



HAL
open science

Optimisation de forme avec détection automatique de paramètres

Ferdinand Frabolot

► **To cite this version:**

Ferdinand Frabolot. Optimisation de forme avec détection automatique de paramètres. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Technologie de Compiègne, 2015. Français. NNT : 2015COMP2182 . tel-01417222

HAL Id: tel-01417222

<https://theses.hal.science/tel-01417222v1>

Submitted on 15 Dec 2016

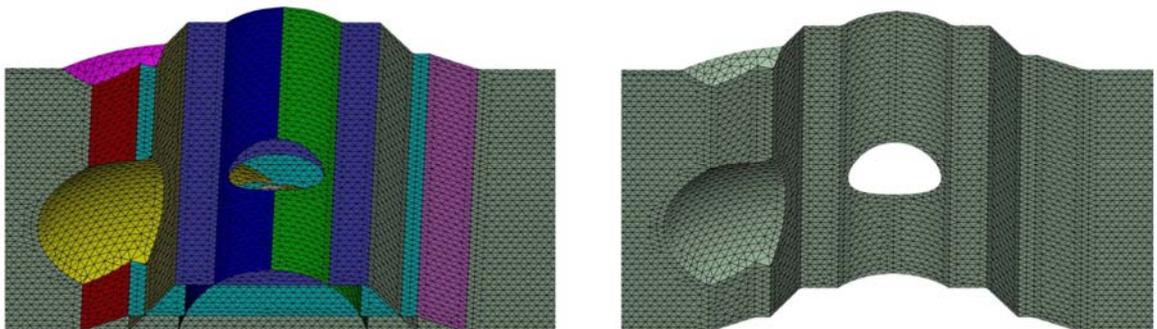
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Par **Ferdinand FRABOLOT**

Optimisation de forme avec détection automatique de paramètres

Thèse présentée
pour l'obtention du grade
de Docteur de l'UTC



Soutenue le 09 mars 2015
Spécialité : Mécanique Avancée

D2182

THÈSE

présentée pour obtenir le titre de DOCTEUR en
Mécanique Avancée

OPTIMISATION DE FORME AVEC DéTECTION AUTOMATIQUE DE PARAMÈTRES

Ferdinand FRABOLOT
ferdinand.frabolot@utc.fr

Soutenue publiquement le 09/03/2015 devant un jury composé de :

<i>Rapporteurs</i>	Jean-Michel BERGHEAU Abderrahmane HABBAL	Université de Lyon, ENISE Université de Nice-Sophia Antipolis
<i>Examineurs</i>	Ying Qiao GUO Rajan FILOMENO-COELHO Jean-Marc ROELANDT Yves TOURBIER	Université de Reims Champagne-Ardenne Ecole Polytechnique de Bruxelles Université de Technologie de Compiègne Renault SA
<i>Directeurs</i>	Alain RASSINEUX Piotr BREITKOPF	Université de Technologie de Compiègne Université de Technologie de Compiègne
<i>Encadrant</i>	Jean-Louis DUVAL	ESI-Group

Ce document présente les travaux de recherche effectués sous la direction de Alain Rassineux et de Piotr Breitkopf et encadrés par Jean-Louis Duval dans le cadre d'une thèse CIFRE conjointement réalisée au Laboratoire Roberval de l'Université de Technologie de Compiègne ainsi que chez ESI-Group.



Laboratoire Roberval
Unité de recherche en mécanique

Laboratoire Roberval - UMR 7337

Université de Technologie de Compiègne
Centre de Recherche de Royallieu - CS 60319
60203 Compiègne Cedex
FRANCE

Tél : +33 (0)3 44 23 44 23
Fax : +33 (0)3 44 23 49 84
Web : <http://roberval.utc.fr/>



ESI-Group

Parc d'Affaires SILIC
99 rue des Solets - BP 80112
BP 80112
FRANCE

Tél : +33 (0)1 41 73 58 00
Fax : +33 (0)1 46 87 72 02
Web : <https://www.esi-group.com/>

Financement

CIFRE - Conventions Industrielles de Formation par la REcherche chez ESI-Group

Directeurs

Alain RASSINEUX
Piotr BREITKOPF

alain.rassineux@utc.fr
piotr.breitkopf@utc.fr

Encadrant industriel

Jean-Louis DUVAL

jean-louis.duval@esi-group.com

À mon père,

Résumé

L'objectif de ce travail de thèse est de pouvoir intégrer totalement l'optimisation de forme des raidisseurs de capot dans un processus de conception industrielle et cela afin d'optimiser la forme et la distribution des raidisseurs dans un contexte multi-objectif (voire multi-disciplinaire) d'une structure 3D surfacique.

Pour ce faire, nous avons tout d'abord établi un aperçu de l'état de l'art dans l'optimisation de forme des structures en classifiant les différentes méthodes de paramétrage de forme, en trois catégories ; les méthodes basées sur la *géométrie* (telle la paramétrisation d'un modèle de type CAO), les méthodes basées sur une *grille fixe* (telles que les méthodes d'optimisation topologique) et les méthodes basées sur le *maillage* (telles que les méthodes de régularisation du maillage). Toutefois, aucune de ces méthodes ne satisfait pleinement aux objectifs posés.

Nous introduisons ainsi dans cette thèse la méthode FEM-CsG : *Finite Element Mesh - Constructive surface Geometry*. Imprégnée d'un fort contexte industriel, cette méthode propose une réponse à des contraintes telles que la possibilité de représenter la solution optimale par un ensemble de paramètres CAO, la possibilité d'adapter le modèle EF à l'analyse souhaitée et la garantie d'une représentation géométrique et d'un maillage robuste. En proposant d'intégrer des formes élémentaires paramétrées et prémaillées issues d'une bibliothèque de formes dans une structure coque 3D maillée par l'utilisation des variables issues de la CAO, la méthode FEM-CsG permet une évolution constante de la topologie guidée par l'optimisation. Ainsi, même si la topologie est modifiée la forme résultante reste conforme avec une représentation CAO par construction, correspondant davantage à la réalité des optimisations réalisées en avant-projet.

La méthode FEM-CsG a été validée sur deux études de cas, de complexité variable, permettant de mettre en avant la robustesse de cette dernière. Ainsi, avec un choix intelligent et cohérent des variables de formes, les problèmes d'optimisation peuvent avec un nombre restreint de variables explorer un nombre important de topologies ou de formes. Les changements de topologies s'effectuent de manière continue, validant ainsi la méthode à tout type d'analyse souhaitée.

Shape optimization with automatic parameters detection

Abstract

The objective of this thesis work is to be able to completely integrate shape optimization of car inner hood stiffeners in a complex industrial process, in order to fully optimize the shape and distribution of the stiffeners in a multi-objective approach (or even multi-disciplinary) of a 3D surfacic structure.

To this end, we established, at the outset, an insight of the state-of-the-art in shape optimization of structures by classifying the different shape parametrizations in three distinct categories; *geometry-based methods* (a shape parametrization such as a CAD model), *grid-based methods* (such as topology optimization methods) and *mesh-based methods* (such as morphing methods or mesh regulation). However, none of these methods fully satisfies the set objectives.

Thus, we will introduce in this work the FEM-CsG method: *Finite Element Mesh - Constructive surface Geometry*. Bolstered by its strong industrial context, this method offers a response to such constraints, i.e. the possibility to represent the optimal solution by a system of CAD parameters, the possibility to adapt the FE model to the wanted analysis and the guarantee of a robust geometrical representation and mesh stability. We offer to incorporate premeshed parameterized elementary forms into a 3D sheet meshed structures. Hence, these forms are arising from a CAD parameterized elementary form library. Furthermore, the FEM-CsG method uses a set of operators acting on the mesh allowing a constant evolution of the topology guided by optimization. Therefore, even if the topology may vary, the resulting shapes comply with CAD representations by construction, a solution better reflecting the reality of optimizations performed during the preliminary development stage.

The FEM-CsG method has been validated on two simple case studies in order to bring forward its reliability. Thus, with an intelligent and coherent choice of the design variables, shape optimization issues may, with a restrictive number of variables, explore an important number of shapes and topologies. Topology changes are accomplished in a continuous manner, therefore validating the FEM-CsG method to any desired analysis.

Remerciements

Je tiens en tout premier lieu à remercier mes encadrants qui m'ont permis de réaliser mon projet de recherche dans les meilleures conditions. Professeur Alain Rassinoux, Professeur des Universités à l'Université de Technologie de Compiègne au laboratoire Roberval, qui par sa grande ouverture d'esprit, son implication et sa patience a fait de ces 3 années un réel plaisir et avec qui j'ai eu le bonheur de travailler. Docteur Piotr Bretkopf, ingénieur de recherche CNRS et directeur adjoint du laboratoire Roberval, qui par sa confiance, sa compréhension et sa direction m'a permis de mener à bien ce projet. Et Docteur Jean-Louis Duval, directeur de la solution plateforme chez ESI-Group, qui par sa confiance, son recul industriel et son accompagnement m'a permis d'effectuer ce projet avec une grande liberté.

J'adresse également mes remerciements aux membres de mon jury de thèse : je remercie le Professeur Jean-Michel Bergheau et le Docteur Abderrahmane Habbal d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse. J'ai apprécié l'attention avec laquelle ils ont lu et évalué ce mémoire. Je remercie Professeur Ying Qiao Guo pour avoir accepté de présider mon jury de thèse. Je tiens aussi à remercier le Docteur Rajan Filomeno-Coelho, le Professeur Jean-Marc Roelandt et le Docteur Yves Tourbier qui m'ont fait l'honneur de compléter ce jury.

Je tiens aussi à remercier Lassen Mebarek de m'avoir si bien accueilli au sein des locaux ESI-Group Compiègne ainsi que toutes les personnes que j'ai pu y côtoyer pour leurs soutiens et encouragements, Kaiss, Nicolas, Sylvie et Johnny. Mais aussi à tout les chercheurs ainsi que mes collègues et amis doctorants du laboratoire, vos remarques, critiques et conseils m'ont été fort utiles tant pour l'aboutissement de ce projet que pour ma propre construction professionnelle, en particulier Professeur Pierre Villon, Docteur Catherine Knopf-Lenoir-Vassayde et Docteur Pascal Lardeur mais aussi Franck, Zico, Pierre, Fatah, Balaji, Karim, Hind, Nemr et Jérémie.

Enfin, je remercie chaleureusement mon amour, ma famille et mes amis qui m'ont encouragé, soutenus et su être patients durant ces trois années.

Il est certain que j'oublie certaines personnes... qu'ils m'en excusent. Je remercie toutes les personnes qui ont pu de près ou de loin contribué à ce travail.

Table des matières

Résumé	i
Abstract	v
Remerciements	vii
Table des matières	ix
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xvii
Liste des algorithmes	xvii
Introduction et Contextualisation	1
0.1 Introduction générale	3
0.2 Le processus de conception industriel	4
0.3 Contextualisation du problème industriel	6
0.3.1 Le choc piéton	6
0.3.2 La zone d'étude d'impact du capot	6
0.3.3 La zone de conception: la doublure du capot	8
0.4 Objectif primaire de la thèse	9
Optimisation des structures: Etat de l'art	11
1 Optimisation des structures	13
1.1 Concepts de base	13
1.2 Généralités	15
1.2.1 L'optimisation paramétrique	15

1.2.2	L'optimisation géométrique	16
1.2.3	L'optimisation topologique	17
1.2.4	Un lien entre la géométrie et le maillage	18
1.3	Les méthodes basées sur la géométrie (CAO)	18
1.3.1	Du modèle CAO au modèle EF	19
1.3.2	Les modifications topologiques d'un modèle CAO	21
1.4	Les méthodes basées sur une grille fixe	22
1.4.1	Les méthodes d'optimisation topologique	23
1.4.2	La méthode d'optimisation topométrique	24
1.4.3	La méthode d'optimisation topographique	25
1.4.4	Une méthode alternative	26
1.5	Les méthodes basées sur le maillage	26
1.6	Les solutions utilisées dans le cas des raidisseurs de capots automobiles	28
2	Choix de la méthode proposée	31
	La méthode proposée : FEM-CsG	33
3	Description de la méthode FEM-CsG	35
3.1	Quelques définitions	36
3.1.1	Définition de la Surface de Référence (\mathcal{RS})	36
3.1.2	Définition des raidisseurs extrudés	37
3.1.3	Définitions des raidisseurs à formes fermées	42
3.1.4	Définitions des trous	43
3.2	Description synthétique de la méthode FEM-CsG	44
3.3	Maillage de la Surface de référence (\mathcal{RS})	46
3.3.1	Cas des raidisseurs extrudés et à formes fermées.	46
3.3.2	Cas des trous.	48
3.4	Points d'intersection	49
3.4.1	Principe général de la méthode des plans parallèles	49
3.4.2	Cas des raidisseurs extrudés	50
3.4.2.1	Cas des $\overline{\mathbf{SR}}$ classiques	50
3.4.2.2	Cas des $\overline{\mathbf{SR}}$ plateaux	51
3.4.2.3	Cas de parallélisme entre raidisseurs extrudés	53
3.4.3	Cas des raidisseurs à formes fermées	54
3.5	Lignes d'intersection	55
3.5.1	Cas d'intersections partielles des formes fermées (sphère)	56
3.5.2	Cas des intersections de plateaux à même altitude	57
3.5.3	Cas des « points triples » d'intersection	58

3.6	Lignes de contrôle et maillage	59
3.6.1	Relimitation par les trous et la surface de référence (\mathcal{RS}) . .	59
3.6.1.1	Relimitation par les trous	59
3.6.1.2	Relimitation par la \mathcal{RS}	61
3.6.2	Capture des lignes de contrôle	61
3.6.3	Maillage des raidisseurs	63
3.7	Assemblage et forme finale	64
3.7.1	Projection 3D et Assemblage	64
3.7.2	Algorithme du peintre et tampon de profondeur	64
3.8	Exemple	66
 Application		 69
4	La boucle d'optimisation via le modèle FEM-CsG	71
4.1	Définition de la boucle d'optimisation	73
4.2	Définitions des entrées et sorties du modèle FEM-CsG	76
4.2.1	Variables : Définitions des entrées	76
4.2.1.1	Surface de Référence et trous	76
4.2.1.2	Formes extrudées	77
4.2.1.3	Formes fermées	77
4.2.2	Définitions des sorties	78
4.3	Vers le calcul : Problématique des conditions aux limites	78
4.4	Vers l'optimisation	79
4.4.1	Choix du plan d'expérience	79
4.4.2	Choix de la surface de réponse	80
4.4.3	Choix des algorithmes d'optimisation	81
5	Mise en applications	83
5.1	Problème d'optimisation	83
5.2	Premier cas d'application	84
5.2.1	Géométrie et conditions aux limites	84
5.2.2	Variables de forme d'optimisation	84
5.2.3	Résultats	87
5.2.3.1	Le plan d'expérience	87
5.2.3.2	La surface de réponse	87
5.2.3.3	Solution	89
5.3	Deuxième cas d'application	90
5.3.1	Variables de forme	90
5.3.2	Etude de la réponse	92
5.4	Conclusion	93

Conclusion et Perspectives	95
6 Industrialisation : Limites et Perspectives de la méthode FEM-CsG	97
6.1 Limites des hypothèses	97
6.2 Limites et perspectives de la définition des raidisseurs	98
6.3 Perspectives industrielles	98
6.3.1 Intégration dans un maillage pré-existant	98
6.3.2 Topologies alternatives d'intersection	99
6.3.3 Paramétrage de fin des raidisseurs extrudés	101
6.3.4 Reconstruction CAO	102
Annexe	107
Bibliographie	111

Table des figures

0.2.1	Comparaison du temps et du coût de développement de la Chrysler Neon (1994), de la Ford Escort (1992) et de la GM Saturn (1991) [Ruekert 95]	4
0.2.2	Historique des outils d'aide à la conception.	5
0.3.1	Cas de chocs issu de la norme de protection des piétons (Bas des jambes, Cuisse, Tête)	6
0.3.2	Cas de chocs de la tête impactant le capot	7
0.3.3	Zone d'étude et points d'impact de la tête sur le véhicule en fonction de la taille du piéton.	7
0.3.4	Maquette numérique de la peau (à gauche) et de la doublure (à droite) d'un capot (courtoisie de Renault)	8
0.3.5	Exemple de différentes conception de doublure de capot.	9
1.1.1	Organigramme général d'une <i>boucle d'optimisation</i>	15
1.2.1	Illustration d'un problème d'optimisation de dimensionnement.	16
1.2.2	Illustration d'un problème d'optimisation du matériau.	16
1.2.3	Illustration d'un problème d'optimisation géométrique.	17
1.2.4	Illustration d'un problème d'optimisation topologique.	17
1.3.1	Problématique lors du passage de la CAO au modèle EF: a) Exemple de dégénérescence d'un élément fini due à une petite surface. b) Exemple de sur-concentration d'éléments due à un contour CAO; (source [Foucault 08a]).	20
1.3.2	Problématique de fusion d'entités créées par une représentation B-Rep	22
1.4.1	Optimisation topographique d'une plaque d'aluminium d'un refroidisseur automobile, source [Benevides 11]	25
1.5.1	Modification de formes par morphing: a) Par boîte de morphing. b) Par points de contrôle.	27

1.6.1	Optimisation successive d'une doublure de capot par optimisation topologique, topométrique et paramétrique (source: [Cavazzuti 12]).	28
1.6.2	Positions de points d'influence d'optimisation topographique par forme solution (a) et par formes solutions combinées (b) .	29
3.0.1	La bibliothèque de formes élémentaires paramétrées.	35
3.1.1	Illustration de la géométrie d'une Surface de Référence (\mathcal{RS}) dans son repère orthonormé.	37
3.1.2	Représentation d'un raidisseur extrudé :	
	a) Extrusion du profil de forme sur la direction d'extrusion donnée par les points A et B	
	b) Débouchage des raidisseurs extrudés de la \mathcal{RS} ,	37
3.1.3	Découpage en SR du profil d'un raidisseur extrudé .	
	a) SR intersectant la ligne $z_i = f(y_{local})$ en un point unique	
	b) $\overline{\mathbf{SR}}$ parallèle à la ligne $z_i = f(y_{local})$	38
3.1.4	Discrétisation des SR d'un raidisseur extrudé.	38
3.1.5	Espaces des paramètres des SR d'un raidisseur Oméga :	
	a) Définition des vecteurs directeurs $\vec{\delta}_x$ et $\vec{\delta}_y$	
	b) Repère local de l'espace des paramètres de chaque SR	
	c) Représentation de chaque SR dans son espace de paramètres	39
3.1.6	Espaces des paramètres des SR d'un raidisseur Cylindre :	
	a) Définition des vecteurs directeurs $\vec{\delta}_x$ et $\vec{\delta}_y$	
	b) Représentation d'une discrétisation de la spline d'un SR	
	c) Représentation développée de chaque SR dans son espace de paramètres	41
3.1.7	Représentation d'un dôme sphérique, raidisseur à forme fermée.	42
3.1.8	Représentation schématique en vue du dessus d'une <i>Surface Composée</i> de 3 trous, de 3 raidisseurs extrudés et d'une sphère.	43
3.2.1	Organigramme simplifié des étapes de la méthode FEM-CsG	45
3.3.1	Représentation d'une \mathcal{RS} intersectée par un raidisseur extrudé.	46
3.3.2	Représentation d'un maillage d'une \mathcal{RS} par l'utilisation de lignes de contrôle données par un raidisseur extrudé.	47
3.3.3	Représentation d'une \mathcal{RS} intersectée par un raidisseur extrudé et de forme sphérique.	47
3.3.4	Vue du dessus d'un raidisseur relimité par la \mathcal{RS} et 2 trous.	48
3.3.5	Vue du dessus du contour extérieur du raidisseur (1) relimité par la \mathcal{RS} et 2 trous.	48
3.4.1	Recherche des points d'intersection entre deux SR .	50
3.4.2	Ensemble des points d'intersection d'un SR intersecté par un raidisseur Oméga	51

3.4.3	Recherche des points d'intersection entre un SR et un $\overline{\text{SR}}$	52
3.4.4	Ensemble des points d'intersection d'un $\overline{\text{SR}}$ intersecté par un raidisseur Oméga	52
3.4.5	Cas d'intersection de deux raidisseurs extrudés parallèles	
	a) Représentation de la ligne d'intersection \mathcal{L}_Δ entre les deux raidisseurs	
	b) Recherche de l'intersection dans le profil commun des deux raidisseurs $(\overrightarrow{\delta_x^{(i)}}, \overrightarrow{Z})$	53
3.4.6	Exemple de recherche des points d'intersection d'une Sphère (1) avec un Oméga (2) et une Sphère (3)	54
3.4.7	Ensemble des points d'intersection d'une Sphère (1) avec un Oméga (2) et une Sphère (3) en vue du dessus de la Figure 3.4.6	55
3.4.8	Vue normale aux SR de l'intersection d'une sphère avec un SR (a) et avec un $\overline{\text{SR}}$ (b).	56
3.5.1	Raffinement adaptatif de recherche d'intersection entre deux sphères en vue de dessus (a) et de côté (b).	57
3.5.2	Points et lignes d'intersection entre deux $\overline{\text{SR}}$ de même altitude.	57
3.5.3	Illustration de la « fusion » entre deux $\overline{\text{SR}}$ de même altitude.	58
3.5.4	Illustration d'intersection de trois raidisseurs extrudés en un point triple (a) et de sa représentation projetée (b) sur un SR	58
3.6.1	Recherche des points intérieurs aux trous	60
3.6.2	Relimitation d'une ligne de contrôle par un trou	61
3.6.3	Relimitation de raidisseurs par la \mathcal{RS} et par un trou	61
3.6.4	Illustration de la capture des lignes de contrôle (a) et de leurs représentations projetées (b) sur un SR	62
3.6.5	Illustration de la capture de construction des lignes de contrôle lors d'un cas d'un point «triple»	63
3.6.6	Illustration de la capture de construction des lignes de contrôle lors d'un cas d'une colinéarité de lignes d'intersection	63
3.7.1	Illustration d'intersection de boîtes englobantes de deux éléments (1) et (2)	65
3.7.2	Illustration d'une application du <i>Z-Buffer</i> sur la structure.	66
3.8.1	Succession diverse d'une <i>Surface Composée</i>	67
3.8.2	Succession diverse d'une <i>Surface Composée</i>	68
4.1.1	Organigramme représentant la boucle d'optimisation du problème d'application	75
4.2.1	a) Découpage au sommet et discrétisation du contour d'une surface de référence	
	b) Discrétisation d'un trou.	76

4.2.2	a) Profil CAO d'un raidisseur extrudé	
	b) Découpage en SR et discrétisation d'un raidisseur extrudé . . .	77
4.3.1	Construction d'une bordure et de lignes de contrôle en réponse aux problématiques de conditions aux limites	79
4.4.1	Echantillonnage par Hypercube Latin (LHS) par 4 points sur un domaine à 2 variables x_1 et x_2	80
5.2.1	Géométrie et conditions aux limites de la structure du cas d'appli- cation	85
5.2.2	Définition et exemple de variation des variables du premier cas d'application.	86
5.2.3	Echantillonnage (LHS) itératif et convergence vers la solution op- timale.	87
5.2.4	Krigeage itératif et convergence vers la solution optimale.	88
5.2.5	Solution Optimale du problème d'application.	89
5.3.1	Définition des variables du deuxième cas d'application.	90
5.3.2	Différentes topologies explorées par les variables du deuxième cas d'application.	91
5.3.3	Réponse continue des différentes topologies du deuxième cas d'ap- plication.	92
6.3.1	a) Topologie choisie dans le cadre de cette thèse	
	b) Exemple de topologie alternative possible	
	c) Paramétrage de la topologie alternative b)	100
6.3.2	Possibilités de fins de raidisseurs extrudés Oméga	101
6.3.3	Fin de raidisseur extrudé Cylindre par relimitation partielle	101
.4	Organigramme général d'une boucle d'optimisation.	109

Liste des tableaux

2.1	Tableau comparatif des différentes méthodes de paramétrisation de forme avec la méthode FEM-CsG proposée	32
-----	--	----

Liste des algorithmes

3.1	Algorithme simplifié résumant le principe du <i>Z-Buffer</i>	65
4.1	Algorithme général de méthodes d'optimisation à base de gradient (état initial $x_0 \in \mathbb{R}^n$ et paramètre d'arrêt ε).	81
4.2	Etapes générales et simplifiées d'un algorithme génétique.	82

Introduction et Contextualisation

« S'il y a tant d'accidents sur les routes, c'est parce que nous avons des voitures de demain, conduites par des hommes d'aujourd'hui sur des routes d'hier »"

(Pierre-Jean Vaillard)

0.1 Introduction générale

Le physicien Marcel Deprez (1843-1918), portant un toast, déclara : *”Je bois au temps prochain où la voiture automobile fera une moyenne, non plus de 24 km/h, mais bien de 50, peut-être de 60 km/h”*. L’histoire de l’automobile est caractéristique de celle des grandes inventions qui ont ponctué les XIX^{ème}, XX^{ème} et XXI^{ème} siècles. D’abord à la recherche de vitesse puis de design, la sécurité n’a été un enjeu majeur pour les constructeurs que très tard après l’apparition du premier véhicule automobile en 1770¹, [Bellu 98]. Il a fallu de nombreuses avancées tant sociétales que technologiques pour que la sécurité devienne un enjeu de conception dans l’automobile, [Coulibaly 07]. La création des normes de sécurité et d’organismes de notation, tel l’Euro NCAP fin 1996, ont permis l’apparition de progrès considérables pour la protection de l’individu. En effet, les normes de sécurité imposées par la loi aux nouveaux véhicules sont minimales et ces organismes ont eu pour objectif d’encourager les constructeurs à dépasser ces exigences basiques. Depuis 2005, l’homologation européenne impose aux nouveaux véhicules une meilleure prise en compte des chocs avec un piéton. Dès lors, les constructeurs automobiles sont à la recherche de méthodes de conception permettant de répondre à cette problématique sécuritaire. La réponse économique à ce problème de sécurité passive², engendre des contraintes difficiles pour les constructeurs.

Employés depuis plusieurs années dans le processus de conception, la maquette numérique et le prototypage virtuel sont devenus les outils incontournables des bureaux d’études. ESI-Group est l’un des principaux acteurs mondiaux du prototypage virtuel prenant en compte la physique des matériaux. Leader dans la simulation de crash, ESI a reçu la confiance de la plupart des compagnies de l’industrie automobile. La collaboration d’ESI avec Renault, grand nom de cette industrie, a permis de donner naissance à certaines des solutions logicielles aujourd’hui commercialisées, comme la suite d’évaluation du confort passager (*Virtual Seat Solution*). Inscrit dans ce contexte, ESI a donc lancé cette thèse CIFRE (Conventions Industrielles de Formation par la REcherche) en partenariat avec l’UTC (Université de Technologie de Compiègne) afin d’évaluer de nouvelles pistes de conception et de répondre à cette problématique sécuritaire du choc piéton par l’utilisation de l’optimisation de forme des structures.

Forte de cette empreinte industrielle, il est nécessaire de contextualiser le problème avant de formuler la problématique de cette thèse. Ainsi, nous établirons

1. L’ingénieur français Joseph Cugnot conçoit le premier véhicule automobile, en novembre 1770, un fardier d’artillerie, mû par une machine à vapeur à deux cylindres.

2. La sécurité passive correspond aux éléments de sécurité minimisant la gravité d’un accident pendant l’accident (ceinture de sécurité, structure, airbag, etc.), alors que la sécurité active intervient avant l’accident en cherchant à éviter ce dernier (ABS, direction assistée, etc.).

brièvement le processus de conception dans l'industrie automobile ainsi que les contraintes et challenges liés à l'introduction de l'optimisation des structures. Par la suite, nous formulerons plus en détail le problème industriel qu'est la sécurité du piéton.

0.2 Le processus de conception industriel

L'entreprise d'aujourd'hui est confrontée à une saturation des marchés dans un contexte de concurrence mondialisée. La recherche effrénée de la nouveauté oblige l'entreprise à accélérer le processus de mise sur le marché de ses nouveaux produits. L'enjeu actuel des entreprises est alors de pouvoir réduire les délais de conception et d'industrialisation des produits tout en améliorant leur qualité, permettant ainsi une réduction importante des coûts de développement. La Figure 0.2.1 montre que la réduction de près d'un tiers du temps de développement permet une réduction de près de la moitié du coût de développement.

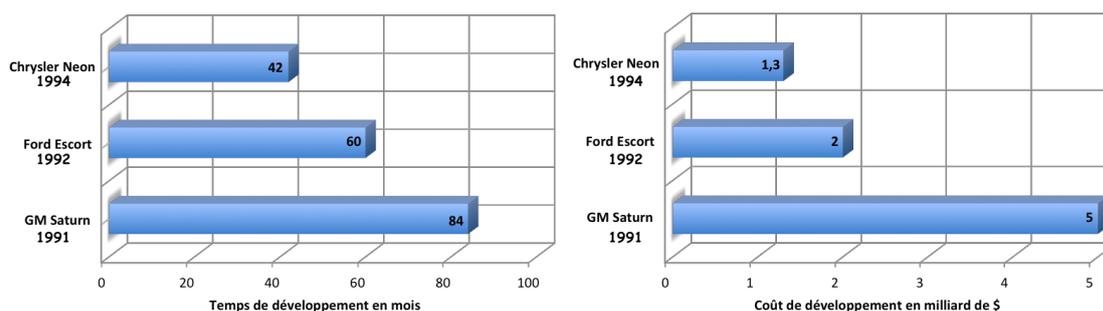


FIGURE 0.2.1 – Comparaison du temps et du coût de développement de la Chrysler Neon (1994), de la Ford Escort (1992) et de la GM Saturn (1991) [Ruekert 95]

Ces impératifs de réductions des coûts et délais de développement de produits ont alors contribué à la disparition progressive des expérimentations et tests sur prototypes, et à l'apparition d'outils et méthodologies pour l'aide à la conception en environnement collaboratif, illustré Figure 0.2.2.

Ces outils se sont alors très largement développés pour occuper actuellement une place centrale dans le processus de conception ainsi que dans le cycle de vie du produit (PLM - Product Life Management). Outils de validation d'une solution de conception, mais également outils d'aide à la décision, les outils de modélisation et de simulation numérique ont élargi le champ d'action du pré-dimensionnement et

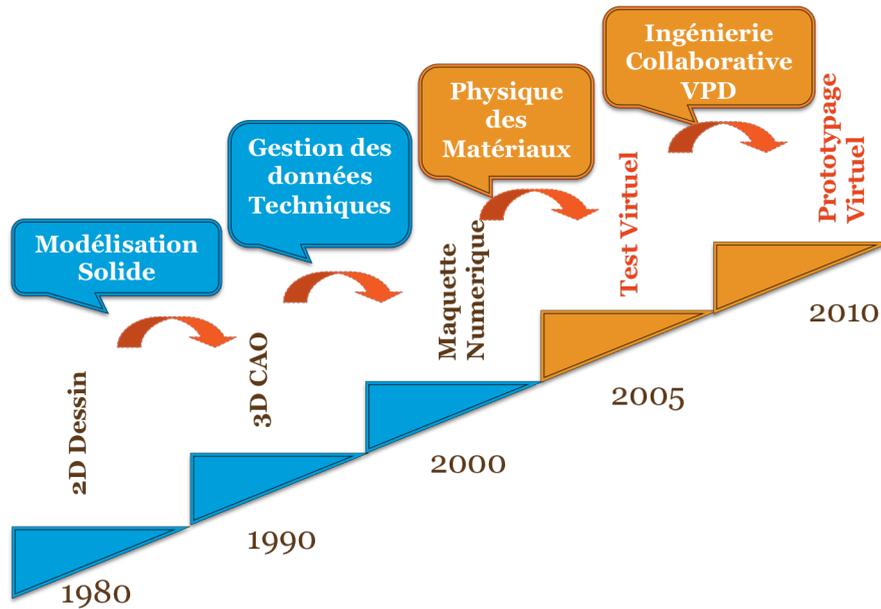


FIGURE 0.2.2 – Historique des outils d'aide à la conception.

du dimensionnement de produits, faisant de la maquette numérique (CAO) et du prototypage virtuel les outils indispensables des bureaux d'études. Et adossés à des méthodologies d'optimisation numérique, ces outils permettent dans des systèmes complexes tels que l'automobile d'identifier rapidement des solutions innovantes là où l'interprétation humaine nécessiterait un temps et un coût supplémentaire de développement.

Toutefois, la sémantique permettant un passage automatique et réciproque de la maquette numérique vers le prototypage virtuel reste une difficulté. Ce que nous développerons plus en détails dans le chapitre 2. Et l'un des objectifs de cette thèse est donc de trouver une solution permettant de proposer un paramétrage de forme dans le cas de l'optimisation numérique permettant de reconstruire un modèle CAO de la solution optimale obtenue permettant alors de s'intégrer automatiquement dans le processus de conception du produit, réduisant ainsi conséquemment le temps de développement.

0.3 Contextualisation du problème industriel

0.3.1 Le choc piéton

Près de 14% des accidents mortels de la route en Europe impliquent des piétons dont les enfants et les personnes âgées représentent la grande majorité des victimes³. Pour estimer le risque potentiel de blessures lors d'un choc impliquant un véhicule et un piéton (adulte ou enfant), l'EuroNCAP réalise des tests sur les structures de l'extrémité avant du véhicule tel que le capot, le pare-brise et le pare-chocs. Afin d'encourager de nouvelles améliorations des performances, la notation de protection des piétons est, depuis 2009, devenue partie intégrante du schéma de classification globale de l'EuroNCAP.

On distingue 3 cas de chocs, Figure 0.3.1 :

- Bas des jambes impactant le pare-chocs,
- Les cuisses impactant le bord avant du capot,
- La tête d'un enfant ou d'un adulte impactant le haut du capot et le pare-brise.



FIGURE 0.3.1 – Cas de chocs issu de la norme de protection des piétons (Bas des jambes, Cuisse, Tête) .

Le cas d'impact de la tête sur le véhicule présente le plus grand nombre d'accidents mortels. Nous nous intéresserons à l'étude de la zone du capot dans le cas de chocs de la tête, Figure 0.3.2.

0.3.2 La zone d'étude d'impact du capot

Lors d'un choc impliquant un véhicule et un piéton, la taille de ce dernier définira le point d'impact sur le véhicule. Les tests mis en place par l'EuroNCAP se présentent suivant deux types de mannequins, adultes et enfants, dont les proprié-

3. Site de l'EuroNCAP : <http://fr.euroncap.com>

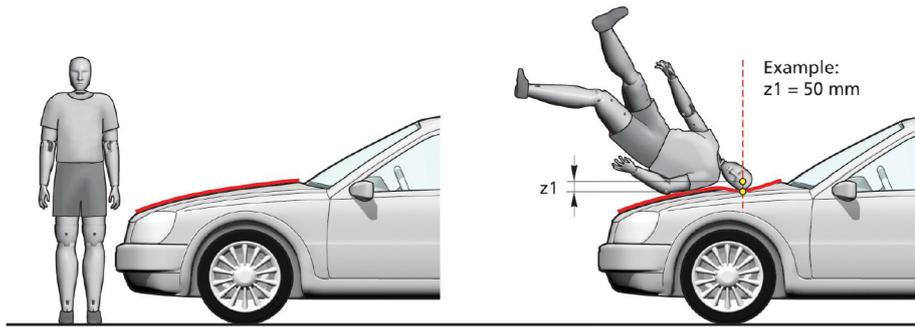


FIGURE 0.3.2 – Cas de chocs de la tête impactant le capot .

tés bio-mécaniques différent. Notre zone d'étude sur le capot est indiquée sur la Figure 0.3.3.

