

Estimation de la fiabilité d'un palier fluide Khadim Diop

▶ To cite this version:

Khadim Diop. Estimation de la fiabilité d'un palier fluide. Autre
. Université d'Angers, 2015. Français. NNT : 2015 ANGE
0029 . tel-01440267

HAL Id: tel-01440267 https://theses.hal.science/tel-01440267

Submitted on 19 Jan2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





Thèse de Doctorat

Khadim DIOP

Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de Docteur de l'Université d'Angers Sous le label de l'Université Nantes Angers Le Mans

Discipline : Science pour l'ingénieur Spécialité : Mécanique des fluides, Fiabilité de composants fluides Laboratoire : Laboratoire Angevin de Recherche en Ingénierie des Systèmes (LARIS EA7315)

Soutenue le 07 décembre 2015 à l'Institut des Sciences et techniques de l'ingénieur d'Angers (ISTIA)

École doctorale : Sciences et Technologies de l'Information et Mathématiques STIM (503) Thèse N° 78450

Estimation de la fiabilité d'un palier fluide

JURY

Rapporteurs : M. Benyebka BOU-SAÏD, professeur des universités, Institut national des sciences appliquées de Lyon

M. Patrick LYONNET, professeur des universités, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Saint-Etienne

Examinateurs : M. Olivier BONNEAU, professeur des universités, Université de Poitiers

M. Thierry LEMENAND, habilitation à diriger des recherches, Université d'Angers

Directeur de thèse : M. Abderafi CHARKI, habilitation à diriger des recherches, Université d'Angers

Co-encadrant de thèse : M. Stéphane CHAMPMARTIN, maitre de conférences, Ecole nationale supérieure d'Arts et Métiers-Angers

M. Abdelhak AMBARI, professeur des universités, Ecole nationale supérieure d'Arts et Métiers-Angers

L'UNIVERSITÉ NANTES ANGERS LE MANS

Remerciements

Ce travail de recherche a été effectué au sein du Laboratoire Angevin de Recherche en Ingénierie des Systèmes (LARIS EA7315) de l'Université d'Angers et en collaboration avec le laboratoire Angevin de Mécanique, Procédés et Innovation (LAMPA EA 1427) de l'Ecole Supérieure d'Arts et Métiers Paristech d'Angers. A l'issue de la rédaction de ces travaux de recherche, je reste convaincu que la thèse est loin d'être un travail individuel. En effet, je n'aurais jamais pu réaliser cette thèse sans le soutien d'un grand nombre de personnes dont la générosité, la bonne humeur et l'intérêt manifestés à l'égard de ma recherche m'ont permis de progresser dans cette phase délicate de « l'apprenti-chercheur».

Je tiens à remercier mon directeur de thèse, Monsieur Abdérafi CHARKI, pour l'opportunité qu'il m'a donnée à réaliser cette thèse dans le domaine de la fiabilité mécanique. J'aimerais également lui dire à quel point j'ai apprécié la confiance et le respect sans faille qu'il m'a accordé tout au long de ce travail de thèse. Enfin, j'ai été extrêmement sensible à ses qualités humaines, d'écoute et de compréhension durant ces années de thèse.

Je souhaiterais exprimer ma profonde gratitude à l'endroit de Monsieur Stéphane CHAMPMARTIN de l'Ecole Supérieure d'Arts et Métiers Paristech d'Angers (ENSAM), pour son accueil chaleureux à chaque fois que j'ai sollicité son aide, ainsi que pour ses multiples encouragements notamment dans le domaine de la mécanique des fluides.

J'exprime mes vifs remerciements à l'endroit du Professeur Monsieur Abdelhak AMBARI de l'Ecole Supérieure d'Arts et Métiers Paristech d'Angers (ENSAM), qui a co-encadré cette thèse avec une grande disponibilité et une immense patience. Ses conseils et son expérience m'ont beaucoup aidé pour la rédaction de cette thèse. Ces connaissances en mécanique des fluides m'ont permis de comprendre et de porter plus d'intérêt dans ce domaine.

J'exprime toute ma gratitude au Professeur, Monsieur Olivier BONNEAU de l'Université de Poitiers qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse.

Je remercie très chaleureusement Messieurs les Professeurs, Benyebka BOU-SAÏD de l'Institut des Sciences Appliquées de Lyon (INSA) et de Patrick LYONNET de l'Ecole nationale d'ingénieurs de Saint-Etienne (ENISE) d'avoir accepté de rapporter ce travail.

J'apprécie également l'honneur que me fait Monsieur Thierry LEMENAND de l'université d'Angers de s'être intéressé à mon travail en faisant partie du jury de la thèse.

Merci à tous les membres du Laboratoire Angevin de recherche en ingénierie des systèmes (LARIS EA 7315), pour leur accueil, l'ambiance qu'ils entretiennent les moments les plus durs de ma thèse.

Pour votre amitié, vos encouragements, merci à Achraf COHEN, Julien HERSAN, Amine Atoui, Ibrahim ALHURAISH, Fally TITIKPINA, Nihad Aghbalou, Khaoula TIDRIRI, Jose-Alejandro MONTOYA, les secrétaires, et tout le personnel de l'Institut des Sciences et Techniques de l'Ingénieur d'Angers (ISTIA).

Un grand merci à mes amis Cheikh SECK et Khadim Kandji qui ont fait le déplacement de Nantes à Angers pour assister et m'encourager à cette soutenance. Je profite aussi pour remercier tous les membres du Dahira Mouride Touba Angers, Serigne Bamba NDIAYE, Serigne Alassane CISSE, pour ne citer que ceux-là.

Je tiens à remercier le Professeur Joseph SARR, doyen de la faculté des sciences et techniques de l'université Cheikh Anta DIOP de Dakar et l'ensemble du personnel de la dite faculté.

Enfin, je remercie toute ma famille pour leur amour et leur soutien constant et infatigable. Je dédie cette thèse à mon père Dame DIOP, à ma mère ADji TINE qui a tout fait pour moi pendant des moments difficiles, à mes sœurs Astou, Soukèye, à mes sœurs jumelles Adama et Awa, à mon neveux Abou SALL.

Je saurais terminer sans remercier ma chérie Fatou Kiné SOW pour son soutien infatigable à mes cotés. Je lui témoigne mon amour sincère sans aucune mesure. Merci ma douce moitié de m'avoir donné le bonheur pour la naissance de notre fille Sokhna Diarra Bousso DIOP née à peine, à deux mois de ma soutenance de thèse.

Résumé

Ces travaux de recherche constituent une contribution au développement de la théorie de la fiabilité en mécanique des fluides. Pour la conception de machines et de systèmes mécatroniques complexes, de nombreux composants fluides, difficiles à dimensionner, sont utilisés. Ces derniers ont des caractéristiques intrinsèques statiques et dynamiques sensibles et ont donc une grande importance sur la fiabilité et la durée de vie de la plupart des machines et des systèmes.

Le développement effectué se concentre spécialement sur l'évaluation de la fiabilité d'un palier fluide grâce à un couplage « mécanique des fluides - fiabilité ». Ce couplage exige une définition propre de la fonction d'état limite permettant d'estimer la probabilité de défaillance d'un palier fluide. La modélisation par l'équation de Reynolds modifiée permet de déterminer la capacité de charge d'un palier fluide en fonction des conditions de fonctionnement. Plusieurs formes simples de paliers fluides ont été modélisées analytiquement et leurs probabilités de défaillance ont été estimées grâce à des méthodes d'approximation FORM/SORM (First Order Reliability, Second Order Reliability) et de simulation Monte Carlo.

Abstract

These research is a contribution to the development of reliability theory in fluid mechanics. For the machines design and complex mechatronic systems, many fluid components are used. These components have static and dynamic sensitive characteristics and thus have a great significance on the reliability and lifetime of the machines and systems.

Development performed focuses specifically on the reliability evaluation of a fluid bearing using a "fluid mechanics - reliability" interaction approach. This coupling requires a specific definition of the limit state function for estimating the failure probability of a fluid bearing. The Reynolds equation permits to determine the fluid bearing load capacity according to the operating conditions. Several simple geometries of fluid bearings were modeled analytically and their failure probabilities were estimated using the approximation methods FORM / SORM (First Order Reliability Method) and Monte Carlo simulation.

Table des matières

Introduction générale	23
Chapitre I : Principe de fonctionnement des paliers et butées ((PBF) - Etat de l'art	fluides 25
I.1. Introduction	25
I.2. Etat de l'art sur les paliers et les butées fluides (PBF)	27
I.2.1 Les paliers et butées aérodynamiques	27
I.2.2 Les paliers et butées aérostatiques	28
I.2.3 Les paliers et butées hydrostatiques	29
I.2.4 Les paliers et butées hydrodynamiques	30
I.2.5 Paliers hybrides à gaz	31
I.2.6 Paliers hybrides à huile	31
I.2.7 Les paliers et butées magnétiques	31
I.2.8 Paliers et butées à roulements	32
I.3 Lubrification des paliers et butées fluides (PBF)	32
I.3.1 Lubrification hydrostatique	33
I.3.2 Lubrification hydrodynamique	35
I.4 Etat de l'art sur la défaillance et la dégradation des PBF	35
I.4.1. Causes de défaillances des PBF	35
I.4.2. Les modes de défaillances des PBF	37
I.4.3. Types de défaillances des PBF	38
I.4.4. Phénomène de dégradation	39
I.5 Conclusion	40

Chapitre II : Modélisation des PBF : Equation de Reynolds	41
II.1 Introduction	41
II.2 Hypothèses relatives à l'équation de Reynolds	41
II.3 Equation de Reynolds en coordonnées cartésiennes et cylindriques	42
II.4 Etude du plan incliné (coin d'huile) ou blochet	47
II.5 Etude d'une butée fluide circulaire à orifices multiples	52

II.6 Etude d'un palier fluide cylindrique	57
II.6.1 Epaisseur du film lubrifiant	59
II.6.2 Palier type long avec hypothèses de Sommerfeld	63
II.6.3 Palier de type Gümbel	68
II.6.4 Palier de type Reynolds	71
II.6.5 Conditions de palier de butée court	75
II.7 Conclusion	79

Chapitre III : Théorie de la fiabilité mécanique 81
III.1 Introduction
III.2 Variables aléatoires ou processus stochastiques
III.3 Principes de la théorie de la fiabilité mécanique
III.3.1 Notion de résistance-contraintes82
III.3.2 Scénario de défaillance 83
III.4 Fonction de performance
III.5 Probabilité de défaillance
III.6 Transformation isoprobabiliste
III.6.1 Transformation de Rosenblatt
III.6.2 Transformation de Nataf
III.7 Méthodes d'estimations de la probabilité de défaillance
III.7.1 Concept et généralités
III.7.2 Indices de fiabilité et point de conception
III.7.3 Algorithme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler (HLRF)
III.7.4 Méthodes d'approximation FORM/SORM
III.7.5 Méthodes de simulations Monte Carlo101
III.7.6 Méthodes des tirages d'importance103
III.8 Méthode des surfaces de réponses 105
III.8.1 Détermination des coefficients de la fonction polynomiale
Ce tableau III.1 représente les points du plan d'expérience en étoilé pour trois variables aléatoires par exemple
III.8.2 Détermination de la matrice du plan d'expérience 108
III.9 Conclusion

	Chapitre IV : Estimation fiabiliste de PBF : Fonctions de performateur	nce 115
IV.1	Introduction	115
IV.2	Etude de la fiabilité du blochet (coin d'huile)	115
IV.3	Etude de la fiabilité de la butée fluide hydrostatique	122
IV.4	Etude de la fiabilité du palier cylindrique fluide (PCF)	127
IV	4.1 Fiabilité d'un PCF de type long avec conditions de Sommerfeld	127
IV	4.2 Fiabilité d'un PCF de type long avec conditions de Gümbel	134
IV	4.3 Fiabilité d'un PF de type long avec conditions de Reynolds	141
IV	4.4 Fiabilité d'un Palier cylindrique fluide de type court	147
IV.5	Conclusion	155
	Conclusion générale et perspectives	157

oliographie1	58
--------------	----

Liste des Figures

Fig. I 1 : Palier fluide cylindrique [Techniques de l'ingénieur b5325]	25
Fig. I 2 : Butée fluide circulaire [Frêne, J. (2004). Butées et paliers hydrodynamique	es.
Techniques de l'ingénieur, article B, 5320.]	26
Fig. I 3 : Palier aérodynamique de type Herringbone Groove : Arbre avec 36 gorges	5
de 15µm de profondeur [lfmi.epfl.ch/page-67174]	28
Fig. I 4 : Butée aérostatique à orifices multiples [zollern.de/fr/palier-lisse/palier-	
aérostatique]	29
Fig. I 5 : Palier hydrostatique avec orifices [Palier hydrostatique/1001745]	30
Fig. I 6 : Palier et butée hydrodynamiques [directindustry.com/prod/zollern/product]	30
Fig. I 7 : Paliers et butées magnétiques [magnetic-bearings-boost-turboexpander-	
performance-for-turbogaz]	32
Fig. I 8 : Types de paliers ou butées à roulements [Moret, M. (1990). Roulements e	et
butées à billes et à rouleaux. Ed. Techniques Ingénieur]	32
Fig. I 9 : Schématisation de la lubrification hydrostatique [1]	33
Fig. I 10 : alimentation à débit constant [1]	34
Fig. I 11 : alimentation à pression constant [1]	34
Fig. I 12 : Modèle de défaillances ou courbe en baignoire	37
Fig. I 13 : Défaillances de paliers	38
Fig. II 1 : Système d'axes et épaisseur de film fluide	43
Fig. II 2 : Schéma d'un palier cylindrique	46
Fig. II 3 : Enchainement de blochets formant une butée [Frêne, J. (2004). Butées	et
paliers hydrodynamiques. Lechniques de l'ingenieur, article B, 5320j	48
Fig. II 5 : Variation de la charge en fonction du rapport des énaisseurs	40 51
Fig. II 6 : Configuration de la butée à orifices circulaires multiples	53
Fig. II 7 : butée circulaire à orifices [maintenanceandco.com/p/14727/ma-doc]	54
Fig. II 8 : Variation de la charge en fonction de l'épaisseur du film fluide	56
Fig. II 9 : palier hydrodynamique (doc PDU-120/260)	57
Fig. II 10 : Film fluide entre l'arbre tournant et le coussinet	58
Fig. II 11 : Systemes de coordonnees du paller fluide cylindrique	60
Fig. Il 12 Pallel huide hydrodynamique en mouvement (a) et au repos (b) Fig. Il 13 : Surfaces développées du palier fluide cylindrique	63
Fig. II 14 · Conditions de Sommerfeld	64
Fig. II 15 : Palier de type Sommerfeld	0.
[p.loussouarn.free.fr/technic/gouvetam/etambot.pdf]	67
Fig. II 16 : Evolution de la charge du palier de type Sommerfeld	68
Fig. II 17 : Palier de type long (usinenouvelle.com/expo/palier-o6556)	69
Fig. II 18 : Conditions de Gümbel : discontinuité du film et palier rempli à moitié	69
Fig. II 19. Evolution de la charge du paller de type Gumbel	71 Sur
$0 < \theta < AR$	72
Fig. II 21 : Evolution des angles de rupture du palier de type Reynolds	73

Fig. II 22 : Evolution de la charge du palier de type Reynolds Fig. II 23 : Regroupement des répartitions de charges des trois types de paliers Fig. II 24 : Palier de type court (doc maintenanceandco) Fig. II 25 : Répartition des charges pour un palier de type court	74 75 76 78
Fig. III 1 : Notion de résistance-contraintes (sollicitations)	83
Fig. III 2 : Scénario de défaillance en mécanique [39]	84
Fig. III 3 : Fonction de performance de l'état limite dans l'espace physique	85
Fig. III 4 : Densité de R et S première forme de la probabilité de défaillance	87
Fig. III 5 : Densité de R et S deuxième forme de la probabilité de défaillance	88
Fig. III 6 : Transformation de l'espace physique vers l'espace normé centré	90
Fig. III 7 : Schéma de l'algorithme de HLRF	98
Fig. III 8 : Illustration de l'approximation de FORM1	00
Fig. III 9 : Illustration de l'approximation de SORM1	01
Fig. III 10 : Simulations de Monte-Carlo 1	02
Fig. III 11 : Simulation tirages d'importance1	04
Fig. III 12 : Plan polytope axial ou étoilé 1	09
Fig. III 13 : Plan factoriel 2 <i>N</i> 1	11
Fig. III 14 : Plan d'expérience composite centré 1	13
Fig. IV 1 : Blochet ou coin d'huile 1	16
Fig. IV 3 : Variation de la charge en fonction du rapport des épaisseurs1	17
Fig. IV 4 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du rapport des	
épaisseurs du blochet fluide 1	20
Fig. IV 5 Convergence de Pf pour $rp = 1.15$ 1	21
Fig. IV 6 : Convergence de $CVPf$ pour $rp = 1.15$ 1	21
Fig. IV 7 : Charge de la butée en fonction du nombre d'orifice	22
Fig. IV 8 : Probabilité de défaillance P_f (a) et coefficient de variation P_f (b) de la bute	ée
fluide pour un nombre d'orifices n=121	24
Fig. IV 9 : Probabilité de défaillance Pf (a) et coefficient de variation Pf (b) de la but	tée
fluide pour un nombre d'orifices n=6 1	25
Fig. IV 10 : Probabilité de défaillance Pf (a) et coefficient de variation Pf (b) de la	
butée fluide pour un nombre d'orifices n=31	26
Fig. IV 11 : Charge du palier de type Sommerfeld1	28
Fig. IV 12 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction des excentricités	
relatives du PCF de type Sommerfeld 1	32
Fig. IV 13 : Probabilité de défaillance P_f (a), Coefficient de variation P_f (b) du PCF c	de
type Sommerfeld pour $\varepsilon = 0.8$ en fonction du nombre de simulations	33
Fig. IV 14 Probabilité de défaillance Pf (a), Coefficient de variation Pf (b) du PCF de	e
type Sommerfeld pour $\varepsilon = 0.9$ en fonction du nombre de simulations	34
Fig. IV 15 : Charge du PCF de type Gümbel 1	35
Fig. IV 16 : Evolution de la probabilite de defaillance en fonction des excentricités	
	~~

Fig. IV 17 : Probabilité de défaillance Pf (a), Coefficient de variation Pf (b) pour ϵ =0.	8
en fonction du nombre de simulations 14	40
Fig. IV 18 : Probabilité de défaillance Pf (a), Coefficient de variation Pf (b) pour ϵ =0.	9
en fonction du nombre de simulations 14	41
Fig. IV 19 : Charge du PCF de type Reynolds 14	42
Fig. IV 20 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction des excentricités	
relatives du PCF de type Reynolds 14	47
Fig. IV 21 : Charge pour un palier de type court 14	48
Fig. IV 22 : Evolution de la probabilité de défaillance (a), du coefficient de variation	
(b) en fonction du nombre de simulations pour un palier de type court pour ϵ =0.90149	••
Fig. IV 23 : Evolution de la probabilité de défaillance (a), du coefficient de variation	
(b) en fonction du nombre de simulations pour un palier de type court pour ϵ =0.95.	50
Fig. IV 24 : Probabilité de défaillance en fonction des excentricités relatives 15	55

Liste des tableaux

Tableau III. I : Points du plan d'expérience en étoile pour trois variables aléatoires1	80
Tableau III II : Points du plan d'expérience composé de trois variables aléatoires. 1	10
Tableau III.III : Points du plan d'expérience composite centré pour 3 variables	
aléatoires1	12
Tableau IV. 1 : Variables de conception du blochet fluide 1	16
Tableau IV. 2: Résultats de FORM pour un blochet 1	18
Tableau IV. 3 : Résultats de SORM pour un blochet 1	18
Tableau IV. 4 : Résultats de Monte Carlo (tirages d'importances) pour un blochet 1	19
Tableau IV. 5 : Variables de conception de la butée fluide 12	23
Tableau IV. 6: Charge critique de la butée en fonction du nombre d'orifices 12	23
Tableau IV. 7 : Estimations des probabilités de défaillance et Indices de fiabilité pou	٦r
une épaisseur donnée en fonction du nombre n d'alimentation d'orifices de la butée	;
1	23
Tableau IV. 8 : Variables de conception du PCF 1	27
Tableau IV. 9 : Résultats d'estimation de la fiabilité du PCF de type Sommerfeld pa	r
la méthode de FORM 1	29
Tableau IV. 10 : Résultats d'estimation de la fiabilité du PCF de type Sommerfeld p	ar
la méthode de SORM 1	30
Tableau IV. 11 : Résultats d'estimation de la fiabilité du PCF de type Sommerfeld p	ar
la méthode des tirages d'importance (Monté Carlo) 1	31
Tableau IV. 12: Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode FORM 1	36
Tableau IV. 13 : Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode de SORM 1	37
Tableau IV. 14 : Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode de Monte Carlo	C
	38
Tableau IV. 15 : Estimation de l'angle de rupture et la capacité de charge du PCF d	le
type Reynolds1	43
Tableau IV. 16 : Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode FORM 14	44
Tableau IV. 17 : Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode SORM 1	45
Tableau IV. 18 : Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode Monte Carlo 14	46
Tableau IV. 19 : Variables de conception du PF de type court	48
Tableau IV. 20 : Résultats de Monte Carlo 1	52
Tableau IV. 21 : Résultats de FORM	53
Tableau IV. 22 : Résultats de SORM 1	54

Liste des notations

- \vec{v} Vecteur vitesse du fluide (m/s),
- t Temps (s),
- P Pression hydrodynamique (Pa),

u, v, w Composantes de la vitesse du fluide respectivement dans les directions x, y, et z (m/s), x, y, z les coordonnées d'espace,

u₁, v₁, w₁ Composantes de la vitesse du fluide sur la paroi 1,

- u_2 , v_2 , w_2 Composantes de la vitesse du fluide sur la paroi 2,
- h Epaisseur du film fluide (m),
- r Rayon élémentaire (m),
- R Rayon du palier (m),
- D Diamètre du palier (m),
- L Longueur du palier long (m),
- L_c Longueur du palier court (*m*),
- U_pVitesse de la surface inférieure du blochet (m/s),
- L_p Longueur du plan incliné (blochet) (m)
- W_B Charge ou portance du blochet (N)
- h₁ Hauteur du film fluide supérieure du blochet,
- h₂ Hauteur du film fluide inférieure du blochet,
- h_0 Hauteur du film fluide du blochet où le gradient de pression est nul,
- x_0 Abscisse du film du blochet où le gradient du film est nul,
- rp Rapport des épaisseurs du blochet,
- R_1 Rayon intérieure (m),
- R_0 Rayon de couronne d'orifice (m),

 R_2 Rayon extérieure (m),

 Q_0 Débit d'alimentation de la butée (m^3/s),

n Nombre d'orifices,

C_D Coefficient de décharge,

d Diamètre de l'orifice (m),

 P_s Pression de la source (Pa).

 R_a et R_c les rayons respectifs et très voisins de l'arbre en rotation et du coussinet.

 O_a , O_c Respectivement les centres de l'arbre et du coussinet.

e Distance des centres entre l'arbre et le coussinet du palier (m).

C Jeu radial (m).

- P_S Pression de Sommerfeld (Pa).
- P_G Pression de Gümbel (Pa).

 P_R Pression de Reynolds (Pa).

 W_S , W_G , W_R , W_C Charge respectivement (solliciations) du palier de Sommerfeld, Gümbel, Reynolds, palier de type court (*N*).

 W_S^c , W_G^c , W_R^c , W_C^c Charge critique respectivement du palier de Sommerfeld, Gümbel, Reynolds, et du palier court de type court.

- W_B^c Charge critique du blochet
- W_B Sollicitations du blochet.
- G_B Fonction de performance du blochet
- G Fonction d'état limite dans l'espace physique.
- H Fonction d'état limite dans l'espace normé centré.
- N Nombre de simulations.
- X_i Variables de conception.
- m_{X_i} Moyenne des variables X_i.
- \overline{X} Vecteur aléatoire.

 $cov(X_i, X_i)$ la covariance des variables de conception.

- U* Point de conception ou point le plus probable à la défaillance.
- P_f Probabilité de défaillance
- CV_{Pf} : Coefficient de variation de la probabilité de défaillance
- α Angle entre la face supérieure du blochet et l'horizontale
- β Indice de fiabilité
- δ Angle entre U_2 et $\omega_a R$
- ε Excentricité relative
- θ_R Angle de rupture du film fluide (°)
- κ_i Rayons de courbures au point de conception U_i
- µ Viscosité du fluide (Pa.s)
- μ_{Pf} : Moyenne de la probabilité de défaillance
- ρ Masse volumique du fluide (kg.m-3)
- $\rho_{X_iX_i}$ Matrice de corrélation des variables X_i
- σ Angle entre la parois supérieure du blochet et l'horizontale (°)
- σ_{X_i} Ecarts types des variables de conception
- Φ Fonction de répartition de la loi Gaussienne normée centrée
- φ Densité de probabilité de la loi normale
- ϕ Angle de calage ou d'altitude
- ω_a Vitesse angulaire de l'arbre du palier (rad/s).
- ω_c Vitesse angulaire du coussinet du palier (rad/s)
- ω Vitesse angulaire (rad/s)
- σ_{Pf} : Ecart-type de la probabilité de défaillance

Introduction générale

L'application des méthodes d'estimation de la fiabilité dans le domaine de la mécanique des fluides est très rare dans la littérature. En effet, malgré la présence de nombreux composants pneumatiques et hydrauliques (électrovannes, vérins, paliers, butée, blochet,...) dans les machines et systèmes (machines à mesurer tridimensionnelle, télescope, turbines, compresseurs,...), peu d'études fiabilistes ont été réalisés dans ce domaine.

L'objectif de ce travail est l'évaluation de la fiabilité de composants fluides (blochet, butée et paliers), car ces derniers constituent un élément essentiel pour les machines tournantes comme les compresseurs, les moteurs à combustion interne et les turbines. Ces composants fluides sont utilisés pour sustenter et guider en rotation des arbres de transmission. L'étude de la fiabilité de ces éléments nécessite un couplage entre modèles mécaniques et modèles stochastiques pour un dimensionnement optimal et robuste. La prise en compte des variables de conception devient indispensable pour une bonne connaissance et maitrise du bon fonctionnement de ces composants fluides (blochet, butée, paliers).

Les méthodes de calcul mécano-fiabilistes sont variées et largement utilisées dans le calcul des structures. Celles-ci peuvent être employées pour caractériser en termes de sûreté de fonctionnement le bon dimensionnement et la bonne conception des composants fluides. Cependant, il convient de bien définir le couplage existant entre la théorie de la fiabilité et celle de la mécanique des fluides basée sur les équations de Navier-Stokes. Pour ce faire, nous nous intéressons à deux approches pour la modélisation mécanique des composants fluides : l'approche analytique avec des conditions aux limites sur la pression et l'approche numérique pour une résolution plus générale de l'équation de Reynolds.

Les méthodes développées pour l'évaluation de la fiabilité des composants fluides sont principalement les méthodes : FORM (First Order Reliability Method), SORM (Second Order Method) et simulations des tirages d'importance.

Le chapitre l de ce mémoire étudie les causes des défaillances des différents types de paliers et butées fluides (PBF). Il propose une comparaison des PBF et explique en partie la lubrification hydrodynamique et hydrostatique des PBF. Ensuite, les phénomènes de dégradation et les modes de défaillance sont exposés.

Le chapitre II rappelle les hypothèses relatives à l'équation de Reynolds. Il étudie cette équation en coordonnées cartésiennes et cylindriques. Ce chapitre expose la modélisation des composants fluides (blochet, butée, paliers) pour la détermination de la charge (portance) du PBF. L'équation donnant l'épaisseur du film fluide séparant les surfaces est établie pour estimer la capacité de charge. La charge du blochet est donnée en fonction du rapport des épaisseurs et des paramètres de conception. Dans le cas des paliers et butées, la charge est évaluée en fonction des excentricités relatives et les variables de conception. L'étude des paliers se décompose en paliers longs dont le gradient de pression axiale est négligé devant le gradient de la pression circonférentielle. Par contre, pour le palier court, le gradient

de pression circonférentielle est négligé devant celui de la pression axiale. Les charges calculées représentent les sollicitations pour la fonction de performance du chapitre IV.

Le chapitre III explique la théorie de la fiabilité mécanique. La notion de résistancecontrainte en mécanique est développée dans ce chapitre pour expliciter la notion de fonction de performance. Ce chapitre traite les méthodes d'estimation de la probabilité de défaillance, les indices de fiabilité et introduit la notion de surfaces de réponse. Les méthodes d'approximation de FORM/SORM et les tirages d'importance sont développées pour estimer la fiabilité des composants fluides. L'optimisation par l'algorithme de Hasofer-Lind permet de déterminer le point de conception nécessaire pour estimer l'indice de fiabilité et les probabilités de défaillances des méthodes proposées. La méthode des surfaces de réponse traite le cas de la fonction de performance implicite. Elle permet d'estimer la fiabilité des PBF (palier et butée fluide) par résolution numérique de l'équation de Reynolds. Ce chapitre traite la théorie de la fiabilité mécanique.

