



HAL
open science

Transport d'un champ magnétique vertical dans les disques d'accrétion

Rémi De Guiran

► **To cite this version:**

Rémi De Guiran. Transport d'un champ magnétique vertical dans les disques d'accrétion. Astrophysique [astro-ph]. Université de Grenoble, 2013. Français. NNT : 2013GRENY058 . tel-01469263

HAL Id: tel-01469263

<https://theses.hal.science/tel-01469263>

Submitted on 16 Feb 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Physique Astrophysique**

Présentée par

Rémi de GUIRAN

Thèse dirigée par **Jonathan FERREIRA**

préparée au sein de l'**Institut de Planétologie et d'Astrophysique de Grenoble**

et de l'**école doctorale de physique de Grenoble**

Transport d'un champ magnétique vertical dans les disques d'accrétion

Thèse soutenue publiquement le **08/03/2013**,
devant le jury composé de :

M., Gilles Henri

Professeur de l'université Joseph Fourier, Président

M., Michel Tagger

Directeur de recherche au Laboratoire de Physique et Chimie de l'Environnement et de l'Espace, Orléans, Rapporteur

M., Patrick Hennebelle

Chercheur au CEA Saclay, Rapporteur

M., Claudio Zanni

Chercheur à l'observatoire de Turin, Examineur

M., Stéphane Corbel

Professeur, Chercheur au CEA Saclay, Examineur

M., Jonathan Ferreira

Professeur de l'université Joseph Fourier, Directeur de thèse



Remerciements

C'est un sacré bout de temps qui s'est écoulé avant que je ne me décide à écrire ces remerciements. Et pourtant, ce manuscrit aurait dû certainement pu être considéré achevé sans cela. Avec cette partie, c'est ma thèse toute entière qui prend définitivement fin. Et nécessairement, elle n'aurait pu arriver à terme sans l'aide d'un grand nombre de personnes.

Mes premiers remerciements vont naturellement à mon directeur **Jonathan**. Cette thèse n'a pas été facile pour nous deux, c'est une évidence. Mais je me souviens de ce moment au tout début du master où, je venais de boucler mes partiels de rattrapages, et tu m'avais donné la chance de pouvoir en faire partie. La suite, tu la connais. Merci à toi. Il est une personne sans qui ce travail aurait été tout autre : je veux parler évidemment de toi **Georoy** (peut-être liras-tu ces lignes un jour). Il est peu de parties de ce travail où ta "patte" n'a pas joué. Je t'en remercie ! J'ai énormément appris grâce à toi. Je me souviens de ma soutenance où j'ai improvisé des remerciements, en t'oubliant (!?). Je m'en excuse et j'espère que ceux-ci compenseront au moins un peu. Je remercie également tous les autres "Sherpas", ça a été un plaisir et une chance de travailler avec vous. Un remerciement spécial à Guillaume qui m'a permis de terminer cette thèse dans les meilleures conditions, mais également à **Gilles** (merci aussi d'avoir présidé mon jury), **Guy**, **POP**, **Didier** et **PYL**. A toutes les personnes qui ont accepté d'assister à mes répétitions de soutenance : **Estelle**, **Guillaume** et **Wing-fai**, merci.

Merci à mes rapporteurs **Patrick Hennebelle** et **Michel Tagger** d'avoir accepté de rapporter mon manuscrit dans un temps assez court. Et merci également aux examinateurs : **Stephane Corbel** et **Claudio Zanni**.

Le projet "Fly your thesis" m'a amené à côtoyer nombre de personnes. Merci à la team des boulets (dont je fais partie) : **Laurianne**, **Audrey**, **Magali** et **Julien**. Ce projet n'aurait pu aboutir sans l'aide précieuse de **Thomas**, **Jérôme** (qu'est-ce qu'on aurait fait sans toi ?) et **Jean-Charles**. Enfin, merci à **Marie-Hélène** pour son aide administrative, pour sa patience et sa bonne volonté.

On en arrive au collègues du 2e et du rez-de-chaussée ! Merci à **Nico BLINDMAN**, aka Iron ASS, co-bureau, à l'écoute, toujours prêt à m'entendre pester sur ce %!** de code qui marche pas et j'en passe (oooooh oui !). Bon vent à toi, et j'espère que tu trouveras tout ce à quoi tu aspiras, tu le mérites. Viennent ensuite naturellement **Jérémy** (labretonne, mon poto de galère), **Vianney** (Biazlet Paquet, toujours classe, sauf dans certains rares moments que nous sommes peu à connaître), **Fabrice** (Super, merci pour ton humour généreux, tu étais bien souvent le seul

à rire de mes vannes pourries), **Astrid** (astéroïde, merci pour ton soutien dans les moments difficiles), **Alex, Illya** (boaah) : merci à vous pour la bonne (et la mauvaise aussi, que du bon ça serait monotone) humeur, les bières improvisées etc... Pensée pour **Sam** "Nimpman", qui m'a initié au parapente ainsi qu'à tout un jargon bewblzestik particulièrement addictif ! Une pensée aussi pour les "rookies" plus du tout rookies, **Julien** (cobureau), **Florian** (les pauses clopes :)), **Jacques** et tous les autres.

Grenoble, ça fait un moment que j'y suis, et ça en fait du monde croisé en presque 9 ans... Un grand merci à toute la bande de PG : **Lolo** (mon pote de la première heure), **Zouav** (une curiosité de la nature, et t'inquiètes pas Nadal va gagner Roland Garros encore quelque fois), **Grand** (mec ! tu viens à la répète ? ? Alleeeeeeeeeeez làààààà), **Poual** (le wave rider de l'extrême, Zbrra !), **Prez** (la légende raconte que t'es plus au Pérou mais en Italie je crois, bon vent mec), **Chlox** (jamais aussi efficace qu'après un bon coca) et tous les autres.

Parce que pour finir une thèse, il faut la commencer, merci à toute ma famille métropolitaine qui m'a apporté un soutien inestimable. **Pépé** et **Mémé**, **François** et **Karine**, **Catherine** et **Antoine**, **Marie-Hélène** et **Roland**. Nul besoin de mots, vous savez ce que je vous dois. Merci.

Un immense merci à ma **Céline** chérie, je ne m'étale pas mais merci pour tout.

Et enfin merci à mes **parents** et à mes **soeurs**, pour tout ce que vous m'avez apporté.

Table des matières

I Introduction

Chapitre 1 - Introduction	3
1 Les disques d'accrétion	3
1.1 Des disques à (presque) toutes les échelles	3
1.2 Différents systèmes de disques	4
1.3 L'émission de jets	10
2 L'importance du champ magnétique dans les disques	14
2.1 Turbulence	14
2.2 Les vents de disques	15
2.3 Le champ magnétique, un moteur de la variabilité des disques ?	15
2.4 La question du transport du champ magnétique	17
3 Objectifs et plan de la thèse	23

II Formalisme et modèle

Chapitre 2 - Cadre conceptuel et théorique	29
1 Symétries du problème et contraintes induites	29
1.1 Grandeurs magnétiques	30
1.2 Grandeurs du fluide	32
2 Régimes de MHD	32
3 Les régimes et configurations de disques - Terminologie	33
3.1 Régimes de disques	33
3.2 Configurations envisagées	34
4 Cadre théorique	38
4.1 Equations MHD	38
4.2 Détail des équations	39

Chapitre 3 - Modèle global disque-magnétosphère	41
1 Description du disque et ordering temporel	41
1.1 Équilibre vertical du disque	42
1.2 Équilibre radial du disque - Approximation Képlérienne	44
1.3 Conservation du moment cinétique	44
1.4 Conservation de la masse	47
1.5 Transport du flux magnétique	48
1.6 L'équation d'énergie	51
1.7 Ordering temporel et choix :	52
1.8 Prescriptions	52
1.9 Bilan	54
2 La magnétosphère	56
2.1 L'autre partie du problème...	56
2.2 L'équilibre transverse des surfaces magnétiques	56
2.3 Choix de la méthode	62
3 Le problème global	65
3.1 La physique du disque	65
3.2 Distribution radiale de B_z en fonction de la physique du disque	67
 Chapitre 4 - Solutions stationnaires : SAD, JED et zone de transitions	 69
1 SAD sur toute l'extension radiale	69
2 JED sur toute l'extension radiale	72
2.1 Solution pour un JED pur	72
2.2 Solution générale pour un JED	73
3 Zones de transitions	74
3.1 Nature d'une zone de transition	74
3.2 Le transport du moment cinétique dans une transition	75
3.3 Profil du champ magnétique nécessaire à ces transitions	78
 Chapitre 5 - Stabilité du modèle	 81
1 Équations linéarisées	81
1.1 Approximation petites perturbations	81
1.2 Paramètres importants	84
2 Relation de dispersion	84
3 Stabilité	85
3.1 Disque avec une viscosité non nulle ($R \neq 0$): instabilité magnéto-visqueuse	85
3.2 Disque avec une viscosité nulle ($R = 0$)	88

III Méthodes numériques

Chapitre 6 - Discrétisation des équations	97
1 Remarques sur la forme des équations du modèle	97
1.1 L'équation d'advection	98
1.2 L'équation de diffusion	100
2 Équation de conservation de la masse	102
2.1 Maillage	102
2.2 Schéma d'intégration temporelle	102
2.3 Évaluation du taux d'accrétion aux interfaces - Schéma spatial	103
2.4 Pas de temps - condition CFL	106
3 Équation de transport du flux magnétique	108
3.1 Schéma d'intégration temporelle et dérivée spatiale	108
3.2 Comment relier le champ dans le disque à la densité de courant ? Méthode "Lubow"	108
3.3 Temps caractéristiques et critère de stabilité	113
4 Conditions aux limites	115
4.1 Nécessité des Ghost Zones	115
4.2 Flux magnétique	116
4.3 Conservation de la masse	116
Chapitre 7 - Tests numériques	119
1 Tests cinématiques	119
1.1 Introduction	119
1.2 Paramètres de transport et condition initiale	119
1.3 Champ externe nul	120
1.4 Champ externe constant	124
1.5 Champ externe dépendant de r	128
2 Comparaison à d'autres travaux	131
2.1 Lubow <i>et al.</i> (1994)	131
2.2 Shu <i>et al.</i> (2007)	132

IV Dynamique du modèle

Chapitre 8 - Configurations homogènes	137
1 Configuration homogène : SAD	137
1.1 Solutions stationnaires	137
1.2 Évolution hors équilibre	143

2	Configuration homogène : JED	148
2.1	Solutions stationnaires	148
2.2	Évolution hors équilibre	152
3	Bilan des conditions aux limites	158
Chapitre 9 - Configuration SAD JED		159
1	Caractéristiques de la transition	159
1.1	Recherche d'une condition initiale	161
2	Résultats	163
2.1	Étude pour 0.1	163
2.2	Étude pour 0.01	170
3	Bilan	174

V Conclusions

Conclusions et perspectives	179
-----------------------------	-----

VI Annexes

Chapitre A - Stabilité du modèle	185
1 Perturbation en courant	185
2 Démonstration du critère de stabilité dans le cas JED pur	186
Chapitre B - Équations du modèle	189
1 Équilibre vertical du disque	189
2 Approximation quasi Képlérienne : évaluation de la composante radiale de la force de Lorentz	191
3 Critère autorisant a indépendant de z	191
Chapitre C - Bilan de l'ensemble des équations discrétisées	193
Chapitre D - Simulation SAD JED réalisée pour 10^{-3}	195
Chapitre E - Projet "Fly your thesis !"	199
Chapitre F - Publication	223

VII Bibliographie

Bibliographie

237

Table des figures

1.1	Observation et interprétation d'un noyau actif de galaxie	5
1.2	Formation stellaire dans la nébuleuse d'Orion	6
1.3	Vue d'artiste d'un disque d'accrétion dans un système binaire	7
1.4	Courbes de lumière pour deux systèmes binaires	8
1.5	États "soft" et "hard" lors de l'éruption 96 97 de la binaire à trou noir GRO J1655-40	9
1.6	Comportement d'hystérésis observé pour les binaires à trou noir	10
1.7	Images de jets dans des objets stellaires jeunes	11
1.8	Lignes de champ magnétique dans un objet stellaire jeune	12
1.9	Configuration magnétique pour les 3 modèles de vents en vigueur dans les étoiles	13
1.10	Image composite de la galaxie centaurus-a et de son environnement	14
1.11	Scénario permettant d'expliquer les cycles d'hystérésis dans les binaires-X proposé par Petrucci <i>et al.</i> (2008)	16
1.12	Diagramme intensité dureté dans la binaire X GX 339-4	17
2.1	Géométrie du problème	31
2.2	Domaine de magnétisation pour permettre un JED stationnaire	34
2.3	Schémas et simulation MHD de structures magnétiques d'accrétion-éjection	35
2.4	Configuration JED SAD	36
2.5	Exemple de profil de magnétisation dans une configuration JED SAD inspirée de Petrucci <i>et al.</i> (2008)	36
2.6	Exemple de profil de magnétisation dans une configuration SAD JED	37
3.1	Configuration magnétosphérique obtenue par van Ballegooijen (1989)	58
3.2	Configurations magnétosphériques obtenues par Ogilvie (1997) en imposant une distribution de courant surfacique dans le disque	60
3.3	Configurations magnétosphériques obtenues par Reyes-Ruiz & Stepinski (1996)	61
3.4	Configuration magnétosphérique issue d'une simulation réalisée avec le code MHD Pluto	62
3.5	Loi de puissance de la distribution $B_z(r)$ générée par une distribution surfacique de courant axisymétrique	64
3.6	Différents profils verticaux de B_z dans un disque éjectant obtenus par Casse & Ferreira (2000a)	67

3.7	Loi de puissance de la distribution B_z à l'équilibre lorsqu'on impose c_{te} dans le disque	68
4.1	Configurations JED SAD et SAD JED	75
4.2	Profils de densité surfacique d'une transition JED SAD garantissant la continuité de la vitesse à la limite interne du SAD	77
4.3	Profils de densité surfacique d'une transition SAD JED garantissant la continuité de la vitesse à la limite interne du SAD	78
4.4	Récapitulatif des transitions susceptibles de conserver un taux d'accrétion constant	80
5.1	Diagramme de stabilité d'un JED pur dans l'espace $(p_m; p_q)$	90
5.2	Illustration de l'instabilité advective	91
6.1	Approximation des boucles de courant de Lubow <i>et al.</i> (1994)	110
6.2	Comparatif des évaluations du flux généré par un anneau de courant sur l'anneau lui même	112
6.3	Schéma du maillage utilisé	115
7.1	Test cinématique de l'équation de transport du flux : cas champ externe nul, évolution temporelle du flux magnétique	121
7.2	Test cinématique de l'équation de transport du flux : cas champ externe nul, évolution temporelle de la densité de courants et du champ magnétique	123
7.3	Test cinématique de l'équation de transport du flux : cas champ externe constant non nul, évolution temporelle du flux magnétique généré par les courants du disque	124
7.4	Test cinématique de l'équation de transport du flux : cas champ externe constant non nul, évolution temporelle du flux magnétique total	125
7.5	Test cinématique de l'équation de transport du flux : cas champ externe constant non nul, évolution temporelle du champ magnétique total	126
7.6	Test cinématique de l'équation de transport du flux : cas champ externe constant non nul, évolutions temporelle du flux et du champ magnétique	127
7.7	Test cinématique : cas champ externe dépendant du rayon, premier cas	129
7.8	Test cinématique : cas champ externe dépendant du rayon, second cas	130
7.9	Comparaison aux résultats de Lubow <i>et al.</i> (1994)	132
8.1	Distribution de densité à taux d'accrétion constant : cas où la densité est imposée aux bords du disque	140
8.2	Distribution de densité à taux d'accrétion constant : le test di ère de la figure 8.1 par la condition aux limites internes, qui est une extrapolation	142
8.3	Exemple de configuration stationnaire de SAD : récupération des solutions analytiques	143
8.4	Evolution temporelle de la densité d'un SAD soumis à un changement de condition au bord externe	144
8.5	Test numérique de réponse du code à un bruit blanc	145

8.6	Instabilité visqueuse dans un disque	146
8.7	Simulation du second domaine d'instabilité dans un disque visqueux	147
8.8	Configuration stationnaire de JED : récupération des solutions analytiques	151
8.9	Evolution temporelle d'un JED hors équilibre : convergence vers un état stationnaire	153
8.10	Test numérique de réponse du code à un bruit blanc dans le cas d'un JED	154
8.11	Diagramme de stabilité dans l'espace $(k_m; k_q)$	155
8.12	Simulation numérique de l'instabilité magnéto-résistive : cas $(k_m = 0.5; k_q = 0.3)$	156
8.13	Simulation numérique de l'instabilité magnéto-résistive : cas $(k_m = 0.5; k_q = 0.5)$	156
8.14	Simulation numérique de l'instabilité advective : cas $(k_m = 0.5; k_q = 1.5)$	157
8.15	Simulation numérique de l'instabilité advective : cas $(k_m = 0.5; k_q = 2.0)$	157
9.1	Test numérique de réponse du code à un bruit blanc, cas JED	160
9.2	Condition initiale de configuration SAD-JED implémentée à partir d'un "guess" .	162
9.3	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 1.0$. Densité, champ magnétique, magnétisation et nombre de Mach sonique	164
9.4	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 1.0$. Taux d'accrétion, flux magnétique, cisaillement magnétique et viscosité	165
9.5	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 4.0$. Densité, champ magnétique, magnétisation et nombre de Mach sonique	166
9.6	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 4.0$. Taux d'accrétion, flux magnétique, cisaillement magnétique et viscosité	167
9.7	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 2.5$. Densité, champ magnétique, magnétisation et nombre de Mach sonique	168
9.8	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 2.5$. Taux d'accrétion, flux magnétique, cisaillement magnétique et viscosité	169
9.9	Évolution du rayon de transition SAD JED d'un disque d'épaisseur $\beta = 0.1$ pour différents nombre de Prandtl magnétique	170
9.10	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.01$ et $P_m = 10.0$. Densité, champ magnétique, magnétisation et nombre de Mach sonique	171
9.11	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.01$ et $P_m = 40.0$. Densité, champ magnétique, magnétisation et nombre de Mach sonique	172
9.12	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.01$ et $P_m = 25.0$. Densité, champ magnétique, magnétisation et nombre de Mach sonique	173
9.13	Évolution du rayon de transition SAD JED pour différents jeux de paramètres . .	175
D.1	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.001$ et $P_m = 100.0$. Densité, champ magnétique, magnétisation et nombre de Mach sonique	196
D.2	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.001$ et $P_m = 400.0$. Densité, champ magnétique, magnétisation et nombre de Mach sonique	197
D.3	Évolution temporelle d'une transition SAD JED : cas $\beta = 0.001$ et $P_m = 250.0$. Densité, champ magnétique, magnétisation et nombre de Mach sonique	198

Liste des tableaux

7.1	Comparaison avec solutions stationnaires de Lubow <i>et al.</i> (1994)	132
7.2	Comparaison avec solutions stationnaires de Shu <i>et al.</i> (2007)	133

Partie I

Introduction

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1	Les disques d'accrétion	3
1.1	Des disques à (presque) toutes les échelles	3
1.2	Différents systèmes de disques	4
1.3	L'émission de jets	10
2	L'importance du champ magnétique dans les disques	14
2.1	Turbulence	14
2.2	Les vents de disques	15
2.3	Le champ magnétique, un moteur de la variabilité des disques ?	15
2.4	La question du transport du champ magnétique	17
3	Objectifs et plan de la thèse	23

1 LES DISQUES D'ACCRÉTION

1.1 DES DISQUES À (PRESQUE) TOUTES LES ÉCHELLES

On observe des structures de disque presque partout dans l'univers. Dans un environnement proche, les anneaux de Saturne, essentiellement constitués de glace en rotation autour de la planète, en sont un magnifique exemple. À échelle un peu plus grande, on trouve la ceinture de Kuiper autour du soleil composée d'astéroïdes et de poussières. A plus grande échelle encore, la matière composant notre galaxie est également organisée en un disque (qui cependant ne respecte pas de symétrie axiale). Ce constat s'explique de manière assez simple. La force dominante à ces échelles est la force de gravitation qui est attractive. Bien souvent, lorsque de la matière se retrouve piégée dans le puits gravitationnel d'un objet, le peu de moment cinétique qu'elle possède couplé au taux de contraction du gaz implique que l'attraction gravitationnelle de l'objet central finit par être compensée par la force centrifuge, donnant lieu à une structure en rotation autour de l'objet central. Bien que, comme nous le verrons, les scénarios sont différents selon le type d'objet, on travaillera toujours sur des objets respectant le paradigme suivant :

un objet central possédant l'essentiel de la masse

un disque géométriquement mince en orbite autour de cet objet central

Dans ce cadre, la force gravitationnelle générée par le disque est négligeable devant celle de l'objet central, chaque anneau de disque suit donc (à l'ordre zéro) une orbite képlérienne. Néanmoins, ce résultat n'est valable qu'en première approximation. En effet, dans les disques d'accrétion (comme leur nom l'indique), la matière en orbite se rapproche progressivement de l'objet central. Cela nécessite donc que les particules de fluide composant le disque perdent progressivement de leur moment cinétique pour se rapprocher de l'objet central. Imaginez un astronaute réalisant une sortie dans l'espace. Le système physique qu'il forme avec sa combinaison est en orbite képlérienne autour de la terre, et ce pour un très long moment si aucune action ne venait le perturber... Imaginez maintenant qu'avec son système d'autopropulsion à l'azote, il cherche à ralentir en projetant du gaz dans le sens opposé à son mouvement. Il se mettrait alors à lentement spiraler vers la terre. La physique est somme toute assez simple : le gaz projeté lui a progressivement prélevé de son moment cinétique, le faisant passer d'orbite en orbite inférieure *etc.* Le moment cinétique du système gaz-astronaute n'évolue pas, mais l'astronaute lui, tombe progressivement vers la terre. Dans le cas d'un disque d'accrétion en orbite képlérienne, la matière tourne autour de l'objet central avec une vitesse angulaire $\omega(r) \propto r^{-3/2}$. De telles structures présentent donc un cisaillement important, et si le disque est visqueux, chaque anneau de disque est accéléré par l'anneau adjacent intérieur, et est freiné par l'anneau adjacent extérieur. Il y a donc un transfert de moment cinétique radial vers l'extérieur du disque, et les parties extérieures s'éloignent alors que le reste tombe progressivement vers l'objet central, ce qui donne un mouvement global d'accrétion. De plus, la friction entre chaque couche de fluide convertit l'énergie mécanique de la matière en énergie thermique et celle-ci va rayonner. Ce type de processus dissipatif a été envisagé dès les années 20 par Jeune (1924) pour un disque en rotation différentielle autour du soleil.

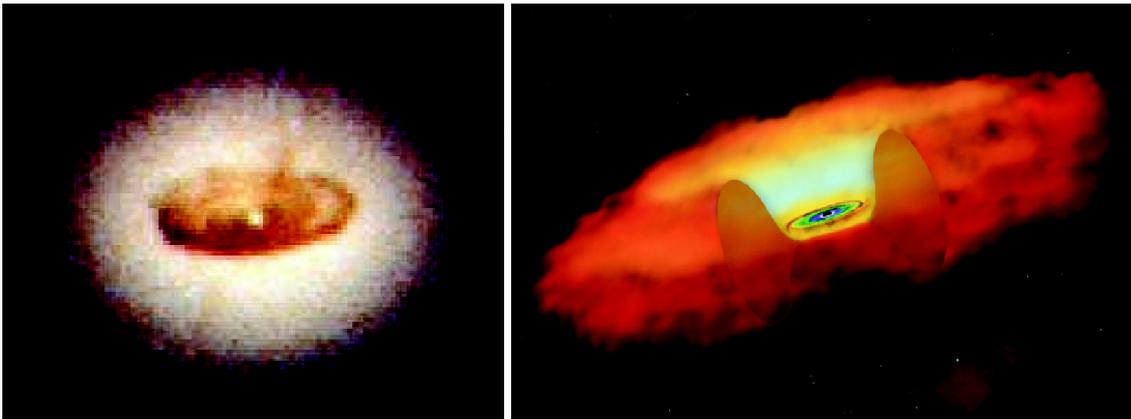
L'accrétion de matière sur un objet central a été invoquée pour expliquer la très forte luminosité de certains objets (ou un excès) qui n'était pas explicable par des réactions de combustion nucléaire au sein des étoiles. L'énergie mécanique dissipée en rayonnement lors de l'accrétion est l'hypothèse permettant de justifier les luminosités observées.

1.2 DIFFÉRENTS SYSTÈMES DE DISQUES

A LES NOYAUX ACTIFS DE GALAXIES

L'hypothèse d'un disque d'accrétion autour des noyaux actifs de galaxie a été envisagée par Lynden-Bell (1969). Il a supposé qu'un trou noir supermassif aurait attiré la matière du milieu interstellaire, des rebuts de collisions d'étoiles et parfois même des étoiles, qui, se retrouvant piégés dans le puits gravitationnel, se seraient organisés en un disque autour du trou noir. L'existence de telles structures semble aujourd'hui confirmée avec des observations dans le visible, et l'hypothèse de l'équilibre centrifuge de ces structures a également été confirmée (Lin & Papaloizou, 1996). La masse du trou noir central va de $10^8 M_\odot$ jusqu'à $10^{10} M_\odot$ (dans toute la suite, M_\odot est une unité de masse solaire) et présente des taux d'accrétion allant de 10^{-2} à $1 M_\odot \text{ an}$ (le taux d'accrétion correspond pour un disque stationnaire à la masse tombant sur

l'objet central par unité de temps). Les températures de ces objets sont typiquement de l'ordre de $10^4 K$, le rapport de leur hauteur sur le rayon (à un rayon donné) est de l'ordre de 10^{-2} , ce qui correspond donc à des disques géométriquement minces (Lin & Papaloizou, 1996). Ces disques s'étendent sur quelques dizaines d'années-lumière. Considérant que son bord interne est de l'ordre de quelques rayons de Schwarzschild et en considérant un trou noir de $10^9 M_{\odot}$, on peut montrer que l'extension radiale de ces disques (rapport du rayon externe sur le rayon interne) est de l'ordre de 10^5 . On peut avoir figure (1.1) un exemple de noyaux actifs de galaxie.



F 1.1 – Observation et interprétation d'un noyau actif de galaxie. À gauche, un tore de gaz et de poussières entourant le trou noir central de cette galaxie (Jaffe *et al.*, 1993). La taille de cette structure est d'environ 44 années-lumière. Le point brillant au centre de l'image est interprété comme l'émission d'un disque d'accrétion non résolu (Crédit Nasa Space Telescope Science Institute). À droite, une vue d'artiste montrant l'interprétation qu'on se fait d'un tel objet : le tore de gaz alimente un disque d'accrétion interne.

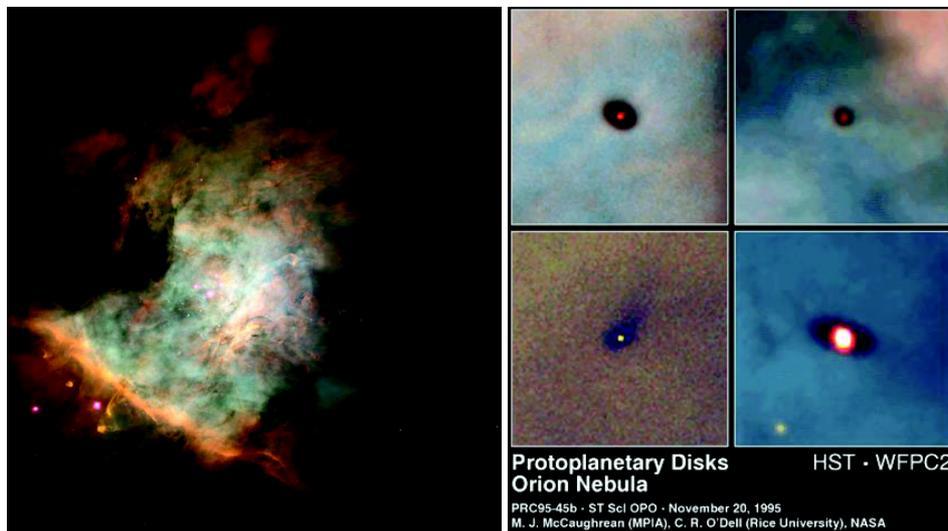
B LES ÉTOILES JEUNES

À la fin du 18^{ème} siècle, Laplace avait déjà envisagé un scénario de formation du système solaire. Un gigantesque nuage de gaz et de poussières se serait effondré pour aboutir au système solaire. Cette hypothèse nommée hypothèse de la nébuleuse primitive est devenue le socle de la théorie de la formation stellaire. Le concept de disque d'accrétion a réellement été envisagé dans le cas des étoiles jeunes par Lynden-Bell & Pringle (1974) pour expliquer les propriétés des étoiles T-tauri. L'effondrement d'un nuage moléculaire en concentrant l'essentiel de sa masse forme une protoétoile. Celle-ci est entourée par un disque d'accrétion (voir figure 1.2) qui l'alimente en masse. Ces disques sont rendus "visibles" par un excès infra-rouge caractéristique du rayonnement émis par l'accrétion sur ce type d'objet (longueur d'onde typique de quelques micromètres, qui correspond à des températures de l'ordre de 3000 Kelvins dans les régions internes du disque). L'interprétation des données spectrales issues de l'observation des étoiles jeunes permet d'estimer le taux d'accrétion du disque sur la protoétoile. Ainsi, on sait que les disques entourant les étoiles T-Tauri présentent des taux d'accrétion de l'ordre de 10^{-9} à $10^{-7} M_{\odot} \text{ an}$ (Bertout (1989), Gullbring *et al.* (1998), Hartmann (2008)). Considérant un taux d'accrétion typique de $10^{-8} M_{\odot} \text{ an}$, et une masse du disque de l'ordre $10^{-2} M_{\odot}$ (Osterloh & Beckwith, 1995), on peut estimer que la durée de vie du disque est de 1 million d'années. Ces disques présentent des tailles typiques de l'ordre de la centaine d'unités astronomiques

(Hartmann, 2008).

On observe dans certaines étoiles jeunes des phases de luminosité intense de l'ordre de 6 magnitudes supérieures. Cette luminosité est associée à une accrétion intense pouvant aller jusqu'à $10^{-4} M_{\odot} \text{ an}$, le temps de croissance de ce phénomène est de l'ordre de l'année, et cette phase d'accrétion intense peut durer plusieurs décennies. De plus, des éjections de masse importantes (collimatées autour de l'axe de rotation du disque) sont associées à ce phénomène (Hartmann & Kenyon, 1996). Ce type d'objet porte le nom d'étoile FUOR (de l'étoile Fu-Orionis dont la phase de luminosité intense a démarré en 1937 et se poursuit de nos jours). On pense qu'une étoile jeune est soumise à plusieurs épisodes de ce type durant son évolution (Hartmann, 2008).

Ces disques s'étendent typiquement d'un rayon interne $R_{in} \approx 0.1 \text{ UA} \approx 10 R_{\odot}$ (R_{\odot} est le rayon du soleil) à un rayon externe $R_{out} \approx 100 \text{ UA}$. Une fois l'essentiel du gaz accréte vers l'étoile, un disque de poussières et de corps agglomérés subsiste dans lequel se forment des planètes. Ces disques de débris sont donc les reliques d'un ancien disque d'accrétion.



F 1.2 – Formation stellaire dans la nébuleuse d'Orion. À gauche, la nébuleuse dans laquelle on peut voir des embryons d'étoiles. À droite, des disques d'accrétion autour d'étoiles jeunes dans cette nébuleuse : la nébuleuse en émission est en arrière plan des protoétoiles, on observe une absorption de la lumière par des disques d'accrétion optiquement épais (Crédit Nasa Space Telescope Science Institute).

C LES SYSTÈMES BINAIRES

Dans le cas des systèmes binaires composés d'une étoile de la séquence principale et d'un objet compact (naine blanche, étoile à neutrons, trou noir), si l'étoile remplit son lobe de Roche, la matière va naturellement transiter vers l'objet compact. En l'absence de matière autour de l'objet compact, elle va former autour de lui un anneau en rotation képlérienne qui va progressivement "s'étaler" sous l'action des forces visqueuses pour former un disque. En revanche, si un disque est déjà présent, la matière en transit va alors entrer en contact avec celui-ci, ce qui aura pour conséquence un "point chaud" visible observationnellement. La masse de l'objet compact est de l'ordre de $1 M_{\odot}$, et peut aller jusqu'à $10 M_{\odot}$ pour les trous noirs. Nous ne possédons pas à

l'heure actuelle la résolution angulaire suffisante pour résoudre ce type d'objet. Nous pouvons en revanche détecter une grande quantité d'informations du rayonnement qui nous parvient. C'est dans l'étude des systèmes binaires que la théorie des disques d'accrétion a réellement pris naissance. En effet, Shakura & Sunyaev (1973) ont proposé un modèle pour expliquer le rayonnement des binaire-X, qui est ensuite devenu le modèle standard des disques d'accrétion.

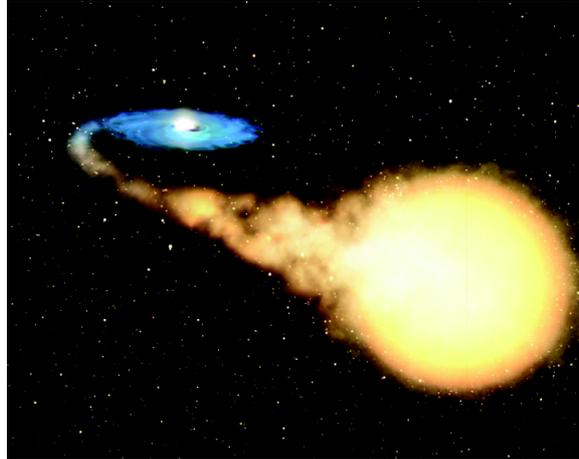


Fig. 1.3 – Vue d'artiste d'un disque d'accrétion dans un système binaire. Une étoile gravitationnellement liée à un objet compact emplit son lobe de Roche et cède de sa matière à son compagnon. La matière s'organise en un disque autour de l'objet compact et accrète vers lui.

On peut estimer la luminosité L_d d'un disque d'accrétion (la puissance libérée radiativement par le disque) en considérant la puissance mécanique perdue par le disque par accrétion :

$$L_d = \frac{GM \dot{M}}{2R_{in}} \quad (1.1)$$

où M est la masse de l'objet accrétant, \dot{M} le taux d'accrétion du disque et R_{in} le rayon interne du disque. Le taux d'accrétion dans ces objets est de l'ordre de $10^{-8} M_{\odot} \text{ an}$ (Lin & Papaloizou, 1996). Contrairement aux noyaux actifs de galaxie, on a grossièrement les mêmes échelles de masse (pour l'objet central) et de taux d'accrétion du disque dans ces systèmes que dans les étoiles jeunes. En revanche, ce n'est pas le cas pour le rayon interne du disque, loin de là ! Le rapport de luminosité d'un disque d'accrétion dans un système binaire sur celui d'une étoile jeune s'estimant donc par le rapport des rayons internes du disque de l'étoile sur celui du disque de l'objet compact. Pour un disque orbitant autour d'un trou noir, le rayon interne du disque est de l'ordre de quelques rayons de Schwarzschild, donc pour un trou noir de quelques masses solaires on trouve un rapport de luminosité de l'ordre 10^5 ! De plus, le chauffage du disque induit des températures typiques aux abords de l'objet central de 10^7 K , le disque rayonne dans le domaine X. De telles longueurs d'onde ne sont pas détectables sur terre du fait de l'absorption du rayonnement X par l'atmosphère. Des instruments spatiaux sont donc nécessaires pour observer ces objets. Ces systèmes présentent des périodes orbitales allant de l'heure à la vingtaine de jours, et les disques d'accrétion dans ces systèmes présentent des tailles allant de 10^{-2} à 10^{-1} UA pour une extension radiale de l'ordre de 10^5 (pour une revue sur les sources X stellaires compactes, voir par exemple Lewin & van der Klis (2006)).

On observe une large gamme de variabilité dans ces objets, de la milliseconde au mois. La variabilité de l'ordre de la milliseconde étant associée à la période orbitale dans les rayons interne du disque. La variabilité de l'ordre du mois étant, cette fois, associée à des perturbations au bord externe du disque (modification du flux de masse de l'étoile compagnon, évolution du champ magnétique extérieur...). Ces variabilités à "échelle humaine" en font donc des objets très intéressants pour la compréhension des disques d'accrétion.

Les binaires possédant pour objet central soit une étoile à neutron dont le champ magnétique est suffisamment faible (10^8G), ou bien un trou noir sont appelés binaires non pulsantes. Leur luminosité permet de les classer en 2 grandes catégories : les systèmes persistants et les transitoires. Les systèmes persistants présentent une variabilité de leur flux moindre et ont toujours été détectables depuis l'avènement de l'astronomie X. Les systèmes transitoires quand à eux, présentent de longues périodes de faible émission (dites périodes d'inactivité) entrecoupées d'épisodes éruptifs pendant lesquels la luminosité augmente de plusieurs ordres de magnitude (Lewin & van der Klis, 2006). Pour les étoiles à neutrons, ces épisodes s'étalent sur une durée inférieure à la centaine de jours. Pour les trous noirs en revanche, une éruption dure environ une année (figure 1.4)

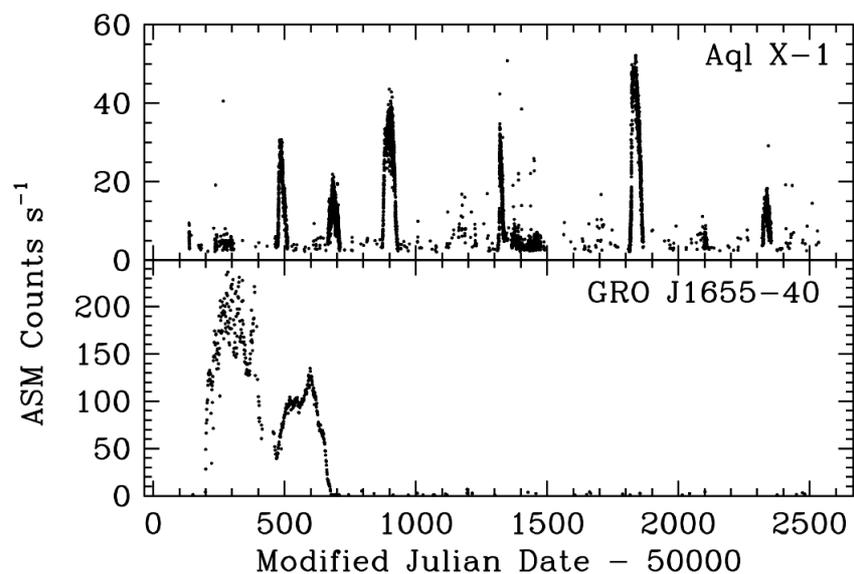
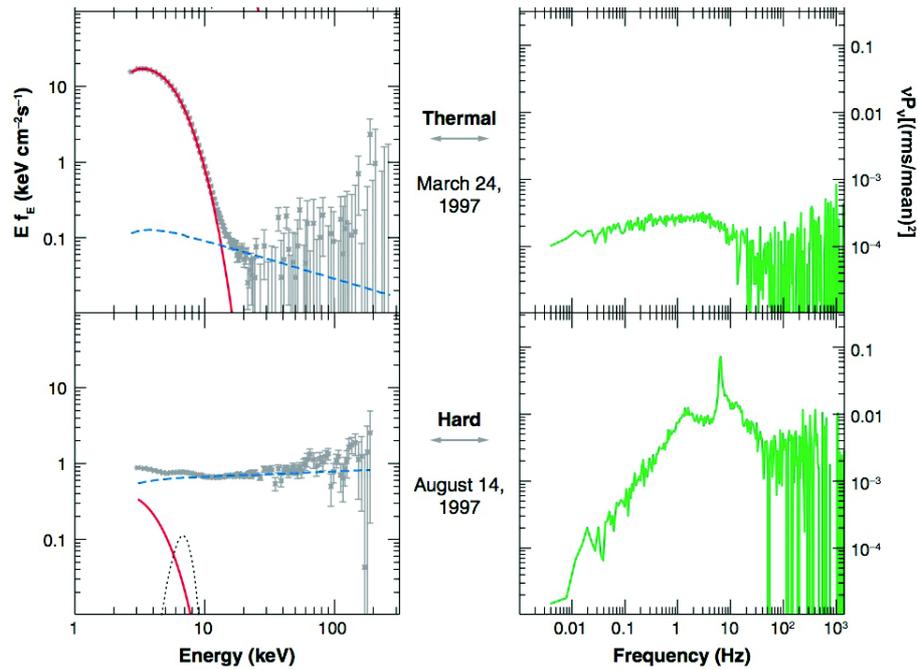


Figure 1.4 – Courbes de lumière pour deux systèmes binaires. En haut, la courbe de lumière de l'étoile à neutron Aql X-1. On observe plusieurs épisodes éruptifs d'une durée inférieure à 100 jours pour chacun d'entre eux. En bas, la courbe de lumière pour la binaire à trou noir GRO J1655-40. On observe au début une éruption sur environ 500 jours.

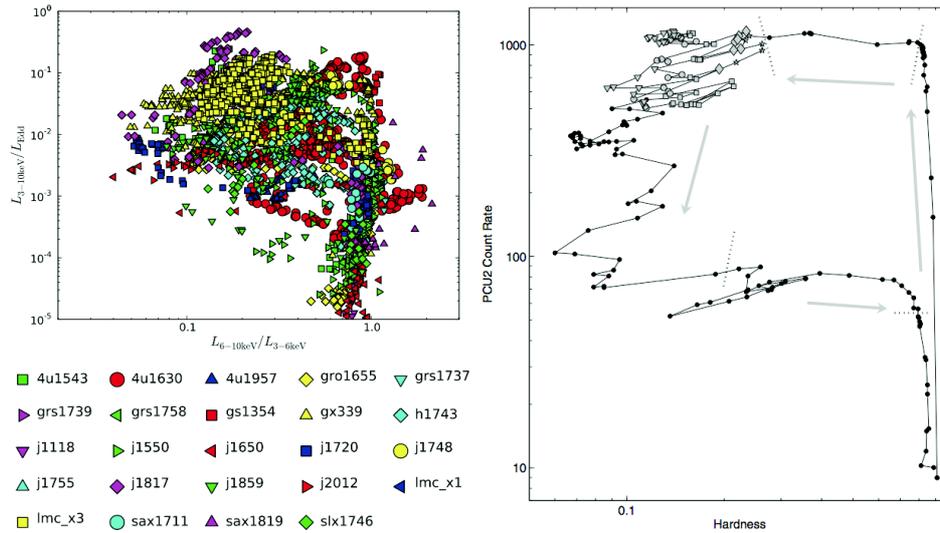
En plus de la luminosité perçue, l'information spectrale qu'on reçoit de ces objets est également très intéressante. On observe notamment des transitions d'états spectraux dans la plupart de ces objets, où l'on passe d'une émission X molle (d'énergie $e \approx 15\text{keV}$, typique du rayonnement du disque) à une émission plus dure ($e \approx 15\text{keV}$, symptomatique d'une autre physique en action). Un exemple de transition est donné figure 1.5. Cet état dur est interprété *via* une couronne composée d'un plasma chaud dans les zones internes du disque. Plusieurs possibilités ont été envisagées pour justifier cette couronne. On a d'une part envisagé que le régime de disque

n'est pas standard dans les zones internes en supposant qu'il ne rayonne pas l'énergie dissipée par accréation : c'est ce qu'on appelle un écoulement d'accréation advectif (en l'anglais "ADAF" pour ADvective Accretion Flow, pour une revue sur le sujet on pourra consulter Narayan *et al.* (1998)). On a également envisagé que les zones internes du disque éjectent de la matière, ce qui permettrait une couronne chaude (Ferreira *et al.*, 2006).