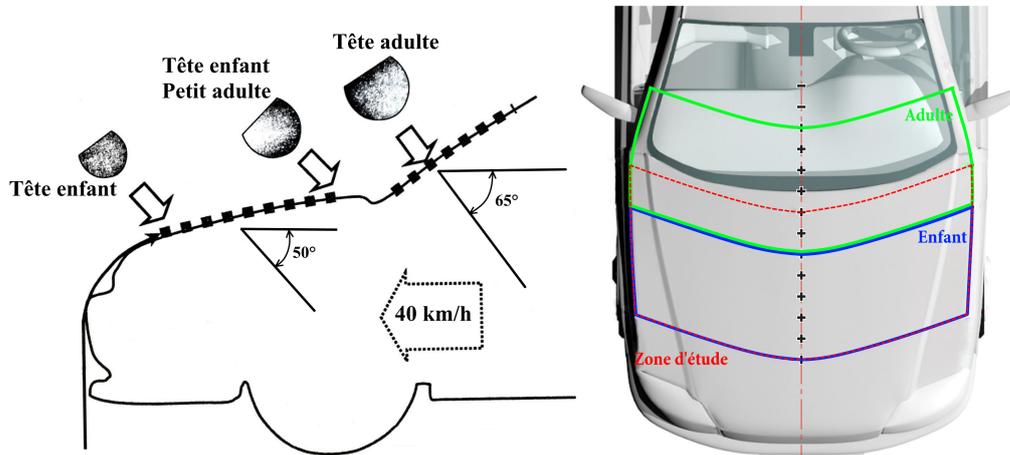


FIGURE 0.3.3 – Zone d'étude et points d'impact de la tête sur le véhicule en fonction de la taille du piéton.

Afin de rendre compte de la gravité des lésions causées par le choc de la tête sur le capot, un critère bio-mécanique normalisé, le *HIC* (Head Injury Criteria) est utilisé. Le *HIC* (eq. 0.3.1) est le maximum élevé à la puissance 2.5 de l'intégrale de la décélération de la tête sur une fenêtre glissante maximum de $15ms$.

$$HIC_m = \max_{(t_1, t_2)} \left\{ (t_2 - t_1) \left[\frac{\int_{t_1}^{t_2} a_R(t) dt}{t_2 - t_1} \right]^{2.5} \right\} \quad (0.3.1)$$

On définit alors la « nappe piéton », une surface limite d'enfoncement maximal

du capot. En effet, lors d'un impact, si le capot n'est pas assez raide, il se déformera jusqu'à ce que la tête du piéton heurte le moteur, risquant de provoquer une très forte augmentation du HIC

0.3.3 La zone de conception : la doublure du capot

Le capot automobile est composé de deux parties : la peau (appelée aussi panneau extérieur) et la doublure (appelée aussi panneau intérieur), illustrées sur la Figure 0.3.4. Ces deux parties sont généralement deux tôles embouties assemblées par points de soudure.

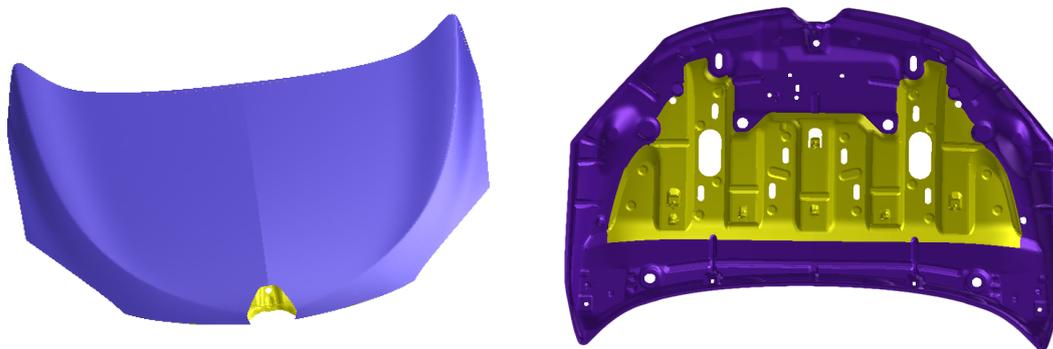


FIGURE 0.3.4 – Maquette numérique de la peau (à gauche) et de la doublure (à droite) d'un capot (courtoisie de Renault) .

La peau est conçue et dessinée par le style et l'aérodynamisme. La doublure, quant à elle, rigidifie et définit les propriétés mécaniques de la structure à l'aide de raidisseurs. Le capot possède une multitude de contraintes de conception telles que des contraintes de crash (piéton ou passager), des contraintes de fabrication (emboutissage, position des points de soudure, etc.) ou simplement des contraintes de conception (géométrie du bord de la doublure) que la définition de la forme et de la distribution des raidisseurs de la doublure permette de respecter. Ainsi, la zone d'étude à concevoir correspond à la partie centrale de la doublure du capot, comme l'est représentée en jaune sur la Figure 0.3.4, où l'on cherchera la meilleure distribution et forme de raidisseurs.

Pourtant, sur le marché il existe une multitude de conceptions de doublure de capot, Figure 0.3.5. Pour chaque constructeur la solution obtenue est par conséquent la solution optimale. Toutefois, les contraintes de conception entre les différents véhicules sont similaires et un outil permettant de comparer simultanément par

variation de forme les différentes conceptions existantes sur le marché serait un atout de taille pour les constructeurs.



FIGURE 0.3.5 – Exemple de différentes conception de doublure de capot.

0.4 Objectif primaire de la thèse

L'origine de la problématique de cette thèse est de pouvoir intégrer totalement l'optimisation de forme des raidisseurs de capot dans le processus de conception. Convenu d'un certain nombre de contraintes, tant de fabrication (design, emboutissage, etc.) que de conception (acoustique, statique, crash, etc.), l'idée est de pouvoir optimiser la forme et la distribution des raidisseurs dans un contexte multi-objectif (voir multi-disciplinaire). L'utilisation en entrée de variables de forme des paramètres CAO et en sortie une reconstitution CAO complète était recherchée. Malgré tout, dans notre situation, l'utilisation de la CAO en tant qu'outil de paramétrage géométrique de la forme ne permet pas de modifier la topologie, restreignant ainsi considérablement l'ensemble des solutions optimales.

Partant de ce constat, la thèse se composera de 3 parties :

- Dans la *première partie* nous faisons un point sur l'état de l'art de l'optimisation des structures, où nous analyserons les différentes solutions mises en place pour optimiser la forme d'une structure. Nous étudierons ainsi les différentes représentations géométriques de la forme, nous permettant ainsi

de conclure sur l'intérêt et le choix de la méthode FEM-CsG (Finite Element Method-Constructive surface Geometry) proposée dans cette thèse.

- Dans la *seconde partie* nous faisons la description générale de la FEM-CsG
- Dans la *troisième partie* nous soumettons la FEM-CsG aux problèmes d'optimisation par la validation sur une application simple dont nous détaillerons la boucle d'optimisation utilisée.
- Dans la *quatrième partie* nous concluerons et présenterons des perspectives d'applications industrielles définissant aussi les limites de l'approche proposée.

Optimisation des structures : Etat de l'art

« La science est le tronc d'un baobab, qu'une seule personne ne peut embrasser. »"

(René Trautmann)

Chapitre 1

Optimisation des structures

L'optimisation des structures, ou plus précisément la conception optimale des structures, n'est devenue réellement possible que depuis l'avènement de l'ordinateur et de sa force de calcul. L'optimisation vise à déterminer de manière automatique, et ce par un procédé itératif la meilleure solution au regard de critères liés à des performances structurales. L'analyse de ces performances est en très grande partie effectuée par la méthode des éléments finis, [Dhatt 05, Hughes 00]. Le maillage choisi pour l'analyse, décrivant la géométrie de la structure, a donc une influence considérable sur le résultat obtenu et par de là même sur la solution obtenue par optimisation.

1.1 Concepts de base

L'ensemble des solutions possibles d'un problème d'optimisation est piloté par des variables de conception dont dépend la fonction objectif que l'on cherche à optimiser en vérifiant un ensemble de restrictions. En d'autres termes, la forme générale d'un problème d'optimisation des structures est définie à partir :

- De la *fonction objectif* (f) à optimiser, et appelée généralement *fonction coût* si on cherche à la minimiser. Pour chaque modification de la structure, la *fonction objectif* f sert de critère déterminant la qualité de la solution au problème d'optimisation et peut correspondre à la masse, au volume, à l'énergie de déformation, à la déformée, etc.
- Des *variables de conception* (x) qui paramétrisent et modifient la structure durant la boucle d'optimisation. Ces variables peuvent représenter les dimensions, la forme, le type de matériaux de la structure. Dans le cas d'optimisation de forme, la géométrie peut être modifiée à travers des fonctions complexes

que nous développerons plus loin dans ce chapitre.

- Des *contraintes d'optimisation* (g_j) correspondant à l'ensemble des *restrictions* ou *limitations* portées par le problème d'optimisation et qui dépendent des variables de conception. L'ensemble des points vérifiant toutes les restrictions est appelé le *domaine admissible*. Ces restrictions peuvent correspondre : aux bornes des variables de conception, à des contraintes de déplacements, de fréquences propres, de charges critiques, de dimensions, de faisabilité, etc.

On formule donc de manière mathématique tout à fait générale le problème d'optimisation :

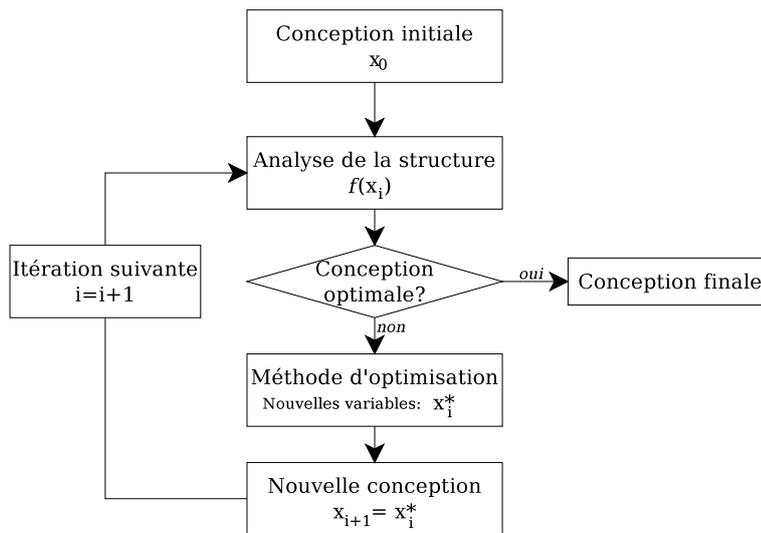
$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{x \in \mathcal{U}} f(x) \\ g_j(x) \leq 0 \end{array} \right. , \text{ avec } \mathcal{U} \in \mathbb{R}^n \text{ et } j = 1, \dots, m \quad (1.1.1)$$

Le problème peut, par ailleurs, être posé avec plusieurs fonctions objectifs et est appelé *multi-critère* ou *multi-objectif*.

$$\min_{x \in \mathcal{U}} (f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)) \quad (1.1.2)$$

Afin de résoudre un problème d'optimisation, la *boucle d'optimisation* permet de trouver par un procédé itératif la meilleure solution pour la fonction objectif. La Figure 1.1.1 représente la boucle d'optimisation dans sa forme la plus basique.

L'optimisation des structures a donc pour but de maximiser au moins une performance structurale donnée, tout en satisfaisant un certain nombre de restrictions (de faisabilité, de conception ou du cahier des charges). Mais la solution optimale dépend du choix des variables de conception. Nous nous intéresserons par la suite aux différentes formulations du problème d'optimisation en termes de variables de conception. Nous renvoyons ainsi le lecteur à la vaste littérature pour la description des différentes méthodes numériques d'optimisation (Newton, quasi-newton, SQP, Algorithme génétique, etc.) [Christensen 08, Haftka 92, Morris 82, Allaire 07a, Weinstock 74].

FIGURE 1.1.1 – Organigramme général d'une *boucle d'optimisation*.

1.2 Généralités

Nous distinguons 4 différentes classes de problèmes selon le type de variables de conception considérées : l'*optimisation paramétrique*, *géométrique*, *topologique* et du *matériau*, [Allaire 07b, Bendsøe 03, Bendsøe 89, Christensen 08, Haslinger 03, Haftka 86]

1.2.1 L'optimisation paramétrique

L'*optimisation paramétrique* apparue aux premières heures de l'optimisation des structures peut faire référence soit à l'*optimisation de dimensionnement*, soit à l'*optimisation du matériau*. L'*optimisation de dimensionnement* correspond à une méthode dorénavant bien établie et encore utilisée pour de nombreuses applications industrielles complexes. Seule la dimension transverse des structures minces est modifiée, c'est-à-dire la coupe transversale (section) des éléments barres ou poutres (illustrée dans la Figure 1.2.1), ou encore l'épaisseur transverse des membranes, plaques ou coques. Cette méthode est principalement utilisée pour l'optimisation de structures en treillis (charpentes, ponts, etc.) où l'on cherche à minimiser la masse avec des restrictions de tenue au flambage, à la raideur dynamique, etc.

L'*optimisation du matériau* consiste, quant à elle, à rechercher la distribution et l'emplacement optimal du matériau. Généralement étudié dans le cas de matériaux anisotropes, on recherchera l'orientation et la distribution optimales des fibres dans

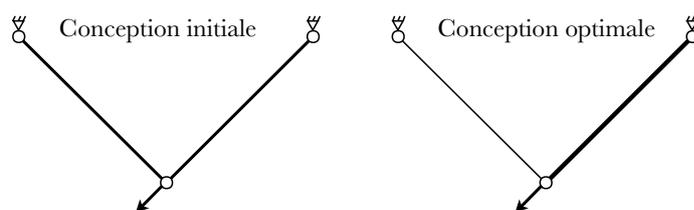


FIGURE 1.2.1 – Illustration d'un problème d'optimisation de dimensionnement.

le cas de plis composites (illustré dans la Figure 1.2.2), par exemple, ou encore la distribution de la rigidité du matériau contrôlé par son module d'Young.

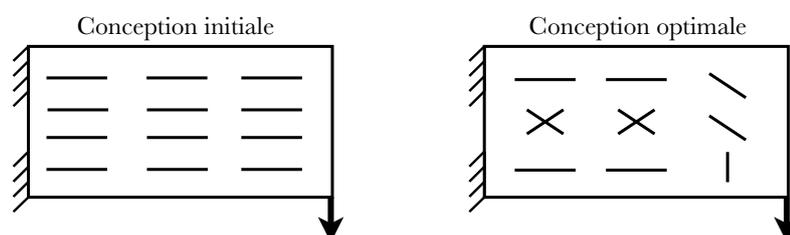


FIGURE 1.2.2 – Illustration d'un problème d'optimisation du matériau.

Dans tous les cas, l'*optimisation paramétrique* n'admet aucune modification de la forme ou de la topologie. Le maillage utilisé pour l'analyse reste inchangé durant la mise à jour dans la boucle d'optimisation. Le maillage ne varie donc jamais.

1.2.2 L'optimisation géométrique

L'*optimisation géométrique*, aussi appelée *optimisation de forme*, introduit des variables de conception qui permettent, à partir d'une forme initiale, des variations de la position des frontières de la forme, sans toutefois changer la topologie de la forme. Les variables de conception sont liées au paramétrage des frontières extérieures et intérieures du domaine de référence de la structure (illustration dans la Figure 1.2.3).

Il existe principalement 2 approches de paramétrisation de la frontière de la structure, soit le paramétrage est directement lié au maillage (position des nœuds, morphing, etc.) soit par l'utilisation d'une représentation géométrique de type CAO.

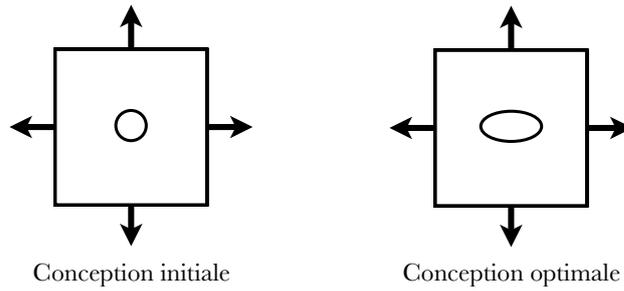


FIGURE 1.2.3 – Illustration d'un problème d'optimisation géométrique.

1.2.3 L'optimisation topologique

L'*optimisation topologique*, quant à elle, permet de modifier plus fondamentalement la nature de la structure, en effet, la géométrie et la topologie de la structure ne sont pas connues *a priori* du calcul d'optimisation. À la différence de l'optimisation géométrique qui correspond à la variation des frontières de la forme, l'optimisation topologique cherche à capturer les frontières de la forme par l'utilisation d'un domaine discrétisé et constant (illustration dans la Figure 1.2.4). Schématiquement, la méthode recherche la meilleure distribution de densité du matériau dans le domaine discrétisé. Malgré tout, cette méthode permet seulement de donner des tendances de formes, mais pas directement une forme adaptée à la fabrication dont la difficulté se trouve dans la représentation de la frontière du domaine. Pour cette raison une optimisation géométrique serait souhaitable à la suite de l'optimisation topologique afin de parfaire la forme de la structure, mais reste extrêmement difficile à mettre en œuvre.

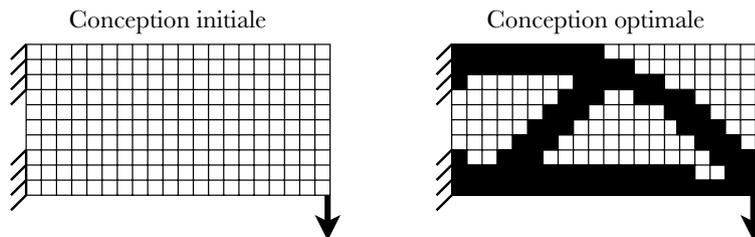


FIGURE 1.2.4 – Illustration d'un problème d'optimisation topologique.

1.2.4 Un lien entre la géométrie et le maillage

Les travaux présentés dans cette thèse sont principalement dédiés à la création automatique d'un maillage par éléments finis (EF) de structures coque dans un contexte d'optimisation paramétrique, géométrique et topologique. Raison pour laquelle, nous proposons une classification de ces méthodes basée sur le lien entre la géométrie et le maillage. On distingue alors les méthodes basées sur :

- une *géométrie*, grossièrement sur une représentation CAO de la géométrie,
- un *maillage*, où la paramétrisation d'une géométrie correspond à son maillage,
- une *grille*, où une géométrie est définie sur une grille fixe.

1.3 Les méthodes basées sur la géométrie (CAO)

Les méthodes basées sur la *géométrie*, suggérées par Braibant and Fleury [Braibant 86, Braibant 84], sont des formulations classiques d'un problème d'optimisation de forme étant donné qu'il peut être défini directement au niveau du modèle géométrique de la CAO indépendamment du modèle EF (Eléments Finis). En d'autres termes, le modèle EF s'adapte aux modifications géométriques paramétrées par le modèle CAO. L'avantage certain de ces méthodes réside dans le fait que les variables de conception sont sélectionnées parmi des points de contrôle, des lignes, des aires, ou tout autre paramètre décrivant la géométrie des différentes entités¹ de la structure. Ces variables sont très aisément accessibles au niveau de la représentation paramétrique du modèle CAO. Les propriétés géométriques sont conservées à la fin du processus d'optimisation. Et dans un contexte industriel tel que le notre, obtenir une description optimale des entités géométriques, des opérations topologiques ou encore des surfaces bornant la géométrie qui peuvent être importées *a posteriori* dans un environnement CAO est un point crucial. En d'autres termes, l'utilisation du paramétrage du modèle CAO dans la boucle d'optimisation permet intrinsèquement une reconstruction CAO de la solution optimale. Deux problèmes peuvent être malgré tout soulevés :

- le passage de la géométrie du modèle CAO surfacique ou volumique à un modèle EF
- les modifications topologiques d'un modèle CAO surfacique

1. On appelle *entité* un objet qui contient les informations mathématiques de sa géométrie, ses propriétés structurales (matériaux) ainsi que les informations d'affiliation (parents/enfants) existant entre les différentes entités de la structure, [Weiss 09b]

1.3.1 Du modèle CAO au modèle EF

Malgré l'intégration d'outils d'analyse EF dans les environnements CAO [Breitenberger 14], l'entière automatisation de création d'un modèle EF à partir d'un modèle CAO reste encore une tâche difficile [Thakur 09, Dey 97, Fine 00, Robinson 11]. De même la préparation du modèle CAO pour le calcul peut parfois représenter une part importante du temps nécessaire au travail de simulation. Trois raisons à ces difficultés peuvent être soulevées :

- La première, peu importante dans notre cas, vient du fait que les modèles CAO peuvent comporter des caractéristiques de formes inutiles aux besoins de la simulation, augmentant dans le maillage le nombre d'éléments de petites tailles ce qui accentue la complexité du calcul ou de sa mise en oeuvre, particulièrement en calcul explicite où le pas de temps dépend de la plus petite taille de maille. Une simplification géométrique de la CAO est alors nécessaire réduisant le modèle CAO aux entités géométriques pertinentes aux calcul EF.
- La représentation d'un modèle B-Rep² CAO peut représenter des faces (ou *patches*) trop petites par rapport à la taille du maillage EF souhaitée, amenant à une concentration (*sur-densification*) ou à une dégénérescence des éléments sur cette surface, Figure 1.3.1 a).
- Les techniques de maillage nécessitent de respecter les contours des faces/surfaces du modèles CAO, de telle sorte que les paramétrisations mathématiques et géométriques du contour de la CAO soient respectées, amenant souvent des irrégularités et des singularités dans le maillage, Figure 1.3.1 b).

En effet, lorsque la géométrie évolue durant la boucle d'optimisation, des surfaces CAO dégénérées résultant de configurations de tangence peuvent être créées. Et afin de garder la validité de la topologie durant sa modification, des opérateurs CAO d'assemblages doivent être utilisés, qui ne sont pas communément accessibles dans les logiciels CAO commercialisés. Dans ce contexte G.Foucault et al. [Foucault 08b, Foucault 08a] proposent à travers une technique appelée « Mesh Constraint Topology » de ne conserver seulement les entités pertinentes nécessaires au maillage (surfaces, arêtes, sommets) et cela en effectuant une transformation automatique des éléments de frontières délimitant la topologie du modèle CAO (suppression et fusion d'arêtes ou de sommets).

2. B-Rep : *Boundary Representation* ou *modélisation par les frontières*. Cette méthode consiste à représenter les solides par leurs surfaces frontières en décrivant les faces, arêtes, et sommets qui séparent le domaine intérieur du domaine extérieur des solides.

Malgré tout, ces changements dans la topologie peuvent être aisément effectués sur le maillage directement par l'utilisation d'opérateurs locaux comme la fusion de nœuds ou la suppression d'arêtes d'EF. Mais une modification seule du maillage en vue d'une simplification de la géométrie risque de perdre le lien existant entre le maillage et la CAO, perdant ainsi toute sémantique entre le maillage EF et le paramétrage CAO.

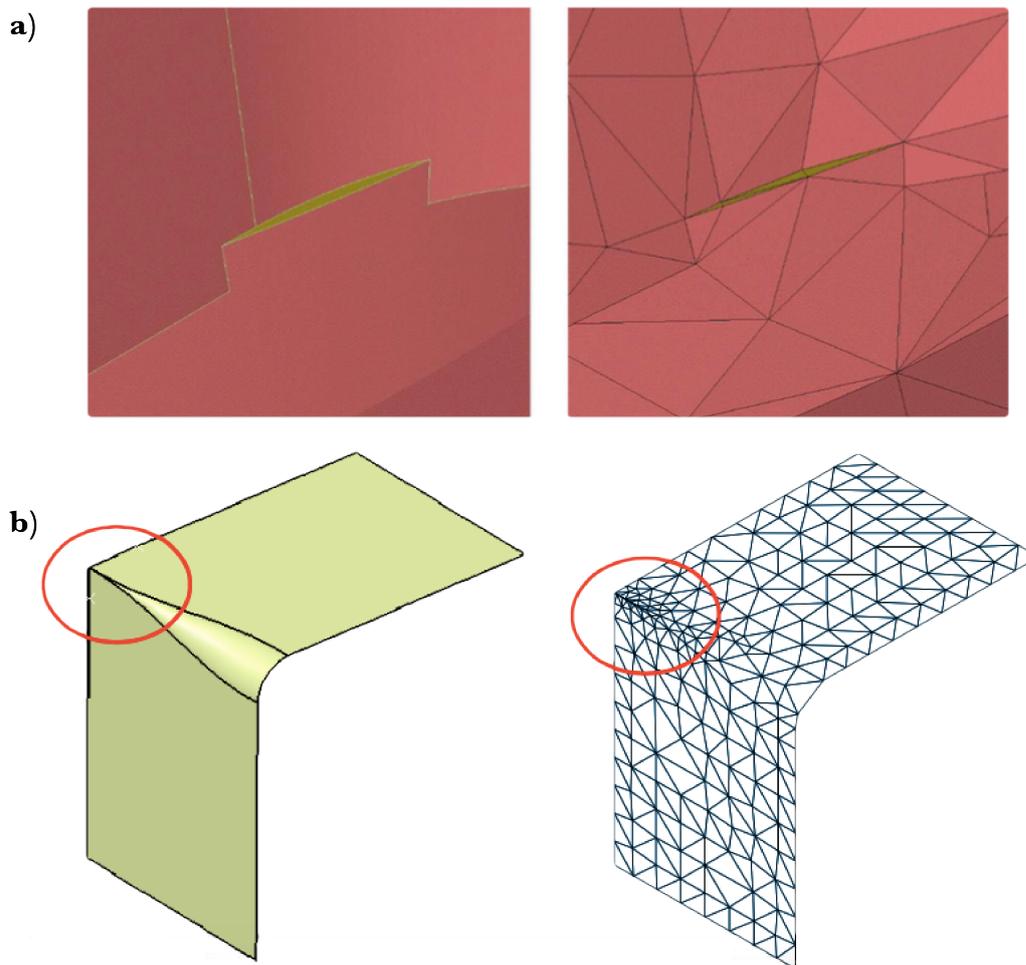


FIGURE 1.3.1 – Problématique lors du passage de la CAO au modèle EF :
a) Exemple de dégénérescence d'un élément fini due à une petite surface.
b) Exemple de sur-concentration d'éléments due à un contour CAO ; (source [Foucault 08a]).

1.3.2 Les modifications topologiques d'un modèle CAO

Les modèles CAO peuvent être rassemblés en 2 principales catégories [Gomes 91, Boussuge 14] :

- B-Rep (*Boundary Representation*), dont nous avons parlé précédemment, où chaque volume est décrit par ses surfaces extérieures et intérieures
- CSG (*Constructive Solid Geometry*) dans laquelle un volume est décrit comme une combinaison booléenne de formes volumiques dites primitives (cylindre, sphère, cônes, polyèdre, etc.). Les méthodes CSG utilisent ainsi un historique de création du modèle (arbre des caractéristiques) permettant la modification du nombre d'entités (volumes primitifs) par l'utilisation d'opérateurs booléens.

Malgré tout, les méthodes CSG sont dédiées à des solides (ou indirectement aux surfaces représentant ces volumes). Ainsi nous pourrions approfondir la possibilité d'une approche de notre problème par l'utilisation d'un logiciel de simulation CSG. Dans ce cas, les surfaces seraient représentées par des volumes sur lesquels les opérations booléennes seraient appliquées. Ainsi le résultat final serait la topologie d'un volume qui, dans notre contexte, serait maillé amenant un nombre considérable d'éléments, ainsi qu'une analyse EF (dynamique, dans notre cas) beaucoup trop coûteuse. Malgré tout, une possibilité serait de transformer la géométrie du volume obtenu en ne conservant seulement la surface *squelette* du volume. Ces outils n'étant pas disponibles dans la plupart des logiciels CAO, nous avons recherché une autre solution.

A l'inverse des méthodes CSG, les modelleurs B-Rep créent des surfaces par l'utilisation d'autres surfaces, mais aussi de courbes ou de points définissant ainsi la géométrie de la structure, et par l'utilisation de faces, sommets ou arêtes pour définir la topologie. Ainsi les modèles de surfaces B-Rep sont composés d'un nombre indépendant et prédéterminé de surfaces qui ne peuvent être modifiées *a posteriori* en vue de modifier la topologie. En d'autres termes, le nombre de faces et de contours internes sont définis *a priori*, par conséquent, la topologie de la structure reste inchangée.

Une modification des paramètres CAO *a priori* du calcul EF serait donc nécessaire. Ainsi, un outil permettant de détecter les modifications de formes et de topologies permettrait la fusion de surfaces dans un modelleur B-Rep (ce qui va dans le sens des travaux précédemment cités de Foucault et al. [Foucault 08b, Foucault 08a] dont la méthode n'autorise pas de modifications topologiques de la structure).

En outre, des erreurs CAO apparaissent lors de conflits dans l'arbre de création lorsque l'on cherche à modifier la topologie de la structure. Ces erreurs courantes

dans une boucle d'optimisation de formes subviennent lorsque l'on cherche à créer une entité géométrique sur une entité qui a préalablement disparue. Pour illustrer notre propos, prenons l'exemple présenté en Figure 1.3.2. La fusion de deux trous l'un avec l'autre est possible jusqu'à la disparition de l'un dans l'autre, lorsque l'on utilise un modèleur B-Rep. Dans l'exemple montré en Figure 1.3.2, la création du trou #2 se fait à partir du centre du cercle sur la surface préalablement relimité par le trou #1, de ce fait lorsque l'on essaye de positionner le centre du trou en dehors de la surface, la CAO émet une erreur. Bien évidemment, cette erreur illustrée dans cet exemple peut être contournée par l'utilisation d'un autre paramétrage, mais les limites restent les mêmes. En effet, les entités et contours créés par le modèleur B-Rep ne peuvent être supprimés car leur représentation est définie *a priori* du problème. En extrapolant la situation il n'est pas possible de faire « disparaître » des surfaces, limitant par conséquent l'espace des solutions de modification topologique de la structure.

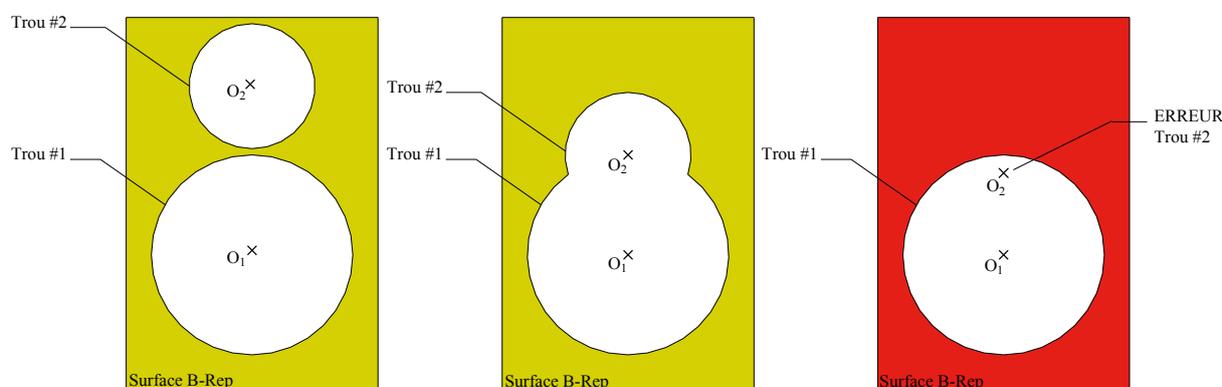


FIGURE 1.3.2 – Problématique de fusion d'entités créées par une représentation B-Rep

Les géométries utilisées dans notre contexte ne peuvent être créées que par l'utilisation d'un modèleur surfacique B-Rep. Le concept proposé dans cette thèse se propose de combiner les avantages de la sémantique utilisée par la représentation CSG - qui permet des modifications topologiques par l'utilisation d'opérateurs Booléens - avec une représentation surfacique de la structure.

1.4 Les méthodes basées sur une grille fixe

Les méthodes de représentation basées sur une grille fixe permettent l'utilisation d'un outil robuste et fiable de représentation d'une forme 3D par l'utilisation d'un maillage eulerien fixe. Plusieurs méthodes peuvent être notées. La plus importante

et la plus répandue dans la littérature correspond à l'optimisation topologique de la structure, on peut aussi relever les méthodes de topométrie et de topographie.

1.4.1 Les méthodes d'optimisation topologique

L'optimisation topologique fut d'abord introduite par Bendsøe et Kikuchi en 1988 [Bendsøe 88] par la méthode d'homogénéisation. Celle-ci repose sur la distribution d'une certaine quantité de matériau dans la structure. Cette distribution se fait par l'ajout ou l'élimination de matériau dans un domaine effectif et discrétisé par un maillage fixe, et cela afin de minimiser un critère de performance. La méthode repose largement sur une représentation implicite de la frontière du domaine étudié. Plusieurs méthodes d'optimisation topologique sont ensuite apparues, dont nous citerons de manière non exhaustive :

- Les méthodes de *pénalisation de la matière* dont la plus répandue est la méthode SIMP (*Solid Isotropic Microstructure with Penalization*) qui définit la densité du matériau comme variable de conception du domaine maillé, [Rozvany 92, Bendsøe 99, Bendsøe 89].
- Les méthodes ESO (*Evolutionary Structural Optimisation*) où la topologie optimale est obtenue en supprimant graduellement le matériau le moins souhaité (le moins efficace, le moins travaillé, etc.) du domaine de conception, [Tanskanen 02, Zuo 14].
- Les méthodes basées sur la *dérivée topologique* qui mesure l'influence de la création (infinitésimale) de petits trous ou fissures dans la fonction objectif, [Burger 04, Norato 07, Novotny 13].
- Les méthodes à *ligne de niveau* ou *Level-Set* qui traquent, modélisent et simulent l'interface dynamique de la structure par l'utilisation d'une fonction *Level-Set* (Lipshitzienne) [Osher 88].

Les méthodes SIMP (de pénalisation) et ESO souffrent d'une faible capacité à représenter les frontières de la structure. Par l'utilisation d'une représentation de frontière implicite, l'information géométrique des bornes de la structure n'est pas claire durant le processus d'optimisation et est représentée par les arêtes vives des cellules de la grille EF fixe discrétisant le domaine, comme il a été représenté précédemment sur la Figure 1.2.4. Cela est dû au fait que la structure grille, ainsi utilisée, est insensible à l'orientation ou à la topologie de la structure.

Les travaux fondateurs de Allaire et al. [Allaire 02] ainsi que de Wang et al. [Wang 03], appliquant des méthodes couplant les méthodes Level-Set à l'optimisation topologique de pénalisation, ont ouvert de nouvelles perspectives pour faire varier et paramétrer les frontières du domaine topologique discrétisé. Le front mouvant (gouverné par les équations d'Hamilton-Jacobi) définissant la frontière

du matériau est adopté comme variables de conception. Intensément étudiés ces dernières années de nombreux travaux sur l'optimisation de forme et de topologie par les méthodes *Level-Set* ont été effectuées [van Dijk 13]. Une multitude d'extensions a permis d'améliorer la méthode, [Burger 04, Amstutz 06, He 07], dont on relèvera au passage les méthodes *Level-Set* combiné à la *RBF* (*Radial Basis Function*) [Wang 06, Xia 13] ou aux interfaces d'énergie fictive (*fictitious interface energy*) [Yamada 10]. La frontière du domaine dessinée par la *Level-Set* reste mathématique et nécessite une paramétrisation explicite, afin de la discrétiser. Le maillage et la discrétisation de cette frontière restent encore des problématiques actuelles dans la littérature, on notera les avancées des récents travaux d'Allaire et al. [Allaire 14] faisant évoluer de façon continue un maillage par optimisation topologique.

Les méthodes basées sur la dérivée topologique [Sokolowski 99] sont quant à elles une généralisation des conditions utilisées de la *bubble method* [Eschenauer 94]. Cette méthode utilise une représentation explicite de la frontière par l'introduction de trous définis par des NURBS. Malgré une utilisation efficace de cette approche pour identifier la position optimale où insérer des trous ou des inclusions, le manque d'outils automatiques permettant de remailler les trous introduits dans le domaine est soulevé dans la littérature [Lin 14].

Les méthodes d'optimisation topologique présentent plusieurs inconvénients : tout d'abord, la plupart d'entre elles manque de sémantiques avec la boucle de fabrication : la définition de la structure optimale nécessite généralement que des ingénieurs ré-interprètent la solution obtenue et reconstruisent de toute pièce un modèle CAO, étant donné qu'un outil d'intégration automatique de l'optimisation topologique avec la CAO n'a pas été développée. Les travaux de Cuillère et al. [Cuillère 13, Cuillère 14] présentent les difficultés inhérentes à l'intégration des méthodes d'optimisation topologique dans le processus de conception de la CAO. De plus, dans notre contexte, une structure 3D surfacique ne peut être représentée par l'utilisation d'outils d'optimisation topologique.

