



HAL
open science

Structure du champ magnétique interstellaire dans le disque et le halo de notre Galaxie

Philippe Terral

► **To cite this version:**

Philippe Terral. Structure du champ magnétique interstellaire dans le disque et le halo de notre Galaxie. Astrophysique [astro-ph]. Université Toulouse 3 Paul Sabatier, 2016. Français. NNT : . tel-01445248

HAL Id: tel-01445248

<https://theses.hal.science/tel-01445248>

Submitted on 24 Jan 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

Présentée et soutenue le *21/10/2016* par :

PHILIPPE TERRAL

**Structure du champ magnétique interstellaire dans le
disque et le halo de notre Galaxie**

JURY

PIERRE JEAN	Professeur d'Université	Président du Jury
FRANÇOIS BOULANGER	Directeur de Recherche	Rapporteur
MATHIEU LANGER	Maître de Conférences	Rapporteur
ALEXANDRE MARCOWITH	Directeur de Recherche	Examineur
MARTA ALVES	Chargé de Recherche	Examineur
KATIA FERRIÈRE	Directeur de Recherche	Directeur de Thèse

École doctorale et spécialité :

SDU2E : Astrophysique, Sciences de l'Espace, Planétologie

Unité de Recherche :

Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie (UMR 5277)

Directeur de Thèse :

Katia Ferrière

Rapporteurs :

François Boulanger et Mathieu Langer

**Structure du champ magnétique interstellaire dans le
disque et le halo de notre Galaxie**

Philippe Terral

11 décembre 2016

Résumé

La caractérisation du champ magnétique interstellaire de notre Galaxie représente un enjeu majeur de l'astrophysique. Une meilleure connaissance de ses propriétés, en particulier de sa structure, constituerait en effet un atout important pour de nombreux domaines de recherche allant de l'étude des rayons cosmiques à la dynamique de la Galaxie en passant par l'évolution du milieu interstellaire et la formation stellaire.

Des observations radio récentes ont permis de mettre en évidence des caractéristiques communes dans la structure magnétique de galaxies proches semblables à la Voie Lactée. Lorsque les galaxies sont vues de face, les lignes de champ magnétique forment un motif en spirale proche de celui observé dans le visible. Lorsque les galaxies sont vues par la tranche, les lignes de champ magnétique sont parallèles au plan galactique dans le disque et ont une forme dite en «X» dans le halo.

Il est dès lors naturel de se poser la question de la présence d'une telle structure en X dans le halo de notre propre Galaxie. L'objectif du travail que j'ai effectué lors de mes trois années de thèse a consisté à tenter d'apporter des éléments de réponse à cette question.

Les difficultés sont principalement de deux ordres : d'une part, notre position, à l'intérieur de la Voie Lactée ne nous permet pas d'avoir une vision globale de sa structure magnétique à grande échelle ; d'autre part, le champ magnétique est inaccessible à une observation directe, il est donc nécessaire de mettre en oeuvre des techniques indirectes estimant certaines des caractéristiques du champ magnétique à partir de l'effet qu'il peut avoir sur une observable donnée. Pour ma part, j'ai basé mon travail sur l'effet de rotation Faraday.

J'ai tout d'abord constitué une carte de référence observationnelle de la profondeur Faraday de notre Galaxie associée au champ magnétique à grande échelle. Pour cela, j'ai dû développer un modèle simple de champ magnétique turbulent afin de pouvoir en soustraire sa contribution à la profondeur Faraday de celle du champ magnétique total. J'ai ensuite construit des cartes théoriques de la profondeur Faraday de notre Galaxie basées sur un ensemble de modèles analytiques du champ magnétique à grande échelle compatibles avec différentes contraintes (théoriques et observationnelles) et dépendant d'un nombre raisonnable de paramètres libres. J'ai finalement ajusté les valeurs de ces paramètres au travers d'une laborieuse phase d'optimisation.

Mon manuscrit se décompose en quatre chapitres principaux. Au chapitre 1, je présenterai le contexte de mon travail et j'énoncerai divers résultats généraux utiles à mon étude. Au chapitre 2, je passerai en revue l'ensemble des éléments nécessaires

à ma modélisation et j'insisterai particulièrement sur le jeu de modèles analytiques de champ magnétique que j'ai utilisés. Au chapitre 3, je décrirai les procédures de simulation et d'optimisation. Au chapitre 4, je présenterai mes résultats. Dans ce dernier chapitre, je dériverai les valeurs des paramètres des différents modèles de champ conduisant au meilleur accord avec les observations, je tâcherai de préciser le rôle de chaque paramètre et son impact sur la carte théorique, et je discuterai les géométries autorisées dans les différents cas. Je montrerai que l'accord modèle-observation est légèrement meilleur avec un champ du halo bisymétrique qu'avec un champ du halo axiisymétrique et que dans le premier cas, un motif en X apparaît naturellement dans les cartes de polarisation alors que le champ magnétique est horizontal dans le second cas.

Abstract

Characterization of the interstellar magnetic field of our Galaxy is a major challenge for astrophysics. A better understanding of its properties, particularly its structure, would be valuable in many research areas, from cosmic-ray studies to Galactic dynamics and including interstellar medium evolution and star formation.

Recent radio observations uncovered common characteristics in the magnetic structure of nearby galaxies similar to the Milky Way. In face-on galaxies, magnetic field lines appear to form a spiral pattern similar to that observed in the optical. In edge-on galaxies, magnetic field lines appear to be parallel to the galactic plane in the disc and X-shaped in the halo.

One may naturally wonder whether such an X-shape structure is also present in the halo of our own Galaxy. The purpose of the work performed during my three years as a Ph.D. student was to try and provide some answers to this question.

There are two major difficulties : on one hand, our location within the Milky Way does not make it to have a global view of its large-scale magnetic structure ; on the other hand, the magnetic field is not directly observable, so it is necessary to implement indirect techniques, based on the effect the magnetic field can have on a given observable, to estimate some characteristics of the magnetic field. My own work is based on Faraday rotation.

I first built an observational reference map of the Faraday depth of our Galaxy associated with the large-scale magnetic field. To that end, I had to develop a simple model of the turbulent magnetic field in order to subtract its contribution to the Galactic Faraday depth from that of the total magnetic field. I then constructed theoretical maps of Galactic Faraday depth based on a set of analytical models of the large-scale magnetic field that are consistent with various (theoretical and observational) constraints and depend on a reasonable number of free parameters. Finally I fitted the values of these parameters through a challenging optimization phase.

My manuscript is divided into four main chapters. In Chapter 1, I present the context of my work as well as various general results useful for my study. In Chapter 2 I review all the elements required for my modeling, with emphasis on the set of analytical models used. In Chapter 3, I describe my simulation and optimization procedures. In Chapter 4 I present my results. In this final chapter, I derive the parameter values of the different field models that lead to the best fit to the observations, I try to identify the role of each parameter and its impact on the theoretical map, and I discuss the different geometries allowed in the various cases. Finally, I show that the fit to the observational map is slightly better with a

bisymmetric halo field than with an axisymmetric halo field, and that an X-shape pattern in polarization maps naturally arises in the first case whereas the field appears to remain mainly horizontal in the second case.

Remerciements

Lorsque après avoir mis un terme à ma «carrière sportive», je décidais de reprendre mes études, je n’imaginai pas que cela me conduirait à écrire ces lignes. C’est donc avec beaucoup de plaisir que je tiens à remercier ici les nombreuses personnes qui m’ont soutenu, aidé et encouragé lors de ces trois ans de doctorat mais aussi des quelques années précédentes.

En premier lieu, je voudrais adresser mes plus chaleureux remerciements à Katia qui a supervisé et guidé mon travail. Je la remercie pour la disponibilité, la patience, la compétence dont elle a fait preuve tout au long de ma thèse. Merci aussi pour cette attitude positive, et cette aptitude à voir le bon côté de chaque situation. S’il m’est arrivé de venir à l’une de nos discussions un peu soucieux à cause d’un résultat suspect ou inattendu, je suis toujours reparti avec une confiance retrouvée.

Merci également à Véronique qui lorsqu’elle m’a épousé, ne pensait probablement pas que quelques années plus tard, j’aurais l’idée bizarre de retourner à l’école. J’ai bien conscience que cela n’a pas été tous les jours amusant, elle s’est souvent retrouvée seule à la maison, et lorsque j’étais présent, elle a occasionnellement dû supporter ma mauvaise humeur ; pourtant elle m’a toujours soutenu, encouragé et même aidé lors de la correction de ce manuscrit.

Ma gratitude va aussi à Sébastien sans qui je n’aurais tout simplement pas pu reprendre mes études. Le soutien logistique et moral qu’il m’a apporté en m’hébergeant lors de mes années de master ainsi qu’en cette fin de doctorat a réellement été essentiel dans l’aboutissement de cette «aventure».

Pour en terminer avec la famille, je remercie mes parents pour m’avoir toujours soutenu mais aussi pour avoir dès mon enfance su prendre les bonnes décisions pour mon avenir, même si elles n’étaient pas les plus faciles.

Merci aux membres de mon comité de thèse, Karine, Edith, Pierre mais aussi plus largement à tous les chercheurs de l’IRAP, en particulier ceux du groupe MICMAC, pour leurs conseils ainsi que les questions qu’ils ont pu me poser à l’occasion de mes présentations, cela m’a permis d’affiner ma compréhension de certains aspects ainsi que d’envisager de nouvelles pistes de réflexion.

Je remercie également l’IRAP et son personnel pour m’avoir accueilli et m’avoir donné les moyens de travailler dans des conditions très satisfaisantes.

Merci à Mathieu, François, Alexandre, Marta et Pierre pour avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Ayant bénéficié d'un «contrat doctoral handicap», je souhaite aussi remercier le ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche qui a mis en place cette disposition. Merci également pour le soutien que m'ont apporté l'école doctorale SDU2E, l'IRAP et l'Université Paul Sabatier dans la constitution de mon dossier. Je remercie en particulier l'UPS pour sa politique efficace en faveur des étudiants atteint d'un handicap, ce qui était une condition préalable à l'obtention de mon contrat doctoral. Je profite aussi de cette occasion pour remercier la cellule handicap de l'université pour son aide et son dynamisme.

Je souhaite également remercier ici Geneviève qui, à l'issue de mon Master, m'a encouragé à tenter ma chance sur ce type de contrat doctoral.

Je remercie aussi l'ensemble des enseignants et étudiants que j'ai côtoyés lors de ces dernières années pour avoir contribué à la transformation du pari hasardeux que représentait mon retour à l'université en une expérience très enrichissante. J'ai beaucoup apprécié la qualité des enseignements et de l'ambiance durant cette période.

Pour terminer, j'adresserai aussi un merci à Marech car même s'il n'a rien à voir avec l'astrophysique ni avec mon idée de reprendre des études, les années passées sous sa direction m'ont beaucoup appris, en particulier sur la nécessité de faire preuve d'un investissement et d'une motivation à la hauteur de ses objectifs. Dans les moments difficiles, je me suis souvent remémoré mon expérience sportive ce qui m'a permis de me remettre en question, de me remobiliser et de régénérer ma motivation.

Table des matières

Résumé	iii
Abstract	v
Remerciements	vii
Table des matières	viii
Liste des figures	xi
Liste des tableaux	xiv
Conventions et notations	xvii
1 Introduction	1
1.1 Généralités sur la Voie Lactée	2
1.1.1 Ordres de grandeur	2
1.1.2 Le milieu interstellaire	2
1.2 Une rapide histoire du magnétisme	3
1.2.1 Les grands noms du magnétisme	4
1.2.2 Le champ magnétique interstellaire	7
1.3 Ordres de grandeur	7
1.4 Impact du champ magnétique interstellaire	8
1.5 Origine du champ magnétique interstellaire	9
1.6 Détection et mesure du champ magnétique interstellaire	12
1.6.1 Mesures <i>in situ</i>	12
1.6.2 Polarisation par la poussière interstellaire	13
1.6.3 Effet Zeeman	16
1.6.4 Emission synchrotron	19
1.6.5 Rotation Faraday	22
1.7 Quelques résultats observationnels	27
1.8 Objectif de l'étude	29
2 Modélisation du champ magnétique interstellaire	31
2.1 Distribution des électrons libres dans la Galaxie (Ne2001)	32
2.2 Données observationnelles	37
2.2.1 Carte de référence	38
2.2.2 Composantes symétrique et antisymétrique	40

2.3	Contraintes sur les modèles de champ magnétique	42
2.4	Modèles analytiques de champ magnétique pour le halo Galactique	43
2.4.1	Modèles poloïdaux de champ magnétique en «X»	43
2.4.2	Variation azimutale	48
2.4.3	Fonction d'enroulement et champ azimutal	48
2.4.4	Modèles totaux de champ magnétique pour le halo Galactique	51
2.5	Modèles analytiques de champ magnétique pour le disque Galactique	53
2.6	Cas particulier des modèles A et Ad	56
2.7	Première vérification	59
2.8	Conclusion	61
3	Simulation et optimisation	63
3.1	Systèmes de coordonnées	64
3.1.1	Définition des référentiels	64
3.1.2	Changements de référentiels	66
3.2	Construction de cartes théoriques	66
3.3	Comparaison des cartes théoriques et observationnelle	68
3.3.1	Remarque préliminaire	68
3.3.2	Principe de la méthode	68
3.3.3	Incertitude associée à la carte de référence	70
3.3.4	Champ magnétique turbulent et incertitude associée	71
3.4	Optimisation	75
3.4.1	Exploration systématique	76
3.4.2	Algorithmes génétiques	76
3.4.3	Méthodes MCMC	80
3.5	Conclusion	87
4	Résultats	89
4.1	Remarques préliminaires	90
4.1.1	Notations	90
4.1.2	Considérations intuitives	90
4.2	Impact des divers paramètres sur $\overline{FD}_{\text{mod}}$	91
4.2.1	Cas axisymétrique ($m = 0$)	92
4.2.2	Cas bisymétrique ($m = 1$)	94
4.3	Résultats de l'optimisation	96
4.3.1	Constatations générales	96
4.3.2	<i>Best-fits</i>	98
4.3.3	Intervalles de confiance	101
4.3.4	Corrélations	105
4.4	Meilleurs modèles	108
4.4.1	Cartes du ciel de la profondeur Faraday Galactique	108
4.4.2	Cartes de polarisation synchrotron	109
4.4.3	Allure des lignes de champ	112
4.5	Conclusion	112

5 Conclusion	117
5.1 Résumé de l'étude	117
5.1.1 Déroulement de l'étude	117
5.1.2 Principaux résultats	118
5.2 Perspectives	118
A Histogrammes des paramètres des six <i>bonnes</i> configurations	121
B Tableaux de corrélations croisées	129
B.1 Coefficients de Pearson	129
B.2 Coefficients de Spearman	132
C Publications	135
Bibliographie	159

Table des figures

1.1	Les grands noms de l'histoire du magnétisme.	5
1.2	Compression des lignes de champ magnétique lors de l'effondrement du nuage prégalactique	10
1.3	Enroulement des lignes de champ magnétique sous l'effet de la ro- tation différentielle	10
1.4	Effet α	10
1.5	Voyager I aux confins de l'héliosphère	13
1.6	Alignement par couple radiatif	14
1.7	Polarisation par la poussière interstellaire	16
1.8	Carte de l'orientation du champ magnétique déduite de l'étude de la polarisation par la poussière	17
1.9	Effet Zeeman	17
1.10	Paramètres de Stokes liés à l'effet Zeeman	18
1.11	Emission synchrotron	19
1.12	Emission synchrotron collimatée des particules relativistes	20
1.13	Rotation Faraday	22
1.14	Rotation Faraday (décomposition de l'onde polarisée linéairement) .	25
1.15	Carte du ciel de la Rotation Faraday	27
1.16	Structure des lignes de champ dans les galaxies extérieures	28
1.17	Composante en X de Jansson and Farrar (2012b)	29
2.1	Ne2001 : profil de densité des électrons libres	33
2.2	Ne2001 : schéma du milieu interstellaire local	34
2.3	Ne2001 : densité des électrons libres dans le plan Galactique	36
2.4	Carte du ciel de la profondeur Faraday Galactique Oppermann et al. (2015)	38
2.5	Bulle de Wolleben	39
2.6	Carte de référence observationnelle	40
2.7	Carte des composantes symétriques et antisymétriques de $\overline{FD}_{\text{obs}}$. .	42
2.8	Allure des lignes de champ poloïdales	44
2.9	Géométrie axiale des modèles analytiques de champ magnétiques . .	49
2.10	Exemple de surface d'enroulement	49
2.11	Allure des lignes de champ dans le cas des modèles totaux pour le halo Galactique	53
2.12	Allure des lignes de champ dans le cas des modèles totaux pour le disque Galactique	56
2.13	Cas particulier des modèles A et Ad (singularité)	57

2.14	Modification des modèles A et Ad	58
2.15	Cartes de polarisation correspondant au test simplifié	59
3.1	Systèmes de coordonnées	65
3.2	Diagramme de l'algorithme de calcul de la carte théorique	67
3.3	Diagramme de l'algorithme de comparaison des carte	69
3.4	Modèle simple de champ magnétique turbulent	71
3.5	Incertitude turbulente due aux k premières couches traversées	74
3.6	Graphe de l'incertitude totale	75
3.7	Exemple d'utilisation d'un AG	78
3.8	Diagramme de l'algorithme génétique	79
3.9	Diagramme de l'algorithme de Metropolis	81
3.10	Exemple d'utilisation de méthode MCMC	82
3.11	Evolution temporelle d'une chaîne de Markov	84
3.12	Histogramme associé à la chaîne de Markov	85
3.13	Exemple bi-dimensionnel illustrant les deux approches possibles pour définir les intervalles de confiance à 68 %	86
3.14	Densité de probabilité de χ^2	87
4.1	Histogramme du χ^2 pour le modèle C0 – Ad1 (10 degrés de liberté)	102
4.2	Histogrammes de p_0 et $(\varphi_\star)_{\text{disque}}$ pour les modèles C0–Bd1 et C1–Bd1	103
4.3	Histogrammes des paramètres mal contraints	104
4.4	Histogrammes de p_\odot pour les modèles C0 – Bd1 et C1 – Bd1	105
4.5	Histogramme de B_\odot pour les six <i>bons</i> modèles	106
4.6	Diagrammes de densité 1	108
4.7	Diagrammes de densité 2	109
4.8	Carte de référence observationnelle de $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$	110
4.9	$\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ correspondant au <i>best-fit</i> pour chacune des <i>bonnes</i> combinaisons	110
4.10	Cartes de polarisation correspondant au <i>best-fit</i> pour chacune des <i>bonnes</i> combinaisons	111
4.11	Lignes de champ correspondant aux six <i>best-fits</i>	113
A.1	Histogrammes des paramètres du modèle C0 – Ad1	122
A.2	Histogrammes des paramètres du modèle C0 – Bd1	123
A.3	Histogrammes des paramètres du modèle C0 – Dd1	124
A.4	Histogrammes des paramètres du modèle C1 – Ad1	125
A.5	Histogrammes des paramètres du modèle C1 – Bd1	126
A.6	Histogrammes des paramètres du modèle C1 – Dd1	127

Liste des tableaux

1	Unités spécifiques	xvii
2	Constantes	xvii
1.1	Les phases du milieu interstellaire	3
1.2	Intensité typique de champs magnétiques.	8
2.1	Ne2001 : paramètres du disque épais	37
2.2	Modèles totaux de champ magnétique pour le halo Galactique . . .	52
2.3	Modèles totaux de champ magnétique pour le disque Galactique . .	55
3.1	Valeur de $\Delta\chi^2$ correspondant au niveau de confiance p souhaité en fonction du nombre de paramètres libres.	87
4.1	Liste des paramètres libres	95
4.2	Meilleure configuration des 6 modèles retenus	97
4.3	Comparaison de B_1 B_\odot et B_{\max}	99

Conventions et notations

Avant de commencer, et afin d'être tout à fait clair, j'énonce ici quelques conventions de notation et précise quelques valeurs d'unités et de constantes spécifiques.

Tout d'abord, bien que la plupart des sciences et en particulier la physique utilisent largement le système international d'unité (SI) ou [m.k.s], l'astrophysique a fait le choix du système [c.g.s] que j'utiliserai donc tout au long de ce manuscrit. Ce choix n'aura ici qu'un très faible impact qui n'apparaîtra qu'au travers de la modification de la forme des équations de Maxwell ou de l'utilisation du Gauss (G) pour unité de mesure du champ magnétique.

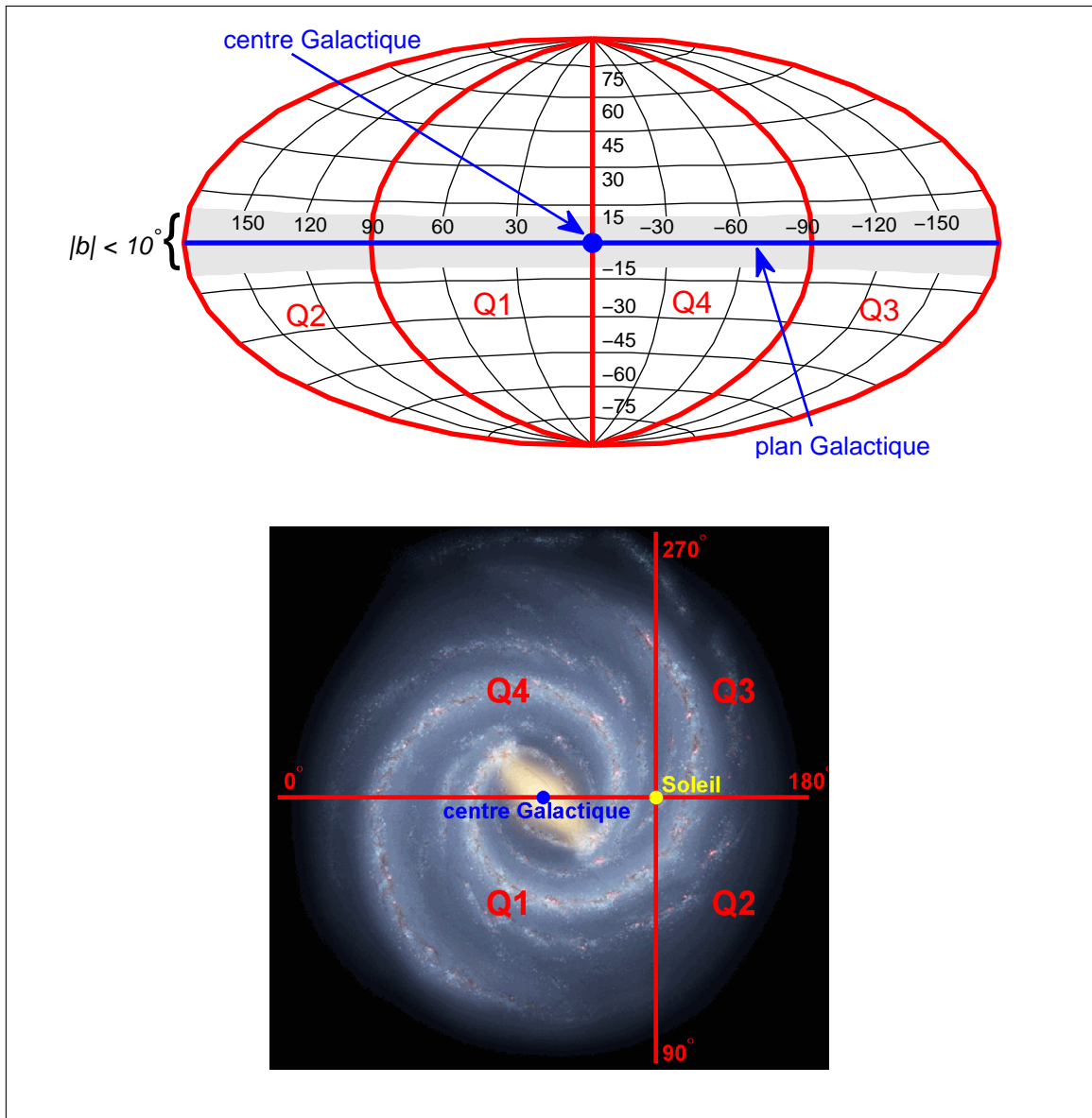
Mon travail portant sur le champ magnétique de notre Galaxie, j'utiliserai aussi la convention habituelle qui veut que l'utilisation de la lettre «G» majuscule fasse référence à la Voie Lactée, à ses composants, ses caractéristiques (Galaxie, plan Galactique, luminosité Galactique...); l'utilisation de la lettre «g» minuscule fera quant à elle référence à une quelconque autre galaxie, à ses composants, ses caractéristiques (galaxie, plan galactique, luminosité galactique...).

TABLE 1 – Unités spécifiques

Symbole	Valeur	Description
UA	$1.5 \cdot 10^{13} \text{cm}$	Unité astronomique
al	$9.5 \cdot 10^{15} \text{cm}$	Année lumière
pc	$3.1 \cdot 10^{18} \text{cm}$	Parsec

TABLE 2 – Constantes

Symbole	Valeur	Description
c	$2.998 \cdot 10^{10} \text{cm s}^{-1}$	Vitesse de la lumière dans le vide
e	$4.803 \cdot 10^{-10} \text{esu}$	Charge élémentaire
m_e	$9.109 \cdot 10^{-28} \text{g}$	Masse de l'électron
m_p	$1.673 \cdot 10^{-24} \text{g}$	Masse du proton
h	$6.626 \cdot 10^{-27} \text{cm}^2 \text{g s}^{-1}$	Constante de Planck
R_\odot	8.5 kpc	Distance centre Galactique-Soleil



Les cartes du ciel que nous manipulerons tout au long de ce manuscrit sont très classiques, le centre Galactique (point bleu) est placé au centre de la carte, la trace du plan Galactique (ligne bleue épaisse) est horizontale et l'axe de rotation est la perpendiculaire à ce plan passant par le centre Galactique. Tout point est repéré sur cette carte par ses coordonnées Galactiques (ℓ, b) . La longitude Galactique ℓ est l'angle dans le plan Galactique que fait la direction du point considéré avec la direction du centre Galactique. Sur la carte ℓ augmente de droite à gauche. La latitude Galactique b est l'angle mesurant l'élévation du point considéré par rapport au plan Galactique. Sur la carte b augmente de bas en haut. Le centre Galactique se trouve donc aux coordonnées $(\ell = 0, b = 0)$. La bande grise correspond à la portion du ciel pour lesquelles $|b| < 10^\circ$ (la spécificité de cette région sera précisée ultérieurement). La Galaxie est de plus traditionnellement divisée en quatre quadrants, Q1, Q2, Q3 et Q4, qui correspondent aux portions de ciel dont la longitude Galactique est comprise dans $[0^\circ, 90^\circ]$, $[90^\circ, 180^\circ]$, $[180^\circ, 270^\circ]$ et $[270^\circ, 360^\circ]$ respectivement. Ces quadrants sont matérialisés par les lignes rouges épaisses.

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Généralités sur la Voie Lactée	2
1.1.1 Ordres de grandeur	2
1.1.2 Le milieu interstellaire	2
1.2 Une rapide histoire du magnétisme	3
1.2.1 Les grands noms du magnétisme	4
1.2.2 Le champ magnétique interstellaire	7
1.3 Ordres de grandeur	7
1.4 Impact du champ magnétique interstellaire	8
1.5 Origine du champ magnétique interstellaire	9
1.6 Détection et mesure du champ magnétique interstellaire	12
1.6.1 Mesures <i>in situ</i>	12
1.6.2 Polarisation par la poussière interstellaire	13
1.6.3 Effet Zeeman	16
1.6.4 Emission synchrotron	19
1.6.5 Rotation Faraday	22
1.7 Quelques résultats observationnels	27
1.8 Objectif de l'étude	29

Comme il est de coutume, le premier chapitre de ma thèse consistera en une entrée en matière très progressive. Comme le suggère le titre de ce document, mon travail a pour objet la caractérisation du champ magnétique de notre Galaxie. C'est donc tout naturellement que je commencerai par une très brève présentation de la Voie Lactée au cours de laquelle j'introduirai certaines notions de base qui nous seront utiles par la suite.

Je continuerai par un retour en arrière sur l'histoire du magnétisme. Il me semble en effet intéressant (avant de se lancer dans une étude très spécialisée) de nous remémorer ce qui a été fait dans le passé et sur quoi nous pouvons nous appuyer aujourd'hui. Nous nous rendrons compte à cette occasion que bien que la théorie de l'électromagnétisme soit relativement récente, les propriétés magnétiques de l'aimant sont connues de longue date.

Je poursuivrai en énonçant un certain nombre de généralités qui me permettront de situer progressivement le cadre scientifique de mon étude.

Ensuite, j'entrerai plus franchement dans le sujet qui va nous intéresser en présentant les diverses méthodes de détection et de mesure des champs magnétiques. J'insisterai plus particulièrement sur les techniques à la base de mon travail qui exploitent la rotation Faraday et l'émission synchrotron.

Je terminerai en présentant quelques résultats observationnels qui serviront de point de départ à notre modélisation.

1.1 Généralités sur la Voie Lactée

1.1.1 Ordres de grandeur

La Voie Lactée est une galaxie du type spirale barrée (SBb). Elle contient plusieurs centaines de milliards d'étoiles, du gaz, de la poussière rassemblés dans un système auto-gravitant d'un diamètre de l'ordre de 100 000 années lumière (al) soit 30 000 parsecs (pc).

Le disque d'environ 300 pc d'épaisseur contient environ 70 % de la masse visible constituée d'environ 90 % d'étoiles d'une grande variété de masses et d'âges et 10 % de gaz. Sa matière est répartie de façon non uniforme dans une structure où les bras spiraux regroupent la majorité des étoiles et du gaz, sa densité de matière présente de plus une forte décroissance centre-bord.

Le bulbe central est une excroissance du disque d'un rayon de 3 à 4 kpc entourant le noyau Galactique, c'est une région mal connue qui se caractérise par une densité d'étoiles élevée associée à une faible densité de gaz. Sa population stellaire est largement dominée par des étoiles de population II (vieilles étoiles) à l'exception des régions les plus centrales où la formation stellaire reste active.

Le halo est la composante sphéroïdale s'étendant au delà du disque, sa densité de matière visible est extrêmement faible, sa masse visible se retrouve principalement dans les amas globulaires. Ces objets peuvent contenir plusieurs centaines de milliers d'étoiles de population II distribuées dans des structures sphériques gravitationnellement liées pouvant atteindre plusieurs centaines d'années lumière de diamètre. C'est aussi dans le halo que la théorie prévoit la présence d'une grande quantité de matière noire.

1.1.2 Le milieu interstellaire

Lorsque l'on parle de milieu interstellaire (MIS), on entend généralement la matière galactique présente à l'extérieur des systèmes stellaires. Cela englobe le gaz (moléculaire, atomique ou ionisé), la poussière et les rayons cosmiques. Il existe néanmoins un autre constituant, souvent oublié car non matériel, mais que je considérerai ici comme faisant partie du MIS : il s'agit évidemment du champ magnétique.

Le gaz interstellaire représente environ 99 % de la masse visible du MIS. Il peut se présenter sous différentes phases en fonction de son état, sa température, sa densité (table 1.1).

TABLE 1.1 – Les phases du milieu interstellaire

Phase	Température (K)	Densité (cm ⁻³)
Moléculaire	~ 20	10 ⁴ – 10 ⁶
Atomique froide	~ 100	10 ¹ – 10 ²
Atomique tiède	~ 8000	10 ⁻¹ – 10 ⁰
Ionisée tiède	~ 8000	10 ⁻¹ – 10 ⁰
Ionisée chaude	~ 10 ⁶	10 ⁻³ – 10 ⁻²

La poussière interstellaire ne représente que environ 1 % de la masse visible du MIS mais son importance est capitale pour le cycle de la matière. Elle peut se présenter sous la forme de grains de différentes tailles à base de carbone ou de silicate. La poussière est surtout présente dans le disque Galactique et est responsable d'une forte extinction de la lumière visible. Sa détection et son étude peuvent se faire au travers de son émission dans l'infrarouge lointain et le sub-millimétrique, de son absorption, de la diffusion et de la polarisation qu'elle induit.

Les rayons cosmiques se présentent sous la forme de particules chargées¹ (principalement protons, noyaux d'Hélium, électrons) se déplaçant à des vitesses relativistes. Ils sont créés (accélérés) dans des environnements astrophysiques extrêmes (supernovas, voisinage d'objets compacts, sursaut gamma, AGN...). L'origine des rayons cosmiques est probablement Galactique lorsque leur énergie est inférieure à 10¹⁵ eV et extra-Galactique lorsque leur énergie est supérieure à 10¹⁸ eV. La particule (probablement un proton) la plus énergétique jamais détectée (~ 3 10²⁰ eV ou 50 J) avait une énergie de l'ordre de celle d'une balle de tennis lancée à 150 km h⁻¹ pour un rapport de masse de plus de 10²⁵.

Le champ magnétique interstellaire bien qu'immatériel, il interagit (directement ou indirectement) avec l'ensemble des autres constituants, c'est pourquoi il ne doit à mon avis pas être oublié dans la liste des composants du MIS.

Le champ magnétique étant l'objet central de mon étude, je ne donnerai pas plus de détails ici car la suite de ce chapitre est consacrée à son introduction.

1.2 Une rapide histoire du magnétisme

Ce paragraphe s'inspire de l'ouvrage de Le Mouél and Poirier (2013) «*De l'aimant à la Terre*» retraçant l'histoire du magnétisme ainsi que du cours d'histoire des sciences de Senechal (2007), accessible à l'adresse http://www.physique.usherbrooke.ca/pages/sites/default/files/PHQ399_A4.pdf. Le lecteur intéressé et cherchant un exposé plus détaillé pourra s'y référer. L'exposé qui suit ne

1. On considère parfois des particules neutres comme les neutrinos et les photons γ comme faisant aussi partie des rayons cosmiques.

se veut en aucun cas exhaustif, il se limite simplement aux grandes étapes historiques afin de donner une vue d'ensemble de l'évolution des connaissances dans le domaine du magnétisme.

1.2.1 Les grands noms du magnétisme

Les plus anciennes traces d'objets ferromagnétiques fabriqués par l'Homme ont été retrouvées dans des tombes Sumériennes et Egyptiennes datant du quatrième millénaire avant Jésus Christ (Av.JC.). Il n'existe cependant pas de certitude selon laquelle leurs propriétés magnétiques étaient connues et utilisées ou si ces objets n'avaient qu'un intérêt esthétique.

Les premiers indices d'observations des propriétés magnétiques de la pierre d'aimant, principalement de la magnétite (Fe_3O_4), datent du sixième siècle Av.JC. En Grèce, on trouve des références à des travaux de Thalès de Milet (-625 – -546) qui serait le premier à avoir décrit le phénomène d'attraction de petits morceaux de fer par de la magnétite. Démocrite (-460 – -370), plus connu pour être le précurseur de la description atomiste de la matière, proposa ensuite une théorie de l'attraction magnétique basée sur le fait que la quantité de vide entre les atomes est différente dans le fer et dans l'aimant. Platon (-428 – -348) constata qu'un morceau de fer mis en contact avec un aimant se comportait comme un aimant. Les mêmes découvertes ont été faites parallèlement en Chine, où l'on trouve les premières applications à l'architecture : les villes et les édifices officiels étaient construits selon cette direction privilégiée indiquée par l'aimant, qui était considérée comme d'inspiration divine. Au cours des siècles suivants, les premières applications à l'orientation furent développées pour finalement aboutir à la boussole, dont la forme moderne a été décrite en 1088 par Shen Kuo (1031 – 1095) dans son ouvrage *«Meng xi bi tan»* ; il présente notamment la technique d'aimantation d'une aiguille de fer par thermorémanence (chauffage puis refroidissement de la pièce de fer maintenue dans le champ magnétique terrestre). A ce stade l'instrument est suffisamment précis pour mettre en évidence une différence entre le nord géographique et le nord magnétique².

En Europe, la première publication scientifique traitant de magnétisme est attribuée à Pierre de Maricourt, qui écrivit en 1269 *«De magnete»*, lettre dans laquelle il introduisit la notion de pôle magnétique. Il conduisit aussi des expériences dans lesquelles il tenta de séparer les pôles nord et sud d'un aimant (bien évidemment, il n'y parvint pas). Mais le premier traité rassemblant l'ensemble des connaissances à l'issue du XVI^{ème} siècle fut publié en 1600 par William Gilbert (1554 – 1603) sous le titre *«De Magnete, Magneticisque Corporibus, et de Magno Magnete Tellure »*. Gilbert fut notamment le premier à attribuer une origine terrestre au champ magnétique présent à la surface de la Terre (jusqu'alors l'origine céleste, donc divine était privilégiée).

Cependant lors de la publication de *«l'Encyclopédie»* de Jean d'Alembert (1717 – 1783) & Denis Diderot (1713 – 1784), à partir de 1751, il n'existait toujours pas de théorie du magnétisme (*« ... Il s'agit maintenant de la cause de ces différents*

2. Remarquons que le pôle magnétique se trouvant proche du nord géographique et qui est communément appelé nord magnétique est en réalité un pôle sud

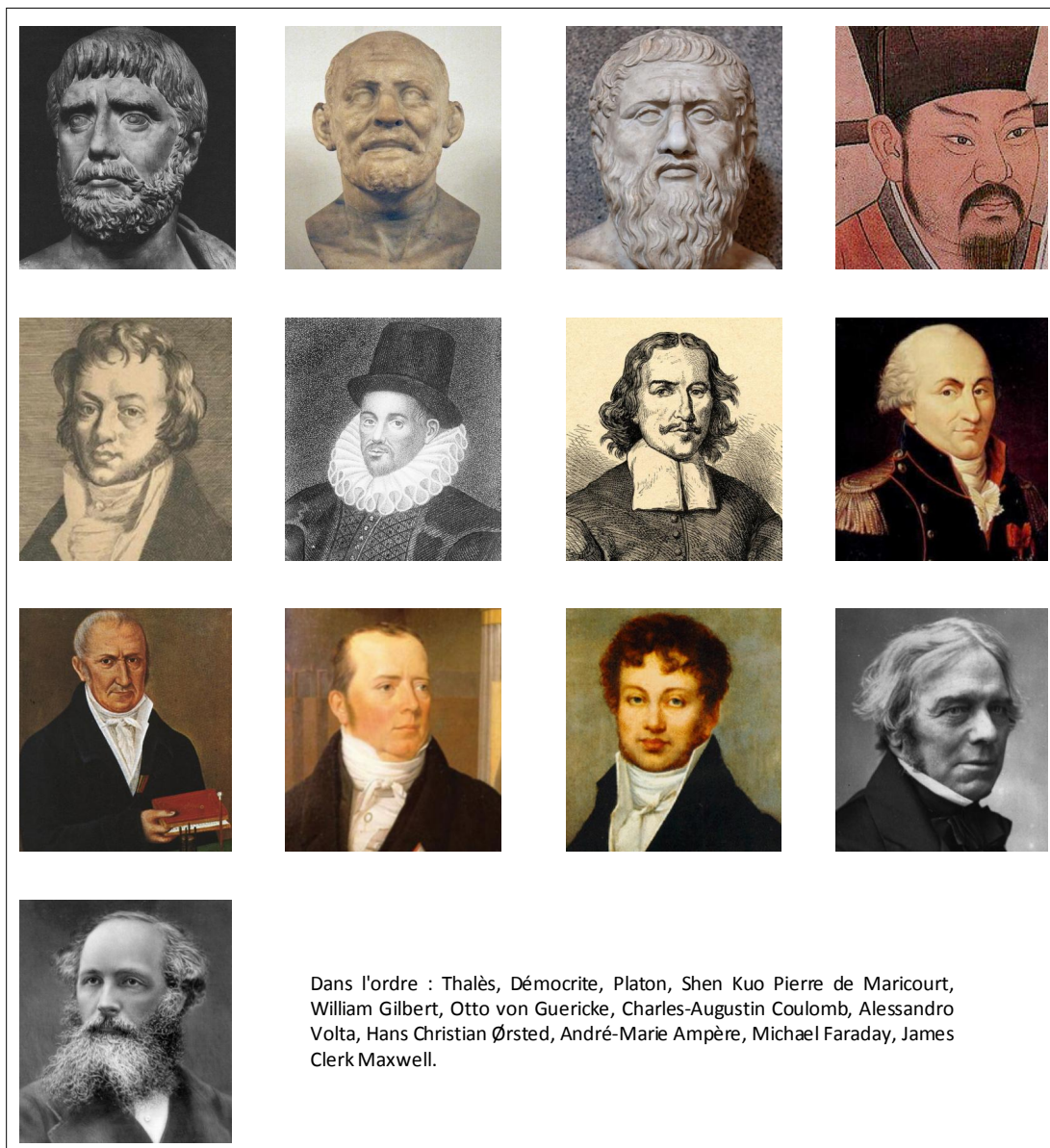


FIGURE 1.1 – Les grands noms de l’histoire du magnétisme.

phénomènes, dont nous avons promis au mot *Aimant*, de parler dans cet article. Les Philosophes ont fait là-dessus bien des systèmes, mais jusqu'ici ils n'ont pu parvenir à rien donner de satisfaisant . . . »). Les connaissances de l'époque, principalement les notions de «*Pôles*», «*Vertu attractive*», «*Vertu communicative*» sont décrites dans l'article «*Aimant*».

Les découvertes des *XVII^{ème}* et *XVIII^{ème}* siècles dans le domaine de l'électromagnétisme ont été plus particulièrement liées aux phénomènes électriques qu'aux phénomènes purement magnétiques. Bien que d'une importance indéniable pour les avancées futures de la compréhension du magnétisme, je ne m'attarderai pas sur cette période et ne citerai que les grandes étapes. La première machine électrostatique constituée d'une sphère de soufre qui pouvait se charger par frottement fut construite en 1672 par Otto von Guericke (1602 – 1686). Encore plus que son intérêt scientifique, ce type de machine a eu un grand succès dans les cours d'Europe car elle permettait la réalisation d'expériences de décharges électriques spectaculaires. C'est cependant la mise en évidence en 1785 par Charles-Augustin Coulomb (1736 – 1806) des lois d'interaction électrique et magnétique en $1/r^2$ qui constitua le point de départ pour de réels progrès dans la compréhension de l'électricité et du magnétisme. L'invention de la pile électrique faite en 1800 par Alessandro Volta (1745 – 1827) constitua également un progrès important. Il fut alors possible de produire des courants électriques de manière beaucoup plus efficace qu'avec les machines électrostatiques.

Une autre étape importante a été franchie en 1820 grâce à l'expérience de Hans Christian Ørsted (1777 – 1851), qui mit en évidence pour la première fois un lien entre électricité et magnétisme (une aiguille aimantée est déviée par un courant électrique circulant dans un conducteur placé à proximité). Cette expérience fut immédiatement reprise par André-Marie Ampère (1775 – 1836) qui expliqua le phénomène et en donna une formulation mathématique. Il poursuivit ses travaux en associant les phénomènes magnétiques et électriques, ce qui conduisit à des progrès considérables de l'électrodynamique qu'il publia en 1827 sous le titre «*Théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques, uniquement déduite de l'expérience*». La contribution d'Ampère fut si importante qu'elle lui valut le surnom de «*Newton de l'électricité*». Cependant, étonnamment, il «*manqua*» le phénomène d'induction, qui fut découvert en 1821 par Michael Faraday (1791 – 1867).

Finalement nous arrivons à James Clerk Maxwell (1831 – 1879), qui est largement considéré comme le fondateur de l'électromagnétisme moderne et qui pour sa part réussit l'unification des théories de l'électricité et du magnétisme en introduisant le concept de courant de déplacement. Il énonça cette «*nouvelle*» théorie tout d'abord en 1864 dans «*A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*» au travers de vingt équations à vingt inconnues, puis en 1873 dans son ouvrage de référence «*A Treatise on Electricity and Magnetism*», il réduisit son système à huit équations³.

Les bases théoriques de l'électromagnétisme étant dès lors solidement établies, le *XX^{ème}* allait connaître de considérables bouleversements liés à ses applications.

3. La formulation moderne des équations de Maxwell sous la forme de quatre équations vectorielles aux dérivées partielles qui est enseignée aujourd'hui date de 1884 et est due à Oliver Heaviside (1850 – 1925).

En ce qui concerne plus particulièrement le magnétisme, je citerai par exemple la supraconductivité, l'imagerie médicale, l'enregistrement...

1.2.2 Le champ magnétique interstellaire

Dans le domaine de l'astrophysique, l'histoire du magnétisme est beaucoup plus récente principalement à cause de la difficulté de détection et de mesure des champs magnétiques distants, point sur lequel je reviendrai plus en détail au paragraphe 1.6. Jusqu'au XIX^{ème} siècle, seul le champ magnétique Terrestre était connu. La première observation du magnétisme d'un objet céleste a été réalisée en 1908 par George Ellery Hale (1868 – 1938), qui a montré que les taches solaires étaient fortement magnétisées.

En 1937, Hannes Olof Gösta Alfvén (1908 – 1995) fut le premier à postuler la présence d'un champ magnétique interstellaire pour expliquer le confinement des rayons cosmiques dans la Galaxie. Puis en 1949, Enrico Fermi (1901 – 1954) reprit cette hypothèse en précisant que le champ magnétique interstellaire devait aussi avoir un rôle dans la production des rayons cosmiques et il proposa une valeur de 5 μG tout à fait compatible avec les valeurs admises de nos jours. Cette même année, John Hall et William Albert Hiltner furent les premiers à observer (sans toutefois l'expliquer) une polarisation linéaire de la lumière émise par des étoiles proches. En 1950, Karl-Otto Kiepenheuer découvrit que l'émission radio de la Voie Lactée correspondait à une émission synchrotron, qui nécessitait donc la présence d'un champ magnétique à l'échelle de la Galaxie. Finalement, en 1951, Leverett Davis & Jesse Leonard Greenstein expliquèrent la polarisation linéaire de la lumière stellaire par l'alignement des grains de poussière interstellaire par rapport au champ magnétique. Ce sont ces quatre résultats qui ont constitué le véritable point de départ de l'étude du champ magnétique interstellaire.

1.3 Ordres de grandeur

Comme je l'ai déjà laissé entrevoir au paragraphe précédent lorsque j'ai mentionné la contribution de Fermi, l'intensité du champ magnétique de notre Galaxie est de l'ordre de quelques micro-Gauss (μG). Cependant, le lecteur qui ne serait pas familier avec la manipulation des champs magnétiques peut avoir du mal pour se faire une idée claire de ce que cette valeur représente. C'est pourquoi, j'ai regroupé dans le tableau 1.2, un échantillon de valeurs typiques de champs magnétiques associés à divers phénomènes ou applications technologiques.

Il est alors facile de comprendre qu'avec une intensité dix millions de fois plus faible que celle d'un simple aimant de réfrigérateur, l'étude du champ magnétique interstellaire est difficile. Cette constatation peut légitimement nous amener à nous interroger sur l'intérêt d'une telle étude. Un champ magnétique aussi insignifiant peut-il avoir un quelconque impact sur la physique de la Galaxie ?

TABLE 1.2 – Intensité typique de champs magnétiques.

Ordre de grandeur (G)	Source du champ magnétique
$10^{12} \leftrightarrow 10^{15}$	magnétars
$10^8 \leftrightarrow 10^{12}$	étoiles à neutrons
3×10^7	champs magnétiques pulsés les plus intenses produits par l'Homme
5×10^5	champs magnétiques continus les plus intenses produit par l'Homme
$10^4 \leftrightarrow 10^5$	I.R.M. (médical \leftrightarrow recherche)
10^3	taches solaires
5×10^1	aimant de réfrigérateur
3×10^{-1}	surface de la Terre (à l'équateur)
5×10^{-6}	milieu interstellaire
$10^{-9} \leftrightarrow 10^{-8}$	cerveau humain

1.4 Impact du champ magnétique interstellaire

Pour répondre à la question qui conclut le paragraphe 1.3, il faut avant tout avoir conscience de la taille gigantesque de notre Galaxie. En effet, avec un diamètre de plus de 30 kpc, même si le champ magnétique interstellaire a localement une intensité extrêmement faible, sur l'ensemble de la Galaxie sa pression est comparable à la pression du gaz ou à celle des rayons cosmiques et ses effets deviennent considérables. Le champ magnétique joue ainsi un rôle important à divers niveaux dans la physique de la Galaxie et la connaissance de sa structure représente un enjeu crucial pour de nombreuses études.

Au travers de la force de Lorentz, le champ magnétique interstellaire a une influence directe sur les espèces chargées. Dans un second temps, si le milieu est suffisamment ionisé (ce qui est généralement le cas dans le milieu interstellaire), cette influence est transmise aux espèces neutres par collisions ions-neutres. Cela rend ainsi tous les constituants du milieu interstellaire sensibles au champ magnétique.

A de grandes échelles Galactiques, le champ magnétique a un rôle important dans l'équilibre hydrostatique de la Galaxie (Boulares and Cox, 1990). Par l'action de la pression et de la tension magnétiques, le champ magnétique s'oppose à la force de gravitation, ce qui permet en particulier d'expliquer l'épaisseur du disque Galactique. Le champ magnétique est aussi responsable de la création des rayons cosmiques (par accélération des particules chargées) ainsi que de leur canalisation et de leur confinement dans la Galaxie. Notons à cette occasion qu'au même titre que la pression magnétique, la pression exercée par les rayons cosmiques joue

également un rôle important dans l'équilibre hydrostatique de la Galaxie (Boulares and Cox, 1990).

Le champ magnétique est aussi essentiel dans les processus de formation stellaire. Tout d'abord, toujours à cause de son opposition à la gravitation, il limite l'effondrement des nuages moléculaires, ce qui a pour effet de contrôler le taux de formation stellaire. Puis plus tard, au cours de la formation du coeur préstellaire, des effets assimilables à du « freinage magnétique » permettent d'évacuer du moment cinétique vers l'extérieur du système, permettant ainsi la poursuite du processus d'effondrement. Enfin le champ magnétique a un rôle central dans les mécanismes d'éjections bipolaires de matière observées lors des phases plus évoluées.

Un autre aspect illustrant l'importance du champ magnétique est l'aspect énergétique. Lors des processus de reconnexion magnétique et de diffusion ambipolaire, une quantité d'énergie importante est dissipée principalement sous forme thermique ce qui constitue une source importante de chauffage du MIS.

1.5 Origine du champ magnétique interstellaire

Une autre question qu'il est naturel de se poser lorsque l'on s'intéresse au champ magnétique de notre Galaxie (ou plus généralement des galaxies) est celle de son origine. Il existe principalement deux approches distinctes pour répondre à cette question.

Le champ primordial

La théorie du champ primordial s'appuie sur la présence d'un champ magnétique dans l'univers primordial (avant la formation des premières structures). Lors de l'effondrement du nuage prégalactique, les lignes de champ supposées gelées dans le plasma sont alors comprimées dans le futur disque galactique (figure 1.2). Dans un même temps, en raison de la rotation différentielle autour de l'axe galactique, les lignes de champ sont étirées dans leur direction azimutale et enroulées dans une structure en spirale autour du centre galactique (figure 1.3). Cependant la faiblesse de cette théorie réside dans le fait que l'âge actuel des galaxies conduit à une valeur de l'enroulement beaucoup plus grande que ce que montrent les observations. Une manière de contourner ce problème est de considérer une diffusion magnétique importante, permettant d'éviter un trop fort enroulement des lignes de champ. Néanmoins si cette diffusion est suffisamment importante dans la direction parallèle au plan galactique, elle devrait aussi l'être dans la direction perpendiculaire, ce qui aurait conduit à une diminution considérable de l'intensité du champ magnétique, bien en-dessous de ce qui est observé aujourd'hui (Rosner and Deluca, 1989). La théorie du champ primordial semble donc insuffisante pour expliquer à elle seule l'existence du champ magnétique interstellaire.

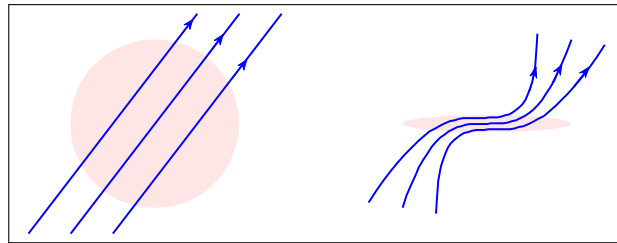


FIGURE 1.2 – Lors de l’effondrement du nuage prégalactique, les lignes de champ magnétique sont comprimées dans le disque galactique.

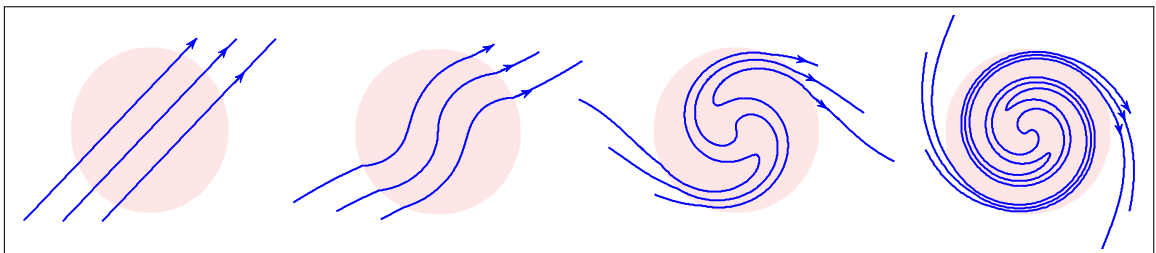


FIGURE 1.3 – La rotation différentielle à laquelle est soumis le disque galactique provoque un cisaillement qui entraîne les lignes de champ magnétique pour leur donner une structure en spirale en générant du champ magnétique azimuthal ; c’est l’effet Ω .

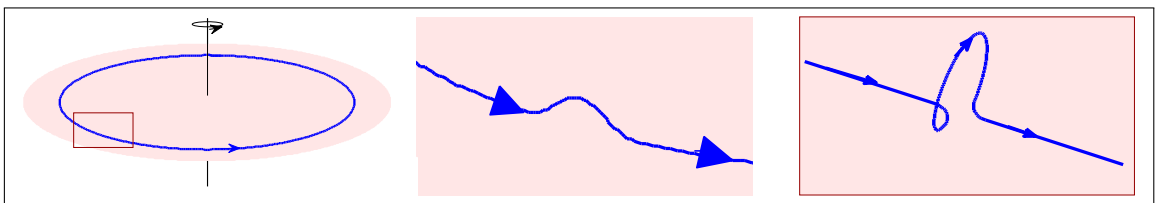


FIGURE 1.4 – A l’échelle de la turbulence, les lignes de champ magnétique sont déformées et étirées dans les cellules turbulentes. Sous l’action de la force de Coriolis, ces cellules sont rendues cycloniques, ce qui permet de régénérer du champ poloïdal ; c’est l’effet α .

La dynamo galactique

Le principe général de la dynamo galactique (qui est aussi applicable à divers autres objets astrophysiques comme les étoiles et les planètes) est de produire un champ magnétique à partir du mouvement de matière chargée. Dans le cadre de cette théorie, deux effets entrent en jeu pour produire du champ magnétique. (1) Le cisaillement dû à la rotation différentielle permet de produire du champ magnétique azimuthal à partir d'un champ magnétique poloïdal; c'est l'effet Ω (figure 1.3). (2) A l'inverse, le comportement turbulent du MIS associé à l'action de la force de Coriolis permet de régénérer le champ poloïdal à partir d'un champ azimuthal; c'est l'effet α (figure 1.4).

L'équation à la base de ce processus est l'équation d'induction :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \eta \Delta \vec{B} , \quad (1.1)$$

où \vec{v} est le champ de vitesse associé au système en mouvement et η la diffusivité magnétique du milieu (ici supposée constante). Cette équation découle naturellement de l'association de l'équation de Maxwell Faraday et de la loi d'Ohm généralisée.

Interprétation. L'équation (1.1) possède deux régimes particuliers.

(1) En l'absence de mouvement ($\vec{v} = 0$), elle se réduit à $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \eta \Delta \vec{B}$ qui traduit la diffusion du champ magnétique en un temps caractéristique $\tau_\eta \sim L^2/\eta$ où L est la dimension caractéristique du système. Dans les conditions du MIS, ce temps est généralement extrêmement long.

(2) Si le fluide est en mouvement mais que sa résistance est négligeable ($\eta \approx 0$), l'équation (1.1) se réduit à $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B})$. Cela traduit alors le gel des lignes de champ dans le plasma.

Le nombre de Reynolds magnétique, $R_m = \frac{vL}{\eta}$, qui compare l'importance relative des phénomènes d'advection et de diffusion dans un fluide magnétisé, nous permet de déterminer le régime du système étudié. L'effet dynamo n'est possible que si R_m est suffisamment grand (ce qui est généralement le cas dans le MIS).

Enfin, le premier terme du membre de droite de l'équation (1.1) peut se décomposer comme :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) = (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} - (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + \underbrace{(\vec{\nabla} \cdot \vec{B})}_{0} \vec{v} - (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \vec{B} , \quad (1.2)$$

où le premier terme traduit la déformation des lignes de champ (étirement + torsion), le second terme correspond à un transport advectif du champ magnétique et le dernier terme est lié à la compressibilité du fluide.

Champ moyen. Dans la formulation du champ moyen, nous écrivons :

$$\begin{cases} \vec{v} = \langle \vec{v} \rangle + \delta \vec{v} \\ \vec{B} = \langle \vec{B} \rangle + \delta \vec{B} \end{cases} , \quad (1.3)$$

où $\langle \cdot \rangle$ exprime la moyenne d'ensemble, ou en pratique ici, la moyenne spatiale exprimant le champ moyen ou champ à grande échelle. $\delta \vec{v}$ et $\delta \vec{B}$ représentent les fluctuations du champ considéré.⁴ L'équation (1.1) s'écrit alors :

$$\frac{\partial \langle \vec{B} \rangle}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\langle \vec{v} \rangle \times \langle \vec{B} \rangle) + \vec{\nabla} \times \underbrace{\langle \delta \vec{v} \times \delta \vec{B} \rangle}_{\vec{\varepsilon}} + \eta \Delta \langle \vec{B} \rangle, \quad (1.4)$$

où $\vec{\varepsilon}$ s'apparente à une force électromotrice à l'origine de la création de champ magnétique à grande échelle. En outre, la turbulence n'est généralement pas isotrope donc ε n'est généralement pas un scalaire mais un tenseur dont les composantes sont données par :

$$\varepsilon_i = \alpha_{i,j} \langle B_j \rangle + \beta_{i,j,k} \frac{\partial \langle B_j \rangle}{\partial x_k}, \quad (1.5)$$

où le premier terme du membre de droite combine l'effet α et l'advection turbulente du champ magnétique, tandis que le second terme correspond à la diffusion magnétique turbulente (Moffatt, 1978). Dans le cas d'une turbulence isotrope, les deux tenseurs α et β se réduisent à des scalaires.

Remarque. L'effet dynamo décrit par l'équation 1.4 n'est possible qu'en présence d'un champ magnétique initial, qu'on appelle communément le champ graine.

1.6 Détection et mesure du champ magnétique interstellaire

Une caractéristique notable des champs magnétiques est qu'il est souvent difficile de les détecter et donc de les mesurer à distance. Cela est d'autant plus vrai dans le cas de celui de notre Galaxie dont nous avons vu précédemment que l'intensité est extrêmement faible. De plus, la plupart des méthodes utilisables pour son étude sont indirectes et ne fournissent que des informations partielles.

Dans la suite de ce paragraphe, je passerai en revue l'ensemble de ces techniques en précisant leur principe, leur domaine d'utilisation, les informations qu'elles nous apportent et leurs limitations.

1.6.1 Mesures *in situ*

Si le magnétisme est connu de si longue date, c'est qu'il est facile à détecter lorsque le détecteur est effectivement plongé dans la région où règne le champ magnétique. De nos jours, nous disposons de différents types de magnétomètres capables de nous fournir des informations très précises aussi bien sur l'intensité que sur la direction (et parfois le sens) des champs magnétiques. Toutefois, il est

4. $\langle \delta \vec{v} \rangle = 0$ et $\langle \delta \vec{B} \rangle = 0$ mais nous n'avons pas nécessairement $\|\delta \vec{v}\| \ll \|\vec{v}\|$ ni $\|\delta \vec{B}\| \ll \|\vec{B}\|$.

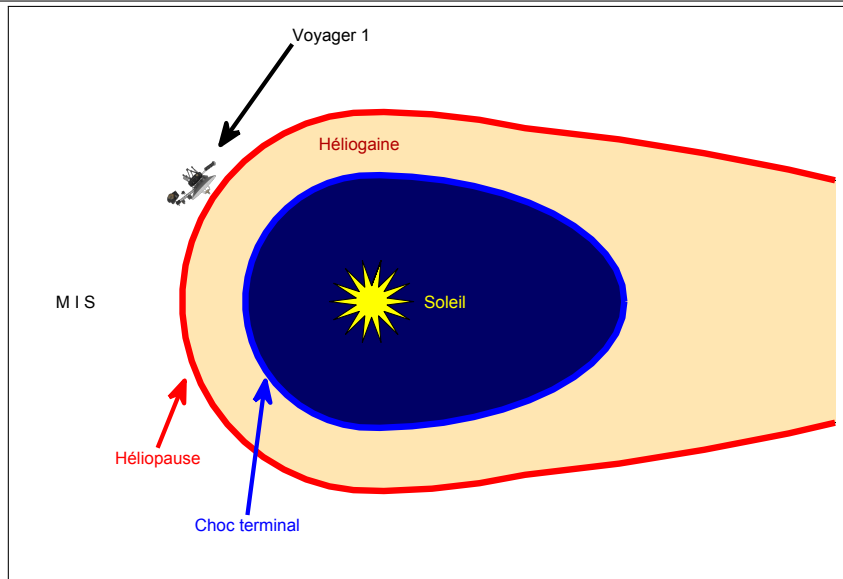


FIGURE 1.5 – Schéma simplifié de l'héliosphère (zone d'influence magnétique du Soleil) délimitée par l'héliopause (ligne rouge) située à ~ 120 UA du Soleil et franchie par la sonde Voyager 1 au cours de l'été 2012. Le choc terminal (ligne bleue) située à ~ 80 UA du Soleil correspond à la transition entre les régimes supersonique et subsonique du vent Solaire. Entre ces deux limites, l'héliogaine est une zone de décélération et de compression du vent Solaire sous l'effet des collisions entre les particules émises par le Soleil et celles du MIS. Les distances mentionnées ici ne sont qu'indicatives car elles fluctuent fortement en fonction de l'activité Solaire. Elles sont de plus données pour la direction dans laquelle elles sont minimales (direction du « nez » de l'héliosphère)

impossible d'envisager cette technique de mesure *in situ* pour accéder au lointain champ magnétique interstellaire. **Impossible ???** Pas exactement, il existe bien un instrument capable de mesurer ce champ directement. C'est la sonde spatiale Voyager 1 lancée par la NASA en septembre 1977 pour étudier les planètes géantes Jupiter et Saturne et qui se situe aujourd'hui à plus de 134 UA (soit plus de $2 \cdot 10^{10}$ km) du Soleil (figure 1.5). En 2013, la NASA a officiellement annoncé que la sonde Voyager 1 avait traversé l'héliopause au cours de l'été 2012 alors qu'elle se trouvait à une distance d'environ 121 UA. Malgré un certain nombre de polémiques sur la position de la sonde ou plutôt sur celle de la limite de l'héliosphère, nous pouvons considérer que les mesures transmises actuellement par Voyager 1 constituent les premières mesures *in situ* des caractéristiques du MIS et en particulier de son champ magnétique.

Evidemment, il n'est pas envisageable d'explorer l'ensemble de la Galaxie à l'aide de sondes et si j'écris ces quelques lignes, c'est bien plus pour souligner la prouesse technique que pour l'intérêt pratique de la méthode.

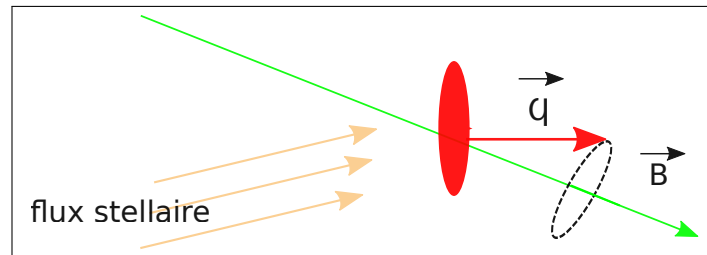


FIGURE 1.6 – Lors de l’alignement par couple radiatif, les grains de poussière (en rouge) soumis à un vent stellaire sont mis en rotation. Sous l’effet de cette rotation, ils se magnétisent par effet Barnett. Finalement, le moment magnétique $\vec{\mu}$ ainsi créé tend à s’aligner avec le champ magnétique interstellaire local \vec{B} .

1.6.2 Polarisation par la poussière interstellaire

Matériaux diamagnétiques, paramagnétiques et ferromagnétiques

La mécanique quantique explique qu’en fonction de sa structure électronique, un atome ou une molécule peut avoir un moment magnétique propre. Par conséquent, un matériau donné se comportera différemment vis à vis des champs magnétiques.

- Si le moment magnétique de l’atome ou de la molécule est nul, un matériau est dit diamagnétique. Lorsque il est plongé dans un champ magnétique extérieur, la déformation des nuages électroniques craie un faible champ magnétique dans le sens opposé. Dans cette catégorie, on peut citer par exemple le zinc, l’or, les gaz rares, les alcalino-terreux, l’eau, une grande partie des molécules organiques...
- Si le moment magnétique de l’atome ou de la molécule est non nul, un matériau est dit paramagnétique. Lorsque il est plongé dans un champ magnétique extérieur, les moments magnétiques microscopiques s’alignent sur le champ magnétique extérieur, et le matériau acquiert une aimantation de même sens (qu’il perd lorsque on stoppe le champ extérieur). Dans cette catégorie, on peut citer par exemple le platine, l’aluminium, le manganèse, les terres rares...
- Si après avoir été plongé dans un champ magnétique extérieur, il acquiert une aimantation forte de même sens qu’il conserve lorsque on stoppe le champ extérieur, le matériau est dit ferromagnétique. Dans cette catégorie, on peut citer par exemple le nickel, le fer, le cobalt...

Principe de la méthode

La poussière interstellaire ne représente qu’une fraction d’environ 1% de la masse de la matière interstellaire mais son importance dans la chimie et la physique du MIS est capitale. Elle se présente sous la forme de grains dont la taille varie de quelques Angströms jusqu’au micron. Ces grains sont de formes irrégulières et ont (entre autres) la particularité de s’aligner par rapport au champ magnétique local de telle sorte que leur petit axe soit parallèle au champ magnétique.

Ce mécanisme d’alignement est complexe et encore mal compris. Dans les lignes qui suivent, je présente très rapidement trois des principaux processus qui ont été

envisagés pour expliquer ce phénomène.

- **Alignement paramagnétique.** La première tentative d'explication a été faite par Davis and Greenstein (1951) deux ans après les premières observations de Hall and Mikesell (1949) et Hiltner (1949). Elle est basée sur la dissipation d'énergie d'un grain composé de matériaux paramagnétiques en rotation dans un champ magnétique extérieur. Cependant l'échelle de temps de ce processus apparaît trop longue. De plus, ce mécanisme se révèle être plus efficace pour les petits grains (Lazarian, 1997a), alors que les observations montrent que les petits grains ne sont pas alignés (Kim and Martin, 1995; Andersson and Potter, 2007).

Certains mécanismes ont aussi été envisagés afin d'augmenter la vitesse d'alignement, comme la présence d'inclusions ferromagnétiques dans les grains (Jones and Spitzer, 1967) ou la formation de molécules (principalement H_2) à la surface des grains (Purcell, 1979). Bien qu'aucun de ces mécanismes n'apporte de solution véritablement satisfaisante, leur combinaison peut produire des améliorations indéniables (Mathis, 1986).

- **Alignement mécanique.** Dans ce cas, le responsable de l'alignement est le mouvement relatif des grains et du gaz interstellaire (Gold, 1952; Lazarian et al., 1996). Ce sont les collisions successives avec les atomes du flux gazeux qui alignent les grains. Ce processus nécessite néanmoins des vitesses relatives supersoniques⁵ et donc n'est envisageable que pour certaines configurations comme par exemple les zones de chocs (Roberge et al., 1995; Lazarian, 1997b).
- **Alignement par couple radiatif.** Ce troisième processus a été proposé pour la première fois par Dolginov and Mitrofanov (1976), mais ce n'est que vingt ans plus tard qu'il a commencé à susciter un réel intérêt. Son principe est qu'en raison de sa forme asymétrique, un grain de poussière soumis à un rayonnement stellaire subit une pression différente sur chacun de ses côtés. Sous l'action du couple ainsi créé, le grain est mis en rotation par rapport à son axe d'inertie maximale. En raison de cette rotation, le grain se magnétise par effet Barnett (Barnett, 1915), ce qui fait apparaître un moment magnétique dirigé suivant son axe de rotation. Ce moment magnétique tend à s'aligner avec le champ magnétique interstellaire entraînant le grain dans son mouvement de précession (figure 1.6).

Les grains ainsi alignés se comportent alors comme un filtre polarisant en absorbant préférentiellement la composante de la lumière d'arrière plan polarisée suivant le grand axe des grains (figure 1.7). Lorsque l'on analyse la lumière d'étoiles d'arrière plan (en principe non polarisée), elle nous apparaît avec un excédant de polarisation dans la direction perpendiculaire au grand axe des grains c'est à dire parallèle au champ magnétique. Dans un même temps, les grains de poussière ré-émettent un rayonnement infrarouge qui pour sa part est polarisé préférentiellement suivant le grand axe du grain c'est à dire perpendiculairement au champ magnétique.

5. Notons cependant que des vitesses relatives trop importantes (supérieure à quelques dizaines de kilomètres par seconde) entraînent la destruction des grains (Jones et al., 1994).

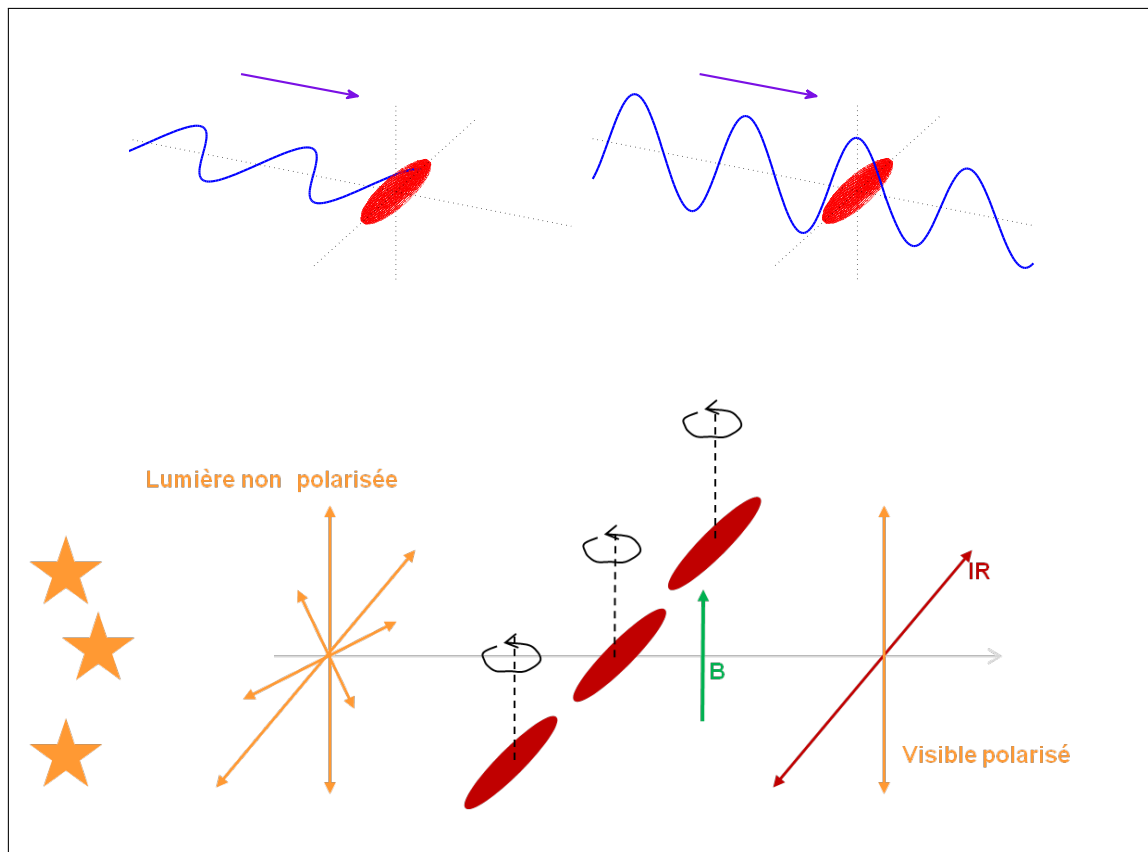


FIGURE 1.7 – En haut : en raison de leur forme allongée, les grains absorbent de manière plus importante la composante de la lumière polarisée suivant la direction de leur grand axe (à gauche) que celle polarisée perpendiculairement à leur grand axe (à droite).

En bas : les grains étant alignés perpendiculairement au champ magnétique, ils se comportent comme un filtre polarisant. La lumière d'étoiles d'arrière plan (non polarisée) apparaît alors avec une polarisation parallèle au champ magnétique. Pour la même raison l'émission infrarouge des grains apparaît polarisée perpendiculairement à cette même direction.

L'étude de la polarisation par la poussière nous informe donc sur l'orientation du champ magnétique dans le plan du ciel (figure 1.8) mais ne donne aucune indication sur son intensité. L'emploi de cette méthode nécessite néanmoins une quantité de poussière importante le long de la ligne de visée, ce qui la limite essentiellement au disque galactique.

1.6.3 Effet Zeeman

Bases théoriques

Lorsqu'il reçoit de l'énergie, un électron d'une couche externe d'un atome peut se déplacer depuis son état fondamental (d'énergie E_0) vers un état excité (d'énergie $E_{\text{ex}} > E_0$). Ce nouvel état étant instable, après un certain temps, l'électron retourne dans son état fondamental en émettant un photon dont l'énergie correspond à la différence d'énergie entre l'état excité et fondamental ($E_{\text{trans}} = E_{\text{ex}} - E_0$). En présence d'un champ magnétique \vec{B} , les niveaux d'énergie atomiques se subdivisent et des photons d'énergies légèrement différentes peuvent être émis lors de

1.6. DÉTECTION ET MESURE DU CHAMP MAGNÉTIQUE INTERSTELLAIRE

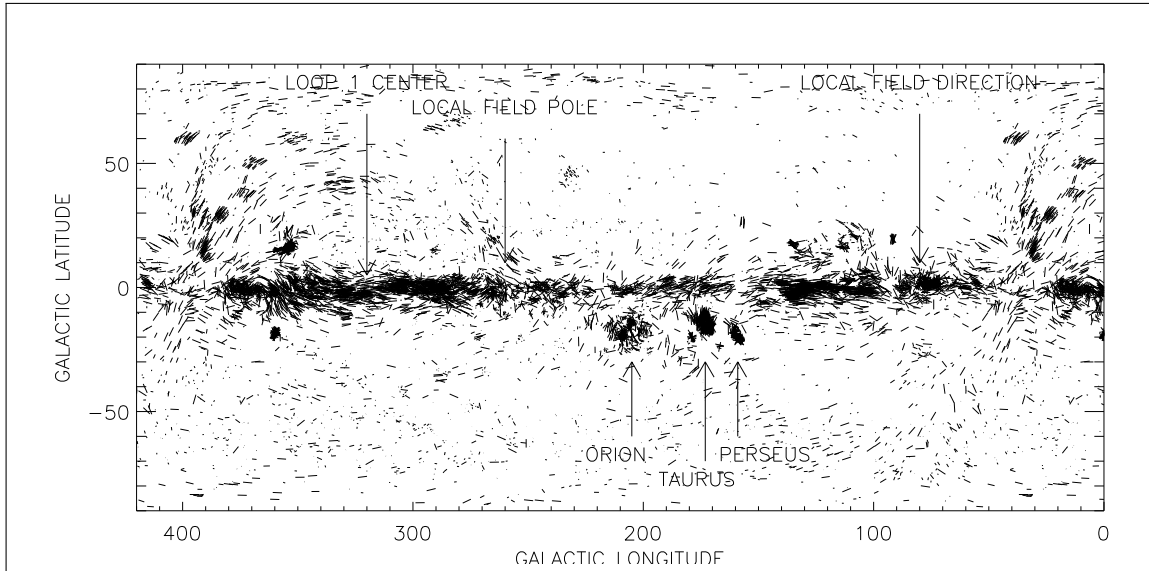


FIGURE 1.8 – Carte de l’orientation du champ magnétique déduite de l’étude de la polarisation par la poussière (Heiles and Crutcher, 2005).

