



HAL
open science

Simulations numériques de l'action de la houle sur des ouvrages marins dans des conditions hydrodynamiques sévères

Xuezhou Lu

► **To cite this version:**

Xuezhou Lu. Simulations numériques de l'action de la houle sur des ouvrages marins dans des conditions hydrodynamiques sévères. Mécanique [physics]. Université du Havre, 2016. Français. NNT : 2016LEHA0012 . tel-01461313

HAL Id: tel-01461313

<https://theses.hal.science/tel-01461313>

Submitted on 8 Feb 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité : Mécanique

Préparée au sein de « Laboratoire d'Ondes et Milieux Complexes »

Simulations numériques de l'action de la houle sur des ouvrages marins dans des conditions hydrodynamiques sévères.

présentée et soutenue par
Xuezhou LU

Thèse soutenue publiquement le 21 juin 2016
devant le jury composé de

Stéphane Abadie	Professeur, Université de Pau et des Pays de l'Adour	Rapporteur
Abdellatif Ouahsine	Professeur, Université de Compiègne	Rapporteur
Iglesias Gregorio	Professeur, University of Plymouth	Président
Olivier Kimmoun	Maître de Conférences HDR, École Centrale Marseille	Examineur
Élie Rivoalen	Professeur, INSA de Rouen	Directeur
Jérôme Brossard	Professeur émérite, Université du Havre	Co-directeur
Grégory Pinon	Maître de Conférences, Université du Havre	Co-encadrant

Thèse dirigée par Elie RIVOALEN et Jérôme BROSSARD, laboratoire LOMC



Remerciements

Tout d'abord je voudrais remercier tous les membres du jury : Messieurs Iglesias Gregorio, Stéphane Abadie, Abdellatif Ouahsine et Olivier Kimmoun pour leur participation et leurs remarques précieuses.

Je voudrais remercier tout particulièrement à mon équipe d'encadrement, Elie, mon directeur de thèse, Jérôme, mon co-directeur et Grégory mon co-encadrant pour leur soutien, leur encouragement et leurs conseils tout au long de cette thèse. Un grand merci à Jean-Marc, pour son aide scientifique.

Je remercie également Gaël, Paul et autres collègues du LOMC pour l'ambiance de travail agréable. Un remerciement particulier à : Nezha, Ruonan, Céline, Clément, Antony, Borja, Marine, Simon, Guillaume, Benoît, Jean-Baptiste, que j'ai eu le grand plaisir de leur rencontrer, merci pour leur amitié, leur gentillesse et les nombreux bons moments passés ensemble.

Je remercie Joanna et Rahounak pour leur amitié, leur aide et leur accompagnement. Merci aussi à Kuntong pour son soutien lors des derniers mois de ma thèse.

J'aimerais remercier ma famille, plus particulièrement mes grands-parents qui malgré l'éloignement géographique, m'ont toujours apporté leur soutien.

Xavier, merci pour les bons souvenirs, pour ta compréhension dans les bons moments comme dans les mauvais.

Mes derniers remerciements vont à mes parents pour leur éducation, leur encouragement, leur amour inestimable et leur soutien indéfectible tout au long de ma vie.

Résumé

Résumé

L'étude porte sur l'impact de vagues sur une paroi rigide en deux dimensions. Les travaux de modélisation numérique ont été réalisés à partir du code JOSEPHINE, utilisant la méthode Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), développé au sein du laboratoire LOMC. La méthode choisie repose sur une approximation faiblement compressible des équations d'Euler. Dans un premier temps, l'étude d'un cas académique de l'impact d'un jet triangulaire a permis de valider et améliorer le schéma numérique permettant la modélisation d'impacts violents. Les pressions d'impacts ont été étudiées et comparées à d'autres résultats analytiques et numériques. Dans un second temps, l'impact d'une vague solitaire déferlante a été modélisé. Les pressions d'impact ont été déterminées et comparées avec celles issues d'expériences. Après une analyse numérique approfondie des simulations mono-phasiques, un modèle diphasique a été spécifiquement développé pour tenir compte à la fois des phases eau et air. Le modèle SPH diphasique a permis d'améliorer la qualité des résultats, notamment pour le cas « air pocket impact », où une poche d'air est emprisonnée lors de l'impact. Le but final de ce travail est d'étudier la survivabilité des récupérateurs d'énergie marine adossés à des structures côtières lors d'événements météorologiques violents.

Numerical computations of wave impacts on coastal structures under severe hydrodynamic conditions.

Abstract

The present manuscript focuses on the wave impact on a rigid wall in two dimensions. The numerical computations were performed using a Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) software named JOSEPHINE, developed at the LOMC laboratory. The software is based on a weakly-compressible SPH model, where Euler equation of motion is solved. Firstly, an academic test case, the impact of a triangular jet was used to validate and improve the numerical scheme to model violent impacts. The impact pressures were studied and compared to analytical and other numerical results. Secondly, the impact of a breaking solitary wave was modelled. The

impact pressures were determined and compared with those obtained in the experiments. After a depth numerical analysis of mono-phase flow computations, a two-phase model was developed specifically to consider both water and air phases. The two-phase SPH model improved the results quality, especially for the case "air pocket impact", where an air pocket is trapped during the impact. The ultimate goal of this work is to study the survivability of coastal structures equipped with a marine energy recovery device during severe weather events.

Table des matières

Introduction	11
1 Étude bibliographique	17
1.1 Introduction	17
1.2 Modélisation de l'écoulement à surface libre	18
1.3 Impact des vagues sur des structures	23
1.3.1 Le type d'impact	23
1.3.2 La pression d'impact déterminée expérimentalement	25
1.3.3 État de l'art sur la modélisation numérique d'impact de vague déferlante	25
1.4 Conclusion	26
2 Méthode SPH	29
2.1 Présentation de la méthode SPH	29
2.1.1 Historique	29
2.1.2 Principe	30
2.1.3 Application à la mécanique des fluides	31
2.2 Code JOSEPHINE	33
2.2.1 Noyau d'interpolation	34
2.2.2 Variantes du modèle SPH	36
2.2.3 Conditions aux limites	37
2.3 Conclusion	41
3 Impact d'un jet triangulaire	43
3.1 Introduction	43
3.2 Description de la configuration	44
3.2.1 Disposition initiale des particules	45
3.3 Validation sur le cas $\alpha = 45^\circ$	47
3.3.1 Comparaison de différents schémas numériques SPH appliqués à l'impact	49
3.3.2 Convergence en temps et en espace	52
3.3.3 Solutions auto-similaires	54
3.4 Variation de l'angle du triangle	56
3.5 Conclusion	60

4	Impact des vagues	61
4.1	Introduction	61
4.2	Génération et propagation d'un soliton : la loi de batteur	62
4.3	Propagation et rebond d'un soliton non déferlant	66
4.3.1	Propagation d'un soliton	66
4.3.2	Convergence numérique de la solution	67
4.3.3	Différentes amplitudes de solitons	68
4.4	Impact d'un soliton déferlant	71
4.4.1	Différents type d'impact	72
4.4.2	L'impact de type « air pocket » : Calibration sur la forme de la vague et les vitesses	73
4.4.3	« Run up » sur la structure verticale	78
4.4.4	Étude de convergence	79
4.4.5	Les pressions d'impact et forces sur la paroi	82
4.5	Conclusion	83
5	Implémentation du modèle SPH d'écoulement diphasique	89
5.1	État de l'art	90
5.2	Principe des modèles diphasiques SPH	93
5.2.1	Équation d'état	93
5.2.2	Traitements de l'interface	94
5.3	Cas hydrostatique bi-fluide	95
5.3.1	Description du cas	95
5.3.2	Résultats numériques obtenus	96
5.4	Cas de la montée d'une bulle d'air dans l'eau	98
5.4.1	Description du cas	98
5.4.2	Résultats numériques obtenus	99
5.5	Effondrement d'une colonne d'eau	103
5.5.1	Description du cas	103
5.5.2	Résultats numériques obtenus	104
5.5.3	Comparaison avec le modèle de Chen et al. [1]	104
5.5.4	Influence de la condition à la limite	107
5.6	Application sur le cas : « air pocket » impact	112
5.6.1	Description du cas	112
5.6.2	Résultats numériques obtenus	113
5.7	Conclusion	116
6	Conclusion et perspective	121
A	Différentes configurations d'impact du soliton en diphasique	123
	Table des figures	127

Liste des tableaux	135
Bibliographie	137

Introduction

L'augmentation de la part d'énergie renouvelable dans la consommation énergétique est un objectif partagé par de nombreux pays pour faire face à une demande croissante et au réchauffement climatique. En 2010, 12,4% de la consommation brute d'énergie finale est assurée par des énergies renouvelables. Elle représente également 19,8% de la production mondiale d'électricité [2]. Pour l'objectif de 20% d'énergies renouvelables dans la consommation d'énergie d'ici à 2020 en Europe, ce développement dynamique devra être soutenu et continu. Les sources principales d'énergies renouvelables en Europe sont l'hydraulique, l'éolien, la biomasse et la géothermie. Dans ce mix énergétique, la part des énergies marines reste très faible. La plupart des technologies ne sont pas encore matures et seul l'éolien offshore participe aujourd'hui à la production d'énergie d'origine marine. L'éolien offshore reste toutefois une adaptation de l'éolien terrestre à un site maritime avec comme source d'énergie, le vent. Pour trouver des technologies basées sur la conversion d'énergie provenant de la mer, l'hydrolien utilise l'énergie cinétique des courants marins qui est ensuite convertie en électricité. Il est aujourd'hui à un stade où des prototypes existent et les premiers champs pilotes d'hydroliennes sont au stade de la pré-industrialisation. La première hydrolienne Sabella D10 qui produit du courant et raccordée au réseau électrique français a été inaugurée à Brest le 24 avril 2015. Elle a été ensuite posée en mer avec succès le jeudi 25 juin 2015. Cette grosse turbine de 450 tonnes et de 17 mètres de haut a une puissance de 500 KW [3, 4]. La houle peut également être une source d'énergie exploitable pour la production d'électricité. On distingue les systèmes flottants situés généralement en pleine mer et les systèmes à franchissement et à colonne d'eau oscillante adossés à des ouvrages maritimes fixes. Ainsi, certains systèmes de récupération de l'énergie marine portuaire ou côtière participent à l'aménagement et à la protection du littoral. Un projet national de recherche EMACOP (Energies MARines, COtières et Portuaires) [5] s'inscrit depuis 2011 dans ce contexte. Il consiste à évaluer l'opportunité de la construction d'ouvrages neufs ou l'adaptation d'ouvrages anciens. Ces ouvrages sont faiblement immergés et dotés d'un dispositif de récupération d'énergie marine. L'objectif principal du projet est d'analyser le potentiel énergétique d'aménagements nouveaux et la capacité des technologies existantes. Le projet s'attache aussi à l'étude de la survivabilité qui consiste ici à mesurer la capacité d'une structure à résister à des conditions hydrodynamiques sévères. C'est ce dernier point qui motive et dirige nos travaux de recherche.

Nous nous intéressons aux systèmes des Colonnes d'Eaux Oscillantes (connues sous l'acronyme OWC, pour "oscillating water column"), qui récupèrent l'énergie de la houle. C'est une des techniques principales utilisées pour récupérer l'énergie de la houle, comme les systèmes oscillants flottants ou non et les systèmes à franchissements. Les CEO ont plusieurs avantages : les pièces mobiles sont hors d'eau ce qui conduit à une plus grande durée de vie des matériaux et à un moindre impact sur le milieu marin. Les systèmes CEO sont généralement construits près de la côte pour faciliter la maintenance et l'accès au réseau électrique.

Il a été établi que le système CEO préfère des côtes rocheuses pour des dispositifs *onshore* ou *nearshore*, il a également besoin d'un climat des vagues constant et fort. Le système CEO a déjà été implanté sur de nombreux sites à travers le monde : l'Écosse, l'Inde, l'Australie, le Portugal et le Japon etc [6]. LIMPET (Load Installed Marine power Energy Transmitter) est la première centrale houlomotrice connectée au réseau électrique du Royaume-Uni, située sur l'île d'Islay [7]. Sa puissance nominale est de 500 kW. Elle a été construite entre 1998 et 2001 et mise en service au cours du printemps 2001 en remplacement d'une installation de 75 kW construite en 1989 et située sur un site adjacent Whittaker [8]. La Centrale de l'Île de Pico en Portugal est une de la première centrale du monde avec la technologie de OWC. Elle se compose d'une chambre en béton qui est intégrée dans un recoin de la côte rocheuse. Elle a une puissance installée de 400 kW [9]. La centrale de Mutriku a été mise en service en juillet 2011, en Espagne. Elle génère environ 300 kW avec ses 16 turbines Wells. Sa production annuelle est de 600 MWh, cela pourra approvisionner en électricité 600 personnes et pourrait éviter l'émission de 600 tonnes de CO₂ par an [10, 11]. Un autre projet de centrale électrique de CEO s'appelle « Ocean Energy (OE)Buoy ». Il a été déployé en mode test à l'échelle 1/4 à Spiddal près de Galway en Irlande entre 2007 et 2009 [12]. Jusqu'au 5 Mars 2011, le modèle a été redéployé sur le même site, principalement comme un collecteur de données pour le projet de recherche collaborative européen Cores [13].

Le principe de fonctionnement des CEO reste simple. Une CEO se compose essentiellement d'une structure partiellement immergée dans l'eau et d'une turbine. Elles fonctionnent à la manière d'un piston et d'un cylindre. Le schéma de la Figure 1 décrit le principe des CEO : Lorsqu'une vague entre dans la CEO, elle oblige l'air à monter vers la turbine, comme l'action d'un piston. La compression de l'air fait tourner la turbine dans la même direction (cf. Figure 1 (gauche)). Lorsque la vague se retire, la descente de la vague fait entrer l'air dans la CEO. Cet effet opposé actionne à nouveau la turbine (Cf. Figure 1 (droite)). Cette énergie mécanique est ensuite convertie en électricité.

Comme évoqué précédemment, la survivabilité des technologies est un des principaux critères d'évaluation de systèmes de récupération des énergies marines renouvelables. Plusieurs approches peuvent être développées pour l'étude de ce phénomène, notamment à partir d'essais expérimentaux ou d'outils de simulation numérique. Mais en pratique, il existe peu de données disponibles permettant de définir des critères d'évaluation. Les limites sont dues aux coûts des essais en bassins de génie océanique ou encore aux difficultés de mettre en œuvre des

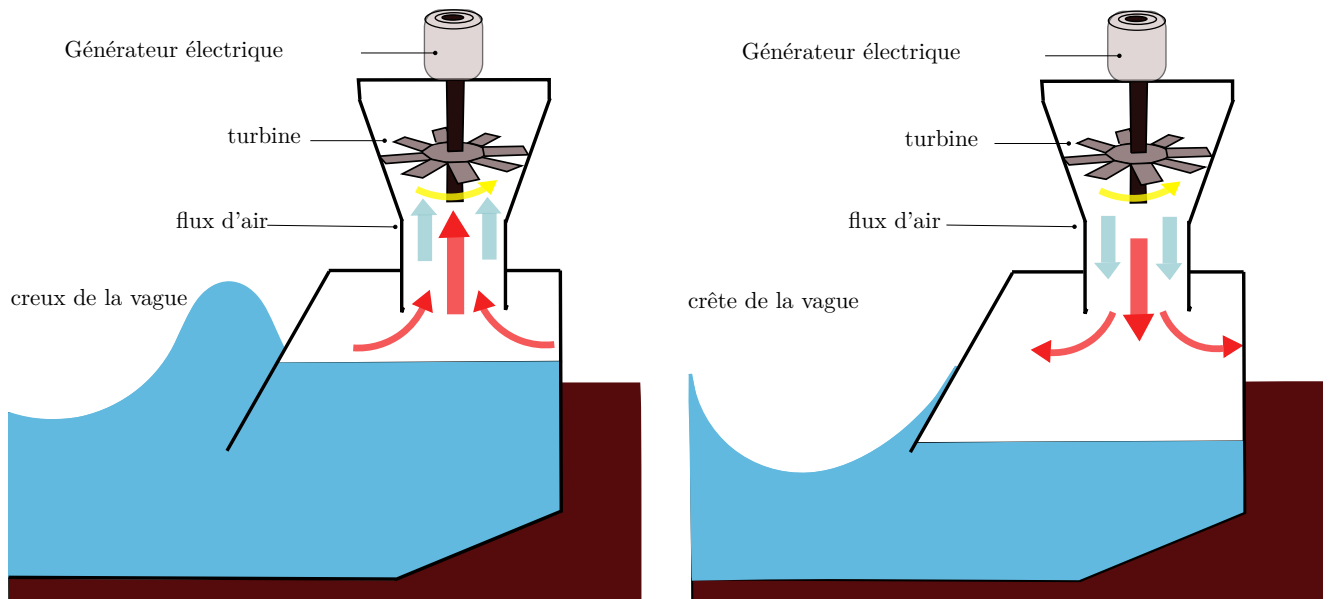


FIGURE 1 – Schéma d’une colonne d’eau oscillante. Gauche : les vagues montantes, droite : les vagues descendantes.

outils numériques capables de prendre en compte des phénomènes complexes. En considérant la structure de la CEO, l’étude de la survivabilité est liée à l’étude des interactions entre la houle et les ouvrages dans des conditions hydrodynamiques sévères, comme le déferlement de la houle ou l’impact des vagues sur la structure. Les vagues déferlantes sur des structures côtières et offshores, peuvent causer de fortes pressions d’impact qui sont un paramètre important pour la stabilité de ces structures. La mesure des efforts induits par ces impacts sur les structures est très délicate car il s’agit de capter des pressions qui peuvent être très intenses pour des durées d’impact très courtes.

Le travail présenté dans ce manuscrit aborde cette problématique liée à la prédiction des efforts d’impact lors de l’action d’une onde de gravité sur un ouvrage maritime. Une partie des travaux menés sur cette problématique est regroupée au sein du projet national EMACOP.

Aujourd’hui, grâce au développement de la technologie informatique, la simulation numérique est couramment utilisée dans de nombreux domaines de recherche et développement notamment en mécanique des fluides. Différentes méthodes numériques ont été proposées, mais actuellement aucune d’entre elles ne peut traiter indistinctement et efficacement tous types d’écoulements. Ainsi, le choix de la méthode se fait encore en fonction du type d’écoulement et du problème traité. Dans le cas présent la propagation de la houle qui interagit avec un ouvrage est généralement traitée comme un problème à surface libre. Les méthodes les plus courantes sont eulériennes où la construction de maillage est indispensable. Cependant quand les surfaces libres sont soumises à d’importantes déformations, par exemple, lors d’impact ou de déferlements toutes les méthodes numériques connaissent des difficultés de résolution. Ces difficultés peuvent être directement liées au choix de la méthode numérique ou à la difficulté de

prendre en compte certains phénomènes physiques (impact, déferlement, turbulence, ...). Par exemple, la méthode des différences finis basée sur la formulation eulérienne est populaire en mécanique des fluides. Car elle possède un maillage fixé en temps qui n'est pas influencé par les grande déformations du fluide. Cependant, elle possède un certain nombre de limitations : elle est parfois coûteuse en temps de calcul, surtout pour une simulation en domaine ouvert, car il est nécessaire de mailler un domaine fluide très vaste pour respecter les conditions limites aux bords du domaine ; il est parfois difficile de traiter un domaine avec des géométries complexes. De plus, la détermination de la position des surfaces libre, des interfaces etc, reste compliquée. Il existe les méthodes eulérienne qui sont spécialisées pour le suivi d'une interface, comme la méthode level set, la méthode VOF. La méthode VOF permet de manipuler naturellement les changements topologiques. Ainsi elle s'adapte à traiter des géométries complexes. Cependant, c'est difficile d'avoir une bonne précision du suivi des interfaces [14]. Les méthodes basées sur un maillage souffrent de limitations pour certaines classes de problèmes comme les simulations d'impacts et d'explosions, ce qui concerne la modélisation de grandes déformations, des interfaces variables et des discontinuités. Depuis un certain nombre d'années, les méthodes sans maillage ont été développées dans le but de s'affranchir des difficultés liés au maillage. L'approximation dans les méthodes sans maillage est construite à l'aide des données nodales. Plusieurs avantages sont attendus : une plus grande facilité de raffinement de la discrétisation, l'absence de connectivités fixes entre les nœuds (supprime les effets dus à la déformation du maillage), l'indépendance des résultats de la discrétisation. [15]

L'outil numérique développé et appliqué dans le cadre de cette étude est basé sur une méthode numérique lagrangienne sans maillage : Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). Le développement du code s'inscrit dans la continuité des travaux initiés par J.M Cherfils [16] qui a implémenté un solveur SPH pour la modélisation des écoulements instationnaires à surface libre. Il a été validé entre autres sur le cas test de la rupture de barrage. La méthode SPH a initialement été développée pour la simulation de systèmes gravitaires en astrophysique [17, 18] en 1977. Dans les années 90, une extension de la méthode à l'hydrodynamique à surface libre a été proposée par Monaghan [19]. Ce succès permit d'appliquer cette méthode à un grand nombre de problèmes différents liés à la prise en compte des grandes déformations de la surface libre et il encouragea les recherches autour des autres méthodes particulières. Par sa nature lagrangienne et sans maillage, SPH est particulièrement adaptée aux simulations en domaine ouvert ou avec des grandes déformations des interfaces. Ces avantages correspondent bien à notre besoin. De plus, cette méthode numérique est relativement facile à appréhender et donne des résultats encourageants dès les premières simulations. Cependant, quand nous l'utilisons pour traiter les problèmes plus complexes ou à forte dynamique, comme ceux que nous étudions, nous devons apporter quelques améliorations à la méthode pour obtenir des résultats plus précis. L'amélioration de la précision et du traitement des conditions limites restent toujours au coeur des recherches de la méthode SPH.

Pour certains cas d'impact de vagues déferlantes contre une structure côtière, l'influence de

l'air ne peut pas être négligé, à cause des poches d'air ou bulles d'air générées pendant l'impact [20, 21, 22, 23, 24]. Ainsi, afin de calculer plus précisément la pression et la force exercée sur la structure pendant l'impact et d'observer le rôle de la phase d'air, nous avons proposé d'implémenter des modèles diphasiques dans le code. La méthode SPH s'avère capable d'intégrer plusieurs fluides, car il est possible d'attribuer un ensemble de particules à chaque phase avec les propriétés physiques associées [25]. Le traitement de l'interface peut être nécessaire, mais par rapport à une méthode eulérienne, la méthode de suivi d'interface est relativement aisée et ne nécessite pas d'affiner de manière excessive la discrétisation [26]. Cependant, l'augmentation du nombre de particules par la présence des deux phases a nécessairement un impact significatif sur le temps d'exécution.

Suivant les points clés de recherche mentionnés ci dessus, ce manuscrit est composé des chapitres suivant : dans le premier chapitre nous présentons l'état de l'art sur la modélisation des écoulements à surface libre et les connaissances liées à l'impact des vagues. Dans le deuxième chapitre, la méthode SPH et notre outil numérique sont introduits, les différentes variantes de SPH sont présentées. Les chapitres trois et quatre se focalisent sur le problème de l'impact des vagues. Dans ces deux chapitres nous nous intéressons plus particulièrement à la prédiction de la pression survenant lors de l'impact de vagues sur un mur, afin de prédire les efforts auxquels la structure sera soumise : dans le chapitre 3, un cas académique de l'impact d'un jet triangulaire permet d'étudier les phénomènes locaux de l'impact des vagues et de comparer ensuite nos résultats avec ceux issus d'une autre méthode numérique, de type VOF et d'un modèle analytique. Plusieurs variantes de la méthode SPH sont testées en termes de stabilité et précision. Dans un second temps, dans le chapitre 4, la génération et la propagation d'un soliton dans un canal à houle bidimensionnel sont modélisées. Le déferlement et l'impact du soliton sur un mur sont étudiés en intégrant une plage inclinée dans ce canal. Différents types d'impact peuvent ainsi être reproduits. Nos résultats sont comparés à ceux réalisés dans un canal à houle de l'école centrale de Marseille [27]. Le cinquième chapitre est consacré à l'implémentation du modèle SPH diphasique. Il est validé sur des cas-tests et appliqué au problème d'impact du soliton traité dans le chapitre précédent. La conclusion et les perspectives sont présentées dans le cinquième chapitre.

Chapitre 1

Étude bibliographique

1.1 Introduction

L'étude concerne la propagation d'une onde de gravité (houle) et son action sur les ouvrages côtiers dans des conditions hydrodynamiques sévères. L'échelle spatiale varie entre la longueur d'onde de la houle générée (quelques dizaines de mètres) et la taille de la zone d'impact du fluide sur la structure (quelques centimètres). Les échelles de temps associées sont la période de la houle (quelques secondes) et le temps d'impact (quelques micro secondes). Les grandes amplitudes entre échelles spatiales et temporelles nécessitent des résolutions numériques très fines. L'objectif est donc ici de simuler avec une bonne précision, à la fois la propagation de l'onde de gravité et la zone d'impact de cette onde sur l'ouvrage étudié. On peut retrouver cette problématique quand on étudie l'action de la houle sur des navires ou des structures offshore. Le calcul ou la mesure des pressions d'impacts reste ainsi un sujet d'importance car il conditionne une bonne prédiction des efforts qui agiront sur l'ouvrage. Les efforts associés peuvent en effet nuire à la pérennité de l'ouvrage. Pour modéliser ces phénomènes, la capacité d'une méthode à traiter l'écoulement à surface libre est nécessaire. En plus, pour le problème d'impact, où la surface libre pourrait afficher de fortes non-linéarités, la méthode doit aussi être capable de prendre en compte des formes de surface libre complexes et des actions fortes du liquide sur la structure. Afin de mieux comprendre les phénomènes physiques que nous étudions et de comparer différents modèles numériques, nous allons tout d'abord présenter l'état de l'art de la modélisation des écoulements à surface libre pour ensuite nous intéresser à l'impact des vagues sur des structures côtières.

1.2 Modélisation de l'écoulement à surface libre

Les écoulements à surface libre sont très courants dans les problèmes de mécanique de fluide. Ils ont été largement étudiés analytiquement, expérimentalement et numériquement.

Les méthodes numériques peuvent généralement être classées suivant le type de discrétisation utilisée : la méthode avec ou sans maillage et les méthodes intégrales de frontières où seules les interfaces sont maillées. Nous allons d'abord présenter les méthodes avec maillage qui ont obtenu de grands succès sur ce problème. Ensuite, nous allons considérer la méthode particulière SPH sans maillage.

Pour la méthode avec maillage, les difficultés rencontrées pour simuler des écoulements à surface libre sont souvent liées à l'interface air/eau, qui d'une part est elle-même une inconnue du problème et qui d'autre part, par sa position, influe sur le comportement de l'ensemble du domaine fluide. Ainsi, la plupart des travaux de recherche porte sur le traitement d'un maillage qui s'adapte à un volume fluide qui se déforme en fonction du temps. Les approches numériques pour traiter la surface libre peuvent être regroupées en trois catégories principales [28] : méthode de *fitting* d'interface, méthode de suivi d'interface et méthode de capture d'interface.

- La méthode de *fitting* d'interface résout l'équation d'écoulement seulement dans le domaine fluide, la surface libre étant placée à la limite du domaine de calcul. Cette méthode est très efficace pour des problèmes simples de surface libre mais sa limite de validité est atteinte pour de grandes distorsions de la grille. Si la surface libre devient très déformée, un nouveau maillage doit être généré pour maintenir la précision de la solution. L'autre limite de cette méthode est qu'il est difficile de traiter certains cas complexes, comme la déferlement ou les interactions fluide-fluide.
- La méthode de suivi d'interface étudie le domaine fluide sur un système de grille fixe. La surface libre est identifiée par une fonction de type marqueurs, telle que la fraction volumique utilisée dans la méthode de volume de fluide (Méthode VoF - Volume of Fluid). La méthode VoF basée sur la méthode de Marker And Cell (MAC) [29] a été introduite au début des années 80 par Hirt et Nichols [30].
- Dans la méthode de capture d'interface, l'interface est implicitement capturées comme une discontinuité dans le champ de la densité, donc la position de l'interface peut être déterminée sans les procédures de suivi de l'interface.

La différence principale entre la méthode de suivi d'interface et la méthode de capture d'interface est la manière d'identifier la position du liquide. Pour l'instant, la méthode de capture d'interface la plus populaire est la méthode d'ensemble de niveaux (Level Set Method) proposée par Osher et Sethian [31].

Méthode des volumes finis Ces dernières années, la méthode des volumes finis a attiré une grande attention de la communauté des numériciens et a été appliquée à la simulation nu-

mérique des problèmes hydrauliques bidimensionnels à surface libre. La méthode des volumes finis consiste à résoudre l'équation aux dérivées partielles à l'aide d'un maillage qui discrétise le domaine. Les bilans de masse et de quantité de mouvement sont effectués entre les petits volumes constituant le maillage. On utilise une fonction de flux pour obtenir une approximation des flux physiques (masse, quantité de mouvement, ...) aux interfaces des volumes (cellules). Le flux sortant d'un volume donné est égal à celui qui rentre dans le volume adjacent. La formulation dans la discrétisation des lois de conservation ne tient aucun compte de la complexité du maillage, cela permet de l'appliquer en utilisant un maillage non structuré. Par contre, la géométrie complexe du maillage peut rendre difficile l'estimation des flux aux interfaces des différentes cellules.

De nombreux schémas de haute précision sont consacrés au calcul du flux physiques convectifs de part et d'autre des interfaces des cellules. Parmi eux, les solveurs de Riemann approchés ou exacts, ont été principalement utilisés pour résoudre les équations de Saint-Venant qui décrivent les écoulements à surface libre en eaux peu profondes. En utilisant les solveurs de Riemann, par exemple, Alcrudo et Garcia-Navarro [32] ont développé un schéma d'ordre élevé de type Godunov basé sur MUSCL (Monotonic Upstream-centered Schemes for Conservation Laws) pour simuler les ondes de crues à l'issue d'une rupture de barrage. Toro [33] a proposé le solveur HLLC (Harten, Lax Van Leer at Contact) pour évaluer les flux d'interface dans un maillage rectangulaire pour les écoulements à surface libre en eaux peu profondes.

Des travaux sont apparus pour renforcer la performance des solveurs d'ordre élevé et ont permis d'obtenir de bons résultats pour les écoulements graduellement variés à surface libre [34, 35]. Pour d'autres types d'écoulement à surface libre, tel que l'impact des vagues, Dulykh et al. [36] ont proposé un modèle diphasique. Ce modèle compte deux fluides qui ont les mêmes vitesses et d'analyser certaines de ses propriétés. Les équations sont discrétisées par une méthode des volumes finis de second ordre avec un schéma « Volumes Finis à Flux Caractéristiques » proposé par Ghidaglia et al. [37]. Les résultats concernent le cas d'une rupture de barrage et de la chute d'une goutte d'eau sur une surface.

Volume de fluide (Volume of fluid VoF) La méthode VOF est une méthode largement utilisée pour la simulation d'écoulements entre plusieurs phases non miscibles. Depuis vingt ans, elle a été bien développée et a obtenu une série de succès dans la simulation numérique des écoulements à interface. Il s'agit d'une méthode Eulérienne à 1-fluide et elle est particulièrement adaptée pour simuler les écoulements à interfaces fortement déformées. Elle consiste à suivre la position de l'interface dans un maillage fixe. Dans la méthode de volume de fluide, l'espace est discrétisé par des petits volumes de contrôle.

La technique de suivi de l'interface est basée sur une fonction indicatrice de phase θ_k (ou fraction volumique), k étant le numéro de phase. Si on considère le problème suivant à deux phases, il peut être défini comme suit :

- $\theta_1 = 1$, le volume de contrôle contient une seule phase 1,

- $\theta_1 = 0$, le volume de contrôle contient une seule phase 2,
- $0 < \theta_1 < 1$, le volume de contrôle contient un mélange diphasique entre la phases 1 et 2, l'interface y est présente.

La valeur de cette fonction représente le taux de présence d'une phase choisie, on a donc toujours $\theta_1 + \theta_2 = 1$. Grâce à une équation de convection classique, nous pouvons suivre l'interface dans son mouvement :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \theta = 0 \quad (1.1)$$

Afin de calculer l'écoulement, nous résolvons le système d'équation en pondérant les propriétés de chacune des phases par leurs taux de présence. Par exemple, pour la masse volumique, nous avons :

$$\rho = \sum \theta_k \rho_k \quad (1.2)$$

L'un des enjeux principaux des méthodes VoF est de la discrétisation de l'équation (1.1). Les schémas de discrétisation d'ordre assez faible, comme la méthode upwind d'ordre 1, ont tendance à diffuser l'interface. Les schémas d'ordre supérieur sont instables et créent des oscillations numériques. Ainsi, de nombreuses recherches ont été effectuées pour améliorer la conservation de la masse et la géométrie de l'interface. La méthode SLIC (*Simple Line Interface Calculation*) s'appuie sur une reconstruction de segment d'interface. L'approche plus courante est celle de schéma donneur-accepteur initialement proposée par Hirt et Nichols [30]. La méthode CICSAM basée sur cette approche, a été développée par Ubbink [38] et permet une bonne précision de capture d'interface et une bonne conservation de la masse. La méthode PLIC (*Piecewise linear interface calculation*) est une des techniques de reconstruction d'interface les plus utilisées. Elle est reconnue comme plus précise que la méthode SLIC [39].

Ces schémas VoF sont largement utilisés pour la modélisation des écoulements à interface, avec des fortes interactions hydrodynamiques, telle que le déferlement, les impacts. Nous noterons les travaux de Kleefsman et al. [40] sur les problèmes d'impact, les travaux de Mokrani [41] sur les impacts de vagues déferlantes sur un obstacle vertical, où on étudie le lien entre l'inclinaison locale de l'interface et la dynamique de l'impact.

Cette méthode permet d'éviter les problèmes topologiques de l'interface (fusion ou séparation de deux interfaces). Cependant, le calcul de l'interface est moins précis puisque l'approximation de l'interface à partir des fractions volumiques est relativement grossière. De plus, l'utilisation de cette méthode dans le cas 3D (interfaces surfaciques) est difficile à mettre en œuvre.

Méthode d'ensemble de niveaux (Level Set Method) Les méthodes des surfaces de niveau (Level Set Method, LSM) permettent de calculer la propagation spatiale d'un front au cours du temps. Elles font évoluer une courbe en mettant à jour une fonction level-set à des coordonnées fixes au cours du temps. Cette fonction level-set est définie comme la plus courte distance signée jusqu'à l'interface. Pour faire la distinction entre les deux fluides, un signe positif est associé à l'un des fluides, et un signe négatif est donné à l'autre. L'interface correspond

à une valeur 0 de la fonction level-set. L'évolution de la fonction level-set est gouvernée par une équation standard d'advection. Les méthodes des surfaces de niveau offrent entre autres les avantages suivants : les changements topologiques de l'interface sont prises en compte automatique, elles sont faciles à implémenter en deux ou trois dimensions, et elles donnent directement des informations géométriques sur les interfaces. Des informations basiques sur l'interface, telles que sa position, son orientation et sa courbure, peuvent être obtenues simplement en examinant le level set 0. Cependant, contrairement aux méthodes VOF, elles n'ont pas la propriété de conserver strictement la masse [14, 42]. Ainsi, le couplage de la méthode Level Set et la méthode de VoF proposé initialement par Sussman [14] a été largement étudié pour simuler des écoulements incompressibles diphasiques, notamment de jets de goutte, des bulles d'air dans l'eau, ainsi que le problème d'impact, par exemple the plunging breaking waves [43].

Comme mentionné ci-dessus, ces méthodes avec maillage fixe possèdent leurs avantages et leurs inconvénients. Le principal inconvénient est lié à la reconstruction du maillage. Pour traiter le cas des grandes déformations ou pour avoir une bonne précision de calcul, le coût de calcul est considérable. Ces inconvénients ont entraîné le développement, à partir de la fin des années 70, d'une nouvelle classe de méthodes numériques ; les méthodes sans maillage ont ainsi été développées. Depuis une dizaine d'années, elles ont obtenu un succès croissant, elles sont ainsi de plus en plus utilisées dans les codes de calcul pour résoudre divers problèmes physiques. Par la suite, la méthode SPH et la méthode ALE seront présentées.

Méthode SPH

La méthode "Smooth Particle Hydrodynamics" (SPH) [17, 18], a été développée à l'origine pour la simulation de systèmes gravitaires en astrophysique. Une extension de la méthode à l'hydrodynamique avec surface libre a été proposée par Monaghan [19]. Elle a ensuite été appliquée à un grand nombre de problèmes différents. Par sa nature lagrangienne et sans maillage, SPH est particulièrement adaptée aux simulations en domaine ouvert ou avec grandes déformations. Avec la méthode SPH, la surface libre ne requiert a priori aucun traitement spécifique.

Son principe est basé sur la convolution des variables avec une fonction de forme, il est possible de déterminer une approximation de la valeur d'une fonction quelconque f en un point donné \vec{x} (éq. (1.3)).

$$\langle f(\vec{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\vec{y}) \eta_{\epsilon}^0(\vec{y} - \vec{x}) dy, \quad (1.3)$$

où η_{ϵ} est une fonction de forme. Avec SPH, l'état du système est représenté par un ensemble de particules possédant leurs propres propriétés physiques et se déplaçant selon un système d'équations de conservation établi. On peut définir un opérateur intégral discret pour l'interpolation du champ, l'intégrale continue étant transformée en une somme sur un ensemble de

particules de position x_j et de volume $V_j = \frac{m_j}{\rho_j}$, avec m_j et ρ_j respectivement la masse et la masse volumique de la particule.

$$\langle f(\vec{x}) \rangle = \sum_j f(\vec{x}_j) \eta_\epsilon^0(\vec{x} - \vec{x}_j) V_j \text{ et } \langle \nabla f(\vec{x}) \rangle = \sum_j f(\vec{x}_j) \nabla \eta_\epsilon^0(\vec{x} - \vec{x}_j) V_j, \quad (1.4)$$

En dérivant l'équation (1.3), on peut aussi obtenir une approximation de sa dérivée comme le présente l'équation (1.4). Cette méthode d'approximation de fonctions et de leurs dérivées en formes discrètes peut être utilisée pour la résolution de nombreux systèmes d'équations de mécanique des fluides. On obtient alors une approximation numérique de la solution de ce système.

Il existe de nombreuses implémentations différentes de SPH, mais il y a de deux approches principales pour modéliser les écoulements incompressibles. Dans l'approche faiblement compressibles SPH (Weakly Compressible SPH ou WCSPH), la pression du fluide est liée à la densité de particules en utilisant une équation d'état. Une autre approche est le SPH incompressible (incompressible SPH ou ISPH), où une équation de Poisson est résolue pour déterminer la pression. L'approximation est basée sur une méthode de décomposition orthogonale, qui est couramment utilisée dans les méthodes avec maillage. Les solveurs SPH traditionnels ont recours à WCSPH, notamment le premier modèle qui s'applique aux écoulements avec interface [19]. La comparaison entre ces deux approches est étudiée dans Lee et al. [44]. Le problème particulier de l'écoulement à surface libre est étudié par Hughes et al. [45]. SPH a montré son efficacité pour traiter des problèmes à surface libre. Elles sont également bien adaptées pour la modélisation de problèmes d'impact, de vagues déferlantes. Cela sera détaillé dans la section suivante.

D'autres méthodes à maillage mobile, combinent les caractéristiques des méthodes avec et sans maillage. Parmi elles la plus connue est la méthode Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE).

Méthode ALE Pour éviter des éléments trop déformés et des remaillages trop fréquents, la formulation "Arbitraire Lagrangien-Eulerien" (ALE) a été développée. Elle a d'abord été proposée par Hirt et al. [46] en 1974 avec la méthode des différences finies. Cette méthode repose sur un maillage qui peut se déplacer avec le fluide (Lagrangien), ou rester fixe (Eulerien), ou être déplacé de toute autre manière définie. La frontière est suivie par le maillage qui est mis à jour à chaque itération. Hughes et al. [47] l'a adapté à la formulation éléments finis en 1981. Les procédures développées sont appropriées pour la modélisation de domaine fluide avec interactions entre fluide et solide, ainsi qu'aux problèmes à surface libre.

Braess et al. [48] a proposé une description ALE qui permet de simuler l'écoulement à surface libre avec la méthode élément finis. Un exemple hydrostatique est présenté pour montrer la capacité de la méthode à prendre en compte la tension superficielle. Le problème de ballot-

tement d'une colonne liquide avec surface libre est également présenté. Plus récemment, Vila et al. [49] a proposé un modèle SPH-ALE où la méthode SPH est modifiée par l'adoption d'une description ALE des écoulements fluides. Marongiu et al. [50] l'ont appliqué à la simulation des écoulements à surface libre pour les turbines de type Pelton. Ce modèle est également développé pour modéliser l'écoulement multiphasique [51, 52, 53]. La méthode SPH-ALE permet ainsi d'améliorer la précision et la stabilité des méthodes lagrangiennes de type SPH.

La méthode de type ALE est une méthode précise, cependant dans des simulations numériques à grandes déformations de surface libre ou à changement topologiques de cette surface, le domaine doit quand même être remaillé. De plus, elle est difficile à mettre en œuvre pour des géométries tridimensionnelles.

1.3 Impact des vagues sur des structures

L'impact des vagues sur des structures se produit quand une onde de gravité vient interagir violemment avec un solide. Afin de bien comprendre les caractéristiques des pressions d'impact pendant la collision de vagues qui se brisent contre une paroi verticale, quelques études consacrées sur ce sujet sont maintenant présentées.

1.3.1 Le type d'impact

Les processus d'impact de vague dépendent étroitement de l'emplacement de la paroi par rapport à la position de déferlement [20, 22]. Il est donc raisonnable de caractériser les pressions d'impact en fonction de la condition de collision des vagues. Dans notre étude, nous allons classer et étudier les quatre types d'impacts suivants [54] :

1. *The aerated impact* : la vague a été brisée et la masse d'eau aérée atteint le mur. Ce type d'impact apparaît pour les vagues qui déferlent loin du mur.
2. *The flip through impact* : le creux de la vague et la crête de la vague se rencontrent au moment de l'impact. Ainsi, pratiquement tout l'air a été expulsé de la poche d'air (Voir Fig. 1.1a).
3. *The air pocket impact* : au moment de l'impact, où la crête de l'onde atteint le mur, le mur et la vague emprisonnent une poche d'air (Voir Fig. 1.1b).
4. *The slosh impact* : le *runup* de l'onde est supérieur à la crête d'une vague, de sorte que la crête de la vague atteint la couche d'eau au lieu de la paroi. Ce type d'impact se produit pour des vagues qui déferlent loin derrière le mur.

Parmi ces quatre types d'impact, la vague déferle avant le mur pour le première type, et la vague ne déferle pas pour le dernier type. Nous nous intéressons plus particulièrement aux *flip through impact* et *air pocket impact*. D'après l'étude de Hattori et al. [22], pendant l'impact

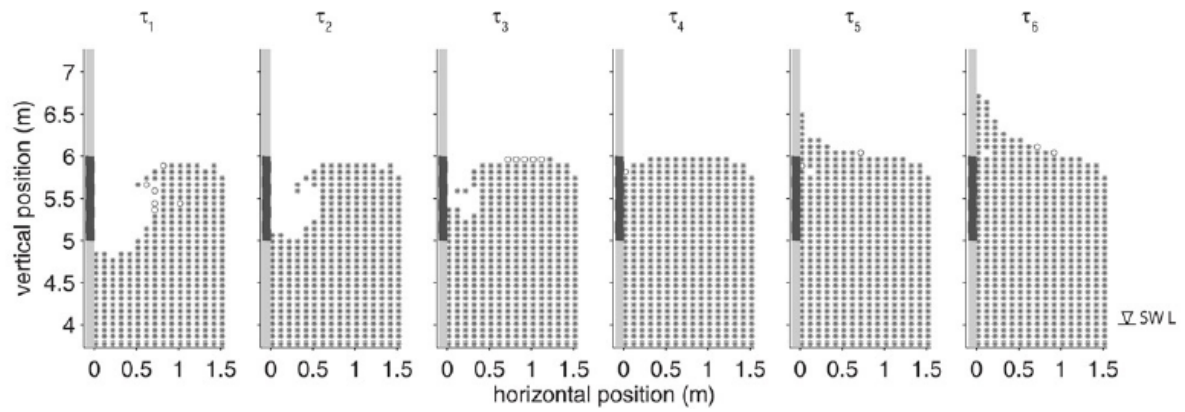
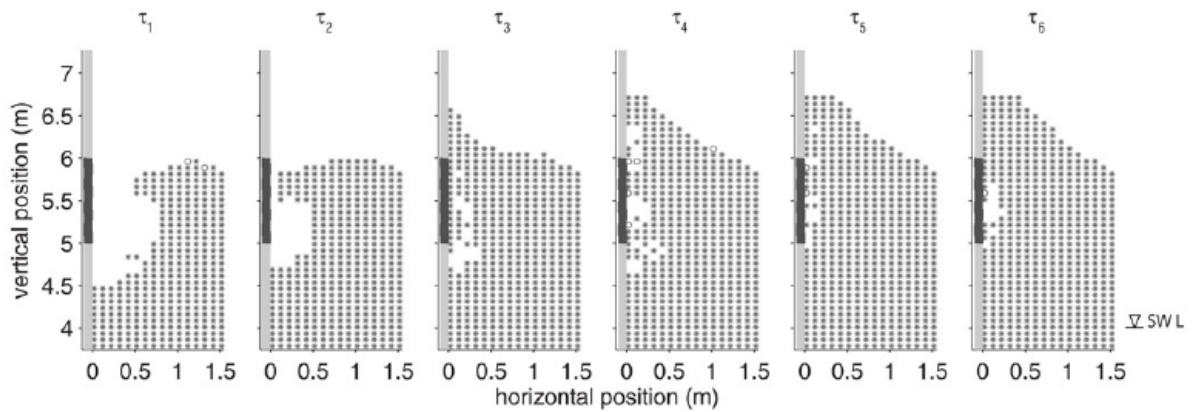
(a) *The flip through impact*(b) *The air pocket impact*

FIGURE 1.1 – Deux types d'impact selon Kaminski et al. [55].

flip through sans poche d'air piégée, un seul pic de pression a été enregistré par les capteurs de pression situés sur la paroi verticale. Avec une petite bulle d'air piégée, deux pics de pression ont été enregistrés et la pression maximale pendant l'impact est plus importante. Concernant l'impact *air pocket*, avec une mince poche d'air, l'oscillation de pression enregistrée par les capteurs de pression a une fréquence élevée. Avec une poche d'air dite épaisse, par contre, les oscillations présentent une fréquence plus basse. Hofland et al. [54] indiquent que si le point de déferlement s'éloigne du mur, la taille de la poche d'air augmentera généralement.

1.3.2 La pression d'impact déterminée expérimentalement

L'étude expérimentale de Chen et Melville [20] en 1988 indique que la pression d'impact produite par une vague déferlante sur une paroi est de nature impulsionnelle. Sa valeur de crête est plus élevée que $(3 \sim 10)\rho C^2$, où C est la vitesse de phase de l'onde, ρ est la densité de liquide. De plus, l'air piégé lors de l'impact joue un rôle important dans le niveau de la pression d'impact. Cela a été également analysé par Hattori et al. [22] avec d'autres essais expérimentaux. Ils soulignent que la plus haute pression d'impact se produit lorsque la bulle d'air piégée entre le mur et la vague est la plus petite.

1.3.3 État de l'art sur la modélisation numérique d'impact de vague déferlante

L'étude de l'impact de vague reste un problème de mécanique des fluides très complexe, même en négligeant la tension superficielle ou la viscosité. De nombreux efforts théoriques, numériques et expérimentaux ont été déployés pour mieux comprendre ce phénomène. Des recherches sur les vagues déferlantes se sont principalement focalisées sur les expériences de laboratoire ou des études in-situ. Les travaux expérimentaux réalisés en laboratoire peuvent produire des résultats utiles et fiables pour certaines configurations, même s'ils sont généralement très coûteux. De plus les résultats ne sont pas toujours transcritibles à une échelle réelle par simple analyse dimensionnelle. Plusieurs méthodes numériques sont développées pour l'étude de hydrodynamique de l'impact des vagues et pour obtenir des quantités difficilement accessibles par l'expérience en laboratoire ou in-situ. Ainsi, la modélisation numérique, au lieu d'études expérimentales, peut dans certains cas être préférable ou tout du moins complémentaire à des expériences. Récemment, plusieurs travaux numériques se dirigent vers la modélisation d'impact de vague :

Khayyer et al. [56] ont proposé une modification de la méthode MPS (Moving Particle Semi-implicit method, développé par Koshizuka et Oka en 1995 [57]) pour la prédiction de la pression d'impact des vagues sur une structure côtière. Un *flip-through* impact (où la hauteur de vague incidente et sa fréquence sont données) est simulé avec la méthode MPS modifiée. Un bon accord est obtenu avec les résultats expérimentaux de Hattori et al. [22], (cf. Fig. 1.2).

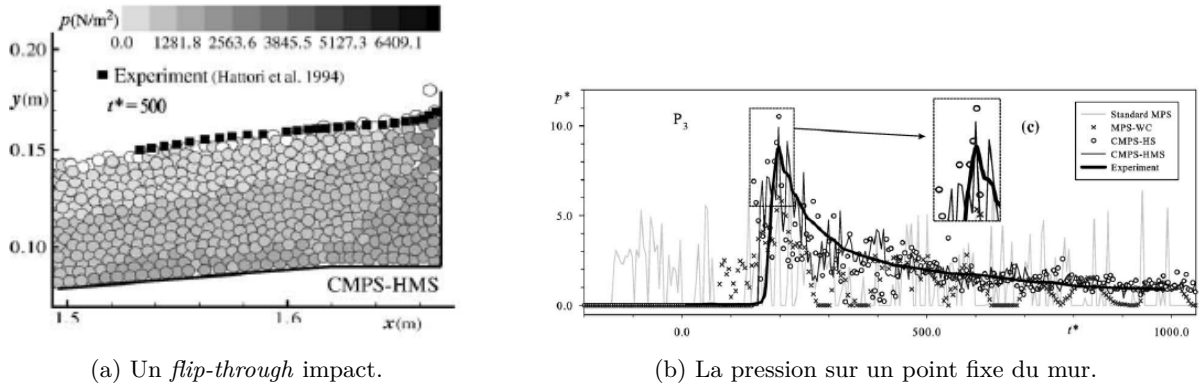


FIGURE 1.2 – Simulation par la méthode MPS (Moving Particle Semi-implicit methods [56]).

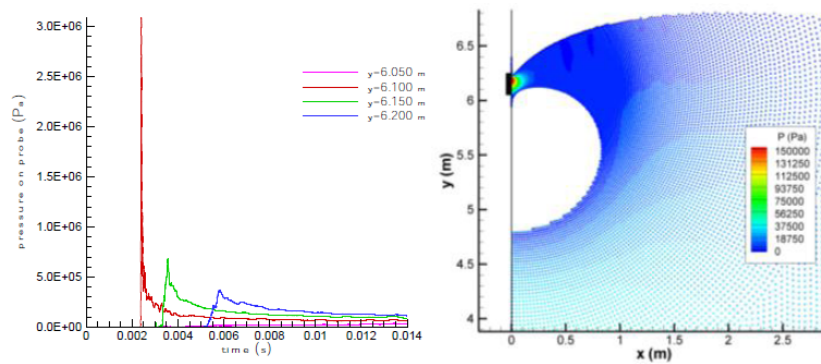


FIGURE 1.3 – Simulation monophasique par « SPH-FLOW » [58]. Gauche : l'évolution temporelle de pression aux quatre points sur le mur, droite : le profil de vague au moment de la pression maximale.