1.4.2 La méthode d'optimisation topométrique

La méthode d'optimisation topométrique se rapproche beaucoup des méthodes d'optimisation topologique et paramétrique. En effet, l'objectif de l'optimisation topologique réside dans la redistribution du matériau dans un domaine discrétisé fixe. La méthode alternative que propose l'optimisation topométrique est, dans un domaine discrétisé fixe 2D, d'utiliser l'épaisseur des éléments coques comme variable de redistribution du matériau. La méthode reste différente de la méthode conventionnelle d'optimisation paramétrique dans le sens où dans cette dernière l'ensemble d'une « partie » de la structure est changée, alors que dans l'optimisation

topométrique, l'épaisseur est modifiée élément par élément, [Leiva 04, Leiva 07]. Toutefois la méthode d'optimisation topométrique, plus adéquate (dans l'esprit) que l'optimisation topologique dans notre problématique, possède les mêmes inconvénients que cette dernière. En effet, malgré une représentation virtuelle d'une structure 3D surfacique, la délimitation des frontières de la structure et la reconstruction d'un modèle CAO sont des problématiques tout aussi complexes que pour l'optimisation topologique.

1.4.3 La méthode d'optimisation topographique

L'optimisation topographique s'inspire, quant à elle, de la méthode d'optimisation topométrique, à la différence que l'on ne va pas chercher à modifier l'épaisseur des éléments de la structure, mais « l'altitude » des éléments de la structure dans l'espace. Principalement utilisée pour des problèmes de structure de tôle, [Cavazzuti 12, Benevides 11], l'optimisation topographique garde une épaisseur constante de la surface mais en fait varier sa topographie. Le nombre de variables correspond directement au nombre d'élément coque de la surface analysée. Par ailleurs des méthodes de paramétrages au voisinage des éléments permettent d'en réduire le nombre, ainsi l'on cherchera à « cabosser » la structure à partir de formes paramétrées, Figure 1.4.1.

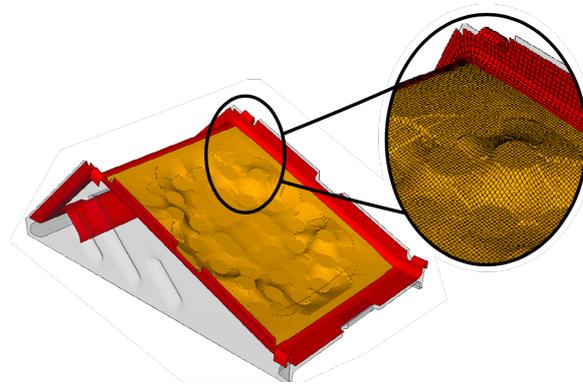


FIGURE 1.4.1 – Optimisation topographique d'une plaque d'aluminium d'un refroidisseur automobile, source [Benevides 11]

Comme, on peut l'apercevoir sur l'exemple proposé, Figure 1.4.1, le maillage est dégradé par les modifications géométriques et malgré l'utilisation de filtre lissant ce dernier, la surface reste inexploitable pour l'ingénieur pour reconstruire le modèle géométrique (ou CAO) de la solution optimale.

1.4.4 Une méthode alternative

Afin de biaiser les problèmes liés aux erreurs de la CAO, voir §1.3, des méthodes alternatives [Raghavan 13] proposent d'utiliser des images comme une représentation initiale de la structure géométrique. Par l'utilisation de lignes de niveaux, bien adaptées à la capture de surfaces 3D, la géométrie de la structure est capturée sur une grille fixe où se trouve l'image CAO de la solution paramétrée. Ainsi pour un ensemble de tirages de solutions admissibles par la CAO un méta-modèle par POD (*Proper Orthogonal Decomposition*) contrainte [Filomeno Coelho 09] est effectué évitant ainsi les erreurs CAO dans le processus d'optimisation de forme. Cependant, cette méthode ne résout pas le problème que les solutions, obtenues par optimisation de forme géométrique (CAO), sont loins d'être optimales étant donné que les topologies compétitives possibles ne sont pas explorées.

1.5 Les méthodes basées sur le maillage

Les modèles de paramétrisation de la forme basés sur le maillage possèdent une très grande liberté d'espace de conception dû au fait que la position des nœuds de la structure fournit un paramétrage de la forme. Ainsi, la géométrie discrétisée de la structure utilise les coordonnées des nœuds comme variable de conception [Bletzinger 10]. Malgré tout, les résultats obtenus par cette méthode sont considérablement dépendants du maillage choisi et des dérivées hautement inégales entre les éléments ce qui amène à des formes mal définies et très irrégulières [Stavropoulou 14]. Pour palier à ce problème d'irrégularité du maillage, des méthodes de régularisation sont nécessaires dont l'une des plus connues utilise les techniques de morphing qui permet de définir une déformation générale d'un maillage donné sans l'utilisation sous-jacente d'un modèle CAO. L'application est basée sur la modification d'une zone (ou de l'ensemble) du maillage paramétrée par une boîte de morphing. Ces boîtes de morphing, créées autour des zones où le modèle doit être modifié, sont pilotées par des points de contrôle. La forme de la boîte de morphing est modifiée par ses points de contrôle, le maillage situé à l'intérieur s'adapte au mouvement de la boîte, [Korbetis Georgios 09, F. Duddeck 12]. Plusieurs paramétrisations des points de contrôle sont possibles, soit par des boîtes de morphing extérieures au domaine, Figure 1.5.1 a), soit directement par des nœuds du maillage où la boîte de morphing correspond au voisinage du domaine discrétisé, Figure 1.5.1 b).

Ces méthodes conservent un maillage constant, impliquant par conséquent de grosses limitations de la magnitude des changements géométriques et de modifications de topologie de la structure, [Staten 12].

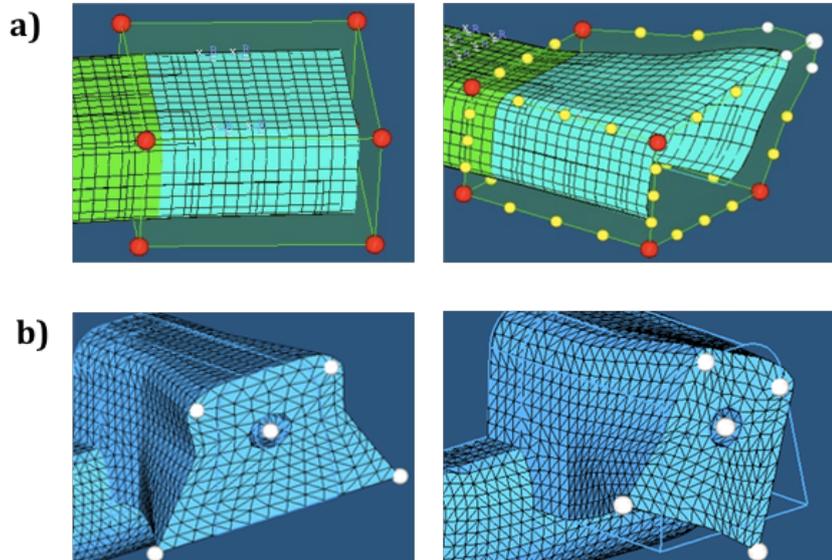


FIGURE 1.5.1 – Modification de formes par morphing :

- a) Par boîte de morphing.
- b) Par points de contrôle.

Par ailleurs, la reconstruction de la CAO, par l'utilisation de modèles basés sur le maillage est extrêmement difficile. En effet les méthodes de représentation basées sur le maillage (ou sur une grille fixe) manquent de paramètres de conception permettant de reconstruire *a posteriori* un modèle CAO paramétré. Une méthode de « rétro-ingénierie » est alors nécessaire afin de reconstruire une représentation 3D continue d'une représentation discrète. Les travaux de Chappuis et al. [Chappuis 04, Sunil 08] présentent une méthode permettant de reconnaître automatiquement des entités géométriques par identification des géométries primitives généralement utilisées tel que les plans, les sphères, les cylindres etc. sur un maillage ou un ensemble de points à partir d'un calcul de courbure par approximation diffuse. Malgré tout cette méthode reste difficile à utiliser et ne prévient pas des problèmes liés directement avec la méthode de paramétrisation de la forme.

1.6 Les solutions utilisées dans le cas des raidisseurs de capots automobiles

Dans l'industrie automobile, trouver une solution permettant de capturer et de représenter la distribution et la forme des raidisseurs reste encore un challenge [Mercier 12, McCormack 02, Ramesh 12]. Peu d'approches, utilisant les différentes méthodes précédemment citées, ont été à même de répondre à cette problématique. Tout d'abord, on peut noter l'utilisation de l'optimisation topologique [Kausikar 13] permettant de trouver une distribution possible des raidisseurs, mais cette méthode ne donne pas d'information de forme en particulier la hauteur des raidisseurs. Ainsi l'utilisation de l'optimisation topométrique, qui permet d'avoir au préalable une idée sur la hauteur possible des raidisseurs, suivi d'une optimisation paramétrique, qui permet d'obtenir une dimension homogène pour chaque entité de forme, doivent être des opérations complémentaires à l'optimisation topologique [Costi 11, Cavazzuti 12], Figure 1.6.1.

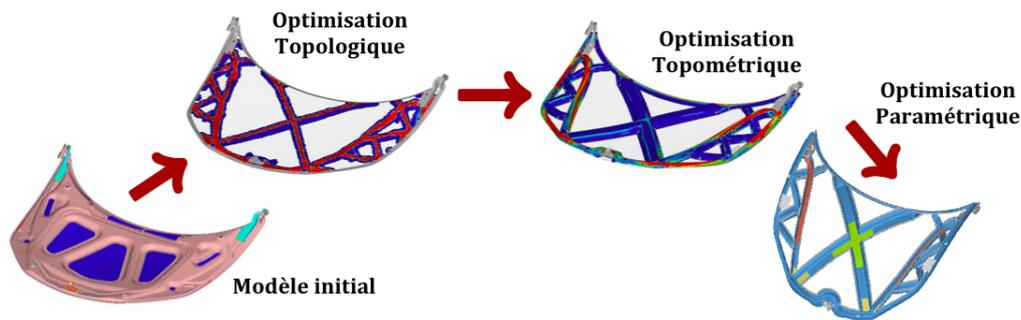


FIGURE 1.6.1 – Optimisation successive d'une doublure de capot par optimisation topologique, topométrique et paramétrique (source : [Cavazzuti 12]).

Toutefois, ces méthodes restent des approches permettant seulement d'obtenir une idée préalable de la position des raidisseurs en ne modifiant pas la topographie de la surface étudiée. De plus une optimisation locale de forme précédée par une reconstruction CAO du problème est nécessaire.

L'utilisation par optimisation topographique suivant des « formes solutions » (Oméga, Cylindre, etc.) est une approche permettant d'obtenir une surface maillée possédant la topographie des raidisseurs, permettant par ailleurs une combinaison de formes solutions. Cependant la géométrie de la forme des raidisseurs est approximée par le maillage fixe de la structure, voir Figure 1.6.2, et par conséquent,

afin de conserver une cohérence de la géométrie un très grand nombre de points d'influence est nécessaire.

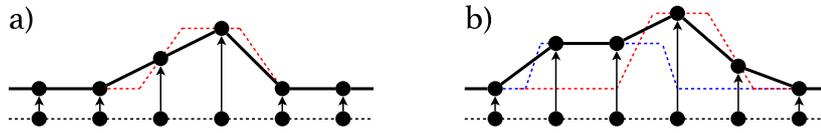


FIGURE 1.6.2 – Positions de points d'influence d'optimisation topographique par forme solution **(a)** et par formes solutions combinées **(b)**.

L'optimisation de forme par CAO de raidisseurs de capots est complexe car elle repose sur la difficulté de passage de la CAO au maillage EF (voir §1.3.1). Des travaux ont été effectués par Weiss et al. [Weiss 09a, Weiss 09b] utilisant une représentation B-Rep d'un modèle CAO. Chacune des entités géométriques est paramétrée par la CAO puis maillée pour l'optimisation. Celle-ci est réalisée en deux étapes, la première : choix de la topologie, c'est-à-dire, de la distribution et du nombre d'entités déposées sur la structure, puis la deuxième : l'optimisation locale de modification de forme des entités. Cette méthode conserve entièrement les paramètres CAO, toutefois elle est contrainte aux limites imposées par la CAO (les entités ne peuvent fusionner), le spectre des solutions possibles est par conséquent considérablement réduit.

Chapitre 2

Choix de la méthode proposée

Le choix de la méthode proposée est une réponse directe aux besoins et contraintes industriels. Afin d'intégrer totalement le processus d'optimisation dans la boucle de conception d'une structure, le modèle d'optimisation doit se conformer aux outils de simulation utilisés par le processus industriel de conception. Par conséquent, plusieurs prérequis se doivent d'être respectés :

- Tout d'abord, la solution optimale doit pouvoir être représentée par un ensemble de paramètres CAO.
- Ensuite, le modèle éléments finis doit pouvoir être adapté aux besoins des différentes analyses effectuées sur la structure en permettant un calcul d'optimisation multi-critère.
- Et finalement, la robustesse du processus d'optimisation doit pouvoir être garantie par la robustesse du modèle géométrique et de son maillage.

L'approche innovante de la méthode présentée dans cette thèse est dédiée aux structures coques et fournit une solution à ces contraintes industrielles. La méthode est entièrement basée sur le maillage mais conserve les puissants avantages de la CAO. Nous proposons ainsi une méthodologie correspondant d'avantage à la réalité des optimisations réalisées en avant-projet qui utilisent le plus souvent un jeu de paramètres plus restreint et modifiable dans un modèle numérique. En d'autres termes, le paramétrage des formes se fait par des variables issues de la CAO. La méthode est basée sur le calcul des frontières de formes des différentes surfaces du modèle sur lequel un ensemble d'opérateurs agit sur le maillage.

Par analogie aux modèles CSG (Constructive Solid Geometry - §1.3.2), nous avons appelé cette méthode « **FEM-CsG** » pour **F**inite **E**lement **M**esh - **C**onstructive **S**urface **G**eometry, car les géométries couplées avec le maillage sont construites par des opérateurs booléens appliqués à des surfaces paramétrées pré-maillées.

L'utilisation des variables traditionnelles d'optimisation de forme de la CAO,

nous permet une évolution constante de la topologie guidée par l'optimisation. Ainsi, même si la topologie est modifiée la forme résultante reste conforme avec une représentation CAO par construction. Si la mise à jour du modèle éléments finis à partir du modèle CAO est souvent source d'erreurs et de problèmes (voir §1.3.1), l'approche présentée propose d'intégrer des formes élémentaires paramétrées et pré-maillées dans une structure coque 3D maillée. Permettant ainsi une définition parfaite de la géométrie par le maillage. En outre, celui-ci peut être adapté à l'analyse physique souhaitée (telle que le crash, la compliance, l'accoustique, etc.) étant donné qu'un processus entier de remaillage de la structure est effectué à chaque itération du processus d'optimisation. On part ainsi d'une bibliothèque de formes élémentaires paramétrées et pré-maillées dont l'outil de maillage va utiliser les paramètres analytiques afin de reconstruire la structure souhaitée.

Le Tableau 2.1 présente une synthèse comparative des propriétés des différentes méthodes décrites dans l'état de l'art avec la méthode FEM-CsG.

	Méthodes basées sur la géométrie	Méthodes basées sur une grille fixe	Méthodes basées sur le maillage	La méthode FEM-CsG
Permet des modifications topologiques	Non	Oui	Non	Oui
Permet une reconstruction d'un modèle CAO	Oui	Non	Non	Oui
Possibilité d'adapter le maillage	Oui	Non	Oui	Oui
Passage facile de la géométrie au maillage	Non	Oui	Oui	Oui

Table 2.1 – Tableau comparatif des différentes méthodes de paramétrisation de forme avec la méthode FEM-CsG proposée

La méthode proposée : FEM-CsG

« Chercher n'est pas une chose et trouver une autre, mais le gain de la recherche, c'est la recherche même. »"

(Saint Grégoire De Nysse)

Chapitre 3

Description de la méthode FEM-CsG

La méthode FEM-CsG proposée, entièrement basée sur le maillage, utilise des paramètres de type CAO afin de contrôler et modifier la forme de la structure. Avec une évolution constante de la topologie guidée par l'optimisation, l'idée est d'intégrer des formes élémentaires paramétrées et préalablement maillées à partir d'une bibliothèque de formes dans une structure coque 3D. Le but est alors d'optimiser la forme et la distribution des formes élémentaires, dans notre cas des raidisseurs, sans aucune contrainte sur la topologie. En d'autres termes, les raidisseurs peuvent ainsi être de formes arbitraires et s'intersecter librement.

Le principe de base de la méthode présentée est de déposer et d'assembler des raidisseurs sur une *Surface* dite de *Référence* (\mathcal{RS} - Reference Surface). La surface résultante obtenue est alors une composition de raidisseurs déposés sur une \mathcal{RS} que l'on appellera la *Surface Composée*. Afin de simplifier la compréhension, la \mathcal{RS} est définie comme une surface plane, ajouté à cela, la géométrie des formes utilisées, dans la bibliothèque, sera limitée à : des omégas, des cylindres, des sphères ou des trous circulaires, comme illustré sur la Figure 3.0.1. On propose, par ailleurs, de se limiter à 3 types de raidisseurs, les formes extrudées dont le profil défini la géométrie (tel que Oméga et Cylindre), les formes fermées homéomorphes à une sphère, et les trous de formes quelconques. Ces limitations ne modifient en rien le principe de la méthode exposée.

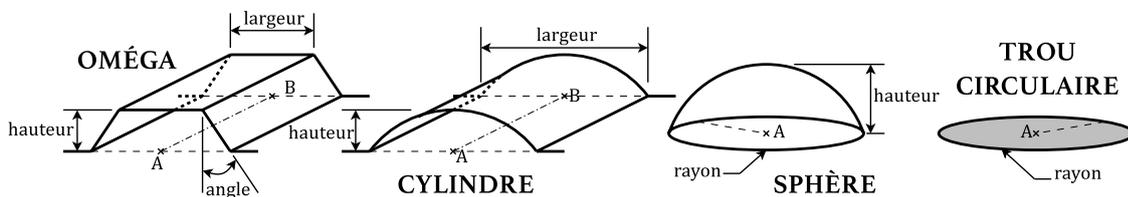


FIGURE 3.0.1 – La bibliothèque de formes élémentaires paramétrées.

Les doublures de capot étant généralement réalisées par emboutissage, la forme finale de la structure se doit de respecter les contraintes d'emboutissabilité, par conséquent, l'hypothèse suivante doit être respectée : la *Surface Composée* est une *Surface de Monge* :

$$\begin{cases} z : U \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ z(u, v) = (u, v, h(u, v)) \end{cases} \quad (3.0.1)$$

La *Surface Composée* étant considérée comme une *Surface de Monge*, on peut définir un vecteur normal \vec{n} à la surface et nous considérons que tout raidisseur est déposé sur la \mathcal{RS} par l'intermédiaire de ce vecteur normal.

3.1 Quelques définitions

Les paramètres de chaque forme de raidisseur ainsi présentés, Figure 3.0.1, quatre étapes préalables sont nécessaires avant d'appliquer la méthode FEM-CsG :

- définir de la \mathcal{RS} sur laquelle les raidisseurs seront déposés,
- discrétiser les raidisseurs de type extrusion (Oméga et Cylindre) en plusieurs zones développables,
- pour les formes fermées, définir le contour de la section par un plan en fonction de la hauteur,
- finalement, discrétiser le contour géométrique des trous.

3.1.1 Définition de la Surface de Référence (\mathcal{RS})

Etant donné que nous avons émis l'hypothèse que la \mathcal{RS} était une surface plane, sa géométrie est entièrement définie par son contour extérieur. Ce contour peut être de n'importe quelle nature : discrétisé (comme un maillage) ou analytique (comme des splines, NURBS, etc. provenant d'une CAO par exemple). De manière à clarifier et à simplifier la présentation de la méthode, nous supposons que le contour de la \mathcal{RS} est défini par des courbes discrétisées obtenues d'un modèle continu dans un repère orthonormé donné $(O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$. La \mathcal{RS} étant plane, nous pouvons, par ailleurs, aussi choisir le vecteur \vec{Z} comme vecteur normal \vec{n} de la *Surface Composée*, illustration sur la Figure 3.1.1.

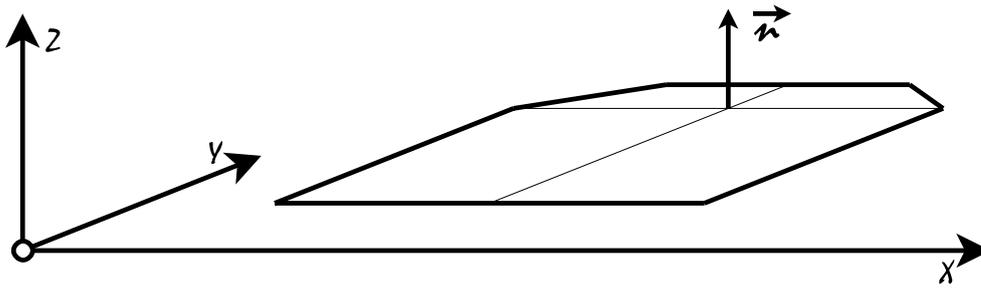


FIGURE 3.1.1 – Illustration de la géométrie d'une Surface de Référence (\mathcal{RS}) dans son repère orthonormé.

3.1.2 Définition des raidisseurs extrudés

La géométrie des raidisseurs extrudés est définie par le profil des raidisseurs et par la ligne directrice de l'extrusion. La direction d'extrusion est donnée par la droite paramétrisée par la position des points A et B , Figure 3.1.2 a). De manière à simplifier la paramétrisation du problème, les raidisseurs extrudés se doivent de traverser et de déboucher de la \mathcal{RS} dans leur longueur. En d'autres termes, les raidisseurs débordent du contour délimité par la \mathcal{RS} , comme illustré dans la Figure 3.1.2 b).

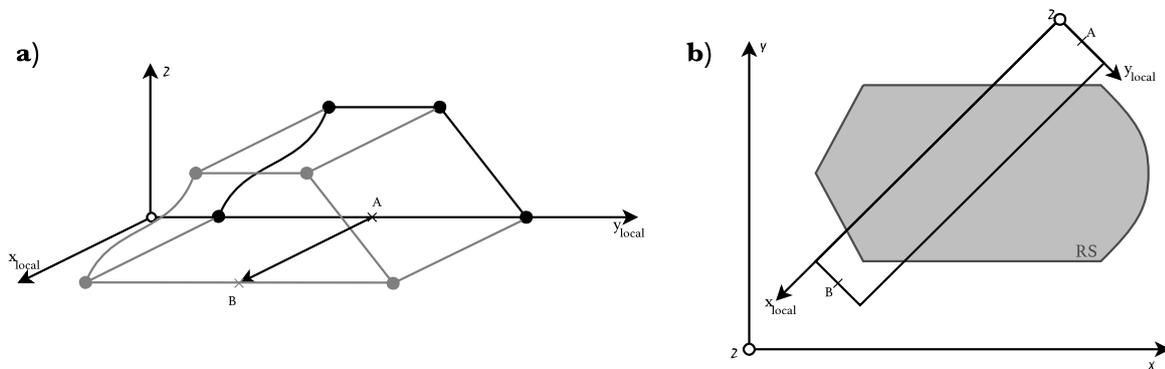


FIGURE 3.1.2 – Représentation d'un raidisseur extrudé :
 a) Extrusion du profil de forme sur la direction d'extrusion donnée par les points A et B
 b) Débouchage des raidisseurs extrudés de la \mathcal{RS} ,

Par ailleurs, nous décomposerons chaque raidisseur extrudé en un ensemble de *Sous-Raidisseurs* (\mathbf{SR}) afin d'avoir au maximum une intersection entre un \mathbf{SR} et n'importe quel plan normal à \vec{Z} . Deux types différents de \mathbf{SR} peuvent être

identifiés. Dans le plan local d'un raidisseur k parallèle au vecteur normal \vec{Z} et défini dans le repère local orthonormé $(O_k, \vec{y}_k, \vec{Z})_k$, $\mathbf{SR}^{(k)}$ est soit défini par une fonction bijective, soit par une ligne perpendiculaire à \vec{Z} .

En d'autres termes, si l'on prend le profil d'un raidisseur extrudé k a une hauteur donnée z_i dans le repère local $(O_k, \vec{y}_k, \vec{Z})_k$, le $\mathbf{SR}^{(k)}$ peut :

- soit intersecter la ligne d'équation $z_i \rightarrow f_j^{(k)}(y_i^{(k)})$ en un seul et unique point, tel que les points M_1 et M_3 les point d'intersection respectifs des *Sous-Raidisseurs* $\mathbf{SR}_1^{(k)}$ et $\mathbf{SR}_3^{(k)}$ dans la Figure 3.1.3 a),
- soit être parallèle à la ligne d'équation $z_i \rightarrow f_j^{(k)}(y_i^{(k)})$, tel le *Sous-Raidisseurs* $\mathbf{SR}_2^{(k)}$ dans la Figure 3.1.3 b) - Dans la suite, de ce document, nous appellerons ce type de Sous-Raidisseur *plateau*, noté $\overline{\mathbf{SR}}$.

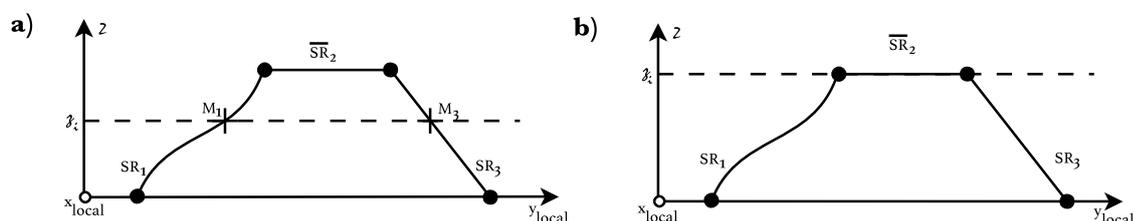


FIGURE 3.1.3 – Découpage en \mathbf{SR} du profil d'un raidisseur extrudé .

- a) \mathbf{SR} intersectant la ligne $z_i = f(y_{local})$ en un point unique
- b) $\overline{\mathbf{SR}}$ parallèle à la ligne $z_i = f(y_{local})$

Chaque raidisseur extrudé peut, par ailleurs, être défini analytiquement ou par une courbe discrétisée. Il en est, par conséquent, de même pour les \mathbf{SR} . Ainsi dans la Figure 3.1.4, la géométrie des trois \mathbf{SR} est donnée par la discrétisation des courbes du profil du raidisseur extrudé.

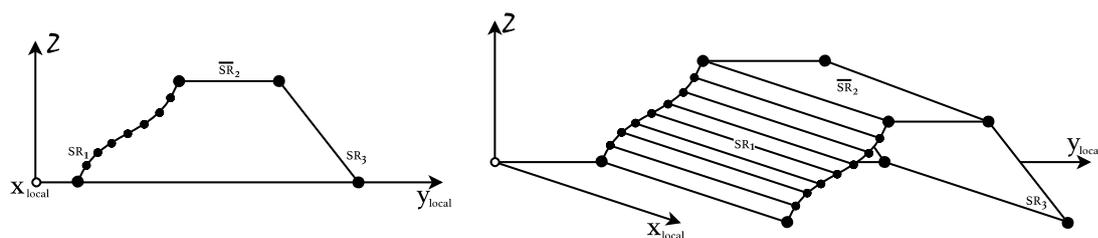


FIGURE 3.1.4 – Discrétisation des \mathbf{SR} d'un raidisseur extrudé.

Le principal avantage de ce découpage en \mathbf{SR} des formes extrudées est de pouvoir choisir les \mathbf{SR} comme des zones pouvant être maillées dans un espace paramétrique préférentiel et avantageux, ce qui permet la généralisation de la méthode à n'importe quel profil de forme extrudée.

Nous devons, par ailleurs, définir l'espace paramétrique préférentiel des **SR** des formes extrudées choisies dans la bibliothèque de formes présentée, voir Figure 3.0.1.

Espace des paramètres des raidisseurs de type Oméga

Le découpage des raidisseurs de type Oméga se fait par l'utilisation de deux **SR** et d'un $\overline{\text{SR}}$, voir Figure 3.1.5 a), dont l'espace paramétrique dépend des paramètres de formes du raidisseur Oméga choisi, soit la hauteur h , l'angle β , et la largeur L ainsi que du vecteur directeur $\vec{\delta}_y$ de la droite (AB) . Le profil de forme des raidisseurs extrudés, tel qu'Oméga dans notre cas, est construit sur le plan défini par les vecteur $\vec{\delta}_x$ et \vec{Z} de sorte que $(O, \vec{\delta}_x, \vec{\delta}_y, \vec{Z})$ soit un repère orthonormé. Ce qui nous permet de définir les repères locaux (x_i, y_i, δ_y) de chaque **SR**_{*i*} du raidisseur, voir Figure 3.1.5 b). L'espace paramétrique peut ainsi être défini pour chaque **SR**_{*i*} du raidisseur Oméga, voir Figure 3.1.5 c).

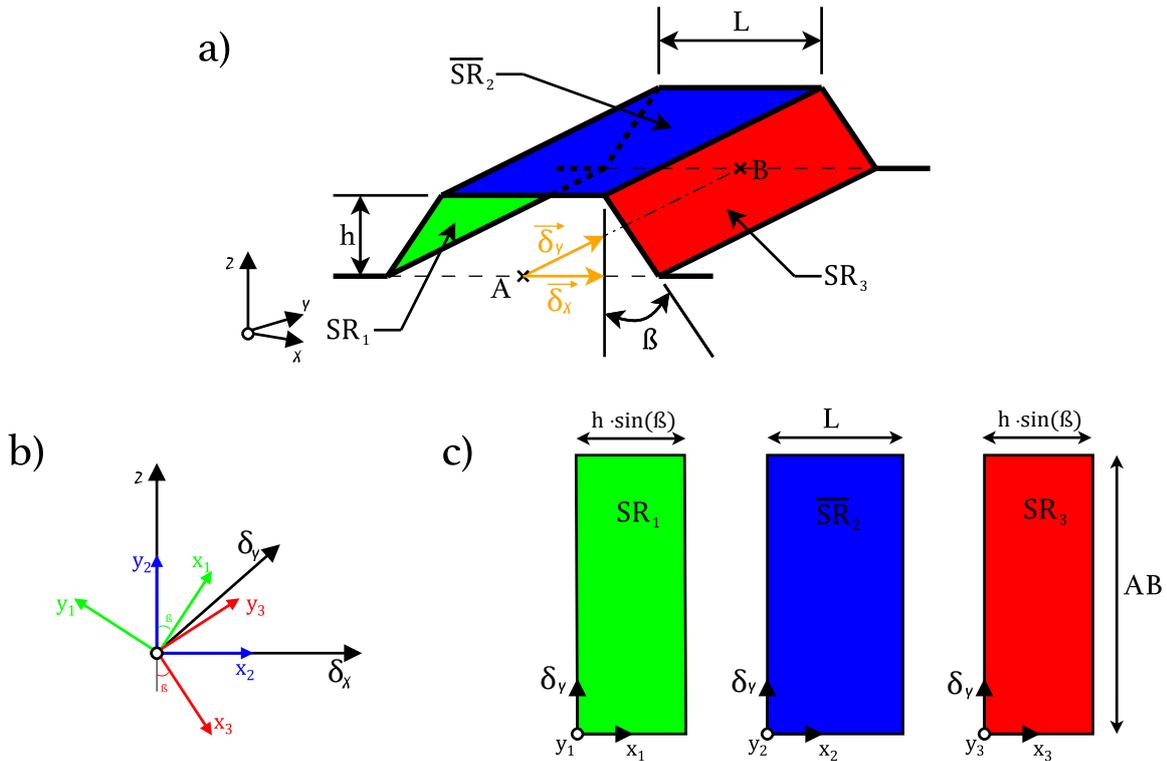


FIGURE 3.1.5 – Espaces des paramètres des **SR** d'un raidisseur Oméga :

- a) Définition des vecteurs directeurs $\vec{\delta}_x$ et $\vec{\delta}_y$
- b) Repère local de l'espace des paramètres de chaque **SR**
- c) Représentation de chaque **SR** dans son espace de paramètres

Espace des paramètres des raidisseurs de type Cylindre

Le découpage des raidisseurs de type Cylindre est fait par l'utilisation de deux **SR**, voir Figure 3.1.6 a), dont l'espace paramétrique dépend de l'ensemble des points discrétisant le contour du profil du raidisseur. L'ensemble de ces points discrétisés est, bien évidemment, dépendant des paramètres de formes du raidisseur Cylindre choisi, soit de la hauteur h , de la largeur L ainsi que du vecteur directeur $\vec{\delta}_y$ de la droite (AB) . Le profil de forme des raidisseurs extrudés est défini, de la même manière que pour les raidisseurs de type Oméga, sur le plan défini par les vecteurs $\vec{\delta}_x$ et \vec{Z} . Une spline akima¹ est utilisée à partir des points discrétisés pour construire le contour de chacun des profil des **SR** du raidisseur Cylindre. Afin de définir l'espace des paramètres, nous utilisons ainsi les propriétés de développabilité des **SR**. Les splines akimas sont paramétrées de 0 à 1. Ainsi pour chaque point de discrétisation A_i de la courbe (avec $i = 0 \dots n$), on définit la longueur de la spline l_i telle que l_i soit la longueur entre A_{i-1} et A_i où $i = 1 \dots n$, voir Figure 3.1.6 b). On définit ainsi la longueur de la spline Φ telle que $\Phi = \sum_i l_i$. L'espace des paramètres du cylindre est donc défini par le développement de cette spline sur le plan défini par le vecteur $\vec{A_i A_{i+1}}$ et $\vec{\delta}_y$ vecteur de direction d'extrusion, voir Figure 3.1.6 c).

1. Voir en Annexe pour plus d'informations concernant la construction des splines akimas [Akima 70]

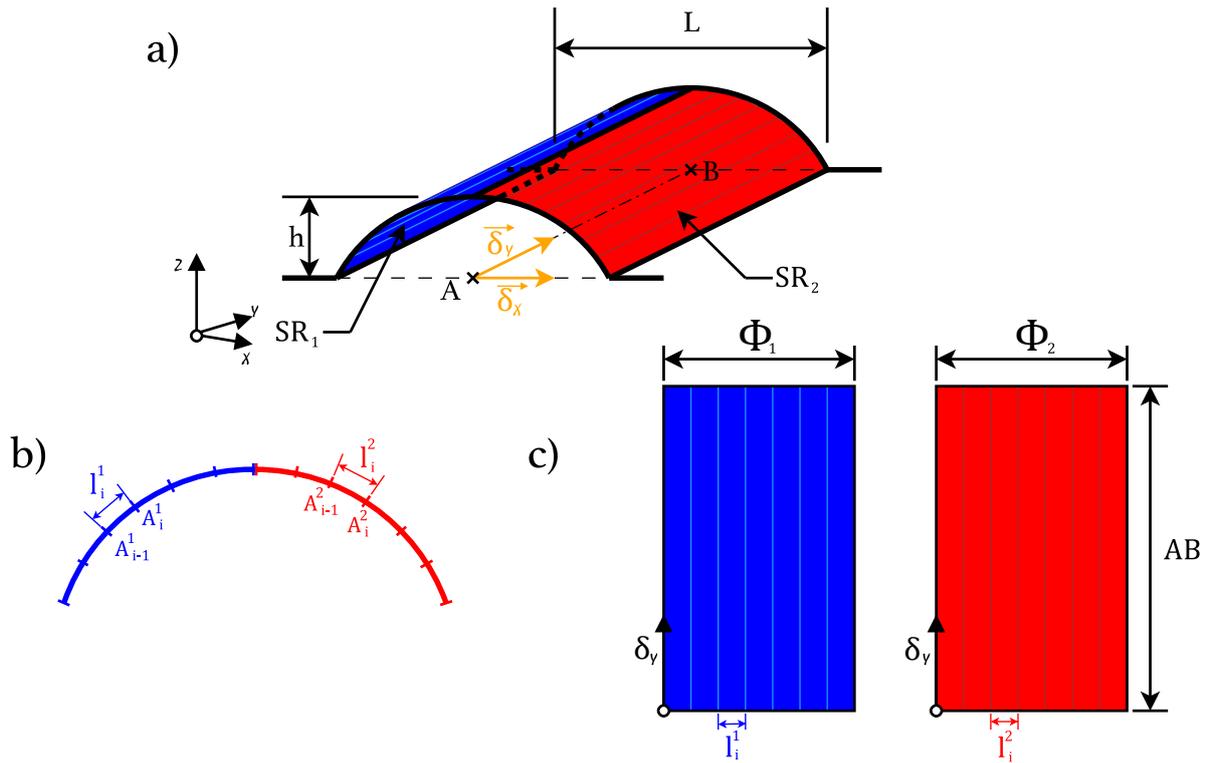


FIGURE 3.1.6 – Espaces des paramètres des **SR** d'un raidisseur Cylindre :
 a) Définition des vecteurs directeurs $\vec{\delta}_x$ et $\vec{\delta}_y$
 b) Représentation d'une discrétisation de la spline d'un **SR**
 c) Représentation développée de chaque **SR** dans son espace de paramètres

3.1.3 Définitions des raidisseurs à formes fermées

La définition des formes fermées tel que le dôme d'une sphère se fait par leur contour unique à hauteur donnée. En d'autres termes, la généralisation de la méthode requiert qu'à une hauteur donnée z_i , le contour de la forme puisse être définie analytiquement ou par discrétisation, de la même manière que pour la \mathcal{RS} .

