} X_j) / \sigma_i \right)^2,$$

where X_j , Y_i and R_{ij} are the components of the image vector (dimension J), data vector (dimension I) and the projection matrix respectively, the standard deviation σ_i represents the measurement error and Λ can be determined subject to the data statistics constraint (right-hand term of the expression): $\chi^2 = \chi_0^2$, where χ_0^2 is chosen to construct a confidence domain enclosing 99% of the probability that the true object contains more information than the maximum entropy estimate. In order to allow for both overabundant and underabundant features we used the background level ${}^0X_j = 1$ to represent the uniform stellar surface. Using only the normalized flux spectra with the Gaussian noise $1/\sigma = 1000$ added, the input image (Fig. 4 left) was reconstructed (Fig. 4 right).

This reconstruction shows the loss of contrast of features in the hemisphere below the stellar equator (which is the basic limitation of the Doppler Imaging technique). The reasons for this are clear: the contribution to the line profiles in such areas is significantly reduced due to foreshortening and limb darkening effects (see Figs. 1 and 2). Moreover, features are visible only briefly, so they contribute to the observed profiles for only a few rotational phases. This degradation of restored maps is much less present in the reconstructions performed using the moments parallel to rotation in conjunction with normalized flux spectra (Fig. 5 left and right) where Gaussian noise and signal-to-noise ratios ($1/\sigma = 1000$) and ($1/\sigma = 330$) respectively were added.

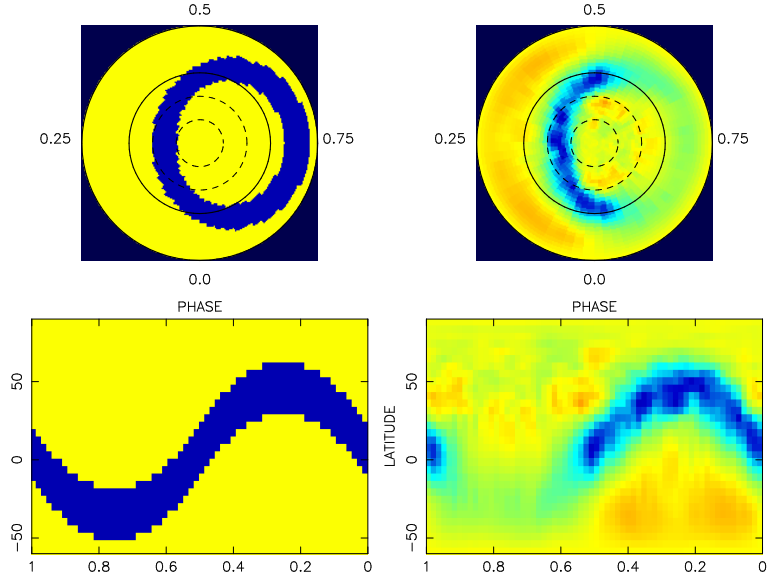


Figure 4. Pole-on (Top) and Mercator (Bottom) projections of the visible surface on a star tilted at $i = 60^\circ$. Left: The input image of the surface temperature distribution as shown in Fig. 1. Right: Maximum Entropy reconstructions from normalized flux spectra alone (Doppler Imaging). Thirty spectra evenly spread throughout the rotational cycle were used as input, with a wavelength step corresponding to a spectral resolution of $\lambda/\Delta\lambda = 15\,000$, Gaussian noise and signal-to-noise ratio ($1/\sigma = 1000$).

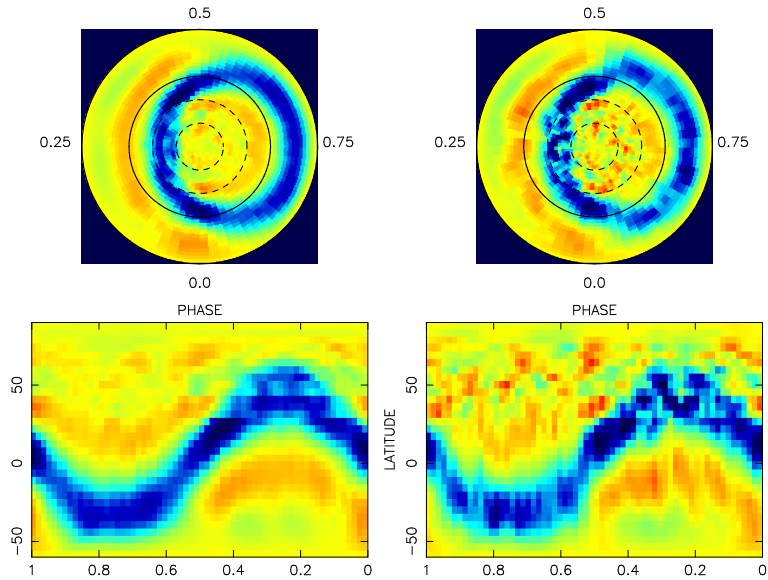


Figure 5. Pole-on (Top) and Mercator (Bottom) projections of reconstructed images from flux spectra and photocenter projection parallel to rotation. Left: Gaussian noise and signal-to-noise ratio ($1/\sigma = 1000$). Right: Signal-to-noise ratio ($1/\sigma = 330$).

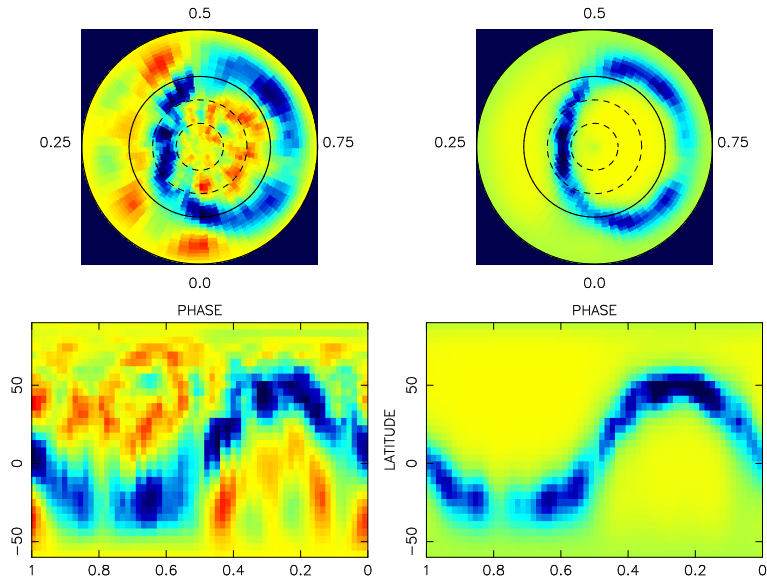


Figure 6. Same as in Fig. 5 but for Maximum Entropy reconstructions with Left: Gaussian noise and signal-to-noise ratio ($1/\sigma = 200$). Right: Gaussian noise, signal-to-noise ratio ($1/\sigma = 200$) and positivity constraint.

The recovered maps should be compared to the original one (Fig. 4 left) as well as to the map obtained from flux spectra alone (Fig. 4 right). One can notice a significant improvement since the features in the hemisphere in which the rotational pole is hidden are enhanced. When using the moments parallel to rotation, the corresponding stellar regions are reinforced by weighting with coordinate parallel to the stellar rotation axis (as can be seen in Fig. 3), and consequently better reproduced in the reconstructed map.

The reconstructed map from the moments parallel to rotation in conjunction with normalized flux spectra but with noise $1/\sigma = 200$ added (Fig. 6 left) still shows enhanced features in that hemisphere, but with obvious degradation when compared to the input image. This degradation of restored maps is significantly reduced when the positivity constraint is used (Fig. 6 right). In common with the regularization by that structure condition, the maximum entropy approach imposes a positivity constraint ($X_j > 0$, $j = \overline{1, J}$) on the unknown image function, if the background level ${}^0X_j \geq 0$ is used. The benefits of the positivity constraint are emphasized in the prior knowledge that only dark (or bright) spots are present at the stellar surface. However, note that this constraint cannot be used when both positive and negative disturbances are affecting the surface.

3. DISCUSSION AND CONCLUSION

Previous examples show clearly that the interferometric constraint makes the mapping of stellar surface chemical abundances much more reliable and informative than Doppler imaging alone. The intrinsic limitation of Doppler Imaging, concerning the reliability of reconstructions in the hemisphere in which the rotational pole is hidden, is mainly due to the geometrical (limb foreshortening) effect and it should affect also to image reconstructions from intensity (Stokes I) as well as from linearly and circularly polarized (Stokes Q, U, V) profiles. Since, for interferometric data, the stellar regions near limb are reinforced by weighting with coordinate parallel and/or orthogonal to rotation, we expect the similar improvements in image reconstructions from SPIN¹⁶ signals. Moreover, the non-uniqueness of the solution for different magnetic field distributions resulting in identical time series of I and V,¹¹ can be resolved as well, since weighting with coordinate parallel to rotation introduces the opposite sign for signals from north and south hemisphere. Consequently, in the interferometric signal an enhancement should be observed instead of cancelling that is observed in spectroscopic signal.

The simultaneous determination of both abundance distribution and magnetic field geometry of a chemically peculiar star is necessary in the general case since strong global magnetic fields⁸ are expected in these

stars. For this purpose the interferometric telescopes should be equipped with high resolution spectrographs and/or spectro-polarimeters in order to fully exploit the benefits of the IDI technique. We showed that the significant improvements of reconstructed images can be obtained with realistic spectral resolutions and signal-to-noise ratios expected for operating (VLTI, GI2T) or close-to-operating long baseline interferometers (Chara, Keck). High spectro-polarimetric resolution instrumental configurations are necessary in order to advance in our understanding of stellar magnetic fields and particularly chemically peculiar stars.

ACKNOWLEDGMENTS

S. J. acknowledges the SPIN (France) project and A. D. de S. Jr. acknowledges CAPES (Brazil) (contract BEX 1661/98-1) for financial support.