Oger et al. [58] ont modélisé un impact d'une vague déferlante sur un mur rigide par le SPH solveur « SPH-FLOW » qui est basé sur un solveur de Riemann. L'évolution temporelle de pression sur le mur est présentée Figure 1.3. Cet impact de vague de type *air pocket* est aussi modélisé par un modèle SPH compressible diphasique en utilisant le même solveur [52]. L'oscillation de la pression dans la poche d'air est ainsi étudiée (cf. Fig. 1.4).

Mokrani et al. [41] ont travaillé sur les impacts de vagues déferlantes sur un obstacle vertical par un modèle Navier-Stokes multi-fluides où le suivi des interfaces est assuré par une méthode de type VoF (Solveur « THETIS »). L'impact d'une onde solitaire (voir Fig. 1.5) et d'un jet triangulaire sont modélisés pour étudier l'influence de la forme de l'interface sur les pics de pression pendant l'impact.

1.4 Conclusion

Ce chapitre de l'étude bibliographique se focalise sur l'objectif de cette thèse qui est principalement de modéliser l'interaction entre une vague et une structure, ici une paroi verticale.

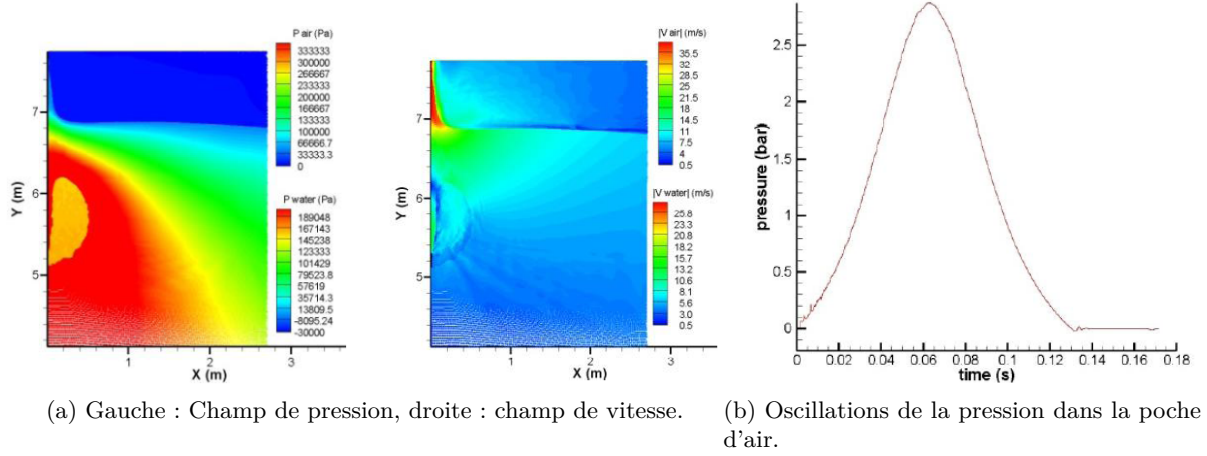


FIGURE 1.4 – Simulation diphasique par « SPH-FLOW » [52].

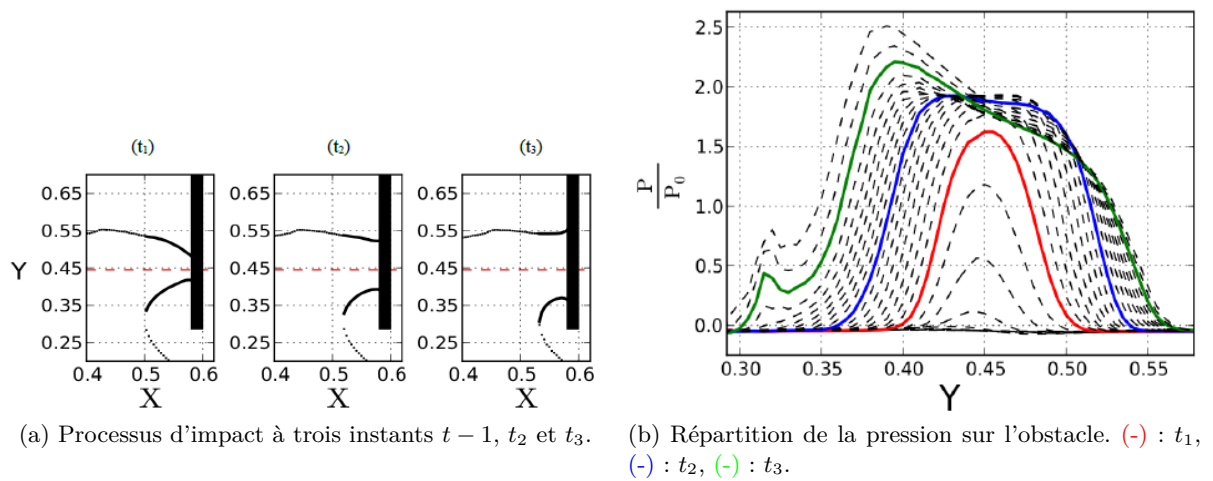


FIGURE 1.5 – Simulations utilisant le modèle « THETIS » par Mokrani et al. [41].

Nous pouvons le fractionner en plusieurs sous-objectifs : il s'agit, tout d'abord, de la modélisation de l'écoulement à surface libre, la vague par exemple. Nous avons donc présenté plusieurs méthodes numériques qui sont adaptées à ce type de problème. Ensuite, l'action des vagues déferlant sur des structures doit être étudiée. Nous nous intéressons plus particulièrement aux différents types d'impact et à la pression d'impact dans notre problème. Ainsi, le classement de type d'impact et la pression d'impact déterminée expérimentalement ont été présentés. Afin d'étudier la pression sur des structures pendant l'impact, l'outil numérique doit aussi être capable de reproduire avec une bonne précision l'impact des vagues violentes. L'état de l'art sur la modélisation d'impact de vague déferlante a ainsi été présenté à la fin de ce chapitre.

Chapitre 2

Méthode SPH

2.1 Présentation de la méthode SPH

2.1.1 Historique

La méthode SPH (Smooth Particle Hydrodynamics) est une des plus anciennes méthodes lagrangiennes sans maillage pour la modélisation d'écoulements de fluides. SPH a été inventée en 1977 par Lucy [18], Gingold et Monaghan [17] pour résoudre des problèmes d'astrophysique dans un espace ouvert en trois dimensions, en considérant que le mouvement collectif de ses particules est similaire au mouvement d'un écoulement de liquide ou de gaz. Ce problème peut alors être modélisé par les équations de l'hydrodynamique newtonienne. Il existe des méthodes numériques dites classiques basées sur la résolution des équations différentielles sur un maillage, telles que les méthode des différences finies, volumes finis ou éléments finis. Aujourd'hui ce sont les méthodes très majoritairement utilisées dans les codes de calcul. Toutefois pour certains problèmes particuliers comme ceux mentionnés précédemment (cf. Chapitre 1), la méthode SPH peut apporter des solutions grâce au traitement spécifique des opérateurs différentiels et au caractère lagrangien de la méthode. Le milieu fluide est matérialisé par des particules qui transportent des quantités physiques qui évoluent au cours du temps. Ce sont les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie qui régissent la trajectoire et le poids des quantités transportées de chaque particule.

La méthode a été popularisée dans le domaine de l'hydrodynamique grâce aux travaux de Monaghan [19]. Elle a ensuite été appliquée à un grand nombre de problèmes différents, notamment pour des simulations de fluides compressibles, incompressibles et multi-phasiques. Plus récemment, elle a été appliquée à la mécanique des structures. Cette extension de la méthode a initialement été proposées par Libersky et al. [59, 60] pour modéliser des impacts hautes vitesses et des phénomènes de rupture, perforation et fragmentation.

Afin de bénéficier de la puissance des calculateurs, de nombreux solveurs SPH ont été développés. Pour des simulations SPH demandant des ressources importantes, telles que les applications industrielles 3D, une branche importante de la recherche SPH s'est concentrée sur le calcul haute performance à partir des plus récentes technologies matérielles (par exemple CPU et GPU avec traitement massivement parallèle des données) [61, 62].

Ainsi au cours de ces trois dernières décennies, SPH a connu quelques succès sur la méthodologie et des applications spécifiques sans atteindre toutefois ceux des méthodes des volumes finis ou éléments finis qui proposent des solveurs pour une large gamme de problèmes de mécanique des fluides. Les défis à relever par la méthode SPH pour atteindre la maturité des autres méthodes précitées, sont d'ordre mathématique et numérique pour améliorer la précision de calcul, la consistance, l'efficacité, la stabilité et la convergence. Les travaux issus de ces recherches pourront ensuite être incorporés aux algorithmes de SPH.

En conclusion, SPH a déjà un grand potentiel dans de nombreux problèmes de modélisation appliquée à la mécanique pouvant être ensuite étendus à l'ingénierie. Il a des avantages notables par rapport aux modèles numériques plus " traditionnels " pour traiter les problèmes suivants : suivi de surface libre, mouvement des interfaces et des frontières déformables, résolution des discontinuités tels que des fissures et des ondes de choc. L'attractivité de la méthode SPH est déjà présentée dans des applications très diversifiées comme le montre Liu [63] dans une revue récente des derniers développements de la méthode SPH : écoulement multiphasique, hydrodynamique côtière et l'ingénierie offshore, microfluidique et dynamique de micro goutte, flux environnementaux et géophysiques, détonation des explosifs brisants et explosions, explosion sous-marine, hémodynamique ...

Ce chapitre est consacré à la présentation de la méthode SPH avec des précisions sur les spécificités des méthodes employées pour les applications liées à l'hydrodynamique.

2.1.2 Principe

Le principe de méthode SPH est basé sur la convolution des variables avec une fonction de forme (noyau) [18, 17]. Cette fonction de forme a été discutée en détail par Gingold et Monaghan [64]. Il est possible de déterminer une approximation d'une fonction f notée $\langle f(\vec{x}) \rangle$ en un point donné \vec{x} :

$$\langle f(\vec{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\vec{y}) \eta_{\epsilon}(\vec{x} - \vec{y}) dy \quad (2.1)$$

où, η_{ϵ} représente la fonction de forme et \vec{y} est la position dans le domaine Ω , où la valeur de fonction $f(\vec{y})$ est connue. Le noyau $\eta_{\epsilon}(\vec{x} - \vec{y})$ est une fonction de pondération avec ϵ une mesure du support de η . Quand $\epsilon \rightarrow 0$, η tend vers la mesure de Dirac dont les propriétés essentielles sont les suivantes [65] :

- $\int_{\Omega} \eta_{\epsilon}(\vec{x} - \vec{y}) dy = 1$,
- décroissance vers 0 quand $|\vec{x} - \vec{y}|$ tend vers ∞
- centré radialement.

Le principe présenté avec l'équation (2.1) pour définir la valeur d'un champ peut également être utilisé pour définir le gradient de ce même champ. En appliquant la formule d'intégration par parties, nous avons :

$$\langle \nabla_{\vec{x}} f(\vec{x}) \rangle = \int_{\Omega} \nabla_{\vec{y}} f(\vec{y}) \eta_{\epsilon}(\vec{x} - \vec{y}) dy = \int_{\partial\Omega} f(\vec{y}) \eta_{\epsilon}(\vec{x} - \vec{y}) d\Gamma - \int_{\Omega} f(\vec{y}) \nabla_{\vec{y}} \eta_{\epsilon}(\vec{x} - \vec{y}) dy \quad (2.2)$$

Si le support du noyau est nul, l'équation (2.2) peut être déduite :

$$\langle \nabla_{\vec{x}} f(\vec{x}) \rangle = - \int_{\Omega} f(\vec{y}) \nabla_{\vec{y}} \eta_{\epsilon}(\vec{x} - \vec{y}) dy \quad (2.3)$$

Si nous utilisons la propriété de symétrie du noyau, nous avons donc :

$$\langle \nabla_{\vec{x}} f(\vec{x}) \rangle = \int_{\Omega} f(\vec{y}) \nabla_{\vec{x}} \eta_{\epsilon}(\vec{x} - \vec{y}) dy \quad (2.4)$$

Dans la suite de ce manuscrit, $\nabla \eta_{\epsilon}(\vec{x} - \vec{y}) = \nabla_{\vec{x}} \eta_{\epsilon}(\vec{x} - \vec{y})$.

Avec SPH, le volume fluide est représenté par des particules discrètes. Nous pouvons ainsi définir un opérateur-intégral discret pour l'interpolation du champ (2.1), l'intégrale continue étant transformée en une somme discrète sur un ensemble de particules de position x_j et de volume $V_j = m_j/\rho_j$, avec m_j et ρ_j respectivement la masse et la masse volumique de la particule :

$$\langle f(\vec{x}_i) \rangle = \sum_j f(\vec{x}_j) \eta_{\epsilon}(\vec{x}_i - \vec{x}_j) V_j \quad (2.5)$$

$$\langle \nabla f(\vec{x}_i) \rangle = \sum_j f(\vec{x}_j) \nabla \eta_{\epsilon}(\vec{x}_i - \vec{x}_j) V_j \quad (2.6)$$

Cette méthode d'approximation de fonctions (2.5) et de leurs dérivées sous formes discrètes (2.6) peut être utilisée pour la résolution de nombreux systèmes d'équations de mécanique des fluides.

2.1.3 Application à la mécanique des fluides

Dans la section précédente, nous avons présenté rapidement les outils de base pour l'interpolation des fonctions avec la méthode SPH. Nous allons présenter le système d'équations de mécanique de fluide sous la forme SPH standard en utilisant ces outils.

Nous considérons un fluide pesant dont les effets de la viscosité et de la tension superficielle sont négligés. Sous ces hypothèses, les équations qui régissent la dynamique du fluide, écrites

sous forme Lagrangienne en deux dimensions pour un fluide compressible, sont :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \vec{u} & \text{équation de continuité} \\ \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \vec{g} & \text{équation de quantité de mouvement} \\ + \text{Conditions aux limites} & \end{array} \right. \quad (2.7)$$

ρ , \vec{u} , P , \vec{g} sont respectivement la masse volumique de la particule, la vitesse, la pression et l'accélération de la pesanteur. t est le temps, $\nabla \cdot$ est l'opérateur de divergence. $\frac{D}{Dt}$ est la dérivée par rapport au temps, le mouvement de particule est suivi par la description lagrangienne. Pour fermer le système d'équations, une équation d'état est introduite permettant de relier la pression et la masse volumique.

Afin de résoudre numériquement ce système d'équations (2.7), un système d'équations discrètes doit être construit. Sur chaque particule i , nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i \sum_j \vec{u}_j \cdot \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_i - \vec{x}_j) V_j & \text{équation de continuité} \\ \frac{D\vec{u}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho_i} \sum_j P_j \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_i - \vec{x}_j) V_j + \vec{g} & \text{équation de quantité de mouvement} \\ + \text{Conditions aux limites} & \end{array} \right. \quad (2.8)$$

où $V_j = \frac{m_j}{\rho_j}$. Ici, nous avons appliqué directement la formule d'interpolation (2.6) pour déterminer les termes $\frac{\nabla P_i}{\rho_i}$ et $\rho_i \nabla \cdot \vec{u}_i$. Or, plusieurs corrections ou améliorations de la formule d'approximation du gradient et de la divergence sont proposées dans la littérature pour conserver des propriétés physiques ou stabiliser le schéma numérique.

Nous appliquons le principe d'action-réaction entre deux particules voisines i et j pour assurer l'influence réciproque entre deux particules distinctes i et j :

$$F_{i \rightarrow j} = -F_{j \rightarrow i} \quad (2.9)$$

où $F_{j \rightarrow i} = P_j \nabla_i \eta_\epsilon(\vec{x}_i - \vec{x}_j) V_j$ et $F_{i \rightarrow j} = P_i \nabla_j \eta_\epsilon(\vec{x}_j - \vec{x}_i) V_i$.

De même, nous voulons avoir :

$$\vec{u}_j \cdot \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_i - \vec{x}_j) V_j = \vec{u}_i \cdot \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_j - \vec{x}_i) V_i \quad (2.10)$$

Oger et al. [66] ont proposé une formule générale pour réaliser ces deux symétrisations (éq. (2.9), éq. (2.10)) :

$$\frac{\nabla P}{\rho} = \frac{P}{\rho^\sigma} \nabla \left(\frac{1}{\rho^{1-\sigma}} \right) + \rho^{\sigma-2} \nabla \left(\frac{P}{\rho^{\sigma-1}} \right) \quad (2.11)$$

$$\rho \nabla \cdot \vec{u} = \frac{\nabla \cdot (\rho^{\sigma-1} \vec{u} - \vec{u} \cdot \nabla \rho^{\sigma-1})}{\rho^{\sigma-2}} \quad (2.12)$$

où, $\sigma \in \mathbb{R}$ et peut être choisi arbitrairement. L'étude de consistance du schéma a été présentée dans [67, 66] pour déterminer la valeur de σ . Plusieurs schémas sont proposés dans la littérature. Nous avons utilisé $\sigma = 1$, étudié par Vila [49] et Colagrossi [68]. Nous obtenons :

$$\frac{\nabla P}{\rho} = \frac{P}{\rho} \nabla 1 + \frac{\nabla P}{\rho} \quad (2.13)$$

$$\rho \nabla \cdot \vec{u} = \rho (\nabla \cdot \vec{u} - \vec{u} \cdot \nabla 1) \quad (2.14)$$

où, $\langle \nabla 1 \rangle = \sum_j \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_i - \vec{x}_j) V_j$. Nous remarquons que le gradient de la densité $\nabla \rho$ n'apparaît pas dans cette relation, cela évite en particulier des instabilités numériques dues aux gradients de densité à l'interface entre les deux phases. En conclusion, la formulation SPH discrète du système (2.7) s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i \sum_j (\vec{u}_i - \vec{u}_j) \cdot \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_i - \vec{x}_j) V_j \quad \text{équation de continuité} \\ \frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho_i} \sum_j (P_j + P_i) \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_i - \vec{x}_j) V_j + \vec{g} \quad \text{équation de quantité de mouvement} \\ + \text{Conditions aux limites} \end{array} \right. \quad (2.15)$$

2.2 Code JOSEPHINE

Les simulations présentées dans ce manuscrit ont été réalisées avec le code numérique SPH nommé JOSEPHINE développé au sein du laboratoire LOMC de l'Université du Havre. Cet outil numérique dédié à la modélisation des écoulements instationnaires à surface libre a été initialement développé par Jean-Marc Cherfils dans le cadre de sa thèse [69]. Il permet de résoudre les équations d'Euler ou de Navier-Stokes pour un fluide faiblement compressible avec surface libre. Le code a été validé sur le cas de l'étirement d'une goutte en l'absence de gravité et le cas d'effondrement d'une colonne d'eau suivi d'un impact sur un mur vertical. L'application concerne l'interaction d'une houle régulière avec des obstacles immergés. Nous poursuivons le développement de cet outil de modélisation pour approfondir l'étude de l'interaction hydrodynamique entre la houle et un ouvrage. Dans un premier temps, nous avons étudié et testé différentes variantes de SPH. Ces variantes se différencient les unes des autres par des aspects, tels que le choix du noyau d'interpolation, l'équation d'état (traitement du lien entre la masse volumique et la pression dans le cas d'un fluide faiblement compressible), le schéma numérique des équations, le schéma d'intégration, les conditions aux limites, l'optimisation et la parallélisation... Ensuite, nous allons présenter ces aspects principaux pour les cas d'études présentées dans ce manuscrit.

Les équations des problèmes étudiés dans ce manuscrit sont les équations (2.7) écrites sous forme Lagrangienne en deux dimensions pour un fluide faiblement compressible et non visqueux. Une équation d'état qui précise la relation reliant la pression P à la masse volumique ρ est ajoutée pour clore le système d'équations. Dans la communauté SPH, l'équation d'état la plus utilisée est celle de Tait (2.16) :

$$P = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left(\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right) \quad (2.16)$$

où ρ_0 est la densité de référence du fluide, γ l'exposant polytropique caractéristique du fluide ($\gamma = 7$ pour l'eau) et c_0 , la célérité du son dans le milieu fluide. Cette vitesse est réglée pour ajuster le degré de compressibilité du fluide et la raideur de l'équation. Par conséquent, la stabilité numérique de la méthode est également liée à la valeur c_0 . Si on utilise la vitesse réelle du son dans l'eau, il faut un pas de temps très petit pour la stabilité du schéma. Cela augmente significativement le temps de calcul. En pratique, nous imposons une vitesse du son numérique environ dix fois plus grande que la vitesse maximale du fluide dans la simulation.

2.2.1 Noyau d'interpolation

Dans la section 2.1.2, nous avons présenté rapidement les critères principaux pour construire un noyau d'interpolation. Il existe de nombreuses formes de la fonction de noyau proposées et étudiées dans la littérature. Pour SPH, la fonction de noyau est d'une importance capitale car elle détermine non seulement la configuration à interpoler, mais elle définit aussi la "zone" d'influence d'une particule. Il y a ainsi de nombreux articles qui présentent différents types de noyaux avec leurs propriétés (voir [70, 71]).

Noyau Gaussien tronqué Dans nos simulations, nous avons principalement utilisé un noyau gaussien tronqué et renormalisé proposé par Colagrossi et Landrini [68]. Il a été prouvé que ce noyau conduit à une bonne stabilité et à la grande efficacité des codes de calcul qui l'utilisent [72]. Il s'écrit :

$$\eta_\epsilon(\mathbf{x}) = \frac{e^{-\left(\frac{|\mathbf{x}|}{\epsilon}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\delta}{\epsilon}\right)^2}}{2\pi \int_0^\delta s(e^{-\left(\frac{|\mathbf{x}|}{\epsilon}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\delta}{\epsilon}\right)^2}) ds} \quad (2.17)$$

où $\epsilon = \kappa \delta x$: κ représente le rapport entre le pas d'interpolation et l'espacement moyen entre particules δx . Nous avons utilisé $\kappa = 1.33$ dans les cas suivants. δ est la taille de support de la fonction de noyau. Il est fixé généralement à $\delta = 3\epsilon$, en dimension 1 la forme suivante :

$$\eta_\epsilon(\mathbf{x}) = \frac{e^{-\left(\frac{|\mathbf{x}|}{\epsilon}\right)^2} - e^{-9}}{\epsilon (\sqrt{\pi} - 6e^{-9})} \quad (2.18)$$

et son gradient :

$$\nabla \eta_\epsilon(\mathbf{x}) = \frac{-2(\mathbf{x})}{\epsilon^2} \eta_\epsilon(\mathbf{x}) \quad (2.19)$$

Noyau de Wendland Nous considérons également le noyau de Wendland [73], qui a montré qu'il réduisait l'instabilité de traction de SPH [74, 75]. En dimension 2, il s'écrit :

$$\eta_\epsilon(\mathbf{x}) = \frac{\beta}{\epsilon^2} \begin{cases} (2-q)^4(1+2q) & \text{pour } 0 \leq q \leq 2 \\ 0 & \text{pour } q > 2 \end{cases} \quad (2.20)$$

où $q = \frac{|\mathbf{x}|}{\epsilon}$, $\beta = 7/(64\pi)$.

On obtient son gradient :

$$\nabla\eta_\epsilon(\mathbf{x}) = \frac{-10\beta}{\epsilon^4} \begin{cases} \mathbf{x}(2-q)^3 & \text{pour } 0 \leq q \leq 2 \\ 0 & \text{pour } q > 2 \end{cases} \quad (2.21)$$

Dans les équations à résoudre c'est plutôt la dérivée première du noyau qui est utilisé plutôt que le noyau lui même (opérateur gradient ou divergence). Par conséquent, il est utile de considérer l'effet de $\nabla\eta_\epsilon(\mathbf{x})$ sur la dynamique des particules. La dérivée première des noyaux de Wendland et Gaussien tronqué est présentée sur la Figure 2.1. Le noyau de Wendland est

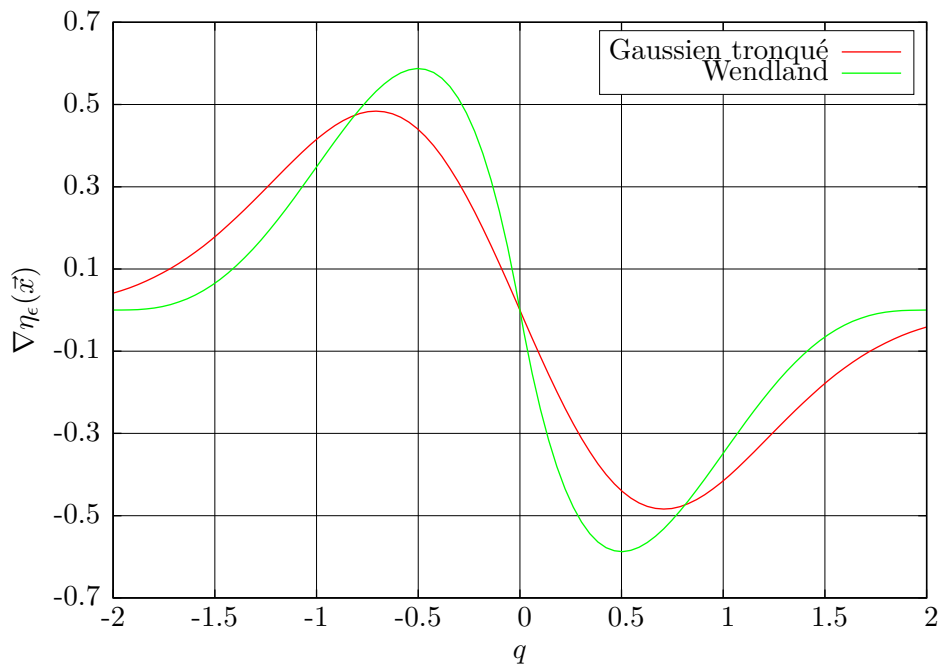


FIGURE 2.1 – La dérivée première du noyau Gaussien (éq. (2.19)) et du noyau Wendland (éq. (2.21)).

particulièrement bien adapté quand il y a risque de regroupement entre particules qui peut apparaître en particulier dans le modèle diphasique. Ce point sera abordé dans le chapitre 5.

2.2.2 Variantes du modèle SPH

Suivant des variantes de SPH, différents termes complémentaires sont ajoutés à partir des équations (2.15) afin de stabiliser le schéma numérique. Ici nous allons présenter deux variantes de SPH : le flux Rusanov proposé par Ferrari et al. [76] et δ -SPH proposé par Antuono et al. [77]. Ces deux variantes seront testées et comparées dans le chapitre 3 sur un cas académique d'impact de jet triangulaire.

Différentes variantes du terme de diffusion (\mathcal{D}_i) à ajouter à l'équation de continuité (eq. (2.22)) ont été proposées dans la littérature SPH.

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i \sum_j \mathbf{u}_{ij} \cdot \nabla_i \eta_\epsilon(\mathbf{x}_{ij}) \frac{m_j}{\rho_j} + \mathcal{D}_i, \quad (2.22)$$

Deux variantes du terme de diffusion sont présentés ci dessous. Les deux peuvent être exprimés de manière similaire :

$$\mathcal{D}_i = \sum_j \psi_{ij} \mathbf{n}_{ij} \cdot \nabla_i \eta_\epsilon^0(\mathbf{x}_{ij}) \frac{m_j}{\rho_j}, \quad (2.23)$$

avec $\mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i$, $\mathbf{u}_{ij} = \mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i$, $\mathbf{n}_{ij} = \frac{\mathbf{x}_{ij}}{|\mathbf{x}_{ij}|}$.

Flux Rusanov D'après les travaux de Ferrari et al. [76], le flux Rusanov est introduit dans le schéma SPH. Le terme restant ψ_{ij} dans le terme de diffusion Rusanov (2.23) peut être écrit comme :

$$\psi_{ij} = c_{ij}(\rho_j - \rho_i - \Delta\rho_{ij}), \quad (2.24)$$

où $c_{ij} = \max(c_i, c_j)$, $c_i = \sqrt{\frac{\partial P_i}{\partial \rho_i}} = c_0 \left(\frac{\rho_i}{\rho_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}$. $\Delta\rho_{ij}$ est un terme de correction hydrostatique pour lisser la différence de masse volumique entre les particules voisines [16] dans le cas d'un fluide pesant, ce terme doit être mis à zéro lorsque la gravité est négligée.

δ -SPH L'autre terme de diffusion numérique est proposé par Molteni et al. [78] et utilisé dans la variante δ -SPH [77]. ψ_{ij} s'écrit alors :

$$\psi_{ij} = \delta c_0 \epsilon \left(\frac{2(\rho_j - \rho_i)}{|\mathbf{x}_{ij}|} - \frac{\langle \nabla \rho \rangle_i^L + \langle \nabla \rho \rangle_j^L}{\mathbf{n}_{ij}} \right), \quad (2.25)$$

où δ est le coefficient pour contrôler l'intensité de la diffusion, $\langle \nabla \rho \rangle_i^L$ est ajouté pour renormaliser le gradient de densité [79]. Ce terme de diffusion, combiné à un terme de viscosité artificielle présenté ci-dessous est appelé δ -SPH. Dans la variante δ -SPH, une équation d'état de Tait linéarisée est utilisée :

$$P_i = c_0^2(\rho_i - \rho_0) \quad (2.26)$$

Terme de viscosité artificielle

Dans de nombreuses études de SPH publiées dans la littérature, une viscosité artificielle [80] est ajoutée au terme de pression dans l'équation de quantité de mouvement afin de stabiliser le schéma et réduire les oscillations de pression :

$$\frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = \sum_j \left(-\frac{P_j + P_i}{\rho_i} + \underbrace{\frac{\alpha^* \epsilon c_0 \rho_0}{\rho_i} \pi_{ij}}_{\text{viscosité artificielle}} \right) \nabla_i \eta_\epsilon(\mathbf{x}_{ij}) \frac{m_j}{\rho_j} \quad (2.27)$$

avec $\pi_{ij} = \frac{\mathbf{u}_{ij} \cdot \mathbf{x}_{ij}}{|\mathbf{x}_{ij}|^2}$. α^* est le coefficient de viscosité artificielle.

2.2.3 Conditions aux limites

La prise en compte des conditions aux limites dans la modélisation SPH reste un problème délicat. Seule la prise en compte d'un bord libre comme par exemple une surface libre est bien adaptée, grâce en particulier au caractère lagrangien de la méthode. La condition dite d'adhérence ou la condition dite de glissement restent difficiles à traiter malgré les développements récents dans ce domaine [81]. Dans le cas d'un fluide non-visqueux, le principe que nous avons retenu est de compléter le domaine physique par des particules fictives pour traiter la condition de glissement. Nous avons à considérer le cas de la paroi rigide fixe (par exemple le fond, la paroi d'un bassin) ou celui de la paroi mobile (par exemple le batteur d'un canal à houle). Pour ces deux situations la géométrie de la paroi est simplifiée et considérée comme plane.

Surface libre

Il y a deux conditions à imposer pour la surface libre : cinématique et dynamique [82, 66, 83]. La condition cinématique exprime que la vitesse d'une particule fluide située à la surface libre est directement reliée au déplacement de cette surface. Grâce au caractère lagrangien de la méthode SPH, nous pouvons considérer que la position des particules situées à la limite du domaine donne une approximation de la position de surface libre. L'erreur vient de la taille de particule : la surface libre passe théoriquement par l'extrémité des volumes des particules. Par contre, plus la discrétisation est raffinée, plus cette erreur est petite.

La condition dynamique exprime pour un fluide non visqueux que la pression P sur la surface libre est égale à la pression atmosphérique P_{atm} (condition de continuité des contraintes).

Pour la surface libre (monophasique), P_{atm} est imposée, en pression relative, égale à 0. Le champ de pression recalculé à partir du champ discrétisé doit donc tendre vers zéro quand on approche de la surface libre. Néanmoins peut se poser le problème de la taille du support

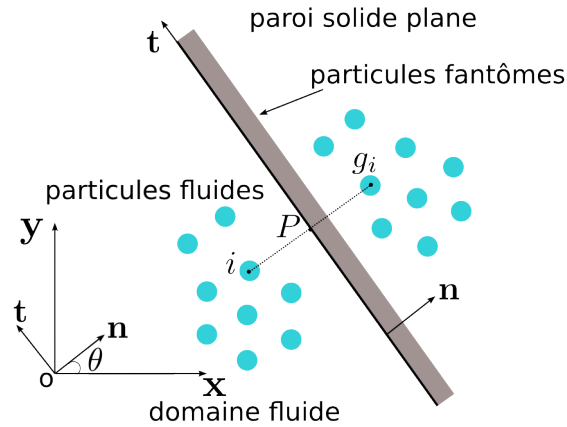


FIGURE 2.2 – Principe de la position de particules fantômes autour d'une paroi plane.

du noyau η qui se trouve tronqué à la limite du domaine. En pratique, nous n'avons pas de correction pour la surface libre car des traitements spécifiques alourdissent l'algorithme de résolution sans améliorer pour autant la solution qui est déjà réputée très bonne.

Frontière solide

Pour les frontières solides, nous imposons la condition aux limites avec l'aide de particules dites "fantômes", concept couramment utilisé dans la méthode SPH. Les particules fantômes sont placées le long de la paroi en dehors du domaine physique et de façon symétrique des particules fluides par rapport à cette paroi. Leurs propriétés (vitesse, masse volumique, ...) dépendent des particules associées dans le domaine physique. Les particules fantômes sont mises à jour à chaque itération de calcul et sont intégrées à l'algorithme de résolution au même titre que les particules fluides situées dans le domaine fluide.

Géométrie De façon pratique pour une paroi plane de normale \mathbf{n} , la particule fantôme est le symétrique de la particule fluide par rapport à cette paroi (Fig. 2.2). Pour chaque particule $\mathbf{x}_i(x_0, y_0)$ qui a une distance de la paroi inférieure à 3ϵ , une particule fantôme est créée qui a le même volume et sa position peut s'écrire :

$$\mathbf{x}_{gi} \left(x_0 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot 2d, y_0 - \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot 2d \right) \quad (2.28)$$

où $ax + by + c$ représente l'équation de la paroi, $d = \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Nous souhaitons maintenant représenter un angle droit par cette même technique. Nous devons distinguer deux cas : le coin concave (le fluide se situe dans le voisinage d'un angle fermé) et le coin convexe (le fluide se situe dans le voisinage d'un angle ouvert). La particule, ayant une distance du point de coin concave, inférieure à 3ϵ va créer deux particules fantômes

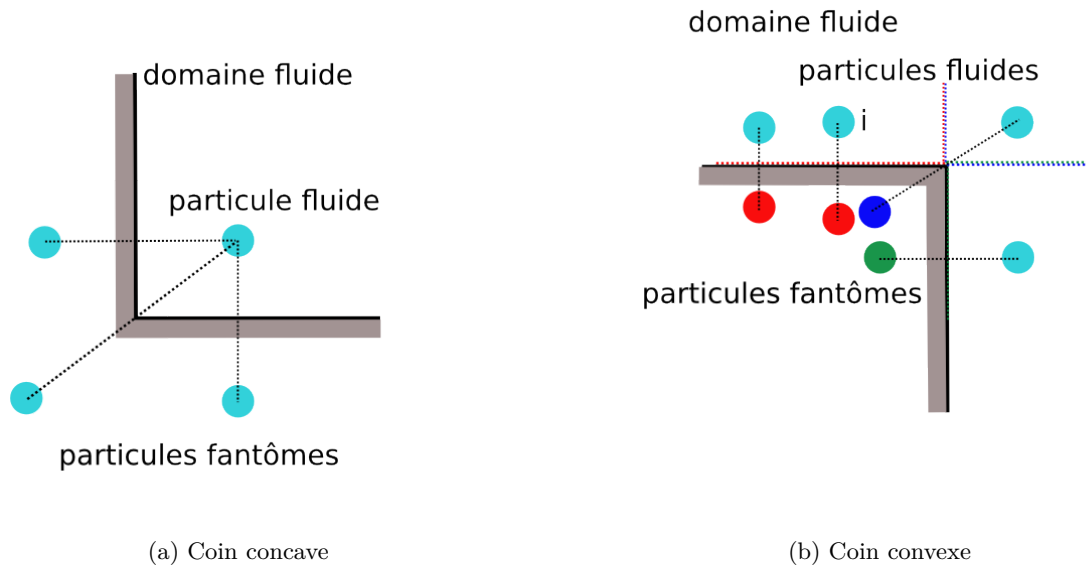


FIGURE 2.3 – Principe de la position de particules fantômes autour d'un coin.

symétriques respectivement par rapport aux deux parois planes. Une troisième particule fantôme est positionnée symétriquement du point qui représente le coin (cf. Fig. 2.3a).

Par contre, si nous générons le domaine fantôme symétrique pour un domaine proche d'un coin convexe, les particules fantômes générées par les particules venant de différentes parties se recouvrent. Cela va donner un excès de masse des particules [84] et poser des problèmes quand on calcule l'interpolation. Afin d'éviter ce phénomène, comme discuté dans la thèse de Guilcher [83], nous donnons un critère de visibilité : les particules tiennent compte uniquement des particules fantômes attachées à la même paroi que sa particule fantôme. Nous divisons l'espace proche d'un coin convexe en trois zones : les particules qui ont une distance à la paroi inférieure à 3ϵ , les particules qui ont une distance de l'autre paroi inférieure à 3ϵ , les particules qui ont une distance du coin inférieure à 3ϵ (voir Fig. 2.3b). Les particules dans ces trois zones vont respectivement générer leurs particules fantômes. Par exemple, une particule de fluide i (Fig. 2.3b) est considérée comme voisine pour tous les points bleus, ainsi que les points fantômes rouges, mais pas pour les points fantômes bleus ou verts.

Le Touzé et al. [85] ont proposé une autre technique pour traiter la condition aux limites pour un coin convexe. La position des particules fantômes de la zone coin (zone bleue dans la Figure 2.3b) est toujours symétrique centrale par rapport au coin. Par contre, leur vitesses sont à discuter pour éviter la discontinuité quand la particule change de zone. De Chowdhury et al. [86] ont appliqué cette technique à la propagation d'un soliton sur une marche. Une correction est prescrite pour la masse des particules fantômes dans cette zone. Néanmoins, la condition aux limites pour un coin reste délicate, plus d'études seraient nécessaires pour obtenir une bonne précision pour modéliser cette condition aux coins en particulier ceux convexes.

Vitesse La condition de glissement est imposée dans le cas des équations d'Euler (sans viscosité). Elle correspond à la condition de non pénétration et dans ce cas nous savons que la composante normale de la vitesse relative à la paroi est nulle d'où :

$$(\mathbf{u} - \mathbf{u}_p) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{u}_n = 0 \quad \text{sur la paroi} \quad (2.29)$$

avec \mathbf{u}_p la vitesse de la paroi.

Nous utilisons la technique proposée par Oger [66] pour trouver la vitesse et la masse volumique de la particule fantôme. Nous supposons que la vitesse de la particule fantôme est \mathbf{u}_{g_i} , nous avons :

$$\mathbf{u}_{g_i} = \frac{D\mathbf{x}_{g_i}}{Dt} \quad (2.30)$$

Soient deux référentiels $(0, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ et $(0, \mathbf{n}, \mathbf{t})$ (voir Fig. 2.2), la formule de la dérivation vectorielle de l'équation (2.30) est :

$$\mathbf{u}_{g_i} = \frac{D_n \mathbf{x}_{g_i}}{Dt} + \Omega_n \wedge \mathbf{x}_{g_i} \quad (2.31)$$

Ω_n est le vecteur rotation instantanée de la base $(0, \mathbf{n}, \mathbf{t})$ par rapport au repère $(0, \mathbf{x}, \mathbf{y})$. Son expression en deux dimensions est :

$$\Omega_n = \dot{\theta} \mathbf{z} \quad (2.32)$$

\mathbf{z} est orthogonal au plan (\mathbf{x}, \mathbf{y}) . $\dot{\theta}$ est la dérivée temporelle de θ défini Figure 2.2. Nous avons donc la vitesse d'une particule g_i ci-dessous :

$$\mathbf{u}_{g_i} = (2u_{pn} - \dot{\theta}(2x_{pt} - x_{it}) - u_{in})\mathbf{n} + (2u_{pt} - \dot{\theta}(2x_{pn} - x_{in}) - u_{it})\mathbf{t} \quad (2.33)$$

D'après la condition de glissement, $u_{pt} = u_{it}$ et $x_{pt} = x_{it}$, on a donc :

$$\mathbf{u}_{g_i} = (2u_{pn} - \dot{\theta}x_{pt} - u_{in})\mathbf{n} + (u_{pt} - \dot{\theta}x_{in} - u_{it})\mathbf{t} \quad (2.34)$$

Pour une paroi fixée, $\dot{\theta} = 0$, la vitesse de la particule est donc :

$$\mathbf{u}_{g_i} = -u_{in}\mathbf{n} + u_{it}\mathbf{t} \quad (2.35)$$

Masse volumique En dérivant l'équation (2.29), nous obtenons :

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}) \frac{D\mathbf{n}}{Dt} + \frac{D\mathbf{u}_p}{Dt} \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{u}_p - \mathbf{u}) \cdot (\Omega_n \wedge \mathbf{n}) + \frac{D\mathbf{u}_p}{Dt} \cdot \mathbf{n} \quad (2.36)$$

et en l'introduisant dans l'équation de quantité de mouvement (éq. (2.7)) puis en projetant suivant \mathbf{n} , on obtiens :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial n} + \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} = ((\mathbf{u}_p - \mathbf{u}) \cdot (\Omega_n \wedge \mathbf{n})) + \frac{D\mathbf{u}_p}{Dt} \cdot \mathbf{n} \quad (2.37)$$

Nous pouvons alors écrire $\frac{\partial P}{\partial n}$ selon :

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial n}. \quad (2.38)$$

En dérivant l'équation d'état (2.16) par rapport ρ , nous obtenons $\frac{\partial P}{\partial \rho} = c_0^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1}$ et en remplaçant l'équation (2.38) dans l'équation (2.37), nous avons donc :

$$-\frac{1}{\rho} \left(c_0^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} \frac{\partial \rho}{\partial n} \right) + \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} = ((\mathbf{u}_p - \mathbf{u}) \cdot (\boldsymbol{\Omega}_n \wedge \mathbf{n}) + \frac{D\mathbf{u}_p}{Dt} \cdot \mathbf{n}). \quad (2.39)$$

Nous avons une dérivée spatiale de ρ suivant \mathbf{n} que nous pouvons intégrer pour obtenir une expression de la masse volumique de la particule fantôme :

$$\rho_{g_i} = \left[\rho_i^{\gamma-1} + \frac{\rho_i^{\gamma-1}(\gamma-1)}{c_0^2} \left((\mathbf{u}_p - \mathbf{u}) \cdot (\boldsymbol{\Omega}_n \wedge \mathbf{n}) - \frac{D\mathbf{u}_p}{Dt} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{f} \cdot \mathbf{n} \right) (x_{g_{in}} - x_{in}) \right]^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.40)$$

Le volume de la particule fantôme est défini identiquement à celui de la particule fluide, sa masse est donc :

$$m_{g_i} = \rho_{g_i} V_i \quad (2.41)$$

La pression de la particule fantôme est calculée par l'équation d'état, connaissant sa masse volumique.

2.3 Conclusion

Dans les simulations numériques présentées dans la suite du manuscrit, c'est l'équation d'Euler dans l'approximation faiblement compressible qui sera donc résolue. Différents noyaux et variantes de SPH seront testés. La condition aux limites de type glissement sera imposée sur les parois solides, par la technique des particule fantômes. Le schéma d'intégration en temps est du type Runge-Kutta d'ordre quatre. Au niveau de l'optimisation, le code est parallélisé par Message Passing Interface (MPI) (comme cela est présenté dans le cadre de la thèse de Jean-Marc Cherfils [16]).

Chapitre 3

Impact d'un jet triangulaire

3.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les premiers résultats concernant l'impact de vagues sur une structure à partir du code SPH présenté dans le chapitre précédent. Comme l'a montré le chapitre 1, les résultats issus de calculs numériques ou d'expériences montrent une extrême sensibilité aux conditions initiales. La forme même de la vague au moment de l'impact peut dépendre de la hauteur d'eau, de la célérité de l'onde, de la pente du fond, ... Nous constatons par exemple sur les mesures de pression d'impact une relative dispersion des résultats (cf. Figure 1.2) sur des campagnes d'essais qu'on souhaiterait pourtant reproductibles. Dans ce chapitre nous allons mettre en évidence cette sensibilité aux conditions initiales en jouant sur un paramètre géométrique de l'interface d'une vague avant impact. Il s'agit d'un modèle très simplifié qui a l'avantage de fournir une solution analytique au problème [87]. La Figure 3.1 représente une vague juste avant un impact de type « air pocket ». Dans la thèse de Cyril Mokrani [41], il a proposé d'assimiler un jet courbe à deux jets triangulaires (cf. les jets d'angle α et β dans la Figure 3.1). Ces deux jets peuvent être traités indépendamment. Le paramètre que nous souhaitons évaluer est l'angle du jet. Celui-ci s'avère très important puisqu'il joue directement sur la variation de quantité de mouvement qui croît quand l'angle augmente. Lorsque il est très proche de l'angle droit, le type d'impact ressemble en quelque sorte à l'impact de type « Flip through ». En effet une masse fluide plus importante est entraînée sur l'obstacle à chaque instant. On peut s'attendre alors à des pressions d'impact plus fortes. C'est ce que montrent les résultats analytiques de Wu et al. [87] et les simulations de type VoF menées par Mokrani et al. [41, 88] sur un modèle simplifié de vague assimilable à deux jets indépendants en forme de dièdre. Le jet plan est caractérisé par son angle (cf. Figure 3.2) et sa vitesse uniforme de déplacement avant impact. Les comparaisons vont nous permettre de vérifier la capacité du modèle SPH à reproduire ce type d'impact. Elles nous permettront également de trouver le meilleur compromis entre les paramètres numériques de nos simulations, de tester

différentes conditions limites et de comparer les différents schémas numériques de la méthode SPH (Rusanov-SPH, Delta-SPH, ...) sur cette configuration simplifiée.

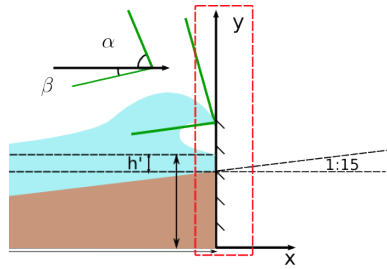


FIGURE 3.1 – Schématisation d'une vague avant impact caractérisée par deux jets d'angle α et β .

3.2 Description de la configuration

La Figure 3.2 schématise l'écoulement que nous souhaitons simuler. Avant impact (Fig. 3.2, à gauche) l'écoulement est assimilable à deux jets plans, dont la moitié supérieure peut être représenté par un dièdre caractérisé par son angle α . Le jet se déplace à une vitesse constante $\mathbf{u}_0 = 5 \text{ m/s}$ selon l'axe x avant d'impacter une paroi verticale d'axe $(0, y)$. L'obstacle indéformable subit la pression de fluide. L'interface se déforme et évolue au cours du temps (Fig. 3.2, à droite).

Numériquement le volume fluide est initialisé comme suit : la Figure 3.3 représente la géométrie initiale de calcul. Dans le problème théorique, la longueur de la colonne d'eau triangulaire est supposée infinie, ce qui ne peut pas être reproduit numériquement. Afin de s'assurer que la vitesse initiale \mathbf{u}_0 est bien imposée partout dans le fluide, une condition limite de type paroi mobile est imposée, comme montré dans la Fig. 3.3. Avant impact la masse fluide est simplement *poussée* sans déformation et la paroi mobile agit comme un piston. Cette *paroi mobile* est initialement fixée à une distance L_x de l'obstacle situé en $x = 0$. La colonne d'eau est également limitée dans la direction verticale à une distance L_y du plan de symétrie. Pour les calculs, nous nous servons de la condition de symétrie par rapport à l'axe $(0, x)$ pour réduire les perturbations numériques qui pourraient apparaître autour de 0. Le carré en rouge de la Figure 3.3 indique la zone qui servira par la suite à analyser les résultats.

La déformation de la surface libre et la répartition de la pression sur la paroi à un instant donné après impact, seront présentées dans les sections suivantes. L'étude théorique de Wu [87] montre que la solution de ce problème à surface libre dépend du paramètre homogène à une longueur noté $S = \mathbf{u}_0 t$. Pour une géométrie initiale de la colonne d'eau (angle α fixé), les formes successives de la surface libre adimensionnalisées en fonction de ce paramètre S sont ainsi théoriquement autosimilaires. Plusieurs angles α seront considérés, tels que : $\alpha = 45^\circ, 60^\circ$ et 80° . Nos résultats seront comparés avec ceux de Wu [87] et ceux de Mokrani et al. [88]. Mokrani

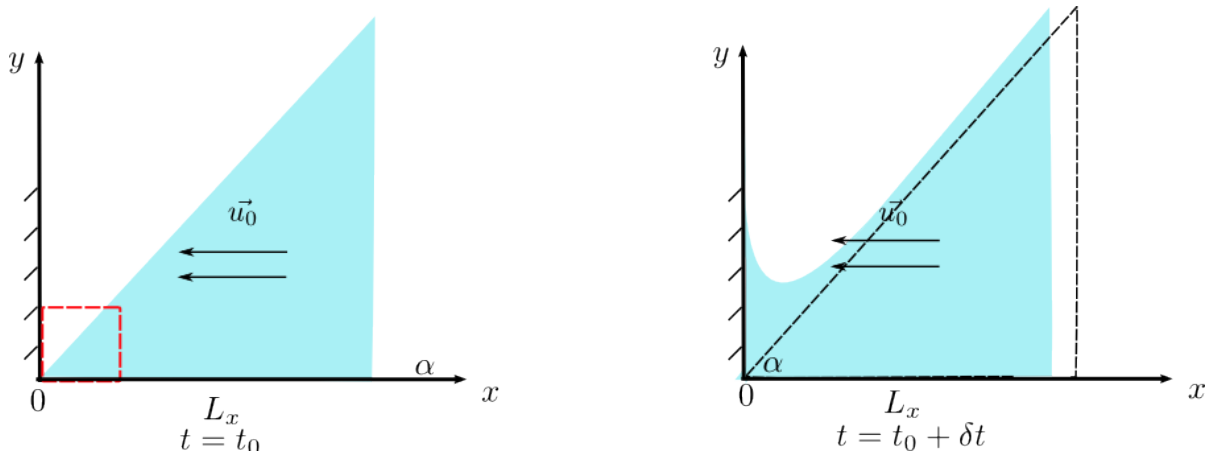


FIGURE 3.2 – Configuration géométrique de l'impact d'un dièdre sur un obstacle fixe de Wu [87] avant (gauche) et après impact (droite). Symétrie par rapport à l'axe des x et seul le demi plan supérieur est représenté.

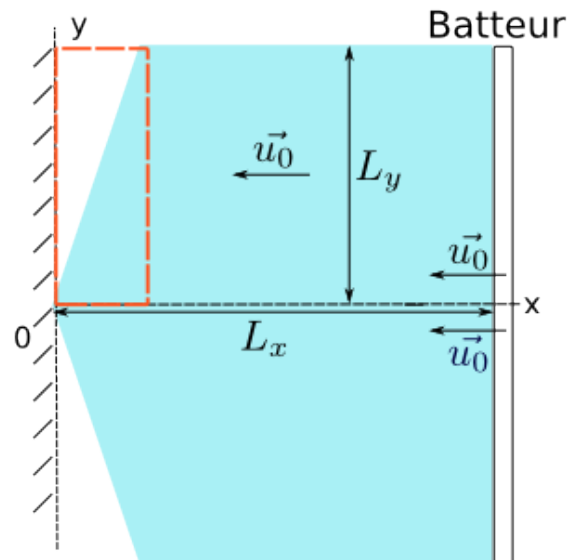


FIGURE 3.3 – Schématisation de la géométrie initiale

et al. ont réalisé une étude similaire en utilisant le logiciel THETIS sur ce cas académique et plus généralement sur l'impact des vagues.