En prenant pour exemple de raidisseur à forme fermée la sphère (précisément le dôme de la sphère) :

- de centre $O^{(k)}(x_k, y_k, (h^{(k)} - R^{(k)}))$,
- de rayon $R^{(k)}$,
- et de hauteur $h^{(k)}$.

La représentation analytique du contour du raidisseur en fonction de la hauteur z_i , est (Figure 3.1.7) le cercle

- de centre $O_i^{(k)}(x_k, y_k, z_i)$
- et de rayon $R_i^{(k)} = \sqrt{(h^{(k)} - z_i)(2R^{(k)} - (h^{(k)} - z_i))}$.

La discrétisation du cercle, contour de la sphère à hauteur donnée est ainsi possible, Figure 3.1.7.

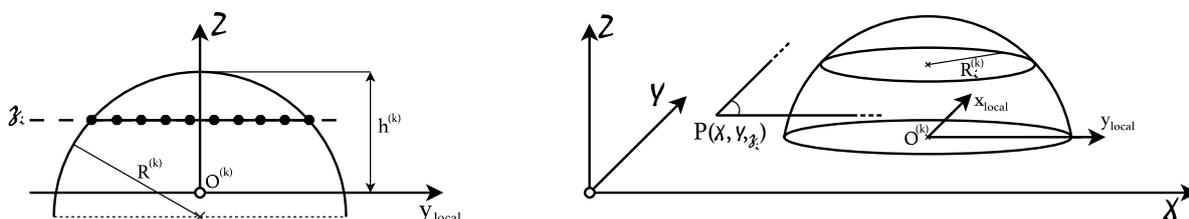


FIGURE 3.1.7 – Représentation d'un dôme sphérique, raidisseur à forme fermée.

Espace des paramètres des raidisseurs de type Sphère

L'espace des paramètres choisi pour le cas des raidisseurs de type Sphère est la projection de la sphère sur la \mathcal{RS} . Autrement dit le maillage est effectué sur un plan avant d'être projeté en 3D. Le choix de cet espace est une approximation rapide amenant à une plus forte densification du maillage de la sphère dans sa périphérie. Toutefois, l'approximation reste valide dans le cadre de notre problème car la *Surface Composée* doit être une *Surface de Monge* et emboutissable, imposant alors un certain angle de dépouille. Les sphères choisies seront ainsi limitées à une hauteur inférieure au rayon.

3.1.4 Définitions des trous

La définition de la géométrie des trous est similaire à la définition des raidisseurs à formes fermées précédemment cités §3.1.3. En effet, le contour d'un trou est identique pour n'importe quelle hauteur de la surface où l'on se trouve. Par conséquent, la définition du contour des trous est faite sur la \mathcal{RS} , soit à une altitude de $z_i = 0$. N'importe quelle forme de trou est donc possible, définie analytiquement ou par discrétisation. Pour une meilleure compréhension du problème et de la méthode, le contour des trous est discrétisé et nous avons utilisé l'exemple de trous circulaires.

La définition des trous est faite telle que le paramétrage d'un trou entaille et redéfinit le contour extérieur de la \mathcal{RS} , mais aussi des autres types de raidisseurs préalablement décrits. La *Surface Composée* - la structure finale - est alors composée d'une \mathcal{RS} , de raidisseurs et de trous s'intersectant librement les uns entre les autres, comme le montre l'illustration de la Figure 3.1.8.

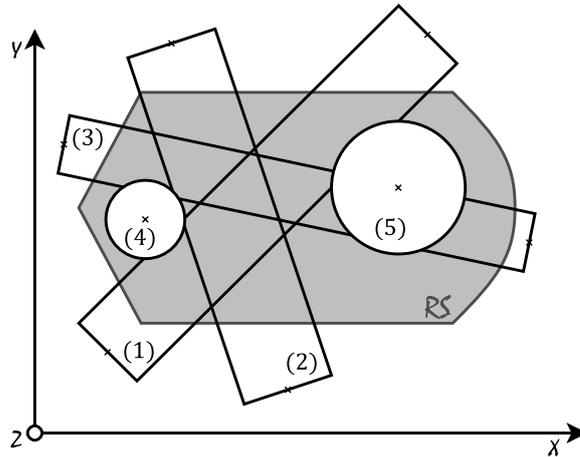


FIGURE 3.1.8 – Représentation schématique en vue du dessus d'une *Surface Composée* de 3 trous, de 3 raidisseurs extrudés et d'une sphère.

3.2 Description synthétique de la méthode FEM-CsG

La méthode FEM-CsG présentée peut être décomposée en 5 étapes distinctes, suivant l'organigramme de la Figure 3.2.1.

- La première étape correspond au maillage de la \mathcal{RS} , à cette étape, les lignes de contrôle représentant la « trace » des raidisseurs sont calculées, relimitant ainsi les raidisseurs par le contour extérieur de leur surface ainsi que de la \mathcal{RS} pour les trous.
- La deuxième étape correspond à la recherche des intersections 3D entre chacun des raidisseurs (et \mathbf{SR}) par l'utilisation de la méthode des plans parallèles (ou méthodes des plans auxiliaires, [Leroy 55]).
- A partir des points d'intersection obtenus, l'étape 3 permet de définir le calcul des lignes d'intersection entre l'ensemble des raidisseurs.
- La quatrième étape correspond à la capture des lignes de contrôle. Les lignes de contrôle, obtenues par opération booléenne, définissent les intersections entre la \mathcal{RS} , les raidisseurs, et les trous. Le maillage est ensuite réalisé à partir des lignes de contrôle obtenues.
- La cinquième et dernière étape réalise l'assemblage des différents maillages des raidisseurs par l'intermédiaire des lignes de contrôle avant suppression des éléments superflus du maillage par l'algorithme du peintre, [Hughes 13].

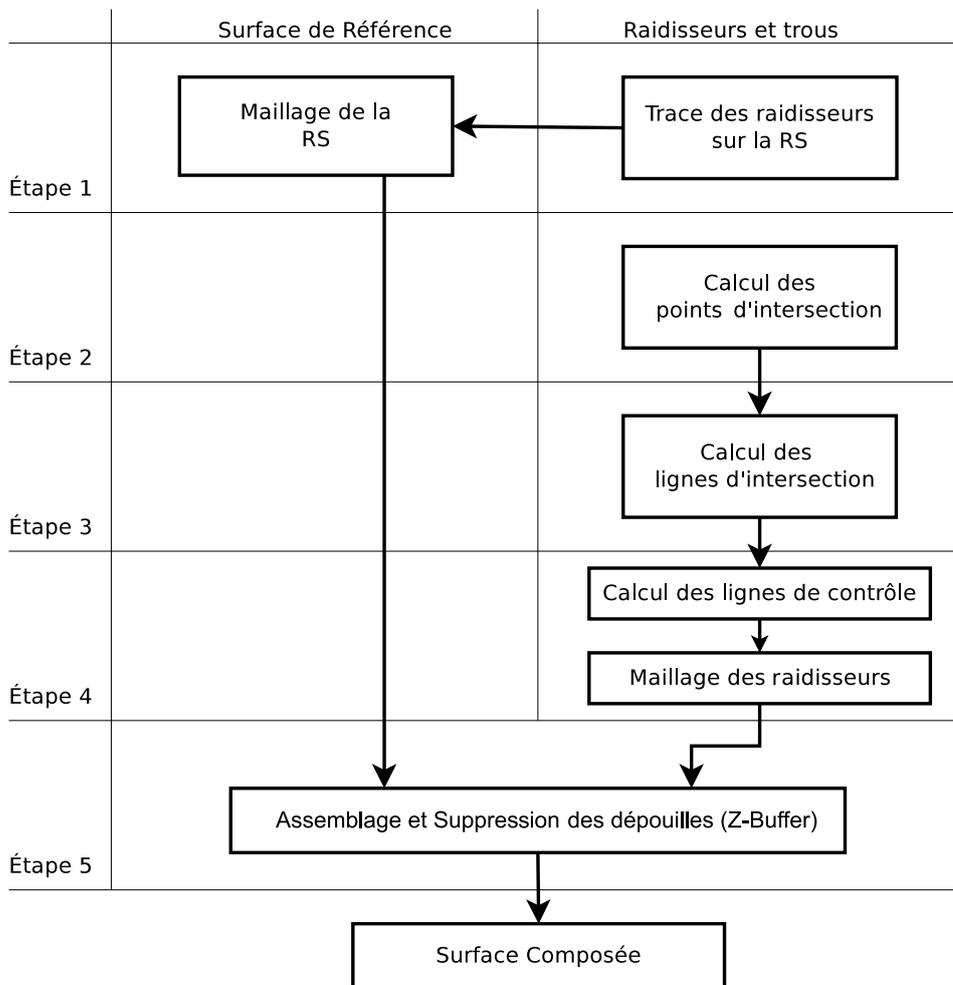


FIGURE 3.2.1 – Organigramme simplifié des étapes de la méthode FEM-CsG

3.3 Maillage de la Surface de référence (\mathcal{RS})

On s'occupe ainsi tout d'abord du maillage de la \mathcal{RS} qui sera considérée comme une surface *plateau* à $z = 0$.

3.3.1 Cas des raidisseurs extrudés et à formes fermées.

Définis par des lignes discrètes, les points d'intersection entre le contour de la \mathcal{RS} et le contour des raidisseurs extrudés sont calculés, représentés par les points A, B, C, D de la Figure 3.3.1.

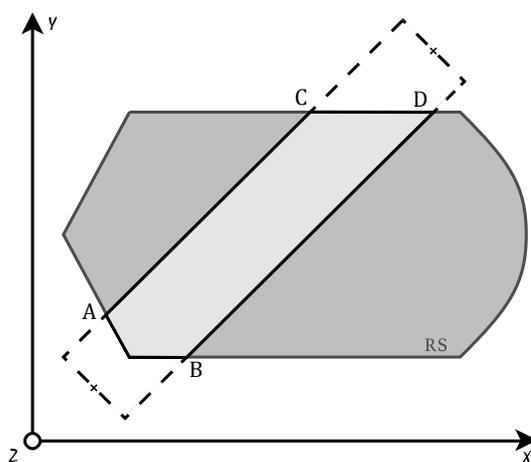


FIGURE 3.3.1 – Représentation d'une \mathcal{RS} intersectée par un raidisseur extrudé.

À la fin du processus, les contours extérieurs et intérieurs de la \mathcal{RS} sont définis par un ensemble de courbes. Les extrémités de ces courbes (AC et BD) sont les points d'intersection préalablement calculés. Ces courbes seront alors considérées comme les *lignes de contrôle* du maillage de la \mathcal{RS} . Un maillage est ensuite effectué, voir Figure 3.3.2. L'ensemble des éléments à l'intérieur du contour délimités par les raidisseurs (en rouge sur la Figure 3.3.2) ne sera pas visible et sera par la suite supprimé.

L'opération est effectuée de manière identique pour l'ensemble des raidisseurs. Les raidisseurs à formes fermées possèdent, comme les raidisseurs extrudés, un contour dont on recherchera les intersections avec la \mathcal{RS} . Par ailleurs, l'intersection entre raidisseurs est possible. Ce qui implique l'existence d'une intersection entre les différentes lignes de contrôle de chacun des raidisseurs. Il est alors nécessaire de

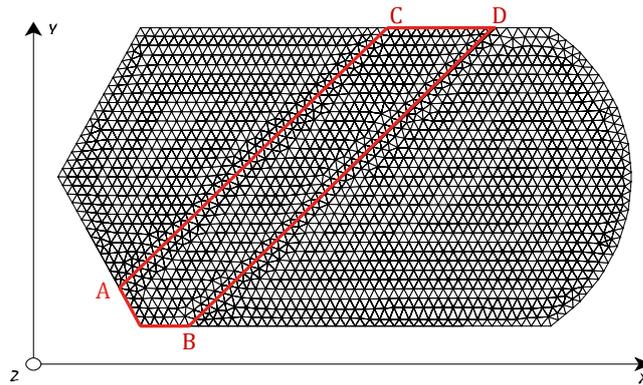


FIGURE 3.3.2 – Représentation d’un maillage d’une \mathcal{RS} par l’utilisation de lignes de contrôle données par un raidisseur extrudé.

calculer les points d’intersection des lignes de contrôle entre chacun des raidisseurs avant de mailler la \mathcal{RS} , un exemple est montré sur la Figure 3.3.3.

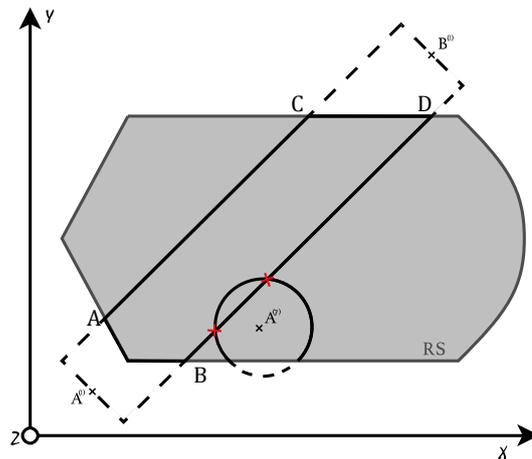


FIGURE 3.3.3 – Représentation d’une \mathcal{RS} intersectée par un raidisseur extrudé et de forme sphérique.

3.3.2 Cas des trous.

Le cas des trous est très similaire à celui des raidisseurs à formes fermées, à la différence près que les trous vont redéfinir le contour de la \mathcal{RS} ainsi que la trace des raidisseurs sur cette dernière. En d'autres termes, les trous vont « redessiner » le contour extérieur et intérieur de la \mathcal{RS} avec qui les raidisseurs vont être relimités, Figure 3.3.4.

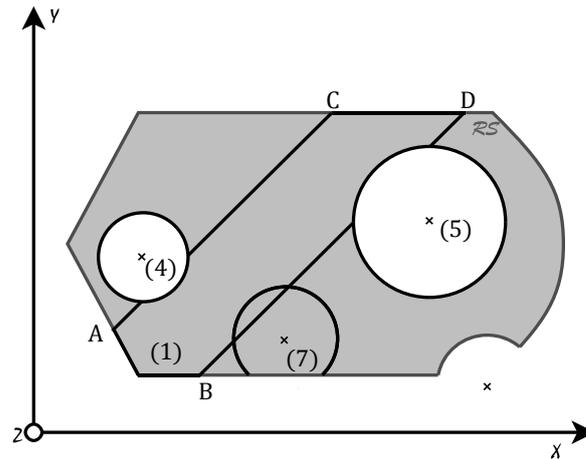


FIGURE 3.3.4 – Vue du dessus d'un raidisseur relimité par la \mathcal{RS} et 2 trous.

Le contour extérieur de chaque raidisseur est ainsi relimité entièrement tant par la \mathcal{RS} que par les trous environnants. D'autres part, l'intersection des raidisseurs sur la \mathcal{RS} , autrement dit l'intersection de la trace des raidisseurs sur la \mathcal{RS} est calculée afin d'assurer une cohérence et une continuité du maillage au niveau de l'intersection. On retrouve sur la Figure 3.3.5 une vue de dessus du raidisseur (1) relimité par la \mathcal{RS} et 2 trous (4) et (5) - notation de la Figure 3.3.4.



FIGURE 3.3.5 – Vue du dessus du contour extérieur du raidisseur (1) relimité par la \mathcal{RS} et 2 trous.

Afin d'obtenir un maillage complet de la structure, nous devons exécuter un maillage de la \mathcal{RS} mais aussi de chacun des raidisseurs qui peuvent s'intersecter les uns les autres. D'autant plus que chaque raidisseur est une surface développable.

L'idée par la suite est alors de trouver l'espace des paramètres le plus propice pour mailler chacun des raidisseurs. Les intersections des raidisseurs entre eux doivent, par la suite, être calculées afin que les lignes d'intersection obtenues soit considérées comme des lignes de contrôle du maillage des raidisseurs.

3.4 Points d'intersection

Afin de calculer les lignes d'intersection permettant de définir les lignes de contrôle du maillage de chacun des raidisseurs, il nous faut calculer des points d'intersection permettant de les tracer. L'espace des paramètres de chaque raidisseur n'est utilisé que lors du maillage, autrement dit, le calcul des points d'intersection est fait en 3D et non pas dans l'espace des paramètres de chaque raidisseur. Toutefois, de manière à illustrer nos propos, l'ensemble des intersections représentées sur les schémas dans la suite du document correspond à une projection du point d'intersection calculé en 3D sur l'espace des paramètres.

3.4.1 Principe général de la méthode des plans parallèles

Le principe des plans parallèles provient de la méthode des plans auxiliaires, [Leroy 55, Gabriel-Marie 93]. Le principe de la méthode est proche de celle utilisée pour définir les intersections avec la base. En effet, le principe est d'incrémenter un plan parallèle à la \mathcal{RS} suivant la normale \vec{Z} afin d'obtenir la trace de chacun de ces raidisseurs sur ce plan incrémenté. L'intersection des traces des raidisseurs donne par conséquent un point (dans le cas général). Ce point obtenu correspond au point d'intersection entre ces deux raidisseurs à la hauteur incrémentée donnée. En incrémentant donc le problème d'une altitude $Z = 0$ à $Z = h_{max}$ où h_{max} est la hauteur du plus haut raidisseur, on obtient donc une succession de points d'intersection entre chacun des raidisseurs. Ce qui nous permet ainsi de tracer la ligne d'intersection à partir de ces points. Des exemples d'application sur l'ensemble des différents types de raidisseurs seront proposés par la suite.

Il est nécessaire d'obtenir les intersections de tous les raidisseurs à leur hauteur maximum. Ainsi la hauteur de chaque raidisseur est insérée dans les différents paliers d'incrémentation. Si, l'on prend par exemple deux raidisseurs distincts : (1) et (2) de hauteur respective $h^{(1)}$ et $h^{(2)}$ avec $h^{(1)} < h^{(2)}$. La hauteur maximum h_{max} sera donc égale à $h^{(2)}$ et en prenant une incrémentation linéaire $i = 1 \dots m$

tel que $z_i = \frac{i}{m} \cdot h_{max}$, l'ensemble des hauteurs d'incrémentations sera :

$$z_{inc} = \{h^{(1)}, z_1, z_2, \dots, z_m\}$$

De manière à généraliser la méthode, l'ensemble des contours et des formes est discrétisé et non pas analytique. Ainsi, les points d'intersection obtenus sont « par défaut » des intersections de segments discrétisés.

3.4.2 Cas des raidisseurs extrudés

Dans le cas des raidisseurs extrudés, les points d'intersection vont être recherchés par **SR**. Il existe malgré tout 2 types de sous-raideurs, tel que nous l'avons défini §3.1.2, les **SR** et les **SR** dit *plateau* perpendiculaires à la normale \vec{Z} .

3.4.2.1 Cas des SR classiques

Dans le cas des **SR**, l'intersection entre le plan incrémenté et un sous-raideur correspond à une ligne droite. L'intersection de ces lignes droites entre elles donnent, dans le cas général, un point. Ce point obtenu correspond à un point d'intersection entre deux **SR** respectifs de deux raidisseurs distincts. La Figure 3.4.1 montre un exemple d'intersection de deux raidisseurs Oméga (1) et (2) s'intersectant via l'utilisation d'un plan auxiliaire $\mathcal{P}(X, Y, z_i)$ d'altitude $Z = z_i$.

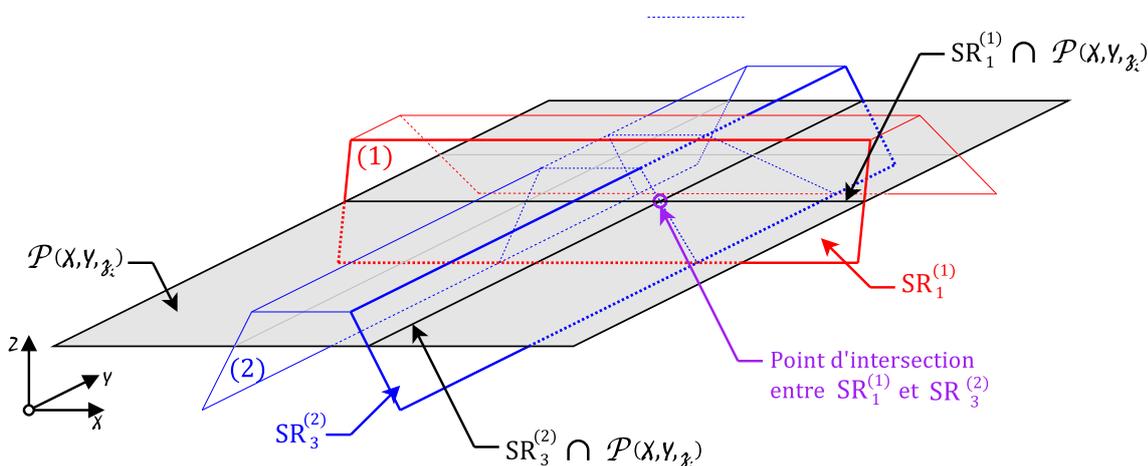


FIGURE 3.4.1 – Recherche des points d'intersection entre deux **SR**.

En prenant donc un seul \mathbf{SR} dans son espace de paramètres, le $\mathbf{SR}_1^{(1)}$ de la Figure 3.4.1 par exemple, et si l'on recense l'ensemble des points intersectés après incrémentation de $Z = 0$ à $Z = h_{max}$ qui ici correspond à la hauteur du raidisseur (1), les lignes d'intersection entre les deux raidisseurs qui relient les points d'intersection des \mathbf{SR} respectifs peuvent être aisément construites, voir Figure 3.4.2, ce que nous verrons par la suite dans le §3.5.

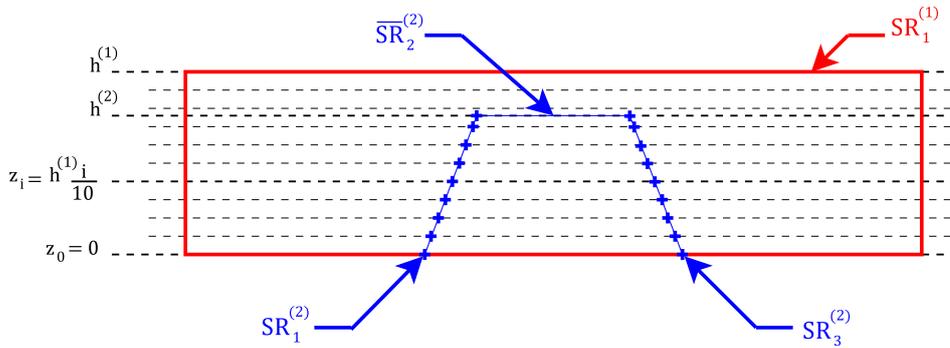


FIGURE 3.4.2 – Ensemble des points d'intersection d'un \mathbf{SR} intersecté par un raidisseur Oméga

Comme on peut l'apercevoir sur la Figure 3.4.2, le $\mathbf{SR}_1^{(1)}$ est intersecté par un raidisseur *plateau* $\overline{\mathbf{SR}}_2^{(2)}$ perpendiculaire à la normale \vec{Z} . L'intersection entre le plan $\mathcal{P}(X, Y, h^{(2)})$ et le $\overline{\mathbf{SR}}_2^{(2)}$ correspond à l'ensemble des points de $\overline{\mathbf{SR}}_2^{(2)}$ et non pas à une ligne, il s'agit d'un cas particulier que nous allons voir par la suite dans le §3.4.2.2.

Ainsi, on effectue à chaque hauteur incrémentée la même opération entre chaque \mathbf{SR} deux à deux. Par ailleurs, connaissant au préalable les propriétés géométriques des raidisseurs, l'intersection entre deux \mathbf{SR} issue du même raidisseur n'est pas recherchée.

3.4.2.2 Cas des $\overline{\mathbf{SR}}$ plateaux

Le cas des sous-raideurs *plateaux*, s'apparente au problème de la \mathcal{RS} . En effet, aisément identifiable le $\overline{\mathbf{SR}}$ est perpendiculaire à la normale \vec{Z} . autrement dit, il est possible de calculer la trace des raidisseurs intersectant le \mathbf{SR} défini par son contour. Ainsi, pour un raidisseur de type Oméga, le contour d'un \mathbf{SR} est un rectangle. Soit \mathcal{L} la ligne droite d'intersection d'un \mathbf{SR} avec le plan auxiliaire $\mathcal{P}(X, Y, \bar{h})$, où \bar{h} est la hauteur du \mathbf{SR} . L'intersection de ce contour avec la ligne \mathcal{L} correspondra aux points d'intersection entre les 2 raidisseurs. Ces points d'intersection permettront de construire la trace du \mathbf{SR} intersecté sur le \mathbf{SR} , par la

suite cette trace des raidisseurs correspondra à une ligne de contrôle du maillage du plateau $\overline{\text{SR}}$.

Pour illustrer les propos, reprenons l'exemple de la Figure 3.4.1, mais cette fois-ci avec un plan auxiliaire à la hauteur $h^{(2)}$ correspondant à l'altitude du $\overline{\text{SR}}_2^{(2)}$, Figure 3.4.3.

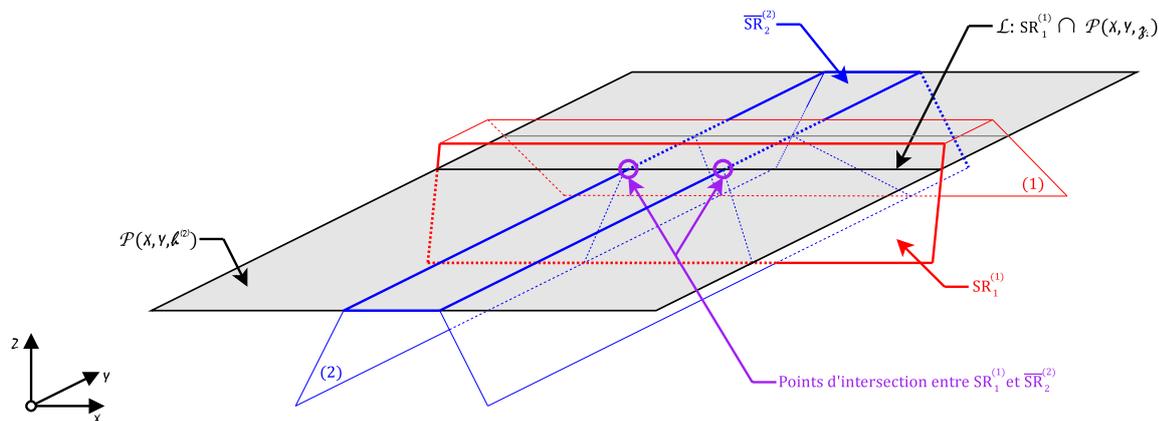


FIGURE 3.4.3 – Recherche des points d'intersection entre un SR et un $\overline{\text{SR}}$

Ainsi, en recherchant les intersections entre les $\overline{\text{SR}}$ et les autres SR , on obtient un ensemble de points, nous permettant par la suite de tracer les lignes de contrôle du maillage. En prenant donc un seul $\overline{\text{SR}}$ dans son espace de paramètres, le $\overline{\text{SR}}_2^{(2)}$ de la Figure 3.4.3 par exemple, on recense alors l'ensemble des points intersectés par le contour du plateau par le raidisseur (1), voir Figure 3.4.4.

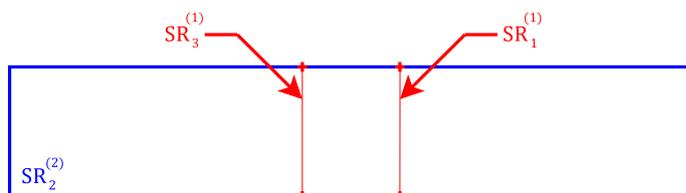


FIGURE 3.4.4 – Ensemble des points d'intersection d'un $\overline{\text{SR}}$ intersecté par un raidisseur Oméga

Ainsi dans le cas des sous-raideurs *plateau*, on considère seulement leur contour afin de déterminer les point d'intersection avec les autres raidisseurs, que nous utiliserons afin de tracer la ligne d'intersection sur le *plateau*. Par ailleurs, on peut remarquer que les raidisseurs à formes fermées sont définis par leur contour extérieur à une altitude donnée z_i , voir §3.1.3.

3.4.2.3 Cas de parallélisme entre raidisseurs extrudés

Lorsque deux raidisseurs extrudés parallèles s'intersectent, les lignes d'intersection de chaque **SR** obtenues par intersection avec le plan auxiliaire $\mathcal{P}(X, Y, z_i)$ sont parallèles. Par ailleurs, pour chaque **SR** il n'existe qu'une seule ligne d'intersection \mathcal{L}_Δ à altitude z_Δ inconnue *a priori*, Figure 3.4.5 **a**), en d'autres termes l'intersection ne peut être obtenue par un plan auxiliaire incrémenté $\mathcal{P}(X, Y, z_i)$. Le cas correspond au cas particulier où les vecteurs directeurs des raidisseurs $\vec{\delta}_y^{(i)}$ sont parallèles. Il est par conséquent nécessaire de rechercher l'intersection entre les deux raidisseurs directement au niveau du profil des raidisseurs extrudés, c'est-à-dire dans le plan $(\vec{\delta}_x^{(i)}, \vec{Z})$, Figure 3.4.5 **b**). Le point obtenu permet ainsi de tracer la ligne d'intersection \mathcal{L}_Δ de vecteur directeur $\vec{\delta}_y^{(i)}$.

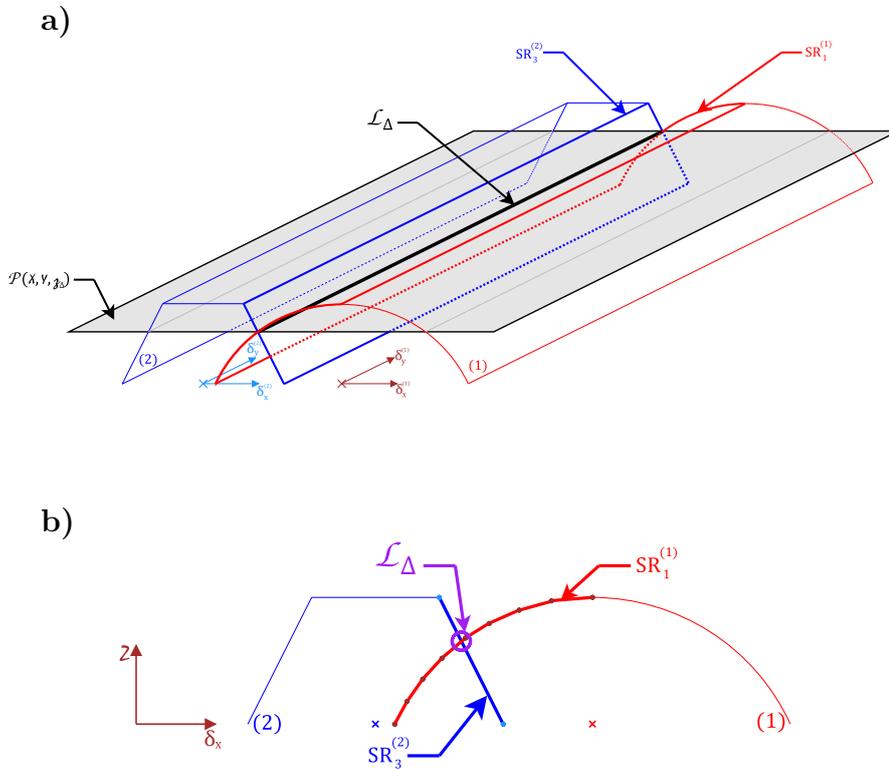


FIGURE 3.4.5 – Cas d'intersection de deux raidisseurs extrudés parallèles
a) Représentation de la ligne d'intersection \mathcal{L}_Δ entre les deux raidisseurs
b) Recherche de l'intersection dans le profil commun des deux raidisseurs $(\vec{\delta}_x^{(i)}, \vec{Z})$.

3.4.3 Cas des raidisseurs à formes fermées

Prenons le cas des raidisseurs à formes fermées, telle que la sphère ; leur contour est défini en fonction d'une altitude donnée, soit $\mathcal{C}_i^{(k)} : z_i \rightarrow f^{(k)}(z_i)$, pour un raidisseur (k) donné. Ainsi, on cherche à obtenir l'ensemble des points d'intersection entre les différents contours (pour le cas des raidisseurs à formes fermées) et les différents **SR** (pour le cas des raidisseurs extrudés). Prenons le cas par exemple d'une sphère (1) intersectant un raidisseur extrudé Oméga (2) d'un côté et de l'autre une sphère (3) sur la Figure 3.4.6.

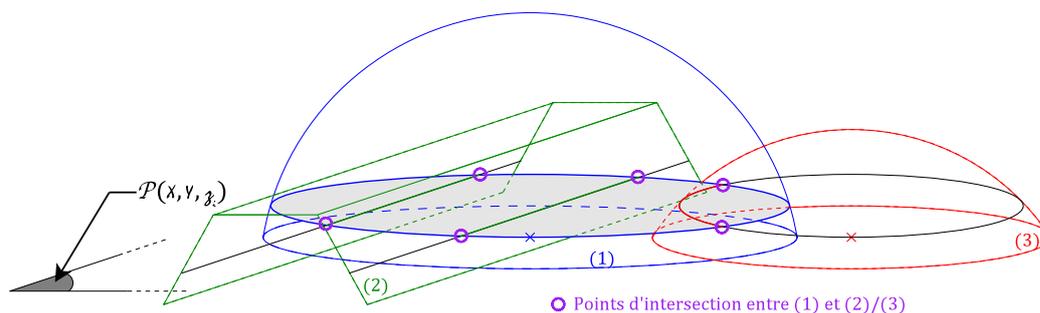


FIGURE 3.4.6 – Exemple de recherche des points d'intersection d'une Sphère (1) avec un Oméga (2) et une Sphère (3)

Ainsi en incrémentant le processus, on obtient de la même manière que pour les formes extrudées, un ensemble de points nous permettant de construire les lignes d'intersections. En prenant la sphère en vue de dessus, on obtient alors la représentation géométrique des intersections dans la Figure 3.4.7.

Ce que l'on peut remarquer c'est que la hauteur du raidisseur Oméga étant connue, nous connaissons la hauteur d'incrémentation nécessaire pour trouver l'intersection avec le *plateau* de l'Oméga. Toutefois, on peut remarquer que l'intersection entre les deux sphères (1) et (3), nécessite une interpolation de la ligne d'intersection, ce que nous développerons §3.5.

D'autre part, lorsque l'on observe les intersections obtenues sur la Figure 3.4.7, on peut remarquer que l'intersection sur un **SR** d'une sphère va se faire en recherchant les intersections des contours de la sphère avec \mathcal{L} , la ligne d'intersection du **SR** avec le plan $\mathcal{P}(X, Y, z_i)$, voir Figure 3.4.8 **a**), il en va de même pour le **SR** voir Figure 3.4.8 **b**).

