



**HAL**  
open science

## Laser à rayons X ultra-compact Raman XFEL

Mokrane Hadj-Bachir

► **To cite this version:**

Mokrane Hadj-Bachir. Laser à rayons X ultra-compact Raman XFEL. Autre. Université de Bordeaux, 2016. Français. NNT : 2016BORD0400 . tel-01438985

**HAL Id: tel-01438985**

**<https://theses.hal.science/tel-01438985>**

Submitted on 18 Jan 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE  
POUR OBTENIR LE GRADE DE

**DOCTEUR DE  
L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX**

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR  
SPÉCIALITÉ LASERS, MATIÈRE ET NANOSCIENCES

Par Mokrane HADJ-BACHIR

**Laser à Rayons X ultra-compact  
Raman XFEL**

Sous la direction de : Philippe BALCOU  
co-directeur : Emmanuel d'HUMIÈRES

Soutenue le 15 décembre 2016

**Membres du jury :**

<i>Président du jury</i>	M. Philippe MORETTO	-	Professeur de l'Université de Bordeaux, CENBG
<i>Rapporteur</i>	M. Gilles MAYNARD	-	Directeur de Recherches au CNRS, LPGP
<i>Rapporteur</i>	M. Stéphane SEBBAN	-	Directeur de Recherches au CNRS, LOA
<i>Examinatrice</i>	Mme Sophie KAZAMIAS	-	Professeur de l'Université Paris-Sud, LPGP
<i>Examineur</i>	M. Cédric THAURY	-	Chargé de Recherches au CNRS, LOA
<i>Co-directeur de thèse</i>	M. Emmanuel d'HUMIÈRES	-	Maître de Conférences de l'Université de Bordeaux, CELIA
<i>Directeur de thèse</i>	M. Philippe BALCOU	-	Directeur de Recherches au CNRS, CELIA





# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction et état de l'art</b>	<b>1</b>
1.1	Contexte scientifique	1
1.2	Compacité des LEL	4
1.2.1	Objectifs de la thèse et plan du manuscrit	9
<b>2</b>	<b>Bases physiques de l'émission cohérente des sources X par des électrons relativistes</b>	<b>13</b>
2.1	Rappels théoriques	14
2.1.1	Relativité restreinte	14
2.1.2	Électrodynamique et équations de Maxwell dans le vide	16
2.1.3	Potentiels retardés	17
2.1.4	Rayonnement d'une particule chargée	18
2.1.4.1	Cas d'une charge fixe	19
2.1.4.2	Cas d'une charge mobile en mouvement uniforme	19
2.1.4.3	Discussion sur le rayonnement de particules relativistes	20
2.2	Rayonnement synchrotron et Laser à Électrons Libres (LEL)	21
2.2.1	Rayonnement synchrotron à partir d'un onduleur magnétique	22
2.2.2	Spectre en fréquence en champ lointain du rayonnement synchrotron	24
2.2.3	Onduleur et wiggler magnétique	27
2.2.4	Laser à Électron Libres	27
2.2.4.1	Processus du LEL	30
2.3	Accélération des particules	34
2.3.1	Principes des accélérateurs circulaires et LINAC	34
2.3.2	Caractéristiques des paquets d'électrons : émittance, paramètres de Twiss	37
2.3.3	Les Accélérateurs Laser Plasma (ALP)	39
2.3.3.1	Principe de l'ALP	39
2.3.3.2	Performances actuelles de l'ALP	42
2.4	Interaction laser-plasma	45
2.4.1	Faisceau gaussien	45
2.4.2	Fréquence plasma	46
2.4.3	Approche cinétique et fluide de l'interaction laser-plasma	46
2.4.3.1	Approche cinétique	46
2.4.3.2	Approche fluide	49

2.4.4	Diffusion Raman Stimulée SRS	50
<b>3</b>	<b>Théorie du XFEL Raman</b>	<b>51</b>
3.1	Principe du XFEL Raman	51
3.1.1	Interaction haut régime Kapitza Dirac	53
3.2	Theorie fluide du Raman XFEL	55
3.3	Théorie cinétique du Raman XFEL	59
3.3.1	Modèle cinétique linéaire	62
3.3.2	Équation de dispersion pour le mode harmonique	64
3.3.3	Équation de dispersion pour les modes elliptiques	65
3.3.4	Comparaison du modèle analytique avec les simulations Particles-In-Cells (PIC)	67
3.4	Discussion	68
<b>4</b>	<b>Outils et méthodes numériques</b>	<b>71</b>
4.1	Approche numérique des équations cinétiques: La méthode Particle-In-Cell (PIC)	71
4.2	Les pousseurs de particules	76
4.2.1	La méthode saute-mouton ou leapfrog	76
4.2.2	Cas d'un champ magnétique non nul: méthode de Boris	78
4.3	Les solveurs de Maxwell	79
4.3.1	Algorithmes FDTD	80
4.3.2	Algorithmes PSATD	80
4.3.3	Codes de références utilisés dans la communauté des LEL et accélération de particules	81
4.4	Le code EWOK	82
4.5	Le code RELIC	86
4.5.1	Comparaison entre l'utilisation des forces pondéromotrice et de Lorentz	87
4.5.2	Convergence et stabilité numérique	88
4.5.3	Limite de l'approche pondéromotrice	89
4.6	Conclusion	92
<b>5</b>	<b>Étude de l'injection d'un paquet d'électrons relativistes dans une onde stationnaire intense</b>	<b>93</b>
5.1	Effets électrostatiques	93
5.2	Description des paramètres de l'interaction	95
5.3	Paramètres physiques de l'interaction	98
5.4	Taux de piégeage des électrons dans les puits de potentiel pondéromoteur	100
5.5	Dynamique électronique dans les espaces des phases	103
5.6	Comparaison du cas d'une injection centrale et latérale du paquet d'électrons dans le réseau optique	107
5.7	Analyse des espaces transverses via les paramètres de Twiss	110

5.8	Injection brutale et adiabatique: énergie cinétique transverse et longitudinale du paquet d'électrons . . . . .	112
5.9	Estimation de la variation de l'énergie cinétique longitudinale des particules piégées . . . . .	116
5.10	Conclusion . . . . .	118
<b>6</b>	<b>Applications de la dynamique d'injection du paquet d'électrons sur l'amplification du rayonnement</b>	<b>121</b>
6.1	Effet de la dynamique électronique sur l'amplification . . . . .	123
6.2	Effet du régime d'injection sur l'amplification . . . . .	125
6.3	Effet de l'éclairement laser sur l'amplification . . . . .	128
6.4	Effet de la densité de charge . . . . .	130
6.5	Effet de la divergence angulaire sur l'amplification . . . . .	132
6.6	Conclusion . . . . .	133
<b>7</b>	<b>Vers une étude expérimentale de la dynamique d'électrons relativistes dans un réseau optique</b>	<b>135</b>
7.1	Contexte scientifique des expériences de dynamique électronique . . . . .	135
7.2	Objectifs de l'expérience LUCCEL-X . . . . .	136
7.3	Description du dispositif expérimental et des différentes étapes de la campagne d'expériences . . . . .	137
7.3.1	Le laser Salle Jaune du LOA . . . . .	137
7.3.2	Dispositif expérimental des expériences LUCCEL-X . . . . .	137
7.3.3	Étape 1: accélération d'électrons . . . . .	138
7.3.3.1	Accélération dans un gradient de densité . . . . .	138
7.3.3.2	Injection par mélange de gaz . . . . .	139
7.3.4	Mesure de l'énergie des paquets d'électrons . . . . .	139
7.3.5	Mesure de la divergence angulaire des paquets d'électrons . . . . .	143
7.3.6	Mesure de la stabilité de pointé des électrons . . . . .	144
7.4	Étape 2: Réseau optique . . . . .	146
7.4.1	Introduction et étude d'une géométrie "Double GRIP" . . . . .	146
7.4.2	Astigmatisme des miroirs sphériques . . . . .	150
7.4.3	Alignement et synchronisation du réseau optique . . . . .	153
<b>8</b>	<b>Résultats de la campagne d'expériences de dynamique électronique et simulations RELIC 3D</b>	<b>155</b>
8.1	Le code RELIC 3D . . . . .	155
8.2	Condition de piégeage dans un piège optique fini et dans une onde progressive	157
8.2.1	Exemple de calcul du taux de piégeage des électrons en fonction de la distance source d'électrons réseau optique . . . . .	160
8.3	Résultats de l'expérience . . . . .	161
8.4	Hypothèse des paquets d'électrons de basse énergie . . . . .	166
8.5	Hypothèse de l'interaction avec un piédestal ou avec des pré-impulsions laser	167

8.6	Effet de la stabilité de pointé . . . . .	172
8.7	Premières conclusions sur l'expérience de dynamique électronique dans un réseau optique intense . . . . .	174
<b>9</b>	<b>Conclusions et perspectives de la thèse</b>	<b>177</b>

## Laser à Rayons X ultra-compact “Raman XFEL”

L’obtention d’un Laser à Électrons Libres X (LEL-X) compact est un objectif majeur pour le développement des lasers. Plusieurs schémas prometteurs de LEL-X ont été proposés en utilisant à la fois l’accélération d’électrons dans les plasmas et des onduleurs optiques en régime Compton ou Compton inverse [37, 38]. Nous avons proposé un nouveau concept de LEL-X compact baptisé Raman XFEL [39], en combinant la physique des LEL en régime Compton, des lasers XUV conventionnels basés sur l’interaction laser-plasma, et de l’optique non-linéaire. Nous étudions dans cette thèse les étapes préalables pour déclencher un effet laser à rayons X lors de l’interaction entre un paquet d’électrons libres relativistes et un réseau optique créé par l’interférence transverse de deux impulsions laser intenses. Dans cet objectif j’ai développé un code particulière baptisé RELIC. Les études menées avec le code RELIC nous ont permis d’étudier la dynamique d’électrons relativistes et les processus d’injection du paquet d’électrons dans le réseau optique [50]. Grâce à RELIC, nous avons distingué de nouveaux régimes d’interaction [51] en fonction des paramètres du paquet d’électrons, ainsi que de la géométrie du réseau optique. Ces études ont été appliquées à l’amplification du rayonnement X et appuyées par des simulations PIC. RELIC a également permis de modéliser et d’analyser la première expérience réalisée en octobre 2015 sur l’installation laser ‘Salle Jaune’ au Laboratoire d’Optique Appliquée (LOA). Cette première expérience a été une étape très importante pour la validation des modèles théoriques, et pour la réalisation future d’un laser à électrons libre X Raman [52].

**Mots clés :** Interaction laser-plasma relativiste; codes de simulation particulière; accélération d’électrons; lasers; Laser à Électrons Libres XFEL; synchrotrons; rayonnement bêtatron; rayonnements cohérents et incohérents.

## Ultra-compact X-Ray Free Electron Laser "Raman XFEL"

The quest for a compact X-ray laser has long been a major objective of laser science. Several schemes using optical undulators are currently considered, in order to trigger the amplification of backscattered radiation, in Compton or inverse Compton regime [37, 38]. We have proposed a new concept of compact XFEL based on a combination between the physics of free electron lasers, of laser-plasma interactions, and of nonlinear optics [39]. In this thesis, we study the necessary steps to trigger a X-ray laser during the interaction between a free relativistic electron bunch and an optical lattice created by the interference of two intense transverse laser pulses. For this purpose I developed a particular tracking code dubbed RELIC. RELIC allowed us to study the dynamics and injection process of a bunch of relativistic electrons into the optical lattice [50]. Thanks to RELIC, we distinguished several interaction regimes depending on the relativistic electron bunch parameters, and on those of the optical lattice and its geometry. These studies are applied to the X ray amplification and supported by PIC simulations. RELIC also allowed us to model and analyze the first experiment conducted in october 2015 on the "Salle Jaune" laser facility at LOA. This first experiment was very important to validate our theoretical models, and should prove to be an essential milestone for the development of a Raman X-ray free electron laser. [52].

**Keywords :** Relativistic laser-plasma interaction; Particle-in-cell simulation; electron acceleration; lasers, Free Electron Laser XFEL; synchrotron; betatron radiation; coherent and non-coherent radiation.





# Remerciements

Le travail de synthèse que nécessite la rédaction d'une thèse est difficile, et le seul moyen de se délivrer d'une tentation, c'est d'y céder paraît-il! Alors j'y cède en disant en grand Merci aux personnes qui ont cru en moi et qui m'ont permis d'arriver au bout de cette thèse. Je suis convaincu que la thèse est loin d'être un travail solitaire. En effet, je n'aurais jamais pu réaliser ce travail doctoral sans le soutien d'un grand nombre de personnes dont la générosité, la bonne humeur et l'intérêt manifestés à l'égard de ma recherche m'ont permis de progresser dans cette phase délicate de "l'apprenti-chercheur".

Tout d'abord, je remercie mes directeurs de thèse M. Philippe Balcou et M. Emmanuel d'Humières, pour m'avoir appris à être moins "bon élève" et plus autonome tout au long de ce travail de recherche. Je vous remercie pour votre disponibilité malgré vos nombreuses charges de direction du laboratoire CELIA ou d'enseignement. Vos compétences, votre rigueur scientifique et votre clairvoyance m'ont beaucoup appris. Ils ont été et resteront des moteurs de mon travail de chercheur. Vous m'avez montré comment construire mon intuition physique, comment prendre du recul, comment rédiger de manière lisible... Mais au-delà de vos indéniables qualités de physicien, c'est par vos qualités humaines que vous avez su rendre ces années agréables et enrichissantes. Je vous remercie aussi pour votre confiance en moi et de m'offrir la chance de participer à de nombreuses conférences aux quatre coins du monde.

J'exprime tous mes remerciements à l'ensemble des membres de mon jury : aux rapporteurs M. Gilles Maynard et M. Stéphane Sebban, pour leur lecture détaillée de ce présent manuscrit. M. Philippe Moretto, pour avoir présidé ma soutenance de thèse. Mme Sophie Kazamias et M. Cédric Thauray pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour toutes les discussions qui ont rendu ce manuscrit très enrichissant.

Je remercie l'Initiative d'Excellence de l'Université de Bordeaux et le Labex LAPHIA de m'avoir choisi comme candidat et d'avoir financé cette thèse. Cette thèse a été effectuée au sein du laboratoire CELIA dans le groupe Fusion. Je remercie donc tout le personnel du CELIA pour leur bonne humeur et leur sens de travail d'équipe.

J'ai également eu la chance de travailler avec M. Vladimir Tikhonchuk. Cette thèse doit beaucoup à sa très grande disponibilité et ses remarques pertinentes. Je le remercie d'avoir répondu à mes questions avec patience et de m'avoir toujours reçu avec un joli

sourire même quand mes questions sont parfois timides. Je souhaite ici lui témoigner toute ma gratitude et mon admiration.

Je souhaite remercier tous mes collaborateurs du CELIA, du Laboratoire d'Optique Appliquée LOA, du LASERIX, et du Synchrotron SOLEIL. Un grand merci à Olivier Guilbaud, Benjamin Barbrel, Igor Andriyash, Rachel Nuter, Emillien Guillaume, Antoine Doche, Jean-Philippe Goddet, Bruno Lucas, Kim Ta Phuoc et Victor Malka pour toutes les discussions et le temps que vous avez consacré à l'expérience LUCEL-X.

Merci aux thésards, post-docs et tout le personnel du CELIA. Vous êtes tout simplement géniaux! Qu'aurais-je fais si vous n'étiez pas là? Assurément pas grand chose! Merci à Basil Deschaud et sa voiture, Dario Del Sorbo pour son accent italien, Pierre Forestier-Colleoni pour ses tiramisus, Yohann Maheut pour les soirées passées en Crête. Mickael Touati et Mathieu Bailly-Grandvaux pour les discussions de physique et de politique. Julien Moreau qui n'a toujours pas fait le lien!! Jonathan Page, Gabriele Birindelli, Jérôme Caron, Xavier Lhebrard, Quentin Moreno, Maxime Duluc, Irène Papiannouli, Elodie Boursier, Arnaud Colaitis, Giedre Archipovaite, Takaya Sakaki, Kasia Jakubowska, Alix Volte, Nesrine Rabhi, Maëlle Le Penec, Mathieu Lobet, Mathieu Dumergue, Amélie Ferré, Xavier Vaisseau, Aurore Chatagnier, Sebastien Guisset, Teddy Pichard, Gabriel Georges, Ludovic Quintard, Ludovic Barilleau, Claudio Bellei, Illia Thiele, Evgeniya Smetanina, Francois Cloux, Jocelain Trela, Guillaume Boutoux, Samuel Beaulieu, Corentin Maillet, Carlos González Hernández, Barthelemy Delorme, Alexandra Vallet, Witold Cayzac, Remi Capdessus, João Jorge Santos, Jean-christophe Delagnes, Xavier Ribeyre, Fabien Dorchies, Guillaume Duchateau, Edouard Lebel, Bruno Dubroca, Alexis Casner, Sophie Heurtebise, Emmanuelle Lesage, Celine Oum... Emma Llor Aisa je te suis profondément reconnaissant pour ton soutien, il fut plus qu'appréciable. Une chose est sûre : je n'oublierai jamais.

Un énorme Merci à tous mes amis(es) qui ont partagé cette aventure avec moi et pour votre soutien. Quentin d'Acremont, Christophe Perron, Margaux Alibert, Ernesto Rodriguez, Anais-Coline Machado, Lucas Hitau, Tif Ouine, Cisto, Mouhmed Ould-Hadj, Noémie Jourdain, Andréa Le Marec, Tifany Desprez, Diane Birel, Charliie Ca, Charlotte Abadi, Nordine Mecellem, Valentin Serey, Hortense Laeuffer, Marie Bondeville, David Rivière, Kévin Bougis, Roland Gouzy, Anne-Lise Bué, Pia Duberga, Nonor, Jems, Moka, Hocine, Chloé Joanne, Jérémie Lebaudy... Je m'arrête ici la liste est encore longue!!!

Enfin, je souhaite exprimer toute ma reconnaissance et mon affection à ma famille pour son soutien. A mes parents et grands-parents, frères et soeurs, nièces et neveux, oncles et tantes, cousins et cousines avec qui je suis toujours heureux de partager d'excellents moment de famille. Malgré mon éloignement depuis de nombreuses années, votre intelligence, confiance, tendresse, amour me portent et me guident tous les jours. Merci pour avoir fait de moi ce que je suis aujourd'hui. Je vous aime.

# Chapitre 1

## Introduction et état de l'art

### 1.1 Contexte scientifique

Depuis la découverte par Wilhelm Röntgen en 1895 des rayons X, ces rayons ont été utilisés activement dans des domaines pluridisciplinaires depuis la physique, la biochimie jusqu'à la médecine ou encore l'histoire de l'art. Les rayons X sont des ondes électromagnétiques dont la longueur d'onde est extrêmement courte ( $10^{-2}$ , 10) nm ce qui correspond donc à des énergies de photons d'une centaines d'eV à une centaine de keV. Le premier instrument qui a permis l'obtention pour la première fois des rayons X est encore utilisé de nos jours. Le schéma de fonctionnement de cet instrument appelé tube à rayons X ou tube de Crookes est représenté sur la figure 1.1. Un filament dans lequel

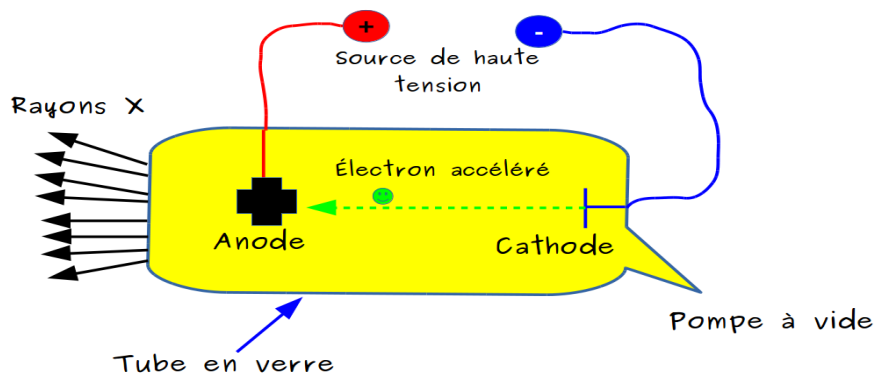


Figure 1.1: *Dispositif expérimental de Crookes*

circule un courant électrique est placé sous vide. Les électrons émis par le filament sont accélérés par une différence de potentiel électrique appliquée entre l'anode (filament) et une cible qui joue le rôle de la cathode. Lors de la collision des électrons accélérés avec les atomes de la cible, le rayonnement émis par la cible est constitué de deux spectres: un premier spectre continu de photons X, dû au rayonnement de freinage des électrons dans la matière. Ce rayonnement est aussi appelé rayonnement Bremsstrahlung. Et un second spectre discret dû aux excitations et désexcitations atomiques des atomes de la cible.

Ce système est très utilisé comme diagnostic médical. La plage d'énergies des rayons X incidents sur les patients passe d'un minimum de 10 keV à 150 keV environ en imagerie, mais peut monter jusqu'à plus de 6 MeV en thérapie [1]. En revanche il présente des défauts en particulier de chauffage de cible et aussi de contrôle des doses d'énergie déposées sur les patients ainsi qu'en terme de cohérence de lumière. Par ailleurs, les flux de photons obtenus par cette technique restent toujours modérés.

## Des sources X cohérentes avec plus de photons

La forte demande des différentes communautés scientifiques d'utiliser la lumière pour l'étude de la matière ou des phénomènes naturels a suscité d'énormes développements des sources de lumière. L'un des développements majeurs est le LASER [2], acronyme de l'anglais **Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation**. Les lasers offrent un large choix en continu ou pulsé. L'utilisation de la lumière laser permet d'avoir des sources de lumière avec une qualité exceptionnelle en terme d'unicité de longueur d'onde, de durée d'impulsion, de cohérence<sup>1</sup> et de brillance<sup>2</sup>. Plusieurs équipes scientifiques dans le monde ont lancé une course intense pour avoir des sources de lumière et des lasers dans la gamme de l'extrême UV ou des rayons X, de plus en plus performantes en terme de flux, de durée d'impulsion, d'énergie et cohérence.

Un premier exemple est le processus de la génération d'harmoniques d'ordre élevé [3, 4] qui est un processus non linéaire se produisant lorsque lorsque un gaz atomique ou moléculaire est soumis à un champ laser intense de l'ordre de  $10^{14}$  W/cm<sup>2</sup>. L'électron de charge électrique négative initialement lié à son ion apparent de charge positive sera arraché sous l'effet du champ laser et accéléré dans le continuum. Sous l'effet du champ électrostatique créé par l'ion, l'électron revient et peut se recombiner. Lors de la recombinaison, un rayonnement est émis par l'électron. Ce processus va se répéter de manière anti-symétrique tous les demi-cycles optiques à cause du changement de signe du champ électrique du laser. Le spectre obtenu à la fin du processus est composé d'harmoniques impaires de la fréquence laser excitatrice. Le rayonnement émis a des propriétés de cohérences spatiale et temporelle, des longueurs d'onde dans le domaine XUV ou X avec des durées d'impulsion de quelques femtosecondes à une centaine d'attosecondes. Un record en durée d'impulsions est obtenu par ce processus, une impulsion unique de 67 attoseconde est mesurée à partir d'un continuum d'extrême UV allant de 55 à 130 eV [5]. D'autres expériences de génération d'harmoniques d'ordre élevé à hauts flux ont montré des rayonnements X mous cohérents dans la fenêtre de l'eau avec des flux de photons de  $(1,85 \pm 0.12) \cdot 10^7$  photons/s/1%BW à 300 eV et une coupure du plateau à 400 eV [6]. L'interaction d'une impulsion laser intense femtoseconde avec une

---

<sup>1</sup> Une lumière est cohérente (cas du laser) si tous les photons ont la même longueur d'onde, phase et polarisation. La cohérence de la lumière laser est à la fois spatiale et temporelle.

<sup>2</sup>La brillance est définie comme le nombre de photons par unité de temps, de divergence, de taille et de bande passante [ph/s/mrad<sup>2</sup>/mm<sup>2</sup>/0.1 BW]

cible solide peut aussi conduire à la génération d'un train d'impulsion attosecondes [16]. Ces sources ouvrent de nombreuses applications telles que l'interférométrie, l'holographie et l'étude de la dynamique des processus ultra-brefs, mais elles présentent des limites sur les flux de photons et d'énergie, deux paramètres importants pour sonder la matière à l'échelle de l'atome.

Pour accroître le flux de photons et atteindre de plus hautes énergies de photons, les scientifiques ont fait appel à l'émission synchrotron des électrons relativistes [7]. La technique traditionnelle pour accélérer des électrons à des vitesses proches de celle de la lumière est l'utilisation de cavités Radio-Fréquences (R-F) sur des grandes distances. Ces cavités sont disposées comme des perles sur un fil où les perles sont les cavités, et le fil représente le tube accélérateur dans lequel les particules se déplacent dans le vide. Les particules chargées traversant la cavité sont soumises à des champs électriques de l'ordre du méga Volt par mètre, accélérant ainsi des particules dans leur direction de propagation. On a ainsi assisté à l'apparition de grandes installations à des hautes énergies utilisant à la fois des accélérateurs linéaires (LINAC) ou circulaires et des onduleurs ou wiggler magnétiques pour obtenir du rayonnement XUV ou X-durs à partir de l'émission synchrotron. Ces grandes installations sont dites sources de lumière de troisième génération pour les synchrotrons tel que SOLEIL à Paris [8] ou le SPring 8 au Japon [9] etc. Ces derniers délivrent des rayons X incohérents d'énergie de  $(10^2 - 10^5)$  eV avec des pics de brillance allant de  $(10^{19} - 10^{25})$  [ph/s/mrad<sup>2</sup>/mm<sup>2</sup>/0.1 BW]. La quatrième génération de lumière correspond aux Lasers à Électrons Libres (LEL) tel que l'European XFEL à Hambourg en Allemagne [10] ou le SLAC au USA [12]. Ces derniers permettent l'obtention de photons entre  $(10^2 - 10^5)$  eV mais avec des brillances assez élevées par rapport aux synchrotrons  $(10^{33} - 10^{35})$  [ph/s/mrad<sup>2</sup>/mm<sup>2</sup>/0.1 BW]. Le principe des LEL ressemble à celui des synchrotrons : ce sont des accélérateurs linéaires permettant d'accélérer les électrons à des vitesses relativistes, c'est à dire que leur célérité est proche de celle de la lumière. Une fois que les particules sont accélérées on les fait passer à travers des onduleurs ou wigglers magnétiques constitués d'aimants alternés avec des géométries différentes selon la lumière que l'on désire obtenir en sortie (longueur d'onde, polarisation etc).

Les LEL ouvrent de nouvelles voies dans plusieurs domaines de recherche totalement inexplorés telle que la création de nouveaux états de la matière dense et tiède Warm Dense Matter (WDM), un régime de la matière de température et de densité entre le solide et le plasma, des conditions qu'on ne peut trouver qu'en astrophysique dans les noyaux de certaines planètes géantes ou dans la fusion par confinement inertiel. Ces lasers permettent aussi d'étudier la dynamique de la matière à des échelles très petites de temps (femtoseconde) et d'espace ( $10^{-10}$  m), ce qui permet de suivre les événements atomiques et électroniques et obtenir ainsi des films de réactions chimiques. Outre le secteur de la recherche on trouve aussi des applications de ces lasers dans les domaines de l'industrie (aéronautique, automobile, ... ) pour l'imagerie à haut contraste permettant ainsi un contrôle non-destructif de haute qualité, mais aussi dans le secteur médical

(imagerie, stérilisation, etc) [13, 14].

L'inconvénient majeur des LEL est leur taille de plusieurs centaines de mètres voire kilomètres élevant ainsi leur facture à plusieurs centaines de millions ou milliards d'euros, ce qui limite leur déploiement dans les universités, les hôpitaux ou les usines, privant donc une grande communauté scientifique et industrielle de ce rayonnement cohérent. En outre ces lasers ne peuvent actuellement atteindre la plage des rayons X durs ou  $\gamma$  qui peuvent ouvrir de nouvelles perspectives de recherche dans de nombreux domaines, à cause de la limite des accélérateurs linéaires et aussi des technologies de fabrication des onduleurs magnétiques.

## 1.2 Compacité des LEL

Le développement des technologies lasers de hautes intensités [15] a permis une avancée majeure dans plusieurs domaines de la physique notamment la génération des sources X secondaires par interaction laser-solide ou laser-plasma. Lors de l'interaction d'une impulsion laser femtoseconde et intense  $I = 10^{15}$  à  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup> avec des cibles solides, le laser est capable d'accélérer une population d'électrons chauds à des grandes vitesses et donc de grandes énergies. Ces électrons peuvent générer un rayonnement cohérent (harmoniques, visible et U-V du laser) du au mouvement de la surface critique dans le champ laser, ou bien pénétrer en profondeur de la cible et générer du rayonnement X incohérent (Bremsstrahlung, raies atomiques).

Une expérience particulière de l'interaction laser cible solide fait apparaître une inversion de population entre deux niveaux excités d'une espèce ionique du plasma et l'émission spontanée d'un rayonnement X. Des rayons X de longueur d'onde 18.9 nm, d'énergie de 150 mJ avec un taux de répétition de 10 Hz ont été par exemple produits en irradiant une cible solide nickelloïde plane, de largeur de 4 mm avec deux impulsions laser [17]. Deux impulsions sont utilisées : une première impulsion longue nanoseconde d'énergie 70 mJ et une seconde impulsion courte (200 ps) d'énergie 80 mJ. L'impulsion longue sert à générer un tube de plasma riche en ions; quant à l'impulsion picoseconde, elle interagit avec le plasma créé par la première impulsion en chauffant rapidement les électrons libres du bord du tube plasma. Ces derniers vont induire par excitation collisionnelle une inversion de population des niveaux atomiques et une émission spontanée. Cette émission spontanée sera amplifiée de manière stimulée au cours de sa propagation le long du tube de plasma. Il a été démontré aussi que la longueur d'onde X émise dépendait de la composition des cibles solides [18]. Parmi les lasers à courte longueur d'onde fonctionnant sur ce principe : les lasers XUV quasi-stationnaires, transitoires, OFI, par décharge capillaire. La principale limitation concerne la longueur d'onde, vraiment restreinte à l'extrême ultra-violet. De plus l'absence de cavités optiques adaptées dans la gamme UV et X pour déclencher les processus laser [2] limite le gain en sortie [19].

De nos jours l'interaction entre un laser de haute intensité et un plasma permet d'accélérer des électrons à des vitesses relativistes [20]. Des paquets d'électrons quasi-

monoénergétiques d'énergie allant de plusieurs MeV [24] au GeV [25] (voir 2.3.3) sont accélérés sur quelques millimètres ou centimètres de distance ouvrant ainsi la perspectives de la construction d'un synchrotron ou d'un LEL compact.

L'idée de combiner l'accélération laser-plasma et un onduleur magnétique a donc vite été proposée [26] pour la construction d'un XFEL compact. Des expériences ont rapidement été réalisées obtenant du rayonnement synchrotron [27, 28, 29]. Les résultats expérimentaux de Fuchs *et al* [29] ont montré la génération de rayons X mous incohérents dans un onduleur magnétique à partir de l'injection d'un paquet d'électrons d'énergie de 210 MeV issu de l'accélération laser-plasma. Le spectre du rayonnement généré se compose d'un pic principal centré autour d'une longueur d'onde de 18 nm (fondamentale), un second pic proche de 9 nm (seconde harmonique) et une coupure à haute énergie approximativement à 7 nm. Quant au pic de brillance il est autour de  $10^{17}$  [ph/s/mrad<sup>2</sup>/mm<sup>2</sup>/0.1 BW]. Les auteurs de cet article soulignent également que cette source peut être étendue à des longueurs d'onde plus courtes en augmentant l'énergie des électrons. Ces résultats ont ouvert la perspective d'obtenir un LEL compact en combinant l'accélération laser-plasma et un onduleur magnétique à condition d'avoir une meilleure qualité des paquets d'électrons issus de l'accélération laser-plasma en terme de charge, de dispersion en énergie, d'émittance et de taille transverse du paquet d'électrons[26]. Des projets dans différents endroits du monde ont été lancés pour l'obtention d'un FEL à partir de ce mécanisme notamment en France [30].

En dehors de la combinaison avec un onduleur magnétique, l'accélération des électrons dans les plasmas en elle même produit des flashes X très intenses à travers le rayonnement bêtatron [31, 32, 33, 34]. Son principe est illustré sur la figure 1.2. Lors de l'interaction d'une impulsion laser intense avec un plasma, la force pondéromotrice du laser pousse les électrons vers les régions de faible éclairément laser et crée une cavité ionique. Une séparation de charge est alors créée engendrant un champ longitudinal accélérateur des électrons et un champ transverse qui force les électrons à osciller transversalement et à émettre un rayonnement sur chaque maximum d'oscillation. Des expériences sur le rayonnement bêtatron ont permis la production de faisceaux de rayons X dans la gamme d'énergie du keV collimatés dans un angle de 25 mrad à mi-hauteur [32]. Cette source peut être aujourd'hui considérée comme un synchrotron de poche car elle reproduit à une échelle millimétrique le principe d'un synchrotron, et produit des rayons X avec une divergence d'environ 1 degré et des pics de brillances équivalents à ceux des synchrotrons [24].

Un autre processus pour générer des rayons X durs cohérents ou incohérents repose sur la diffusion Compton ou Compton inverse. Ces processus de diffusion se produisent lors de la collision d'un photon avec un électron. Un processus d'échange d'énergie se produit entre l'électron et le photon incident et aboutit à l'émission d'un autre photon dans une autre direction (voir figure 1.3). Lorsque le photon incident a une plus grande longueur d'onde après la collision, c'est-à-dire qu'il a cédé de l'énergie à l'électron, on parle de diffusion Compton CS (Compton Scattering). Lorsque la longueur d'onde du photon

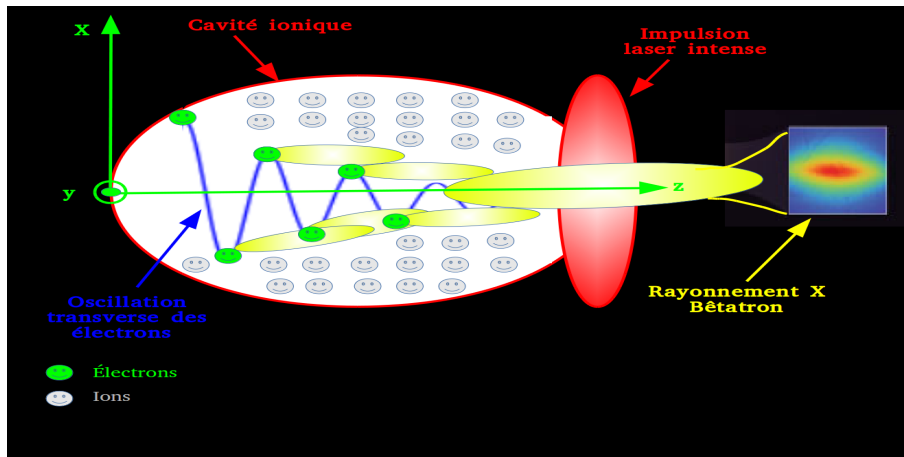


Figure 1.2: *Principe du rayonnement bêta-tron. Les électrons injectés en dehors de l'axe laser oscillent dans le champ électrique transverse et émettent du rayonnement X incohérent bêta-tron.*

incident est plus petite, ce photon gagne de l'énergie à partir de l'électron, dans ce cas on parle de diffusion Compton inverse ICS (Inverse Compton Scattering). Ces processus dépendent fortement de l'angle de rasance du photon incident par rapport au paquet d'électrons. On obtient un maximum d'énergie si la collision entre le paquet d'électrons et l'impulsion laser est frontale engendrant ainsi des photons dont l'énergie se situe dans la plage des keV au MeV. Ce processus a permis de proposer une machine prototype

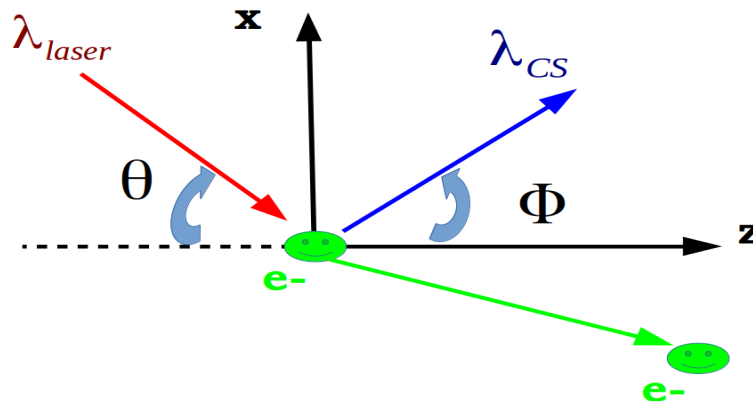


Figure 1.3: *Principe de de la diffusion Thomson/Compton.*

avec des performances au niveau de celles des synchrotrons, **le projet Thom-X** [40, 41]. Dans cette machine on induit la collision de paquets d'électrons accélérés dans un anneau de stockage de charge 1 nC d'énergie 50 à 70 MeV avec des impulsions laser d'environ 25 mJ accumulées dans une cavité Fabry-Perot continuellement alimentée par un laser à fibre. La collision du paquet d'électrons et des impulsions laser se fait autour d'une fréquence de 17 MHz, produisant ainsi un flux élevé de rayons X par rétrodiffusion Compton, d'intensité entre  $10^{11}$  à  $10^{13}$  [ph/s/mrad<sup>2</sup>/mm<sup>2</sup>/0.1 BW] réglable en changeant l'énergie des électrons [42].



Dans d'autres conditions d'interaction laser-paquet d'électrons, l'impulsion laser peut être utilisée comme un onduleur ou wiggler optique et produire soit du rayonnement synchrotron [35] ou l'émission d'un rayonnement X cohérent comme dans les lasers à électron libres. Dans un laser à électrons libres utilisant un onduleur optique [36, 37, 38, 39], le champ laser intense de l'onduleur optique remplace le champ magnétique d'un onduleur FEL classique. En fonction de l'éclairement de l'onduleur optique et de la qualité du paquet d'électrons, un rayonnement X basé sur la diffusion Compton ou Raman (chapitre 3) peut être amplifié de façon cohérente. Dans un FEL classique, la génération de rayons X nécessite des énergies de paquets d'électrons dans la gamme multi-GeV. Dans un FEL à onduleur optique, les énergies des paquets sont de quelques MeV seulement [37]. Un schéma simple combinant l'accélération d'électrons dans les plasmas et un onduleur optique a permis de produire expérimentalement [35] une large bande spectrale de rayons X allant jusqu'à la centaine de keV par diffusion Compton, collimatés dans un angle de 1 degré environ et des pics de brillance  $10^4$  fois plus élevés que les sources Compton basées sur des accélérateurs conventionnels LINAC.

Nous verrons dans la section 2.2 la différence entre le synchrotron et un FEL. Un FEL produit une lumière cohérente grâce au phénomène de regroupement (bunching en anglais). Le paquet d'électrons se découpe en plusieurs micro-paquets plus petits que la longueur d'onde diffusée, si bien que tous les électrons d'un micro-paquet émettent en phase et produisent ainsi une lumière cohérente. La course pour construire un LEL compact utilisant un onduleur optique reste ouverte aujourd'hui. Plusieurs schémas prometteurs de ces LEL ont été proposés en utilisant à la fois l'accélération d'électrons dans les plasmas et des onduleurs optiques en régime Compton CS ou Compton inverse ICS. L'idée principale est de forcer tous les électrons du même paquet à osciller dans le fort champ transverse de l'impulsion laser à la même phase. Pour des raisons physiques que nous verrons plus tard un regroupement des électrons en micro-paquets se produira engendrant ainsi une émission cohérente comme dans un FEL à onduleur magnétique. Parmi ces schémas on trouve celui de P. Sprangle *et al* [37] reposant sur un régime d'amplification Compton. Ce schéma utilise une impulsion laser intense se propageant en sens opposé par rapport au paquet d'électrons. Le schéma de V. Petrillo *et al* [36], lui aussi basé sur le processus d'amplification Compton, utilise un laser CO<sub>2</sub> focalisé de manière à avoir un fort champ transverse statique. Le tableau 1.1 résume les paramètres physiques du paquet d'électrons et des systèmes laser nécessaires pour l'obtention d'un LEL compact à onduleur optique ainsi que la comparaison avec une installation XFEL à onduleur magnétique FLASH.

Comme on peut le voir à partir de ce tableau, les onduleurs optiques ont la capacité de fournir des faisceaux de rayons X comparables à des installations XFEL à onduleur magnétique à prix et taille réduite. Cependant, la construction des LEL basés sur les schémas de Petrillo [36] et Sprangle [37] n'a pas été tentée jusqu'à aujourd'hui en raison de la nécessité d'utiliser des paquets d'électrons de faible divergence et de dispersion en énergie limitée, et par ailleurs de disposer d'onduleurs optiques intenses et d'une longueur

Paramètres	P. Sprangle <i>et al</i>	V. Petrillo <i>et al</i>	FLASH
$\gamma$	12.5	55	2000
$\frac{\delta\gamma}{\gamma}$	0,01%	0,12	
Courant du paquet d'électrons	500 A	20 kA	2.5 kA
Taille transverse du paquet d'électrons	70 $\mu\text{m}$	0,5 $\mu\text{m}$	
$a_0$	0,5	0,8	Onduleur magnétique
Longueur d'onde	1 $\mu\text{m}$	10 $\mu\text{m}$ (Laser CO <sub>2</sub> )	Période de l'onduleur
Durée d'impulsion	23 ps		$\lambda_u = 2.7 \text{ cm}$
Longueur de Rayleigh	0,5 $\mu\text{m}$	0,1 cm	
Longueur d'onde X	20 Å	1.35 nm	13 nm
Longueur de gain	280 $\mu\text{m}$	50 $\mu\text{m}$ 2.55 m	
Puissance à saturation en $W$	$3 \cdot 10^5$	$7.5 \cdot 10^8$	$2.5 \cdot 10^9$
Prix en euros	$10^6$ à $10^7$	$10^6$ à $10^7$	$> 10^9$
Taille	10 m	10 m	$> 1 \text{ km}$
Références	[37]	[36]	[10, 38]

Table 1.1: Comparaison des LEL à onduleur optique et à onduleur magnétique classique.

d'interaction suffisamment élevée [39, 50].

Deux schémas dont les paramètres laser et paquets d'électrons sont proches de ceux obtenus par les technologies actuelles et nécessaires pour déclencher un effet laser X ont été proposés par A. Debus *et al* [38] et Philippe Balcou [39]. Le premier schéma repose sur l'amplification Compton inverse et utilise une impulsion laser de haut éclairement focalisée sur la même ligne de propagation du paquet d'électrons relativistes de manière à ce que ce dernier suive l'impulsion laser sur une grande distance d'interaction. Quant au second schéma baptisé Raman XFEL, il utilise deux impulsions jumelles focalisées simultanément sur la même ligne de propagation des électrons. L'interférence des deux impulsions lasers engendre un réseau optique de haut éclairement laser qui va se propager quasiment à la même vitesse que le paquet d'électrons relativistes permettant ainsi une grande distance d'interaction. Lors de l'interaction entre un paquet d'électrons libres relativistes et le réseau optique, un effet Raman stimulé peut être déclenché par effet Kapitza-Dirac. Des études théoriques et numériques ont démontré que ce dernier schéma est très prometteur pour déclencher un effet laser X et pour la possibilité d'atteindre des valeurs de gain très élevées, avec des longueurs de gain dans la gamme sub-millimétrique. Les spécificités de ce schéma, en particulier la robustesse attendue vis-à-vis de la dispersion en énergie des électrons, suggèrent que ce processus est idéalement adapté à un couplage avec un LINAC ou avec l'accélération d'électrons dans les plasmas. En outre l'avantage d'utiliser un réseau optique permet d'utiliser des valeurs d'éclairement modérées et aussi de guider le paquet

d'électron sur plusieurs distances d'interaction. Le cas de l'utilisation d'un seul faisceau laser nécessite de forts éclairissements laser afin que les électrons relativistes puissent osciller transversalement dans le champ transverse. En outre à cause de la divergence naturelle du paquet d'électrons, les particules peuvent s'échapper rapidement de la zone d'interaction avec le laser avant même d'effectuer plusieurs oscillations dans le champ transverse du laser. L'utilisation de deux faisceaux laser a aussi l'avantage de guider les particules sur de longues distances d'interaction et atteindre ainsi des gains élevés.

### 1.2.1 Objectifs de la thèse et plan du manuscrit

Les nouveaux schémas compacts des LEL seront complémentaires aux synchrotrons et XFEL, puisque ces derniers délivrent des faisceaux dont la qualité du flux de lumière est extrêmement élevée. Comme le montre la figure 1.4, l'augmentation des brillances moyennes est proportionnelle à la taille des accélérateurs linéaires ou circulaires et donc au prix des machines (diamants bleus). Le projet European-XFEL à Hambourg (Allemagne) prévoit de délivrer des photons X avec une qualité sans précédent. Il est constitué d'un LINAC supraconducteur de longueur 2.1 km dont les éléments accélérateurs sont refroidis à moins 271 C° en utilisant de l'hélium liquide afin de diminuer les pertes par effet Joule induites par les courants électriques. Le paquet d'électrons issu du LINAC est ensuite injecté dans un onduleur magnétique où les électrons vont osciller, se regrouper en micro-paquets et émettre une lumière cohérente. Cette machine fournira 27000 flashes de lumière X par seconde, dont la longueur d'onde est si courte que même les détails atomiques deviennent perceptibles (0,05 à 4,7 nm). La valeur moyenne de la brillance est estimée à  $1,6 \cdot 10^{25}$  (photons / s / mm<sup>2</sup> / mrad<sup>2</sup> / 0,1% BW) et les durées d'impulsion sont inférieures à 100 fs. [11]. Avec une telle résolution et qualité de lumière on pourrait prendre des images 3D au niveau atomique et donc faire des films des événements ultra-courts [10] comme la formation de molécules ou la dynamique électronique etc. Les caractéristiques et applications ouvertes par l'European-XFEL rendent cette machine unique parmi les lasers à rayons X dans le monde (FLASH en Allemagne, LCLS au USA, Spring8 au Japon, SwissFEL en Suisse etc).

D'autre part la figure 1.4 montre que les onduleurs optiques pourraient atteindre des pics de brillance assez élevés à prix et taille réduits (carrés rouges sur la figure 1.4) et qu'ils peuvent encore augmenter leurs performances en fonction des développements futurs des lasers et de l'accélération des électrons dans les plasmas (carrés verts sur la figure 1.4). Pour des applications où la brillance n'est pas le paramètre le plus important comme pour l'étude non destructive des oeuvres d'arts, le contrôle non destructif, l'imagerie médicale et ou dans la recherche scientifique etc, un laser à électrons libres compact peut représenter une excellente solution. C'est dans cette optique que le schéma du LEL Raman-X a été proposé en 2010 par Ph. Balcou [39]. La physique du Raman-X est complexe. Elle combine à la fois la physique des lasers à électrons libres en régime Compton, des lasers à rayons X mous (XUV) conventionnels basés sur l'interaction laser/plasma, et de l'optique non-linéaire. Malgré la démonstration numérique et

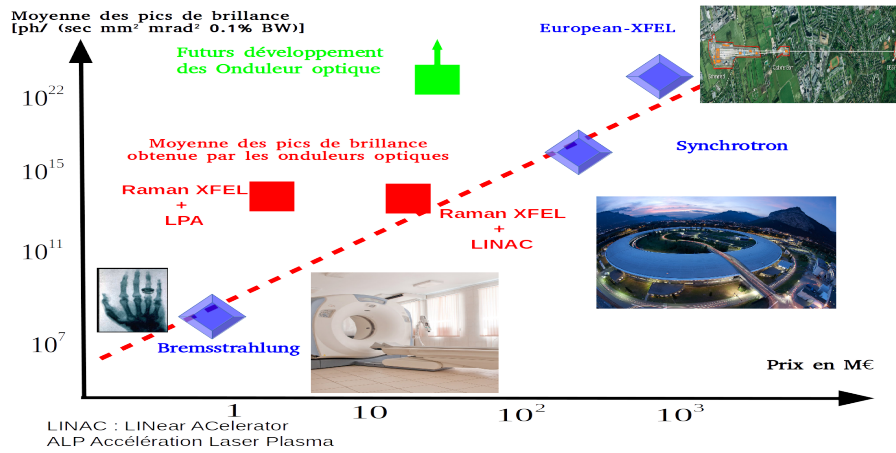


Figure 1.4: *Comparaison des onduleurs magnétiques, optiques et autres processus physiques pour la génération des rayons X en terme de la moyenne des pics de brillance et de prix des installations.* [53]

théorique du déclenchement d'un effet laser XUV, X [45, 46], ces études montrent également que la physique du Raman-X est encore loin d'être totalement comprise ni même entièrement explorée numériquement. Des performances aussi marquantes ne pourront cependant être réalisées sans efforts importants. Il est indispensable de définir des étapes préalables, aussi bien pour résoudre des points clés techniques, que pour explorer et apprendre à contrôler la physique à la base de ce processus. En parallèle, il est important de vérifier théoriquement mais aussi expérimentalement d'apprendre à contrôler des phénomènes parasites qui peuvent nuire au processus d'amplification et de cohérence, et enfin la prédiction des caractéristiques finales de la source devra aussi être affinée.

Dans cet objectif, ma thèse a pour principal objet l'étude des premières étapes qui peuvent résoudre des points clés importants pour explorer et apprendre à contrôler la physique du Raman XFEL. Le premier aspect étudié, qui constitue la première étape du processus, est l'injection du paquet d'électrons relativistes dans l'onde stationnaire et voir le comportement du paquet d'électrons sous l'effet du champ électromagnétique du réseau optique. Dans ce but j'ai développé un code numérique particulière pour l'étude de l'injection et de la dynamique des électrons relativistes dans différentes configurations de réseaux optiques. Les études de la dynamique électronique et de l'injection ont une importance cruciale sur la compréhension des processus d'amplification et du gain. Je discuterai des processus d'amplification du rayonnement basés sur un modèle cinétique linéaire et je soulignerai l'effet de la dynamique et de l'injection sur le gain.

Le second objectif de cette thèse est la modélisation des premières expériences de piégeage d'un paquet d'électrons relativiste issu de l'accélération laser dans les plasmas, injecté dans un réseau optique intense. Il est indispensable d'étudier numériquement l'interaction d'un paquet d'électrons relativiste dans un réseau optique intense inhomogène afin de

déterminer les paramètres numériques essentiels qui vont correspondre à des observables expérimentales et ensuite les relier aux diagnostics utilisés pendant les expériences.

Je décrirai la première expérience du piégeage des électrons faite sur le laser “Salle Jaune” du Laboratoire d’Optique Appliquée LOA, à Palaiseau près de Paris. J’expliquerai le montage expérimental du réseau optique et aussi la caractérisation de la source d’électrons et les diagnostics utilisés pendant l’expérience. Enfin je comparerai les résultats obtenus de cette première expérience avec les simulations numériques. Les conclusions et les perspectives de toutes nos études théoriques, numériques et expérimentales seront abordées à la fin de ce manuscrit.

Ce manuscrit est complété d’une annexe offrant un panorama des communications en lien avec cette thèse.



## Chapitre 2

# Bases physiques de l'émission cohérente des sources X par des électrons relativistes

Le concept du Laser à Électrons Libres (LEL) compact dans le domaine des rayons X Raman XFEL repose sur la physique des LEL en régime Compton, des lasers XUV conventionnels basés sur l'interaction laser-plasma, et de l'optique non-linéaire (figure 2.1). Sa mise en oeuvre nécessite des connaissances approfondies en mécanique relativiste des particules chargées, en électrodynamique, en physique des plasmas et en optique non-linéaire. Avant d'entreprendre l'étude des concepts et méthodes d'approximation permettant de décrire la théorie du Raman XFEL ainsi que l'élaboration des codes numériques nous rappelons les notions requises de l'électrodynamique, de la relativité restreinte et aussi de la physique des plasmas.

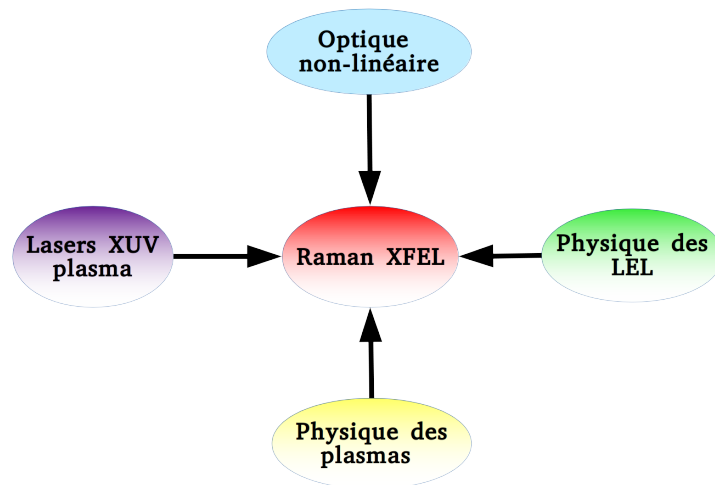


Figure 2.1: *Physique du Raman XFEL*

## 2.1 Rappels théoriques

### 2.1.1 Relativité restreinte

Nous commençons ce chapitre par un résumé de la relativité restreinte. Ce rappel est indispensable pour la suite du manuscrit notamment pour les études numériques où les codes de calcul utilisés opèrent soit dans le référentiel propre des électrons soit dans celui laboratoire.

Le principe majeur de la relativité restreinte est que la vitesse de la lumière dans le vide  $a$ , dans tous les référentiels, la même valeur, prédite par les équations de Maxwell de l'électromagnétisme. En mécanique classique le mouvement d'un corps matériel est décrit dans un référentiel galiléen. Dans un tel référentiel l'espace est homogène et isotrope et le temps est uniforme. En outre tout référentiel en mouvement de translation rectiligne et uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen. Pour décrire le passage d'un référentiel galiléen à un autre tout en laissant les lois de la physique classique inchangées on procède par la transformation de Galilée. L'élaboration des équations de l'électrodynamique par Maxwell a montré l'insuffisance de la théorie classique de la mécanique. En effet un résultat conséquent de la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell est l'existence d'ondes se propageant à la vitesse de la lumière dans le vide qu'on notera dans la suite  $c$  et qui est constante dans tous les référentiels inertiels. En 1905 Albert Einstein résout le problème en exposant sa théorie de la relativité restreinte [113]. Cette théorie est fondée sur deux postulats :

1. La vitesse de la lumière  $c$  est constante dans toutes les directions et dans tout référentiel galiléen.
2. Les lois de la physique sont des invariants relativistes c'est-à-dire qu'elles ont la même forme dans tous les référentiels galiléens liées par la transformation de Lorentz.

Cette transformation dite de Lorentz est une généralisation de la transformée de Galilée. Elle s'écrit pour le cas d'un repère  $R'$  en mouvement de translation à la vitesse  $V_r$  dans la direction  $z$  par rapport à un repère fixe  $R$  comme suit

$$\begin{pmatrix} ct' \\ z' \\ x' \\ y' \end{pmatrix} = \mathbb{L}_r \begin{pmatrix} ct \\ z \\ x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ z \\ x \\ y \end{pmatrix}$$

Avec  $\mathbb{L}_r$  la matrice de transformation de Lorentz,  $\beta = V_r/c$  et  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  le facteur de Lorentz. Le passage du référentiel  $R'$  au référentiel  $R$  se fait en changeant le signe de  $\beta$  dans la matrice de Lorentz.

Le référentiel propre d'une particule est celui où elle est en repos. Par conséquent, à cause de la transformation de Lorentz, le temps est plus court dans le référentiel propre et la distance est plus grande d'un facteur  $\gamma$ . Selon la théorie de la relativité restreinte, l'écoulement du temps dépend du référentiel. La durée séparant deux événements dépend



donc du référentiel utilisé. Le temps propre de la particule est défini comme la durée séparant deux événements ayant lieu dans le même repère. Par conséquent, à cause de la transformation de Lorentz, le temps propre  $t'$  est plus court dans le référentiel propre et la distance est plus grande d'un facteur  $\gamma$ .

Une particule en mouvement de vitesse  $\vec{v} = (v_z, v_x, v_y)$  dans  $R$  aura comme vitesse dans le repère  $R'$

$$\begin{aligned} v_z' &= \frac{v_z - V_r}{1 - v_z V_r / c^2} \\ v_x' &= \frac{v_x}{\gamma(1 - v_z V_r / c^2)} \\ v_y' &= \frac{v_y}{\gamma(1 - v_z V_r / c^2)} \end{aligned}$$

L'énergie cinétique d'une particule relativiste de vitesse  $v$  et de masse  $m$  est définie comme :

$$E_c = (P^2 c^2 + mc^2)^{1/2} = (\gamma - 1)mc^2$$

Avec  $P = \gamma mv$  la quantité de mouvement de la particule. On définit l'énergie au repos de la particule comme  $mc^2$  de manière à avoir l'énergie totale

$$E_{tot} = E_c + mc^2 = \gamma mc^2.$$

L'énergie et l'impulsion de particule constituent un quadri-vecteur. Selon la transformation de Lorentz, la relation entre l'énergie et l'impulsion d'une particule dans le repère  $R$  et l'énergie et l'impulsion dans le repère  $R'$  s'écrit :

$$\begin{pmatrix} E' \\ cP_z' \\ cP_x' \\ cP_y' \end{pmatrix} = \mathbb{L}_y \begin{pmatrix} E \\ cP_z \\ cP_x \\ cP_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma E - \beta \gamma P_z c \\ -\beta \gamma E + \gamma P_z c \\ P_x c \\ P_y c \end{pmatrix}$$

Si maintenant la particule émet un rayonnement de fréquence  $\omega = k/c$  dans le référentiel  $R$  avec  $k$  le vecteur d'onde, la fréquence de ce rayonnement dans le référentiel  $R'$  sera donnée par  $\omega' = \omega \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}$ .

L'espace et le temps en mécanique relativiste sont liés. Un événement est représenté par un quadrivecteur espace-temps tel que la norme du quadrivecteur reste inchangée :

$$\hat{s}^2 = (ct)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = (ct')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2$$

Le quadrivecteur espace temps possède des coordonnées spatiales et temporelles  $\hat{s} = (ct, z, x, y)$ .

Il existe aussi d'autres quadrivecteurs tels que :

1.  $\hat{u} = \frac{d\hat{s}}{cdt}$  quadrivecteur vitesse.
2.  $\hat{a} = \frac{d\hat{u}}{cdt}$  quadrivecteur accélération, où la dérivée est prise par le temps propre.
3.  $(\frac{E}{c}, P)$  quadrivecteur énergie impulsion.
4.  $(\frac{\Phi}{c}, \vec{A})$  potentiel scalaire et potentiel vecteur électromagnétique.
5.  $(c\rho, \vec{j})$  densité de charge et densité de courant.

Tous ces quadrivecteurs ont une norme invariante par transformation de Lorentz. Enfin la loi fondamentale de la dynamique s'écrit dans le cas relativiste :

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$$

avec  $\vec{P} = \gamma m\vec{v}$  et  $\vec{F}$  la somme de toutes les forces.

### 2.1.2 Électrodynamique et équations de Maxwell dans le vide

Tout phénomène électromagnétique repose sur les quatre équations de Maxwell et la force de Lorentz

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.4)$$

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}). \quad (2.5)$$

L'équation (2.1) est connue sous le nom de Maxwell-Gauss. Elle relie la divergence du champ électrique  $\vec{E}$  à la densité de charge  $\rho$  et elle est valable pour des champs dynamiques et statiques. Cette même équation montre aussi que le champ électrique est proportionnel à la densité de charge contenue à l'intérieur d'une surface fermée (surface de Gauss). La deuxième des équations de Maxwell est l'équation du flux magnétique, du fait de la non existence de charges magnétiques similaire aux charges électriques le flux du champ magnétique à travers une surface fermée est toujours nul. L'équation (2.3) est celle de Maxwell-Ampère. Lorsque le champ électrique est stationnaire cette équation devient celle de la magnétostatique donné par la loi d'Ampère  $\nabla \times B = \mu_0 \vec{j}$  où  $\vec{j}$  est la densité de courant et  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide. Or les variations temporelles du champ électrique induisent elles aussi un champ magnétique. Le terme  $\partial \vec{E} / c^2 \partial t$  avec  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide a été ajouté par Maxwell pour tenir compte de

cet effet. L'équation (2.4) est l'équation de Maxwell-Faraday, elle décrit le phénomène d'induction donné par Faraday. C'est la variation du champ magnétique qui génère un champ électrique et non le champ magnétique tout seul. La dernière équation est celle de la force de Lorentz. Celle-ci décrit la force exercée sur une particule chargée animée d'une vitesse  $\vec{v}$  et de charge  $q$  dans les champs électromagnétiques  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ .

### 2.1.3 Potentiels retardés

L'introduction du potentiel vecteur  $\vec{A}$  et du potentiel scalaire  $\Phi$  permet de réduire les équations de Maxwell à deux équations uniquement pour les potentiels. Les champs électrique et magnétique s'écrivent respectivement en fonction du potentiel vecteur et scalaire comme :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\nabla\Phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \\ \vec{B} &= \nabla \times \vec{A}\end{aligned}$$

et les équations donnant les potentiels sont :

$$\begin{aligned}-\frac{\partial}{\partial t}\nabla\vec{A} - \nabla^2\Phi &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \nabla\left[\nabla\vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\Phi\right] &= \mu_0\vec{j} + \nabla^2\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{A}\end{aligned}$$

Ces équations peuvent encore se simplifier en choisissant une jauge. Adoptons la jauge de Lorentz  $\nabla\vec{A} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\Phi = 0$ , avec laquelle on obtient des équations de type d'Alembert pour les potentiels

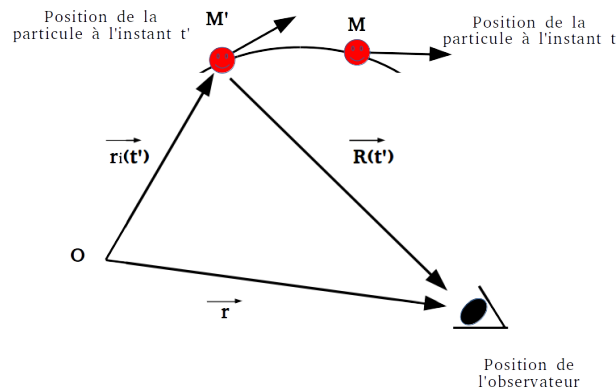
$$\begin{aligned}\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{A} &= -\mu_0\vec{j} \\ \nabla^2\Phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Phi &= -\frac{\rho}{\varepsilon_0}.\end{aligned}$$

La jauge de Lorentz tient parfaitement compte de l'invariance des équations de Maxwell, c'est-à-dire que la vitesse de la lumière reste la même dans tous les référentiels galiléens. En utilisant la méthode des fonctions de Green nous pouvons trouver les solutions générales comme :

$$\Phi(r, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}', t - \frac{\|\vec{r}-\vec{r}'\|}{c})}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|} d^3\vec{r}' \quad (2.6)$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}', t - \frac{\|\vec{r}-\vec{r}'\|}{c})}{\|\vec{r}-\vec{r}'\|} d^3\vec{r}' \quad (2.7)$$

Ces deux dernières expressions des potentiels sont appelées potentiels retardés [109]. Ces expressions illustrent que le signal observé à l'instant  $t$  a été émis réellement à un instant précédent  $t'$  par la charge. Supposons maintenant un électron animé d'une vitesse


 Figure 2.2: Position de la particule aux instants  $t$  et  $t'$ .

$v_e$  ce qui s'interprète mathématiquement pour la densité de charge et de courant comme :

$$\begin{aligned}\rho(\vec{r}', t') &= -e\delta[\vec{r}' - \vec{r}(t')] \\ \vec{j}(\vec{r}', t') &= -ev_e\delta[\vec{r}' - \vec{r}(t')]\end{aligned}$$

où  $\delta$  est une fonction de Dirac. En utilisant les potentiels retardés de Liénard-Wiechert [109, 110] et les équations  $\vec{E} = -\nabla\Phi - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$  avec  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ , on peut calculer facilement les champs électrique et magnétique émis par cet électron au point d'observation (voir figure 2.2)

$$\vec{E} = \frac{-e}{4\pi\epsilon_0 g^3} \left[ \frac{\vec{n} - \vec{\beta}}{R^2\gamma^2} + \frac{\vec{n} \times (\vec{n} - \vec{\beta}) \times \dot{\vec{\beta}}}{cR} \right]_{t'} \quad (2.8)$$

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{n} \times \vec{E} \quad (2.9)$$

avec  $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'(t')$ ,  $t'$  le temps retardé,  $\vec{n} = \vec{R}/|R|$  un vecteur unitaire dans la direction de l'observateur,  $\beta = v_e/c$  et  $g = 1 - \frac{\vec{n}\vec{v}}{c}$ .

### 2.1.4 Rayonnement d'une particule chargée

En raison de la vitesse finie de la lumière, un observateur ne verra le signal émis par une particule à l'instant  $t'$  qu'à un temps retardé  $t$  où la différence entre  $t$  et  $t'$  correspond au temps qu'il faudrait à la lumière pour parcourir la distance entre le point d'émission et le point d'observation (voir figure 2.2). En outre les équations (2.8) et (2.9) ont des termes proportionnels en  $R^{-2}$  et  $R^{-1}$ . Les termes en  $R^{-2}$  véhiculent des champs coulombiens statiques et peuvent être négligés pour de longues distances tandis que les termes en  $R^{-1}$  sont liés au rayonnement qui dépend de l'accélération des particules. Avant de discuter de l'importance des potentiels retardés nous définissons directement :

1. l'expression générale du vecteur de Poynting qui représente la densité surfacique de puissance du champ électromagnétique définit comme :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}. \quad (2.10)$$

2. La puissance rayonnée par une particule accélérée par unité d'angle solide  $d\Omega = ds/R^2$

$$\frac{dP}{d\Omega} = R^2 |\vec{S}| = R^2 \varepsilon_0 c |\vec{E}|^2. \quad (2.11)$$

3. La distribution angulaire de l'énergie rayonnée

$$\frac{dW}{d\Omega} = c \varepsilon_0 R^2 \int_{-\infty}^{\infty} |E_{\perp}|^2 dt \quad (2.12)$$

où  $\vec{E}_{\perp}$  est la composante du champ perpendiculaire au vecteur  $\vec{n}$ .

Nous pouvons à présent discuter des équations (2.8) et (2.9).

#### 2.1.4.1 Cas d'une charge fixe

$$\beta = 0$$

L'équation du champ électrique (2.8) prend la forme du champ électrostatique et comme la charge est fixe par conséquent le champ magnétique est nul.

#### 2.1.4.2 Cas d'une charge mobile en mouvement uniforme

$$\dot{\beta} = 0$$

Les expressions des champs électrique et magnétique deviennent

$$\vec{E}(t) = \frac{-e}{4\pi\varepsilon_0 g^3} \left( \frac{\vec{n} - \vec{\beta}}{\gamma^2 R^2} \right)_{t'}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{n} \times \vec{E}.$$

Pour une particule non-relativiste  $\beta \ll 1$  et donc  $t' \sim t$  on peut retrouver la puissance rayonnée par unité d'angle solide:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2 \mu_0}{16\pi^2 c} |\dot{v}_e|^2 \sin^2 \theta \quad (2.13)$$

où  $\theta$  est l'angle entre le vecteur accélération  $\dot{v}_e$  et  $\vec{n}$ . D'après cette formule la puissance est nulle pour  $\sin^2 \theta = 0$ , ce qui veut dire que l'émission est nulle dans la direction de l'accélération (voir figure 2.3). Enfin la puissance instantanée par unité d'angle solide s'obtient en intégrant sur toutes les directions :

$$P = \frac{e^2 \mu_0}{6\pi c} |\dot{v}_e|^2. \quad (2.14)$$

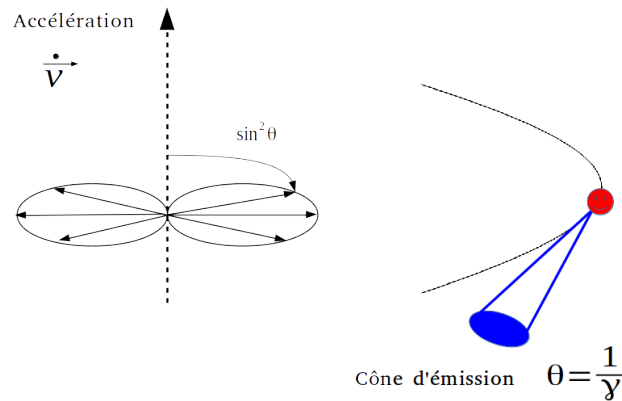


Figure 2.3: *Gauche : diagramme polaire du rayonnement d'une particule. La flèche en pointillés représente la direction du vecteur accélération et les flèches pleines celles du vecteur de Poynting. Droite : cône d'émission d'une particule relativiste.*

On reconnaît l'expression de la formule de Larmor pour une particule non-relativiste. Notons que le mouvement d'une particule chargée en mouvement uniforme ne produit pas d'énergie électromagnétique, cela peut se démontrer en faisant une transformation de Lorentz dans le repère propre de la charge ce qui impliquerait  $\beta = 0$  et par conséquent un champ magnétique nul.

### 2.1.4.3 Discussion sur le rayonnement de particules relativistes

Les charges électriques peuvent être déviées de leurs trajectoires rectilignes par l'application d'un champ magnétique, c'est le cas des wigglers magnétiques ou les anneaux de stockage, ou encore sous l'action de la force pondéromotrice d'un laser. Lors de la déviation des particules une émission de rayonnement est produite. En fonction de la nature de la force induisant l'accélération, cette émission peut être de type synchrotron, bêtatron ou bremsstrahlung.

Reprenons l'équation (2.12) de la distribution angulaire de l'énergie rayonnée et passons de l'intégrale sur le temps à une intégrale sur les fréquences via la relation de Parseval. Considérons maintenant que le point d'observation est situé loin de la source du rayonnement  $R \rightarrow \infty$  ce qui implique que le vecteur unitaire  $\vec{n}$  reste constant. Changeons la variable d'intégration du temps d'observation  $t$  au temps d'émission  $t'$ . Après ces transformations on trouve l'expression générale de la densité spectrale pour une particule relativiste [111] :

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = \frac{\mu_0 q^2}{16\pi^2 c} \left| \vec{n} \times \int_{-\infty}^{\infty} dt' e^{i\omega(t' - \vec{n}\vec{r}(t)/c)} \frac{(\vec{n} - \vec{v}/c) \times \dot{\vec{v}}}{(1 - \vec{n}\vec{v}/c)^2} \right|^2. \quad (2.15)$$

Cette expression est souvent appelée intégrale de Lienard-Wiechert, elle est valable pour

une particule en mouvement arbitraire. D'après cette équation le rayonnement émis par la particule relativiste avec le facteur  $\gamma \gg 1$  est dirigée dans la direction de la vitesse. À cause de la transformation de Lorentz l'ouverture du cône du rayonnement est égale à  $\theta = 1/\gamma$  autour du vecteur vitesse et son ouverture totale est de  $2/\gamma$ .

L'émission est maximale pour  $(1 - \beta\vec{n}) \rightarrow 0$ , ce qui veut dire que l'utilisation d'électrons relativistes permet d'avoir une émission maximale plus concentrée dans l'angle d'ouverture  $\theta \sim 1/\gamma$ .

Pour avoir du rayonnement il faut guider les électrons sur des trajectoires courbées. Une particule oscillant dans un onduleur conventionnel formé d'aimants permanents successifs, dans des onduleurs plasmas [114, 115, 32], ou dans des onduleurs optiques [38, 39] correspondant aux champs électromagnétiques oscillant d'un laser, peuvent émettre du rayonnement. Le rayonnement émis peut être à une fréquence de résonance ou à une fréquence décalée par effet Doppler ou à des harmoniques d'ordre supérieur de la fréquence fondamentale.

Nous allons décrire maintenant deux types de rayonnement produits dans un onduleur magnétique : le rayonnement synchrotron et le laser à électrons libres.

## 2.2 Rayonnement synchrotron et Laser à Électrons Libres (LEL)

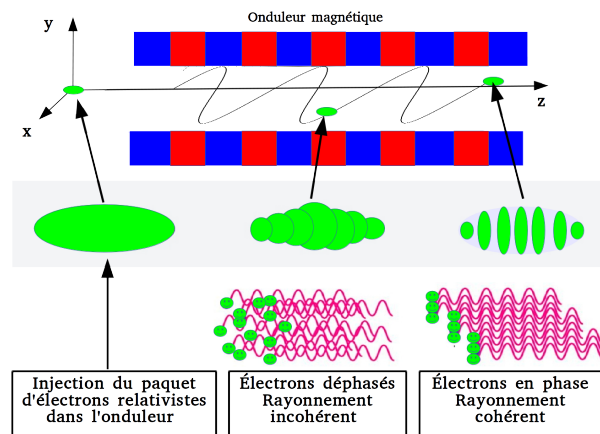


Figure 2.4: Regroupement des électrons en micro-paquets dans l'onduleur magnétique (phénomène du bunching).

L'émission cohérente d'un LEL repose sur le couplage auto-consistant du mouvement oscillatoire des électrons dans un champ magnétique statique et le rayonnement émis par les particules. L'interaction dans un LEL est un processus à rétroaction. Les électrons émettent un rayonnement qui va se coupler avec l'onde électromagnétique de l'onduleur et engendrer une onde de battement par le potentiel pondéromoteur. Cette onde de battement affecte la position des électrons (leur phase) et les amène à se regrouper en micro-paquets et à émettre avec une plus grande cohérence (voir figure 2.4). Cet

effet collectif des électrons est une forme de diffusion Compton. Avant de décrire l'émission cohérente et les processus d'amplification du rayonnement du LEL, nous discuterons en premier du rayonnement émis par les électrons en l'absence de toute interaction LEL, on parle uniquement du rayonnement spontané dans un onduleur magnétique.

### 2.2.1 Rayonnement synchrotron à partir d'un onduleur magnétique

Le mouvement des électrons dans un champ magnétique extérieur est fondamental pour la compréhension des principes de fonctionnement des LEL. Les onduleurs ou wigglers sont constitués d'une série d'aimants permanents parallèles et alternés spatialement d'une période  $\lambda_u$ . Ils peuvent prendre plusieurs géométries "plane ou hélicoïdale", ces géométries différant par l'arrangement des aimants magnétiques, de sorte à avoir un champ magnétique sinusoïdal dans le cas d'un onduleur plan, et elliptique dans le cas hélicoïdal (voir figure 2.5) et ainsi faire varier la polarisation de l'onde en sortie du LEL [126]. Nous con-

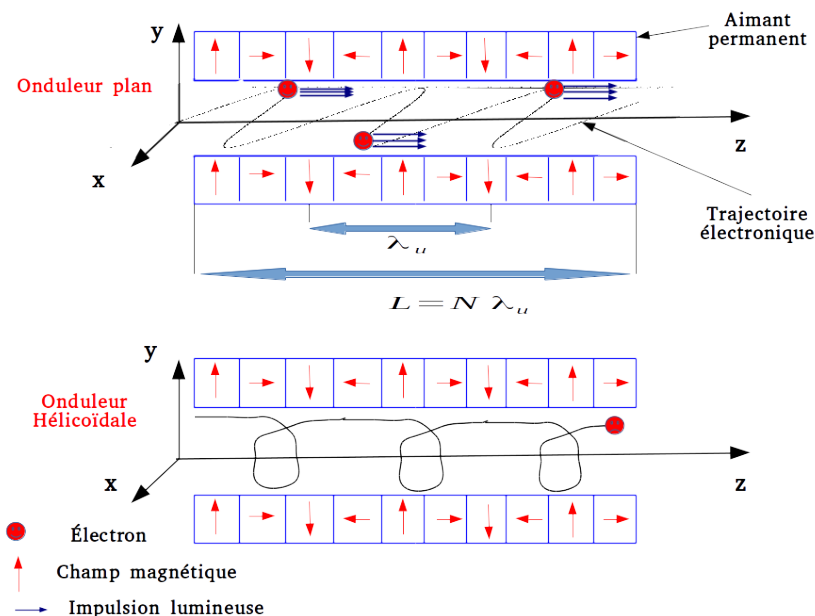


Figure 2.5: Onduleurs magnétiques et trajectoires électroniques. (a) Onduleur plan : la trajectoire électronique est sinusoïdale dans le plan  $(z, x)$ , la polarisation de la lumière en sortie est plane. (b) Onduleur hélicoïdal : la trajectoire électronique est une hélice autour de l'axe  $z$ , la polarisation de la lumière en sortie est circulaire.

sidérons le cas simple d'un onduleur magnétique constitué d'aimants permanents alternés spatialement d'une période  $\lambda_u$  dans la direction longitudinale  $z$ , tel que représenté sur la figure 2.6. Nous supposons que le vecteur champ magnétique produit par cet onduleur est dans la direction transverse  $y$  et a la forme sinusoïdale suivante :

$$B_y = B_0 \cos k_u z, \quad (2.16)$$

où  $B_0$  est l'amplitude maximale du champ magnétique et  $k_u = 2\pi/\lambda_u$ .