Le chapitre IV est une application des méthodes FORM/SORM et tirages d'importance pour estimer la fiabilité des composants fluides (blochets, butée, paliers longs et court). La fonction de performance est évaluée dans ce cas de manière explicite entre une résistance (charge estimée à 95% de la charge correspondant à l'excentricité relative maximale $\varepsilon_m = 1$) et une contrainte représentant la charge modélisée par l'équation de Reynolds. La charge calculée analytiquement dépend des paramètres de conception, de l'excentricité relative et de l'épaisseur du film fluide séparant les surfaces. En outre, nous avons déterminé dans ce chapitre, les probabilités de défaillance (FORM, SORM, Tirages d'importance), la variation de la probabilité de défaillance (Tirages d'importance) et les indices de fiabilité (FORM, SORM, Tirages d'importance).

Enfin, une synthèse sur cette contribution et des perspectives de ce travail sont proposées.

Chapitre I : Principe de fonctionnement des paliers et butées fluides (PBF) - Etat de l'art

I.1. Introduction

Les paliers et les butées fluides (PBF) sont des composants essentiels et très utilisés de nos jours. Ils permettent le guidage en rotation des machines tournantes telles que les turboréacteurs, les éoliennes, les systèmes métrologiques, les moteurs des véhicules etc.. Pour les paliers (Fig. I.1), la direction de la charge est radiale tandis que pour les butées (Fig. I.2) la direction de la charge est axiale.



Fig. I 1 : Palier fluide cylindrique [Techniques de l'ingénieur b5325]

Les deux grains mobile et fixe de la butée (Fig. I.2) sont séparés par un film fluide alimenté à travers les rainures d'alimentation. Les rayons interne et externe de la butée sont respectivement R_1 et R_2 . W_p représente la charge (portance) supportée par cette butée hydrodynamique et ω la vitesse angulaire de rotation de la partie mobile.



Fig. I 2 : Butée fluide circulaire [Frêne, J. (2004). Butées et paliers hydrodynamiques. Techniques de l'ingénieur, article B, 5320.]

La qualité en conception des machines tournantes est étroitement liée à celle des paliers et des butées fluides (PBF) qu'elles utilisent. En outre, la diminution des émissions des gaz à effet de serre, et plus spécifiquement du gaz carbonique CO₂, nécessite une réduction des frottements des machines. A ce titre, les paliers et butées (PB), composants essentiels des machines tournantes, ont un impact direct sur la puissance dissipée par frottement. Les propriétés physico-chimiques des films lubrifiants, les paramètres géométriques, la forme, et l'état des pièces antagonistes ont une influence sur la qualité, la fiabilité et la performance des PBF. Par ailleurs, l'augmentation régulière des puissances fournies par les machines tournantes demande à ce que les organes mécaniques tels que les composants fluides soient conçus judicieusement car ils sont soumis à des chargements dynamiques et thermiques de plus en plus sévères. Ces chargements cycliques entrainent des défaillances sur le bon fonctionnement des PBF.

Le calcul des performances repose sur la résolution des éguations de lubrification qui sont une approximation des éguations de Navier-Stokes en film mince. Il existe de nombreuses solutions à ces équations correspondantes à des PBF différents. Dans « Paliers et Butées Hydrodynamiques », Frêne et al [1] ont développé une approche analytique basée sur les équations de Reynolds permettant de déterminer les performances et les caractéristiques de ces composants fluides. Plusieurs cas sont étudiés correspondant à des conditions aux limites différentes selon la nature du film lubrifiant : les conditions de type Sommerfeld (1904) [2] qui supposent une continuité sans rupture du lubrifiant, celles de Gümbel (1921) [3] qui impliquent une discontinuité du film fluide là où la pression devient inférieure à la pression de vapeur saturante et celles de Reynolds établies par Swift (1932) [4] et Stieber (1933) [5] qui présentent aussi un film discontinu en se basant sur une hypothèse sur la pression et le gradient de pression. Ram [6] ont estimé les caractéristiques d'un palier hybride (palier dont les performances sont dues à la fois à la pression d'alimentation et au mouvement d'une des faces) par la résolution des équations de Reynolds modifiées. Osman et al [7] présentent une comparaison théorique et expérimentale des caractéristiques du palier de butée hydrostatique. Yang et al [8] déterminent les caractéristiques du palier aérostatique en fonction du nombre d'orifices d'alimentation

et de leur position. Dans son mémoire de thèse, Charki [9] étudie les paramètres de performance et les phénomènes de vibrations des paliers aérostatiques et aérodynamiques. Bonneau et al [10] ont développé des modèles numériques pour résoudre les équations de Reynolds dans le cas d'un écoulement isotherme et d'une lubrification mixte (avec contact solide).

Si l'étude hydro et aérodynamique des paliers et butées est bien documentée, le couplage entre leurs performances et la fiabilité dans le cas des machines tournantes reste un domaine à défricher. L'étude fiabiliste des paliers est importante pour la garantie de fonctionnement des paliers fluides qui constituent par conséquent des éléments essentiels pour les machines tournantes. L'analyse exacte de la défaillance d'un palier repose sur une méthodologie rigoureuse qui vise à faciliter le processus d'identification des causes de pannes. Par exemple, Bonnet [11] a analysé les causes de défaillance de paliers fluides et à roulements dans les moteurs à induction. Dans ce manuscrit, nous proposons pour la première fois de réaliser l'étude fiabiliste de PBF en se basant sur une approche « résistance-contrainte » et permettant d'estimer la probabilité de défaillance de ces composants.

I.2. Etat de l'art sur les paliers et les butées fluides (PBF)

Le guidage en rotation ou en translation entre surfaces solides se fait par diverses technologies tout en réduisant les forces de frottement. Parmi ces différentes technologies, on distingue les paliers aérodynamiques, hydrodynamiques, aérostatiques, hydrostatiques, magnétiques, et à roulements.

La portance ou la charge du palier, résultante des forces de pressions, peut résulter soit d'une alimentation extérieure grâce à une pompe à travers un injecteur de fluide, soit du mouvement lui-même, soit de leur effets combinés (PBF hybride). Lorsque ces PBF sont sollicités dynamiquement par des efforts extérieurs appliqués aux solides séparés par le palier, la variation du champ de pression dans le film induit un effet de raideur et d'amortissement qui doit tendre à minimiser le mouvement de perturbation ; mais le comportement dynamique du fluide peut aussi conduire à une instabilité préjudiciable.

I.2.1 Les paliers et butées aérodynamiques

La particularité des paliers et butées aérodynamiques (fig. 1.3) vient de la très faible viscosité des gaz lubrifiants, ce qui est à la fois un avantage (pas de pollution du milieu, pas de frottement à grande vitesse, grande précision de déplacement avec une bonne stabilité de mouvement) et un inconvénient (une très grande précision d'usinage des surfaces en contact avec le lubrifiant), à laquelle s'ajoutent les spécificités apportées par la compressibilité. Ils sont utilisés dans des machines de grandes précisions et de petite taille où se trouvent réunis de grandes vitesses de rotation avec de très faibles jeux (appareils de mesure). A identité de géométrie et de vitesse, la portance et la friction d'un palier à gaz sont réduites par rapport à ce qu'elles seraient en fonctionnement à huile dans le rapport des viscosités ; c'est-à-

dire divisées par un coefficient de 500 à 1000 [12]. Au delà du rapport des viscosités, la compressibilité du gaz conduit à une réduction supplémentaire de la portance. Ce composant présente donc un avantage en termes de friction si la surface de palier dont on dispose est (pour des raisons constructives) notablement excédentaire par rapport à un palier à huile, mais c'est surtout parce qu'il ne nécessite pas de système de récupération des fuites et qu'il peut fonctionner dans une gamme de température plus large que les paliers à huile. C'est le type de palier qui offre le maximum de capacité de vitesse (au delà de 100 m/s). Les durées de vie sont possibles jusqu'à 100 000 heures [12].



Fig. I 3 : Palier aérodynamique de type Herringbone Groove : Arbre avec 36 gorges de 15µm de profondeur [lfmi.epfl.ch/page-67174]

I.2.2 Les paliers et butées aérostatiques

Comme pour les paliers aérodynamiques, on n'a pas à se préoccuper de la récupération du fluide. La fonction des paliers et des butées aérostatiques est de réaliser des guidages en rotation ou des supports axiaux ayant une capacité portante à des vitesses de rotation nulle (Fig. I.4). Les principes sont les mêmes que pour la lubrification hydrostatique. La pression dans le film d'air (ou plus généralement de gaz) est maintenue par un circuit d'alimentation extérieur. La pression aérostatique du film lubrifiant assure ainsi l'absence du contact même si la vitesse relative entre les deux parties du guidage est nulle. Le lubrifiant le plus souvent utilisé est l'air qui a l'avantage d'être facilement disponible. Cette remargue est parfaitement vraie pour les butées et les paliers aérodynamiques mais est à pondérer pour la lubrification aérostatique : la présence d'un circuit d'alimentation qui comporte un compresseur et des systèmes de filtrage, de déshuilage et de déshumidification est indispensable [13]. Toutefois, la présence de tels circuits d'alimentation est courante et l'utilisation de l'air à la place d'un autre gaz enlève la nécessité d'étanchéité dont la durée de vie est le plus souvent limitée. Tout comme les paliers et les butées aérodynamiques, la faible viscosité du lubrifiant gazeux est toujours un avantage pour le fonctionnement avec de faibles pertes de puissance lors des fortes vitesses de rotation. De plus, la valeur relativement élevée de la pression d'alimentation permet de réaliser des butées et des paliers avec des raideurs assez élevées ce qui aboutit à des guidages extrêmement précis. L'existence d'une capacité portante à des vitesses nulles de

rotation apporte d'autres avantages par rapport aux butées et paliers aérodynamiques. L'usure lors du démarrage et de l'arrêt de la machine est inexistante car, à l'exception des incidents de fonctionnement (contacts, arrêts et démarrage accidentels), la lubrification des paliers et des butées aérostatiques a lieu toujours en régime fluide. De même, les défauts de forme pouvant modifier l'épaisseur de film mince ont moins d'importance en lubrification aérostatique. La lubrification aérostatique conserve ainsi tous les avantages de la lubrification hydrostatique mais la compressibilité de l'air (ou d'un autre lubrifiant gazeux) apporte des particularités qui rendent la conception des butées et des paliers aérostatiques plus délicate. Cette instabilité présente toutefois des risques de vibrations autoentretenues dès qu'une vitesse de rotation empêche tout fonctionnement normal de la machine. La vitesse peut aller au delà de 100 m/s et la pression de 0.1 à 0.2 MPa suivant la source de pression. Pour une bonne filtration, la durée de vie peut aller de 50 000 à 100 000 heures. Le système de restricteurs d'alimentation produit une auto régulation en épaisseur de film puisque l'augmentation d'épaisseur du film se traduit par une chute de portance et un retour vers un film plus mince. L'emploi de multilobes permet l'obtention de grandes rigidités suffisantes qui autorisent le quidage machine-outil [13].



Fig. I 4 : Butée aérostatique à orifices multiples [zollern.de/fr/palier-lisse/palieraérostatique]

I.2.3 Les paliers et butées hydrostatiques

Ils ont comme principales caractéristiques, un coefficient de frottement faible, nul au départ, pas de stick-slip, une grande raideur et peu de problème thermiques. En revanche, leur coût est élevé et la consommation de puissance due à la pompe importante. L'arbre n'étant jamais parfaitement centré, tous les paliers radiaux sont donc plus ou moins hybrides. Pour éviter l'instabilité, il faut un système de régulation de débit (orifice). Les PBF hydrostatiques (Fig. 1.5) tirent leur précision du positionnement sous l'effort des variations de la portance résultant de petits déplacements autour du point d'équilibre. Ils doivent pourtant avoir un jeu très faible pour éviter des fuites excessives [14]. Fonctionnant en régime parfaitement fluide, tous ces paliers ne s'usent que sous l'effet des impuretés véhiculées par le fluide. A ce stade les paliers à patins oscillants offrent l'avantage de corriger l'effet de l'usure en modifiant leur inclinaison. Les PBF multilobés et hydrostatiques peuvent accepter des durées de vie de plusieurs dizaines de milliers d'heures en conservant leurs performances de positionnement [14].



Fig. I 5 : Palier hydrostatique avec orifices [Palier hydrostatique/1001745]

I.2.4 Les paliers et butées hydrodynamiques

Les PBF hydrodynamiques sont les composants où un film mince de fluide sépare les surfaces en mouvement relatif. Les phénomènes de cavitation dans le film fluide entrainées par les charges dynamiques et les vibrations des surfaces en mouvement conduisent à la destruction des pièces par fatigue. La butée à patins oscillants constitue le moyen le plus efficace de supporter une charge axiale en régime hydrodynamique. Les butées à patins oscillants admettent des pressions sur patins (et non sur la surface annulaire) de 4 MPa pouvant aller, pour une qualité de conception très soignée, au-delà de 6 MPa [15]. Les vitesses acceptables dépassent 100 m/s. En condition chargée, le coefficient de frottement dynamique (rapport de la force de frottement visqueuse à la charge) est de l'ordre de 3/1000. Le coefficient de frottement statique de l'ordre de 0.15 justifie la présence de dispositifs hydrostatiques [15].





I.2.5 Paliers hybrides à gaz

Ils sont la combinaison de composants aérostatique et aérodynamique. Ces paliers mixtes acceptent des vitesses au-delà de 100 m/s. Ils sont limités en pression, vers 0.03 MPa. Ils ont un coefficient de frottement statique théoriquement nul et d'un coefficient dynamique de l'ordre de 0.005. L'aérostatisme est l'effet d'injection de gaz dans le jeu du palier avec la mise en place d'injecteurs pour assurer l'alimentation en gaz du palier ou de la butée [18].

I.2.6 Paliers hybrides à huile

Ils sont la combinaison de paliers hydrostatique et hydrodynamique. Les capacités hydrodynamiques et hydrostatiques sont sensiblement équivalentes, il n'y a pas de réduction notable des limites de pression acceptable pour ces paliers. L'hydrostatisme annule le coefficient de frottement statique et permet ainsi de passer sans problème les zones critiques de marches. Ils résistent mieux aux chocs et aux vibrations, et ils demandent peu ou pas d'entretien. Par comparaison avec les roulements, on les apprécie pour leur silence. Ils s'imposent partout où la pollution par de l'huile ou par de la graisse est inacceptable. Nous étudions essentiellement la fiabilité de ces paliers qui présentent un grand avantage dans le domaine industriel et technologique [18].

I.2.7 Les paliers et butées magnétiques

Ils fonctionnent en créant un champ magnétique qui permet de repousser la partie mobile du composant. Ils nécessitent une source de courant électrique et des paliers auxiliaires limitant le déplacement du rotor à l'intérieur de l'entrefer mais normalement ne tournant pas en service (Fig. 1.7) Il existe deux possibilités pour créer le champ magnétique. La première possibilité consiste en une attraction entre les pièces douces en vis-à-vis, polarisées par un flux magnétique. La seconde possibilité, par l'attraction ou la répulsion directe entre des aimants permanents. Le premier principe est utilisé dans les PB magnétiques passifs à reluctance variable; le second dans les paliers à aimants permanents. Ces paliers passifs ont pour fonction soit de centrer un axe (exactement comme un roulement à billes), soit de contrôler la translation le long de l'axe. On parlera de centreur magnétique pour les paliers et pour l'autre cas de butée magnétique. Ces PB magnétiques sont des composants magnétiques de suspension [16].



Fig. I 7 : Paliers et butées magnétiques [magnetic-bearings-boost-turboexpanderperformance-for-turbogaz]

I.2.8 Paliers et butées à roulements

Les PB à roulements sont les moins couteux comparés aux autres technologies. Ils sont constitués de deux bagues intérieure et extérieure, d'éléments roulants ou corps roulants qui sont des billes, rouleaux ou aiguilles (Fig. I.8) Il y a aussi la cage qui sépare les éléments roulants de manière équidistante pour limiter leur usure. Ils ont l'avantage de rotation rapide avec un frottement faible. Ils supportent de grandes charges radiales ou axiales importantes. Ils nécessitent peu de maintenance [17].



Fig. I 8 : Types de paliers ou butées à roulements [Moret, M. (1990). Roulements et butées à billes et à rouleaux. Ed. Techniques Ingénieur]

I.3 Lubrification des paliers et butées fluides (PBF)

Les concepteurs de machines tournantes à grandes charges s'intéressent de plus en plus aux PBF parce qu'ils offrent la plus grande capacité de charge avec un faible coefficient de frottement.

En général, on distingue deux types de lubrification des PBF :

- la lubrification hydrostatique
- la lubrification hydrodynamique.

I.3.1 Lubrification hydrostatique

Historiquement, le premier palier fluide hydrostatique a été défini par L. D Girard en 1862 [1]. Il l'utilisait dans une étude de train glissant sur des paliers hydrostatiques plats. Cette technique de lubrification est utilisée lorsque la vitesse des surfaces est faible pour générer une pression sustentatrice. Elle nécessite deux surfaces dont l'une est lisse et l'autre comportant des alvéoles qui sont reliées à un générateur de pression (pompe). Ce genre de lubrification comporte deux zones [1] :

- Deux zones représentées par AB et CD où l'épaisseur h du film fluide lubrifiant est négligeable devant les largeurs du composant. La pression dans cette zone est déterminée par l'équation de Reynolds.

- Une zone BC qui correspond à l'alimentation de pression constante par l'extérieure. L'épaisseur du film dans cette zone est environ 20 fois supérieure à l'épaisseur du film fluide.



Fig. I 9 : Schématisation de la lubrification hydrostatique [1]

Il existe deux principales méthodes pour introduire le fluide à l'intérieur du composant et qui sont :

• Alimentation à débit constant : On place une pompe à débit constant entre le réservoir et l'alvéole (Fig. I.10). Au cas où le système comporte plusieurs alvéoles, il faut alimenter chacun par une pompe. Ce qui explique la limite de cette technique peu employée et couteuse.



Fig. I 10 : alimentation à débit constant [1]

• Alimentation à pression constante : on place une résistance hydraulique immédiatement en amont de l'alvéole. Cette résistance hydraulique crée une perte de charge qui permet d'asservir le débit à la chute de pression (Fig. I.11). Cette technique facile à mettre en œuvre permet d'alimenter plusieurs alvéoles à l'aide d'une seule pompe.



Fig. I 11 : alimentation à pression constant [1]

L'inconvénient principal de ce type de lubrification est que la source de pression est très consommatrice d'énergie. Parmi ces avantages on distingue :

- Une usure quasi nulle des paliers
- Pas de phénomène de stick-slip ("collé-glissé").

- Un très bas coefficient de friction (il peut être nul si les surfaces sont immobiles).

- Une stabilité ou raideur de palier importante (fonction de la pression extérieure fournie).

- Une atténuation des défauts de surface dans les paliers hydrostatiques à lubrification liquide car la portance n'est pas due à la qualité et à la précision des surfaces en mouvement.

I.3.2 Lubrification hydrodynamique

Dans ce type de lubrification, les deux surfaces en question, sont complètement séparées par le film fluide. Cela suppose que les aspérités et les défauts de formes des surfaces sont négligeables devant l'épaisseur du film fluide du PBF. Au cas où cette lubrification n'est pas complète, on parlera de lubrification mixte ou limite. Le déplacement relatif des surfaces génère une pression pour équilibrer la charge appliquée au contact. L'expression de la pression dans le film fluide est obtenue par résolution de l'équation de Reynolds démontrée en 1886 [1] dans le but d'expliquer les résultats expérimentaux par Beauchamp Tower en 1885 [1] dans le cas d'un palier. Si la vitesse de l'une des surfaces est suffisante pour générer une pression et l'alimentation de lubrifiant importante pour créer aussi une pression, on parlera de lubrification hybride.

I.4 Etat de l'art sur la défaillance et la dégradation des PBF

L'analyse exacte d'une défaillance d'un PBF repose sur une méthodologie rigoureuse. Les défaillances sont à la maintenance ce que les maladies sont à la médecine. Il serait donc illusoire de vouloir effectuer un dépannage ou une réparation du PBF sans avoir au préalable élucidé la nature des défaillances à remédier [19].

Une défaillance est la cessation de l'aptitude d'un bien à accomplir une fonction requise. Après une défaillance, le bien est en panne totale ou partielle. (NF EN 13306).

La dégradation est l'évolution irréversible des caractéristiques d'un composant ou système liée au temps ou à la durée d'utilisation. C'est un affaiblissement graduel et continu. Sans intervention, ce processus irréversible peut aller jusqu'à la destruction complète.

I.4.1. Causes de défaillances des PBF

Les causes de défaillance sont des circonstances liées à la conception, à la fabrication, à l'installation, à l'utilisation et à la maintenance qui conduisent à la défaillance [19].

Déterminer la cause exacte d'une défaillance s'avère primordial pour être en mesure de corriger le problème. L'analyse des défaillances qui surviennent sur les PBF demande une bonne connaissance des données historiques du composant. Les
causes de la défaillance des (PBF) sont nombreuses et variées. Il existe des défaillances qui sont dues à [19] :

• *La surcharge* : le dépassement de la charge nominale du PBF entraine une déformation. Elle résulte généralement d'une fatigue de la rotation de l'arbre après un temps de fonctionnement plus ou moins long. Elle peut aussi résulter d'une mauvaise répartition des charges.

• *La fatigue de la rotation* : c'est la limite d'endurance du PBF. Il s'agit d'efforts répétés et alternés par exemple les vibrations entrainant la rupture du PBF.

• La fatigue thermique : c'est une fatigue engendrée par des contraintes thermiques, une lubrification inadéquate ou excessive. Il faut lubrifier le palier ou la butée fluide avec un lubrifiant spécifique adapté à l'application en respectant la fréquence et la quantité adéquate.

• La contamination : Ce sont les résidus de combustion qui contaminent et dégradent le fluide. Ces résidus peuvent être très durs et provoquer, dans certains cas, des usures qui détériorent la couche d'oxyde protectrice de certaines surfaces et initie de ce fait la corrosion. Les poussières atmosphériques passant malgré la filtration de l'air par entrée principale en sont un exemple.

• Les vibrations : Un palier fluide en fonctionnement bien dimensionné produit des vibrations engendrées par l'arbre en mouvement. Ainsi un palier neuf en excellent état de fonctionnement produit très peu de vibrations.

• Le mauvais alignement de l'arbre : Dans un palier, les axes du palier et de l'arbre ne sont pas toujours parallèles. En pratique, il existe toujours un mésalignement dont les causes peuvent être d'origine diverses : déformation thermique ou élastique de l'arbre.

• *L'usure* : c'est un phénomène très complexe. En général, l'usure est caractérisée par une perte de matière des surfaces. Elle se mesure exclusivement par des moyens expérimentaux, même s'il existe dans la littérature des formulations empiriques. Elle se produit soit au démarrage appelé période de rodage ou au cours des premiers cycles de fonctionnement appelé période d'endurance. On distingue quatre types ou formes d'usure proposés par Burwell en 1957 et qui restent un sujet ouvert aux spécialistes. On a une usure par adhésion, usure par abrasion, usure par fatigue et enfin une usure par corrosion. Les trois premières formes d'usure sont des processus mécaniques et la dernière est un processus chimique.

- Rupture d'une pièce dans la structure (effets balourds + problème matériaux).
- Absence (rupture) de l'alimentation (gel du lubrifiant).
- Démarrage trop rapide.

La méthodologie abordée pour l'estimation de la probabilité de défaillance du PBF repose sur le dimensionnement de la capacité de charge par la méthode des résistance-contrainte.

I.4.2. Les modes de défaillances des PBF

Un mode de défaillance, c'est la façon par laquelle est constatée l'incapacité du PBF à remplir la fonction requise. C'est donc le processus qui, à partir d'une cause intérieure ou extérieure au PBF, entraine la défaillance du bien considéré (Fig. I.12). Une défaillance du PBF se caractérise par le moment où elle se manifeste par rapport au cycle de vie de l'entité.

Elle peut être précoce en se manifestant au début c'est à dire qu'elle se rapporte à la période de déverminage.

Elle peut être aléatoire c'est à dire que la défaillance se produit durant le cycle de vie du PBF.

Elle peut être d'usure c'est à dire proche de la fin de cycle de vie par des processus de détérioration par corrosion.



Fig. I 12 : Modèle de défaillances ou courbe en baignoire

Le mode de défaillance du composant PBF est relatif à une fonction. D'une manière générale, un mode de défaillance a un des quatre effets sur le PBF :

- Fonctionnement prématuré ;
- Ne fonctionne pas au moment prévu ;
- Ne s'arrête pas au moment prévu ;
- Arrêt du système et de la machine utilisant la sustentation.

Il est cependant impossible d'effectuer une analyse concluante en vue d'un diagnostic avec une liste aussi généraliste. un mode de défaillance s'exprimera donc par la manière dont un système viendra à ne plus remplir sa fonction.

Les modes de défaillances (qui sont généralement une combinaison de contraintes qui agissent sur le PBF jusqu'à causer un dommage ou une défaillance) sont généralement [19] :

• Ecaillage superficiel et écaillage de fatigue ;

- Corrosion de contact ;
- Bavures ;
- Glissement ;
- Entaillage ;
- Abrasion, usure anormale ;
- Véritable ou faux effet Brinell ;
- Piqures et rainure électrique ;
- Fissures ;
- Grippages.

Les modes de défaillances ne représentent pas la cause du problème mais plutôt le résultat ou l'effet par lequel le problème se manifeste.



Fig. I 13 : Défaillances de paliers

La figure I.13 illustre les formes de défaillances des paliers cylindriques et butées fluides. Les variétés de défaillances sont nombreuses et surviennent à différents niveaux du fonctionnement du composant fluide.

I.4.3. Types de défaillances des PBF

Parmi ces défaillances, on peut citer principalement [19] :

• Défaillances intrinsèques : C'est le PBF lui même qui est à l'origine de la défaillance. Ce sont des défaillances qui sont dues à une mauvaise conception du palier ou butée fluide (PBF), à une fabrication non conforme ou à une mauvaise installation du composant. Les défaillances par usure (liées à la durée de vie d'utilisation) et par vieillissement (liées au cours du temps) sont des défaillances intrinsèques du PBF.

• Défaillances extrinsèques : ce sont des défaillances dues à des causes extérieures (maintenance, exploitation). Elles sont des défaillances de mauvais emploi, par fausses manœuvres, dues à la maintenance, conséquences d'une autre défaillance.

• Défaillance progressive : elle est due à une évolution progressive des caractéristiques du PBF. En général, elle est repérée par une inspection ou un contrôle antérieur. Elle peut être évitée par la mise en place d'une maintenance spécifique.

• Défaillance soudaine ou brutale : elle est due à une évolution quasi instantanée des caractéristiques du PBF. Une anticipation de ce type de défaillance est impossible pour effectuer une intervention avant la manifestation de cette défaillance.

• Défaillance partielle : elle résulte de la déviation d'une ou des caractéristiques du composant au delà des limites spécifiées, mais elle n'entraine pas une disparition complète de la fonction requise. On parle alors de fonction dégradée. Son état est tolérable sur une longue période mais la fonction du système reste limitée.

• Défaillance complète : elle résulte de la déviation d'une ou des caractéristiques du composant au delà des limites spécifiées en entrainant une disparition complète de la fonction requise.

• Défaillance intermittente : elle est limitée dans le temps auquel le composant retrouve son aptitude à accomplir sa fonction requise sans qu'aucune action corrective ne soit effectuée.

• Défaillance catalectique : c'est une défaillance à la fois soudaine et complète.

• Défaillance par dégradation : c'est une défaillance à la fois progressive et partielle. Ce sont les défaillances les plus faciles à prévoir et à anticiper. Par manque de suivi, elles peuvent conduire à une défaillance complète (corrosion, usure par frottement).

I.4.4. Phénomène de dégradation

La dégradation est l'évolution irréversible des caractéristiques d'un composant ou système liée au temps ou à la durée d'utilisation. C'est un affaiblissement graduel et continu. Sans intervention, ce processus irréversible peut aller jusqu'à la destruction complète.

Les dégradations sont la résultante de quatre paramètres qui sont [19] :

• La matière utilisée : En général les PBF sont faits d'alliage, la répartition des différents constituants ne peut être en aucun cas identique en tout point. La matière est donc hétérogène ; ce qui conduit à des différences de caractéristiques physicochimiques et mécaniques au sein d'une même pièce. Les matières subissent aussi un vieillissement naturel dont la vitesse de manifestation est directement liée aux conditions environnementales. Ce vieillissement peut entrainer fissures, pertes de résistance, etc., ce qui peut entrainer une accélération de l'usure. La corrosion et l'oxydation affectent considérablement la santé de la matière (surtout celle des métaux). Les fluides subissent aussi de telles altérations dues essentiellement à des agressions extérieures : contamination, pollution microbienne ou bactériologique.

• Le procédé d'obtention : ce sont essentiellement des procédés "traumatisants" pour la matière déformation , emploi de hautes températures, moyen de coupe (moulage, extrusion, emboutissage, forgeage, soudage et usinage).

• La conception : une conception imparfaite peut accélérer une dégradation et même dans certains cas en être la cause. Une prise en compte insuffisante des conditions de fonctionnement (milieu ambiant, température du fluide, pression, etc.) peut favoriser la dégradation de matières inadéquates. Des traitements inadéquates rendent incompatibles les formes du PBF. Un défaut de protection peut exposer certains organes à des agressions internes ou externes au PBF (chocs, fuites, température, etc.). Les vibrations ou balourds insuffisamment évalués lors de la conception peuvent conduire à une amplification des phénomènes de dégradations du palier ou butée fluide (PBF).

• *L'utilisation* : la maintenance est une activité inhérente à tout système en fonctionnement. Elle est donc asservie à la notion d'utilisation. Lors de ces phases, c'est essentiellement le non respect des consignes et des préconisations qui est la raison des dégradations (dépassement des limites de capacités entrainant déformations ou rupture, emploi inapproprié, conditions de transport et/ou de stockage inadaptées, préconisation de remplacement etc.).