REFERENCES

1. Beckers, J.M. 1982, *Opt. Acta*, 29, 361
2. Chelli, A. & Petrov, R. G. 1995b, *A&AS*, 109, 401
3. Chelli, A. & Petrov, R. G. 1995a, *A&AS*, 109, 389
4. Hubeny, I., Lanz, T. 1995, *ApJ*, 439, 875
5. Jankov, S. & Foing, B. H. 1992, *A&A*, 256, 533
6. Jankov, S., Vakili, F., Domiciano de Souza Jr., A., Janot-Pacheco, E.: 2001, *A&A*, 377, 721
7. Jankov, S., Vakili, F., Domiciano de Souza Jr., A., Rousselet-Peraut, K., Stehlé, C.: 2002, in preparation
8. Lanz T., 1993, in Dworetsky M.M, Castelli F., Faraggiana R. (eds.a.) *Peculiar versus Normal Phenomena in A-type and Related Stars*, ASP Conf. Ser. 44, 60
9. Michaud G., 1970, *ApJ* 160 640
10. Petrov, R. G. 1988, *Diffraction-Limited Imaging with Very Large Telescopes*, eds. D.M. Alloin, J.M. Mariotti (Kluwer), p.249
11. Piskunov N.E., Kochukhov, O., 2002, *A&A* 381, 736
12. Preston G.W., 1974, *ARA&A* 12, 257
13. Rice J.B., 1996, In: Strassmeier K.G., Linsky J.L. (eds.) *Stellar Surface Structure*. IAU Symp. 176, Kluwer, p. 305
14. Rice J.B., 1989, *A&A* 245, 561
15. Rice J.B., Wehlau W.H., 1990, *A&A* 233, 503
16. Rousselet-Peraut, K., Chesneau, O., Bério, P., Vakili, F., 2000, *A&A* 354, 595

4.3 Réseau de télescopes pour l'imagerie en HRA

Divers projets pour l'imagerie interférométrique comportant plus d'une dizaine de télescopes en réseau sont proposés aussi bien au sol que dans l'espace. Un exemple est le projet SI (de l'anglais *Stellar Imager*) proposé par K. Carpenter et C. Schrijver (voir par exemple le site WEB <http://hires.gsfc.nasa.gov/~si>). Il s'agit d'un projet d'interféromètre spatial avec entre 10 et 20 télescopes pour faire la synthèse d'ouverture dans l'UV avec des bases pouvant atteindre 500 m ou 1000 m. La résolution spatiale serait telle qu'on pourrait acquérir images avec quelques dizaines, voire quelques centaines d'éléments de résolutions sur le disque visible des étoiles. Le principal objectif est l'étude des cycles d'activité stellaire, des pulsations stellaires, de la rotation différentielle et des circulations de matière à grand échelle.

Un autre concept est le projet KEOPS : un interféromètre imageur avec jusqu'à une trentaine de télescopes installés au Dôme C en Antarctique (Vakili et al. 2003). Ce projet est optimisé pour la détection directe, dans l'infrarouge thermique, de planètes extra-solaires et pour l'astroseismologie d'étoiles proches. Le choix de l'Antarctique est basé sur plusieurs aspects exceptionnels présentés par ce site astronomique unique. Par exemple, l'air en Antarctique présente un faible taux d'humidité et une faible turbulence atmosphérique (quantifiée par l'équipe d'optique atmosphérique du LUAN ; Aristidi et al. 2003, Fossat 2002). Un deuxième avantage est la possibilité d'observation continue pendant l'hiver austral, ce qui est idéal pour observer les pulsations stellaires sans les coupures jours-nuit d'un site ordinaire, lesquelles sont très gênantes lors de l'analyse temporelle des données (introduction pics fantômes dans le spectre de fréquences). Enfin, la possibilité de déployer les télescopes sur des bases kilométriques couplée aux très basses températures (-80°C en hiver) fait probablement de l'Antarctique le meilleur site sur Terre pour la détection d'exo-planètes telluriques. Ainsi, un projet comme KEOPS devient une alternative réelle aux projets spatiaux comme SI ou DARWIN (e.g. Fridlund & Gondoin 2003) dans leurs domaines d'applications. Cette alternative a l'avantage d'être moins coûteuse et plus facile à mettre en oeuvre que les projets spatiaux proposés jusqu'à présent.

Je présente par la suite une étude sur l'utilisation possible d'un réseau de télescopes pour la détection de modes de PNR. Il s'agit d'optimiser la géométrie des lignes de base interférométriques pour détecter instantanément les motifs d'intensité sur la photosphère dus aux pulsations. Cette technique a l'avantage de pouvoir détecter des modes de PNR à degrés i élevés (une des difficultés rencontrées avec les techniques actuelles) même quand l'étoile oscille dans une multitude de modes simultanés. En reconfigurant les télescopes en accord avec un mode de PNR donné, l'énergie de ce mode est **filtrée**, dans le domaine de Fourier, permettant son identification précise. Cependant, à cause du faible contraste d'intensité induit par ces modes à la surface de l'étoile, une très grande sensibilité est nécessaire.

Tuning pulsation modes with stellar interferometry

A. Domiciano de Souza, F. Vakili, S. Jankov & E. Janot-Pacheco

Article paru dans les comptes rendus du Colloquium UAI No. 185 : "*Radial and Nonradial Pulsations as Probes of Stellar Physics*", qui a eu lieu à Leuven (Belgique) entre le 26 et le 31 Juillet 2001

2002, ASP Conf. Proc., vol. 259. Ed. C. Aerts, T. R. Bedding & J. Christensen-Dalsgaard, San Francisco : Astron. Soc. of the Pacific, p.170

Tuning Pulsation Modes with Stellar Interferometry

A. Domiciano de Souza Jr.¹, F. Vakili, S. Jankov²

Observatoire de la Côte d'Azur, France

E. Janot-Pacheco

Instituto Astronômico e Geofísico - USP, São Paulo, SP, Brazil

Abstract. Stellar interferometry represents a qualitative jump toward stellar surface imaging. We propose a method that tunes and filters out high degree non-radial pulsation (NRP) modes from the Fourier plane associated to the stellar brightness distribution. The proposed method can be applied to continuum flux, slow stellar rotation and high degree multi mode NRP stars.

1. Introduction

Stellar interferometry explores the Fourier uv plane of sky projected brightness distributions. If a good coverage of this plane is available (several apertures) a particular brightness pattern on the stellar surface can be isolated by applying a judiciously chosen spatial filter. In the case of NRP one can associate a spatial filter to each pulsation mode. A recent example of interferometric techniques applied to the study of NRP can be found in Jankov et al. (2001).

The codes TLUSTY and SYNSPEC (Hubeny & Lanz, 1995) were used to synthesize the photospheric local intensities. Townsend's NRP model (Townsend, 1997) has been adapted in order to calculate the monochromatic intensity stellar maps. These models have been included in an interferometric-oriented numerical code to study the performances of the spatial filtering.

2. Results and conclusions

In the present paper we only consider the squared Fourier maps (visibility V maps), which are most commonly measured by stellar interferometers. Fig. 1 illustrates the application of the spatial filtering to a high degree multi mode NRP star. The effects of the pulsation modes on the visibility maps are more clearly seen by considering the visibility differences $\Delta V (= V - V_{\text{ref}}$; where V_{ref} is the visibility map for a non-pulsating homogenous star).

¹e-mail: Armando.Domiciano@obs-azur.fr

²Present address: *Astronomical Observatory Beograd, Beograd, Yugoslavia*

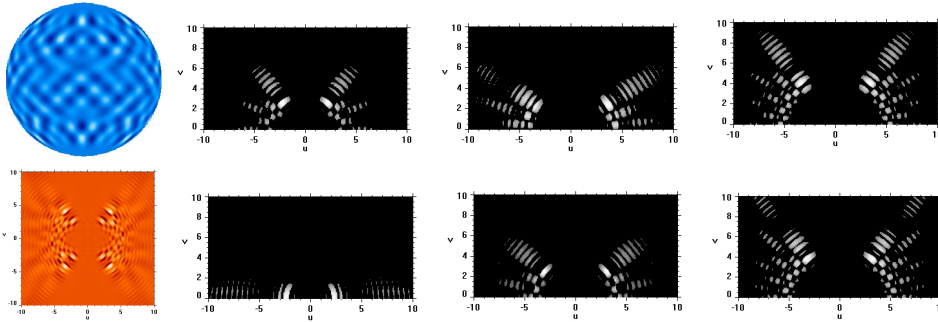


Figure 1. Spatial filtering applied to a star with selected NRP modes $(\ell, m) = (20, -12)$, $(25, 20)$ and $(30, -18)$. The brightness distribution and visibility difference ΔV maps are shown top and bottom left, respectively. Calculations were performed in the adjacent continuum of HeI6678. The six images to the right are the spatial filters obtained from the theoretical ΔV maps of the same NRP modes and phases used to model the star (upper row) and of three other modes and phases (lower row) with $(\ell, m) = (12, -12)$, $(23, 17)$ and $(30, -18)$. Only half of the uv coverage is shown due to symmetry properties. The filters have 10 transmission levels, which are proportional to the intensities in the ΔV maps. The correlation factors are at least 3 times higher for the correct filters (upper row) than for the other ones (lower row).

The presence of multi modes on the star introduces a complex pattern in the corresponding uv plane. However, by testing different spatial filters defined by different NRP modes, it is possible to identify which modes are present in the star. The quality of a spatial filter is evaluated by the integral of the product of ΔV by the filter. The result is a number (called correlation factor) that measures the possibility that a given NRP mode with a given phase is present on the star. For the examples chosen here the correlation factors are at least 3 times higher for the correct filters compared to the wrong ones. Note that even the correct phases of the oscillations can be recovered by this method.

The proposed method can be applied to continuum flux, slow stellar rotation and high-degree multi-mode NRP stars. A deeper study is necessary in order to better evaluate the performances of the method. Future space-based multi-aperture interferometers will attain spatial frequencies high enough to allow the application of spatial filtering.