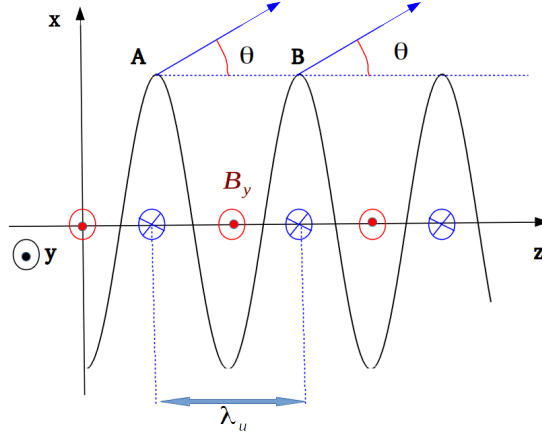


Figure 2.6: Trajectoire électronique dans le plan  $(z, x)$  dans un onduleur plan.

On suppose un électron relativiste qui se propage dans cet onduleur le long de l'axe  $z$ . L'électron est soumis à la force de Lorentz et effectue un mouvement oscillatoire de période spatiale égale à  $\lambda_u$  dans le plan  $(x, z)$ . Les rayonnements émis par un électron sur chaque sommet peuvent interférer de manière constructive sous certaines conditions. Pour connaître ces conditions d'interférences, nous considérons que l'électron émet un rayonnement au sommet A à l'instant zéro, puis un autre rayonnement au sommet B voisin de A à l'instant  $\tau_0 = \lambda_u / \bar{v}_z$ , où  $\bar{v}_z$  est la vitesse moyenne de l'électron. Les deux rayonnements émis en A et B interfèrent de manière constructive si

$$\lambda_s = c \frac{\lambda_u}{\bar{v}_z} - \lambda_u \cos \theta \quad (2.17)$$

où  $\lambda_s$  est la longueur d'onde du rayonnement émis par l'électron et  $\theta$  est l'angle formé entre la direction de propagation du rayonnement et l'axe  $z$ .

Pour estimer la vitesse moyenne  $\bar{v}_z$  avec laquelle l'électron se déplace, nous calculons la vitesse d'oscillation transverse  $v_x$  à partir de la force de Lorentz :

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{eB_0}{\gamma m_e} v_z \cos k_u z$$

avec  $m_e$ ,  $e$  la masse et la charge électrique de l'électron et  $\gamma$  le facteur de Lorentz. Cette équation peut se résoudre facilement en posant  $v_z = dz/dt$  et nous obtenons l'expression de  $v_x$  comme:

$$v_x = \frac{eB_0}{\gamma m_e k_u} \sin k_u z. \quad (2.18)$$

De l'expression du facteur de Lorentz nous avons :

$$\beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$$

$$v_z^2 = c^2 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right) - v_x^2$$

Remplaçant maintenant  $v_x$  par son expression (2.18) dans  $v_z^2$ ,

$$v_z^2 = c^2 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right) - \left(\frac{e^2 B_0^2}{\gamma m_e k_u}\right)^2 \sin^2 k_u z$$

$$v_z = c \left[1 - \frac{1}{\gamma^2} \left(1 + K^2 \sin^2 k_u z\right)\right]^{1/2}$$

où  $K = \frac{eB_0}{m_e k_u c}$ . Pour des électrons relativistes, l'expression de  $v_z$  peut encore se simplifier par un développement de Taylor, et en prenant la moyenne de  $\sin^2 k_u z$  on obtient la vitesse moyenne longitudinale de la particule dans l'onduleur comme :

$$\bar{v}_z = c \left[1 - \frac{1}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2}\right)\right]. \quad (2.19)$$

En remplaçant maintenant l'expression de la vitesse moyenne longitudinale dans l'équation (2.17):

$$\lambda_s = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left[1 + \frac{K^2}{2} + (\gamma\theta)^2\right], \quad (2.20)$$

cette formule relie la longueur d'onde du rayonnement émis par l'électron à la période spatiale de l'onduleur  $\lambda_u$ , à l'énergie de l'électron  $\gamma$  et au paramètre de force  $K$  de l'onduleur magnétique qui est proportionnel au champ magnétique appliqué dans l'onduleur et à sa période. D'après la formule (2.20), pour atteindre les courtes longueurs d'onde il est nécessaire d'avoir de très grandes énergies des électrons et aussi une courte période de l'onduleur magnétique. En outre l'équation (2.20) montre que toutes les longueurs d'onde peuvent être émises en jouant sur l'énergie des électrons ou sur les valeurs du paramètre de force  $K$ . La fréquence du rayonnement émis par l'onduleur qui satisfait la condition d'interférence constructives peut être donnée par :

$$\omega_s = \frac{2\gamma^2 \omega_0}{1 + 0.5K^2 + (\gamma\theta)^2} \quad (2.21)$$

avec  $\omega_0 = \bar{v}_z k_u$ .

Selon la valeur du paramètre de force  $K$  on parle d'onduleur quand  $K \ll 1$  ou de wiggler dans le cas opposé. La lumière émise par les onduleurs ou wigglers est différente par ses propriétés physiques notamment les spectres d'émission, la divergence et la brillance. Avant de discuter de la différence entre onduleur et wiggler nous parlerons du spectre en fréquence en champ lointain du rayonnement synchrotron.

### 2.2.2 Spectre en fréquence en champ lointain du rayonnement synchrotron

Un paramètre important de l'onduleur magnétique est le rayon de courbure de l'électron qui peut être donné pour le cas d'un arc de distance  $\delta l$  (voir figure 2.7) par

$$\rho = \frac{\beta c}{\omega_c}$$

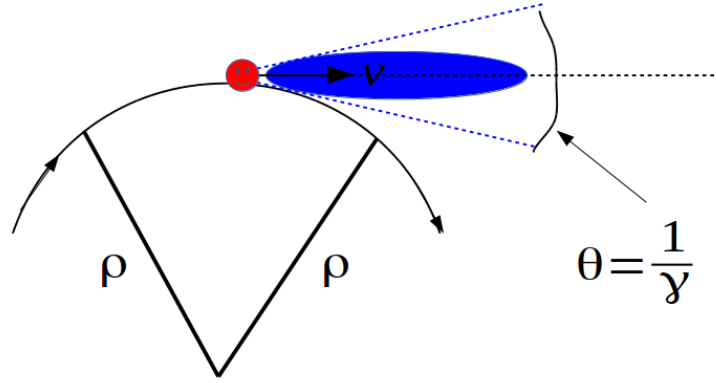


Figure 2.7: Rayon de courbure de l'électron et cône d'émission

où  $\omega_c = eB/m_e\gamma$  la fréquence cyclotron de l'électron,  $B$  est l'amplitude du champ magnétique,  $\beta = v_z/c$ ,  $c$  la vitesse de la lumière,  $m_e$  et  $e$  la masse et la charge de l'électron respectivement.

La durée du signal reçu par un observateur dépend de la vitesse avec laquelle l'électron traverse la portion d'arc  $\delta l = \rho\Delta\theta = \rho/\gamma$ . Ce temps peut être estimé en supposant que la vitesse de l'électron est égale à celle de la lumière, par

$$\Delta t = \rho/\gamma\beta c.$$

Cet intervalle de temps correspond à la fréquence d'émission  $\omega = 1/\Delta t = \gamma\beta c/\rho$ . En tenant compte du shift de Doppler, la fréquence émise dans le référentiel du laboratoire est :

$$\omega_{cr} = \frac{2\gamma^2}{\Delta t} = 2\gamma^3\frac{\beta c}{\rho} \sim 2\gamma^3\omega_c$$

L'équation de l'intensité spectrale (2.15) du rayonnement émis dans une période par un électron relativiste oscillant dans un onduleur plan dans le cas du champ lointain et pour  $\theta = 0$  peut s'écrire comme [116] :

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = \frac{3e^2}{4\pi^3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)^2 B_{2/3}^2\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right), \quad (2.22)$$

où  $B_{2/3}^2$  est la fonction de Bessel modifiée de seconde espèce. La fonction (2.22) montre que la distribution de la densité spectrale est centrée autour de la fréquence fondamentale  $\omega_{cr}$  et que seules les ondes polarisées dans le plan  $(z, x)$  des oscillations d'électron sont émises [64].

Si maintenant l'électron effectue  $2N$  oscillations, alors un train d'impulsions sera émis lors du passage de l'électron dans l'onduleur comme illustré sur la figure 2.8. A cause du changement de la polarité du champ magnétique dans l'onduleur sur chaque période  $\lambda_u/2$ , les  $2N$  impulsions émises ont des polarisations opposées de manière alternative. Si la largeur de chaque impulsion émise est inférieure à la période d'émission, on peut trouver

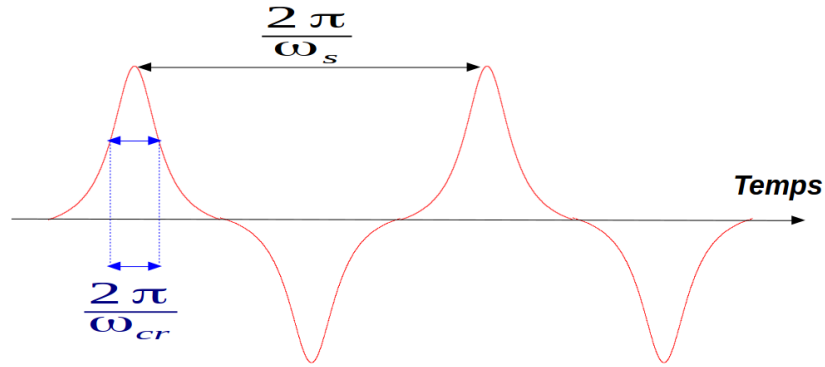


Figure 2.8: Train d'impulsion émis par un électron dans un onduleur magnétique vu par un observateur pour  $\theta = 0^\circ$

un train d'impulsion séparées d'une période  $\pi/\omega_s$  où  $\omega_s$  donnée par (2.21). Le spectre en fréquence du rayonnement synchrotron par unité d'angle solide dans la direction  $z$  peut être calculé en superposant chaque rayonnement émis à chaque angle  $\theta$  de la trajectoire de l'électron et en prenant en compte la polarisation ainsi que le temps d'émission. Ceci peut s'exprimer pour un électron effectuant  $2N$  oscillations par [116] :

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = \frac{3e^2}{4\pi^3} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)^2 B_{2/3}^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right) \left| \sum_{n=0}^{2N-1} (-1)^n e^{-j\omega \frac{n\pi}{\omega_s}} \right|^2 \quad (2.23)$$

où la somme dans l'équation (2.23) qu'on notera  $S$  peut être calculée par :

$$|S|^2 = \frac{1 - \cos \left[ 2N\pi \left( \frac{\omega}{\omega_s} \right) \right]}{1 + \cos \left[ \pi \left( \frac{\omega}{\omega_s} \right) \right]} = \frac{\sin^2 \left[ N\pi \left( \frac{\omega}{\omega_s} - 2m - 1 \right) \right]}{\sin^2 \left[ \frac{\pi}{2} \left( \frac{\omega}{\omega_s} - 2m - 1 \right) \right]} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Comme on peut le voir sur l'expression de  $|S|^2$ , le dénominateur varie lentement pour de grandes valeurs de  $N$ . La somme peut donc être approximée autour de  $\frac{\omega}{\omega_s} = 2m + 1$  comme :

$$\begin{aligned} |S|^2 &= 4N^2 \frac{\sin^2 \left[ N\pi \left( \frac{\omega}{\omega_s} - 2m - 1 \right) \right]}{\left[ N\pi \left( \frac{\omega}{\omega_s} - 2m - 1 \right) \right]^2} \\ |S|^2 &= 4N \delta_N \left( \frac{\omega}{\omega_s} - 2m - 1 \right) \\ \delta_N(x) &= N \left( \frac{\sin N\pi x}{N\pi x} \right)^2 \\ & \quad (m = 1, 2, \dots). \end{aligned}$$

Nous obtenons finalement l'expression de l'intensité spectrale par unité d'angle solide dans la direction  $z$  du rayonnement synchrotron émis par un électron passant à travers  $2N$  aimants d'un onduleur magnétique :

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = \frac{3e^2}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)^2 B_{2/3}^2\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right) \sum_m \delta_N\left(\frac{\omega}{\omega_s} - 2m - 1\right)$$

Le spectre de densité d'énergie par unité d'angle solide dans la direction  $z$  est constitué d'un fondamental et d'harmoniques d'ordres élevés pour de grandes valeurs de  $N$ . En outre, à cause de la condition d'interférence constructive, la puissance à la fréquence fondamentale est multipliée par un facteur 4 comparé au cas d'une seule oscillation dans l'onduleur.

### 2.2.3 Onduleur et wiggler magnétique

Pour le cas où  $\omega_{cr}/\omega_s \ll 1$ , ce qui est équivalent à  $K \ll 1$ , on se place dans le régime dit "onduleur" où la valeur du champ magnétique appliqué est faible donc la déflexion et le ralentissement des électrons sont moins importants. Le cône d'émission  $\theta \sim 1/\gamma$  est quasiment colinéaire avec l'axe de propagation des électrons (voir figure 2.9 (a) gauche). La densité spectrale se limite à l'harmonique fondamental (voir figure 2.9 (a) centre).

Pour  $\omega_{cr}/\omega_s = 1$ , la distribution d'énergie spectrale est composée de la fréquence fondamentale et des harmoniques impairs.

Pour  $\omega_{cr}/\omega_s \gg 1$  ce qui correspond à l'application d'un champ magnétique fort, on parle alors de régime dit "Wiggler". L'électron rayonne sur chaque intervalle de sa trajectoire et dans différentes directions (voir figure 2.9 (b) gauche). L'énergie cinétique longitudinale réduite par la déviation de l'électron induit le rayonnement synchrotron dont le spectre est composé de plusieurs harmoniques d'ordre élevé.

Notons que le raisonnement développé jusqu'à maintenant est valable pour un électron unique. Dans la pratique on injecte une distribution d'électrons centrée en  $\gamma$  et de dispersion  $\delta\gamma$ .

$$\frac{\delta\omega}{\omega_s} = 2\frac{\delta\gamma}{\gamma} \ll \frac{1}{N}. \quad (2.24)$$

En prenant en compte le fait qu'un paquet d'électrons est également caractérisé par une divergence angulaire  $\delta\Phi$ , qui induit un autre type d'élargissement:

$$\left(\frac{\delta\omega}{\omega_s}\right)_{divergence} = \frac{\gamma^2}{1 + 0.5K^2} \delta\Phi, \quad (2.25)$$

et pour des valeurs de  $K \gg 1$ , le spectre devient quasiment continu jusqu'à la fréquence critique  $\omega_{cr}$ .

### 2.2.4 Laser à Électron Libres

La différence entre les lasers conventionnels (quantiques) et les LEL réside dans le milieu amplificateur. Les lasers quantiques utilisent les atomes ou molécules excités pour amplifier la lumière, les LEL utilisent un faisceau d'électrons relativistes comme milieu

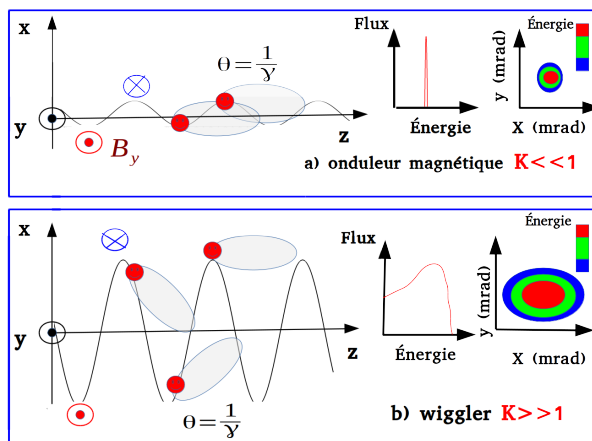


Figure 2.9: Comparaison entre un onduleur magnétique (a) et un wiggler (b). Gauche : trajectoires électroniques. Centre : spectre de rayonnement X. Droite : distribution angulaire de l'énergie rayonnée. En raison des trajectoires 3D que suivent les électrons dans les wigglers la distribution angulaire de l'énergie peut avoir plusieurs formes (disque, ellipse).

amplificateur se propageant à travers un onduleur ou wiggler. Les LEL sont considérés comme des sources de lumière de quatrième génération pour leur qualité de lumière délivrée, en terme de cohérence spatiale et temporelle, de courtes longueurs d'onde et durées d'impulsion mais aussi en terme de brillance et d'énergie [116, 119]. Les sources de lumière de troisième génération sont les synchrotrons dotés d'onduleurs ou de wigglers. Les LEL présentent d'énormes avantages par rapport aux lasers quantiques utilisant les atomes ou molécules excités comme milieu amplificateur. La longueur d'onde de ces derniers est fixée par les transitions atomiques ou moléculaires discrètes des milieux amplificateur tandis que la longueur d'onde délivrée par un LEL peut facilement être modifiée soit par l'énergie des électrons  $\gamma$  ou par le paramètre de force de  $K$  passant ainsi des ondes millimétriques aux rayons X [112]. En outre, les lasers quantiques posent des problèmes de chauffage des milieux amplificateurs. Une fraction de l'énergie de pompage optique [68, 69] qui excède généralement l'énergie en sortie du laser n'est pas utilisée mais se dissipe dans le milieu amplificateur et par conséquent limite la possibilité d'augmenter l'énergie laser en sortie [118].

Un LEL est constitué d'un accélérateur de particules soit circulaire ou linéaire qui accélère les particules à des vitesses relativistes et par des onduleurs ou wiggler magnétiques; aucun phénomène thermique ne perturbe l'émission.

Plusieurs configurations des LEL ont été mise au point, nous rappelons ici les deux principales configurations.

1. *Configuration oscillateur* : l'onduleur est placé dans une cavité optique (voir figure 2.10 (a) ), ce genre de configuration est très utilisé dans les anneaux de stockage ou dans les LINAC. Elle permet d'obtenir des lasers dans le visible et des performances très remarquables dans l'infrarouge en terme de puissance [55, 56] ont été obtenues. En revanche pour les courtes longueurs d'onde dans les domaines VUV et X, un domaine hostile pour les miroirs de cavité optique, la génération de ces courtes

longueur d'onde se fait par un seul passage du paquet d'électron dans l'onduleur ou le wiggler.

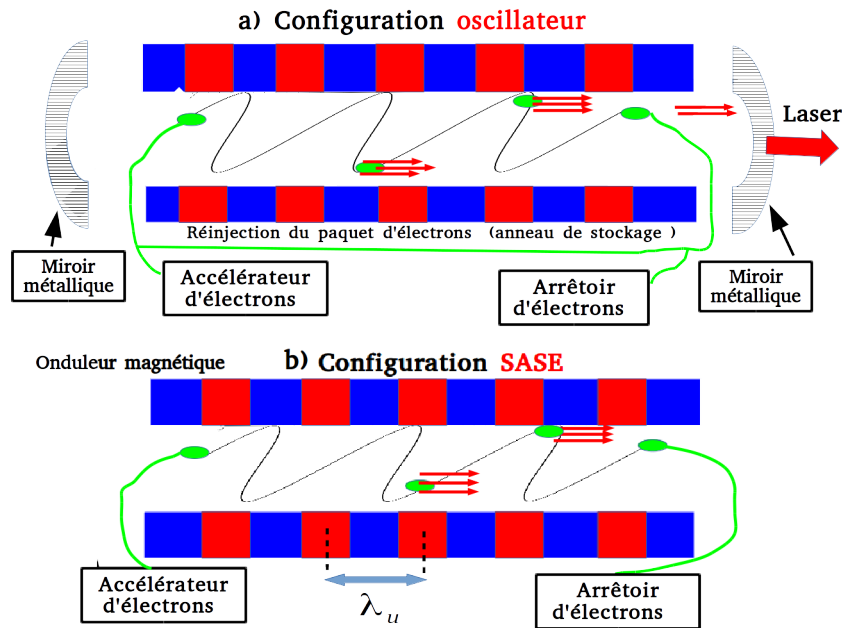


Figure 2.10: Configurations des LEL en régime oscillateur (a) et en régime SASE (b).

2. *Configuration Self Amplified Stimulated Emission (SASE)* : afin de déclencher une croissance exponentielle du gain [59] à partir de l'émission spontanée lors d'un seul passage du paquet d'électrons dans l'onduleur (voir figure 2.10 (b)), il est nécessaire d'avoir une grande densité électronique et une grande longueur de l'onduleur électromagnétique. La configuration SASE [121, 57, 58] permet d'avoir des courtes longueurs d'onde de l'UV aux rayons X [122] et des pics de brillance assez élevés grâce au regroupement des électrons en micro-paquets appelé phénomène de bunching. La configuration SASE est limitée uniquement par les technologies de fabrication des onduleurs magnétiques, la période des onduleurs  $\lambda_u$  est de quelques centimètres [120], et aussi par les paquets d'électrons fournis par les accélérateurs en terme de charge, de divergence et d'émittance. En outre, la cohérence temporelle du faisceau laser généré par la configuration SASE est limitée car l'émission spontanée module la distribution électronique avec d'importantes fluctuations réparties aléatoirement dans le domaine temporel et spatial. Les profils temporel et spectral de la lumière rayonnée sont composés d'une série de sous structures appelés *spikes* qui présentent d'importantes fluctuations statistiques. Des techniques pour résoudre ces problèmes ont été proposées et vérifiées expérimentalement [70, 71, 123], parmi celles-ci on peut noter la génération d'harmoniques non linéaires [125, 126], la configuration HGHG pour la génération d'harmoniques à fort gain [60, 61, 62, 63], et l'injection d'harmoniques produites dans les gaz [65, 66, 67]

### 2.2.4.1 Processus du LEL

Grâce au phénomène du bunching le rayonnement émis par un LEL est cohérent. Ce rayonnement cohérent est amplifié au cours du temps par un transfert d'énergie cinétique du paquet d'électrons aux ondes électromagnétiques. Afin d'avoir une émission cohérente, il faut que tous les photons émis par les électrons s'additionnent de manière constructive, ceci revient donc à mettre tous les oscillateurs (électrons du même paquet) en phase. Une fois que les électrons sont groupés, ils rayonnent de manière cohérente, aussi la puissance du rayonnement est plus élevée comparée au rayonnement incohérent. En effet la puissance du rayonnement émis par  $n$  électrons est donnée par

$$P \propto \left| \sum_{j=1}^n E_j e^{i\phi_j} \right|^2 = \sum_{j=1}^n E_j^2 + \left| \sum_{j=1}^n \sum_{k=1, k \neq j}^n E_j E_k \cdot e^{i(\phi_j + \phi_k)} \right|^2 \quad (2.26)$$

avec  $\phi_j$  la phase relative de l'onde  $E_j$  émise par l'électron  $j$ . Pour un paquet d'électrons oscillant dans l'onduleur avec des phases aléatoires, le terme à droite de l'équation 2.26 interfère de manière destructive et la puissance est donc  $P \propto n|E|^2$ . Ceci est le cas de l'émission spontanée incohérente dans des onduleurs magnétiques tels que les synchrotrons. Si maintenant  $\phi_i = \phi_k$  ce qui fait que tous les électrons sont groupés périodiquement à la longueur de résonance  $\lambda_s$  la puissance du rayonnement émis par tous les électrons dans ce cas est  $P \propto n^2|E|^2$ .

Pour expliquer le groupement des électrons en micro-paquets, il est possible d'utiliser les équations relativistes du mouvement des électrons et la relation de conservation de l'énergie qui décrit l'échange d'énergie entre l'électron et le rayonnement. Pour un calcul simple nous supposons que le rayonnement émis par l'électron est une onde plane monochromatique qui se propage le long de l'axe  $z$  dont l'expression des champs électrique et magnétique est :

$$E_x = E_0 \sin(\omega_e t - k_e z + \phi) e_x \quad (2.27)$$

$$B_y = \frac{E_0}{c} \sin(\omega_e t - k_e z + \phi) e_y \quad (2.28)$$

$E_0$  est l'amplitude maximale,  $\omega_e$  la pulsation,  $k_e$  le vecteur d'onde et  $\phi$  la phase de l'électron par rapport à l'onde optique (rayonnement émis). Cette onde optique va interagir avec l'onde électromagnétique de l'onduleur et créer une onde de battement qui se propage à une vitesse de phase

$$v_p = \frac{\omega_e}{k_e + k_u} \quad (2.29)$$

avec  $k_u = 2\pi/\lambda_u$  et  $\lambda_u$  la période de l'onduleur magnétique.

Si la vitesse moyenne de l'électron  $\bar{v}_z$  (Eq (2.19)) lors de son passage dans l'onduleur optique est égale à la vitesse de phase de l'onde de battement  $v_p$ , nous retrouvons la condition de résonance (2.20) pour  $\theta = 0$ .

L'équation d'échange d'énergie entre le rayonnement et l'électron est définie par

$$\frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt} [m_e c^2 (\gamma - 1)] = -e v_x E_x \quad (2.30)$$



En combinant les équations (2.18) et (2.28), l'équation (2.30) au premier ordre s'écrit:

$$\frac{dE_c}{dt} = -\frac{e^2 B_0 E_0}{2\gamma m_e k_u} \cos[\omega_e t - (k_e + k_u)\bar{v}_z t + \phi] \quad (2.31)$$

où  $\bar{v}_z$  est la vitesse moyenne de l'électron lors de son passage dans l'onduleur. Pour des fréquences proches de la fréquence de résonance  $\omega_e \sim (k_e + k_u)\bar{v}_z$ , l'électron peut gagner ou perdre de l'énergie selon sa phase  $\phi$ . En sommant sur toutes les phases des électrons du paquet et en supposant que celles-ci sont réparties entre 0 et  $2\pi$ , l'intégrale de l'équation (2.31) sur tout le temps d'interaction  $\tau = L/\bar{v}_z$  est nulle, avec  $L$  la longueur de l'onduleur magnétique.

La modulation du paquet d'électrons modifie la phase de l'onde électromagnétique, ce qui permet au rayonnement d'extraire de l'énergie à partir du paquet d'électrons. Pour comprendre le comportement d'un électron durant le processus d'échange d'énergie nous passerons aux équations du pendule. Au cours du temps les électrons seront piégés dans l'onde de battement produite par le couplage du rayonnement émis et l'onde électromagnétique de l'onduleur. L'équation d'échange d'énergie cinétique  $E_c$  s'écrit

$$\frac{dE_c}{dt} = -\frac{e^2 B_0 E_0}{2\gamma m_e k_u} \cos[\omega_e t - (k_e + k_u)z + \phi]. \quad (2.32)$$

Introduisant une nouvelle phase  $\psi = (k_e + k_u)z - \omega_e t - \phi + \frac{\pi}{2}$ , dont la dérivée par rapport à  $z$  est donnée par

$$\frac{d\psi}{dz} = k_u + \left(1 - \frac{c}{\bar{v}_z}\right).$$

L'équation d'échange d'énergie s'écrit donc

$$\frac{dE_c}{dt} = -\frac{e^2 B_0 E_0}{2\gamma m_e k_u} \sin\psi \quad (2.33)$$

En posant  $dz/dt = \bar{v}_z$  nous obtenons

$$\frac{d\psi}{dz} = k_u - \frac{k_e}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2}\right) \quad (2.34)$$

avec  $K$  le paramètre de force de l'onduleur magnétique.

En définissant  $\gamma_r$  la valeur de  $\gamma$  à la résonance :

$$k_u = \frac{k_e}{2\gamma_r^2} \left(1 + \frac{K^2}{2}\right).$$

En remplaçant l'expression de  $k_u$  dans (2.34) nous obtenons

$$\frac{d\psi}{dz} = k_u \left[1 - \left(\frac{\gamma_r}{\gamma}\right)^2\right] \quad (2.35)$$

et en posant  $\gamma = \gamma_r + \Delta\gamma$  tel que  $\Delta\gamma \ll \gamma_r$ , l'équation (2.34) se réduit à:

$$\frac{d\psi}{dz} = 2k_u \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \quad (2.36)$$

Afin d'obtenir la dérivée seconde de la phase par rapport à  $z$  nous posons  $v_z \sim c$  et  $E_c = m_e c(\gamma - 1)$  puis en remplaçant dans l'équation d'échange d'énergie nous obtenons :

$$\frac{d\Delta\gamma}{dz} = -\frac{e^2 B_0 E_0}{2\gamma_r m_e^2 k_u c^3} \sin\psi.$$

On considère que  $\gamma_r$  est constant et en dérivant une seconde fois l'équation (2.36) par rapport à  $z$  nous trouvons l'équation du pendule

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} = \frac{2k_u}{\gamma_r} \frac{d\Delta\gamma}{dz} = -k_\psi^2 \sin\psi \quad (2.37)$$

$$k_\psi^2 = \frac{e^2 B_0 E_0}{2\gamma_r m_e^2 k_u c^3}$$

Nous pouvons à présent décrire le comportement des électrons dans le potentiel pondéromoteur du au couplage de l'onde optique et de l'onde électromagnétique de l'onduleur. Sur la figure 2.11 nous représentons l'espace des phase ( $\psi, d\psi/dz$ ). La largeur maximale de la séparatrice dans la direction verticale est de  $4k_\psi$  et elle est proportionnelle à la racine carrée de l'amplitude du champ électrique  $E_0$ . À l'état initial, les électrons avec la même vitesse sont distribués uniformément dans la phase du champ électrique entre  $-\pi$  et  $+\pi$ . Le potentiel pondéromoteur est trop faible pour piéger les électrons. Au fur et à mesure que l'interaction entre les électrons et l'onde optique se produit, l'amplitude du champ pondéromoteur croit en absorbant de l'énergie à partir du fluide électronique. Si l'amplitude du champ pondéromoteur est suffisamment grande, les électrons seront piégés dans le potentiel pondéromoteur et décriront des trajectoires fermées limité par la séparatrice dans l'espace des phases. Dans le cas contraire ils suivront des orbites ouvertes.

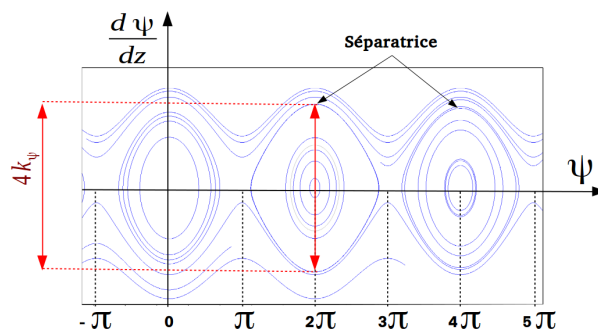


Figure 2.11: Trajectoires électroniques dans l'espace des phases  $\psi, d\psi/dz$ ). Les particules piégées dans l'onde de battement décrivent des trajectoires fermées tandis que les particules libres suivent des trajectoires ouvertes.

Les électrons arrangés initialement sur une ligne droite commencent à se disperser dans l'espace des phases sous l'action du potentiel pondéromoteur. Sur un demi cycle l'énergie cinétique moyenne de l'ensemble des électrons devient minimale. Sur un cycle complet d'une orbitale, l'énergie cinétique devient maximale et revient presque au niveau

de l'état initial. Le maximum d'énergie pour l'ensemble des électrons est donc extraite sur un demi cycle de l'espace des phases. Cette énergie est essentielle pour les processus d'amplification des lasers à électrons libres.

Un autre paramètre important dont il faut tenir compte est la longueur de glissement du paquet d'électrons dans l'onde optique. La longueur de glissement peut être donnée par  $L_g = N\lambda_s$  avec  $N$  est le nombre de périodes dans l'onduleur, et elle doit être comparée à la longueur du paquet d'électrons  $L_e = c\tau_e$ , où  $\tau_e$  est la durée du paquet d'électrons. Si  $L_g \geq L_e$  le paquet d'électrons est entièrement recouvert par l'onde optique, l'interaction entre l'électron et l'onde optique est non-linéaire. Les modulations des électrons s'accroissent au fur et à mesure que les électrons oscillent dans l'espace des phases.

Pour extraire efficacement l'énergie à partir du paquet d'électrons, les électrons doivent cependant être piégés dans l'onde de battement. Pour un paquet d'électrons d'énergie centrée en  $\gamma_i$  la condition pour piéger les électrons dans l'onde de battement est  $0 < \gamma_i - \gamma_r \leq \Delta\gamma$ . Nous pouvons définir l'efficacité de transfert d'énergie du paquet d'électrons au rayonnement émis comme le rapport de la dispersion en énergie  $\Delta\gamma mc^2$  des électrons piégés dans l'onde de battement et de l'énergie cinétique initiale des électrons

$$\eta = \frac{m_e c^2 \Delta\gamma}{m_e c^2 (\gamma_i - 1)} \sim \frac{\Delta\gamma}{\gamma_r} \quad (2.38)$$

Enfin le rayonnement spontané peut être amplifié par l'instabilité FEL si la qualité du faisceau d'électrons est suffisamment élevée. Ce processus a été appelé SASE (Self Amplified Spontaneous Emission). Le gain FEL élevé se caractérise souvent par le paramètre FEL ou Pierce [57, 120] :

$$\rho = \frac{1}{2\gamma} \left( \frac{I}{I_A} \left( \frac{\lambda_u K f_B}{2\pi\sigma_e} \right)^2 \right)^{1/3} \quad (2.39)$$

avec  $I$  la densité de courant du paquet d'électrons,  $I_A \sim 10^{17}$  kA le courant d'Alfven,  $f_B = J_0(\xi) - J_1(\xi)$ ,  $J(\chi)$  la fonction de Bessel avec  $\xi = \frac{K^2}{2(1+K^2)}$  et  $\sigma_e$  la taille du paquet d'électrons qui est fonction de la dispersion en énergie.

Le paramètre FEL est relié à la longueur du gain laser  $L_G$  par

$$L_G = (1 + \eta)L_{G0} \quad (2.40)$$

$$L_{G0} = \frac{\lambda_u}{4\pi\sqrt{3}\rho} \quad (2.41)$$

où  $\eta$  est un paramètre qui prend en compte la dégradation du gain causé par la diffraction du rayonnement, de l'émittance ainsi que la dispersion en énergie du paquet d'électrons. Concernant les paquets d'électrons, ils sont actuellement produits par des accélérateurs linaires LINAC. La maîtrise de la supraconductivité a permis d'améliorer ces derniers et de délivrer ainsi des paquets d'électrons de haute qualité en termes d'énergie, de divergence et de dispersion en énergie. Nous verrons dans le chapitre (Accélération de particules) les méthodes de l'accélération de paquets d'électrons et leurs caractéristiques essentielles.

## 2.3 Accélération des particules

Les accélérateurs de particules ont permis des avancées majeures dans en recherche fondamentale, et dans divers domaines applicatifs, en particulier en médecine ou en contrôle non destructif. Ainsi, en physique des particules, l'étude des produits de collisions de particules chargées de haute énergie a conduit à des avancées considérables pour la compréhension de la formation de l'univers. Le LHC (Large Hadron Collider) est le plus grand accélérateur de particules au monde. Sa circonférence est équivalente à celle du périphérique parisien, soit 27 km. Cette très grande infrastructure permet d'induire des collisions de particules dont l'énergie est de l'ordre du TeV! Récemment cette machine a permis la détection d'une particule élémentaire, le boson de Higgs, prédite sur la base de la théorie du modèle standard de la physique des particules. Les accélérateurs sont aussi utilisés en médecine pour les traitements des cellules cancéreuses par la protonthérapie ou bien pour générer des sources de rayonnement X pour l'imagerie médicale, la stérilisation et ou la production de radio-isotopes. Ils sont enfin utilisés en milieu industriel pour les traitements de surface, la découpe ou le contrôle non destructif des matériaux, et dans les synchrotrons et les lasers à électrons libres pour l'accélération de paquets d'électrons et la production des rayons énergétiques cohérents et incohérents.

Deux méthodes d'accélération des électrons à des vitesse relativistes sont principalement utilisées aujourd'hui : l'accélération conventionnelle Radio-Fréquence (RF) dans un accélérateur circulaire ou linéaire (LINAC) et l'Accélération Laser Plasma (ALP). La première différence entre ces deux technologies est la taille des installations : de plusieurs mètres à plus de deux kilomètres pour les LINAC; du millimètre à quelques centimètres pour l'ALP. Ces deux types d'accélérateurs sont utilisés pour accélérer des électrons à des énergies de plusieurs MeV ou GeV. Dans ce qui suit je décrirai les deux types d'accélérateurs et les caractéristiques essentielles des paquets d'électrons fournis par un LINAC ou par l'ALP.

### 2.3.1 Principes des accélérateurs circulaires et LINAC

Toute matière est composée d'atomes. Un atome est composé d'un nuage d'électrons de charge négative qui orbitent autour d'un noyau constitué de protons de charge positive et de neutrons de charge nulle. Dans un accélérateur circulaire ou LINAC on accélère soit des électrons soit des protons en appliquant un champ électrique aux particules chargées. Les électrons sont plus faciles à accélérer que les protons en raison de leur masse beaucoup plus faible, qui nécessite moins d'énergie aussi bien pour les accélérer que pour les produire. Des électrons libres peuvent être produits de deux manières. La première repose sur l'émission thermoionique [127, 128]. En appliquant une tension à un filament de tungstène, des électrons libres sont émis par le filament mais au lieu de les laisser retomber sur le métal on applique un champ électrique pour les arracher [130, 129]. Quant à la seconde méthode, elle repose sur l'extraction des électrons d'une cible métallique par un laser et un champ accélérateur. Un tel dispositif est appelé photo-canon et permet d'avoir des paquets d'électrons de meilleure qualité en terme

de charge que la première méthode. Dans un LINAC, un paquet d'électrons de charge environ 1 nC peut être produit par effet photo-électrique avec un laser à impulsions courtes (1-5 ps, période RF=330 ps à 3 GHz) sur la photo cathode [74].

Pour accélérer des électrons seul le champ électrique est utile. Considérons un électron de masse  $m_e$  d'énergie au repos  $E_0$  dans un milieu sous vide. Son énergie totale est donnée par  $E_{tot} = \gamma m_e c^2$  avec  $\gamma = E_{tot}/E_0 = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ,  $\beta = v/c$  et  $c$  la vitesse de la lumière. L'énergie cinétique de l'électron est donnée par  $E_c = E_{tot} - E_0 = (\gamma - 1)m_e c^2$  et la relation énergie impulsion est telle que  $E_{tot}^2 - E_0^2 = P^2 c^2$ .

Si l'électron se trouve dans un champ électromagnétique, il sera soumis à la force de Lorentz et la variation de son impulsion au cours du temps peut être donnée par :

$$P \frac{dP}{dt} = -\gamma v e (E + v \times B) = \frac{dE_{tot}}{dt}$$

avec  $E$ ,  $B$  le champ électrique et magnétique respectivement. Pour accélérer de manière efficace il faut que la vitesse  $v$  soit colinéaire au champ électrique. Le produit vectoriel de la vitesse et du champ magnétique est nul, on peut donc écrire :

$$\frac{dE_{tot}}{dt} = -evE$$

et donc le gain d'énergie d'un électron dans un champ électrostatique peut être donné par :

$$\Delta E_{tot} = -eE \int v \cdot dt = -eEL = -eU \quad (2.42)$$

où  $L$  définit la longueur sur laquelle le champ électrostatique est appliqué.  $U$  la différence de potentiel appliquée. On voit d'après l'équation (2.42) que le gain électrostatique est proportionnel à la longueur d'accélération mais aussi à la différence de potentiel appliquée de l'ordre de quelques MV/m, car au delà des phénomènes de claquage des matériaux apparaissent. C'est en 1924 que Ising propose l'accélération résonante [131]. Ce principe stipule que l'utilisation des champs électromagnétiques variables dans le temps à travers des tubes de glissement de champ électromagnétique nul peut permettre d'accélérer des particules à des énergies supérieures à celle donnée par la tension la plus élevée par le système. Ce principe a permis la fabrication des cavités radio-fréquence LINAC. Dans un LINAC, le paquet d'électrons est accéléré à des vitesses relativistes avec l'utilisation des cavités Radio-Fréquences (RF) où une onde électromagnétique radio-fréquence de période  $T = 1/f$  ( $f$  est la fréquence de champ) est appliquée sur l'axe de propagation du faisceau d'électron. Ces cavités sont disposées comme des perles sur un fil où les perles sont les cavités, et le fil représente le tube accélérateur dans lequel les particules se déplacent dans un vide très poussé (voir figure 2.12 (a)). Les champs électriques RF doivent être synchronisés avec les particules accélérées. La figure 2.12 (b) montre le changement du sens du champ électrique (flèches bleues) et du sens de la force accélératrice (flèches rouges) lors du passage du paquet d'électrons d'une cellule à une autre adjacente de longueur  $L_{cell}$

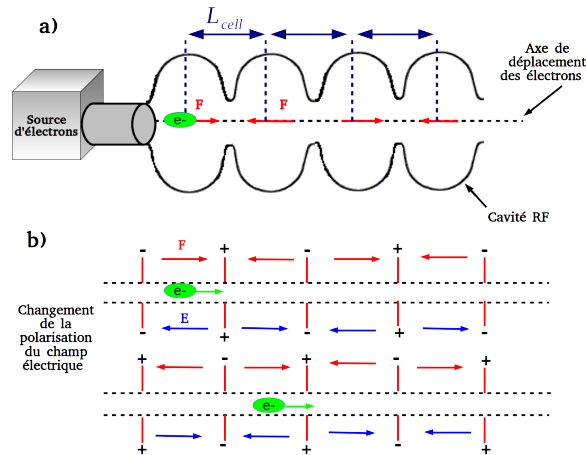


Figure 2.12: Principe de l'accélération RF a). Changement du sens du champ électrique (flèches bleues) et du sens de la force accélératrice (flèches rouges) b).

chacune. Comme les électrons sont chargés négativement, ils sont poussés par l'anode (signe -) et attirés vers la cathode (signe +). Au moment où les électrons arrivent vers la cathode, la direction du champ électrique change, les électrons se retrouvent à nouveau poussés par l'anode et attirés par la cathode. Pour maintenir cette accélération, il faut que les électrons traversent une cellule sur un temps égal à la demi période du champ RF. La longueur d'une cellule doit donc vérifier  $L_{cell} = \frac{v}{2f} = \frac{\beta c}{2f}$  c'est la condition de résonance.

Supposons maintenant que le paquet d'électrons est accéléré sur une longueur  $L_{acc}$  constituée d'un nombre de cellule  $N_{cell}$ . L'énergie gagnée par la particule sur toute la longueur d'accélération est égale à

$$\Delta E = -e \int E v dt$$

$$\Delta E = -e E_{acc} \cdot L_{acc} \cdot \cos \phi$$

avec  $E_{acc}$  l'amplitude du champ électrique RF et  $\phi$  la phase de l'électron par rapport à l'onde RF.

Plusieurs paquets d'électrons peuvent être accélérés à la fois dans les cavités RF. Ceci est possible si deux paquets d'électrons sont séparés d'une période RF ou d'un nombre entier  $n$  de périodes RF. La période du champ RF est donc un multiple entier de la période laser qui génère le paquet d'électrons sur le photo-canon.

Afin de garder le groupement du paquet d'électrons, des aimants quadripolaire sont insérés sur les lignes accélératrices. Les électrons suivent ainsi les lignes de champ magnétique et le paquet d'électrons reste focalisé sur l'axe.

Dans un accélérateur circulaire, le paquet d'électrons après son accélération initiale dans un LINAC est injecté dans un anneau où règne un vide très poussé. Les électrons tournent dans cet anneau et gagnent de l'énergie à chaque tour via une cavité RF placée sur un certain endroit de l'anneau. En plus des aimants de focalisation du paquet

d'électrons sur l'axe d'accélération, des aimant de courbure sont aussi placés afin de tourner les électrons.

Il existe trois types d'accélérateurs circulaires. Le premier est le cyclotron, cette machine est composée de deux structures en forme de **D**. Ces structures sont plongées dans un champ magnétique constant et séparées d'un petit espace dans lequel est inséré un élément accélérateur RF. Les trajectoires des particules sont des spirales dont le rayon de l'orbite des particules augmente de façon continue. Le deuxième type d'accélérateur circulaire est le synchrocyclotron. Son principe physique est le même que celui des cyclotrons sauf que la fréquence du champ accélérateur est synchronisée sur celle des particules. Enfin nous trouvons le synchrotron, en plus de synchroniser la fréquence du champ accélérateur à celle des particules, le champ magnétique augmente en fonction de l'énergie des particules pour qu'elles décrivent une trajectoire circulaire.

Un anneau de stockage est un accélérateur circulaire capable de délivrer des paquets d'électrons en pulsé ou en continu sur plusieurs heures. Leur capacité de stockage dépend de la pression du vide afin que les particules accélérées n'entrent pas en collision avec d'autres atomes se trouvant dans les lignes accélératrices mais aussi de la compensation de l'énergie perdue par rayonnement synchrotron des particules accélérées. Un anneau de stockage est par exemple utilisé pour contrôler des paquets d'électrons en mode pulsé dans la machine Thom-X tandis qu'un LEL utilise un LINAC.

### 2.3.2 Caractéristiques des paquets d'électrons : émittance, paramètres de Twiss

Un LINAC délivre un faisceau d'électrons réglable en terme de charge, d'énergie et de taille. Statistiquement la taille transverse d'un paquet d'électrons constitué de  $n$  particules peut être donnée par la moyenne quadratique sur les positions transverses

$$\sigma_x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2}$$

avec  $(x, y) = \sum_i^n (x_i, y_i)$ .

Dans un accélérateur linéaire le champ électrique accélérateur  $E_{acc}$  est parallèle à la direction de déplacement des électrons  $z$ . De ce fait les variations des impulsions transverses sont nulles

$$\frac{dP_x}{dt} = 0$$

$$\frac{dP_y}{dt} = 0.$$

Les écarts-types des impulsions transverses normalisées sont notées  $\sigma'_{x,y} = \frac{P_{x,y}}{\gamma m_e c}$  avec  $m_e$ ,  $\gamma$  la masse et le facteur de Lorentz de l'électron respectivement et  $c$  la vitesse de la lumière.

Nous remarquons que le produit

$$\gamma \cdot \sigma_{x,y} \cdot \sigma'_{x,y} = \varepsilon'_{n,RMS} \quad (2.43)$$

est constant. La valeur de  $\varepsilon'_{n,RMS}$  est définie comme l'émittance normalisée du paquet d'électrons, tandis que l'émittance du paquet d'électrons peut être connue au cours du temps par les fonctions de Twiss [75, 76]. Dans l'espace des phases transversal  $(x, x')$  les trajectoires des particules sont des ellipses. L'ellipse représentant la distribution des particules définit l'émittance du paquet d'électrons et son équation est donnée par

$$\varepsilon_{n,RMS} = \gamma_T x^2 + 2\alpha_T x \cdot (v_x/c) + \beta_T (v_x/c)^2,$$

où  $(\gamma_T, \alpha_T, \beta_T)$  sont les paramètres de Twiss qui peuvent être déduits de la distribution et de l'émittance normalisée comme suit :

$$\begin{aligned} \beta_T &= \langle x^2 \rangle / \varepsilon'_{n,RMS}, \\ \gamma_T &= \langle (v_x/c)^2 \rangle / \varepsilon'_{n,RMS}, \\ \alpha_T &= \langle x \cdot (v_x/c) \rangle / \varepsilon'_{n,RMS}. \end{aligned}$$

La force électrostatique (charge d'espace) tend à dégrader la qualité du paquet d'électrons et à limiter sa compression. Pour un cas simple nous calculons la force électrostatique et magnétique entre deux particules en mouvement uniforme à la vitesse  $v$ . Les expressions de ces forces peuvent s'écrire

$$\begin{aligned} F_e &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \\ F_m &= -ev \times B = \frac{-\mu_0 e^2 v^2}{4\pi r^2} \end{aligned}$$

avec  $r$  la distance entre les deux particules,  $\epsilon_0, \mu_0 = 1/\epsilon_0 c^2$  la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide respectivement. La force totale entre les deux électrons est donc

$$F_{tot} = F_e + F_m = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 \gamma^2} \quad (2.44)$$

D'après l'équation (2.44) on voit que la charge d'espace augmente d'autant plus qu'on essaie de comprimer le paquet d'électrons ( $r \rightarrow 0$ ), d'où la difficulté d'avoir de faibles largeurs des paquets d'électrons. D'un autre côté on voit que les effets de charge d'espace disparaissent pour des électrons très relativistes  $\gamma \gg 1$ .

Malgré leur capacité à produire de façon stable et robuste des paquets d'électrons d'excellente qualité en terme de charge d'énergie et d'émittance, les LINAC présentent quelques défauts particulièrement sur la limite des champs accélérateurs et aussi sur leur taille et prix. Les LINAC les plus énergétiques, qui délivrent des faisceaux de particules ayant des énergies supérieures à 1 GeV, représentent seulement 1% du nombre total des



accélérateurs dans le monde et leur facture s'élève à plusieurs millions voir le milliard d'euros [135]. De telles machines sont utilisées pour produire des paquets d'électrons dans le cas des lasers à électrons libres et leurs longueurs ne peut croître indéfiniment pour la production de rayons X-durs ou gamma qui peuvent ouvrir de nouvelles perspectives dans la recherche et la science. Leur prix astronomique provient de la nécessité d'utiliser des cavités RF sur de grandes distances pour accélérer les électrons à plusieurs GeV. En outre des technologies de refroidissement supraconducteurs à hélium liquide sont utilisées pour diminuer les pertes de courants par effet Joule ainsi que des moyens de radioprotection posés sur ces installations et nécessaires pour la protection du personnel des rayonnements émis. On comprend donc toute l'importance de chercher des solutions alternatives compactes à l'accélération de particules.

### 2.3.3 Les Accélérateurs Laser Plasma (ALP)

Les progrès rapides des lasers de haute intensité ont étendu nos capacités à étudier les interactions lumière matière dans les domaines relativistes dans lesquels les électrons sont entraînés à des vitesses proches de celle de la lumière. La compréhension de ces interactions a permis la construction d'accélérateurs compacts capables d'accélérer des paquets d'électrons à des vitesses relativistes sur quelques millimètres ou centimètres de plasma [25]. De plus la qualité des paquets d'électrons en terme de charge, divergence, taux de répétition et dispersion en énergie augmente avec l'amélioration constante des technologies laser en énergie, durée d'impulsion et avec la focalisation des faisceaux lasers sur de longues distances [135]. Les paquets d'électrons issus de la technologie ALP peuvent servir aux mêmes fins que des paquets d'électrons issus de l'accélération conventionnelle LINAC. Ceci permettra de réduire considérablement les coûts des lasers à électrons libre XFEL ou bien même d'envisager des futurs collisionneurs de particules ultra-compacts.

#### 2.3.3.1 Principe de l'ALP

L'invention des accélérateurs ALP revient aux travaux théoriques menés par Tajima et Dawson [20]. Lorsqu'une impulsion laser intense irradie une cible solide ou un jet de gaz, les électrons, de plus faible masse que les ions constituant les atomes de la cible, sont arrachés par le champ laser intense et un plasma est créé. Ce dernier, considéré comme le quatrième état de la matière, est constitué de charge négatives (les électrons) et de charges positives (les ions) et est donc globalement neutre. L'avantage d'utiliser les plasmas comme un milieu pour accélérer les électrons provient du fait que les plasmas sont déjà ionisés et donc ils peuvent supporter des champs électriques forts.

Le principe de l'ALP est illustré sur la figure 2.13 (a). Les électrons de plus faible masse que les ions sont soumis plus fortement à la force pondéromotrice du laser [77, 142]. La force pondéromotrice de l'impulsion laser est proportionnelle à l'éclairement laser et exerce un effet chasse neige. Elle expulse les électrons des régions de fort éclairement laser vers les régions de faible éclairement tandis que les ions restent immobiles pendant le passage de l'impulsion laser. Une séparation de charge est alors créée, celle-ci engendre

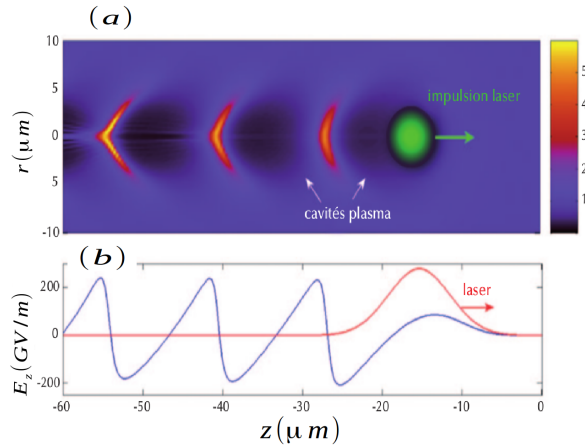


Figure 2.13: a) : Principe de l'accélération laser plasma. L'impulsion laser se propage de gauche à droite et engendre une perturbation de densité électronique générée dans le sillage de impulsion laser. b) : Champ électrique associé à l'onde plasma. Image extraite de [137].

à son tour un fort champ électrique qui exerce une force de rappel tendant à ramener les électrons vers leurs positions d'équilibre. Les électrons commencent alors à osciller comme un oscillateur harmonique en avant et en arrière à la fréquence plasma  $\omega_{pe} = \sqrt{e^2 n_e / m_e \epsilon_0}$ , avec  $e$ ,  $m_e$  la charge élémentaire et la masse de l'électron,  $\epsilon_0$  la permittivité électrique du vide et  $n_e$  la densité électronique du plasma.

Les oscillations collectives des électrons engendrent ce qu'on appelle une onde plasma, cette onde se déplace à la vitesse de groupe de l'onde laser et est à l'origine de l'accélération des électrons. L'énergie laser est transférée à l'onde plasma par la création des perturbations de densité électronique [77]  $\delta n_e = n_e \delta \cos[k_p(z - v_p t)]$ , avec  $k_p$  le vecteur d'onde de l'onde plasma se propageant dans la direction  $z$  à la vitesse de phase  $v_p$  et  $\delta$  la perturbation relative de densité. Le champ maximum correspondant à la perturbation de densité électronique peut être obtenu via l'équation de Poisson  $\frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{e \delta n_e}{m_e \epsilon_0}$  et peut s'écrire comme  $E_{max} = m_e c \omega_{pe} \delta n_e / e$ . Dans la pratique les valeurs de ce champ peuvent atteindre plusieurs GV/m en fonction de la perturbation de la densité électronique (voir figure 2.13 (b)), soit des valeurs de champ 1000 fois plus grandes que celles des accélérateurs linéaires traditionnels LINAC [135, 79].

Les mécanismes ALP sont cependant compliqués et dépendent à la fois des paramètres laser (intensité, durée d'impulsion, longueur de focalisation) et de la densité plasma [134]. La figure 2.13 (a), illustre le principe de l'accélération par sillage laser dans un plasma. L'impulsion laser se propage de gauche à droite dans un plasma sous dense et homogène, et crée une perturbation de densité électronique (onde de sillage).

Dans le cas où l'électron se trouve dans la zone de focalisation avant l'arrivée du laser, l'électron reçoit de l'énergie pendant une fraction de période laser et il peut s'échapper. Dans le cas où l'électron n'est pas dans la zone de focalisation du faisceau laser, il est pré-accélééré avant l'arrivée de l'impulsion, puis piégé dans l'onde plasma et ainsi accéléré

sur une distance de quelques millimètres. Ce mécanisme de piégeage des électrons par l'onde plasma est souvent représenté par un surfeur tentant de prendre une vague. Si le surfeur (l'électron) est trop rapide, la vague (l'onde plasma) ne le rattrape pas, et à l'inverse s'il est trop lent elle le dépasse. Tout le secret revient donc à mettre les électrons en phase avec l'onde plasma.

Comme dans les accélérateurs linéaires LINAC, l'énergie acquise par les électrons est proportionnelle au produit du champ accélérateur et de la longueur sur laquelle les électrons sont accélérés. L'énergie maximale gagnée par un électron peut être estimée par  $\Delta E \sim eE_{max}L_\phi$  où  $E_{max}$  est le champ électrique maximum,  $L_\phi$  la longueur maximale sur laquelle l'électron est accéléré.

Trois types d'accélération ALP ont été développés avec l'amélioration des technologies laser. Le premier type est le sillage auto-modulé [81, 134]. Ce régime d'accélération a été réalisé dans différents laboratoires du monde dans les années 1990. Les impulsions laser à cette époque étaient beaucoup plus longues qu'aujourd'hui, c'est à dire d'une durée typique de quelques centaines de femtosecondes. L'onde plasma est alors excitée par le processus de diffusion Raman. L'onde laser de fréquence  $\omega_0$  se décompose en une onde électromagnétique rétro-diffusée de pulsation  $\omega_s$  qui se propage en sens opposé par rapport à l'impulsion laser et l'autre onde est l'onde plasma de fréquence  $\omega_{pe}$ . La différence entre les fréquences des ondes laser et plasma nous donne la fréquence de l'onde rétro-diffusée  $\omega_s = \omega_0 - \omega_{pe}$ . Comme l'impulsion laser est longue, une interférence se produit entre l'onde rétro-diffusée et l'onde laser ce qui engendre une onde de battement à la fréquence plasma  $\omega_{pe}$ . L'amplitude de l'onde plasma croît et atteint un maximum de champ électrique piégeant ainsi les électrons et les accélérant. L'énergie des électrons obtenue par ce mécanisme est entre 20 et 45 MeV [82] réglable en fonction de la densité électronique du plasma mais ne pouvant atteindre des énergies élevées à cause de la limite du déferlement.

Quelques années plus tard les technologies laser ont été développées permettant de réduire la durée des impulsions par la technologie titane-saphir en amplification à dérive de fréquence (CPA) [15]. L'ALP a vite profité de cette avancée technologique pour produire un autre mécanisme d'accélération "le sillage forcé". Le front avant de l'impulsion laser pousse les électrons par effet pondéromoteur vers l'avant puis le front arrière de l'impulsion laser arrive pour repousser les électrons vers l'arrière. La perturbation de densité créée par la force pondéromotrice du laser excite l'onde plasma, celle-ci est ensuite couplée à l'impulsion laser pour qu'elle puisse croître. Le rendement maximum est obtenu quand la durée de l'impulsion laser est de l'ordre d'une demi-période de l'onde plasma soit quelques dizaines de femtoseconde. La distribution d'énergie obtenue par ce mécanisme est quasi-maxwellienne allant de 20 à 200 MeV [135].

Cependant ces deux mécanismes d'accélération ne sont pas facilement contrôlables et les paquets d'électrons sont de mauvaise qualité en terme de dispersion d'énergie, divergence et de charge.

Les simulations numériques PIC (Particles-In-Cell voir chapitre 4) ont permis de comprendre les mécanismes d'interaction laser-plasma non-linéaires. En utilisant des simulations PIC à 3 dimensions Pukhov et Meyer-Ter-Vehn ont montré l'existence d'un nouveau type d'accélération par sillage nommé le régime de la Bulle [88, 89]. Dans un plasma sous-dense, une cavité ionique dépourvue d'électrons peut être créée. Cette cavité ionique peut être considérée comme une bulle autour de laquelle les électrons sont piégés de façon à acquérir la même vitesse et la même direction de propagation donnant ainsi un paquet d'électrons monocinétique. Cependant deux conditions doivent être vérifiées pour obtenir le régime de la bulle. La durée de l'impulsion laser  $\tau$  ainsi que sa largeur à mi-hauteur  $L_{FWHM}$  doivent être inférieures à l'inverse de la pulsation plasma  $\tau < 1/\omega_{pe}$  et à  $L_{FWHM} < c/\omega_{pe}$  respectivement. Les résultats expérimentaux obtenus dans le régime de la bulle sur la qualité des paquets d'électrons sont très satisfaisants. Des résultats publiés dans [136] montrent que le spectre en énergie a l'allure d'une distribution gaussienne centrée sur une valeur de 170 MeV avec une dispersion de 24 % et de charge  $0.5 \pm 0.2$  nC. Cependant ce mécanisme d'accélération reste toujours difficilement contrôlable en raison de la fluctuation du pic d'énergie, de la divergence angulaire ainsi que de la charge du paquet d'électrons d'un tir laser à un autre.

Pour résoudre ce problème de ces fluctuations mais aussi pour diminuer la dispersion en énergie ou contrôler la charge du paquet d'électrons, des perfectionnements de ce schéma ont été proposés basés sur des méthodes exposées brièvement dans la section qui suit.

### 2.3.3.2 Performances actuelles de l'ALP

L'un des schémas qui permet de contrôler l'énergie cinétique des électrons repose sur une injection optique des électrons dans l'onde de sillage. Ce schéma est appelé injection par collision d'impulsions laser [83] et son principe est représenté sur la figure 2.14. Une deuxième impulsion laser (impulsion d'injection) vient en sens opposé par rapport à une impulsion laser pompe de fort éclairement. Dans un certain régime d'interaction, l'impulsion pompe excite une onde plasma sans engendrer de paquets d'électrons. L'interférence des impulsions laser pompe et injection crée une onde stationnaire qui sert comme piège optique pour les électrons. Les électrons piégés reçoivent de l'énergie cinétique de l'ordre du MeV à partir de l'onde stationnaire. Cette accélération initiale est primordiale pour les électrons afin qu'ils puissent être piégés dans l'onde plasma puis accélérés à des énergies allant de la dizaine jusqu'à la centaine de MeV selon le lieu de la collision des deux impulsions laser. Les électrons peuvent être accélérés sur une longue distance et acquérir donc une grande énergie cinétique, ou bien inversement sur de petites distances pour avoir de faibles énergies cinétiques. En outre comme l'amplitude de l'onde stationnaire (piège optique) dépend de l'éclairement des deux impulsions laser, ceci permet un contrôle sur le nombre de particules piégées et donc un contrôle sur la charge du paquet d'électrons. Les paquets d'électrons obtenus au LOA en 2006 par cette technique sont très stables avec des fluctuations des paramètres du paquet d'électrons de l'ordre de 5 à 10 % [83].

Un autre schéma d'injection du paquet d'électrons dans l'onde de sillage, appelé

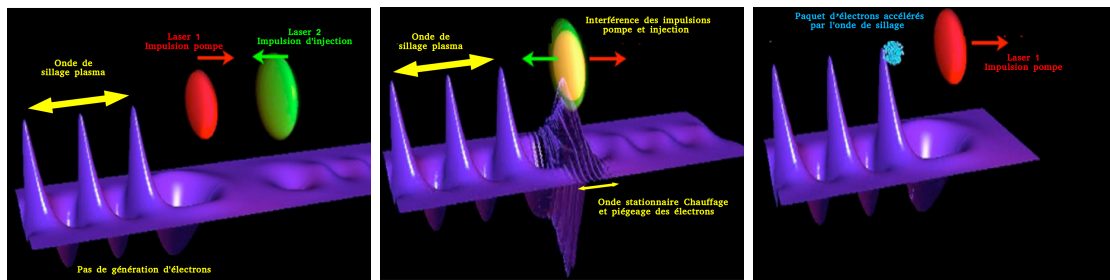


Figure 2.14: *Injection par collision d'impulsions contre propagatives.* 1) Les deux impulsions laser ne sont pas encore entrées en collision, l'impulsion pompe entraîne une onde de sillage plasma. 2) Les deux impulsions entrent en collision et leur interférence met en place une onde stationnaire qui piège et chauffe les électrons à des énergies de l'ordre du MeV. 3) Les électrons piégés dans l'onde de sillage sont accélérés à des dizaines ou centaines de MeV. Image extraite de: *Laser plasma accelerators V. Malka. POP 19, 055501 (2012).*

l'injection dans un mélange de gaz, consiste à irradier avec une impulsion laser intense une cible gazeuse constituée d'un mélange de deux gaz [86, 87], l'un de numéro atomique  $Z$  élevé et l'autre de faible  $Z$ . En jouant sur les potentiels d'ionisation des deux gaz, on peut arracher des électrons d'un gaz et les faire propager ensuite dans l'onde de sillage. C'est ce mécanisme d'accélération d'électrons qui a été utilisé pendant les expériences LUCCEL-X que je détaillerai dans le chapitre 7 de ce manuscrit. L'injection dans un gradient de densité [93, 94, 95, 96] permet un contrôle sur l'énergie des électrons mais aussi sur la stabilité de pointé du paquet d'électrons.

Récemment des paquets d'électrons monocinétiques à faible divergence ont été produits en utilisant des lentilles plasma [90, 91, 92]. Le principe de la lentille laser-plasma est le suivant : un faisceau d'électrons est accéléré dans le premier jet de gaz dit gaz accélérateur. Le paquet d'électrons se propage librement sur une certaine distance  $L$  où il diverge, puis il est finalement focalisé dans un second jet de gaz qui sert de lentille plasma. Selon la distance de propagation libre  $L$  et l'énergie cinétique des électrons, des résultats expérimentaux ont montré la réduction de la divergence angulaire de 2.5 à 1 mrad [92].

L'accélération d'électrons par laser-plasma s'avère être un candidat prometteur pour remplacer les accélérateurs linéaires ou circulaires pour certaines applications, par exemple dans le monde de la recherche scientifique, ou d'imagerie médicale. Ces progrès dépendront fortement des développements futurs des technologies laser en terme d'énergie et durée d'impulsion mais aussi en terme de focalisation et diffraction. Des électrons accélérés à 1 GeV ont ainsi été obtenus expérimentalement à Berkeley en focalisant une impulsion laser de 40 TW sur 3.3 cm dans un canal plasma [25]. 2 GeV ont été obtenus depuis au Texas, 3 GeV en Corée et 4 GeV à LBNL.

En dehors des électrons les expériences menées par Sébastien Corde *et al* ont permis d'accélérer des positrons dans les plasma [97]. Ces résultats laissent rêver à la construction d'un collisionneur de particules ultra-compact à condition également de pouvoir aug-

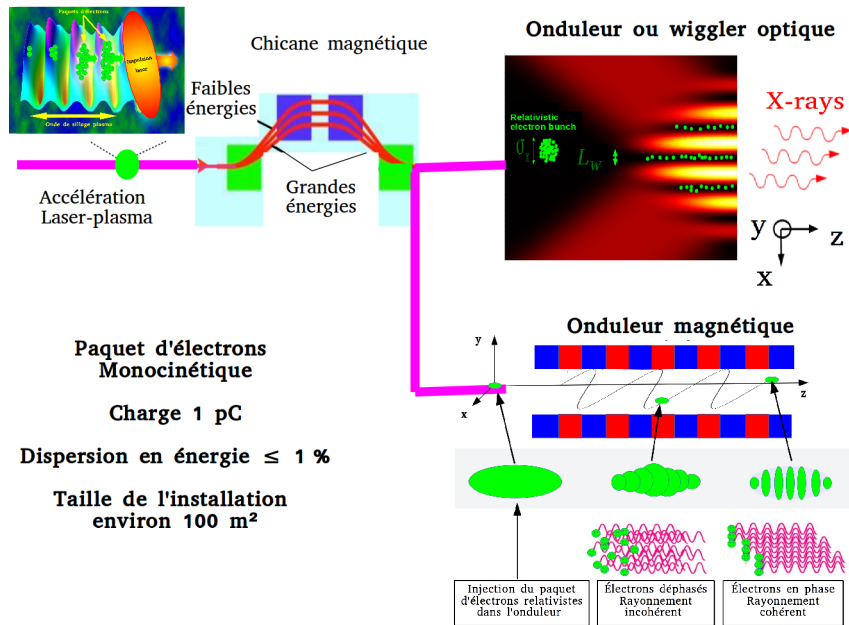


Figure 2.15: Schéma d'un LEL compact combinant l'accélération d'électrons dans les plasmas avec un onduleur (wiggler) optique ou magnétique.

menter fortement la luminosité du collisionneur, c'est à dire le nombre de collisions par unité de temps, ce qui revient à une question de technologie laser. En plus d'un futur collisionneur compact, les ALP sont aussi des futurs candidats pour la génération de rayonnement X ou gamma, soit par émission bêtatron, ou par couplage d'un ALP avec un onduleur magnétique [30] ou onduleur optique [39]. Des études théoriques et numériques ont montré qu'il serait possible d'obtenir un XFEL compact (voir figure 2.15) de taille environ 100 m<sup>2</sup>, si la technologie ALP permettait un jour d'obtenir un paquet d'électrons monocinétique avec une dispersion en énergie inférieure à 1% et de charge de l'ordre du nanocoulomb [98].

## 2.4 Interaction laser-plasma

Le mot plasma introduit la première fois par I. Langmuir en 1928 fait référence au quatrième état de la matière, avec les états solide, liquide et gazeux. Un plasma peut être considéré comme une soupe d'atomes ou de molécules partiellement ou complètement ionisés mais qui reste globalement électriquement neutre [99, 100]. 99 % de la matière visible dans l'univers est constituée de plasma. Sur Terre on peut créer un plasma en chauffant un gaz ou un solide à des températures élevées avec un laser intense ou encore par décharge électrique dans un gaz soumis à une très forte différence de potentiel. Parmi les applications des plasma créés par laser : l'accélération de particules relativistes par sillage laser [24], la fusion par confinement inertiel [101] pour contrôler les réactions nucléaires de fusion d'atomes et produire de l'énergie. Une autre application des plasmas est de les utiliser comme un milieu amplificateur de lumière avec certains processus d'excitation type Compton [38] ou Raman [39] qui peuvent conduire à l'émission de rayonnement de hautes énergie X ou  $\gamma$ .

### 2.4.1 Faisceau gaussien

Dans l'approximation paraxiale, les impulsions laser sont décrites par des faisceaux gaussiens. Cette équation s'écrit pour une impulsion laser de pulsation  $\omega_0$  se propageant dans le vide en  $z$  et polarisée linéairement en  $y$  comme :

$$E(r, z, t) = E_0 \frac{W_0}{W_z} \exp\left(-\frac{r^2}{\omega^2(z)}\right) \cdot \exp\left(-ikz - \frac{ikr^2}{2R(z)} + i\phi(z) - i\omega_0 t\right) \vec{e}_y \quad (2.45)$$

où  $E_0$  est l'amplitude du champ électrique,  $r^2 = x^2 + y^2$ ,  $k = 2\pi/\lambda_0$  le vecteur d'onde,  $\lambda_0$  la longueur d'onde laser et  $\vec{e}_y$  le vecteur unitaire dans la direction  $y$ .  $W_0$  est le waist,  $W(z) = \omega_0 \sqrt{1 + (z/z_0)^2}$  la largeur du faisceau en  $z$ ,  $z_0 = \pi\omega_0^2/\lambda_0$  la longueur de Rayleigh,  $R(z) = z[1 + (z_0/z)^2]$  le rayon de courbure et  $\phi$  la phase de Gouy. Cette équation est solution de l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide de type d'Alembert :

$$(\Delta + k^2) E(r, z, t) = 0 \quad (2.46)$$

où  $\Delta$  est l'opérateur Laplacien.

L'éclairement laser moyen en un point  $M(x, y, z)$  à l'instant  $t$  peut être connu en calculant le module au carré du champ électrique

$$I(r, z, t) = |E(r, z, t)|^2 = E^*(r, z, t) \cdot E(r, z, t) \quad (2.47)$$

où  $E^*(r, z, t)$  est le complexe conjugué de  $E(r, z, t)$ .

Si l'impulsion laser est focalisée uniformément sur une surface  $S$  et qu'elle est constante sur toute la durée de l'impulsion, l'éclairement laser peut être donné par l'approximation suivante :

$$I_{max} = \frac{E_p}{\tau_l \cdot S}, \quad (2.48)$$



où  $E_p$  est l'énergie laser  $\tau_l$  la durée de l'impulsion.

Le potentiel vecteur laser normalisé peut être relié à l'éclairement par

$$a_0 = 0.85 \cdot 10^{-3} \cdot \lambda_0 \sqrt{I_{max}} \quad (2.49)$$

avec  $\lambda$  donné en mètres et I en W/cm<sup>2</sup>.

### 2.4.2 Fréquence plasma

Soit un plasma non collisionnel uniforme sur lequel on applique une perturbation de densité avec un laser. Les électrons de plus faible masse que les ions vont se mettre à osciller de manière collective autour de leurs positions d'équilibres à une fréquence caractéristique appelée fréquence plasma

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}} \quad (2.50)$$

où  $n_e$  est la densité électronique du plasma,  $e$  la charge élémentaire  $m_e$  la masse de l'électron et  $\epsilon_0$  la permittivité électrique du vide. Cette fréquence est très importante car elle donne l'échelle de temps de la réponse collective des électrons à une perturbation. En effet on peut comparer cette fréquence à la fréquence laser  $\omega_0$ . Si  $\omega_{pe} < \omega_0$  l'échelle de temps caractéristique du plasma est plus longue que la période optique. Le plasma est dit sous-dense et l'onde électromagnétique peut se propager. À l'inverse si la fréquence plasma est supérieure à la fréquence excitatrice, le plasma est surdense, les ondes électromagnétique sont réfléchies. On définit alors la densité critique du plasma  $n_c$  comme la densité pour laquelle la fréquence plasma  $\omega_{pe}$  est égale à la fréquence excitatrice  $\omega_0$ .

### 2.4.3 Approche cinétique et fluide de l'interaction laser-plasma

L'étude de l'interaction laser-plasma est riche et complexe. Plusieurs régimes d'interaction existent selon l'éclairement laser ou encore l'énergie des particules. Des effets non-linéaires entrent en jeu lors de l'interaction laser-plasma et des instabilités paramétriques peuvent être déclenchées. En outre ces instabilités peuvent conduire à la génération de forts champs électromagnétiques et à l'émission de rayonnement par les particules relativistes. Plusieurs approches pour étudier le comportement et la dynamique du plasma interagissant avec un laser sont proposées selon la complexité du problème et les échelles de temps. Nous décrivons ici deux approches essentielles : l'approche cinétique ou particulaire et l'approche fluide [99, 100, 176]. Ces approches seront utilisées dans la théorie du Raman XFEL pour étudier la dynamique des électrons et estimer le gain.