Nous avons ainsi défini comment les points d'intersection étaient calculés pour chacun des raidisseurs, mais les intersections entre les trous et la **RS** existent et sont basés sur le même principe que pour les *plateaux*. Toutefois, une nette différence se détache, étant donné que les trous et la **RS** relimitent les raidisseurs

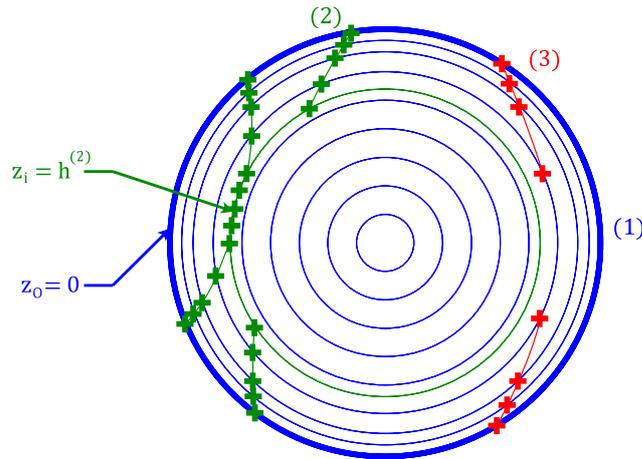


FIGURE 3.4.7 – Ensemble des points d'intersection d'une Sphère (1) avec un Oméga (2) et une Sphère (3) en vue du dessus de la Figure 3.4.6

et par conséquent les intersections obtenues. Il est donc nécessaire de calculer l'ensemble des lignes d'intersection avant de relimiter les raidisseurs par les trous et la \mathcal{RS} .

3.5 Lignes d'intersection

Le calcul des lignes d'intersection est fait en rejoignant l'ensemble des points d'intersection 3D précédemment obtenu par interpolation par des splines akimas². L'ensemble des lignes d'intersection obtenues est par la suite discrétisées en 3D dans l'optique du maillage, il est par conséquent nécessaire d'avoir une discrétisation cohérente par rapport à la taille d'éléments du maillage souhaité.

On distingue deux types d'intersection :

- Les intersections 2D correspondant aux intersections des raidisseurs extrudés parallèles (ces intersections se situent sur le profil d'extrusion des raidisseurs) ou aux intersections de raidisseurs avec un raidisseur de type *plateau* tel un $\overline{\text{SR}}$.
- Les intersections 3D correspondant à toute les autres intersections entre raidisseurs.

Toutefois plusieurs cas particuliers sont à relever lors de l'obtention des lignes d'intersection. Tout d'abord, le cas de la sphère, que l'on a précédemment vu

². Voir en Annexe pour plus d'informations concernant la construction des splines akimas [Akima 70]

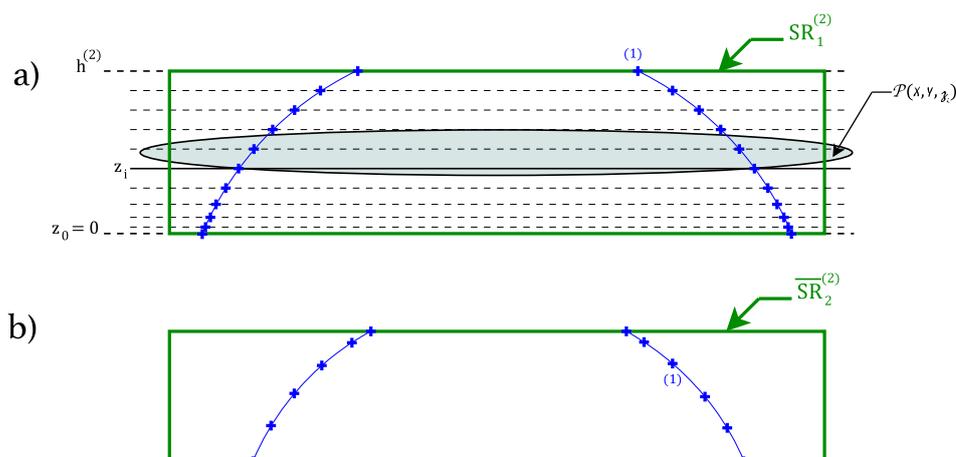


FIGURE 3.4.8 – Vue normale aux **SR** de l'intersection d'une sphère avec un **SR** (a) et avec un **SR** (b).

§3.4.3, où la ligne d'intersection peut nécessiter « une interpolation », d'autres part le cas particulier d'une intersection de deux radisseurs dont le *plateau* se trouvent à la même altitude, en effet, les lignes d'intersection doivent être redéfinies en vue d'une meilleure homogénéisation du maillage. Le dernier cas, et non des moindres, correspond aux cas des « points triples » ; ce dernier convient aux problèmes d'intersection de trois (ou plus) raidisseurs entre eux et dont les points d'intersection communs à ses trois raidisseurs ne sont pas connus *a priori*, car la méthode recherche les intersections des raidisseurs deux à deux.

3.5.1 Cas d'intersections partielles des formes fermées (sphère)

Reprenons l'exemple d'intersection des deux sphères présenté au §3.4.3 : Figures 3.4.6 et 3.4.7. Par propriété géométrique, l'intersection de deux formes fermées ne correspond qu'à une ligne d'intersection débutant et finissant sur la \mathcal{RS} .

Ne connaissant pas l'altitude maximum d'intersection \bar{h}_{max} entre les deux formes étudiées (1) et (3), il est nécessaire d'organiser un raffinement adaptif. L'incrément se fait donc entre le dernier incrément d'intersection j et le suivant $j + 1$, où l'on va chercher de nouveaux points d'intersection entre les 2 formes, comme l'illustre la Figure 3.5.1.

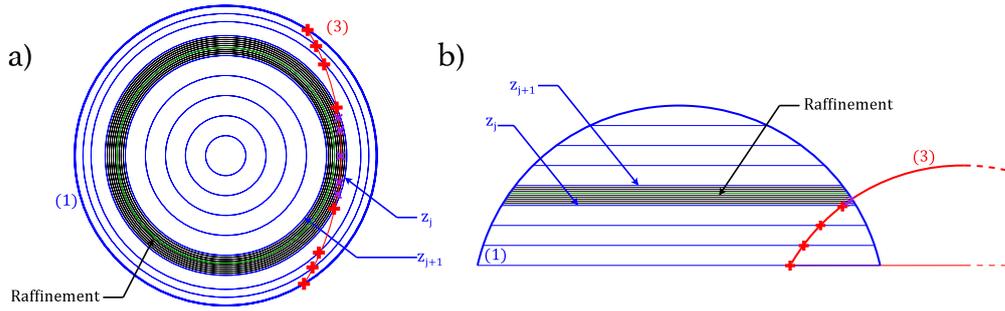


FIGURE 3.5.1 – Raffinement adaptatif de recherche d'intersection entre deux sphères en vue de dessus (a) et de côté (b).

3.5.2 Cas des intersections de plateaux à même altitude

Lorsque deux *plateaux* s'intersectent, comme par exemple deux $\overline{\text{SR}}$, le maillage de ces derniers se fait dans le même plan parallèle à la base $\mathcal{P}(X, Y, h)$ d'altitude h , hauteur des deux raidisseurs. Les lignes d'intersection appartiennent donc au même plan $\mathcal{P}(X, Y, h)$, comme l'illustre la Figure 3.5.2.

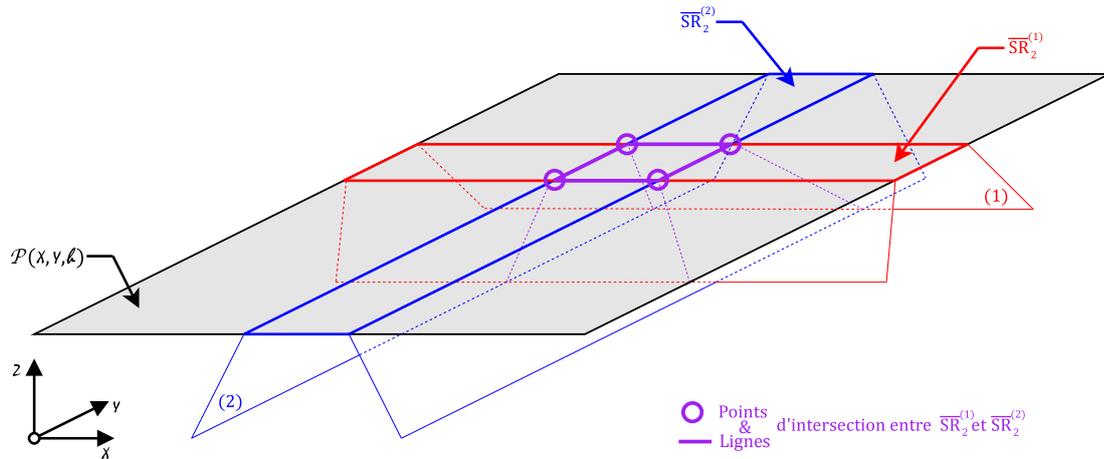


FIGURE 3.5.2 – Points et lignes d'intersection entre deux $\overline{\text{SR}}$ de même altitude.

Ces lignes d'intersection sont superflues, elles contraignent le maillage inutilement. Ces lignes de contrôle sont alors supprimées, toutefois, pour le maillage il est nécessaire de « fusionner » les deux $\overline{\text{SR}}$ en un seul *plateau*, de manière à assurer une bonne continuité du maillage entre les deux $\overline{\text{SR}}$, illustré sur la Figure 3.5.3.

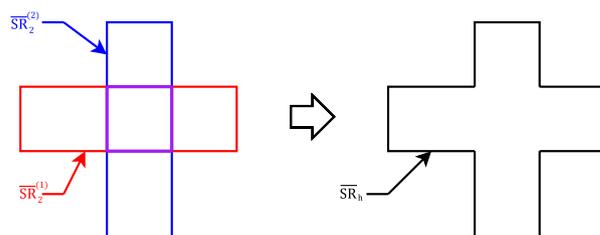


FIGURE 3.5.3 – Illustration de la « fusion » entre deux \overline{SR} de même altitude.

3.5.3 Cas des « points triples » d'intersection

On appelle les *points triples* les point d'intersection créés par l'intersection d'au moins trois raidisseurs. Illustrons notre propos avec l'exemple de la Figure 3.5.4, où trois raidisseurs extrudés (2 Omégas et 1 Cylindre) s'intersectent en un point d'intersection triple.

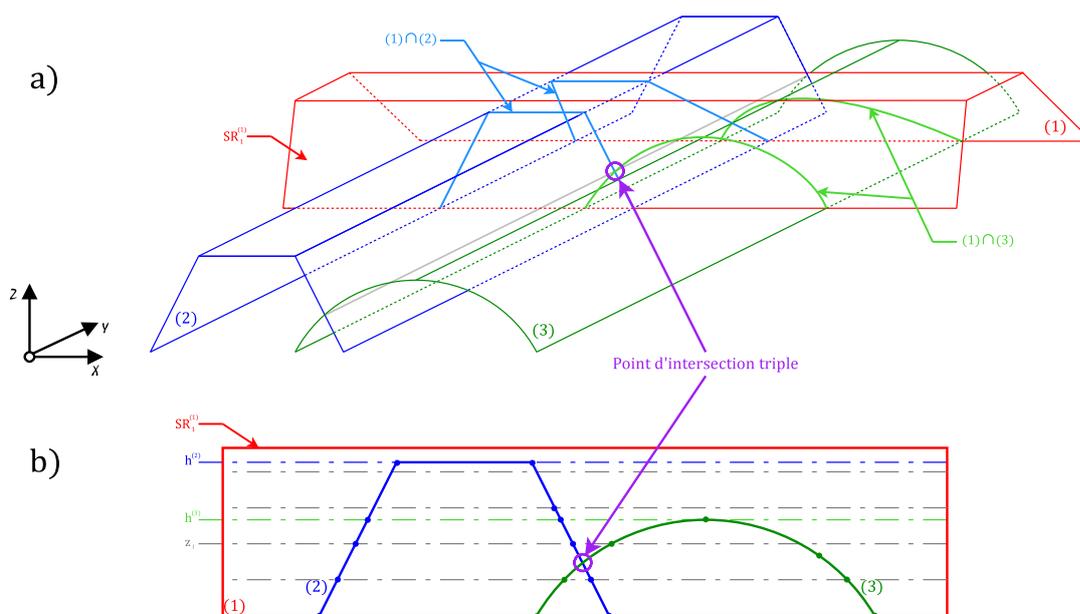


FIGURE 3.5.4 – Illustration d'intersection de trois raidisseurs extrudés en un point triple (a) et de sa représentation projetée (b) sur un SR .

Le point triple correspond en d'autres termes au point d'intersection des lignes d'intersection obtenues deux à deux entre les raidisseurs. L'altitude (et la position) de ce point triple 3D n'est pas connue *a priori* à la recherche des points d'intersection des raidisseurs. Ayant choisi une incrémentation arbitraire de recherche des

points d'intersection, le point triple n'a donc pas été calculé (sauf dans le cas de coïncidence heureuse). Les courbes d'intersection étant 3D il ne convient pas de rechercher le point d'intersection triple directement sur l'espace des paramètres des **SR**. Ainsi, on cherchera les intersections possibles entre les lignes d'intersection précédemment calculées par spline akima en les projetant en \vec{Z} (autrement dit, sur un plan médian parallèle à la \mathcal{RS}). Le point d'intersection calculé est un point paramétré de la spline, nous permettant ainsi de la reprojeter en 3D.

3.6 Lignes de contrôle et maillage

Après avoir obtenu l'intégralité des intersections entre les différents raidisseurs, nous pouvons définir les lignes de contrôle nécessaires au maillage. Ces lignes de contrôle sont l'ensemble des lignes d'intersection, des contours des raidisseurs et de la \mathcal{RS} . Toutefois, l'ensemble des courbes d'intersection et des contours extérieurs des raidisseurs nécessite une relimitation par les trous et par la \mathcal{RS} . Ensuite, nous chercherons à capturer seulement les lignes de contrôle pertinentes au problème.

3.6.1 Relimitation par les trous et la surface de référence (\mathcal{RS})

3.6.1.1 Relimitation par les trous

Les trous, par définition même, découpent aussi bien la surface de référence que les raidisseurs déposés sur cette dernière. Par ailleurs, un trou est défini par un contour fermé préalablement discrétisé. Ainsi, 3 étapes de création de trous peuvent être définies :

Recherche des intersections :

Strictement de la même manière que pour le cas des raidisseurs à formes fermées, on va rechercher les points (§3.4.3) et les lignes d'intersection (§3.5) des trous avec l'ensemble des raidisseurs. Sachant que le contour d'un trou reste identique quelque soit la hauteur de recherche où l'on se trouve. Il en va de même avec la \mathcal{RS} , on va chercher les points d'intersection des trous avec le contour extérieur de la \mathcal{RS} . En d'autres termes, entre $z = 0$, soit la \mathcal{RS} et $z = h_{max}$, la hauteur maximum de l'ensemble des raidisseurs, on va chercher les intersections de la \mathcal{RS} et de chacun des raidisseurs avec les trous à toutes les hauteurs de recherche précédemment étudiées, cela inclue donc les hauteurs de chacun des raidisseurs $h^{(i)}$ (§3.4.1) et les hauteurs de raffinement lors d'intersections partielles des formes fermées (§3.5.1).

Par ailleurs, de même que pour la recherche des points « triples » (§3.5.3), on va chercher les points d'intersection avec les lignes d'intersection en les projetant en \vec{Z} . En d'autres termes, l'ensemble des lignes d'intersection est projeté sur la \mathcal{RS} dont on cherche les intersections avec les trous.

L'ensemble des points d'intersection avec les trous ainsi obtenus, on va pouvoir créer des lignes de contrôle liées aux trous et relimenter les lignes de contrôle des raidisseurs et de la \mathcal{RS} par la suppression des points intérieurs aux trous.

Elimination des points intérieurs :

La deuxième étape consiste à supprimer l'ensemble des points d'intersection se situant à l'intérieur des trous. Soit A_i avec $i = 1 \dots m$ un point de discrétisation du trou, O un point quelconque du plan sur lequel le trou est défini et θ_i l'angle formé par les points $A_i \widehat{O} A_{i+1}$, voir Figure 3.6.1, alors :

- Si $\sum \theta_i = 2\pi$, le point O est à l'intérieur du trou.
- Si $\sum \theta_i = 0$, le point O est à l'extérieur du trou.
- Si $\sum \theta_i \neq 0$ ou 2π , le point O se trouve sur le contour du trou.

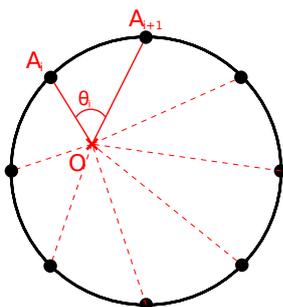


FIGURE 3.6.1 – Recherche des points intérieurs aux trous

Donc, pour tout point des lignes de contour des raidisseurs et de la \mathcal{RS} , on supprime les points à l'intérieur des trous ne conservant ainsi seulement les points à l'extérieur ou situés sur le contour des trous.

Reconstructions des lignes d'intersection en ligne de contrôle :

A partir des points conservés, nous pouvons ainsi reconstruire les lignes de contrôle de la même manière que pour les lignes d'intersection, en utilisant des splines akimas. Par ailleurs, on peut noter qu'une ligne d'intersection relimitée par un trou peut être reconstruite par deux lignes d'intersection distinctes, comme l'illustre la Figure 3.6.2.

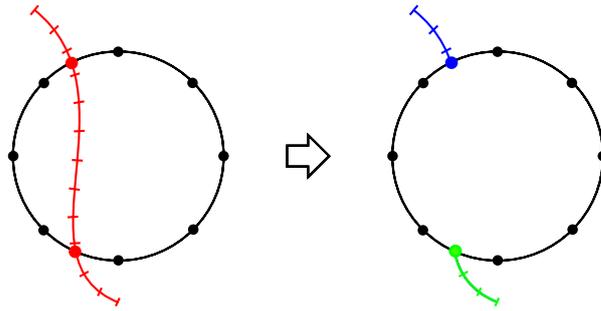
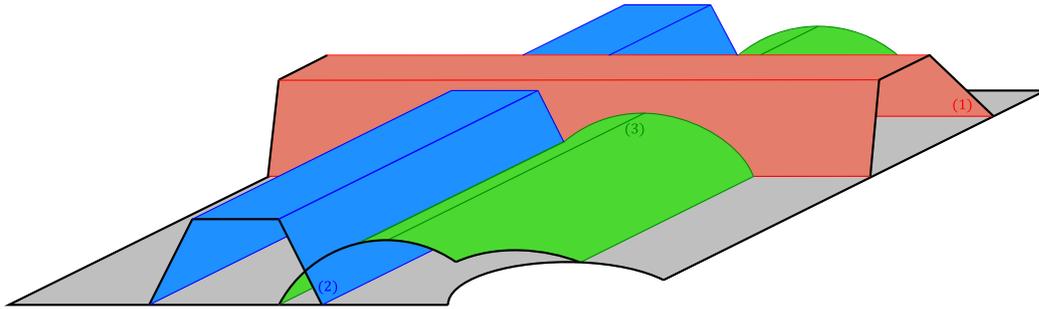


FIGURE 3.6.2 – Relimitation d'une ligne de contrôle par un trou

3.6.1.2 Relimitation par la \mathcal{RS}

Le processus de relimitation par la \mathcal{RS} est identique à celui des trous à la différence près que l'on va utiliser le contour de la \mathcal{RS} (ou les contours dans le cas où la \mathcal{RS} a été découpée par des trous). Ainsi, on découpera les raidisseurs « dépassants » de la \mathcal{RS} , comme illustré Figure 3.6.3.

FIGURE 3.6.3 – Relimitation de raidisseurs par la \mathcal{RS} et par un trou

3.6.2 Capture des lignes de contrôle

On appelle capture des lignes de contrôle le recensement des lignes de contrôle nécessaires au problème posé pour le maillage. Étant donné que la *surface composée* est une surface de Monge (eq :3.0.1) et que nous avons fait le choix que l'on ne garde que le raidisseur à la hauteur la plus élevée, cela signifie qu'il n'y a pas de matière en dessous du plus haut raidisseur. En d'autres termes, toute intersection située en dessous d'une autre est inutile étant donné que le maillage ne sera pas gardé sous cette ligne d'intersection, illustrons notre propos par l'exemple de la Figure 3.6.4.

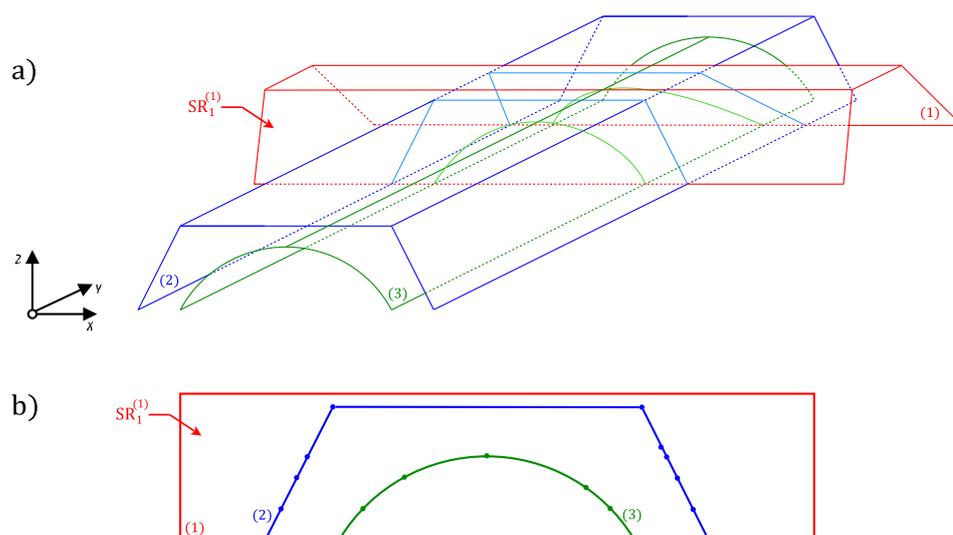


FIGURE 3.6.4 – Illustration de la capture des lignes de contrôle **(a)** et de leurs représentations projetées **(b)** sur un **SR**.

La ligne de contrôle représentant l'intersection entre (1) et (3), en vert sur la Figure 3.6.4 **b)**, n'est pas utile étant donné que le raidisseur (3) aura lui-même disparu étant intégralement caché sous le raidisseur (2). Ainsi, nous allons chercher à supprimer ces lignes de contrôle inutiles dans le but de réduire le coût du calcul et éviter certaines complications inutiles au maillage. La méthode peut ainsi être généralisée pour toutes les lignes d'intersection, ainsi si une ligne d'intersection se trouve en dessous d'une autre cette dernière n'est pas conservée en tant que ligne de contrôle pour le maillage. Pour ce faire, nous vérifions que chaque segment de discrétisation d'une ligne de contrôle se situe en dessous d'une autre ligne de contrôle, méthode simplifiée du *Z-Buffer* que l'on abordera §3.7.2.

Par ailleurs, la capture des lignes de contrôle nous permet de prévenir des problèmes provenant de cas particuliers tel que celui des points « triples » ou des cas de colinéarités des courbes d'intersection :

- *Cas des points triples* : lorsque l'on se retrouve dans le cas d'un point « triple », la ligne de contrôle se doit d'être reconstruite, en effet, seule une « partie » de la ligne d'intersection doit être supprimée. Reprenons l'exemple de la Figure 3.5.4 **b)** afin d'illustrer notre propos. L'opération booléenne d'intersection des raidisseurs se définit ainsi, où l'on ne choisira de garder que les formes « du dessus », Figure 3.5.4.

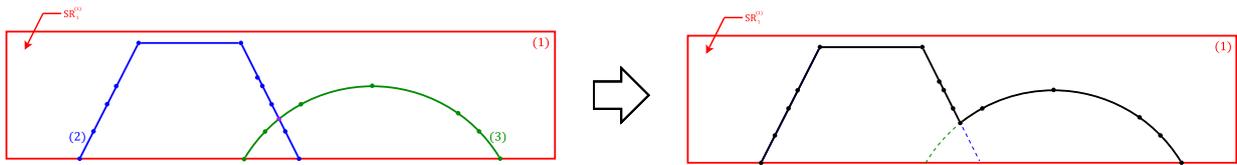


FIGURE 3.6.5 – Illustration de la capture de construction des lignes de contrôle lors d'un cas d'un point «triple»

- *Cas de colinéarité de courbes d'intersection* : Lorsque l'on se retrouve dans le cas où deux courbes d'intersection sont colinéaires, soit en d'autres termes, la ligne de contrôle est identique sur deux (ou plus) lignes d'intersection, de la même manière que pour les points triples seule une ligne de contrôle est construite, fusion des deux lignes d'intersection, ce cas est représenté sur la Figure 3.6.6.

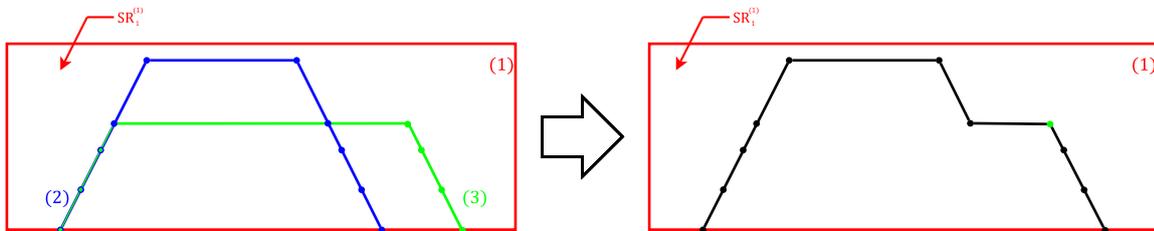


FIGURE 3.6.6 – Illustration de la capture de construction des lignes de contrôle lors d'un cas d'une colinéarité de lignes d'intersection

Après l'obtention de l'intégralité des lignes de contrôle, ces dernières sont ainsi projetées dans l'espace des paramètres préférentiels de chacun des raidisseurs, en vue du maillage.

3.6.3 Maillage des raidisseurs

Les lignes de contrôle précédemment calculées sont projetées sur chacun des espaces des paramètres des raidisseurs concernés (§3.1.2 et §3.1.3). Par la suite, on réalise le maillage de l'ensemble des espaces des paramètres des raidisseurs en utilisant ces lignes de contrôle projetées. Ainsi, chaque raidisseur à formes fermées et chaque **SR** dans le cas des formes extrudées sont maillés. Le choix du mailleur et du type d'élément restent au choix de l'utilisateur. Ainsi dans une optique de calcul de crash, par exemple, des éléments *quadrangle* pourraient être utilisés.

3.7 Assemblage et forme finale

3.7.1 Projection 3D et Assemblage

Le maillage de la \mathcal{RS} et de tous les raidisseurs ayant été effectués, la dernière étape consiste à l'assemblage des différents maillages précédemment obtenus de façon à construire la *Surface Composée*. Étant donné que toutes les lignes de contrôle ont été discrétisées en 3D, l'assemblage du maillage se fait par ces lignes communes. On projette ainsi en 3D le maillage de chacun des raidisseurs et des **SR**. L'assemblage est alors fait par *Node Merging* et *Edge swapping*, ce qui correspond à une fusion des noeuds et des arêtes d'éléments identiques ou très proches.

3.7.2 Algorithme du peintre et tampon de profondeur

Le maillage étant assemblé une dernière étape est nécessaire avant l'obtention de la *surface Composée* : la suppression des dépouilles du maillage. Pour ce faire, nous utilisons le principe de l'algorithme du peintre [Hughes 13] qui à l'origine est utilisé en représentation graphique. Le principe réside dans le tri des entités du plus loin au plus près de l'écran. Ainsi, l'ordre d'apparition des entités obtenues, l'algorithme représente successivement chacune des entités dans l'ordre inverse d'apparition. Malgré tout, cette méthode rencontre quelques problèmes, tant par la lourdeur du calcul que pour des problèmes de représentation lors de chevauchement. On préférera alors utiliser la méthode du tampon de profondeur, ou *Z-Buffer* [Theoharis 01, Hughes 13], qui basé sur le même principe que pour l'algorithme du peintre supprime quant à lui toute entité située derrière une autre. En d'autres termes on ne conserve alors que les entités situées au premier plan dans l'axe de profondeur z de l'écran.

Nous reprenons ainsi exactement le même principe en définissant les éléments finis de la structure comme entités à analyser, trier et occulter par le *Z-Buffer* en regardant la structure en vue de dessus (suivant l'axe \vec{Z}). Le but est ainsi de seulement conserver les éléments qui ont la plus haute altitude. Dans le cas d'un maillage triangle, par exemple, une première étape consiste à construire une boîte englobante autour de chacun des éléments du maillage projeté, comme représenté sur la Figure 3.7.1. Le but est ainsi de faire un premier tri rapide afin de connaître quels éléments projetés s'intersectent.

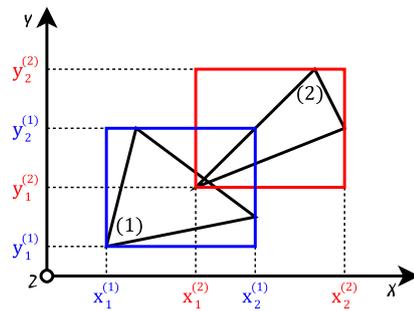


FIGURE 3.7.1 – Illustration d'intersection de boîtes englobantes de deux éléments (1) et (2)

Parmi l'ensemble des éléments obtenu après premier tri, on prend le centre de gravité de chaque triangle et on regarde dans quel triangle le centre de gravité se projette. S'il se projette sur un élément au-dessus, l'élément est supprimé, sinon l'élément est conservé. La méthode utilisée inspirée par le *Z-Buffer* peut être résumée par l'algorithme 3.1.

Algorithme 3.1 Algorithme simplifié résumant le principe du *Z-Buffer*

1. Construction de la boîte englobante de chaque élément ;
2. Pour chaque élément $i = 1..n$ (nombre d'éléments);
 - 2.a Si la boîte englobante de l'élément (i) s'intersecte avec une autre boîte,
 - Alors (i) est stocké dans Δ ,
 - Sinon (i) est stocké dans Ω ;
 - 2.b Retour à 2. jusqu'à $i = n$;
3. Pour chaque élément $j = 1..m$ de Δ ;
 - 3.a Calcul du centre de gravité de l'élément (j) ;
 - 3.b Le centre de gravité (CG) de l'élément se projette dans un élément (k) de Δ ;
 - 3.c Si le CG de (j) est en dessous de l'élément (k),
 - Alors (i) est supprimé de Δ ,
 - Sinon (i) reste dans Δ ;
 - 3.d Retour à 3. jusqu'à $j = m$
4. On intègre les éléments conservés de Δ dans Ω

À titre informatif, l'ensemble des éléments de Ω correspond au maillage assemblé et dépouillé.

Les trous n'ayant pas été maillés car considérés comme des contours intérieurs (ou relimitant les contours extérieurs) des raidisseurs ou de la \mathcal{RS} . On supprime ainsi les dépouilles des raidisseurs ainsi que l'ensemble des éléments cachés de la \mathcal{RS} , une représentation de la suppression des dépouilles est faite sur la Figure 3.7.2.

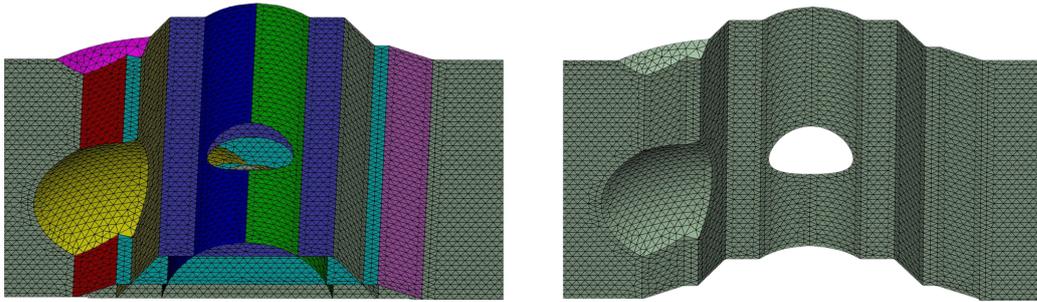


FIGURE 3.7.2 – Illustration d'une application du *Z-Buffer* sur la structure.

3.8 Exemple

De façon à illustrer le potentiel de la méthode avant même d'optimiser une structure, nous pouvons faire varier un ensemble de paramètres simultanément. Prenons ainsi une surface de référence plane de géométrie simple sur laquelle nous déplaçons simultanément d'un côté 6 raidisseurs Oméga sur le bord de la structure et de l'autre 2 raidisseurs Cylindre, 2 raidisseurs Oméga, 2 sphères et 2 trous sur les Figures 3.8.1 et 3.8.2.

L'exemple nous permet de distinguer un des avantages apportés par la méthode : une modification topologique et géométrique continue de la structure. En effet, aucune restriction n'est faite sur le positionnement des trous ou des formes, ces dernières peuvent donc apparaître en dehors de la surface de référence. D'autre part, les lignes d'intersection étant calculées nous avons une description très précise des frontières de formes. Nous avons donc une apparition et une évolution constante des frontières de la forme.