Enfin, une alternance de phases de corrélation et d'anti-corrélation entre la dureté du rayonnement et sa luminosité a été mise en évidence. Une structure d'hystérésis est clairement visible pendant les éruptions (figure 1.6). Hors éruption, le rayonnement est dur et la luminosité très faible. Lorsque l'objet entre en éruption, le rayonnement reste dur mais la luminosité augmente



F 1.5 – États "soft" et "hard" lors de l'éruption 96 97 de la binaire à trou noir GRO J1655-40. Sur la gauche, les mesures sont grisées et réparties en trois composantes : en rouge (émission d'un disque standard), bleu (émission non thermique en loi de puissance), et en pointillés (raie K du Fer). À droite, le spectre en fréquence perçu. L'état soft est clairement dominé par l'émission thermique du disque, avec néanmoins une queue non thermique dans les X durs. L'état hard quand à lui est dominé par la composante non thermique caractérisée par une loi de puissance plate, qui émet jusqu'à environ 100KeV (Remillard & McClintock, 2006).

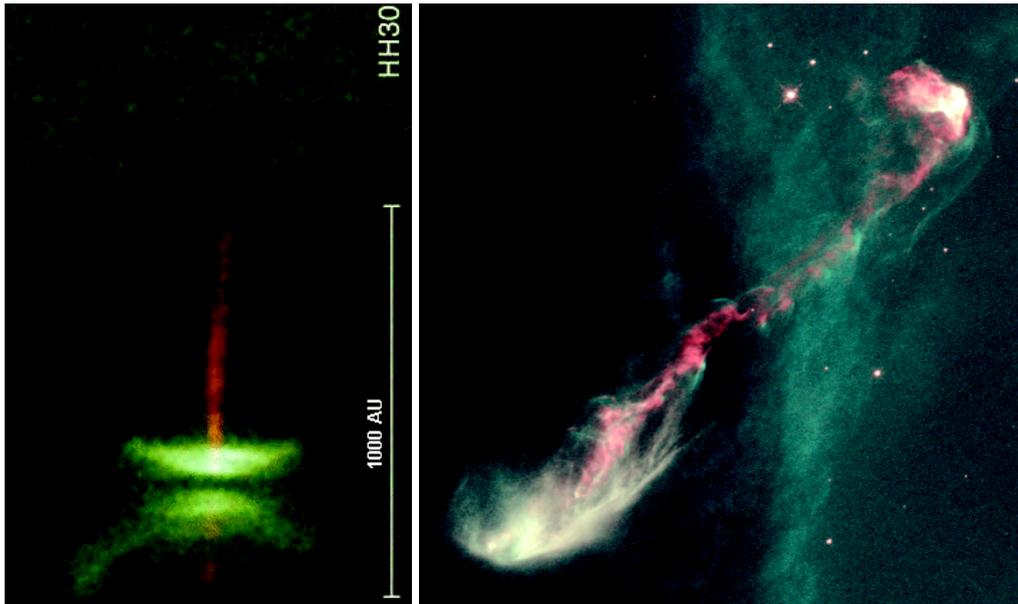


F 1.6 – Comportement d’hystérésis observé pour les binaires à trou noir. À gauche, diagramme intensité dures pour chacun des objets, la luminosité est exprimée en luminosité d’Eddington, et la duresse comme la fraction du rayonnement perçu entre 6 et 10 keV sur celle perçue entre 3 et 6 keV (Dunn *et al.*, 2010). À droite, le cycle observé pour GX 339-4 lors de son éruption de 2002 2003 (Belloni *et al.*, 2005)

1.3 L’ÉMISSION DE JETS

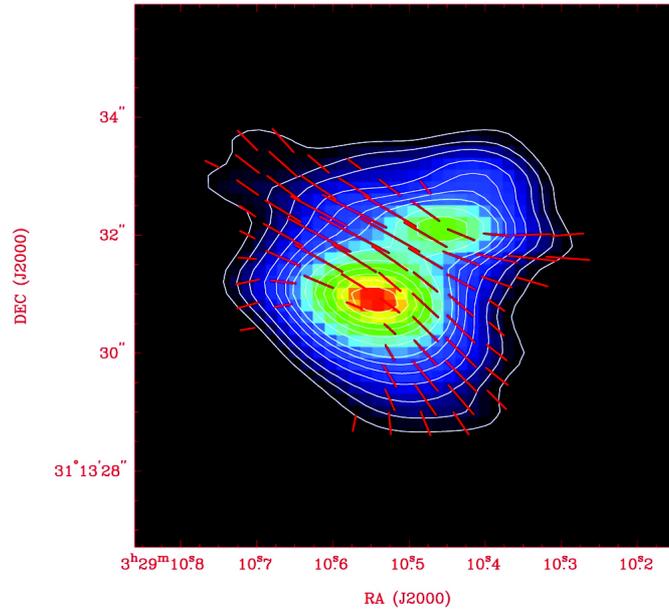
Un autre élément qui rend l’étude des disques passionnante est qu’on observe des jets bipolaires de matière émanant perpendiculairement aux disques dans toutes les classes d’objet explicitées. Il s’agit d’émissions bipolaires de matière très collimatées autour de l’axe de rotation du disque, la matière y est accélérée et peut s’échapper du puits gravitationnel de l’objet central. Cette topologie semble indiquer qu’un champ magnétique joue un rôle important dans la dynamique des jets (Livio, 1999).

Dans le cas des étoiles jeunes, une éjection de masse a pour la première fois été observée par Snell *et al.* (1980). Les observations s’accumulant, on sait aujourd’hui qu’on observe des jets à tous les stades de la formation stellaire, depuis l’ondement (classe 0) jusqu’à la protoétoile entourée d’un disque d’accrétion (classe 2). On peut observer dans ces objets des vitesses d’éjection de l’ordre de quelques $100 km s^{-1}$. Les jets se propagent dans le milieu interstellaire sur des distances allant jusqu’à $10000 UA$ (figure 1.7) et présentent une structure choquée à la transition entre le jet et le milieu interstellaire encore non perturbé. De plus on observe une corrélation entre le flux de masse éjectée et le taux d’accrétion du disque (Cabrit, 2002). L’imagerie révèle très clairement que le jet trouve son origine proche de l’étoile en formation (figure 1.7).



F 1.7 – Images de jets dans des objets stellaires jeunes. À gauche, on observe un disque d'accrétion (bande sombre) et en couleur orangée, un jet émis perpendiculairement au plan du disque (HH30). À droite, on voit un jet de 10000UA se propageant dans le milieu interstellaire, et l'objet émetteur au centre (HH47). (Crédit Nasa Space Telescope Science Institute).

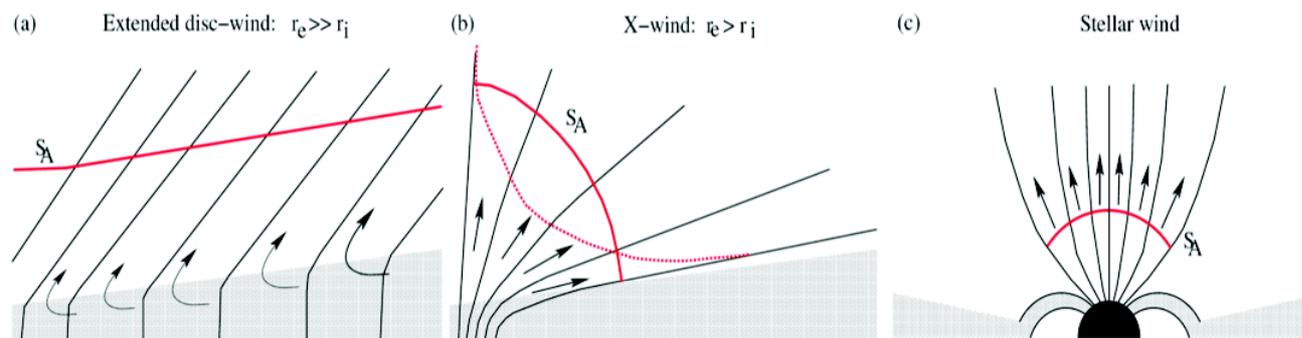
L'existence d'un champ magnétique d'environ 0.1 Tesla a été mise en évidence dans les zones internes ($r \approx 0.2 \text{ UA}$) du disque d'accrétion entourant la protoétoile FU-ORIONIS (Donati *et al.*, 2005). À ce résultat s'ajoute celui de Girart *et al.* (2006) qui à l'aide de la spectropolarimétrie ont mis en évidence la topologie bipolaire du champ magnétique dans la protoétoile NGC 1333 IRAS 4A (figure 1.8). L'orientation du champ magnétique par rapport au plan du disque semble de plus avoir un rôle important dans l'éjection de matière. En effet, Ménéard & Duchêne (2004) ont montré que les disques des étoiles T-Tauri émettent des jets plus favorablement si le champ magnétique à grande échelle est aligné avec l'axe de rotation du disque. Ces résultats sont en quelque sorte des syndromes d'un lien potentiel entre accrétion, éjection et champ magnétique.



F 1.8 – Topologie du champ magnétique de l'objet stellaire jeune NGC 1333 (Girart *et al.*, 2006). On observe une topologie dipolaire du champ.

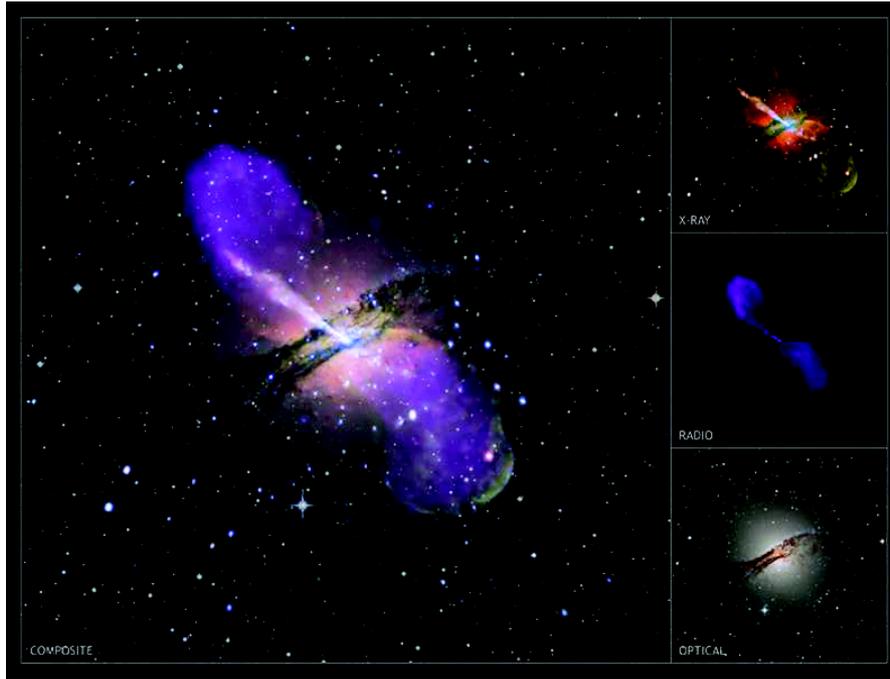
Il existe 3 modèles de jets pour les étoiles jeunes : les vents stellaires (Sauty *et al.*, 2004), les "X winds" (Shu *et al.* (1994), Cai *et al.* (2008)) et les vents de disques (Blandford & Payne (1982), Ferreira & Pelletier (1993), Ferreira & Pelletier (1995), Ferreira & Casse (2004)). Ils reposent tous sur un champ magnétique à grande échelle ancré à un objet en rotation et le freinant (figure 1.9). Les modèles de vents stellaires et les X-winds ne supposent pas de champ magnétique à grande échelle traversant le disque, alors que les modèles de vents de disques supposent qu'un champ magnétique à grande échelle fort (proche de l'équipartition) est présent dans le disque.

Dans le cas d'un disque d'accrétion autour d'un trou noir, Blandford & Znajek (1977) ont mis en évidence un mécanisme susceptible de générer des jets. Leur modèle suppose un trou noir de Kerr traversé par des lignes de champ magnétique qui lui extraient de l'énergie et du moment cinétique, les transférant au plasma de la magnétosphère du trou noir. Un tel processus pourrait générer des jets relativistes.



F 1.9 – Configuration magnétique pour les 3 modèles de vents en vigueur dans les étoiles issue de Ferreira *et al.* (2006). À gauche, le modèle de vent de disque (Blandford & Payne, 1982). Un champ magnétique dipolaire à grande échelle traverse le disque. À la surface du disque, les lignes de champ sont quasiment inclinées et permettent l'éjection sous forme d'un vent émis sur une grande extension radiale. Au centre, le modèle de X-wind (Shu *et al.*, 1994). La matière est éjectée depuis les zones internes du disque. À droite, le modèle de vent stellaire (Sauty *et al.*, 2004), où la matière est éjectée depuis l'étoile. Sur les trois schémas, la ligne rouge correspond à la surface d'Alfvén, où la matière atteint la vitesse d'Alfvén (Crédit J.Ferreira).

Le paradigme de vent de disque. On observe également l'émission de jets auto-confinés dans les noyaux actifs de galaxie et dans les binaires-X visibles dans le domaine radio. Dans les noyaux actifs de galaxie, les jets s'écoulent dans le milieu intergalactique à des vitesses relativistes. Ils présentent des tailles gigantesques de l'ordre de 10^6 parsecs. Dans les binaires-X, ils atteignent des tailles de quelques années-lumière. Ce constat nous amène naturellement à rechercher un mécanisme universel pour la production des jets. Dans cette problématique, le paradigme de vent de disque nous offre ce scénario puisqu'il ne préjuge pas de la nature de l'objet central (objet compact, étoile jeune). Ce paradigme a été initialement introduit dans l'article précurseur de Blandford & Payne (1982). En considérant un champ magnétique dipolaire à grande échelle traversant le disque, celui-ci peut émettre un vent par effet magnétocentrifuge, ce vent exerçant un couple de freinage sur le disque et permettant donc l'accrétion. Dans le cas d'une éjection magnétocentrifuge, ils ont montré qu'il est nécessaire que les lignes de champ soient quasiment inclinées par rapport à la normale du disque pour permettre une éjection de matière. De plus, les modèles auto-similaires prenant en compte à la fois le disque et le jet nous apportent une contrainte supplémentaire : il est nécessaire que le champ magnétique soit de l'ordre de l'équipartition dans le disque pour autoriser de telles structures (Ferreira & Pelletier, 1995). Ces modèles nous montrent que ces vents sont d'excellents "extracteurs" de moment cinétique, emportant avec eux une fraction significative du moment cinétique du disque et permettant donc l'accrétion de matière vers l'objet central.



F 1.10 – Image composite de la galaxie centaurus-a et de son environnement. L’image de gauche est obtenue par superposition des trois images de droite, obtenues dans le domaine radio, optique et X. Le jet émanant du noyau actif de la galaxie est clairement visible dans le domaine radio.

2 L’IMPORTANCE DU CHAMP MAGNÉTIQUE DANS LES DISQUES

2.1 TURBULENCE

Les disques présentant des cisaillements importants (rotation képlérienne en $r^{-3/2}$), on pourrait penser que la viscosité moléculaire est le candidat favori pour justifier l’accrétion de matière dans un disque. Néanmoins elle est des ordres de magnitude trop faible pour justifier les temps caractéristiques et la luminosité des disques (Spitzer, 1962). La question de (ou des) l’origine(s) du transport du moment cinétique dans les disques est un vaste sujet d’étude. La viscosité moléculaire étant écartée, la turbulence a été envisagée (Shakura & Sunyaev (1973), Lynden-Bell & Pringle (1974)) comme source de transport de moment cinétique dans les disques. Elle a été modélisée par une viscosité cinématique ν effective de la forme :

$$\nu = \alpha C_s h \quad (1.2)$$

C_s étant la vitesse du son dans le disque, h sa hauteur, et α un paramètre quantifiant l’efficacité de la turbulence, et contenant donc toute la physique de celle-ci. Dans la plupart des modèles, ce paramètre est fixé de manière *ad hoc, via* des contraintes théoriques ou observationnelles. Ceci pose naturellement la question d’une instabilité auto-entretenu dans les disques permettant de générer la turbulence. La question a été étudiée depuis déjà plusieurs décennies. Une des instabilités les plus prometteuses est l’instabilité magnétorotationnelles (MRI) dans les disques. Elle suppose la présence d’un champ magnétique dans le disque, et son efficacité semble directement liée à l’intensité de celui-ci, plus précisément le rapport de la pression magnétique

sur la pression thermique du disque. Pour être effective, la MRI ne nécessite pas une topologie particulière du champ. En effet, un champ magnétique vertical traversant le disque, tout comme un champ toroïdal, permet l'instabilité. Bien que la plupart des modèles de disque continuent à supposer un paramètre ν constant, cette hypothèse est complètement arbitraire, et on peut même dire obsolète.

Il apparaît aujourd'hui comme nécessaire de développer un modèle phénoménologique de cette turbulence en paramétrisant ν en fonction des paramètres physiques du disque (pression, champ magnétique), ce qui pourrait changer radicalement notre compréhension des disques d'accrétion.

2.2 LES VENTS DE DISQUES

Comme j'en ai parlé précédemment, les vents de disque sont un moyen efficace pour permettre l'accrétion de matière. Néanmoins, certaines questions subsistent. Si l'existence de tels vents est expliquée par la présence d'un champ magnétique dipolaire à grande échelle traversant le disque, la question de l'origine de ce champ magnétique vertical reste ouverte. On peut envisager deux possibilités :

une dynamo dans le disque qui permettrait de générer du champ magnétique à grande échelle et permettre l'éjection. Néanmoins il est à noter qu'une telle dynamo n'a jamais été observée dans les simulations MHD globales. La compréhension de ce phénomène dans les disques reste à l'heure actuelle très pauvre et l'absence de résultat tangible m'amène à ne pas considérer cette piste comme cause probable d'un champ à grande échelle dans les disques.

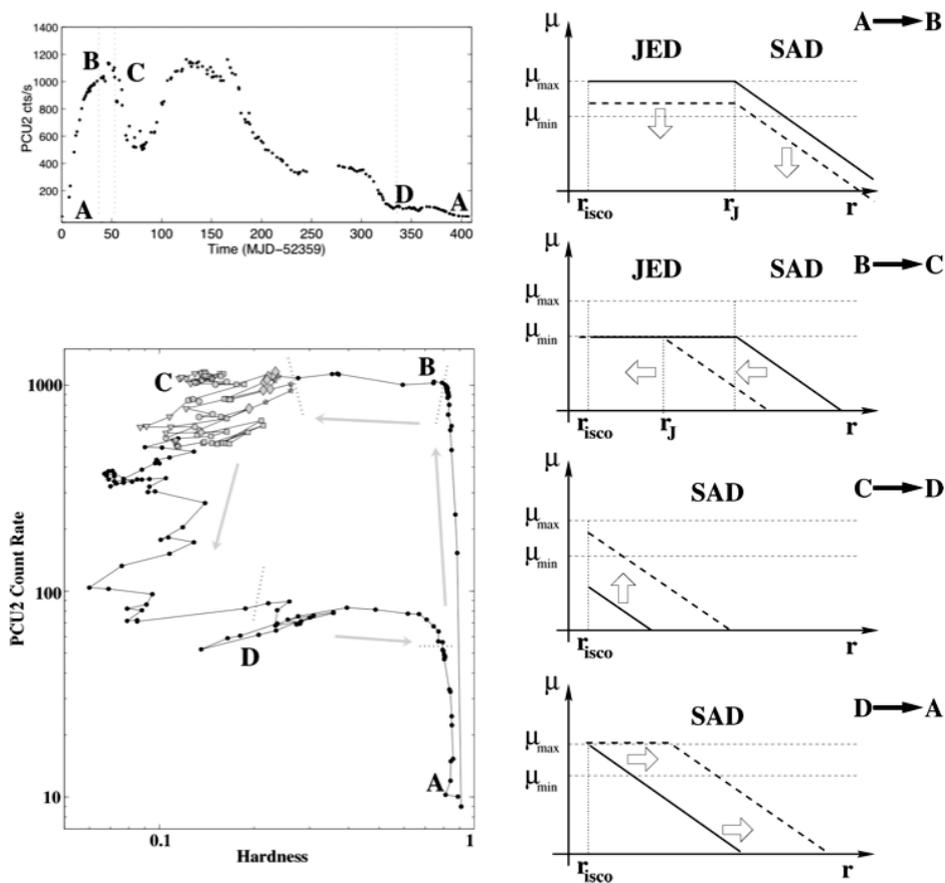
la seconde possibilité serait d'invoquer un champ magnétique extérieur qui a été advecté par le disque jusqu'à autoriser de l'éjection (lignes de champ suffisamment inclinées et un champ magnétique proche de l'équipartition). Cette question est la plus envisagée et constitue depuis une vingtaine d'années un sujet d'étude à part entière de la physique des disques d'accrétion.

2.3 LE CHAMP MAGNÉTIQUE, UN MOTEUR DE LA VARIABILITÉ DES DISQUES ?

Dans les binaires-X, la corrélation entre l'état X "dur" et l'émission radio perçue dans ces états a amené à considérer que l'état dur est toujours associé à de l'éjection (Fender *et al.*, 2004). En effet, on a pu observer une émission radio lors de phases éjectantes, et on observe systématiquement une émission radio dans les états X dur. Cependant, une émission radio a parfois été détectée dans les états soft (Fender *et al.*, 2009), la corrélation état dur disque éjectant n'est donc pas clairement établie, elle fait néanmoins l'objet d'un consensus relativement bien établi dans la communauté des binaires-X.

Partant de cette hypothèse, les transitions d'états spectraux dans les binaires-X sont donc associées à des transitions entre phases éjectantes auxquelles on associe le rayonnement dur, et phases "calmes" où le rayonnement est dominé par le disque (figure 1.12). L'intensité du rayonnement perçu est liée à l'énergie libérée par l'accrétion du disque, on peut donc interpréter l'évolution de la luminosité par un changement du flux de masse de l'étoile compagne vers

le disque. Néanmoins, pour être en mesure d'expliquer l'hystérésis, on doit considérer une seconde variable influant sur la dureté du rayonnement. Cette variable devrait avoir un lien avec la présence ou non d'un jet. Ferreira *et al.* (2006) puis Petrucci *et al.* (2008) ont envisagé que le champ magnétique est cette variable, plus précisément la magnétisation du disque (le rapport de la pression magnétique sur la pression thermique). Si la magnétisation dans les régions internes atteint des valeurs de l'ordre de l'unité, un jet pourrait être lancé dans ces zones. Au contraire, si un jet est présent et que la magnétisation décroît suffisamment, alors le jet pourrait "s'éteindre". La figure 1.11 présente le scénario proposé par Petrucci *et al.* (2008) (voir aussi la figure 1.12). Un point fondamental de cette description est qu'elle suppose une magnétisation décroissante du rayon dans la zone non-éjectante du disque. Ce point constitue la problématique initiale de ma thèse.

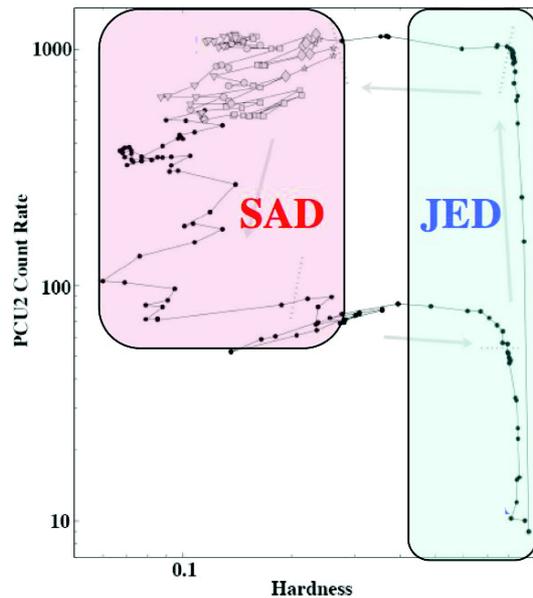


F 1.11 – Scénario permettant d'expliquer les cycles d'hystérésis dans les binaires-X proposé par Petrucci *et al.* (2008). En haut à gauche, la courbe de lumière de GX 339-4 pendant son éruption de 2002-2003, et en bas à gauche, le diagramme intensité dureté observé pendant cette éruption. Les labels A,B,C et D permettent de situer dans le temps le diagramme intensité dureté. S'il y a éjection, elle survient toujours dans les zones internes du disque (zone de JED), le JED se raccordant à un régime standard à un certain rayon r_j .

L'importance du champ magnétique (également *via* la magnétisation) dans les binaires-X a auparavant été discutée par Tagger *et al.* (2004) qui ont proposé un lien entre la magnétisation du disque et les états spectraux du micro-quasar GRS1915-105, ainsi qu'un scénario expliquant les transitions entre ces états. Ce scénario repose sur l'hypothèse d'un champ magnétique de

polarité opposée qui serait advecté par le disque, provoquant une variation de la magnétisation du disque. Citons également Igumenshchev (2009) qui a proposé un scénario pour justifier les transitions d'états spectraux dans les binaires-X à trou noir également basé sur une inversion de la polarité du champ advecté.

Si le champ magnétique joue ce rôle, il devient crucial de pouvoir étudier son évolution sur des échelles de temps liées aux variabilités observées, notamment sur des échelles de temps d'accrétion. Cela pose la question du transport du champ magnétique dans les disques d'accrétion.



F 1.12 – Diagramme intensité duresté dans la binaire X GX 339-4. L'intensité du rayonnement détecté est liée au taux d'accrétion. Lorsqu'un jet est émis, le rayonnement perçu est dur. Au contraire s'il n'a pas de jet, le rayonnement perçu est dominé par le disque qui rayonne dans les X "mous". On voit clairement un cycle d'hystérésis.

2.4 LA QUESTION DU TRANSPORT DU CHAMP MAGNÉTIQUE

Le transport d'un champ magnétique externe dans un disque est gouverné par deux mécanismes : l'advection par le gaz accrétant qui emporte les lignes de champ magnétique avec lui, et la diffusion magnétique qui autorise *via* un processus dissipatif (la résistivité) la matière à traverser les lignes de champ. Le transport d'un champ magnétique vertical dans les disques d'accrétion est étudié depuis une vingtaine d'années, je vais ici résumer les différents travaux sur le sujet. Par souci de cohérence avec la suite du manuscrit, j'utiliserai des notations qui ne sont pas nécessairement les mêmes que celles des articles. Cette section se veut être un état de l'art de la question du transport de B_z , mais pas une description précise de la physique en jeu. Pour une description mathématique plus détaillée de la physique de transport du champ magnétique dans un disque, le lecteur pourra se référer au chapitre 3.

A DES APPROCHES GLOBALES

Les premiers travaux sur le transport d'un champ magnétique vertical par un disque ont été des études cinématiques globales. C'est à dire qu'en imposant les distributions radiales des grandeurs jouant sur la physique du transport (sans rétroaction du champ sur la dynamique), il était question de voir comment le champ évoluait dans le disque et vers quel état stationnaire il pouvait converger, en particulier lorsqu'on lui impose des distributions radiales de grandeurs de type disque d'accrétion standard.

van Ballegooijen (1989) a été le premier à étudier la question. La problématique de l'époque (et qui est toujours d'actualité) était de savoir si un disque visqueux était capable d'advec-ter significativement un champ magnétique vertical extérieur au disque afin d'obtenir une inclinaison su sante des lignes de champ poloïdales à la surface du disque, permettant le dé-clenchement d'un vent magnéto-centrifuge. Il a modélisé le transport en considérant un disque fin (dont la hauteur $h(r)$ est petite devant le rayon r du disque) et en imposant les distributions radiales de vitesse et de di usivité magnétique dans le disque. Considérant un disque visqueux de viscosité ν , il a supposé une vitesse d'advection du champ u_a (comptée ici positivement pour des mouvements vers l'intérieur du disque) égale à la vitesse d'accrétion dans un disque visqueux standard donc vérifiant $u_a = \frac{3}{2} \frac{\nu}{r}$. Il a considéré une di usivité magnétique η_m propor-tionnelle à la viscosité telle que $P_m = \frac{\nu}{\eta_m}$, avec P_m le nombre de Prandtl magnétique. La vitesse et la di usivité respectent donc la relation : $\frac{r u_a}{\eta_m} = \frac{3}{2} P_m$. Enfin, il a supposé une épaisseur du disque suivant la relation $h(r) = R_d \frac{r}{R_d}^k$ traduisant l'épaisseur et la courbure de la surface du disque.

Ses conclusions sont les suivantes : la capacité d'un disque a advec-ter du flux augmente (logiquement) avec le nombre de Prandtl magnétique, et elle diminue pour des épaisseurs h petites. Ce dernier point s'explique par le fait que l'advection du champ magnétique vertical crée une courbure des lignes de champ (*i.e.* un champ radial en surface du disque) *via* l'équilibre transverse des surfaces magnétiques dans la magnétosphère. Dans le cas étudié (absence de vent), cet équilibre est potentiel. Or, pour un champ radial donné, plus le disque est mince, plus la densité de courant toroïdale est importante. La di usion de B_z étant de la forme $\propto \frac{1}{r}$, plus le disque est mince, plus la di usion du champ vertical est e cace. En confrontant ses résultats au critère de Blandford & Payne (1982), il a constaté que le critère était satisfait aux rayons externes du disque. Ce point est délicat, car le résultat obtenu est directement conditionné par la résolution de la magnétosphère potentielle qu'il a utilisée (la configuration du champ magnétique hors du disque, en supposant un équilibre potentiel). En l'occurrence, cette résolution est assez discutable car elle résout le champ dans la magnétosphère en considérant la distribution radiale de B_z comme une distribution de charges magnétiques dans le disque.

Dans la continuité des travaux de van Ballegooijen (1989), **Lubow et al. (1994)** se sont in-téressés au transport du champ dans le cas d'un disque "troué" (présentant un rayon interne $r_{in} > 0$). En supposant un disque de hauteur $h(r)$, ils ont intégré l'équation de transport du flux magnétique sur la hauteur du disque, et donc considéré une vitesse et une di usivité magné-

tique intégrées sur la hauteur du disque. Ce point, implicite dans l'article de van Ballegooijen (1989), est très important, nous le verrons. Il ont utilisé une méthode plus cohérente que van Ballegooijen (1989) pour la résolution de la magnétosphère car contrairement à la précédente, elle n'assimile pas le disque à une distribution de monopoles magnétiques pour résoudre la structure magnétosphérique du champ, mais bien à une distribution de courants surfaciques.

En considérant un disque initialement traversé par un champ extérieur uniforme, ils ont montré que l'efficacité du transport est donnée par les grandeurs intégrées sur la hauteur du disque.

Ils ont ainsi montré que l'équilibre du champ poloïdal dans le disque dépend de 2 éléments : le champ extérieur B_{ext} imposé et le paramètre $\frac{2}{3} \frac{m}{\eta u_a}$. Ils se sont intéressés à des situations pour lesquelles B_{ext} et $\frac{2}{3} \frac{m}{\eta u_a}$ sont uniformes dans le disque.

Ils ont commencé par remarquer que le champ radial développé à la surface du disque $B_r(r) = B_r(r, h)$ vaut à l'équilibre $B_r = B_z \frac{1}{2}$. Ce qui donne pour un disque visqueux $B_r = B_z \frac{3P_m h}{2r}$. Ce résultat, assez simple à obtenir analytiquement dans le cas d'un disque fin (voir chapitre 3 section 3) ne constitue pas une avancée significative. En revanche, ils ont mis en évidence le lien entre le champ radial à la surface du disque et la distribution radiale de B_z dans le disque. Ce lien est donné par l'équilibre transverse des surfaces magnétiques dans la magnétosphère qui dans leur cas est un équilibre potentiel. Il apparaît que pour obtenir une advection significative du champ magnétique vertical, il est nécessaire de développer un champ radial en surface du disque de l'ordre du champ vertical ou plus grand, ce qui est réalisé si $\frac{1}{2} > 1$. Les moyennes verticales de la vitesse du gaz dans le disque et de la diffusivité ainsi que la hauteur du disque apparaissent donc comme les grandeurs quantifiant l'advection du champ.

Les premières simulations considérant les équations de transport non-intégrées sur la hauteur du disque ont été réalisées par **Reyes-Ruiz & Stepinski (1996)**. Ils ont utilisé des termes de transport (vitesse radiale et résistivité) uniformes sur la hauteur du disque. Ce point est quelque peu délicat car il revient à faire un "pas en arrière" en considérant une distribution uniforme de grandeurs utilisées pour une description intégrée sur la hauteur du disque (le disque d'accrétion standard). On peut donc d'emblée s'attendre à ce qu'ils obtiennent les mêmes résultats que ceux des travaux précédents. Ils ont utilisé un domaine de calcul $R_{in} < R < R_{out}; 0 < Z < H$, la transition entre le disque et la magnétosphère étant délimitée par la hauteur $H(R)$ du disque. Ils ont résolu à la fois l'évolution du champ poloïdal et du champ toroïdal, en imposant ce dernier nul hors du disque pour garantir une magnétosphère potentielle.

Les équations n'étant plus intégrées sur la hauteur du disque, ils ne pouvaient plus considérer le disque comme une distribution de courants surfaciques et ont donc dû opérer une résolution en 2 dimensions (axisymétrique) de la configuration magnétosphérique (toujours potentielle). En partant d'une distribution de champ magnétique externe uniforme, ils ont utilisé des distributions radiales de u_a , η et H différentes de celles de Lubow *et al.* (1994). Ceci importe en fait peu puisque comme ces derniers l'ont montré, le paramètre significatif est $\frac{2}{3} \frac{m}{\eta u_a}$, qui dans l'étude de Reyes-Ruiz & Stepinski (1996) est en première approximation (à un facteur 1 ± 2 près) uniforme.

Les résultats obtenus ont partiellement les mêmes comportements que Lubow *et al.* (1994).

Ils ont en effet vérifié la relation $B_r/B_z = \frac{hu_a}{m}$ (ce qui est logique puisque cette relation est imposée par la physique du disque, sans condition sur la magnétosphère). Ayant considéré des distributions de type disque standard, ils ont vérifié qu'une advection significative de B_z n'était possible que si $\frac{hu_a}{m} \geq 1$ ou plus grand, ce qui nécessite donc un nombre de Prandtl magnétique grand dans un disque mince. Néanmoins, les distributions radiales de B_z obtenues sont beaucoup plus raides que celles de Lubow *et al.* (1994). Ce résultat est probablement un biais des conditions aux limites. En effet, pour la résolution de la configuration magnétosphérique, ils ont considéré des lignes de champ droites aux bornes radiales du domaine ce qui implique que seule la dérivée radiale de B_z peut contrecarrer l'advection du champ magnétique dans ces zones. Dans cette situation, le champ vertical doit être comprimé beaucoup plus fortement aux bornes du disque pour compenser l'advection. Les dépendances radiales qu'ils ont obtenues sont donc contestables.

Il ressort de ces 3 études le résultat important suivant : si le champ magnétique obéit à un équilibre potentiel hors du disque, une advection significative d'un champ magnétique vertical extérieur n'est possible que si $\frac{hu_a}{m}$ est de l'ordre de l'unité ou plus grand. Cependant, la question de profils verticaux de la vitesse et de la diffusivité magnétique n'a pas été envisagée dans ces travaux. En effet, soit les équations étaient intégrées sur la hauteur du disque, en imposant des termes de transport vérifiant $\frac{d}{dz}(\dots) = \text{cte}$, soit elles étaient résolues en 2 dimensions en imposant des termes uniformes en z vérifiant également $\frac{d}{dz}(\dots) = \text{cte}$.

De manière plus rigoureuse, on peut montrer que l'efficacité du transport est dictée par le paramètre (voir chapitre 3 section 3.1) :

$$\frac{h}{2} \frac{hu_a}{m} \frac{d_z}{2h} \quad (1.3)$$

où u est la vitesse du fluide comptée positivement vers l'intérieur. Les profils verticaux de la vitesse et de la diffusivité magnétique peuvent donc jouer un rôle primordial dans l'efficacité du transport, ce qui n'a pas été réellement considéré dans ces travaux. S'appuyant sur les résultats présentés, les travaux suivants se sont penchés sur la question de la structure verticale d'un disque d'accrétion, afin de voir si une étude fine de cette structure peut aboutir à des critères d'advection différents (notamment sur le nombre de Prandtl magnétique).

B DES APPROCHES LOCALES

L'importance de la structure verticale du disque a été pour la première fois étudiée par **Shalybkov & Rüdiger (2000)**. Ils ont considéré cette fois la rétroaction du champ magnétique sur la dynamique du disque, en recherchant les profils verticaux à l'équilibre du champ magnétique, de la densité, de la vitesse radiale et de l'écart à la rotation képlérienne. On retiendra notamment que le champ toroïdal obtenu est toujours important en surface du disque, voire même dramatiquement important pour certains résultats (on observe un rapport champ toroïdal en surface sur champ vertical allant jusqu'à 60). Or un champ toroïdal non nul en surface du disque implique un vent exerçant un couple magnétique sur le disque. Effectivement, le couple

magnétique exercé par un jet sur le disque implique des vitesses d'accrétion importantes qui favorisent l'advection du champ vertical. Une question importante est donc de savoir si les solutions obtenues seraient compatibles avec l'existence d'un jet, ce qui semble être le cas pour certaines. Néanmoins, cette étude n'apporte pas de réponse à la question de l'advection d'un champ extérieur qui permettrait le déclenchement d'un jet, puisqu'elle suppose d'emblée qu'il en existe un.

Une étude similaire a été réalisée par **Rothstein & Lovelace (2008)**. Partant du constat qu'à la transition entre le disque et la magnétosphère, la magnétisation devient plus grande que l'unité, ils ont postulé que cette zone est non turbulente, et donc hautement conductrice (*i.e.* très faiblement résistive). En supposant une telle zone, et l'existence d'un couple (même faible) y permettant l'accrétion de la matière très peu dense, alors le champ vertical étant gelé à la matière dans cette zone, l'advection du champ est possible. Il est à noter cependant qu'ils ont considéré une vitesse verticale pas nécessairement nulle en surface du disque, qui apporte une borne inférieure sur le couple en surface du disque (sans quoi quel que soit le couple, dès lors qu'il y aurait accrétion dans cette zone, le champ serait emporté vers l'intérieur du fait du régime de MHD idéale supposé en surface du disque).

Une discussion importante soulevée est celle de l'existence d'une telle zone, non turbulente mais pas encore trop fortement magnétisée pour pouvoir être considérée comme une couche de transition entre le disque et la magnétosphère. Ils ont notamment fourni des limites inférieures sur l'intensité du champ magnétique minimum autorisant une telle transition. Ce qui les a amené à considérer un e et de seuil sur la valeur du champ magnétique au bord externe d'un disque, qui ne peut pas advecter du champ au-dessous d'une certaine limite, mais peut le faire au-dessus. Ils émettent l'hypothèse que l'évolution de la viscosité turbulente induite par les variations du champ magnétique advecté ou diffusé, pourrait être la cause de la variabilité des binaires-X sur des longues échelles de temps.

Dans la continuité de ce travail, **Lovelace et al. (2009)** ont étudié numériquement de telles configurations. Ils ont imposé une distribution verticale de diffusivité magnétique dans un disque ("standard" dans le corps du disque et très faible dans la couche de transition), et ont étudié les distributions verticales de la densité, du champ magnétique, et de la vitesse (en supposant le champ vertical constant sur l'épaisseur du disque et la vitesse verticale nulle). Ils se sont intéressés à des configurations globalement accrétantes, faiblement magnétisées. Deux sources de transport du moment cinétique sont présentes, la viscosité turbulente et le couple magnétique. Le champ toroïdal à la surface du disque est un paramètre libre et ils ont choisi de l'imposer de sorte qu'il y ait globalement un transfert de moment cinétique depuis le disque vers la magnétosphère. Ils présentent 2 catégories de solutions, toutes deux de type "canaux". La première est de type excrétante au niveau du plan équatorial du disque, puis accrétante dans les zones au dessus. La seconde est au contraire accrétante au niveau du plan équatorial, puis excrétante au-dessus et enfin de nouveau accrétante au niveau de la couche limite. Ces deux solutions peuvent advecter le champ vertical présent, car dans les deux cas, la matière accrète dans la couche limite en entraînant les lignes de champs magnétique. Une telle couche limite

doit être une zone très faiblement résistive et pas encore top magnétisée pour être considérée comme faisant partie du disque. Si elle peut exister et être stable, alors le champ peut être advecté à condition qu'un champ toroïdal (même faible) puisse se développer en surface du disque.

Le dernier travail en date a été réalisé par **Guilet & Ogilvie (2012)**. Ils ont proposé un ordering en h/r des grandeurs du disque et linéarisé les équation MHD du disque (ordering "classique"), et de plus ont supposé un champ magnétique dominé par la composante verticale. Ils ont considéré dans leur approche un équilibre vertical hydrostatique du disque (valide pour des magnétisation petites devant l'unité), et recherché les profils verticaux de la vitesse radiale, de l'écart à la vitesse képlérienne, du champ radial et toroïdal garantissant la stationnarité de la structure sur des échelles de temps dynamiques (képlériennes). Les contraintes turbulentes sont modélisées par le coefficient ν usuel et dont la valeur est déterminée en supposant que l'instabilité magnéto-rotationnelle (la source de turbulence supposée être à l'origine du ν) est marginalement stable. Le ν est considéré constant sur la hauteur du disque et ne dépend que de 2 paramètres : le Prandtl magnétique turbulent et la magnétisation du disque. L'hypothèse de stabilité marginale semble délicate. D'une part les valeurs obtenues sont surestimées (ils obtiennent des valeurs de ν pouvant être supérieures à 1), et d'autre part, les vitesses radiales dans le disque ne sont pas nécessairement en accord avec une accrétion réellement turbulente (question qui reste ouverte à l'heure actuelle en raison du peu de contraintes fournies par les simulations MRI globales de disque). Les profils verticaux obtenus permettent de vérifier directement si l'advection du champ vertical est possible et donc d'anticiper l'évolution d'un disque sur des échelles de temps longues devant la dynamique képlérienne. La linéarisation qu'ils ont obtenue permet de ne faire intervenir que les 4 grandeurs données plus haut, ainsi, les dépendances radiales sont considérées comme des termes source des équations résolues. La structure magnétosphérique n'étant pas résolue, la valeur du champ radial et du champ toroïdal en surface du disque sont également des termes sources.

La résolution du système est opérée pour chaque terme source en posant les autres nuls. La solution générale du système est donc une combinaison linéaire de chacune des solutions obtenues pondérée par le terme source. Pour considérer l'advection d'un champ magnétique vertical par un disque "turbulent", ils ont étudié les solutions obtenues avec un champ toroïdal nul en surface du disque. Ils obtiennent un résultat nouveau : l'advection d'un champ vertical est possible en l'absence de vent de disque. Ce résultat s'explique par les vitesses d'accrétion importantes obtenues en considérant la contribution hydrodynamique (*i.e.* la contribution de la viscosité) du système. Les vitesses développées sont effectivement importantes en surface du disque, ce qui permet l'advection du champ. Ils se sont naturellement interrogés sur l'efficacité de cette advection, c'est à dire sur l'inclinaison des lignes de champ pouvant être obtenues à l'équilibre. Ce résultat est directement quantifié par l'inverse de la magnétisation du disque et son épaisseur. Plus la magnétisation est faible, plus l'advection est facilitée. À l'inverse, plus l'épaisseur du disque est petite, plus la diffusion est favorisée. La dépendance de l'efficacité d'advection avec la magnétisation du disque est un point particulièrement intéressant. En effet, il permet d'envisager une advection d'un champ vertical par un disque turbulent jusqu'à

atteindre une valeur de magnétisation permettant le déclenchement d'un jet. Néanmoins, pour que cette transition soit possible, il est nécessaire de considérer un disque moyennement mince d'une part (typiquement $h/r \approx 0.1$), et également d'autoriser le déclenchement d'un jet pour des magnétisations de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-2} , ce qui semble nécessiter des effets thermiques en surface du disque (Casse & Ferreira, 2000b; Murphy *et al.*, 2010).