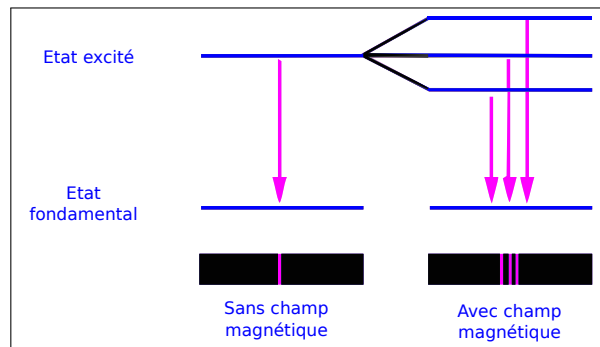


FIGURE 1.9 – Effet Zeeman correspondant à la transition ${}^1P_1 \rightarrow {}^1S_0$. A gauche, sans champ magnétique, les photons émis ont une énergie E_{trans} . A droite, en présence d’un champ magnétique, le niveau 1P_1 se subdivise et des photons peuvent être émis à des énergies E_{trans} et $E_{\text{trans}} \pm \Delta E$.

la désexcitation. Dans l’exemple de la figure 1.9, des photons pourront être émis aux énergies $E_{\text{trans}} - \Delta E$, E_{trans} , et $E_{\text{trans}} + \Delta E$, où ΔE correspond à la différence d’énergie des sous-niveaux de nombre quantique $l = 1$ en présence de \vec{B} . On montre que :

$$\Delta E = h \Delta\nu = \mu_B B (g_{J'} m_{J'} - g_J m_J) , \quad (1.6)$$

avec $\Delta\nu$ l’écart en fréquence correspondant à un écart en énergie ΔE , h la constante de Planck, $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ le magnéton de Bohr, $m_{J,J'}$ et $g_{J,J'}$ le nombre quantique magnétique et le facteur de Landé associé aux états J, J' .

$$g_J = \frac{3}{2} \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} , \quad (1.7)$$

avec S, L et J les nombres quantiques de spin, orbital et de couplage spin orbite total.

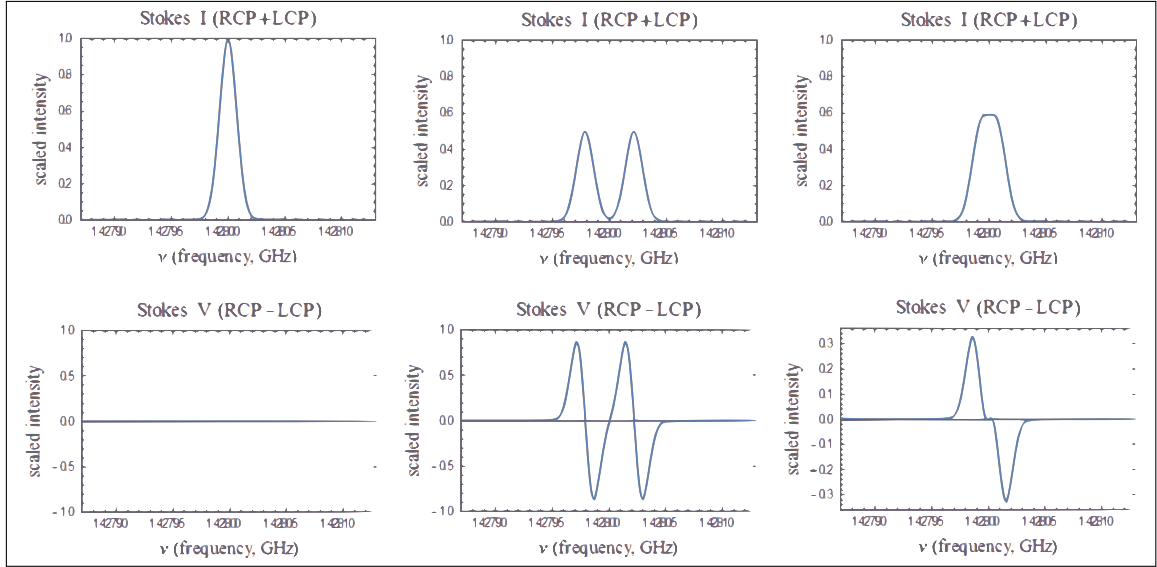


FIGURE 1.10 – Paramètres de Stokes I (en haut) et V (en bas) liés à l’effet Zeeman pour la raie à 21 cm de l’atome d’hydrogène. A gauche, sans champ magnétique, le profil d’intensité est classique avec une seule raie. Au centre, avec un champ magnétique suffisamment fort, le profil d’intensité comporte deux raies dont il est possible de mesurer l’écartement et d’en déduire la valeur de B . A droite avec un champ magnétique faible, les deux raies ne sont pas suffisamment séparées, le profil d’intensité ne laisse apparaître qu’un élargissement mais grâce au paramètre V , il est toutefois possible d’estimer B_{\parallel} en exploitant la différence entre les contributions de la composante circulaire droite (RCP) et de la composante circulaire gauche (LCP).

Pour l’exemple de la figure 1.9, les transitions s’effectuent d’un niveau 1P_1 ($S = 0$, $L = 1$, $J = 1$, $m = [0, \pm 1]$, $g = 1$) vers un niveau 1S_0 ($S = 0$, $L = 0$, $J = 0$, $m = 0$) qui ne se subdivise pas. Donc $\Delta E = [0, \pm \mu_B B]$.

Les composantes Zeeman sont de plus polarisées, linéairement suivant l’axe du champ magnétique pour la composante d’énergie E_{trans} (appelée composante π) et circulairement autour de l’axe du champ magnétique pour les composantes d’énergie $E_{\text{trans}} \pm \Delta E$ (appelées composantes σ^+ et σ^-).

Principe de la méthode

Lorsque l’on souhaite mesurer le champ magnétique régnant dans une région neutre du MIS, la mesure de l’effet Zeeman semble être la technique idéale. En principe, si l’on est capable de mesurer les décalages spectraux pour une transition donnée, il est alors possible d’en déduire l’intensité du champ magnétique qui a causé la subdivision des niveaux d’énergie.

En pratique, les conditions astrophysiques dans le milieu interstellaire (en particulier la valeur très faible de l’intensité du champ magnétique) ne permettent pas de mesurer la séparation des raies spectrales ; on observe tout au plus un élargissement de la raie habituelle (sans champ magnétique). La méthode reste néanmoins partiellement utilisable si l’on exploite la polarisation circulaire des composantes σ . Pour cela on s’intéresse au paramètre de Stokes V et plus précisément à la différence entre les contributions des composantes σ^+ et σ^- (figure 1.10). Cependant, dans ce cas, la mesure de $I_{\sigma^+} - I_{\sigma^-}$ n’est plus reliée qu’à B_{\parallel} (composante du champ

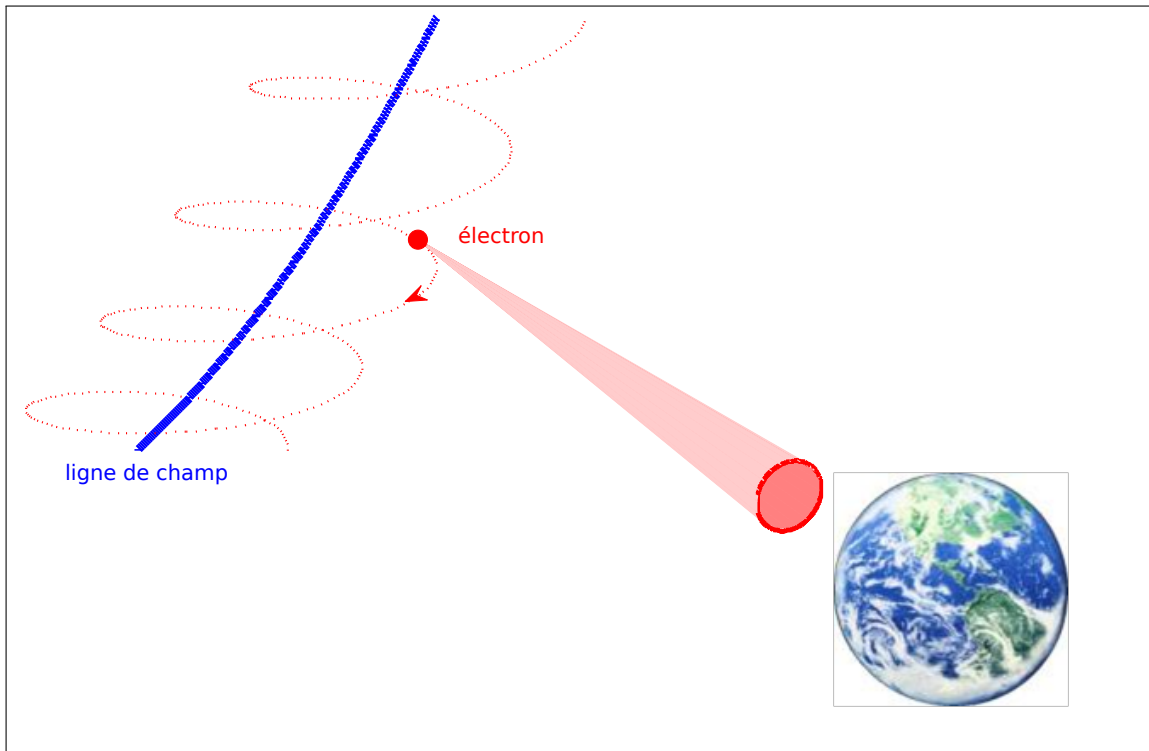


FIGURE 1.11 – Emission synchrotron. Dans leur mouvement de giration autour des lignes de champ magnétique, les particules chargées relativistes (principalement des électrons) émettent des photons de manière fortement collimatée dans la direction de leur déplacement. Cette émission est proportionnelle au champ magnétique projeté sur le plan du ciel (perpendiculaire à la ligne de visée) B_{\perp} et polarisée perpendiculairement à ce même champ.

magnétique orientée parallèlement à la ligne de visée) et non plus au champ total.

L'étude de l'effet Zeeman nous informe donc sur la composante du champ magnétique le long de la ligne de visée, \vec{B}_{\parallel} (dans de rares cas sur B). Cette méthode ne peut s'employer que dans les régions neutres (atomiques ou moléculaires).

1.6.4 Emission synchrotron

Résultats généraux

Afin de ne pas trop alourdir mon exposé par des considérations techniques et des développements mathématiques assez calculatoires, c'est sans démonstration que je rappelle ici quelques résultats issus de la théorie du rayonnement.

L'émission synchrotron est la radiation émise par une particule chargée accélérée dans un champ magnétique et se déplaçant à une vitesse relativiste. Considérons par exemple un électron de charge $-e$, de masse m_e , se déplaçant à la vitesse \vec{v} dans un champ magnétique constant \vec{B} . L'équation du mouvement de l'électron s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (\gamma m_e \vec{v}) = -\frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{B}, \quad (1.8)$$

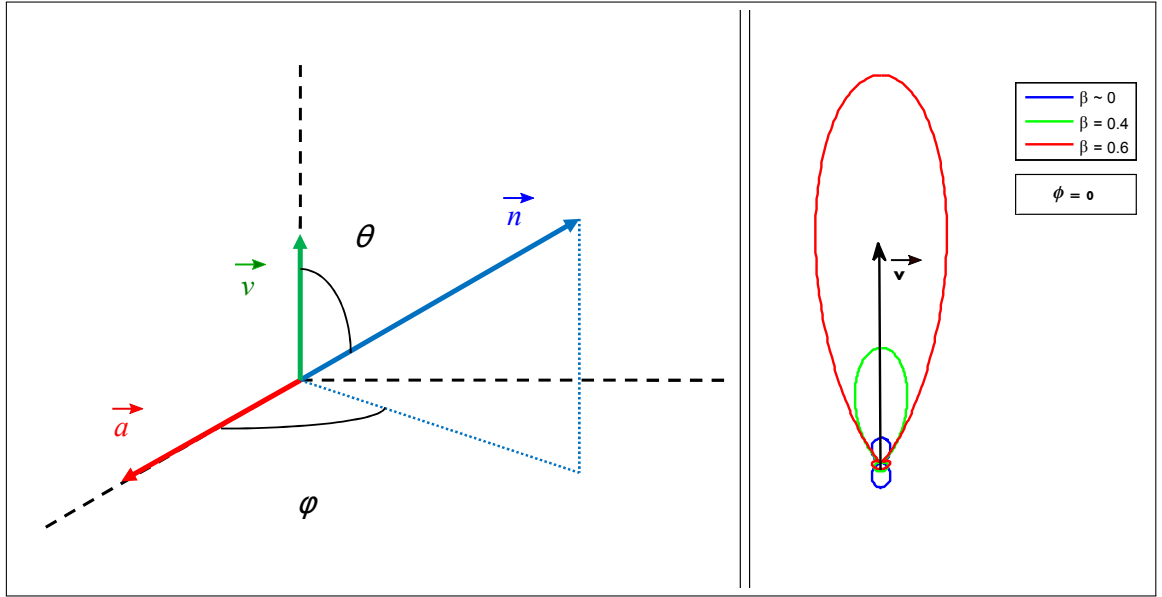


FIGURE 1.12 – A gauche : lorsqu’une particule chargée subit une accélération \vec{a} dirigée perpendiculairement à sa vitesse, la puissance émise au travers de l’angle solide $d\Omega$ autour de la direction définie par \vec{n} de composantes sphériques (ϕ, θ) est donnée par l’équation 1.11.

A droite : le champ de rayonnement est d’autant plus collimaté et amplifié dans la direction de \vec{v} que β est proche de 1 (ou de manière équivalente que v est proche de c).

où $\gamma = \left(\frac{1}{1-\beta^2}\right)^{\frac{1}{2}}$, avec $\beta = \frac{v}{c}$, est le facteur de Lorentz associé à l’électron. De plus, la force de Lorentz étant perpendiculaire à la trajectoire, elle ne travaille pas. Donc $v = Cte$.

Si nous décomposons l’équation précédente suivant les directions parallèle et perpendiculaire au champ magnétique, nous obtenons :

$$\begin{cases} \frac{d\vec{v}_{\parallel}}{dt} = 0 \\ \frac{d\vec{v}_{\perp}}{dt} = -\frac{e}{\gamma m_e c} \vec{v} \times \vec{B} \end{cases}, \quad (1.9)$$

nous obtenons alors $\vec{v}_{\parallel} = Cte$, et comme $v = Cte$ nous avons aussi $v_{\perp} = Cte$. L’électron décrit un mouvement hélicoïdal à vitesse constante autour des lignes de champ (figure 1.11).

De manière générale, la théorie du rayonnement basée sur les potentiels de Liénard–Wiechert (1898–1900) nous indique (Rybicki and Lightman, 1986) que la puissance totale rayonnée par une particule chargée au cours de son mouvement accéléré est donnée par :

$$P = \frac{2e^2}{3c} \gamma^6 \left[\left| \dot{\vec{\beta}} \right|^2 - \left| \vec{\beta} \times \dot{\vec{\beta}} \right|^2 \right] = \frac{2e^2}{3c^3} \gamma^4 \left[a_{\perp}^2 + \gamma^2 a_{\parallel}^2 \right]. \quad (1.10)$$

Cette puissance est de plus rayonnée de manière d’autant plus anisotrope que la vitesse des particules est élevée. Dans le cas d’une accélération normale au

mouvement on peut montrer que le champ de rayonnement est de la forme :

$$\frac{\partial P}{\partial \Omega} = \frac{e^2 \beta^2 \gamma^2 (1 - \beta \cos \theta)^2 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi}{4\pi c \gamma^2 (1 - \beta \cos \theta)^5}, \quad (1.11)$$

où les angles polaire θ et azimutal ϕ définissent la direction d'observation. Le champ de rayonnement d'une particule relativiste se trouve fortement collimaté et amplifié dans la direction de son déplacement (figure 1.12).

Dans notre cas particulier du rayonnement synchrotron : $a_{\parallel} = 0$ et $a_{\perp} = \omega_c v_{\perp}$ les accélérations parallèle et perpendiculaire à \vec{B} et $\omega_c = -\frac{eB}{\gamma m_e c}$ la pulsation synchrotron. Nous obtenons finalement :

$$P = \frac{2e^4}{3m_e^2 c^5} \gamma^2 B^2 v_{\perp}^2. \quad (1.12)$$

Un résultat fondamental pour l'étude des champs magnétiques distants est que l'émissivité ε_{ν} à une fréquence ν due à des électrons relativistes dont le spectre d'énergie est donné par $F(E) = K_e E^{-\Gamma}$ ($\Gamma > 0$) est :

$$\boxed{\varepsilon_{\nu} = f(\Gamma) K_e B_{\perp}^{\frac{\Gamma+1}{2}} \nu^{-\frac{\Gamma-1}{2}}}, \quad (1.13)$$

où $f(\Gamma)$ est une fonction connue et B_{\perp} le champ magnétique perpendiculaire à la ligne de visée. Dans les conditions du MIS, l'indice spectral de la distribution des électrons relativistes Γ a typiquement une valeur de l'ordre de ~ 2.8 (Beck and Wielebinski, 2013).

Le rayonnement émis est de plus polarisé perpendiculairement à \vec{B}_{\perp} :

$$\boxed{\vec{\varepsilon}_{\nu} \perp \vec{B}_{\perp}}. \quad (1.14)$$

Ces deux derniers résultats nous seront très utiles dans le prochain chapitre.

Principe de la méthode

Dans le MIS, cette méthode permet de déterminer l'orientation de \vec{B}_{\perp} (équation (1.14)). Elle nous donne aussi accès au travers de l'équation (1.13) à l'intensité du champ magnétique projeté dans le plan du ciel, B_{\perp} . Pour cela, une double hypothèse supplémentaire couramment admise est que (1) les électrons relativistes représentent une proportion fixe de la population des rayons cosmiques, (2) le champ magnétique et les rayons cosmiques sont en équipartition⁶ (en énergie ou en pression).

6. L'équipartition est le principe établi en physique statistique selon lequel l'énergie (ou dans notre cas la pression) totale d'un système à l'équilibre est répartie de manière égale (en moyenne) entre chacune de ses composantes. Nous admettons que le MIS peut être considéré comme étant à l'équilibre aux (grandes) échelles qui nous intéressent, bien qu'il soit un milieu localement hors équilibre

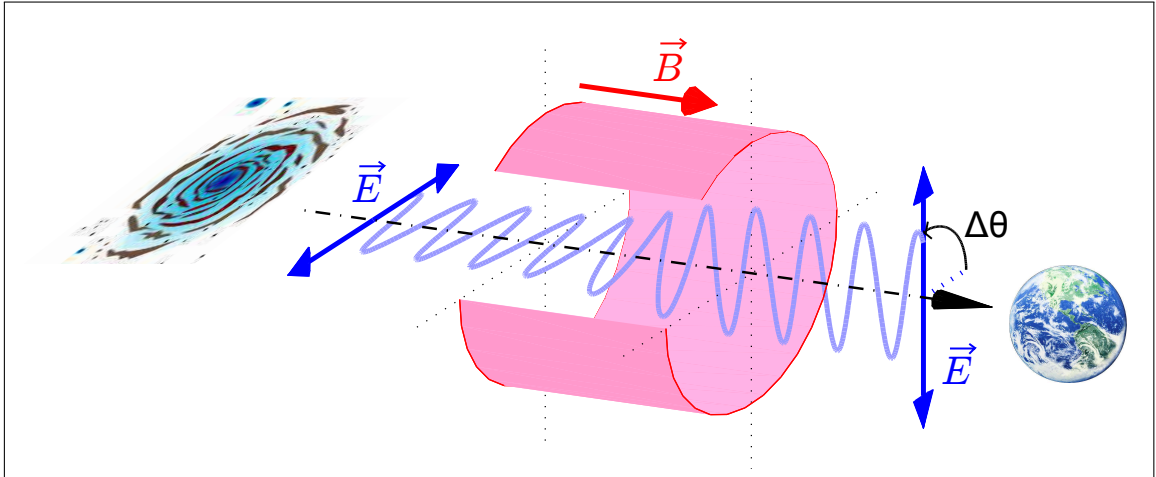


FIGURE 1.13 – Lorsqu’une onde polarisée linéairement traverse une région ionisée de l’espace où règne un champ magnétique, son plan de polarisation subit une rotation qui dépend de sa longueur d’onde, de la densité d’électrons libres le long du parcours ainsi que de la composante du champ magnétique parallèle à la ligne de visée.

L’étude de l’émission synchrotron nous informe donc sur l’orientation et l’intensité de la composante du champ magnétique dans le plan du ciel \vec{B}_\perp . L’emploi de cette méthode nécessite la présence d’électrons relativistes, ce qui n’est pas une condition très limitante dans le MIS. L’hypothèse d’équipartition n’est pas forcément vérifiée.

Cette méthode est notamment très utilisée pour l’étude des champs magnétiques des galaxies extérieures (autres que la Voie Lactée).

1.6.5 Rotation Faraday

La rotation Faraday a été découverte en 1845 par Michael Faraday. Elle consiste en la rotation de la direction de polarisation d’une lumière polarisée linéairement lorsqu’au cours de sa propagation, le faisceau traverse une région ionisée dans laquelle règne un champ magnétique. La découverte de ce phénomène constitue la premier indice de l’existence d’un lien entre lumière et électromagnétisme. La rotation Faraday est aussi le processus sur lequel se fonde la technique d’estimation du champ magnétique à la base du travail que j’ai effectué lors des trois dernières années. Je prendrai donc le temps de décrire cette méthode plus en détail.

Formulation mathématique

Soit un plasma dans lequel nous définissons un repère $\mathcal{R} : (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et dans lequel règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$. Nous pouvons alors définir deux grandeurs caractéristiques pour ce plasma :

- La pulsation plasma qui caractérise la réponse du plasma à une perturbation :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}}, \quad (1.15)$$

1.6. DÉTECTION ET MESURE DU CHAMP MAGNÉTIQUE INTERSTELLAIRE

où n_e est la densité d'électrons libres, m_e et e la masse et la charge de l'électron.

- La pulsation cyclotron qui caractérise le mouvement de giration des électrons autour des lignes de champ :

$$\omega_c = \frac{e B_0}{m_e c} . \quad (1.16)$$

Considérons maintenant une onde électromagnétique polarisée linéairement se propageant dans le plasma dans la direction du champ magnétique \vec{e}_z , il ne s'agit là que d'une simple hypothèse simplificatrice qui permet d'éviter toute considération de projection mais cela ne constitue pas une condition indispensable. Supposons de plus, toujours dans un objectif de simplification, que l'évolution du champ électrique de cette onde puisse être décrit par l'équation :

$$\vec{E}(r, t) = \vec{\mathcal{E}} \exp [i (\omega t - k \cdot z)] . \quad (1.17)$$

Les électrons du plasma sont alors soumis à l'influence combinée du champ magnétique uniforme \vec{B}_0 et du champ électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) de l'onde. Si on considère de plus $B \ll B_0$, l'équation du mouvement d'un électron s'écrit :

$$m_e \frac{d\vec{v}}{dt} \approx -\frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{B}_0 - e \vec{E} , \quad (1.18)$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} \approx -\vec{\omega}_c \times \vec{v} - \frac{e}{m_e} \vec{E} , \quad (1.19)$$

avec $\vec{\omega}_c = \omega_c \vec{e}_z$.

En introduisant la densité de courant $\vec{j} = -n_e e \vec{v}$, nous obtenons⁷ :

$$\frac{d\vec{j}}{dt} = -\vec{\omega}_c \times \vec{j} + \frac{\omega_p^2}{4\pi} \vec{E} . \quad (1.20)$$

Introduisons également l'équation de conservation de la charge :

$$\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} , \quad (1.21)$$

avec ρ la densité de charge. Avec les grandeurs complexes associées :

$$-i k \vec{e}_z \cdot \vec{j} = -i \omega \rho , \quad (1.22)$$

soit :

$$\vec{e}_z \cdot \vec{j} = \frac{\omega \rho}{k} . \quad (1.23)$$

De même sachant que $\operatorname{div} \vec{E} = 4\pi \rho$ nous obtenons :

$$\vec{e}_z \cdot \vec{E} = i \frac{4\pi \rho}{k} . \quad (1.24)$$

⁷. Bien que cela ne soit pas rigoureusement exact, remplaçons de plus le signe \approx apparaissant dans (1.18) par un =.

Si on multiplie maintenant (1.20) par \vec{e}_z alors :

$$i\omega\vec{e}_z \cdot \vec{j} = \frac{\omega_p^2}{4\pi} \vec{e}_z \cdot \vec{E} , \quad (1.25)$$

et en utilisant (1.23) et (1.24),

$$i\omega^2 \frac{\rho}{k} = \frac{i\omega_p^2 \rho}{k} , \quad (1.26)$$

soit :

$$(\omega^2 - \omega_p^2) \rho = 0 , \quad (1.27)$$

et donc si $\omega \neq \omega_p$ alors $\rho = 0$. Nous pouvons alors écrire les équations de Maxwell :
Maxwell Gauss :

$$\text{div } \vec{E} = 0 \implies \vec{k} \cdot \vec{E} = 0 , \quad (1.28)$$

Conservation du flux :

$$\text{div } \vec{B} = 0 \implies \vec{k} \cdot \vec{B} = 0 , \quad (1.29)$$

Maxwell Faraday :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \implies \vec{B} = \frac{c}{\omega} \vec{k} \times \vec{E} , \quad (1.30)$$

Maxwell Ampère :

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} , \quad (1.31)$$

$$\implies -i\vec{k} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{i\omega}{c} \vec{E} , \quad (1.32)$$

et donc en utilisant (1.28) et 1.30 :

$$\vec{j} = \frac{\omega^2 - k^2 c^2}{4i\pi\omega} \vec{E} . \quad (1.33)$$

Toute onde polarisée linéairement peut être considérée comme la superposition de deux ondes polarisées circulairement (l'une à droite, l'autre à gauche) et de même amplitude. Dans ces conditions, (1.17) nous donne :

$$\vec{E} = E (\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y) , \quad (1.34)$$

(+) correspondant à une onde polarisée à droite et (-) à une onde polarisée à gauche.

Utilisons maintenant (1.33) et (1.34) dans (1.20)

$$i\omega \frac{\omega^2 - k^2 c^2}{4i\pi\omega} \vec{E} = \frac{\omega_p^2}{4\pi} \vec{E} + \omega_c \frac{\omega^2 - k^2 c^2}{4i\pi\omega} E \vec{e}_z \times (\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y) , \quad (1.35)$$

$$\omega^2 - k^2 c^2 = \omega_p^2 \mp (\omega^2 - k^2 c^2) \frac{\omega_c}{\omega} , \quad (1.36)$$

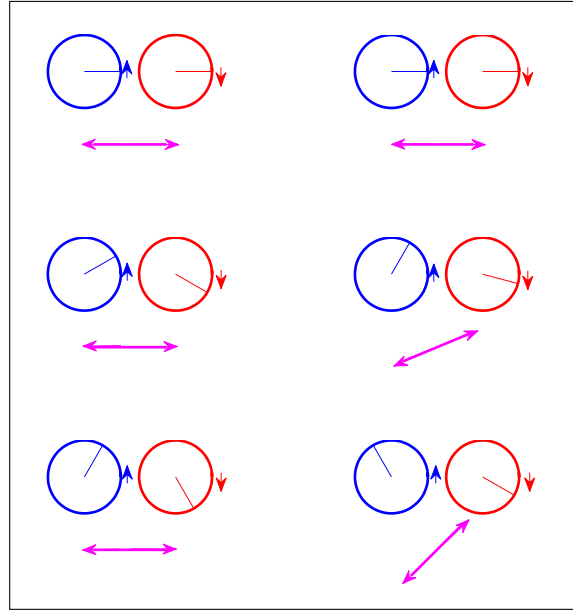


FIGURE 1.14 – Une onde polarisée linéairement peut être considérée comme la superposition de deux ondes polarisées circulairement en sens inverse.

(1) A gauche, en l'absence de champ magnétique, la propagation de la composante polarisée à gauche (en bleu) et de la composante polarisée à droite (en rouge) se fait à la même vitesse. La phase de l'onde recombinaison est donc constante : la direction de polarisation (en magenta) ne change pas.

(2) A droite, en présence d'un champ magnétique les deux composantes se propagent avec des vitesses différentes : l'onde recombinaison subit un déphasage entraînant une rotation de la direction du plan de polarisation.

$$k_{\pm}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \cdot \quad (1.37)$$

Suivant leur sens de polarisation, les deux composantes (droite et gauche) possèdent donc des vecteurs d'onde différents, k_+ et k_- . Une telle différence entraîne alors une modification de la phase de l'onde polarisée linéairement reconstituée par la superposition des deux ondes polarisées circulairement (figure 1.14).

Si l'on se place dans le cas simple dans lequel n_e est une constante le long du parcours,

$$\begin{cases} \vec{E}_+ = \frac{\mathcal{E}}{2} [\cos(\omega t - k_+ z) \vec{e}_x - \sin(\omega t - k_+ z) \vec{e}_y] \\ \vec{E}_- = \frac{\mathcal{E}}{2} [\cos(\omega t - k_- z) \vec{e}_x + \sin(\omega t - k_- z) \vec{e}_y] \end{cases}, \quad (1.38)$$

$$\vec{E} = \mathcal{E} \cos\left(\omega t - \frac{k_+ + k_-}{2} z\right) (\cos \theta \vec{e}_x + \sin \theta \vec{e}_y), \quad (1.39)$$

où $\theta = \frac{k_+ - k_-}{2} z$ correspond à l'inclinaison de la direction de polarisation par rapport à \vec{e}_x .

De manière plus générale, dans le milieu interstellaire, ni n_e ni B_0 ne sont constants et on peut considérer $\omega \gg \omega_p$ et $\omega \gg \omega_c$ de sorte que :

$$k_{\pm} \approx \frac{\omega}{c} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 \mp \frac{\omega_c}{\omega} \right) \right], \quad (1.40)$$

et

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \int_0^D (k_+ - k_-) dz, \quad (1.41)$$

$$\Delta\theta = \frac{1}{2} \int_0^D \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega^2 c} dz, \quad (1.42)$$

soit en remplaçant ω_p et ω_c

$$\Delta\theta = \frac{2\pi e^3}{m^2 c^2 \omega^2} \int_0^D n_e B_0 dz = \frac{\lambda^2 e^3}{2\pi m^2 c^4} \int_0^D n_e B_0 dz. \quad (1.43)$$

On constate alors que $\Delta\theta$ est proportionnel au carré de la longueur d'onde,

$$\Delta\theta = \lambda^2 \text{RM}, \quad (1.44)$$

où RM est la mesure de rotation («rotation measure» en anglais).

En général, le champ magnétique \vec{B}_0 n'est pas parallèle à la direction de propagation étudiée, il est alors nécessaire de tenir compte des effets de projection et remplacer B_0 par $B_{0\parallel}$.

Enfin, lorsque l'on exprime le champ magnétique en μG et les distances en pc, on obtient la relation qui est à la base de l'étude que j'ai menée lors de ma thèse :

$$\boxed{\text{RM} = 0.81 \int_0^D n_e B_{\parallel} ds}, \quad (1.45)$$

où l'indice 0 a de plus été omis pour des raisons de cohérence de notation avec les résultats présentés pour l'émission synchrotron et l'effet Zeeman.

Principe de la méthode

Le principe général de la méthode est alors assez simple. Lorsque l'on observe une source émettant une onde électromagnétique polarisée linéairement (du moins partiellement) et si l'on connaît la densité d'électrons libres n_e en tout point du parcours, alors il est possible d'estimer la valeur du champ magnétique à partir de la mesure de la rotation de la direction de polarisation (figure 1.13). La valeur ainsi déterminée correspond de manière plus précise à la valeur de la composante du champ magnétique parallèle à la ligne de visée et intégrée sur toute cette ligne de visée.

Cependant, les mesures astrophysiques ne donnent accès qu'à la valeur de l'angle de polarisation au niveau de l'instrument. Pour estimer la valeur de la rotation sans connaître l'angle de polarisation au niveau de la source, il est donc nécessaire d'exploiter la dépendance en longueur d'onde décrite par l'équation (1.44). Il est donc indispensable de réaliser un minimum de deux mesures (à deux longueurs d'onde différentes) pour pouvoir déterminer un angle de rotation. Mais

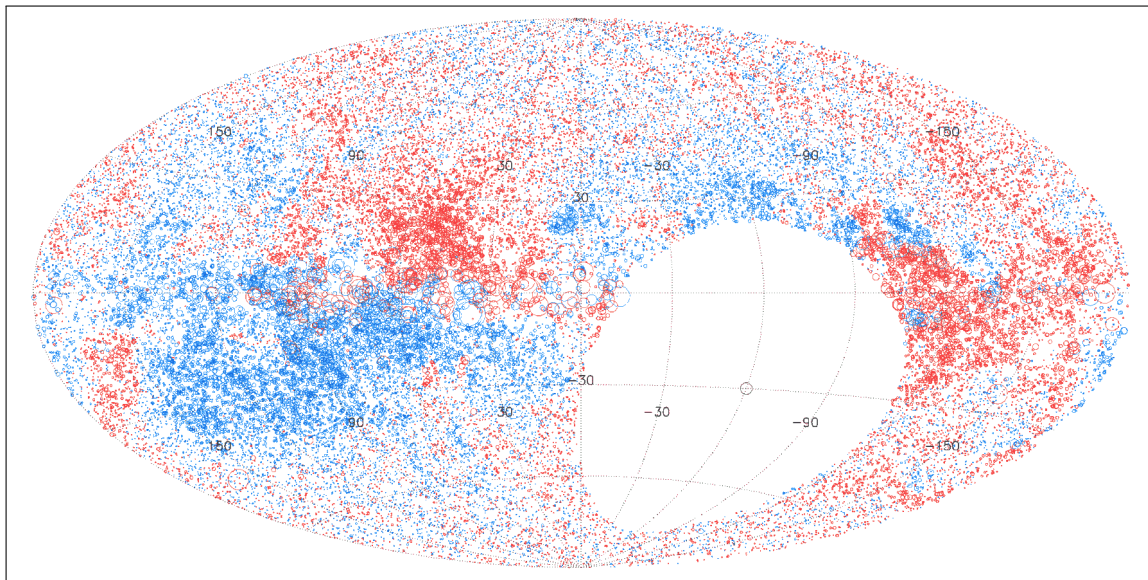


FIGURE 1.15 – Carte du ciel Faraday en coordonnées Galactiques (ℓ , b), le centre Galactique étant situé au centre de la carte ($\ell = 0^\circ$, $b = 0^\circ$), les longitudes ℓ augmentant vers la gauche, les latitudes b augmentant vers le haut. Chaque cercle bleu [rouge] correspond à une source pour laquelle la mesure de rotation est négative [positive] (ce qui correspond à un champ magnétique dirigé vers la source [l’observateur]). La taille des cercles augmente avec la valeur absolue de RM (Taylor et al., 2009).

idéalement, il faut disposer d’au moins trois mesures (à trois longueurs d’onde différentes) pour obtenir une estimation sans ambiguïté. En effet, avec seulement deux mesures, l’angle n’est déterminé qu’à $K\pi$ près (K nombre entier). Ce problème est connu sous le nom de «pi-ambiguïté».

Il est alors possible de sonder par «tomographie» des zones de notre Galaxie pour lesquelles nous disposons de sources situées à différentes distances (essentiellement des pulsars). Il est aussi possible en étudiant des sources extragalactiques de dresser des cartes correspondant à la contribution totale de notre Galaxie (figure 1.15). C’est ce type de cartes qui est à la base des cartes de référence que j’ai utilisées pour mon travail.

L’étude de la rotation Faraday nous informe sur la composante du champ magnétique parallèle à la ligne de visée \vec{B}_{\parallel} , dans les régions ionisées du MIS.

1.7 Quelques résultats observationnels

La mise en oeuvre des différentes techniques présentées à la section précédente a produit de nombreux résultats. Dans ce paragraphe, je m’attacherai donc à présenter ceux qui vont constituer le point de départ de mon étude.

Dans notre Galaxie

Pour des raisons évidentes de sensibilité et de résolution des instruments, c'est l'étude du champ magnétique de notre propre Galaxie qui a produit de loin le plus de données. Parmi les principaux résultats que l'on peut en tirer, j'en citerai deux particulièrement intéressants pour notre étude. D'une part le champ magnétique de notre Galaxie possède deux composantes (Rand and Kulkarni, 1989) : l'une régulière et agissant à de grandes échelles de l'ordre du kilo-parsec (c'est cette composante qui se trouve au centre de notre modélisation), et l'autre turbulente et agissant sur des échelles beaucoup plus petites, typiquement inférieures à la centaine de parsecs. D'autre part, les observations montrent que la structure des lignes de champ magnétique est différente dans le disque et dans le halo. Les mesures réalisées dans le disque font apparaître une structuration horizontale des lignes de champ (parallèlement au plan Galactique), alors qu'une composante verticale non négligeable mais encore très mal contrainte semble présente dans le halo.

D'un point de vue plus quantitatif, des travaux visant à déterminer les caractéristiques du champ magnétique interstellaire dans le voisinage Solaire ont été réalisés. Les différentes techniques présentées ci-dessus ont été employées mais la plus probante semble être l'étude des «rotation measures» de pulsars proches (pour lesquels la distance est connue avec une assez bonne précision). Par cette méthode, Rand and Kulkarni (1989) ont déterminé une valeur de l'intensité du champ magnétique dans le voisinage solaire de $B_{\odot} \approx 1.6 \mu\text{G}$. Rand and Lyne (1994) et Han and Qiao (1994) ont ensuite proposé une valeur de $B_{\odot} \approx 1.4 \mu\text{G}$. Han and Qiao (1994) ont également déterminé que l'angle entre la direction des lignes de champ et la direction azimutale (angle d'attaque ou *pitch angle*) était de $p_{\odot} \approx 8.2^{\circ}$ ce qui est compatible avec la valeur de $p_{\odot} \approx 7.2^{\circ}$ proposée par Heiles (1996) et déduite de la polarisation par la poussière de la lumière d'étoiles proches.

Dans d'autres galaxies

C'est essentiellement au travers de l'émission synchrotron que des champs magnétiques ont été détectés dans la plupart des galaxies, mais seules les plus proches ont pu faire l'objet d'études plus détaillées, notamment pour ce qui est de leur structure magnétique. Lorsque l'on observe des galaxies semblables à la Voie Lactée, la configuration se révèle être différente selon que la galaxie est vue de face ou par la tranche (figure 1.16). Dans le premier cas, les lignes de champ forment une structure en spirale qui suit grossièrement celle des bras spiraux de la galaxie (figure 1.16 gauche). Dans le second cas, on remarque que les lignes de champ sont parallèles au plan galactique dans le disque (Wielebinski and Krause, 1993; Dumke et al., 1995) et ont une forme dite en « X » dans le halo (Soida, 2005; Krause, 2009; Soida et al., 2011; Haverkorn and Heesen, 2012) (figure 1.16 droite). Des X ont ainsi été observés dans toutes les galaxies dont la distance autorisait des mesures d'une sensibilité et d'une résolution suffisantes. Divers scénarios ont aussi été proposés pour expliquer cette structure. Certains sont basés sur les effets produits par une dynamo dans le halo galactique (Tüllmann et al., 2000; Soida, 2005). D'autres évoquent l'action d'un vent galactique à grande échelle issu du disque (Tüllmann et al., 2000; Beck, 2008; Heesen et al., 2009; Soida et al., 2011).

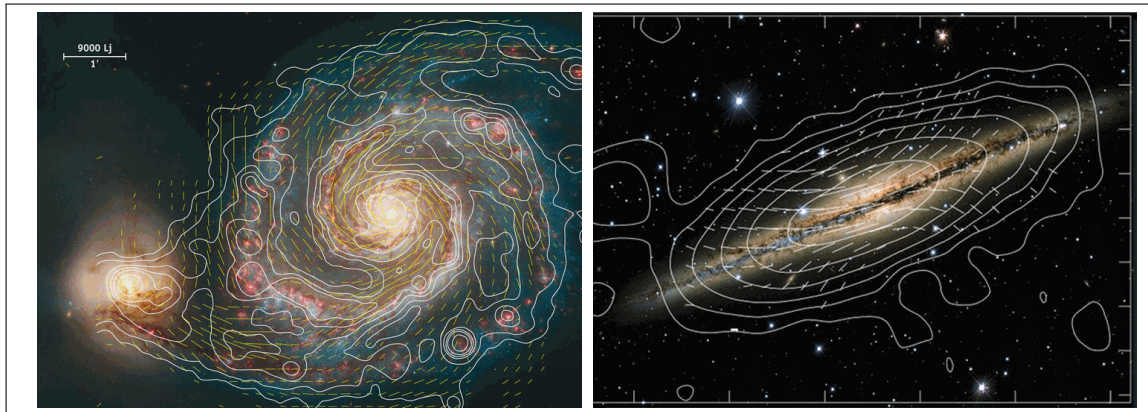


FIGURE 1.16 – Structure des lignes de champ dans les galaxies extérieures.

A gauche : vue de face de M51. Les contours de l'émission totale à 6 cm et l'orientation du champ magnétique issue de l'intensité polarisée observés depuis le VLA et le radiotélescope d'Effelsberg sont superposés sur une image optique du télescope spatial Hubble. Les lignes de champ ont une structure en spirale (Fletcher, 2010).

A droite : vue par la tranche de NGC891. Les contours de l'émission totale à 3.6 cm et l'orientation du champ magnétique issue de l'intensité polarisée observés depuis le radiotélescope d'Effelsberg sont superposés sur une image optique du télescope franco canadien d'Hawaii. Les lignes de champ ont une structure en X (Krause, 2009).

D'autres encore postulent que la forme de X trace non pas le champ magnétique à grande échelle, mais plutôt des structures plus réduites associées à des boucles magnétiques locales extrêmement allongées (Elstner et al., 1995).

1.8 Objectif de l'étude

Dès lors que nous avons constaté (voir la section précédente) que l'ensemble des galaxies proches semblables à la nôtre possèdent une configuration magnétique similaire, nous pouvons naturellement nous interroger sur la présence d'une telle structure en X dans le halo de la Voie Lactée. Mon travail de thèse a consisté à tenter d'apporter des éléments de réponses à cette question.

La plupart des modèles couramment utilisés pour décrire le champ magnétique de notre Galaxie associent (1) une composante disque ayant une structure en spirale pouvant être axisymétrique (ASS) ou bi-symétrique (BSS) et (2) une composante halo constituée d'un double tore dans lequel le champ est purement azimutal et dirigé dans des sens opposés de part et d'autre du plan Galactique (Han, 2002; Prouza and Šmída, 2003; Pshirkov et al., 2011; Jansson and Farrar, 2012a). Les premiers à introduire une composante en forme de X furent Jansson and Farrar (2012b), qui ajoutèrent une structure axisymétrique purement poloïdale (figure 1.17) au double tore classique. Cet ajout eut un effet positif sur l'ajustement global du modèle aux données (RM et synchrotron combinés).

L'approche que nous adoptons ici est sensiblement différente. Tout d'abord, tous nos modèles sont susceptibles de reproduire à la fois la structure en spirale observée

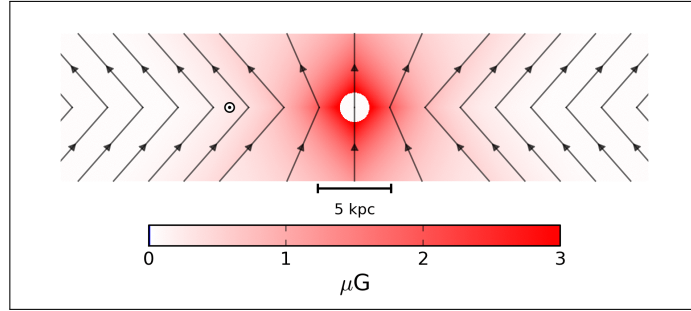


FIGURE 1.17 – Composante purement poloïdale et axisymétrique en forme de X introduite pour la première fois dans un modèle de champ magnétique Galactique par Jansson and Farrar (2012b).

dans les galaxies extérieures vues de face et la forme en X observée dans les galaxies extérieures vues par la tranche.

D'autre part, en raison de leur construction, nos modèles garantissent la non-divergence du champ magnétique en tout point de la Galaxie sans pour autant conduire à l'apparition d'une singularité physiquement inacceptable. Cette condition bien que fondamentale du point de vue théorique (équation de Maxwell-Thomson) est fréquemment en partie ignorée (Pshirkov et al. (2011) abandonnent cette condition dans la région centrale de la Galaxie pour laquelle $r < 3 \text{ kpc}$) ou traitée avec une certaine légèreté (Jansson and Farrar (2012a) obtiennent le respect de la non-divergence globale en utilisant un modèle BSS mais ignorent la singularité en $r = 0$ qui en résulte).

Enfin, dans un premier temps, contrairement à Jansson and Farrar (2012a,b), nous avons fait le choix de ne confronter nos modèles qu'aux seules données de mesures de rotation afin d'avoir une vision plus claire et plus précise des différents aspects de notre modélisation.

Le travail que j'ai réalisé lors de ces trois dernières années a consisté à examiner, modifier et optimiser nos différents modèles afin de les accorder au mieux aux données observationnelles de mesure de rotation. Pour cela, j'ai constitué une carte observationnelle de référence à partir des données existantes. J'ai aussi construit un modèle simple du champ magnétique turbulent afin d'estimer sa contribution. J'ai ensuite développé un programme informatique me permettant de simuler l'impact de chaque modèle. Enfin j'ai procédé à un long travail d'optimisation d'une part au niveau de la structure même des modèles et d'autre part en recherchant les valeurs des paramètres les plus adaptées. Pour cela, j'ai exploré plusieurs approches dont les algorithmes génétiques et les méthodes Monte-Carlo à chaînes de Markov (MCMC). J'ai également développé un certain nombre d'outils informatiques afin d'analyser et de visualiser mes différents résultats.

La suite de mon exposé se déroulera de la façon suivante. Au chapitre 2, je présenterai l'ensemble des éléments qui m'ont été nécessaires pour conduire mes simulations. Cela englobe essentiellement un modèle de distribution des électrons libres dans notre Galaxie, une carte observationnelle de référence constituée à partir d'un grand nombre de mesures de rotation de sources extragalactiques et bien

évidemment un ensemble de modèles analytiques de champ magnétique susceptibles de reproduire les différentes structures à grande échelle observées dans la Voie Lactée ainsi que dans les galaxies extérieures. Au chapitre 3, je décrirai la méthode utilisée pour générer des cartes modélisées de RM et les comparer à notre carte de référence. Enfin, je détaillerai les techniques d'optimisation que j'ai utilisées en particulier les algorithmes génétiques et les méthodes MCMC. L'ensemble des résultats obtenus seront rassemblés dans le chapitre 4 et je terminerai par une rapide conclusion au chapitre 5.

Chapitre 2

Modélisation du champ magnétique interstellaire

Sommaire

2.1	Distribution des électrons libres dans la Galaxie (Ne2001)	32
2.2	Données observationnelles	37
2.2.1	Carte de référence	38
2.2.2	Composantes symétrique et antisymétrique	40
2.3	Contraintes sur les modèles de champ magnétique	42
2.4	Modèles analytiques de champ magnétique pour le halo Galactique	43
2.4.1	Modèles poloïdaux de champ magnétique en «X»	43
2.4.2	Variation azimutale	48
2.4.3	Fonction d'enroulement et champ azimutal	48
2.4.4	Modèles totaux de champ magnétique pour le halo Galactique	51
2.5	Modèles analytiques de champ magnétique pour le disque Galactique	53
2.6	Cas particulier des modèles A et Ad	56
2.7	Première vérification	59
2.8	Conclusion	61

Après avoir présenté au chapitre précédent un certain nombre de généralités, entrons maintenant plus franchement dans le vif du sujet, qui est la modélisation du champ magnétique interstellaire dans notre Galaxie. Pour cela, je m'appuierai sur l'ensemble de modèles analytiques proposés par Ferrière and Terral (2014), dont la construction a été guidée par certains des résultats observationnels mentionnés au chapitre 1. Afin d'évaluer la pertinence de ces modèles, il sera ensuite nécessaire de confronter leurs prédictions à des données observationnelles. Dans le cadre de ce travail, comme je l'ai déjà précisé au chapitre 1, ce sont les données de mesure de rotation Faraday qui constitueront notre référence. La mesure de rotation (RM) est reliée à la composante du champ magnétique parallèle à la ligne de visée B_{\parallel} par l'équation (1.45). Cette équation fait aussi intervenir la densité d'électrons libres n_e en tout point de la ligne de visée. Je commencerai donc par présenter

à la section 2.1 notre modèle de densité d'électrons libres, puis à la section 2.2 les données observationnelles et la carte de référence associée, sur laquelle nous appuierons notre analyse. A la section 2.3, je résumerai très brièvement les diverses contraintes auxquelles seront assujettis nos modèles. Enfin, je décrirai en détail nos différents modèles analytiques de champ magnétique galactique à partir de la section 2.4.

2.1 Distribution des électrons libres dans la Galaxie (Ne2001)

La connaissance de la distribution des électrons libres dans la Galaxie est importante dans le cadre de l'étude du champ magnétique interstellaire via la rotation Faraday, mais aussi dans divers autres domaines comme l'estimation de la distance des pulsars par mesure de dispersion ou la compréhension du caractère multi-phase du milieu interstellaire (Schnitzeler, 2012b). De nombreux auteurs ont proposé des modèles de densité électronique dont les plus simples sont constitués d'un unique disque dans lequel la densité décroît exponentiellement en fonction de la distance au plan Galactique (Berkhuijsen et al., 2006; Berkhuijsen and Müller, 2008; Gaensler et al., 2008). D'autres modèles combinent un disque épais et un disque mince de hauteur d'échelle et de densité indépendantes (Gómez et al., 2001). Enfin les plus complexes associent de multiples composants dont le but est de reproduire au plus près les différentes structures de notre Galaxie comme les bras spiraux (Taylor and Cordes, 1993; Cordes and Lazio, 2002).

Pour la modélisation qui nous intéresse ici, notre choix s'est porté sur le très largement utilisé modèle de Cordes et Lazio aussi connu sous le nom de Ne2001 (figure 2.3). Ce modèle exploite la combinaison de sept composants pour reproduire la répartition d'électrons libres dans notre Galaxie. Trois composants sont liés à des structures à grande échelle : un disque épais, un disque mince, un système reproduisant les bras spiraux. Quatre composants sont liés à des structures localisées : le centre Galactique, le milieu interstellaire local, des ensembles de sur-densités et de sous-densités.

Disque épais

Le premier composant, qui est aussi celui dont le volume est le plus important, se présente sous la forme d'un disque dont la hauteur d'échelle (verticale) est de l'ordre de 1 kpc, et dont la longueur d'échelle (radiale) est de l'ordre de 10 kpc. Son profil radial de densité dans le plan Galactique est donné par la courbe bleue de la figure 2.1. Le disque épais est décrit par l'équation :

$$n_1 G_1(r, z) = n_1 \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi r}{2A_1}\right)}{\cos\left(\frac{\pi R_\odot}{2A_1}\right)} \right] U(r - A_1) \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{H_1}\right), \quad (2.1)$$

$$\text{où } U(X) = \begin{cases} 1 & \text{si } X \leq 0 \\ 0 & \text{si } X > 0 \end{cases}$$

2.1. DISTRIBUTION DES ÉLECTRONS LIBRES DANS LA GALAXIE (NE2001)

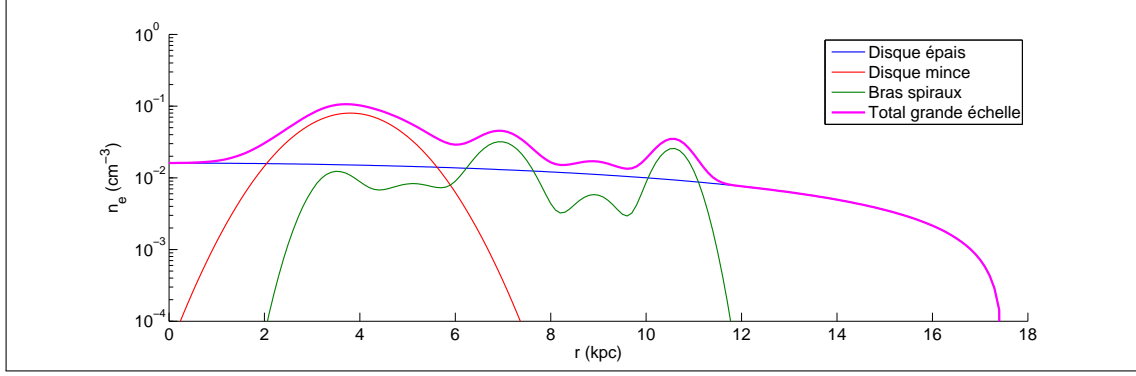


FIGURE 2.1 – Profil de densité des électrons libres en fonction de la distance r au centre Galactique donné par Ne2001 dans le plan Galactique ($z = 0$) sur l’axe passant par le Soleil. Les densités correspondant aux contributions du disque épais (en bleu), du disque mince (en rouge), des bras spiraux (en vert) ainsi que la somme de ces trois composants (en magenta) sont données suivant une échelle logarithmique.

avec : A_1 , H_1 deux paramètres contrôlant l’extension radiale et la hauteur d’échelle du disque, n_1 la densité de normalisation et $R_\odot = 8.5$ kpc la distance centre Galactique–Soleil.

Disque mince

Malgré sa dénomination, ce composant a plutôt une structure annulaire piquant à environ 3.5 kpc. Sa hauteur d’échelle d’environ un ordre de grandeur inférieure à celle du disque épais lui vaut son qualificatif de mince. Son profil radial de densité dans le plan Galactique est donné par la courbe rouge de la figure 2.1. Le disque mince est décrit par l’équation :

$$n_2 G_2(r, z) = n_2 \exp \left[-\frac{(r - A_2)^2}{\frac{A_2}{2}} \right] U(r - 10 \text{ kpc}) \operatorname{sech}^2 \left(\frac{z}{H_2} \right), \quad (2.2)$$

avec A_2 , H_2 deux paramètres contrôlant la position ainsi que l’épaisseur radiale et la hauteur d’échelle de l’anneau et n_2 la densité de normalisation.

Bras spiraux

Ce composant a été ajouté pour rendre compte de l’asymétrie dans la densité électronique due à la présence des bras spiraux de la Galaxie. Il est composé de quatre bras principaux s’enroulant en spirales logarithmiques entre ≈ 3 kpc et ≈ 11 kpc du centre Galactique et d’un bras d’extension beaucoup plus réduite autour de la position du Soleil. Son profil radial de densité dans le plan Galactique est donné par la courbe verte de la figure 2.1 (sur l’axe centre Galactique–Soleil). Les bras spiraux sont décrits par l’équation :

$$n_a G_a(r, \varphi, z) = n_a \sum_j f_j \exp \left[-\left(\frac{s_j(r, \varphi, z)}{w_j w_a} \right)^2 \right] \frac{\operatorname{sech}^2(r - A_a)}{2U(r - A_a)} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{z}{h_j h_a} \right), \quad (2.3)$$

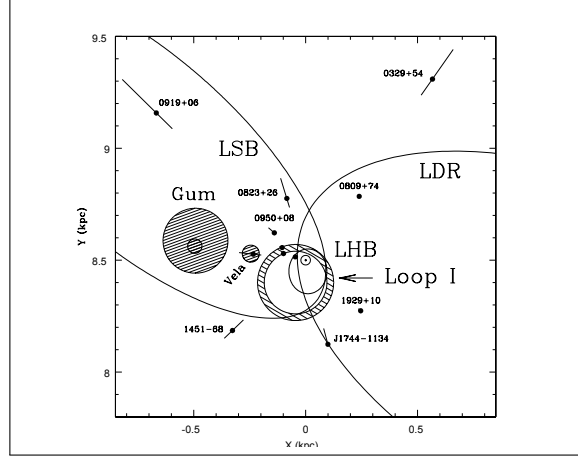


FIGURE 2.2 – Schéma du milieu interstellaire local montrant la trace des quatre grandes structures : LHB, Loop I, LSB et LDR (voir texte) dans le plan Galactique. Le Soleil ($x = 0, y = 8.5, z = 0$) est situé au centre du schéma et le centre Galactique ($x = 0, y = 0, z = 0$) se situe hors du schéma à la verticale du Soleil (Cordes and Lazio, 2002).

avec $j = \{1, \dots, 5\}$ un label se rapportant au bras considéré, f_j, w_j, h_j des coefficients liés à chaque bras, $s_j(r, \varphi, z)$ la distance radiale au bras j , w_a, A_a, h_a des paramètres contrôlant l'épaisseur radiale, l'extension radiale et la hauteur d'échelle des bras et n_a la densité de normalisation.

Centre Galactique

Bien que les densités associées au centre Galactique soient de plusieurs ordres de grandeur supérieures à celles rencontrées dans les composants à grande échelle, l'éloignement et les très faibles dimensions de cette structure rendent son effet négligeable pour notre étude. Le centre Galactique est décrit par l'équation :

$$n_{GC} = n_{GC_0} \exp \left\{ - \left[\frac{(x - x_{GC})^2 + (y - y_{GC})^2}{R_{GC}^2} + \frac{(z - z_{GC})^2}{H_{GC}^2} \right] \right\}, \quad (2.4)$$

avec x_{GC}, y_{GC}, z_{GC} les coordonnées du centre de la structure (très légèrement décalé du centre du référentiel), R_{GC} et H_{GC} des paramètres contrôlant son échelle radiale et sa hauteur d'échelle et n_{GC_0} la densité de normalisation.

Milieu interstellaire local

Ce composant a été ajouté afin de prendre en compte plus précisément les structures situées dans le voisinage du Soleil (figure 2.2). Il est constitué de quatre sous-composants représentant (1) la bulle locale chaude (LHB) centrée sur le Soleil, (2) une autre bulle proche (Loop I), (3) la super-bulle locale (LSB) située principalement dans le quadrant 3 et (4) une région de faible densité (LDR) située dans les quadrants 1 & 2. Le composant «milieu interstellaire local» permet de corriger la densité électronique dans ces régions spécifiques en se substituant à la contribution des composants à grande échelle.

Contrairement au centre Galactique, ces structures sont importantes car l'ensemble des lignes de visée traversent ces régions. Le milieu interstellaire local est décrit par l'équation :

$$n_{\text{lism}}(r, \varphi, z) = (1 - w_{\text{lhb}}) \left\{ (1 - w_{\text{loopI}}) \left[(1 - w_{\text{lsb}}) n_{\text{ldr}}(r, \varphi, z) + w_{\text{lsb}} n_{\text{lsb}}(r, \varphi, z) \right] + w_{\text{loopI}} n_{\text{loopI}}(r, \varphi, z) \right\} + w_{\text{lhb}} n_{\text{lhb}}(r, \varphi, z), \quad (2.5)$$

avec : n_{scomp} la densité électronique du sous-composant scomp^1 et $w_{\text{scomp}} = \{0, 1\}$ permettant d'activer ou de désactiver le sous-composant scomp .

Sur-densités

Les sur-densités sont des régions de faibles dimensions pour lesquelles la densité électronique attendue est supérieure à celle prédite par le modèle, comme par exemple la nébuleuse de Gum ou le reste de supernova autour du pulsar de Vela. Les sur-densités sont décrites par l'équation :

$$n_{\text{clumps}} = \sum_{j=1}^{N_{\text{clumps}}} n_{c_j} \exp\left(-\frac{|X - X_{c_j}|^2}{r_{c_j}^2}\right) [1 - e_{c_j} U(|X - X_{c_j}| - r_{c_j})], \quad (2.6)$$

avec j un label identifiant la sur-densité considérée, X la position courante, $X_{c_j}, r_{c_j}, n_{c_j}$ la position du centre, le rayon, la densité de la sur-densité j et $e_{c_j} = \{0, 1\}$ permettant de tronquer la contribution de la sur-densité j .

Sous-densités

Les sous-densités sont simplement l'équivalent des sur-densités pour des régions où la densité effective semble être plus faible que celle prédite par le modèle. Les sous-densités sont décrites par l'équation :

$$n_{\text{voids}} = \sum_{j=1}^{N_{\text{voids}}} n_{v_j} g_v(X, \theta_{v_j}) [1 - e_{v_j} U(Q - 1)], \quad (2.7)$$

avec j un label identifiant la sous-densité considérée, $g_v(X, \theta_{v_j})$ une ellipse Gaussienne, $Q = (X - X_{v_j})^\dagger V^{-1} (X - X_{v_j})$ où V est la matrice de rotation, X la position courante, $X_{v_j}, \theta_{v_j}, n_{v_j}$ la position du centre, le rayon, la densité de la sous-densité j et $e_{v_j} = \{0, 1\}$ permettant de tronquer la contribution de la sous-densité j .

Combinaison des composants

Les contributions de tous les composants sont alors combinées pour donner :

1. scomp peut désigner les divers sous-composants du milieu interstellaire local : $\text{lhb}, \text{loopI}, \text{lsb}, \text{ldr}$

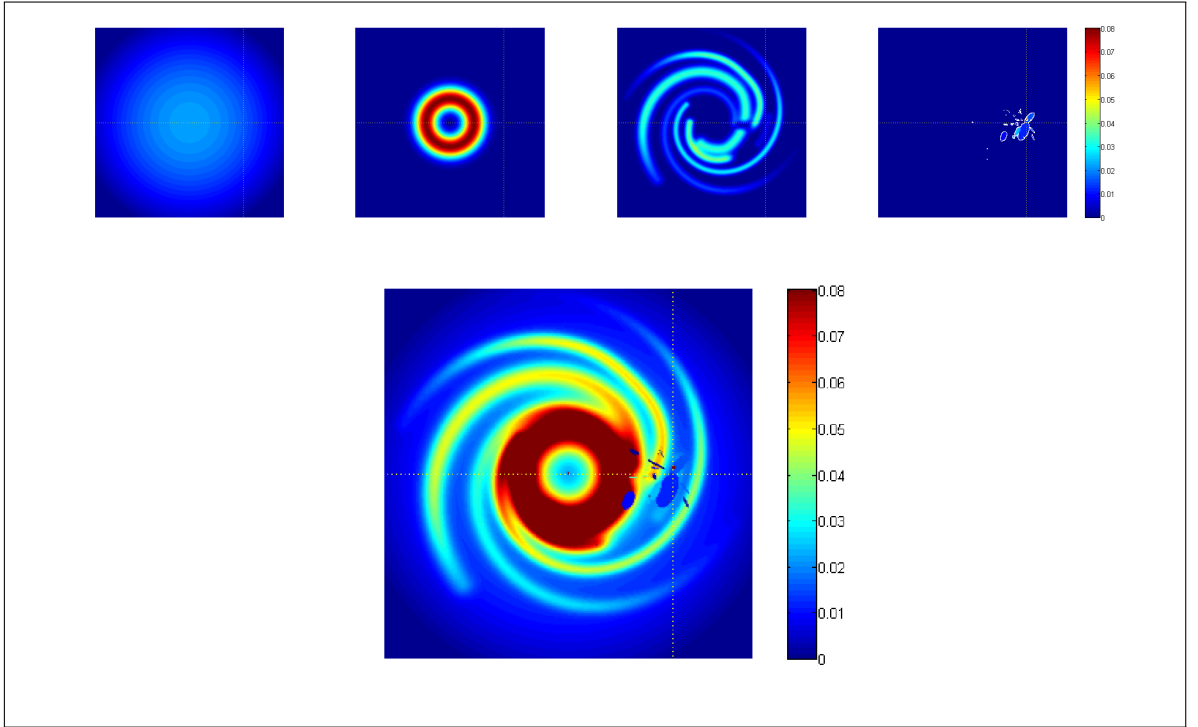


FIGURE 2.3 – Densité des électrons libres dans le plan Galactique donnée par Ne2001 modifié (voir texte), le centre Galactique étant situé au centre de chaque figure, et la position du Soleil étant donnée par l'intersection des lignes pointillées. En haut, les contributions individuelles du disque épais, du disque mince, des bras spiraux et des composants locaux. En bas, la somme de tous les composants.

$$n_e(X) = (1 - w_{\text{voids}}) \{ (1 - w_{\text{lism}}) [n_{\text{gal}}(X) + n_{\text{GC}}(X)] + w_{\text{lism}} n_{\text{lism}}(X) \} + w_{\text{voids}} n_{\text{voids}}(X) + n_{\text{clumps}}(X), \quad (2.8)$$

avec w_{lism} et w_{voids} activent ou désactivent les composants correspondants et

$$n_{\text{gal}}(X) = n_1 G_1(r, z) + n_2 G_2(r, z) + n_a G_a(r, \varphi, z). \quad (2.9)$$

Ces équations résumant le modèle sont données ici à titre indicatif, on pourra se reporter à l'article original pour plus de détails.

Adaptation des paramètres du disque épais

Des travaux plus récents ont révélé que les valeurs des paramètres proposées par Cordes and Lazio (2002) n'étaient pas adaptées. En particulier, une hauteur d'échelle plus importante pour le disque épais permettrait d'avoir un meilleur accord avec les observations réalisées dans le voisinage solaire. Notons en outre qu'une augmentation de la hauteur d'échelle H_1 doit s'accompagner d'une diminution adéquate de la densité dans le plan n_1 . Une étude basée sur les mesures de dispersion pour des pulsars proches a conduit Gaensler et al. (2008) à proposer une valeur de

la hauteur d'échelle de 1.83 kpc au lieu des 0.95 kpc de la version initiale et une valeur de la densité dans le plan de 0.014 cm^{-3} au lieu des 0.035 cm^{-3} estimée par Cordes and Lazio (2002). Suite à cette publication, différents auteurs ont utilisé le modèle Ne2001 en modifiant uniquement les valeurs de ces deux paramètres (Sun and Reich, 2010; Pshirkov et al., 2011; Jałocha et al., 2011). Cependant Schnitzeler (2012a) a montré que ces seuls changements entraînaient des incohérences à l'intérieur de Ne2001, notamment un recouvrement avec les composants liés aux bras spiraux et au MIS local. Après avoir correctement pris en compte l'ensemble des composants de Ne2001, Schnitzeler (2012a) a proposé une valeur de la hauteur d'échelle de 1.31 kpc associée à une densité dans le plan de 0.016 cm^{-3} . Ce sont ces dernières valeurs que nous utiliserons dans nos simulations.

TABLE 2.1 – Ne2001 : paramètres du disque épais

	Cordes & Lazio (2002)	Gaensler (2008)	Schnitzeler (2012)
H_1 (kpc)	0.95	1.83	1.31
n_1 (cm^{-3})	0.035	0.014	0.016

2.2 Données observationnelles

L'observable que nous avons choisie de modéliser ici est la mesure de rotation Faraday. Cependant, une simulation numérique n'a d'intérêt que lorsque ses prévisions peuvent être confrontées à des observations ou des mesures réelles. Le premier travail à effectuer est donc la création d'une carte de référence observationnelle que je pourrai utiliser pour estimer la qualité de chaque modélisation.

Avant de nous lancer, je souhaiterais apporter une précision d'ordre technique : dans le paragraphe sur la rotation Faraday, lorsque j'ai présenté les différentes méthodes de mesures du champ magnétique interstellaire, j'ai introduit la notion de mesure de rotation :

$$\text{RM} = 0.81 \int_0^D n_e B_{\parallel} ds \left[\text{rad m}^{-2} \right], \quad (2.10)$$

avec n_e la densité d'électrons en cm^{-3} , B_{\parallel} la valeur de la composante du champ magnétique parallèle à la ligne de visée (ldv) en μG et ds l'élément d'intégration le long de la ldv en pc. Néanmoins, dans la suite de ce document, j'utiliserai plus largement la profondeur Faraday (FD) dont l'expression mathématique est dans notre cas très similaire à celle de la mesure de rotation :

$$\text{FD} = 0.81 \int_0^D n_e B_{\parallel} ds \left[\text{rad m}^{-2} \right]. \quad (2.11)$$

La différence entre ces deux grandeurs est d'ordre conceptuel : RM est une grandeur observationnelle (effectivement mesurée pour une source donnée), alors que FD correspond au concept physique associé (indépendamment de toute source). Le point fondamental à retenir dans notre cas particulier est que lorsque je parlerai

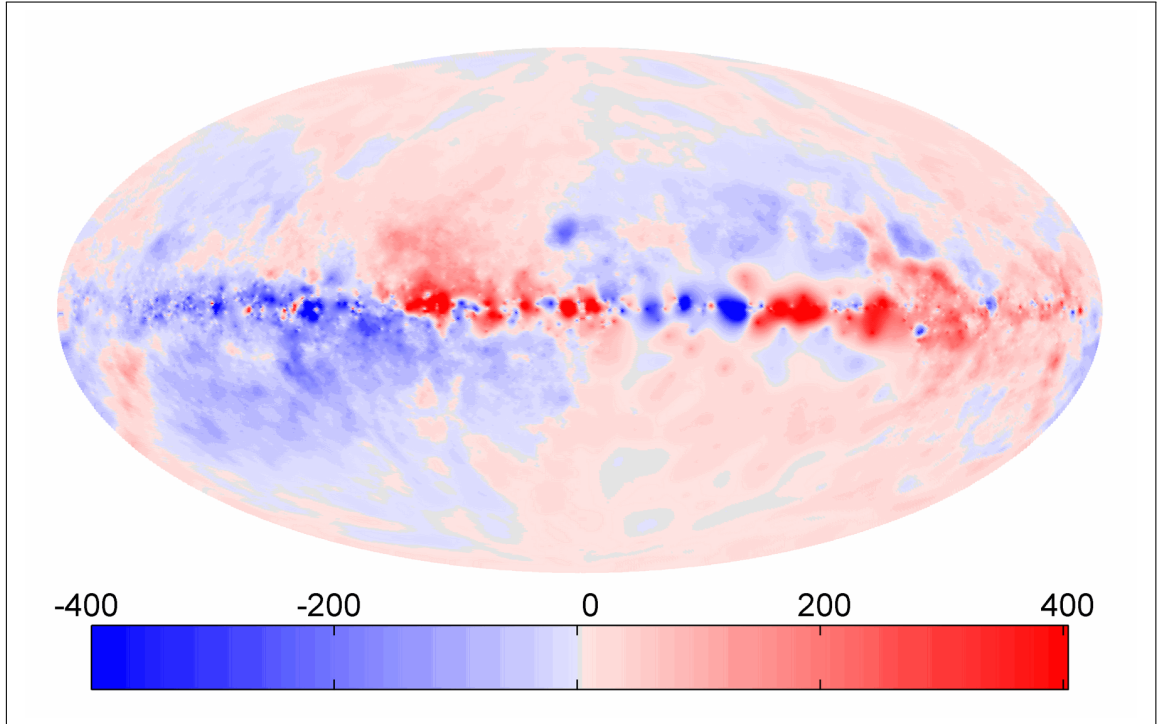


FIGURE 2.4 – Carte du ciel de la profondeur Faraday Galactique FD_{obs} exprimée en rad m^{-2} . Les zones rouges correspondant à $FD > 0$ les zones bleues correspondant à $FD < 0$. Carte en coordonnées galactiques (ℓ, b) issue des données publiées par Oppermann et al. (2015)

de profondeur Faraday, il s’agira de la contribution de notre Galaxie à la mesure de rotation d’une source extragalactique réelle ou hypothétique, ou en d’autres termes :

$$FD = 0.81 \int_{\text{observateur}}^{\text{bordGalaxie}} n_e B_{\parallel} ds \left[\text{rad m}^{-2} \right]. \quad (2.12)$$

2.2.1 Carte de référence

Notre point de départ pour la construction d’une carte de référence est la carte publiée par Oppermann et al. (2012), dont une évolution (Oppermann et al., 2015) sera par la suite intégrée à nos données. Ces cartes sont elles-mêmes basées sur une compilation d’observations de plus de 41 000 sources extragalactiques étudiées par différents auteurs, dont en particulier les 37 543 sources du catalogue NVSS de Taylor et al. (2009) présentées figure 1.15. Oppermann et al. (2012) utilisent un algorithme de reconstruction sophistiqué, basé sur une analyse bayésienne avancée (Enßlin et al., 2009; Enßlin and Weig, 2010; Oppermann et al., 2011), afin de produire des cartes à haute résolution de la profondeur Faraday de notre Galaxie (figure 2.4). Dans la suite de ce document, j’utiliserai FD_{obs} pour faire référence à cette carte, ou plus précisément aux données qu’elle contient.

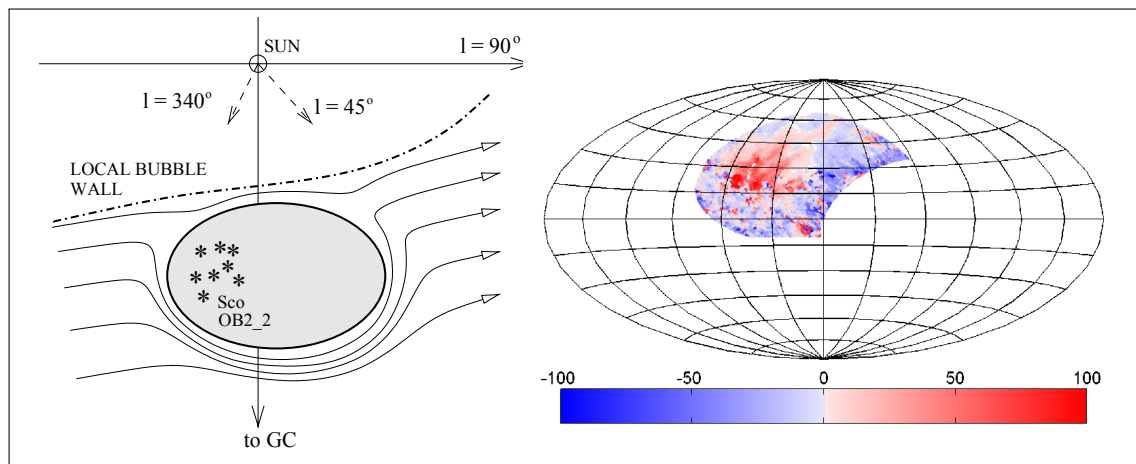


FIGURE 2.5 – Bulle de Wolleben. A gauche, schéma de la structure responsable de la perturbation : *Sco OB2_2*. Le schéma indique aussi la limite de la bulle locale, la position du Soleil et la direction du centre Galactique (schéma issu de Wolleben et al. (2010)). A droite, contribution de la bulle magnétisée à la profondeur Faraday d’après les données de Wolleben et al. (2010). Ces valeurs ont été obtenues par la méthode de synthèse de mesures de rotation. Le système de coordonnées et le code de couleur sont identiques à ceux de la figure 2.4, seule l’échelle d’intensité est différente.

Influence du milieu interstellaire local

Il est largement admis que les grandes structures présentes dans la carte de FD_{obs} (figure 2.4) sont représentatives, du moins en partie, de la structure à grande échelle du champ magnétique interstellaire (Simard-Normandin and Kronberg, 1980; Han et al., 1997; Taylor et al., 2009). Cependant, même si elle est de petite taille, une structure cohérente suffisamment proche dans le milieu interstellaire local peut affecter une grande partie du ciel, s’ajoutant ainsi « faussement » à la contribution des grandes échelles (Frick et al., 2001; Mitra et al., 2003; Wolleben et al., 2010; Mao et al., 2010; Stil et al., 2011; Sun et al., 2015).

La source de perturbation la plus importante est sans doute la bulle magnétisée étudiée par Wolleben et al. (2010). Cette bulle se situe à une distance de l’ordre de la centaine de parsecs, est centrée sur ($\ell \simeq +10^\circ$, $b \simeq +25^\circ$) et s’étend sur environ 5% du ciel ($\Delta\ell \simeq 70^\circ$ en longitude et $\Delta b \simeq 40^\circ$ en latitude). Elle est constituée d’une bulle HI magnétisée englobant une région comprenant des étoiles massives (O, B) et des restes de supernova en expansion qui compriment les lignes de champ. Pour déterminer la contribution de la bulle, Wolleben et al. (2010) ont employé la technique de synthèse de mesure de rotation Faraday. Cette méthode relie la dépendance fréquentielle de l’émission polarisée à sa dépendance en profondeur Faraday au travers d’une transformation similaire à une transformée de Fourier. La présence d’une perturbation (provoquant un changement important dans la direction de polarisation) se traduit alors par l’apparition d’un pic d’émission à la profondeur Faraday correspondante.

J’ai donc commencé par effectuer une correction de la carte d’Oppermann et al. (2015) en soustrayant la contribution de la bulle estimée par Wolleben et al. (2010) que je remercie ici pour m’avoir permis d’utiliser leurs fichiers de données.