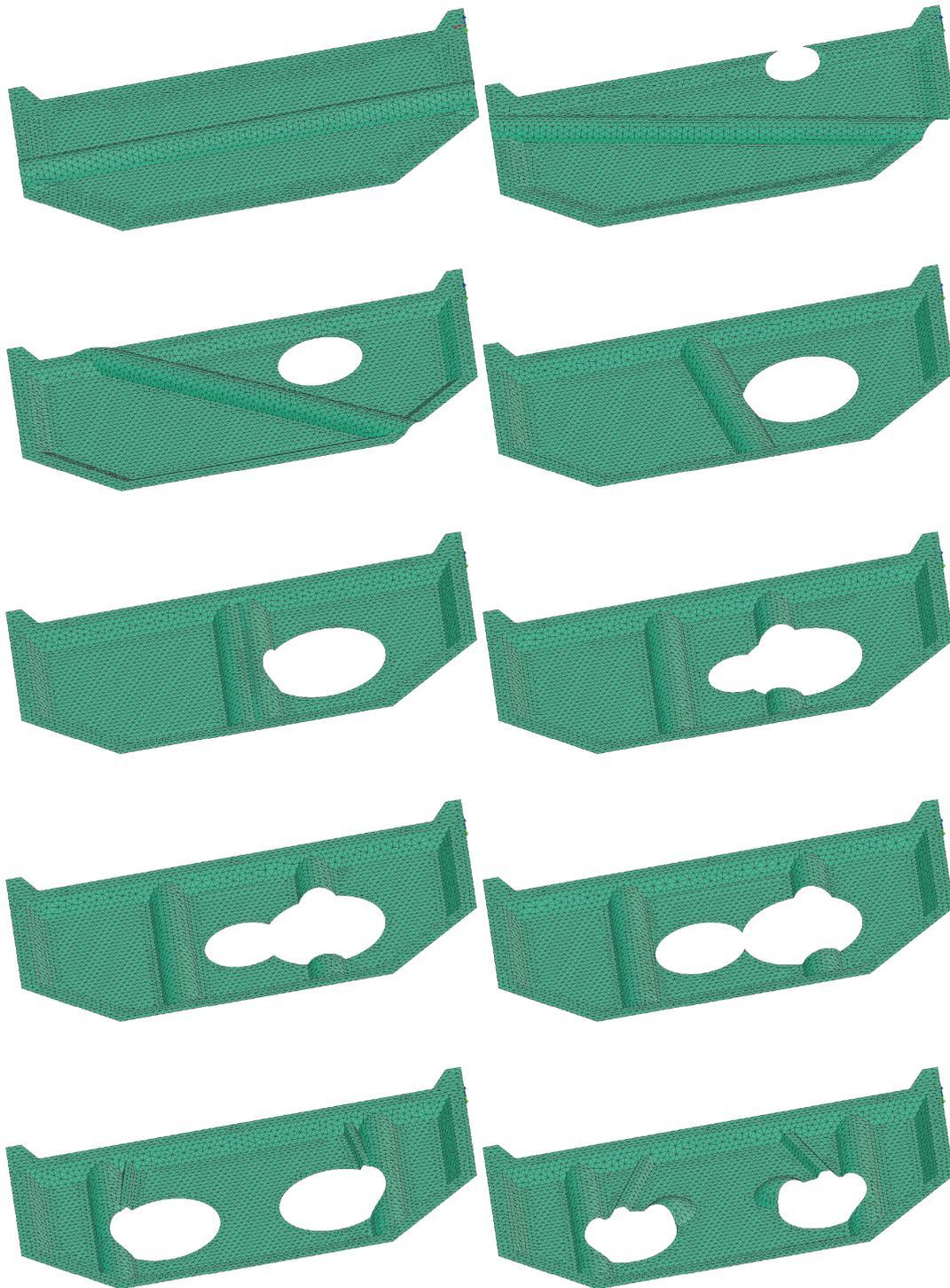


FIGURE 3.8.1 – Succession diverse d'une *Surface Composée*

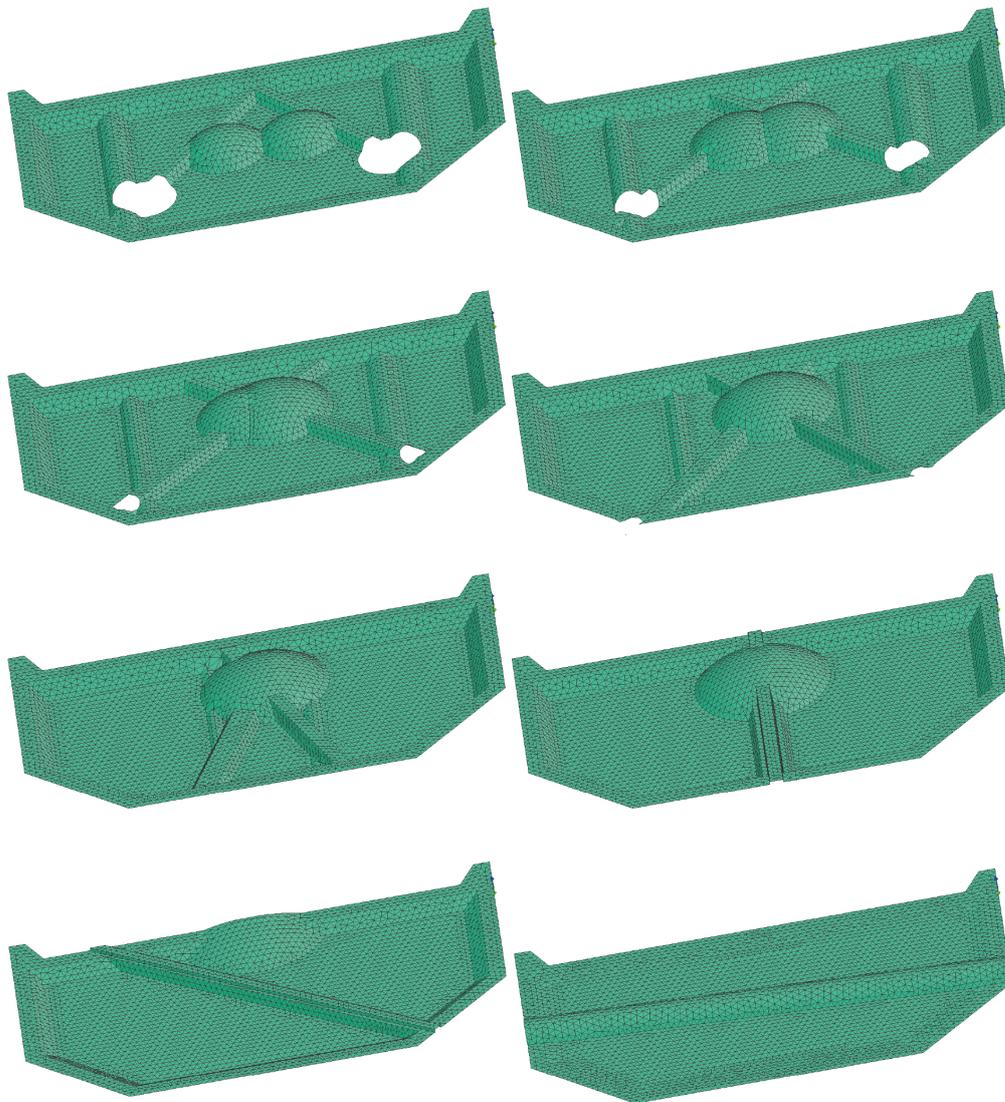


FIGURE 3.8.2 – Succession diverse d'une *Surface Composée*

Application

« Il n'y a pas d'idée simple, parce qu'une idée simple [...] doit être insérée, pour être comprise, dans un système complexe de pensées et d'expériences. L'application est une complication. »"

(Gaston Bachelard)

Chapitre 4

La boucle d'optimisation via le modèle FEM-CsG

La méthode ayant été précédemment développée, nous allons nous intéresser dans ce chapitre à l'utilisation de la méthode dans une optique d'optimisation de forme. Ainsi, nous chercherons à comprendre le fonctionnement d'entrée et de sortie du modèle en tant que boîte noire. Autrement dit, comment passer des paramètres CAO au calcul en utilisant le modèle FEM-CsG développé durant cette thèse. Pour ce faire, recontextualisons le problème initial. Le but recherché par l'industriel est d'obtenir une solution de forme de doublure, permettant au capot de respecter les contraintes de crash mais aussi des contraintes d'accoustique, de rigidité, d'enfoncement, de fabrication, etc. Spontanément, le problème d'optimisation ainsi posé ne possède pas réellement de fonction objectif, seule l'existence d'une solution respectant ces contraintes est nécessaire. Le problème étant typiquement un problème d'ingénierie concourante [Breitkopf 09a, Breitkopf 09b], les objectifs sont compétitifs (contraintes de crash et rigidité par exemple), il s'agit de trouver un ensemble de compromis possibles entre les différents critères. Une multitude de méthodes d'optimisation multicritères existe dans la littérature, mais dépasse le cadre de cette thèse. Le problème d'optimisation peut se poser, à masse constante, de la manière suivante :

$$\begin{cases} \{v^{opt}\} = \text{Argmin}(J_{HIC}, J_{\omega}, J_c) \\ \int_{\Omega} d\Omega = V_0 \\ J_E \leq 0 \end{cases} \quad (4.0.1)$$

où V_0 est un volume imposé.

On définira alors 4 types de prestation :

- Le *Head Injury Criterion* (HIC) calculé suite à un impact normalisé entre une tête et le capot, que nous avons précédemment vu dans l'introduction :

$$HIC_m = \max_{(t_1, t_2)} \left\{ (t_2 - t_1) \left[\frac{\int_{t_1}^{t_2} a_R(t) dt}{t_2 - t_1} \right]^{2.5} \right\} \quad (4.0.2)$$

où $a_R = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ est l'accélération résultante de la tête en son centre de gravité et avec un interval de temps (t_1, t_2) inférieur à 15ms. Une série de k impacts, à déterminer, sera effectuée sur l'ensemble du capot suivant des zones représentées sur la Figure 1. Nous cherchons à ce que l'ensemble des HIC calculés pour chaque impact soit inférieur à un HIC_{cible} dépendant de la zone d'impact. On normalisera ainsi le HIC sous la forme suivante comme proposé par Lavaud [Lavaud 07] :

$$HIC_{norm} = \frac{HIC_m - HIC_{cible}}{HIC_{cible}}$$

La fonction objectif à minimiser sera la moyenne des HIC_{norm} , soit $J_{HIC} = \frac{\sum_k HIC_{norm}}{k}$

- L'enfoncement de la structure ne doit pas dépasser une nappe d'enfoncement maximal \bar{E}_{max} à déterminer, afin que la tête ne soit pas en contact avec le moteur ou le châssis du véhicule. Cette nappe d'enfoncement dépend de la zone d'impact de la tête. Ainsi, l'enfoncement \bar{E} sera normalisé de la même manière que pour le HIC .

$$J_E = \frac{\bar{E} - \bar{E}_{max}}{\bar{E}_{max}}$$

- Le critère vibro acoustique NVH (*Noise, Vibration and Harshness*) correspond au calcul des fréquences et modes propres de la structure, ainsi que de sa réponse acoustique aux vibrations du véhicule. Ainsi, on cherchera à maximiser la première fréquence propre de la structure (ω) par exemple soit de minimiser la fonction coût $J_\omega = -\omega$.
- La rigidité de la structure est mesurée par sa compliance. Soit pour un effort f sur la structure et son déplacement associé u , on définit la fonction coût : $J_C = \int_\Omega f \cdot u d\Omega$.

Le problème ainsi posé, on peut définir trois niveaux de paramètres d'optimisation au sein d'une bibliothèque de formes élémentaires :

- (1) : Le nombre et type de raidisseurs utilisés dans le problème, dans notre cas, le nombre d'Omégas, de cylindres, de sphères ou de trous circulaires
- (2) : Les paramètres de positionnement des raidisseurs.
- (3) : Les paramètres géométriques de formes, telles que la hauteur, la largeur, l'angle ou le rayon.

Le nombre et type de raidisseurs utilisés dans le problème d'optimisation (1) est un paramètre discret. Par conséquent, dans une optique d'assurer la continuité de l'espace de conception, ce paramètre (1) est considéré comme connu *a priori* du problème d'optimisation.

4.1 Définition de la boucle d'optimisation

Le contexte de cette thèse se situe dans une problématique de crash piéton, malgré tout le crash soulève de nombreux problèmes propres à son calcul. Tout d'abord, le calcul crash correspond à un calcul de dynamique rapide en grands déplacements et est connu pour sa forte non linéarité aux phénomènes physiques ainsi que sa grande variabilité face à de petites variations. Les équations du mouvement n'étant plus linéaires, le coût d'une simulation de crash reste élevé particulièrement dans le cas d'un problème d'optimisation. D'autre part, le comportement plus ou moins instable d'une structure soumise à un impact complique la robustesse des calculs et des solutions obtenues, [Barthelemy 93, Schramm 96]. Cette thèse n'étant pas en soi une thèse d'optimisation robuste de forme appliquée au crash, nous décidons de ne pas étudier le comportement de la méthode développée dans le cas d'un calcul crash. En outre, le contexte multicritère dans lequel se situe le problème augmente conséquemment la réflexion, conscient de ce contexte, nous avons choisi dans cette thèse de n'aborder qu'un seul critère. Nous chercherons ainsi à valider la méthode par un calcul d'optimisation cherchant à réduire la compliance de la structure, toutefois, nous essaierons d'avoir une démarche de résolution du problème qui permettra d'appliquer la méthode aux différents critères dont le calcul crash.

Le problème étant hautement multimodal, nous avons fait le choix d'une approche hybride du problème d'optimisation par couplage d'un algorithme évolutionnaire (Algorithme génétique - AG) avec un algorithme continu (type gradient : SQP). Ainsi, l'AG permettra de trouver une solution globale dont l'algorithme continu précisera la valeur. Toutefois l'utilisation d'un AG nécessite de très nombreux tirages (ou calcul EF) d'autant plus que le problème à une très haute

sensibilité aux variables (et cela dû aux changements de topologie ainsi qu'à la discrétisation du problème par EF). Ainsi, nous utiliserons une surface de réponse par krigeage [Jones 01] qui a l'avantage d'être une méthode d'interpolation très souple. En effet, le krigeage peut être global ou local indépendamment du voisinage choisi. De plus, selon le développement classique du krigeage, on choisira une méthode d'interpolation exacte, c'est-à-dire qui passe exactement par les points de l'échantillonnage. Il est difficile de prédire *a priori* le nombre de points nécessaires à une bonne représentation de la surface de réponse par krigeage. Nous avons par conséquent choisi d'enrichir itérativement le plan d'expérience par rapport à la solution obtenue en sortie de l'optimisation x_i^{opt} afin d'affiner au mieux la construction de la surface de réponse et par conséquent d'améliorer la précision de la solution du problème global d'optimisation. Ainsi, on effectue un nouveau plan d'expérience (LHS -Latin Hypercube Sampling) centré sur x_i^{opt} : les bornes centrées en x_i^{opt} diminuent en fonction de l'itération. La Figure 4.1.1 représente la boucle d'optimisation du problème.

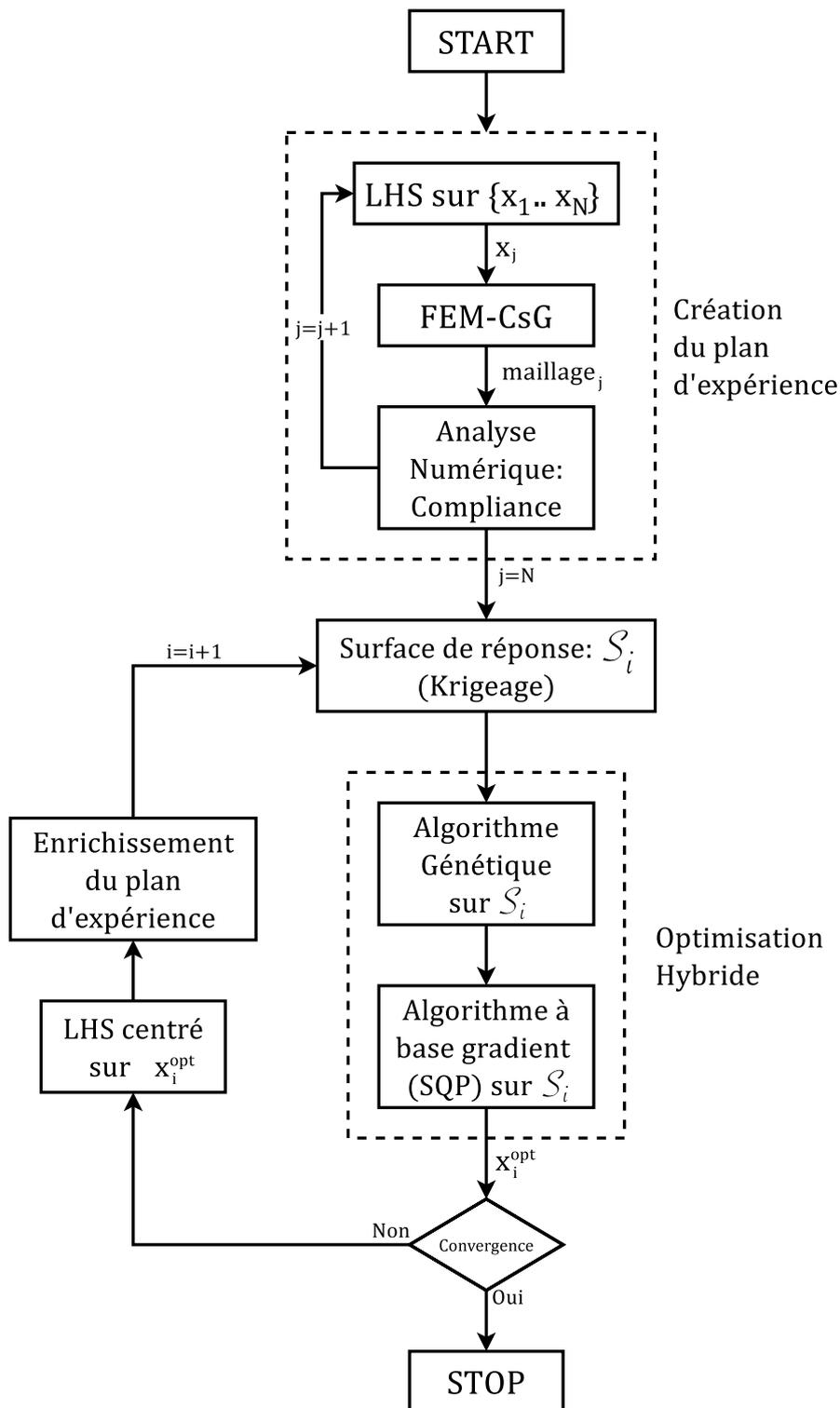


FIGURE 4.1.1 – Organigramme représentant la boucle d'optimisation du problème d'application

4.2 Définitions des entrées et sorties du modèle FEM-CsG

4.2.1 Variables : Définitions des entrées

Nous avons préalablement instauré les définitions d'entrée des formes §3.0.1. Toutefois, une étape préliminaire de discrétisation des formes est préférée pour le modèle développé afin de généraliser la méthode à toutes formes maillées. Résumons donc sommairement, les définitions d'entrées de chacun des types de raidisseurs étudiés pour le modèle qui a été développé durant cette thèse.

4.2.1.1 Surface de Référence et trous

La \mathcal{RS} et les trous sont définis de la même manière par un contour discrétisé dans un plan. Le contour peut être une succession de lignes et de courbes discrétisées, qui seront les données d'entrée du modèle FEM-CsG. Les différentes arêtes doivent être correctement définies de telles sortes que les sommets de la forme soient pris en compte étant donné que les différentes courbes du contour seront approximées par des splines akimas. Prenons l'exemple d'une \mathcal{RS} représentée Figure 4.2.1 a) ou d'un trou représenté Figure 4.2.1 b), le processus de définition, de découpage au sommet et de discrétisation reste identique.

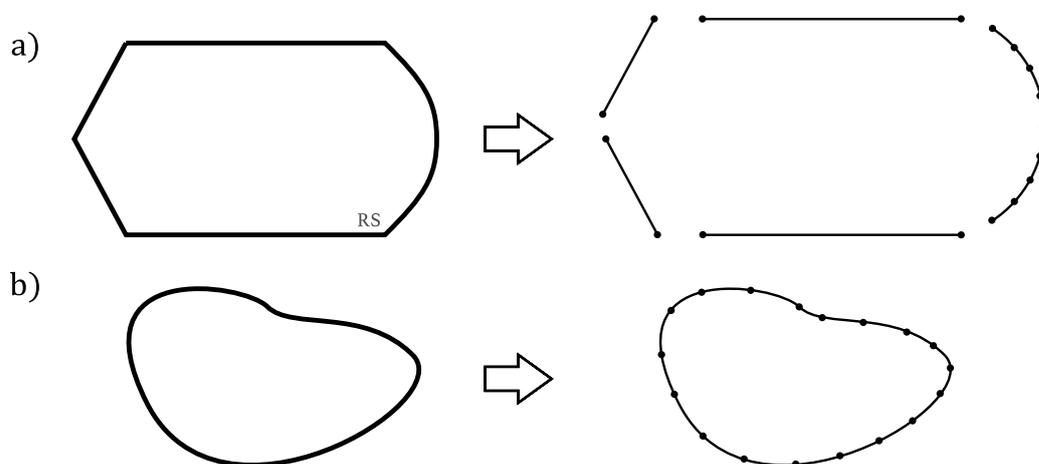


FIGURE 4.2.1 – a) Découpage au sommet et discrétisation du contour d'une surface de référence
b) Discrétisation d'un trou.

4.2.1.2 Formes extrudées

Dans le cas des raidisseurs à formes extrudées, le choix du premier niveau de discrétisation : le découpage en **SR** est une étape importante et doit être implémenté par l'utilisateur sachant qu'un **SR** ne peut avoir qu'une seule intersection avec un plan normal à \vec{Z} , sauf dans le cas particulier des $\overline{\text{SR}}$ qui sont parallèles.

Les formes extrudées sont définies par un profil soumis à une direction d'extrusion. Le profil où sont définis les différents **SR** est soumis au second niveau de discrétisation, c'est-à-dire à la discrétisation des courbes du profil. La précision de discrétisation reste au choix de l'utilisateur étant donné que les formes seront interpolées par des splines akimas qui seront par la suite discrétisées à la faveur de l'incrémentation de recherche des intersections ainsi que du maillage désiré.

Ainsi, en partant de paramètres CAO, pour un raidisseur de formes quelconques, prenons l'exemple d'un mélange de raidisseurs Oméga et Cylindre Figure 4.2.2 a). Le profil de la forme est définie par le point A ainsi que du rayon R , de la hauteur h , de la largeur L et de l'angle β . On définit ainsi les 3 **SR** de la forme avant de les discrétiser, Figure 4.2.2 b).

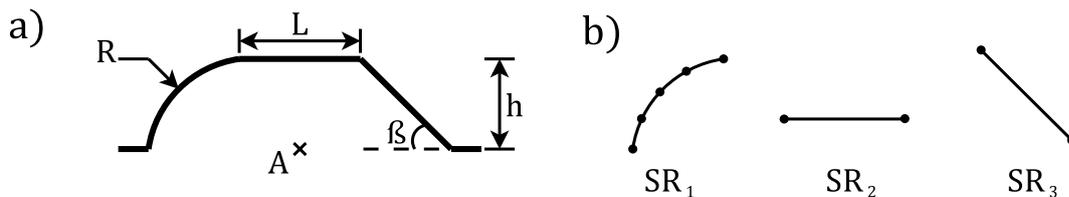


FIGURE 4.2.2 – a) Profil CAO d'un raidisseur extrudé

b) Découpage en **SR** et discrétisation d'un raidisseur extrudé

Les données d'entrée de la méthode correspondent donc aux points de discrétisation de chaque **SR** de la forme extrudée.

4.2.1.3 Formes fermées

Dans le cas des raidisseurs à formes fermées, un contour discrétisé est nécessaire pour n'importe quelle hauteur souhaitée. En partant d'une CAO donnée, l'automatisation de l'obtention d'un tel contour est nettement moins aisée que pour les formes extrudées, toutefois la courbe reste analytiquement calculable. D'autre part, il serait possible d'utiliser une fonction *level set* (ou de ligne de niveaux) pour interpoler la forme fermée CAO afin d'obtenir aisément un contour à hauteur donnée d'une forme.

Ainsi le modèle FEM-CsG utilisé fait appel à une fonction extérieure explicitant le contour discrétisé de la forme à hauteur donnée, soit $\mathcal{C} : z \rightarrow f(z)$, dont le processus de définition du contour est similaire à celui présenté pour le cas des trous ou des \mathcal{RS} évoqué §4.2.1.1.

4.2.2 Définitions des sorties

Le choix de la sortie dépend intégralement de l'utilisateur, en effet, le mailleur est choisi par l'utilisateur (étant un élément externe à la méthode proprement dite). Ainsi, il serait intéressant de directement mailler la structure pour les différents types de problèmes rencontrés. Par ailleurs, maillant dans des espaces paramétriques simples en 2D, le temps de calcul du maillage est, de nos jours, très rapide. En sortie nous pouvons obtenir simultanément du modèle FEM-CsG plusieurs maillages à différents choix de discrétisation.

Par ailleurs, il serait possible pour l'utilisateur de chercher à raffiner le maillage aux alentours des intersections. Du fait de la connaissance préalable des intersections, il est possible à travers le mailleur d'avoir un maillage adaptatif au niveau de ces lignes de contrôle.

4.3 Vers le calcul : Problématique des conditions aux limites

Une fois le maillage récupéré en sortie du modèle FEM-CsG, on peut construire un modèle de calcul EF. Pour autant, plusieurs problèmes liés à la définition des conditions aux limites se doivent d'être énoncés :

Tout d'abord, le premier problème vient du fait que, par hypothèse de départ, les raidisseurs extrudés traversent dans leur longueur la \mathcal{RS} . Ce qui complique la définition des conditions aux limites du problème, car la géométrie du contour risque de changer. Pour répondre à cette problématique, nous avons choisi dans notre cas d'application d'utiliser une bordure autour de la \mathcal{RS} , comme le montre la Figure 4.3.1 .

Par ailleurs, à chaque itération de la boucle d'optimisation la structure est reconstruite par le modèle FEM-CsG et, par conséquent, le maillage lui-même. Le nombre et la position des noeuds ainsi que la connectivité du maillage sont par conséquent modifiés à chaque reconstruction de la structure. Ce qui pose un premier problème lorsqu'on cherche à poser des conditions aux limites. Nous avons donc développé un outil permettant de tracer des lignes de contrôle du maillage.

Cet outil est un type de **SR** vertical qui ne sera pas maillé mais dont on recherchera les intersections avec les autres raidisseurs. Ainsi, on obtiendra une ligne de contrôle qui s'adaptera automatiquement suivant la topologie ou la géométrie de la structure, un exemple d'utilisation est montré sur la Figure 4.3.1 où une ligne de contrôle est tracée en rouge. Ainsi, il suffit de rechercher les noeuds par leurs coordonnées pour positionner les conditions aux limites souhaitées.

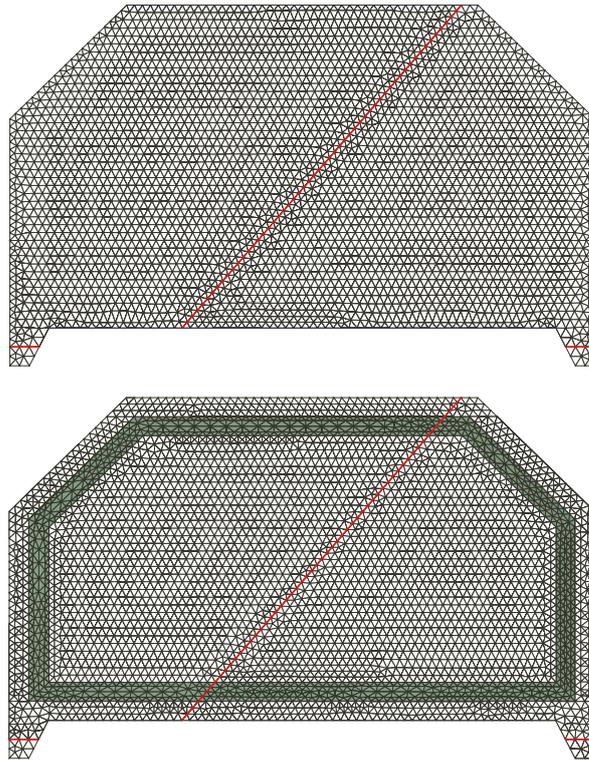


FIGURE 4.3.1 – Construction d'une bordure et de lignes de contrôle en réponse aux problématiques de conditions aux limites

4.4 Vers l'optimisation

4.4.1 Choix du plan d'expérience

Les plans d'expérience sont des techniques permettant de déterminer un nombre de points judicieusement répartis dans le domaine des variables de conception. Les points obtenus serviront par la suite à construire une approximation globale de l'espace de conception. En soi, la recherche d'un optimum n'intervient pas dans un

plan d'expérience, mais cherche à obtenir une bonne « connaissance » du domaine admissible avec un minimum de points. Une littérature abondante existe sur les plans d'expérience, [Fisher 92, Daley 03, Dreesbeke 97]. Chaque plan possède des avantages et des inconvénients, dont l'étude sort du cadre de cette thèse.

Nous utiliserons par la suite un échantillonnage par hypercube latin (LHS - Latin Hypercube Sampling) [McKay 79, Swiler 04] qui consiste à répartir la distribution en n intervalles et de tirer au hasard un échantillon dans chaque intervalle, illustration d'un LHS de 2 variables sur la Figure 4.4.1.

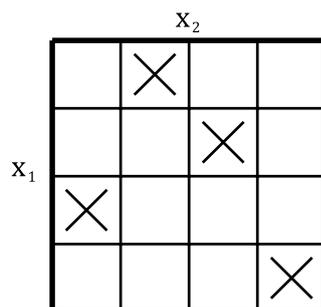


FIGURE 4.4.1 – Echantillonnage par Hypercube Latin (LHS) par 4 points sur un domaine à 2 variables x_1 et x_2

4.4.2 Choix de la surface de réponse

Après avoir calculé par analyse EF les points d'échantillonnage définis par le plan d'expérience, on dispose de la valeur des résultats en ces points. L'étape suivante consiste à la construction d'une surface de réponse à partir de ces points. Une surface de réponse est une « surface » représentant l'évolution d'un résultat en fonction de la position du point dans le domaine de conception. Il s'agit par la même d'une approximation du résultat réel obtenu par analyse EF, sauf si l'on se trouve sur un des points d'échantillonnage. La surface de réponse peut être construite à partir d'une multitude de méthodes telle que la régression polynomiale [Giunta 98], le réseau de neurones [Maiorov 06], la méthode des moindres carrés mobiles [Breitkopf 05], dont l'approximation diffuse [Nayroles 92] fait partie ou encore le krigeage [Jones 01], entres autres. Le principe des méthodes d'optimisation par surface de réponse consiste à remplacer la résolution du problème d'optimisation réel par celle de problèmes approchés.

La méthode d'approximation par krigeage [Couckuyt 10, Couckuyt 12], choisie pour sa souplesse d'utilisation, peut se résumer en deux étapes. La première correspond à la construction d'une fonction de tendance $f(x)$ basée sur les points d'échan-

tillonnage et la deuxième correspond à la construction d'un processus de Gauss (centré en zéro généralement) à partir des résidus de f . Soit, $Y(x) \rightarrow f(x) + Z(x)$. L'idée générale est que la fonction de tendance capture la plus grande variance parmi les points d'échantillonnage (la meilleure tendance) et que le processus de Gauss interpole les résidus. La fonction tendance reste difficile à définir, elle est souvent choisie constante (krigeage ordinaire).

4.4.3 Choix des algorithmes d'optimisation

Les deux types d'algorithmes d'optimisation les plus couramment rencontrés : les algorithmes à direction de pente et les algorithmes d'ordre 0.

Les méthodes d'algorithmes à direction de descente calculent et utilisent le gradient de la fonction en un point initial afin de trouver itérativement l'optimum de la fonction objectif f recherché. La méthode peut être résumée par l'algorithme 4.1.

Algorithme 4.1 Algorithme général de méthodes d'optimisation à base de gradient (état initial $x_0 \in \mathbb{R}^n$ et paramètre d'arrêt ε).

Pour $i \geq 0$

1. Tant que $\|\nabla f(x_i)\| > \varepsilon$, continue ;
 2. Recherche d'une direction de descente \mathbf{d}_i ;
 3. Recherche du pas de descente ρ_i solution de $f(x_i + \rho_i \mathbf{d}_i) = \min_{\rho \geq 0} f(x_i + \rho \mathbf{d}_i)$
 4. Itération suivante $i = i + 1$ avec $x_{i+1} = x_i + \rho_i \mathbf{d}_i$
 5. Retour étape 1.
-

Il existe ainsi une multitude de méthodes de recherche de pente telle que la méthode par la direction de gradient, la direction de Newton, la direction de quasi-Newton, la méthode du gradient conjugué, etc. [Bierlaire 06]. On notera les algorithmes contraints utilisant la direction de descente telle que SQP (*Sequential Quadratic Programming*) [Nocedal 06, Bonnans 06, Snyman 05], algorithme à région de confiance [Moré 83] ou la méthode des points intérieurs [Byrd 99]. Les méthodes à direction de pente ont l'avantage de converger relativement rapidement vers un point stationnaire en utilisant les informations du gradient. Ces méthodes sont, par conséquent, très favorables pour un problème convexe unimodal, en effet, elles ne permettent d'atteindre que le minimum le plus proche du point de départ, c'est-à-dire un minimum local.

Les méthodes d'ordre 0, quant à elles, ne nécessitent pas le calcul du gradient de la fonction objectif. Les algorithmes les plus connus de cette catégorie sont ceux

qui s'inspirent de la nature, tels que les algorithmes génétiques [Eiben 03], l'algorithme du recuit simulé [Johann Dréo 03] ou la méthode du simplexe [Padberg 95]. Mise à part la méthode du simplexe, la plupart de ces algorithmes sont des méthodes d'optimisation globales, on cherche ainsi à générer un ou plusieurs nouveaux points afin de converger vers l'optimum. Ces méthodes font très souvent appel à la fonction objectif et sont par conséquent très coûteuses.

Nous utiliserons par la suite un algorithme à base de gradient (SQP) ainsi que d'un algorithme génétique dont ce dernier peut être résumé simplement par l'algorithme 4.2.

Algorithme 4.2 Etapes générales et simplifiées d'un algorithme génétique.

1. Initialisation: Génération d'une population initiale d'individus.
 2. Évaluation: Calcul de la fonction objectif.
 3. Sélection: Sélection des meilleurs individus dans la population
 4. Mutation: Génération de nouveaux individus à partir de 3.
 5. Remplacement: Incorporation de nouveaux candidats dans la population
 6. Convergence si oui: Stop; si non Retour étape 2.
-

Chapitre 5

Mise en applications

5.1 Problème d'optimisation

Le problème d'optimisation choisi comme application à la méthode FEM-CsG correspond à la minimisation de la compliance d'une structure soumise à une force statique. Soit la fonction coût J à minimiser correspond à :

$$J(x) = \int_{\Omega} f \cdot u \, d\Omega \quad (5.1.1)$$

où Ω correspond au domaine de la structure dépendant de la variable de forme x , de la force appliquée f , et du champ des déplacements de la structure u . Par ailleurs, afin de garder une cohérence dans le problème d'optimisation, ce dernier doit être posé à masse constante, étant donné que la topologie et le nombre de raidisseurs peuvent varier, la contrainte de constance de la masse se fera par l'intermédiaire de l'épaisseur de la structure, autrement dit :

$$e_{\Omega} = \frac{M_0}{M_{\Omega}} \cdot e_0 \quad (5.1.2)$$

où e_0 et M_0 sont respectivement l'épaisseur et la masse de la structure à l'état initial et e_{Ω} et M_{Ω} suivant le domaine de la structure dépendant de x . Soit le problème d'optimisation :

$$\begin{cases} \{x_{opt}\} = \text{Argmin}(J(x)) \\ e(x) = \frac{M_0}{M(x)} \cdot e_0 \end{cases} \quad (5.1.3)$$

En référence à la boucle d'optimisation définie §4.1 et représentée sur la Figure

4.1.1, l'échantillonnage par Hypercube Latin droit a été fait par MATLAB® r2014b [Matlab 14a], la surface de réponse par krigeage a pour fonction noyau une fonction gaussienne et pour fonction tendance une constante. La toolbox ooDACE-1.4 a été utilisée [Couckuyt 10, Couckuyt 12] afin de construire cette fonction krigeage. L'algorithme génétique utilisé et la fonction gradient (SQP) proviennent tous deux du logiciel MATLAB® r2014b [Matlab 14b]. Le *pré* et *post*-traitement du calcul a été fait via le logiciel Visual-Environment© d'ESI-Group® [ESI 12b]. Le calcul EF a été effectué via le module PAM-CRASH© du logiciel Virtual-Performance© 2012.1 d'ESI-Group® [ESI 12a].

5.2 Premier cas d'application

5.2.1 Géométrie et conditions aux limites

La géométrie de la structure est représentée Figure 5.2.1. Nous avons utilisé une bordure permettant une implémentation facile des conditions aux limites du problème. Par ailleurs, la géométrie de la structure représente de manière simplifiée un capot, ainsi on propose comme conditions aux limites deux pivots et deux appuis plans représentés sur la Figure 5.2.1. La structure est soumise à son propre poids (réparti sur l'ensemble des noeuds de la structure) et d'une force verticale de 300 N concentrée sur une zone illustrée en rouge sur la Figure 5.2.1. Cette force est répartie sur l'ensemble des noeuds appartenant à cette zone. Le poids et la force appliquée ont tous deux pour direction l'axe Z , axe normal à la \mathcal{RS} .

Le paramétrage matériau correspond à un acier, soit :

- le module d'élasticité : $E = 210 \text{ GPa}$
- la masse volumique : $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$
- le coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$

A titre informatif la géométrie de la structure fait 1,5 m de large (suivant l'axe x) et 0,85 m de profondeur (suivant l'axe y).