#### 2.4.3.1 Approche cinétique

Pour décrire l'interaction laser-plasma il faut connaître les trois composantes spatiales  $r_i$  et les impulsion  $p_i$  avec  $i \in [1, 2, \dots, N]$  des  $N$  particules chargées du plasma. En outre



le système laser-plasma est un système couplé. Les particules chargées engendrent des champs électromagnétiques qui s'additionnent au champ laser donnant un champ total qui intervient sur la dynamique des particules via la force de Lorentz. La redistribution des particules du plasma sous l'influence de la force de Lorentz modifiera les densités de charge et de courants et affectera à nouveau les champs électromagnétiques dans les équations de Maxwell. On est donc confronté à un système auto-consistant qui évolue à chaque instant  $t$ . Les équations de Maxwell permettent de modéliser l'évolution des champs électrique  $E(r, t)$  et magnétique  $B(r, t)$  tandis que la résolution de l'équation de Lorentz pour les  $N$  particules à chaque instant  $t$  devient impossible. De plus dans la pratique la connaissance de l'état du système est uniquement macroscopique et on ne dispose pas de l'état microscopique. Une description aussi précise n'est alors pas nécessaire pour bien comprendre le système mais plutôt une description statistique des particules suffit [106]. Nous nous intéressons donc à une fonction de répartition  $f_N$  satisfaisant

$$D(t) = f_N(r_1, r_2, \dots, r_N, p_1, p_2, \dots, p_N, t) \prod_i^N dr_i dp_i \quad (2.51)$$

où  $D(t)$  décrit la probabilité de trouver le système à l'instant  $t$  dans le volume de l'espace des phases  $\prod_i^N dr_i dp_i$ . Cette fonction  $D$  évolue selon l'équation de Liouville :

$$\frac{dD}{dt} = \frac{\partial D}{\partial t} + \sum_{i=1}^N \frac{dr_i}{dt} \frac{\partial D}{\partial r_i} + \sum_{i=1}^N \frac{dp_i}{dt} \frac{\partial D}{\partial p_i} = 0 \quad (2.52)$$

qui donne la conservation de la densité de probabilité au cours du mouvement des  $N$  particules. Cette équation contient le maximum d'informations sur le plasma cependant il est difficile de la résoudre analytiquement et numériquement. En négligeant les corrélations entre les particules, on peut se contenter d'une fonction de distribution de particules  $f_\alpha(r, p, t)$  qui donne la probabilité de trouver à l'instant  $t$  une particule de l'espèce  $\alpha$  dans un volume de l'espace des phases  $dr dp$ . Pour des particules relativistes, cette équation vérifie l'équation cinétique de Vlasov :

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \frac{p}{\gamma m_\alpha} \nabla f_\alpha + q_\alpha \left( E + \frac{p}{\gamma m_\alpha} \times B \right) \cdot \nabla_p f_\alpha = 0 \quad (2.53)$$

où  $m_\alpha$ ,  $q_\alpha$  sont respectivement la masse et la charge de la particule de l'espace  $\alpha$ .  $E$  et  $B$  sont les champs électrique et magnétique respectivement qui affectent les particules et  $\gamma = \sqrt{1 + p_\alpha^2/m_\alpha^2 c^2}$  le facteur de Lorentz de la particule d'espèce  $\alpha$ .

Dans la pratique les corrélations entre particules peuvent être négligées si la distance moyenne inter-particulaire  $d$  est très inférieure à la longueur de corrélation  $\lambda_D$  appelée longueur de Debye. Celle-ci s'exprime pour une population électronique comme :

$$\lambda_{De} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2}} \gg d$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité électrique du vide,  $k_B$  la constante de Boltzman,  $T_e$  la température électronique,  $e$  la charge de l'électron et  $n_e$  la densité plasma.

L'équation cinétique Fokker-Planck a été dérivée pour une fonction de répartition homogène dans l'espace et en l'absence de forces. En général, nous pouvons ajouter les termes de collisions dans l'équation de Vlasov en tenant compte de l'évolution de la fonction de distribution dans l'espace et sous l'influence de la force de Lorentz. Ainsi, l'équation cinétique pour un plasma collisionnel prend la forme :

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \frac{p}{\gamma m_\alpha} \nabla f_\alpha + q_\alpha \left( E + \frac{p}{\gamma m_\alpha} \times B \right) \cdot \nabla_p f_\alpha = C_{\alpha,\beta}[f_\alpha, f_\beta] \quad (2.54)$$

où  $C_{\alpha,\beta}[f_\alpha, f_\beta]$  est appelée intégrale de collisions. L'indice  $\beta$  fait référence à une autre particule d'espèce autre que  $\alpha$ , par exemple électron ion.

Le système d'équations de Maxwell et l'équation cinétique permettent de modéliser tout phénomène d'interaction laser plasma. Ce système d'équations peut être résolu numériquement par la méthode Particles-In-Cells PIC. Cette méthode sera expliquée dans le chapitre 4.

En ce qui concerne les quantités macroscopiques, la fonction de distribution  $f_\alpha$  contient toutes les informations physiquement pertinentes sur l'espèce  $\alpha$ . Expérimentalement, il peut être plus facile d'obtenir des variables macroscopiques que la fonction de distribution en prenant les moments successifs de la fonction de distribution. Par exemple pour les particules d'espèces  $\alpha$  nous définissons [102] :

**la densité de charge**

$$n_\alpha(t, r) = \int f_\alpha(t, r, p) dp.$$

**La vitesse moyenne** des particules  $\alpha$

$$u_\alpha(t, r) = \frac{1}{n_\alpha(t, r)} \int v_\alpha f_\alpha(t, r, p) dp.$$

**L'énergie moyenne**

$$U_\alpha(r, t) = \frac{1}{n_\alpha(t, r)} \int \varepsilon_\alpha f_\alpha(t, r, p) dp.$$

où  $v_\alpha$  et  $\varepsilon_\alpha$  sont la vitesse et l'énergie cinétique de la particule respectivement. Pour une particule relativiste d'énergie cinétique  $\varepsilon = (\gamma_\alpha - 1)m_\alpha c^2$ , la relation entre la vitesse et l'impulsion de la particule s'écrit :  $v_\alpha = p/m_\alpha \gamma_\alpha$  avec  $\gamma_\alpha(p) = 1/\sqrt{1 + p^2/m_\alpha^2 c^2}$ .

**Le tenseur flux d'impulsion**

$$P_{\alpha ij}(t, r) = \int p_i v_j f_\alpha(t, r, p) dp \quad (2.55)$$

**Le vecteur flux d'énergie**

$$\Gamma_\alpha(t, r) = \int \varepsilon_\alpha(p) v f_\alpha(t, r, p) dp \quad (2.56)$$

Ces deux dernières équations décrivent les processus de transport de la quantité de mouvement et de l'énergie dans le plasma.

En définissant un moment relatif  $p' = p - m_\alpha u_\alpha$ , l'énergie moyenne du plasma peut s'écrire :

$$U_\alpha = \frac{1}{2}m_\alpha u_\alpha^2 + \frac{3}{2}k_B T_\alpha \quad (2.57)$$

où  $T_\alpha$  est la température<sup>1</sup>. Cette nouvelle expression de l'énergie est composée de l'énergie cinétique moyenne du plasma et de l'énergie thermique due à l'agitation des particules.  $T_\alpha$  peut être connue par l'expression suivante :

$$k_B T_\alpha = \frac{1}{3m_\alpha n_\alpha(r, t)} \int (p - m_\alpha u_\alpha)^2 f_\alpha(t, r, p) dp. \quad (2.58)$$

De la même manière en remplaçant  $p'$  dans l'expression du tenseur flux d'impulsion nous obtenons  $P_{\alpha ij} = m_\alpha n_\alpha u_{\alpha i} u_{\alpha j} + p_{\alpha ij}$ , composé de la pression plasma :

$$p_{\alpha ij} = \frac{1}{m_\alpha} \int (p - m_\alpha u_\alpha) i (p - m_\alpha u_\alpha) j f_\alpha(t, r, p) dp. \quad (2.59)$$

Le vecteur flux d'énergie quant à lui peut encore s'écrire :  $\Gamma_\alpha = h_\alpha + q_\alpha$ , avec

$$h_\alpha = \frac{1}{2}m_\alpha n_\alpha u_\alpha^2 u_\alpha + \frac{5}{2}n_\alpha k_B T_\alpha u_\alpha \quad (2.60)$$

qui décrit le transport convectif de l'enthalpie et

$$q_\alpha(t, r) = \frac{1}{2m_\alpha} \int (p - m_\alpha u_\alpha)^2 (p - m_\alpha u_\alpha) f_\alpha(t, r, p) dp \quad (2.61)$$

est le flux de chaleur de l'espèce  $\alpha$  introduit comme le troisième moment de la fonction de distribution.

### 2.4.3.2 Approche fluide

La description cinétique présente l'approche la plus complète et détaillée du plasma. Cependant dans la pratique, il est très difficile d'utiliser cette approche des calculs numériques pour de grands volumes de plasma de même avec un très faible nombre de dimensions. Dans de nombreuses applications, il est plus pratique d'utiliser un modèle réduit en supposant que la fonction de distribution des particules est proche de la fonction maxwellienne. Dans ce cas, l'état de plasma peut être caractérisé par trois fonctions hydrodynamiques : la masse volumique, la vitesse moyenne, et l'énergie moyenne ou la température. Cette hypothèse n'est pas exacte, mais elle peut être justifiée dans les limites d'un plasma faiblement ou fortement collisionnel suivant les échelles considérées. Les variables macroscopiques peuvent être obtenues à partir des différents moments de la fonction de distribution. Si on prend le moment à l'ordre zéro et on intègre l'équation cinétique sur tous les moments et en utilisant les définitions de la densité  $n_\alpha$  et de la vitesse moyenne  $u_\alpha$ , nous obtenons l'équation décrivant la conservation du nombre de particules de chaque espèce :

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \nabla(n_\alpha u_\alpha) = 0. \quad (2.62)$$

<sup>1</sup>La température en physique des plasmas est généralement donnée en unité d'énergie sans écrire la constante de Boltzman

À l'ordre un, en multipliant l'équation cinétique par le moment de la particule et en intégrant sur tous les moments, nous obtenons l'équation de conservation de la quantité de mouvement. À l'ordre deux, on retrouve l'équation de la conservation de l'énergie. Toutefois, chaque équation fluide ainsi calculée fait apparaître une nouvelle grandeur hydrodynamique. Par exemple l'équation de conservation de la quantité de mouvement fait apparaître l'énergie et l'équation de l'énergie fait apparaître le flux de chaleur. Le système n'est donc pas fermé et une approximation doit être faite à un moment pour pouvoir résoudre le problème. Le plus souvent, les trois premières équations sont suffisantes. La fermeture porte alors sur l'écriture du flux de chaleur.

#### 2.4.4 Diffusion Raman Stimulée SRS

Dans plusieurs cas de l'interaction laser-plasma, la réponse du plasma au champ électrique du laser n'est pas linéaire. Des instabilités paramétriques [105, 104, 107] se développent au cours de l'interaction. Nous nous intéressons à l'instabilité de diffusion Raman Stimulée (SRS) car c'est à partir de cette instabilité que nous espérons obtenir de haut gains de rayons X. Cette instabilité résulte de l'interaction de trois ondes : l'onde laser de fréquence  $(k_0, \omega_0)$  génère une perturbation de densité dans le plasma. À cause de cette perturbation de densité, les électrons de faible masse oscillent autour de leur position d'équilibre à la fréquence plasma naturelle  $\omega_{pe}$ . Sous certaines conditions de résonance, l'impulsion laser se diffuse en une autre onde fille de fréquence  $\omega_s = \omega_0 - \omega_{pe}$ . Au cours du temps l'amplitude de l'onde plasma va croître ce qui augmente alors la diffusion de l'onde fille. On assiste alors à un phénomène de rétroaction jusqu'à la saturation. Dans un plasma neutre (composé d'ions et électrons) la saturation de l'instabilité Raman peut provenir d'une décomposition électrostatique due au couplage résonnant de l'onde plasma et d'une onde acoustique ionique [108]. Dans un laser à électrons libre fonctionnant sur la diffusion Raman, le plasma est composé uniquement d'électrons. La saturation de l'instabilité Raman peut provenir du regroupement total des électrons en micro-paquets. Notons que cette diffusion Raman est basée sur l'excitation d'ondes plasma électroniques, ce qui n'est pas le type d'excitation étudié en détails dans la suite de ce manuscrit.

Nous venons de résumer dans ce chapitre la physique nécessaire pour la compréhension de la suite du manuscrit. Dans le chapitre qui suit, je décrirai le principe du laser à électron libre Raman-X ainsi que les études théoriques effectuées avant cette thèse.

## Chapitre 3

# Théorie du XFEL Raman

### 3.1 Principe du XFEL Raman

La possibilité d'utiliser des lasers intenses pour le transport et le guidage de particules relativistes ainsi que pour déclencher les processus d'amplification des Lasers à Électrons Libres (LEL) a sollicité de nombreuses études théoriques et numériques [22, 23]. Dans les schémas de XFEL classiques à onduleur magnétique, la longueur d'onde du rayonnement émis est donnée par :

$$\lambda_s \sim \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left( 1 + \frac{K^2}{2} \right), \quad (3.1)$$

où  $\lambda_u$  est la période de l'onduleur magnétique de l'ordre de la dizaines de millimètres,  $K$  le paramètre de force de l'onduleur magnétique et  $\gamma$  le facteur de Lorentz de l'électron. D'après l'équation (3.1), pour obtenir des rayons X cohérents il est indispensable d'utiliser des paquets d'électrons dont l'énergie cinétique est dans la gamme du GeV. Ces hautes énergies d'électrons sont obtenues par l'utilisation de très longs accélérateurs LINAC ou par l'utilisation d'un canal plasma dans le cas de l'Accélération Laser Plasma [25]. Cependant de nos jours un FEL combinant un accélérateur LPA et un onduleur magnétique n'est pas encore construit aujourd'hui malgré les efforts et tentatives de plusieurs équipes scientifiques dans le monde.

Dans les schémas de XFEL basés sur des onduleurs ou Wigglers optiques, la période de ces derniers est donnée par la longueur d'onde du laser dans la gamme micrométrique ou sub-micrométrique. Par analogie aux XFEL classiques, la longueur d'onde du rayonnement émis par un électron dans un onduleur optique est donnée par [37] :

$$\lambda_s \sim \frac{\lambda_0}{4\gamma^2} \left( 1 + \frac{a_0^2}{2} \right), \quad (3.2)$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde du laser,  $a_0$  le potentiel vecteur normalisé du champ laser et  $\gamma$  le facteur de Lorentz de l'électron [54, 35]. Ceci permet d'atteindre des valeurs d'énergie des rayons X d'une centaine de keV avec des énergies d'électrons de quelques MeV seulement. Plusieurs équipes ont proposé des schémas de XFEL en combinant des onduleurs optiques et des électrons issus de l'Accélération Laser dans les Plasmas (ALP) pour déclencher des processus d'amplification dans des régimes Thomson [37],

ou Compton [38]. Cependant, ces schémas ne sont pas réalisés aujourd'hui en raison de la nécessité d'utiliser des paquets d'électrons de faible divergence et de dispersion en énergie extrêmement faible, et par ailleurs de disposer d'onduleurs optiques intenses et d'une longueur d'interaction suffisamment élevée.

Pour parer à ces difficultés, nous avons proposé récemment un nouveau concept de LEL compact dans le domaine des rayons X [39], en combinant la physique des LEL en régime Compton, des lasers XUV conventionnels basés sur l'interaction laser-plasma, et de l'optique non-linéaire. La figure 3.1 illustre le schéma conceptuel de Raman XFEL.

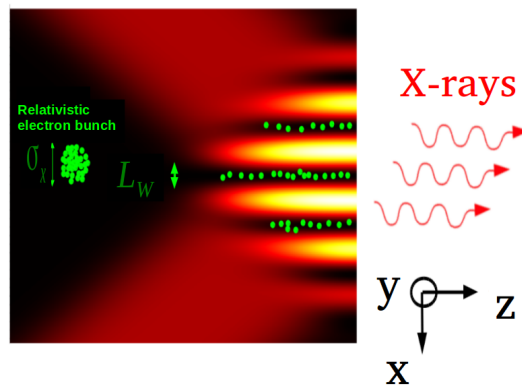


Figure 3.1: Configuration schématique du laser à électrons libres Raman dans la gamme des rayons X.

Son principe est le suivant :

Un paquet d'électrons d'énergie de la dizaine à la centaine de MeV issu d'un court accélérateur linéaire LINAC ou créé par l'accélération laser plasma, se déplace le long de l'axe  $z$ .

Un faisceau laser intense picoseconde ou femtoseconde est divisé en deux afin d'obtenir deux impulsions laser jumelles de même énergie, fréquence et durée d'impulsion. Ces deux impulsions ont une polarisation linéaire dans la direction  $y$  et elles sont focalisées d'un angle  $\theta$  sur une ligne dans le plan  $(x, z)$  dans le but de recouvrir spatialement et temporellement le paquet d'électrons. Dans cette configuration, les champs électromagnétiques du laser sont :

$$\begin{aligned} E_0^+(z, x, t) &= E_0 \sin[\omega_0(t - \cos \theta z/c - \sin \theta x/c)] \vec{e}_y \\ E_0^-(z, x, t) &= E_0 \sin[\omega_0(t - \cos \theta z/c + \sin \theta x/c)] \vec{e}_y \end{aligned}$$

où  $E_0$  est l'amplitude du champ électrique et  $\omega_0$  la pulsation laser. Le champ magnétique peut se déduire à partir de  $\partial_t B_0^{+,-}(z, x, t) = \nabla \times E_0^{+,-}(z, x, t)$  donnant les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} B_0^+(z, x, t) &= (E_0/c) \sin[\omega_0(t - \cos \theta z/c - \sin \theta x/c)] [+ \sin \theta \vec{e}_z - \cos \theta \vec{e}_x] \\ B_0^-(z, x, t) &= (E_0/c) \sin[\omega_0(t - \cos \theta z/c + \sin \theta x/c)] [- \sin \theta \vec{e}_z - \cos \theta \vec{e}_x] \end{aligned}$$

Les champs électriques et magnétiques totaux s'écrivent :

$$E_{tot}(z, x, t) = 2E_0 \sin[\omega_0(t - \cos \theta z/c)] \cos[\omega_0 \sin \theta x/c] \vec{e}_y \quad (3.3)$$

et :

$$\begin{aligned} B_{tot}(z, x, t) = & 2 \sin \theta (E_0/c) \cos[\omega_0(t - \cos \theta z/c)] \sin[\omega_0 \sin \theta x/c] \vec{e}_z \\ & - 2 \cos \theta (E_0/c) \sin[\omega_0(t - \cos \theta z/c)] \cos[\omega_0 \sin \theta x/c] \vec{e}_x \end{aligned} \quad (3.4)$$

L'interférence des deux lasers intenses engendre une série de puits de potentiel pondéromoteur dans lesquels les électrons relativistes (qui sont représentés en points verts) seront expulsés des régions de fort éclairement laser (gradient de couleur rouge au jaune) et piégés dans les zones de faible éclairement laser (couleur noire). L'éclairement laser doit être constant le long de la ligne focale après une phase de rampe où l'éclairement laser croît de 0 jusqu'à sa valeur maximale.

Un point très important est la synchronisation du paquet d'électrons avec le réseau optique. Le réseau optique et le paquet d'électrons doivent se co-propager pour avoir une grande distance d'interaction et permettre aux électrons d'effectuer plusieurs oscillations dans les puits de potentiels pondéromoteurs. La physique de l'interaction d'un paquet d'électrons relativistes et un réseau optique intense est très riche et intéressante. La dynamique et le comportement des électrons dépendent de plusieurs paramètres. Le changement de l'état de polarisation des impulsions laser conduit à des expressions différentes des champs électromagnétiques qui peuvent influencer la dynamique électronique [39, 174, 175]. La longueur d'interaction d'un électron dépend de l'énergie cinétique de l'électron et aussi de l'angle de rasance des impulsions laser. L'énergie cinétique de l'électron est directement reliée au glissement des électrons dans le réseau optique tandis que la vitesse de pompage de l'énergie laser sur une ligne focale varie en fonction de l'angle de rasance [50, 52] (voir figure 3.2).

Un effet Raman stimulé par effet Kapitza-Dirac [43, 44] est déclenché lors de l'interaction entre le paquet d'électrons libres relativistes et le réseau optique. Les électrons piégés dans les puits de potentiel pondéromoteur oscillent transversalement et induisent un processus de diffusion similaire à la diffusion Raman stimulée dans les plasmas [39]. Dans le cas du Raman XFEL, ce processus correspond à un mélange de quatre ondes, deux ondes pompes laser à la fréquence  $\omega_0$ , l'onde plasma qui est l'onde due aux oscillations collectives des électrons à la fréquence  $\Omega \approx \Omega_0$ , et enfin l'onde signal qui est l'onde émise par les électrons à la fréquence  $\omega_s$ . Le couplage des ondes lasers et de l'onde X émise par les électrons, engendre une seconde force pondéromotrice dans la direction longitudinale. Cette force créera des perturbation de densité dans le paquet d'électrons et tendra à le découper en plusieurs micro-paquets au cours du temps (phénomène du bunching) conduisant à l'émission de photons X cohérents.

### 3.1.1 Interaction haut régime Kapitza Dirac

Kapitza et Dirac ont montré dans la théorie quantique de Diffraction [43] que des particules massiques chargées peuvent être diffractées à partir d'une onde stationnaire optique. La

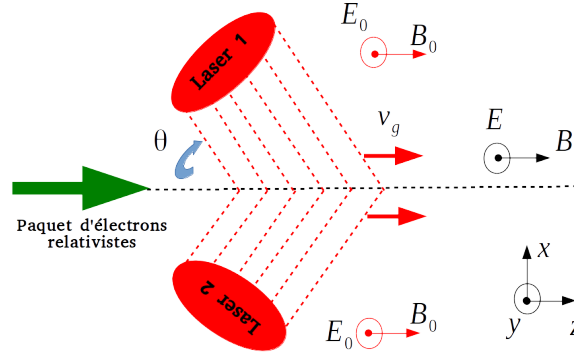


Figure 3.2: Représentation schématique de l'interaction du paquet d'électrons et du réseau optique. Les deux impulsions laser sont focalisées sur une ligne focale représentée avec une ligne noire pointillée. La vitesse de dépôt de l'énergie laser sur la ligne focale  $v_g = c \cos \theta$ . est appelée vitesse d'onde progressive. La polarisation des champs électrique et magnétique du réseau optique est suivant les axes  $y$  et  $z$  respectivement. Le champ magnétique  $B$  a une composante en  $x$ , sauf pour  $\theta = 90^\circ$ .

diffraction d'électrons d'énergie 20 eV à partir d'une onde stationnaire relativement intense  $I = 10^{14}$  W/cm<sup>2</sup> à été démontrée expérimentalement par Bucksbaum *et al* [44]. Un transfert d'énergie entre l'onde stationnaire et les électrons a été observé. Cette étude a surtout conclu sur la validité d'une description classique du mouvement des électrons par la force pondéromotrice du laser dans le régime de haute intensité.

La principale différence entre l'expérience de Bucksbaum *et al*, et notre proposition de laser à rayons X, est liée à la vitesse relativiste des électrons injectés dans l'onde stationnaire. Dans un premier temps pour explorer la dynamique des électrons, nous considérons un électron relativiste de charge  $-e$ , de masse  $m_e$ , de vitesse  $\beta \cdot c$  suivant  $z$ , suivant une trajectoire ( $x = x(t)$ ,  $z = \beta \cdot ct$ ). La force totale agissant sur cet électron relativiste est :

$$\begin{aligned} F &= -e[E_{tot} + V \times B_{tot}] \\ &= -e[2E_0 - \beta c \cos \theta (2E_0/c)] \sin[\omega_0 t (1 - \beta \cos \theta)] \cos[\omega_0 \sin \theta x(t)/c] \vec{e}_y \\ &= -2eE_0(1 - \beta \cos \theta) \sin[\omega_0 t (1 - \beta \cos \theta)] \cos[\omega_0 \sin \theta x(t)/c] \vec{e}_y. \end{aligned}$$

L'impulsion suivant  $y$  est donnée par :

$$p_y(x, t) = \frac{2eE_0}{\omega_0} \cos[\omega_0 t (1 - \beta \cos \theta)] \cos[\omega_0 \sin \theta x(t)/c] \vec{e}_y \quad (3.5)$$

si bien que le potentiel ponderomoteur, égal à l'énergie cinétique transverse  $p^2/2\gamma m_e$ , est :

$$V(x) = \frac{e^2 E_0^2}{\gamma m_e \omega_0^2} \cos^2[\omega_0 \sin \theta x/c] \quad (3.6)$$



### 3.2 Theorie fluide du Raman XFEL

Le but de cette partie est de proposer une théorie simple sur la dynamique électronique et d'en tirer les principales lois d'échelle sur le gain et la saturation de l'amplification des rayons X. Nous décrivons à partir d'un modèle analytique hydrodynamique les modes collectifs propres des électrons piégés dans les puits pondéromoteurs, puis l'estimation du gain qui sera par la suite comparé à un résultat obtenu via un code cinétique.

Les problèmes de l'interaction d'un paquet d'électrons relativistes avec des ondes

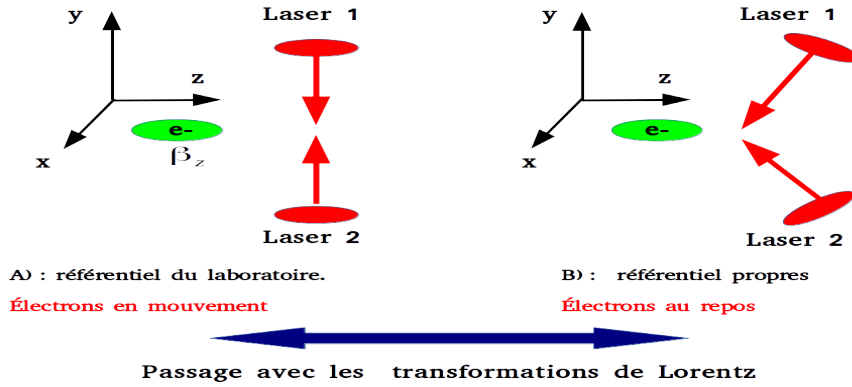


Figure 3.3: Géométrie du réseau optique dans le référentiel du laboratoire (A) et le référentiel propre des électrons (B).

électromagnétiques sont souvent abordés dans le référentiel propre de l'électron dans lequel le paquet d'électrons est globalement au repos [109, 111]. Dans un tel référentiel, la structure du champ électromagnétique est modifiée en raison de la transformation de Lorentz. Le chapitre 2 a rappelé comment la transformation de Lorentz permet de passer du référentiel du laboratoire au référentiel propre des particules. Lors du passage du référentiel du laboratoire au référentiel propre des électrons, ces derniers ne voient pas deux ondes lasers co-propageantes d'un angle  $\theta \leq 90^\circ$ ; mais deux ondes lasers qui apparaissent comme quasi-contrapropageantes d'un angle  $\theta \leq 180^\circ$  qui dépend de l'énergie des électrons (voir figure 3.3).

Les vecteur d'onde des deux impulsions laser  $k_1$  et  $k_2$  se transforment dans cette transformation de Lorentz en  $k_1 = (-k_{0\parallel}, -k_{0\perp}, 0)$ ;  $k_2 = (-k_{0\parallel}, k_{0\perp}, 0)$  avec  $k_{0\perp} = k_0$  et  $-k_{0\parallel} = \gamma k_0$  où les indices  $\perp$  et  $\parallel$  désignent les directions transverse et longitudinale, et  $\gamma$  est le facteur de Lorentz des électrons. On voit que la composante transverse  $k_{0\perp}$  ne subit aucun effet relativiste, contrairement à la composante longitudinale  $k_{0\parallel}$ , car les électrons se propagent dans la direction  $z$ , l'effet relativiste se fait sur cette composante.

Les effets relativistes ont d'autres conséquences sur la contraction des longueurs et la dilatation du temps et aussi donc sur les fréquences à cause de l'effet Doppler relativiste. Ceci implique que le temps sera dilaté d'un facteur  $\gamma$ , la densité électronique ainsi que les fréquences d'oscillation et d'excitation seront divisées par un facteur  $\gamma$  lors du passage

au référentiel propre des électrons.

Dans ce qui suit nous considérons un réseau optique stationnaire infini dont l'énergie effective d'un puits de potentiel est  $a_0^2/\gamma$  avec  $a_0$  le potentiel vecteur normalisé et  $\gamma$  le facteur de Lorentz de l'électron. Nous écrivons les équations qui régissent la dynamique dans le référentiel propre de l'électron. Nous commençons par l'expression du potentiel vecteur normalisé à l'éclairement du réseau optique [46] :

$$a_L = 2a_0 \sin(k_{0\perp}x) \cos(\omega_0 t + k_{0\parallel}z)$$

qui suscite l'apparition d'un potentiel pondérateur :

$$V_p(x, t) = m_e c^2 a_0^2 \sin^2(k_{0\perp}x)$$

Les électrons dont la vitesse transverse  $v_x < \sqrt{2}a_0c$  sont piégés au fond du puits et oscillent à la fréquence  $\Omega = \sqrt{2}a_0k_{0\perp}c$  dans le plan  $(x, p_x)$  avec  $p_x$  l'impulsion transverse de l'électron. Les électrons piégés émettent du rayonnement dans deux gammes de fréquences: à la fréquence bêta-tron [45]; et de manière symétrique autour de la fréquence laser  $\omega_0$ , à la fréquence Stokes  $\omega_0 - \Omega$  et anti-Stokes  $\omega_0 + \Omega$ .

Dans cette première étude le code EWOK<sup>1</sup> a été utilisé pour démontrer l'amplification du rayonnement et l'étude de la dynamique des électrons dans le référentiel propre de l'électron. La figure 3.4 illustre l'évolution au cours du temps de l'amplitude de l'onde signal  $a_s$  normalisée à  $a_0$ . Les paramètres de cette simulation sont les suivants :  $a_0 = 0,11$ ,  $\lambda_0 = 1\mu m$ ,  $\gamma = 9,4$ ,  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ , divergence angulaire 1 mrad, émittance 0,3 mm mrad,  $n_e/n_c = 2 \cdot 10^{-5}$  avec  $n_e$  la densité électronique du paquet d'électrons et  $n_c$  la densité critique.

On peut voir une croissance exponentielle de l'amplitude de l'onde signal entre 100 et 500  $\lambda_0/c$  suivie par une saturation à l'amplitude  $a_s/a_0 = 10^{-4}$ . Le taux de croissance qui peut être déduit à partir du calcul de la pente du fit en pointillé rouge est estimé à  $\Gamma/\omega_0 = 1,9 \cdot 10^{-3}$ . Ce taux de croissance correspond à une longueur de gain de 84  $\mu m$  dans le référentiel du laboratoire.

Le battement entre l'onde émise par les électrons et les ondes laser est en opposition de phase sur chaque demi largeur d'un puits pondérateur. Ce battement d'onde engendre une seconde force pondératrice dans la direction de propagation des électrons qui perturbe le paquet d'électrons conduisant à des modulations de densités électroniques qui croissent au cours du temps. Ceci est illustré sur la figure 3.5 où les électrons se regroupent en micro-paquets de manière asymétrique. Ce type de regroupement des électrons est une spécificité du laser Raman X comparé aux laser Compton pour lesquels le regroupement est symétrique.

Ces résultats numériques peuvent être complétées par une étude analytique, dans laquelle nous modélisons par une approche hydrodynamique le mouvement des particules

<sup>1</sup>La description détaillée du code EWOK est donnée dans la section 4.4

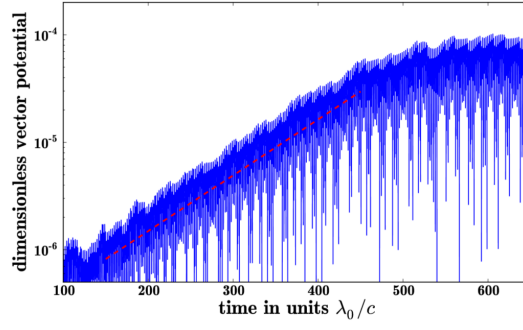


Figure 3.4: Évolution du potentiel vecteur normalisé de l'onde émise par les électrons au cours du temps. Paramètres de simulation :  $a_0 = 0,11$ ,  $\lambda_0 = 1\mu\text{m}$ ,  $\gamma = 9,4$ ,  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ , divergence angulaire 1 mrad, emittance 0,3 mm mrad,  $n_e/n_c = 2 \cdot 10^{-5}$  avec  $n_e$  la densité électronique du paquet d'électrons et  $n_c$  la densité critique. Taux de croissance numérique  $\Gamma/\omega_0 = 1,9 \cdot 10^{-3}$ . Image extraite de [46].

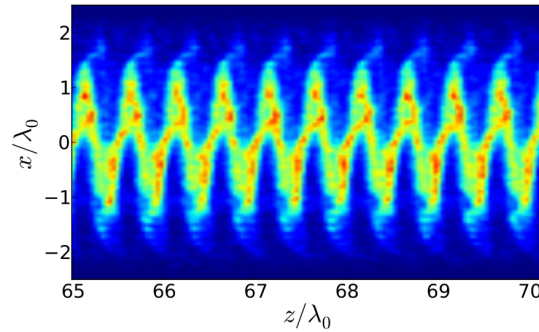


Figure 3.5: Densité électronique dans le puits de potentiel pondéromoteur au temps  $600 \lambda_0/c$ . Paramètres de simulation :  $a_0 = 0,11$ ,  $\lambda_0 = 1\mu\text{m}$ ,  $\gamma = 9,4$ ,  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ , divergence angulaire 1 mrad, emittance 0,3 mm mrad,  $n_e/n_c = 2 \cdot 10^{-5}$  avec  $n_e$  la densité électronique du paquet d'électrons et  $n_c$  la densité critique. Image extraite de [46].

piégées dans les puits de potentiels pondéromoteurs. Cette approche permet d'obtenir des estimations pertinentes pour les lois d'échelle dans un cadre mathématique simple. Nous proposons de modéliser l'amplification analytiquement en décrivant le comportement collectif d'électrons  $n(x, z, t)$  en tant que mode propre du puits de potentiel de lumière. Dans une approche simplifiée, nous négligeons le potentiel électrostatique des électrons et les effets de dispersion en énergie, et nous considérons la température transverse des particules  $v_x < \sqrt{2}a_0c/\gamma$ . Dans ces conditions le mouvement des électrons suit les équations

hydrodynamiques, couplées à l'équation de propagation du potentiel vecteur :

$$\partial_t n_e + \nabla(n_e u) = 0 \quad (3.7)$$

$$\partial_t u_x + \nabla_x P_{xx}/m_e n_e + \nabla U_p = 0 \quad (3.8)$$

$$\partial_t u_z + \nabla_z U_p = 0 \quad (3.9)$$

$$\left( (\partial_t - i\omega_0)^2 - c^2 \nabla^2 \right) \bar{a} = -\frac{4\pi e^2}{m_e} n_e \bar{a} \quad (3.10)$$

où  $u$  est la vitesse du fluide électronique,  $U_p = \frac{m_e c^2}{4} |\bar{a}|^2$  et  $\bar{a}$  est le potentiel vecteur normalisé somme du potentiel vecteur du réseau optique et de celui de l'onde signal. Le faisceau d'électrons piégés suit une équation d'état adiabatique dont l'expression de la pression électronique s'écrit :  $P_{xx} = m_e v_\perp^2 n_e^3 / 3n_0$ , où  $v_\perp = c\beta_{\perp 0}$  définit la vitesse transverse des particules.

En tenant compte de l'équilibre entre le potentiel du réseau optique et de la pression électronique, la distribution transverse de densité électronique peut s'écrire  $n_e = n_0 \sqrt{1 - \xi^2}$  où  $\xi = x/L$  est une coordonnée normalisée à la largeur du faisceau  $L = v_\perp / \Omega$ , et  $n_0 = n_e(0)$  le maximum de la densité électronique.

Dans l'approche linéaire, nous considérons les modes collectifs d'électrons comme une perturbation de premier ordre de la position du paquet d'électrons  $\Delta x$ , définie comme  $\xi = (x + \Delta x)/L$ . En considérant que l'onde signal est nulle à l'ordre zéro des perturbations, et donc la force pondéromotrice le long de l'axe  $z$  disparaît et à partir de l'équation (3.10) nous obtenons :

$$\partial_t \Delta x = -\Omega^2 \Delta x, \quad (3.11)$$

qui décrit les oscillation collectives du paquet d'électrons à la fréquence  $\Omega$ .

Nous considérons que l'onde émise par l'électron est de type plane polarisée dans la direction  $y$ . Cette onde se propage dans la même direction que les électrons. Nous nous plaçons également dans l'approximation de l'onde lentement variable. À l'ordre un des perturbations, un couplage entre l'onde signal et les ondes laser engendre un potentiel pondéromoteur dont l'expression s'écrit :

$$U_p^{(1)} = \frac{m_e c^2}{4} \bar{a}_s \bar{a}_L^* + cc. \quad (3.12)$$

En linéarisant les équations 3.10 nous obtenons la relation de dispersion :

$$(\omega_s^2 - \Omega^2) \left( (\omega_s - \omega_0)^2 - (k_s - k_{0\parallel})^2 c^2 \right) = \alpha \omega_0^2, \quad (3.13)$$

où  $\alpha = G \cdot (\omega_{pe} a_0 k_s k_{0\perp} c L / \omega_0^2)^2$  est la constante de couplage des modes électromagnétiques et électroniques.  $G$  une constante d'intégration tenant compte de l'intégrale de recouvrement entre le profil laser dans la direction transverse  $x$  et la densité électronique.  $\omega_s = k_s c$  et  $k_s$  le vecteur d'onde de l'onde émise.

La solution de l'équation (3.13) pour le mode Stokes est une fréquence complexe avec partie réelle  $\omega_s \sim \Omega$  et une partie imaginaire  $\Gamma$  qui définit le taux de croissance de l'onde

signal. En supposant un faible couplage des ondes électromagnétiques et une onde plasma électronique  $\alpha \ll (\frac{\Omega}{\omega_0})^3$ , nous obtenons :

$$\frac{\Gamma}{\omega_0} = 0.5 \left( \frac{\alpha \omega_0}{\Omega} \right)^{-1/2}$$

Pour les mêmes paramètres de simulations utilisés pour tracer la courbe dans la figure 3.4, nous considérons  $G = 0.2$  et nous trouvons un taux de croissance  $\Gamma/\omega_0 = 1,7 \cdot 10^{-3}$  qui est en bon accord avec le fit numérique.

Nous venons de démontrer qu'un laser à électrons libres dans la gamme des rayons X peut fonctionner en faisant interagir un paquet d'électrons modérément relativistes et un réseau optique à haute intensité. Le couplage des ondes électromagnétiques du réseau optique et de l'onde émise par les électrons induit une diffusion Raman stimulée. Les taux de croissances sont donnés par des lois obtenues par l'approche fluide hydrodynamique, et confirmés à partir de simulations du code EWOK.

Dans cette étude nous avons négligé les effets électrostatique et de dispersion en énergie ( $\delta\gamma/\gamma$ ) sur l'amplification des rayons X. Ces paramètres peuvent jouer un rôle très important dans les processus d'amplification. Nous décrirons dans la suite le rôle de la dispersion en énergie sur l'amplification du rayonnement avec une théorie cinétique de l'amplification. Cette étape est très importante pour démontrer la robustesse du Raman XFEL.

### 3.3 Théorie cinétique du Raman XFEL

Dans cette partie nous décrivons l'interaction du paquet d'électrons relativistes avec le réseau optique et le rayonnement diffusé. Le modèle théorique est basé sur l'équation cinétique de Vlasov et l'équation de propagation de l'onde électromagnétique définie par le potentiel vecteur  $\mathbf{a}$  :

$$\partial_t f + \mathbf{v} \nabla f + (\partial_t \mathbf{a} - \mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{a}) \partial_{\mathbf{p}} f = \mathbf{0} \quad (3.14)$$

$$(\partial_t^2 - \nabla^2) \mathbf{a} = - \int \mathbf{v} f \, d\mathbf{p} \quad (3.15)$$

où  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  est la fonction de distribution électronique à partir de laquelle on définit la densité électronique  $n_e = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d\mathbf{p}$ .  $\mathbf{a} = \mathbf{a}_L + \mathbf{a}_s$  est le potentiel vecteur normalisé somme des potentiels vecteurs normalisés du réseau optique et de l'onde émise. Dans cette étude, nous allons travailler avec des paramètres physiques normalisés pour abrégier les équations. Ces normalisations sont résumées dans le tableau 3.1 avec  $\lambda_0$  la longueur d'onde laser,  $e$  et  $m_e$  la charge et la masse de l'électron et  $c$  la vitesse de la lumière. L'expression du potentiel vecteur normalisé du réseau optique d'amplitude  $a_0$  peut s'écrire :

$$a_L = 2a_0 \sin(x \sin \theta) \cos(t - z \cos \theta) \mathbf{e}_y. \quad (3.16)$$

Nous supposons que l'onde émise  $a_s$  est plane, polarisée dans la direction  $y$  et se propage dans la même direction que le paquet d'électrons dans l'axe  $z$  :

$$a_s = a_{s0} \cos(k_s(t - z)) \mathbf{e}_y \quad (3.17)$$

Les fréquences à la fréquence laser	$\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$
Les distances	$c/\omega_0$
Le temps	$1/\omega_0$
Les vitesses	$c$
Les impulsions	$m_e c$
Les potentiels vecteurs	$m_e c^2/e$
Les densités électroniques	$n_c = \frac{m_e \omega_0^2}{4\pi e^2}$

Table 3.1: Normalisation des paramètres physiques

où  $a_{s0}$  est l'amplitude et  $k_s$  le vecteur d'onde.

Nous considérons un réseau optique infini dans les deux directions transverses à la propagation des électrons. Le réseau optique est créé par le croisement de deux impulsions laser intenses d'un angle  $2\theta$ . L'interférence de ces deux impulsions engendre une série de puits de potentiel lumineux de largeur  $L_W = \lambda_0/2 \sin \theta$ .

Nous nous intéressons dans cette partie au mouvement des électrons sous l'influence de la force pondéromotrice du réseau optique et à la force pondéromotrice due au couplage des ondes électromagnétiques du réseau optique et de l'onde émise par le paquet d'électrons. Notons que les effets des champs électrostatiques qui tendent à élargir la taille transverse du paquet d'électrons diminuent avec le facteur de Lorentz  $\gamma$  et peuvent être négligés si la force pondéromotrice du réseau optique est notablement supérieure à la force de Coulomb.

Essayons maintenant de résoudre analytiquement l'équation de Vlasov (3.14).

À l'ordre zéro des perturbations, la fonction de distribution reste uniforme le long de la direction de propagation des électrons, tandis que la force pondéromotrice du laser force les électrons à osciller dans la direction transverse  $x$ . L'expression du potentiel pondéromoteur laser s'écrit :

$$U_p^{(0)} = 2a_0^2 \sin(x \sin \theta)^2 \quad (3.18)$$

Pour de faibles valeurs d'oscillation, ce potentiel peut s'écrire comme :  $U_p^{(0)} \sim \Omega^2 x^2/2$ , et en dérivant celui ci par rapport à  $x$  nous obtenons la force pondéromotrice du laser :

$$F^{(0)} = -\partial_x U_p^{(0)} = -\Omega x \quad (3.19)$$

Remplaçons l'équation (3.19) dans (3.14); nous obtenons :

$$(\partial_t + v_x \partial_x - \Omega^2 x \partial_{v_x}) f = 0 \quad (3.20)$$

La solution de l'équation (3.20) est équivalente à l'équation suivante :

$$\frac{p_x^2}{2a_0^2} + \sin(x \sin \theta) = \xi \quad (3.21)$$

où  $\xi$  définit l'excursion normalisée de la particule,  $(x, p_x)$  les coordonnées de la particule dans l'espace des phases avec  $p_x = \gamma_b v_x$

Pour des valeurs de  $\xi < 1$ , la particule est piégée et oscille à une fréquence proche de celle du laser  $\omega_0$  dans le plan  $(y, z)$ , et à une fréquence bêtatron normalisée

$$\Omega = \Omega_0 \left(1 - \xi^2/3\right), \quad (3.22)$$

dans le plan  $(x, z)$ . où  $\Omega_0 = \sqrt{2}a_0\gamma_b^{-1} \sin \theta$  est la fréquence d'oscillation de l'électron au fond du puits. Les électrons piégés dans les puits décrivent alors les trajectoires suivantes :

$$\begin{aligned} X &= x_0 \cos(\Omega t) + \frac{p_{x0}}{\gamma_b \Omega} \sin(\Omega t) \\ P_x &= p_{x0} \cos(\Omega t) - x_0 \Omega \gamma_b \sin(\Omega t) \\ Z &= z_0 + v_{z0} t \quad V_z = v_{z0} = cste \end{aligned} \quad (3.23)$$

où  $(x_0, v_{x0}, z_0, v_{z0})$  désignent les coordonnées de la particule à l'instant  $t = 0$ .

Pour un cas simple d'étude nous considérons une fonction de distribution type échelon (water-bag), et nous supposons aussi que la force pondéromotrice du laser laisse inchangée dans l'espace des vitesses la distribution d'électrons dans la direction de propagation. Dans ces conditions la fonction de distribution peut s'écrire comme :

$$f = \frac{n_0}{4\sqrt{2}a_0\xi_0\delta\gamma_b} \eta(\xi_0^2 - \xi^2) \eta(\delta\gamma_b - |p_z - p_b|), \quad (3.24)$$

où  $n_0 = n_e(x = 0)$  est la densité d'électrons normalisée à la densité critique,  $\eta(\xi_0^2 - \xi^2)$  une fonction échelon en  $\xi$ ,  $\eta(\delta\gamma_b - |p_z - p_b|)$  une fonction en  $p_z$  et  $\delta\gamma_b$  la dispersion en énergie.

À l'ordre un, le couplage entre l'onde émise par l'électron et les ondes laser va engendrer une seconde force pondéromotrice dans la direction longitudinale :

$$\begin{aligned} F^{(1)} &= e_z a_0 a_s \gamma_b [k_s(1 - v_b) + v_b - \cos \theta] \cdot \\ &\sin(x \sin \theta) \cdot \sin [(1 - k_s)t - (\cos \theta - k_s)z] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Cette seconde force pondéromotrice induit des modulations de la densité électronique (onde plasma) et elle est responsable du regroupement des électrons en micro-paquets (phénomène de bunching). Les modulations de densité à leur tour vont influencer l'onde signal à travers la densité de courant dans le terme de droite de l'équation (3.15). Un tel couplage peut fournir une interaction résonante entre l'onde plasma et les ondes électromagnétiques laser résultant ainsi en une amplification du mode Stokes (onde diffusée) et en l'atténuation du mode Anti-Stokes au cours du temps. Pour expliquer les mécanismes de couplage des ondes électromagnétiques et la croissance de l'onde diffusée nous réécrivons la fonction de distribution comme  $f = f + \delta f$  avec  $\delta f$  la perturbation de densité. Au début de l'interaction du paquet d'électrons et du réseau optique, la perturbation de la densité est faible  $\delta f \ll f$ ; ceci implique aussi que l'amplitude de l'onde signal est petite devant celle du laser  $a_s \ll a_0$ .

Le terme de droite de l'équation (3.15) contient un terme  $a_L \delta n / \gamma_b$  et un autre terme  $a_s \delta n / \gamma_b$  qui est responsable de la dispersion de l'onde signal résultant de son interaction avec l'onde plasma de fréquence  $\omega_p e$ . Dans le cas le plus simple, on peut négliger cette dispersion, ainsi que la diffraction de l'onde amplifiée, et supposer que l'onde émise est une onde plane. En se plaçant dans l'approximation de l'onde lentement variable, nous pouvons écrire la variation de l'onde signal au cours du temps :

$$\partial_t a_s = \frac{i a_0 n^*}{\gamma_b k_s} \sin(x \sin \theta) \quad (3.26)$$

où  $i$  est le nombre imaginaire,  $n^*$  est reliée à la perturbation de la densité électronique comme

$$\delta n = \int \delta f dp = \text{Re} \left[ n^* e^{i(\cos \theta - k_s)z - i(1 - k_s)t} \right].$$

Le traitement de la dynamique des électrons est plus simple dans le référentiel propre du paquet d'électrons. Il faut donc effectuer une transformation de Lorentz vers ce référentiel, sur toutes les grandeurs physiques intervenant dans le calcul. La vitesse moyenne est :

$$\beta = v_b / c = \sqrt{1 - 1/\gamma^2}$$

$v_b$ , exprimé en unités réduites à  $c = 1$ , est égal à  $\beta$ . On applique la transformation de Lorentz aux fréquences, la pulsation laser se transforme en :

$$\tilde{\omega}_l = \gamma_b \omega_0 (1 - \beta \cos \theta);$$

et celle de l'onde diffusée devient :

$$\tilde{\omega}_s = \gamma_b \omega_s (1 - \beta)$$

Notons que le potentiel vecteur est un invariant relativiste. À présent nous pouvons réécrire la force pondéromotrice à l'ordre 1, ainsi que la perturbation de densité dans le référentiel des électrons :

$$F^{(1)} = \frac{a_0 a_s k_s}{\gamma_b} \sin(x \sin \theta) \sin(\Omega_s t - k_s z) \quad (3.27)$$

$$\delta n = \text{Re} \left[ n^* e^{-i(\Omega_s + k_s z)} \right] \quad (3.28)$$

où  $k_s$  est le vecteur d'onde de l'onde émise dans le référentiel propre et  $\Omega_s = \tilde{\omega}_l - \tilde{\omega}_s$  la fréquence de battement. Les modulations de densité électronique se propagent à une vitesse  $-\Omega_s / k_s$ . Dans le cas où  $\tilde{\omega}_s < \tilde{\omega}_l$  les électrons sont décélérés et cèdent leur énergie cinétique aux ondes électromagnétiques ce qui permet l'amplification de l'onde signal. Dans le cas opposé, les électrons sont accélérés et absorbent de l'énergie.

### 3.3.1 Modèle cinétique linéaire

Dans ce qui suit nous allons nous concentrer sur l'amplification de l'onde émise et nous négligeons le mode Anti-Stokes. Nous allons d'abord décrire la dynamique des électrons



perturbés en reprenant l'équation cinétique (3.14) et en prenant la fonction de distribution  $f + \delta f$ . L'équation cinétique s'écrit :

$$(\partial_t(f + \delta f) + v_x \partial_x(f + \delta f) - F^{(0)} \partial_{v_x}(f + \delta f) + v_z \partial_z(f + \delta f) = -\partial_z F^{(1)} \partial_{v_z}(f + \delta f)$$

avec  $f$  est la fonction de distribution non perturbée. De ce fait on a

$$(\partial_t + v_x \partial_x - F^{(0)} \partial_{v_x})f = 0.$$

Pour simplifier on considère que les variations de la fonction de distribution le long de la direction de propagation des électrons sont nulles  $v_z \partial_z f = 0$ , et on néglige le terme  $\partial_z F^{(1)} \partial_{p_z} \delta f$  devant  $\partial_z F^{(1)} \partial_{p_z} f$ . La nouvelle fonction de distribution est simplifiée à :

$$(\partial_t + v_x \partial_x + v_z \partial_z + F^{(0)} \partial_{p_x}) \delta f = -F^{(1)} \partial_{p_z} f. \quad (3.29)$$

L'opérateur du côté gauche entre crochets de l'équation (3.29) est tout simplement la dérivée temporelle  $\frac{d\delta f}{dt}$  le long des trajectoires (3.23). En remplaçant les trajectoires (3.23) dans l'équations (3.29) et dans la fonction de distribution (3.24), puis en intégrant sur toutes les impulsions nous obtenons la densité d'électrons perturbée :

$$n^* = \frac{a_0 n_0 k_s^2}{4 \gamma_b^4 \xi_0} \sin \chi \int_{-\infty}^t dt' a_s(t') G(t' - t), \quad (3.30)$$

où  $\chi = x \sin \theta$ ,

$$G(t) = \frac{\sin(k_s \delta v_z t)}{k_s \delta v_z} \int_0^{\xi_0^2} \frac{e^{-(\Omega - \Omega_s)t}}{\sqrt{\xi^2 - \sin^2 \chi}} \quad (3.31)$$

décrit la dynamique de la densité électronique perturbée par les forces pondéromotrices,  $\delta v_z = \delta \gamma_b / \gamma_b^3$  tient compte de la dispersion en énergie longitudinale et  $\Omega$  est la fréquence d'oscillation des électrons (3.22) dans le référentiel propre de l'électron.

Les équations (3.26) et (3.30) décrivent l'évolution au cours du temps du couplage des modes électromagnétique et électronique. Les conditions pour lesquelles l'onde de signal peut être amplifiée sont définies par les propriétés de dispersion des modes électroniques. Pour un cas simple, nous supposons que les électrons remplissent complètement le puits de potentiel ce qui revient à supposer  $\xi_0 = 1$ . Les modes électroniques sont décrits dans ce modèle par la fonction (3.31). Si nous supposons que tous les électrons piégés oscillent à la même fréquence  $\Omega_0$ , c'est-à-dire si nous négligeons l'excursion des électrons  $\xi$ , alors l'équation (3.31) peut être simplifiée en :

$$B = \int_0^1 \frac{e^{i\Omega_0 t} d\xi^2}{\sqrt{\xi^2 - \sin^2 \xi}}. \quad (3.32)$$

Dans le cas où l'excursion est prise en compte dans la fréquence d'oscillation  $\Omega' = \Omega_0(1 - \sin^2 \chi/3)$ , le mode électronique peut être donné par [98] :

$$B = \sqrt{\frac{6\pi}{t}} [C(\alpha) - iS(\alpha)] e^{i\Omega' t} \quad (3.33)$$

où  $C(\alpha)$  et  $S(\alpha)$  sont des intégrales de Fresnel et  $\alpha = \cos \chi \sqrt{2t/3\pi}$ . Dans [98] la dépendance de la fréquence d'oscillation en fonction de l'excursion se traduit par une déformation du mode électronique par rapport à la coordonnée transverse  $x$  de l'électron. Nous verrons plus loin que l'excursion des électrons peut être connue par le formalisme des paramètres de Twiss.

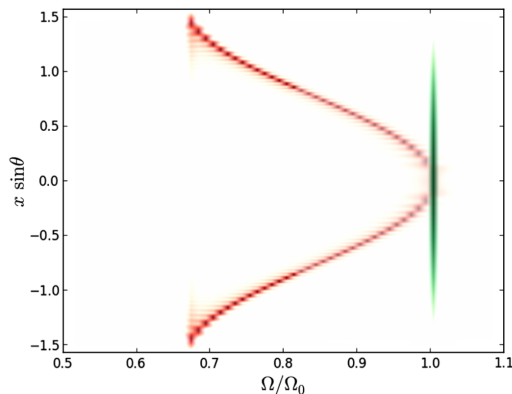


Figure 3.6: Modes électroniques en fonction de la fréquence d'oscillation des électrons dans les puits pondéromoteurs. Le cas  $\Omega = \Omega_0$  est appelé mode harmonique représenté par le mode en couleur verte. Pour  $\Omega \neq \Omega_0$  les modes sont appelés elliptiques et dépendent de l'excursion (couleur rouge). Image extraite de [98].

Sur la figure 3.6 sont représentés les modes électroniques calculés numériquement par l'équation (3.32) (mode harmonique) et par l'équation (3.33) (modes elliptiques). Les modes électroniques calculés à partir de l'équation (3.33) correspondent à un spectre large où l'onde signal peut être amplifiée si elle interagit de manière résonante avec les modes électromagnétiques. D'après cette figure on voit que les modes elliptiques disparaissent dès qu'on s'approche du fond du puits pondéromoteur. Le champ électromagnétique du laser est quasi nul à cet endroit et l'interaction entre l'électron et réseau optique cesse de se produire. [50].

### 3.3.2 Équation de dispersion pour le mode harmonique

Les équations (3.15) et (3.30) peuvent être linéarisées analytiquement à l'aide de la transformée de Laplace ou en effectuant une transformée de Fourier dans le domaine fréquentiel. La relation de dispersion dans ce cas s'écrit :

$$\left[ (\omega - \Omega_s + \Omega_0)^2 - k_s^2 \delta v_z^2 \right] \langle n^* \rangle_\omega = \langle a_s \rangle_\omega \frac{a_0 n_0 k_s^2}{2\gamma_b^4} \sin \chi \cos \chi \quad (3.34)$$

La composante de Fourier  $\langle a_s \rangle_\omega$  peut être calculée à partir de l'équation (3.15). En remplaçant celle ci dans l'équation (3.34) on obtient l'équation de dispersion pour le mode harmonique ( $\Omega = \Omega_0$ ) comme :

$$\omega \left[ (\omega - \omega_s + \omega_0)^2 - k_s^2 \delta v_z^2 \right] = \frac{a_0^2 n_0 \tilde{\omega}_l}{\gamma_b} \sin^2 \chi \cos \chi \quad (3.35)$$

Nous voyons que dans cette dernière équation l'apparition de la coordonnée transverse  $\chi$  qui représente ici le couplage des modes électromagnétique et électronique. Le couplage des modes est maximum pour une valeur  $\chi = \pm 1/\sqrt{3}$  où l'onde signal est amplifiée. Pour une analyse à une dimension transverse<sup>2</sup>, nous prenons la moyenne  $\langle \sin^2 \chi \cos \chi \rangle = 2/3\pi$  dans l'équation (3.35). La solution  $\omega$  de l'équation (3.35) a une partie imaginaire qui correspond au gain laser.

En négligeant la température longitudinale du paquet d'électrons  $\delta\gamma/\gamma_b = 0$  nous pouvons écrire le paramètre Pierce ainsi que la longueur du gain du laser à électrons libre respectivement comme :

$$L_g = \frac{\lambda_u}{4\pi\sqrt{3}\rho} \quad (3.36)$$

où  $\lambda_u = \lambda_0/(1 - v_b \cos \theta)$  est la période de l'onduleur optique relié à la longueur d'onde laser  $\lambda_0$ , à la vitesse moyenne du paquet d'électron  $v_b$  et à l'angle de rasance de l'impulsion laser à l'axe de propagation des électrons  $\theta$ . D'après l'équation (3.36) le gain du laser varie de manière linéaire avec l'éclairement laser et la densité d'électrons  $n_0$  et inversement avec l'énergie cinétique des électrons. L'effet de ces paramètres sur l'amplification et le gain sera étudié en détail dans le chapitre 6.

La température longitudinale du paquet d'électrons diminue fortement l'amplification du rayonnement cohérent en augmentant la largeur de la bande de résonance. En ajoutant cet effet, le paramètre Pierce peut s'écrire  $\rho \approx \sqrt{2/3} (\frac{\delta\gamma}{\gamma_b})^{-1/2} \rho_0^{3/2}$ .

La figure 3.7 montre l'évolution du paramètre Pierce en fonction de la dispersion en énergie et de la fréquence de résonance. Les paramètres de cette simulation sont : un paquet d'électrons de charge 100 pC et d'énergie 40 MeV. Pour les impulsions laser : le potentiel vecteur normalisé  $a_0 = 0.1$ , de longueur d'onde  $\lambda_0 = 800$  nm en incidence d'un angle  $\theta = 10^\circ$ .

Comme on peut le constater, le gain diminue au fur et à mesure que la dispersion en énergie augmente. En outre la fréquence centrale de l'onde émise est diminuée comme :

$$\omega_s = \frac{2\gamma_b^2 (\tilde{\omega}_l - \Omega_0)}{1 + 2\frac{\delta\gamma}{\gamma_b}}, \quad (3.37)$$

celle-ci est représentée par le trait pointillé blanc.

### 3.3.3 Équation de dispersion pour les modes elliptiques

Pour une analyse plus précise, on doit tenir compte de la dépendance de la fréquence d'oscillation d'électrons du paramètre d'excursion  $\xi$ , ce qui peut être décrit de façon approximative par l'équation (3.33). La linéarisation analytique des équations (3.15) et

<sup>2</sup>La fuite latérale des électrons dans la direction verticale  $y$  est négligée pour le moment

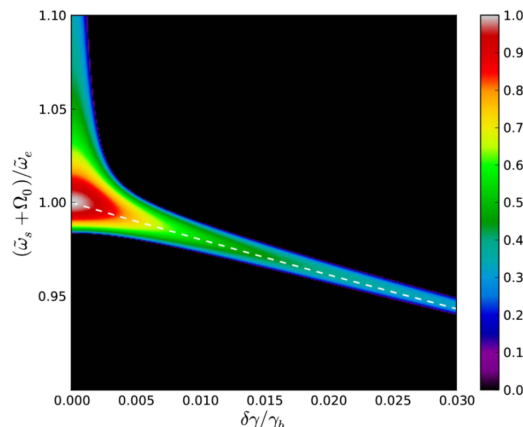


Figure 3.7: Évolution du paramètre Pierce en fonction de la température longitudinale et de la fréquence de l'onde émise. Image extraite de [98].

(3.30) est très complexe. On passe donc à une linéarisation numérique en définissant des fonctions normalisées  $N^{(n)} = a_0 n^* (2\gamma_b^3 \tilde{\omega}_s \tilde{\omega}_l)$  et  $A^{(n)} = a_s / a_0$  sous la forme suivante :

$$N^{(n)} = -12\pi\rho_0^3 W \sin \chi \int_0^\tau d\tau' A^{(n)}(\tau') \tilde{G}(\tau - \tau') \quad (3.38)$$

$$A^{(n+1)} = \frac{i}{\pi} \int_0^\tau \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\chi N^{(n)} \quad (3.39)$$

où  $\tau = \tilde{\omega}_l t$ ,  $W = \tilde{\omega}_s / \tilde{\omega}_l$ ,  $O = \Omega_0 / \tilde{\omega}_l$ ,

$$\tilde{G} = \frac{\sin W \delta g(\tau) e^{i(1-W)\tau}}{W \delta g} B(O, \tau, \chi),$$

$\delta g = 2\delta\gamma/\gamma_b$  et  $B$  est défini par la fonction (3.33).

On considère que l'onde signal démarre d'un bruit  $A^{(0)} = cste$  et nous calculons  $N^{(0)}$  sur tout l'intervalle de temps  $(0, \tau_0)$  à partir de l'équation (3.38), et puis on intègre l'équation (3.39) pour obtenir  $A^{(1)}$ . La solution de l'équation (3.39) est obtenue en répétant cette procédure jusqu'à ce que le système converge :  $\|A^{(n)} - A^{(n-1)}\| \ll A^{(n)}$ . Cet algorithme peut être utilisé pour des études paramétriques avec des modes électroniques plus compliqués. Nous allons maintenant calculer la dépendance du paramètre Pierce en fonction de la dispersion en énergie et de la fréquence de résonance en tenant compte du paramètre d'excursion  $\xi$  sur la fréquence d'oscillation des électrons  $\Omega'$ . Nous reprenant les mêmes paramètres de simulations utilisés pour tracer la figure 3.7 et nous utiliserons la fonction (3.33) pour tenir compte des modes elliptiques. Sur la figure 3.8(a) est tracée l'évolution de l'amplitude de l'onde signal en fonction de la fréquence de l'onde émise au cours du temps pour une dispersion en énergie  $\delta\gamma_b/\gamma = 1\%$ . Comme on peut le voir l'amplitude de l'onde signal croît de manière exponentielle au cours du temps et la fréquence de l'onde émise est diminuée à cause des effets de la dispersion en énergie. On peut remarquer aussi l'excitation de modes non-résonnants causée toujours par les effets de la dispersion en énergie. Sur la figure 3.8 nous traçons l'évolution du paramètre Pierce en fonction de la température longitudinale et de la fréquence de l'onde émise.

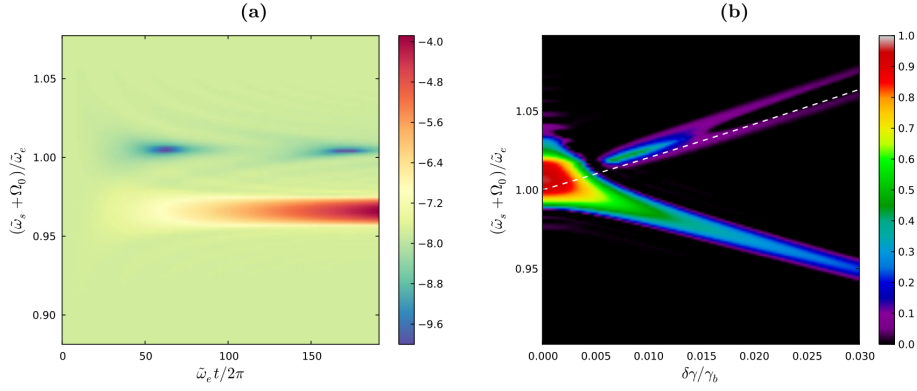


Figure 3.8: a) : Évolution de l'amplitude moyenne de l'onde signal  $\langle a_{s0}/a_0 \rangle$  en fonction du temps et de la fréquence de l'onde émise. b) Évolution du paramètre Pierce en fonction de la température longitudinale et de la fréquence de l'onde émise. Image extraite de [98].

On peut voir un très bon accord entre les figures 3.7 et 3.8(b) dans la plupart des caractéristiques physiques. Nous remarquons aussi que la bande de résonance pour  $\delta\gamma/\gamma \sim 0$  est légèrement décalée vers le haut comparé à la figure 3.7, ce qui est interprété par le décalage de la fréquence d'oscillation des électrons de  $\Omega_0$  à  $\Omega'$ . Apparaissent également des modes résonants avec les électrons les plus rapides, avec une fréquence décalée vers les valeurs élevées suivant la formule :

$$\omega_s = \frac{(\tilde{\omega}_l - \Omega_0)}{1 - 2\frac{\delta\gamma}{\gamma_b}},$$

tracée par le trait pointillé blanc dans la figure 3.8(b).

Pour des grandes valeurs de la divergence angulaire les électrons peuvent s'échapper latéralement. Ce modèle peut aussi tenir compte de la divergence angulaire du paquet d'électrons dans la direction verticale  $y$ . Dans la présente analyse nous prenons en compte cet effet en ajoutant un facteur

$$\frac{n_0(t)}{n(0)} = [1 + (\delta v_y t / \sigma_y)^2]^{1/2}.$$

### 3.3.4 Comparaison du modèle analytique avec les simulations Particles-In-Cells (PIC)

Le modèle analytique développé plus haut ne peut décrire correctement l'étape linéaire de l'amplification du rayonnement que lorsque la distribution des électrons n'est pas très affectée par la croissance au cours du temps des modulations électroniques. À cette étape des effets non linéaires entrent en jeu tels que la saturation de l'amplification qui se produit lorsque la totalité des électrons piégés sont regroupés en micro-paquets. Le transfert d'énergie du faisceau d'électrons à l'onde signal finit par s'arrêter. Il est donc indispensable d'utiliser un code PIC<sup>3</sup> pour tenir compte des effets non linéaires.

<sup>3</sup>voir chapitre 4.

Nous avons comparé le modèle analytique avec des simulations du code PLARES [151]. Les paramètres de simulation sont les mêmes utilisés pour tracer les figures 3.7 et 3.8. Nous supposons aussi une rampe linéaire de longueur  $300\lambda_0$  sur laquelle l'éclairement laser croît de zéro puis atteint sa valeur maximale  $a_0$  et reste constant jusqu'à la fin de la simulation. Dans la suite nous considérons un paquet d'électrons monocinétique afin de

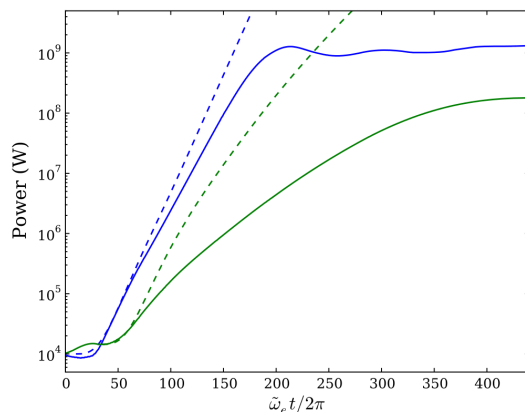


Figure 3.9: Amplification du rayonnement au cours du temps pour le cas à 1D en bleu et le cas 3D en vert. Courbes continues : Simulations effectuées par le code PIC PLARES. Lignes en pointillés : modèle analytique. Image extraite de [98].

comparer le modèle analytique (équations (3.38) et (3.39)) avec le code PIC PLARES. Nous présentons dans la figure 3.9 la comparaison entre le modèle analytique (courbes en pointillé) et les calculs PLARES (courbes continues), pour le cas à 1D (couleur bleue) et le cas 3D (couleur verte). Le cas 3D ici signifie la prise en compte de la divergence angulaire dans la direction latérale  $y$ .

Pour le cas 1D, on peut voir que le modèle analytique est en parfait accord avec les simulations PIC sur les premiers instants de l'interaction, puis on observe un décrochage et une réduction de l'amplification d'environ 15% de la courbe bleue continue. Ce comportement est expliqué par la modification de la distribution d'électrons (phénomène de bunching) où la saturation de l'amplification est arrivée quand la majorité des électrons est regroupée en micro-paquets. On observe aussi une diminution du rayonnement dans le cas 3D en raison de la diffraction de l'onde signal puis une saturation de l'amplification. La saturation se produit sur une distance d'interaction  $L_{sat} = 1$  cm et  $L_{sat} = 2$  cm, avec des niveaux de puissance de 1GW et 200 MW pour les cas 1D et 3D respectivement.

### 3.4 Discussion

Nous venons de voir la théorie cinétique dans le régime linéaire de l'amplification des rayons X à partir de l'interaction d'un paquet d'électrons relativiste et un réseau optique intense. Le modèle analytique décrit dans cette théorie prend en compte des effets de la température longitudinale et de la divergence angulaire du paquet d'électrons. Ce modèle

permet d'estimer les paramètres du laser à électrons libres (paramètre Pierce, puissance du rayonnement émis) dans la phase linéaire de l'amplification avec des temps de calcul moins importants que les codes PIC.

Les études théoriques illustrées dans ce chapitre montrent la possibilité de déclencher un effet Laser à Électrons Libre (LEL) si une fraction d'électrons relativistes est piégée et guidée sur de longues distances d'interaction. Cependant il est indispensable de quantifier la fraction d'électrons piégés et d'étudier leur comportement au cours du temps pour différents paramètres physiques réels (piège optique fini) et de cerner les paramètres optimum pour un meilleur taux de piégeage. Il est aussi intéressant de voir les effets de l'injection du paquet d'électrons dans le réseau optique. Les effets de l'injection peuvent venir des fluctuations de la stabilité de pointé du paquet d'électrons ou de la variation de l'éclairement laser le long de la ligne focale. Le taux de piégeage et l'injection du paquet d'électrons auront sans doute des conséquences sur l'amplification et le gain du LEL. Ces effets sont étudiés dans les chapitres suivants dans le référentiel du laboratoire mais avant d'entrer dans ces nouvelles études approfondies nous allons d'abord décrire les outils et méthodes numériques utilisés.





## Chapitre 4

# Outils et méthodes numériques

L'utilisation des simulations numériques offre la possibilité d'étudier des systèmes physiques de hautes technologies à des coûts faibles en argent et temps. Les simulations numériques reposent sur des modèles mathématiques comportant des équations aux dérivées partielles. Elles permettent de reproduire par calcul sur ordinateur le comportement d'un système ou de prévoir son évolution future dans le temps. Depuis plusieurs années les études de conception et d'optimisation de dispositifs électromagnétiques avec des particules chargées s'appuient ainsi sur les simulations numériques [138, 139]. Plusieurs méthodes et approches ont abouti à l'émergence de codes distincts mais complémentaires à la fois pour étudier l'aspect macroscopique et ou l'aspect cinétique et les trajectoires des particules. Ce chapitre est consacré à la description des méthodes et des outils numériques utilisés pendant cette thèse, à la fois pour simuler le transport des particules, leurs interactions avec le réseau optique, l'amplification du rayonnement et l'estimation du gain. Un panorama des codes numériques utilisés dans la communauté des Lasers à Électrons Libres (LEL) et de l'accélération de particules sera donné dans ce chapitre. Le code EWOK pour l'amplification du rayonnement du Raman XFEL et de la dynamique des électrons dans le référentiel des électrons ainsi que le code particulière RELIC pour l'étude du transport et de la dynamique des électrons dans le référentiel du laboratoire seront décrits en détails dans ce chapitre.

### 4.1 Approche numérique des équations cinétiques: La méthode Particle-In-Cell (PIC)

Les lasers de haute intensité ont permis des avancées majeures dans de nombreux domaines de recherche et la compréhension de phénomènes naturels liés au comportement et à la dynamique des plasmas depuis l'astrophysique [140, 141] aux interactions laser-matière [142, 143]. Pour étudier un plasma soumis à des champs électromagnétiques extérieurs et auto-consistants il faut connaître le mouvement de chacune des particules soumises à ces champs pendant tout le temps d'interaction. Dans le cas de l'interaction laser-matière à haut éclairement laser, le mouvement des particules devient relativiste et les mécanismes d'interaction sont souvent non linéaires. L'utilisation des codes

de simulations numériques devient une nécessité majeure pour la compréhension des phénomènes de l'interaction et aussi pour la conception des expériences à des coûts réduits [144]. Nous avons vu au chapitre 2 les éléments théoriques nécessaires pour étudier l'interaction laser plasma. Les équations de Maxwell permettent d'étudier la partie électromagnétique. Via la force de Lorentz on peut calculer les trajectoires et les impulsions des particules; l'évolution de la fonction de distribution des particules d'un plasma au cours du temps peut être connue à travers l'équation cinétique.

La méthode Particle-In-Cell (PIC) est couramment utilisée pour simuler le mouvement des particules chargées dans les plasmas. Cette méthode numérique est la base de la plupart des études cinétiques de l'Interaction Laser Plasma (ILP). Elle utilise un maillage pour la résolution du système d'équations de Maxwell tandis que l'équation cinétique est approchée au moyen de particules numériques se déplaçant indépendamment du maillage (voir figure 4.1). Le gros désavantage des codes PIC est leur gourmandise en temps de cal-

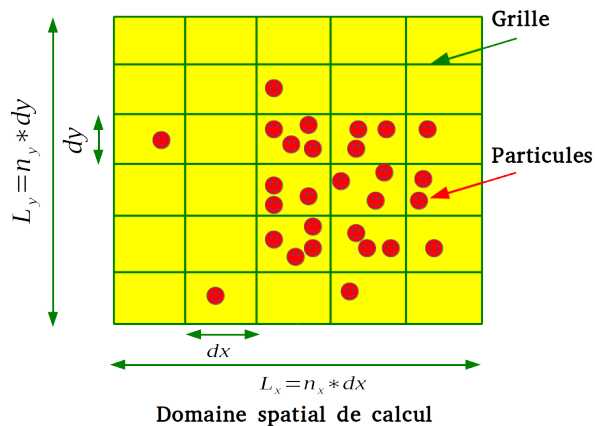


Figure 4.1: Schéma cartésien d'un domaine spatial de calcul. La boîte de simulation  $L_x \cdot L_y$  est décomposée en plusieurs cellules d'aire  $dx \cdot dy$ . Le nombre de cellules dans une direction est égal à  $(n_{x,y} + 1)$ , et  $n_{x,y}$  est le nombre de noeuds dans la direction  $x$  ou  $y$

cul. Par exemple afin de simuler le mouvement des particules dans le réseau optique dans le cas du Raman XFEL, il faut tenir compte des champs électromagnétiques extérieurs du réseau optique, de ceux induits par les particules, et des différentes échelles de temps sur lesquelles les électrons se déplacent. La force électrostatique entre une particule et le reste des particules du paquet d'électrons peut être calculée à partir de la loi de Coulomb :

$$\vec{F} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{i=n-1} \frac{q_i}{r_{1,i}^2} \vec{r}_{1-i}. \quad (4.1)$$

où  $n$  est le nombre total de particules du paquet d'électrons et  $\vec{r}_{1-i}$  est un vecteur unitaire pointant de la particule 1 vers la  $i^{eme}$  particule. Conceptuellement, nous pouvons simuler la dynamique de notre plasma en prenant une collection de particules et calculer directement les forces. Toutefois, les simulations de plasma nécessitent généralement au moins 1 million de particules afin de réduire les erreurs numériques et avoir aussi une

bonne statistique sur les trajectoires des particules. Comme la force de Coulomb conduit à un problème dont le coût dépend du carré du nombre de particules ( $n^2$ ), le calcul d'un seul pas de temps nécessiterait au moins  $10^{12}$  opérations. C'est une tâche assez ardue, d'autant plus qu'une simulation typique nécessitera plusieurs milliers de ces étapes même avec l'utilisation d'architectures multi-processeurs. La solution est venue avec l'utilisation des particules de calcul. Pour faire le lien entre les particules de calculs et un plasma nous considérons un plasma non-collisionnel et dans lequel les particules sont relativistes. La fonction de distribution qui décrit le mouvement des particules au cours du temps satisfait l'équation cinétique de Vlasov :

$$\frac{\partial f_s}{\partial t} + v \nabla f_s + q(E + v \times B) \frac{\partial f_s}{\partial P} = 0 \quad (4.2)$$

avec  $q$  la charge de la particule,  $E$  et  $B$  les champs électriques et magnétique agissant sur les particules et obtenus à l'aide des équations de Maxwell avec les relations

$$\rho = \sum_s q_s \int f_s dV^3$$

$$J = \sum_s q_s \int v f_s d^3v.$$

L'équation 4.2 peut être résolue en connaissant la fonction de distribution initiale  $f_s(r_0, v_0, t = 0)$  et en recherchant le long de quelles lignes  $f$  conserve sa valeur au cours du temps. Il est alors possible d'écrire par la méthode des caractéristiques la fonction de distribution  $f$  pour tout instant comme

$$f(r, P, t) = \int f_s(r_0, P_0, t = 0) \delta(r - r_s(t)) \delta(P - P_s(t)) dr_0 dP_0 \quad (4.3)$$

pour chaque couple  $(r_0, P_0)$  considéré et  $r_s(t)$ ,  $P_s(t)$  sont définis de manière à satisfaire les équations du mouvement :

$$\frac{dr}{dt} = v$$

$$v = \frac{P}{\gamma m}$$

$$\frac{dP}{dt} = q(E + v \times B)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4.4)$$

Dans ce modèle, l'identité d'une particule physique est perdue. On décrit plus le mouvement d'une collection de particules, contenues dans un petit volume de l'espace des phases, caractérisé par une valeur de la fonction de distribution des vitesses. Nous parlerons alors de macro-particules. Celles-ci représentent donc un certain nombre de particules mais conservent la masse et la charge des particules réelles de l'espace dont le comportement est étudié. De ce fait, on obtient la force agissant sur la macro-particule en calculant les champs électromagnétiques qui à leur tour sont obtenus par le calcul des densités de charge et de courant.