I.5 Conclusion

L'étude des causes de défaillances des PBF est intéressante pour la garantie en conception des paliers et butées fluides. La mauvaise répartition de la surcharge est l'une des causes privilégiées pour étudier la fiabilité du PBF afin de s'assurer d'une meilleure conception pour la garantie du composant fluide. Le choix du PBF (palier, butée fluide) n'est pas fortuit dans la mesure où elle offre la meilleure solution technologique. Dans le chapitre II, nous allons aborder la modélisation mathématique

des écoulements en régime de lubrification. Il nous permet de déterminer la capacité de charge du composant (PBF) en fonction des variables de conception telles que : la viscosité du fluide, les paramètres géométriques (longueur, rayon), jeu radial, d'alimentation de la source extérieure, etc.

Chapitre II : Modélisation des PBF : Equation de Reynolds

II.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous étudions les équations de la lubrification hydrodynamique qui régissent la modélisation des paliers et butées fluides (PBF). Les équations générales gérant les écoulements dans les films minces visqueux sont déduites des équations de Navier-Stokes et de continuité. La lubrification hydrodynamique des PBF est une branche de la tribologie qui étudie les contacts entre deux surfaces séparées par un film fluide mince. Les aspérités et les défauts de forme sont supposés ici avoir des dimensions négligeables devant l'épaisseur du film fluide. La forme particulière du domaine occupée par le lubrifiant permet d'obtenir une équation aux dérivées partielles portant uniquement sur la pression et l'épaisseur du film fluide. Le calcul de cette pression permet de déterminer la charge supportée par ces PBF. Cette charge a des effets sur le fonctionnement des PBF. Celle-ci est obtenue par intégration de la pression sur toute la surface de la butée ou du palier fluide (PBF). Elle constitue un paramètre essentiel pour réaliser la fonction de performance nécessaire aux calculs fiabilistes. Elle permet entre autres (après avoir randomisé les variables) de calculer la fiabilité des PBF. Nous calculons donc la charge de quelques PBF pour en déduire leur fiabilité de fonctionnement. Cette étude nous permettra de garantir la qualité de leur conception.

II.2 Hypothèses relatives à l'équation de Reynolds

L'équation de Reynolds décrit l'écoulement laminaire d'un fluide entre deux parois très proches l'une de l'autre pouvant être en mouvement.

Les hypothèses simplificatrices qui conduisent à l'équation de Reynolds sont rappelées par Frêne et al [1].

- L'épaisseur du film *h* est très faible devant les autres dimensions du contact, c'est l'hypothèse fondamentale de la lubrification hydrodynamique.
- Le milieu est continu c'est à dire qu'il n'y a pas de discontinuité du lubrifiant, l'équation de Reynolds ne s'applique pas dans les zones où il y a rupture du film.

• Le fluide est newtonien : il y a proportionnalité entre le taux de cisaillement et les contraintes de cisaillement dans le film.

• Le régime est laminaire.

• L'une des surfaces de contact est parfaitement plane et ne présente pas de rugosité, ce qui permet de placer l'origine des axes sur cette surface. Cependant l'autre surface a une courbure partout négligeable.

• Absence de glissement entre le fluide et les parois du contact: la vitesse du fluide à la paroi est égale à celle de la paroi. C'est la condition d'adhérence.

• Les forces d'inertie sont négligeables vis à vis des forces visqueuses à cause de la petitesse de l'épaisseur du film fluide, ce qui peut ne pas être toujours vérifié.

• Les forces volumiques extérieures sont négligées devant les forces dues au gradient de pression.

• La viscosité, la température et la masse volumique du fluide ne varient pas à travers l'épaisseur du film et dans le temps.

Ces hypothèses sont assez restrictives, cependant il existe des formes plus générales de l'équation de Reynolds.

II.3 Equation de Reynolds en coordonnées cartésiennes et cylindriques

Le domaine occupé par le film fluide est délimité par deux parois numérotées 1 et 2 (Fig. II.1).La base de projection est choisie de telle sorte que la direction y correspond à l'épaisseur du film fluide. Un point de la paroi 1 aura une vitesse de composantes U_1 , V_1 , W_1 et celle de la paroi 2 de composantes U_2 , V_2,W_2 . Ces composantes de la vitesse et celles de la pression sont décrites en fonction des variables d'espace et du temps et sont notées respectivement u(x, y, z, t), v(x, y, z, t), w(x, y, z, t).

Tenant compte des hypothèses simplificatrices énoncées ci-dessus, les équations de Navier-Stokes en régime permanent s'écrivent de la forme suivante en coordonnées cartésiennes :

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right] \\ \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right] \end{cases}$$
(II.3.1)

Les expressions des composantes de la vitesse au sein du fluide s'obtiennent par intégration et par application des conditions aux limites sur la vitesse (Fig. II.1).

Conditions aux limites sur la vitesse :

Pour y = 0; $u = U_1$; $v = V_1 = 0$; $w = W_1$

Pour y = h; $u = U_2$; $v = V_2$; $w = W_2$



Fig. II 1 : Système d'axes et épaisseur de film fluide

Les expressions des composantes de la vitesse sont obtenues à partir des équations (*II*. 3.1) et des conditions aux limites décrites ci-dessus :

$$\begin{cases} u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} y(y-h) + \frac{h-y}{h} U_1 + \frac{y}{h} U_2 \\ w = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial z} y(y-h) + \frac{h-y}{h} W_1 + \frac{y}{h} W_2 \end{cases}$$
(II. 3.2)

Les contraintes de cisaillement dans le fluide sont obtenues à partir des expressions des composantes de la vitesse :

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial x} (2y - h) + \frac{\mu}{h} (U_2 - U_1) \\ \tau_{zy} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial z} (2y - h) + \frac{\mu}{h} (W_2 - W_1) \end{cases}$$
(II. 3.3)

L'équation de conservation de la masse au sein du fluide s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$
(II.3.4)

En intégrant cette équation au travers de l'épaisseur du film fluide et en utilisant les expressions des composantes de la vitesse, on obtient :

$$\int_{0}^{h} \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_{0}^{h} \frac{\partial v}{\partial y} dy + \int_{0}^{h} \frac{\partial w}{\partial z} dy = 0$$
(II. 3.5)

Il vient ainsi :

$$\int_0^h \frac{\partial v}{\partial y} dy = [v]_0^h = V_2 \tag{II.3.6}$$

Car la paroi inférieure est immobile ($V_1 = 0$). L'intégration des deux autres termes se fait par une inversion des dérivées et des sommes :

$$\int_{0}^{h(x,z)} \frac{\partial u}{\partial x} dy = \frac{\partial}{\partial x} \int_{0}^{h(x,z)} u dy - U_2 \frac{\partial h}{\partial x}$$
(11.3.7)

Idem pour *w* :

$$\int_{0}^{h(x,z)} \frac{\partial w}{\partial z} dy = \frac{\partial}{\partial z} \int_{0}^{h(x,z)} w dy - W_2 \frac{\partial h}{\partial z}$$
(II. 3.8)

En utilisant les expressions des composantes de la vitesse dans les deux dernières relations précédentes, on se retrouve avec :

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{0}^{h} u dy = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^{3}}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U_{2} + U_{1}}{2} h \right)$$
(II. 3.9)

Aussi de même on a :

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_{0}^{h} w \, dy = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^{3}}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{W_{2} + W_{1}}{2} h \right) \tag{II.3.10}$$

En regroupant tous les termes, on obtient l'équation de Reynolds en coordonnées cartésiennes qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 6(W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} + 6h \frac{\partial}{\partial x} (U_1 + U_2) + 6h \frac{\partial}{\partial z} (W_1 + W_2) + 12V_2$$
(II. 3.11)

L'équation de Reynolds en coordonnées cylindriques des paliers hydrodynamiques (Fig. II.2) de longueur L et de diamètre D s'obtient de la même façon que précédemment.



Fig. II 2 : Schéma d'un palier cylindrique

Dans le système de coordonnées cylindriques, les composantes de la vitesse s'écrivent :

$$\begin{cases} u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial r} z(z-h) + \frac{h-z}{h} U_1 + \frac{z}{h} U_2 \\ w = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{r \partial \theta} z(z-h) + \frac{h-z}{h} V_1 + \frac{y}{h} V_2 \end{cases}$$
(II.3.12)

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} z = 0 \quad u = U_1 \quad v = V_1 \quad w = 0 \\ z = h \quad u = U_2 \quad v = V_2 \quad w = W_2 \end{cases}$$
(II. 3.13)

De ces composantes découlent les contraintes de cisaillement dans ce même système de coordonnées :

$$\begin{cases} \tau_{rz} = \mu \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial r} (2z - h) + (U_2 - U_1) + \frac{\mu}{h} \\ \tau_{\theta z} = \mu \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{1}{2r} \frac{\partial P}{\partial \theta} (2z - h) + (V_2 - V_1) + \frac{\mu}{h} \end{cases}$$
(II. 3.14)

L'équation de Reynolds pour un système de coordonnées cylindriques devient alors :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{rh^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{h^3}{\mu r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right]$$

= $6r(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial r} + 6(V_1 - V_2) \frac{\partial h}{\partial \theta} + 6rh \frac{\partial}{\partial r}(U_1 + U_2) + 6h \frac{\partial}{\partial \theta}(V_1 + V_2)$
+ $6h(U_1 + U_2) + 12rW_2$ (II. 3.15)

Pour une étude simplifiée de l'équation générale de Reynolds, nous ajoutons quelques hypothèses :

• Le régime de fonctionnement est permanent c'est à dire que les vitesses et les paramètres de contact sont indépendants du temps.

• L'écoulement est bidimensionnel.

Sous ces conditions, nous obtenons ainsi la forme simplifiée de l'équation de Reynolds en coordonnées cartésiennes [1] :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6(U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 12V_2$$
(II. 3.16)

La vitesse d'écrasement V₂ est la dérivée temporelle de l'épaisseur du film :

$$V_2 = \frac{\partial h}{\partial t} \tag{II.3.17}$$

Pour une butée circulaire lubrifiée par un fluide incompressible et isovisqueux, l'équation de Reynolds simplifiée devient en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{rh^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{h^3}{\mu r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] = 6(V_1 - V_2) \frac{\partial h}{\partial \theta} + 6h(U_1 + U_2) + 12rW_2$$
(II.3.18)

II.4 Etude du plan incliné (coin d'huile) ou blochet

Le blochet est constitué de deux surfaces planes dont l'une est animée d'un mouvement de translation avec une vitesse U. La plaque supérieure est inclinée d'un angle α très petit par rapport à l'horizontale. Cette vitesse de la plaque inférieure entraine une convergence du film fluide vers l'espace d'épaisseur plus petite. Ce déplacement de la paroi inférieure est à l'origine d'un champ de pression qui crée la portance. Les épaisseurs du film fluide du blochet sont en général très petites [1,20] d'une longueur variant entre 0.005 à 0.1 mm devant la longueur L_p du plan incliné (Fig. II.3). Un ensemble de blochets répartis uniformément sur la circonférence forme une butée. Ces butées sont largement utilisées dans l'industrie notamment dans les turbines hydrauliques.



Fig. II 3 : Enchainement de blochets formant une butée [Frêne, J. (2004). Butées et paliers hydrodynamiques. Techniques de l'ingénieur, article B, 5320]

Pour modéliser un blochet, voici une schématisation en Fig. II.4 ci-dessous :



Fig. II 4 : Schéma d'un blochet infiniment long

Dans cette étude, nous considérons que les fuites axiales normales à la vitesse de translation sont négligeables afin de supposer que l'écoulement est plan. La paroi supérieure est immobile et fait un angle très petit avec l'horizontale. Dans ces conditions, l'équation de Reynolds s'écrit :

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{h^3}{\mu}\frac{dP}{dx}\right] = 6U\frac{dh}{dx} \tag{II.4.1}$$

Soit h_0 et x_0 l'épaisseur et la position correspondant respectivement à l'épaisseur et à l'abscisse du film fluide où le gradient de pression est nul. Nous obtenons pour le gradient de la pression suivant x:

$$\frac{dP}{dx} = 6\mu U \frac{h - h_0}{h^3}$$
(11.4.2)

L'expression de l'angle s'écrit :

$$\tan(\alpha) = \frac{h - h_2}{L_p - x} = \frac{h_1 - h_2}{L_p}$$
(II. 4.3)

où *h* représente l'épaisseur du film fluide, h_2 est l'épaisseur minimale, h_1 est l'épaisseur maximale, L_p la longueur du blochet et *x* l'abscisse du fluide. En dérivant l'équation de l'épaisseur par rapport à l'abscisse, il vient :

$$\frac{dh}{dx} = -tan(\alpha) \tag{11.4.4}$$

Pour obtenir la pression en fonction de l'épaisseur, il convient de remplacer cette dernière équation dans le gradient de pression puis d'intégrer :

Chapitre II : Modélisation des PBF : Equation de Reynolds

$$P = \frac{6\mu U}{\tan(\alpha)} \left(\frac{1}{h} - \frac{h_0}{2h^2} + constante \right)$$
(11.4.5)

Avec les conditions aux limites sur la pression :

$$\begin{cases} P = 0 & pour \ x = 0 \ ou \ h = h_1 \\ P = 0 & pour \ x = L_p \ ou \ h = h_2 \end{cases}$$
(II. 4.6)

La pression du film fluide devient :

$$P = \frac{6\mu UL_p}{tan(\alpha)} \left(\frac{1}{h} - \frac{h_1 h_2}{h^2(h_1 + h_2)} - \frac{1}{h_1 + h_2} \right)$$
(11.4.7)

L'entrée et la sortie du blochet sont à la pression atmosphérique qui est ici prise comme référence. Pour une largeur l_p du blochet, la portance est donnée par intégration du champ de pression sur la surface inférieure :

$$W_B = \iint P ds \tag{II.4.8}$$

Après calcul, l'expression de la portance devient :

$$W_B = \frac{6\mu U l_p L_p^2}{(h_1 - h_2)^2} \left[ln \left(\frac{h_1}{h_2}\right) - 2\frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right]$$
(II. 4.9)

En posant le rapport des épaisseurs r_p :

$$r_p = \frac{h_1}{h_2}$$
 (11.4.10)

L'expression de la portance devient alors :

$$W_B = \frac{6\mu U l_p L_p^2}{h_2^2 (r_p - 1)^2} \left[ln(r_p) - 2\frac{r_p - 1}{r_p + 1} \right]$$
(II. 4.11)

A titre d'exemple, nous avons représenté (Fig. II.5) l'allure de la courbe de charge en fonction du rapport r_p des épaisseurs pour des valeurs classiques de conception d'un blochet :

- $\mu = 12.10^{-4} Pa.s$; viscosité dynamique du fluide
- $h_2 = 0.1mm$; épaisseur du film lubrifiant fixée
- $l_p = 300mm$; largeur du blochet
- $L_p = 500mm$; longueur du blochet
- U = 30m/s; vitesse de la paroi inférieure



Fig. II 5 : Variation de la charge en fonction du rapport des épaisseurs

La figure (II.5) présente l'allure de la variation de la charge en fonction du rapport des épaisseurs du blochet. La charge est nulle pour $r_p = 1$, elle augmente très

rapidement, passe par un maximum au voisinage du rapport des épaisseurs égal à 2 puis décroit lentement pour des rapports r_p supérieurs. La charge maximale est obtenue pour :

$$\frac{\partial W_B}{\partial r_p} = 0 \tag{II.4.12}$$

Ce qui revient à résoudre l'équation :

$$\frac{1}{r_p} + \frac{4r_p}{\left(r_p + 1\right)^2} - \frac{2lnr_p}{r_p - 1} = 0$$
 (II.4.13)

La valeur numérique de la charge maximale obtenue est de $4.326 \, 10^4 \, N$ correspondant à un rapport des épaisseurs $r_p = 2.189$. Pour une bonne qualité de la conception du blochet, il convient d'attribuer une loi de distribution à toutes les variables qui interviennent dans l'expression de la portance. Cela nous permettra de faire une étude fiabiliste du composant blochet.

II.5 Etude d'une butée fluide circulaire à orifices multiples

Une butée fluide est un composant à géométrie circulaire alimenté au centre par une pompe à travers une alvéole. La direction de la charge de la butée est axiale. Les butées hydrostatiques ont pris une place importante dans l'industrie contemporaine grâce à leurs performances statiques et dynamiques, et à leurs capacités à supporter de grandes charges et de grandes vitesses. Dans [21], Dong-Jin Park et al ont calculé par considérations théoriques les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier de butée. Dans cette partie, nous sommes amenés à résoudre analytiquement une butée alimentée par orifices multiples dans le sens circonférentiel. Uichiro Nishio et al [22] ont développé une approche numérique et expérimentale des caractéristiques d'une butée aérostatique avec orifices d'injection du fluide. Les forces de pression sont calculées [23] pour évaluer la fonction de performance gouvernant le fonctionnement du composant fluide.



Fig. II 6 : Configuration de la butée à orifices circulaires multiples

La figure (II.6) présente la configuration d'une butée circulaire alimentée par des orifices. On ajoute aux hypothèses de l'équation de Reynolds en coordonnées cylindriques que l'ensemble des orifices forment une couronne et la pression d'alimentation est P_0 ce qui garantit l'axisymétrie du problème. En tenant compte de cette hypothèse, l'équation de Reynolds pour une butée circulaire à orifices multiples en coordonnées cylindriques se met sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{rh^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \right] = 0 \tag{II.5.1}$$

Les conditions aux limites sur la pression s'écrivent :

$$\begin{cases} r \leq R_{1}; P = P_{a} \\ r = R_{0}; P = P_{0} \\ R_{1} \leq r \leq R_{0}; P = P_{r} \\ R_{0} \leq r \leq R_{2}; P = P_{r1} \\ r \geq R_{2}; P = P_{a} \end{cases}$$
(II.5.2)

La résolution de l'équation (II.5.1) nous donne les valeurs des pressions :

$$\begin{cases} P_{r1} = \frac{1}{ln\frac{R_0}{R_1}} \left[P_0 ln \frac{r}{R_1} - P_a ln \frac{r}{R_0} \right] \\ P_{r2} = \frac{1}{ln\frac{R_0}{R_2}} \left[P_0 ln \frac{r}{R_2} - P_a ln \frac{r}{R_0} \right] \end{cases}$$
(II. 5.3)



Fig. II 7 : butée circulaire à orifices [maintenanceandco.com/p/14727/ma-doc]

Nous avons l'exemple d'une butée circulaire alimentée par des orifices équidistants du centre du composant (fig. II.7).Les données des paramètres de conception de cette butée hydrostatiques fluide sont :

 P_0 : pression de l'orifice (*Pa*),

P_S : pression de la source d'alimentation (Pa),

P_a : pression atmosphérique(Pa),

R₁: rayon intérieur(m),

- R_0 : rayon de couronne d'orifice(m),
- R₂ : rayon extérieur (m),
- r : rayon élémentaire(m),
- ρ : masse volumique (kg/m³),
- μ : viscosité dynamique (Pa.s),

h: épaisseur du film fluide entre les deux faces (m).

La charge ou portance de cette butée s'obtient par intégration du champ de pression sur la surface de la butée. Elle s'écrit alors :

$$W = \pi (R_2^2 - R_1^2) P_a + \frac{\pi (P_0 - P_a)}{2} \left[\frac{R_1^2 - R_0^2}{ln \frac{R_0}{R_1}} - \frac{R_2^2 - R_0^2}{ln \frac{R_0}{R_2}} \right]$$
(11.5.4)

Pour obtenir la capacité de charge en fonction de l'épaisseur du film fluide, il faut égaliser les débits d'alimentation au niveau des orifices et le débit de sortie [24]. Le débit d'alimentation s'écrit :

$$Q_0 = nC_D \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{\frac{2(P_S - P_0)}{\rho}}$$
(11.5.5)

Avec :

C_D le coefficient de débit d'un orifice (sans unité),

n le nombre d'orifices,

d le diamètre d'un orifice (en m),

 $P_{s} - P_{0}$ la différence de pression à laquelle est soumis l'orifice (en *Pa*).

Le débit du fluide est obtenu par intégration de la vitesse suivant la surface :

$$Q_{S} = \frac{\pi h^{3}}{6\mu} (P_{0} - P_{a}) \left(\frac{1}{ln \frac{R_{1}}{R_{0}}} - \frac{1}{ln \frac{R_{2}}{R_{0}}} \right)$$
(II. 5.6)

L'égalité des débits d'entrée et de sortie permet de trouver la pression du fluide en fonction de l'épaisseur du film fluide et de la pression atmosphérique spécifique [25, 26, 27].

A titre d'exemple, nous représentons l'allure de la charge en fonction de l'épaisseur du film fluide pour une butée circulaire à 3, 6 et 12 orifices. Les paramètres de conception utilisés dans cet exemple sont par :

$$R_{1} = 0.030 m,$$

$$R_{0} = 0.048 m,$$

$$R_{2} = 0.075 m,$$

$$\rho = 794.7 kg/m^{3},$$

$$C_{D} = 0.7,$$

$$d = 0.15. 10^{-3} m,$$

$$P_{S} = 7. 10^{5} Pa,$$

$$P_{0} = 10^{5} Pa,$$

$$\mu = 12.10^{-4} Pa. s.$$



Fig. II 8 : Variation de la charge en fonction de l'épaisseur du film fluide

La charge de la butée fluide (Fig. II.8) diminue en fonction de l'épaisseur du film fluide et augmente avec le nombre d'orifices. Dans notre calcul de défaillance, nous allons supposer arbitrairement que la charge critique de la butée est celle correspondant à une épaisseur de film égale à 0.5e-5 m. L'évaluation de cette charge critique nous permettra d'établir la fonction de performance afin d'estimer la probabilité de défaillance et l'indice de fiabilité dans le chapitre (IV).

II.6 Etude d'un palier fluide cylindrique

Les paliers cylindriques à film fluide sont largement utilisés dans l'industrie en raison de leur durabilité inégalable et d'un coefficient de frottement extrêmement faible. Dans l'économie contemporaine aux demandes toujours croissantes pour une efficacité accrue, il y a toujours un besoin d'amélioration des performances et surtout de la fiabilité des machines tournantes. Pour établir une pression dans le film d'huile, il est nécessaire d'avoir, une convergence de surface, et une vitesse suffisante. La pression dépend également de la viscosité du lubrifiant, généralement de l'huile. Xiuli Zhang et al [28, 29, 30] ont étudié la détermination des coefficients de rigidité d'un palier hydrodynamique lubrifié à eau. Ils évaluent les forces de pression à partir des coefficients de rigidité. Ils estiment la charge ou portance des paliers lubrifiés en fonction des excentricités relatives ε à travers des rainures circonférentielles.



Fig. II 9 : palier hydrodynamique (doc PDU-120/260)

La figure II.8 illustre un palier fluide utilisé dans l'industrie. Frêne et al [1] ont développé une approche analytique avec des conditions de Sommerfeld (*1904*) qui suppose une continuité sans rupture du film lubrifiant, de Gümbel [3] qui implique une discontinuité suite à la suppression des pressions négatives de la solution de Sommerfeld [2] et de Reynolds par Swift [4] et par Stieber [5] qui maintient la continuité du débit en supposant que pour un angle inconnu (angle de rupture du film fluide) la pression et le gradient de pression s'annule. Le champ de pression dans l'épaisseur du film fluide défini entre le coussinet et l'arbre en rotation est calculé par l'intégration de l'équation de Reynolds déduite de la mécanique des films minces visqueux. L'équation de Reynolds en coordonnées cartésiennes pour un palier fluide hydrodynamique cylindrique s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6R(\omega_a + \omega_c) \frac{\partial h}{\partial x}$$
(II.6.1)

La géométrie de la modélisation peut être illustrée comme suit :



Fig. II 10 : Film fluide entre l'arbre tournant et le coussinet

L'épaisseur du film négligeable devant les dimensions géométriques du palier, on développe le coussinet suivant la direction de coordonnée x (Fig. II.10).

h : épaisseur du film fluide entre l'arbre et le coussinet,

P : pression dans le film fluide entre l'arbre en rotation et le coussinet.

 U_1, U_2, V_2, W_1, W_2 : composantes des vitesses respectives des surfaces de l'arbre (2) et du coussinet (1) dans les directions x, y et z.

 $\omega_a = \omega$: Vitesse angulaire de l'arbre en mouvement de rotation dans le coussinet (rad/s).

 $\omega_c = 0$ Vitesse angulaire coussinet. Il est nul car le coussinet est au repos (rad/s).

 R_a et R_c les rayons respectifs de l'arbre en rotation et du coussinet (m).

 $R_a \approx R_c \approx R$

 δ : Angle entre U_2 et ωR .

L'approximation du palier à un plan nous permet d'écrire que :

$$\begin{cases} U_2 = \omega R cos \delta \\ V_2 = \omega R sin \delta \end{cases}$$
(II. 6.2)

Pour δ très petit les composantes des vitesses deviennent alors :

$$\begin{cases} U_2 = \omega_c R\\ V_2 = \omega_a R \frac{\partial h}{\partial x} \end{cases}$$
(II. 6.3)

La résolution de l'équation de Reynolds impose des conditions aux limites en termes de pression lorsque celle-ci atteint les limites de la borne d'intégration. Les conditions latérales suivant z (conditions de Sommerfeld, de Gümbel, de Reynolds, et palier court) sont simples (pression du film=pression ambiante). Par contre, les conditions aux limites de la pression suivant x sont plus délicates.

II.6.1 Epaisseur du film lubrifiant

L'épaisseur du film est la distance qui sépare l'arbre et le coussinet. Cette épaisseur permet d'éviter le contact des deux surfaces concernées. La schématisation du palier fluide cylindrique fluide ci-dessous permet d'évaluer l'épaisseur du film fluide. Le film fluide impose une pression afin d'équilibrer la charge appliquée entre les deux surfaces du mécanisme. Cette pression dépend de la géométrie du contact, de sa cinématique et des conditions aux limites lors de la résolution des conditions de l'équation de Reynolds.



Fig. II 11 : Systèmes de coordonnées du palier fluide cylindrique

Pour la détermination de l'épaisseur *h* du film fluide (Fig. II.11), on considère un point *M* appartenant à la surface du coussinet et qui sera repéré par l'angle : $(\overline{O_c A}, \overline{O_c M})$. O_a et O_c sont respectivement le centre de l'arbre et du coussinet. Le jeu radial est défini par la distance des centres lorsque le palier est au repos :

Jeu radial : $C = R_c - R_a$

Pour l'arbre en mouvement : $R_c = h + O_c M'$

II vient maintenant : $h = R_a + C - O_c M'$



Fig. II 12 : Palier fluide hydrodynamique en mouvement (a) et au repos (b)

Le repos de l'arbre est la position où la charge et la droite passant par O_a et O_c sont confondues (Fig. II.12) : c'est la condition de l'arrêt de l'arbre dans le coussinet. Lorsque l'arbre et le palier ne sont plus en contact, il existe une épaisseur de film

fluide les séparant. La direction des centres et celle de la charge ne sont plus confondues constamment. L'excentricité est définie par la distance des centres lorsque l'arbre est en mouvement :

$$e = O_a O_c$$

Introduisons l'angle $\alpha = (\overrightarrow{M'O_a}, \overrightarrow{M'O_c}),$

 $h = O_c M - O_c M'$ est l'épaisseur du film,

En considérant le triangle $O_c M' O_a$ et d'après la loi des sinus il vient alors :

$$\frac{O_a M'}{\sin \theta} = \frac{e}{\sin \alpha} = \frac{O_c M'}{\sin(\theta - \alpha)}$$

Soit :

$$\frac{R_a}{\sin\theta} = \frac{e}{\sin\alpha} = \frac{O_c M'}{\sin(\theta - \alpha)}$$

$$\sin \alpha = \frac{e}{R_a} \sin \theta$$

$$O_c M' = \frac{R_a}{\sin\theta} \sin(\theta - \alpha)$$

$$\theta - \alpha = \theta - \arcsin\left(\frac{e}{R_a}\sin\theta\right)$$

$$O_{c}M' = \frac{R_{a}}{\sin\theta}\sin[\theta - \arcsin\left(\frac{e}{R_{a}}\sin\theta\right)]$$

$$sin[\theta - arcsin(\frac{e}{R_a}sin\theta)] = sin\theta cos[arcsin(\frac{e}{R_a}sin\theta)] - cos\theta sin[arcsin(\frac{e}{R_a}sin\theta)]$$

Avec
$$\begin{cases} \cos\left[\arcsin\left(\frac{e}{R_{a}}\sin\theta\right)\right] = \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_{a}}\sin\theta\right)^{2}}\\ \sin\left[\arcsin\left(\frac{e}{R_{a}}\sin\theta\right)\right] = \frac{e}{R_{a}}\sin\theta \end{cases}$$

D'où sin[
$$\theta - \arcsin\left(\frac{e}{R_a}\sin\theta\right)$$
] = $\sin\theta \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R_a}\sin\theta\right)^2} - \frac{e}{R_a}\sin\theta\cos\theta$

$$0_{c}M' = R_{a}\sqrt{1 - (\frac{e}{R_{a}}\sin\theta)^{2} - e\cos\theta}$$

La quantité e/R_a est très petite devant l'unité (de l'ordre 10⁻³) donc on peut négliger le terme $esin\theta/R_a$ devant 1 [1].