3.2.1 Disposition initiale des particules

Nous avons différentes stratégies possibles pour l'initialisation des positions des particules ainsi que des conditions aux limites. Nous avons opté au final sur une initialisation des positions des particules montrée Figure 3.5 et une condition aux limite décrite dans la section précédente : une paroi mobile est imposée à l'extrémité droite du domaine. Nous présentons ici un autre

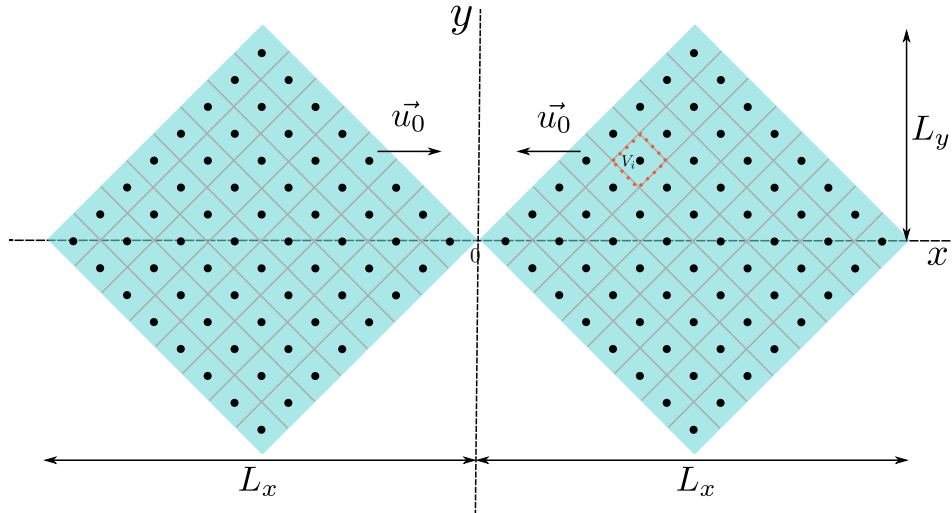


FIGURE 3.4 – Schématisation de la disposition initiale des particules. On impose une vitesse \mathbf{u}_0 constante aux particules. $\alpha = 45^\circ$

choix possible de discrétisation, les détails de l'initialisation et les premiers résultats obtenus. Afin de limiter les perturbations induites par l'initialisation et les conditions aux limites de la simulation, nous proposons une configuration idéale où les parois verticales et horizontales sont remplacées par leur image (Fig. 3.4). Ceci permet d'éliminer les conditions limites de type paroi et plus spécifiquement la condition limite de type *coin* à l'intersection entre les deux parois verticale et horizontale. Il est connu que cette condition limite de type "coin" est difficile à écrire de façon exacte en méthode SPH pour représenter une condition de glissement 2.2.3. Pour l'angle particulier $\alpha = 45^\circ$, les particules s'inscrivent dans un carré. On doit ajuster la taille du carré et le nombre de particules pour se rapprocher de la configuration théorique, tout en limitant le temps de calcul. Nous disposons initialement les particules comme montré dans la Figure 3.4. Les points noirs représentent les positions initiales des particules. Le volume du petit carré (V_i) décrit le volume de la particule i . Dans le cas $\alpha = 45^\circ$, le volume total des particules est strictement égal au volume du jet que l'on souhaite discrétiser. La vitesse de chaque particule est initialisée à \mathbf{u}_0 . La précision des résultats sera liée au nombre de particules inscrites dans chaque carré. Pour ce faire nous avons augmenté L_x jusqu'à convergence des résultats en fixant le volume V_i de chaque particule. C'est à dire que L_x est choisi suffisamment grand pour que la vitesse de particule aux frontières reste constante (à l'extrémité gauche et droite). L_x est égal à $30m$ dans ce cas de double symétrie.

Afin de réduire le temps de calcul et de s'adapter aux cas de différents angles, nous proposons la configuration montrée dans la Figure 3.5. Dans cette configuration, la paroi verticale fixe à gauche et la paroi mobile à droite (vitesse u_0) sont positionnées de part et d'autre du volume fluide discrétisé. Ainsi nous n'utilisons pas toutes les symétries et le coin en particulier n'est pas à considérer. On peut remarquer qu'en utilisant cette façon de disposer initialement les particules, il existe une petite différence entre le volume total des particules et le volume du fluide. Numériquement nous avons pu constater que cette erreur peut être négligée. Dans le

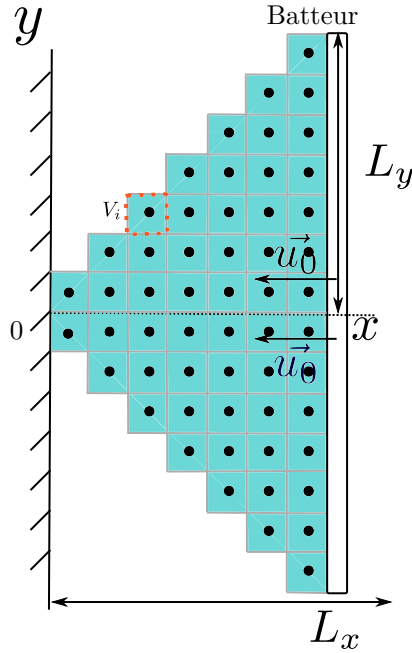


FIGURE 3.5 – Schématisation de la disposition initiale des particules. La paroi fixe à gauche et la paroi mobile à droite délimitent le volume fluide. $\alpha = 45^\circ$.

cas $L_x = 10 m$, avec la discrétisation $\delta x = 0,02 m$, cette erreur sur le volume est égale à $0,2\%$. Nous comparons suivant l'une ou l'autre des configurations, la distribution de la pression (voir Fig. 3.6) sur la partie verticale du mur à un instant $t = 0,2s$. Les références sont les résultats analytiques de Wu et ceux obtenus par la méthode VOF (Mokrani et al. [88]). Les résultats obtenus par l'une ou l'autre des configurations concordent bien et ils sont en bon accord avec les références. La disposition initiale des particules et les conditions aux limites de la deuxième configuration (Fig. 3.5) sont bien adaptés à notre cas. C'est cette configuration qui sera utilisée pour la suite (Fig. 3.5).

3.3 Validation sur le cas $\alpha = 45^\circ$

Dans toute cette section 3.3, les paramètres suivants seront considérés : $\alpha = 45^\circ$, $L_x = 10 m$, $L_y = 10 m$, $\vec{u}_0 = 5 m/s$ et la vitesse du son numérique est $c_0 = 200 m/s$ (cf. Tableau 3.1). Pour commencer, les différentes variantes de SPH présentées dans la section 2.2.2 seront analysées et comparées en terme de déformation de la surface libre, de distribution de pression sur la paroi rigide et de la conservation de l'énergie.

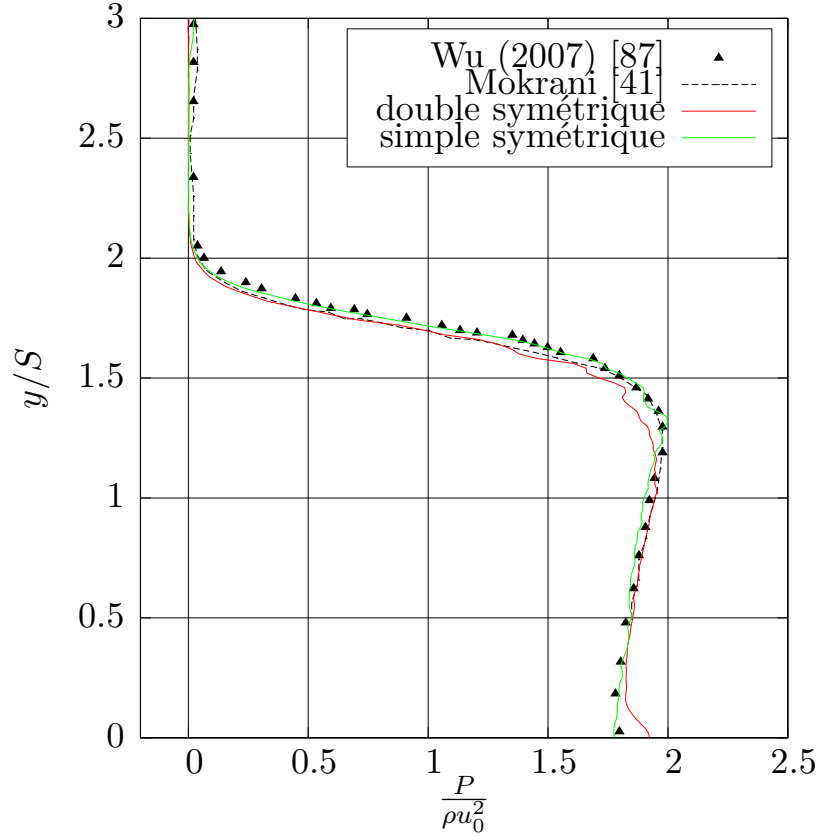


FIGURE 3.6 – La comparaison de différentes configurations de la simulation sur la distribution de la pression sur la paroi en $t = 0,2 s$. "double symétrique" correspond à la configuration Figure 3.4 et "simple symétrique" correspond la configuration Figure 3.5. Les paramètres des simulations sont : $\alpha = 45^\circ$, $\delta x = 0,02 m$, $c_0 = 200 m/s$, $CFL = 0,94$, $\vec{u}_0 = 5 m/s$.

α	L_x (m)	L_y (m)	C_0 (m/s)	$h = \frac{\delta x + \delta y}{2}$ (m)	δt (s)	CFL
45°	10	10	200	0,05	$3,2 \times 10^{-4}$	0,9624
45°	10	10	200	0,04	$2,5 \times 10^{-4}$	0,9398
45°	10	10	200	0,03	$2,0 \times 10^{-4}$	1,0015
45°	10	10	200	0,02 •	$1,25 \times 10^{-4}$	0,9396
45°	10	10	200	0,01414 ★	1×10^{-4}	0,5316
60°	25	17.5	300	0,05	2×10^{-4}	0,9023
60°	25	17.5	300	0,025	1×10^{-4}	0,9023
60°	25	17.5	300	0,0125	5×10^{-5}	0,9023
80°	50	30	800	0,05	8×10^{-5}	0,9624
80°	50	30	800	0,03125	5×10^{-4}	0,9624
80°	50	30	800	0,025	4×10^{-5}	0,9624

TABLE 3.1 – Paramètres de Simulations. • signifie que cette taille de particule est utilisée pour l'étude de la sensibilité à la valeur du CFL (cf. Fig. 3.11). ★ indique que cette taille de particule est utilisée pour comparer différents schémas numériques de SPH (cf. Fig. 3.7).

3.3.1 Comparaison de différents schémas numériques SPH appliqués à l'impact

Les variantes suivantes du modèle standard SPH seront testées dans cette section pour le cas $\alpha = 45^\circ$:

- prise en compte du flux Rusanov eq. (2.24) [76],
- δ -SPH sans viscosité artificielle eq. (2.25), [89],
- Flux Rusanov avec viscosité artificielle eqs. (2.24, 2.27),
- δ -SPH avec viscosité artificielle eqs. (2.25, 2.27) [77].

Distribution de la pression sur une paroi

Dans un premier temps, les distributions de la pression sur une paroi à $t = 0,2 s$, obtenues pour quatre variantes SPH sont comparées sur la Figure 3.7. La coordonnée y est adimensionnée par $S = u_0 t = 1 m$, la pression P est adimensionnée par ρu_0^2 .

Les distributions de pression obtenues quand la viscosité artificielle n'est pas prise en compte font apparaître des oscillations bien marquées, comme le montre les résultats de la Figure 3.7 courbes verte et rose. Les résultats sont lissés et améliorés lorsque le terme de viscosité artificielle est introduit (cf. Fig. 3.7 courbes rouge et bleu). Ils sont également en bon accord avec le résultat de Wu [87] et de Mokrani et al. [88]. Les deux termes de diffusion (flux Rusanov et δ -SPH) jouent finalement sensiblement le même rôle sur la distribution de la pression sur la paroi.

Le champ de pression et la surface libre

La Figure 3.8 représente pour les quatre modèles SPH l'interface du jet et la distribution de pression. Les paramètres de simulation sont identiques à ceux de la Figure 3.7. Nous pouvons observer que la forme de la surface libre est lissée en utilisant la viscosité artificielle et que les particules sont moins dispersées le long du jet vertical. Ce rôle de lissage a déjà été analysée dans [89, 68] et nous retrouvons ici le même comportement des solutions issues des simulations. En outre, certaines différences sur le champ de pression peuvent être également observées avec ou sans viscosité artificielle. On retrouve un comportement similaire de δ -SPH et le flux Rusanov quand la viscosité artificielle est prise en compte.

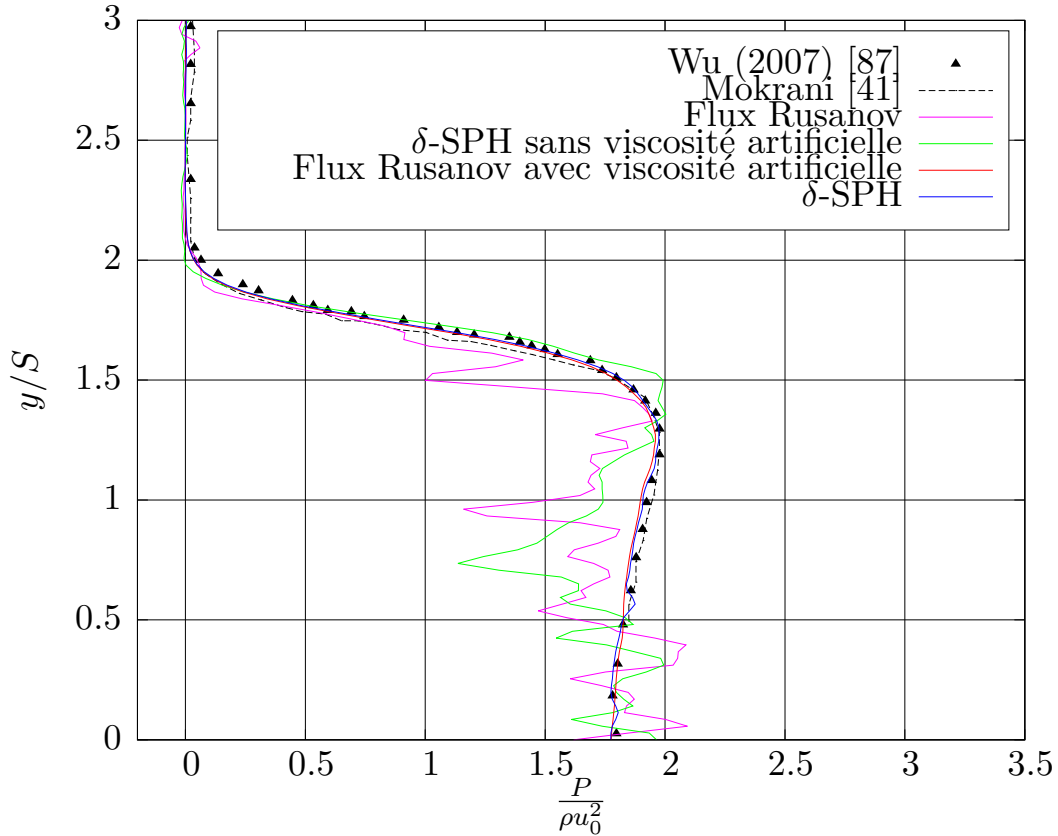


FIGURE 3.7 – $\alpha = 45^\circ$: la distribution de la pression en $t = 0, 2s$. Les résultats sont comparés avec le résultat analytique de Wu [87] (triangles) et les résultats numériques de Mokrani et al. [88] (pointillé). Sans viscosité artificielle et avec le terme diffusion : le flux Rusanov (courbe en rose) et δ -SPH sans viscosité artificielle (courbe en vert). Avec viscosité artificielle et le terme diffusion : le flux Rusanov [76] (courbe en rouge) et δ -SPH [77] (courbe en bleu). Les paramètres supplémentaires des simulations : $c_0 = 200 m/s$, $\delta x = 0,0142 m$ et $CFL = 0,53$.

Évolution d'énergie totale

La Figure 3.9 représente l'évolution de l'énergie totale du système à $t = 0 s$ à $t = 0,2 s$. L'instant final $t = 0,2 s$ correspond à l'instant où la distribution de la pression et la forme du jet ont déjà été discutées (Fig. 3.7 et Fig. 3.8). E_{init} est l'énergie du système à l'initialisation avant impact à $t = 0 s$. Théoriquement compte tenu des hypothèses, le système n'est pas dissipatif et l'énergie doit se conserver au cours de l'impact. Les résultats obtenus en utilisant l'approximation sans le terme de viscosité artificielle présentent une très bonne conservation (cf. Fig. 3.9 courbes rose et verte). Jusqu'à l'instant final, l'énergie totale est exactement conservée. Par contre, en ajoutant le terme de viscosité artificielle dans l'équation de quantité de mouvement l'énergie se dissipe. Dans ce cas, le temps réel de la simulation est très court (*i.e* $\Delta t = 0,2 s$) et le niveau de dissipation de l'énergie reste très faible voire négligeable avec environ 0,05% de perte, comme représenté par les lignes rouge et bleue de la Figure 3.9.

Nous avons observé que, le flux Rusanov et δ -SPH, avec une viscosité artificielle se com-

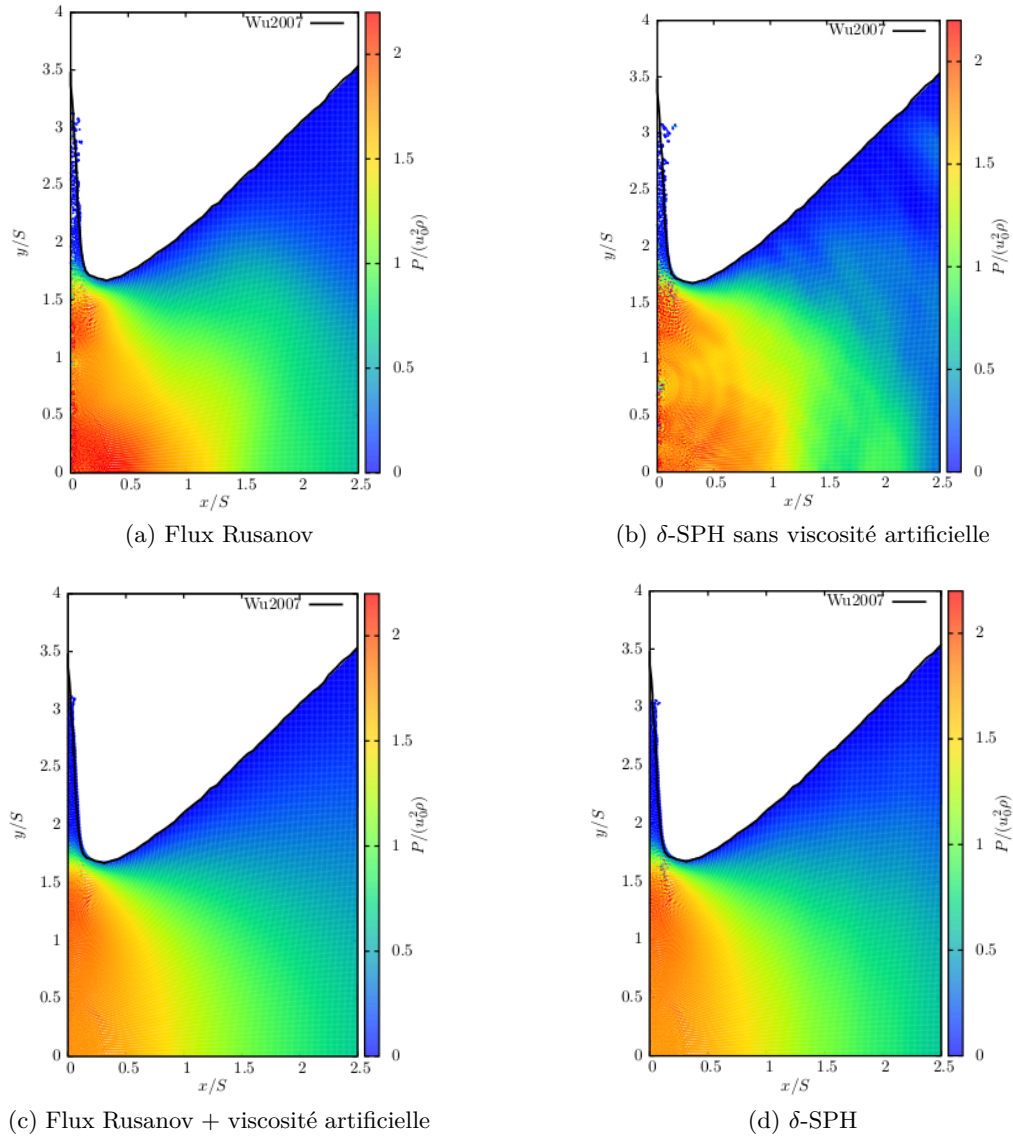


FIGURE 3.8 – $\alpha = 45^\circ$: le champ de pression sans dimension en $t = 0,2 s$. Les surfaces libres sont comparées avec le résultat de Wu. Les paramètres des simulations : $c_0 = 200 m/s$, $\delta x = 0,0142 m$ et $CFL = 0,53$.

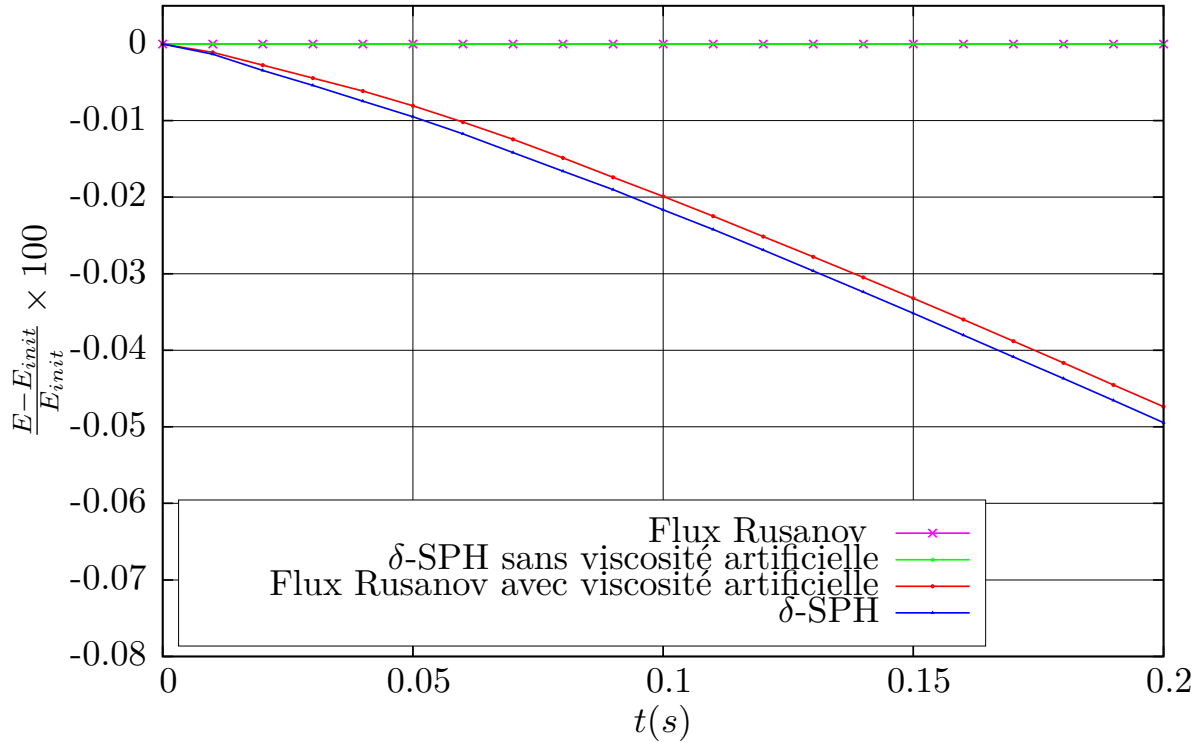


FIGURE 3.9 – $\alpha = 45^\circ$: Évolution de l'énergie totale du système pour la simulation de l'impact d'un jet triangulaire. Sans viscosité artificielle et avec le terme diffusion : flux Rusanov (courbe en rose) et δ -SPH sans viscosité artificielle (courbe en vert). Avec viscosité artificielle et terme diffusion : flux Rusanov [76] (courbe en rouge) et δ -SPH [77] (courbe en bleu). Les paramètres des simulations : $L_x = 20\text{ m}$, $L_y = 10\text{ m}$, $c_0 = 200\text{ m/s}$, $\delta x = 0,0142\text{ m}$ et $CFL = 0,53$

portent de manière très similaire au niveau de la précision de la simulation et de la conservation de l'énergie. Pour la suite du chapitre, le modèle utilisant le flux Rusanov (2.24) combiné à de la viscosité artificielle (2.27) sera utilisé.

3.3.2 Convergence en temps et en espace

On étudie maintenant la convergence en espace et en temps toujours pour un angle $\alpha = 45^\circ$. Le domaine fluide est discrétisé avec les pas en espace suivants : $0,5\text{ m}$, $0,4\text{ m}$, $0,3\text{ m}$, $0,2\text{ m}$, $0,14\text{ m}$ (cf. Tableau 3.1), le pas de discrétisation (δx) est identique suivant x et y . On définit classiquement la condition CFL (condition de Courant, Friedrichs et Lewy) :

$$CFL = \frac{\delta t c_0}{\epsilon}, \quad (3.1)$$

où δt est le pas de temps, c_0 est la vitesse du son numérique et $\epsilon = \kappa \delta x$, $\kappa = 1,33$.

Les pas de temps sont calculés à partir des CFL suivants : 1, 2030, 0, 9398, 0, 7519, 0, 4699 (cf. Tableau 3.1). Les résultats de convergence spatiale et temporelle sont comparés à ceux issus de la méthode analytique de Wu [87] et de la méthode VOF de Mokrani [88]. Les Figures 3.10 et 3.11 représentent la distribution de la pression sur la paroi en $t = 0,2 s$, obtenus respectivement en faisant varier le pas d'espace et le pas de temps via la condition CFL.

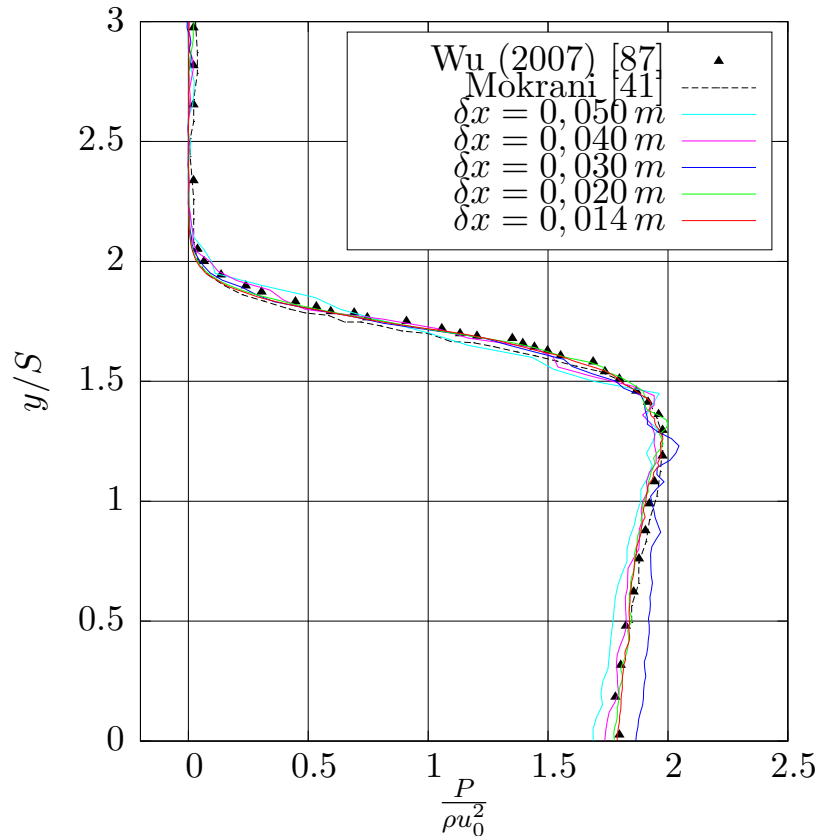


FIGURE 3.10 – Distribution de la pression sur la paroi à $t = 0,2 s$ quand on fait varier le pas en espace δx . Les autres paramètres numériques des simulations : $c_0 = 200 m/s$, $CFL = 0,94$.

La Figure 3.10 montre que nos résultats sont en très bon accord avec ceux analytiques de Wu et numériques de Mokrani quand la discrétisation du domaine de calcul est plus fine. Nous pouvons en conclure à une bonne convergence en espace. La Figure 3.11 montre que nos résultats convergent également vers le résultat analytique de Wu et les calculs numériques de Mokrani quand on diminue le pas de temps. Le choix du CFL agit assez peu ici sur les résultats car nous restons sur une plage de CFL modérée ($0,47 < CFL < 1,2$). Dans cette gamme nous observons une très bonne stabilité des résultats. Au delà d'un CFL de 1,5 les calculs divergent à cause du pas de temps trop grand. Cette analyse nous permet de choisir un CFL assez grand, proche de 1 pour les calculs d'impact quand nous ferons varier l'angle α dans la suite de ce chapitre.

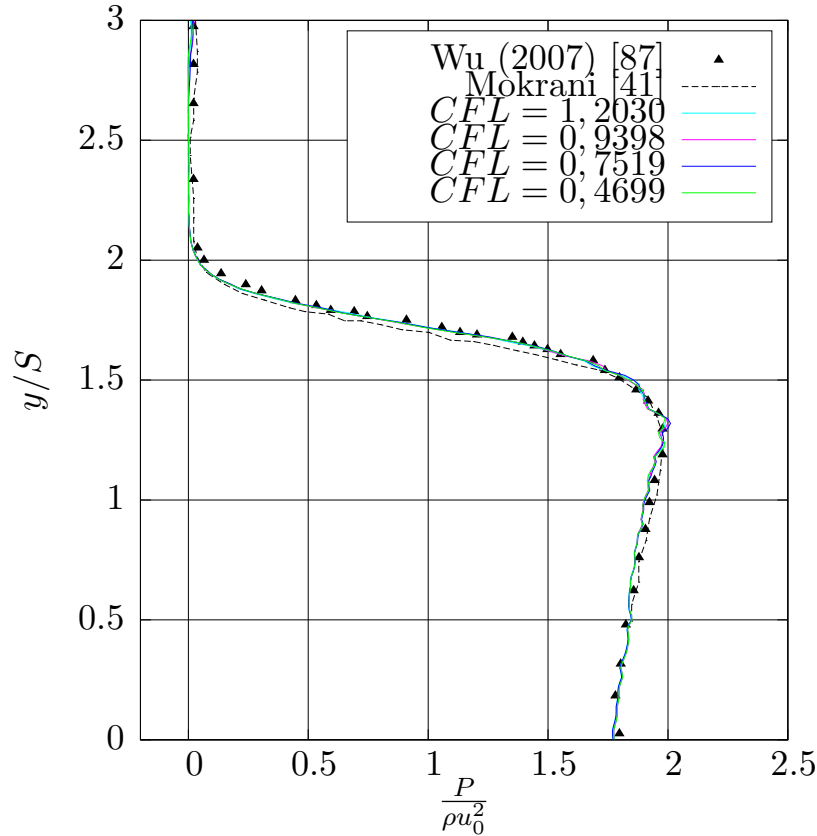


FIGURE 3.11 – $\alpha = 45^\circ$. La distribution de la pression sur la paroi en $t = 0,2 s$ quand on fait varier le pas de temps δt via le CFL . Les autres paramètres numériques des simulations : $c_0 = 200 m/s$, $\delta x = 0,02 m$

3.3.3 Solutions auto-similaires

L'étude théorique de Wu [87], montre que le problème est auto-similaire quand on choisit de représenter la distribution de pression ou la forme de la surface libre du jet. A chaque instant en adimensionnant judicieusement la pression par ρu_0^2 et les variables d'espace x et y par $S = \mathbf{u}_0 t$, les courbes doivent théoriquement se superposer. C'est ce que nous pouvons vérifier sur la Figure 3.12 où nous avons choisi de représenter la pression le long de la paroi verticale à plusieurs instants différents. On peut vérifier que les courbes se superposent bien et que la condition d'autosimilarité est bien vérifiée.

Ces comparaisons de SPH avec d'autres méthodes et l'étude de convergence, nous ont permis de valider le capacité de notre schéma numérique à traiter ce cas d'impact simplifié. En modifiant l'angle caractéristique du jet α , nous allons pouvoir maintenant faire varier les intensités d'impact.

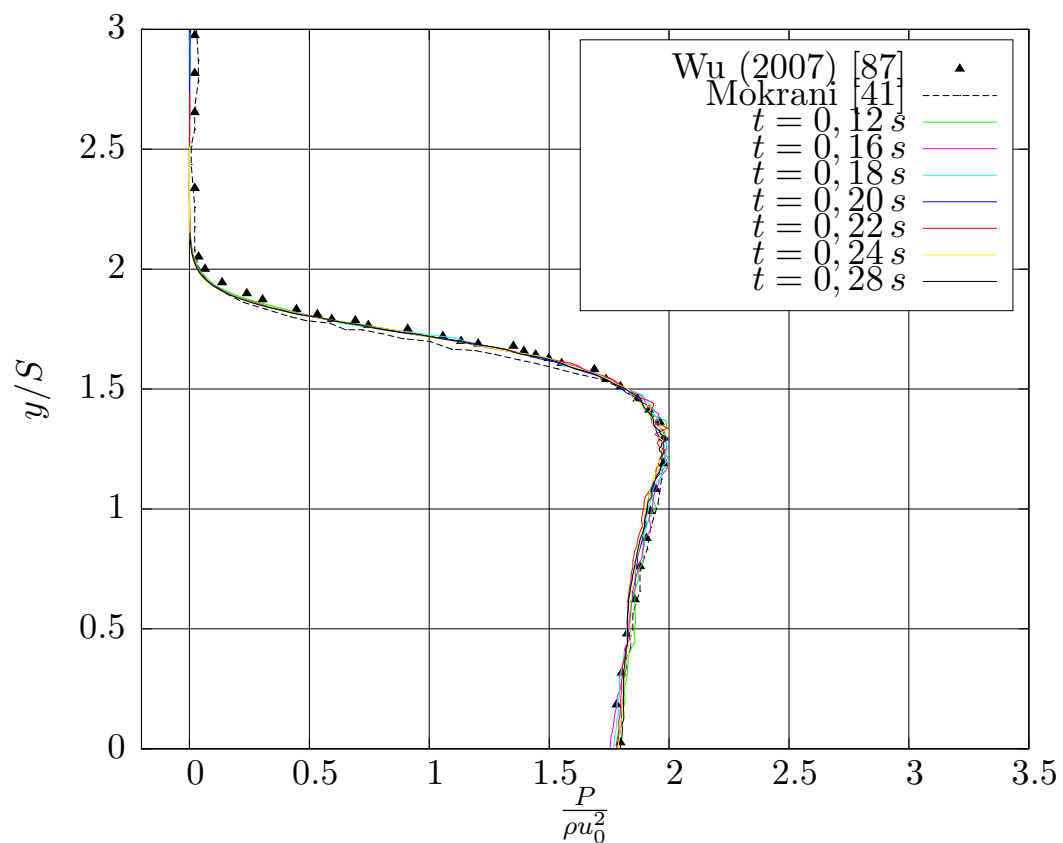


FIGURE 3.12 – $\alpha = 45^\circ$. La distribution de la pression adimensionné par ρu_0^2 sur la paroi en différents instants. Les paramètres supplémentaires des simulations : $c_0 = 200 \text{ m/s}$, $\delta x = 0.01414 \text{ m}$, $CFL = 1.0632$.

3.4 Variation de l'angle du triangle

En augmentant l'angle α , l'impact du jet triangulaire devient de plus en plus intense. Ce phénomène est mis en évidence par Cooker et Peregrine au début des années 90 [90]. Mokrani et al [88] ont étudié les différents angles proposés dans l'article de Wu [87], respectivement $\alpha = 45^\circ$, 60° et 80° . Mokrani [41] montre qu'au dessus $\alpha = 60^\circ - 70^\circ$, des différences entre la solution analytique [87] et numériques par la méthode VoF commencent à apparaître et l'auto-similarité en particulier n'est plus vérifiée. Nous allons tester la capacité de SPH à traiter le cas de $\alpha = 60^\circ$ et de $\alpha = 80^\circ$.

Lorsque l'angle d'incidence augmente, l'impact est de plus en plus fort. Ainsi la vitesse du jet le long de la paroi augmente rapidement et la pression d'impact augmentent également fortement. L'étude théorique pour ce cas est fondée sur une première hypothèse que la longueur du jet est infinie. Une deuxième hypothèse est de s'assurer qu'à l'extrémité droite du domaine la vitesse reste toujours constante (\vec{u}_0). Pour satisfaire ces deux conditions on rappelle dans un premier temps qu'une paroi mobile de type piston impose une vitesse constante sur la frontière droite du domaine. On va choisir également une longueur du domaine L_x plus grande et adaptée à notre cas pour limiter l'effet d'un domaine de calcul qui ne soit pas semi-infini. On ajustera la vitesse du son c_0 pour tenir compte d'une augmentation significative de la vitesse maximale au sein du fluide. En conséquence le pas de temps doit être réduit pour satisfaire la condition CFL que l'on gardera proche de 1. Pour chaque angle, trois discrétisations différentes seront présentées afin de s'assurer de la convergence de la solution.

La Figure 3.13a représente la distribution de la pression sur la paroi à l'instant $t = 0,2 s$. A partir de trois discrétisations spatiales différentes les résultats SPH sont comparés avec d'une part ceux issus du code THETIS (VoF) et d'autre part ceux théoriques de Wu. On peut observer que les résultats obtenus par les deux discrétisations plus fines concordent bien avec ceux de Wu et Mokrani. Sur la Figure 3.13b le champ de pression et la forme du jet sont affichés au même instant que sur la Figure 3.13a. Le champ de pression ne présente pas de discontinuité ni d'oscillation. La surface libre du jet obtenu numériquement est également bien continue avec toutefois de petites oscillations à l'extrémité du jet, à l'endroit où très peu de particules le discrétisent. On peut remarquer également une différence sur la position de la surface libre qui ne présente pas un creux aussi marqué que le jet théorique ($x/S \approx 20,2$; $y/S \approx 2,8$ sur la Figure 3.13b). Ce phénomène, nous allons le voir, est accentué quand on augmente l'angle d'impact.

Les deux images de la Figures 3.14 représentent le cas $\alpha = 80^\circ$. La Figure 3.14a montre que la pression obtenue par simulation SPH affiche les mêmes variations que la distribution théorique de Wu. Le pic de pression n'est toutefois pas aussi intense que celui de Wu ni que celui obtenu par Mokrani. La différence la plus importante provient de la position du pic de pression (cf. Fig. 3.14a). Ce pic se trouve à $y/S \approx 9.5$ théoriquement et à $y/S \approx 9$ par calcul

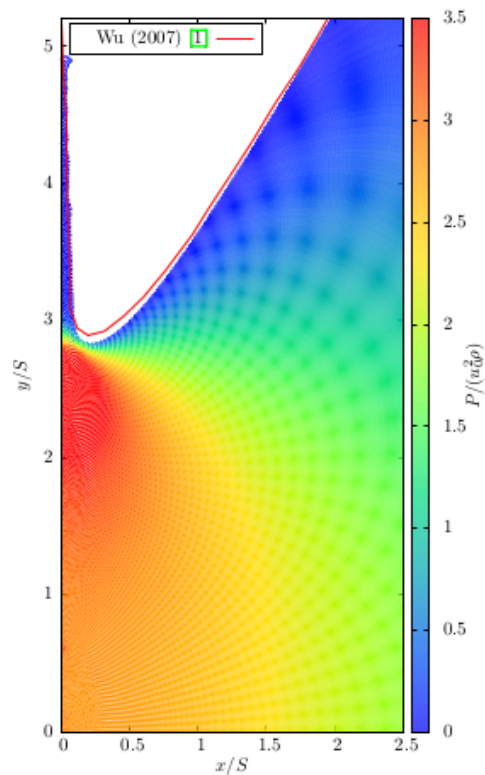
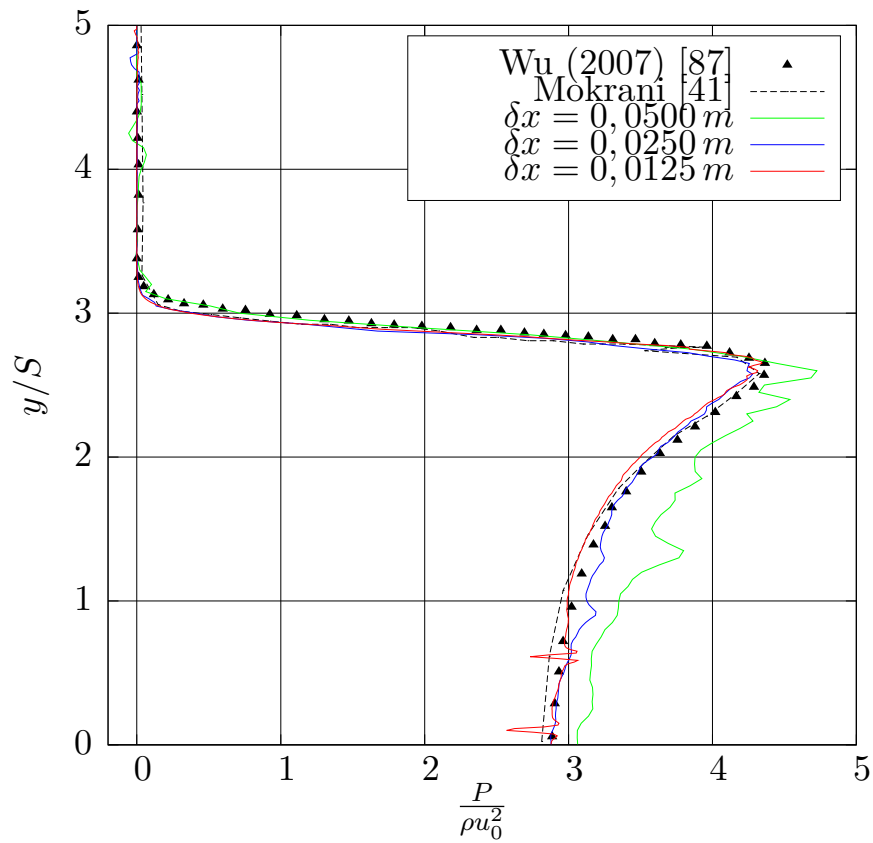
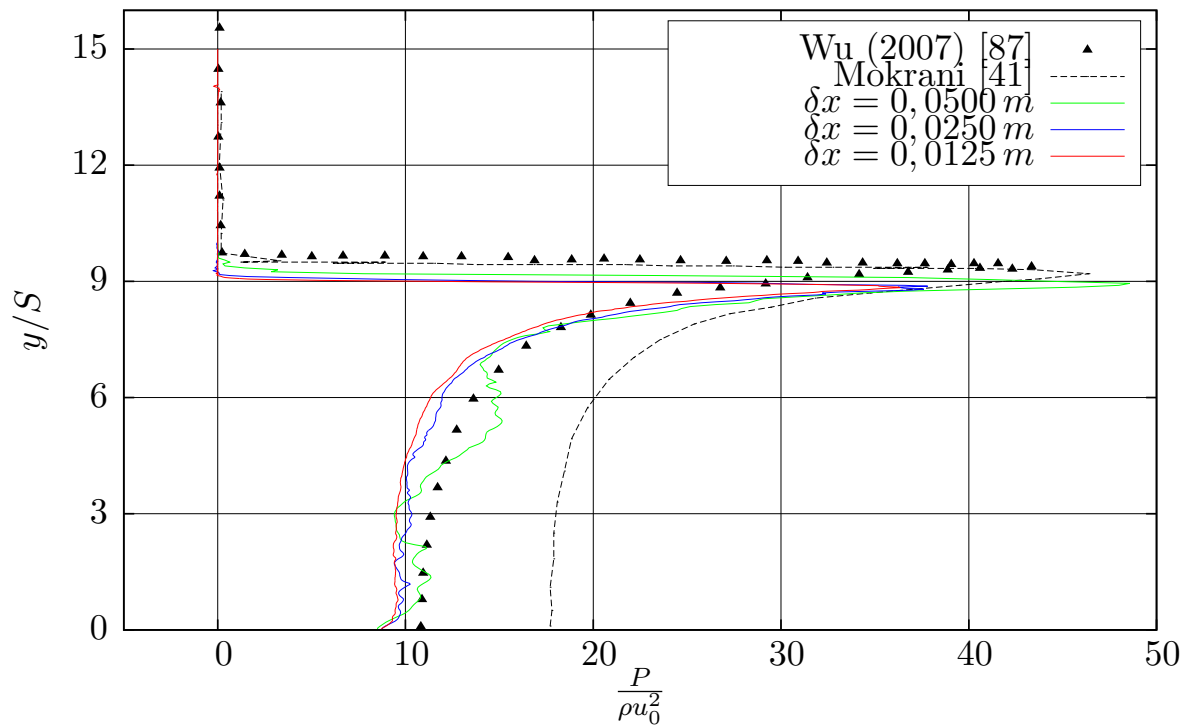
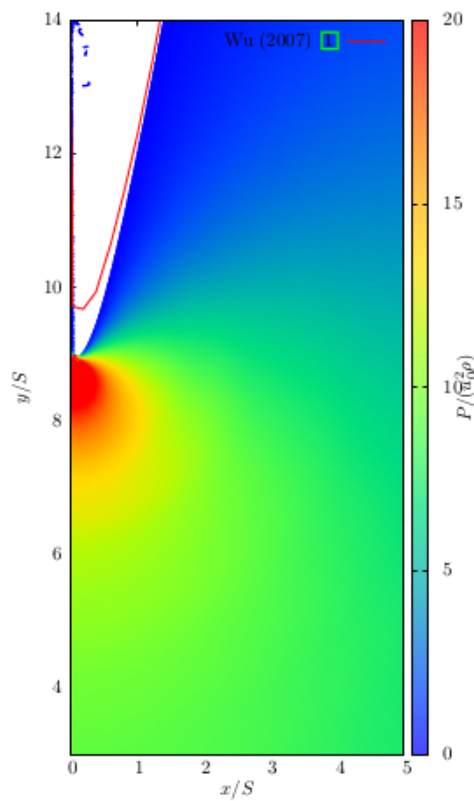


FIGURE 3.13 – Cas $\alpha = 60^\circ$, $t = 0,2 s$. Les autres paramètres numériques des simulations : $L_x = 25 m$, $L_y = 17,5 m$, $c_0 = 300 m/s$, et $CFL = 0,9023$.



(a) La distribution de la pression sur la paroi

(b) Le champ de pression et la surface libre.
 $\delta x = 0,0125 m$ FIGURE 3.14 – Cas $\alpha = 80^\circ$, $t = 0,2 s$. Les paramètres numériques supplémentaires des simulations : $L_x = 50 m$, $L_y = 30 m$, $c_0 = 800 m/s$, $CFL = 0,9624$.

SPH. On peut observer que, comme pour $\alpha = 60^\circ$, la position du minimum de la surface libre du jet sur la Figure 3.14b est plus basse que la position prédite par la théorie. Cette différence, déjà mentionnée précédemment dans le cas de $\alpha = 60^\circ$, semble donc augmenter quand l'angle croît. Nous supposons que cette différence peut être attribuée au fait que les résultats analytiques de Wu sont basés sur l'hypothèse que le fluide est incompressible et non visqueux. Le schéma numérique SPH est par contre très faiblement compressible avec ajout d'une viscosité artificielle. Nos résultats sont néanmoins robustes et les paramètres comme la discrétisation du domaine, influent assez peu sur la solution trouvée.

Mokrani et al. [88] montre qu'au dessus $\alpha = 60^\circ - 70^\circ$, les calculs Navier-Stokes VoF ne respectent plus l'auto-similarité des solutions prédites par la théorie. Même si SPH s'écarte de la solution analytique nous souhaitons contrôler si le calcul SPH respecte ou non cette propriété. La distribution de pression adimensionnée en fonction de y/S à différents instants est tracée sur la Figure 3.15. Pour ce cas extrême, nos calculs numériques de type SPH respectent l'auto-

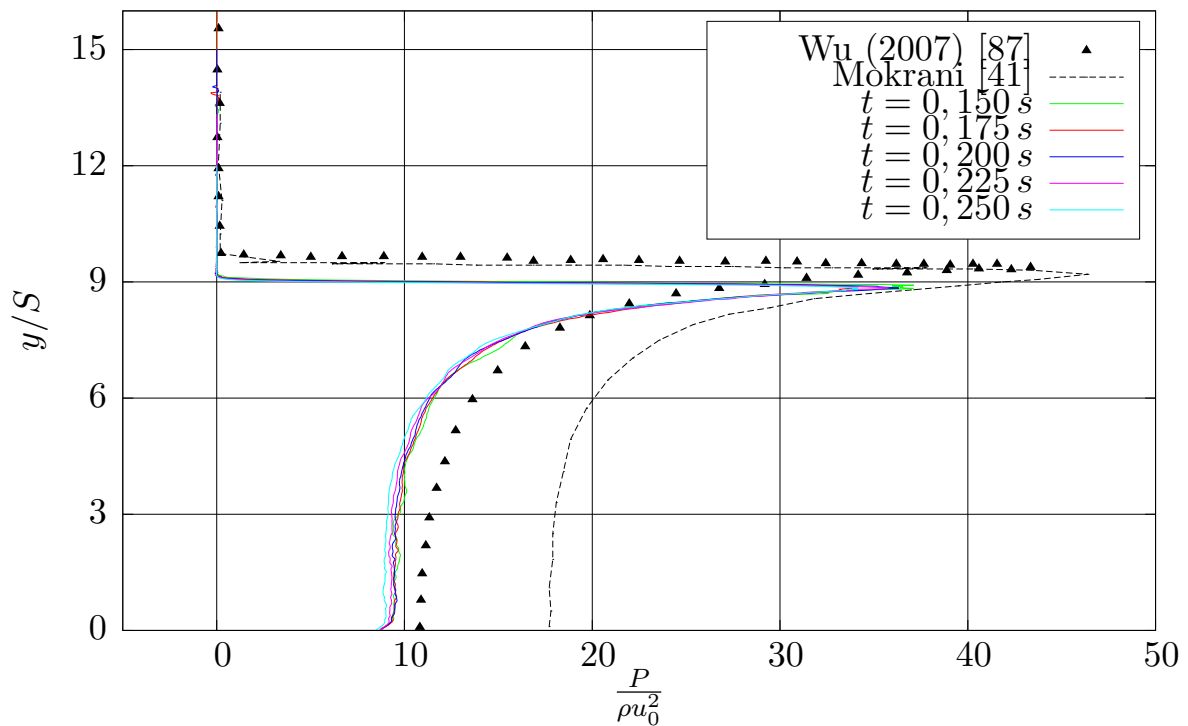


FIGURE 3.15 – $\alpha = 80^\circ$. Distribution de pression adimensionnée par ρu_0^2 sur la paroi à différents instants. Les paramètres numériques supplémentaires des simulations : $c_0 = 800 \text{ m/s}$, $\delta x = 0,0125 \text{ m}$, $CFL = 0,9624$.

similarité des solutions pour la plage de temps étudiée.