Dans la méthode PIC, on approche la fonction de distribution des particules au temps  $t$  par un produit d'un delta de Dirac sur les positions et les vitesses comme suit:

$$f(r, v, t) = \sum_k W_k \delta(r - r_k(t)) \cdot \delta(v - v_k(t))$$

où  $W_k > 0$  est le poids de la macro-particule <sup>1</sup>. La densité de courant et la densité de charge, termes sources de l'équation d'Ampère sont obtenus par projection à partir de la connaissance des positions et des vitesses de toutes les particules. Pour une espèce de particule donnée de masse  $m$  et de charge  $q$ , on obtient la contribution de chaque particule à la densité de charge par

$$\rho(r, t) = \sum_k q W_k \delta(r - r_k(t))$$

et sa contribution à la densité de courant

$$j(r, t) = \sum_k q W_k v_k \delta(r - r_k(t)).$$

La distribution ainsi définie est solution de l'équation de Vlasov si et seulement si chaque couple de coordonnées de la particule  $(r_k, v_k)$  est solution du système différentiel suivant

$$\begin{aligned} \frac{dr_k}{dt} &= v_k = \frac{P_k}{\gamma_k m} \\ \frac{dP_k}{dt} &= q_k \cdot (E_k + v_k \times B_k) \\ \gamma_k &= \sqrt{1 + \left(\frac{P_k}{mc}\right)^2} \end{aligned}$$

Le calcul des coefficients  $W_k$  peut se faire de la manière suivante pour une macro-particule.

On suppose le schéma de grille cartésienne constituée des cellules carrées dont les cotés sont égaux à 1 (voir la figure 4.2). Calculons la contribution de la macro-particule qui se trouve dans la cellule numéro 1 aux noeuds A,B,C et D. Pour cela on va calculer les coefficients  $W_{A,B,C,D}$  sur chaque noeud. Rappelons que la macro-particule n'est pas un objet ponctuel, mais qu'elle représente un nombre élevé de particules dans un volume  $\Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$  en 3D, une surface  $\Delta x \cdot \Delta y$  en 2D et une largeur  $\Delta x$  en 1D. On pose  $D_x$  la distance du noeud A au point de projection de la macro-particule sur l'axe  $x$ . Idem on pose  $D_y$  la distance du noeud A au point de projection de la macro-particule sur l'axe  $y$ . La maille ainsi définie est divisée en sous rectangles (différentes couleurs). À partir de ces considérations les coefficients  $W_{A,B,C,D}$  sont ainsi donnés par

$$\begin{aligned} W_A &= \left(1 - \frac{D_x}{\Delta x}\right) \cdot \left(1 - \frac{D_y}{\Delta y}\right) \\ W_B &= \frac{D_x}{\Delta x} \cdot \left(1 - \frac{D_y}{\Delta y}\right) \\ W_C &= \frac{D_x}{\Delta x} \cdot \frac{D_y}{\Delta y} \\ W_D &= \left(1 - \frac{D_x}{\Delta x}\right) \cdot \frac{D_y}{\Delta y} \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>Le poids de la macro-particule représente une certaine densité de particule en plus de l'aspect géométrique de l'assignation

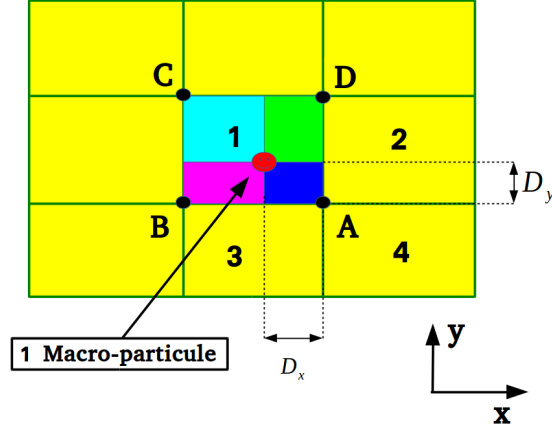


Figure 4.2: Assignment de la macro-particule sur les noeuds de la cellule de la grille.

On refait la même procédure pour les trois autres cellules auxquelles le noeud A est commun. À l'ordre un, la charge totale au noeud A est la superposition de toutes les contributions des cellules adjacentes, donc au nombre de 4. À l'ordre 2 il faut tenir compte de la contribution des macro-particules à deux cellules de distance, donc au nombre de 16. Notons qu'il est important de mettre des conditions aux limites sur les bords. Ces conditions peuvent être absorbantes ou périodiques pour les particules. Le même raisonnement s'applique en 3D où les cellules élémentaires sont des cubes. Une fois que les densités de charge et de courant sont calculées, on revient au calcul des champs électromagnétiques. L'évolution au cours du temps des champs électromagnétiques est donnée par la résolution du système des équations de Maxwell

$$\begin{aligned}\partial_t (B + B') &= -\nabla (E + E') \\ \partial_t (E + E') &= c^2 \nabla \times (B + B') - \frac{j}{\varepsilon} \\ \nabla (B + B') &= 0 \\ \nabla (E + E') &= \frac{\rho}{\varepsilon}.\end{aligned}$$

avec  $\varepsilon$  la permittivité diélectrique du milieu,  $(E, B)$  sont les champs électrique et magnétique extérieurs et  $(E', B')$  les champs électrique et magnétique macroscopiques produits par les autres particules du plasma. Les équations de Maxwell sont résolues dans des programmes appelés solveurs de Maxwell, basés sur de nombreuses méthodes numériques: éléments finis, volumes finis, différences finies, ou méthodes dans le domaine des fréquences (domaine de Fourier). Une fois que les champs électromagnétiques sont connus on applique la force de Lorentz pour calculer les coordonnées des particules. Dans la méthode PIC les positions et les vitesses des particules aux temps ultérieurs sont déterminées en calculant les forces agissant sur les particules puis en intégrant les équations du mouvement. Les particules sont avancées au cours du temps par des programmes appelés pousseurs de particules. À partir de cette démarche mathématique le système d'équations de Maxwell, couplées à l'équation de Vlasov ou Fokker-Planck permet de

tenir compte des phénomènes cinétiques qu'on voudrait étudier mais aussi des géométries les plus complexes. Ces codes cinétiques sont précieux car ils sont capables de décrire des phénomènes complexes des plasmas tel que l'instabilité à deux faisceaux [140], l'interaction laser-matière, le transport de particules pour des applications à la fusion par confinement inertiel ou médicales [148, 149], l'amplification des lasers à rayons-X [151, 46] ... etc. Le schéma illustré sur la figure 4.3 résume le principe de la méthode PIC. Elle se compose d'une boucle constituée des étapes suivantes:

1. Interpolation des particules et calcul des densités de courant et de charge ( $j, \rho$ ).
2. Les champs électromagnétiques sont calculés à partir des équations de Maxwell.
3. Calcul des forces appliquées sur les particules.
4. Calcul des nouvelles coordonnées des particules.
5. Applications des conditions aux limites pour les particules, c-à-d, que l'on prend en compte l'absorption, la réflexion, et l'émission.
6. On recommence les mêmes étapes pour chaque pas de temps jusqu'à la fin de la simulation.

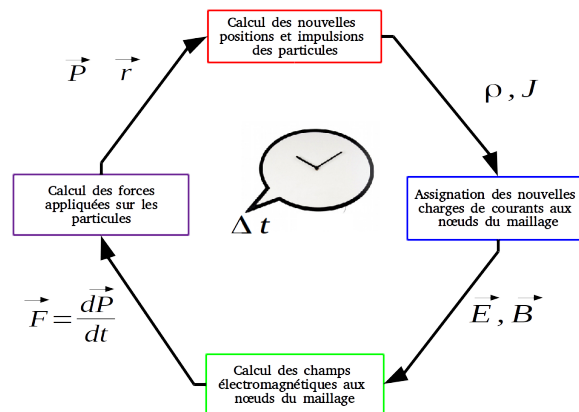


Figure 4.3: Schéma d'un code PIC

## 4.2 Les pousseurs de particules

### 4.2.1 La méthode saute-mouton ou leapfrog

Dans cette partie, nous discuterons de l'intégration numérique des équations du mouvement. Les pousseurs de particules ont pour rôle de faire avancer les particules au cours du temps soumises aux forces qui s'exercent sur elles. Ces pousseurs sont appelés à tous les pas de temps dans les codes de calcul cinétiques, donc ils doivent être rapides et performants pour ne pas prendre beaucoup de temps de calcul, et aussi stables pour ne pas avoir des erreurs numériques et fausser les résultats physiques.

Illustrons un exemple simple de pousseur. Les équations de Newton qui régissent le mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique  $E$  et magnétique  $B$  sont :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m} (E + v \times B)$$

$$\frac{dr}{dt} = v$$

avec  $q$ ,  $m$  la charge et la masse,  $r$  et  $v$  la position et la vitesse.

Nous supposons dans un premier temps que le champ magnétique est nul, ou bien que le vecteur vitesse de la particule est colinéaire avec le vecteur champ magnétique auquel cas le produit vectoriel est nul. Les nouvelles équations à intégrer sont donc :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m} E = F$$

$$\frac{dr}{dt} = v \tag{4.5}$$

On discrétise le temps en remplaçant la variable continue  $t$  par une suite de valeurs  $t_n$  de la forme  $t = n\Delta t$  où  $\Delta t$  est le pas de temps et  $n$  un nombre entier positif si on considère des temps  $t > 0$ . Le système d'équations (4.5) est remplacé par les équations

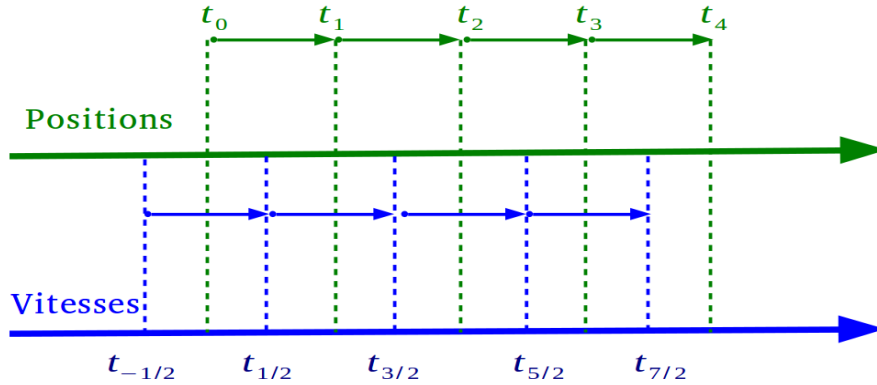


Figure 4.4: Schéma de la méthode d'intégration saute-mouton (Leap frog)

différentielles:

$$m \frac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t} = F_{n+1} \tag{4.6}$$

$$\frac{r_{n+1} - r_n}{\Delta t} = v_{n+1} \tag{4.7}$$

L'ordinateur doit avancer  $v_t$  et  $r_t$  à  $v_{t+\Delta t}$ ,  $r_{t+\Delta t}$ , mais  $v$  et  $r$  ne sont pas connues au même instant. Les conditions initiales pour les vitesses des particules et les positions données à  $t = 0$ , doivent être adaptées à la circulation des particules.

L'intégration de Leap frog ou saute-mouton est équivalente à la mise à jour des positions  $r(t)$  et des vitesses  $v(t) = \dot{r}(t)$  à des moments entrelacés décalés d'un demi pas de temps. Comme le montre la figure 4.4, les positions sont mises à jour à des intervalles de temps entiers tandis que les vitesses sont mises à jour à des intervalles de temps demi entiers. Cependant deux conditions doivent être respectées :

1. À  $t = 0$ , nous devons opérer sur les vitesses.  $v(0)$  est déplacée à  $v(-\frac{\Delta t}{2})$  en utilisant les champs calculés à l'instant  $t = 0$  par un retour en arrière d'un demi pas de temps.
2. Les énergies calculées cinétique et potentielle doivent être déterminées au même instant.

Les équations que l'ordinateur calcule sont donc:

$$\begin{aligned} \frac{v^{n+1/2} - v^{n-1/2}}{\Delta t} &= \frac{q}{m} E^n \\ \frac{r^{n+1} - r^n}{\Delta t} &= v^{n+1/2} \end{aligned}$$

#### 4.2.2 Cas d'un champ magnétique non nul: méthode de Boris

La présence d'un champ magnétique induit une force de Lorentz qui force les particules chargées à tourner dans le champ magnétique à la fréquence cyclotron  $\omega_c = |q|B/m$ . Les équations à intégrer sont donc :

$$\begin{aligned} \frac{P^{n+1/2} - P^{n-1/2}}{\Delta t} &= q \left[ E^n + \frac{1}{\gamma^n} \frac{P^{n+1/2} - P^{n-1/2}}{2m} \times B^n \right] \\ \frac{r^{n+1} - r^n}{\Delta t} &= \frac{\gamma^n}{m P^{n+1/2}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

avec  $P = \gamma m v$  l'impulsion de la particule et  $\gamma$  le facteur de Lorentz. Boris décrit une alternative élégante ressemblant à la méthode saute-mouton qui est maintenant utilisée dans la quasi-totalité des codes PIC et simulations plasma particulières. Cet algorithme repose sur une séparation des champs électrique et magnétique dans l'équation différentielle de la vitesse (ou impulsion) afin d'effectuer le produit vectoriel de vitesse avec le champ magnétique sans faire de projections des vecteurs sur les axes correspondants.

Pour décrire l'algorithme de Boris à trois dimensions dans un schéma centré en temps il est impératif de comprendre les étapes suivantes.

1. L'astuce judicieuse de Boris [138] était de définir deux impulsions  $P^-$  et  $P^+$  telles que :

$$P^- = P^{(n-\frac{1}{2})} + \frac{q}{2} E^n \Delta t \quad (4.9)$$

$$P^+ = P^{(n+\frac{1}{2})} - \frac{q}{2} E^n \Delta t \quad (4.10)$$

où  $P^-$  et  $P^+$  représentent les impulsions avant et après rotation dans le champ magnétique.



2. On a donc

$$P^+ = P^- + q\Delta t \frac{(P^+ + P^-)}{2m\gamma^n} \times B$$

soit

$$\frac{P^+ - P^-}{\Delta t} = \frac{q}{2m\gamma^n} (P^+ + P^-) \times B^n \quad (4.11)$$

avec

$$\gamma^n = (1 + P^{-2})^{1/2} = (1 + P^{+2})^{1/2}$$

car l'énergie de la particule n'est pas modifiée par la rotation dans le champ magnétique. L'équation (4.11) peut se résoudre de la manière suivante. On pose  $P^+ = (P_x^+, P_y^+, P_z^+)$ ,  $P^- = (P_x^-, P_y^-, P_z^-)$ ,  $B^n = (B_x^n, B_y^n, B_z^n)$  et  $\alpha = \frac{q}{2m\gamma^n} \Delta t$  puis on remplace  $P^+$ ,  $P^-$ ,  $B^n$  et  $\alpha$  dans (4.11). Après avoir fait le produit vectoriel et quelques arrangements nous obtenons l'équation matricielle suivante

$$\begin{pmatrix} 1 & -\alpha B_z^n & \alpha B_y^n \\ \alpha B_z^n & 1 & -\alpha B_x^n \\ \alpha B_y^n & \alpha B_x^n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_x^+ \\ P_y^+ \\ P_z^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha B_z^n & -\alpha B_y^n \\ -\alpha B_z^n & 1 & -\alpha B_x^n \\ \alpha B_y^n & -\alpha B_x^n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_x^- \\ P_y^- \\ P_z^- \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} 1 & -\alpha B_z^n & \alpha B_y^n \\ \alpha B_z^n & 1 & -\alpha B_x^n \\ \alpha B_y^n & \alpha B_x^n & 1 \end{pmatrix}.$$

En multipliant l'équation (4.12) par l'inverse de la matrice  $A$  et en posant

$$\begin{aligned} \Omega_x &= \alpha B_x \\ \Omega_y &= \alpha B_y \\ \Omega_z &= \alpha B_z, \end{aligned}$$

nous obtenons les impulsions  $(P_x^+, P_y^+, P_z^+)$  en fonction des impulsions  $(P_x^-, P_y^-, P_z^-)$ .

3. Maintenant que le principe de l'algorithme de Boris est donné nous devons impérativement respecter les étapes suivantes: On calcule  $P^-$  via l'équation (4.9) en appliquant le champ électrique sur un demi pas de temps.

On calcule  $P^+$  en fonction de  $P^-$ .

Une fois que les impulsions  $P^+$  sont connues on applique une deuxième fois le champ électrique sur l'autre demi pas de temps afin d'évaluer la vitesse de la particule et calculer ensuite sa position:

$$\begin{aligned} P^{(n+\frac{1}{2})} &= P^+ + \frac{q}{2} E^n \Delta t \\ \frac{r^{n+1} - r^n}{\Delta t} &= \frac{P^{n+1/2}}{m\gamma^n} \end{aligned}$$

### 4.3 Les solveurs de Maxwell

Plusieurs méthodes pour résoudre les équations de Maxwell sur une grille numérique ont été proposées basées sur des schémas de maillage structuré : différences finies, éléments finis, volumes finis ou d'autres techniques de discrétisation non structurées.

### 4.3.1 Algorithmes FDTD

Les algorithmes basés sur la méthode FDTD pour Finite-Difference Time-Domain repose sur un schéma de grille cartésienne. L'opérateur gradient et la dérivée temporelle des équations de Maxwell sont reliés par [150] :

$$\begin{aligned}
 E_{x_{i+1/2,j,k}}^{n+1/2} - E_{x_{i+1/2,j,k}}^n &= \frac{B_{z_{i+1/2,j+1/2,k}}^{n+1/2} - B_{z_{i+1/2,j-1/2,k}}^{n+1/2}}{\Delta y} \\
 &\quad - \frac{B_{y_{i+1/2,j,k+1/2}}^{n+1/2} - B_{y_{i+1/2,j,k-1/2}}^{n+1/2}}{\Delta z} - J_{x_{i+1/2,j,k}}^{n+1/2} \\
 \frac{B_{x_{i,j+1/2,k+1/2}}^{n+1/2} - B_{x_{i,j+1/2,k+1/2}}^{n-1/2}}{\Delta t} &= \frac{E_{z_{i,j+1,k+1/2}}^n - E_{z_{i,j,k+1/2}}^n}{\Delta y} \\
 &\quad - \frac{E_{y_{i,j+1/2,k+1}}^n - E_{y_{i,j+1/2,k}}^n}{\Delta z}
 \end{aligned}$$

où  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  sont les tailles des arêtes des cellules et  $(i, j, k)$  le numéro des cellules de la grille dans les directions  $x, y, z$  respectivement.  $\Delta t$  est le pas de temps tel que  $t = n \times \Delta t$  avec  $n$  entier. Le champ électrique est calculé sur le centre des arêtes des cellules constituant la grille par interpolation des densités sur les noeuds de chaque cellule; tandis que le champ magnétique est calculé sur le centre des faces de chaque cellule. Les autres composantes des champs électrique ( $E_y, E_z$ ) et magnétique ( $B_y, B_z$ ) sont obtenues de la même manière en faisant une permutation circulaire de  $(i, j, k)$ . Ce solveur de Maxwell est connu sous le nom du solveur de Yee [156] et il est très utilisé dans les codes PIC. En revanche il présente certains défauts de dispersion numérique selon le sens de propagation des ondes électromagnétiques dans la grille. La vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide est soit supérieure ou inférieure à la vitesse de propagation de la lumière dans le vide. Ce genre de dispersion numérique est néfaste pour les résultats de simulation ce qui peut conduire à des conclusions non physiques des phénomènes étudiés. Des solutions sont apportées à ce schéma dans les références suivantes [158, 159, 160, 161, 162] afin de diminuer ou éliminer les erreurs numériques.

### 4.3.2 Algorithmes PSATD

Les algorithmes PSATD pour Pseudo Spectral Analytical Time Domain, opèrent dans le domaine spectral de Fourier. Ces algorithmes exigent d'effectuer des transformations de Fourier des courants et champs à chaque pas de temps, car les particules sont avancées dans l'espace réel plutôt que dans l'espace de Fourier. La clé de la solution est de supposer que  $\rho(r)$  et  $\phi(r)$  ont des transformées de Fourier,  $\rho(k)$  et  $\phi(k)$  respectivement, où  $k$  est le vecteur d'onde de la solution  $e^{-ikr}$ . Cette supposition permet d'obtenir  $\phi(k)$  à partir de  $\rho(k)$  dans l'équation de Poisson directement c'est-à-dire que  $\partial^2/\partial r^2$  est remplacé par  $-k^2$  donnant ainsi:

$$\phi(k) = \frac{\rho(k)}{\epsilon_0 k^2} \tag{4.13}$$

Le lecteur intéressé par les méthodes PSATD pour la résolution des équations de Maxwell peut se référer à la littérature suivante [161, 162, 151, 163, 164]. Les algorithmes PSATD

sont moins utilisés car ils ne sont généralement pas aussi faciles à paralléliser que les algorithmes FDTD. En revanche ils sont puissants pour des systèmes périodiques en utilisant la discrétisation en série de Fourier. Ces algorithmes offrent également des informations sur les spectres spatiaux des densités  $\rho$ , et champs  $E$  qui sont reliés dans les théories des plasmas, et qui permettent un contrôle supplémentaire sur les spectres des champs. En outre ces algorithmes sont exempts de dispersions numériques.

### 4.3.3 Codes de références utilisés dans la communauté des LEL et accélération de particules

Les simulations numériques sont des outils essentiels pour la conception des Lasers à Électrons Libres (LEL). Des codes sont développés dans le but d'étudier la dynamique des électrons dans les onduleurs ou wigglers magnétiques et les processus d'amplification. D'autres codes sont élaborés pour le transport des particules dans les cavités radio-fréquences et leur compression dans les chicanes afin d'étudier les qualités des paquets d'électrons en terme d'énergie, divergence, dispersion, paramètres Twiss ..., avant la phase d'injection dans les onduleurs magnétiques. La physique des LEL est très riche et complexe. Pour illustrer un exemple de cette complexité prenons le cas de l'amplification du rayonnement X d'un LEL fonctionnant dans un régime SASE ( Self Amplified Spontaneous Emission). L'amplification dépend fortement du bruit au démarrage, de la longueur d'onde émise par l'électron qui elle à son tour dépend de l'énergie du paquet d'électron, de la période de l'onduleur magnétique et de l'intensité du champ magnétique appliquée dans l'onduleur. En outre l'amplification du rayonnement est liée à la dispersion en énergie du paquet d'électrons et au paramètre de glissement du paquet d'électrons qui contribue à la cohérence du rayonnement X. Une modélisation numérique efficace prenant en compte tous les paramètres peut être très difficile pour un simple onduleur magnétique. La complexité de la modélisation peut devenir encore plus ardue dans le cas des LEL en configuration HGHG (High-Gain Harmonic Generation) [172] ou avec d'autres mécanismes d'amplification par injection d'harmonique. Des codes de simulations 1 D à 3D ont été développés pour prendre en compte la complexité technologique des futures installations FEL et aussi pour la conception des futures expériences sur ces installations. Parmi les codes de transport de particules et de conception des installations FEL, on trouve le code ASTRA (Space charge TRaking Algorithm) [165], et le code PARMELA (Phase And Radial Motion in Electron Linear Accelerators) [189]. Ces codes sont très utilisés pour la conception des cavités accélératrices radio-fréquences LINAC et des systèmes photo-injecteur. Ils permettent de suivre l'évolution au cours du temps du paquet d'électrons en tenant compte à la fois de la charge d'espace et des champs électromagnétiques extérieurs [166]. Le calcul de la charge d'espace quant à elle fait appel à un solveur de Poisson basé sur des méthodes de résolution par transformée de Fourier FFT pour le calcul des densités et potentiels électrostatiques [138].

Les paramètres en sortie (énergie du paquet d'électron, dispersion, émittance ...etc) issus de ces codes sont injectés dans des codes de simulation de l'amplification du rayonnement et la dynamique des électrons dans des FEL à onduleurs magnétiques ou wigglers. Parmi

les codes de références utilisés pour l'étude de l'amplification et de la dynamique du paquet d'électrons dans un onduleur ou wiggler magnétique, on trouve le code GENESIS [169] et le code GINGER [170]. Ces codes sont basés sur la méthode de différence finie FTDT en 2D et 3D. Ils peuvent simuler l'amplification du rayonnement dans un onduleur ou wiggler magnétique en régime SASE en tenant compte du rayonnement bétatron engendré par le mouvement transverse du paquet d'électrons mais aussi du couplage entre les ondes électromagnétiques de l'onduleur et les ondes émises par les électrons lors de leur propagation. Avec ces capacités d'étude ces codes ont permis des développements majeurs dans la conception des onduleurs magnétiques et ont aussi permis d'améliorer leurs capacités.

Dans cette démarche d'études numériques, nous avons développé pour nos cas d'études des codes d'amplification du rayonnement pour le Raman XFEL. Les codes EWOK [46] basé sur un schéma FDTD et PLARES [151] basé sur la méthode PSATD. Ces deux codes sont destinés à l'étude de la dynamique dans le référentiel propre de l'électron et de l'amplification du rayonnement. Le code RELIC lui a été développé pour l'étude du transport, de la dynamique des électrons dans le référentiel du laboratoire et pour la conception expérimentale du Raman X [50].

#### 4.4 Le code EWOK

Le code EWOK (Electromagnetic Wake Oscillation Code) est un code PIC à 2 dimensions opérant dans le référentiel propre des électrons développé par Igor Andriyash. EWOK prend en compte analytiquement les oscillations haute fréquence des particules à la fréquence laser, et calcule le mouvement relativiste des particules dans les potentiels pondéromoteurs et électrostatique des particules et aussi le couplage des ondes électromagnétiques du réseau optique et de l'onde X émise par les électrons. Les champs électromagnétiques sont calculés dans les approximations paraxiale et de l'onde lentement variable. Le fonctionnement du code EWOK est illustré sur le schéma de la figure 4.5. Les électrons se propagent longitudinalement dans la direction  $z$  et transversalement dans la direction  $x$ . La fonction de distribution des particules est connue au cours du temps via l'avancement des macro-particules dans la grille numérique sous l'influence de la force pondéromotrice ou électrostatique ou des deux forces simultanément. L'interpolation des macro-particules sur les noeuds de la grille permet de calculer les densités de courant et de charge et de remonter ensuite aux champs électromagnétiques et électrostatiques par les équations d'Ampère-Poisson.

Le réseau optique modélisé dans EWOK est constitué d'une rampe linéaire où le potentiel vecteur du champ laser croît de 0 jusqu'à sa valeur maximale  $a_0$  au cours du temps. Le temps nécessaire pour atteindre la valeur constante de  $a_0$  est défini comme le temps d'injection. On peut comparer cette croissance de l'éclairement à un remplissage d'un réservoir où on impose une consigne sur le taux de remplissage du réservoir. Dans EWOK la consigne est égale à  $a_0$ . La rampe linéaire est suivie d'un plateau d'éclairement constant  $a_0$ . Le potentiel vecteur du champ laser dans EWOK et décrivant celui du réseau pondéromoteur résultant de la superposition des deux lasers incidents s'écrit de la manière

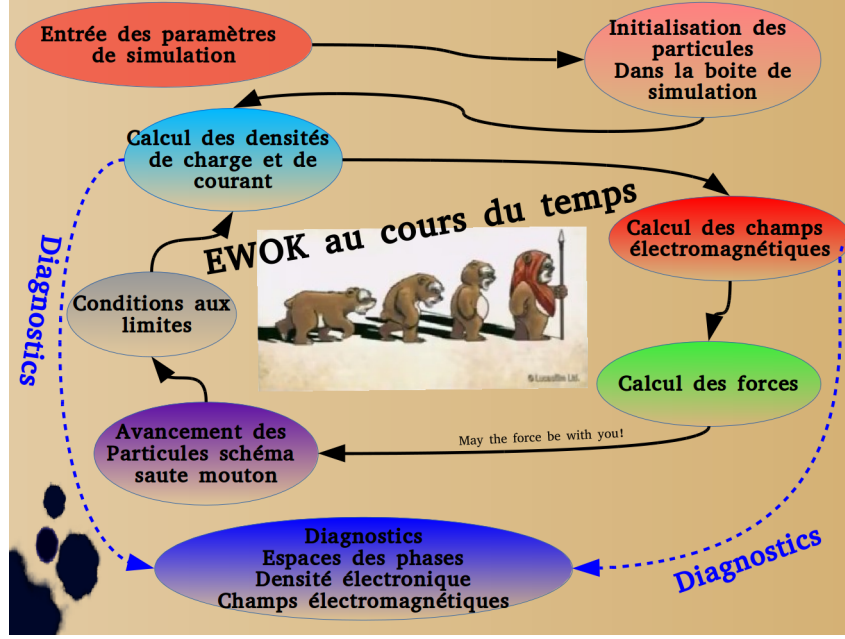


Figure 4.5: Schéma du principe de fonctionnement du code EWOK. Le chemin indiqué par les flèches noires représente les étapes d'exécution successives du code. Les flèches en bleu pointillées indiquent l'instant où les données sont enregistrées.

suivante:

$$\bar{a}_L = 2a_0(t) \sin(k_{0\perp} x) e^{-i(k_0 + k_{0\parallel})z} \quad (4.14)$$

Le potentiel pondérateur découlant de ce champ s'écrit :

$$U_{pot} = \frac{m_e c^2 |\bar{a}_L|^2}{4\gamma^2} \quad (4.15)$$

avec  $m_e$  la masse de l'électron et  $c$  la vitesse de la lumière.

La dynamique des électrons est régie par l'équation relativiste du mouvement :

$$\partial_t P_{z,x} = \frac{-m_e c^2}{4\gamma} \partial_{z,x} (|\bar{a}|^2 - 4\Phi) \quad (4.16)$$

où  $P_z$  et  $P_x$  sont les impulsions longitudinale et transverse respectivement et  $\Phi$  le potentiel électrostatique normalisé peut être obtenu à partir de l'équation de Poisson.  $\bar{a}$  est le potentiel vecteur normalisé somme du potentiel vecteur du réseau optique  $\bar{a}_L$  et du potentiel vecteur normalisé de l'onde émise par l'électrons  $\bar{a}_s$ . L'enveloppe du champ électromagnétique est définie comme  $a = \text{Re} [\bar{a} e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)}]$ . En considérant uniquement les ondes se propageant dans le sens positif de l'axe  $z$ , on peut linéariser l'équation de propagation des ondes électromagnétiques

$$\left( \partial_t^2 - c^2 \partial_{z,x}^2 \right) \bar{a} = - \left( \frac{4\pi e^2}{m_e} \right) n \bar{a} \quad (4.17)$$

où  $n = \int f_e dV$  est la densité électronique dans les puits de potentiel pondérateur. En supposant une onde plane se propageant suivant l'axe  $z$  tout en tenant compte de

l'approximation de l'onde lentement variable et en faisant une transformation de Fourier pour l'opérateur dérivée suivant l'axe  $z$  nous obtenons :

$$\frac{1}{\omega_0} (\partial_t + c\partial_z) \langle \bar{a}_s \rangle_{k_z} + i (k_z/k_0)^2 \langle \bar{a}_s \rangle_{k_z} = -i \left| \langle \bar{a}_s + \bar{a}_L \rangle_{k_z} \right| \frac{n_e}{n_c} \quad (4.18)$$

La boîte de simulation dans EWOK est rectangulaire dont les dimensions longitudinale  $l_z$  et transverse  $l_x$ , et définit des modes électromagnétiques discrets. L'onde signal peut être injectée à droite de la boîte de simulation et les solutions de l'équation (5.8) sont représentées par des modes de Fourier dans la direction  $z$ . Les conditions aux bords de la boîte de simulation sont périodiques dans les deux directions pour les ondes électromagnétiques et pour les particules elles sont absorbantes dans la direction transverse  $x$ , et périodique dans la direction longitudinale  $z$ . La longueur verticale du domaine de simulation peut être un multiple de la largeur d'un puits de potentiel pondéromoteur  $l_x = n_1 \gamma / \lambda_0$  où  $n_1$  est un entier positif. Le couplage de l'onde signal et des ondes laser du réseau optique engendre une force pondéromotrice longitudinale. De ce fait, le battement engendré par les ondes laser et l'onde signal  $X$  doit être périodique aussi, ce qui impose des restrictions sur les vecteurs d'onde  $(k_s - k_0)$  pour l'onde signal et  $(k_s + k_{0\parallel})$  pour la force pondéromotrice longitudinale. Pour une onde plane émise par l'électron à la fréquence de Stokes  $\omega_s = k_s \cdot c$ , les conditions périodiques s'écrivent:

$$\begin{aligned} k_s &= k_0 \left( 1 - N_1 \frac{\lambda_0}{l_z} \right) \\ \frac{l_z}{\lambda_0} &= N_2 / (1 + \beta) \\ \gamma &= \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \end{aligned}$$

avec  $N_1$  et  $N_2$  des nombres entiers. Ces conditions engendrent des domaines de simulations excessivement longs pour des  $\gamma$  élevés et donc des calculs numériques très coûteux en temps. Des options sur les conditions aux bords pour les ondes électromagnétiques et les particules peuvent être appelées selon les cas d'études. Les particules sont distribuées de manière homogène à l'instant initial dans la boîte de simulation et peuvent avoir une distribution gaussienne ou échelon (waterbag) en vitesse.

Le calcul des champs électromagnétiques s'effectue à travers le potentiel vecteur  $A = \frac{m_e c}{e} a$  qui définit les composantes électromagnétiques des champs électriques et magnétiques.

$$\begin{aligned} E &= -\frac{1}{c} \partial_t A - \nabla \phi \\ B &= \nabla \times A \end{aligned}$$

Le courant électrique peut être obtenu à partir de la loi d'Ampère et en se plaçant dans la jauge de Coulomb  $\nabla \cdot A = 0$ . On résout l'équation de propagation des ondes électromagnétique à partir du potentiel vecteur transverse  $A_x$

$$\left( \frac{1}{c^2} \partial_t^2 - \nabla^2 \right) A_x = \frac{4\pi}{c} J_{tr}$$

où  $J_{tr} = -en_e v_x$  est le courant transverse moyen. Les positions transverses  $x$  et vitesses moyennes transverses  $v_x$  dépendent de l'amplitude du potentiel vecteur dans le plan  $(x, z)$ . La force pondéromotrice dans la direction transverse est dominante et a comme expression:

$$\partial_t v_x = \frac{e}{m_e c \gamma_e} \partial_t A_x \quad (4.19)$$

avec  $\gamma_e$  le facteur de Lorentz de la particule à la position  $(z, x)$ .

Dans EWOK le temps est normalisé à la période laser  $\tau = c\lambda_0/t$ . Les positions longitudinale et transverse sont normalisées à la longueur d'onde laser  $\rho = (\xi, \chi) = (z, x)/\lambda_0$ . Les impulsions et la densité électronique  $n_e$  sont respectivement normalisées à  $m_e c$ ,  $n_c$  (densité critique laser).

En utilisant les notations normalisées, l'équation de propagation des ondes électromagnétiques et du potentiel vecteur du champ laser  $a_L$  s'écrivent respectivement comme :

$$\left(\partial_\tau^2 - \partial_\rho^2\right) a = -(2\pi)^2 \frac{\bar{n}}{\gamma} a, \quad (4.20)$$

$$a_L = 2a_0 \sin\left(\frac{2\pi\chi}{\gamma}\right) e^{-2\pi i(\tau + \beta\xi)} \quad (4.21)$$

où  $\bar{n} = n_e/n_c$  la densité électronique normalisée. Remarquons que l'expression du potentiel vecteur  $a_L$  satisfait la condition de jauge

$$\left(\partial_\tau^2 - \partial_\rho^2\right) a_L = 0.$$

EWOK résout l'équation (4.20) dans l'approximation de l'enveloppe lentement variable (SVEA) de l'onde signal  $a_s = \bar{a}_s e^{-i(\omega_0 t - k_0 z)}$  en utilisant la transformation de Fourier pour l'opérateur dérivée spatiale le long de l'axe  $x$  c'est-à-dire  $\partial_\chi^2 \bar{a}_s^2 \rightarrow -(2\pi)^2 \bar{k}_x^2 < \bar{a}_s >_{k_x}$  où  $\bar{k}_x = k_x \lambda_0$ . Rappelons que les dérivées d'ordre deux par rapport au temps  $\partial_\tau^2$  et d'espace  $\partial_\xi^2$  sont négligeables dans l'approximation SVEA.

L'équation de propagation des ondes électromagnétiques s'écrit en tenant compte de toutes ces approximations comme :

$$i(\partial_\tau + \partial_\xi) \langle \bar{a}_s \rangle_{k_x} - \pi \bar{k}_x^2 \langle \bar{a}_s \rangle_{k_x} = \pi \langle (\bar{a}_s + \bar{a}_L) \bar{n} / \gamma_e \rangle_{i,k_j} \quad (4.22)$$

Cette équation peut être intégrée numériquement à l'aide d'un schéma aux différences finies explicite ou implicite sur une grille  $(\xi_i, \chi_i)$  avec un pas de temps  $\Delta\tau = \Delta\xi = \Delta\chi$ . Les particules sont avancées au cours du temps via l'influence de la force pondéromotrice ou électrostatique ou les deux simultanément dans un schéma saute-mouton

$$\partial_\tau (\beta_\xi, \beta_\chi) = -\frac{1}{4\gamma_e} (\partial_\xi, \partial_\chi) \left[ |\bar{a}_s + \bar{a}_L|^2 - 4e\phi \right] \quad (4.23)$$

avec  $(\beta_\xi, \beta_\chi) = (v_z, v_x)/c$  les vitesses longitudinale et transverse de l'électron. Le facteur de Lorentz de la particule est calculé en fonction du potentiel pondéromoteur à la position de la particule comme:

$$\gamma_e = \sqrt{1 + |\bar{a}_s + \bar{a}_L|^2 / (1 - \beta_z^2 - \beta_x^2)} \quad (4.24)$$



## 4.5 Le code RELIC

Durant ma thèse j'ai développé un code particulière en 2 et 3 dimensions baptisé RELIC (Relativistic Electron Injection into optical Lattice Code). Le code permet des estimations de tous les paramètres macroscopiques liés à la dynamique des électrons dans l'approximation de la force pondéromotrice ou de la force de Lorentz. RELIC est également capable de décrire correctement l'élargissement induit par l'entrée d'un paquet d'électrons dans une zone d'interaction dont les positions des particules sont données dans le référentiel du laboratoire. RELIC peut simuler le transport et le mouvement des particules dans différentes situations : propagation libre, réseau optique à un ou plusieurs faisceaux laser. Enfin le code est suffisamment simple et souple pour faire face à des futures améliorations et implémentations telles que la prise en compte des inhomogénéités spatiales des faisceaux laser réels pour son utilisation future comme un guide pour les implémentations expérimentales de l'interaction des particules relativistes avec des onduleurs optiques. Avec ces objectifs, RELIC peut être considéré comme un outil numérique similaire à des codes bien connus développés dans les communautés des accélérateurs ou synchrotron pour modéliser et concevoir le transport des faisceaux de particules dans des cavités radio-fréquences tel que ASTRA. En sortie, le code nous donne les paramètres

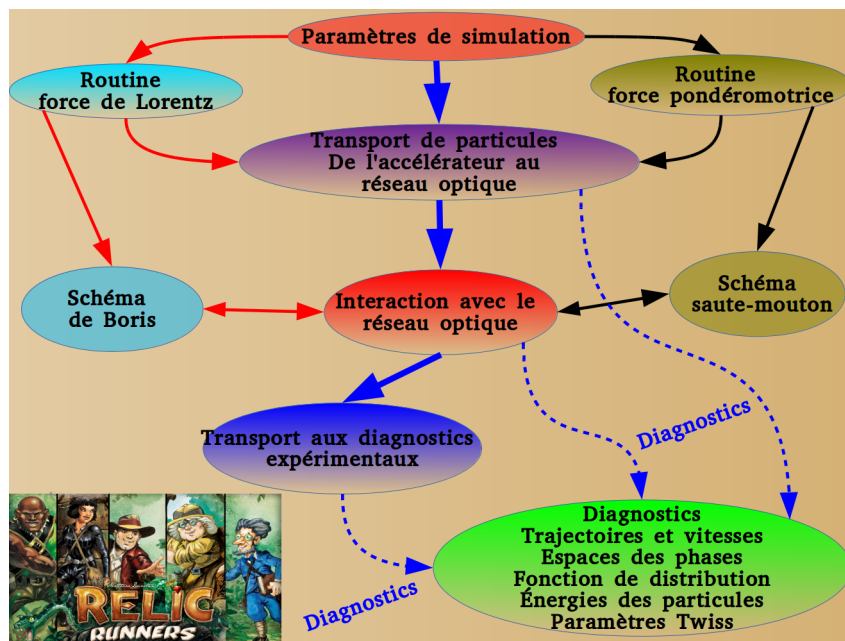


Figure 4.6: Schéma de fonctionnement du code RELIC. Le chemin indiqué par les flèches noires représente les étapes d'exécution successives du code dans le cas d'étude via la force pondéromotrice. Le chemin indiqué par les flèches rouges représente les étapes d'exécution successives du code dans le cas d'étude via la force de Lorentz. Les flèches pointillées en bleu indiquent l'instant où les données sont enregistrées.

physiques exacts du faisceau d'électrons et du réseau optique, qui peuvent alors être injectés dans un code numérique d'amplification comme EWOK [46], PLARES [151] et CHIMERA [152].



Les particules dans RELIC se propagent le long de l'axe  $z$  et les directions horizontale et verticale sont  $x$  et  $y$  respectivement, La figure 4.6 représente le schéma de fonctionnement du code RELIC. Après avoir sélectionné les étapes et la géométrie d'interaction, on choisit soit de résoudre les équations du mouvement par l'approximation de la force pondéromotrice ou par la force de Lorentz. Notons qu'un pousseur de Boris est utilisé pour avancer les particules dans le cas où la force de Lorentz est utilisée et dans l'approximation de la force pondéromotrice le pousseur de particules est de type saute-mouton. RELIC permet de suivre les particules sur différentes étapes du transport de particules depuis l'accélérateur au réseau optique, interaction des particules avec le réseau optique, transport des particules jusqu'aux diagnostics expérimentaux. Plusieurs diagnostics sont possibles en sortie : espaces des phases longitudinal et transverse à 2D, distributions électroniques instantanées en 1D et 2D, énergies cinétiques transverse et longitudinale des particules, trajectoires et vitesses instantanées des particules et leurs corrélations avec les autres particules, paramètres de Twiss.

#### 4.5.1 Comparaison entre l'utilisation des forces pondéromotrice et de Lorentz

Une particule chargée se trouvant dans un champ électromagnétique est soumise à la force de Lorentz. Pour un électron relativiste avec un facteur de Lorentz  $\gamma$ , de charge  $-e$  et de masse  $m_e$ , l'expression de la force de Lorentz peut s'écrire :

$$\frac{dP}{dt} = -e \left( E + \frac{P}{\gamma m_e} \times B \right)$$

avec  $P = \gamma m_e v$  l'impulsion de l'électron.

Si la particule interagit avec une onde électromagnétique inhomogène spatialement et que l'échelle de variation des amplitudes des champs électrique et magnétique est grande devant l'amplitude des oscillations linéaire et la longueur d'onde laser  $\lambda_0$ , le mouvement des électrons est non-linéaire et ils sont expulsés vers les régions de faible champ électrique [109, 110]. Le mouvement des électrons au cours du temps connu par la résolution de la force de Lorentz peut être traité par la force pondéromotrice en moyenne sur la période laser [142] dont l'expression est donnée par:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{e}{4\gamma m_e \omega_0^2} \nabla E^2 \quad (4.25)$$

avec  $E$  le champ électrique laser et  $\omega_0$  la pulsation laser.

La figure 4.7 montre un schéma de la propagation des ondes laser planes jumelles (même fréquence et amplitude) polarisées linéairement dans la direction  $y$ . Les champs électrique  $E = E_1 + E_2$  et magnétique  $\nabla \times E = \frac{-\partial B}{\partial t}$  peuvent s'écrire :

$$E = E_0 [\cos(\omega_0 t - k_l z - k_p x) + \cos(\omega_0 t - k_l z + k_p x)] e_y \quad (4.26)$$

$$B = -\frac{E_0 k_l}{\omega_0} [\cos(\omega_0 t - k_l z - k_p x) + \cos(\omega_0 t - k_l z + k_p x)] e_x \quad (4.27)$$

$$+ \frac{E_0 k_p}{\omega_0} [\cos(\omega_0 t - k_l z - k_p x) + \cos(\omega_0 t - k_l z + k_p x)] e_z \quad (4.28)$$

avec  $E_0$  l'amplitude maximale du champ électrique,  $(k_l, k_p) = \frac{2\pi}{\lambda_0}(\cos \theta, \sin \theta)$ , et  $(e_x, e_y, e_z)$  une base orthonormée.

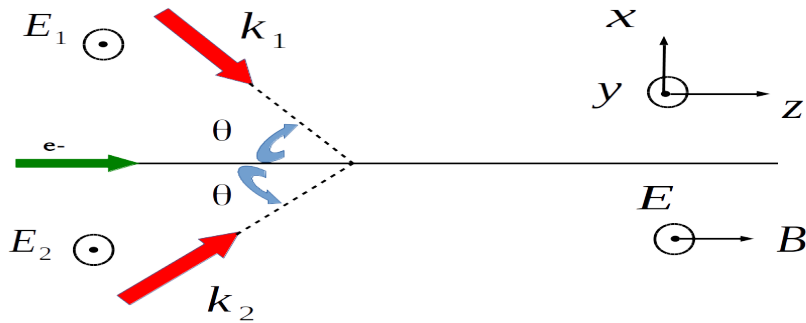


Figure 4.7: Propagation et polarisation des impulsions laser

#### 4.5.2 Convergence et stabilité numérique

Nous allons maintenant montrer quelques cas test de trajectoires électroniques calculées par le code RELIC. Avant d'avoir des résultats physiques corrects il faut d'abord vérifier la convergence du code. Sur la figure 4.8 nous montrons la trajectoire transverse d'un électron dans un puits de potentiel lumineux au cours du temps pour différents pas de temps. Sur la figure 4.8 a) la dynamique électronique est résolue en intégrant la force

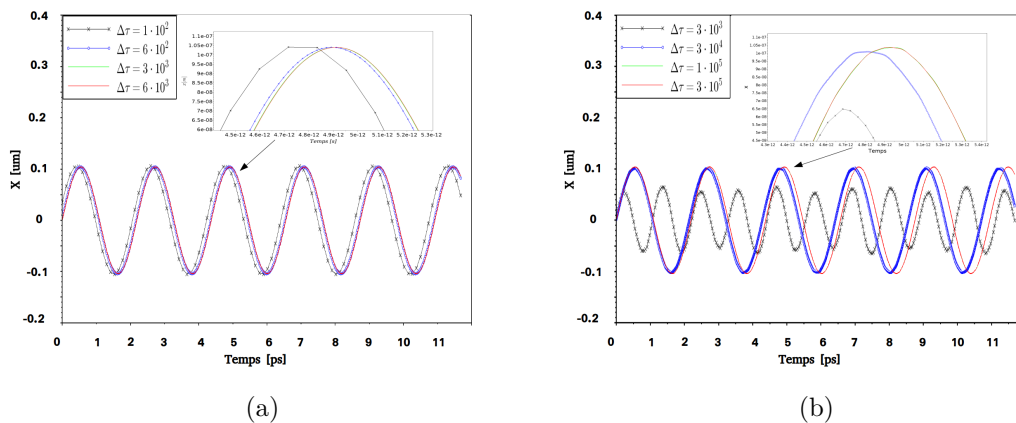


Figure 4.8: Oscillation transverse d'un électron dans un puits de potentiel lumineux au cours du temps pour différents pas de temps. a) résolution de la force pondéromotrice dans un schéma saute mouton. b) résolution de la force de Lorentz de un schéma de Boris. Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.3$ ,  $\theta = 10$ ,  $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$ ,  $\gamma = 60$ , divergences angulaires ( $\Sigma_x = 1 \text{ mrad}$ ,  $\Sigma_y = 1 \text{ mrad}$ ). Émittance normalisée  $\epsilon_N = 1 \text{ mm mrad}$ .

pondéromotrice dans un schéma saute mouton au cours du temps, et sur la figure 4.8 b) les trajectoires électroniques sont calculées en intégrant la force de Lorentz dans un

schéma de Boris. Pour de grands pas de temps, les périodes d'oscillation ainsi que les amplitudes ne sont pas stables et varient au cours du temps (voir insert sur les figures 4.8 a) et 4.8 b)). Les courbes en tiret plein montrent les cas où les simulations ont convergé. Ces courbes sont superposées ce qui confirme la stabilité du code. Le code est d'autant plus stable que le pas de temps est plus petit, cependant afin de ne pas trop augmenter les temps de calculs et aussi de ne pas saturer la mémoire, on choisit un pas de temps modéré qui vérifie bien la condition de convergence. En outre l'exécution des calculs montrés dans ces figures a confirmé que les résultats obtenus par la force pondéromotrice sont plus rapides comparés à ceux obtenus en résolvant la force de Lorentz. Ceci est du au nombre d'itérations important pour calculer parfaitement les forces électromagnétiques dans le pousseur de Boris. Rappelons que la force pondéromotrice est une moyenne de la force de Lorentz, cependant il est indispensable de séparer le régime de validité de la résolution de la dynamique électronique via la force pondéromotrice.

### 4.5.3 Limite de l'approche pondéromotrice

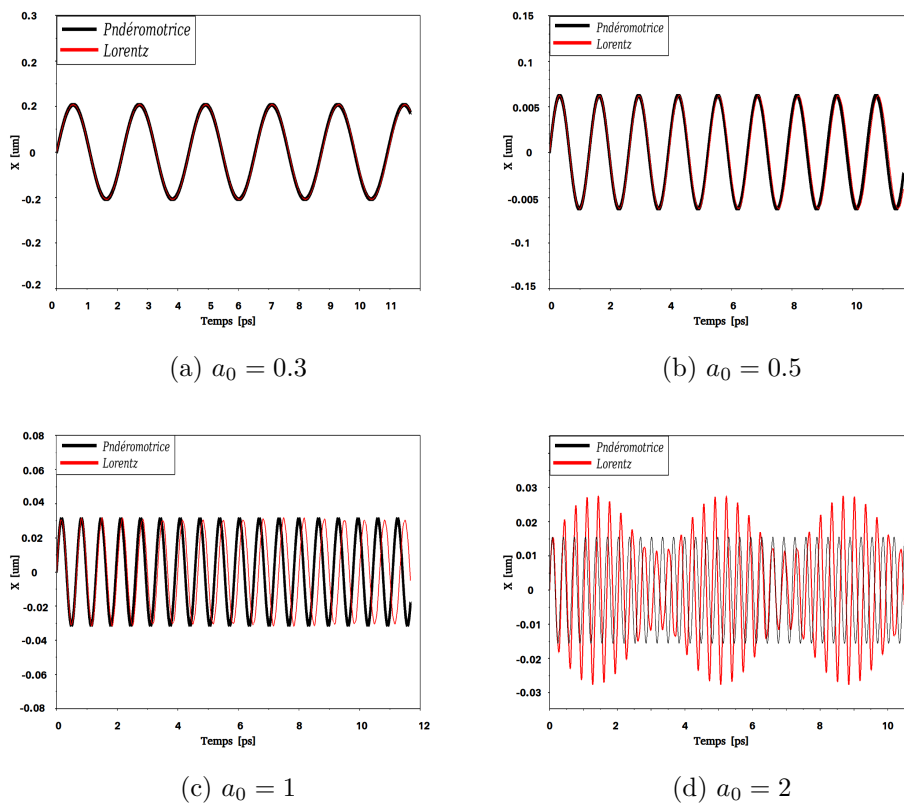


Figure 4.9: Trajectoires électroniques transverses en intégrant la force pondéromotrice dans un schéma saute mouton (courbe noire), et par intégration de la force de Lorentz dans un schéma de Boris (courbe rouge), en fonction de l'éclairement laser. Paramètres de simulation :  $\theta = 10$ ,  $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$ ,  $\gamma = 60$ , divergences angulaires ( $\Sigma_x = 1 \text{ mrad}$ ,  $\Sigma_y = 1 \text{ mrad}$ ).

La figure 4.9 montre des trajectoires électroniques transverses obtenues par le code RELIC en résolvant les équations du mouvement avec la force de Lorentz (couleur rouge) et avec la force pondéromotrice (couleur noir). Dans cette simulation nous avons

fait varier le potentiel pondéromoteur du laser dans le but de déterminer la limite du traitement de la dynamique électronique via la force pondéromotrice en fonction de l'éclairement laser. Nous rappelons ici les paramètres de cette simulation : angle GRIP  $\theta = 10$ , longueur d'onde laser  $\lambda_0 = 800$  nm, facteur de Lorentz de l'électron  $\gamma = 60$ , divergences angulaires ( $\Sigma_x = 1$  mrad,  $\Sigma_y = 1$  mrad).

Comme on peut le voir sur les figures 4.9 a) et 4.9 b) les trajectoires de l'électron calculées avec la force pondéromotrice (courbes noires) sont identiques aux trajectoires obtenues avec la force de Lorentz (courbes rouges) pour des valeurs de potentiel vecteur modérées. Les deux forces donnent des trajectoires superposables jusqu'à une valeur du potentiel vecteur normalisé  $a_0 = 1$  (figure 4.9 c)) où les fréquences d'oscillation transverse des électrons commencent à être décalées. Ce décalage en fréquence est du aux oscillations de l'électron dans le plan vertical à la fréquence du champ laser et à son ralentissement par le fort éclairement laser. Pour des valeurs de potentiel vecteur normalisé supérieures à 1, les trajectoires électroniques deviennent chaotiques et des effets relativistes dûs aux forts éclairagements laser entrent en jeu. L'interaction d'électrons relativistes avec un réseau optique très intense  $a_0 > 1$  n'est pas encore étudié jusqu'à présent [50]. Ce régime sera sans doute riche en physique il est donc très intéressant de l'étudier en détail dans le futur. Dans cette thèse, on s'intéresse à des éclairagements laser inférieurs à  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup>, ce qui correspond à un potentiel vecteur normalisé  $a_0 < 1$ .

Il est aussi intéressant de voir comment varient la période d'oscillation bêatron de l'électron ainsi que la période de l'onduleur optique en fonction de l'angle  $\theta$ .

Considérons un électron relativiste  $\gamma = 60$ , de divergence angulaire  $\Sigma_{x,y} = 1$  mrad qui se propage dans un réseau optique dont la longueur d'onde laser  $\lambda_0 = 800$  nm, et de potentiel vecteur normalisé  $a = 0.3$ . La période de l'onduleur optique est donnée par [98] :

$$\lambda_\mu = \frac{\lambda_0}{1 - \beta_z \cos \theta} \quad (4.29)$$

où  $\beta_z = v_z/c$ ,  $v_z$  la vitesse de l'électron et  $c$  celle de la lumière. Sur la figure 4.10 est tracée la variation de la période de l'onduleur optique en fonction de l'angle  $\theta$  obtenus numériquement (points bleus), et calculés à partir de l'équation (4.29) (courbe rouge). La période de l'onduleur optique est très importante car elle est liée à la longueur d'onde du rayonnement émis par un électron par :

$$\lambda_s \sim \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left( 1 + \frac{a_0^2}{2} \right). \quad (4.30)$$

On peut d'abord mentionner que pour des angles  $\theta > 2^\circ$ , la période de l'onduleur optique est dans la gamme du micromètre et d'après l'équation (4.30), des électrons d'énergie du MeV suffisent pour atteindre des photons X. Nous remarquons aussi que les courbes théorique et numérique ont la même allure et que les valeurs numériques coïncident avec les valeurs théoriques à partir d'un angle  $\theta = 3^\circ$ .

Pour des très petits angles  $\theta$ , la période de l'onduleur optique devient du même ordre

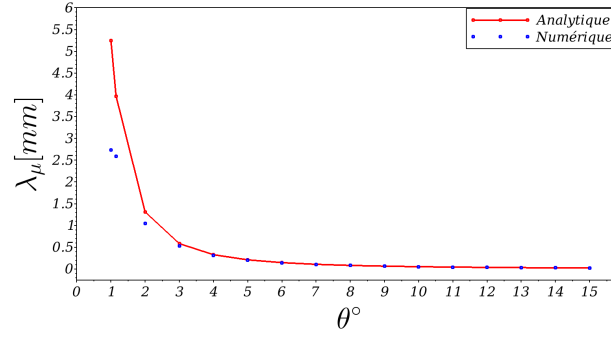


Figure 4.10: Variation de la période de l'onduleur optique en fonction de l'angle  $\theta$ . Courbe rouge : calculs obtenus par l'équation (4.29). Points bleus : calculs numériques RELIC en résolvant la force de Lorentz. Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.3$ ,  $\lambda_0 = 800$  nm,  $\gamma = 60$ , divergences angulaires ( $\Sigma_x = 1$  mrad,  $\Sigma_y = 1$  mrad). Émittance normalisée  $\epsilon_N = 1$  mm mrad.

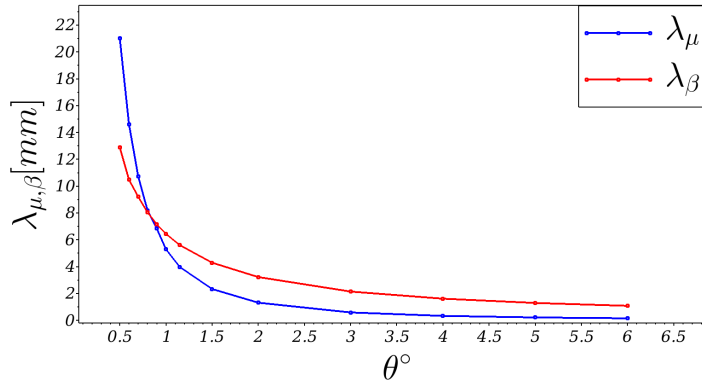


Figure 4.11: Variation en fonction de l'angle  $\theta$  de la période de l'onduleur optique (Eq (4.29), courbe bleue) et de la période d'oscillation de l'électron au fond du puits (Eq (4.31), courbe rouge). Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.3$ ,  $\lambda_0 = 800$  nm,  $\gamma = 60$ , divergences angulaires ( $\Sigma_x = 1$  mrad,  $\Sigma_y = 1$  mrad). Émittance normalisée  $\epsilon_N = 1$  mm mrad.

que la période d'oscillation des électrons au fond du puits

$$\lambda_\beta = c/\Omega_0 = \frac{\gamma c}{\sqrt{2}a_0\omega_0 \sin(\theta)} \quad (4.31)$$

En égalisant les équations (4.10) et (4.31), nous obtenons l'angle pour lequel la période de l'onduleur optique est égale à la période d'oscillation au fond du puits comme :

$$\theta^\circ = 360\sqrt{2}\frac{a_0}{\gamma\pi} \quad (4.32)$$

Sur la figure 4.11 nous traçons en fonction de l'angle  $\theta$ , la période d'oscillation au fond du puits des électrons (Eq (4.31)) et la période de l'onduleur optique calculée à partir de l'équation (4.29). Les paramètres physiques utilisés pour tracer les courbes de la figure 4.11 sont les mêmes que ceux de la figure 4.10. L'angle pour lequel  $\lambda_\mu = \lambda_\beta$  est égal à

$\theta = 0.81^\circ$ . Pour des valeurs de  $\theta < 0.81^\circ$  la période de l'onduleur optique est plus grande que la période d'oscillation des électrons en fond du puits. L'équation (4.32) est valable aussi pour n'importe quel couple de paramètres physiques  $(a_0, \gamma)$ .

## 4.6 Conclusion

Nous venons de décrire les méthodes ainsi que les codes numériques qui seront utilisés pour la suite de ce manuscrit. L'étude de l'amplification du rayonnement et de la dynamique des particules dans le référentiel de l'électron est réalisée avec les codes EWOK [46] et PLARES [151]. La dynamique, le transport du paquet d'électrons ainsi que la modélisation des premières expériences LUCCEL-X sont réalisées avec le code RELIC à deux et trois dimensions dans le référentiel du laboratoire. La force de Lorentz permet d'observer les oscillations des électrons dans le plan vertical  $(y, z)$ , mais dans ce qui suit le travail de cette thèse on s'est intéressé aux oscillations transverses dans le plan  $(z, x)$  notamment pour les études des effets d'injection du paquet d'électrons dans le réseau optique (Chapitre 6) et aussi pour la modélisation des expériences LUCCEL-X (Chapitre 7).

Dans la suite, nous nous plaçons dans un régime dans lequel l'éclairement laser du réseau optique est inférieure à  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup> et des angles GRIP  $\theta > 3^\circ$ . Dans cette gamme de paramètres, la dynamique des électrons sera traitée par la résolution de la force pondéromotrice afin de gagner en temps de calcul numérique. Les expressions des potentiels pondéromoteurs seront rappelées selon le cas d'étude abordé.

## Chapitre 5

# Étude de l'injection d'un paquet d'électrons relativistes dans une onde stationnaire intense

La physique de l'interaction d'un paquet d'électrons relativistes et un réseau optique (RO) intense est très riche et intéressante. La dynamique et le comportement des électrons dépend des paramètres des paquets d'électrons relativistes ( énergie et dispersion, divergence, émittance), ainsi que des paramètres du RO ( éclairement, longueur d'interaction, largeur des puits de potentiel). L'état de polarisation des impulsions laser conduit à des expressions différentes du potentiel pondéromoteur et donc à une autre dynamique électronique [174, 175, 39].

Nous avons montré dans le chapitre 3 via la théorie cinétique et fluide du Raman XFEL que le gain à la saturation dépend fortement des paramètres physiques du paquet d'électrons comme la densité d'électrons piégés ou leur température. Nous avons souligné que ces deux paramètres sont directement liés à la physique de l'injection et qu'ils auront très probablement des conséquences sur l'amplification et le gain du LEL. Dans ce chapitre, nous considérons un RO simple dans lequel nous nous focalisons sur les caractéristiques essentielles de la physique de l'injection, indépendamment des géométries expérimentales complexes. Nous montrerons comment les caractéristiques du paquet d'électrons et du RO peuvent influencer le taux de piégeage des électrons dans les puits de potentiel pondéromoteur. Les variations des énergies cinétiques moyennes transverse et longitudinale du paquet d'électrons en fonction des paramètres physiques et géométriques du RO seront aussi étudiées. Enfin, nous illustrerons par l'analyse des espaces des phases des électrons les inhomogénéités qui peuvent affecter la dynamique des électrons et l'amplification des rayons X.

### 5.1 Effets électrostatiques

Avant de faire interagir le paquet d'électrons avec le réseau optique, il est important de voir à quelle distance le paquet d'électrons se désassemble sous l'effet de la charge d'espace

causé par la répulsion coulombienne entre les particules chargées.

Pour un cas simple d'étude nous supposons que le paquet d'électrons contient  $N$  particules dans une sphère de rayon  $R$ , qui se propage sous vide dans la direction  $z$ . On pose que ce paquet d'électrons a un facteur de Lorentz  $\gamma$  qui reste constant pendant son accélération. Si on pose que la distance moyenne d'interaction électrostatique entre toutes les particules est égale au demi-rayon de la sphère, alors la force électrostatique pour le paquet d'électrons peut s'écrire :

$$F_{el} = \frac{Ne^2}{\pi\epsilon_0 R^2 \gamma^2} = \frac{d}{dt} \gamma m_e v_z \quad (5.1)$$

où  $e$  et  $m_e$  sont la charge et la masse de l'électron,  $\epsilon_0$  la permittivité électrique du vide. En posant que les impulsions transverses ne varient pas au cours de l'accélération, on peut écrire  $F_{el} = dP_z/dt$  et en remplaçant  $P_z = \gamma m_e v_z$  où  $v_z$  est la vitesse du paquet d'électrons, l'équation (5.1) devient :

$$dv_z = \frac{Ne^2}{4\pi\epsilon_0 R^2 m_e \gamma^3} dt.$$

Remplaçons maintenant  $\Delta v_z = \Delta z/t$  et définissons le temps caractéristique de l'explosion du paquet d'électrons comme le moment pour lequel  $\Delta z = R$ , nous obtenons :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{8\pi m_e \epsilon_0 R^3 \gamma^3}{Ne^2}}$$

En remplaçant  $N = Q/e$  avec  $Q$  la charge contenue dans le paquet d'électrons :

$$\Delta t = \sqrt{\frac{8\pi m_e \epsilon_0 R^3 \gamma^3}{Q \cdot e}}, \quad (5.2)$$

on voit d'après cette dernière équation que le temps de l'explosion coulombienne du paquet d'électrons croît rapidement pour les grandes énergies relativistes. Nous allons appliquer cette formule pour de faibles valeurs de  $\gamma$  en prenant une sphère d'électrons de rayon  $R = 1.5 \mu\text{m}$  et de charge  $Q = 0.1 \text{ nC}$  et  $0.5 \text{ nC}$ . Nous traçons les résultats en rouge pour une charge de  $0.5 \text{ nC}$  et en bleu pour  $0.1 \text{ nC}$  sur la figure 5.1.

Nous pouvons voir que l'explosion coulombienne arrive très tôt pour des densités électroniques élevées, typiques de l'accélération laser/plasma et pour des énergies faibles. Afin que le paquet d'électrons reste collimaté sur toute la longueur du réseau optique nous allons travailler avec des énergies supérieures à  $5 \text{ MeV}$ .



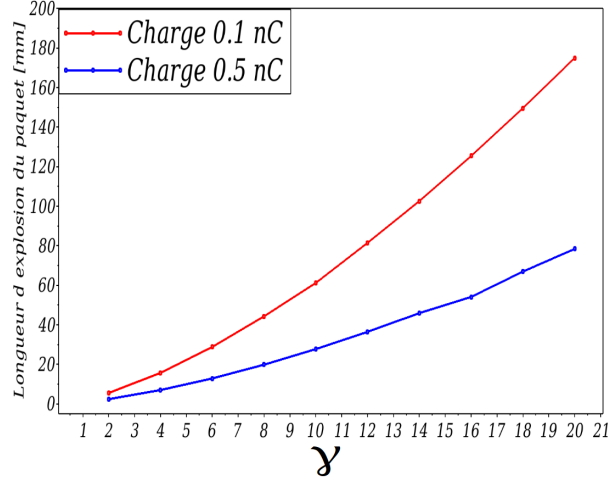


Figure 5.1: Longueur d'explosion  $c \cdot \Delta t$  du paquet d'électrons sous l'effet de la charge d'espace en fonction de l'énergie des électrons. Charge : courbe rouge 0.1 nC, courbe bleue 0.5 nC. Rayon de la sphère  $R = 1.5 \mu\text{m}$  (cas d'un paquet d'électrons issu de l'ALP).

## 5.2 Description des paramètres de l'interaction

Nous considérons un RO stationnaire dans lequel l'éclairement croit de 0 jusqu'à sa valeur maximale  $a_0$  sur une longueur de rampe  $L_R$  (voir figure 5.2 a), suivie d'un plateau d'éclairement constant de longueur  $z_{\text{plateau}}$  (voir figure 5.2 b). Pour des raisons de simplicité, nous commencerons par une étude à deux dimensions longitudinale  $z$  et transverse  $x$ .

Un paquet d'électrons relativistes centré autour d'un facteur de Lorentz  $\gamma$  et de dispersion en énergie  $\delta\gamma/\gamma$  se propageant dans la direction  $z$  le long du réseau optique est soumis à la force pondéromotrice  $F_p = -\nabla V_{\text{pot}}$ , où  $\nabla$  est l'opérateur gradient et  $V_{\text{pot}}$  s'écrit pour chaque zone d'interaction comme suit :

$$V_{\text{pot}}(x, z) = 0 \quad \text{pour } z < 0,$$

$$V_{\text{pot}}(x, z) = \frac{m_e c^2 a_0^2}{2\gamma} (1 - \cos(2k_{\perp} x)) \frac{z}{L_R} \quad \text{pour } 0 < z < L_R,$$

$$V_{\text{pot}}(x, z) = \frac{m_e c^2 a_0^2}{2\gamma} (1 - \cos(2k_{\perp} x)) \quad \text{pour } z > L_R$$

où  $a_0$  est le potentiel vecteur normalisé,  $m_e$  la masse de l'électron,  $\gamma$  le facteur de Lorentz de l'électron,  $c$  la célérité de la lumière et  $k_{\perp} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \theta$  le vecteur d'onde transverse de l'impulsion laser. Dans le plan transverse, la géométrie de l'interaction dépend des paramètres du paquet d'électrons et de la taille transverse du réseau optique. La figure 5.3 illustre l'espace des phases transverse du paquet d'électrons en propagation libre [75, 76]. La difficulté principale dans la physique de l'accélération est d'obtenir des paquets

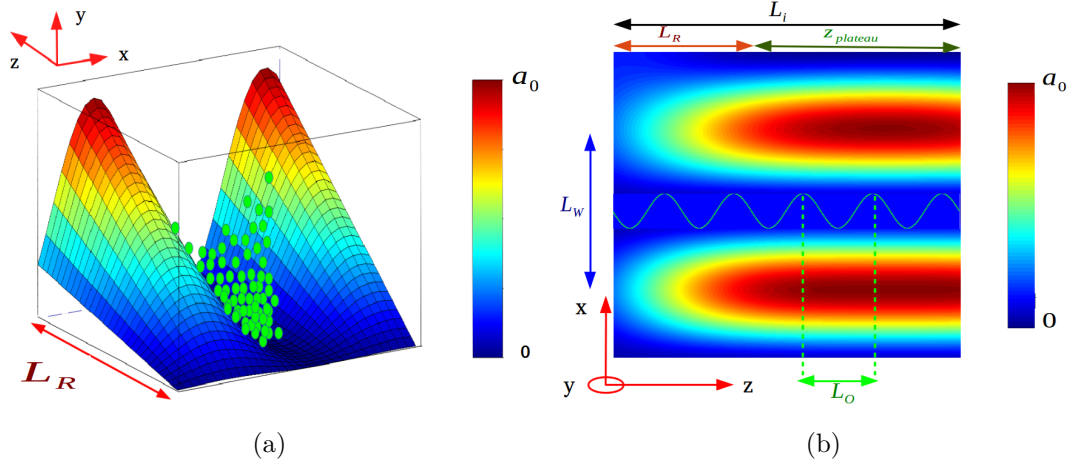


Figure 5.2: (a) : représentation schématique de la rampe linéaire. L'éclairement du réseau optique croit de manière linéaire de zéro (couleur bleue) jusqu'à sa valeur maximale  $a_0$  (couleur rouge) sur une longueur  $L_R$ . (b) : représentation schématique de la trajectoire d'un électron piégé dans un puits de potentiel pondéromoteur. Les longueurs caractéristiques de l'interaction sont: la période spatiale d'oscillation de l'électron  $L_O$ ; la largeur du puits de potentiel pondéromoteur  $L_W$ ; la longueur de la rampe linéaire  $L_R$ ; la longueur du plateau d'éclairement constant  $z_{\text{plateau}}$ ; la longueur d'interaction totale  $L_i = L_R + z_{\text{plateau}}$ .

d'électrons de forte densité électronique et de faible divergence. En raison de la répulsion coulombienne entre les particules de même charge électrique, celle-ci tend à dégrader la qualité du paquet d'électrons et limite sa compression. La direction d'une particule est caractérisée par le rapport de son impulsion transverse sur son impulsion longitudinale. Supposons maintenant que l'on ait un paquet d'électrons de densité électronique  $n_e$  constitué de  $N$  particules et que chaque particule a ses propres impulsions transverse et longitudinale. Dans ce cas on définit une ellipse qui englobe toutes les particules du paquet, et on définit une divergence angulaire moyenne du paquet d'électrons. De plus on définit l'émittance d'un paquet d'électrons comme le produit de sa taille transverse multipliée par sa divergence angulaire :

$$\epsilon_N = \gamma \sigma_x \Sigma_x \quad (5.3)$$

où  $\Sigma_x$  est la divergence RMS à la sortie de l'accélérateur donnée en mrad.