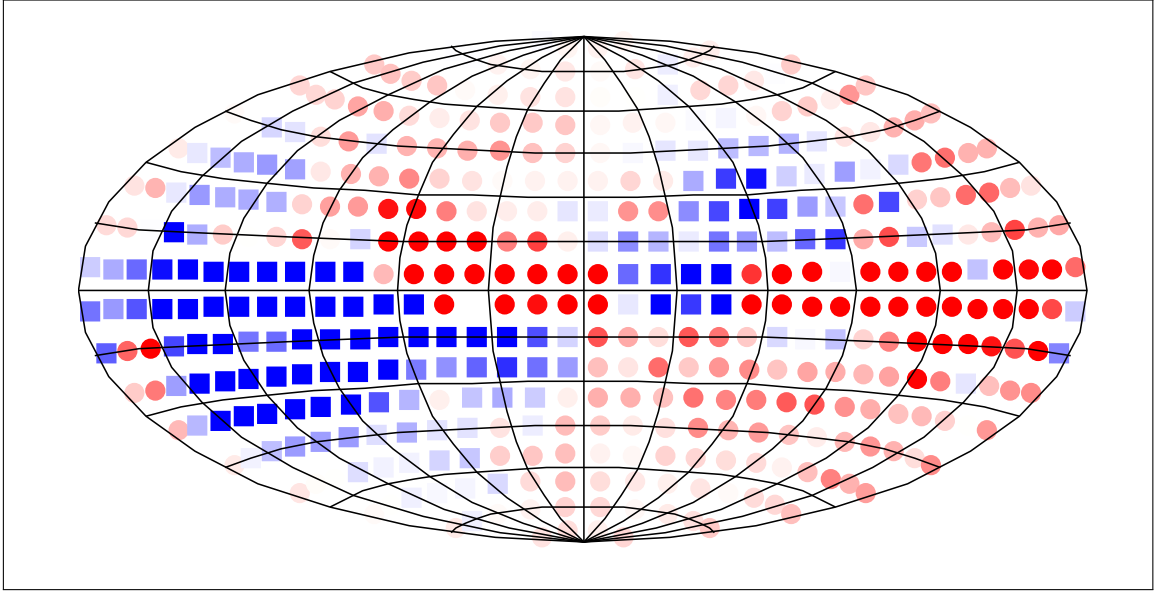


FIGURE 2.6 – Carte de référence observationnelle $\overline{FD}_{\text{obs}}$ obtenue après découpage et moyennage de la carte de Oppermann et al. (2015). Les disques rouges indiquent des zones pour lesquelles $\overline{FD}_{\text{obs}} > 0$ et les carrés bleus, des zones pour lesquelles $\overline{FD}_{\text{obs}} < 0$.

En pratique, les résolutions des deux cartes étant différentes, il a été au préalable nécessaire de procéder à un ré-échantillonnage afin d’avoir une correspondance entre les deux jeux de données.

Nous ne pouvons cependant pas nous contenter de cette seule correction. En effet, un rapide examen des différentes cartes du ciel à haute résolution suffit pour nous convaincre qu’elles contiennent également, au travers de leurs nombreuses fluctuations, un grand nombre d’informations concernant des structures à petite échelle qui ne sont pas pertinentes dans le cadre de notre étude du champ magnétique à grande échelle. C’est pourquoi, afin de limiter l’influence de ces petites structures, j’ai découpé le ciel en zones de tailles comparables², grandes devant l’échelle de la turbulence (responsable des petites fluctuations) mais petites devant l’échelle de variation du champ magnétique régulier qui nous intéresse.

En pratique, la procédure que j’ai utilisée est largement inspirée de celle employée par Pshirkov et al. (2011). J’ai tout d’abord divisé la carte en 18 bandes longitudinales d’épaisseur $\Delta b = 10^\circ$. J’ai ensuite découpé chacune de ces bandes en cases d’environ $(10^\circ)^2$, ce qui correspond à un total de $N_{\text{bin}} = 428$ cases. Enfin, j’ai affecté à chacune d’entre elles sa profondeur Faraday moyenne $\overline{FD}_{\text{obs},i}$, où $i = \{1, 2, \dots, N_{\text{bin}}\}$ permet d’identifier les cases de manière séquentielle.

C’est finalement cette carte moyennée présentée à la figure 2.6 qui constituera notre véritable carte de référence et nous permettra d’évaluer la qualité de nos différentes modélisations.

2. Pour garantir un traitement statistique rigoureux, les zones devraient être d’aires strictement égales. Cependant pour conserver un découpage simple ainsi que pour des commodités de programmation nous nous contentons d’aires comparables afin de tout de même conserver une certaine cohérence statistique.

2.2.2 Composantes symétrique et antisymétrique

Premières constatations

A ce point de notre étude, il est d'ores et déjà possible de souligner un certain nombre de tendances assez générales semblant émerger des cartes présentant les données observationnelles (figures 2.4 & 2.6). Nous pouvons principalement remarquer :

1. une anti-symétrie grossière par rapport à l'axe de rotation ;
2. une anti-symétrie grossière par rapport au plan Galactique dans la Galaxie intérieure (quadrants 1 & 4) pour des latitudes telles que $|b| > 10^\circ$;
3. une symétrie grossière par rapport au plan Galactique dans la Galaxie extérieure (quadrants 2 & 3) ainsi qu'à basse latitude ($|b| < 10^\circ$) dans la Galaxie intérieure (quadrants 1 & 4).

Le premier point est tout à fait compatible avec ce que suggèrent les observations des galaxies extérieures vues de face, à savoir un enroulement des lignes de champ autour de l'axe de rotation.

Les deux autres points révèlent d'une part, une symétrie par rapport au plan Galactique à basse latitude ou dans le disque (cette propriété a déjà été signalée par Rand and Lyne (1994); Frick et al. (2001)), d'autre part une inversion de la symétrie par rapport au plan Galactique à plus haute latitude ou dans le halo (antisymétrique pour $|l| < 90^\circ$ et symétrique pour $|l| > 90^\circ$). Si l'on considère le champ magnétique interstellaire (régulier) comme la combinaison d'une composante liée au disque et d'une composante liée au halo, il y a principalement deux interprétations possibles à cette configuration. (1) La champ du halo peut avoir une symétrie verticale différente dans la Galaxie intérieure et dans la Galaxie extérieure. Cette hypothèse semble peu réaliste mais ne peut pas être totalement exclue (Moss and Sokoloff, 2008; Moss et al., 2010). (2) Le champ du halo est partout antisymétrique mais n'a une contribution dominante que dans la Galaxie intérieure. C'est bien cette seconde option que nous adopterons dans notre modélisation.

Séparation des composantes symétrique et antisymétrique

D'après la section précédente, le champ magnétique régulier \vec{B} peut alors s'écrire comme la combinaison des contributions d'un champ magnétique symétrique \vec{B}_S lié au disque, et d'un champ magnétique antisymétrique \vec{B}_A lié au halo :

$$\vec{B} = \vec{B}_S + \vec{B}_A . \quad (2.13)$$

Dès lors que l'on néglige la légère dissymétrie (par rapport au plan Galactique) de la distribution des électrons libre, nous pouvons considérer que $\vec{F}\vec{D}_{\text{obs}}$ peut être décomposé comme la somme d'une composante symétrique $\vec{F}\vec{D}_{\text{obs},S}$, correspondant à la contribution de \vec{B}_S , et d'une composante antisymétrique $\vec{F}\vec{D}_{\text{obs},A}$, correspondant

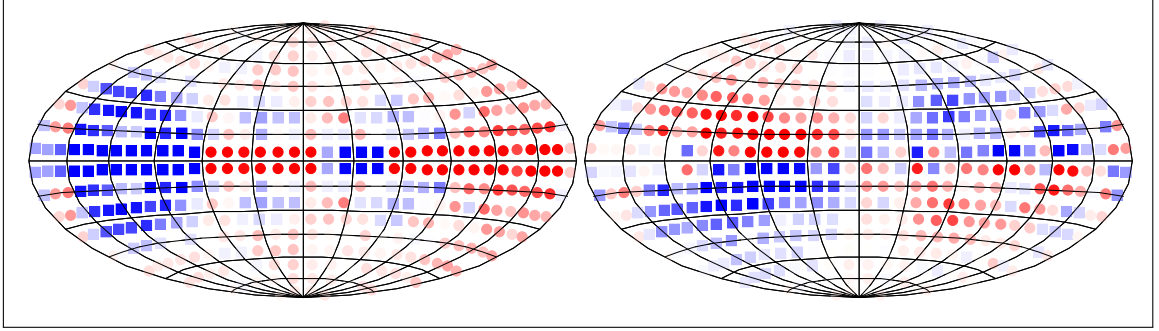


FIGURE 2.7 – Carte de $\overline{FD}_{\text{obs,S}}$ à gauche et $\overline{FD}_{\text{obs,A}}$ à droite obtenues après séparation des contributions de \vec{B}_S et de \vec{B}_A . Les disques rouges indiquent des zones pour lesquelles $\overline{FD}_{\text{obs}} > 0$ et les carrés bleus, des zones pour lesquelles $\overline{FD}_{\text{obs}} < 0$.

à la contribution de \vec{B}_A :

$$\overline{FD}_{\text{obs,S}}(\ell_i, b_i) = \overline{FD}_{\text{obs,S}}(\ell_i, -b_i) = \frac{\overline{FD}_{\text{obs}}(\ell_i, b_i) + \overline{FD}_{\text{obs}}(\ell_i, -b_i)}{2} \quad (2.14)$$

$$\overline{FD}_{\text{obs,A}}(\ell_i, b_i) = -\overline{FD}_{\text{obs,A}}(\ell_i, -b_i) = \frac{\overline{FD}_{\text{obs}}(\ell_i, b_i) - \overline{FD}_{\text{obs}}(\ell_i, -b_i)}{2}, \quad (2.15)$$

où ℓ_i et b_i sont la longitude et la latitude du centre de la case i . Les cartes de $\overline{FD}_{\text{obs,S}}$ et $\overline{FD}_{\text{obs,A}}$ sont représentées à la figure 2.7.

Un rapide examen de ces deux cartes suffit ensuite pour confirmer les remarques faites à la section 2.2.2 : une composante symétrique fortement liée au disque et s'évasant dans la Galaxie extérieure ; une composante antisymétrique répartie de manière plus homogène jusqu'à moyenne latitude (plus sphérique) et dont l'influence tend à diminuer dans la Galaxie extérieure (vers l'anticentre). Pour ce qui est de la composante symétrique, nous pouvons de plus noter de multiples inversions de signe en fonction de la longitude et/ou de la latitude.

2.3 Contraintes sur les modèles de champ magnétique

Il est finalement temps d'aborder la construction des modèles analytiques de champ magnétique qui seront au coeur de nos simulations. Ces modèles devront être relativement simples et pour cela dépendre d'un nombre raisonnable de paramètres libres, mais aussi rester suffisamment généraux pour pouvoir s'adapter aux différentes exigences auxquelles ils seront soumis.

Pour nous guider dans notre tâche, nous pourrions nous appuyer sur un certain nombre de résultats théoriques et observationnels qui constitueront les spécifications de nos modèles. Ces contraintes ont déjà été évoquées dans les pages précédentes, néanmoins il me semble opportun de les résumer ici.

- Le champ magnétique doit en tout point être de divergence nulle ($\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$).
- Les lignes de champ doivent pouvoir produire un motif en spirale lorsque la Galaxie est vue de face.

- Les lignes de champ doivent apparaître parallèles au plan Galactique dans le disque lorsque la Galaxie est vue par la tranche.
- Les lignes de champ doivent pouvoir produire un motif en X dans le halo lorsque la Galaxie est vue par la tranche.
- Le champ magnétique du disque doit être symétrique par rapport au plan Galactique.
- Le champ magnétique du halo doit être antisymétrique par rapport au plan Galactique.

Gardant en mémoire ces quelques points, nous sommes désormais fin prêts à nous lancer dans la modélisation.

2.4 Modèles analytiques de champ magnétique pour le halo Galactique

Partant du constat que le champ magnétique interstellaire peut être considéré comme résultant de la combinaison d'une composante symétrique (champ du disque) et d'une autre antisymétrique (champ du halo), intéressons nous tout d'abord à la contribution du halo. Pour cela plaçons nous dans le référentiel galactocentrique cylindrique $(G, \vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$ où G est le centre Galactique, $(G, \vec{e}_r, \vec{e}_\varphi)$ définit le plan Galactique et \vec{e}_z est perpendiculaire à ce plan. Dans ce référentiel, le champ magnétique en un point M quelconque peut alors s'exprimer : $\vec{B}(M) = B_r \vec{e}_r + B_\varphi \vec{e}_\varphi + B_z \vec{e}_z$.

2.4.1 Modèles poloïdaux de champ magnétique en «X»

Pour des raisons de clarté et de simplicité, je commencerai par traiter le cas plus simple de modèles purement poloïdaux ($B_\varphi = 0$). Un modèle (axisymétrique) sera défini par (1) la forme poloïdale de ses lignes de champ et (2) la distribution de la densité de flux magnétique sur une surface de référence.

Potentiels d'Euler

De manière générale, pour décrire un champ vectoriel dans un espace à trois dimensions, il est nécessaire de disposer de trois fonctions scalaires. Dans le cas du champ magnétique, la condition supplémentaire $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ permet de réduire ce nombre de fonctions à deux. La technique utilisée consiste à introduire les potentiels d'Euler α et β (Northrop, 1963; Stern, 1966) tels que :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \alpha \times \vec{\nabla} \beta. \quad (2.16)$$

Une conséquence immédiate de cette équation est :

$$\begin{cases} \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \alpha = 0 \\ \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \beta = 0 \end{cases}, \quad (2.17)$$

donc $\vec{B} \perp \nabla\alpha$ et $\vec{B} \perp \nabla\beta$. Cela signifie qu'en tout point, \vec{B} est tangent aux surfaces définies par $\alpha = Cte$ et $\beta = Cte$. Les lignes de champ correspondent alors aux intersections de ces surfaces.

En résumé, la seule connaissance des deux potentiels d'Euler α et β suffit pour décrire une ligne de champ en garantissant de plus la non divergence du champ vectoriel.

Dans notre cas purement poloïdal, il est alors possible d'associer l'un des deux potentiels d'Euler à l'angle azimutal (constant pour chaque ligne de champ) :

$$\beta = \varphi , \quad (2.18)$$

Dans ces conditions, l'équation (2.16) nous donne :

$$B_r = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial\alpha}{\partial z} \right)_r \quad (2.19)$$

$$B_\varphi = 0 \quad (2.20)$$

$$B_z = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial\alpha}{\partial r} \right)_z , \quad (2.21)$$

où les indices r et z signifient que les dérivées partielles respectives s'expriment à r et z constants.

Forme des lignes de champ poloïdals

Lorsque l'on se place dans un plan méridien ($\varphi = Cte$), considérons des lignes de champ dont les équations peuvent se mettre sous l'une des formes simples suivantes :

$$z = F_z(\alpha, r) , \quad (2.22)$$

ou

$$r = F_r(\alpha, z) . \quad (2.23)$$

Dans tous les cas, une ligne de champ est entièrement déterminée par la donnée de ses deux potentiels d'Euler $\beta = \varphi$ et α ou plus généralement la valeur d'une fonction monotone de α .

Cas des lignes de champ définies par $z = F_z(\alpha, r)$

En premier lieu, définissons un rayon de référence r_1 , arbitrairement fixé à 3 kpc dans nos simulations, engendrant une surface de référence, ici un cylindre de rayon r_1 , en tout point duquel nous définirons la densité de flux magnétique. Dans ces conditions, le choix que nous faisons pour la fonction de α est la hauteur z_1 (par rapport au plan Galactique) à laquelle une ligne de champ donnée atteint ce rayon de référence r_1 . Les équations (2.19) et (2.21) nous donnent alors :

$$B_r = -\frac{1}{r} \frac{d\alpha}{dz_1} \left(\frac{\partial z_1}{\partial z} \right)_r = \frac{r_1}{r} B_r(r_1, z_1) \left(\frac{\partial z_1}{\partial z} \right)_r \quad (2.24)$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{d\alpha}{dz_1} \left(\frac{\partial z_1}{\partial r} \right)_z = -\frac{r_1}{r} B_r(r_1, z_1) \left(\frac{\partial z_1}{\partial r} \right)_z . \quad (2.25)$$

2.4. MODÈLES ANALYTIQUES DE CHAMP MAGNÉTIQUE POUR LE HALO GALACTIQUE

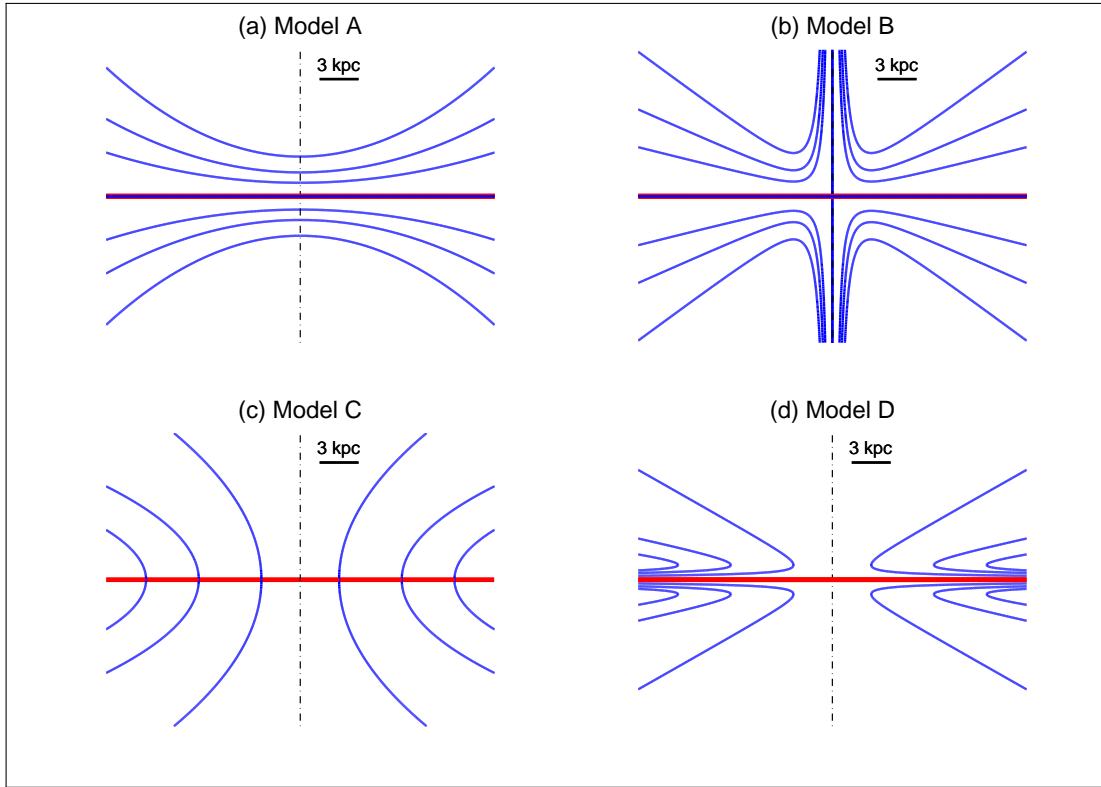


FIGURE 2.8 – Allure des lignes de champ (en bleu) dans un plan méridien dans le cas des modèles purement poloidaux. Ces lignes de champ sont décrites par les équations (2.26), (2.31), (2.38) et (2.43). La trace du plan Galactique est représentée en rouge et l’axe de rotation en noir. Ces graphes sont donnés pour des valeurs arbitraires des paramètres libres : $a = 1/(10 \text{ kpc})^2$ (modèles A & C), $r_1 = 3 \text{ kpc}$ (modèles A & B), $n = 2$ (modèles B & D), $z_1 = 0$ (modèle C) et $z_1 = 1.5 \text{ kpc}$ (modèle D).

Modèle A. (figure 2.8.a) Pour définir notre premier modèle de champ magnétique susceptible de présenter une forme de X, nous avons choisi la fonction quadratique :

$$z = z_1 \frac{1 + a r^2}{1 + a r_1^2}, \quad (2.26)$$

où le rayon de référence r_1 et le facteur d’ouverture des paraboles par rapport à l’axe de rotation a sont deux paramètres strictement positifs. Ces deux paramètres sont liés au modèle en d’autres termes, ils sont identiques pour toutes les lignes de champ. A l’inverse, z_1 est lié à une ligne de champ particulière ; en d’autres termes, dans chaque plan méridien, chaque ligne de champ possède un z_1 différent qui permet de l’identifier :

$$z_1 = z \frac{1 + a r^2}{1 + a r_1^2}, \quad (2.27)$$

que l’on peut injecter dans les équations (2.24) et (2.25).

$$B_r = \frac{r_1}{r} \frac{z_1}{z} B_r(r_1, z_1) \quad (2.28)$$

$$B_z = \frac{2 a r_1 z_1}{1 + a r^2} B_r(r_1, z_1). \quad (2.29)$$

La forme poloidale étant maintenant établie, il ne nous reste plus qu'à nous donner la dépendance de $B_r(r_1, z_1)$ en fonction de z_1 , que nous avons choisie ici linéaire exponentielle (le terme linéaire étant introduit afin de permettre le déplacement du maximum d'intensité hors du plan Galactique) :

$$B_r(r_1, z_1) = \mathcal{B}_1 \frac{|z_1|}{H} \exp\left(-\frac{|z_1| - H}{H}\right), \quad (2.30)$$

où l'intensité de normalisation $\mathcal{B}_1 \geq 0$ et la hauteur d'échelle $H > 0$ sont deux nouveaux paramètres libres.

Remarque. Ce modèle présente toutefois un défaut majeur lorsque l'on considère non plus un simple plan méridien mais un modèle complet à trois dimensions. En effet, dans ces conditions toutes les lignes de champ convergent vers (ou divergent de) l'axe de rotation (en $r = 0$), ce qui en raison de la conservation de la densité de flux magnétique conduit à l'apparition d'une singularité physiquement non acceptable. Je reviendrai plus en détail sur ce problème dans la suite de ce manuscrit (section 2.6) et proposerai une solution permettant de le corriger dans le cas de géométries non axisymétriques. Pour cela je modifierai la structure du modèle A dans la partie centrale de la Galaxie ($r \rightarrow 0$) en autorisant les lignes de champ à contourner l'axe de rotation.

Modèle B. (figure 2.8.b) Un moyen d'éviter tout problème de singularité est de concevoir notre modèle de façon à ce que les lignes de champ ne puissent pas atteindre l'axe de rotation. Cela peut se faire par le remplacement du terme constant de l'équation 2.26 par une puissance négative de r , le terme quadratique pouvant quant à lui être conservé. Cependant, pour des raisons liées à des contraintes observationnelles, nous avons choisi ici de remplacer ce terme quadratique par un terme linéaire.

$$z = \frac{1}{n+1} z_1 \left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^{-n} + n \frac{r}{r_1} \right], \quad (2.31)$$

où l'exposant de la fonction puissance $n > 0$ est un paramètre libre. De manière similaire à ce que nous avons fait pour le modèle A, le label z_1 qui avec r_1 définit la ligne de champ s'exprime :

$$z_1 = (n+1) z \left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^{-n} + n \frac{r}{r_1} \right]^{-1}, \quad (2.32)$$

que l'on injecte dans les équations (2.24) et (2.25) :

$$B_r = \frac{r_1}{r} \frac{z_1}{z} B_r(r_1, z_1) \quad (2.33)$$

$$B_z = -\frac{n}{n+1} \frac{r_1 z_1^2}{r^2 z} \left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^{-n} - \frac{r}{r_1} \right] B_r(r_1, z_1). \quad (2.34)$$

Nous pouvons ensuite conserver la même expression pour la dépendance en z_1 de $B_r(r_1, z_1)$ que celle proposée pour le modèle A au travers de l'équation (2.30).

Remarque 1. Lorsque $r \rightarrow 0$, nous pouvons écrire : $B_r \propto r^{n-1} B_r(r_1, z_1) \propto r^{2n-1}$ et $B_z \propto r^{n-2} B_r(r_1, z_1) \propto r^{2n-2}$. Pour être physiquement acceptable, le modèle B doit alors vérifier la condition $n \geq 1$.

Remarque 2. Le choix de l'équation (2.30) pour définir la dépendance en z_1 de $B_r(r_1, z_1)$ dans les modèles A et B conduit à des champs magnétiques symétriques par rapport au plan Galactique. Il est toutefois possible d'obtenir leurs équivalents antisymétriques en remplaçant l'équation (2.30) par :

$$B_r(r_1, z_1) = \mathcal{B}_1 \frac{z_1}{H} \exp\left(-\frac{|z_1| - H}{H}\right). \quad (2.35)$$

Cas des lignes de champ définies par $r = F_r(\alpha, z)$

Dans ce cas, commençons par définir une hauteur de référence z_1 , arbitrairement fixée, engendrant une surface de référence, ici un plan horizontal de hauteur z_1 (par rapport plan Galactique), en tout point duquel nous définirons la densité de flux magnétique. Dans ces conditions, le choix que nous faisons pour la fonction de α est le rayon r_1 auquel une ligne de champ donnée atteint cette hauteur de référence z_1 .

Un raisonnement tout à fait similaire à celui effectué à la section précédente nous conduit à définir deux nouveaux modèles pour lesquels les rôles des coordonnées r et z sont inversés. La valeur de φ et r_1 est alors suffisante pour définir de manière unique chaque ligne de champ. Les équations (2.19) et (2.21) nous donnent alors :

$$B_r = -\frac{1}{r} \frac{d\alpha}{dr_1} \left(\frac{\partial r_1}{\partial z}\right)_r = -\frac{r_1}{r} B_z(r_1, z_1) \left(\frac{\partial r_1}{\partial z}\right)_r \quad (2.36)$$

$$B_z = \frac{1}{r} \frac{d\alpha}{dr_1} \left(\frac{\partial r_1}{\partial r}\right)_z = \frac{r_1}{r} B_z(r_1, z_1) \left(\frac{\partial r_1}{\partial r}\right)_z. \quad (2.37)$$

Modèle C. (figure 2.8.c) En partant de

$$r = r_1 (1 + a z^2), \quad (2.38)$$

avec la hauteur de référence $z_1 = 0$ et le facteur d'ouverture des paraboles par rapport au plan Galactique $a > 0$, et donc :

$$r_1 = \frac{r}{1 + a z^2}, \quad (2.39)$$

nous obtenons :

$$B_r = \frac{2 a r_1^3 z}{r^2} B_z(r_1, z_1) \quad (2.40)$$

$$B_z = \frac{r_1^2}{r^2} B_z(r_1, z_1). \quad (2.41)$$

Avec :

$$B_z(r_1, z_1) = \mathcal{B}_1 \exp\left(-\frac{r_1}{L}\right), \quad (2.42)$$

Remarque. Contrairement au modèle A qui présente une singularité en $r = 0$, le modèle C reste physiquement acceptable en tout point.

Modèle D. (figure 2.8.d) En partant de

$$r = \frac{1}{n+1} r_1 \left[\left(\frac{z}{z_1} \right)^{-n} + n \frac{z}{z_1} \right], \quad (2.43)$$

avec $|z_1| = 1.5$ kpc la hauteur de référence arbitrairement choisie et l'exposant de la fonction puissance $n > 0$, et donc

$$r_1 = (n+1) r \left[\left(\frac{z}{z_1} \right)^{-n} + n \frac{z}{z_1} \right]^{-1}, \quad (2.44)$$

nous obtenons :

$$B_r = -\frac{n}{n+1} \frac{r_1^3}{r^2 z} \left[\left(\frac{z}{z_1} \right)^{-n} - \frac{z}{z_1} \right] B_z(r_1, z_1) \quad (2.45)$$

$$B_z = \frac{r_1^2}{r^2} B_z(r_1, z_1). \quad (2.46)$$

Remarque 1. Dans le cas du modèle D, lorsque $z \rightarrow 0$, nous avons : $B_r \propto z^{2n-1} B_z(r_1, z_1) \propto z^{2n-1}$ et $B_z \propto z^{2n} B_z(r_1, z_1) \propto z^{2n}$, ce qui conduit à la condition $n > 0.5$.

Remarque 2. Pour les modèles C et D, le champ magnétique est antisymétrique par rapport au plan Galactique. Dans le cas du modèle D, il peut néanmoins être rendu symétrique en remplaçant l'équation (2.42) par :

$$B_z(r_1, z_1) = \mathcal{B}_1 \operatorname{sign} z_1 \exp\left(-\frac{r_1}{L}\right). \quad (2.47)$$

Le modèle C est quant à lui structurellement antisymétrique. Il ne peut en aucun cas être rendu symétrique (les lignes de champ traversent le plan Galactique).

2.4.2 Variation azimutale

Les expressions précédentes définissant nos quatre modèles poloïdaux nous renseignent sur la structure des lignes de champ à l'intérieur du plan méridien dans lequel elles sont définies. Il reste cependant tout à fait envisageable que cette structure puisse être différente dans une autre direction et ainsi dépendre de l'azimut φ du plan méridien. Cette variation azimutale pourrait très bien affecter chacun des paramètres libres des différents modèles ($a, n, H, L, \mathcal{B}_1$ suivant le modèle considéré) tout en conservant la même structure de base définie par les équations (2.26), (2.31), (2.38) et (2.43). Néanmoins, dans un souci de simplicité et afin de limiter le temps d'optimisation, le seul paramètre que nous autoriserons ici à varier avec l'azimut sera \mathcal{B}_1 . Nous opterons pour une relation simple et régulière décrite par l'équation :

$$\mathcal{B}_1(\varphi) = B_1 \cos\left(m(\varphi - \varphi_*)\right), \quad (2.48)$$

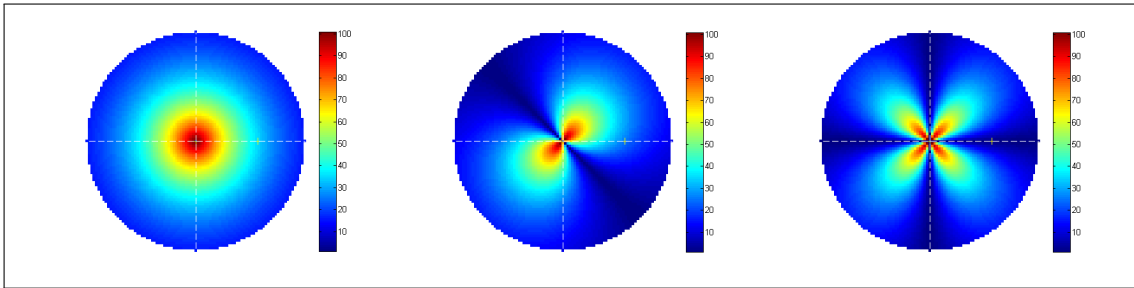


FIGURE 2.9 – Géométrie axiale : coupes horizontales représentant l’intensité du champ magnétique (échelle de couleur) de galaxies hypothétiques possédant un champ poloïdal axisymétrique (à gauche, $m = 0$), bisymétrique (au centre, $m = 1$ et $\varphi_\star = 45^\circ$) et quadrisymétrique (à droite, $m = 2$ et $\varphi_\star = 45^\circ$).

avec B_1 l’intensité de normalisation (contrairement à \mathcal{B}_1 qui est une fonction, B_1 est bien une constante), φ_\star la phase à $\varphi = 0$ et $m \geq 0$ le nombre d’onde azimutal dont la valeur contrôle l’ordre de symétrie axiale (figure 2.9) : $m = 0$ pour un champ magnétique purement axisymétrique, $m = 1$ pour un champ bisymétrique, $m = 2$ pour un champ quadrisymétrique etc...

2.4.3 Fonction d’enroulement et champ azimutal

Aux sections 2.4.1 et 2.4.2, j’ai décrit la méthode que nous avons utilisée pour générer quatre types de modèles purement poloïdaux ($B_\varphi = 0$) susceptibles de produire une forme de X. L’étape suivante que nous abordons ici consiste à ajouter une composante azimutale $B_\varphi \neq 0$, que nous avons choisie de telle façon que sa présence conduit naturellement à un enroulement des lignes de champ sous la forme d’une spirale à trois dimensions pouvant être décrite par l’équation :

$$\varphi = \varphi_1 + f_\varphi(r, z) , \quad (2.49)$$

où φ_1 est l’azimut de la ligne de champ considérée au point de référence de coordonnées (r_1, φ_1, z_1) auquel la ligne de champ traverse la surface de référence (voir section 2.4.1), et $f_\varphi(r, z)$ est une fonction décrivant l’enroulement des lignes de champ. Cela conduit bien évidemment à $f_\varphi(r_1, z_1) = 0$.

Clairement, la donnée du triplet (r_1, φ_1, z_1) permet de définir une ligne de champ de manière unique. Pour les modèles A et B, r_1 est fixé et pour un point (r, φ, z) donné, z_1 s’obtient à l’aide des équations poloïdales (2.27) et (2.32). Pour les modèles C et D, z_1 est fixé et pour un point (r, φ, z) donné, r_1 s’obtient à l’aide des équations poloïdales (2.39) et (2.44). φ_1 s’obtient quant à lui en inversant l’équation (2.49),

$$\varphi_1 = \varphi - f_\varphi(r, z) . \quad (2.50)$$

Faisons maintenant l’hypothèse que les lignes de champ sont ancrées dans le milieu inter-galactique ou en d’autres termes supposons qu’à une distance suffisamment grande devant les dimensions de la Galaxie, le champ magnétique Galactique

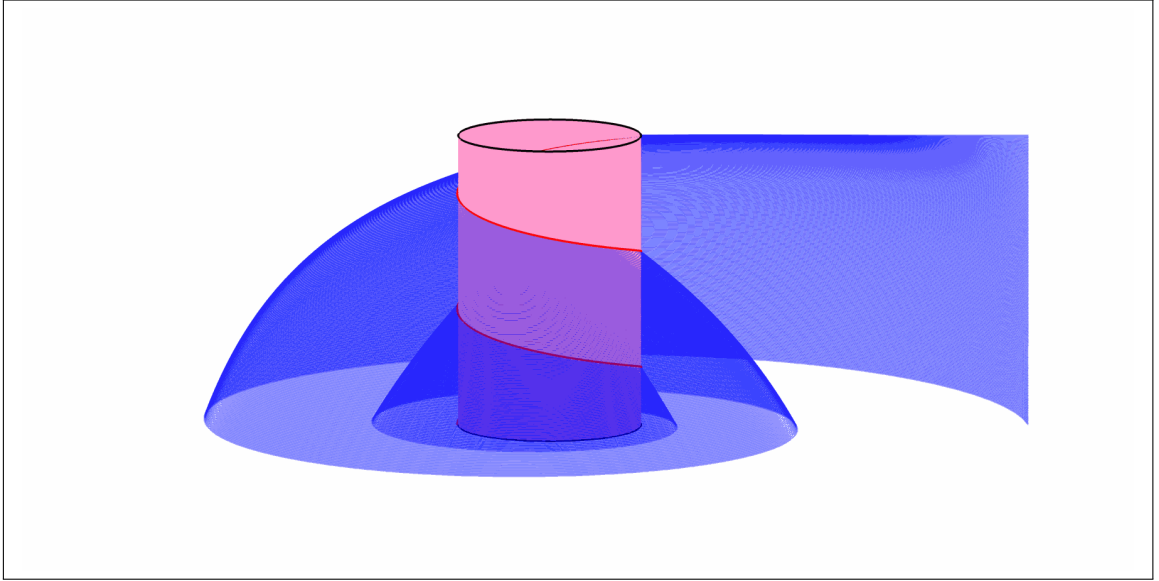


FIGURE 2.10 – Exemple de surface d’enroulement (en bleu) définie par la fonction g_φ pour une valeur donnée de φ_1 . Ces surfaces sont l’équivalent des plans méridiens du cas purement poloïdal. Les lignes de champ de paramètres $\{r_1, \varphi_1, z_1\}$ ($r_1 = Cte$, $z_1 \in \mathbb{R}$ pour les modèles A et B et $z_1 = Cte$, $r_1 \in \mathbb{R}^+$ pour les modèles C et D) sont inscrites sur cette surface. Leur forme étant définie par les équations (2.26), (2.31), (2.38) et (2.43) pour les modèles A, B, C et D respectivement.

est connecté au champ magnétique inter-galactique³. Il est alors possible de ré-écrire la fonction d’enroulement à partir de ce point fixe :

$$f_\varphi(r, z) = g_\varphi(r, z) - g_\varphi(r_1, z_1) , \quad (2.51)$$

où $g_\varphi(r, z)$ est la fonction d’enroulement décalée partant du point d’ancrage de la ligne de champ dans le milieu inter-galactique. Nous avons par conséquent $g_\varphi(r, z) \rightarrow 0$ pour $r \rightarrow \infty$ et/ou pour $|z| \rightarrow \infty$. Nous avons fait ici le choix de la fonction :

$$g_\varphi(r, z) = \cot p_0 \frac{\ln \left[1 - \exp \left(-\frac{r}{L_p} \right) \right]}{1 + \left(\frac{|z|}{H_p} \right)^2} , \quad (2.52)$$

où p_0 est l’angle d’attaque⁴ ou *pitch angle* à l’origine ($(r, z) \rightarrow 0$), L_p et H_p sont respectivement la longueur et la hauteur d’échelle associées à g_φ .

De manière plus imagée, si l’on se place dans un plan horizontal $z = Cte$, le choix d’une telle fonction d’enroulement permet de générer des lignes tendant vers des spirales logarithmiques (angle d’attaque constant) lorsque $(r, z) \rightarrow (0, 0)$ et dont l’enroulement diminue lorsque r et/ou z augmentent.

3. Nous faisons ici cette hypothèse pour des commodités de calcul mais d’autres situations pourraient être envisagées sans pour autant avoir d’impact majeur sur la géométrie du champ magnétique à l’intérieur de la Galaxie.

4. Angle entre la tangente locale à la ligne de champ projetée dans un plan $(\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi)$ et la direction azimutale locale.

L'utilisation de l'équation (2.51) nous permet de réécrire l'équation (2.49) décrivant l'enroulement des lignes de champ sous la forme

$$\varphi = g_\varphi(r, z) + [\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1)] , \quad (2.53)$$

où $[\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1)]$ est une constante pour chaque ligne de champ.

De plus, le champ magnétique étant par définition en tout point tangent aux lignes de champ, l'équation (2.53) nous permet donc de relier sa composante azimutale B_φ à ses composantes horizontale et verticale B_r et B_z :

$$B_\varphi = \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial r} \right) B_r + \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial z} \right) B_z . \quad (2.54)$$

Cette équation peut être vue comme décrivant la production de champ azimutal par le cisaillement des composantes radiale et verticale dû à la rotation différentielle radiale et verticale. En injectant l'équation (2.52) dans (2.54), nous obtenons

$$\begin{aligned} B_\varphi = & \cot p_{s,0} \frac{1}{1 + \left(\frac{|z|}{H_p} \right)^2} \frac{\frac{r}{L_p} \exp\left(-\frac{r}{L_p}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{r}{L_p}\right)} B_r \\ & - 2 \cot p_{s,0} \frac{\frac{z}{H_p^2}}{\left[1 + \left(\frac{|z|}{H_p} \right)^2 \right]^2} r \ln \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{L_p}\right) \right] B_z . \end{aligned} \quad (2.55)$$

Un rapide examen de cette équation nous permet de remarquer que le facteur de B_r a le même signe que $\cot p_0$, alors que le facteur de B_z a le même signe que $\cot p_0$ au-dessus du plan ($z > 0$) et le signe opposé au-dessous du plan ($z < 0$).

2.4.4 Modèles totaux de champ magnétique pour le halo Galactique

Dès lors que la structure du champ magnétique n'est plus strictement poloïdale, le choix de φ pour le second potentiel d'Euler β n'est plus valide. La caractéristique équivalente restant constante, le long d'une ligne de champ donnée, dans le cas des modèles de champ magnétique totaux, est l'azimut du point d'ancrage dans le milieu inter-galactique. Il est ainsi possible de définir notre nouveau potentiel d'Euler :

$$\beta = \varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) . \quad (2.56)$$

Les surfaces de β constant correspondent donc aux surfaces d'enroulement (figure 2.10) sur lesquelles vont s'enrouler les lignes de champ. Chaque ligne de champ étant maintenant identifiée de manière unique par la donnée des coordonnées (r_1, φ_1, z_1) du point auquel elle coupe la surface de référence associée (cylindre de rayon r_1 pour les modèles A et B, plans horizontaux à la hauteur $\pm z_1$ pour les modèles C et D).

TABLE 2.2 – Modèles totaux de champ magnétique pour le halo Galactique

Modèle A	Modèle B
$B_r = \frac{r_1}{r} \frac{z_1}{z} B_r(r_1, \varphi_1, z_1)$ $B_\varphi = \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial r} \right) B_r + \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial z} \right) B_z$ $B_z = \frac{2ar_1 z_1}{1+ar^2} B_r(r_1, \varphi_1, z_1)$	$B_r = \frac{r_1}{r} \frac{z_1}{z} B_r(r_1, \varphi_1, z_1)$ $B_\varphi = \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial r} \right) B_r + \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial z} \right) B_z$ $B_z = -\frac{n}{n+1} \frac{r_1 z_1^2}{r^2 z} \left[\left(\frac{r}{r_1} \right)^{-n} - \frac{r}{r_1} \right] B_r(r_1, \varphi_1, z_1)$
$B_r(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 f_{\text{sym}} \frac{ z_1 }{H} \exp\left(-\frac{ z_1 -H}{H}\right) \cos(m(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_\star)) ,$	
Modèle C	Modèle D
$B_r = \frac{2ar_1^3 z}{r^2} B_z(r_1, \varphi_1, z_1)$ $B_\varphi = \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial r} \right) B_r + \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial z} \right) B_z$ $B_z = \frac{r_1^2}{r^2} B_z(r_1, \varphi_1, z_1)$	$B_r = -\frac{n}{n+1} \frac{r_1^3}{r^2 z} \left[\left(\frac{z}{z_1} \right)^{-n} - \frac{z}{z_1} \right] B_z(r_1, \varphi_1, z_1)$ $B_\varphi = \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial r} \right) B_r + \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial z} \right) B_z$ $B_z = \frac{r_1^2}{r^2} B_z(r_1, \varphi_1, z_1)$
$B_z(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 f_{\text{sym}} \exp\left(-\frac{r_1}{L}\right) \cos(m(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_\star)) ,$	
$f_{\text{sym}} = \begin{cases} \text{sign } z_1 \Rightarrow \begin{cases} \text{A antisymétrique,} \\ \text{B antisymétrique,} \\ \text{D symétrique,} \end{cases} \\ 1 \Rightarrow \begin{cases} \text{A symétrique,} \\ \text{B symétrique,} \\ \text{C antisymétrique,} \\ \text{D antisymétrique,} \end{cases} \end{cases}$	

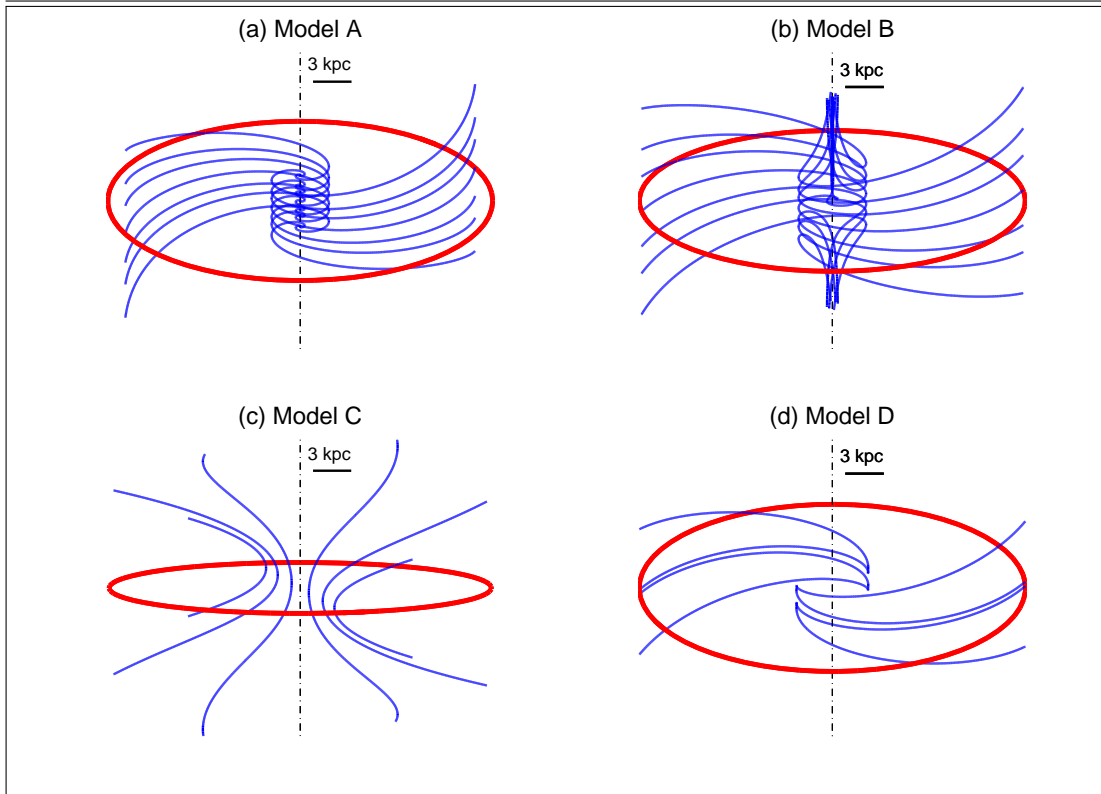


FIGURE 2.11 – Allure des lignes de champ (en bleu) dans le cas des modèles totaux (champ poloïdal + azimuthal) pour le halo Galactique. Les formes poloïdales sont les mêmes que celles de la figure 2.8. La fonction d’enroulement (identique pour les quatre modèles) est pour des raisons de clarté définie avec un angle d’attaque constant (tant en fonction de r que de z). Nous avons choisi $p_0 = 30^\circ$. La trace du plan Galactique est représentée en rouge et l’axe de rotation en noir.

Un raisonnement tout à fait similaire à celui qui a été décrit dans le cas purement poloïdal (que je ne reprends pas ici) conduit alors à la forme générale des équations définissant le champ magnétique pour chacun de nos quatre modèles. Le tableau 2.2 résume les équations gouvernant chacun des quatre modèles.

Le paramètre f_{sym} a été introduit afin de contrôler la symétrie verticale des modèles A, B, et D, le modèle C étant quant à lui toujours antisymétrique par rapport au plan Galactique.

2.5 Modèles analytiques de champ magnétique pour le disque Galactique

Les modèles de champ magnétique pour le disque Galactique que je présente ici sont directement inspirés de ceux utilisés dans le cas du halo. Je me limiterai donc dans cette section à décrire les quelques adaptations mineures que nous avons apportées.

Tout d’abord, en raison des contraintes observationnelles s’appliquant au champ du disque et résumées à la section 2.3, le modèle C apparaît comme inadapté. En effet, les lignes de champ qu’il engendre ne sont pas naturellement parallèles au

plan Galactique dans le disque. Il est de plus nécessairement antisymétrique par rapport à ce même plan Galactique. Les seuls modèles A, B et D font donc l'objet d'une adaptation au disque Galactique sous la dénomination Ad, Bd et Dd respectivement.

Modèle Ad. Les équations décrivant la forme des lignes de champ sont les mêmes que pour le modèle A (présentées dans le tableau de la section 2.4.4). La seule différence réside dans la distribution de la densité de flux magnétique sur le cylindre de référence, qui est donnée ici par

$$B_r(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 f_{\text{sym}} \exp\left(-\frac{|z_1|}{H}\right) \cos\left(m\left(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_\star\right)\right). \quad (2.57)$$

Ce choix permet de renforcer l'influence du modèle dans le disque en imposant un maximum d'intensité magnétique dans le plan Galactique.

Notons en outre que la question de la singularité à l'origine décrite à la section 2.4.1 reste toujours posée dans cette version du modèle (une solution à ce problème sera donnée à la section 2.6).

Modèle Bd. (figure 2.12.a) Dans le cas du modèle Bd, une légère modification est apportée à la forme des lignes de champ, qui est maintenant décrite par

$$z = \frac{1}{2n+1} z_1 \left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^{-n} + 2n \sqrt{\frac{r}{r_1}} \right], \quad (2.58)$$

avec $n = 2$ afin de mieux contenir les lignes de champ dans le disque Galactique. Cette équation conduit à

$$z_1 = (2n+1) z \left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^{-n} + 2n \sqrt{\frac{r}{r_1}} \right]^{-1}, \quad (2.59)$$

et par la suite à

$$B_r = \frac{r_1}{r} \frac{z_1}{z} B_r(r_1, \varphi_1, z_1) \quad (2.60)$$

$$B_z = -\frac{n}{2n+1} \frac{r_1 z_1^2}{r^2 z} \left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^{-n} - \sqrt{\frac{r}{r_1}} \right] B_r(r_1, \varphi_1, z_1). \quad (2.61)$$

La distribution de la densité de flux magnétique sur le cylindre de référence est décrite par la même exponentielle décroissante que pour le modèle Ad (équation (2.57)).

Modèle Dd. (figure 2.12.b) Ici encore, la version associée au disque reste très similaire à son analogue du halo. En premier lieu, lorsque $z \rightarrow 0$, $B_r \propto z^{2n-1}$ et $B_z \propto z^{2n}$ et donc la seule valeur de l'exposant conduisant à un maximum fini d'intensité dans le plan Galactique est $n = 0.5$. Il est bien sûr également nécessaire de choisir la version symétrique associée au modèle ($f_{\text{sym}} = \text{sign}z_1$). Enfin, en raison de la forte concentration des lignes de champ dans le disque inhérente à cette

TABLE 2.3 – Modèles totaux de champ magnétique pour le disque Galactique

Modèle Ad	Modèle Bd
$B_r = \frac{r_1}{r} \frac{z_1}{z} B_r(r_1, \varphi_1, z_1)$ $B_\varphi = \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial r} \right) B_r + \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial z} \right) B_z$ $B_z = \frac{2a r_1 z_1}{1+a r^2} B_r(r_1, \varphi_1, z_1)$	$B_r = \frac{r_1}{r} \frac{z_1}{z} B_r(r_1, \varphi_1, z_1)$ $B_\varphi = \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial r} \right) B_r + \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial z} \right) B_z$ $B_z = -\frac{n}{n+1} \frac{r_1 z_1^2}{r^2 z} \left[\left(\frac{r}{r_1} \right)^{-n} - \sqrt{\frac{r}{r_1}} \right] B_r(r_1, \varphi_1, z_1)$
$B_r(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 f_{\text{sym}} \exp\left(-\frac{ z_1 }{H}\right) \cos\left(m\left(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_\star\right)\right)$	
Modèle Dd	
$B_r = -\frac{n}{n+1} \frac{r_1^3}{r^2 z} \left[\left(\frac{z}{z_1} \right)^{-n} - \frac{z}{z_1} \right] B_z(r_1, \varphi_1, z_1)$ $B_\varphi = \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial r} \right) B_r + \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial z} \right) B_z$ $B_z = \frac{r_1^2}{r^2} B_z(r_1, \varphi_1, z_1)$	
$B_z(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 \text{sign } z_1 F(r_1) \cos\left[m\left(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_\star\right)\right]$ $F(r_1) = \begin{cases} 1, & r_1 \leq L \\ \exp\left(-\frac{r_1 - L}{L}\right), & r_1 \geq L \end{cases} .$	

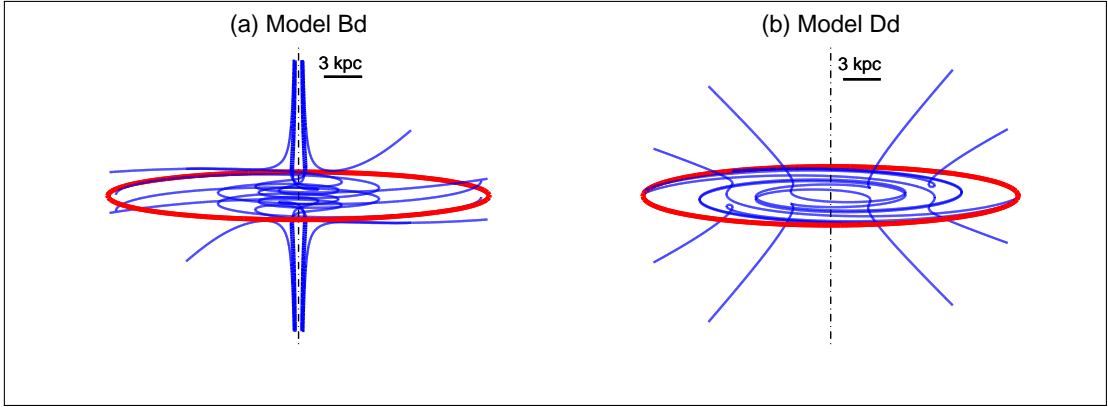


FIGURE 2.12 – Allure des lignes de champ (en bleu) dans le cas des modèles totaux (champ polôïdal + azimuthal) pour le disque Galactique. La fonction d’enroulement (identique pour les deux modèles) est pour des raisons de clarté définie avec un angle d’attaque constant (tant en fonction de r que de z). Nous avons choisi $p_s = 30^\circ$. La trace du plan Galactique est représentée en rouge et l’axe de rotation en noir.

configuration, l’intensité du champ magnétique augmente de manière importante à proximité du plan Galactique. Il nous a paru opportun de modifier la distribution de la densité de flux sur la surface de référence afin de limiter autant que possible cet effet. Pour cela nous avons choisi

$$B_z(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 \operatorname{sign} z_1 F(r_1) \cos \left[m \left(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_\star \right) \right], \quad (2.62)$$

avec

$$F(r_1) = \begin{cases} 1, & r_1 \leq L \\ \exp\left(-\frac{r_1 - L}{L}\right), & r_1 \geq L \end{cases}. \quad (2.63)$$

2.6 Cas particulier des modèles A et Ad

Comme je l’ai promis aux sections 2.4.1 et 2.5 il est maintenant temps de revenir sur le problème de la singularité en $r = 0$ inhérente aux modèles A et Ad. Notons tout d’abord qu’il ne sera pas possible de corriger ce défaut dans le cas axisymétrique. En effet, dans ce cas B_r a partout le même signe, de sorte que toutes les lignes de champ convergent vers (ou divergent de) l’axe de rotation. Cette accumulation est par conséquent la source de la singularité et ne peut être éliminée.

Les symétries d’ordre supérieur offrent cependant une solution pour contourner le problème. Plaçons nous par exemple dans le cas bisymétrique. Il devient alors possible d’imaginer qu’une ligne de champ entre dans la Galaxie ($B_r < 0$) suivant un angle φ_{in} , et que cette ligne peut être connectée à sa symétrique qui sort de la Galaxie ($B_r > 0$) suivant un angle $\varphi_{\text{out}} = 180^\circ - \varphi_{\text{in}}$. De cette façon, la conservation du flux magnétique est globalement vérifiée (tout ce qui entre d’un côté ressort de l’autre côté). Une singularité est toujours présente en $r = 0$ mais elle est liée dans ce cas au fait que l’ensemble des lignes de champ sont comprimées dans un

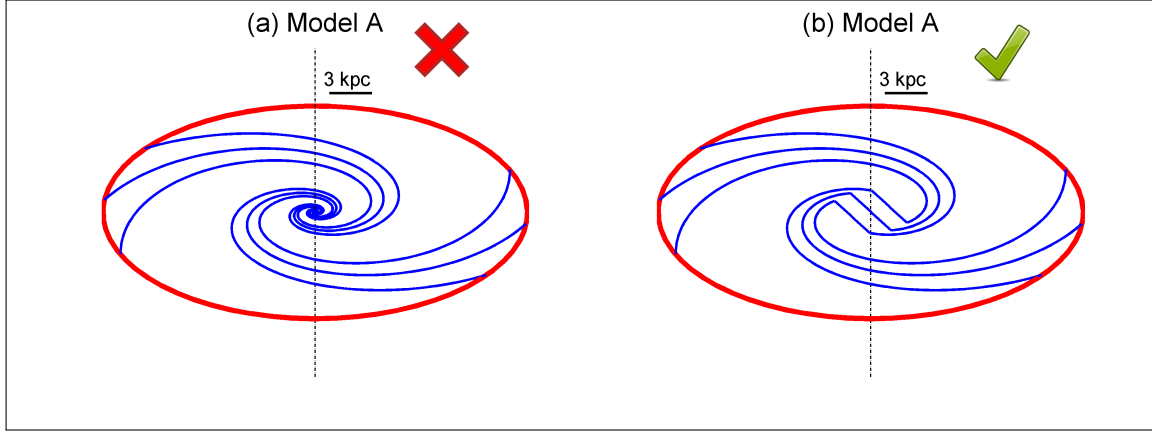


FIGURE 2.13 – A gauche, dans le modèle A tel qu'il a été défini initialement, toutes les lignes de champ convergent vers (ou divergent de) l'axe de rotation ce qui conduit à l'apparition d'une singularité. A droite, dans le cas bisymétrique, le modèle A peut être modifié afin d'être physiquement acceptable. Pour cela il suffit de connecter les lignes de champ deux à deux et de modifier la géométrie du champ magnétique dans la partie centrale de la Galaxie.

volume qui devient nul au niveau de l'axe. La solution consiste alors à modifier la géométrie du champ magnétique dans la région centrale de la Galaxie de manière à éviter l'axe de rotation (figure 2.13).

En pratique, il est commode de choisir r_1 pour rayon de la zone centrale. Puis, toujours dans le cas bisymétrique ($m = 1$), les lignes de même z_1 et de φ_1 associés sont connectées, à l'intérieur du cylindre de rayon r_1 , par une ligne droite de direction \vec{e}_X (figure 2.14).

Pour un point $M(r, \varphi, z)$, on a :

$$\begin{cases} \vec{B}(M) = B_r \vec{e}_r + B_\varphi \vec{e}_\varphi + B_z \vec{e}_z & \text{si } r \geq r_1 \\ \vec{B}(M) = B_X \vec{e}_X & \text{si } r \leq r_1 \end{cases} . \quad (2.64)$$

La conservation du flux impose donc pour $r = r_1$:

$$(B_r \vec{e}_r + B_\varphi \vec{e}_\varphi + B_z \vec{e}_z) \cdot \vec{e}_r = B_X \vec{e}_X \cdot \vec{e}_r , \quad (2.65)$$

ce qui conduit à :

$$B_X = \frac{B_r}{\cos \theta_0} , \quad (2.66)$$

avec $\theta_0 = \varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_*$

(1) **Pour $r \geq r_1$,** on a le modèle classique

$$\begin{cases} B_r = \frac{r_1 z_1}{r z} B_r(r_1, \varphi_1, z_1) \\ B_\varphi = r \frac{\partial g_\varphi(r, z)}{\partial r} B_r + r \frac{\partial g_\varphi(r, z)}{\partial z} B_z , \\ B_z = \frac{2 a r_1 z_1}{1 + a r^2} B_r(r_1, \varphi_1, z_1) \end{cases} , \quad (2.67)$$

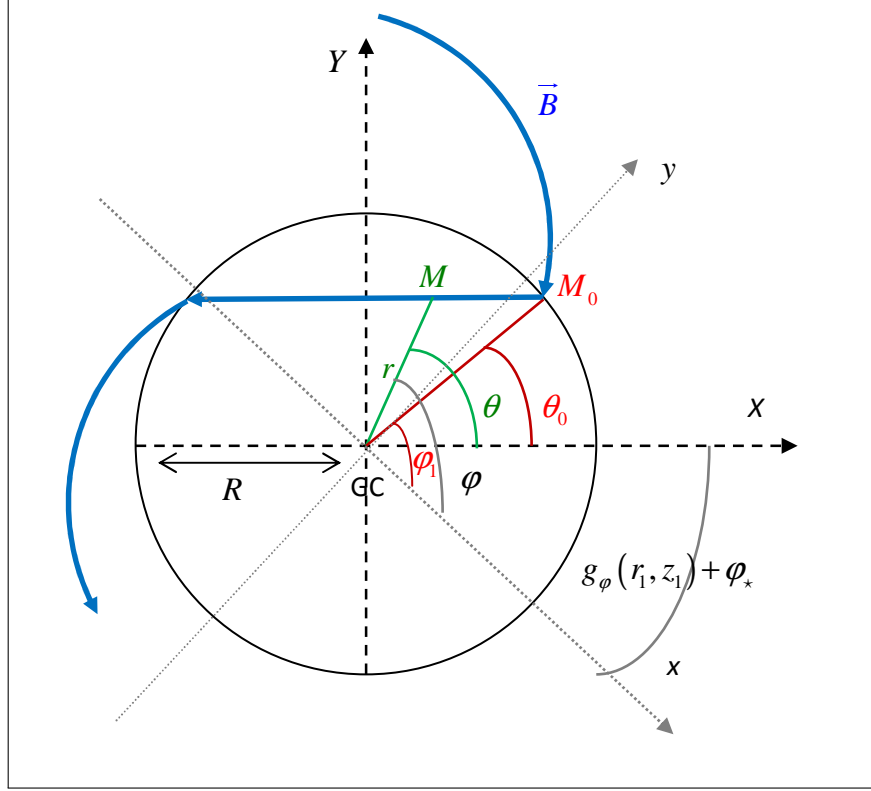


FIGURE 2.14 – Schéma illustrant la modification de la géométrie des modèles A ou Ad dans la zone centrale de la Galaxie (de rayon $R = r_1$). Les lignes de champ sont connectées deux à deux (à l'intérieur de cette zone) de telle sorte que la continuité du champ et la conservation du flux magnétique soient garanties.

avec

$$B_r(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 \exp\left(-\frac{|z_1|}{H}\right) \cos(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_*) \quad (2.68)$$

(2) Pour $r \leq r_1$, on a

$$B_X(M) = B_X(M_0) = \frac{B_r(M_0)}{\cos \theta_0} \quad (2.69)$$

avec M_0 le point de coordonnées $(X_{M_0}, Y_{M_0}, Z_{M_0})$ situé sur la cylindre de référence :

$$\begin{cases} X_{M_0} = r_1 \cos \theta_0 = r_1 \cos \left[\arcsin \left(\frac{Y_{M_0}}{r_1} \right) \right] \\ Y_{M_0} = r \sin \theta \\ Z_{M_0} = z \end{cases} \quad (2.70)$$

que l'on peut alors injecter dans l'expression de B_r et finalement,

$$B_X(M) = \frac{r_1 z_1}{r z} \frac{B_r(r_1, \varphi_1, z_1)}{\cos \theta_0} = B_1 \exp\left(-\frac{|z_1|}{H}\right) \quad (2.71)$$

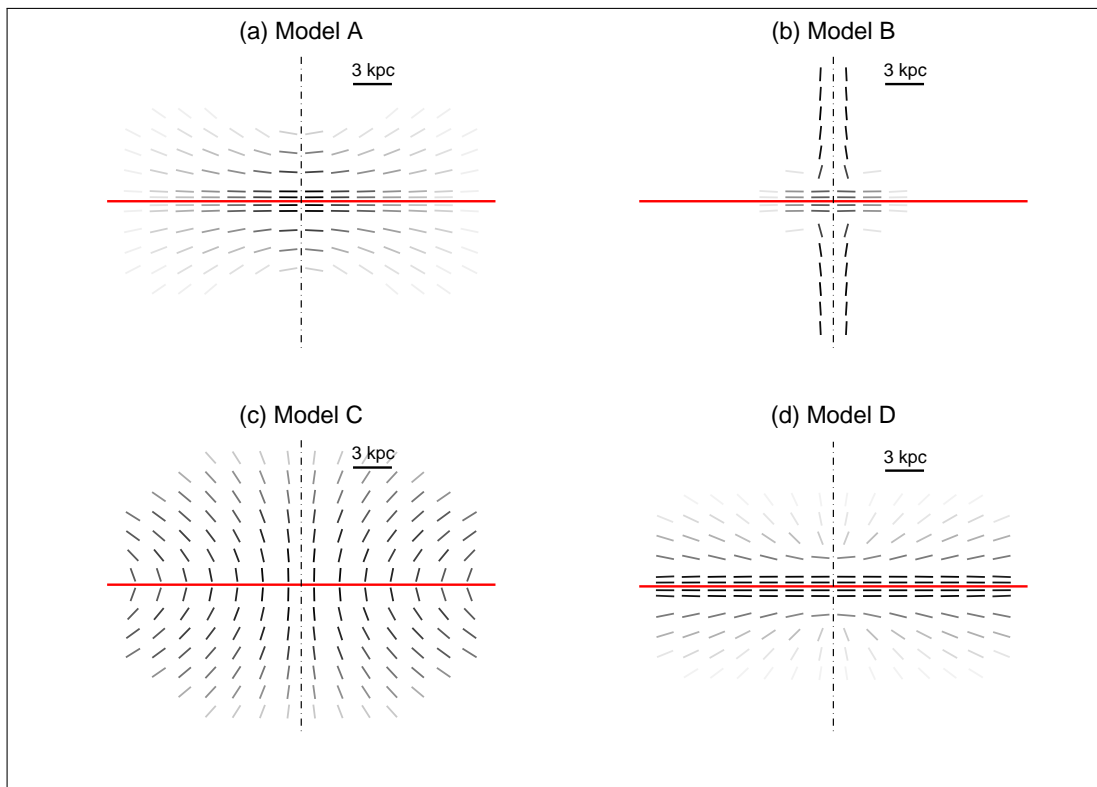


FIGURE 2.15 – Cartes de polarisation correspondant au test simplifié (voir texte) pour chacun des quatre modèles de champ magnétique. Les valeurs des différents paramètres restent arbitrairement fixées aux valeurs déjà utilisées à la figure 2.11. L’orientation de chaque barre nous donne la direction de polarisation et l’échelle de gris nous informe sur l’intensité de l’émission. La trace du plan Galactique est représentée en rouge et l’axe de rotation en noir.

A l’intérieur du cylindre central, l’intensité du champ magnétique ne dépend donc que de la distance au plan Galactique.

Cette procédure est évidemment tout à fait généralisable à des ordres de symétrie axiale plus élevés.

2.7 Première vérification

Une fois terminé le travail un peu abstrait de construction de nos modèles, il paraît légitime de vouloir vérifier que nos choix ont été judicieux. Pour cela, j’ai imaginé un test très simplifié dans lequel je considère une galaxie hypothétique vue exactement par la tranche et possédant un champ magnétique parfaitement décrit par l’un de nos modèles analytiques. J’ai ensuite simulé l’émission synchrotron de cette galaxie et vérifié que le résultat obtenu était bien conforme à nos attentes.

En pratique, l’émissivité synchrotron ε est polarisée perpendiculairement à \vec{B}_\perp et est de la forme :

$$\varepsilon \propto n_{\text{rel}} B_\perp^{\frac{\gamma+1}{2}}, \quad (2.72)$$

où n_{rel} est la densité d’électrons relativistes, B_\perp la composante du champ magnétique perpendiculaire à la ligne de visée et γ l’indice de puissance du spectre en énergie des électrons relativistes (nous adoptons ici $\gamma = 3$). Si nous faisons de plus

la double hypothèse que (1) les électrons relativistes représentent une proportion fixe de la population des rayons cosmiques, et (2) les rayons cosmiques et le champ magnétique sont en équipartition (en énergie ou en pression), l'équation (2.72) devient :

$$\varepsilon \propto B^2 B_{\perp}^2 . \quad (2.73)$$

Considérons maintenant un second référentiel $(G, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ (en plus du référentiel galactocentrique cylindrique $(G, \vec{e}_r, \vec{e}_{\varphi}, \vec{e}_z)$) dans lequel sont définis nos modèles, où G est le centre galactique et $(G, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ correspond au plan galactique, l'observateur étant arbitrairement situé sur l'axe (G, \vec{e}_x) . Nous avons alors :

$$\begin{cases} \vec{e}_r = \cos \varphi \vec{e}_x + \sin \varphi \vec{e}_y \\ \vec{e}_{\varphi} = -\sin \varphi \vec{e}_x + \cos \varphi \vec{e}_y \end{cases} . \quad (2.74)$$

En tout point P nous avons :

$$\vec{B} = B_r \vec{e}_r + B_{\varphi} \vec{e}_{\varphi} + B_z \vec{e}_z = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y + B_z \vec{e}_z , \quad (2.75)$$

d'où :

$$\begin{cases} B_x = B_r \cos(\varphi) - B_{\varphi} \sin(\varphi) \\ B_y = B_r \sin(\varphi) + B_{\varphi} \cos(\varphi) \end{cases} , \quad (2.76)$$

et

$$\begin{cases} B^2 = B_r^2 + B_{\varphi}^2 + B_z^2 = B_x^2 + B_y^2 + B_z^2 \\ B_{\perp}^2 = B_x^2 + B_y^2 \end{cases} . \quad (2.77)$$

En ce même point P les paramètres de Stokes sont de la forme :

$$\begin{cases} I \propto B^2 B_{\perp}^2 \\ Q = I \cos(2\psi) \cos(2\chi) \\ U = I \sin(2\psi) \cos(2\chi) \\ V = I \sin(2\chi) \end{cases} , \quad (2.78)$$

avec ψ l'angle de la direction de polarisation linéaire (perpendiculaire à \vec{B}_{\perp}), et $\chi = 0$ en l'absence de polarisation circulaire (ce que nous supposons ici). Les paramètres de Stokes s'écrivent alors :

$$\begin{cases} I \propto B^2 B_{\perp}^2 \\ Q = I \cos(2\psi) \\ U = I \sin(2\psi) \\ V = 0 \end{cases} . \quad (2.79)$$

Il suffit alors d'intégrer ces paramètres sur diverses lignes de visée (dans notre cas particulier, ces intégrales sont de la forme $S_{\{I,Q,U\}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \{I, Q, U\} dx$ où S_p fait référence à la valeur intégrée du paramètre p).

Les valeurs ainsi obtenues correspondent à la contribution globale de la galaxie pour chaque ligne de visée et permettent de déterminer l'angle de la direction de polarisation correspondant. La figure 2.15 présente un exemple des cartes obtenues

pour chacun de nos quatre modèles et pour des valeurs de paramètres arbitrairement fixées. J'insiste encore une fois sur l'extrême simplification de cette approche mettant en jeu une orientation particulière d'une galaxie possédant un champ magnétique idéal. Des effets importants comme la rotation Faraday ou la dépolarisation sont aussi ignorés. Néanmoins, sans présager des résultats pour notre propre Galaxie, ces simulations permettent de confirmer que les modèles que nous avons construits sont effectivement susceptibles de reproduire les structures magnétiques observées dans les galaxies externes.

2.8 Conclusion

Nous disposons désormais de l'ensemble des éléments nécessaires à nos simulations : un modèle de distribution des électrons libres dans notre Galaxie, une carte de référence observationnelle et un jeu de modèles de champ magnétique compatibles avec les différentes contraintes issues de la théorie et des observations. Au prochain chapitre, je décrirai la méthode que j'ai mise en oeuvre pour combiner l'ensemble de ces éléments afin de déterminer les configurations produisant les meilleurs accords modèles-observations.

Chapitre 3

Simulation et optimisation

Sommaire

3.1	Systèmes de coordonnées	64
3.1.1	Définition des référentiels	64
3.1.2	Changements de référentiels	66
3.2	Construction de cartes théoriques	66
3.3	Comparaison des cartes théoriques et observationnelle	68
3.3.1	Remarque préliminaire	68
3.3.2	Principe de la méthode	68
3.3.3	Incertitude associée à la carte de référence	70
3.3.4	Champ magnétique turbulent et incertitude associée . .	71
3.4	Optimisation	75
3.4.1	Exploration systématique	76
3.4.2	Algorithmes génétiques	76
3.4.3	Méthodes MCMC	80
3.5	Conclusion	87

Après avoir présenté au chapitre précédent l'ensemble des éléments nécessaires à nos simulations, je vais tout au long de ce chapitre décrire de manière plus pratique la mise au point et le déroulement de ces simulations.

Pour commencer, il me semble important de dire quelque mots sur les différents systèmes de coordonnées utilisés. J'aborderai ensuite la construction des cartes théoriques basées sur nos différents modèles analytiques du champs magnétique Galactique. Puis je présenterai le test de comparaison modèles-observations ; à cette occasion, je m'attarderai sur la procédure d'estimation de l'incertitude attachée à nos données observationnelles, je décrirai en particulier le modèle simple élaboré pour estimer la contribution du champ magnétique turbulent à la profondeur Faraday Galactique. Enfin, dans une dernière partie, j'aborderai le problème de l'optimisation et présenterai les deux techniques principales que j'ai utilisées au cours de ma thèse afin de déterminer les valeurs des paramètres produisant le meilleur accord modèles-observations.

La programmation ayant représenté une partie importante de mon travail, j'émillera également ce chapitre d'exemples d'algorithmes très simplifiés.

3.1 Systèmes de coordonnées

Bien que les référentiels utilisés soient tout à fait classiques et que leur manipulation ne présente pas de réelles difficultés, il convient d'être clair dans les définitions et rigoureux dans les changements de système de coordonnées. Je vais donc consacrer cette section à une présentation rapide.

3.1.1 Définition des référentiels

Référentiel Héliocentrique cartésien (RHC) : (S, X, Y, Z) C'est le référentiel cartésien centré sur le Soleil (S) dont l'axe (SX) est dirigé vers le centre Galactique (G), l'axe (SY) est dans le plan Galactique, dirigé parallèlement à $\ell = 90^\circ$ et (SZ) est dirigé verticalement, vers le nord Galactique de manière à former un trièdre direct. Ce repère, schématisé en vert sur la figure 3.1, n'a qu'un rôle d'intermédiaire dans les calculs.

Référentiel Héliocentrique sphérique (RHS) : (S, s, ℓ, b) C'est le référentiel sphérique centré sur le Soleil (S) et dont le plan de référence est le plan Galactique. Un point M est repéré par sa distance au Soleil s , sa longitude Galactique ℓ (angle dans le plan Galactique entre la direction du centre Galactique et la direction du projeté H du point M), sa latitude Galactique b (élévation du point M par rapport au plan Galactique). C'est dans ce repère, schématisé en bleu sur la figure 3.1 que sont définies les directions des lignes de visée ainsi que celles des sources extragalactiques. Ce référentiel est parfois appelé «référentiel Galactique» mais je n'utiliserai pas cette dénomination afin d'éviter toute confusion avec les repères Galactocentriques présentés ci-dessous.

Référentiel Galactocentrique de Lazio et Cordes (RGLC) : (G, x_{LC}, y_{LC}, z) C'est le référentiel cartésien centré sur le centre Galactique (G) dont l'axe (Gx_{LC}) est dirigé parallèlement à $\ell = 90^\circ$, l'axe (Gy_{LC}) est dirigé vers le Soleil (S) et l'axe (Gz) est perpendiculaire au plan Galactique, dirigé vers le nord de manière à former un trièdre direct (dans ce système de coordonnées le Soleil est au point $(0, R_\odot, 0)$). C'est dans ce repère, schématisé en jaune sur la figure 3.1 que le programme basé sur le modèle Ne2001 évalue la densité électronique en tout point de la Galaxie.

Référentiel Galactocentrique cartésien (RGCa) : (G, x, y, z) C'est le référentiel cartésien centré sur le centre Galactique (G) mais ici, c'est l'axe (Gx) qui est dirigé vers le Soleil, et l'axe (Gy) qui est dirigé parallèlement à $\ell = 90^\circ$ de sorte que le repère ($Gxyz$) soit indirect. Ce repère, schématisé en rouge sur la figure 3.1 a pour intérêt d'être orienté dans le même sens que celui de la rotation de la Galaxie.