Un point saillant de ce travail reste la validité des distributions de vitesses d'accrétion obtenues. Comme bien souvent, la question ne pourra être tranchée qu'à l'aide de simulations de disque MRI globales réalisées sur des échelles de temps suffisamment longues pour statuer sur les profils verticaux de vitesse. Ce travail pose néanmoins des questions très intéressantes, et ouvre des perspectives excitantes pour la suite.

3 OBJECTIFS ET PLAN DE LA THÈSE

Le champ magnétique semble donc jouer un rôle prépondérant dans la dynamique des disques d'accrétion, *via* la turbulence issue de l'instabilité magnéto-rotationnelle, et *via* les jets magnétocentrifuges. Dans cette thèse, je vais élaborer un modèle de disque nouveau, le supposant traversé par un champ magnétique dipolaire à grande échelle, ce champ étant donc susceptible d'évoluer en fonction de son transport par le disque. Je considérerai une rétroaction du champ magnétique sur la dynamique du disque. D'une part, je considérerai une turbulence générée par la MRI, et donc devrai réaliser une prescription sur le paramètre ν comme fonction de la magnétisation du disque. D'autre part, je considérerai le couple magnétique dû à un éventuel jet, si les conditions d'éjection sont réunies *via* un critère portant sur la magnétisation du disque. Dans le cas où le disque ne produit pas de jet, il sera donc question de revisiter le modèle standard des disques d'accrétion tenant compte de la rétroaction du champ sur la dynamique du disque. Dans la mesure où les conditions d'éjection peuvent ne pas être réalisées partout dans un disque, nous serons également amenés à nous poser la question de zones de transition dans un disque, entre un régime éjectant et un régime standard.

Dans la seconde partie de ce manuscrit, je présenterai tout d'abord le modèle développé pendant ma thèse. J'étudierai ensuite les solutions stationnaires obtenues à l'aide d'une approche analytique du modèle. L'approche analytique permettant d'étudier des configurations "homogènes" (disque soit standard partout, soit éjectant partout), je ferai une étude qualitative de zones de transition. La stabilité du modèle sera également étudiée à la fin de cette partie.

La troisième partie présentera les méthodes numériques employées pour simuler le modèle développé au chapitre précédent. Je présenterai la discrétisation des équations du modèle et ferai un ensemble de tests numériques pour valider le code de transport du flux magnétique développé.

Enfin, la dernière partie consistera en l'étude numérique du modèle. Je commencerai par présenter les conditions aux limites appropriées selon les régimes étudiés, ainsi que les solutions stationnaires obtenues. J'étudierai également les régimes instables mis en évidence dans la seconde partie. Enfin, je réaliserai l'étude d'une transition envisagée dans cette thèse : la transition SAD JED.

Bien que je n'en parle pas dans le corps de ce manuscrit, j'ai également participé en parallèle de ma thèse au projet "Fly Your Thesis" organisé par l'Agence Spatiale Européenne (ESA). Le projet est à l'heure actuelle suspendu pour cause de coupes budgétaires, mais l'ESA réalisait jusqu'à l'an dernier un appel à projet (annuel) afin de financer une campagne de vols en micro-gravité à bord de l'airbus A300 zéroG de la société Novespace basée à Bordeaux. Cet appel à projet, destiné à tout étudiant européen en thèse, représente une chance unique de pouvoir réaliser un projet d'expérience embarquée. Le projet proposé par notre équipe ayant été retenu, nous avons conçu et réalisé une expérience pendant une durée de 2 ans ce qui finalement a abouti à la campagne de vols en mai 2011. Je donne en annexe E, le rapport final rendu à l'ESA à l'issue du projet.

Partie II

Formalisme et modèle

Chapitre 2

Cadre conceptuel et théorique

Sommaire

1	Symétries du problème et contraintes induites	29
1.1	Grandeurs magnétiques	30
1.2	Grandeurs du fluide	32
2	Régimes de MHD	32
3	Les régimes et configurations de disques - Terminologie	33
3.1	Régimes de disques	33
3.2	Configurations envisagées	34
4	Cadre théorique	38
4.1	Equations MHD	38
4.2	Détail des équations	39

1 SYMÉTRIES DU PROBLÈME ET CONTRAINTES INDUITES

Un disque d'accrétion est un disque de gaz (et éventuellement de poussières) en rotation autour d'un objet central. Dans toute la suite de ce manuscrit, le modèle que je vais développer supposera un disque axisymétrique, géométriquement mince, en rotation képlérienne autour de l'objet central (hypothèse que je justifierai plus loin). Je le supposerai traversé par un champ magnétique dipolaire à grande échelle, et soumis à deux sources de transport de moment cinétique : une viscosité turbulente et ou un jet magnétocentrifuge. Je me placerai dans le cadre théorique de la MagnétoHydroDynamique (MHD) pour mettre le système en équation. On se placera dans le système de coordonnées $(r; \theta; z)$ de la base cylindrique $(\mathbf{e}_r; \mathbf{e}_\theta; \mathbf{e}_z)$ centrée sur l'objet central (de centre noté o). Le plan équatorial du disque définit le plan $(o; \mathbf{e}_r; \mathbf{e}_\theta)$.

Les champs de vitesse et magnétique ainsi que la densité de courants peuvent s'écrire :

$$\mathbf{u}(r, z, t) = \mathbf{u}_p(r, z, t) + (r, z, t)r\mathbf{e}_\theta \quad (2.1)$$

$$\mathbf{B}(r, z, t) = \mathbf{B}_p(r, z, t) + B(r, z, t)\mathbf{e}_z \quad (2.2)$$

$$\mathbf{J}(r, z, t) = \mathbf{J}_p(r, z, t) + J(r, z, t)\mathbf{e}_z \quad (2.3)$$

où l'indice p signifie la composante poloïdale du vecteur (*i.e.* dans le plan $(\mathbf{e}_r; \mathbf{e}_z)$), (r, z) est la vitesse angulaire du fluide. J'appellerai la composante suivant \mathbf{e}_z "composante toroïdale" (ou éventuellement azimutale). Nous allons le voir, l'axisymétrie couplée aux contraintes de symétrie par rapport au plan équatorial permettent de simplifier considérablement le problème.

1.1 GRANDEURS MAGNÉTIQUES

A LE CHAMP MAGNÉTIQUE

Comme on suppose la topologie dipolaire, on a nécessairement le champ B_z symétrique et les champs B_r et B_θ antisymétriques par rapport au plan équatorial. Ce qui formellement donne :

$$B_z(r, z) = B_z(r, -z) \quad (2.4)$$

$$B_r(r, z) = -B_r(r, -z) \quad (2.5)$$

$$B_\theta(r, z) = B_\theta(r, -z) \quad (2.6)$$

On a notamment $B_r(r, z=0) = B_\theta(r, z=0) = 0$. En axisymétrie, on peut montrer que le champ poloïdal s'écrit en fonction du scalaire $a = rA$ (avec A la composante toroïdale du potentiel vecteur) tel que :

$$\mathbf{B}_p = \frac{1}{r} r^2 a \mathbf{e}_z - \frac{1}{r} z a \mathbf{e}_r - \frac{1}{r} a \mathbf{e}_\theta \quad (2.7)$$

Les contraintes de symétrie par rapport au plan équatorial $(\theta; \mathbf{e}_r; \mathbf{e}_\theta)$ donnent donc pour a :

$$a(r, z) = a(r, -z) \quad (2.8)$$

$$z a(r, z=0) = 0 \quad (2.9)$$

On remarquera que le flux Φ_B de \mathbf{B} à travers un disque fictif d'axe $(\theta; \mathbf{e}_z)$, de centre $(0, z_d)$ de rayon r_d vaut :

$$\Phi_B = \int_0^{r_d} 2 r dr \mathbf{B}(r, z_d) \cdot \mathbf{e}_z = \int_0^{r_d} B_z(r, z_d) 2 r dr = 2 \int_0^{r_d} \frac{1}{r} r [a(r, z_d)] r dr = 2 a(r_d; z_d) \quad (2.10)$$

Ce flux est donc simplement égal au scalaire $2 a(r_d, z_d)$. J'appellerai donc a "flux magnétique" dans la suite de ce manuscrit, bien qu'il faille garder en tête qu'il est égal au flux divisé par 2 .

Une surface magnétique est définie comme une surface dont chaque point est tangentiel au champ magnétique (figure 2.1). Comme on a trivialement :

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{B}_p = 0 \quad (2.11)$$

les surfaces $a = \text{cte}$ sont donc des surfaces magnétiques. De plus, avec le flux magnétique défini équation (2.10), on voit qu'une surface magnétique correspond à une surface "iso flux". Dans un plan (r, z) donné (θ fixé), une ligne "iso a " correspond à une ligne de champ magnétique. Il est important de garder ce point en tête car il permettra de se figurer plus simplement le transport de champ magnétique dans un disque.

Il sera pertinent d'utiliser le scalaire b tel que :

$$b = rB_\theta \quad (2.12)$$

On aura donc comme contrainte sur b :

$$b(r, z) = b(r, -z) \quad (2.13)$$

$$z b(r, z = 0) = 0 \quad (2.14)$$

B LA DENSITÉ DE COURANT.

Comme pour le champ magnétique, je pose :

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_p + J \mathbf{e}_z \quad (2.15)$$

La densité de courant toroïdale (J) décrit la courbure des lignes de champ (lignes iso a) suivant :

$$J = \frac{1}{0} (z B_r - r B_z) = \frac{1}{0r} a \quad (2.16)$$

Avec : $\frac{\partial^2}{\partial z^2} + r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$ un Laplacien modifié.

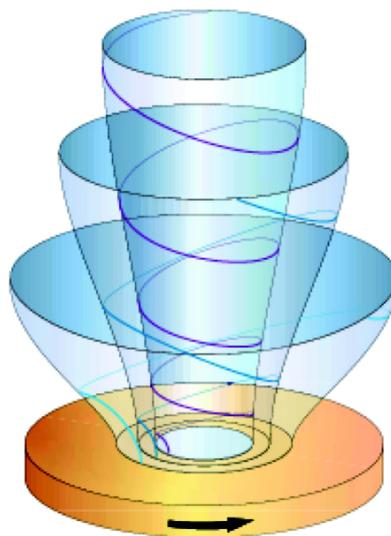
En axisymétrie, la densité de courant poloïdale \mathbf{J}_p est intimement liée au champ toroïdal B_z , et plus directement au scalaire $b = r B_z$. On trouve :

$$\mathbf{J}_p = \frac{1}{0r} b \mathbf{e}_\theta \quad (2.17)$$

De la même manière que pour le champ magnétique, le flux de \mathbf{J} à travers un disque fictif d'axe $(0; \mathbf{e}_z)$, de centre $(0, z_d)$ de rayon r_d est le courant électrique poloïdal

$$I = \int_0^{r_d} 2\pi r dr J(r, z_d) \mathbf{e}_z = \int_0^{r_d} J_z(r, z_d) 2\pi r dr = \frac{2}{0} \int_0^{r_d} \frac{1}{r} [b(r, z_d)] r dr = \frac{2}{0} b(r_d; z_d) \quad (2.18)$$

Le scalaire b correspond donc (à 2π près) au flux de \mathbf{J} à travers la surface définie. On trouve similairement au flux magnétique qu'une surface "iso b " définit une surface de courant poloïdal.



F 2.1 – Cadre géométrique de ce travail. On considère un disque mince axisymétrique traversé par un champ magnétique dipolaire à grande échelle. Les surfaces axisymétriques bleutées sont les surfaces magnétiques.

1.2 GRANDEURS DU FLUIDE

Densité, pression, température. Étant donnée la symétrie du problème, on pose naturellement la densité $\rho(r, z, t)$ symétrique par rapport au plan médian du disque, formellement :

$$\rho(r, z, t) = \rho(r, -z, t) \quad (2.19)$$

Dans le paradigme du disque d'accrétion, je considérerai un disque mince dont l'essentiel de la masse est distribué autour du plan médian du disque. Il sera alors naturel de définir une hauteur $h(r)$ telle qu'à un rayon donné l'essentiel de la masse du disque est située dans l'intervalle $[-h; h]$. La caractérisation de cette hauteur sera faite plus loin. La pression et la température sont également symétriques par rapport au plan équatorial du disque :

$$P(r, z, t) = P(r, -z, t) \quad (2.20)$$

$$T(r, z, t) = T(r, -z, t) \quad (2.21)$$

$$(2.22)$$

La vitesse du fluide. On envisagera toujours des régimes pour lesquels la vitesse poloïdale est exclusivement radiale sur le plan du disque, et la vitesse azimuthale évidemment non nulle sur le plan du disque. Toujours par symétrie autour du plan médian du disque, on obtient les contraintes suivantes sur la vitesse du fluide :

$$u_z(r, z, t) = -u_z(r, -z, t) \quad (2.23)$$

$$u_r(r, z, t) = u_r(r, -z, t) \quad (2.24)$$

$$u_\theta(r, z, t) = -u_\theta(r, -z, t) \quad (2.25)$$

$$(2.26)$$

On retiendra notamment qu'on a une vitesse verticale nulle sur le plan médian du disque.

2 RÉGIMES DE MHD

On a donc comme cadre de travail un disque mince traversé par un champ magnétique dipolaire à grande échelle (voir figure 2.1). Deux régimes de MHD se distinguent quel que soit le type de disque sur lequel on travaille (standard ou ejectant).

Le disque : une couche mince et résistive. On supposera le disque mince (*i.e.* de hauteur caractéristique $h \ll r$), ce qui implique des contraintes sur les forces verticales garantissant l'équilibre magnétohydrostatique vertical du gaz que je préciserai plus loin. De plus, on travaillera toujours dans des régimes de disque quasi képlérien (*i.e.* $\Omega(r) \approx \Omega(r_0) \approx \Omega_0$). Ceci implique également des contraintes sur l'équilibre radial du disque que nous verrons. La vitesse du fluide est donc dominée par la vitesse toroïdale : $\mathbf{u}_p \approx u_\theta \mathbf{e}_\theta$. On est obligé de supposer une résistivité η dans le disque. En effet, dans un disque d'accrétion non résistif,

le mouvement du gaz vers l'objet central emporterait les lignes de champ avec lui vers l'intérieur jusqu'à ce que la pression magnétique devienne de l'ordre de l'énergie gravitationnelle, le disque ne tournerait plus et serait complètement immobilisé. On aurait alors ce qu'on appelle un disque magnétiquement arrêté (Igumenshchev, 2008). Pour rester dans le paradigme des disques d'accrétion quasi képlériens, on invoque une diffusivité magnétique $\eta_m \ll \eta_m^0$ du champ magnétique pour autoriser la matière accrétante à traverser les lignes de champ magnétique.

La magnétosphère. J'appelle ainsi la zone au dessus et sous le disque magnétosphère. Dans cette zone la densité du gaz est extrêmement faible et on est en régime de MHD idéale. La matière s'écoule le long des surfaces magnétiques. La très faible densité implique des temps caractéristiques beaucoup plus petits que dans le disque (*via* la vitesse d'Alfvén). La magnétosphère est donc dynamiquement beaucoup plus "réactive" du point de vue du champ magnétique. Dans la suite, on considérera la magnétosphère toujours à l'équilibre. Et nous le verrons, elle imposera de fortes contraintes sur la dynamique du champ magnétique dans le disque. Dans certains cas on aura affaire à une magnétosphère vide de tout courant, et dans d'autres la présence d'un jet impliquera des courants non nuls dans celle-ci. Nous verrons que la présence ou non d'un jet change significativement la dynamique du disque *via* le couple de freinage qu'il exerce sur celui-ci. C'est un premier point qui montre qu'on traite d'un problème global qui met en jeu le disque et sa magnétosphère. On ne pourra pas traiter le disque indépendamment de sa magnétosphère.

3 LES RÉGIMES ET CONFIGURATIONS DE DISQUES - TERMINOLOGIE

Je vais expliciter ici les différents régimes de disque sur lesquels j'ai travaillé, ainsi que les configurations qui en découlent. La magnétisation du disque est définie par :

$$\frac{B_z^2}{P_0} \quad (2.27)$$

avec P_0 la pression sur le plan médian du disque. Ce paramètre est crucial pour les régimes de disques que l'on va étudier.

3.1 RÉGIMES DE DISQUES

Disque d'accrétion standard : régime de SAD. Ce régime correspond à un disque (ou une partie) turbulent ne produisant pas de jet. Il est ici désigné par le terme SAD (de l'anglais Standard Accretion Disc). Le modèle de Shakura & Sunyaev (1973) constituera mon point de départ pour décrire ce régime. On considère un disque turbulent, turbulence qui donne lieu à un transport anormal de moment cinétique vers les rayons extérieurs (transport radial donc) et qui permet l'accrétion de matière. La turbulence des disques est un domaine d'étude très actif, et notamment la question de son origine. La source de turbulence la plus prometteuse est l'instabilité magnétorotationnelle (MRI) découverte par Balbus & Hawley (1991). Ils ont montré que cette instabilité ne peut être effective que si le disque est faiblement magnétisé, plus

précisément pour des disques dont la magnétisation est petite devant l'unité. Je considérerai par la suite que le disque est en régime de SAD lorsque la magnétisation du disque est plus petite qu'une valeur μ_{min} (je reviendrai sur une quantification plus précise ensuite).

Disque éjectant : régime de JED. Un JED (de l'anglais Jet Emitting Disc) est un disque (ou une partie) produisant un jet super Alfvénique qui emporte avec lui une fraction importante du moment cinétique du disque. On a donc un transport cette fois vertical de moment cinétique du disque vers le jet, et qui est dominant devant la viscosité. Il suppose l'existence d'un champ magnétique dipolaire à grande échelle (voir figure 2.3) traversant le disque, mais cette condition n'est pas suffisante. Il faut également que ce champ magnétique soit compris dans un certain domaine d'intensité, quantitativement que la magnétisation du disque soit de l'ordre de l'unité (Ferreira & Pelletier (1995), Ferreira (1997)), (voir figure 2.2). Je considérerai que dans un certain intervalle de magnétisation μ_{min} à μ_{max} , le disque produit un jet. Dans ce cas, un jet stationnaire peut se mettre en place et sera le mécanisme dominant permettant l'accrétion de matière du disque. Dans ce régime, la magnétisation est une constante du rayon notée μ , dont la valeur dépend de différents paramètres (viscosité magnétique, épaisseur du disque, efficacité d'éjection).

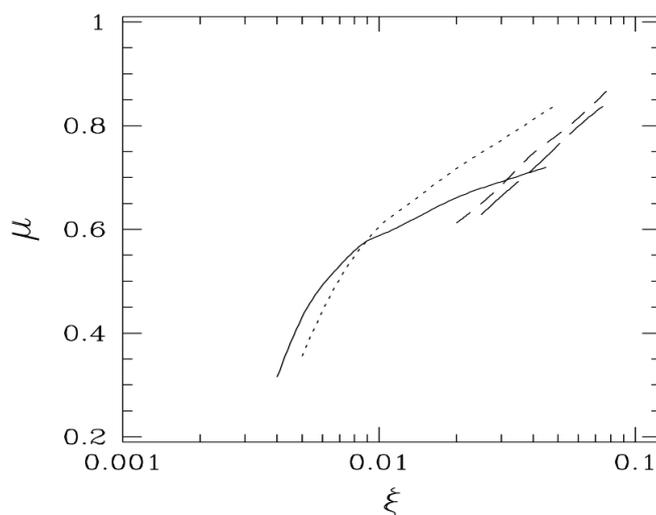
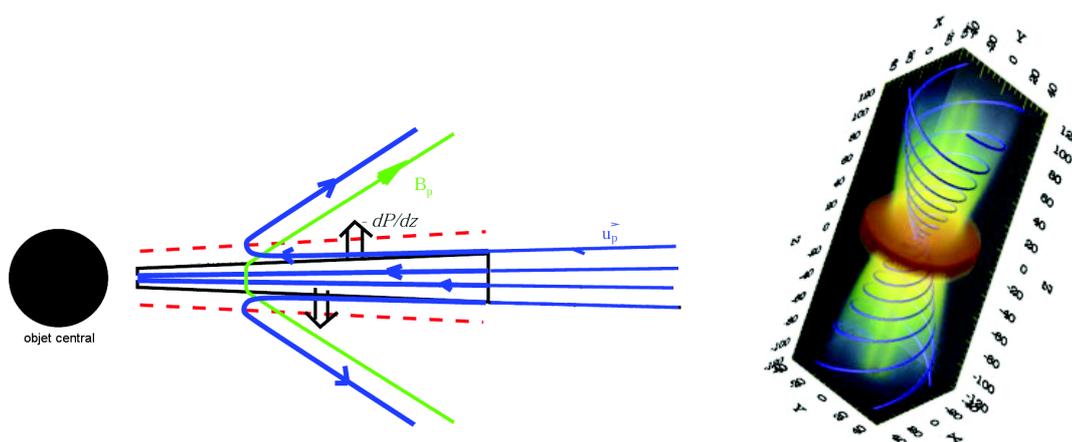


Figure 2.2 – Domaine de magnétisation autorisant un JED stationnaire présenté dans Ferreira (1997). En abscisse, l'efficacité d'éjection qui quantifie la quantité de matière qui part dans le jet. En ordonnée, la magnétisation du JED. Le domaine en magnétisation est tracé pour 4 épaisseurs de disques : $h/r = 7 \cdot 10^{-4}$ (tirets longs), $h/r = 10^{-3}$ (tirets courts), $h/r = 10^{-2}$ (pointillés) et $h/r = 10^{-1}$ (pleine). On est toujours dans des magnétisations de l'ordre de l'unité.

3.2 CONFIGURATIONS ENVISAGÉES

Configurations homogènes. J'appellerai configuration homogène un disque dans lequel un seul régime de disque est présent, SAD ou JED.



F 2.3 – Structures magnétiques d'accrétion-éjection. A gauche, le schéma d'un disque vu par la tranche, le gradient de pression à la surface du disque dépose du gaz au dessus qui est accéléré par e et magnéto-centrifuge (crédit F.Casse). A droite : une simulation MHD de disque éjectant stationnaire, tirée de Zanni *et al.* (2007) (crédit C.Zanni).

La configuration JED SAD. Il est envisageable d'imaginer un disque pour lequel les deux régimes donnés plus haut sont présents (SAD et JED). Ce type de configuration a été proposé par Ferreira *et al.* (2006), Petrucci *et al.* (2008), en considérant un JED dans les régions internes du disque, et un SAD dans les régions externes (voir figure 2.4). Dans la continuité de leurs travaux, je propose la configuration suivante supposant un disque divisé en trois zones distinctes :

pour des rayons plus petits qu'un rayon r_j , on serait dans un JED. La magnétisation du disque serait plus grande que la magnétisation critique de déclenchement d'un jet B_{min} et plus précisément égale à la magnétisation d'équilibre B_{eq} du JED. Le mécanisme de transport de moment cinétique dominant y serait donc le couple magnétique dû au jet.

au delà d'un certain rayon $r_s > r_j$ on aurait un SAD car la magnétisation y serait inférieure à B_{min} . La source de transport du moment cinétique est donc la viscosité turbulente.

pour des rayons $r_j < r < r_s$, on est dans une zone de transition où la magnétisation est comprise dans l'intervalle $B_{min} < B < B_{eq}$.

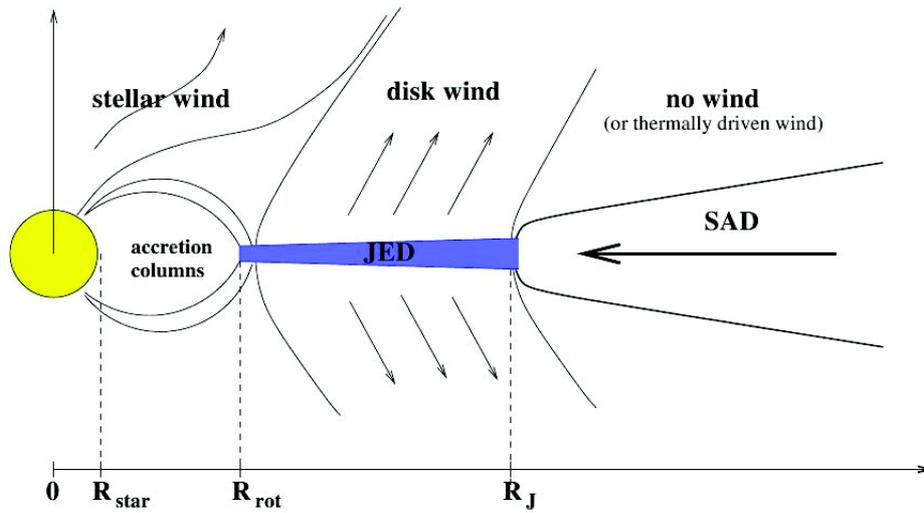
On peut voir sur la figure (2.5) un schéma du profil radial de magnétisation d'un disque rentrant dans le cadre d'une telle configuration.

La configuration SAD JED. Dans cette configuration, c'est exactement l'inverse de la configuration JED SAD :

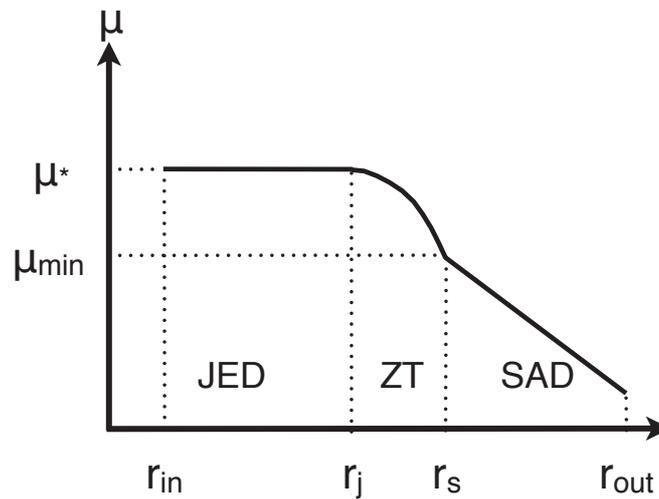
pour des rayons inférieurs à un rayon r_s la magnétisation serait inférieure à B_{min} , on serait dans un SAD.

pour des rayons supérieurs à un rayon $r_j > r_s$, on serait dans un JED. La magnétisation serait supérieure à B_{min} et égale à la magnétisation d'équilibre du JED.

dans la zone $r_s < r < r_j$ la magnétisation serait supérieure à B_{min} , mais on ne serait pas encore dans la zone de JED à proprement parler, les couples dûs à la viscosité et au jet seraient comparables.

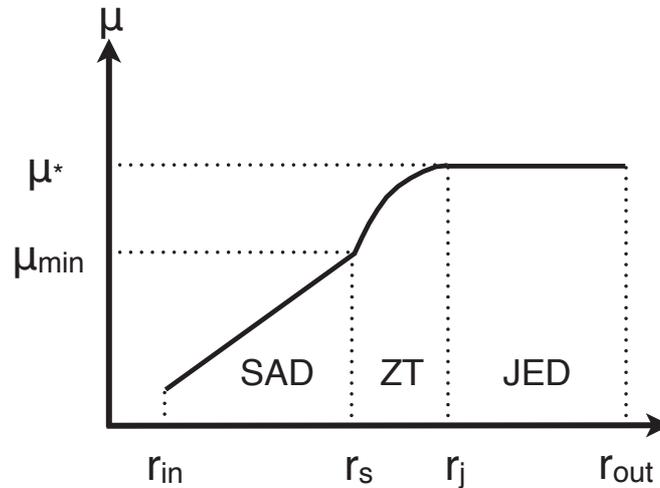


F 2.4 – Configuration JED SAD issue de Combet & Ferreira (2008). R_{rot} est le rayon interne du disque. Le JED s'étend jusqu'à R_J . Au delà de R_J , on est dans le régime de SAD ($R_J < r < r_s$). La zone de transition entre les 2 régimes n'est donc pas représentée ici. (Crédit, C.Combet).



F 2.5 – Exemple de profil de magnétisation dans une configuration JED SAD inspirée par Petrucci *et al.* (2008). Dans la partie extérieure du disque ($r_s < r < r_{out}$), la magnétisation est inférieure à la magnétisation μ_{min} de déclenchement d'un jet, on est dans un régime de SAD. Dans cette zone, la magnétisation est croissante vers l'intérieur jusqu'à atteindre μ_{min} , on a alors une zone de transition (ZT sur le schéma) jusqu'à ce que la magnétisation atteigne une valeur d'équilibre μ^* en r_j . Pour $r_{in} < r < r_j$ on est dans JED.

On peut voir figure (2.6), une distribution radiale de magnétisation d'un disque rentrant dans le cadre d'une configuration SAD JED.



F 2.6 – Exemple de profil de magnétisation dans une configuration SAD JED. Dans la partie intérieure du disque ($r_{in} < r < r_s$), la magnétisation est trop faible pour permettre le déclenchement d'un jet, on est dans un régime de SAD. Dans cette zone, la magnétisation est croissante vers l'extérieur jusqu'à atteindre μ_{min} . Le domaine $r_s < r < r_j$ correspond à la zone de transition jusqu'à ce que la magnétisation atteigne la valeur μ^* en r_j , la zone $r > r_j$ est un disque éjectant (JED), jusqu'au bord externe du disque en r_{out} .

L'un des enjeux de cette thèse est l'étude de transitions entre les deux régimes de disque. En partant d'un disque standard, est-il possible d'atteindre des magnétisations suffisantes dans les rayons internes d'un disque pour déclencher un jet interne (donc d'engendrer une configuration JED SAD)? Ou au contraire que la magnétisation d'un JED diminue suffisamment pour le stopper et donc repasser en régime de SAD? Que peut-on dire d'éventuelles configurations SAD JED, JED SAD? Le paramètre clé de cette étude est la distribution radiale de magnétisation du disque $B_z^2 / (2\mu_0 P_0)$, qui met donc en jeu le champ magnétique du disque, mais également sa densité et sa température (via l'équation d'état $P = kT / m_p$) avec m_p la masse moyenne des particules du gaz). L'idéal pour étudier l'évolution de la magnétisation serait donc de construire un modèle décrivant l'évolution de la densité, de la température et du champ magnétique dans le disque.

4 CADRE THÉORIQUE

Comme dit précédemment, je me placerai dans le cadre théorique de la MagnétoHydro-Dynamique (MHD), dans l'hypothèse d'un système axisymétrique. J'utiliserai le système de coordonnées $(r; \theta; z)$ de la base cylindrique $(\mathbf{e}_r; \mathbf{e}_\theta; \mathbf{e}_z)$ centrée sur l'objet central (de centre noté o). Le plan équatorial du disque définit le plan $(\mathbf{e}_r; \mathbf{e}_\theta)$.

4.1 EQUATIONS MHD

Les équations MHD s'écrivent :

$$\frac{1}{t} \frac{d}{dt} (\rho \mathbf{u}) = 0 \tag{2.28}$$

$$\frac{1}{t} \frac{d}{dt} (\rho \mathbf{u}_p) = \rho \mathbf{u}_p \frac{2r\mathbf{e}_r}{G} - \frac{P}{p} \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{B}}{p} \tag{2.29}$$

$$\frac{1}{t} \frac{d}{dt} (\rho \mathbf{u}_p r^2) = \rho \mathbf{u}_p r^2 \frac{b}{o} \mathbf{B}_p - \mathbf{T}_v \tag{2.30}$$

$$\frac{1}{t} \frac{d}{dt} (\rho \mathbf{u}_p a) = \rho \mathbf{u}_p a \frac{r}{mJ} - \frac{m}{a} \tag{2.31}$$

$$\frac{1}{t} \frac{d}{dt} (\rho \mathbf{u}_p r^2) = \rho \mathbf{u}_p r^2 \frac{b}{r^2} \mathbf{B}_p - \frac{m}{r^2} b \tag{2.32}$$

$$\frac{1}{t} \frac{d}{dt} (U + U_{gaz} + U_{rad}) = \mathbf{q}_c \cdot \mathbf{q}_t - F_{rad} - P \mathbf{u} \cdot \mathbf{mJ}^2 - \nu \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \right) \tag{2.33}$$

Dans ces équation on a :

ρ la densité.

P la pression thermique.

$\mathbf{u} = u_r \mathbf{e}_r + u_\theta \mathbf{e}_\theta + u_z \mathbf{e}_z$ $\mathbf{u}_p = u \mathbf{e}_\theta$ la vitesse du fluide.

$u = r \dot{\theta}$ la vitesse angulaire du fluide.

G le potentiel gravitationnel (de l'objet central dans notre cas).

$\mathbf{B} = B_p \mathbf{e}_p + B \mathbf{e}_z$ le champ magnétique ; $b = rB$.

$\mathbf{J} = J_p \mathbf{e}_p + J \mathbf{e}_z$ la densité de courant.

$\mathbf{T}_v = r \tau_j$, avec τ_j la composante suivant θ du tenseur des contraintes visqueuses.

m la résistivité toroïdale. On a de plus la diffusivité magnétique toroïdale $m = m_0$.

$m = m_0$ la diffusivité magnétique poloïdale, éventuellement différente de m d'un facteur traduisant l'anisotropie de la diffusivité dans un disque.

$U = U_{gaz} + U_{rad}$ est l'énergie interne du gaz

\mathbf{q}_c est le flux par conduction thermique (en réalité toujours négligeable dans un disque d'accrétion).

\mathbf{q}_t le flux d'énergie interne par transport turbulent (qui lui, peut être pertinent).

F_{rad} le flux d'énergie par radiation.

ν la viscosité du fluide, dont le lien avec \mathbf{T}_v sera explicité plus tard.

Enfin une équation d'état est nécessaire pour fermer le modèle : pour ce faire je prends l'équation d'état d'un gaz parfait :

$$P = \frac{kT}{fm_p} \quad (2.34)$$

où k la constante de Boltzman, T la température du gaz, et f la fraction de masse telle que la masse moyenne des particules du gaz vaut fm_p , m_p étant la masse du proton (dans un plasma d'hydrogène, $f = 1/2$).

Je le rappelle, on cherche à développer un modèle décrivant la température du disque, sa densité, et son champ magnétique.

4.2 DÉTAIL DES ÉQUATIONS

Équation de conservation de la masse. L'équation de conservation de la masse 2.28 décrit simplement (en l'absence de terme de création) l'évolution locale de la densité en fonction du transport de matière par le fluide. Elle peut se réécrire en version intégrale :

$$\frac{dm_V}{dt} = \int_V \mathbf{u} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.35)$$

qui signifie simplement que la variation de la masse m_V contenue dans un volume est égale au bilan du flux de masse sur le contour entourant ce volume.

Équation de conservation de l'impulsion poloïdale. L'équation de conservation de l'impulsion (2.29) décrit l'évolution temporelle de la quantité de mouvement poloïdale $\int_V \mathbf{u}_p$ du fluide qui est gouvernée par :

l'accélération poloïdale par le fluide : $\mathbf{u}_p \cdot \nabla \mathbf{u}_p$

l'accélération centrifuge : $-\frac{v_p^2}{r} \mathbf{e}_r$

la force gravitationnelle : $-\mathbf{G}$

les forces de pression : $-\nabla P$

et enfin la force de Lorentz poloïdale : $\mathbf{J} \times \mathbf{B}_p$

Équation de conservation du moment cinétique. L'équation de conservation de moment cinétique (2.30) décrit l'évolution temporelle de la densité de moment cinétique $\int_V (\mathbf{r} \times \mathbf{u}_p)$ du fluide qui s'exprime comme un bilan local de différents flux :

le flux de moment cinétique transporté par le fluide : $\mathbf{u}_p \times (\mathbf{r} \times \mathbf{u}_p)$

le flux de moment par la force de Lorentz : $\frac{b}{c} \mathbf{B}_p \times \mathbf{r}$

le flux de moment par le tenseur dû aux contraintes turbulentes : T_{ij}

Équation de transport du flux magnétique. L'évolution temporelle du flux magnétique $\int_V \mathbf{u}_p \times \mathbf{B}_p$ (équation 2.31) est gouvernée par :

l'advection par le fluide : $\mathbf{u}_p \cdot \nabla (\mathbf{u}_p \times \mathbf{B}_p)$

et la diffusion : $\nabla \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{m} \mathbf{J})$ qu'on peut réécrire $\nabla \cdot (\mathbf{m} \times \mathbf{a})$ (voir chapitre 2 section 1.1)

Évolution temporelle du champ toroïdal. On décrit le champ toroïdal $\mathbf{B} = b + r\mathbf{B}_p$ dont l'évolution temporelle (équation 2.32) est gouvernée par :

du transport par le fluide : $r^2 \frac{b}{r^2} \mathbf{u}_p$

un terme de création par cisaillement du champ poloïdal : $r^2 \mathbf{B}_p$

et la diffusion : $r^2 \frac{m}{r^2} b$

Le modèle développé ne tiendra pas compte de cette équation, je me contenterai d'une prescription pour le champ toroïdal en surface du disque.

Équation d'énergie. L'évolution de l'énergie interne du gaz U décrite équation (2.33) est gouvernée par :

le bilan local des flux d'énergie $U \mathbf{u} - \mathbf{q}_c - \mathbf{q}_t - \mathbf{F}_{rad}$.

le travail des forces de pression $P \mathbf{u}$.

le chauffage visqueux et résistif $m \mathbf{J}^2 - \nu \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2}$

Bien que cette équation doive être résolue pour calculer la température du disque, le modèle développé ne la résoudra pas, je me contenterai d'une approximation consistant à imposer la hauteur du disque.

Chapitre 3

Modèle global disque-magnétosphère

Sommaire

1	Description du disque et ordering temporel	41
1.1	Équilibre vertical du disque	42
1.2	Équilibre radial du disque - Approximation Képlérienne	44
1.3	Conservation du moment cinétique	44
1.4	Conservation de la masse	47
1.5	Transport du flux magnétique	48
1.6	L'équation d'énergie	51
1.7	Ordering temporel et choix :	52
1.8	Prescriptions	52
1.9	Bilan	54
2	La magnétosphère	56
2.1	L'autre partie du problème...	56
2.2	L'équilibre transverse des surfaces magnétiques	56
2.3	Choix de la méthode	62
3	Le problème global	65
3.1	La physique du disque	65
3.2	Distribution radiale de B_z en fonction de la physique du disque	67

1 DESCRIPTION DU DISQUE ET ORDERING TEMPOREL

Je considérerai ici un disque mince de hauteur $h(r)$ r . Je définis le paramètre :

$$\frac{h}{r} \quad (3.1)$$

L'expression de la hauteur ainsi que les conditions qui permettent de faire l'approximation 1 seront précisées plus loin. L'essentiel de l'information nécessaire concernant les approximations

du modèle tient dans l'ordering des vitesses. On considère un disque mince quasi képlérien, c'est-à-dire que le potentiel gravitationnel de l'objet central domine. La vitesse angulaire s'écrit :

$$\Omega(r) = k(r) \sqrt{\frac{r G}{r^3}} \quad (3.2)$$

Avec M la masse de l'objet central. L'hypothèse képlérienne implique :

$$u_z \ll u_r \ll u \quad (3.3)$$

L'hypothèse d'un disque mince sous-tend qu'on néglige la vitesse verticale du disque devant les vitesses radiale et azimutale. Il s'ensuit la relation valable à l'intérieur du disque :

$$u_z \ll u_r \ll u \quad (3.4)$$

qui est une hypothèse cruciale pour la suite du développement. Comme je cherche en grande partie à étudier l'évolution de la magnétisation du disque, je veux modéliser le transport du champ magnétique dans un disque, celui de la masse ainsi que la température du disque. Nous verrons que les temps d'évolution de la densité et du champ magnétique sont des temps longs devant la dynamique képlérienne. On pourra donc considérer le disque à l'équilibre local à tout instant pour modéliser l'évolution temporelle de ces grandeurs. Ce qui notamment permet de considérer l'équilibre thermique réalisé à tout instant. L'ordering temporel du disque sera étudié dans cette section.

Pour cette thèse, je n'ai pas cherché à développer un modèle qui respecte rigoureusement les proportions. Je cherche à évaluer ce que peut être l'évolution des grandeurs qui m'intéressent (densité, température, champ magnétique). Certaines hypothèses simplificatrices seront faites et auront un impact sur les seuils de déclenchement d'un jet, sur l'efficacité précise du transport du champ magnétique. Ces hypothèses, qui ont été nécessaires pour développer un modèle global de disque, affectent numériquement certaines grandeurs, mais ne modifient pas le comportement qualitatif du disque qui nous importe ici. D'une certaine manière, il s'agit d'une étude prospective vouée à être affinée pour étudier plus en précision les conclusions qui en ont découlé.

1.1 ÉQUILIBRE VERTICAL DU DISQUE

On s'intéresse tout d'abord à la composante verticale de l'équation en moment. Dans l'approximation disque mince, on néglige les mouvements verticaux, on considère donc l'équilibre vertical réalisé. Les résultats qui suivent sont obtenus (voir annexe B 1 pour le calcul complet) en ne considérant que la pression thermique. Pour les magnétisations petites devant l'unité, la pression thermique est dominante. Donc en régime de SAD, l'approximation hydrostatique est pleinement justifiée. En revanche pour des magnétisations de l'ordre de l'unité, la pression magnétique est de l'ordre de la pression thermique. Pour être rigoureux, il faudrait dans ce cas considérer les effets de compression magnétique verticale, qui dépendent du champ radial et du champ poloidal en surface du disque (notés B_r et B_θ). Ces effets induiraient une variation sur la hauteur h du disque d'un facteur 2 (il serait environ 2 fois plus petit que dans

le cas hydrostatique, voir Ferreira & Pelletier (1995)), mais leur prise en compte introduirait une complexification inutile vu les ambitions qualitatives que nous avons. Je me permets de considérer que le disque est à l'équilibre vertical hydrostatique. De plus, je supposerai une distribution verticale en température isotherme. Ces approximations sont également faites par Guilet & Ogilvie (2012) dans leur article sur la transport du flux magnétique dans les disques. Finalement on trouve :

$$(r, z) = (r, 0) \exp \left(-\frac{z^2}{2h^2} \right) \quad (3.5)$$

avec :

$$h = \frac{C_s}{k} \quad (3.6)$$

C_s étant la vitesse du son à un rayon donné. Ceci constitue notre définition de la hauteur h du disque. On vérifie donc l'approximation disque mince (*i.e.* $h \ll r$) si la vitesse du son est toujours petite devant la vitesse képlérienne (*i.e.* $C_s \ll \kappa r$). La vitesse du son étant directement liée à la température du disque, l'hypothèse du disque mince est directement liée à l'efficacité des processus de refroidissement du disque. En toute rigueur, il serait donc nécessaire de résoudre l'équation d'énergie du disque (j'en reparlerai plus loin). On définit la densité surfacique du disque :

$$\Sigma(r) = \int_{-h}^h (r, z) dz \quad (3.7)$$

On peut vérifier que $\Sigma(r) \approx \rho_0(r) h$ (dans le cas isotherme, sans éjection de matière). On définit aussi une densité $\rho_0(r)$ sur le plan du disque :

$$\rho_0(r) = \frac{\Sigma(r)}{2h} \quad (3.8)$$

pas rigoureusement égale à $(r, z=0)$ issu de l'équilibre vertical, mais qui ne diffère que d'un facteur $\rho_0(z=0) \approx 1.25$. On définit également une pression P_0 sur le plan du disque :

$$P_0(r) = \rho_0 C_s^2 = \rho_0 \frac{2}{k} h^2 \quad (3.9)$$

On peut maintenant exprimer la magnétisation sur le plan médian du disque (qui vaut $B_z^2 / (2\rho_0 P_0)$), on trouve :

$$\frac{2B_z^2}{\rho_0} = \frac{2}{k} r \quad (3.10)$$

Ici la magnétisation calculée n'est pas rigoureusement égale à la magnétisation sur le plan du disque (qui devrait être calculée en utilisant $P(r, z=0)$). Elle ne diffère que d'un facteur 1.25 (voir annexe) ce qui est parfaitement négligeable ici. Par souci de simplification, on utilisera donc l'équation (3.10) pour la magnétisation du disque.