Finalement concernant les pics de pression calculés nous pouvons observer qu'en augmentant l'angle du jet d'impact, l'intensité de ce pic augmente également. En fait, le pic de pression

adimensionné $P_{max}/\rho\mathbf{u}_0$ est d'environ 2 pour $\alpha = 45^\circ$, $\approx 4,3$ pour $\alpha = 60^\circ$ et atteint à 43 lorsque $\alpha = 80^\circ$.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, un cas académique a été présenté pour étudier le problème d'impact entre un fluide supposé incompressible et une structure indéformable. Nous avons testé différentes variantes SPH et nous avons choisi le modèle flux Rusanov avec viscosité artificielle pour simuler cet impact. Au niveau de la stabilité du schéma et de la conservation de l'énergie, le terme de viscosité artificielle est ici bien adapté pour des simulations où la durée des phénomènes est très courte n'affectant donc que très peu la conservation de l'énergie. L'évolution totale d'énergie, la forme du jet représentée par sa surface libre, ainsi que la distribution de pression dans le jet et sur la paroi ont été étudiées. Nos résultats ont été comparés à ceux théoriques de Wu et numériques par la méthode VoF de Mokrani. Le paramètre physique que nous avons fait varier pour moduler l'impact est l'angle du jet α . Les grandes variations du pic de pression peuvent être reproduites numériquement avec très une bonne convergence du schéma quand on fait varier les paramètres de discrétisation spatiale et temporelle. Même pour des angles importants au delà de 60° , l'intensité des pics de pression a pu être correctement estimée et la propriété d'auto similarité des solutions est vérifiée.

Cette étude nous a permis de choisir un schéma numérique SPH adapté à notre problématique, de le tester et enfin de le valider sur un premier problème d'impacts. Ce schéma sera utilisé dans le prochain chapitre, où nous modélisons et étudions l'interaction entre un soliton et une paroi solide.

Chapitre 4

Impact des vagues

4.1 Introduction

Les études des chapitres précédents sont appliquées au cas de l'impact d'une onde solitaire, couramment appelée soliton, sur un mur vertical. L'objectif est de modéliser cet écoulement et d'en déterminer avec précision les propriétés hydrodynamiques lors des phases d'impact. Les études sont menées dans un canal à houle numérique à deux dimensions d'espace. La géométrie du canal est imposée ce qui permet de fixer la longueur du canal et la hauteur d'eau. Le soliton est généré par un mouvement de batteur plan à cinématique imposée et situé à une des extrémités du canal. Nous proposons deux configurations principales de ce canal : la première sans plage d'amortissement et la seconde avec une plage inclinée avant la paroi verticale. Nous souhaitons nous focaliser sur un événement unique, c'est la raison pour laquelle une vague solitaire (soliton) est prise en compte. Les ondes solitaires ont la propriété de se propager sur de longues distances, sans perdre en amplitude et sans se déformer pour une bathymétrie uniforme. D'un point de vue plus général, cette propriété de propagation sur de longues distances des vagues solitaires peut expliquer l'impact des tsunamis très loin de leur lieu de création.

Dans un premier temps, nous allons d'abord détailler la procédure numérique pour déterminer le mouvement du batteur pouvant générer une onde solitaire dans un canal à houle. Elle se propage sur un fond plat et rebondit après avoir rencontré le mur vertical situé à l'extrémité droite du canal (cf. Fig. 4.1). Ensuite, après avoir validé la capacité du code à générer et propager un soliton, nous allons ajouter à cette configuration une plage inclinée afin de provoquer le déferlement du soliton sur la plage et son impact sur une paroi (Fig. 4.2).

En ce qui concerne le modèle numérique SPH utilisé, le flux Rusanov présenté dans le chapitre 2 sera utilisé. En revanche, afin d'éviter la dissipation d'énergie pendant la propagation de soliton, la viscosité artificielle ne sera pas prise en compte dans le schéma numérique pour

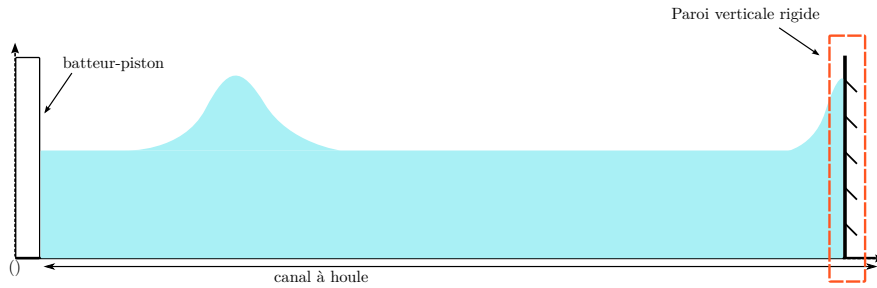


FIGURE 4.1 – Vue schématique du canal à houle sans plage.

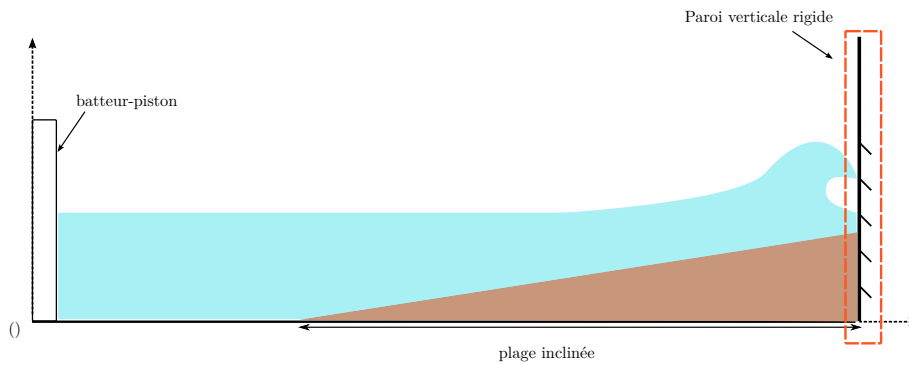


FIGURE 4.2 – Vue schématique du canal à houle avec plage et déferlement du soliton.

cette configuration.

4.2 Génération et propagation d'un soliton : la loi de batteur

Le soliton est généré par un batteur-piston situé à l'extrémité gauche du canal (cf. Fig. 4.1). La masse volumique est $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ et la gravité est $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. La Figure 4.3 indique les paramètres utilisés : la longueur du canal est $L_x = 5 \text{ m}$, la hauteur du mur à son extrémité droite est $L_y = 2 \text{ m}$ et la hauteur d'eau est $h = 0,1 \text{ m}$. a représente l'amplitude du soliton. $x_b(t)$ représente la loi de déplacement imposée au batteur-piston, que nous allons détailler ci-dessous.

Pour une onde longue, dans l'hypothèse de propagation en eau peu profonde, la vitesse horizontale des particules est constante en fonction de la profondeur. On note cette vitesse $\bar{u}(x, t)$, elle est indépendante de l'ordonnée y . Les ondes solitaires, ayant une longueur d'onde infinie, sont considérées ici comme des ondes longues. Afin de générer une onde solitaire, il

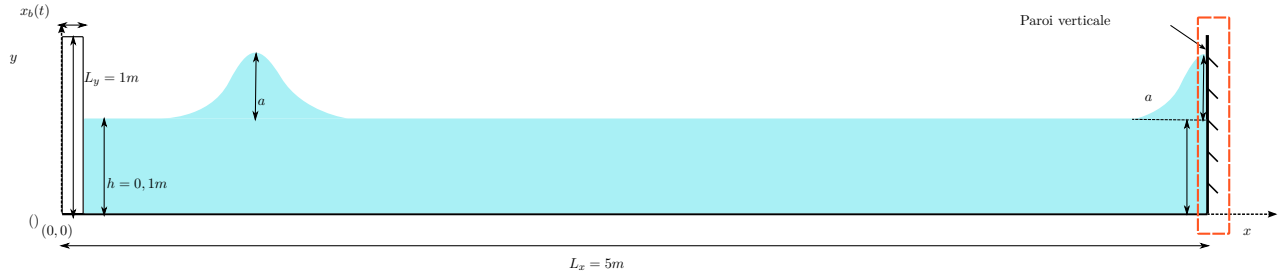


FIGURE 4.3 – Schéma décrivant les différents paramètres géométriques du canal numérique.

faut imposer une loi de déplacement $x_b(t)$ et de vitesse $u_b(t)$ du batteur. Dans notre cas le mouvement du batteur est horizontal et agit comme un piston. Si on considère la cinématique du fluide souhaitée, ce type de batteur est bien adapté pour la génération de vagues solitaires.

L'objectif est de trouver une loi qui permet de générer une onde solitaire pour laquelle l'amplitude a et la hauteur d'eau h sont connues. Selon Goring [91], le principe est simple et il suffit d'imposer au batteur la vitesse horizontale du soliton souhaitée, c'est à dire :

$$\frac{dx_b}{dt} = \dot{x}_b = u_b(t) = \bar{u}(x_b, t). \quad (4.1)$$

Pour une *wave of permanent form*, nous avons à tout instant [92, 93] :

$$\int_0^{\eta+h} \mathbf{u} dy = c_a \eta + Q_s + U_c h \quad (4.2)$$

où c_a est la célérité de l'onde dans le référentiel du canal, $\eta(x, t)$ est l'élévation de la surface libre par rapport au niveau d'eau au repos, Q_s est le flux de masse non linéaire en moyenne sur une période de l'onde et U_c est la vitesse du courant définie comme la vitesse moyenne des particules au dessous du niveau du creux des vagues. Dans notre cas, la vitesse de propagation de l'onde c_a est constante et on la notera simplement c .

Pour une vague solitaire qui a une période supposée infinie, la partie droite de l'équation (4.2) se réduit à $c\eta$, où c est la vitesse du soliton par rapport à l'eau. Comme u_b est indépendante de l'ordonnée y , la vitesse \bar{u} peut s'écrire au niveau du batteur sous la forme suivante :

$$u_b(t) = \bar{u}(x_b, t) = \frac{c\eta(x_b, t)}{\eta(x_b, t) + h}. \quad (4.3)$$

Il existe plusieurs solutions analytiques de type soliton dans la littérature. Dans nos simulations, une approximation au première ordre de la solution de l'équation Korteweg de Vries (KdV) proposée par Boussinesq [94] est utilisée pour le calcul de l'élévation de la surface libre :

$$\eta(x, t) = a \operatorname{sech}^2 \theta, \quad (4.4)$$

avec

$$\theta = \frac{\kappa}{h}(ct - x), \quad (4.5)$$

$$c = \sqrt{g(h + a)}, \quad (4.6)$$

et

$$\kappa = \sqrt{\frac{3a}{4h}}. \quad (4.7)$$

En remplaçant x par x_b dans les équations (4.4) et (4.5), on obtient :

$$\eta(x_b, t) = a \operatorname{sech}^2 \theta, \quad (4.8)$$

avec

$$\theta = \frac{\kappa}{h}(ct - x_b). \quad (4.9)$$

En dérivant l'équation (4.9), on obtient :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\kappa}{h}(c - \dot{x}_b) \quad (4.10)$$

et

$$\frac{dx_b}{dt} = \frac{dx_b}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{dx_b}{d\theta} \frac{\kappa}{h}(c - \dot{x}_b). \quad (4.11)$$

On aboutit alors à

$$\frac{dx_b}{d\theta} = \frac{h\dot{x}_b}{\kappa(c - \dot{x}_b)}. \quad (4.12)$$

Finalement, en substituant l'éq. (4.3) et l'éq. (4.8) à l'éq. (4.12), on obtient :

$$\frac{dx_b}{d\theta} = \frac{a \operatorname{sech}^2 \theta}{\kappa} \quad (4.13)$$

et en intégrant l'éq. (4.13), on peut obtenir :

$$x_b = \frac{a}{\kappa} \int_0^\theta \operatorname{sech}^2 \omega d\omega = \frac{a}{\kappa} \tanh \kappa(ct - x_b). \quad (4.14)$$

Il s'agit d'une équation implicite que nous allons résoudre par la suite. Par ailleurs, la solution analytique du soliton (éq. (4.8)) montre que sa longueur d'onde tend vers l'infini dans les deux directions. Dans l'étude de Grilli et Svendsen [95], ils ont utilisé la méthode proposée par Goring [91] pour estimer l'importance de l'extension horizontale de la vague en définissant une longueur d'onde apparente 2λ qui représente la partie de la vague où $\eta > 0,001a$. D'après l'équation (4.8) et en utilisant l'égalité suivante,

$$a \operatorname{sech}^2\left(\frac{\kappa}{h}(ct - x_b)\right) = 0,001a \quad (4.15)$$

λ peut s'exprimer ainsi $\lambda = \frac{\text{arcosh}[(\frac{1}{0.001})^{1/2}]h}{\kappa}$ en $t = 0$.

C'est à dire qu'on déplace la fonction de surface libre η le long de l'axe x avec une distance λ telle que, à partir de $t = 0$ pour $x_b(t = 0) = 0$, on a $\eta(x_b, t = 0) = 0,001a$. On effectue alors le changement de variable ci-dessous :

$$\theta' = \kappa(ct - (x_b + \lambda)), \quad (4.16)$$

avec $\lambda = \frac{3,8h}{\kappa}$, où 3,8 représente simplement la valeur de $\text{arcosh}[(\frac{1}{0.001})^{1/2}]$. Par un changement de variable, l'équation (4.14) devient finalement :

$$x_b = \frac{a}{\kappa} \int_{-\kappa\lambda}^{\theta'} \text{sech}^2 \omega d\omega = \frac{a}{\kappa} [\tanh \frac{\kappa}{h}(ct - x_b - \lambda) + \tanh \frac{\kappa}{h}\lambda]. \quad (4.17)$$

La méthode de Newton est utilisée pour trouver x_b dans l'équation implicite (4.17). D'ailleurs, la vitesse de batteur $u_b(t)$ peut être obtenue en substituant le $x_b(t)$ de $\eta(x_b, t)$ dans l'équation (4.3) par le résultat obtenue par la méthode Newton.

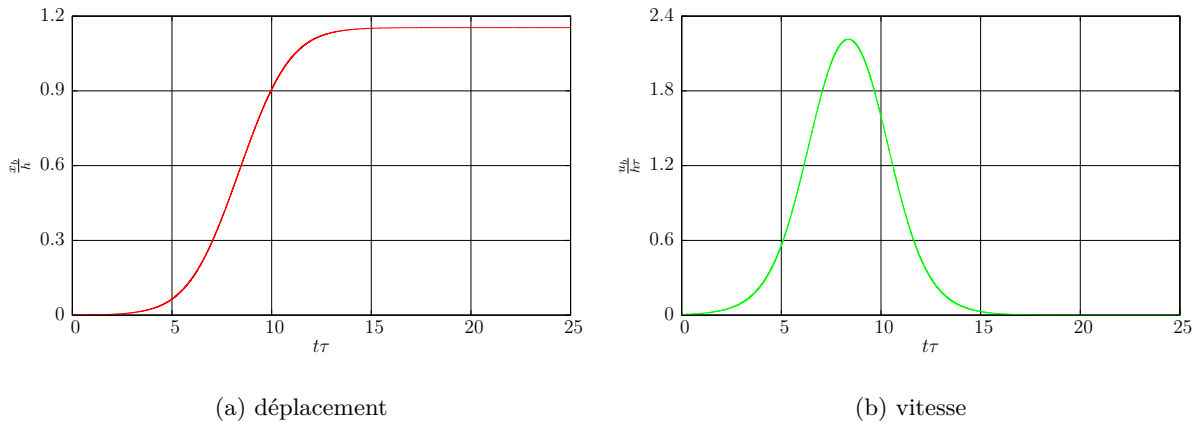


FIGURE 4.4 – Le déplacement et la vitesse de déplacement du batteur-piston obtenus grâce à l'équation (4.17) pour $a/h = 0.25$. Le temps est adimensionnalisé selon $\tilde{t} = t\tau = t\sqrt{\frac{g}{h}}$.

Les Figures 4.4a et 4.4b montrent la loi de batteur présentée à l'équation (4.17) pour $a/h = 0.25$. La Figure 4.4a décrit le déplacement du batteur et la Figure 4.4b décrit la vitesse du batteur. Une comparaison entre l'élévation théorique (équation (4.4)) et celle obtenue numériquement par la méthode SPH avec la loi du batteur (équation (4.17)) est présentée Figure 4.5. L'amplitude initialement prescrite est bien retrouvée grâce à la simulation numérique. La discrétisation utilisée n'étant pas très élevée, nous pouvons en conclure qu'une bonne précision peut être obtenue même à résolution modérée. Après le passage du soliton, pour $t\tau \geq 0.35$, la surface libre ne revient pas exactement au repos. Cela est très certainement dû à la troncature de la longue d'onde qui, théoriquement est infinie. Ceci peut également s'observer expérimentalement.

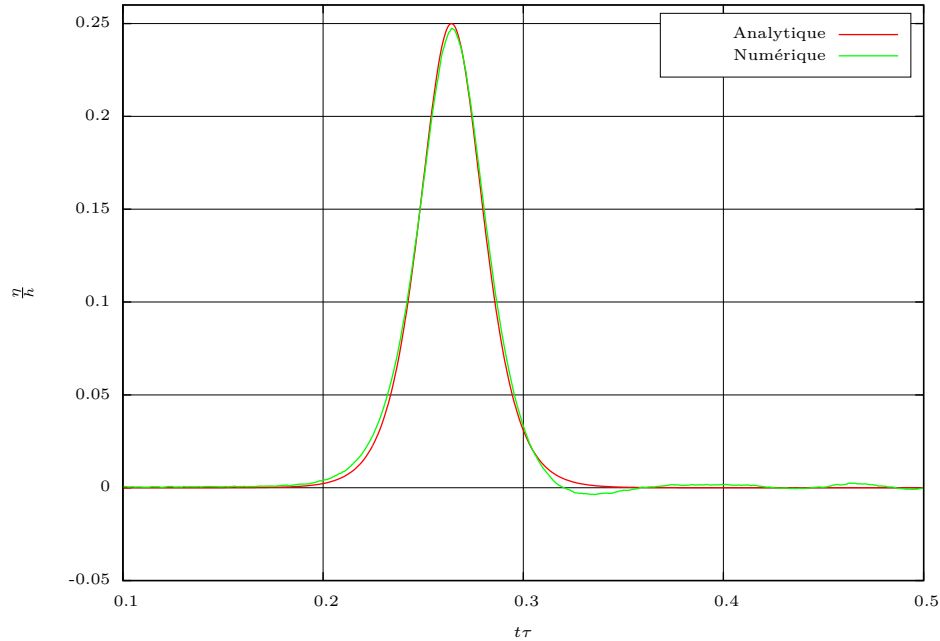


FIGURE 4.5 – Comparaison de l'élevation théorique (équation (4.4)) et l'élevation numérique, obtenue pour un soliton d'amplitude $a = 0,025\text{ m}$ avec $h = 0,1\text{ m}$. L'élevation numérique est mesurée en $x = 2\text{ m}$ à l'aval du batteur.

talement comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre (cf. Figure 4.17b). Néanmoins, la forme de la vague solitaire est très proche de celle analytique (éq. 4.4). Une étude sur les différentes solutions analytiques aurait pu être menée mais nous avons voulu nous focaliser sur la partie propagation et surtout impact de ce soliton. Cette comparaison montre toutefois que la loi de batteur présentée précédemment est correctement implémentée et peut être utilisée pour contrôler avec précision la génération d'un soliton.

4.3 Propagation et rebond d'un soliton non déferlant

4.3.1 Propagation d'un soliton

De par sa définition, un soliton est en théorie une impulsion unique conservant tout au long de sa propagation sa forme et son amplitude tant que la bathymétrie est uniforme. Afin d'observer la conservation d'énergie totale pendant la propagation du soliton, son amplitude est étudiée. La Figure 4.6 décrit différents états de surface libre du soliton en différents instants avant et après son rebond. L'abscisse représente la position dans le canal à houle. La ligne bleue indique la hauteur d'eau théorique ($h = 0,1\text{ m}$) pour ce soliton d'amplitude $a = 0,025\text{ m}$. La Figure 4.6 montre que le soliton se propage en conservant son amplitude. Son amplitude commence à augmenter lorsque la crête de la vague atteint le mur et elle continue à augmenter jusqu'à ce qu'elle atteigne un maximum. Cette valeur maximale est supérieure à deux fois

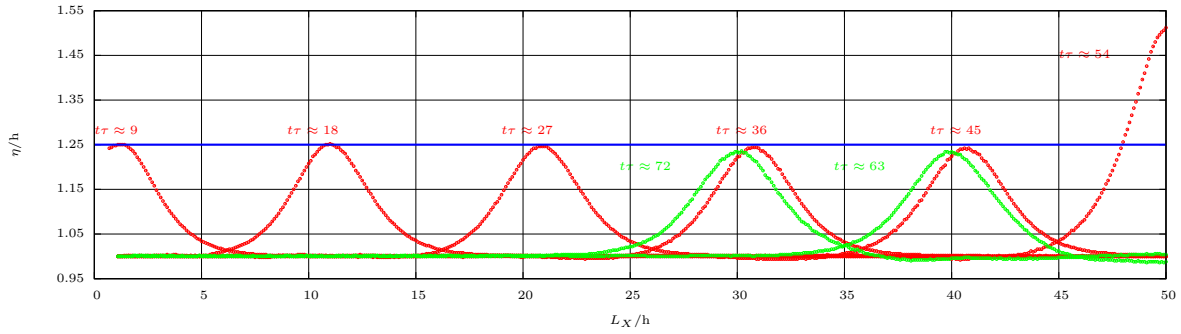


FIGURE 4.6 – La propagation du soliton : $a = 0,025 m$, $h = 0,1 m$. Les courbes rouges indiquent les surfaces libres pour des instants avant rebond et les courbes vertes indiquent des instants après le rebond

l'amplitude du soliton, mentionné dans l'article [96]. La courbe en $t\tau \approx 54$ de la Figure 4.6 indique également cette valeur. Puis l'amplitude commence à diminuer et la crête de la vague se propage dans le sens inverse. Nous pouvons observer que son amplitude décroît d'environ 5,6% après le rébond.

4.3.2 Convergence numérique de la solution

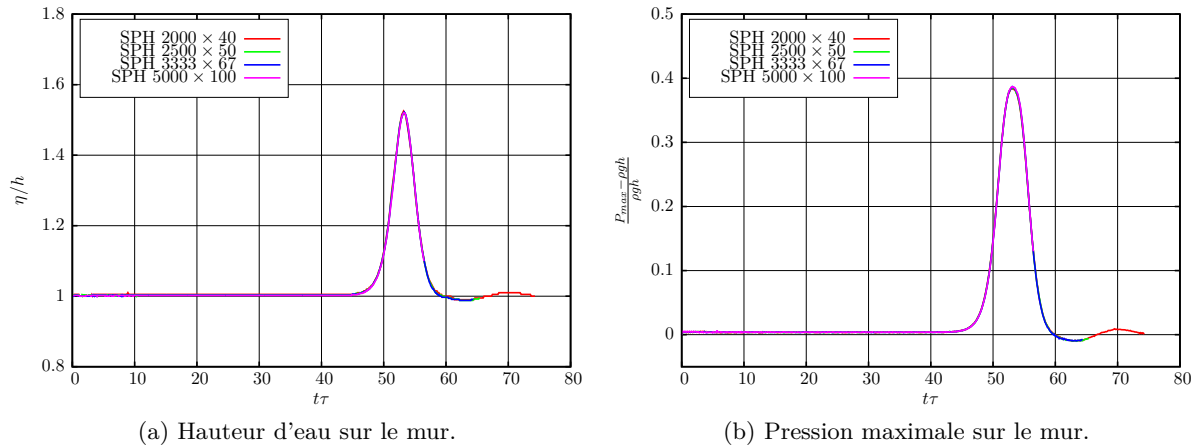


FIGURE 4.7 – Étude de convergence pour un soliton non déferlant, où $\frac{a}{h} = 0.25$. Le temps est adimensionné selon $\tilde{t} = t\tau = t\sqrt{\frac{g}{h}}$.

Afin de valider le code de simulation sur le cas de la propagation et le rebond d'un soliton, une étude de convergence a été effectuée. Les différentes simulations présentées dans le Tableau 4.1 ont été effectuées afin de s'assurer, dans un premier temps, de la convergence numérique de nos simulations. La hauteur maximale d'eau et la pression maximale sur le mur avec différentes discrétisations (nombre de particules) sont présentés dans la Figure 4.7. Les deux Figures 4.7a et 4.7b montrent une bonne convergence en espace de notre schéma. Une étude

a (m)	a/h	C_0 (m/s)	N_x	N_y	δx (m)	δt (s)	CFL
0,025	0,25	1,107	2000	40	0,0025	$1,5 \times 10^{-4}$	0,4996
0,025	0,25	1,107	2500	50	0,0020	$1,2 \times 10^{-4}$	0,4996
0,025	0,25	1,107	3333	67	0,0015	$1,0 \times 10^{-4}$	0,4996
0,025	0,25	1,107	5000	100	0,0010	$6,0 \times 10^{-5}$	0,4996
0,030	0,30	1,129	2000	40	0,0025	$1,5 \times 10^{-4}$	0,5095
0,035	0,35	1,151	2000	40	0,0025	$1,5 \times 10^{-4}$	0,5192
0,040	0,40	1,172	2000	40	0,0025	$1,5 \times 10^{-4}$	0,5287
0,050	0,50	1,213	2000	40	0,0025	$1,5 \times 10^{-4}$	0,5472
0,060	0,60	1,253	2000	40	0,0025	$1,5 \times 10^{-4}$	0,5652
0,070	0,70	1,291	2000	40	0,0025	$1,5 \times 10^{-4}$	0,5826
0,075	0,75	1,310	2000	40	0,0025	$1,5 \times 10^{-4}$	0,5911

TABLE 4.1 – Les paramètres de différentes simulations effectuées.

de convergence en espace et en temps a été menée au chapitre 3 précédent sur les jets triangulaires et d'autres sur les impacts suivront. Pour le cas présent, nous pouvons conclure à une très bonne convergence. Nous faisons maintenant varier l'amplitude du soliton pour déterminer la gamme de soliton que nous pouvons modéliser numériquement.

4.3.3 Différentes amplitudes de solitons

La célérité c de l'onde a été donnée, pour des ordres élevés, par J.V. Wehausen et E.V. Laitone [97] sous la forme suivante :

$$c = \sqrt{gh} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{a}{h} - \frac{3}{20} \left(\frac{a}{h} \right)^2 + \dots \right]. \quad (4.18)$$

Une approximation de cette célérité au première ordre avait été proposée par J. Boussinesq [94] et L. Rayleigh [98], cette dernière version est utilisée pour nos simulations numériques :

$$c = \sqrt{gh \left(1 + \frac{a}{h} \right)} \quad (4.19)$$

Les différences entre les résultats obtenus par l'équation (4.18) et l'équation (4.19) restent non significatives pour les rapports de $a/h < 0,4$. Dans la suite de ce travail (aux sections et chapitres suivants), sauf mention contraire, cette condition sera quasiment tout le temps respectée. Néanmoins, dans un souci de validation, différentes amplitudes ont été testées numériquement (cf. Tableau 4.1).

Au fur et à mesure que l'amplitude du batteur augmente, la hauteur de crête du soliton augmente. Un changement de régime apparaît quand a/h atteint une limite qui correspond à des vitesses de particules fluides égales ou supérieures à la célérité du soliton. Ce changement de régime peut entraîner le déferlement comme le présente les images de la Figure 4.8. Selon une

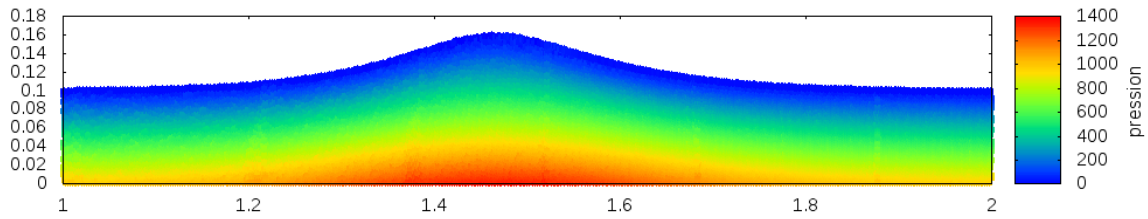
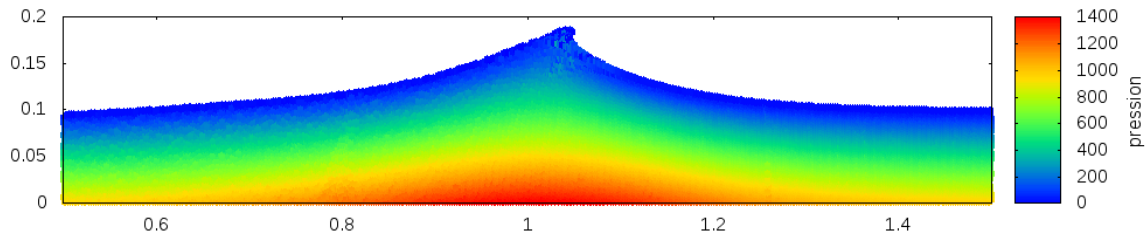
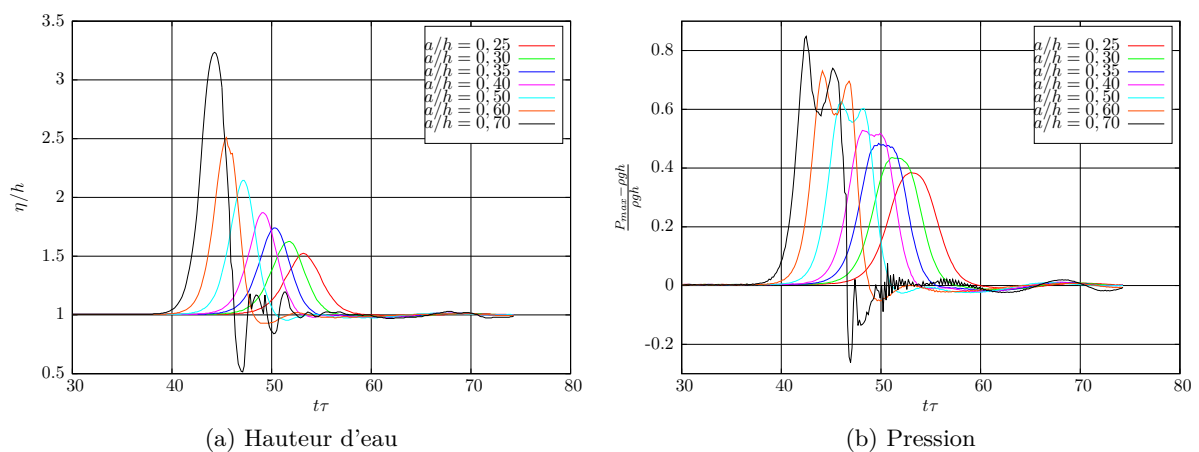
(a) Un soliton de $a/h = 0,6$ (b) Un soliton de $a/h = 0,75$

FIGURE 4.8 – Deux solitons avec différentes valeurs de a/h . Pour $a/h = 0,75$, le soliton déferle pendant sa propagation.

étude réalisée par Bougis [99], en utilisant ce critère, J. M'cowan [100] a montré que le rapport entre la hauteur de l'onde et la profondeur d'eau est toujours inférieur à 0,78. D'autres valeurs limites au point de déferlement, allant de 0,73 à 1, ont été calculées par différents auteurs. Pour déterminer ce seuil dans nos simulations, nous allons garder la même hauteur d'eau $h = 0,1\text{ m}$ et faire varier l'amplitude du soliton a . Dans nos simulations, à partir de $a/h = 0,75$, le changement de régime est atteint comme on peut le voir sur la Figure 4.8b. Le soliton déferle avant de rencontrer le mur. Cela montre bien que la valeur limite de a/h pour le déferlement est inférieure à 0,78, très probablement comprise entre $\approx 0,70$ et 0.75, dans nos simulations.



(a) Hauteur d'eau

(b) Pression

FIGURE 4.9 – Évolution temporelle de la hauteur d'eau et de la pression maximale sur le mur. Le temps est adimensionnalisé selon $\tilde{t} = t\tau = t\sqrt{\frac{g}{h}}$.

Les figures 4.9a et 4.9b décrivent respectivement la hauteur d'eau et la pression maximale sur le mur en fonction du temps pour différentes valeurs de a/h . Nous comparons sur la Figure 4.10 la hauteur d'eau maximale sur le mur obtenue par SPH avec différentes données analytiques, numériques et expérimentales qui sont présentées dans l'article de Power et Chwang [96]. Sauf un point expérimental isolé autour de $a/h = 0,1$, tous les résultats sont supérieurs à ceux prédits par la théorie linéaire qui donne l'amplitude maximale égale à deux fois l'amplitude initiale de la vague. Nos résultats sont en très bon accord avec la solution de Byatt smith et al. [101] lorsque $a/h \leq 0,04$. Ils se situent entre la solution analytique et la solution numérique de Power lorsque $a/h > 0,04$.

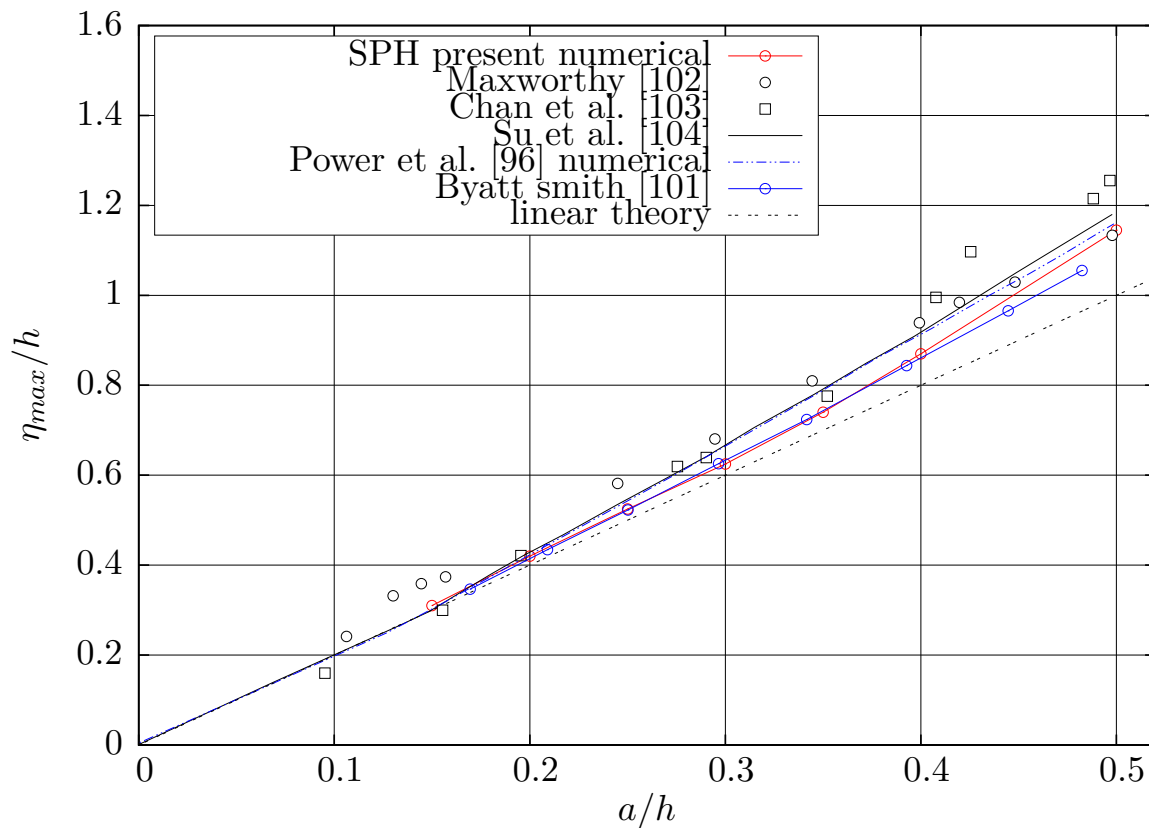


FIGURE 4.10 – Hauteur d'eau maximale sur le mur en fonction de a/h .

Comme énoncé précédemment, la suite de cette étude concerne des solitons générés avec de plus petits rapports d'amplitude sur profondeur d'eau ($a/h \lesssim 0,1$). Une plage inclinée est ajoutée à l'extrémité droite du canal. De ce fait, le déferlement est déclenché quand le soliton se propage au dessus de la plage inclinée où localement la hauteur d'eau diminue.

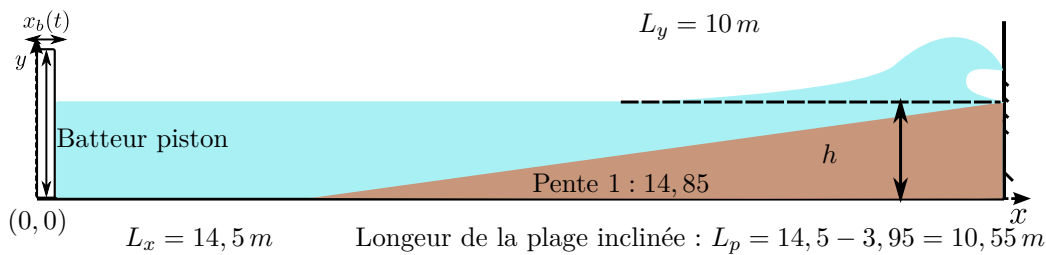


FIGURE 4.11 – Schématisation de la configuration numérique utilisée pour la simulation du déferlement d'un soliton sur une paroi verticale dans un canal à houle avec une plage inclinée.

4.4 Impact d'un soliton déferlant

A partir de maintenant, suite à l'ajout de la plage inclinée, nous souhaitons étudier le déferlement du soliton. Si ce déferlement intervient en fin de plage, la vague heurte alors la paroi verticale en bout de canal à houle. Il peut s'agir d'impact puissant, selon la forme de la vague au moment de l'impact. C'est exactement cette situation que nous souhaitons étudier. Pour ce faire, nous allons travailler sur les configurations expérimentales d'essais réalisées à l'École Centrale Marseille (cf. Figure 4.12) dont plusieurs références peuvent être trouvées dans la littérature [105, 27, 106]. Le domaine d'étude est similaire à la configuration expérimentale. La géométrie du canal est présentée Figure 4.11. Nous prenons un canal à houle numérique de longueur totale $L_x = 14,5\text{ m}$ avec une plage inclinée de pente 1/14.85 et de longueur $L_p = 10,55\text{ m}$. Il y a deux différences importantes entre la configuration expérimentale et numérique : le type de batteur et la rigidité de la paroi à droite du canal (cf. Fig. 4.11).



FIGURE 4.12 – Vue de l'installation expérimentale utilisée pour les expériences de Kimmoun et al. [27].

Pour des raisons physiques et numériques, nous avons choisi un batteur piston pour le canal à houle numérique. En effet, l'objectif étant de simuler un soliton, pour lequel la répartition verticale de vitesse est constante, le choix d'un batteur piston est plus pertinent qu'un batteur à volet. Néanmoins, expérimentalement, seul un batteur volet était installé sur le dispositif expérimental. Les solitons expérimentaux sont donc générés par un batteur volet pivotant autour d'un axe. Cela pourra expliquer quelques différences au niveau des paramètres d'entrée pour la définition du soliton comme nous allons le constater dans la section 4.4.2.

En ce qui concerne la rigidité de la paroi, une paroi flexible a été choisie expérimentalement car cela correspondait à la problématique étudiée : les cas de "sloshing" dans les tankers de transport de gaz liquéfié. En effet, lors de conditions de mer sévères, le gaz liquéfié transporté dans ces tankers peut déformer les parois des cuves. Les essais expérimentaux avaient donc pour but d'étudier cette configuration. Pour l'étude traitée dans cette thèse, la prise en compte de la déformation de la paroi n'est pas un objectif et celle-ci est donc considérée comme infiniment rigide.

4.4.1 Différents type d'impact

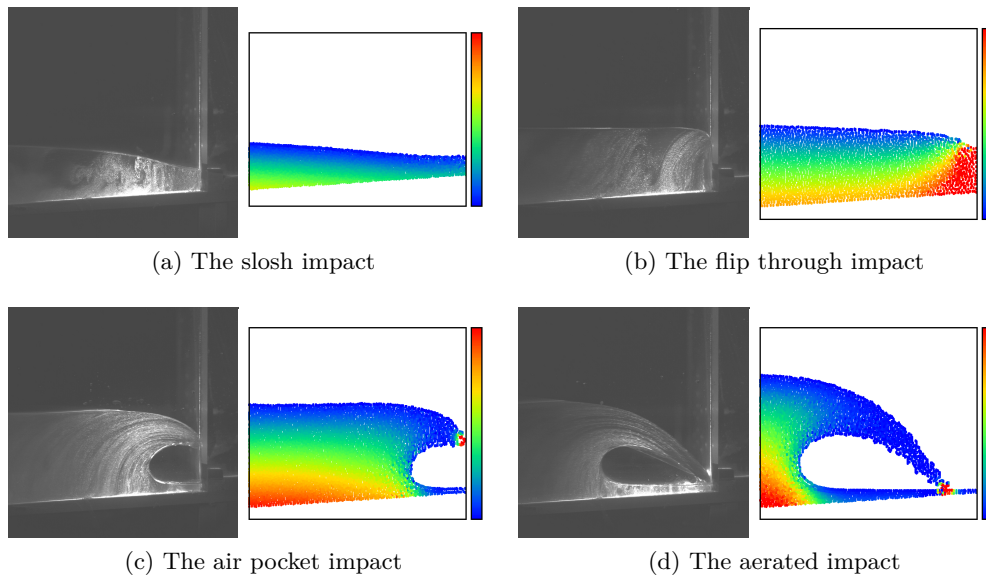


FIGURE 4.13 – Différents types d'impact obtenus expérimentalement par Kimmoun *et al.* [106] à l'École Centrale Marseille (à gauche des sous figure, en noir et blanc) et les différents types d'impact correspondant obtenus numériquement (à droite des sous figure, en couleur).

Dans le chapitre 1, nous avons présenté quatre différents types d'impact classifiés en fonction de la position du déferlement. Ces quatre types d'impact ont été observés expérimentalement par Kimmoun *et al.* [105, 27] et reproduits sur les différentes images de la Figure 4.13. Nous avons donc essayé de retrouver les différents types d'impact mis en évidence expérimentalement.

La position du déferlement d'un soliton dépend de la géométrie du canal, de la profondeur d'eau h et des caractéristiques du soliton. Expérimentalement, les dimensions géométriques du canal sont fixées et la longueur de plage l'est aussi. Souhaitant reproduire numériquement ceux résultats, nous avons aussi fixé les dimensions du canal à houle. De plus, un seul type de soliton est utilisé comme le présente la sous-section 4.2, notamment via l'équation (4.17). Pour une configuration géométrique et une forme de soliton données, seules l'amplitude a et la profondeur d'eau h peuvent modifier la position du déferlement. Ces deux paramètres étant assez sensibles et n'ayant pas le même type de batteur que dans l'expérience, nous allons calibrer notre canal à houle numérique pour obtenir le déferlement souhaité. Nous allons donc simuler numériquement des solitons et comparer les résultats obtenus avec les résultats expérimentaux, notamment sur la forme du soliton avant et pendant l'impact.

De nombreux essais numériques sont réalisés pour retrouver les différents types d'impact similaires à ces obtenus dans les expériences. Les images de la Figure 4.13 présentent les quatre types d'impact obtenus numériquement par SPH. Ils correspondent respectivement aux quatre types d'impact montrés dans la Figure 4.13. Notre souhait étant de trouver les cas d'impacts les plus intenses, nous avons souhaité nous focaliser sur le type *air pocket impact* comme présenté sur les Figures 4.13c. Ces cas, qui se rapprochent des impacts de type *flip through* sont connus pour être les plus intenses en terme de pression d'impact.

4.4.2 L'impact de type « air pocket » : Calibration sur la forme de la vague et les vitesses

Comme discuté précédemment, cette calibration se fera principalement sur deux critères, la forme du soliton peu de temps après sa génération et la forme de la vague lors de l'impact. Après plusieurs essais, nous nous sommes rendus compte que la forme de la vague lors de l'impact était beaucoup plus sensible à de petites variations des paramètres (amplitude a et la hauteur d'eau h) que ne l'était la forme de la vague après génération. Nous allons donc commencer par présenter comment nous avons pu comparer les formes des vagues lors de l'impact.

Dans les expériences, de nombreux capteurs de pression ont été répartis sur la paroi verticale (Cf. Figure 4.14a). Nous pouvons remarquer que dans l'installation expérimentale, les capteurs de pression sont répartis également sur la largeur du mur afin de vérifier que les impacts étaient bien bidimensionnels [105]. Plusieurs lignes verticales de capteurs étaient positionnées sur la paroi et la position exacte de chaque capteur était connue. Dans ces expériences, pour ne pas gêner l'élasticité et les déplacements de la plaque, il a été nécessaire de garder des petits espaces entre les limites latérales de la plaque et la paroi du canal. Un effet secondaire de ces espaces est qu'il existe donc un écoulement traversant à ces endroits, que nous ne pourrions pas modéliser numériquement. Pour voir l'influence de ces flux traversants, Olivier Kimmoun nous a montré deux vidéos sur l'impact d'un soliton pour deux plaques différentes : la plaque de 20 mm (épaisseur) qui est fixée à la paroi du canal, considéré comme rigide, l'autre est celle

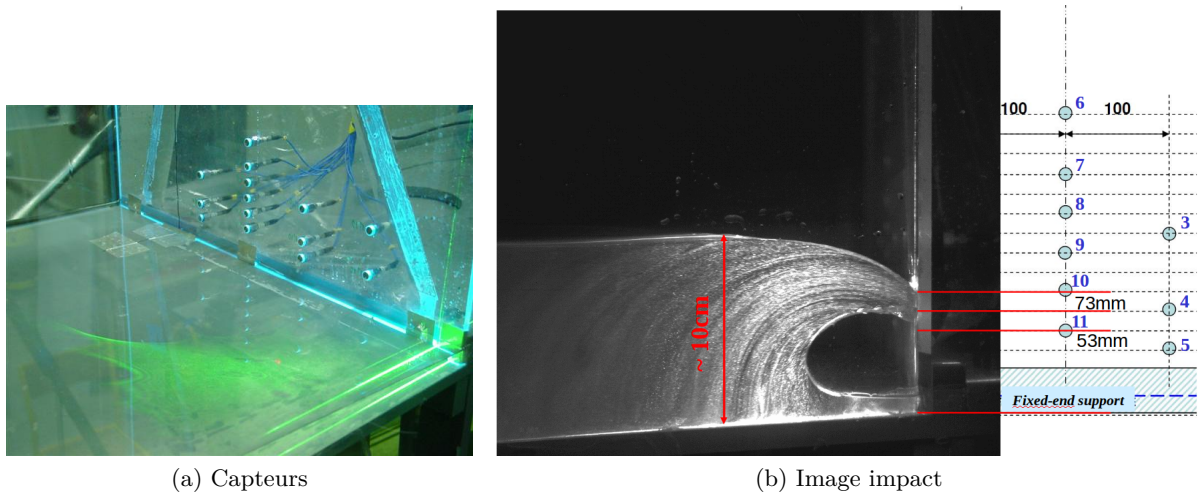


FIGURE 4.14 – Gauche : La disposition des capteurs de pression sur la paroi dans le canal à houle expérimental [27]. Droite : L’impact du soliton sur une paroi flexible verticale obtenue expérimentalement par Kimmoun et al [27]. Les traits rouges à droite indiquent la position et le numéro de capteur de pression correspondant.

de 5 mm qui garde l’espace avec la paroi du canal. Il a conclu que des écarts entre ces deux impacts existent mais aux premiers instants de l’impact, l’influence des flux traversants reste faible. Kimmoun *et al.* ont également étudié la pression en différentes positions latérales pour une même hauteur sur la paroi. Les résultats montrent que l’écoulement n’est pas parfaitement bidimensionnel [105]. Notre étude concerne l’impact du soliton sur une paroi rigide en 2D. Cette différence de configuration entre l’étude expérimentale et l’étude numérique pourra aussi légèrement affecter les niveaux de pression d’impact sur la paroi.

Le but étant de comparer les pressions d’impact, il était important que la forme de la vague durant l’impact soit très proche de celle obtenue expérimentalement. En effet, pour des vagues similaires mais différentes, certains capteurs de pression peuvent mesurer des pressions très importantes dans un cas et quasiment rien du tout dans l’autre. Par exemple, si nous prenons le cas présenté sur la Figure 4.14b, les capteurs 4, 10 et 11 vont mesurer des pressions importantes à l’instant considéré. Et les capteur 5 et 9, qui pourtant sont à des altitudes très proches des capteurs 10 et 11, ne mesureront quasiment pas de sur-pression à cet instant. La calibration de la forme de la vague lors de l’impact revêt donc un aspect crucial pour la suite de l’étude.

La Figure 4.15 rappelle de façon schématique la configuration des simulations pour ce chapitre. Les capteurs indiqués sur le schéma de la Figure 4.15 sont ceux de la ligne médiane comme le présente l’image de la Figure 4.14a. Dans cette section, les comparaisons entre l’étude expérimentale et notre étude numérique sont quantitatives sur les grandeurs physiques, telle que la pression d’impact. Reproduire numériquement le même soliton que celui étudié dans l’expérience est exigée mais cela reste délicat. Nous essayons de retrouver un soliton le plus

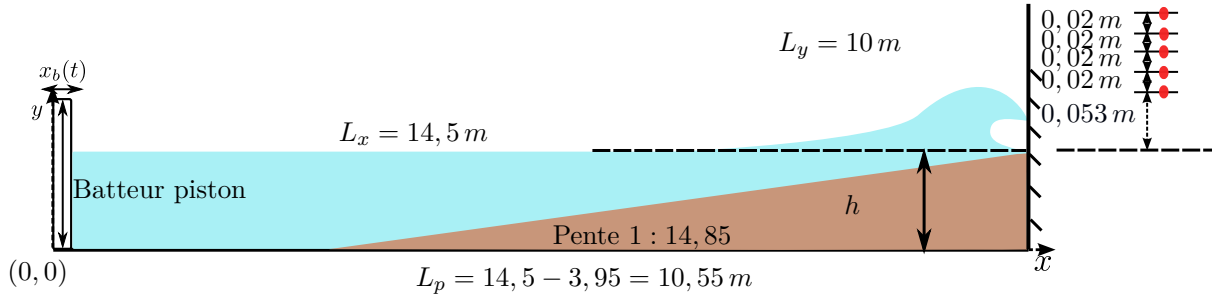


FIGURE 4.15 – Déferlement d'un soliton sur une paroi verticale dans un canal à houle avec une plage inclinée.

proche de celui obtenu par l'expérience (celui de la Figure 4.14b) en comparant la géométrie de la vague au moment d'impact. Dans l'expérience, la hauteur d'eau est $h = 0,7185\text{ m}$ et le soliton généré a une amplitude de $a = 0,0864\text{ m}$. Numériquement, nous retenons un soliton avec une hauteur d'eau $h = 0,713\text{ m}$ et une amplitude $a = 0,0864\text{ m}$ pour la suite de l'étude. Afin de se rapprocher de la vague obtenue par l'expérience, juste avant impact, de nombreuses simulations avec différents paramètres d'initialisation du soliton ont été effectuées.

	h (m)	a (m)	C_0 (m/s)	N_x	N_y	δx (m)	δt (s)	CFL
1 :	0,7185	0,0864	28,01	5800	287	0,0025	1×10^{-4}	0,8451
2 :	0,7185	0,086	28,01	5800	287	0,0025	1×10^{-4}	0,8449
3 :	0,7185	0,087	28,11	5800	287	0,0025	1×10^{-4}	0,8454
4 :	0,71044	0,0864	27,96	5800	284	0,0025	1×10^{-4}	0,8409
5 :	0,71044	0,085	27,93	5800	284	0,0025	1×10^{-4}	0,8401
6 :	0,71044	0,088	27,99	5800	284	0,0025	1×10^{-4}	0,8417
7 :	0,7125	0,0864	28,00	5800	285	0,0025	1×10^{-4}	0,8420
8 :	0,7136	0,0864	28,01	5800	285	0,0025	1×10^{-4}	0,8425
9 :	0,713	0,0864	28,00	5800	285	0,0025	1×10^{-4}	0,8422
9★ :	0,713	0,0864	28,00	7250	357	0,002	5×10^{-5}	0,5264
9◦ :	0,713	0,0864	28,00	7250	357	0,002	$2,5 \times 10^{-5}$	0,2632
9◊ :	0,713	0,0864	28,00	7250	357	0,002	2×10^{-5}	0,2106
9● :	0,713	0,0864	28,00	9667	475	0,0015	5×10^{-5}	0,7018

TABLE 4.2 – Les paramètres de différentes simulations effectuées dans cette section.