On obtient :

$$0_c M' = R_a - e cos \theta$$

Comme $R_c - R_a = C$, l'épaisseur du film s'écrit alors :

$$h = R_c - R_a + e\cos\theta = C \left(1 + \frac{e}{C}\cos\theta\right)$$

En posant l'excentricité relative $\varepsilon = e/C$ variant de 0 à 1, l'expression de *h* devient alors (Fig. II.13) ci dessous :

$$h = C(1 + \varepsilon cos\theta) \tag{11.6.4}$$



Fig. II 13 : Surfaces développées du palier fluide cylindrique

Nous estimons la capacité de charge par des conditions aux limites sur l'angle θ (Fig. II.11). Dans l'équation de Reynolds *II*.6.1, on ne peut obtenir de solutions analytiques que sous certaines conditions qui consistent à négliger le gradient de pression axial par rapport au gradient de pression circonférentiel et vice versa. Nous allons faire ces considérations dans la suite de notre travail pour l'évaluation de charges des différents types de paliers (palier de type Sommerfeld, Gümbel, Reynolds, court).

II.6.2 Palier type long avec hypothèses de Sommerfeld

Le palier fluide cylindrique est de type Sommerfeld si les conditions suivantes sont vérifiées :

- Rapport de la longueur sur le diamètre du palier doit être supérieur à 4 (L/D > 4);
- Gradient de pression axiale (suivant l'axe *z*) est négligeable devant celui de la pression circonférentielle.

Dans ses études Sommerfeld [2] suppose une continuité du film lubrifiant et sans rupture dans le palier. Dans ses hypothèses, la distribution de pression est antisymétrique par rapport à l'angle $\theta = \pi$. L'apparition de pression négative ne s'explique que si ces paliers cylindriques fonctionnent sous l'effet de faible charge ou de pression d'alimentation très élevée. Sinon, on assiste à l'apparition de pression négative. Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\begin{cases} P(\theta = 0, z) = 0\\ P(\theta = 2\pi, z) = 0 \end{cases}$$
 (II. 6.5)



Fig. II 14 : Conditions de Sommerfeld

Tenant compte de ces hypothèses, l'équation de Reynolds pour un palier cylindrique de type long (Fig. II.14) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right] = -6U_2 \frac{\partial h}{\partial x} + 12V_2 \tag{II.6.5}$$

En posant $x = R\theta$, l'équation devient après intégration :

$$\frac{dP}{d\theta} = 6\,\mu\omega R^2\,\frac{h-h^{cte}}{h^3} \tag{II.6.6}$$

avec h^{cte} l'épaisseur du film où le gradient de pression est nul.

En remplaçant l'expression de l'épaisseur (II.6.4) dans l'équation (II.6.6), il vient après intégration sur θ :

$$P = \frac{6\mu R^2 \omega}{C^2} \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(1 + \varepsilon \cos\theta)^2} - \frac{h^{cte}}{C} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(1 + \varepsilon \cos\theta)^3} \right\} + A$$

Pour calculer ces deux intégrales, on utilise le changement de variables de Sommerfeld précédemment utilisé :

$$\begin{cases} 1 + \varepsilon \cos\theta = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 + \varepsilon \cos\varphi} \\ d\theta = \frac{(1 - \varepsilon^2)^{1/2}}{1 - \varepsilon \cos\varphi} d\varphi \end{cases}$$
(II. 6.7)

En substituant les expressions des équations (II.6.7) la pression devient alors :

$$P = \frac{6\mu\omega}{\left(1-\varepsilon^2\right)^{3/2}} \left(\frac{R}{C}\right)^2 \left\{\varphi - \varepsilon \sin\varphi - h^{cte} \frac{\varphi(2+\varepsilon^2) - 4\varepsilon \sin\varphi + \varepsilon^2 \sin\varphi \cos\varphi}{2C(1-\varepsilon^2)}\right\} + A$$

où R est le rayon moyen.

Les constantes h^{cte} et A sont déterminées par les conditions aux limites de Sommerfeld et on trouve :

$$\begin{cases}
A = P_0 \\
h^{cte} = \frac{2C(1 - \varepsilon^2)}{2 + \varepsilon^2}
\end{cases}$$
(II. 6.8)

Soit finalement :

$$P = \frac{6\mu\omega}{\left(1 - \varepsilon^2\right)^{3/2}} \left(\frac{R}{C}\right)^2 \left\{\varphi - \varepsilon \sin\varphi - \frac{\varphi(2 + \varepsilon^2) - 4\varepsilon \sin\varphi + \varepsilon^2 \sin\varphi \cos\varphi}{2 + \varepsilon^2}\right\} + P_0 \qquad (II. 6.9)$$

La charge supportée par ce type de palier se décompose suivant les directions :

$$\begin{cases} W_X = L \int_0^{2\pi} PR\cos\theta \, d\theta = W_X = L \int_0^{2\pi} PR\cos\theta \, d\theta \\ W_Y = L \int_0^{2\pi} PR\sin\theta \, d\theta = W_Y = L \int_0^{2\pi} PR\sin\theta \, d\theta \end{cases}$$
(II. 6.10)

D'après le changement de variables de Sommerfeld, on trouve :

$$\begin{cases} W_X = 0\\ -12\pi\mu\omega R^3 L\varepsilon\\ C^2(2+\varepsilon^2)(1-\varepsilon^2)^{1/2} \end{cases}$$
(II.6.11)

Par application de la formule :

$$W_{\rm S} = \sqrt{W_{\rm X}^2 + W_{\rm Y}^2}$$

La charge devient alors :

$$W_{S} = \frac{12\pi\mu\omega R^{3}L\varepsilon}{C^{2}(2+\varepsilon^{2})(1-\varepsilon^{2})^{1/2}}$$
(II.6.12)

La condition de Sommerfeld est définie pour un palier cylindrique très long et n'est pas adaptée au palier court. Un exemple de palier de type Sommerfeld est celui de l'étambot (Fig. II.15) utilisé pour soutenir les arbres d'hélice et qui sont plongés dans l'eau de mer.



Fig. II 15 : Palier de type Sommerfeld [p.loussouarn.free.fr/technic/gouvetam/etambot.pdf]

A titre d'application, les données de conception choisies pour les calculs de fiabilité pour ce type de palier sont :

 $\mu = 0.0012 \ Pa.s$

C = 0.00004 m

R = 0.05 m

 $\omega = 157 \, rad/s$

L = 0.5 m

La charge est nulle lorsque l'arbre et du palier sont coaxiaux (excentricité nulle). D'après la figure II.16, la charge est une fonction croissante de l'excentricité relative. Elle diverge lorsque l'excentricité relative tend vers 1.



Fig. II 16 : Evolution de la charge du palier de type Sommerfeld

Dans nos calculs de fiabilité, nous considérons arbitrairement une charge critique (Fig. II.16) égale à $2.908 \ 10^5 \ N$ correspondant à une excentricité relative de 0.95. Elle sera considérée comme une valeur moyenne critique pour estimer la probabilité de défaillance du palier cylindrique fluide (PCF).

II.6.3 Palier de type Gümbel

Pour ne pas tenir compte des pressions négatives dans l'étude de Sommerfeld, Gümbel [3] propose de nouvelles conditions aux limites dites secondes conditions aux limites de Sommerfeld. Elles consistent à la suppression de la pression négative c'est-à-dire à ne considérer que la partie positive de la distribution de pression. Le résultat de la distribution de pression est physiquement incorrect car il apparaît une discontinuité à $\theta = \pi$.



Fig. II 17 : Palier de type long (usinenouvelle.com/expo/palier-o6556)

Ce type de palier long (Fig. II.17) est largement utilisé dans l'industrie automobile et dans des centrales hydro-électriques.

Les conditions aux limites sur la pression s'écrivent :

$$\begin{cases}
P(\theta = 0, z) = 0 \\
P(\theta = \pi, z) = 0 \\
P(\theta, z) = 0 \quad pour \quad \pi < \theta < 2\pi
\end{cases}$$
(II. 6.13)



Fig. II 18 : Conditions de Gümbel : discontinuité du film et palier rempli à moitié

Le palier de Gümbel est un palier considéré à moitié rempli par le lubrifiant (fig. II.18), on l'appelle palier de type π .

La pression pour un palier de type π s'écrit encore :

$$P = \frac{6\mu\omega}{\left(1-\varepsilon^2\right)^{3/2}} \left(\frac{R}{C}\right)^2 \left\{\varphi - \varepsilon \sin\varphi - B\frac{\varphi(2+\varepsilon^2) - 4\varepsilon \sin\varphi + \varepsilon^2 \sin\varphi \cos\varphi}{2C(1-\varepsilon^2)}\right\} + A$$

où A et B sont des constantes à déterminer par les nouvelles conditions aux limites :

$$\begin{cases} A = P_0 \\ B = \frac{2C(1 + \varepsilon^2)}{(2 - \varepsilon^2)} \end{cases}$$

Tenant compte de ces conditions, la pression pour un palier de type π devient alors :

$$P = \frac{6\mu\omega}{\left(1 - \varepsilon^2\right)^{3/2}} \left(\frac{R}{C}\right)^2 \left\{\varphi - \varepsilon \sin\varphi - \frac{\varphi(2 + \varepsilon^2) - 4\varepsilon \sin\varphi + \varepsilon^2 \sin\varphi \cos\varphi}{\left(1 - \varepsilon^2\right)}\right\} + P_0 \quad (II. 6.14)$$

La charge qui s'obtient par intégration de la pression sur la surface est :

$$W_{G} = 6\mu\omega L \frac{R^{3}}{C^{2}} \frac{\varepsilon \left(4\varepsilon^{2} + \pi^{2}(1 - \varepsilon^{2})\right)^{1/2}}{(2 + \varepsilon^{2})(1 - \varepsilon^{2})}$$
(II. 6.14)

A titre d'application, les données de conception choisies pour les calculs de fiabilité pour ce type de palier avec conditions de Gümbel sont identiques à celles du palier précédent :



Fig. II 19 : Evolution de la charge du palier de type Gümbel

L'allure de la portance en fonction de l'excentricité relative est identique à celle obtenue en conditions de type Sommerfeld. Néanmoins, on remarque que la capacité de charge dans les conditions de Gümbel est plus grande ($\varepsilon > 0.95$) qu'en conditions de Sommerfeld à excentricité relative constante. Pour une excentricité relative de 0.95, on trouve sur la courbe (Fig. II.19) une charge critique de $3.17 \ 10^5 N$. Cette valeur de la charge critique correspond à la résistance du palier permettant d'évaluer le signe de la fonction de performance. Elle sera considérée comme la limite critique de portance du palier fluide.

II.6.4 Palier de type Reynolds

Cette condition correspond plus à la réalité physique que les deux conditions citées précédemment. La rupture du film a lieu à l'angle θ_R qui correspond à une valeur φ_R solution d'une certaine équation. Ces conditions sont proposées indépendamment par Swift en 1932 [4] et par Stieber en 1933 [5] ; elles s'écrivent :

$$\begin{cases}
P(\theta = 0, z) = 0 \\
P(\theta = \theta_R, z) = 0 \\
\frac{\partial P}{\partial \theta}(\theta = \theta_R, z) = 0 \text{ ou } \frac{\partial P}{\partial \varphi}(\varphi = \varphi_R, z) = 0 \\
P(\theta, z) = 0 \text{ si } \theta_R < \theta < 2\pi
\end{cases}$$
(II. 6.15)


Film fluide actif

Fig. II 20 : Conditions de Reynolds : discontinuité du film et palier rempli pour $0 < \theta < \theta_R$

On distingue ainsi deux régions (fig. II.20) dans le palier : une région active où la pression est positive et le film continu, pour des valeurs de θ compris entre 0 et θ_R , et une région inactive à pression nulle et dans laquelle en régime dynamique, peut apparaître de la cavitation, pour $\theta_R < \theta < 2\pi$. Ces conditions sont celles qui donnent les résultats les plus réalistes. Elles ont été vérifiées dans de nombreuses études expérimentales [1].

Avec ces conditions aux limites, l'expression de la pression est toujours :

$$P_{R} = \frac{6\mu\omega}{\left(1 - \varepsilon^{2}\right)^{3/2}} \left(\frac{R}{C}\right)^{2} \left[\varphi - \varepsilon \sin\varphi - \frac{\varphi(2 + \varepsilon^{2}) - 4\varepsilon \sin\varphi - 4\varepsilon^{2} \sin\varphi \cos\varphi}{2(1 - \varepsilon \cos\varphi_{R})}\right]$$
(II. 6.16)

La rupture du film a lieu pour un angle φ_R qui vérifie l'équation :

$$\frac{\partial P}{\partial \varphi}(\varphi = \varphi_R, z) = 0$$

Ce qui s'écrit :

$$\varepsilon(\sin\varphi_R \cos\varphi_R - \varphi_R) + 2(\sin\varphi_R - \varphi_R \cos\varphi_R) = 0 \qquad (II.6.17)$$

La charge supportée par le palier de type Reynolds s'écrit après intégration de la pression entre 0 et φ_R :

$$W_{R} = \frac{3\mu\omega RL \left(\frac{R}{C}\right)^{2}}{\left(1 - \varepsilon \cos\varphi_{R}\right)\left(1 - \varepsilon^{2}\right)^{1/2}} \left[\varepsilon^{2} \frac{\left(1 - \cos\varphi_{R}\right)^{4}}{1 - \varepsilon^{2}} + 4(\sin\varphi_{R} - \varphi_{R}\cos\varphi_{R})^{2}\right]^{1/2} \quad (II. 6.18)$$

A titre d'application, les données de conception choisies pour les calculs de fiabilité pour ce type de palier avec conditions de Reynolds sont identiques à celles des deux paliers précédents. La figure II.21 représente l'évolution des angles de rupture du film en fonction de l'excentricité relative du palier calculés à partir de l'équation (*II*.6.17).



Fig. II 21 : Evolution des angles de rupture du palier de type Reynolds

L'allure de la charge est donnée en figure II.22 et est calculée après avoir déterminé l'angle de rupture du film. Elle reste encore similaire à celles obtenues dans les conditions de Sommerfeld et de Gümbel.



Fig. II 22 : Evolution de la charge du palier de type Reynolds

La figure II.23 regroupe les trois courbes des capacités de charges en fonction de l'excentricité relatives. Les capacités de charge augmentent avec les excentricités relatives pour les trois conditions (Sommerfeld, Gümbel, Reynold).

La condition de Reynolds donne une capacité de charge plus importante que celles de Gümbel et de Sommerfeld.



Fig. II 23 : Regroupement des répartitions de charges des trois types de paliers

La figure II.23 regroupant la charge obtenue dans chacun des modèles montre que celui de Sommerfeld surestime la portance pour des excentrements relatifs inférieurs à 0.9 mais ne semble pas donner des résultats physiques pour les excentricités relatives supérieures (présence probable de cavitation aux fortes excentricités relatives). Par ailleurs, les deux modèles de Gümbel et Reynolds présentent une différence qui s'estompe lorsque $\varepsilon \rightarrow 1$ car l'angle de rupture dans le modèle de Reynolds tend vers π comme dans celui de Gümbel. Ce dernier sous-estime la portance aux faibles valeurs de l'excentricité relative.

II.6.5 Conditions de palier de butée court

Les deux principales hypothèses permettant la justification d'un palier infiniment court sont :

- Le rapport de la longueur sur le diamètre du palier est faible $\left(\frac{L}{D} \le \frac{1}{8}\right)$. C'est Michell [31] qui fut le premier à émettre cette hypothèse, mais elle est reprise et développée par Ocvirk et Dubois [32, 34].
- Le gradient de pression circonférentiel est négligeable devant celui de la pression axiale.

Un exemple de ce type de palier court est donné (fig. II.24).



Fig. II 24 : Palier de type court (doc maintenanceandco)

Tenant compte de ces hypothèses, l'équation de Reynolds pour un palier infiniment court s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6R\omega \frac{dh}{dx} \tag{II. 6.17}$$

Pour $x = R\theta$ l'équation devient alors :

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right] = 6\omega \frac{dh}{d\theta} \tag{II.6.18}$$

Avec les conditions aux limites :

$$P\left(\theta, z = -\frac{L}{2}\right) = P\left(\theta, z = +\frac{L}{2}\right) = 0 \qquad (II. 6.19)$$

En tenant compte de la symétrie du problème sur la longueur du coussinet pour z = 0 c'est-à-dire :

$$\left. \frac{\partial P}{\partial z} \right|_{z=0} = 0 \tag{II.6.20}$$

On obtient finalement pour l'expression de la pression :

$$P(\theta, z) = -\frac{3\mu\omega}{C^2} \left(z^2 - \frac{L^2}{4} \right) \frac{\varepsilon \sin\theta}{(1 + \varepsilon \cos\theta)^2}$$
(II.6.21)

Ocvirk et Dubois [32] utilisent les conditions aux limites de Gümbel pour la détermination de la charge qui donne :

$$\begin{cases} W_X = 2 \int_0^{L/2} \int_0^{\pi} PR\cos\theta d\theta dz = \frac{\mu R \omega L^3}{2C^2} \int_0^{\pi} \frac{\varepsilon \sin\theta \cos\theta}{(1 + \varepsilon \cos\theta)^3} d\theta \\ W_Y = 2 \int_0^{L/2} \int_0^{\pi} PR\sin\theta d\theta dz = \frac{\mu R \omega L^3}{2C^2} \int_0^{\pi} \frac{\varepsilon \sin\theta \cos\theta}{(1 + \varepsilon \cos\theta)^3} d\theta \end{cases}$$
(11.6.22)

L'utilisation du changement de variable de Sommerfeld, permet de trouver les deux composantes de la charge en fonction de l'excentricité relative.

$$\begin{cases} W_X = -\frac{\mu R \omega L^3}{C^2} \frac{1 - \varepsilon^2}{(1 - \varepsilon^2)^2} \\ W_Y = -\frac{\mu R \omega L^3}{4C^2} \frac{\pi \varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)^{3/2}} \end{cases}$$
(11.6.23)

Nous obtenons la charge dans le cas du palier supposé court qui vaut [34] :

$$W = \frac{\mu R \omega L^3}{4C^2} \frac{\varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)^2} (\pi^2 (1 - \varepsilon^2) + 16\varepsilon^2)^{1/2}$$
(11.6.25)

La courbe représentative de l'évolution d'une portance d'un PBF court $\left(\frac{L}{D} \le \frac{1}{8}\right)$ est donnée en figure ci-dessous (Fig. II.25). Les valeurs de conception sont par :

 $\mu = 0.0012 \ Pa.s$

- C = 0.000040 m
- $L=0.0125\,m$
- R = 0.05 m
- $\omega = 157 \, rad/s$

D'après ces données la condition de palier est vérifiée car le rapport de la longueur sur le diamètre est inférieure à 1/4.



Fig. II 25 : Répartition des charges pour un palier de type court

Le PBF de type court a une charge critique faible de 1127.5 N pour une excentricité relative de 0.95 (Fig. II.25) comparée aux paliers de types longs. On note une forte augmentation de la charge en fonction de la longueur L du palier tant que les hypothèses des paliers courts sont vérifiées. Cette condition est réalisée pour un rapport de la longueur du palier au diamètre inférieure égale à 1/8.

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons évalué les charges du blochet, de la butée et du palier fluide par les équations de Reynolds. Ces résultats nous permettent d'estimer une valeur de la charge critique correspondant à une excentricité relative de $\varepsilon_c = 0.95$ pour chaque cas de composant fluide.

Les hypothèses utilisées dans le cas des PBF longs ou courts permettent de faire une étude analytique et d'avoir une répartition des charges en fonction des excentricités relatives. Pour l'étude de la fiabilité, toutes les charges critiques correspondant aux différentes hypothèses (Sommerfeld, Gümbel, Reynolds, palier court) ont été calculées pour une excentricité relative de 0.95. Ces capacités de charge critique permettront d'évaluer la fonction de performance relative à chaque type de PBF et pour chaque hypothèse.

Chapitre III : Théorie de la fiabilité mécanique

Chapitre III : Théorie de la fiabilité mécanique

III.1 Introduction

La théorie de la fiabilité mécanique repose sur une approche probabiliste, qui est souvent mise en œuvre dans le cadre des contrôles qualité. Elle consiste à évaluer la probabilité de défaillance d'un système ou d'un composant (PBF dans notre cas) à partir de la connaissance de la fonction de performance (résistance-contrainte) et de la variabilité des paramètres de conception du système ou composant.

La fiabilité en mécanique permet d'attribuer une probabilité de bon fonctionnement à un composant ou système des structures afin de choisir les meilleures solutions technologiques, les meilleures procédures d'approvisionnement, de fabrication, d'utilisation, de conception et de maintenance [35].

Le mot fiabilité a été admis par l'académie des sciences le 9 avril 1962. Il s'agit d'un néologisme formé à partir de la traduction du terme anglo-saxon "Reliability". La définition adoptée par les spécialistes de ce domaine est la suivante : la fiabilité est une caractéristique d'un dispositif exprimée par la probabilité qu'il accomplisse une fonction dans des conditions données pendant un temps donné. Elle est donc la probabilité qu'un appareil fonctionne correctement pendant un temps donné et dans des conditions précises. La fiabilité se caractérise donc par 4 concepts [36] :

La probabilité : rappelons simplement qu'une probabilité se définit par le rapport entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles concernant la réalisation d'un évènement. Dans la fiabilité, la probabilité exprime les chances de réussite.

L'accomplissement d'une fonction : le dispositif que l'on étudie du point de vue de la fiabilité devra être dans un état tel qu'il lui permette d'accomplir la fonction requise d'une manière satisfaisante. Ceci implique un niveau de performances en-deçà desquelles le dispositif est considéré comme défaillant. On verra qu'en mécanique la notion de critère de défaillance est délicate à définir, en particulier dans le cas de sollicitations combinées.

Conditions données : les conditions sont les contraintes physiques, chimiques, électriques et mécaniques subies par le dispositif du fait de son environnement.

Le temps : c'est le temps exprimé au sens large. Ce sera souvent en fait un nombre de cycles ou une caractéristique qui exprime la durée de vie.

III.2 Variables aléatoires ou processus stochastiques

Les paramètres de conception ont des influences sur la capacité de la structure à répondre au besoin de bon fonctionnement. Dans le cadre de la théorie de la fiabilité, les paramètres intervenants dans la fonction d'état limite (fonction de performance) peuvent être définis comme aléatoires pour tenir compte des incertitudes qui planent sur leur valeur. On les appelle alors variables aléatoires et on leur affecte une loi de probabilité qui décrit leur variabilité. Ces variables aléatoires nous donnent une information plus ou moins complète sur la conception du composant ou système [37]. Dans notre étude, ces variables sont les paramètres géométriques du PBF, les propriétés physico-chimiques du film fluide et les paramètres dynamiques et cinématiques (vitesse de rotation). En effet, ces paramètres ne sont pas toujours caractérisés de manière précise. Généralement, ils sont obtenus à partir de traitements statistiques de résultats d'essais en laboratoire. Selon la précision de la méthode de fabrication et la qualité des traitements statistiques des données, l'incertitude liée à l'erreur commise peut être plus ou moins importante.

III.3 Principes de la théorie de la fiabilité mécanique

III.3.1 Notion de résistance-contraintes

Les conséquences des contraintes (surcharges) appliquées sur le PBF peuvent entrainer une dégradation, une rupture et/ou une déformation du composant. L'analyse de ces conséquences représente le véritable problème auquel le mécanicien fiabiliste est confronté. Les conséquences sont diverses et parmi cellesci on peut citer la traction, l'usure, l'érosion, la corrosion ou la chaleur. La fiabilité mécanique consiste à évaluer la probabilité que la résistance soit supérieure aux contraintes effectivement appliquées pendant toute la durée de fonctionnement (Fig.III.1). Elle est une approche statistique qui permet de relier la résistance R du PBF aux sollicitations S auxquelles elles sont est soumis. La fiabilité s'exprimera alors sous la forme :

$$Fiabilité = Probabilité(R > S)$$

A titre d'exemple, soient f(S) et f(R) les densités de probabilité des sollicitations et de la résistance avec respectivement les moyennes m_R , m_S et les écart-types σ_R , σ_S .



Fig. III 1 : Notion de résistance-contraintes (sollicitations)

L'intersection des deux distributions (Fig. III.1) constitue la zone de défaillance. Elle permet d'évaluer la probabilité de défaillance de la structure considérée.

III.3.2 Scénario de défaillance

Le scénario de défaillance est un enchainement d'évènements conduisant à la défaillance. Les modèles mécaniques permettent d'évaluer les besoins prévus (sollicitations) et les ressources nécessaires (disponibilités) (Fig. III. 2). L'analyse de la fiabilité théorique s'appuie sur un scénario de défaillance combinant l'évaluation des sollicitations (contraintes) et des ressources (résistance) souvent fonction des variables élémentaires. Deux objectifs complémentaires sont à atteindre:

- Estimer les paramètres (moyenne, écart-type) et ajuster si possible une loi des variables de sollicitations ou de résistance;
- Estimer les probabilités d'occurrence de scénario de défaillance, ces probabilités théoriques étant conditionnées par une fiabilité pratique de niveau suffisant, évitant toute erreur grossière.

Le scénario traduit l'équilibre entre la ressource et le besoin (Fig. III. 2) et il s'exprime par une fonction de performance [38, 39].



Fig. III 2 : Scénario de défaillance en mécanique [39]

En fiabilité des PBF, nous cherchons à vérifier si le composant est apte à remplir les conditions de chargement (portance) avec une meilleure garantie de fonctionnement. La défaillance du composant fluide est liée aux surcharges (forces axiale et radiale) et peut avoir son origine dans des phénomènes complètement différents. Chacun de ces phénomènes conduisant à la défaillance constitue un mode de défaillance. Pour un même mode de défaillance plusieurs scénarios de défaillance peuvent exister. Et inversement un même scénario de défaillance peut conduire à plusieurs modes de défaillance est une vérification conditionnelle [40].

Ce scénario de défaillance se caractérise par une marge entre la résistance et la contrainte. Dans l'étude des butées et des paliers fluides (PBF), ce scénario de défaillance se caractérise par des surcharges sur le composant fluide.

III.4 Fonction de performance

La fonction de performance d'un système ou composant mécanique est sa réponse. L'évaluation de la fiabilité commence par la définition du mode de défaillance dont on veut étudier les propriétés mécaniques, les sollicitations soumises ainsi que le modèle physique liant la résistance et les sollicitations. Le niveau de fiabilité obtenu dépendra du mode de défaillance choisi. Le mode de défaillance permet ainsi de définir la marge de sécurité ou fonction d'état limite à respecter. Cette fonction d'état limite fait intervenir différents paramètres géométriques ou physiques du système [41]. Cette notion de marge de sécurité fut introduite pour caractériser la fonction de performance, notamment en calculs de structures [42]. Le modèle fiabiliste est caractérisé par deux aspects : les variables aléatoires de conception et les scénarios de défaillance. La fiabilité d'un PBF est estimée après le choix des variables aléatoires et la définition du mode de défaillance c'est-à-dire des états limites correspondants. On distingue un domaine de bon fonctionnement et un domaine de défaillance. La frontière entre ces deux états s'appelle l'état limite ou état de défaillance.



Fig. III 3 : Fonction de performance de l'état limite dans l'espace physique

La figure III.3, nous donne les différents paramètres caractérisant la fonction de performance :

 X_1 et X_2 sont des variables de conception ;

 P^* le point de conception ;

 β indice de fiabilité ;

 m_{X1} et m_{X2} les moyennes des variables X_1 et X_2 dans l'espace physique.

A chaque scénario de fonctionnement est associée une fonction de performance $G(\overline{X})$. La probabilité de défaillance du composant ou système est déterminée à partir de cette fonction de performance.

En posant \overline{X} le vecteur aléatoire de dimension *n*, dont les composantes sont \overline{x}_i , on peut définir les trois domaines suivants *:*

Domaine de sureté ($\overline{X} \in \Re^n / G(\overline{X}) > 0$)

Domaine d'état limite ($\overline{X} \in \Re^n / G(\overline{X}) = 0$)

Domaine de défaillance ($\overline{X} \in \Re^n / G(\overline{X}) < 0$)

Cette fonction de performance $G(\overline{X})$ représente classiquement en fiabilité des structures, la différence entre la résistance et la contrainte [42,43]. Ainsi $G(\overline{X})$ s'écrit :

$$G(\overline{X}) = R(\overline{X}) - S(\overline{X}) \tag{III.1}$$

Cette fonction de performance caractérise la notion de résistance-contrainte (Fig. III.1).

III.5 Probabilité de défaillance

La généralisation de la probabilité de défaillance pour un vecteur aléatoire $\overline{X} \in \Re^n$ est une fonction densité de probabilité conjointe $f_{\overline{X}}(x_i)$ et est donnée par la relation :

$$P_f = \int_{\left(G(\overline{X})<0\right)} f_{\overline{X}}(x_i) dx_1 \dots \dots dx_n \qquad (III.2)$$

Le calcul de l'intégrale de l'équation (*III*.2) s'effectue dans tout le domaine de la zone de défaillance. L'évaluation directe de cette intégrale ne peut se faire que dans des cas très simples du fait de la complexité du système. L'utilisation de cette formule suppose que la densité conjointe de probabilité du vecteur aléatoire est connue et que le calcul direct de l'intégrale reste possible.

Pour illustrer cela, nous allons considérer deux variables aléatoires statistiquement indépendantes. Soient les variables aléatoires R et S avec respectivement les densités de probabilité et les fonctions de répartition données :

- Pour $R: f_R(r)$ et $F_R(r)$
- Pour $S : f_S(s)$ et $F_S(s)$

La première expression de la probabilité de défaillance considère deux évènements définis par [41] :

- A_1 l'évènement {la sollicitation $S \in [x, x + dx]$;
- B_1 l'évènement {la résistance R < x }.