En considérant une perturbation à l'équilibre hydrostatique, le temps de retour à l'équilibre (que j'appelle t_z) est de l'ordre de :

$$t_z = \frac{h}{C_s} = \frac{1}{\kappa} t \quad (3.11)$$

où $t = \frac{1}{\kappa}$ le temps dynamique du disque.

1.2 ÉQUILIBRE RADIAL DU DISQUE - APPROXIMATION KÉPLÉRIENNE

L'hypothèse d'un disque képlérien sera utilisée tout au long de ce manuscrit. Examinons les conditions pour qu'elle soit valide. En négligeant les mouvements verticaux, l'équation en moment suivant \mathbf{e}_r donne :

$$\frac{1}{k} \frac{d}{dr} \left(r^2 u_r \right) = \frac{r P}{r} - \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{B}_r}{r} \quad (3.12)$$

Qu'on réécrit (en utilisant 3.2) :

$$\frac{1}{k} \frac{d}{dr} \left(r^2 u_r \right) = \frac{1}{2} \frac{u_r}{r} \frac{d}{dr} \left(r^2 u_r \right) - \frac{r P}{r} + \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{B}_r}{r} \quad (3.13)$$

La vitesse angulaire est képlérienne si les termes de gradient de pression et de force magnétique ainsi que le terme advectif restent négligeables devant la force gravitationnelle. On a :

$$\frac{1}{2} \frac{u_r}{r} \frac{d}{dr} \left(r^2 u_r \right) \ll \frac{u_r^2}{r} \quad (3.14)$$

avec $u_k = \Omega r$, la vitesse képlérienne. Il est à noter que j'ai considéré ici des variations radiales de u_r de l'ordre de r . Ce qui donne le premier point (évident), la vitesse radiale doit être petite devant la vitesse képlérienne pour garantir un mouvement quasi képlérien... Le critère satisfaisant cette condition sera obtenu à partir de l'étude de l'équation de conservation du moment cinétique. Ensuite, pour le terme de pression thermique, à partir des relations (3.9) et (3.6), on trouve :

$$\frac{1}{2} \frac{r P}{r} \ll \frac{u_r^2}{r} \quad (3.15)$$

Pour la force de Lorentz radiale, l'évaluation nécessite certaines hypothèses dont le détail est donné annexe B.2. On trouve :

$$\frac{1}{2} \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{B}_r}{r} \ll \frac{u_r^2}{r} \quad (3.16)$$

La composante radiale de la force de Lorentz est donc la plus susceptible d'affecter le mouvement képlérien. En effet, pour des magnétisations de l'ordre de l'unité, la déviation est de l'ordre d'un facteur β (petite donc mais qui commence à devenir non négligeable pour un disque moyennement mince). On retrouve d'ailleurs ici le résultat d'un disque magnétiquement arrêté ($\beta = 0$) (Igumenshchev, 2008), où ils ont considéré un disque géométriquement épais ($\beta = 1$) dans lequel pour $\beta = 1$, les forces magnétiques surpassent la gravitation et empêchent le disque de tourner ($\beta = 0$). En conclusion, un disque géométriquement mince ($\beta = 1$) permet d'atteindre des magnétisations de l'ordre de l'unité tout en restant képlérien. Comme on se placera toujours dans ce cadre, on considérera le disque képlérien.

1.3 CONSERVATION DU MOMENT CINÉTIQUE

Commençons par étudier l'équation de conservation du moment cinétique stationnaire (2.30). Elle donne :

$$\mathbf{u}_p = r^2 \frac{b}{o} \mathbf{B}_p + \mathbf{T}_v = 0 \quad (3.17)$$

On a donc une équation conservative stationnaire. Tout d'abord, je vais commenter chacun de ses termes et faire des hypothèses pour certains d'entre eux.

A CONTRIBUTIONS.

Transport par le fluide : Le terme $\mathbf{u}_p = r^2$ correspond naturellement au flux de moment cinétique par le fluide lui-même. On négligera la vitesse verticale (justifié dans l'approximation disque fin) ce qui donne :

$$\mathbf{u}_p = u_r(r, z) \mathbf{e}_r \quad (3.18)$$

Le couple magnétique : Le terme $\frac{b}{o} \mathbf{B}_p$ correspond au flux de moment cinétique induit par la force de Lorentz $\mathbf{J} \times \mathbf{B}_p$. Dans le disque (*i.e.* pour $h \ll z \ll h$) on négligera toujours le flux radial de moment cinétique dû à la force de Lorentz (*i.e.* $J_r B_z - J_z B_r$). On aura donc :

$$\frac{b}{o} \mathbf{B}_p = \frac{b}{o} B_z \mathbf{e}_z \quad (3.19)$$

Couple turbulent : Le terme $\mathbf{T}_v = T_{vr} \mathbf{e}_r$ correspond à la composante radiale du flux de moment cinétique généré par les contraintes turbulentes. Je suppose en e et ici que les transferts d'impulsion dûs à ces contraintes se font uniquement radialement (disque mince axisymétrique). Dans ce cas, seule la composante r du tenseur des contraintes est non nulle. On a donc :

$$T_{vr} = r \tau \quad (3.20)$$

Comme il est fait traditionnellement, il s'agira d'assimiler cette contrainte turbulente à une contrainte visqueuse.

$$\tau = \nu r \quad (3.21)$$

avec ν une viscosité dynamique effective. On peut donc définir une viscosité cinématique ν telle que :

$$\nu = \frac{\tau}{r} \quad (3.22)$$

B ACCRÉTION DE LA MATIÈRE.

Taux d'accrétion. En considérant que tout transport vertical de moment cinétique par la matière est négligeable l'équation 3.17 donne :

$$u_r = r^2 \frac{1}{o} z(b) B_z = \frac{1}{r^2} r (\nu r^2) \quad (3.23)$$

On pose $u = -u_r$ (vitesse u comptée positivement vers l'intérieur). On définit le taux d'accrétion :

$$\dot{M}_a = \int_{-h}^h 2 \pi r dz u \quad (3.24)$$

Qui est donc la quantité de masse par unité de temps qui traverse le rayon r . En intégrant l'équation 3.23 entre $-h$ et h (i.e. sur l'épaisseur du disque), et en considérant le mouvement képlérien on trouve (en considérant que B_z indépendant de z sur la hauteur du disque, approximation valide pour les écoulements que j'étudierai) :

$$\dot{M}_a = \frac{6}{k} r (v_0 k r^2) \frac{8}{0} \frac{q r B_z^2}{k} \quad (3.25)$$

ce qui revient à (toujours dans l'approximation képlérienne)

$$\dot{M}_a = 6 r^{1/2} r (v_0 r^{1/2}) \frac{8}{0} \frac{q r B_z^2}{k} \quad (3.26)$$

avec :

$$q(r) = \frac{B}{B_z}(r, h) = B = B_z \quad (3.27)$$

le cisaillement magnétique à la surface du disque (en $z = h$). Et v_0 est défini tel que :

$$v_0 = \frac{h}{h} v = v_0 \quad (3.28)$$

La viscosité du disque. Le modèle de Shakura & Sunyaev (1973) depuis devenu le modèle standard des disques d'accrétion, pose la contrainte turbulente sous la forme d'une viscosité ν_0 sous la forme :

$$\nu_0 = \nu C_s h = \nu k h^2 \quad (3.29)$$

avec ν un paramètre sans dimension quantifiant l'efficacité de la turbulence du disque. C'est cette prescription que j'ai choisi d'utiliser. Toute l'ignorance de l'efficacité du couple turbulent se retrouve donc dans ce paramètre. Il faudra donc faire une prescription sur ν .

La vitesse d'accrétion. On définit la vitesse d'accrétion u_0 tel que :

$$u_0(r) = \frac{\dot{M}_a(r)}{2 r \rho(r)} \quad (3.30)$$

qui correspond donc à la vitesse de transport de matière dans le disque. On définit également le nombre de Mach sonique en tout r :

$$m_s(r) = \frac{u_0(r)}{C_s(r)} = \frac{u_0(r)}{\rho(r) h(r)} \quad (3.31)$$

l'équation 3.26 devient donc :

$$m_s(r) = 3 \nu \frac{\log \nu r^{1/2}}{\log r} = 2q \nu = 2q \quad (3.32)$$

avec :

$$q = \frac{\log \nu r^{1/2}}{\log r} \quad (3.33)$$

Il est important de souligner ici que la vitesse d'accrétion, de part sa définition 3.30 est le résultat des dépendances verticales de la densité surfacique et de la vitesse du fluide. On ne peut donc

pas tirer de conclusion *a priori* sur la validité de l'hypothèse képlérienne à partir de cette vitesse. Je considérerai néanmoins qu'elle est un indicateur pertinent pour vérifier l'approximation képlérienne. Donc pour que le disque soit effectivement képlérien, on peut montrer à partir des équations (3.6) et (3.32) qu'il faut :

$$m_s \ll \frac{1}{v} \quad (3.34)$$

Dans le cas d'un SAD, le couple magnétique est négligeable, on a donc :

$$m_s \ll 3 \frac{v}{c} \quad (3.35)$$

On trouve donc qu'un SAD est képlérien si :

$$v \ll \frac{1}{2} \frac{c}{\beta} \quad (3.36)$$

Comme on travaillera avec des v/c au plus de l'ordre de l'unité, dans un disque mince et en supposant β de l'ordre de l'unité (hypothèse valable pour des dépendances radiales en loi de puissance), l'approximation quasi képlérienne est toujours valide dans le cas du SAD.

Dans le cas d'un JED, c'est le couple visqueux qui est négligeable, on a donc :

$$m_s \ll 2q \quad (3.37)$$

avec comme condition :

$$q \ll \frac{1}{2} \quad (3.38)$$

Un disque éjectant fonctionnant pour des magnétisations β et des cisaillements magnétiques q de l'ordre de l'unité (Ferreira (1997)), dans un disque mince, l'approximation quasi képlérienne est toujours valide. Il sera néanmoins toujours nécessaire de vérifier le nombre de mach sonique dans le disque pour s'assurer que le critère donné équation (3.34) est valide.

C TEMPS CARACTÉRISTIQUE

Parmi tous les temps caractéristiques du disque, le plus court correspond au temps képlérien t_k . C'est pour cette raison qu'on le qualifie de temps dynamique t_d du disque. L'écoulement se met en place sur cette échelle de temps et évoluera au gré de l'évolution des paramètres physiques jouant sur cet écoulement (densité, champ magnétique, température). On pourra donc considérer l'équation de conservation du moment cinétique stationnaire sur des échelles de temps plus grande que le temps dynamique $t_d \gg t_k$.

1.4 CONSERVATION DE LA MASSE

Dans l'approche disque mince, on peut intégrer l'équation 2.28 sur la hauteur h du disque.

$$\frac{d}{dt} \int_0^R \frac{1}{2} \rho(r, z=0) h^3 r \dot{M}_a - 2 \dot{M}_j \quad (3.39)$$

avec $\rho = 2 \int_{-h}^h (r, z=0) h$ la densité surfacique du disque, et où \dot{M}_a correspond au flux de masse accrété par le fluide dans le disque, et \dot{M}_j traduit l'éventuelle perte de masse s'échappant du

disque vers un jet (le coefficient 2 venant simplement du fait que la matière s'échappe des 2 côtés du disque). Dans la suite je considérerai toujours la perte de masse due à un jet (s'il est présent) négligeable, ce qui est valable dans le cas de jet froid. On aura donc :

$$\dot{t} = \frac{1}{2} \frac{\dot{M}_a}{r} \quad (3.40)$$

Connaissant la vitesse d'accrétion de la matière $u_0 = \frac{\dot{M}_a}{2r}$ (équation 3.30), on peut extraire de l'équation 3.40 le temps caractéristique d'évolution de :

$$\dot{t} = \frac{r}{u_0} = t_{acc} = \frac{1}{m_s} t \quad (3.41)$$

avec $t_{acc} = t$ le temps d'accrétion du disque. Il est important de signaler que j'ai considéré l'échelle typique de variation radiale de a de l'ordre de r . Dans le cas d'un disque standard on peut vérifier qu'on a typiquement :

$$\dot{t} = \frac{1}{v} r = 2t \quad (3.42)$$

Dans le cas d'un JED, on trouvera plutôt :

$$\dot{t} = \frac{1}{v} r = t \quad (3.43)$$

1.5 TRANSPORT DU FLUX MAGNÉTIQUE

A ÉQUATION INTÉGRÉE VERTICALEMENT

Je rappelle l'équation 2.31 :

$$\frac{a}{t} = \mathbf{u}_p \cdot \nabla a - r m J = \mathbf{u}_p \cdot \nabla a - m a \quad (3.44)$$

avec $a = \frac{2}{z} a(r, z)$. C'est donc une équation d'advection-diffusion avec le terme advectif $\mathbf{u}_p \cdot \nabla a$, et le terme diffusif $m a$. Un équilibre étant atteint lorsque le terme diffusif compense l'advection. Je supposerai que $u_z = u_r = B_z / B_r$. Approximation raisonnable dans un disque mince. En conservant la notation $u = u_r$, on obtient :

$$\frac{a(r, z)}{t} = u_r a(r, z) - r m J(r, z) \quad (3.45)$$

Cette équation porte donc simplement sur l'évolution temporelle du flux magnétique a , on peut la voir comme une équation de transport des lignes de champ poloidales. Il s'agit donc d'un problème global faisant intervenir à la fois le disque et sa magnétosphère. Je décide de scinder le problème en deux : le disque et la magnétosphère. En effet on a deux régimes totalement différents dans ces deux zones. Dans le disque on est en MHD résistive et le transport du flux est gouverné par les mécanismes d'advection et de diffusion. Dans la magnétosphère, on est en MHD idéale, et nous verrons (section suivante) qu'on peut la considérer à l'équilibre à tout instant comparativement au disque. On en déduit pour le champ poloidal que $\mathbf{B}_p = \mathbf{u}_p$ dans la magnétosphère. La résolution de l'écoulement magnétosphérique ne se fait donc pas de la même manière que pour le disque (où on autorise un mouvement transversal aux

surfaces magnétiques). En effet, cela nécessite de résoudre l'équilibre transverse aux surfaces magnétiques, dont l'équation, connue sous le nom d'équation de Grad-Shafranov sera donnée section (2) de ce chapitre. Ainsi, je vais commencer par travailler sur la résolution de l'équation de transport du flux dans le disque. La question de la magnétosphère sera abordée dans la section suivante.

Dans l'approximation disque mince, on considère dans le disque que $a(r, z) = a(r, 0) = 1$ (critère donné annexe B 3 et satisfait pour les classes d'écoulements que je vais étudier). On peut donc intégrer l'équation sur l'épaisseur du disque, ce qui donnera une équation d'inconnue $a(r, 0) = a(r)$. Mais quelle épaisseur ? Je rappelle que la hauteur du disque h définie équation 3.6 vaut pour la matière (on considère que l'essentiel de la matière est contenu entre $-h$ et h). L'équation de transport du flux ne fait pas appel au flux de masse comme l'équation de conservation du moment cinétique, mais à la vitesse du fluide. Donc il n'y a aucune raison que la hauteur caractéristique de transport du flux soit la même que pour la masse. Pour l'équation de transport du flux, la hauteur du disque correspondrait au point où la dynamique du disque laisserait place à la dynamique magnétosphérique : c'est à dire le passage du régime de MHD résistive à la MHD idéale (hauteur à laquelle la diffusivité magnétique tend vers 0). Je note h_a cette hauteur caractéristique. L'équation intégrée donne :

$$\frac{a(r)}{t} = r a(r) \frac{r}{2h_a} \int_{-h_a}^{h_a} u dz = \frac{r}{2h_a} \int_{-h_a}^{h_a} m J dz \quad (3.46)$$

En définissant $J^S = \int_{-h_a}^{h_a} J dz$, $m_0 = \int_{-h_a}^{h_a} m J dz$ et enfin $u_a(r) = \frac{1}{2h_a} \int_{-h_a}^{h_a} u(r, z) dz$
On trouve :

$$\frac{a}{t} = u_a r a = \frac{r}{2h_a} m_0 J^S \quad (3.47)$$

où il sera nécessaire de faire une prescription sur m_0 et h_a ainsi que de calculer u_a et J^S .

B GRANDEURS INDÉTERMINÉES

Quelle hauteur h_a ? Bien qu'à priori, on n'ait aucune raison d'avoir $h_a = h$, je ferai cette hypothèse pour la suite de mon modèle. D'une part on ne possède pas de connaissance précise sur la question, et d'autre part, cela ne change pas l'analyse qualitative qu'on cherche à faire. Nous verrons section (3) de ce chapitre que l'efficacité d'advection du champ est proportionnelle à $a = h_a / r$. Dans l'approximation disque mince, on aura toujours $a = 1$. Donc une erreur sur h_a d'un facteur de quelques unités induit un biais sur l'efficacité du transport, mais qui importe peu vu les ambitions du modèle.

Quelle vitesse u_a ? De la même manière que pour la vitesse d'accrétion $u_0 = \frac{u}{r}$ pour la masse, rigoureusement on a :

$$u_a = \frac{\int_{-h_a}^{h_a} u B_z dz}{\int_{-h_a}^{h_a} B_z dz} \quad (3.48)$$

Ce qui suppose de connaître h_a mais également les profils verticaux de u et B_z . Dans les gammes d'écoulements étudiés, on pourra toujours considérer B_z indépendant de z dans le disque. Dans ce cas, on a plus simplement

$$u_a = \frac{h_a}{2h_a} \frac{u dz}{h_a} \quad (3.49)$$

Mais malgré cela, l'évaluation de u_a nécessiterait une analyse du profil vertical de la vitesse radiale ainsi que la connaissance de h_a . Ce type d'analyse a été réalisé par Rothstein & Lovelace (2008), Lovelace *et al.* (2009), Guilet & Ogilvie (2012). Une hypothèse sera donc nécessaire pour caractériser cette vitesse. Selon Guilet & Ogilvie (2012) cette vitesse peut être significativement plus élevée que la vitesse d'accrétion. Pour ne pas se fermer d'option, on pourrait donc envisager un degré de liberté concernant la vitesse d'advection du flux. Par exemple, comme cela semble être le cas dans Guilet & Ogilvie (2012), on pourrait prendre une dépendance $u_a = u_0 f(\dots)$. Néanmoins, par souci de simplicité, je me bornerai dans la suite de cette étude à considérer :

$$u_a = u_0 \quad (3.50)$$

La diffusivité magnétique. Dans l'hypothèse d'un disque turbulent on caractérise la diffusivité magnétique $\eta_m = \eta_m^0$ de la même manière que pour viscosité :

$$\eta_m = \eta_m^0 h^2 \quad (3.51)$$

où il faudra faire une prescription sur le coefficient η_m .

La densité de courant du disque. La densité surfacique de courant reste une inconnue du modèle. En effet, on a l'équation de Maxwell-Ampère :

$$J^S = \frac{1}{0} \frac{2B_r}{2h} - rB_z \quad (3.52)$$

avec B_r la valeur de B_r à la surface du disque (à $z = h$) et toujours en considérant B_z indépendant de z sur l'épaisseur du disque. Dans l'hypothèse d'un disque mince, on peut écrire $J^S = \frac{1}{0} \frac{2B_r}{2h}$. L'équation de transport du flux dans le disque ne traite que du transport du champ vertical, elle ne résout donc pas le champ radial, une équation supplémentaire sera donc nécessaire pour pouvoir évaluer J^S . Cette question est très importante pour l'élaboration du modèle et je reviendrai sur ce point plus tard dans la section "la magnétosphère".

C TEMPS CARACTÉRISTIQUES D'ÉVOLUTION

Le temps caractéristique d'évolution de a noté t_a s'écrit sans approximation :

$$\frac{1}{t_a} = \frac{1}{t_{adv}} + \frac{1}{t_{diff}} \quad (3.53)$$

Naturellement on a :

$$t_{adv} = \frac{r}{u_a} = \frac{r}{u_0} = t_{acc} \quad (3.54)$$

Le temps caractéristique de diffusion est lui égal à :

$$t_{diff} = \frac{2ah_a}{r} \frac{1}{mJ^S} = \frac{ah_a}{r} \frac{1}{mB_r} = \frac{rh_a}{m} \frac{B_z}{B_r} \quad (3.55)$$

L'approximation étant obtenue en supposant des variations radiales de a de l'ordre de r (typiquement a variant comme une loi de puissance du rayon). je m'intéresserai à des régimes pour lesquels le champ radial développé sera au plus de l'ordre du champ vertical. Étant donné qu'on a posé $h_a = h$, on peut comparer t_{diff} au temps d'accrétion :

$$t_{diff} = \frac{t}{m} \frac{B_z}{B_r} = \frac{v}{m} \frac{B_z}{B_r} t_{acc SAD} \quad (3.56)$$

dans un SAD. Dans un JED, on trouve :

$$t_{diff} = \frac{1}{m} \frac{B_z}{B_r} t_{acc JED} \quad (3.57)$$

1.6 L'ÉQUATION D'ÉNERGIE

Si on cherchait à connaître la température du disque, il faudrait effectuer un bilan énergétique local. En notant :

$$q = mJ^2 = v r \frac{1}{r} \quad (3.58)$$

$$q = \mathbf{F}_{rad} = \frac{c}{R} P_{rad} \quad (3.59)$$

où q est le terme de chauffage de l'équation 2.33 (visqueux et par e et joule), et q le terme de refroidissement radiatif. On peut donc réécrire l'équation 2.33 :

$$\frac{U}{t} = (U\mathbf{u}) \cdot q - q - P \cdot \mathbf{u} \quad (3.60)$$

L'énergie interne varie donc en fonction du transport par le fluide, de termes sources (chauffage visqueux et e et joule), des pertes radiatives et du travail des forces de pression. En général on néglige le travail des forces de pressions. A l'équilibre, les pertes radiatives compensent nécessairement le terme de chauffage. En modélisant les pertes radiatives par un refroidissement thermique du disque, on peut aboutir à la température, qui intervient dans l'équilibre vertical du disque (via la pression). On peut définir un temps thermique t_{th} , caractérisant le temps de chauffage du disque. On a donc :

$$t_{th} = \frac{nk_B T}{q} = \frac{C_s^2}{v} \frac{2}{k} \quad (3.61)$$

Dans le cas d'un disque standard, on peut montrer par exemple :

$$t_{th} = \frac{t}{\dots} \quad (3.62)$$

Ce type d'approche est indispensable si on veut coupler l'évolution du disque avec des instabilités thermiques. Cependant, je me suis focalisé sur le transport du champ vertical, et ai

décidé de ne pas résoudre cette équation. J'ai donc dû imposer la distribution de température du disque. On peut résumer l'équilibre thermique du disque (à un rayon donné) par le rapport (la température donnant la vitesse du son donnant la hauteur du disque). Dans la suite de ce manuscrit, je ferai l'hypothèse suivante :

$$h = r \tag{3.63}$$

avec une fonction imposée du rayon (en pratique, je l'imposerai toujours constante). Il sera envisageable pour des développements futurs du code que j'ai réalisé de prendre en compte l'équation d'énergie.

1.7 ORDERING TEMPOREL ET CHOIX :

On veut développer un modèle de disque décrivant la densité surfacique, le champ magnétique et la température du disque. Je commence par présenter un récapitulatif des échelles des temps du disque.

- 1. Temps dynamique : $t \sim \frac{r}{k} \sim \frac{1}{k}$
- 2. Le temps de retour à l'équilibre hydrostatique : $t_z \sim \frac{1}{k}$
- 3. Temps caractéristique d'évolution de α : $t \sim t_{acc} \sim \frac{1}{k}$
- 4. Temps caractéristique d'advection du flux : $t_{adv} \sim \frac{1}{k}$
- 5. Temps caractéristique de diffusion du flux : $t_{diff} \sim \frac{r h_a B_z}{m B_r} \sim \frac{1}{k} \left(\frac{m}{\rho} \right)$
- 6. Temps thermique : $t_{th} \sim \frac{n k_B T}{q} \sim \frac{1}{k} \frac{1}{v}$

On peut donc poser l'ordering suivant pour les grandeurs qui nous intéressent :

$$\begin{array}{lll}
 1 & t & t \\
 2 & t_a & t \\
 3 & t_{th} & t
 \end{array} \tag{3.64}$$

Je me concentrerai sur les équations de conservation de la masse et de transport du champ magnétique en considérant le disque à l'équilibre thermique. Je réalise donc le développement suivant : en considérant un disque mince en rotation képlérienne, je considérerai l'équation de conservation du moment cinétique à l'équilibre à tout instant. Je considérerai les équilibres verticaux et thermiques réalisés à tout instant et je résoudrai l'évolution temporelle de la densité et du flux magnétique. Étant donné la prescription faite pour l'équation d'énergie ($h = r$, étant imposé), les temps t_z et t_{th} nous importent en fait peu. Néanmoins, si on venait à résoudre l'équation d'énergie, on pourrait appliquer ces considérations.

1.8 PRESCRIPTIONS

Maintenant que les équations du modèle sont établies, il nous faut faire des prescriptions pour les coefficients de transport.

Coefficients alpha : Les coefficients ν et η paramétrisent respectivement l'efficacité de la turbulence dans la diffusion de quantité de mouvement et du champ magnétique. L'origine de cette turbulence est donc un point fondamental pour la prescription que l'on compte faire.

Plusieurs mécanismes ont été proposés pour expliquer la turbulence des disques. L'un des plus prometteurs est l'instabilité magnéto-rotationnelle (dans toute la suite de ce manuscrit MRI pour Magneto Rotational Instability). Des calculs d'instabilité d'écoulements de Couette magnétisés ont été réalisés (Velikhov (1959), Chandrasekhar (1960)). Cette instabilité a été redécouverte et étudiée dans le cadre des disques d'accrétion (cisaillement képlérien) par Balbus & Hawley (1991). Ils ont démontré l'instabilité d'un disque faiblement magnétisé en rotation différentielle. La caractérisation de cette turbulence a ensuite été étudiée (pour plus d'informations voir Balbus (2003)). Un point important pour les prescriptions est la dépendance des coefficients à la magnétisation dans le disque. En effet, Hawley *et al.* (1995) suggéraient déjà un comportement en $\nu \propto \beta^{-0.5}$. On retrouve ce comportement dans les résultats de Lesur (2007) qui donnent $\nu \propto \beta^{-0.73}$. Ces résultats nous amènent à poser la dépendance fonctionnelle suivante :

$$\nu = \nu_0 \beta^{k_\nu} \quad (3.65)$$

Qu'en est-il de β_m caractérisant la résistivité ? La littérature tend à montrer que les coefficients ν et β_m sont fortement corrélés. Les résultats de Lesur & Longaretti (2009), Guan & Gammie (2009), Fromang & Stone (2009) montrent que le Prandtl magnétique turbulent $P_m = \frac{\nu}{\beta_m}$ varie entre 2 et 5. D'une manière générale on pose la dépendance fonctionnelle suivante :

$$\beta_m = \beta_{m0} \beta^{k_m} \quad (3.66)$$

néanmoins, on posera la plupart du temps $\frac{\nu}{\beta_m} = P_m = Cte$ (*i.e.* $k_m = k_\nu$ et $\frac{\nu_0}{\beta_{m0}} = P_m = Cte$). Il s'en suit que le modèle développé possède 3 paramètres relatifs à la turbulence : ν_0 ; k_ν et P_m .

Cisaillement magnétique q : Il est important de s'attarder un peu sur ce terme (défini équation 3.27). Ce paramètre q a été introduit initialement dans Ferreira & Pelletier (1993) de la manière suivante :

$$q_f = \frac{h \frac{B}{z}}{B_z} (r \frac{z}{0} = 0) \quad (3.67)$$

ce qui constitue ainsi une extrapolation du cisaillement à la surface du disque à partir de la densité de courants $J_r(r \frac{z}{0} = 0)$ (je rappelle que $J_r = \frac{1}{0} z B$). Dans notre cas, de part l'intégration de l'équation de conservation du moment cinétique suivant z , nous définissons directement $q = B / B_z$. Il est lié à l'établissement des circuits de courants poloïdaux parcourant le disque et la magnétosphère lorsqu'un jet émanant du disque est déclenché. On possède désormais une certaine connaissance des conditions nécessaires à l'existence d'un jet stationnaire. Ferreira (1997) a ainsi montré qu'une magnétisation dans le disque proche de l'unité est nécessaire pour qu'un jet froid stationnaire puisse s'établir. Le domaine d'existence en β étant $0.2 < \beta < 0.9$. On pourra donc considérer un domaine d'existence $\beta_{min} < \beta < \beta_{max}$ pour lequel $q > 0$. Mais quelle dépendance prendre dans cet intervalle ? L'analyse des résultats de Ferreira (1997) montre une dépendance en loi de puissance $q \propto \beta^{-0.8}$. Je poserai donc la prescription suivante :

- $q = q_0 \beta^{k_q}$ pour $\beta_{min} < \beta < \beta_{max}$
- $q = 0$ sinon.

Les valeurs q_0 et k_q étant des paramètres libres du modèle.

Résumé Les prescriptions faites sur les coefficients de transport se résument à 8 paramètres dans le cas général :

Les 4 paramètres turbulence : $\nu_0, k_\nu; m_0, k_m$.

Les 4 paramètres de couple magnétique : q_0, k_q, ν_{min} et ν_{max} .

Dans le cas on considère un nombre de Prandtl magnétique ($P_m = \frac{\nu}{m}$) constant, les prescriptions se résumeront donc à 7 paramètres :

3 paramètres turbulence : $\nu_0, k_\nu; P_m$.

Les 4 paramètres de couple magnétique : q_0, k_q, ν_{min} et ν_{max} .

1.9 BILAN

Je redonne le jeu d'équations du modèle de disque que j'ai développé :

$$\begin{aligned}
 1 \quad & \frac{1}{t} \quad \frac{1}{2} \frac{\dot{M}_a}{r} \\
 2 \quad & \dot{M}_a \quad \frac{1}{2} \frac{u_0}{r} \quad \frac{1}{2} \frac{m_s C_s}{r} \\
 3 \quad & m_s \quad \frac{3}{2} \frac{\log \nu r^{1/2}}{\log r} \quad 2q \\
 4 \quad & 0 \quad (2h) \\
 5 \quad & h \quad C_s \quad k \quad C_s r^{3/2} (GM)^{1/2} \quad (r) \\
 6 \quad & P_0 \quad C_s^2 \\
 7 \quad & B_z \quad 1 \quad r \quad r a \\
 8 \quad & B_z^2 \quad (0 P_0) \\
 9 \quad & \nu \quad \nu C_s h \quad ; \quad \nu \quad \nu() \\
 10 \quad & q \quad q() \\
 11 \quad & \frac{a}{t} \quad u_0 \quad r a \quad \frac{r}{2h} \quad 0 \quad m J^S \\
 12 \quad & m \quad m C_s h \quad ; \quad m \quad \nu() P_m^{-1}
 \end{aligned} \tag{3.68}$$

Pour résumer le modèle développé : la conservation du moment cinétique (moyennant hypothèses sur les coefficients de transport ν et q) nous permet d'obtenir le taux d'accrétion et la vitesse d'accrétion du disque. A partir du taux d'accrétion on peut calculer l'évolution temporelle de la densité surfacique du disque.

Pour résoudre l'équation de transport du flux magnétique, on utilise pour le terme advectif la vitesse d'accrétion déduite de la conservation du moment cinétique, et pour le terme diffusif un coefficient de diffusivité magnétique (moyennant prescription). **Cependant** on a déjà remarqué qu'on n'est pour le moment pas en mesure d'évaluer la densité surfacique de courant du disque J^S . Pour mettre en avant ce problème, je réécrit l'équation 3.47

$$\frac{a}{t} \quad u_a \quad r a \quad \frac{r}{2h_a} \quad m_0 J^S \tag{3.69}$$

Avec $J^S = \frac{1}{0} \frac{h_a}{h_a} (z B_r - r B_z)$. On réécrit donc dans l'approximation disque mince :

$$\frac{a}{t} \quad u_a \quad r a \quad \frac{r}{2h_a} \quad m_0 \quad 2B_r \quad 2h_a \quad r \quad \frac{1}{r} \quad r a \tag{3.70}$$

Cette dernière équation montre bien que la distribution $a(r)$ dans le disque ne permet pas à elle seule de calculer le terme diffusif, puisqu'il fait intervenir le champ magnétique radial B_r à la surface du disque. Et c'est là tout le problème car on est obligé de considérer le champ magnétique dans sa globalité pour pouvoir résoudre cette équation. A moins d'être extrêmement brutal en imposant la valeur du B_r , on est obligé de résoudre la configuration magnétosphérique du champ magnétique afin d'obtenir le champ radial en surface du disque à partir de la distribution de flux magnétique $a(r)$ dans le disque. C'est l'objet de la section suivante.

2 LA MAGNÉTOSPHERE

Dans cette section, je vais présenter l'importance de la magnétosphère pour le transport de flux magnétique dans le disque, ainsi que les choix qui ont été faits pour le modèle développé.

2.1 L'AUTRE PARTIE DU PROBLÈME...

Établissement d'un équilibre magnétosphérique. Dans la magnétosphère, les densités sont extrêmement faibles, on imagine donc aisément que l'équilibre magnétosphérique soit établi rapidement. Mais en raison du rôle qu'elle joue pour la dynamique du champ magnétique du disque, il est nécessaire de quantifier le temps d'établissement de cet équilibre. Dans la situation d'une magnétosphère hors équilibre, celle-ci va "répondre" (*via* des ondes) jusqu'à retrouver un équilibre. On doit envisager deux cas :

en l'absence de jet, la magnétosphère est vide de matière et donc vide de tout courant. Dans ce cas la MHD ne s'applique pas et l'équilibre devient magnétostatique. Il s'établit par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques, qui se propagent donc à la vitesse de la lumière. On peut solidement considérer que l'équilibre magnétosphérique est établi à tout instant.

pour considérer un temps de mise en place de l'équilibre, on doit préciser la distance sur laquelle on veut que l'équilibre s'établisse, on considérera typiquement une distance $d \sim r$. Supposons maintenant qu'un jet soit déclenché, sur quel temps l'équilibre se met-il en place? La question pour le moins complexe a peu été étudiée dans la littérature. On sait néanmoins que l'établissement du régime permanent pour le champ magnétique est lié au temps mis pour que le circuit électrique poloïdal global s'établisse (Casse & Ferreira, 2000a). Ils ont discuté le fait qu'il s'établit sur un temps de l'ordre du temps d'Alfvén ($t \sim r/V_A$). Il est difficile de faire une analyse quantitative, celle-ci dépendant de la géométrie de la magnétosphère. On notera cependant qu'ils obtiennent des temps caractéristiques de l'ordre du temps képlérien (à un facteur 2 près). Dans le cas d'un disque éjectant, en écrivant t_{jet} le temps d'établissement de l'équilibre magnétosphérique, on trouve :

$$t_{jet} \sim k^{-1} \quad (3.71)$$

Je considérerai donc qu'il est établi sur l'échelle de temps dynamique du disque. Comme le temps caractéristique d'évolution du flux magnétique t_a est long devant le temps dynamique, je considérerai la magnétosphère à l'équilibre dans le modèle.

2.2 L'ÉQUILIBRE TRANSVERSE DES SURFACES MAGNÉTIQUES

A CAS "GÉNÉRAL"

La magnétosphère est en régime de MHD idéale, et on la considère à l'équilibre à tout instant. On a donc nécessairement $\mathbf{u}_p \perp \mathbf{B}_p$ dans cette zone. Par conséquent, le bilan des forces projetées perpendiculairement à une surface magnétique est nul. Dans ce cas, la configuration magnétique est donnée par l'équilibre transverse des surfaces magnétiques, mathématiquement

décrit par l'équation de Grad-Shavranov (Ferreira, 1997) :

$$\frac{u_p^2}{r} (P) \quad 2r \quad r \quad G \quad F \quad (3.72)$$

où r est le rayon de courbure des lignes de champ poloïdales, G la projection du gradient perpendiculairement aux surfaces magnétiques (dans le sens des a croissants), et enfin F la projection de la force de Lorentz perpendiculairement aux surfaces magnétiques (dans le sens des a croissants). Elle est donc gouvernée par :

l'accélération convective poloïdale du plasma : $\frac{m^2 B_p^2}{0}$.

les forces de pression projetées perpendiculairement à une surface : (P) .

la projection de l'accélération convective azimutale du plasma (e et centrifuge) : $2r \quad r$.

la projection de la force gravitationnelle : G .

la projection de la force de Lorentz F , avec :

$$F = B_p J = \frac{B}{2r} I \quad (3.73)$$

avec $I = 2 \frac{rB}{0}$, le courant enlacé par une surface magnétique pour z donné.

B REGIME DE SAD : ÉQUILIBRE POTENTIEL.

Dans le cas d'un disque d'accrétion standard, aucun vent n'émane du disque. On considère donc la magnétosphère vide de matière ($\rho = 0$) et donc de tout courant. Ce qui implique $B = 0$ (contrainte déduite de $\mathbf{J}_p = 0$) et $J = 0$. L'équilibre des surfaces magnétiques se caractérise donc simplement par :

$$0J = \mathbf{B}_p = 0 \quad (3.74)$$

On en déduit donc la relation sur a annulant la densité de courant toroïdale :

$$a = \frac{2a}{z^2} r - \frac{1}{r} \frac{a}{r} = 0 \quad (3.75)$$

L'équilibre transverse des surfaces magnétiques obtenu équation 3.75 est donc une équation elliptique linéaire en a formalisant l'équilibre potentiel des surfaces magnétiques dans la magnétosphère. Je vais ici donner un rapide résumé des méthodes publiées.

van Ballegooijen (1989) a étudié la question dès 1989 dans son article fondateur. Il a considéré un disque infiniment fin et "plein" (*i.e.* d'extension radiale $0 < r < R_d$). L'équation 3.74 étant équivalente à :

$$\mathbf{B} = 0 \quad (3.76)$$

le champ magnétique de la magnétosphère obéit donc à un équilibre potentiel. Il est ici nécessaire de déterminer $B_z(r, z)$ afin de pouvoir calculer $B_r(r, z = 0) = -r \left(\frac{\partial B_z}{\partial r} \right)_{z=0}$. En considérant la distribution $B_z(r)$ à la surface du disque comme une distribution de monopôles magnétiques de charge $B_z(r) = 2 \dots$, il en a déduit l'expression de $B_z(r, z)$.

$$B_z(r, z) = \frac{1}{2} \int_0^{R_d} \frac{B_z(r') r' dr'}{(r - r' \cos \theta)^2 + (r \sin \theta)^2 + z^2} \quad (3.77)$$

ce qui donne pour le champ radial à la surface du disque :

$$B_r = - \int_0^{R_d} K_1 \frac{r}{r} B_z(r) dr \quad (3.78)$$

avec K_1 le noyau défini par :

$$K_1(x) = \frac{x}{2} \int_0^{\frac{d}{2x \cos x}} \frac{d}{x^2} \quad (3.79)$$

van Ballegooijen (1989) a justifié cette approche par la volonté d’obtenir des lignes de champ ouvertes afin de simuler l’e et d’un vent émanant du disque. Dans le cas d’un disque d’extension radiale finie, la distribution de charges magnétiques est centrée sur le centre du disque. Donc, si on se place suffisamment loin du disque, les lignes de champ tendent asymptotiquement vers des droites passant par le centre du disque (figure 3.1). Elles sont donc nécessairement ouvertes vers l’infini (de la même manière que les lignes de champ électrique générées par un disque axisymétrique chargé). Ce point est un peu délicat car en considérant une distribution de courants du disque, les lignes du champ magnétique générées par cette distribution doivent se refermer. Donc dans le cas qu’il a étudié, le champ magnétique obtenu est nécessairement une superposition d’un champ à l’infini et d’un champ généré par la distribution de courant du disque. Or, il ne fait aucune hypothèse sur cet éventuel champ à l’infini, car c’est uniquement la distribution $B_z(r, z = 0)$ qu’il utilise pour calculer la configuration magnétosphérique.

Le même raisonnement a été utilisé pour calculer la configuration magnétosphérique du champ magnétique dans Shu & Li (1997), Shu *et al.* (2004), Shu *et al.* (2007), cette fois en considérant un disque d’extension radiale infinie ($0 < r < \infty$), ce qui semble moins gênant dans la mesure où le disque n’est pas borné.

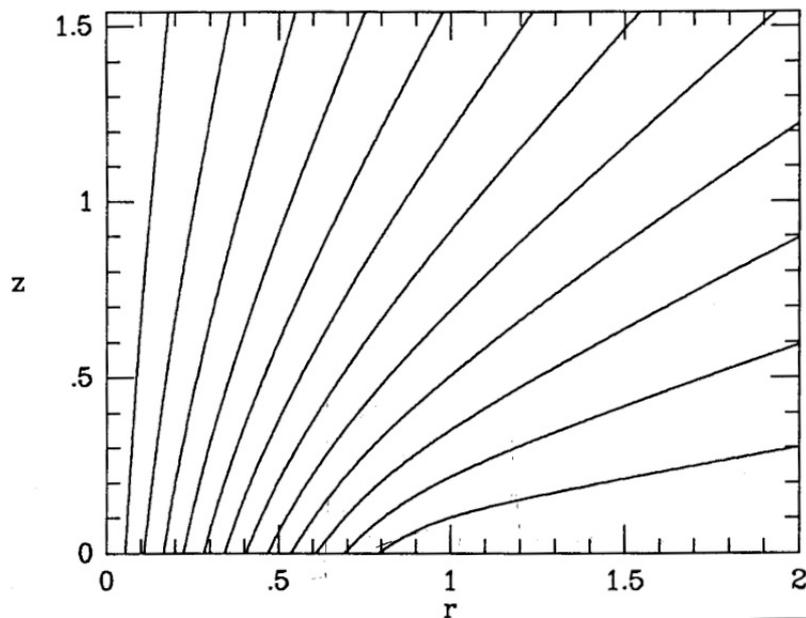


Figure 3.1 – Configuration magnétosphérique obtenue par van Ballegooijen (1989). En supposant une distribution surfacique de monopôles magnétiques $B_z = 2$ sur le disque, il en a déduit la configuration magnétosphérique. On observe des lignes de champ ouvertes.

Lubow et al. (1994) ; Ogilvie (1997) Dans le cas d'un disque "troué" (*i.e.* un disque s'étendant sur un domaine radial $R_{in} \leq r \leq R_{out}$), Lubow et al. (1994) ont pointé que la méthode de van Ballegooijen (1989) ne peut plus s'appliquer car il manque désormais l'information en B_z pour les rayons $r \leq R_{in}$. Notons qu'en reprenant cette analyse Ogilvie (1997) a de plus démontré que la distribution de flux $a(R_{in} \leq r \leq R_{out}, z = 0)$ sur le disque détermine une unique configuration magnétosphérique possible. Considérons un disque infiniment fin d'extension radiale $R_{in} \leq r \leq R_{out}$. À une condition de régularité près donnée par le champ à l'infini on a :

Une distribution de champ radial B_r à la surface du disque détermine une unique configuration magnétosphérique. Le théorème de Stokes impliquant l'égalité $B_r = -\partial_z J^S$, une distribution de courant surfacique J^S détermine donc une unique distribution magnétosphérique.

La relation reliant la distribution $B_r(r)$ et $a(R_{in} \leq r \leq R_{out}, z = 0)$ est bijective.

Donc la relation reliant la distribution J^S et $a(R_{in} \leq r \leq R_{out}, z = 0)$ est bijective.