Référentiel Galactocentrique cylindrique (RGCY) : (G, r, φ, z) C'est le référentiel cylindrique centré sur le centre Galactique G , basé sur le repère (RGCa), dans lequel un point M est repéré par la distance r entre le centre Galactique et le projeté H du point M , l'angle φ entre la direction (Gx) et (GH) et enfin l'altitude

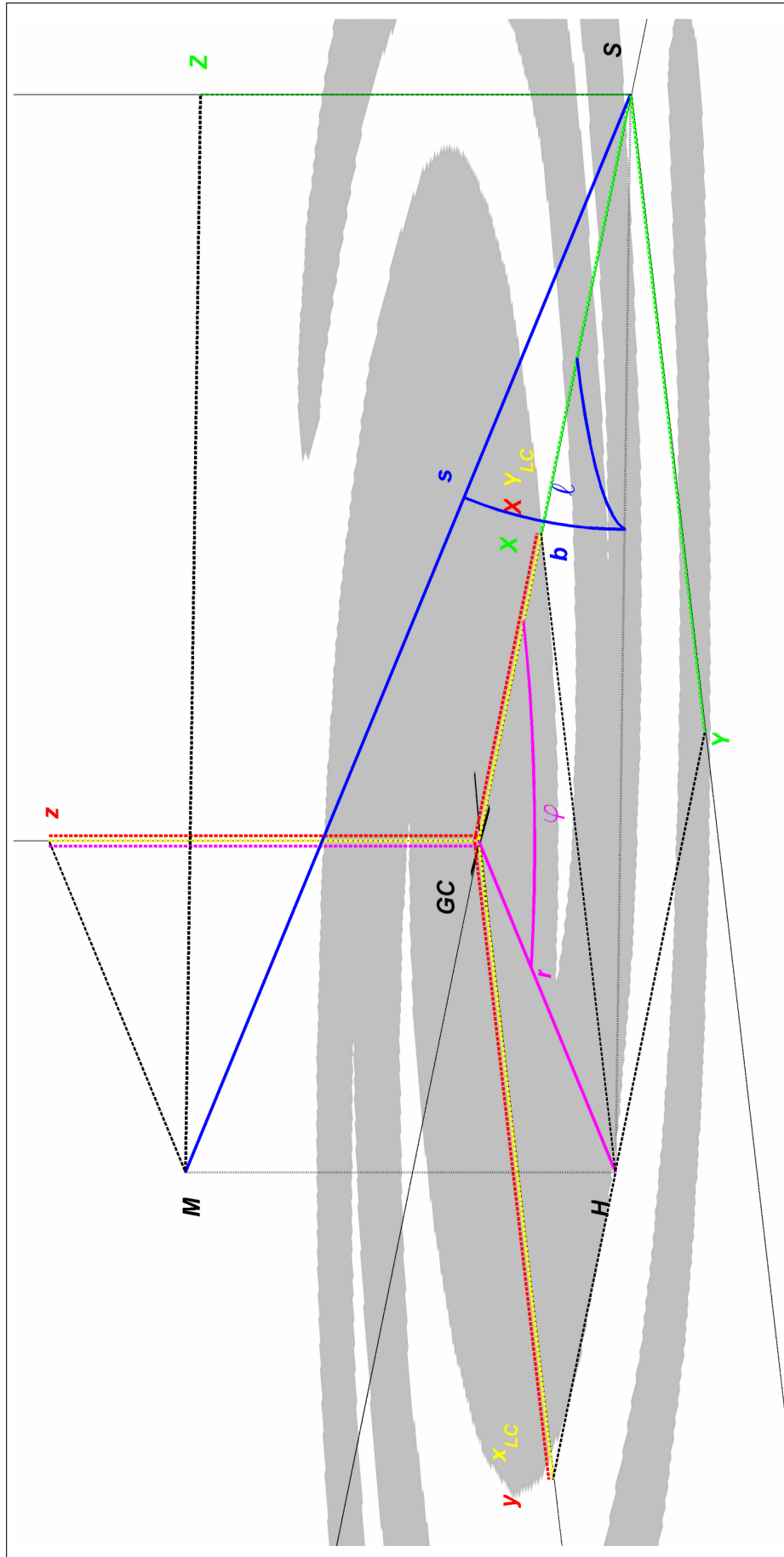


FIGURE 3.1 – Schéma de la Galaxie sur lequel sont matérialisés la position du centre Galactique (GC), la position du Soleil (S), ainsi que l'ensemble des systèmes de coordonnées utilisés : RHC (S, X, Y, Z) en vert, RHs (S, s, ℓ, b) en bleu, RGLC (G, x_{LC}, y_{LC}, z) en jaune, RGCa (G, x, y, z) en rouge et RGCy (G, r, φ, z) en magenta. (voir le texte pour plus de détails)

z de M . C'est dans ce repère, schématisé en magenta sur la figure 3.1 que sont définis nos modèles analytiques de champ magnétique. Son orientation indirecte permet d'adopter des notations cohérentes avec les paramètres astrophysiques.

3.1.2 Changements de référentiels

Notre objectif est d'intégrer le long d'une ligne de visée (définie dans RHS), le produit de la densité électronique (définie dans RGLC) et du champ magnétique (défini dans RGCy). Il est donc nécessaire de passer en permanence d'un système de coordonnées à un autre. Cela ne présente aucune difficulté mais demande un peu d'attention, notamment en ce qui concerne les orientations relatives des différents repères.

Les coordonnées (s, ℓ, b) d'un point M dans RHS peuvent ainsi s'exprimer : dans RHC

$$\begin{cases} X = s \cos b \cos \ell \\ Y = s \cos b \sin \ell \\ Z = s \sin b \end{cases}$$

dans RGCa,

$$\begin{cases} x_{GA} = R_{\odot} - X = R_{\odot} - s \cos b \cos \ell \\ y_{GA} = Y = s \cos b \sin \ell \\ z_{GA} = Z = s \sin b \end{cases}$$

puis dans RGLC,

$$\begin{cases} x_{LC} = y_{GA} = s \cos b \sin \ell \\ y_{LC} = x_{GA} = R_{\odot} - s \cos b \cos \ell \\ z_{LC} = z_{GA} = s \sin b \end{cases}$$

et dans RGCy,

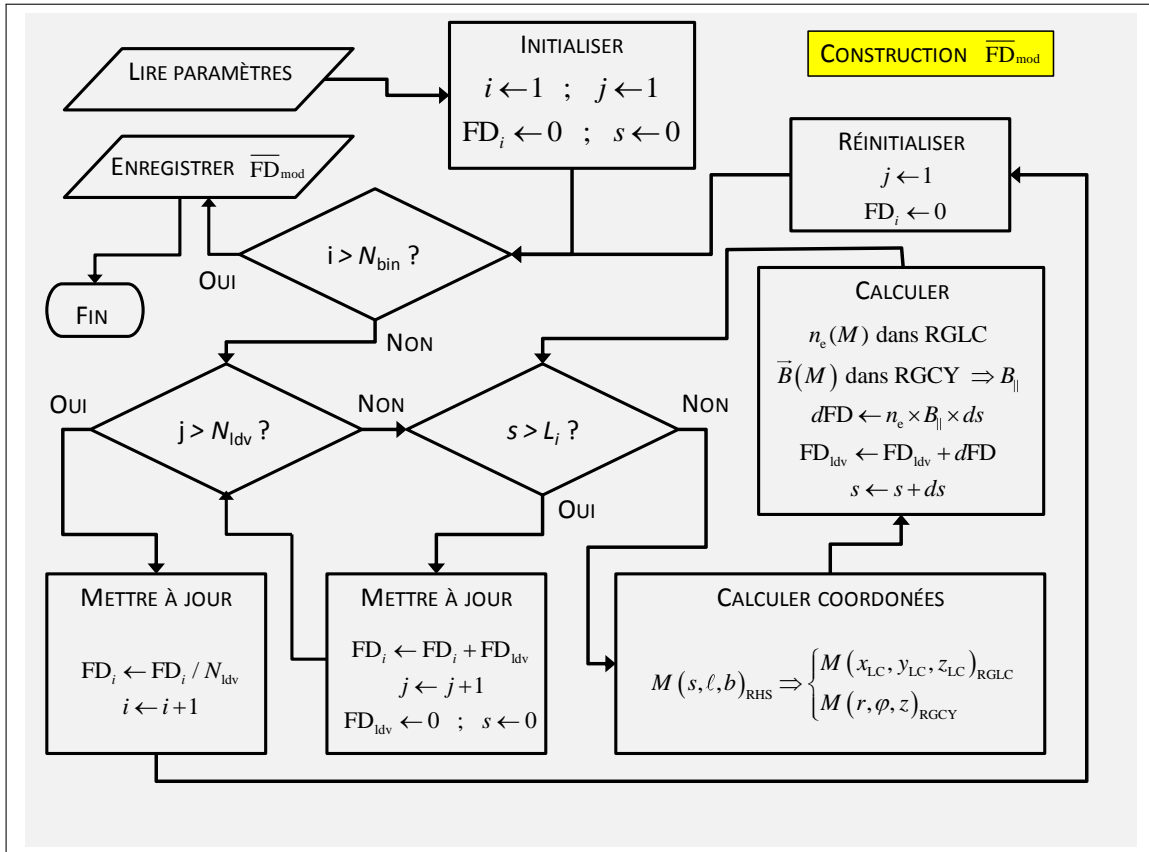
$$\begin{cases} r = \sqrt{x_{GA}^2 + y_{GA}^2} \\ \varphi = \text{atan} \left(\frac{y_{GA}}{x_{GA}} \right) \end{cases}$$

3.2 Construction de cartes théoriques

Le coeur de notre simulation est évidemment la construction de la carte théorique de profondeur Faraday traduisant l'impact d'un modèle de champ magnétique donné, pour un jeu de valeurs de paramètres donné. Afin de pouvoir être facilement comparée aux données observées (voir section 3.3), cette carte doit bien sûr avoir la même structure que la carte observationnelle présentée à la figure 2.6 du chapitre précédent. Nous devons pour cela estimer la profondeur Faraday correspondant à la configuration voulue dans les mêmes $N_{\text{bin}} = 428$ cases maillant le ciel (voir section 2.2.1).

En pratique, comme schématisé figure 3.2, je choisis aléatoirement $N_{\text{ldv}} = 20$ lignes de visée dans chaque case ($i = \{1, 2, \dots, N_{\text{bin}}\}$), afin de pouvoir calculer une moyenne représentative de la case. J'intègre ensuite le produit $n_e B_{\parallel}$ le long de chaque ligne de visée ; pour cela je suis un point M de coordonnées (s, ℓ, b) dans RHS, avec $s = [0 \rightarrow L_{\ell, b}]$, $\ell = Cte$, $b = Cte$, et où $L_{\ell, b}$ est la distance du bord extérieur de la Galaxie dans la direction définie par (ℓ, b) . Le modèle Ne2001 me donne alors $n_e(M)$ pour le point $M(x_{\text{LC}}, y_{\text{LC}}, z_{\text{LC}})$ dans RGLC et le modèle de champ magnétique me donne (B_r, B_{φ}, B_z) pour le point $M(r, \varphi, z)$ dans RGCY, B_{\parallel} étant obtenu par projection de \vec{B} sur la ligne de visée. Dans la suite, je ferai référence à la carte théorique ou modélisée ainsi obtenue par la dénomination $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$.

FIGURE 3.2 – Diagramme de l'algorithme de calcul de la carte théorique



i : compteur de cases, j : compteur de lignes de visée (pour le calcul de la moyenne par case), s : position sur la ligne de visée (distance au Soleil), L_i : longueur de la ligne de visée dans la direction de la case i .

Remarque 1. Comme je l'ai mentionné à la section 2.2.2 du chapitre précédent, il est nécessaire d'associer une composante symétrique et une composante antisymétrique du champ magnétique afin de pouvoir reproduire la configuration observée dans $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$. C'est pourquoi, lorsque je parle ici de modèle de champ magnétique il faut bien entendu comprendre : modèle de champ magnétique cor-

respondant à la combinaison d'une composante symétrique et d'une composante antisymétrique.

Remarque 2. Comme nous l'avons vu au chapitre introductif section 1.7, un certain nombre de résultats observationnels nous permettent de définir des contraintes a priori, et ainsi de rejeter d'emblée tous les modèles n'y satisfaisant pas. J'ai donc imposé dans ce cadre les deux conditions suivantes portant sur les valeurs attendues dans le voisinage solaire du *pitch angle* p_{\odot} et de l'intensité du champ magnétique B_{\odot} :

$$-4^{\circ} \leq p_{\odot} \leq 15^{\circ} , \quad (3.1)$$

et

$$1 \mu\text{G} \leq B_{\odot} \leq 2 \mu\text{G} . \quad (3.2)$$

3.3 Comparaison des cartes théoriques et observationnelle

3.3.1 Remarque préliminaire

Au moment d'évaluer la qualité d'une modélisation, la première question à se poser est : sur quelles bases allons nous juger de cette qualité ?

Une première réponse évidente, serait de considérer que le meilleur modèle est celui qui produit la carte $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ la plus proche de $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ en moyenne sur les $N_{\text{bin}} = 428$ cases de la carte. Il paraît cependant évident que nos modèles restent trop simples pour s'adapter à la structure complexe du disque Galactique. Il semble donc illusoire de tenter de reproduire les résultats observationnels à basse latitude. Nous avons donc fait le choix d'exclure de notre analyse l'ensemble des cases pour lesquelles $|b| < 10^{\circ}$. Cela nous conduit alors à adopter une nouvelle valeur N'_{bin} du nombre de cases à prendre en compte dans nos comparaisons :

$$N'_{\text{bin}} = 356 . \quad (3.3)$$

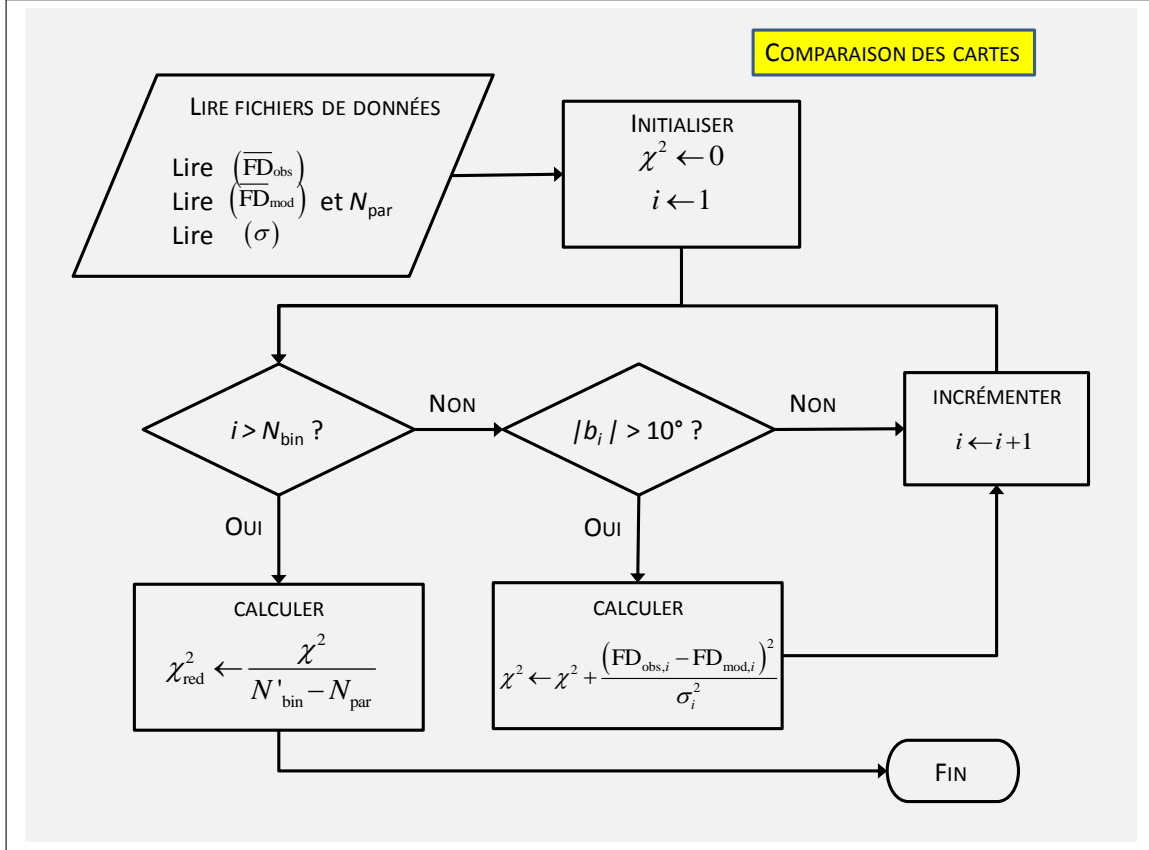
J'insiste néanmoins sur le fait qu'il n'est toutefois pas possible de s'affranchir totalement de l'influence du disque ou plus exactement de celle de son champ magnétique. L'ensemble des lignes de visée partant du Soleil, elles traversent toutes une portion de disque avant de pénétrer dans le halo. Il est donc nécessaire d'avoir une représentation correcte de la structure magnétique du disque Galactique dans le voisinage Solaire.

3.3.2 Principe de la méthode

Nous disposons maintenant d'une carte observationnelle unique, $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$, et d'une carte théorique, $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ pour chaque modélisation. L'étape suivante consiste à comparer ces deux cartes afin d'estimer la qualité de nos différents modèles de champ magnétique. Une façon simple d'y parvenir, illustrée figure 3.3, est basée sur la méthode des moindres carrés. On calcule le coefficient :

3.3. COMPARAISON DES CARTES THÉORIQUES ET OBSERVATIONNELLE

FIGURE 3.3 – Diagramme de l’algorithme de comparaison de la cartes observationnelle et modélisée.



i : compteur de cases, b_i : latitude moyenne de la cae i

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N'_{\text{bin}}} \frac{(\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i} - \overline{\text{FD}}_{\text{mod},i})^2}{\sigma_i^2}, \quad (3.4)$$

où i est l’identifiant de la case, $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ et $\overline{\text{FD}}_{\text{mod},i}$ sont respectivement les valeurs moyennes des profondeurs Faraday observées et modélisées dans la case i , σ_i est l’incertitude associée à $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ et N'_{bin} est le nombre de cases. On peut aussi définir le coefficient χ^2 réduit :

$$\chi^2_{\text{red}} = \frac{\chi^2}{N'_{\text{bin}} - N_{\text{par}}}, \quad (3.5)$$

où N_{par} est le nombre de paramètres libres du modèle considéré. L’avantage d’utiliser χ^2_{red} est qu’il permet de juger plus directement de la qualité de la modélisation. En effet, en général un $\chi^2_{\text{red}} \leq 1$ indique un bon accord alors qu’un $\chi^2_{\text{red}} \gg 1$ indique un mauvais accord. Cependant, dans notre cas particulier, nous nous attacherons moins aux valeurs absolues (très incertaines) des différents χ^2_{red} qu’à leurs valeurs relatives qui nous permettront d’établir un classement des différentes modélisations.

3.3.3 Incertitude associée à la carte de référence

Comme dans toute analyse physique basée sur des données observationnelles ou expérimentales, l'estimation de l'incertitude associée est une étape importante et ici quelque peu délicate.

Qu'entendons nous exactement par incertitude ?

Il s'agit d'un paramètre caractérisant la dispersion des valeurs observées ou mesurées par rapport aux valeurs «réelles» des quantités que l'on souhaite évaluer.

Dans notre cas particulier, il s'agit du paramètre caractérisant la dispersion de $\overline{FD}_{\text{obs}}$ par rapport à la valeur «réelle» de la profondeur Faraday de notre Galaxie associée au champ magnétique régulier ou à grande échelle.

Il est alors possible d'identifier trois causes d'erreurs distinctes :

1. En tant que résultat d'une observation, la valeur de RM dépend de la qualité, de la sensibilité ou de la résolution de l'instrument utilisé pour effectuer la mesure. Notons σ_{mesure} cette incertitude de mesure.
2. Lorsque l'on mesure la valeur de RM pour une source extérieure à la Voie Lactée, on mesure bien sûr la contribution de notre Galaxie mais aussi une contribution extragalactique due essentiellement à la contribution du champ magnétique de la source elle-même et pour une faible part à l'action du champ magnétique régnant dans le milieu inter-galactique. Notre intérêt ne portant que sur la contribution de la Voie Lactée, la contribution extragalactique σ_{extragal} doit être considérée comme une seconde source d'incertitude.
3. Enfin, la valeur de RM mesurée est également due à la combinaison des contributions du champ magnétique régulier ou à grande échelle \vec{B}_{reg} (celui que nous cherchons à modéliser) et du champ magnétique turbulent \vec{B}_{turb} . Cette seconde contribution σ_{turb} doit donc elle aussi s'ajouter à l'incertitude.

En résumé, le carré de l'incertitude sur $\overline{FD}_{\text{obs}}$ par rapport la profondeur Faraday de notre Galaxie associée à son champ magnétique régulier est :

$$\sigma_j^2 = \sigma_{\text{mesure},j}^2 + \sigma_{\text{extragal},j}^2 + \sigma_{\text{turb},j}^2, \quad (3.6)$$

pour chaque pixel j de la carte. En pratique, Oppermann et al. (2015) fournissent en plus de leur carte reconstruite de FD_{obs} (figure 2.6) une carte d'incertitudes associées correspondant, pour chaque pixel j , à la somme des deux premiers termes du membre de droite de l'équation (3.6) :

$$\sigma_{\text{pixel},j}^2 = \sigma_{\text{mesure},j}^2 + \sigma_{\text{extragal},j}^2. \quad (3.7)$$

J'ai simplement réparti et moyenné ces incertitudes sur les N'_{bin} cases de latitude $|b| > 10^\circ$ de notre carte de référence. Le carré de l'incertitude $\sigma_{\text{rec},i}$ correspondant à la contribution des deux premiers termes du membre de droite de l'équation (3.6), pour une case i , est finalement défini comme la moyenne des carrés des incertitudes des $N_{\text{pixel},i}$ pixels appartenant à cette case, divisé par le nombre $N_{\text{data},i}$ de points

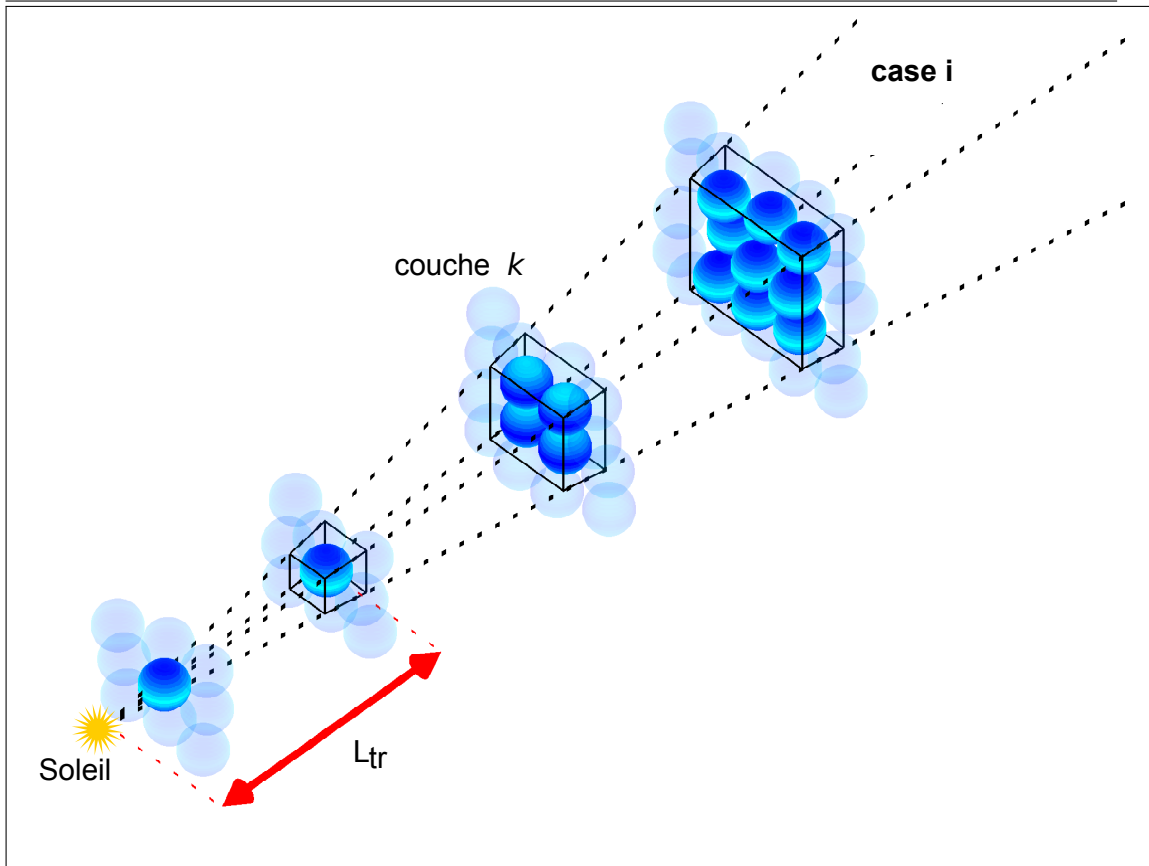


FIGURE 3.4 – Schéma illustrant notre modèle simple de champ magnétique turbulent dans lequel le volume s'appuyant sur une case i est défini par les quatre lignes pointillées noires se rejoignant au Soleil. Ce volume est divisé en couches transversales d'épaisseur l , représentées en traits pleins noirs. Enfin, ces couches sont remplies par des cellules turbulentes de taille l , schématisées par des sphères bleues (bleu transparent pour les sphères se trouvant à l'extérieur du volume considéré). L_{tr} correspond à la distance de la transition entre les couches proches (pouvant être entièrement remplies par une seule cellule turbulente) et les couches éloignées (contenant plusieurs cellules turbulentes).

indépendants (nombre de points de mesure) appartenant à cette case. Cela se traduit par l'équation :

$$\sigma_{rec,i}^2 = \frac{1}{N_{data,i}} \left(\frac{1}{N_{pixel,i}} \sum_{j=1}^{N_{pixel,i}} \sigma_{pixel,j}^2 \right), \quad (3.8)$$

avec en moyenne, $N_{pixel,i} = 460$ et $N_{data,i} = 97$. Il ne nous reste donc maintenant plus qu'à estimer la contribution turbulente σ_{turb} .

3.3.4 Champ magnétique turbulent et incertitude associée

Modèle simple de champ magnétique turbulent

Pour quantifier l'impact du champ magnétique turbulent, nous avons construit un modèle extrêmement simplifié constitué de cellules turbulentes de même taille l provoquant une perturbation $\vec{\delta B}$ de même intensité et de direction aléatoire. La

profondeur Faraday σ_{cell} associée à une telle cellule est donnée par :

$$\sigma_{\text{cell}} = n_e \delta B_{\parallel} l, \quad (3.9)$$

où n_e est la densité d'électrons libres à la position de la cellule et δB_{\parallel} la composante de $\vec{\delta B}$ parallèle à la ligne de visée. Si l'on considère de plus que la distribution du champ magnétique turbulent est isotrope, on a statistiquement :

$$\delta B_{\parallel}^2 = \int_{\Omega} (\delta B \cos \alpha)^2 \frac{d\Omega}{4\pi}, \quad (3.10)$$

où $\delta B \cos \alpha$ correspond à la projection de $\vec{\delta B}$ sur la ligne de visée et $d\Omega = \sin \alpha d\beta d\alpha$ est l'élément d'angle solide autour de la direction de $\vec{\delta B}$ dans le référentiel sphérique d'angle azimutal β et d'angle polaire α centré sur le centre de la cellule turbulente. Finalement après intégration sur toutes les directions possibles,

$$\delta B_{\parallel} = \frac{\delta B}{\sqrt{3}}. \quad (3.11)$$

En pratique, nous adopterons aussi $\delta B = 5 \mu\text{G}$ (Rand and Kulkarni, 1989; Ohno and Shibata, 1993) et $l = 100 \text{ pc}$ (Haverkorn and Spangler, 2013).

Les cellules turbulentes ainsi définies constituent les briques avec lesquelles nous allons remplir la Galaxie. Considérons le volume issu du Soleil et sous-tendu par une case i quelconque, comme schématisé figure 3.4. Les cellules turbulentes sont disposées suivant N_{layer} couches successives d'épaisseur l , de telle sorte que si l'on appelle L_i la distance séparant le Soleil du bord de la Galaxie dans la direction définie par la case i , on a :

$$N_{\text{layer},i} = \frac{L_i}{l}. \quad (3.12)$$

A ce stade nous voyons apparaître deux régimes différents. (1) Les couches «éloignées» contiennent plusieurs cellules turbulentes dont les effets se moyennent statistiquement, limitant ainsi l'influence de ces couches. (2) Les couches «proches» peuvent quant à elles être totalement remplies par une seule cellule et ont donc une contribution cohérente plus forte.

Toutes les cases ayant une ouverture angulaire $\theta_{\text{bin}} \simeq 10^\circ$ (voir section 2.2.1), nous pouvons calculer que la transition entre ces deux régimes s'effectue à une distance $L_{\text{tr}} = l/\theta_{\text{bin}} \simeq 570 \text{ pc}$ ou de manière équivalente après $N_{\text{near}} = 1/\theta_{\text{bin}} \simeq 5.7$ couches. En d'autres termes, le nombre de cellules turbulentes $N_{\text{cell},k}$ dans une couche k donnée est :

$$\begin{cases} N_{\text{cell},k} = 1 & \text{si } k \leq N_{\text{near}} \\ N_{\text{cell},k} = (\theta_{\text{bin}} k)^2 = (k/N_{\text{near}})^2 & \text{si } k \geq N_{\text{near}} \end{cases}. \quad (3.13)$$

Incertitude associée au champ magnétique turbulent

Afin de l'inclure facilement dans nos calculs il est maintenant nécessaire d'estimer l'incertitude $\sigma_{\text{turb},i}$ due à la contribution de l'ensemble des cellules contenues

dans le volume sous-tendu par la case i . La contribution à $\sigma_{\text{turb},i}^2$ d'une couche k de la case i se définit statistiquement comme la moyenne des carrés des profondeurs Faraday de toutes les cellules turbulentes de la couche k de la case i , divisée par le nombre $N_{\text{cell},ik}$ de ces cellules :

$$\sigma_{\text{layer},ik}^2 = \frac{1}{N_{\text{cell},i}} \left(\frac{1}{N_{\text{cell},i}} \sum_{N_{\text{cell},ik}} \sigma_{\text{cell}}^2 \right). \quad (3.14)$$

Enfin, le carré de l'incertitude $\sigma_{\text{turb},i}$ sur $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ due au champ magnétique turbulent est égal à la somme des carrés des contributions des différentes couches k ($k = \{1, \dots, N_{\text{layer},i}\}$) de la case i :

$$\sigma_{\text{turb},i}^2 = \sum_{k=1}^{N_{\text{layer},i}} \sigma_{\text{layer},ik}^2. \quad (3.15)$$

Pertinence de cette approche

Il est bien clair que cette approche de la turbulence est certainement trop simpliste. Elle ignore en effet les variations spatiales pouvant exister sur la taille ou l'intensité du champ magnétique des cellules turbulentes, de même que les possibles corrélations entre les fluctuations de l'intensité du champ magnétique et de la densité électronique. De plus, $\sigma_{\text{turb},i}$ est sensible au choix que nous faisons pour l et δB , ce qui se voit clairement si l'on réécrit l'équation (3.15) en insérant (3.9), (3.11) et (3.14). Avec $n_{e,ik}$ la valeur moyenne de n_e dans la couche k de la case i et N'_{near} l'entier le plus proche inférieur à N_{near} :

$$\sigma_{\text{turb},i}^2 = \frac{1}{3} \delta B^2 l^2 \left(\sum_{k=1}^{N'_{\text{near}}} (n_e^2)_{ik} + N_{\text{near}}^2 \sum_{k=N'_{\text{near}}+1}^{N_{\text{layer},i}} \frac{(n_e^2)_{ik}}{k^2} \right), \quad (3.16)$$

où le premier terme du membre de droite exprime la contribution des N'_{near} premières couches (dont le volume est inférieur à celui d'une cellule turbulente) et le second terme du membre de droite exprime la contribution des $N_{\text{layer},ik} - N'_{\text{near}}$ cellules plus éloignées (dont le volume est supérieur à celui d'une cellule turbulente).

L'équation (3.16) laisse apparaître une dépendance linéaire de $\sigma_{\text{turb},i}$ en δB . Cela s'explique par le fait que la seule dépendance de $\sigma_{\text{turb},i}$ en δB provient de la dépendance linéaire de σ_{cell} en δB .

Les variations avec l sont un peu moins évidentes à identifier. Bien qu'au premier coup d'oeil, l'équation (3.16) semble avoir la même dépendance en l qu'en δB , nous ne devons pas oublier que $N_{\text{layer},i} = L_i/l$ et $(n_e^2)_{ik} = (n_e^2)_i (s = kl)^1$, sont aussi des fonctions de l .

Cependant, notre choix de valeurs de paramètres limite l'impact de ces deux contributions. En effet, nous nous trouvons dans la situation où $L_i \gg L_{\text{tr}}$ ou, de manière équivalente, $N_{\text{layer},i} \gg N'_{\text{near}}$, ce qui a deux conséquences importantes. (1) Physiquement, seules les premières couches (les N'_{near} premières, ne contenant

1. où s est la distance effective (en pc) de la couche k

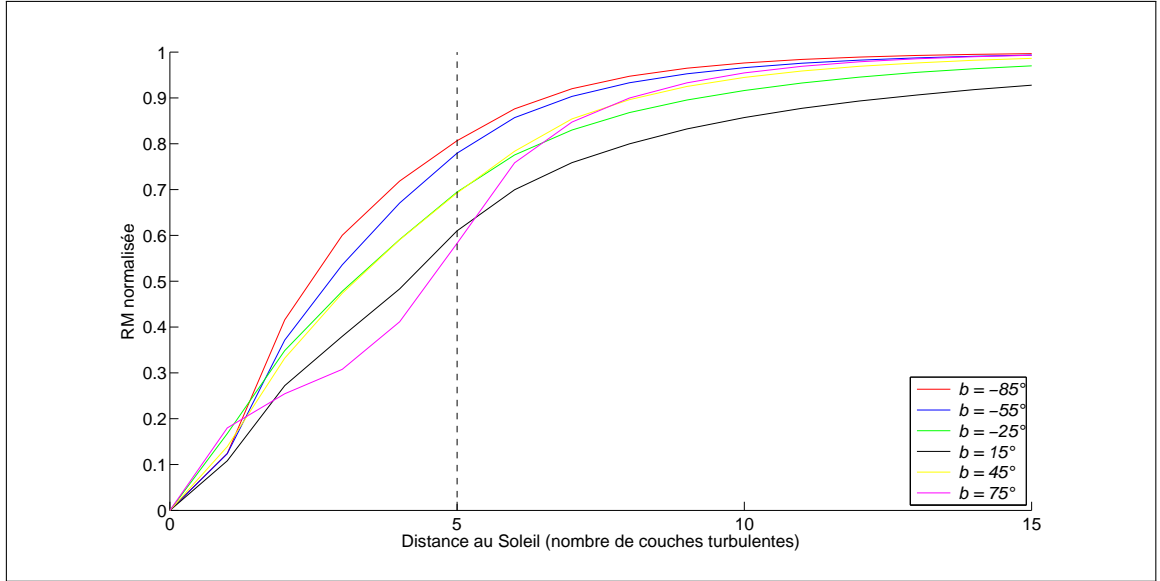


FIGURE 3.5 – Incertitude turbulente due aux k premières couches traversées, normalisée et moyennée sur six bandes de latitude centrées sur ($b = -85^\circ$, $b = -55^\circ$, $b = -25^\circ$, $b = 15^\circ$, $b = 45^\circ$, $b = 75^\circ$) en fonction de k . La transition entre couches proches et éloignées est matérialisée par la ligne pointillée verticale. Ce graphe traduit la prépondérance des premières couches, la contribution des couches situées au delà de la 15^{ème} (soit au delà de 1.5 kpc du Soleil) est minime, voir négligeable à haute latitude.

qu'une cellule turbulente et les quelques suivantes, ne contenant que quelques cellules) ont une contribution significative à $\sigma_{\text{turb},i}$ (figure 3.5). Les couches plus éloignées voient leur contribution de plus en plus réduite par moyennage sur l'ensemble de la couche (contenant de plus en plus de cellules turbulentes). Pour cette raison, la valeur exacte de $N_{\text{layer},i}$, qui n'apparaît dans l'équation (3.16) que comme borne supérieure d'une série rapidement convergente n'a que peu d'importance. (2) L'impact de l sur $(n_e^2)_{ik}$ est aussi limité en raison du fait que les valeurs relatives de la densité électronique dans les premières couches (ayant une contribution significative) ne sont pas très différentes.

En résumé, $\sigma_{\text{turb},i}$ varie un peu moins que linéairement avec l .

En conclusion, notre modélisation de la turbulence n'est pas parfaite, mais notre but n'est pas d'étudier en détail les caractéristiques du champ magnétique turbulent. Nous souhaitons simplement estimer l'erreur due à la turbulence qui sera ensuite utilisée pour évaluer la qualité relative des différentes modélisations.

La figure 3.6 montre le graphe de l'évolution des différentes composantes de l'incertitude σ_i en fonction de l'identificateur de case i . Nous pouvons constater que quel que soit i , l'incertitude totale σ_i est dominée par la contribution turbulente $\sigma_{\text{turb},i}$, elle-même étant obtenue en combinant les contributions (du même ordre de grandeur) des couches proches $\sigma_{\text{near},i}$ et éloignées $\sigma_{\text{far},i}$. Nous pouvons aussi relever la tendance qu'a chaque contribution à diminuer lorsque b augmente (vers les extrémités horizontales du graphe), ce qui peut s'expliquer par la diminution plus rapide de la densité électronique lorsque l'inclinaison des lignes de visée augmente. Les fluctuations périodiques des différentes contributions turbulentes sont liées à

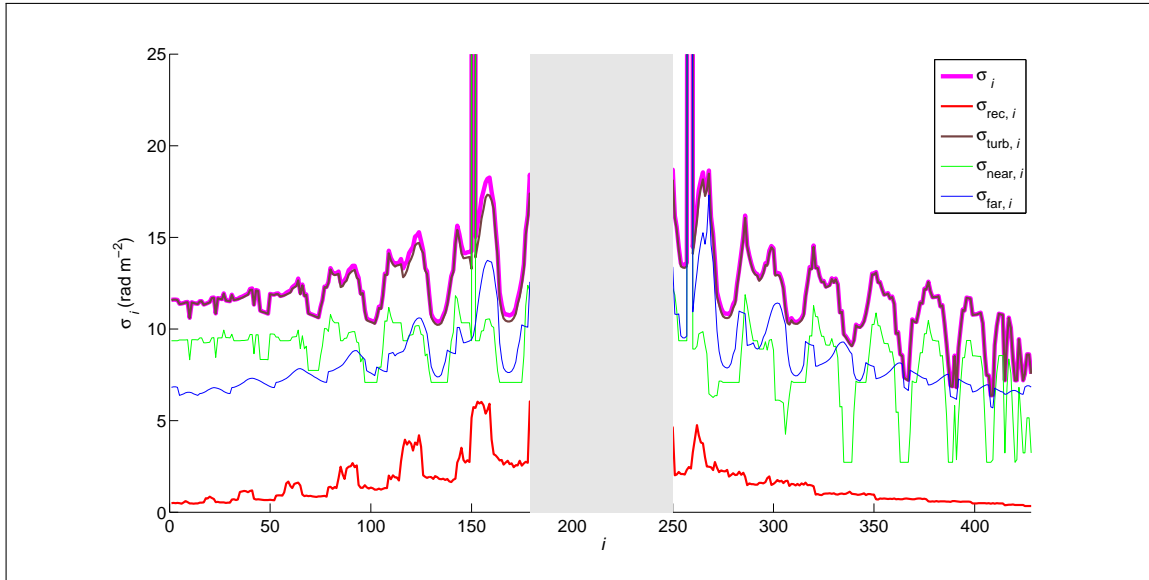


FIGURE 3.6 – Graphe de l’incertitude totale σ_i sur $\overline{FD}_{\text{obs},i}$ en fonction de l’identifiant i des 356 cases pour lesquelles $|b| > 10^\circ$ (ligne magenta). Sont aussi représentées les deux contributions à σ_i que sont l’erreur sur la carte reconstruite de Oppermann et al. (2015), $\sigma_{\text{rec},i}$ (ligne rouge), et l’erreur due à la présence du champ magnétique turbulent, $\sigma_{\text{turb},i}$ (ligne marron), elle-même résultant de la combinaison de la contribution des couches proches, $\sigma_{\text{near},i}$ (ligne verte), et des couches éloignées, $\sigma_{\text{far},i}$ (ligne bleue). La bande grise centrale correspond aux cases dont la latitude $|b| < 10^\circ$, les cases situées à latitudes négatives (à gauche) correspondent aux indices $1 \leq i \leq 178$, les cases situées à latitudes positives (à droite) correspondent aux indices $250 \leq i \leq 428$.

des variations longitudinales de la densité électronique dans le milieu interstellaire local. Les modulations de $\sigma_{\text{rec},i}$, apparaissant surtout à des latitudes négatives (partie gauche du graphe), sont quant à elles dues au manque de données pour des déclinaisons $\delta < -40^\circ$. Enfin, les deux pics situés à $i = 150$ et $i = 258$ sont la conséquence de très fortes augmentations de la densité électronique au niveau de structures locales du milieu interstellaire comme la nébuleuse de Gum ou le reste de supernova autour du pulsar de Vela.

3.4 Optimisation

Les progrès de l’informatique et le développement de calculateurs de plus en plus performants permettent aujourd’hui d’envisager des tâches largement inaccessibles il y a quelques années (ou même totalement impossibles il y a quelque décennies). Cependant, la détermination des valeurs de paramètres les plus adaptées, permettant d’obtenir le meilleur accord possible entre prédictions et observations, reste une étape critique et complexe dès lors que la dimension de l’espace des paramètres augmente. Afin de mener à bien cette tâche, il existe néanmoins de nombreuses techniques d’optimisation plus ou moins élaborées et pouvant être réparties en deux grandes classes. (1) Les méthodes locales sont généralement plus efficaces mais n’explorent qu’une fraction de l’espace des paramètres. Ces méthodes garantissent une convergence rapide mais limitée au voisinage du point

d’initialisation. Pour cette raison, ces méthodes ne sont pas adaptées à notre cas. (2) Les méthodes globales sont quant à elles susceptibles d’explorer l’espace des paramètres dans sa totalité mais ne garantissent la convergence vers la solution optimale qu’à condition de disposer de ressources en principe infinies (temps ou capacité de calcul illimité).

Dans la suite de ce paragraphe, je décrirai deux méthodes d’optimisation globales que j’ai utilisées en parallèle au cours de mon travail de thèse : les algorithmes génétiques (AG) et les méthodes de Monte Carlo à chaînes de Markov (MCMC). Mais afin de mieux comprendre pourquoi une exploration systématique de l’espace des paramètres se révélerait irréaliste, je commencerai par une estimation très grossière du temps que nécessiterait une telle opération.

3.4.1 Exploration systématique

Lorsque l’on recherche la valeur α_{\min} d’un paramètre α qui minimise une fonction $f(\alpha, \dots)$, l’une des premières idées qui vient à l’esprit est de choisir (en fonction de la précision souhaitée) n_α valeurs α_i également espacées dans le domaine des valeurs acceptables du paramètre α et d’évaluer la fonction en chacun des points de la grille ainsi constituée. Si cette méthode peut se révéler efficace et facile à mettre en oeuvre pour un nombre restreint de paramètres elle devient rapidement inapplicable dès que le nombre de paramètres et/ou la précision souhaitée et/ou la complexité des calculs augmente.

Dans notre cas particulier, il s’agit de calculer 356 intégrales nécessitant l’estimation de la valeur du champ magnétique et de la densité d’électrons tout au long de chaque ligne de visée. Il faut ensuite comparer les valeurs ainsi obtenues aux données observationnelles. L’ensemble de ces opérations demande un temps de calcul de l’ordre de la seconde (sur un processeur de type Xeon X5050, cadencé à 2.66 GHz, du calculateur Titan de l’IRAP). Nos modèles dépendent chacun en moyenne de dix paramètres libres. Si l’on considère une grille constituée de 15 subdivisions par dimension², le nombre de combinaison s’élève à 15^{10} . Le temps nécessaire à l’évaluation systématique d’un modèle est donc de l’ordre de

$$t_{\text{sys}} \sim 15^{10} \text{ s} > 18\,000 \text{ ans} \cdot \quad (3.17)$$

Il devient alors parfaitement clair que nous allons devoir nous orienter vers des méthodes plus élaborées.

3.4.2 Algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques (AG) (Holland, 1975; Beasley et al., 1993) constituent une classe de méthodes dont le principe est de reproduire les processus d’évolution et de sélection naturelle des espèces biologiques décrits pour la première fois par Darwin (1859). C’est Holland (1975) qui a été le premier à appliquer ce type de méthodes à des problèmes physiques.

2. Ce qui est largement insuffisant au regard des résultats obtenus par les autres méthodes.

Une analogie peut ainsi être faite entre le mécanisme de sélection naturelle au cours de l'évolution d'une espèce biologique et notre procédure de minimisation du χ^2 dans notre problème physique.

Du point de vue de l'évolution biologique, il est possible de considérer une population composée de N_{ind} individus, chacun défini par un ensemble de N_{gen} gènes (son génome). De manière équivalente, du point de vue de la minimisation du χ^2 pour chacun de nos modèles de champ magnétique, il est possible de considérer un ensemble de N_{real} réalisations, chacune définie par un ensemble de N_{par} valeurs de paramètres.

L'algorithme génétique peut dès lors être décrit par la séquence d'étapes suivante.

Initialisation. La population initiale P_0 est constituée par un tirage au hasard de N_{ind} individus possédant des «caractéristiques acceptables». En pratique, dans notre problème de minimisation, on tire au hasard N_{real} réalisations dont les N_{par} valeurs de paramètres appartiennent à un domaine prédéfini.

Sélection. N_{ind} individus sont ensuite choisis au hasard dans P_0 à l'aide d'une procédure de tirage aléatoire avec remise permettant à un même individu d'être choisi plusieurs fois. Cette procédure est établie de telle sorte que la probabilité pour un individu λ d'être choisi augmente avec son adaptation relative à l'environnement. Cette adaptation est mesurée par une fonction $f_{\text{fit}}(\lambda)$ qui lorsqu'elle est normalisée par la condition $\sum_{\kappa=1}^{N_{\text{ind}}} f_{\text{fit}}(\kappa) = 1$, nous donne la loi de probabilité contrôlant la sélection de chaque individu. Un individu «bien» adapté aura de bonnes chances d'être sélectionné une ou même plusieurs fois alors qu'un individu «mal» adapté aura tendance à être éliminé de la population (non sélectionné pour l'étape suivante). La population ainsi constituée sera alors notée P'_0 . En pratique, dans notre problème de minimisation de χ^2 , nous avons adopté la fonction simple couramment utilisée :

$$f_{\text{fit}}(\lambda) = \frac{1}{\chi^2(\lambda)} \cdot \frac{1}{\sum_{\kappa=1}^{N_{\text{ind}}} \frac{1}{\chi^2(\kappa)}} . \quad (3.18)$$

Cette probabilité est bien inversement proportionnelle à la valeur relative du χ^2 de chaque individu λ .

Croisement. Tous les individus de la population P'_0 sont ensuite appariés de manière aléatoire constituant ainsi $N_{\text{ind}}/2$ couples de parents. Les gènes des deux parents de chaque couple sont alors «mélangés» et utilisés pour créer deux enfants. En pratique, la technique de croisement que j'ai utilisée ici a consisté à couper le génome des deux parents en deux parties au niveau du gène N_{brk} aléatoirement choisi ($1 \leq N_{\text{brk}} \leq N_{\text{gen}}$). Les deux enfants sont alors générés en associant, d'une part, la première partie du génome du parent 1 et la seconde partie du génome du parent 2 (enfant 1), d'autre part, la première partie du génome du parent 2 et la seconde partie du génome du parent 1 (enfant 2).

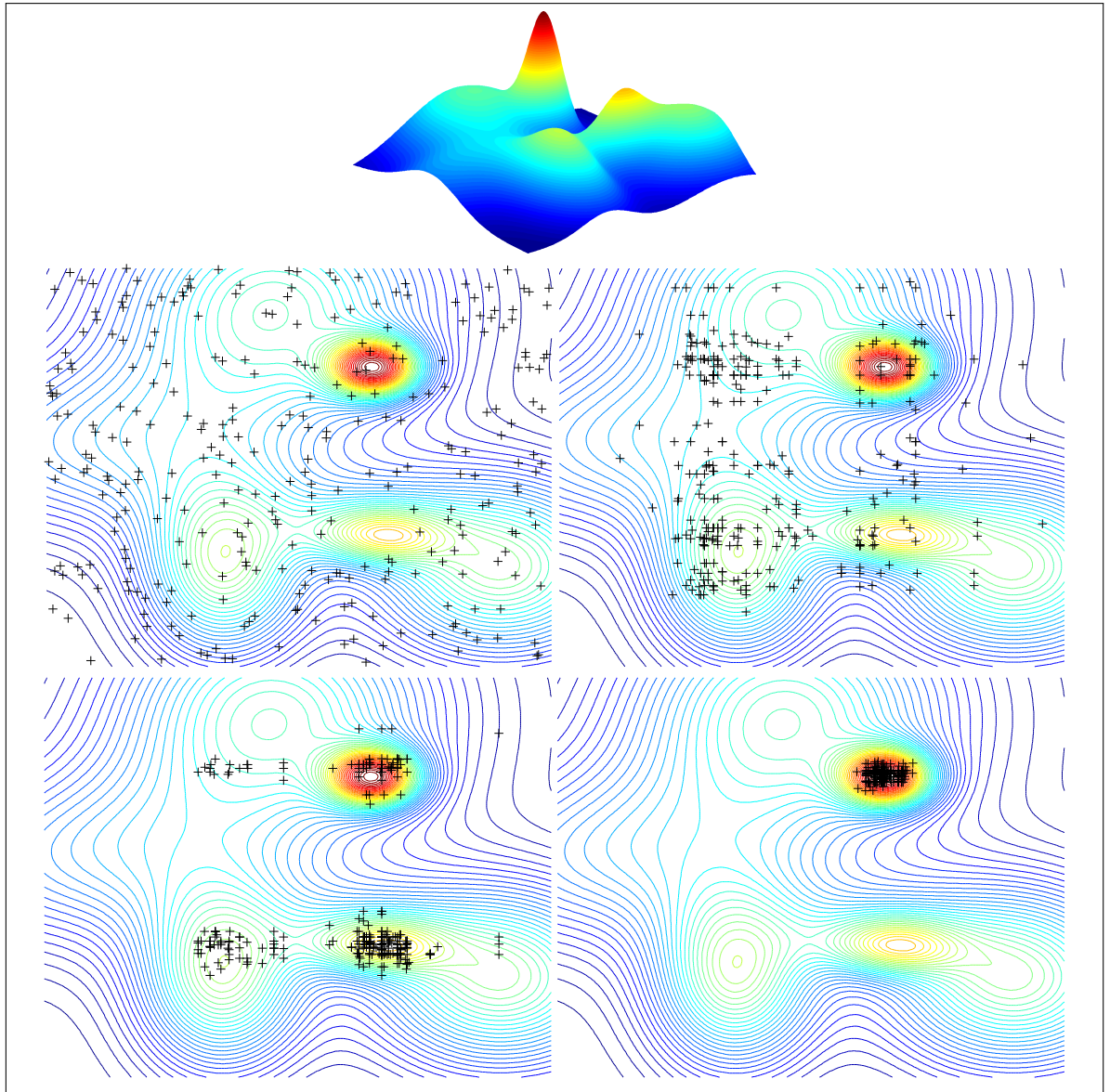


FIGURE 3.7 – Exemple d'utilisation d'un AG pour déterminer la position du maximum de la surface représentée sur la première ligne. Les deuxième et troisième lignes montrent l'évolution d'une population de 300 points (croix noires) de la génération 0 tirée au hasard (deuxième ligne gauche) à la génération 25 (troisième ligne droite) en passant par la génération 5 (deuxième ligne droite) et la génération 10 (troisième ligne gauche). Dans ce cas extrêmement simple, il suffit d'une vingtaine de générations pour avoir une bonne convergence (une bonne localisation du maximum recherché).

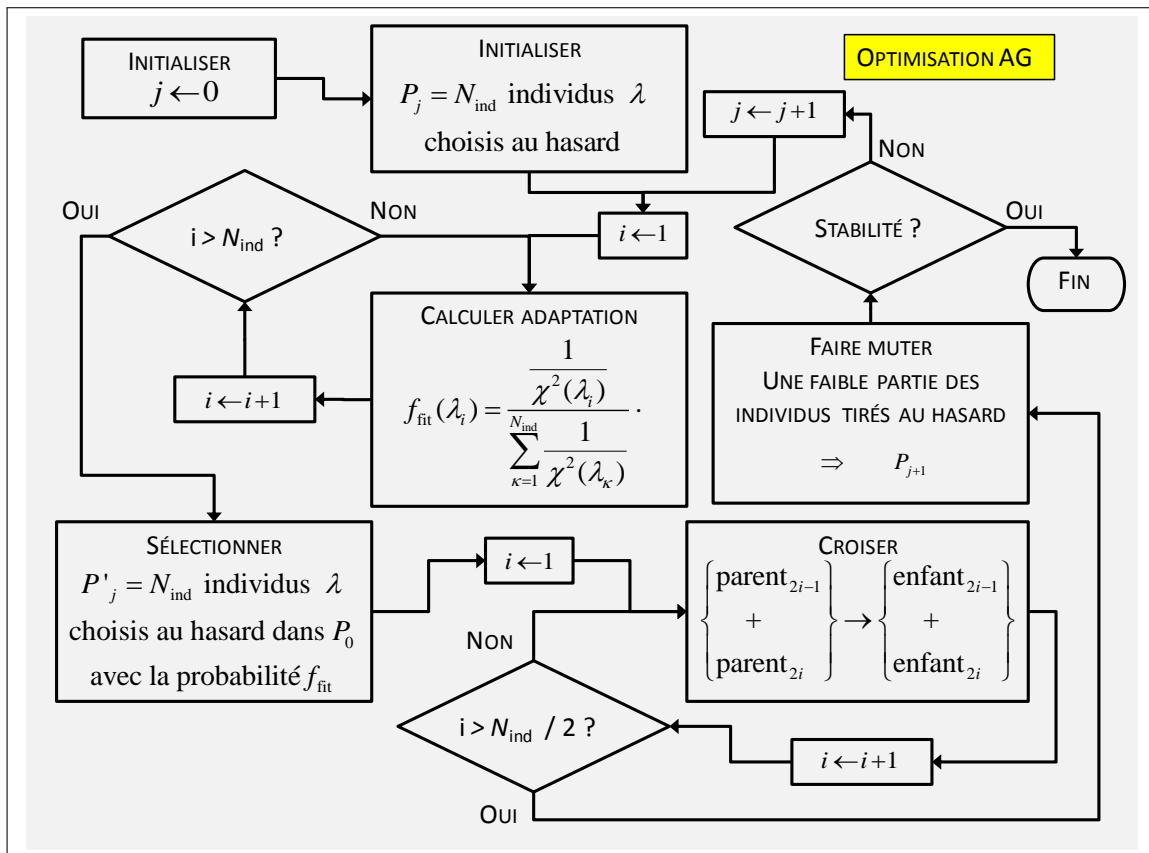
$$\left\{ \begin{array}{c} [g1_1, \dots, g1_{N_{\text{gen}}}] \\ + \\ [g2_1, \dots, g2_{N_{\text{gen}}}] \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} [g1_1, \dots, g1_{N_{\text{brk}}}, g2_{N_{\text{brk}}+1}, \dots, g2_{N_{\text{gen}}}] \\ + \\ [g2_1, \dots, g2_{N_{\text{brk}}}, g1_{N_{\text{brk}}+1}, \dots, g1_{N_{\text{gen}}}] \end{array} \right\}$$

Parents Enfants

Mutation. Une faible proportion des enfants tirée au sort subit finalement une mutation aléatoire (un gène choisi aléatoirement est modifié de façon aléatoire). Indépendamment, une faible proportion des enfants tirée au sort est remplacée par de nouveaux individus. Cette phase de mutation et renouvellement a pour but d'éviter que le système ne converge vers un optimum local. La nouvelle génération de la population ainsi obtenue est alors appelée P_1 .

Test de stabilité. Les trois étapes précédentes (sélection, croisement et mutation) sont alors répétées avec la nouvelle génération et ainsi de suite jusqu'à ce que la population devienne stable. A ce moment, la population est supposée avoir évolué de manière à s'adapter au mieux à son environnement, dans notre cas, avoir atteint le χ^2 minimum. En pratique, nous considérons la population comme stable lorsque le χ^2 moyen de la population atteint une valeur stationnaire.

FIGURE 3.8 – Diagramme de l'algorithme génétique



j : compteur de générations, i : compteur d'individus

Remarque. Ces grandes étapes constituent une trame générale commune à tous les AG. Il existe néanmoins une multitude de variantes pouvant affecter chacune des différentes phases.

Le déroulement d'une telle procédure est schématisé à la figure 3.8 et la figure 3.7 illustre l'utilisation d'un AG pour déterminer le maximum d'une fonction dépendant de deux paramètres. Dans un cas aussi simple, l'emploi d'une telle méthode n'est évidemment pas justifié, mais cet exemple permet d'avoir une bonne vision du déroulement de ce type de processus.

3.4.3 Méthodes MCMC

Les méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov (MCMC) constituent une classe de méthodes d'optimisation très puissantes et très utilisées. Ces méthodes consistent en un échantillonnage aléatoire (Monté-Carlo) de l'espace des paramètres générant une chaîne de Markov dont la caractéristique principale (condition de Markov) est que le $n^{\text{ième}}$ tirage ne dépend du «passé» qu'au travers du $(n-1)^{\text{ième}}$ tirage. Si l'on note X la variable aléatoire échantillonnée, et x sa valeur,

$$\mathcal{P}(X_n = x_n | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_{n-1} = x_{n-1}) = \mathcal{P}(X_n = x_n | X_{n-1} = x_{n-1}) , \quad (3.19)$$

où $\mathcal{P}(A|B)$ exprime la probabilité conditionnelle de A sachant que B est vérifié.

Le principe des méthodes MCMC est d'optimiser l'échantillonnage en favorisant l'exploration des zones de l'espace des paramètres pour lesquelles la probabilité d'obtenir le résultat souhaité est la plus grande.

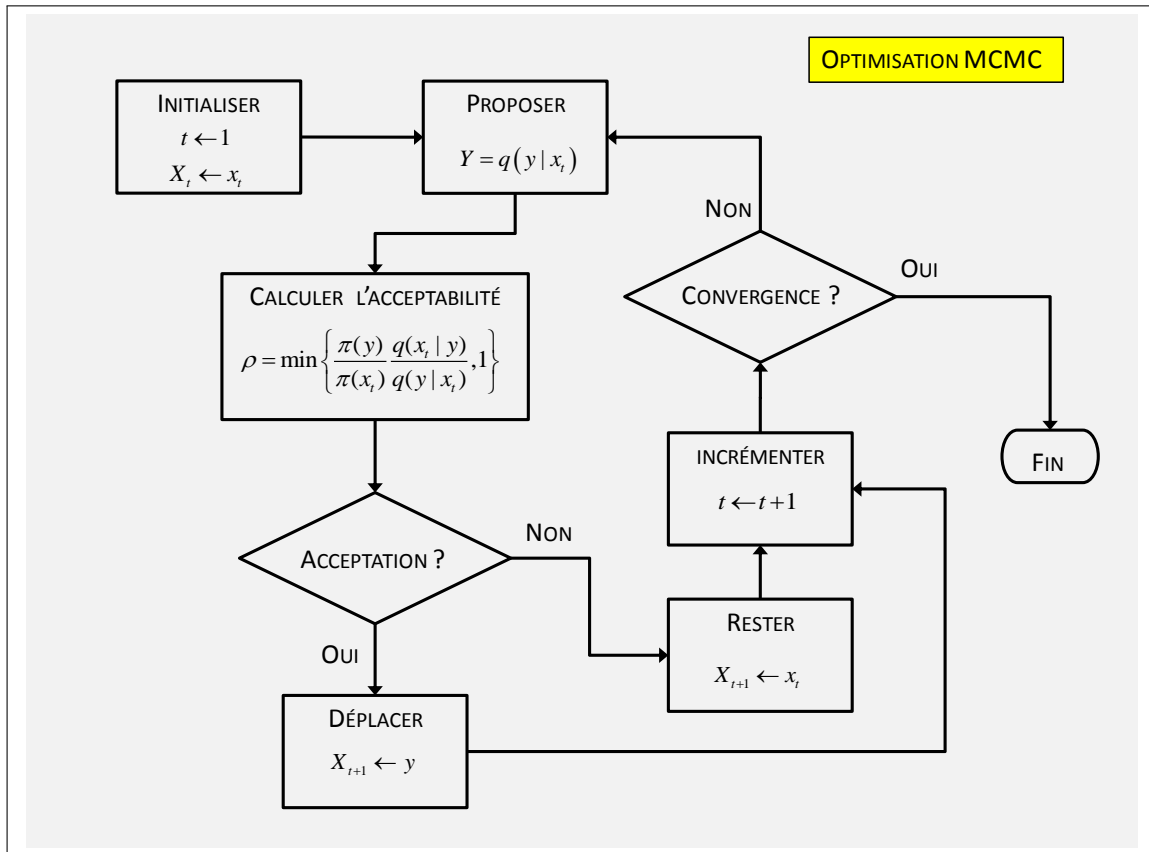
Algorithme de Metropolis Hastings

Supposons que nous cherchions à déterminer une distribution inconnue notée π , appelée distribution cible (dans notre cas, la distribution des χ^2 et des valeurs de paramètres associées autour de χ_{\min}^2). L'algorithme de Metropolis-Hastings (Metropolis et al., 1953; Hastings, 1970) nécessite le choix d'une distribution candidate q (aussi appelée instrumentale ou proposition), suivant laquelle nous allons générer nos tirages aléatoires. Les valeurs générées sont ensuite acceptées ou rejetées selon une probabilité ρ dépendante du critère à réaliser (dans notre cas obtenir un meilleur χ^2).

$$\rho = \min \left\{ \frac{\pi(y) q(x|y)}{\pi(x) q(y|x)}, 1 \right\} , \quad (3.20)$$

où x correspond à la valeur de la chaîne de Markov à l'instant t et y la proposition pour la valeur de la chaîne de Markov à l'instant $t+1$; le rapport $\frac{q(x|y)}{q(y|x)}$ permet de prendre en compte l'éventuelle non-symétrie de q . En principe le choix de q n'a pas d'importance dès lors qu'elle est non nulle en tout point du domaine d'étude de π ; néanmoins, la méthode sera beaucoup plus efficace si π et q ont une forme similaire.

FIGURE 3.9 – Diagramme de l'algorithme de Metropolis



t rang dans la chaîne de Markov

Le déroulement d'une telle procédure est schématisé à la figure 3.9 et la figure 3.10 illustre l'utilisation d'un algorithme de Metropolis pour déterminer le maximum d'une fonction dépendant de deux paramètres. A nouveau, l'emploi d'une telle méthode n'est pas justifié mais cet exemple permet d'avoir une bonne vision du déroulement de ce type de processus.

Algorithme de Metropolis à marche aléatoire

Il existe de nombreuses variantes de l'algorithme de Metropolis (qui n'est lui-même qu'une implémentation particulière de méthode MCMC). J'ai pour ma part, en plus de cette forme générique, utilisé la version dite «algorithme de Metropolis à marche aléatoire». Dans cette version, la distribution q n'est plus fixée, mais recentrée à chaque itération sur la valeur courante de la variable aléatoire (dernier élément de la chaîne de Markov). Si de plus q est choisie symétrique, le facteur $\frac{q(x|y)}{q(y|x)}$ dans l'équation (3.20) n'est plus nécessaire. Un autre avantage de cette implémentation est qu'il n'est plus requis que q recouvre en totalité l'espace d'étude, les déplacements se faisant maintenant de proche en proche.

Le tirage selon q peut alors se voir comme :

$$q(y|x_t) = \mathcal{G}(y - x_t, \Sigma) \cdot \quad (3.21)$$

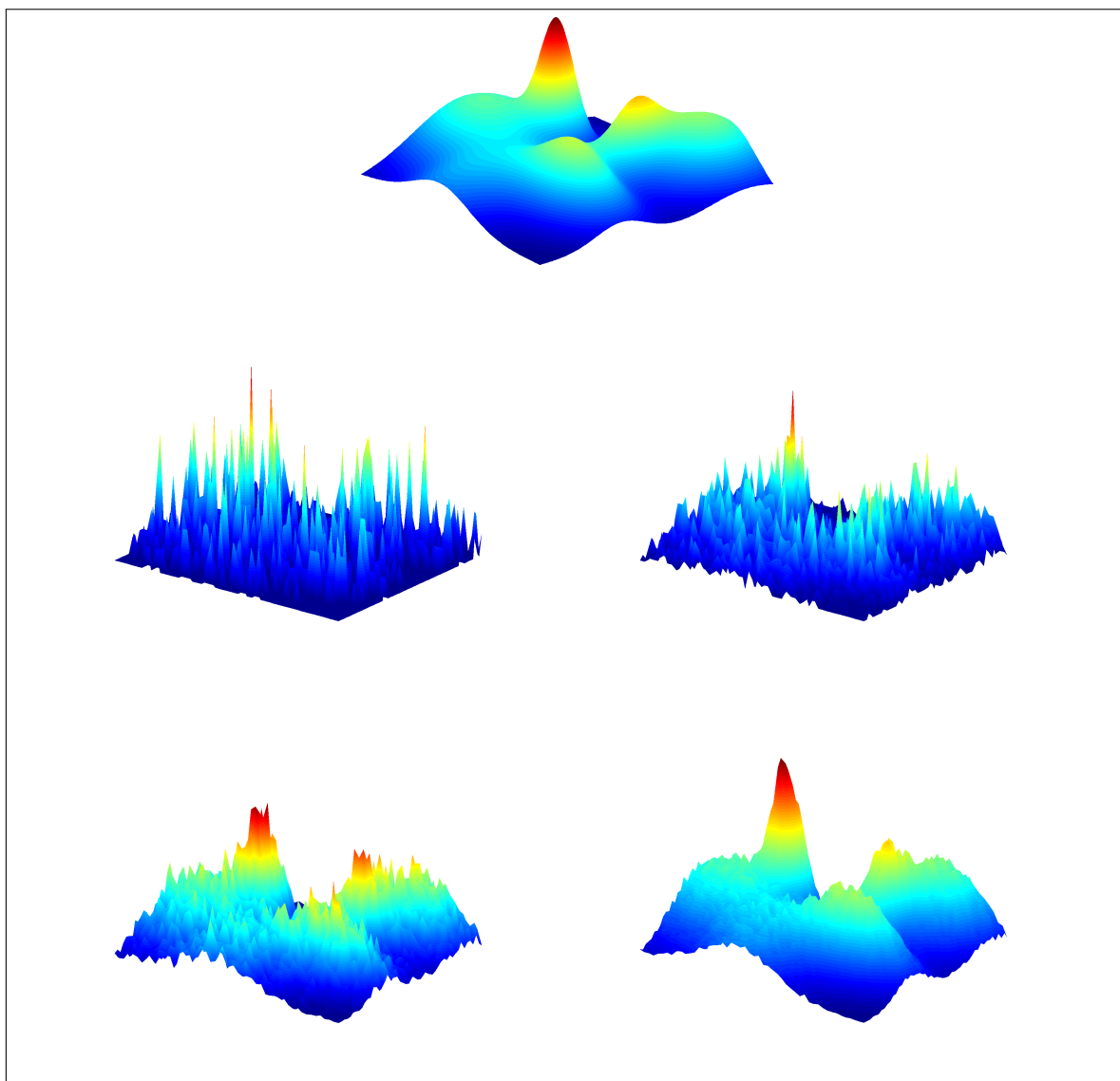


FIGURE 3.10 – Exemple d'utilisation de méthode MCMC pour déterminer la position du maximum de la surface représenté sur la première ligne. Les deuxième et troisième lignes montrent l'évolution de la chaîne de Markov après 1 000, 10 000, 100 000 et 1 000 000 itérations. La force de cette méthode réside dans le fait qu'en plus de la détermination du maximum, elle permet de retrouver l'ensemble des caractéristiques de la fonction cible.

La nouvelle valeur sera par la suite acceptée avec la probabilité ρ définie dans ce cas symétrique par :

$$\rho = \min \left\{ \frac{\pi(y)}{\pi(x)}, 1 \right\}. \quad (3.22)$$

Ainsi, toute valeur y conduisant à un meilleur accord avec le critère testé ($\pi(y) \geq \pi(x)$) sera acceptée, alors qu'une valeur conduisant à une détérioration de cet accord ($\pi(y) < \pi(x)$) ne sera acceptée qu'avec la probabilité $\pi(y)/\pi(x)$.

Acceptation-rejet

La question du paramétrage des algorithmes MCMC devient d'autant plus critique que la dimension de l'espace des paramètres augmente. Une distribution q très étendue ou un critère d'acceptation très souple permet une très bonne exploration de l'espace des paramètres, mais en contrepartie, la vitesse de convergence se trouve très réduite (l'algorithme perd beaucoup de temps à explorer des zones peu intéressantes de l'espace des paramètres). A l'inverse, une distribution q très étroite ou un critère d'acceptation très strict permet une convergence rapide, mais en contrepartie, l'exploration de l'espace des paramètres n'est pas suffisante pour garantir que le résultat obtenu ne soit pas seulement local. Encore une fois, si nous disposions de ressources infinies, nous finirions dans tous les cas par aboutir au résultat souhaité. Cependant, dans le cadre de mon travail, j'ai donc recherché un compromis acceptable me permettant d'obtenir une solution raisonnablement fiable dans un temps acceptable.

J'ai donc décidé de procéder par étapes successives, de plus en plus ciblées. J'ai commencé avec une distribution candidate q large et un critère d'acceptation assouplie, cette large exploration de l'espace des paramètres me permettant d'éliminer un certain nombre de régions pour lesquelles l'accord modèle-observation apparaissait mauvais. J'ai ensuite, au fil des étapes, concentré la distribution q et renforcé la condition d'acceptation.

En pratique, j'ai adopté pour q une gaussienne de dimension N_{par} , qu'il a donc été facile d'adapter en ajustant simplement la valeur de l'écart type dans chaque direction. Pour ce qui est de la condition d'acceptation-rejet, j'ai fait un choix assez classique en considérant :

$$\pi(x) \propto \exp \left(-\frac{\chi^2(x)}{2T} \right), \quad (3.23)$$

où x regroupe les valeurs courantes des paramètres, $\chi^2(x)$ est la valeur correspondante du paramètre χ^2 et T une pseudotempérature permettant d'assouplir la condition d'acceptation (Roberts et al., 1997; Jaffe et al., 2010), le taux optimal étant atteint pour $T = 1$. L'équation (3.22) s'écrit finalement :

$$\rho = \left\{ \exp \left(-\frac{\chi^2(y) - \chi^2(x)}{2T} \right), 1 \right\}. \quad (3.24)$$

Convergence

Comme je l'ai évoqué en début de section, la convergence d'une méthode d'optimisation globale vers la solution optimale n'est pas strictement garantie dans un temps fini. Il nous faut donc disposer d'un critère qui permette de juger de l'état d'avancement de notre procédure. Je présente ici deux de ces critères, mais il en existe de nombreux autres.

Avant d'aller plus loin, il me semble important de préciser qu'à partir de ce point et sauf mention contraire, toutes les chaînes de Markov considérées le seront après une phase de «burn-in» au cours de laquelle les premières parties de chaque chaînes ont été supprimées.

Inspection visuelle La première méthode pour estimer le niveau de convergence de notre chaîne de Markov consiste tout simplement à étudier visuellement l'évolution ou la répartition des différents termes de la chaîne. Bien que pouvant être considérée comme un peu subjective, cette technique extrêmement simple reste très efficace pour se faire une première idée. Elle devra néanmoins être complétée par une étude plus objective.

En pratique, la chaîne de Markov étant constituée d'une succession de points de l'espace des paramètres, il est nécessaire de tracer le graphe de l'évolution temporelle de chacun de ses paramètres : si la courbe obtenue présente des sauts ou des décrochages importants, alors la convergence n'est pas atteinte (figure 3.11 - gauche) ; si la courbe obtenue est assimilable à du bruit, alors on peut estimer que la chaîne a probablement convergé (figure 3.11 - droite).

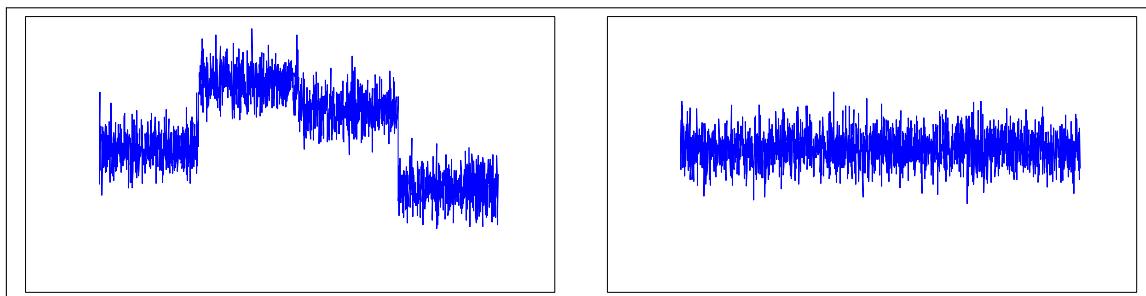


FIGURE 3.11 – Evolution temporelle d'une chaîne de Markov. A gauche, la présence de décrochages indique que la chaîne n'a pas convergé, à droite, l'évolution s'apparente à un bruit gaussien, la chaîne a probablement convergé.

Une autre façon de procéder nécessite de tracer l'histogramme associé à chaque paramètre constituant la chaîne de Markov considérée. Un histogramme irrégulier, présentant des pics multiples, peut être vu comme un indice de non-convergence (figure 3.12 - gauche) ; un histogramme régulier, gaussien, peut quant à lui être vu comme un indice de convergence (figure 3.12 - droite).

Il convient cependant d'être prudent car le fait que les grandeurs physiques puissent souvent être considérées comme gaussiennes ne constitue pas une règle absolue, ce qui peut naturellement affecter la forme de l'histogramme.

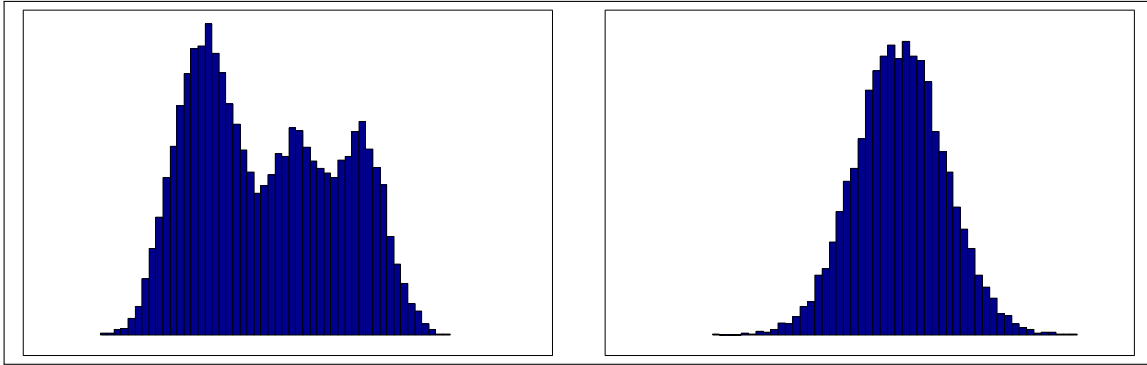


FIGURE 3.12 – Histogramme associé à la chaîne de Markov. A gauche, l’histogramme est irrégulier, la convergence de la chaîne est improbable, à droite, l’histogramme est gaussien, la chaîne a probablement convergé.

Critère de Gelman-Rubin L’inspection visuelle donne une bonne indication sur l’état de convergence de la chaîne de Markov, mais son principal défaut est qu’il n’est pas évident de s’assurer que l’optimum atteint est bien global et que la chaîne n’est pas «piégée» dans un optimum local suffisamment marqué pour bloquer (du moins temporairement) l’évolution de la chaîne. Le second critère de convergence que je présente ici, diagnostic de Gelman-Rubin (Gelman and Rubin, 1992), consiste à analyser et comparer la convergence de multiples chaînes de Markov ayant des points de départ différents.

En pratique, on lance $m \geq 2$ chaînes de longueur $2n$ ayant des points de départ différents ; on ne conserve que les n derniers éléments de chaque chaîne pour chaque paramètre ; on calcule W , la variance moyenne des m chaînes, et B , la variance entre les différentes chaînes ; on estime ensuite la variance \hat{V} du paramètre comme la somme pondérée de W et B ; enfin on calcule le facteur d’échelle de réduction \hat{R} dont la valeur nous informe finalement sur l’état de convergence vers un optimum commun.

