



HAL
open science

Caractérisation de milieux poreux hétérogènes par approche acoustique.

Ruonan Bai

► **To cite this version:**

Ruonan Bai. Caractérisation de milieux poreux hétérogènes par approche acoustique.. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Havre, 2016. Français. NNT : 2016LEHA0009 . tel-01431539

HAL Id: tel-01431539

<https://theses.hal.science/tel-01431539>

Submitted on 11 Jan 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité : Acoustique

Préparée au sein de l'Université du Havre

Caractérisation de milieux poreux hétérogènes par approche acoustique

Présentée et soutenue par

Ruonan BAI

**Thèse soutenue publiquement le 27 juin 2016
devant le jury composé de**

M. Olivier DAZEL	Professeur des universités, LAUM, Université du Mans	Rapporteur
M. Samuel CALLE	Maître de conférences HDR, Université François Rabelais de Tours	Rapporteur
M. Jean-Paul DUPONT	Professeur des universités, M2C, Université de Rouen	Examineur
M. Pierre CAMPISTRON	Maître de conférences, Université de Valenciennes	Examineur
M. Abdellah ALEM	Maître de conférences, LOMC, Université du Havre	Encadrant
M. Alain TINEL	Maître de conférences HDR, LOMC, Université du Havre	Invité
M. Huaqing WANG	Professeur des universités, LOMC, Université du Havre	Invité
M. Hervé FRANKLIN	Professeur des universités, LOMC, Université du Havre	Directeur de thèse

Thèse dirigée par : Hervé FRANKLIN, LOMC, UMR CNRS 6294



Remerciements

Ce travail a été effectué au Laboratoire Ondes et Milieux Complexes de l'Université du Havre. Je tiens à remercier M. H. Franklin pour toute son aide. Je suis ravie d'avoir travaillé en sa compagnie car outre son appui scientifique, il a toujours été là pour me soutenir et me conseiller au cours de l'élaboration de cette thèse.

Mes vifs remerciements vont également à mes encadrants Mrs. HQ. Wang, A. Alem et A. Tinel pour leurs conseils et la patience qu'ils ont manifestés à mon égard durant cette thèse.

Je remercie également Mrs. O. Dazel, S. Callé, JP. Dupont, et P. Campistron pour avoir accepté de participer à ce jury.

Je n'oublie pas Mme A. Banville, Mrs. S. Taïbi et L. Bizet pour leur aide. Leur expérience et les nombreuses discussions durant les campagnes expérimentales m'ont été indispensables.

Merci à tous mes amis : G. Nicolle, A. Hammadi, Y. Song, C. Gauthier, M. Ammami, EZ. Ma, B. Abbar.

Merci également à tous les techniciens, informaticiens, chercheurs et sans oublier Mme F. Hadjaz pour la bonne ambiance qui a régné tout au long de ces années.

Je n'oublie pas l'ensemble des chercheurs du L.O.M.C qui forment une équipe avec laquelle il est très agréable de travailler.

Je remercie ma famille pour son soutien tout le long de cette thèse, notamment dans les moments les plus difficiles.

A mon mari, qui m'a toujours soutenu, je dédie ce travail.

Table des matières

Introduction générale

PARTIE A : Acoustique des milieux à double porosité

Introduction 3

Chapitre1 : Milieux à double porosité : théorie de Berryman-Wang

1.1 Le modèle de porosité simple de Biot-Stoll..... 7

1.1.1 Lois de comportement 7

1.1.2 Equations du mouvement 9

1.1.3 Relations contraintes-déformations 13

1.1.4 Relations pressions-déformations 14

1.2 De la porosité simple à la porosité double..... 17

1.2.1 Equations constitutives de la théorie de la porosité double..... 17

1.2.2 Contraintes et pressions en fonction des déformations 20

1.2.3 Equations du mouvement 22

1.2.4 Expressions des coefficients d'inertie et de frottement 25

 Coefficients d'inertie 25

 Coefficients de frottement 25

1.3 Conclusion 28

Chapitre 2 : Ondes dans un milieu à double porosité saturé par un fluide

2.1 Propagation et atténuation des ondes acoustiques..... 31

2.1.1 Etude des ondes longitudinales..... 35

2.1.2 Etude des ondes transversales..... 35

2.2 Etude numérique	36
2.2.1 Vitesses de phase	36
2.2.2 Atténuations.....	39
2.3 Conclusion :	41

Chapitre 3 : Etude numérique de la réflexion et de la transmission d'ondes à travers une couche de milieu à double porosité

3.1 Réflexion et transmission à une interface solide élastique/milieux à double porosité	45
3.2 Relation de proportionnalité entre les amplitudes.....	47
3.2.1 Cas des ondes longitudinales	47
3.2.2 Cas des ondes transversales	47
3.3 Décomposition des potentiels et expressions des déplacements des pressions et des contraintes	48
3.3.1 Potentiels	48
3.3.2 Déplacements.....	48
3.3.3 Pressions	49
3.3.4 Contraintes.....	50
3.4 Expression des conditions de passage.....	51
3.5 Coefficient de comparaison théorique.....	54
3.5.1 Coefficient de transmission théorique	54
3.5.2 Influence de l'épaisseur du milieu à double porosité	56
3.5.3 Variation de la fréquence à angle fixé	57
3.5.4 Variation de l'angle à fréquence fixée.....	58
3.5.5 Coefficient de comparaison théorique	59

3.6 Conclusion	60
-----------------------	-----------

Chapitre 4 : Etudes expérimentales acoustiques

4.1 Dispositif expérimental	63
------------------------------------	-----------

4.2 Traitements des signaux	65
------------------------------------	-----------

4.3 Coefficient de comparaison expérimental	66
--	-----------

4.4 Comparaison entre la théorie et les expériences	67
--	-----------

4.4.1 Prise en compte des mécanismes de pertes dans le modèle théorique	68
---	----

4.4.2 Ajustement entre la théorie et l'expérience après l'injection des particules	72
--	----

4.5 Conclusion	77
-----------------------	-----------

Références de la partie A:	79
-----------------------------------	-----------

Annexe A 1	83
-------------------	-----------

Annexe A 2	87
-------------------	-----------

PARTIE B : Aspects mécaniques de la filtration

Introduction	93
---------------------	-----------

Chapitre 5 : Etude de la filtration

5.1 Etude bibliographie	97
--------------------------------	-----------

5.1.1 Milieux poreux à double porosité	97
--	----

5.1.2 Filtration dans le milieu poreux	98
--	----

Conclusion	104
-------------------	------------

5.2 Essais de filtration	105
---------------------------------	------------

5.2.1 Introduction	105
5.2.2 Matériels et méthodes	105
5.3 Caractérisation des matériaux	108
5.3.1 Milieux poreux	108
5.3.2 Particules en suspension	114
5.4 Modèle mathématique pour l'interprétation des essais de traçage particulaire	115
5.5 Résultats et discussion.....	119
5.5.1 Comportement de transport du traceur dissous et des particules en suspension	119
5.5.2 Etude de la filtration	124
5.6 Granulométrie des particules restituées	135
5.7 Conclusion	141
Références de la partie B:.....	143
Annexe B 1	147
Annexe B 2	149
Conclusion générale	155
Liste des figures	159
Liste des tableaux	163

Introduction générale

De par ses nombreuses applications possibles à la reconnaissance des sols, des sédiments et des multiples variétés de roches, la modélisation de la propagation des ondes acoustiques dans les milieux à porosité multiple s'avère d'un grand intérêt en géophysique (Far *et al.* 2013 ; Wang *et al.* 2016 ; Nguyen *et al.* 2016). Elle est de plus en plus nécessaire dans d'autres domaines tels que l'industrie (à cause, entre autres, de la confection de produits devant posséder des propriétés acoustiques spécifiques, par exemple les isolants phoniques efficaces dans une gamme de fréquence donnée (Chabriac *et al.* 2014 ; Ou, 2015) et en biologie (caractérisation de certains tissus complexes tels que les os (Chen *et al.* 2013 ; Chen et Su, 2014).

Des études récentes sur la filtration de particules fines de kaolinite en suspension dans un milieu à simple porosité saturé par l'eau (Alem *et al.*, 2013) ont montré que le dépôt de ces particules lors de l'écoulement sur des durées suffisamment longues entraînait un colmatage des pores en profondeur, qui peut être à la base de modifications non négligeables de certaines propriétés du milieu (en particulier, la porosité et la perméabilité se réduisent). Des phénomènes de colmatage, qui dépendent de plusieurs paramètres tels que : la taille des particules, la concentration, les caractéristiques hydrodynamiques de l'écoulement..., peuvent également se produire à chacune des deux échelles de porosité du milieu. Par conséquent, les méthodes ultrasonores non destructives par nature, peuvent être un recours en vue de caractériser un milieu à double porosité saturé par un fluide puis d'évaluer le degré de colmatage résultant du dépôt des particules fines.

Ce travail sur l'étude des milieux poreux à double porosité saturés par l'eau comprend deux parties, la première porte sur la propagation acoustique dans ces milieux, la seconde sur le transfert. Deux matériaux sont utilisés : ROBU[®] et Tobermorite 11 Å. L'objectif est de modéliser la propagation de l'onde acoustique traversant les milieux à double porosité, de valider expérimentalement en laboratoire les résultats numériques, puis de proposer des méthodes d'investigation non destructives.

Dans le chapitre 1, on rappelle la théorie des milieux à porosité simple de Biot-Stoll puis la transition vers la théorie de double porosité de Berryman et Wang. Dans cette dernière, le nombre de paramètres à déterminer avant de passer aux applications numériques est au moins au nombre de 21 (dans la théorie de Biot-Stoll, on en compte pas moins de 10).

Une fois, essais mécaniques, estimations et mesures effectués pour les deux milieux (*cf.* chapitre 5), on examine dans le chapitre 2 les phénomènes de propagation des ondes acoustiques dans des milieux à double porosité non bornés. Les vitesses de phase et les atténuations dans les deux milieux sont étudiées afin de mettre en avant les particularités des milieux. Il s'avère que la différence de comportement entre les deux matériaux est remarquable.

Dans le chapitre 3, on modélise en premier lieu la réflexion et la réfraction d'une onde incidente à une interface plane séparant un milieu élastique d'un milieu à double porosité. L'objectif visé est l'introduction de certains coefficients de proportionnalité entre les amplitudes des potentiels des déplacements, qui joueront plus loin un rôle important dans la modélisation. Une fois cela fait, on passe dans un deuxième temps au système (la maquette) constitué d'une couche de milieu à double porosité coincée entre deux plaques métalliques, le tout entièrement immergé dans l'eau. L'étude sera effectuée numériquement et expérimentalement. L'application des conditions de passage permet de calculer les coefficients de réflexion et de transmission dans l'eau du système. En vue de comparer théorie et expériences, on introduit un outil appelé *coefficient de comparaison en transmission*, qui représente le rapport du coefficient de transmission du système décrit ci-dessus par le coefficient de transmission du même système dont on a remplacé le milieu à double porosité par l'eau (ce dernier forme le système de référence). Les simulations numériques sont effectuées en vue de suivre l'évolution des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'angle d'incidence ou en fonction de la fréquence. Quant au coefficient de comparaison, son étude est présentée seulement en incidence normale, cas qui sera confronté aux mesures expérimentales.

Dans le chapitre 4, on présente le montage expérimental permettant de comparer les résultats théoriques aux mesures expérimentales en utilisant les coefficients de comparaison. Une minimisation de l'écart entre théorie et expériences, est menée par plages fréquentielles successives en vue d'obtenir la meilleure sensibilité fréquentielle possible des paramètres. La minimisation est faite pour ces milieux avant et après l'injection des particules de kaolinite en suspension (différentes durées d'écoulement ont été considérées). On suppose connus *a priori* la plupart des paramètres du milieu avec une précision certes relative mais suffisante, sauf les porosités, les perméabilités, les modules d'incompressibilité et de cisaillement du squelette qui sont eux très grossièrement estimés. Le processus de minimisation va donc consister à

faire varier ces derniers paramètres de façon à rapprocher les courbes théoriques des courbes expérimentales. Une fois que le degré de vraisemblance entre les deux courbes est satisfaisant, on accepte ces paramètres comme étant ceux du milieu dans l'intervalle de fréquence considéré.

Notons que le dépôt de particules dans le milieu poreux saturé est quantifiable *via* des mesures effectuées à l'aide d'un turbidimètre. On montre ainsi que le phénomène de colmatage en profondeur du milieu (bouchage des pores de petites dimensions et dépôts sur les grains) peut être quantifié par des mesures ultrasonores en transmission.

Le chapitre 5 présente les descriptions des matériaux et les résultats d'essais de traçage pour la caractérisation du transport et dépôt de particules en suspension dans les milieux poreux à simple et à double porosité. Les conséquences du dépôt sur les modifications du milieu sont aussi étudiées. Des traçages par injection continue à long terme d'une suspension de particules en suspension dans une maquette contenant le milieu poreux sont réalisés pour étudier la filtration et le phénomène du colmatage. Préalablement, des traçages en continu et court avec un traceur dissous (fluorescéine) et un traceur particulaire sont effectuées pour caractériser l'écoulement et le transport dans le milieu poreux. Le rôle de la double porosité sur chacun des aspects étudiés est mis en évidence. Les interprétations des résultats sont basées entre autres sur le temps de transfert, le taux de restitution, la capacité de rétention, le profil spatial de la rétention et le tri granulométrique des particules transportées.

PARTIE A : Acoustique des milieux à double porosité

Introduction

Précisons-le dans cette introduction qu'on ne s'intéressera ici qu'à un type bien particulier de milieu poreux, plus précisément ceux ayant un squelette élastique, des pores totalement connectés et entièrement saturés par un fluide lourd tel que l'eau. Les effets thermiques seront également négligés. De tels milieux obéissent à la théorie de Biot (1955, 1956, 1962). En se fondant sur cette théorie puis sur les travaux de Barenblatt et Zheltov (1960), de Warren et Root (1963) et de Wilson et Aifantis (1982) pour des milieux à double porosité, Berryman et Wang (1995, 2000) ont proposé un modèle phénoménologique décrivant la propagation d'ondes acoustiques dans un milieu à double porosité saturé par un fluide. Leur modèle tient compte de deux échelles de porosité : une *micro*-porosité dans la matrice (celle des grains ou de la partie solide) et une *macro*-porosité due à l'espace entre les grains et aux éventuelles fissures (ou fractures). Dans chaque réseau (micro et macro) les pores sont interconnectés ; et il y a interconnection entre les deux réseaux de pores. Dans un tel milieu, trois ondes de compression (ou ondes longitudinales) et une onde de cisaillement (ou onde transversale) se propagent ; elles sont toutes dispersives et atténuées. Plus tard, des travaux exploitant la théorie de Berryman et Wang ont examiné la réflexion et la réfraction à l'interface plane séparant un milieu à double porosité d'un solide élastique (Dai *et al.*, 2006), ou d'un liquide (Dai et Kuang, 2008). D'autres ont notamment étudié les modes de conversion des ondes poro-élastiques à de telles interfaces (voir aussi Lyu *et al.*, 2014).

D'après les études de Kimura (2013) puis de Chotiros et Isakson (2014), le modèle de la porosité simple de Biot-Stoll demeure applicable jusqu'à une fréquence de 1 kHz, lorsque l'on s'intéresse aux ondes transversales se propageant dans un milieu constitué de grains de diamètre moyen de l'ordre de 1 mm. Passée cette fréquence, d'autres mécanismes de dissipation résultant du contact entre grains doivent être pris en compte. Chotiros et Isakson (2014) proposent que les contacts entre les grains soient modélisés par des contacts solides de forme cylindrique ; les cylindres sont entourés d'un film de fluide d'épaisseur constante cependant beaucoup plus petite que le rayon du cylindre et du film. Ce modèle permet de décrire les rigidités tangentielles et normales des contacts mais également le mouvement laminaire giclant du fluide entre les grains. L'hypothèse faite quand à l'uniformité de toutes les rigidités au niveau des contacts entre tous les grains conduit aux modules d'incompressibilité et de cisaillement du milieu poreux donnés par les formules (15 a) et (15 b) de Chotiros et Isakson (2014). Cette extension porte le nom d'Extended Biot model (EB). Les mesures expérimentales que Brunson (1980) a menées sur un milieu formé de billes de verre

de diamètre à peu près égal à $0,4 \text{ mm}$ montrent pour la vitesse et l'atténuation de l'onde de cisaillement, un bon accord avec la théorie pour des fréquences allant de 1 kHz à 10 kHz .

En utilisant un modèle pas très éloigné de l'EB appelé Biot Model with Gap Stiffness (BIMGS), Kimura (2011) a montré pour l'atténuation et la vitesse de phase de l'onde longitudinale rapide, qu'il existe un bon accord avec les mesures expérimentales quand $k_0 b < 0,5$ (k_0 est le nombre d'onde dans l'eau et b est le diamètre des grains). Lorsque $k_0 b > 0,5$, la diffusion multiple doit être prise en compte. Avec des grains de diamètre approximativement égal à $3,5 \text{ mm}$ considérés ici, pour une plage de fréquence comprise entre 50 kHz et 100 kHz (noter que la fréquence centrale du transducteur utilisé dans nos expériences est de 100 kHz) et une vitesse du son dans l'eau $c_0 = 1480 \text{ m/s}$, on se situe entre $k_0 b = 0,74$ et $k_0 b = 1,48$. Cela pourrait signifier que notre étude n'est pas dans le champ d'application du modèle BIMGS et que la diffusion multiple doit être envisagée. On doit noter cependant que le modèle de Kimura s'applique avant tout à des billes élastiques non poreuses : les effets induits par la diffusion multiple ne sont pas comparables à ceux des billes poreuses. On veut dire par là que lors de l'incidence d'une onde acoustique, le signal diffusé par une bille poreuse est plus faible que celui diffusé par une bille élastique. La porosité des billes est responsable de l'affaiblissement de l'onde acoustique dans les billes avant chaque restitution (rediffusion) si bien que l'intensité des effets de diffusion multiple est tout à fait négligeable en comparaison de celle du modèle de continuum utilisé ici. Par conséquent, de par la plage de fréquence considérée ici, le milieu à double porosité se situe en deçà des conditions strictes imposées par Kimura.

Dans cette première partie, on présente une étude théorique et expérimentale de la propagation acoustique dans des milieux poreux à double porosité saturés par l'eau. En particulier, on examine le comportement de deux milieux, ROBU[®] et Tobermorite 11 Å, supposés obéir *a priori* à la théorie de Berryman et Wang. Ils sont décrits avec plus de précision dans la suite. L'objectif de cette partie est de proposer une modélisation numérique puis une validation expérimentale en laboratoire en vue de développer plus tard des méthodes d'investigation non destructives de certains milieux (sols mais également milieux biologiques dont la complexité est loin d'être cernée).

Chapitre 1 :
Milieux à double porosité : théorie de
Berryman-Wang

M. A. Biot (Biot, 1956a, 1956b) a développé une théorie dans le cadre de la mécanique des milieux continus prédisant la propagation de trois ondes dans un milieu poreux saturé par un fluide : deux ondes longitudinales (ou P) et une transversale (ou SV). En se basant sur la théorie de Biot, Berryman et Wang (Berryman et Wang, 1995) ont développé un modèle de milieu continu intégrant deux échelles de porosité (une microporosité au sein de la matrice solide et une macroporosité associée aux fractures ou fissures). Les deux réseaux de pores sont interconnectés et ce modèle est communément qualifié de *milieu à double porosité*. Ce modèle a ensuite été utilisé en vue de décrire la propagation des ondes acoustiques dans les matériaux à double porosité. Berryman et Wang ont montré en particulier que le passage de la porosité simple à la porosité double entraînait l'existence d'une onde longitudinale supplémentaire.

Dans ce chapitre, on présente brièvement la théorie de milieu continu de Biot-Stoll puis le passage à la double porosité de Berryman et Wang. Les phénomènes de propagation des ondes acoustiques seront examinés dans le chapitre suivant.

1.1 Le modèle de porosité simple de Biot-Stoll

1.1.1 Lois de comportement

Considérons un milieu à porosité simple saturé d'eau et obéissant à la théorie de Biot. On désigne par \vec{U} et \vec{u} les déplacements moyens, respectivement de la phase fluide et de la phase solide. Chaque particule du milieu continu contient à la fois du solide et du fluide. De plus, en chaque point du milieu, il existe un tenseur des contraintes τ_{ij} et une pression P donnés par les relations

$$\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + [(H - 2\mu)\varepsilon_l - C\zeta]\delta_{ij}, \quad (1.1)$$

et

$$P = -C\varepsilon_l + M\zeta. \quad (1.2)$$

Les relations (1.1) et (1.2) sont appelées « lois de comportement » du milieu poreux de Biot. Ici, ε_{ij} désigne le tenseur des déformations, ε_l la dilatation du solide (c'est la trace du

tenseur ε_{ij}), δ_{ij} le tenseur unité et ζ est une grandeur scalaire quantifiant la divergence du déplacement relatif \vec{w} du fluide par rapport au solide . Plus précisément, on a

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (1.3)$$

$$\varepsilon_I = u_{i,i} = \vec{\nabla} \cdot \vec{u}, \quad (1.4)$$

$$\zeta = -w_{i,i} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{w}, \quad (1.5)$$

où $\vec{\nabla}$ désigne l'opérateur nabla et où

$$\vec{w} = \beta(\vec{U} - \vec{u}), \quad w_i = \beta(U_i - u_i). \quad (1.6)$$

La constante μ dans (1.1) représente le coefficient de Lamé de cisaillement de la partie solide du milieu (squelette). Les constantes H , M , C s'expriment en fonction des différents modules d'incompressibilité K_s , K et K_f (précisés ci-après) caractérisant la déformation du milieu.

On a

$$H = \frac{(K_s - K)^2}{D - K} + K + \frac{4}{3}\mu = K_u + \frac{4}{3}\mu, \quad (1.7)$$

$$M = \frac{K_s^2}{D - K}, \quad (1.8)$$

$$C = \frac{K_s(K_s - K)}{D - K}, \quad (1.9)$$

où

$$D = K_s \left[1 + \beta \left(\frac{K_s}{K_f} - 1 \right) \right]. \quad (1.10)$$

La définition de chacune des constantes apparaissant dans les relations (1.7) à (1.10) est la suivante : K_f est le module d'incompressibilité du fluide saturant, K_s le module d'incompressibilité des grains ; K le module d'incompressibilité du squelette sec et β la porosité du milieu.

1.1.2 Equations du mouvement

Elles s'écrivent (les points placés au-dessus des vecteurs signifiant des dérivées partielles par rapport au temps) :

$$\rho \ddot{\vec{u}} + \rho_f \ddot{\vec{w}} = (H - \mu) \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + C \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \vec{w}) + \mu \Delta \vec{u}, \quad (1.11)$$

$$\rho_f \ddot{\vec{u}} + m \ddot{\vec{w}} = C \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + M \bar{\nabla} (\bar{\nabla} \cdot \vec{w}) - \frac{\eta}{k} F(\chi) \dot{\vec{w}}. \quad (1.12)$$

Ici, ρ_f désigne la masse volumique du fluide saturant, et

$$\rho = \beta \rho_f + (1 - \beta) \rho_s \quad (1.13)$$

la masse volumique du milieu poreux saturé, ρ_s étant la masse volumique du matériau constituant les grains et ρ_f celle du fluide. La constante

$$m = \gamma \frac{\rho_f}{\beta} \quad (1.14)$$

a été introduite par Biot à la place du rapport ρ_f / β afin de tenir compte du fait que la géométrie des pores imprime au fluide un mouvement qui n'a pas toujours la direction du gradient macroscopique, d'où une masse volumique apparente plus élevée que la masse volumique réelle. Le coefficient $\gamma \geq 1$ est appelé constante de structure (pour des pores circulaires uniformes parallèles au gradient de pression, $\gamma = 1$; dans les autres cas γ est déterminé expérimentalement). Les autres constantes dans (1.12), c'est-à-dire η et k , désignent respectivement la viscosité du fluide saturant et la perméabilité du milieu poreux. Toujours dans l'équation (1.12), $F(\chi)$ désigne la fonction de Biot dépendant de la fréquence et tenant compte du fait qu'à haute fréquence, l'écoulement du fluide dans les pores n'est plus de type Poiseuille. Noter que $\chi = a_p (\omega \rho_f / \eta)^{1/2}$ avec a_p une constante dépendant de la taille et de la forme des pores. Soit ω_T la fréquence au-delà de laquelle l'hypothèse du flux de Poiseuille n'est plus vérifiée. Pour $\omega < \omega_T$, $F(\chi) \approx 1$ et pour $\omega > \omega_T$, $F(\chi)$ est une fonction à valeurs complexes, de forme compliquée, qu'il n'est pas utile de détailler ici. Il convient de

noter également que pour des pores circulaires de diamètre d , $\omega_r = \pi^2 \eta / (2\rho_f d^2)$ et $a_p = d/2$.

En faisant l'hypothèse que les effets d'inertie et les accélérations sont négligeables d'une part, et que les évolutions ont lieu aux basses fréquences où $F \approx 1$, les équations (1.11) et (1.12) se simplifient pour donner :

$$(H - \mu) \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + C \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{w}) + \mu \Delta \vec{u} = 0, \quad (1.15)$$

et

$$C \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + M \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{w}) - \frac{\eta}{k} \dot{\vec{w}} = 0. \quad (1.16)$$

En multipliant tous les termes de (1.15) par M/C , puis en y injectant $-C \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + C \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{u})$, on obtient

$$\left(\frac{M}{C} (H - \mu) - C \right) \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + C \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + M \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{w}) + \frac{M\mu}{C} \Delta \vec{u} = 0. \quad (1.17)$$

Ensuite, en multipliant chaque terme par C , puis compte tenu de l'expression obtenue en prenant le gradient de (1.2) qui s'écrit

$$\bar{\nabla} P = -C \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) - M \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{w}), \quad (1.18)$$

il vient

$$(M(H - \mu) - C^2) \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + M\mu \Delta \vec{u} = C \bar{\nabla} P. \quad (1.19)$$

On sait d'après (1.7)-(1.10) que

$$M(H - \mu) - C^2 = \frac{K_s^2}{D - K} \left(K + \frac{\mu}{3} \right), \quad (1.20)$$

et que

$$M\mu = \frac{K_s^2 \mu}{D - K}. \quad (1.21)$$

L'équation (1.19) devient donc

$$\left(K + \frac{\mu}{3}\right) \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + \mu \Delta \vec{u} = \left(1 - \frac{K}{K_s}\right) \bar{\nabla} P. \quad (1.22)$$

En élasticité linéaire, on sait que

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (1.23)$$

où E est le module d'Young et ν le coefficient de Poisson. Par suite

$$K + \frac{\mu}{3} = \frac{3K}{2(1+\nu)}, \quad (1.24)$$

et

$$\mu = \frac{3(1-2\nu)K}{2(1+\nu)}. \quad (1.25)$$

Finalement, on peut mettre (1.22) sous la forme

$$\frac{3K}{2(1+\nu)} \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \vec{u}) + \frac{3(1-2\nu)K}{2(1+\nu)} \Delta \vec{u} = \alpha \bar{\nabla} P, \quad (1.26)$$

ou encore sous la forme (en posant cette fois $e = u_{i,i}$) :

$$\frac{3K}{2(1+\nu)} e_{,i} + \frac{3(1-2\nu)K}{2(1+\nu)} u_{i,jj} = \alpha P_{,i} \quad (1.27)$$

où

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \quad (1.28)$$

est le paramètre de Biot-Willis. Examinons maintenant l'équation (1.16). En prenant le gradient de (1.2) puis en l'introduisant dans (1.16), il vient

$$-\bar{\nabla} P = \frac{\eta}{k} \dot{\vec{w}}. \quad (1.29)$$

L'opérateur divergence appliqué à chaque membre de (1.29) fournit la *loi de Darcy*

$$\Delta P = \frac{\eta}{k} \dot{\zeta}. \quad (1.30)$$

Compte tenu du fait que la dérivée par rapport au temps de l'équation (1.2) permet d'écrire

$$\dot{\zeta} = \frac{1}{M} \dot{P} + \frac{C}{M} \vec{\nabla} \cdot \dot{\vec{u}}, \quad (1.31)$$

l'équation (1.30) devient

$$-\Delta P = -\frac{\eta}{k} \left(\frac{1}{M} \dot{P} + \frac{C}{M} \vec{\nabla} \cdot \dot{\vec{u}} \right), \quad (1.32)$$

ou encore

$$\frac{k}{\eta} \Delta P = \frac{1}{M} \dot{P} + \frac{C}{M} \vec{\nabla} \cdot \dot{\vec{u}}. \quad (1.33)$$

On sait, d'après les expressions de C et de M , que

$$\frac{C}{M} = \alpha, \quad (1.34)$$

et que

$$\frac{1}{M} = \frac{\alpha}{C} = \frac{\alpha}{BK_u}, \quad (1.35)$$

où B est le coefficient de Skempton (Skempton, 1954) et K_u le module d'incompressibilité fermé ou saturé (undrained) (Caroll, 1980) du milieu, tels que :

$$B = \frac{K_f K_s}{K_f K_s + \frac{\beta K}{\alpha} (K_s - K_f)}, \quad (1.36)$$

et

$$K_u = \frac{K}{1 - \alpha B}. \quad (1.37)$$

Par opposition à K_u , la constante K est définie comme le module d'incompressibilité ouvert ou sec (*drained* en anglais). Il en résulte que

$$\frac{k}{\eta} \Delta P = \frac{\alpha}{BK_u} \dot{P} + \alpha \dot{u}_{i,i}, \quad (1.38)$$

où

$$\frac{k}{\eta} P_{,ii} = \frac{\alpha}{BK_u} \dot{P} + \alpha \dot{e}. \quad (1.39)$$

Les équations (1.27) et (1.39) sont identiques aux équations (1.1) et (1.2) de Berryman et Wang (Berryman et Wang, 1995). Ainsi que l'on vient de le montrer, elles sont obtenues à partir des équations de Biot (1.1) et (1.2) en se plaçant en basses fréquences où les effets inertiels et les dérivées secondes par rapport au temps peuvent être négligés.

1.1.3 Relations contraintes-déformations

En l'absence de forces de volume extérieures, les équations d'équilibre s'écrivent

$$\tau_{ij,j} = 0. \quad (1.40)$$

Détaillons ces équations. D'après (1.1) et compte-tenu de la définition du tenseur des déformations (1.3) et de sa trace (1.4), on a aussi

$$\tau_{ij} = \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) + ((H - 2\mu)e - C\zeta)\delta_{ij}. \quad (1.41)$$

L'application de l'opérateur divergence à chacun des termes conduit à

$$\tau_{ij,j} = (H - \mu)e_{,i} + \mu u_{i,jj} - C\zeta_{,i} = 0. \quad (1.42)$$

Puisque, d'après (1.7)

$$H - \mu = K_u + \frac{1}{3}\mu, \quad (1.43)$$

et que d'après (1.35)

$$C = BK_u, \quad (1.44)$$

on trouve bien la forme (cf. Eq. 21 de Berryman et Wang, 1995)

$$\tau_{ij,j} = \left(K_u + \frac{1}{3}\mu \right) e_{,i} + \mu u_{i,jj} - BK_u \zeta_{,i} = 0, \quad (1.45)$$

faisant intervenir le coefficient de Skempton B , le module d'incompressibilité saturé K_u et le coefficient de Lamé de cisaillement μ .

Remarque 1 : D'autres expressions sont possibles pour les équations d'équilibre $\tau_{ij,j}$.

Par exemple, la relation (1.45) peut s'écrire

$$\begin{aligned}\tau_{ij,j} &= \left(\lambda + \mu + K_u - \left(\lambda + \frac{2}{3} \mu \right) \right) e_{,i} + \mu u_{i,jj} - BK_u \zeta_{,i} \\ &= (\lambda + \mu) e_{,i} + \mu u_{i,jj} - BK_u \zeta_{,i} + (K_u - K) e_{,i}.\end{aligned}$$

D'après les expressions de K_u (1.37) et de α (1.28) on a

$$K_u - K = K_u \alpha B.$$

Il s'ensuit donc que

$$\tau_{ij,j} = (\lambda + \mu) e_{,i} + u_{i,jj} - BK_u \zeta_{,i} + K_u \alpha B e_{,i}. \quad (1.45 \text{ bis})$$

Dans cette dernière expression, le paramètre de Biot-Willis apparaît, en plus du coefficient de Skempton B , du module d'incompressibilité saturé K_u et des coefficients de Lamé λ et μ relatifs au squelette.

Remarque 2 : Lorsque $\beta \rightarrow 0$ (milieu dépourvu de porosité), on a $B \rightarrow 1$, $\zeta \rightarrow 0$, $K_u \rightarrow K_s = \lambda_s + \frac{2}{3} \mu$. Les équations d'équilibre (1.45) deviennent donc

$$\tau_{ij,j} = (\lambda_s + \mu) e_{,i} + \mu u_{i,jj}. \quad (1.45 \text{ ter})$$

1.1.4 Relations pressions-déformations

Sur des périodes suffisamment longues, et en l'absence de forces extérieures capables de maintenir des pressions différentielles, les modèles à double porosité doivent naturellement se ramener à des modèles à simple porosité. Ce constat se justifie par le fait que les pressions dans les pores et dans les fractures deviennent égales. Il est donc nécessaire de revoir le lien

existant entre les pressions et les déformations régnant dans les modèles à porosité simple (cf. (Berryman et Wang, 1995)). Le milieu poreux est évidemment toujours homogène isotrope, et les variations de pression d'origine hydrostatique. Les variables indépendantes sont :

- la pression de confinement (extérieure) P_c ,
- la pression du fluide dans les pores $P_f \equiv P$.

Soient V le volume total de l'échantillon considéré de milieu poreux saturé, $V_\beta = \beta V$ celui du volume occupé par les pores et V_f celui du volume de fluide. Les équations exprimant les dilatations sont

$$-\frac{\delta V}{V} = \frac{\delta(P_c - P_f)}{K} + \frac{\delta P_f}{K_s}, \quad (1.46)$$

$$-\frac{\delta V_\beta}{V_\beta} = \frac{\delta(P_c - P_f)}{K_p} + \frac{\delta P_f}{K_\beta}, \quad (1.47)$$

$$-\frac{\delta V_f}{V_f} = \frac{\delta P_f}{K_f}. \quad (1.48)$$

La définition de chacune des constantes apparaissant dans (1.46) à (1.48) est alors la suivante. Par exemple, à partir de l'équation (1.46) on a

$$\frac{1}{K} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial (P_c - P_f)} \right)_{P_f} \quad (1.49)$$

et

$$\frac{1}{K_s} = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P_f} \right)_{P_c - P_f}, \quad (1.50)$$

ce qui permet de caractériser le module d'incompressibilité ouvert ou sec K et le module d'incompressibilité du matériau constituant le squelette K_s . De la même façon, l'équation (1.47) permet de caractériser le module d'incompressibilité ouvert ou sec K_p des pores et le module d'incompressibilité saturé K_β des pores. La constante K_f dans l'équation (1.48) est de façon triviale le module d'incompressibilité du fluide saturant les pores. Les équations (1.46) à (1.48) permettent, grâce à l'introduction des quantités

$$\delta e = \frac{\delta V}{V}, \quad (1.51)$$

représentant la dilatation totale de l'échantillon et

$$\delta \zeta = \frac{\delta V_\beta - \delta V_f}{V}, \quad (1.52)$$

représentant l'augmentation de teneur en fluide, d'obtenir la relation matricielle (en supposant que $V_\beta \approx V_f$ mais que $\delta V_\beta - \delta V_f \neq 0$)

$$\begin{pmatrix} \delta e \\ -\delta \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/K & 1/K_s - 1/K \\ -\beta/K_p & \beta(1/K_p + 1/K_f - 1/K_\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\delta P_c \\ -\delta P_f \end{pmatrix}. \quad (1.53)$$

On notera que, *cf.* (Gassmann, 1951) et (Brown et Korrington, 1975), on a en présence d'un seul type de matériau constituant les grains du milieu poreux

$$K_\beta = K_s. \quad (1.54)$$

Compte tenu de la définition de B donnée par (1.36), de celle du module K_u donnée par (1.37) et de la relation suivante (Berryman et Wang, 1995)

$$K_p = \frac{\beta K}{\alpha}, \quad (1.55)$$

on peut réécrire (1.53) sous la forme

$$\begin{pmatrix} \delta e \\ -\delta \zeta \end{pmatrix} = \frac{1}{K} \begin{pmatrix} 1 & -\alpha \\ -\alpha & \alpha/B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\delta P_c \\ -\delta P_f \end{pmatrix}, \quad (1.56)$$

si l'on privilégie une matrice dont les éléments font apparaître le coefficient de Biot-Willis α , (1.28), ou sous la forme alternative

$$\begin{pmatrix} \delta e \\ -\delta \zeta \end{pmatrix} = \frac{1}{K} \begin{pmatrix} 1 & -(1 - K/K_u)/B \\ -(1 - K/K_u)/B & (1 - K/K_u)/B^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\delta P_c \\ -\delta P_f \end{pmatrix}, \quad (1.57)$$

si l'on privilégie une matrice avec le couple de constantes (K_u, B) définies plus haut.

1.2 De la porosité simple à la porosité double

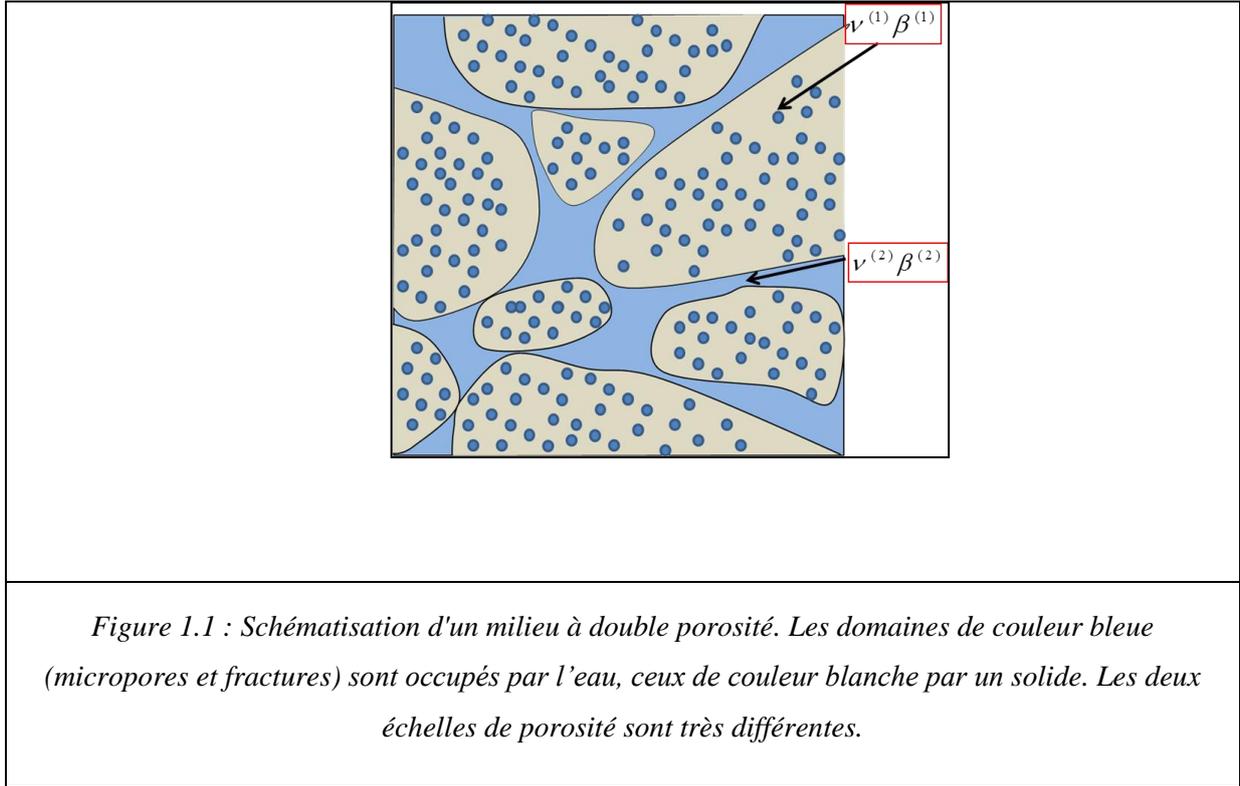
1.2.1 Equations constitutives de la théorie de la porosité double

C'est l'équation (1.57) que Berryman et Wang ont généralisée dans le but de décrire les propriétés mécaniques d'un milieu à double porosité. Faisons d'abord le bilan des grandeurs physiques entrant en jeu, lorsque l'on tient compte de deux échelles de porosité (pores et fractures, ces dernières étant des pores de diamètre beaucoup plus grand). Au niveau macroscopique, on peut supposer qu'il existe deux phases :

- une matrice poreuse définie comme la phase 1, de propriétés effectives $K^{(1)}$, $K_s^{(1)}$, $\mu^{(1)}$, et $\beta^{(1)}$ occupant la fraction de volume $V^{(1)}/V = v^{(1)}$ du volume total V de l'échantillon,
- un réseau connecté de fractures défini comme la phase 2 et occupant la fraction de volume restante, soit $V^{(2)}/V = v^{(2)} = 1 - v^{(1)}$.

D'après (Berryman et Wang, 1995), ce qui distingue fondamentalement les phases les unes des autres, ce sont leurs perméabilités. Si $k^{(22)}$ est la perméabilité de la phase 2 et $k^{(11)}$ celle la phase 1, on a nécessairement $k^{(22)} \gg k^{(11)}$. Il conviendrait de tenir compte d'une perméabilité de couplage $k^{(12)} = k^{(21)}$ caractérisant l'écoulement à l'interface entre les deux phases. Cependant, dans leur théorie, Berryman et Wang estiment que $k^{(12)} \simeq k^{(11)}$, ce qui diminue le nombre de paramètres à prendre en considération.

D'autre part, en notant V_β le volume occupé par les pores dans la matrice, on peut définir le quotient $\beta^{(1)} = V_\beta/V_1$ comme étant la fraction de volume des pores dans la matrice. De même, le quotient $\beta^{(2)} = V_2/V_2 = 1$ définit la porosité des fractures. Par suite, $v^{(1)}\beta^{(1)} = V_\beta/V$ représente la fraction de volume des pores de la matrice dans l'échantillon de milieu doublement poreux. Le coefficient $v^{(1)}\beta^{(1)}$ est la porosité du milieu due aux pores et $v^{(2)}\beta^{(2)}$ celle due aux fractures, si bien que la porosité totale est constituée de leur somme : $v^{(1)}\beta^{(1)} + v^{(2)}\beta^{(2)} = \beta$. Les coefficients $v^{(1)}$ et $v^{(2)}$ définissent les fractions de volume occupées par les pores et les fractures, respectivement, et sont tels que $v^{(1)} + v^{(2)} = 1$, cf. Fig. 1. La fraction de volume occupée par la matrice solide est donc égale à $1 - \beta$.



Le bilan des pressions dans le milieu à double porosité conduit à en distinguer trois :

- la pression de confinement δP_c ,
- la pression du fluide dans la matrice poreuse $\delta P_f^{(1)}$,
- et la pression du fluide dans les fractures $\delta P_f^{(2)}$.

De même, le bilan des déformations du milieu sous l'effet des contraintes conduit à en distinguer trois :

- la dilatation volumique totale $e = \delta V/V$,
- l'augmentation de teneur en fluide dans la phase 1 : $\delta \zeta^{(1)} = (\delta V_\beta^{(1)} - \delta V_f^{(1)})/V$,
- l'augmentation de teneur en fluide dans la phase 2 : $\delta \zeta^{(2)} = (\delta V_\beta^{(2)} - \delta V_f^{(2)})/V$.

Dans le travail présenté ici, les fluides formant les phases 1 et 2 sont identiques. Mais étant donné que les états de contraintes y régnant sont différents, on doit les distinguer par des exposants (1) et (2).

La généralisation de l'équation (1.53) à la porosité double est donc de la forme

$$\begin{pmatrix} \delta e \\ -\delta\zeta^{(1)} \\ -\delta\zeta^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\delta P_c \\ -\delta P_f^{(1)} \\ -\delta P_f^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (1.58)$$

en supposant que les pressions δP_c , $\delta P_f^{(1)}$ et $\delta P_f^{(2)}$ soient considérées comme les variables indépendantes et les dilatations δe , $\delta\zeta^{(1)}$, $\delta\zeta^{(2)}$ comme les variables en dépendant. La matrice (a_{ij}) est symétrique, c'est-à-dire que $a_{ij} = a_{ji}$ $i=1,2,3, j \neq i$. Il n'y a donc que 6 éléments indépendants à déterminer. A partir d'une série d'expériences abstraites (gedanken experiments) prenant pour base les comportements du milieu sur des durées courtes puis sur des durées longues, (Berryman et Wang, 1995) déduisent les expressions suivantes pour les éléments de matrice :

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{1}{K}, & a_{12} = a_{21} &= \frac{-\alpha^{(1)} K_s^{(1)}}{K^{(1)} K_s}, & a_{13} &= -\frac{\alpha}{K} - a_{12}, \\ a_{22} &= \frac{\nu^{(1)} \alpha^{(1)}}{B^{(1)} K^{(1)}}, & a_{23} &= -\frac{\nu^{(1)} \alpha^{(1)}}{K^{(1)}} - a_{12}, \\ a_{33} &= \frac{\nu^{(2)}}{K_f} + \frac{\nu^{(1)}}{K^{(1)}} - \frac{(1-2\alpha)}{K} + 2a_{12}, \end{aligned} \quad (1.59)$$

où

$$K = \left[\frac{\nu^{(1)}}{K^{(1)}} + \frac{\nu^{(2)}}{K^{(2)}} \right]^{-1}, \quad (1.60)$$

$$K_s = \frac{K_s^{(1)}}{\nu^{(1)}}, \quad (1.61)$$

$$\alpha^{(1)} = 1 - \frac{K^{(1)}}{K_s^{(1)}}, \quad (1.62)$$

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s}, \quad (1.63)$$

et où

$$B^{(1)} = \frac{1/K^{(1)} - 1/K_s^{(1)}}{1/K^{(1)} - 1/K_s^{(1)} + \beta^{(1)}(1/K_f - 1/K_s^{(1)})}. \quad (1.64)$$

Le module d'incompressibilité K_f est ici encore celui du fluide occupant les pores et les fractures.

1.2.2 Contraintes et pressions en fonction des déformations

Nous avons besoin d'exprimer les contraintes et les pressions en fonction des déformations (lois de comportement) afin d'une part, écrire les relation de dispersion des ondes se propageant dans le milieu à porosité double, et d'autre part appliquer des conditions de passage ou de continuité entre milieux de natures différentes (par exemple, entre un solide élastique et un milieu doublement poreux). Il faut donc commencer par inverser la relation (1.58) de façon à exprimer les pressions en fonction des déformations. Soit D le déterminant de la matrice (a_{ij}) . On a

$$D = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{12}^2a_{33} - a_{13}^2a_{22}. \quad (1.65)$$

L'inverse de la relation matricielle (1.58) s'écrit alors

$$\begin{pmatrix} -P_c \\ -P^{(1)} \\ -P^{(2)} \end{pmatrix} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} a_{22}a_{33} & -a_{12}a_{33} & -a_{13}a_{22} \\ -a_{12}a_{33} & a_{11}a_{33} - a_{13}^2 & -a_{12}a_{13} \\ a_{22}a_{13} & -a_{12}a_{33} & a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ -\zeta^{(1)} \\ -\zeta^{(2)} \end{pmatrix}, \quad (1.66)$$

ou encore, par application du laplacien à chaque terme des 3 équations représentées par (1.66) :

$$\begin{pmatrix} -P_{c,ii} \\ -P_{,ii}^{(1)} \\ -P_{,ii}^{(2)} \end{pmatrix} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} a_{22}a_{33} & -a_{12}a_{33} & -a_{13}a_{22} \\ -a_{12}a_{33} & a_{11}a_{33} - a_{13}^2 & -a_{12}a_{13} \\ a_{22}a_{13} & -a_{12}a_{33} & a_{11}a_{22} - a_{12}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{,ii} \\ -\zeta_{,ii}^{(1)} \\ -\zeta_{,ii}^{(2)} \end{pmatrix}. \quad (1.66bis)$$

Pour exprimer le tenseur contraintes τ_{ij} en chaque point de la phase solide, il convient de rappeler les formules (1.56) décrivant la porosité simple, en l'occurrence

$$-\alpha P_{,i} = -P_{c,i} - Ke_{,i}, \quad (1.67)$$

et

$$-\alpha P_i = -BK\zeta_{c,i} - \alpha BP_{c,i}. \quad (1.68)$$

Leur extension à la double porosité donne, si l'on pose

$$\delta^{(i)} = \frac{\alpha^{(i)}}{3K}, \quad (1.69)$$

pour (1.67) l'expression suivante

$$-3K[\delta^{(1)}P_i^{(1)} + \delta^{(2)}P_i^{(2)}] = -P_{c,i} - Ke_i, \quad (1.70)$$

et pour (1.68)

$$-3K[\delta^{(1)}P_i^{(1)} + \delta^{(2)}P_i^{(2)}] = -K[B^{(1)}\zeta_{c,i}^{(1)} + B^{(2)}\zeta_{c,i}^{(2)}] - 3K\delta^{(1)}B^{(1)}P_{c,i} - 3K\delta^{(2)}B^{(2)}P_{c,i}. \quad (1.71)$$

Cette dernière relation peut être mise sous deux autres différentes formes, à savoir

$$-3K[\delta^{(1)}P_i^{(1)} + \delta^{(2)}P_i^{(2)}] = KB^{(1)}[-\zeta_{c,i}^{(1)} - 3\delta^{(1)}P_{c,i}] + KB^{(2)}[-\zeta_{c,i}^{(2)} - 3\delta^{(2)}P_{c,i}], \quad (1.72)$$

ou bien

$$-3K[\delta^{(1)}P_i^{(1)} + \delta^{(2)}P_i^{(2)}] = K_u[-B^{(1)}\zeta_{c,i}^{(1)} - B^{(2)}\zeta_{c,i}^{(2)}] + 3KK_u[B^{(1)}\delta^{(1)} - B^{(2)}\delta^{(2)}]e_i. \quad (1.73)$$

Dans (1.73), on a posé

$$K_u = \frac{K}{1 - 3K[B^{(1)}\delta^{(1)} + B^{(2)}\delta^{(2)}]}. \quad (1.74)$$

Remarque : Une autre expression est possible pour déterminer K_u en utilisant les équations (1.59) à (1.63) et s'exprime sous la forme

$$K_u = \frac{a_{22} + 2a_{23} + a_{33}}{a_{11} - (a_{12} + a_{13})^2}. \quad (1.74\text{bis})$$

En reprenant ensuite la formule (1.45) exprimant la divergence du tenseur des contraintes en porosité simple, que l'on peut généraliser à la porosité double de la façon suivante

$$\tau_{ij,j} = (\lambda + \mu)e_i + \mu\mu_{i,jj} - 3K[\delta^{(1)}P_i^{(1)} + \delta^{(2)}P_i^{(2)}], \quad (1.75)$$

on obtient, compte tenu de (1.73) la relation suivante

$$\tau_{ij,j} = \left(K_u + \frac{1}{3} \mu \right) e_{,i} + \mu u_{i,jj} + K_u \left[-B^{(1)} \zeta_{,i}^{(1)} - B^{(2)} \zeta_{,i}^{(2)} \right]. \quad (1.76)$$

La divergence de ce dernier vecteur donne

$$\tau_{ij,ij} = \left(K_u + \frac{4}{3} \mu \right) u_{i,ij} + K_u \left[-B^{(1)} \zeta_{,ii}^{(1)} - B^{(2)} \zeta_{,ii}^{(2)} \right], \quad (1.77)$$

ou encore

$$\tau_{ij,ij} = \left(K_u + \frac{4}{3} \mu \right) e_{,ii} + K_u \left[-B^{(1)} \zeta_{,ii}^{(1)} - B^{(2)} \zeta_{,ii}^{(2)} \right].$$

Etant donné que l'expression (1.76) contient celle de $P_{c,i}$ via (1.70) et (1.71), on remplace la première ligne du système linéaire (1.66bis) par (1.77). Il vient alors

$$\begin{pmatrix} \tau_{ij,ij} \\ -P_{,ii}^{(1)} \\ -P_{,ii}^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_u + 4\mu/3 & B^{(1)} K_u & B^{(2)} K_u \\ -a_{12} a_{33} / D & (a_{11} a_{33} - a_{13}^2) / D & a_{12} a_{13} / D \\ -a_{13} a_{22} / D & a_{12} a_{33} / D & (a_{11} a_{22} - a_{12}^2) / D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_{,ii} \\ -\zeta_{,ii}^{(1)} \\ -\zeta_{,ii}^{(2)} \end{pmatrix}. \quad (1.78)$$

1.2.3 Equations du mouvement

En généralisant l'approche de Biot (Biot, 1955), on constate que les énergies cinétique T et dissipée D par unité de volume du milieu à double porosité peuvent se mettre sous la forme (Berryman et Wang, 2000)

$$2T = \rho_{11} \dot{\bar{u}}^2 + \rho_{22} \dot{\bar{U}}^{(1)2} + \rho_{33} \dot{\bar{U}}^{(2)2} + 2\rho_{12} \dot{\bar{u}} \dot{\bar{U}}^{(1)} + 2\rho_{13} \dot{\bar{u}} \dot{\bar{U}}^{(2)} + 2\rho_{23} \dot{\bar{U}}^{(1)} \dot{\bar{U}}^{(2)}, \quad (1.79)$$

et

$$2D = b_{12} \left(\dot{\bar{u}} - \dot{\bar{U}}^{(1)} \right)^2 + b_{13} \left(\dot{\bar{u}} - \dot{\bar{U}}^{(2)} \right)^2 + b_{23} \left(\dot{\bar{U}}^{(1)} - \dot{\bar{U}}^{(2)} \right)^2. \quad (1.80)$$

Les coefficients ρ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) représentent des masses volumiques résultant du fait que l'écoulement relatif du fluide dans les pores et dans les fractures n'est pas uniforme et que les

mouvements de la partie solide en présence de fluide conduisent à des effets de masse induits. La forme de l'énergie de dissipation D rend, elle, compte du fait que les dissipations sont causées non seulement par le mouvement du fluide relativement au solide dans les pores et les fractures, mais aussi par le mouvement du fluide contenu dans les pores relativement à celui contenu dans les fractures. En adoptant les composantes des vecteurs déplacements \vec{u} , $\vec{U}^{(1)}$ et $\vec{U}^{(2)}$ comme variables de Lagrange ou coordonnées généralisées, on écrit, conformément à (Berryman et Wang, 2000) que les équations de Lagrange relatives au système représenté par une particule du milieu poreux sont

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_i} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{u}_i} = \tau_{ij,j} \quad , \quad (1.81)$$

et

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{U}_i^{(k)}} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{U}_i^{(k)}} = -\bar{P}_{,i}^{(k)} \quad , \quad (1.82)$$

où $i, j = 1, 2, 3$ et $k = 1, 2$. Les pressions $\bar{P}^{(k)}$ sont les pressions macroscopiques exercées à travers les interfaces fluide/fluide par le milieu environnant sur l'échantillon de milieu poreux. Elles sont reliées aux pressions $P^{(1)}$ régnant dans les pores et $P^{(2)}$ dans les fractures par les relations

$$\bar{P}^{(1)} = v^{(1)} \beta^{(1)} P^{(1)} \quad , \quad (1.83)$$

et

$$\bar{P}^{(2)} = v^{(2)} \beta^{(2)} P^{(2)} \quad . \quad (1.84)$$

Dans (1.82), si l'on retire le terme relatif à l'énergie cinétique, on obtient des lois équivalentes à la loi de Darcy en porosité double tenant compte de l'écoulement distinct de deux fluides (pour la porosité simple *cf.* (1.29)). Les coefficients b_{12} et b_{13} sont donc bien des constantes de Darcy, pour chaque écoulement, tandis que b_{23} est un coefficient de couplage (ayant les mêmes unités).