Fort de ce constat, on peut déterminer directement la densité de courants surfaciques dans le disque à partir de la distribution de flux $a(r, z = 0)$ dans le disque. Le flux $a_d(r)$ généré par une distribution de courant surfacique axisymétrique est donné par la loi de Biot et Savard (par exemple voir Jackson (1975)) :

$$a_d(r, z) = \frac{1}{4} \int_{R_{in}}^{R_{out}} \int_0^{2\pi} \frac{J^S(r') r' dr' \cos \theta}{(r^2 + z^2 - 2rr' \cos \theta)^{3/2}} \quad (3.80)$$

ce qui donne en considérant la distribution de a_d sur le plan du disque $a_{d0} = a_d(r, z = 0)$:

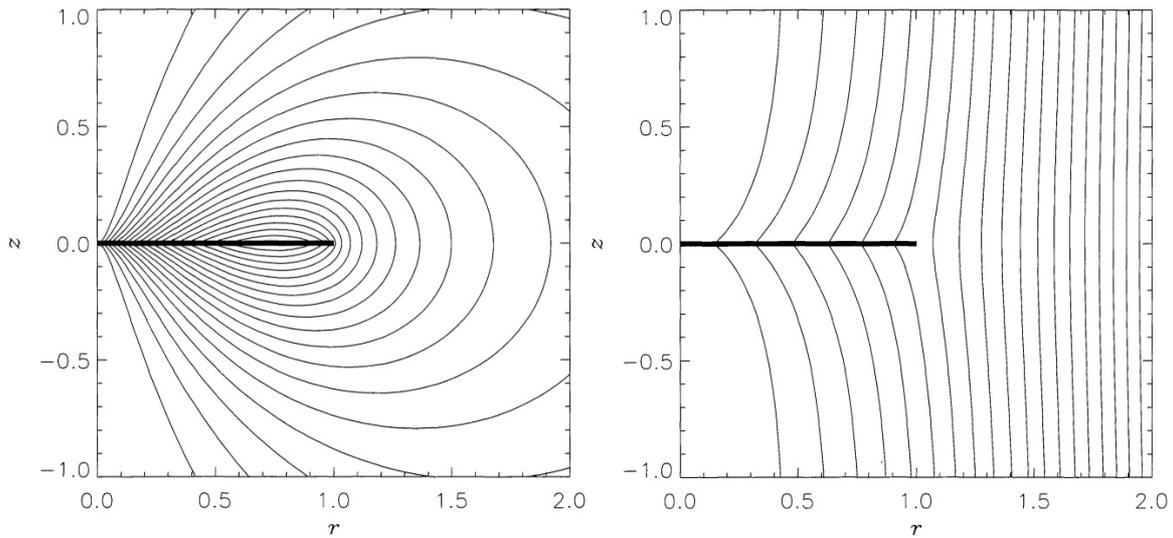
$$a_{d0}(r) = \frac{1}{4} \int_{R_{in}}^{R_{out}} \int_0^{2\pi} \frac{J^S(r') r' dr' \cos \theta}{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta} \quad (3.81)$$

On peut donc résumer cette relation à l'aide d'un opérateur linéaire Q tel que :

$$a_{d0} = Q(J^S) \quad (3.82)$$

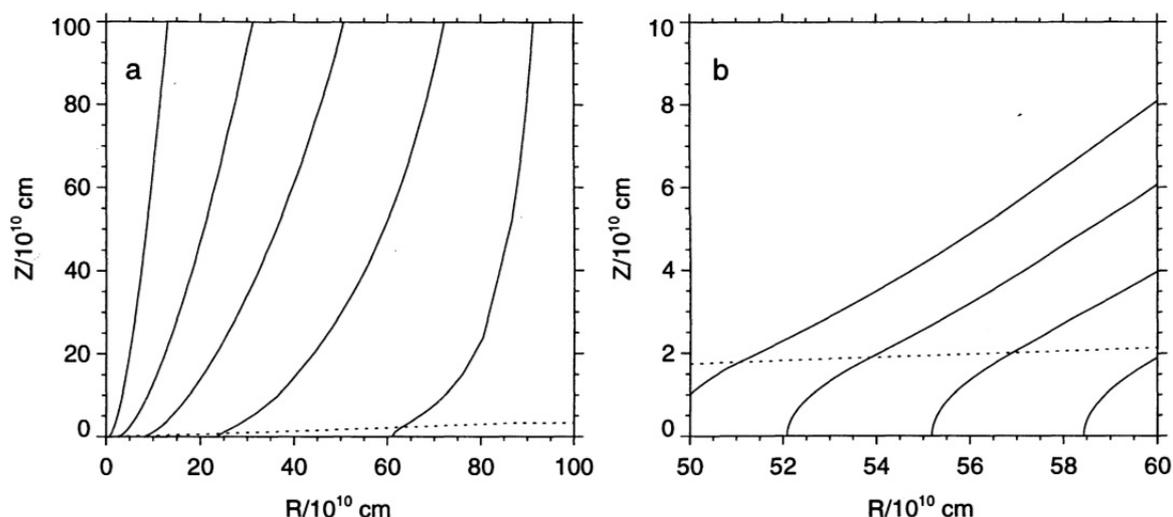
Toute la question réside donc dans l'inversion de cet opérateur pour obtenir $J^S = Q^{-1}(a_{d0})$. Pour ce faire, ils ont opéré une décomposition de l'opérateur sur sa base de fonctions de green. C'est l'objet de la méthode numérique qu'ils ont développée et que je décrirai précisément au chapitre 6 section 3. Il est important de signaler ici que ce résultat est valable en considérant toute source de champ magnétique extérieure au disque nulle. Dans le cas contraire, il suffit de connaître la valeur du flux généré par cette (ou ces) source(s) par superposition(s) sur le disque, que je note a_{out} . Dans ce cas, le flux total sur le disque vaut $a = a_{d0} + a_{out}(r, z = 0)$ et on a alors :

$$J^S = Q^{-1}(a - a_{out}(r, z = 0)) \quad (3.83)$$



F 3.2 – Configurations magnétosphériques obtenues par Ogilvie (1997) en imposant une distribution de courant surfacique dans le disque. Le disque vu par la tranche (la bande noire) a pour centre $(r = 0, z = 0)$ et pour bord externe $(r = 1, z = 0)$. Dans les 2 cas, la distribution de courants du disque est la même. Sur la figure de gauche, il ne superpose aucun champ extérieur, sur celle de droite, il ajoute un champ issu d’une distribution de courants à l’infini ($B_{inf} = cte$).

Reyes-Ruiz & Stepinski (1996) ont également envisagé un magnétosphère potentielle. Ils ont procédé à une résolution bidimensionnelle de l’équilibre potentiel de lignes de champs. En considérant un disque d’extension radiale finie ($R_{in} < r < R_{out}$), et d’épaisseur $h(r)$, ils n’ont cette fois pas intégré verticalement l’équation de transport. Ils ont directement résolu l’équation $\nabla^2 a = 0$ dans le domaine magnétosphérique ($R_{in} < r < R_{out}; h(r) > z > 0$) (figure 3.3). Pour résoudre l’équilibre potentiel, ils ont dû imposer la valeur de a au bornes de ce domaine (équation elliptique sur a dans la magnétosphère). En surface du disque, la valeur de a est donnée par le transport du flux dans le disque. En $z = 0$, ils raccordent les lignes de champ à un champ extérieur constant. En plus de ce raccordement, il était nécessaire d’introduire des conditions aux limites radiales du domaine. Ils ont ainsi choisi de fixer $a(r_{in}, z) = a(r_{in}, 0)$ et $a(r_{out}, z) = a(r_{out}, 0)$. Ceci implique des lignes de champ droites sur les bords du domaine de calcul. Il semble que cette hypothèse favorise des distributions très raides de champ magnétique vertical, car aux bornes radiales du disque, seul le gradient radial de B_z peut compenser l’advection.



F 3.3 – Configurations magnétosphériques obtenues par Reyes-Ruiz & Stepinski (1996). La configuration est obtenue en considérant un disque d'extension radiale $[0; 100]$ (en unité de 10^{10} cm). La limite supérieure du disque est symbolisée par les traits pointillés, la configuration magnétosphérique est donc résolue au-dessus de cette limite. À gauche, un aperçu de la configuration sur toute l'extension radiale du disque (la configuration magnétosphérique étant résolue pour $z \in [h(r); z_{\text{sup}}]$). À droite un zoom des lignes de champ au niveau du milieu du disque.

C RÉGIME DE JED - QUI DIT $B_{\theta} \neq 0$ DIT $J_{\theta} \neq 0$

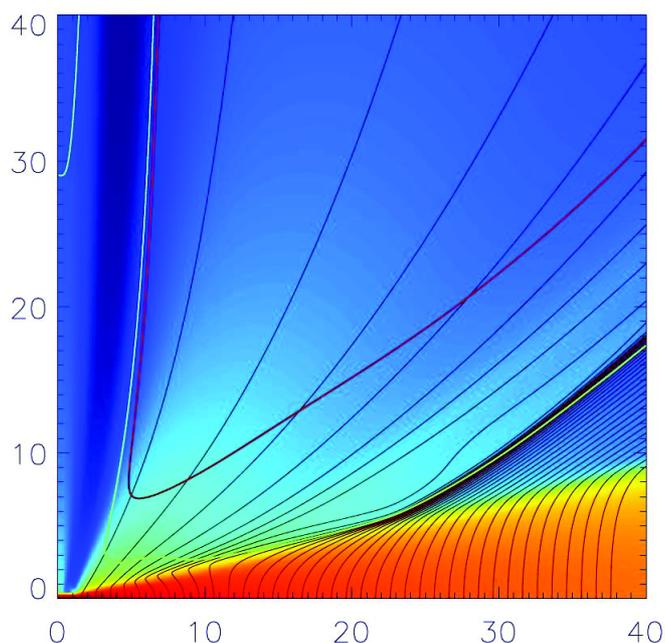
Dans le cas du JED, l'interaction du disque avec le champ magnétique produit un courant radial non négligeable dans le disque. Il en résulte une éjection de matière par effet magnéto-centrifuge à la surface du disque. Ce vent va être le support de courants dans la magnétosphère permettant un bouclage du courant poloidal. Dans ce cas, le champ magnétique toroïdal (B_{θ}) n'est plus nul.

Dans le cas où le champ toroïdal B_{θ} est non nul, on a "fatalement" un courant toroïdal J_{θ} non nul dans la magnétosphère. Pour s'en convaincre, il suffit de regarder la composante de la force de Lorentz perpendiculaire aux surfaces magnétiques équation 3.73 : $F_{\perp} = B_p J_{\theta} \frac{B}{2r} = I$. En MHD idéale stationnaire, la matière ne peut que s'écouler le long des surfaces magnétiques. Si on suppose que toutes les autres forces sont négligeables devant la force de Lorentz (y compris la force d'inertie), F_{\perp} doit fatalement être nulle en régime stationnaire (sans quoi les surfaces magnétiques seraient déformées par l'écoulement, et donc le régime non stationnaire), on est en régime "force free". On voit donc qu'on doit nécessairement avoir J_{θ} non nul pour annuler F_{\perp} , et donc que l'équilibre des surfaces magnétiques n'est plus potentiel. Il est possible que l'inertie de la matière soit non négligeable, dans ce cas le régime force free n'est plus applicable et l'équilibre transverse des surfaces magnétiques est plus complexe à traiter. Dans le cas général, il est décrit par l'équation de Grad-Shavranov 3.72. Néanmoins dans tous ces cas, le champ poloidal ne peut être résolu en potentiel.

La question de la résolution de magnétosphère 2D (axisymétriques) de disques a été étudiée : Camenzind (1987), Fendt *et al.* (1995) dans le cas relativiste. Des méthodes de résolution en MHD idéale existent et sont applicables à notre problème. Citons par exemple Jiang *et al.* (2012)

qui ont développé la NLFFF (non linear force free field) comme exemple de méthode récente performante.

On peut également obtenir la configuration magnétosphérique directement à partir de codes MHD, ne résolvant cette fois pas l'équilibre magnétosphérique, mais les équations de la MHD idéales dépendantes du temps (voir 3.4). Ce type de résolution, idéal en terme de physique incorporée, est malheureusement extrêmement gourmand en temps de calcul et ne permet pour le moment pas d'étudier l'évolution du disque sur des échelle de temps longues (de l'ordre du temps d'accrétion ou plus grandes).



F 3.4 – Configuration magnétosphérique issue d'une simulation réalisée avec le code MHD Pluto. Le dégradé de couleurs correspond à la densité (rouge pour les densités importantes, bleu le cas contraire). On observe un jet émis depuis les rayons internes du disque. Les courbes rouges et vertes correspondent respectivement aux surfaces magnétiques fast et d'Alfven. On voit que le jet pousse sur les surfaces magnétiques, impliquant un gradient transverse du champ poloidal important au niveau de la surface d'alfven, et donc un courant toroidal fort dans cette zone (Murphy *et al.*, 2010).

2.3 CHOIX DE LA MÉTHODE

Le problème des échelles de temps. Dans notre cas, si l'on veut résoudre la magnétosphère d'un JED, il nous faudrait à chaque pas de temps du disque recalculer la structure magnétosphérique (supposée à l'équilibre à tout instant) en utilisant une méthode de relaxation. Ce qui mettrait en jeu des échelle de temps de l'ordre du temps d'Alfven le plus court dans la magnétosphère... Au vu des échelles des temps que l'on cherche à étudier, cela deviendrait extrêmement gourmand en temps de calcul et restreindrait nos possibilités. Finalement je ferai l'hypothèse d'une magnétosphère toujours potentielle pour calculer les courants dans le disque. Cette hypothèse, très forte, est faite par soucis de simplicité. On sait d'avance qu'on ne pourra pas reproduire des situations telles que celle observée figure 3.4. En revanche, il n'est pas clair

qu'elle apporte des biais forts pour le calcul de la distribution de $B_r(r)$, tout en ayant l'avantage d'être facile à manipuler. J'utiliserai la méthode décrite dans Lubow *et al.* (1994) et que je décrirai dans la partie numérique.

Étude de l'équilibre potentiel : Concentrons-nous désormais sur le choix réalisé et sur la compréhension qu'on peut en tirer avant d'aller plus en avant dans l'étude. Dans le cas d'un équilibre potentiel, on peut mettre en évidence un lien entre la distribution de courants du disque et la distribution de flux magnétique. La relation linéaire liant la distribution surfacique de courants J^S du disque et le flux a_d généré par ces courants peut se résumer simplement par l'équation 3.82 : $a_d = Q(J^S)$, où Q est un opérateur linéaire. On suppose un disque d'extension radiale $0 \leq r \leq r_0$. On peut montrer que l'équation 3.81 peut s'écrire (Jackson, 1975) :

$$a_{d0}(r) = \int_0^r J^S(r') K_2(r, r') dr' \quad (3.84)$$

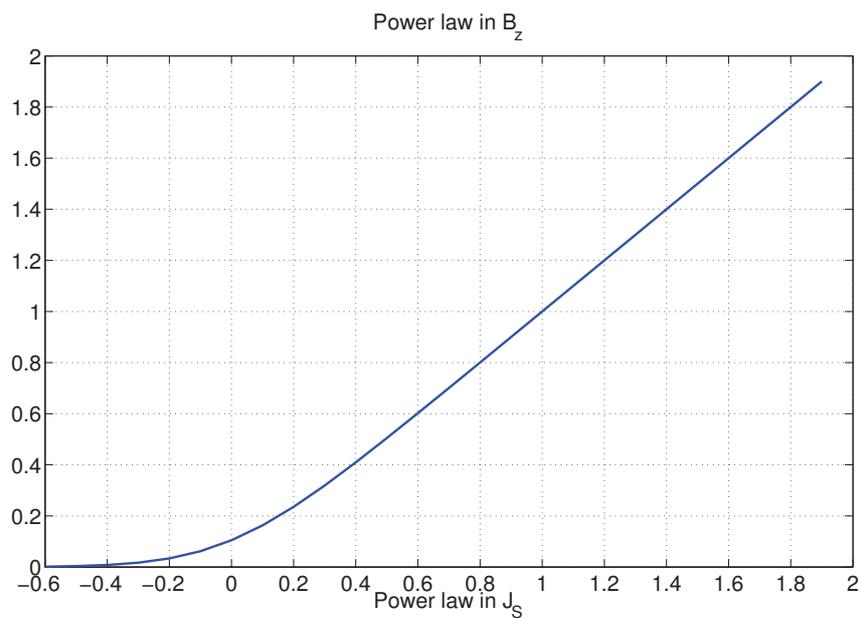
avec :

$$K_2(r, r') = \frac{1}{4} (r - r') (2 - k^2) K(k) - 2E(k) \quad (3.85)$$

où $k^2 = \frac{4rr'}{(r+r')^2}$ et K et E les intégrales elliptiques complètes. Cette écriture nous permet d'intuiter un résultat : une distribution radiale de J^S en loi de puissance génère un flux magnétique a également en loi de puissance. En utilisant la méthode "Lubow", j'ai réalisé un ensemble de calculs numériques pour caractériser la relation entre la loi de puissance en $J^S \propto r^\alpha$ et la loi de puissance en $B_z \propto r^\beta$ généré par ces courants. Les résultats sont donnés figure 3.5. On observe clairement la relation $\beta = \alpha + 2$ pour $\alpha > 0$. On observe une déviation à cette loi en dessous de $\alpha = 0$, qui correspond à un plateau pour $\alpha < 0$. Pour des α négatifs, la densité surfacique de courant croît vers l'extérieur. Donc le disque "voit" une distribution de courant pour des rayons grands, comme le champ autour de $r = 0$ généré par un boucle de courant, ce champ est constant. Comme on a $J^S \propto B_r$, on en déduit le profil radial de l'inclinaison des lignes de champ poloidales en surface du disque :

$$\frac{B_r}{B_z} \propto r \quad (3.86)$$

Donc pour $\alpha > 0$, l'inclinaison des lignes de champ en surface du disque est constante. Et pour $\alpha < 0$, l'inclinaison des lignes de champ en surface du disque croît avec le rayon.



F 3.5 – Dépendance des exposants radiaux en B_z r (ordonnée) lorsque l'on impose une distribution en courant surfacique en loi de puissance du rayon (abscisse, J_s r).

3 LE PROBLÈME GLOBAL

Dans cette section, je ne détaillerai pas la méthode numérique employée (je le ferai plus loin) pour la résolution de l'équation de transport du flux magnétique. En revanche, je présenterai certains résultats découlant de l'étude cinématique de l'équation en question. Montrer le lien distribution de courants surfacique distribution de B_z , *i.e.* inclinaison des lignes de champ à la surface du disque distribution radiale en B_z .

3.1 LA PHYSIQUE DU DISQUE

Sachant qu'on a $J = \frac{1}{0} (zBr - rB_z)$, l'équation 2.31 (locale, non intégrée) de transport du flux magnétique donne :

$$\frac{a}{t} ruB_z - r = 0 - mJ \quad (3.87)$$

Il est usuel de définir le nombre de Reynolds magnétique d'un disque d'accrétion :

$$R_m(r, z) = \frac{ru}{m} \quad (3.88)$$

donc le régime stationnaire donne :

$$J(r, z) = \frac{R_m(r, z)B_z}{r} \quad (3.89)$$

Dans l'approximation disque mince on peut écrire $J = \frac{1}{0} \frac{B_r}{z}$ (approximation justifiée pour une large gamme de Reynolds magnétiques). En utilisant cette approximation l'équation (3.89) donne :

$$\frac{zB_r}{B_z} = \frac{1}{r} \frac{ru}{m} = \frac{1}{r} R_m(r, z) \quad (3.90)$$

Dit autrement, la courbure des lignes de champ est proportionnelle au nombre de Reynolds magnétique. Donc finalement en intégrant de 0 à $z = h_a$, on trouve l'inclinaison des lignes de champ poloidale en (r, z) :

$$\frac{B_r(r, z)}{B_z(r)} = \frac{1}{r} \int_0^{h_a} R_m(r, z) dz \quad (3.91)$$

avec en particulier, l'inclinaison des lignes de champ à la surface du disque :

$$\frac{B_r}{B_z}(r) = \overline{R_m}(r) \frac{h_a}{r} = \overline{R_m}(r) a \quad (3.92)$$

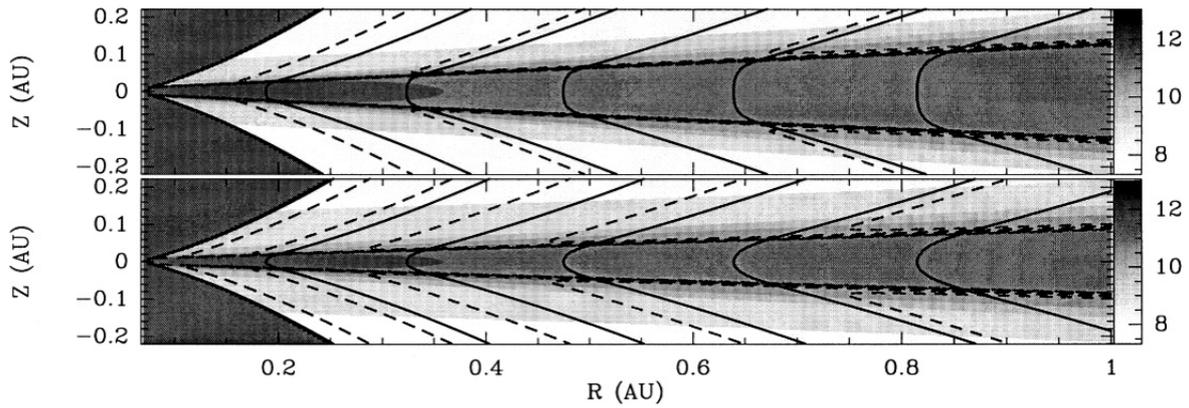
avec $a = \frac{h_a}{r}$ et $\overline{R_m}(r) = \frac{1}{h_a} \int_0^{h_a} R_m(r, z) dz$ la moyenne verticale du Reynolds magnétique. Je pose :

$$\overline{R_m} = a \int_0^{h_a} \frac{u}{m} dz \quad (3.93)$$

L'équation (3.92) résume ce que la physique du disque cherche à imposer : à un rayon donné, le paramètre a caractérise l'inclinaison des lignes de champ magnétique à la surface du disque. Si cette inclinaison est trop importante (*i.e.* la densité surfacique de courant toroïdale est trop grande), la diffusion surpasse l'advection du champ, et le flux diffuse. Au contraire, si l'inclinaison est trop faible, l'advection surpasse la diffusion, et le flux est advecté.

Courants localisés sur le plan du disque : On se place en rayon r d'un disque. Supposons que le Reynolds magnétique en ce rayon soit constant sur toute la hauteur caractéristique h_a , et plus précisément qu'on a $R_m \gg 1$ (l'intégration donne donc $\gg 1$). Dans ce cas la densité de courant toroïdale est la même sur toute l'épaisseur et le champ magnétique radial se développe progressivement sur toute l'épaisseur. On dira dans ce cas que les courants sont portés par le disque. C'est typiquement le type de configuration qu'on observe dans un JED où il y a une vitesse radiale significative (comparé à la diffusivité) et donc un courant J significatif au niveau du plan du disque. C'est ce type de configuration qu'on peut observer dans Ferreira (1997) et dans certains résultats de Casse & Ferreira (2000a) (figure 3.6, configuration du bas).

Courants localisés en surface : Si au contraire, dans la majeure partie du disque on a $R_m(r, z) \ll 1$, et qu'on suppose une vitesse du fluide importante en surface du disque (grâce à un couple magnétique localisé en surface par exemple), les courants seront cette fois localisés en surface du disque, on aura alors des lignes de champ droites autour du plan du disque, et une courbure importante des lignes en surface, marqueur d'un J fort en surface du disque. Ce type de configuration a été obtenu dans certains cas par Casse & Ferreira (2000a) (figure 3.6, configuration du haut). La même configuration peut être obtenue cette fois en supposant une vitesse du fluide peu importante sur toute la hauteur du disque, mais que la surface du disque soit très faiblement résistive. Cette possibilité a été envisagée par Rothstein & Lovelace (2008) puis étudiée numériquement dans Lovelace *et al.* (2009) pour justifier qu'un SAD pourrait tout de même advecter significativement du flux. Mais elle pose la question de la justification de cette couronne qui accrete de la matière tout en étant très faiblement résistive. En reprenant les distributions verticales de la vitesse du fluide obtenus par Guilet & Ogilvie (2012), les configurations à l'équilibre qu'ils obtiendraient seraient du même type (ce qui nécessiterait d'incorporer "à la main" dans une simulation globale leurs résultats issus d'études locales).



F 3.6 – Différents profils verticaux de B_z dans un disque éjectant obtenus par Casse & Ferreira (2000a). Le dégradé en niveaux de gris correspond à la densité. Les lignes pleines sont les lignes de champ poloidales et les lignes pointillées correspondent à la trajectoire des particules fluides. Sur la figure du dessus, le couple magnétique au niveau du plan du disque est faible (du même ordre que le couple visqueux). Les lignes de champ sont faiblement courbées dans cette zone. À la surface du disque le couple magnétique est plus important ce qui implique une forte courbure des lignes de champ dans cette zone, le courant étant porté en surface du disque. Sur la figure du dessous, le couple magnétique au niveau du plan du disque est dominant. La vitesse du fluide est donc plus importante au niveau du plan du disque que la figure du dessus. Par conséquent on observe une courbure des lignes de champ plus progressive jusqu'à la surface du disque. Les courants sont portés autour du plan du disque.

Le modèle de transport du champ vertical développé ici ne résout pas la structure verticale du disque. Donc il ne discrimine pas ces deux situations, l'important étant les grandeurs intégrées. Néanmoins j'ai choisi pour cette thèse d'imposer la vitesse d'advection du flux u_a égale à la vitesse d'accrétion u_0 . Dans ce cadre, on se rapproche donc plutôt du premier cas (courants localisés sur le plan du disque).

3.2 DISTRIBUTION RADIALE DE B_z EN FONCTION DE LA PHYSIQUE DU DISQUE

Comme on l'a vu dans la section précédente (section 2.2.b), l'inclinaison des lignes de champ à la surface du disque est liée à la distribution radiale de B_z (plus rigoureusement de a) via l'équilibre magnétosphérique. On voit donc qu'un état stationnaire sera atteint si la distribution radiale de flux magnétique est en adéquation avec l'inclinaison des lignes de champ exigée par la physique du disque (équation 3.92). L'équilibre du disque est donc le résultat d'une "entente" entre la physique du disque (l'advection caractérisée par le paramètre $\overline{R_m}(r)$) et l'équilibre magnétosphérique des surfaces magnétiques. Or :

L'équilibre du disque impose : $B_r \propto B_z$.

Pour une inclinaison B_r / B_z constante sur le disque, la magnétosphère implique une unique $B_z(r)$ tel que $B_z \propto r$.

Donc B_z constant dans le disque implique une unique distribution radiale $B_z \propto r$. Je présente figure 3.7 la relation (3.92) découlant de la méthode développée par Lubow *et al.* (1994). Avec des paramètres de transport (u_0 et μ) garantissant $\overline{R_m}$ constant partout dans un disque, l'état stationnaire atteint par B_z est une loi de puissance du rayon telle que : $B_z \propto r$ avec $f(\mu)$. Comme on a $j^S = \frac{B_z}{\mu_0}$. Si μ est r , on a nécessairement $\mu \propto r$, où f est la loi de puissance

de la distribution de J^S (voir figure 3.5).

Lorsqu'un disque transporte un champ magnétique vertical extérieur, on pourra considérer que l'advection est efficace si le champ développé dans les zones internes du disque est forte comparée au champ extérieur.

Il en résulte la conclusion suivante : **une advection significative de flux magnétique extérieur au disque n'est possible que si β est de l'ordre de l'unité ou plus grand. Tout processus d'advection significatif nécessite cette condition** (que ce soit l'accrétion par un couple visqueux ou bien magnétique).

Je rappelle que dans le cadre du modèle développé chapitre (3) (section 1), j'ai posé $h_a = h$, donc dans ce cadre on a :

$$\frac{B_r}{B_z}(r) = \frac{\overline{R_m}(r) \frac{h}{r}}{\overline{R_m}(r)} \tag{3.94}$$

Avec le nombre de Mach sonique $m_s = u_0 / C_s$ et $m = \frac{h}{m C_s h}$, le paramètre β s'écrira :

$$\beta = \frac{r u_0}{m} = \frac{m_s}{m} \tag{3.95}$$

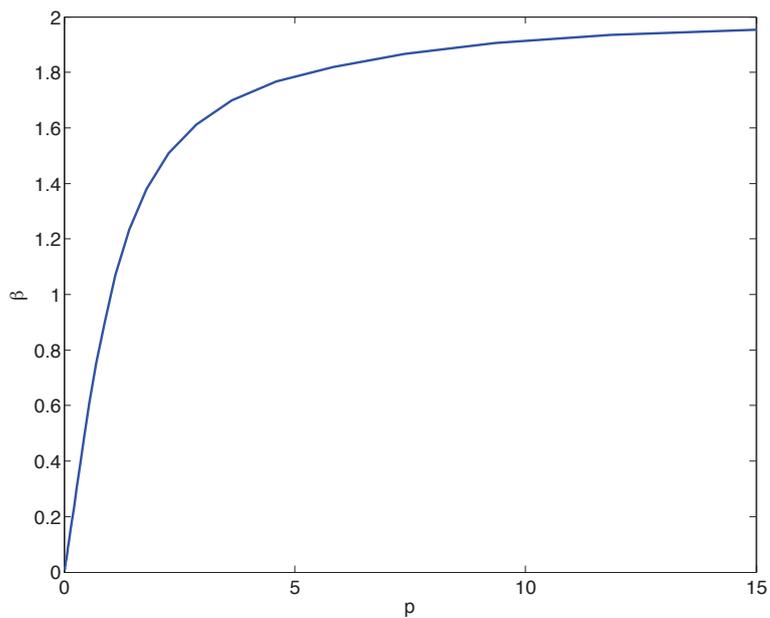


Figure 3.7 – () tel que si on impose β constant sur le disque, on a à l'équilibre $B_z = r$. On constate que β est proportionnel à p jusqu'à $p = 1$, puis sature pour tendre asymptotiquement vers 2.

Chapitre 4

Solutions stationnaires : SAD, JED et zone de transitions

Sommaire

1	SAD sur toute l'extension radiale	69
2	JED sur toute l'extension radiale	72
2.1	Solution pour un JED pur	72
2.2	Solution générale pour un JED	73
3	Zones de transitions	74
3.1	Nature d'une zone de transition	74
3.2	Le transport du moment cinétique dans une transition	75
3.3	Profil du champ magnétique nécessaire à ces transitions	78

Dans cette section, je vais développer des solutions semi-analytiques stationnaires de disque. Dans un premier temps je montrerai les solutions pour un SAD pur et pour un JED pur. Il sera question de trouver des solutions en loi de puissance du rayon pour ces deux régimes. Ces solutions constitueront le point de départ de toute recherche de solution plus complexe. Il sera ensuite question d'étudier les transitions radiales entre ces deux régimes (transition JED SAD et SAD JED).

Dans tout ce chapitre les configurations stationnaires seront recherchées en supposant \dot{M} et P_m cte.

1 SAD SUR TOUTE L'EXTENSION RADIALE

Conservation de la masse. Je rappelle le taux d'accrétion déterminé équation 3.25 :

$$\dot{M} = 6 \pi r^2 \frac{\dot{M}_0}{r} v r^{1/2} \quad (4.1)$$

\dot{M}_0 étant équivalent à $\dot{M}(r)$ indépendant de r , en notant $F = 3 v$, on trouve :

$$2r^{1/2} \frac{dF}{dr} - Fr^{1/2} = \dot{M}_0 \quad (4.2)$$

puis, par intégration :

$$F = \dot{M}_0 C_{te} r^{1/2} \quad (4.3)$$

avec C_{te} une constante d'intégration. En notant, F_0 la valeur de F en un rayon $r = r_0$, on calcule la valeur de C_{te} et on trouve finalement :

$$F(r) = \dot{M}_0 \left(F_0 + \frac{r}{r_0} \right)^{1/2} \quad (4.4)$$

avec $(F_0 + \dot{M}_0) r_0^{1/2} = C_{te}$, où F_0 est la valeur de F en $r = r_0$. Ce degré de liberté est dû à l'ordre (1) de l'équation résolue. La fonction F est une combinaison linéaire d'une solution qu'on qualifiera de "standard" (terme de gauche de l'expression) et d'une solution non accrétante (pour laquelle le taux d'accrétion est nul, le terme à droite). On remarquera que le triplet $(r_0; F_0; \dot{M}_0)$ contraint intégralement une solution. On peut également écrire la solution $F(r)$ comme fonction des paramètres F_1 au rayon r_1 et F_2 au rayon r_2 . Donc le quadruplet (r_1, r_2, F_1, F_2) détermine également une unique solution). En résumé, une solution est entièrement déterminée par :

Soit un triplet $(r_0; F_0; \dot{M}_0)$.

Soit un quadruplet (r_1, r_2, F_1, F_2) .

Spécifier le taux d'accrétion ne nécessite que 2 paramètres supplémentaires pour contraindre une solution, ce qui peut se comprendre par le fait qu'en spécifiant un taux d'accrétion, on le spécifie sur tout le disque. Spécifier \dot{M}_0 revient donc à donner 2 informations.

Pour un disque en régime de SAD sur toute son extension radiale, on cherche des solutions stationnaires en loi de puissance du rayon, c'est à dire qui vérifient simplement :

$$F(r) = \dot{M}_0 \quad (4.5)$$

soit :

$$3 = \frac{\dot{M}_0}{v} \quad (4.6)$$

Je rappelle l'expression de la vitesse du fluide (définie équation 3.30) : $u_0 = \frac{\dot{M}}{2r}$. On peut donc montrer que :

$$Re(r) = \frac{ru_0}{v} = \frac{3}{2} \quad (4.7)$$

avec Re le nombre de Reynolds du disque. Donc dans un SAD stationnaire tel qu'on le recherche $Re = 3/2$ par définition (solution en loi de puissance du rayon).

Transport du flux magnétique. On a :

$$P_m = cte(r, t)$$

$$cte(r, t).$$

On a montré équation (4.7) que $Re = \frac{3}{2}$, donc d'après la définition du nombre de Reynolds magnétique 3.88, et au vu des hypothèses :

$$R_m = Re \frac{v}{m} \quad (4.8)$$

Et donc le paramètre quantifiant l'efficacité du transport de B_z (défini équation : 3.93)

$$\frac{3}{2}P_m \quad (4.9)$$

On voit donc que le paramètre est une constante du rayon (au vu de l'hypothèse sur P_m). Donc en supposant un nombre de Reynolds R_e constant dans le disque, le champ magnétique B_z à l'équilibre se comportera en loi de puissance du rayon suivant $B_z \propto r^\alpha$ avec α connu. On voit qu'il est donc nécessaire de considérer un nombre de Reynolds constant pour avoir une solution en loi de puissance du rayon. Ce qui est cohérent avec l'équation 4.6.

Dépendances radiales. Nous pouvons lister certains points importants pour la fin du raisonnement :

L'hypothèse $h \propto r^{\alpha_1}$ permet de poser $\frac{r^2 B_z^2}{h}$ (équation 3.10).

La prescription pour la viscosité : $\nu \propto r^{\alpha_2}$ avec $\nu_0 \propto k_v$. ν_0 et k_v sont des constantes. On peut en déduire les lois de puissance à l'équilibre pour :

$$r^{\frac{1}{2} - \frac{2k_v(1-\alpha_1)}{k_v}} \quad (4.10)$$

pour la magnétisation :

$$r^{\frac{5}{2} - \frac{2}{k_v}} \quad (4.11)$$

le nombre de Mach sonique :

$$m_s \propto r^{\frac{k_v(5-4)}{2(1-k_v)}} \quad (4.12)$$

et le paramètre ν :

$$\nu \propto m_s \propto r^{\frac{k_v(5-4)}{2(1-k_v)}} \quad (4.13)$$

Ces solutions constituent en quelque sorte une extension des solutions standard de disque " " (où ν est une constante du rayon). On remarque que si les profils (loi de puissance du rayon) de ν et B_z sont déterminés par les hypothèses, leur "importance" relative reste un paramètre libre de ces hypothèses. C'est un point important pour les conditions aux limites à appliquer dans le code, je détaillerai ce point plus loin. On remarque de plus une singularité dans les solutions pour $k_v = 1$ où dans ce cas elles ne sont plus définies. Nous verrons dans le chapitre 5 que $k_v = 1$ constitue un point de stabilité marginal dans l'espace des k_v .

On donne des cas particuliers de solutions : en supposant $P_m = 1$ cela implique $\nu = 1$ (voir figure 3.7). On obtient pour $k_v = 0$ (ν constant) :

$$r^{-1/2} \propto r^{5/2} m_s \propto r^0 \quad (4.14)$$

Alors que pour $k_v = 1/2$ (résultats des simulations shearing box MRI) :

$$r^{-3} \propto r^5 m_s \propto r^{5/2} \quad (4.15)$$

On peut déjà noter la croissance très rapide de la magnétisation vers les rayons croissants pour des $P_m = 1$.

Contrainte d'une solution. Ce type de solution implique naturellement un taux d'accrétion \dot{M}_0 constant dans le disque. Mon modèle porte fondamentalement sur la densité et le champ magnétique du disque. Tout autre paramètre ($P_m, v_0, k_v \dots$) étant fixé, le taux d'accrétion de ces solutions dépend simplement de B_z . On a donc :

$$\dot{M}_0 = \dot{M}_0(B_z) \tag{4.16}$$

Je pose \dot{m}_0 et B_0 les valeurs respectives de \dot{M}_0 et B_z en un rayon r_0 du disque. Vu que les dépendances radiales sont imposées par les autres paramètres ($P_m, v_0, k_v \dots$) qui sont fixés, on peut écrire simplement :

$$\dot{M}_0 = \dot{M}_0(\dot{m}_0 B_0) \tag{4.17}$$

Donc tout autre paramètre du modèle étant fixé, les solutions type SAD pur sont des solutions à 3 degré de liberté ($(\dot{m}_0 B_0 r_0)$, ou bien $(\dot{m}_0 \dot{M}_0 r_0)$, ou encore $(B_0 r_0 \dot{M}_0)$).

2 JED SUR TOUTE L'EXTENSION RADIALE

2.1 SOLUTION POUR UN JED PUR

Dans ce cas le taux d'accrétion s'écrit (couple visqueux nul) :

$$\dot{M} = 8 q \frac{r B_z^2}{\sigma K} \tag{4.18}$$

ou encore le nombre de Mach sonique :

$$m_s = 2q \tag{4.19}$$

On a :

$$- \dot{m} = \dot{m}_0 k_m$$

$$- q = q_0 k_q$$

- σ est une constante du rayon.

Transport du flux magnétique : On cherche ici des solutions stationnaires en loi de puissance. Cela implique nécessairement un paramètre σ qui est une constante du rayon (voir chapitre 3). Or avec $\dot{m}_s = \dot{m}$, on en déduit :

$$\frac{2q}{\dot{m}} = 1 - k_q k_m \tag{4.20}$$

Donc σ est nécessairement une constante du rayon pour des solutions en loi de puissance. On note cependant un point critique pour $1 - k_q k_m = 0$, dans ce cas σ est toujours constant (indépendamment de r). Nous ne considérerons pas ce point dans la recherche de solutions, et nous verrons au chapitre 5 qu'il joue un rôle crucial pour la stabilité d'un JED pur.

Conservation de la masse : Pour avoir un taux d'accrétion constant du rayon, on a nécessairement :

$$m_s \propto r^{-1/2} \quad (4.21)$$

Ce résultat et celui du paragraphe précédent impliquent toutes les autres dépendances radiales. En effet, et, comme la magnétisation du disque est constante du rayon, m_s est également constant du rayon (voir équation 3.32)

$$\dot{M} \propto r^{-1/2} \quad (4.22)$$

$$B_z \propto r^{-5/4} \quad (4.23)$$

On retrouve ici les dépendances radiales des solutions standard de disques éjectant (Blandford & Payne (1982), Ferreira & Pelletier (1995)).

La dépendance radiale $B_z \propto r^{-5/4}$ implique une valeur bien précise de \dot{M} (voir). La dépendance $\dot{M} \propto r^{-1/2}$ déterminée précédemment (figure 3.7) nous permet de donner la valeur approchée $\dot{M} \approx 1.428 \dot{M}_0$. Compte tenu de l'équation 4.20, cela implique une valeur bien précise de \dot{M} à l'équilibre. La valeur de la magnétisation à l'équilibre s'exprime en fonction des dépendances des coefficients selon

$$\frac{1.428 \dot{M}_0}{2q_0} \propto (1 - k_q - k_m) \quad (4.24)$$

Contrainte d'une solution. On peut noter une différence fondamentale entre l'étude analytique des régimes stationnaires de JED et celui de SAD. En effet, pour un SAD pur, une solution stationnaire est entièrement définie par 2 paramètres qui impliquent un certain taux d'accrétion (voir équation 4.17). Dans le cas d'une solution stationnaire de JED pur, on a comme contraintes :

- Un taux d'accrétion constant : $\dot{M}(B_z) = \dot{M}_0$
- Une magnétisation constante dans le disque de valeur $B_{z,eq}$ fixée : $(B_z) = B_{z,eq}$.

De la même manière que pour le SAD pur, les profils étant fixés, on peut résumer une solution stationnaire de JED pur comme une fonction de \dot{M}_0 et B_0 (les valeurs de \dot{M} et B_z en un rayon r_0). Cependant la condition $B_{z,eq}$ contraint plus fortement le problème, qui n'a finalement que deux degrés de liberté ((\dot{M}_0, r_0) , ou bien (B_0, r_0)).

2.2 SOLUTION GÉNÉRALE POUR UN JED

Dans ce cas général le taux d'accrétion s'écrit (équation 3.26)

$$\dot{M}_a \approx 6 \dot{M}_0 r^{1/2} \left(\frac{v}{v_0} r^{1/2} \right) \frac{8}{0.5} \frac{qrB_z^2}{k} \quad (4.25)$$

Ce qui est équivalent à (équation 3.32) :

$$m_s(r) = \frac{v}{2q} \quad (4.26)$$

avec :

$$3 \frac{\log \left(\frac{v}{v_0} r^{1/2} \right)}{\log r} \quad (4.27)$$

On a :

- $v = v_0 k_v$
- $m = v P_m ; P_m = \text{cte.}$ Ce qui est équivalent à $m = m_0 k_m$, avec $k_m = k_v$ et $v_0 = m_0 P_m$.
- $q = q_0 k_q$
- $h = r \text{ cte.}$

Transport du flux magnétique. On cherche ici des solutions stationnaires en lois de puissance. Cela implique nécessairement un paramètre α qui est une constante du rayon (voir chapitre 3). Or avec $m_s = m r^\alpha$, on en déduit :

$$P_m = \frac{2q}{m} \tag{4.28}$$

Compte tenu de l'expression de α équation 4.27, une solution en loi de puissance implique nécessairement $m = \text{cte}(r)$. On arrive donc à la même conclusion que pour un JED pur, à savoir qu'une solution en loi de puissance implique nécessairement $m = \text{cte}(r)$. Ceci implique $v = \text{cte}(r)$ et donc $m_s = \text{cte}(r)$ (équation 4.26).

Conservation de la masse. Un taux d'accrétion constant dans le disque impliquant $m_s = r^{-1/2}$, on en déduit comme pour le JED pur :

$$v = r^{1/2} \tag{4.29}$$

et

$$B_z = r^{5/4} \tag{4.30}$$

En supposant ces dépendances radiales, on peut montrer facilement que $\alpha = 3/2$. On en déduit :

$$\frac{3}{2} P_m = \frac{2q_0}{m_0} r^{1/4} k_q k_m \tag{4.31}$$

Sachant que pour avoir $B_z = r^{5/4}$, on doit avoir $\alpha = 1/428$, on peut estimer la valeur de la magnétisation à l'équilibre :

$$\alpha = \frac{3}{2} P_m = \frac{m_0}{2q_0} r^{1/4} (k_q k_m) \tag{4.32}$$

La magnétisation étant par définition positive, on en déduit qu'il existe une valeur de P_m (environ 1) au delà de laquelle un JED en présence de viscosité ne possède pas de solution.