5.2.2 Variables de forme d'optimisation

Etant donné toutes les possibilités de nombres et de formes de raidisseurs possibles, nous nous sommes restreints à un problème d'optimisation à deux dimensions, nous permettant ainsi d'observer la variation de la fonction coût en fonction des variables. On peut rappeler les trois niveaux de paramètres d'optimisation

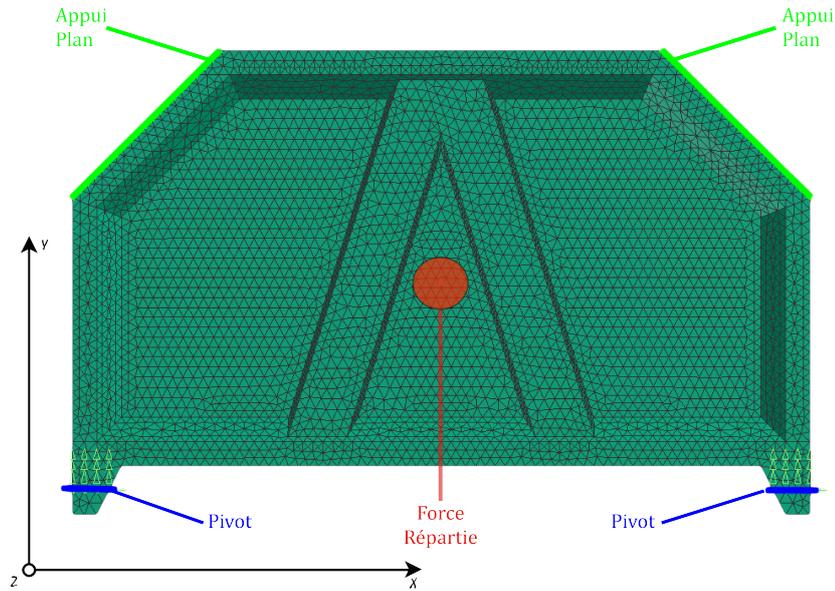


FIGURE 5.2.1 – Géométrie et conditions aux limites de la structure du cas d'application .

(§3) : (1) - le nombre et type de raidisseurs utilisés, (2) - Les paramètres de positionnement des raidisseurs et (3) - les paramètres géométriques de forme. Le premier niveau de paramètre (1) n'est pas pris en considération dans notre cas d'application étant donné qu'il s'agit d'un paramètre discret. Ainsi nous choisissons les paramètres continus de forme respectivement des niveaux (2) et (3).

On définit les variables $x(1)$ et $x(2)$, respectivement l'angle de deux raidisseurs Oméga et la largeur de chacun de ces raidisseurs, illustré sur la Figure 5.2.2. Ainsi, le positionnement des raidisseurs permet de passer par différentes topologies : 0, 1 ou 2 raidisseurs sont possibles, illustré Figure 5.2.2. Aussi, nous décidons de borner la largeur des raidisseurs afin de garder une cohérence dans le problème d'optimisation, illustré Figure 5.2.2. La hauteur et la largeur de chacun des raidisseurs sont égales. Par conséquent, lorsque les deux raidisseurs fusionnent, ces derniers sont superposés.

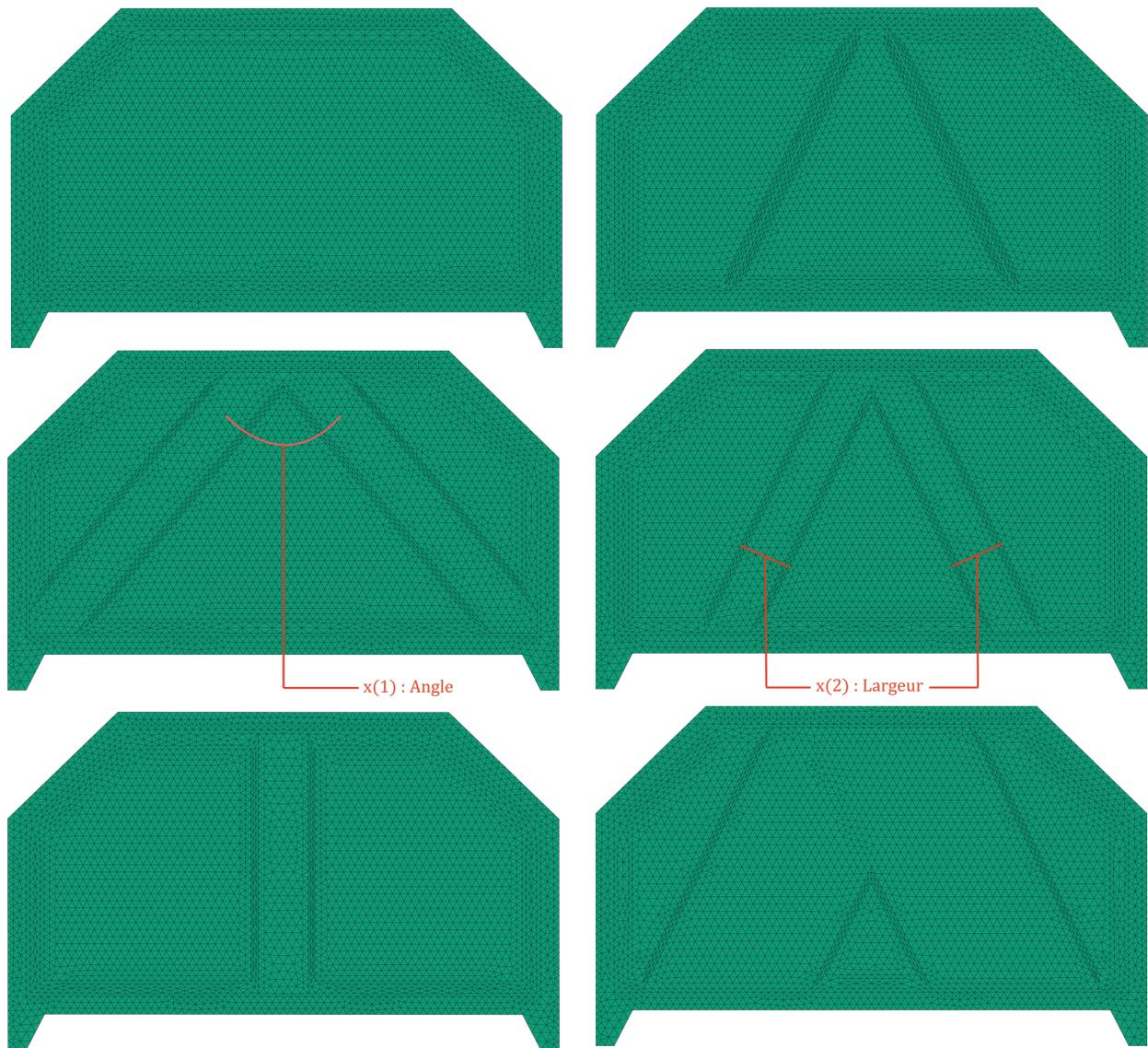


FIGURE 5.2.2 – Définition et exemple de variation des variables du premier cas d'application.

5.2.3 Résultats

5.2.3.1 Le plan d'expérience

Le résultat a été obtenu par une seule itération de la boucle i (voir Figure 4.1.1) correspondant à l'itération de l'ensemble optimisation avec mise à jour du plan d'expérience. Les variables ont été normalisées entre 0 et 1. Nous avons utilisé 20 points pour construire notre premier échantillonnage et dont on a enrichi de 5 points itérativement sur i et centré en x_i^{opt} (point obtenu en sortie de l'itération d'optimisation). La Figure 5.2.3 représente l'ensemble des points calculés par EF pour la création de la surface de référence.

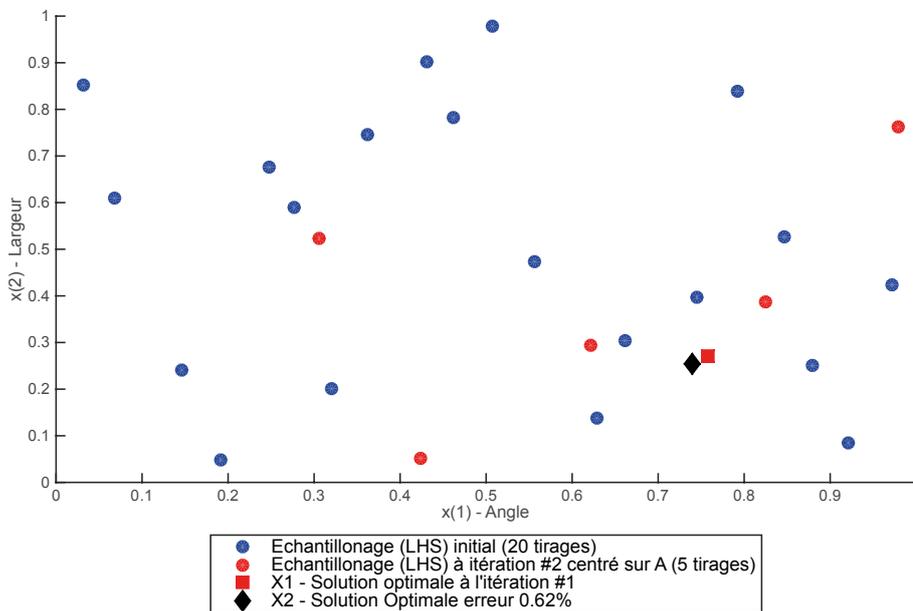


FIGURE 5.2.3 – Echantillonnage (LHS) itératif et convergence vers la solution optimale.

5.2.3.2 La surface de réponse

La surface de réponse construite par fonction krigeage est recalculée pour chaque itération du plan d'expérience. Ainsi, le problème initialement uni-modal sur la première itération devient multimodale lors de la deuxième itération, sans toutefois changer l'orientation de la solution comme l'on peut le voir sur la Figure 5.2.4.

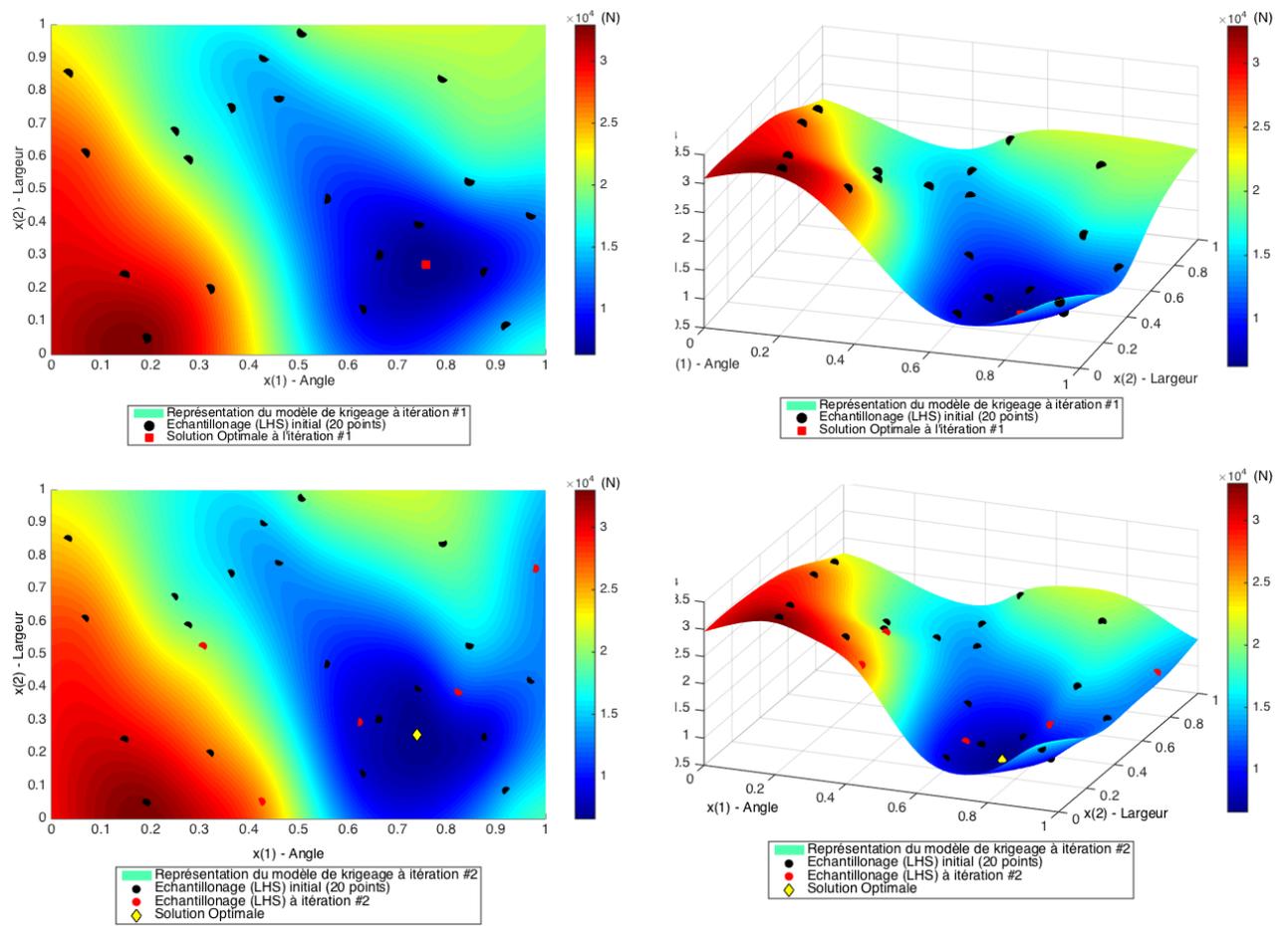


FIGURE 5.2.4 – Krigage itératif et convergence vers la solution optimale.

5.2.3.3 Solution

La solution obtenue correspond à un seul raidisseur traversant la structure dans sa profondeur comme l'illustre la Figure 5.2.5. Malgré le fait que la solution reste cohérente, une étude plus approfondie de la surface de réponse et du tirage du plan d'expérience serait nécessaire pour parfaire le résultat de l'optimisation dans le cas d'un nombre plus conséquent de variables. Dans ce sens, il serait intéressant dans un deuxième cas d'application d'étudier la réponse de la fonction coût entre différentes topologies bien distinctes.

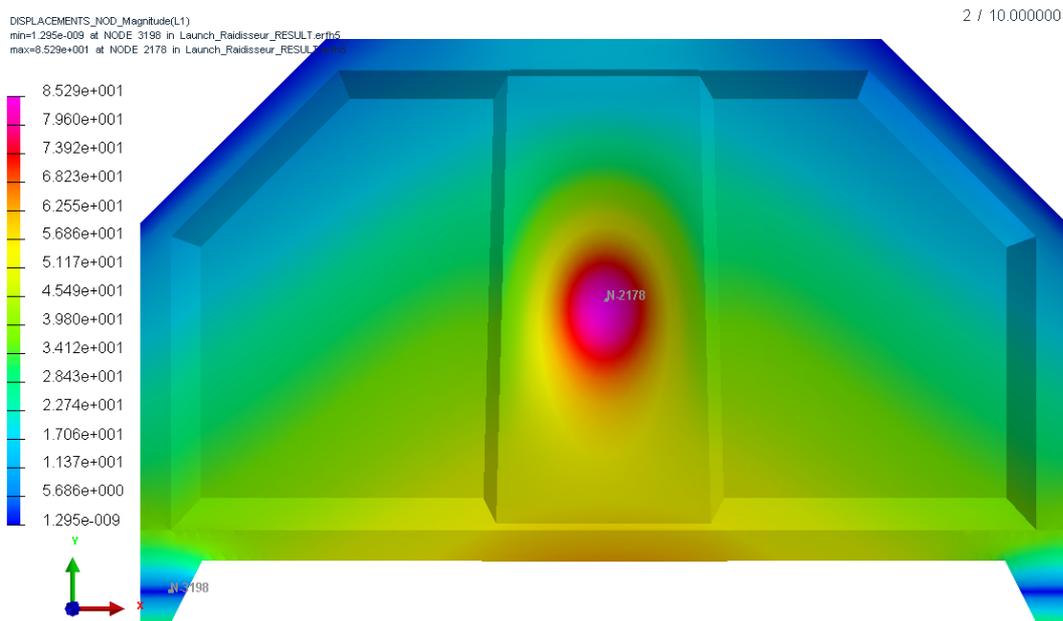


FIGURE 5.2.5 – Solution Optimale du problème d'application.

5.3 Deuxième cas d'application

Cette fois-ci nous chercherons à faire varier huit raidisseurs identiques entre différentes topologies distinctes que nous feront varier de façon continue. Ainsi, on conservera la géométrie et les conditions aux limites proposées lors du premier cas d'application (§5.2.1), de même l'étude restera sur la compliance du système. Toutefois, l'idée ici n'est pas d'obtenir une solution optimale mais de constater la robustesse de la méthode lors d'un passage continu entre différentes topologies de positions de raidisseurs.

5.3.1 Variables de forme

A partir de huit raidisseurs cylindre identiques, nous utilisons comme variable d'étude l'angle de ces derniers sur la structure. Le problème étant symétrique (impact au centre suivant l'axe horizontal), seules quatre variables ont été utilisées : $x(1)$, $x(2)$, $x(3)$, $x(4)$ comme représenté sur la Figure 5.3.1. Les angles variant de 0 à π ont été normalisés entre 0 et 1.

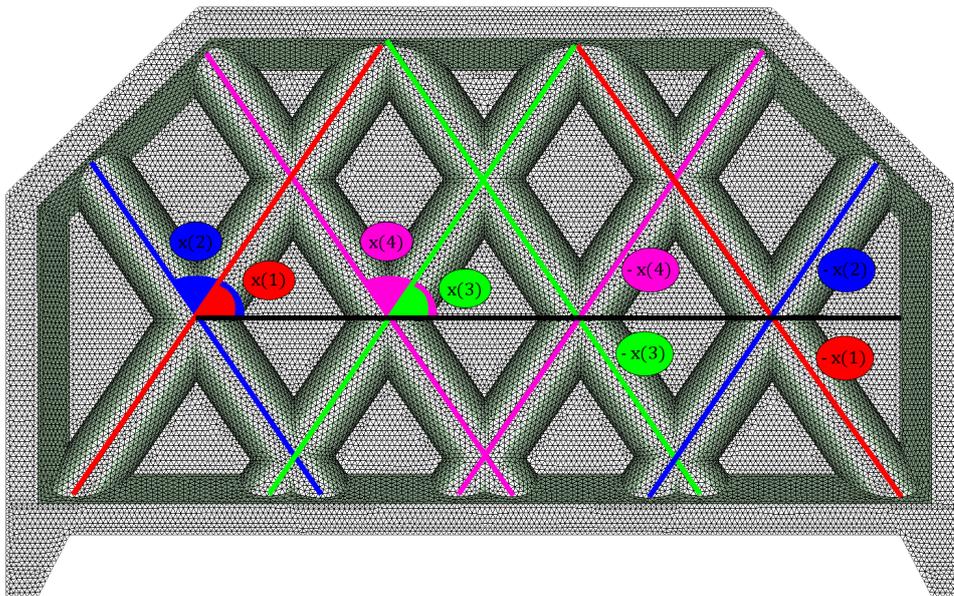


FIGURE 5.3.1 – Définition des variables du deuxième cas d'application.

Nous cherchons ici à faire varier les raidisseurs entre différentes topologies de façon continue. Ainsi nous avons « construit un chemin » par lequel les variables

vont passer suivant sept topologies distinctes (*A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* et *G*) représentées sur la Figure 5.3.2. Nous passons ainsi par différentes topologies composées de 8 à 3 raidisseurs effectifs.

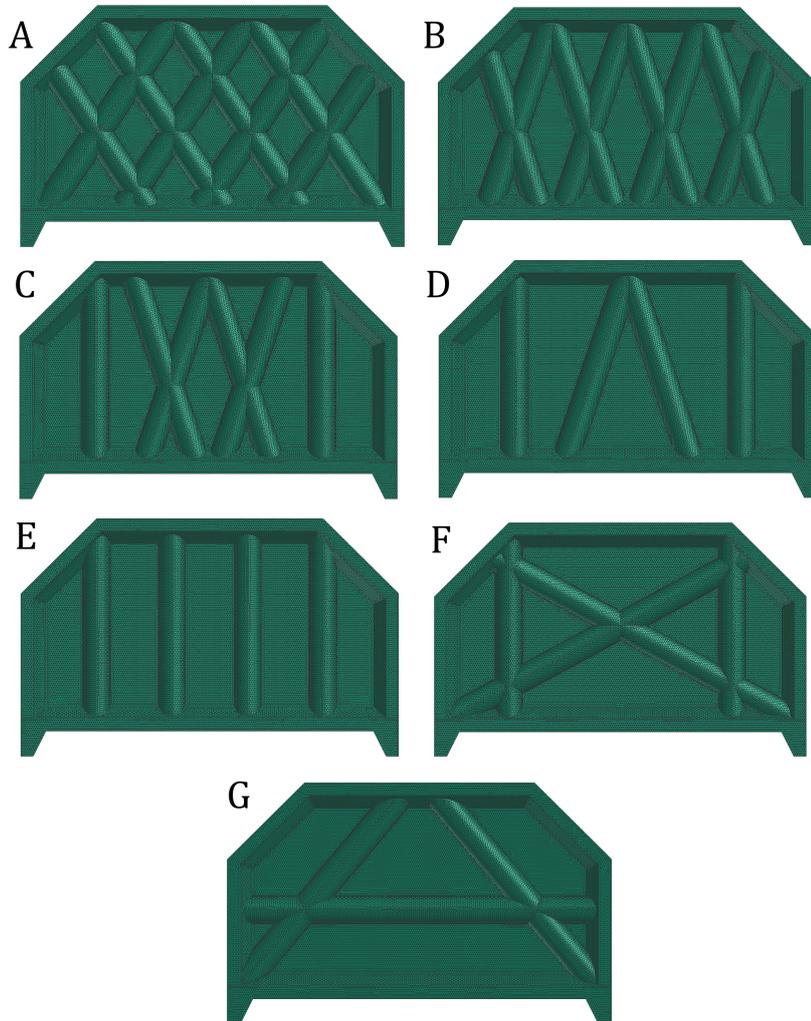


FIGURE 5.3.2 – Différentes topologies explorées par les variables du deuxième cas d'application.

5.3.2 Etude de la réponse

Comme on peut s'apercevoir sur la Figure 5.3.3 représentant la réponse de la compliance en fonction des différentes itérations, les changements de topologies s'effectuent de manière continue.

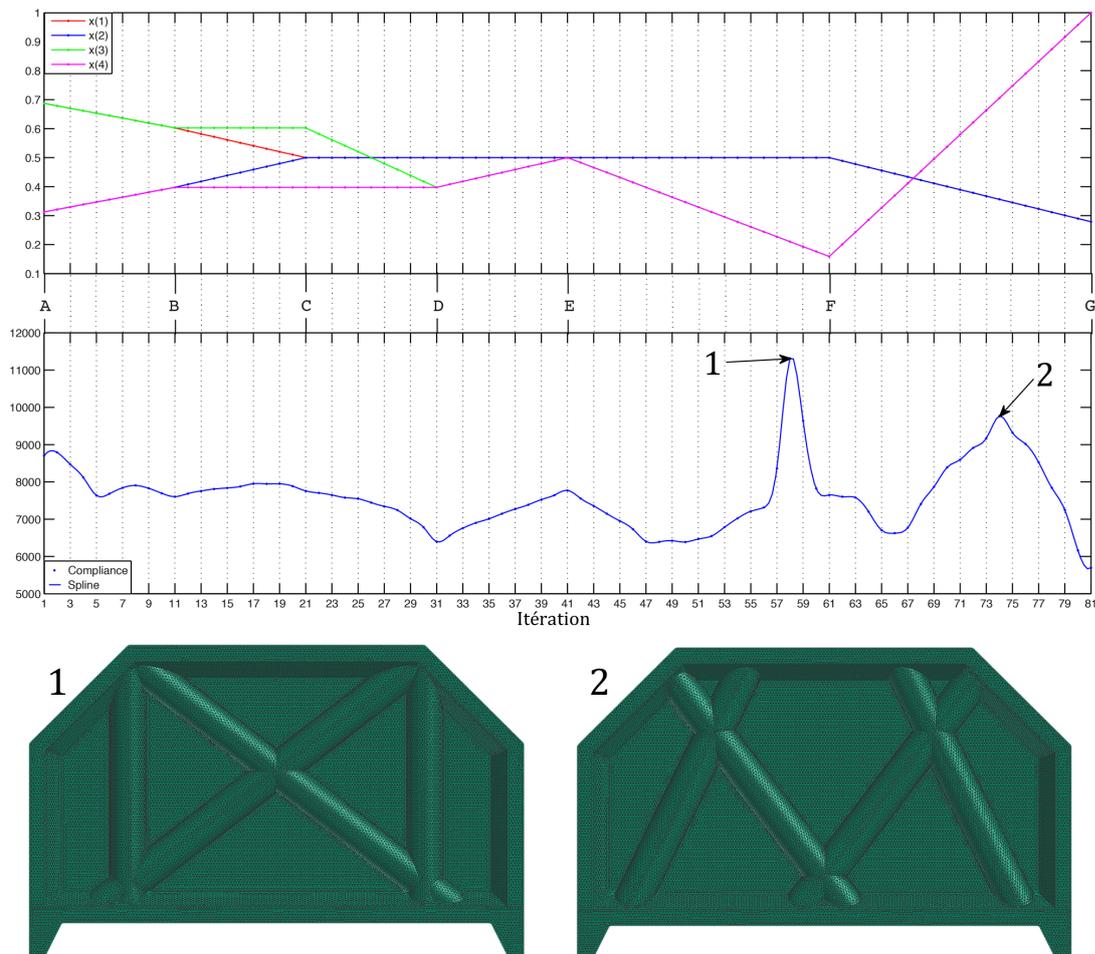


FIGURE 5.3.3 – Réponse continue des différentes topologies du deuxième cas d'application.

La réponse aux différentes itérations de la structure permet de noter distinctement une multi-modalité de la fonction. Toutefois, il est nécessaire de noter que le chemin choisi permet de passer par des valeurs de variables identiques : entre les itérations 31 et 47 par exemple. Malgré tout, l'exploration des solutions reste faible et l'utilisation d'un algorithme hybride pour ce type de problème est clairement

justifié.

Si on s'intéresse seulement aux itérations entre D et G , seulement 2 variables sont effectives car $x(1) = x(2)$ et $x(3) = x(4)$ et permettent de passer par plusieurs topologies très distinctes (D , E , F , G et 2). Par ailleurs, on retrouve dans la réponse de la fonction différentes propriétés de changement topologique. On distingue ainsi les topologies A , B , \dots , G sur la réponse de la fonction. Mais aussi certaines irrégularités de la fonction peuvent être soulevées. En effet, le pic de réponse de la fonction au niveau de la topologie 1 sur la Figure 5.3.3 peut être compensé par un raffinement du maillage au niveau de l'intersection des raidisseurs, par exemple. La nature de la fonction reste, néanmoins, aisément lissable confrontée à un nombre plus important de variables de forme.

5.4 Conclusion

Les deux applications présentées mettent en avant la robustesse de la méthode proposée FEM-CsG.

Pour toutes variables de type CAO (angles, ou largeur dans les cas présentés), nous obtenons une multitude de topologies différentes dont la réponse de la structure reste continue. Nous avons pu passer par des topologies radicalement différentes avec un nombre extrêmement restreint de variables. Ainsi, avec un choix intelligent et cohérent des variables de forme, le problème d'optimisation peut avec un nombre restreint de variables explorer un nombre conséquent de topologies ou de formes.

La méthode d'optimisation proposée est adaptée pour une application plus industrielle malgré le fait que les applications proposées se situent dans un cadre académique. En effet, l'utilisation d'un algorithme hybride est une solution adéquate pour un problème multi-modal tel que le notre. De plus, l'utilisation d'une surface de réponse permet de « lisser » les imperfections liées aux sensibilités du maillage. Et l'enrichissement du plan d'expérience autour de la solution permet un gain de temps nous permettant de converger plus rapidement et plus précisément vers des topologies solutions.

Toutefois, l'application à un problème multi-objectif comprenant, entre autres les contraintes de crash (§4) nécessite une étude plus avancée des outils de la boucle d'optimisation proposée et reste une perspective importante de cette thèse.

Conclusion et Perspectives

« A la fin d'une longue discussion, nous arrivâmes à conclure qu'au fond il n'y rien de plus particulier qu'une idée générale. »"

(Jules Renard)

Chapitre 6

Industrialisation : Limites et Perspectives de la méthode FEM-CsG

6.1 Limites des hypothèses

Les premières limites notables de la méthode proviennent des hypothèses de départ soumises au §3.

La première vient du fait que la *Surface Composée* que l'on cherche à construire est une *Surface de Monge*. Néanmoins, cette hypothèse reste cohérente à tout problème d'emboutissage, ce qui permet de généraliser la méthode au delà de l'aspect des raidisseurs de capot.

Une des hypothèses les plus contraignantes correspond au fait que la \mathcal{RS} doit être plane. En effet, le principe même de la méthode est de capturer les intersections suivant le découpage des formes par un plan parallèle à cette \mathcal{RS} . Afin de répondre à cette seconde limite, une solution simple reviendrait à reprojeter la *Surface Composée* obtenue sur la surface courbe souhaitée. Autrement dit, dans le cas où l'on part d'une surface complexe courbe telle que la peau du capot automobile, l'idée reviendrait à projeter sur un plan cette surface, utiliser la méthode FEM-CsG afin de distribuer, positionner et définir la forme des raidisseurs (par exemple) avant de reprojeter l'ensemble de la surface obtenue en 3D. On peut noter que la solution proposée n'est pas acceptable dans le cas de très forte courbure.

6.2 Limites et perspectives de la définition des raidisseurs

Nous avons proposé dans cette thèse trois types de raidisseurs : les raidisseurs extrudés, les raidisseurs à formes fermées et les trous. Toutefois, l'importance est de connaître au mieux les particularités géométriques des formes.

Dans le cas des raidisseurs extrudés, l'utilisation de **SR** permet de connaître les arêtes vives de la forme ainsi que les cas de *plateaux* (cas particulier de **SR** parallèle à la \mathcal{RS}). L'implémentation d'un tel découpage serait aussi nécessaire dans le cas des raidisseurs à formes fermées nous offrant un plus ample panel de possibilités de formes. Malgré tout, l'aspect important de la méthode est qu'il est nécessaire de connaître le contour de la forme à n'importe quelle hauteur d'intersection avec un plan parallèle à la \mathcal{RS} , nous permettant de reconstruire, par la suite, les intersection avec cette forme. En d'autres termes, pour une forme donnée (analytique ou maillage), il faut être capable de donner la ou les courbes d'intersection pour un z donné de façon à n'obtenir qu'une seule ligne d'intersection (fermées comme les sphères ou ouvertes comme les extrusions).

6.3 Perspectives industrielles

6.3.1 Intégration dans un maillage pré-existant

Une des problématiques que nous avons soulevée au §4.3 provient de la difficulté à intégrer le problème d'optimisation dans un cadre industriel. En effet, le problème a été présenté §0.3.3 de telle sorte que la zone d'étude n'est seulement qu'une partie restreinte de la doublure de capot. Ainsi, il est important de pouvoir intégrer le maillage construit dans un maillage déjà existant et cela que ce soit pour le contour extérieur que pour des formes prémaillées que l'on souhaite fusionner avec le maillage.

La seule limite à la méthode est d'être capable de remailler. Or si l'on cherche à introduire des formes prémaillées l'importance est de connaître la courbe d'intersection pour une hauteur donnée. Si on a une géométrie maillée à intégrer, cette courbe *intersection* peut être aisément calculée par intersection avec les éléments triangles¹ du maillage. Toutefois, les intersections sont calculées en 3D et l'espace des paramètres de la forme prémaillée n'est pas connu *a priori* empêchant un re-

1. L'utilisation d'éléments triangles permet de définir un plan dont l'intersection avec un autre plan est beaucoup plus facile à obtenir que pour des éléments quadrangle par exemple.

maillage aisé dans un espace de paramètre connu. Dans le cas où les courbures sont suffisamment fines (par rapport à la taille de l'élément) le remaillage peut se faire directement autour des zones d'intersections. En effet, on peut supposer que seule une bande d'éléments est à remailler autour de la zone d'intersection d'une forme prémaillée.

Afin d'intégrer des formes prémaillées (comme un contour d'une zone d'étude), il suffit de calculer la courbe d'intersection pour chaque z donné, à des éléments du maillage, puis de remailler sur une bande d'éléments proche des lignes d'intersection.

6.3.2 Topologies alternatives d'intersection

Nous avons fait un choix arbitraire quant à l'intersection de deux raidisseurs entre eux : on ne conserve que les surfaces visibles en vue de dessus de la *Surface Composée*, Figure 6.3.1 a). Toutes les opérations booléennes d'intersection restent possibles étant donné que l'ensemble des lignes d'intersection a été calculé.

Prenons l'exemple de la Figure 6.3.1 b), la topologie choisie propose de conserver le *plateau* du raidisseur du dessous (2) par rapport à celui du dessus (1). La solution est faisable car nous possédons toutes les lignes d'intersection du problème, pour ce faire, un paramétrage définissant la construction de lignes de contrôle est nécessaire, tels que la largeur l et l'angle β sur la Figure 6.3.1 c). On peut ainsi construire de nouvelles lignes de contrôle modifiant le contour de chacun des **SR** du raidisseur (1).

En résumé, la méthode FEM-CsG permet de configurer tout type d'opération booléenne du fait que l'ensemble des lignes d'intersection entre les formes des raidisseurs soit calculé. Toutefois, une paramétrisation minutieuse de chacune de ces opérations reste nécessaire afin d'automatiser le processus.

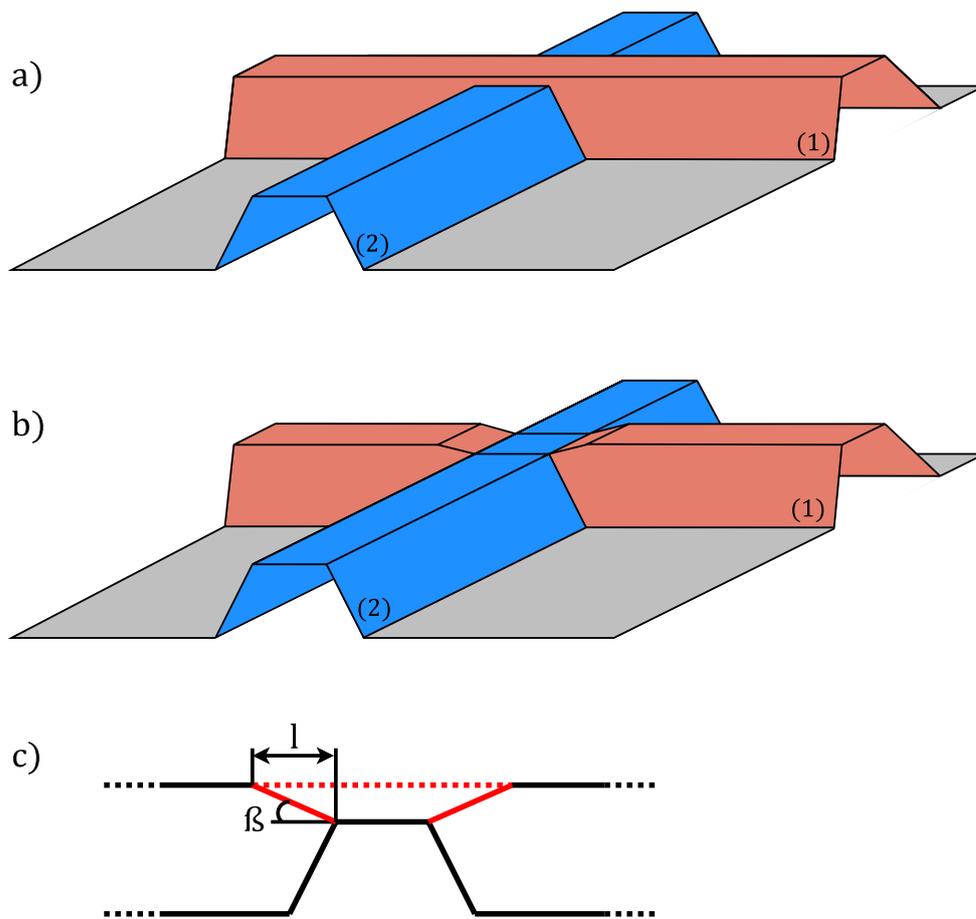


FIGURE 6.3.1 – a) Topologie choisie dans le cadre de cette thèse
b) Exemple de topologie alternative possible
c) Paramétrage de la topologie alternative b)

6.3.3 Paramétrage de fin des raidisseurs extrudés

Nous avons choisi de simplifier le problème en supposant que les raidisseurs extrudés traversent dans leur longueur la surface de référence. Toutefois, il est tout à fait possible de concevoir que les raidisseurs s'arrêtent au milieu de la surface. La problématique est de définir et de paramétrer géométriquement l'extrémité des raidisseurs, comme par exemple les raidisseurs Oméga (1), (2) et (3) représentés sur la Figure 6.3.2. Dans ces cas là, la solution (2) est particulière, dans le sens où la *Surface Composée* perd sa propriété de *Surface de Monge*, empêchant la suppression des dépouilles par *Z-Buffer*. Néanmoins, cette solution reste réalisable.