En explicitant les équations de Lagrange (1.81) et (1.82), on obtient les neuf équations suivantes :

$$\tau_{ij,j} = \rho_{11} \ddot{u}_i + \rho_{12} \ddot{U}_i^{(1)} + \rho_{13} \ddot{U}_i^{(2)} + b_{12} \left(\dot{u}_i - \dot{U}_i^{(1)} \right) + b_{13} \left(\dot{u}_i - \dot{U}_i^{(2)} \right), \quad (1.85)$$

$$-\bar{P}_{,i}^{(1)} = \rho_{22} \ddot{U}_i^{(1)} + \rho_{12} \ddot{u}_i + \rho_{23} \ddot{U}_i^{(2)} - b_{12} \left(\dot{u}_i - \dot{U}_i^{(1)} \right) + b_{23} \left(\dot{U}_i^{(1)} - \dot{U}_i^{(2)} \right), \quad (1.86)$$

$$-\bar{P}_{,i}^{(2)} = \rho_{33} \ddot{U}_i^{(2)} + \rho_{13} \ddot{u}_i + \rho_{23} \ddot{U}_i^{(1)} - b_{13} \left(\dot{u}_i - \dot{U}_i^{(2)} \right) - b_{23} \left(\dot{U}_i^{(1)} - \dot{U}_i^{(2)} \right). \quad (1.87)$$

Ce système peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\vec{\chi}_i = R \ddot{\vec{W}}_i + B \dot{\vec{W}}_i, \quad (1.88)$$

où

$$\vec{W}_i = (u_i, U_i^{(1)}, U_i^{(2)}), \quad (1.89)$$

$$\vec{\chi}_i = (\tau_{ij,j}, -\bar{P}_{,i}^{(1)}, -\bar{P}_{,i}^{(2)}), \quad (1.90)$$

sont des vecteurs tandis que

$$R = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & \rho_{22} & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & \rho_{33} \end{pmatrix}, \quad (1.91)$$

et

$$B = \begin{pmatrix} b_{12} + b_{13} & -b_{12} & -b_{13} \\ -b_{12} & b_{12} + b_{23} & -b_{23} \\ -b_{13} & -b_{23} & b_{13} + b_{23} \end{pmatrix} \quad (1.92)$$

sont des matrices 3x3 appelées, respectivement, *matrice d'inertie* et *matrice de dissipation*. Etant donné que l'équation (1.88) s'applique à chaque indice i , on peut l'écrire de façon plus compacte sous la forme

$$\vec{\chi} = R \ddot{\vec{W}} + B \dot{\vec{W}}, \quad (1.88bis)$$

où

$$\vec{W} = \left(\vec{u}, \vec{U}^{(1)}, \vec{U}^{(2)} \right), \quad (1.89\text{bis})$$

et

$$\vec{\chi} = \left(\vec{\nabla} \vec{\tau}, -\vec{\nabla} \bar{P}^{(1)}, -\vec{\nabla} \bar{P}^{(2)} \right)^T. \quad (1.90\text{bis})$$

Ici, $\vec{\tau}$ représente le tenseur des contraintes dans le milieu doublement poreux. Compte tenu de (1.76), on a

$$\vec{\chi} = \begin{pmatrix} (K_u + \mu/3) \vec{\nabla} e + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{u} + K_u \left(-B^{(1)} \vec{\nabla} \zeta^{(1)} - B^{(2)} \vec{\nabla} \zeta^{(2)} \right) \\ v^{(1)} \beta^{(1)} \left(C_{21} \vec{\nabla} e - C_{22} \vec{\nabla} \zeta^{(1)} - C_{23} \vec{\nabla} \zeta^{(2)} \right) \\ v^{(2)} \beta^{(2)} \left(C_{31} \vec{\nabla} e - C_{23} \vec{\nabla} \zeta^{(1)} - C_{33} \vec{\nabla} \zeta^{(2)} \right) \end{pmatrix} \quad (1.90\text{ter})$$

où

$$C_{21} = -a_{12} a_{33} / D, \quad C_{22} = (a_{11} a_{33} - a_{13}^2) / D, \quad C_{23} = a_{12} a_{13} / D, \\ C_{31} = -a_{13} a_{22} / D, \quad C_{33} = (a_{11} a_{22} - a_{12}^2) / D,$$

sont des coefficients homogènes à des modules d'élasticité.

1.2.4 Expressions des coefficients d'inertie et de frottement

Coefficients d'inertie

A l'issue d'une assez longue analyse, se fondant sur l'expression de l'énergie cinétique T (1.79) et sur les expressions en découlant dans les cas particuliers suivants :

- (i) porosité simple,
- (ii) porosité double avec phases fluides et solide vibrant à l'unisson,
- (iii) porosité double avec phases fluides vibrant à l'unisson mais indépendamment du solide,
- (iv) porosité double avec fluide contenu dans les fractures vibrant indépendamment du solide et du fluide contenu dans la matrice (ce dernier fluide supposé « bloqué »),

Berryman et Wang (Berryman et Wang, 2000) aboutissent aux expressions suivantes des masses volumiques :

$$\begin{aligned}
 \rho_{11} &= (1 - \beta)\rho_s + (\tau - 1)\beta\rho_f, \\
 \rho_{22} &= \tau^{(1)}(1 - v^{(2)})\beta^{(1)}\rho_f, \\
 \rho_{33} &= \tau^{(2)}v^{(2)}\beta^{(2)}\rho_f, \\
 2\rho_{13} &= (\tau^{(1)} - 1)(1 - v^{(2)})\beta^{(1)}\rho_f - (\tau^{(2)} - 1)v^{(2)}\beta^{(2)}\rho_f - (\tau - 1)\beta\rho_f, \\
 2\rho_{23} &= (\tau - 1)\beta\rho_f - (\tau^{(1)} - 1)(1 - v^{(2)})\beta^{(1)}\rho_f - (\tau^{(2)} - 1)v^{(2)}\beta^{(2)}\rho_f, \\
 2\rho_{12} &= -(\tau - 1)\beta\rho_f - (\tau^{(1)} - 1)(1 - v^{(2)})\beta^{(1)}\rho_f + (\tau^{(2)} - 1)v^{(2)}\beta^{(2)}\rho_f,
 \end{aligned} \tag{1.93}$$

où $\tau^{(1)}$, $\tau^{(2)}$ et τ désignent respectivement la tortuosité des (micro-)pores, des fractures et la tortuosité globale. Les trois tortuosités peuvent être estimées, soit par des mesures expérimentales, soit par la relation de Berryman

$$\tau = 1 + r \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right), \tag{1.94}$$

où $0 \leq r \leq 1$ est un facteur dépendant de la géométrie des grains. Dans ce dernier cas, ils ne précisent pas dans quelle mesure ce facteur r est modifié quand on passe d'un type de pores à un autre (*cf.* Annexe B2).

Coefficients de frottement

Afin de procéder à une identification des coefficients de frottement, il faut disposer d'équations exprimant le couplage entre les deux augmentations de teneur en fluide, $\zeta^{(1)}$ et $\zeta^{(2)}$, définies par

$$\zeta^{(k)} = -v^{(k)}\beta^{(k)}\vec{\nabla} \cdot (\vec{\mathbf{U}}^{(k)} - \vec{\mathbf{u}}) \tag{1.95}$$

De telles équations sont obtenues en généralisant (1.30) au cas de la porosité double de la façon suivante :

$$\eta \begin{pmatrix} \dot{\zeta}^{(1)} \\ \zeta^{(1)} \\ \dot{\zeta}^{(2)} \\ \zeta^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k^{(11)} & k^{(12)} \\ k^{(21)} & k^{(22)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{,ii}^{(1)} \\ P_{,ii}^{(2)} \end{pmatrix}, \tag{1.96}$$

où η est la viscosité du fluide et où les coefficients k_{ij} ($i, j = 1, 2$) sont les perméabilités. Les pressions sont celles régnant dans les pores ($P^{(1)}$) et les fractures ($P^{(2)}$). Un système de deux équations reliant les $\dot{\zeta}^{(k)}$ aux $P^{(k)}$ ($k = 1, 2$) peut également être obtenu en négligeant dans (1.86) et (1.87) les termes d'accélération. On a alors

$$\begin{aligned} -b_{12} \left(\dot{u}_i - \dot{U}_i^{(1)} \right) + b_{23} \left(\dot{U}_i^{(1)} - \dot{U}_i^{(2)} \right) &= -\bar{P}_{,i}^{(1)} \\ -b_{13} \left(\dot{u}_i - \dot{U}_i^{(2)} \right) - b_{23} \left(\dot{U}_i^{(1)} - \dot{U}_i^{(2)} \right) &= -\bar{P}_{,i}^{(2)} \end{aligned} \quad (1.97)$$

que l'on peut mettre sous la forme

$$\begin{aligned} (b_{12} + b_{23}) \left(\dot{U}_i^{(1)} - \dot{u}_i \right) - b_{23} \left(\dot{U}_i^{(2)} - \dot{u}_i \right) &= -\bar{P}_{,i}^{(1)}, \\ -b_{23} \left(\dot{U}_i^{(1)} - \dot{u}_i \right) + (b_{12} + b_{23}) \left(\dot{U}_i^{(2)} - \dot{u}_i \right) &= -\bar{P}_{,i}^{(2)}. \end{aligned} \quad (1.98)$$

En prenant la divergence de chacun des membres des équations (1.98) puis en tenant compte des définitions (1.83) et (1.84) des pressions $\bar{P}^{(k)}$, on obtient l'expression la relation matricielle

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\nu^{(1)} \beta^{(1)}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\nu^{(2)} \beta^{(2)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{12} + b_{23} & -b_{23} \\ -b_{23} & b_{12} + b_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\nabla} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_i^{(1)} \\ \dot{u}_i \end{pmatrix} \\ \bar{\nabla} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_i^{(2)} \\ \dot{u}_i \end{pmatrix} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} P_{,ii}^{(1)} \\ P_{,ii}^{(2)} \end{pmatrix}. \quad (1.99)$$

La comparaison des équations (1.96) et (1.99) conduit aux expressions suivantes des coefficients de frottement

$$b_{12} = \frac{\eta (1 - \nu^{(2)}) \beta^{(1)} \left[(1 - \nu^{(2)}) \beta^{(1)} k^{(22)} - \nu^{(2)} \beta^{(2)} k^{(21)} \right]}{k^{(11)} k^{(22)} - k^{(12)} k^{(21)}}, \quad (1.100)$$

$$b_{23} = \frac{\eta \nu^{(2)} (1 - \nu^{(2)}) \beta^{(1)} \beta^{(2)} k^{(21)}}{k^{(11)} k^{(22)} - k^{(12)} k^{(21)}}, \quad (1.101)$$

$$= \frac{\eta v^{(2)} (1 - v^{(2)}) \beta^{(1)} \beta^{(2)} k^{(12)}}{k^{(11)} k^{(22)} - k^{(12)} k^{(21)}}, \quad (1.102)$$

$$b_{13} = \frac{\eta v^{(2)} \beta^{(2)} \left[v^{(2)} \beta^{(2)} k^{(11)} - (1 - v^{(2)}) \beta^{(1)} k^{(12)} \right]}{k^{(11)} k^{(22)} - k^{(12)} k^{(21)}}. \quad (1.103)$$

D'après Berryman & Wang (Berryman et Wang, 2000) les termes de couplage $k^{(12)}$ et $k^{(21)}$ décrivent des effets plus importants sur les longues durées que sur les courtes durées. De ce fait, dans les études sur la propagation d'ondes, on peut supposer que $k^{(12)} \simeq k^{(21)} \simeq 0$ (ou $k^{(12)}, k^{(21)} \ll k^{(11)}$). Noter que l'on a par ailleurs $k^{(11)} \ll k^{(22)}$. Les équations (1.100) à (1.103) deviennent alors :

$$b_{12} = \frac{\eta (1 - v^{(2)})^2 (\beta^{(1)})^2}{k^{(11)}}, \quad (1.104)$$

$$b_{23} = 0, \quad (1.105)$$

$$b_{13} = \frac{\eta (v^{(2)} \beta^{(2)})^2}{k^{(22)}}. \quad (1.106)$$

On vient ainsi d'identifier les coefficients inertiels ρ_{ij} et les coefficients de frottement b_{ij} correspondant à l'extension de la théorie de Biot des milieux à porosité unique aux milieux à porosité double.

1.3 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons procédé à un bref rappel de la théorie de Berryman et Wang des milieux poreux à double porosité saturés par un fluide. Les lois de comportement, les équations du mouvement, les contraintes et les pressions en fonction de la déformation, les expressions des coefficients d'inertie et de frottement sont fournies. Elles vont permettre dans la suite d'étudier la propagation des ondes acoustiques dans ces milieux poreux.

Chapitre 2 :
Ondes dans un milieu à double porosité
saturé par un fluide

Dans ce chapitre, on s'intéresse à la propagation d'ondes acoustiques dans les milieux à double porosité non bornés. En vue des applications numériques (et plus tard expérimentales) deux matériaux sont considérés : le ROBU[®] et la Tobermorite 11Å dont les descriptions et certaines propriétés sont données au chapitre 5. Suite aux travaux de Berryman, on sait que dans les milieux à double porosité saturés par un liquide, il se propage trois ondes longitudinales et une onde transversale, toutes dispersives. Après avoir rappelé brièvement les principales étapes menant aux équations montrant l'existence de ces quatre ondes, on présente une étude numérique de leurs vitesses de phase et atténuations.

2.1 Propagation et atténuation des ondes acoustiques

On suppose qu'il existe un potentiel scalaire φ_s (φ_j respectivement) et un potentiel vecteur $\vec{\psi}_s$ ($\vec{\psi}_j$ respectivement) pour les déplacements dans le solide (dans la phase $j = 1$ ou 2 respectivement). Les vecteurs déplacements, d'après le théorème de décomposition de Helmholtz s'écrivent, dans le solide

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\varphi_s + \vec{\nabla} \wedge \vec{\psi}_s, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{\psi}_s = 0, \quad (2.1)$$

et dans chaque phase

$$\vec{U}^{(j)} = \vec{\nabla}\varphi_j + \vec{\nabla} \wedge \vec{\psi}_j, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{\psi}_j = 0. \quad (2.2)$$

Puisque $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}\varphi_s = \vec{\nabla}^2 \varphi_s$ et que $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{\psi}_s) = 0$, on obtient à partir de (2.1)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \vec{\nabla}^2 \varphi_s = e. \quad (2.3)$$

De la combinaison des équations (2.1) et de (2.2), on tire l'expression suivante de l'augmentation de teneur en fluide dans la phase j

$$\zeta^{(j)} = -v^{(j)} \beta^{(j)} \vec{\nabla} \cdot (\vec{U}^{(j)} - \vec{u}) = -v^{(j)} \beta^{(j)} \vec{\nabla}^2 (\varphi_j - \varphi_s), \quad (2.4)$$

L'application de l'opérateur divergence à (1.88bis), compte tenu de (1.90), conduit à

$$\nabla^2 \begin{pmatrix} (K_u + 4\mu/3)\varphi_s + K_u(B^{(1)}\nu^{(1)}\beta^{(1)}(\varphi_1 - \varphi_s) + B^{(2)}\nu^{(2)}\beta^{(2)}(\varphi_2 - \varphi_s)) \\ C_{21}\varphi_s - C_{22}\nu^{(1)}\beta^{(1)}(\varphi_1 - \varphi_s) - C_{23}\nu^{(2)}\beta^{(2)}(\varphi_2 - \varphi_s) \\ C_{31}\varphi_s - C_{23}\nu^{(1)}\beta^{(1)}(\varphi_1 - \varphi_s) - C_{33}\nu^{(2)}\beta^{(2)}(\varphi_2 - \varphi_s) \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_s \\ \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{pmatrix} + B \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_s \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

c'est-à-dire à une relation de la forme

$$-M\vec{\nabla}^2\vec{\varphi} + R\ddot{\vec{\varphi}} + B\dot{\vec{\varphi}} = 0 \quad (2.6)$$

où

$$M = \begin{pmatrix} K_u + 4\mu/3 - K_u(B^{(1)}\nu^{(1)}\beta^{(1)} + B^{(2)}\nu^{(2)}\beta^{(2)}) & K_u B^{(1)}\nu^{(1)}\beta^{(1)} & K_u B^{(2)}\nu^{(2)}\beta^{(2)} \\ \nu^{(1)}\beta^{(1)}(C_{21} + C_{22}\nu^{(1)}\beta^{(1)} + C_{23}\nu^{(2)}\beta^{(2)}) & -C_{22}(\nu^{(1)}\beta^{(1)})^2 & -C_{23}\nu^{(1)}\beta^{(1)}\nu^{(2)}\beta^{(2)} \\ \nu^{(2)}\beta^{(2)}(C_{31} + C_{23}\nu^{(1)}\beta^{(1)} + C_{33}\nu^{(2)}\beta^{(2)}) & -C_{23}\nu^{(1)}\beta^{(1)}\nu^{(2)}\beta^{(2)} & -C_{33}(\nu^{(2)}\beta^{(2)})^2 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

est une matrice 3x3 et où l'on a introduit le vecteur

$$\vec{\varphi} = (\varphi_s, \varphi_1, \varphi_2)^T. \quad (2.8)$$

De même, si l'on applique l'opérateur rotationnel à (1.88bis) en tenant compte de (1.90), il vient

$$-N\vec{\nabla}^2\vec{\psi} + R\ddot{\vec{\psi}} + B\dot{\vec{\psi}} = 0, \quad (2.9)$$

où N est la matrice

$$N = \begin{pmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

et où

$$\vec{\psi} = (\psi_s, \psi_1, \psi_2)^T. \quad (2.11)$$

Dans l'hypothèse d'ondes planes harmoniques se propageant dans le milieu, on peut écrire les potentiels sous les formes suivantes

$$\varphi_k = A_k e^{i(\vec{k}_\varphi \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad (k = s, 1, 2) \quad (2.12)$$

et

$$\vec{\psi}_k = \vec{C}_k e^{i(\vec{k}_\psi \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad (k = s, 1, 2) \quad (2.13)$$

où \vec{k}_φ et \vec{k}_ψ sont des vecteurs d'onde complexes tels que

$$\vec{k}_\varphi \cdot \vec{k}_\varphi = k_\varphi^2, \quad \vec{k}_\psi \cdot \vec{k}_\psi = k_\psi^2. \quad (2.14)$$

Les carrés des nombres d'ondes, k_φ^2 et k_ψ^2 , sont alors également complexes. Compte tenu de (2.12) et de (2.13), on a (les points au-dessus des lettres grecques signifiant les dérivations par rapport au temps)

$$\vec{\nabla}^2 \varphi_k = -k_\varphi^2 \varphi_k, \quad (2.15)$$

$$\dot{\varphi}_k = -i\omega \varphi_k, \quad \ddot{\varphi}_k = -\omega^2 \varphi_k, \quad (2.16)$$

$$\dot{\vec{\psi}}_k = -i\omega \vec{\psi}_k, \quad \ddot{\vec{\psi}}_k = -\omega^2 \vec{\psi}_k. \quad (2.17)$$

Il s'ensuit donc que (2.6) se transforme en

$$T\vec{A} = 0, \quad (2.18)$$

où T est la matrice 3x3 telle que

$$T = -k_\varphi^2 M + \omega^2 R + i\omega B, \quad (2.19)$$

et dont les éléments sont (Dai, 2008)

$$\begin{aligned}
 t_{11} &= -k_\varphi^2 \left[K_u + \frac{4}{3} \mu + K_u \left(B^{(1)} \nu^{(1)} \beta^{(1)} + B^{(2)} \nu^{(2)} \beta^{(2)} \right) \right] + i\omega(b_{12} + b_{13}) + \omega^2 \rho_{11} \\
 t_{12} &= k_\varphi^2 K_u B^{(1)} \nu^{(1)} \beta^{(1)} - i\omega b_{12} + \omega^2 \rho_{12} \\
 t_{13} &= k_\varphi^2 K_u B^{(2)} \nu^{(2)} \beta^{(2)} - i\omega b_{13} + \omega^2 \rho_{13} \\
 t_{21} &= -k_\varphi^2 \left(C_{21} - C_{22} \nu^{(1)} \beta^{(1)} - C_{23} \nu^{(2)} \beta^{(2)} \right) - i\omega b_{12} + \omega^2 \rho_{12} \\
 t_{22} &= -k_\varphi^2 C_{22} \left(\nu^{(1)} \beta^{(1)} \right)^2 + i\omega b_{12} + \omega^2 \rho_{22} \\
 t_{23} &= -k_\varphi^2 C_{23} \nu^{(1)} \beta^{(1)} \nu^{(2)} \beta^{(2)} + \omega^2 \rho_{23} \\
 t_{31} &= -k_\varphi^2 \nu^{(2)} \beta^{(2)} \left(C_{31} - C_{23} \nu^{(1)} \beta^{(1)} - C_{33} \nu^{(2)} \beta^{(2)} \right) - i\omega b_{13} + \omega^2 \rho_{13} \\
 t_{32} &= -k_\varphi^2 C_{23} \nu^{(1)} \beta^{(1)} \nu^{(2)} \beta^{(2)} + \omega^2 \rho_{23} \\
 t_{33} &= -k_\varphi^2 C_{33} \left(\nu^{(2)} \beta^{(2)} \right)^2 + i\omega b_{13} + \omega^2 \rho_{33}
 \end{aligned}$$

L'équation (2.9) prend quant à elle, la forme :

$$Q\vec{C} = 0, \quad (2.20)$$

où Q est la matrice 3x3

$$Q = -k_\psi^2 N + \omega^2 R + i\omega B \quad (2.21)$$

d'éléments

$$\begin{aligned}
 q_{11} &= -\mu k_\psi^2 + i\omega(b_{12} + b_{13}) + \rho_{11} \omega^2 \\
 q_{12} &= q_{21} = \rho_{12} \omega^2 - i\omega b_{12} \\
 q_{13} &= q_{31} = \rho_{13} \omega^2 - i\omega b_{13} \\
 q_{23} &= q_{32} = \rho_{23} \omega^2 - i\omega b_{23} \quad (\equiv 0, \text{ si } \rho_{23} = 0 \text{ et } b_{23} = 0) \\
 q_{33} &= \rho_{33} \omega^2 + i\omega b_{13} \\
 q_{22} &= \rho_{22} \omega^2 + i\omega b_{12}
 \end{aligned}$$

Les vecteurs \vec{A} et \vec{C} apparaissant dans (2.18) et (2.20) sont tels que

$$\vec{A} = (A_s, A_1, A_2)^T, \quad (2.22)$$

$$\vec{C} = (\vec{C}_s, \vec{C}_1, \vec{C}_2)^T. \quad (2.23)$$

Le système homogène (2.18) est celui relatif à la propagation d'ondes de compression dites aussi ondes longitudinales (ou ondes P). Le système (2.20) quant à lui, est relatif à la

propagation d'ondes de cisaillement appelées aussi ondes transversales (ou ondes SV). Au cours de leur propagation dans le milieu à double porosité non borné, on observe un découplage total entre les ondes longitudinales d'une part, et l'onde transversale d'autre part.

2.1.1 Etude des ondes longitudinales

Le système (2.18) n'admet de solutions non triviales que si son déterminant est égal à zéro, c'est-à-dire si :

$$\det T = 0. \quad (2.24)$$

C'est une équation polynomiale de degré 3 en k_φ^2 . Elle admet trois solutions complexes distinctes notées k_1 , k_2 et k_3 . L'indice 1 se rapporte à l'onde la plus rapide, l'indice 2 à l'onde de célérité intermédiaire et l'indice 3 à l'onde la plus lente. Les vitesses de phase de ces ondes sont notées c_φ et calculées de la façon suivante

$$c_\varphi = \frac{\omega}{\operatorname{Re} k_\varphi}, \quad \varphi = 1, 2, 3 \quad (2.25)$$

tandis que les atténuations sont, elles, données par (Dai et Kuang, 2006)

$$\xi_\varphi = 2\pi \times 8.686 \times \operatorname{Im}(k_\varphi) / \operatorname{Re}(k_\varphi), \quad \varphi = 1, 2, 3. \quad (2.26)$$

2.1.2 Etude des ondes transversales

Le système (2.20) n'admet lui aussi de solutions non triviales que si son déterminant est égal à zéro, c'est-à-dire si

$$\det Q = 0. \quad (2.27)$$

C'est une équation polynomiale de degré 1 en k_ψ^2 . Il n'existe donc qu'une seule solution k_t , l'indice t se rapportant au caractère de cette onde, c'est-à-dire transversal. La vitesse de phase et l'atténuation de cette onde sont notées, respectivement,

$$c_t = \frac{\omega}{\operatorname{Re} k_t} \quad (2.28)$$

et

$$\xi_i = 2\pi \times 8.686 \times \text{Im}(k_i) / \text{Re}(k_i). \quad (2.29)$$

2.2 Etude numérique

2.2.1 Vitesses de phase

Les courbes de la figure 2.1 montrent les évolutions, en fonction de la fréquence, des vitesses de phase des trois ondes longitudinales et de l'onde transversale dans le milieu poreux à double porosité formé de ROBU. Celles de la figure 2.2 montrent ces vitesses pour la Tobermorite. Ces matériaux sont décrits dans le chapitre 5. Les valeurs des paramètres utilisées pour les calculs numériques sont indiquées dans les tableaux 2.1 et 2. 2.

		ROBU (estimations)	ROBU (valeurs utilisées)	Tobermorite (estimations)	Tobermorite (valeurs utilisées)
Densité	ρ_s (kg/m ³)	2230	2230	2100	2100
Module d'incompressibilité des grains	K_s (GPa)	Eq. (1.61)	4,55	Eq. (1.61)	1,5
Module d'incompressibilité des grains de la phase 1 (matrice)	$K_s^{(1)}$ (GPa)	3	3	0,9	0,9
Porosité totale	β	0,53-0,61	0,538	0,68-0,73	0,70
Microporosité	$\beta^{(1)}$	0,30-0,38	0,30	0,40-0,50	0,50
Macroporosité	$\beta^{(2)}$	1,0	1,0	1,0	1,0
Perméabilité de la phase 1	$k^{(11)}$ (m ²)	$2,9 \times 10^{-11}$	$2,9 \times 10^{-11}$	$10^{-13} - 10^{-12}$	2×10^{-13}
Perméabilité de la phase 2	$k^{(22)}$ (m ²)	$2 \times 10^{-9} - 3 \times 10^{-9}$	$2,5 \times 10^{-9}$	$2 \times 10^{-8} - 3 \times 10^{-8}$	$2,0 \times 10^{-8}$
Fraction de volume matricielle	$v^{(1)}$	$1 - v^{(2)}$	0,66	$1 - v^{(2)}$	0,60
Fraction de volume des fractures	$v^{(2)}$	0,34-0,39	0,34	0,38-0,41	0,40
Tortuosité totale	τ	Annexe B2	1,4546	Annexe B2	1,2478
Tortuosité matricielle	$\tau^{(1)}$	Annexe B2	2,1667	Annexe B2	1,50
Tortuosité des fractures	$\tau^{(2)}$	Annexe B2	1,0	Annexe B2	1,0

Tableau 2.1.a : Paramètres du milieu poreux à double porosité

		ROBU (estimations)	ROBU (valeurs utilisées)	Tobermorite (estimations)	Tobermorite (valeurs utilisées)
Module d'incompressibilité du squelette non drainé	K_u (GPa)	Eq. (1.74bis)	2,45	Eq. (1.74bis)	1,5
Module d'incompressibilité du squelette sec de phase1	K_I (GPa)	1	1	0,05	0,05
Module d'incompressibilité du squelette sec de phase2	K_2 (GPa)	Eq. (1.60)	0,032	Eq. (1.60)	0,089
Module d'incompressibilité du squelette sec	K (GPa)	0,08-0,10	0,09	0,07-0,09	0,08
Module de cisaillement du squelette sec	μ (GPa)	0,07-0,10	0,08	0,06-0,08	0,07

Tableau 2.1.b : Paramètres du milieu poreux à double porosité

Les paramètres α , $\alpha^{(1)}$, τ , $\tau^{(1)}$, $\nu^{(1)}$, K_2 , K_s et K_u sont calculés à partir des formules de Berryman et Wang (1995). Les modules d'incompressibilité $K_s^{(1)}$, K_I , K sont estimés à partir d'essais en compression et triaxiaux et le module de cisaillement μ à partir des travaux de Kimura (2006, 2013). La valeur de la perméabilité $k^{(22)}$ est proche de la perméabilité totale mesurée. La perméabilité $k^{(11)}$ pour le ROBU est fournie par l'industriel et celle pour la Tobermorite est estimée comme étant 10^5 fois plus petite que $k^{(22)}$. Les autres paramètres sont mesurés.

Densité	ρ_f (kg/m ³)	1000
Module d'incompressibilité	K_f (GPa)	2,1
Viscosité	η (Pa.s)	$1,0 \times 10^{-3}$

Tableau 2.2: Paramètres de l'eau saturante

On peut observer sur les figures que les vitesses de phase sont dispersives à la fois dans la Tobermorite et dans le ROBU. Dans les deux cas, elles augmentent avec la fréquence, la zone où la dispersion est la plus forte n'étant pas la même pour les deux matériaux. Pour le ROBU, aux hautes fréquences les courbes admettent chacune une asymptote horizontale dont les valeurs sont les suivantes : $v_1 = 1582,5$ m/s, $v_2 = 1349$ m/s, $v_3 = 402,5$ m/s et $v_t = 264,5$ m/s. Pour la Tobermorite, on n'observe plus ces tendances asymptotiques pour les fréquences retenues ici (il faudrait des fréquences beaucoup plus élevées, mais ce faisant, on entre dans le domaine où il faut prendre en compte la diffusion multiple entre les grains). Dans la gamme

de fréquences allant de 50 à 100 kHz, où les expériences sont effectuées (la fréquence centrale des transducteurs est 100 kHz), les ondes 1 (rapide) et t se propagent plus vite dans la Tobermorite que dans le ROBU. C'est la situation inverse qui est observée pour les ondes longitudinales 2 et 3.

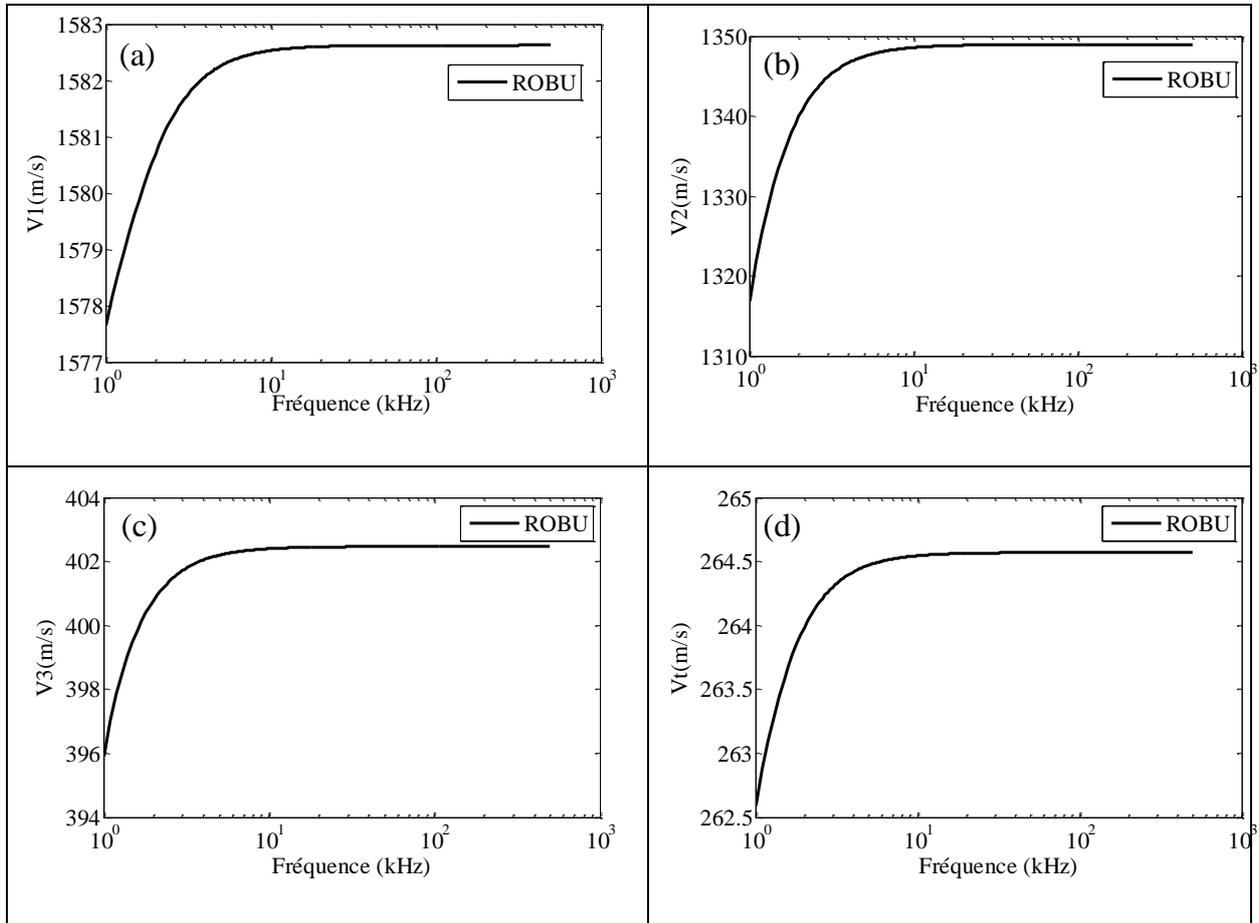
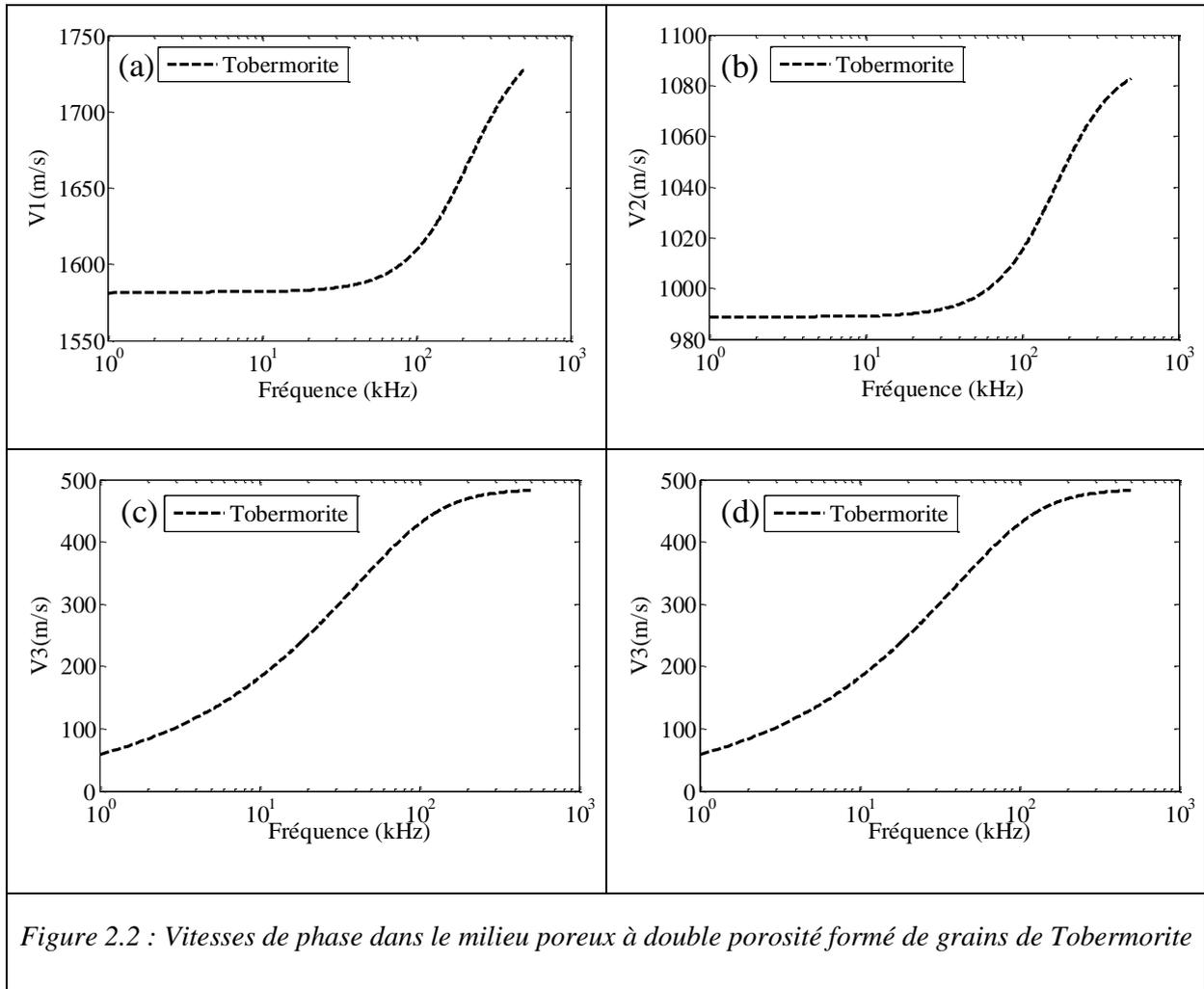


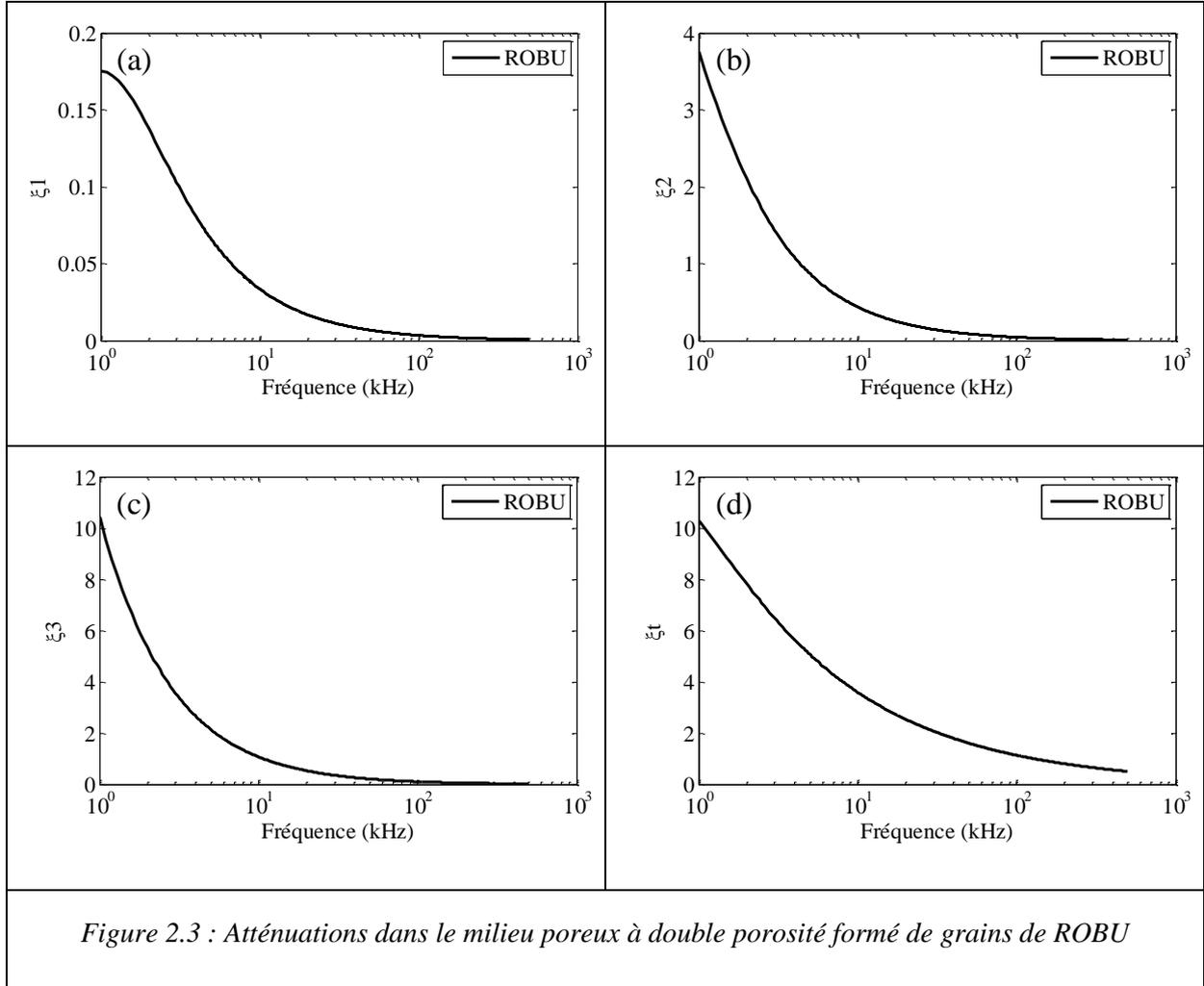
Figure 2.1 : Vitesses de phase dans le milieu poreux à double porosité formé de grains de ROBU

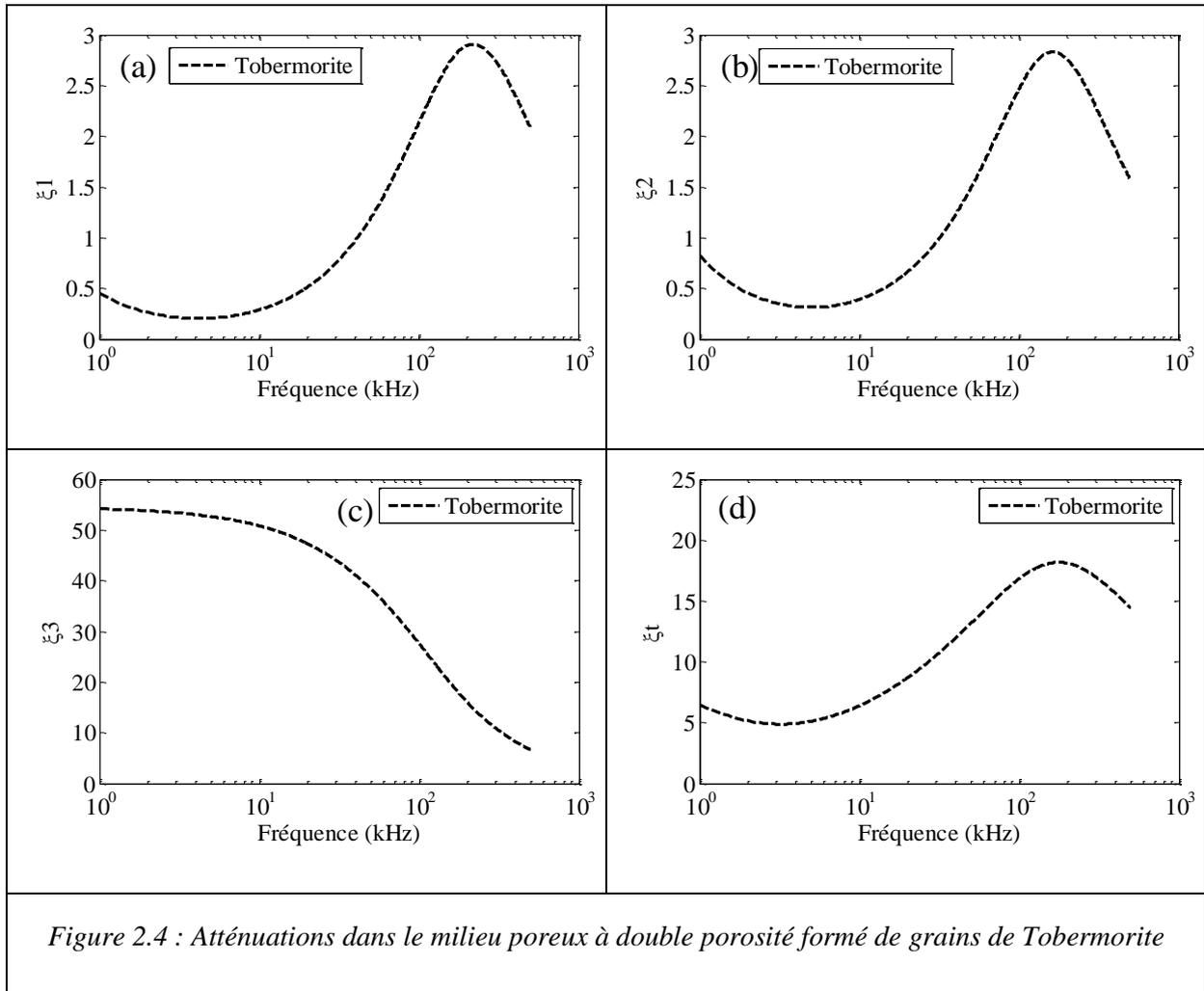


2.2.2 Atténuations

Les atténuations des quatre ondes sont présentées séparément pour le ROBU (figure 2.3) et la Tobermorite (figure 2.5). En ce qui concerne le ROBU, les atténuations décroissent de façon monotone lorsque la fréquence augmente et tendent vers zéro aux fréquences élevées. Pour la Tobermorite, et pour les fréquences inférieures à 500kHz les courbes d'atténuation des ondes 1, 2 et t sont toutes en forme de cloche ; on notera que c'est un domaine fréquentiel dans lequel les vitesses de phase sont très dispersives. Les valeurs maximales de l'atténuation sont atteintes à 220, 166 et 181 kHz. La courbe d'atténuation de la troisième onde longitudinale décroît de façon monotone lorsque la fréquence augmente (comportement similaire à celles observées pour le ROBU (figure 2.3 (a), par exemple). On peut aussi observer que les zones fréquentielles où les atténuations sont à leurs maximums ne

sont pas identiques pour les deux matériaux, notamment, pour la troisième onde longitudinale. Cependant, les valeurs des atténuations sont plus grandes pour la Tobermorite que pour le ROBU.





2.3 Conclusion :

Ces rappels sur la propagation des ondes dans les milieux poreux non bornés à double porosité ont permis de poser les équations permettant de déterminer les vitesses de phase et les atténuations. Quatre ondes sont susceptibles de se propager dans le milieu poreux à double porosité : trois longitudinales et une transversale, toutes dispersives et atténuées, tant dans la Tobermorite que dans le ROBU. La connaissance des équations ayant permis de déterminer les caractéristiques de ces ondes est importante ; ces équations vont être introduites dans un code de calcul permettant de calculer les coefficients de réflexion et de transmission par des structures plus complexes.

Chapitre 3 :
Etude numérique de la réflexion et de la
transmission d'ondes à travers une
couche de milieu à double porosité

Dans ce chapitre, il s'agira dans un premier temps d'examiner brièvement la réflexion et la transmission à une interface séparant un solide élastique et un milieu à double porosité. Dans un deuxième temps, on étudie les coefficients de réflexion et de transmission à travers un milieu à double porosité saturé par de l'eau et contenu dans une maquette formée de plaques élastiques elles-même en contact avec un fluide extérieur. Une des difficultés rencontrées pour utiliser pleinement les coefficients de transmission des ondes acoustiques tient dans le choix du signal de référence. De même que dans des travaux précédents (Tran *et al.* 2012), on a choisi le signal transmis par la maquette remplie d'eau uniquement comme référence. Un coefficient de comparaison théorique est alors introduit, qui représente le rapport du coefficient de transmission de la maquette contenant le milieu à double porosité par celui de la maquette de référence.

3.1 Réflexion et transmission à une interface solide élastique/milieux à double porosité

La figure 3.1 schématise la réflexion-réfraction d'une onde plane incidente (sous un angle θ) à l'interface plane ($z=0$) entre un solide élastique et un milieu à porosité double.