Pour un paramètre ψ ,

$$W = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m s_j^2, \quad (3.25)$$

avec :

$$s_j^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\psi_{ij} - \bar{\psi}_j)^2, \quad (3.26)$$

où $\bar{\psi}_j$ correspond à la moyenne du paramètre ψ pour la chaîne j ($j = \{1, \dots, m\}$).

$$B = \frac{n}{m-1} \sum_{j=1}^m (\bar{\psi}_j - \bar{\bar{\psi}})^2, \quad (3.27)$$

avec

$$\bar{\bar{\psi}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^m \bar{\psi}_j. \quad (3.28)$$

On peut alors estimer la variance de la distribution stationnaire comme :

$$\hat{V}^2(\psi) = \left(1 - \frac{1}{n}\right) W + \frac{1}{n} B, \quad (3.29)$$

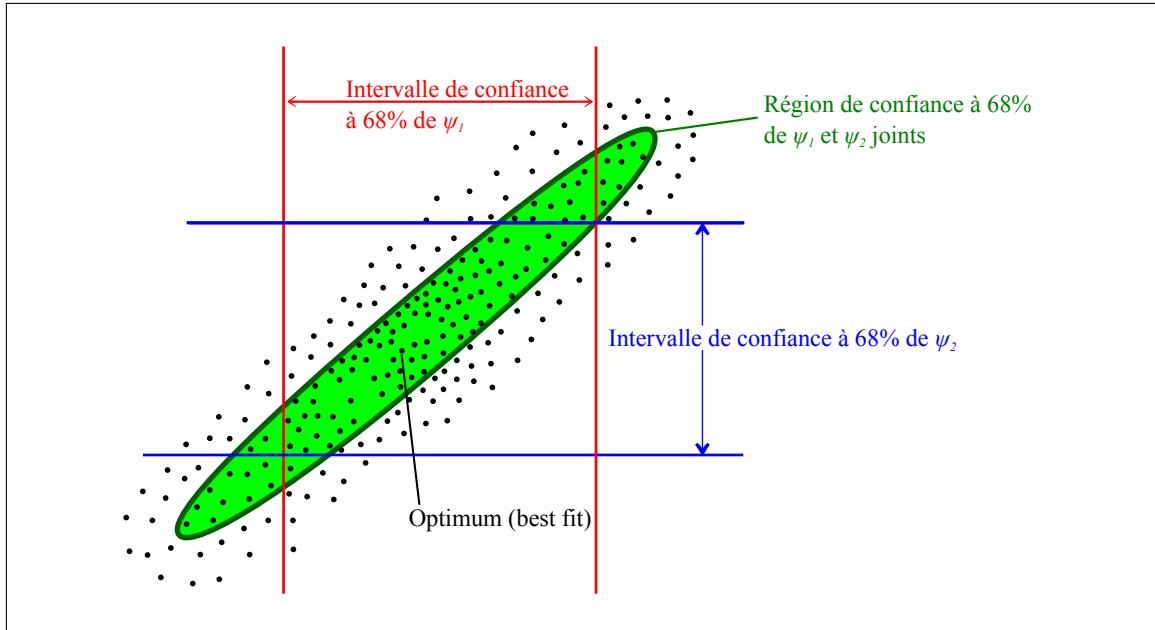


FIGURE 3.13 – Exemple bi-dimensionnel illustrant les deux approches possibles pour définir les intervalles de confiance à 68 %, soit en considérant les distributions des paramètres indépendamment (intervalle rouge pour ψ_1 et bleu pour ψ_2), soit en considérant la distribution jointe des deux paramètres ψ_1 et ψ_2 (région verte). Schéma issu et modifié de Numerical Recipes (Press et al., 2007).

et finalement :

$$\hat{R} = \sqrt{\frac{\hat{V}}{W}}. \quad (3.30)$$

Si ce paramètre est proche de 1 (typiquement 1.1, 1.2), nous pouvons considérer que la chaîne a bien convergé vers son optimum global.

Intervalle de confiance

En matière d'intervalles de confiance, on retrouve fréquemment dans la littérature les valeurs de 68.27 %, 95.45 % et de 99.73 % (correspondant respectivement à des intervalles de 1σ , 2σ et 3σ dans le cas strictement gaussien). Nous n'allons pas ici déroger à cette règle et nous considérerons seulement les 68.27 % réalisations les plus probables. A ce stade, deux approches sont envisageables. Considérons le cas simple (illustré par la figure 3.13) où le problème étudié ne dépend que de deux paramètres ψ_1 et ψ_2 . D'une part, nous pouvons étudier individuellement la distribution de chaque paramètre (intervalles de confiance à 68 % matérialisés sur le schéma en rouge pour ψ_1 et en bleu pour ψ_2) ; d'autre part, nous pouvons étudier la distribution jointe des deux paramètres (intervalle de confiance à 68 % matérialisé en vert sur le schéma). Nous pouvons immédiatement remarquer que ces deux approches ne sont pas équivalentes. La première permet d'obtenir des intervalles de confiance sensiblement plus resserrés, mais elle est aussi susceptible de valider des configurations totalement aberrantes en raison de l'absence de contrainte sur le second paramètre. La seconde approche permet quant à elle de lier la forme et la taille de l'intervalle de confiance directement au critère étudié (dans notre cas

la valeur du χ^2); donc seules des solutions acceptables sont sélectionnées, mais en contrepartie, les projections de cet intervalle sur chacune des directions conduit à plus d'incertitude sur les valeurs acceptables de chaque paramètre. C'est cette seconde vision que j'ai adoptée pour exprimer les résultats de mes simulations.

Il ne reste donc plus qu'à calculer, en fonction du nombre N_{par} de paramètres libres, l'intervalle $\Delta \chi^2$ correspondant à la probabilité \mathcal{P} souhaitée (dans notre cas $\mathcal{P} = 68.27\%$). Pour cela il suffit d'inverser la fonction de répartition de χ^2 , comme illustré dans le tableau 3.1. On cherche :

$$\Delta \chi^2 = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{P}|N_{\text{par}}) = \{x : \mathcal{F}(x|N_{\text{par}}) = \mathcal{P}\} , \quad (3.31)$$

avec :

$$\mathcal{F}(x|N_{\text{par}}) = \int_0^x \frac{t^{N_{\text{par}}-2/2} e^{-t/2}}{2^{N_{\text{par}}/2} \Gamma(N_{\text{par}}/2)} dt , \quad (3.32)$$

où $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$ est la fonction gamma.

TABLE 3.1 – Valeur de $\Delta \chi^2$ correspondant au niveau de confiance p souhaité en fonction du nombre de paramètres libres.

p	Nombre de paramètres					
	1	3	5	7	9	11
68.27 %	1.00	3.53	5.89	8.18	10.42	12.64
95.45 %	4.00	8.02	11.31	14.34	17.21	19.99
99.73 %	9.00	14.16	18.21	21.85	25.26	28.51

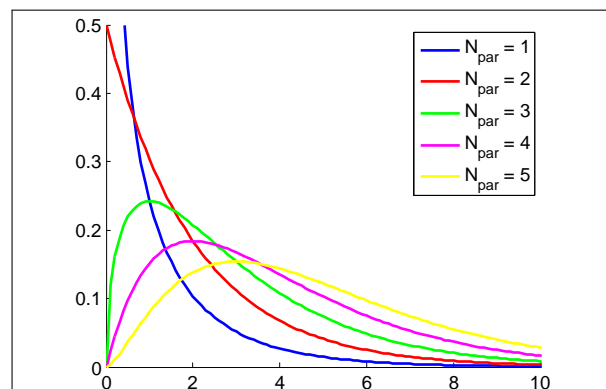


FIGURE 3.14 – Densité de probabilité de χ^2 pour 1, 2, 3, 4 et 5 paramètres. On remarque que lorsque $N_{\text{par}} > 2$, le minimum de χ^2 ne correspond plus au maximum de la densité de probabilité.

3.5 Conclusion

Tout au long de ce chapitre, j'ai présenté la méthode que j'ai mise en oeuvre pour d'une part estimer la qualité de chacune de mes modélisations, d'autre part

déterminer les valeurs des paramètres libres conduisant au meilleur accord modèle-observation.

J'ai commencé par la construction d'une carte modélisée de la profondeur Faraday Galactique, $\overline{FD}_{\text{mod}}$, basée sur nos modèles analytiques de champ magnétique et possédant la même structure que notre carte de référence observationnelle, $\overline{FD}_{\text{obs}}$, de façon à faciliter leur comparaison.

J'ai poursuivi en exposant la procédure d'évaluation de la qualité d'une modélisation donnée. Cette technique simple, basée sur la méthode des moindres carrés, a cependant nécessité la construction d'un modèle simplifié du champ magnétique turbulent afin d'en estimer l'impact et de le prendre en compte au mieux en l'intégrant à l'incertitude associée à $\overline{FD}_{\text{obs}}$.

Enfin, j'ai présenté deux types de méthodes d'optimisation (les algorithmes génétiques et les méthodes MCMC) que j'ai employées afin d'échantillonner l'espace des paramètres de manière efficace afin de déterminer, dans un délai raisonnable, les valeurs des paramètres libres permettant le meilleur accord modèle-observation.

Il ne reste plus maintenant qu'à laisser travailler l'ordinateur pour obtenir les résultats recherchés que je présenterai au prochain chapitre.

Chapitre 4

Résultats

Sommaire

4.1	Remarques préliminaires	90
4.1.1	Notations	90
4.1.2	Considérations intuitives	90
4.2	Impact des divers paramètres sur $\overline{FD}_{\text{mod}}$	91
4.2.1	Cas axisymétrique ($m = 0$)	92
4.2.2	Cas bisymétrique ($m = 1$)	94
4.3	Résultats de l'optimisation	96
4.3.1	Constatations générales	96
4.3.2	<i>Best-fits</i>	98
4.3.3	Intervalle de confiance	101
4.3.4	Corrélations	105
4.4	Meilleurs modèles	108
4.4.1	Cartes du ciel de la profondeur Faraday Galactique	108
4.4.2	Cartes de polarisation synchrotron	109
4.4.3	Allure des lignes de champ	112
4.5	Conclusion	112

A la section 2.4 du chapitre 2, j'ai présenté un ensemble de modèles analytiques de champ magnétique compatibles avec un certain nombre de contraintes issues d'observations de la Voie Lactée ainsi que de galaxies extérieures (voir la section 2.3). Puis, tout au long du chapitre 3, j'ai décrit la méthode que j'ai utilisée afin de juger la qualité de l'accord entre les prédictions de ces modèles (ou combinaisons de modèles) et les données observationnelles de profondeur Faraday telles qu'elles apparaissent dans notre carte de référence (voir la section 2.2.1).

Il est désormais temps de présenter les résultats des simulations, mais avant de commencer à discuter de l'impact des différents paramètres ou des caractéristiques de chaque modèle, faisons quelques remarques préliminaires susceptibles de guider notre recherche du meilleur accord modèle-observation que nous appellerons aussi *best-fit* dans la suite de cet exposé.

4.1 Remarques préliminaires

4.1.1 Notations

A la section 2.4, j'ai défini quatre formes génériques de modèles analytiques de champ magnétique nommés A, B, C, et D.

Tous ces modèles possèdent une version antisymétrique par rapport au plan Galactique qui les rend bien adaptés à la représentation de la composante antisymétrique du champ magnétique, \vec{B}_A (que nous avons aussi appelée champ du halo). Dans cette configuration, nous avons conservé les noms génériques : A, B, C, et D.

Tous ces modèles, à l'exception de C, possèdent également une version symétrique par rapport au plan Galactique qui, moyennant des modifications mineures, les rend bien adaptés à la représentation de la composante symétrique du champ magnétique, \vec{B}_S , (que nous avons aussi appelée champ du disque). Dans cette configuration, nous avons adjoint un «d» aux noms génériques : Ad, Bd, et Dd.

Nous considérerons de plus, les versions axisymétriques (nombre d'onde azimutal $m = 0$ dans l'équation (2.48) et celles qui en découlent) et bisymétriques ($m = 1$ dans l'équation (2.48) et celles qui en découlent) sauf dans le cas des modèles A et Ad où seule cette seconde version est physiquement acceptable (voir section 2.6). Pour identifier ces différentes formes, nous adjoindrons ici la valeur du nombre d'onde azimutal m aux noms des différents modèles, soit donc A1, B0, B1, C0, C1, D0, D1, pour les composantes antisymétriques et Ad1, Bd0, Bd1, Dd0, Dd1 pour les composantes symétriques par rapport au plan Galactique.

4.1.2 Considérations intuitives

Nous disposons à ce point de sept versions de nos modèles pour représenter la composante antisymétrique \vec{B}_A et de cinq autres versions pour représenter la composante symétrique \vec{B}_S , soit donc un total de trente cinq combinaisons possibles pour modéliser le champ magnétique régulier de notre Galaxie ($\vec{B}_A + \vec{B}_S$). L'exploration complète et rigoureuse de l'ensemble de ces combinaisons s'annonce donc extrêmement longue malgré les procédures d'optimisation élaborées présentées au chapitre 3.

Il est cependant possible de se faire une idée intuitive des modèles semblant constituer les meilleurs candidats. Pour cela, il suffit de s'appuyer sur diverses constatations que nous avons faites jusqu'ici (voir les sections 2.2.2 et 2.3 du chapitre 2).

Pour ce qui est de la composante \vec{B}_A , la séparation des parties symétrique et antisymétrique de $\overline{FD}_{\text{obs}}$ nous indique que $\overline{FD}_{\text{obs},A}$ est répartie de manière plus homogène jusqu'à moyenne latitude, lui donnant un aspect plus sphérique. Le modèle le plus adapté à cette description est C pour lequel la distribution en intensité du champ magnétique est la plus sphérique.

Pour ce qui est de la composante \vec{B}_S , la séparation des parties symétrique et antisymétrique de $\overline{FD}_{\text{obs}}$ nous indique que $\overline{FD}_{\text{obs},S}$ est plutôt liée au disque (voir section 2.2.2). Or les observations montrent qu'à l'intérieur du disque, les lignes

de champ apparaissent parallèles au plan Galactique (voir section 1.7). Ceci légitime le choix des modèles Ad1, Bd0, Bd1, Dd0, Dd1 qui sont tous caractérisés par des lignes de champ tendant à devenir horizontales proche du plan Galactique. Un second enseignement issu de la décomposition de $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ est que sa partie symétrique, $\overline{\text{FD}}_{\text{obs,S}}$, présente de multiples inversions de signe en fonction de la longitude Galactique. Si les deux inversions observées d'une part pour $\ell \approx 0^\circ$ et d'autre part pour $\ell \approx 180^\circ$ s'expliquent naturellement par l'enroulement des lignes de champ autour de l'axe de rotation, les autres inversions suggèrent une géométrie non axisymétrique favorisant ainsi les modèles Ad1, Bd1, Dd1.

Cette analyse intuitive nous a donc permis de sélectionner à partir des trente cinq combinaisons possibles, les six nous apparaissant les mieux adaptées que sont : C0–Ad1, C0–Bd1, C0–Dd1, C1–Ad1, C1–Bd1 et C1–Dd1. Il n'est cependant pas question, à ce stade de l'étude, d'exclure les vingt neuf autres possibilités en se basant sur cette seule approche intuitive. J'ai bien entendu effectué les premières phases d'optimisation en considérant l'ensemble des combinaisons. C'est seulement dans une seconde phase, et seulement lorsque cette analyse intuitive a été confirmée par mes résultats préliminaires, que j'ai concentré mes efforts sur les six *bonnes* combinaisons.

4.2 Impact des divers paramètres sur $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$

L'ensemble des modèles que nous avons définis aux sections 2.4, 2.5 et 2.6 du chapitre 2 dépendent d'un nombre restreint de paramètres libres ; certains contrôlent la forme des lignes de champ, d'autres règlent la distribution en intensité du champ magnétique. Ces paramètres peuvent être regroupés suivant la classification suivante :

- les paramètres contrôlant la distribution d'intensité magnétique : B_1 , H , L , m et φ_* (voir les tableaux 2.2 et 2.3) ; ils apparaissent dans tous ou seulement une paire de modèles (tous, A et B, C et D, tous, tous, respectivement) ;
- les paramètres contrôlant l'enroulement spiral des lignes de champ : p_0 , H_p et L_p (voir l'équation (2.52)) ; ils apparaissent dans tous les modèles ;
- les paramètres contrôlant la forme poloïdale des lignes de champ : r_1 , z_1 , a et n (voir les équations (2.26), (2.38), (2.31) et (2.43)) ; ils apparaissent chacun dans une paire de modèles (A et B, C et D, A et C, B et D, respectivement).

Le nombre d'onde azimutal m est en outre un peu particulier du fait qu'il ne puisse prendre que les valeurs $m = 0$ (modèles axisymétriques) et $m = 1$ (modèles bisymétriques). Nous étudierons bien les deux configurations mais nous le ferons indépendamment, en d'autres termes, lors de chaque optimisation, le paramètre m se verra affecté l'une des deux valeurs 0 ou 1 et ne sera donc plus considéré comme libre. C'est pour cette raison que dans la suite de cette section, je considérerai successivement les deux cas $m = 0$ et $m = 1$.

4.2.1 Cas axisymétrique ($m = 0$)

Remarquons tout d'abord que dans le cas d'un modèle de champ magnétique axisymétrique, donc lorsque $m = 0$, la valeur du paramètre φ_* n'a plus d'objet. Nous avons de plus, afin d'être complet, choisi de conserver le modèle A pour cette discussion bien qu'il ne soit pas possible, dans sa version axisymétrique, de s'affranchir de la singularité apparaissant lorsque $r \rightarrow 0$.

Paramètres contrôlant la distribution d'intensité magnétique : B_1 , H et L

L'intensité de normalisation, B_1 , est certainement le paramètre dont l'impact est le plus immédiat à apprécier. En effet, les trois composantes du champ magnétique (B_r, B_φ, B_z) varient linéairement avec B_1 . Cela se traduit également par une variation de B_{\parallel} et par conséquent de FD proportionnelle à B_1 . Ce paramètre permet donc d'ajuster l'intensité globale de la carte modélisée, $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$, sans aucun impact sur la structure de cette carte.

La hauteur d'échelle exponentielle, H (modèles A et B), et la longueur d'échelle exponentielle, L (modèles C et D), contrôlent respectivement le profil vertical sur le cylindre de référence et le profil radial sur le plan de référence, donc par conservation du flux, dans toute la Galaxie, la diminution [l'augmentation] de la valeur de l'un de ces paramètres conduit à une chute plus rapide [lente] de l'intensité du champ magnétique en fonction de z (paramètre H) ou de r (paramètre L). Cela se reporte ensuite sur l'étendue en latitude (liée à la répartition verticale) ou en longitude (liée à la répartition radiale) de la carte $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$. En résumé, une petite [grande] valeur de H ou L se traduit par une faible [large] étendue en latitude ou en longitude de $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$.

Paramètres contrôlant l'enroulement des lignes de champ : p_0 , H_p et L_p

Le *pitch angle* à l'origine, p_0 , la hauteur d'échelle de la fonction d'enroulement, H_p , et longueur d'échelle de la fonction d'enroulement, L_p , caractérisent, au travers de cette fonction d'enroulement (définie par l'équation (2.52)), la transition entre un régime en partie azimuthal du champ magnétique proche du centre Galactique (si $p_0 \neq \pm 90^\circ$) et un régime purement poloïdal du champ magnétique à grande distance du centre Galactique (si $p_0 = 0^\circ$).

Il est alors possible d'identifier deux cas limites. (1) Si $p_0 = 0^\circ$, le champ magnétique est purement azimuthal, on observe deux inversions de signe de la profondeur Faraday pour des longitudes $\ell = 0^\circ$, et $\ell = 180^\circ$, et deux pics d'intensité (l'un positif, l'autre négatif) situés à des longitudes intermédiaires (mais plutôt dans les quadrants intérieurs). La carte $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ obtenue est donc quasiment antisymétrique par rapport à l'axe de rotation¹. (2) Si $|p_0| \rightarrow 90^\circ$ ou $H_p \rightarrow 0$ ou $L_p \rightarrow 0$, alors le champ magnétique est partout poloïdal (sauf dans le plan Galactique dans le cas $|p_0| \neq 90^\circ$, $H_p \rightarrow 0$ et $L_p \neq 0$), on observe deux inversions de signe de la profondeur Faraday pour des longitudes intermédiaires et deux pics pour des longitudes $\ell = 0^\circ$ et $\ell = 180^\circ$. Notons de plus, qu'en raison des densités d'électrons libres et

1. L'antisymétrie [la symétrie] n'est pas parfaite à cause de la non-symétrie de la densité d'électrons libres.

des intensités du champ magnétique plus élevées dans la Galaxie intérieure, le pic situé en $\ell = 0^\circ$ est plus intense que celui situé en $\ell = 180^\circ$. La carte $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ obtenue est donc quasiment symétrique par rapport à l'axe de rotation Galactique¹.

Outre ces deux cas limites, une augmentation de $|p_0|$ ou une diminution de H_p ou L_p tend à rendre le champ plus poloïdal, décalant ainsi les inversions de signe de la profondeur Faraday de $\ell = 0^\circ$ et $\ell = 180^\circ$ vers des longitudes intermédiaires et les deux pics des latitudes intermédiaires vers $\ell = 0^\circ$ et $\ell = 180^\circ$.

Paramètres contrôlant la forme des lignes de champ poloïdales : r_1 , z_1 , a et n

Dans cette étude, le rayon de référence r_1 (modèles A et B) est fixé à 3 kpc, qui constitue une valeur plausible pour le rayon interne du disque Galactique. La hauteur de référence z_1 est fixée pour le modèle C à 0 et pour le modèle D à ± 1.5 kpc, qui constitue une valeur plausible pour la hauteur de transition entre le disque et le halo. L'exposant de la fonction puissance n (modèles B et D) n'a qu'un impact minime sur $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$, c'est pourquoi, dans le but d'accélérer la procédure d'optimisation, j'ai fixé ce paramètre à sa valeur minimale acceptable, soit : $n = 1$ pour le modèle B, $n = 0.5$ pour le modèle D, $n = 2$ pour le modèle Bd et $n = 0.5$ pour le modèle Dd.

Le paramètre contrôlant l'ouverture des lignes de champ, a (modèles A et C), est quant à lui plus crucial.

Pour le modèle A, de faibles valeurs de a conduisent à des lignes de champ très ouvertes, c'est à dire à un champ poloïdal quasiment radial ou un champ total quasiment horizontal. Cette géométrie impose alors que la distribution verticale de B_r reste partout proche de celle imposée sur la surface de référence (cylindre de rayon $r_1 = 3$ kpc). Une conséquence sur $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ est l'apparition d'une modulation quasi-sinusoidale en fonction de la longitude Galactique ℓ . Pour chaque longitude, on observe sur la carte modélisée la présence du maximum à basse latitude b (où la projection du champ magnétique sur la ligne de visée est maximale) ainsi qu'une annulation à haute latitude (où la projection du champ magnétique sur la ligne de visée s'annule en moyenne). En résumé, la carte $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ est dominée par deux régions de signe opposé localisées à basse latitude.

Pour le modèle C, de faibles valeurs de a conduisent également à des lignes de champ très ouvertes, c'est à dire dans ce cas, à un champ poloïdal quasiment vertical. Cette géométrie impose alors que la distribution radiale de B_z reste partout proche de celle imposée sur la surface de référence (plan horizontal de hauteur $z_1 = 0$). En l'absence d'une composante azimutale, la profondeur Faraday a donc un signe unique et opposé dans chaque hémisphère Galactique et s'annule en $z = 0$ où le champ magnétique est toujours (indépendamment de la valeur de a) perpendiculaire à la ligne de visée. En revanche, en présence d'une composante azimutale suffisante, on constate que la carte de profondeur Faraday modélisée laisse apparaître dans chaque hémisphère deux régions de signe opposé de part et d'autre de l'axe de rotation (l'ensemble restant évidemment antisymétrique par rapport au plan Galactique). Lorsque a prend des valeurs plus importantes, le rapport B_r/B_z augmente en valeur absolue ou en d'autres termes, la contribution de B_r

$[B_z]$ à la profondeur Faraday augmente [diminue]. De plus, les contributions de B_r et B_z s'opposent dans la Galaxie intérieure (quadrants 1 & 4) alors qu'elles s'ajoutent dans la Galaxie extérieure (quadrants 2 & 3). Cela se traduit alors sur la carte $\overline{FD}_{\text{mod}}$ par un décalage en longitude ainsi qu'un changement d'intensité des régions dominantes.

4.2.2 Cas bisymétrique ($m = 1$)

Le cas bisymétrique est pour sa part beaucoup plus difficile à appréhender. Seuls les paramètres contrôlant l'intensité du champ magnétique et sa distribution (B_1, H, L) ont un impact similaire sur la carte $\overline{FD}_{\text{mod}}$ dans les cas bisymétrique et axisymétrique. Les autres paramètres, impliqués dans la forme poloïdale des lignes de champ (r_1, z_1, a, n) ou dans la forme de la surface d'enroulement (p_0, H_p, L_p), ont quant à eux le même effet sur la forme des lignes de champ à celui qu'ils ont dans le cas axisymétrique, mais leur impact sur la carte $\overline{FD}_{\text{mod}}$ est beaucoup plus complexe à établir à cause du rôle crucial joué par la combinaison des effets de la fonction d'enroulement g_φ (équation (2.52)) et de l'angle réglant l'orientation de la structure magnétique azimutale, φ_* (voir tableaux 2.2 et 2.3).

Les seules prédictions qui peuvent finalement être faites dans le cas bisymétrique concernent la configuration particulièrement simple où le champ magnétique est purement poloïdal, ce qui correspond à la limite $|p_0| \rightarrow 90^\circ$ ou de manière quasi-équivalente $H_p \rightarrow 0$ ou $L_p \rightarrow 0$. Plaçons nous donc tout d'abord dans cette configuration.

- Considérons pour commencer le cas $\varphi_* = 0^\circ, 180^\circ$. Ici, le maximum de la modulation azimutale se trouve dans le plan méridien passant par le Soleil. C'est de plus dans ce plan que le facteur de projection du champ poloïdal sur la ligne de visée (B_{\parallel}) est maximal. La carte $\overline{FD}_{\text{mod}}$ présentera donc une symétrie approximative¹ par rapport à l'axe de rotation ainsi qu'un maximum principal dans cette direction $\ell = 0^\circ$. Deux inversions de signes sont présentes de part et d'autre de l'axe de rotation, ainsi qu'un maximum secondaire (de signe opposé à celui du maximum principal) dans la direction $\ell = 180^\circ$. Nous pouvons noter que la structure générale de la carte reste similaire à celle qui aurait été obtenue pour un champ axisymétrique, mais la décroissance de l'intensité est plus rapide à cause de la complémentarité des effets de la variation azimutale et de la diminution du facteur de projection du champ magnétique sur la ligne de visée.

- Considérons maintenant le cas $\varphi_* = \pm 90^\circ$. Ici, c'est le zéro de la modulation qui se trouve dans le plan méridien passant par le Soleil. Dans ce cas, les effets de la variation azimutale et de la variation du facteur de projection du champ magnétique sur la ligne de visée ne sont plus complémentaires mais contraires. Cela se traduit sur la carte $\overline{FD}_{\text{mod}}$ par la présence de quatre annulations : deux pour les directions $\ell = 0^\circ$ et $\ell = 180^\circ$ en raison d'un champ magnétique nul, deux pour des directions intermédiaires en raison de l'annulation de B_{\parallel} , en moyenne sur la ligne de visée. Entre ces annulations, la carte présente des maximums de signe alterné conduisant à une structure globalement antisymétrique par rapport à l'axe de rotation.

- Des valeurs intermédiaires de φ_* conduisent à des configurations asymétriques

TABLE 4.1 – Liste de tous les paramètres libres ^a utilisés dans nos modèles de champ magnétique avec leur définition, la liste des modèles dans lesquels ils sont impliqués et leur impact sur la carte modélisée $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ dans le cas axisymétrique ($m = 0$).

Paramètre	Définition	Modèles ^b	Impact sur $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$
B_1	Intensité de normalisation (tableaux 2.2 et 2.3))	Tous	Amplitude globale
H	Hauteur d'échelle de B_r en r_1 (tableaux 2.2 et 2.3)	A, B, Ad, Bd	Etendue en latitude
L	Longueur d'échelle de B_z en z_1 (tableaux 2.2 et 2.3)	C, D, Dd	Etendue en longitude
p_0	<i>pitch angle</i> à l'origine (équation (2.52))	Tous	Longitude des pics et inversions de signe
H_p	Hauteur d'échelle de la fonction d'enroulement (équation (2.52))	Tous	Longitude des pics et inversions de signe (surtout à haut $ b $)
L_p	Longueur d'échelle de la fonction d'enroulement (équation (2.52))	Tous	Longitude des pics et inversions de signe (surtout à grand $ \ell $)
r_1	Rayon de référence	A, B, Ad, Bd	
$ z_1 $	Hauteur de référence (positive)	C, D, Dd	
a	Ouverture des lignes de champ (équation (2.26) et (2.38))	A, C, Ad	Intensité, position des pics, position des lignes d'inversions de signe
n	Exposant de la fonction puissance (équation (2.31) et (2.43))	B, D, Bd, Dd	

[1]Comme précisé dans le texte, les valeurs des trois paramètres r_1 , z_1 et n seront finalement fixées lors de l'optimisation.

b. Afin d'être complet, bien que nous nous placions dans le cas axisymétrique ($m = 0$), les modèles A et Ad sont conservés dans ce tableau malgré leur divergence lorsque $r \rightarrow 0$.

intermédiaires.

Si nous envisageons maintenant le cas général (non plus purement poloïdal), les lignes de champ s'enroulent dans une structure en spirale, entraînant avec elles la modulation azimutale. Chaque ligne de visée est alors susceptible de traverser à plusieurs reprises des zones d'inversion de signe de B_{\parallel} . Le nombre et la position exacte de ces inversions ayant un impact majeur sur les profondeurs Faraday estimés, il devient dès lors très difficile de faire des prédictions quant à la structure de la carte $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$.

4.3 Résultats de l'optimisation

Tout d'abord, comme je l'ai déjà laissé entendre à la section 4.1.2, les différentes optimisations confirment que parmi les trente cinq combinaisons possibles associant un modèle de champ antisymétrique (\vec{B}_A , lié au halo) et un modèle de champ symétrique (\vec{B}_S , lié au disque), il y en a six qui conduisent systématiquement à des ajustements de meilleure qualité. C'est pourquoi j'ai concentré mes efforts sur cet ensemble réduit, et que dans un souci de concision, je ne présenterai ici que les résultats concernant les *bonnes* combinaisons : C0 – Ad1, C1 – Ad1, C0 – Bd1, C1 – Bd1, C0 – Dd1 et C1 – Dd1. Les valeurs des $\chi_{\text{red,min}}^2$, les valeurs des paramètres correspondantes ainsi que leur intervalle de confiance à 1σ sont résumés dans le tableau 4.2. Je rappelle en outre ici que notre intérêt porte moins sur les valeurs absolues des différents $\chi_{\text{red,min}}^2$ (dernière colonne du tableau 4.2) que sur leurs valeurs relatives qui nous permettent d'établir un classement des divers modèles.

4.3.1 Constatations générales

Un premier examen rapide du tableau 4.2, en particulier de la dernière colonne contenant les valeurs des $\chi_{\text{red,min}}^2$, suffit pour s'apercevoir que les combinaisons incluant un champ du halo bisymétrique (C1) conduisent systématiquement à un accord sensiblement meilleur que les modèles incluant un modèle de champ du halo axisymétrique (C0). Cela peut s'expliquer par le fait qu'en introduisant de multiples inversions de signe de B_{\parallel} le long des différentes lignes de visée, les modèles avec un champ du halo bisymétrique permettent un ajustement plus fin du produit $n_e B_{\parallel}$ intégré sur la ligne de visée. La position de ces inversions est étroitement liée à la valeur de φ_* (ou plus généralement à la combinaison des valeurs de φ_* et de p_0), ce qui donne à ce paramètre un rôle crucial dans l'organisation des géométries magnétiques associées aux modèles bisymétriques où il est employé.

Si, comme nous venons de le voir, le choix du modèle (C0 ou C1) pour le champ du halo (composante antisymétrique) a un impact notable sur la valeur du $\chi_{\text{red,min}}^2$, il ne semble pas en être de même pour le modèle de champ du disque (composante symétrique). En effet, pour chaque modèle de champ du halo (C0 ou C1), les différents modèles de champ du disque (Ad1, Bd1, Dd1) conduisent à des valeurs de $\chi_{\text{red,min}}^2$ très semblables. Cela tend à confirmer que l'apparence de notre

TABLE 4.2 – Meilleure configuration des 6 modèles retenus pour le champ magnétique total (halo antisymétrique + disque symétrique) avec les valeurs de leurs paramètres fixes, les valeurs des paramètres libres conduisant au *best-fit* accompagnées de leur intervalle de confiance à 1σ , et les valeurs des χ^2_{red} permettant de comparer les différents modèles.

Modèle ^a	Paramètres fixés ^b			Paramètres optimisés ^b							$\chi^2_{\text{red, min}}$	
	r_1 [kpc]	$ z_1 $ [kpc]	n	a [kpc ⁻²]	B_1 [μG]	H [kpc]	L [kpc] ^c	φ_* [deg]	p_0 [deg]	H_p [kpc] ^d		L_p [kpc] ^e
C0	0	0		$1.17^{+0.16}_{-0.16}$	$0.36^{+0.28}_{-0.16}$		$3.0^{+1.3}_{-0.7}$			> 5	> 18	2.37
Ad1	3			$0.90^{+0.19}_{-0.13}$	19^{+17}_{-9}	$0.055^{+0.019}_{-0.016}$		-54^{+180}_{-180}				
C0	0	0		$0.88^{+0.14}_{-0.14}$	$0.29^{+0.21}_{-0.15}$		$3.4^{+1.8}_{-0.7}$			> 9	> 16	2.42
Bd1	3	2			$2.0^{+1.7}_{-0.7}$	$0.32^{+0.10}_{-0.07}$		153^{+180}_{-180}				
C0	0	0		$0.61^{+0.40}_{-0.38}$	$0.18^{+0.15}_{-0.07}$		$4.8^{+3.2}_{-2.2}$				> 22	2.26
Dd1	1.5	0.5			$0.065^{+0.031}_{-0.013}$		$9.8^{+\infty}_{-3.8}$	14^{+180}_{-180}		$4.2^{+1.0}_{-0.8}$		
C1	0	0		$0.33^{+0.14}_{-0.14}$	$9.0^{+2.6}_{-3.8}$		$2.1^{+0.4}_{-0.2}$	198^{+50}_{-51}		$1.2^{+0.1}_{-0.1}$	> 38	2.02
Ad1	3			$0.031^{+0.026}_{-0.029}$	32^{+3}_{-4}	$0.054^{+0.040}_{-0.013}$		-31^{+46}_{-52}				
C1	0	0		$0.42^{+0.29}_{-0.23}$	$8.2^{+9.3}_{-5.3}$		$2.2^{+0.7}_{-0.5}$	208^{+92}_{-73}		$1.2^{+0.2}_{-0.1}$	> 38	2.02
Bd1	3	2			26^{+24}_{-13}	$0.082^{+0.054}_{-0.025}$		-26^{+91}_{-73}				
C1	0	0		$0.39^{+0.27}_{-0.16}$	$9.5^{+5.5}_{-5.7}$		$2.1^{+0.6}_{-0.3}$	179^{+56}_{-71}		$1.2^{+0.2}_{-0.1}$	> 30	2.08
Dd1	1.5	0.5			$0.40^{+0.24}_{-0.23}$		$2.9^{+1.6}_{-0.8}$	120^{+53}_{-75}		$-8.4^{+1.3}_{-0.9}$		

a. Pour chaque modèle de champ magnétique total, la première ligne correspond à la composante antisymétrique (champ du halo) et la seconde ligne correspond à la composante symétrique (champ du disque).

b. La définition de chaque paramètre est rappelée dans le tableau 4.1.

c. Lorsque la limite supérieure de l'intervalle de confiance de L est $\gg L_e$, elle ne peut pas être déterminée elle est dans ce cas remplacée par ∞ .

d. Lorsque la meilleure valeur de H_p est $\gg H_e$, seule une approximation de la limite inférieure est donnée.

e. Lorsque la meilleure valeur de L_p est $\gg L_e$, seule une approximation de la limite inférieure est donnée.

carte $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ modélisant les profondeurs Faraday Galactiques pour des latitudes $|b| > 10^\circ$ est plus sensible à la structure du champ du halo qu'à celle du champ du disque.

Nous pouvons également constater que cette similitude des résultats d'ajustement selon le choix du modèle de champ du disque est encore plus marquée si l'on ne considère que Ad1 et Bd1. S'il est vrai que ces deux modèles possèdent des lignes de champ présentant une structure proche à l'extérieur du cylindre de référence de rayon $r_1 = 3 \text{ kpc}$, ce n'est absolument plus le cas à l'intérieur de ce cylindre. Cela semble indiquer, comme nous pouvions nous y attendre, que cette région centrale n'a que peu d'influence sur $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ (du moins pour $|b| > 10^\circ$).

4.3.2 Best-fits

Les premières tendances, très générales, ayant été établies à la section précédente, analysons maintenant plus en détails les résultats. Pour cela, intéressons-nous plus précisément aux valeurs des divers paramètres libres dans chacune des différentes combinaisons.

Remarque. Les modèles de champ du halo (composante antisymétrique par rapport au plan Galactique) et les modèles de champ du disque (composante symétrique par rapport au plan Galactique) possèdent des paramètres de même nom, donc afin de se référer spécifiquement au paramètre souhaité, il sera mis entre parenthèses et indicé par la composante à laquelle il se rattache, soit : $(\cdot)_{\text{halo}}$ ou $(\cdot)_{\text{disque}}$.

Avant de passer en revue les différents paramètres libres, notons qu'ici aussi, le type de la symétrie axiale du champ du halo, ou en d'autres termes, la valeur du paramètre $(m)_{\text{halo}}$ est un aspect déterminant. Il existe en effet, pour la plupart des paramètres, une forte dichotomie selon que l'on considère un champ du halo axisymétrique (modèle C0) ou bisymétrique (modèle C1). J'utiliserai donc cette particularité comme fil conducteur de ma discussion.

Paramètre B_1

Lorsque le champ du halo est bisymétrique, la valeur de l'intensité de normalisation associée, $(B_1)_{\text{halo}}$, est plus importante (d'un facteur ≈ 20 à ≈ 50) que lorsqu'il est axisymétrique et l'intensité de normalisation du champ du disque, $(B_1)_{\text{disque}}$, qui lui est associée est aussi augmentée dans une moindre mesure (d'un facteur ≈ 2 à ≈ 15). Cette augmentation s'explique par la nécessité de compenser la modulation azimutale et les annulations de champ associées aux modèles bisymétriques.

Toutefois, le fait que nous ayons imposé une contrainte relativement stricte sur la valeur de l'intensité du champ magnétique au niveau du Soleil ($1 \mu\text{G} \leq B_\odot \leq 2 \mu\text{G}$; voir section 3.2) ne suffit pas pour garantir des valeurs raisonnables de l'intensité maximale du champ magnétique², B_{max} , surtout avec des géométries bisymétriques.

2. En pratique, dans ce qui suit et notamment dans le tableau 4.3, B_{max} correspond à l'intensité maximale du champ magnétique dans la Galaxie pour des rayons $r \geq 3 \text{ kpc}$.

En effet, si le Soleil se situe proche d'un noeud de la modulation azimutale, un B_{\odot} modeste peut masquer un B_{\max} extrêmement important au niveau de la crête. Il convient donc de garder ce point à l'esprit lors de l'analyse des résultats. Le tableau 4.3 donne les ordres de grandeur de l'intensité maximale associée à chacun de nos meilleurs modèles. Ces valeurs sont généralement acceptables à l'exception de celles obtenues pour les modèles C1 – Ad1 et C1 – Bd1 qui semblent surévaluées.

TABLE 4.3 – Comparaison des valeurs de B_1 , B_{\odot} et B_{\max} en μG pour le *best-fit* obtenu avec chacune des six *bonnes* combinaisons². Les valeurs de B_{\max} peuvent être considérées comme acceptables pour la plupart des combinaisons, cependant les modèles C1 – Ad1 et C1 – Bd1 conduisent à des B_{\max} probablement trop importants.

Modèle	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(B_1)_{\text{disque}}$	B_{\odot}	B_{\max}
C0 – Ad1	0.36	19	1.99	110
C0 – Bd1	0.29	2.0	1.99	15
C0 – Dd1	0.18	0.065	1.40	10
C1 – Ad1	9.0	32	1.77	210
C1 – Bd1	8.2	26	1.95	170
C1 – Dd1	9.5	0.40	1.08	70

Paramètres H et L

Le champ du halo a d'une manière générale une longueur d'échelle, $(L)_{\text{halo}}$, à la hauteur de référence $z_1 = 0$ kpc relativement faible ($2 \text{ kpc} \lesssim (L)_{\text{halo}} \lesssim 5 \text{ kpc}$). Le champ du disque a dans le cas du modèle Dd1 une longueur d'échelle à $z_1 = 1.5$ kpc supérieure ($(L)_{\text{disque}} \approx 10 \text{ kpc}$ pour une association avec C0 et $(L)_{\text{disque}} \approx 3 \text{ kpc}$ pour une association avec C1). Dans le cas des modèles Ad1 et Bd1, les hauteurs d'échelle associées au champ du disque sont toujours très faibles ($H \approx 50 \text{ pc}$ pour Ad1 et $H \approx (100 - 300) \text{ pc}$ pour Bd1).

Si ces valeurs peuvent être considérées comme réalistes pour les modèles C0, C1 et Dd1, elles apparaissent trop faibles pour Ad1 et Bd1, car en tenant compte de l'évasement des lignes de champ contrôlé par $(a)_{\text{disque}}$ (pour le modèle Ad1) ou n (pour le modèle Bd1), nous obtenons des hauteurs d'échelle au niveau du Soleil de $H_{\odot} \approx 140 \text{ pc}$ pour le modèle C0 – Ad1 ou $H_{\odot} \approx 360 \text{ pc}$ pour C1 – Ad1 et de $H_{\odot} \approx 440 \text{ pc}$ pour C0 – Bd1 ou $H_{\odot} \approx 120 \text{ pc}$ pour C1 – Bd1 ; ces valeurs sont largement inférieures à ce que nous aurions pu attendre dans le voisinage Solaire.

Lorsque le champ du halo est bisymétrique, sa longueur d'échelle, $(L)_{\text{halo}}$ est sensiblement inférieure à celle obtenue pour un champ du halo axisymétrique (d'un facteur ≈ 1.5 à ≈ 2.5). Dans le même temps, la hauteur d'échelle, $(H)_{\text{disque}}$, ou la longueur d'échelle, $(L)_{\text{disque}}$, du modèle de disque associé décroît également (d'un facteur ≈ 3 à ≈ 4), sauf dans le cas du modèle Ad1 où $(H)_{\text{disque}}$ reste stable. Nous

pouvons remarquer que les diminutions les plus importantes correspondent aux cas pour lesquels nous avons les plus fortes augmentations de la valeur du B_1 associé. Elles peuvent donc être interprétées comme une forme d'atténuation de l'effet produit par les fortes intensités. Nous verrons à la section 4.3.4 que cette interprétation est confirmée par l'existence d'une anticorrélation marquée entre les intensités de normalisation et les hauteurs (ou longueurs) d'échelle correspondantes.

Paramètre a

Lorsque l'on passe d'un champ du halo axisymétrique à un champ du halo bisymétrique, la valeur du paramètre contrôlant l'ouverture des lignes de champ paraboliques, $(a)_{\text{halo}}$, diminue (d'un facteur ≈ 2 à ≈ 5), et donc le champ magnétique devient plus vertical, ce qui renforce son influence dans le halo intérieur par rapport au halo extérieur. Ceci va tout à fait dans le sens que nous attendons (voir section 2.2.2) : la composante antisymétrique (modélisant le champ du halo), que nous souhaitons dominante dans les quadrants 1 et 4, est bien renforcée dans le halo intérieur.

Parallèlement, lors du passage de C0 – Ad1 à C1 – Ad1, $(a)_{\text{disque}}$ diminue également de manière importante (d'un facteur ≈ 30), et donc dans ce cas, le champ magnétique devient plus horizontal, ce qui renforce son influence dans le disque extérieur par rapport au halo extérieur. Ce résultat peut apparaître contraire à ce que nous attendons ici (voir section 2.2.2) : la composante symétrique (modélisant le champ du disque) que nous souhaitons dominante dans les quadrants 2 et 3 est atténuée dans le halo extérieur. L'explication est que lorsque le champ du halo est bisymétrique, c'est le degré de liberté supplémentaire, $(\varphi_\star)_{\text{halo}}$, permettant d'orienter finement sa structure azimutale, qui joue un rôle déterminant dans la répartition des influences entre champ du disque et champ du halo.

Remarque. Notons ici que c'est moins a que \sqrt{a} qui a un intérêt du point de vue physique. En effet, bien que renfermant la même information, \sqrt{a} est directement assimilable à l'inverse du «rayon de courbure» des lignes de champ.

Paramètre p_0

On constate que quel que soit le modèle choisi, la valeur du *pitch angle* à l'origine est toujours négative et faible ($-9.5^\circ \lesssim p_0 \lesssim -7.0^\circ$). La spirale décrite par les lignes de champ a donc la même orientation que celle des bras de matière et le champ magnétique est fortement azimutal proche de l'origine.

Lorsque le champ du halo est bisymétrique, la valeur de p_0 ne change pas notablement par rapport à celle du cas axisymétrique. De plus les valeurs obtenues ne diffèrent que très légèrement en fonction du modèle considéré.

Paramètre L_p

Dans tous les cas, la valeur de la longueur d'échelle de la fonction d'enroulement, L_p , est grande ($L_p \gtrsim 16$ kpc). Cela nous indique que l'enroulement des lignes de champ reste quasiment constant dans le plan Galactique, quel que soit

le modèle. Si l'on considère de plus la faible valeur de $|p_0|$ (voir le paragraphe précédent), cela signifie que le champ est fortement azimutal en tout point du plan Galactique. Ici encore, ce comportement va dans le sens que nous attendions, il permet notamment d'expliquer facilement l'antisymétrie grossière par rapport à l'axe de rotation apparaissant sur la carte $\overline{FD}_{\text{obs}}$.

Lorsque le champ du halo est bisymétrique, la valeur de L_p ne change pas notablement par rapport à celle du cas axisymétrique.

Paramètre H_p

Le rôle de la hauteur d'échelle de la fonction d'enroulement, H_p , consiste grossièrement à contrôler la hauteur à laquelle va se produire la transition entre le régime dominé par le champ azimutal (pour de faibles valeurs de z) et celui dominé par le champ poloïdal (pour des valeurs de z plus importantes).

Lorsque le champ du halo est bisymétrique, H_p , diminue (d'un facteur $\gtrsim 3$) par rapport à la valeur obtenue avec un champ du halo axisymétrique. Dans le premier cas, H_p est du même ordre de grandeur que la hauteur d'échelle de la densité des électrons libres ($H_e = 1.31$ kpc). Cela nous indique que le changement de régime s'effectue dans une région où la densité d'électrons libres reste élevée et donc où les effets sur la profondeur Faraday sont importants. A l'inverse, lorsque le champ du halo est axisymétrique, H_p prend des valeurs bien plus grandes. On a d'une manière générale $H_p \gtrsim 3H_e$. Dans ces conditions, la transition s'opère suffisamment loin du plan Galactique pour ne plus avoir d'impact notable sur la profondeur Faraday.

4.3.3 Intervalles de confiance

Dans la suite de cette section, nous nous intéresserons aux histogrammes des différents paramètres, mais commençons par une brève remarque concernant l'histogramme du χ^2 . La figure 4.1 montre, en prenant l'exemple du modèle C0 – Ad1 possédant 10 paramètres libres ($(B_1)_{\text{halo}}$, $(B_1)_{\text{disque}}$, $(L)_{\text{halo}}$, $(H)_{\text{disque}}$, $(\varphi_*)_{\text{disque}}$, $(a)_{\text{halo}}$, $(a)_{\text{disque}}$, p_0 , H_p , L_p), que lorsque l'optimisation a convergé, l'histogramme complet³ du χ^2 s'accorde très bien à la densité de probabilité théorique du χ^2 calculée pour le même nombre de degrés de liberté.

Examinons maintenant les histogrammes associés aux divers paramètres. Je rappelle à cette occasion que l'intervalle de confiance de chaque paramètre s'établit à partir des seuls meilleurs 68.27 % des solutions (les 68.27 % des solutions ayant les plus faibles valeurs de χ^2 ; voir la section 3.4.3). A compter de ce point, lorsque j'utiliserai le terme d'histogramme d'un paramètre donné, il s'agira toujours de l'histogramme de ce paramètre associé aux meilleurs 68.27 % des solutions.

Le niveau d'incertitude sur la valeur du *best-fit* dépend fortement du paramètre libre considéré ainsi que du choix d'un modèle axisymétrique (C0) ou bisymétrique

3. Ici, « histogramme complet » signifie que l'on considère l'ensemble des solutions issues de l'optimisation et vient s'opposer à « histogramme des meilleurs 68.27 % » que nous considérerons pour établir les intervalles de confiance à 1σ des divers paramètres libres.

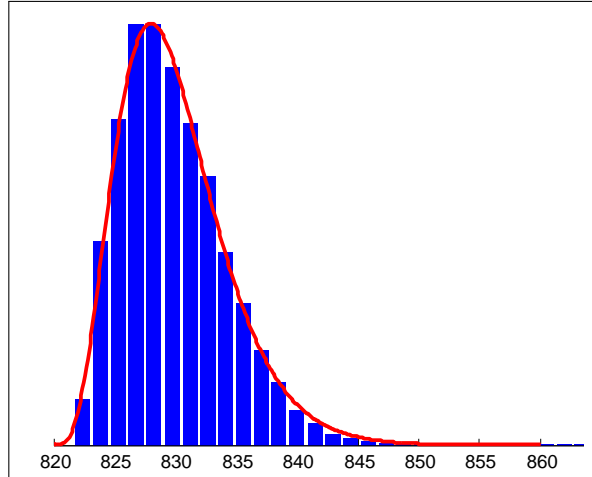


FIGURE 4.1 – Accord entre l’histogramme complet du χ^2 du modèle C0 – Ad1 possédant 10 paramètres libres (barres bleues) et la densité de probabilité théorique du χ^2 à 10 degrés de liberté (courbe rouge).

(C1) pour le champ du halo, les modèles bisymétriques conduisant généralement à des valeurs plus contraintes que les modèles axisymétriques pour les paramètres angulaires ainsi que pour ceux de la fonction d’enroulement. La figure 4.2 illustre cette affirmation à partir de l’exemple des modèles C0 – Bd1 (ligne du haut) et C1 – Bd1 (ligne du bas). Dans le cas où le halo est axisymétrique, Le *pitch angle* à l’origine, p_0 (colonne de gauche), est contraint à $(\approx -3, +2)^\circ$, alors que le paramètre contrôlant l’orientation de la structure azimuthale, $(\varphi_\star)_{\text{disque}}$ (colonne de droite), peut prendre l’ensemble des valeurs comprises entre -180° et $+180^\circ$. Le passage à un champ du halo bisymétrique réduit l’incertitude sur p_0 à $\approx \pm 1^\circ$, alors que $(\varphi_\star)_{\text{disque}}$, bien qu’étant mieux contraint que dans le cas axisymétrique, reste beaucoup plus incertain ($\pm \approx 80^\circ$).

Il ne me paraît pas ici d’un grand intérêt de me lancer dans une discussion quantitative systématique de l’intervalle de confiance de chaque paramètre, je me bornerai donc aux seules tendances globales ainsi qu’aux aspects qualitatifs les plus généraux. Le lecteur intéressé par des valeurs numériques plus détaillées pourra se référer au tableau 4.2 ou consulter l’annexe A.

Tendances générales

Si l’on considère d’une part les trois combinaisons avec un champ du halo axisymétrique (décrit par C0) et d’autre part les trois combinaisons avec un champ du halo bisymétrique (décrit par C1), les divers paramètres peuvent être, au regard de leur intervalle de confiance respectif, répartis en trois classes.

1. Les paramètres relativement bien contraints (mieux qu’un facteur ≈ 2), que le champ du halo soit axisymétrique ou bisymétrique : $(B_1)_{\text{halo}}$, $(B_1)_{\text{disque}}$, $(L)_{\text{halo}}$, $(H)_{\text{disque}}$, $(a)_{\text{halo}}$, $(a)_{\text{disque}}$, p_0 et H_p si le champ du disque est décrit par Dd.

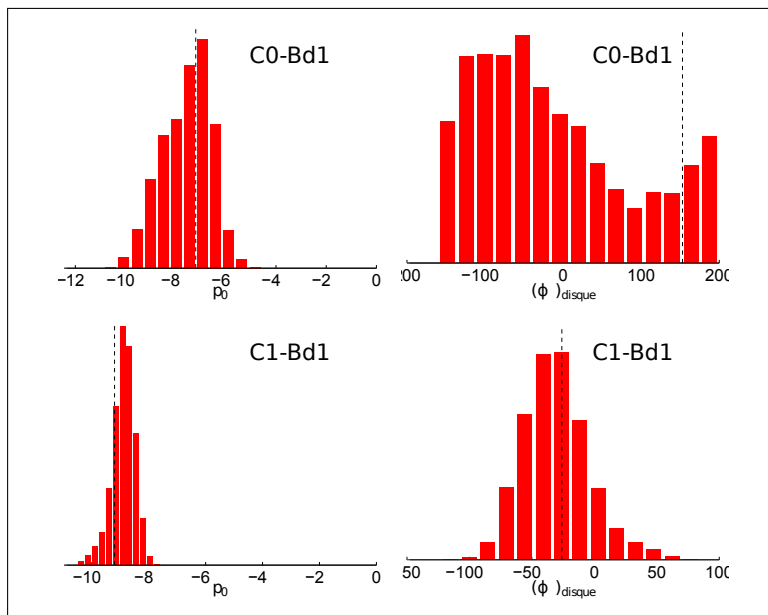


FIGURE 4.2 – Comparaison des histogrammes à 68.27 % (en $^{\circ}$) des paramètres p_0 (colonne de gauche) et $(\varphi_{\star})_{\text{disque}}$ (colonne de droite) pour les modèles C0 – Bd1 (ligne du haut) et C1 – Bd1 (ligne du bas). Les pointillés verticaux indiquent la valeur du paramètre conduisant au meilleur χ^2 . L'intervalle de confiance dépend beaucoup du paramètre considéré et est généralement plus contraint dans le cas d'un champ du halo bisymétrique (C1).

2. Les paramètres peu contraints lorsque le champ du halo est axisymétrique, mais relativement contraints lorsque le champ du halo est bisymétrique : $(\varphi_{\star})_{\text{disque}}$, $(L)_{\text{disque}}$, et H_p si le champ du disque est décrit par Ad ou Bd.
3. Un paramètre très peu contraint, que le champ du halo soit axisymétrique ou bisymétrique : L_p .

Le paramètre $(\varphi_{\star})_{\text{halo}}$ est pour sa part un peu particulier, il n'entre pas dans cette classification car bien qu'il soit contraint à la hauteur de $(\varphi_{\star})_{\text{disque}}$ lorsque le champ du halo est bisymétrique, il n'entre pas en jeu lorsque le champ du halo est axisymétrique (donc la question de sa contrainte n'a pas de sens).

Remarque. Il y a deux types de paramètres mal contraints. (1) Les paramètres angulaires, φ_{\star} , pouvant adopter toutes les valeurs de $[-180^{\circ}, +180^{\circ}]$ (dans ce cas, plus que mal contraints, ces paramètres peuvent être qualifiés de non contraints). Cela indique que ce paramètre n'a que peu d'impact ou que son influence peut être compensée par les autres paramètres. (2) Les hauteurs et longueurs d'échelle pour lesquels nous obtenons seulement une limite inférieure. Cela s'explique par le fait qu'au-delà d'une certaine hauteur ou d'un certain rayon, en raison de la faible densité d'électrons libres, les modifications de ces paramètres ne produisent plus que des effets minimes sur la profondeur Faraday.

La figure 4.3 montre trois exemples d'histogrammes de tels paramètres pour le cas du modèle C0 – Dd1. A gauche, $(\varphi_{\star})_{\text{disque}}$ peut prendre toutes les valeurs angulaires. Au centre, $(L)_{\text{disque}}$, et à droite, L_p , présentent une limite inférieure mais pas de limite supérieure (autre que celle que nous avons arbitrairement fixée).

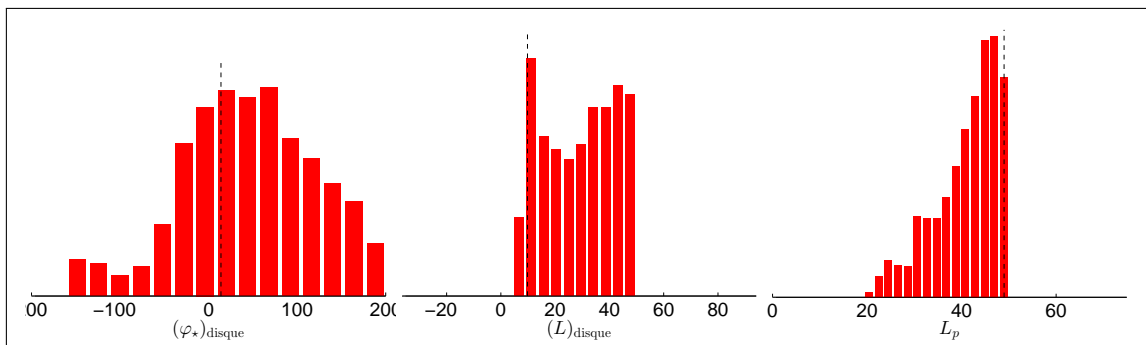


FIGURE 4.3 – Histogrammes des paramètres mal contraints pour le modèle C0 – Dd1. À gauche, le paramètre $(\varphi_\star)_{\text{disque}}$ en $^\circ$; au centre, le paramètre $(L)_{\text{disque}}$ en kpc ; à droite, le paramètre L_p en kpc. Dans les deux derniers cas, on constate la présence d’une limite inférieure, mais pas de limite supérieure (si ce n’est celle arbitrairement fixée dans nos simulations).

D’un point de vue quantitatif, p_0 est le paramètre le mieux contraint ; son incertitude est dans tous les cas inférieure à 3° , voire de l’ordre de 1° lorsque l’on considère les modèles dont le champ du halo est bisymétrique.

Le paramètre H_p est également bien déterminé. Lorsque le champ du halo est bisymétrique, son incertitude est inférieure à 15 % et est de l’ordre de 20 % dans C0 – Dd1. Cependant, dans les modèles C0 – Ad1 et C0 – Bd1, il n’est pas possible de déterminer de limite supérieure. Cela peut s’expliquer par la plus grande valeur de H_p ; au delà de cette hauteur la densité d’électrons libres devient trop faible pour avoir un impact significatif sur la profondeur Faraday et donc affecter la valeur du χ^2 .

La longueur d’échelle du champ du halo, $(L)_{\text{halo}}$, est quant à elle déterminée avec une incertitude de 15 % à 30 % (sauf pour C0 – Dd1 où elle approche les 60 %). Et la hauteur d’échelle, $(H)_{\text{disque}}$, liée aux modèles Ad1 et Bd1 est mieux contrainte si le champ du halo associé est axisymétrique ($\approx 30\%$) que s’il est bisymétrique ($\approx 50\%$).

Comme je l’ai déjà mentionné, le paramètre $(\varphi_\star)_{\text{disque}}$ n’est absolument pas contraint lorsque le champ du halo est axisymétrique et est déterminé avec une large incertitude ($\gtrsim 50^\circ$) lorsque le champ du halo est bisymétrique. Il est cependant intéressant de noter que dans le second cas, l’incertitude sur $(\varphi_\star)_{\text{halo}}$ est très proche de celle sur $(\varphi_\star)_{\text{disque}}$ (quel que soit le modèle de champ du disque) ; cela peut laisser penser qu’il existe un lien étroit entre ces deux paramètres.

Pour ce qui est des autres paramètres, il n’apparaît pas clairement de tendance générale au regard de leur degré d’incertitude.

Impact des contraintes imposées à p_\odot et B_\odot

A la section 3.2, j’ai manuellement introduit deux contraintes supplémentaires portant sur les valeurs du *pitch angle*, p_\odot , et de l’intensité du champ magnétique, B_\odot , dans le voisinage solaire (équations (3.1) et (3.2)). Ces deux contraintes impactent nos résultats de manière différente. (1) La restriction de p_\odot à l’intervalle $[-15^\circ, -4^\circ]$ n’a pas d’influence. En effet, l’ensemble des valeurs acceptables (faisant partie des meilleurs 68.27 %) obtenues après optimisation est largement contenu

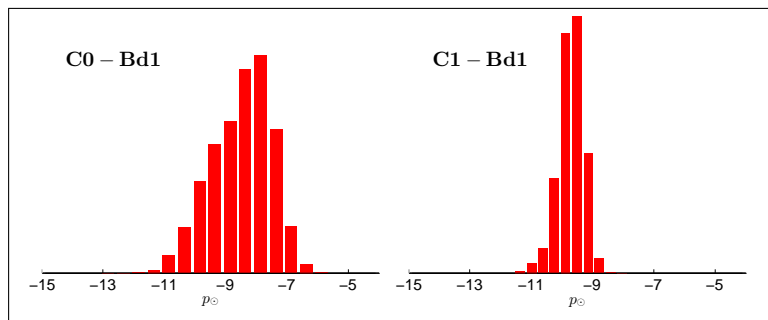


FIGURE 4.4 – Histogrammes de p_{\odot} pour les modèles C0 – Bd1 (à gauche) et C1 – Bd1 (à droite). Comme pour tous les autres modèles, l'intervalle des valeurs obtenues après optimisation est largement inclus dans l'intervalle autorisé. La contrainte imposée par l'équation (3.1) n'a donc pas d'influence.

dans cet intervalle. La figure 4.4 illustre cette affirmation dans le cas des modèles C0 – Bd1 (à gauche) et C1 – Bd1 (à droite). (2) La restriction de B_{\odot} à l'intervalle $[1 \mu\text{G}, 2 \mu\text{G}]$ est quant à elle beaucoup plus contraignante. Pour tous les modèles, à l'exception de C0 – Dd1 pour lequel il ne semble pas y avoir d'impact évident (figure 4.5 troisième rangée à gauche), au moins l'une des bornes de l'intervalle imposé constitue une contrainte forte pour nos résultats.

4.3.4 Corrélations

Pour terminer la présentation des résultats de nos simulations, intéressons nous aux éventuelles corrélations entre les différents paramètres libres. Pour cela et pour chacune des six combinaisons, j'ai considéré les paramètres deux à deux, tracé les densités de points à deux dimensions associées, et calculé les coefficients de corrélation correspondants.

Coefficients de corrélation

A titre de rappel, je donne ici, pour les variables aléatoires X et Y , les expressions des coefficients de corrélation que j'ai utilisés.

- Les coefficients de Pearson, $r_P(X, Y)$, estiment le degré de corrélation linéaire entre les deux variables aléatoires :

$$r_P(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}, \quad (4.1)$$

avec σ_X et σ_Y les écarts types respectifs de X et de Y et $\text{Cov}(X, Y) = \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})$ la covariance de X et Y , où N est le nombre de points considérés.

- Les coefficients de Spearman, ou de rang, $r_S(X, Y)$, estiment le degré de corrélation non linéaire entre les deux variables aléatoires :

$$r_S(X, Y) = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^N [R(X_i) - R(Y_i)]^2}{N^3 - N}, \quad (4.2)$$

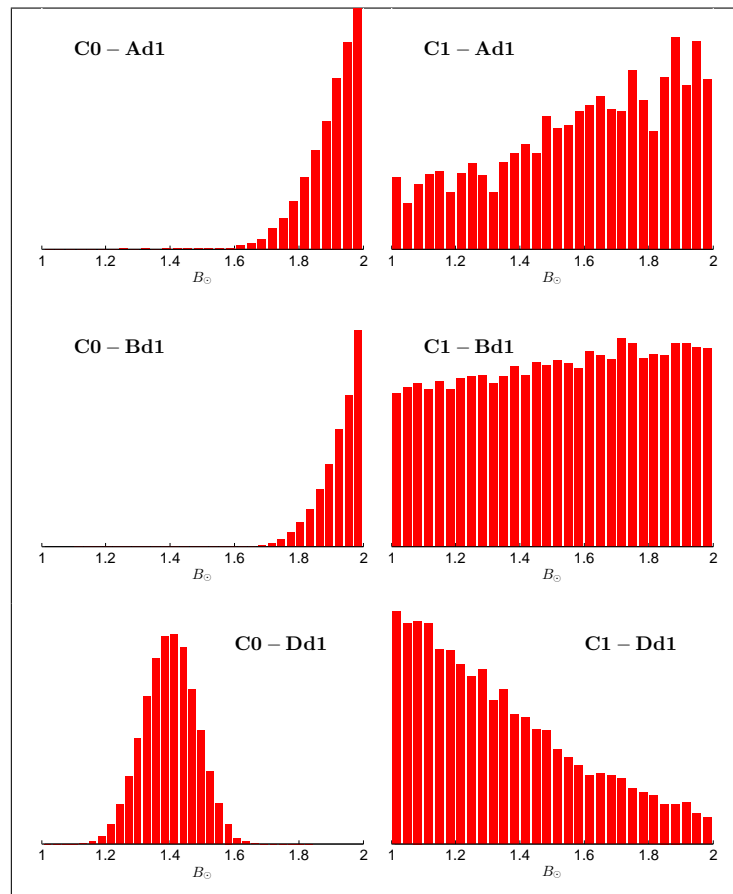


FIGURE 4.5 – Histogramme de B_{\odot} pour les six *bons* modèles (C0 – Ad1, C1 – Ad1, C0 – Bd1, C1 – Bd1, C0 – Dd1 et C1 – Dd1). Le seul cas pour lequel B_{\odot} n'est pas contraint par l'intervalle imposé est C0 – Dd1 (troisième rangée à gauche). Pour tous les autres modèles, la condition imposée par l'équation (3.2) contraint fortement nos résultats.

avec $R(X_i)$ le rang de X_i dans la distribution $X_1 \dots X_N$ et $R(Y_i)$ le rang de Y_i dans la distribution $Y_1 \dots Y_N$.

Les conclusions issues du calcul de ces coefficients de corrélation doivent ensuite être validées par un test de significativité. En d'autres termes, dispose-t-on de suffisamment de points pour que nos résultats soient statistiquement significatifs pour un niveau de confiance choisi ?

Principales corrélations

Les principaux enseignements que nous pouvons tirer de l'analyse des corrélations sont que : (1) là encore, le choix d'un modèle axisymétrique ou bisymétrique pour le champ du halo est un élément central ; (2) le modèle Dd1 pour le champ du disque produit des résultats sensiblement différents de ceux (assez similaires) obtenus avec les modèles Ad1 et Bd1.

La propriété la plus générale, qui se vérifie dans tous les modèles à l'exception de C0 – Dd1, est une forte anticorrélation d'une part, entre la hauteur [longueur] d'échelle du champ du disque, $(H)_{\text{disque}}$ [$(L)_{\text{disque}}$], et l'intensité de normalisation correspondante, $(B_1)_{\text{disque}}$ et d'autre part, entre la longueur d'échelle du champ du halo, $(L)_{\text{halo}}$, et l'intensité de normalisation correspondante, $(B_1)_{\text{halo}}$ (voir la figure 4.6 panneau de gauche). L'explication de ce comportement paraît relativement évidente : les deux paramètres impliqués agissent de manière assez proche sur la valeur intégrée de B_{\parallel} le long d'une ligne de visée, donc logiquement, l'augmentation [la diminution] de l'un peut être compensée par la diminution [l'augmentation] de l'autre. Dans le cas du modèle C0 – Dd1, le tableau 4.2 montre que la procédure d'optimisation n'a pas permis d'identifier de borne supérieure pour le paramètre $(L)_{\text{disque}}$. Cette faible contrainte peut alors expliquer l'absence d'une forte anticorrélation dans ce cas.

Les modèles avec un champ du halo axisymétrique montrent également une bonne anticorrélation entre l'intensité de normalisation du disque, $(B_1)_{\text{disque}}$, et le *pitch angle* à l'origine, p_0 (ou de manière équivalente, une bonne corrélation entre $(B_1)_{\text{disque}}$ et $|p_0|$) (voir la figure 4.6 panneau de droite). Ici, une augmentation de $|p_0|$ conduit à un champ magnétique moins azimuthal, de sorte qu'il est nécessaire d'augmenter $(B_1)_{\text{disque}}$ pour compenser la diminution de B_{φ} .

Les modèles avec un champ du halo bisymétrique montrent quant à elles de fortes corrélations entre les divers paramètres libres angulaires. D'une part, il existe pour les trois modèles de disque une très forte corrélation ($r_P > 90\%$) entre les angles contrôlant l'orientation de la structure azimuthale du disque, $(\varphi_{\star})_{\text{disque}}$, et du halo, $(\varphi_{\star})_{\text{halo}}$ (voir la figure 4.7 panneau de gauche) ; d'autre part, il existe des corrélations moins fortes (surtout pour C1 – Dd1) entre $(\varphi_{\star})_{\text{disque}}$ et p_0 et entre $(\varphi_{\star})_{\text{halo}}$ et p_0 (voir la figure 4.7 panneau de droite). Ces relations ont pour effet de très fortement contraindre la géométrie des modèles (position des lignes d'annulation du champ et d'inversion de signe).

Les corrélations que j'ai mentionnées ci-dessus sont seulement les plus générales et les plus fortes ; elles sont communes à l'ensemble ou à la moitié des modèles. Il

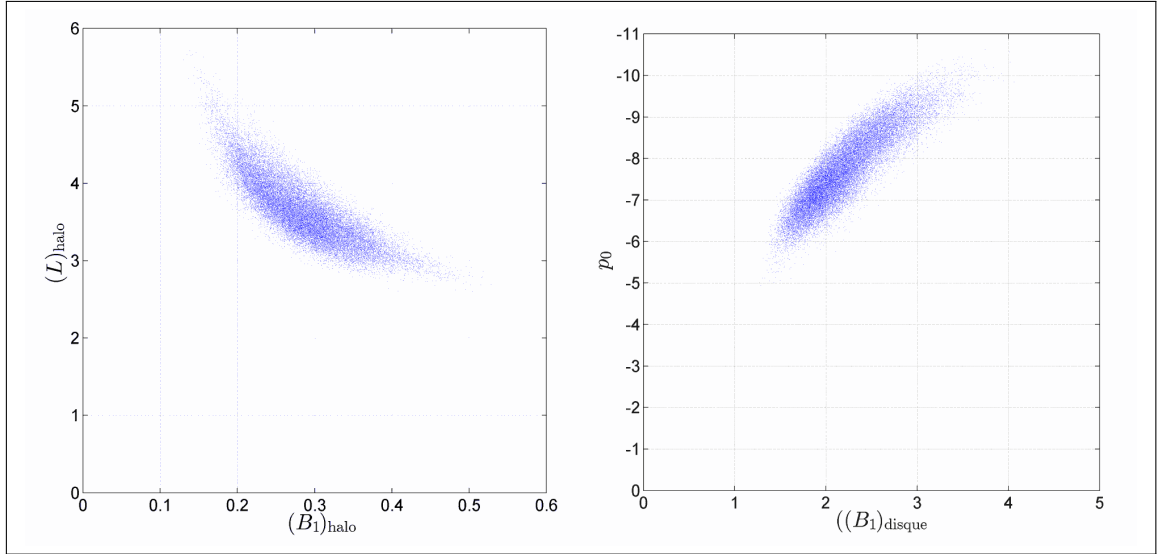


FIGURE 4.6 – Diagrammes de densité illustrant dans le cas du modèle C0 – Bd1 : à gauche, l’anticorrélation entre $(B_1)_{\text{halo}}$ et $(L)_{\text{halo}}$ (cette propriété est très générale et se retrouve dans tous les modèles), à droite, la corrélation entre $(B_1)_{\text{disque}}$ et p_0 (cette propriété se retrouve dans tous les modèles avec un champ du halo axisymétrique).

en existe cependant d’autres, plus complexes à analyser, pouvant n’apparaître que dans un modèle spécifique.

4.4 Meilleurs modèles

Dans cette section, je m’intéresserai finalement aux cartes produites à partir des valeurs *best-fit* des paramètres pour chacune des six *bonnes* combinaisons présentées dans le tableau 4.2.

4.4.1 Cartes du ciel de la profondeur Faraday Galactique

Pour commencer, examinons les cartes du ciel modélisées de la profondeur Faraday Galactique associées au champ magnétique à grande échelle, $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$, présentées à la figure 4.9 et rapprochons-les de notre carte de référence observationnelle de $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$, présentée à la figure 4.8. Notons cependant que si $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ correspond effectivement à la contribution du champ à grande échelle, $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ correspond à la contribution de ce champ à grande échelle augmentée de la contribution d’un résidu lié au champ turbulent qui n’a pas été entièrement éliminé lors de l’opération de moyennage sur les 356 cases. Je rappelle que dans notre modélisation, l’impact de ce résidu turbulent sur la profondeur Faraday Galactique a été pris en compte au niveau de l’incertitude associée à la carte de référence observationnelle (voir sections 3.3.3 et 3.3.4 du chapitre précédent).

L’étude de ces cartes montre que dans chacun des six cas, les symétries grossières identifiées à partir de données observationnelles (voir section 2.2.2) sont reproduites de manière acceptable, à savoir : (1) une antisymétrie grossière de la carte $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ par rapport à l’axe de rotation, (2) une antisymétrie grossière par

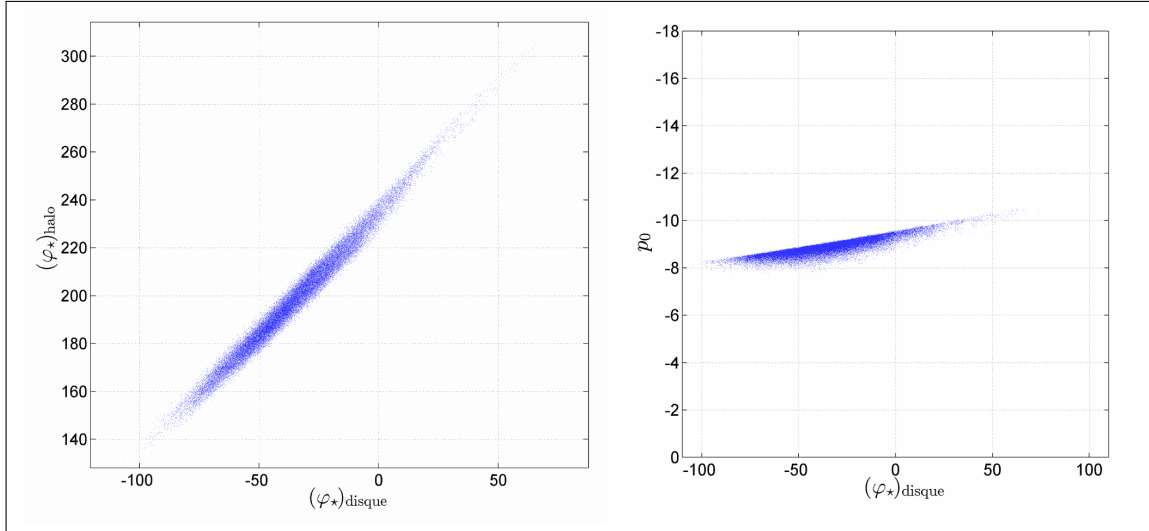


FIGURE 4.7 – Diagrammes de densité illustrant dans le cas du modèle C1 – Bd1 : à gauche, la très forte corrélation entre $(\varphi_\star)_{\text{disque}}$ et $(\varphi_\star)_{\text{halo}}$; à droite, la corrélation entre $(\varphi_\star)_{\text{disque}}$ et p_0 (ces deux propriétés se retrouvent dans tous les modèles avec un champ du halo bisymétrique).

rapport au plan Galactique dans les quadrants intérieurs (quadrants 1 et 4), (3) une symétrie grossière par rapport au plan Galactique dans les quadrants extérieurs (quadrants 2 et 3). Cette troisième propriété est toutefois moins clairement identifiable sur nos cartes modélisées, en particulier dans quadrant 2. Le fait que les cartes modélisées présentent des intensités plus faibles dans l’hémisphère nord que dans l’hémisphère sud peut néanmoins s’expliquer de manière assez simple : au nord, les composantes symétrique et antisymétrique du champ magnétique ont des contributions qui s’opposent alors qu’elles s’ajoutent au sud.

Enfin, nous pouvons noter que les modèles avec un champ du halo bisymétrique, C1, permettent de produire des cartes légèrement meilleures visuellement.

4.4.2 Cartes de polarisation synchrotron

Dès lors que nous avons identifié les modèles les plus adaptés (du point de vue de la profondeur Faraday) susceptibles de reproduire le champ magnétique à grande échelle de notre Galaxie et dès lors que nous avons déterminé les valeurs des paramètres libres conduisant au *best-fit*, il est temps de revenir à la question que nous nous sommes posés au début de ce manuscrit :

Le champ magnétique interstellaire du halo de notre Galaxie possède-t-il une structure en forme de X ?