Par analogie à la longueur de Rayleigh pour les lasers, nous définissons une longueur de divergence sur laquelle le paquet d'électron relativiste reste collimaté comme:

$$L_{div} = \gamma \sigma_x^2 / \epsilon_N. \quad (5.4)$$

Cette longueur doit être considérée pour des paquets d'électrons de grandes divergences, auquel cas elle peut être plus courte que la longueur de rampe  $L_R$ . La figure 5.4 représente les paramètres géométriques de l'interaction. Du fait à la fois de la taille transverse du paquet d'électrons  $\sigma_x$  et de sa divergence angulaire  $\Sigma_x$ , une partie des électrons ne peut voir le piège optique qui est limité par la dimension de la tache focale du laser. Pour cette étude d'injection nous allons négliger l'effet des paramètres géométriques du réseau optique sur l'interaction et nous considérons que le RO est infini

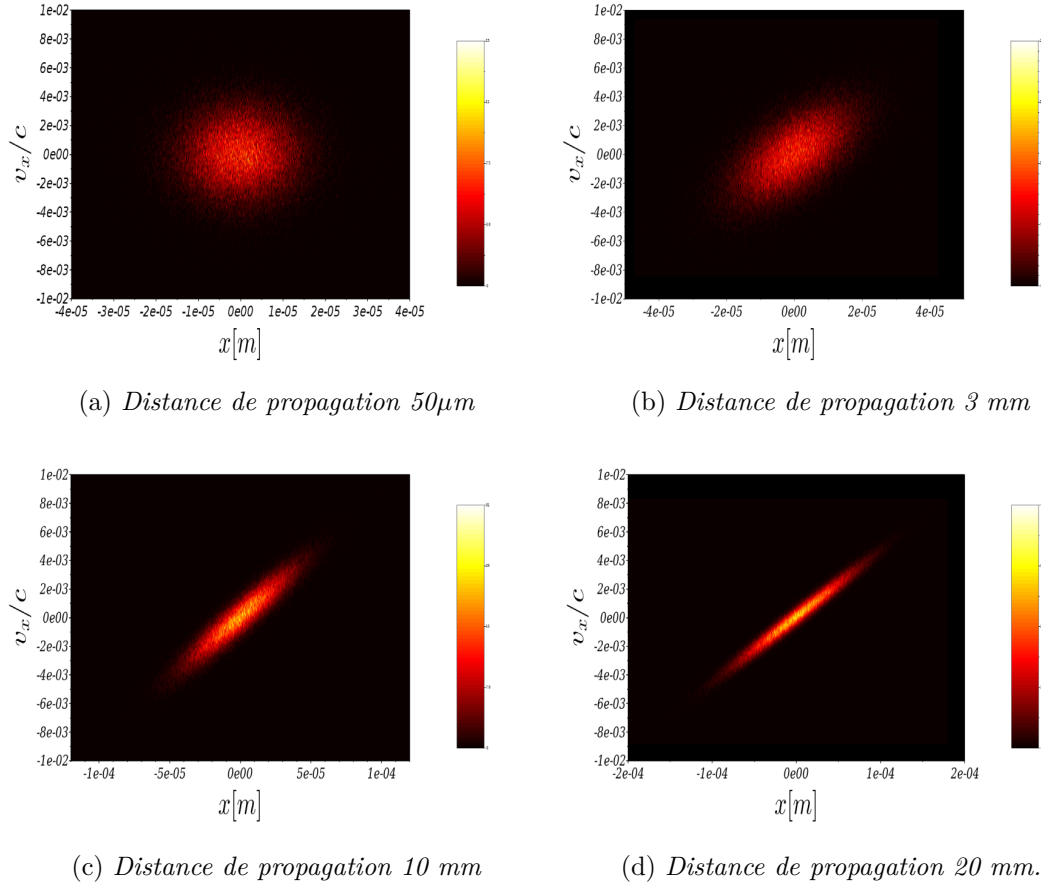


Figure 5.3: Propagation libre dans l'espace des phases transverse  $(x, v_x/c)$ .

dans les deux directions transverse à la direction des électrons.

L'injection du paquet d'électrons peut se faire sur un seul puits pondéromoteur ou

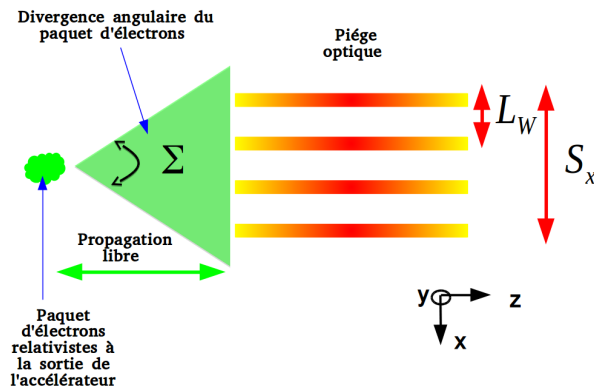


Figure 5.4: Représentation schématique de l'interaction géométrique du paquet d'électrons et du réseau optique.

plusieurs puits en fonction du rapport  $\sigma_x/L_W$ , avec  $L_W = \lambda_0/2 \sin \theta$  la largeur du puits de potentiel pondéromoteur.

La période spatiale d'oscillation d'un électron dans un puits de potentiel pondéromoteur est donnée par:

$$L_O = c \cdot \Omega_0^{-1} \quad (5.5)$$

où  $\Omega_0$  est la fréquence d'oscillation de l'électron dans le puits de potentiel pondéromoteur donnée par l'équation 5.11 (§5.5) et  $c$  la vitesse de la lumière. Si la longueur de la rampe est supérieure à la période spatiale d'oscillation  $L_O$ , les électrons sont comprimés de manière douce dans les puits de potentiel pondéromoteur et leur injection dans la région du plateau se produit de manière adiabatique. Dans le cas opposé ( $L_R < L_O$ ), les électrons sont rapidement comprimés dans les puits de potentiel pondéromoteur et leur injection se produit de manière brutale. Nous introduisons donc un paramètre adiabatique tel que :

$$\Gamma_{ad} = \frac{L_R}{L_O}. \quad (5.6)$$

Ce paramètre nous permet de séparer deux régimes d'injection que nous appellerons par la suite régime d'injection brutale ou rapide pour lequel le paramètre adiabatique  $\Gamma_{Ad} < 1$ , et régime d'injection adiabatique dans le cas opposé  $\Gamma_{Ad} \geq 1$ . Le paramètre adiabatique sera aussi utilisé comme un outil pour l'étude de la variation de l'énergie cinétique transverse et de l'amplification du rayonnement X en fonction du régime d'injection.

### 5.3 Paramètres physiques de l'interaction

Nous considérons que les deux impulsions laser intenses engendrant le réseau optique sont en incidence d'un angle  $\theta$  par rapport à l'axe de propagation des électrons. Les valeurs de l'éclairement laser à la ligne focale sont de l'ordre de  $10^{16}$  à  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup> avec des longueurs d'onde des impulsions lasers entre 800 nm et 1.05  $\mu$ m, et des durées d'impulsion d'une dizaine à quelques centaines de femtosecondes. Avec ces paramètres la longueur de la ligne focale pourra varier d'une centaine de micromètres à quelques millimètres, ce qui permettra aux électrons d'effectuer plusieurs périodes d'oscillation et de déclencher ainsi l'instabilité Raman et l'amplification du rayonnement.

Le paquet d'électrons peut être produit soit par l'Accélération Laser dans les Plasma ALP [20, 21], ou bien par un court accélérateur linéaire conventionnel LINAC [48, 49]. L'avantage d'utiliser la technologie ALP est d'obtenir des paquets d'électrons de courtes durée (quelques femtosecondes) et de charge de quelques picocoulombs. Le paquet d'électrons a des énergies de quelques dizaines à une centaine de MeV avec une dispersion autour de 10%, avec des divergences angulaires autour de 2 à 6 mrad, et une émittance normalisée autour de 1 mm mrad. En outre la synchronisation du paquet d'électrons avec le réseau optique est facilement réalisable surtout si l'impulsion laser accélératrice des électrons et les deux impulsions du réseau optique sont toutes les trois générées par le même oscillateur laser initial. En supplément, la technologie ALP permet de placer le réseau optique à une distance de quelques millimètres de la buse de gaz où sont générés les électrons, réduisant ainsi les effets de divergence angulaire

du paquet d'électrons. Des techniques avancées dans ce domaine ont permis d'obtenir des paquets d'électrons mono-énergétiques à faible énergie et divergence en utilisant des lentilles plasma [92, 91], et aussi une bonne précision en stabilité de pointé en utilisant une accélération dans un gradient de densité créé par une lame de choc [95]. En outre des études récentes ont montré la possibilité de réduire la dispersion de l'énergie du paquet d'électrons autour de 1% en manipulant les espaces des phases des électrons (vitesses et positions des particules) par des champs laser dans la phase accélératrice.

En ce qui concerne les accélérateurs linéaires conventionnels LINAC<sup>1</sup>, ils permettent de délivrer des paquets d'électrons autour de quelques dizaines de MeV avec une dispersion en énergie inférieure à 1%, une charge de quelques nanocoulombs et une émittance normalisée inférieure à 1 mm mrad. De plus les systèmes LINAC permettent d'avoir une excellente précision sur la stabilité de pointé. Cependant les techniques de synchronisation de l'interaction d'un paquet d'électrons issus d'un LINAC et une impulsion laser restent actuellement un grand challenge. Plusieurs équipes dans le monde travaillent sur ces technologies [179, 180, 181].

Pour notre étude de la physique de l'injection d'un paquet d'électrons dans un réseau optique intense, nous considérons un paquet d'électrons de 30 MeV avec une dispersion en énergie  $\delta\gamma/\gamma = 10\%$ , une émittance de 1 mm mrad et une divergence de 2 mrad se propageant le long de l'axe  $z$ . Nous considérons tout d'abord que la distance entre l'accélérateur et le début du réseau optique est très faible. Avec ces paramètres, la taille du paquet d'électrons au début de la zone d'interaction est égale à  $\sigma_x = 8.33\mu\text{m}$ . Un tel paquet d'électrons n'est pas encore réalisable actuellement avec la technologie ALP mais les rapides progrès dans ce domaine permettront dans le futur d'atteindre des paquets d'électrons mono-énergétiques de faible énergie et divergence angulaire. En ce qui concerne les paramètres du réseau optique, nous considérons un éclairement de  $10^{17}$  W/cm<sup>2</sup> avec une longueur d'onde de 800 nm et un angle d'incidence par rapport à l'axe de propagation des électrons  $\theta = 10^\circ$ . Nous nous plaçons d'abord dans un cas où le réseau optique est stationnaire ce qui nous permet de négliger l'effet de la durée de l'impulsion laser sur l'interaction. Les effets de la durée de l'impulsion et de l'énergie laser seront abordés dans la section 8.1.

Avec les paramètres du réseau optique listés dans ce paragraphe, nous obtenons une largeur du puits de potentiel pondéromoteur  $L_W = 2.3\mu\text{m}$ . Le rapport  $\sigma_x/L_W$  est de 3.61, ce qui correspond au cas d'une injection multi-puits au début de la zone d'interaction.

<sup>1</sup>On parle d'un petit accélérateur conventionnel LINAC.

## 5.4 Taux de piégeage des électrons dans les puits de potentiel pondéromoteur

Nous étudions dans cette partie la variation de la densité d'électrons piégés dans les puits pondéromoteurs en fonction des paramètres physique de l'interaction paquet d'électrons et réseau optique.

La force pondéromotrice du RO peut piéger un électron dans un puits de lumière si :

$$\frac{\gamma}{2} \left( \frac{v_x}{c} \right)^2 + \frac{a_0^2}{\gamma} \sin^2(2k_{\perp}x) < \frac{a_0^2}{\gamma} \quad (5.7)$$

où  $v_x$  est la vitesse transverse de la particule et  $a_0^2/\gamma$  la hauteur maximale en énergie d'un puits pondéromoteur. La figure 5.5 illustre 80 trajectoires de particules test choisies aléatoirement dans trois puits pondéromoteurs à la fin de la zone d'interaction. Les particules satisfaisant la condition de piégeage (5.7) sont confinées à l'intérieur du puits de potentiel et décrivent des trajectoires elliptiques fermées, tandis que celles dont l'énergie est égale à  $a_0^2/\gamma$  décrivent la séparatrice dans l'espace des phases.  $(x, v_x/c)$ . Comme on peut le voir sur la figure 5.5, la largeur de la séparatrice dans

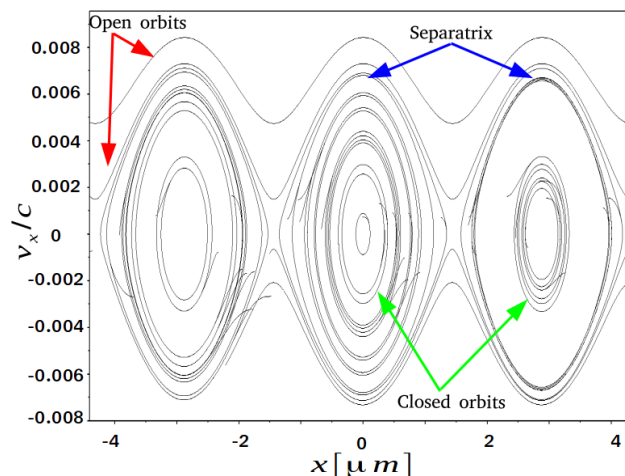


Figure 5.5: Trajectoires électroniques dans l'espace des phases transverse  $(x, v_x/c)$ . Paramètres de simulations :  $\epsilon_N = 1 \text{ mm mrad}$ ,  $\Sigma = 2 \text{ mrad}$ ,  $a_0 = 0.3$ ,  $L_R = 200 \text{ } \mu\text{m}$ ,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\lambda = 800 \text{ nm}$ .

la direction verticale est égale à  $\sqrt{2}a_0/\gamma$ , qui est en bon accord avec la condition de piégeage (5.7). Dans le cas où la vitesse transverse de la particule est supérieure au maximum de l'énergie potentielle ( $v_x/c > \sqrt{2}a_0/\gamma$ ), l'électron suit une trajectoire ouverte et passe d'un puits de potentiel à un autre puits voisin où il peut être piégé et contribuer donc à l'amplification. Ou bien, il peut s'échapper soit à droite soit à gauche du piège optique en fonction de la phase et de la vitesse avec lesquelles il est injecté.

Nous nous concentrons maintenant sur la variation du taux de piégeage en fonction des paramètres physiques du réseau optique et ceux du paquet d'électrons. Le taux de

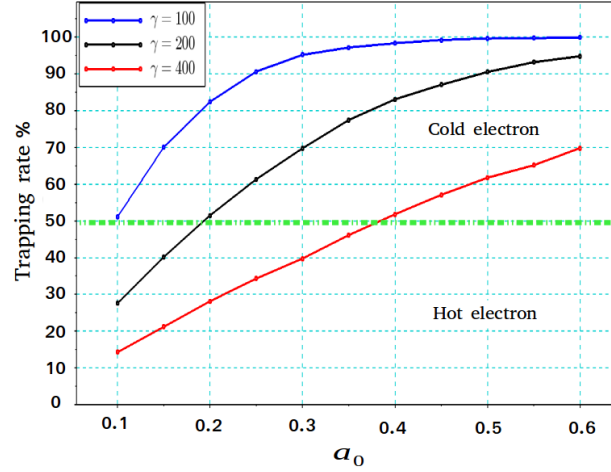


Figure 5.6: Taux de piégeage des électrons en fonction du potentiel vecteur normalisé pour différentes énergies du paquet d'électrons (courbe bleue  $\gamma = 100$ , courbe noire  $\gamma = 200$  et la courbe rouge  $\gamma = 400$ ). La ligne verte en pointillés sépare la limite entre les régimes d'électrons chauds et froids. Paramètres de simulations :  $\epsilon_N = 1 \text{ mm mrad}$ ,  $\Sigma = 2 \text{ mrad}$ ,  $L_R = 200 \text{ }\mu\text{m}$ ,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\lambda = 800 \text{ nm}$ .

piégeage des électrons dans les puits de potentiel de lumière est défini comme suit :

$$\eta_0 = \frac{n_t}{n_e} \quad (5.8)$$

avec  $n_e$  est le nombre d'électrons du paquet, injecté dans le réseau optique.  $n_t$  est le nombre d'électrons satisfaisant la condition de piégeage (5.7).

Sur la figure 5.6 nous illustrons le taux de piégeage en fonction du potentiel vecteur normalisé pour différentes énergies initiales du paquet d'électrons (courbe bleue  $\gamma = 100$ , courbe noire  $\gamma = 200$  et la courbe rouge  $\gamma = 400$ ). Le taux de piégeage augmente de manière linéaire avec  $a_0$  avant de saturer, et peut atteindre des valeurs de piégeage proches de 100% pour les faibles énergies.

La figure 5.7 illustre la décroissance du taux de piégeage des électrons avec le facteur de Lorentz pour différentes valeurs de la divergence angulaire (courbe bleue  $\Sigma = 2 \text{ mrad}$ , courbe noire  $\Sigma = 4 \text{ mrad}$  et la courbe rouge  $\Sigma = 6 \text{ mrad}$ ), pour un éclairage laser constant ( $a_0 = 0, 3$ ).

L'énergie potentielle pondéromotrice étant inversement proportionnelle au facteur de Lorentz, les courbes tracées sur la figure 5.7 démarrent à gauche avec un taux de piégeage quasiment égal à 100% et décroissent graduellement vers de faibles valeurs à droite. De manière similaire, la divergence angulaire  $\Sigma$  du paquet d'électrons augmente de manière quadratique l'énergie cinétique transverse du paquet d'électrons, ce qui décroît le taux de piégeage.

La figure 5.8 montre que le taux de piégeage reste invariant en fonction de la dispersion

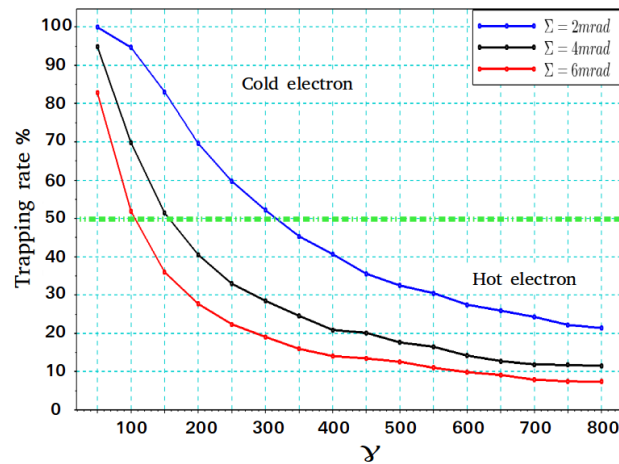


Figure 5.7: Taux de piégeage des électrons en fonction du facteur de Lorentz initial du paquet d'électrons pour différentes valeurs de la divergence angulaire (courbe bleue  $\Sigma = 2 \text{ mrad}$ , courbe noire  $\Sigma = 4 \text{ mrad}$  et la courbe rouge  $\Sigma = 6 \text{ mrad}$ ). La ligne verte en pointillés sépare la limite entre les régimes d'électrons chauds et froids. Paramètres de simulations :  $\epsilon_N = 1 \text{ mm mrad}$ ,  $a_0 = 0.3$ ,  $L_R = 200 \mu\text{m}$ ,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\lambda = 800 \text{ nm}$ .

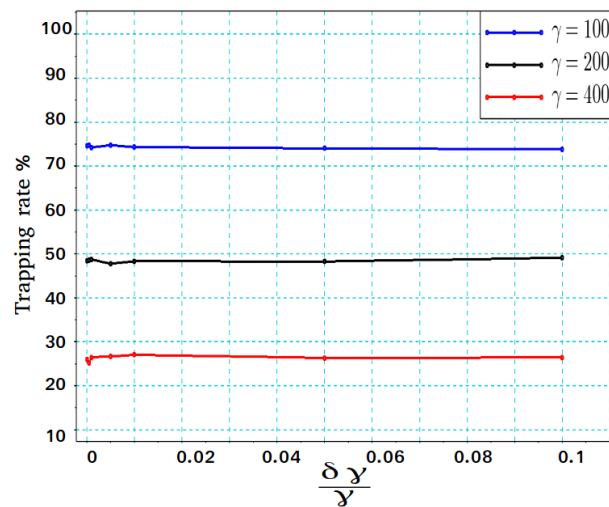


Figure 5.8: Taux de piégeage des électrons en fonction de la dispersion en énergie pour différentes énergies du paquet d'électrons. Paramètres de simulations :  $\epsilon_N = 1 \text{ mm mrad}$ ,  $a_0 = 0.3$ ,  $L_R = 200 \mu\text{m}$ ,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\lambda = 800 \text{ nm}$ .

en énergie  $\delta\gamma/\gamma$  mais comme on l'a déjà vu dans le chapitre théorie cinétique ce paramètre a une importance cruciale pour l'amplification et le gain.

Les deux figures ( 5.6, 5.7) illustrent la différence entre deux régimes, “un régime d'électrons chauds” où l'énergie cinétique transverse moyenne des particules est supérieure au maximum de l'énergie potentielle pondéromotrice  $a_0^2/\gamma$ , et un régime d'électrons froids



dans le cas opposé. La transition entre le régime d'électrons froids (faible vitesse transverse) et le régime d'électrons chauds correspond à un taux de piégeage typique de 50% séparé par la ligne verte en pointillés. Nous proposons donc un paramètre empirique pour séparer les deux régimes d'électrons chauds et froids comme :

$$\Upsilon = \frac{2a_0}{\gamma\Sigma}. \quad (5.9)$$

Le paramètre  $\Upsilon$  tient compte à la fois du potentiel vecteur normalisé  $a_0$ , de l'énergie des électrons  $\gamma$  et de leur divergence angulaire. Pour un taux de piégeage de 50% il correspond à une valeur  $\Upsilon = 10^{-3}$ , où  $\Sigma$  est donnée en mrad.

Notons que le taux de piégeage défini dans cette partie est valide uniquement si la longueur d'interaction totale, somme des longueurs de la rampe et du plateau ( $L_i = L_R + z_{plateau}$ ), est supérieure à la période spatiale d'oscillation des électrons  $L_O$  (voir figure 5.2 b). Dans l'autre cas il serait difficile de définir une vraie séparatrice dans l'espace des phases  $(x, v_x/c)$ , mais un tel cas peut avoir des applications comme une lentille de lumière qui pourra servir à contrôler des trajectoires de particules les particules. Il est aussi concevable dans le futur d'utiliser un réseau optique plus complexe à quatre faisceaux laser. Une telle géométrie reposera sur l'utilisation d'un autre couple de lasers qui viendra confiner les particules dans la direction ouverte  $y$ . L'interférence des quatre faisceaux créera des canaux optiques dans lesquels les électrons seront guidés et améliorera le taux de piégeage. En outre, cette géométrie permettra d'avoir un degré de liberté supplémentaire pour contrôler la polarisation de l'onde émise par l'électron, en jouant sur la polarisation et le déphasage du second couple de lasers dans la direction  $y$ .

## 5.5 Dynamique électronique dans les espaces des phases

L'étude des espaces de phases est très important car on peut connaître chaque instant les positions et les vitesses des particules et donc l'évolution du paquet d'électrons au cours du temps. De plus, les espaces des phases permettent d'estimer les paramètres du paquet d'électrons tel que son émittance et l'échange d'énergie.

La figure 5.9 montre l'évolution de l'espace des phases transverse d'une distribution d'électrons dans un seul puits pondéromoteur. Au temps initial, les électrons avec la même vitesse transverse sont uniformément répartis dans l'espace des phases transverse  $(x, v_x/c)$  entre  $(-L_W/2, L_W/2)$  (voir figure 5.9 a). Le ruban d'électrons commence à osciller sous l'influence de la force pondéromotrice (figure 5.9 b). Après une période d'oscillation électronique, les particules piégées sont confinées à l'intérieur du puits de potentiel pondéromoteur, quant à celles dont l'énergie cinétique transverse est supérieure au maximum de l'énergie pondéromotrice, elles s'échappent à droite ou à gauche du puits (figure 5.9c).

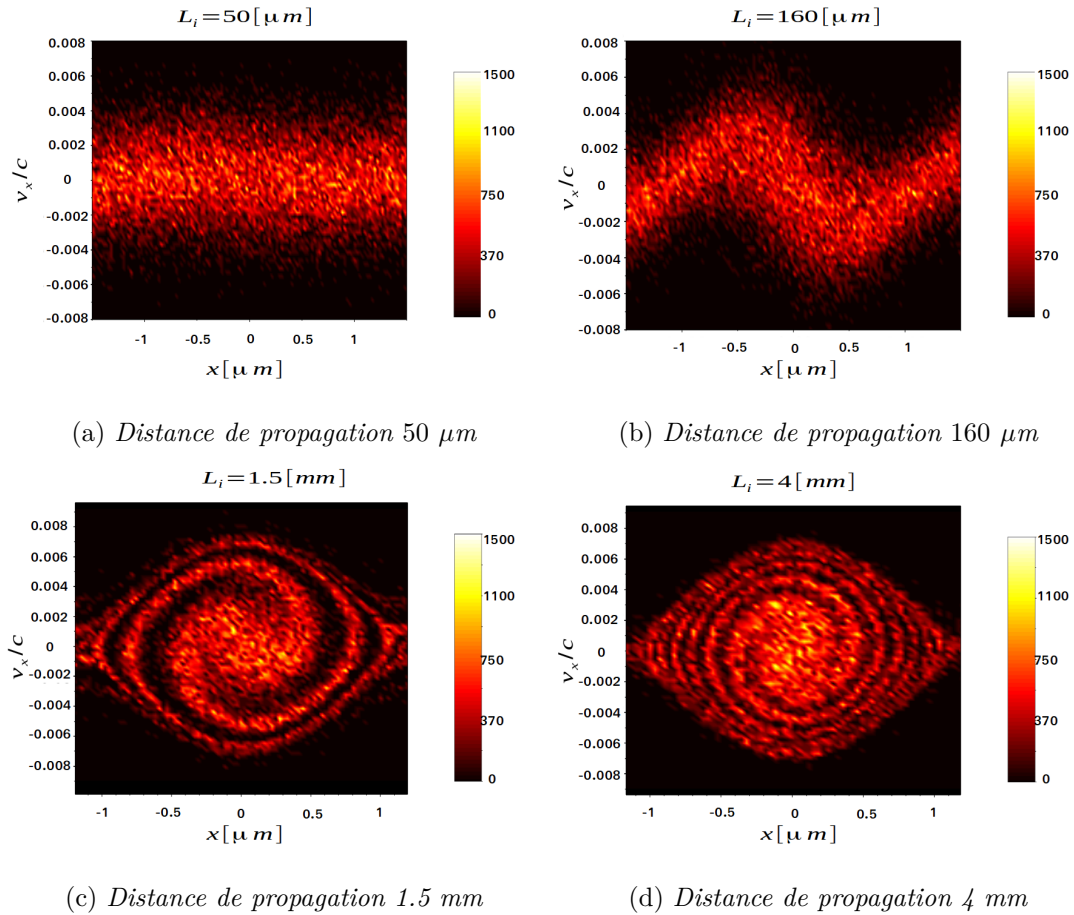


Figure 5.9: *Espaces des phases transverses  $(x, v_x)/c$  pour différentes longueurs d'interaction . Paramètres de simulation:  $\gamma = 60, \epsilon_N = 1, \Sigma = 2 \text{ mrad}, a_0 = 0.3, L_R = 200 \mu\text{m}, \theta = 10^\circ, \lambda = 800 \text{ nm}$ . Remarque: propagation libre  $a_0 = 0$ .*

On peut voir sur la figure 5.9 (d) que l'espace des phases transverse est complètement rempli de manière inhomogène avec plusieurs bras. Pour expliquer comment l'espace des phases des électrons évolue avec la longueur d'interaction, nous calculons la fréquence d'oscillation des électrons dans le puits de potentiel pondéromoteur. Nous considérons une particule piégée qui vérifie l'équation 5.7. Son Hamiltonien transverse, c'est-à-dire la somme de son énergie cinétique transverse et de son énergie potentielle en négligeant les variations du facteur de Lorentz, peut s'écrire comme :

$$H = \frac{\gamma m_e v_x^2}{2} + \frac{m_e c^2 a_0^2}{\gamma} \sin^2(2k_\perp x), \quad (5.10)$$

où  $k_\perp = 2\pi/\lambda_0 \sin(\theta)$ , le vecteur d'onde transverse.

Écrivons maintenant les équations du mouvement de Hamilton, dites équations canoniques

de Hamilton :

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial v_x} &= \gamma m_e v_x = \frac{\partial x}{\partial t} \\ \frac{\partial P_x}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{m_e c^2 a_0^2}{2\gamma} 2k_\perp \sin(2k_\perp x) \\ \frac{\partial P_x}{\partial t} &= -\frac{m_e c^2 a_0^2 \sin(\theta)}{\gamma \lambda_0} \sin(2k_\perp x).\end{aligned}$$

En dérivant une seconde fois la position transverse par rapport au temps et en remplaçant la vitesse transverse par  $v_x = \frac{P_x}{\gamma m_e}$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= \frac{\partial P_x}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= -\frac{2\pi m_e c^2 a_0^2}{\gamma \lambda_0} \sin(\theta) \sin(2k_\perp x),\end{aligned}$$

c'est l'équation d'un oscillateur harmonique à la fréquence

$$\frac{\Omega_0}{\omega_0} = \frac{2a_0 \sin(\theta)}{\gamma}. \quad (5.11)$$

Comme on peut le voir sur l'équation (5.11), les fréquences d'oscillation des électrons au fond du puits sont anharmoniques. La fréquence dépend du paramètre d'excursion  $\xi$ , qui caractérise l'énergie initiale de l'électron et dépend aussi de la position et de la vitesse transverse initiales de la particule comme :

$$\xi^2 = \frac{\gamma^2}{a_0^2} \left( \frac{v_x}{c} \right)^2 + \sin^2(2k_\perp x), \quad (5.12)$$

avec  $\xi < 1$  si la particule est piégée. La fréquence d'oscillation de l'électron peut s'écrire donc comme :

$$\begin{aligned}\Omega &= \Omega_0 \cdot f(\xi) \\ f(\xi) &= \left( \frac{\sin(\pi\xi)}{\pi\xi} \right)^{1/6}\end{aligned}$$

où  $f(\xi)$  est une fonction permettant d'approcher le résultat exact avec une précision de 99 % pour  $\xi < 0,999$  [45].

Les particules piégées avec différentes énergies oscillent avec différentes fréquences. Les particules avec de faibles valeurs  $\xi$  sont confinées au fond du puits de lumière quand celles avec des valeurs de  $\xi$  élevées se retrouvent sur les extrémités du puits. La fréquence d'oscillation décroît si l'énergie de la particule (son Hamiltonien) augmente. Les particules au fond du puits décrivent de courtes trajectoires elliptiques fermées tandis que celles sur les extrémités du puits décrivent de longues trajectoires elliptiques fermées limitées par la séparatrice (voir figure 5.5). Le décalage en fréquence de rotation dans l'espace des phase  $(x, v_x/c)$  entre les particules piégées au fond et celles sur les bords du puits engendre les structures galactiques représentées sur les figures ( 5.9(c), 5.9(d)). Le nombre de bras  $n_r$

est égal au nombre de périodes d'oscillation effectuées sur toute la longueur d'interaction  $n_r = L_i/L_O$ . Un nouveau bras est créé sur chaque période d'oscillation moyenne de tous les électrons piégés. Pour une grande longueur d'interaction l'espace des phases  $(x, v_x/c)$  peut être complètement rempli de bras (voir figure 5.9 d).

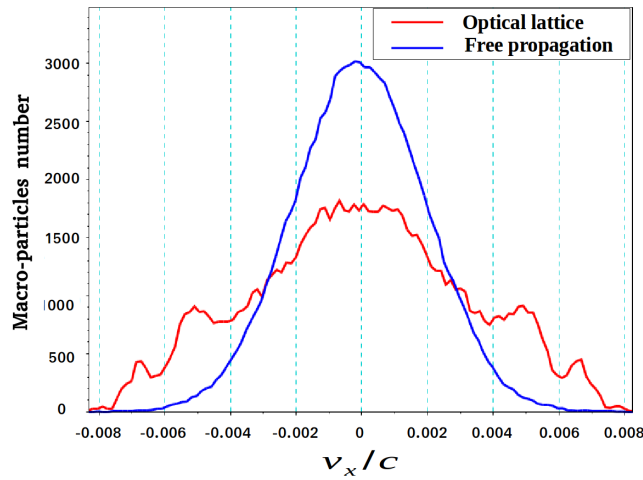
À partir de nos calculs numériques, il en ressort que l'espace des phases transverse est complètement rempli de manière homogène au delà de 6 périodes d'oscillation des électrons dans le puits pondéromoteur. Nous définissons donc un critère avec lequel on estime la longueur d'homogénéisation de l'espace des phases en fonction du potentiel vecteur normalisé  $a_0$ , de la largeur du puits de potentiel  $L_W$  et de l'énergie des électrons comme :

$$L_i > 6 \frac{\gamma \cdot L_W}{a_0}. \quad (5.13)$$

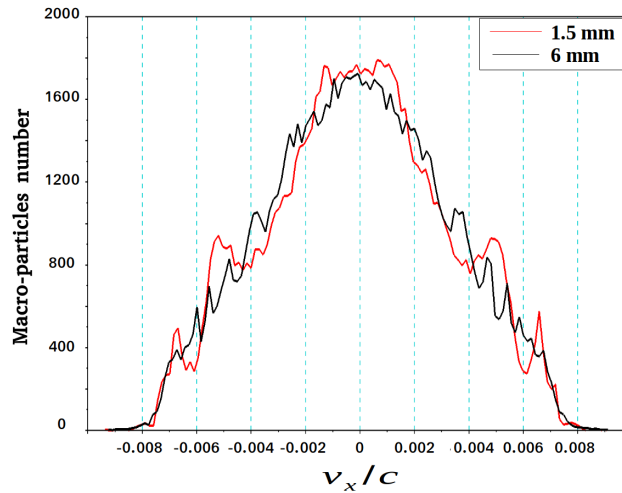
En supposant que les électrons se propagent à  $c$ , on peut cependant définir un temps minimal d'homogénéisation de l'espace des phases transverse comme :

$$t_s = 6 \frac{\gamma L_W}{a_0 c}. \quad (5.14)$$

Nous pouvons comparer les distributions électroniques pour des cas de propagation libre et à travers un réseau optique intense. La figure 5.10(a) montre la fonction de distribution après 1.5 mm de propagation libre (courbe bleu) et à travers le réseau optique (courbe rouge). Les pics figurant dans la courbe rouge sont dus aux oscillations des électrons dans le puits de potentiel. Les électrons sont comprimés dans le puits de potentiel pondéromoteur et chaque pic est interprété comme une trace d'électrons piégés dans le puits de lumière. Chaque pic de la courbe rouge correspond parfaitement à la position d'un bras dans l'espace des phases de la figure 5.9 (c). La position des bras peut être expliquée comme suit. Pour une longue distance d'interaction à travers le réseau optique, la fonction de distribution électronique tend à se lisser et à ressembler à une large distribution gaussienne avec plusieurs pics ( courbe noire de la figure 5.10 b) qui correspond à un espace des phases transverse rempli presque complètement de bras (voir figure 5.9 d). Comme la fréquence d'oscillation des électrons augmente avec l'éclairement laser, l'espace des phases transverse des électrons peut être rempli totalement sur une courte longueur d'interaction.



(a) Propagation libre Vs propagation dans un réseau optique. Courbe bleue: cas de la propagation libre. Courbe rouge: interaction sur  $L_i = 1.5$  mm à travers le réseau optique



(b) Propagation à travers le réseau optique pour différentes longueurs d'interaction. Courbe rouge: longueur d'interaction  $L_i = 1.5$  mm. Courbe noire: longueur d'interaction  $L_i = 6$  mm.

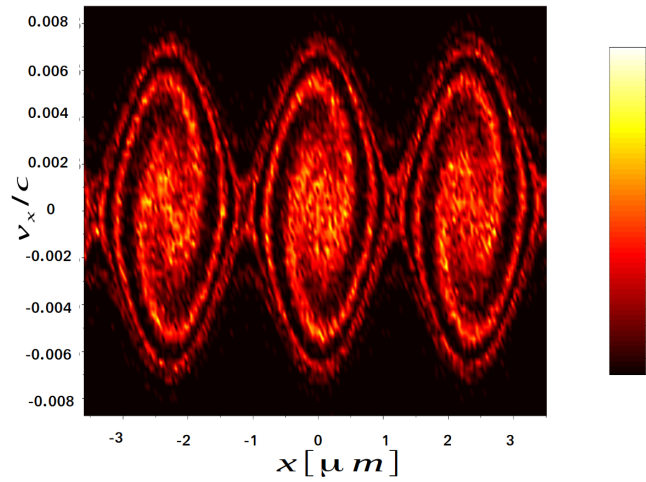
Figure 5.10: Fonctions de distribution électronique transverse. Paramètres de simulations :  $\gamma = 60, \epsilon_N = 1, \Sigma = 2$  mrad,  $a_0 = 0.3, L_R = 200$   $\mu$ m,  $\theta = 10^\circ, \lambda = 800$  nm. Remarque: propagation libre  $a_0 = 0$ .

## 5.6 Comparaison du cas d'une injection centrale et latérale du paquet d'électrons dans le réseau optique

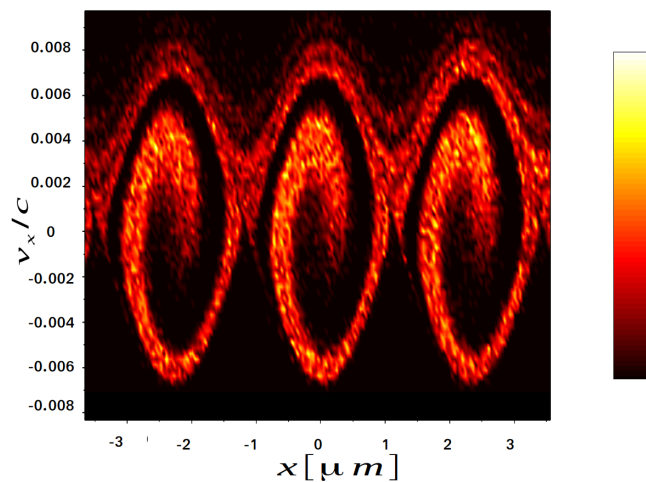
Une injection latérale du paquet d'électrons peut venir soit de la stabilité de pointé du paquet d'électrons, soit des fluctuations dans le plan vertical du réseau optique. L'injection latérale correspond au fait que le paquet d'électrons est injecté d'un angle  $\alpha_x$  dans le plan  $(x, z)$  ou d'un angle  $\alpha_y$  dans le plan  $(y, z)$  ou avec les deux angles  $\alpha_x, \alpha_y$  simultanément.

Nous présentons dans la figure 5.11 la comparaison des espaces des phases transverses  $(x, v_x/c)$  pour le cas d'une injection centrale 5.11 (a), et le cas où le paquet d'électrons est injecté latéralement à droite d'un angle  $\alpha = 0,2^\circ$  dans le plan  $(z, x)$  sur la figure 5.11 (b).

Dans le cas d'une injection centrale ( $\alpha_x = 0$ , figure 5.11 a); la répartition des électrons ainsi que la rotation des bras au cours du temps d'interaction se fait de manière symétrique autour des centres de chaque puits de potentiel. Dans le cas d'une injection latérale ( $\alpha_x = 0,2^\circ$ , figure 5.11 b), la répartition des électrons ainsi que la rotation des bras au cours du temps se produit de manière asymétrique soit à gauche, soit à droite de chaque centre de chaque puits de potentiel, en fonction des conditions initiales d'injection.



(a) Injection centrale



(b) Injection latérale

Figure 5.11: a) : Espace des phases transverse pour le cas d'une injection centrale  $\alpha_x = 0$ . b) : Espace des phases transverse pour le cas d'une injection latérale  $\alpha_x = 0,2^\circ$ . Paramètres de simulations :  $\gamma = 60, \epsilon_N = 1, \Sigma = 2 \text{ mrad}, a_0 = 0.3, L_R = 200 \mu\text{m}, \theta = 10^\circ, \lambda = 800 \text{ nm}$ . Distance d'interaction  $L_i = 1,5 \text{ mm}$

L'asymétrie de la répartition des bras est interprétée comme un effet de rebond des électrons sur l'onde stationnaire [50]. Cet effet peut être observé en champ lointain par l'apparition d'un épaulement sur la fonction de distribution des électrons comme illustré sur la courbe bleue de la figure 5.12.

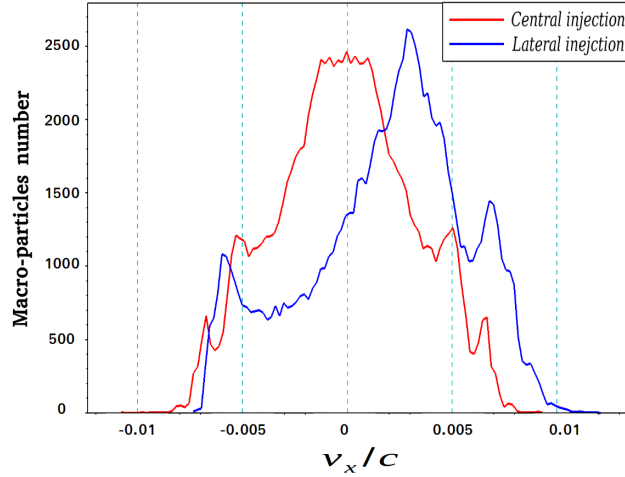


Figure 5.12: Courbe rouge : espace des phases transverse en champ lointain pour le cas d'une injection centrale  $\alpha_x = 0$ . Courbe bleue : espace des phases transverse en champ lointain pour le cas d'une injection latérale  $\alpha_x = 0,2^\circ$ . Paramètres de simulations :  $\gamma = 60, \epsilon_N = 1, \Sigma = 2$  mrad,  $a_0 = 0.3, L_R = 200 \mu m, \theta = 10^\circ, \lambda = 800$  nm. Distance d'interaction  $L_i = 1,5$  mm

La figure 5.13 illustrent les variations du taux de piégeage en fonction de l'angle d'injection  $\alpha_x$ . La vitesse transverse des électrons augmente avec l'angle d'injection, et pour une valeur en radians :

$$\alpha_x > \frac{2\sqrt{2}a_0}{\gamma}, \quad (5.15)$$

le taux de piégeage des électrons devient nul.

À présent nous avons défini la condition de piégeage des électrons dans les puits de potentiel pondéromoteurs et estimé les taux de piégeage en fonction de l'éclairement laser, de l'énergie et dispersion, de la divergence angulaire et de l'angle d'injection. Nous avons aussi proposé une formule pour le temps d'homogénéisation des espaces des phases transverse (Eq (5.14)).

Dans la suite nous allons étudier les corrélations entre les électrons dans les espaces des phases transverses via les paramètres de Twiss.

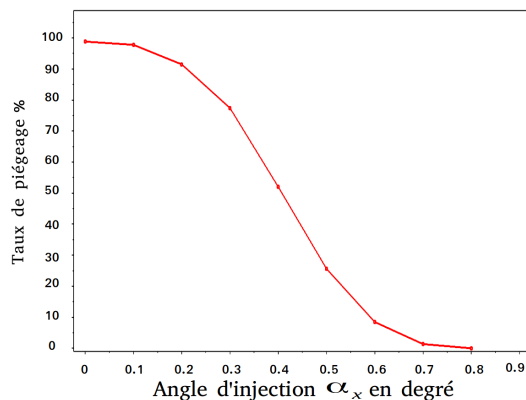


Figure 5.13: Taux de piégeage des électrons en fonction de l'angle d'injection latérale  $\alpha_x$ . Paramètres de simulations :  $\gamma = 60$ , divergence angulaire  $\Sigma_x = 2$  mrad, émittance normalisée  $\epsilon_N = 1$  mm mrad,  $a_0 = 0.3$ ,  $L_R = 200$   $\mu$ m,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\lambda = 800$  nm.

## 5.7 Analyse des espaces transverses via les paramètres de Twiss

L'évolution des caractéristiques macroscopiques d'un paquet d'électrons relativistes issu d'un accélérateur conventionnel LINAC, ou d'un anneau de stockage a été étudiée et discutée dans plusieurs articles et manuels de fonctionnement de ces machines. Comme on l'a vu dans la section 5.2, une distribution d'électrons peut être représentée par une ellipse dans l'espace des phases  $(x, v_x/c)$  qui définit l'émittance de cette distribution. Cette dernière augmente durant la propagation libre sous l'effet de la charge d'espace du paquet d'électrons. Dans la physique de l'accélération, l'évolution de l'émittance au cours du temps est complètement caractérisée par les fonctions de Twiss. Ce formalisme est aussi appliqué pour l'étude de l'accélération des électrons par laser dans les références [190, 76]. L'ellipse représentant la distribution de particules piégées peut s'écrire comme :

$$\varepsilon_{n,RMS} = \gamma_T x^2 + 2\alpha_T x \cdot (v_x/c) + \beta_T (v_x/c)^2,$$

où  $(\gamma_T, \alpha_T, \beta_T)$ -sont les paramètres de Twiss qui peuvent être déduits de l'émittance normalisée comme suit :

$$\begin{aligned} \beta_T &= \langle x^2 \rangle_t / \varepsilon_{n,RMS}, \\ \gamma_T &= \langle (v_x/c)^2 \rangle_t / \varepsilon_{n,RMS}, \\ \alpha_T &= \langle x \cdot (v_x/c) \rangle_t / \varepsilon_{n,RMS}, \end{aligned}$$

et où le paramètre  $\alpha_T$  décrit la corrélation entre la position et la vitesse transverse.

Cette même description peut être utilisée pour obtenir un aperçu quantitatif de l'évolution d'une portion d'électrons piégés dans un puits de potentiel pondéromoteur. Nous pouvons écrire la fonction de distribution des électrons piégés  $n_t$  dans un seul puits pondéromoteur en fonction de l'excursion moyenne Eq.(5.12) :

$$\langle \xi_0 \rangle = \sum_{n_t} \xi.$$



Pour une fonction de distribution homogène dans la direction longitudinale, elle peut s'écrire comme :  $f(x, v_x, z, v_z) = f(\langle \xi_0 \rangle, z, v_z)$ , où

$$\langle \xi_0 \rangle = \left[ \frac{\gamma^2}{a_0^2} \sum_{i=1}^{n_t} \frac{(v_{xi}/c)^2}{n_t} + 1 - \sum_{i=1}^{n_t} \cos(2k_{\perp} x_i) \right]^{1/2} \quad (5.16)$$

Les électrons piégés sont limités par la séparatrice dans l'espace des phases transverse  $(x, v_x/c)$ , on peut donc estimer l'émittance moyenne d'une fraction d'électrons piégés dans un seul puits pondéromoteur  $(-\frac{L_W}{2} \leq x \leq \frac{L_W}{2})$  comme:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n,RMS} &= \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle (v_x/c)^2 \rangle - \langle x \cdot v_x/c \rangle^2} \\ \langle x^2 \rangle &= \frac{\sum_{i=1}^{n_t} x_i^2}{n_t} - \left( \frac{\sum_{i=1}^{n_t} x_i}{n_t} \right)^2 \\ \langle (v_x/c)^2 \rangle &= \frac{\sum_{i=1}^{n_t} (v_{xi}/c)^2}{n_t} - \left( \frac{\sum_{i=1}^{n_t} (v_{xi}/c)}{n_t} \right)^2 \\ \langle x \cdot v_x/c \rangle &= \frac{\sum_{i=1}^{n_t} x_i \cdot (v_{xi}/c)}{n_t} - \frac{\sum_{i=1}^{n_t} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n_t} (v_{xi}/c)}{n_t^2} \end{aligned}$$

où l'indice "t" se réfère aux particules piégées.

La figure 5.14 montre l'évolution de l'excursion moyenne  $\xi_0$  en fonction de la longueur de la rampe pour deux paquets d'électrons d'énergie différentes. On peut voir que la valeur maximale de l'excursion  $\xi_0$  n'excède pas 1 vérifiant la condition de piégeage. L'excursion  $\xi_0$  oscille de manière amortie pour  $\Gamma_{ad} = ]0, 1]$  et reste quasi-constante après. La variation de l'excursion  $\xi_0$  dans la première période d'oscillation est due essentiellement au paramètre de corrélation  $\alpha_T$ . L'évolution du paramètre Twiss  $\alpha_T$  au cours du temps pour  $\gamma = 60$ , est illustrée dans la figure 5.15. Il prend des valeurs maximales sur la première période d'oscillation  $L_O = 650 \mu\text{m}$ , oscille de manière amortie puis tend vers sa valeur minimum de manière exponentielle. La courbe rouge représente le fit analytique obtenu par l'équation suivante:  $\alpha_T(z) = Ae^{-D \cdot z} + E$ , avec  $A$  l'amplitude à  $z = L_O$ ,  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide,  $D = t_s c$  le facteur d'amortissement et  $E$  la valeur minimale.

Numériquement la plus petite valeur de  $\alpha_T$  est obtenue après 8 périodes d'oscillation ce qui est en bon accord avec l'équation (5.14).

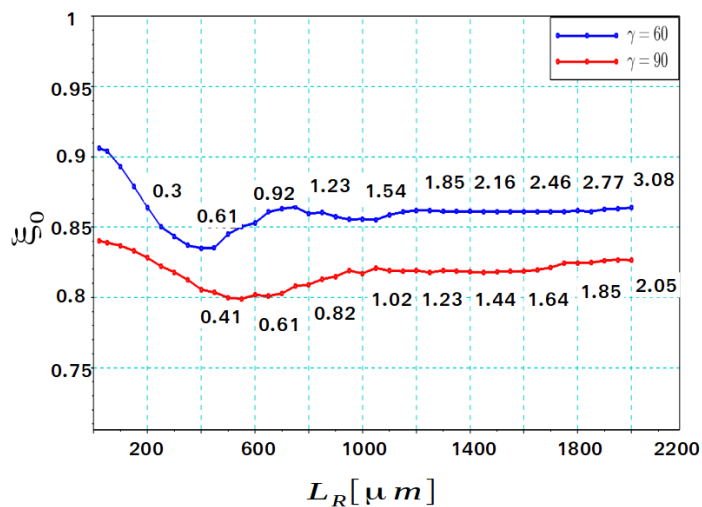


Figure 5.14: Variation de l'excursion en fonction de la longueur de la rampe pour différentes énergies du paquet d'électrons. Courbe bleue :  $\gamma = 60$ . Courbe rouge  $\gamma = 90$ . Les nombres indiqués sur les figures représentent les valeurs correspondantes du paramètre adiabatique  $\Gamma_{ad}$ . Paramètres de simulations :  $a_0 = 0.3$ ,  $\epsilon_N = 1$ ,  $\Sigma = 2$  mrad,  $L_R = 100$   $\mu m$ ,  $a_0 = 0.3$ ,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\lambda = 800$  nm

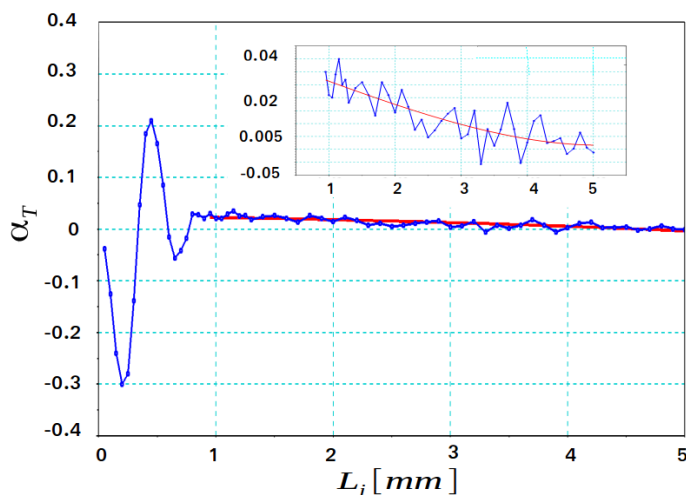


Figure 5.15: Variation du paramètre Twiss  $\alpha_T$  au cours du temps. Paramètres de simulations :  $a_0 = 0.3$ ,  $\gamma = 60$ ,  $\epsilon_N = 1$ ,  $\Sigma = 2$  mrad,  $L_R = 100$   $\mu m$ ,  $a_0 = 0.3$ ,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\lambda = 800$  nm

## 5.8 Injection brutale et adiabatique: énergie cinétique transverse et longitudinale du paquet d'électrons

Dans cette partie nous étudions l'espace des phases transverse à la fin de la zone d'injection pour deux régimes d'injection en fonction du paramètre d'adiabaticité introduit plus haut.

La figure 5.16 montre l'espace des phases transverse pour différentes valeurs du paramètre adiabatique obtenu en variant la longueur de la rampe. Le faisceau électronique occupe trois fois la largeur d'un puits pondéromoteur  $L_W$ . La figure 5.16 a), illustre l'espace des phases transverse pour un cas typique d'injection brutale  $\Gamma_{Ad} = 0.16$  et la figure 5.16 b)- illustre celui d'un cas d'injection adiabatique  $\Gamma_{Ad} = 1$ . Le faisceau d'électrons est entièrement découpé et la majorité des électrons sont piégés dans les puits pondéromoteur dans la montée de la rampe avant même d'atteindre la zone du plateau pour le cas d'une injection adiabatique. En revanche dans le cas de l'injection brutale, le faisceau d'électrons oscille de manière homogène dans l'espace des phases transverse  $(x, v_x/c)$ .

Pour estimer la variation de la vitesse transverse dans l'étape de l'injection, nous considérons les équations de la dynamique suivantes:

$$\frac{dP_x}{dt} = -\frac{dV_{pot}}{dx}$$

$$\frac{dP_x}{dt} = -\frac{m_e c^2 a_0^2}{\gamma} 2k_{\perp} \sin(2k_{\perp} x) \frac{z}{L_R}$$

Remplaçons  $P_x = \gamma m_e v_x$  et intégrons jusqu'à un temps correspondant au temps de la montée de la rampe  $t_{rampe} = L_R/c$ , nous obtenons :

$$\frac{v_x(t_{rampe})}{c} = -\frac{k_0 c a_0^2 \sin(\theta)}{\gamma^2} \sin(2k_{\perp} x) t_{rampe}$$

$$\frac{v_x(t_{rampe})}{c} = -\frac{a_0^2 c}{\gamma L_W} \sin(2k_{\perp} x) t_{rampe}$$

avec  $L_W = \lambda_0/2\sin(\theta)$  la largeur du puits de potentiel pondéromoteur.

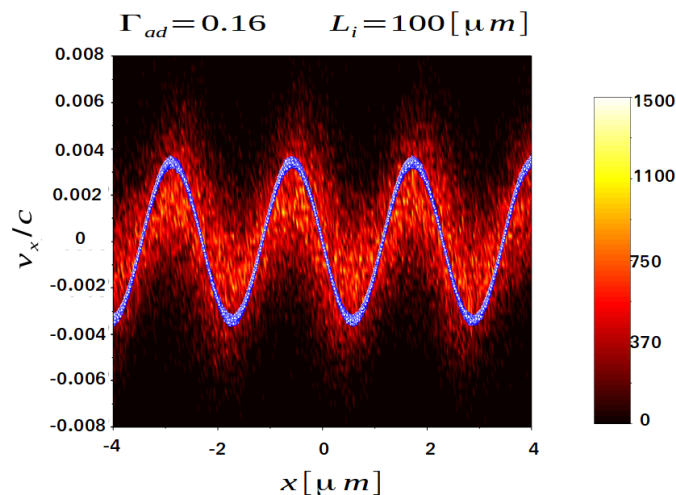
$$H = \frac{\gamma m_e v_x^2}{2} + \frac{m_e c^2 a_0^2}{\gamma} \sin^2(2k_{\perp} x). \quad (5.17)$$

Intégrons cette équation par rapport au temps:

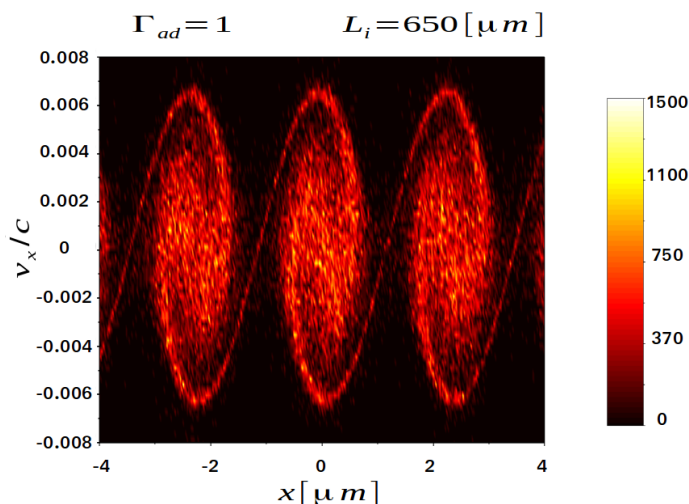
$$\frac{v_x(t_{inj})}{c} = \frac{2a_0^2}{\gamma^2} \sin(2k_{\perp} x) \cos(2k_{\perp} x) \frac{L_R}{L_W} \quad (5.18)$$

Comme le montre la figure 5.16 a), la courbe bleue correspond à la solution analytique de l'équation (5.18), qui est en bon accord avec les simulations numériques. Ce fit reste valable pour des valeurs du paramètre adiabatique  $\Gamma_{ad} \sim 0.5$  soit une demi-période d'oscillation de l'électron dans le puits de potentiel. Un développement analytique d'ordre supérieur doit être considéré pour représenter l'évolution de l'espace des phases dans le temps pour  $\Gamma_{ad} > 0.5$ .

Nous étudions maintenant la variation de la densité électronique et de l'énergie cinétique transverse pour différents temps d'injection  $t_{inj} = L_R/c$ . Les nombres sur



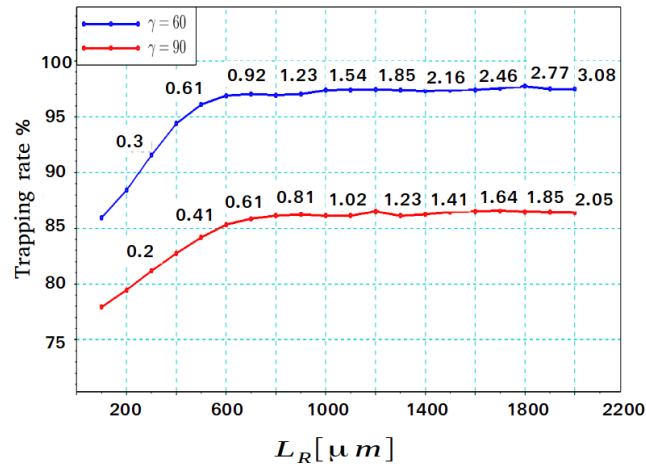
(a) Espace des phases  $(x, v_x/c)$  après  $50 \mu m$  de propagation dans trois puits pondéromoteurs.



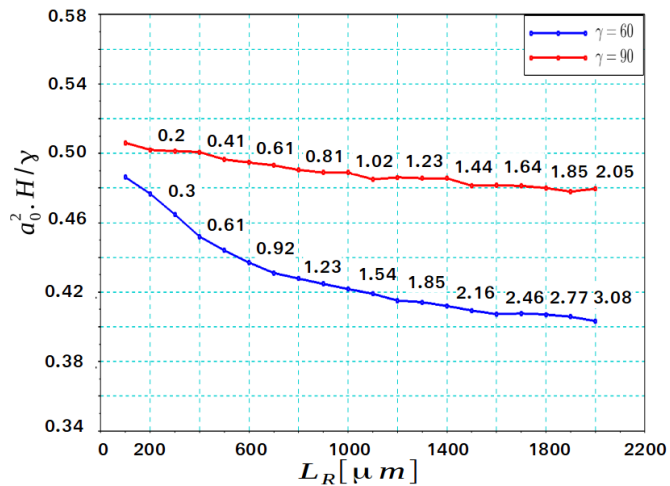
(b) Espace des phases  $(x, v_x/c)$  après  $160 \mu m$  de propagation dans trois puits pondéromoteurs.

Figure 5.16: Espaces des phases transverse  $(x, v_x)/c$  pour différentes longueurs de rampe. Paramètres de simulation:  $\gamma = 60$ ,  $\epsilon_N = 1$ ,  $\Sigma = 2 \text{ mrad}$ ,  $a_0 = 0.3$ ,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\lambda = 800 \text{ nm}$ .

les figures 5.18a) et 5.18b) représentent les valeurs du paramètre adiabatique  $\Gamma_{ad}$  correspondant aux différentes longueurs de la rampe. La concentration d'électrons piégés dans les puits de potentiel pondéromoteur augmente en fonction de la longueur de la rampe, et devient constante pour une injection adiabatique  $\Gamma_{ad} \geq 1$ , tandis que l'énergie cinétique transverse décroît en fonction de la longueur de la rampe (voir figure 5.18b). Ce comportement peut être expliqué comme suit : dans le cas de l'injection brutale, les électrons subissent de manière violente la force pondéromotrice. Les particules sont vite ralenties, déviées et comprimées dans les puits de potentiel pondéromoteur. Leur énergie cinétique transverse est augmentée ce qui leur permet de franchir le maximum de l'énergie potentielle des puits pondéromoteurs et de s'échapper de la région d'interaction.



(a) Taux de piégeage des électrons en fonction de la longueur de la rampe linéaire pour différentes énergies du paquet d'électrons. Paramètres de simulation:  $a_0 = 0.3$ ;  $\lambda = 800 \text{ nm}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $\Sigma = 2 \text{ mrad}$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 0.01$ ; nombre de macro-  $10^5$ .



(b) Énergie cinétique transverse en fonction de la longueur de la rampe linéaire pour différentes énergies du paquet d'électrons. Paramètres de simulations :  $a_0 = 0.3$ ;  $\lambda = 800 \text{ nm}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $\Sigma = 2 \text{ mrad}$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 0.01$ ; nombre de macro-particules  $10^5$ .

Figure 5.17: Taux de piégeage et énergie cinétique transverse des électrons en fonction de la longueur de la rampe linéaire pour différentes énergies du paquet d'électrons.

Inversement, dans le cas de l'injection adiabatique, les électrons sont ralentis de manière douce, comprimés dans les puits de potentiel pondéromoteur tout en conservant leur énergie cinétique transverse. La figure 5.18b) illustre la variation de l'énergie cinétique transverse pour deux valeurs d'énergie du paquet d'électrons. La valeur maximale de la courbe bleue ( $\gamma = 60$ ) est inférieure à 0.5 ce qui signifie que la majorité des particules sont confinées au fond du puits de potentiel, quant à la courbe rouge ( $\gamma = 90$ ), sa valeur maximale est approximativement égale à 0.5 ce qui correspond à une distribution

homogène de particules dans les puits de potentiel pondéromoteur.

À partir de l'équation (5.18) et de la condition de piégeage (5.7), nous obtenons la vitesse transverse moyenne des particules piégées comme :

$$\langle v_x(t_{inj})/c \rangle = \frac{a_0^2}{\gamma^2} \frac{L_R}{L_W} = \sqrt{2} \frac{a_0}{\gamma}. \quad (5.19)$$

Pour un jeu de paramètres laser  $a_0$ ,  $\theta$ ,  $\lambda$  et d'énergie d'électrons  $\gamma$ , nous pouvons calculer la longueur de la rampe nécessaire pour passer d'un régime d'injection brutale vers un régime d'injection adiabatique  $\Gamma_{ad} = 1$  comme suit :

$$L_{R,transition} = \sqrt{2} \frac{\gamma L_W}{a_0}, \quad (5.20)$$

qui est en excellent accord avec les calculs numériques.

## 5.9 Estimation de la variation de l'énergie cinétique longitudinale des particules piégées

En supposant que  $v_z \gg v_x$ , la variation de l'énergie cinétique totale d'une particule peut s'écrire comme:

$$m_e c^2 \frac{d\gamma}{dt} = -v_z \frac{dP_z}{dt} \quad (5.21)$$

où  $P_z$  est l'impulsion longitudinale de l'électron. D'autre part la variation de l'impulsion longitudinale au cours du temps peut être obtenue en dérivant le potentiel pondéromoteur par rapport à  $z$ :

$$\frac{dP_z}{dt} = -\frac{m_e c^2 a_0^2}{2\gamma L_R} (1 - \cos(2k_{\perp} x)) \quad (5.22)$$

Combinons maintenant les équations 5.21 et 5.22, et en remplaçant  $v_z$  by  $dz/dt$ :

$$\begin{aligned} m_e c^2 \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{dz}{dt} \frac{m_e c^2 a_0^2}{2\gamma L_R} (1 - \cos(2k_{\perp} x)) \\ d\gamma &= \frac{a_0^2}{2\gamma L_R} (1 - \cos(2k_{\perp} x)) dz \end{aligned}$$

Intégrons maintenant par rapport à  $z$  de  $z = [0 L_R]$

$$\int_{\gamma_i}^{\gamma_f} \gamma d\gamma = \int_0^{L_R} -\frac{a_0^2}{2L_R} (1 - \cos(2k_{\perp} x)) dz$$

nous obtenons l'équation suivante:

$$\gamma (\gamma_f^2 - \gamma_i^2) = -\frac{c^2 a_0^2}{2} (1 - \cos(2k_{\perp} \tilde{x}))$$

où  $\gamma_i$  et  $\gamma_f$  sont les facteurs de Lorentz initial et final de la particule du début de la rampe linéaire jusqu'à la région du plateau et  $\tilde{x}$  est la position transverse de la particule

à la fin de la zone d'injection. De façon générale  $\gamma_f \sim \gamma_i$ , l'équation précédente peut donc s'écrire:

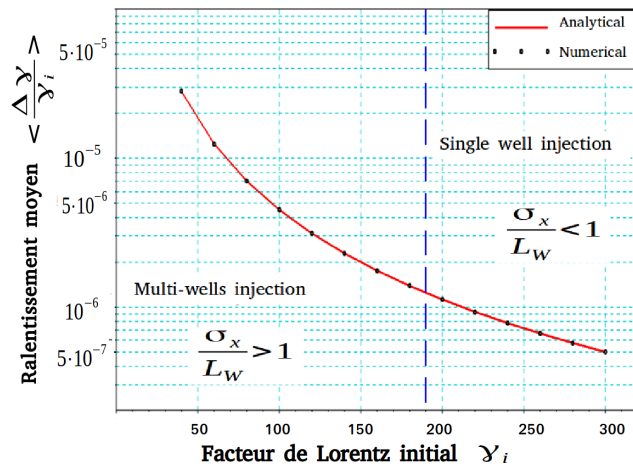
$$\gamma_i (\gamma_f - \gamma_i) = -\frac{a_0^2}{2} (1 - \cos(2k_{\perp} \tilde{x}))$$

En supposant maintenant des faibles variations d'énergie  $\delta\gamma = \gamma_f - \gamma_i$ , et en prenant la moyenne de  $\langle (1 - \cos(2k_{\perp} \tilde{x})) \rangle = 1$ , nous obtenons la moyenne de la décélération des particules piégées le long de la rampe linéaire peut s'écrire:

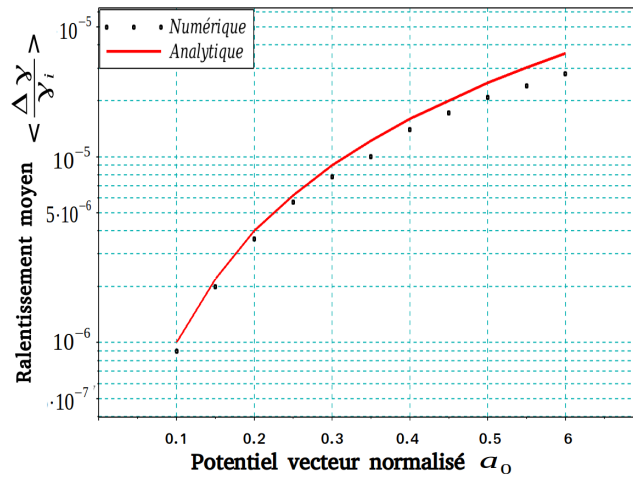
$$\langle \frac{\Delta\gamma}{\gamma_i} \rangle = \left(\frac{a_0}{\gamma_i}\right)^2, \quad (5.23)$$

Les figures 5.18 montrent la décélération moyenne des particules piégées. La figure 5.18 a) en fonction de différentes énergies du paquet d'électrons pour les paramètres de simulation suivants :  $a_0 = 0.3$ ;  $\lambda = 800$  nm,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\Sigma = 2$  mrad,  $\delta\gamma/\gamma = 0.01$ ,  $L_R = 450$   $\mu\text{m}$ . La figure 5.18 b) montre la décélération en fonction du potentiel vecteur normalisé pour les suivants paramètres de simulations :  $\gamma = 100$ ,  $\lambda = 800$  nm,  $\theta = 10^\circ$ ,  $\Sigma = 2$  mrad,  $\delta\gamma/\gamma = 0.01$ ,  $L_R = 450$   $\mu\text{m}$ .

La décélération du paquet d'électrons diminue de manière quadratique quand l'énergie du paquet d'électrons augmente (figure 5.18 a). Les résultats des calculs numériques représentés par les points noirs sont en bon accord avec l'estimation analytique représentée par la courbe rouge. À l'inverse pour une valeur de  $\gamma$  fixe, le ralentissement des particules, calculé numériquement (point noirs) et analytiquement (courbe rouge) par l'équation (5.23), augmente de manière quadratique avec le potentiel vecteur  $a_0$ .



(a)



(b)

Figure 5.18: a) Ralentissement moyen des particules en fonction de l'énergie initiale du paquet d'électrons. Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.3$ ;  $\lambda = 800$  nm;  $\theta = 10^\circ$ ;  $\Sigma = 2$  mrad;  $\delta\gamma/\gamma = 0.01$ ;  $L_R = 450$   $\mu\text{m}$ .

b) Ralentissement moyen des particules en fonction du potentiel vecteur normalisé  $a_0$ . Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.3$ ;  $\lambda = 800$  nm;  $\theta = 10^\circ$ ;  $\Sigma = 2$  mrad;  $\delta\gamma/\gamma = 0.01$ ;  $L_R = 450$   $\mu\text{m}$ .

## 5.10 Conclusion

Pour remplir complètement le puits de potentiel par des électrons, on peut définir un réseau optique qui correspondra aux paramètres physiques du paquet d'électrons ( énergie, divergence). Avec RELIC, il nous est possible de trouver les meilleurs régimes d'injection pour un jeu de paramètres du paquet d'électrons et du réseau optique. Une fois que les paramètres optimum sont cernés via RELIC, une simulation avec un code d'amplification du rayonnement comme EWOK, PLARES peut être effectuée pour évaluer l'amplification



et le gain des rayons X.

L'augmentation de l'éclairement laser élève la densité d'électrons piégés et croît de manière linéaire le gain FEL donné par l'équation (3.36) de la théorie cinétique. Cependant si on augmente trop l'éclairement laser, les particules seront confinées au fond du puits de potentiel. Les particules auront une faible excursion et dans ce cas les électrons verront plus des régions où le champ électrique est faible. En outre le fort éclairement laser augmente la température longitudinale du paquet d'électrons ce qui est néfaste pour le gain. Un bon compromis des paramètres physiques doit donc être choisis afin d'avoir un meilleur gain FEL. Le chapitre qui suit est dédié à l'application des études de la dynamique et de l'injection sur l'amplification.



## Chapitre 6

# Applications de la dynamique d'injection du paquet d'électrons sur l'amplification du rayonnement

Nous explorons dans cette partie les effets de la dynamique d'injection sur l'amplification du rayonnement en terme de gain et de cohérence. Comme il a été décrit dans le chapitre 3, le battement des ondes laser de fréquence  $\omega_0$  du réseau optique et de l'onde X émise par un électron à la fréquence Stokes  $\omega_s$  engendre un potentiel pondéromoteur dans la direction longitudinale à la propagation des électrons responsable du découpage graduel du paquet d'électrons en micro-paquets au cours du temps (voir figure 6.1). Le couplage auto-consistant des ondes laser, de l'onde plasma et de l'onde X émise par les électrons déclenche une instabilité, analogue à la diffusion Raman dans les plasmas, mais à la différence que l'onde plasma ici est plutôt une oscillation collective du paquet d'électrons dans le puits de potentiel pondéromoteur. Il est aussi analogue au processus d'amplification des Lasers à Électrons Libres FEL basés sur des régimes d'amplification Compton mais le regroupement des électrons en micro-paquets n'est pas longitudinal et statique (dans le référentiel des électrons), mais plutôt en micro-paquets qui oscillent dans la direction transverse et ont une vitesse longitudinale. Le regroupement dans ce cas est plutôt asymétrique dans chaque puits de potentiel pondéromoteur ( voir les figures 6.1 de (f) à (i) ).

Pour l'étude des effets de l'injection sur l'amplification du rayonnement et du gain, nous simulons dans un premier cas via EWOK l'interaction d'un paquet d'électrons modérément relativistes  $\gamma = 10$  sans tenir compte de la dispersion en énergie  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Nous choisissons les paramètres du paquet d'électrons de manière à obtenir une injection dans un seul puits pondéromoteur  $\sigma_x/L_W = 1$ . Nous considérons que le paquet d'électrons a une densité normalisée  $n_e/n_c = 8 \cdot 10^{-5}$  où  $n_c$  est la densité critique du laser. Le réseau optique est stationnaire d'amplitude  $a_0 = 0.1$  au plateau et l'angle d'incidence de l'impulsion laser par rapport à l'axe de propagation des électrons est choisi égal à  $\theta = 10^\circ$ . La vitesse transverse des particules est choisie de sorte à ne pas excéder la séparatrice dans l'espace des phases transverse des électrons  $v_x/c < \sqrt{2}a_0/\gamma$  en accord avec la condition de piégeage (5.7). Les dimensions de la boîte de simulation sont définies

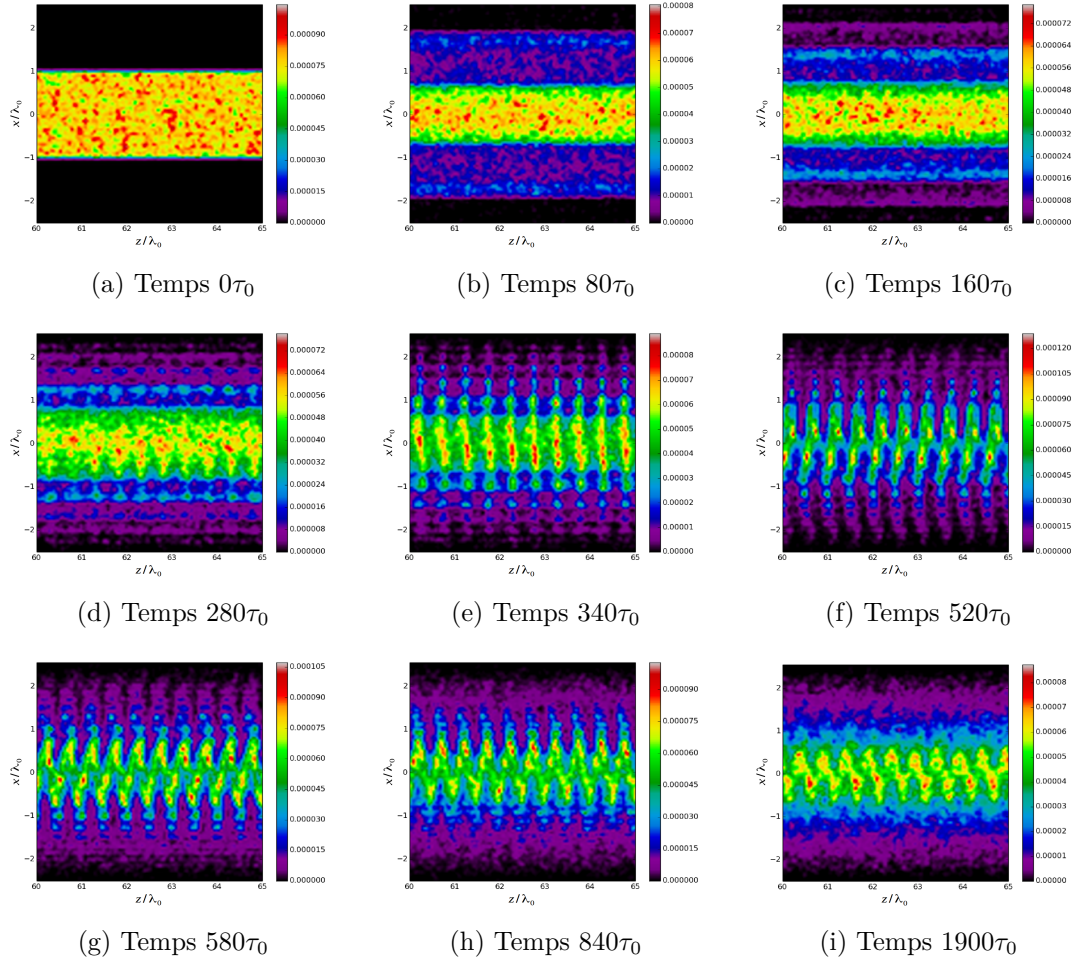


Figure 6.1: Évolution de la densité électronique dans le puits de potentiel pondéromoteur au cours du temps d'interaction. Regroupement des électrons en micro-paquets de manière asymétrique. Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.1$ ;  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{seed} = 10^{-6}$ ;  $\Sigma = 3 \text{ mrad}$ ;  $\gamma = 10$ ;  $\beta_\perp = 0.1$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Densité électronique normalisée  $n_e = 8 \cdot 10^{-5}$ . Nombre de macro-particules  $2 \cdot 10^5$ . Temps d'injection  $t_{inj} = 20$ .

comme : ( $l_x = 5\lambda_0$ ,  $l_z = 70.2\lambda_0$ ) dans les directions transverse et longitudinale respectivement. Ces tailles spécifiques de la boîte de simulation nous permettent de satisfaire les conditions aux bords le long de l'axe  $z$  des ondes laser et l'onde X émise par l'électron comme :

$$k_s = k_0 \left( 1 - \frac{N_1 \lambda_0}{l_z} \right),$$

$$\frac{l_z}{\lambda_0} = \frac{N_2}{1 - \beta_z},$$

où ( $k_s$ ,  $k_0$ ) les vecteurs d'onde de l'onde signal et laser respectivement,  $N_1$  et  $N_2$  des nombres entiers.