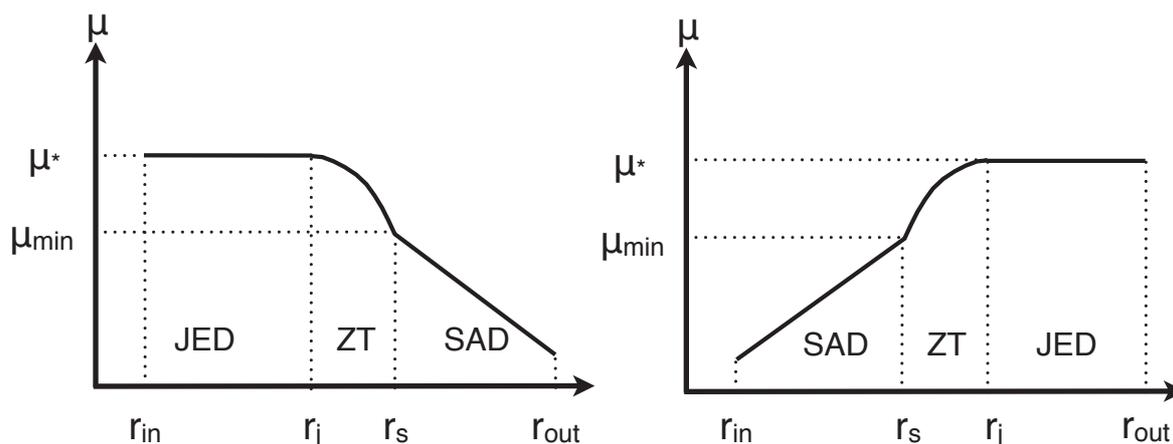
Contrainte d'une solution. La condition sur l'uniformité de la magnétisation dans le disque implique les mêmes contraintes sur une solution que pour un JED pur.

3 ZONES DE TRANSITIONS

3.1 NATURE D'UNE ZONE DE TRANSITION

Dans les 2 sections précédentes de ce chapitre, j'ai déterminé des solutions stationnaires de SAD pur et JED pur garantissant un taux d'accrétion constant (*via* la conservation du

moment cinétique) et un champ magnétique stationnaire. Or les régimes de SAD et JED sont mutuellement exclusifs. En effet, par définition un JED possède une magnétisation et un nombre de Mach sonique de l'ordre de l'unité, alors qu'un SAD impose une magnétisation et un nombre de Mach sonique petits devant l'unité. Si une configuration mixte stationnaire (JED SAD ou SAD JED) est possible, elle doit assurer le raccordement entre ces deux régimes. Le paramètre clé de ces transitions est la magnétisation (figure 4.1, rappel des figures 2.5 et 2.6). On supposera toujours que la magnétisation du disque n'atteint pas μ_{max} , valeur au dessus de laquelle le couple magnétique s'annule (on a en effet supposé un couple magnétique non nul pour $\mu < \mu_{max}$).



F 4.1 – Configurations JED SAD (à gauche) et SAD JED (à droite). Dans les 2 cas, la zone de transition (notée ZT) correspond à la zone où la magnétisation est comprise dans l'intervalle $[\mu_{min}; \mu^*]$.

3.2 LE TRANSPORT DU MOMENT CINÉTIQUE DANS UNE TRANSITION

Avant d'étudier le bilan énergétique d'une zone de transition, je vais commencer par étudier les contraintes induites par la conservation du moment cinétique pour une transition stationnaire. Je rappelle les expressions du taux d'accrétion et du nombre de Mach sonique du disque déterminés équations (3.25) et (3.32) :

$$\dot{M}_a = 6 \pi r^2 v_r (v_0 r^{1/2}) \frac{8 \pi q B_z^2}{0 \cdot k} \quad (4.33)$$

$$m_s(r) = v \left[2q m_s^{visc} + m_s^{mag} \right] \quad (4.34)$$

$$3 \frac{\log v r^{1/2}}{\log r} \quad (4.35)$$

où m_s^{visc} et m_s^{mag} sont respectivement les contributions du couple visqueux et du couple magnétique au m_s et α un paramètre permettant de quantifier le couple visqueux (signe, intensité). Je ne cherche pas à étudier des configurations présentant des discontinuités dans la distribution de vitesse radiale du disque (*i.e.* présentant des discontinuités radiales en densité *via* la conservation de la masse). Or en $r = r_s$, on a $\mu = \mu_{min}$, le cisaillement magnétique présente donc une discontinuité en ce rayon quelle que soit la transition (figure 4.1). Il faudra donc envisager un couple visqueux (*via* α) permettant de contrecarrer cette discontinuité et permettre la conti-

nuité de la vitesse radiale à travers ce rayon. De plus, une solution stationnaire implique un taux d'accrétion constant ce qui est équivalent à $m_s \propto r^{-1/2}$. Ces deux conditions vont nous permettre d'établir les profils de densité autorisant une transition à taux d'accrétion constant.

Étant donné les prescriptions faites pour le cisaillement magnétique au chapitre (3) section (1.8), on a $m_s^{mag} \propto q_0^{-1} k_q$. Un cas typique est par exemple $k_q = 0.3$, $q_0 = 1$ et $\mu = 1$. On a donc m_s^{mag} de l'ordre de l'unité sur toute la zone de transition. Les rayons légèrement inférieurs à r_s sont notés r_{s-} , et ceux légèrement supérieurs sont notés r_{s+} .

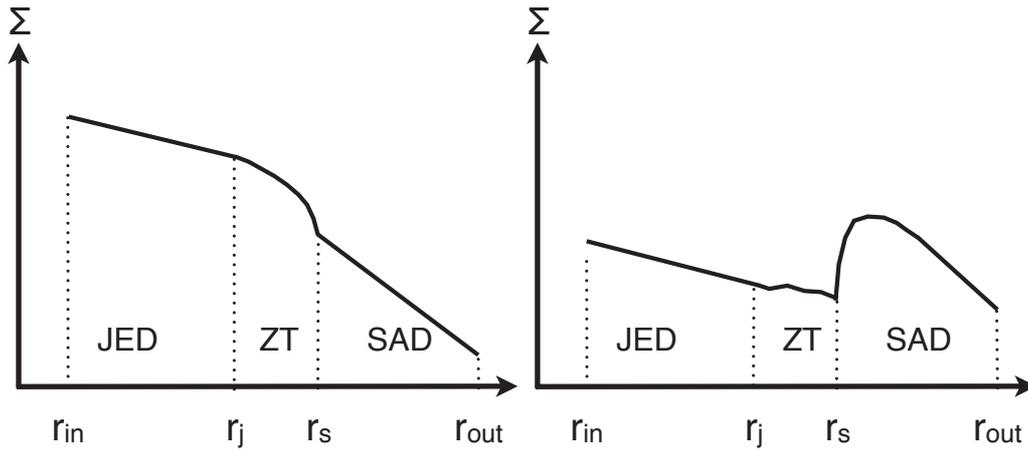
Transition JED SAD. Dans ce cas, on a $m_s^{mag} \approx 1$ en r_s . On peut envisager deux types de comportement du couple visqueux autorisant la continuité de la vitesse. 1. Le premier suppose que pour $r = r_s$, on est dans un régime correspondant à la configuration homogène de SAD décrite section (1) de ce chapitre. Dans cette zone, on a alors le nombre de Reynolds de l'écoulement $Re \approx 3 \times 10^2$, ce qui est équivalent à $Re \approx 3 \times 10^2$ et on a donc $m_s \approx v = 1$ dans cette zone. Dans ce cas, la continuité de m_s à travers la transition impose $m_s^{visc} \approx m_s \approx m_s^{mag} \approx 1$ pour $r = r_s$, ce qui implique :

$$\frac{r}{r_s} \frac{1}{h} \frac{1}{v(\min)} \tag{4.36}$$

Donc dans cette configuration le couple visqueux doit être positif, c'est à dire qu'il doit générer une forte accélération azimutale de la matière afin de contrecarrer le couple magnétique en $r = r_s$. 2. Le second suppose que pour $r = r_s$, $m_s \approx 1$. Ceci signifie que le couple visqueux qui est négligeable devant le couple magnétique dans le JED, l'est également dans la zone de transition. Cette fois, la continuité de m_s à travers la transition nécessite $m_s^{visc} \approx 1$ pour $r = r_s$, cela implique :

$$\frac{r}{r_s} \frac{1}{h} \frac{1}{v(\min)} \tag{4.37}$$

Cette fois, le couple visqueux doit fortement freiner la matière pour assurer la continuité de la vitesse radiale. Les profils radiaux de ρ correspondant à chacun des 2 scénarios sont présentés figure 4.2. Le seul permettant éventuellement de garantir un taux d'accrétion constant sur le disque est le second. En effet, dans le premier, la densité dans la partie SAD est trop faible pour autoriser un taux d'accrétion constant dans le disque. Dans le second scénario, le saut positif en densité dans la partie SAD est la seule solution permettant de conserver le taux d'accrétion dans le disque.



F 4.2 – Profils de densité surfacique d’une transition JED SAD garantissant la continuité de la vitesse à la limite interne du SAD. À gauche, le scénario correspond à un SAD standard en $r = r_s$ ($R_e = 3.2$). En r_s , le couple visqueux doit accélérer azimuthalement ($m_s^{visc} = 0$) la matière afin de contrecarrer la discontinuité en m_s^{mag} . Cette solution ne permet pas de garantir un taux d’accrétion constant. À droite, le scénario correspond à un nombre de Mach sonique restant de l’ordre de l’unité pour $r = r_s$. Pour $r = r_s$, le couple visqueux doit freiner fortement la matière pour garantir la continuité du m_s . C’est cette solution qui permet d’obtenir un taux d’accrétion constant dans le disque.

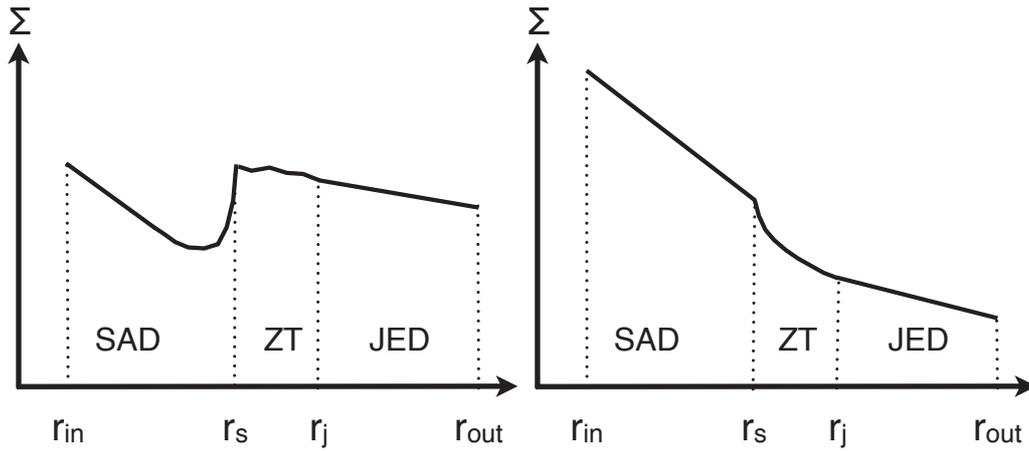
Transition SAD JED. Pour cette configuration, on a $m_s^{mag} = 1$ en $r = r_s$. En suivant le même raisonnement que pour la transition JED SAD, on peut trouver deux configurations autorisant la continuité de la vitesse radiale à travers la transition. 1 - En $r = r_s$, on considère que le nombre de Mach sonique est celui d’un JED, donc de l’ordre de 1. Le couple visqueux, seule source de transport de moment cinétique en $r = r_s$, doit donc développer un $m_s^{visc} = 1$ en r_s pour assurer la continuité en vitesse à travers la transition. Formellement on trouve :

$$r_s \frac{r}{h} \frac{1}{v(\min)} \quad (4.38)$$

2 - En $r = r_s$, on considère que le nombre de Mach sonique est celui d’une configuration homogène de SAD, donc on a $m_s(r_s) = 3 v(\min) = 2$. Sachant que $m_s^{mag}(r_s) = 1$, la continuité de la vitesse radiale au niveau de la transition implique en r_s :

$$r_s \frac{r}{h} \frac{1}{v(\min)} \quad (4.39)$$

Le couple visqueux doit cette fois accélérer la matière azimuthalement afin que le $m_s(r_s)$ soit de l’ordre de $m_s(r_s) = 3 v(\min) = 2$. Les profils radiaux de la densité surfacique correspondant à chacune de ces possibilités sont présentés figure (4.3). Suivant le même raisonnement que pour la transition JED SAD, la seule option permettant de conserver le taux d’accrétion est la seconde. En effet et dans ce cas, la densité de la partie SAD, suffisamment grande peut permettre de conserver le taux d’accrétion. Alors que dans la seconde option, cela ne serait jamais possible.



F 4.3 – Profils de densité surfacique d’une transition SAD JED garantissant la continuité de la vitesse à la limite externe du SAD. À gauche, le scénario correspond à un nombre de Mach sonique restant de l’ordre de l’unité pour $r = r_s$. Pour $r < r_s$, le couple visqueux doit freiner fortement la matière pour garantir la continuité du m_s . Cette solution ne permet pas de garantir un taux d’accrétion constant. À droite, le scénario correspond à un SAD standard pour $r = r_s$ ($R_e = 3/2$). Le couple visqueux doit accélérer azimuthalement ($m_s^{visc}(r_s) = 0$) la matière afin de contrecarrer la discontinuité en m_s^{mag} . C’est cette solution qui permet d’obtenir un taux d’accrétion constant dans le disque.

3.3 PROFIL DU CHAMP MAGNÉTIQUE NÉCESSAIRE À CES TRANSITIONS

Ici, j’ai mis en évidence des profils de densité surfacique qui sont potentiellement viable pour assurer la continuité de la vitesse et la conservation du flux de masse dans une transition. Le principe de base de ces raisonnements vient d’un postulat sur les profils de magnétisation dans les transitions JED SAD et SAD JED. Comme on a $r^2 B_z^2$, ces raisonnements qualitatifs nous permettent d’estimer les profils du champ magnétique vertical pour assurer ces transitions. Nous verrons que dans le cadre du modèle développé, la transition SAD JED semble assez naturelle, alors que la transition JED SAD, semble au contraire très peu probable.

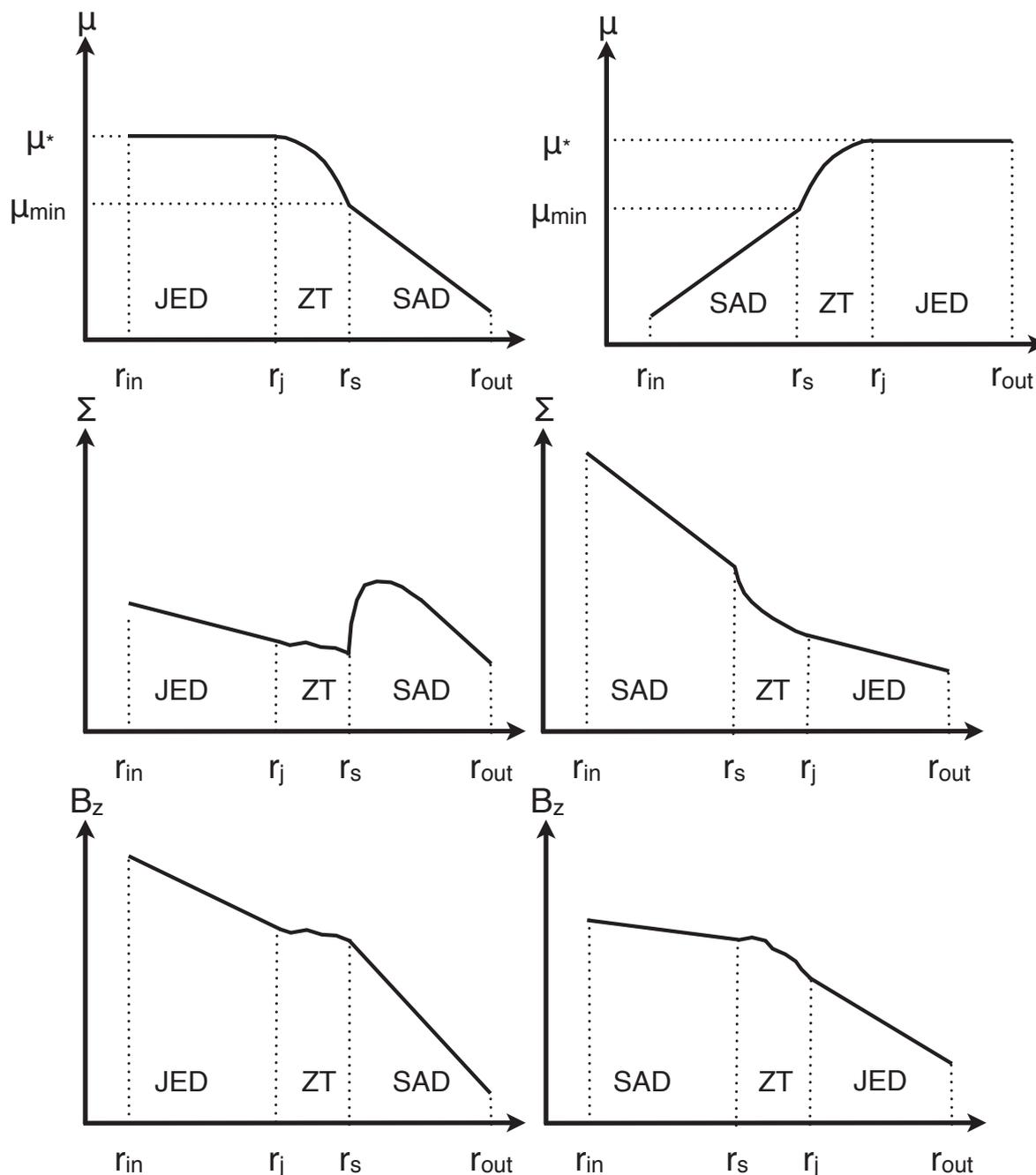
Transition JED SAD Dans ce cas, on a un champ magnétique décroissant en rayon dans la partie JED, ce qui semble cohérent avec les solutions stationnaires de JED obtenues section 2 de ce chapitre. En revanche, le profil radial de champ dans la partie SAD doit être plus raide que dans la partie JED (figure 4.4), ce qui ne peut être réalisé que si $P_{SAD} > 3/2 P_m = P$, où correspond au β du JED. Ceci semble peu réaliste. Supposons néanmoins que ça soit le cas. On peut alors montrer que le JED doit vérifier :

$$\frac{2q}{m} > P_{SAD} \tag{4.40}$$

Comme on a $P_{SAD} = P$. On doit nécessairement avoir $\frac{2q}{m} > 0$. Or q et m sont par définition des fonctions positives de r . Donc la dernière inégalité n’est possible que si $\beta > 0$! On peut donc conclure que le modèle développé interdit toute transition JED SAD. La seule option serait de supposer un autre couple, se manifestant sur une certaine extension radiale permettant cette décroissance du B_z . Néanmoins, si on suppose que le disque repasse en régime de SAD

à partir d'un certain rayon, la magnétisation va croître très rapidement vers l'extérieur. Il semblerait donc que le développement d'un JED externe soit inexorable dans le cadre du modèle développé.

Transition SAD JED Cette fois, en suivant la même démarche que pour la transition JED SAD, on trouve au champ magnétique vertical faiblement décroissant dans la partie SAD (interne donc), et une décroissance plus forte dans la partie JED (externe). Le profil typique du champ vertical est donné figure (4.4). Cette fois, la configuration semble cohérente.



F 4.4 – Récapitulatif des transitions susceptibles de conserver un taux d'accrétion constant. Sur la colonne de gauche, une transition JED SAD. Le profil de champ magnétique dans le SAD doit être plus raide que dans le JED, ce qui est impossible à moins de considérer un couple supplémentaire dans le modèle. Sur la colonne de droite, une transition SAD JED, qui est potentiellement viable.

Chapitre 5

Stabilité du modèle

Sommaire

1	Équations linéarisées	81
1.1	Approximation petites perturbations	81
1.2	Paramètres importants	84
2	Relation de dispersion	84
3	Stabilité	85
3.1	Disque avec une viscosité non nulle ($R \neq 0$) : instabilité magnéto-visqueuse	85
3.2	Disque avec une viscosité nulle ($R = 0$)	88

Je vais dans cette partie étudier la stabilité locale du modèle développé dans la section précédente en utilisant l'approximation WKB. Pour cela, je vais linéariser le système d'équations en supposant les grandeurs soumises à de petites perturbations autour d'une solution d'équilibre, puis j'appliquerai la transformée de Fourier au système linéarisé. Ensuite, je monterai les solutions non triviales du système obtenu, avec une relation de dispersion qui permettra de discriminer les régimes instables des régimes stables. Il sera question d'étudier la stabilité du modèle pour deux régimes de disque : le cas où un couple visqueux est non nul (avec un éventuel couple magnétique présent), et le cas où seul le couple magnétique est présent.

1 ÉQUATIONS LINÉARISÉES

1.1 APPROXIMATION PETITES PERTURBATIONS

Je pose ici que toute grandeur physique G s'écrit sous la forme $G = G_0 + G_1$, avec G_0 la grandeur à l'équilibre et G_1 la petite perturbation telle que : $G_1 \ll G_0$.

Champ magnétique B_z : Le taux d'accrétion donné par l'équation (3.25) fait intervenir le champ magnétique B_z . Il est donc nécessaire d'écrire $B_z(r, t)$ en fonction de $a(r, t)$ (je rappelle qu'on a $B_z = 1 - r^2 a$). On a donc :

$$B_z(r, t) = B_z(r) \left[1 - \frac{B_z(r, t) - B_z(r)}{B_z(r)} \right] = B_z(r) \left[1 - \frac{r}{p_a} \frac{a}{a} \right] \quad (5.1)$$

avec p_a la dérivée logarithmique de a en fonction de r (on ne préjuge pas de sa valeur). p_a est une variable relative à l'état d'équilibre a et n'interviendra pas dans les calculs de critères de stabilité (il s'agit en fait d'une variable intermédiaire de calcul). Je fais ici l'approximation $1 - \frac{r}{p_a} \frac{a}{a} \approx 1 - \frac{r}{p_a} \frac{a}{a}$, approximation valide dans la mesure où on suppose l'échelle de variation de a beaucoup plus petite que celle de a .

Magnétisation : En linéarisant autour de B_z et on trouve :

$$1 - 2 \frac{B_z}{B_z} \quad (5.2)$$

Coefficients de transport : Je donne ici l'expression des coefficients v , m et q . Je pose qu'ils sont tous fonction de la magnétisation.

$$v = v \left[1 - \frac{v}{v} \right] = v \left[1 - p_v \right] \quad (5.3)$$

p_v étant la dérivée logarithmique de v par rapport à en.

$$m = m \left[1 - \frac{m}{m} \right] = m \left[1 - p_m \right] \quad (5.4)$$

p_m étant la dérivée logarithmique de m par rapport à en.

$$q = q \left[1 - \frac{q}{q} \right] = q \left[1 - p_q \right] \quad (5.5)$$

p_q étant la dérivée logarithmique de q par rapport à en.

Taux d'accrétion : On redonne les expressions donnant le taux d'accrétion et la vitesse radiale du fluide dans le disque. Le taux d'accrétion donné équation (3.25) :

$$\dot{M}_a = \frac{6}{k r} r (v_0 - k r^2) = \frac{8}{0} \frac{q B_z^2}{k} \quad (5.6)$$

On pose pour le taux d'accrétion :

$$\dot{M} = \dot{M}_v + \dot{M}_m \quad (5.7)$$

avec \dot{M}_v la contribution du couple visqueux et \dot{M}_m celle du couple magnétique. On trouve :

$$\dot{M}_v = \dot{M}_v \left[1 - 2r \frac{v}{v} \right] \quad (5.8)$$

et :

$$\dot{M}_m = \dot{M}_m \left[1 - \frac{q}{q} \right] = 2 \frac{B_z}{B_z} \quad (5.9)$$

Je pose le taux d'accrétion total : $\dot{M} = \dot{M}_v + \dot{M}_m$ et le rapport $R = \dot{M}_v / \dot{M}$ qui correspond au ratio de la composante visqueuse du taux d'accrétion sur le taux d'accrétion total ($R = 1$ correspond à un SAD pur, $R = 0$ à un JED pur...). On trouve finalement :

$$\dot{M} = \dot{M} \left[1 - R \frac{2r}{r} \right] = \frac{v}{v} \left(1 - R \right) \frac{q}{q} = 2 \frac{B_z}{B_z} \quad (5.10)$$

Vitesse d'accrétion : La vitesse d'accrétion u_0 donnée équation (3.30) :

$$u_0(r, t) = \frac{\dot{M}(r, t)}{2r} \quad (5.11)$$

On a :

$$u_0 = u \left[1 - \frac{u_0}{u} \right] = \frac{\dot{M}}{2r} \left[1 - \frac{\dot{M}}{\dot{M}} \right] \quad (5.12)$$

avec : $u = \dot{M} / (2r)$, et $\frac{u}{u} = \frac{\dot{M}}{\dot{M}}$:

Densité surfacique de courant : Elle s'écrit :

$$J^S = J^S = J^S \quad (5.13)$$

avec J^S :

$$J^S = 2 \frac{u}{m} r(a) \quad (5.14)$$

Comme on travaille en champ potentiel, la densité surfacique de courant J^S est liée au flux magnétique a par une relation d'équivalence. Ainsi, une variation δa autour de a implique une variation δJ^S des courants. Il sera donc nécessaire d'exprimer J^S en fonction de a . Le lien n'est pas direct et nécessite de passer dans l'espace de Fourier (k). La démonstration permet d'exprimer la transformée de Fourier de J^S (notée J^S) en fonction de la transformée de Fourier de a (notée a). La démonstration est donnée annexe (A.1) et je donne le résultat ici :

$$J^S = \frac{2}{0r} k a \quad (5.15)$$

Ceci sera nécessaire pour écrire la transformée de Fourier du système d'équations linéarisées.

Équation de conservation de la masse : Comme je fais l'approximation de petites perturbations autour d'une solution d'équilibre, l'équation de conservation de la masse écrite équation (3.40) donne :

$$t(\) = \frac{1}{2r} r(\dot{M}) \quad (5.16)$$

Qu'on peut réécrire :

$$t = u r \frac{\dot{M}}{\dot{M}} \quad (5.17)$$

Équation de transport du flux magnétique : Je rappelle l'équation du modèle 3.47 :

$$\frac{a}{t} u_0 r a \frac{1}{2} m J^S \tag{5.18}$$

L'équation linéarisée donne donc :

$$t \frac{a}{a} u \frac{r(a)}{a} \frac{r(a)}{r(a)} \frac{u}{u} \frac{J^S}{J^S} \frac{m}{m} \tag{5.19}$$

Bilan : On a abouti à un système linéaire de 2 équations à 2 inconnues : — et $\frac{a}{a} (J^S$ étant une fonction de a).

1.2 PARAMÈTRES IMPORTANTS

L'analyse de stabilité du système obtenu ci-dessus est assez rébarbative. Pour éviter de se perdre en route je vais détailler ici les paramètres susceptibles de jouer sur la stabilité du modèle.

Couples mis en jeu : La présence ou non de tel au tel couple peut avoir un incidence sur la stabilité. En particulier, nous verrons plus tard que la présence ou non de viscosité est déterminante pour le critère de stabilité. Nous retiendrons donc que le paramètre R correspondant au rapport de la composante visqueuse du taux d'accrétion sur le taux d'accrétion total joue un rôle important pour la stabilité du modèle.

Coefficient p_v : Je rappelle que p_v correspond à la dérivée logarithmique de v par rapport à la magnétisation en $(p_v = \frac{1}{v} \frac{dv}{da})$. Il caractérise la variation de l'efficacité de la viscosité turbulente autour de l'équilibre.

Coefficient p_m : De même, p_m correspond à la dérivée logarithmique de m par rapport à la magnétisation en $(p_m = \frac{1}{m} \frac{dm}{da})$. Il caractérise la variation de l'efficacité de la diffusivité magnétique turbulente autour de l'équilibre. Si on suppose que v et m ont la même origine physique (la turbulence), il serait logique de poser $p_v = p_m$ Cte, et donc $p_m = p_v$. Néanmoins dans un souci de généralisation, on les dissocie pour l'étude de stabilité.

Coefficient p_q : p_q correspond à la dérivée logarithmique du cisaillement magnétique q par rapport à la magnétisation en $(p_q = \frac{1}{q} \frac{dq}{da})$.

2 RELATION DE DISPERSION

Je n'écrirai pas les équations complètes dans cette section. Pour alléger l'écriture je pose — et $a = \frac{a}{a}$. On suppose que t et a sont proportionnels à $\exp[i(kr - t)]$ avec $kr = 1$. On applique la transformée de Fourier au système et on trouve :

$$i \quad A \quad B \quad a \quad (5.20)$$

$$i \quad a \quad C \quad D \quad a \quad (5.21)$$

ce qui est équivalent à :

$$M \quad a \quad \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \quad (5.22)$$

avec M , une matrice 2×2 :

$$M \quad \begin{matrix} A & i & B \\ C & D & i \end{matrix} \quad (5.23)$$

$$A \quad u \quad k \quad ip_q(1 - R) \quad 2rRk(1 - p_v) \quad (5.24)$$

$$B \quad u \quad k^2 \frac{r}{p_a} \quad 2(1 - R)(1 - p_q) \quad 4ikrRp_v \quad (5.25)$$

$$C \quad u \quad \frac{p_a}{r} \quad p_q(1 - R) \quad 1 - p_m \quad 2ikrR(1 - p_v) \quad (5.26)$$

$$D \quad u \quad k \quad \frac{k}{k} \frac{1}{m} \quad i \quad 2(1 - R)(1 - p_q) \quad 1 - 2p_m \quad 4krRp_v \quad (5.27)$$

Sans rentrer dans le détail de chaque terme, on retrouve bien les paramètres R, p_v, p_m, p_q dans les coefficients A, B, C et D qui joueront dans la stabilité du modèle.

On recherche les solutions de l'équation (5.22) autre que la solution triviale $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Pour cela, on a nécessairement le déterminant de M égal à 0, ce qui donne :

$$^2 \quad i \quad (A - D) \quad AD - BC = 0 \quad (5.28)$$

et qui permet d'obtenir la relation de dispersion reliant ω à k . Je rappelle qu'on a supposé $\exp^{i \omega t}$. Donc les solutions trouvées sont stables si la partie imaginaire de ω est négative. Je ne détaillerai pas les calculs des critères de stabilité, je donnerai les grandes lignes des raisonnements et les résultats selon les configurations. Comme cette étude est une étude de stabilité locale, il s'agira d'étudier la stabilité pour les situations où les deux couples sont présents (ce qui correspond au régime JED), où seul le couple visqueux est présent (qui correspond au régime de SAD), et enfin où seul le couple magnétique est présent (qui correspond au régime de JED pur). Dans un souci de généralisation, l'étude de stabilité se résume à deux catégories : le régime de JED pur (mathématiquement $R = 0$) et les autres ($R \neq 0$).

3 STABILITÉ

3.1 DISQUE AVEC UNE VISCOSITÉ NON NULLE ($R \neq 0$) : INSTABILITÉ MAGNÉTO-VISQUEUSE

A CRITÈRE DE STABILITÉ

Je présente le résultat dans le cas des deux couples non nuls. L'important ici est que la viscosité n'est pas nulle, car le raisonnement est le même si le couple magnétique est nul ou pas. L'équation (5.28) se résume à une équation de degré 2 en λ , dont le discriminant s'écrit :

$$\Delta = (A - D)^2 - 4 \frac{AD - BC}{(A - D)^2} \quad (5.29)$$

On a bien entendu les solutions $\lambda_{1,2}$ de l'équation 5.28 :

$$\lambda_{1,2} = \frac{i(A - D) \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad (5.30)$$

Dans l'approximation $kr \ll 1$ on peut montrer que si $R = 0$ (i.e. si le couple visqueux est non nul), on a alors :

$$\frac{4(AD - BC)}{(A - D)^2} \ll 1 \quad (5.31)$$

Dans ce cas on trouve :

$$\lambda_{1,2} \approx i \frac{A - D}{2} \pm 1 \pm \frac{2(AD - BC)}{(A - D)^2} \quad (5.32)$$

On peut montrer que le seul mode litigieux pour la stabilité correspond à la solution :

$$\lambda_1 \approx i \frac{BC - AD}{A - D} \quad (5.33)$$

Le système est stable ssi : $Im(\lambda_1) < 0$. En développant on trouve :

$$Im(\lambda_1) = u k \frac{1 - p_v}{m (1 - p_v)} - \frac{k_m}{r} \frac{1 - p_v}{1 - p_v} \quad (5.34)$$

Par cohérence physique, je me place dans le cadre où la diffusivité magnétique est toujours positive. Dans ce cas le système est stable ssi :

$$p_v < 1 \quad (5.35)$$

B COMMENTAIRES ET CONCLUSIONS SUR CETTE INSTABILITÉ

Comparaison aux prescriptions du modèle. Le critère de stabilité trouvé équation 5.35 porte sur la dérivée logarithmique du paramètre de viscosité p_v par rapport à la magnétisation. Dans le cadre du modèle développé chapitre 3, j'ai prescrit $p_v = k_v$. Donc le critère de stabilité qui met en jeu p_v est simplement identique pour k_v , le système est stable ssi :

$$k_v < 1 \quad (5.36)$$

La borne inférieure du domaine de stabilité est atteinte pour $k_v = 1$. On peut donc remarquer une instabilité du modèle pour $k_v > 1$. Cette instabilité n'a pas été bien comprise pendant ma thèse et reste à clarifier. Néanmoins, je ne me suis intéressé qu'à des valeurs positives de k_v . La borne supérieure du domaine de stabilité est atteinte pour $k_v = 1$, et le système est instable pour $k_v > 1$. Étant donné qu'elle met en jeu la viscosité (via k_v), on peut préjuger qu'il s'agit d'une instabilité visqueuse.

Quid de l'instabilité visqueuse dans les disques d'accrétion ? La stabilité visqueuse des disques " " a rapidement été examinée après l'article fondateur de Shakura & Sunyaev (1973). Lightman & Eardley (1974) ont examiné la question notamment dans le cas de disques dominés par la pression de radiation. L'instabilité visqueuse dans les disques repose sur le raisonnement suivant : Sur des échelles des temps visqueuses, on peut supposer que le disque est à l'équilibre thermique à tout instant. Ainsi on peut s'intéresser à des évolutions séculaires de la densité surfacique sans se soucier des échelles de temps plus petites. Elle s'écrit :

$$t = \frac{3}{r} r(r^{1/2} - r(r^{1/2})) \quad (5.37)$$

avec v , et donc en terme perturbatif (autour d'un équilibre), on montre facilement :

$$t = \frac{2}{r^2} \quad (5.38)$$

L'équation 5.38 est donc est une équation de diffusion de coefficient $D = \frac{2}{r^2}$. Donc l'équilibre est stable si $D > 0$. Dans le cas contraire le coefficient de diffusion négatif impliquerait une augmentation de densité dans les zones où $v > 0$, et à l'inverse une déplétion dans les zones où $v < 0$. Finalement le disque se fragmenterait en anneaux. Le critère de stabilité s'écrit donc :

$$\frac{v}{r} > 0 \quad (5.39)$$

ce qui est équivalent à $\frac{\log v}{r} > 0$. Dans le cas d'un disque "standard" où la contrainte r est proportionnelle à la pression du gaz et où $v = cte$, on vérifie bien que le disque est stable visqueusement. Dans notre cas, on a posé $r = v P_{gaz}$, avec v fonction de la magnétisation β , donc en particulier de β .

Si un disque est visqueusement instable, sa fragmentation aurait des conséquences observationnelles importantes. La présence de zone de très faible densité impliquerait des "trous" dans la distribution spectrale d'énergie (comparativement à une distribution spectrale de disque d'accrétion standard).

Comparaison à l'instabilité mise en évidence. Dans notre cas, on a $v = v(\beta) h^2$ $v(\beta) f(r)$ puisque h est imposé (équation d'énergie non résolue dans le modèle). Je rappelle que p_v est la dérivée logarithmique de v par rapport à β autour de la position d'équilibre et que $\frac{d \log v}{d \log \beta} = p_v$. Dans notre cas on a alors : $\log v = \log \beta + p_v$. On retrouve bien $\log v = \log \beta + p_v$ ssi $p_v = 1$. Donc le critère de stabilité déterminé équation 5.35 correspond au critère habituel pour l'instabilité visqueuse. Ici, il a été nécessaire de faire le calcul pour le modèle car le champ magnétique intervenait également dans v . Mais au final, on arrive à la même conclusion, et les conséquences d'une telle instabilité (si elle existe), que j'appellerai **instabilité magnéto-visqueuse**, sont les mêmes que celles décrites au paragraphe précédent. On peut remarquer que le temps de croissance t_{visc} de cette instabilité est contrôlé par la diffusivité magnétique m (équation (5.34)) selon :

$$t_{visc} = \frac{h}{k m} \quad (5.40)$$

donc pour des perturbations de longueur d'onde supérieure ou égale à h , on trouve un temps de croissance (*via* la prescription $\nu_m = \nu_m k h^2$) :

$$t_{visc} = \frac{h}{k_m} = \frac{1}{m k} \tag{5.41}$$

La stabilité des disques d'accrétion turbulents MRI. La dépendance fonctionnelle $\nu(MRI)$ est donc critique pour la stabilité du modèle. La question de la stabilité des disques d'accrétion turbulent "MRI" (disque dont la turbulence est générée par la MRI) dans le cadre du modèle n'est pas à proprement parler une nouveauté. Elle a été envisagée par Takahashi & Masada (2011) en considérant la possible dépendance fonctionnelle du ν turbulent au nombre Prandlt magnétique (microscopique) dépendant de la température. Leurs travaux ont mis en évidence les critères d'instabilité thermique et visqueuse à partir de cette dépendance. Dans le modèle développé ici, l'équation d'énergie n'est pas résolue, en revanche l'équation de conservation de la masse est couplée à celle de transport du flux magnétique. Les prescriptions faites sur les coefficients de transport (ν, η) font intervenir à la fois le champ magnétique et la densité du disque (*via* la magnétisation). Que nous disent les résultats des simulations MRI "shearing box" au sujet de cette possible dépendance fonctionnelle ? Ils semblent indiquer $p_\nu = 1/2$ (Lecur (2007), Hawley *et al.* (1995)). Dans ce cas un disque serait stable visqueusement (critère équation (5.35)), mais il est important que la question soit clarifiée par la communauté "MRI". C'est-à-dire en caractérisant à l'aide de simulations globales une dépendance fonctionnelle de la viscosité en fonction de la magnétisation en présence d'un champ magnétique B_z à grande échelle. Notons que Steinacker & Papaloizou (2002) ont réalisé des simulations de MRI globale de disque, en particulier en présence d'un champ magnétique B_z moyen non nul. Dans cette situation, ils observent la formation de sillons dans le disque (apparition de zone de forte densité et de zone de déplétion en densité). La cause physique de ce phénomène n'a pas été établie, mais il avancent que ce comportement semble être systématique d'un disque MRI traversé par un champ poloidal moyen. On peut s'interroger de la possibilité d'une instabilité visqueuse à l'origine de ce phénomène.

3.2 DISQUE AVEC UNE VISCOSITÉ NULLE ($R = 0$)

A CRITÈRE DE STABILITÉ

Je présente ici le cas où seul le couple magnétique est présent (*i.e.* $R = 0$ dans la matrice M). L'établissement du critère est donné annexe 2, mais j'en donne ici les grandes lignes. Comme pour le cas précédent, on aboutit à un critère portant sur les coefficients de transport, mais dans ce cas q et m . Je rappelle que p_q et p_m sont les dérivées logarithmiques respectives de q et m par rapport à ν . En posant $X = \frac{\nu}{u k}$, la relation de dispersion sur X s'écrit :

$$X^2 - \bar{a}X - \bar{c} = 0 \tag{5.42}$$

avec \bar{a} et \bar{c} des complexes. Les solutions de cette équation s'écrivent donc :

$$X = \frac{\bar{a} \pm \sqrt{\bar{a}^2 + 4\bar{c}}}{2} \tag{5.43}$$

avec $\bar{a}^2 = 4\bar{c}$. Je note $u = kX$. La condition de stabilité étant $\text{im}(\lambda) = 0$, la recherche du critère de stabilité repose sur l'évaluation de $\text{im}(\lambda)$. Après développement, peut montrer que le système est stable ssi :

$$p_q^2 - (2 - p_m)p_q - (1 - p_m) = 0 \quad (5.44)$$

En résolvant cette inégalité en p_q , on trouve un critère de stabilité selon le signe de p_m :

$$\begin{array}{l} 1 \quad \text{Si } p_m < 0, \text{ le critère de stabilité est : } p_m - 1 - p_q < 1 \\ 2 \quad \text{Si } p_m = 0, \text{ le critère de stabilité est : } 1 - p_q - p_m < 1 \\ 3 \quad \text{Si } p_m > 0, \text{ le critère de stabilité est : } (p_q - 1)^2 > 0 \end{array} \quad (5.45)$$

On peut remarquer que pour $p_m = 0$, le disque est inconditionnellement instable, avec un point de stabilité marginale pour $p_q = 1$.

B COMMENTAIRES ET CONCLUSIONS SUR LES INSTABILITÉS MISES EN ÉVIDENCE

Comparaison aux prescriptions du modèle. La prescription choisie pour m est : $m = m_0 + k_m$. Pour le cisaillement magnétique q j'ai pris : $q = q_0 + k_q$ (je ne considère pas de seuil ici puisqu'on s'intéresse à un JED pur). On a donc simplement $k_m = p_m$ et $k_q = p_q$. Donc, le critère de stabilité s'écrit en fonction de k_m et k_q :

$$\begin{array}{l} \text{Si } k_m < 0 : 1 - k_q - k_m < 1 \\ \text{Si } k_m = 0 : 1 - k_q < 1 \\ \text{Si } k_m > 0 : 1 - k_m - k_q < 1 \end{array}$$

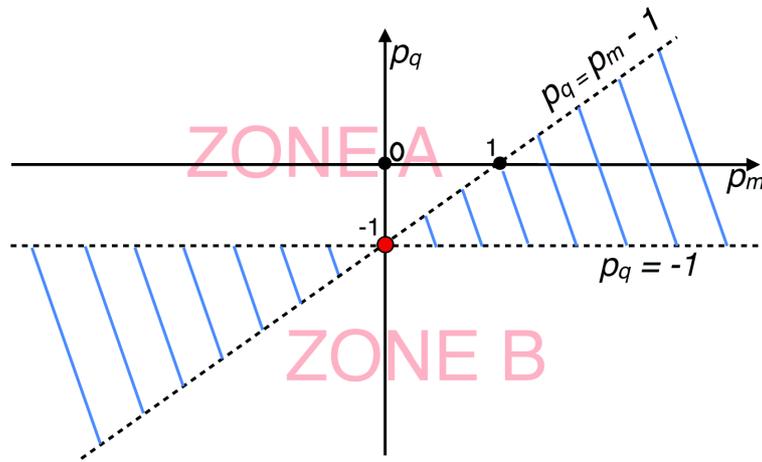
Diagramme de stabilité. Le critère général de stabilité (quel que soit le signe de p_m) peut s'obtenir graphiquement en considérant un graphe d'axes $(p_m; p_q)$ (figure (5.1)). On peut mettre en évidence 2 zones instables, le demi-plan au dessus de la zone de stabilité, que je note A , et le demi-plan en dessous de la zone de stabilité que je note B . Ces deux zones présentent le point commun remarquable $(p_m = 0; p_q = 1)$, qui correspond à un point de stabilité marginale. Il en découle pour $p_m = 0$, la stabilité du disque est impossible. La zone d'instabilité A se résume analytiquement par le critère suivant :

- Si $p_m < 0$, on est dans la zone A ssi $p_q - p_m < 1$.
- Si $p_m = 0$, on est dans A ssi $p_q < 1$.