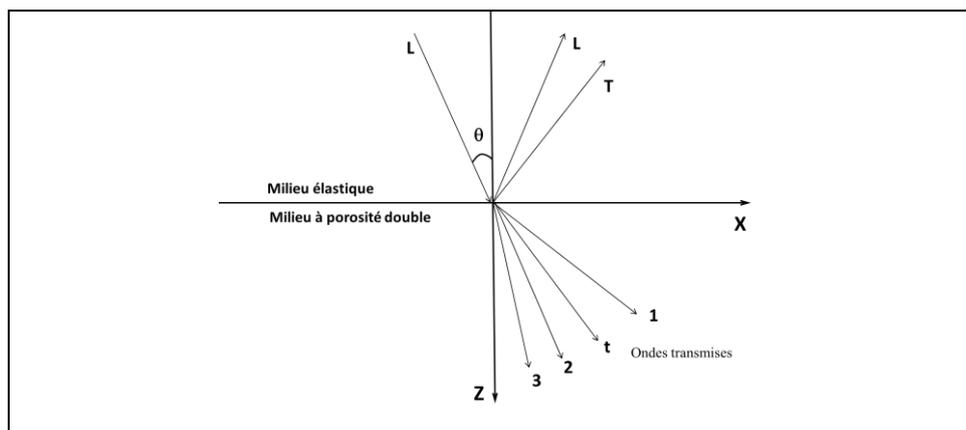


Figure 3.1 : Réflexion-réfraction d'une onde plane à l'interface plane entre un milieu élastique et un milieu à porosité double. Les ondes L et T se propagent dans le solide élastique, les ondes 1 , 2 , 3 et t dans le milieu poreux.

Une fraction de l'onde plane incidente *inc.* de type *L* comme sur la figure 3.1 (ou de type *T*) en provenance du milieu élastique est réfléchiée (d'où l'indice *ref.* utilisé par la suite) sous la forme d'une onde longitudinale (de type *L*) et d'une onde transversale (de type *T*). L'autre fraction de l'onde incidente est transmise dans le milieu à porosité double sous la forme de trois ondes longitudinales (de type 1, 2 et 3) et d'une onde transversale (de type *t*).

Dans le problème plan qui nous intéresse, voir figure 3.1, les potentiels scalaires φ relatifs aux ondes longitudinales et les potentiels vecteurs $\vec{\psi}$ relatifs aux ondes transversales (ces derniers sont dirigés selon l'axe *Oy* et donc de la forme $(0, \psi, 0)$) s'écrivent

- pour l'onde incidente *inc.*, soit

$$\varphi_{inc} = A_{inc} e^{i(k_x x + k_{eLz} z - \omega t)}, \quad (3.1)$$

soit

$$\psi_{inc} = B_{inc} e^{i(k_x x + k_{eTz} z - \omega t)}, \quad (3.2)$$

où $k_x = k_L \sin \theta$, $k_L^2 = k_x^2 + k_{eLz}^2 = \frac{\omega^2}{c_{eL}^2}$, $k_T^2 = k_x^2 + k_{eTz}^2 = \frac{\omega^2}{c_{eT}^2}$ avec $c_{eL} = \sqrt{(\lambda_e + 2\mu_e) / \rho_e} = \omega / k_{eL}$

et $c_{eT} = \sqrt{\mu_e / \rho_e} = \omega / k_{eT}$ les vitesses des ondes longitudinales et transversales dans le milieu élastique.

- pour les ondes réfléchies

$$\varphi_L = A_L e^{i(k_x x - k_{eLz} z - \omega t)}, \quad (3.3)$$

$$\psi_T = B_T e^{i(k_x x - k_{eTz} z - \omega t)}, \quad (3.4)$$

- pour les ondes transmises ($\alpha = s, 1, 2$), le squelette ($\alpha = s$), la phase 1 ($\alpha = 1$) et la phase 2 ($\alpha = 2$) admettent chacun des potentiels de la forme

$$\varphi_\alpha = A_{\alpha 1} e^{i(k_x x + k_{1z} z - \omega t)} + A_{\alpha 2} e^{i(k_x x + k_{2z} z - \omega t)} + A_{\alpha 3} e^{i(k_x x + k_{3z} z - \omega t)}, \quad (3.5)$$

$$\psi_\alpha = C_\alpha e^{i(k_x x + k_{tz} z - \omega t)}, \quad (3.6)$$

$$\text{avec } k_x^2 + k_{jz}^2 = k_j^2 = \frac{\omega^2}{c_j^2} \quad (j=1, 2, 3) \text{ et } k_x^2 + k_z^2 = k_t^2 = \frac{\omega^2}{c_t^2}.$$

3.2 Relation de proportionnalité entre les amplitudes

3.2.1 Cas des ondes longitudinales

Pour chaque onde longitudinale ($j=1, 2, 3$) on a une équation équivalente à (2.18), c'est-à-dire

$$\begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{sj} \\ A_{1j} \\ A_{2j} \end{pmatrix} = 0, \quad (3.7)$$

à partir de laquelle, on tire les relations de proportionnalité suivantes :

$$\gamma_{1j} = \frac{A_{1j}}{A_{sj}} = \frac{t_{13}t_{21} - t_{23}t_{11}}{t_{23}t_{12} - t_{13}t_{22}}, \quad (3.8)$$

et

$$\gamma_{2j} = \frac{A_{2j}}{A_{sj}} = \frac{t_{22}t_{11} - t_{21}t_{12}}{t_{12}t_{23} - t_{13}t_{22}}. \quad (3.9)$$

3.2.2 Cas des ondes transversales

Pour les ondes transversales, l'équation (2.20) s'écrit maintenant :

$$\begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & 0 \\ q_{31} & 0 & q_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_s \\ C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = 0. \quad (3.10)$$

De cette équation, on tire les relations de proportionnalité suivantes

$$\gamma_{1t} = \frac{C_1}{C_s} = -\frac{q_{21}}{q_{22}}, \quad (3.11)$$

$$\gamma_{2t} = \frac{C_2}{C_s} = \frac{q_{12}q_{31} - q_{11}q_{22}}{q_{22}q_{13}}, \quad (3.12)$$

plus simples que celles données en (3.8) et (3.9). En effet, lorsque l'on s'intéresse exclusivement aux phénomènes de propagation dans le milieu à double porosité les termes b_{23} résultant des frottements entre le fluide des petits pores et celui des fractures et le coefficient d'inertie de couplage ρ_{23} sont négligeables (d'où $q_{23} = q_{32} = 0$).

3.3 Décomposition des potentiels et expressions des déplacements des pressions et des contraintes

3.3.1 Potentiels

A partir des relations de proportionnalité entre les amplitudes, on met les potentiels (3.5) sous la forme suivante

$$\varphi_1 = \gamma_{11}\varphi_{s1} + \gamma_{12}\varphi_{s2} + \gamma_{13}\varphi_{s3}, \quad (3.13)$$

$$\varphi_2 = \gamma_{21}\varphi_{s1} + \gamma_{22}\varphi_{s2} + \gamma_{23}\varphi_{s3}, \quad (3.14)$$

où

$$\varphi_{sj} = A_{sj} \exp \left[i \left(k_{jx}x + k_{jz}z - \omega t \right) \right]. \quad (3.15)$$

Les potentiels (3.6) se mettent, quant à eux, sous la forme

$$\psi_1 = \gamma_{1t}\psi_s, \quad (3.16)$$

$$\psi_2 = \gamma_{2t}\psi_s. \quad (3.17)$$

3.3.2 Déplacements

Pour les problèmes plans qui nous concernent, les composantes des vecteurs déplacement sont, d'après les décompositions de Helmholtz (2.1-2.2) et de (3.5) :

$$u_x = \varphi_{s1,x} + \varphi_{s2,x} + \varphi_{s3,x} - \psi_{s,z}, \quad (3.18)$$

$$u_z = \varphi_{s1,z} + \varphi_{s2,z} + \varphi_{s3,z} + \psi_{s,x}, \quad (3.19)$$

$$U_x^{(\alpha)} = \gamma_{\alpha 1} \varphi_{s1,x} + \gamma_{\alpha 2} \varphi_{s2,x} + \gamma_{\alpha 3} \varphi_{s3,x} - \gamma_{\alpha t} \psi_{s,z}, \quad (3.20)$$

et

$$U_z^{(\alpha)} = \gamma_{\alpha 1} \varphi_{s1,z} + \gamma_{\alpha 2} \varphi_{s2,z} + \gamma_{\alpha 3} \varphi_{s3,z} + \gamma_{\alpha t} \psi_{s,x}, \quad (3.21)$$

où $\alpha=1$ ou 2 .

3.3.3 Pressions

On a vu, équation (1.66), que les pressions dans le milieu à double porosité pouvaient s'écrire :

$$P^{(1)} = -C_{21}e + C_{22}\zeta^{(1)} + C_{23}\zeta^{(2)}, \quad (3.22)$$

$$P^{(2)} = -C_{31}e + C_{23}\zeta^{(1)} + C_{33}\zeta^{(2)}. \quad (3.23)$$

Compte tenu des expressions de e , $\zeta^{(1)}$ et $\zeta^{(2)}$ en fonction des potentiels, Eqs. (2.3-2.4), on obtient dans un premier temps

$$P^{(1)} = -\left(C_{21} - \nu^{(1)}\beta^{(1)}C_{22} - \nu^{(2)}\beta^{(2)}C_{23}\right)\bar{\nabla}^2\varphi_s - \nu^{(1)}\beta^{(1)}C_{22}\bar{\nabla}^2\varphi_1 - \nu^{(2)}\beta^{(2)}C_{23}\bar{\nabla}^2\varphi_2, \quad (3.24)$$

et

$$P^{(2)} = -\left(C_{31} - \nu^{(1)}\beta^{(1)}C_{23} - \nu^{(2)}\beta^{(2)}C_{33}\right)\bar{\nabla}^2\varphi_s - \nu^{(1)}\beta^{(1)}C_{23}\bar{\nabla}^2\varphi_1 - \nu^{(2)}\beta^{(2)}C_{33}\bar{\nabla}^2\varphi_2. \quad (3.25)$$

En utilisant ensuite les relations de proportionnalité entre les amplitudes des différents potentiels, il vient

$$\begin{aligned} P^{(1)} = & -\left[\left(C_{21} - \nu^{(1)}\beta^{(1)}C_{22}(1-\gamma_{11}) - \nu^{(2)}\beta^{(2)}C_{23}(1-\gamma_{21})\right)\bar{\nabla}^2\varphi_{s1} \right. \\ & - \left[\left(C_{21} - \nu^{(1)}\beta^{(1)}C_{22}(1-\gamma_{12}) - \nu^{(2)}\beta^{(2)}C_{23}(1-\gamma_{22})\right)\bar{\nabla}^2\varphi_{s2} \right. \\ & \left. - \left[\left(C_{21} - \nu^{(1)}\beta^{(1)}C_{22}(1-\gamma_{13}) - \nu^{(2)}\beta^{(2)}C_{23}(1-\gamma_{23})\right)\bar{\nabla}^2\varphi_{s3} \right] \right], \quad (3.26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P^{(2)} = & - \left[\left(C_{31} - \nu^{(1)} \beta^{(1)} C_{23} (1 - \gamma_{11}) - \nu^{(2)} \beta^{(2)} C_{33} (1 - \gamma_{21}) \right) \right] \bar{\nabla}^2 \varphi_{s1} \\
 & - \left[\left(C_{31} - \nu^{(1)} \beta^{(1)} C_{23} (1 - \gamma_{12}) - \nu^{(2)} \beta^{(2)} C_{33} (1 - \gamma_{22}) \right) \right] \bar{\nabla}^2 \varphi_{s2} \\
 & - \left[\left(C_{31} - \nu^{(1)} \beta^{(1)} C_{23} (1 - \gamma_{13}) - \nu^{(2)} \beta^{(2)} C_{33} (1 - \gamma_{23}) \right) \right] \bar{\nabla}^2 \varphi_{s3}
 \end{aligned} \quad (3.27)$$

3.3.4 Contraintes

On a vu, Eq. (1.76), que la divergence du tenseur des contraintes du milieu à double porosité pouvait s'écrire

$$\tau_{ij,j} = \left(K_u + \frac{1}{3} \mu \right) e + \mu u_{i,jj} + K_u \left(-B^{(1)} \zeta_i^{(1)} - B^{(2)} \zeta_i^{(2)} \right). \quad (3.28)$$

A l'aide du calcul indiciel, moyennant un certain nombre de transformations que nous ne reproduisons pas ici, on peut mettre cette expression sous la forme

$$\tau_{ij,j} = \left(K_u - \frac{2}{3} \mu \right) u_{k,kj} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} + K_u \left(-B^{(1)} \zeta^{(1)} - B^{(2)} \zeta^{(2)} \right)_{,j} \delta_{ij}, \quad (3.29)$$

où $\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$. L'égalité ainsi obtenue, permet de déduire les composantes du tenseur des contraintes sous la forme

$$\tau_{ij} = \left(K_u - \frac{2}{3} \mu \right) u_{k,k} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} + K_u \left(-B^{(1)} \zeta^{(1)} - B^{(2)} \zeta^{(2)} \right) \delta_{ij}. \quad (3.30)$$

Pour le problème plan qui nous intéresse, deux des composantes de τ_{ij} , c'est-à-dire τ_{xz} et τ_{zz} , vont être utiles. On a d'abord

$$\tau_{xz} = 2\mu \varepsilon_{xz} = \mu (u_{x,z} + u_{z,x}), \quad (3.31)$$

puis en utilisant (3.18-3.19)

$$\tau_{xz} = \mu \left[2(\varphi_{s1,xz} + \varphi_{s2,xz} + \varphi_{s3,xz}) + \psi_{s,xx} - \psi_{s,zz} \right]. \quad (3.32)$$

Ensuite, on a

$$\tau_{zz} = \left(K_u - \frac{2}{3} \mu \right) (u_{x,x} + u_{z,z}) + 2\mu u_{z,z} + K_u \left(-B^{(1)} \zeta^{(1)} - B^{(2)} \zeta^{(2)} \right), \quad (3.33)$$

et compte tenu de (2.3) et (2.4),

$$\tau_{zz} = \left(K_u - \frac{2}{3} \mu \right) \nabla^2 \varphi_s + 2\mu (\varphi_{s,zz} + \psi_{s,xz}) + K_u \left[B^{(1)} v^{(1)} \beta^{(1)} \nabla^2 (\varphi_1 - \varphi_s) + B^{(2)} v^{(2)} \beta^{(2)} \nabla^2 (\varphi_2 - \varphi_s) \right]$$

ou encore

$$\begin{aligned} \tau_{zz} = & \left[\left(K_u - \frac{2}{3} \mu \right) - K_u B^{(1)} v^{(1)} \beta^{(1)} - K_u B^{(2)} v^{(2)} \beta^{(2)} \right] \nabla^2 \varphi_s \\ & + 2\mu (\varphi_{s,zz} + \psi_{s,xz}) + K_u B^{(1)} v^{(1)} \beta^{(1)} \nabla^2 \varphi_1 + K_u B^{(2)} v^{(2)} \beta^{(2)} \nabla^2 \varphi_2 \end{aligned} \quad (3.34)$$

Si l'on tient compte de (3.13-3.14), il vient alors

$$\begin{aligned} \tau_{zz} = & \left[K_u - \frac{2}{3} \mu - K_u B^{(1)} v^{(1)} \beta^{(1)} (1 - \gamma_{11}) - K_u B^{(2)} v^{(2)} \beta^{(2)} (1 - \gamma_{21}) \right] \nabla^2 \varphi_{s1} \\ & + \left[K_u - \frac{2}{3} \mu - K_u B^{(1)} v^{(1)} \beta^{(1)} (1 - \gamma_{12}) - K_u B^{(2)} v^{(2)} \beta^{(2)} (1 - \gamma_{22}) \right] \nabla^2 \varphi_{s2} \\ & + \left[K_u - \frac{2}{3} \mu - K_u B^{(1)} v^{(1)} \beta^{(1)} (1 - \gamma_{13}) - K_u B^{(2)} v^{(2)} \beta^{(2)} (1 - \gamma_{33}) \right] \nabla^2 \varphi_{s3} \\ & + 2\mu (\varphi_{s1,zz} + \varphi_{s2,zz} + \varphi_{s3,zz} + \psi_{s,xz}) \end{aligned} \quad (3.35)$$

3.4 Expression des conditions de passage

La maquette utilisée pour les expériences est schématisée ci-dessous, figure 3.2. Le milieu à double porosité est compris entre deux plaques d'Aluminium. Une onde plane incidente arrive sur l'une des faces en contact avec l'eau. Une partie est réfléchiée. Le reste est transmis (tout en subissant une certaine absorption) de l'autre côté après avoir traversé les plaques et le milieu à double porosité. h est l'épaisseur de la plaque, d celle du milieu poreux.

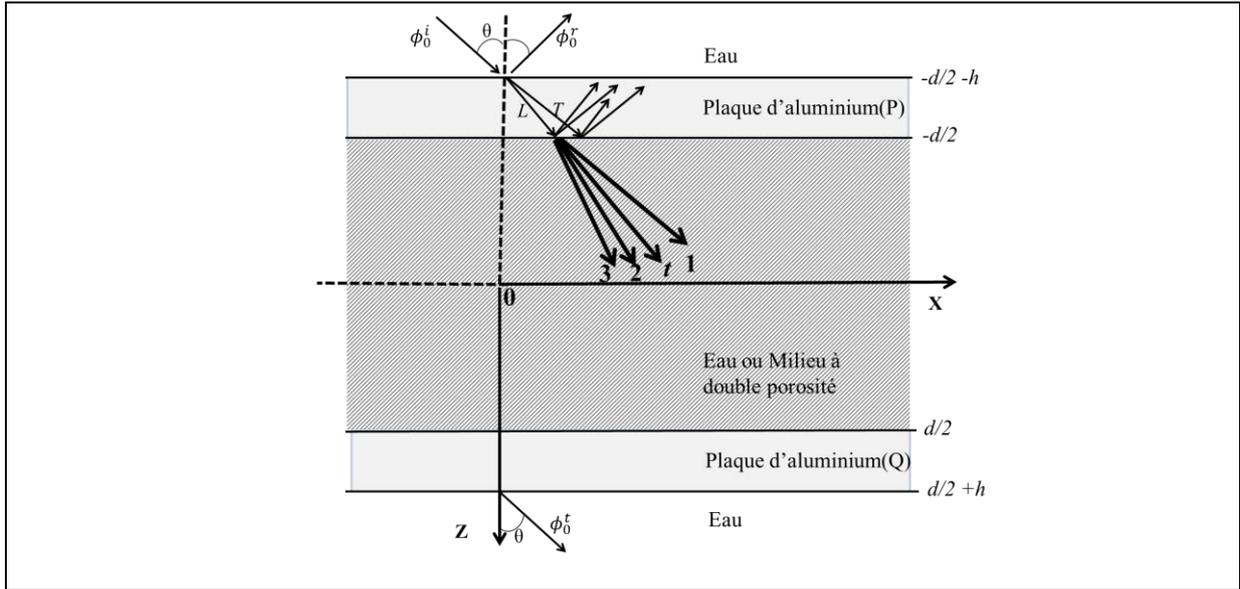


Figure 3.2 : Milieu à double porosité saturé par de l'eau (zone hachurée) limité par deux plaques élastiques elle-même en contact avec un fluide extérieur

(i) Interface Eau/Aluminium

Pour une incidence quelconque, les conditions de passage aux interfaces eau/plaque d'aluminium situées en $z = \pm(d/2+h)$ sont du type glissement, c'est-à-dire que

$$\begin{cases} -P_0 & = \tau_{ezz} \\ 0 & = \tau_{exz} \\ U_{0z} & = U_{ez} \end{cases} \quad (3.36)$$

où P_0 et U_{0z} désignent la pression et le déplacement dans le fluide extérieur tandis que τ_e et U_e représentent le tenseur des contraintes et le déplacement dans le milieu élastique.

(ii) Interface Aluminium/Poreux

Selon Dai *et al.* (Dai *et al.* 2006) on peut écrire les conditions de passages aux interfaces plaque/milieu poreux situées en $z = \pm d/2$, sous la forme

$$\begin{cases} U_z^{(1)} = u_z \\ U_z^{(2)} = u_z \\ \tau_{exz} = \tau_{xz} \\ \tau_{ezz} = \tau_{zz} \\ U_{ex} = u_x \\ U_{ez} = u_z \end{cases} \quad (3.37)$$

où les lettres τ , u , et $U_z^{(j)}$ ($j = 1, 2$) désignent respectivement le tenseur des contraintes dans le milieu poreux, les déplacements dans la partie solide et les déplacements du fluide dans chaque phase fluide. Les équations (3.37) montrent que le contact entre la plaque et le squelette est du type encastrement, tandis que celui entre la plaque et le fluide est du type glissement.

Pour résoudre le problème de réflexion/ transmission, il convient de choisir d'abord de quel côté on envoie l'onde incidente. En se plaçant dans le cas de la figure 3.2, on considère pour l'onde incidente un potentiel de la forme

$$\phi_0^i = A_0^i e^{i(k_x x + k_{0z} z - \omega t)}, \quad (3.38)$$

avec $k_x^2 + k_{0z}^2 = \omega^2 / c_0^2 = k_0^2$ et pour les ondes réfléchies et transmises des potentiels de la forme

$$\phi_0^r = A_0^r e^{i(k_x x - k_{0z} z - \omega t)}, \quad (3.39a)$$

et

$$\phi_0^t = A_0^t e^{i(k_x x + k_{0z} z - \omega t)}. \quad (3.39b)$$

Le déplacement dans le fluide situé en $z < -d/2 - h$ est donc $U_{0z} = ik_{0z} (\phi_0^i - \phi_0^r)$ et la pression $P_0 = \rho_0 \omega^2 (\phi_0^i + \phi_0^r)$. Ces mêmes grandeurs dans le fluide situé en $z > +d/2 + h$ deviennent $U_{0z} = ik_{0z} \phi_0^t$ et $P_0 = \rho_0 \omega^2 \phi_0^t$ où $k_0 = \omega / c_0$ est le nombre d'onde dans le fluide et c_0 la vitesse de phase des ondes acoustiques dans l'eau.

Dans la plaque élastique (P), les potentiels peuvent s'écrire

$$\varphi_e = \left(A_{eP}^+ e^{ik_{eLz} z} + A_{eP}^- e^{-ik_{eLz} z} \right) e^{i(k_x x - \omega t)}, \quad (3.40)$$

$$\psi_e = \left(B_{eP}^+ e^{ik_{eTz} z} + B_{eP}^- e^{-ik_{eTz} z} \right) e^{i(k_x x - \omega t)}. \quad (3.41)$$

Dans la plaque élastique (Q), on a des expressions similaires avec cependant les amplitudes $A_{eP}^{\pm}, B_{eP}^{\pm}$ remplacées par $A_{eQ}^{\pm}, B_{eQ}^{\pm}$.

Dans le milieu à double porosité, les potentiels prennent la forme

$$\varphi_{sm} = \left(A_m^+ e^{ik_m z} + A_m^- e^{-ik_m z} \right) e^{i(k_x x - \omega t)}, \quad (m = 1, 2, 3) \quad (3.42)$$

$$\psi_s = \left(B_t^+ e^{ik_t z} + B_t^- e^{-ik_t z} \right) e^{i(k_x x - \omega t)}. \quad (3.43)$$

Les déplacements dans le milieu élastique situé en $z < -d/2$ et $z > d/2$ sont donc $U_{ex} = \varphi_{e,x} - \psi_{e,z}$ et $U_{ez} = \varphi_{e,z} + \psi_{e,x}$. Les composantes du tenseur des contraintes sont $\tau_{exz} = \mu_e (2\varphi_{e,xz} + \psi_{e,xx} - \psi_{e,zz})$ et $\tau_{ezz} = \lambda_e (\varphi_{e,xx} + \varphi_{e,zz}) + 2\mu_e (\varphi_{e,zz} + \psi_{e,xz})$. Les quantités $k_{jz} = (k_j^2 - k_x^2)^{1/2}$ ($j = 0, 1, 2, 3, t, eL, eT$) et $k_x = k_0 \sin \theta$ ont déjà été définies plus haut.

Le regroupement des 18 équations que l'on vient d'obtenir, suite à l'application des conditions de passage, permet de construire un système linéaire de 18 équations à 18 inconnues (les amplitudes $A_0^r, A_{eP}^+, A_{eP}^-, B_{eP}^+, B_{eP}^-, A_1^+, A_1^-, A_2^+, A_2^-, A_3^+, A_3^-, B_t^+, B_t^-, A_{eQ}^+, A_{eQ}^-, B_{eQ}^+, B_{eQ}^-, A_0^t$). Il est mis symboliquement sous la forme $M\bar{X} = \bar{Y}$; les éléments de la matrice M et les vecteurs \bar{X} et \bar{Y} sont présentés dans l'annexe A1. A partir de ce système on calcule les coefficients de réflexion et de transmission. Parfois, il vaut mieux définir R et T comme des rapports de potentiels (i.e. de pression), on écrit donc

$$T = \frac{\phi_0^t}{\phi_0^i} = \frac{A_0^t}{A_0^i} e^{2ik_{0z} \left(\frac{d}{2} + h \right)} \quad (3.44)$$

$$R = \frac{\phi_0^r}{\phi_0^i} = \frac{A_0^r}{A_0^i}. \quad (3.45)$$

3.5 Coefficient de comparaison théorique

3.5.1 Coefficient de transmission théorique

Pour calculer numériquement le coefficient de transmission théorique (3.44), les valeurs du Tableau 2.1 sont utilisées et l'on se donne une épaisseur de milieu à double porosité égale à 10 cm. Les modules du coefficient de transmission de la maquette contenant

du ROBU saturé par l'eau (en trait continu), de la Tobermorite saturée par l'eau (en pointillé) puis contenant de l'eau uniquement (bleu) sont présentés à la figure 3.3 pour le domaine fréquentiel compris entre 50-100 kHz).

Pour le ROBU, on peut observer des amplitudes de pics proches de la valeur 1. Il y a deux familles de pics périodiquement répartis. Pour la première, les pics sont séparés de $\Delta f_1 = c_1/2d \approx 7,9$ kHz et pour la seconde de $\Delta f_2 = c_2/2d \approx 6,75$ kHz. Normalement, il devrait exister une troisième famille de pics périodiques. Mais, en raison de la forte atténuation de la troisième onde longitudinale, ces pics n'apparaissent pas dans les figures.

Pour la Tobermorite, on voit que le module du coefficient de transmission est plus faible que celui du ROBU, en raison d'une plus forte atténuation des trois ondes à la fois dans le milieu. On n'observe aucune périodicité quant à l'apparition des pics qui, de plus sont très différents de ceux provoqués par le ROBU. A partir de 80 kHz, le coefficient de transmission de la Tobermorite chute drastiquement, son amplitude devenant plus petite que 0,12.

On peut aussi observer que le coefficient de transmission de la maquette contenant de l'eau uniquement et celui du milieu à double porosité (ROBU) sont semblables. Dans la gamme de fréquence étudiée ici, les pics relatifs au ROBU sont décalés significativement vers les basses fréquences par rapport à ceux de l'eau (ce phénomène tend à s'atténuer quand la fréquence augmente).

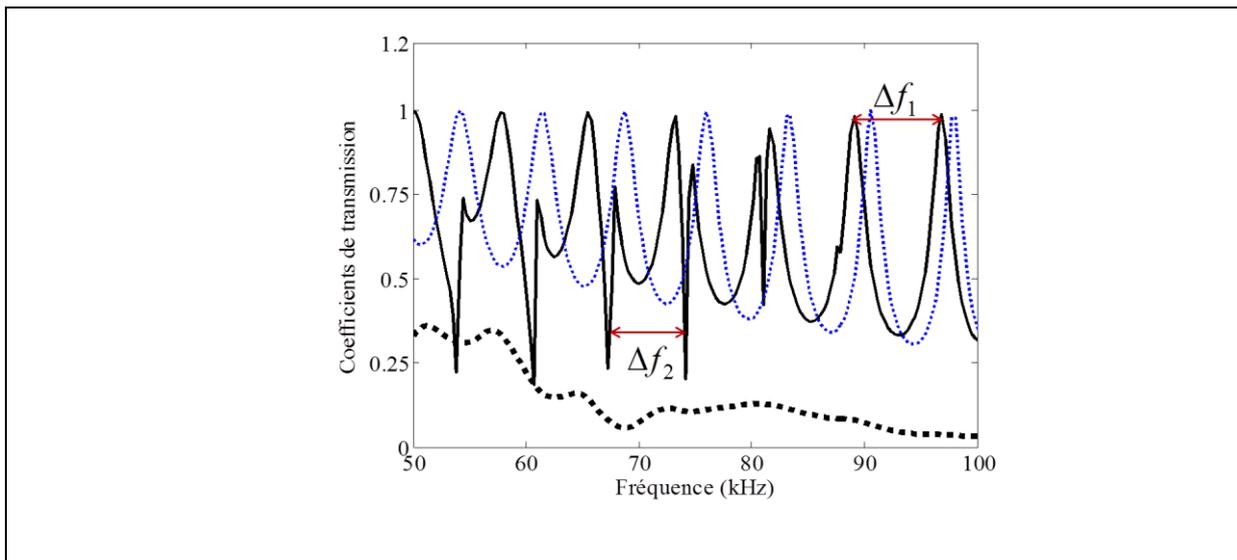


Figure 3.3 : Coefficients de transmission de la maquette remplie avec du ROBU (trait continu), de la Tobermorite (en pointillé) puis de la même maquette remplie avec de l'eau uniquement (bleu)

3.5.2 Influence de l'épaisseur du milieu à double porosité

Deux autres épaisseurs du milieu à double porosité (5 cm et 20 cm, respectivement) ont été prises en compte dans les calculs. On observe, en particulier, que l'amplitude du coefficient de transmission diminue quand l'épaisseur augmente (Figure 3.4). Le phénomène est plus marqué pour la Tobermorite que pour le ROBU. En effet, la Figure 3.4 (a) correspondant au ROBU montre bien que, à intervalle de fréquence fixé, le nombre de pics dépend de l'épaisseur du milieu. Les pics relatifs à une épaisseur de 20 cm sont de même amplitude que ceux où l'épaisseur est de 5 cm. Pour la Tobermorite, l'amplitude décroît assez fortement quand l'épaisseur du milieu augmente, surtout aux basses fréquences, cf. Figure 3.4(b). (Bai *et al.* 2015)

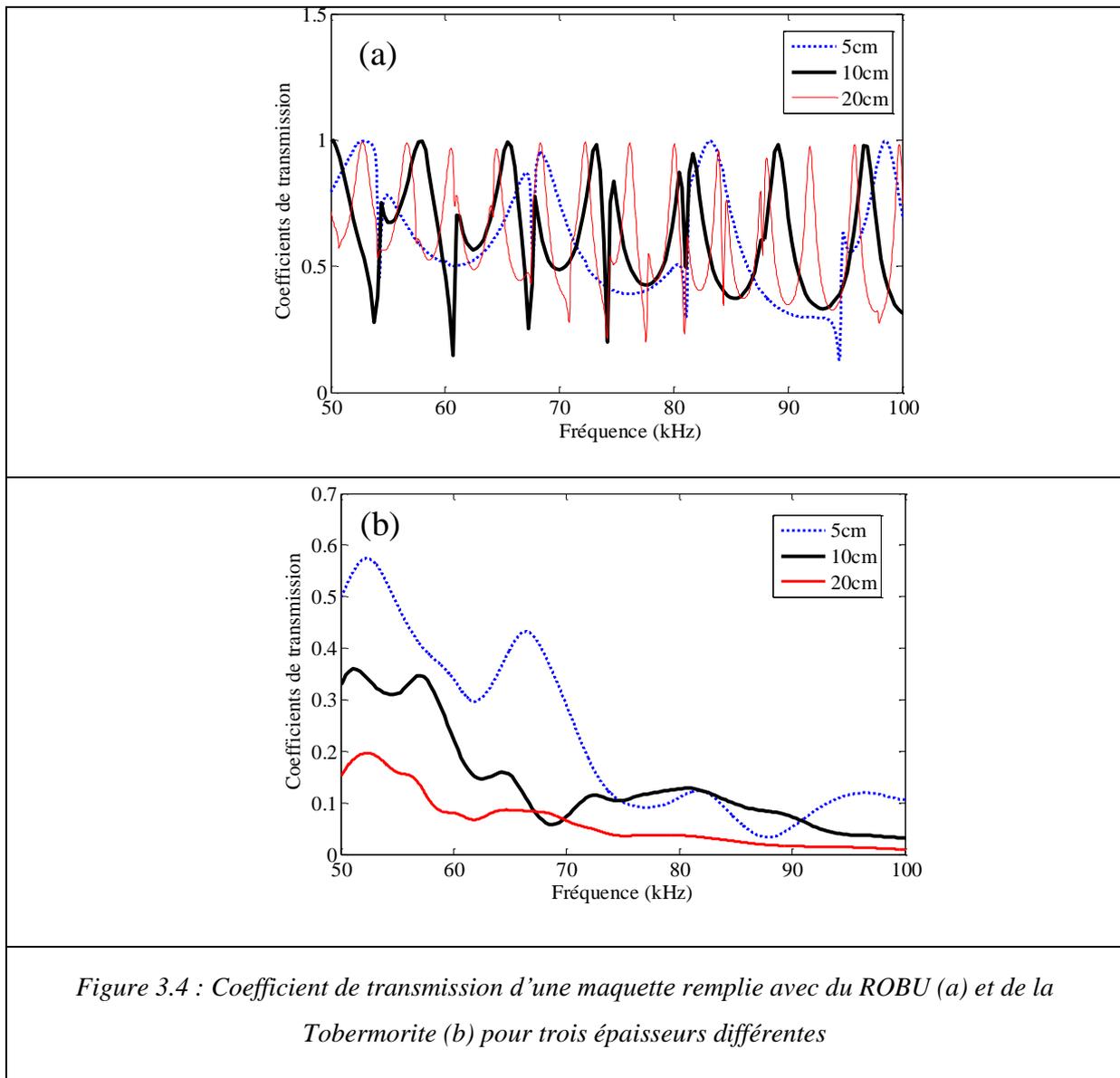


Figure 3.4 : Coefficient de transmission d'une maquette remplie avec du ROBU (a) et de la Tobermorite (b) pour trois épaisseurs différentes

3.5.3 Variation de la fréquence à angle fixé

On continue dorénavant l'étude à partir de maintenant avec le cas correspondant aux conditions expérimentales, c'est-à-dire avec une épaisseur de milieu à double porosité $d = 10$ cm. Les figures 3.5 (a-d) présentent l'évolution des coefficients de réflexion (Eq.3.41) et de transmission (Eq.3.40) en fonction de la fréquence pour différents angles d'incidence (0° , 10° et 20°). Les amplitudes de variation des coefficients sont beaucoup plus grandes pour le ROBU que pour la Tobermorite. Ce phénomène remarquable peut s'expliquer, d'une part par la différence de structure entre les grains de ROBU qui sont quasi-sphériques et ceux de la Tobermorite qui sont polymorphes et ne vont pas interagir avec les ondes de la même façon, et d'autre part la nature des contacts entre les grains (ils sont plus réguliers et la surface globale de contact plus grande dans le ROBU ce qui assure une élasticité plus grande de ce milieu). L'atténuation dans la Tobermorite est donc beaucoup plus importante que dans le ROBU. Les effets de périodicité observés sur les courbes sont en relation directe avec les modes guidés dans la couche poreuse (pics ou creux, étroits ou larges). L'étude de ces modes guidés n'est pas l'objet de ce travail. De ce fait, aucune précision ne peut être donnée sur le caractère symétrique ou antisymétrique de ces modes. Précisons que les modes guidés dans les couches d'aluminium n'apparaissent pas dans le domaine fréquentiel retenu ici, d'une part compte tenu des célérités élevées des ondes longitudinales et transversales dans l'aluminium comparativement à celles des milieux à double porosité, et d'autre part compte tenu de l'épaisseur assez faible des couches d'aluminium (écart entre pics successifs obéissant à une loi du type $\Delta f = c_{eL, eT} / h$). On observe également un décalage des pics en fonction de l'angle d'incidence. (Bai *et al.* CFA 2016)

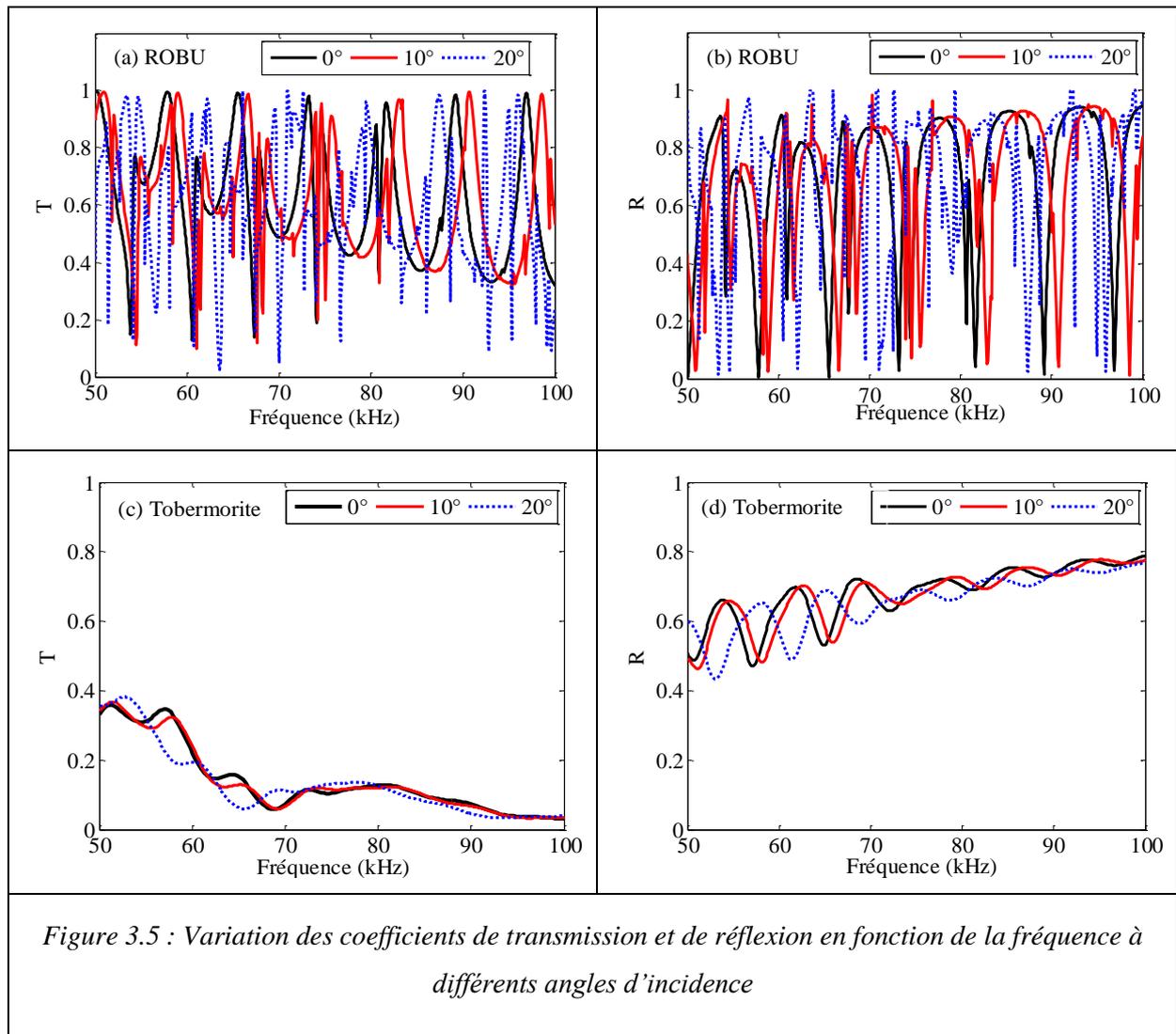
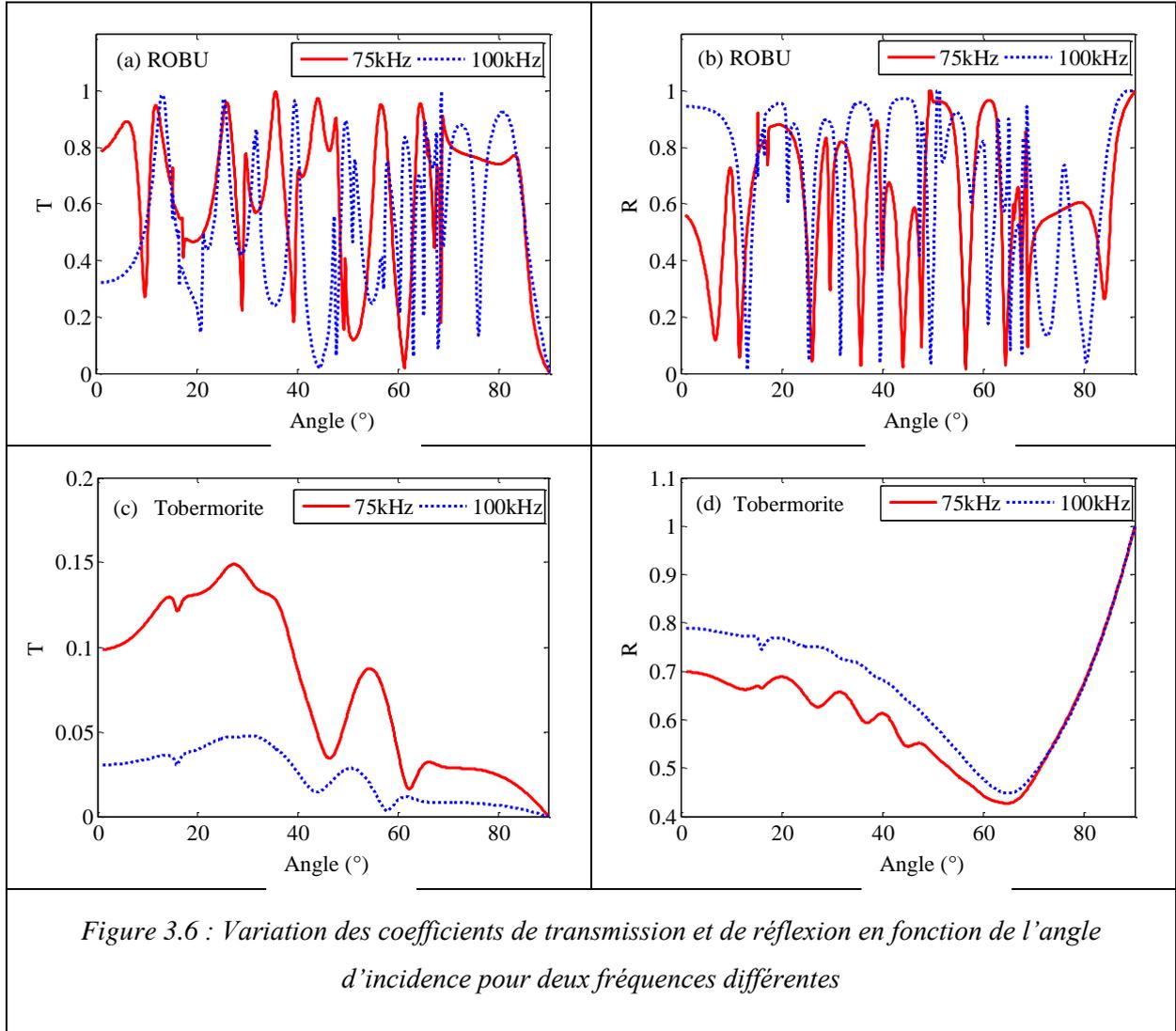


Figure 3.5 : Variation des coefficients de transmission et de réflexion en fonction de la fréquence à différents angles d'incidence

3.5.4 Variation de l'angle à fréquence fixée

Les figures 3.6 (a-d) présentent l'évolution des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'angle d'incidence pour deux fréquences (75 kHz et 100 kHz). On remarque ici aussi la très grande différence existant entre les courbes correspondant au ROBU (nombreuses oscillations de forte amplitude) et celles correspondant à la Tobermorite (très faibles oscillations). (Bai *et al.* CFA 2016)



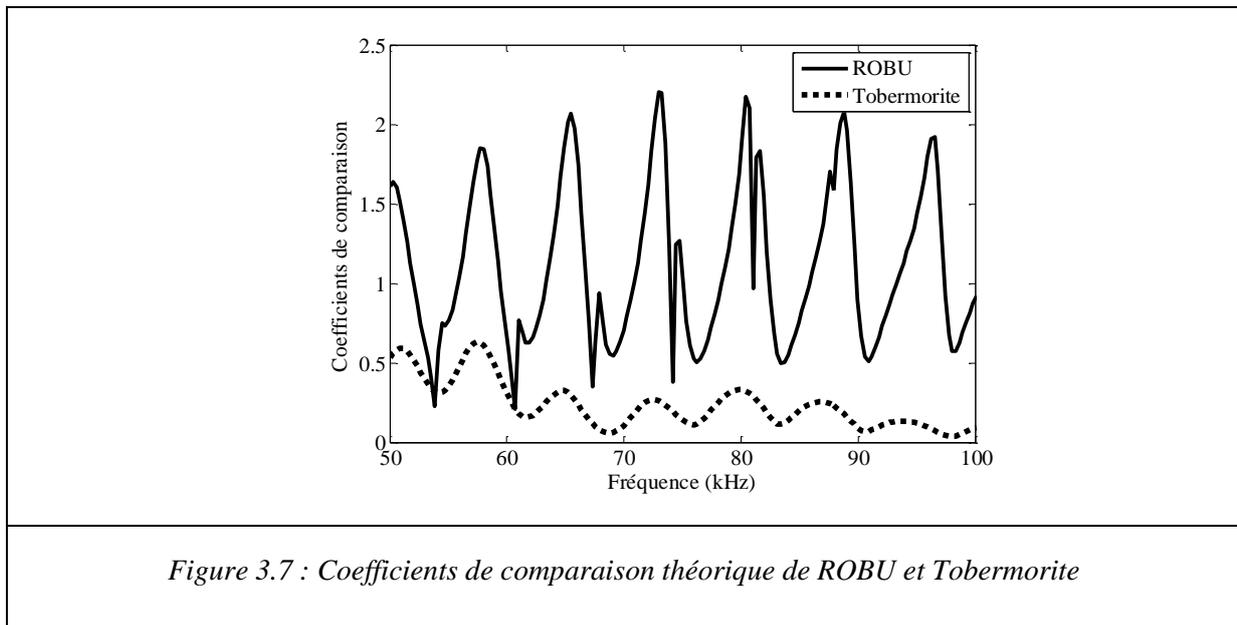
3.5.5 Coefficient de comparaison théorique

Une des difficultés rencontrées lors de la caractérisation des transmissions d'ondes acoustiques réside dans le choix du signal de référence. Lors de travaux antérieurs (Bai *et al.* 2014,2015,2016; Tran *et al.* 2012), on a choisi le signal transmis par la maquette remplie d'eau uniquement (T_0) comme référence. Un *coefficient de comparaison théorique* est alors déterminé de la façon suivante

$$C_{num} = \frac{T}{T_0}, \quad (3.46)$$

où T est le coefficient de transmission pour le milieu à porosité double, avant ou après injection d'une solution de particules en suspension (les descriptions des injections des

particules en suspension sont précisées dans le chapitre 5). Si le module du coefficient de transmission doit être inférieur à un, en revanche, le coefficient de comparaison peut être supérieur à un, puisque construit à partir du quotient de deux coefficients de transmission dont les pics sont généralement décalés. La Figure 3.7 montre les coefficients de comparaison relatifs au ROBU (courbe en continu) et à la Tobermorite (courbe en pointillé). Dans le cas du ROBU, on observe des oscillations semblables à celle de la Figure 3.3. La valeur maximale de l'amplitude est de 2,25. Pour la Tobermorite, cette valeur ne dépasse pas 0,7.



3.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle numérique pour un milieu poreux à double porosité. L'effet de l'épaisseur du milieu à double porosité qui est un milieu dissipatif est examiné. On a constaté que l'amplitude de coefficient de transmission décroît lorsque l'épaisseur augmente, phénomène plus accentué pour la Tobermorite que pour le ROBU. Pour des fins de comparaison entre la théorie et les expériences qui vont être menées dans le chapitre suivant, un coefficient de comparaison a été défini.

Chapitre 4 :

Etudes expérimentales acoustiques

Dans les chapitres précédents, nous avons proposé un modèle théorique pour décrire le comportement d'une onde acoustique qui rencontre un milieu à double porosité saturé de fluide. Cette étude a permis l'obtention de l'expression des coefficients de transmission ainsi que des coefficients de comparaisons. Dans ce chapitre, les résultats expérimentaux sont comparés avec les résultats d'un calcul numérique. Le paragraphe 4.1 expose les dispositifs expérimentaux utilisés pour mesurer les vitesses de propagation et les signaux transmis dans les milieux poreux. Les paragraphes 4.2 et 4.3 présentent les traitements des signaux et la définition d'un coefficient de comparaison expérimental. Le paragraphe 4.4 est consacré aux comparaisons entre les calculs numériques et les résultats expérimentaux sans ou avec une injection continue d'une solution chargée de particules (les descriptions des injections des particules en suspension sont précisées dans le chapitre 5).

4.1 Dispositif expérimental

Mesure de la vitesse de propagation.

Une boîte d'aluminium de dimension (Longueur x Largeur x Hauteur) 106 x 100 x 100 mm^3 est placée dans un grand réservoir rempli d'eau. (Figure 4.1). L'épaisseur des parois métalliques de la boîte est $h = 2 \text{ mm}$. La boîte est remplie soit par un milieu à simple porosité saturé par l'eau (les billes de verres de 4mm de diamètre (BV)), soit par un milieu à double porosité saturé par l'eau (les ROBU ou les grains de Tobermorite). Les mesures sont effectuées à une température de 18°C. Deux transducteurs ultrasonores à immersion (émetteur et récepteur) de fréquence centrale 100 kHz sont appliqués sur deux faces opposées de la boîte.

Un oscilloscope de type waveRunner 64Xi (600MHz et 10 Gs/s) est utilisé pour enregistrer les signaux reçus. Un générateur envoie un signal quasi harmonique (10 pulses de sinusoïde de fréquence égale à 100 kHz). On mesure le temps d'arrivée (t) de l'onde la plus rapide pour chaque milieu. On calcule la vitesse de propagation de l'onde longitudinale rapide $V_1 = L/t$, L est la distance entre l'émetteur et le récepteur).