Les paramètres d'une partie des simulations sont présentés dans le Tableau 4.2. Nous faisons varier la hauteur d'eau h et l'amplitude a du soliton. La Figure 4.16 présente une partie des résultats obtenus numériquement. En comparant la position d'impact sur le mur du soliton avec celle de l'expérience, nous en concluons que le couple de paramètres hauteur d'eau $h = 0,713\text{ m}$ et amplitude $a = 0,0864\text{ m}$ représente le mieux la configuration expérimentale. La comparaison entre les formes du soliton numérique et expérimentale au moment de l'impact est présentée dans la Figure 4.17a. La forme de la surface libre numérique est en bon accord avec celle extraite de l'expérience.

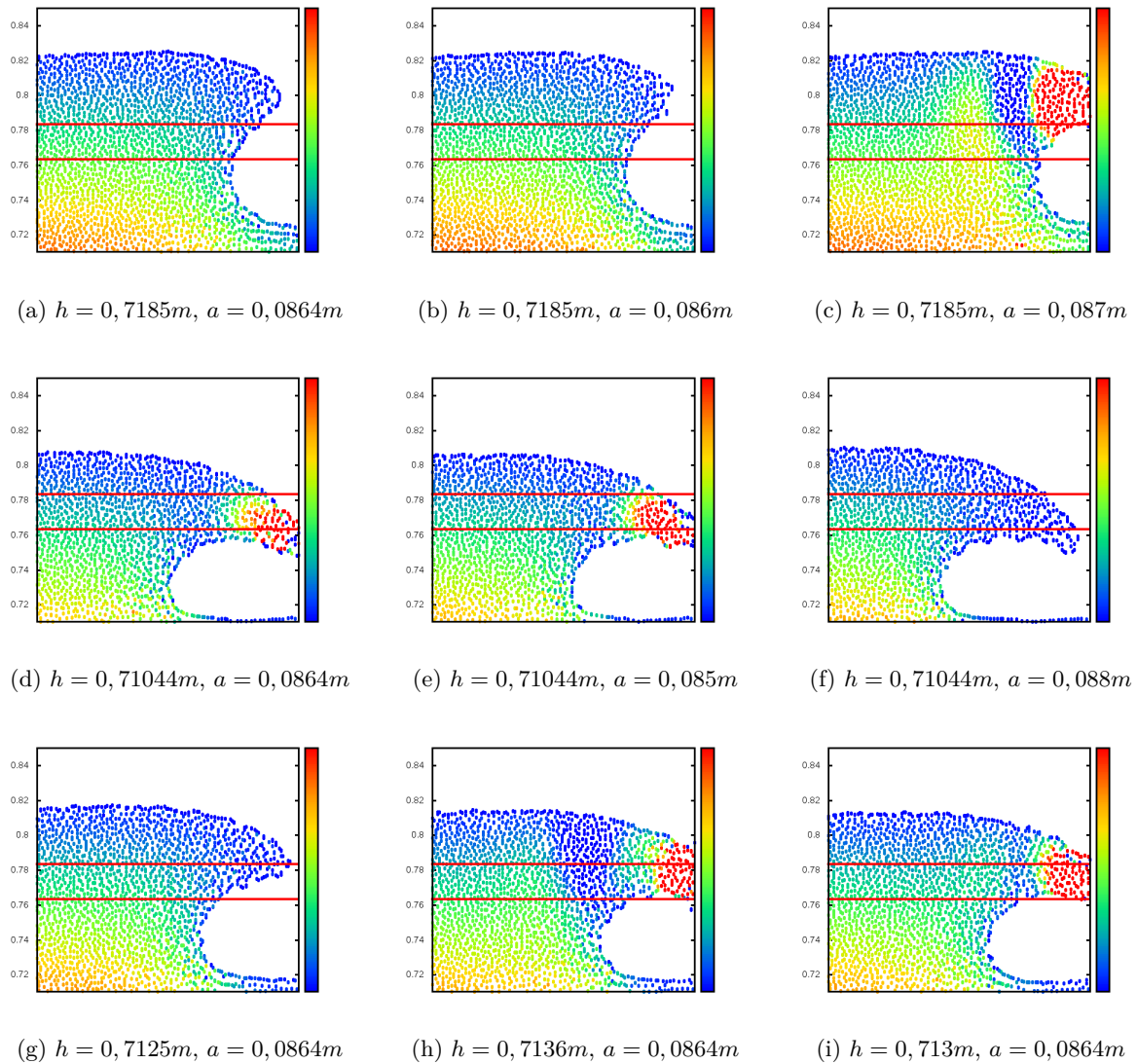


FIGURE 4.16 – Solitons avec différentes hauteurs d'eau et (ou) amplitudes. Deux lignes en rouge représentent les hauteurs de repère qui correspondent à la hauteur 53 mm et 73 mm par rapport à la plage dans la Figure 4.14b et le schéma de la Figure 4.15.

Nous traçons l'évolution temporelle de l'élévation du niveau de l'eau en un point fixé sur la Figure 4.17b. Le point considéré est placé en $x = 2,8\text{ m}$ ce qui est suffisamment loin du batteur pour que la forme du soliton se soit stabilisée. Nous la comparons avec la solution théorique pour un soliton de la même amplitude et avec le signal temporel de l'élévation perçue par la sonde dans l'expérience. En effet, dans l'expérience, une amplitude de $0,08\text{ m}$ est donnée à la loi de batteur. Un soliton de l'amplitude de $0,0864\text{ m}$ est généré, comme présenté par la courbe noire sur la Figure 4.17b. Dans notre simulation, une amplitude de $0,0864\text{ m}$ est donnée à la loi de batteur. L'amplitude du soliton généré est bien $0,0864\text{ m}$. La Figure 4.17b nous montre que l'élévation de la surface libre de la simulation correspond bien à la solution théorique et au résultat expérimental. Par contre, nous observons des oscillations après que la crête de la vague

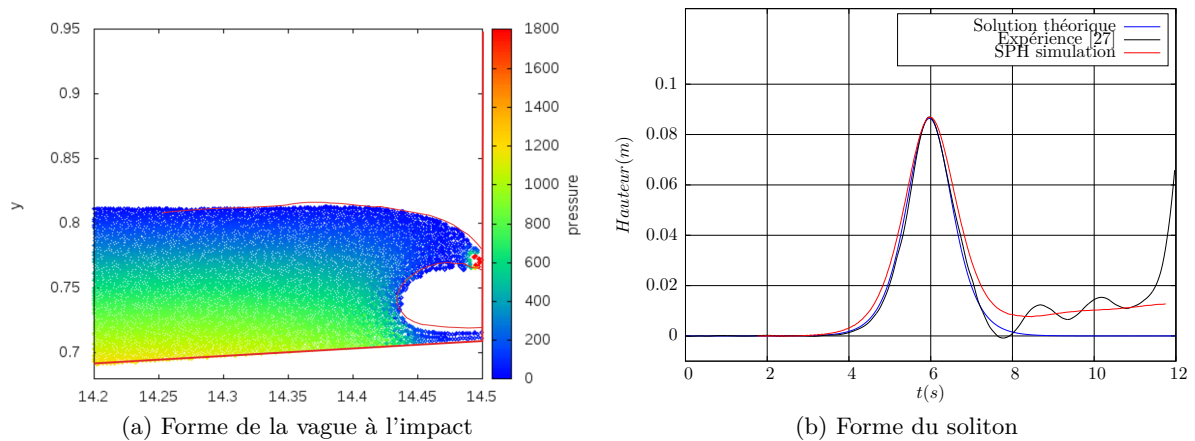


FIGURE 4.17 – Gauche : La forme de la vague pour la simulation : $h = 0,713\text{ m}$, $a = 0,0864\text{ m}$, $d_x = 0,002\text{ m}$, où la courbe en rouge représente la surface libre expérimentale de la vague [27]. Droite : L'élévation du niveau de l'eau au point $x = 2,8\text{ m}$. L'amplitude du soliton est $a = 0,0864\text{ m}$.

soit passée au niveau de la sonde dans le résultat expérimental et le résultat numérique. Ces oscillations sont dues à l'approximation de la loi de batteur. Car en pratique, nous ne pouvons générer, ni numériquement, ni expérimentalement une onde avec une longueur d'onde infinie et une amplitude de l'onde qui tendrait vers zéro lorsque la distance du soliton tendrait vers l'infini. Ce point a été discuté dans la section 4.2 (cf. éq. (4.15)).

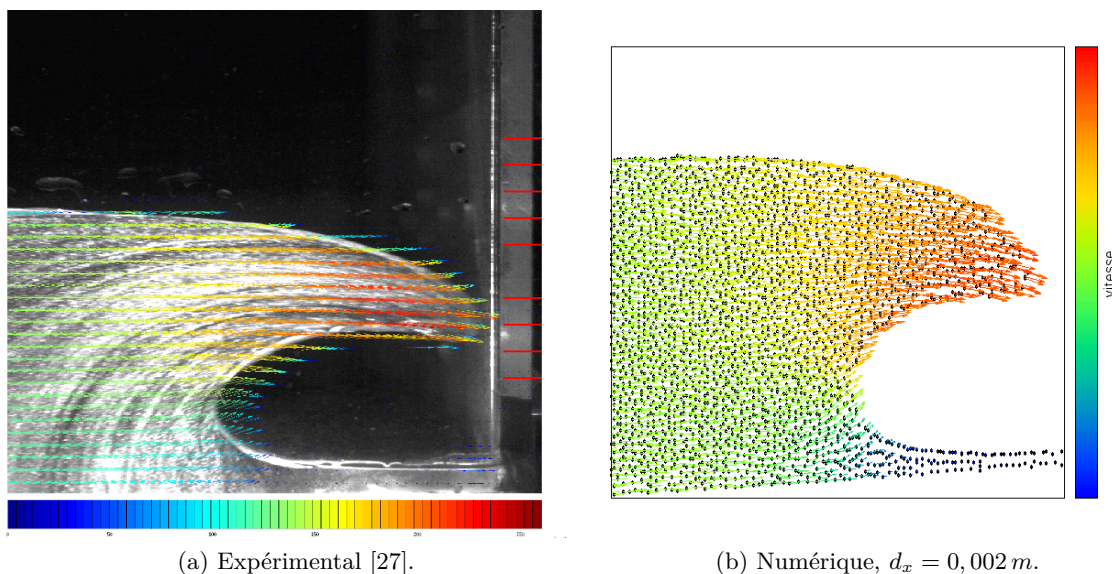


FIGURE 4.18 – Comparaison des champs de vitesse obtenus expérimentalement [27] (à gauche) et numériquement (à droite). Les paramètres pour la simulation : $h = 0,713\text{ m}$, $a = 0,0864\text{ m}$, $d_x = 0,002\text{ m}$ (cf. Tableau 4.2).

Lors de discussions récentes, Olivier Kimmoun nous a fait part que la vitesse de la crête

lors de l'impact avait un rôle important sur les pressions d'impact mesurées. Nous comparons le champ de vitesse de l'écoulement à l'instant où la crête de la vague commence à se briser sur le mur. Les images de la Figure 4.18 donnent le champ de vitesse obtenu par une mesure PIV (Particule Imaging Velocimetry) et celui obtenu par notre simulation avec la méthode SPH. La palette de couleur sur les deux Figures 4.18a et 4.18b est la même. L'échelle de vitesse varie entre 0 m/s (bleu) et $2,5\text{ m/s}$ (rouge). Nous observons que la vitesse maximale numérique ($\approx 2,5\text{ m/s}$) est sur la pointe du jet, ce qui correspond aux mesures obtenues expérimentalement. Par contre, les directions des vecteurs vitesse du soliton numérique et du soliton expérimental sont légèrement différentes. L'échelle spatiale de la Figure 4.18a n'est pas exactement la même que celle de la Figure 4.18b mais la forme du soliton correspond bien dans les deux cas au soliton de la Figure 4.17a.

4.4.3 « Run up » sur la structure verticale

Bien que le run-up ne soit pas un des objectif de ce travail, c'est une grandeur fréquemment étudiée dans les travaux sur les impacts de vagues. En effet, beaucoup de travaux sur les solitons sont en lien avec les tsunamis. Et la plupart des dommages causés par les tsunamis sont liés à leur run-up sur le littoral. Comprendre et être capable de prédire le run-up associé à l'arrivée de telles vagues déferlantes est un aspect important pour l'atténuation du risque de tsunami. L'étude de run-up de soliton est ainsi un cas simplifié et répandu.

Le run-up est défini comme l'altitude maximale atteinte par l'eau sur le talus d'un ouvrage, une plage, une paroi, etc. Cet effet est imputé à des phénomènes d'interaction entre l'onde et la structure. Dans le cas présent, cette dernière est réduite à une simple plaque verticale jouant le rôle d'ouvrage. Le run-up consiste à mesurer la hauteur atteinte par l'eau sur cette plaque.

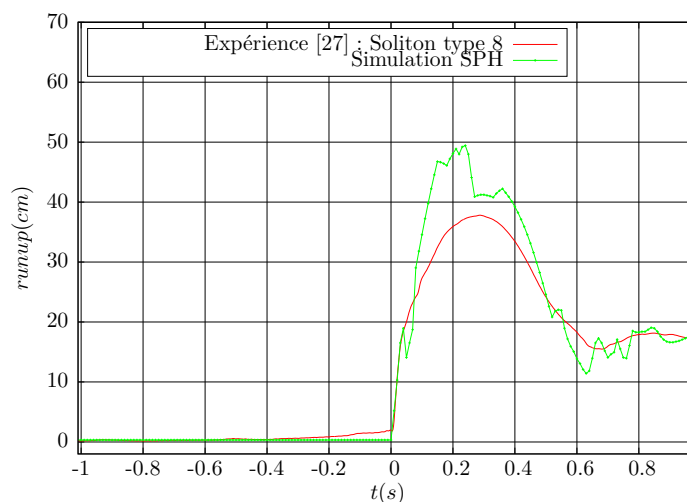


FIGURE 4.19 – L'évolution temporelle de run-up sur le mur pour un soliton d'amplitude $a = 0,0864\text{ m}$ et une hauteur d'eau $h = 0,713\text{ m}$, $d_x = 0,0025\text{ m}$ (cf. Tableau 4.2).

La Figure 4.19 présente la comparaison des résultats expérimentaux et numériques de run-up pour un soliton d'amplitude $a = 0,0864m$ et une hauteur d'eau $h = 0,713m$. Elle montre une concordance correcte entre données numériques et expérimentale, sauf pour la valeur maximale du run-up. À part de possibles erreurs expérimentales et/ou numériques, il existe également des différences entre le dispositif expérimental et le modèle numérique en 2D. En effet, nous avons noté qu'expérimentalement, des espaces existaient entre la paroi et le bord du canal, ce qui laissait passer du fluide. Cette *fuite* de fluide peut en partie expliquer la différence entre les maxima numérique et expérimentales de run-up.

Enfin, nous remarquons que le rapport entre l'altitude du run-up maximal et l'amplitude du soliton peut atteindre des valeurs d'environ 4,38 (valeur expérimentale de la Figure 4.19) à 6,08 (valeur numérique de la Figure 4.19) dans ce problème. Ces valeurs sont très importantes et un parallèle avec le réel est assez évocateur. En effet, ce travail se place dans le cas des récupérateurs d'énergie houlomotrice adossés à des structures côtières et portuaires, notamment comme celle de Mutriku. Si de telles structures sont implantées dans le pays Basque, comme c'est le cas pour Mutriku (en pays basque espagnol), des houles d'amplitude de $8m$ arrivent régulièrement sur les côtes. Dans ce cas, si le ratio est respecté, il ne serait pas impossible de voir des gerbes de l'ordre de 30 à 50 mètres au dessus de la structure. Tout ceci reste à valider mais ceci serait relativement impressionnant.

4.4.4 Étude de convergence

Les convergences en temps et en espace du schéma numérique utilisé (cf. section 2.2 du Chapitre 2) sont étudiées dans cette section. Plusieurs simulations avec trois discrétisations en temps et trois discrétisations en espace sont traitées (cf. Tableau 4.2). Les résultats de pression pour trois points de la paroi verticale sont calculés pendant la simulation. La pression étant un des éléments les plus sensibles de ces simulations (plus que les hauteurs d'eau ou la forme des vagues à l'impact), une convergence sur la pression est un bon indicateur. Les hauteurs de ces trois points sont respectivement de $0,053m$, $0,073m$ et $0,093m$ par rapport la plage, comme présenté sur la Figure 4.15. Elles correspondent respectivement aux capteurs de pression numérotés 11, 10 et 9 dans les expériences (cf. Fig. 4.14b). Ainsi, les évolutions temporelles des pressions mesurées expérimentalement sont également tracées sur les mêmes graphiques. Sur ces graphiques de la Figure 4.20, nous pouvons vérifier la convergence numérique de la solution et comparer ces solutions vis à vis des résultats expérimentaux.

Les Figures 4.20a, 4.20c et 4.20e montrent les résultats obtenus pour les simulations avec trois pas de temps différents : $dt = 5 \times 10^{-5}$, $dt = 2,5 \times 10^{-5}$ et $dt = 2 \times 10^{-5}$. Les autres paramètres de ces simulations sont détaillés dans le Tableau 4.2. Ces trois simulations correspondent aux cas 9★, 9◦, et 9◊ du Tableau 4.2. Le pas d'espace est $dx = 0,002m$. En abscisse, le temps présenté est le temps relatif. En effet, l'instant $t = 0$ correspond au premier instant de l'impact comme cela a été fait dans les travaux expérimentaux de Kimmoun *et al.* [27]. Une

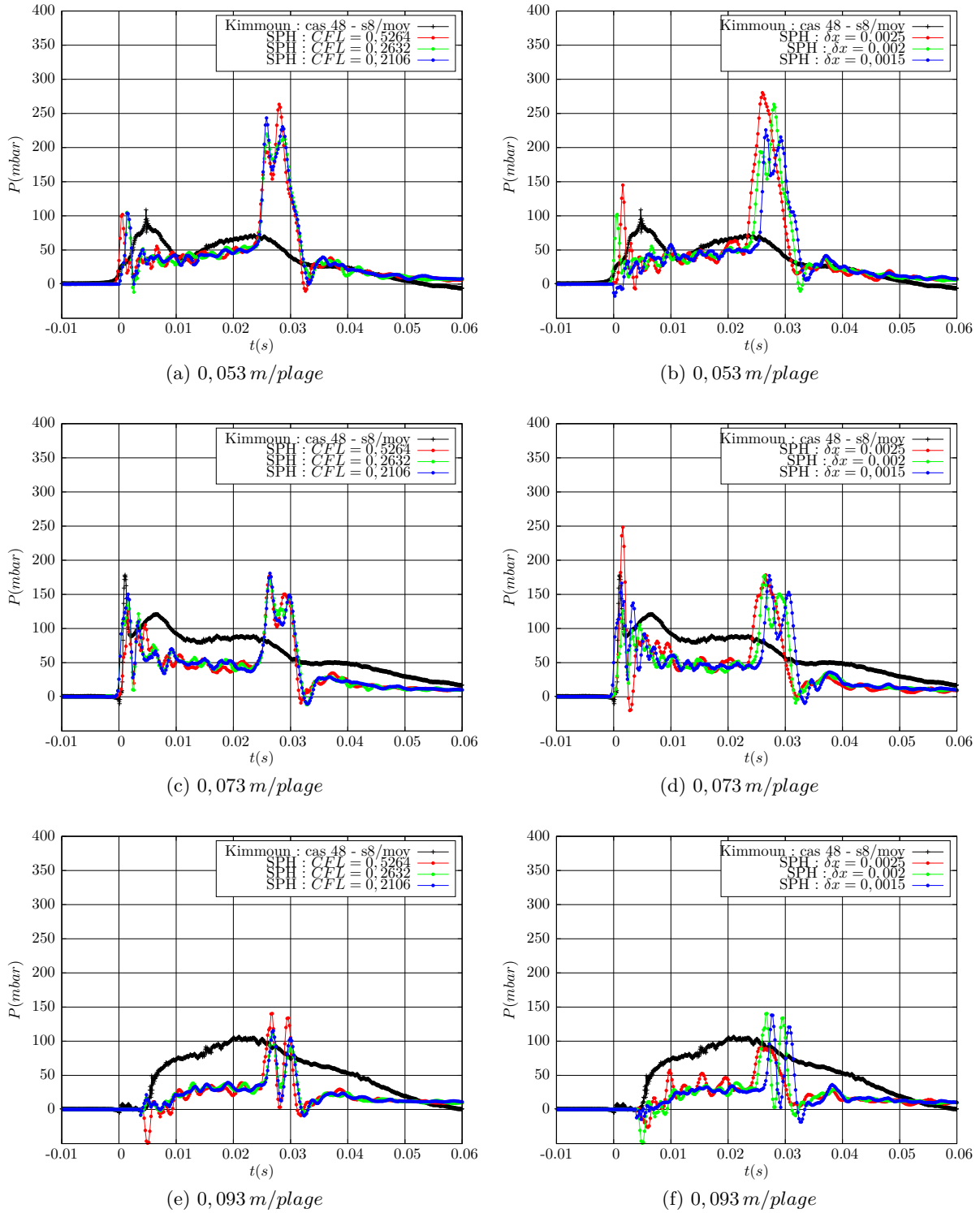


FIGURE 4.20 – L'évolution temporelle de la pression en trois points fixés sur le mur repris des travaux expérimentaux de Kimmoun *et al.* [105]. $t = t_{sim} - 8,88s$. Les paramètres des simulations numériques : $h = 0,713m$, $a = 0,0864m$, $\delta x = 0.002$ (cf. Tableau 4.2).

bonne convergence en temps du schéma est obtenue. Les résultats des 3 simulations se superposent très bien, même si quelques oscillations sont observées pour des instants compris entre

$0.005 \leq t \leq 0.025$. Pour les tous premiers instants de l'impact, des oscillations importantes apparaissent, notamment sur les capteurs situés à $0,053\text{ m}$ et $0,073\text{ m}$ par rapport à la plage. Ces oscillations sont très probablement dues au fait qu'à ces premiers instants de l'impact, encore peu de particules d'eau sont en contact avec la paroi. De plus, les vitesses des particules sont elles aussi très importantes (cf. Figure 4.18) ce qui est un autre facteur pouvant expliquer ces oscillations sur l'approximation de la pression. Néanmoins, un important pic de pression est observé expérimentalement au tout début de l'impact (peu visible sur la Figure 4.20c mais plus visible sur la Figure 4.21), le pic de pression numérique à cet instant ($0.0 \leq t \leq 0.002$) n'est donc pas erroné. Quant aux importants pics de pression pour les instants $0.025 \leq t \leq 0.035$, une bonne convergence numérique est observée mais ces derniers sont erronées vis à vis des résultats expérimentaux. Nous en parlerons plus en détail dans la sous-section 4.4.5 suivante. En conclusion, nous pouvons dire que les résultats convergent en faisant varier le pas de temps. Globalement, une bonne convergence des résultats est obtenue avec un CFL inférieur à 1, les résultats de ces simulations n'étant pas montrés ici par souci de lisibilité et de clarté des graphiques.

Les Figures 4.20b, 4.20d et 4.20f présentent les résultats obtenus pour les simulations avec trois pas d'espace différents : $dx = 0,0025\text{ m}$, $dx = 0,002\text{ m}$ et $dx = 0,0015\text{ m}$. Les autres paramètres de ces simulations sont détaillés dans le Tableau 4.2. Ces 3 simulations correspondent aux cas 9, 9★, et 9● du Tableau 4.2. Le fait de raffiner le pas d'espace (dx de plus en plus petit) fait augmenter le nombre de particule et bien évidemment la durée de la simulation. Néanmoins, les courbes représentées ici montrent l'évolution de pression pendant une très courte durée, correspondant au temps d'impact. Globalement, toute la phase de propagation du soliton (cf.section 4.2) n'est plus considérée ici. En ce qui concerne la convergence en espace, idem, nous obtenons une bonne convergence du schéma numérique. Les mêmes analyses que celles faites au paragraphe précédent peuvent être reprises : oscillations importantes aux tout premiers instant de l'impact liées au peu de particules en présence et aux vitesses importantes, une bonne convergence par la suite, un gros pic de pression erroné pour les instants $0.025 \leq t \leq 0.035$. Nous en concluons à une bonne convergence du schéma numérique. Cependant, à titre d'information, la simulation la moins raffinée ($dx = 0,0025\text{ m}$, 1,048,005 particules) a mis environ 8 heures sur 256 processeurs alors que la plus raffinée ($dx = 0,0015\text{ m}$, 2,923,825 particules) a quant à elle mis environ 57 heures sur 256 processeurs. Ceci est une différence importante pour la suite, notamment pour les cas applicatifs, où un nombre important de simulations sera requis. Des simulations assez *rapides* seront donc à privilégier.

Néanmoins, malgré la bonne convergence de nos simulations, nous remarquons des différences entre les résultats numériques et expérimentaux. Des pics de pression non physiques sont observés numériquement et la valeur des *plateaux* de pression ($0.01 \leq t \leq 0.025$) ne sont pas complètement reproduits numériquement. Dans la section suivante, nous allons analyser et tenter d'expliquer ces différences ainsi que, dans la mesure du possible, y apporter des pistes de solutions.

4.4.5 Les pressions d'impact et forces sur la paroi

Dans cette section, nous allons continuer l'étude de la pression d'impact pour le cas du soliton présenté précédemment. Pour affiner les comparaisons et analyses des résultats de pression, uniquement les courbes numériques obtenues avec $dx = 0,00015\text{ m}$ des Figures 4.20 seront représentées sur les Figures 4.21. Les images de la Figure 4.22 présentent, quant à elles, l'écoulement à des instants particuliers. Les trois points noirs sur chaque image de la Figure 4.22 représentent les positions de trois capteurs de pression qui se situent respectivement à 53 mm , 73 mm , et 93 mm par rapport à la plage.

Pour les premiers instants de l'impact ($0 \leq t \leq 0.0025$), le pic de pression expérimental mesuré à $P \approx 175\text{ mbar}$ sur la Figure 4.21 en P_{10} (à 73 mm / plage) est assez bien représenté numériquement. En revanche, on observe de fortes oscillations de pression aux instants ultérieurs pour ce capteur. Ces oscillations correspondent à des ondes de pressions, visibles sur les images (c) à (e) de la Figure 4.22, qui partent en arrière suite à l'impact. Ces ondes ne sont pas visibles expérimentalement, soit parce qu'elles sont atténuées, soit parce que la présence de l'air les amorti. Une autre possibilité serait la vitesse du son numérique trop faible de nos simulations par rapport au réel. Une fois ce pic très intense dépassé, pour les instants suivants compris entre $0.003 \leq t \leq 0.01$, un léger dôme de pression est observé expérimentalement avec un maximum à $\approx 125\text{ mbar}$ en P_{10} (à 73 mm / plage) et une valeur un peu inférieure en P_{11} (à 53 mm / plage). Ce dôme de pression correspond aux images 4.22,b, 4.22,c et 4.22,d, au moment où la vague se referme et emprisonne une poche d'air. Ce dôme n'est absolument pas présent numériquement. Si cela est dû à un effet lié à l'emprisonnement d'air, une modélisation diphasique devrait améliorer la qualité des résultats numériques. Cette modélisation diphasique sera détaillée dans le chapitre 5 suivant. Le fait que ce phénomène ne soit pas observable expérimentalement en P_9 (à 93 mm / plage) tendrait à corroborer l'affirmation précédente vis à vis de l'emprisonnement d'une poche d'air.

Chronologiquement toujours, un plateau de pression est observable expérimentalement pour les instants compris entre $0.01 \leq t \leq 0.025$. Ce plateau est particulièrement visible pour le capteur P_{10} (à 73 mm / plage) à environ 85 mbar . Cette forme de plateau est moins claire sur les deux autres capteurs et la pression maximale enregistrée est de l'ordre de $P \approx 70\text{ mbar}$ en P_{11} (à 53 mm / plage) et $P \approx 100\text{ mbar}$ en P_9 (à 93 mm / plage). Numériquement, un plateau de pression est assez nettement observable entre $0.01 \leq t \leq 0.025$. En P_{11} (à 53 mm / plage), la valeur de 50 mbar est assez proche de celle de 70 mbar expérimentale. En P_{10} (à 73 mm / plage), la valeur de 50 mbar toujours, s'éloigne un peu plus de celle de 90 mbar expérimentale. Enfin, seulement 25 mbar sont obtenus en P_9 (à 93 mm / plage) pour un maximum attendu à 100 mbar . Il s'agit là d'une erreur assez importante qui pourrait s'expliquer par un meilleur calibrage/positionnement spatial du capteur numérique. Idem, un effet lié à l'air emprisonné en dessous de ces capteurs est toujours possible.

Enfin, comme discuté précédemment, nous constatons que deux pics de pression appa-

raissent assez soudainement vers $t = 0.025 s$ et $t = 0.035 s$. Ces deux pics apparaissent approximativement aux instants entre l'image (g) et l'image (h) dans la Figure 4.22. Nous observons que cela correspond au moment où l'espace vide, qui correspond à une poche d'air dans le problème physique réel, se referme. Nous pouvons en déduire que ces deux pics de pression sont vraisemblablement liés aux effets liés à la simulation monophasique. Néanmoins, ces comparaisons numériques/expérimentales représentent déjà une avancée certaine par rapport aux autres résultats de la littérature SPH [58, 52, 53].

Les images de la Figure 4.23 représentent le champ de pression à différents instants, ainsi que la pression sur le mur. La simulation présentée correspond aux résultats numériques de la Figure 4.21.

L'estimation des efforts sur les structures portuaires est un facteur déterminant pour le dimensionnement. Par exemple, pour les cas des Tsunamis, c'est un élément très important pour éviter les désastres dans les régions côtières. Dans notre cas d'application liée aux énergies marines, le dimensionnement des structures est aussi crucial pour la survivabilité du dispositif. Nous allons donc regarder la valeur de la force subie par la paroi dans le cas d'impact présenté précédemment.

L'effort horizontal est calculé numériquement par intégration des pressions sur la paroi verticale, selon l'expression :

$$F = \int_0^{\eta_{max}} P(y) dy \Big|_{x=L_x}, \quad (4.20)$$

où η_{max} est l'élévation d'eau sur le mur.

La Figure 4.24 montre, pour trois discrétisations différentes, l'évolution temporelle de l'effort exercée sur le mur. Une bonne convergence du schéma est obtenue. Le pic très important d'effort est celui correspondant à la fermeture de l'espace vide sous la vague, qui correspond aux instants entre l'image (f) et (h) dans les figure 4.22. Il n'est donc pas représentatif physiquement.

4.5 Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'étudier l'impact d'un soliton sur une paroi verticale. La génération et la propagation d'une onde solitaire ont été bien reproduites. Les solitons non déferlants avec différentes amplitudes ont été simulés. La propagation de solitons avec de fortes amplitudes ($a/h > 0,7$) fait apparaître un changement de régime, ce qui est prédit par la théorie pour la génération d'un soliton. Par contre, pour les solitons à amplitude plus modérée, la propagation, le run-up et la pression sur la paroi sont correctement reproduits numériquement en comparaison avec la littérature.

A l'aide d'une plage inclinée, le déferlement des solitons est obtenu. Notre modèle numérique a la capacité de reproduire différents types de déferlement ou d'impact. Nous nous sommes

concentrés sur le type « Air pocket » impact afin de comparer nos résultats avec les données expérimentales très documentées de Kimmoun et al. [105]. De nombreux essais numériques ont été effectués pour caler les paramètres numériques qui permettaient de reproduire le cas expérimental souhaité. Malgré les différences entre les configurations numérique et expérimentale, nous avons obtenu une bonne concordance sur la forme de vague et la vitesse incidente. Le schéma qui s'avère très robuste présente toujours une bonne convergence numérique, aussi bien spatiale que temporelle.

Cependant, concernant les pressions d'impacts, il y a des décalages entre nos résultats numériques et expérimentaux. Les pressions exercées sur une paroi par un écoulement violent, pendant une durée très brève, sont difficiles à simuler. Par ailleurs cette constatation s'applique également aux mesures expérimentales, en particulier les prises de pression sur le mur. Mises à part les différences entre les configurations (la paroi flexible, les échappements possibles sur les côtés de la paroi, les paramètres du soliton, etc.), il existe néanmoins des décalages entre nos résultats numériques et l'expérience, notamment dus à notre approche numérique qui ne simule que la phase liquide. En effet le modèle numérique utilisé dans ce chapitre est monophasique, l'effet de la phase d'air n'est pas pris en compte dans les simulations. Déterminer le rôle de la phase d'air dans ce type d'impact a motivé l'implémentation d'un modèle diphasique à partir de notre modèle actuel. Cette étude est détaillée dans le chapitre suivant.

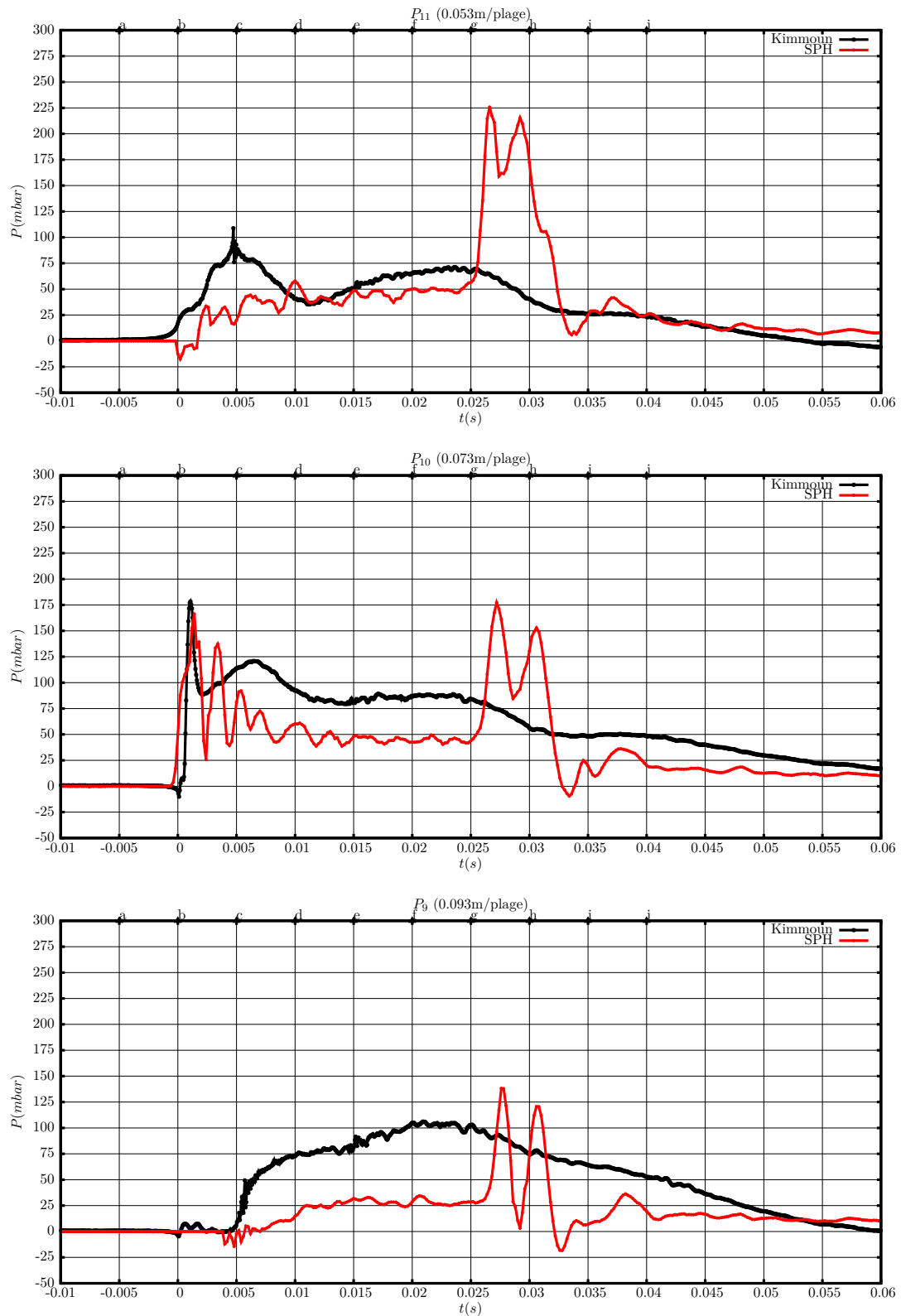


FIGURE 4.21 – Les pressions d’impact numériques pour les positions de trois capteurs de pression, situés respectivement à 53 mm, 73 mm, et 93 mm par rapport à la plage ainsi que les résultats expérimentaux correspondants. $h = 0,713m$, $a = 0,0864m$, $\delta x = 0,0015m$ (cf. Tableau 4.2), où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,88s$.

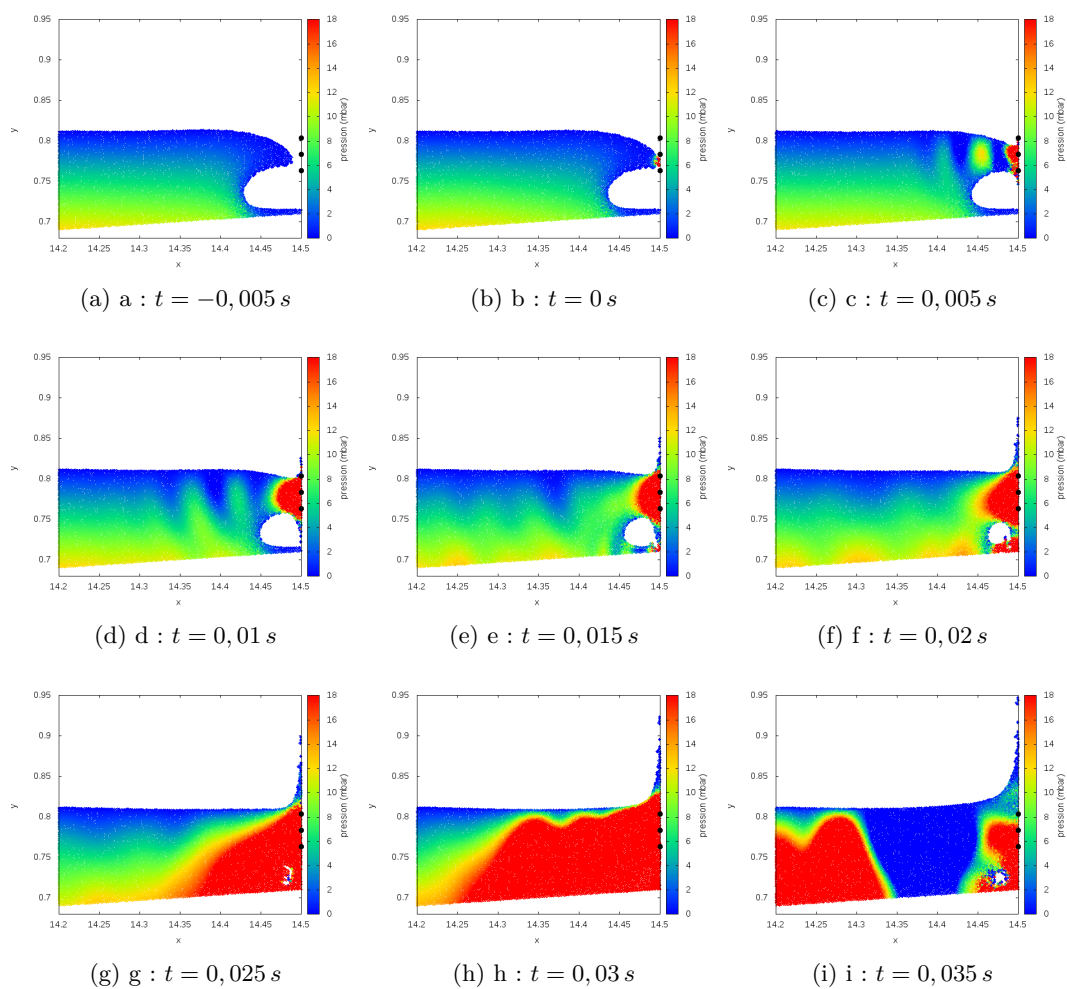


FIGURE 4.22 – Les images séquentielles de la simulation de l'impact de la vague, correspondent respectivement aux instants marqués (a,b,c,...,i) sur la Figure 4.21. $h = 0,713m$, $a = 0,0864m$, $\delta x = 0,0015 m$ (cf. Tableau 4.2), où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,88s$.

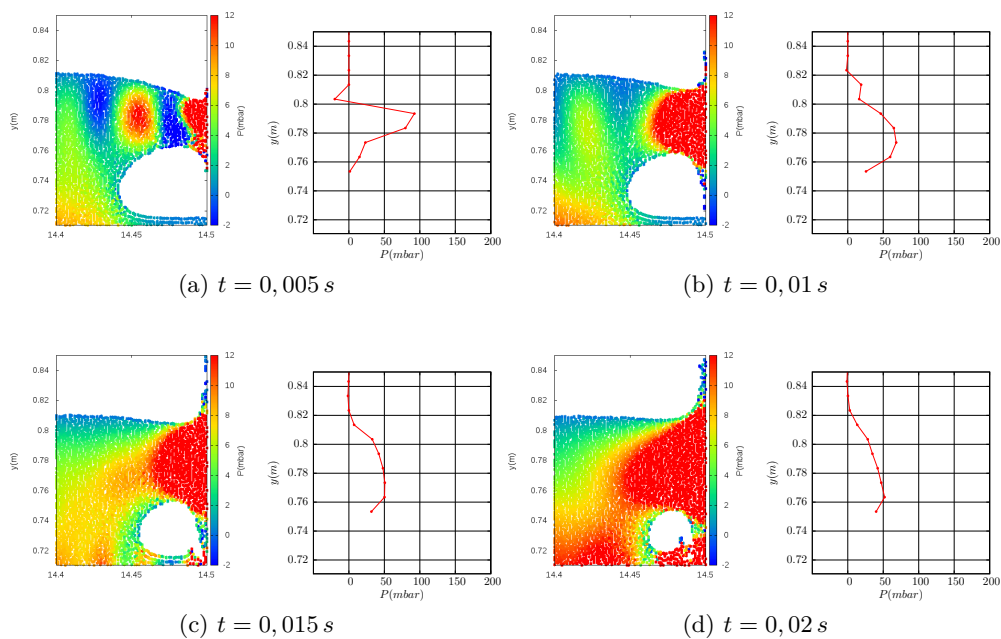


FIGURE 4.23 – La pression à des points fixes sur le mur. Les paramètres des simulations numériques : $h = 0,713\text{m}$, $a = 0,0864\text{m}$, $\delta x = 0,0015 \text{ m}$ (cf. Tableau 4.2), où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,88\text{s}$.

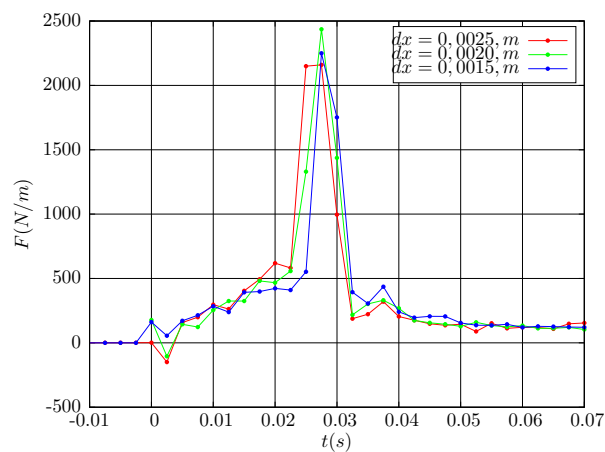


FIGURE 4.24 – L'évolution de la force obtenue par intégration de la pression sur le mur. Les paramètres des simulations numériques : $h = 0,713\text{m}$, $a = 0,0864\text{m}$ (cf. Tableau 4.2), où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,88\text{s}$.

Chapitre 5

Implémentation du modèle SPH d'écoulement diphasique

En dynamique des fluides, un écoulement diphasique signifie la prise en compte de deux fluides ayant des propriétés physiques différentes. Dans notre cas, la majorité des impacts de vagues concerne l'interaction entre la phase eau et la phase air. Cela intervient dans la plupart des écoulements dits naturels, y compris les océans et les rivières. En outre, un grand nombre de flux industriels comprennent les interactions entre l'air et l'eau, tels que l'écoulement en conduite, l'atomisation de jet, etc. Dans certains cas, l'effet de la phase air peut être ignoré, si l'écoulement est à faible vitesse et/ou quasiment aucune interaction se produit entre les deux phases. C'est ce que nous avons considéré jusqu'à maintenant en négligeant les effets de la phase air. La propagation et le rebond d'un soliton non déferlant, que nous avons modélisé précédemment, est un exemple où une *simple* simulation monophasique se justifie. Cependant, dans les cas où l'écoulement est soumis à de brusques variations (déferlement, impact), le mélange significatif entre les deux phases peut se produire. L'effet de l'air sur la dynamique globale de l'écoulement d'eau ne peut alors être ignoré.

Les difficultés rencontrées dans la modélisation des écoulements diphasiques (air/eau) sont essentiellement liées aux propriétés très différentes des deux fluides. En conditions normales de température et de pression, le ratio entre les deux densités est de trois ordres de grandeur. Les vitesses du son dans l'eau et dans l'air sont également très différentes. Cela pose un problème lié à la compressibilité, ou plutôt l'approche faiblement compressible que nous utilisons dans ce travail de thèse. De plus, le traitement des interfaces rend la modélisation diphasique délicate.

Ce chapitre a pour objectif de présenter l'implémentation et la validation de notre modèle SPH diphasique. Une fois réalisé, nous pourrons étudier l'influence de la phase d'air dans le problème d'impact de vagues.

Nous allons d'abord décrire l'état de l'art de la modélisation d'écoulement à interface avec

la méthode SPH. Ensuite les principes du modèle diphasique SPH seront présentés brièvement. La validation du code sera réalisée sur le cas d'un liquide au repos soumis à la gravité, avec une phase air au dessus de la phase eau, puis sur le cas de la montée d'une bulle d'air dans de l'eau. Nous comparerons plusieurs approches pour la modélisation diphasique SPH et nous argumenterons notre choix. Ainsi, le cas test classique en méthode SPH de l'effondrement d'une colonne d'eau sera traité avec le modèle diphasique développé. Nous allons comparer les résultats avec ceux obtenus par le modèle monophasique précédent afin d'étudier le rôle de la phase d'air pour le problème de l'impact d'un soliton déferlant. Finalement, nous allons aussi comparer les résultats avec ceux expérimentaux de Kimmoun et al. [27] déjà largement présentés dans le chapitre 4 précédent.

5.1 État de l'art

L'un des avantages de la méthode SPH est que l'intégration de plusieurs fluides avec des propriétés différentes est relativement aisée. Il est possible d'attribuer à un ensemble de particules représentant une phase du milieu des propriétés particulières, comme la célérité du son, la masse volumique pouvant être régie par une équation d'état spécifique (cf. par exemple Monaghan [25]). La facilité ou non de ces phases d'interagir entre elles dépend fortement de leurs propriétés physiques, en particulier du rapport de leur densité. Un traitement de l'interface peut s'avérer être nécessaire mais, par rapport aux méthodes Eulériennes, le suivi d'interface est relativement aisé sans nécessairement avoir recours à une résolution très fine dans cette zone d'interaction. Cependant, l'augmentation du nombre de particules a un impact significatif sur le temps d'exécution.

Depuis quelques années, plusieurs modèles SPH ont été proposés dans la littérature pour résoudre des problèmes faisant interagir plusieurs phases fluides. En 1999, Monaghan et al. [107] ont étudié l'interaction d'écoulement multiphasique en simulant l'écoulement d'un fluide pesant sur une plage inclinée. Dans cet article, ils ont utilisé la formulation SPH standard en traitant chaque phase comme un ensemble des particules séparées, sans traitement particulier ou correction sur l'interface. Les équations (5.1), reprises de [19], présentent les approximations utilisées pour le calcul du gradient de pression et de la divergence de vitesse :

$$-\frac{\nabla P_i}{\rho_i} = -\frac{1}{\rho_i} \sum_j \left(P_j + \frac{P_j \rho_i^2}{\rho_j^2} \right) \nabla \delta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) \frac{m_j}{\rho_i} \quad \nabla \cdot \vec{u}_i = (\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \nabla \delta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) \frac{m_j}{\rho_i} \quad (5.1)$$

La nomenclature utilisée ici est la même que celle du chapitre 2. Dans cet article [19], les résultats numériques sont en accord avec les résultats expérimentaux mais le ratio de densité entre les deux fluides était proche de l'unité. Ce modèle ne s'applique pas bien pour des écoulements avec un grand rapport de densité (liquide-gaz par exemple) à cause de l'apparition de fortes instabilités autour des interfaces (voir notamment les travaux de Colagrossi et al. [68]).

Des améliorations ont été réalisées par Colagrossi et al. [68] pour simuler l'interaction entre deux phases avec un grand rapport de densité. La nouvelle formulation utilisée est la suivante en remplacement des équations (5.1) précédentes :

$$-\frac{\nabla P_i}{\rho_i} = -\frac{1}{\rho_i} \sum_j (P_i + P_j) \nabla \delta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) \frac{m_j}{\rho_j} \quad \nabla \cdot \vec{u}_i = (\vec{u}_j - \vec{u}_i) \cdot \nabla \delta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) \frac{m_j}{\rho_j} \quad (5.2)$$

Il s'agit d'une correction sur le volume des particules pour les deux approximations et d'une modification de la prise en compte de la pression pour le calcul du gradient. De plus, une correction de type XSPH est utilisée ainsi qu'une réinitialisation périodique de la densité. Une force de cohésion (présentée à l'équation (5.8) de la section 5.2.2) est aussi proposée pour empêcher la phase à plus faible densité de se disperser dans la phase à densité plus forte. Pour les différentes phases, la même équation d'état est utilisée (cf. équation (2.16) du chapitre 2), où les paramètres sont modifiés en fonction de la nature du fluide ($\gamma = 7$ pour l'eau et $\gamma = 1,4$ pour l'air, par exemple). En raison du rapport important de densité, la vitesse du son numérique dans la phase ayant la masse volumique la plus faible doit être beaucoup plus grande que celle dans la phase à masse volumique plus élevée. Ceci implique que l'ajout de la phase air va imposer une condition CFL plus stricte qu'en monophasique, c'est à dire des pas de temps plus petits. Ce modèle a été appliqué au cas de la bulle d'air dans l'eau (cf. section 5.4) et de la rupture de barrage (cf. section 5.5) et. Les résultats sont en bon accord avec d'autres méthodes numériques. Cependant, la formulation modifiée dans l'équation de continuité (eq. (5.2)) est non-conservative. Bien que les erreurs de conservation soient diminuées par le traitement de réinitialisation de densité, elles peuvent s'accumuler et affecter considérablement le comportement de l'écoulement pour des simulations sur des temps longs.