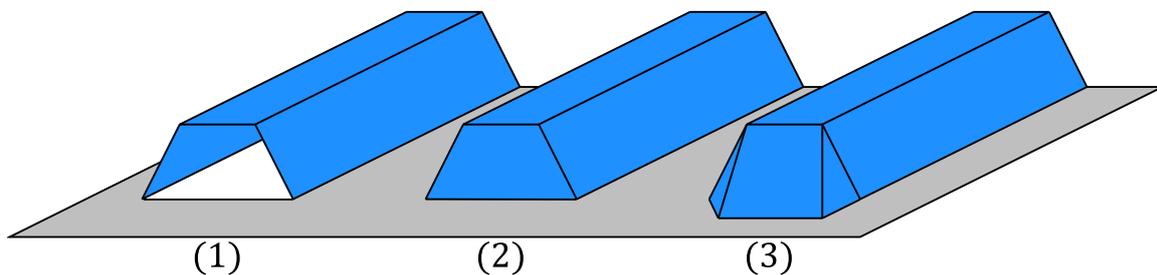


FIGURE 6.3.2 – Possibilités de fins de raidisseurs extrudés Oméga

Le problème des fins de raidisseurs extrudés peut aussi être résolu par le choix de l'opération booléenne effectuée entre deux raidisseurs. Prenons la Figure 6.3.3 pour illustrer notre propos. Il s'agit alors de faire une relimitation partielle lors de l'intersection entre deux raidisseurs. Ainsi un raidisseur « disparaît » dans l'autre.

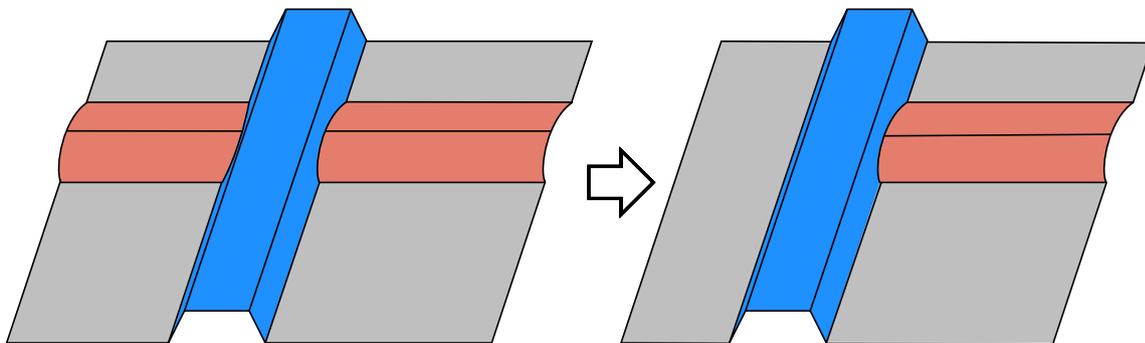


FIGURE 6.3.3 – Fin de raidisseur extrudé Cylindre par relimitation partielle

6.3.4 Reconstruction CAO

L'une des problématiques majeures du problème est de pouvoir repasser à un modèle CAO. L'avantage de la méthode FEM-CsG permet des modifications de topologies que n'accepte pas la CAO. Par conséquent, la reconstruction automatique de la CAO par les paramètres de forme n'est pas immédiate, car un utilisateur sera nécessaire pour reconstruire la CAO afin de sélectionner les paramètres de forme à conserver, où à reconstruire. Néanmoins, étant donné que nous connaissons l'ensemble des surfaces ayant servi au maillage des raidisseurs, cet ensemble peut être importé dans un logiciel CAO. Ainsi, nous pouvons reconstruire entièrement un modèle CAO de la surface composée.

Conclusion Générale

L'objectif de ce travail de thèse est de pouvoir intégrer totalement l'optimisation de forme des raidisseurs de capot dans un processus de conception industrielle et cela afin d'optimiser la forme et la distribution des raidisseurs dans un contexte multi-objectif (voir multi-disciplinaire) d'une structure 3D surfacique.

Pour ce faire, nous avons tout d'abord établi un aperçu de l'état de l'art dans l'optimisation de forme des structures. On a pu distinguer différentes méthodes de paramétrage de forme nous permettant de les classifier en trois catégories :

- Les méthodes basées sur la *géométrie*, qui de façon générale, correspondent à des méthodes de paramétrisation d'un modèle de type CAO. Ces méthodes proposent des variables de conception décrivant en elle-même la géométrie. Par conséquent, les propriétés géométriques sont conservées à la fin du processus d'optimisation, ce qui dans un contexte industriel fort est un point crucial. Toutefois, plusieurs limites viennent à la rencontre de ces méthodes. En effet, le modèle éléments finis doit s'adapter directement aux modifications géométriques ce qui reste une tâche difficile. En outre, les modèles CAO surfacique n'autorisent pas de modifications topologiques de la structure.
- Les méthodes basées sur une *grille fixe*, qui de façon générale, peuvent se résumer aux méthodes d'optimisation topologique et topographique. Les méthodes d'optimisation topologique permettent, *a contrario* des méthodes basées sur la géométrie, de capturer la topologie de la structure en définissant ainsi les frontières internes et externes de la forme. Toutefois, cette méthode ne permet pas de reconstruction CAO de la forme et ne permet pas de représenter de structure 3D surfacique. Les méthodes d'optimisation topométrique, appliquées uniquement à des surfaces, permettent quant à elle de simuler une altitude en paramétrant l'épaisseur des éléments coques comme variable de forme. Toutefois, ces méthodes possèdent les mêmes inconvénients que pour l'optimisation topologique. Et les méthodes d'optimisation topographique qui utilisent « l'altitude » des éléments de la structure dans l'espace comme variable de forme. Le nombre de variable est, par conséquent très nombreux et ne permet pas de définition claire de la géométrie de la forme

afin d'en reconstruire un modèle CAO.

- Les méthodes basées sur le *maillage*, qui de façon générale, utilisent les coordonnées des nœuds comme variable de conception ce qui amène à des formes mal définies et très irrégulières. Ainsi des méthodes de régularisation du maillage tel que le morphing permettent de définir une déformation générale du maillage par l'utilisation de boîte de morphing ou de points de contrôle. Toutefois, ces méthodes conservent un maillage constant limitant par conséquent la magnitude des changements géométriques possibles ainsi que la possibilité de modifier la topologie de la structure.

Aucune des méthodes précédentes ne satisfaisant aux objectifs, nous avons défini le principe de la méthode FEM-CsG. Imprégné d'un fort contexte industriel, la méthode propose une réponse à des contraintes telles que la possibilité de pouvoir représenter la solution optimale par un ensemble de paramètres CAO, la possibilité d'adapter le modèle EF à l'analyse souhaitée et la garantie d'une représentation géométrique et d'un maillage robuste. En proposant d'intégrer des formes élémentaires paramétrées et pré-maillées issues d'une bibliothèque de forme élémentaire dans une structure coque 3D maillée par l'utilisation des variables issues de la CAO, la méthode FEM-CsG permet une évolution constante de la topologie guidée par l'optimisation. Ainsi, même si la topologie est modifiée la forme résultante reste conforme avec une représentation CAO par construction, correspondant d'avantage à la réalité des optimisations réalisées en avant-projet.

Le principe de la méthode est de déposer et d'assembler des raidisseurs sur une *Surface* dite de *Référence*. Celle-ci peut être résumée en cinq étapes :

- La première étape correspond au maillage de cette surface de référence, par l'intermédiaire des lignes de contrôle représentant la « trace » des raidisseurs.
- La deuxième étape correspond à la recherche de l'ensemble des intersections 3D entre chacun des raidisseurs par l'utilisation de la méthode des plans parallèles
- La troisième étape correspond au calcul des lignes d'intersections obtenues à partir des points d'intersection calculés à l'étape précédente.
- La quatrième étape correspond au maillage des différents raidisseurs par l'intermédiaire des lignes de contrôle obtenue à partir des différentes lignes d'intersection et de contours des raidisseurs.
- La cinquième étape correspond à l'assemblage des différents maillages des raidisseurs par l'intermédiaire des lignes de contrôle avant la suppression des éléments superflus du maillage à l'aide de l'algorithme du peintre (ou Z-Buffer).

La méthode FEM-CsG a été validée sur deux cas simples. Le premier cas d'application étudie la réaction de la méthode dans un contexte réel d'optimisation des structures. Pour ce faire, une boucle d'optimisation hybride reposant sur une surface de réponse par fonction krigage a été définie. On a ainsi optimisé la compliance de la structure en définissant la position et la forme de raidisseurs lors d'un cas de chargement statique. Le deuxième cas d'application étudie la méthode présentée lors du passage entre différentes topologies.

Les deux applications présentées ont permis de mettre en avant la robustesse de la méthode FEM-CsG : par l'utilisation de variables de type CAO, nous avons obtenu différentes topologies. Avec un choix intelligent et cohérent des variables de forme, le problème d'optimisation peut avec un nombre restreint de variables explorer un nombre important de topologies ou de formes. Les changements de topologies s'effectuent de manière continue, validant ainsi la méthode à tout type d'analyse souhaitée.

Nous avons développé un outil permettant de répondre aux attentes industrielles de conception de raidisseurs de capot automobile dans un contexte multi-objectif. Toutefois, une mise en application de la méthode aux cas industriels reste nécessaire.

Afin que la méthode proposée FEM-CsG puisse exploiter tout son potentiel, plusieurs points restent à développer et à valider : l'intégration de la méthode dans un maillage pré-existant, le choix de l'opération booléenne d'intersection permettant une topologie alternative d'intersection, le paramétrage de fermeture des raidisseurs extrudés ou l'application de la méthode sur une surface de référence non plane. Néanmoins des axes de recherche ont été proposés afin de résoudre ces difficultés.

Annexe

Spline Akima

L'interpolation akima [Akima 70] est une interpolation continûment différentiable en sous-spline et est une fonction affine par morceaux construite à partir de polynômes du troisième degré. Seules les données des points voisins sont utilisées pour déterminer les coefficients d'interpolation du polynôme d'interpolation. Il n'est pas nécessaire de résoudre de larges systèmes d'équations et, par conséquent, cette méthode d'interpolation est très faible en intensité de calcul. De part le fait qu'aucune forme de fonction ne représente l'ensemble de la courbe et seul un petit nombre de points est pris en compte cette méthode ne tend pas vers de petites oscillations anormales telles que peuvent être sujettes les splines cubiques classiques comme illustré Figure .1.

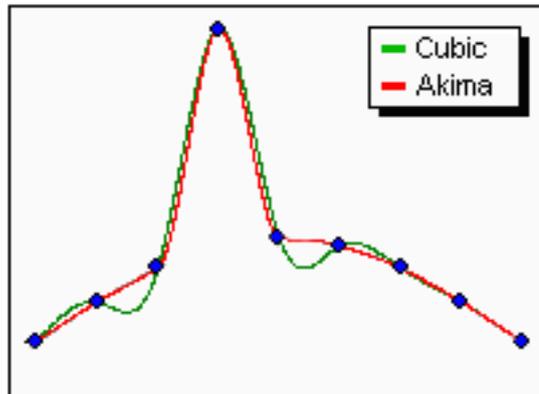


FIGURE .4 – Organigramme général d'une boucle d'optimisation.

Pour un ensemble de points $s_i = s(x_i)$ où $1 \leq i \leq k$, la fonction d'interpolation est définie pour $x_i \leq x \leq x_{i+1}$ telle que :

$$s(x) = a_0 + a_1 \cdot (x - x_i) + a_2 \cdot (x - x_i)^2 + a_3 \cdot (x - x_i)^3$$

Afin de déterminer les coefficients du polynôme d'interpolation a_0 , a_1 , a_2 et a_3 pour chaque intervalle $[x_i, x_{i+1}]$, on utilise les valeurs de la fonction s_i et s_{i+1} et

de sa première dérivée s'_i et s'_{i+1} aux bornes de l'intervalle étudié.

La première dérivée de la fonction d'interpolation s'_i en x_i est estimée par rapport aux valeurs en ce point et de 2 points autour de x_i et est définie telle que :

$$s'_i = \frac{\omega_{i-1} \cdot d_{i-1} + \omega_i \cdot d_i}{\omega_{i-1} + \omega_i}$$

avec le rapport $d_j = \frac{s_{j+1} - s_j}{x_{j+1} - x_j}$ où $j = (i - 2, i - 1, i, i + 1)$ et les coefficients de poids $\omega_{i-1} = |d_{i+1} - d_i|$ et $\omega_i = |d_{i-1} - d_{i-2}|$.

Toutefois plusieurs cas particuliers de s'_i nécessitent d'être considérés :

$$\begin{aligned} s'_i = d_{i-1} &\longrightarrow d_{i-2} = d_{i-1}, \text{ soit } d_i \neq d_{i+1} \\ s'_i = d_i &\longrightarrow d_i = d_{i+1}, \text{ soit } d_{i-2} \neq d_{i-1} \\ s'_i = d_{i-1} = d_i &\longrightarrow d_{i-1} = d_i \\ s'_i = \frac{d_{i-1} + d_i}{2} &\longrightarrow d_{i-2} = d_{i-1}, \text{ soit } d_i \neq d_{i+1} \end{aligned}$$

Par ailleurs pour calculer les dérivées s'_1, s'_2, s'_{k-1} et s'_k , les rapports d_{-1}, d_0, d_k et d_{k+1} se doivent d'être estimés, on réduit alors la fonction à l'ordre 2 pour ces intervalles et estimons les rapports tels que :

$$\begin{aligned} d_{-1} &= 2d_0 - d_1 \\ d_0 &= 2d_1 - d_2 \\ d_k &= 2d_{k-1} - d_{k-2} \\ d_{k+1} &= 2d_k - d_k \end{aligned}$$

Traduit et adapté à partir des travaux de M.Rottinger [Rottinger 68].

Bibliographie

- [Akima 70] Hiroshi Akima. *A New Method of Interpolation and Smooth Curve Fitting Based on Local Procedures*. J. ACM, vol. 17, no. 4, pages 589–602, October 1970. [www](#)
- [Allaire 02] Grégoire Allaire, François Jouve & Anca-Maria Toader. *A level-set method for shape optimization*. Comptes Rendus Mathématique, vol. 334, no. 12, pages 1125 – 1130, 2002. [www](#)
- [Allaire 07a] G. Allaire & A. Craig. Numerical analysis and optimization : An introduction to mathematical modelling and numerical simulation. Numerical Mathematics and Scientific Computation. OUP Oxford, 2007. [www](#)
- [Allaire 07b] Grégoire Allaire & Marc Collaborateur. Schoenauer. Conception optimale de structures. Mathématiques & applications. Springer, New York, 2007. [www](#)
- [Allaire 14] G. Allaire, C. Dapogny & P. Frey. *Shape optimization with a level set based mesh evolution method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 282, no. 0, pages 22 – 53, 2014. [www](#)
- [Amstutz 06] Samuel Amstutz & Heiko Andræ. *A new algorithm for topology optimization using a level-set method*. Journal of Computational Physics, vol. 216, no. 2, pages 573 – 588, 2006. [www](#)
- [Barthelemy 93] J.-F.M. Barthelemy & R.T. Haftka. *Approximation concepts for optimum structural design — a review*. Structural optimization, vol. 5, no. 3, pages 129–144, 1993. [www](#)
- [Bellu 98] Serge Bellu. Histoire mondiale de l'automobile. Flammarion, Paris, 1998.

- [Bendsøe 88] Martin Philip Bendsøe & Noboru Kikuchi. *Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 71, no. 2, pages 197 – 224, 1988. [www](#)
- [Bendsøe 89] M.P. Bendsøe. *Optimal shape design as a material distribution problem*. Structural optimization, vol. 1, no. 4, pages 193–202, 1989. [www](#)
- [Bendsøe 99] M. P. Bendsøe & O. Sigmund. *Material interpolation schemes in topology optimization*. Archive of Applied Mechanics, vol. 69, no. 9-10, pages 635–654, 1999. [www](#)
- [Bendsøe 03] M.P. Bendsøe & O. Sigmund. *Topology optimization : Theory, methods and applications*. Engineering online library. Springer, 2003. [www](#)
- [Benevides 11] Rodrigo Benevides. *Boosting the concept of topography optimized parts*. In Altair HTC Congress, 2011.
- [Bierlaire 06] M. Bierlaire. *Introduction à l’optimisation différentiable*. Enseignement des mathématiques. Presses polytechniques et universitaires romandes, 2006. [www](#)
- [Bletzinger 10] Kai-Uwe Bletzinger, Matthias Firl, Johannes Linhard & Roland Wüchner. *Optimal shapes of mechanically motivated surfaces*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 199, no. 5-8, pages 324 – 333, 2010. Computational Geometry and Analysis. [www](#)
- [Bonnans 06] J.F. Bonnans, J.Ch. Gilbert, C. Lemaréchal & C. Sagastizábal. *Numerical optimization – theoretical and practical aspects*. Universitext. Springer Verlag, Berlin, 2006.
- [Boussuge 14] Flavien Boussuge, Jean-Claude Léon, Stéphanie Hahmann & Lionel Fine. *Extraction of generative processes from B-Rep shapes and application to idealization transformations*. Computer-Aided Design, vol. 46, no. 0, pages 79 – 89, 2014. 2013 {SIAM} Conference on Geometric and Physical Modeling. [www](#)
- [Braibant 84] V. Braibant & C. Fleury. *Shape optimal design using B-splines*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 44, no. 3, pages 247 – 267, 1984. [www](#)
- [Braibant 86] V. Braibant & C. Fleury. *Shape optimal design, A CAD-oriented formulation*. Engineering with Computers, vol. 1, no. 4, pages 193–204, 1986. [www](#)

- [Breitenberger 14] M. Breitenberger, A. Apostolatos, B. Philipp, R. Wüchner & K.-U. Bletzinger. *Analysis in computer aided design : Nonlinear isogeometric B-Rep analysis of shell structures*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, no. 0, pages –, 2014. [www](#)
- [Breitkopf 05] Piotr Breitkopf, Hakim Naceur, Alain Rassineux & Pierre Villon. *Moving least squares response surface approximation : Formulation and metal forming applications*. Computers & Structures, vol. 83, no. 17–18, pages 1411 – 1428, 2005. Advances in Meshfree Methods. [www](#)
- [Breitkopf 09a] Piotr Breitkopf & Rajan Filomeno Coelho. Optimisation multidisciplinaire en mécanique 1 : démarche de conception, stratégies collaboratives et concourantes, multiveaux de modèles et de paramètres (Traité MIM, série Méthodes Numériques en Mécanique). Hermes Science Publications, 2009. [www](#)
- [Breitkopf 09b] Piotr Breitkopf & Rajan Filomeno Coelho. Optimisation multidisciplinaire en mécanique 2 : réduction de modèles, robustesse, fiabilité, réalisations logicielles (Traité MIM, série Méthodes Numériques en Mécanique). Hermes Science Publications, 2009. [www](#)
- [Burger 04] Martin Burger, Benjamin Hackl & Wolfgang Ring. *Incorporating topological derivatives into level set methods*. Journal of Computational Physics, vol. 194, no. 1, pages 344 – 362, 2004. [www](#)
- [Byrd 99] Richard H. Byrd, Mary E. Hribar & Jorge Nocedal. *An Interior Point Algorithm for Large-Scale Nonlinear Programming*. SIAM J. on Optimization, vol. 9, no. 4, pages 877–900, April 1999. [www](#)
- [Cavazzuti 12] L. Cavazzuti, L. Splendi, L. D’Agostino, E. Torricelli, D. Costi & A. Baldini. *Structural optimization of automotive chassis - theory, set up, design*. In PICOF - 6 th International Conference. Problèmes Inverses, Contrôle et Optimisation de Formes Ecole Polytechnique, Palaiseau, France, April 2nd-4th, 2012.
- [Chappuis 04] C. Chappuis, A. Rassineux, P. Breitkopf & P. Villon. *Improving surface meshing from discrete data by feature recognition*. Engineering with Computers, vol. 20, no. 3, pages 202–209, 2004. [www](#)

- [Christensen 08] P.W. Christensen & A. Klarbring. An introduction to structural optimization. Solid Mechanics and Its Applications. Springer, 2008. [www](#)
- [Costi 11] D. Costi, E. Toricelli, L. Splendi & Pettazzoni M. *Optimization Methodology for an Automotive Hood Substructure (Inner Panel)*. In Proceedings of the World Congress on Engineering 2011 Vol III. WCE 2011, July 6 - 8, 2011, London, U.K., 2011.
- [Couckuyt 10] I. Couckuyt, F. Declercq, T. Dhaene, H. Rogier & L. Knockaert. *Surrogate-based infill optimization applied to electromagnetic problems*. International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering, vol. 20, no. 5, pages 492–501, 2010. [www](#)
- [Couckuyt 12] I. Couckuyt, A. Forrester, D. Gorissen, F. De Turck & T. Dhaene. *Blind Kriging : Implementation and performance analysis*. Advances in Engineering Software, vol. 49, no. 0, pages 1 – 13, 2012. [www](#)
- [Coulibaly 07] Thierry Coulibaly. Il y a un siècle, l’automobile. Ed. Ouest-France, Rennes, 2007.
- [Cuillère 13] Jean-Christophe Cuillère, Vincent François & Jean-Marc Drouet. *Automatic mesh generation and transformation for topology optimization methods*. Computer-Aided Design, vol. 45, no. 12, pages 1489 – 1506, 2013. [www](#)
- [Cuillère 14] Jean-Christophe Cuillère, Vincent François & Jean-Marc Drouet. *Towards the Integration of Topology Optimization into the CAD Process*. Computer-Aided Design and Applications, vol. 11, no. 2, pages 120–140, 2014. [www](#)
- [Daley 03] Daryl J. Daley & David Vere-Jones. An introduction to the theory of point processes. vol. I. , elementary theory and methods. Probability and its applications. Springer, New York, Berlin, Paris, 2003. [www](#)
- [Dey 97] S. Dey, M.S. Shephard & M.K. Georges. *Elimination of the adverse effects of small model features by the local modification of automatically generated meshes*. Engineering with Computers, vol. 13, no. 3, pages 134–152, 1997. [www](#)
- [Dhatt 05] G Dhatt, G Touzot & E Lefrançois. Méthode des éléments finis. Lavoisier, 2005. [www](#)

- [Droesbeke 97] J.J. Droesbeke, J. Fine, G. Saporta, Association pour la statistique et ses utilisations (France) & Société de statistique de France. Plans d'expériences : applications à l'entreprise. Technip, 1997. [www](#)
- [Eiben 03] Agoston E. Eiben & J. E. Smith. Introduction to evolutionary computing. SpringerVerlag, 2003.
- [Eschenauer 94] H.A. Eschenauer, V.V. Kobelev & A. Schumacher. *Bubble method for topology and shape optimization of structures*. Structural optimization, vol. 8, no. 1, pages 42–51, 1994. [www](#)
- [ESI 12a] ESI. Virtual-performance [online]. 2012. [www](#)
- [ESI 12b] ESI. Visual-environment [online]. 2012. [www](#)
- [F. Duddeck 12] H. Zimmer F. Duddeck. *New Achievements on Implicit parameterization Techniques for Compined Shape and Topology Optimization for Crashworthiness based on SFE CONCEPT*. In ICRASH2012, 2012.
- [Filomeno Coelho 09] Rajan Filomeno Coelho, Piotr Breitkopf, Catherine Knopf-Lenoir & Pierre Villon. *Bi-level model reduction for coupled problems*. Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 39, no. 4, pages 401–418, 2009. [www](#)
- [Fine 00] L. Fine, L. Remondini & J.-C. Leon. *Automated generation of FEA models through idealization operators*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 49, no. 1-2, pages 83–108, 2000. [www](#)
- [Fisher 92] R.A. Fisher. *The Arrangement of Field Experiments*. In Samuel Kotz & NormanL. Johnson, editeurs, Breakthroughs in Statistics, Springer Series in Statistics, pages 82–91. Springer New York, 1992. [www](#)
- [Foucault 08a] Gilles Foucault. *Adaptation de modèles CAO paramétrées en vue d'une analyse de comportement mécanique par éléments finis*. Theses, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, January 2008. [www](#)
- [Foucault 08b] Gilles Foucault, Jean-Christophe Cuillière, Vincent François, Jean-Claude Léon & Roland Maranzana. *Adaptation of CAD Model Topology for Finite Element Analysis*. Comput. Aided Des., vol. 40, no. 2, pages 176–196, February 2008. [www](#)
- [Gabriel-Marie 93] Frère Gabriel-Marie. Géométrie descriptive : Éléments. Numeéro vol. 1. 1893. [www](#)

- [Giunta 98] A. Giunta & L.T. Watson. *A Comparison of Approximation Modeling Techniques : Polynomial Versus Interpolating Models*. Rapport technique, 1998.
- [Gomes 91] Abel J.P. Gomes & José.G. Teixeira. *Form feature modeling in a hybrid CSG/BRep scheme*. Computers & Graphics, vol. 15, no. 2, pages 217 – 229, 1991. [www](#)
- [Haftka 86] Raphael T. Haftka & Ramana V. Grandhi. *Structural shape optimization - A survey*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 57, no. 1, pages 91 – 106, 1986. [www](#)
- [Haftka 92] R.T. Haftka & Z. G]rdal. *Elements of structural optimization*. Contributions to Phenomenology. Springer Netherlands, 1992. [www](#)
- [Haslinger 03] J. Haslinger & R.A.E. M%okinen. *Introduction to shape optimization : Theory, approximation, and computation*. Advances in Design and Control. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003. [www](#)
- [He 07] Lin He, Chiu-Yen Kao & Stanley Osher. *Incorporating Topological Derivatives into Shape Derivatives Based Level Set Methods*. J. Comput. Phys., vol. 225, no. 1, pages 891–909, July 2007. [www](#)
- [Hughes 00] T J R Hughes. *The Finite Element Method : Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 65, 2000. [www](#)
- [Hughes 13] J.F. Hughes & J.D. Foley. *Computer graphics : Principles and practice*. The systems programming series. Addison-Wesley, 2013. [www](#)
- [Johann Dréo 03] Éric Taillard Patrick Siarry Johann Dréo Alain Petrowski. *Métaheuristiques pour l’optimisation difficile*. Eyrolles, 2003.
- [Jones 01] D.R. Jones. *A Taxonomy of Global Optimization Methods Based on Response Surfaces*. Journal of Global Optimization, vol. 21, no. 4, pages 345–383, 2001. [www](#)
- [Kausikar 13] P. ; Khadsare C. ; Virmalwar A. Kausikar K. ; Bhirhud. *Optimization An Effective Tool In Bonnet Design Cycle*. In Altair Technology Conference, India, 2013.
- [Korbetis Georgios 09] Siskos Dimitrios Korbetis Georgios. *Multi-Disciplinary Design Optimization exploiting the efficiency of ANSA-*

- LSOPT-META coupling*. In 7th European LS-DYNA Conference, 2009.
- [Lavaud 07] Gaël Lavaud. *Optimisation robuste appliquée au crash automobile*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2007.
- [Leiva 04] Juan Leiva. Topometry optimization : A new capability to perform element by element sizing optimization of structures. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014/12/14 2004. [www](#)
- [Leiva 07] J.P. Leiva, B.C. Watson, I. Kosaka & DYNAMore. *A Comparative Study of Topology and Topometry Structural Optimization Methods Within the Genesis Software*. LS-DYNA FORUM ;, 2007.
- [Leroy 55] C.F.A. Leroy, É. Martelet & Biblioteca Provinciale. *Traite de geometrie descriptive, suivi de la methode des plans cotes et de la theorie des engrenages cylindriques et coniques, avec une collection d'epures, composee de 71 planches par c. f.-a. leroy : Texte*. Numeéro vol. 1. Mallet-Bachelier, 1855. [www](#)
- [Lin 14] Hung-Yun Lin, Mahidhar Rayasam & Ganesh Subbarayan. *ISOCOMP : Unified geometric and material composition for optimal topology design*. Structural and Multidisciplinary Optimization, pages 1–17, 2014. [www](#)
- [Maiorov 06] V. Maiorov. *Approximation by neural networks and learning theory*. Journal of Complexity, vol. 22, no. 1, pages 102 – 117, 2006. Special Issue Algorithms and Complexity for Continuous Problems Special Issue. [www](#)
- [Matlab 14a] Matlab. Latin hypercube sampling [online]. 2014. [www](#)
- [Matlab 14b] Matlab. Optimization toolbox [online]. 2014. [www](#)
- [McCormack 02] Jay P. McCormack & Jonathan Cagan. *Designing Inner Hood Panels Through a Shape Grammar Based Framework*. Artif. Intell. Eng. Des. Anal. Manuf., vol. 16, no. 4, pages 273–290, September 2002. [www](#)
- [McKay 79] M. D. McKay, R. J. Beckman & W. J. Conover. *Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code*. Technometrics, vol. 21, no. 2, pages 239–245, 1979. [www](#)
- [Mercier 12] F. Mercier, M. Guillon & S. Maillot. *Deployment of optimization studies using Alternova : design of a hood in-*

- ner panel for pedestrian safety performance*. Ingénieurs de l'Automobile, pages 29–46, Juin 2012.
- [Moré 83] J. J. Moré & D. C. Sorensen. *Computing a trust region step*. SIAM J. Scientific and Statistical Computing, vol. 4, pages 553–572, 1983.
- [Morris 82] A.J. Morris. Foundations of structural optimization : a unified approach. Wiley series in numerical methods in engineering. Wiley, 1982. [www](#)
- [Nayroles 92] B. Nayroles, G. Touzot & P. Villon. *Generalizing the finite element method : Diffuse approximation and diffuse elements*. Computational Mechanics, vol. 10, no. 5, pages 307–318, 1992. [www](#)
- [Nocedal 06] J. Nocedal & S. J. Wright. Numerical optimization. Springer, New York, 2nd edition, 2006.
- [Norato 07] Julian A. Norato, Martin P. Bendsøe, Robert B. Haber & Daniel A. Tortorelli. *A topological derivative method for topology optimization*. Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 33, no. 4-5, pages 375–386, 2007. [www](#)
- [Novotny 13] Antonio Novotny. Topological derivative in shape optimization. Springer, Heidelberg New York, 2013.
- [Osher 88] Stanley Osher & James A Sethian. *Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations*. Journal of Computational Physics, vol. 79, no. 1, pages 12 – 49, 1988. [www](#)
- [Padberg 95] Manfred W. Padberg. Linear optimization and extensions. Algorithms and combinatorics. Springer, Berlin, New York, 1995. [www](#)
- [Raghavan 13] Balaji Raghavan, Liang Xia, Piotr Breitkopf, Alain Rassinoux & Pierre Villon. *Towards simultaneous reduction of both input and output spaces for interactive simulation-based structural design*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 265, no. 0, pages 174 – 185, 2013. [www](#)
- [Ramesh 12] C.K. Ramesh, S. Srikari & Suman M.L.J. *Design of Hood Stiffener of a Sedan Car for Pedestrian Safety*. SASTECH Journal, vol. Volume 11, Issue 2, pages 67–73, 2012.
- [Robinson 11] T.T. Robinson, C.G. Armstrong & R. Fairey. *Automated mixed dimensional modelling from 2D and 3D {CAD} mo-*

- dels*. Finite Elements in Analysis and Design, vol. 47, no. 2, pages 151 – 165, 2011. [www](#)
- [Rottinger 68] Martin Rottinger. *Selected Simulations of Semiconductor Structures*. PhD thesis, Technischen Universität Wien Fakultät für Elektrotechnik, 1968.
- [Rozvany 92] G.I.N. Rozvany, M. Zhou & T. Birker. *Generalized shape optimization without homogenization*. Structural optimization, vol. 4, no. 3-4, pages 250–252, 1992. [www](#)
- [Ruekert 95] Robert W. Ruekert. *Cross Functional Interactions in Product Development and Their Impact on Project Performance*. Design Management Journal (Former Series), vol. 6, no. 3, pages 50–54, 1995. [www](#)
- [Schramm 96] Uwe Schramm & Walter D. Pilkey. *Optimal Design of Structures under Impact Loading*. Shock and Vibration, vol. 3, no. 1, pages 69–81, 01 1996. [www](#)
- [Snyman 05] Jan A. Snyman. Practical mathematical optimization : an introduction to basic optimization theory and classical and new gradient-based algorithms. Applied optimization. Springer, New York, 2005. [www](#)
- [Sokolowski 99] J. Sokolowski & A. Zochowski. *On the Topological Derivative in Shape Optimization*. SIAM J. Control Optim., vol. 37, no. 4, pages 1251–1272, April 1999. [www](#)
- [Staten 12] Matthew L. Staten, Steven J. Owen, Suzanne M. Shontz, Andrew G. Salinger & Todd S. Coffey. *A Comparison of Mesh Morphing Methods for 3D Shape Optimization*. In William Roshan Quadros, editeur, Proceedings of the 20th International Meshing Roundtable, pages 293–311. Springer Berlin Heidelberg, 2012. [www](#)
- [Stavropoulou 14] Electra Stavropoulou, Majid Hojjat & Kai-Uwe Bletzinger. *In-plane mesh regularization for node-based shape optimization problems*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 275, no. 0, pages 39 – 54, 2014. [www](#)
- [Sunil 08] V.B. Sunil & S.S. Pande. *Automatic recognition of features from freeform surface {CAD} models*. Computer-Aided Design, vol. 40, no. 4, pages 502 – 517, 2008. [www](#)
- [Swiler 04] L.P. Swiler & G.D. Wyss. *A User's Guide to Sandia's Latin Hypercube Sampling Software : LHS UNIX Library Standalone Version*. Rapport technique, Sandia Technical Report SAND2004-2439, July 2004.

- [Tanskanen 02] Pasi Tanskanen. *The evolutionary structural optimization method : theoretical aspects*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 191, no. 47-48, pages 5485 – 5498, 2002. [www](#)
- [Thakur 09] Atul Thakur, Ashis Gopal Banerjee & Satyandra K. Gupta. *A survey of {CAD} model simplification techniques for physics-based simulation applications*. Computer-Aided Design, vol. 41, no. 2, pages 65 – 80, 2009. [www](#)
- [Theoharis 01] T Theoharis, G Papaioannou & E A Karabassi. *The magic of the Z-buffer : A survey*. W S C G ' 2001, Vols I & II, Conference Proceedings, pages 379–386, 2001. [www](#)
- [van Dijk 13] N.P. van Dijk, K. Maute, M. Langelaar & F. van Keulen. *Level-set methods for structural topology optimization : a review*. Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 48, no. 3, pages 437–472, 2013. [www](#)
- [Wang 03] Michael Yu Wang, Xiaoming Wang & Dongming Guo. *A level set method for structural topology optimization*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 192, no. 1-2, pages 227 – 246, 2003. [www](#)
- [Wang 06] Shengyin Wang & Michael Yu Wang. *Radial basis functions and level set method for structural topology optimization*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 65, no. 12, pages 2060–2090, 2006. [www](#)
- [Weinstock 74] Robert Weinstock. *Calculus of variations, with applications to physics and engineering*. Dover Publications, New York, 1974.
- [Weiss 09a] B.; Krümenaker T.; Nowotny D.; Sprave J.; Hipp W. Weiss D.; Sonntag. *Geometry-Based Topology Optimization - Improving Head Impact Performance of an Engine Hood*. In 7th European LS-DYNA Conference, 2009.
- [Weiss 09b] D. Weiss. *Geometry-based Structural Optimization on CAD Specification Trees*. PhD thesis, Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2009. [www](#)
- [Xia 13] Liang Xia, Jihong Zhu, Weihong Zhang & Piotr Breitkopf. *An implicit model for the integrated optimization of component layout and structure topology*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 257, no. 0, pages 87 – 102, 2013. [www](#)

- [Yamada 10] Takayuki Yamada, Kazuhiro Izui, Shinji Nishiwaki & Akihiro Takezawa. *A topology optimization method based on the level set method incorporating a fictitious interface energy*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 199, no. 45-48, pages 2876 – 2891, 2010. [www](#)
- [Zuo 14] Zhi Hao Zuo & Yi Min Xie. *Evolutionary topology optimization of continuum structures with a global displacement control*. Computer-Aided Design, vol. 56, no. 0, pages 58 – 67, 2014. [www](#)