Fig. III 4 : Densité de R et S première forme de la probabilité de défaillance

Pour des sollicitations comprises entre x et x + dx (Fig.III.4), la probabilité de défaillance élémentaire s'écrit :

$$dP_f = Prob\{A_1 \cap B_1\} = Prob\{A_1\}.Prob\{B_1\}$$
(III.3)

Les évènements sont indépendants, ce qui justifie l'équation (III.3). Les probabilités des évènements A_1 et B_1 s'écrivent :

$$\begin{cases} Prob\{A_1\} = f_S(s)dx\\ Prob\{B_1\} = \int_{-\infty}^{x} f_R(\xi)d\xi = F_R(x) \end{cases}$$
(III.4)

En utilisant l'équation (III.4) et toutes les sollicitations possibles, la probabilité de défaillance s'écrit :

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} f_S(x) F_R(x) dx \qquad (III.5)$$

La deuxième forme de l'expression de la probabilité de défaillance (équation III.5) consiste à considérer les évènements ci-dessous(figure *III. 5*) :

- A_2 l'évènement {la résistance $R \in [x, x + dx]$;
- B_2 l'évènement {la sollicitation S < x }.



Fig. III 5 : Densité de R et S deuxième forme de la probabilité de défaillance

Les probabilités des évènements s'écrivent :

$$\begin{cases} Prob\{A_2\} = f_R(x)dx\\ Prob\{B_2\} = \int_{-\infty}^{x} f_S(\xi)d\xi = F_S(x) \end{cases}$$
(III.6)

La probabilité de défaillance correspond à l'intersection des évènements A_2 et \overline{B}_2 le complémentaire de l'évènement B_2 . De l'équation (III.6), la probabilité de défaillance s'écrit alors :

$$P_{f} = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - F_{S}(x)) f_{R}(x) dx$$
 (III.7)

Les deux expressions de la probabilité de défaillance ne sont pas simples à calculer pour des raisons liées à la forme des densités de probabilité, du nombre de variables aléatoires et de la complexité du système.

Le calcul direct des intégrales des probabilités de défaillance n'est pas possible en général sauf dans des cas simples où la fonction de performance est simple. Le calcul de la fiabilité est le plus souvent irréalisable du fait de la complexité du système. Dans le cas d'un couplage mécano-fiabiliste pour lequel la fonction de performance est complexe ou implicite, l'évaluation de la probabilité de défaillance se fait par calcul numérique. L'approximation de la fonction de performance est le seul moyen raisonnable d'évaluer la probabilité de défaillance.

Pour l'évaluation de la fiabilité d'un système, il est à noter que l'on peut estimer la probabilité de défaillance en définissant plusieurs fonctions d'état correspondant généralement à l'état de fonctionnement des différents composants du système. Dans ce cas, l'état du système sera décrit par un ensemble de fonction de performance que l'on définit si l'on reprend l'approche résistance-contrainte comme suit [42,43] :

$$G_i(\overline{\mathbf{X}}) = R_i(\overline{\mathbf{X}}) - S_i(\overline{\mathbf{X}})$$
(III.8)

La probabilité de défaillance du système peut donc aussi être évaluée grâce à cette approche écrite en équation (III.8). Cette étude nécessite une définition rigoureuse de l'état de fonctionnement de chaque composant *i* [42].

III.6 Transformation isoprobabiliste

L'estimation de la probabilité de défaillance d'un composant devient complexe lorsqu'on tient compte de la distribution de toutes les variables aléatoires de conception. La transformation isoprobabiliste permet le passage des variables physiques x_i qui suivent a priori des lois quelconques et qui peuvent être corrélées en des espaces de variables Gaussiennes normées u_i . L'indépendance des variables aléatoires simplifie grandement le problème et une transformation standard*T* existe entre les espaces physiques et variables Gaussiennes normées. Cette transformation fut introduite par Hasofer et Lind [44] pour simplifier les calculs et trouver l'indice de fiabilité dans l'espace des variables Gaussiennes normées.



Fig. III 6 : Transformation de l'espace physique vers l'espace normé centré

Le schéma ci-dessus (figure III. 6) illustre une représentation de la transformation T de l'espace physique vers l'espace normé centré pour deux variables aléatoires. La transformation T (figure III. 6) est définie [44,45] par :

$$\begin{cases} u_i = T_i(x_i) \\ H(u_i) = G\left(T_j^{-1}(u_i)\right) \end{cases}$$
(III.9)

La fonction de performance de l'espace physique $G(x_i)$ peut être transformée dans l'espace normé centré en la fonction de $H(u_i)$ par deux types de transformation (Rosenblatt et Nataf) présentés ci-après dans l'équation (III.9).

III.6.1 Transformation de Rosenblatt

Si les variables aléatoires X_i sont indépendantes, si la fonction de distribution conjointe est continue et connue, la transformation de Rosenblatt [46, 47] est plus adéquate pour trouver la solution. Dans le cas où les variables aléatoires sont dépendantes, la transformation est étendue par [48].

Cette transformation donnée par la forme récursive est définie par l'équation (III.10) :

$$u_1 = \Phi^{-1}\left(F_{X_1}(x_1)\right)$$

$$u_{2} = \Phi^{-1} \left(F_{X_{2}}(x_{2}|x_{1}) \right)$$

$$\vdots$$

$$u_{i} = \Phi^{-1} \left(F_{X_{i}}(x_{i}|x_{1}, x_{2}, \dots, x_{i-1}) \right)$$

$$\vdots$$

$$u_{n} = \Phi^{-1} \left(F_{X_{n}}(x_{n}|x_{1}, x_{2}, \dots, x_{n-1}) \right)$$
(III. 10)

 $F_{X_i}(x_i|x_1, x_2, \dots, x_{i-1})$ est la fonction de répartition de la variable X_i conditionnée par : $X_1 = x_1, X_1 = x_2, \dots, X_{i-1} = x_{i-1}$

 Φ est la fonction de répartition de la loi Gaussienne normée centrée.

La fonction de répartition de la variable X_i est donnée par :

$$F_{X_i}(x_i|x_1, x_2, \dots, x_{i-1}) = \frac{\int_{-\infty}^{x_i} f_{X_1, X_2, \dots, X_i}(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, t_i) dt_i}{f_{X_1, X_2, \dots, X_i}(x_1, x_2, \dots, x_{i-1})}$$
(III. 11)

La transformation inverse est obtenue à partir de la première variable aléatoire de l'équation (III.11) :

$$x_{1} = F_{X_{1}}^{-1} (\Phi(u_{1}))$$

$$x_{2} = F_{X_{2}}^{-1} (\Phi(u_{2})|x_{1})$$

$$\vdots$$

$$x_{n} = F_{X_{n}}^{-1} (\Phi(u_{n})|x_{1}, \dots, x_{n-1}) \qquad (III. 12)$$

La transformation de Rosenblatt trouve des difficultés pour la détermination des probabilités conditionnelles de l'équation (III.12). De plus, il n'est pas toujours donné de connaitre la densité de probabilité conjointe des variables aléatoires. Dans le cas de variables indépendantes, seules les transformées marginales sont nécessaires [47].

III.6.2 Transformation de Nataf

La transformation de Nataf nécessite seulement la connaissance des moyennes m_{X_i} , des écarts types σ_{X_i} , de la matrice de corrélation $\rho_{X_iX_j} = \rho_{ij}$ et des distributions marginales des variables X_i . Des exemples d'utilisation de la transformation de Nataf sont consultables dans [45].

Les variables normales sont obtenues par l'équation (III.13) suivante :

$$\hat{u}_i = \Phi^{-1} \left(F_{X_i}(x_i) \right)$$
 (III.13)

Les corrélations des variables sont données par la forme suivante :

$$\rho_{ij} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\frac{x_i - m_{X_i}}{\sigma_{X_i}}) (\frac{x_j - m_{X_j}}{\sigma_{X_j}}) \phi_2(\hat{u}_i, \hat{u}_j, \rho_{ij}^*) d\hat{u}_i d\hat{u}_j$$
(III.14)

Dans cette expression de l'équation (III.14), ϕ_2 représente la densité de probabilité de la loi binormale. ρ_{ij}^* est une corrélation fictive.

Les variables \hat{u}_i sont décorrélées par décomposition de Cholesky de la matrice ρ_{ii} .

En conclusion, la transformation de Rosenblatt permet de passer d'une solution générale de l'espace des variables physiques vers une solution de l'espace des variables normées centrées et décorrélées. Cette transformation nécessite la densité de probabilité conjointe, ce qui n'est pas toujours donnée.

En ce qui concerne la transformation de Nataf, elle demande beaucoup plus d'informations. Ces deux transformations permettent de déterminer l'indice de fiabilité dans l'espace Gaussien normé centré [45-48].

III.7 Méthodes d'estimations de la probabilité de défaillance

L'estimation de la fiabilité repose sur une définition rigoureuse de la fonction de performance. Notre étude porte sur une approche résistance-contrainte de la distribution de la portance (charge) du composant palier ou butée fluide à la charge critique imposée (résistance). Ces méthodes sont basées sur la fonction explicite de performance. Elles sont des approximations de la fonction de performance.

Le calcul généralisé de la probabilité de défaillance est donné par l'équation (III. 15).

La probabilité de défaillance à un instant *t* d'un composant est donnée par :

$$P_f(t) = P_r[R(t) \le S(t)] \tag{III.15}$$

Dans le cas où les densités instantanées de probabilité des variables de conception sont connues, l'expression devient l'équation (III.16) :

$$P_f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(x,t) f_s(x,t) dx \qquad (III.16)$$

où $F_R(x,t)$ est la fonction de répartition de la densité instantanée de probabilité de la résistance $f_R(x,t)$ et $f_S(x,t)$ la densité de probabilité des sollicitations. Dans les situations étudiées dans les chapitres qui suivent, le temps est figé c'est-à-dire que les variables aléatoires sont indépendantes du temps *t*. Dans ces conditions les résistances et les sollicitations sont aussi indépendantes du temps.

III.7.1 Concept et généralités

La détermination de la probabilité de défaillance devient de plus en plus difficile pour un nombre important de variables de conception, de la complexité de la fonction de performance et de la densité de probabilité. Les méthodes d'approximation de Taylor et de simulation sont utilisées pour calculer la probabilité de défaillance du PBF. Les méthodes FORM (First Order Reliability Method) et SORM (Second Order Reliability Method) sont des méthodes d'approximation respectives du premier et second ordre de la fonction de performance. Elles sont considérées comme des méthodes efficaces en termes de rapport entre temps de calcul et précision de la mesure. Elles consistent à approximer par un développement de Taylor à l'ordre 1 ou 2 de la fonction de performance dans l'espace standard où les variables deviennent gaussiennes centrées réduites et indépendantes. La recherche du point de conception P^* (Fig.III.6) appelé aussi « design point », consiste à déterminer le point le plus probable c'est à dire le point où la densité de probabilité est maximale.

Pour une forte non linéarité ou la non différentiabilité de la fonction de performance, les méthodes d'approximation FORM/SORM montrent leur limite. D'autres méthodes

développées dans la littérature comme par exemple l'approximation polynomiale du second ordre sont à la base de la méthode de SORM [50].Une étude comparative des méthodes d'approximation est faite par [51].Ces méthodes peuvent être directes, faire appel à un algorithme d'optimisation ou utiliser les surfaces de réponse [42, 53].

Les méthodes de simulations de Monte-Carlo sont les moyens le plus sûrs mais aussi les plus coûteux en temps pour déterminer la probabilité de défaillance. Elles servent de références et de contrôle à la probabilité de défaillance des méthodes d'approximation comme FORM/SORM.

III.7.2 Indices de fiabilité et point de conception

Les indices de fiabilité (Fig.III.6) nous permettent d'apprécier la fiabilité d'un système ou composant et de les comparer en termes de fiabilité. En effet, plus l'indice de fiabilité est élevé, plus la probabilité de défaillance est faible et par conséquent le système ou composant devient fiable.

Historiquement, c'est vers 1950 en Union Soviétique que le premier indice de fiabilité fut proposé par Rjatnitzyne [54,55].Plusieurs indices de fiabilité ont été proposés : l'indice de Cornell β_c [56] basée sur les travaux de Rjatnitzyne. Rosenblueth et Esteva [57] introduisent en 1972 l'indice de fiabilité du premier ordre β_{F0} . Hasofer et Lind β_{HL} [58] donnent une définition plus rigoureuse de l'indice de fiabilité.

L'indice de Rjatnitzyne-Cornell est le rapport de la moyenne sur l'écart-type de la marge de sécurité (M = G = R - S). Elle apparait donc comme l'inverse du coefficient de variation de la marge. Cet indice de Rjatnitzyne-Cornell β_c s'applique uniquement pour des variables gaussiennes dont l'état limite de la marge est linéaire.

$$\beta_C = \frac{E(M)}{\sigma(M)} \tag{II.17}$$

L'équation (II.17) signifie que l'indice de fiabilité est la distance de la valeur moyenne E(M) à la surface de défaillance (exprimée en nombre d'écart types). Pour que l'indice de fiabilité puisse être déterminé, il faut que la marge M soit linéaire. Dans le cas où la fonction de marge n'est pas linéaire, l'indice de Cornell est approximé par un développement de Taylor au premier ordre au point moyen.

L'indice de fiabilité du premier ordre β_{FO} est utilisé comme recours à celle de Cornell lorsque l'état limite n'est pas linéaire. Il consiste à linéariser la marge de sécurité par un développement de Taylor d'ordre 1 en un point. La marge M_{FO} s'écrit alors :

$$M_{FO} = G(\overline{X}) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial G(\overline{X})}{\partial x_i} (X_i - x_i)$$
(11.18)

avec \overline{X} vecteur aléatoire de base, x_i variables aléatoires.

$$M_{FO} = \frac{G(\bar{X}) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial G(\bar{X})}{\partial x_i} (E(X_i - x_i))}{\left| \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \frac{\partial G(\bar{X})}{\partial x_i} \frac{\partial G(\bar{X})}{\partial x_j} (cov(X_i, X_j) \right|^{1/2}}$$
(II. 19)

avec $cov(X_i, X_i)$ la covariance des variables de conception.

Cependant, l'indice de fiabilité de Hasofer et Lind β_{HL} est déterminé dans un espace de variables Gaussiennes, indépendantes, de moyenne nulle et d'écart-type unitaire. L'indice de fiabilité représente géométriquement la distance minimale de l'origine*O* au point le plus proche *P*^{*} de l'origine dans l'état de défaillance. Le point *P*^{*} appelé aussi point de conception, est défini comme le point le plus probable à la défaillance situé sur la surface d'état limite pris dans l'état standard.

$$\begin{cases} \beta_{HL} = distance(0, G(\{x_i(u_j)\}) = min(\sqrt{\mathbf{U}^T \mathbf{U}}) = min(\sqrt{\sum_i u_i^2}) \\ \text{sous la contrainte } H(u_k) \le 0 \end{cases}$$
(III. 20)

Hasofer et Lind ont déterminé l'indice de fiabilité en se basant sur celle de Cornell par une interprétation géométrique.

Dans le cas où la fonction de performance est linéaire, les indices de Hasofer-Lind et de Cornell sont égaux. Dans le cas contraire, la surface d'état limite est approximée par un développement de Taylor au voisinage du point de conception P^* .

La détermination du point de conception est le problème le plus délicat des méthodes fiabilistes. Elle résulte du problème de minimisation sous contrainte de la fonction de performance.

III.7.3 Algorithme de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler (HLRF)

L'algorithme de Rackwitz et Fiessler [59,60] permet d'obtenir le point de conception par un algorithme d'optimisation du premier ordre dont l'expression est donnée par l'équation (*III*.20). Il a été amélioré grâce aux travaux de Schittkowski [61,62] en programmation linéaire.

En écrivant le développement au premier ordre en série de Taylor au point U^k d'itération k, l'expression de la fonction de performance dans l'espace standard devient :

$$H(U) = H(U^{(k)}) + \langle \nabla H(U) \rangle_{U^{(k)}} (\{U\} - \{U\}^{(k)}) + O^2$$
(III.21)

L'expression du développement de Taylor de la fonction de performance au point d'itération k + 1 s'écrit :

$$H(U^{(k+1)}) = H(U^{(k)}) + \langle \nabla H(U) \rangle_{U^{(k)}}(\{U\}^{(k+1)} - \{U\}^{(k)}) = 0$$
(III.22)

Le vecteur normal unitaire à la surface de défaillance est donné par :

$$\{\alpha\} = \frac{\{\nabla H(U)\}}{\|\nabla H(U)\|}$$
(III.23)

En divisant l'équation (*III*.22) par $\|\nabla H(U)\|_{U^k}$ la norme du gradient à l'itération k, il vient :

$$\frac{H(U^{(k)})}{\|\nabla H(U)\|_{U^{(k)}}} + (\langle U \rangle^{(k+1)} - \langle U \rangle^{(k)}) \{\alpha\}^{(k)} = 0$$
(III.24)

ce qui vient :

$$\langle U \rangle^{(k+1)} \{\alpha\}^{(k)} = \langle U \rangle^{(k)} \{\alpha\}^k - \frac{H(U^{(k+1)})}{\|\nabla H(U)\|_{U^{(k)}}}$$
(III. 25)

La convergence de l'algorithme pour $k \rightarrow \infty$, permet d'écrire :

$$\{U\} = -\beta\{\alpha\} \tag{III.26}$$

L'expression (III. 26) devient à l'itération k:

$$\{U\}^{(k+1)} = -\beta^{(k)}(\alpha)^k$$
 (III.27)

On tire l'expression de l'indice de fiabilité à l'itération *k* dans (*III*. 27) :

$$\beta^{(k)} = -\langle U \rangle^{(k+1)} \{\alpha\}^k \tag{III.28}$$

En remplaçant l'équation (*III*.25) dans l'équation (*III*.28), on obtient la relation itérative donnant l'expression de l'indice de fiabilité :

$$\beta^{(k)} = -(\langle U \rangle^{(k)} \{\alpha\}^k) + \frac{H(U^{(k)})}{\|\nabla H(U)\|_{U^{(k)}}}$$
(III.29)

L'algorithme de calcul s'arrête lorsque :

$$\left\| \{U\}^{(k+1)} - \{U\}^{(k)} \right\| \le \varepsilon_s \tag{III.30}$$

où ε_s est la condition d'arrêt souhaitée. L'algorithme de HLRF est donné en illustration à la figure (Fig.III.7).Cette figure montre la convergence au point de conception.



Fig. III 7 : Schéma de l'algorithme de HLRF

En résumé, l'algorithme HLRF se compose des étapes suivantes [63] :

- 1. Choisir le point de départ $\{U\}^0$, généralement l'origine du repère en manque d'informations (k = 0);
- 2. Evaluation de la fonction de performance $H(U)^{(k)}$;
- 3. Calcul du gradient de l'état limite { $\nabla H(U)$ }^{*k*}, de la norme $\|\nabla H(U)\|^{k}$ et déduire le vecteur des cosinus directeurs{ α }^(*k*) à l'itération *k*par la relation(*III*.23);
- 4. Déterminer l'indice de fiabilité $\beta^{(k)}$ à l'itération *k* par la relation (*III*. 29);
- 5. Calculer $\{U\}^{(k+1)}$ par l'expression (*III*. 27 28);
- 6. Si la norme de la différence des vecteurs $\|\{U\}^{(k+1)} \{U\}^{(k)}\| \le \varepsilon_S$, le calcul itératif est arrêté sinon faire k = k + 1 et aller en 2.

Dans les cas des calculs numériques, l'évaluation des gradients par différences finies fait appel à un calcul numérique. On définit un point à calculer pour chaque variable [62].

III.7.4 Méthodes d'approximation FORM/SORM

Les méthodes FORM (First Order Reliability Method) et SORM (Second Order Reliability Method) sont basées sur la détermination du point de conception et de l'indice de fiabilité. Cependant, il existe d'autres indices de fiabilité à l'image de l'indice de Rjanitzyne-Cornell [56], l'indice de fiabilité du premier ordre [57], et l'indice généralisée de Detlevsen [67,68] qui ne sont pas détaillés dans ce document. Ces méthodes permettent d'obtenir une approximation de la probabilité de défaillance. Le résultat n'est toujours pas facile à valider car l'erreur commise n'est pas estimée.

La méthode de FORM approxime le domaine de défaillance par un demi-espace délimité par un hyperplan tangent à la surface d'état-limite au point de conception. Elle consiste à associer à la valeur de l'indice de fiabilité β , la probabilité de défaillance :

$$P_f = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \tag{III.31}$$

La fonction de performance de l'état limite réelle est remplacée dans ce cas par un hyper-plan au point de conception. L'équation d'un tel hyper-plan dans l'espace normé s'écrit :

$$\widehat{H}(U) = \sum_{i} \alpha_{i} u_{i} + \beta = 0 \qquad (III.32)$$



Fig. III 8 : Illustration de l'approximation de FORM

La probabilité du domaine de défaillance (Fig.III.8) est déterminée par la relation (*III*.34) dans laquelle Φ est la fonction de distribution de probabilité de la loi normale centrée à une dimension.

Cependant, la méthode de FORM révèle des insuffisances pour l'étude d'un hyper paraboloïde. Elle doit être contrôlée et bien vérifiée avant de la valider.

La méthode SORM (Second Order Reliability Method) est une approximation de la surface d'état-limite par une surface quadratique (Fig.III.9). Elle consiste à faire une approximation par un développement de Taylor à l'ordre2 au point de conception U^* . Plusieurs estimations de la probabilité de défaillance ont été étudié [70-73]. Parmi ces approximations, nous retenons la formule de Breintung [70] qui s'écrit pour un indice de fiabilité $\beta \rightarrow \infty$ sous la forme :

$$P_f = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{(1+\beta\kappa_i)}}$$
(111.33)

 κ_i sont les rayons de courbures au point de conception U_i . Dans ces conditions, l'approximation quadratique SORM de la fonction de performance prend la forme suivante :

$$\widehat{H}(U) = u_n - \beta - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \kappa_i {u_i}^2$$
(III.34)



Fig. III 9 : Illustration de l'approximation de SORM

La figure (III.9) illustre la méthode d'approximation (SORM) de la fonction de l'étatlimite (U), notée $\hat{H}(U)$ par développement en série de Taylor autour du point de conception.

III.7.5 Méthodes de simulation Monte Carlo

Les méthodes de simulations de Monte-Carlo sont basées sur la génération de nombres aléatoires et permettent d'estimer la probabilité de défaillance même dans le cas de lois de probabilité complexes, de corrélations entre variables ou de fonctions d'états limites non linéaires. Les ouvrages de [74,75] expliquent de manière plus détaillée la génération de nombres aléatoires. Cependant, les méthodes de simulations requièrent des temps de calcul prohibitifs pour l'évaluation de la probabilité de défaillance. Le principe des simulations de Monte-Carlo consiste à réaliser des tirages selon la loi de probabilité conjointe du vecteur aléatoire et de compter le nombre de fois où le système se trouve dans le domaine de défaillance. La simulation directe de Monte-Carlo est parfois appelée par Hit or Miss Monte-Carlo [76]. La probabilité peut être estimée par :

$$P_f \simeq \sum_{i=0}^{N} I_{D_f}[g(x_i) \le 0]$$
 (III.35)

avec x_i la réalisation du i^{eme} tirage, I_{D_f} la fonction génératrice vérifiant la relation :

$$I_{D_f} = \begin{cases} 1 & si \ g(x_i) \le 0 \\ 0 & si \ g(x_i) > 0 \end{cases}$$
(111.36)

L'évaluation de la probabilité de défaillance devient précise si le nombre de tirages est très grand.



Fig. III 10 : Simulations de Monte-Carlo

Les inconvénients de la méthode de Monte-Carlo directe est le grand nombre de simulations requis dans certains cas et l'estimation d'une très grande erreur pour un nombre insuffisant de simulations. En effet, pour évaluer une probabilité de l'ordre de 10^{-n} , il faut 10^{n+2} à 10^{n+3} simulations. La méthode de Monte-Carlo n'est utilisée donc que pour des probabilités de défaillance moyennes ou grandes. Afin d'améliorer la précision et de réduire le nombre de simulations, d'autres méthodes utilisant la

connaissance du point de conception ont été développées sur la base de la méthode de Monte Carlo classique.

III.7.6 Méthodes des tirages d'importance

La méthode des tirages d'importance est une méthode d'estimation de la probabilité de défaillance utilisant le point le plus probable à la défaillance (Fig. III. 10). En effet, la simulation standard requiert un très grand nombre de réalisations pour obtenir avec une très bonne précision la probabilité de défaillance. Ceci vient du fait que pour de faibles probabilités de défaillance, les tirages qui entrainent la défaillance sont rares. Ainsi un nombre important de réalisations est nécessaire pour obtenir suffisamment de tirages associés à la défaillance. Suite à ces considérations, la simulation d'importance a été introduite afin de générer des tirages qui conduisent plus fréquemment à la défaillance et permettent de gagner plus d'informations sur le domaine de défaillance. La méthode des tirages d'importance fournit une estimation de la variance de l'estimation obtenue [77]. La formule donnant la probabilité de défaillance s'écrit :

$$P_f = \int \boldsymbol{I}_{D_f} \frac{\phi_n(u_k)}{\psi(u_k)} \psi(u_k) du_1 du_2 \cdots du_n$$
(111.37)

avec :

 $\psi(u_k)$: une fonction de densité de probabilité des tirages à choisir judicieusement

 $\phi_n(u_k)$: la fonction de densité de la loi multi normale.

La densité de probabilité des tirages est une fonction normale réduite centrée au point de conception. Elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\psi(u_k) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} exp\left(-\frac{(u_i - u_i^*)^2}{2}\right)$$
(111.38)

L'estimation de la probabilité de défaillance s'effectue [78] par changement de variables centrées réduites qui s'écrit sous la forme :

$$\tilde{u}_k^{(r)} = u_k^{(r)} + u_k^* \tag{111.39}$$

Avec r est le numéro du tirage et u_k^* le point de conception à l'itération k.La valeur de la probabilité de défaillance devient alors :

$$\tilde{P}_{f} = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^{N} I_{D_{f}}^{(r)} \frac{\phi_{n}\left(\tilde{u}_{k}^{(r)}\right)}{\psi\left(\tilde{u}_{k}^{(r)}\right)} = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^{N} \left(I_{D_{f}}^{(r)} exp\left(-\sum_{i} u_{i}^{*} u_{i}^{(r)} - \frac{\beta^{2}}{2}\right) \right)$$
(III. 40)

avec β l'indice de fiabilité de Hasofer et Lind donné par algorithme de Rackwitz-Fiessler.



Fig. III 11 : Simulation tirages d'importance

Il existe d'autres méthodes d'estimation de la probabilité de défaillance utilisant le point de conception telles que :

- Tirages conditionnés [79],
- Méthodes du pavé-hyper-cube latin,
- Tirages adaptatifs [80],
- Méthode du tirage d'importance conditionné [81],
- Méthode du tirage stratifié [82].

L'utilisation des méthodes de simulations permet d'estimer les probabilités de défaillance des composantes dont les fonctions de performance ou d'états-limites sont complexes (irréguliers ou non différentiables).Nous allons utiliser, dans le chapitre qui suit, la méthode des tirages d'importance pour estimer la probabilité de défaillance du palier fluide. Le chapitre suivant illustre directement les applications de cette théorie de fiabilité mécanique.

Les méthodes FORM/SORM montrent leur limite lorsque la fonction de performance devient implicite. Cependant, la méthode de Monte Carlo (tirages d'importance) est applicable mais avec un temps de calcul très important.

En effet, il existe une technique permettant de remplacer la fonction de performance implicite par une expression analytique polynomiale.

III.8 Méthode des surfaces de réponse

Elle consiste très souvent de construire une forme quadratique substituant la fonction G de la fonction de performance par une fonction polynomiale \hat{G} qui s'écrit de la manière suivante :

$$\widehat{G}(\overline{X}) = a_0 + \sum_{i=1}^{N} a_i x_i + \sum_{i=1}^{N} a_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^{N} a_{ij} x_i x_j$$
(111.41)

 \overline{X} est le vecteur des *n* variables aléatoires de conception,

 a_i et a_{ij} les coefficients de la fonction polynomiale à déterminer.

Cette méthode est mise en œuvre dans le cadre de la méthode Latin par Boucard [83]. L'inconvénient de cette méthode est le nombre de calculs nécessaires pour construire la surface de réponse. En effet, l'optimisation autour du point le plus probable à la défaillance ne requiert pas de calculs supplémentaires une fois la surface construite. Bucher [84] a rendu cette méthode plus efficace en ciblant ce point de conception.

Cette méthode de surface des réponses consiste à substituer la fonction implicite de l'état normal centré H(U) par une fonction explicite $\hat{H}(U)$ correspondante. Elle permet de trouver la fonction approximée en minimisant l'erreur autour du point le plus probable à la défaillance. Les coefficients de la fonction équivalente sont déterminés par des séries d'expériences ayant des paramètres d'entrée conformes au plan d'expérience. Les séries d'expérience peuvent être numériques, obtenues par éléments finis ou par des essais.

En écriture matricielle, les fonctions d'état limite sont approximées dans l'espace normée par :

$$H(U) \approx \widehat{H}(U) = U^T A U + U^T b + c \qquad (III.42)$$

avec ici A une matrice, b un vecteur et c un scalaire.