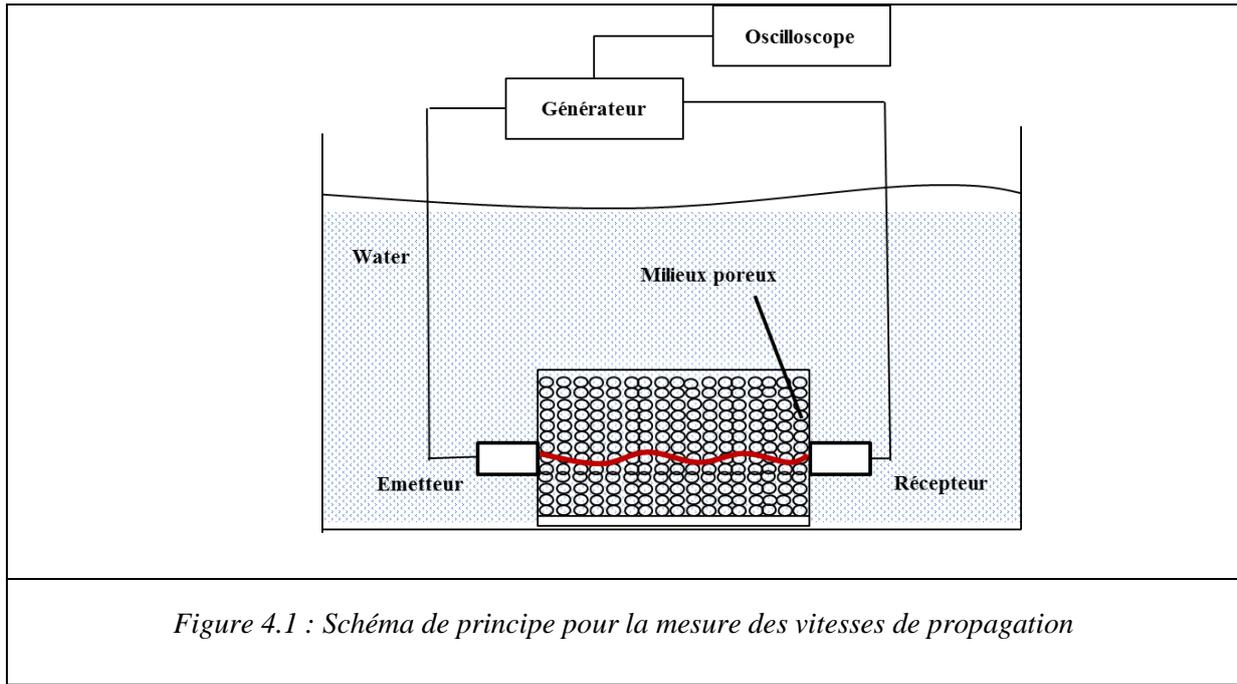


Figure 4.1 : Schéma de principe pour la mesure des vitesses de propagation

Milieux	Eau	BV	ROBU	Tobermorite
Vitesse(m/s)	1471	1341	1514	1558

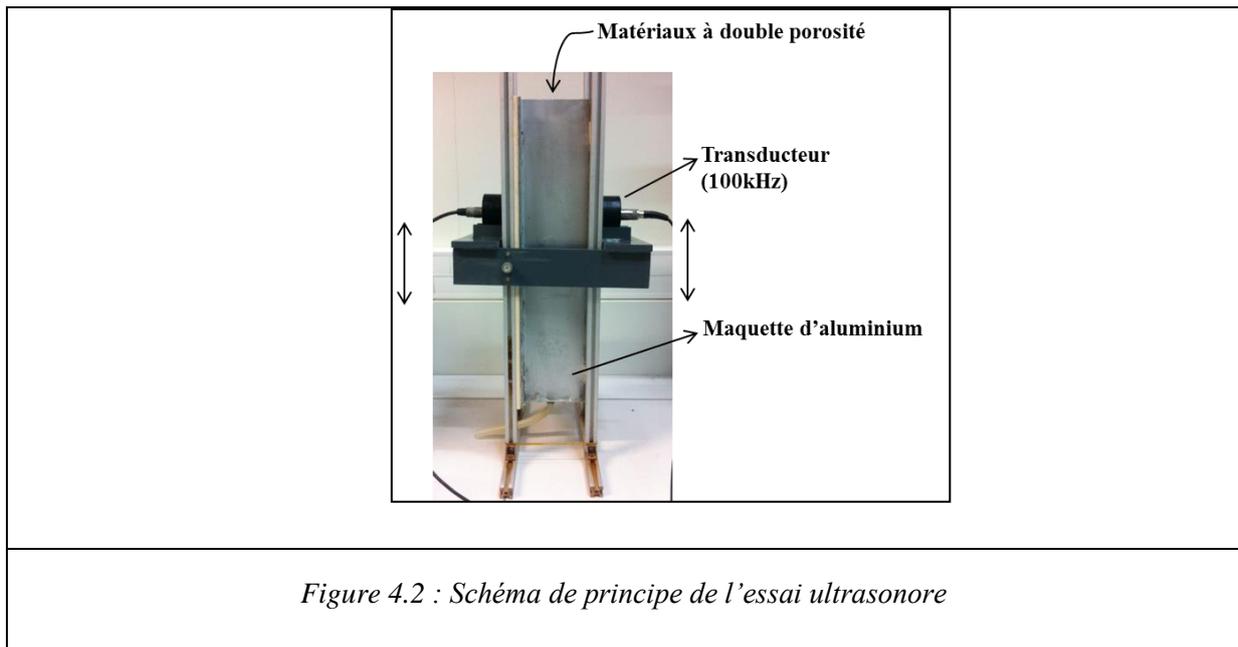
Tableau 4.1 : Vitesse de propagation pour les différents milieux poreux pour une fréquence de 100 kHz.

Mesure des signaux transmis.

Une autre maquette de section carrée de dimension (Longueur x Largeur x Hauteur) $100 \times 100 \times 450 \text{ mm}^3$ est placée elle aussi dans un grand réservoir rempli d'eau (figure 4.2). L'épaisseur des parois de la maquette d'aluminium est égale à 2 mm . La maquette peut être remplie soit uniquement par l'eau, soit par un milieu à double porosité saturé par l'eau (les ROBU ou les grains de Tobermorite). Les mesures sont effectuées à une température de 18°C . Deux transducteurs ultrasonores à immersion (émetteur et récepteur) de fréquence centrale 100 kHz sont appliqués sur deux faces opposées de la maquette.

Un générateur d'impulsion (Sofranel modèle 5058 PR) génère une impulsion électrique convertie en onde acoustique par le transducteur émetteur, en contact avec la paroi métallique de la maquette contenant le milieu à double porosité, transmet au milieu poreux. Cette onde acoustique qui est convertie en trois ondes de compression et une onde de

cisaillement (dans notre cas l'onde de cisaillement n'existe pas car nous sommes placés en incidence normale). Le transducteur récepteur reçoit les signaux acoustiques qu'il transforme en un signal électrique qui est numérisé à l'aide d'une carte d'acquisition (signal échantillonné à 100 MHz et contenant 100 000 points). Le signal numérisé peut être visualisé en utilisant le logiciel accompagnant la carte d'acquisition. Le signal enregistré est une moyenne sur 200 acquisitions.



4.2 Traitements des signaux

La figure 4.3 (a) présente les signaux temporels transmis à travers la maquette remplie d'une part, d'eau (bleu), et d'autre part, par le milieu à double porosité (ROBU ou Tobermorite). Les signaux arrivent presque en même temps. Nous nous sommes intéressés à la première partie des signaux (0-200 μs), le 2^{ème} écho correspondant à un aller-retour entre les deux transducteurs. La figure 4.3 (b) représente les modules des transformées de Fourier (FFT) normalisés des signaux temporels de la figure 4.3 (a). La bande utile en fréquence de la chaîne de mesure est comprise entre 50 et 100 kHz. Les FFT des différents signaux sont nommés S_0 (l'eau) et S (ROBU ou Tobermorite avant l'injection). Dans le domaine de fréquence étudié, on peut observer les pics de la courbe relative aux matériaux ROBU correspondent aux creux de la courbe relative à l'eau. Pour le ROBU, l'écart entre deux pics successifs est

$\Delta f_{RO.} \approx 7,44$ kHz. Dans le cas de l'eau, l'écart entre deux pics successifs est $\Delta f_w \approx 7,3$ kHz. Pour la Tobermorite, aucun pic n'est observé pour les modules de FFT normalisés des signaux temporels à cause d'une atténuation importante.

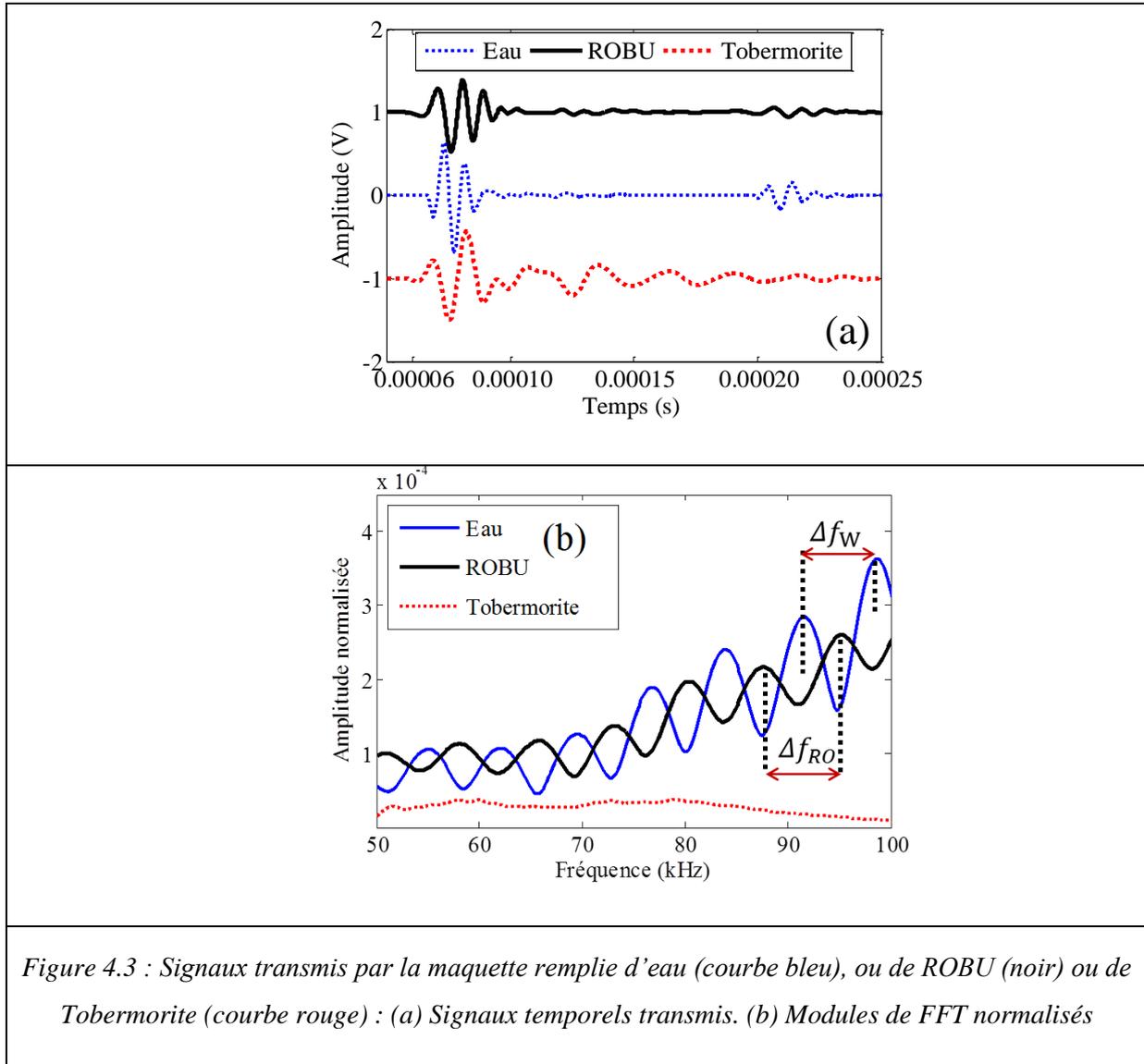


Figure 4.3 : Signaux transmis par la maquette remplie d'eau (courbe bleu), ou de ROBU (noir) ou de Tobermorite (courbe rouge) : (a) Signaux temporels transmis. (b) Modules de FFT normalisés

4.3 Coefficient de comparaison expérimental

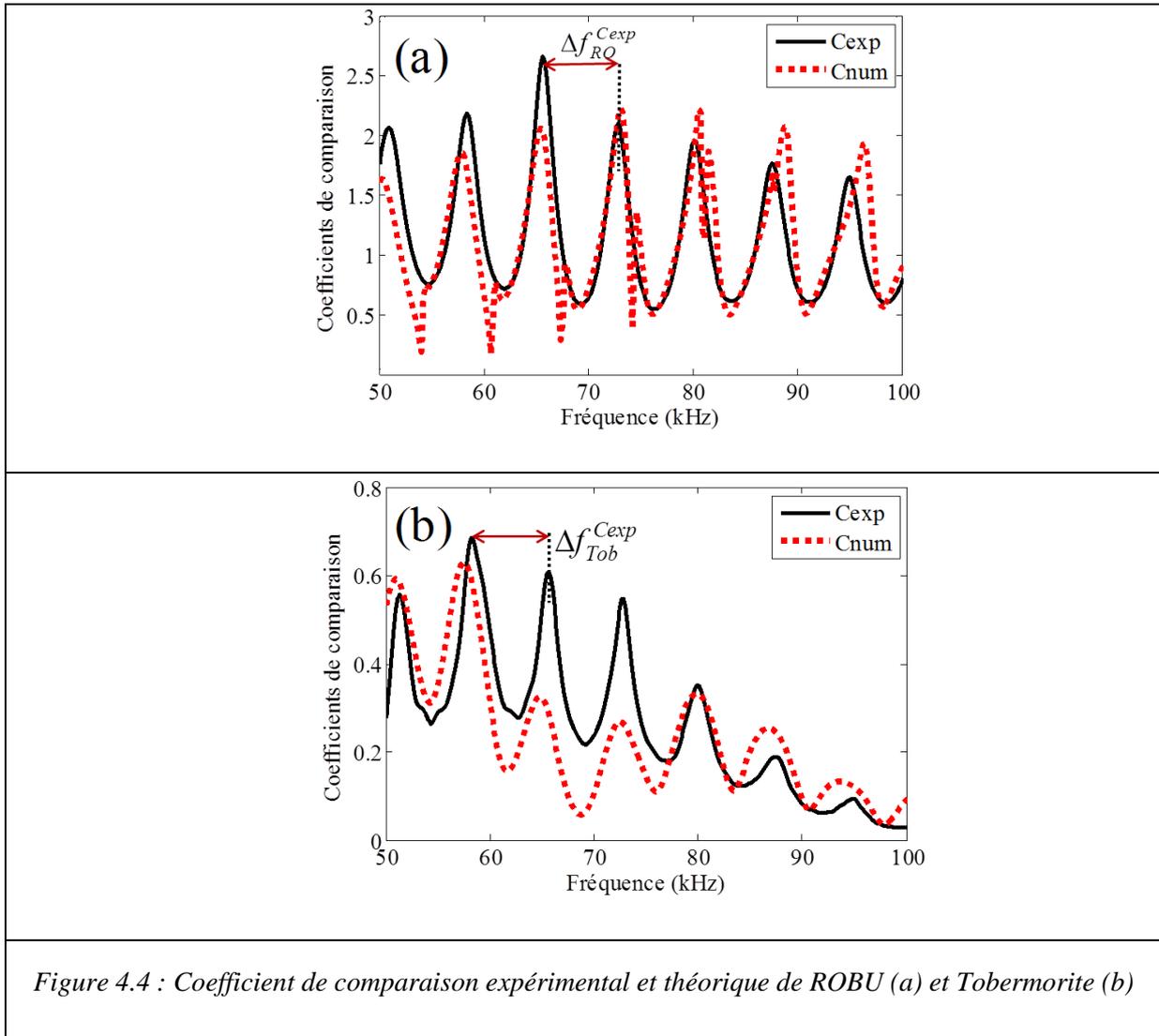
Nous introduisons un coefficient de comparaison pour cette étude car les signaux enregistrés contiennent à la fois le comportement acoustique du milieu poreux et de la maquette d'aluminium. Le modèle numérique développé par la suite tiens compte de cela de façon à être dans des conditions les plus proches possibles de l'expérience. Ce coefficient de

comparaison est défini comme le rapport entre la FFT du signal transmis par la maquette remplie du milieu poreux et la FFT du signal transmis par la même maquette remplie d'eau. (Bai *et al.* 2014, 2015, 2016)

$$C_{\text{exp}} = \frac{S}{S_0} \quad (4.1)$$

4.4 Comparaison entre la théorie et les expériences

La Figure 4.4 (a) représente les coefficients de comparaison pour le ROBU. Elle montre un bon accord entre la théorie et l'expérience. Nous remarquons cependant que les minima du coefficient de comparaison numérique sont plus accentués que ceux du coefficient expérimental. Cette différence pourrait être due à la chaîne des mesures expérimentales. Pour le ROBU, l'écart entre les pics est définie par $\Delta f_{RO}^{C_{exp}}$, cet écart varie entre 7,25 kHz et 7,44 kHz pour la bande de fréquence comprise entre 50 et 100 kHz. Pour la Tobermorite, sur la figure 4.4 (b), on observe également des pics espacé en fréquence de $\Delta f_{Tob}^{C_{exp}}$ et qui sont similaire à ceux observés dans le ROBU, mais avec une amplitude quasiment 3 fois plus faible. On observe qu'entre 60 et 76 kHz, l'amplitude des pics théoriques est inférieure aux pics expérimentaux. Cela est dû aux pertes d'énergie dû au mouvement relatif du fluide entre la matrice et les fractures. (Dai, Kuang, et Zhao, 2006)



4.4.1 Prise en compte des mécanismes de pertes dans le modèle théorique

Dans les deux cas, le ROBU ou la Tobermorite, pour obtenir un bon accord entre la théorie et l'expérience, il faut prendre en compte les mécanismes de pertes, notamment des frottements entre les grains et l'augmentation de la viscosité de l'eau due aux films interconnectés du fluide existant entre les surfaces des grains. Murphy *et al.* (1986) propose un modèle théorique obtenu en étudiant les relaxations due aux contacts des grains dans sandstones. En comparant les résultats d'ondes acoustiques transmises dans des billes de verres fondues et des sandstones saturés par de l'eau, ils prouvent que le comportement de sandstone, qui est dominé par la relaxation d'écoulement, est différent de celui due à la viscosité du fluide (gap stiffness) dans les pores. Si on prend en compte des frottements, de la viscosité et du gap stiffness existant dans un milieu à simple porosité (Kimura, 2006, 2013,

Chotiros et Isakson, 2014), il faut ajouter une partie imaginaire dans le module d'incompressibilité K et de cisaillement μ du squelette, on fait de même pour un milieu à double porosité. On écrit que $K = K_R + iK_I$ et $\mu = \mu_R + i\mu_I$, où K_R , K_I , μ_R et μ_I sont réel, avec $K_R = K$ et $\mu_R = \mu$ fixés (Tableau 2.1). Par plages de 5 kHz dans l'intervalle 50-100 kHz, on cherche les valeurs complexes des modules d'incompressibilité K , de cisaillement μ définis par Berryman (Berryman et Wang, 1995, 2000) qui minimisent l'écart entre la théorie et l'expérience. Les évolutions de K_I et μ_I sont présentées sur les figures 4.5 (a) et (b) pour le ROBU. Et sur les figures 4.5 (c) et (d) pour la Tobermorite. Les courbes sur les figures 4.5 (c) et (d) relative à la Tobermorite présente une forme qui ressemble aux figures 18(b) de M. Kimura (2006). Concernant les figures 4.5 (a) et (b) pour le ROBU, seulement la partie croissante existe à cause du domaine fréquentiel d'investigation.

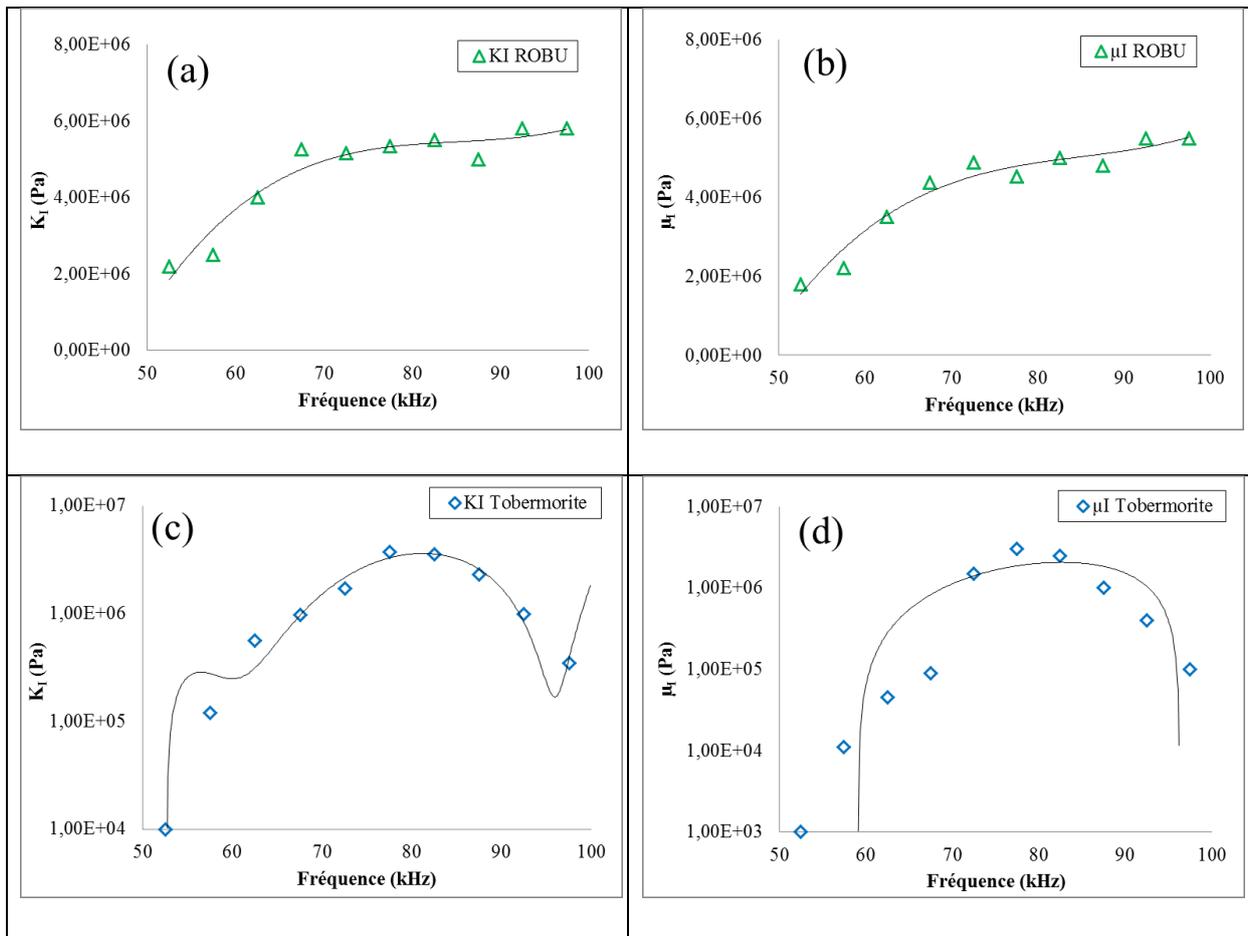


Figure 4.5 : Evolution des parties imaginaires des modules d'incompressibilité et de cisaillement du squelette obtenue par minimisation en fonction de la fréquence : (a) K_I et (b) μ_I pour le ROBU et K_I (c) et (d) μ_I pour la Tobermorite

La détermination d'un modèle polynomial de données pour ROBU donne les équations suivantes :

$$(\mathbf{K}_I)_{\text{ROBU}} = 93.38f^3 - 2.38241 \times 10^4 f^2 + 2.03809 \times 10^6 f - 5.30076 \times 10^7. \quad (4.2)$$

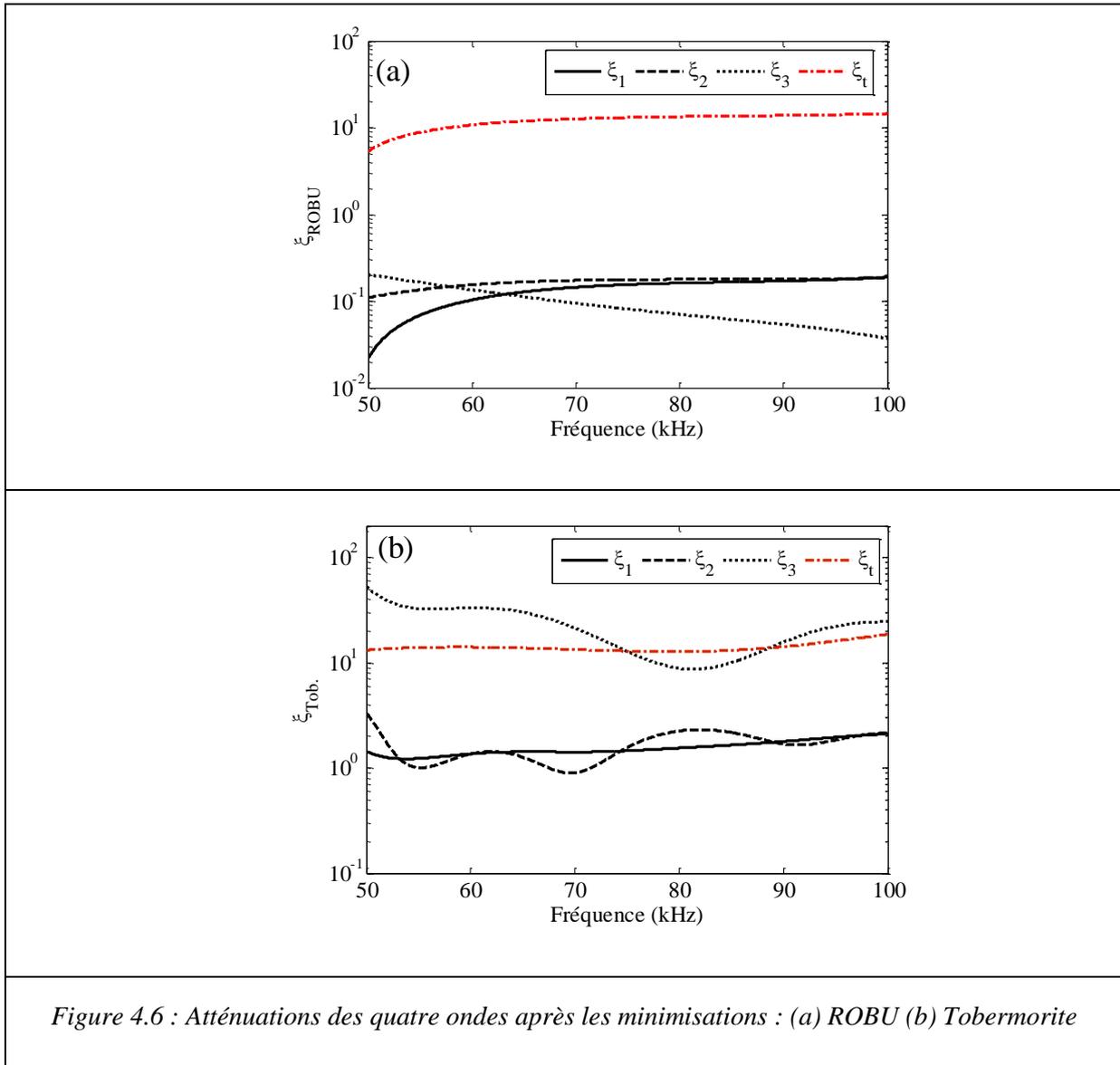
$$(\mu_I)_{\text{ROBU}} = 75.648f^3 - 1.92755 \times 10^4 f^2 + 1.66512 \times 10^6 f - 4.36996 \times 10^7. \quad (4.3)$$

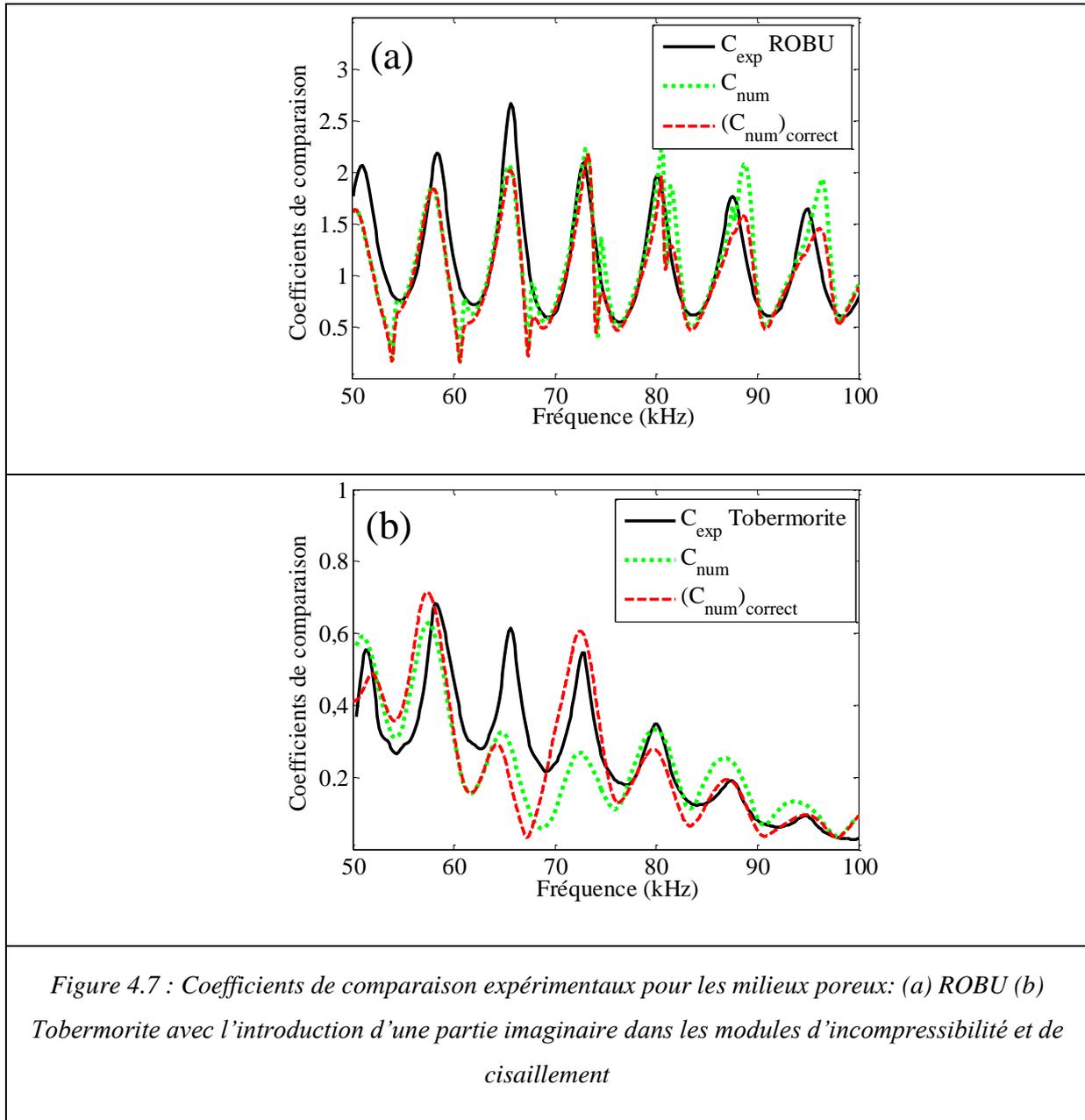
Pour la Tobermorite, le modèle polynomial déterminé est :

$$(\mathbf{K}_I)_{\text{Tob.}} = 6.364 \times 10^{-3} f^6 - 1.536 f^5 + 44.644 f^4 + 1.82043 \times 10^4 f^3 - 2.15227 \times 10^6 f^2 + 9.29413 \times 10^7 f - 1.44123 \times 10^9. \quad (4.4)$$

$$(\mu_I)_{\text{Tob.}} = -1.98 \times 10^2 f^3 + 4.0707 \times 10^4 f^2 - 2.67126 \times 10^6 f + 5.65637 \times 10^7. \quad (4.5)$$

Dans les équations (4.2-4.5), l'unité de la fréquence f est le kHz. Dans le tableau 1, en remplaçant K par $K + iK_I$ et μ par $\mu + i\mu_I$ pour les deux matériaux, et ensuite, calculant les vitesses et les atténuations, on trouve que les vitesses restent presque constantes comme représentées sur les figures 2.1, en revanche, les atténuations ont évolué. Surtout celles de la troisième onde longitudinale (ξ_3) du Tobermorite et de l'onde transversale (ξ_t) du ROBU. Les atténuations sont présentées sur la figure 4.6. Les coefficients de comparaisons en insérant une partie imaginaire dans les modules d'incompressibilité de K et μ sont présentés sur la figure 4.7. On observe un bon accord entre $(C_{\text{num}})_{\text{correct}}$ et C_{exp} pour le ROBU dans la bande de fréquence comprise entre 70 kHz et 100 kHz. Pour la Tobermorite, sauf pour la bande de fréquence comprise entre 60 kHz et 70 kHz, on a observé que l'écart est moins important après la minimisation.





4.4.2 Ajustement entre la théorie et l'expérience après l'injection des particules

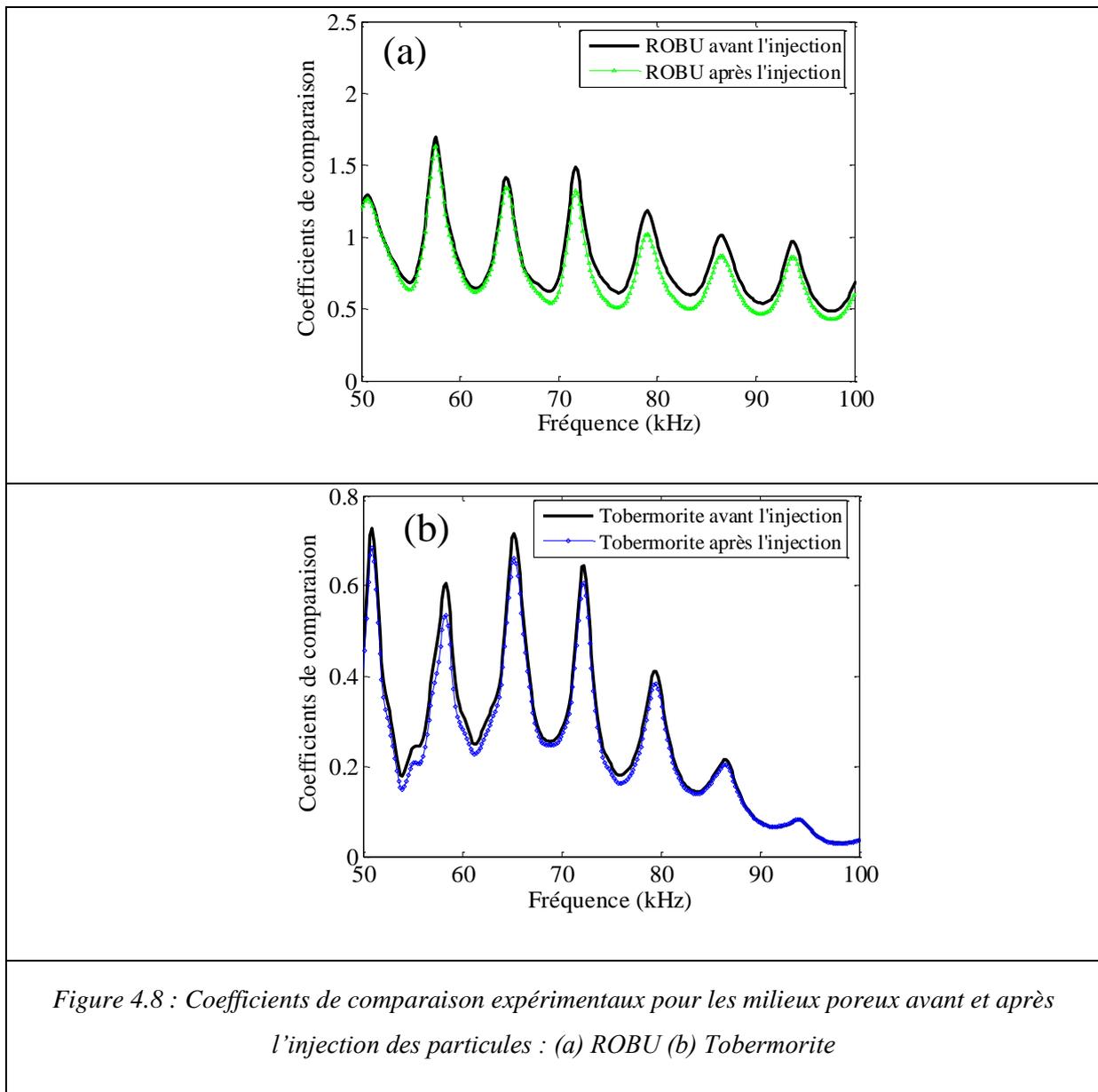
Le modèle peut aussi être utilisé pour détecter le dépôt des particules dans un milieu à double porosité, les descriptions des injections des particules en suspension et les caractérisations en voie mécanique sont précisées dans le chapitre 5.

Comme dans la partie précédente, on introduit un coefficient de comparaison expérimental après l'injection des particules : C_{expAp} . Il est défini comme suit :

$$C_{\text{expAp}} = \frac{S_{Ap}}{S_0} \quad (4.6)$$

où S_0 est la transformé de Fourier du signal transmis à travers la maquette remplie d'eau, et S_{Ap} est celui de la maquette contenant les milieux à double porosité saturés d'eau.

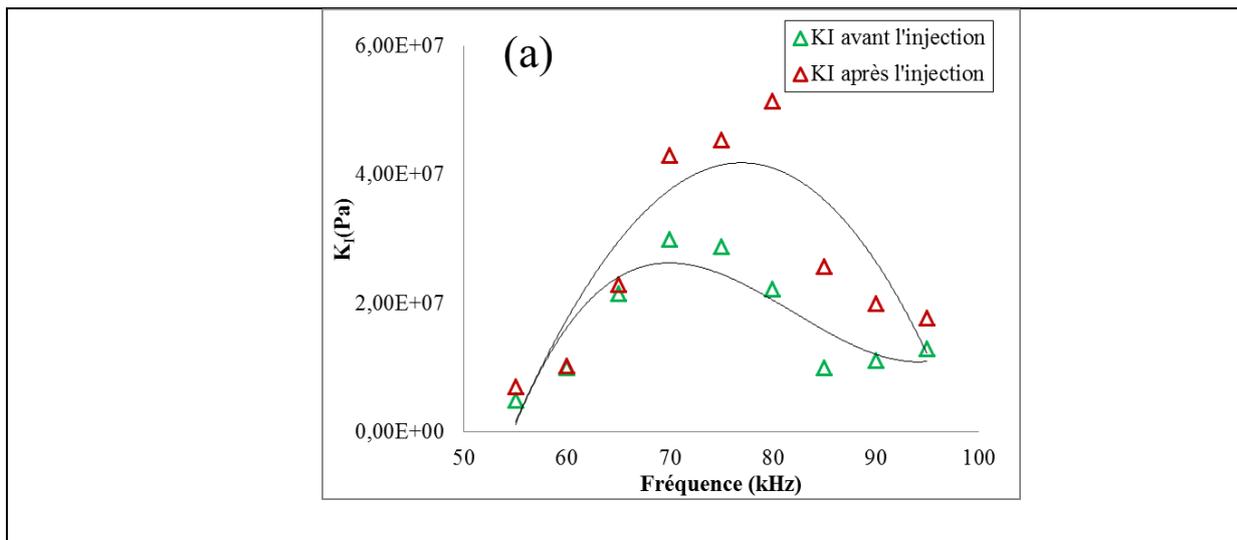
On cherche les paramètres sensibles pour diminuer l'écart des coefficients de comparaison entre la théorie et l'expérience après l'injection des particules (voir chapitre 5). On montre les résultats obtenus pour un débit d'injection de 75 ml/min . La figure 4.8 présente les coefficients de comparaison avant et après 3 heures d'injection des particules pour le ROBU et la Tobermorite. Avec l'injection des particules, les atténuations deviennent plus importantes. C'est pourquoi le signal transmis a une amplitude moindre.



L'optimisation des paramètres en utilisant notre méthode de minimisation pour les milieux à double porosité après l'injection des particules, nécessite d'adapter les paramètres de départ (diminution de la porosité, de la perméabilité (les calculs de la porosité et de la perméabilité après dépôt sont précisées dans le chapitre 5)., changement des module d'incompressibilité K et de cisaillement μ).

Le tableau 4.2 résume les paramètres nécessaires pour faire la minimisation. Les variations des parties imaginaires de K et μ pour le ROBU et la Tobermorite avant et après l'injection sont présentés sur la figure 4.9. Les valeurs de K_r et μ_r pour les deux milieux après l'injection augmentent légèrement en considérant la présence des particules. On observe que les valeurs de K_I et μ_I ont légèrement augmentées dans le cas de ROBU. Avec la présence des particules, les atténuations deviennent plus importantes. Globalement, le module K augmente après l'injection des particules (la rigidité du squelette sec est modifiée par la présence de particules) même si on observe que la partie imaginaire K_I de la Tobermorite diminue.

Dans la minimisation, la porosité, les modules d'incompressibilité K et de cisaillement μ sont très influents. Le modèle peut être utilisé pour détecter le dépôt des particules. La difficulté majeure est d'estimer les parties réelles initiales de K et μ du milieu avant de faire la minimisation pour déterminer leurs parties imaginaires. Après l'injection des particules, le milieu deviens plus complexe. La sensibilité de la porosité reste notable, par contre, le changement de la perméabilité est moins influent.



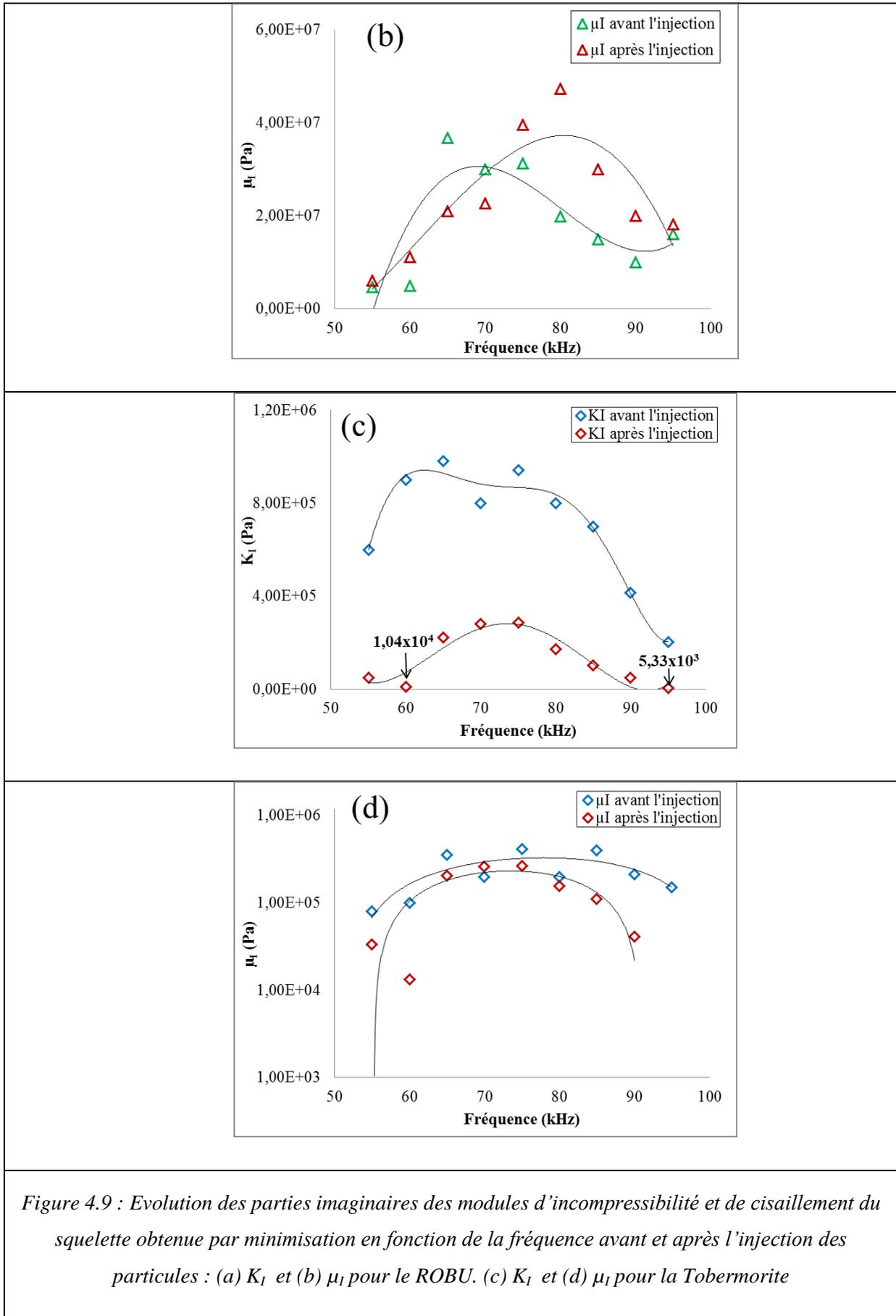


Figure 4.9 : Evolution des parties imaginaires des modules d'incompressibilité et de cisaillement du squelette obtenue par minimisation en fonction de la fréquence avant et après l'injection des particules : (a) K_I et (b) μ_I pour le ROBU. (c) K_I et (d) μ_I pour la Tobermorite

La détermination d'un modèle polynomial de données pour ROBU avant et après l'injection des particules donne les expressions suivantes :

$$(\mathbf{K}_I)_{\text{ROBU_Av}} = 2.1818 \times 10^3 f^3 - 5.3714 \times 10^5 f^2 + 4.3124 \times 10^7 f - 1.1088 \times 10^9. \quad (4.7)$$

$$(\mu_I)_{\text{ROBU_Av}} = 3.3475 \times 10^3 f^3 - 8.052 \times 10^5 f^2 - 6.3326 \times 10^7 f - 1.605 \times 10^9. \quad (4.8)$$

$$(\mathbf{K}_I)_{\text{ROBU_Ap}} = -1.99 \times 10^2 f^3 - 4.1749 \times 10^4 f^2 + 9.9728 \times 10^6 f - 3.875 \times 10^8. \quad (4.9)$$

$$(\mu_I)_{\text{ROBU_Ap}} = -1.55 \times 10^3 f^3 + 2.8406 \times 10^5 f^2 - 1.5602 \times 10^7 f + 2.6099 \times 10^8. \quad (4.10)$$

Pour la Tobermorite avant et après l'injection des particules, le modèle polynomial déterminé est :

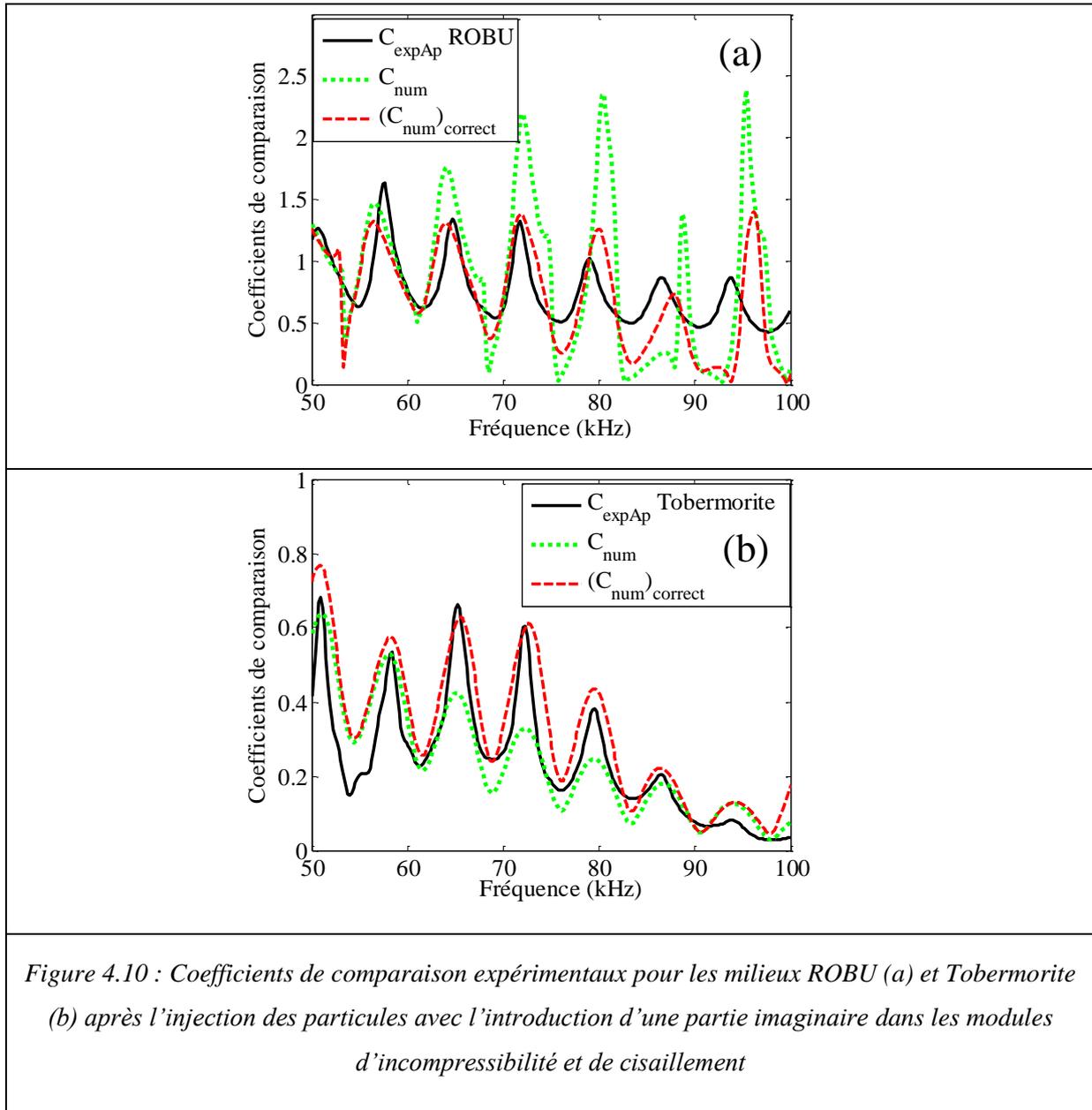
$$(\mathbf{K}_I)_{\text{Tob_Av}} = 3.746 \times 10^{-3} f^6 - 1.414 f^5 + 21.04 f^4 + 1.5309 \times 10^4 f^3 - 5.3116 \times 10^5 f^2 + 6.0189 \times 10^6 f - 4.5519 \times 10^7. \quad (4.11)$$

$$(\mu_I)_{\text{Tob_Av}} = -2.8281 f^3 + 98.319 f^2 - 3.6184 \times 10^4 f - 1.75 \times 10^6. \quad (4.12)$$

$$(\mathbf{K}_I)_{\text{Tob_Ap}} = 2.3952 f^4 - 7.0741 \times 10^2 f^3 + 7.6738 \times 10^4 f^2 - 3.6196 \times 10^6 f + 6.2749 \times 10^7 \quad (4.13)$$

$$(\mu_I)_{\text{Tob_Ap}} = 10.522 f^3 - 2.9506 \times 10^3 f^2 + 2.6085 \times 10^5 f - 7.1872 \times 10^6. \quad (4.14)$$

Les coefficients de comparaison du milieu ROBU et Tobermorite après l'injection des particules en insérant une partie imaginaire dans les modules d'incompressibilité de K et μ sont présentés sur la figure 4.10. On observe un bon accord entre $(C_{\text{num}})_{\text{correct}}$ et C_{expAp} .



4.5 Conclusion

La transmission des ondes à travers un milieu poreux de type ROBU ou Tobermorite a été étudiée. Ces deux matériaux à double porosité sont très différents et sont supposés chacun d'obéir à l'extension de Berryman et Wang (Berryman et Wang, 1995,2000). Pour ces milieux propres, les résultats expérimentaux sont en bon accord avec la théorie dans le cas du ROBU. Il y a un manque de cohérence entre la théorie et les expériences pour la Tobermorite, dû au fait que les mécanismes de perte d'énergie tels que la friction entre les grains prennent une place plus grande que pour le ROBU. Cette difficulté peut être surmontée par l'ajustement de certains paramètres prédits par la théorie, tels que les modules d'incompressibilité K et de

cisaillement μ , avec les données expérimentales à partir des coefficients de transmission. Nous avons trouvé que les parties réelles de ces modules restent pratiquement constantes, leurs parties imaginaires dépendent de la fréquence. Sur les deux milieux, la Tobermorite montre une dépendance à la fréquence la plus forte.

La minimisation est aussi effectuée sur le modèle des milieux à double porosité après l'injection des particules en jouant sur la porosité, la perméabilité, les modules d'incompressibilité K et de cisaillement μ . Application à la détection de milieux colmatés, ce modèle numérique peut être utilisé pour détecter des dépôts des particules.