En ce qui concerne les conditions aux bords dans la direction transverse  $x$ , elles sont absorbantes pour les ondes électromagnétiques.

Pour les particules, les conditions aux bords sont ré-entrantes dans la direction longitudinale ce qui permet de simuler le mouvement d'une particule pour de longues distances

d'interaction. Les conditions aux bords dans la direction transverse sont absorbantes pour les particules afin de simuler uniquement celles qui sont piégées dans un puits de lumière. Dans les calculs qui suivent nous avons simulé le mouvement de  $2 \cdot 10^6$  macro-particules et pour la reproductibilité des résultats nous imposons à l'onde X émise de démarrer d'un signal égal à  $a_{seed} = 10^{-6}$  afin d'éviter l'amplification du bruit numérique.

## 6.1 Effet de la dynamique électronique sur l'amplification

Dans un premier cas d'études, nous étudions l'effet de la dynamique électronique sur l'amplification du rayonnement. Nous choisissons une longueur de rampe  $L_R = 20 c \cdot \tau_0$ , suivi d'un plateau d'éclairement constant de longueur  $2000 c\tau_0$ .

La figure 6.2 (a) illustre l'évolution de l'amplitude de l'onde signal normalisée au po-

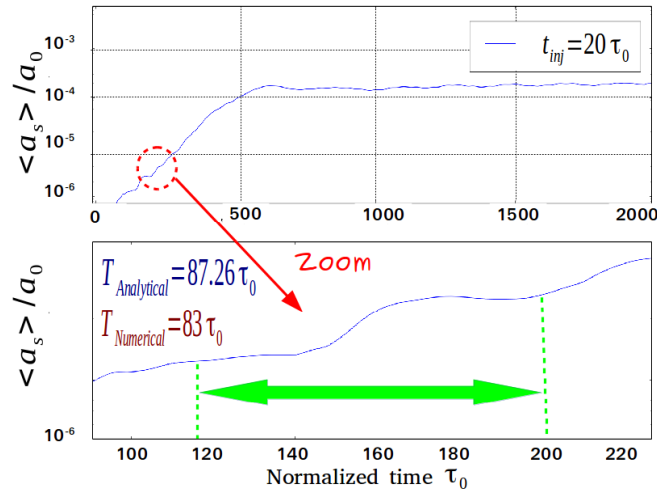


Figure 6.2: Évolution de l'amplitude moyenne de l'onde signal normalisée à  $a_0$  au cours du temps. Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.1$ ;  $\lambda = 1 \mu m$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{seed} = 10^{-6}$ ;  $\Sigma = 3 mrad$ ;  $\gamma = 10$ ;  $\beta_\perp = 0.1$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ ;  $t_{inj} = 20 \tau_0$ . Densité électronique normalisée  $n_e = 8 \cdot 10^{-5}$ . Nombre de macro-particules  $2 \cdot 10^6$ .

tentiel vecteur normalisé  $a_0$  au cours du temps dans le référentiel des électrons. On peut observer une croissance exponentielle de l'onde signal au temps normalisé  $t = [80, 650]\tau_0$ , suivie d'une saturation aux temps supérieurs. On peut aussi remarquer des modulations dans le front montant de la courbe du gain qui correspondent au début de la zone d'interaction. La figure Figure 6.2 (b) représente un zoom dans l'intervalle de temps  $t = [100, 650]\tau_0$ , montrant des oscillations à une période mesurée numériquement de  $87\tau_0$ , qui correspond approximativement à la période d'oscillation transverse des particules dans le référentiel propre des électrons  $T = 2\pi/\gamma\Omega_0$ . Notons que la croissance de la courbe du gain diminue sur une demi période des électrons puis augmente à nouveau sur l'autre demi période ce qui s'interprète comme un échange d'énergie entre le faisceau d'électrons et le réseau optique sur chaque demi période d'oscillation transverse des électrons [50]. Une modulation à  $\Omega_0$  de l'onde signal à la fréquence  $\omega_0 - \Omega_0$  peut correspondre soit aux

composantes de l'onde signal à  $\omega_0 - 2\omega_0$  ou à une autre composante à  $\omega_0$ . En effet les analyses en temps des espaces des phases (figures 6.3), des distributions électroniques (figures 6.1) montrent que l'onde signal présente une contribution importante du mode Compton à la fréquence  $\omega_0$ . Nous observons donc une compétition entre les modes Raman

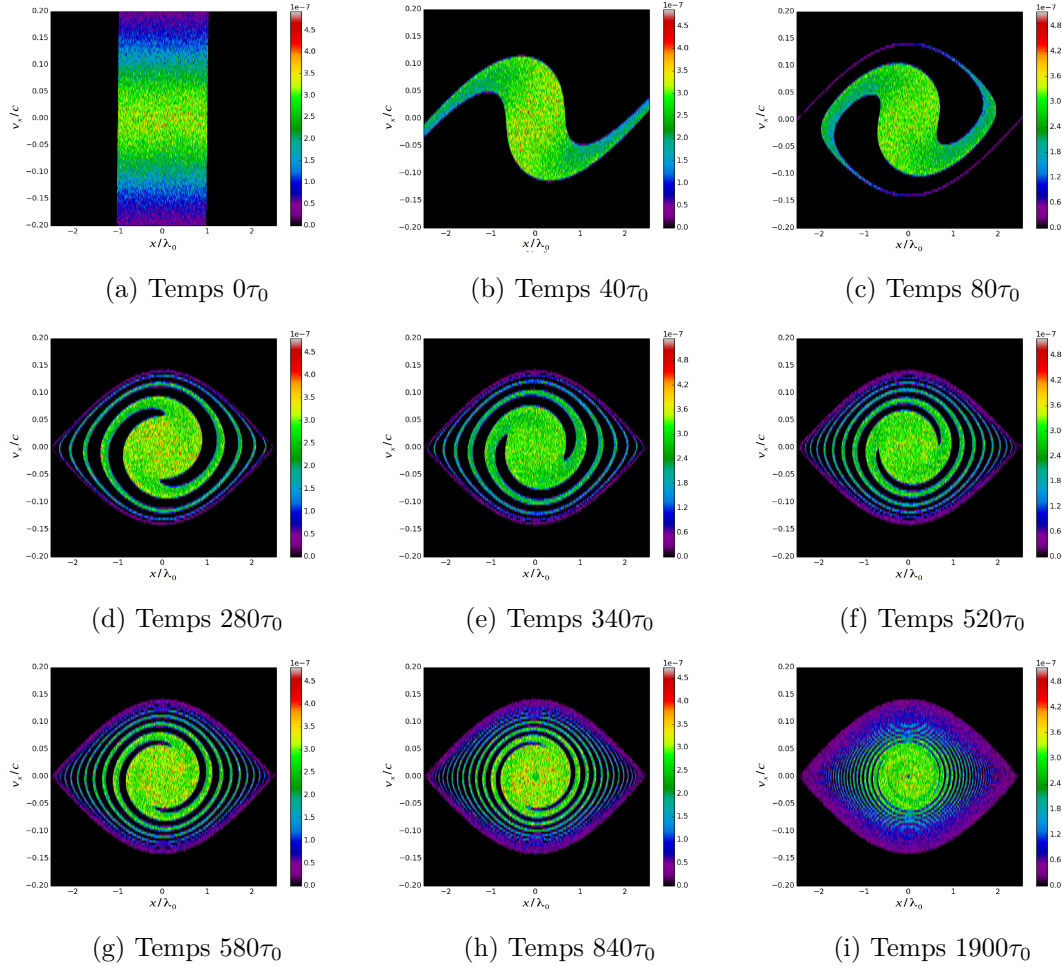


Figure 6.3: Évolution de l'espace des phases transverse  $(x, v_x/c)$  dans le puits de potentiel pondéromoteur au cours du temps d'interaction. Symétrie de la distribution des bras en  $(-x, x)$  qui tournent dans l'espace des phases transverse à la fréquence  $\Omega_0$ . Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.1$ ;  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{seed} = 10^{-6}$ ;  $\Sigma = 3 \text{ mrad}$ ;  $\gamma = 10$ ;  $\beta_\perp = 0.1$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Densité électronique normalisée  $n_e = 8 \cdot 10^{-5}$ . Nombre de macro-particules  $2 \cdot 10^5$ . Temps d'injection  $t_{inj} = 20$ .

<sup>1</sup> et Compton<sup>2</sup> (voir les figures 6.1 de (d) à (i)) bien que ce dernier ne soit pas adapté en phase. Bien qu'une analyse détaillée dans un cadre théorique cinétique soit nécessaire, nous proposons l'interprétation suivante. Après la phase d'injection et le début de l'amplification, on a simultanément deux sortes de regroupements des électrons. Le premier est un regroupement des électrons dans l'espace longitudinal et transverse  $(z, x)$ , avec un regroupement asymétrique tel qu'expliqué dans la section 3.2. Le second est un regroupement des électrons dans l'espace des phases transverse  $(x, v_x/c)$  résultant en une

<sup>1</sup>Dans le cas où le mode Raman est développé les électrons se regroupent de manière asymétrique

<sup>2</sup>Le cas du mode Compton correspond à un regroupement en micro-paquets des électrons de manière symétrique

symétrie dans la distribution des bras en  $(-x, x)$  qui tournent dans l'espace des phases transverse à la fréquence  $\Omega_0$ . La combinaison de ces deux regroupements engendre une variation de l'amplification, absorption et émission d'énergie par les électrons sur chaque période d'oscillation  $2\pi/\Omega_0$ . Le battement induit est à la fréquence du mode Compton, ce qui permet le développement provisoire de ce dernier. Le mode Raman l'emporte ensuite sur le mode Compton en raison de l'homogénéisation progressive de la répartition spatiale des particules dans l'espace des phases transverse (figure 6.3). On peut aussi mentionner que le temps auquel la saturation de l'amplification est atteinte (dans cette simulation à  $t_{sat} = 650\tau_0$ ), correspond également au temps d'homogénéisation de l'espace des phase obtenue par l'équation (5.14) dans le référentiel du laboratoire. Ceci est également en bon accord avec la disparition progressive des oscillations dans le front montant de la courbe de croissance dans sa partie supérieure.

## 6.2 Effet du régime d'injection sur l'amplification

Nous allons voir maintenant l'effet du régime d'injection sur l'amplification du rayonnement.

Nous rappelons ici que le régime d'injection adiabatique correspond aux valeurs du paramètre adiabatique  $\Gamma_{ad} \geq 1$  et dans le cas opposé l'injection est dite brutale.

Dans un premier cas d'étude nous négligeons l'effet de la divergence angulaire ( $\Sigma_y = 0$ ) dans la direction latérale  $y$  et la dispersion en énergie  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Nous commençons d'abord par un paquet d'électrons modérément relativiste  $\gamma = 10$  avec une divergence angulaire dans la direction  $x$  égale à  $\Sigma_x = 1$  mrad. Nous considérons que le potentiel vecteur normalisé au plateau du réseau optique est égal à  $a_0 = 0.1$  et que l'angle  $\theta = 10^\circ$ . Dans cette étude, nous prenons une distance d'interaction  $L_i$  fixe et nous allons varier la longueur de la rampe linéaire afin d'injecter le paquet d'électrons de manière brutale ou adiabatique et étudier l'effet de l'injection sur l'amplification.

La figure 6.5 illustre l'amplification de l'amplitude de l'onde signal normalisée au potentiel vecteur du champ laser pour deux régimes d'injection : injection brutale en bleu et injection adiabatique en rouge. Deux observations majeures peuvent être tirées à première vue. La croissance de l'amplification est plus élevée dans le cas de l'injection brutale et la saturation qui arrive rapidement en comparaison du cas de l'injection adiabatique. Le fait que la croissance du gain démarre sur des temps courts dans le cas de l'injection brutale vient du fait que les électrons sont rapidement piégés dans les puits pondéromoteurs, interagissent avec le réseau optique et déclenchent rapidement l'instabilité Raman.

Les fits des courbes d'amplification donnent un taux de croissance de  $1.46 \cdot 10^{-2}$  avec un niveau de saturation de  $1.46 \cdot 10^{-2}$  pour l'injection brutale (courbe bleue) et  $6.83 \cdot 10^{-3}$  avec un niveau de saturation de  $6.95 \cdot 10^{-5}$  pour l'injection adiabatique (courbe rouge), un comportement a priori anormal puisque le taux de piégeage des électrons est plus grand dans le cas d'une injection adiabatique.

Pour expliquer cet effet nous traçons sur la figure 6.5 a) le ralentissement moyen longitudinal du paquet d'électrons (courbe bleue). Cette courbe illustre que les électrons sont ralentis plus fortement dans le cas de l'injection brutale ( $\Gamma_{ad} < 1$ ) comparé à une injection



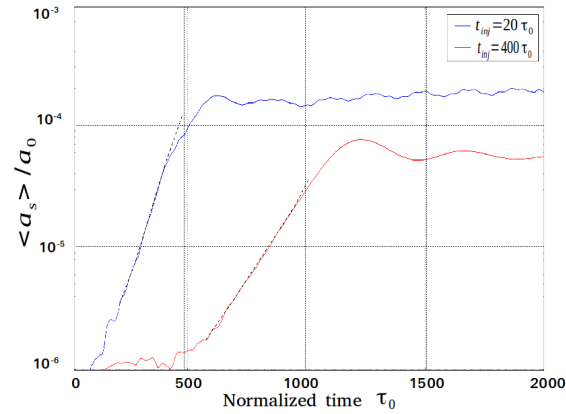


Figure 6.4: Évolution de l'amplitude moyenne de l'onde signal normalisée à  $a_0$  en fonction de la longueur de la rampe linéaire au cours du temps. Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.1$ ;  $\lambda = 1 \mu m$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{seed} = 10^{-6}$ ; divergence angulaire  $(\Sigma_x, \Sigma_y) = (1, 0) mrad$ ,  $\gamma = 10$ ;  $\beta_\perp = 0.1$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Densité électronique normalisée  $n_e = 8 \cdot 10^{-5}$ . Nombre de macro-particules  $2 \cdot 10^5$ . Courbe bleue: temps d'injection  $t_{inj} = 20 \tau_0$ . Courbe rouge: temps d'injection  $t_{inj} = 400 \tau_0$ .

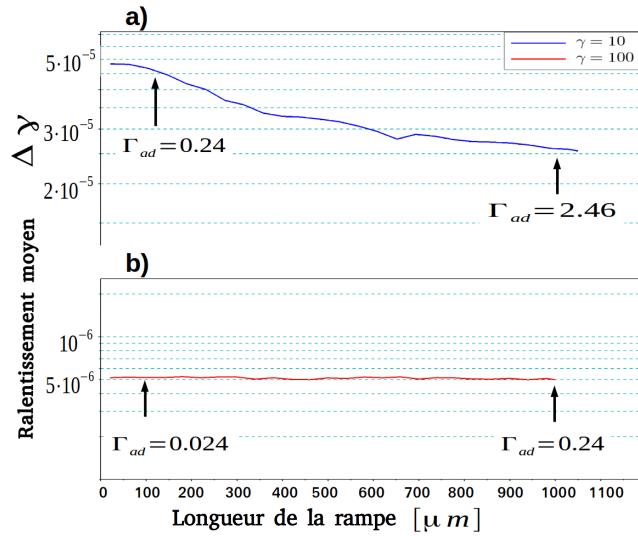


Figure 6.5: Ralentissement moyen des électrons en fonction de la longueur de la rampe. a) : paquet d'électrons modérément relativiste  $\gamma = 10$ . b) : paquet d'électrons relativiste  $\gamma = 100$ . Les nombres sur les courbes sont les valeurs du paramètre adiabatique  $\Gamma_{ad}$ .

Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.1$ ;  $\lambda = 1 \mu m$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{seed} = 10^{-6}$ ; divergence angulaire  $(\Sigma_x, \Sigma_y) = (1, 0) mrad$ ;  $\gamma = 10$ ;  $\beta_\perp = 0.1$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Densité électronique normalisée  $n_e = 8 \cdot 10^{-5}$ . Nombre de macro-particules  $2 \cdot 10^5$ .

adiabatique. L'énergie cinétique longitudinale perdue par les électrons est transférée en énergie cinétique transverse. Ce gain en énergie transverse permet aux électrons d'avoir une grande excursion

$$\xi^2 = \frac{\gamma^2}{a_0^2} \left( \frac{v_x}{c} \right)^2 + \sin^2(2k_\perp x),$$



d'exploiter toute la hauteur du puits de potentiel et de mieux contribuer ainsi à l'amplification.

Nous nous intéressons maintenant au cas d'électrons plus fortement relativistes, et considérons un paquet d'électrons avec un  $\gamma = 100$ , une divergence angulaire de 1 mrad et de dispersion en énergie quasi-nulle  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Nous gardons le même angle  $\theta = 10^\circ$  ainsi que la valeur du potentiel vecteur normalisé  $a_0 = 0.1$ . Avec ces paramètres la période d'oscillation spatiale des électrons est égale à 4 mm. Sur la figure 6.6, nous traçons la

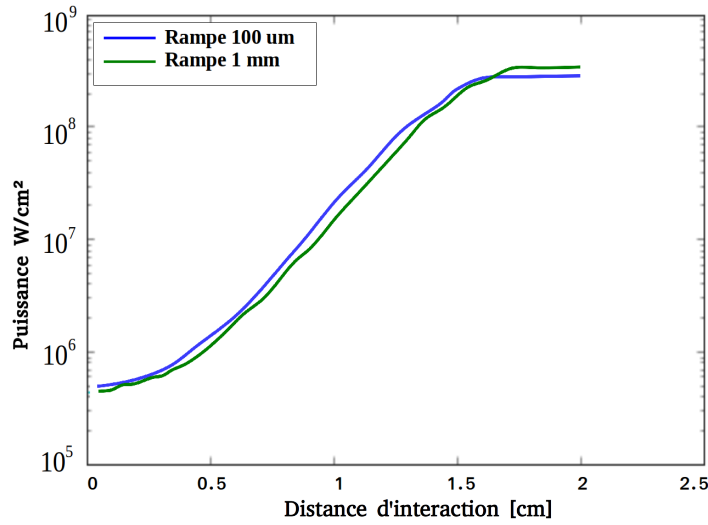


Figure 6.6: Évolution de la puissance moyenne de l'onde émise en fonction de la longueur de la rampe linéaire au cours du temps. Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.1$ ;  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{seed} = 10^{-6}$ ; divergence angulaire  $(\Sigma_x, \Sigma_y) = (1, 0)\text{mrad}$ ,  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Densité électronique normalisée  $n_e = 8 \cdot 10^{-5}$ . Nombre de macro-particules  $2 \cdot 10^5$ . Courbe bleue: temps d'injection  $t_{inj} = 20 \tau_0$ . Courbe rouge: temps d'injection  $t_{inj} = 400 \tau_0$ . Simulation effectuée via le code PLARES par Igor Andriyash.

puissance du rayonnement émis au cours du temps pour deux longueurs de rampe. La courbe bleue pour une longueur de rampe égale à  $100 \mu\text{m}$  ( $\Gamma_{ad} = 0.024$ ), et la courbe verte pour une longueur de rampe égale à  $1\text{mm}$  ( $\Gamma_{ad} = 0.24$ ). Même si la longueur de la rampe fait  $1\text{mm}$  dans le cas de la courbe verte, on reste toujours dans un régime d'injection brutale.

Les deux courbes de la figure 6.6 ont quasiment la même pente et le même niveau de saturation. Le ralentissement moyen des particules représenté par la courbe rouge dans la figure 6.5 b) est quasi constant. Les électrons dans ce cas ont la même vitesse transverse et la même excursion. On conclut donc que pour des électrons de haute énergie, il est difficile d'atteindre expérimentalement le régime d'injection adiabatique. Nous concluons aussi de cette partie que l'effet d'injection brutale favorise le gain laser ainsi que le niveau de saturation.

### 6.3 Effet de l'éclairement laser sur l'amplification

D'après les courbes tracées dans la figure 5.6 le taux de piégeage des électrons dans les puits pondéromoteurs est proportionnel à la valeur de l'éclairement laser. D'autre part, le paramètre Pierce obtenu à partir du modèle cinétique développé dans la référence [98] et résumé dans la section 3.3 s'écrit :

$$\rho_0 = \left( \frac{a_0 n_0}{12\pi\gamma_b^3(1 - \cos\theta)^2} \right)^{1/3}$$

$$L_g = \frac{\lambda_u}{4\pi\sqrt{3}\rho} \quad (6.1)$$

où  $a_0$  est le potentiel vecteur normalisé,  $n_0$  la densité d'électrons piégés,  $\gamma$  le facteur de Lorentz des électrons et  $\lambda_u$  la période de l'onduleur optique. On s'attend donc à une croissance du gain en fonction de l'éclairement laser, car accroître ce dernier augmente la densité d'électrons piégés et le paramètre Pierce.

Nous allons voir l'amplification du rayonnement en fonction de l'éclairement laser sans tenir compte de la dispersion en énergie et pour une longueur de rampe nulle. La figure

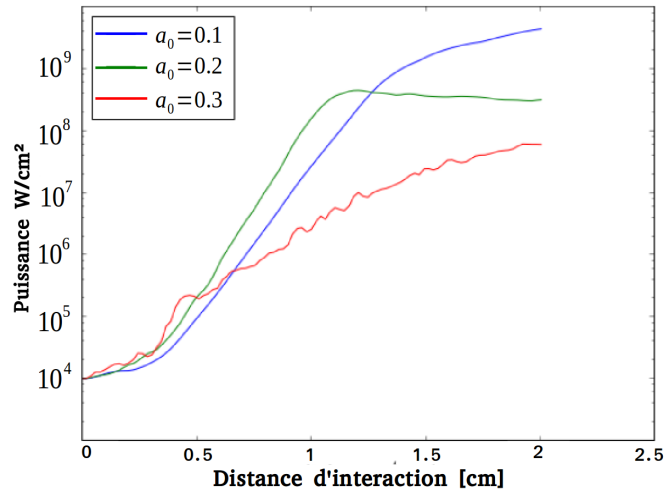


Figure 6.7: Évolution de la puissance moyenne de l'onde signal en fonction du potentiel vecteur  $a_0$ . Courbe bleue  $a_0 = 0.1$ , courbe verte  $a_0 = 0.2$ , courbe rouge  $a_0 = 0.3$ . Paramètres de simulation :  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{seed} = 10^{-6}$ ; divergence angulaire  $(\Sigma_x, \Sigma_y) = (1, 0)\text{mrad}$ ;  $\gamma = 100$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Densité électronique normalisée  $n_e = 8 \cdot 10^{-5}$ . Nombre de macroparticules  $2 \cdot 10^5$ . Simulation effectuée via le code PLARES par Igor Andriyash

6.7 illustre la variation de la puissance au cours du temps en fonction du potentiel vecteur ( courbe bleue  $a_0 = 0.1$ , courbe verte  $a_0 = 0.2$  et la courbe rouge  $a_0 = 0.3$ ). La croissance est plus rapide au début de l'interaction pour des éclaircements laser élevés, les électrons sont rapidement piégés et oscillent transversalement ce qui déclenche rapidement aussi l'instabilité Raman. Nous remarquons aussi que la pente de la courbe verte ( $a_0 = 0.2$ ) est

supérieure à la pente de la courbe bleue, ce qui confirme une augmentation du gain en fonction de l'éclairement laser malgré une baisse légère du niveau de saturation comparé à la courbe bleue. D'un autre côté l'augmentation de l'éclairement laser fait chuter le gain et le niveau de saturation pour  $a_0 = 0.3$ . Un tel comportement est en opposition avec la formule du gain (6.1).

Pour expliquer la chute du gain en fonction de l'éclairement laser, nous nous tournons vers la dynamique électronique via le code PLARES [151] dans le référentiel propre de l'électron, et qui tient compte à la fois de la force pondéromotrice du réseau optique et de l'onde de battement engendrée par le couplage de l'onde signal et le réseau optique; et via RELIC pour tracer les trajectoires électroniques ainsi que l'estimation des énergies des particules.

Sur les figures 6.8, nous montrons des distributions électroniques dans le plan  $(x, z)$  à la saturation du rayonnement émis, en fonction du potentiel vecteur  $a_0$ . Le regroupement des électrons en micro-paquet (phénomène du bunching) diminue au fur et à mesure que le potentiel vecteur augmente.

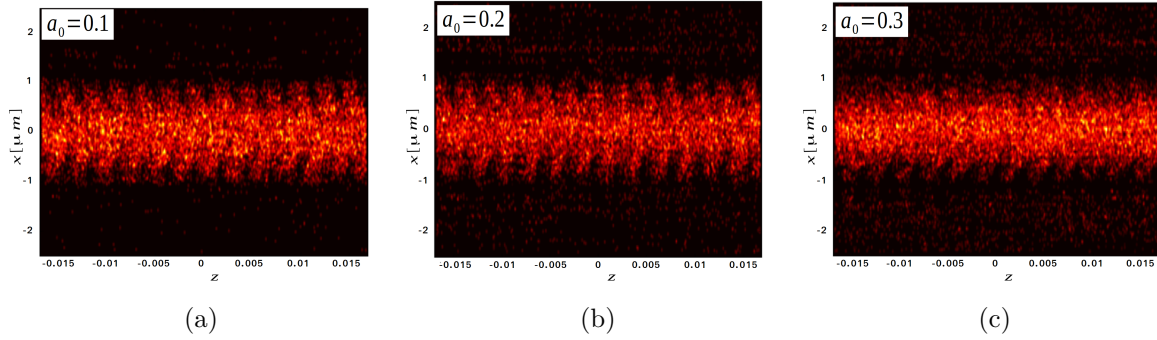


Figure 6.8: Tranches des distributions électroniques dans le plan  $(x, z)$  à la saturation du rayonnement émis, en fonction du potentiel vecteur  $a_0$ . Paramètres de simulation :  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{seed} = 10^{-6}$ ; divergence angulaire  $(\Sigma_x, \Sigma_y) = (1, 0)\text{mrad}$ ;  $\gamma = 100$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Densité électronique normalisée  $n_e = 8 \cdot 10^{-5}$ . Nombre de macro-particules  $2 \cdot 10^5$ . Simulation effectuée via le code PLARES par Igor Andriyash

Une première explication possible à cet effet est l'augmentation de la température longitudinale du paquet d'électrons de manière quadratique avec le potentiel vecteur du laser

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \frac{a_0^2}{\gamma^2}.$$

L'application numérique de ces paramètres donne un élargissement en température de  $((0.3^2 - 0.1^2)/100^2 = 8 \cdot 10^{-6})$ . Or les calculs RELIC montrent que le taux de piégeage de ce paquet d'électrons est supérieur de 30% quand on passe d'un potentiel vecteur  $a_0 = 0.1$  à  $a_0 = 0.3$ , ce qui doit normalement compenser l'effet de l'élargissement thermique. Nous proposons alors une autre explication. Nous illustrons d'abord la trajectoire transverse d'une particule soumise à différents éclairement laser dans la figure 6.9.

Comme on peut le voir, à fort éclairement laser les particules sont plus nombreuses mais elles sont plus confinées au fond du puits de potentiel pondéromoteur. Leur excursion moyenne est faible, et les électrons oscillent à des hautes fréquences  $\Omega$  dans des zones du

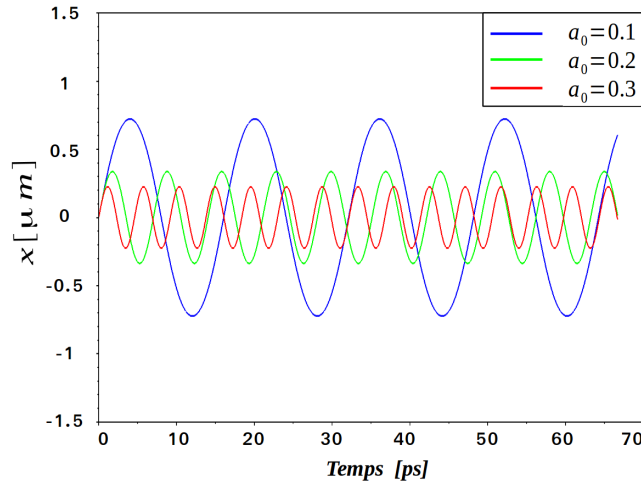


Figure 6.9: Trajectoire transverse d'un électron au cours du temps en fonction du potentiel vecteur  $a_0$ . Courbe bleue  $a_0 = 0.1$ , courbe verte  $a_0 = 0.2$ , courbe rouge  $a_0 = 0.3$ . Paramètres de simulation :  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ; divergence angulaire  $(\Sigma_x, \Sigma_y) = (1, 0) \text{ mrad}$ ;  $\gamma = 100$ .

puits de potentiel où le champ laser est presque nul ce qui diminue le couplage des ondes laser et le rayonnement émis.

On peut donc considérer que beaucoup d'électrons piégés à fort éclairement laser sont des électrons spectateurs.

Une autre contribution à la diminution du gain laser est que les électrons sont piégés rapidement à fort éclairement laser; l'onde signal est émise très tôt, cette même onde signal va chauffer les électrons et induire un élargissement thermique. L'amplification dans ce cas n'est plus linéaire. La saturation est alors induite par deux phénomènes : le regroupement des électrons et le désaccord des électrons à la fréquence de résonance causé par le chauffage thermique.

La conclusion de cette partie est que pour avoir une émission cohérente, il faut adapter le réseau optique (éclairement, angle  $\theta$ , largeur du puits) aux caractéristiques physiques du paquet d'électrons (charge, énergie, dispersion et taille).

## 6.4 Effet de la densité de charge

Une question récurrente est l'effet de la charge, et donc de la charge d'espace, sur la diffusion Raman. Pour étudier cet aspect, nous nous plaçons à faible éclairement laser  $a_0 = 0.1$  et nous essayons de voir l'amplification du rayonnement en fonction de la densité électronique. Pour ceci on utilise le code EWOK avec les mêmes paramètres laser et des dimensions de la boîte de simulation que dans la figure 6.4, et sans tenir compte des effets de dispersion en énergie et d'injection (longueur de rampe nulle). Nous traçons l'évolution de l'amplitude de l'onde signal normalisée à  $a_0$  au cours du temps pour différentes valeurs de densité électronique : courbe bleue  $n_e/n_c = 9 \cdot 10^{-5}$ , courbe verte  $n_e/n_c = 4.6 \cdot 10^{-5}$  et courbe rouge  $n_e/n_c = 4.6 \cdot 10^{-6}$ . Rappelons que  $n_c$  est la densité critique à la fréquence

du laser.

Pour une faible densité électronique (courbe rouge) l'amplification est faible. Pour des densités élevées (courbes verte et bleue), le gain aux premiers instants de l'interaction augmente avec la densité électronique. La saturation vient en premier pour la courbe bleue avec la plus forte densité électronique où elle est élevée d'un facteur 1.95 par rapport à la courbe verte.

En comparaison du cas étudié dans la section précédente où on augmente la densité

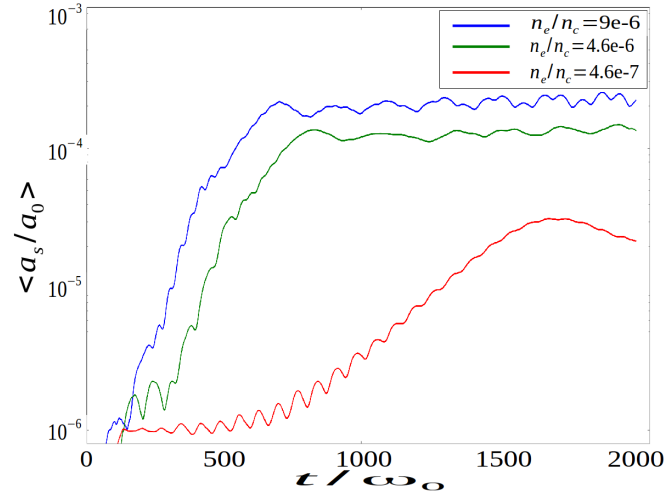


Figure 6.10: Évolution de la puissance moyenne de l'onde signal au cours du temps pour différentes densités électroniques : courbe bleue  $n_e/n_c = 9 \cdot 10^{-5}$ , courbe verte  $n_e/n_c = 4.6 \cdot 10^{-5}$ , courbe rouge  $n_e/n_c = 4.6 \cdot 10^{-6}$ . Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.1$ ,  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{\text{seed}} = 10^{-6}$ ; divergence angulaire  $(\Sigma_x, \Sigma_y) = (1, 0) \text{ mrad}$ ;  $\gamma = 10$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ , Nombre de macro-particules  $2 \cdot 10^5$ .

d'électrons en élevant l'éclairement laser, les courbes tracées dans la figure 6.10 montrent que l'amplification dépend du rapport  $\frac{\Omega_0}{\Omega_{pe}}$ . Selon les valeurs de la fréquence plasma électronique et la fréquence d'oscillations des électrons dans les puits de potentiel pondéromoteurs des modes Raman basées sur des oscillations plasma électroniques (ondes de Langmuir) peuvent aussi se développer. Pour démontrer ceci nous présentons dans la figure 6.11, une analyse fréquentielle des modes transverses couplés en fonction de la densité électronique. Sur la figure 6.11 a), le mode Stokes est centré sur une fréquence normalisée donnée dans le référentiel de l'électron à  $0.015 \omega_0$ . Le mode Stokes apparaît ici comme faible, tandis que le mode Compton est dominant à la fréquence nulle.

Pour une densité un peu plus élevée 6.11b), le modes Stokes est amplifié. Deux lobes apparaissent de manière symétrique autour de l'axe  $x = 0$ . Ceci explique aussi que l'émission du rayonnement au fond du puits de potentiel est nulle vu que le champ électromagnétique laser est assez faible pour que le couplage des modes laser et électroniques soit efficace.

Pour une densité encore plus élevée (figure 6.11 c)), le mode Stokes est dominant, ce qui est en accord avec la courbe bleue de la figure 6.10. On remarque aussi le développement de deux modes secondaires : un mode plasma à la fréquence normal-

isée  $\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_e}{n_c}} \sim 0.003$ , et un autre mode symétrique lui aussi par rapport à l'axe  $x = 0$  mais moins intense que le mode Stokes. Ce nouveau mode situé entre la fréquence fondamentale du mode Stokes et la fréquence plasma est du à la forte densité d'électrons et à leur oscillation à une autre fréquence excitatrice.

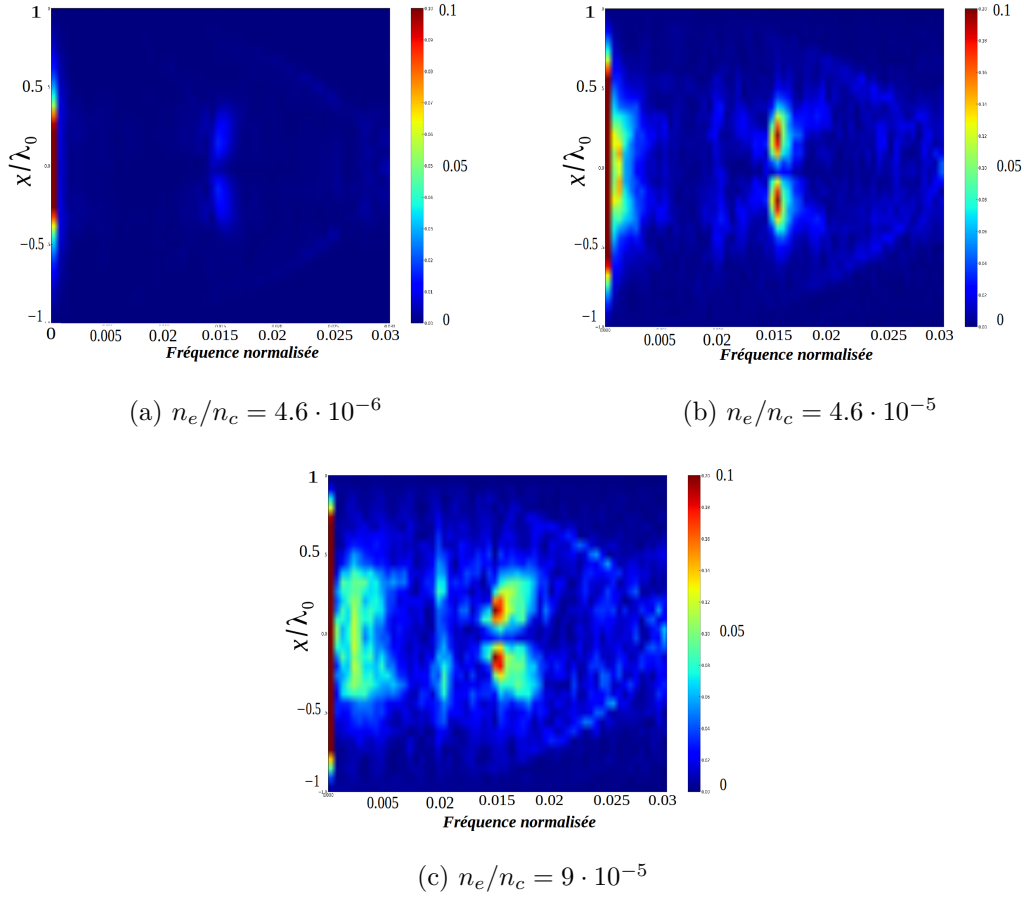


Figure 6.11: Tranches des distributions électroniques dans le plan  $(x, z)$  à la saturation du rayonnement émis, en fonction du potentiel vecteur  $a_0$ . Paramètres de simulation :  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{seed} = 10^{-6}$ ; divergence angulaire  $(\Sigma_x, \Sigma_y) = (1, 0)\text{mrad}$ ;  $\gamma = 100$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Densité électronique normalisée  $n_e = 8 \cdot 10^{-5}$ . Nombre de macro-particules  $2 \cdot 10^5$ .

Ces nouveaux résultats d'études montrent que la physique du LEL Raman est très riche et est encore loin d'être totalement comprise, particulièrement sur les processus d'amplification non-linéaire [50].

## 6.5 Effet de la divergence angulaire sur l'amplification

Nous allons étudier maintenant l'effet de la divergence angulaire dans la direction latérale  $y$ . Pour cela, nous considérons un paquet d'électrons relativiste  $\gamma = 100$  avec une divergence angulaire dans la direction  $x$  égale à  $\Sigma_x = 1 \text{ mrad}$  fixe et de dispersion en énergie quasi-nulle  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Nous considérons un réseau optique sans rampe dans lequel le potentiel vecteur normalisé au plateau du réseau optique est à  $a_0 = 0.1$  avec un angle  $\theta = 10^\circ$ .

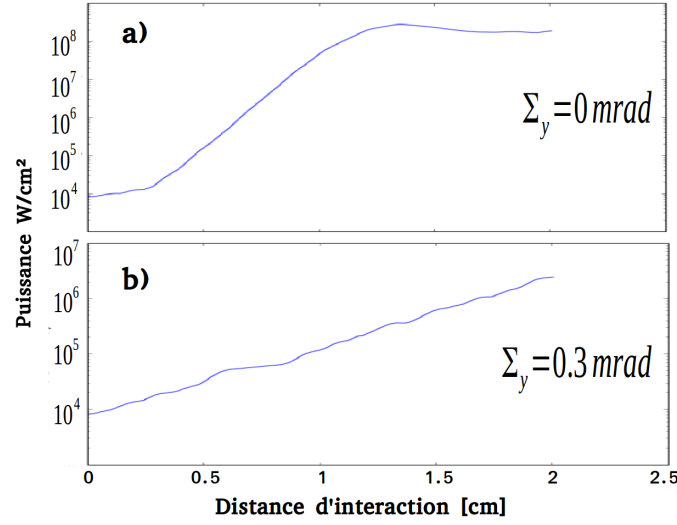


Figure 6.12: Évolution de la puissance moyenne de l'onde signal en fonction de la divergence angulaire  $\Sigma_y$ . a) :  $\Sigma_y = 0$  mrad. b) :  $\Sigma_y = 0.3$  mrad. Paramètres de simulation :  $a_0 = 0.1$ ,  $\lambda = 1$   $\mu\text{m}$ ;  $\theta = 10^\circ$ ;  $a_{\text{seed}} = 10^{-6}$ ; divergence angulaire  $(\Sigma_x, \Sigma_y) = (1, 0)$  mrad;  $\gamma = 100$ ;  $\delta\gamma/\gamma = 10^{-4}$ . Densité électronique normalisée  $n_e = 8 \cdot 10^{-5}$ . Nombre de macro-particules  $2 \cdot 10^5$ .

Sur la figure 6.12 a), nous traçons l'amplification de la puissance laser X au cours du temps pour une divergence angulaire  $\Sigma_y = 0$ , et sur la courbe 6.12 b) pour une divergence angulaire  $\Sigma_y = 0.3$ . En comparant ces deux figures nous pouvons constater que l'effet laser X ne peut se produire en utilisant des électrons divergents dans la direction  $y$ . La saturation du rayonnement dans le cas de la figure 6.12 b) n'est pas atteinte, mais aussi son niveau reste faible comparé à la simulation de la figure 6.12 a). On peut donc dire qu'il est nécessaire de confiner les électrons dans la direction ouverte  $y$  afin d'éviter la perte des particules par effet de divergence angulaire. Le confinement des électrons dans la direction  $y$  peut être effectué soit par un autre couple de lasers se croisant dans la direction  $y$ , ou par une autre méthode optique, comme l'utilisation de vortex ou de faisceaux de Bessel.

## 6.6 Conclusion

Nous avons démontré dans ce chapitre que l'injection et la dynamique électronique influent les processus d'amplification du rayonnement. L'étude de la dynamique électronique nous a permis de mettre en avant la compétition des modes Raman et Compton au début de l'interaction du paquet d'électrons relativiste avec un réseau optique intense. L'échange d'énergie entre le paquet d'électrons et le réseau optique se produit sur une demi-période d'oscillation jusqu'à la saturation de l'amplification.

Les mécanismes d'injection jouent un rôle important sur la répartition des particules dans les puits de potentiel pondérateur. Nous avons montré que l'injection du paquet d'électrons dans la zone d'interaction conduit à un ralentissement des particules du

paquet d'électrons accompagné d'un élargissement en énergie longitudinale. L'injection brutale engendre une large dispersion en énergie transverse qui permet aux électrons d'osciller sur toute la hauteur du puits de potentiel pondérateur. Ceci stimule le transfert d'énergie entre les particules piégées et le réseau optique, ce qui se traduit par un accroissement du gain.

Le fort éclairage laser favorise le taux de piégeage des particules, cependant ce gain en nombre de particules est accompagné par un élargissement de la température longitudinale, et par la réduction de l'excursion et la déformation du paquet d'électrons. Dans toute notre discussion, nous nous basons sur le modèle analytique proposé par Andriyash et *al* [98], qui donne des estimations du gain laser dans le régime linéaire de l'amplification. Ce modèle considère une fonction échelon (waterbag) centré en  $\gamma$  pour la distribution électronique et prend en compte l'énergie des électrons, la température longitudinale ainsi que l'éclairage laser. L'excursion des électrons dans ce modèle est considérée comme maximale, ce qui correspond à une distribution homogène des particules qui occupent toute la hauteur du puits de potentiel pondérateur.

Les résultats numériques montrent que ce modèle devra être révisé dans de futures études de la théorie cinétique afin de prendre en compte des régimes d'injection, de confinement et de déformations du paquet d'électrons ainsi que des inhomogénéités du réseau optique (réseau non stationnaire).



## Chapitre 7

# Vers une étude expérimentale de la dynamique d'électrons relativistes dans un réseau optique

### 7.1 Contexte scientifique des expériences de dynamique électronique

En 1929 de Broglie reçoit le prix Nobel de physique pour sa prédiction théorique de la nature ondulatoire des électrons. La vérification expérimentale de cette théorie est venue en 1927, lorsque Davisson et Germer ont observé la diffraction d'électrons à partir d'une structure périodique d'un réseau cristallin. Après cette observation il a fallu attendre jusqu'à 1933 pour que Kapitza et Dirac proposent leur théorie quantique de la diffraction d'une fonction d'onde de particules massives sur un réseau optique [43]. Pour des électrons l'effet Kapitza Dirac (KD) est un processus de diffusion où les électrons échangent des quanta d'énergie de manière stimulée avec une onde stationnaire. La quantité d'énergie échangée entre l'électron et le photon est égale à  $2\hbar k$  avec  $\hbar$  la constante de Planck réduite et  $k$  le vecteur d'onde du photon émis. En 2001 une expérience menée par Freimund *et al* [183] a permis l'observation de l'effet KD sur des électrons de faible énergie (20 eV). Il a fallu attendre tout ce temps car il s'agit d'une expérience extrêmement difficile. Philip Bucksbaum et ses collaborateurs ont quant à eux montré l'existence de l'effet en champ laser intense  $I_{laser} = 10^{14} \text{W/cm}^2$  dans un régime où les effets quantiques sont négligeables. La dynamique électronique est traitée dans l'approche pondéromotrice du potentiel lumineux et les effets quantiques disparaissent complètement pour ces éclaircements élevés [44].

Malgré ces démonstrations expérimentales tardives, l'effet KD a inspiré une multitude de phénomènes physiques particulièrement dans les domaines des atomes froids [69] et pour l'émission de rayonnement. Quelques auteurs ont proposé des applications aux réseaux optiques intenses largement basées sur l'émission de rayonnement par un électron libre oscillant dans un puits de potentiel optique : émission dans le lointain-infrarouge pour des

électrons initialement au repos [186]; dans le proche infra-rouge pour des électrons en mouvement non relativistes [187]; émission bêtatron [46] et effet laser à électrons libres pour des électrons relativistes [39, 98]. En outre les réseaux optiques peuvent servir d'outils de guidage de particules ou même de détecteurs pour déterminer les caractéristiques d'une distribution de particules soit par émission du rayonnement Compton comme le cas du Shintake-monitor [178], ou bien par émission bêtatron [46] et ou par la dynamique électronique dans le réseau optique [50, 51, 52].

Les études numériques avec les codes EWOK et Plares [151] ont démontré l'amplification du rayonnement X, l'émission bêtatron mais aussi la robustesse du Raman XFEL vis à vis de la dispersion en énergie cinétique des électrons. Le développement de ces études numériques avec le code RELIC [50] nous a permis de comprendre les processus d'injection et la dynamique des électrons dans les puits de potentiel pondéromoteur, et de quantifier les taux de piégeage des électrons dans les puits de potentiel pondéromoteur avec des paramètres physiques existants actuellement. Les différents travaux théoriques font apparaître plusieurs phénomènes intéressants liés au piégeage des électrons, comme l'apparition de concentrations des électrons dans l'espace des vitesses transverses, ce qui a été interprété comme un effet d'anharmonicité du potentiel lumineux. Une expérience menant à l'observation de tels effets constituerait une signature directe de l'effet KD avec des électrons relativistes. Cependant une telle expérience est encore plus difficile à mettre en oeuvre que l'expérience de Freimund *et al.* D'une part le seul moyen actuel pour atteindre les hauts éclaircissements laser nécessaire pour piéger des électrons relativistes est d'utiliser des impulsions laser ultra-courtes. De disposer d'un paquet d'électrons de faible énergie et de divergence angulaire. En parallèle, il est important de vérifier expérimentalement et d'apprendre à contrôler des phénomènes parasites comme la fuite latérale des électrons dans la deuxième dimension transverse (pouvant être contrôlée par un deuxième couple de faisceaux, mais d'autres approches sont envisageables), et l'effet d'inhomogénéité des fronts d'onde. Toutes ces études numériques montrent une physique riche, encore loin d'être totalement comprise ni même entièrement explorée numériquement.

Dans cette thématique de recherche le projet ANR LUCCEL-X (Laser à Électrons Libres Ultra-Compact dans la gamme des rayons X) a été lancé en 2014 associant le CELIA, le LOA et l'équipe LASERIX de l'Université Paris Sud. Les trois laboratoires abordent des points clés de manière complémentaire : l'optimisation des paquets d'électrons (LOA); le contrôle du réseau optique et de sa synchronisation (LASERIX), modélisation de la dynamique électronique (CELIA) et de l'amplification (LOA). En outre les trois partenaires s'impliquent dans l'approche expérimentale décrite ci-dessous.

## 7.2 Objectifs de l'expérience LUCCEL-X

Une campagne d'expériences menée au LOA en octobre 2015 avec la collaboration du CELIA et le groupe LASERIX de l'Université Paris Sud a eu lieu, pour la vérification expérimentale de l'effet KD en régime de fort éclaircissement laser avec un paquet d'électrons relativistes issu de l'accélération par sillage laser dans les plasmas. Les objectifs principaux de cette première campagne d'expériences ont été de :

1. Créer un réseau optique simple intense, synchronisé avec l'avancée d'un paquet d'électrons relativistes issu de l'accélération par sillage laser dans les plasmas.
2. Modifier la distribution angulaire électronique en champ lointain avec le RO et avec un seul faisceau laser et observer les changements induits en comparant avec des cas de propagation libre du paquet d'électrons.
3. Mesurer la durée de déformation du paquet d'électrons induite par son interaction avec le RO.
4. Valider les développements théoriques et numériques menés précédemment.

## 7.3 Description du dispositif expérimental et des différentes étapes de la campagne d'expériences

### 7.3.1 Le laser Salle Jaune du LOA

Nous avons utilisé le système laser de la salle jaune, au Laboratoire d'Optique Appliquée, caractérisé par une énergie totale du faisceau après compression de 6 J, une durée d'impulsion de 35 fs (FWHM), une longueur d'onde centrale de 800 nm, une polarisation linéaire et une cadence de 1 Hz. Ce laser peut être partagé en plusieurs faisceaux lasers, dont l'un avec une énergie de 2.4 J, 2 faisceaux de 1.2 J et un faisceau pour les diagnostics de 200 mJ.

Les thématiques de recherche étudiées sur cette installation sont les suivantes :

1. Interaction laser ultra-rapide intense avec une cible solide ou gazeuse.
2. Accélération de particules : électrons, ions.
3. Production de sources de rayonnement X cohérent et incohérent compact : laser XUV, Bêtatron, Thomson non linéaire, Compton, Lasers à Électrons Libres compacts.
4. Physique des plasmas denses et sous-denses créés par laser.

### 7.3.2 Dispositif expérimental des expériences LUCEL-X

La figure 7.1 illustre le dispositif expérimental utilisé pendant la campagne d'expériences au mois d'octobre 2015. Cette expérience est faite en trois étapes :

1. Accélération des électrons.
2. Réalisation du réseau optique.
3. Interaction réseau optique et paquet d'électrons.

Pour la première étape nous avons utilisé un faisceau laser que l'on nommera P1 par la suite et représenté par le faisceau rouge sur la figure 7.1, le laser P2 de couleur bleue sur le schéma est utilisé pour la création du réseau optique. Le laser P2 est divisé en

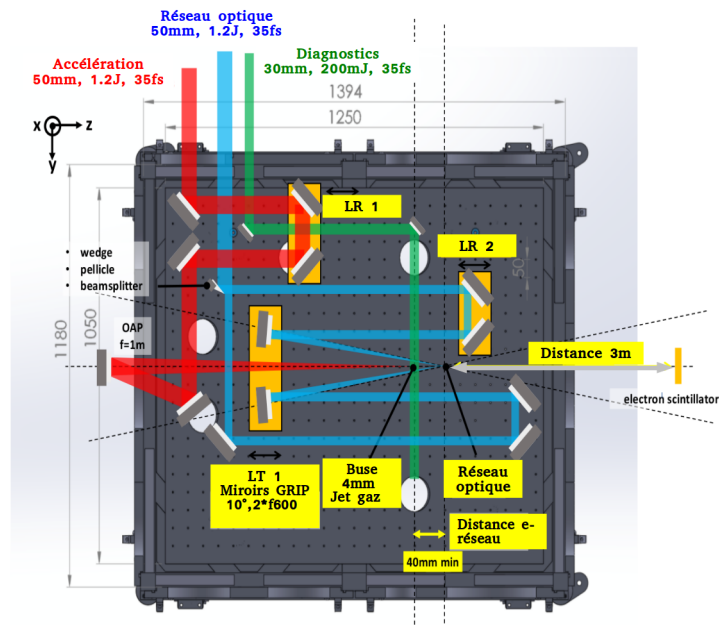


Figure 7.1: Schéma du dispositif expérimental utilisé pendant la campagne d'expériences LUCEL-X dans la salle jaune au LOA. Le laser P1 (couleur rouge) est utilisé pour accélérer des électrons dans le plasma. Celui-ci est focalisé sur un jet de gaz via un miroir parabolique OAP. Le laser P2 (couleur bleue) est divisé en deux impulsions P21 et P22 par un demi-miroir. Ces deux impulsions sont réfléchies par deux miroirs sphériques pour créer le réseau optique. Le laser P3 (couleur vert) sert pour faire les diagnostics. LR<sub>1</sub> est une ligne à retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique. LR<sub>2</sub> est une ligne à retard entre les impulsions laser P21 et P22.

deux faisceaux laser jumeaux (même énergie, durée d'impulsion et fréquence) P21 et P22. Quant au troisième faisceau laser P3 représenté en vert sur le schéma il servait à établir des diagnostics.

### 7.3.3 Étape 1: accélération d'électrons

La première étape de l'expérience est l'accélération des électrons par sillage laser et la caractérisation des paquets d'électrons (énergie, divergence angulaire et stabilité de pointé). Le laser P1 d'énergie 1.2 J, de durée d'impulsion 35fs FWHM et 50 mm de diamètre est focalisé sur une cible gazeuse de 4 mm de diamètre constitué d'un mélange de gaz (He + 1%N<sub>2</sub>).

Deux mécanismes d'injection pour l'accélération des électrons par sillage laser ont été utilisés pendant l'expérience. Le premier est appelé injection dans un gradient de densité dans le jet de gaz et le second est l'accélération par sillage laser sans gradient de densité.

#### 7.3.3.1 Accélération dans un gradient de densité

Le principe de l'injection dans un gradient de densité est représenté sur la figure 7.2 (a). Une lame enfoncée sur une certaine profondeur dans un jet de gaz supersonique crée un

front de choc et donc une augmentation brusque de la densité plasma. Le laser P1 accélère des électrons dans son sillage. Selon la profondeur de la lame dans le jet de gaz, l'énergie ainsi que la charge du paquet d'électrons peuvent varier. Si la lame est trop profonde dans le jet de gaz, la longueur d'accélération est courte et le paquet d'électron aura une faible énergie. Si la lame est située presque à l'entrée du jet de gaz le choc disparaît.

Ce mécanisme permet en principe d'avoir une faible dispersion en énergie ( voir figure

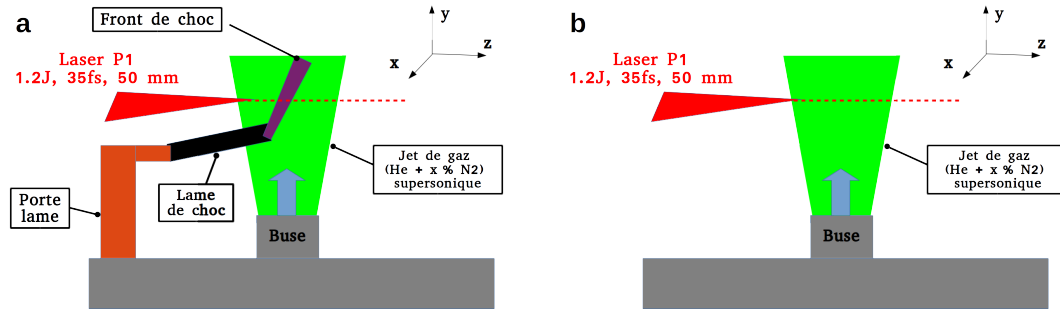


Figure 7.2: Schémas d'accélération des électrons dans les plasmas. a): Accélération dans un gradient de densité créé par une lame de choc dans un mélange de gaz He + 1% N<sub>2</sub>. b) Accélération sans lame de choc dans un mélange de gaz He + 1% N<sub>2</sub>

7.4), une bonne stabilité de pointé d'un tir laser à un autre et une charge des paquets d'électrons d'environ 5 pC. En revanche pendant l'expérience, l'utilisation de la lame nous a posé deux problèmes :

1. les distributions angulaires en propagation libre projetées en champ lointain sur le LANEX n'étaient pas symétriques (non gaussiennes) ce qui rendrait très difficile l'interprétation de l'interaction du paquet d'électrons avec le RO.
2. La lame se brisait au bout de quelques minutes et le temps pour changer une lame puis refaire une nouvelle calibration des électrons est d'environ deux heures, ce qui nous a obligé par la suite à accélérer les électrons sans lame.

### 7.3.3.2 Injection par mélange de gaz

Sur la figure 7.2 (b) est représenté le schéma de l'accélération d'électrons dans un mélange de gaz par sillage laser. L'accélération dans un mélange de gaz permet de favoriser la charge électronique du paquet, en revanche les spectres en énergie obtenus pendant l'expérience par cette méthode sont beaucoup plus larges, comme on le note sur la figure 7.7 que dans le cas de l'injection par un gradient de densité ( figure 7.5).

### 7.3.4 Mesure de l'énergie des paquets d'électrons

Pour la mesure de l'énergie des paquets d'électrons nous avons utilisé un spectromètre composé d'aimants permanents qui délivrent un champ magnétique de l'ordre de 1 Tesla

au centre de l'aimant. Lors du passage des électrons à travers l'entrefer de l'aimant, ils subissent une force de Lorentz qui les dévie de leur axe de propagation avec un rayon de courbure qui dépend de l'énergie cinétique des électrons (voir figure 7.3). Les électrons de grande énergie cinétique sont moins affectés par la force de Lorentz et ils sont déviés avec un grand rayon de courbure. Les électrons de faible énergie cinétique subissent fortement la force de Lorentz et ont donc un rayon de courbure beaucoup plus petit. Les électrons sont ensuite projetés sur un scintillateur dont la transition de relaxation excitée par le passage des électrons est imagée sur une caméra CCD de grande résolution. Quant au laser P1 il est bloqué par un filtre afin de ne pas perturber le signal sur la caméra CCD.

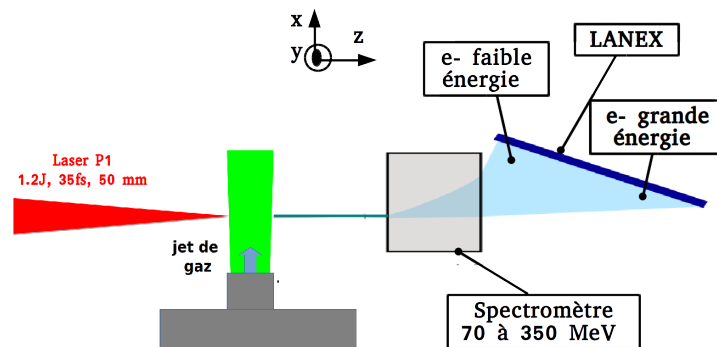


Figure 7.3: Schéma représentant la méthode de mesure des spectres en énergie des électrons.

Le spectromètre utilisé mesurait des électrons dont l'énergie cinétique est située entre 60 MeV et 350 MeV. Les électrons dont l'énergie est inférieure à 60 MeV sont très fortement déviés par le fort champ magnétique régnant dans l'entrefer, leur mesure exige donc d'utiliser des aimants de plus faible valeur de champ magnétique. Quant aux électrons d'énergie supérieure à 350 MeV leur déviation est plus faible, et ils sortent du champ de mesure.

La figure 7.4 illustre l'exemple de la mesure d'un paquet d'électrons quasi-monocinétique obtenu lors de la campagne d'expériences avec l'accélération dans un gradient de densité. La distribution du paquet d'électrons est centrée sur un pic autour de 70 MeV avec une dispersion en énergie  $\frac{\Delta E}{E} \sim 10\%$ . En revanche la reproductibilité d'un tel paquet n'était pas très stable vis à vis de la charge électronique, celle-ci fluctuant d'un tir laser à un autre dans les mêmes conditions expérimentales comme le montre la figure 7.5. Ces fluctuations de charge peuvent être dues au comportement hydrodynamique complexe du jet de gaz et du choc généré par la lame.

Le cas de l'accélération sans la lame de choc dans un mélange de gaz donne un spectre

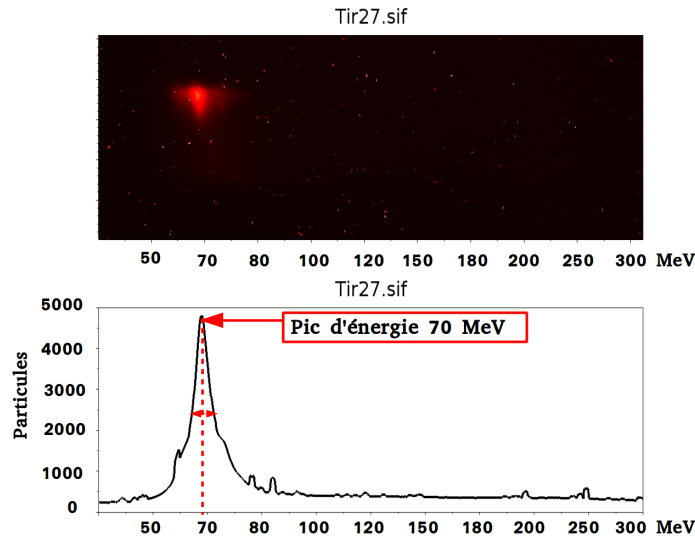


Figure 7.4: Accélération dans un gradient de densité : spectre en énergie d'un paquet d'électron monocinétique. Laser P1 : énergie 1.2 J, durée d'impulsion 35fs. Jet de gaz : mélange He + 1%N<sub>2</sub>.

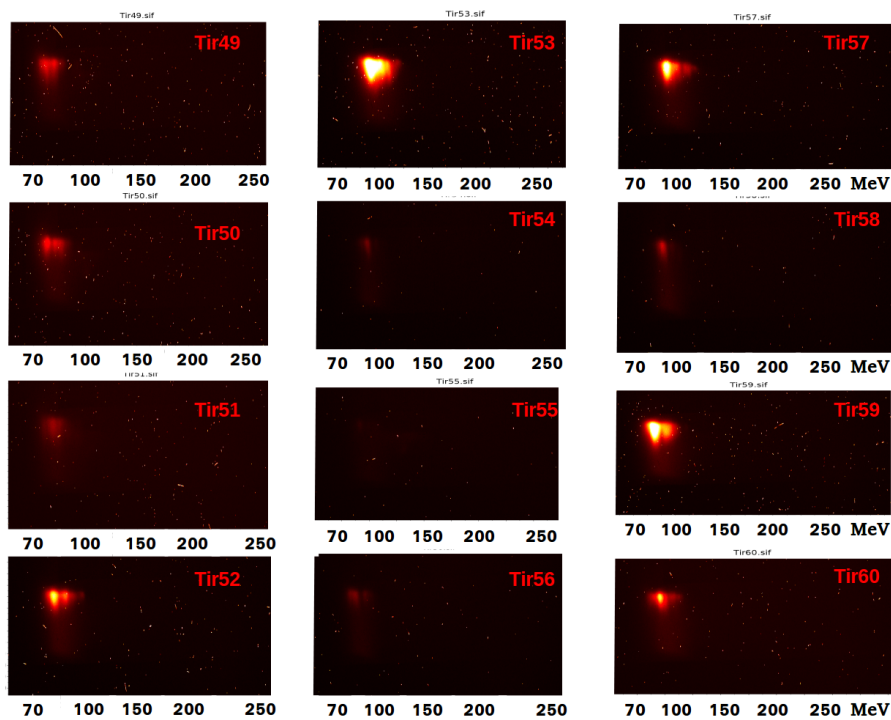


Figure 7.5: Accélération dans un gradient de densité : spectres en énergie des électrons d'une série de tirs laser consécutifs. Laser P1 : énergie 1.2 J, durée d'impulsion 35fs. Jet de gaz : mélange He + 1%N<sub>2</sub>.

d'énergie beaucoup plus large comparé à l'accélération dans un gradient de densité. Le spectre en énergie représenté sur la figure 7.6 est un continuum allant de 70 à 140 MeV FWHM, ce qui correspond à une dispersion  $\Delta E = 70 \pm 5$  MeV. En revanche la charge par paquet reste assez stable d'un tir laser à un autre comme le montre la figure 7.7.



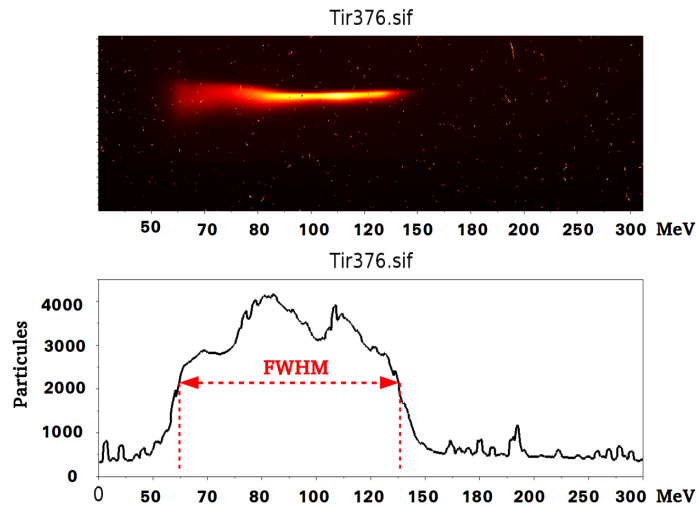


Figure 7.6: Accélération sans lame de choc : spectre en énergie d'un paquet d'électrons avec une large dispersion en énergie. Laser P1 : énergie 1.2 J, durée d'impulsion 35fs. Jet de gaz : mélange He + 1%N<sub>2</sub>.

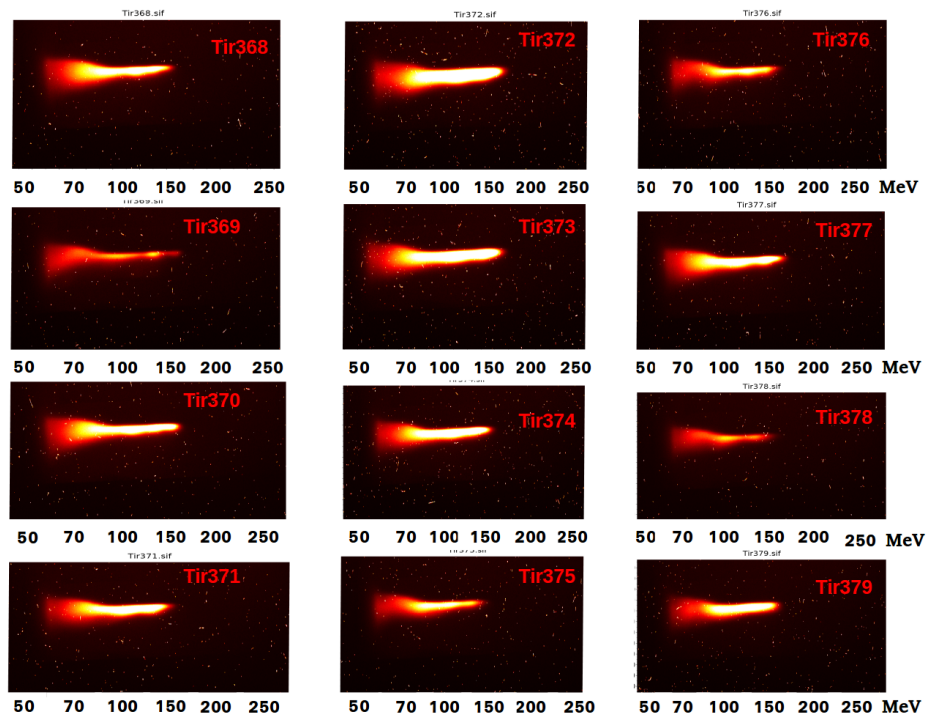


Figure 7.7: Accélération sans lame de choc : spectres en énergie des électrons d'une série de tirs laser consécutifs. Laser P1 : énergie 1.2 J, durée d'impulsion 35fs. Jet de gaz : mélange He + 1%N<sub>2</sub>.



### 7.3.5 Mesure de la divergence angulaire des paquets d'électrons

Il est aussi important de mesurer la divergence angulaire du paquet d'électrons afin d'estimer la fraction de la distribution de particules qui a interagi avec le réseau optique et aussi d'évaluer la stabilité de pointé. En outre on peut diagnostiquer l'action du réseau optique en mesurant ses dimensions transverses sur la distribution d'électrons en champ lointain en faisant ainsi un diagnostic principal de l'expérience en comparant les distributions angulaires des électrons en propagation libre et en propagation à travers le RO.

Le paquet d'électrons se propageant librement depuis sa sortie du jet de gaz est transporté dans un tube sous vide jusqu'au LANEX où son impact est imagé par la caméra CCD. La divergence angulaire du paquet d'électrons peut être calculée à partir des considérations géométriques de la figure 7.8. Un disque LANEX de rayon  $R_L$  est placé dans le plan

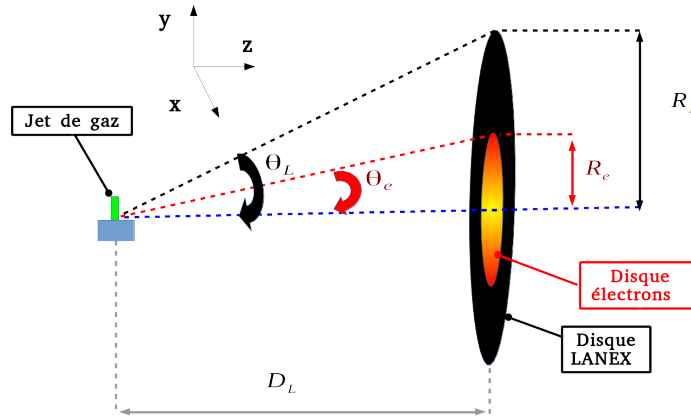


Figure 7.8: Schéma pour calculer la divergence angulaire du paquet d'électrons.

$(x, y)$  perpendiculaire à la direction de propagation des électrons à une distance  $D_L$ . On pose  $\theta_L$  et  $\theta_e$  les demi-angles d'ouverture du LANEX et du paquet d'électrons respectivement. Dans ce calcul, la distribution des électrons sur le LANEX est considérée comme un disque de rayon  $R_e$ .

D'après le schéma de la figure 7.8 on a

$$\theta_e = \arctan\left(\frac{R_e}{D_L}\right)$$

$$D_L = \frac{R_L}{\tan \theta_L} \quad (7.1)$$

En égalisant les deux membres de l'équation (7.1) on obtient :

$$\theta_e = \arctan\left(\frac{R_e \cdot \tan \theta_L}{R_L}\right) \quad (7.2)$$

Cependant le rayon  $R_e$  mesuré sur le LANEX est calculé en largeur pixel, une simple règle de trois permet de calculer la conversion des pixels en distance afin d'avoir les angles en

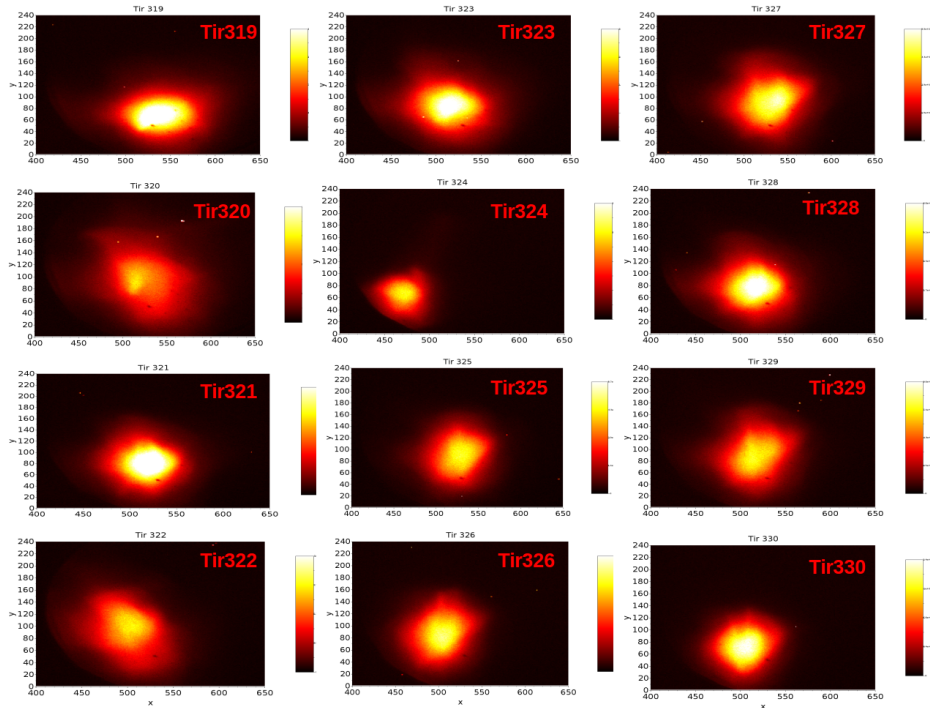


Figure 7.9: Distributions angulaires en champ lointain des électrons en propagation libre. Laser P1 : énergie 1.2 J, durée d'impulsion 35fs. Accélération par sillage laser dans un mélange de gaz He + 1%N<sub>2</sub>.

unité radian.

La conversion des pixels en distance est donnée par l'équation suivante

$$R_e(m) = \frac{R_e(\text{pixels}) \cdot G}{D_L} \quad (7.3)$$

avec  $G$  le grandissement de la caméra égal au diamètre du disque LANEX sur la taille en pixel du même disque et  $D_L$  la distance source d'électrons-écran LANEX.

Dans la pratique les distributions angulaires des électrons sont des ellipses, les divergences angulaires dans la direction transverse  $\theta_{x,e}$  et verticale  $\theta_{y,e}$  peuvent être calibrées de la même manière en mesurant les rayons transverse et vertical, respectivement  $R_{x,e}$  et  $R_{y,e}$ , sur l'écran LANEX.

La figure 7.9 illustre des distributions électroniques pour 12 tirs consécutifs dans les mêmes conditions. Les distributions angulaires peuvent être considérées comme des gaussiennes, de charge électronique quasi-constante avec une moyenne des divergences angulaires transverse et verticale FWHM  $(\theta_{x,e}, \theta_{y,e}) = (6, 6.6) \pm 1$  mrad

### 7.3.6 Mesure de la stabilité de pointé des électrons

Pour le calcul de la stabilité de pointé d'une série de tirs laser on peut procéder par la méthode du barycentre. Pour illustrer ce calcul nous présentons le schéma de la figure 7.10.

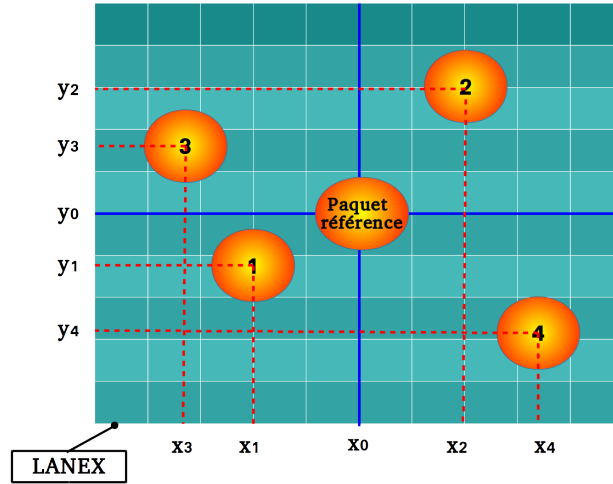


Figure 7.10: Schéma représentant la stabilité de pointé des paquets d'électrons.