References

- Hubeny, I. & Lanz, T. 1995, ApJ, 439, 875
 Jankov, S., Vakili, F., Domiciano, A.D.Jr., & Janot-Pacheco, E. 2001, A&A, in press
 Townsend, R.H.D. 1997, MNRAS, 284, 839

Chapitre 5

Conclusions

Le travail que j'ai effectué au cours de ma thèse m'a permis de comprendre à la fois l'OLBI et son application à la physique stellaire pour l'étude des mécanismes qui régissent l'évolution des étoiles.

Dans ce contexte, le point de départ de mon travail de thèse a été le développement d'un outil numérique physiquement consistant et dédié à l'OLBI dans le but d'étudier un nombre limité de processus présents dans les atmosphères stellaires comme la rotation, la pulsation et les taches d'abondance chimique et/ou de température (voir chapitre 2). Le modèle que j'ai construit synthétise les profils de raies et les cartes d'intensité à partir de modèles d'atmosphère 1D en ETL ou hors-ETL. L'utilisation d'une grille numérique pour représenter la photosphère permet une description physique 2D de l'étoile incluant d'éventuelles variations temporelles et/ou déformations géométriques dues à la rotation, aux pulsations et aux inhomogénéités de surface. Un point intéressant de cet outil numérique est sa généralité, qui nous permet d'intégrer facilement d'autres phénomènes physiques dans l'avenir comme le champ magnétique par exemple.

Grâce à cet outil, une étude poussée de la rotation stellaire rapide a été réalisée pour la première fois sous l'angle de l'OLBI. Avec mes collaborateurs, j'ai investigué comment quantifier et séparer les effets de la déformation géométrique (aplatissement de l'étoile dû à sa rotation rapide) et de l'assombrissement centre-bord (effet von Zeipel pour les étoiles chaudes) en utilisant des mesures interférométriques, comme le module de la visibilité complexe des franges d'interférence. Cette étude a fait l'objet d'un article dans la revue A&A et d'un cours sur la rotation stellaire à la huitième école d'astrophysique d'Oléron (CNRS) en juin 2003.

Une telle étude a également permis la préparation et surtout l'interprétation d'observations interférométriques réalisées avec l'instrument VINCI du VLTI dans le cadre d'un programme pilote sur la rotation stellaire. Grâce à ces observations, j'ai démontré que l'étoile Be Achernar est de loin l'étoile la plus aplatie jamais mesurée directement, avec un rayon équatorial $\simeq 50\%$ plus grand que son rayon polaire en première approximation.

Après une analyse complète des données publiées d'excès IR, de profils de raies dans le visible et dans l'IR, de polarisation et de diamètre angulaire dans le visible, et en examinant différents modèles d'étoiles Be, nous avons conclu que le fort aplatissement mesuré sur Achernar provient essentiellement de sa photosphère et non d'une éventuelle enveloppe circumstellaire. En particulier, les profils de raie $H\alpha$ en absorption obtenus simultanément avec notre campagne

interférométrique ont été décisifs pour conclure qu'Achernar se trouvait dans une phase B normale lors des observations au VLTI-VINCI. Notons que d'une manière générale l'interprétation des observations interférométriques gagnerait énormément en qualité si elles étaient croisées avec des données spectroscopiques simultanées.

Dans ce contexte, la comparaison poussée des visibilités calibrées du VLTI-VINCI avec celles synthétisées par mon modèle numérique m'a mené à la conclusion que le fort aplatissement photosphérique d'Achernar peut s'expliquer difficilement dans l'approximation de Roche. Je rappelle que celle-ci correspond à une étoile en rotation rigide avec sa masse totale placée en son centre, une approximation appliquée assez généralement aux étoiles en rotation rapide dans la littérature. J'ai bien entendu exploré d'autres scénarios physiques. Une hypothèse à envisager est celle de la rotation différentielle, compatible avec les contraintes de l'ensemble des observations. Si cette hypothèse venait à être vérifiée, nous serions en présence de la première preuve directe (par interférométrie à longue base) de la rotation différentielle interne des étoiles massives. Cela lancerait bien sûr divers travaux théoriques sur la rotation stellaire avec des implications multiples sur la perte de masse et de moment angulaire, le transport d'éléments chimiques et du moment angulaire ainsi que la circulation méridienne et autres flux de matière. J'espère par conséquent que mon travail, ayant fait l'objet d'un communiqué de presse à l'ESO et publié dans la revue *A&A* (chapitre 3), ne restera pas lettre morte dans le futur pour les spécialistes de la structure interne d'étoiles massives !

Dans cette perspective les résultats obtenus sur Achernar m'ont amené à modéliser les aspects observationnels de la rotation différentielle sous l'angle de la spectro-interférométrie applicable aux futurs instruments tels qu'AMBER sur le VLTI. Pour ne pas compliquer les choses et dans une première étude, j'ai considéré la rotation différentielle pour une étoile sphérique (voir chapitre 3). Mon travail utilise la méthode dite de phase différentielle obtenue en spectro-interférométrie pour une étoile peu résolue spatialement (condition valable pour la majorité des étoiles). Dans ce cas, la phase différentielle donne accès au barycentre photométrique (photocentre) de la distribution d'intensité de l'étoile. Mes résultats de modélisation théorique montrent qu'à partir du module de la TF des deux composantes du photocentre nous pouvons déterminer le taux de rotation différentielle ainsi que l'inclinaison de l'axe de rotation stellaire, donc l'orientation 3D de cet axe. Ce travail sera bientôt publié dans la revue *A&A*. Une telle méthode aurait également une application directe et utile dans la détermination de la masse des exo-planètes en supposant que l'orbite de celles-ci coïncident avec le plan équatorial de l'étoile.

Je compte poursuivre ce travail sur la rotation stellaire rapide et différentielle après ma thèse. En particulier j'ai soumis deux programmes d'étude de la rotation stellaire à travers le diagramme HR sur l'instrument VLTI-AMBER pour lesquels j'ai déjà plusieurs heures accordées aussi bien sur les UTs (télescopes de 8 m) que sur les ATs (télescopes de 1.8 m). En effet, la mise en service de VLTI-AMBER en 2004 permettra d'accéder à diverses applications en physique stellaire (cf. chapitre 4). En particulier, les mesures de clôture de phase et/ou de référence de phase (utilisation de PRIMA) permettront de détecter des asymétries dans la distribution d'intensité des objets observés, comme par exemple celles dues à l'assombrissement gravitationnel. Cependant, trois bases simultanées seront insuffisantes pour la reconstruction d'images. Donc à moyen terme nous serons limités à faire de l'astrophysique par ajustement de

modèles (*model fitting* en anglais).

Comme décrit dans ce mémoire et à travers les travaux que j'ai mené tout au long de ma thèse avec mes collègues proches (L. Abe, S. Jankov et F. Vakili), le champ d'investigation d'AMBER, en profitant de la haute résolution spectrale, est vaste et riche. L'utilisation de l'interférométrie différentielle et des méthodes de reconstruction d'images dérivées comme l'IDI (voir chapitre 4), permettront une étude approfondie des pulsations stellaires, des inhomogénéités de surface en abondances chimiques ou en température, sans oublier la topologie des champs magnétiques qui restent des objectifs certes très ambitieux mais réalisables en principe. Ces résultats permettront de défricher le terrain comme premiers pas vers la synthèse d'ouverture optique à longue base dans laquelle j'espère pouvoir m'investir, que ce soit au sol ou dans les projets spatiaux et pourquoi pas en Antarctique !

Annexe A

Informations complémentaires sur TLUSTY et SYNSPEC

A.1 Concepts et méthodes intégrés dans TLUSTY

En plus de la méthode hybride CL/ALI, TLUSTY utilise plusieurs concepts et méthodes additionnels pour augmenter son efficacité :

- *Méthode de Kantorovich* : proposée par Kantorovich (1949) est une modification de la méthode de Newton-Raphson classique où le jacobien est maintenu constant pendant quelques itérations pour être ensuite renouvelé.
- *Accélération de la convergence (méthode Ng)* : proposée par Ng (1974), elle utilise non seulement l'information de l'itération $n - 1$ mais aussi des itérations antérieures (jusqu'à $\simeq n - 5$) pour accélérer la convergence. Cette méthode est souvent utilisée dans le processus d'itération d'ALI (Hubeny & Lanz 1992 ; Auer 1991).
- *Superniveaux* : le concept de superniveau (Anderson 1989, Dreizler & Werner 1993, Hubeny & Lanz 1995) consiste à regrouper un grand nombre de niveaux d'énergie individuels d'un atome/ion donné. Le choix des superniveaux ($\simeq 10$ à 60 par atome/ion avec des centaines ou milliers de raies chacun) est fait, en général, par regroupement des niveaux de même parité et d'énergie proche. Tous les niveaux dans un superniveau sont supposés en équilibre de Boltzmann entre eux. Un tel concept diminue sensiblement NL, ce qui est particulièrement intéressant pour la modélisation d'éléments chimiques ayant un grand nombre de transitions comme le Fe.
- *Groupement de niveaux* : ce concept permet également de diminuer NL puisque les populations relatives des niveaux/superniveaux d'un groupe sont fixées pendant l'étape de linéarisation, c'est à dire, que seulement la population totale du groupe est linéarisée. Ensuite, pendant la phase de solution formelle les populations individuelles des niveaux/superniveaux sont actualisées de façon exacte.
- *Mise à zéro de niveaux* : si la population n_i d'un niveau est inférieure à une fraction limite

($\simeq 10^{-20}$ à 10^{-30}) de la population totale de l'atome/ion correspondant on fait $n_i = 0$. En particulier, si cette condition est satisfaite pour toute profondeur, le niveau est supprimé, ce qui est une manière automatique de décider si un niveau doit être faire parti du calcul ou pas.