	Paramètre	ROBU Avant	ROBU Après	Tobermorite Avant	Tobermorite Après
Porosité totale	β	0,603	0,590	0,695	0,690
Microporosité	$\beta^{(1)}$	0,360	0,350	0,500	0,500
Macroporosité	$\beta^{(2)}$	1,000	1,000	1,000	1,000
Perméabilité de phase 1	$k^{(1)}$ (m ²)	2,90x10 ⁻¹¹	2,80x10 ⁻¹¹	2,00x10 ⁻¹³	2,00x10 ⁻¹³
Perméabilité de phase 2	$k^{(2)}$ (m ²)	2,50x10 ⁻⁹	2,38x10 ⁻⁹	2,53x10 ⁻⁸	2,45x10 ⁻⁸
Fraction de volume matricielle	$v^{(1)}$	0,620	0,630	0,610	0,620
Fraction de volume des fractures	$v^{(2)}$	0,380	0,370	0,390	0,380
Paramètre Biot-Willis (Totale)	α	0,982	0,981	0,944	0,943
Paramètre Biot-Willis (Micro)	$\alpha^{(1)}$	0,667	0,667	0,944	0,944
Paramètre Biot-Willis (Macro)	$\alpha^{(2)}$	1,000	1,000	1,000	1,000
Tortuosité totale	τ	1,368	1,385	1,253	1,258
Tortuosité matricielle	$\tau^{(1)}$	1,889	1,929	1,500	1,500
Tortuosité des fractures	$\tau^{(2)}$	1,000	1,000	1,000	1,00
Module de compressibilité du squelette non drainé	K_u (GPa)	2,410	2,420	1,500	1,480
Module de compressibilité du squelette sec de phase1	K_1 (GPa)	1,000	1,000	0,050	0,050
Module de compressibilité du squelette sec de phase2	K_2 (GPa)	0,033	0,034	0,087	0,0868
Module de compressibilité du squelette sec	K (GPa)	0,085	0,090	0,082	0,0835
Module de cisaillement du squelette sec	μ (GPa)	0,078	0,080	0,080	0,0815

Tableau 4.2 : Paramètres du milieu à double porosité avant et après l'injection des particules

Références de la partie A:

- Alem, A., Elkawafi, A., Ahfir, N.D. & Wang, H.Q. (2013). Filtration of kaolinite particles in a saturated porous medium: hydrodynamic effects, *Hydrogeology Journal*, 21, 573-586.
- Bai, R.N., Tinel, A., Alem, A., Franklin, H., Wang, H.Q. (2014). Caractérisation de milieux poreux à double porosité par approche acoustique. 32^{èmes} Rencontres Universitaires de Génie Civil (AUGC), n°131, actes sur CD.
- Bai, R.N., Tinel, A., Alem, A., Franklin, H., Wang, H.Q. (2015). Ultrasonic characterization of water saturated double porosity media. *International Congress on Ultrasonics (ICU Metz)*, *Physics Procedia*, 70, 114 – 117.
- Bai, R.N., Franklin, H., Tinel, A., Alem, A., Wang, H.Q. (2016). Réflexion et transmission d’ondes ultrasonores par une couche d’un milieu à double porosité. 13^{ème} Congrès Français d’Acoustique (CFA), actes sur CD.
- Bai, R.N., Tinel, A., Alem, A., Franklin, H., Wang, H.Q. (2016). Estimating frame bulk and shear moduli of two double porosity layers by ultrasound transmission. *Ultrasonics*, 70, 211–220.
- Barenblatt, G.I. & Zheltov, Y.P. (1960). Fundamental equations of filtration of homogeneous liquids in fissured rocks. *Sov. Phys. Doklady*. 5, 545-548.
- Berryman, J.G. & Wang, H.F. (2000). Elastic wave propagation and attenuation in a double-porosity dual-permeability medium. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 37(1-2), 63–78.
- Berryman, J.G. & Wang, H.F. (1995). The Elastic Coefficients of Double-Porosity Models for Fluid Transport in Jointed Rock.
- Biot, M.A. (1955). Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *Journal of Applied Physics*, 26(2), 182–185.
- Biot, M.A. (1956). Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. I. Low-Frequency Range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2), 168.
- Biot, M.A. (1962 a). Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *J. Appl. Phys.* 33, 1482– 1498.
- Brown, R.J.S. & Korrिंगa, J. (1975). On the dependence of the elastic properties of a porous rock on the compressibility of the pore fluid. *Geophysics*, 40(4), 608–616.

- Brunson, B.A. & Johnson, R.K. (1980). Laboratory measurements of shear wave attenuation in saturated sand. *J. Acoust. Soc. Am.*, 68, 1371–1375.
- Chabriac, P.A., Gourdon, E., Gle, P., Fabbri, A., Lenormand, H. (2016). Agricultural by-products for building insulation: Acoustical characterization and modeling to predict micro-structural parameters. *Construction and Building Materials*, 112, 158–167.
- Chen, J.G., Cheng, L., Su, Z.Q., Qin, L. (2014). Modeling elastic waves in coupled media: Estimate of soft tissue influence and application to quantitative ultrasound. *Ultrasonics*, 53, 350–362.
- Chen, J.G. & Su, Z.Q. (2014). On ultrasound waves guided by bones with coupled soft tissues: A mechanism study and *in vitro* calibration. *Ultrasonics*, 54, 1186–1196.
- Chotiros, N.P. & Isakson, M.J. (2014). Shear wave attenuation and micro-fluidics in water-saturated sand and glass beads. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(6), 3264–3279.
- Dai, Z.J., Kuang, Z.B. & Zhao, S.X. (2006 a). Reflection and transmission of elastic waves at the interface between an elastic solid and a double porosity medium. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 43(6), 961–971.
- Dai, Z.J., Kuang, Z.B. & Zhao, S.X. (2006 b). Reflection and transmission of elastic waves from the interface of fluid- saturated porous solid and a double porosity solid. *Transp. Porous Med.* 65, 237–264.
- Dai, Z.J. & Kuang, Z.B. (2008). Reflection and transmission of elastic waves at the interface between water and a double porosity solid, *Transp. Porous Med.* 72, 369-392.
- Far, M. E., Sayers, C. M., Thomsen, L., Han, D.H., Castagna, J.P. (2013). Seismic characterization of naturally fractured reservoirs using amplitude versus offset and azimuth analysis. *Geophysical Prospecting*, 61, 427–447.
- Lyu, D.D., Wang, J.T., Jing, F. & Zhang, C.H. (2014). Reflection and transmission of plane waves at a water porous sediment interface with a double porosity substrate, *Transp. Porous Med.* 103, 25-45.
- Gassmann, F. (1951). Über die Elastizität poroser Medien. *Mitteilungen aus dem Institut für Geophysik*, 96(1-51), 1–21.

- Kimura, M. (2006). Frame modulus of porous granular marine sediments, *J. Acoust. Soc. Am.* 120, (2), 699-710.
- Kimura, M. (2013). Shear wave speed dispersion and attenuation in granular marine sediments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 134(1), 144–55.
- Murphy III, W.F., Winkler, K.W. & Kleinberg, R.L. (1986). Acoustic relaxation in sedimentary rocks: Dependence on grain contacts and fluid saturation, *Geophysics*, 51(3), 757-766.
- Nguyen, V.H., Rohan, E., Naili, S. (2016). Multiscale simulation of acoustic waves in homogenized heterogeneous porous media with low and high permeability contrasts. *International Journal of Engineering Science*, 101, 92–109.
- Ou, D.Y. (2015). Low frequency sound insulation analysis and evaluation of stiffened building structures. *Building and Environment*, 94, 802–809.
- Skempton, A.W. (1954). The Pore-Pressure Coefficients A and B. *Géotechnique*, 4(4), 143–147.
- Tran, D.H., Derible, S., Franklin, H., Benamar, A. & Wang, H.Q. (2012). Ultrasonic measurements of particle retention by a porous medium. *Ultrasonics*, 52(1), 62–68.
- Wang, D., Wang, L., Ding, Pinbo. (2016) The effects of fracture permeability on acoustic wave propagation in the porous media: A microscopic perspective. *Ultrasonics*, 70, 266–274.
- Warren, J.E. & Root, P.J. (1963). The behavior of naturally fractured reservoirs. *Soc. Petrol. Eng. J.* 3, 245–255.
- Wilson, R.K. & Aifantis, E.C. (1982). On the theory of consolidation with double porosity. *Int. J. Engng. Sci.* 20, 1009-1035.

Annexe A1

Matrice

On introduit des notations : $E_{jh}^{\pm} = e^{\pm ik_j(d/2+h)}$ ($j=0, eL, eT$) et $E_j^{\pm} = e^{\pm ik_j(d/2)}$ ($j=0, 1, 2, 3, t, eL, eT$). Les éléments de M sont :

$$\begin{aligned}
m_{1,1} &= -\omega^2 \rho_0 E_{0h}^+ & m_{1,2} &= -\mu_e (2k_x^2 - k_{eT}^2) E_{eLh}^- & m_{1,3} &= -\mu_e (2k_x^2 - k_{eT}^2) E_{eLh}^+ \\
m_{1,4} &= 2\mu_e k_x k_{eTz} E_{eTh}^- & m_{1,5} &= -2\mu_e k_x k_{eTz} E_{eTh}^+ & m_{1,6} &= \dots = m_{1,18} = 0 \\
m_{2,2} &= -2k_x k_{eLz} E_{eLh}^- & m_{2,3} &= 2k_x k_{eLz} E_{eLh}^+ & m_{2,4} &= (k_{eT}^2 - 2k_x^2) E_{eTh}^- \\
m_{2,5} &= (k_{eT}^2 - 2k_x^2) E_{eTh}^+ & m_{2,1} &= m_{2,6} = \dots = m_{2,18} = 0 \\
m_{3,1} &= -ik_{0z} E_{0h}^+ & m_{3,2} &= -ik_{eLz} E_{eLh}^- & m_{3,3} &= ik_{eLz} E_{eLh}^+ \\
m_{3,4} &= -ik_x E_{eTh}^- & m_{3,5} &= -ik_x E_{eTh}^+ & m_{3,6} &= \dots = m_{3,18} = 0 \\
m_{4,1} &= \dots = m_{4,5} = 0 & m_{4,6} &= ik_{1z} (\gamma_{11} - 1) E_1^- & m_{4,7} &= -ik_{1z} (\gamma_{11} - 1) E_1^+ \\
m_{4,8} &= ik_{2z} (\gamma_{12} - 1) E_2^- & m_{4,9} &= -ik_{2z} (\gamma_{12} - 1) E_2^+ & m_{4,10} &= ik_{3z} (\gamma_{13} - 1) E_3^- \\
m_{4,11} &= -ik_{3z} (\gamma_{13} - 1) E_3^+ & m_{4,12} &= ik_x (\gamma_{1t} - 1) E_t^- & m_{4,13} &= ik_x (\gamma_{1t} - 1) E_t^+ \\
m_{4,14} &= \dots = m_{4,18} = 0 \\
m_{5,1} &= \dots = m_{5,5} = 0 & m_{5,6} &= ik_{1z} (\gamma_{21} - 1) E_1^- & m_{5,7} &= -ik_{1z} (\gamma_{21} - 1) E_1^+ \\
m_{5,8} &= ik_{2z} (\gamma_{22} - 1) E_2^- & m_{5,9} &= -ik_{2z} (\gamma_{22} - 1) E_2^+ & m_{5,10} &= ik_{3z} (\gamma_{23} - 1) E_3^- \\
m_{5,11} &= -ik_{3z} (\gamma_{23} - 1) E_3^+ & m_{5,12} &= ik_x (\gamma_{2t} - 1) E_t^- & m_{5,13} &= ik_x (\gamma_{2t} - 1) E_t^+ \\
m_{5,14} &= \dots = m_{5,18} = 0 \\
m_{6,2} &= -2\mu_e k_x k_{eLz} E_{eL}^- & m_{6,3} &= 2\mu_e k_x k_{eLz} E_{eL}^+ & m_{6,4} &= \mu_e (k_{eT}^2 - 2k_x^2) E_{eT}^-
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_{6,5} &= \mu_e (k_{eT}^2 - 2k_x^2) E_{eT}^+ & m_{6,6} &= 2\mu k_x k_{1z} E_1^- & m_{6,7} &= -2\mu k_x k_{1z} E_1^+ \\
 m_{6,8} &= 2\mu k_x k_{2z} E_2^- & m_{6,9} &= -2\mu k_x k_{2z} E_2^+ & m_{6,10} &= 2\mu k_x k_{3z} E_3^- \\
 m_{6,11} &= -2\mu k_x k_{3z} E_3^+ & m_{6,12} &= \mu (k_x^2 - k_{tz}^2) E_t^- & m_{6,13} &= \mu (k_x^2 - k_{tz}^2) E_t^+ \\
 m_{6,1} &= m_{6,14} \dots = m_{6,18} = 0 \\
 m_{7,2} &= \mu_e (2k_x^2 - k_{eT}^2) E_{eL}^- & m_{7,3} &= \mu_e (2k_x^2 - k_{eT}^2) E_{eL}^+ & m_{7,4} &= -2\mu_e k_x k_{eTz} E_{eT}^- \\
 m_{7,5} &= 2\mu_e k_x k_{eTz} E_{eT}^+ & m_{7,6} &= (\mathcal{K}_1 k_1^2 + 2\mu k_{1z}^2) E_1^- & m_{7,7} &= (\mathcal{K}_1 k_1^2 + 2\mu k_{1z}^2) E_1^+ \\
 m_{7,8} &= (\mathcal{K}_2 k_2^2 + 2\mu k_{2z}^2) E_2^- & m_{7,9} &= (\mathcal{K}_2 k_2^2 + 2\mu k_{2z}^2) e^{ik_{2z}d/2} E_2^+ & m_{7,10} &= (\mathcal{K}_3 k_3^2 + 2\mu k_{3z}^2) E_3^- \\
 m_{7,11} &= (\mathcal{K}_3 k_3^2 + 2\mu k_{3z}^2) E_3^+ & m_{7,12} &= 2\mu k_x k_{tz} E_t^- & m_{7,13} &= -2\mu k_x k_{tz} E_t^+ \\
 m_{7,1} &= m_{7,14} = \dots = m_{7,18} = 0 \\
 m_{8,2} &= ik_x E_{eL}^- & m_{8,3} &= ik_x E_{eL}^+ & m_{8,4} &= -ik_{eTz} E_{eT}^- \\
 m_{8,5} &= ik_{eTz} E_{eT}^+ & m_{8,6} &= -ik_x E_1^- & m_{8,7} &= -ik_x E_1^+ \\
 m_{8,8} &= -ik_x E_2^- & m_{8,9} &= -ik_x E_2^+ & m_{8,10} &= -ik_x E_3^- \\
 m_{8,11} &= -ik_x E_3^+ & m_{8,12} &= ik_{tz} E_t^- & m_{8,13} &= -ik_{tz} E_t^+ \\
 m_{8,1} &= m_{8,14} = \dots = m_{8,18} = 0 \\
 m_{9,2} &= ik_{eLz} E_{eL}^- & m_{9,3} &= -ik_{eLz} E_{eL}^+ & m_{9,4} &= ik_x E_{eT}^- \\
 m_{9,5} &= ik_x E_{eT}^+ & m_{9,6} &= -ik_{1z} E_1^- & m_{9,7} &= ik_{1z} E_1^+ \\
 m_{9,8} &= -ik_{2z} E_2^- & m_{9,9} &= ik_{2z} E_2^+ & m_{9,10} &= -ik_{3z} E_3^- \\
 m_{9,11} &= ik_{3z} E_3^+ & m_{9,12} &= -ik_x E_t^- & m_{9,13} &= -ik_x E_t^+ \\
 m_{9,1} &= m_{9,14} = \dots = m_{9,18} = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_{10,6} &= ik_{1z}(\gamma_{11} - 1)E_1^+ & m_{10,7} &= -ik_{1z}(\gamma_{11} - 1)E_1^- & m_{10,8} &= ik_{2z}(\gamma_{12} - 1)E_2^+ \\
 m_{10,9} &= -ik_{2z}(\gamma_{12} - 1)E_2^- & m_{10,10} &= ik_{3z}(\gamma_{13} - 1)E_3^+ & m_{10,11} &= -ik_{3z}(\gamma_{13} - 1)E_3^- \\
 m_{10,12} &= ik_x(\gamma_{1t} - 1)E_t^+ & m_{10,13} &= ik_x(\gamma_{1t} - 1)E_t^- & m_{10,1} &= \dots = m_{10,5} = m_{10,14} = \dots = m_{10,18} = 0 \\
 m_{11,6} &= ik_{1z}(\gamma_{21} - 1)E_1^+ & m_{11,7} &= ik_{1z}(\gamma_{21} - 1)E_1^- & m_{11,8} &= ik_{2z}(\gamma_{22} - 1)E_2^+ \\
 m_{11,9} &= -ik_{2z}(\gamma_{22} - 1)E_2^- & m_{11,10} &= ik_{3z}(\gamma_{23} - 1)E_3^+ & m_{11,11} &= -ik_{3z}(\gamma_{23} - 1)E_3^- \\
 m_{11,12} &= ik_x(\gamma_{2t} - 1)E_t^+ & m_{11,13} &= ik_x(\gamma_{2t} - 1)E_t^- & m_{11,1} &= \dots = m_{11,5} = m_{11,14} = \dots = m_{11,18} = 0 \\
 m_{12,6} &= 2\mu k_x k_{1z} E_1^+ & m_{12,7} &= -2\mu k_x k_{1z} E_1^- & m_{12,8} &= 2\mu k_x k_{2z} E_2^+ \\
 m_{12,9} &= -2\mu k_x k_{2z} E_2^- & m_{12,10} &= 2\mu k_x k_{3z} E_3^+ & m_{12,11} &= -2\mu k_x k_{3z} E_3^- \\
 m_{12,12} &= \mu(k_x^2 - k_{tz}^2)E_t^+ & m_{12,13} &= \mu(k_x^2 - k_{tz}^2)E_t^- & m_{12,14} &= -2\mu_e k_x k_{eLz} E_{eL}^+ \\
 m_{12,15} &= 2\mu_e k_x k_{eLz} E_{eL}^- & m_{12,16} &= \mu_e(k_{eT}^2 - 2k_x^2)E_{eT}^+ & m_{12,17} &= \mu_e(k_{eT}^2 - 2k_x^2)E_{eT}^- \\
 m_{12,1} &= \dots = m_{12,5} = m_{12,18} = 0 \\
 m_{13,6} &= (\mathcal{K}_1 k_1^2 + 2\mu k_{1z}^2)E_1^+ & m_{13,7} &= (\mathcal{K}_1 k_1^2 + 2\mu k_{1z}^2)E_1^- & m_{13,8} &= (\mathcal{K}_2 k_2^2 + 2\mu k_{2z}^2)E_2^+ \\
 m_{13,9} &= (\mathcal{K}_2 k_2^2 + 2\mu k_{2z}^2)E_2^- & m_{13,10} &= (\mathcal{K}_3 k_3^2 + 2\mu k_{3z}^2)E_3^+ & m_{13,11} &= (\mathcal{K}_3 k_3^2 + 2\mu k_{3z}^2)E_3^- \\
 m_{13,12} &= 2\mu k_x k_{tz} E_t^+ & m_{13,13} &= -2\mu k_x k_{tz} E_t^- & m_{13,14} &= \mu_e(2k_x^2 - k_{eT}^2)E_{eL}^+ \\
 m_{13,15} &= \mu_e(2k_x^2 - k_{eT}^2)E_{eL}^- & m_{13,16} &= -2\mu_e k_x k_{eTz} E_{eT}^+ & m_{13,17} &= 2\mu_e k_x k_{eTz} E_{eT}^- \\
 m_{13,1} &= \dots = m_{13,5} = m_{13,18} = 0 \\
 m_{14,6} &= -ik_x E_1^+ & m_{14,7} &= -ik_x E_1^- & m_{14,8} &= -ik_x E_2^+ \\
 m_{14,9} &= -ik_x E_2^- & m_{14,10} &= -ik_x E_3^+ & m_{14,11} &= -ik_x E_3^- \\
 m_{14,12} &= ik_{tz} E_t^+ & m_{14,13} &= -ik_{tz} E_t^- & m_{14,14} &= ik_x E_{eL}^+
 \end{aligned}$$

$$m_{14,15} = ik_x E_{eL}^-$$

$$m_{14,16} = -ik_{eTz} E_{eT}^+$$

$$m_{14,17} = ik_{eTz} E_{eT}^-$$

$$m_{14,1\dots} = m_{14,5} = m_{14,18} = 0$$

$$m_{15,6} = -ik_{1z} E_1^+$$

$$m_{15,7} = ik_{1z} E_1^-$$

$$m_{15,8} = -ik_{2z} E_2^+$$

$$m_{15,9} = ik_{2z} E_2^-$$

$$m_{15,10} = -ik_{3z} E_3^+$$

$$m_{15,11} = ik_{3z} E_3^-$$

$$m_{15,12} = -ik_x E_t^+$$

$$m_{15,13} = -ik_x E_t^-$$

$$m_{15,14} = ik_{eLz} E_{eL}^+$$

$$m_{15,15} = -ik_{eLz} E_{eL}^-$$

$$m_{15,16} = ik_x E_{eT}^+$$

$$m_{15,17} = ik_x E_{eT}^-$$

$$m_{15,1} = \dots = m_{15,5} = m_{15,18} = 0$$

$$m_{16,1} = \dots = m_{16,13} = 0$$

$$m_{16,14} = \mu_e (2k_x^2 - k_{eT}^2) E_{eLh}^+$$

$$m_{16,15} = \mu_e (2k_x^2 - k_{eT}^2) E_{eLh}^-$$

$$m_{16,16} = -2\mu_e k_x k_{eTz} E_{eTh}^+$$

$$m_{16,17} = 2\mu_e k_x k_{eTz} E_{eTh}^-$$

$$m_{16,18} = \omega^2 \rho_0 E_{0h}^+$$

$$m_{17,1} = \dots = m_{17,13} = 0$$

$$m_{17,14} = -2k_x k_{eLz} E_{eLh}^+$$

$$m_{17,15} = 2k_x k_{eLz} E_{eLh}^-$$

$$m_{17,16} = (k_{eT}^2 - 2k_x^2) E_{eTh}^+$$

$$m_{17,18} = (k_{eT}^2 - 2k_x^2) E_{eTh}^-$$

$$m_{18,1} = \dots = m_{18,13} = 0$$

$$m_{18,14} = ik_{eLz} E_{eLh}^+$$

$$m_{18,15} = -ik_{eLz} E_{eLh}^-$$

$$m_{18,16} = ik_x E_{eTh}^+$$

$$m_{18,17} = ik_x E_{eTh}^-$$

$$m_{18,18} = -ik_{0z} E_{0h}^+$$

Et,

$$\mathcal{K}_j = \left[K_u - \frac{2}{3} \mu - K_u B^{(1)} v^{(1)} \beta^{(1)} (1 - \gamma_{1j}) - K_u B^{(2)} v^{(2)} \beta^{(2)} (1 - \gamma_{2j}) \right], (j = 1, 2, 3).$$

Les vecteurs \vec{X} et \vec{Y} sont donnés par

$$\vec{X} = [A_0^r, A_{eP}^+, A_{eP}^-, B_{eP}^+, B_{eP}^-, A_1^+, A_1^-, A_2^+, A_2^-, A_3^+, A_3^-, B_t^+, B_t^-, A_{eQ}^+, A_{eQ}^-, B_{eQ}^+, B_{eQ}^-, A_0^t]^T,$$

$$\vec{Y} = [\omega^2 \rho_0 E_{0h}^-, 0, -ik_{0z} E_{0h}^-, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]^T.$$

Annexe A2

Coefficient de comparaison des trois milieux

Cas où les transducteurs sont placés en haut de la maquette et après l'injection des particules en suspension

On utilise les billes de verres de 4 mm de diamètre comme référence pour comparer le milieu à double porosité et le milieu à simple porosité. Les étapes d'injection des particules sont précisées dans la partie mécanique.

La figure A1 présente les signaux temporels transmis par la maquette remplie de billes de verres de 4mm de diamètre **BV** (rouge), et par la maquette contenant le milieu poreux à double porosité (le ROBU (vert) ou la Tobermorite (bleu)) après l'injection de particules de Kaolinite Portland avec un débit constant de 180 ml/min. Dans un premier temps, les transducteurs émetteur et récepteur sont positionnés sur la partie haute de la maquette (Figure 4.2). On observe que le signal est le plus rapide dans le BV. Le signal est plus atténué dans la Tobermorite.

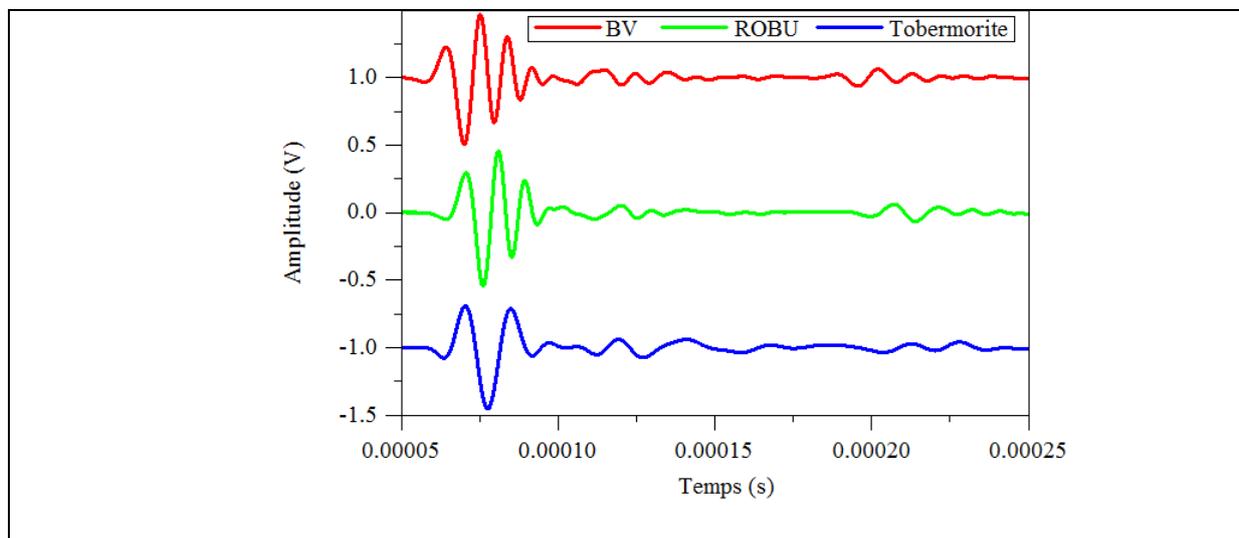


Figure A1: Signaux temporels après l'injection des particules.

Signaux volontairement décalés en amplitude pour la représentation.

Le coefficient de comparaison est utilisé pour mesurer l'effet de la présence des particules dans le milieu poreux. La figure A2 nous montre les coefficients de comparaison expérimentaux pour les trois milieux poreux avant l'injection des particules de Kaolinite. Sur

la figure A2, on observe que les valeurs de C_{exp} sont plus élevées que celles présentés sur la figure 4.4. Il y a trois explications. Premièrement, les positions des grains ne sont pas les mêmes, la porosité du milieu joue un rôle très important. Deuxièmement, les micropores sont bouchés par des particules même si le matériau est lavé plusieurs fois après l'injection. C'est le cas du ROBU. Troisièmement, la saturation du milieu poreux est importante, nous avons noté que pour les billes de ROBU, le temps de saturation est de 3 jours et pour la Tobermorite, il est de 7 jours. Nous avons donc attendu ces délais avant de faire les essais d'injection.

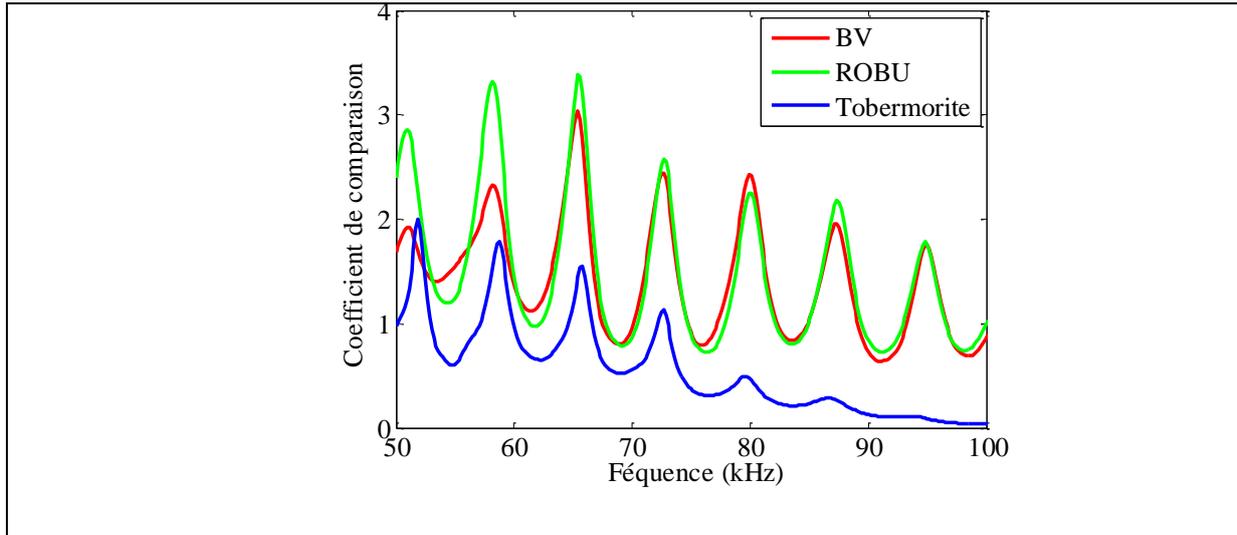


Figure A2: Coefficients de comparaison expérimentaux avant l'injection des particules.

Transducteurs placés en haut de la maquette

La figure A3 présente le coefficient de comparaison expérimental C_{exp} après l'injection des particules de Kaolinite (4h d'injection) pour les 3 milieux poreux relevés à deux moments (2h et 4h). La courbe noire pour le milieu poreux avant l'injection, et celle en bleu après 2h d'injection et en rouge après 4h d'injection. On observe qu'il n'y a pas beaucoup de diminutions significatives au bout de 2 heures d'injection pour les trois milieux. Après 4 heures d'injection, on observe une diminution très importante dans le milieu BV et ROBU. Par contre, on n'observe pas de changements dans la Tobermorite, car de nature il est très atténuant. Plus le temps d'injection est long, plus le coefficient de comparaison diminue. Ce qui signifie que le milieu poreux laisse passer de moins en moins d'énergie. Le milieu poreux est de plus en plus imprégné de particules. Ce phénomène est plus remarquable dans le ROBU.

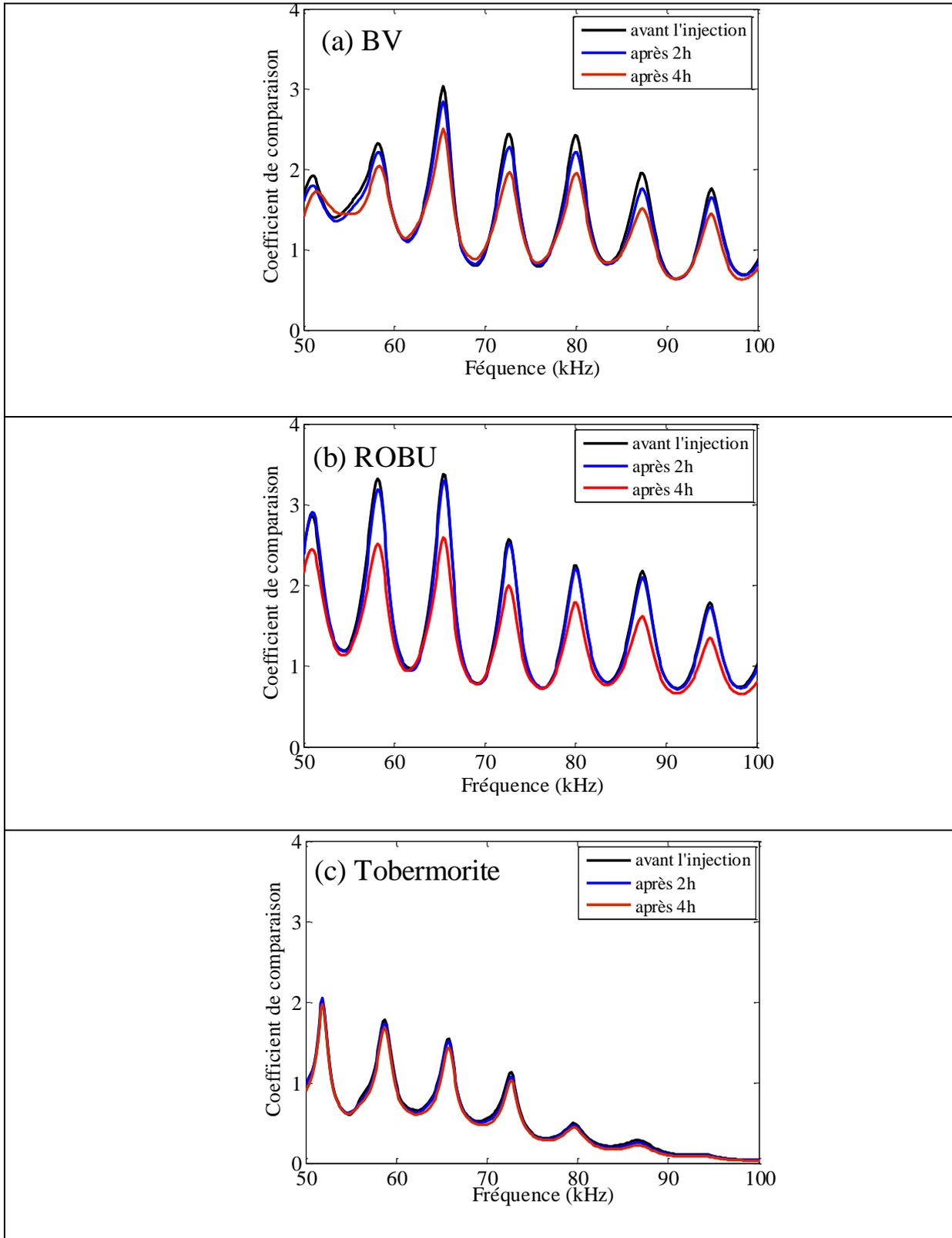


Figure A3: Coefficients de comparaison expérimentaux pour les milieux poreux après l'injection des particules. Transducteurs placés en haut de la maquette (a) BV (b) ROBU (c) Tobermorite

Après l'injection des particules-Transducteurs placés en partie basse de la maquette

Pour étudier les effets de dépôts de particules dans le milieu poreux en fonction de la hauteur de la maquette, on a effectué une série d'essais en posant les transducteurs en bas à 7 cm de la sortie de la maquette (Figure 4.2). Les résultats sont présentés sur les figures A4. On propose 2 exemples, un pour le BV, l'autre pour le ROBU pour un débit de 180 *ml/min*. Nous notons qu'il n'y a pas de différences significatives avant et après l'injection des particules pour une durée de 4h. C'est-à-dire que les dépôts des particules sont moins importants en bas de la maquette.

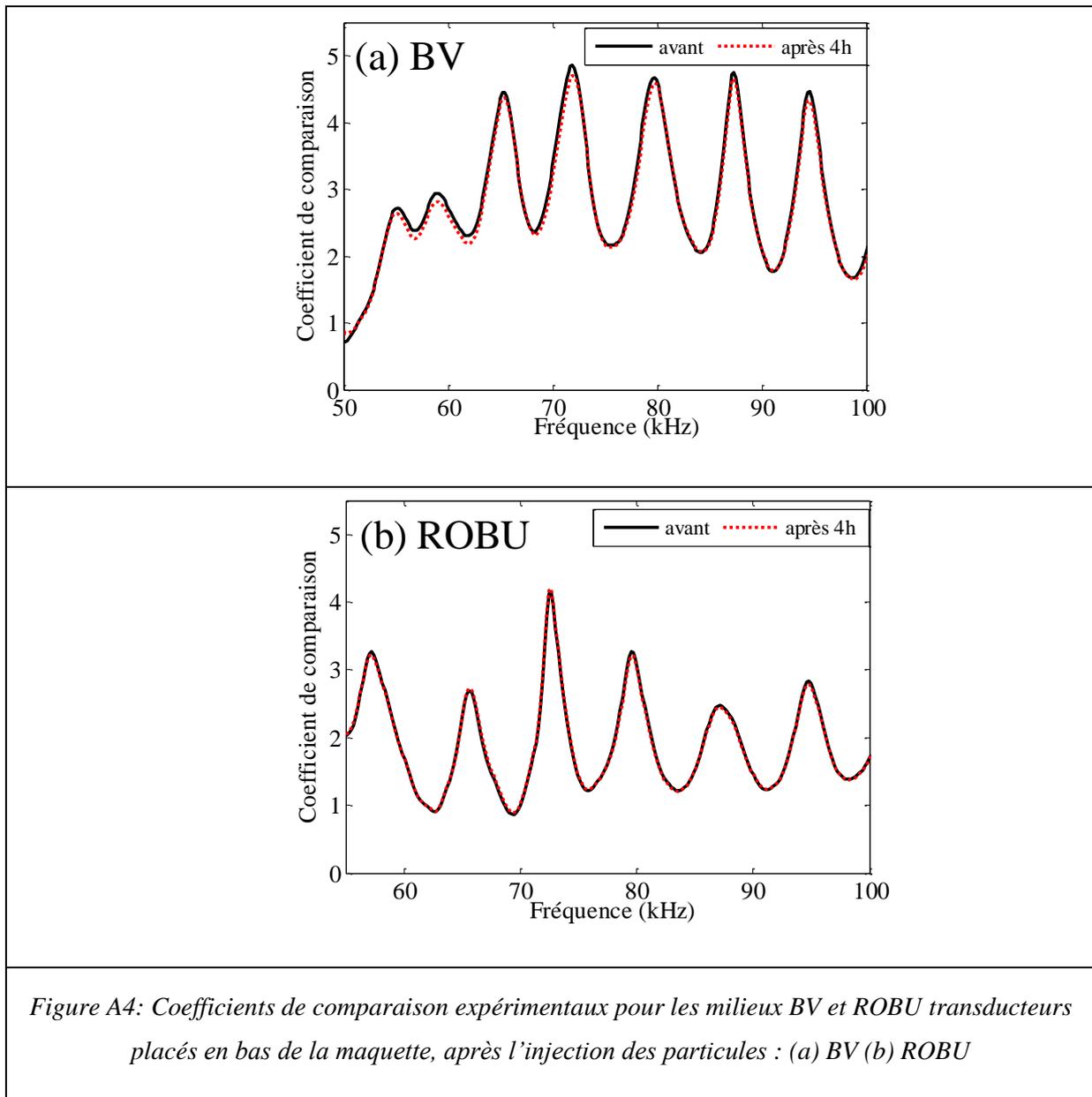


Figure A4: Coefficients de comparaison expérimentaux pour les milieux BV et ROBU transducteurs placés en bas de la maquette, après l'injection des particules : (a) BV (b) ROBU

PARTIE B : Aspects mécaniques de la filtration

Introduction

L'écoulement d'une solution chargée de particules en suspension à travers un milieu poreux initialement saturé par l'eau peut modifier certains paramètres physiques de ce milieu. Avec le temps, l'accumulation des particules entraîne un colmatage progressif en profondeur du milieu poreux. L'étude du transport et de la filtration des particules transportées par un fluide s'est développée depuis plusieurs années. La plupart de ces études s'est attachée à caractériser le comportement de transport et de dépôt de particules en suspension dans des milieux homogènes à simple porosité. En revanche, dans la nature, les sols ont souvent des structures hétérogènes (avec présence de micropores et macropores) d'origine mécanique, thermique ou biologique.

Comme il a été discuté au chapitre 4, dans cette étude, nous proposons une analyse permettant une prise en compte du dépôt des particules dans le milieu poreux saturé, lorsque celui-ci est soumis à un écoulement chargé de particules en suspension. Le phénomène de colmatage en profondeur du milieu est quantifié par les mesures ultrasonores en transmission. Des traçages par injection continue d'une suspension de particules en suspension dans une maquette contenant le milieu poreux à double porosité sont réalisés afin d'étudier la rétention des particules. Préalablement à ces essais, des injections en continu d'un traceur dissous (fluorescéine) sont effectuées. La comparaison entre le transport du traceur dissous et des particules en suspension permet de distinguer les différences de comportement entre le milieu à simple porosité et les milieux à double porosité. Les analyses des résultats d'injection sont basées entre autres sur le temps de transfert, le taux de restitution, la capacité de rétention, le profil spatial de la rétention et le tri granulométrique des particules transportées. Les mesures ultrasonores sont effectuées parallèlement à l'injection de la suspension de particules dans le milieu poreux et les résultats sont comparés à ceux d'un modèle numérique fondé sur la théorie de Berryman (Berryman et Wang, 1995, 2000).

Dans cette partie, nous aborderons les aspects mécaniques de la filtration dans les milieux à simple et à double porosité.

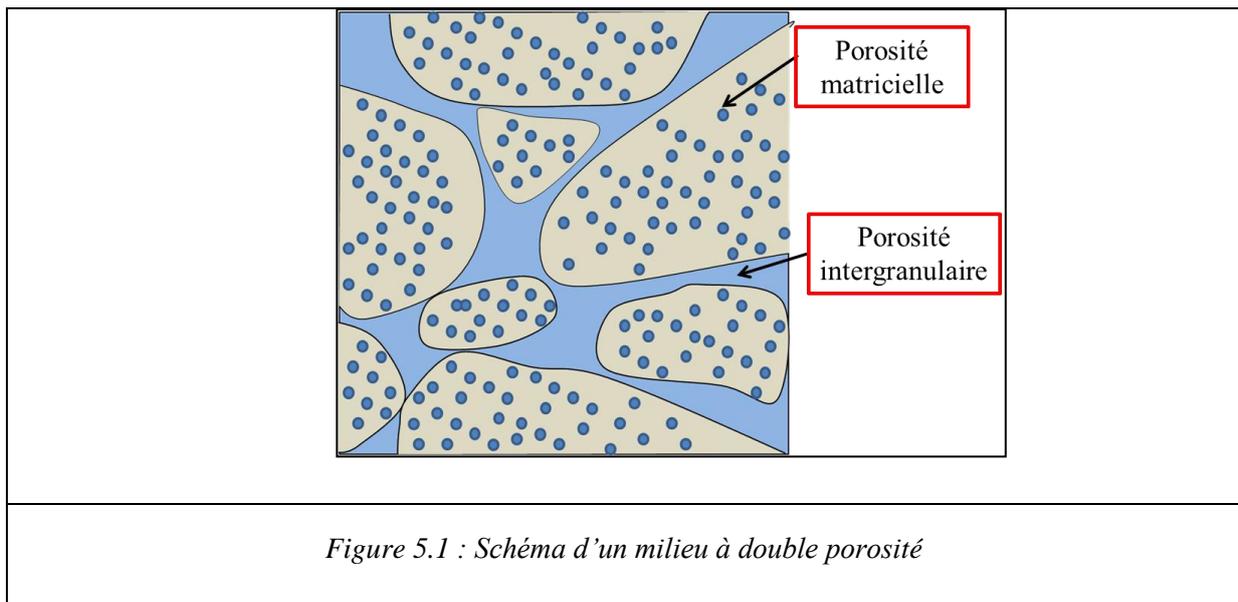
Chapitre 5 : Etude de la filtration

5.1 Etude bibliographique

5.1.1 Milieux poreux à double porosité

Un milieu poreux est une structure solide contenant des vides appelés pores. La distribution des pores à travers le milieu peut être quelconque du point de vue forme et dimensions. Les pores peuvent être interconnectés ou non. Le milieu poreux peut être rigide (cas des roches) ou déformable (cas des sols). Le pourcentage de vide qui peuvent être occupés par l'eau ou des fluides est appelé porosité. Afin de caractériser au mieux un milieu poreux, des analyses spécifiques permettent de connaître la granulométrie, les densités spécifique et apparente, la porosité et la perméabilité.

Un milieu poreux à double porosité est un matériau qui possède une macroporosité (ou porosité intergranulaire) et une microporosité (appelée aussi porosité intragranulaire ou porosité matricielle) (Fig. 5.1).



Dans la nature, plusieurs types de matériaux présentent une double porosité : les sols naturels avec l'existence d'un contraste entre les tailles caractéristiques des pores, les formations crayeuses qui sont constituées de "grains" (coccolithes, foraminifères,...) de tailles extrêmement petites, entrecoupés d'un réseau de microfissures. Certaines formes de "Tuffeau" peuvent aussi présenter de telles propriétés, de même que certains calcaires, ou encore certaines formes de granites altérés. Les milieux fracturés peuvent aussi présenter une double porosité ; une microporosité, et une macroporosité accessible au niveau des fractures.

5.1.2 Filtration dans le milieu poreux

L'étude des processus de mobilisation, de transport et de dépôt de particules solides dans un milieu poreux et les conséquences sur son endommagement progressif représente un sujet de recherche important qui offre un champ d'applications diversifié. Les applications sont nombreuses dans les domaines du génie civil (colmatage et perte d'efficacité des ouvrages filtres), de l'environnement (transfert de contaminants vers les nappes phréatiques) et du génie pétrolier (récupération secondaire d'hydrocarbures).

Dans le domaine de l'exploration et de la production du pétrole, à la fin de la récupération primaire où la substance remonte à la surface sous l'effet de la pression naturelle (la récupération est faible, usuellement moins de 25% du gisement), on a recours à des techniques qui permettent soit d'augmenter le taux de récupération des hydrocarbures et/ou de prolonger l'exploitation des gisements matures. L'injection d'eau est l'une des techniques les plus utilisées. Cependant, il a été observé que la présence de particules fines dans l'eau s'écoulant dans le milieu poreux entraîne le colmatage progressif des puits de récupération (Moghadas *et al.*, 2004). Dans le cas d'alimentation en eau par forages, après quelques années d'exploitation, il a été observé le colmatage de ces derniers. Au cours de leur fonctionnement, les bassins d'infiltration ont tendance à être colmatés par les matières en suspension qui sont piégées dans les premiers centimètres du sol (Dechesne, 2002).

Les particules transportées par un écoulement peuvent se déposer à différents horizons et provoquer le colmatage du milieu poreux (Alem *et al.*, 2013, 2015). La conséquence la plus problématique du colmatage est une chute, parfois dramatique, de la perméabilité du milieu dans le temps qui peut conduire à une réduction de la vie active de l'ouvrage. Le colmatage est une des préoccupations majeures lors de la conception des ouvrages d'infiltration d'eaux pluviales. Le colmatage de ces types d'ouvrage est dû au dépôt de particules transportées par les eaux pluviales dans les pores du milieu poreux. Les particules les plus grosses s'accumulent en surface ou dans les premiers centimètres du milieu poreux et les particules les plus fines pénètrent plus profondément dans le sol (Alem *et al.*, 2013). A des phénomènes physico-chimiques (Mays & Hunt, 2007) s'ajoute alors le développement de bactéries qui contribue au colmatage.

Le processus de dépôt conduisant au colmatage d'un milieu poreux est influencé par plusieurs paramètres. Les conditions hydrauliques (Lakshmi *et al.*, 2005 ; Ahfir *et al.*, 2009 ;

Alem *et al.*, 2013, 2015), la nature, la concentration et la taille des particules en suspension (Alem *et al.*, 2015; Moghadasi *et al.*, 2004), la salinité des influents (Compère *et al.*, 2001 ; El Kawaf, 2010), la distribution granulaire du milieu poreux (El Kawafi, 2010 ; Moghadasi *et al.*, 2004), la géométrie ainsi que l'état de surface des grains du milieu (El Kawafi, 2010; Tong et Johnson, 2006) sont évidemment des paramètres majeurs qui contrôlent la dynamique de colmatage.

Les études au laboratoire du dépôt des particules solides en suspension ont pour objectif la modélisation du comportement de transport, les cinétiques de dépôt et de remobilisation des particules. La migration de particules en suspension, de produits nocifs, de matières et sels dissous, entraînés par l'eau en mouvement, est régie par la convection, la dispersion et les échanges physico-chimiques avec le milieu. Deux phénomènes, autres que la convection et la dispersion, interviennent dans le transport des particules : le dépôt et le détachement des particules au cours du transport. La description et la prédiction du transport et dépôt des particules en suspension ne peuvent se faire si tous les mécanismes ne sont pas définis. Récemment, plusieurs études dans des colonnes au laboratoire ont été conduites dans le but de contrôler les différents facteurs qui gouvernent le transport et dépôt des particules dans un milieu poreux.

Presque toutes les études en laboratoire se sont attachées à caractériser le comportement de transport et de dépôt et de particules en suspension dans des milieux poreux homogènes ne présentant qu'une simple porosité intergranulaire. Or, il est rare, dans la nature de rencontrer des systèmes aquifères présentant une parfaite homogénéité, qu'il s'agisse d'homogénéité granulométrique ou structurale. L'hétérogénéité granulométrique ou structurale affère à ces milieux une porosité multiple. Néanmoins, peu d'études ont été menées afin de déterminer le comportement de transport et de dépôt de particules en suspension dans les milieux présentant une porosité multiple.

Toran et Palumbo (1992) ont réalisés des essais de traçage avec des suspensions colloïdales dans des colonnes de sable dans lesquelles ont été insérés des tubes de petits diamètres, créant ainsi un réseau de fractures artificielles. Les courbes de restitution des particules colloïdales traversant un tel milieu sont différentes de celles obtenues avec le milieu constitué de sable seul. La présence de la "fracture" matérialisée dans ces expériences par les tubes modifie les courbes de restitution. La présence de tubes (macroporosité) entraîne un transfert plus rapide des particules colloïdales. Ce transfert plus rapide est dû au fait que les

particules colloïdales empruntent des chemins préférentiels d'écoulement constitués par les tubes. Les auteurs indiquent que le facteur de retard observé sur la courbe de restitution pourrait être un indicateur du degré d'hétérogénéité du milieu. Des expériences similaires ont été réalisées par Niehren et Kinzelbach (1998). Le milieu poreux était constitué de grains de sable de 200 à 500 μm de diamètre, entrecoupé de micro-cylindres de petits diamètres. La porosité totale du milieu hétérogène ainsi constitué était de 36 %, dont 10,4 % était due aux cylindres. Plusieurs expériences de traçages avec des suspensions de colloïdes (microsphères de latex, teintées à la fluorescéine) et d'un traceur dissous (fluorescéine) ont été effectuées, pour différentes vitesses d'écoulement. Les résultats ont montré que lorsque la vitesse d'écoulement est très forte, seule la macroporosité était accessible aux deux traceurs. Les colloïdes et la fluorescéine n'investissaient que la zone mobile du milieu, même si la taille faible des colloïdes, comparée aux diamètres des pores, et le fort coefficient de diffusion de la fluorescéine aurait pu permettre leurs accès à la microporosité du milieu poreux. L'exclusion des particules colloïdales et du traceur dissous de la microporosité était motivée par le faible temps de séjour des molécules de traceur dissous et des colloïdes limitant ainsi fortement les interactions et les échanges avec les grains du milieu poreux. Pour les plus faibles vitesses d'écoulement, à une même vitesse d'écoulement, la courbe de restitution du traceur dissous montre un temps de retard par rapport à celle des particules colloïdales. Ce retard est expliqué par le phénomène de diffusion du traceur dissous dans la zone d'eau immobile, où les vitesses de circulation sont plus lentes. Les courbes de restitution sont interprétées en introduisant dans la modélisation des transferts, une phase d'échange entre la zone d'eau mobile associée à la porosité cinématique d'écoulement et la zone d'eau immobile. Les auteurs ont pu montrer que le comportement de transport des colloïdes comparé à celui du traceur dissous est un indicateur de zones plus perméables et de chemins d'écoulement préférentiels (à cause de leur taille et leur faible coefficient de diffusion comparé au soluté, les colloïdes peuvent être exclus d'une partie de la porosité du milieu poreux).

Pour caractériser le comportement de transport de particules colloïdales constituées de silice amorphe, dans un milieu présentant une hétérogénéité de type granulométrique, Saiers *et al.* (1994) ont élaboré un milieu poreux constitué d'une veine de sable de granulométrie grossière entourée d'un sable de granulométrie beaucoup plus fine. Les essais de traçage avec des solutions colloïdales ont montré que plus de 60 % de la masse de particules colloïdales empruntait les chemins préférentiels d'écoulement dans la veine de sable de granulométrie grossière.