De même, pour la zone B :

- Si $p_m > 0$, on est dans la zone B ssi $p_q - p_m < 1$.
- Si $p_m = 0$, on est dans B ssi $p_q < p_m + 1$.

Cette observation graphique permet de clarifier le problème et nous a permis de mettre en évidence 2 types d'instabilité dans un JED pur. Pour chacune d'entre elles, je vais commencer par en décrire le principe, pour ensuite justifier le critère d'instabilité mis en évidence.



F 5.1 – Diagramme de stabilité d’un JED pur dans l’espace $(p_m; p_q)$. La zone hachurée en bleu correspond au domaine de stabilité. On observe deux zones d’instabilité, le demi-plan au dessus de la zone de stabilité et le demi-plan au dessous.

Transport instable de champ magnétique dans un disque - instabilité magnéto-résistive.

Dans le disque, l’équilibre entre advection et diffusion du champ magnétique vertical est caractérisé par le paramètre :

$$\frac{m_s}{m} = \frac{2q}{m} \tag{5.46}$$

où dans le cadre du modèle développé, q et m sont des fonctions de la magnétisation B_z . Les dépendances de ces grandeurs en fonction de B_z sont les suivantes :

$$m = B_z^{2p_m} \tag{5.47}$$

$$q = B_z^{2p_q} \tag{5.48}$$

$$m_s = B_z^{1-p_q} \tag{5.49}$$

Le paramètre dépend donc de B_z sous la forme :

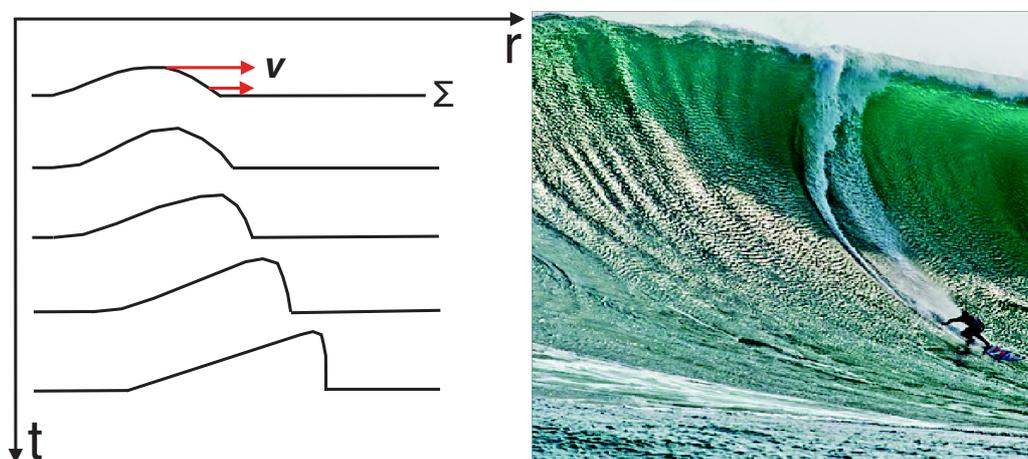
$$B_z^{2(1-p_q-p_m)} \tag{5.50}$$

Comme pour les critères déterminant les zones d’instabilités A et B , on étudie 2 cas fonctions du signe de p_m .

Premièrement si $p_m > 0$, une augmentation en B_z implique une diminution de la diffusivité (équation (5.47)). Le disque sera donc instable si l’advection de B_z surpasse cette augmentation de la diffusion (via le m_s équation (5.49)), ce qui est obtenu si $1 - p_q > p_m$.

Deuxièmement si $p_m < 0$, une augmentation en B_z implique une diminution de la diffusivité (équation (5.47)). Dès lors il suffit que le Mach sonique augmente avec B_z pour que le disque soit instable ce qui est réalisé si $1 - p_q < 0$ (critère moins restrictif que le premier en raison de la décroissance de la diffusivité avec B_z). On retrouve bien le critère d’instabilité correspondant à la zone A . J’appellerai cette instabilité **instabilité magnéto-résistive**.

Instabilité advective dans un fluide - une théorie simple de la formation des chocs. La recherche d'interprétations des instabilités m'a amené à étudier le principe d'une instabilité advective. Son fonctionnement est simple et a été découverte par Siméon Denis Poisson en 1808. On peut la décrire simplement par la propagation d'une vague. En observant la vague par la tranche, on associe une hauteur à chaque point de sa surface. Si la vitesse de propagation de chaque point de sa surface dépend de sa hauteur, la forme de la vague va évoluer. Supposons que la vitesse est plus importante si le point est haut, le haut de la vague va progressivement "rattraper" la base jusqu'à former une discontinuité verticale (figure (5.2)). Dans notre cas, on s'intéressera à l'évolution d'une perturbation en densité. Si on suppose que la vitesse d'advection est fonction avec la densité, l'advection de matière u_0 par le fluide est non linéaire et source potentielle d'instabilité. En considérant que la vitesse d'accrétion augmente avec ρ , la perturbation va évoluer jusqu'à former une discontinuité en amont de la perturbation (figure (5.2)), on assiste à la formation d'un choc.



F 5.2 – Illustration de l'instabilité advective. À gauche, l'advection d'une perturbation en densité. Les zones de plus forte densité avancent plus vite que les zones où la densité est plus faible. On assiste à la formation d'un front de choc en amont de la perturbation. À droite, une très belle illustration de l'instabilité advective dans le cas d'une vague juste avant la cassure.

Comme pour l'instabilité en B_z , on va étudier ici 2 cas : les p_m positifs ou alors négatifs. On retiendra les dépendances suivantes :

$$m \quad p_m \quad (5.51)$$

$$q \quad p_q \quad (5.52)$$

$$m_s \quad (1 - p_q) \quad (5.53)$$

Le paramètre α dépend donc de B_z sous la forme :

$$\alpha \quad (1 - p_q) p_m \quad (5.54)$$

Supposons $p_m > 0$. Dans ce cas une augmentation en B_z implique une diminution de la diffusivité, qui empêche une éventuelle relaxation par diffusion de B_z , on tend vers un régime de MHD idéale. Si $(1 - p_q) > 0$, alors cet accroissement va accrétier (équation (5.53)) plus vite que

le reste de la matière, et on retrouve la formation d'un choc expliquée plus haut. Il ne s'agit pas à proprement parler d'une instabilité mais d'une situation qui, en régime non linéaire, amène à un raidissement du profil en ρ et donc à la formation d'un choc.

Si maintenant $p_m = 0$, une augmentation en ρ entraîne une augmentation de la diffusivité (équation (5.51)), il faudra alors vérifier $(1 - p_q) - p_m = 0$ pour permettre l'instabilité. On a bien retrouvé pour chaque signe de p_m le critère d'instabilité correspondant à la zone B.

Discussion. L'étude de stabilité du JED pur révèle 2 instabilités potentielles, l'une sur le champ magnétique B_z et l'autre sur la densité dont il serait intéressant d'étudier la réalité avec des simulations MHD de disques éjectant. En e et, l'hypothèse de la magnétosphère potentielle ne permet pas de conclure sur ce point, mais a le mérite de soulever des questions importantes. En e et, si le calcul analytique suppose une magnétosphère potentielle, les interprétations sont assez générales (efficacité d'advection du champ magnétique en fonction d'une perturbation en densité ou en champ magnétique, vitesse de transport de la masse en fonction d'une perturbation). Ceci pose également la question de l'existence de ces instabilités dans un JED possédant une viscosité non nulle. L'analyse WKB nous apprend que ces instabilités sont "annihilées" en présence de viscosité, mais elle suppose des perturbations de courtes longueurs d'onde. Dans le cas de perturbations de longueur plus grande, il est envisageable que les instabilités soient effectives. Néanmoins, si l'instabilité advective peut se manifester, la présence de viscosité va obligatoirement empêcher la formation d'un choc, car dans ce cas les gradients de densité deviendraient très forts, et la viscosité relaxerait ces gradients. Dans le cas $p_m = 0$, j'ai montré que le système est toujours instable quel que soit p_q , avec cependant un point de stabilité marginale ($p_m = 0; p_q = 1$). Ce point est particulièrement intéressant car les simulations MHD de disques éjectants utilisent toujours (à l'heure actuelle) un paramètre de diffusivité η_m constant. Dans cette situation, si les instabilités décrites dans le cas d'un JED pur sont effectives, il est impossible d'obtenir des disques éjectant (axisymétriques) stables. On peut notamment observer dans Tzeferacos *et al.* (2009) (communication privée) l'apparition d'une évolution radiale de la magnétisation du disque éjectant qui n'a pas encore été expliquée. Il pourrait être très intéressant d'étudier ce phénomène pour voir si on trouve un lien avec une des instabilités mises en évidence.

Partie III

Méthodes numériques

Chapitre 6

Discrétisation des équations

Sommaire

1	Remarques sur la forme des équations du modèle	97
1.1	L'équation d'advection	98
1.2	L'équation de diffusion	100
2	Équation de conservation de la masse	102
2.1	Maillage	102
2.2	Schéma d'intégration temporelle	102
2.3	Évaluation du taux d'accrétion aux interfaces - Schéma spatial	103
2.4	Pas de temps - condition CFL	106
3	Équation de transport du flux magnétique	108
3.1	Schéma d'intégration temporelle et dérivée spatiale	108
3.2	Comment relier le champ dans le disque à la densité de courant ? Méthode "Lubow"	108
3.3	Temps caractéristiques et critère de stabilité	113
4	Conditions aux limites	115
4.1	Nécessité des Ghost Zones	115
4.2	Flux magnétique	116
4.3	Conservation de la masse	116

1 REMARQUES SUR LA FORME DES ÉQUATIONS DU MODÈLE

Les équations que je cherche à résoudre numériquement sont les suivantes (cf équations 3.40, 2.31) :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \dot{M}_a \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} (2 - ru_0) \right)$$
$$\frac{d}{dt} \left(u_0 - ra \right) = \frac{m}{2h} J^S$$

L'évolution temporelle de ces grandeurs est fondamentalement gouvernée par 2 mécanismes :

- Le transport par le fluide (pour v et a).
- La diffusion (pour a).

Nous le verrons, les problèmes rencontrés pourront être analysés à partir de l'équation linéaire d'advection et de l'équation linéaire de diffusion. Elles sont des cas particuliers de l'équation suivante :

$$\frac{G}{t} = \nabla_r(F(G)) \tag{6.1}$$

qui est une équation conservative. A une dimension spatiale, cette équation s'écrit :

$$\frac{G}{t} = -v \nabla_r(F(G)) \tag{6.2}$$

et dans le cas où le terme de flux s'écrit $F = vG$, avec v constant, l'équation 6.2 donne :

$$\frac{G}{t} = -v \nabla_r(G) \tag{6.3}$$

qui est l'équation linéaire d'advection, où v correspond à la vitesse d'advection de la grandeur G . Si cette fois on suppose que le terme de flux s'écrit $F = D \nabla_r G$ avec D constant, l'équation 6.2 donne :

$$\frac{G}{t} = D \nabla_r^2(G) \tag{6.4}$$

qui n'est autre que l'équation de diffusion, de diffusivité D constante. Prenons donc le temps d'étudier ces deux équations avant de rentrer dans les choix de méthodes numériques réalisés. Je ne présenterai dans cette section pas de résultat nouveau, pour des études détaillées des équations en question, on pourra consulter Press *et al.* (2007).

1.1 L'ÉQUATION D'ADVECTION

Considérons le cas de l'équation linéaire d'advection (6.2) En notant $G_0(r)$ la fonction G à un instant t_0 quelconque, on peut vérifier facilement que la fonction solution est :

$$G(r, t) = G_0(r - v(t - t_0)) \tag{6.5}$$

ce qui veut simplement dire que le scalaire G est figé dans le fluide, se déplaçant à la vitesse v . Dans la suite, on va discrétiser G sur un maillage linéaire constitué des points r_j , de pas constant Δr , et considérer un pas de temps constant Δt . On note G_j^n la valeur de G au point r_j ($r_{j-1} = r_j - \Delta r$) à l'instant t_n ($t_{n-1} = t_n - \Delta t$). La question des conditions aux limites ne sera pas abordée ici.

A PREMIÈRE TENTATIVE DE RÉOLUTION

On fait ici une première tentative en discrétisant les dérivées spatiales et temporelles de la manière la plus évidente, à savoir :

$$\Delta t G_j^n = \frac{G_i^{n-1} - G_i^n}{\Delta t} \tag{6.6}$$

ce qui correspond à la dérivée temporelle d'Euler. Pour la dérivée spatiale on utilise une dérivée centrée :

$$rG_j^n = \frac{G_{j-1}^n - G_{j+1}^n}{2r} \quad (6.7)$$

On obtient donc l'équation discrétisée :

$$G_i^{n+1} - G_i^n = V \frac{t}{2r} (G_{i-1}^n - G_{i+1}^n) \quad (6.8)$$

La stabilité de ce schéma (qu'on appelle schéma d'Euler centré) peut être étudiée en utilisant l'analyse de Von Neuman, en supposant G une fonction spatialement périodique de la forme :

$$G_j^n = e^{ikj} e^{n\tau} \quad (6.9)$$

On voit tout de suite que $G_j^{n+1} = G_j^n e^{\lambda}$, donc que λ correspond au taux de croissance de G d'un pas de temps au suivant. Le système est donc stable si $|\lambda| \leq 1$. L'équation (6.8) donne :

$$1 - \lambda = i v \frac{t}{r} \sin(kr) \quad (6.10)$$

Donc $\lambda = 1 - i v \frac{t}{r} \sin(kr)$. Le schéma étudié est donc systématiquement instable.

B SECONDE TENTATIVE

Plusieurs possibilités s'offrent à nous pour trouver un schéma stable. On propose une dérivée spatiale décentrée :

$$rG_j^n = \frac{G_i^n - G_{i-1}^n}{r} \quad (6.11)$$

L'équation donne alors :

$$G_j^{n+1} - G_j^n = tv \frac{G_j^n - G_{j-1}^n}{r} \quad (6.12)$$

On vérifie alors que :

$$\lambda = 1 - 2v \frac{t}{r} [1 - \cos(kr)] = 1 - v \frac{t}{r} \quad (6.13)$$

et on peut facilement montrer que le schéma est stable ssi :

$$0 \leq v \frac{t}{r} \leq 1 \quad (6.14)$$

On peut tirer 2 conclusions de ce critère :

Premièrement. Si $v < 0$, le schéma est systématiquement instable. Et si $v = 0$, on doit donc avoir :

$$v \frac{t}{r} = 1 \quad (6.15)$$

On voit donc qu'une dérivée spatiale décentrée ne stabilise le schéma que si l'on considère le sens de l'écoulement. Formellement on doit utiliser :

$$\begin{aligned} rG_j^n &= \frac{G_{j-1}^n - G_j^n}{r} \text{ si } v < 0 \\ rG_j^n &= \frac{G_j^n - G_{j+1}^n}{r} \text{ si } v > 0 \end{aligned}$$

Ce qui revient à décentrer la dérivée en considérant le point en amont de l'écoulement. Ceci a une certaine cohérence car pour l'équation d'advection, c'est la grandeur en amont du point qui est transportée vers le point en question. On parle de dérivée "upwind".

Deuxièmement, le pas de temps ne doit pas dépasser la valeur limite $\Delta t \leq r/v$, c'est ce qu'on appelle la condition CFL (de Courant Friedrichs Lewy) de ce schéma pour l'équation linéaire d'advection. Dans le cas contraire, le fluide parcourt une distance plus grande que le pas de grille pendant Δt , et le schéma est instable. Dans tout schéma explicite, on peut se ramener à étudier le pas de temps limite de stabilité en caractérisant une vitesse v_{cfl} telle que $v_{cfl} \Delta t / r = 1$. La difficulté résidant dans la caractérisation de cette vitesse. Ici, la simplicité du critère est à l'image de l'équation et du schéma employé, mais dans certains cas, cela peut être plus complexe.

D'un point de vue strictement numérique, on peut se demander en quoi un schéma upwind permet de stabiliser le schéma. Pour le voir, je réécris l'équation 6.12 de la forme suivante :

$$G_j^{n+1} = G_j^n - v \Delta t \frac{G_j^n - G_{j-1}^n}{2 \Delta r} + \frac{v \Delta t}{2} \frac{G_{j-1}^n - 2G_j^n + G_{j+1}^n}{\Delta r^2} \quad (6.16)$$

On le voit sur l'équation 6.16, on récupère la dérivée radiale centrée sur le premier terme du second membre. Et le second terme du membre de droite correspond à une dérivée seconde en r de la grandeur G . Donc réaliser une dérivée décentrée revient à incorporer une viscosité "artificielle" (on parle de viscosité numérique) de valeur $\nu = v \Delta r / 2$. On voit tout de suite que si $v < 0$, la viscosité est négative, ce qui est **physiquement** instable (voir par exemple discussion chapitre 5 section 3.1), donc qui va rendre le schéma encore plus instable. Ce qui explique numériquement la nécessité d'un schéma upwind.

L'utilisation de dérivée spatiale dite "upwind" couplée à une dérivée temporelle de type Euler n'est évidemment pas le seul schéma stable pour l'équation linéaire d'advection. On peut donner à titre d'exemple l'utilisation d'une dérivée temporelle centrée telle que :

$$\Delta t G_j^n = \frac{G_i^{n+1} - G_i^{n-1}}{2 \Delta t} \quad (6.17)$$

couplée à une dérivée spatiale centrée (nommé schéma de Crank-Nicholson). Ce qui cette fois garantit $\Delta t \leq r/v$ pour tout $v \Delta t / r \leq 1$. Par simplicité, pour les problèmes se ramenant à une équation d'advection, j'ai choisi de considérer un schéma upwind.

1.2 L'ÉQUATION DE DIFFUSION

On considère l'équation linéaire de diffusion, de diffusivité $D > 0$ constante (équation 6.4). On propose une dérivée centrée pour la dérivée seconde en r du type :

$$\frac{\partial^2 G_j^n}{\partial r^2} = \frac{G_{i-1}^n - 2G_i^n + G_{i+1}^n}{\Delta r^2} \quad (6.18)$$

ainsi qu'une dérivée temporelle décentrée :

$$\Delta t G_j^n = \frac{G_i^{n+1} - G_i^n}{\Delta t} \quad (6.19)$$

On procède une nouvelle fois à l'analyse de Von Neuman qui donne pour taux de croissance :

$$1 - \frac{4}{r^2} \sin^2 \frac{k r}{2} \quad (6.20)$$

et on trouve comme critère de stabilité ≤ 1 ssi :

$$0 \leq \frac{2}{r^2} \leq 1 \quad (6.21)$$

On retrouve bien la nécessité d'avoir une diffusivité D positive, et le critère sur le pas de temps s'écrit $\Delta t \leq \frac{r^2}{2D}$. Qui se comprend "avec les mains", en considérant la distance typique de diffusion d parcourue pendant un temps Δt : $d^2 = 2D \Delta t$. Pour éviter que cette distance ne dépasse le pas de grille, on aboutit au critère de stabilité. Ce critère peut s'interpréter en terme de condition CFL en invoquant une vitesse de diffusion $v = 2D/r$. Ce qui est cohérent puisque les perturbations de plus petite longueur caractéristique sont les plus rapidement amorties. Ce point est important dans le sens où les perturbations de longueur d'onde plus petites sont toujours celles qui ont les temps d'évolution les plus courts.

On peut être heurté par le fait qu'une dérivée centrée pour de la diffusion soit stable (à la conditions CFL près), alors que pour l'advection le schéma est instable. C'est la grande différence entre ces deux phénomènes. La diffusion est un phénomène dissipatif qui numériquement (nous le verrons) pose moins de problèmes de stabilité que l'équation d'advection. De plus, elle permet "d'écranter" le développement d'instabilités numériques, mais également physiques. On l'a vu chapitre 5 section 3.2, la présence de viscosité annihile l'instabilité magnéto-résistive mise en évidence.

Ceci permet souvent de caractériser la stabilité d'un schéma par linéarisation autour de perturbations de petite longueur caractéristique (et de faible amplitude). Ainsi, on obtient des critères de stabilité en suivant des raisonnements relativement simples, se ramenant à l'une ou l'autre des 2 équations étudiées ici.

2 ÉQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE

2.1 MAILLAGE

On a donc un jeu de 2 équations décrivant l'évolution de la densité surfacique et du flux magnétique dans un disque. On part d'une grille fixe dans l'espace (en rayons donc). En chaque point de grille sont définis la densité Σ et le "flux" magnétique a . On considère un disque qui s'étend sur un intervalle $[r_{in}; r_{out}]$, s'étendant éventuellement au delà, avec des zones internes et externes nécessaires pour le calcul des conditions aux limites. Il est nécessaire de définir un maillage qui va "paver" l'extension radiale du disque. On note naturellement r_{in} le rayon interne du disque et r_{out} le rayon externe. On l'a vu dans le chapitre 1, dans le cas de binaires X, on trouve des disques possédant des extensions radiales (rapport r_{out} / r_{in}) de l'ordre de 10^5 . On retrouve ce rapport dans les noyaux actifs de galaxie. Dans le cas de disques autour d'étoiles jeunes, ce rapport est de l'ordre de $10^3 - 10^4$. Dans tous les cas, on trouve des disques possédant plusieurs décades d'extension radiale. Il est donc approprié pour simuler ce type d'objet d'utiliser un maillage logarithmique, c'est à dire à pas $\Delta r(r)$ variable et tel que : $\Delta r / r = cte$. Ce qu'on peut écrire :

$$r(i) = r_{in} 10^{(i-1) N_{pdec}} \quad (6.22)$$

avec N_{pdec} le nombre de pas de grille par décade voulu.

2.2 SCHÉMA D'INTÉGRATION TEMPORELLE

Dans le cas de la masse, on a fondamentalement affaire à un phénomène à flux conservatif. C'est à dire qu'il n'y a pas de création (ou disparition) de la grandeur évaluée (la quantité de matière). Dans ce cas l'évolution temporelle d'une grandeur G peut s'écrire (équation 6.1) :

$$\frac{dG}{dt} = -F(G)$$

où F est une fonction correspondant au flux de la grandeur G . L'équation de conservation de la masse peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{d}{dt} \int_{r_1}^{r_2} \Sigma(r,t) 2\pi r dr = - \dot{M}_a \quad (6.23)$$

avec Σ la densité surfacique, \dot{M}_a le taux d'accrétion. On retrouve donc bien une formulation conservative 1D pour la grandeur Σ . On peut raisonner en terme intégral pour cette équation. En effet, en considérant une portion de disque limitée par un rayon interne r_1 et un rayon externe r_2 , la masse contenue dans ce domaine à l'instant t vaut $m(t) = \int_{r_1}^{r_2} \Sigma(r,t) 2\pi r dr$. L'intégration de l'équation 6.23 sur ce domaine et sur un intervalle temporel $[t_a; t_b]$ donne :

$$\int_{r_1}^{r_2} \Sigma(r,t) 2\pi r dr \Big|_{t_a}^{t_b} = - \int_{t_a}^{t_b} \dot{M}_a dt \quad (6.24)$$

ce qui revient simplement à dire que la variation de la masse $\Delta m = m(t_b) - m(t_a)$ entre les instants t_b et t_a est déterminée par le bilan des flux de masse aux interfaces du domaine (la version intégrale de l'équation de conservation de la masse...). Si on utilise un algorithme basé

sur cette formulation, on aboutira à un système qui ne crée pas artificiellement de masse. C'est le choix que j'ai fait pour discrétiser cette équation.

Il s'agit d'une approche classique type volumes finis 1D, où la densité surfacique ρ_i^n en un rayon r_i de la grille et à un temps t_n est une moyenne locale de la densité sur un volume limité par deux interfaces (notées $r_{i-1/2}$ et $r_{i+1/2}$). A chaque point de grille r_i . Il est donc nécessaire de définir les coordonnées des interfaces en question. On pose simplement :

$$r_{i-1/2} = \frac{r_i + r_{i-1}}{2} \quad (6.25)$$

On note :

ρ_i^n : la valeur moyenne de la densité surfacique dans l'intervalle $r_{i-1/2}$ - $r_{i+1/2}$ à l'instant t_n (voir équation 6.26) .

m_i^n : la masse contenue dans l'intervalle $r_{i-1/2}$ - $r_{i+1/2}$ à l'instant t_n .

\dot{M}_i^n le taux d'accrétion en r_i à l'instant t_n ...

Pour ρ_i^n on pondère simplement m_i^n par la surface de la portion de disque $r_{i-1/2}$ - $r_{i+1/2}$:

$$\rho_i^n = \frac{m_i^n}{(\pi(r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2))} \quad (6.26)$$

L'équation 6.24 donne donc :

$$\rho_i^{n+1} - \rho_i^n = \frac{1}{(\pi(r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2))} \int_{t_n}^{t_{n+1}} dt (\dot{M}_a(r_{i+1/2}, t) - \dot{M}_a(r_{i-1/2}, t)) \quad (6.27)$$

Par simplicité, j'ai décidé d'utiliser un intégrateur du premier ordre type Euler. Je suppose que les taux d'accrétion aux interfaces sont constants sur un pas de temps. Ce qui discrétisé donne :

$$\rho_i^{n+1} - \rho_i^n = \frac{1}{(\pi(r_{i+1/2}^2 - r_{i-1/2}^2))} (t_{n+1} - t_n) (\dot{M}_{i+1/2}^n - \dot{M}_{i-1/2}^n) \quad (6.28)$$

On a donc écrit un schéma d'intégration qui conserve la masse du disque. Cependant, j'ai presque caché la difficulté du problème dans cette formulation, car il reste 2 points à clarifier :

l'évaluation des termes de flux (le taux d'accrétion) aux interfaces.

le pas de temps limite $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ (maximum) pour assurer la stabilité du schéma.

2.3 ÉVALUATION DU TAUX D'ACCRÉTION AUX INTERFACES - SCHÉMA SPATIAL

Je rappelle au préalable l'expression générale du taux d'accrétion issue du développement du modèle (3.25) :

$$\dot{M}_a = 6 \pi r^2 \rho(r) \frac{8}{0.5} \frac{q r B_z^2}{k} \quad (6.29)$$

Dans le cas "standard" de modélisations numériques de disques d'accrétion, une des principales difficultés réside dans le calcul de la température du disque, qui influe sur l'efficacité de la viscosité. Dans notre modèle, vu qu'on impose $h \ll r$, cette question ne se pose pas. En revanche, on est confronté à une problématique (à la fois physique et numérique) nouvelle, qui est la dépendance des coefficients de transport à la magnétisation dans le disque. Pour prendre les problèmes les uns à la suite des autres, je vais considérer d'une part la contribution du couple visqueux, puis celle du couple magnétique. Mais dans les deux cas on doit garder en tête que c'est le calcul de la magnétisation pour les coefficients de transport qui est le point sensible.

A CONTRIBUTION DU COUPLE VISQUEUX

Dérivation radiale. Ici on pose le couple magnétique égal à 0. On a donc le taux d'accrétion :

$$\dot{M}_a = \dot{M}_v = 6 r^{1/2} r (v r^{1/2}) \tag{6.30}$$

et l'équation de conservation de la masse donne donc dans ce cas :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{r} r^{1/2} r v r^{1/2} \right) \tag{6.31}$$

Il s'agit donc dans ce cas d'une équation de diffusion sur r . On peut donc déjà prévoir que le type de schéma spatial employé ne posera pas de problème particulier de stabilité. Vu l'algorithme employé pour résoudre l'évolution temporelle de v (voir équation 6.28), on doit évaluer le taux d'accrétion aux interfaces $r_{i-1/2}$ et $r_{i+1/2}$. Étant donné l'expression de \dot{M}_a , je choisis de calculer le taux d'accrétion $\dot{M}_{i-1/2}^n$ à l'interface $r_{i-1/2}$ et à l'instant t_n de la façon suivante :

$$\dot{M}_{i-1/2}^n = 6 r_{i-1/2}^{1/2} \frac{v r_{i-1/2}^{1/2} r_{i-1/2}^n - v r_{i-1/2}^{1/2} r_i^n}{r_{i-1/2} - r_i} \tag{6.32}$$

où l'on calcule la viscosité v sur les points de grille.

Cas standard. Dans le cas "standard" de modélisations numériques de disques visqueux, la viscosité s'écrit :

$$\begin{aligned} 1 & \quad v = v C_s h = v C_s^2 k \\ 2 & \quad v = \text{cte} \\ 3 & \quad C_s(r) = C_s(T(r)) \end{aligned} \tag{6.33}$$

où $T(r)$ est la température à un rayon donné, ce qui nécessite la résolution de l'équation d'énergie pour obtenir la température. Ce type d'approche est nécessaire pour étudier l'instabilité visqueuse thermique d'un disque d'accrétion. Ce modèle porte le nom de DIM (Disc Instability Model). Pour une revue de ce modèle, on pourra regarder Lasota (2001). La difficulté de ces modèles ne réside donc pas dans le coefficient v . Dans notre cas, la difficulté est inversée puisque l'on s'impose une distribution de C_s (via la prescription $h = h(r)$, $v = v(r)$), alors que v n'est pas une constante, mais dépendant de la magnétisation.

Cas v dépendant de B_z : Je rappelle la prescription faite pour la viscosité :

$$\begin{aligned} 1 & \quad v = v C_s h = v k h^2 \\ 2 & \quad h = h(r) \\ 3 & \quad v = v_0 k_v \end{aligned} \tag{6.34}$$

(v_0 et k_v fixés). Il est donc nécessaire d'évaluer les magnétisations en chaque point de grille (je note B_z^n , la magnétisation en r_i et à l'instant t_n). Ce qui nécessite de calculer :

$$B_z^n = \frac{B_z^2}{0P_i} = \frac{1}{r_i} r_i^n \tag{6.35}$$

On doit donc évaluer $r a_i^n$. Comme j'utilise un maillage logarithmique $r(i) = K^i$. Je pose $y = \log(r)$ (y est donc un maillage à pas $y = \ln K$ constant). Je réécris :

$$r a_i^n = \frac{a}{y} \frac{y^n}{r_i} = \frac{1}{r(i)} \frac{a_i^n}{2} \frac{a_i^n}{y} \quad (6.36)$$

En résumé, la contribution visqueuse $\dot{M}_{v_{i-1,2}}$ s'écrit comme une fonction des r_i et des a_i suivant :

$$\dot{M}_{v_{i-1,2}} = \dot{M}_v(r_i; r_{i-1}; a_{i-1}; a_i; a_{i-1}; a_{i-2}) \quad (6.37)$$

expression qui sera utile pour l'étude des conditions aux limites du domaine.

B CONTRIBUTION DU COUPLE MAGNÉTIQUE

On pose le couple visqueux nul. Le taux d'accrétion s'écrit donc :

$$\dot{M}_a = \dot{M}_{mag} = \frac{8}{0} \frac{q B_z^2}{k} \quad (6.38)$$

On fait dans un premier temps la prescription suivante sur q , et je rappelle l'expression du champ magnétique :

$$\begin{array}{l} 1 \quad q = q_0 k_q \\ 2 \quad B_z = 1/r r a \\ 3 \quad \frac{B_z^2}{0^p} = (a) \end{array} \quad (6.39)$$

q_0 et k_q étant fixés. On ne suppose donc pas de magnétisation limite en dessous de laquelle $q = 0$. Le cas général sera examiné ensuite. On trouve donc le taux d'accrétion à l'interface $r_{i-1,2}$ et au temps t_n :

$$\dot{M}_{i-1,2}^n = \frac{8}{0} \frac{B_z^2}{k(r_{i-1,2})} \frac{q_{i-1,2}^n}{k} \quad (6.40)$$

avec :

$$[B_z]_{i-1,2}^n = \frac{1}{r_{i-1,2}} r a_{i-1,2} = \frac{1}{r_{i-1,2}} \frac{a_{i-1}^n}{r_{i-1}} \frac{a_i^n}{r_i} \quad (6.41)$$

Il reste à déterminer l'expression de $q_{i-1,2}^n = q(r_{i-1,2})$. Comme pour la viscosité ν , q dépend du calcul de la magnétisation. En revanche pour q , il s'agit de calculer sa valeur au niveau de l'interface (en $r = r_{i-1,2}$), donc il faut calculer la magnétisation en ce point. A ce stade de la détermination du taux d'accrétion, des problèmes de stabilité du schéma numérique peuvent apparaître. En effet, et, en imposant une petite perturbation autour d'une position d'équilibre, on peut linéariser le taux d'accrétion autour de cette perturbation. Le terme faisant intervenir ν se trouvant dans q (via la magnétisation), on trouve (voir chapitre 5 section 1.1 pour la linéarisation du taux d'accrétion) :

$$\dot{M} = \dot{M}_0 + k_q \nu \quad (6.42)$$

où ν_0 correspond à la densité surfacique de l'équilibre considéré, et \dot{M}_0 le taux d'accrétion résultant de cette distribution. On peut donc linéariser l'équation de conservation de la masse et on trouve :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{k_q \dot{M}}{2r} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{k_q \dot{M}}{r} \right) \quad (6.43)$$

On a donc une équation d'advection sur Δr de vitesse d'advection $\frac{k_q \dot{M}}{2r}$. Dans ce cas, on sait qu'on ne peut considérer dans le calcul de la dérivée radiale en $r_{i+1/2}$ aucun terme en aval de l'écoulement, sans quoi un schéma numérique du premier ordre en temps (type Euler) est inconditionnellement instable (voir section 1.1). Au vu des hypothèses sur q ($q_0 > 0, k_q > 0$), on voit que la vitesse d'advection trouvée dans l'équation 6.43 est toujours positive. Le problème venant du $\dot{M}_{i+1/2}$ considéré dans l'évaluation de la magnétisation, je dois faire un choix dans l'évaluation de la magnétisation en $r_{i+1/2}$ que je note $\dot{M}_{i+1/2}$. Pour respecter la nécessité d'une dérivation upwind (mise en évidence équation 6.43), je fais simplement le choix suivant pour le calcul de $\dot{M}_{i+1/2}$:

$$\dot{M}_{i+1/2} = \frac{2Bz_{i+1/2}^2}{0} \frac{1}{\frac{2}{k} r_{i+1/2}} \quad (6.44)$$

Ainsi le schéma numérique de l'équation de conservation de la masse ne fera pas apparaître de densité en aval du point d'évaluation de la dérivée temporelle ($\dot{M}_{i+1/2}$ faisant intervenir ρ_i et $\dot{M}_{i+1/2}$ faisant intervenir ρ_{i+1}). Donc pour résumer mes choix, la contribution magnétique $\dot{M}_{m,i+1/2}$ s'écrit :

$$\dot{M}_{m,i+1/2} = \dot{M}_m(r_{i+1/2}; a_i; a_{i+1}) \quad (6.45)$$

expression qui sera utile pour l'étude des conditions aux limites.

C LE PROBLÈME DE LA DISCONTINUITÉ DU COUPLE MAGNÉTIQUE

Le premier cas étudié considérait un cisaillement magnétique $q = q_0 + k_q r$ quelque soit r . Cependant, la prescription faite en 1.8 est plus restrictive, à savoir :

$$q = \begin{cases} q_0 + k_q r & \text{pour } r_{min} \leq r \leq r_{max} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Dans ce cas, on ne rencontre pas de problème supplémentaire pour la stabilité du schéma. En revanche, lorsque r franchit radialement r_{min} ou r_{max} , on a un "allumage" du couple magnétique brusque, qui peut dans le cas général provoquer une discontinuité radiale forte du taux d'accrétion (le couple visqueux lui, changeant continûment sur cet intervalle de magnétisation). Il en résulte que si une telle transition radiale de q est rencontrée, une caractérisation spécifique du pas de temps de la simulation devra être faite, sans quoi la condition CFL (pas de temps minimum de la simulation nécessaire pour que le schéma temporel soit stable) peut être violée. Nous y reviendrons plus loin.

2.4 PAS DE TEMPS - CONDITION CFL

Maintenant que j'ai choisi un schéma stable pour l'évaluation du taux d'accrétion, il reste encore à voir la limite supérieure du pas de temps qui permet sa stabilité. Dans notre cas, en caractérisant une vitesse d'advection u_{adv} pour l'équation de conservation de la masse, on aura pour condition CFL :

$$u_{adv} \frac{\Delta t}{r} \leq C \quad (6.46)$$

où C est une constante dépendant du schéma numérique employé. Mais alors quelle vitesse d'advection associer à l'équation de conservation de la masse ? On peut la réécrire :

$$u_{adv} = \frac{1}{2} \frac{\dot{M}}{r} \quad (6.47)$$

On a donc notre vitesse d'advection u_{adv} :

$$u_{adv} = \frac{1}{2} \frac{\dot{M}}{r} \quad (6.48)$$

qu'on développe en utilisant la vitesse d'accrétion $u_0 = \dot{M}_a (2r)^{-1/2}$:

$$u_{adv} = u_0 \frac{u_0}{2} \quad (6.49)$$

Dans les situations où les coefficients de transport ν et q sont des fonctions continues de r , la contribution à la vitesse d'advection de $\frac{u_0}{2}$ sera du même ordre que la vitesse d'accrétion u_0 et dans ce cas, on peut poser arbitrairement la vitesse d'advection égale à la vitesse d'accrétion, puis caractériser le paramètre C défini équation 6.46 par une série de tests numériques. Cependant le coefficient de transport q n'est pas une fonction continue de r partout. Dans le cas d'une transition SAD JED ou JED SAD, on franchit fatalement un rayon où le couple magnétique "s'allume", ou bien il s'éteint. Ce qui peut avoir pour incidence $u_0 = u_{acc}$. On cherche :

$$\frac{u_0}{2} = \frac{m_s C_s}{C_s} \frac{m_s}{m_s} \quad (6.50)$$

puisque la vitesse du son C_s ne dépend pas de r dans ce modèle. Et avec $m_s = \frac{3}{2} \nu \frac{\log(\nu r^{1/2})}{\log r}$ $2q$. Dans le cas où une discontinuité en q apparaît, on peut approximer cette équation par :

$$\frac{u_0}{2} = C_s \frac{q}{2} \quad (6.51)$$

Dans une zone où le couple magnétique est discontinu, on a analytiquement $\frac{q}{2}$. On ne peut donc pas tenter une caractérisation analytique de cette dérivée. Ainsi on définit numériquement :

$$\frac{u_{acc}}{u_0} = 2 \frac{q(i)}{C_s(i)} \frac{q(i-1)}{q(i)} \quad (6.52)$$

Approximation relativement brutale, mais qui nous permet d'obtenir une estimation de la vitesse d'advection pour la masse... et qui a fonctionné ! Puisqu'en recherchant à caractériser le coefficient C (défini équation 6.46) par des tests numériques, j'ai trouvé $C \approx 0.2$, de l'ordre de l'unité.

3 ÉQUATION DE TRANSPORT DU FLUX MAGNÉTIQUE

On cherche à résoudre l'équation :

$$\frac{a}{t} = u_a r a - \frac{1}{2} m J^S \quad (6.53)$$

où u_a , m , sont donnés. il faut donc définir le schéma spatial de dérivation pour le terme d'advection, le schéma temporel, et la méthode d'évaluation de la densité surfacique de courant J^S . On a besoin de la vitesse u_a aux points de maillage pour pouvoir calculer le terme advectif. Or jusqu'ici, je n'ai pas encore spécifié le calcul numérique de cette vitesse. Dans le cadre du modèle développé, on a supposé $u_a = u_0$. J'ai donc besoin de caractériser numériquement u_0 . En considérant la taux d'accrétion aux interfaces $\dot{M}_{i-1/2}$, on évalue tout d'abord le taux d'accrétion \dot{M}_i sur les points de grille par interpolation. On obtient alors :

$$u_{a,i} = \frac{\dot{M}_i}{2 r_i} \quad (6.54)$$

Pour la resistivité $m = 0$, on utilise la relation $m = \nu P_m$, la viscosité étant déjà discrétisée. Il faut encore caractériser la dérivation radiale de a pour le terme advectif, et celle de la densité surfacique de courants du disque.

3.1 SCHÉMA D'INTÉGRATION TEMPORELLE ET DÉRIVÉE SPATIALE

Pour la dérivée spatiale du terme d'advection, on prend simplement une dérivée upstream d'ordre 1 :

$$r a_i^n = \frac{a_{i-1}^n - a_i^n}{r_{i-1} - r_i} \quad (6.55)$$

si $u_a > 0$,

$$r a_i^n = \frac{a_i^n - a_{i-1}^n}{r_i - r_{i-1}} \quad (6.56)$$

si $u_a < 0$.

Pour la dérivée temporelle, je reste également sur un schéma d'ordre 1 :

$$t a_i^n = \frac{a_i^{n-1} - a_i^n}{t_{n-1} - t_n} \quad (6.57)$$

avec $t = t_{n-1} - t_n$ le pas de temps déterminé par la condition de stabilité de la simulation.

3.2 COMMENT RELIER LE CHAMP DANS LE DISQUE À LA DENSITÉ DE COURANT ? MÉTHODE "LUBOW"

A RELATION ANALYTIQUE

Comme je l'ai présenté dans le chapitre 3 section 2.3, le flux généré en un point ($r = 0$) par une distribution de courant surfacique axisymétrique comprise dans un intervalle $R_{in} < r < R_{out}$ s'écrit :

$$a(r) = \int_{R_{in}}^{R_{out}} J^S(r) \frac{1}{4} (r - r_b) (2 - k^2) K(k) - 2E(k) dr \quad (6.58)$$

avec $E(k)$ et $K(k)$ les intégrales elliptiques complètes :

$$E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^2 \sin^2 d)^{1/2} dd \quad (6.59)$$

et :

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^2 \sin^2 d)^{-1/2} dd \quad (6.60)$$

et k l'argument de l'intégrale :

$$k = \frac{4rr_b}{(r + r_b)^2} \quad (6.61)$$

Dans le cas d'une boucle de courant d'intensité I_b de rayon r_b , on trouve le flux a_b généré par cette boucle en tout rayon $r > r_b$:

$$a_b(r) = \frac{1}{4} I_b (r - r_b) [(2 - k^2) K(k) - 2E(k)] \quad (6.62)$$

avec $k = \frac{4rr_b}{(r + r_b)^2}$. On déduit directement de cette équation la relation :

$$I_b = a_b(r) \frac{4}{(r - r_b)} [(2 - k^2) K(k) - 2E(k)]^{-1} \quad (6.63)$$

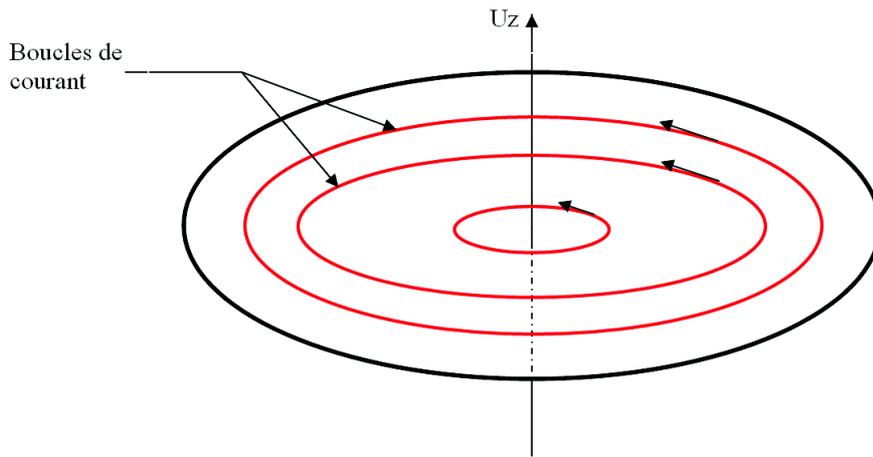
Donc, connaissant la valeur du flux généré en r par une boucle de courant située elle en r_b , on connaît directement l'intensité de cette boucle. On peut étendre ce raisonnement à plusieurs boucles de courants, ce qui est la base de la méthode que je vais expliciter.