- *Opacités traitées par ODF ou OS* : le calcul de modèles appelés *line blanketed* en anglais concerne des centaines de milliers de raies (surtout à cause du Fe) si bien que le nombre de solutions formelles à calculer peut poser des difficultés, même avec l'utilisation des superniveaux. La notion d'ODF (de l'anglais *Opacity Distribution Functions*; Anderson 1989) a été créée pour traiter les transitions entre superniveaux : les super-raies. Les sections efficaces sont ré-ordonnées pour être représentées par un petit nombre de fréquences. D'un autre coté l'idée d'OS (de l'anglais *Opacity Sampling*) correspond à un échantillonnage du type Monte Carlo des sections efficaces de super-raies. Avec l'augmentation de la puissance des ordinateurs l'OS est de plus en plus utilisé (Lanz & Hubeny 2003), puisque il a l'avantage de traiter correctement les superpositions de raies et de devenir une méthode exacte pour un échantillonnage très fin.

A.2 TLUSTY en pratique

Le calcul des modèles d'atmosphère est contrôlé principalement par les fichiers d'entrée suivants :

- Unité 5 : fichier principal de contrôle avec les paramètres les plus importants (T_{eff} , $\log g$, modèle en ETL ou hors-ETL, nombre d'atomes à être considérés explicitement et leurs niveaux/superniveaux, entre autres) ;
- Données atomiques : fichiers avec les données atomiques pour les atomes/ions ;
- Paramètres non-standards : fichiers qui permettent de changer les valeurs standards de plusieurs paramètres physiques et de calcul ;
- Unité 8 : le modèle d'atmosphère à être utilisé comme point de départ (ETL-gris, ETL pour le continuum, ETL *line blanketing*, hors-ETL pour le continuum, modèles de Kurucz).

Les modèles d'atmosphère fournis par TLUSTY à la sortie contiennent les informations suivantes :

- Nombre de points en profondeur (ND) pour lesquels le modèle a été calculé ;
- Nombre de paramètres à chaque profondeur ;
- Densité de colonne m (Eq. 2.14) à chaque profondeur ;
- Température T , densité électronique n_e et densité de masse ρ à chaque profondeur ;
- Populations des niveaux atomiques qui ont été calculés explicitement, i.e., déterminés par

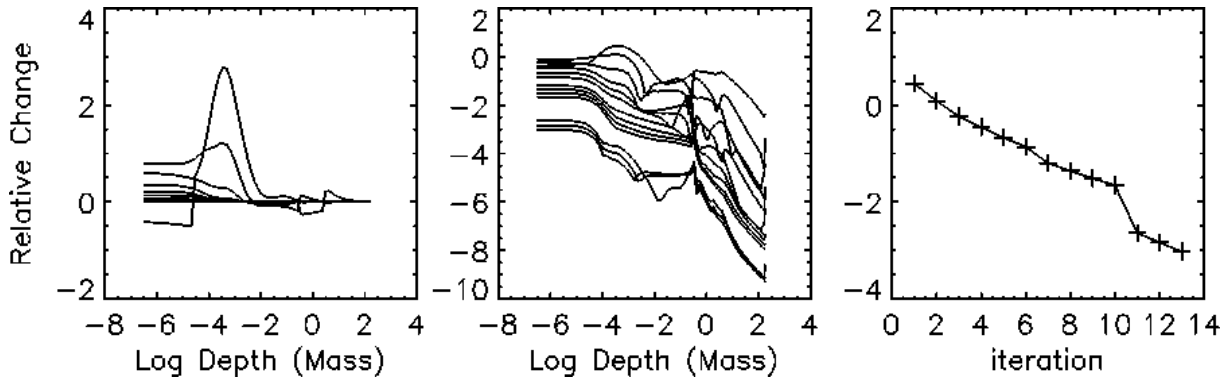


FIG. A.1 : Exemple de test de convergence à partir des variations relatives de tous les paramètres d'état (Eq. 2.21) à chaque point en profondeur calculé : $(\Delta k^n \equiv (k^n - k^{(n-1)}) / k^n$; où i est l'indice de l'itération CL et k est le paramètre considéré. Cet exemple correspond à $T_{\text{eff}} = 25000$ K, $\log g = 4.0$, abondance solaire, modèle hors-ETL avec H et He. *Gauche* : Δk^n versus $\log(m)$ pour chaque paramètre. *Centre* : $\log(|\Delta k^n|)$ versus $\log(m)$. *Droite* : Logarithme de la variation relative maximale pour tous les paramètres et profondeurs $\log(|\Delta k_{\text{max}}^n|)$ en fonction de l'itération. Noter que les itérations s'arrêtent quand $\log(|\Delta k_{\text{max}}^n|) \leq$ la valeur limite ($= 10^{-3}$ dans ce cas). Pour la convergence de ce modèle il a fallu 13 itérations de la méthode CL.

l'équilibre statistique (Eq. 2.20). Cette information n'existe que pour les modèles hors-ETL où les équations de Boltzmann et de Saha ne sont pas valables.

TLUSTY fournit aussi d'autres fichiers de sortie contenant le temps de calcul, les messages d'erreur, le taux de convergence, entre autres. Ces fichiers ont été examinés pour garantir la qualité du calcul de chaque modèle d'atmosphère. La Fig. A.1 est un exemple de test qui a été effectué. Pour qu'un modèle soit considéré comme ayant convergé il faut que, à chaque point en profondeur, le maximum des variations relatives de tous les paramètres d'état (température, densité électronique, densité des particules, populations des niveaux et intensités moyennes pour les fréquences linéarisées) soit inférieur à une limite fixée (la valeur standard est 10^{-3}).

A.3 SYNSPEC en pratique

Le calcul des spectres est contrôlé par quelques fichiers d'entrée principaux :

- Unité 5 : même que pour TLUSTY ;
- Unité 55 : paramètres de base pour les spectres synthétiques (domaine spectral, calcul de l'intensité spécifique en plus du flux spectral, calcul des raies en ETL ou hors-ETL, entre autres) ;
- Unité 8 : modèle d'atmosphère d'entrée ;
- Unité 19 : paramètres atomiques (longueur d'onde, potentiel d'excitation, nombres quantiques, entre autres) pour tous les atomes/ions qui seront considérés pour le calcul des

profils de raies.

Des informations additionnelles sont éventuellement nécessaires comme une nouvelle abondance chimique, la définition des superniveaux utilisés et leurs sections efficaces de photoionisation, les tableaux détaillés pour élargissement intrinsèque (naturel, Van der Waals, Doppler thermique et Stark) pour H, He I et He II. Les principaux fichiers de sortie de SYNSPEC sont :

- Unité 6 (sortie standard) : messages d'erreur, performance de calcul, entre autres ;
- Unité 7 et 17 : flux $H_\lambda = (4\pi)^{-1}F_\lambda$ ($\text{erg cm}^{-2} \text{ \AA}^{-1} \text{ s}^{-1}$) en fonction de λ (\AA) pour respectivement le spectre synthétisé et son continuum ;
- Unité 10 et 18 : intensité spécifique I_ν ($\text{erg cm}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ hz}^{-1} \text{ s}^{-1}$) en fonction de λ (\AA) pour respectivement le spectre synthétisé et son continuum. L'intensité spécifique est donnée pour plusieurs directions $\mu = \cos\theta$ définies en entrée (θ est l'angle entre la normale à l'atmosphère et la direction de propagation de la radiation) ;
- Unité 12 et 14 : plusieurs informations sur les transitions atomiques comme par exemple l'opacité au centre de la raie, la largeur équivalente, la profondeur de formation de la raie (profondeur où $\tau_{\nu_0} \simeq 2/3$).

Annexe B

Contributions au Symposium UAI 215 : *Stellar Rotation*

B.1 Titre : *Modelling stellar rotation for optical long baseline interferometry*

Modelling stellar rotation for optical long baseline interferometry

A. Domiciano de Souza¹

²*Département d'Astrophysique de l'Université de Nice/Sophia-Antipolis, CNRS UMR 6525, France*

J.Zorec

Institut d'Astrophysique de Paris, CNRS, 98bis Boulevard Arago, F-75014 Paris, France

S. Jankov², F. Vakili², and L. Abe²

Abstract.

Optical long baseline interferometry is a technique sensitive to sky projected brightness distributions, constituting a powerful tool for the study of detailed stellar surface structures. Moreover, by combining high spectral and angular resolution we obtain a technique called differential interferometry that is also sensitive to mechanisms that induce chromatic signatures, such as stellar spots and large scale mass motions (e.g. rapid rotation, non-radial pulsations, shear currents produced by hydrodynamical instabilities). We present here a study of the signatures of stellar rotation on differential interferometry observables showing that they are very sensitive to differential rotation and stellar inclination.

1. Results

Roughly speaking optical long baseline interferometry (OLBI) measures the Fourier transform $\tilde{I}(\lambda, y, z)$ of the sky brightness distribution $I(\lambda, y, z)$; y and z are angular coordinates describing the sky plane where y is parallel to the projection of the stellar rotation axis onto the sky. For angularly unresolved stars we can perform a Maclaurin expansion of $\tilde{I}(\lambda, y, z)$ retaining only the zero and first order terms. This corresponds to the so called differential interferometry where the zero order term is the stellar spectral flux F and the two first order terms are the photometric barycenter (photocenter \vec{e}) of the star.

Fig. 1 shows radial velocity maps, spectra and photocenters for several models of differentially rotating stars. The results in Fig. 1 were obtained with an interferometry-oriented model including solid or differential rotation, gravity darkening, and local plane parallel atmospheres. This model is further detailed by Domiciano de Souza et al. (2002, A&A, 393, 345) who also present an interferometric study of rapidly and uniformly rotating stars.

¹A.D.S. acknowledges CAPES - Brazil (contract BEX 1661/98-1), IAU, and UNSA/UMR6525 - France for financial support.