Delay *et al.* (1997) ont effectué des expérimentations de traçage avec la fluorescéine dans un milieu à simple porosité (sable) et dans un milieu à double porosité constitué d'un milieu granulaire purement synthétique (Tobermorite) commercialisé sous le nom de Catsan comme litière pour chat. Ce matériau possède, outre une porosité intergranulaire, une forte porosité intragranulaire (appelée aussi porosité matricielle ou microporosité). L'interprétation mathématique des résultats des essais de traçage avec la fluorescéine sur le matériau à double porosité est faite en prenant en compte les échanges entre la porosité mobile contenant la phase de fluide mobile (fluide en écoulement) et la porosité immobile contenant la phase de fluide immobile. La phase d'eau mobile est associée à la porosité cinématique (ω_c) qui représente une fraction de la porosité intergranulaire, alors que la fraction volumique de fluide immobile est représentée par la quantité ($\omega_f - \omega_c$), ω_f étant une porosité comprise entre la porosité cinématique et la porosité totale du milieu poreux. Des essais d'injection en continu d'un traceur particulaire (solution colloïdale) et d'un traceur dissous dans un milieu à double porosité (Tobermorite) ont permis de mettre en évidence des différences dans le comportement de transfert du traceur dissous et des colloïdes (Martin, 2000). Alors que les molécules de traceur dissous sont entièrement restituées, une fraction des particules colloïdales est retenue au sein du milieu poreux. Le temps de transfert du traceur dissous est supérieur à celui des colloïdes. Ceci s'explique par la nature même des deux traceurs qui présentent de fortes disparités au niveau des tailles et du coefficient de diffusion. Les molécules de traceur dissous, plus petites en taille, ont accès à la microporosité (porosité matricielle) du milieu poreux, contrairement aux particules colloïdales, plus grosses avec un coefficient de diffusion plus faible, qui ne sont transportées qu'à travers la macroporosité (porosité intergranulaire). Cette différence dans le temps de transfert entre particules colloïdales et traceur dissous permet de caractériser la structure des milieux à double porosité et de définir les proportions de chaque type de porosité. Les problèmes d'écoulement et de transfert de particules colloïdales dans un milieu homogène à simple porosité (sable), dans un milieu rendu fortement hétérogène et dans un milieu à double porosité constitué d'un empilement de grains de Tobermorite ont fait récemment l'objet d'études expérimentales et de modélisation numérique par Lamy (2008) qui a montré que l'introduction artificiellement des hétérogénéités dans un milieu initialement homogène constitué de sable, modifie l'écoulement en favorisant un écoulement préférentiel. Cette modification est mise en évidence par la diminution de la fraction d'eau mobile qui constitue un indicateur du degré d'homogénéité de l'écoulement. L'écoulement dans le milieu à double porosité est aussi régionalisé. En conditions saturés, l'écoulement s'opère dans la porosité intergranulaire et la porosité

matricielle. En conditions non saturées, la porosité matricielle est exclue de l'écoulement. Les essais d'injection de suspensions colloïdales dans le milieu à simple porosité (sable) et dans le milieu à double porosité (Tobermorite) ont montré que la présence d'une porosité matricielle dans les milieux à double porosité offre des sites supplémentaires de capture des particules colloïdales par rapport au milieu sableux. A granulométries identiques, le milieu à double porosité a une capacité de filtration plus forte que le milieu à simple porosité.

La filtration des particules en suspension à travers les milieux poreux entraîne souvent un colmatage progressif qui se traduit par une diminution progressive de la porosité et de la perméabilité des milieux. En effet, dans les milieux poreux naturels, il est souvent observé une diminution progressive de la perméabilité des berges lors de l'exploitation du champ captant, dans les sites de réalimentation artificielle de nappe ou dans les filtres des dispositifs de traitement des eaux sales. Le phénomène de colmatage peut être d'origine mécanique, chimique ou biologique ou une combinaison de ces trois phénomènes. L'intérêt des pétroliers et des spécialistes du traitement des eaux pour prévenir le colmatage des filtres prend de l'importance ; la chute de perméabilité dans ces milieux engendre des problèmes de productivité ou d'évolution des lits filtrants.

El Kawafi (2010) a réalisé des essais expérimentaux de filtration dans lesquels il s'est intéressé non seulement au processus de filtration et à l'évolution spatiale et temporelle du dépôt et du colmatage dans le milieu poreux mais aussi aux conséquences en terme d'endommagement dans l'espace et dans le temps du milieu poreux. L'endommagement du milieu était apprécié par la réduction dans l'espace et dans le temps de sa porosité et surtout de sa perméabilité. La chute de la perméabilité se traduit directement par une perte d'efficacité des milieux utilisés comme filtres. Un suivi de la distribution granulométrique des particules restituées et déposées dans les essais de filtration est aussi effectué. Il a observé une diminution spatiale de la perméabilité et de la porosité dans le milieu (Fig. 5.2). Le milieu initialement homogène devient très fortement hétérogène après l'injection des particules en suspension. La perméabilité et la porosité chutent fortement à l'entrée puis croient avec la profondeur. À une profondeur donnée, la chute de la porosité est plus importante lorsque la vitesse d'écoulement est plus faible. La zone concernée par les modifications significatives de la porosité et de la perméabilité du milieu diminue lorsque la vitesse d'écoulement augmente et augmente avec le temps d'injection et la concentration en particules de la solution injectée.

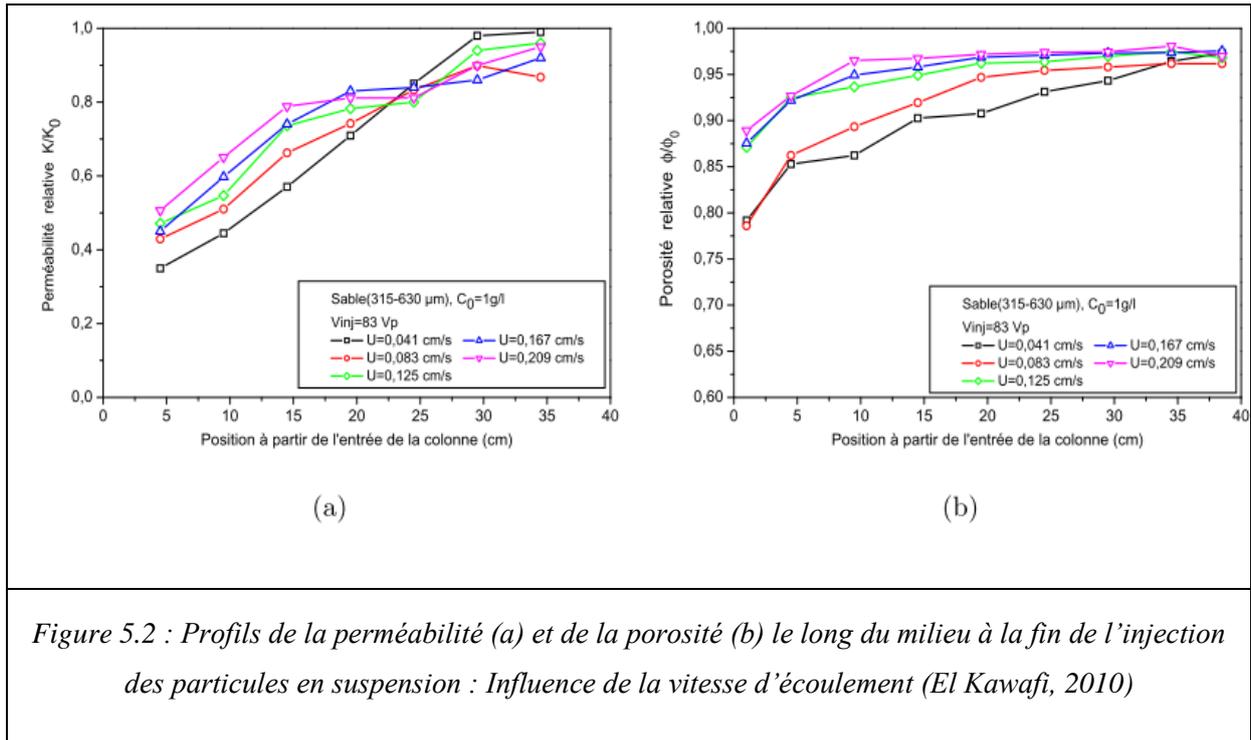


Figure 5.2 : Profils de la perméabilité (a) et de la porosité (b) le long du milieu à la fin de l'injection des particules en suspension : Influence de la vitesse d'écoulement (El Kawafi, 2010)

Tran (2012) a étudié l'influence du dépôt dans des milieux à simple porosité (Bille de verres de 1 mm, de 3 mm et sable de granulométrie serrée entre 0,8 et 1 mm) soumis à un écoulement de particules en suspension sur la réponse acoustique ultrasonore de ces derniers. Les milieux poreux sont soumis à l'injection de particules avec une concentration constante prédéfinie et des mesures ultrasonores sont effectuées en mode transmission à différents moments de l'injection. L'objectif était de rendre compte du phénomène de colmatage en profondeur du milieu par les mesures ultrasonores. Il a été montré que l'amplitude du coefficient de comparaison expérimental diminue avec le dépôt de particules dans le milieu. Plus la concentration en particules en suspension de la solution injectée est grande, plus le dépôt est important réduisant la porosité du milieu et plus l'atténuation du coefficient de comparaison expérimental est grande. (Fig. 5.3 (a)). La confrontation des coefficients de comparaison expérimentaux et théoriques permet d'obtenir les modules d'incompressibilité et de cisaillement du squelette des milieux poreux (Fig. 5.3 (b))

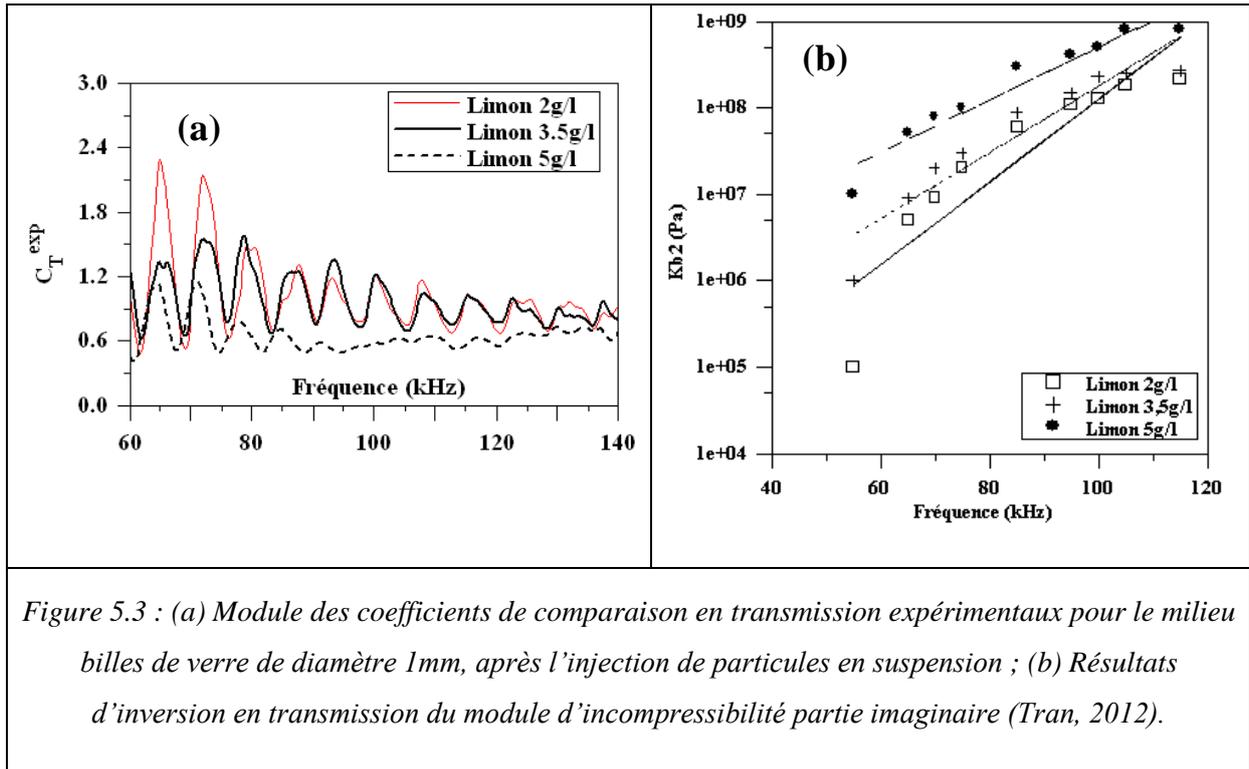


Figure 5.3 : (a) Module des coefficients de comparaison en transmission expérimentaux pour le milieu billes de verre de diamètre 1mm, après l'injection de particules en suspension ; (b) Résultats d'inversion en transmission du module d'incompressibilité partie imaginaire (Tran, 2012).

Conclusion

Les études sur l'écoulement, le transport et le dépôt de matière en suspension dans les milieux à double porosité sont très rares. Le comportement de ces milieux faces aux phénomènes de transferts reste très peu connu. Beaucoup d'efforts dans les deux aspects expérimentaux et théoriques restent à faire afin de mieux cerner les problèmes liés aux transferts dans les milieux à double porosité. Dans cette perspective, une étude expérimentale et numérique dont l'objectif est la caractérisation, par des mesures ultrasonores, des milieux poreux à double porosité soumis à un écoulement chargé de particules. L'étude à fois expérimentale et numérique est pluridisciplinaire avec un volet sur la filtration que l'on peut qualifier de mécanique et un volet acoustique. Dans le présent chapitre, nous présentons les résultats des expérimentations visant à caractériser la filtration et le processus de colmatage de milieux poreux à simple et à double porosité réalisées dans le cadre de cette étude.

5.2 Essais de filtration

5.2.1 Introduction

Dans cette partie, on présente les résultats de l'étude comparative du processus de filtration à long terme menant au colmatage des milieux poreux à double porosité. Un milieu à simple porosité de granulométrie identique est utilisé comme milieu référence. Des essais de traçage en injection continue sont réalisés au préalable avec un traceur dissous (fluorescéine) et un traceur particulaire (particules en suspensions) pour caractériser le comportement de transport des deux traceurs dans les milieux à simple et à double porosité utilisés. Les essais d'injection de particules en suspension (PES) très longs, entraînant des modifications progressives du milieu poreux suite au dépôt de particules, sont ensuite effectués dans la maquette contenant les différents matériaux poreux. L'analyse et l'interprétation des résultats expérimentaux de traçage sont basées sur les courbes de restitution, les profils de dépôt dans le milieu et les évolutions, avec le temps de filtration, de la distribution granulométrique des particules dans les effluents.

5.2.2 Matériels et méthodes

L'étude expérimentale de la filtration consiste à injecter en continu une solution de particules en suspension dans une maquette remplie de matériaux à simple ou à double porosité de caractéristiques hydromécaniques (densité, porosité totale, perméabilité) contrôlées. Le dispositif expérimental utilisé est présenté sur la figure 5.4. Il est composé de :

-une maquette en aluminium de section carrée (10 x 10 cm) et de longueur totale 45 cm. L'épaisseur des parois de la maquette d'aluminium est $h = 0,2$ cm. La maquette est remplie par le matériau granulaire, à simple ou à double porosité, constituant le milieu poreux saturé par l'eau. Le remplissage de la colonne se fait en position verticale et en condition saturée. Le matériau granulaire déjà saturé est déversé dans la maquette préalablement remplie d'eau pour éviter le piégeage de bulles d'air. Les grains sont mis en place par petites quantités de volume connu, en faisant subir à la maquette de légères vibrations pour assurer une bonne compaction.

- deux réservoirs placés en amont pour l'alimentation de la maquette. Un réservoir est rempli d'eau et l'autre contient soit la solution de fluorescéine ou la suspension de particules en suspension. La suspension est préparée avec une concentration $C_0=3$ g/L de particules d'argile

et elle est maintenue durant la durée de l'injection sous agitation mécanique permanente. Les deux réservoirs sont reliés par une vanne à deux voies permettant le passage d'un réservoir à l'autre sans arrêter l'écoulement.

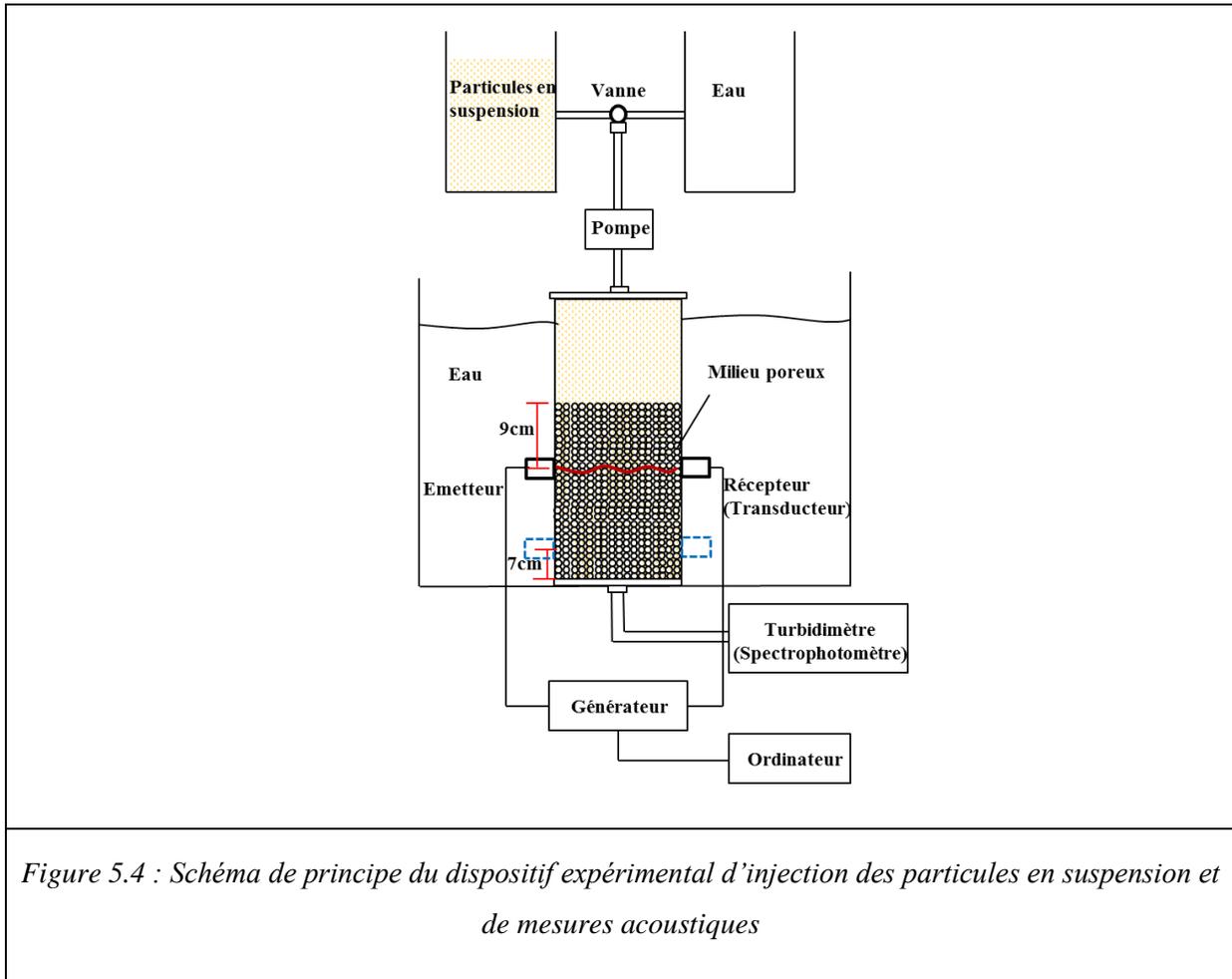
- une pompe péristaltique pour assurer un débit constant du fluide (eau claire, solution de fluorescéine ou particules en suspension) circulant dans le milieu poreux. Plusieurs débits ont été choisis pour étudier le phénomène de filtration dans le milieu poreux.

- un système de détection à la sortie de la colonne des particules en suspension ou du traceur dissous dans l'effluent. Il est constitué d'un turbidimètre qui permet, après un étalonnage préalable d'obtenir en continue la concentration de particules en suspension dans l'effluent. Pour le traceur dissous, le système de détection consiste en un spectrophotomètre Turner Designs modèle 10-AU préalablement étalonné.

- des transducteurs et un générateur pour les mesures acoustiques effectuées parallèlement aux essais d'injection et dont les résultats sont présentées dans le chapitre 4. Les transducteurs sont placés soit à 9 cm du milieu poreux en haut de la maquette, soit en bas à 7 cm du fond de la maquette.

Des prélèvements d'échantillons de suspension à la sortie de la colonne sont effectués à différents temps de l'expérience pour analyser l'évolution dans le temps de la taille des particules restituées. L'analyse granulométrique est réalisée avec un granulomètre laser.

Après chaque essai d'injection et afin de localiser la répartition des particules retenues dans le milieu poreux, l'échantillon de matériau contenu dans la colonne est récupéré soigneusement puis découpé en cinq tranches pour quantifier la quantité de particules déposées à différentes profondeurs dans le milieu poreux. Chaque tranche de matériau est récupérée, séchée et pesée. Elle est ensuite lavée dans un tamis qui laisse passer les particules fines et pas les grains du matériau. L'eau de lavage est récupérée dans un récipient. Le matériau est ensuite séché puis pesé. La masse de particules déposée dans la tranche est égale à la différence des pesées sèches avant et après lavage. Un contrôle de ces mesures est effectué en mesurant la turbidité des eaux de lavage. La concentration et par conséquent la masse de particules en suspension déposée dans chaque tranche est obtenue en se basant sur un étalonnage préalable du turbidimètre. La masse de particules déposée dans chaque tranche est déduite en considérant la concentration et le volume des eaux de lavage.



En milieux poreux, le régime d'écoulement est caractérisé par le nombre de Reynolds R_e . Les vitesses utilisées sont comprises entre 0,0125 et 0,03 cm/s , soit des nombres de Reynolds entre 0,5 et 1,2 comme indiqué dans le tableau 5.1. Ces valeurs restent très largement inférieures à 10 (inférieures à 1 sauf pour la plus grande vitesse), l'écoulement se fait alors sous un régime d'écoulement laminaire et la loi de Darcy reste applicable.

Débit(ml/min)	Vitesse (cm/s)	N ^{bre} Reynolds
75	0,0125	0,5000
85	0,0142	0,5667
150	0,0250	1,0000
180	0,0300	1,2000

Tableau 5.1 : Nombre de Reynolds pour différents essais réalisés

5.3 Caractérisation des matériaux

Le transfert de fluides et de matières en suspension à travers un milieu poreux peut induire des modifications des caractéristiques hydromécaniques et acoustiques de ce milieu. Une caractérisation la plus complète possible du milieu poreux, des matières en suspension et du fluide transporteur est nécessaire pour l'interprétation, l'analyse et la modélisation des problèmes de transfert dans les milieux poreux.

5.3.1 Milieux poreux

Trois milieux ont été utilisés : un milieu à simple porosité et deux milieux à double porosité. Le milieu à simple porosité est constitué d'un empilement de billes de verres de 4 mm de diamètre (BV). Le premier milieu à double porosité est constitué de billes de verres borosilicate 3.3 noté par la suite dans le texte « ROBU » de 3,5 mm de diamètre commercialisées par l'entreprise ROBU® Glasfilter-Geraete GmbH. Le verre borosilicate 3.3 contient principalement du sable, du carbonate de calcium et du carbonate de sodium. Sa composition chimique est la suivante : SiO_2 (80.60%), B_2O_3 (12.60%), Na_2O (4.20%), Al_2O_3 (2.20%), MgO (0.04%), Fe_2O_3 (0.04%), CaO (0.10%), Cl (0.10%). Le deuxième milieu à double porosité est constitué d'un empilement de grains de Tobermorite 11 Å de formule chimique $Ca_5(OH)_2Si_6O_{16} \cdot 4(H_2O)$, commercialisée sous la marque « Catsan » en tant que litière de chat. Les grains de Tobermorite sont tamisés de façon à ne garder que la fraction comprise entre 3,15 et 4 mm proche de celles des deux autres milieux. Les deux matériaux ROBU et Tobermorite possèdent une porosité totale répartie selon deux types : une porosité intergranulaire et une porosité intragranulaire dite aussi porosité matricielle.

Les figures 5.5 et 5.6 présentent des images de grains des deux matériaux à double porosité obtenues au Microscope Electronique à Balayage (MEB). La figure 5.5 montre que le matériau "ROBU" est constitué de grains sphériques. Chaque grain est formé de petites billes de verre, thermocollées, de forme arrondie et de surface assez lisse. Des traces de poudre de verre sont apparentes sur la surface des grains. Les grains présentent une porosité intragranulaire visible. La Tobermorite est formée de grains vacuolaires, de forme de disques grossiers (Fig. 5.6) avec une porosité intragranulaire peu visible au microscope.

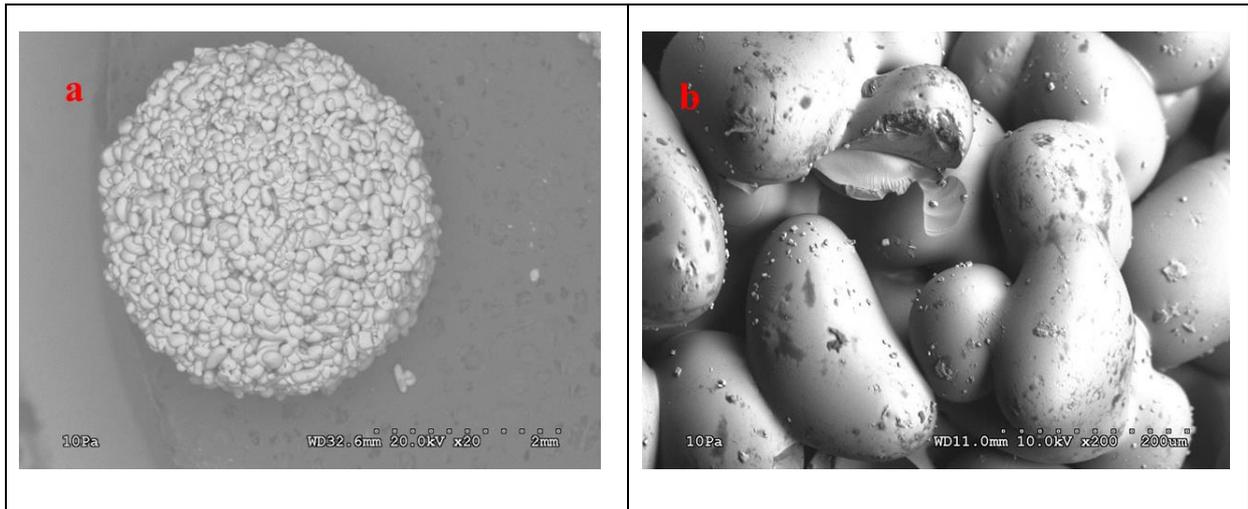


Figure 5.5 : Vues au MEB des grains de ROBU

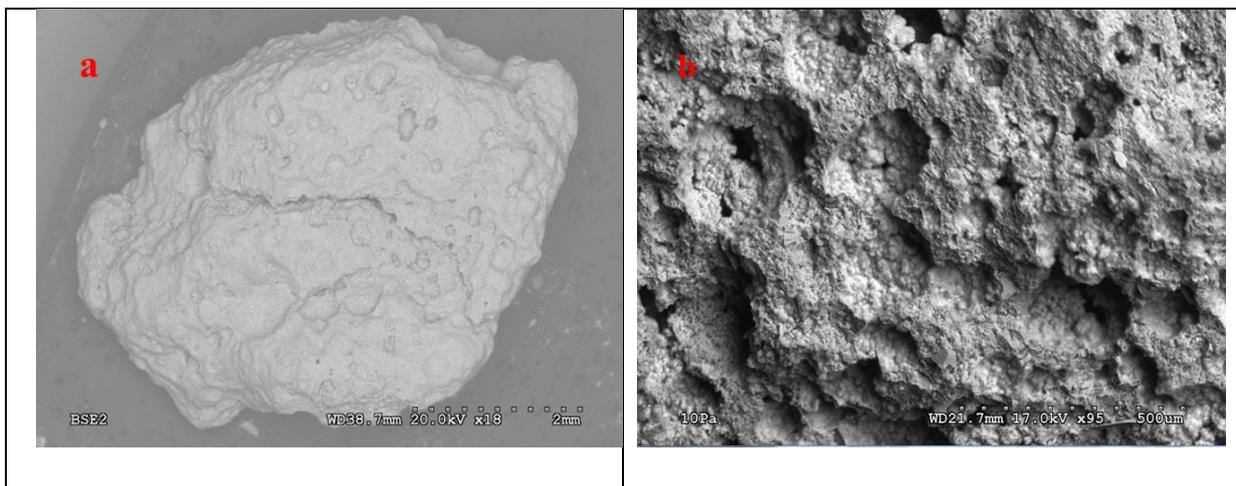


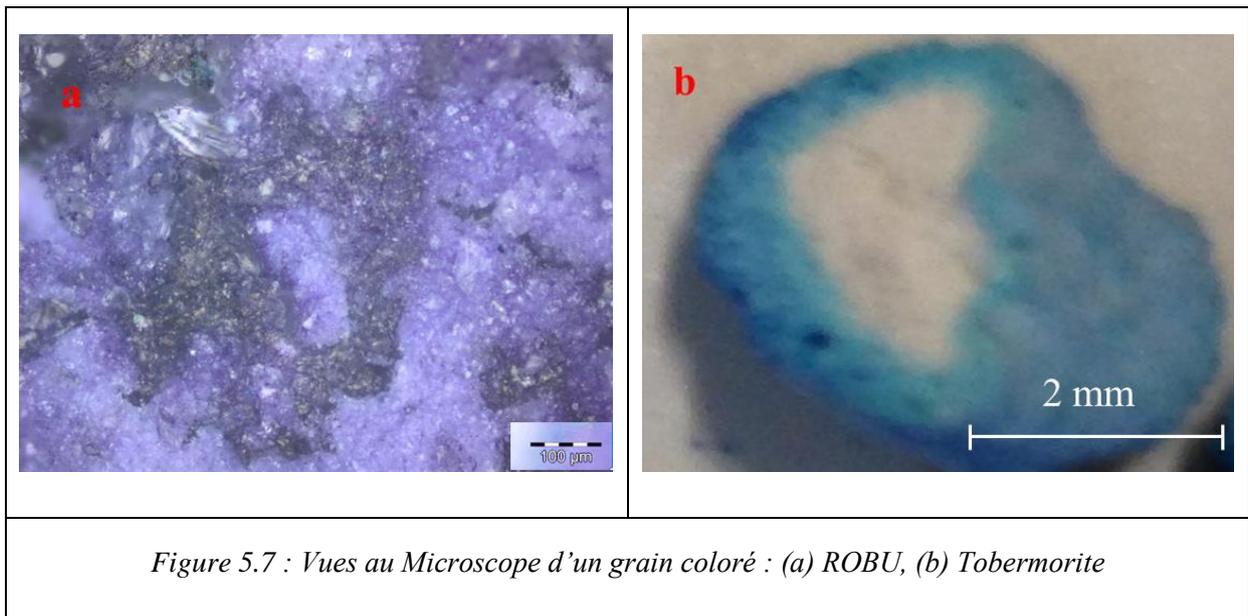
Figure 5.6 : Vues au MEB des grains de Tobermorite

Plusieurs paramètres caractérisent le milieu poreux. Les paramètres nécessaires à notre étude sont : la porosité, la perméabilité, la tortuosité, la masse volumique, le degré d'hétérogénéité et la distribution des pores ainsi que les propriétés poro-élastiques du milieu poreux.

Accessibilité des pores dans la matrice

Des tests simples d'accessibilité des pores de la matrice sont préalablement effectués. Des grains de ROBU et de Tobermorite sont immergés dans une solution de bleu de

méthylène pendant 24h. Les grains sont ensuite coupés au milieu pour observer au Microscope l'intérieur du grain. Des images de l'intérieur coloré d'un grain ROBU et d'un grain de Tobermorite sont présentées sur la figure 5.7. Ces images montrent que la solution colorée accède à la totalité des pores du grain ROBU. En revanche, pour le Tobermorite, seule une épaisseur extérieure du grain est colorée. La solution colorée n'a pas eu accès à la totalité des pores du grain. Le temps nécessaire pour que la solution colorée imprègne la totalité de l'intérieur du grain est certainement très long à cause, probablement, de pores très petits de la matrice.



Mesure des porosités

Porosité totale

La porosité totale des trois milieux est mesurée avec le pycnomètre à air (Controlab D0450). 1 litre de matériau est pesé. Le matériau est mis dans la chambre de pression. A l'aide de la pompe à vide, on aspire l'air contenu dans le milieu. La valeur de la pression du vide est lue sur un manomètre, ce qui permet grâce à une courbe d'étalonnage de l'appareil (AnnexeB1) de connaître le volume d'air aspiré et donc le volume des vides V_v dans le milieu. On peut alors avoir le volume occupé par les grains $V_{abs} = V_t - V_v$. La masse volumique absolue du matériau est obtenue par la relation : $\rho_{abs} = m/V_{abs}$. La porosité totale est déduite par la relation :

$$\beta = 1 - \frac{\rho_d}{\rho_{abs}} \quad (5.1)$$

avec $\rho_d = m/V_t$, la masse volumique apparente du milieu, $V_t = IL$ et m sa masse.

La valeur de la porosité (constituée de la porosité intergranulaire seulement) du milieu billes de verre (BV) est de 0,39. La porosité totale mesurée du matériau ROBU est 0,60. Cette valeur est conforme à la valeur donnée par le fabricant. La porosité totale mesurée du matériau Tobermorite de 0,70 est conforme à celle obtenue par d'autres auteurs (Delay *et al.*, 1997 ; Martin, 2000 ; Lamy, 2008)

Porosité matricielle

Le porosimètre à mercure est utilisé pour la mesure de la distribution des pores et de la porosité matricielle dans un grain de matériau à double porosité. Pour le matériau ROBU, les essais sont réalisés sur deux types d'échantillons différents : des échantillons constitués d'un disque de 8 mm de diamètre et 3 mm d'épaisseur et des échantillons constitués de quelques grains de 8 mm de diamètre. Les profils de distribution des pores obtenus pour les deux types d'échantillons sont représentés sur la figure 5.8 (a). Les tailles des pores dans la matrice sont comprises entre 6 μm et 147 μm avec $d_{10} = 39 \mu m$, $d_{50} = 54 \mu m$ et $d_{90} = 100 \mu m$. (où d_{10} , d_{50} et d_{90} sont les diamètres de particules qui correspondent respectivement à 10% , 50% et 90% de la distribution granulométrique cumulative). La porosité de la matrice mesurée est autour de 37%. Cela veut dire que dans un grain ROBU, 37% du volume est constitué de pores interconnectés. La distribution de pores et la porosité matricielle mesurées sont très proches des valeurs fournies par le fabricant (le fabricant garantie une porosité de la matrice autour de 36% et une distribution de pores entre 40 et 100 μm). Le milieu poreux constitué de matériau ROBU présente donc une porosité intergranulaire de 39% et une porosité matricielle rapportée au volume total du milieu poreux de l'ordre de 23%. Pour le matériau Tobermorite, les mesures sont effectués sur des échantillons constitués de grains de 8 mm de diamètre et les résultats de distribution des pores dans la matrice sont présentés sur la figure 5.8 (b). La distribution des pores, avec des tailles entre 0,08 μm et 100 μm , présente une allure bimodale avec un premier mode autour de 0,2 μm et un deuxième mode autour de 10 μm . La porosité dans la matrice est autour de 48%. Ce milieu poreux a donc une porosité intergranulaire de 39% et une porosité matricielle rapportée au volume total du milieu poreux de l'ordre de 29%.

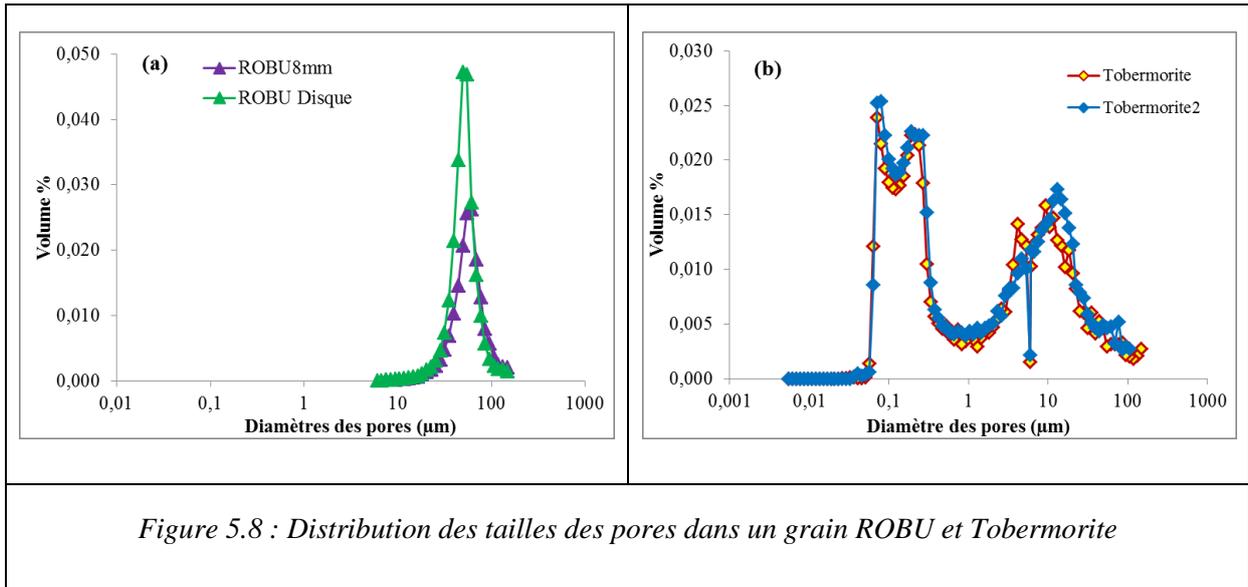


Figure 5.8 : Distribution des tailles des pores dans un grain ROBU et Tobermorite

Mesure des perméabilités

Comme pour la porosité, les milieux poreux à double porosité présentent deux composantes de perméabilité : une composante intergranulaire et une composante intragranulaire (perméabilité de la matrice). La perméabilité totale de ces milieux résulte donc de ces deux composantes.

perméabilité du milieu poreux

Des essais pour la mesure de la perméabilité des milieux poreux ont été effectués sur un appareillage triaxial. Des essais d'écoulement à travers des éprouvettes de matériaux sous des différences de charge contrôlées sont effectués. La mesure du débit d'écoulement permet par application de la loi de Darcy d'avoir les perméabilités des milieux testés. Les perméabilités obtenues sont $2,5 \times 10^{-9} m^2$ pour le milieu poreux ROBU et $2,53 \times 10^{-8} m^2$ pour le milieu poreux Tobermorite.

perméabilité de la matrice

Pour mesurer la perméabilité de la matrice ROBU, des essais de perméabilité sur l'appareil triaxial suivant les mêmes principes que précédemment sont effectués sur un cylindre plein de même matériau ROBU et de même structure qu'un grain constituant notre matériau poreux (figure 5.9). Le fabricant garantie une distribution de pores et une porosité identiques à celles de la porosité matricielle du milieu granulaire ROBU. La perméabilité de la matrice obtenue est de l'ordre de $4,13 \times 10^{-10} m^2$.

D'autres essais ont été effectués pour la détermination des paramètres poro-élastiques des différents milieux. Les résultats de ces essais n'étant pas concluants, nous ne les présentons pas dans le texte. (Annexe B2)

Le tableau 5.2 résume l'ensemble des caractéristiques retenues pour les milieux poreux utilisés.



Figure 5.9 : Cylindre de matériau ROBU

	Milieu BV	Milieu ROBU	Milieu Tobermorite
Porosité Totale (%)	39	60	70
Porosité dans un grain (%)	/	37	48
Perméabilité totale (m^2)	$1,32 \times 10^{-8}$	$2,5 \times 10^{-9}$	$2,53 \times 10^{-8}$
Perméabilité de la matrice (m^2)	/	$4,13 \times 10^{-10}$	Non mesurée
Module d'incompressibilité drainé K (Pa)	$1,67 \times 10^7$	$2,00 \times 10^7$	$1,43 \times 10^7$
Module d'incompressibilité d'un grain K_{sl} (Pa)	Non mesuré	3×10^9	Non mesuré

Tableau 5.2 : Paramètres caractéristiques des milieux poreux

5.3.2 Particules en suspension

Les solutions à injecter sont préparées avec des particules d'argile (Kaolinite Portland). La figure 5.10 présente la courbe granulométrique mesurée au granulomètre laser des particules de kaolinite. La taille des particules est comprise entre $0,5 \mu\text{m}$ et $100 \mu\text{m}$ avec un d_{50} égal à $15 \mu\text{m}$. Une solution avec une concentration en particules de 3 g/L est préparée pour chaque essai. Les particules de kaolinite sont mises en suspension dans un réservoir d'eau équipé d'un agitateur pour homogénéiser le mélange. La solution est préparée puis mise sous agitation permanente 60 minutes avant l'essai d'injection et l'agitation est maintenue jusqu'à la fin de l'essai.

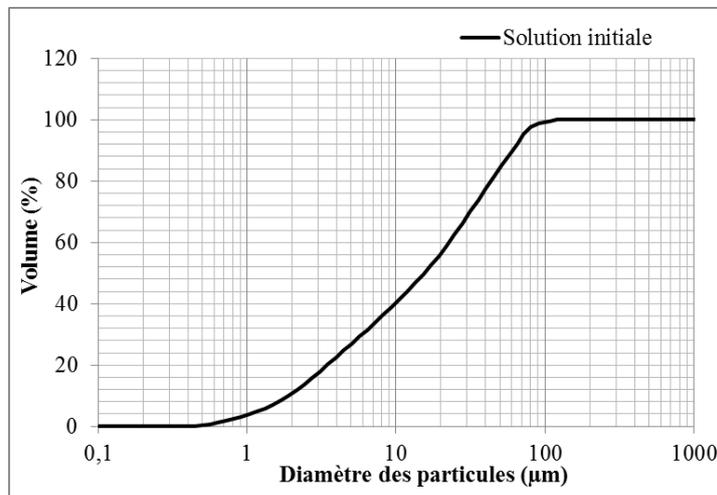


Figure 5.10 : Distribution granulométrique des particules de kaolinite

5.4 Modèle mathématique pour l'interprétation des essais de traçage particulaire

Dans ce qui suit nous présentons les méthodes analytiques utilisées pour l'interprétation des résultats de traçage avec les particules en suspension. Ces méthodes sont développées pour les études des transferts dans les milieux homogènes à simple porosité. Comme il a été discuté au paragraphe 5.6.1, les particules en suspension sont transportées essentiellement à travers la porosité intergranulaire quel que soit le milieu poreux étudié. Nous proposons, en première approche, d'utiliser ces méthodes aussi pour l'interprétation des résultats de traçage en milieux à double porosité.

Lorsque la quantité de particules en suspension injectée est suffisamment faible, le transport des particules solides dans un milieu poreux homogène avec un écoulement monodimensionnel uniforme est décrit par l'équation de convection dispersion avec une cinétique de dépôt de premier ordre (Kretzschmar *et al.*, 1997) :

$$D_L \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - u \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial t} + K_{dep} \cdot C \quad (5.2)$$

où C est la concentration des particules dans la phase liquide mobile [M/L^3], D_L est le coefficient de dispersion hydrodynamique longitudinal [L^2/T] et u est la vitesse moyenne des particules [L/T].

Dans le cas d'une injection continue, avec une concentration constante dans un milieu semi-infini, les conditions initiales et aux limites sont décrites comme suit :

$$\left. \begin{aligned} C(t=0, z) &= 0 \\ C(t, z=0) &= C_0 \\ C(t, z \rightarrow \infty) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

C_0 étant la concentration initiale.

La solution analytique de l'équation (5.2) avec les conditions initiales et aux limites (Eq. 5.3), est donnée par l'équation (5.4) (El Kawafi, 2010 ; Ikni *et al.*, 2013) :

$$C(x,t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \exp\left(\frac{ux(1-\varphi)}{2D_L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x-u\varphi t}{\sqrt{4D_L t}}\right) + \exp\left(-\frac{ux(1+\varphi)}{2D_L}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x+u\varphi t}{\sqrt{4D_L t}}\right) \right\} \quad (5.4)$$

où $\varphi = \sqrt{1 + \frac{4K_{dep}D_L}{u^2}}$ et erfc est la fonction d'erreur complémentaire.

Pour une distance L fixée entre le point d'injection et le point d'observation et en définissant $P_e = uL/D_L$ comme le nombre de Péclet et $t_c = L/u$ comme le temps de transfert par convection pure, l'équation (5.4) devient :

$$C(t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \exp\left(\frac{P_e}{2}(1-\varphi)\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{P_e}{4t_c}} \frac{(t_c - \varphi t)}{\sqrt{t}}\right) + \exp\left(\frac{P_e}{2}(1+\varphi)\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{P_e}{4t_c}} \frac{(t_c + \varphi t)}{\sqrt{t}}\right) \right\} \quad (5.5)$$

Quand le nombre de Péclet est important (≥ 10), le second terme de l'équation (5.5) devient négligeable devant le premier terme. L'équation (5.5) devient :

$$C(t) = \frac{C_0}{2} \left\{ \exp\left(\frac{P_e}{2}(1-\varphi)\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{P_e}{4t_c}} \frac{(t_c - \varphi t)}{\sqrt{t}}\right) \right\} \quad (5.6)$$

lorsque t tend vers ∞ , la concentration en $x=L$ atteint le plateau C_p donné par l'équation:

$$C_p = C_0 \exp\left(\frac{P_e}{2}(1-\varphi)\right) \quad (5.7)$$

En pratique, la courbe de restitution atteint le plateau C_p après injection d'un volume de solution équivalent à 2 à 3 fois le volume de pores du milieu poreux. En divisant l'équation (5.6) par l'équation (5.7) on obtient :

$$\frac{C(t)}{C_p} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{P_e}{4t_c}} \frac{(t_c - \varphi t)}{\sqrt{t}}\right) \quad (5.8)$$

La méthode graphique linéaire est utilisée pour l'interprétation des résultats de traçage (El Kawafi, 2010 ; Ikni *et al.*, 2013). Après quelques manipulations mathématiques, l'équation simplifiée (5.8) peut être transformée comme suit :

$$\operatorname{Inverfc}\left(\frac{2C}{C_p}\right) \sqrt{t} = -\phi \sqrt{\frac{P_e}{4t_c}} t + \sqrt{\frac{P_e t_c}{4}} \quad (5.9)$$

En posant :

$$\begin{cases} y_t = \text{Inverfc}\left(\frac{2C}{C_p}\right)\sqrt{t} \\ a = -\phi\sqrt{\frac{P_e}{4t_c}} \\ b = \sqrt{\frac{P_e t_c}{4}} \end{cases} \quad (5.10)$$

l'équation (5.10) devient :

$$y_t = at + b \quad (5.11)$$

En utilisant la méthode graphique linéaire (El Kawafi, 2010) et en calant les courbes de restitution expérimentales à l'aide de l'équation linéaire (5.11), a et b sont déterminés. P_e , t_c et ϕ sont ensuite déterminés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} P_e = 2 \ln\left(\frac{C_p}{C_0}\right) - 4ab \\ t_c = \frac{2b^2}{\ln\left(\frac{C_p}{C_0}\right) - 2ab} \\ \phi = \frac{1}{1 - \ln\left(\frac{C_p}{C_0}\right) / (2ab)} \end{cases} \quad (5.12)$$

Les paramètres u , α_L et K_{dep} sont finalement déterminés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} K_{dep} = \frac{-\ln\left(\frac{C_p}{C_0}\right)}{t_c} \left(1 - \frac{\ln\left(\frac{C_p}{C_0}\right)}{P_e}\right) \\ \alpha_L = \frac{L}{P_e} \\ u = \frac{L}{t_c} \end{cases} \quad (5.13)$$

Lorsque la quantité des particules en suspension injectée devient importante, le dépôt peut modifier les propriétés du milieu (porosité). Le milieu devient hétérogène et l'écoulement n'est plus uniforme. Les résultats expérimentaux peuvent être analysés en recourant, en première approche, à la théorie de la filtration. Les modèles développés à partir de cette théorie ne se basent pas sur une modélisation physique des mécanismes de dépôt des particules. Ils se contentent de déterminer des lois phénoménologiques de rétention et d'évolution des pressions, qui sont conformes avec les résultats expérimentaux.

La théorie de la filtration consiste à considérer l'équation de conservation de la masse et l'équation cinétique qui décrit le taux de rétention des particules dans le milieu :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \tau} + U \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = U \lambda C \quad (5.15)$$

où C est la concentration volumique de particules en suspension, U la vitesse d'écoulement, σ la rétention de particules définie comme le volume de particules déposées par unité de volume du milieu et τ l'âge de la rétention ($\tau = t - L/u$), sachant que la différence entre τ et le temps t de filtration devient très vite négligeable.

λ est le coefficient de filtration qui caractérise l'efficacité de filtration du milieu poreux. Il est fonction des différents paramètres du milieu, des suspensions et de l'écoulement. Il évolue avec le dépôt et peut être écrit sous la forme :

$$\lambda = \lambda_0 \cdot F(\sigma) \quad (5.16)$$

où λ_0 est le coefficient de filtration de milieu au début de filtration (milieu propre) et $F(\sigma)$ un facteur qui décrit l'évolution de λ avec la rétention.

Des résolutions analytiques ont été proposées dans la littérature (Herzig *et al.*, 1970). Elles permettent d'évaluer les profils de la concentration et de la rétention, en fonction du temps et de l'espace.

Si l'on considère le modèle phénoménologique donné par l'expression simple :

$$F(\sigma) = \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_{max}} \right) \quad (5.17)$$

σ_{max} peut être interprétée comme la capacité de rétention maximale du collecteur.

Les profils de la concentration et de la rétention, dans le milieu, en fonction du temps et de l'espace sont décrits par les équations suivantes (Alem *et al.*, 2013) :

$$\frac{C(z, \tau)}{C_0} = \frac{\exp\left(\frac{U\lambda_0 C_0 \tau}{\sigma_{\max}}\right)}{\exp\left(\frac{U\lambda_0 C_0 \tau}{\sigma_{\max}}\right) + \exp(\lambda_0 z) - 1}$$

$$\sigma(z, \tau) = \sigma_{\max} \frac{\exp\left(\frac{U\lambda_0 C_0 \tau}{\sigma_{\max}}\right) - 1}{\left(\exp\left(\frac{U\lambda_0 C_0 \tau}{\sigma_{\max}}\right) + \exp(\lambda_0 z) - 1\right)} \quad (5.18)$$

5.5 Résultats et discussion

5.5.1 Comportement de transport du traceur dissous et des particules en suspension

Cette section est consacrée à l'effet de la double porosité sur l'écoulement et sur le transport et le dépôt des particules en suspension. Les analyses sont basées sur les courbes de restitution obtenues suite aux expériences de traçages réalisées, dans la maquette remplie sur une longueur de 22 cm du milieu poreux, avec d'une part la fluorescéine utilisée comme traceur dissous (TD) et d'autre part avec la solution de particules en suspension (PES). Pour chaque expérience, une concentration initiale de particules de kaolinite $C_0 = 3 \text{ g/L}$ est injectée. La concentration de la fluorescéine injectée est $C_0 = 0,007 \text{ g/L}$. Deux vitesses d'écoulement ont été utilisées.