Pour répondre à cette question, nous allons comme à la section 2.7 tracer les cartes de polarisation synchrotron associées à nos six meilleurs modèles telles qu’elles apparaîtraient à un observateur situé à grande distance sur l’axe (Gy) par exemple. Cet observateur hypothétique verrait notre Galaxie exactement par la tranche et pourrait donc mesurer l’intensité et la direction de polarisation de

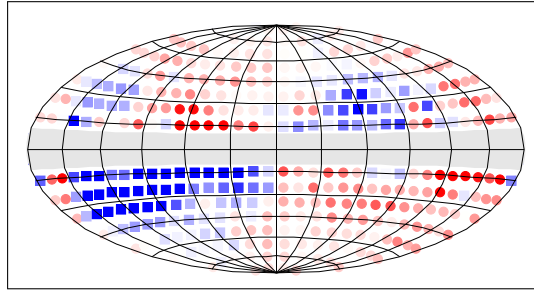


FIGURE 4.8 – Carte de référence observationnelle de $\overline{FD}_{\text{obs}}$. La seule différence entre cette carte et celle présentée à la figure 2.6 du chapitre 2 est qu'ici, la bande correspondant à des latitudes $|b| < 10^\circ$ a été retirée.

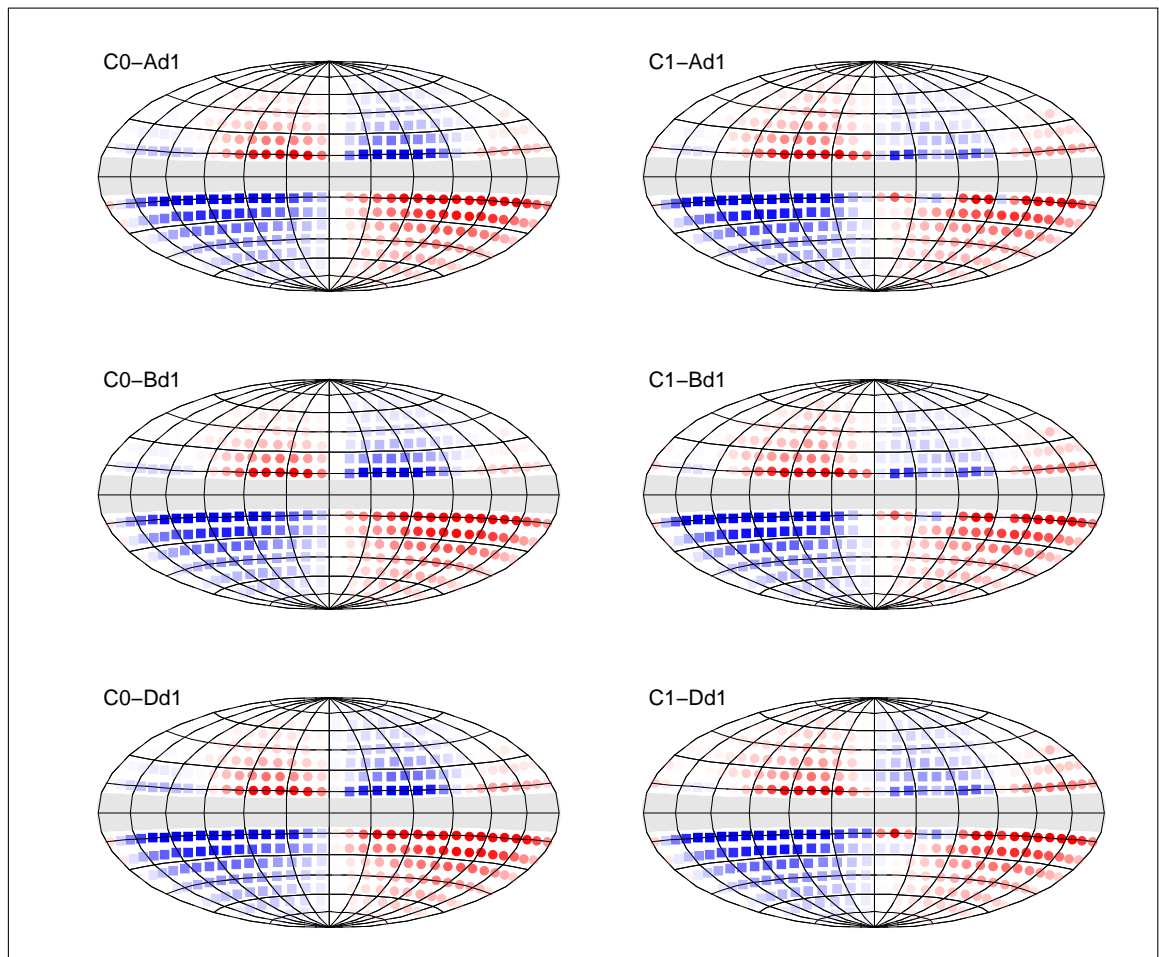


FIGURE 4.9 – Cartes du ciel de la profondeur Faraday Galactique modélisées $\overline{FD}_{\text{mod}}$ correspondant au *best-fit* pour chacune des six *bonnes* combinaisons. Chaque ligne présente un type de modèle pour le champ du disque (composante symétrique). A gauche, les combinaisons avec champ du halo (composante antisymétrique) axisymétrique (décrit par C0), à droite, les combinaisons avec champ du halo bisymétrique (décrit par le modèle C1). De haut en bas, les combinaisons avec champ du disque (composante symétrique) décrit par Ad1, Bd1 et Dd1.

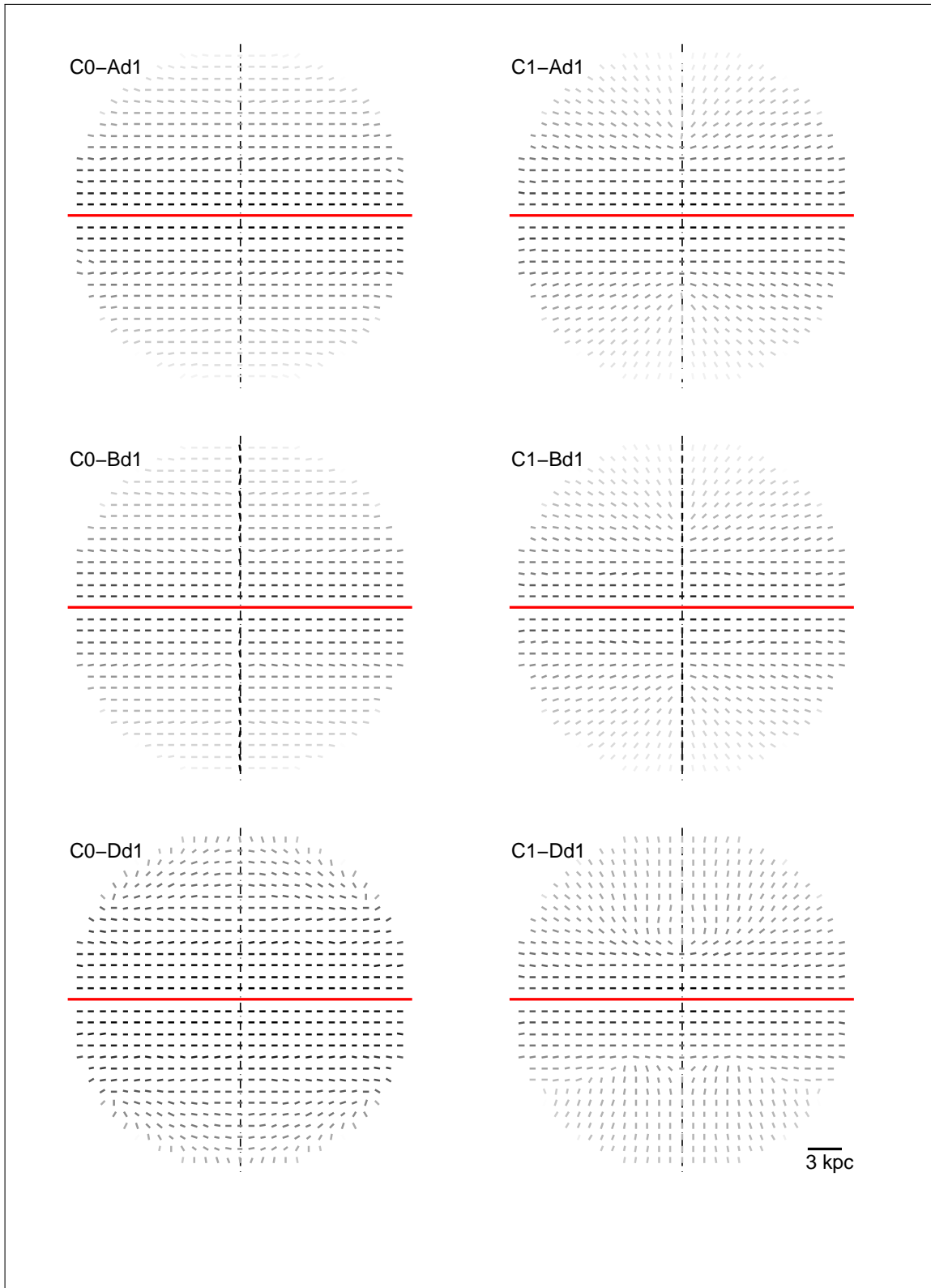


FIGURE 4.10 – Cartes de polarisation synchrotron pour le *best-fit* de chacune des six *bonnes* combinaisons, telles qu’elles seraient vues par un observateur extérieur situé à grande distance dans le plan Galactique, sur l’axe (Gy). La disposition des cartes est identique à celle de la figure 4.9. On peut observer une structure en X lorsque le champ du halo est bisymétrique (C1 ; colonne de droite).

l'émission synchrotron et finalement en déduire des informations sur l'orientation du champ magnétique projeté sur le plan du ciel, \vec{B}_\perp , ainsi que sur son intensité. En pratique, les cartes sont obtenues de la même manière qu'à la section 2.7, par intégration des paramètres de Stokes sur une grille de lignes de visée.

Les cartes ainsi obtenues pour les six modèles sont présentées à la figure 4.10, dans le même ordre que celui de la figure 4.9. Nous pouvons immédiatement remarquer l'apparition d'une structure en X dans les cas où le champ du halo est bisymétrique (colonne de droite), alors que cette forme n'apparaît pas dans les cas où le champ du halo est axisymétrique (colonne de gauche).

De manière intuitive, il paraît assez logique que la fonction d'enroulement joue un rôle majeur dans la présence d'une structure magnétique en X en contrôlant la localisation de la transition entre un champ dominé par sa composante azimutale et un champ dominé par sa composante poloidale. Nous savons de plus que la *pitch angle* à l'origine, p_0 , est dans tous les cas très contraint, $-9^\circ \lesssim p_0 \lesssim -7^\circ$, et que la longueur d'échelle de la fonction d'enroulement, L_p est toujours $\gg L_e$. C'est donc bien la hauteur d'échelle de la fonction d'enroulement, H_p , qui est le paramètre crucial. Un examen plus attentif des valeurs des différents paramètres libres nous permet de confirmer que la présence d'une structure en X est très étroitement liée à la valeur de H_p . En effet, les trois modèles possédant un champ de halo bisymétrique laissent apparaître une structure en X et ont une valeur de $H_p \approx 1.2 \text{ kpc}$, permettant donc une transition champ azimutal \rightarrow champ poloidal relativement proche du plan Galactique, où la densité d'électrons relativistes est encore suffisamment importante. En revanche les trois modèles possédant un champ du halo axisymétrique ne montrent pas de structure en X et ont une valeur de $H_p \gtrsim 4 \text{ kpc}$ donc une transition rejetée très loin de part et d'autre du plan Galactique (hors de la couche d'électrons).

4.4.3 Allure des lignes de champ

Enfin, la figure 4.11 présente un exemple de ligne de champ obtenue avec les valeurs *best-fit* des paramètres libres pour chacune de nos six *bonnes* combinaisons (présentées dans le même ordre que dans les figures 4.9 et 4.10).

Lorsqu'elles sont proches du plan Galactique et / ou de l'axe de rotation, les lignes de champ sont toutes caractérisées par un enroulement important. Lorsque la distance au plan Galactique et à l'axe de rotation augmente, les modèles avec un champ du halo axisymétrique (colonne de gauche) conservent un enroulement important, alors que ceux possédant un champ du halo bisymétrique (colonne de droite) deviennent plus poloïdaux. C'est ce comportement différent qui conduit à l'apparition d'une structure en X lorsque le champ du halo est bisymétrique, alors que la structure en X est absente lorsque le champ du halo est axisymétrique.

4.5 Conclusion

Les simulations m'ont permis d'identifier six *bonnes* combinaisons (C0 – Ad1, C0 – Bd1, C0 – Dd1, C1 – Ad1, C1 – Bd1, C1 – Dd1), conduisant systématiquement

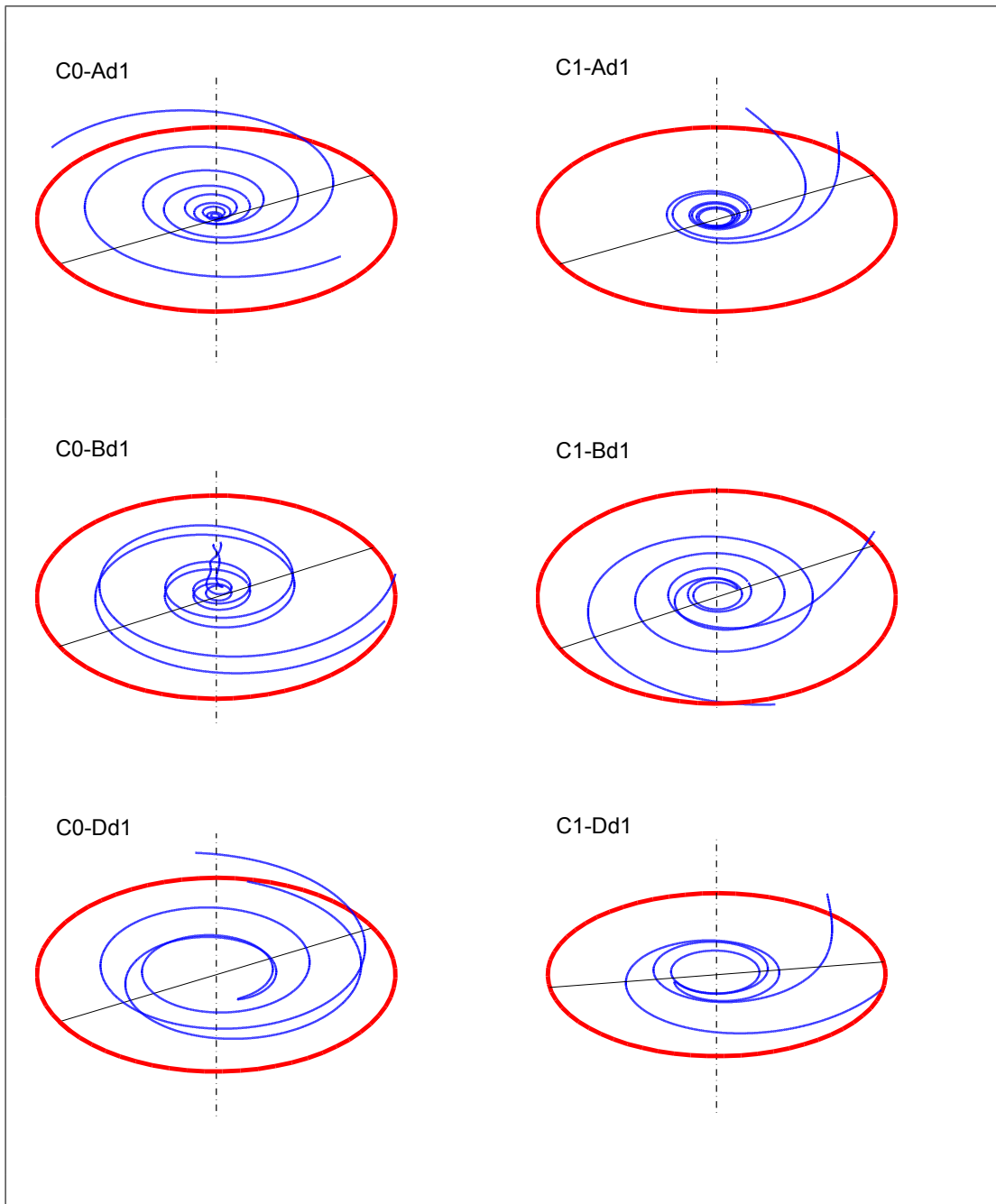


FIGURE 4.11 – Exemple de lignes de champ pour le *best-fit* de chaque six *bonnes* combinaisons. A gauche, dans les modèles avec champ du halo axisymétrique (C0), les lignes de champ conservent un enroulement important lorsque $|z|$ augmente. A droite, dans les modèles avec champ du halo bisymétrique (C1), les lignes de champ deviennent nettement plus poloidales lorsque $|z|$ augmente, ce qui autorise l'apparition d'une structure en X.

à un meilleur accord. Les résultats détaillés correspondant à ces combinaisons, exposées aux sections 4.3 et 4.4, nous permettent finalement de tirer un certain nombre d’enseignements.

Pour commencer, l’analyse des meilleures (*best-fit*) valeurs des paramètres libres nous conduit à conclure que quel que soit le modèle choisi, le champ magnétique doit être fortement azimutal, au moins dans le disque Galactique. C’est ce que nous indique l’association systématique entre une petite valeur du *pitch angle*, $|p_0|$, et une grande valeur de la longueur d’échelle de la fonction d’enroulement, L_p , qui tend à figer la petite valeur de $|p_0|$ et donc l’enroulement serré des lignes de champ dans le plan Galactique. Le maintien de cet enroulement serré lorsque l’on s’éloigne du plan Galactique dépend ensuite du modèle considéré et en particulier de la symétrie axiale du champ du halo (composante antisymétrique).

Nous avons également remarqué que les modèles ayant un champ du halo bisymétrique (décrit par C1) conduisent à de meilleurs accords que les modèles ayant un champ du halo axisymétrique (décrit par C0). Une raison permettant d’expliquer cette constatation est que les modèles ayant un champ du halo bisymétrique permettent de positionner très finement les annulations et inversions de signes de \vec{B}_\parallel . Cela se voit confirmé par notre étude des corrélations qui nous a permis de mettre en évidence de fortes relations entre les paramètres libres agissant sur la structure des lignes de champ.

L’inspection des cartes de la profondeur Faraday Galactique modélisées à partir des valeurs *best-fit* des paramètres libres (voir figure 4.9) révèle tout d’abord que chacune des six *bonnes* combinaisons permet de reproduire, de manière acceptable, les propriétés de symétries identifiées à la section 2.2.2 du chapitre 2. Toutefois, celles dont le champ du halo est bisymétrique (décrit par C1) semblent conduire à un résultat légèrement meilleur visuellement.

Cette impression visuelle se voit d’ailleurs confirmée par les valeurs des $\chi_{\text{red,min}}^2$. En effet, parmi les six *bonnes* combinaisons, celles possédant un champ du halo bisymétrique, ont des $\chi_{\text{red,min}}^2$ sensiblement inférieurs ($2.02 \leq \chi_{\text{red,min}}^2 \leq 2.08$) par rapport à celles possédant un champ du halo axisymétrique, ($2.26 \leq \chi_{\text{red,min}}^2 \leq 2.42$).

Les valeurs de $\chi_{\text{red,min}}^2$ nous révèlent de plus la moindre importance que revêt le choix du modèle de champ du disque. Ce résultat n’est pas surprenant dans la mesure où notre étude ne porte que sur des régions de latitude Galactique $|b| > 10^\circ$, les lignes de visée ne traversent qu’une région limitée du disque, ce qui atténue son impact. Cela signifie néanmoins qu’il n’est pas possible de tirer de conclusions précises concernant la structure magnétique globale du disque.

Les cartes de polarisation simplifiées que nous avons tracées nous ont également révélées que seuls les modèles avec un champ du halo bisymétrique sont compatibles avec la présence d’une structure en X. Cette caractéristique est liée à la valeur réduite du paramètre H_p ($H_p \approx H_e$) lorsque le champ du halo bisymétrique alors que H_p prend des valeurs bien plus grandes lorsque le champ du halo est axisymétrique. L’importance centrale du paramètre H_p , mais plus généralement de la fonction d’enroulement (définie par les paramètres p_0 , H_p et L_p), quant à la

présence d'une structure en X provient du fait que c'est cette fonction qui contrôle la transition entre le régime dominé par le champ azimuthal (qui produit naturellement des lignes de champ horizontales) et le régime dominé par le champ poloïdal (auquel nous avons dès le départ donné une forme en X).

Chapitre 5

Conclusion

Le champ magnétique interstellaire est un constituant important du milieu interstellaire. Son omniprésence dans la Galaxie lui confère un rôle majeur dans de nombreux processus physiques et fait de son étude et de sa compréhension un enjeu majeur de l'astrophysique moderne. Il reste néanmoins difficile à étudier, en grande partie en raison des difficultés de détection et de mesure à distance.

Nous disposons toutefois de nombreuses informations importantes permettant de contraindre sa structure et son organisation. Des mesures réalisées dans notre Galaxie ont révélé que le champ magnétique interstellaire était dirigé horizontalement dans le disque Galactique alors qu'il possédait une composante verticale non négligeable dans le halo. On a aussi mis en évidence deux composantes du champ magnétique interstellaire : l'une turbulente, caractérisée par des fluctuations sur de petites échelles ($\lesssim 100$ pc) ; l'autre, celle que nous avons modélisée dans cette étude, régulière, caractérisée par une évolution sur de grandes échelles ($\gtrsim 1$ kpc). D'autres mesures, réalisées sur des galaxies extérieures semblables à la nôtre, ont fait apparaître des caractéristiques communes quant à la structure des lignes de champ, dont la fameuse structure en X. L'ensemble de ces considérations a été pris en compte lors de cette étude.

5.1 Résumé de l'étude

5.1.1 Déroulement de l'étude

L'objectif du travail que j'ai effectué lors de ces trois dernières années, était d'apporter certains éléments permettant de caractériser la structure du champ magnétique interstellaire à grande échelle de notre Galaxie, et plus particulièrement celui de son halo. Dans ce but, j'ai notamment tenté de déterminer si les lignes de champ magnétique de notre Galaxie forment un motif en X tel qu'observé dans les halos de galaxies extérieures, semblables à la Voie Lactée, lorsqu'elles sont vues par la tranche.

Pour cela, je me suis appuyé sur les données existantes de profondeur Faraday. Je me suis en particulier basé sur la carte de profondeur Faraday Galactique, associée au champ magnétique total, produite par Oppermann et al. (2015). J'ai établi une carte de référence observationnelle de $\overline{FD}_{\text{obs}}$, de la profondeur Faraday

Galactique moyennée sur 356 cases couvrant la totalité du ciel pour des latitudes Galactiques $|b| > 10^\circ$. Puis, j'ai développé un modèle simple du champ magnétique turbulent afin d'estimer statistiquement sa contribution à la profondeur Faraday Galactique, et j'ai intégré cette contribution à l'incertitude associée à $\overline{FD}_{\text{obs}}$.

En m'appuyant sur le modèle de densité des électrons libres Galactiques proposé par Cordes and Lazio (2002) ainsi que sur la méthode et les modèles analytiques de champ magnétique proposés par Ferrière and Terral (2014), j'ai ensuite adapté et testé successivement les trente cinq combinaisons possibles associant l'un des sept modèles de champ du halo (A1, B0, B1, C0, C1, D0, D1) et l'un des cinq modèles de champ du disque (Ad1, Bd0, Bd1, Dd0, Dd1), pour générer une carte théorique, $\overline{FD}_{\text{mod}}$.

Finalement, c'est au travers d'une optimisation MCMC, basée sur un algorithme de Metropolis à marche aléatoire, que j'ai recherché les valeurs des divers paramètres libres conduisant aux meilleurs accords modèle-observations. Cette procédure m'a permis d'identifier six *bonnes* combinaisons (C0 – Ad1, C0 – Bd1, C0 – Dd1, C1 – Ad1, C1 – Bd1, C1 – Dd1) conduisant systématiquement à de meilleurs accords. Les résultats détaillés correspondant à l'étude approfondie de ces six configurations sont présentés au chapitre 4 et sont résumés ci-dessous.

5.1.2 Principaux résultats

Les principaux enseignements que nous pouvons tirer de cette étude sont que :

- Les six *bons* modèles permettent d'aboutir à des cartes de profondeur Faraday Galactique compatibles avec les contraintes de symétries issues des données observationnelles énumérées à la section 2.3.
- L'ensemble de ces modèles sont caractérisés par une faible valeur du *pitch angle* à l'origine, $|p_0|$, associée à une grande valeur de la longueur d'échelle de la fonction d'enroulement, L_p , ce qui implique un enroulement serré des lignes de champ dans le disque Galactique.
- Les combinaisons possédant un champ du halo bisymétrique (décrit par C1) conduisent à des accords sensiblement meilleurs que celles ayant un champ du halo axisymétrique (décrit par C0).
- Le modèle de champ du disque (Ad1, Bd1 ou Dd1) ne modifie que faiblement la qualité de l'accord, ce qui justifie notre choix de limiter notre étude à des lignes de visée telles que $|b| > 10^\circ$ pour sonder le halo Galactique.
- Seules les combinaisons possédant un champ du halo bisymétrique (C1) sont compatibles avec la présence d'une structure en X dans le halo Galactique.

5.2 Perspectives

Le travail que j'ai effectué lors de ma thèse et que je décris dans ce manuscrit m'a permis d'aborder un certain nombre de questions quant à la structure magnétique de notre Galaxie. J'ai notamment pu identifier quelques caractéristiques générales contraignant les modèles de champ magnétique Galactique (voir le chapitre 4) mais également quelques faiblesses et limitations de la méthode que j'ai employée. C'est pourquoi, je terminerai mon exposé en évoquant quelques pistes

envisageables pour compléter ou améliorer la qualité des résultats que j'ai présentés.

1. Le modèle de champ magnétique turbulent que j'ai développé afin d'en estimer l'impact sur les données observationnelles de profondeur Faraday peut largement être amélioré, ce qui aurait pour effet d'affiner les contraintes sur les valeurs des divers paramètres libres.
2. Le modèle de distribution des électrons libres dans la Galaxie, NE2001, proposé par Cordes and Lazio (2002), est largement utilisé mais probablement tout aussi largement contesté ; il serait donc avantageux d'utiliser un nouveau modèle.
3. L'étude que j'ai menée n'a été basée que sur la rotation Faraday, l'utilisation d'autres techniques, en particulier l'étude de l'émissivité synchrotron, serait une bonne manière de mettre à l'épreuve les résultats obtenus. La mise à profit de la quantité de données issue notamment de la mission Planck me paraît être une prochaine étape prometteuse.

Annexe A

Histogrammes des paramètres des six *bonnes* configurations

Je regroupe dans cette annexe, l'ensemble des histogrammes de chacun des paramètres pour chacune des six *bonnes* combinaisons. Chacune des six pages suivantes correspond à l'une des combinaisons (C0 – Ad1, C0 – Bd1, C0 – Dd1, C1 – Ad1, C1 – Bd1, C1 – Dd1 respectivement). Pour chaque combinaison, la partie du haut regroupe les histogrammes des paramètres spécifiques au halo : $(B_1)_{\text{halo}}$, $(L)_{\text{halo}}$, $(\varphi_\star)_{\text{halo}}$ et $(a)_{\text{halo}}$; la partie intermédiaire regroupe les histogrammes des paramètres spécifiques au disque : $(B_1)_{\text{disque}}$, $(H \text{ ou } L)_{\text{disque}}$, $(\varphi_\star)_{\text{disque}}$ et éventuellement $(a)_{\text{disque}}$; la partie du bas regroupe les paramètres spécifiques à la fonction d'enroulement : p_0 , H_p et L_p . Sur chaque histogramme, la ligne noire pointillée indique la valeur associée à $\chi_{\text{min,red}}^2$ (voir le tableau 4.2).

ANNEXE A. HISTOGRAMMES DES PARAMÈTRES DES SIX BONNES CONFIGURATIONS

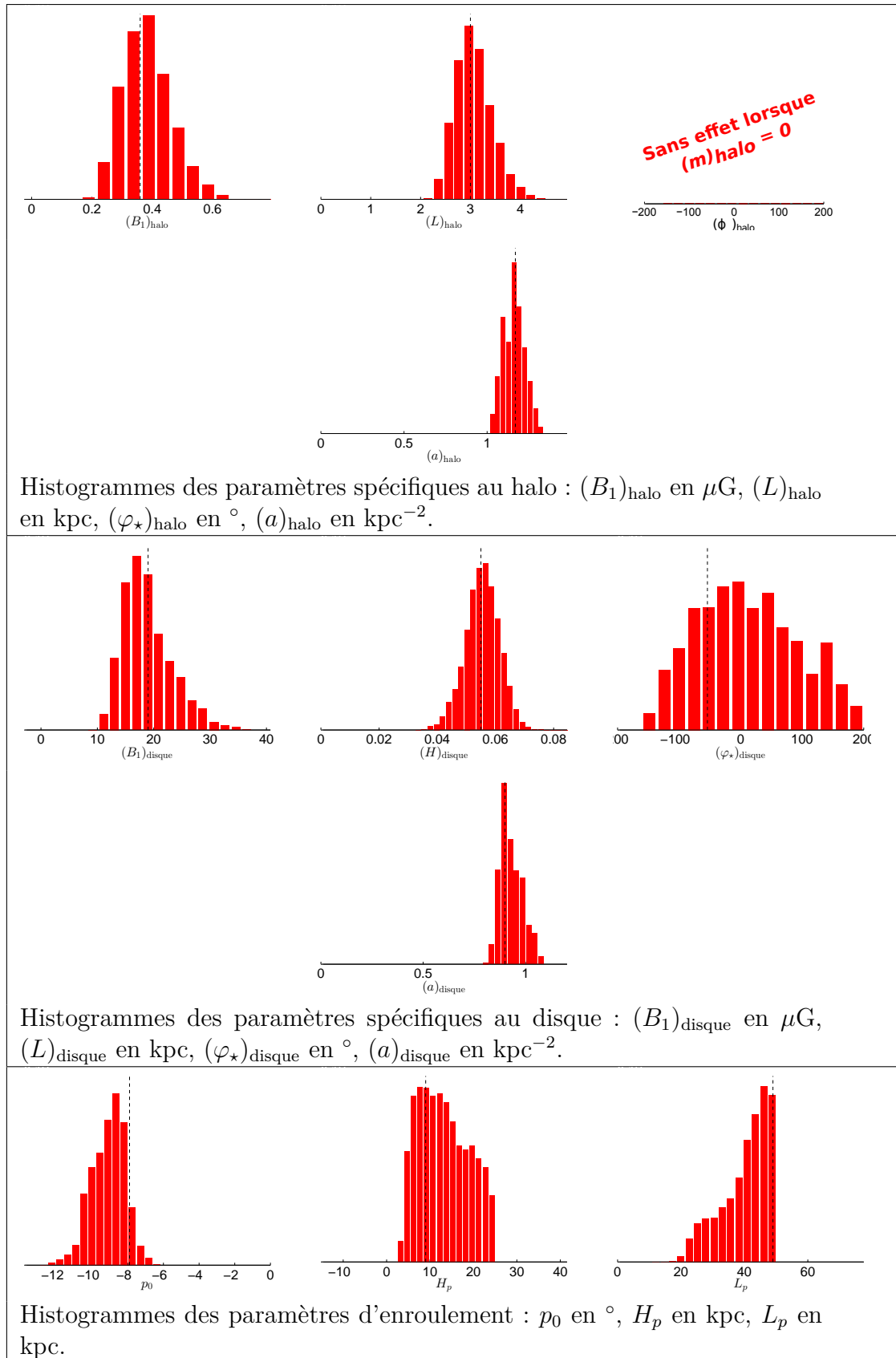


FIGURE A.1 – Modèle C0 – Ad1

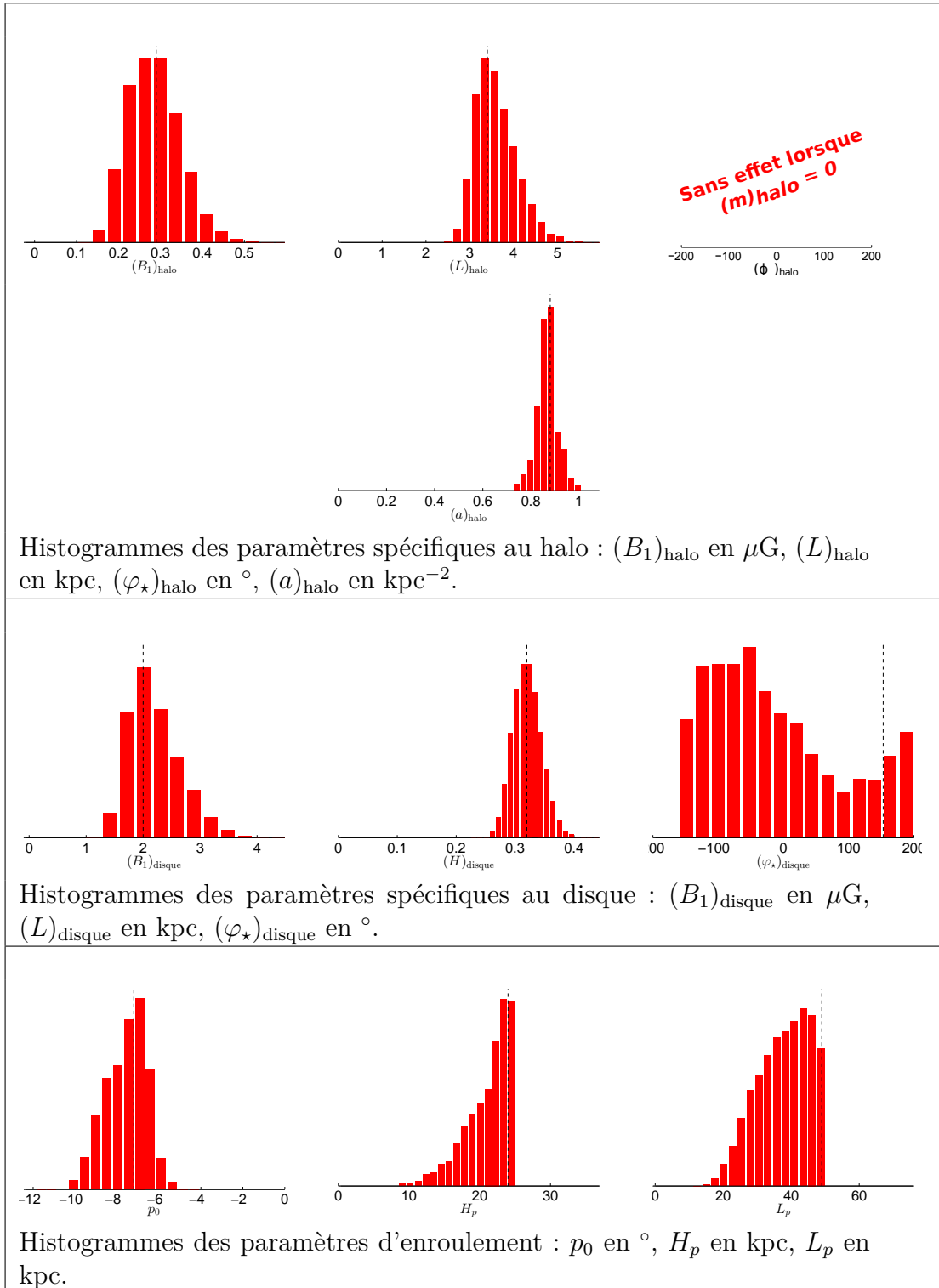


FIGURE A.2 – Modèle C0 – Bd1

ANNEXE A. HISTOGRAMMES DES PARAMÈTRES DES SIX BONNES CONFIGURATIONS

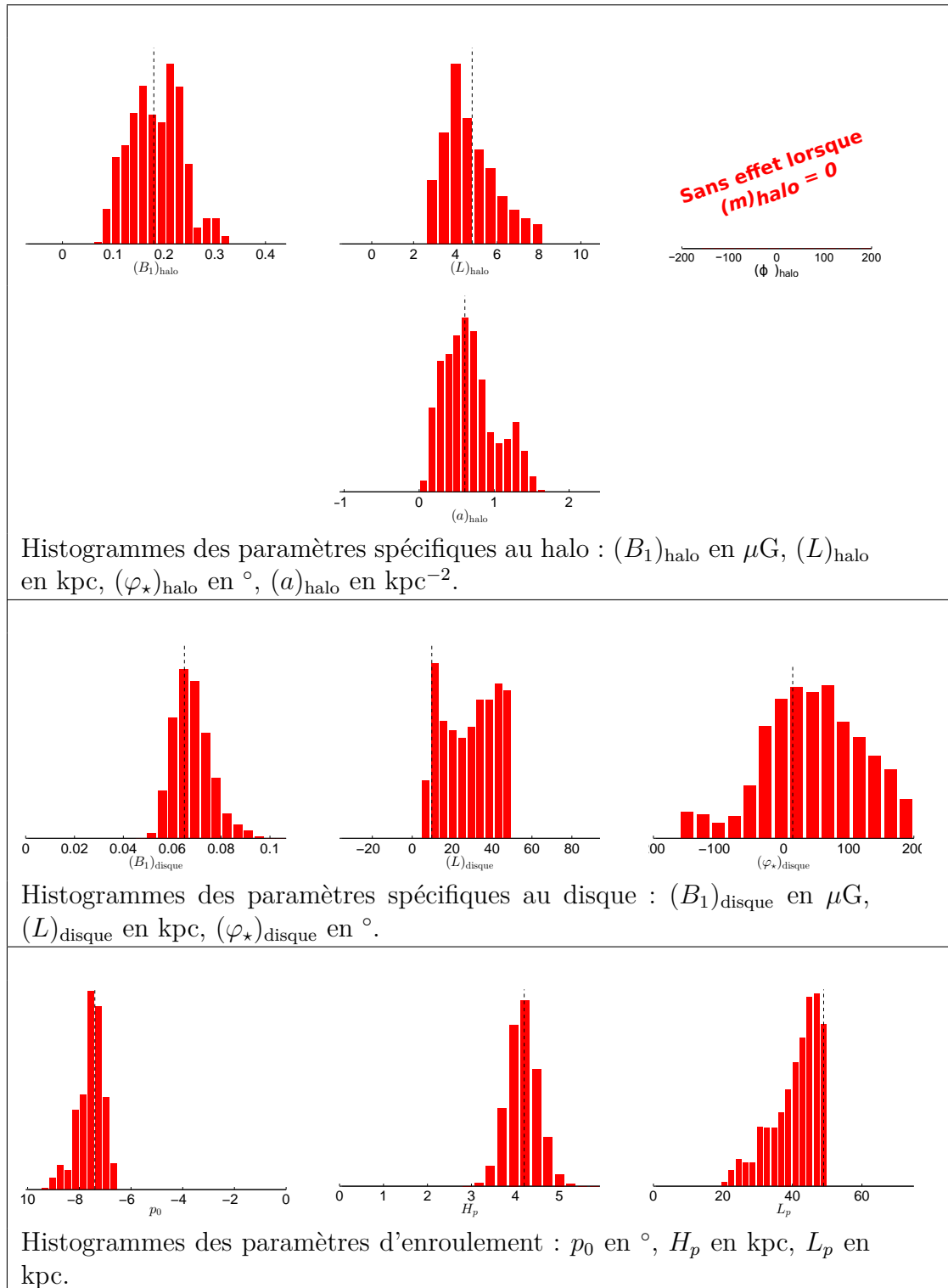
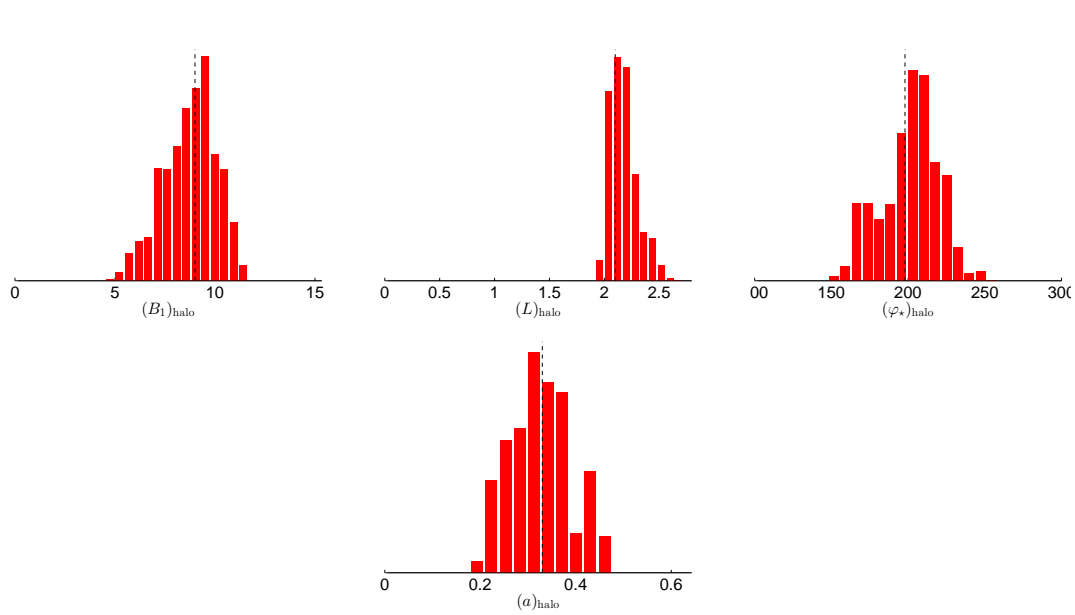
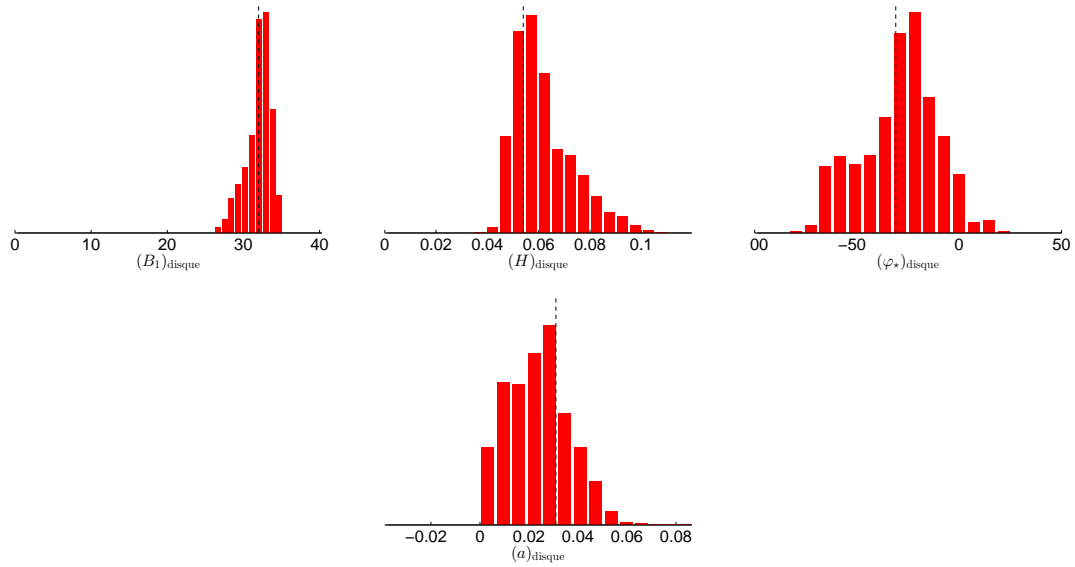


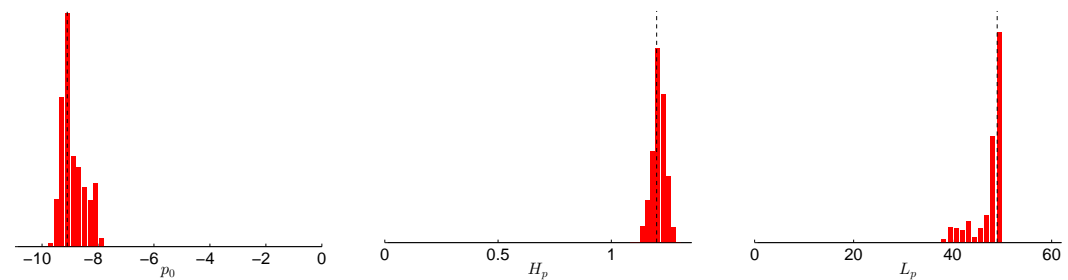
FIGURE A.3 – Modèle C0 – Dd1



Histogrammes des paramètres spécifiques au halo : $(B_1)_{\text{halo}}$ en μG , $(L)_{\text{halo}}$ en kpc, $(\varphi_*)_{\text{halo}}$ en $^\circ$, $(a)_{\text{halo}}$ en kpc^{-2} .



Histogrammes des paramètres spécifiques au disque : $(B_1)_{\text{disque}}$ en μG , $(L)_{\text{disque}}$ en kpc, $(\varphi_*)_{\text{disque}}$ en $^\circ$, $(a)_{\text{disque}}$ en kpc^{-2} .



Histogrammes des paramètres d'enroulement : p_0 en $^\circ$, H_p en kpc, L_p en kpc.

FIGURE A.4 – Modèle C1 – Ad1

ANNEXE A. HISTOGRAMMES DES PARAMÈTRES DES SIX BONNES CONFIGURATIONS

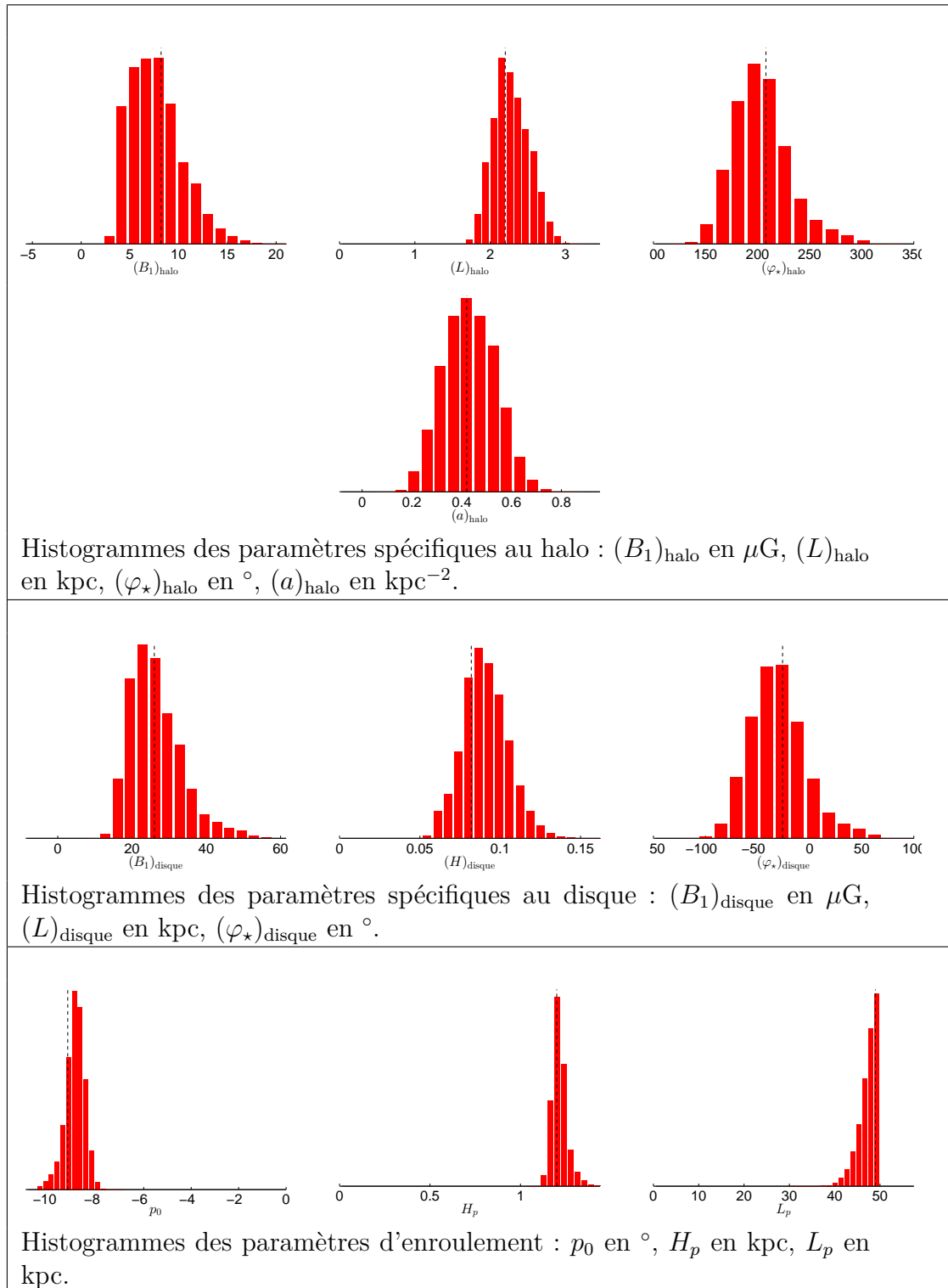


FIGURE A.5 – Modèle C1 – Bd1

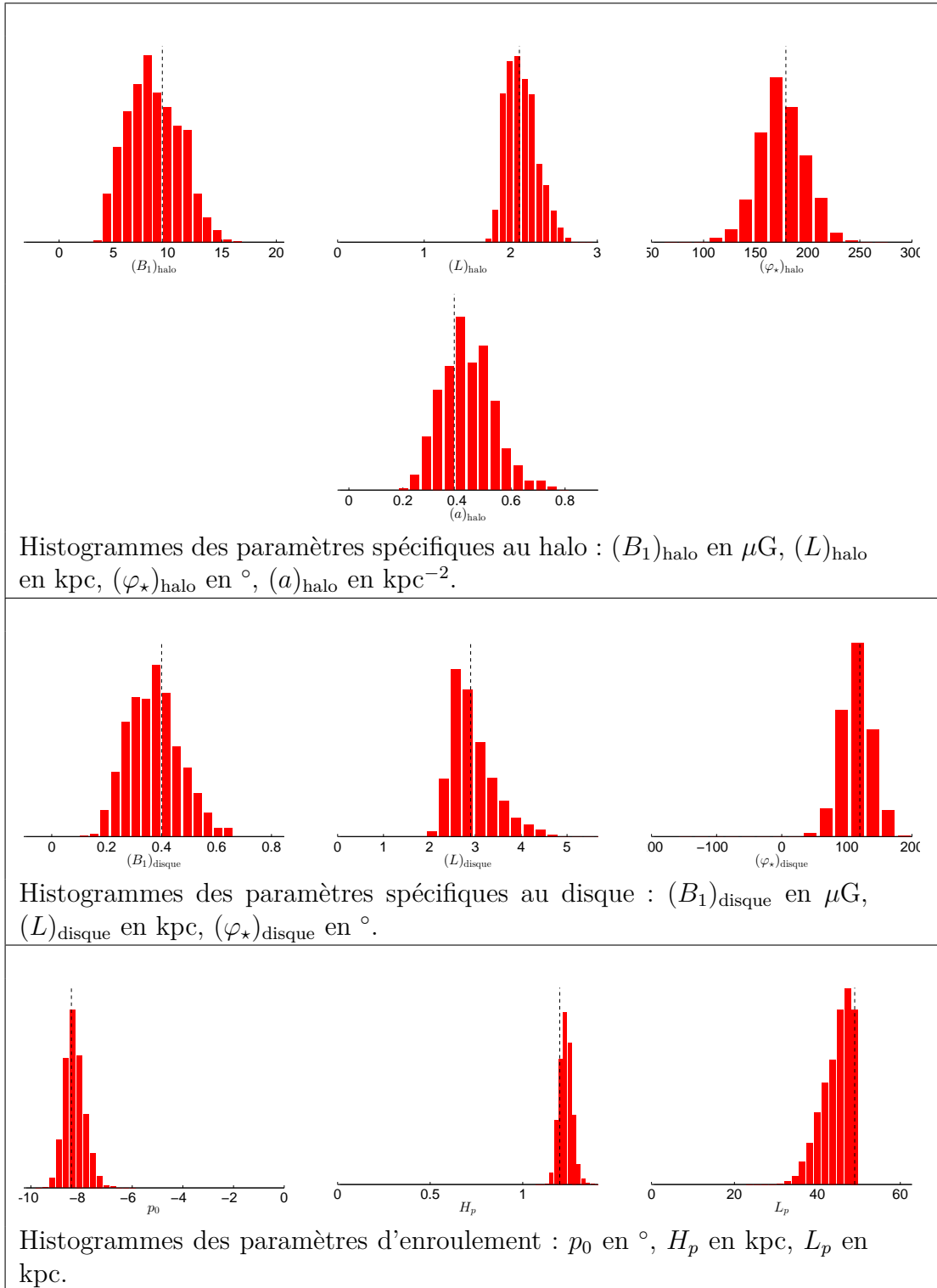


FIGURE A.6 – Modèle C1 – Dd1

ANNEXE A. HISTOGRAMMES DES PARAMÈTRES DES SIX BONNES CONFIGURATIONS

Annexe B

Tableaux de corrélations croisées

Je regroupe dans cette annexe, pour chacune de nos six *bonnes* combinaisons, l'ensemble des coefficients de corrélation croisée des paramètres libres entrant en jeu dans nos modèles ($(B_1)_{\text{disque}}$, $(B_1)_{\text{halo}}$, $(\varphi_*)_{\text{disque}}$, $(\varphi_*)_{\text{halo}}$, $(H \text{ ou } L)_{\text{disque}}$, $(L)_{\text{halo}}$, p_0 , H_p , L_p , $(a)_{\text{disque}}$, $(a)_{\text{halo}}$ respectivement).

Les coefficients de Pearson, r_P , sont obtenus à partir de l'équation 4.1, les coefficients de Spearman, r_S , sont obtenus à partir de l'équation 4.2. Pour des raisons de clarté, dans chacun des cas, les valeurs des coefficients (comprises entre 0 et 1) ont été multipliées par 100 et arrondies à l'entier le plus proche.

Les valeurs correspondant aux corrélations (ou anticorrélations si elles sont négatives) ont été surlignées, en jaune si sa valeur absolue est comprise entre 50 et 75, en rouge au delà (chaque coefficient est bien entendu parfaitement corrélé avec lui-même, ce qui explique les valeurs 100 sur la diagonale des tableaux).

B.1 Coefficients de Pearson

Modèle C0-Ad1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100											
$(B_1)_{\text{halo}}$	28	100										
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	6	-1	100									
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	---	---	---	---								
$(H)_{\text{disque}}$	-62	-3	-2	---	100							
$(L)_{\text{halo}}$	4	-83	-2	---	2	100						
p_0	-80	-41	4	---	18	-4	100					
H_p	-54	-5	7	---	59	-1	32	100				
L_p	-1	7	-26	---	-5	-12	-16	-8	100			
$(a)_{\text{disque}}$	-2	-1	-6	---	-3	-4	2	2	20	100		
$(a)_{\text{halo}}$	-18	7	21	---	0	-30	23	3	22	29	100	
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(H)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$	

ANNEXE B. TABLEAUX DE CORRÉLATIONS CROISÉES

Modèle C0-Bd1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100											
$(B_1)_{\text{halo}}$	49	100										
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	20	8	100									
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	---	---	---	---								
$(H)_{\text{disque}}$	-52	-15	-8	---	100							
$(L)_{\text{halo}}$	-8	-83	1	---	2	100						
p_0	-88	-58	-15	---	26	12	100					
H_p	-14	-4	-10	---	19	1	9	100				
L_p	36	28	-8	---	-10	-9	-57	-7	100			
$(a)_{\text{disque}}$	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---		
$(a)_{\text{halo}}$	7	17	-6	---	1	-24	-9	3	-4	---	100	
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(H)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$	

Modèle C0-Dd1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100											
$(B_1)_{\text{halo}}$	25	100										
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	30	15	100									
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	---	---	---	---								
$(L)_{\text{disque}}$	-9	-11	3	---	100							
$(L)_{\text{halo}}$	-18	-74	-11	---	10	100						
p_0	-71	-33	-42	---	6	28	100					
H_p	-17	11	1	---	-6	-11	-8	100				
L_p	-18	-13	-8	---	-2	7	-8	38	100			
$(a)_{\text{disque}}$	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---		
$(a)_{\text{halo}}$	15	82	9	---	-2	-69	-17	4	-15	---	100	
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(L)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$	

Modèle C1-Ad1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100											
$(B_1)_{\text{halo}}$	-34	100										
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	34	-76	100									
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	34	-72	99	100								
$(H)_{\text{disque}}$	-77	13	-6	-5	100							
$(L)_{\text{halo}}$	32	-89	80	77	-10	100						
p_0	-27	71	-91	-91	-3	-76	100					
H_p	-12	-24	10	7	12	9	-22	100				
L_p	-8	-8	-1	-1	17	9	-40	32	100			
$(a)_{\text{disque}}$	49	-16	13	12	-81	10	-7	12	-7	100		
$(a)_{\text{halo}}$	-9	43	-39	-36	5	-65	41	-26	-9	-5	100	
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(H)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$	

Modèle C1-Bd1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100										
$(B_1)_{\text{halo}}$	5	100									
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	24	-43	100								
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	26	-47	99	100							
$(H)_{\text{disque}}$	-90	-21	0	-3	100						
$(L)_{\text{halo}}$	0	-94	60	65	20	100					
p_0	-29	38	-87	-87	3	-56	100				
H_p	-45	-28	-14	-13	55	25	0	100			
L_p	10	-3	-1	0	0	6	-48	24	100		
$(a)_{\text{disque}}$	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	
$(a)_{\text{halo}}$	-18	-31	-18	-7	16	24	20	15	-10	---	100
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(H)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$

Modèle C1-Dd1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100										
$(B_1)_{\text{halo}}$	8	100									
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	20	-19	100								
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	15	-24	99	100							
$(L)_{\text{disque}}$	-86	-3	-2	2	100						
$(L)_{\text{halo}}$	-4	-92	45	49	7	100					
p_0	-4	-3	-44	-43	-22	-20	100				
H_p	-9	-25	-51	-50	4	16	-11	100			
L_p	-7	17	-24	-24	23	-11	-76	48	100		
$(a)_{\text{disque}}$	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	
$(a)_{\text{halo}}$	-14	-35	-39	-30	-4	13	55	7	-31	---	100
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(L)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$

B.2 Coefficients de Spearman


Modèle C0-Ad1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100											
$(B_1)_{\text{halo}}$	28	100										
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	69	31	100									
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	---	---	---	---								
$(H)_{\text{disque}}$	-55	-2	-14	---	100							
$(L)_{\text{halo}}$	7	-84	8	---	3	100						
p_0	-82	-40	-75	---	16	-5	100					
H_p	-52	-4	-25	---	58	0	31	100				
L_p	0	5	-35	---	-5	-10	-16	-9	100			
$(a)_{\text{disque}}$	5	3	-1	---	-6	-4	-7	-3	14	100		
$(a)_{\text{halo}}$	-17	7	-28	---	-3	-28	20	0	21	34	100	
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(H)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$	


Modèle C0-Bd1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100											
$(B_1)_{\text{halo}}$	49	100										
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	34	19	100									
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	---	---	---	---								
$(H)_{\text{disque}}$	-51	-14	-13	---	100							
$(L)_{\text{halo}}$	-7	-84	-2	---	3	100						
p_0	-88	-57	-29	---	25	11	100					
H_p	-15	-7	-12	---	16	3	11	100				
L_p	38	27	-11	---	-10	-8	-56	-7	100			
$(a)_{\text{disque}}$	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---		
$(a)_{\text{halo}}$	8	13	4	---	1	-20	-9	4	-5	---	100	
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(H)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$	


Modèle C0–Dd1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100											
$(B_1)_{\text{halo}}$	29	100										
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	47	26	100									
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	---	---	---	---								
$(L)_{\text{disque}}$	-8	-13	0	---	100							
$(L)_{\text{halo}}$	-21	-95	-17	---	10	100						
p_0	-67	-41	-53	---	6	28	100					
H_p	-16	14	-9	---	-6	-9	-9	100				
L_p	-15	-6	-50	---	-3	5	-9	33	100			
$(a)_{\text{disque}}$	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---		
$(a)_{\text{halo}}$	20	78	16	---	-4	-92	-25	8	-9	---	---	100
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(L)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$	

Modèle C1–Ad1


$(B_1)_{\text{disque}}$	100											
$(B_1)_{\text{halo}}$	-29	100										
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	33	-67	100									
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	33	-63	99	100								
$(H)_{\text{disque}}$	-71	5	1	2	100							
$(L)_{\text{halo}}$	35	-88	74	70	-7	100						
p_0	-30	67	-90	-89	-5	-73	100					
H_p	-9	-27	11	8	10	8	-22	100				
L_p	-7	-7	-4	-5	15	9	-35	30	100			
$(a)_{\text{disque}}$	46	-13	12	10	-84	11	-9	13	-6	100		
$(a)_{\text{halo}}$	-17	46	-38	-34	5	-67	41	-25	-11	-10	100	
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(H)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$	

Modèle C1–Bd1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100											
$(B_1)_{\text{halo}}$	12	100										
$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	25	-42	100									
$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	27	-47	99	100								
$(H)_{\text{disque}}$	-94	-24	-5	-9	100							
$(L)_{\text{halo}}$	-3	-97	57	62	18	100						
p_0	-29	38	-85	-84	8	-52	100					
H_p	-47	-28	-31	-32	51	16	15	100				
L_p	8	-3	-2	-2	0	5	-45	23	100			
$(a)_{\text{disque}}$	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---		
$(a)_{\text{halo}}$	-18	-37	-20	-10	15	26	23	9	-10	---	---	100
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_*)_{\text{disque}}$	$(\varphi_*)_{\text{halo}}$	$(H)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$	

ANNEXE B. TABLEAUX DE CORRÉLATIONS CROISÉES

Modèle C1–Dd1

$(B_1)_{\text{disque}}$	100										
$(B_1)_{\text{halo}}$	8	100									
$(\varphi_s)_{\text{disque}}$	17	-20	100								
$(\varphi_s)_{\text{halo}}$	12	-26	98	100							
$(L)_{\text{disque}}$	-91	-8	1	5	100						
$(L)_{\text{halo}}$	-5	-94	40	46	11	100					
p_0	-2	-1	-47	-47	-22	-18	100				
H_p	-9	-26	-50	-50	5	16	-5	100			
L_p	-7	16	-22	-23	21	-10	-70	46	100		
$(a)_{\text{disque}}$	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	
$(a)_{\text{halo}}$	-13	-38	-37	-28	-3	17	54	4	-29	---	100
	$(B_1)_{\text{disque}}$	$(B_1)_{\text{halo}}$	$(\varphi_s)_{\text{disque}}$	$(\varphi_s)_{\text{halo}}$	$(L)_{\text{disque}}$	$(L)_{\text{halo}}$	p_0	H_p	L_p	$(a)_{\text{disque}}$	$(a)_{\text{halo}}$

Annexe C

Publications

Constraints from Faraday rotation on the magnetic field structure in the Galactic halo

Philippe Terral¹ and Katia Ferrière¹

¹ IRAP, Université de Toulouse, CNRS, 9 avenue du Colonel Roche, BP 44346, F-31028 Toulouse Cedex 4, France
Email: katia.ferriere@irap.omp.eu

Received ; accepted

ABSTRACT

Aims. We examine the constraints imposed by Faraday rotation measures of extragalactic point sources on the structure of the magnetic field in the halo of our Galaxy. Guided by radio polarization observations of external spiral galaxies, we look in particular into the possibility that field lines in the Galactic halo have an X shape.

Methods. We employ the analytical models of spiraling, possibly X-shape magnetic fields derived in a previous paper to generate synthetic all-sky maps of the Galactic Faraday depth, which we fit to an observational reference map with the help of Markov Chain Monte Carlo simulations.

Results. We find that the magnetic field in the Galactic halo is slightly more likely to be bisymmetric (azimuthal wavenumber, $m = 1$) than axisymmetric ($m = 0$). If it is indeed bisymmetric, it must appear as X-shaped in radio polarization maps of our Galaxy seen edge-on from outside, but if it is actually axisymmetric, it must instead appear as nearly parallel to the Galactic plane.

Key words. ISM: magnetic fields – Galaxy: halo – galaxies: halos – galaxies: magnetic fields – galaxies: spiral

1. Introduction

Interstellar magnetic fields are an important component of the interstellar medium (ISM) of galaxies. They play a crucial role in a variety of physical processes, including cosmic-ray acceleration and propagation, gas distribution and dynamics, star formation... However, their properties remain poorly understood. The main difficulty is the lack of direct measurements, apart from Zeeman-splitting measurements in dense, neutral clouds. In addition, all existing observational methods provide only partial information, be it the field strength, the field direction/orientation, or the field component parallel or perpendicular to the line of sight.

In the case of our own Galaxy, magnetic field observations are particularly difficult to interpret, because the observed emission along any line of sight is generally produced by a number of structures, whose contributions are often hard to disentangle and locate along the line of sight. In contrast, observations of external galaxies can give us a bird's eye view of the large-scale structure of their magnetic fields. High-resolution radio polarization observations of spiral galaxies have shown that face-on galaxies have spiral field lines, whereas edge-on galaxies have field lines that are parallel to the galactic plane in the disk (e.g., Wielebinski & Krause 1993; Dumke et al. 1995) and inclined to the galactic plane in the halo, with an inclination angle increasing outward in the four quadrants; these halo fields have been referred to as X-shape magnetic fields (Tüllmann et al. 2000; Soida 2005; Krause et al. 2006; Krause 2009; Heesen et al. 2009; Braun et al. 2010; Soida et al. 2011; Haverkorn & Heesen 2012).

In a recent paper, Ferrière & Terral (2014) (Paper 1) presented a general method to construct analytical models of divergence-free magnetic fields that possess field lines of a prescribed shape, and they used their method to obtain four models of spiraling, possibly X-shape magnetic fields in galactic halos

as well as two models of spiraling, mainly horizontal (i.e., parallel to the galactic plane) magnetic fields in galactic disks. Their X-shape models were meant to be quite versatile and to have broad applicability; in particular, they were designed to span the whole range of field orientation, from purely horizontal to purely vertical.

Our next purpose is to resort to the galactic magnetic field models derived in Paper 1 to explore the structure of the magnetic field in the halo of our own Galaxy. The idea is to adjust the free parameters of the different field models such as to achieve the best possible fits to the existing observational data – which include mainly Faraday rotation measures (RMs) and synchrotron (total and polarized) intensities – and to determine how good the different fits are. Evidently, a good field model must be able to fit both Faraday-rotation and synchrotron data simultaneously. However, we feel it is important to first consider both types of data separately and examine independently the specific constraints imposed by each kind of observations. This is arguably the best way to understand either why a given model is ultimately acceptable or on what grounds it must be rejected.

In the present paper, we focus on fitting our galactic magnetic field models to the existing Faraday-rotation data. In practice, since we need to probe through the entire Galactic halo, we retain exclusively the RMs of extragalactic point sources (as opposed to Galactic pulsars). For each considered field model, we simulate an all-sky map of the Galactic Faraday depth (FD), which we confront to an observational reference map based on the reconstructed Galactic FD map of Oppermann et al. (2015). The fitting procedure relies on standard χ^2 minimization, performed through a Markov Chain Monte Carlo (MCMC) analysis.

Our paper is organized as follows: In Sect. 2, we present the all-sky map of the Galactic FD that will serve as our observational reference. In Sect. 3, we review the magnetic field models

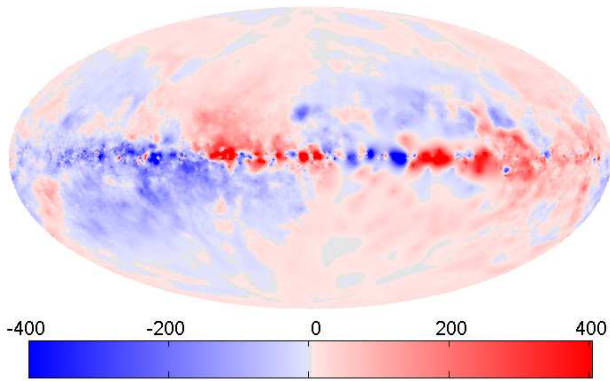


Fig. 1. All-sky map, in Aitoff projection, of the observational Galactic Faraday depth, FD_{obs} , as reconstructed by Oppermann et al. (2015). The map is in Galactic coordinates (ℓ, b) , centered on the Galactic center ($\ell = 0^\circ, b = 0^\circ$), and with longitude ℓ increasing to the left and latitude b increasing upward. Red [blue] regions have positive [negative] FD_{obs} , corresponding to a magnetic field pointing on average toward [away from] the observer. The color intensity scales linearly with the absolute value of FD_{obs} up to $|FD_{\text{obs}}| = 400 \text{ rad m}^{-2}$ and saturates beyond this value.

derived in Paper 1 and employed in this study. In Sect. 4, we describe the fitting procedure. In Sect. 5, we present our results and compare them with previous halo-field models. In Sect. 6, we summarize our work and provide a few concluding remarks.

Two different coordinate systems are used in the paper. The all-sky maps are plotted in Galactic coordinates (ℓ, b) , with longitude ℓ increasing eastward (to the left) and latitude b increasing northward (upward).¹ In contrast, the magnetic field models are described in Galactocentric cylindrical coordinates, (r, φ, z) , with azimuthal angle φ increasing in the direction of Galactic rotation, i.e., clockwise about the z -axis, from $\varphi = 0^\circ$ in the azimuthal plane through the Sun. As a result, the coordinate system (r, φ, z) is left-handed. For the Galactocentric cylindrical coordinates of the Sun, we adopt $(r_\odot = 8.5 \text{ kpc}, \varphi_\odot = 0, z_\odot = 0)$.

2. Observational map of the Galactic Faraday depth

2.1. Our observational reference map

Faraday rotation is the rotation of the polarization direction of a linearly-polarized radio wave that passes through a magneto-ionic medium. The polarization angle θ rotates by the angle $\Delta\theta = \text{RM} \lambda^2$, where λ is the observing wavelength and RM is the rotation measure given by

$$\text{RM} = (0.81 \text{ rad m}^{-2}) \int_0^L n_e B_{\parallel} ds, \quad (1)$$

with n_e the free-electron density in cm^{-3} , B_{\parallel} the line-of-sight component of the magnetic field in μG (positive [negative] for a magnetic field pointing toward [away from] the observer) and L the path length from the observer to the source measured in pc.² Clearly, RM is a purely observational quantity, which can be

¹ Throughout the paper, the north, south, east, and west directions always refer to Galactic coordinates.

² The original expression of RM is an integral from the source to the observer, which explains the sign convention for B_{\parallel} . Here, however, it proves more convenient to have the origin of the line-of-sight coordinate at the observer and to integrate from the observer ($s = 0$) to the source

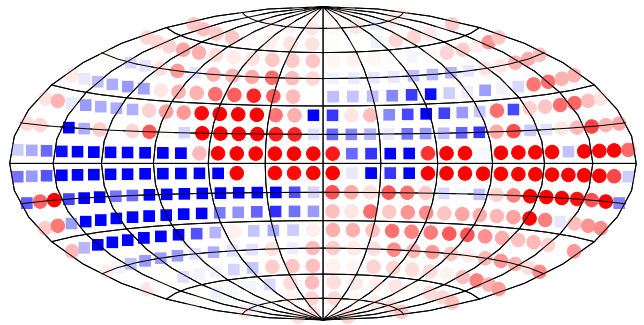


Fig. 2. All-sky map, in Aitoff projection, showing the disposition of the 428 bins covering the celestial sphere, together with their average observational Galactic Faraday depth, before subtraction of the contribution from Wolleben et al.'s (2010) magnetized bubble. Positive [negative] values are plotted with red circles [blue squares], following the same color intensity scale as in Fig. 1. The coordinate system is also the same as in Fig. 1.

defined only for a linearly-polarized radio source located behind the Faraday-rotating medium.

More generally, one may use the concept of Faraday depth (Burn 1966; Brentjens & de Bruyn 2005),

$$FD(d) = (0.81 \text{ rad m}^{-2}) \int_0^d n_e B_{\parallel} ds, \quad (2)$$

a truly physical quantity, which has the same formal expression as RM but can be defined at any point of the ISM, independent of any background source. FD simply corresponds to the line-of-sight depth of the considered point, d , measured in terms of Faraday rotation. Here, we are only interested in the FD of the Galaxy, in which case d represents the distance from the observer to the outer surface of the Galaxy along the considered line of sight.

As an observational reference for our modeling work, we adopt the all-sky map of the Galactic FD reconstructed by Oppermann et al. (2015), denoting the observational Galactic FD by FD_{obs} (see Fig. 1). To create their map, Oppermann et al. compiled the existing catalogs of extragalactic RMs, for a total of 41 632 data points (37 543 of which are from the NVSS catalog of Taylor et al. (2009), which covers fairly homogeneously the sky at declination $\delta \geq -40^\circ$), and they employed a sophisticated signal reconstruction algorithm that takes spatial correlations into account.

The all-sky map of FD_{obs} in Fig. 1, like previous all-sky RM maps, shows some coherent structure on large scales. This large-scale structure in the RM sky has often been assumed to reflect, at least to some extent, the large-scale organization of the Galactic magnetic field (e.g., Simard-Normandin & Kronberg 1980; Han et al. 1997; Taylor et al. 2009). In reality, however, nearby small-scale perturbations in the magneto-ionic ISM can also leave a large-scale imprint in the RM sky (see Frick et al. 2001; Mitra et al. 2003; Wolleben et al. 2010; Mao et al. 2010; Stil et al. 2011; Sun et al. 2015, and references therein). The most prominent such perturbation identified to date is the nearby magnetized bubble uncovered by Wolleben et al. (2010) through RM synthesis (a.k.a. Faraday tomography) on polarization data from

($s = L$). This does not affect the sign of RM provided one keeps the original sign convention for B_{\parallel} .

the Global Magneto-Ionic Medium Survey (GMIMS). This bubble, estimated to lie at distances around ~ 150 pc, is centered at $(\ell \simeq +10^\circ, b \simeq +25^\circ)$ and extends over $\Delta\ell \simeq 70^\circ$ in longitude and $\Delta b \simeq 40^\circ$ in latitude, thereby covering $\simeq 5\%$ of the sky.

Another potential source of strong contamination in the RM sky is the North Polar Spur (NPS), which extends from the Galactic plane at $\ell \approx +20^\circ$ nearly all the way up to the north Galactic pole. However, Sun et al. (2015) showed, through Faraday tomography, that the actual Faraday thickness (ΔFD) of the NPS is most likely close to zero. They also showed that the ΔFD of the Galactic ISM behind the NPS cannot account for the entire Galactic FD toward the section of the NPS around $b \simeq 30^\circ$. From this they concluded that if the NPS is local (such that the ΔFD of the ISM in front of the NPS is very small), the Galactic FD must be dominated by the ΔFD of Wolleben et al.'s (2010) magnetized bubble, which must then be larger than estimated by Wolleben et al. Clearly, the argument can be taken the other way around: if the ΔFD of the magnetized bubble is as estimated by Wolleben et al. (an assumption we will make here), the Galactic FD must have a large contribution from the ISM in front of the NPS, which implies that the section of the NPS around $b \simeq 30^\circ$ is not local. This last conclusion is consistent with the results of several recent studies, which systematically place the lower part of the NPS beyond a few 100 pc – more specifically: beyond the polarization horizon at 2.3 GHz, $\sim (2 - 3)$ kpc, for $b \lesssim 4^\circ$ (from Faraday depolarization; Sun et al. 2014), behind the Aquila Rift, at a distance $\gtrsim 1$ kpc, for $b \lesssim (15^\circ - 20^\circ)$ (from X-ray absorption; Sofue 2015), and beyond the cloud complex distributed between 300 pc and ~ 600 pc and probably much farther away (again from X-ray absorption; Lallement et al. 2016).

Since the focus of our paper is on the large-scale magnetic field, we will subtract from the FD_{obs} map of Fig. 1 the estimated contribution from Wolleben et al.'s (2010) magnetized bubble.³ We will then proceed on the assumption that the resulting FD_{obs} map can be relied on to constrain the large-scale magnetic field structure. As it turns out, the removal of Wolleben et al.'s bubble will systematically lead to an improvement in the quality of the fits.

For convenience, we bin the FD_{obs} data and average them within the different bins, both before (Fig. 2) and after (Fig. 3) removal of Wolleben et al.'s (2010) bubble. Following a binning procedure similar to that proposed by Pshirkov et al. (2011), we divide the sky area into 18 longitudinal bands with latitudinal width $\Delta b = 10^\circ$, and we divide every longitudinal band into a number of bins chosen such that each of the two lowest-latitude bands contains 36 bins with longitudinal width $\Delta\ell = 10^\circ$ and all the bins have roughly the same area $\simeq (10^\circ)^2$. This leads to a total of 428 bins. For each of these bins, we compute the average FD_{obs} before removal of Wolleben et al.'s bubble, and we plot it in Fig. 2, with a red circle or a blue square according to whether it is positive or negative. In both cases, the color intensity increases with the absolute value of the average FD_{obs} .