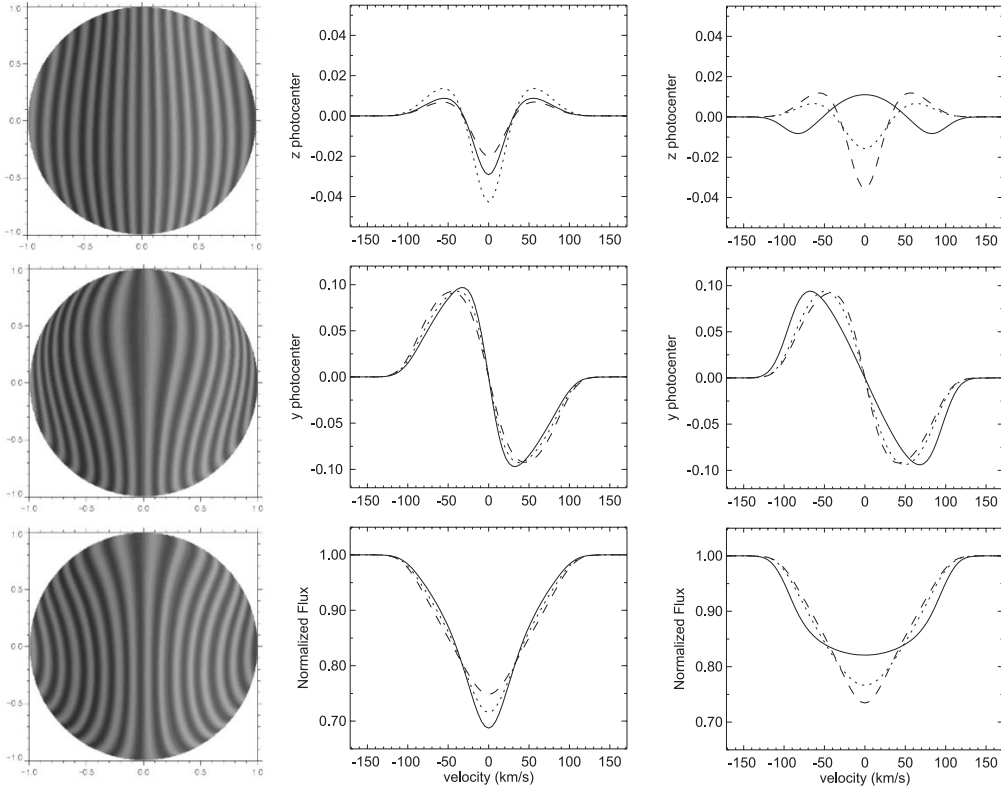


Figure 1. *Left:* Examples of radial velocity maps for a solar-like differential rotation law, i.e. $\Omega(l) = \frac{v_{\text{eq}}}{R}(1 - \alpha \sin^2 l)$, where R is the stellar radius, α is the differential rotation parameter, l is the latitude and v_{eq} is the linear equatorial rotation velocity. The figure show three different combinations of stellar inclination i and differential rotation rate α . $v_{\text{eq}} \sin i$ is fixed to 100 km/s. Contrarily to rigid rotation regions of constant radial velocity are not straight lines. *Center:* Normalized spectrum (bottom) and photocenter components ϵ_y (middle) and ϵ_z (top) for stellar inclinations i equal to 20° (solid), 45° (dots) and 75° (dashes). The fixed parameters are $v_{\text{eq}} \sin i = 100$ km/s, linear limb darkening $\epsilon = 0.6$, local profile given by a gaussian of equivalent width equal to 30 km/s, and a differential rotation parameter $\alpha = 0.6$. *Right:* Similar to the central column but for $i = 60^\circ$ with the curves corresponding to α equal to -0.43 (solid), 0.33 (dots) and 0.6 (dashes). The photocenters are given in angular stellar radius units. From this curves it is clear that spectra and photocenters are very sensitive to differential rotation and stellar inclination. Reiners & Schmitt (2002, A&A, 384, 155) studied in details how to detect differential rotation from line profiles. They showed that, although differential rotation can be detected, α and i cannot be disentangled from line profile observations alone. Our first calculations on differential interferometry summarized here indicate that this technique can disentangle stellar inclination and the differential rotation rate (Domiciano de Souza et al., *in preparation*).

B.2 Titre : *Differential rotation and the $v \sin i$ parameter*

Differential rotation and the $V \sin i$ parameter

J.Zorec

*Institut d'Astrophysique de Paris, CNRS, 98bis Boulevard Arago,
F-75014 Paris, France*

A. Domiciano de Souza¹

*Département d'Astrophysique de l'Université de Nice/Sophia-Antipolis,
CNRS UMR 6525, France*

Y. Frémat

Place Jules Janssen, F-92195 Meudon Cedex, France

Abstract.

We study the effects of a differential rotation upon the determination of the $V \sin i$ parameter. The effects are studied for several values of the ratio $t = \text{kinetic energy}/\text{gravitational potential energy}$, which include energy ratios higher than permitted for critical rigid rotation and using an internal conservative rotation law that allows for a latitudinal differential rotation in the stellar surface. Two effects are outstanding: when differential rotation is dependent on the stellar latitude the $V \sin i$ parameter does not necessarily correspond to the equatorial rotation velocity; the line width is a double valued function of $V \sin i$ and it is dependent on t and the aspect angle i .

1. Results

In this work we adopt a cylindrically symmetric angular momentum distribution law given by (Mark 1968, ApJ, 154, 627): $j(m) = (J/M)a(b)m(1 + bm)$ with $a(b) = b^2/[b - \ln(1 + b)]$; where J is the total angular momentum, M is the stellar mass, b is a constant, and m is the mass fraction inside a cylinder of radius ϖ . This law implies $\Omega_{\text{pole}} > \Omega_{\text{equator}}$ and allows for a latitudinal differential rotation in the stellar surface. For these cylindrical rotation laws it is possible to build dynamically stable models up to energy ratios $t \simeq 0.26$, where t is the ratio between the kinetic energy and the gravitational potential energy. Moreover, for these laws the maximal radial velocity ($V_M \sin i$) does not necessarily correspond to the equatorial rotation velocity. At high t values ($t > 0.03$) the stars present strong geometrical deformations which may affect, in particular, the determination of the $V \sin i$ parameter (Fig. 1).

¹A.D.S. acknowledges CAPES - Brazil (contract BEX 1661/98-1), IAU, and UNSA/UMR6525 - France for financial support.

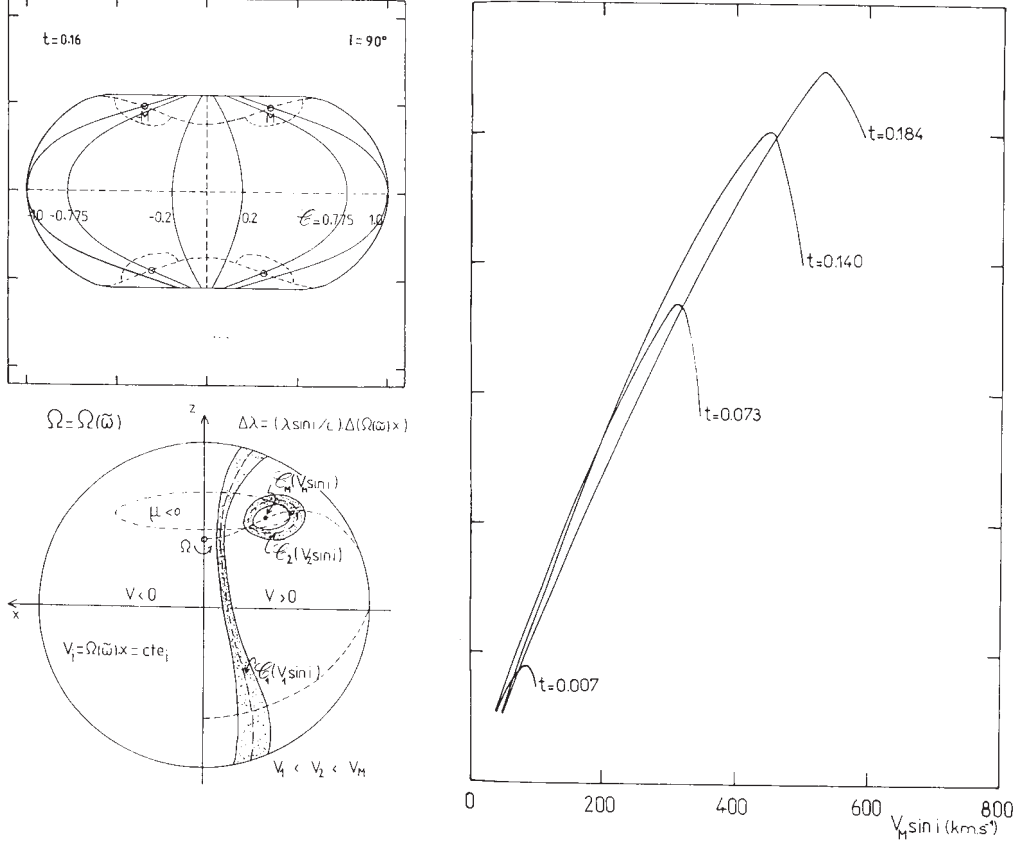


Figure 1. *Top left:* shows that the visible curves of equal radial velocity C depends on the stellar geometrical deformation, and consequently on the stellar inclination. This figure corresponds to a differentially rotating star with $i = 90^\circ$ and $t = 0.16$ (t was chosen high to show more clearly the geometrical deformation effect). Note that the curves $C > 1$ (closed curves around the points $\pm M$) are partially hidden by the geometrical depression in the polar regions. *Bottom left:* Contribution of the local profile for two values of $\Delta\lambda$; they follow the regions of equal projected rotation velocity ($V = \Omega(\varpi)x = cte$). By considering the stellar geometrical deformation the region inside the dot-dashed curve ($\mu < 0$) are not seen by the observer and thus do not contribute to the total rotationally broadened line profile. *Right:* Full width at half intensity (FWHI, named $\Delta\lambda_{1/2}$) of the HeII4471 line as a function of $V_M \sin i$ for the adopted cylindrical rotation law with $b = -0.454$ and several values of t . We note that for this cylindrical rotation law two values of the $V \sin i$ parameters may exist for the same FWHI. The first value does not depend strongly on the rotation law, even for uniform rotation. The second value appears only if the differential rotation is cylindrical. At high inclinations the curves C contributing to the strongest $\Delta\lambda$ Doppler shift ($C > 1$) are hidden in the polar hole. For a given rotation law the second value of the $V \sin i$ parameter is a function of both t and the stellar mass.