Ainsi, plus récemment, une autre approche a été développée par Hu et al. [108] en 2006. Ils se sont appuyés sur une autre équation d'évolution pour la densité. Cette équation (5.3) ne dépend que de la propre masse et d'un volume spécifique \mathcal{V}_i (voir éq. (5.4)) de la particule i :

$$\langle \rho(\vec{x}) \rangle = m_i \sum_j \delta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) \quad \text{ou} \quad \langle \rho(\vec{x}) \rangle = m_i n_i \quad \text{avec} \quad n_i = \sum_j \delta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) \quad (5.3)$$

et

$$\mathcal{V}_i = \int \chi_i(\vec{x}) d\vec{x} = \int \frac{1}{\sigma(\vec{x})} \delta_\epsilon(\vec{x} - \vec{x}_i) d\vec{x} \approx \frac{1}{\sigma(\vec{x}_i)} \quad (5.4)$$

avec

$$\chi_i(\vec{x}) = \frac{\delta_\epsilon(\vec{x} - \vec{x}_i)}{\sum_j \delta_\epsilon(\vec{x} - \vec{x}_j)} = \frac{\delta_\epsilon(\vec{x} - \vec{x}_i)}{\sigma(\vec{x})}. \quad (5.5)$$

Cette nouvelle formulation ne requiert pas l'intégration d'équation de continuité à chaque itération. Un nouveau terme de viscosité a aussi été utilisé, il permet d'assurer la continuité de la vitesse et de la contrainte de cisaillement à l'interface des phases à partir d'une viscosité discontinue. La tension superficielle est introduite en utilisant une fonction couleur. Ce modèle

numérique est appliqué pour des configurations dites académiques de vagues capillaires et d'écoulement de couette. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les solutions analytiques et les résultats expérimentaux. Cependant, cette approche ne s'adapte pas à la modélisation des écoulements à surface libre. En plus, l'estimation de la courbure locale et de la normale à la surface rend le calcul plus coûteux, surtout pour l'écoulement avec de grandes déformations.

Les modèles précédents sont fondés sur une formulation SPH faiblement compressible, bien adaptée en pratique pour des écoulements à nombres de Reynolds relativement faibles ou modérés. Pour des cas où ces hypothèses ne sont plus vérifiées, une approche incompressible a été développée par Hu et al. [109]. Cette approche a été améliorée en ajoutant une contrainte constante de densité [110].

Grenier et al. [111] ont proposé un modèle qui est inspiré de l'approche de Hu et al. [108] et celle de Colagrossi et al. [68]. Par rapport au modèle de Hu et al. [108], ce nouveau modèle peut s'appliquer aussi pour les écoulements à surface libre. La même équation d'état est utilisée pour chaque phase. Une petite force répulsive dans le gradient de pression et la réinitialisation de densité sont introduites, ainsi que la tension superficielle, basée sur une fonction couleur. Un terme de viscosité (cf. ref. [112]) modifié (cf. ref. [25]) est utilisé pour conserver le moment cinétique. Les cas de validation sont la montée d'une bulle d'air dans de l'eau et la simulation de courants de gravité. Ce cas test de la bulle d'air sera aussi traité dans la suite de ce chapitre.

Encore plus récemment, Chen et al. [1] ont proposé un modèle SPH amélioré pour l'écoulement multiphasique avec des interfaces complexes et de grandes différences de densité. Il est basé sur l'hypothèse de la continuité de la pression aux interfaces et évite d'utiliser directement les informations des densités ou masses de particules voisines dans l'équation de quantité de mouvement. Afin d'améliorer la précision des calculs et d'obtenir des champs de pression lissés, une correction par réinitialisation de densité est appliquée. Un contrôle sur la densité (valeur seuil) est effectué pour éviter l'apparition de pression négative pendant la simulation.

Enfin, pour conclure ce panorama non exhaustif de l'état de l'art, une autre approche basée sur le formalisme des volumes finis est aussi développée. Elle est très différente des modèles précédents. La plus connue est la méthode SPH-ALE (Arbitrary Lagrange Euler). Elle utilise une forme conservative des équations d'Euler dans un formalisme ALE. Vila [49] a remarqué que cette forme de discrétisation conduit à un problème de Riemann en 1D. L'utilisation du modèle SPH-ALE pour les écoulements à plusieurs fluides a initialement été proposé par Leduc et al. [113]. Cette méthode a ensuite été améliorée en utilisant un solveur de Riemann pré-conditionné [114].

Seules quelques approches seront utilisées dans la suite de ce chapitre, nous pouvons notamment citer celle de Colagrossi et al. [68], celle de Chen et al. [1].

5.2 Principe des modèles diphasiques SPH

Dans cette section, nous allons présenter quelques différences fondamentales entre le modèle diphasique et le modèle monophasique. Nous gardons la même méthode d'intégration en temps des équations d'Euler (type Runge-Kutta d'ordre quatre), ainsi que les mêmes conditions aux limites pour le modèle diphasique (cf. section 2.2.3 du chapitre 2). Le flux Rusanov (cf. section 2.2.2 du chapitre 2) et la viscosité artificielle (cf. section 2.2.2 du chapitre 2) seront également considérés et testés dans le cas diphasique.

Les propriétés des noyaux d'interpolation ont déjà été présentés dans le chapitre 2. Les noyau gaussien tronqué renormalisé et noyau dit de Wendland ont été étudiés et comparés. Comme nous l'avons mentionné, il y a un lien entre le noyau employé et le problème de regroupement de particules (clumping instability). Dehnen et al. [71] donnent de plus amples éclaircissements sur ces phénomènes notamment.

Dans l'écoulement à interface (air/eau), le problème de regroupement de particules est bien marqué. Différents auteurs essaient d'éliminer ce problème en modifiant la fonction de noyau [115, 116, 1]. Nous allons tester et comparer les deux différents noyaux mentionnés ci-dessus dans le modèle diphasique.

5.2.1 Équation d'état

Nous avons présenté dans le chapitre 2 l'équation d'état (2.16) utilisée dans notre code SPH et reprise ici pour une phase notée X :

$$P_X(\rho) = P_{0,X} \left(\left(\frac{\rho}{\rho_{0,X}} \right)^{\gamma_X} - 1 \right) \quad (5.6)$$

L'équation d'état présentée ci dessus est reprise du modèle diphasique de Colagrossi et al. [68]. $P_{0,X}$ est la pression de référence de cette phase X,

$$P_{0,X} = \frac{\rho_{0,X} c_{0,X}^2}{\gamma_X} \quad (5.7)$$

et $\rho_{0,X}$ la masse volumique. Les paramètres $P_{0,X}$, $\rho_{0,X}$ sont choisis pour avoir des oscillations de densité maximale de l'ordre de 1% par rapport la valeur de référence $\rho_{0,X}$.

γ_X représente l'exposant polytropique caractéristique du fluide X. Pour un écoulement entre de l'eau (phase X) et de l'air (phase Y), ce paramètre est déterminé comme : $\gamma_X = 7$ pour l'eau et $\gamma_Y = 1,4$ pour l'air.

Afin d'avoir la même gamme de pression dans les deux phases, nous définissons : $P_{0,X} =$

$P_{0,Y}$. D'après l'équation (5.7), avec $\rho_{0,X}/\rho_{0,Y} \approx 1000$, nous avons la vitesse du son $c_{0,Y}$ qui est beaucoup plus élevée que celle pour la phase X ici l'eau. Par conséquent, il faut déterminer un pas de temps beaucoup plus petit que celui dans la simulation monophasique pour la stabilité de la phase Y ici l'air. Cela conduit à des simulations très coûteuses en temps de calcul.

5.2.2 Traitements de l'interface

A l'interface entre l'eau et l'air, les discontinuités peuvent apparaître en raison de la grande différence de densité entre les deux phases. Dans cette section, deux traitements sont testés pour éviter ces problèmes aux interfaces.

Proposé par Nugent et al. [117], un terme supplémentaire est ajouté dans l'équation de quantité de mouvement pour la phase air, afin d'empêcher la dispersion des particules d'air dans la phase plus dense (eau). Ce terme est utilisé par Colagrossi et al. [68] dans le cas de la montée d'une bulle d'air dans l'eau. Les résultats numériques obtenus en sont nettement améliorés. Ce terme représente une force de cohésion et il est appliqué seulement sur la phase d'air. La nouvelle équation de quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{D\vec{u}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho_i} \sum_j (P_j + P_i) \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) V_j + \frac{\bar{a}}{\rho_i} \sum_{j \in Y} (\rho_j^2 + \rho_i^2) \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) V_j + \vec{g}_i \quad (5.8)$$

Le paramètre \bar{a} dépend du cas de simulation et contrôle l'intensité de cette force de cohésion. $j \in Y$ représente la particule d'air. Ce terme est également utilisé dans l'équation d'état :

$$P_Y(\rho) = P_{0,Y} \left(\left(\frac{\rho}{\rho_{0,Y}} \right)^{\gamma_Y} - 1 \right) - \bar{a} \rho_Y^2 \quad (5.9)$$

La seconde approche est celle proposée par Chen et al. [1] et adaptée pour l'écoulement multiphasique avec des interfaces complexes et de grandes différences de densité. Elle est mentionnée dans le début de ce chapitre. Le terme de gradient de pression dans l'équation de quantité de mouvement sous la forme SPH s'écrit :

$$\frac{1}{\rho} \nabla P = \frac{1}{\rho_i} \sum_j P_j \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) V_j \quad (5.10)$$

Cette relation donne l'approximation *basique* présentée dans l'équation (2.8).

Dans ce modèle, un terme de viscosité proposé par Monaghan et Gingold [118] est aussi ajouté. Enfin, une re-initialisation de la densité est appliquée, elle s'exprime comme ci-dessous :

$$\rho_i^{corrigé} = \frac{\sum_j \eta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) \tilde{m}_j}{\sum_j \eta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) V_j} \quad (5.11)$$

$$\tilde{m}_j = \tilde{\rho}_j V_b \quad (5.12)$$

où ρ_j est la densité obtenue en appliquant la pression de la particule j dans l'équation d'état pour la particule i . En résumé, pour un écoulement non visqueux avec interface, ce modèle applique l'opérateur-intégral (cf. éq. (2.6)) pour le calcul approché du gradient de pression, sans tenir en compte de pression interparticulaire. Plusieurs corrections numériques doivent être ajoutées.

Dans la suite de ce chapitre, deux cas tests seront étudiés afin de valider le modèle SPH diphasique. Nous commençons par le cas d'un liquide en repos hydrostatique en contact avec une phase air (eau/air). Ensuite, le comportement de la remontée d'une bulle d'air dans l'eau sera simulé.

5.3 Cas hydrostatique bi-fluide

5.3.1 Description du cas

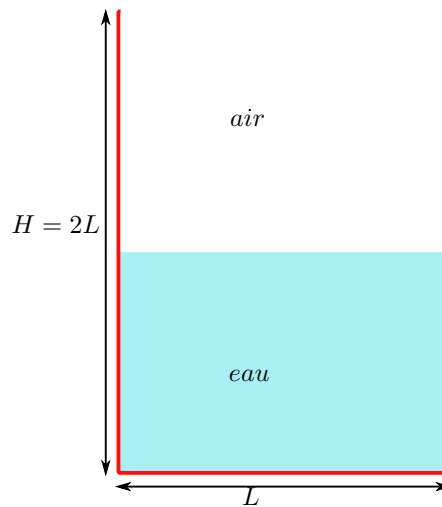


FIGURE 5.1 – Vue schématique du domaine initial.

Ce cas test académique est intéressant dans le cadre d'une modélisation diphasique par une méthode Lagrangienne. En effet, dans le cas où l'écoulement est au repos et où il n'y a donc aucun mouvement, ce cas ne pose quasiment jamais de problème en modélisation Eulérienne. En modélisation Lagrangienne par contre, la moindre petite erreur d'implémentation numérique ou même d'erreurs d'arrondis peuvent engendrer des petits mouvements de particules qui peuvent déstabiliser cette situation théoriquement au repos. La modélisation de ce cas hydrostatique est donc une façon de tester la qualité de l'implémentation de l'algorithme diphasique. Elle permet aussi d'identifier des problèmes ou des erreurs dans le code. Ce cas test est couramment utilisé

en SPH, nous pouvons notamment citer par exemple [89] en mono-fluide et [66, 119] en bi-fluide.

La Figure 5.1 présente un schéma descriptif de ce cas test : un volume d'eau est placé à l'intérieur d'une cuve rectangulaire de hauteur $H = 2\text{ m}$ et de largeur $L = 1\text{ m}$. Ce volume d'eau remplit exactement la moitié du domaine. Le reste est rempli par le volume d'air. La seule force externe appliquée à la cuve est la gravité. Le domaine est ouvert, c'est à dire que la partie supérieure de la phase air est considérée comme une surface libre. Les masses volumiques de l'eau et de l'air sont respectivement de 1000 kg/m^3 et de $1,29\text{ kg/m}^3$. La vitesse du son pour la phase air est $c_{0\text{air}} = 150\text{ m/s}$, comme détaillé dans le travail de Oger [66]. Nous gardons la même pression de référence pour les deux phases : $P_{0\text{air}} = P_{0\text{eau}}$ dans l'équation (5.7) avec $\gamma_{\text{eau}} = 7$ et $\gamma_{\text{air}} = 1,4$. Nous avons donc $c_{0\text{eau}} = 30\text{ m/s}$. Le Tableau 5.1 montre les paramètres de simulations présentés par la suite.

N_x	N_y	δx (m)	δt (s)	CFL
25	50	0,04	0,0002	0,5639
50	100	0,02	0,0001	0,5639
100	200	0,01	0,00005	0,5639

TABLE 5.1 – Les paramètres des simulations.

Nous allons étudier l'évolution du système hydrostatique en fonction du temps.

5.3.2 Résultats numériques obtenus

Dans la thèse de Oger [66], la force totale due à l'action de l'air sur l'eau est étudiée pour ce cas. Ici, nous considérons la même grandeur, notée $F_{\text{air} \rightarrow \text{eau}}$:

$$F_{\text{air} \rightarrow \text{eau}} = \sum_{i \in \text{eau}} m_i \vec{a}_i \quad (5.13)$$

où l'accélération \vec{a}_i de la particule d'eau i due à la force des particules d'air peut s'écrire à partir de l'approximation SPH suivante (éq. (2.15)) :

$$\vec{a}_i = \frac{d\vec{v}_i}{dt} = - \sum_{j \in \text{air}} m_j \frac{P_j + P_i}{\rho_j \rho_i} \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) \quad (5.14)$$

Nous avons donc :

$$F_{\text{air} \rightarrow \text{eau}} = - \sum_{i \in \text{eau}} \sum_{j \in \text{air}} \frac{P_j + P_i}{\rho_j \rho_i} \nabla \eta_\epsilon(\vec{x}_{ij}) V_i V_j \quad (5.15)$$

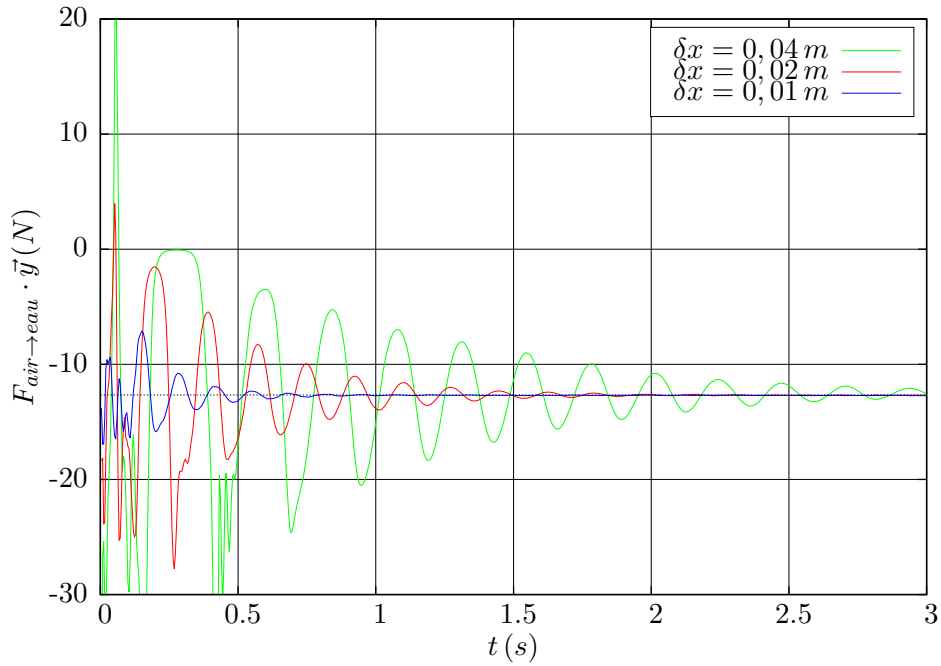


FIGURE 5.2 – L'évolution temporelle de la force due à l'air sur l'eau avec trois différentes discrétisations.

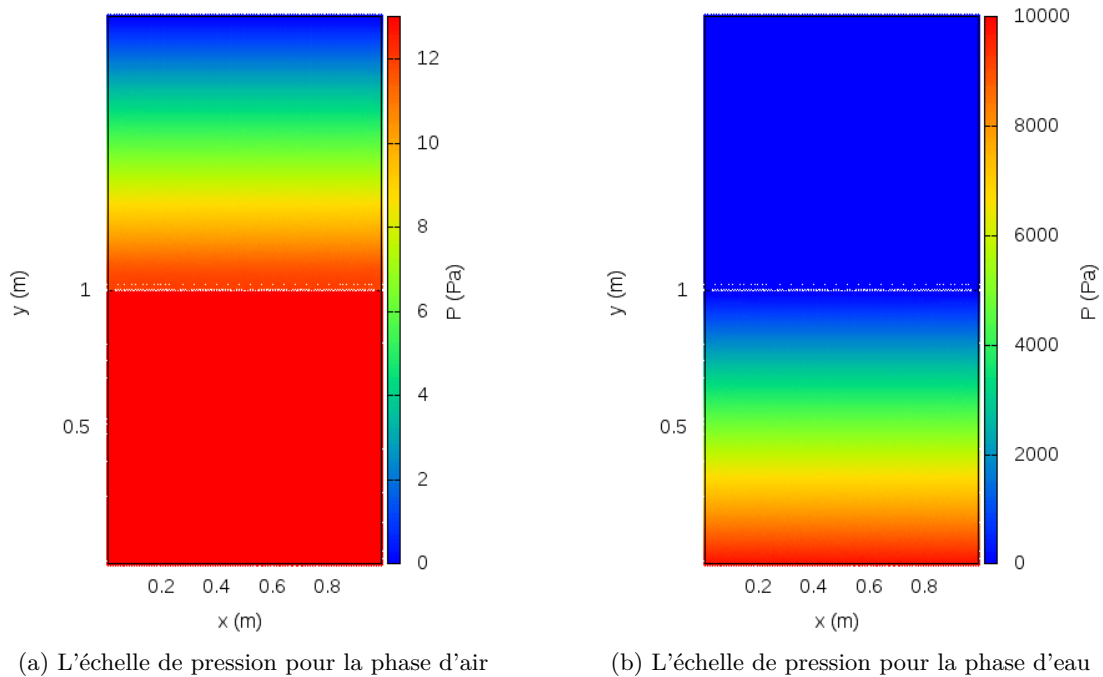


FIGURE 5.3 – Champ de pression en $t = 1$ s. La discrétisation initialement utilisée est $\delta x = 0,01$ m

La Figure 5.2 présente l'évolution temporelle de $F_{air \rightarrow eau}$. Au début de la simulation, nous remarquons des oscillations relativement fortes de cette force. Comme expliqué dans [66], l'origine de ces oscillations est le saut de densité à l'interface. Par contre, le résultat se stabilise à

la valeur $-12,66 N$, représentée par la ligne en pointillé sur la Figure 5.2. La pression hydrostatique que nous avons initialement imposée pour l'interface étant égale à $12,66 Pa$ pour une surface de $1 m^2$, la résultante de la force théorique doit donc être égale à $-12,66 N$. Ainsi, le calcul se stabilise vers cette valeur. Avec une discrétisation plus fine, le calcul se stabilise plus vite.

Les images de la Figure 5.3 montrent les champs de pression obtenus à l'instant $t = 1 s$ pour les deux phases avec deux échelles différentes de pression. Nous pouvons donc observer la variation de pression dans chaque phase. L'interface entre les deux phases est relativement lisse et les accélérations résiduelles des particules proche de l'interface sont dorénavant nulles, comme le prouve la stabilisation de l'effort $F_{air \rightarrow eau}$.

5.4 Cas de la montée d'une bulle d'air dans l'eau

5.4.1 Description du cas

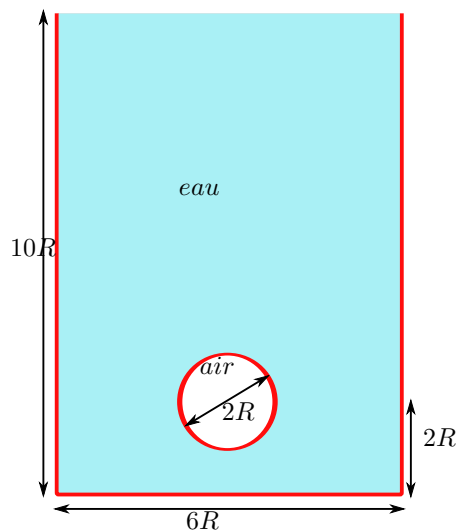


FIGURE 5.4 – Vue schématique du domaine initial.

Dans ce cas, l'évolution d'une bulle d'air circulaire entièrement immergée dans de l'eau est modélisée. Ce cas test a été étudié en SPH par plusieurs auteurs, notamment Colagrossi et al. [68], Valizadeh et al. [120], Grenier et al. [111]. Il présente certaines caractéristiques intéressantes pour des problèmes pratiques. Par exemple, dans notre problème d'impact de la vague, il existe des cavités d'air piégés dans l'eau. La bulle d'air va se déformer en fonction de l'interaction entre l'eau environnante et la compressibilité de l'air piégé. C'est donc un cas test particulièrement intéressant dans l'optique d'atteindre notre objectif final d'impact de vague.

Le domaine numérique initial est présenté Figure 5.4. Une bulle d'air circulaire isolée est

mise dans un domaine d'eau initialement au repos. Le rayon de la bulle est $R = 1 m$. Le domaine représentant l'eau a une largeur de $6R$ et une hauteur de $10R$. La vitesse du son numérique est choisie de la même manière que dans l'article de Grenier et al. [111] : $c_{0\text{air}} = 198\sqrt{gR}$, $c_{0\text{eau}} = 14\sqrt{gR}$.

5.4.2 Résultats numériques obtenus

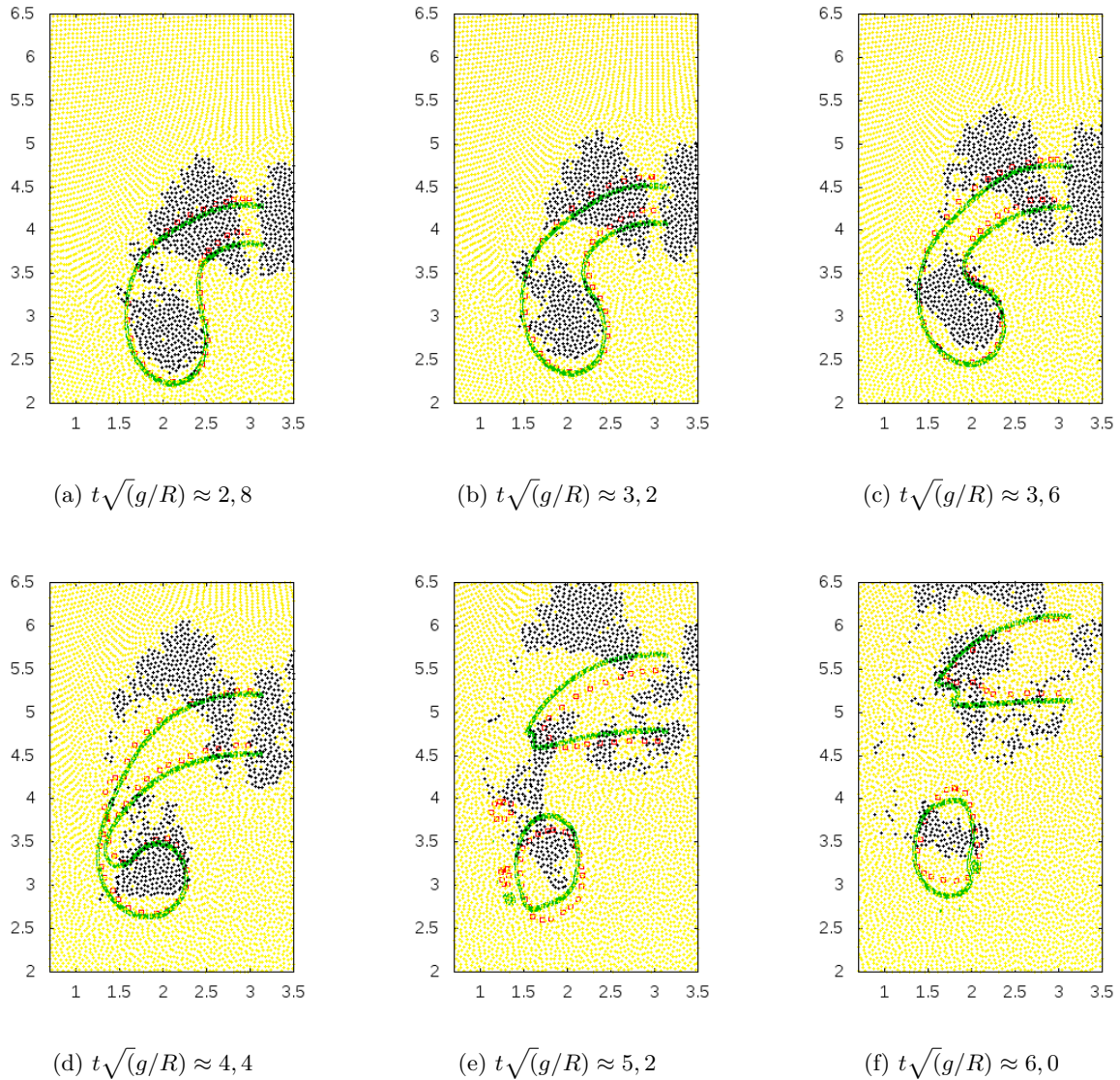


FIGURE 5.5 – La montée d'une bulle d'air dans l'eau. Les particules bleues foncées représentent la phase air et les particules jaunes représentent la phase eau. Les interfaces sont comparées avec : la solution de SPH de Grenier et al. [111] (points verts) et la solution de Level-Set de Sussman et al. [121] (points rouges).

Dans un premier temps, nous avons utilisé le modèle SPH "classique" avec le flux Rusanov (éq. (2.24)), sans traitement particulier de l'interface air/eau. Une viscosité artificielle est

néanmoins ajoutée. Les données initiales de la simulation sont les suivantes : $\delta x/R = 0,05 m$, $\delta t = 0,0001 s$ et $CFL = 0,9326$. Les résultats sont symétriques par rapport à l'axe $y = 3R$. La partie gauche du domaine numérique est donc présentée : les images de la Figure 5.5 montrent l'évolution spatio-temporelle de la bulle d'air dans l'eau à 6 instant différents. On observe dès le début de la simulation que les résultats ne sont pas très bons : l'interface entre la phase air et la phase eau n'est pas clairement identifiable et les particules d'air sont dispersées dans la phase eau. Les déformations de la bulle sont très mal représentées, notamment en comparant avec les résultats obtenus par d'autres méthodes.

Afin d'améliorer la qualité de l'interface, une force de cohésion est ajoutée (éq. (5.9)) pour la phase air uniquement. Sur les images de la Figure 5.6, nous pouvons remarquer qu'après l'ajout de cette force de cohésion, l'évolution de la forme de la bulle est nettement améliorée. On peut maintenant distinguer l'interface entre les deux phases. Les résultats sont comparés avec ceux fournis par un autre schéma SPH (Grenier et al. [111]) et par la méthode Level-Set (Sussman et al. [121]) comme le présentent la Figure 5.6. Un relativement bon accord entre notre modèle diphasique et d'autres méthodes est ainsi obtenu, d'autant plus que la viscosité du fluide n'est pas prise en compte dans notre modèle.

Par ailleurs, les images de la Figure 5.7 montrent les formes de la bulle en deux instants différents, ainsi que les champs de vitesse associés. On observe que les champs de vitesse sont relativement lisses, surtout pour la phase liquide. On peut en conclure que la simulation est d'assez bonne qualité. Cela nous permet de passer à l'étape suivante pour la modélisation de l'effondrement d'une colonne d'eau.

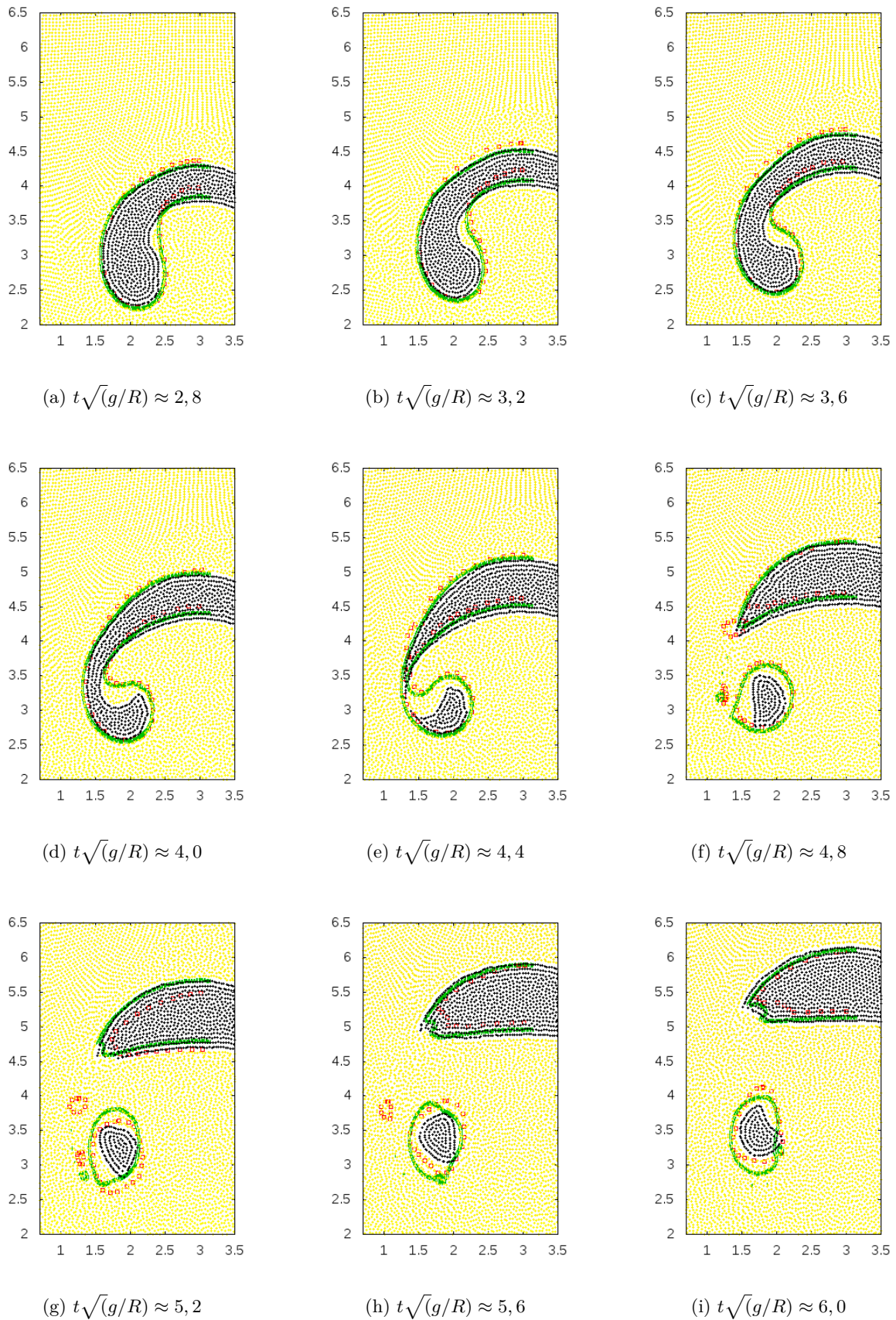


FIGURE 5.6 – La montée d'une bulle d'air dans l'eau avec prise en compte d'une force de cohésion pour l'interface. Les particules bleues foncées représentent la phase air et les particules jaunes représentent la phase eau. Les interfaces sont comparées avec : la solution de SPH de Grenier et al. [111] (points verts) et la solution de Level-Set de Sussman et al. [121] (points rouges).

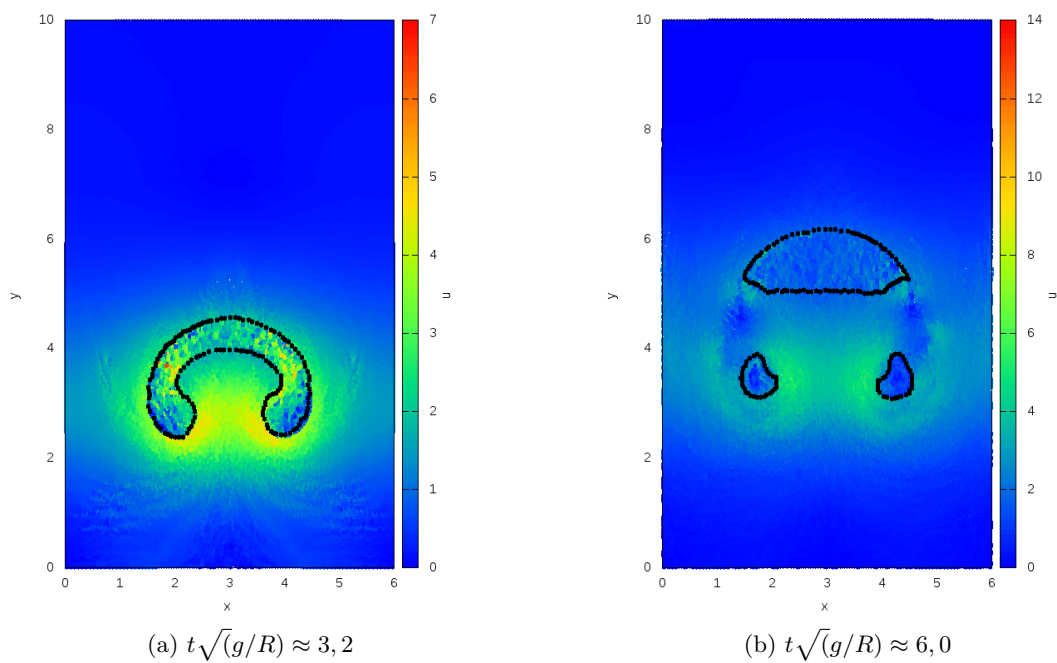


FIGURE 5.7 – La montée d'une bulle d'air dans l'eau. Les points noirs indiquent la surface libre et le couleur de particule représente la vitesse.

5.5 Effondrement d'une colonne d'eau

5.5.1 Description du cas

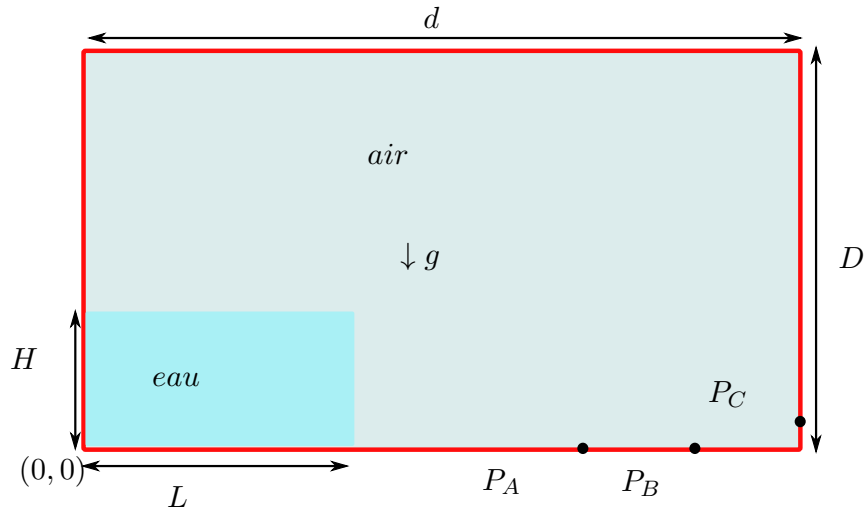


FIGURE 5.8 – Vue schématique du domaine initial. Trois points fixés pour étudier la hauteur d'eau ou la pression pendant la simulation : $P_A(3; 721H; 0)$, $P_B(4; 542H; 0)$ et $P_C(d; 0; 192H)$.

Ce cas est l'un des cas test les plus classiques en méthode SPH : une colonne d'eau, initialement retenue par un mur vertical, s'effondre et se dirige vers une paroi solide à l'extrémité opposée du domaine physique sous l'effet de la gravité. Cette simulation est largement employée pour valider la capacité des modèles numériques à résoudre des écoulements instationnaires. L'étude monophasique de ce cas test a été réalisée dans le cadre de la thèse de Jean-Marc Cherfils [16, 69].

Avant de commencer à étudier le problème des impacts d'un soliton sur une paroi en diphasique, nous allons d'abord traiter ce cas test qui présente de nombreuses similarités et qui a l'avantage d'être beaucoup moins coûteux en temps de calcul. En effet, plusieurs phénomènes caractéristiques du problème de l'impact d'un soliton se retrouvent ici. De plus, étant largement étudié dans la littérature, des comparaisons avec d'autres modèles sont possibles. Nous allons notamment comparer nos résultats avec ceux diphasiques de Colagrossi et al. [68].

Pour ce faire, nous prenons la même configuration que pour le cas monophasique (cf. Figure 5.8). La largeur du volume fluide initialement retenu est $L = 1,2\text{ m}$ et sa hauteur est $H = 0,6\text{ m}$. Le rapport d'aspect du volume fluide est donc de $H/L = 1/2$. La largeur totale du domaine $d = 3,2196\text{ m}$ et sa hauteur est $D = 1,8\text{ m}$. Comme dans le travail de Colagrossi et al. [68], nous définissons : $P_{0,X}/\rho_X g H = 28,5$, $P_{0,X} = P_{0,Y}$. Nous avons donc $C_{0,X} = \sqrt{\frac{P_{0,X}\gamma_X}{\rho_{0,X}}} = 34,27\text{ m/s}$ et $C_{0,Y} = \sqrt{\frac{P_{0,Y}\gamma_Y}{\rho_{0,Y}}} = 484,61\text{ m/s}$ (éq. (5.7)). La taille des particules est $\delta x \approx 0,012\text{ m}$. Avec un pas de temps employé : $\delta t \sqrt{g/H} = 8 \times 10^{-5}$, nous pouvons

avoir une valeur de $CFL = MAX(\delta t/(\epsilon/C_{0,x}), \delta t/(\epsilon/C_{0,y})) \approx 0,607$.

5.5.2 Résultats numériques obtenus

	Modèle	Noyau	Condition à la limite
ref	Colagrossi et Landrini [68]	Gaussien tronqué (cf. éq. (2.18))	Domaine ouvert
1	Chen et al. [1]	Gaussien tronqué (cf. éq. (2.18))	Domaine ouvert
1bis	Joséphine (cf. section 2.2)	Gaussien tronqué (cf. éq. (2.18))	Domaine ouvert
2	Chen et al. [1]	Gaussien tronqué (cf. éq. (2.18))	Domaine fermé
2bis	Joséphine (cf. section 2.2)	Gaussien tronqué (cf. éq. (2.18))	Domaine fermé
3	Chen et al. [1]	Wendland (cf. éq. (2.20))	Domaine fermé
3bis	Joséphine (cf. section 2.2)	Wendland (cf. éq. (2.20))	Domaine fermé

TABLE 5.2 – Les paramètres de simulations.

Dans cette section, nous comparerons notre modèle SPH avec ceux de la littérature. Plusieurs comparaisons seront notamment effectuées, traitant d'aspects numériques différents. Pour comparer les résultats, nous nous focalisons sur les évolutions de la pression au point C et de la hauteur d'eau aux points A et B (Fig. 5.8) ainsi que sur les champs de particules. Nos références sont les résultats fournis par le modèle SPH diphasique de Colagrossi et al. [68] et les résultats expérimentaux de Zhou et al. [122]. La première comparaison concernera le modèle diphasique lui-même, une comparaison avec le modèle de Chen et al. [1] sera présentée dans la section 5.5.3. La seconde comparaison traitera notamment de la prise en compte (ou non) d'une condition limite sur la partie supérieure du domaine. Les résultats de cette seconde comparaison seront présentés dans la sous-section 5.5.4. Enfin, plusieurs auteurs indiquent que les noyaux utilisés ont une influence non négligeable sur les résultats en simulation diphasique. La sous-section 5.5.4 compare notamment les résultats obtenus avec le noyau classique Gaussien tronqué (cf. éq. (2.18)) et avec le noyau de Wendland (cf. éq. (2.20)). Les paramètres utilisés pour ces simulations sont présentés dans le Tableau 5.2.

Dans notre modèle, le flux Rusanov [76] employé pour l'écoulement monophasique sera conservé dans le modèle diphasique. En effet, l'effet dissipatif du modèle δ -SPH sera évité pour pouvoir propager des solitons sur de grandes distances sans perte d'amplitude significative. Pour la même raison, la viscosité artificielle ne sera pas utilisée. Enfin, la ré-initialisation de densité ne sera pas utilisée non plus.

5.5.3 Comparaison avec le modèle de Chen et al. [1]

Les comparaisons du modèle de Chen et al. [1] et notre modèle utilisant le flux Rusanov sont présentées dans les Figures 5.10, 5.11 et 5.9. Le modèle présenté par Chen et al. [1] se compose d'un simple schéma pour l'approximation du gradient de pression (éq. (5.10)), d'une viscosité

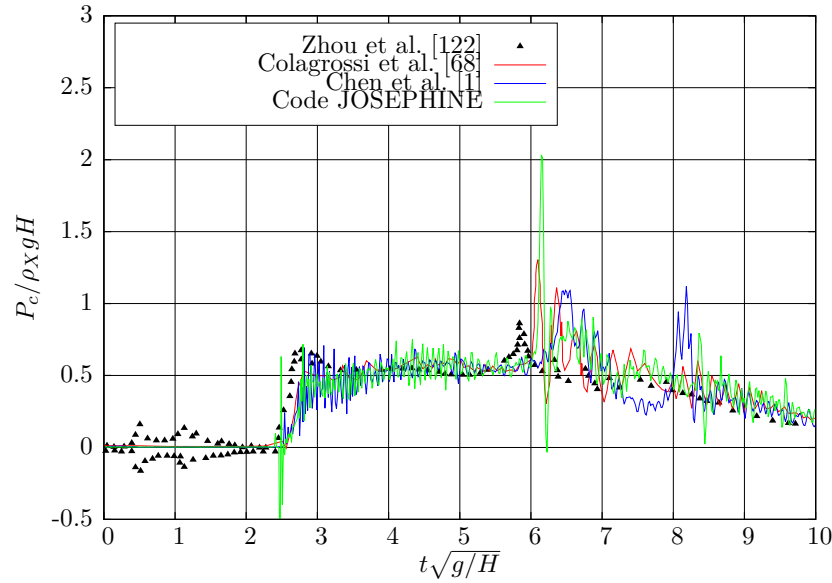


FIGURE 5.9 – Évolution de la pression en point fixe C sur le mur vertical (voir Fig. 5.8). (cf. les lignes ref, 1 et 1bis du Tableau 5.2).

artificielle ajoutée avec $\alpha = 0,02$, d'une re-initialisation de la densité toutes les 20 itérations et d'un contrôle de masse volumique pendant la simulation. Pour rappel ce modèle est présenté section 5.2.2. Nous avons aussi reproduit l'évolution de pression obtenue par Colagrossi et al. [68]. La Figure 5.9 montre l'évolution de la pression au point C sur le mur. Les résultats obtenus par les trois calculs numériques sont en bon accord avec le résultat expérimental de Zhou et al. [122].

Sur la Figure 5.10, les évolutions de la hauteur d'eau pour les deux points A et B sont présentées. Un très bon accord est obtenu entre nos résultats et ceux de référence fournis par Colagrossi et al. [68]. Cependant, il existe un décalage sur le premier pic de la hauteur d'eau en point A pour le résultat reproduit en utilisant le modèle présenté par Chen et al. [1], décalage non visible pour le point B .

Néanmoins, la Figure 5.11 montre la forme de l'interface pour trois instants ($t\sqrt{g/H} = 1,65, 4,8$ et $7,36$) obtenus à partir des deux différents modèles. À $t\sqrt{g/H} = 7,36$, au moment du déferlement, notre résultat (Fig. 5.11c) montre que la phase d'air autour de la vague est dépourvue de particules. Une zone sans particule est apparue.

Dans le résultat reproduit par le modèle de Chen et al. [1], ce phénomène n'est pas constaté. Cependant il y a aussi les particules d'eau dispersées dans la phase eau (cf. Fig. 5.11f). Nous remarquons que les particules d'air se raréfient, surtout autour de particules d'eau isolées. De plus, la forme du jet d'eau n'est pas très bien présentée, cela peut être confirmé par la Figure 5.10a, la hauteur d'eau est plus importante à l'instant correspondant à l'image de la Figure 5.11f. Le modèle de Chen et al. [1] ne semble donc pas très satisfaisant non plus.

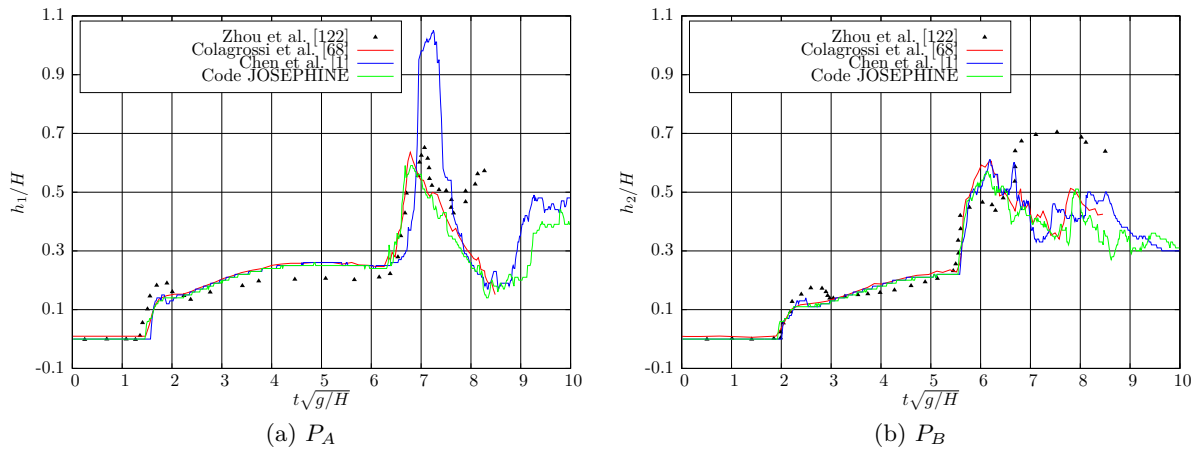


FIGURE 5.10 – Hauteur d'eau en deux points fixés. Pour les positions des points, voir Fig. 5.8. (cf. les lignes ref, 1 et 1bis du Tableau 5.2).

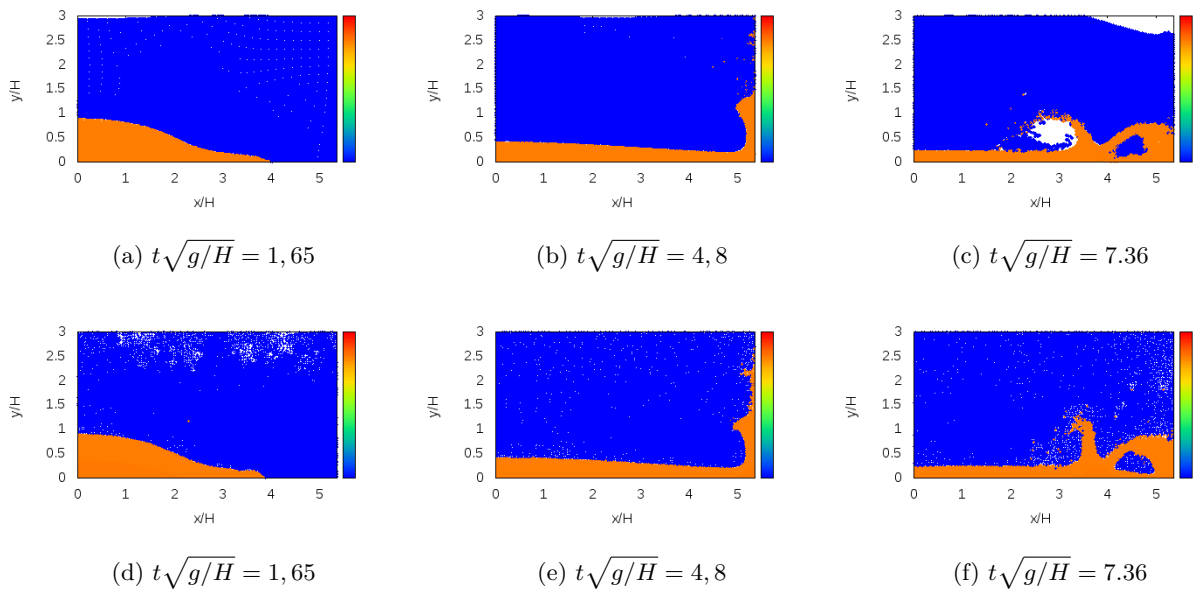


FIGURE 5.11 – Effondrement d'une colonne d'eau aux trois instants de la simulation. En haut : notre résultat, en bas : le résultat obtenu par le modèle de Chen et al. [1]. (cf. les lignes ref, 1 et 1bis du Tableau 5.2).

L'apparition de *trous* dans la phase air (Fig. 5.11c) est également constaté et discuté dans la littérature : Mokos et al. [26] ont expliqué que lors du déferlement, les particules d'air sont incapables de s'adapter rapidement aux changements dans l'écoulement de l'eau ; des trous sont ainsi générés. Avec le modèle de Colagrossi et Landrini [68], l'équation de Tait (cf. eq. 5.9) est utilisée. Cette équation est à l'origine destinée pour simuler l'incompressibilité de l'eau en limitant les variations de densité par une valeur élevée de l'indice polytropique ($\gamma_{eau} = 7$). Malgré la petite valeur de l'indice pour la phase air ($\gamma_{air} = 1.4$) et la grande vitesse du son utilisée, la phase air est toujours traitée comme un liquide quasiment incompressible. Par conséquent, la phase air ne peut pas se comporter comme un gaz et ne peut donc pas se dilater explicitement lorsque un espace vide est présent. Ces trous persistent donc sur de longues durées tout au long de la simulation.

Mokos et al. proposent une technique de *shifting algorithm* modifié pour résoudre ce problème [26]. Nous avons essayé plusieurs corrections, telle que la réinitialisation de la masse volumique. Cependant, elle conduit à une diffusion artificielle. Nous remarquons Figure 5.11c que la surface libre se situant en haut du domaine, se déforme. En effet, le domaine n'est pas fermé dans les simulations présentées ci-dessus, c'est à dire que l'écoulement est à surface libre en haut du domaine de la phase air. Dans la sous-section suivante, nous fermons le domaine pour évaluer l'influence sur la dynamique de l'écoulement diphasique.