Dans l'espace physique, la fonction s'écrit :

$$G(U) \approx \hat{G}(U) = X^{T} A X + X^{T} b + c \qquad III.43$$

où la matrice A est donnée par :

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ 0 & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{n,n} \end{bmatrix}$$
(111.43)

le vecteur **b** par :

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Où *n* est le nombre de variables de conception du vecteur aléatoire \overline{X} .

La surface de réponse est dite :

- linéaire si la matrice A est linéaire,
- quadratique incomplète si la matrice A est diagonale,
- quadratique complète si la matrice *A* est pleine.

III.8.1 Détermination des coefficients de la fonction polynomiale

La matrice du plan d'expérience notée M_{EX} est définie de manière générale :

$$M_{EX} = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1,i} & \cdots & x_{1,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m,1} & \cdots & x_{m,i} & \cdots & x_{m,n} \end{bmatrix}$$
(III. 45)

où *n* est le nombre de variables aléatoires et *m* est le nombre de réalisations effectuées pour chaque variables (m > n).

Dans le cas général, les fonctions des surfaces de réponse sont définies par :

$$\widehat{G}(\overline{X}) = \mathbb{G}(\overline{X}). D$$

où **D** est un vecteur de dimension $(2n + 1 + \sum_{k=1}^{n} (k-1))$ qui représente les coefficients du polynôme et $\mathbb{G}(\overline{X})$ est la matrice qui, pour le cas de deux variables indépendantes, s'écrit dans le cas des surfaces de réponses dite quadratiques complètes :

$$\mathbb{G}(X_1, X_2) = \begin{bmatrix} 1 & x_{1,1} & x_{1,2} & x_{1,1}^2 & x_{1,2}^2 & x_{1,1}x_{1,2} \\ 1 & x_{2,1} & x_{2,2} & x_{2,1}^2 & x_{2,2}^2 & x_{2,1}x_{2,2} \\ 1 & x_{3,1} & x_{3,2} & x_{3,1}^2 & x_{3,2}^2 & x_{3,1}x_{3,2} \\ 1 & x_{4,1} & x_{4,2} & x_{4,1}^2 & x_{4,2}^2 & x_{4,1}x_{4,2} \\ 1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{m,1} & x_{m,2} & x_{m,1}^2 & x_{m,2}^2 & x_{m,1}x_{m,2} \end{bmatrix}$$
(III. 46)

Pour les surfaces de réponse linéaire et quadratique incomplète, les matrices respectives \mathbb{G} s'écrivent en enlevant les trois dernières colonnes et la dernière de la matrice (*III*.46).

Les coefficients de réponse sont définis de manière à minimiser l'erreur de l'approximation dans la région autour du point de conception. L'évaluation de ces coefficients nécessite la réalisation de séries d'expériences numériques qui correspondent à des calculs numériques. Les coefficients des polynômes vont donc être définis pour chaque ligne de la matrice présentée en (*III*.45) en résolvant l'équation suivante au sens des moindres carrés.
$$G(\overline{X}) = \widehat{G}(\overline{X}) + \varepsilon = \mathbb{G}(\overline{X}) \cdot D + \varepsilon$$
(111.47)

où ε est l'erreur à minimiser [85].

Les coefficients du vecteur **D** sont obtenus par la résolution de l'équation (*III*. 47) par la relation :

$$D = \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_l \end{bmatrix} = (\boldsymbol{G}^T \boldsymbol{G})^{-1} \boldsymbol{G}^T \boldsymbol{Y}$$
(111.48)

où *Y* sont les réponses déterminées lors des séries d'expériences $(Y = G(\overline{X}))$.

Composants	N°	<i>X</i> ₁	<i>X</i> ₂	<i>X</i> ₃
Point étoilé	1	+1	0	0
	2	-1	0	0
	3	0	+1	0
	4	0	-1	0
	5	0	0	+1
	6	0	0	-1
Point central	7	0	0	0

Tableau III. I : Points du plan d'expérience en étoile pour trois variables aléatoires

Ce tableau III.1 représente les points du plan d'expérience en étoilé pour trois variables aléatoires par exemple.

III.8.2 Détermination de la matrice du plan d'expérience

Il existe plusieurs types de plans d'expériences :

Le plan polytope axial ou étoilé représenté en figure (III.12) est le plus simple parmi ces plans d'expériences car il comprend 2n + 1 points où *n* représente le nombre de variables aléatoires. En tenant compte du point central, chaque variable peut prendre

3 valeurs distinctes. On considère une valeur centrale \overline{X}_i et un multiple h_f (valeur comprise entre 1 et 3) de l'écart-type σ_i de chaque variable aléatoire :

$$X_i = \bar{X}_i \pm h_f \sigma_i \tag{III.49}$$

Pour 3 variables aléatoires, la matrice du plan d'expérience en étoilé est déterminée par la relation (III.50) ci dessous.

$$X = \begin{bmatrix} \bar{X}_{1} + h_{f} \cdot \sigma_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} \\ \bar{X}_{1} - h_{f} \cdot \sigma_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} + h_{f} \cdot \sigma_{2} & \bar{X}_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} - h_{f} \cdot \sigma_{2} & \bar{X}_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} + h_{f} \cdot \sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} - h_{f} \cdot \sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} \end{bmatrix}$$
(III. 50)

Le plan en étoilé permet d'étudier le comportement quadratique de chaque variable selon un axe, mais ne fournit pas d'indications sur interaction entre variables. Le diamètre de ces plans d'expérience est égale à 2a (figure V.1).



Fig. III 12 : Plan polytope axial ou étoilé

Le plan factoriel à deux niveaux est plus compliqué et plus long car il prend en compte $2^N + 1$ points, où *N* est le nombre de variables aléatoires (Fig. V.2). Il est constitué de tous les points du type $X_1 = (\pm 1, \pm 1, \pm 1, \dots, \pm 1)$. Ce plan permet de prendre en compte les interactions entre variables, car tous les hyperplans sont

représentés, mais le nombre de points créés est beaucoup plus important. L'essai du plan d'expérience factoriel est long et plus compliqué car il prend en compte $2^N + 1$ points.

Pour réaliser ce plan, 3 variables aléatoires sont représentés dans le tableau (Tab.III.2). La matrice du plan d'expérience factoriel est déterminée par la relation (*III*.51) :

$$X = \begin{bmatrix} \bar{X}_{1} - h_{f} \cdot \sigma_{1} & \bar{X}_{2} - h_{f} \cdot \sigma_{2} & \bar{X}_{3} - h_{f} \cdot \sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f} \cdot \sigma_{1} & \bar{X}_{2} - h_{f} \cdot \sigma_{2} & \bar{X}_{3} - h_{f} \cdot \sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} - h_{f} \cdot \sigma_{1} & \bar{X}_{2} + h_{f} \cdot \sigma_{2} & \bar{X}_{3} - h_{f} \cdot \sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f} \cdot \sigma_{1} & \bar{X}_{2} + h_{f} \cdot \sigma_{2} & \bar{X}_{3} - h_{f} \cdot \sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} - h_{f} \cdot \sigma_{1} & \bar{X}_{2} - h_{f} \cdot \sigma_{2} & \bar{X}_{3} + h_{f} \cdot \sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f} \cdot \sigma_{1} & \bar{X}_{2} - h_{f} \cdot \sigma_{2} & \bar{X}_{3} + h_{f} \cdot \sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} - h_{f} \cdot \sigma_{1} & \bar{X}_{2} + h_{f} \cdot \sigma_{2} & \bar{X}_{3} + h_{f} \cdot \sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f} \cdot \sigma_{1} & \bar{X}_{2} + h_{f} \cdot \sigma_{2} & \bar{X}_{3} + h_{f} \cdot \sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} \end{bmatrix}$$
(III.51)

Composants	N°	X_1	X_2	X_3
Point factoriel	1	-1	-1	-1
	2	+1	-1	-1
	3	-1	+1	-1
	4	+1	+1	-1
	5	-1	-1	+1
	6	+1	-1	+1
	7	-1	+1	+1
	8	+1	+1	+1
Point central	9	0	0	0

Tableau III II : Points du plan d'expérience composé de trois variables aléatoires



Fig. III 13 : Plan factoriel 2^N

Pour ce type de plan, une première propriété intéressante est l'invariance par rotation. Une autre propriété est la précision uniforme sur tout le domaine de validité du plan d'expérience. Pour cela, il faut ajouter de l'information au centre du plan d'expérience c'est-à-dire, recommencer l'expérience au centre du plan d'expérience. Une dernière propriété est l'orthogonalité des points du plan d'expérience, c'est-à-dire le produit scalaire de tout couple de points est nul. Elle garantit l'indépendance des estimations des coefficients. Le plan d'expérience composite reprend les deux autres types de plans donc $2N + 2^N + 1$ points. Les coordonnées des points en étoilé sont $-\alpha$ et $+\alpha$ pour une valeur de α comprise entre 1 et $\sqrt{2}$. Afin de réaliser ce plan d'expérience composite centré, les points nécessaires pour trois variables aléatoires sont représentés dans le tableau suivant :

Composants	N°	<i>X</i> ₁	X_2	<i>X</i> ₃
Point factoriels	1	-1	-1	-1
	2	+1	-1	-1
	3	-1	+1	-1
	4	+1	+1	-1
	5	-1	-1	+1
	6	+1	-1	+1
	7	-1	+1	+1
	8	+1	+1	+1
	9	$-\alpha$	0	0
	10	+α	0	0
	11	0	$-\alpha$	0
	12	0	$+\alpha$	0
	13	0	0	$-\alpha$
	14	0	0	+α
Point central	15	0	0	0

Tableau III.III : Points du plan d'expérience composite centré pour 3 variables aléatoires

La matrice du plan d'expérience pour un plan composite centré est donnée par l'équation (V.12).

$$X = \begin{bmatrix} \bar{X}_{1} - h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} - h_{f}.\sigma_{2} & \bar{X}_{3} - h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} - h_{f}.\sigma_{2} & \bar{X}_{3} - h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} + h_{f}.\sigma_{2} & \bar{X}_{3} - h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} - h_{f}.\sigma_{2} & \bar{X}_{3} - h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} - h_{f}.\sigma_{2} & \bar{X}_{3} + h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} - h_{f}.\sigma_{2} & \bar{X}_{3} + h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} + h_{f}.\sigma_{2} & \bar{X}_{3} + h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} + h_{f}.\sigma_{2} & \bar{X}_{3} + h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} \\ \bar{X}_{1} + h_{f}.\sigma_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} - \alpha h_{f}.\sigma_{2} & \bar{X}_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} + \alpha h_{f}.\sigma_{2} & \bar{X}_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} + \alpha h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} + \alpha h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} + \alpha h_{f}.\sigma_{3} \\ \bar{X}_{1} & \bar{X}_{2} & \bar{X}_{3} \end{bmatrix}$$



Fig. III 14 : Plan d'expérience composite centré

Des plans spéciaux ont été définis pour réduire au mieux le nombre de calculs nécessaires pour évaluer une surface de réponse. Les plans d'expérience de Hartley ou de Westlake sont applicables à toute dimension de l'espace aléatoire, mais ne vérifient les propriétés précédentes.

III.9 Conclusion

Ce chapitre nous permet de comprendre la théorie de la fiabilité mécanique et les méthodes de calcul de la probabilité de défaillance. Il explique en détails les approches résistance-contrainte et les procédures qui permettent de déterminer la fonction de performance. Cette théorie de la fiabilité a pour but d'étudier le bon fonctionnement des PBF. La fonction de performance dans le cas des PBF sera caractérisée par une résistance (charge fixe maximale) et des sollicitations représentées par les charges variables des PBF.

Cette partie nous a permis aussi de savoir comment traiter un problème du couplage mécano-fiabiliste lorsque la fonction de performance devient implicite. La méthode des surfaces de réponse s'avère un outil efficace mais reste encore à améliorer. La définition quasi-exacte de la surface de réponse demande à être validée. Des méthodes basées sur la théorie de l'apprentissage font partie des pistes à exploiter

afin de s'assurer de l'exactitude de l'évaluation de la probabilité de défaillance déduite à partir de l'approximation de la fonction de performance.

Ce chapitre ouvre des perspectives aux travaux effectués pendant la thèse lorsque la fonction d'état limite devient implicite.

Chapitre IV : Estimation fiabiliste de PBF : Fonctions de performance explicites

IV.1 Introduction

Ce chapitre traite de la fiabilité de PBF. Il permet l'estimation des probabilités de défaillance et de calculer les indices de fiabilité des PBF à partir des fonctions de performance établies au chapitre (II). Cette fonction de performance traduit l'équilibre entre la résistance et la contrainte. Le scénario de défaillance (dimensionnement de la structure) découle de la définition de la fonction de performance du composant. La résistance (ressource) sera dans notre étude une charge critique pour une épaisseur de film fluide critique ou une excentricité relative critique. La contrainte (sollicitations) est la charge modélisée du PBF en fonction des variables de conception, de l'excentricité relative (paliers et blochet) ou de l'épaisseur du film fluide (butée fluide). L'étude fiabiliste des PBF (palier et butée fluide) constitue un élément essentiel pour mesurer la qualité des machines tournantes. Elle permet une garantie de leur bon fonctionnement et de sécurité. Dans cette partie, nous développons des méthodes de calculs fiabilistes telles que FORM (First Order Reliability Method), SORM (Second Order Reliability Method) et Monte Carlo (Tirages d'importance) pour estimer la probabilité de défaillance structurale des PBF.

IV.2 Etude de la fiabilité du blochet (coin d'huile)

Le patin oscillant est une butée hydrodynamique à plans inclinés dont l'un est en mouvement. Il est largement utilisé dans plusieurs domaines notamment pour les machines à hautes vitesses : compresseurs, pompes, turbines etc. Le blochet représente une composante de la butée hydrodynamique. Donc, le profil du patin a un impact significatif sur la capacité de charge de la butée hydrodynamique [86, 87, 88]. Cette vision n'est pas partagée par Purday [89], Pinkus et Sternligcht [90] qui supposent que la charge est en fonction du rapport des épaisseurs $r_p = h_1/h_2$. Dans le chapitre (II), nous avons traité le cas qui détermine la portance du blochet fluide en fonction du rapport des épaisseurs du film fluide. La figure ci-dessous (fig. IV.1) illustre un patin incliné (blochet) fixé à l'une de ses extrémités.



Fig. IV 1 : Blochet ou coin d'huile

Les lois des variables de conception du blochet fluide sont données (tableau IV. 1) :

Variables de	Moyenne	Ecart-type	Lois
conception du biochet			
μ (Pa.s)	0.0012	12e-5	Log normale
<i>h</i> ₂ (m)	0.0001	1e-5	Log normale
l_p (m)	0.3	3e-2	Normale
L_p (m)	0.5	0.05	Normale
U (m/s)	30	3	Normale

Tableau IV. 1 : Variables de conception du blochet fluide

- μ : Viscosité du film fluide
- h_2 : Hauteur inférieure entre les deux faces inférieure et supérieure du patin
- l_p : Largeur du patin
- L_p : Longueur du patin
- U : Vitesse de la paroi inférieure

Les variables de conception pour un patin incliné obéissent à des lois statistiques données (Tableau IV.1). La randomisation des 5 variables nous permet de calculer

les probabilités de défaillance et les indices de fiabilité par les méthodes FORM, SORM et Monte Carlo (tirages d'importance) [91]. L'allure de la courbe des sollicitations est donnée par la figure (IV.2) ci-dessous :



Fig. IV 2 : Variation de la charge en fonction du rapport des épaisseurs

La capacité de charge du blochet est maximale et éteint la valeur de 43270 N correspondant à un rapport d'épaisseur de $r_p = 2.1195$. Au-delà de cette épaisseur, la capacité de charge diminue légèrement pour des augmentations du rapport des épaisseurs du blochet.

Les estimations des probabilités de défaillance et des indices de fiabilité sont effectuées pour une charge critique de 31700 N correspondant à un rapport d'épaisseur critique $r_{pc} = 1.4$ (Fig. IV.2). La contrainte (charge modélisée) qui a permis d'obtenir cette portance critique est donnée par l'équation (*IV*.1).

$$W_B = \frac{6\mu U l_p L_p^2}{(h_1 - h_2)^2} \left[ln \left(\frac{h_1}{h_2}\right) - 2 \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right]$$
(IV. 1)

Par la théorie de la résistance-contrainte, nous choisissons la fonction de performance décrite par [91, 92] :

$$G_B = W_{bcritique} - W_B \tag{IV.2}$$

 W_B représente les sollicitations, G_B fonction de performance dans l'état physique, $W_{bcritique}$ la résistance critique. Les résultats obtenus pour les trois méthodes

$r_p = \frac{h_1}{h_2}$	P _{fFORM}	β_{FORM}	Nombre d'itérations	Nombre d'appels à la fonction
1.15	2.0954e-02	2.0954e-02	5	54
1.25	1.9784e-01	8.4937e-01	5	54
1.5	6.3598e-01	-3.4773e-01	4	42
2	8.2015e-01	-9.1592e-01	4	54
3	7.5965e-01	-7.0518e-01	4	42
4	5.7308e-01	-1.8423e-01	4	42
5	3.5710e-01	3.6621e-01	4	42
6	1.8554e-01	8.9446e-01	5	54
7	8.2297e-02	1.3898e+00	5	54
8	3.2026e-02	1.8518e+00	5	54
9	1.1215e-02	2.2830e+00	5	54
10	3.6107e-03	2.6865e+00	5	54

d'estimations de la probabilité de défaillance et indices de fiabilité sont donnés cidessous :

Tableau IV. 2: Résultats de FORM pour un blochet

$r_p = \frac{h_1}{h_2}$	P _{fSORM}	β _{sorm}	Nombre d'appels à la fonction
1.15	1.8950e-02	2.0759e+00	72
1.25	1.8592e-01	8.9303e-01	56
1.5	6.1859e-01	-3.0177e-01	96
2	8.0758e-01	-8.6901e-01	48
3	7.4492e-01	-6.5858e-01	64
4	5.5511e-01	-1.3857e-01	128
5	3.4060e-01	4.1082e-01	80
6	1.7411e-01	9.3803e-01	56
7	7.6012e-02	1.4324e+00	56
8	2.9137e-02	1.8936e+00	72
9	1.0060e-02	2.3241e+00	88
10	3.1970e-03	2.7269e+00	88

Tableau IV. 3 : Résultats de SORM pour un blochet

$r - \frac{h_1}{r}$	P _{fMC}	CV _{Pf}	β _{MC}	Nombre de	Temps (s)
$V_p = \frac{1}{h_2}$				simulations	
1.15	1.8889e-02	2.2791e-03	2.0773e+00	1000000	139.489099
1.25	1.8566e-01	9.3661e-04	8.9400e-01	5000000	72.113161
1.5	6.1761e-01	7.8685e-04	-2.9922e-01	1000000	13.959128
2	8.0676e-01	4.8942e-04	-8.6601e-01	1000000	14.232986
3	7.4433e-01	5.8609e-04	-6.5674e-01	1000000	15.703657
4	5.5541e-01	8.9469e-04	-1.3934e-01	1000000	14.922640
5	3.4033e-01	9.8446e-04	4.1156e-01	2000000	27.778199
6	1.7378e-01	9.7512e-04	9.3932e-01	5000000	77.670719
7	7.5967e-02	1.1029e-03	1.4327e+00	1000000	137.991082
8	2.9102e-02	1.8265e-03	1.8942e+00	10000000	144.983662
9	1.0036e-02	3.1407e-03	2.3250e+00	1000000	123.726351
10	3.2050e-03	5.5768e-03	2.7260e+00	10000000	122.505019

Tableau IV. 4 : Résultats de Monte Carlo (tirages d'importances) pour un blochet

Les estimations fiabilistes du blochet par les méthodes de FORM (Tableau IV.2), de SORM (Tableau IV.3) et celle des tirages d'importance (Tableau IV.4) nous les variations de la probabilité de défaillance pour des rapports d'épaisseurs différentes.

 $r_p = \frac{h_1}{h_2}$: Rapport des épaisseurs ;

 P_{fFORM} , P_{fSORM} : Probabilité de défaillance par la méthode de FORM et SORM ;

 P_{fMC} : probabilité de défaillance par les tirages d'importance ;

 $CV_{P_f} = \frac{\sigma_{P_f}}{\mu_{P_f}}$: coefficient de variation de la probabilité de défaillance ;

 β_{FORM} , β_{SORM} : indice de fiabilité estimée respectivement par FORM et SORM

 β_{MC} : Indice de fiabilité par tirages d'importance.

La défaillance du blochet est plus observée autour d'un rapport d'épaisseur où la capacité de charge est maximale. Les probabilités de défaillance des méthodes de FORM, SORM et Monte Carlo (tirages d'importance) sont respectivement données (tableau. IV. 2, IV. 3, IV. 4). La représentation des allures de courbes des probabilités de défaillance sont données (fig. IV. 3). Le calcul des probabilités de défaillance pour les méthodes du premier et second ordre (FORM, SORM) font des appels à la fonction de performance. La méthode des tirages d'importance réalise des tirages autour du point de conception pour un nombre de simulations données.

En outre, nous remarquons que plus on s'approche de la résistance critique, plus la probabilité de défaillance augmente.



Fig. IV 3 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du rapport des épaisseurs du blochet fluide

La méthode d'approximation du second ordre (SORM) et les tirages d'importance se confondent. Ceci confirme la validité de ces méthodes (FORM, SORM, tirages d'importance). Néanmoins, la méthode du premier ordre (FORM) donne des résultats satisfaisants qui sont presque identiques aux deux autres méthodes. A noter que le temps de calcul nécessaire pour estimer les probabilités de défaillance est plus important pour la méthode Monte Carlo (tirages d'importances). Le nombre de simulations varie de 1e+6 à 1e+7 pour obtenir une convergence des valeurs estimées (probabilité de défaillance, indice de fiabilité) dans le cas des tirages d'importances (Monte Carlo).

A titre d'exemple des tirages d'importance, nous prenons $r_p = 1.15$, et toujours avec la même résistance critique donnée précédemment, nous obtenons les convergences des probabilités de défaillance à une valeur donnée et de son coefficient de variation (fig. IV. 4, fig. IV. 5).



Fig. IV 5 : Convergence de CV_{P_f} pour $r_p = 1.15$

Les figures (fig. IV. 4, fig. IV. 5) montrent les convergences des probabilités de défaillance et de son coefficient de variation pour une valeur donnée du rapport des épaisseurs. Les probabilités de défaillance et de l'indice convergent respectivement vers 1.8889e-02 et 2.0773e+00 pour un nombre de simulations égal à 1e+07.

IV.3 Etude de la fiabilité de la butée fluide hydrostatique

L'évolution de la charge de la butée est donnée par ci dessous (fig. IV.6) pour un nombre d'orifices donné :



Fig. IV 6 : Charge de la butée en fonction du nombre d'orifice

La fiabilité de la butée fluide (BF) [91, 93] dépend non seulement des variables de conception (Tableau IV.5) mais aussi du nombre d'orifices équidistantes du centre d'alimentation de la BF (Fig. IV.6). La figure (fig. IV.6) montre pour une même épaisseur du film fluide une augmentation de la charge pour un nombre d'orifices important. Pour un même nombre d'orifices, la capacité de charge décroit pour une augmentation de l'épaisseur du film fluide. Toutes les variables de conception de la butée fluide suivent des lois statistiques dont les moyennes et les écarts-types sont donnés (Tableau IV.5).

Variables de	Moyenne	Ecart-type	Lois
conception de la butée			
$R_1(m)$	0.030	10%	Normale
$R_0(m)$	0.048	10%	Normale
$R_2(m)$	0.075	10%	Normale
$\rho(kg/m^3)$	794.7	10%	Normale
$P_{S}(Pa)$	7e+5	10%	Normale
d(m)	0.15e-3	10%	Log normale
C_D	0.7	10%	Normale
$\mu(Pa.s)$	0.0012	10%	Log normale
$P_0(Pa)$	1e+5	10%	Log normale

Tableau IV. 5 : Variables de conception de la butée fluide

Nous avons 9 variables de conception (Tableau IV.5) qui suivent des lois avec des moyennes et écarts-types donnés. La détermination des probabilités de défaillance et indices de fiabilité consiste à randomiser toutes les 9 variables de conception de la butée fluide. Chaque variable de conception traduit une loi statistique. Dans cette partie, nous étudions la fiabilité de la butée fluide pour un nombre d'orifices données et pour une épaisseur critique du film fluide égale $h_c=5 \ \mu m$ correspondant à une capacité de charge critique (Tableau IV.6).

Nombre d'orifices	3	6	12
W _C (N)	5.639e+5	1.126e+6	2.251e+6

Tableau IV. 6: Charge critique de la butée en fonction du nombre d'orifices

Plus le nombre d'orifices d'alimentation augmente, plus la charge devient importante pour une même épaisseur donnée du film fluide des 3 types de butée fluide (Tableau IV.6). Les probabilités de défaillance et les indices de fiabilité sont calculées à une épaisseur du film fluide égale 1e-5 m. La fonction de performance est obtenue par une différence entre une résistance critique (Tableau IV.6) et des sollicitations représentant la capacité de charge modélisée.

Nombre d'orifices	3	6	12
P _{fFORM}	1.7368e-03	1.7374e-03	1.7375e-03
P _{fSORM}	1.8700e-03	1.8705e-03	1.8705e-03
P_{fMC}	5.5560e-04	5.4140e-04	5.5360e-04
CV_{P_f}	1.3412e-02	1.3587e-02	1.3436e-02
β_{FORM}	2.9224	2.9223	2.9223
β_{SORM}	2.8993	2.8992	2.8992
β_{MC}	3.2607	3.2681	3.2618

Tableau IV. 7 : Estimations des probabilités de défaillance et Indices de fiabilité pour une épaisseur donnée en fonction du nombre n d'alimentation d'orifices de la butée

Les probabilités de défaillance et les indices de fiabilité par la méthode de FORM, SORM et Monte Carlo (tirages d'importance) de la Butée fluide ne varient pratiquement pas en fonction du nombre d'orifices d'alimentation (tableau IV.7). L'intervalle de confiance de la probabilité de défaillance, pour un nombre d'orifices d'alimentation n=3 est égal à $I_c=[5.5088e-4; 5.6031e-4]$.

Les résultats de FORM et de SORM ne sont pas dans l'intervalle de confiance. Aussi les indices de fiabilité de Monte Carlo sont supérieurs à ceux de FORM et SORM, donc la probabilité de défaillance sera estimée par la méthode des tirages d'importance et contrôlées par les méthodes de FORM et SORM.



Fig. IV 7 : Probabilité de défaillance P_f (a) et coefficient de variation P_f (b) de la butée fluide pour un nombre d'orifices n=12

Pour un nombre de simulations égales à 10e+6, la probabilité de défaillance estimée par Monte Carlo converge vers une valeur de 5.5360e-04 et l'indice de fiabilité est égale à 2.8992 (Fig. IV.7).



Fig. IV 8 : Probabilité de défaillance Pf (a) et coefficient de variation Pf (b) de la butée fluide pour un nombre d'orifices n=6

La probabilité de défaillance de la butée est estimée pour un nombre d'orifices d'alimentation n=6. Elle tend vers une valeur égale à 5.4140e-04 pour la probabilité de défaillance. Le coefficient de variation de cette probabilité de défaillance est de 1.3587e-02 (Fig. IV. 8).



Fig. IV 9 : Probabilité de défaillance Pf (a) et coefficient de variation Pf (b) de la butée fluide pour un nombre d'orifices n=3

Pour un nombre d'orifices d'alimentation n=3, la probabilité de défaillance estimée est de 5.5560e-04 pour un indice de fiabilité égale à 1.3412e-02. Le coefficient de variation est estimé à 1.3412e-02 pour ce même nombre d'orifices d'alimentation. L'étude fiabiliste de la butée fluide repose sur une méthodologie (résistance-contrainte) nécessaire à l'estimation de la probabilité de défaillance et de l'indice de fiabilité. Elle permet de constater par la méthode des tirages d'importance que la décroissance de l'allure du coefficient de variation entraine une diminution de l'écart-type de la probabilité de défaillance d'où une convergence de la probabilité de défaillance (fig. IV.9).

IV.4 Etude de la fiabilité du palier cylindrique fluide (PCF)

L'étude de la fiabilité des paliers cylindriques fluides (PCF) consiste d'abord à la détermination de la fonction de performance par la méthode des résistancecontrainte. Cette fonction de performance résulte de la différence entre une certaine résistance (charge critique) et des sollicitations (charge modélisée) qui dépendent des variables de conception du PCF [94]. Les variables de conception sont au nombre de 5 et obéissent à des lois statistiques (Tableau IV.8) :

Variables de conception du PCF	Moyenne	Ecart-type	Lois
L(m)	0.5	0.05	Normale
R(m)	0.05	0.005	Normale
C(m)	40e-6	40e-7	Log normale
ω (rad/s)	157	15.7	Normale
μ(Pa.s)	12e-4	12e-5	Log normale

Tableau IV. 8 : Variables de conception du PCF

La fiabilité du PCF consiste à faire des considérations géométriques sur les types de paliers cylindriques fluides (PCF). Nous allons étudier la fiabilité de 4 types de PCF : palier cylindrique fluide de type long avec conditions de Sommerfeld, Gümbel, Reynolds, et palier fluide cylindrique de type court. Toutes ces paliers sont identifiés par des conditions aux limites sur la pression d'alimentation du fluide et sur la longueur axiale du PCF.