We then repeat the binning and averaging steps after removal of Wolleben et al.'s bubble, and for visual purposes, we wash out the obviously anomalous bin at $(\ell \simeq 0^\circ - 10^\circ, b = 20^\circ - 30^\circ)$. The underlying RM anomaly can be identified as the H₂ region Sh 2-27 around ζ Oph (Harvey-Smith et al. 2011). Our exact treatment of the anomalous bin is of little importance, because its weight in the fitting procedure will be drastically reduced through an artificial tenfold increase of its estimated uncertainty, σ_i , in the expression of χ^2 (Eq. 38). In practice, we just blend the anoma-

³ The ΔFD values needed to subtract the bubble's contribution to FD_{obs} were kindly provided to us by Maik Wolleben.

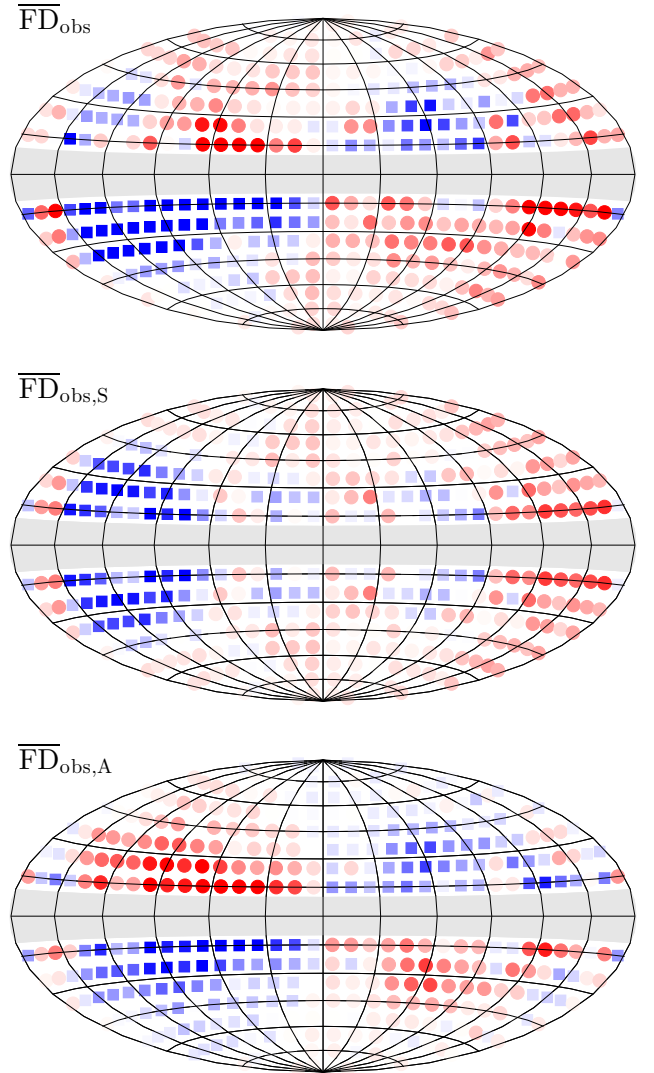


Fig. 3. All-sky maps, in Aitoff projection, showing the disposition of the 356 bins with latitude $|b| \geq 10^\circ$, which are retained for the fitting procedure, together with their average observational Galactic Faraday depth, $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$, after subtraction of the contribution from Wolleben et al.'s (2010) magnetized bubble (top panel). Also shown is the decomposition of $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ into a symmetric part, $\overline{\text{FD}}_{\text{obs,S}}$ (middle panel), and an antisymmetric part, $\overline{\text{FD}}_{\text{obs,A}}$ (bottom panel). The coordinate system and the color code are the same as in Figs. 1 and 2. The grey band along the Galactic plane masks out the 72 bins with $|b| < 10^\circ$, which are excluded from the fitting.

lous bin into the background by replacing its average FD_{obs} with that of the super-bin enclosing its 8 direct neighbors. The bin-averaged FD_{obs} after removal of Wolleben et al.'s bubble and blending of the anomalous bin is denoted by $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$.

Finally, since we are primarily interested in the magnetic field in the Galactic halo, we exclude the 72 bins with $|b| < 10^\circ$, which leaves us with a total of 356 bins. The $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ of each of these bins is plotted in the top panel of Fig. 3, again with a red circle if $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}} > 0$ and a blue square if $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}} < 0$. The $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map thus obtained provides the observational reference against which we will test our large-scale magnetic field models in Sect. 4.

2.2. General trends

A few trends emerge from the observational map of the average FD_{obs} in Fig. 2:

1. a rough antisymmetry with respect to the prime ($\ell = 0^\circ$) meridian,
2. a rough antisymmetry with respect to the midplane in the inner Galactic quadrants away from the plane ($|\ell| < 90^\circ$ and $|b| \gtrsim 10^\circ$),
3. a rough symmetry with respect to the midplane in the inner quadrants close to the plane ($|\ell| < 90^\circ$ and $|b| \lesssim 10^\circ$) and in the outer quadrants ($|\ell| > 90^\circ$).

These three trends appear to persist after removal of Wolleben et al.'s (2010) bubble (see top panel of Fig. 3, for $|b| \gtrsim 10^\circ$). We will naturally try to reproduce them with our magnetic field models, but before getting to the models, a few comments are in order.

First, the rough symmetry with respect to the midplane at $|b| \lesssim 10^\circ$ and all ℓ suggests that the disk magnetic field is symmetric (or quadrupolar),⁴ as already pointed out by many authors (e.g., Rand & Lyne 1994; Frick et al. 2001).

Second, the rough antisymmetry [symmetry] with respect to the midplane at $|b| \gtrsim 10^\circ$ and $|\ell| < 90^\circ$ [$|\ell| > 90^\circ$] suggests one of the two following possibilities: either the halo magnetic field is antisymmetric in the inner Galaxy and symmetric in the outer Galaxy, or the halo magnetic field is everywhere antisymmetric, but only toward the inner Galaxy does its contribution to the Galactic FD at $|b| \gtrsim 10^\circ$ exceed the contribution from the disk magnetic field. The first possibility is probably not very realistic (although it cannot be completely ruled out): while the disk and halo fields could possibly have different vertical parities (see, e.g., Moss & Sokoloff 2008; Moss et al. 2010), it seems likely that each field has by now evolved toward a single parity. The second possibility may sound a little counter-intuitive at first, but one has to remember that the halo field contribution to the Galactic FD is weighted by a lower free-electron density than the disk field contribution (especially toward the outer Galaxy); moreover, the halo field can very well be confined inside a smaller radius than the disk field. Such is the case in the double-torus picture originally sketched by Han (2002) and later modeled by Prouza & Šmída (2003); Sun et al. (2008); Jansson & Farrar (2012a): in these three models, the toroidal field of the halo falls off exponentially with r at large radii, i.e., much faster than the disk field, which falls off approximately as $(1/r)$.

Third, the rough antisymmetry with respect to the prime meridian (east-west antisymmetry) can a priori be explained by an axisymmetric, predominantly azimuthal magnetic field. However, the situation is a little more subtle.

• For the disk, RM studies (mainly of Galactic pulsars, and also of extragalactic point sources) converge to show that the magnetic field is indeed predominantly azimuthal, though not with the same sign everywhere throughout the disk, i.e., the field must reverse direction with Galactic radius (e.g., Rand & Lyne 1994; Han et al. 1999, 2006; Brown et al. 2007). The exact number and the radial locations of these reversals are still a matter of debate, which we do not wish to enter. Here, we are content to note that field reversals naturally arise in a bisymmetric (azimuthal modulation $\propto \cos m\varphi$, with $m = 1$) or higher-order ($m > 1$) con-

⁴ A magnetic field is symmetric/antisymmetric with respect to the midplane (or quadrupolar/dipolar) when its horizontal components, B_r and B_φ , are even/odd functions of z and its vertical component, B_z , is an odd/even function of z .

figuration, but can also be produced in the axisymmetric case (Ferrière & Schmitt 2000).

• For the halo, most existing models have settled on a purely azimuthal, and hence axisymmetric, magnetic field. Here, we inquire into the other possibilities.

Let us first ask whether a purely poloidal (possibly, but not necessarily, X-shape) magnetic field would be a viable alternative. Clearly, a purely poloidal field that is axisymmetric automatically leads to an FD pattern with east-west symmetry, inconsistent with the observed FD distribution. In contrast, a purely poloidal field that is bisymmetric can lead to a variety of FD patterns, depending on the azimuthal angle of maximum amplitude: if the maximum amplitude occurs in the azimuthal plane parallel to the plane of the sky ($\varphi = \pm 90^\circ$) [in the azimuthal plane through the Sun ($\varphi = 0^\circ$)], the FD pattern has east-west antisymmetry [symmetry], in agreement [disagreement] with the observed FD distribution. Hence, a purely poloidal magnetic field can possibly match the FD data, provided it is bisymmetric (or higher-order) and favorably oriented.

Let us now turn to the more general and more realistic situation where the magnetic field has both azimuthal and poloidal components, as required by dynamo theory. If this general field is axisymmetric, the observed east-west antisymmetry in FD implies that it must be mainly azimuthal. In contrast, if the general field is bisymmetric, it could in principle cover a broad range of orientation, from mostly azimuthal to mostly poloidal. What happens here is that, in the presence of an azimuthal field component, the azimuthal modulation, which is presumably carried along field lines, crosses azimuthal planes. The resulting FD pattern becomes more difficult to predict: it may become more complex and fluctuating than in the axisymmetric case, and large-scale longitudinal trends may be partly washed out, but a priori the predominance of neither the azimuthal nor the poloidal field component can be ruled out.

To sum up, the halo magnetic field could either be axisymmetric and mainly azimuthal or bisymmetric (or higher-order) with no clear constraint on its azimuthal-versus-poloidal status.

3. Magnetic field models

3.1. Magnetic fields in galactic halos

In Paper 1, we derived four different models of spiraling, possibly X-shape magnetic fields in galactic halos, which can be applied to the halo of our own Galaxy. Each of these models was initially defined by the shape of its field lines together with the distribution of the magnetic flux density on a given reference surface. Using the Euler formalism (e.g., Northrop 1963; Stern 1966), we were able to work out the corresponding analytical expression of the magnetic field vector, $\mathbf{B} = (B_r, B_\varphi, B_z)$, as a function of Galactocentric cylindrical coordinates, (r, φ, z) . The main characteristics of the four halo-field models are summarized below, and a few representative field lines are plotted in Fig. 4.

In models A and B, we introduced a fixed reference radius, r_1 , and we labeled field lines by the height, z_1 , and the azimuthal angle, φ_1 , at which they cross the centered vertical cylinder of radius r_1 . In models C and D, we introduced a fixed reference height, z_1 (more exactly, one reference height, $z_1 = 0$, in model C where all field lines cross the galactic midplane, and two reference heights, $z_1 = \pm|z_1|$, in model D where field lines do not cross the midplane), and we labeled field lines by the radius, r_1 , and the azimuthal angle, φ_1 , at which they cross the horizontal plane (or one of the two horizontal planes) of height z_1 . Thus, in

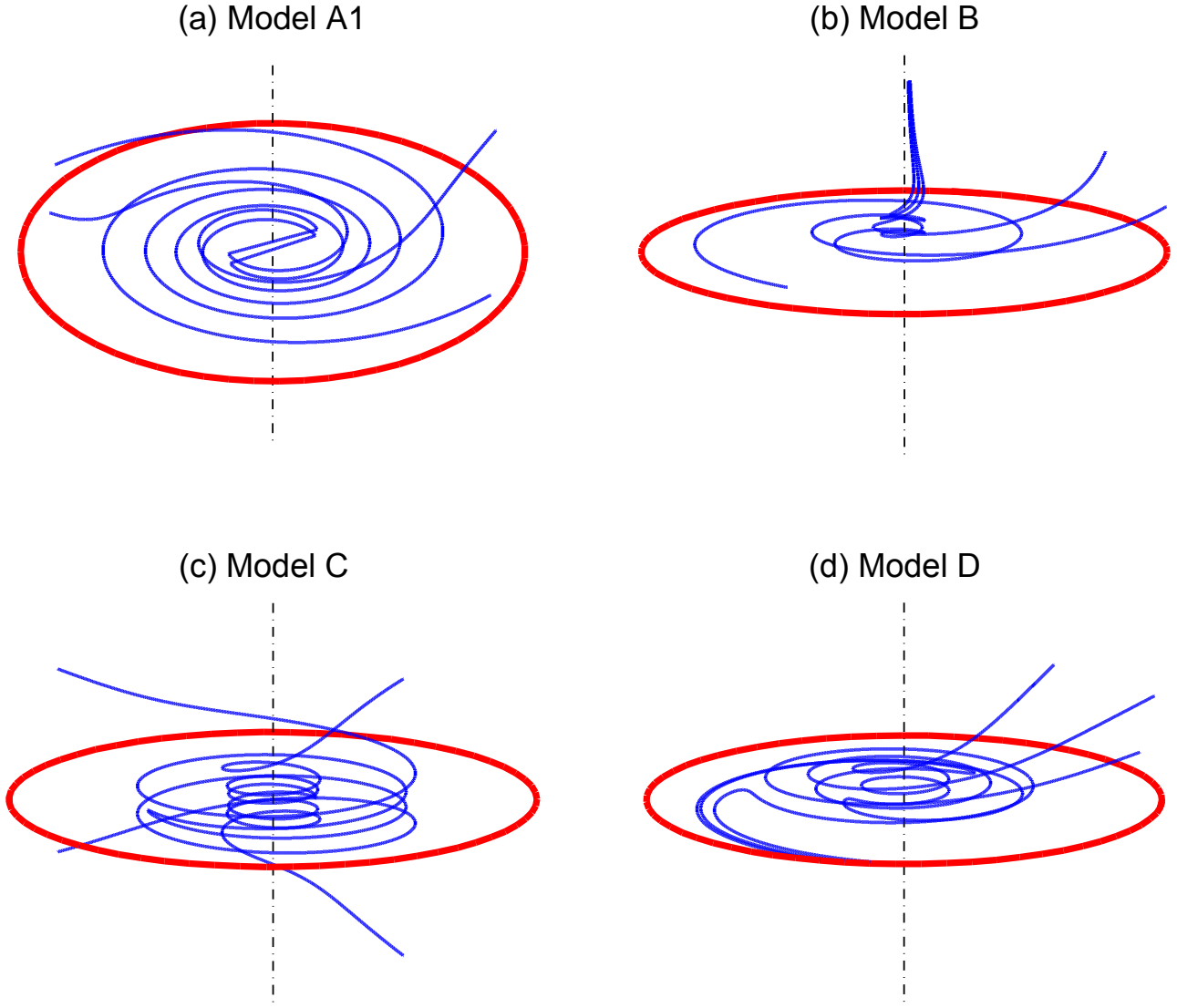


Fig. 4. Small set of field lines for each of our four models of spiraling, possibly X-shape magnetic fields in galactic halos, as seen from an oblique angle. The shapes of field lines for the three halo-field models A1, B, and D are also representative of our three disk-field models Ad1, Bd, and Dd. All the plotted field lines lie on the same winding surface (Eq. (26) with $\varphi_\infty = 0^\circ$ and $g_\varphi(r, z)$ given by Eq. (23) with $p_0 = -9^\circ$, $H_p = 1.5$ kpc, and $L_p = 45$ kpc), and their footpoints, (r_1, φ_1, z_1) , on the relevant reference surface ($r = r_1$ in models A1 and B, and $z = z_1$ in models C and D) are given by: (a) (3 kpc, 172° , 0.5 kpc) and (3 kpc, 357° , 2 kpc) in model A1 (with $a = 0.05$ kpc $^{-2}$); (b) (3 kpc, 326° , 1 kpc), (3 kpc, 357° , 2 kpc), and (3 kpc, 198° , 3 kpc) in model B (with $n = 2$); (c) (2.5 kpc, 336° , 0) and (7.5 kpc, 318° , 0) in model C (with $a = 0.01$ kpc $^{-2}$); and (d) (2.5 kpc, 168° , 1.5 kpc), (5 kpc, 47° , 1.5 kpc), and (7.5 kpc, 339° , 1.5 kpc) in model D (with $n = 0.5$). The galactic plane is represented by the red, solid circle of radius 15 kpc, and the rotation axis by the vertical, black, dot-dashed line.

all models, the point (r_1, φ_1, z_1) of a given field line can be regarded as its footpoint on the reference surface (vertical cylinder of radius r_1 in models A and B and horizontal plane(s) of height z_1 in models C and D).

3.1.1. Poloidal field

The four models are distinguished by the shape of field lines associated with the poloidal field (hereafter referred to as the poloidal field lines), and hence by the expressions of the radial and vertical field components.

In **model A**, the shape of poloidal field lines is described by the quadratic function

$$z = z_1 \frac{1 + ar^2}{1 + ar_1^2}, \quad (3)$$

where a is a strictly positive free parameter governing the opening of field lines away from the z -axis, r_1 is the prescribed reference radius, and z_1 is the vertical label of the considered field line. Conversely, the vertical label of the field line passing through (r, φ, z) is given by

$$z_1 = z \frac{1 + ar_1^2}{1 + ar^2}. \quad (4)$$

It then follows (see Paper 1 for the detailed derivation) that the poloidal field components can be written as

$$B_r = \frac{r_1}{r} \frac{z_1}{z} B_r(r_1, \varphi_1, z_1) \quad (5)$$

$$B_z = \frac{2a r_1 z_1}{1 + a r^2} B_r(r_1, \varphi_1, z_1), \quad (6)$$

with, for instance, $B_r(r_1, \varphi_1, z_1)$ obeying Eq. (11).

In **model B**, the corresponding equations read

$$z = \frac{1}{n+1} z_1 \left[\left(\frac{r}{r_1} \right)^{-n} + n \frac{r}{r_1} \right], \quad (7)$$

with n a power-law index satisfying the constraint $n \geq 1$,

$$z_1 = (n+1) z \left[\left(\frac{r}{r_1} \right)^{-n} + n \frac{r}{r_1} \right]^{-1}, \quad (8)$$

and

$$B_r = \frac{r_1}{r} \frac{z_1}{z} B_r(r_1, \varphi_1, z_1) \quad (9)$$

$$B_z = -\frac{n}{n+1} \frac{r_1 z_1^2}{r^2 z} \left[\left(\frac{r}{r_1} \right)^{-n} - \frac{r}{r_1} \right] B_r(r_1, \varphi_1, z_1). \quad (10)$$

In both models A and B, the radial field component on the vertical cylinder of radius r_1 is chosen to have a linear-exponential variation with z_1 and a sinusoidal variation with φ_1 :

$$B_r(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 f_{\text{sym}} \left[\frac{|z_1|}{H} \exp\left(-\frac{|z_1| - H}{H}\right) \right] \times \cos\left(m(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_\star)\right), \quad (11)$$

where B_1 is the normalization field strength, f_{sym} is a factor setting the vertical parity of the magnetic field ($f_{\text{sym}} = 1$ for symmetric fields and $f_{\text{sym}} = \text{sign } z_1$ for antisymmetric fields; see footnote 4), H is the exponential scale height, m is the azimuthal wavenumber, g_φ is the shifted winding function defined by Eq. (23), and φ_\star is the orientation angle of the azimuthal pattern. The term $g_\varphi(r_1, z_1)$, which will be discussed in more detail in Sect. 3.1.2, ensures that the phase of the sinusoidal modulation remains constant on the winding surfaces defined by Eq. (26) (see comment following Eq. (26)).

Models C and D are the direct counterparts of models A and B, respectively, with the roles of the coordinates r and z inverted in the equations of field lines.

In **model C**, the reference height is set to $z_1 = 0$, and the shape of poloidal field lines is described by the quadratic function

$$r = r_1 (1 + a z^2), \quad (12)$$

with a a strictly positive free parameter governing the opening of field lines away from the r -axis and r_1 the radial label of the considered field line. Conversely, the radial label of the field line passing through (r, φ, z) is given by

$$r_1 = \frac{r}{1 + a z^2}. \quad (13)$$

The poloidal field components can then be written as

$$B_r = \frac{2a r_1^3 z}{r^2} B_z(r_1, \varphi_1, z_1) \quad (14)$$

$$B_z = \frac{r_1^2}{r^2} B_z(r_1, \varphi_1, z_1), \quad (15)$$

with, for instance, $B_z(r_1, \varphi_1, z_1)$ obeying Eq. (20).

In **model D**, where every field line remains confined to one side of the galactic midplane, a reference height, $z_1 = |z_1| \text{sign } z$, is prescribed on each side of the midplane, such that the ratio (z/z_1) is always positive. We then have

$$r = \frac{1}{n+1} r_1 \left[\left(\frac{z}{z_1} \right)^{-n} + n \frac{z}{z_1} \right], \quad (16)$$

with $n \geq 0.5$,

$$r_1 = (n+1) r \left[\left(\frac{z}{z_1} \right)^{-n} + n \frac{z}{z_1} \right]^{-1}, \quad (17)$$

and

$$B_r = -\frac{n}{n+1} \frac{r_1^3}{r^2 z} \left[\left(\frac{z}{z_1} \right)^{-n} - \frac{z}{z_1} \right] B_z(r_1, \varphi_1, z_1) \quad (18)$$

$$B_z = \frac{r_1^2}{r^2} B_z(r_1, \varphi_1, z_1). \quad (19)$$

In both models C and D, the vertical field component on the horizontal plane(s) of height z_1 is chosen to have an exponential variation with r_1 and a sinusoidal variation with φ_1 :

$$B_z(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 \bar{f}_{\text{sym}} \exp\left(-\frac{r_1}{L}\right) \cos\left(m(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_\star)\right), \quad (20)$$

with B_1 the normalization field strength, \bar{f}_{sym} a factor setting the vertical parity of the magnetic field ($\bar{f}_{\text{sym}} = 1$ in model C, which is always antisymmetric, and in the antisymmetric version of model D, and $\bar{f}_{\text{sym}} = \text{sign } z_1$ in the symmetric version of model D; see footnote 4), L the exponential scale length, m the azimuthal wavenumber, g_φ the shifted winding function (Eq. 23), and φ_\star the orientation angle of the azimuthal pattern.

3.1.2. Azimuthal field

In all four models, field lines are assumed to spiral up or down according to the equation

$$\varphi = \varphi_1 + f_\varphi(r, z), \quad (21)$$

where $f_\varphi(r, z)$ is a winding function starting from the field line's footprint on the reference surface and, therefore, satisfying $f_\varphi(r_1, z_1) = 0$. If we consider that field lines are somehow anchored in the external intergalactic medium,⁵ it proves more convenient to shift the starting point of the winding function to infinity. This can be done by letting

$$f_\varphi(r, z) = g_\varphi(r, z) - g_\varphi(r_1, z_1), \quad (22)$$

where $g_\varphi(r, z)$ is a shifted winding function starting from the field line's anchor point at infinity⁶ and, therefore, satisfying

⁵ We emphasize that this is only one possibility. Another possibility would be that galactic field lines loop back on themselves, without connecting to an extragalactic magnetic field. In Paper 1, we took a different approach, based on the magnetic pitch angle rather than the winding function itself, which did not require discussing the anchoring of field lines.

⁶ In models B and D, field lines actually have two anchor points at infinity. By construction, both anchor points have the same azimuthal angle, φ_∞ .

$g_\varphi(r, z) \rightarrow 0$ for $r \rightarrow \infty$ and for $|z| \rightarrow \infty$. A reasonably simple choice for the shifted winding function is

$$g_\varphi(r, z) = \cot p_0 \frac{\ln \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{L_p}\right) \right]}{1 + \left(\frac{|z|}{H_p}\right)^2}, \quad (23)$$

with p_0 the pitch angle (i.e., the angle between the horizontal projection of a field line and the local azimuthal direction) at the origin ($(r, z) \rightarrow 0$), H_p the scale height, and L_p the exponential scale length. With this choice, $g_\varphi(r, z)$ defines, in horizontal planes ($z = \text{const}$), spirals that are logarithmic (constant pitch angle) at small r and become increasingly loose (increasing pitch angle) at large r . The spirals also loosen up with increasing $|z|$.

Combining Eqs. (21) and (22), we can rewrite the equation describing the spiraling of field lines in the form

$$\varphi = g_\varphi(r, z) + \left[\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) \right], \quad (24)$$

with $\left[\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) \right]$ constant along field lines. Conversely, the field line passing through (r, φ, z) can be traced back to the azimuthal label

$$\varphi_1 = \varphi - g_\varphi(r, z) + g_\varphi(r_1, z_1), \quad (25)$$

where r_1 and z_1 either have prescribed values or are given functions of (r, z) (see Eqs. (4), (8), (13), and (17) in Sect. 3.1.1). It then follows from Eqs. (11) and (20) that the sinusoidal modulation of the magnetic field goes as $\cos(m(\varphi - g_\varphi(r, z) - \varphi_\star))$.

If we now consider the anchor point at infinity⁶ of the field line passing through (r, φ, z) , denote its azimuthal angle by φ_∞ , and recall that $g_\varphi(r, z) \rightarrow 0$ for $r, |z| \rightarrow \infty$, we find that the spiraling of field line can also be described by

$$\varphi = g_\varphi(r, z) + \varphi_\infty. \quad (26)$$

Eq. (26) defines a so-called winding surface, formed by all the field lines with the same azimuthal angle at infinity, φ_∞ , and thus the same phase in the sinusoidal modulation, $\varphi_\infty - \varphi_\star$. The crest of the modulation occurs at phase $\varphi_\infty - \varphi_\star = 0^\circ$, i.e., at $\varphi_\infty = \varphi_\star$, which means that the free parameter φ_\star can be interpreted as the azimuthal angle at infinity of the crest surface.

Since the magnetic field is by definition tangent to field lines, Eq. (24) implies that its azimuthal component is related to its radial and vertical components through

$$B_\varphi = \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial r} \right) B_r + \left(r \frac{\partial g_\varphi}{\partial z} \right) B_z. \quad (27)$$

Roughly speaking, the two terms on the right-hand side of Eq. (27) represent the azimuthal field generated through shearing of radial and vertical fields by radial and vertical gradients in the galactic rotation rate, respectively. With the choice of Eq. (23), Eq. (27) becomes

$$B_\varphi = \cot p_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{|z|}{H_p}\right)^2} \frac{\frac{r}{L_p} \exp\left(-\frac{r}{L_p}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{r}{L_p}\right)} B_r - 2 \cot p_0 \frac{\frac{z}{H_p^2}}{\left[1 + \left(\frac{|z|}{H_p}\right)^2\right]^2} r \ln \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{L_p}\right) \right] B_z. \quad (28)$$

It is easily seen that the factor of B_r has the same sign as $\cot p_0$ (usually negative) everywhere, while the factor of B_z has the same sign as $\cot p_0$ above the midplane ($z > 0$) and the opposite sign below the midplane ($z < 0$).

3.1.3. Total field

To sum up, the poloidal field is described by Eqs. (5) – (6) in model A and Eqs. (9) – (10) in model B, with $B_r(r_1, \varphi_1, z_1)$ given by Eq. (11), and by Eqs. (14) – (15) in model C and Eqs. (18) – (19) in model D, with $B_z(r_1, \varphi_1, z_1)$ given by Eq. (20). The azimuthal field is described by Eq. (28) in all models. Together, the above equations link the magnetic field at an arbitrary point (r, φ, z) to the normal field component at the footpoint (r_1, φ_1, z_1) on the reference surface of the field line passing through (r, φ, z) . The footpoint, in turn, is determined by the reference coordinate (r_1 in models A and B, and z_1 in models C and D, with $z_1 = 0$ in model C and $z_1 = \pm|z_1|$ in model D), the poloidal label of the field line (z_1 given by Eq. (4) in model A and Eq. (8) in model B, and r_1 given by Eq. (13) in model C and Eq. (17) in model D), and its azimuthal label (φ_1 given by Eq. (25) in all models).

3.1.4. Regularization of model A

An important remark should be made regarding model A. Eq. (5) together with Eq. (4) imply that $B_r \rightarrow \infty$ for $r \rightarrow 0$, which reflects the fact that all field lines, from all azimuthal planes, converge to the z -axis. The problem does not arise in model B, as shown by Eq. (9) together with Eq. (8), because all field lines are deflected vertically before reaching the z -axis (see Fig. 4b). The singularity in model A is inescapable in the axisymmetric case ($m = 0$ in Eq. (11)), where B_r has the same sign all around the z -axis, so that, at every height, a non-zero magnetic flux reaches the z -axis. However, the singularity can be removed in non-axisymmetric ($m \geq 1$) configurations, where B_r changes sign sinusoidally around the z -axis, so that, at every height, no net magnetic flux actually reaches the z -axis. It is then conceivable to detach field lines from the z -axis, spread them apart inside a centered vertical cylinder, whose radius can be chosen to be r_1 (remember that r_1 is still a free parameter at this stage), and connect up two by two field lines with the same z_1 , opposite φ_1 (with respect to a node of the sinusoidal modulation in Eq. (11)), and hence opposite B_r , such as to ensure conservation of the magnetic flux as well as continuity in its sign.

For instance, in the bisymmetric ($m = 1$) case, field lines with the same z_1 and opposite φ_1 (with respect to $g_\varphi(r_1, z_1) + \varphi_\star \pm \pi/2$) can be connected up inside the vertical cylinder of radius r_1 through straight-line segments parallel to the direction $\varphi_1 = g_\varphi(r_1, z_1) + \varphi_\star$. In this case, magnetic flux conservation (or continuity of B_r) across the surface of the cylinder gives for the magnetic field at an arbitrary point (r, φ, z) inside the cylinder:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= B_r(r_1, g_\varphi(r_1, z_1) + \varphi_\star, z_1) \hat{e}_\star(z_1) \\ &= B_1 f_{\text{sym}} \left[\frac{|z_1|}{H} \exp\left(-\frac{|z_1| - H}{H}\right) \right] \hat{e}_\star(z_1), \quad r \leq r_1, \quad (29) \end{aligned}$$

with $z_1 = z$, $\hat{e}_\star(z_1)$ the unit vector in the direction $\varphi_1 = g_\varphi(r_1, z_1) + \varphi_\star$, and the other symbols having the same meaning as in Eq. (11).

In the following, the regularized bisymmetric version of model A is referred to as **model A1**, where the number 1 indicates the value of the azimuthal wavenumber.

3.2. Magnetic fields in galactic disks

We now present three different models of spiraling, mainly horizontal magnetic fields in galactic disks, which can be applied to the disk of our own Galaxy. These models are directly inspired from the three models for magnetic fields in galactic halos that have nearly horizontal field lines at low $|z|$, namely, models A1, B, and D in Sect. 3.1, and they are named models Ad1, Bd, and Dd, respectively. Models Bd and Dd are directly taken up from Paper 1, with a minor amendment in model Dd (see below), while model Ad1 is a new addition.

Model Ad1 has nearly the same descriptive equations as model A1. Outside the reference radius, r_1 , the shape of field lines is described by Eq. (3), with the parameter a assuming a much smaller value than for halo fields, and by Eq. (24); the vertical and azimuthal labels of the field line passing through (r, φ, z) are given by Eqs. (4) and (25); and the three magnetic field components obey Eqs. (5), (6), and (28), with

$$B_r(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 f_{\text{sym}} \exp\left(-\frac{|z_1|}{H}\right) \cos\left(m(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_\star)\right). \quad (30)$$

All the symbols entering Eq. (30) have the same meaning as in Eq. (11); the difference between both equations resides in the z_1 -dependence of B_r , which leads to a peak at $|z_1| = H$ (appropriate for halo fields) in Eq. (11) and a peak at $z_1 = 0$ (appropriate for disk fields) in Eq. (30). Inside r_1 , field lines are straight, horizontal ($z = z_1$), and parallel to the unit vector $\hat{e}_\star(z_1)$ in the direction $\varphi_1 = g_\varphi(r_1, z_1) + \varphi_\star$, and the magnetic field vector is given by Eq. (29) adjusted to Eq. (30):

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= B_r(r_1, g_\varphi(r_1, z_1) + \varphi_\star, z_1) \hat{e}_\star(z_1) \\ &= B_1 f_{\text{sym}} \exp\left(-\frac{|z_1|}{H}\right) \hat{e}_\star(z_1), \quad r \leq r_1. \end{aligned} \quad (31)$$

Model Bd is a slight variant of model B. Given a reference radius, r_1 , the shape of field lines is described by

$$z = \frac{1}{2n+1} z_1 \left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^{-n} + 2n \sqrt{\frac{r}{r_1}} \right], \quad (32)$$

with $n \geq 2$, and by Eq. (24); the vertical and azimuthal labels of the field line passing through (r, φ, z) are given by

$$z_1 = (2n+1) z \left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^{-n} + 2n \sqrt{\frac{r}{r_1}} \right]^{-1} \quad (33)$$

and by Eq. (25), respectively; and the three magnetic field components obey

$$B_r = \frac{r_1}{r} \frac{z_1}{z} B_r(r_1, \varphi_1, z_1) \quad (34)$$

$$B_z = -\frac{n}{2n+1} \frac{r_1 z_1^2}{r^2 z} \left[\left(\frac{r}{r_1}\right)^{-n} - \sqrt{\frac{r}{r_1}} \right] B_r(r_1, \varphi_1, z_1), \quad (35)$$

and Eq. (28), together with Eq. (30).

Model Dd is nearly the same as model D. Given a reference height on each side of the midplane, $z_1 = |z_1| \text{sign } z$, the shape of field lines is described by Eq. (16), with $n = 0.5$, and by Eq. (24); the radial and azimuthal labels of the field line passing through (r, φ, z) are given by Eqs. (17) and (25); and the three magnetic field components obey Eqs. (18), (19), and (28), with

$$B_z(r_1, \varphi_1, z_1) = B_1 \bar{f}_{\text{sym}} F(r_1) \cos\left(m(\varphi_1 - g_\varphi(r_1, z_1) - \varphi_\star)\right) \quad (36)$$

and

$$F(r_1) = \begin{cases} 1, & r_1 \leq L \\ \exp\left(-\frac{r_1 - L}{L}\right), & r_1 \geq L \end{cases}.$$

Eq. (36) is the counterpart of Eq. (20), with the radial exponential cut off for $r_1 \leq L$. The effect of this cutoff is to reduce the crowding of field lines along the midplane.

4. Method

4.1. Simulated Galactic Faraday depth

As explained earlier, our purpose is to study the structure of the magnetic field in the Galactic halo. We are not directly interested in the exact attributes of the disk magnetic field, but we may not ignore the disk field altogether: since all sightlines originating from the Sun pass through the disk (if only for a short distance before entering the halo), we need to have a good description of the disk field in the interstellar vicinity of the Sun.

Therefore, all our Galactic magnetic field models must include a disk field and a halo field. Moreover, in view of the general trends discussed in Sect. 2.2, we expect the disk field to be roughly symmetric and the halo field roughly antisymmetric with respect to the midplane. Alternatively, we may consider that the Galactic magnetic field is composed of a symmetric field, which dominates in the disk, and an antisymmetric field, which dominates in the halo. In other words, we may write the complete Galactic magnetic field as

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_S + \mathbf{B}_A, \quad (37)$$

where \mathbf{B}_S is the symmetric field, described by one of the disk-field models (model Ad1, Bd, or Dd; see Sect. 3.2), and \mathbf{B}_A is the antisymmetric field, described by one of the halo-field models (model A1, B, C, or D; see Sect. 3.1).

Our knowledge of the large-scale magnetic field at the Sun, \mathbf{B}_\odot , imposes two constraints on our magnetic field models. Since the Sun is assumed to lie in the midplane ($z_\odot = 0$), where \mathbf{B}_A vanishes, these constraints apply only to \mathbf{B}_S . From the RMs of nearby pulsars, Rand & Kulkarni (1989) derived a local field strength $B_\odot \simeq 1.6 \mu\text{G}$, while Rand & Lyne (1994); Han & Qiao (1994) obtained $B_\odot \simeq 1.4 \mu\text{G}$. All three studies found \mathbf{B}_\odot to be running clockwise about the rotation axis ($(B_\varphi)_\odot > 0$). Han & Qiao (1994) also derived a local pitch angle $p_\odot \simeq -8.2^\circ$ (implying $(B_r)_\odot < 0$), close to the value $p_\odot \simeq -7.2^\circ$ inferred from the polarization of nearby stars (Heiles 1996). In the following, we restrict the range of B_\odot to $[1, 2] \mu\text{G}$ and the range of p_\odot to $[-15^\circ, -4^\circ]$. The implications of these restrictions are discussed at the end of Appendix C.1.

To calculate the Galactic FD (Eq. 2), we also need a model for the free-electron density, n_e . Here, we adopt the NE2001 model of Cordes & Lazio (2002), with revised values for the parameters of the thick disk component. Gaensler et al. (2008) found that the scale height of the thick disk in the NE2001 model was underestimated by almost a factor of 2; they derived a new scale height of 1.83 kpc (up from 0.95 kpc) and a new midplane density of 0.014 cm^{-3} (down from 0.035 cm^{-3}). This revision prompted several authors to adopt the NE2001 model and simply replace the parameters of the thick disk with the new values derived by Gaensler et al., while keeping all the other components unchanged (Sun & Reich 2010; Pshirkov et al. 2011; Jansson & Farrar 2012a). However, Schnitzeler (2012) showed that this simple modification entails internal inconsistencies, as the thick

disk of Gaensler et al. overlaps with the local ISM and local spiral arm components of the NE2001 model. By correctly accounting for all the components of the NE2001 model, Schnitzeler (2012) updated the thick disk with a scale height of 1.31 kpc and a midplane density of 0.016 cm^{-3} . These are the values that we adopt for our FD calculation. For future reference, the scale length of the thick disk is ≈ 11 kpc.

For any considered magnetic field model, we can now use Eq. (2) to calculate the modeled Galactic FD, FD_{mod} , as a function of position in the sky. To produce a modeled FD map that is directly comparable to the observational map of $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ displayed in the top panel of Fig. 3, we divide the sky area into the same 428 bins as in the $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map, and we only retain the same $N_{\text{bin}} = 356$ bins with $|b| \geq 10^\circ$. For each of these bins, we compute FD_{mod} along 20 well-separated sightlines (which is sufficient, in view of the smoothness of our large-scale field models, to reach the required accuracy), and we average the computed FD_{mod} to obtain $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$. The resulting modeled map of $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ can then be compared to the observational map of $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$.

To disentangle the impact of the different model parameters and to guide (and ultimately speed up) the global fitting process, it helps to first consider \mathbf{B}_S and \mathbf{B}_A separately, denoting the associated $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ by $\overline{\text{FD}}_{\text{mod},S}$ and $\overline{\text{FD}}_{\text{mod},A}$, respectively. If the slight vertical asymmetry in the free-electron density distribution (which essentially arises from the local ISM component in the NE2001 model) is ignored, $\overline{\text{FD}}_{\text{mod},S}$ and $\overline{\text{FD}}_{\text{mod},A}$ represent the symmetric and antisymmetric parts of $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$. Accordingly, we will first adjust $\overline{\text{FD}}_{\text{mod},S}$ to $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},S}$ and $\overline{\text{FD}}_{\text{mod},A}$ to $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},A}$, where $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},S}$ and $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},A}$ are the symmetric and antisymmetric parts of $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ (displayed in the middle and bottom panels of Fig. 3). We will then combine the separate best-fit \mathbf{B}_S and \mathbf{B}_A into a starting-guess \mathbf{B} for the actual fit of $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ to $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$.

4.2. Fitting procedure

For each magnetic field model, our fitting procedure relies on the least-square method, which consists of minimizing the χ^2 parameter defined as

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N_{\text{bin}}} \frac{(\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i} - \overline{\text{FD}}_{\text{mod},i})^2}{\sigma_i^2}, \quad (38)$$

where $N_{\text{bin}} = 356$ is the total number of retained bins, subscript i is the bin identifier, $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ and $\overline{\text{FD}}_{\text{mod},i}$ are the average values of the observational and modeled Galactic FDs, respectively, within bin i , and σ_i is the uncertainty in $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ (estimated in Appendix A). We also define the reduced χ^2 parameter,

$$\chi_{\text{red}}^2 = \frac{\chi^2}{N_{\text{bin}} - N_{\text{par}}}, \quad (39)$$

where N_{par} is the number of free parameters entering the considered magnetic field model. The advantage of using χ_{red}^2 instead of χ^2 is that χ_{red}^2 gives a more direct idea of how good a fit is. In principle, a fit with $\chi_{\text{red}}^2 \approx 1$ [$\chi_{\text{red}}^2 \gg 1$] is good [bad]. Here, however, because of the large uncertainties in σ_i (see Appendix A), we do not ascribe too much reality to the absolute χ_{red}^2 , but we rely on the relative χ_{red}^2 to rank the different fits by relative likelihood. In the following, the minimum values of χ^2 and χ_{red}^2 are denoted by χ_{min}^2 and $\chi_{\text{red,min}}^2$, respectively.

Because of the relatively large number of free parameters, a systematic grid search over the N_{par} -dimensional parameter space would be prohibitive in terms of computing time. Therefore, we opt for the much more efficient MCMC sampling method. We employ two different versions of this method, corresponding to two different implementations of the Metropolis-Hastings algorithm (Metropolis et al. 1953; Hastings 1970): in the first version, the proposal distribution is centered on an educated guess for the best-fit solution, whereas in the second version (random walk Metropolis-Hastings algorithm), the proposal distribution is centered on the current point of the Markov chain (see, e.g., Robert 2015, and references therein). After verifying that both versions lead to the same results (within the Monte Carlo uncertainties) and remarking that the second version is systematically faster, we use only the second version in most of our numerous trial runs. However, in our last series of runs (leading to the final results listed in Table 2), we use again both versions as a reliability check.

For every χ^2 minimization, we run several, gradually more focused simulations, whose sequence is optimized by trial and error to converge as fast as possible to the correct target distribution. The key is to find a good compromise between sufficiently broad coverage of the parameter space (to make sure the absolute χ^2 minimum is within reach) and sufficiently narrow bracketing of the minimum- χ^2 solution (to recover the target distribution in a manageable time). We begin with a simulation having broad proposal (q) and target (π) distributions. For the former, we generally adopt a N_{par} -dimensional Gaussian with adjustable widths, which we take initially large enough to encompass all plausible parameter values. For the latter, we adopt $\pi \propto \exp(-\chi^2/2T)$, with T tuned in parallel with the Gaussian widths to achieve the optimal acceptance rate for the next proposed point in the Markov chain (see, e.g., Roberts et al. 1997; Jaffe et al. 2010). Once a likelihood peak clearly emerges, we start a new simulation with narrower q (smaller Gaussian widths) and π (smaller T) and with the starting point of the Markov chain close to the emerging peak. We repeat the procedure a few times until $T = 1$, as ultimately required. Note that we prefer to keep a handle on how the proposal and target distributions are gradually narrowed down, rather than implement one of the existing adaptive algorithms that can be found in the literature.

We monitor convergence to the target distribution by visually inspecting the evolution of the histogram, the running mean, and the minimum- χ^2 (i.e., best-fit) value of each parameter as well as the histogram of χ^2 itself. We stop sampling when a stationary state appears to have been reached, and after checking that the best-fit value of each parameter has achieved an accuracy better than 10% of the half-width of its 1σ confidence interval.⁷ The latter is taken to be the projection onto the parameter's axis of the N_{par} -dimensional region containing the 68% points of the Markov chain (or second half thereof) with the lowest χ^2 . For our final results (listed in Table 2), we simulate multiple Markov chains in parallel, with overdispersed starting points, we discard the first halves of the chains to skip the burn-in phase, and relying on the Gelman-Rubin convergence diagnostic (Gelman & Rubin 1992), we consider that our chains have converged when, for each parameter, the variance of the chain means has dropped below 10% of the mean of the chain variances, or nearly equivalently, when the potential scale reduction factor, \sqrt{R} , has dropped below 1.05.

As mentioned at the end of Sect. 4.1, we apply our fitting procedure first to the symmetric and antisymmetric components

⁷ In practice, this second condition is generally amply satisfied.

of the Galactic FD separately, then to the total (symmetric + antisymmetric) Galactic FD. The uncertainties in $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},S,i}$ and $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},A,i}$, $\sigma_{S,i}$ and $\sigma_{A,i}$, are related to the uncertainties in $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ and $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},-i}$, σ_i and σ_{-i} , through $\sigma_{S,i}^2 = \sigma_{A,i}^2 = \frac{1}{4}(\sigma_i^2 + \sigma_{-i}^2)$, where subscript $-i$ is used to denote the bin that is the symmetric of bin i with respect to the midplane.

5. Results

5.1. Preliminary remarks

Before considering any particular magnetic field model, let us make a few general remarks that will guide us in our exploration of the different parameter spaces and help us optimize the Metropolis-Hastings MCMC algorithm used for our fitting procedure (see Sect. 4.2) – in particular, by making an informed initial choice for the proposal distribution, q . These remarks will also enable us to check a posteriori that the best-fit solutions do indeed conform to our physical expectation.

First, the all-sky maps of the symmetric and antisymmetric components of the bin-averaged observational Galactic Faraday depth, $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},S}$ and $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},A}$, displayed in the middle and bottom panels of Fig. 3, show that $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},A}$ is broadly distributed, both in latitude and in longitude, while the distribution of $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},S}$ is thinner in latitude⁸ and more heavily weighted toward the outer Galaxy. This suggests that the symmetric field, \mathbf{B}_S , has a flatter distribution, which extends out to larger radii, while the antisymmetric field, \mathbf{B}_A , has a more spherical distribution, which extends up to larger heights. Clearly, these different distributions support our choosing disk-field models (Ad1, Bd, Dd) to describe \mathbf{B}_S and halo-field models (A1, B, C, D) to describe \mathbf{B}_A . Furthermore, out of our four halo-field models, we may already anticipate that model C, where the field strength has the most spherical distribution (see Fig. 4c), is the best candidate to represent the antisymmetric field. This expectation is in line with the notion that models A, B, and D, where low- $|z|$ field lines are nearly horizontal (see Figs. 4a, 4b, 4d), could easily be explained by a disk dynamo (together with a galactic wind advecting the disk-dynamo field into the halo), which is known to favor symmetric fields (see Paper 1).⁹

Second, the multiple sign reversals with longitude observed in the map of $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},S}$ (middle panel of Fig. 3) suggest that \mathbf{B}_S is non-axisymmetric. In reality, an axisymmetric magnetic field could very well lead to longitudinal FD reversals (in addition to the two reversals, toward $\ell \approx 0^\circ$ and $\ell \approx 180^\circ$, naturally associated with an axisymmetric, nearly azimuthal field) if it reverses direction with radius. As a general rule, if the axisymmetric field reverses n times with radius, FD can reverse up to $2(n+1)$ times with longitude. A case in point is provided by the concentric-ring model of Rand & Kulkarni (1989), where the field is purely azimuthal and reverses direction from one ring to the next. What about our three disk-field models? As explained in Sect. 3.2, model Ad1 is inherently bisymmetric. Model Dd has no radial field reversals (see Eqs (18)-(19) for the poloidal field and Eq. (28) for the azimuthal field), so it cannot lead to more than two longitudinal FD reversals. Model Bd has one reversal

⁸ The thin distribution of $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},S}$ is in fact largely hidden under the grey band along the Galactic plane that masks out the region $|b| < 10^\circ$.

⁹ Although models A, B, and D do not seem to be well suited to describe the *antisymmetric* halo field of our own Galaxy, they remain good candidates to describe the *symmetric* halo fields that could be observed in external galaxies.

of B_z at radius r_1 (see Eq. (35)), which must be accompanied by one reversal of B_ϕ at a slightly smaller radius (see Eq. (28)); the resulting radial reversal of the total field could account for a maximum of four longitudinal FD reversals, which is still short of the observed number of reversals. Ultimately, it appears that none of our axisymmetric disk-field models is likely to reproduce the general sign pattern of the $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},S}$ map. To strengthen this conclusion, we note that our axisymmetric disk-field models would also be hard-pressed to reproduce the preponderance of the outer Galaxy in the $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},S}$ map.

Altogether, the remaining good candidates are model C for the antisymmetric field, \mathbf{B}_A , and model Ad1 plus the non-axisymmetric versions of models Bd and Dd for the symmetric field, \mathbf{B}_S . If we retain only axisymmetric ($m = 0$) and bisymmetric ($m = 1$) models, and label them with the value of the azimuthal wavenumber, m , appended to the letters of the models, our full list reduces to models A1, B0, B1, C0, C1, D0, and D1 for \mathbf{B}_A and models Ad1, Bd0, Bd1, Dd0, and Dd1 for \mathbf{B}_S , amongst which the good candidates are models C0 and C1 for \mathbf{B}_A and models Ad1, Bd1, and Dd1 for \mathbf{B}_S .

The impact of the model parameters on the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map is discussed in detail in Appendix B, and a summary of the discussion of the axisymmetric ($m = 0$) case is provided in Table 1.

5.2. Best fits

We consider 35 models of the total magnetic field, corresponding to all the possible combinations of one of the 7 antisymmetric halo-field models, A1, B0, B1, C0, C1, D0, and D1, with one of the 5 symmetric disk-field models, Ad1, Bd0, Bd1, Dd0, and Dd1. We apply the fitting procedure described in Sect. 4.2 to each of our 35 total-field models. As expected, we find that 6 total-field models have significantly lower $\chi_{\text{red},\text{min}}^2$ than the other models, and that they correspond exactly to the 6 combinations of good candidates identified in Sect. 5.1, namely, the combinations of C0 or C1 with Ad1, Bd1, or Dd1. The $\chi_{\text{red},\text{min}}^2$ values, the best-fit parameter values, and the 1σ confidence intervals (in the sense defined in Sect. 4.2) of these 6 total-field models are listed in Table 2.

A first glance at the last column of Table 2 suggests that our $\chi_{\text{red},\text{min}}^2$ values might be too large to qualify for good fits. However, one has to remember that the exact values of χ_{red}^2 should not be taken too seriously; most importantly, they should not be considered individually, but only relative to each other as a means of ranking the different models.

On the basis of this ranking, it emerges that (1) the three total-field models with a bisymmetric halo field (described by model C1; last three combinations in Table 2) perform systematically better than the three total-field models with an axisymmetric halo field (described by model C0; first three combinations in Table 2), and (2) for each halo-field model, the three disk-field models (Ad1, Bd1, Dd1) are nearly equally good. The closeness of the three best fits for each halo-field model lends credence to their being the true absolute best fits, corresponding to the true absolute χ^2 minima. The differences between the three best fits are smaller when the halo field is bisymmetric than when it is axisymmetric, and in either case, models Ad1 and Bd1 tend to lead to the closer best fits. This follows from the similarity in the shape of their field lines outside the centered vertical cylinder of radius $r_1 = 3$ kpc (see Figs. 4a and 4b), it being clear that the interior of the cylinder gives but a small overall contribution to the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ maps.

Table 1. List of all the free parameters^a entering our magnetic field models,^b together with their definition, their parent models, and a brief description of their main impact on the all-sky $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map, in the axisymmetric ($m = 0$) case.

Parameter	Definition	Models	Impact on $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map
B_1	Normalization field strength (Eqs. (11) and (20))	All	Overall amplitude
H	Scale height of B_r at r_1 (Eq. 11)	A, B	Latitudinal extent
L	Scale length of B_z at z_1 (Eq. 20)	C, D	Longitudinal extent
p_0	Pitch angle at origin (Eq. 23)	All	Longitudes of peaks & sign reversals over the whole sky
H_p	Scale height of winding function (Eq. 23)	All	Longitudes of peaks & sign reversals, mainly at high $ b $
L_p	Scale length of winding function (Eq. 23)	All	Longitudes of peaks & sign reversals, mainly at large $ \ell $
r_1	Reference radius	A, B	
$ z_1 $	Positive reference height	C, D	
a	Opening parameter for poloidal field lines (Eqs. (3) and (12))	A, C	Amplitude & location of dominant patches; location of sign reversal line
n	Power-law index for poloidal field lines (Eqs. (7) and (16))	B, D	

^a For the reasons explained in Appendix B, three of the initially free parameters (r_1 , $|z_1|$, n) are actually assigned a fixed value before the fitting process.

^b Only the halo-field models are listed here, but all the comments applying to one of the halo-field models A, B, or D also apply to the corresponding disk-field model Ad, Bd, or Dd (the halo-field model C has no disk counterpart). Moreover, model A was retained for completeness, even though its axisymmetric version diverges at $r \rightarrow 0$.

The preference for a bisymmetric halo field can be understood as follows:¹⁰ A bisymmetric field leads to field reversals along most lines of sight. The exact locations of the field reversals, and hence the net result of integrating B_{\parallel} along the different lines of sight (see Eq. (2)), and ultimately the appearance of the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ maps, depend sensitively on the precise orientation angle of the bisymmetric pattern, φ_{\star} . In other words, φ_{\star} offers a very special degree of freedom, which makes it possible to produce a great variety of $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ maps. By fine-tuning the value of φ_{\star} , it is generally possible to bring the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ maps into (relative) good agreement with the observational $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map.

Let us now discuss the best-fit values of the free parameters, starting with the parameters governing the field strength distribution (B_1 , H , L , φ_{\star}) and the curvature of parabolic field lines in models Ad1, C0, and C1 (\sqrt{a}), and continuing with the parameters governing the spiral shape of field lines (p_0 , H_p , L_p). The 1σ confidence intervals and the correlations between parameters are discussed in Appendix C.

When the halo field is bisymmetric, it has a much larger normalization field strength, B_1 (by a factor $\approx 25 - 50$) than when it is axisymmetric, and the associated disk field also has a larger B_1 (by a factor $\approx 2 - 15$). The larger $(B_1)_{\text{halo}}$ and $(B_1)_{\text{disk}}$ obtained with a bisymmetric halo field are needed to make up for the azimuthal modulation of the halo field and for the associated field reversals, which lead to cancellation in the line-of-sight integration of B_{\parallel} . The strong increase in B_1 is accompanied by a weaker decrease (by a factor $\approx 1 - 4$) in the scale height at r_1 , H ,

and in the scale length at z_1 , L . At the same time, the curvature parameter of parabolic field lines, \sqrt{a} , decreases slightly (by a factor $\approx 1.2 - 2$) for the halo field and more significantly (by a factor ≈ 5) for the disk field in model Ad1. The origin of these trends will become clearer in Sect. 5.3.

More quantitatively, the halo field always has a short scale length at z_1 ($L \approx (2 - 5)$ kpc). The disk field has a longer scale length at z_1 ($L \approx (3 - 10)$ kpc in model Dd1), or a short scale height at r_1 ($H \approx 50$ pc in model Ad1 and $H \approx (100 - 300)$ pc in model Bd1) combined with an outward flaring of field lines ($\sqrt{a} \approx 1/(1 - 5)$ kpc in model Ad1 and $n = 2$ in model Bd1). The scale lengths in models C0, C1, and Dd1 are realistic, whereas the scale heights in models Ad1 and Bd1 are probably too short, even when their outward increase due to the flaring of field lines is taken into account – for instance, the scale height at the Sun is only $\approx (140 - 360)$ pc in model Ad1 and $\approx (120 - 440)$ pc in model Bd1.

With the above values of L , H , \sqrt{a} , and n , the ratio $(B_1)_{\text{halo}}/(B_1)_{\text{disk}}$ can be adjusted in such a way that the halo [disk] field imposes its vertical antisymmetry [symmetry] to the Galactic FD toward the inner [outer] halo, as required by the north-south symmetry properties of the $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ sky (see Sect. 2.2). The resulting B_1 are generally realistic, although when the halo field is bisymmetric, the total field outside $r = 3$ kpc can become quite strong at the crests of the azimuthal modulation (up to $\approx 200 \mu\text{G}$ and $\approx 150 \mu\text{G}$ at $(r = 3 \text{ kpc}, z = 0)$ in the combinations C1-Ad1 and C1-Bd1, respectively).¹¹ On the other hand, the large $(B_1)_{\text{disk}}$ ($\approx 30 \mu\text{G}$) in C1-Ad1 and C1-Bd1 are not in-

¹⁰ The argument given here also applies to the disk field, explaining why bisymmetric disk-field models lead to significantly lower $\chi^2_{\text{red,min}}$ than their axisymmetric counterparts (see first paragraph of Sect. 5.2).

¹¹ We are not so much concerned with the even stronger fields that can arise inside $r = 3$ kpc – in particular with model B1, where all field lines unavoidably end up concentrating along the rotation axis (see Fig. 4b).

Table 2. List of the 6 best models of the total (antisymmetric halo + symmetric disk) magnetic field, together with the values of their fixed parameters, the best-fit values and 1σ confidence limits of their remaining free parameters, and, for ranking purposes, the minimum value of their reduced χ^2 (given by Eq. (39)).

Model ^a	Fixed parameters ^b			Best-fit free parameters ^b							$\chi^2_{\text{red,min}}$		
	r_1 [kpc]	$ z_1 $ [kpc]	n	B_1 [μG]	H [kpc]	L [kpc] ^c	φ_* [deg]	a [kpc^{-2}]	p_0 [deg]	H_p [kpc] ^d		L_p [kpc] ^e	
C0		0		$0.36^{+0.28}_{-0.16}$		$3.0^{+1.3}_{-0.7}$		$1.17^{+0.16}_{-0.16}$					
Ad1	3			19^{+17}_{-9}	$0.055^{+0.019}_{-0.016}$		-54^{+180}_{-180}	$0.90^{+0.19}_{-0.13}$		$-7.9^{+2.2}_{-2.9}$	> 5	> 18	2.37
C0		0		$0.29^{+0.21}_{-0.15}$		$3.4^{+1.8}_{-0.7}$		$0.88^{+0.14}_{-0.14}$					
Bd1	3		2	$2.0^{+1.7}_{-0.7}$	$0.32^{+0.10}_{-0.07}$		153^{+180}_{-180}			$-7.2^{+2.1}_{-2.8}$	> 9	> 16	2.42
C0		0		$0.18^{+0.15}_{-0.07}$		$4.8^{+3.2}_{-2.2}$		$0.61^{+0.40}_{-0.38}$					
Dd1		1.5	0.5	$0.065^{+0.031}_{-0.013}$		$9.8^{+\infty}_{-3.8}$	14^{+180}_{-180}			$-7.4^{+0.9}_{-1.3}$	$4.2^{+1.0}_{-0.8}$	> 22	2.26
C1		0		$9.0^{+2.6}_{-3.8}$		$2.1^{+0.4}_{-0.2}$	198^{+50}_{-51}	$0.33^{+0.14}_{-0.14}$					
Ad1	3			32^{+3}_{-4}	$0.054^{+0.040}_{-0.013}$		-31^{+46}_{-52}	$0.031^{+0.026}_{-0.029}$		$-9.1^{+1.1}_{-0.6}$	$1.2^{+0.1}_{-0.1}$	> 38	2.02
C1		0		$8.2^{+9.3}_{-5.3}$		$2.2^{+0.7}_{-0.5}$	197^{+88}_{-68}	$0.38^{+0.24}_{-0.20}$					
Bd1	3		2	24^{+22}_{-11}	$0.090^{+0.043}_{-0.033}$		-34^{+84}_{-65}			$-9.0^{+1.2}_{-1.2}$	$1.2^{+0.2}_{-0.1}$	> 38	2.02
C1		0		$9.5^{+5.5}_{-5.7}$		$2.1^{+0.6}_{-0.3}$	179^{+56}_{-71}	$0.45^{+0.30}_{-0.20}$					
Dd1		1.5	0.5	$0.40^{+0.24}_{-0.23}$		$2.9^{+1.6}_{-0.8}$	120^{+53}_{-75}			$-8.4^{+1.3}_{-0.9}$	$1.2^{+0.2}_{-0.1}$	> 30	2.08

^a For each total-field model, the first line refers to the antisymmetric halo field and the second line to the symmetric disk field. Models C0 and C1 are the axisymmetric ($m = 0$) and bisymmetric ($m = 1$) versions of model C, described in Sect. 3.1, while models Ad1, Bd1, and Dd1 are the bisymmetric versions of models Ad, Bd, and Dd, described in Sect. 3.2.

^b The meaning of the different parameters is reminded in Table 1.

^c When the 1σ upper confidence limit of L is $\gg L_e$, it cannot be determined with any accuracy, so it is replaced by ∞ .

^d When the best-fit value of H_p is $\gg H_e$, it cannot be determined with any accuracy, so only an approximate 1σ lower limit is provided.

^e In all models, the best-fit value of L_p is $\gg L_e$, so it cannot be determined with any accuracy, and only an approximate 1σ lower limit is provided.

consistent with our imposed range of $[1, 2] \mu\text{G}$ for the local field strength, B_\odot (see Sect. 4.1): indeed, it suffices for the Sun to fall close to a node of the sinusoidal variation of the disk field. Neither is the very small $(B_1)_{\text{disk}} (\approx 0.06 \mu\text{G})$ in C0-Dd1 problematic, as $(B_1)_{\text{disk}}$ is only the peak vertical component of the disk field at $(r_1 \leq L, z_1 = \pm 1.5 \text{ kpc})$ (see Eq. (36)), which is much weaker than the total field near the Galactic plane.

In each total-field model, the parameters governing the spiral shape of field lines have common values for the disk and halo fields. The pitch angle at the origin, p_0 , is always negative and small ($\approx (-9^\circ) - (-7^\circ)$), corresponding to a trailing magnetic spiral with nearly azimuthal field at the origin (see Eq. (28)). $|p_0|$ is slightly smaller when the halo field is axisymmetric, and accordingly the field is slightly more azimuthal. The scale length of the winding function, L_p , is always very large (best-fit value $\geq 40 \text{ kpc}$), implying that the field remains nearly azimuthal out to large radii. In contrast, the scale height of the winding function, H_p , is very sensitive to the azimuthal structure of the halo field: when the halo field is axisymmetric, H_p is greater than the free-electron scale height, $H_e \approx 1.3 \text{ kpc}$ (see Sect. 4.1), so that the field remains nearly azimuthal across the free-electron layer (where the Galactic FD arises; see Eq. (2)), while in the case of a bisymmetric halo field, H_p is comparable to H_e , so that the field acquires a significant poloidal component within the free-electron layer. The reason for this dichotomy as well as for the slight difference in p_0 is easily understood: in the axisym-

metric case, the field must remain nearly azimuthal in order to reproduce the rough east-west antisymmetry in the $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ sky, whereas in the bisymmetric case, the field can a priori remain nearly azimuthal or become more poloidal (see last paragraph of Sect. 2.2).

5.3. Faraday-depth maps

Figure 5 presents the all-sky $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ maps obtained with the best-fit parameter values of the six magnetic field models listed in Table 2. These modeled maps are to be compared with the observational map of $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ in the top panel of Fig. 3.

As expected, the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ maps obtained with the axisymmetric halo-field model C0 (left column in Fig. 5) are simpler and show less spatial structure than those obtained with the bisymmetric halo-field model C1 (right column), and for each halo-field model, the three disk-field models, Ad1 (top row), Bd1 (middle row), and Dd1 (bottom row), make very little difference, with variations noticeable only at low latitudes. Otherwise, all $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ maps reproduce the rough east-west antisymmetry as well as the rough north-south antisymmetry [symmetry] toward the inner [outer] Galaxy. The east-west pattern is actually slightly shifted westward (by $\lesssim 10^\circ$), with the longitudes of sign reversals occurring not exactly at $\ell = 0^\circ, 180^\circ$, but at slightly smaller longitudes. This westward shift, which is also apparent in the ob-

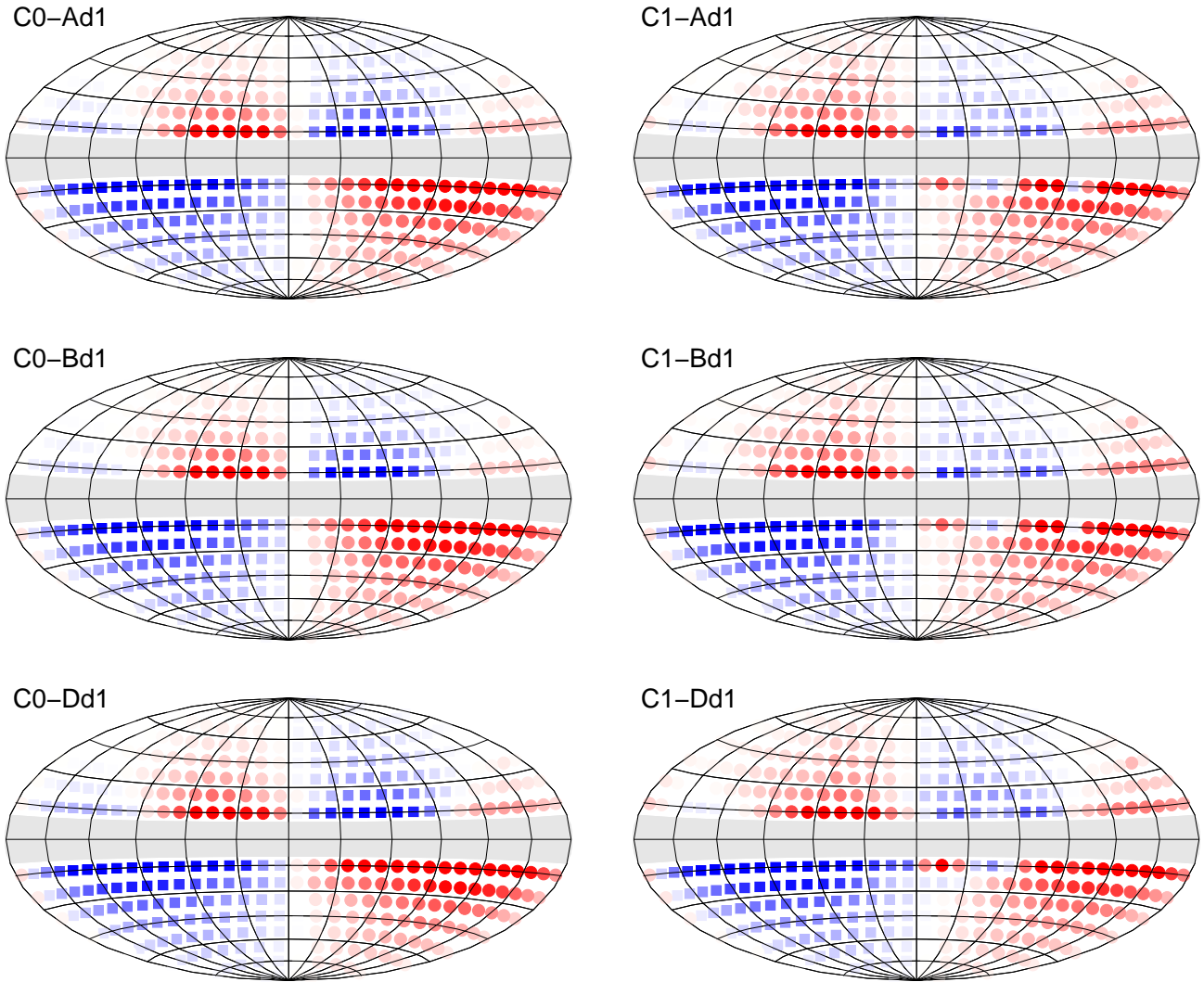


Fig. 5. All-sky maps of the bin-averaged modeled Galactic Faraday depth, $\overline{FD}_{\text{mod}}$, for the six best-fit magnetic field models listed in Table 2. The left and right columns are for a halo field described by model C0 (axisymmetric) and C1 (bisymmetric), respectively, while the top, middle, and bottom rows are for a disk field described by model Ad1, Bd1, and Dd1, respectively. The coordinate system and the color code of each map are the same as in Fig. 3.

servational $\overline{FD}_{\text{obs}}$ map, is due to the slightly negative pitch angle. Furthermore, when the halo field is bisymmetric, the westward shift is compounded by an east-west asymmetry arising from the azimuthal modulation of the halo field; this asymmetry is most striking between the (very dim) north-east and (less dim) north-west outer quadrants.

The $\overline{FD}_{\text{mod}}$ values in the north outer quadrants are systematically too small, particularly when the halo field is axisymmetric (left column in Fig. 5) and in the north-east outer quadrant when the halo field is bisymmetric (right column). The problem arises because the contributions from the symmetric disk field and from the antisymmetric halo field partly cancel out in the north outer quadrants, while they add up constructively in the south outer quadrants. Since the disk-field contribution must be dominant toward the outer Galaxy (see Sect. 2.2), the problem can be alleviated either by enhancing the disk-field contribution or by reducing the halo-field contribution toward the outer Galaxy, while maintaining the dominance of the halo field toward the inner Galaxy. Such tuning is more easily achieved with

bisymmetric fields, which possess the degree of freedom to orient their azimuthal pattern in favor of either the outer Galaxy (for the disk field) or the inner Galaxy (for the halo field). This is the main reason why bisymmetric field models lead to lower $\chi^2_{\text{red,min}}$ than their axisymmetric counterparts (most strikingly for disk-field models, whose axisymmetric versions were dropped from the discussion earlier on) and why the $\overline{FD}_{\text{mod}}$ maps obtained with model C1 are in slightly better visual agreement with the observational $\overline{FD}_{\text{obs}}$ map than the $\overline{FD}_{\text{mod}}$ maps obtained with model C0.

We are now in a position to better understand two of the more subtle results presented in Sect. 5.2. First, the possibility to orient the azimuthal pattern of the halo field in model C1 in favor of the inner Galaxy explains why, when going from model C0 to model C1, $(B_1)_{\text{halo}}$ can increase more than $(B_1)_{\text{disk}}$ without the halo field imposing its north-south antisymmetry to the outer Galaxy. Second, the lack of orientability for the halo field in model C0 implies that combinations with C0 (first three in Table 2) must rely more heavily on the disk field to fa-

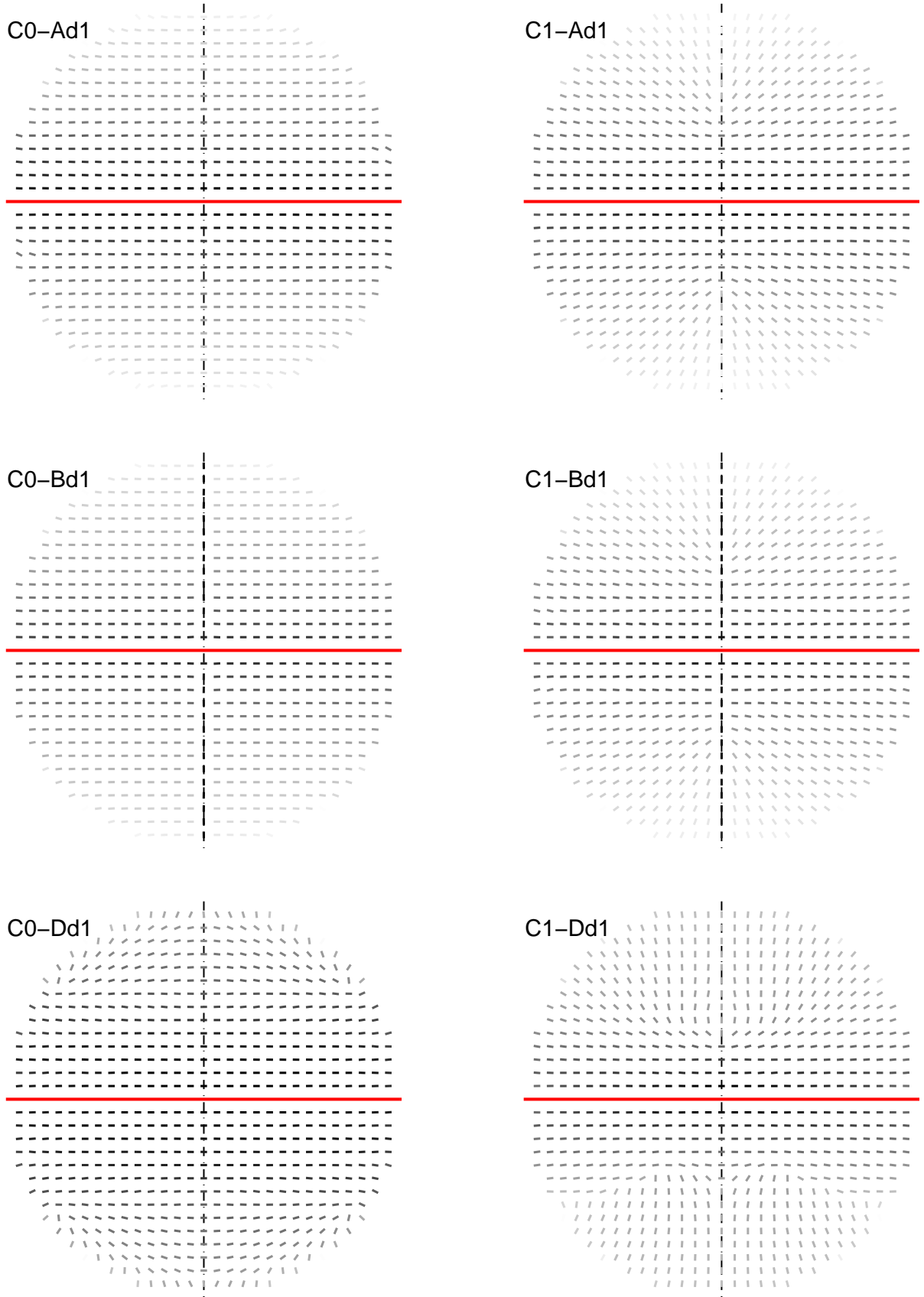


Fig. 6. Synthetic maps of the magnetic orientation bars, inferred from the synchrotron polarized emission, of our Galaxy seen edge-on from the position ($r \rightarrow \infty, \varphi = 90^\circ, z = 0$), for the six best-fit magnetic field models listed in Table 2. The left and right columns are for a halo field described by model C0 (axisymmetric) and C1 (bisymmetric), respectively, while the top, middle, and bottom rows are for a disk field described by model Ad1, Bd1, and Dd1, respectively. Each map covers a circular area of radius 15 kpc, the trace of the Galactic plane is indicated by the horizontal, red, solid line, and the rotation axis by the vertical, black, dot-dashed line. All magnetic orientation bars have the same length, and their shade of grey scales logarithmically with the polarized intensity.

vor the outer Galaxy; this is why they are found to have larger best-fit values for the parameters H_{disk} (in model Bd1), L_{disk} (in model Dd1), and a_{disk} (in model Ad1) than combinations with C1 (last three in Table 2).

5.4. Synchrotron polarisation maps

Having shown that the six best-fit magnetic field models listed in Table 2 reproduce the observational $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map reasonably well, we now use them to generate synthetic synchrotron polarization maps of our Galaxy as would be seen by an external edge-on observer. The procedure is similar to that described in Paper 1: For each of our six best-fit magnetic field models, we compute the synchrotron emissivity, $\mathcal{E} \propto n_{\text{rel}} B_{\perp}^{(\gamma+1)/2}$, throughout the Galaxy, where \mathbf{B}_{\perp} is the magnetic field component perpendicular to the line of sight, n_{rel} is the density of relativistic electrons (assumed to be $\propto B^2$), γ is the power-law index of the relativistic-electron energy spectrum (set to $\gamma = 3$), and the value of the proportionality factor is irrelevant. We also compute the associated Stokes parameters U and Q , knowing that synchrotron emission is (partially) linearly polarized perpendicular to \mathbf{B}_{\perp} and assuming that the intrinsic degree of linear polarization is uniform throughout the Galaxy. We then integrate U and Q along a large number of sightlines covering the Galaxy to produce grids of polarized intensity and polarization direction. Finally, we rotate every polarization direction by 90° to obtain the so-called magnetic orientation bar, i.e., the headless vector giving the line-of-sight-average orientation of \mathbf{B}_{\perp} , and we plot it in a greyscale that varies logarithmically with the polarized intensity. The resulting synchrotron polarization maps, which do not include any Faraday rotation, Faraday depolarization or beam depolarization effects, are displayed in Fig. 6 for an external observer located at ($r_{\text{obs}} \rightarrow \infty, \varphi_{\text{obs}} = 90^\circ, z_{\text{obs}} = 0$). Their variation with φ_{obs} is briefly discussed at the end of the section.

We first note that the polarization maps obtained with the bisymmetric halo-field model C1 (right column in Fig. 6) are perfectly symmetric with respect to the rotation axis, while those obtained with the axisymmetric halo-field model C0 (left column) are only approximately symmetric. Indeed, in the former case, the total field is the superposition of a bisymmetric halo field + a bisymmetric disk field, so the total field vector is antisymmetric with respect to the rotation axis and the magnetic orientation bars form a symmetric pattern. In the latter case, the total field is the superposition of an axisymmetric halo field + a bisymmetric disk field, so the total field vector is neither perfectly symmetric nor perfectly antisymmetric with respect to the axis and the magnetic orientation bars do not form a perfectly symmetric pattern; the reason why the polarization maps look approximately symmetric is because (1) most regions in space are dominated by either the axisymmetric halo field or the bisymmetric disk field, and (2) asymmetries in the polarized intensity are toned down by the logarithmic greyscale.