On définit les coordonnées du centre d'un paquet d'électrons pris comme moyenne sur les  $N$  tirs de la même série

$$x_0 = \sum_i^N \frac{x_i}{N} \quad (7.4)$$

$$y_0 = \sum_i^N \frac{y_i}{N} \quad (7.5)$$

avec  $(x_i, y_i)$  les coordonnées du centre du paquet  $i$ . Une fois que ces coordonnées sont connues, on peut remonter aux angles transverse  $(\theta_{x,e}, \theta_{y,e})$ . Le paquet d'électrons moyen a donc comme angles :

$$\theta_{x,e} = \arctan\left(\frac{x_0}{D_L}\right)$$

$$\theta_{y,e} = \arctan\left(\frac{y_0}{D_L}\right).$$

L'écart type à la divergence moyenne peut être défini comme la stabilité de pointé sur les  $N$  tirs consécutifs

$$\langle x \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i^N (x_i - x_0)^2}$$

$$\langle y \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i^N (y_i - y_0)^2}$$

$$\Delta\theta_{x,e} = \arctan\left(\frac{\langle x \rangle}{D_L}\right) \quad (7.6)$$

$$\Delta\theta_{y,e} = \arctan\left(\frac{\langle y \rangle}{D_L}\right). \quad (7.7)$$

Sur la série des 12 tirs consécutifs de la figure 7.9, nous obtenons un paquet d'électrons moyen dont les divergences angulaires sont  $(\theta_{x,e}, \theta_{y,e}) = (6.01, 6.67)$  mrad et

une stabilité de pointé de  $\Delta\theta_{x,e} = 0.90$  mrad et  $\Delta\theta_{y,e} = 1.23$  mrad.

Nous venons de présenter jusqu'ici uniquement la première étape de l'expérience LUCCEL-X qui est l'accélération des électrons par sillage laser dans un plasma et la mesure des énergies, divergences angulaires et stabilité de pointé des paquets d'électrons. Ces paramètres sont très importants afin de définir l'énergie laser nécessaire pour le piégeage des électrons et aussi pour la modélisation numérique. Nous allons redonner les valeurs de ces paramètres dans la troisième étape de l'expérience lors de l'interaction du paquet d'électrons avec le réseau optique et l'impact de tous les paramètres sur l'interaction. Nous allons passer maintenant à la description de la seconde étape de la campagne d'expérience, c'est à dire la réalisation du réseau optique.

## 7.4 Étape 2: Réseau optique

D'après les courbes des taux de piégeage des électrons relativistes illustrées dans le chapitre 5 ( figures 5.6, 5.7), les éclairagements laser nécessaires pour piéger des électrons dont le facteur de Lorentz varie entre 20 et 600 avec des divergences angulaires de 3 à 6 mrad, sont dans la gamme de  $10^{16}$  à  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup>. Le seul moyen aujourd'hui pour atteindre ces intensités est d'utiliser des impulsions laser ultra-courtes. D'autres contraintes s'ajoutent à la valeur de l'éclairage requise pour le piégeage des électrons. La synchronisation spatio-temporelle du paquet d'électrons avec les deux impulsions laser P21 et P22 créant le RO et l'imagerie du volume focal sont les tâches les plus difficiles de l'expérience. Le champ du réseau optique doit être suffisamment intense sur une grande ligne focale uniforme dans l'axe de propagation des électrons, afin que ces derniers puissent effectuer des oscillations dans les puits de potentiel pondéromoteur et affecter ainsi la distribution électronique. Il faut aussi que le faisceau laser P2 soit partagé en deux impulsions jumelles P21 et P22. Nous devons enfin faire attention au réglage de la ligne à retard des deux impulsions P21 et P22 pour les interférer.

D'autres problèmes sont liés à l'encombrement du montage expérimental illustré dans la figure 7.11. Si le réseau optique est placé à proximité du jet de gaz il risque d'être ionisé avec l'un des faisceaux P21 ou P22. Tous ces problèmes devaient donc être résolus avant l'expérience, d'où l'utilité d'utiliser des simulations numériques.

### 7.4.1 Introduction et étude d'une géométrie "Double GRIP"

Des études ont été effectuées par LASERIX pour la réalisation du réseau optique et pour choisir une méthode simple pour les premières expériences, mais aussi pour parer à toutes les contraintes citées plus haut. Afin de garantir une longueur d'interaction suffisante et un éclairage élevé, le réseau optique transitoire est donc réalisé sous la forme d'une onde progressive se copropageant avec les électrons. Nous avons introduit une nouvelle géométrie, dite à double GRIP (GRazing Incidence Pumping), pour la première campagne d'expérience et aussi pour servir comme guide pour les futurs développements du Raman X.

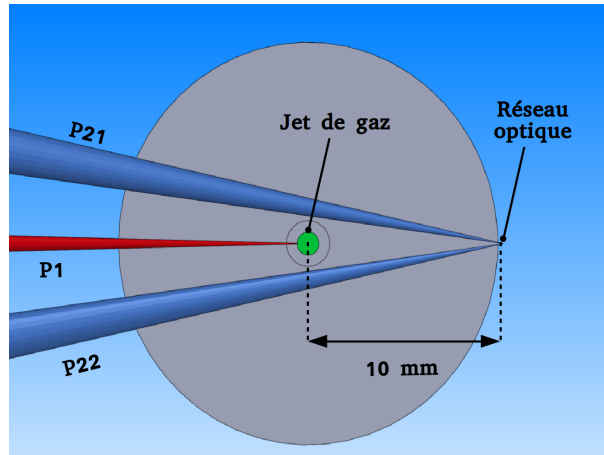


Figure 7.11: Représentation de la zone d'interaction et de l'encombrement. Le réseau optique est créé par les lasers P21 et P21 représentés en couleur bleue. Le disque vert représente le jet de gaz est irradié par le laser P1 représenté en couleur rouge. Le jet de gaz est situé à quelques millimètres du réseau optique.

Dans cette géométrie le faisceau laser P2 (couleur bleue sur la figure 7.1) d'énergie 1.2 J et de durée d'impulsion 35 fs à FWHM est divisé par un demi-miroir en deux impulsions P21 et P22, chaque impulsion ayant alors un profil spatial en demi-lune. Ces deux dernières impulsions ont donc une durée de 35 fs à FWHM et une énergie de 600 mJ. Elles sont ensuite réfléchies avec un angle  $\theta$  par rapport à l'axe de propagation des électrons par deux miroirs sphériques de focale  $f = 600$  mm. Elles sont aussi focalisées sur la ligne de propagation des électrons de manière astigmatique afin d'obtenir une zone d'interaction à haut éclairement la plus longue possible. Les deux miroirs sphériques sont placés sur des platines de translation, permettant de faire varier la distance entre le jet de gaz et le réseau optique.

La figure 7.12 montre le schéma de la géométrie GRIP. Dans cette figure est représenté un seul faisceau du réseau optique réfléchi par le miroir sphérique de rayon  $R$  pour différents angles GRIP  $\theta_1 > \theta_2$ . La longueur de la ligne focale  $L_f$  et la vitesse d'onde progressive  $v_{tw}$ <sup>1</sup> peuvent être estimées par un calcul d'optique géométrique [192]

$$L_f = \frac{D \sin \theta}{2 \cos^3 \theta} \quad (7.8)$$

$$v_{tw} = \frac{c}{\cos \theta} \quad (7.9)$$

où  $D$  est le diamètre du faisceau incident sur le miroir sphérique,  $\theta$  l'angle GRIP et  $c$  la vitesse de la lumière.

Si nous supposons que les électrons se propagent à la vitesse  $c$ , ils traverseront la ligne focale en un temps  $T_e = L_f/c$ . Le retard qu'auront les électrons à la fin de la ligne focale

<sup>1</sup>On appelle vitesse d'onde progressive la vitesse de transport d'énergie laser sur la ligne focale

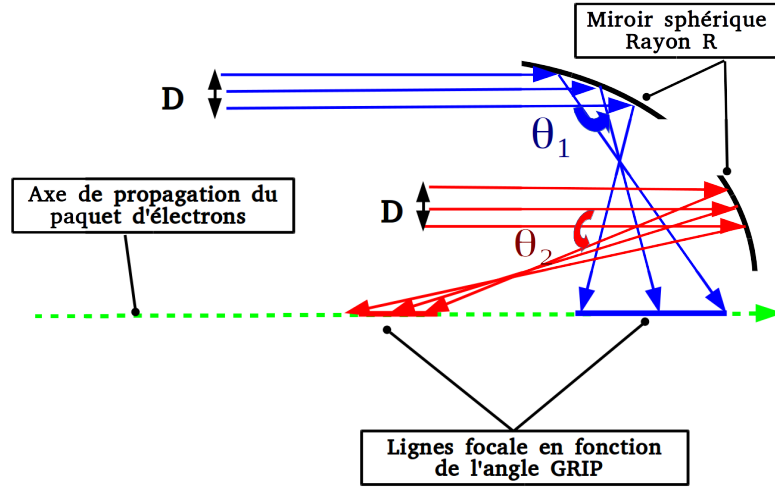


Figure 7.12: Représentation géométrique de la focalisation des rayons lumineux sur la ligne focale pour deux différents angles GRIP  $\theta_2 < \theta_1$ .

par rapport au temps moyen  $T_{op}$  d'arrivée des photons des laser P21 et P22 peut être donné par

$$\delta t = T_{op} - T_e = \frac{L_f}{c} (\cos \theta - 1) \quad (7.10)$$

Le choix de l'angle d'irradiation GRIP  $\theta$  est crucial dans cette expérience. Il est tout d'abord dicté par des contraintes expérimentales d'encombrement des différents éléments optiques dans l'enceinte d'interaction; cependant, il doit aussi être choisi en fonction des paramètres d'interaction qu'il induit. Il est donc indispensable de définir les paramètres optimum du RO afin d'observer les modifications qu'il induit sur la distribution des électrons. Rappelons que la période spatiale de l'oscillation caractéristique des électrons dans les puits de potentiel pondéromoteur est

$$L_e = \frac{2\pi c}{\Omega_0} \quad (7.11)$$

avec

$$\Omega_0 = \frac{2a_0 \sin(\theta)}{\gamma} \omega_0 \quad (7.12)$$

où  $a_0$  le potentiel pondéromoteur normalisé,  $\omega_0$  la pulsation laser,  $\gamma$  le facteur de Lorentz des électrons et  $\theta$  l'angle GRIP.

Nous montrerons dans la suite des calculs effectués par l'équipe LASERIX sur la variation de la longueur de la ligne focale, de la vitesse d'onde progressive, de l'interfrange, de l'éclairement le long de la ligne focale et de sa forme en fonction de l'angle GRIP. Nous résumons les paramètres de simulations dans le tableau 7.1.

Sur la figure 7.13 a), nous montrons les variations en fonction de l'angle GRIP de la vitesse de l'onde progressive (ordonnée gauche) et de la longueur de la ligne focale

Paramètres laser	Valeur
Diamètre faisceau laser $D$	50 mm
Largeur ligne focal $S_y$	20 $\mu\text{m}$
Longueur d'onde laser $\lambda_0$	800 nm
Durée d'impulsion	30 fs
Energie par faisceau GRIP $E_l$	500 mJ
Focale miroir sphérique	600 m

Table 7.1: Paramètres d'un faisceau laser GRIP

(ordonnée droite); sur la figure 7.13 b) est représentée l'interfrange en fonction de l'angle GRIP. La vitesse de l'onde progressive et la longueur de la ligne focale augmentent en fonction de l'angle GRIP tandis que l'interfrange qui représente la largeur d'un puits de potentiel pondéromoteur varie comme  $L_W = \lambda_0/2 \sin \theta$ .

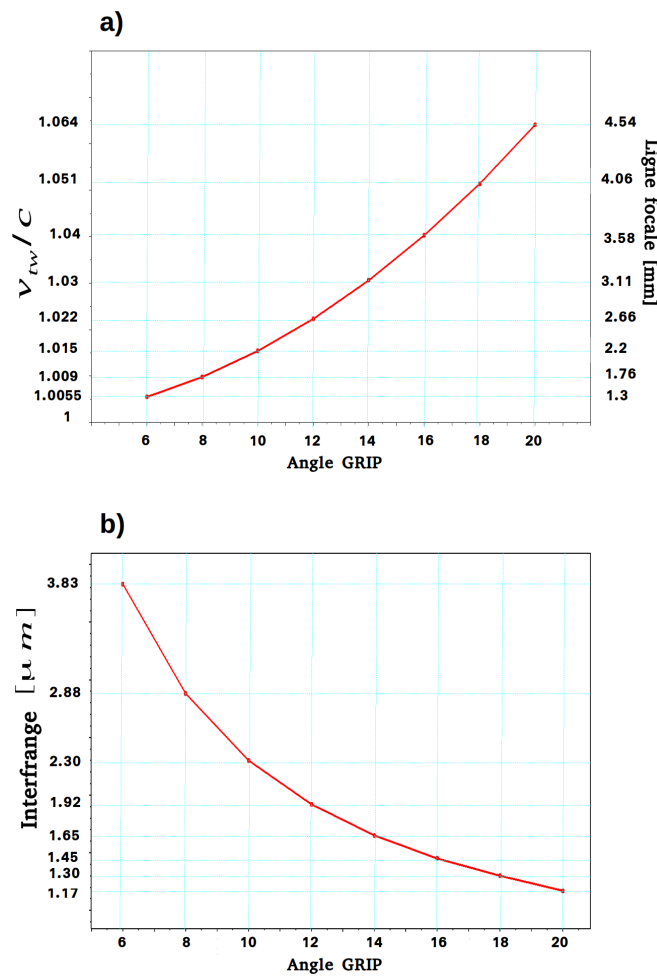


Figure 7.13: a) Vitesse d'onde progressive et longueur de la ligne focale en fonction de l'angle GRIP correspondant. b) Interfrange en fonction de l'angle GRIP.

Pour des faibles angles GRIP, l'interfrange du réseau optique devient assez grand et

la longueur de la ligne focale est courte ce qui réduit les possibilités pour les électrons d'effectuer plusieurs oscillations dans les puits lumineux. En outre pour de faibles valeurs de l'angle GRIP, les faisceaux P21 et P22 passent à proximité du jet de gaz et peuvent donc l'ioniser.

A l'inverse, pour des angles GRIP assez élevés, l'interfrange est petite tandis que la ligne focale et la vitesse d'onde progressive deviennent assez grandes.

Un bon compromis entre la longueur de la ligne focale, la vitesse d'onde progressive et de l'angle GRIP doit donc être sélectionné pour la première expérience.

#### 7.4.2 Astigmatisme des miroirs sphériques

Les calculs de l'optique géométrique ont été complétés avec des simulations basées sur des tracés de rayons. Le facteur dominant, à l'origine de la géométrie GRIP, est l'astigmatisme. Lorsque un faisceau lumineux est en incidence non perpendiculaire sur un dioptre sphérique, le faisceau se focalise de manière astigmatique<sup>2</sup> en deux focales : une focale tangentielle perpendiculaire au plan vertical et une focale sagittale parallèle au plan vertical et perpendiculaire à la focale tangentielle. Les longueurs focales sagittale  $F_S$  et tangentielle  $F_t$  correspondantes peuvent être données par :

$$\begin{aligned} F_s &= R \cos \theta / 2 \\ F_T &= R / 2 \cos \theta \end{aligned}$$

avec  $R$  le rayon du miroir sphérique et  $\theta$  l'angle GRIP. Une telle focalisation est illustrée sur les images de la figure 7.14. Le laser se propage de droite à gauche et vient se focaliser sur une distance d'environ 1 mm puis il diverge.

En considérant que l'éclairement laser sur la ligne focale des deux faisceaux P21 et P22 est un créneau en espace et en temps, il peut être donné dans ce cas par :

$$I_{laser} = 4 \cdot \frac{E_l}{S_y L_f \tau_l} \quad (7.13)$$

avec  $E_l$  l'énergie par faisceau laser,  $\tau_l$  la durée d'impulsions,  $S_y$  la largeur du faisceau laser et  $L_f$  la longueur de la ligne focale donnée par l'équation (7.8). Le facteur 4 tient compte de la contribution des deux faisceaux P21 et P22 à l'éclairement.

Comme l'énergie laser est constante, l'éclairement laser varie en fonction de la longueur de la ligne focale (ou de l'angle GRIP). La figure 7.15 illustre la variation de l'éclairement laser (ordonnée gauche) et la longueur de la ligne focale (ordonnée droite) en fonction de l'angle GRIP. Pour de faibles angles GRIP, l'énergie laser est concentrée sur une courte ligne focale et l'éclairement est assez élevé. Pour de grandes valeurs de l'angle GRIP la ligne focale est longue et l'éclairement laser diminue. La forme de la ligne focale change aussi en fonction de l'angle GRIP. La figure 7.16 illustre la forme de la ligne focale le long de l'axe de propagation des électrons en fonction de l'angle GRIP. Les paramètres

---

<sup>2</sup>Un point objet donne deux focales où les rayons sont concentrés



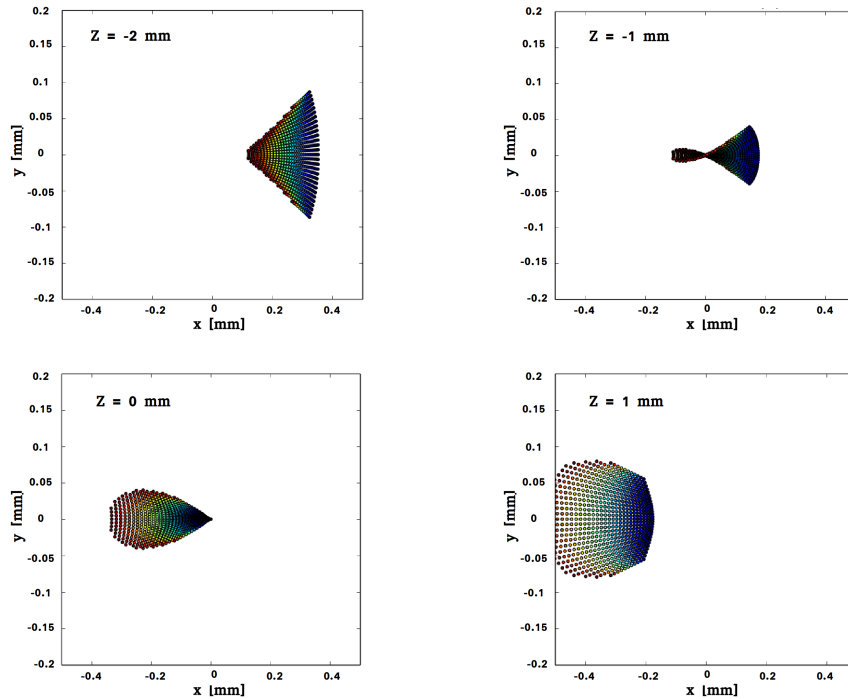


Figure 7.14: Simulation de la focalisation astigmatique avec un modèle de tracés de rayons. Les différentes images représentent des coupes dans le plan  $(x, y)$  pour différentes valeurs de  $z$ . Simulations effectuées par Olivier Guilbaud et al.

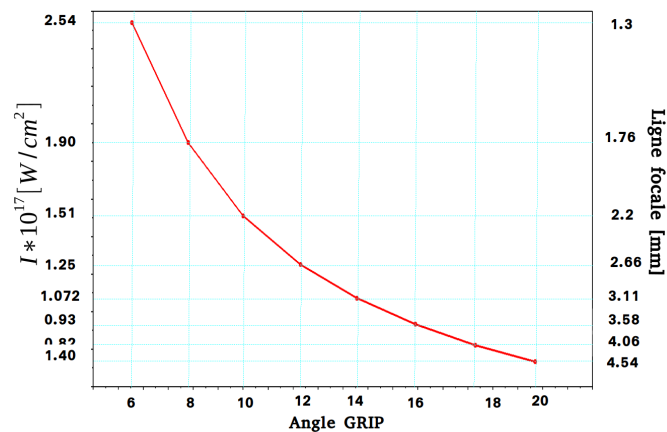


Figure 7.15: Éclairement laser et longueur de la ligne focale en fonction de l'angle GRIP. Calcul effectués pour une énergie de 0.6 J et durée de 35 fs par impulsion laser.

des lasers et du miroir sphérique des simulations montrées sur les figures 7.16 (a,b,c) sont les mêmes que ceux mentionnés dans le tableau 7.1.

Pour un angle GRIP  $\theta = 6^\circ$  l'éclairement laser est de  $1 \cdot 10^{18} \text{ W/cm}^2$  et la ligne focale peut être considérée comme constituée d'une rampe assez longue qui peut conduire à une injection adiabatique des électrons, suivie d'un court plateau. Pour  $\theta = 10^\circ$  la ligne focale est droite, l'éclairement est de  $6.04 \cdot 10^{17} \text{ W/cm}^2$ , quasi constant le long de l'axe

de propagation des électrons. Pour  $\theta = 20^\circ$  l'éclairement laser baisse sur les bords et l'énergie laser est plus concentrée au centre. Cet effet ressemble à un papillon, il apparaît à cause de l'élargissement longitudinal de la ligne focale.

Pour les premières expériences nous avons choisi un angle GRIP de  $10^\circ$  qui donne un bon compromis entre l'éclairement laser, la longueur et de la forme de la ligne focale et aussi pour éviter l'ionisation du jet de gaz par les lasers P21 et P22. Les images sur la

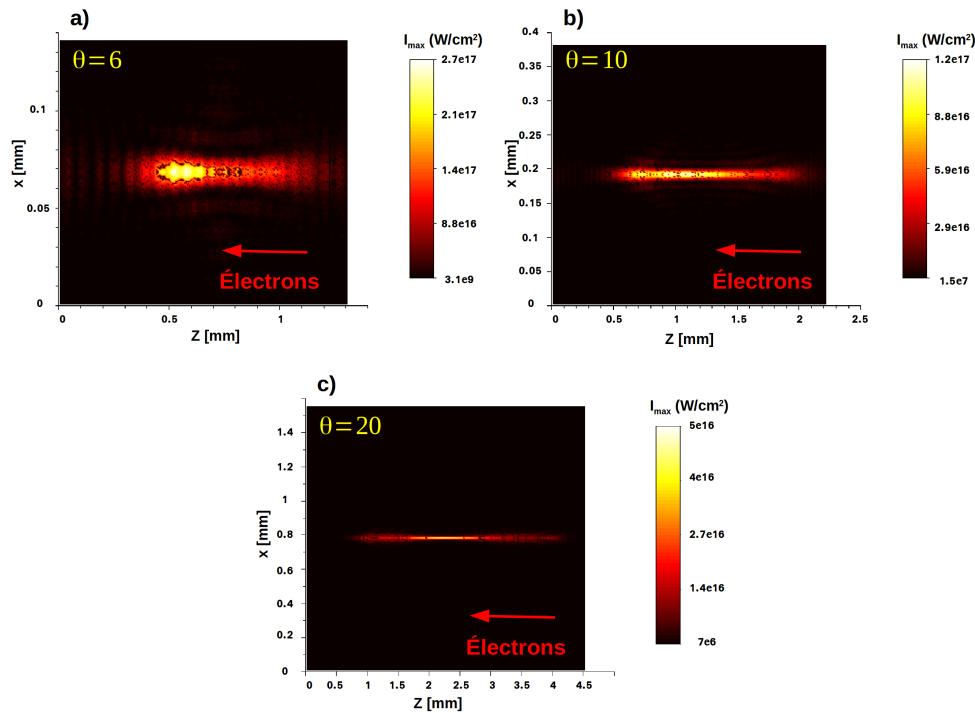


Figure 7.16: Simulations de la forme de la ligne focale d'un seul faisceau laser le long de l'axe de propagation des électrons pour différents angles GRIP. Simulations effectuées par Olivier Guilbaud et al.

figure 7.17 sont obtenues à l'aide d'une imagerie par microscope sous vide et à faible énergie laser. Elles représentent des coupes dans le plan  $(x, y)$  pour différentes valeurs de  $z$ , et illustrent la focalisation astigmatique des faisceaux laser P21 et P22. Les faisceaux P21 et P22 sont focalisés sur une distance d'environ 3 mm puis divergent. L'apparition des sous lobes sous la ligne focale principale sont probablement dus à la diffraction. Les dimensions transverses de la ligne focale ont été mesurées dans la zone de focalisation des deux impulsions P21 et P22, et d'après la figure 7.18, nous trouvons une largeur dans l'axe transverse  $x$  d'environ  $150 \mu\text{m}$  au centre de la ligne focale. Dans la direction verticale  $y$  deux pics apparaissent, un pic principal de largeur FWHM égale à  $14 \mu\text{m}$  et un second pic moins intense de largeur FWHM égale à  $7 \mu\text{m}$ . Ces deux pics sont séparés d'une distance égale à  $14 \mu\text{m}$ .

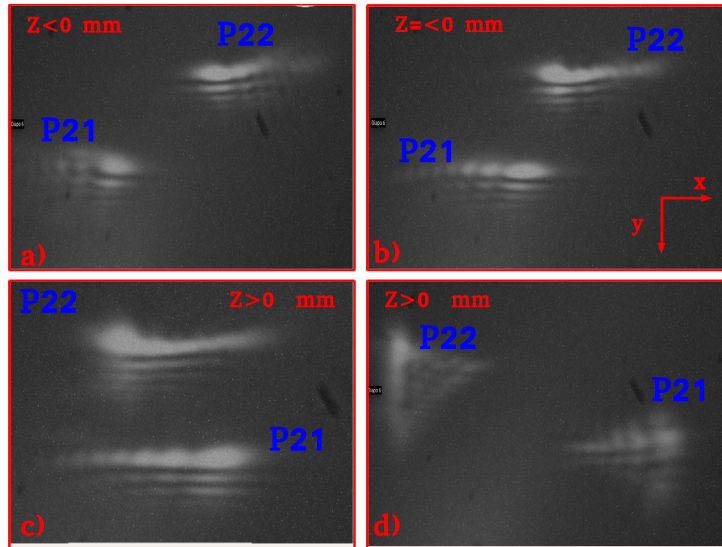


Figure 7.17: *Imagerie des lignes focales via un microscope sous vide. Propagation astigmatique des impulsions P21 et P22, les images sont des coupes dans le plan  $(x, y)$  pour différentes valeurs de  $z$ .*

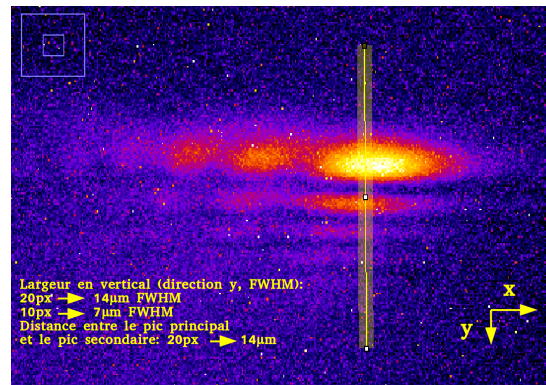


Figure 7.18: *Imagerie par microscope du volume focal à basse énergie laser d'un seul faisceau GRIP. Coupe dans le plan  $(x, y)$ .*

### 7.4.3 Alignement et synchronisation du réseau optique

L'alignement du réseau optique est réalisé à faible énergie laser avec un microscope optique sous vide (voir figure 7.19). Cette même imagerie a aussi été utilisée pour faire la superposition temporelle des impulsions P21 et P22 en cherchant les franges d'interférences. Celles-ci sont représentées sur la figure 7.20. La taille du réseau optique dans la direction transverse  $x$  est approximativement égale à  $150 \mu\text{m}$ , et l'interfrange mesurée est de  $2.31 \mu\text{m}$  en bon accord avec le résultat théorique  $L_W = 800 \cdot 10^{-3} / 2 \sin(10) = 2.303 \mu\text{m}$  ce qui confirme la synchronisation spatio-temporelle des impulsions P21 et P22.

Maintenant que la synchronisation des impulsions P21 et P22 est effectuée on règle le retard entre l'impulsion P1 et les impulsions P21 et P22.

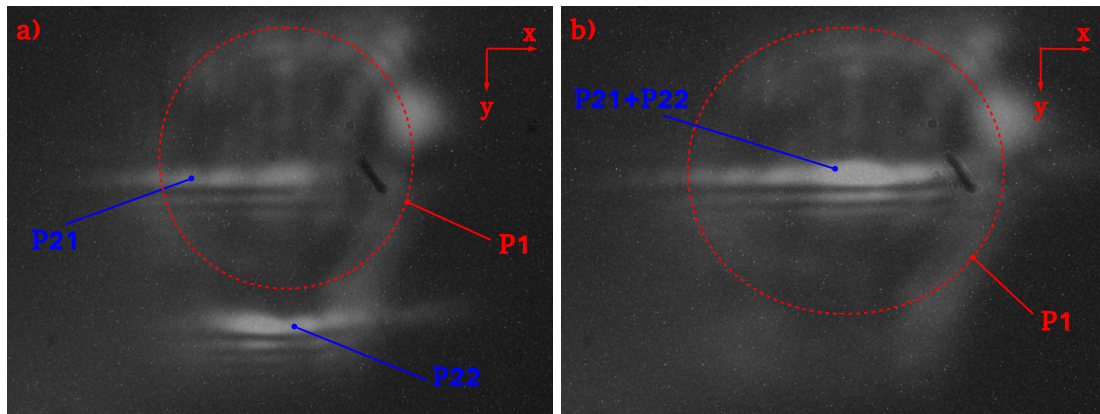


Figure 7.19: *Imagerie microscope des lignes focales P21 et P22 à basse énergie laser. Procédure d'alignement du réseau optique sur le même ligne.*

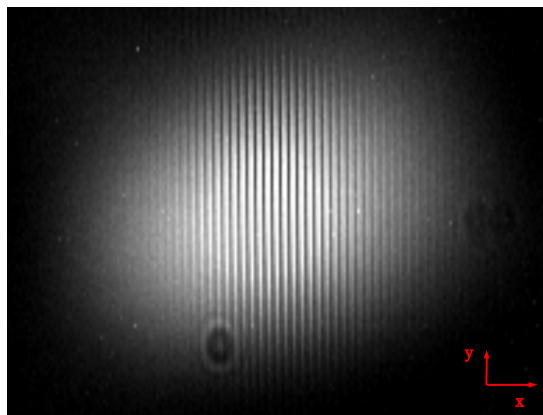


Figure 7.20: *Vue de face de l'interfrange du réseau optique.*

Nous venons de résumer les deux premières étapes de la campagne d'expériences LUCCEL-X : l'accélération et la caractérisation des paquets d'électrons puis la caractérisation du réseau optique intense. Pour alléger l'exposé, j'ai choisi de séparer les explications sur le protocole expérimental, des discussions visant à comparer résultats expérimentaux et résultats numériques, qui font l'objet du chapitre suivant. Nous passerons donc à la troisième étape de l'expérience LUCCEL-X qui est l'interaction du paquet d'électrons relativistes avec le réseau optique. Je montrerai dans ce chapitre les résultats obtenus expérimentalement où je me focaliserai sur la comparaison en champ lointain des distributions angulaires en propagation libre et à travers le réseau optique. Le retard des électrons par rapport aux impulsions laser sera aussi étudié. Dans un second temps je passerai à l'interprétation des résultats expérimentaux avec les simulations du code RELIC à 3 dimensions. Enfin je terminerai par les conclusions et les perspectives sur les futures expériences.

## Chapitre 8

# Résultats de la campagne d'expériences de dynamique électronique et simulations RELIC 3D

Dans ce chapitre je montrerai les résultats de la campagne d'expériences LUCCEL-X puis je passerai à l'interprétation des résultats avec le code RELIC 3D. Je terminerai ce chapitre avec les conclusions de la première campagne d'expériences et les futures perspectives.

### 8.1 Le code RELIC 3D

Le diagnostic principal de la première campagne d'expériences est la comparaison en champ lointain entre la propagation libre du paquet d'électrons et son interaction à travers le réseau optique. L'autre diagnostic était de mesurer la durée de synchronisation en faisant varier le retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique.

Le code RELIC a été développé pour modéliser cette expérience en tenant compte à la fois des différentes étapes de la propagation du paquet d'électrons comme illustré sur la figure 8.1 :

1. propagation libre depuis la sortie de l'accélérateur au réseau optique.
2. Propagation à travers le réseau optique.
3. Transport du paquet d'électrons depuis la sortie du réseau optique jusqu'au LANEX.

Nous appelons  $L_{lib}$  la distance entre la source d'électrons et le début de la ligne focale,  $L_f$  la longueur de la ligne focale, et  $D_L$  la distance entre la fin de la ligne focale et le détecteur LANEX.

Le potentiel pondéromoteur sur chacune des étapes de propagation du réseau optique

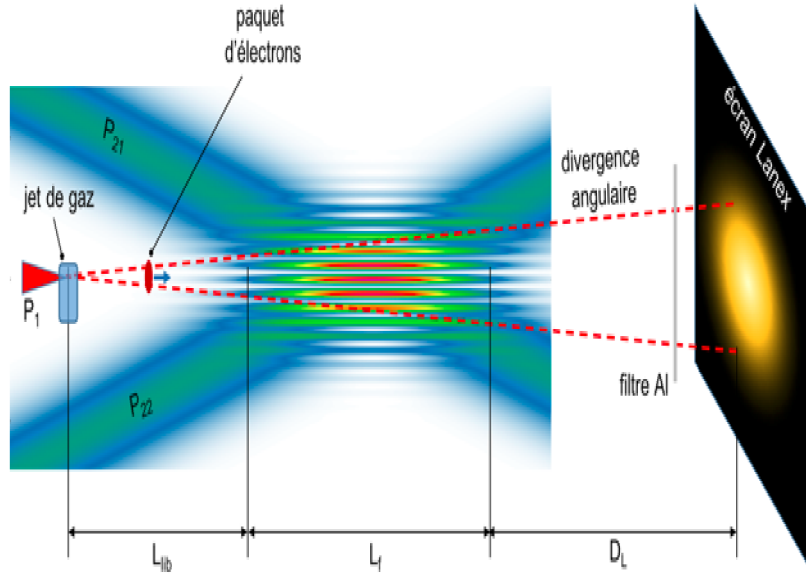


Figure 8.1: Schéma des différentes étapes de la propagation du paquet d'électrons. Le réseau optique de longueur  $L_f$  est placé sur une distance  $L_{lib}$  de quelques millimètres du jet du gaz.  $D_L$  est la distance entre le réseau optique et l'écran LANEX. Un film d'aluminium de  $50 \mu\text{m}$  est placé avant le LANEX afin de ne pas perturber la caméra CCD par les laser.

peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned}
 V_{pot}(z, x, y) &= 0 \quad \text{pour } z < L_{lib}, \\
 V_{pot}(z, x, y) &= \frac{m_e c^2 a_0^2}{2\gamma} (1 - \cos(2k_{\perp} x)) e^{-\left(\frac{x}{2S_x}\right)^2} \\
 &e^{-\left(\frac{y}{2S_y}\right)^2} e^{-\left[\left(\frac{z}{c\tau_l} \left(1 - \frac{1}{\cos\theta}\right)\right)^2 + \left(\frac{\Delta T}{\tau_l}\right)^2\right]} \quad \text{pour } L_{lib} < z \leq L_f, \\
 V_{pot}(z, x, y) &= 0 \quad \text{pour } z > L_f,
 \end{aligned}$$

avec  $\gamma$  le facteur de Lorentz,  $(x, y, z)$  les coordonnées respectivement horizontale, verticale et longitudinale de l'électron et  $m_e$  sa masse.  $a_0$  représente le potentiel vecteur normalisé,  $\tau_l$  la durée de l'impulsion laser,  $k_0$  le vecteur d'onde laser,  $S_x, S_y$  les tailles horizontale et verticale du réseau optique,  $\Delta T$  le retard entre les électrons et le réseau optique et  $\theta$  l'angle GRIP.

Numériquement les forces agissant sur les particules ainsi que les trajectoires et le facteur de Lorentz peuvent être calculés en résolvant le système d'équations suivant :

$$\partial_\tau \Psi_{\zeta,\chi,\xi} = -\partial_{\zeta,\chi,\xi} V_{pot} \quad (8.1)$$

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{1}{\gamma} \Psi_\zeta \quad (8.2)$$

$$\frac{d\chi}{d\tau} = \frac{2\sin(\theta)}{\gamma} \Psi_\chi \quad (8.3)$$

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{1}{\gamma} \Psi_\xi \quad (8.4)$$

$$\gamma = \sqrt{1 + \Psi_\zeta^2 + \Psi_\chi^2 + \Psi_\xi^2} \quad (8.5)$$

où  $\Psi_{\zeta,\chi,\xi}$  sont les impulsions normalisées à  $m_e c$ ,  $\zeta/z = k_0$ ,  $\chi/x = 2k_0 \sin \theta$  et  $\xi/y = k_0$ .  $\tau/t = \omega_0$  est le temps normalisé à la fréquence laser  $\omega_0$ . Les particules sont avancées au cours du temps via un schéma saute mouton.

## 8.2 Condition de piégeage dans un piège optique fini et dans une onde progressive

Le taux de piégeage des électrons nous renseigne sur le nombre de particules qui ont interagi avec le réseau optique. Nous avons vu dans le chapitre 5 que le taux de piégeage est proportionnel à l'éclairement laser et inversement à l'énergie cinétique et à la divergence du paquet d'électrons. D'autre part l'effet d'une injection latérale du paquet d'électrons dans le réseau optique fait apparaître des caustiques dans l'espace des phases transverses due au rebond des électrons sur l'onde stationnaire. Cependant les courbes du taux de piégeage des électrons (figures 5.6, 5.7, 5.13 du chapitre 5) sont calculées pour un réseau optique stationnaire, infini dans les deux directions latérales  $(x, y)$ . Nous avons aussi considéré que le paquet d'électrons est directement injecté dans l'onde stationnaire sans prendre en compte la distance entre la source d'électrons et le réseau optique, sur laquelle la taille transverse du paquet d'électrons augmente durant la propagation libre sous l'effet de la divergence naturelle du paquet.

Dans la pratique le piège optique est limité transversalement par la tache focale du laser, de ce fait une partie des électrons du paquet ne peut voir le piège optique. Ce piège optique est défini comme une enveloppe gaussienne dont les dimensions sont  $S_x$  et  $S_y$  (voir figure 8.2). En outre, à cause de la vitesse d'onde progressive, les électrons peuvent ou non interagir avec l'onde progressive du réseau optique selon leur retard. Les images sur la figure 8.3 illustrent les cas d'interactions du paquet d'électrons (trait rouge) avec l'onde progressive (traits noirs) sur différentes positions de la ligne focale (losange vert). Sur les images de la première ligne les électrons sont très en retard par rapport à l'onde progressive et n'interagissent pas avec le réseau optique. Si le retard entre les électrons et l'onde progressive n'est pas très grand, les électrons interagissent avec l'onde progressive,



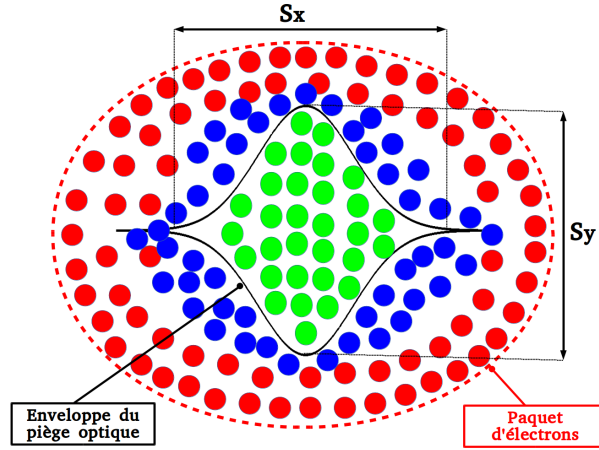


Figure 8.2: Schéma représentant les électrons piégés et non piégés. Les électrons représentés par les points rouges sont ceux qui n'ont pas vu le piège optique. Les électrons représentés par les points bleus sont ceux qui ont vu le piège optique mais leur énergie transverse est supérieure au maximum de l'énergie effective des puits de potentiel pondérateurs. Les électrons représentés par les points verts sont les électrons piégés.

comme illustré sur les images de la deuxième ligne, sur une distance :

$$L_{in} = \frac{c\tau_l}{v_{tw} - c} \cdot \sqrt{1 - \gamma^{-2}} \quad (8.6)$$

avec  $\tau_l$  la durée de l'impulsion laser,  $c$  la vitesse de la lumière  $v_{tw} = c/\cos\theta$  la vitesse d'onde progressive et  $\theta$  l'angle GRIP. Le facteur  $\sqrt{1 - \gamma^{-2}}$  où  $\gamma$  le facteur de Lorentz de l'électron tient compte du glissement des électrons dans l'onde progressive. Si les électrons sont très en avance par rapport à l'onde progressive, ils continueront leur chemin en ligne droite jusqu'au détecteur LANEX.

Nous proposons ici une amélioration de la condition du taux de piégeage pour tenir compte à la fois des conditions physique sur le piégeage (éclairage, énergie cinétique, divergence angulaire, vitesse d'onde progressive) et des conditions géométriques sur le piégeage (tailles latérales du piège optique et du paquet d'électrons à son arrivé à la zone d'interaction).

Cette condition [52] s'écrit pour un électron comme :

$$\frac{1}{2} \left( \frac{v_x}{c} \right)^2 + \frac{a_0^2}{\gamma} \sin^2(2k_{\perp}x) \cdot e^{-\left(\frac{x}{2S_x}\right)^2} e^{-\left(\frac{y}{2S_y}\right)^2} \cdot e^{-\left(\frac{T_e - T_o}{\tau_l}\right)^2} \cdot e^{-\left(\frac{\Delta T}{\tau_l}\right)^2} < \frac{a_0^2}{\gamma} \cdot e^{-\left(\frac{x}{2S_x}\right)^2} e^{-\left(\frac{y}{2S_y}\right)^2} \cdot e^{-\left(\frac{T_e - T_o}{\tau_l}\right)^2} \cdot e^{-\left(\frac{\Delta T}{\tau_l}\right)^2} \quad (8.7)$$

avec  $\gamma$  le facteur de Lorentz,  $v_x$  la vitesse transverse,  $(x, y)$  les coordonnées horizontale et verticale de l'électron,  $S_x, S_y$  les tailles horizontale et verticale du piège optique.  $T_e = \frac{L_f}{c\sqrt{1-\gamma^{-2}}}$  est le temps que met l'électron pour traverser la ligne focale  $L_f$  et  $T_o = L_f \cdot \cos\theta/c$  celui des photons.  $\Delta t$  représente le retard entre les électrons et le réseau optique.



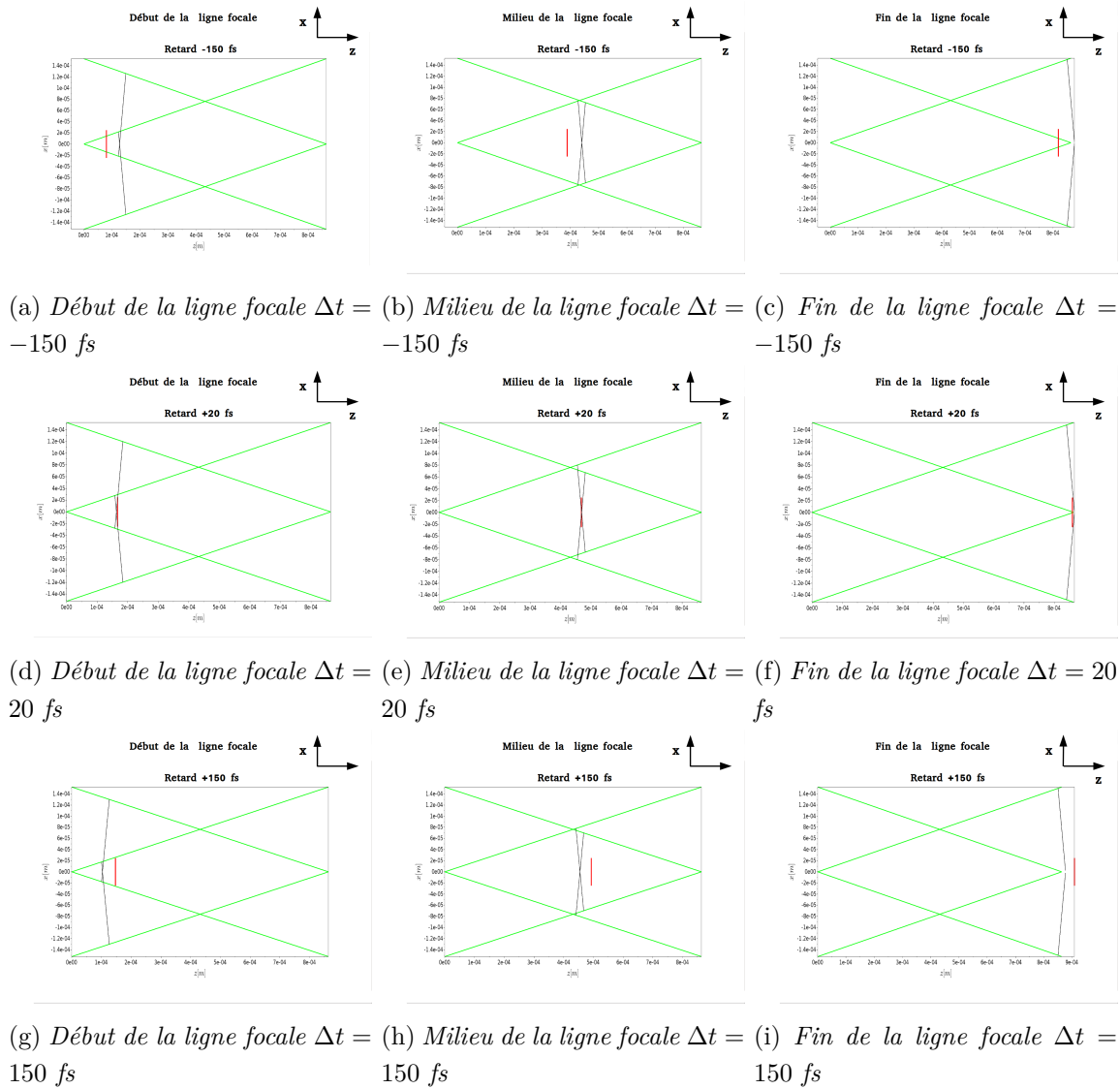


Figure 8.3: Interaction du paquet d'électrons d'un facteur de Lorentz  $\gamma = 140$  représenté par le trait rouge avec l'onde progressive du réseau optique représentée par les traits noirs le long de la ligne focale représentée par le losange vert, en fonction du retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique. Première ligne : cas où le paquet d'électrons très en retard par rapport à l'onde progressive. Deuxième ligne : cas où le paquet d'électrons rencontre l'onde progressive. Troisième ligne : cas où le paquet d'électrons est très en avance par rapport à l'onde progressive.

La figure 8.2 illustre un exemple de particules satisfaisant la condition de piégeage (8.7) représentées par les points verts. Ces électrons sont confinés à l'intérieur des puits de potentiels pondéromoteurs et guidés sur une distance  $L_{int}$ . Les points en couleur bleue représentent les électrons qui ont traversé le piège optique mais dont les énergies totales (cinétique + potentielle) sont supérieures au maximum de l'énergie potentielle des puits pondéromoteurs. Quant aux électrons qui n'ont pas croisé le piège optique sur leurs chemins, ils sont représentés par les points rouges.

### 8.2.1 Exemple de calcul du taux de piégeage des électrons en fonction de la distance source d'électrons réseau optique

Pour un simple exemple de calcul du taux de piégeage, nous prenons des paramètres physiques du paquet d'électrons proches de ceux obtenus pendant la campagne d'expériences en termes de divergence et d'énergie. Nous considérons pour le moment une distribution gaussienne d'électrons centrée à 70 MeV avec une dispersion en énergie de 10 % se déplaçant suivant l'axe  $z$  avec une divergence angulaire de 6 mrad FWHM dans les deux directions transverses à la direction des électrons injectés au centre du piège optique.

En ce qui concerne le réseau optique (RO) nous considérons les paramètres réels: un diamètre de faisceau de 50 mm, une énergie de 0,6 J et une durée de 35 fs à FWHM par impulsion. Ces deux impulsions font un angle GRIP de  $10^\circ$ , les amenant à être focalisées sur une ligne focale  $L_f = 1$  mm. Les dimensions transverses du piège optique sont  $(S_x, S_y) = (150, 14)\mu\text{m}$  de largeur. Avec ces paramètres l'éclairement laser est d'environ  $I = 4,90 \cdot 10^{17}$  W/cm<sup>2</sup> ce qui correspond à un potentiel vecteur normalisé  $a_0 \sim 0,475$ .

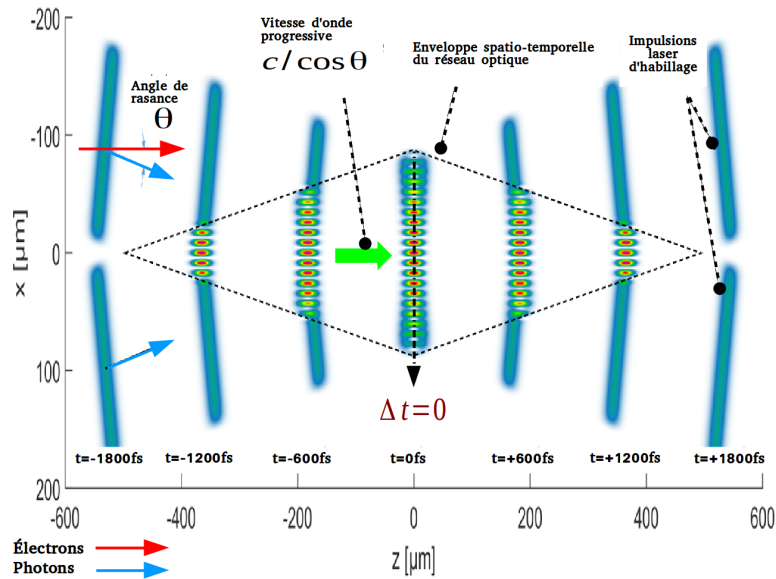


Figure 8.4: Principe du réseau optique en onde progressive : deux impulsions laser femtosecondes se croisent à faible incidence pour former des puits de potentiel pondéromoteur parallèles. Un paquet d'électrons relativistes est injecté de façon synchrone de sorte qu'il se copropage avec l'onde progressive. L'interfrange a été volontairement augmentée d'un facteur 4 par rapport à ce que l'on obtiendrait avec une longueur d'onde de 800nm pour faciliter la visualisation.

Pour un cas test de simulation, nous présentons dans la figure 8.5, le taux de piégeage des électrons en fonction de la distance jet de gaz et RO pour un retard entre le paquet d'électrons et le RO égal à  $\Delta = -60fs + L_{lib}/c$ . Dans RELIC le retard  $\Delta t = 0$  correspond à l'arrivée des électrons et des photons au milieu de la ligne focale comme illustré sur la figure 8.4.

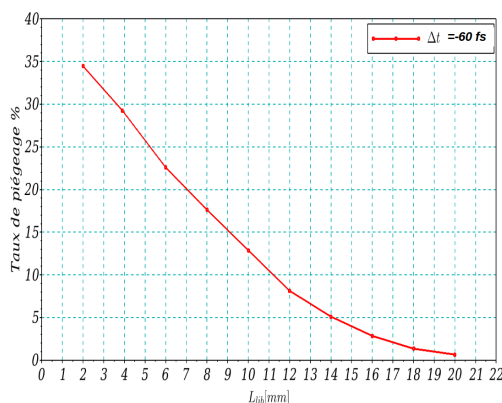


Figure 8.5: Taux de piégeage des électrons dans l'onde progressive pour un retard  $\Delta t = -60 + L_{lib}/cfs$  en fonction de la distance source d'électrons et réseau optique. Paramètres de simulations :  $\gamma = 140$ ,  $\delta\gamma/\gamma = 10\%$ ,  $\Sigma_x = 6$  mrad,  $\Sigma_y = 6$  mrad,  $a_0 = 0.47$ ,  $\tau_l = 35fs$ ,  $L_f = 1$  mm,  $(S_x, S_y) = (150, 14)\mu m$ ,  $\theta = 10^\circ$ .

Le taux de piégeage des électrons  $\eta_0$  est calculé numériquement par :

$$\eta_0 = \frac{n_t}{n_e} \quad (8.8)$$

avec  $n_e$  est le nombre de particules du paquet d'électrons injectés dans le réseau optique,  $n_t$  est le nombre de particules satisfaisant la condition de piégeage (8.7). À cause de la divergence du paquet d'électrons, sa taille transverse augmente durant la propagation libre, et comme la taille du piège optique est finie une partie des électrons du paquet ne peut voir le piège optique. La décroissance du taux de piégeage tracée sur la figure 8.5 peut être interprétée comme suit : pour de courtes distances  $L_{lib}$ , les électrons chauds (grande divergence angulaire) peuvent être piégés si leur énergie (cinétique transverse + potentielle) est inférieure au maximum de l'énergie potentielle des puits pondéromoteurs. Pour de grandes distances  $L_{lib}$ , seul les électrons froids (électrons de faible divergence angulaire) sont piégés.

### 8.3 Résultats de l'expérience

Nous présentons ici une partie des résultats expérimentaux obtenus pendant l'expérience avec le laser Salle Jaune du LOA. Les électrons sont produits par l'accélération laser dans un plasma, dont les spectres en énergies sont représentés sur la figure 7.7 (7.3.4). Le spectre en énergie des électrons est très large, allant de 70 à 140 MeV. Les impulsions laser ont une énergie de 0.6 Joules et une durée de 35 fs chacune.

Nous illustrons sur la figure 8.6 les distributions angulaires. La figure 8.6 a) montre le cas de la propagation libre du paquet d'électrons depuis la sortie du jet gaz jusqu'au LANEX. Les figures 8.6b à 8.6l présentent l'évolution des distributions angulaires en

fonction du retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique. Chaque figure est

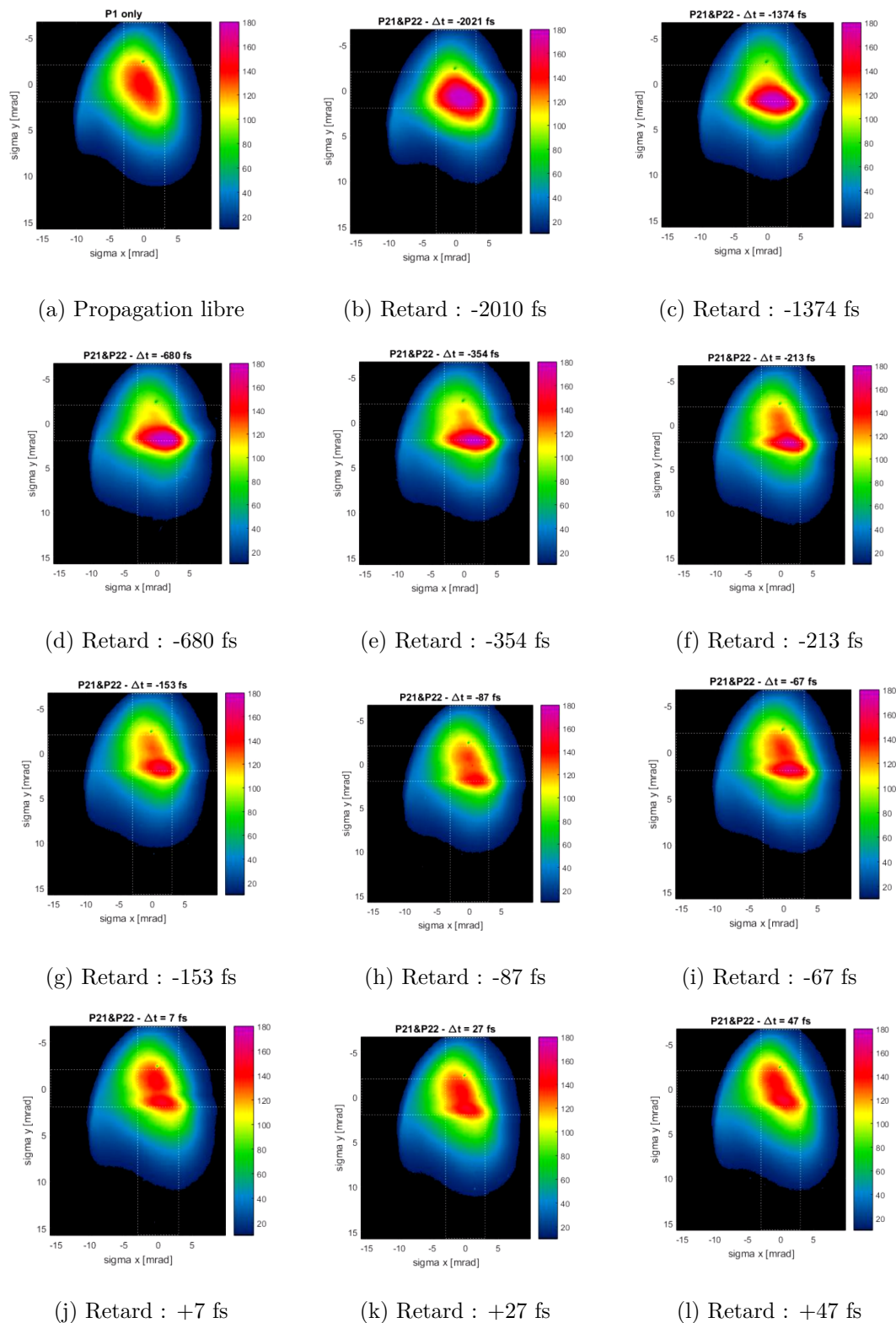


Figure 8.6: Résultats expérimentaux. Figure a : distribution angulaire du paquet d'électrons sans réseau optique. Figures b à l : distributions angulaires en fonction du retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique. Chaque figure est sélectionnée sur 10 tirs laser consécutifs dans les mêmes conditions expérimentales.

sélectionnée sur 10 tirs laser consécutifs dans les mêmes conditions expérimentales. Nous pouvons d'abord noter que la divergence angulaire du paquet d'électrons est environ 6 mrad à FWHM. Si nous regardons l'évolution des distributions électroniques en fonction du retard, on s'aperçoit que le paquet d'électrons subit une déformation globale pour les retards  $]-2100, -354[$  fs. Pour des retards entre  $[-354, 27]$ , une zone de déplétion très importante apparaît dans la direction vertical  $y$  sur toute la longueur horizontale du paquet d'électrons. Cette déplétion est visuellement moins spectaculaire que les déformations globales, mais apparaît sur de plusieurs séries de résultats. De plus cette zone de déplétion devient plus visible au fur et à mesure que le retard est faible, puis disparaît pour un retard supérieur à 50 fs (voir figure 8.6 I).

La largeur verticale de cette zone de déplétion est d'environ  $14 \mu\text{m}$ , ce qui correspond à la taille verticale de la ligne focale. Nous confirmons donc l'interaction du paquet d'électrons avec les deux impulsions P21 et P22.

Un premier dépouillement des résultats par une analyse fréquentielle des signaux

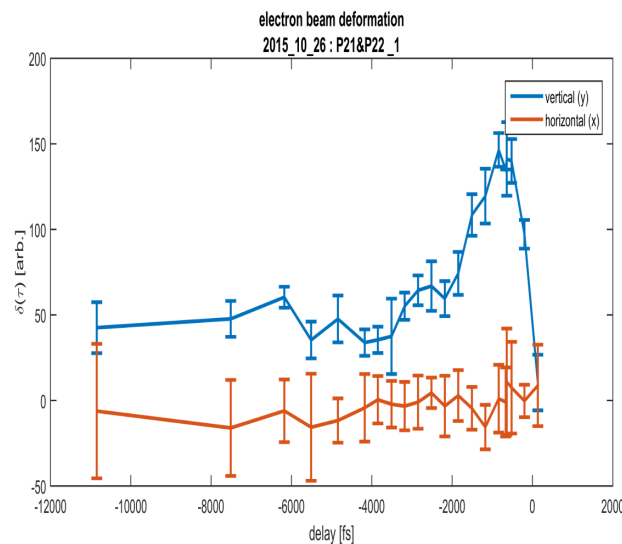


Figure 8.7: Déformation du paquet d'électrons en fonction du retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique. Méthode proposée et exploitée par Benjamin Barbrel.

(transformée de Fourier) a été effectuée par Benjamin Barbrel. Dans cette analyse nous définissons un paramètre  $\delta$  quantifiant les fréquences spatiales élevées dans une direction donnée dans chaque image.  $\delta$  est choisi de façon à ce qu'une propagation libre, donc une distribution non déformée, donne un paramètre  $\delta$  nul. Nous montrons sur la figure 8.7 la variation du signal vertical (couleur bleue) et horizontal (couleur rouge) en fonction du retard du paquet d'électrons et du réseau optique. Notons qu'ici un retard négatif, signifie que les électrons sont en retard par rapport au réseau optique.

Le signal équivalent la direction horizontale  $x$  est faible, on remarque néanmoins un faible élargissement transverse sur les distributions électronique pour des retards entre  $]-2100, -354[$  fs puis le paramètre  $\delta$  en  $x$  devient quasi-constant, tandis que le signal vertical  $y$  commence à augmenter à partir d'un retard de -2 ps jusqu'à sa valeur maximale autour des retards  $]-500, 0[$  fs puis chute brusquement à zéro. Le même comportement

est observé avec un seul faisceau laser P21 ou P22 où le signal a quasiment la même durée malgré quelques différences sur les distributions angulaires.

Pour cette première campagne d'expériences on ne peut parler de piégeage des électrons relativistes dans les puits de potentiel lumineux car la vitesse d'onde progressive est assez élevée ( $v_{tw} = 1.015$ ) pour un angle GRIP égal  $10^\circ$ . Les électrons n'auront pas le temps d'effectuer une oscillation transverse dans le puits de potentiel lumineux afin de définir une réelle séparatrice dans l'espace des phases  $(x, p_x)$  où  $p_x$  est l'impulsion transverse de l'électron. Par contre on utilise le critère du taux de piégeage pour mesurer le signal ou la modification induite par le réseau optique sur la distribution électronique.

Les déformations qui apparaissent expérimentalement existent jusqu'à des délais de quelques picosecondes, qui peuvent paraître étonnamment longs, en comparaison de la durée des impulsions laser et de celle attendue pour les paquets électroniques. Mais seule une comparaison expérience / théorie peut permettre de confirmer ou d'infirmer le caractère anormalement long de ces délais. Nous reproduisons donc l'expérience sur ordinateur avec deux faisceaux laser via le code RELIC en tenant compte de 10 mm de distance entre le jet de gaz et le réseau optique. Pour tenir compte de la grande dispersion en énergie, telle qu'observée expérimentalement en figure 7.7, nous considérons deux distributions d'électrons avec des énergies  $\gamma_1 = 140$  et  $\gamma_2 = 280$ , de divergence angulaire 6 mrad. Ces distributions sont injectées au centre du réseau optique dont le potentiel vecteur normalisé  $a_0 = 0.47$ . La durée des impulsions laser est de 35 fs, une ligne focale de 1 mm. La taille horizontale du piège optique est égale à  $S_x = 150 \mu\text{m}$ , quant à sa taille verticale  $S_y = 14 \mu\text{m}$ . L'angle GRIP  $\theta = 10^\circ$ , donne une vitesse d'onde progressive  $v_{tw} = 1.015c$ .

Nous illustrons sur les figures 8.8 les distributions angulaires projetées à 3 m du réseau optique sur le LANEX. Ces figures sont obtenues via le code RELIC. Un ruban dépeuplé de particules dont la largeur est égale à  $14 \mu\text{m}$ , apparaît au retard -200 fs à la position  $y = 0$ . Le signal s'intensifie et atteint une valeur maximale puis diminue brusquement pour des retards supérieurs à zéro. On peut expliquer l'apparition du ruban comme un effet pondéromoteur de l'enveloppe du piège optique. Avec les paramètres utilisés dans cette simulation, la taille transverse du paquet d'électrons à son arrivée au RO est d'environ  $40 \mu\text{m}$ , une taille 3 fois plus grande que la taille verticale du RO. Ceci veut dire qu'un tiers des électrons ne peuvent interagir avec le RO. Les électrons qui arrivent sur les bords de l'enveloppe du réseau optique sont expulsés soit vers le haut, soit vers le bas par la force pondéromotrice du laser. Quant aux électrons qui ont vu le piège optique, ils doivent avoir une énergie transverse inférieure à l'énergie effective du puits de potentiel pour être guidés sur une distance  $L_{int}$  donnée par l'équation (8.6).

La figure 8.9 illustre la variation du signal d'interaction du paquet d'électrons et le RO en fonction du retard entre les deux, pour des électrons d'énergie 140 MeV en couleur bleue, 70 MeV en rouge et la somme des deux distribution en noir. Les électrons de hautes énergie arrivent en premier et interagissent avec le réseau optique (courbe bleue). Les pics des distributions bleue et rouge sont décalées de 0.6 fs, ce qui correspond



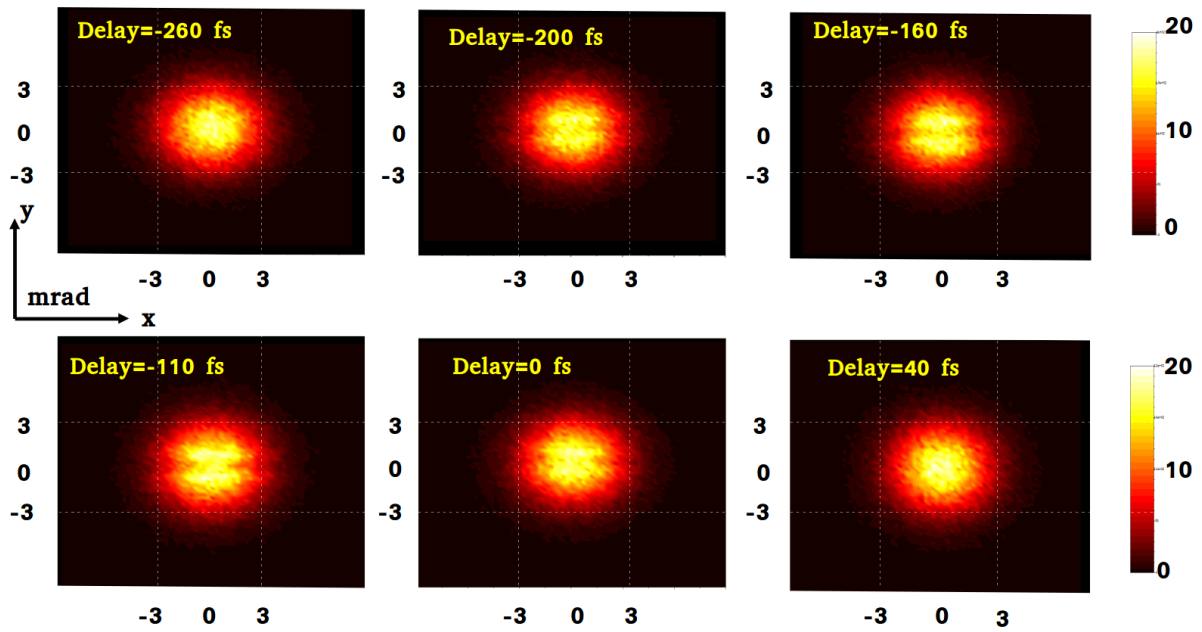


Figure 8.8: Distributions angulaires des électrons et leurs déformation en fonction de retard entre le paquet d'électrons et réseau optique. Paramètres de simulation :  $\gamma = 140$ , divergence angulaire 6 mrad, dispersion 20 %.  $a_0 = 0.47$ , durée d'impulsion 35 fs, ligne focale 1 mm, taille horizontale du piège optique  $S_x = 150 \mu\text{m}$ , taille verticale du piège optique  $S_y = 14 \mu\text{m}$ . Angle GRIP  $\theta = 10^\circ$ ,  $v_{tw} = 1.015c$ .

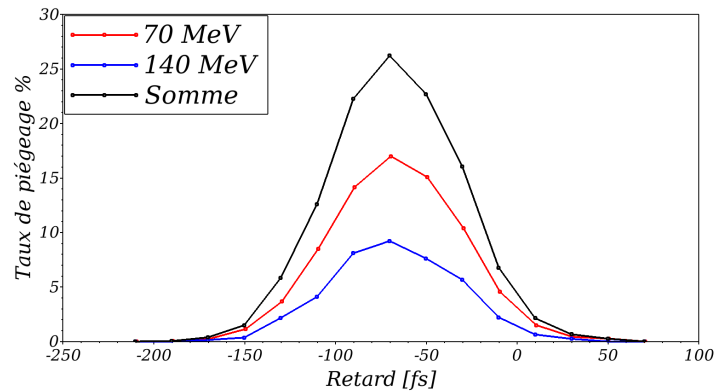


Figure 8.9: Signal attendu en fonction du retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique pour deux distributions électroniques de différentes énergie. Paramètres de simulation : courbe bleue  $\gamma = 140$ , courbe rouge  $\gamma = 280$  et courbe noire somme de la courbe bleue et rouge. Divergence angulaire 6 mrad, dispersion 20 %.  $a_0 = 0.47$ , durée d'impulsion 35 fs, ligne focale 1 mm, taille horizontale du piège optique  $S_x = 150 \mu\text{m}$ , taille verticale du piège optique  $S_y = 14 \mu\text{m}$ . Angle GRIP  $\theta = 10^\circ$ ,  $v_{tw} = 1.015c$ .

exactement à la différence en temps de vol des électrons de 140 MeV et 70 MeV sur 10 mm de propagation libre avant leur arrivée au réseau optique. On peut voir aussi

que le sommet de la courbe rouge est élevé d'un facteur presque égal à 2 par rapport au sommet de la courbe bleue; ce qui correspond au rapport des facteurs de Lorentz  $\gamma_2/\gamma_1 = 2$ . La courbe noire est obtenue en additionnant les signaux d'interactions de la courbe bleue et rouge. Elle a une allure asymétrique par rapport au retard nul. En effet le signal est faible quand le retard est positif, une situation où les électrons sont en avance par rapport aux impulsions laser P21 et P22. Ces impulsions vont rattraper uniquement la partie arrière du paquet d'électrons et quand les électrons sont très en avance par rapport aux impulsions laser (retard supérieur à 50 fs) le signal devient nul. Ceci explique l'atténuation du signal dans de la courbe expérimentale pour des retards positifs (figure 8.7), puis la non déformation du paquet d'électrons au delà d'un retard supérieur à 47 fs (voir figure 8.6 I).

Notons que les modifications sur les distributions des électrons ne sont observées numériquement que si le signal est supérieur à 3%. Pour que le paquet d'électrons croise le réseau optique, il faut que le retard entre les deux ne soit pas inférieur à -200 fs, sinon les électrons seront très en retard par rapport aux impulsions laser. Ou bien que le retard ne soit pas très supérieur à zéro afin que les impulsions laser puissent rattraper le paquet d'électrons.

En comparant les simulations numériques et les résultats de l'expérience on apparçoit qu'il y a un problème. Les simulations ne prédisent pas de signal à -2ps, ni même au delà d'une picoseconde. Le comportement pour des délais positifs est par contre bien reproduit. Mais il est indispensable d'essayer de comprendre l'origine des signaux pour des délais de moins quelques ps. Deux hypothèses possibles pour expliquer le signal à des grand retards négatifs très sont mises en avant.

## 8.4 Hypothèse des paquets d'électrons de basse énergie

Une première hypothèse pour expliquer le signal à de grands retards négatif entre le paquet d'électrons et le RO, ainsi que l'asymétrie de la courbe expérimentale postule que les paquets d'électrons comprennent des populations de basse et de haute énergie, auquel cas le signal vu à des grands retards négatifs correspond au retard entre les électrons de basse énergie et les électrons de hautes énergie durant les 10 mm de temps de vol avant l'interaction avec le réseau optique. En effet des résultats expérimentaux comparés à des simulations PIC de l'accélération d'électrons dans les plasmas [84, 85] ont montré que la distribution des électrons à faible énergie est maxwellienne avec des pics de densité au alentours de 20 et 30 MeV et une densité de l'ordre de  $10^{18}$  p/cm<sup>3</sup>.

Si nous considérons une autre distribution d'électrons centrée à 20 MeV avec une divergence angulaire de 6 mrad et une dispersion de 20 %, le retard cumulé par rapport aux électrons d'énergie 140 MeV sur 10 mm est de 10.22 fs. Le signal augmente en intensité avec des électrons de 20 MeV mais sa durée reste égal à 200 fs tel représenté sur la figure 8.10. Ceci reste cohérent avec l'intensification du signal expérimental montré sur les figures 8.6 (f) à 8.6 (I) pour les retards entre ] - 213, +7[ fs (apparition de la bande de déplétion).



Cette hypothèse commence à nous rapprocher un peu plus de l'observation expérimentale.

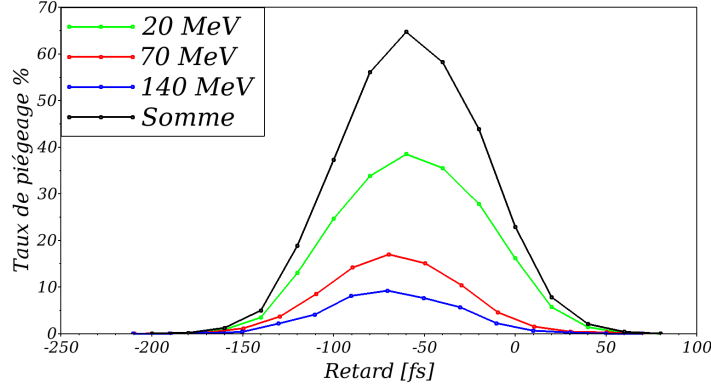


Figure 8.10: Signal attendu en fonction du retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique pour trois distributions électroniques de différentes énergie. Paramètres de simulation : courbe verte  $\gamma = 40$ , courbe bleue  $\gamma = 140$ , courbe rouge  $\gamma = 280$  et courbe noire somme de la courbe bleue et rouge. Divergence angulaire 6 mrad, dispersion 20 %.  $a_0 = 0.47$ , durée d'impulsion 35 fs, ligne focale 1 mm, taille horizontale du piège optique  $S_x = 150 \mu\text{m}$ , taille verticale du piège optique  $S_y = 14 \mu\text{m}$ . Angle GRIP  $\theta = 10^\circ$ ,  $v_{tw} = 1.015c$ .

tale, par contre elle n'explique pas le signal à -2ps et la déformation globale du paquet d'électrons pour des retards très négatifs. Les calculs montrent que pour qu'il ait un signal à -2ps, il faut une différence d'énergie de 138.5 MeV entre les électrons les plus énergétiques (à un niveau de 140 MeV) et les moins énergétiques.

Rappelons que le spectromètre utilisé pendant l'expérience mesure des énergies entre 60 et 350 MeV, et qu'il n'y a pas de mesure d'énergie du paquet d'électrons au moment où on projette les particules sur le LANEX. Si on considère que les électrons les plus énergétiques sont à 140 MeV ( $\gamma = 280$ ), alors les électrons de basse énergie doivent avoir 1.5 MeV pour faire un retard de 2 ps sur 10 mm de propagation libre. Or des électrons de 1.5 MeV ont une divergence angulaire supérieure à celle du LANEX placé à 3 m du réseau optique. De ce fait ces électrons ne pourront atteindre le détecteur. En outre la densité des électrons de basse énergie doit être élevée pour observer un signal. D'un autre côté nous avons vu qu'un paquet d'électrons de très basse énergie explose au bout de quelques dizaines de centimètres de propagation à cause de la force électrostatique.

Nous proposons donc une autre hypothèse pour essayer d'expliquer les déformations des distributions électroniques à des retards très négatifs.