IV.4.1 Fiabilité d'un PCF de type long avec conditions de Sommerfeld

Rappelons qu'un palier cylindrique fluide est de type Sommerfeld si : le rapport de la longueur sur le diamètre du PCF est supérieur à $4\left(\frac{L}{D} > 4\right)$ c'est à dire le gradient de pression axiale (suivant l'axe z) est négligeable devant celui de la pression circonférentielle [95].

La méthode des résistance-contraintes est utilisée pour estimer la fiabilité du PCF. Pour différentes valeurs de l'excentricité relative, nous estimons la probabilité de défaillance, l'indice de fiabilité pour les méthodes (FORM, SORM, tirages d'importance) (Tableau IV.9) [94, 96].



Fig. IV 10 : Charge du palier de type Sommerfeld

La charge croit avec l'excentricité relative ε (équation II.6.12). La charge critique qui correspond à la résistance du palier est estimée à 2.908 e5 N. Cette valeur de la charge considérée critique est donnée à une excentricité de 0.95 (fig. IV.10). Le résultat de l'estimation de la fiabilité par la méthode de FORM est donné pour différentes valeurs de l'excentricité relative (Tableau IV.9). La probabilité de défaillance, l'indice de fiabilité, le nombre d'itérations nécessaire à la convergence et le nombre d'appels à la fonction de performance sont calculés pour chaque valeur de l'excentricité relative du PCF.

Pour $\varepsilon \to 1$, la charge (portance) diverge comme : $W_S \sim \frac{Constante}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$

Pour $\varepsilon \to 0$, la portance tend vers 0 linéairement par rapport à ε : $W_S \sim \varepsilon$. constante

Е	Probabilité de	Indice de fiabilité	Nombre	Nombre d'appels à
	défaillance		d'itérations	la fonction
0.05	0	1.0882e+01	9	102
0.1	0	8.6703e+00	8	90
0.15	6.3338e-14	7.4096e+00	7	78
0.2	3.2802e-11	6.5304e+00	6	66
0.25	2.3615e-09	5.8567	11	126
0.3	5.4740e-08	5.3102e+00	7	78
0.35	6.1966e-07	4.8492e+00	6	66
0.4	4.3301e-06	4.4482e+00	6	66
0.45	2.1575e-05	4.0899e+00	6	66
0.5	8.4284e-05	3.7620e-00	5	54
0.55	2.7585e-04	3.4543e+00	5	54
0.6	7.9413e-04	3.1581e+00	5	54
0.65	2.0886e-03	2.8645e+00	5	54
0.7	5.1773e-03	2.5638e+00	5	54
0.75	1.2433e-02	2.2435e+00	5	54
0.8	2.9695e-02	1.8853e+00	5	54
0.85	7.2452e-02	1.4578e+00	4	42
0.9	1.8586e-01	8.9326e-01	4	42
0.95	5.0503e-01	-1.2598e-02	3	30
0.97	7.4153e-01	-6.4808e-01	4	42
0.99	9.7367e-01	-1.9378e+00	5	54

Tableau IV. 9 : Résultats d'estimation de la fiabilité du PCF de type Sommerfeld par la méthode de FORM

Pour une excentricité donnée, on détermine la probabilité de défaillance, l'indice de fiabilité et le nombre d'appels à la fonction selon la méthode du seconde SORM (Tableau IV.19).

ε	Probabilité de	Indice de fiabilité	Nombre d'appels à la
	défaillance		fonction
0.05	0		64
0.1	0		56
0.15	4.9941e-14	7.4410e+00	56
0.2	2.6412e-11	6.5628e+00	56
0.25	1.9338e-9	5.8898e+00	56
0.3	4.5470e-8	5.3440e+00	56
0.35	5.2111e-07	4.8838e+00	56
0.4	3.6818e-06	4.4829e-00	72
0.45	1.8530e-05	4.1251e+00	72
0.50	7.3074e-05	3.7975e+00	72
0.55	2.4131e-04	3.4902e+00	72
0.60	7.0082e-04	3.1943e+00	88
0.65	1.8597e-03	2.9010e+00	88
0.7	4.6531e-03	2.6006e+00	72
0.75	1.1286e-02	2.2806e+00	72
0.80	2.7257e-02	1.9227e+00	56
0.85	6.7423e-02	1.4953e+00	56
0.9	1.7579e-01	9.3153e-01	56
0.95	4.8948e-01	2.6373e-02	216
0.97	7.2868e-01	-6.0881e-01	40
0.99	9.7120e-01	-1.8988e+00	48

Tableau IV. 10 : Résultats d'estimation de la fiabilité du PCF de type Sommerfeld par la méthode de SORM

L'approximation du second ordre (SORM) de la fonction de performance nous donne une estimation de la probabilité de défaillance, de l'indice de fiabilité pour un nombre de fois d'appels à cette même fonction de performance (tableau IV.10).

ε	Probabilité de	Coefficient de	indice	Nombre de	Temps (s)
	défaillance	variation de Pf		simulations	
0.05	0	0	0	1e+7	134.995491
0.1	0	0	0		138.527740
0.15	0	0	0		139.978515
0.2	0	0	0		158.914588
0.25	0	0	0		149.012113
0.3	0	0	0		152.705603
0.35	4.0000e-07	5.0000e-1	4.9354e+00		153.787849
0.4	3.2000e-06	1.7678e-01	4.5127e+00		153.898287
0.45	1.7600e-05	7.5377e-02	4.1369e+00		143.453750
0.5	7.3400e-05	3.7964e-02	3.7964e+00		140.970478
0.55	2.3430e-04	2.0657e-02	3.4981e+00		144.473021
0.6	6.8840e-04	1.2048e-02	3.1995e+00		168.065950
0.65	1.8508e-03	7.3438e-03	2.9025e+00		149.397248
0.7	4.6458e-03	4.6287e-03	2.6011e+00		148.85891
0.75	1.1334e-02	2.9534e-03	2.7990e+00		156.494644
0.8	2.7236e-02	1.8899e-03	1.9231e+00		163.022073
0.85	6.7277e-02	1.1775e-03	1.4964e+00		143.237923
0.9	1.7557e-01	9.6909e-04	9.3238e-01	5e6	104.012995e
0.95	4.8833e-01	7.2381e-04	2.9267e-02	2e6	31.799610
0.97	7.2781e-01	6.1154e-04	-6.0621e-01	1e6	17.553850
0.99	9.7141e-01	1.7155e-04	1.9020e+00	1e6	12.430632

Tableau IV. 11 : Résultats d'estimation de la fiabilité du PCF de type Sommerfeld par la méthode des tirages d'importance (Monté Carlo)

La méthode des tirages d'importance (Monte Carlo) estime la probabilité de défaillance, le coefficient de variation de la probabilité de défaillance, l'indice de fiabilité pour un nombre de simulations nécessaires à la convergence (tableau IV.11). Le temps de calcul pour cette méthode est plus important que les deux méthodes d'approximation de la fonction d'état limite (FORM, SORM).

Nous donnons les graphes correspondantes aux trois méthodes d'estimation de la fiabilité du PCF de type Sommerfeld (Fig. IV.11).



Fig. IV 11 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction des excentricités relatives du PCF de type Sommerfeld

On voit que les résultats obtenus par les méthodes FORM, SORM et les tirages d'importance sont presque confondues pour l'estimation des paramètres de fiabilité (fig. IV.11). Pour illustrer les convergences de la probabilité de défaillance et son coefficient de variation par Monte Carlo (fig. IV.12), nous prenons une valeur d'excentricité relative égale à $\varepsilon = 0.8$.

Aux forts excentricités relatives ($\varepsilon \rightarrow 1$), les méthodes SORM et tirages d'importance sont les deux méthodes qui donnent des résultats les plus proches. Alors que FORM s'en éloigne sensiblement aux forts excentricités relatives plus faibles (tableau IV.9, IV.10, IV.11).



Fig. IV 12 : Probabilité de défaillance P_f (a), Coefficient de variation P_f (b) du PCF de type Sommerfeld pour $\epsilon = 0.8$ en fonction du nombre de simulations

La diminution du coefficient de variation entraine la convergence de la probabilité de défaillance à une valeur égale à 2.7143e-02 pour un indice de fiabilité de 1.9246 (Fig. IV. 12). La décroissance du coefficient de variation entraine une diminution de l'écart-type avec une moyenne constante. Le coefficient de variation tend vers une valeur de 1.8932e-03 pour une excentricité de 0.8. Le nombre de simulations nécessaire à la convergence de la probabilité de défaillance et du coefficient de variation est égal 10e6.

Nous donnons un autre exemple de la convergence de la probabilité de défaillance et du coefficient de variation pour une excentricité relative de $\varepsilon = 0.9$ (fig. IV.13).



Fig. IV 13 Probabilité de défaillance Pf (a), Coefficient de variation Pf (b) du PCF de type Sommerfeld pour $\varepsilon = 0.9$ en fonction du nombre de simulations

Pour une excentricité relative de $\varepsilon = 0.9$, la probabilité de défaillance converge vers 1.7566e-01 avec un indice de fiabilité de 9.3238e-01 (fig. IV.13).

IV.4.2 Fiabilité d'un PCF de type long avec conditions de Gümbel

Le palier cylindrique fluide (PCF) de type Gümbel obéit aux conditions des paliers longs dont le gradient de pression axial est négligeable devant celui circonférentiel [97]. La charge du palier de type Gümbel est donnée en fonction de l'excentricité relative. L'étude de la fiabilité de ce type de PCF repose sur la méthodologie de la

résistance contrainte. La capacité de charge de la résistance est égale à 3.17e5 N pour une excentricité relative de 0.95. La sollicitation est représentée par la charge modélisée (fig. IV.14). La fiabilité est estimée après avoir établi la fonction de performance qui est la différence entre la résistance et la sollicitation du PCF de type Gümbel.



Fig. IV 14 : Charge du PCF de type Gümbel

La figure IV.14 montre une augmentation de la capacité de charge pour des excentricités relatives tendant vers 1. La fonction de performance dans le cas de Gümbel, est la différence de la résistance critique 3.17e+05 N pour une excentricité relative de 0.95 et la capacité de charge du PCF de type Gümbel. Cette fonction de performance nous permet d'étudier la fiabilité du PCF de type Gümbel par les trois méthodes d'estimations de la probabilité de défaillance.

Les résultats obtenus par la méthode d'estimation FORM nous donne la probabilité de défaillance et l'indice de fiabilité pour chaque valeur de l'excentricité relative donnée. Pour chaque probabilité de défaillance, on a un nombre d'appels à la fonction de performance et du nombre d'itérations (tableau IV. 12).

З	Probabilité de	Indice de	Nombre	Nombre
	défaillance	fiabilité	d'itérations	d'appels à la
				fonction
0.05	0	1.3442e+01	10	114
0.1	0	1.1155e+01	9	102
0.15	0	9.8395e+00	21	246
0.2	0	8.9135e+00	8	90
0.25	1.1102e-16	8.1959e+00	7	78
0.3	1.4155e-14	7.6057e+00	8	90
0.35	6.2639e-13	7.0994e+00	7	78
0.4	1.4653e-11	6.6500e+00	6	66
0.45	2.2039e-10	6.2389e+00	6	66
0.5	2.4327e-09	5.8517e+00	11	126
0.55	2.1699e-08	5.4764e+00	7	78
0.6	1.6864e-07	5.1013e+00	6	66
0.65	1.2162e-06	4.7137e+00	6	66
0.7	8.6173e-06	4.2980e+00	6	66
0.75	6.3392e-05	3.8326e+00	6	66
0.8	5.1193e-04	3.2839e+00	5	54
0.85	4.7792e-03	2.5914e+00	5	54
0.9	5.2083e-02	1.6250e+00	4	42
0.95	5.0484e-01	-1.2135e-02	3	30
0.97	8.8211e-01	-1.1856e+00	4	42
0.99	9.9978e-01	-3.5091e+00	7	78

Tableau IV. 12: Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode FORM

Les résultats pour la méthode du SORM sont donnés (tableau IV.13). La probabilité de défaillance, l'indice de fiabilité, le nombre d'itération et le nombre d'appels à la fonction de performance sont donnés pour chaque valeur de l'excentricité relative.

Е	Probabilité de défaillance	Indice de fiabilité	Nombre d'appels à
			la fonction
0.05	0		64
0.1	0		64
0.15	0		56
0.2	0		56
0.25	8.3589e-17	8.2095e+00	56
0.3	1.1110e-14	7.6372e+00	56
0.35	4.9751e-13	7.1312e+00	56
0.4	1.1764e-11	6.6823e+00	56
0.45	1.7874e-10	6.2715e+00	56
0.50	1.9924e-09	5.8848e+00	56
0.55	1.7946e-08	5.5100e+00	56
0.60	1.4086e-07	5.1353e+00	56
0.65	1.0266e-06	4.7481e+00	56
0.7	7.3579e-06	4.3329e+00	72
0.75	5.4848e-05	3.8681e+00	72
0.80	4.5009e-04	3.3200e+00	72
0.85	4.2917e-03	2.6282e+00	72
0.9	4.8252e-02	1.6620e+00	56
0.95	4.8930e-01	2.6833e-02	216
0.97	8.7418e-01	-1.1464e+00	48
0.99	9.9974e-01	-3.4722e+00	48

Tableau IV. 13 : Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode de SORM

La méthode des simulations de Monte Carlo (tirages d'importance) estime la probabilité de défaillance et sa variation pour un temps de calculs plus important que les méthodes d'approximation de FORM et SORM (tableau IV. 14).

ε	Probabilité de	Coefficient de	Indice de	Nombre de	Temps (s)
	défaillance	variation de Pf	fiabilité	simulations	
0.05	0	0	0	1e7	147.884713
0.1	0	0	0		155.274052
0.15	0	0	0		169.250385
0.2	0	0	0		192.955541
0.25	0	0	0		142.231918
0.3	0	0	0		144.112370
0.35	0	0	0		194.969556
0.4	0	0	0		180.943454
0.45	0	0	0		194.906918
0.5	0	0	0		180.872484
0.55	0	0	0		176.393871
0.6	0	0	0		181.171603
0.65	1.1000e-07	3.0151e-01	4.7341e+00		206.99175
0.7	6.5000e-06	1.2403e-01	4.3601e+00		174.560550
0.75	5.4600e-05	4.2795e-02	3.8692e+00		186.945998
0.8	4.5600e-04	1.4805e-02	3.3164e+00		169.899407
0.85	4.3029e-03	4.8104e-03	2.6273e+00		183.251034
0.90	4.8193e-02	1.4053e-03	1.6626e+00		181.394389
0.95	4.8883e-01	7.2309e-04	2.8006e-02	2e6	33.87630
0.97	8.7413e-01	3.7946e-04	-1.1461e+00	1e6	18.755579
0.99	9.9973e-01	1.6312e-05	-3.4641e+00		20.877619

Tableau IV. 14 : Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode de Monte Carlo

Pour chaque valeur de l'excentricité relative, on estime la probabilité de défaillance, le coefficient de variation de la probabilité de défaillance et l'indice de fiabilité. Ces résultats sont obtenus après convergence des calculs. Le nombre de simulations pour atteindre cette convergence ainsi que le temps de calculs correspondant sont également donnés dans ce tableau (Tableau IV. 15).



Fig. IV 15 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction des excentricités relatives du PCF de type Gümbel

Les probabilités de défaillance estimées par les méthodes de SORM et tirages d'importance sont presque identiques. Néanmoins, Toutes ces probabilités de défaillances appartiennent à l'intervalle de confiance. Ces trois méthodes valident l'approche résistance-contrainte proposée pour l'estimation de la fiabilité du PCF de type Gümbel.

Voici un exemple illustrant la convergence de la probabilité de défaillance et l'indice de fiabilité pour une excentricité relative donnée. Après un nombre très grand de simulations 10e+10, on remarque que la probabilité de défaillance tend vers une valeur fixe.

Pour $\varepsilon \to 1$, la charge (portance) diverge comme : $W_S \sim \frac{Constante}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$

Pour $\varepsilon \to 0$, la portance tend vers 0 linéairement par rapport à ε : $W_S \sim \varepsilon$. constante



Fig. IV 16 : Probabilité de défaillance Pf (a), Coefficient de variation Pf (b) pour ϵ =0.8 en fonction du nombre de simulations



Fig. IV 17 : Probabilité de défaillance Pf (a), Coefficient de variation Pf (b) pour ϵ =0.9 en fonction du nombre de simulations

Plus le coefficient de variation de la probabilité de défaillance diminue pour une augmentation de l'excentricité, plus on observe une convergence de la probabilité de défaillance et de son coefficient de variation.

IV.4.3 Fiabilité d'un PF de type long avec conditions de Reynolds

Les conditions du palier fluide de type Reynolds font partie des PCF considérés longs. Les conditions aux limites pour ce type de palier fluide sont données au

chapitre (II). L'évolution de la capacité de charge est donnée par les excentricités relatives (fig. IV. 18).



Fig. IV 18 : Charge du PCF de type Reynolds

La capacité de charge critique pour le PCF de type Reynolds est donnée (fig. IV.15) pour une excentricité relative de 0.95 relative à une charge de 384802 N pour la résistance critique. La capacité de charge dépend de la valeur de l'excentricité relative et de l'angle de rupture du film fluide (Tableau IV.1). Pour chaque valeur de l'excentricité relative, la capacité de charge du PCF de type Reynolds est estimée ainsi que la probabilité de défaillance.

Chaque valeur de l'excentricité relative, il y a un angle de rupture du film fluide θ_R correspondant et une capacité de charge du PCF (tableau IV.15). L'angle θ est obtenu pour chaque valeur de l'angle φ par la relation de Sommerfeld. La portance ou la capacité de charge est modélisée et donnée en fonction de l'excentricité et de l'angle φ .

Chapitre IV	: Estimation	fiabiliste o	de PBF :	Fonctions	de per	formance	explicites
-------------	--------------	--------------	----------	-----------	--------	----------	------------

ε	φ (radian)	φ (degré)	θ (radian)	θ (degré)	$W_R(N)$
0.05	4.46914	256.06286	1.37639	78.86136	4922.5
0.1	4.4451	254.68547	1.40142	80.29532	9701.46
0.15	4.4213	253.32183	1.42714	81.76935	14361.3
0.2	4.39769	251.96908	1.45377	83.29495	18932.4
0.25	4.37426	250.62664	1.48157	84.88743	23452.4
0.3	4.35099	249.29336	1.51082	86.56355	27968.7
0.35	4.32786	247.96811	1.54187	88.3428	32541.4
0.4	4.30484	246.64916	1.57512	90.24784	37247.9
0.45	4.28191	245.33537	1.61106	92.30694	42190.8
0.5	4.25905	244.02559	1.6503	94.55538	47508.9
0.55	4.23624	242.71867	1.69363	97.03811	53397.6
0.6	4.21346	241.41348	1.74208	99.81393	60143.8
0.65	4.19067	240.1077	1.797	102.96075	68190.6
0.7	4.16785	238.80021	1.86033	106.58904	78267.2
0.75	4.14498	237.48986	1.93487	110.85988	91675.3
0.8	4.12203	236.17492	2.02496	116.02164	111004
0.85	4.09896	234.85311	2.13789	122.49189	142272
0.9	4.07574	233.5227	2.2877	131.07574	203512
0.91	4.07107	233.25513	2.3244	133.17833	223761
0.92	4.0664	232.98756	2.36422	135.45974	249012
0.93	4.06172	232.71941	2.40775	137.95366	281411
0.94	4.05703	232.4507	2.45579	140.70664	324529
0.95	4.05233	232.18141	2.50952	143.78487	384802
0.96	4.04762	231.91154	2.57067	147.28868	475095
0.97	4.04291	231.64168	2.64217	151.38506	625427
0.98	4.03818	231.37067	2.72958	156.3937	925859
0.99	4.03345	231.09966	2.84716	163.13038	1.82669e+6

Tableau IV. 16 : Estimation de l'angle de rupture et la capacité de charge du PCF de type Reynolds

Dans la suite, nous estimons la fiabilité du PCF de type Reynolds par les méthodes FORM, SORM et tirages d'importance (Monte Carlo) pour chaque valeur de l'excentricité relative.

La probabilité de défaillance est faible voire nulle pour des excentricités relatives faibles. Le nombre d'itérations et d'appels à la fonction sont estimé ainsi que la probabilité de défaillance (tableau IV.16).
		Indice de	Nombre	Nombre d'appels à la
3	Pf	fiabilité	d'itérations	fonction
0.05	0	1.7983e+01	12	138
0.1	0	1.3315e+01	10	114
0.15	0	1.0688e+01	9	102
0.2	0	8.8678e+00	8	90
0.25	3.9191e-14	7.4729e+00	9	102
0.3	1.1868e-10	6.3350e+00	6	66
0.35	4.0851e-08	5.3633e+00	7	78
0.4	3.3583e-06	4.5025e+00	6	66
0.45	1.0151e-04	3.7152e+00	5	54
0.5	1.4701e-03	2.9739e+00	5	54
0.55	1.2035e-02	2.2560e+00	5	54
0.6	6.1642e-02	1.5411e+00	4	42
0.65	2.0972e-01	8.0738e-01	4	42
0.7	4.8735e-01	3.1707e-02	3	30
0.75	7.9293e-01	-8.1663e-01	4	42
0.8	9.6254e-01	-1.7810e+00	5	54
0.85	9.9830e-01	-2.9294e+00	6	66
0.9	9.9999e-01	-4.3809e+00	8	90
0.91	1.0000e+00	-4.7248e+00	8	90
0.92	1.0000e+00	-5.0922e+00	9	102
0.93	1.0000e+00	-5.4862e+00	9	102
0.94	1.0000e+00	-5.9108e+00	9	102
0.95	1.0000e+00	-6.3710e+00	15	174
0.96	1.0000e+00	-6.8732e+00	10	114
0.97	1.0000e+00	-7.4273e+00	10	114
0.98	1.0000e+00	-8.0513e+00	10	114
0.99	1	-8.7893e+00	11	126

Tableau IV. 17 : Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode FORM

Cette méthode de SORM estime la probabilité de défaillance, l'indice de fiabilité et le nombre d'appels à la fonction pour chaque excentricité relative . Plus l'excentricité relative augmente, plus on observe la convergence de la probabilité de défaillance vers la valeur 1 (tableau IV.17). Cette méthode d'estimation de la probabilité de défaillance nous donne le nombre d'itérations et le nombre d'appels à la fonction. On observe des indices de fiabilité négatifs lorsque l'excentricité excède 0.75. Cette limite correspond au moment où la probabilité de défaillance a atteint la valeur asymptotique 1. Contrairement aux hypothèses de Sommerfeld et de Gümbel, cette limite apparait à une valeur de ε plus faible ce qui probablement dû à l'existence de la discontinuité du film lubrifiant (en effet, l'indice de fiabilité devient négatif pour les conditions de Sommerfeld et Gümbel dès que $\varepsilon > 0.95$.

3	Pf	Indice de fiabilité	Nombre d'appels à
			la fonction
0.05	0		64
0.1	0		64
0.15	0		64
0.2	0		56
0.25	3.0856e-14	7.5044e+00	56
0.3	9.6021e-11	6.3676e+00	56
0.35	3.3885e-08	5.3970e+00	56
0.4	2.8511e-06	4.5371e+00	56
0.45	8.8130e-05	3.7508e+00	72
0.5	1.3045e-03	3.0104e+00	88
0.55	1.0921e-02	2.2931e+00	72
0.6	5.7233e-02	1.5784e+00	56
0.65	1.9885e-01	8.4573e-01	56
0.7	4.7184e-01	7.0641e-02	176
0.75	7.8153e-01	-7.7736e-01	48
0.8	9.5924e-01	-1.7419e+00	48
0.85	9.9808e-01	-2.8915e+00	48
0.9	9.9999e-01	-4.3460e+00	48
0.91	1.0000e+00	-4.6911e+00	48
0.92	1.0000e+00	-5.0597e+00	48
0.93	1.0000e+00	-5.4554e+00	48
0.94	1.0000e+00	-5.8821e+00	48
0.95	1.0000e+00	-6.3447e+00	48
0.96	1.0000e+00	-6.8500e+00	48
0.97	1.0000e+00	-7.4081e+00	48
0.98	1.0000e+00	-8.0414e+00	48
0.99	1		20

Tableau IV. 18 : Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode SORM

Pour le cas de la simulation de Monte Carlo, le temps de calcul est devient plus important que les méthodes de FORM et de SORM pour estimer la probabilité de défaillance (tableau IV.18).

3	pf	Cv de pf	indice	Nombre de	Temps (s)
				simulations	
0.05	0	0	0	1000000	148.527622
0.10	0	0	0	1000000	161.139549
0.15	0	0	0	1000000	156.841191
0.20	0	0	0	1000000	151.973339
0.25	0	0	0	1000000	138.753039
0.30	0	0	0	10000000	140.215381
0.35	1.0000e-07	1.0000e+00	5.1993e+00	10000000	131.778706
0.40	3.8000e-06	1.6222e-01	4.4762e+00	1000000	144.679323
0.45	8.6900e-05	3.3921e-02	3.7543e+00	1000000	151.867067
0.50	1.3019e-03	8.7585e-03	3.0110e+00	1000000	146.056994
0.55	1.0897e-02	3.0128e-03	2.2939e+00	1000000	147.604772
0.60	5.7180e-02	1.2841e-03	1.5789e+00	1000000	150.745701
0.65	1.9858e-01	8.9840e-04	8.4669e-01	5000000	69.050743
0.70	4.7149e-01	7.4864e-04	7.1526e-02	2000000	28.961108
0.75	7.8044e-01	5.3040e-04	-7.7369e-01	1000000	14.608148
0.80	9.5924e-01	2.0613e-04	-1.7420e+00	1000000	15.450049
0.85	9.9805e-01	4.4236e-05	-2.8857e+00	1000000	16.485580
0.90	9.9999e-01	3.4641e-06	-4.2240e+00	1000000	13.804954
0.91	1.0000e+00	7.0711e-07	-4.7534e+00	2000000	29.837896
0.92	1.0000e+00	1.4286e-07	-5.1326e+00	7000000	106.772086
0.93	1.0000e+00	1.0000e-06	-4.7534e+00	1000000	10.772701
0.94	1.0000e+00	3.9825e-12	-8.2095e+00	7000000	77.157084
0.95	1.0000e+00	3.9825e-12	-8.2095e+00	7000000	106.436238
0.96	1.0000e+00	3.9825e-12	-8.2095e+00	7000000	101.312708
0.97	1.0000e+00	3.9825e-12	-8.2095e+00	7000000	104.210494
0.98	1.0000e+00	3.9825e-12	-8.2095e+00	7000000	99.847120
0.99	1.0000e+00	3.9825e-12	-8.2095e+00	7000000	103.146359

Tableau IV. 19 : Résultats d'estimation de la fiabilité par la méthode Monte Carlo

Le temps nécessaire pour obtenir la convergence de la solution est plus importante avec les tirages d'importance que les méthodes d'approximation de FORM et de SORM.



Fig. IV 19 : Evolution de la probabilité de défaillance en fonction des excentricités relatives du PCF de type Reynolds

Les trois méthodes d'estimation de la probabilité de défaillance sont presque identiques. Elles valident la méthode des résistance-contrainte. Les probabilités de défaillance convergent vers la valeur maximale qui est égale à 1.

IV.4.4 Fiabilité d'un Palier cylindrique fluide de type court

Les PCF de type court sont des paliers dont le gradient de pression circonférentiel est négligeable devant celui axial. Ceci s'explique le fait que le rapport de la longueur sur le diamètre reste faible.



Fig. IV 20 : Charge pour un palier de type court

La capacité de charge augmente pour des valeurs des excentricités relatives croissantes. L'évolution de la courbe de charge croit asymptotiquement pour des excentricités tendant vers 1 (fig. IV.20). Pour une excentricité critique de 0.95, la charge critique devient 1127.5 N et elle sera considérer comme la résistance du palier cylindrique court fluide.

Les paramètres de conception pour ce PCF court sont des variables aléatoires qui obéissent à des lois statistiques (Tableau IV.19) :

Variables	Moyenne	Ecart-type	Lois
L(m)	0.0125	0.0125	Normale
R(m)	0.05	0.005	Normale
C(m)	40e-6	40e-7	Log normale
ω(rad/s)	157	15.7	Normale
μ(Pa.s)	12e-4	12e-5	Log normale

Tableau IV. 20 : Variables de conception du PF de type court

La randomisation des variables de conception, et par utilisation de la méthode résistance-contrainte [94, 98], nous pouvons étudier la fiabilité du palier fluide de

type court. La résistance est estimée pour une charge critique de 1127.5 N correspondant à une excentricité relative ε =0.95. La contrainte est la charge modélisée dépendant des variables de conception.

La méthode de Monte Carlo représentée ci-dessous donne la convergence de la probabilité de défaillance et son coefficient de variation de variation pour une excentricité de 0.90 et un nombre de simulations N égal à 1e+7.





Les évolutions des courbes représentant la probabilité de défaillance et du coefficient de variation en fonction du nombre de simulations *N* convergent respectivement vers *7.4200e-05* et *3.6710e-02* pour la méthode des tirages d'importance) pour une

excentricité relative de 0.90. Le temps de calcul nécessaire pour observer cette convergence est de 125.591935 secondes. Tandis que le temps de calcul pour les méthodes d'approximation sont très faibles, il est de l'ordre de 2 secondes.