Annexe C

Liste d'acronymes

Les abréviations principales utilisées dans ce manuscrit sont rappelés ici. Plusieurs sont relatives à des termes en langue anglaise souvent utilisées en astrophysique.

ALI	Lambda-Itération Accélérée	<i>Accelerated Lambda Iteration</i>
AT		<i>Auxiliary Telescope</i>
CDS	Centre de Données astronomiques de Strasbourg	
CL	Linéarisation Complète	<i>Complete Linearisation</i>
ddm	différence de marche	<i>optical path difference</i>
DFE	Éléments Finis Discrets	<i>Discret Finite Elements</i>
ESO	Observatoire Européen Austral	<i>European Southern Observatory</i>
ETL	Équilibre Thermodynamique Local	<i>Local Thermodynamic Equilibrium</i>
ETR	Équation de Transfert Radiatif	
FFT	Transformée de Fourier Rapide	<i>Fast Fourier Transform</i>
GI2T	Grand Interféromètre à 2 Télescopes	
HR	Hertzsprung-Russell	
HRA	Haute Résolution Angulaire	<i>High Angular Resolution</i>
IDI	Imagerie Doppler Interférométrique	<i>Interferometric Doppler Imaging</i>
IDL		<i>Iterative Data Language</i>
JMMC	Centre Jean-Marie Mariotti	<i>Jean-Marie Mariotti Center</i>
mas	milli second d'angle	<i>milli arc second</i>
LBV		<i>Luminous Blue Variable stars</i>
MIDI		<i>Mid-Infrared instrument for VLTI</i>
OLBI	Interférométrie Optique à Longue Base	<i>Optical Long Baseline Interferometry</i>
PNR	Pulsations Non-Radiales	<i>Non-Radial Pulsations</i>
PR	Pulsations Radiales	<i>Radial Pulsations</i>
PRIMA		<i>Phase-Referenced Imaging and Micro-arcsecond Astrometry</i>
SPB	Étoiles B avec pulsation lente	<i>Slowly Pulsating B stars</i>
SP	Séquence Principale	<i>Main Sequence</i>
TF	Transformée de Fourier	<i>Fourier Transform</i>
UAI	Union Astronomique Internatinal	<i>International Astronomical Union</i>
UT		<i>Unit Telescope</i>
VLTI		<i>Very Large Telescope Interferometer</i>
WR	Wolf-Rayet	

Bibliographie

- [1] Abe, L., Domiciano de Souza, A., Vakili, F. & Gay, J. 2003, Phase Knife Coronagraph. II - Laboratory results, *A&A*, 400, 385
- [2] Abt, H. A., Levato, H. & Grosso, M. 2002, Rotational Velocities of B Stars, *ApJ*, 573, 359
- [3] Anderson, L. S. 1989, Line blanketing without local thermodynamic equilibrium. II - A solar-type model in radiative equilibrium, *ApJ*, 339, 558
- [4] Aristidi, E., Agabi, A., Vernin, J., Azouit, M., Martin, F., Ziad, A. & Fossat, E. 2003, Antarctic site testing : First daytime seeing monitoring at Dome C, *A&A*, 406, L19
- [5] Auer, L. 1991, Acceleration of Convergence, NATO ASIC Proc. 341 : Stellar Atmospheres - Beyond Classical Models, 9
- [6] Auer, L. H. & Mihalas, D. 1969, Non-LTE Model Atmospheres. III. a Complete-Linearization Method, *ApJ*, 158, 641
- [7] Balachandran, S. 1990, Lithium depletion and rotation in main-sequence stars, *ApJ*, 354, 310
- [8] Baldwin, J. E., Haniff, C. A., Mackay, C. D. & Warner, P. J. 1986, Closure phase in high-resolution optical imaging, *Nature*, 320, 595
- [9] Balona L. A., Engelbrecht, C. A. & Marang, F. 1987, Achernar, *MNRAS*, 227, 123
- [10] Beckers, J. M. 1982, Differential speckle interferometry, *Opt. Acta*, 29, 361
- [11] Bodenheimer, P. 1971, Rapidly Rotating Stars. VII. Effects of Angular Momentum on Upper-Main Models, *A&A*, 167, 153
- [12] Born, M. & Wolf, E. 1980, Principle of Optics, Pergamon Press, Oxford
- [13] Bruning, D. H. 1981, Fourier analysis of differential rotation in late-type stars, *ApJ*, 248, 274
- [14] Cannon, C. J. 1973, Frequency-Quadrature Perturbations in Radiative-Transfer Theory, *ApJ*, 185, 621
- [15] Carroll, J. A. 1933a, The spectroscopic determination of stellar rotation and its effect on line profiles, *MNRAS*, 93, 478
- [16] Carroll, J. A. 1933b, On the effect of errors of observation on the spectroscopic determination of stellar rotation, *MNRAS*, 93, 680
- [17] Chelli, A. & Petrov, R. G. 1995a, Model fitting and error analysis for differential interferometry. I. General formalism, *A&AS*, 109, 389
- [18] Chelli, A. & Petrov, R. G. 1995b, Model fitting and error analysis for differential interferometry. II. Application to rotating stars and binary systems, *A&AS*, 109, 401
- [19] Chesneau, O. 2001, Perte de masse des étoiles chaudes - Polarisation et haute résolution angulaire, Thèse de Doctorat, Univ. Luis Pasteur (Strasbourg) et Université de Montréal (Montréal)

- [20] Chesneau, O., Wolf, S. & Domiciano de Souza, A. 2003, Hot stars mass-loss studied with Spectro-Polarimetric INterferometry (SPIN), *A&A*, 410, 375
- [21] Colavita, M. M. & Wizinowich, P. L. 2003, Keck Interferometer update, *Proc. SPIE*, 4838, 79
- [22] Collier Cameron, A., Donati, J.-F. & Semel, M. 2002, Stellar differential rotation from direct star-spot tracking, *MNRAS*, 330, 699
- [23] Collins, G. W. 1974, Calculation of Theoretical Rotational Line Profiles for the Determination of $V \sin i$ in the Spectral Range 09-F8, *ApJ*, 191, 157
- [24] Collins, G. W. & Harrington J. P. 1966, Theoretical H-Beta Line Profiles and Related Parameters for Rotating B Stars, *ApJ*, 146, 152
- [25] Collins, G. W. & Sonneborn, G. H. 1977, Some effects of rotation on the spectra of upper-main-sequence stars, *ApJS*, 34, 41
- [26] Cannon Smith, R. & Worley, R. 1974, Gravity-darkening in stars for general rotation laws, *MNRAS*, 167, 199
- [27] Cranmer, S. R. & Collins, G. W. 1993, *ApJ*, 412, 720
- [28] de Medeiros, J. R., da Silva, J. R. P. & Maia, M. R. G. 2002, The Rotation of Binary Systems with Evolved Components, *ApJ*, 578, 943
- [29] de Souza Jr., A. D. 2002, Modelling Rapid Rotators for Stellar Interferometry, Radiative Transfer and Hydrodynamics in Astrophysics - GRETA, EAS Publ. Ser. vol.5, Ed. P. Stee, Les Ulis : EDP Sciences, 95
- [30] Delplancke, F., Leveque, S., Kervella, P., Glindemann, A. & D'Arcio, L. 2000, Phase-referenced imaging and micro-arcsecond astrometry with the VLTI, *Proc. SPIE*, 4006, 365
- [31] Deutsch, A. J. 1970, Harmonic Analysis of Rigidly Rotating AP Stars, *ApJ*, 159, 985
- [32] Domiciano, A., Abe, L., Vakili, F., Zorec, J. & Jankov, S. 2003, Constraints on Exo-Planetary systems, SF2A-2003 : Semaine de l'Astrophysique Française, Eds. F. Combes, D. Barret and T. Contini. EdP-Sciences, Conference Series, 70
- [33] Domiciano de Souza, A., Kervella, P., Jankov, S., Abe, L., Vakili, F., di Folco, E. & Paresce, F. 2003, The spinning-top Be star Achernar from VLTI-VINCI, *A&A*, 407, L47
- [34] Domiciano de Souza, A., Vakili, F., Jankov, S., Janot-Pacheco, E. & Abe, L. 2002, Modelling rapid rotators for stellar interferometry, *A&A*, 393, 345
- [35] Domiciano de Souza, A., Zorec, J., Jankov S., Vakili, F., Abe, L. & Janot-Pacheco E. 2004, Stellar differential rotation and inclination angle from spectro-interferometry, *A&A*, sous presse
- [36] Donahue, R. A., Saar, S. H. & Baliunas, S. L. 1996, A Relationship between Mean Rotation Period in Lower Main-Sequence Stars and Its Observed Range, *ApJ*, 466, 384
- [37] Donati, J.-F. & Collier Cameron, A. 1997, Differential rotation and magnetic polarity patterns on AB Doradus, *MNRAS*, 291, 1
- [38] Donati, J.-F., Semel, M. & Praderie, F. 1989, Zeeman-Doppler imaging of active stars. II - numerical simulation and first observational results, *A&A*, 225, 467
- [39] Dreizler, S. & Werner, K. 1993, Line blanketing by iron group elements in Non-LTE model atmospheres for hot stars, *A&A*, 278, 199
- [40] Fossat, E. 2002, Special Session : the future of astronomy at the dome C concordia station in antarctica, SF2A-2002 : Semaine de l'Astrophysique Française, Eds. F. Combes and D. Barret, EdP-Sciences, Conference Series, 449