When the halo field is axisymmetric (left column in Fig. 6), the magnetic orientation bars remain nearly horizontal almost everywhere (or at least up to $|z| \approx 8$ kpc in model C0-Dd1; bottom-left panel) and no X shape emerges. In contrast, when the halo field is bisymmetric (right column), the magnetic orientation bars are nearly horizontal only in a thick layer along the Galactic plane ($|z| \lesssim (4-5)$ kpc) and they turn into a V shape (i.e., the upper or lower part of an X) on either side of this layer. This split result is an immediate consequence of the dichotomy in the values of the scale height of the winding function, H_p , noted and explained in Sect. 5.2: with an axisymmetric halo field, H_p is

large ($\gtrsim 4$ kpc) and the field remains nearly azimuthal up to high $|z|$, leading to nearly horizontal magnetic bars; with a bisymmetric halo field, H_p is much smaller (≈ 1.2 kpc) and the field turns poloidal at much lower $|z|$, leading to an X-shape pattern.

Here, too, the impact of the disk-field model is much weaker than that of the halo-field model. The most obvious, yet rather minor, difference between the three disk-field models is that the region of nearly horizontal magnetic bars is somewhat broader with models Ad1 (top row in Fig. 6) and Bd1 (middle row) than with model Dd1 (bottom row). Another difference arises in model Bd1: the magnetic bars along the rotation axis are vertical, and fine-resolution maps show that they remain nearly vertical out to projected distances of a few 100 pc from the axis. This is because model Bd1 has a strong concentration of nearly vertical field lines around the axis (see Fig. 4b), which dominates the line-of-sight integration of the synchrotron emissivity.

The above conclusions are quite general, but the details of the polarization maps depend on the viewing angle, φ_{obs} , especially when the halo field is bisymmetric. First, while the layer of nearly horizontal magnetic bars maintains a roughly constant thickness ($\approx (4-5)$ kpc), its grey-shade distribution, which reflects the polarized-intensity distribution, varies with φ_{obs} . This is easily understood if one remembers that the polarized intensity depends sensitively on \mathbf{B}_{\perp} near the crests of the azimuthal modulation. Second, in the X-shape region, the opening angle of the upper and lower V that compose the X changes with φ_{obs} , as expected for a projected bisymmetric structure; in addition, there may be a range of φ_{obs} for which magnetic bars near the axis slope down toward the midplane instead of pointing outwards, such that the upper and lower V actually turn into W. The latter arises when the dominant portions of the crest regions occur in the near-east and far-west parts of the Galaxy, where the Galactic differential rotation tilts the projected orientation of an initially X-shape poloidal field toward, and even past, the vertical.

In summary, amongst our six best-fit magnetic field models, the three models with a bisymmetric halo field (model C1; right column in Fig. 6) produce an X-shape pattern in synchrotron polarisation maps, while those with an axisymmetric halo field (model C0; left column) do not.

5.5. Comparison with previous work

Other authors have recently set out to determine, or at least constrain, the magnetic field structure in the Galactic halo. We now briefly discuss their models, in comparison to ours.

Sun et al. (2008) modeled the large-scale magnetic field of our Galaxy as the superposition of a disk field and a halo field, which they constrained with an all-sky map of extragalactic RMs. Their disk field was assumed to be purely horizontal, following a logarithmic spiral (constant pitch angle), symmetric in z , and either axisymmetric with radial reversals or bisymmetric, while their halo field was assumed to be purely azimuthal, in the form of a torus on either side of the Galactic plane, antisymmetric in z , and axisymmetric. Clearly, the purely azimuthal, axisymmetric halo field is automatically divergence-free, but the purely horizontal disk field is not – for instance, in the axisymmetric case, the divergence-free condition implies $B_r \propto 1/r$, which rules out radial reversals. Sun et al. (2008) found reasonably good fits to the RM data with axisymmetric disk fields having a pitch angle of -12° (somewhat larger in absolute value than in our best-fit models), whereas they found no good fits with bisymmetric disk fields. This result is at odds with our conclusion that bisymmetric disk fields provide better fits. The discrepancy can be mostly traced back to Sun et al.’s neglect of the

divergence-free condition, which allows their axisymmetric disk field to undergo radial reversals and, therefore, makes it easier to reproduce the RM data (see our discussion in the third paragraph of Sect. 5.1).

Another problem with Sun et al.'s (2008) study is its reliance on the NE2001 model for the free-electron density, which underestimates the free-electron scale height, H_e (see Sect. 4.1). An unrealistically strong halo field ($\approx 10 \mu\text{G}$) is then necessary to account for the high-latitude extragalactic RMs, which, in turn, requires truncating the relativistic-electron distribution at $|z| \approx 1$ kpc to avoid excessive synchrotron emission from the halo. The problem was fixed by Sun & Reich (2010), with the adoption of Gaensler et al.'s (2008) upward revision of H_e ; this led to a more realistic halo field ($\approx 2 \mu\text{G}$) and obviated the need to artificially truncate the relativistic-electron distribution. The revised model of Sun & Reich (2010) was then used by Sun & Reich (2012) to simulate the synchrotron emission of spiral galaxies similar to our Galaxy and study their polarization properties for various observing angles.

Later, Sun et al. (2015) noted that Sun & Reich's (2010) model underpredicted the Galactic FD at latitude $b \gtrsim 50^\circ$. They argued that the halo field needed to have a vertical component, and they showed that the inclusion of a dipole field with $B_z = -0.2 \mu\text{G}$ at the Sun was enough to bring the predicted Galactic FD at $b \gtrsim 50^\circ$ up to the observed level. However, they did not discuss how the Galactic FD at lower latitudes was affected, nor did they specify whether the global fit to the RM data (measured through χ_{red}^2) was actually improved.

The vertical component of the halo field in the solar neighborhood has been the subject of a few other studies. Based on the structure of their NVSS RM map at high $|b|$, Taylor et al. (2009) estimated $B_z \approx -0.14 \mu\text{G}$ above the midplane and $B_z \approx 0.30 \mu\text{G}$ below the midplane. Mao et al. (2010), for their part, relied on a set of more than 1000 WRST/ATCA extragalactic RMs at $|b| \geq 77^\circ$; after discarding outliers and anomalous RM regions, they derived $B_z \approx 0.00 \mu\text{G}$ toward the north Galactic pole (with a 3σ upper limit on $|B_z|$ of $0.07 \mu\text{G}$) and $B_z \approx +0.31 \mu\text{G}$ toward the south Galactic pole. The south value is very close to that of Taylor et al. (2009), but the north value is incompatible with those of Taylor et al. (2009) and Sun et al. (2015). Nevertheless, the results of both Taylor et al. (2009) and Mao et al. (2010) are consistent with the notion that the large-scale Galactic magnetic field is the superposition of a symmetric disk field and an antisymmetric halo field, whose contributions to high- $|b|$ RMs cancel out above the midplane and add up below it. In Taylor et al. (2009) the symmetric contribution would dominate (see footnote 4), while in Mao et al. (2010) both contributions would be comparable.

For comparison, in each of our six best-fit models, the average B_z toward either Galactic pole, as inferred from the ratio of Galactic FD to free-electron column density, is positive. The contribution from the halo field is always positive and dominant. The weaker contribution from the disk field is negative [positive] above [below] the midplane in models Ad1 and Bd1, and vice-versa in model Dd1. This is a direct consequence of imposing $(B_r)_\odot < 0$ (see Sect. 4.1), which, in view of the shape of poloidal field lines, implies $(B_r)_{\text{disk}} < 0$ and $(B_z)_{\text{disk}} < 0$ [$(B_z)_{\text{disk}} > 0$] in the northern [southern] halo in models Ad1 and Bd1, and the opposite in model Dd1, where poloidal field lines reverse direction at $z = z_1$ (see Eq. (18)). As a result, the average B_z is stronger toward the south Galactic pole with models Ad1 and Bd1 (as found by both Taylor et al. (2009) and Mao et al. (2010)) and stronger toward the north Galactic pole with model Dd1 (in con-

flict with the measured high- $|b|$ RMs). Hence, high- $|b|$ RMs give more credence to models Ad1 and Bd1 than model Dd1.

Additional constraints on the halo field were obtained by Mao et al. (2012), based on 641 extragalactic RMs at longitude $100^\circ < \ell < 117^\circ$ and latitude $|b| < 30^\circ$. The vast majority of the RMs are negative, as expected for a predominantly azimuthal, clockwise magnetic field. The RM latitudinal distribution is approximately symmetric up to $|b| \approx 15^\circ$, and it becomes increasingly asymmetric at higher $|b|$, with significantly larger $|RM|$ in the southern hemisphere. Mao et al. (2012) noted that the RM distribution at $|b| \lesssim 15^\circ$ is consistent with a symmetric disk field in the Perseus arm. They also showed that the RM distribution at $|b| \gtrsim 15^\circ$ could be reproduced with a purely azimuthal halo field confined to the radial range $[8.8, 10.3]$ kpc (assuming $r_\odot = 8.4$ kpc), i.e., between the local and Perseus arms, and to the vertical ranges $\pm[0.8, 2.0]$ kpc, with $B_\varphi = 2 \mu\text{G}$ [$7 \mu\text{G}$] above [below] the midplane. Here, we see that the RM latitudinal distribution can also be explained by the superposition of a symmetric disk field and an antisymmetric halo field, such that the disk field contribution largely dominates at $|b| \lesssim 15^\circ$ and the halo field contribution becomes increasingly important at higher $|b|$, opposing the disk field contribution in the northern hemisphere and reinforcing it in the southern hemisphere. In our study, the six best-fit models yield negative Galactic FD throughout the $17^\circ \times 60^\circ$ area surveyed by Mao et al. (2012), except for slightly positive values at $b \gtrsim 15^\circ$ with model C1, and they reproduce the observed trends of RM versus b quite well.

The first, and to our knowledge only, authors to include an X-shape component in their model of the large-scale Galactic magnetic field are Jansson & Farrar (2012a,b). The disk field in their model is symmetric in z , purely horizontal, and composed of a ring between radii 3 kpc and 5 kpc plus 8 logarithmic spirals between 5 kpc and 20 kpc, with a common pitch angle of -11.5° and separate field strengths constrained by global magnetic flux conservation. The halo field has two axisymmetric components: a purely azimuthal field with opposite signs and different strengths on both sides of the midplane (similar to the halo field of Sun et al. (2008); Sun & Reich (2010), but more general because not perfectly antisymmetric in z), and a purely poloidal field with an X shape (similar to the poloidal field in our model C, but with straight field lines and a cusp at $z = 0$). These two components are unrelated, in contradiction with dynamo theory which predicts that azimuthal field is generated from poloidal field and vice-versa. Jansson & Farrar (2012a,b) found that the inclusion of an X-shape component improved the global fit to their data set, which contained the WMAP7 Galactic synchrotron emission map together with a collection of more than 40 000 extragalactic RMs. The improvement brought about by an X-shape poloidal field is also obvious in our study, where the pitch angle is found to have non-zero values to a high confidence level.

6. Discussion

In this paper, we took a first important step in our efforts to understand the structure of the large-scale magnetic field in the Galactic halo, with special attention to the possibility of uncovering an X-shape magnetic configuration, as observed in external edge-on spiral galaxies. We applied the analytical magnetic field models developed in Paper 1 to the disk and halo of our Galaxy, on the basis that these models can describe a broad range of spiraling, possibly X-shape magnetic fields, including purely horizontal and purely vertical fields as limiting cases. We considered 35 models of the total (halo + disk) magnetic field, each com-

posed of one of our 7 antisymmetric halo-field models, A1, B0, B1, C0, C1, D0, and D1, plus one of our 5 symmetric disk-field models, Ad1, Bd0, Bd1, Dd0, and Dd1 (where 0 and 1 denote axisymmetric and bisymmetric fields, respectively). For each total-field model, we computed the average Galactic Faraday depth in the 356 bins covering the sky area at $|b| \geq 10^\circ$, and we confronted the resulting modeled map of $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ to the observational map of $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ displayed in the top panel of Fig. 3 (based on the reconstructed Galactic FD map of Oppermann et al. (2015), from which the contribution from Wolleben et al.'s (2010) magnetized bubble was advantageously removed). The adjustment of $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ to $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ was carried out through standard χ^2 minimization, with the help of MCMC simulations.

We found that the 6 total-field models composed of C0 or C1 (for the halo field) plus Ad1, Bd1, or Dd1 (for the disk field) (listed in Table 2) had significantly lower $\chi_{\text{red},\text{min}}^2$ than any of the other total-field models. Amongst them, models with C1 have slightly lower $\chi_{\text{red},\text{min}}^2$ (2.02 – 2.08) than models with C0 (2.26 – 2.42), and they provide a slightly better visual match to the observational $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map (see Fig. 5). Neither the value of $\chi_{\text{red},\text{min}}^2$ nor the appearance of the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map is significantly affected by the disk-field model. The only discriminating factor comes from high- $|b|$ RMs, which tend to favor models Ad1 and Bd1 over model Dd1.

Thus, regardless of the bisymmetric disk field, the three models with a bisymmetric halo field perform slightly (but systematically) better with regard to the Galactic FD than the three models with an axisymmetric halo field. As it turns out, the former also produce an X-shape pattern in synchrotron polarisation maps, while the latter lead to nearly horizontal magnetic orientation bars throughout most of the maps (see Fig. 6). As explained in Sects. 5.2 and 5.4, this difference in the polarisation maps stems from the rough east-west antisymmetry in the $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ sky, which has strong implications for the azimuthal-to-polooidal field ratio: in the axisymmetric case, the field must necessarily be nearly azimuthal up to high $|z|$ – hence the nearly horizontal magnetic orientation bars, whereas in the bisymmetric case, the field can turn poloidal at relatively low $|z|$ – hence the X-shape pattern.

In conclusion, the existing RM data, interpreted with the help of our (hopefully sufficiently general) magnetic field models, suggest that the Galactic halo is slightly more likely to have a bisymmetric field than an axisymmetric field. If the halo field is indeed bisymmetric, it would probably be seen as X-shaped by an external edge-on observer, while it would probably be seen as nearly horizontal if it is instead axisymmetric. We emphasize that the preference found here for a bisymmetric, X-shape halo field cannot be regarded as definite, first because it is based solely on RM data and second because the bisymmetric halo field performs only slightly better than its axisymmetric counterpart.

The results obtained for the disk field – in particular, the finding that the disk field is more likely to be bisymmetric – are even more subject to caution. Indeed, since our original interest was in the halo field, we excluded all sightlines toward the disk ($|b| < 10^\circ$), and the main reason why we needed to model the disk field was because even sightlines toward the halo must first pass through the disk. By essence, these sightlines miss a sizeable fraction of the disk field, so our analysis can only give partial information on the global properties of the disk field, such as its axisymmetric versus bisymmetric status.

A severe limitation of the RM data arises from the relatively rapid fall-off of the free-electron density with height, which

makes it hard to sample the Galactic magnetic field at large distances from the Galactic plane. Therefore, any method relying exclusively on RM data is not particularly well suited to look into the structure of the magnetic field in the Galactic halo. On the other hand, RM data have the unique advantage of containing a sign information, which is required to distinguish between symmetric and antisymmetric models or between axisymmetric and bisymmetric models. Ultimately, RM data provide a unique, albeit limited, set of constraints on the properties of the large-scale magnetic field in the Galactic halo. Obtaining a more complete set of constraints will require fitting our magnetic field models to other types of observations, such as synchrotron total and polarized emission.

Despite the inherent limitation of the RM data to explore the magnetic field structure in the Galactic halo, our investigation offers a first important glimpse. In addition, our search for a good fit to the observational $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map led us to improve and refine the analytical magnetic field models of Paper 1. Most notably, we derived a more realistic winding function (Eq. 23), applicable to all our field models, and we regularized the bisymmetric version of model A by assuming a straight, horizontal magnetic field inside a vertical cylinder of radius r_1 centered on the rotation axis (see Eq. (29) for halo fields and Eq. (31) for disk fields). Finally, the method proposed in this paper is interesting in its own right: it contains a number of original features, including a detailed error estimation (see Appendix A), which can be retained for similar investigations. As a possible application, we suggest using our method to study the magnetic field structure in targeted regions of the sky. We also suggest repeating the present analysis when new RM data in the southern hemisphere become available to fill in the gap at $\delta < -40^\circ$ in Taylor et al.'s (2009) NVSS catalog,¹² and when the nearby objects that significantly perturb the FD sky have been identified, and their FD quantified, through RM synthesis (see Wolleben et al. 2010), such that a more complete and cleaner all-sky $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map can be produced.

Appendix A: Uncertainty estimation

When using the $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map in the top panel of Fig. 3 as our observational reference to model the large-scale magnetic field in the Galactic halo, we have to take two main sources of uncertainty into account: (1) the uncertainty in the reconstructed Galactic FD map of Oppermann et al. (2015), which includes both the measurement errors in the RM data and an extragalactic RM contribution, and (2) the uncertainty due to turbulent fluctuations in the magneto-ionic ISM. If, for each bin i , we denote the corresponding uncertainties in $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ by $\sigma_{\text{rec},i}$ and $\sigma_{\text{turb},i}$, respectively, and if we note that the two uncertainties add up quadratically, we can write for the total uncertainty in $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$, σ_i :

$$\sigma_i^2 = \sigma_{\text{rec},i}^2 + \sigma_{\text{turb},i}^2. \quad (\text{A.1})$$

We now successively derive the appropriate expressions of $\sigma_{\text{rec},i}^2$ and $\sigma_{\text{turb},i}^2$.

The reconstructed Galactic FD map of Oppermann et al. (2015) provides, for each pixel j , a value of the observational FD, $\text{FD}_{\text{obs},j}$, and the accompanying uncertainty map provides the associated uncertainty, $\sigma_{\text{pixel},j}$. When the $\text{FD}_{\text{obs},j}$ are averaged

¹² Niels Oppermann (private communication) did a FD reconstruction using a preliminary version of Dominic Schnitzeler's new data from S-PASS follow-up observations, and he found no major changes on large scales.

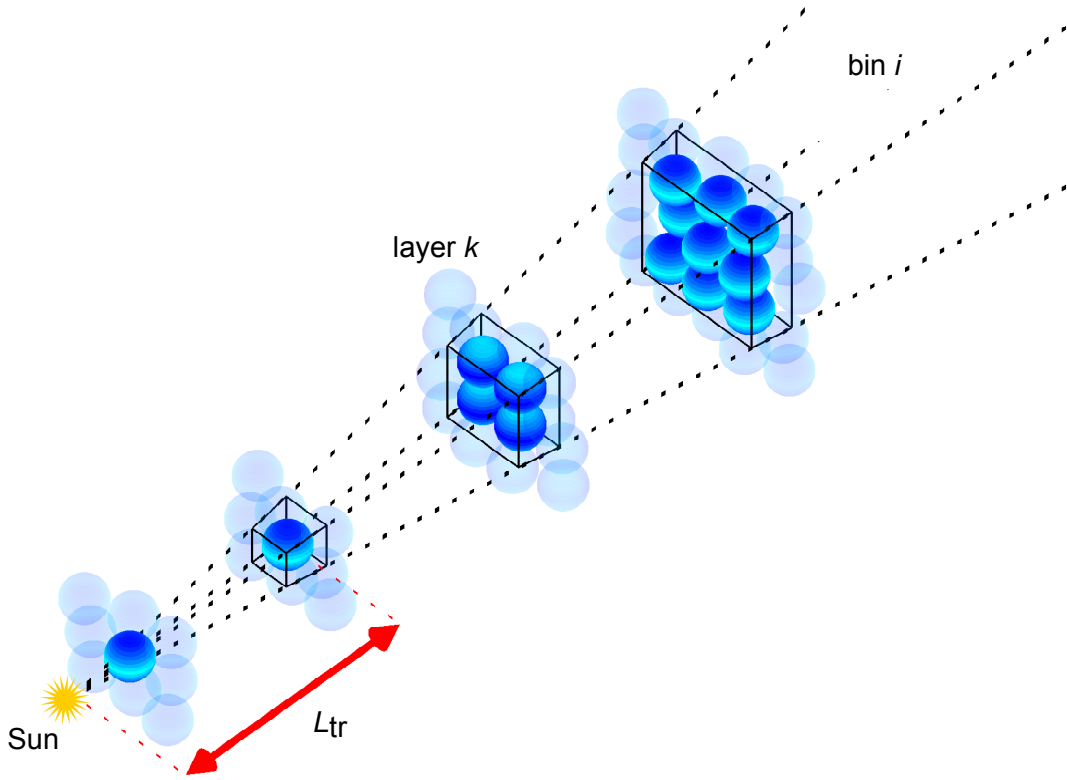


Fig. A.1. Schematic drawing illustrating the concept of turbulent cells and layers used in our estimation of $\sigma_{\text{turb},i}$, the uncertainty in $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ arising from turbulence in the magneto-ionic ISM, for a particular bin i (see Eq. (A.5) and attendant discussion). The Galactic volume subtended by bin i (delimited by the four black dotted lines originating from the Sun) is divided into transverse layers of thickness l (delimited by black solid lines). These layers contain an increasing number of turbulent cells of size l (represented by opaque blue spheres, while transparent blue spheres represent cells falling outside the bin). The distance L_{tr} from the Sun marks the transition between the so-called nearby layers, which can be completely filled with a single cell, and the distant layers, which enclose several cells.

over bin i , the individual uncertainties $\sigma_{\text{pixel},j}$ partially cancel out (as in a random walk), such that the uncertainty squared in the average value $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ is equal to the mean individual uncertainty squared divided by the number $N_{\text{data},i}$ of independent data points in bin i . Note that $N_{\text{data},i}$ is generally less than the number $N_{\text{pixel},i}$ of pixels in bin i . With 41 632 extragalactic RM data points and 196 608 pixels distributed over 428 bins, we find that on average $N_{\text{data},i} = 97$ and $N_{\text{pixel},i} = 459$. Altogether, the uncertainty in $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ associated with the reconstruction of Oppermann et al. (2015) is given by

$$\sigma_{\text{rec},i}^2 = \frac{1}{N_{\text{data},i}} \left(\frac{1}{N_{\text{pixel},i}} \sum_{j=1}^{N_{\text{pixel},i}} \sigma_{\text{pixel},j}^2 \right). \quad (\text{A.2})$$

To estimate the turbulent contribution to σ_i^2 , we adopt a very crude model of interstellar turbulence, which we assume consists of turbulent cells, all of which have the same size l , cause a magnetic field perturbation $\delta\mathbf{B}$ with constant strength and random direction, and produce no perturbation in the free-electron density. The FD associated with an individual turbulent cell can then be written as

$$\sigma_{\text{cell}} = n_e \delta B_{\parallel} l, \quad (\text{A.3})$$

where n_e is the background free-electron density at the cell's location (given by Schnitzeler's (2012) updated version of the NE2001 model, as described in Sect. 4.1) and δB_{\parallel} is the r.m.s.

line-of-sight component of $\delta\mathbf{B}$. For an isotropic turbulent magnetic field, $\delta B_{\parallel} = \delta B / \sqrt{3}$. Here, we adopt $\delta B = 5 \mu\text{G}$ (Rand & Kulkarni 1989; Ohno & Shibata 1993) and $l = 100 \text{ pc}$ (Haverkorn & Spangler 2013, and references therein).

To properly account for the line-of-sight variations of the number and FD of turbulent cells contributing to $\sigma_{\text{turb},i}^2$, we divide the Galactic volume subtended by bin i into $N_{\text{layer},i}$ successive layers of thickness l . For future reference, if we denote by L_i the effective path length from the observer to the edge of the Galaxy in the direction of bin i , we simply have $N_{\text{layer},i} = L_i/l$. We identify each layer by its running number k (starting from $k = 1$ in the closest layer), and we denote by $N_{\text{cell},ik}$ the statistical number of turbulent cells in layer k of bin i . As illustrated in Fig. A.1, there is an important difference between distant and nearby layers. A distant layer of bin i encloses several cells, whose contributions to $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ tend to statistically average out over the layer. In contrast, a nearby layer of bin i can be completely filled with a single cell, which then gives a coherent contribution (with no averaging-out) across the layer. Since all the bins have an angular size $\theta_{\text{bin}} \approx 10^\circ$ (see Sect. 2.1), the transition from a single cell to several cells per layer occurs at a line-of-sight distance $L_{\text{tr}} = l/\theta_{\text{bin}} \approx 570 \text{ pc}$, i.e., after a number of layers $N_{\text{near}} = L_{\text{tr}}/l = 1/\theta_{\text{bin}} \approx 5.7$. Thus, for $k \leq N_{\text{near}}$, $N_{\text{cell},ik} = 1$, while for $k \geq N_{\text{near}}$, $N_{\text{cell},ik} = (\theta_{\text{bin}} k)^2 = (k/N_{\text{near}})^2$.

The contribution from layer k of bin i to $\sigma_{\text{turb},i}^2$ is equal to the mean FD squared of the enclosed turbulent cells divided by the

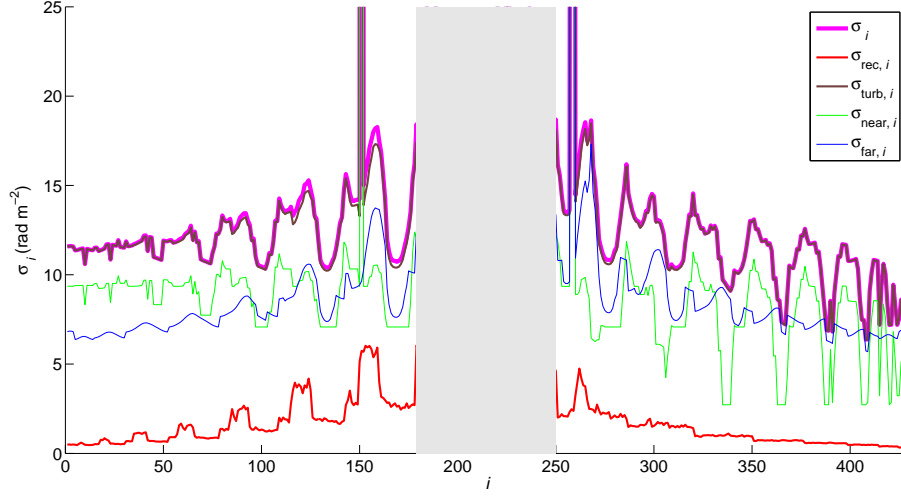


Fig. A.2. Total uncertainty in $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$, σ_i , as a function of bin identifier, i (thick magenta line), for the 356 bins with latitude $|b| \geq 10^\circ$. Also plotted are the two contributions to σ_i (see Eq. (A.1)), which arise from the reconstruction of Oppermann et al. (2015) ($\sigma_{\text{rec},i}$; red line) and from turbulence in the magneto-ionic ISM ($\sigma_{\text{turb},i}$; brown line), respectively. The latter, in turn, is accompanied by its two contributions (see Eq. (A.6)), which arise from the N'_{near} nearest layers (thin green line) and from the $N_{\text{layer},i} - N'_{\text{near}}$ more distant layers (thin blue line), respectively. Bins are ordered by bands of increasing latitude, from $b = -90^\circ$ to 90° , and in each latitude band, by increasing longitude, from $\ell = -180^\circ$ to 180° . The vertical grey band in the middle corresponds to bins with latitude $|b| < 10^\circ$, which are excluded from our study.

number $N_{\text{cell},ik}$ of these cells:

$$\sigma_{\text{layer},ik}^2 = \frac{1}{N_{\text{cell},ik}} \left(\frac{1}{N_{\text{cell},ik}} \sum_{N_{\text{cell},ik}} \sigma_{\text{cell}}^2 \right). \quad (\text{A.4})$$

Finally, the uncertainty in $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$ due to turbulent fluctuations in the magneto-ionic ISM is the quadratic sum of the contributions from the $N_{\text{layer},i}$ layers of bin i :

$$\sigma_{\text{turb},i}^2 = \sum_{k=1}^{N_{\text{layer},i}} \sigma_{\text{layer},ik}^2. \quad (\text{A.5})$$

Let us emphasize that Eq. (A.5) provides only a very rough expression for $\sigma_{\text{turb},i}$, which ignores spatial variations in the turbulence parameters (e.g., in the size and field strength of turbulent cells) as well as correlations between them (e.g., between fluctuations in field strength and in free-electron density). In that respect, we note that spatial variations in the turbulence parameters are partly washed out when summing over all the layers along the line of sight to obtain $\sigma_{\text{turb},i}^2$ (Eq. A.5) and when summing over all the bins to obtain χ^2 (Eq. 38). There might also be some cancellation, for instance, between δB being larger and l being smaller in spiral arms than in interarm regions (see, e.g., Beck 2009; Haverkorn et al. 2008, respectively) and between δB decreasing (together with B) and l increasing with increasing $|z|$ (Ann Mao, private communication). Incidentally, the variations of δB and l with $|z|$ are probably not too critical, as they are weighted down by a decreasing n_e .

Let us also remark that $\sigma_{\text{turb},i}$ is sensitive to the poorly known values of l and δB . To quantify this sensitivity, we write out the full expression of $\sigma_{\text{turb},i}^2$ by inserting Eq (A.3) into Eq. (A.4) and Eq. (A.4) into Eq. (A.5). If we denote by $(n_e^2)_{ik}$ the mean value of n_e^2 over layer k of bin i and by N'_{near} the closest integer below N_{near} (defined above Eq. (A.4)), we readily obtain

$$\sigma_{\text{turb},i}^2 = \frac{1}{3} \delta B^2 l^2 \left(\sum_{k=1}^{N'_{\text{near}}} (n_e^2)_{ik} + N_{\text{near}} \sum_{k=N'_{\text{near}}+1}^{N_{\text{layer},i}} \frac{(n_e^2)_{ik}}{k^2} \right), \quad (\text{A.6})$$

where the first term represents the contribution from the N'_{near} nearest layers, which contain a single cell ($N_{\text{cell},ik} = 1$), and the second term represents the contribution from the $N_{\text{layer},i} - N'_{\text{near}}$ more distant layers, which contain more than one cell ($N_{\text{cell},ik} = (k/N_{\text{near}})^2$). It emerges from Eq. (A.6) that $\sigma_{\text{turb},i}$ varies linearly with δB . This is because $\sigma_{\text{turb},i}$ depends on δB only through the FD of individual turbulent cells, σ_{cell} , which is a linear function of δB (see Eq. (A.3)). Variations with l are a little more subtle: in addition to an explicit linear variation similar to that found for δB , there is a more complex implicit variation through $(n_e^2)_{ik} = (n_e^2)_i (s = kl)$ and $N_{\text{layer},i} = L_i/l$. The former arises through σ_{cell} , which is a linear function of l (see Eq. (A.3)), while the latter results from the way the individual σ_{cell} combine together to produce a net $\sigma_{\text{turb},i}$. As we now show, the implicit variation with l is actually quite weak. Indeed, our chosen parameter values pertain to the limit $L_i \gg L_{\text{tr}}$ or, equivalently, $N_{\text{layer},i} \gg N_{\text{near}}$, which has two important consequences. First, the exact value of $N_{\text{layer},i}$, which enters Eq. (A.6) only as the upper bound of a rapidly converging series, has hardly any impact. Physically, only the N'_{near} nearest layers, with a single cell, and the next few layers, with a small number of cells, contribute significantly to $\sigma_{\text{turb},i}$; more distant layers have their contributions increasingly reduced by averaging over an increasing number of cells (prefactor $1/N_{\text{cell},ik}$ in Eq. (A.4), leading to the factor $1/k^2$ in the second term of Eq. (A.6)). Second, the value of $(n_e^2)_{ik}$ in the first few, significantly-contributing layers is not very different from the local value of n_e^2 , and hence not very sensitive to l . Altogether, $\sigma_{\text{turb},i}$ varies a little less than linearly with l .

Plotted in Fig. A.2 is the total uncertainty in $\overline{\text{FD}}_{\text{obs},i}$, σ_i (thick magenta line), for the 356 bins with latitude $|b| \geq 10^\circ$, together with the contributions from the reconstruction of Oppermann et al. (2015), $\sigma_{\text{rec},i}$ (red line), and from turbulent fluctuations, $\sigma_{\text{turb},i}$ (brown line). Also shown are the contributions to $\sigma_{\text{turb},i}$ from the N'_{near} nearest layers, which contain a single turbulent cell (thin green line), and from the $N_{\text{layer},i} - N'_{\text{near}}$ more distant layers, which contain more than one cell (thin blue line). It ap-

pears that, for our choice of parameter values, $\sigma_{\text{turb},i}$ is typically one order of magnitude larger than $\sigma_{\text{rec},i}$ and $\sigma_{\text{turb},i}$ generally has comparable contributions from nearby and distant layers. There is a general tendency for $\sigma_{\text{rec},i}$ to decrease with increasing $|b|$ (toward the ends of the x -axis) and a weaker tendency for $\sigma_{\text{turb},i}$ to do so above the midplane (in the right half of the figure). In addition, both $\sigma_{\text{rec},i}$ and $\sigma_{\text{turb},i}$ undergo modulations with longitude, ℓ . The modulation of $\sigma_{\text{rec},i}$, mostly apparent below the midplane (in the left half of the figure), arises from a lack of data points with declination $\delta < -40^\circ$. In contrast, the periodic fluctuations of $\sigma_{\text{turb},i}$, visible at all latitudes, are linked to the spatial (mainly longitudinal) variations of the free-electron density in the local ISM. Finally, the sharp peaks around $i = 150$ and $i = 258$ find their origin in strong, localized enhancements in the free-electron density associated with nearby interstellar structures (mainly the Gum nebula and the Vela supernova remnant; see Purcell et al. (2015) and references therein). These peaks hardly affect the results of our analysis: they only reduce the weight of the corresponding bins in the expression of χ^2 (Eq. 38).

Appendix B: Impact of the model parameters on the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map

For compactness, the present discussion focuses on the halo-field models, A, B, C, and D (presented in Sect. 3.1), but all our conclusions also hold for the corresponding disk-field models, Ad, Bd, and Dd (presented in Sect. 3.2) – remember that there is no model Cd.

All the field models are expressed in terms of a small number of free parameters, which are related to either the shape of field lines or the field strength distribution. The parameters governing the spiral shape of field lines (p_0 , H_p , L_p ; see Eq. (23)) are common to all the models; the parameters governing the shape of poloidal field lines (r_1 , $|z_1|$, a , n ; see Eqs. (3), (7), (12), (16)) apply each to one pair of models (A and B, C and D, A and C, B and D, respectively); and the parameters governing the field strength distribution (B_1 , H , L , m , φ_* ; see Eqs. (11) and (20)) enter either all the models or only one pair of models (all, A and B, C and D, all, all, respectively). The azimuthal wavenumber, m , stands apart for its discrete values, which we further restricted in Sect. 5.1 to $m = 0$ (axisymmetric) and $m = 1$ (bisymmetric). In this appendix, we successively consider these two values, and for each, we discuss the impact of all the other free parameters on the modeled $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map, noting that φ_* is relevant only when $m \neq 0$. Because the discussion of the $m = 0$ case will serve as a basis for the $m = 1$ case, we prefer to keep model A in the former, even though the inherent singularity of model A can only be removed in non-axisymmetric configurations (see Sect. 3.1.4).

B.1. Axisymmetric ($m = 0$) case

We first consider the parameters governing the field strength distribution: the normalization field strength, B_1 (in Eqs. (11) and (20)), the exponential scale height, H (in Eq. (11) for models A and B), and the exponential scale length, L (in Eq. (20) for models C and D). The effect of B_1 is straightforward. The two poloidal components of the magnetic field (given in Sect. 3.1.1), as well as its azimuthal component (given by Eq. (28)), vary linearly with B_1 . The same must hold true for the line-of-sight field component, and hence for the Galactic FD (Eq. 2). In consequence, B_1 sets the overall amplitude of the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map, with no impact on its detailed structure. H and L , for their parts, control the vertical and radial profiles of the field strength on the

reference surface and, by implication, throughout the Galaxy. Small values of H or L entail a rapid fall-off of the field strength with $|z|$ or r , which, in turn, tends to confine the large FD values to low $|b|$ or small ℓ , respectively. Accordingly, the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map tends to be dominated by a band along the Galactic plane (with longitudinal modulation; see next paragraph) or along the prime ($\ell = 0^\circ$) meridian, respectively. Larger values of H or L tend to maintain large FD values up to higher $|b|$ or out to larger ℓ , so that the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map tends to show a distribution that is more extended in latitude or in longitude, respectively. It should be emphasized, though, that the effect of H and L is weighted by the free-electron density and, therefore, becomes increasingly weak as H or L grows above the free-electron scale height or scale length, respectively.

We now turn to the parameters governing the spiral shape of field lines, i.e., the parameters involved in the shifted winding function (Eq. 23): the pitch angle at the origin, p_0 , the vertical scale height, H_p , and the radial scale length, L_p . As indicated by Eq. (28), the ratio of azimuthal-to-poloidal field varies with r and z and goes to zero for $r \rightarrow \infty$ or $|z| \rightarrow \infty$. In the limit $p_0 \rightarrow 0^\circ$, the field is purely azimuthal throughout the Galaxy, so that the Galactic FD (Eq. 2) reverses sign at $\ell = 0^\circ, 180^\circ$ and peaks at intermediate ℓ in the inner Galactic quadrants. The $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map is then approximately¹³ antisymmetric with respect to the prime meridian and dominated (in each hemisphere) by two patches of opposite signs on either side of the prime meridian. Conversely, in one of the three limits $|p_0| \rightarrow 90^\circ$, $H_p \rightarrow 0$, or $L_p \rightarrow 0$, the field is purely poloidal everywhere (except at $z = 0$, when only $H_p \rightarrow 0$), so that the Galactic FD generally peaks around $\ell = 0^\circ$, with a secondary peak around $\ell = 180^\circ$, and reverses sign at intermediate ℓ . The $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map is then approximately¹³ symmetric with respect to the prime meridian and dominated (in each hemisphere) by one patch straddling it. Between these two extremes, an increase in $|p_0|$ or a decrease in H_p or L_p tends to make the field globally more poloidal, thereby shifting the longitudes of FD reversals from $\ell = 0^\circ, 180^\circ$ toward intermediate ℓ and the longitudes of peak FD from intermediate ℓ toward $\ell = 0^\circ$ (stronger peak) and $\ell = 180^\circ$ (weaker peak). While the value of $|p_0|$ affects the whole sky, the values of H_p and L_p have more limited effects, which are mainly felt at high $|b|$ and large $|\ell|$, respectively.

We finish with the parameters governing the shape of poloidal field lines: the reference radius, r_1 (in models A and B), the positive reference height, $|z_1|$ (in models C and D), the opening parameter of parabolic field lines, a (in Eq. (3) for model A and Eq. (12) for model C), and the power-law index, n (in Eq. (7) for model B and Eq. (16) for model D). In the present study, the reference radius is set to $r_1 = 3$ kpc (a plausible value for the inner radius of the Galactic disk), and the positive reference height is set to $|z_1| = 0$ in model C and $|z_1| = 1.5$ kpc (a plausible value for the transition height between the disk and the halo) in model D. The power-law index turns out to have very little impact on the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map up to at least $n = 5$. This allows us, for the purpose of speeding up the fitting process, to fix n at its smallest acceptable value, i.e., $n = 1$ in model B, $n = 0.5$ in model D, $n = 2$ in model Bd, and $n = 0.5$ in model Dd. The opening parameter is more critical, as we now discuss along general lines. To simplify the discussion, we focus on one hemisphere, keeping in mind that the situation in the other hemisphere is either

¹³ not perfectly, because the free-electron density distribution is not perfectly axisymmetric.

the same or opposite according to whether the magnetic field is symmetric or antisymmetric.

- In model A, small values of a imply that the poloidal field is nearly radial and the total field nearly horizontal. The Galactic FD then has a sinusoidal-like variation with ℓ , weighted toward the inner Galaxy and with zero point depending on pitch angle. Accordingly, the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map is dominated by two patches of opposite signs, with the innermost (lower $|\ell|$) patch being predominant. For larger values of a , poloidal field lines are curved toward the rotation axis, and their spacing in azimuthal planes increases with increasing r , hence a faster decline in poloidal field strength and (since B_φ is linearly related to B_r and B_z ; see Eq. (28)) in total field strength. In the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map, the two dominant patches become weaker – especially the outermost patch, which rapidly fades away – and the line of sign reversal between them (where the field is on average perpendicular to the line of sight) moves away from the pole, toward the innermost patch.

- In model C, small values of a imply that the poloidal field is nearly vertical. The associated Galactic FD keeps the same sign throughout the considered hemisphere, but a generally larger FD, which reverses sign across the prime meridian arises from the azimuthal field. Accordingly, the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map has a single-sign background, onto which are superimposed two patches of opposite signs on either side of the prime meridian. For larger values of a , poloidal field lines are curved toward the Galactic plane, and their spacing in azimuthal planes increases with increasing $|z|$, hence a faster decline in total field strength. In the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map, the two patches can be either enhanced or weakened, and the line of sign reversal between them moves toward the pole.

In both models A and C, the regions where field lines are most affected by a change in a happen to be the regions where the free-electron density is lowest. This automatically places a limit to the influence of a .

B.2. Bisymmetric ($m = 1$) case

The bisymmetric case is generally more complex. The parameters governing the field strength poloidal distribution (B_1, H, L) have basically the same impact on the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map as in the axisymmetric case. The other parameters have the same effect on the spiral and poloidal shapes of field lines, but their exact impact on the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map is more difficult to determine, because it now depends in a strong and fine way on a combination between the shifted winding function, g_φ (Eq. 23) and the orientation angle of the azimuthal pattern, φ_\star (in Eqs. (11) and (20)).

As it turns out, clear predictions can be made only in the limit $|p_0| \rightarrow 90^\circ$ (or, almost equivalently, $H_p \rightarrow 0$ or $L_p \rightarrow 0$), where $g_\varphi \rightarrow 0$ and, therefore, the magnetic field is purely poloidal (see Eq. (27) or (28)). In this limit, if $\varphi_\star = 0^\circ$ or 180° , the field azimuthal modulation (given by the cosine factor in Eqs. (11) and (20)) reaches its maximum amplitude in the azimuthal plane through the Sun ($\varphi = 0^\circ$), i.e., in the plane $\ell = 0^\circ, 180^\circ$, where the projection factor of the poloidal field onto the line of sight is also maximum. It then follows that the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map resembles that obtained in the axisymmetric case: it is approximately symmetric with respect to the prime meridian, with (in each hemisphere) a dominant patch straddling it and a line of sign reversal on either side of this patch. In addition, FD has nearly the same peak value, but falls off faster than in the axisymmetric case. If $\varphi_\star = \pm 90^\circ$, the field azimuthal modulation reaches its maximum amplitude in the azimuthal plane parallel to the plane of the sky

($\varphi = \pm 90^\circ$) and goes through zero in the azimuthal plane through the Sun ($\varphi = 0^\circ$), so that FD vanishes at $\ell = 0^\circ, 180^\circ$. FD also vanishes at two intermediate ℓ of opposite signs where the field is on average perpendicular to the line of sight. The $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map is then approximately antisymmetric with respect to the prime meridian and composed (in each hemisphere) of four longitudinal sectors of alternating signs. Moreover, the peak FD values are smaller than in the axisymmetric case, because the poloidal field in the plane of maximum amplitude loses a fraction of its strength upon projection onto the line of sight. Intermediate values of φ_\star lead to asymmetric configurations with two or four lines of sign reversal and with peak FD values smaller than in the axisymmetric case.

When $|p_0| \neq 90^\circ$, the magnetic field has a non-vanishing azimuthal component, which gives field lines a spiral shape. The azimuthal modulation, imposed on the reference surface, is carried along the spiraling field lines, such that the field generally reverses direction one or several times along any given line of sight. These field reversals lead to an overall reduction of the FD values and to a more structured $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map, whose details depend sensitively on the exact $g_\varphi - \varphi_\star$ combination.

Appendix C: Confidence intervals and correlations

C.1. Confidence intervals

The different best-fit parameters discussed in Sect. 5.2 are obtained with very different degrees of accuracy (see Table 2). The most-accurately determined parameter is the pitch angle at the origin, p_0 , which is obtained to better than $\approx \pm 3^\circ$ at the 1σ confidence level when the halo field is axisymmetric (model C0) and better than $\approx \pm 1.3^\circ$ when the halo field is bisymmetric (model C1). At the other extreme, the orientation angle of the azimuthal pattern, φ_\star , for a bisymmetric field is always very poorly constrained: when the halo field is axisymmetric, the 1σ confidence interval of $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$ covers the entire $\pm 180^\circ$ range, and when the halo field is bisymmetric, the 1σ confidence intervals of $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$ and $(\varphi_\star)_{\text{halo}}$ are nearly the same and both $\approx 100^\circ - 160^\circ$.

The parameters B_1, H, L , and \sqrt{a} are obtained to better than a factor ≈ 2 , with two exceptions. First, in the combination C0-Dd1, L_{disk} approaches the free-electron scale length, $L_e \approx 11$ kpc (see Sect. 4.1), such that its 1σ upper confidence limit can only be inferred to be $\gg L_e$ (for that reason, it is set to ∞ in Table 2) and its 1σ lower confidence limit is also quite uncertain. Second, in C1-Ad1, the 1σ lower confidence limit of $\sqrt{a_{\text{disk}}}$ approaches zero, corresponding to purely horizontal field lines.

The scale height of the winding function, H_p , is well constrained as long as $H_p \gg H_e$, with an accuracy better than $\approx \pm 15\%$ when the halo field is bisymmetric and $\approx \pm 25\%$ in C0-Dd1. However, in C0-Ad1 and C0-Bd1, where $H_p \approx H_e$, neither the best-fit value nor the 1σ upper limit of H_p can be derived with any accuracy; only an approximate 1σ lower limit can be drawn. Similarly for the scale length of the winding function, L_p : in all the total-field models, $L_p \gg L_e$ and only an approximate 1σ lower limit can be drawn. This is because, when $H_p \gg H_e$ or $L_p \gg L_e$, the magnetic field inside the free-electron region (where the Galactic FD arises) depends only weakly on the exact value of H_p or L_p , respectively, which, therefore, can hardly be constrained by the $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map. As it turns out, this weak dependence on H_p or L_p extends to the whole Galactic region with non-negligible magnetic field, which means that the large uncertainties in H_p or L_p are luckily not critical for our magnetic field models. Thus, we may set H_p or L_p to a somewhat arbitrary

value that is large compared to the size of the Galactic magnetic region and yet small compared to the distance to the external intergalactic medium where field lines are supposed to be anchored (see Sect. 3.1.2). For instance, we may let $L_p = 50$ kpc in all the total-field models and $H_p = 20$ kpc in C0-Ad1 and C0-Bd1. In the latter models, Eq. (28) then implies that the azimuthal field component is simply given by $B_\varphi \approx \cot p_0 B_r$, i.e., the pitch angle is nearly constant, throughout the magnetic region.

Another issue that should be addressed here concerns the restrictions imposed on the large-scale magnetic field at the Sun, namely, $B_\odot \in [1, 2] \mu\text{G}$ and $p_\odot \in [-15^\circ, -4^\circ]$ (see Sect. 4.1). The imposed range of p_\odot turns out to have no impact on the final results, as the 1σ confidence intervals of p_\odot in all six total-field models fall well inside the imposed range of $[-15^\circ, -4^\circ]$. Note that p_\odot is always close to p_0 : the best-fit values differ by only $\approx 0.7^\circ - 0.8^\circ$ and the histograms look very similar. This is obviously a direct consequence of the large values of L_p . On the other hand, the imposed range of B_\odot directly affects our results: the 1σ confidence intervals of B_\odot are clearly cut off either at $2 \mu\text{G}$ (in models C0-Ad1 and C0-Bd1) or at both $1 \mu\text{G}$ and $2 \mu\text{G}$ (in the three models with C1).

C.2. Correlations

The confidence intervals shown in Table 2 ignore the possible correlations and degeneracies between parameters. To uncover the important correlations, we consider all the parameters two by two, plot the associated 2D marginalized point densities from the second halves of the relevant Markov chains (see Sect. 4.2), visually examine the 2D density plots, and compute the Pearson and Spearman correlation coefficients as indicators of linear and nonlinear relations, respectively.

In all models, we find strong anti-correlations between B_1 and either H (in models Ad1 and Bd1) or L (in models C0, C1, and Dd1), as well as somewhat weaker anti-correlations between p_0 and both H_p and L_p . These conform to the expected anti-correlation between the normalization value and the scale height/length of a governing quantity. We also find strong anti-correlations between $(B_1)_{\text{disk}}$ and p_0 , plus, in some models, weaker anti-correlations between $(B_1)_{\text{halo}}$ and p_0 . Physically, an increase in p_0 , corresponding to a decrease in $|p_0|$, entails an increase in $|B_\varphi|$ (especially at low $|z|$ (see Eq. (28)), i.e., in the disk), and hence a global increase in $|\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}|$ (especially at low $|b|$ (see Eq. (2)), with B_\parallel having a contribution $\propto \cos b$ from B_φ), i.e., mostly through the disk). To recover a good fit to the observational $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map, this global increase in $|\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}|$ must be counterbalanced by a decrease in $(B_1)_{\text{disk}}$, sometimes accompanied by a decrease in $(B_1)_{\text{halo}}$.

The correlations between the disk and halo field parameters are generally weak and not necessarily negative (as might naively be expected). This is because the contributions from the disk and halo fields to $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ generally add up in some regions and cancel out in other regions. There is, however, one notable exception: when the halo field is bisymmetric, the orientation angles $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$ and $(\varphi_\star)_{\text{halo}}$ are nearly perfectly correlated. This means that the azimuthal patterns of the disk and halo fields have a narrowly-constrained relative orientation, so that they remain locked to each other even as their combined pattern rotates about its best-fit orientation and as the other parameters vary about their best-fit values.

The orientation angle $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$ is also strongly correlated with the parameters of the winding function, p_0 , H_p , and L_p . Remember that $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$ gives the orientation of the bisymmetric

azimuthal pattern of the disk field at infinity (see Sect. 3.1.2, below Eq. (26)), whereas the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map is most sensitive to its orientation in the nearby outer Galaxy (see north-south symmetry argument in Sect. 2.2). Both orientations are linked through the winding function. Therefore, a change in $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$ can roughly preserve the azimuthal pattern of the disk field in the nearby outer Galaxy if it is offset by appropriate changes in p_0 , H_p , L_p . In practice, due to the tight winding of field lines, a small change in p_0 can be sufficient to offset any change in $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$. This explains the narrow ($\lesssim \pm 3^\circ$) and total ($\pm 180^\circ$) 1σ confidence intervals of p_0 and $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$, respectively, when the halo field is axisymmetric. When the halo field is bisymmetric, the $\overline{\text{FD}}_{\text{mod}}$ map is also very sensitive to the orientation of its azimuthal pattern in the inner Galaxy, which is linked, through the winding function, to $(\varphi_\star)_{\text{halo}}$, which, in turn, is nearly perfectly correlated to $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$. To maintain a good fit to the $\overline{\text{FD}}_{\text{obs}}$ map, a change in $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$ must now roughly preserve the azimuthal patterns of both the disk field in the nearby outer Galaxy and the halo field in the inner Galaxy, which is again possible with appropriate changes in p_0 , H_p , L_p , but only over a limited ($\approx 100^\circ - 160^\circ$) interval of $(\varphi_\star)_{\text{disk}}$. Accordingly, the 1σ confidence interval of p_0 is narrower ($\lesssim \pm 1.3^\circ$) than when the halo field is axisymmetric, and so are the confidence intervals of H_p and L_p . Another consequence of the locking between the azimuthal patterns of the disk and halo fields is that all correlations tend to be tighter when the halo field is bisymmetric.

Acknowledgements. We express our deep gratitude to our colleagues, Tess Jaffe and Pierre Jean, who provided valuable help with the MCMC simulations, and to Maik Wolleben, who kindly sent us the FD data for the Wolleben et al. (2010) bubble.

References

- Beck, R. 2009, in IAU Symposium, Vol. 259, IAU Symposium, ed. K. G. Strassmeier, A. G. Kosovichev, & J. E. Beckman, 3–14
- Braun, R., Heald, G., & Beck, R. 2010, A&A, 514, A42
- Brentjens, M. A. & de Bruyn, A. G. 2005, A&A, 441, 1217
- Brown, J. C., Haverkorn, M., Gaensler, B. M., et al. 2007, ApJ, 663, 258
- Burn, B. J. 1966, MNRAS, 133, 67
- Cordes, J. M. & Lazio, T. J. W. 2002, ArXiv Astrophysics e-prints
- Dumke, M., Krause, M., Wielebinski, R., & Klein, U. 1995, A&A, 302, 691
- Ferrière, K. & Schmitt, D. 2000, A&A, 358, 125
- Ferrière, K. & Terral, P. 2014, A&A, 561, A100
- Frick, P., Stepanov, R., Shukurov, A., & Sokoloff, D. 2001, MNRAS, 325, 649
- Gaensler, B. M., Madsen, G. J., Chatterjee, S., & Mao, S. A. 2008, PASA, 25, 184
- Gelman, A. & Rubin, D. B. 1992, Statist. Sci., 7, 457
- Han, J. 2002, in American Institute of Physics Conference Series, Vol. 609, Astrophysical Polarized Backgrounds, ed. S. Cecchini, S. Cortiglioni, R. Sault, & C. Sbarra, 96–101
- Han, J. L., Manchester, R. N., Berkhuijsen, E. M., & Beck, R. 1997, A&A, 322, 98
- Han, J. L., Manchester, R. N., Lyne, A. G., Qiao, G. J., & van Straten, W. 2006, ApJ, 642, 868
- Han, J. L., Manchester, R. N., & Qiao, G. J. 1999, MNRAS, 306, 371
- Han, J. L. & Qiao, G. J. 1994, A&A, 288, 759
- Harvey-Smith, L., Madsen, G. J., & Gaensler, B. M. 2011, ApJ, 736, 83
- Hastings, W. K. 1970, Biometrika, 57, 97
- Haverkorn, M., Brown, J. C., Gaensler, B. M., & McClure-Griffiths, N. M. 2008, ApJ, 680, 362
- Haverkorn, M. & Heesen, V. 2012, Space Sci. Rev., 166, 133
- Haverkorn, M. & Spangler, S. R. 2013, Space Sci. Rev., 178, 483
- Heesen, V., Krause, M., Beck, R., & Dettmar, R.-J. 2009, A&A, 506, 1123
- Heiles, C. 1996, ApJ, 462, 316
- Jaffe, T. R., Leahy, J. P., Banday, A. J., et al. 2010, MNRAS, 401, 1013
- Jansson, R. & Farrar, G. R. 2012a, ApJ, 757, 14
- Jansson, R. & Farrar, G. R. 2012b, ApJ, 761, L11

Krause, M. 2009, in *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica*, vol. 27, Vol. 36, *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, 25–29

Krause, M., Wielebinski, R., & Dumke, M. 2006, *A&A*, 448, 133

Lallement, R., Snowden, S., Kuntz, K. D., et al. 2016, ArXiv e-prints

Mao, S. A., Gaensler, B. M., Haverkorn, M., et al. 2010, *ApJ*, 714, 1170

Mao, S. A., McClure-Griffiths, N. M., Gaensler, B. M., et al. 2012, *ApJ*, 755, 21

Mao, S. A., McClure-Griffiths, N. M., Gaensler, B. M., et al. 2015, *Highlights of Astronomy*, 16, 403

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. 1953, *J. Chem. Phys.*, 21, 1087

Mitra, D., Wielebinski, R., Kramer, M., & Jessner, A. 2003, *A&A*, 398, 993

Moss, D. & Sokoloff, D. 2008, *A&A*, 487, 197

Moss, D., Sokoloff, D., Beck, R., & Krause, M. 2010, *A&A*, 512, A61

Northrop, T. G. 1963, *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 1, 283

Ohno, H. & Shibata, S. 1993, *MNRAS*, 262, 953

Oppermann, N., Junklewitz, H., Greiner, M., et al. 2015, *A&A*, 575, A118

Prouza, M. & Šmída, R. 2003, *A&A*, 410, 1

Pshirkov, M. S., Tinyakov, P. G., Kronberg, P. P., & Newton-McGee, K. J. 2011, *ApJ*, 738, 192

Purcell, C. R., Gaensler, B. M., Sun, X. H., et al. 2015, *ApJ*, 804, 22

Rand, R. J. & Kulkarni, S. R. 1989, *ApJ*, 343, 760

Rand, R. J. & Lyne, A. G. 1994, *MNRAS*, 268, 497

Robert, C. P. 2015, ArXiv e-prints

Roberts, G. O., Gelman, A., & Gilks, W. R. 1997, *The Annals of Applied Probability*, 7, 110

Schnitzeler, D. H. F. M. 2012, *MNRAS*, 427, 664

Simard-Normandin, M. & Kronberg, P. P. 1980, *ApJ*, 242, 74

Sofue, Y. 2015, *MNRAS*, 447, 3824

Soida, M. 2005, in *The Magnetized Plasma in Galaxy Evolution*, ed. K. T. Chyzy, K. Otmianowska-Mazur, M. Soida, & R.-J. Dettmar, 185–190

Soida, M., Krause, M., Dettmar, R.-J., & Urbanik, M. 2011, *A&A*, 531, A127

Stern, D. P. 1966, *Space Sci. Rev.*, 6, 147

Stil, J. M., Taylor, A. R., & Sunstrum, C. 2011, *ApJ*, 726, 4

Sun, X. H., Gaensler, B. M., Carretti, E., et al. 2014, *MNRAS*, 437, 2936

Sun, X. H., Landecker, T. L., Gaensler, B. M., et al. 2015, *ApJ*, 811, 40

Sun, X.-H. & Reich, W. 2010, *Research in Astronomy and Astrophysics*, 10, 1287

Sun, X. H. & Reich, W. 2012, *A&A*, 543, A127

Sun, X. H., Reich, W., Waelkens, A., & Enßlin, T. A. 2008, *A&A*, 477, 573

Taylor, A. R., Stil, J. M., & Sunstrum, C. 2009, *ApJ*, 702, 1230

Tüllmann, R., Dettmar, R.-J., Soida, M., Urbanik, M., & Rossa, J. 2000, *A&A*, 364, L36

Wielebinski, R. & Krause, F. 1993, *A&A Rev.*, 4, 449

Wolleben, M., Fletcher, A., Landecker, T. L., et al. 2010, *ApJ*, 724, L48

Bibliographie

- Andersson, B.-G. and Potter, S. B. Observational Constraints on Interstellar Grain Alignment. *Astrophysical Journal*, 665 :369–389, August 2007. doi : 10.1086/519755.
- Barnett, S. Magnetization by rotation. *Phys. Rev.*, 6 :239, 1915.
- Beasley, D., Bull, D. R., and Martin, R. R. An overview of genetic algorithms : Part 1, fundamentals, 1993.
- Beck, R. Galactic and Extragalactic Magnetic Fields. In Aharonian, F. A., Hofmann, W., and Rieger, F., editors, *American Institute of Physics Conference Series*, volume 1085 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 83–96, December 2008. doi : 10.1063/1.3076806.
- Beck, R. and Wielebinski, R. *Magnetic Fields in Galaxies*, page 641. 2013.
- Berkhuijsen, E. M. and Müller, P. Densities and filling factors of the diffuse ionized gas in the Solar neighbourhood. *Astronomy and Astrophysics*, 490 :179–187, October 2008. doi : 10.1051/0004-6361:200809675.
- Berkhuijsen, E. M., Mitra, D., and Mueller, P. Filling factors and scale heights of the diffuse ionized gas in the Milky Way. *Astronomische Nachrichten*, 327 :82–96, January 2006. doi : 10.1002/asna.200510488.
- Boulares, A. and Cox, D. P. Galactic hydrostatic equilibrium with magnetic tension and cosmic-ray diffusion. *Astrophysical Journal*, 365 :544–558, December 1990. doi : 10.1086/169509.
- Cordes, J. M. and Lazio, T. J. W. NE2001.I. A New Model for the Galactic Distribution of Free Electrons and its Fluctuations. *ArXiv Astrophysics e-prints*, July 2002.
- Darwin, C. *On the origin of species*. New York :D. Appleton and Co., 1859. URL <http://www.biodiversitylibrary.org/item/71804>. <http://www.biodiversitylibrary.org/bibliography/28875>.
- Davis, L., Jr. and Greenstein, J. L. The Polarization of Starlight by Aligned Dust Grains. *Astrophysical Journal*, 114 :206, September 1951. doi : 10.1086/145464.
- Dolginov, A. Z. and Mitrofanov, I. G. Orientation of cosmic dust grains. *Astrophysics and Space Science*, 43 :291–317, September 1976. doi : 10.1007/BF00640010.
- Dumke, M., Krause, M., Wielebinski, R., and Klein, U. Polarized radio emission at 2.8cm from a selected sample of edge-on galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 302 :691, October 1995.
- Elstner, D., Golla, G., Rudiger, G., and Wielebinski, R. Galactic halo magnetic fields due to a 'spiky' wind. *Astronomy and Astrophysics*, 297 :77–82, May 1995.
- Enßlin, T. A. and Weig, C. Inference with minimal Gibbs free energy in information field theory. *Physical Review E*, 82(5) :051112, November 2010. doi : 10.1103/PhysRevE.82.051112.

- Enßlin, T. A., Frommert, M., and Kitaura, F. S. Information field theory for cosmological perturbation reconstruction and nonlinear signal analysis. *Physical Review D*, 80(10) :105005, November 2009. doi : 10.1103/PhysRevD.80.105005.
- Ferrière, K. and Terral, P. Analytical models of X-shape magnetic fields in galactic halos. *Astronomy and Astrophysics*, 561 :A100, January 2014. doi : 10.1051/0004-6361/201322966.
- Fletcher, A. Magnetic Fields in Nearby Galaxies. In Kothes, R., Landecker, T. L., and Willis, A. G., editors, *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, volume 438 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 197, December 2010.
- Frick, P., Stepanov, R., Shukurov, A., and Sokoloff, D. Structures in the rotation measure sky. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 325 :649–664, August 2001. doi : 10.1046/j.1365-8711.2001.04462.x.
- Gaensler, B. M., Madsen, G. J., Chatterjee, S., and Mao, S. A. The Vertical Structure of Warm Ionised Gas in the Milky Way. *Publications of the Astron. Soc. of Australia*, 25 :184–200, November 2008. doi : 10.1071/AS08004.
- Gelman, A. and Rubin, D. B. Inference from iterative simulation using multiple sequences. *Statist. Sci.*, 7(4) :457–472, 11 1992. doi : 10.1214/ss/1177011136. URL <http://dx.doi.org/10.1214/ss/1177011136>.
- Gold, T. The alignment of galactic dust. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 112 :215, 1952. doi : 10.1093/mnras/112.2.215.
- Gómez, G. C., Benjamin, R. A., and Cox, D. P. A Reexamination of the Distribution of Galactic Free Electrons. *Astronomical Journal*, 122 :908–920, August 2001. doi : 10.1086/321180.
- Hall, J. S. and Mikesell, A. H. Observations of polarized light from stars. *Astronomical Journal*, 54 :187–188, September 1949. doi : 10.1086/106256.
- Han, J. Magnetic fields in our Galaxy : How much do we know ? (II) Halo fields and the global field structure. In Cecchini, S., Cortiglioni, S., Sault, R., and Sbarra, C., editors, *Astrophysical Polarized Backgrounds*, volume 609 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 96–101, March 2002. doi : 10.1063/1.1471830.
- Han, J. L. and Qiao, G. J. The magnetic field in the disk of our Galaxy. *Astronomy and Astrophysics*, 288 :759–772, August 1994.
- Han, J. L., Manchester, R. N., Berkhuijsen, E. M., and Beck, R. Antisymmetric rotation measures in our Galaxy : evidence for an A0 dynamo. *Astronomy and Astrophysics*, 322 :98–102, June 1997.
- Hastings, W. K. Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1) :97–109, 1970. doi : 10.1093/biomet/57.1.97. URL <http://biomet.oxfordjournals.org/content/57/1/97.abstract>.
- Haverkorn, M. and Heesen, V. Magnetic Fields in Galactic Haloes. *Space Science Reviews*, 166 : 133–144, May 2012. doi : 10.1007/s11214-011-9757-0.
- Haverkorn, M. and Spangler, S. R. Plasma Diagnostics of the Interstellar Medium with Radio Astronomy. *Space Science Reviews*, 178 :483–511, October 2013. doi : 10.1007/s11214-013-0014-6.
- Heesen, V., Krause, M., Beck, R., and Dettmar, R.-J. Cosmic rays and the magnetic field in the nearby starburst galaxy NGC 253. II. The magnetic field structure. *Astronomy and Astrophysics*, 506 :1123–1135, November 2009. doi : 10.1051/0004-6361/200911698.

- Heiles, C. The Local Direction and Curvature of the Galactic Magnetic Field Derived from Starlight Polarization. *Astrophysical Journal*, 462 :316–+, May 1996.
- Heiles, C. and Crutcher, R. Magnetic Fields in Diffuse HI and Molecular Clouds. In Wielebinski, R. and Beck, R., editors, *Cosmic Magnetic Fields*, volume 664 of *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, page 137, 2005. doi : 10.1007/11369875_7.
- Hiltner, W. A. On the Presence of Polarization in the Continuous Radiation of Stars. II. *Astrophysical Journal*, 109 :471, May 1949. doi : 10.1086/145151.
- Holland, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems. an introductory analysis with applications to biology, control and artificial intelligence*. 1975.
- Jaffe, T. R., Leahy, J. P., Banday, A. J., Leach, S. M., Lowe, S. R., and Wilkinson, A. Modelling the Galactic magnetic field on the plane in two dimensions. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 401 :1013–1028, January 2010. doi : 10.1111/j.1365-2966.2009.15745.x.
- Jałocha, J., Bratek, Ł., Kutschera, M., and Skindzier, P. Vertical gradients of azimuthal velocity in a global thin-disc model of spiral galaxies NGC 2403, NGC 4559, NGC 4302 and NGC 5775. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 412 :331–336, March 2011. doi : 10.1111/j.1365-2966.2010.17906.x.
- Jansson, R. and Farrar, G. R. A New Model of the Galactic Magnetic Field. *Astrophysical Journal*, 757 :14, September 2012a. doi : 10.1088/0004-637X/757/1/14.
- Jansson, R. and Farrar, G. R. The Galactic Magnetic Field. *Astrophysical Journal, Letters*, 761 :L11, December 2012b. doi : 10.1088/2041-8205/761/1/L11.
- Jones, A. P., Tielens, A. G. G. M., Hollenbach, D. J., and McKee, C. F. Grain destruction in shocks in the interstellar medium. *Astrophysical Journal*, 433 :797–810, October 1994. doi : 10.1086/174689.
- Jones, R. V. and Spitzer, L., Jr. Magnetic Alignment of Interstellar Grains. *Astrophysical Journal*, 147 :943, March 1967. doi : 10.1086/149086.
- Kim, S.-H. and Martin, P. G. The size distribution of interstellar dust particles as determined from polarization : Spheroids. *Astrophysical Journal*, 444 :293–305, May 1995. doi : 10.1086/175604.
- Krause, M. Magnetic Fields and Star Formation in Spiral Galaxies. In *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, volume 36 of *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica*, vol. 27, pages 25–29, August 2009.
- Lazarian, A. Paramagnetic alignment of thermally rotating dust. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 288 :609–617, July 1997a. doi : 10.1093/mnras/288.3.609.
- Lazarian, A. Gold Alignment and Internal Dissipation. *Astrophysical Journal*, 483 :296–308, July 1997b.
- Lazarian, A., Efrimsky, M., and Ozik, J. Mechanical Alignment of Prolate Cosmic-Dust Grains : Cross Section Alignment. *Astrophysical Journal*, 472 :240, November 1996. doi : 10.1086/178058.
- Le Mouél, J.-L. and Poirier, J.-P. *Une brève histoire du magnétisme : de l'aimant à la terre*. Belin, 2013.
- Mao, S. A., Gaensler, B. M., Haverkorn, M., Zweibel, E. G., Madsen, G. J., McClure-Griffiths, N. M., Shukurov, A., and Kronberg, P. P. A Survey of Extragalactic Faraday Rotation at High Galactic Latitude : The Vertical Magnetic Field of the Milky Way Toward the Galactic Poles. *Astrophysical Journal*, 714 :1170–1186, May 2010. doi : 10.1088/0004-637X/714/2/1170.

- Mathis, J. S. The alignment of interstellar grains. *Astrophysical Journal*, 308 :281–287, September 1986. doi : 10.1086/164499.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., and Teller, E. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *journal of computational physics*, 21 : 1087–1092, June 1953. doi : 10.1063/1.1699114.
- Mitra, D., Wielebinski, R., Kramer, M., and Jessner, A. The effect of HII regions on rotation measure of pulsars. *Astronomy and Astrophysics*, 398 :993–1005, February 2003. doi : 10.1051/0004-6361:20021702.
- Moffatt, H. K. *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*. 1978.
- Moss, D. and Sokoloff, D. The coexistence of odd and even parity magnetic fields in disc galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 487 :197–203, August 2008. doi : 10.1051/0004-6361:200809808.
- Moss, D., Sokoloff, D., Beck, R., and Krause, M. Galactic winds and the symmetry properties of galactic magnetic fields. *Astronomy and Astrophysics*, 512 :A61, March 2010. doi : 10.1051/0004-6361/200913509.
- Northrop, T. G. Adiabatic Charged-Particle Motion. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 1 :283–304, 1963. doi : 10.1029/RG001i003p00283.
- Ohno, H. and Shibata, S. The random magnetic field in the Galaxy. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 262 :953–962, June 1993.
- Oppermann, N., Robbers, G., and Enßlin, T. A. Reconstructing signals from noisy data with unknown signal and noise covariance. *Physical Review E*, 84(4) :041118, October 2011. doi : 10.1103/PhysRevE.84.041118.
- Oppermann, N., Junklewitz, H., Robbers, G., Bell, M. R., Enßlin, T. A., Bonafede, A., Braun, R., Brown, J. C., Clarke, T. E., Feain, I. J., Gaensler, B. M., Hammond, A., Harvey-Smith, L., Heald, G., Johnston-Hollitt, M., Klein, U., Kronberg, P. P., Mao, S. A., McClure-Griffiths, N. M., O’Sullivan, S. P., Pratley, L., Robishaw, T., Roy, S., Schnitzeler, D. H. F. M., Sotomayor-Beltran, C., Stevens, J., Stil, J. M., Sunstrum, C., Tanna, A., Taylor, A. R., and Van Eck, C. L. An improved map of the Galactic Faraday sky. *Astronomy and Astrophysics*, 542 :A93, June 2012. doi : 10.1051/0004-6361/201118526.
- Oppermann, N., Junklewitz, H., Greiner, M., Enßlin, T. A., Akahori, T., Carretti, E., Gaensler, B. M., Goobar, A., Harvey-Smith, L., Johnston-Hollitt, M., Pratley, L., Schnitzeler, D. H. F. M., Stil, J. M., and Vacca, V. Estimating extragalactic Faraday rotation. *Astronomy and Astrophysics*, 575 :A118, March 2015. doi : 10.1051/0004-6361/201423995.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P. *Numerical Recipes 3rd Edition : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 3 edition, 2007. ISBN 0521880688, 9780521880688.
- Prouza, M. and Šmída, R. The Galactic magnetic field and propagation of ultra-high energy cosmic rays. *Astronomy and Astrophysics*, 410 :1–10, October 2003. doi : 10.1051/0004-6361:20031281.
- Pshirkov, M. S., Tinyakov, P. G., Kronberg, P. P., and Newton-McGee, K. J. Deriving the Global Structure of the Galactic Magnetic Field from Faraday Rotation Measures of Extragalactic Sources. *Astrophysical Journal*, 738 :192, September 2011. doi : 10.1088/0004-637X/738/2/192.
- Purcell, E. M. Suprathermal rotation of interstellar grains. *Astrophysical Journal*, 231 :404–416, July 1979. doi : 10.1086/157204.

- Rand, R. J. and Kulkarni, S. R. The local Galactic magnetic field. *Astrophysical Journal*, 343 : 760–772, August 1989. doi : 10.1086/167747.
- Rand, R. J. and Lyne, A. G. New Rotation Measures of Distant Pulsars in the Inner Galaxy and Magnetic Field Reversals. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 268 :497–+, May 1994.
- Roberge, W. G., Hanany, S., and Messinger, D. W. Grain Alignment by Ambipolar Diffusion in Molecular Clouds. *Astrophysical Journal*, 453 :238, November 1995. doi : 10.1086/176383.
- Roberts, G. O., Gelman, A., and Gilks, W. R. Weak Convergence and Optimal Scaling of Random Walk Metropolis Algorithms. *The Annals of Applied Probability*, 7(1) :110–120, 1997.
- Rosner, R. and Deluca, E. On the Galactic Dynamo. In Morris, M., editor, *The Center of the Galaxy*, volume 136 of *IAU Symposium*, page 319, 1989.
- Rybicki, G. B. and Lightman, A. P. *Radiative Processes in Astrophysics*. June 1986.
- Schnitzeler, D. H. F. M. Modelling the Galactic distribution of free electrons. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 427 :664–678, November 2012a. doi : 10.1111/j.1365-2966.2012.21869.x.
- Schnitzeler, D. H. F. M. Modelling the Galactic distribution of free electrons. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 427 :664–678, November 2012b. doi : 10.1111/j.1365-2966.2012.21869.x.
- Senechal, D. Histoire des sciences, 2007. <http://www.physique.usherbrooke.ca/pages/sites/default/files/PHQ399.pdf>.
- Simard-Normandin, M. and Kronberg, P. P. Rotation measures and the galactic magnetic field. *Astrophysical Journal*, 242 :74–94, November 1980. doi : 10.1086/158445.
- Soida, M. Can we observe the poloidal magnetic field? In Chyzy, K. T., Otmianowska-Mazur, K., Soida, M., and Dettmar, R.-J., editors, *The Magnetized Plasma in Galaxy Evolution*, pages 185–190, June 2005.
- Soida, M., Krause, M., Dettmar, R.-J., and Urbanik, M. The large scale magnetic field structure of the spiral galaxy NGC 5775. *Astronomy and Astrophysics*, 531 :A127, July 2011. doi : 10.1051/0004-6361/200810763.
- Stern, D. P. The Motion of Magnetic Field Lines. *Space Science Reviews*, 6 :147–173, November 1966. doi : 10.1007/BF00222592.
- Stil, J. M., Taylor, A. R., and Sunstrum, C. Structure in the Rotation Measure Sky. *Astrophysical Journal*, 726 :4, January 2011. doi : 10.1088/0004-637X/726/1/4.
- Sun, X.-H. and Reich, W. The Galactic halo magnetic field revisited. *Research in Astronomy and Astrophysics*, 10 :1287–1297, December 2010. doi : 10.1088/1674-4527/10/12/009.
- Sun, X. H., Landecker, T. L., Gaensler, B. M., Carretti, E., Reich, W., Leahy, J. P., McClure-Griffiths, N. M., Crocker, R. M., Wolleben, M., Haverkorn, M., Douglas, K. A., and Gray, A. D. Faraday Tomography of the North Polar Spur : Constraints on the Distance to the Spur and on the Magnetic Field of the Galaxy. *Astrophysical Journal*, 811 :40, September 2015. doi : 10.1088/0004-637X/811/1/40.
- Taylor, A. R., Stil, J. M., and Sunstrum, C. A Rotation Measure Image of the Sky. *Astrophysical Journal*, 702 :1230–1236, September 2009. doi : 10.1088/0004-637X/702/2/1230.

- Taylor, J. H. and Cordes, J. M. Pulsar distances and the galactic distribution of free electrons. *Astrophysical Journal*, 411 :674–684, July 1993. doi : 10.1086/172870.
- Tüllmann, R., Dettmar, R.-J., Soida, M., Urbanik, M., and Rossa, J. The thermal and non-thermal gaseous halo of NGC 5775. *Astronomy and Astrophysics*, 364 :L36–L41, December 2000.
- Wielebinski, R. and Krause, F. Magnetic fields in galaxies. *Astronomy and Astrophysics Reviews*, 4 :449–485, April 1993. doi : 10.1007/BF00872945.
- Wolleben, M., Fletcher, A., Landecker, T. L., Carretti, E., Dickey, J. M., Gaensler, B. M., Haverkorn, M., McClure-Griffiths, N., Reich, W., and Taylor, A. R. Antisymmetry in the Faraday Rotation Sky Caused by a Nearby Magnetized Bubble. *Astrophysical Journal, Letters*, 724 :L48–L52, November 2010. doi : 10.1088/2041-8205/724/1/L48.