5.5.4 Influence de la condition à la limite

La Figure 5.12 présente ce même écoulement (phase air en bleu, phase eau en orange) pour les deux mêmes schémas numériques présentés ci-dessus. La seule différence réside dans le fait que la partie supérieure du domaine est fermée pour ces nouvelles simulations. On ajoute une paroi solide sur le haut du domaine, la condition limite utilisée est l'imposition de vitesse normale nulle (condition de glissement). Nous utilisons la même condition limite que celle utilisée pour modéliser la paroi verticale à droite du domaine. Les interfaces entre les phases de l'écoulement sont nettement améliorées avec cette nouvelle condition limite. Si nous comparons les résultats de la Figure 5.11c et la Figure 5.12c, le trou apparu dans la Figure 5.11c est bien éliminé avec un domaine fermé. En revanche, il n'y a pas de différence significative entre les trois images en bas de la Figure 5.11 et celles en bas de la Figure 5.12, représentant respectivement le modèle de Chen et al. avec domaine ouvert et avec domaine fermé. Nous pouvons en conclure dès à présent que le modèle de Chen et al. ne semble pas être utilisable pour nos applications.

La Figure 5.13 montre l'évolution de la pression obtenue pour les deux simulations présentées dans la Figure 5.12. Les résultats sont similaires à ceux présentés Figure 5.9 avec domaine ouvert. De plus, notre résultat est encore plus proche de celui de Colagrossi et Landrini [68] (avec le domaine fermé) par rapport à celui présenté Figure 5.9 (avec le domaine ouvert). Un très bon accord est alors obtenu, de même que pour l'évolution de la hauteur d'eau montrée Figure 5.14. Cependant, les hauteurs d'eau obtenues par le modèle de Chen et al. [1] présentent

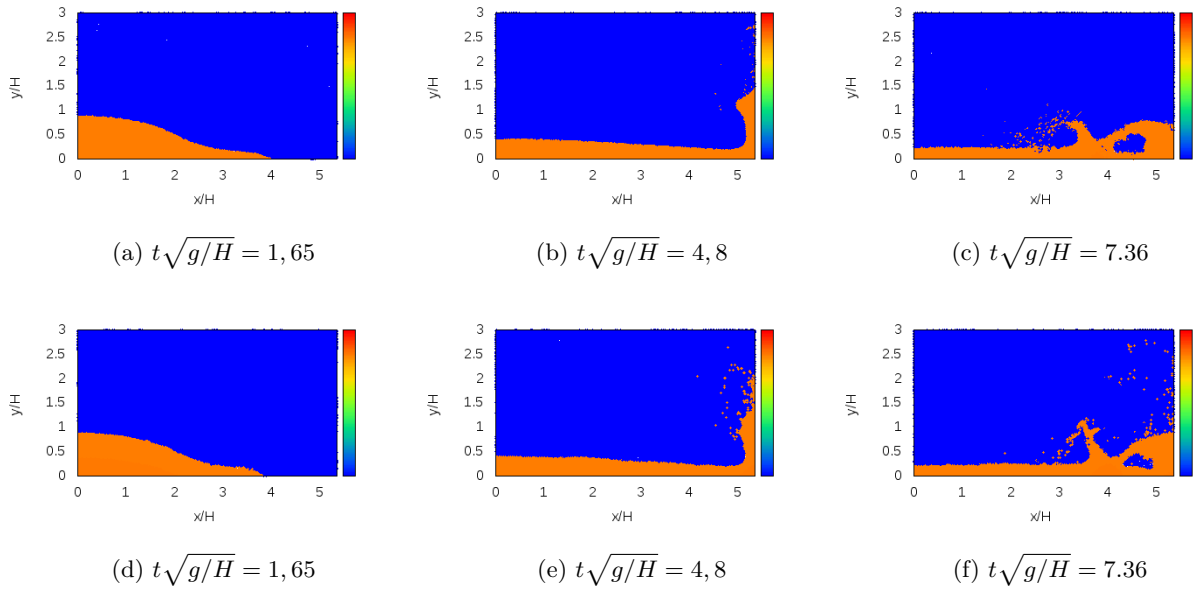


FIGURE 5.12 – Effondrement d’une colonne d’eau à trois instants de la simulation. En haut : notre résultat, en bas : le résultat obtenu par le modèle de Chen et al. [1]. La partie supérieure du domaine est fermée par une condition limite de type glissement (cf. les lignes ref, 2 et 2bis du Tableau 5.2).

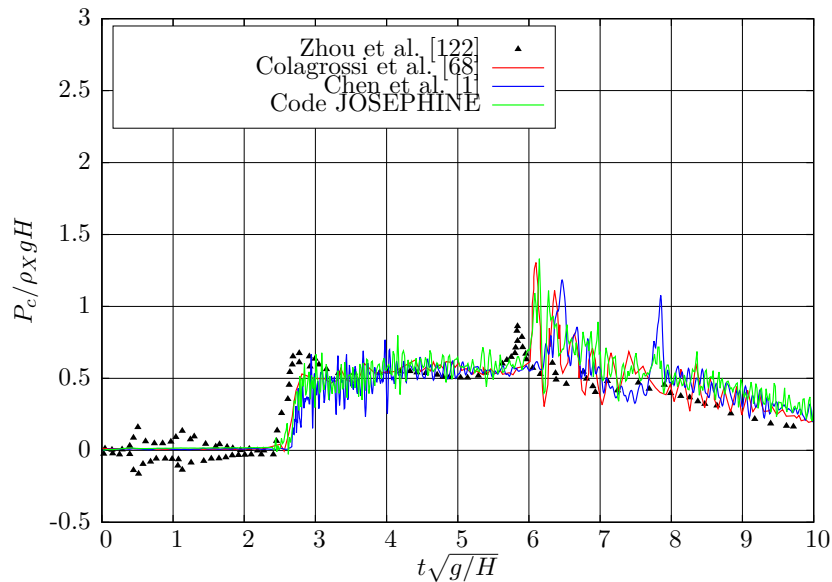


FIGURE 5.13 – Évolution de la pression au point C sur le mur vertical (voir Fig. 5.8). La partie supérieure du domaine est fermée par une condition limite de glissement (cf. les lignes ref, 2 et 2bis du Tableau 5.2)

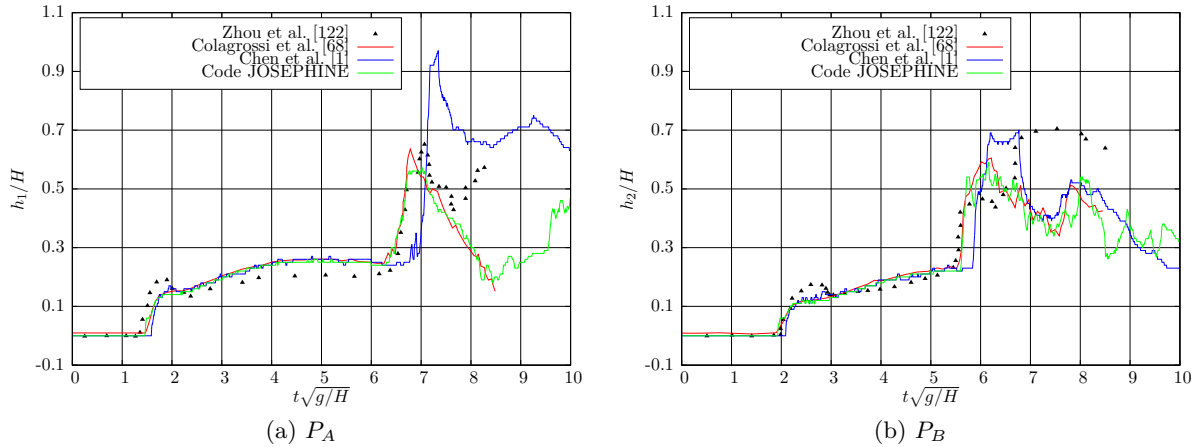


FIGURE 5.14 – Hauteur d'eau en deux points fixés. Pour les positions des points, voir Fig. 5.8. La partie supérieure du domaine est fermée par une condition limite de type glissement (cf. les lignes ref, 2 et 2bis du Tableau 5.2).

toujours des différences significatives en comparaison avec les autres résultats numériques.

La Figure 5.15 montre l'évolution de l'énergie totale pour les deux simulations présentées Figure 5.12. E_{total0} représente l'énergie totale du système à l'instant initial. ΔE représente la différence entre l'énergie potentielle à l'état initial et à l'état final d'équilibre hydrostatique. Nous constatons que la simulation effectuée avec le modèle de Chen et al. [1] a une dissipation de l'énergie assez importante. Dans leur modèle, une viscosité artificielle est ajoutée. Nous avons observé que lors de l'utilisation d'une viscosité artificielle, que ce soit pour le modèle de Chen et al. ou le modèle δ -SPH, une dissipation de l'énergie est présente. De tels modèles nous poseraient des problèmes assez importants pour la propagation du soliton avant impact. De plus, un contrôle artificiel de la pression est effectué dans le modèle de Chen et al. pour éviter la pression négative. En guise de conclusion partielle, nous nous orientons vers l'utilisation du modèle classique avec flux Rusanov et un domaine fermé pour la modélisation de l'écoulement diphasique.

Comparaison de fonctions noyaux

De nombreuses études [74, 75] mentionnent que l'utilisation de certains noyaux peuvent améliorer la qualité des résultats en diphasique. Plusieurs noyaux ont été présentés et discutés au chapitre 2. Pour ce cas test, nous avons souhaité comparer deux noyaux, celui classiquement utilisé dans ce travail de thèse (le gaussien tronqué, éq. (2.18)) et le noyau de Wendland (éq. (2.20)) souvent mis en avant pour les cas diphasiques. Ces deux noyaux ont été testés sur la même configuration et les paramètres des simulations sont consultables dans le Tableau 5.2 (cf. les lignes 3 et 3bis). Les représentations de l'interface pour ces deux simulations utilisant différents noyaux sont similaires (cf. Fig. 5.16). Sur les Figures 5.16c et 5.16f, on observe que le

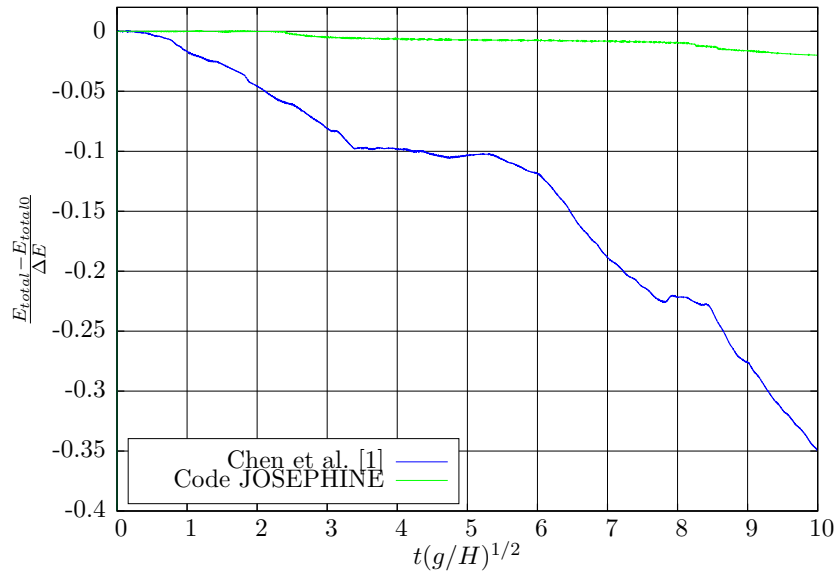


FIGURE 5.15 – Évolution de l'énergie totale au cours de l'effondrement d'une colonne d'eau (cf. les lignes 2 et 2bis du Tableau 5.2).

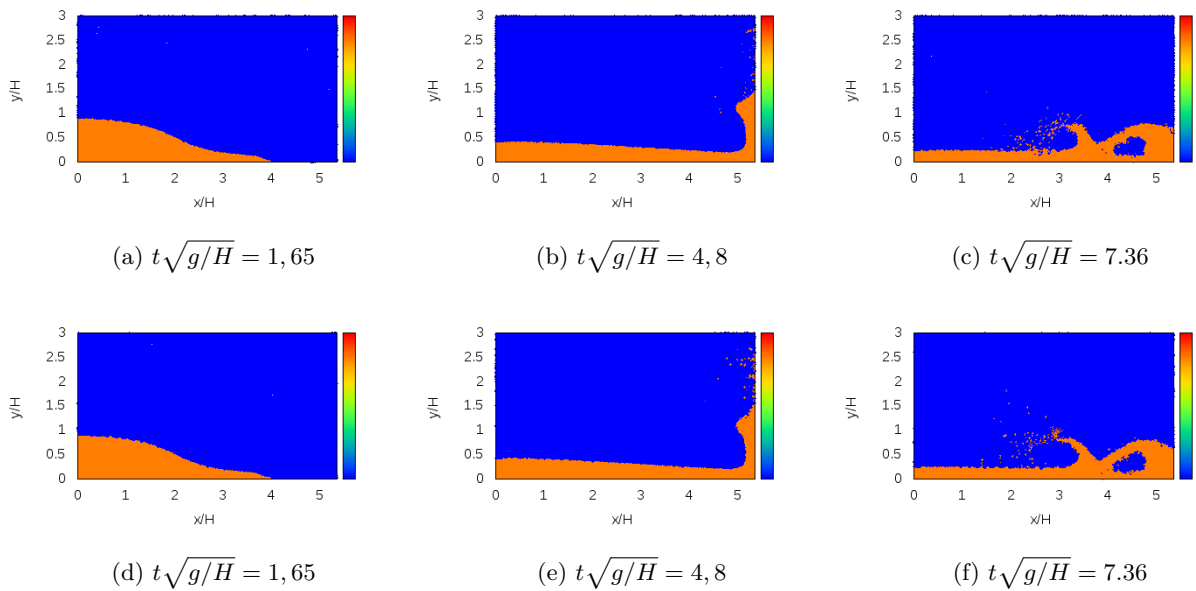


FIGURE 5.16 – Effondrement d'une colonne d'eau en trois instants de la simulation. En haut : le noyau gaussien tronqué est employé, en bas : le noyau de Wendland est employé. Les paramètres des simulations sont présentés dans le Tableau 5.2 (cf. les lignes ref, 3 et 3bis du Tableau 5.2).

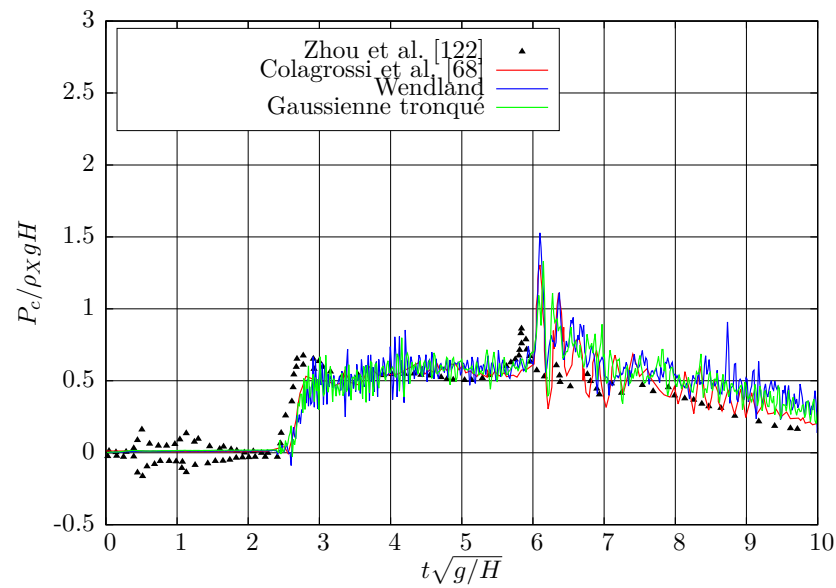


FIGURE 5.17 – Évolution de la pression au point C sur le mur vertical (voir Fig. 5.8) (cf. les lignes ref. 3 et 3bis du Tableau 5.2).

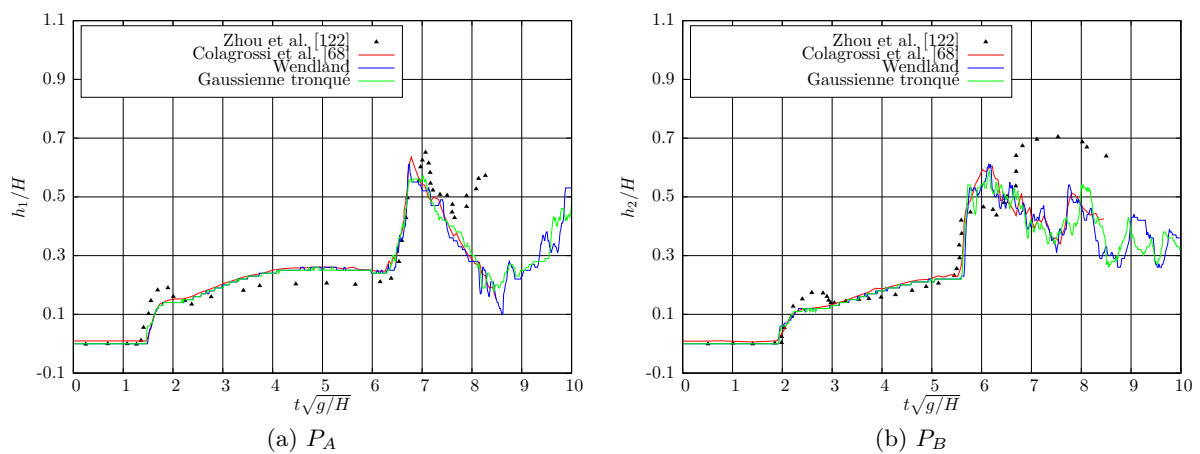


FIGURE 5.18 – Hauteur d'eau en deux points fixés. Pour les positions des points, voir Fig. 5.8 (cf. les lignes ref. 3 et 3bis du Tableau 5.2).

jet de rebond est correctement simulé malgré une fragmentation non négligeable dans les deux cas. Cette fragmentation est assez fréquemment rencontrée en modélisation diphasique SPH. De même pour l'évolution de la pression et de la hauteur d'eau (voir respectivement la Fig. 5.17 et la Fig. 5.18), ils sont en très bon accord avec les résultats de Colagrossi et Landrini [68], ainsi que les données expérimentales. Aucun des deux noyaux ne présente des résultats nettement meilleurs que l'autre. Comme les différences entre les deux noyaux ne sont pas significatives et afin de poursuivre la comparaison avec le modèle monophasique, nous continuerons d'utiliser le noyau gaussien tronqué.

5.6 Application sur le cas : « air pocket » impact

5.6.1 Description du cas

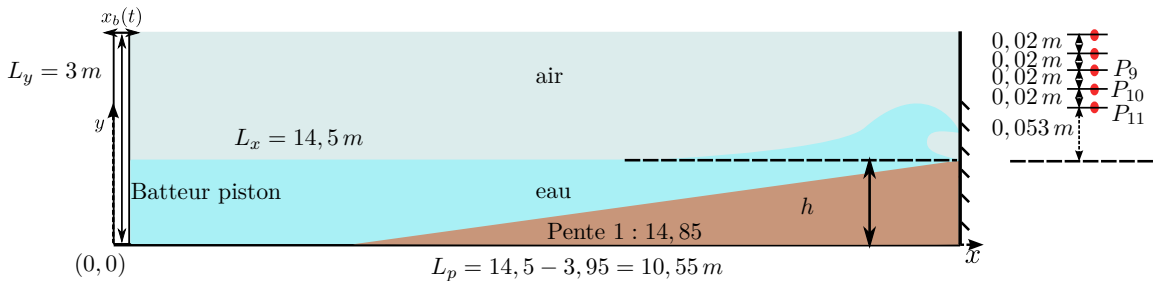


FIGURE 5.19 – Schématisation du déferlement d'un soliton sur une paroi verticale dans un canal à houle avec une plage inclinée.

Dans cette section, nous allons présenter les résultats sur le cas de l'impact d'un soliton sur une paroi verticale immobile. Ce cas est notre objectif final de ce travail de thèse car il représente d'une part la configuration la plus proche du cas d'un système houlomoteur de type OWC, et d'autre part la configuration la plus complète pour comparaison avec des résultats expérimentaux. Les paramètres géométriques du canal sont identiques à ceux utilisés au chapitre 4 avec le modèle monophasique. La Figure 5.19 montre la schématisation du cas traité. Uniquement la phase air est ici ajoutée par rapport au cas monophasique précédent. La partie gauche correspond au batteur comme présenté à la section 4.2 du chapitre 4. Les points P_9 , P_{10} et P_{11} indiquent les positions de trois capteurs de pression utilisés dans les expériences de Kimmoun et al. [27]. Nous nous focalisons sur l'impact « air pocket », celui pour lequel l'ajout de la phase air est primordial.

Le modèle numérique utilisé est donc le modèle présenté à la section 2.2 du chapitre 2. Nous utilisons le Flux Rusanov, sans ajout de viscosité artificielle. Le modèle de Chen et al. [1] n'a pas été conservé suite à ses performances peu convaincantes sur le cas de l'effondrement de la colonne d'eau. Le modèle δ -SPH de Antuono et al. [77] n'a quant à lui pas été conservé car l'utilisation de la viscosité artificielle posait des problèmes sur la phase d'advection du

soliton. Néanmoins, le terme diffusif du modèle δ -SPH pourrait tout autant être utilisé par la suite comme cela a été présenté au chapitre 3 sur le cas de l'impact du jet triangulaire. Les paramètres numériques sont présentés dans le Tableau 5.3. Dans ce cas, nous prenons la même valeur de la vitesse du son numérique de l'eau que pour la simulation monophasique : $C_{0,eau} = 10\sqrt{g(a+h)} \approx 28 \text{ m/s}$. Selon l'équation d'état, nous avons $C_{0,air} \approx 396 \text{ m/s}$.

	h (m)	a (m)	N_y	N_{total}	δx (m)	δt (s)	CFL
1	0,7185	0,0864	144	1,594,459	0,005	$1,5 \times 10^{-5}$	0,8964
1 bis	0,7185	0,0864	144	1,594,459	0,005	1×10^{-5}	0,5976
2	0,7185	0,0864	180	2,491,828	0,004	1×10^{-5}	0,7470
2 bis	0,7185	0,0864	180	2,491,828	0,004	8×10^{-6}	0,5976
3	0,7185	0,0864	240	4,432,817	0,003	8×10^{-6}	0,7968
3 bis	0,7185	0,0864	240	4,432,817	0,003	6×10^{-6}	0,5976

TABLE 5.3 – Les paramètres des différentes simulations.

Suite aux résultats obtenus pour le cas de l'effondrement de la colonne d'eau en domaine ouvert, où des *trous* apparaissaient dans la phase air ; cette condition limite n'a pas été retenue. Nous avons également testé cette condition limite pour le cas d'impact d'un soliton (cf. annexe A). Nous pouvons observer dans la figure A.1, que ce problème est également apparu dans ce cas. Par conséquent, les conditions limites sont de type glissement, imposées par des particules de type "ghost particles" sur le fond du canal, le mur vertical à droite et la partie supérieure du domaine.

5.6.2 Résultats numériques obtenus

Tout d'abord, nous présentons les résultats des simulations qui ont la configuration identique à celle des simulations monophasique (cf. section 4.4.5 du chapitre 4) en fermant le domaine sur la partie supérieure du domaine (condition de non glissement). Nous avons donc la hauteur d'eau $h = 0,713 \text{ m}$, l'amplitude du soliton $a = 0,0864 \text{ m}$. Le Tableau A.1 donne les paramètres supplémentaires. Les images de la Figure A.2 montrent le champ de densité aux instants fixés. Nous pouvons remarquer que l'impact dans ce domaine fermé a changé en comparant avec le soliton étudié en monophasique et celui en diphasique dans un domaine ouvert (cf. Figure A.3) : la vague déferle avant le mur. Ces trois simulations ont exactement la même amplitude, la hauteur d'eau, ainsi que les autres paramètres numériques. Nous supposons donc que ce changement de type d'impact est dû à l'effet de la condition limite supérieure du domaine. En effet, une condition de Neumann est imposé à la pression en supposant une pression nulle au plafond du domaine. Une pression est ajoutée sur tout le domaine au fur de mesure pendant la simulation. C'est à dire, il existe une pression de fond pour cette configuration. Comme la durée d'impact est très courte ($0,05 \text{ s}$), cette pression de fond reste constante. Dans l'étude suivante, cette pression de fond est enlevée sur les figures.

Afin de retrouver le même type d'impact que nous avons étudié dans le chapitre précédent (cf. Figure 4.14a), nous devons faire varier légèrement l'initialisation du soliton. Les paramètres utilisés par la suite sont présentés dans le Tableau 5.3. La hauteur du domaine fermé est $L_y = 3\text{ m}$. La Figure 5.20 compare le profil de vague au moment de l'impact, obtenu respectivement par l'expérience et les simulations monophasique et diphasique. Nous avons pu retrouver ainsi le même type d'impact. Les images séquentielles de cette simulation sont montrées sur la Figure 5.22. On remarque que l'interface entre deux phases est nettement marquée, sans discontinuité de densité. Compte tenu de la discrétisation, le nombre de particules reste toutefois limité pour avoir une bonne représentation de l'interface. La Figure 5.21 montre l'évo-

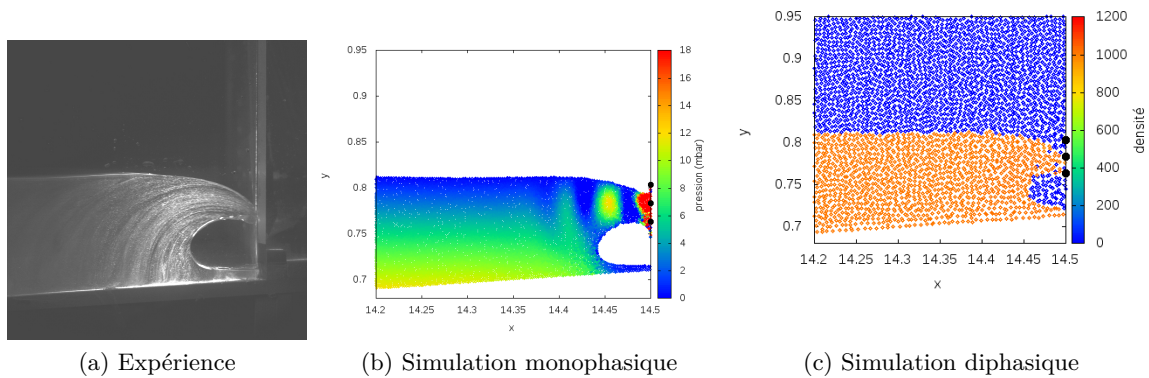


FIGURE 5.20 – Profil de vague au moment de l'impact du soliton.

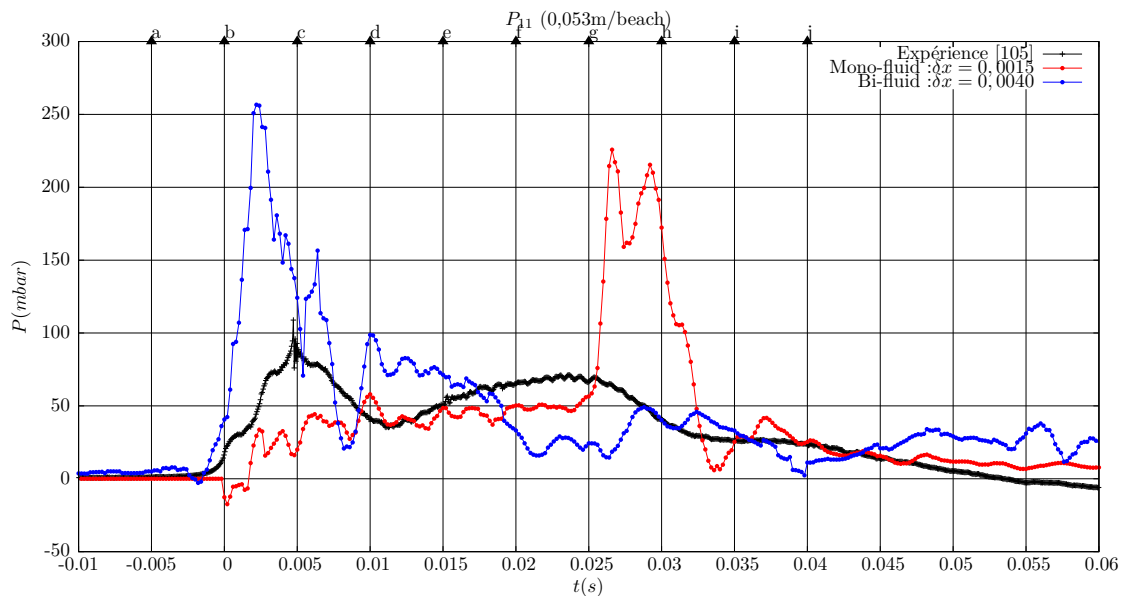


FIGURE 5.21 – $h = 0,7185\text{ m}$, $a = 0,0864\text{ m}$, où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,953\text{ s}$. La pression est mesurée au point P_{11} du mur, obtenue par la simulation diphasique, le résultat monophasique équivalent et le résultat expérimental de Kimmoun et al. [105]. Les paramètres numériques complémentaires sont disponibles dans le Tableau 5.3.

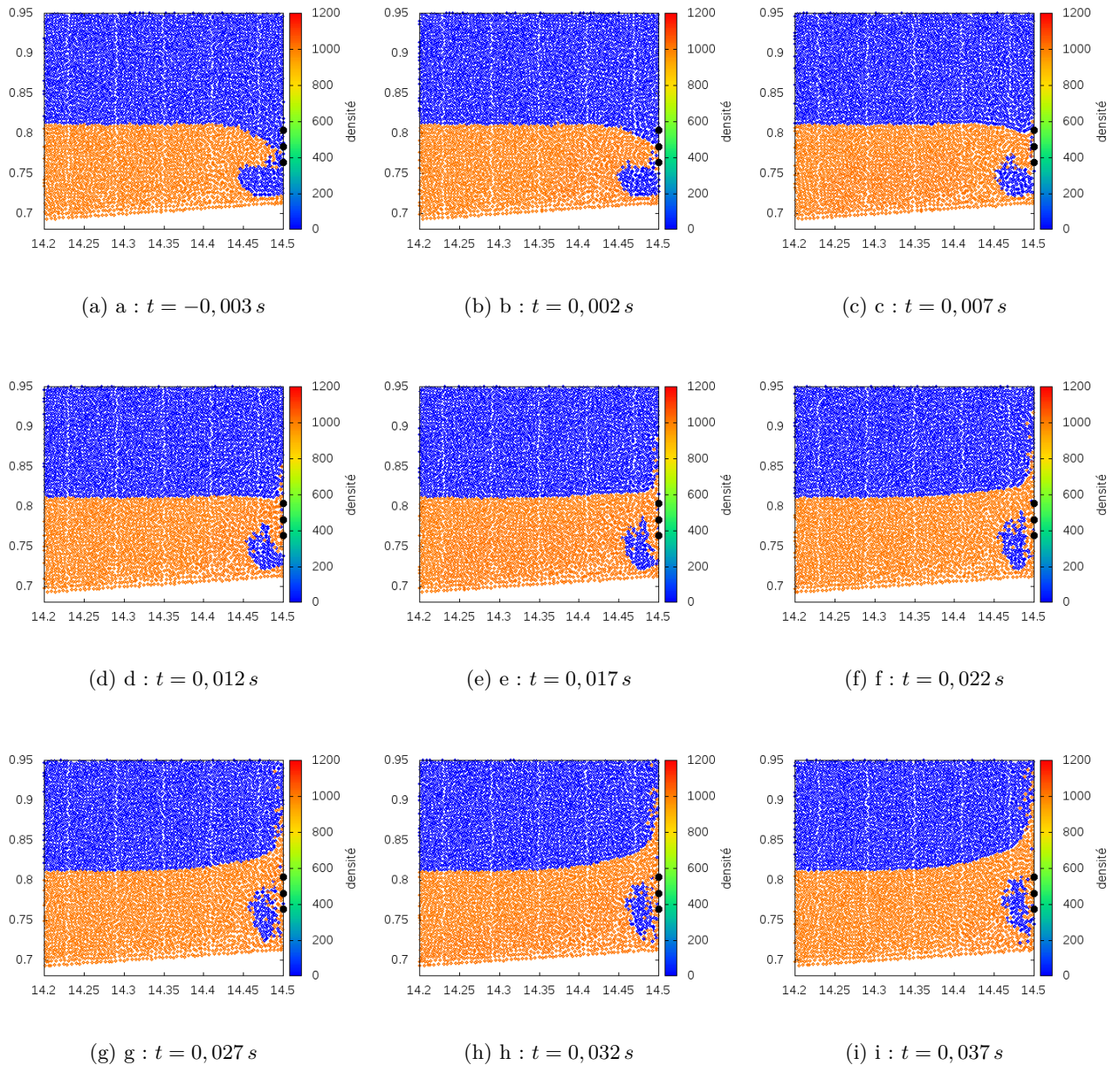


FIGURE 5.22 – Les images séquentielles de la simulation de l’impact de la vague, qui correspondent respectivement aux instants marqués (a,b,c,...,i) dans la Figure 5.24. La discrétisation est $\delta x = 0,004 m$. Le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,953s$. Les paramètres numériques complémentaires sont disponible dans le Tableau 5.3.

lution des pressions sur le mur repéré par le capteur de pression P_{11} . Ce résultat est comparé avec celui monophasique ainsi qu’avec le résultat expérimental de Kimmoun et al. [105]. Pour la représentation graphique Figure 5.21, chaque point de la courbe de pression est calculé à partir d’une moyenne glissante sur 5 points. La présence de la phase air augmente considérablement le nombre de particules et par conséquent le temps de simulation, d’autant plus que le pas de temps est diminué. Par exemple, pour la simulation de la discrétisation $\delta x = 0,005 m$, le temps de calcul est 168 heures en utilisant 128 processeurs. Ainsi, nous avons été contraints d’utiliser

des discrétisations moins raffinées que celles pour l'écoulement monophasique.

Nous constatons sur la Figure 5.21 que le premier pic de pression est bien reproduit numériquement par la simulation diphasique. Ce pic apparaît au moment où la vague se brise sur le mur en produisant une zone de forte pression (cf. image (b) de la Figure 5.23). Pour la courbe de pression monophasique, nous en avons déjà discuté au chapitre précédent ; les pics de pression non physiques sont obtenus lorsque les cavités générées pendant l'impact disparaissent (cf. Figure 4.22 : présence de deux pics de pression sur la courbe rouge entre $t = 0.025$ et $t = 0.033$). En diphasique ces cavités représentent les poches d'air dans un problème d'impact de vague (cf. Figure 5.21). Entre les instants repérés par les indices g et i (cf. les indices de la Figure 5.22) les cavités sont toujours présentes et emprisonnent une poche d'air. Nous observons que les deux pics de pression sont éliminés dans l'écoulement diphasique, comme montré par la courbe verte. Le rôle de la phase d'air est ici bien mis en évidence dans cet écoulement diphasique. Nous remarquons sur la Figure 5.22 qu'une poche d'air est emprisonnée pendant toute la phase d'impact. Cependant, nous remarquons que la zone de forte pression générée au moment de l'impact (cf. image (b) de la Figure 5.23) se propage dans le fluide (cf. image (c,...,i) de la Figure 5.23). Cela conduit à une oscillation de pression après le moment d : $t = 0,005$ s.

L'évolution de la pression suivant les trois points repérés P_9 , P_{10} , P_{11} (cf. Figure 5.23) est représentée sur les trois images de la Figure 5.24. Les pressions sont comparées aux résultats expérimentaux. L'évolution de la pression au premier capteur (P_{11}) a été analysée dans la Figure 5.21. Nous observons que le pic de pression sur le deuxième capteur (P_{10}) est également bien reproduit dans la simulation avec la discrétisation plus raffinée. De plus, ce pic de pression apparaît pour une durée très courte (environ $0,001$ s), cela rend le calcul plus difficile. Sur le troisième capteur (P_9), la pression calculée numériquement est plus faible que celle mesurée par l'expérience. Cela peut être dû à différents facteurs : configuration différente entre la simulation et l'expérience, perturbation de la phase air dans la simulation, résolution spatiale insuffisante etc.

Sur la Figure 5.24, les résultats avec deux discrétisations différentes sont présentés. Malgré la résolution spatiale peut-être encore insuffisante pour ces deux simulations, notamment pour celle avec $\delta x = 0,005$ m, les niveaux de pression sont bien reproduits.

5.7 Conclusion

L'implémentation de modèles SPH bi-fluide a été réalisée pour étudier l'écoulement diphasique lors de l'impact d'un soliton sur une paroi fixe indéformable et plus particulièrement pour étudier l'influence de la phase air lors de cet impact. Au préalable, différents cas tests ont été réalisés pour justifier le choix du modèle numérique. Le premier concerne la vérification de la stabilisation de l'interface air/eau dans le cas le cas hydrostatique. Le second porte sur

la modélisation de la remontée d'une bulle d'air dans de l'eau. Il s'agit d'un problème déjà traité dans la littérature avec d'autres méthodes numériques. Les comparaisons portent sur la position des interfaces. C'est en appliquant une force de cohésion sur la phase air qu'un bon accord a été obtenu.

Le troisième test porte sur la modélisation de l'effondrement d'une colonne d'eau, problème déjà traité dans le cas monophasique. Nous comparons plusieurs modèles SPH à des résultats expérimentaux. La pression d'impact, la hauteur d'eau et la forme de l'interface ont été considérées. Les bons résultats ont été obtenus en appliquant le schéma de flux Rusanov à notre code. L'énergie totale est bien conservée en comparant avec le modèle de Chen et al. qui utilise une viscosité artificielle. Le problème de discontinuité de densité aux interfaces est amélioré lorsque nous utilisons un domaine numérique fermé.

Le cas d'impact du soliton de la type « air pocket » a été étudié en utilisant le modèle diphasique. Les résultats ont été comparés avec ceux obtenus par des simulations monophasiques et les résultats expérimentaux de Kimmoun et al. [105]. La taille du domaine de calcul est très importante pour permettre le transport du soliton, ce qui nous contraint sur la discrétisation spatiale qui doit nous permettre de réaliser des simulations avec des temps acceptables. Comme la zone d'étude correspondant à l'impact est relativement petite pour un temps d'impact lui-même très court, la discrétisation peut encore sembler insuffisante pour représenter finement les zones d'interaction. Le nombre de particules ne pose pas de problème particulier car pour la discrétisation la plus fine il est de l'ordre de 5 millions. Par contre ce nombre de particules à une incidence sur le pas de temps qui doit diminuer quand la discrétisation s'affine (condition CFL à respecter). Ainsi pour propager le soliton jusqu'au mur vertical, environ 1 000 000 d'itérations est déjà nécessaire. Néanmoins, la prise en compte de la phase air a été mise en évidence en comparant les résultats de pression d'impact sur le mur vertical. Des pics de pression non physiques avaient été mis en évidence lors de simulations monophasiques. Ces pics n'apparaissent plus lors des simulations diphasiques. Ils s'expliquent par la présence d'une poche d'air qui est emprisonnée dès le début de l'impact et qui empêche une remontée de la pression sur le mur pendant la phase d'impact.

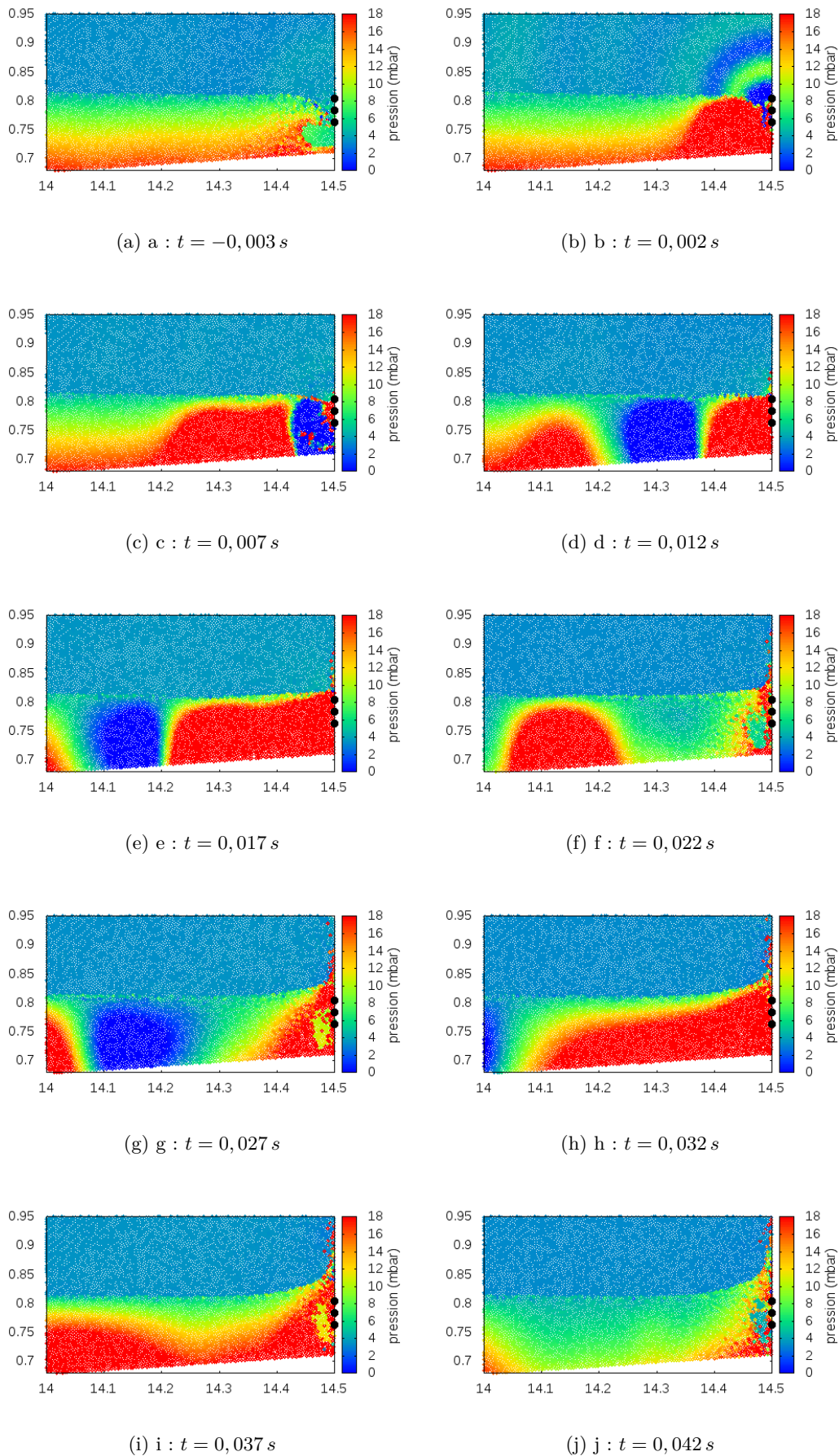


FIGURE 5.23 – Les images séquentielles de la simulation de l'impact de la vague, qui correspondent respectivement aux instants marqués (a,b,c,...,i) dans la Figure 5.24. La discrétisation est $\delta x = 0,004 m$. Le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,953s$. Les paramètres numériques complémentaires sont disponible dans le Tableau 5.3.

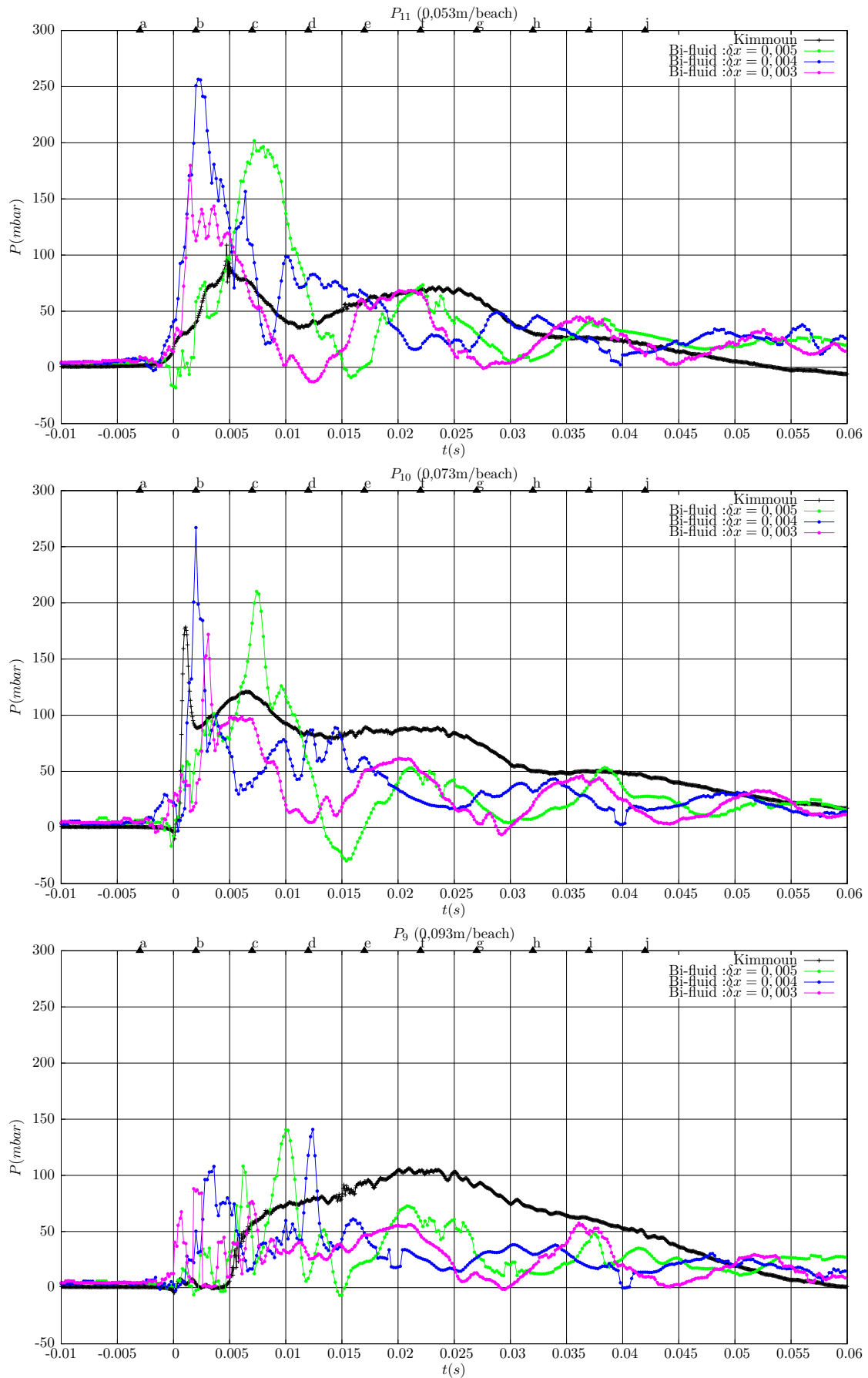


FIGURE 5.24 – $h = 0,7185\text{ m}$, $a = 0,0864\text{ m}$, où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,953\text{ s}$. Les pressions aux trois positions du mur obtenues par les simulations diphasiques et les résultats expérimentaux de Kimmoun et al. [105]. Les paramètres complémentaires sont disponible dans le Tableau 5.3.

Chapitre 6

Conclusion et perspective

Nous avons étudié au cours de cette thèse l'analyse et l'approximation numérique des écoulements mono-fluide, bi-fluides et leur interactions avec des structures. Ces études concernaient plus particulièrement l'impact de vagues sur une paroi rigide en deux dimensions. Les travaux de modélisation numérique ont été réalisés à partir du code JOSEPHINE utilisant la méthode SPH et initialement développée par J.M. Cherfils [69]. Ce code de calcul a été étendu, lors de ce travail, à la résolution de problème d'impact des vagues. La méthode repose sur un modèle SPH d'écoulement faiblement compressible des équations d'Euler. Plusieurs cas tests ont permis de modifier et d'adapter les schémas numériques pour être capable de traiter d'écoulements subissant de fortes variabilités lors d'impacts sur des structures marines. L'étude d'écoulements prenant en compte à la fois de la phase eau et de la phase air a été effectuée grâce à l'implémentation d'un modèle SPH diphasique.

Nous avons tout d'abord modélisé l'impact d'un jet triangulaire. La pression d'impact, la surface libre et l'auto-similarité des solutions ont été étudiés. En ajoutant une viscosité artificielle dans le schéma, les résultats ont été nettement améliorés dans ce cas test. Le flux numérique de Rusanov et le terme de diffusion dans le modèle δ -SPH ont été testés et comparés. Ces deux corrections du schéma donnent les résultats similaires. Des comparaisons avec la méthode VoF et la solution analytique ont permis de vérifier la capacité du code de calcul à résoudre le problème d'impact avec une bonne précision des résultats. En faisant varier l'angle du jet triangulaire, de grandes variations de pic de pression ont été constatées. Le schéma a gardé une bonne convergence même dans les cas extrêmes où l'angle du jet est supérieur à 70° . L'évolution de la pression a été reproduite en accord avec la solution analytique. L'auto-similarité de la solution a obtenue.

Nous nous sommes ensuite intéressés à la simulation numérique de l'impact du soliton. Un soliton a été généré par un batteur de type piston modélisé avec l'aide de particules fantômes. Le mouvement du batteur est basé sur la solution de Boussinesq qui a permis de générer et propager un soliton stable de faible amplitude. L'impact du soliton sur la paroi verticale a ensuite été

étudié. Nous avons retrouvé les différents types d'impact observés par les expériences. Les comparaisons avec les données expérimentales ont été effectuées dans le cas de l'impact de type « air pocket ». Nous avons calculé et analysé l'évolution de la pression aux points fixes de la paroi, l'effort d'impact et autres quantités physiques. D'après les comparaisons faites sur la pression, nous avons constaté que les résultats numériques et expérimentaux sont globalement en bon accord malgré les différences de configurations. Nous avons pu observer qu'un pic de pression important apparaissait après l'impact sans correspondance toutefois avec les résultats expérimentaux. Nous avons supposé que ce pic était lié à la non prise en compte de la phase d'air dans l'écoulement .

Nous avons donc implémenté un modèle SPH diphasique dans le but d'étudier le rôle de la phase d'air dans le cas de l'impact de type « air pocket » et de modéliser les différents écoulements diphasiques. Notre modèle diphasique est basé sur celui de Colagrossi et Landrini pour l'équation d'état avec les différents indices polytropiques utilisés pour les deux phases. Les corrections du schéma ont été testées sur les différents cas-test : cas hydrostatique bi-fluide, cas de la montée d'une bulle d'air dans l'eau et cas de l'effondrement d'une colonne d'eau. La force de cohésion proposée par Nugent et al. a amélioré la forme de l'interface pour le cas où la phase air est emprisonnée dans la phase eau. Nous avons comparé notre modèle utilisant le flux de Rusanov et le schéma proposé par Chen et al. dans le cas l'effondrement d'une colonne d'eau qui concerne l'impact de vague et le déferlement. Il est montré que le schéma utilisant le flux de Rusanov est adapté à la modélisation d'écoulement bi-fluide avec de grandes différences de densité (air/eau). Nous l'avons l'appliqué au cas de l'impact du soliton déjà étudié grâce au modèle monophasique. Notre interprétation sur le pic de pression non-physique apparu dans la simulation mono-phasique a été justifiée lors des comparaisons avec le modèle diphasique. La présence d'une poche d'air emprisonnée lors de l'impact et de la fermeture de la vague, empêche la montée en pression sur le mur. Cette poche est clairement délimitée en espace au sein du fluide lors de la phase de run-up. La taille du domaine, pour bien propager le soliton, est très grande comparativement à la zone d'impact. C'est la phase air qui impose le pas de temps plus petit que pour les simulations mono-phasiques. Par conséquent les temps de simulation sont très importants et empêchent une résolution spatiale aussi fine que souhaitée.