-
- [41] Fridlund, C. V. M. & Gondoin, P. 2003, Darwin mission, Proc. SPIE, 4852, 394
- [42] Gautschy, A. & Saio, H. 1995, Stellar Pulsations Across The HR Diagram : Part 1, A&AR, 33, 75
- [43] Glebocki, R. & Stawikowski, A. 2000, Catalog of Projected Rotational Velocities, Acta Astronomica, 50, 509
- [44] Glindemann, A. 2002, Hunting for planets - GENIE workshop at Leiden University, The Messenger, 108, 40
- [45] Glindemann, A., Abuter, R., Carbognani, F., et al. 2000, The VLT Interferometer : a unique instrument for high-resolution astronomy, Proc. SPIE, 4006, 2
- [46] Glindemann, A., Algomedo, J., Amestica, R., et al. 2003, The VLTI – A Status Report, Proc. SPIE, 4838, 89
- [47] Goodman, J. W. 1985, Statistical Optics, New York : John Wiley & Sons
- [48] Gradshteyn, I. S. & Ryzhik, I. M. 1965, Table of integrals, series and products, San Diego : Academic Press
- [49] Gray, D. F. 1973, On the Existence of Classical Microturbulence, ApJ, 184, 461
- [50] Gray, D. F. 1975, Atmospheric turbulence measured in stars above the main sequence, ApJ, 202, 148
- [51] Gray, D. F. 1977, A quest for differential stellar rotation in A stars, ApJ, 211, 198
- [52] Gray, D. F. 1982, Observational evidence against differential rotation in F stars, ApJ, 258, 201
- [53] Gray, D. F. 1984, Measurements of rotation and turbulence in F, G, and K dwarfs, ApJ, 281, 719
- [54] Gray, D. F. 1989, Evidence for Equatorial Activity Belts, Publ. Astron. Soc. Pac., 101, 1126
- [55] Gray, D. F. 1992, Observations and Analysis of Stellar Photospheres, 2nd ed., Cambridge : Cambridge University Press
- [56] Hajian, A. R., Armstrong, J. T., Hummel, C. A., et al. 1998, Direct Confirmation of Stellar Limb Darkening with the Navy Prototype Optical Interferometer, ApJ, 496, 484
- [57] Hanbury Brown, R. 1968, Measurement of Stellar Diameters, A&AR, 6, 13
- [58] Hanbury Brown, R. 1974, The Intensity Interferometer, London : Taylor & Francis LTD
- [59] Hanbury Brown, R., Davis, J. & Allen, L. R. 1974a, The angular diameters of 32 stars, MNRAS, 167, 121
- [60] Hanbury Brown, R., Davis, J., Lake, R. J. W. & Thompson, R. J. 1974b, The effects of limb darkening on measurements of angular size with an intensity interferometer, MNRAS, 167, 475
- [61] Haniff, C. A., Buscher, D. F., Christou, J. C. & Ridgway, S. T. 1989, Synthetic aperture imaging at infrared wavelengths, MNRAS, 241, 51
- [62] Hatzes, A. P., Penrod, G. D. & Vogt, S. S. 1989, Doppler imaging of abundance features on AP stars - The Si II distribution on Gamma2 ARIETIS, ApJ, 341, 456
- [63] Högbom, J. A. 1974, Aperture Synthesis with a Non-Regular Distribution of Interferometer Baselines, A&AS, 15, 417
- [64] Huang, S., & Struve, O. 1953, ApJ, 58, 216
- [65] Hubeny, I. 1988, A computer program for calculating non-LTE model stellar atmospheres, Comp.Phys.Comm., 52, 103
- [66] Hubeny, I. & Lanz, T. 1992, Accelerated complete-linearization method for calculating NLTE model stellar atmospheres, A&A, 262, 501

- [67] Hubeny, I. & Lanz, T. 1995, NLTE line blanketed model atmospheres of hot stars. I. Hybrid Complete Linearization/Accelerated Lambda Iteration Method, *ApJ*, 439, 875
- [68] Hubeny, I., Lanz, T. & Jeffery, C. S. 1994, Newsletter on Analysis of Astronomical Spectra No.20, Ed. C. S. Jeffery, St Andrews Univ., St Andrews, 30
- [69] Hutchings, J. B. & Stoeckley, T. R. 1977, V and i in rotating stars from Copernicus UV data, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 89, 19
- [70] Hutchings, J. B., Nemeč, J. M. & Cassidy, J. 1979, Further studies of stellar rotation from Copernicus satellite data, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 91, 313
- [71] Jankov, S., Domiciano de Souza, A., Stehle, C., Vakili, F., Perraut-Rousselet, K. & Chesneau, O. 2003, Interferometric-Doppler imaging of stellar surface abundances, *Proc. SPIE*, 4838, 587
- [72] Jankov, S. & Foing, B. H. 1987, Indirect Imaging of Active RS CVn Stars, *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*, Ed. J. L. Linsky & R. E. Stencel, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 528
- [73] Jankov, S. & Foing, B. H. 1992, Tomographic imaging of late-type stars from spectroscopic and photometric rotational modulation. I - Principle and mathematical formulation of the method, *A&A*, 256, 533
- [74] Jankov, S., Vakili, F., Domiciano de Souza, A. & Janot-Pacheco, E. 2001, Interferometric-Doppler imaging of stellar surface structure, *A&A*, 377, 721
- [75] Jaschek, M., Slettebak, A. & Jaschek, C., 1981, *Be star newsletter*, 4, 9
- [76] Jennison, R. C. 1958, A phase sensitive interferometer technique for the measurement of the Fourier transforms of spatial brightness distributions of small angular extent, *MNRAS*, 118, 276
- [77] Jerzykiewicz, M. & Molenda-Zakowicz, J. 2000, Empirical Luminosities and Radii of Early-Type Stars after Hipparcos, *Acta Astronomica*, 50, 369
- [78] Johnston, I. D. & Wareing, N. C. 1970, On the possibility of observing interferometrically the surface distortion of rapidly rotating stars, *MNRAS*, 147, 47
- [79] Kantorovich, L. V. 1949, *Trudy Mat. Inst. Steklova*, XXVIII, 104
- [80] Kervella, P., Thévenin, F., Morel, P., Bordé, P. & Di Folco, E. 2003a, The interferometric diameter and internal structure of Sirius A, *A&A*, 408, 681
- [81] Kervella, P., Thévenin, F., Ségransan, D., Berthomieu, G., Lopez, B., Morel, P. & Provost, J. 2003b, The diameters of alpha Centauri A and B. A comparison of the asteroseismic and VINCI/VLTI views, *A&A*, 404, 1087
- [82] Kippenhahn, R. 1977, Rotational darkening - Rotational brightening, *A&A*, 58, 267
- [83] Kopal, Z. 1987, Vibrational stability of the rotating Roche model, *ApSS*, 133, 157
- [84] Kurtz, D. W., 1985, An algorithm for significantly reducing the time necessary to compute a Discrete Fourier Transform periodogram of unequally spaced data, *MNRAS*, 213, 773
- [85] Kurucz, R. L. 1970, *Atlas : a Computer Program for Calculating Model Stellar Atmospheres*, Smithsonian Astrophys. Obs. Special Report No. 309
- [86] Kurucz, R. L. 1994, *Smithsonian Astrophys. Obs.*, Kurucz CD-ROM No. 13
- [87] LeBlanc, F., Michaud, G. & Babel, J. 1994, The effect of constant horizontal magnetic fields on model atmospheres of AP stars, *ApJ*, 431, 388
- [88] Labeyrie, A. 1970, Attainment of Diffraction Limited Resolution in Large Telescopes by Fourier Analysing Speckle Patterns in Star Images, *A&A*, 6, 85

- [89] Labeyrie, A. 1975, Interference fringes obtained on VEGA with two optical telescopes, *ApJL*, 196, L71
- [90] Lagarde, S. 1994, Traitement des données et premiers résultats expérimentaux en Interférométrie Différentielle des Tavelures, Thèse de Doctorat, Dept. d'Astrophysique de l'UNSA, Nice, France
- [91] Lanz, T. & Hubeny, I. 2003, Atomic Data in Non-LTE Model Stellar Atmospheres, ASP Conf. Ser. 288 : Stellar Atmosphere Modeling, 117
- [92] Lawson, P. R. 1999, Principles of Long Baseline Interferometry, Michelson Fellowship Program, Ed. P. R. Lawson
- [93] Lucy, L. B. 1967, Gravity-Darkening for Stars with Convective Envelopes, *Zeitschrift für Astrophysik*, 65, 89
- [94] Maeder, A. 1999, Stellar evolution with rotation IV : von Zeipel's theorem and anisotropic losses of mass and angular momentum, *A&A*, 347, 185
- [95] Maeder, A. & Meynet, G. 2000, The Evolution of Rotating Stars, *A&AR*, 38, 143
- [96] Maeder, A. & Peytremann, E. 1972, Uniformly Rotating Stars with Hydrogen- and Metallic-Line Blanketed Model Atmospheres, *A&A*, 21, 279
- [97] Malbet, F., Bloeker, Th., Foy, R., et al. 2003, Astrophysical potential of the AMBER/VLTI instrument, *Proc. SPIE*, 4838, 917
- [98] Marcy, G. W. & Butler, R. P. 1998, Detection of Extrasolar Giant Planets, *A&AR*, 36, 57
- [99] Markiel, J. A. & Thomas, J. H. 1999, Solar Interface Dynamo Models with a Realistic Rotation Profile, *ApJ*, 523, 827
- [100] Mayor, M. & Queloz, D. 1995, A Jupiter-Mass Companion to a Solar-Type Star, *Nature*, 378, 355
- [101] Michelson, A. A. & Pease, F. G. 1921, Measurement of the diameter of α Orionis with the interferometer, *ApJ*, 53, 249
- [102] Mihalas, D. 1978, *Stellar Atmospheres*, 2nd ed., San Francisco : Freeman
- [103] Monnier, J. D., Tuthill, P. G. & Danchi, W. C. 1999, Pinwheel Nebula around WR 98A, *ApJL*, 525, L97
- [104] Mourard, D., Abe, L., Domiciano, A., Bonneau, D., Blazit, A., Vakili, F. & Stee, P. 2003, Status report on the GI2T interferometer, *Proc. SPIE*, 4838, 9
- [105] Mourard, D., Bosc, I., Labeyrie, A., Koechlin, L. & Saha, S. 1989, The rotating envelope of the hot star Gamma Cassiopeiae resolved by optical interferometry, *Nature*, 342, 520
- [106] Mourard, D., Tallon-Bosc, I., Blazit, A., et. al. 1994, The GI2T interferometer on Plateau de Calern, *A&A*, 283, 705
- [107] Neiner C., Hubert A.-M., Fremat Y., Floquet, M., Jankov, S., Preuss, O., Henrichs, H. F. & Zorec, J. 2003, Rotation and magnetic field in the Be star omega Orionis, *A&A*, 409, 275
- [108] Ng, K. C. 1974, *J. Chem. Phys.*, 61, 2680
- [109] Owocki, S. P. 2004, Rotation and Mass Ejection : the Launching of Be-Star Disks, IAU Symposium 215, *Stellar Rotation*, sous-presse
- [110] Petrov, R. G. 1988, Differential Interferometry, Diffraction-Limited Imaging with Very Large Telescopes, Ed. D. M. Alloin & J. M. Mariotti, Kluwer, 249
- [111] Petrov, R. G., Balega, Y. Y., Blazit, A., Vasyuk, V. A., Lagarde, S. & Foy, R. 1996, Rotational velocity of the cool component of Capella from differential speckle interferometry, *Astronomy Letters*, 22, 348