Les courbes de restitution expérimentales obtenues (Fig.5.11) présentent l'évolution de la concentration réduite (concentration en sortie de la maquette rapportée à la concentration d'injection) en fonction du temps pour les deux traceurs utilisés. L'allure générale est identique pour l'ensemble des courbes expérimentales obtenues. Les courbes présentent une phase de montée suivie d'un palier. Pour un même milieu, les phases de montée sont plus rapides lorsque les vitesses d'écoulement sont élevées. Pour les trois milieux testés, quelle que soit la vitesse d'écoulement, la concentration réduite atteinte au palier est systématiquement égale à 1 pour le traceur dissous qui est entièrement restitué. Pour le traceur particulaire, la

concentration réduite atteinte au palier des courbes de restitution est inférieure à 1, ce qui indique qu'une partie des particules est retenue dans le milieu poreux. Dans un même milieu, la valeur de la concentration réduite C/C_0 au palier augmente avec la vitesse d'écoulement et par conséquent, l'efficacité de rétention du milieu diminue. En effet lorsque la vitesse d'écoulement est élevée, les forces hydrodynamiques dominent et favorisent le transport jusqu'à la sortie du milieu poreux d'un nombre important de particules. Ces forces sont aussi suffisantes pour remobiliser une partie des particules préalablement déposées. En revanche, à faible vitesse d'écoulement, les forces hydrodynamiques sont faibles devant les forces de capture telles que les forces de gravité et les forces d'attraction.

Les figures 5.11 montrent clairement que dans des conditions expérimentales similaires (même vitesse d'écoulement, même milieu), les particules en suspension sont restituées avant le traceur dissous. L'exploitation des courbes de restitution permet le calcul des temps de séjour, dans le milieu poreux, du traceur dissous ($T_{c(TD)}$) et des particules en suspension ($T_{c(PES)}$) en utilisant la relation suivante :

$$T_c = \frac{\int_0^{t_p} t \cdot C dt}{\int_0^{t_p} C dt} \quad (5.19)$$

où C est la concentration à la sortie du milieu; t_p est le temps au plateau et t est le temps d'injection.

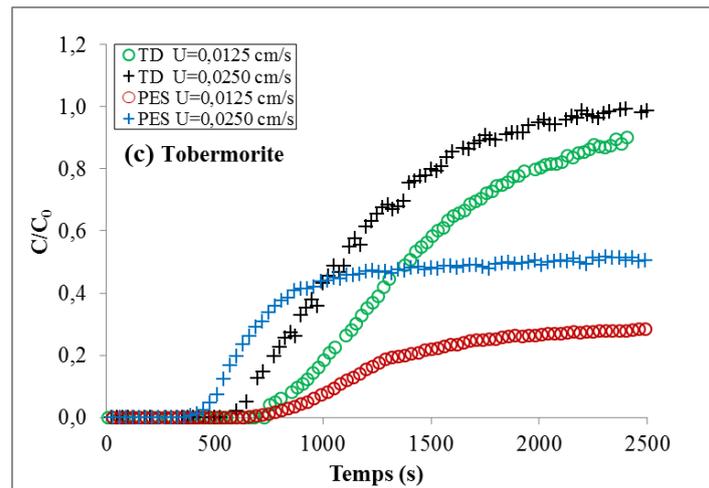
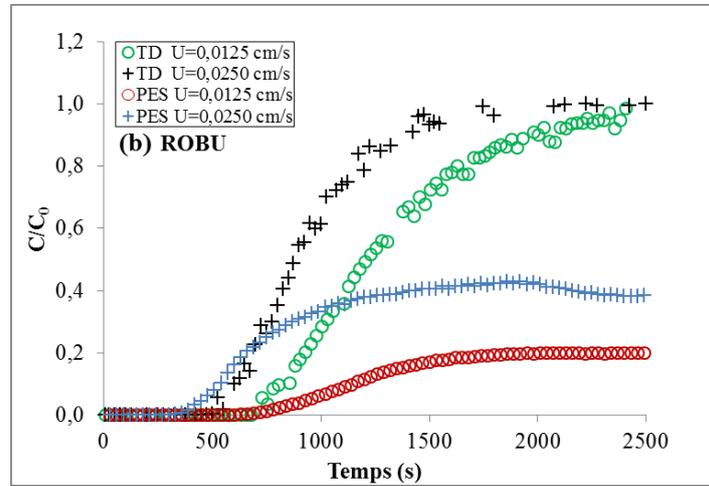
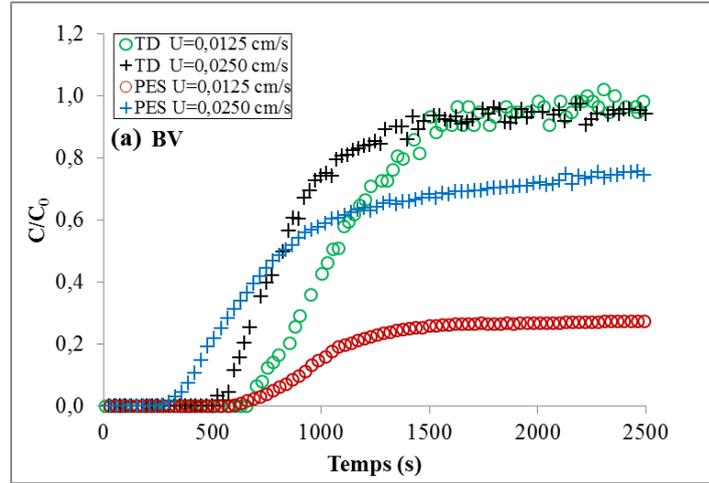


Figure 5.11 : Courbes de restitution du traceur dissous (TD) et des particules en suspension (PES) pour : (a) milieu BV, (b) milieu ROBU, (c) milieu Tobermorite

Le tableau 5.3 résume les valeurs du temps de séjour dans les trois milieux poreux et pour deux vitesses d'écoulement, du traceur dissous $T_{c(TD)}$ et du traceur particulaire $T_{c(PES)}$, et le temps de séjour relatif t_R défini comme le rapport entre le temps de séjour du traceur dissous et celui des particules.

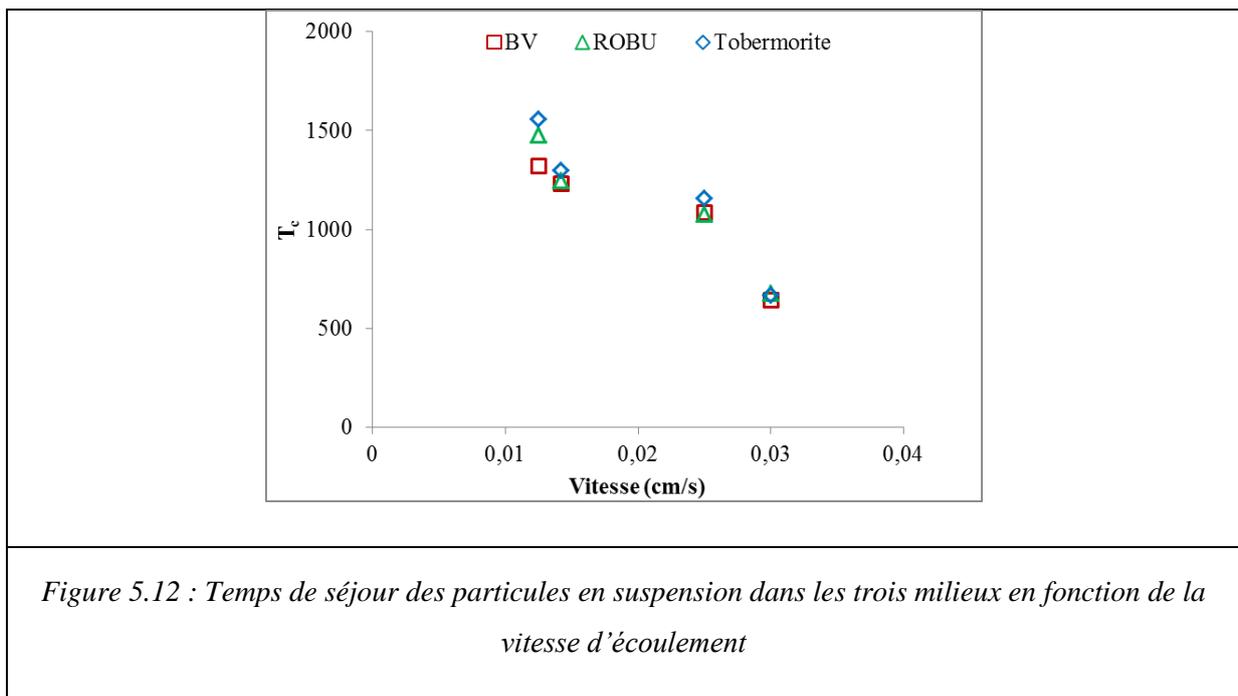
	T_c (s)	BV	ROBU	Tobermorite
U=0,0125 cm/s	TD	1370	1710	1810
	PES	1322	1481	1560
	t_R	1,03	1,15	1,16
U=0,0250 cm/s	TD	1147	1158	1250
	PES	1088	1080	1160
	t_R	1,05	1,07	1,08

Tableau 5.3 : Temps de séjour dans les trois milieux poreux du traceur dissous $T_{c(TD)}$ et des particules en suspension $T_{c(PES)}$ ainsi que le temps de séjour relatif $t_R = T_{c(TD)} / T_{c(PES)}$

Le temps de séjour des particules dans le milieu est toujours inférieur à celui du traceur dissous. Ce résultat a déjà été relevé par d'autres auteurs (Kretzschmar *et al.*, 1997; Ahfir *et al.*, 2007, 2009) qui ont observé un transport plus rapide des particules en suspension que le traceur dissous. Ils ont expliqué ce phénomène par l'effet d'exclusion de taille. En effet, les particules, à cause de leur taille et leur faible coefficient de diffusion par rapport au traceur dissous, sont exclus d'une partie des chemins poreux et suivent plutôt des chemins préférentiels moins tortueux jusqu'à la sortie du milieu poreux. Cet effet d'exclusion de taille dépend de la vitesse d'écoulement (Ahfir *et al.*, 2007), de la densité des particules (Benamar *et al.*, 2005) et de la longueur du milieu poreux (Ahfir *et al.*, 2009). Il apparaît d'après le tableau 5.3 que le retard du traceur dissous par rapport aux particules est plus grand à faible vitesse d'écoulement pour les deux milieux à double porosité. La structure du milieu à double porosité (présence d'une porosité matricielle) a donc une influence directe sur le temps de séjour du traceur dissous. Lorsque la vitesse d'écoulement diminue, les molécules de traceur dissous peuvent accéder, à cause de leur petite taille et leur fort coefficient de diffusion, à une partie plus importante de la microporosité (porosité matricielle) et peuvent aussi diffuser dans les zones d'eau immobile (intergranulaire et intragranulaire), où les vitesses de circulation sont plus lentes. Tous ces phénomènes expliquent le temps de retard plus important dans le

transfert du traceur dissous par rapport aux particules. Au contraire, lorsque la vitesse d'écoulement est très forte, seule la macroporosité est accessible aux deux traceurs. Les particules et la fluorescéine n'investissent que la zone mobile du milieu, même si la taille faible d'une partie des particules comparée aux diamètres des pores, et le fort coefficient de diffusion de la fluorescéine aurait pu permettre leurs accès à la microporosité du milieu poreux. Seuls les grands pores de la porosité matricielle sont accessibles aux deux traceurs lorsque la vitesse d'écoulement est forte. L'exclusion des particules et du traceur dissous de la microporosité est motivée par le faible temps de séjour des molécules de traceur dissous et des particules limitant ainsi fortement les interactions et les échanges avec les grains du milieu poreux.

La figure 5.12 présente les évolutions des temps de séjour des particules en suspension en fonction de la vitesse d'écoulement pour les trois milieux testés. Il est intéressant de constater que quelle que soit la vitesse d'écoulement, les temps de séjour pour les trois milieux sont comparables. Comme les trois milieux ont la même granulométrie, il paraît évident que les particules en suspension sont transportées surtout dans les macropores de la porosité intergranulaire. On peut donc considérer, à partir de ces analyses des temps de séjour, que les particules en suspension sont transportées essentiellement dans la porosité intergranulaire. L'accès de ces particules à la porosité matricielle est certainement très limité aux très grands pores qui existent surtout dans le matériau ROBU.



5.5.2 Etude de la filtration

Pour caractériser la filtration dans un matériau poreux, des essais longs par lesquels on recherche le colmatage du milieu poreux sont réalisés. Ces types d'essais correspondent aux essais dans lesquels une importante quantité de particules en suspension est introduite dans le milieu poreux. Après avoir préparé et saturé le milieu poreux, on injecte en entrée en continu une solution de particules en suspension de concentration connue. L'analyse de la variation de la concentration de cette solution en sortie du milieu nous permet de caractériser la filtration dans le milieu poreux. Les essais sont réalisés suivant le même principe que des études en colonnes de laboratoire classiques (Ahfir *et al.*, 2007 ; Alem *et al.*, 2013).

Courbes de restitution

Plusieurs essais ont été réalisés afin d'étudier l'influence du milieu poreux et de la vitesse d'écoulement sur les propriétés de transport, de filtration et sur l'évolution des propriétés hydrodynamiques du milieu au cours de l'injection. Les caractéristiques principales des trois milieux (BV, ROBU et Tobermorite) sont récapitulées dans le tableau 5.2. Plusieurs vitesses d'écoulement et une concentration de particules en suspension de 3 g/L sont utilisées. Les courbes de restitution pour les différents milieux sont regroupées sur la figure 5.13. Un zoom sur la première partie des courbes montre (fig. 5.13 (b)) qu'elles présentent un palier jusqu'à un volume injecté critique ; l'allure des courbes est conforme à la réponse d'un milieu propre. Au-delà de ce volume critique, les courbes de restitution croient quasi linéairement avec le volume injecté. La première phase de la courbe correspond au milieu propre où la filtration est maximale et quasi-constante. La seconde phase où la capacité de rétention du milieu diminue avec le volume injecté, décrit un processus dans lequel la quantité de particules transportée vers la sortie du milieu augmente, probablement aussi à cause du relargage de particules déjà retenues. Cette seconde phase correspond à la saturation progressive des sites de rétention dans le milieu. Ce résultat obtenu pour les trois milieux, à simple et à double porosité, suggère un processus de dépôt de particules régi par une capacité de rétention maximale au-delà de laquelle on a une saturation progressive des sites de rétention conduisant à une chute progressive de l'efficacité de rétention du milieu. On pense aussi au processus de relargage et de transport de particules préalablement déposées vers la sortie sous l'effet des surpressions locales générées par le dépôt dans le milieu. Pour une

même vitesse d'écoulement, la valeur de la concentration relative au palier est la plus faible pour le milieu ROBU et elle est la plus forte pour le milieu BV. Cela signifie que le milieu ROBU est le plus filtrant des trois milieux et qu'au contraire, le milieu BV à simple porosité est le moins filtrant. Ce résultat peut s'expliquer par la présence de la porosité matricielle, dans les deux milieux à double porosité, qui offre des sites supplémentaires de capture des particules en suspension par rapport au milieu à simple porosité BV. Les tailles des pores dans la matrice sont globalement plus grand dans le milieu ROBU que dans le milieu Tobermorite. Nous pensons que les particules en suspension peuvent accéder à une partie, difficile à quantifier, de ces pores pour le milieu ROBU augmentant ainsi leur probabilité de capture.

Comme il a été indiqué plus haut, dans un même milieu, la valeur de la concentration réduite C/C_0 au palier augmente avec le débit et par conséquent, l'efficacité de rétention du milieu diminue. Quel que soit le temps d'injection, le milieu ROBU reste toujours le plus filtrant des trois milieux testés.

Au delà du palier, la concentration de particules restituées augmente ensuite quasi linéairement avec le temps d'injection. Après un même temps d'injection, la concentration en sortie du milieu ROBU reste pratiquement toujours inférieure aux concentrations en sortie des milieux BV et Tobermorite. Le milieu ROBU conserve, avec le temps de filtration, une plus forte capacité de filtration par rapport aux deux autres milieux étudiés.

Les caractéristiques hydrodispersifs initiales de chaque milieu sont déterminées à partir de la première partie des courbes de restitution (début de la filtration). Le calage des courbes de restitution expérimentales (fig.5.14) avec la solution analytique (cf. § équation 5.8. chapitre 5.4) permet d'estimer les paramètres de transport initiaux des trois milieux. Le très bon accord entre courbes expérimentales et courbes calculées témoigne de la capacité du modèle mathématique simple à simuler correctement le transport de particules en suspension dans les milieux à double porosité.

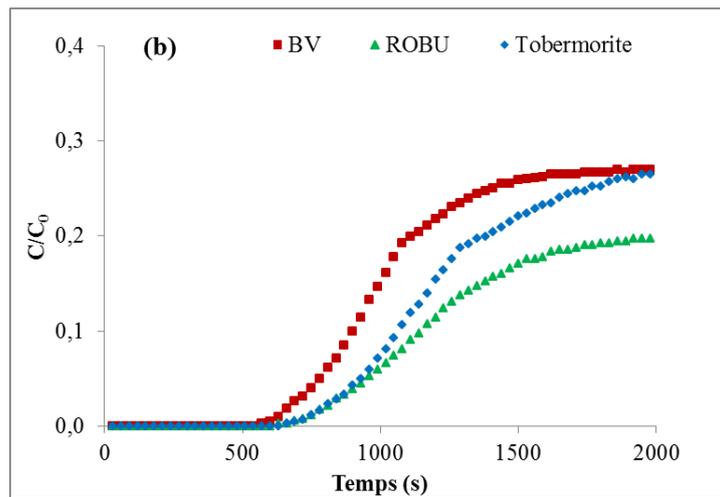
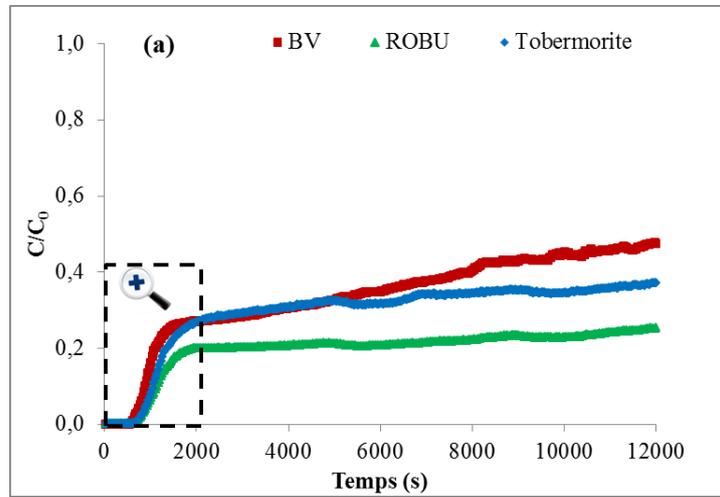


Figure 5.13 : Courbes de restitution pour les trois milieux

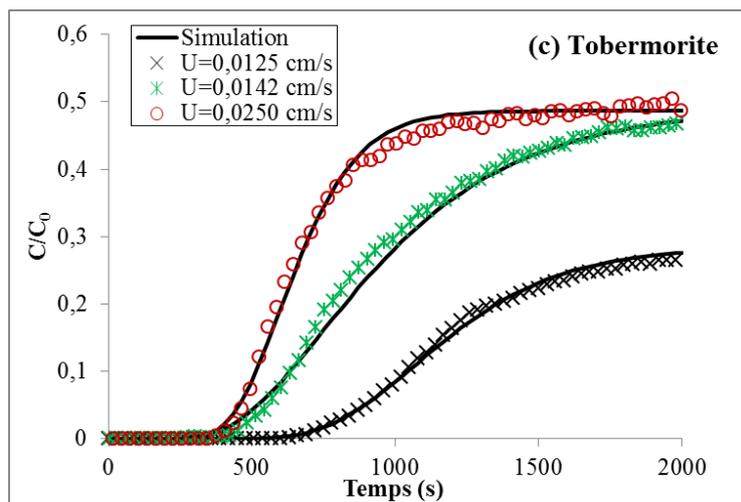
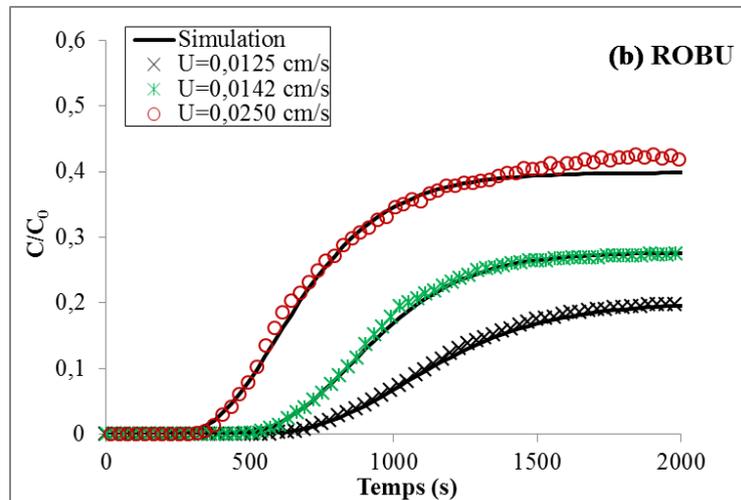
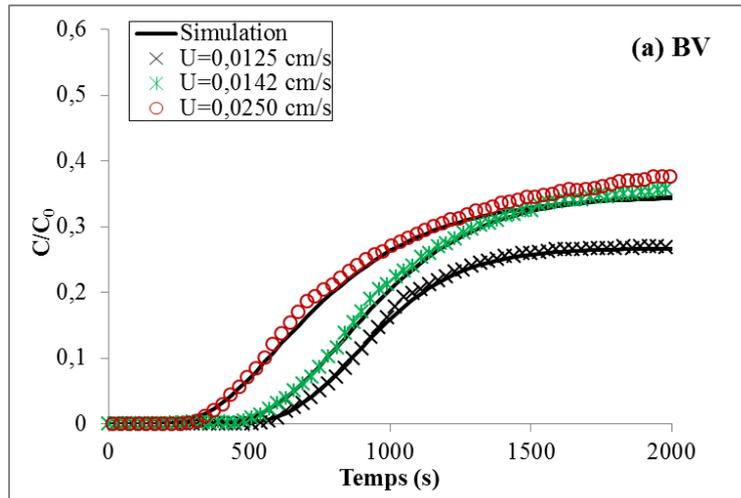


Figure 5.14 : Calage des courbes de restitution : (a) milieu BV, (b) milieu ROBU, (c) milieu Tobermorite

Coefficient de filtration initial du milieu poreux

Nous cherchons à caractériser sous une cinétique de filtration constante un paramètre de rétention des particules fines par le milieu poreux. Le coefficient de filtration initial λ_0 du milieu poreux est calculé par la relation :

$$\lambda_0 = \frac{K_{dep} \cdot w_c}{U} = -\frac{1}{L} \ln \left(\frac{C}{C_0} \right) \quad (5.20)$$

K_{dep} est le coefficient cinétique de dépôt, w_c est la porosité effective qui représente le volume d'eau mobile dans le milieu poreux. Ces deux paramètres de transport sont déterminés avec l'aide de la solution analytique (cf. § équation 5.13. paragraphe 5.4), U est la vitesse de Darcy, L est la longueur du milieu et C/C_0 est la concentration relative au palier de la courbe de restitution. La figure 5.15 représente l'évolution du coefficient de filtration expérimentale en fonction de la vitesse de Darcy pour les trois milieux poreux. Le coefficient de filtration décroît avec l'augmentation de la vitesse confirmant une diminution de l'efficacité de filtration lorsque la vitesse d'écoulement augmente. Cette décroissance est de type puissance $\lambda_0 = a \times U^{-n}$. Cette évolution du coefficient de filtration initiale avec la vitesse du milieu poreux est similaire de celle proposée par Wegelin *et al.* (1987) : $\lambda_0 = a \cdot U^{-0,88} \cdot d_g^{-0,85} \cdot d_p$ où U est la vitesse d'écoulement, d_g le diamètre moyen des grains du milieu, d_p est le diamètre moyen des particules en suspension et a est une constante de calage.

Quelle que soit la vitesse d'écoulement le coefficient de filtration initial du milieu ROBU est le plus élevé ; il est par contre le plus faible pour le milieu à simple porosité. Ce résultat confirme encore une fois que le milieu ROBU est le plus filtrant grâce à sa porosité matricielle partiellement accessible et qui participe à la capture des particules.

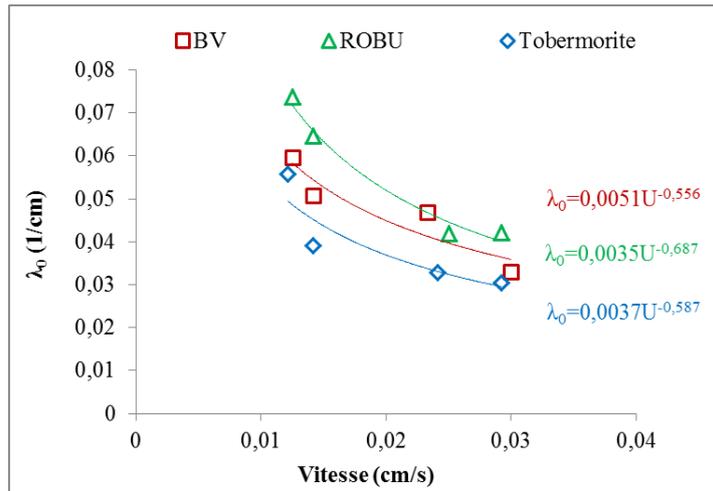
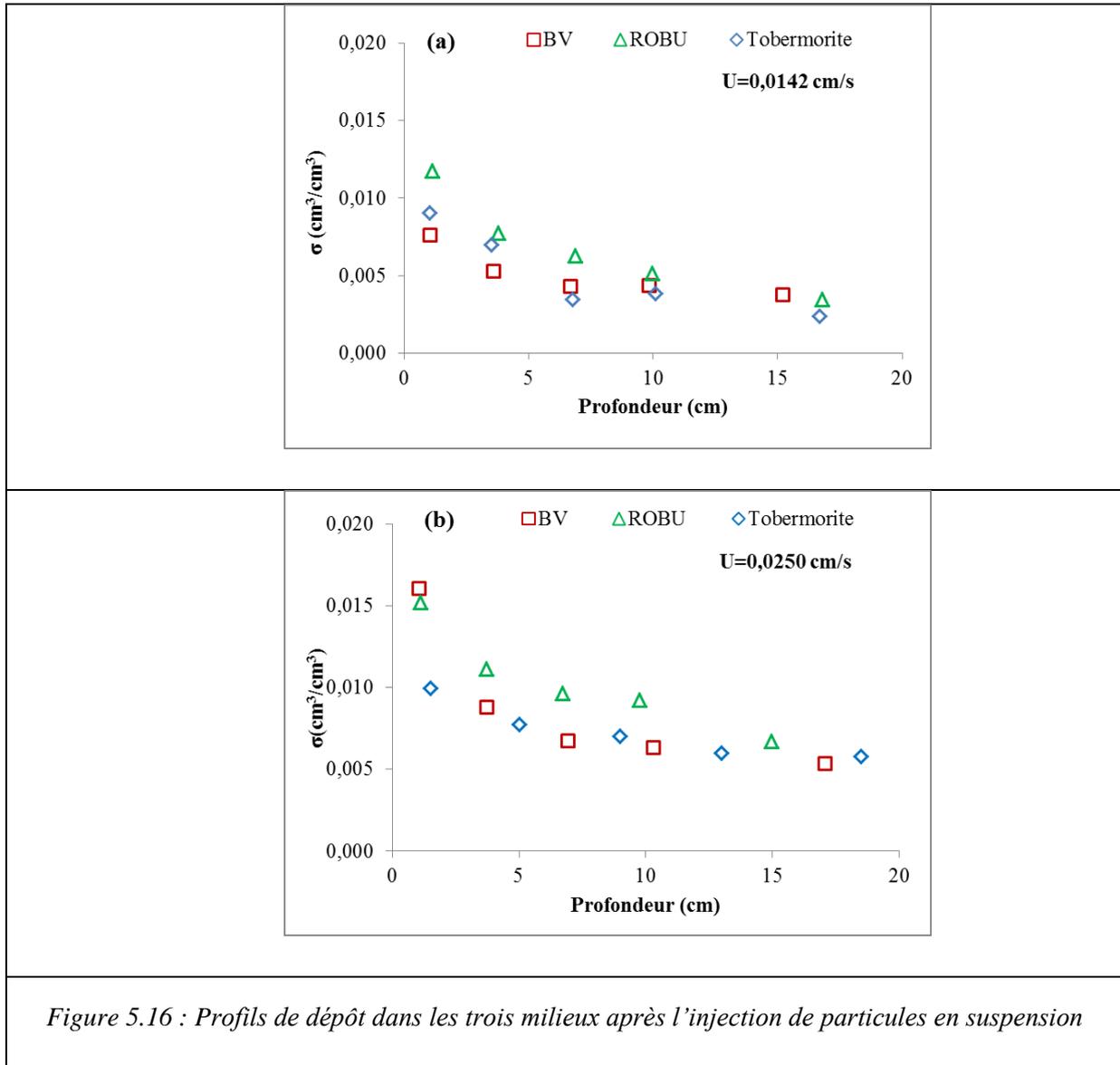


Figure 5.15 : Evolution du coefficient de filtration initial en fonction de la vitesse de Darcy pour les trois milieux

Profil de rétention dans le milieu poreux

L'évolution de la porosité dans le milieu poreux est appréciée à partir de l'analyse du dépôt des particules en suspension dans les différentes couches du milieu poreux. Les particules en suspension s'accumulent au cours du fonctionnement d'un milieu poreux filtrant et sa porosité devrait être de plus en plus faible, ce qui entraîne ainsi une diminution de sa perméabilité. Le dépôt ne se fait pas de manière homogène dans le milieu. La porosité devrait présenter des variations selon la profondeur de filtration. Ainsi, ce sont les premiers centimètres du milieu poreux qui sont les plus actifs vis-à-vis du dépôt et qui constituent généralement la couche colmatée. C'est dans cette couche que la chute de la porosité sera la plus significative.

Afin de connaître la répartition des particules retenues dans le milieu poreux après un temps d'injection identique pour les trois milieux, l'échantillon contenu dans la colonne a été découpé à la fin de chaque essai en cinq tranches. La masse des particules en suspension déposées dans chaque tranche est déterminée en utilisant la technique de mesure décrite au paragraphe 5.3.2. Une valeur de la rétention, définie comme le rapport entre le volume de particules déposées dans chaque tranche et le volume de la tranche est ensuite calculée. La figure 5.16 reporte les profils de dépôt de particules dans les trois milieux poreux étudiés.



La distribution du dépôt est non uniforme dans le milieu poreux. Quel que soit le milieu poreux, le dépôt est plus important et plus concentré dans les premiers centimètres du milieu et il diminue avec la profondeur. A la vitesse d'écoulement $U = 0,0142 \text{ cm/s}$, la masse totale déposée dans les deux premiers centimètres du milieu représente 19 %, 21 % et 24 % de la masse totale déposée dans les milieux BV, Tobermorite et ROBU respectivement. Pour une même masse injectée dans un milieu, la rétention à une profondeur donnée augmente lorsque la vitesse d'écoulement diminue. L'effet de la vitesse d'écoulement sur la rétention est très marqué à l'entrée du milieu poreux (0 à 5 cm). L'écart entre la rétention à l'entrée et à l'aval du milieu est plus important lorsque la vitesse d'écoulement est faible. Cet écart est plus marqué dans le milieu ROBU. Dans ce milieu, le rapport entre la rétention à l'entrée et la

rétenion à la sortie du milieu passe de 2,26 pour $U=0,025 \text{ cm/s}$ à 3,78 pour $U=0,0125 \text{ cm/s}$ (fig. 5.16 (b)). En effet, à faible vitesse d'écoulement, les forces hydrodynamiques exercées sur les particules sont insuffisantes pour s'opposer aux forces de gravité. Cela favorise la capture des particules dès l'entrée du milieu poreux par gravité et par blocage mécanique. Quelle que soit la profondeur dans le milieu et la vitesse d'écoulement, la valeur de la rétenion est la plus forte dans le milieu à double porosité ROBU et elle est la plus faible dans le milieu BV à simple porosité. Ce résultat montre que non seulement le milieu ROBU est le plus filtrant mais il possède aussi une capacité maximale de filtration la plus élevée.

La porosité est l'un des paramètres caractéristiques du milieu poreux, avec la perméabilité, qui évolue à cause du dépôt de particules qui réduit l'espace poral. Les variations de la porosité totale constituent aussi un facteur d'évaluation de l'endommagement du milieu en conséquence du dépôt. Ces variations sont évaluées à partir des volumes de particules déposées à différents horizons du milieu poreux par la relation suivante :

$$\beta = \beta_0 - n.\sigma \quad (5.21)$$

Où β_0 est la porosité initiale du milieu propre, β est la porosité totale du milieu après un temps t d'injection et n le facteur de compaction du matériau déposé.

La porosité totale après l'injection de particules à la profondeur de 9 cm à partir du haut de la maquette (où sont positionnés les transducteurs) peut être déterminée avec la rétenion (σ) qui est obtenue à cette profondeur (fig. 5.16). Et la perméabilité après l'injection des particules peut ensuite être déterminée en utilisant la formule de Civan *et al.* (1989) :

$$k/k_0 = (\beta/\beta_0)^3 \text{ où } k_0 \text{ est la perméabilité initiale du milieu propre.}$$

La figure 5.17 donne les profils de porosité dans les trois milieux poreux à la fin de l'injection. On constate que le milieu initialement homogène devient fortement hétérogène après l'injection des particules en suspension. La porosité chute fortement à l'entrée puis croit avec la profondeur. A une profondeur donnée, la chute de porosité est plus faible dans le milieu ROBU que dans le milieu à simple porosité.

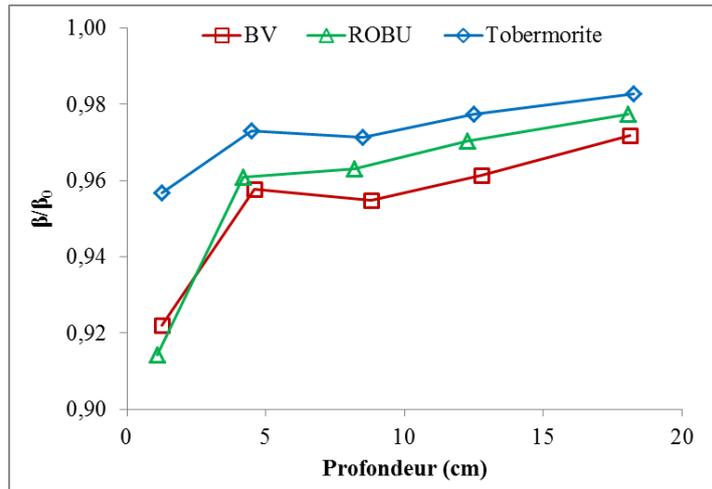


Figure 5.17 : Profils de porosité dans les trois milieux après injection de particules en suspension

Les solutions analytiques (Eq.5.18) permettent d'avoir à tout moment les profils dans le temps et dans l'espace de la concentration et de la rétention. Ces solutions sont utilisées pour évaluer d'une part l'évolution dans le temps de la restitution en sortie du milieu et d'autre part le profil de dépôt dans l'espace poreux à la fin de chaque essai d'injection. Sur la figure 5.18, donnant les courbes expérimentales, sont présentées en trait plein les courbes de restitution calculées pour les mêmes essais. Globalement les courbes calculées sont en bon accord avec les courbes expérimentales indiquant que la théorie de la filtration, malgré toutes les hypothèses simplificatrices, peut être utilisée pour étudier la filtration dans les milieux à double porosité.

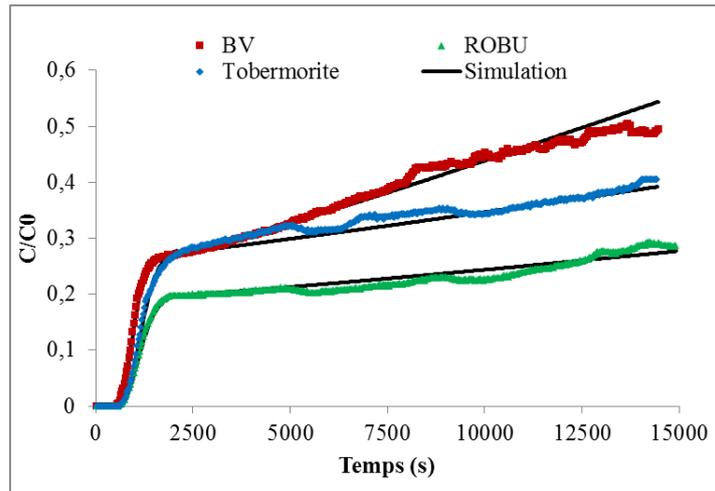


Figure 5.18 : Courbes de restitution expérimentales et calculées pour les trois milieux poreux

La solution analytique permet d'avoir à tout moment le profil de dépôt dans le milieu. Sachant que l'évolution de la perméabilité du milieu dépend non seulement de la masse de particules déposées mais surtout du profil de dépôt dans le milieu. Un exemple de confrontation entre les profils de rétention calculés et expérimentaux à la fin d'essai est donné sur la figure 5.19. Un bon accord entre profils calculés et profils expérimentaux est obtenu à l'exception de l'entrée du milieu où les valeurs de la rétention mesurée sont largement supérieures aux valeurs calculées. Ce décalage entre profil mesuré et profil calculé à l'entrée du milieu poreux par la théorie de la filtration, pour des volumes de solution injectés très élevés, a été aussi observé par d'autres auteurs (Alem *et al.*, 2013). Ce décalage s'explique par la non prise en compte, par la théorie de la filtration, du mécanisme de capture par blocage mécanique (straining) qui est très présent surtout à l'entrée du milieu poreux. Le dépôt global dans le milieu poreux est très bien simulé comme il a été montré sur les courbes de restitution.

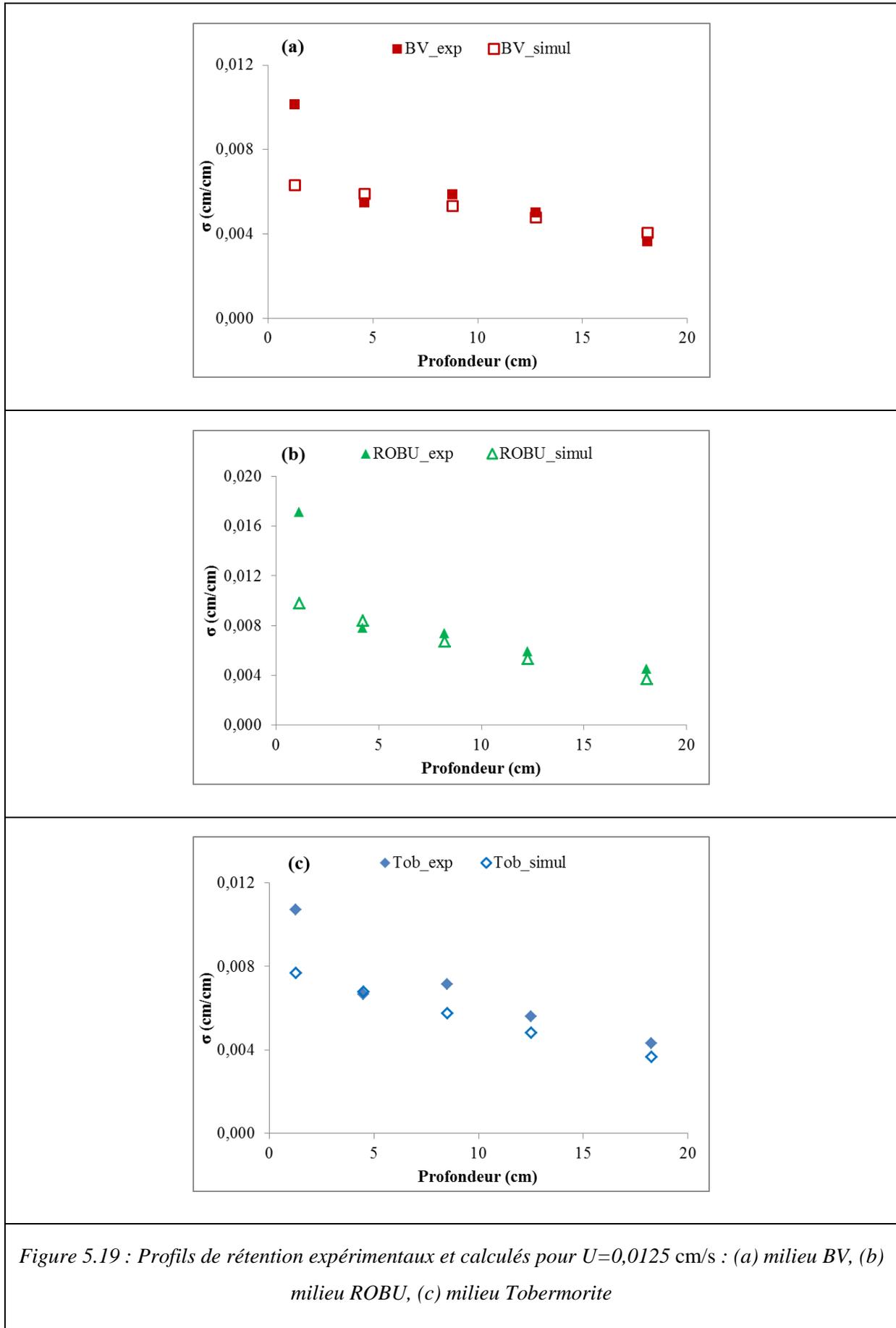
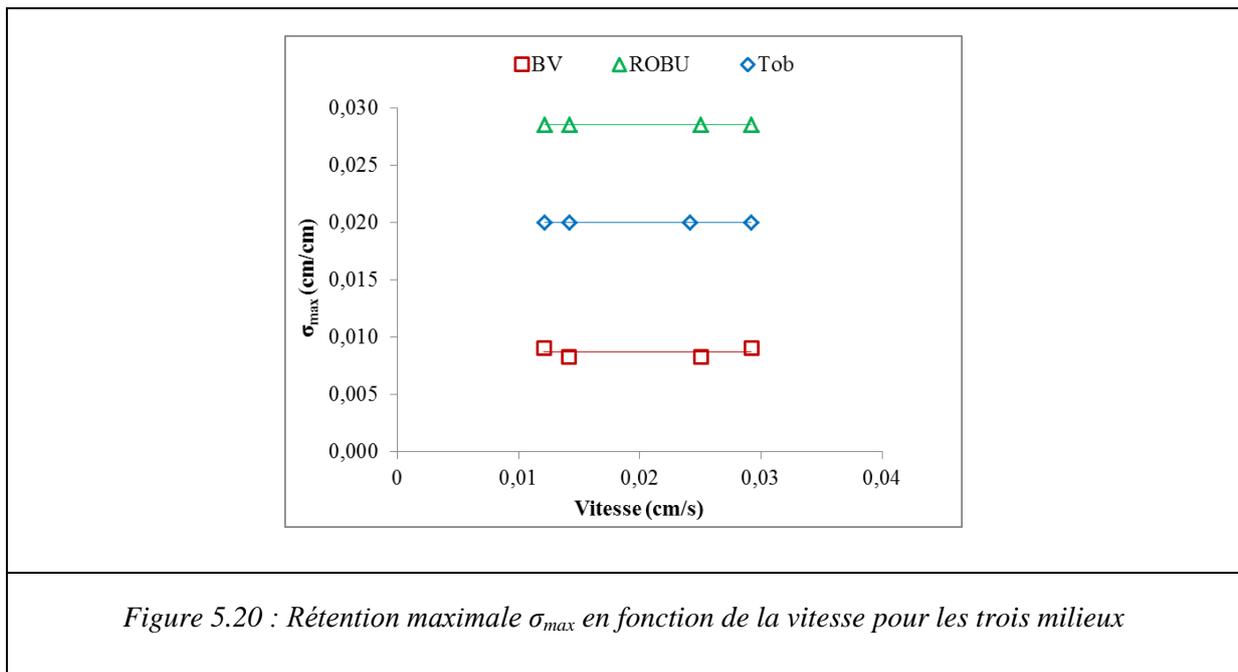


Figure 5.19 : Profils de rétention expérimentaux et calculés pour $U=0,0125$ cm/s : (a) milieu BV, (b) milieu ROBU, (c) milieu Tobermorite

Le calage des courbes expérimentales par le modèle mathématique (Eq.5.18) permet aussi d'avoir la valeur de la rétention maximale σ_{max} de chaque milieu. Ce paramètre peut-être interprétée comme le dépôt maximal saturant localement le milieu ; les particules qui transitent ne sont plus capturées dans les endroits du milieu poreux ou la rétention atteint cette valeur limite. Les résultats de calcul de σ_{max} sont regroupés sur la figure 5.20 pour les trois milieux et pour les différentes vitesses testées. Il apparait clairement que dans la plage des vitesses testées, la rétention maximale pour un milieu est très peu à la vitesse et peut être considérée comme constante. La valeur de la rétention maximale est la plus élevée dans le milieu ROBU et elle est la plus faible dans le milieu à simple porosité. σ_{max} du milieu ROBU est plus de trois fois supérieure à σ_{max} du milieu à simple porosité BV. Ce résultat confirme une disponibilité de beaucoup plus de sites de capture dans le milieu ROBU que dans les autres milieux poreux à cause d'une meilleure accessibilité à la porosité matricielle de ce milieu.



5.6 Granulométrie des particules restituées

Le suivi granulométrique à la sortie de la colonne permet d'étudier l'évolution de la taille de particules au cours de la restitution. Ces mesures doivent permettre de rendre compte du tri granulométrique qui s'opère dans le milieu poreux lors du transit des particules. Des

prélèvements ont été effectués après 15 min, 30 min, 1h, 2h, 3h et 4h du début de l'injection des particules (Fig. 5.21). L'analyse de la distribution de taille des particules à la sortie est réalisée à l'aide du granulomètre laser (Malvern MS 2000).

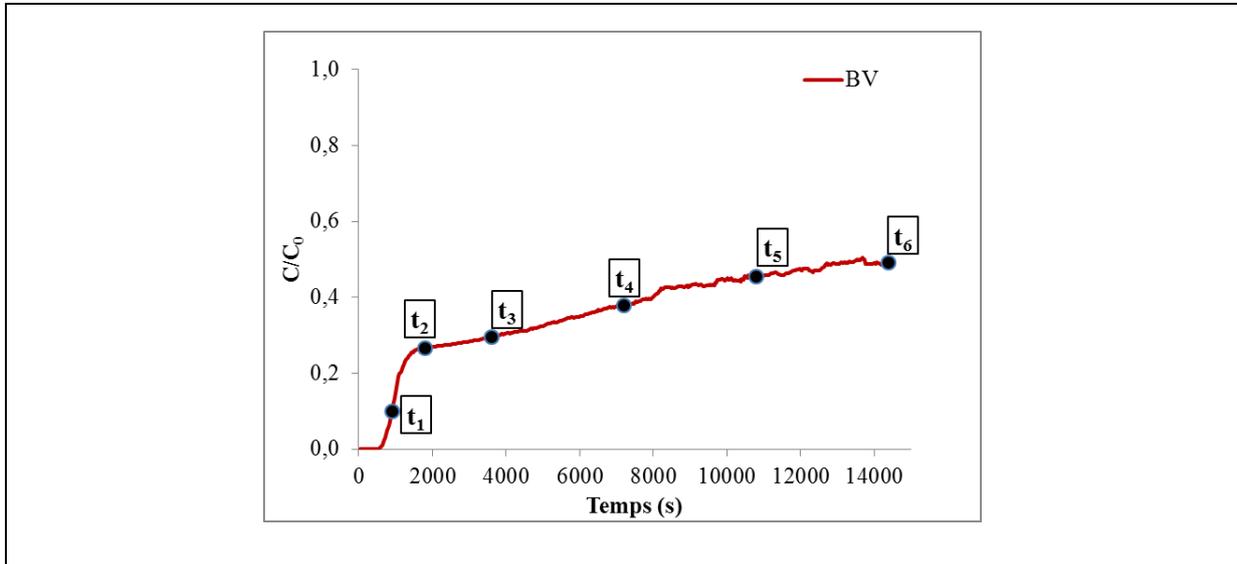
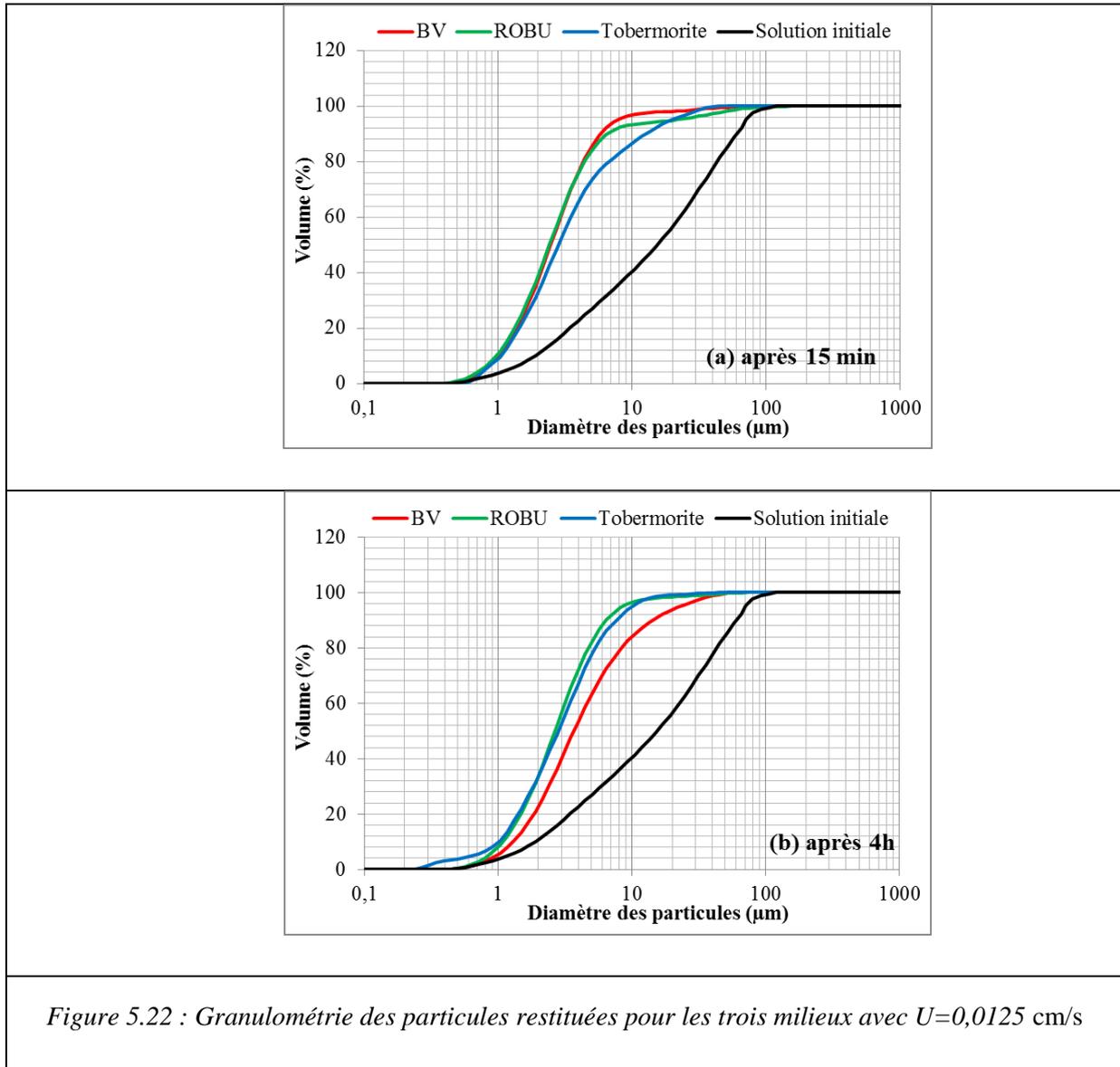


Figure 5.21 : Temps d'échantillonnage pour les analyses granulométriques des particules restituées

La figure 5.22 présente des exemples de résultats d'analyses granulométriques sur des échantillons prélevés aux temps de filtration de 15 mn et 4h pour les trois milieux. Une très petite différence est observée sur les courbes granulométriques à 15 mn alors qu'une granulométrie légèrement supérieure pour le milieu BV est observée sur les courbes après 4h. Pour tous les essais, la granulométrie des particules restituées reste très inférieure à la granulométrie des particules initialement injectées.