L'une de perspective de ce travail est d'appliquer notre outil numérique aux géométries qui correspondent à des ouvrages maritimes de récupération d'énergie. Au cours du stage de C. Rousseau [123], une première étude a été menée sur un ouvrage simplifié. Il est ajouté comme structure au bout du canal numérique et subit l'impact d'un soliton. Cet obstacle représente un dispositif de type colonne d'eau oscillante simplifié.

Le modèle SPH diphasique développé dans le cadre de ce travail est adapté à la modélisation d'écoulement air/eau. Cependant, encore plusieurs pistes d'améliorations peuvent être envisagées à la fois sur la représentation physique des phénomènes étudiés, comme la modélisation des frontières solides et l'optimisation du code pour diminuer le temps CPU .

Annexe A

Différentes configurations d'impact du soliton en diphasique

Dans le cas de l'étude d'impact du soliton en diphasique, nous avons testé plusieurs configurations afin de retrouver la même vague étudiée par les simulations monophasiques. Tout d'abord, nous avons gardé les mêmes paramètres que ceux utilisés pour les simulations monophasiques. La Figure A.1 montre l'écoulement obtenu, les paramètres sont présentés dans la première ligne du Tableau A.1. Ensuite, nous avons ajouté une paroi en haut du domaine numérique. Le résultat est présenté dans la Figure A.2. Le soliton est modifié à cause de la condition à la limite (cf. Figure A.3). Ainsi, nous faisons varier la hauteur d'eau pour retrouver le bon impact. La hauteur d'eau et l'amplitude de la troisième ligne du Tableau A.3 sont utilisées dans le chapitre 5.

	h (m)	a (m)	N_y	δx (m)	δt (s)	CFL	condition à la limite
1	0,713	0,0864	238	0,003	$1,5 \times 10^{-5}$	0,8933	domaine ouvert
2	0,713	0,0864	238	0,003	1×10^{-5}	0,5955	domaine fermé
3	0,7185	0,0864	240	0,003	6×10^{-6}	0,5976	domaine fermé

TABLE A.1 – Différentes configurations testées.

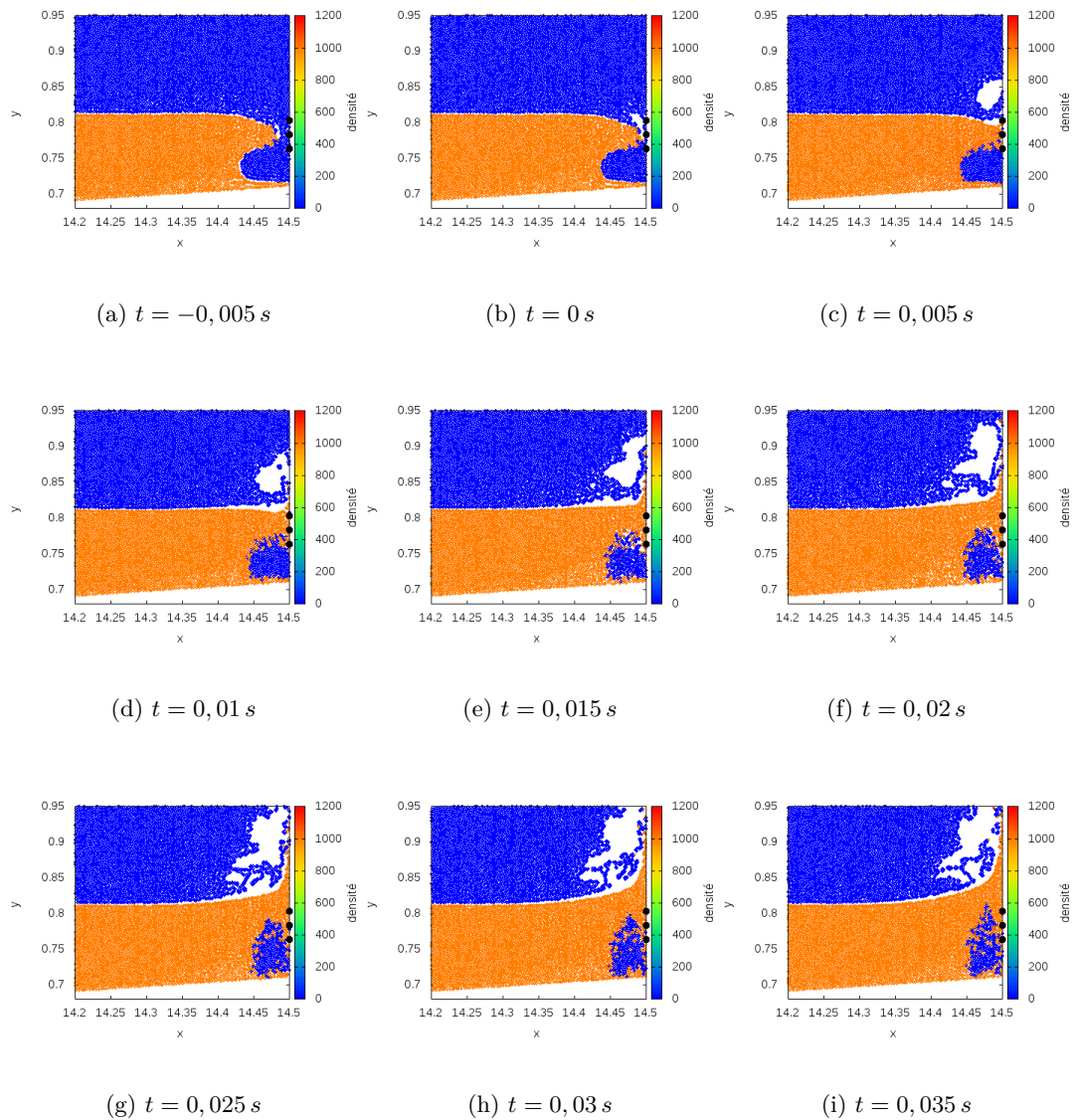


FIGURE A.1 – Les images séquentielles de la simulation de l'impact de la vague. Le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,885s$. Le domaine numérique est ouvert.

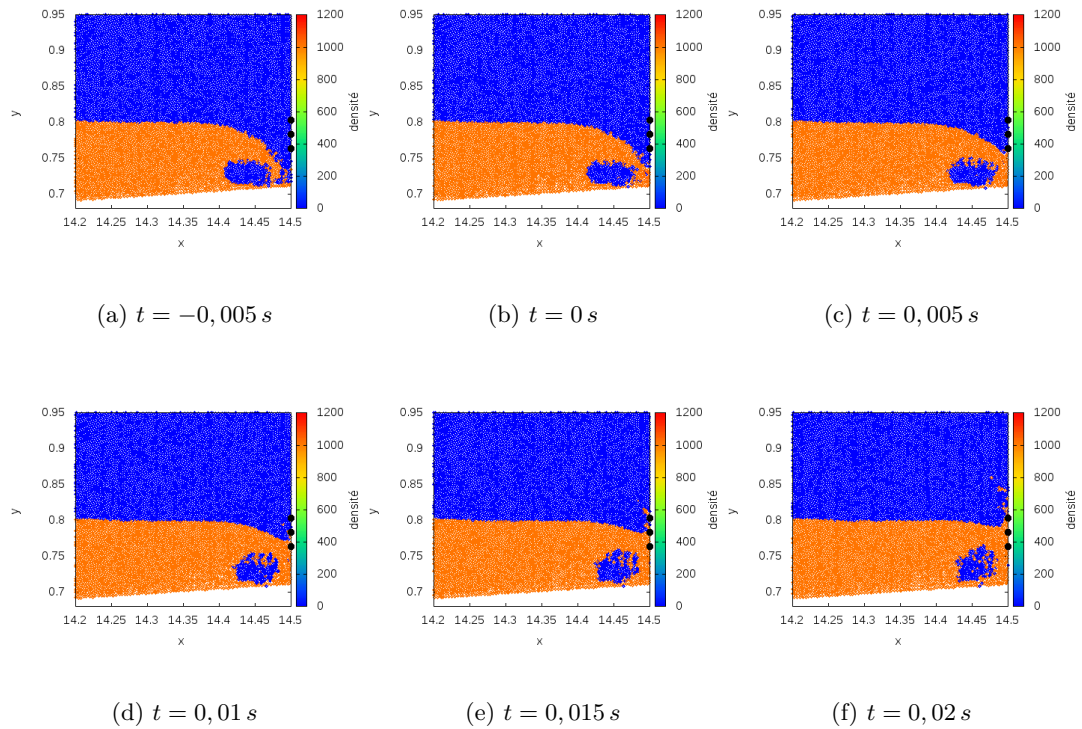


FIGURE A.2 – Les images séquentielles de la simulation de l’impact de la vague. Le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,985s$. Le domaine numérique est fermé.

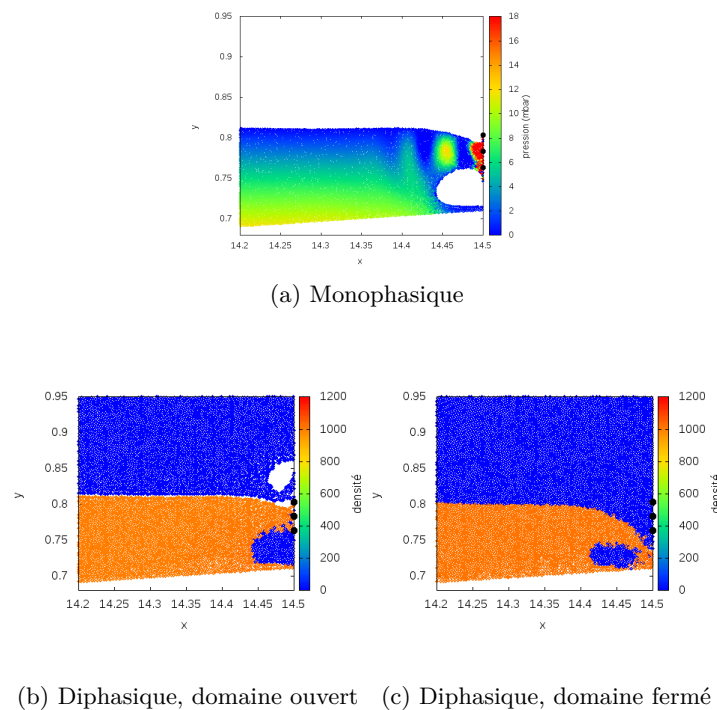


FIGURE A.3 – Comparaison du profil de vague au moment de l’impact. Les paramètres des simulations sont présentés dans la 1re et 2e ligne du Tableau A.1.

Table des figures

1	Schéma d'une colonne d'eau oscillante. Gauche : les vagues montantes, droite : les vagues descendantes.	13
1.1	Deux types d'impact selon Kaminski et al. [55].	24
1.2	Simulation par la méthode MPS (Moving Particle Semi-implicit methods [56]).	26
1.3	Simulation monophasique par « SPH-FLOW » [58]. Gauche : l'évolution temporelle de pression aux quatre points sur le mur, droite : le profil de vague au moment de la pression maximale.	26
1.4	Simulation diphasique par « SPH-FLOW » [52].	27
1.5	Simulations utilisant le modèle « THETIS » par Mokrani et al. [41].	27
2.1	La dérivée première du noyau Gaussien (éq. (2.19)) et du noyau Wendland (éq. (2.21)).	35
2.2	Principe de la position de particules fantômes autour d'une paroi plane.	38
2.3	Principe de la position de particules fantômes autour d'un coin.	39
3.1	Schématisation d'une vague avant impact caractérisée par deux jets d'angle α et β	44
3.2	Configuration géométrique de l'impact d'un dièdre sur un obstacle fixe de Wu [87] avant (gauche) et après impact (droite). Symétrie par rapport à l'axe des x et seul le demi plan supérieur est représenté.	45
3.3	Schématisation de la géométrie initiale	45
3.4	Schématisation de la disposition initiale des particules. On impose une vitesse \mathbf{u}_0 constante aux particules. $\alpha = 45^\circ$	46

3.5	Schématisation de la disposition initiale des particules. La paroi fixe à gauche et la paroi mobile à droite délimitent le volume fluide. $\alpha = 45^\circ$	47
3.6	La comparaison de différentes configurations de la simulation sur la distribution de la pression sur la paroi en $t = 0,2 s$. "double symétrique" correspond à la configuration Figure 3.4 et "simple symétrique" correspond la configuration Figure 3.5. Les paramètres des simulations sont : $\alpha = 45^\circ$, $\delta x = 0,02 m$, $c_0 = 200 m/s$, $CFL = 0,94$, $\vec{u}_0 = 5 m/s$	48
3.7	$\alpha = 45^\circ$: la distribution de la pression en $t = 0,2 s$. Les résultats sont comparés avec le résultat analytique de Wu [87] (triangles) et les résultats numériques de Mokrani et al. [88] (pointillé). Sans viscosité artificielle et avec le terme diffusion : le flux Rusanov (courbe en rose) et δ -SPH sans viscosité artificielle (courbe en vert). Avec viscosité artificielle et le terme diffusion : le flux Rusanov [76] (courbe en rouge) et δ -SPH [77] (courbe en bleu). Les paramètres supplémentaires des simulations : $c_0 = 200 m/s$, $\delta x = 0,0142 m$ et $CFL = 0,53$	50
3.8	$\alpha = 45^\circ$: le champ de pression sans dimension en $t = 0,2 s$. Les surfaces libres sont comparées avec le résultat de Wu. Les paramètres des simulations : $c_0 = 200 m/s$, $\delta x = 0,0142 m$ et $CFL = 0,53$	51
3.9	$\alpha = 45^\circ$: Évolution de l'énergie totale du système pour la simulation de l'impact d'un jet triangulaire. Sans viscosité artificielle et avec le terme diffusion : flux Rusanov (courbe en rose) et δ -SPH sans viscosité artificielle (courbe en vert). Avec viscosité artificielle et terme diffusion : flux Rusanov [76] (courbe en rouge) et δ -SPH [77] (courbe en bleu). Les paramètres des simulations : $L_x = 20 m$, $L_y = 10 m$, $c_0 = 200 m/s$, $\delta x = 0,0142 m$ et $CFL = 0,53$	52
3.10	Distribution de la pression sur la paroi à $t = 0,2 s$ quand on fait varier le pas en espace δx . Les autres paramètres numériques des simulations : $c_0 = 200 m/s$, $CFL = 0,94$	53
3.11	$\alpha = 45^\circ$. La distribution de la pression sur la paroi en $t = 0,2 s$ quand on fait varier le pas de temps δt via le CFL . Les autres paramètres numériques des simulations : $c_0 = 200 m/s$, $\delta x = 0,02 m$	54
3.12	$\alpha = 45^\circ$. La distribution de la pression adimensionné par ρu_0^2 sur la paroi en différents instants. Les paramètres supplémentaires des simulations : $c_0 = 200 m/s$, $\delta x = 0.01414 m$, $CFL = 1.0632$	55
3.13	Cas $\alpha = 60^\circ$, $t = 0,2 s$. Les autres paramètres numériques des simulations : $L_x = 25 m$, $L_y = 17,5 m$, $c_0 = 300 m/s$, et $CFL = 0,9023$	57

3.14	Cas $\alpha = 80^\circ$, $t = 0,2 s$. Les paramètres numériques supplémentaires des simulations : $L_x = 50 m$, $L_y = 30 m$, $c_0 = 800 m/s$, $CFL = 0,9624$	58
3.15	$\alpha = 80^\circ$. Distribution de pression adimensionnée par ρu_0^2 sur la paroi à différents instants. Les paramètres numériques supplémentaires des simulations : $c_0 = 800 m/s$, $\delta x = 0,0125 m$, $CFL = 0,9624$	59
4.1	Vue schématique du canal à houle sans plage.	62
4.2	Vue schématique du canal à houle avec plage et déferlement du soliton.	62
4.3	Schéma décrivant les différents paramètres géométriques du canal numérique.	63
4.4	Le déplacement et la vitesse de déplacement du batteur-piston obtenus grâce à l'équation (4.17) pour $a/h = 0.25$. Le temps est adimensionné selon $\tilde{t} = t\tau = t\sqrt{\frac{g}{h}}$	65
4.5	Comparaison de l'élévation théorique (équation (4.4)) et l'élévation numérique, obtenue pour un soliton d'amplitude $a = 0,025 m$ avec $h = 0,1 m$. L'élévation numérique est mesurée en $x = 2 m$ à l'aval du batteur.	66
4.6	La propagation du soliton : $a = 0,025 m$, $h = 0,1 m$. Les courbes rouges indiquent les surfaces libres pour des instants avant rebond et les courbes vertes indiquent des instants après le rebond	67
4.7	Étude de convergence pour un soliton non déferlant, où $\frac{a}{h} = 0.25$. Le temps est adimensionné selon $\tilde{t} = t\tau = t\sqrt{\frac{g}{h}}$	67
4.8	Deux solitons avec différentes valeurs de a/h . Pour $a/h = 0,75$, le soliton déferle pendant sa propagation.	69
4.9	Évolution temporelle de la hauteur d'eau et de la pression maximale sur le mur. Le temps est adimensionné selon $\tilde{t} = t\tau = t\sqrt{\frac{g}{h}}$	69
4.10	Hauteur d'eau maximale sur le mur en fonction de a/h	70
4.11	Schématization de la configuration numérique utilisée pour la simulation du déferlement d'un soliton sur une paroi verticale dans un canal à houle avec une plage inclinée.	71
4.12	Vue de l'installation expérimentale utilisée pour les expériences de Kimmoun et al. [27].	71

4.13	Différents types d'impact obtenus expérimentalement par Kimmoun <i>et al.</i> [106] à l'École Centrale Marseille (à gauche des sous figure, en noir et blanc) et les différents types d'impact correspondant obtenus numériquement (à droite des sous figure, en couleur).	72
4.14	Gauche : La disposition des capteurs de pression sur la paroi dans le canal à houle expérimental [27]. Droite : L'impact du soliton sur une paroi flexible verticale obtenue expérimentalement par Kimmoun et al [27]. Les traits rouges à droite indiquent la position et le numéro de capteur de pression correspondant.	74
4.15	Déferlement d'un soliton sur une paroi verticale dans un canal à houle avec une plage inclinée.	75
4.16	Solitons avec différentes hauteurs d'eau et (ou) amplitudes. Deux lignes en rouge représentent les hauteurs de repère qui correspondent à la hauteur 53 mm et 73 mm par rapport à la plage dans la Figure 4.14b et le schéma de la Figure 4.15.	76
4.17	Gauche : La forme de la vague pour la simulation : $h = 0,713\text{ m}$, $a = 0,0864\text{ m}$, $d_x = 0,002\text{ m}$, où la courbe en rouge représente la surface libre expérimentale de la vague [27]. Droite : L'élévation du niveau de l'eau au point $x = 2,8\text{ m}$. L'amplitude du soliton est $a = 0,0864\text{ m}$	77
4.18	Comparaison des champs de vitesse obtenus expérimentalement [27] (à gauche) et numériquement (à droite). Les paramètres pour la simulation : $h = 0,713\text{ m}$, $a = 0,0864\text{ m}$, $d_x = 0,002\text{ m}$ (cf. Tableau 4.2).	77
4.19	L'évolution temporelle de run-up sur le mur pour un soliton d'amplitude $a = 0,0864\text{ m}$ et une hauteur d'eau $h = 0,713\text{ m}$, $d_x = 0,0025\text{ m}$ (cf. Tableau 4.2).	78
4.20	L'évolution temporelle de la pression en trois points fixés sur le mur repris des travaux expérimentaux de Kimmoun <i>et al.</i> [105]. $t = t_{sim} - 8,88\text{ s}$. Les paramètres des simulations numériques : $h = 0,713\text{ m}$, $a = 0,0864\text{ m}$, $\delta x = 0.002$ (cf. Tableau 4.2).	80
4.21	Les pressions d'impact numériques pour les positions de trois capteurs de pression, situés respectivement à 53 mm , 73 mm , et 93 mm par rapport à la plage ainsi que les résultats expérimentaux correspondants. $h = 0,713\text{ m}$, $a = 0,0864\text{ m}$, $\delta x = 0,0015\text{ m}$ (cf. Tableau 4.2), où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,88\text{ s}$	85
4.22	Les images séquentielles de la simulation de l'impact de la vague, correspondent respectivement aux instants marqués (a,b,c,...,i) sur la Figure 4.21. $h = 0,713\text{ m}$, $a = 0,0864\text{ m}$, $\delta x = 0,0015\text{ m}$ (cf. Tableau 4.2), où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,88\text{ s}$	86

4.23	La pression à des points fixes sur le mur. Les paramètres des simulations numériques : $h = 0,713m$, $a = 0,0864m$, $\delta x = 0,0015 m$ (cf. Tableau 4.2), où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,88s$	87
4.24	L'évolution de la force obtenue par intégration de la pression sur le mur. Les paramètres des simulations numériques : $h = 0,713m$, $a = 0,0864m$ (cf. Tableau 4.2), où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,88s$	87
5.1	Vue schématique du domaine initial.	95
5.2	L'évolution temporelle de la force due à l'air sur l'eau avec trois différentes discrétisations.	97
5.3	Champ de pression en $t = 1 s$. La discrétisation initialement utilisée est $\delta x = 0,01 m$	97
5.4	Vue schématique du domaine initial.	98
5.5	La montée d'une bulle d'air dans l'eau. Les particules bleues foncées représentent la phase air et les particules jaunes représentent la phase eau. Les interfaces sont comparées avec : la solution de SPH de Grenier et al. [111] (points verts) et la solution de Level-Set de Sussman et al. [121] (points rouges).	99
5.6	La montée d'une bulle d'air dans l'eau avec prise en compte d'une force de cohésion pour l'interface. Les particules bleues foncées représentent la phase air et les particules jaunes représentent la phase eau. Les interfaces sont comparées avec : la solution de SPH de Grenier et al. [111] (points verts) et la solution de Level-Set de Sussman et al. [121] (points rouges).	101
5.7	La montée d'une bulle d'air dans l'eau. Les points noirs indiquent la surface libre et le couleur de particule représente la vitesse.	102
5.8	Vue schématique du domaine initial. Trois points fixes pour étudier la hauteur d'eau ou la pression pendant la simulation : $P_A(3; 721H; 0)$, $P_B(4; 542H; 0)$ et $P_C(d; 0; 192H)$	103
5.9	Évolution de la pression en point fixé C sur le mur vertical (voir Fig. 5.8). (cf. les lignes ref, 1 et 1bis du Tableau 5.2).	105
5.10	Hauteur d'eau en deux points fixes. Pour les positions des points, voir Fig. 5.8. (cf. les lignes ref, 1 et 1bis du Tableau 5.2).	106

5.11	Effondrement d'une colonne d'eau aux trois instants de la simulation. En haut : notre résultat, en bas : le résultat obtenu par le modèle de Chen et al. [1]. (cf. les lignes ref, 1 et 1bis du Tableau 5.2).	106
5.12	Effondrement d'une colonne d'eau à trois instants de la simulation. En haut : notre résultat, en bas : le résultat obtenu par le modèle de Chen et al. [1]. La partie supérieure du domaine est fermée par une condition limite de type glissement (cf. les lignes ref, 2 et 2bis du Tableau 5.2).	108
5.13	Évolution de la pression au point C sur le mur vertical (voir Fig. 5.8). La partie supérieure du domaine est fermée par une condition limite de glissement (cf. les lignes ref, 2 et 2bis du Tableau 5.2)	108
5.14	Hauteur d'eau en deux points fixés. Pour les positions des points, voir Fig. 5.8. La partie supérieure du domaine est fermée par une condition limite de type glissement (cf. les lignes ref, 2 et 2bis du Tableau 5.2).	109
5.15	Évolution de l'énergie totale au cours de l'effondrement d'un colonne d'eau (cf. les lignes 2 et 2bis du Tableau 5.2).	110
5.16	Effondrement d'une colonne d'eau en trois instants de la simulation. En haut : le noyau gaussien tronqué est employé, en bas : le noyau de Wendland est employé. Les paramètres des simulations sont présentés dans le Tableau 5.2 (cf. les lignes ref, 3 et 3bis du Tableau 5.2).	110
5.17	Évolution de la pression au point C sur le mur vertical (voir Fig. 5.8) (cf. les lignes ref, 3 et 3bis du Tableau 5.2).	111
5.18	Hauteur d'eau en deux points fixés. Pour les positions des points, voir Fig. 5.8 (cf. les lignes ref, 3 et 3bis du Tableau 5.2).	111
5.19	Schématisation du déferlement d'un soliton sur une paroi verticale dans un canal à houle avec une plage inclinée.	112
5.20	Profil de vague au moment de l'impact du soliton.	114
5.21	$h = 0,7185 m$, $a = 0,0864 m$, où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,953s$. La pression est mesurée au point P_{11} du mur, obtenue par la simulation diphasique, le résultat monophasique équivalent et le résultat expérimental de Kim-moun et al. [105]. Les paramètres numériques complémentaires sont disponibles dans le Tableau 5.3.	114

- 5.22 Les images séquentielles de la simulation de l'impact de la vague, qui correspondent respectivement aux instants marqués (a,b,c,...,i) dans la Figure 5.24. La discrétisation est $\delta x = 0,004 m$. Le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,953s$. Les paramètres numériques complémentaires sont disponible dans le Tableau 5.3. 115
- 5.23 Les images séquentielles de la simulation de l'impact de la vague, qui correspondent respectivement aux instants marqués (a,b,c,...,i) dans la Figure 5.24. La discrétisation est $\delta x = 0,004 m$. Le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,953s$. Les paramètres numériques complémentaires sont disponible dans le Tableau 5.3. 118
- 5.24 $h = 0,7185 m$, $a = 0,0864 m$, où le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,953s$. Les pressions aux trois positions du mur obtenues par les simulations dipah-siques et les résultats expérimentaux de Kimmoun et al. [105]. Les paramètres complémentaires sont disponible dans le Tableau 5.3. 119
- A.1 Les images séquentielles de la simulation de l'impact de la vague. Le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,885s$. Le domaine numérique est ouvert. 124
- A.2 Les images séquentielles de la simulation de l'impact de la vague. Le temps est le temps relatif : $t = t_{sim} - 8,985s$. Le domaine numérique est fermé. 125
- A.3 Comparaison du profil de vague au moment de l'impact. Les paramètres des simulations sont présentés dans la 1re et 2e ligne du Tableau A.1. 125

Liste des tableaux

3.1	Paramètres de Simulations. • signifie que cette taille de particule est utilisée pour l'étude de la sensibilité à la valeur du CFL (cf. Fig. 3.11). ★ indique que cette taille de particule est utilisée pour comparer différents schémas numériques de SPH (cf. Fig. 3.7).	48
4.1	Les paramètres de différentes simulations effectuées.	68
4.2	Les paramètres de différentes simulations effectuées dans cette section.	75
5.1	Les paramètres des simulations.	96
5.2	Les paramètres de simulations.	104
5.3	Les paramètres des différentes simulations.	113
A.1	Différentes configurations testées.	123

Bibliographie

- [1] Z. Chen, Z. Zong, M. Liu, L. Zou, H. Li, et C. Shu, “An sph model for multiphase flows with complex interfaces and large density differences,” *Journal of Computational Physics*, vol. 283, no. 0, pp. 169 – 188, 2015. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999114007992>
- [2] [En ligne]. Disponible : <http://www.ifpenergiesnouvelles.fr/>
- [3] [En ligne]. Disponible : <http://www.developpement-durable.gouv.fr/Sabella-D10-la-premiere.html>
- [4] [En ligne]. Disponible : <http://www.sabella.fr>
- [5] [En ligne]. Disponible : <http://www.emacop.fr/>
- [6] [En ligne]. Disponible : <http://coastalenergyandenvironment.web.unc.edu/ocean-energy-generating-technologies/wave-energy/oscillating-water-column/>
- [7] [En ligne]. Disponible : https://en.wikipedia.org/wiki/Islay_LIMPET
- [8] T. Whittaker, W. Beattie, M. Folley, C. Boake, A. Wright, M. Osterried, et T. Heath, “The limpet wave power project the first years of operation.”
- [9] [En ligne]. Disponible : <http://www.pico-owc.net/>
- [10] Y. Torre-Enciso, I. Ortubia, L. López de Aguilera, et J. Marqués, “Mutriku wave power plant : from the thinking out to the reality,” in *Proceedings of the 8th European Wave and Tidal Energy Conference*, 2009, pp. 319–329.
- [11] [En ligne]. Disponible : <http://www.sabella.fr>
- [12] [En ligne]. Disponible : <http://www.irishtimes.com/news/ocean-energy-signs-turbine-deal-1.852854>
- [13] C. Consortium, “Final publishable summary report, contract no. 213633,” Tech. Rep., 2011. [En ligne]. Disponible : <http://www.fp7-cores.eu/CORES%20Final%20publishable%20summary%20report.pdf>
- [14] M. Sussman et E. G. Puckett, “A coupled level set and volume-of-fluid method for computing 3d and axisymmetric incompressible two-phase flows,” *Journal of Computational Physics*, vol. 162, no. 2, pp. 301–337, 2000.
- [15] F. Caleyron, “Simulation numérique par la méthode sph de fuites de fluide consécutives à la déchirure d’un réservoir sous impact,” Ph.D. dissertation, INSA de Lyon, 2011.

- [16] J. Cherfils, “Développements et applications de la méthode SPH aux écoulements visqueux à surface libre.” Ph.D. dissertation, Université du Havre, 2011.
- [17] R. A. Gingold et J. J. Monaghan, “Smoothed particle hydrodynamics-theory and application to non-spherical stars,” *Monthly notices of the royal astronomical society*, vol. 181, pp. 375–389, 1977.
- [18] L. B. Lucy, “A numerical approach to the testing of the fission hypothesis,” *The astronomical journal*, vol. 82, pp. 1013–1024, 1977.
- [19] J. J. Monaghan, “Simulating free surface flows with sph,” *Journal of Computational Physics*, vol. 110, no. 2, pp. 399 – 406, 1994. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999184710345>
- [20] E. Chan et W. Melville, “Deep-water plunging wave pressures on a vertical plane wall,” in *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 417, no. 1852. The Royal Society, 1988, pp. 95–131.
- [21] E.-S. Chan, “Mechanics of deep water plunging-wave impacts on vertical structures,” *Coastal Engineering*, vol. 22, pp. 115 – 133, 1994, special Issue Vertical Breakwaters. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0378383994900507>
- [22] M. Hattori, A. Arami, et T. Yui, “Wave impact pressure on vertical walls under breaking waves of various types,” *Coastal Engineering*, vol. 22, no. 1, pp. 79 – 114, 1994, special Issue Vertical Breakwaters. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0378383994900493>
- [23] D. Peregrine, “Water-wave impact on walls,” *Annual review of fluid mechanics*, vol. 35, no. 1, pp. 23–43, 2003.
- [24] G. Bullock, C. Obhrai, D. Peregrine, et H. Bredmose, “Violent breaking wave impacts. part 1 : Results from large-scale regular wave tests on vertical and sloping walls,” *Coastal Engineering*, vol. 54, no. 8, pp. 602 – 617, 2007. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037838390600192X>
- [25] J. Monaghan, “Smoothed particle hydrodynamics,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 68, no. 8, p. 1703, 2005. [En ligne]. Disponible : <http://stacks.iop.org/0034-4885/68/i=8/a=R01>
- [26] A. D. Mokos, “Multi-phase modelling of violent hydrodynamics using smoothed particle hydrodynamics (sph) on graphics processing units (gpu),” Ph.D. dissertation, The University of Manchester, Manchester, UK, 2014.
- [27] O. Kimmoun, Y. Scolan, Š. Malenica *et al.*, “Fluid structure interactions occurring at a flexible vertical wall impacted by a breaking wave.” in *The Nineteenth International Offshore and Polar Engineering Conference*. International Society of Offshore and Polar Engineers, 2009.
- [28] F. Kelecý et R. Pletcher, “The development of a free surface capturing approach for multidimensional free surface flows in closed containers,” *Journal of Computational*

- Physics*, vol. 138, no. 2, pp. 939 – 980, 1997. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999197958472>
- [29] F. H. Harlow et J. E. Welch, “Numerical study of large-amplitude free-surface motions,” *Physics of Fluids (1958-1988)*, vol. 9, no. 5, pp. 842–851, 1966.
- [30] C. Hirt et B. Nichols, “Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundaries,” *Journal of Computational Physics*, vol. 39, no. 1, pp. 201 – 225, 1981. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021999181901455>
- [31] S. Osher et J. A. Sethian, “Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on hamilton-jacobi formulations,” *Journal of Computational Physics*, vol. 79, no. 1, pp. 12 – 49, 1988. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021999188900022>
- [32] F. Alcrudo et P. Garcia-Navarro, “A high-resolution godunov-type scheme in finite volumes for the 2d shallow-water equations,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 16, no. 6, pp. 489–505, 1993.
- [33] E. F. Toro, *Shock-capturing methods for free-surface shallow flows*. Wiley, 2001.
- [34] D. Zhao, H. Shen, G. Tabios III, J. Lai, et W. Tan, “Finite-volume two-dimensional unsteady-flow model for river basins,” *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 120, no. 7, pp. 863–883, 1994.
- [35] M.-H. Tseng, “Explicit finite volume non-oscillatory schemes for 2d transient free-surface flows,” *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 30, no. 7, pp. 831–843, 1999.
- [36] F. Dias, D. Dutykh, et J.-M. Ghidaglia, “A two-fluid model for violent aerated flows,” *Computers & Fluids*, vol. 39, no. 2, pp. 283 – 293, 2010. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793009001303>
- [37] J.-M. Ghidaglia, A. Kumbaro, et G. Le Coq, “Une méthode volumes finis à flux caractéristiques pour la résolution numérique des systèmes hyperboliques de lois de conservation,” *Comptes rendus de l’Académie des sciences. Série 1, Mathématique*, vol. 322, no. 10, pp. 981–988, 1996.
- [38] O. Ubbink et R. Issa, “A method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes,” *Journal of Computational Physics*, vol. 153, no. 1, pp. 26 – 50, 1999. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999199962769>
- [39] W. J. Rider et D. B. Kothe, “Reconstructing volume tracking,” *Journal of Computational Physics*, vol. 141, no. 2, pp. 112 – 152, 1998. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002199919895906X>
- [40] K. Kleefsman, G. Fekken, A. Veldman, B. Iwanowski, et B. Buchner, “A volume-of-fluid based simulation method for wave impact problems,” *Journal of Computational Physics*, vol. 206, no. 1, pp. 363 – 393, 2005. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999104005170>

- [41] C. Mokrani, “Impact de vagues déferlantes sur un obstacle vertical. modele théorique et calcul numérique des pics de pression,” Ph.D. dissertation, PhD thesis, Université de Pau et des Pays de l’Adour, 2012.
- [42] S. Van der Pijl, A. Segal, C. Vuik, et P. Wesseling, “A mass-conserving level-set method for modelling of multi-phase flows,” *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 47, no. 4, pp. 339–361, 2005.
- [43] Z. Wang, J. Yang, B. Koo, et F. Stern, “A coupled level set and volume-of-fluid method for sharp interface simulation of plunging breaking waves,” *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 35, no. 3, pp. 227 – 246, 2009. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0301932208001833>
- [44] E.-S. Lee, C. Moulinec, R. Xu, D. Violeau, D. Laurence, et P. Stansby, “Comparisons of weakly compressible and truly incompressible algorithms for the sph mesh free particle method,” *Journal of computational physics*, vol. 227, no. 18, pp. 8417–8436, 2008.
- [45] J. P. Hughes et D. I. Graham, “Comparison of incompressible and weakly-compressible sph models for free-surface water flows,” *Journal of Hydraulic Research*, vol. 48, no. S1, pp. 105–117, 2010.
- [46] C. Hirt, A. A. Amsden, et J. Cook, “An arbitrary lagrangian-eulerian computing method for all flow speeds,” *Journal of Computational Physics*, vol. 14, no. 3, pp. 227–253, 1974.
- [47] T. J. Hughes, W. K. Liu, et T. K. Zimmermann, “Lagrangian-eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows,” *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 29, no. 3, pp. 329–349, 1981.
- [48] H. Braess et P. Wriggers, “Arbitrary lagrangian eulerian finite element analysis of free surface flow,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 190, no. 1, pp. 95–109, 2000.
- [49] J. Vila, “On particle weighted methods and smooth particle hydrodynamics,” *Mathematical models and methods in applied sciences*, vol. 9, no. 02, pp. 161–209, 1999.
- [50] J.-C. Marongiu, F. Leboeuf, J. Caro, et E. Parkinson, “Free surface flows simulations in pelton turbines using an hybrid sph-ale method,” *Journal of Hydraulic Research*, vol. 48, no. S1, pp. 40–49, 2010.
- [51] J. Leduc, J. Marongiu, F. Leboeuf, M. Lance, et E. Parkinson, “Multiphase sph : a new model based on acoustic riemann solver,” in *Proc of 4th Int SPHERIC Workshop, Nantes*, 2009, pp. 8–13.
- [52] P.-M. G. G. Oger, L. Brosset, E. Jacquin, N. Grenier, et D. L. Touzé, “Simulation of liquid impacts with a two-phase parallel SPH model,” in *Proceedings of 20th International Offshore and Polar Engineering Conference, June 20-26, Beijing, China*, 2010.
- [53] A. Rafiee, D. Dutykh, et F. Dias, “Numerical simulation of wave impact on a rigid wall using a two-phase compressible SPH method,” *arXiv preprint arXiv :1306.0769*, 2013.
- [54] B. Hoffland, M. Kaminski, et G. Wolters, “Large scale wave impacts on a vertical wall,” *Coastal Engineering Proceedings*, vol. 1, no. 32, pp. structures–15, 2011.

- [55] M. L. Kaminski, H. Bogaert *et al.*, “Full scale sloshing impact tests,” in *ISOPE conference. Osaka*, 2009.
- [56] A. Khayyer et H. Gotoh, “Modified moving particle semi-implicit methods for the prediction of 2d wave impact pressure,” *Coastal Engineering*, vol. 56, no. 4, pp. 419–440, 2009.
- [57] S. Koshizuka et Y. Oka, “Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid,” *Nuclear science and engineering*, vol. 123, no. 3, pp. 421–434, 1996.
- [58] G. Oger, P. Guilcher, E. Jacquin, L. Brosset, J. Deuff, D. Le Touzé *et al.*, “Simulations of hydro-elastic impacts using a parallel SPH model,” *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, vol. 20, no. 3, pp. 181–189, 2010.
- [59] L. Libersky et A. Petschek, “Smooth particle hydrodynamics with strength of materials,” in *Advances in the Free-Lagrange Method Including Contributions on Adaptive Gridding and the Smooth Particle Hydrodynamics Method*, ser. Lecture Notes in Physics, H. Trease, M. Fritts, et W. Crowley, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 1991, vol. 395, pp. 248–257. [En ligne]. Disponible : http://dx.doi.org/10.1007/3-540-54960-9_58
- [60] L. D. Libersky, A. G. Petschek, T. C. Carney, J. R. Hipp, et F. A. Allahdadi, “High strain lagrangian hydrodynamics : A three-dimensional {SPH} code for dynamic material response,” *Journal of Computational Physics*, vol. 109, no. 1, pp. 67 – 75, 1993. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002199918371199X>
- [61] A. Hérault, G. Bilotta, et R. A. Dalrymple, “Sph on gpu with cuda,” *Journal of Hydraulic Research*, vol. 48, no. S1, pp. 74–79, 2010.
- [62] P. Maruzewski, D. L. Touzé, G. Oger, et F. Avellan, “Sph high-performance computing simulations of rigid solids impacting the free-surface of water,” *Journal of Hydraulic Research*, vol. 48, no. S1, pp. 126–134, 2010.
- [63] M. Liu et G. Liu, “Smoothed particle hydrodynamics (sph) : an overview and recent developments,” *Archives of computational methods in engineering*, vol. 17, no. 1, pp. 25–76, 2010.
- [64] R. Gingold et J. Monaghan, “Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics,” *Journal of Computational Physics*, vol. 46, no. 3, pp. 429 – 453, 1982. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021999182900250>
- [65] M. Liu, G. Liu, et K. Lam, “Constructing smoothing functions in smoothed particle hydrodynamics with applications,” *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 155, no. 2, pp. 263 – 284, 2003. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042702008695>
- [66] G. Oger, “Aspects théoriques de la méthode sph et applications à l’hydrodynamique à surface libre,” Ph.D. dissertation, Nantes, 2006.
- [67] J. Bonet et T.-S. Lok, “Variational and momentum preservation aspects of smooth particle hydrodynamic formulations,” *Computer Methods in Applied Mechanics and*

- Engineering*, vol. 180, no. 1?2, pp. 97 – 115, 1999. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782599000511>
- [68] A. Colagrossi et M. Landrini, “Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics,” *Journal of Computational Physics*, vol. 191, no. 2, pp. 448–475, 2003.
- [69] J. Cherfils, G. Pinon, et E. Rivoalen, “JOSEPHINE : A parallel SPH code for free-surface flows,” *Computer Physics Communications*, vol. 183, no. 7, pp. 1468 – 1480, 2012. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465512000604>
- [70] D. A. Fulk et D. W. Quinn, “An analysis of 1-d smoothed particle hydrodynamics kernels,” *Journal of Computational Physics*, vol. 126, no. 1, pp. 165 – 180, 1996. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002199919690128X>
- [71] W. Dehnen et H. Aly, “Improving convergence in smoothed particle hydrodynamics simulations without pairing instability,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 425, no. 2, pp. 1068–1082, 2012.
- [72] J. P. Morris, “A study of the stability properties of sph,” *arXiv preprint astro-ph/9503124*, 1996.
- [73] H. Wendland, “Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree,” *Advances in computational Mathematics*, vol. 4, no. 1, pp. 389–396, 1995.
- [74] M. Robinson, “Turbulence and viscous mixing using smoothed particle hydrodynamics,” Ph.D. dissertation, Department of Mathematical Science Monash University Australia, 2009.
- [75] L. F. Macia, I. A. Souto, M. Antuono, et A. Colagrossi, “Benefits of using a wendland kernel for free-surface flows,” in *Proceedings of 6th ERCOFTAC SPHERIC workshop on SPH applications*, 2011.
- [76] A. Ferrari, M. Dumbser, E. F. Toro, et A. Armanini, “A new 3d parallel SPH scheme for free surface flows,” *Computers & Fluids*, vol. 38, no. 6, pp. 1203 – 1217, 2009. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793008002284>
- [77] M. Antuono, A. Colagrossi, S. Marrone, et D. Molteni, “Free-surface flows solved by means of SPH schemes with numerical diffusive terms,” *Computer Physics Communications*, vol. 181, no. 3, pp. 532 – 549, 2010. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465509003506>
- [78] D. Molteni et A. Colagrossi, “A simple procedure to improve the pressure evaluation in hydrodynamic context using the SPH,” *Computer Physics Communications*, vol. 180, no. 6, pp. 861 – 872, 2009. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465508004219>
- [79] P. Randles et L. Libersky, “Smoothed particle hydrodynamics : Some recent improvements and applications,” *Computer Methods in Applied Mechanics and*

- Engineering*, vol. 139, no. 174, pp. 375 – 408, 1996. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782596010900>
- [80] J. Monaghan et R. Gingold, “Shock simulation by the particle method SPH,” *Journal of Computational Physics*, vol. 52, pp. 374 – 389, 1983. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021999183900360>
- [81] F. Maciá, M. Antuono, L. M. González, et A. Colagrossi, “Theoretical analysis of the no-slip boundary condition enforcement in sph methods,” *Progress of theoretical physics*, vol. 125, no. 6, pp. 1091–1121, 2011.
- [82] A. Colagrossi, “A meshless lagrangian method for free-surface and interface flows with fragmentation,” Ph.D. dissertation, Università di Roma La Sapienza, 2005.
- [83] P.-M. Guilcher, “Contribution au développement d’une méthode SPH pour la simulation numérique des interactions houle-structure,” Ph.D. dissertation, 2008.
- [84] A. Colagrossi, G. Colicchio, et D. Le Touzé, “Enforcing boundary conditions in sph applications involving bodies with right angles,” in *Proc. 2nd SPHERIC Workshop*, 2007.
- [85] D. Touzé, A. Colagrossi, et G. Colicchio, “Ghost technique for right angles applied to the solution of benchmarks 1 and 2,” 2006.
- [86] S. D. Chowdhury et S. Sannasiraj, “Sph simulation of shallow water wave propagation,” *Ocean Engineering*, vol. 60, pp. 41 – 52, 2013. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0029801812004556>
- [87] G. Wu, “Fluid impact on a solid boundary,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 23, no. 5, pp. 755 – 765, 2007. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0889974606001368>
- [88] C. Mokrani, S. Abadie, et K. Zibouche, “Lien entre la forme locale de la surface libre et les pressions d’impact générées par une vague déferlante sur un ouvrage,” *La Houille Blanche*, no. 6, pp. 53–57, 2013.
- [89] M. Antuono, A. Colagrossi, et S. Marrone, “Numerical diffusive terms in weakly-compressible SPH schemes,” *Computer Physics Communications*, vol. 183, no. 12, pp. 2570 – 2580, 2012. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465512002342>
- [90] M. Cooker et D. Peregrine, “A model for breaking wave impact pressures,” *Coastal Engineering Proceedings*, vol. 1, no. 22, 1990.
- [91] D. G. Goring, “Tsunamis—the propagation of long waves onto a shelf,” Ph.D. dissertation, California Institute of Technology Pasadena, California, 1978.
- [92] I. Svendsen et P. Justesen, “Forces on slender cylinders from very high and spilling breakers,” in *Symposium on description and modelling of directional seas*, 1984, pp. 18–20.
- [93] S. Grilli et I. Svendsen, “The propagation and runup of solitary waves on steep slopes,” *Center for Applied Coastal Research, University of Delaware, Research Report*, no. 91-4, 1991. [En ligne]. Disponible : http://personal.egr.uri.edu/grilli/GS1990_solwave.pdf

- [94] J. Boussinesq, “Théorie des ondes et des remous qui se propagent le long d’un canal rectangulaire horizontal, en communiquant au liquide contenu dans ce canal des vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond,” *J. Math. Pures Appl.*, vol. 17, no. 2, pp. 55–108, 1872.
- [95] S. Grilli et I. Svendsen, “Computation of nonlinear wave kinematics during propagation and runup on a slope,” in *Water wave kinematics*. Springer, 1990, pp. 387–412.
- [96] H. Power et A. T. Chwang, “On reflection of a planar solitary wave at a vertical wall,” *Wave Motion*, vol. 6, no. 2, pp. 183 – 195, 1984. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0165212584900143>
- [97] J. V. Wehausen et E. V. Laitone, *Surface waves*. Springer, 1960.
- [98] L. Rayleigh, “On waves,” *Phil. Mag*, vol. 1, no. 5, pp. 257–279, 1876.
- [99] B. Jean, “Les houles périodiques simples,” Institut des Sciences de l’Ingénieur de Toulon et du Var (ISITV) De l’Université de Toulon et du Var., Tech. Rep., 1993.
- [100] J. McCowan, “Xxxix. on the highest wave of permanent type,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 38, no. 233, pp. 351–358, 1894.
- [101] J. G. Byatt-Smith, “An integral equation for unsteady surface waves and a comment on the boussinesq equation,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 49, no. 04, pp. 625–633, 1971.
- [102] T. Maxworthy, “Experiments on collisions between solitary waves,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 76, no. 01, pp. 177–186, 1976.
- [103] R. K.-C. Chan et R. L. Street, “A computer study of finite-amplitude water waves,” *Journal of Computational Physics*, vol. 6, no. 1, pp. 68 – 94, 1970. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021999170900057>
- [104] C. Su et R. M. Mirie, “On head-on collisions between two solitary waves,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 98, no. 03, pp. 509–525, 1980.
- [105] O. Kimmoun, Y. Scolan, et Z. Mravak, “Minislo - séminaire clarom océano-météo et hydrodynamique 2008,” 2008.
- [106] O. Kimmoun, A. Ratouis, et L. Brosset, “Sloshing and scaling : experimental study in a wave canal at two different scales,” in *Proceedings of 20th International Offshore and Polar Engineering Conference, June, 2010*, pp. 20–26.
- [107] J. Monaghan, R. Cas, A. Kos, et M. Hallworth, “Gravity currents descending a ramp in a stratified tank,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 379, pp. 39–69, 1999.
- [108] X. Hu et N. Adams, “A multi-phase SPH method for macroscopic and mesoscopic flows,” *Journal of Computational Physics*, vol. 213, no. 2, pp. 844 – 861, 2006. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999105004195>
- [109] —, “An incompressible multi-phase sph method,” *Journal of Computational Physics*, vol. 227, no. 1, pp. 264 – 278, 2007. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999107003300>

- [110] —, “A constant-density approach for incompressible multi-phase sph,” *Journal of Computational Physics*, vol. 228, no. 6, pp. 2082 – 2091, 2009. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999108006177>
- [111] N. Grenier, M. Antuono, A. Colagrossi, D. L. Touzé, et B. Alessandrini, “An hamiltonian interface SPH formulation for multi-fluid and free surface flows,” *Journal of Computational Physics*, vol. 228, no. 22, pp. 8380 – 8393, 2009. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002199910900446X>
- [112] E. G. Flekkøy, P. V. Coveney, et G. De Fabritiis, “Foundations of dissipative particle dynamics,” *Phys. Rev. E*, vol. 62, pp. 2140–2157, Aug 2000. [En ligne]. Disponible : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.62.2140>
- [113] J. Leduc, J. Marongiu, E. Parkinson, M. Lance, et F. Leboeuf, “Modélisation d’écoulements multiphasiques sans diffusion d’interface,” in *19 ème Congrès Français de Mécanique*, 2009.
- [114] J. Leduc, F. Leboeuf, M. Lance, E. Parkinson, et J. Marongiu, “Improvement of multi-phase model using preconditioned riemann solvers,” in *5th SPHERIC Workshop Proceedings*, vol. 3, no. 4, 2010, p. 5.
- [115] S. Korzilius, A. Kruisbrink, T. Yue, W. Schilders, et M. Anthonissen, “Momentum conserving methods that reduce particle clustering in sph,” INSEAN, Tech. Rep., 2014.
- [116] R. J. Paredes et L. Imas, “Application of multiphase sph to fluid structure interaction problems,” in *9th International SPHERIC Workshop. CNAM Paris, France.*, 2014.
- [117] S. Nugent et H. Posch, “Liquid drops and surface tension with smoothed particle applied mechanics,” *Physical Review E*, vol. 62, no. 4, p. 4968, 2000.
- [118] J. J. Monaghan, “Smoothed particle hydrodynamics,” *Annual review of astronomy and astrophysics*, vol. 30, pp. 543–574, 1992.
- [119] A. Mokos, B. Rogers, P. Stansby, et J. Domínguez, “A multi-phase particle shifting algorithm for sph simulations for violent hydrodynamics on a gpu,” *Proceedings of the 9th SPHERIC*, pp. 1–8, 2014.
- [120] J. M. A. Valizadeh, M. Shafieefar et S. S. Neyshaboori, “Modeling two-phase flows using sph method,” *Journal of Applied Sciences*, vol. 8, pp. 3817–3826, 2008.
- [121] M. Sussman, P. Smereka, et S. Osher, “A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow,” *Journal of Computational Physics*, vol. 114, no. 1, pp. 146 – 159, 1994. [En ligne]. Disponible : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999184711557>
- [122] Z. Zhou, J. De Kat, et B. Buchner, “A nonlinear 3-d approach to simulate green water dynamics on deck,” in *Proc. 7th International Symposium on Numerical Ship Hydrodynamics, Report*, no. 82000-NSH, 1999, p. 7.
- [123] G. Pinon, E. Rivoalen, X. Lu, et C. Rousseau, “Impact d’une vague extrême sur une géométrie simplifiée de récupérateur de type colonne d’eau oscillante.” Laboratoire Ondes et Milieux Complexes, Tech. Rep., 2015.