- [112] Petrov, R. G., Lagarde, S. & N'Guyen Van Ky, M. 1995, Differential interferometry imaging, ASP Proceedings IAU Symp. 176, in *Stellar Surface Structure*, Ed. K. G. Strassmeier & J. L. Linsky, 181
- [113] Petrov, R. G., Malbet, F., Richichi, A., et al. 2000, AMBER : the near-infrared focal instrument for the Very Large Telescope Interferometer, *Proc. SPIE*, 4006, 68
- [114] Petrov, R. G., Malbet, F., Weigelt, G., et al. 2003, Using the near infrared VLTI instrument AMBER, *Proc. SPIE*, 4838, 924
- [115] Piskunov, N., Ryabchikova, T. A., Kuschnig, R. & Weiss, W. W. 1994, Spectrum variability of ET Andromedae : Si and He surface mapping, *A&A*, 291, 910
- [116] Poeckert, R. & Marlborough, J. M. 1978a, A model for Gamma Cassiopeiae, *ApJ*, 220, 940
- [117] Poeckert, R. & Marlborough, J. M. 1978b, *ApJS*, Be star models : observable effects of model parameters, 38, 229
- [118] Quirrenbach, A., Bjorkman, K. S., Bjorkman, J. E., et al. 1997, Constraints on the Geometry of Circumstellar Envelopes : Optical Interferometric and Spectropolarimetric Observations of Seven Be Stars, *ApJ*, 479, 477
- [119] Quirrenbach, A., Mozurkewich, D., Buscher, D. F., Hummel, C. A. & Armstrong, J. T. 1996, Angular diameter and limb darkening of Arcturus, *A&A*, 312, 160
- [120] Reiners, A. & Schmitt, J. H. M. M. 2002a, Evidence for strong differential rotation in Li-depleted fast rotating F-stars, *A&A*, 393, L77
- [121] Reiners, A. & Schmitt, J. H. M. M. 2002b, On the feasibility of the detection of differential rotation in stellar absorption profiles, *A&A*, 384, 155
- [122] Reiners, A. & Schmitt, J. H. M. M. 2002c, Can star spots mimic differential rotation ?, *A&A*, 388, 1120
- [123] Reiners, A. & Schmitt, J. H. M. M. 2003, Rotation and differential rotation in field F- and G-type stars, *A&A*, 398, 647
- [124] Reiners, A., Schmitt, J. H. M. M. & Kürster, M. 2001, Detection of differential rotation in psi Cap with profile analysis, *A&A*, 376, L13
- [125] Rivinius, T., Baade, D., Stefl, S., S., Stahl, O., Wolf, B. & Kaufer, A. 1998, Stellar and circumstellar activity of the Be star MU Centauri. II. Multiperiodic low-order line-profile variability, *A&A*, 336, 117
- [126] Roche, E. A. 1837, *Mém. de l'Acad. de Montpellier (Section des Sciences)* 8, 235
- [127] Roche, M. 2002, *Déconvolution d'Images en Astrophysique - Méthodologie algorithmique*, Thèse de Doctorat, Dept. d'Astrophysique de l'UNSA, Nice, France
- [128] Rousselet-Perraut, K., Chesneau, O., Berio, P. & Vakili, F. 2000, Spectro-polarimetric interferometry (SPIN) of magnetic stars, *A&A*, 354, 595
- [129] Royer, F., Gerbaldi, M., Faraggiana, R. & Gomez, A. E. 2002, Rotational velocities of A-type stars. I. Measurement of $v \sin i$ in the southern hemisphere, *A&A*, 381, 105
- [130] Rybicki, G. B. 1984, *Methods in Radiative Transfer*, Ed. W. Kalkofen, Cambridge Univ. Press, Cambridge
- [131] Rybicki G. B. & Lightman, A. P. 1979, *Radiative Processes in Astrophysics*, New York : Wiley-Interscience
- [132] Schatzman, E. 1962, A theory of the role of magnetic activity during star formation, *Annales d'Astrophysique*, 25, 18

- [133] Skumanich, A. 1972, Time Scales for CA II Emission Decay, Rotational Braking, and Lithium Depletion, *ApJ*, 171, 565
- [134] Semel, M. 1989, Zeeman-Doppler imaging of active stars. I - Basic principles, *A&A*, 225, 456
- [135] Slettebak, A. 1970, Stellar Rotation, IAU Colloq. 4 : Stellar Rotation, Ed. A. Slettebak, New York : Gordon and Breach
- [136] Soummer, R., Aime, C. & Falloon, P. E. 2003, Stellar coronagraphy with prolate apodized circular apertures, *A&A*, 397, 1161
- [137] Sprengers, P. M. 1998, PhD Thesis, Pay-Bas
- [138] Stee, P. & de Araújo, F. X. 1994, Line profiles and intensity maps from an axi-symmetric radiative wind model for Be stars, *A&A*, 292, 221
- [139] Stee, P., de Araujo, F. X., Vakili, F., Mourard, D., Arnold, L., Bonneau, D., Morand, F. & Tallon-Bosc, I. 1995, γ Cassiopeiae revisited by spectrally resolved interferometry, *A&A*, 300, 219
- [140] Tassoul, J.-L. 2000, Stellar Rotation, Cambridge : Cambridge University Press
- [141] Tikhonov, A. & Arsenine, V. 1976, Méthodes de résolution des Problèmes Mal-Posés, Editions Mir, Moscou
- [142] Thom, C., Granes, P. & Vakili, F. 1986, Optical interferometric measurements of Gamma Cassiopeiae's envelope in the H-alpha line, *A&A*, 165, L13
- [143] Townsend, R. H. D. 1997a, Spectroscopic modelling of non-radial pulsation in rotating early-type stars, *MNRAS*, 284, 839
- [144] Townsend, R. H. D. 1997b, Non-radial pulsation in early-type stars, PhD Thesis, University of London
- [145] Townsend, R. H. D., Owocki, S. P. & Howarth, I. D. 2004, Be-star rotation : how close to critical ?, *MNRAS*, soumis
- [146] Tuthill, P. G., Monnier, J. D. & Danchi, W. C. 1999, A dusty pinwheel nebula around the massive star WR 104, *Nature*, 398, 487
- [147] Vakili, F., Aristidi, E., Fossat, E., Abe, L., Lopez, B. & Domiciano, A. 2003, KEOPS : an imaging/nulling long baseline interferometer at Dome C, SF2A-2003 : Semaine de l'Astrophysique Française, Eds. F. Combes, D. Barret and T. Contini. EdP-Sciences, Conference Series, 165
- [148] Vakili, F., Mourard, D., Bonneau, D., Morand, F. & Stee, P. 1997, Subtle structures in the wind of P Cygni, *A&A*, 323, 183
- [149] Vakili, F., Mourard, D., Stee, P., et al. 1998, Evidence for one-armed oscillations in the equatorial disk of zeta Tauri from GI2T spectrally resolved interferometry, *A&A*, 335, 261
- [150] Vakili, F. & Percheron, I. 1991, On the Possibility to Detect NRP's by Optical Interferometry, Rapid Variability of OB-stars : Nature and Diagnostic Value, Ed. D. Baade, Garching : ESO, 77
- [151] van Belle, G. T., Ciardi, D. R., Thompson, R. R., Akeson, R. L. & Lada, E. A. 2001, Altair's Oblateness and Rotation Velocity from Long-Baseline Interferometry, *ApJ*, 559, 1155
- [152] Vogt, S. S. & Penrod, G. D. 1983, Doppler Imaging of spotted stars - Application to the RS Canum Venaticorum star HR 1099, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 95, 565
- [153] von Zeipel, H. 1924, The radiative equilibrium of a rotating system of gaseous masses, *MNRAS*, 84, 665
- [154] Waters, L. B. F. M. 1986, The density structure of discs around Be stars derived from IRAS observations, *A&A*, 162, 121

- [155] Zahn, J.-P. 1992, Circulation and turbulence in rotating stars, *A&A*, 265, 115
- [156] Zahn, J.-P. 1994, Rotation and lithium depletion in late-type binaries, *A&A*, 288, 829
- [157] Zorec, J. 1986, Structure et rotation différentielle dans les étoiles B avec et sans émission, Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Paris VII