L'évolution de la granulométrie des particules restituées au cours de la filtration pour les différents milieux et les différentes vitesses d'écoulement testés est illustrée sur les figures 5.23 et 5.24 qui présentent les évolutions dans le temps du diamètre médian (d_{50}) de la granulométrie des particules restituées. Ces figures montrent que pour les trois milieux et pour toutes les vitesses testées, les particules fines sont les premières transportées vers l'exutoire puis apparaissent des particules de plus en plus grosses au fur et à mesure que le volume de la solution injectée augmente. En conséquence le diamètre médian augmente dans le temps. Le processus de filtration concerne donc au début principalement les grosses particules qui sont retenues par blocage mécanique et par gravité. Avec l'accumulation progressive du dépôt qui réduit les tailles des pores, les vitesses et les pressions, dues à l'écoulement, dans les pores

augmentent suffisamment pour entraîner des particules de plus en plus grosses vers la sortie du milieu. Les courbes s'approchent progressivement dans le temps de la distribution des particules initialement injectées tout en lui restant largement inférieures. L'évolution dans le temps de la granulométrie des particules restituées est plus marquée lorsque la vitesse d'écoulement est forte.

La figure 5.24 montre que pour un même milieu, le diamètre médian des particules restituées augmente avec la vitesse d'écoulement. En effet à forte vitesse d'écoulement, les forces hydrodynamiques sont capables de transporter plus de grosses particules jusqu'à la sortie du milieu. Plus la vitesse d'écoulement est élevée, plus les forces hydrodynamiques sont fortes pour s'opposer et diminuer les effets de la gravité et du blocage mécanique.

Quelle que soit la vitesse d'écoulement et le temps de l'échantillonnage, le diamètre des particules restituées dans le cas du milieu à simple porosité est supérieur à ceux observés sur les deux milieux à double porosité (Fig. 5.22). Les milieux à double porosité ont une capacité de filtration des grosses particules supérieure à celle du milieu à simple porosité grâce, entre autre, à la porosité matricielle qui offre des sites de rétention supplémentaires.

Quel que soit le milieu, la vitesse d'écoulement et le temps d'échantillonnage, les particules de tailles supérieures à $30 \mu m$ ne sont jamais restituées (Fig.5.22). Ces particules restent bloquées à l'intérieur du milieu poreux principalement par blocage mécanique. En effet, pour ces particules, le rapport d_p/d_g (d_p étant le diamètre de la particule et d_g le diamètre des grains du milieu poreux) est supérieur à 0,0075. Cette valeur est supérieure à la limite 0,003 au delà de laquelle plusieurs auteurs ont montré que le blocage mécanique devient un mécanisme important de capture des particules en suspension (Bradford *et al.*, 2003).

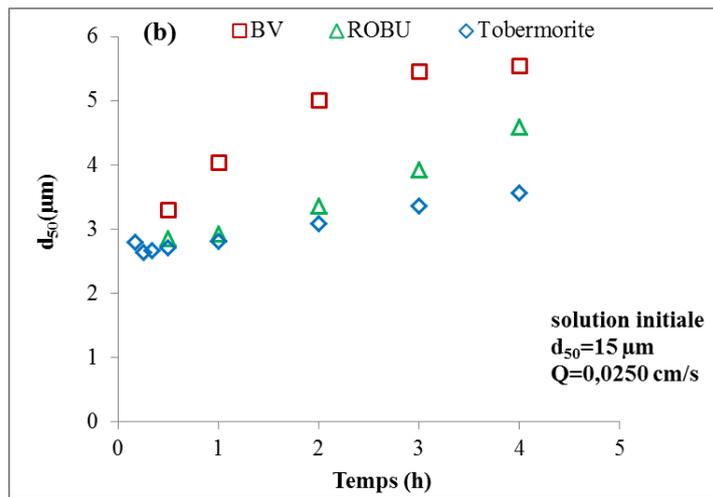
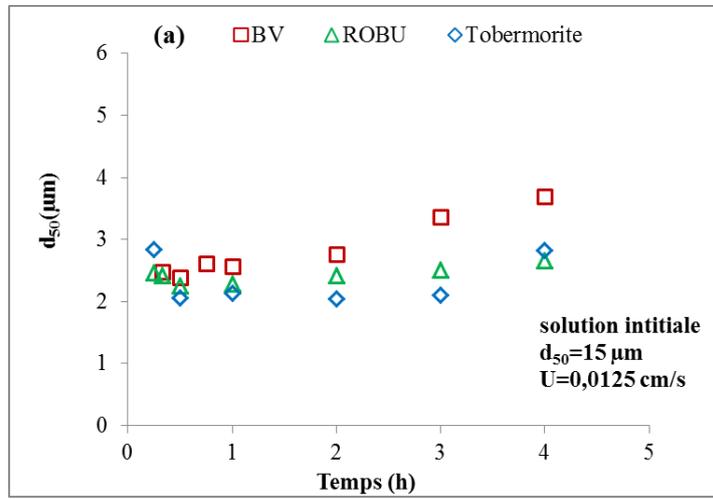


Figure 5.23 : Evolution dans le temps de la granulométrie des particules restituées pour les trois milieux

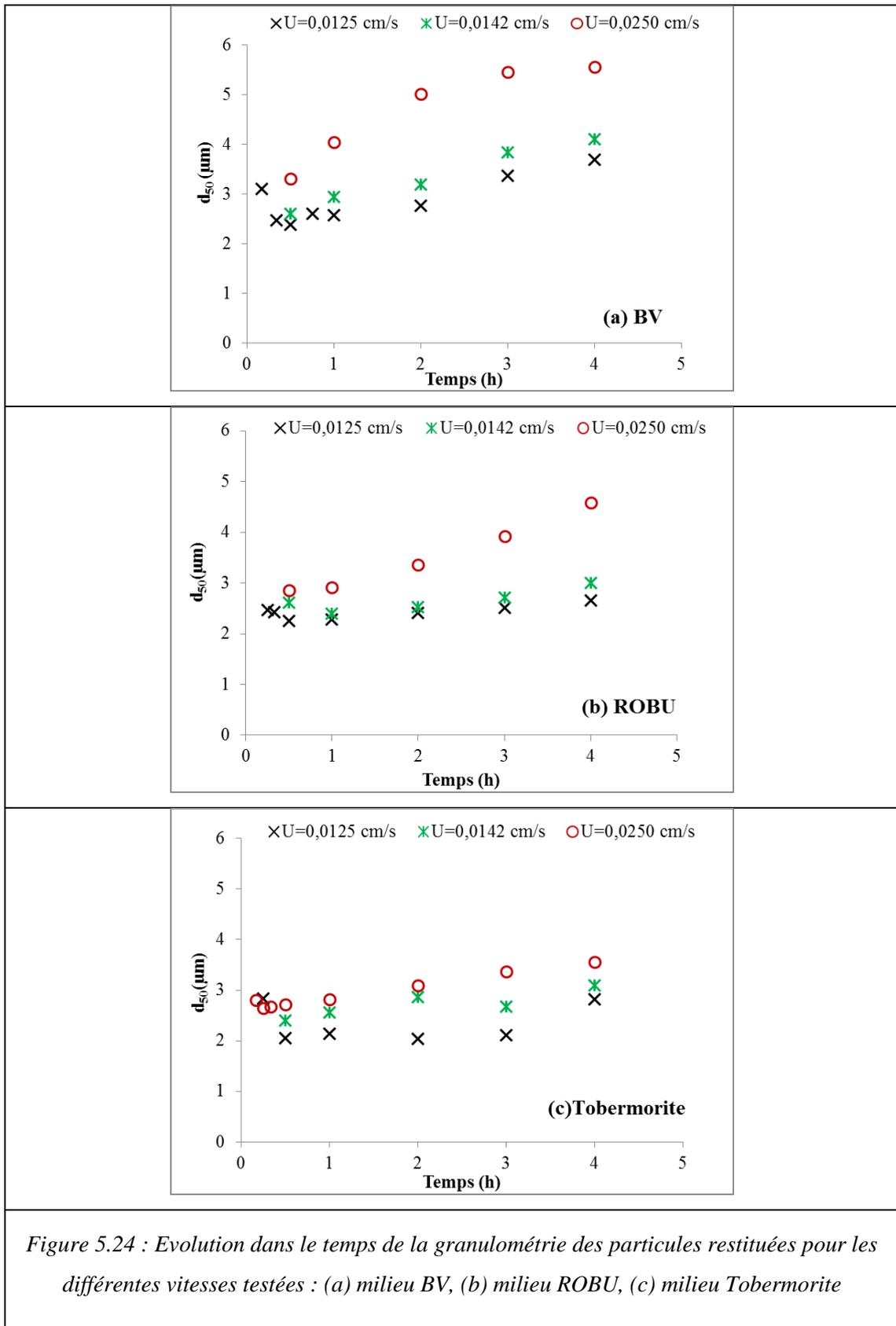


Figure 5.24 : Evolution dans le temps de la granulométrie des particules restituées pour les différentes vitesses testées : (a) milieu BV, (b) milieu ROBU, (c) milieu Tobermorite

5.7 Conclusion

Cette étude visait à caractériser le processus de colmatage de milieux poreux à double porosité traversés par un écoulement chargé de particules. L'étude concernait principalement l'influence de la double porosité sur l'écoulement ainsi que le transport et le dépôt de particules en suspension et les modifications des caractéristiques du milieu qui en résulte.

Pour atteindre cet objectif, nous avons utilisé une démarche combinant expérimentation, mise en évidence d'une phénoménologie et modélisation mathématique. La démarche expérimentale regroupait des mesures ciblant la caractérisation de l'écoulement ainsi que le transport et le dépôt de particules en suspension et des mesures ciblant la caractérisation des modifications du milieu en conséquence du dépôt.

Le transport des particules en suspension est régionalisé. En effet, les particules ne transitent pratiquement qu'à travers la porosité intergranulaire des milieux à double porosité. L'accès de ces particules à la porosité matricielle semble très limité, voire inexistant. Par contre, les molécules de soluté, plus petites, accèdent plus facilement à la porosité matricielle du milieu poreux surtout à faible vitesse d'écoulement. Le temps de transfert du soluté dans le milieu poreux est par conséquent supérieur à celui des particules en suspension.

Le dépôt de particules se fait de manière non homogène dans le milieu poreux, il est plus important à l'entrée et diminue avec la profondeur. Le milieu initialement homogène devient très hétérogène avec une variation dans l'espace de sa porosité. La structure interne du milieu poreux tient un rôle important dans la filtration des particules, le développement et l'évolution spatio-temporelle du colmatage. La porosité matricielle des milieux à double porosité offre des sites supplémentaires de capture des particules par rapport à un milieu simple porosité de même composition granulométrique. L'efficacité de filtration de ces milieux est par conséquent meilleure comparée à un milieu à simple porosité.

L'étude expérimentale est appuyée par une modélisation mathématique simple des phénomènes observés. La modélisation très simple du dépôt par la théorie de la filtration rend compte de manière satisfaisante de la réponse globale des milieux à simple et double porosité. La restitution à la sortie, le dépôt total et le profil de dépôt dans le milieu sont correctement simulés.

La filtration des particules en suspension par le milieu poreux est accompagnée d'un tri granulométrique. Les particules fines sont les premières transportées vers l'exutoire puis

apparaissent des particules de plus en plus grosses au fur et à mesure que le volume de la solution injectée augmente. Le processus de filtration concerne donc au début principalement les grosses particules qui sont retenues dans le milieu par gravité et par blocage mécanique. Avec l'accumulation progressive du dépôt qui réduit les tailles des pores, les vitesses et les pressions dans les pores augmentent suffisamment pour entraîner des particules de plus en plus grosses vers la sortie du milieu ; le diamètre médian des particules restituées augmente alors avec le temps tout en restant très inférieur au diamètre médian des particules initialement injectées. La double porosité a une influence sur le tri granulométrique des particules qui transitent dans le milieu poreux.

Références de la partie B:

Ahfir, N.D., Wang H.Q., Benamar A., Alem A., Massei N. & Dupont J.P. (2007). Transport and deposition of suspended particles in saturated porous media: hydrodynamic effect. *Hydrogeol J.* 15, 659–668

Ahfir, N.D., Benamar, A., Alem, A. & Wang, H.Q. (2009). Influence of internal structure and mediumlength on transport and deposition of suspended particles: a laboratory study. *Transp Porous Med.* 76, 289–307

Alem, A., Elkawafi, A., Ahfir, N.D. & Wang, H.Q. (2013). Filtration of kaolinite particles in a saturated porous medium: hydrodynamic effects. *Hydrogeol J.* 21, 573–586

Alem, A., Ahfir, N.D., Elkawafi, A. & Wang, H.Q. (2015). Hydraulic operating conditions and particle concentration effects on physical clogging of a porous medium. *Transp Porous Med.* 106, 303-321.

Benamar, A., Wang, H.Q., Ahfir, N.D., Alem, A., Massei, N. & Dupont, J.P. (2005). Effets de la vitesse d'écoulement sur le transport et la cinétique de dépôt de particules en suspension en milieu poreux saturé. *C. R. Geoscience*, 337, 497-504.

Berryman, J.G. & Wang, H.F. (1995). The Elastic Coe cients of Double-Porosity Models for Fluid Transport in Jointed Rock.

Berryman, J.G. & Wang, H.F. (2000). Elastic wave propagation and attenuation in a double-porosity dual-permeability medium. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 37(1-2), 63–78.

Bradford, S.A., Simunek, J., Bettahar, M., Van Genuchten, M.T. & Yates, S.R. (2003). Modeling colloid attachment, straining, and exclusion in saturated porous media. *Environ Sci Technol.* 37, 2242–2250.

Civan, F., Kapp, R., Ohen, M. & Henry, A. (1989). Alteration of permeability of fine particle processes. *J. Pet. Sci. Eng.* 3, 65-79.

Delay, F., Porel, G. & De Marsily, G. (1997). Predicting solute transport in heterogeneous media from results obtained in homogeneous ones: an experimental approach, *Journal of Contaminant Hydrology*, 25, 63-84.

- Dechesne, M. (2002). Connaissance et modélisation du fonctionnement des bassins d'infiltration d'eaux de ruissellement urbain pour l'évaluation des performances techniques et environnementales sur le long terme. Thèse de l'Institut national des sciences appliquées de Lyon.
- El Kawafi, A. (2010). Colmatage d'un milieu poreux saturé soumis à un écoulement chargé de particules. Thèse de doctorat de l'université du Havre.
- Herzig, J.P. (1970). Étude de l'écoulement de suspension à travers les milieux poreux. Thèse de Doctorat, Faculté des Sciences de Nancy.
- Ikni, T., Benamar, A., Kadri, M. & Ahfir, N.D. (2013). Particle transport within water-saturated porous media: Effet of pore size on retention kinetics and size selection. *Comptes Rendus Geoscience*. 345, 392-400.
- Kretzschmar, R., Barmettler, K., Grolimund, D., Yan, Y.D., Borkovec, M. & Sticher, H. (1997). Experimental determination of colloid deposition rates and collision efficiencies in natural porous media. *Water resour. Res.* 33, 1129-1137.
- Lakshmi N. Reddi., Ming Xiao., Malay G. Hajra & In Mo Lee (2005). Physical clogging of soil filters under constant flow rate versus constant head. *Can. Geotech. J.* 42, 804-811
- Lamy, E.M. (2009). Ecoulement et transfert colloïdal dans des matrices hétérogènes et stratifiées : Application à des milieux poreux modèles. Thèse de doctorat de l'université de Nantes, France.
- Martin, C. (2000). Transport de soluté et de particules argileuses colloïdales en milieu poreux saturé à double porosité. DEA Hydrologie, Hydrogéologie, Géostatistique et Géochimie, Filière Hydrologie et Hydrogéologie Quantitatives, Université de Poitiers.
- Mays, D.C. & Hunt, J.R. (2007). Hydrodynamic and chemical factors in clogging by montmorillonite in porous media. *Environ Sci Technol.* 41, 5666–5671
- Moghadasi, J., Müller-Steinhagen, H., Jamialahmadi, M. & Sharif, A. (2004a). Theoretical and experimental study of particle movement and deposition in porous media during water injection. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 43, 163-181

Niehren, S. & Kinzelbach, W. (1998). Artificial colloid tracer tests: development of a compact on-line microsphere counter and application to soil column experiments. *J. Contam. Hydrol.* 35, 249–259.

Tong, M. & Johnson, W.P. (2006). Excess colloid retention in porous media as a function of colloid size, fluid velocity, and grain angularity. *Environ. Sci. Technol.* 40, 7725-7731.

Toran, L.E. & Palumbo, A.V. (1992). Transport of bacteria-sized particles through fractured and unfractured laboratory sand columns. *Journal of Contaminant Hydrology.* 9, 289–303.

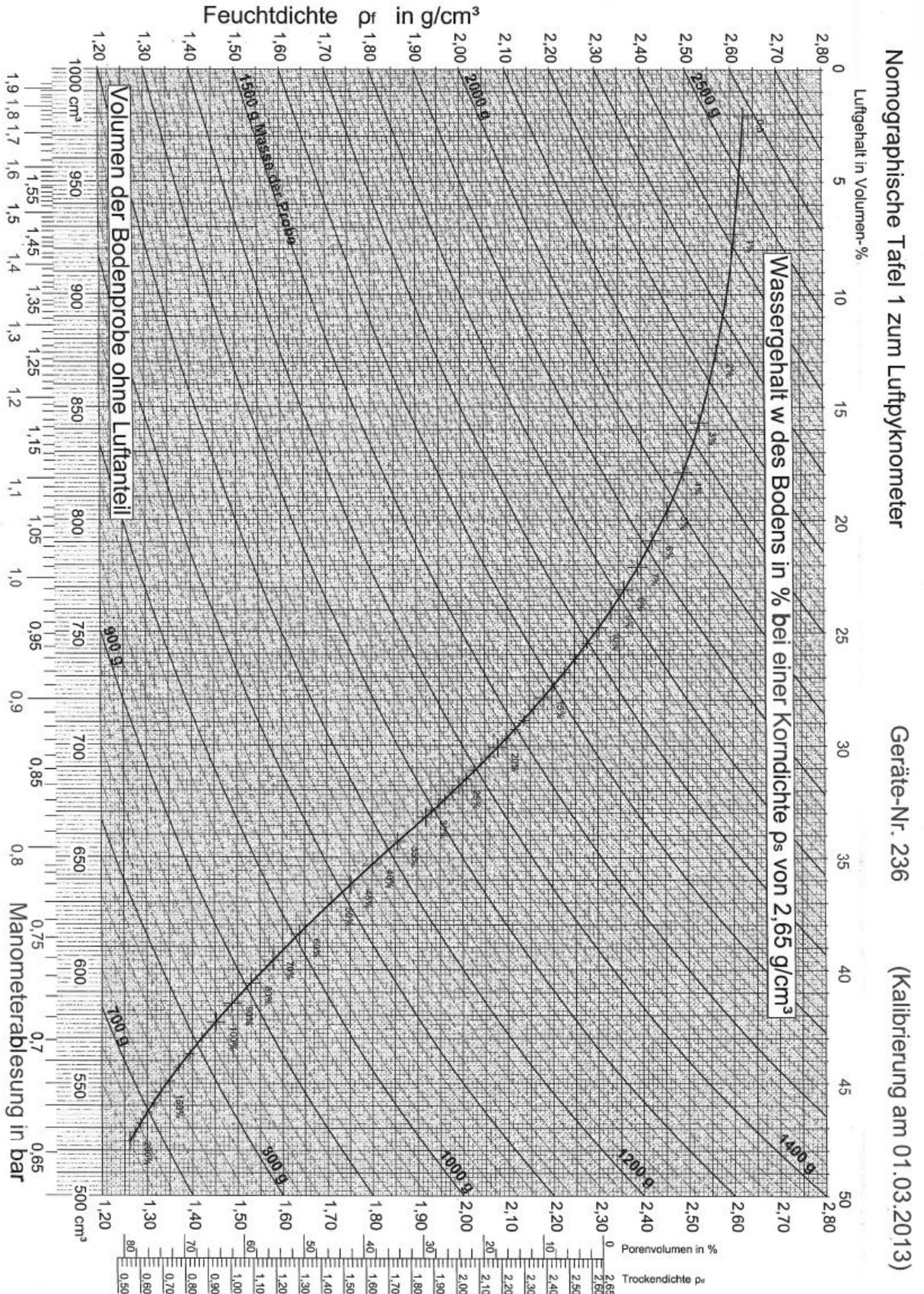
Tran, D.H. (2012). Caractérisation du milieu poreux: Approches mécaniques et acoustique. Thèse de doctorat de l'université du Havre, France.

Saiers, J.E., Hornberger, G.M. & Harvey, C. (1994b). Colloidal silica transport through structured, heterogeneous porous media. *J. Hydrol.* 163, 271–288

Wegelin, M., Boller, M. & Schertenbleib, R. (1987). Particle removal by horizontal-flow roughing filter. *Aqua* 2, 80-90.

Annexe B1

Courbe d'étalonnage du pycnomètre à air (Controlab D0450)



Cellule triaxiale

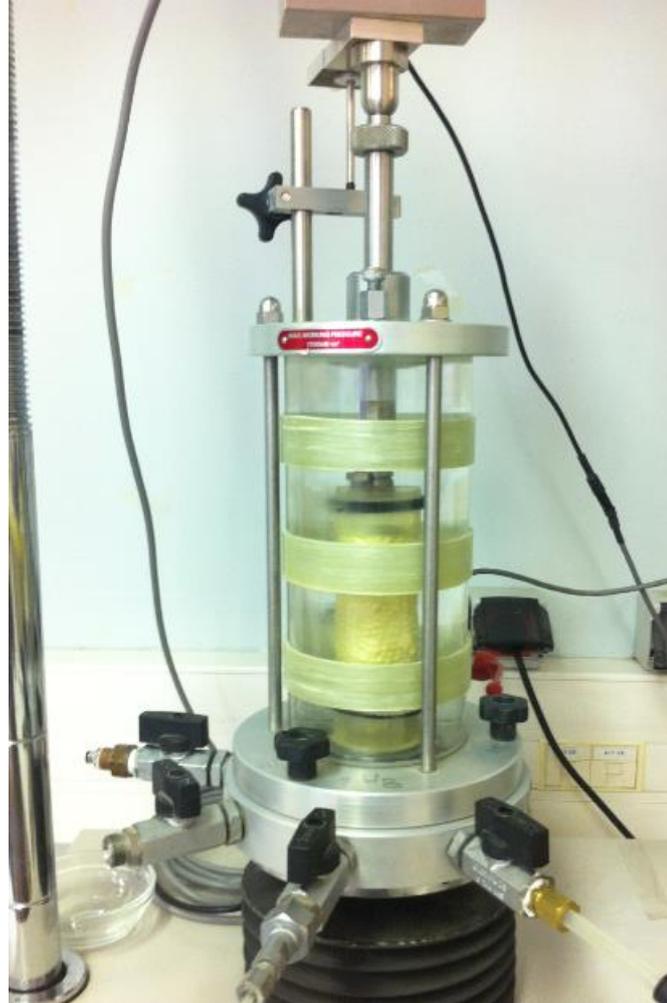


Figure B1 : Cellule triaxiale

Annexe B2

Mesure des modules d'incompressibilité des matériaux à double porosité

Le matériau poreux est supposé être la superposition d'une matrice solide élastique linéaire isotrope et d'un réseau poreux interconnecté. Le comportement du fluide interstitiel est également supposé isotrope. Généralement, des chemins de chargement particuliers sont utilisés afin d'identifier plus facilement les paramètres poro-élastiques. Le plus fréquent est l'essai hydrostatique de compressibilité en conditions de pression interstitielle (ou pression de pores) drainée (Chen, 2009). Dans ce type d'essai facilement réalisable en cellule triaxiale équipée d'une circulation de l'eau interstitiel, et moyennant que l'échantillon soit muni de déformation.

Les grains de ROBU sont placés dans une membrane cylindrique ($\phi 35 \text{ cm} \times 70 \text{ cm}$) sur une cellule hydrostatique d'une capacité de 1700 kN/m^3 . La masse volumique du matériau mis en place est 850 kg/m^3 . On a $\sigma_m = (1/3)\sigma_{ii} = -P_c$; la pression de pore P_i est égale à la pression atmosphérique (conditions drainées). lorsque la pression de confinement est modifiée d'un ΔP_c , le module d'incompressibilité drainée K est déterminé à partir de l'équation (B2.1):

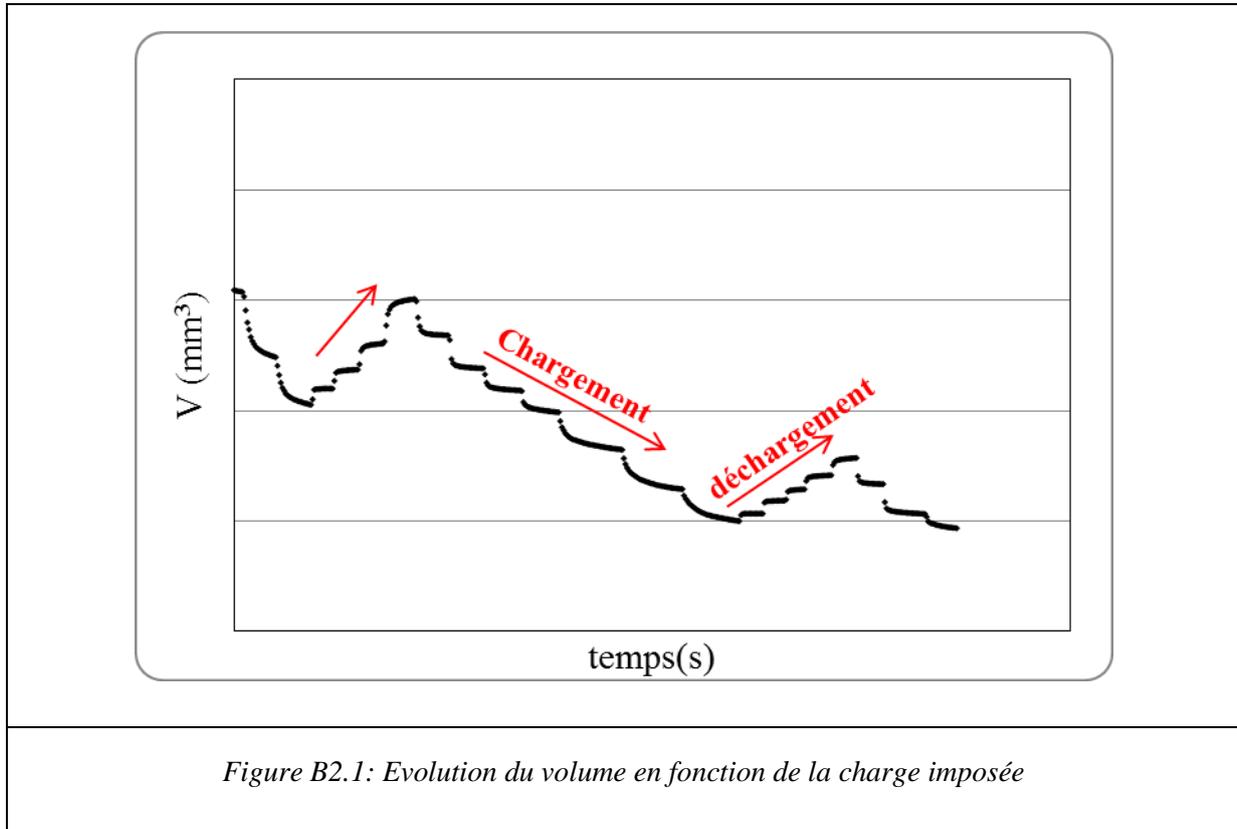
$$K = -\frac{\Delta P_c}{\Delta V} \quad (\text{B2.1})$$

où ΔV est la variation de volume ($\Delta V < 0$ lorsque la pression de confinement augmente).

A partir des données (V, P_c) , le module drainé K est identifié à la décharge. A chaque confinement $P_c = 350 \text{ kPa}$, 450 kPa , 550 kPa et 650 kPa , une décharge $\Delta P_c = 50 \text{ kPa}$ est effectuée. Lors de cette décharge, on note que l'évolution de (ε_v, P_c) peut être considérée comme linéaire : la décharge est suffisamment limitée pour ne permettre que le relâchement d'une partie de l'énergie élastique du matériau. Le module drainé K est alors déterminé comme étant la pente de l'interpolation linéaire entre les points expérimentaux (ε_v, P_c) mesurés au cours de cette décharge.

Le module drainé K est déterminé comme étant la pente de l'interpolation linéaire entre les points expérimentaux (V, P_c) mesurés en cas de déchargement. Les valeurs obtenues sont à l'ordre de 10^7 Pa

L'application de la même procédure expérimentale sur un cylindre rigide de matériau ROBU a donné une valeur du module d'incompressibilité drainé K autour de $1,0 \times 10^8 \text{ Pa}$.



Référence :

Chen, X. T., Davy, C. A., Skoczylas, F. & Moranville, M. (2009). Analysis of thermal damage effects on poroelastic property of cement-based materials. Poromechanics IV, Proceedings of the 4th Biot Conference on Poromechanics, 858–863.

Mesure de la porosité surfacique de milieux à double porosité

Des grains de ROBU et de Tobermorite sont plongés dans une résine époxy. Après durcissement de la résine (temps de durcissement 10 min), les grains subissent un polissage profond pour accéder à l'intérieur du grain. Ils sont ensuite lavés avec de l'eau distillée sous ultrasons pour enlever les impuretés de surfacage. Des images sont ensuite réalisées à l'aide d'un microscope électronique à balayage (HITACHI S-3000N) (Figure B2.2). Ces images sont traitées avec un logiciel d'analyse d'image (Aphelion), ce qui permet de quantifier la distribution des pores dans un grain ROBU comme le montre la figure B2.3 qui montre une

distribution de taille des pores assez homogène dans un grain. La porosité surfacique de la matrice mesurée est de l'ordre de 30%. Cette valeur est inférieure à la porosité de la matrice mesurée par le porosimètre. Deux raisons expliquent cette différence : la précision moins bonne de la méthode et la difficulté de la résine à accéder aux pores de très petites tailles. Cette technique n'a pas permis la mesure de la porosité surfacique du matériau Tobermorite. Le contraste des couleurs de la Tobermorite et de la résine n'était pas suffisant pour avoir des images nettes pouvant être traitées avec le logiciel de traitement d'image.

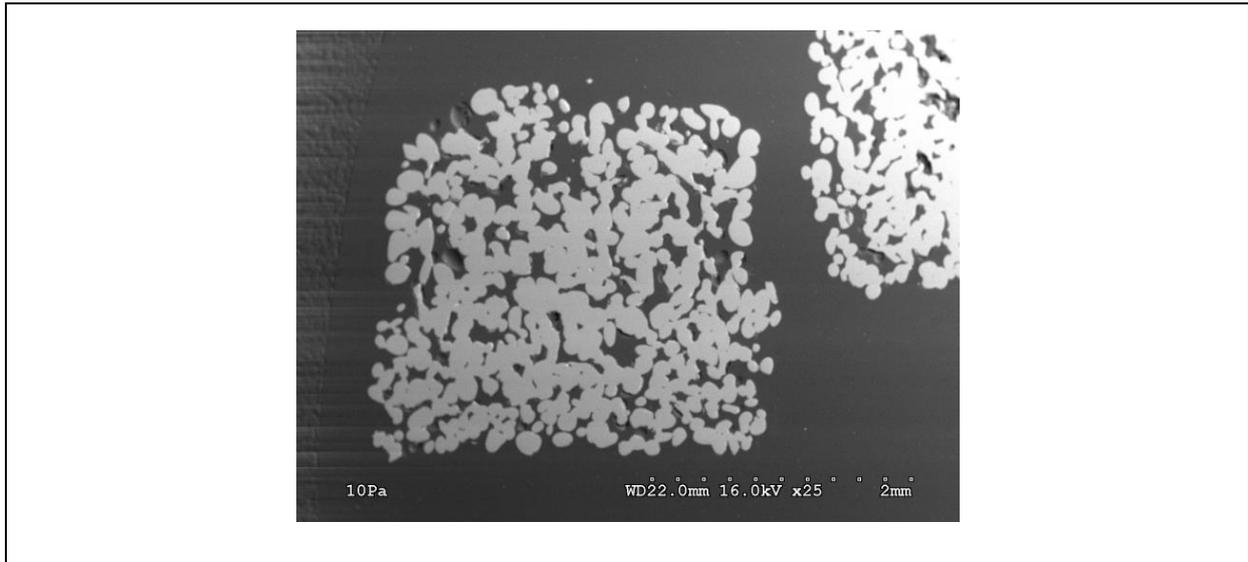


Figure B2.2: Image au MEB d'un grain ROBU envahi par la résine

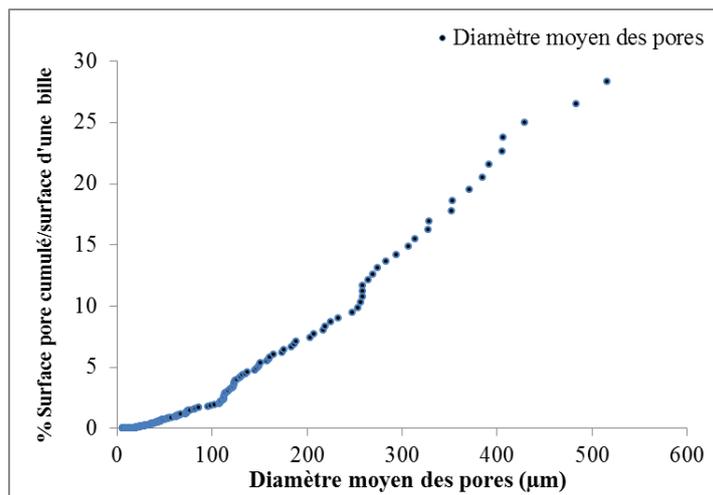


Figure B2.3: Distribution de la taille des pores d'un grain ROBU

Calcul de la tortuosité pour le milieu à double porosité

La description de la géométrie des pores fait intervenir la notion de connectivité, correspondant à la complexité du chemin continu à travers l'espace des pores. Pour décrire ces différents aspects, on introduit le paramètre τ nommé tortuosité, que l'on définit de la manière suivante (Berryman et Wang, 2000) :

$$\tau^{(j=1,2)} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\beta^{(j=1,2)}} \right) \quad (\text{B.1})$$

$\tau^{(1)}$: la tortuosité des pores

$\tau^{(2)}$: la tortuosité des fractures

$\beta^{(1)}$ $\beta^{(2)}$: la porosité dans un grain et la porosité des fractures.

La tortuosité totale est calculée par l'équation suivante:

$$\frac{1}{\beta / \tau^{\pm} + 2 / F_m} = \frac{1 - \nu^{(2)}}{\beta^{(1)} / \tau^{(1)} + 2 / F_m} + \frac{\nu^{(2)}}{\beta^{(2)} / \tau^{(2)} + 2 / F_m} \quad (\text{B.2})$$

Avec $F_m = 1$, après réarrangement de l'équation B.2, la tortuosité totale se présente comme suit :

$$\begin{aligned} c_1 &= (1 - \nu^{(2)}) (\beta^{(2)} / \tau^{(2)} + 2) + \nu^{(2)} (\beta^{(1)} / \tau^{(1)} + 2) \\ c_2 &= (\beta^{(1)} / \tau^{(1)} + 2) (\beta^{(2)} / \tau^{(2)} + 2) \\ \tau &= \beta \frac{c_1}{c_2 - 2c_1} \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Vue au MEB d'un grain de ROBU après l'injection des particules

La figure B2.4 présente une image au MEB de ROBU après l'injection des particules.

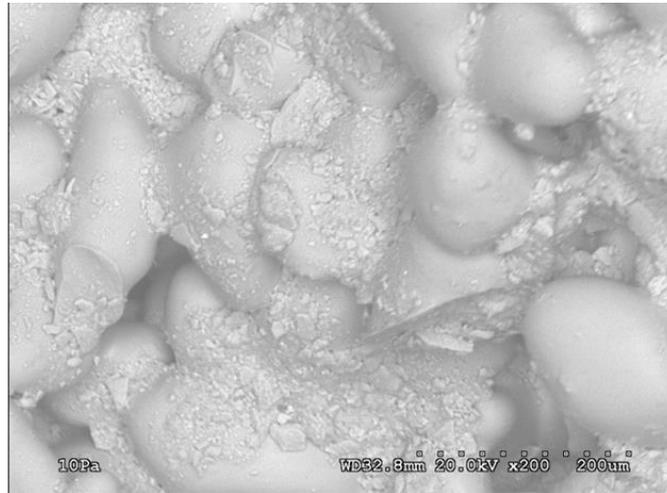


Figure B2.4 : Image au MEB d'un grain ROBU après injection des particules

Conclusion générale

Cette thèse se proposait d'étudier la propagation des ondes dans un milieu à double porosité. Pour ce faire, il a fallu au préalable effectuer des tests mécaniques sur deux matériaux, le ROBU et la Tobermorite supposés obéir à la théorie de Berryman et Wang, afin de déterminer le plus grand nombre de paramètres physiques (intervenant dans cette théorie).

On a ensuite développé un modèle numérique en vue de mettre au point une méthode d'évaluation non destructive par ondes ultrasonores du phénomène de filtration et de colmatage dans un milieu à double porosité.

La théorie de Berryman et Wang des milieux poreux à double porosité saturés par un fluide a donc été exposée dans le chapitre 1. Les lois de comportement, les équations du mouvement, les contraintes et les pressions en fonction de la déformation, les expressions des coefficients d'inertie et de frottement sont présentées.

Le chapitre 2 a examiné la question des vitesses de phase et des atténuations des ondes dans un milieu poreux à double porosité non borné. Les calculs numériques utilisant les paramètres déterminés par les essais mécaniques et les développements du chapitre 1 ont montré que quatre ondes sont susceptibles de s'y propager : trois longitudinales et une transversale, toutes dispersives et atténuées, tant dans la Tobermorite que dans le ROBU. La connaissance des équations de dispersion ayant permis de déterminer les caractéristiques de ces ondes est importante ; ces équations vont être introduites dans un code de calcul permettant de calculer ensuite les coefficients de réflexion et de transmission par des structures plus complexes.

En vue des mesures à effectuer sur les milieux à double porosité qui sont ici non consolidés, sous forme de grains, ceux-ci sont entassés dans une maquette parallélépipédique métallique plongée dans l'eau. Le chapitre 3 présente les coefficients de réflexion et de transmission par cette maquette, lorsque l'onde incidente se trouve dans le fluide (fréquence fixée et angle d'incidence variable et *vice versa*). D'un point de vue théorique on a également étudié plusieurs épaisseurs du milieu poreux. Les différences observées entre le ROBU et la Tobermorite ont été attribuées aux structures des grains et à la nature des contacts existant entre les grains. Les grains de ROBU sont quasi-sphériques et de tailles identiques tandis que ceux de la Tobermorite sont protéiformes et de tailles variables. Un coefficient de

comparaison numérique, défini comme le rapport du coefficient de transmission de la maquette contenant le milieu poreux par celui de la même maquette remplie uniquement d'eau a été introduit.

Un autre coefficient de comparaison, expérimental, est défini dans le chapitre 4 permettant de comparer entre résultats numériques et expérimentaux montre qu'il faut affiner les paramètres déterminés par voie mécanique pour parvenir à un bon accord. En effet, les dissipations ne sont pas bien prises en compte. On a utilisé une méthode de minimisation en faisant varier la partie imaginaire des modules d'incompressibilité du squelette K et de cisaillement μ (c'est la partie imaginaire qui contient l'information sur les dissipations et donc sur la perte d'énergie due aux frottements entre les grains) en vue de réduire l'écart entre théorie et expériences. Cette partie imaginaire dépend de la fréquence. Sa prise en compte dans les calculs a permis de rapprocher les courbes théoriques et expérimentales. En se fondant sur cette méthode, on a cherché des paramètres supplémentaires, suffisamment sensibles pour permettre de minimiser l'écart entre les courbes pour des milieux ayant été soumis à un écoulement de particules en suspension. La porosité, et les modules d'incompressibilité K et de cisaillement μ sont les plus sensibles dans le modèle. Pour une réduction de 1% de la porosité totale de chaque milieu (ROBU ou Tobermorite) après l'injection des particules, on a observé que, globalement, les modules K et μ augmentent après l'injection des particules, car la rigidité du squelette sec est modifiée par la présence de particules. La méthode d'évaluation non destructive ainsi exposée peut s'appliquer au contrôle du taux de contaminants (particules solides) dans un milieu hétérogène. Le chapitre 5 concernait principalement l'influence de la double porosité sur l'écoulement ainsi que le transport et le dépôt de particules en suspension et les modifications des caractéristiques du milieu qui en résulte. Une démarche combinant expérimentation, mise en évidence d'une phénoménologie et modélisation mathématique est employée. La démarche expérimentale associait des mesures ciblant la caractérisation de l'écoulement ainsi que le transport et le dépôt de particules en suspension et des mesures ciblant la caractérisation des modifications du milieu en conséquence du dépôt à long terme. Une comparaison avec un milieu à simple porosité et de même granulométrie est réalisée. Le transport des particules en suspension ne transite pratiquement qu'à travers la porosité intergranulaire des milieux à double porosité. Le dépôt de particules se fait de manière non homogène dans le milieu poreux, il est plus important à l'entrée et diminue avec la profondeur. La porosité matricielle des milieux à double porosité offre des sites supplémentaires de capture des particules par rapport à un

milieu simple porosité de même composition granulométrique. L'efficacité de filtration de ces milieux est par conséquent meilleure comparée au milieu à simple porosité. L'étude expérimentale est appuyée par une modélisation mathématique simple des phénomènes observés. La modélisation très simple du dépôt par la théorie de la filtration rend compte de manière satisfaisante de la réponse globale des milieux à simple et double porosité. La restitution à la sortie, le dépôt total et le profil de dépôt dans le milieu sont correctement simulés. La filtration des particules en suspension par le milieu poreux est accompagnée d'un tri granulométrique. La double porosité a une influence sur le tri granulométrique des particules qui transitent dans le milieu poreux.

Liste des figures :

Figure 1.1 : Schématisation d'un milieu à double porosité. Les domaines de couleur bleue (micropores et fractures) sont occupés par l'eau, ceux de couleur blanche par un solide. Les deux échelles de porosité sont très différentes.	18
Figure 2.1 : Vitesses de phase dans le milieu poreux à double porosité formé de grains de ROBU.....	38
Figure 2.2 : Vitesses de phase dans le milieu poreux à double porosité formé de grains de Tobermorite.....	39
Figure 2.3 : Atténuations dans le milieu poreux à double porosité formé de grains de ROBU40	
Figure 2.4 : Atténuations dans le milieu poreux à double porosité formé de grains de Tobermorite.....	41
Figure 3.1 : Réflexion-réfraction d'une onde plane à l'interface plane entre un milieu élastique et un milieu à porosité double. Les ondes L et T se propagent dans le solide élastique, les ondes 1, 2, 3 et t dans le milieu poreux.	45
Figure 3.2 : Milieu à double porosité saturé par de l'eau (zone hachurée) limité par deux plaques élastiques elle-même en contact avec un fluide extérieur.....	52
Figure 3.3 : Coefficients de transmission de la maquette remplie avec du ROBU (trait continu), de la Tobermorite (en pointillé) puis de la même maquette remplie avec de l'eau uniquement (bleu)	55
Figure 3.4 : Coefficient de transmission d'une maquette remplie avec du ROBU (a) et de la Tobermorite (b) pour trois épaisseurs différentes	56
Figure 3.5 : Variation des coefficients de transmission et de réflexion en fonction de la fréquence à différents angles d'incidence	58
Figure 3.6 : Variation des coefficients de transmission et de réflexion en fonction de l'angle d'incidence pour deux fréquences différentes.....	59
Figure 3.7 : Coefficients de comparaison théorique de ROBU et Tobermorite.....	60
Figure 4.1 : Schéma de principe pour la mesure des vitesses de propagation	64

Figure 4.2 : Schéma de principe de l'essai ultrasonore.....	65
Figure 4.3 : Signaux transmis par la maquette remplie d'eau (courbe bleu), ou de ROBU (noir) ou de Tobermorite (courbe rouge) : (a) Signaux temporels transmis. (b) Modules de FFT normalisés.....	66
Figure 4.4 : Coefficient de comparaison expérimental et théorique de ROBU (a) et Tobermorite (b)	68
Figure 4.5 : Evolution des parties imaginaires des modules d'incompressibilité et de cisaillement du squelette obtenue par minimisation en fonction de la fréquence : (a) K_I et (b) μ_I pour le ROBU et K_I (c) et (d) μ_I pour la Tobermorite.....	69
Figure 4.6 : Atténuations des quatre ondes après les minimisations : (a) ROBU (b) Tobermorite.....	71
Figure 4.7 : Coefficients de comparaison expérimentaux pour les milieux poreux: (a) ROBU (b) Tobermorite avec l'introduction d'une partie imaginaire dans les modules d'incompressibilité et de cisaillement.....	72
Figure 4.8 : Coefficients de comparaison expérimentaux pour les milieux poreux avant et après l'injection des particules : (a) ROBU (b) Tobermorite.....	73
Figure 4.9 : Evolution des parties imaginaires des modules d'incompressibilité et de cisaillement du squelette obtenue par minimisation en fonction de la fréquence avant et après l'injection des particules : (a) K_I et (b) μ_I pour le ROBU. (c) K_I et (d) μ_I pour la Tobermorite	75
Figure 4.10 : Coefficients de comparaison expérimentaux pour les milieux ROBU (a) et Tobermorite (b) après l'injection des particules avec l'introduction d'une partie imaginaire dans les modules d'incompressibilité et de cisaillement.....	77
Figure 5.1 : Schéma d'un milieu à double porosité.....	97
Figure 5.2 : Profils de la perméabilité (a) et de la porosité (b) le long du milieu à la fin de l'injection des particules en suspension : Influence de la vitesse d'écoulement (El Kawafi, 2010).....	103

Figure 5.3 : (a) Module des coefficients de comparaison en transmission expérimentaux pour le milieu billes de verre de diamètre 1mm, après l’injection de particules en suspension ; (b) Résultats d’inversion en transmission du module d’incompressibilité partie imaginaire (Tran, 2012).....	104
Figure 5.4 : Schéma de principe du dispositif expérimental d’injection des particules en suspension et de mesures acoustiques	107
Figure 5.5 : Vues au MEB des grains de ROBU.....	109
Figure 5.6 : Vues au MEB des grains de Tobermorite.....	109
Figure 5.7 : Vues au Microscope d’un grain coloré : (a) ROBU, (b) Tobermorite.....	110
Figure 5.8 : Distribution des tailles des pores dans un grain ROBU et Tobermorite.....	112
Figure 5.9 : Cylindre de matériau ROBU	113
Figure 5.10 : Distribution granulométrique des particules de kaolinite.....	114
Figure 5.11 : Courbes de restitution du traceur dissous (TD) et des particules en suspension (PES) pour : (a) milieu BV, (b) milieu ROBU, (c) milieu Tobermorite	121
Figure 5.12 : Temps de séjour des particules en suspension dans les trois milieux en fonction de la vitesse d’écoulement.....	123
Figure 5.13 : Courbes de restitution pour les trois milieux.....	126
Figure 5.14 : Calage des courbes de restitution : (a) milieu BV, (b) milieu ROBU, (c) milieu Tobermorite.....	127
Figure 5.15 : Evolution du coefficient de filtration initial en fonction de la vitesse de Darcy pour les trois milieux.....	129
Figure 5.16 : Profils de dépôt dans les trois milieux après l’injection de particules en suspension	130
Figure 5.17 : Profils de porosité dans les trois milieux après injection de particules en suspension	132

Figure 5.18 : Courbes de restitution expérimentales et calculées pour les trois milieux poreux	133
Figure 5.19 : Profils de rétention expérimentaux et calculés pour $U=0,0125$ cm/s : (a) milieu BV, (b) milieu ROBU, (c) milieu Tobermorite.....	134
Figure 5.20 : Rétention maximale σ_{max} en fonction de la vitesse pour les trois milieux.....	135
Figure 5.21 : Temps d'échantillonnage pour les analyses granulométriques des particules restituées.....	136
Figure 5.22 : Granulométrie des particules restituées pour les trois milieux avec $U=0,0125$ cm/s	137
Figure 5.23 : Evolution dans le temps de la granulométrie des particules restituées pour les trois milieux	139
Figure 5.24 : Evolution dans le temps de la granulométrie des particules restituées pour les différentes vitesses testées : (a) milieu BV, (b) milieu ROBU, (c) milieu Tobermorite.....	140
Figure A1: Signaux temporels après l'injection des particules.....	87
Figure A2: Coefficients de comparaison expérimentaux avant l'injection des particules. Transducteurs placés en haut de la maquette	88
Figure A3: Coefficients de comparaison expérimentaux pour les milieux poreux après l'injection des particules. Transducteurs placés en haut de la maquette : (a) BV (b) ROBU (c) Tobermorite.....	89
Figure A4: Coefficients de comparaison expérimentaux pour les milieux BV et ROBU. Transducteurs placés en bas de la maquette, après l'injection des particules : (a) BV (b) ROBU.....	90
Figure B1 : Cellule triaxiale	148
Figure B2.1: Evolution du volume en fonction de la charge imposée	150
Figure B2.2 : Image au MEB d'un grain ROBU envahi par la résine	151
Figure B2.3 : Distribution	151
Figure B2.4 : Image au MEB d'un grain ROBU après injection des particules.....	153

Liste des tableaux :

Tableau 2.1.a : Paramètres du milieu poreux à double porosité.....	36
Tableau 4.1 : Vitesse de propagation pour les différents milieux poreux pour une fréquence de 100 kHz	64
Tableau 4.2 : Paramètres du milieu à double porosité avant et après l'injection des particules	78
Tableau 5.1 : Nombre de Reynolds pour différents essais réalisés	107
Tableau 5.2 : Paramètres caractéristiques des milieux poreux.....	113
Tableau 5.3 : Temps de séjour dans les trois milieux poreux du traceur dissous $T_{c(TD)}$ et des particules en suspension $T_{c(PES)}$ ainsi que le temps de séjour relatif $t_R = T_{c(TD)} / T_{c(PES)}$	122

Résumé

Une étude théorique et expérimentale de la propagation acoustique dans un milieu à double porosité saturé par l'eau est présentée. Deux matériaux supposés obéir à l'extension faite par Berryman et Wang (1995) de la théorie de Biot dans le régime basse fréquence sont examinés : (i) le ROBU® dont les grains individuels à base de verre de borosilicate 3.3 sont quasi-sphériques et (ii) la Tobermorite 11 Å dont les grains poreux individuels à base de ciment sont de formes très irrégulières. L'objectif de nos travaux de recherche est de faire une modélisation numérique puis une validation expérimentale en laboratoire, et de développer une méthode d'investigation non destructive (évaluation du degré de colmatage résultant du dépôt des particules fines, par exemple).

La première partie rappelle la théorie de double porosité de Berryman et Wang. Le modèle pour caractériser le milieu à double porosité par la voie acoustique est développé. L'évolution des coefficients de réflexion et de transmission théoriques, en fonction de l'angle d'incidence ou en fonction de la fréquence, est présentée. Un coefficient de comparaison en transmission est introduit. L'écart existant entre les calculs théoriques et les mesures expérimentales est minimisé en modifiant les paramètres du modèle de Berryman et Wang.

La deuxième partie présente les caractérisations du milieu à double porosité par la voie mécanique. Les essais de traçage pour la caractérisation du transport et dépôt de particules en suspension dans les milieux poreux à simple et à double porosité sont effectués. Les interprétations des résultats sont basées entre autres sur le temps de transfert, le taux de restitution, la capacité de rétention, le profil spatial de la rétention et le tri granulométrique des particules transportées.