Un autre exemple de convergence de la probabilité de défaillance et de son coefficient de variation est illustré pour une excentricité relative de 0.95 est illustrée ci-dessous :





Les résultats obtenus par FORM et SORM sont faibles et approximativement égal au résultat de Monte Carlo (tirages d'importance). La décroissance du coefficient de variation entraine une diminution de l'écart-type. La probabilité de défaillance estimée tend vers la valeur 4.8852e-01 avec un indice de fiabilité de 2.8773e-02. La fiabilité du palier cylindrique court fluide est estimée en fonction des excentricités relatives.



Elle converge d'après un nombre de simulations importantes (fig. IV.22). L'évolution des courbes de probabilité est donnée par les tableaux (tableau IV.20, tableau IV.21, tableau IV.22). Ces tableaux permettent d'obtenir la figure IV.23 qui décrit les trois méthodes d'estimation de la probabilité de défaillance.

3	pf	Cv de pf	indice	Nombre de	Temps (s)
				simulations	
0.05	0	0	0	10000000	191.205892
0.1	0	0	0	1000000	188.473420
0.15	0	0	0	1000000	125.301876
0.2	0	0	0	1000000	126.774573
0.25	0	0	0	10000000	98.147510
0.3	0	0	0	10000000	108.480031
0.35	0	0	0	10000000	117.492790
0.4	0	0	0	1000000	124.112711
0.45	0	0	0	1000000	65.478761
0.5	0	0	0	1000000	189.460300
0.55	0	0	0	1000000	189.460300
0.6	0	0	0	1000000	189.460300
0.65	0	0	0	1000000	170.025586
0.7	0	0	0	1000000	175.611397
0.75	0	0	0	1000000	151.868533
0.80	0	0	0	1000000	175.536348
0.81	0	0	0	1000000	209.472214
0.82	0	0	0	10000000	73.460607
0.83	0	0	0	1000000	117.708622
0.84	0	0	0	10000000	113.666270
0.85	0	0	0	10000000	111.393157
0.86	0	0	0	1000000	89.732732
0.87	0	0	0	10000000	213.826808
0.88	5.0000e-07	4.4721e-01	4.8916e+00	10000000	183.490960
0.89	6.2000e-06	1.2700e-01	4.3704e+00	1000000	147.509386
0.9	7.4200e-05	3.6710e-02	3.7937e+00	10000000	125.591935
0.91	7.1220e-04	1.1845e-02	3.1897e+00	1000000	150.877902
0.92	5.7526e-03	4.1573e-03	2.5270e+00	1000000	151.016547
0.93	3.6544e-02	1.6237e-03	1.7923e+00	1000000	150.943158
0.94	1.6675e-01	9.9970e-04	9.6709e-01	5000000	76.946442
0.95	4.8852e-01	7.2353e-04	2.8773e-02	2000000	34.68 0691
0.96	8.5716e-01	4.0821e-04	-1.0677e+00	1000000	14.930097
0.97	9.9148e-01	9.2689e-05	-2.3859e+00	1000000	20.627415
0.98	9.9997e-01	5.2916e-06	-4.0291e+00	1000000	15.037446
0.99	1.0000e+00	3.9825e-12	-8.2095e+00	7000000	142.071631

Tableau IV. 21 : Résultats de Monte Carlo

3	Pf	Indice de fiabilité	Nombre	Nombre
			d'itérations	d'appels à la
				fonction
0.05	0	2.4980e+01	24	282
0.1	0	2.2420e+01	17	198
0.15	0	2.0873e+01	14	162
0.2	0	1.9711e+01	24	282
0.25	0	1.8740e+01	12	138
0.3	0	1.7869e+01	12	138
0.35	0	1.7052e+01	12	138
0.4	0	1.6257e+01	28	330
0.45	0	1.5460e+01	10	114
0.5	0	1.4643e+01	10	14
0.55	0	1.3788e+01	10	114
0.6	0	1.2876e+01	9	102
0.65	0	1.1883e+01	16	186
0.7	0	1.0779e+01	23	270
0.75	0	9.5198	7	78
0.8	4.4409e-16	8.0356	9	102
0.81	6.661e-15	7.7023	12	138
0.82	9.603e-14	7.3542	7	78
0.83	1.380e-12	6.9894	7	78
0.84	1.970e-11	6.6063	6	66
0.85	2.7782e-10	6.2025	6	66
0.86	3.835e-09	5.7756	7	78
0.87	5.124e-08	5.3223	7	78
0.88	6.529e-07	4.8389	6	66
0.89	7.779e-06	4.3206	6	66
0.90	8.4356e-05	3.7618	5	54
0.91	8.032e-04	3.1547	5	54
0.92	6.391e-03	2.4898	5	54
0.93	3.974e-02	1.7537	5	54
0.94	1.766e-01	0.9284	4	42
0.95	5.0494e-01	-1.2394	3	30
0.96	8.662e-01	-1.1086	4	42
0.97	9.9234e-01	-2.4247	6	66
0.98	1.000e+00	-4.0729	8	90
0.99	1.0000e+00	-6.2660	11	126

Tableau IV. 22 : Résultats de FORM

3	Pf	Indice de fiabilité	Nombre d'appels à
			la fonction
0.05	0		64
0.1	0		64
0.15	0		64
0.2	0		64
0.25	0		64
0.3	0		64
0.35	0		64
0.4	0		64
0.45	0		64
0.50	0		64
0.55	0		64
0.60	0		64
0.65	0		64
0.70	0		64
0.75	0		56
0.80	3.4153e-16	8.0766e+00	56
0.81	5.2172e-15	7.7338e+00	56
0.82	7.5857e-14	7.3856e+00	56
0.83	1.0993e-12	7.0213e+00	56
0.84	1.5842e-11	6.6385e+00	56
0.85	2.2558e-10	6.2352e+00	56
0.86	3.1474e-09	5.8087e+00	56
0.87	1.5008e-08	5.5413e+00	96
0.88	3.0101e-07	4.9906e+00	152
0.89	6.6374e-06	4.3555e+00	72
0.90	7.3129e-05	3.7973e+00	72
0.91	2.9472e-04	3.4364e+00	128
0.92	5.7569e-03	2.5267e+00	72
0.93	3.6624e-02	1.7913e+00	56
0.94	1.6686e-01	9.6665e-01	56
0.95	4.8940e-01	2.6569e-02	216
0.96	8.5754e-01	-1.0693e+00	48
0.97	9.9149e-01	-2.3861e+00	48
0.98	9.9997e-01	-4.0372e+00	48
0.99	1.0000e+00	-6.2391e+00	48

Tableau IV.	23 : Résultats	de SORM
-------------	----------------	---------

La figure IV.23, montre la variation de la probabilité de défaillance en fonction des excentricités relatives par les méthodes d'approximation FORM, SORM et de simulation (tirages d'importance).



Fig. IV 23 : Probabilité de défaillance en fonction des excentricités relatives

Les probabilités de défaillances obtenues par les deux méthodes d'approximation (FORM/SORM) et celle de Monte Carlo (tirages d'importance) sont presque pareilles dans le cas de palier supposé court. Ce résultat s'explique par le fait que la variation de gradient axiale est négligeable par rapport celle circonférentielle.

IV.5 Conclusion

Ce chapitre estime la probabilité de défaillance par trois méthodes classiques des paliers cylindriques et butées fluides (PBF). Les méthodes présentées pour estimer les probabilités de défaillance, se classent en deux groupes :

Les méthodes FORM et SORM sont des méthodes numériques approchées qui permettent d'obtenir le point de conception (point le plus probable à la défaillance). Elles requièrent une certaine maitrise des différentes étapes de calculs et certaine expérience pour valider les résultats. L'un des défauts de ces méthodes FORM et SORM est qu'aucune erreur n'est estimée sur la probabilité de défaillance et de l'indice de fiabilité.

La méthode des simulations de tirages d'importance est couteuse en temps de calcul. Elle est très utile pour contrôler la validation des résultats obtenus. Elle nous donne une idée sur la variation des probabilités de défaillance et des indices de fiabilité. Cette méthode permet de vérifier et de contrôler les autres méthodes.

Dans ce chapitre, nous avons étudié la fiabilité du blochet, de la butée, et des différents types de paliers cylindriques. Cette étude nous a permis d'estimer la probabilité de défaillance et de l'indice de fiabilité de ces composants fluides par les trois méthodes FORM, SORM et des tirages d'importance.

Les perspectives de ce chapitre est la modélisation des caractéristiques de paliers et butées fluide par la méthode des éléments finis [99]. La fonction de performance [100] explicite est couplée avec les méthodes fiabiliste pour estimer la probabilité de défaillance et l'indice de fiabilité du PBF.

Conclusion générale et perspectives

Dans ce travail, nous avons étudié la fiabilité (probabilité de défaillance) des paliers fluides. La fonction de performance (différence entre la charge modélisée et la charge critique) est donnée par la méthode des résistance-contrainte. Cette fonction permet d'estimer les probabilités de défaillance et les indices de fiabilité par les méthodes d'approximation du premier et second ordre (FORM, SORM) et de simulations de Monte Carlo (tirages d'importance autour du point de conception).

En fiabilité mécanique, l'évaluation de la fonction de performance des composants fluides exige une définition rigoureuse de la fonction de l'état limite décrivant le comportement de son dysfonctionnement. Cette fonction de performance du composant fluide (blochet, butée, paliers cylindriques) est donnée par la méthode des ressource-sollicitations.

Dans cette étude, nous avons résolu explicitement l'équation de Reynolds pour déterminer la capacité de charge des PBF. Les probabilités de défaillance, les indices de fiabilité et les coefficients de variation sont estimés par des méthodes d'approximation de FORM/SORM (First Order Reliability Method, Second Order Reliability Method) et des tirages d'importance (Monte Carlo).

Les deux grandes familles pour l'évaluation de la probabilité de défaillance des composants ou systèmes sont principalement : les méthodes d'approximation (FORM, SORM) et les méthodes de simulation (ici dans notre cas les tirages d'importance). Les méthodes d'approximation du premier et second ordre sont très efficaces comparées aux méthodes de simulations, mais elles estiment pas l'erreur commise contrairement aux méthodes de simulation.

Dans cette thèse, nous avions comme objectifs de :

- Etudier les différents types de PBF,
- Résolution de l'équation de Reynolds qui découle des équations de Navierstokes et de déterminer les caractéristiques d'un PBF.
- Déterminer la capacité de charge des PBF proposés dans ce mémoire,
- Exprimer la fonction de performance des PBF par la méthode des résistancecontrainte,
- Estimer la probabilité de défaillance des PBF étudiés et les indices de fiabilité grâce aux méthodes des tirages d'importance et aux méthodes d'approximation du premier et second ordre, FORM/SORM.

Les méthodes d'estimation de la probabilité de défaillance qui sont utilisées, donnent les probabilités de défaillance en fonction du rapport des épaisseurs dans le cas du blochet, des épaisseurs du film dans le cas d'un palier de butée et enfin en fonction des excentricités relatives pour un palier cylindrique. En perspective, estimer la fiabilité des paliers fluides à géométrie complexe et/ou alimentés par de multiples injecteurs en utilisant la méthode des éléments finis constitue une bonne continuité des travaux réalisés. Pour le cas d'une fonction de performance implicite obtenue par une résolution numérique de l'équation de Reynolds, la méthode des surfaces de réponse présente une bonne alternative pour estimer la fiabilité du PBF.

Bibliographie

[1] Jean Frêne et al. Lubrification hydrodynamique : Paliers et butées. Eyrolles (1990).

[2] Sommerfeld A. "Zur hydrodynamischen theorie der schiermittelreibung" Z. angew. Math. Phys., 50, p. 97-155, 1904.

[3] GUMBEL L. "Verglieich der Ergebnisse der rechnerischen Behaudlung des lagerschmierungs problem mit neuren Versuchsergebnissen", Monatsblätter d. Berlin, Bezirk V.D.I., 125-8, Sept. 1921.

[4] SWIFT H.W. "The stability of lubricating films in journal bearings". Proc. Inst. Civil Eng., 233, Pt 1, pp.267-322, 1931-1932.

[5] STIEBER W. "Das Schwimmlager", Krayn, VDI, 1933, Berlin.

[6] Ram, N., & Sharma, S. C. (2012). Analysis of orifice compensated non-recessed hole-entry hybrid journal bearing operating with micropolar lubricants. Tribology international, 52, 132-143.

[7] Osman, T. A., Dorid, M., Safar, Z. S., & Mokhtar, M. O. A. (1996). Experimental assessment of hydrostatic thrust bearing performance. Tribology International, 29(3), 233-239.

[8] Yang, D. W., Chen, C. H., Kang, Y., Hwang, R. M., & Shyr, S. S. (2009). Influence of orifices on stability of rotor-aerostatic bearing system. Tribology International, 42(8), 1206-1219.

[9] Charki. A "Modélisation du comportement statique et dynamique des paliers à air à orifices. Application à la conception de blochets ,doctorat de l'université technologique de Compiègne 2000.

[10] Bonneau, D.,Fatu, A. & Souchet, D. (2011). Paliers hydrodynamiques 1: équations, modèles numériques isothermes et lubrification mixte. Lavoisier.

[11] Bonnet, A. H., Cause et analyse des défaillances de palier antifriction dans les moteurs à induction CA, Fiche technique N°20, Comité de mécanique de l'EASA.

[12] Mihai ARGHIR et al Référence BM5335. Butées et paliers aérodynamiques, techniques de l'ingénieur, 2009.

[13] Mihai ARGHIR Référence BM5336, Butées et paliers aérostatiques, techniques de l'ingénieur, 2011.

[14] Daniel Nicolas, Référence B673. Butées et paliers hydrostatiques, techniques de l'ingénieur, 1982.

[15] Jean FRÊNE ,Référence B5320. Butées et paliers hydrodynamiques techniques de l'ingénieur, 1995.

[16] Jean-Paul YONNET, Référence D3568. Paliers et butées magnétiques passifs, technique de l'ingénieur, 2002.

[17] Michel MORET, Référence B5370. Roulements et butées à billes et à rouleaux, techniques de l'ingénieur, 1990.

[18] GOJON, R. (1997). Critères de choix d'un palier. Validation. Techniques de l'ingénieur. L'Entreprise industrielle, 3(B5310), B5310-1.

[19] Stratégie de maintenance BTS MI, Les défaillances-Causes

[20] Szeri, A. Z. (Ed.). (1980). Tribology: friction, lubrication, and wear. McGraw-Hill.

[21] Dr.ir. Anton van Beek, Advanced engineering design, lifetime performance and reliability Edition, 2006 pp 386-390.

[22] Dong-Jin Park, chang-Ho Kim, Gun-Hee Jang, Yong, Yong-Bok Lee, Theoretical considerations of static and dynamique characteristics of air foil thrust bearing with tilt and slip flow.

[23] Uichiro Nishio, Kei Somaya, Shigeka Yoshima, Numerical calculation and experimental verification of and dynamic characteristics areostatic thrust bearing with small feedholes.

[24] Sebastien Berger, Olivier Bonneau, Jean Frêne, Influence of axial thrust bearing defects on the dynamic behavior of an elastic shaft.

[25] Hakwoon Kim, Gunhee Jang, Heonjeong Ha, A generalized Reynolds aquation and its perturbation equations for fluid dynamic bearings with curved surfaces.

[26] T. A. Osman, M. Dorid, Z. S. Safar and M. O. A. Mokhtar, Experimental assessment of hydrostatic thrust bearing performance.

[27] Gao, S., Cheng, K., Chen, S., Ding, H., & Fu, H. (2015). CFD based investigation on influence of orifice chamber shapes for the design of aerostatic thrust bearings at ultra-high speed spindles. Tribology International, 92, 211-221.

[28] Yadav, S. K., & Sharma, S. C. (2014). Performance of hydrostatic tilted thrust pad bearings of various recess shapes operating with non-Newtonian lubricant. Finite Elements in Analysis and Design, 87, 43-55.

[29] Zhang, X., Yin, Z., Gao, G., & Li, Z. (2015). Determination of stiffness coefficients of hydrodynamic water-lubricated plain journal bearings. Tribology International, 85, 37-47.

[30] Dudzinsky, S. J., Young, F. J., & Hughes, W. F. (1968). On the load capacity of the MHD journal bearing. Journal of Tribology, 90(1), 139-144.

[31] Michell A.G "Progress in fluid film lubrication" Trans. ASME, 51, M.S.P. 153-163, 1929.

[32] Ocvirk, F. W. (1952). Short-bearing approximation for full journal bearings.

[33] Martsinkovsky, V., Yurko, V., Tarelnik, V., & Filonenko, Y. (2012). Designing Thrust Sliding Bearings of High Bearing Capacity. Procedia Engineering, 39, 148-156.

[34] Dubois, G. B., Ocvirk, F., & Wehe, R. L. (1955). Experimental investigation of eccentricity ratio, friction, and oil flow of long and short journal bearings with load-number charts.

[35] J. - C. La fiabilité en mécanique - Un outil d'aide à la décision.

[36] Bazovsky, I., Cohen, G., & Chinal, J. (1966). Fiabilite: theorie et pratique de la surete de fonctionnement par Igor Bazovsky; trad. et adapte par G. Cohen, J. Chinal; pref. de D. Dugue. Dunod.

[37] Maurice Lemaire en collaboration avec Alaa Chateauneuf et Jean-Claude Mitteau (2005)] Fiabilité des structures(couplage mécano-fiabiliste statique). Lavoisier. pages 69 à 72.

[38] DEVICTOR, thèse de doctorat, Fiabilité et mécanique : méthodes FORM/SORM avec des codes éléments finis par des surfaces de réponses adaptatives.

[39] Maurice Lemaire en collaboration avec Alaa Chateauneuf et Jean-Claude Mitteau (2005)] Fiabilité des structures(couplage mécano-fiabiliste statique). Lavoisier. pages 48 à 51.

[40] Madsen H. O., Krenk S. and Lind N. C. (1986) Structural method of safety, Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey.

[41] Maurice Lemaire en collaboration avec Alaa Chateauneuf et Jean-Claude Mitteau (2005)] Fiabilité des structures(couplage mécano-fiabiliste statique). Lavoisier. pages 69 à 72.

[42] CHARKI, Habilitation à diriger des recherches, Fiabilité mécanique du composant au système (2011), pp 56-57.

[43] A. Chateauneuf, J-C. Mitteau, M. Lemaire. Structural Reliability. Wiley, 2009.

[44] A.M. Hasofer et N.C. Lind. An exact and invariant first order reliability format. J.Eng Mec111h., 1974. 58

[45] Maurice Lemaire en collaboration avec Alaa Chateauneuf et Jean-Claude Mitteau (2005)] Fiabilité des structures(couplage mécano-fiabiliste statique). Lavoisier. pages 98-112

[46] Ditlevsen O. & Madsen H.O., Structural reliability methods, J. Wiley & sons, 1996

[47] M. Rosenblatt. Remarks on a multivariate transformation. The Annals of Mathematical Statistics, vol 23 :470-472, 1952.

[48] A. Nataf. Détermination des distributions dont les marges sont données. Comptes rendus Académie des Sciences, (225) :42-43, 1962

[49] A. Der Kiureghian and P.L. Liu. Structure reliability under incomplete probability information. J. Eng. Mechanics, (112(1)), 1986.

[50] Y.G. Zhao et T. Ono. A general procedure for First-Second Order Reliability Method (FORM-SORM). Structure Safety, vol. 21, pages 95-112, 1999. 62

[51] M. Lemaire et A. Mohamed. Finite element and reliability : a happy mariage ? In 9 the IFIP WG 7.5 Working Conference, Reliability and optimization of structural system, 2000. page 60.

[52] CHARKI, Habilitation à diriger des recherches, Fiabilité mécanique du composant au système, pp 61-62.

[53] R.Y. Rubinstein. Simulation and the monte Carlo Methods. John Wiley & Sons, 1981.

[54] R.A. Rzhanitzyn. design of structures with considerations of plastic properties of materials. Stroivoenmorizdat, 1949.

[55] A.R. Rzhanitzyn. Calcul à la Rupture et plasticité des constructions. Eyrolles, Paris, 1959.

[56] J.R. Benjamin and A. Cornell. Probability, Statistics and Decision for civil Engineers. McGraw-Hill book co., 1970.

[57] E. Rosenblueth and L. Esteva, Reliability basis for some Mexican codes, in: ACI Spec. Publ., SP-31, Detroit, MI, 1972.

[58] A.M. Hasofer et N.C. Lind. An exact and invariant first order reliability format. Journ. Eng Mechanics Div., vol 100 :111-121, 1974.

[59] R. Rackwitz et B. Fiessler. Structural reliability under combined load sequences. Comput. Struct., vol 9, pages 489-494, 1978.

[60] R. Rackwitz. Methods of system reliability evaluation. Join Reseach Center, Ispra, Italy, Commission of the European Communities, November 1989.

[61] T. Abdo and R. Rackwitz. A new beta-point algorithm for large-time-invariant and time variant reliability problems. In Reliability and optimization of Structures, pages 1-11. 3rd WG 7.5 IFIP conference, Berkeley, 1990.

[62] K. Schittkowski. NLPQL : A Fortran Subroutine solving constrained non linear programming problems. Annals operations Research, 5:485-500,1986.

[63] Maurice Lemaire en collaboration avec Alaa Chateauneuf et Jean-Claude Mitteau (2005)] Fiabilité des structures(couplage mécano-fiabiliste statique). Lavoisier. pages 148-149.

[64] CHARKI, Habilitation à diriger des recherches, Fiabilité mécanique du composant au système, pp 62-63.

[65] Madsen H.O., Krenk S. & Lind N.C.; Methods of structural safety, Prentice Hall, 1986.

[66] Hasofer A.M. & Lind N.C., An exact and invariant first-order reliability format, J. of Engineering Mechanics, vol 100, 1974, pp 111-121.

[67] Ditlevsen O., Melchers R.E. & Gluver H., General multi-dimensional probability integration by directional simulation, Computers & Structures, vol 36, n°2, 1990, pp 355-368.

[68] Ditlevsen O. & Madsen H.O., Structural reliability methods, J. Willey& Sons, 1996.

[69] Fiessler B., Neumann H.J. & Rackwitz R., Quadratic limit states limit states in structural reliability, J. of Engineering Mechanics Division, 1979, pp661-676.

[70] Breitung K., Asymptotic approximations for multinormal integrals, J. of Engineering Mechanics, vol 110, n°3, 1984, pp 357-366.

[71] Der Kiureghian A., & Lin H.Z. & Hwang S.J., Second order reliability approximaions, J. of Engineering Mechanics, vol 113, N°8, 1987, pp 1208-1225

[72] Tvedt L., Second order reliability by an exact integral, in proc. of the IFIP Working conf. Reliability and optimization of Structural Systems, Thoft-Christensen (Ed), 1988, pp377-384.

[73] Tvedt L., distribution of quadratic forms in normal space-application to structure reliability, Structure Safety, vol 3, 1990, pp 143-166.

[74] Rubinstein R.Y., simulation and Monte-Carlo method, Wiley Series in Probability and Mathematical statistics, J. Wiley & Sons, 1981.

[75] Devroye L., Non-uniform random variate generation, Springer-Verlag, 1986.

[76] Bjerager P., Methods for structural reliability computations, in Computational Mechanics of Probabilistic and Reliability Analysis, Liu & Belytschko (Eds), Elmepress International, 1989.

[77] CHARKI, Habilitation à diriger des recherches, Fiabilité mécanique du composant au système, pp 64.

[78] Maurice Lemaire en collaboration avec Alaa Chateauneuf et Jean-Claude Mitteau (2005)] Fiabilité des structures(couplage mécano-fiabiliste statique). Lavoisier. pages 271-281.

[79] P. Bernard and M. Fogli. Une méthode de Monte-Carlo performante pour le calcul de la probabilité de ruine. Construction Métallique, (4) : 23-39, 1987.

[80] C.G. Bucher. Adaptative Sampling : an Iterative Fast Monte-Carlo Procedure. Structural Safety, 5 : 119-126, 1988.

[81] A. Sellier and A. Mébarki. Evaluation de la probabilité d'occurrence d'un évènement rare par utilisation du tirage d'importance conditionné. Annales des Ponts et Chaussées, pages 3-23, juillet 1993.

[82] Rubinstein R.Y., simulation and Monte-Carlo method, Wiley Series in Probability and Mathematical statistics, J. Wiley & Sons, 1981.

[83] P.A. Boucard. Application of the latin method to the calculation of response surfaces. First MIT Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics, vol. 1, pages 78-81, 2001.

[84] C. G. Bucher et U. Bourgund. A fast and efficient response surface approch for structural reliability problems. Structural Safety, vol. 7, no. 1 pages 57-66, 1990.

[85] R.H. Myers, D.C. Douglas et J. Wiley. Response surface methodology : Process and product optimisation using designed experiments. Wiley serie in probability and statistics, 2nd edition, 2002. 70

[86] C, Bagci et A, Singh, «Hydrodynamic lubrication of finite slider bearings: effect of one-dimensional film shape and their computer aided optimum designs,» J, Lubric, Techno, n° 105, pp, 48-66, 1983,

[87] D, Gethin, «Lubricant inertia effects and recirculatory flow in load-capacity optimized thrust pad bearings,» ASTLE trans, n° 130, pp, 254260, 1987,

[88] R, Sharma et R, Pandey, «Experimental studies of pressure distributions in finite slider bearing with single continuous surface profiles on the pads,» Trib, Int, vol, 42, pp, 1040-1045, 2009,

[89] R.H. Myers, D.C. Douglas et J. Wiley. Response surface methodology : Process and product optimisation using designed experiments. Wiley serie in probability and statistics, 2nd edition, 2002. 70

[90] H, Purday, «An introduction to the mechanics of viscous flow,» London: Constable Publisher, 1949,

[90] O, Pinkus et B, Sternlicht, «Theory of hydrodynamic lubrication,»

New york: McGra w-Hill, 1961,

[91] Charki, A., Diop, K., Champmartin, S., & Ambari, A. (2014). Reliability of a Hydrostatic Bearing. Journal of Tribology, 136(1), 011703.

[92] Zhang, Y. M., & Liu, Q. L. (2002). Reliability-based design of automobile components. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 216(6), 455-471.

[93] Sudret, B., Berveiller, M., & Lemaire, M. (2006). A stochastic finite element procedure for moment and reliability analysis. European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique, 15(7-8), 825-866.

[94] K. Diop, A. Charki, S. Champmartin, A. Ambari, "Reliability of a Hydrodynamic Journal Bearing", Applied Mechanics and Materials, Vols. 789-790, pp. 342-352, Sep. 2015

[95] Frêne, J. (2004). Butées et paliers hydrodynamiques. Techniques de l'ingénieur, article B, 5320.

[96] Lemaire, M. (1997). Reliability and mechanical design. Reliability engineering & system safety, 55(2), 163-170.

[97] Frêne, J. (2004). Butées et paliers hydrodynamiques. Techniques de l'ingénieur, article B, 5320.

[98] Lemaire, M. Modeling Uncertainty. Mechanics and Uncertainty, 41-100.

[99] Bonis, M., & Charki, A. (2001). Modélisation des caractéristiques statiques et de la stabilité des paliers de butée aérostatiques par la méthode des éléments Finis. Revue Européenne des Éléments, 10(6-7), 755-767.

[100] Lemaire, M., & Gadiot, G. Hybrid Optimization and Anti-Optimization of a Stochastically Excited Beam.





Thèse de Doctorat

Khadim DIOP

Estimation de la fiabilité d'un palier fluide

Résumé

recherche constituent Ces travaux de une contribution au développement de la théorie de la fiabilité en mécanique des fluides. Pour la conception de machines et de systèmes mécatroniques complexes, de nombreux composants fluides, difficiles à dimensionner, sont utilisés. Ces derniers ont des caractéristiques intrinsèques statiques et dynamiques sensibles et ont donc une grande importance sur la fiabilité et la durée de vie de la plupart des machines et des systèmes.

Le développement effectué se concentre spécialement sur l'évaluation de la fiabilité d'un palier fluide grâce à un couplage « mécanique des fluides - fiabilité ». Ce couplage exige une définition propre de la fonction d'état limite permettant d'estimer la probabilité de défaillance d'un palier fluide. La modélisation par Reynolds modifiée permet de l'équation de déterminer la capacité de charge d'un palier fluide en fonction des conditions de fonctionnement. Plusieurs formes simples de paliers fluides ont été modélisées analytiquement et leurs probabilités de défaillance ont été estimées grâce à des méthodes FORM/SORM d'approximation (First Order Reliability, Second Order Reliability) et de simulation Monte Carlo.

Mots clés

Palier fluide, Equation de Reynolds, Capacité de charge ou portance, Fonction de performance, FORM/SORM, Monte Carlo (tirages d'importance), Fiabilité/Défaillance, Surfaces de réponses, Eléments finis.

Abstract

These research is a contribution to the development of reliability theory in fluid mechanics. For the machines design and complex mechatronic systems, many fluid components are used. These components have static and dynamic sensitive characteristics and thus have a great significance on the reliability and lifetime of the machines and systems.

Development performed focuses specifically on the reliability evaluation of a fluid bearing using a "fluid mechanics - reliability" interaction approach. This coupling requires a specific definition of the limit state function for estimating the failure probability of a fluid bearing. The Reynolds equation permits to determine the fluid bearing load capacity according to the operating conditions. Several simple geometries of fluid bearings were modeled analytically and their failure probabilities were estimated using the approximation methods FORM / SORM (First Order Reliability Method, Second Order Reliability Method) and Monte Carlo simulation.

Keywords

Fluid bearing, Reynolds equation, Load capacity, FORM/SORM, Monte Carlo (Importance sampling), Reliability/Failure, Response surfaces, finite elements.