## 8.5 Hypothèse de l'interaction avec un piédestal ou avec des pré-impulsions laser

La forme temporelle d'une impulsion laser courte peut être connue par différentes techniques non linéaires d'auto-corrélation. Nous avons caractérisé la forme de l'impulsion laser à l'aide de la méthode SPIDER qui permet de déterminer la phase spectrale d'une

impulsion laser de forme temporelle arbitraire. Nous illustrons l'éclairement temporel de l'impulsion laser sur la figure 8.11. Notre impulsion est constituée d'un premier piédestal

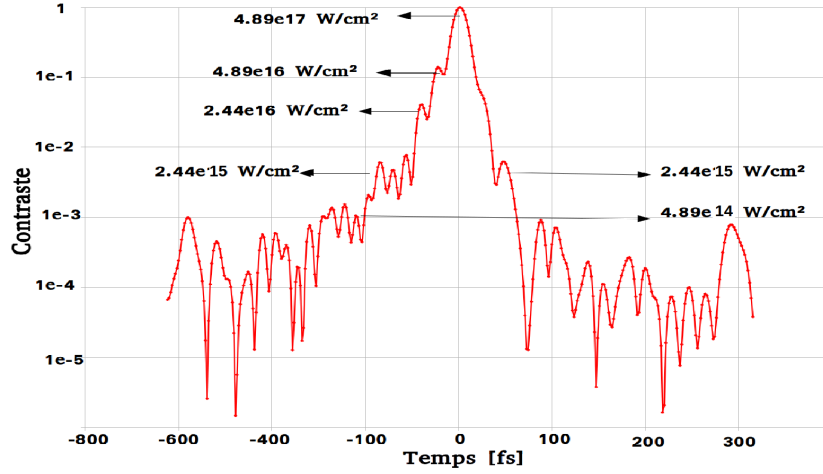


Figure 8.11: Profil temporel de l'impulsion laser de la salle Jaune du LOA obtenu par la méthode SPIDER. L'impulsion laser principale a une largeur égale à 35 fs à FWHM et elle est centrée au temps zéro. Mesure SPIDER faite par J-P Goddet.

allant de -600 fs jusqu'à presque -30 fs qui arrive avant l'impulsion principale au plan focal. Ensuite vient l'impulsion principale centrée en 0 et de durée 35 fs FWHM, puis un second piédestal moins intense que le premier entre 50 et 300 fs et qui arrive après l'impulsion principale au plan focal.

Le piédestal ou les pré-impulsions laser peuvent avoir différentes origines : émission spontanée amplifiée, lumière diffusée amplifiée, réflexions parasites, coupures spectrales, défauts dans l'étirement compression. Une étude numérique menée par J. Bromage *et al* [193], montre que le piédestal a une structure spatio-temporelle plus complexe que ce que les physiciens s'attendent généralement. La largeur de la tache focale du piédestal dans un plan focal  $(x, y)$  n'est pas de l'ordre du waist du laser, mais plutôt de  $l_c$  où ce dernier paramètre représente la longueur de corrélation des modulations de phase dans l'élément dispersif.

Pour des raisons de simplicité, nous avons inclus dans RELIC l'effet du piédestal en ajoutant un autre potentiel

$$U_{pot}(z, x, y) = V_{pot}(z, x, y) + \frac{m_e c^2 a_p^2}{2\gamma} (1 - \cos(2k_{\perp}x)) e^{-\left(\frac{x}{2L_x}\right)^2} e^{-\left(\frac{y}{2L_y}\right)^2} e^{-\left[\left(\frac{z}{c\tau_P} \left(1 - \frac{1}{\cos\theta}\right)\right)^2 + \left(\frac{\Delta T + T_2}{\tau_P}\right)^2\right]}$$

où  $V_{pot}(z, x, y)$  est l'expression du potentiel de l'impulsion principale donné par l'équation (8.1).  $a_p$  est le potentiel vecteur normalisé du piédestal,  $(L_x, L_y)$  les tailles de la tache focale propre au piédestal.  $T_2$  est un temps additif nul si le piédestal et l'impulsion principale arrivent au même moment à la ligne focale.

Dans un premier cas de simulation nous considérons que l'impulsion principale et le piédestal arrivent au même instant sur la ligne focale. Sur la figure 8.12 nous présentons la variation du signal en fonction du retard entre le paquet d'électrons et le RO constitué cette fois-ci de l'impulsion principale et du piédestal, pour trois distributions d'énergie différentes : 140 MeV en bleue, 70 MeV en rouge, 20 MeV en vert et la somme de tous les signaux en noir. Dans cette simulation nous avons gardé les mêmes paramètres de simulation que dans la figure 8.10 pour l'impulsion principale. Pour le piédestal nous considérons qu'il a une durée de 100 fs et un éclairement de  $3.4 \cdot 10^{15}$  W/cm<sup>2</sup>. Nous considérons que les dimensions de la tache lumineuse propre au piédestal comme  $(L_x, L_y) = (150, 50)$  μm.

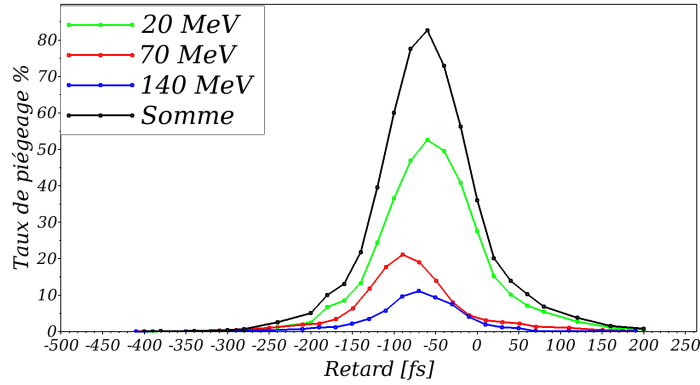


Figure 8.12: Signal attendu en fonction du retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique pour trois distributions électroniques de différentes énergies. Paramètres de simulation : courbe verte  $\gamma = 40$ , courbe bleue  $\gamma = 140$ , courbe rouge  $\gamma = 280$  et courbe noire somme de la courbe bleue et rouge. Divergence angulaire 6 mrad, dispersion 20 %.  $a_0 = 0.47$ ,  $a_p = 0.03$ , durée d'impulsion 35 fs, durée piédestal 100 fs, ligne focale 1 mm. Taille horizontale du piège optique  $S_x = 150$  μm, taille verticale du piège optique  $S_y = 14$  μm. Taille horizontale du piège optique lié au piédestal  $L_x = 150$  μm, taille verticale du piège optique lié au piédestal  $L_y = 50$  μm. Arrivée du piédestal avant l'impulsion principale  $T_2 = 0$ . Angle GRIP  $\theta = 10^\circ$ ,  $v_{tw} = 1.015c$ .

Si nous comparons les figures 8.10 et 8.12, on voit que le piédestal affecte beaucoup plus les électrons de 20 MeV tandis que les électrons les plus énergétiques restent moins sensibles au piédestal. Le signal total représenté par la courbe noire dans la figure 8.12 augmente d'environ 10 % et dure 100 fs de plus comparé à la courbe noire de la figure 8.10. Or l'arrivée du piédestal et de l'impulsion principale au même instant fait augmenter le signal pour des retards positifs entre le paquet d'électrons et le réseau optique, ce qui est contraire à la courbe expérimentale (figure 8.7).

On refait la même simulation, mais cette fois-ci on suppose que le piédestal arrive 100 fs avant l'impulsion principale. Nous présentons les résultats de la simulation dans la figure 8.13. Comme on peut le voir sur la figure 8.13, le signal commence à augmenter à partir d'un retard de -300 fs avec des électrons de 20 MeV (courbe verte), à -200 fs pour des électrons de 70 MeV (courbe rouge) et puis à -130 fs pour des électrons de 140 MeV (courbe bleue). Les trois courbes bleue, rouge et verte représentent des valeurs

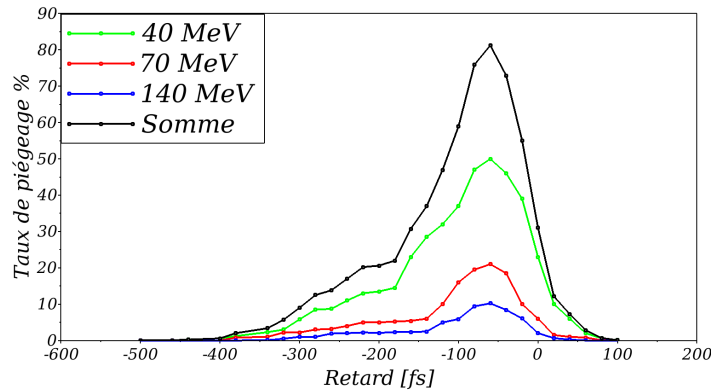


Figure 8.13: Signal attendu en fonction du retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique pour trois distributions électroniques de différentes énergies. Mêmes paramètres de simulations que dans la figure 8.12 à l'exception du temps d'arrivée du piédestal  $T_2 = 100$  fs.

considérables du signal pour les retards entre  $] - 150, 40[$  fs. Cet intervalle correspond au temps de rencontre du paquet d'électrons avec l'impulsion principale.

La courbe noire qui représente la somme de tous les signaux peut être interprétée comme suit. Pour des retards inférieurs à -400 fs les électrons sont très en retard et ne peuvent interagir ni avec le piédestal, ni avec l'impulsion principale. Pour des retards entre  $] - 400, -150[$  fs, la courbe noire croît lentement, le paquet d'électrons interagit avec le piédestal. Pour des retards entre  $] - 150, 0[$ , le signal est élevé, la courbe noire a une forme gaussienne et le paquet d'électrons interagit avec l'impulsion principale. Pour des retards entre  $] 0, 50[$  le signal devient faible car les impulsions laser rattrapent uniquement la partie arrière du paquet d'électrons et pour des retards supérieurs à 50 fs, les électrons sont très en avance et ils ne peuvent interagir avec le réseau optique.

La courbe noire de la figure 8.13 a quasiment la même allure que la courbe obtenue expérimentalement (figure 8.7). Ceci nous laisse croire que le signal mesuré expérimentalement à de grands retards négatifs et causé d'une part par la dispersion en énergie des électrons et d'autre part par le retard temporel entre l'impulsion principale et le piédestal, ainsi que le volume focal de ce dernier. On refait la simulation en gardant les mêmes paramètres pour les distributions électroniques et l'impulsion principale; mais on change les paramètres du piédestal. Nous considérons que celui-ci a une durée de 600 fs, un éclairement de  $1.4 \cdot 10^{14}$  W/cm<sup>2</sup>, des dimensions de la tache optique  $(L_x, L_y) = (150, 150)$  μm et nous supposons qu'il arrive 600 fs avant l'impulsion principale. La courbe noire de la figure 8.14 qui est la somme de tous les signaux commence à partir de -2 ps, atteint une valeur de 5% du signal au retard -1 ps, puis reste quasi stationnaire jusqu'à -200 fs où le signal augmente brusquement à partir de -200 fs et diminue ensuite pour des retards positifs. Cette courbe montre réellement l'effet de l'interaction du piédestal avec un paquet d'électrons relativiste.

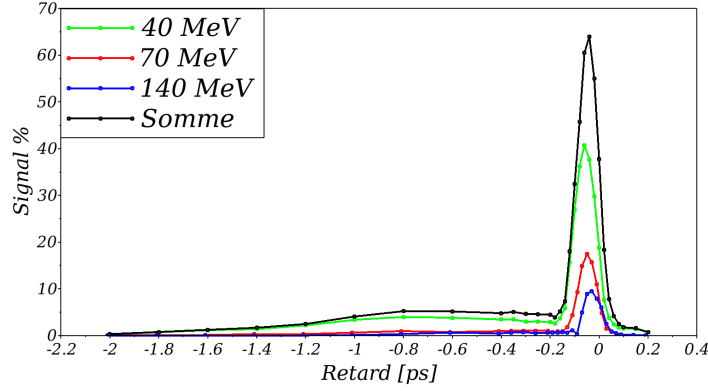


Figure 8.14: Signal attendu en fonction du retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique pour trois distributions électroniques de différentes énergies. Paramètres de simulation : courbe verte  $\gamma = 40$ , courbe bleue  $\gamma = 140$ , courbe rouge  $\gamma = 280$  et courbe noire somme de la courbe bleue et rouge. Divergence angulaire 6 mrad, dispersion 20 %.  $a_0 = 0.47$ ,  $a_p = 0.03$ , durée d'impulsion 35 fs, durée piédestal 600 fs, ligne focale 1 mm. Taille horizontale du piège optique  $S_x = 150 \mu\text{m}$ , taille verticale du piège optique  $S_y = 14 \mu\text{m}$ . Taille horizontale du piège piédestal  $L_x = 150 \mu\text{m}$ , taille verticale du piège piédestal  $L_y = 50 \mu\text{m}$ . Arrivée du piédestal avant l'impulsion principale  $T_2 = 600 \text{ fs}$ . Angle GRIP  $\theta = 10^\circ$ ,  $v_{tw} = 1.015c$ .

Le piédestal représente généralement une lumière incohérente, son interférence avec un autre piédestal peut engendrer des puits de potentiel pondéromoteurs non réguliers (éclairage, largeur des puits lumineux ...etc). Son intensité peut être diminuée par l'utilisation de miroirs plasmas ou en utilisant des filtres spatiaux dans la chaîne laser.

Cette hypothèse permet de se rapprocher beaucoup plus des résultats obtenus expérimentalement notamment sur la durée et la forme de la courbe bleue du signal expérimental représenté sur la figure 8.7. De plus en fonction des dimensions transverses du piège optique propre au piédestal et de son intensité, il peut engendrer des déformations globales du paquet d'électrons. Si nous comparons les distributions angulaires illustrées sur les images 8.6 b, c, d, e; avec le cas de la propagation libre (image 8.6 a), nous observons l'apparition d'une tache de surdensité électronique au centre du paquet d'électrons pour le cas où ce dernier se propage à travers le réseau optique. Ce surplus d'électrons au centre est alors interprété comme un effet de déviation des électrons relativistes avec le piédestal. La surdensité au centre du paquet d'électrons disparaît au moment où l'impulsion principale arrive pour interagir avec le paquet d'électrons. L'effet pondéromoteur du laser dans ce cas est dominant vu le fort éclairage mais aussi à cause de la taille verticale du piège optique qui est inférieure à la taille transverse du paquet d'électrons.

Nous développons actuellement une méthode de dépouillement locale afin d'estimer la fraction d'électrons à l'intérieur du ruban de déplétion. Cette méthode est un peu

complexe mais nous permettra de s'affranchir des fluctuations d'amplitude et de pointé de la distribution électronique tir à tir ; elle permettra également de quantifier les particules piégées pour les futures expériences.

## 8.6 Effet de la stabilité de pointé

Les nombreuses distributions angulaires mesurées dans l'expérience présentent à plusieurs reprises des formes caractéristiques de jets, en particulier quand le paquet d'électrons et le RO étaient mal centrés – une configuration très courante, en raison d'une forte instabilité du pointé des électrons. Les distributions électroniques illustrées dans la figure 8.6 ont été choisies pour le cas d'une injection quasi-centrale du paquet d'électrons dans le réseau optique. Le pointé du paquet d'électrons fluctue d'un tir laser à un autre dans les mêmes conditions expérimentales. Le paquet d'électrons cependant peut passer dans différentes directions soit à droite ou à gauche; ou plus vers le haut ou vers le bas du réseau optique.

Nous montrons dans la figure 8.15a), à gauche, le cas d'une distribution angulaire d'un paquet d'électrons qui passe en haut de la zone d'intérêt (réseau optique) représentée par les deux lignes en pointillée. La figure 8.15a), à droite représente une simulation RELIC, pour un cas où on injecte volontairement le paquet d'électrons dans le RO avec un angle vers le haut  $\alpha_y = 0.3^\circ$  et centré horizontalement  $\alpha_x = 0^\circ$ . Le cas d'une injection centrale correspond aux angles d'injection  $(\alpha_x, \alpha_y) = (0, 0)$ . Dans cette simulation on a considéré un paquet d'électrons d'énergie 70 MeV, de divergence angulaire égale à 6 mrad. Le paquet d'électrons interagit avec un RO dont le potentiel vecteur normalisé est  $a_0 = 0.47$ , un angle GRIP  $\theta = 10^\circ$  et un retard entre le paquet d'électrons et le réseau optique  $\Delta t = -60\text{fs}$ .

La figure 8.15b), montre le cas d'un paquet d'électrons injecté vers le bas et à gauche d'un angle  $\alpha_x = 0.2^\circ$ . L'apparition du jet d'électrons à gauche de cette figure est interprété comme une population d'électrons qui ont interagi avec le réseau optique. Le cas opposé à la figure 8.15b) est illustré dans la figure 8.15c), où la distribution angulaire est injectée cette fois vers le haut avec un angle  $\alpha_y = 0.3^\circ$  et à droite avec un angle  $\alpha_x = 0.2^\circ$ .

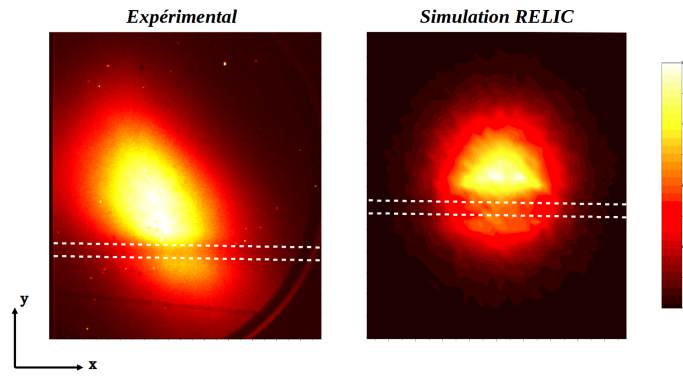
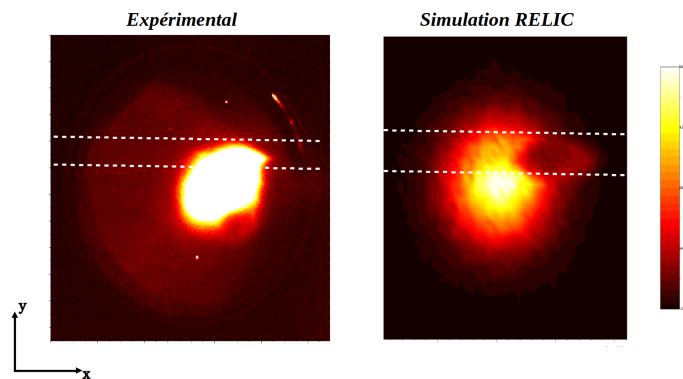
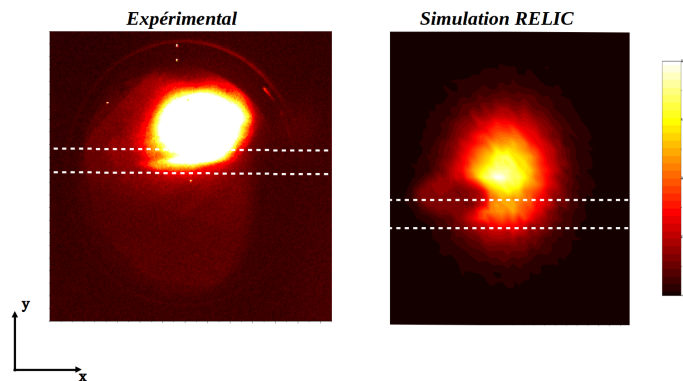
(a) Injection vers le haut  $(\alpha_x, \alpha_y) = (0, 0.3^\circ)$ .(b) Injection vers le bas à droite  $(\alpha_x, \alpha_y) = (0.2^\circ, 0.3^\circ)$ .(c) Injection vers le haut à gauche  $(\alpha_x, \alpha_y) = (0.2^\circ, 0.3^\circ)$ .

Figure 8.15: Cas d'injections latérales du paquet d'électrons sur le réseau optique. Distributions angulaires : les résultats expérimentaux sont les figures de gauche et les simulations RELIC sont les figures de droite. Paramètres de simulation :  $\gamma = 140$ , divergence angulaire 6 mrad, dispersion 20 %.  $a_0 = 0.47$ , durée d'impulsion 35 fs, ligne focale 1 mm, taille horizontale du piège optique  $S_x = 150 \mu\text{m}$ , taille verticale du piège optique  $S_y = 14 \mu\text{m}$ . Angle GRIP  $\theta = 10^\circ$ ,  $v_{tw} = 1.015c$ , retard -67 fs.

## 8.7 Premières conclusions sur l'expérience de dynamique électronique dans un réseau optique intense

Nous venons de montrer certains résultats de la première expérience LUCCEL-X sur l'interaction d'un paquet d'électrons relativistes issu de l'accélération par sillage laser dans les plasmas. Cette première expérience nous a permis de réaliser un réseau optique intense, de le synchroniser avec un paquet d'électrons relativiste et de voir son action sur les distributions angulaires des électrons.

Des déformations importantes sont observées, jusqu'à des retards pouvant atteindre quelques picosecondes. Des déformations moins spectaculaires, restreintes à un ruban ayant la taille du réseau optique, sont également visibles pour des délais plus proche de 0. À ce stade deux hypothèses sont mises en avant pour expliquer le signal à de grands retard négatifs : l'hypothèse de l'interaction des électrons de faibles énergies avec le réseau optique; et l'hypothèse de l'interaction du paquet d'électrons relativistes avec le piédestal laser. Ces deux hypothèse peuvent être vérifiées lors des futures expériences LUCCEL-X. Les futures expériences seront permettront d'améliorer cette première expérience afin de réussir à piéger des électrons relativistes dans les puits de potentiels pondéromoteurs et puis à obtenir un laser à rayons X. Les améliorations pourront porter sur la qualité des paquets d'électrons issus de l'accélération laser-plasma ; sur le réseau optique via un contrôle fin de la vitesse de groupe le long de l'axe; sur la géométrie d'interaction proprement dite.

Les résultats de cette première expérience montrent qu'il est indispensable d'avoir des paquet d'électrons mono-cinétiques à faible dispersion, divergence angulaire et de pointé. La dispersion en énergie est l'un des paramètres importants pour le gain et l'amplification des lasers à électrons libres. Nous avons vu aussi que la fraction des électrons qui ont interagi avec les impulsions laser dépend fortement de la divergence angulaire et aussi de la stabilité de pointé. La dispersion en énergie peut être réduite par un schéma d'injection optique ou une injection dans un gradient de densité, quant à la divergence angulaire du paquet d'électrons elle pourrait être réduite par une lentille plasma.

En ce qui concerne le réseau optique, l'imagerie du volume focal à haut éclairement laser s'avère maintenant indispensable pour les futures expériences afin d'avoir une réelle carte de l'éclairement laser, piédestal compris. Le piédestal du laser peut être atténué par l'utilisation de miroirs plasmas ou en mettant des filtres spatiaux dans la chaîne laser. Augmenter la taille verticale du piège optique pour éviter l'effet pondéromoteur qui expulse les électrons (ruban de déplétion). Réduire la vitesse d'onde progressive afin que le paquet d'électrons puisse interagir sur de longues distances d'interaction et observer un effet de piégeage. L'effet de piégeage des électrons dans les puits de potentiel pondéromoteur pourra être vérifié expérimentalement par l'émission bêtatron ou bien par l'apparition de modulations dans la distribution électronique en champ lointain dans la direction horizontale.

Dans le cadre d'une future expérience de piégeage d'électrons, nous illustrons sur la figure suivante un cas d'interaction d'un paquet d'électrons de 70 MeV avec une dispersion en énergie inférieure à 10%, une divergence de 3 mrad, avec un réseau optique de  $10^{17}$



$W/cm^2$  et de dimension transverse  $(S_x, S_y) = (50, 50)\mu m$ . La ligne focale est de 3 mm et la vitesse d'onde progressive est  $v_{tw} = 1.0015c$ . Notons que dans cette simulation la distance source d'électrons et le réseau optique est de 4 mm. Le rond rouge au centre de

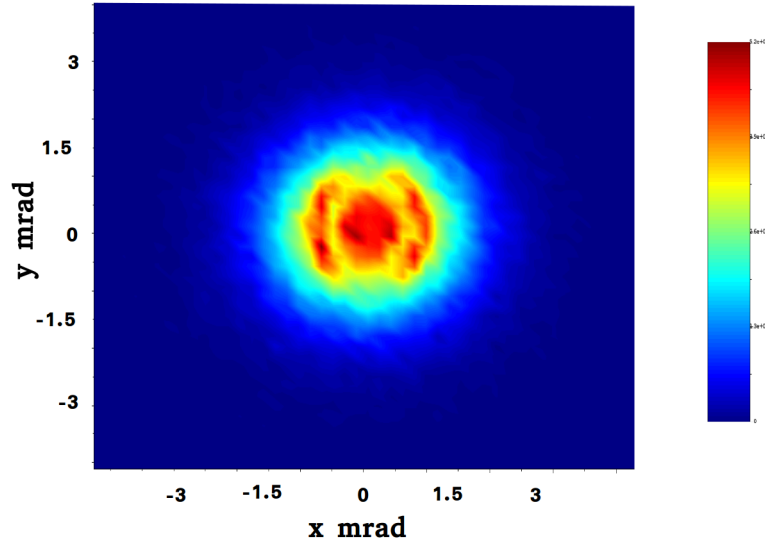


Figure 8.16: *Distribution angulaire en champ lointain. Paramètres de simulations :  $\gamma = 140$ , divergence angulaire 3 mrad, dispersion 10 %.  $a_0 = 0.47$ , durée d'impulsion 35 fs, ligne focale 3 mm. Taille horizontale du piège optique  $S_x = 50 \mu m$ , taille verticale du piège optique  $S_y = 50 \mu m$ . vitesse d'onde progressive  $v_{tw} = 1.0015c$ , angle GRIP  $\theta = 10^\circ$ ,  $v_{tw} = 1.015c$ .*

la distribution électronique correspond aux électrons piégés. Ils sont guidés dans les puits de potentiel sur 6 périodes d'oscillation spatiales bêatron. Les parties en forme de croissant à droite et à gauche sont les électrons qui arrivent sur l'enveloppe du piège optique. Ils sont expulsés par la force pondéromotrice du réseau optique. Quant aux électrons représentés en gradient de couleur bleue ce sont les électrons qui n'ont pas interagi avec le réseau optique. Il est important de noter que le taux de piégeage des électrons dans cette simulation est de 40 % des particules du paquet d'électrons. Considérons maintenant que la population totale des électrons piégés est de  $10^8$  particules, ces électrons émettront un rayonnement incohérent bêatron avec une brillance de  $10^8 s \cdot mrad^2 \cdot mm^2 \cdot 0.1\%bw$ . Les développements futurs de l'accélération laser-plasma envisagent de produire des paquets d'électrons mono-cinétiques avec une dispersion autour de 1%. Les processus Raman FEL peuvent être déclenchés et donner une lumière cohérente avec des pics de brillance de  $10^{16} s \cdot mrad^2 \cdot mm^2 \cdot 0.1\%bw$ .



## Chapitre 9

# Conclusions et perspectives de la thèse

Les études menées au cours de ce travail de doctorat ont permis de réaliser plusieurs avancées théoriques numériques et expérimentales pour le développement du laser Raman-X compact basé sur l'interaction laser plasma.

Le premier objectif principal de cette thèse était d'étudier l'injection et la dynamique d'un paquet d'électrons relativistes dans un réseau optique intense et de cerner les paramètres physiques pour l'obtention d'un effet laser à électrons libres. Cet objectif m'a amené d'abord à étudier la physique de l'accélération des particules et les bases physiques de l'émission cohérente des sources X par des électrons relativistes.

Les principaux résultats de cette thèse ont été obtenus par les codes RELIC, EWOK et PLARES. Ces trois codes sont capables de décrire tous les phénomènes physiques du Raman X. L'étude de l'amplification du rayonnement et de la dynamique des particules dans le référentiel de l'électron est réalisée avec les codes EWOK et PLARES. La dynamique, le transport du paquet d'électrons ainsi que la modélisation des premières expériences LUCCEL-X sont réalisées avec le code RELIC à deux et trois dimensions dans le référentiel du laboratoire.

Certaines études numériques ont prédit des effets originaux qui attendent d'être mis en évidence. Nos études numériques sur les trajectoires électroniques dans le réseau optique, en résolvant la force de Lorentz et la force pondéromotrice nous ont montré que le traitement de la dynamique électronique peut se faire en résolvant la force pondéromotrice uniquement si l'éclairement laser inférieur à  $10^{18}$  W/cm<sup>2</sup>. Au delà les fréquences d'oscillation transverses des électrons commencent à être décalées à cause du ralentissement des particules par le fort éclairement laser, et pour des valeurs d'éclairement encore plus importantes nous entrons dans un nouveau régime d'interaction relativiste où les trajectoires électroniques deviennent chaotiques. Ce nouveau régime d'interaction est très intéressant, il sera étudié en détails dans le futur.

Nous avons montré également que l'approche pondéromotrice n'est valable que pour une rasance supérieure à l'angle pour lequel la période de l'onduleur optique est égale à la période d'oscillation de électrons au fond du puits en fonction de l'énergie des électrons

et de l'éclairement laser (Eq (4.32)).

Nous avons souligné que pour la physique du Raman XFEL, les effets de charge d'espace sont négligeables pour des paquets d'électrons dont l'énergie est supérieure à 5 MeV.

Notre étude de l'injection et de la dynamique du paquet d'électrons dans un réseau optique intense a montré que le comportement des électrons dépend fortement des caractéristiques du paquet d'électrons et du réseau optique. Ces derniers influent sur le taux de piégeage des électrons dans les puits de potentiel pondéromoteur et sur les variations d'énergies cinétiques moyennes transverse et longitudinale.

L'augmentation de l'éclairement laser élève la densité d'électrons piégés, tandis que cette dernière décroît avec l'énergie cinétique du paquet d'électrons et avec la divergence naturelle du paquet d'électrons. Le paramètre  $\Upsilon$  défini dans l'équation (5.9) permet de séparer les régimes d'électrons chauds et froids et la séparation correspond à un taux de piégeage typique de 50%.

La probabilité de piégeage décroît aussi avec l'angle d'injection latérale pour chaque électron : il est nécessaire d'avoir une divergence angulaire en radians inférieure à  $2\sqrt{2}a_0/\gamma$ .

L'analyse des espaces des phases permet de connaître la répartition des électrons dans les puits lumineux, d'estimer leur excursion et l'émittance via les fonctions de Twiss. Nous avons montré que la courbe de croissance du rayonnement augmente sur chaque période d'oscillation des électrons dans les puits de potentiel lumineux due à la combinaison des deux regroupements des électrons : un premier regroupement asymétrique dans l'espace longitudinal et transverse  $(z, x)$ ; et un second regroupement des électrons dans l'espace des phases transverses  $(x, v_x/c)$  avec l'apparition de "bras" (forme de galaxie) dont le centre tourne à la pulsation  $\Omega_0$ . La combinaison de ces deux regroupements engendre cependant une variation de l'amplification, absorption et émission d'énergie par les électrons sur chaque période d'oscillation et l'amplification du mode Stokes au cours du temps. Nous avons estimé le temps de disparition des oscillations dans le front montant de la courbe de croissance dans sa partie supérieure ainsi que le temps de saturation de l'amplification donné par l'équation (5.14).

Deux régimes d'injection ont été séparés : l'injection brutale et l'injection adiabatique. Ces mécanismes d'injection répartissent différemment les particules dans les puits de potentiel pondéromoteur et leurs énergies cinétiques. Nous avons montré que l'injection du paquet d'électrons dans la zone d'interaction conduit à un ralentissement des particules du paquet d'électrons accompagné d'un élargissement en énergie longitudinale. L'injection brutale engendre une large dispersion en énergie transverse qui permet aux électrons d'osciller sur toute la hauteur du puits de potentiel pondéromoteur stimulant ainsi le transfert d'énergie entre le paquet d'électrons et l'onde signal X.

Des effets non linéaires apparaissent en fonction de l'éclairement laser, de la densité électronique et de la nature du confinement. Ces effets non-linéaires engendrent le développement de nouveaux modes plasma et Raman transverses. Il faut donc développer une théorie cinétique de l'amplification non-linéaire, qui permettra de tenir compte

---

de tous les mécanismes qui conduisent au chauffage des électrons, du confinement et aussi des développements des modes optiques non-linéaires. Une telle étude devrait permettre de définir la distinction entre un régime onduleur et un régime wiggler optique.

Il est également intéressant d'étudier la dynamique électronique en changeant la polarisation des impulsions laser, ou dans des géométries de réseaux optiques exotiques : faisceaux de Bessel, vortex optique, réseau optique à quatre faisceaux lasers ...etc.

Sur le volet expérimental, la première campagne d'expériences LUCEL-X a été une étape cruciale vers la réalisation d'un XFEL compact. La collaboration entre les trois laboratoires a permis de mettre en oeuvre un réseau optique intense synchronisé avec un paquet d'électrons relativistes accéléré par sillage laser. Le résultat marquant a été l'observation de déformations nettes des profils angulaires des électrons soumis au réseau optique. À la surprise générale, certaines déformations perdurent jusqu'à des délais de quelques picosecondes; d'autres sont concentrées au voisinage du zéro temporel.

J'ai pu développer le code RELIC pour étudier l'injection et la dynamique d'électrons relativistes dans des réseaux optiques intenses. Ce code sert également d'outil pour préparer et exploiter les données expérimentales. Grâce à ce code, nous avons pu tester deux hypothèses pour expliquer les déformations à grands temps : une hypothèse sur la présence d'électrons de faible énergie, et une hypothèse de présence d'un piedestal spatio-temporel.

Concernant les futures expériences les objectifs majeurs seront le piégeage des électrons relativistes et la production de rayonnements bêtatron, voire même de rayons X cohérents. Pour cela il est nécessaire d'abord de vérifier les deux hypothèses avancées ci-dessus pour comprendre les phénomènes parasites et de les réduire. La première étape de la prochaine campagne d'expériences pourrait ainsi être l'amélioration du dispositif expérimental de la première campagne.

Pour l'accélération d'électrons, le LOA a développé des dispositifs sur le contrôle de l'injection et de la divergence des paquets d'électrons, permettant d'obtenir un paquet d'électrons mono-énergétique à relativement basse énergie. Des études théoriques basées sur des simulations hydrodynamiques des jets de gaz et expérimentales sont en cours au LOA pour l'optimisation des énergies des paquets d'électrons, car le gain Raman XFEL est proportionnel à l'inverse de l'énergie des électrons.

L'imagerie du volume focal à haute énergie laser, donnera les informations pour diminuer ou éliminer le piédestal parasite. Les effets du piédestal peuvent être diminués par des miroirs plasma ou des filtres spatiaux dans la chaîne laser. Il faudra également maîtriser la réduction de la vitesse d'onde progressive à une vitesse proche de celle de la lumière soit par un ajustement fin des miroirs du compresseur plus le système GRIP, ou bien par une compensation avec un réseau en amont. Un schéma un peu complexe pour réduire la vitesse d'onde progressive est en phase d'étude par LASERIX. Ce schéma nécessite beaucoup d'optiques ( réseaux, miroirs sphériques, miroirs cylindriques) mais permettra de réduire la vitesse d'onde progressive d'un facteur important par rapport à schéma GRIP simple.

Des études sur le couplage entre un LINAC ou un anneau de stockage et un réseau optique seraient également passionnantes. Le défi est de synchroniser le paquet d'électrons avec le réseau optique. L'utilisation des faibles énergies d'électrons permettra d'élargir la durée d'impulsion et avoir ainsi une grande ligne focale. La longueur de la ligne focale est directement reliée à l'amplification totale du laser X. Cependant les paquets d'électrons issus des LINAC sont beaucoup plus longs en durée comparés aux paquets d'électrons issus de l'accélération laser-plasma. Des simulations RELIC seront un outil majeur pour l'étude de la dynamique des électrons accélérés par LINAC, et les diagnostics correspondants.

Les études théoriques, numériques et expérimentales qui ont été développées pendant mon doctorat sont le fruit d'une collaboration entre le CELIA, le LOA et le groupe LASERIX du LPGP. Nous avons présenté dans ce travail de doctorat un nouveau schéma de laser à électrons libres ultra-compact dans la gamme des rayons X. Un tel laser devrait permettre d'obtenir une source de lumière cohérente dans la gamme des rayons X mous ou durs avec des pics de brillance très élevées. De nombreuses applications sont prévues dans les secteurs de l'industrie, de la biologie et de la médecine en particulier en oncologie, ainsi que pour des études académiques. Grâce à l'extrême brièveté attendue pour les impulsions cohérents X Raman (durées sub-femtosecondes), des applications en optique non linéaire X pourront peut-être voir le jour. De plus, ces sources sont très compactes, ce qui permettra de les déployer dans des centres hospitaliers, universitaires ou des sites industriels.

---

## Annexe

### Liste des conférences et communications

- *13<sup>ème</sup> Colloque sur les Sources Cohérentes et Incohérentes UV, VUV et X. Applications et Développements Récents. 11-14 octobre 2016, Chinon.*  
**Oral et poster** : Dynamique d'électrons relativistes dans un réseau optique intense pour un Laser à Électrons Libres compact dans la gamme des rayons X.  
**Auteurs** : M. Hadj-Bachir, B. Barbrel, I. A. Andriyash, E. Guillaume, A. Doche, J-Ph. Goddet, Bruno Lucas, C. Thaury, K. Ta Phuoc, S. Kazamias, O. Guilbaud, V. Malka, V. T. Tikhonchuk, E. d'Humières et Ph. Balcou.
- *The 15th International Conference on X-Ray Lasers. 22-27 May 2016, Nara, Japan.*  
**Oral** : Relativistic electron dynamics in high intensity optical lattice. Towards a table-top Raman XFEL  
**Auteurs** : M. Hadj-Bachir, B. Barbrel, I. A. Andriyash, E. Guillaume, A. Doche, J-Ph. Goddet, Bruno Lucas, C. Thaury, K. Ta Phuoc, S. Kazamias, O. Guilbaud, V. Malka, V. T. Tikhonchuk, E. d'Humières et Ph. Balcou.
- *Super Intense Laser-Atom Physics. 7-10 septembre 2015. Bordeaux, France*  
**Poster** : Modeling of the trapping experiments of relativistic electrons in high intense optical lattice. Towards an ultra-compact X-ray Free Electron Laser  
**Auteurs** : M. Hadj-Bachir, B. Barbrel, V. T. Tikhonchuk, E. d'Humières et Ph. Balcou.
- *$\gamma$ <sup>ème</sup> Forum Lasers et Plasmas. 14-19 Juin 2015, Porquerolles, France.*  
**Poster** : Modeling of the trapping experiments of relativistic electrons in high intense optical lattice.  
**Auteurs** : M. Hadj-Bachir, B. Barbrel, V. T. Tikhonchuk, E. d'Humières et Ph. Balcou.
- *ETOP 2015 & symposium annuel LAPHIA 29 juin - 3 juillet 2015. Bordeaux, France.*  
**Poster** : Injection of relativistic electrons bunch into a high intense optical lattice.  
**Auteurs** : M. Hadj-Bachir, I. A. Andriyash, V. T. Tikhonchuk, E. d'Humières et Ph. Balcou.
- *Novel Light Sources from Laser-Plasma Interactions. 20-24 April 2015. Dresden, Germany.*  
**Poster** : Injection of relativistic electrons bunch into a high intense optical lattice.  
**Auteurs** : M. Hadj-Bachir, I. A. Andriyash, V. T. Tikhonchuk, E. d'Humières et Ph. Balcou.
- *4<sup>ème</sup> édition symposium annuel LAPHIA, 22-23 septembre. Bordeaux, France*  
**Poster** : Numerical modeling of injection of a relativistic electron bunch into a high intensity optical lattice

**Auteurs** : M. Hadj-Bachir, I. A. Andriyash, V. T. Tikhonchuk, E. d’Humières et Ph. Balcou. **Distinction** : second prix de la meilleure présentation poster.

- *Advanced School on Laser Applications at Accelerators, 29 th September to 3 rd October 2014. Salamanca, Spain*

**Poster** : Theory of the Raman XFEL

**Auteurs** : M. Hadj-Bachir, I. A. Andriyash, V. T. Tikhonchuk, E. d’Humières et Ph. Balcou.

- *6<sup>ème</sup> Forum Lasers et Plasmas. 2-7 février 2014. Orcières, France*

**Poster** : Développements numériques d’un code d’injection et de dynamique relativiste dans un réseau optique intense.

**Auteurs** : M. Hadj-Bachir, V. T. Tikhonchuk, E. d’Humières et Ph. Balcou.



# Bibliographie

- [1] Beutel, J., Kundel, H. L., & Van Metter, R. L. (2000). Handbook of Medical Imaging, volume 1: Physics and Psychophysics.
- [2] T. H. Maiman, Nature, 187, 493 (1960)
- [3] Lewenstein, M., Balcou, P., Ivanov, M. Y., L’huillier, A., and Corkum, P. B. (1994). Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields. Physical Review A, 49(3), 2117.
- [4] Corkum, P. B., and Krausz, F. (2007). Attosecond science. Nature Physics, 3(6), 381-387.
- [5] Zhao, K., Zhang, Q., Chini, M., Wu, Y., Wang, X., & Chang, Z. (2012). Tailoring a 67 attosecond pulse through advantageous phase-mismatch. Optics letters, 37(18), 3891-3893.
- [6] Cousin, S. L., Silva, F., Teichmann, S., Hemmer, M., Buades, B., & Biegert, J. (2014). High-flux table-top soft x-ray source driven by sub-2-cycle, CEP stable, 1.85- $\mu\text{m}$  1-kHz pulses for carbon K-edge spectroscopy. Optics letters, 39(18), 5383-5386.
- [7] Sokolov, A.A. and Ternov, I. M., *Akademia Nauk SSSR, Moskovskoie Obshchestvo Ispytatelei prirody. Sektsia Fiziki. Sinkhrotron Radiation, Nauka Eds., Moscow, 1966 (Russian title: Sinkhrotronnoie izluchenie), 228 pp. 1966*
- [8] [www.synchrotron-soleil.fr](http://www.synchrotron-soleil.fr)
- [9] [www.spring8.or.jp/en/](http://www.spring8.or.jp/en/)
- [10] [http://www.xfel.eu/research/examples/chemical\\_reactions/](http://www.xfel.eu/research/examples/chemical_reactions/)
- [11] [http://www.xfel.eu/overview/facts\\_and\\_figures/](http://www.xfel.eu/overview/facts_and_figures/)
- [12] <https://www6.slac.stanford.edu/>
- [13] Brun, A., and Georges, P. (1996). Sources laser femtosecondes. In Collection de la Société Française d’Optique (Vol. 4, pp. 287-307). EDP Sciences.
- [14] Balcou, P., López-Martens, R., and Agostini, P. (2005). Toujours plus court: des impulsions lumineuses attosecondes. Image de la physique 2005, 140.
- [15] Strickland, D., Mourou, G. Optics communications, 55(6), 447-449 (1985).

- [16] Wheeler, J. A., Borot, A., Monchocé, S., Vincenti, H., Ricci, A., Malvache, A., ... & Quéré, F. (2012). Attosecond lighthouses from plasma mirrors. *Nature Photonics*, 6(12), 829-833.
- [17] Keenan, R., Dunn, J., Patel, P. K., Price, D. F., Smith, R. F., & Shlyaptsev, V. N. (2005). High-repetition-rate grazing-incidence pumped X-ray laser operating at 18.9 nm. *Physical review letters*, 94(10), 103901.
- [18] Guilbaud, O., Ros, D., Kazamias, S., Zielbauer, B., Habib, J., Pittman, M., ... & De Dortan, F. (2009). LASERIX: premier bilan du fonctionnement de l'installation. In *UVX-Colloque sur les Sources Cohérentes et Incohérentes UV, VUV et X: Applications et développements récents* (pp. 57-63). EDP Sciences.
- [19] Zeitoun, P., Sebban, S., Phuoc, K. T., Gautier, J., & Rouse, A. (2012). Faisceaux de rayonnement X ultrabrefs générés par laser. *Photoniques*, (59), 38-43.
- [20] Tajima, T. and Dawson, J. M. *PhysRevLett*.43.267 (1979).
- [21] V. Malka et al., *Science* 298, 1596 (2002).
- [22] J. Gea-Banacloche et al., *IEEE J. Quantum Electron.* **23**, 1558 (1987).
- [23] P. Dobbiasch, P. Meystre, M.O. Scully, *IEEE J. Quantum Electron.* **19**, 1812 (1983).
- [24] V. Malka et al, *Phys. Plasmas* **19**, 055501 (2012).
- [25] Leemans, W. P. et al . GeV electron beams from a centimetre scale accelerator. *Nature Phys.* 2, 696-699 (2006).
- [26] Gruner, F., Becker, S., Schramm, U., Eichner, T., Fuchs, M., Weingartner, R., ... & Serafini, L. (2007). Design considerations for table-top, laser-based VUV and X-ray free electron lasers. *Applied Physics B*, 86(3), 431-435.
- [27] Schlenvoigt, H. P., Haupt, K., Debus, A., Budde, F., Jäckel, O., Pfoth, S., ... & Shanks, R. P. (2008). A compact synchrotron radiation source driven by a laser-plasma wakefield accelerator. *Nature Physics*, 4(2), 130-133.
- [28] Nakajima, K. (2008). Compact X-ray sources: Towards a table-top free-electron laser. *Nature physics*, 4(2), 92-93.
- [29] Fuchs, M., Weingartner, R., Popp, A., Major, Z., Becker, S., Osterhoff, J., ... & Schramm, U. (2009). Laser-driven soft-X-ray undulator source. *Nature physics*, 5(11), 826-829.
- [30] Couprie, M. E., Loulergue, A., Labat, M., Lehe, R., & Malka, V. (2014). Towards a free electron laser based on laser plasma accelerators. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 47(23), 234001.
- [31] Esarey, E., Catravas, P., & Leemans, W. P. (2001, May). Betatron radiation from electron beams in plasma focusing channels. In *AIP Conf. Proc* (Vol. 569, pp. 473-86).

- 
- [32] K. Ta Phuoc et al. , Phys. of Plasmas 12, 023101 (2005).
- [33] Albert, F., Phuoc, K. T., Shah, R., Corde, S., Fitour, R., Tafzi, A., ... & Rouse, A. (2008). Full characterization of a laser-produced keV x-ray betatron source. Plasma Physics and Controlled Fusion, 50(12), 124008.
- [34] Corde, S., Phuoc, K. T., Fitour, R., Faure, J., Tafzi, A., Goddet, J. P., ... & Rouse, A. (2011). Controlled betatron x-ray radiation from tunable optically injected electrons. Physical review letters, 107(25), 255003.
- [35] Phuoc, K. T., Corde, S., Thaury, C., Malka, V., Tafzi, A., Goddet, J. P., ... & Rouse, A. (2012). All-optical Compton gamma-ray source. Nature Photonics, 6(5), 308-311.
- [36] Petrillo, V., Serafini, L., & Tomassini, P. (2008). Ultrahigh brightness electron beams by plasma-based injectors for driving all-optical free-electron lasers. Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams, 11(7), 070703.
- [37] Sprangle, P., Hafizi, B., and Penano, J. R. PRSTAB 12(5), 050702 (2009).
- [38] A. D. Debus, M. Bussmann, M. Siebold, A. Jochmann, U. Schramm, T. E. Cowan, and R. Sauerbrey, Appl. Phys.B 100, 61 (2010).
- [39] Ph. Balcou, Eur. Phys. J. D **59**, 525 (2010).
- [40] Variola, A., Auguste, D., Blin, A., Bonis, J., Bouaziz, S., Bruni, C., ... & Chiche, R. (2014, June). The ThomX project status. In 5th International Particle Accelerator Conference IPAC'14 (pp. 2062-2064). Joint Accelerator Conferences Website.
- [41] Bruni, C., Fedala, Y., Haissinski, J., Lacroix, M., Mouton, B., Roux, R., ... & Couprie, M. E. (2009, May). A Compact Ring for Thom X-Ray Source. In 23rd Particle Accelerator Conference " PAC09" (p. TU6PFP040). Triumf Vancouver.
- [42] H. Monard. ThomX: un démonstrateur d'une source Compton compacte de rayonnement X.
- [43] Kapitza, P. L. and Dirac, P. A. M. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 1933.
- [44] P.H. Bucksbaum, D.W. Schumacher, and M. Bashkansky, Phys. Rev. Lett. **61**, 1182 (1988).
- [45] I. A. Andriyash, E. d'Humières, V. T. Tikhonchuk, and Ph. Balcou, Phys. Rev. ST Accel. Beams **16**, 100703 (2013).
- [46] I.A. Andriyash, E. d'Humières, V.T. Tikhonchuk, and Ph. Balcou, Phys. Rev. Lett. **109**, 244802 (2012).
- [47] V. Malka, private communication.
- [48] J.B. Rosenzweig et al., Nucl. Inst. Meth. A 557 (2006) 8793.

- [49] D. Alesini *et al.*, Nucl. Inst. Meth. A **528**, 586590 (2004).
- [50] M. Hadj-Bachir, I.A. Andriyash, B. Barbrel, V.T. Tikhonchuk, E. d'Humières, and Ph. Balcou Injection of a relativistic electron beam into a high intensity optical lattice. Soumis à PRSTAB . hal-01332822.
- [51] Raman X-ray Free Electron Laser amplification in the small signal linear regime. M. Hadj-Bachir, I.A. Andriyash, B. Barbrel, V.T. Tikhonchuk, E. d'Humières, and Ph. Balcou. (En préparation).
- [52] Ponderomotive scattering and temporal characterization of ultrafast laser wakefield electron acceleration. M. Hadj-Bachir, B. Barbrel, I. A. Andriyash, E. Guillaume, A. Doche, J-Ph. Goddet, Bruno Lucas, C. Thauray, K. Ta Phuoc, S. Kazamias, O. Guilbaud, V. Malka, V. T. Tikhonchuk, E. d'Humières and Ph. Balcou. Apparaîtra dans Nature communication ou Physical Review Letter ( en préparation).
- [53] Stefan Karsch. CALA activities and projects on X-ray generation for medical imaging. Conférence POPRA Bordeaux 2014.
- [54] F. Albert *et al.*, Phys. Rev. ST Accel. Beams **13**, 070704 (2010).
- [55] T. Tomimasu, T. Takii T. Suzuki, E. Nishimura, S. Ogino, A. Nagai et M. Yasumoto. FEL facilities and application researches at the FELI. Nucl. Instrum. Methods A, 407: 494-499, 1998.
- [56] R. L. Swent, E. R. Crosson, H. A. Schwettman et T. I. Smith. The Stanford Picosecond FEL center: Satus Report. Elsevier Science B. V. II-129, 1998.
- [57] K. J. Kim et M. Xie. Self-amplified spontaneous emission fort short wavelength coherent radiation. Nucl. Instrum. Methods A 331: 359, 1993.
- [58] V. Ayvazyan et al. First operation of a FEL generating GW power radiation at 32 nm wavelength. Eur. Phys. J. D. 37: 297-303, 2006.
- [59] S. V. Milton et al. Exponential Gain and Saturation of a Self-Amplified Spontaneous Emission Free-Electron Laser. Science 292: 2037-2041, 2001.
- [60] S. G. Biedron, S. V. Milton et H. P. Freund. Modular approach to achieving the next-generation X-ray light source. Nucl. Instrum. Methods Phys. Sect. A 475: 401-406, 1999.
- [61] L. H. Yu et I. Ben-Zvi. High-gain harmonic generation of soft X-rays with the fresh bunch technique. Nucl. Instrum. Methods. A 393: 96, 1997.
- [62] L. H. Yu, M. Babzien, I. Ben-Zvi, L. F. DiMauro, A. Doyuran, W. S. Graves, E. D. Johnson, S. Krinsky, R. Malone, I. Pogorelsky, J. Skaritka, G. Rakowsky, L. Solomon, X. J. Wang, M. Woodle, V. Yakimenko, S. G. Biedron, J. N. Galayda, E. Gluskin, J. Jagger, V. Sajaev et I. Vasserman.. High-Gain Harmonic-Generation Free-Electron Laser. Science 289: 932, 2000.

- [63] L. H. Yu, M. Babzien, I. Ben-Zvi, L. F. DiMauro, A. Doyuran, W. S. Graves, E. D. Johnson, S. Krinsky, R. Malone, I. Pogorelsky, J. Skaritka, G. Rakowsky, L. Solomon, X. J. Wang, M. Woodle, V. Yakimenko, S. G. Biedron, J. N. Galayda, E. Gluskin, J. Jagger, V. Sajaev et I. Vasserman. First lasing of a high-gain harmonic generation free-electron laser experiment. *Nucl. Instrum. Methods. A* 445: 301, 2000.
- [64] Thèse David Garzella. Étude d'un laser à électrons libres dans l'ultra-violet sur l'anneau de stockage SUPPER ACO. 1996.
- [65] D. Garzella, T. Hara, B. Carre, P. Salieres, T. Shintake, H. Kitamura et M.-E. Couprie. Using VUV high-order harmonics generated in gas as a seed for single pass FEL. *Nucl. Instrum. Methods. A* 528: 502, 2004.
- [66] G. Lambert, B. Carré, M.-E. Couprie, D. Garzella, L. Giannessi, T. Hara, H. Kitamura et T. Shintake. Seeding High Gain Harmonic Generation with laser harmonics produced in gases. *Proceedings EPAC 2004, on JACOW*: 363-365, 2004.
- [67] G. Lambert, T. Hara, D. Garzella, M. Labat, B. Carré, H. Kitamura, T. Shintake, M. Bougeard, S. Inoue, Y. Tanaka, P. Salieres, H. Merdji, O. Chubar, O. Gobert, K. Tahara, et M.-E. Couprie. Injection of harmonics generated in gas in a free-electron laser providing intense and coherent extreme-ultraviolet light. *Nature Physics* 889 Vol 4 (N 3), 2008.
- [68] Kastler, A. (1950). Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantification spatiale des atomes. Application à l'expérience de Stern et Gerlach et à la résonance magnétique. *J. phys. radium*, 11(6), 255-265.
- [69] Cohen-Tannoudji, C. (1994). THÉORIE QUANTIQUE DU CYCLE DE POMPAGE OPTIQUE. *Atoms in Electromagnetic Fields*, 1, 7.
- [70] Lambert, G. (2008). Harmoniques cohérentes du Laser à Electrons Libres générées à partir d'harmoniques produites dans les gaz sur le prototype de l'accélérateur SCSS (Doctoral dissertation, Université Paris Sud-Paris XI).
- [71] Labat, M. (2008). Injection d'un Laser à Electrons Libres: exemples de UVSOR-II, SPARC et perspectives pour ARC EN CIEL (Doctoral dissertation, Université Paris Sud-Paris XI).
- [72] J. M. J. Madey. Stimulated Emission of Bremsstrahlung in a periodic magnetic field. *Jour. Appl. Phys.*, 42: 1906, 1971.
- [73] W. B. Colson, G. Dattoli et F. Ciocci. Angular-gain spectrum of free-electron lasers. *Phys.Rev. A* 31: 828, 1985.
- [74] Notions sur les accélérateurs. J.-M. Ortega. DEA Grands Instruments .
- [75] K. Floettmann, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **6**, 034202 (2003).

- [76] Migliorati, M. et al. *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **16**, 011302 (2013).
- [77] Clayton, C. E., Marsh, K. A., Dyson, A., Everett, M., Lal, A., Leemans, W. P., ... & Joshi, C. (1993). Ultrahigh-gradient acceleration of injected electrons by laser-excited relativistic electron plasma waves. *Physical review letters*, 70(1), 37.
- [78] Malka, V., Faure, J., Glinec, Y., & Gauduel, Y. A. (2005). Les sources de particules ultra-brèves. *l'actualité chimique*, (292), 18.
- [79] Jérôme Faure, Victor Malka et les membres du groupe Sources de Particules par Laser du Laboratoire d'Optique Appliquée. Accélération de faisceaux d'électrons par interaction laser-plasma.
- [80] Andreev, N., Gorbunov, L., Kirsanov, V., Pogosova, A., and Ramaza-shvili, R. Resonant excitation of wakefields by a laser pulse in plasmas. *JETP Lett.* 55 (1992), 571.
- [81] Sprangle, P., Esarey, E., Krall, J., and Joyce, G. Propagation and guiding of intense laser pulses in plasmas. *Phys. Rev. Lett.* 69 (1992), 2200.
- [82] Modena, A, Najmudin, Z, Dangor, A, **et al.** Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves. *Nature* 377 (1995), 606.
- [83] Faure, J., Rechatin, C., Norlin, A., Lifschitz, A., Glinec, Y., & Malka, V. (2006). Controlled injection and acceleration of electrons in plasma wakefields by colliding laser pulses. *Nature*, 444(7120), 737-739.
- [84] Glinec, Y. (2006). Propagation of an ultra intense laser pulse in an under dense plasma: production of quasi monoenergetic electron beams and development of applications.
- [85] Mangles, S. P. D., Murphy, C. D., Najmudin, Z., Thomas, A. G. R., Collier, J. L., Dangor, A. E., ... & Jaroszynski, D. A. (2004). Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser-plasma interactions. *Nature*, 431(7008), 535-538.
- [86] McGuffey, C., Thomas, A. G. R., Schumaker, W., Matsuoka, T., Chvykov, V., Dollar, F. J., ... & Bychenkov, V. Y. (2010). Ionization induced trapping in a laser wakefield accelerator. *Physical review letters*, 104(2), 025004.
- [87] Chen, M., Esarey, E., Schroeder, C. B., Geddes, C. G. R., & Leemans, W. P. (2012). Theory of ionization-induced trapping in laser-plasma accelerators. *Physics of Plasmas* (1994-present), 19(3), 033101.
- [88] Kostyukov, I., Pukhov, A., & Kiselev, S. (2004). Phenomenological theory of laser-plasma interaction in bubble regime. *Physics of Plasmas* (1994-present), 11(11), 5256-5264.
- [89] Pukhov, A., Gordienko, S., Kiselev, S., & Kostyukov, I. (2004). The bubble regime of laser-plasma acceleration: monoenergetic electrons and the scalability. *Plasma physics and controlled fusion*, 46(12B), B179.

- 
- [90] Su, J. J., Katsouleas, T., Dawson, J. M., & Fedele, R. (1990). Plasma lenses for focusing particle beams. *Physical Review A*, 41(6), 3321.
- [91] Van Tilborg, J., Steinke, S., Geddes, C. G. R., Matlis, N. H., Shaw, B. H., Gonsalves, A. J., ... & Benedetti, C. (2015). Active plasma lensing for relativistic laser-plasma-accelerated electron beams. *Physical review letters*, 115(18), 184802.
- [92] C. Thaury *et al.*, *Nat. Commun.* **6**, 6860 (2015).
- [93] Vshivkov, V. A., Naumova, N. M., Pegoraro, F., & Bulanov, S. V. (1998). Nonlinear electrodynamics of the interaction of ultra-intense laser pulses with a thin foil. *Physics of Plasmas* (1994-present), 5(7), 2727-2741.
- [94] Gonsalves, A. J., Nakamura, K., Lin, C., Panasencko, D., Shiraishi, S., Sokollik, T., ... & Osterhoff, J. (2011). Tunable laser plasma accelerator based on longitudinal density tailoring. *Nature Physics*, 7(11), 862-866.
- [95] Schmid, K., Buck, A., Sears, C. M., Mikhailova, J. M., Tautz, R., Herrmann, D., ... & Veisz, L. (2010). Density-transition based electron injector for laser driven wakefield accelerators. *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams*, 13(9), 091301.
- [96] Buck, A., Wenz, J., Xu, J., Khrennikov, K., Schmid, K., Heigoldt, M., ... & Karsch, S. (2013). Shock-front injector for high-quality laser-plasma acceleration. *Physical review letters*, 110(18), 185006.
- [97] Corde, S., Adli, E., Allen, J. M., An, W., Clarke, C. I., Clayton, C. E., ... & Hogan, M. J. (2015). Multi-gigaelectronvolt acceleration of positrons in a self-loaded plasma wakefield. *Nature*, 524(7566), 442-445.
- [98] I. A. Andriyash, V. T. Tikhonchuk, V. Malka, E. d'Humières, and Ph. Balcou, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **18**, 050704 (2015).
- [99] Sagdeev, Roald Z., and A. Ao Galeev. "Nonlinear plasma theory." *Nonlinear Plasma Theory*, New York: Benjamin, 1969 1 (1969).
- [100] Dendy, R. O. (1995). *Plasma physics: an introductory course*. Cambridge University Press.
- [101] Atzeni, S., & Meyer-ter-Vehn, J. (2004). *The Physics of Inertial Fusion: Beam Plasma Interaction, Hydrodynamics, Hot Dense Matter* (No. 125). Oxford University Press on Demand.
- [102] V. T. Tikhonchuk. *Course and tutorials: Plasma Physics and Application*.
- [103] Rousseaux, C., Malka, G., Miquel, J. L., Amiranoff, F., Baton, S. D., & Mounaix, P. (1995). Experimental validation of the linear theory of stimulated Raman scattering driven by a 500-fs laser pulse in a preformed underdense plasma. *Physical review letters*, 74(23), 4655.

- [104] Faure, J., Marquès, J. R., Malka, V., Amiranoff, F., Najmudin, Z., Walton, B., ... & Mora, P. (2001). Dynamics of Raman instabilities using chirped laser pulses. *Physical Review E*, 63(6), 065401.
- [105] Mikhailovskii, A. B. (1972). *Theory of Plasma Instabilities. Volume I. Instabilities of Homogeneous Plasma* (No. FTD-HC-23-0735-72). FOREIGN TECHNOLOGY DIV WRIGHT-PATTERSON AFB OHIO.
- [106] Montgomery, David C., and Derek A. Tidman. "Plasma kinetic theory." McGraw-Hill Advanced Physics Monograph Series, New York: McGraw-Hill, 1964 (1964).
- [107] GRECH, M. (2007). L'UNIVERSITE BORDEAUX I (Doctoral dissertation, Université Bordeaux 1).
- [108] Thomas Fouquet. Modélisation théorique et numérique de la saturation de l'instabilité de diffusion Raman stimulée se développant dans l'interaction laser-plasma.. *Physique [physics]*. Ecole Polytechnique X, 2007. Français. <pastel-00002323>.
- [109] Jackson, J. D. (1999). *Classical electrodynamics*. Wiley.
- [110] Landau, L. D., Bell, J. S., Kearsley, M. J., Pitaevskii, L. P., Lifshitz, E. M., and Sykes, J. B. (2013). *Electrodynamics of continuous media* (Vol. 8). elsevier.
- [111] V.T.Tikhonchuk et E. d'Humières (2012). *Cours master Sciences et Technologie Électrodynamique des milieux continus*.
- [112] ORTEGA, J. M. *Rayonnement Synchrotron et Laser à Electrons Libres (LEL)*.
- [113] Einstein, A. (1905). Zur elektrodynamik bewegter körper. *Annalen der physik*, 322(10), 891-921.
- [114] Sébastien Corde. *Des accélérateurs laser-plasma aux sources de rayonnement X femtoseconde: étude, développement et applications*. *Physique des plasmas [physics.plasm-ph]*. Ecole Poly- technique X, 2012. Français.<pastel-00680257>.
- [115] Felicie Albert. *Rayonnement synchrotron basé sur l'interaction laser-plasma en régime relativiste*. Ecole Polytechnique X, 2007. Français. pastel-00004556.
- [116] Shiozawa, T. (2013). *Classical relativistic electrodynamics: theory of light emission and application to free electron lasers*. Springer Science & Business Media.
- [117] H. P. Freund & T. M. Antonsen, Jr *Principles of Free-electron Lasers*. Second edition.
- [118] Saldin, E., Schneidmiller, E. V., & Yurkov, M. V. (2013). *The physics of free electron lasers*. Springer Science & Business Media.



- [119] Emma, P., Bane, K., Cornacchia, M., Huang, Z., Schlarb, H., Stupakov, G., & Walz, D. (2004). Femtosecond and subfemtosecond x-ray pulses from a self-amplified spontaneous-emission based free-electron Laser. *Physical review letters*, 92(7), 074801.
- [120] McNeil, B. W., & Thompson, N. R. (2010). X-ray free-electron lasers. *Nature photonics*, 4(12), 814-821.
- [121] C. Pellegrini. Design considerations for a SASE X-ray FEL. *Nucl. Instrum. Methods A475*: 1-12, 2001.
- [122] W. Ackermann et al. Operation of a free electron laser from the extreme ultraviolet to the water window. *Nature Photonics* 1: 336-342, 2007.
- [123] O. Tcherbakoff, M. Bougeard, P. Breger, B. Carré, D. Garzella, M. Labat, G. Lambert, H. Merdji, P. Monchicourt, P. Salieres, M.E. Couprie, A. Doria et L. Giannessi. Seeding SPARC Facility with Harmonic Generation in Gases: Preliminary Tests of the Harmonic Generation in Gas Chamber. *Proceedings FEL 2006, on JACOW*: 142, 2006.
- [124] L. Giannessi et al. Future Seeding Experiments at SPARC. *Proceedings FEL 2006, on JACOW*: 95, 2006.
- [125] M. J. Schmitt et C. J. Elliott. Even-harmonic generation in free-electron lasers. *Phys. Rev. A.*, 34: 6, 1986.
- [126] H. P. Freund, P. G. OShea et S. G. Biedron. Nonlinear Harmonic Generation in Free Electron Lasers with Helical Wigglers. *Phys. Rev. Lett.* 94 074802, 2005.
- [127] Murphy, E. L., & Good Jr, R. H. (1956). Thermionic emission, field emission, and the transition region. *Physical review*, 102(6), 1464.
- [128] Nicolas Delerue. Cours accélérateurs de particules LAL Orsay, Sciences ACO.
- [129] Lee, S. Y. (2012). *Accelerator physics*. World scientific.
- [130] J-L. Biarrotte Ecole IN2P3 accélérateurs, La Londe les Maures, Septembre 2009.
- [131] Bryant, P. J. (1994). A brief history and review of accelerators. CERN EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH-REPORTS-CERN, 1-1.
- [132] Amiranoff, F., Bernard, D., Cros, B., Jacquet, F., Matthieussent, G., Miné, P., ... & Stenz, C. (1995). Electron acceleration in nd-laser plasma beat-wave experiments. *Physical review letters*, 74(26), 5220.
- [133] Interaction lumière-matière: Accélération laser de particules dans un plasma.
- [134] Andreev, N., Gorbunov, L., Kirsanov, V., Pogosova, A., and Ramaza-shvili, R. Resonant excitation of wakefields by a laser pulse in plasmas. *JETP Lett.* 55 (1992), 571.

- [135] Malka, V., Fritzler, S., Lefebvre, E., Aleonard, M. M., Burgy, F., Chambaret, J. P., ... & Najmudin, Z. (2002). Electron acceleration by a wake field forced by an intense ultrashort laser pulse. *Science*, 298(5598), 1596-1600.
- [136] Faure, J., Glinec, Y., Pukhov, A., Kiselev, S., Gordienko, S., Lefebvre, E., ... & Malka, V. (1994). A laser-plasma accelerator producing monoenergetic electron beams. *Phys. Rev. Lett*, 72, 2887-2890.
- [137] Malka, V., Thaury, C., Corde, S., Phuoc, K. T., & Rousse, A. (2013). Accélérateurs à plasma laser: principes et applications. *Reflète de la physique*, (33), 23-26.
- [138] C K Birdsall, A B Langdon. *Plasma Physics via Computer*. (1991).
- [139] R. W. Hockney and J. W. Eastwood, *Computer Simulation Using Particles* (CRC Press, 1988).
- [140] A Spitkovski. On the structure of relativistic collisionless shocks in electron-ion plasma. *Astrophys.journ*.673,L39, 2007.
- [141] R. Capdessus, A. Noble, P. McKenna and D. A. Jaroszynski. (2016). Role of momentum and velocity for radiating electrons. *Physical Review D*, 93(4), 045034.
- [142] P. Mora, and Jr. T. M. Antonsen. (1997). Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas. *Physics of Plasmas* (1994-present), 4(1), 217-229.
- [143] Y. Sentoku, and A. J. Kemp. (2008). Numerical methods for particle simulations at extreme densities and temperatures: Weighted particles, relativistic collisions and reduced currents. *Journal of computational Physics*, 227(14), 6846-6861.
- [144] E. d'Humières (2006). *Accélération de protons par interaction laser-plasma et applications* (Doctoral dissertation, Paris 6).
- [145] J. Breil, s. Galera, and P. H. Maire. (2011). Multi-material ALE computation in inertial confinement fusion code CHIC. *Computers and Fluids*, 46(1), 161-167.
- [146] F. R. Pearce AND Couchman, H. M. P. (1997). Hydra: a parallel adaptive grid code. *New Astronomy*, 2(5), 411-427.
- [147] Colaitis, A. (2015). *Multiscale description of the laser-plasma interaction: application to the physics of shock ignition in inertial confinement fusion* (Doctoral dissertation, Bordeaux).
- [148] Y. Sentoku, E. d'Humières, L. Romagnani, P. Audebert and J, Fuchs (2011). Dynamic control over mega-ampere electron currents in metals using ionization-driven resistive magnetic fields. *Physical review letters*, 107(13), 135005.
- [149] <http://www.maisondelasimulation.fr/projects/Smilei/html/>

- 
- [150] Thèse Xavier Davoine. Accélération électronique par sillage laser et sources de rayonnements associées
- [151] I. A. Andriyash, R. Lehe and V. Malka. (2015). A spectral unaveraged algorithm for free electron laser simulations. *Journal of Computational Physics*, 282, 397-409.
- [152] <https://github.com/hightower8083/chimera>
- [153] Reiche, S., Musumeci, P., and Goldammer, K. (2007). Recent upgrade to the free-electron laser code genesis 1.3. *Proceedings PAC 2007, on JACOW*, 1269-12712007.
- [154] Biedron, S. G., Freund, H. P., and Milton, S. V. (1999, July). 3D FEL code for the simulation of a high-gain harmonic generation experiment. In *Optoelectronics' 99-Integrated Optoelectronic Devices* (pp. 96-108). International Society for Optics and Photonics.
- [155] J.P. Boris, in: *Proceeding of Fourth Conference on Numerical Simulations of Plasmas*, 1970.
- [156] Yee, K. S. (1966). Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas Propag*, 14(3), 302-307.
- [157] A. Taflove and S. C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, 3rd ed. (Artech House, Norwood, MA, 2005)
- [158] R. Nuter, M. Grech, P. Gonzalez de Alaiza Martinez, G. Bonnaud, and E.d'Humieres, Maxwell solvers for the simulations of the laser-matter interaction, *Eur. Phys. J. D* 68, 177 (2014).
- [159] R. Nuter and V. Tikhonchuk, Suppressing the numerical Cherenkov radiation in the Yee numerical scheme, *J. Comput. Phys.* 305, 664-676 (2016).
- [160] R. Lehe, A. Lifschitz, C. Thaury, V. Malka, and X. Davoine, Numerical growth of emittance in simulations of laser-wakefield acceleration, *Phys.Rev. ST Accel. Beams* 16, 021301 (2013).
- [161] Vay, J. L., Lehe, R., Vincenti, H., Godfrey, B., Haber, I., Maryland, U., and Lee, P. High-performance modeling of plasma-based acceleration using the full PIC method.
- [162] J.-L. Vay, I. Haber, B. B. Godfrey, A domain decomposition method for pseudo-spectral electromagnetic simulations of plasmas, *Journal of Computational Physics* 243 (2013) 260-268. doi:10.1016/j.jcp.2013.03.010.
- [163] Lehe, R., Kirchen, M., Andriyash, I. A., Godfrey, B. B., and Vay, J. L. (2016). A spectral, quasi-cylindrical and dispersion-free Particle-In-Cell algorithm. *Computer Physics Communications*, 203, 66-82.

- [164] Doolittle, L. R. (1985). Algorithms for the rapid simulation of Rutherford backscattering spectra. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, 9(3), 344-351.
- [165] Poplau, G., van Rienen, U., and Flottmann, K. (2006). New 3D space charge routines in the tracking code Astra. In *Proceedings of ICAP* (pp. 135-138).
- [166] Boscolo, M., Ferrario, M., Fusco, V., & Ronsivalle, C. CODE COMPARISON FOR SIMULATIONS OF PHOTO-INJECTORS.
- [167] Butcher, J. C. (1987). *The numerical analysis of ordinary differential equations: Runge-Kutta and general linear methods*. Wiley-Interscience.
- [168] Enright, W. H., Hull, T. E., & Lindberg, B. (1975). Comparing numerical methods for stiff systems of ODE: s. *BIT Numerical Mathematics*, 15(1), 10-48.
- [169] Reiche, S. (1999). GENESIS 1.3: a fully 3D time-dependent FEL simulation code. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 429(1), 243-248.
- [170] Pierini, P., AND Fawley, W. M. (1995). Shot noise startup of the 6 nm SASE FEL at the TESLA test facility (No. TESLA-FEL-95-04). SCAN-9511135.
- [171] Brugnano, L et al. Adams-Type Methods for the Numerical Solution of Stochastic Ordinary ... Article. DOI : 10.1023/A:1022363612387.
- [172] A. Doyuran, al. Experimental study of a high-gain harmonic generation free-electron laser in the ultraviolet. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 7 :050701, 2004.
- [173] Brayton, R. K., Gustavson, F. G., & Hachtel, G. D. (1972). A new efficient algorithm for solving differential-algebraic systems using implicit backward differentiation formulas. *Proceedings of the IEEE*, 60(1), 98-108.
- [174] P. W. Smorenburg, J. H. M. Kanters, A. Lassise, G. J. H. Brussaard, L. P. J. Kamp, and O. J. Luiten, *Phys. Rev. A* **83**, 063810 (2011).
- [175] S. B. Dabagov, A. V. Dik, and E. N. Frolov, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **18**, 064002 (2015)
- [176] I. A. Andriyash, Ph. Balcou, and V. T. Tikhonchuk, *Eur. Phys. J. D* **65**, 533 (2011).
- [177] K. Floettmann, S. Lidia, P. Piot, *Recent improvements to the ASTRA particle tracking code*. Lawrence Berkeley National Laboratory. 2003.
- [178] T. Shintake, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* 311, 453 (1992).
- [179] C. Kaya, C. Schneider, A. Al-Shemmary **et al** *Applied Physics Letters* 14 100 141103 (2012).
- [180] M. Ferianis, *Proceedings of PAC09, Vancouver, BC, Canada*.

- 
- [181] M. Veronese **et al** Proceedings of IBIC2012, Tsukuba, Japan.
- [182] H. Batelaan, Phys., 41, 369-381 (2000).
- [183] Daniel L. Freimund and Herman Batelaan, Phys.Rev.Lett.**89.283602** (2002).
- [184] Giltner DM, McGowan RW, Lee SA. Phys Rev Lett. 1995 Oct 2;75(14):2638-2641.
- [185] Subhadeep GUPTA, Aaron E. LEANHARDT, Alexander D. CRONIN, David E. PRITCHARD. **Coherent manipulation of atoms with standing light waves**.
- [186] Sepke, S., Lau, Y. Y., Holloway, J. P., & Umstadter, D. (2005). Thomson scattering and ponderomotive intermodulation within standing laser beat waves in plasma. Physical Review E, 72(2), 026501.
- [187] Fedorov, M. V., Oganessian, K. B., & Prokhorov, A. M. (1988). Free electron laser based on the effect of channeling in an intense standing light wave. Applied physics letters, 53(5), 353-354.
- [188] D.H. Whittum, A.M. Sessler, J.M. Dawson, Phys. Rev. Lett. **64**, 2511 (1990).
- [189] L. Young and J. Billen, in *PAC03 Proceedings The particle tracking code PARMELA*. 2003 .
- [190] P. Antici, A. Bacci, E. Chiadroni, M. Ferrario, and A.R. Rossi, arXiv:1112.3971
- [191] Diffraction of Atoms by Light: The Near-Resonant Kapitza-Dirac Effect Phys. Rev. Lett. Volume 56, Number 8 (1986).
- [192] Sophie Kazamias. Communication privée.
- [193] Bromage, J., Dorrer, C., & Jungquist, R. K. (2012). Temporal contrast degradation at the focus of ultrafast pulses from high-frequency spectral phase modulation. JOSA B, 29(5), 1125-1135.