On peut remarquer que pour $r = r_b$, l'argument des intégrales elliptiques $k = 1$ et donc l'intégrale K diverge. Ceci est dû au fait qu'on considère une boucle de courant : son flux diverge sur la boucle. La relation utilisée équation (6.62) n'est donc pas utilisable pour $r = r_b$, il sera nécessaire d'évaluer ce flux différemment.

D'une manière générale, on considérera un disque traversé par un champ extérieur dont on note la valeur du flux magnétique en un point $(r, 0)$: $a_{ext}(r)$. Le flux généré par les courants portés par le disque en un point $(r, 0)$ est noté $a_d(r)$. Par superposition, le flux total en un point $(r, 0)$ vaut naturellement $a_d(r) + a_{ext}(r)$.

B APPROXIMATION DES BOUCLES DE COURANT

Le problème ici est d'obtenir J^S en fonction de a_d . Pour ce faire, Lubow *et al.* (1994) ont fait **l'approximation que le courant dans le disque est un ensemble de boucles de courant à des rayons donnés** (en chaque point où l'évolution temporelle de a est calculée), voir figure 6.1. On a donc des boucles de courant en N rayons générant un flux dont on connaît la valeur sur ces N rayons. Pour obtenir la densité de courant surfacique en un rayon r_i . On doit définir une



F 6.1 – Boucles de courant axisymétriques parcourant le disque. A chaque point de maillage r_i où on résout temporellement l'évolution du flux magnétique a_i^n , on associe une boucle de courant I_i^n .

largeur d'anneau r_i autour de r_i . Ainsi on a $J^S = I_i / r_i$. Dans un premier temps on va poser la relation donnant le flux a_d en chaque point en fonction de l'intensité circulant dans chaque boucle de courant. On note :

r_i le rayon de chaque boucle de courant, $i \in [1; N]$

I_i l'intensité de la boucle de courant en r_i .

a_i^j le flux en r_i généré par la boucle de courant I_j

$a_d(i) = \sum_{j=1}^N a_i^j$ le flux en r_i généré par toutes les boucles de courants.

C LA MATRICE DES Q_{ij}

Cas $r_j < r_i$: Dans ce cas on a :

$$a_i^j = \frac{\mu_0}{4} I_j (r_i - r_j) [(2 - k_{ij}^2) K(k_{ij}) - 2E(k_{ij})] \tag{6.64}$$

avec :

$$k_{ij}^2 = \frac{4r_i r_j}{(r_i + r_j)^2} \tag{6.65}$$

On pose \bar{Q} la matrice des Q_{ij} telle que :

$$Q_{ij} = (r_i - r_j) [(2 - k_{ij}^2) K(k_{ij}) - 2E(k_{ij})] \tag{6.66}$$

On a donc directement la relation :

$$a_i^j = \frac{\mu_0}{4} Q_{ij} I_j \tag{6.67}$$

En sommant les contributions de chaque boucle de courant, on obtient le potentiel vecteur au rayon r_i (noté $a_d(i)$) dû aux courants dans le disque.

Cas $r_j > r_i$: **Solution proposée par Lubow et al. (1994).** Cependant, on n'a ici considéré que les termes non diagonaux de la matrice \bar{Q} . En effet, si on conserve la même expression des

Q_{ii} que celle donnée équation 6.66, ils sont divergents. Pour y remédier, on doit nécessairement trouver une alternative. Lubow *et al.* (1994) ont choisi d'exprimer a_i^i comme la moyenne du flux généré par la boucle I_i légèrement à droite et légèrement à gauche de la boucle. Ainsi, on pose Q_{ii} égal à la moyenne des Q_{ij} pris légèrement à droite et légèrement à gauche du point i , formellement :

$$Q_{ii} = \frac{1}{2} (Q(r_i + \Delta r_i, r_i) + Q(r_i - \Delta r_i, r_i)) \quad (6.68)$$

Avec $\Delta r_i = r_i - r_i$, et un paramètre libre déterminant le point où on calcule la valeur du flux générée par la boucle I_i . Ils ont posé Δr_i égal à $\frac{1}{2}$. Ceci est relativement cohérent dans le sens où on évalue le flux sur les bords de l'anneau, puis qu'on en fait la moyenne.

Cas $r_j = r_i$: Calcul analytique. On peut néanmoins se poser la question de la validité d'une telle hypothèse. Dans le sens où la singularité n'est que logarithmique ($K(k)$ admet pour comportement asymptotique $\frac{1}{2} \log \frac{16}{1-k^2}$ quand k tend vers 1), ils ont considéré que la qualité de l'évaluation des Q_{ii} n'était que de faible importance. J'ai vérifié cette affirmation en évaluant de manière plus "propre" ce coefficient Q_{ii} . En considérant un anneau de courant surfacique J^S de rayon r et de largeur $[r_1; r_2]$, j'ai cherché à calculer le flux généré par cet anneau de courant en r (l'intégrale converge dans le cas d'une densité surfacique de courant). Cette contribution s'écrit :

$$a = \frac{0}{4} \int_{r_1}^{r_2} J^S(r) (r - r) dr = (2 - k^2)K(k) - 2E(k) \quad (6.69)$$

Avec $r_1 = r - 1$ (idem pour r_2). Je rappelle qu'on a $k = 4rr / (r - r)^2$. On peut montrer que pour $r = r$, $k = 1 - x^2$ avec $x = 1$. Je suppose une distribution de courant $J^S(r)$ constante sur tout l'intervalle d'intégration. Le problème se résume donc à évaluer l'intégrale :

$$Int = \int_{r_1}^{r_2} (r - r) dr = (2 - k^2)K(k) - 2E(k) \quad (6.70)$$

Les comportements asymptotiques des intégrales elliptiques complètes E et K sont :

$$\lim_{x \rightarrow 0} K(x) = \frac{1}{2} \log \frac{16}{x^2} \quad (6.71)$$

et :

$$\lim_{x \rightarrow 0} E(x) = 1 \quad (6.72)$$

On peut alors calculer l'intégrale Int qui est une fonction de r , r_1 et r_2 . En posant $J^S(r) = I / (r_1 - r_2)$, où I correspond donc à l'intensité d'une boucle de courant, on trouve le flux généré en r par l'anneau de courant :

$$a = \frac{0}{4} \frac{I}{r_1 - r_2} Int \quad (6.73)$$

ce qui nous permet de trouver le Q_{ii} correspondant à cette évaluation :

$$Q_{ii} = \frac{Int}{r_1 - r_2} \quad (6.74)$$

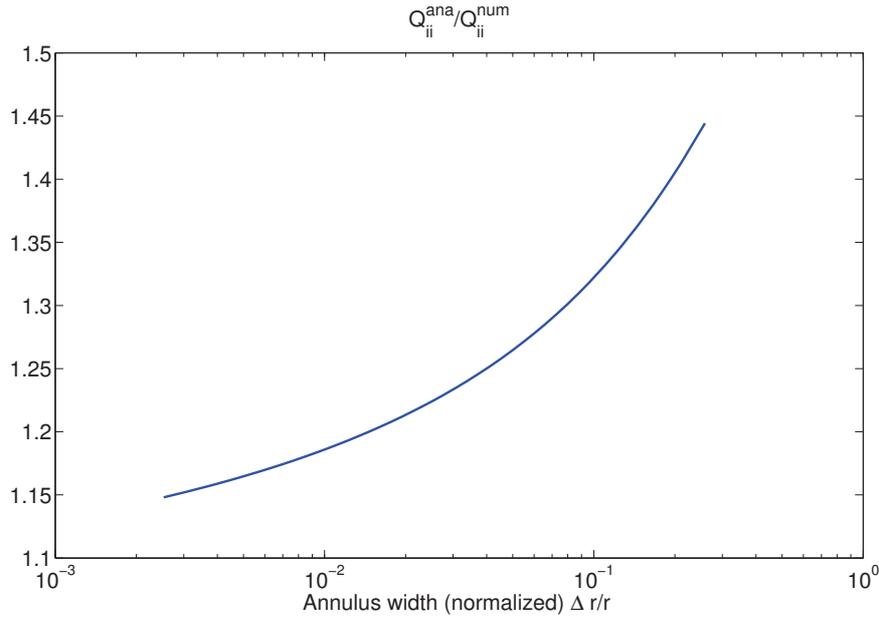


Figure 6.2 – Rapport du coefficient Q_{ii} calculé analytiquement sur le Q_{ii} évalué dans Lubow *et al.* (1994) pour différentes largeurs d’anneaux r . Pour des largeurs très "grossières" ($r = 0.3$). On trouve un facteur 1.5. Pour des largeurs dites standard ($r = 0.04$ de l’ordre de celle employée dans Lubow *et al.* (1994)), on trouve un rapport de 1.2. L’approximation employée est relativement bonne, surtout compte tenu de sa simplicité. Elle est donc validée.

Pour comparer les deux évaluations des Q_{ii} , j’ai considéré une boucle de courant en un rayon r , et supposé différentes largeurs d’anneau r . Les résultats présentant le rapport de l’évaluation analytique du Q_{ii} correspondant sur l’évaluation numérique prise dans Lubow *et al.* (1994) sont présentés figure (6.2). On peut voir que l’approximation proposée par Lubow *et al.* (1994) est de bonne qualité.

Bilan. On a donc pour la matrice \bar{Q} :

$$Q_{ij} = (r_i - r_j)[(2 - k_{ij}^2)K(k_{ij}) - 2E(k_{ij})] \tag{6.75}$$

pour $i \neq j$, et :

$$Q_{ii} = \frac{1}{2} [Q(r_i - r_i - dr_{i-1/2}) + Q(r_i - r_i + dr_{i+1/2})] \tag{6.76}$$

et où l’on a sous forme matricielle : ce qui revient sous forme matricielle à :

$$A_d = \frac{1}{4} [\bar{Q}I] \tag{6.77}$$

avec I le vecteur des I_i et A_d celui des $a_d(i)$. La matrice \bar{Q} joue donc le rôle d’un opérateur permettant d’exprimer le flux sur les N points de maillage généré par les N boucles de courants. Mais notre objectif étant plutôt d’exprimer la distribution de courants du disque en fonction de la distribution de flux. Il faut donc inverser la relation donnée équation 6.77, ce qui n’est possible que si \bar{Q} est inversible. On peut montrer que la matrice \bar{Q} est symétrique réelle à valeurs

propres positives. Elle est donc inversible. On obtient donc la relation reliant I à a_d

$$I = \frac{4}{r_0} [\bar{Q}^{-1} A_d] \quad (6.78)$$

Finalement, pour exprimer la densité surfacique de courant J^S , on pose $r_i = (r_{i-1} + r_{i+1})/2$, et on relie J^S à I par la relation :

$$J^S(i) = \frac{I(i)}{r_i} \quad (6.79)$$

On écrit finalement la densité surfacique de courant :

$$J^S(i) = \frac{4}{r_0 r_i} [\bar{Q}^{-1} A_d]_i \quad (6.80)$$

D ÉQUATION DISCRÉTISÉE

Comme on postule l'existence d'un champ dipolaire à grande échelle, il est nécessaire de distinguer le flux dû aux courants dans le disque, du flux "extérieur" (champ à l'infini, dipôle de l'objet central...). On note pour cela A_{ext} le potentiel dû aux courants extérieurs au disque et $A = A_d + A_{ext}$ le potentiel total. Plusieurs configurations de champ extérieur (donc de A_{ext}) peuvent être envisagées (nous y reviendrons plus loin). En posant : $a_{i,n}$, la valeur de a au point i du maillage et à l'instant n (idem pour les autres variables spatio-temporelles). On écrit l'équation de la méthode :

$$\frac{a_{i,n-1} - a_{i,n}}{t_{n-1} - t_n} = u_i^n \frac{a_{i-1,n} - a_{i,n}}{r_{i-1} - r_i} - \frac{1}{2} \frac{a_{i,n}}{r_i} J^S(i,n) \quad (6.81)$$

avec

$$J^S(i,n) = \frac{I_{i,n}}{r_i} = \frac{4}{r_0^2} [\bar{Q}^{-1} (A - A_{ext})]_{i,n} \quad (6.82)$$

Dans la mesure où A_{ext} ne dépend pas de l'évolution de A_d (A_{ext} est une variable d'entrée), l'équation (6.81) couplée à (6.82) est suffisante pour calculer le transport du champ.

3.3 TEMPS CARACTÉRISTIQUES ET CRITÈRE DE STABILITÉ

On voit sur l'équation discrétisée 6.81 que deux termes jouent sur l'évolution de a . Le premier dû au champ de vitesse, qui est le terme d'advection. Le second provenant des courants dans le disque qui est le terme diffusif de l'équation.

Le pas de temps minimum pour le terme advectif correspond à la condition CFL standard $\Delta t \leq r u$. Pour le second terme, étant donné son caractère diffusif, le schéma numérique ne pose pas de problème de stabilité particulier. Il faut en revanche en spécifier la condition de stabilité. Une nouvelle fois, elle se calcule en considérant une petite perturbation harmonique localisée $a = a_k(t) \exp(ikr)$ autour d'une position d'équilibre (évaluation réalisée par Lubow *et al.* (1994)). Dans ce cas comme on l'a vu équation 5.15 :

$$J^S = \frac{2}{r} k a \quad (6.83)$$

En ne considérant que le terme diffusif dans l'équation de transport de a , on trouve simplement :

$$\tau_d a = \frac{m}{h} k a \quad (6.84)$$

On peut donc extraire un temps caractéristique de décroissance de la perturbation τ_d :

$$\tau_d = \frac{h}{k - m} \quad (6.85)$$

Les perturbations les plus rapidement amorties qu'on puisse résoudre numériquement étant celles qui se fixent sur le pas de grille (ie $k = 1 - r$), on en déduit pour un rayon donné, le temps caractéristique minimum de décroissance d'une perturbation :

$$\tau_d = \frac{h - r}{m} \quad (6.86)$$

et donc le pas de temps de la simulation s'écrit :

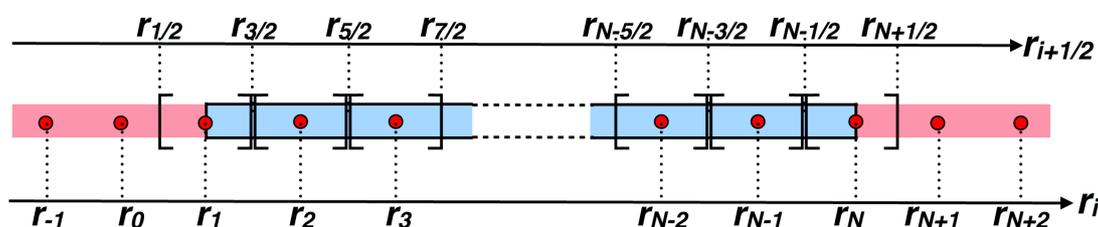
$$\tau = C \tau_d = C \frac{h - r}{m} \quad (6.87)$$

avec $C = 1$ à déterminer par une série de tests numériques. Après vérification, j'ai choisi $C = 0.1$.

4 CONDITIONS AUX LIMITES

4.1 NÉCESSITÉ DES GHOST ZONES

Principe. L'intégralité des équations discrétisées jusqu'ici est valable partout sauf sur les bords. En effet, on résout des équations faisant apparaître des dérivées spatiales, qui ne peuvent pas être calculées sur les bords du domaine sans considérer des points supplémentaires qui ne font pas partie du maillage défini initialement. L'ensemble de ces points définit ce qu'on appelle une "ghost zone". Comme je travaille à une dimension spatiale, on aura 2 ghost zones, une pour les rayons $r < r_{in}$, et l'autre pour les rayons $r > r_{out}$. Je qualifierai de "dynamique" la zone où l'évolution des a_i et ρ_i est calculée en considérant des \dot{M}, u, v, m, q calculés à partir de leurs équations maîtresses. J'appelle "ghost zone interne" la ghost zone pour les rayons $r < r_{in}$. Et j'appelle "ghost zone externe" celle pour les rayons $r > r_{out}$. Pour la compréhension de cette section, on pourra regarder la figure (6.3) qui schématise le disque et les ghost-zones "pavés" par le maillage employé.



F 6.3 – Schéma du maillage utilisé. La zone dynamique correspond au rectangle bleu, les ghost-zones sont en orangé. La densité ρ_i et le flux a_i sont sur les points de maillage r_i . Les taux d'accrétion sont calculés sur les interfaces $r_{i-1/2}$. Chaque volume $[r_{i-1/2}; r_{i+1/2}]$ est délimité par des crochets.

Nombre de points maximum nécessaire. Il s'agit ici de considérer le cas le plus contraignant en terme de points de ghost-zone nécessaires. On peut montrer que c'est la vitesse d'advection dans l'équation discrétisée qui nécessite le plus de points. On a en effet $u_i = f(\dot{M}_{i-1/2}; \dot{M}_{i+1/2}; \rho_i)$ (équation 6.54). En considérant les points les plus excentrés de la zone dynamique, on voit qu'on a besoin de $\dot{M}_{1/2}$ et $\dot{M}_{N-1/2}$, ce qui constitue les éléments les plus contraignants. Finalement à partir des équations (6.37) et (6.45), on trouve le nombre de points de ghost-zone maximum nécessaire :

2 points pour le flux magnétique a (pour chacune des ghost zones). Formellement on a besoin de $(a_{-1}; a_0; a_N; a_{N+1})$.

1 point pour la densité surfacique ρ_i (pour chacune des ghost-zones également). Formellement il nous faut connaître $(\rho_0; \rho_{N+1})$.

Dans certains cas, on pourrait vouloir imposer les taux d'accrétion $\dot{M}_{1/2}$ et $\dot{M}_{N-1/2}$. On aura alors besoin de moins de points de ghost-zone. Néanmoins, le cas le plus contraignant étant mis en évidence, d'autres options ne sont pas "fermées".

4.2 FLUX MAGNÉTIQUE

Nécessité de calculer a de manière consistante. Plaçons nous à un instant t_n donné. On suppose qu'on connaît les $a(i)$ pour $i \in [1; N]$. Donc en notant a_e le flux généré par des courants extérieurs au disque, les courants I_d dans le disque s'obtiennent *via* la matrice $Q : I_d = Q^{-1}[a \ a_e]$. Pour pouvoir faire l'itération suivante, j'ai besoin de valeurs de a pour les points de ghost zone. Je restreins ici le raisonnement aux points de ghost zone externe. On pourrait par exemple "naïvement" imposer la valeur du champ en ces points, ce qui constitue simplement une condition sur la dérivée de a aux points de ghost zone. Mais cela ne fonctionne pas. En effet, en n'importe quel point le flux se décompose en 2 composantes :

la composante due à un flux extérieur : a_e .

la composante due aux courants I_d du disque (la zone active) a_d .

Soit r_j , un point de la ghost zone externe, le flux en ce point s'écrit $a_d(j) + a_e(j)$. Il est donc tout simplement **déjà** déterminé, et ce en tout point de l'espace. Imposer le flux dans les points de ghost zone (quelle que soit la méthode) revient donc à sur-contraindre le problème, puisque cela revient à changer $a_d(j) + a_e(j)$. Donc il faut calculer le flux dans les ghost zones puisqu'on connaît déjà toutes ses sources (champ extérieur au disque + courants du disque).

Champ extérieur. Il s'agira de choisir un flux externe a_e approprié au problème. Comme on travaille en champ potentiel, le disque est sensible à des discontinuités en courant, ce qui lorsqu'on s'intéresse à des solutions en loi de puissance est rédhibitoire. Il faut faire en sorte que le disque ne voie pas de discontinuité du champ magnétique, et donc de la distribution de courants. Par conséquent, je choisirai d'imposer une distribution de courant dans une ghost zone externe d'une certaine extension radiale. Cette distribution doit être en adéquation avec la distribution à l'équilibre de champ magnétique attendue (j'en reparlerai au chapitre suivant).

Ghost zone interne. Pour la ghost zone interne, je n'ai pas choisi d'imposer une distribution de courant. J'ai plutôt envisagé une zone cinématique pour permettre une continuité du courant. Dans cette zone, je ne résous pas la dynamique du disque, je ne fais qu'imposer les profils de vitesse et de diffusivité magnétique pour résoudre l'équation de transport du flux magnétique. De cette manière, on aura une continuité des courants au bord interne du disque, et donc continuité du champ magnétique. Je discuterai plus précisément des choix réalisés au chapitre 8.

4.3 CONSERVATION DE LA MASSE

Options pour calculer \dot{M} . Dans le cas général où les couples visqueux et magnétique sont tous les deux non nuls, on a (voir équations 6.37 et 6.45) :

$$\dot{M}_{i-1;2} = \dot{M}(v_i; v_{i-1}; a_{i-1}; a_i; a_{i-1}; a_{i-2}) \quad (6.88)$$

Les taux d'accrétion $\dot{M}_{i-1;2}; i \in [1; N-1]$ peuvent donc être calculés à partir des a_i et des v_i de la zone dynamique. Pour connaître \dot{M} en un bord de la zone dynamique (*i.e.* $i=1$ ou N), on a deux options. Soit on impose sa valeur, soit on le calcule comme les autres ($v_j; j=2 \dots N-1$),

c'est-à-dire qu'on réalise un bilan du flux de masse sur le volume $([r_{k-1/2}; r_{k+1/2}]; k = 1 \text{ ou } N)$. Cette deuxième option nécessite donc de connaître le flux de masse entrant dans le disque à l'interface $r_{N-1/2}$ pour N , et sortant du disque à l'interface $r_{1/2}$ pour 1 .

Taux d'accrétion aux bords de la zone dynamique. Dans certains cas, il peut être intéressant d'imposer le taux d'accrétion. En pratique, cela sera éventuellement réalisé au bord externe mais pas au bord interne de la zone dynamique. Dans tous les autres il doit être calculé d'une manière ou d'une autre. Contrairement au flux magnétique, on pourra toujours se ramener à des valeurs à imposer pour les conditions aux limites sur Σ . Je rappelle qu'on a besoin des valeurs de ρ en $i = N - 1$ et en $i = 0$ (aux points de ghost zones adjacents à la zone dynamique).

Au bord externe, on envisage trois types de conditions aux limites :

- On impose la densité surfacique au bord externe (ρ_{N-1}), c'est une condition de type Dirichlet.
- On impose le flux de masse au bord externe du disque ($\dot{M}_{N-1/2}$). Ce qui correspond à une condition de type Robin (mixte Dirichlet et Von Neuman car faisant intervenir à la fois la valeur de ρ dans la ghost zone, mais également sa dérivée).
- On impose que la valeur magnétisation au premier point de ghost zone (que je note ρ_{N-1}) soit égale à la magnétisation ρ_N . On en déduit la valeur de ρ_{N-1} correspondante. Elle est pertinente lorsqu'on simule des régimes de JED externe qui ne sont pas nécessairement stationnaires.

Ces conditions seront réétudiées dans une partie ultérieure, traitant des recherches de conditions aux limites appropriées en fonction des problèmes qu'on veut résoudre (recherche de solutions stationnaires, conditions aux limites adaptées à des régimes dépendant du temps...)

Au bord interne, pourra toujours se ramener à une extrapolation de la densité. Ce point sera détaillé au chapitre 8.

Chapitre 7

Tests numériques

Sommaire

1	Tests cinématiques	119
1.1	Introduction	119
1.2	Paramètres de transport et condition initiale	119
1.3	Champ externe nul	120
1.4	Champ externe constant	124
1.5	Champ externe dépendant de r	128
2	Comparaison à d'autres travaux	131
2.1	Lubow <i>et al.</i> (1994)	131
2.2	Shu <i>et al.</i> (2007)	132

1 TESTS CINÉMATIQUES

1.1 INTRODUCTION

Avant de prendre en compte la rétroaction du champ magnétique sur la dynamique du disque (*via* les coefficients ν et q intervenant dans les couples), on va vérifier le comportement du code dans des cas simples en imposant la physique du disque (vitesse radiale et diffusivité magnétique) et un champ extérieur au disque. Ceci correspond à ce que j'appellerai des tests cinématiques. C'est le genre d'approche réalisée par Lubow *et al.* (1994), mais il est nécessaire d'aller plus en avant car la rétroaction du champ magnétique sur la dynamique nous a posé énormément de problèmes numériques. Je vais en particulier m'intéresser à l'établissement d'un régime permanent en fonction de différents paramètres. Nous verrons que le champ extérieur imposé possède un rôle primordial dans l'établissement d'un (éventuel) régime permanent.

1.2 PARAMÈTRES DE TRANSPORT ET CONDITION INITIALE

Dans tous les tests qui vont suivre, je considérerai un disque d'extension radiale [$r = 1$ à 100].

Pour les paramètres intervenant dans le transport de a , j'imposerai les distributions suivantes :
 un champ de vitesse radiale tel que $m_s = 1$ partout.
 une diffusivité magnétique telle que $m = 1$ partout.

En pratique, cela revient à imposer la distribution radiale de ψ dans le disque.

Avec les coefficients de transport imposés, on voit directement $m_s = m = 1 = cte(r)$, donc que suffisamment loin des bords du disque, on aura à l'équilibre, $B_z = r$, avec ψ déterminé par $\psi = 1$. Dans notre cas $\psi = 1$ (voir figure 3.7 donnant $\psi(r)$). Comme on l'a vu au chapitre (3) section (3.2), hormis aux bornes du domaine où des effets de bord peuvent apparaître, à $\psi = 1$ constant la distribution radiale des courants surfaciques respecte $J^S = r$ avec $\psi = 1$.

Il reste encore à spécifier la condition initiale ainsi que le champ extérieur au disque. Je considérerai 3 cas : un champ extérieur nul, un champ extérieur constant non nul, et enfin un champ extérieur dépendant du rayon. La condition initiale pourra être différente selon les tests.

1.3 CHAMP EXTERNE NUL

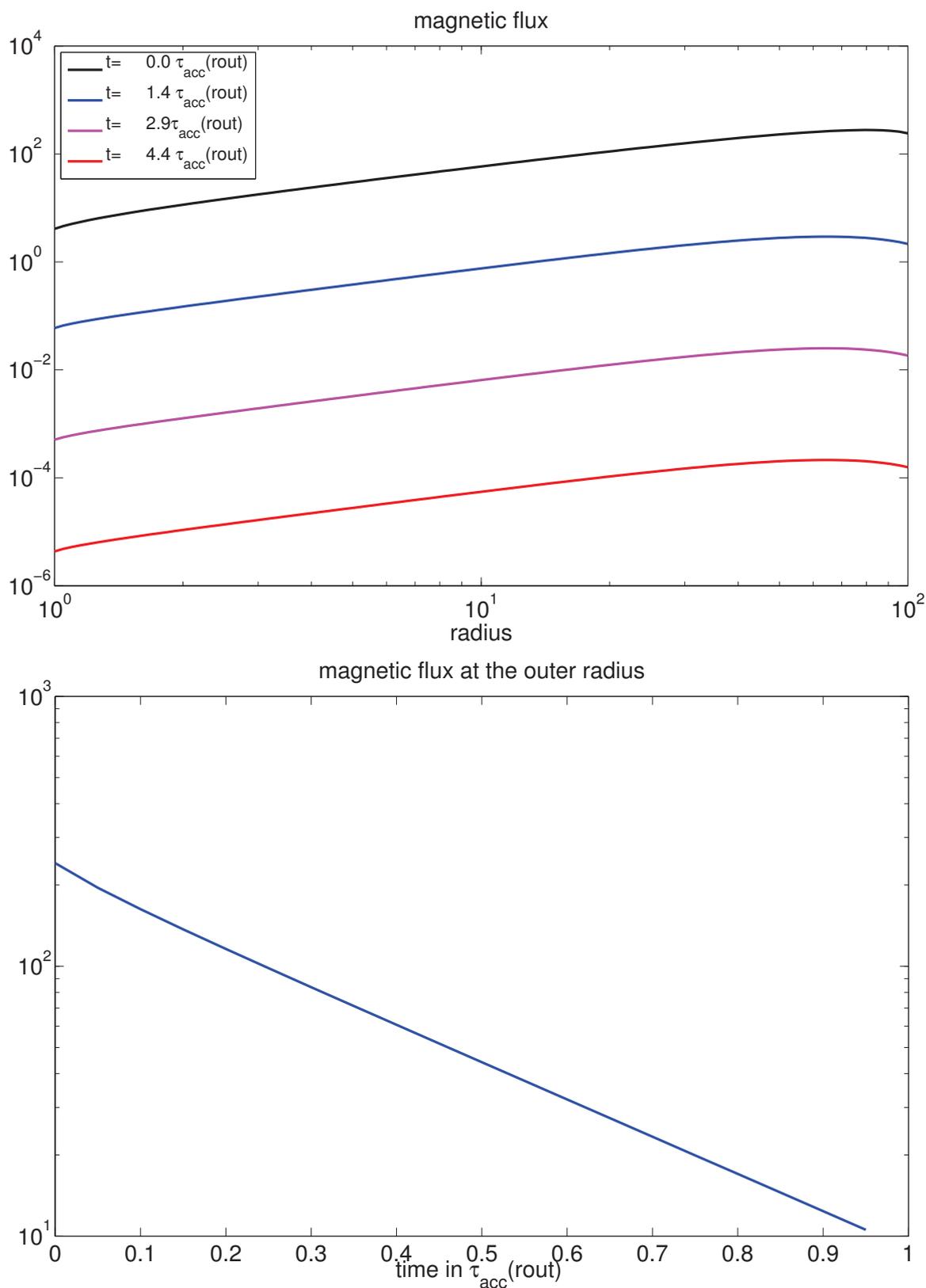
Ici, aucun champ extérieur n'est imposé. Le disque s'étend sur 2 décades. Comme je m'intéresse à l'établissement de régimes stationnaires, j'impose dans le disque une distribution de courants surfacique $J^S = r^{-1}$ qui est donc supposée proche d'un équilibre.

Les résultats sont présentés figures 7.1 et 7.2. On voit sur la figure 7.1 que le flux magnétique du disque ne fait que décroître : il se "vide" de son flux. On peut voir notamment sur la figure 7.1 le flux magnétique au bord externe du disque qui décroît exponentiellement avec un temps caractéristique de décroissance $0.3 \tau_{acc}$. En revanche, la loi de puissance radiale en a est conservée. Ce qui montre que la distribution radiale en J^S imposée est compatible avec un état stationnaire dans le disque. Mais alors pourquoi aucun régime stationnaire n'est atteint ?

Le problème vient en fait du bord externe du disque. On peut voir sur la figure 7.2 qu'à partir d'un certain rayon (environ $r = 60$), le champ magnétique change de signe pour devenir négatif. En effet, la seule source de champ magnétique dans cette simulation correspond aux courants **dans** le disque. Donc, en appliquant la loi de Biot et Savard, il existe nécessairement (avec des courants positifs) un rayon dans le disque à partir duquel le champ magnétique change de signe. On appelle ce point de transition un point " r_c ", et le rayon associé r_c . L'équation de transport du flux en $r = r_c$

$$\partial_t a = r u_a B_z - \frac{m}{2} J^S \tag{7.1}$$

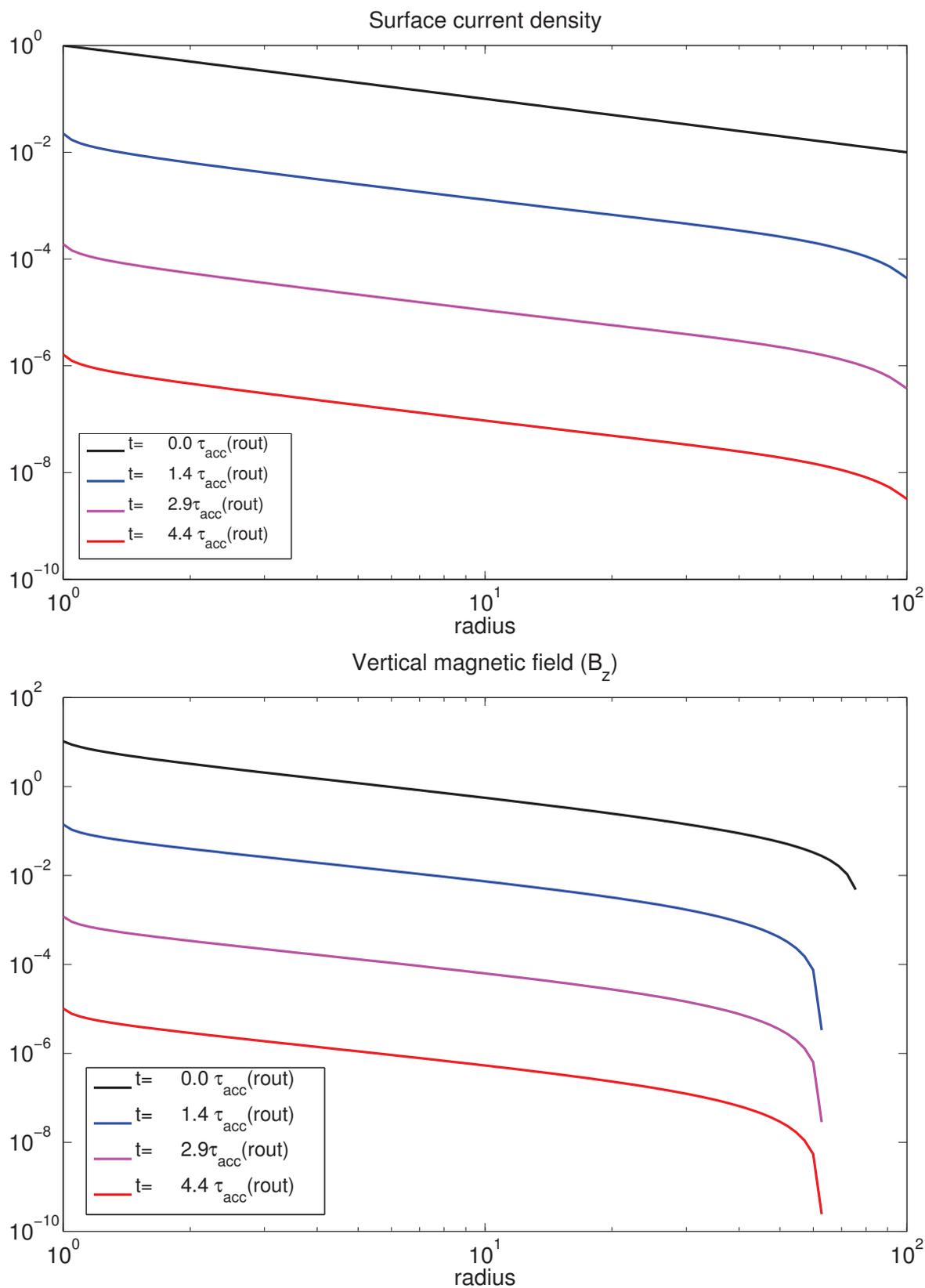
fournit $\partial_t a = 0$ ($J^S = 0, B_z = 0, u_a = 0$). Le seul moyen pour atteindre un état stationnaire serait d'obtenir à un moment donné $B_z = 0$ partout dans le disque, ce qui est impossible compte tenu de l'absence d'un champ extérieur. Le disque va donc se vider de son flux pour converger vers un état stationnaire avec $B_z = 0$ partout. Cet exemple somme toute assez simple constitue une illustration du théorème de Cowling (1933) qui stipule : "Aucun champ magnétique axisymétrique s'annulant à l'infini ne peut rester maintenu par un fluide magnétisé". Dans un cas réaliste de disque d'accrétion, cette question a été abordée par Ogilvie (1997) qui a mis en évidence par des considérations dynamiques qu'on avait besoin d'un champ magnétique



F 7.1 – En haut, évolution du flux magnétique dans le disque. On observe que la loi de puissance radiale est conservée, mais que le disque se vide progressivement de son flux. En bas, Évolution temporelle du flux magnétique au bord externe du disque. On observe clairement un décroissance exponentielle du flux, avec pour temps caractéristique de décroissance $0.3 \tau_{acc}(r_{out})$.

externe suffisamment fort pour éviter l'existence d'un point à l'intérieur du disque. Nous abondons dans son sens, mais comme nous l'avons montré, cette condition est en réalité nécessaire indépendamment de la dynamique du disque. Je donnerai une interprétation en termes de flux dans la suite de cette section.

On comprend ici la nécessité d'un champ extérieur pour que le disque (en l'absence d'é et dynamo) puisse maintenir des courants. Ce que nous allons clairement observer dans l'exemple suivant.



F 7.2 – En haut, Évolution de la densité surfacique de courants J^S dans le disque. On voit clairement que le disque n'est pas capable de maintenir ces courants, et donc qu'ils diminuent constamment. En bas, évolution du champ magnétique B_z dans le disque. Au-delà d'un rayon $r = 60$, le champ magnétique est toujours négatif, ce qui implique une "fuite" du flux hors du disque observé figure 7.1.

1.4 CHAMP EXTERNE CONSTANT

A PREMIER CAS, $a(r_{out}) = a_{ext}(r_{out})$

Ici nous allons étudier une configuration quasi identique à l'exemple précédent, à la différence qu'on impose un champ extérieur non nul. La condition initiale dans le disque est une distribution de courants surfacique $J^S \propto r^{-1}$, donc supposée proche de l'équilibre. Le flux magnétique extérieur est de la forme $a_{ext}(r) \propto r^2$, et de manière à ce que le flux généré par les courants dans le disque soit nettement plus important au bord externe du disque que $a_{ext}(r_{out})$ (r_{out} étant le bord externe du disque) (voir figure 7.3).

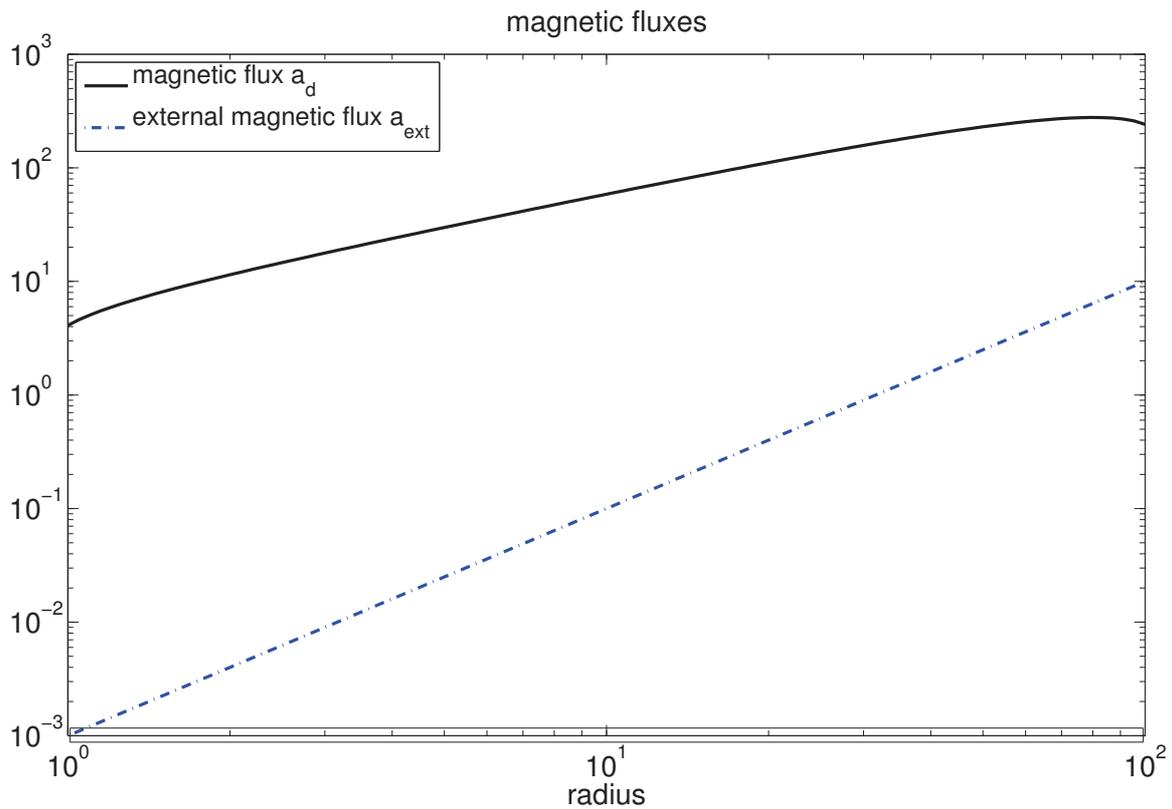
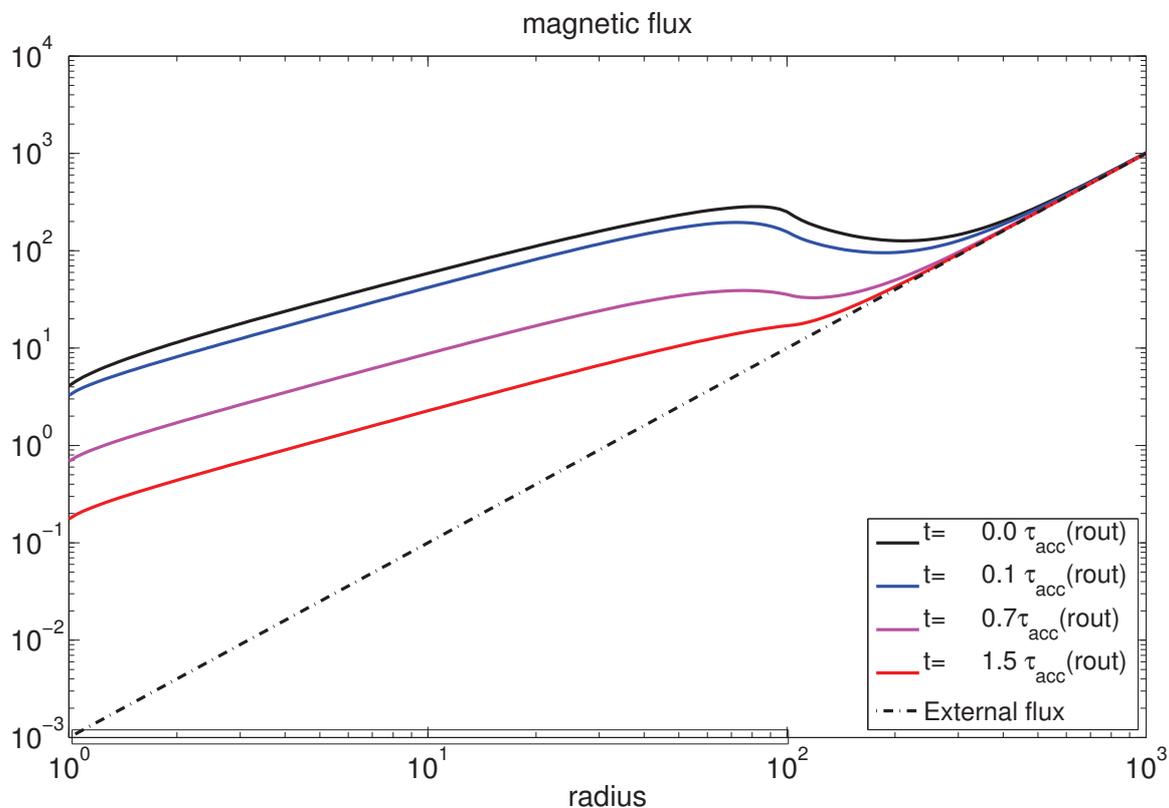


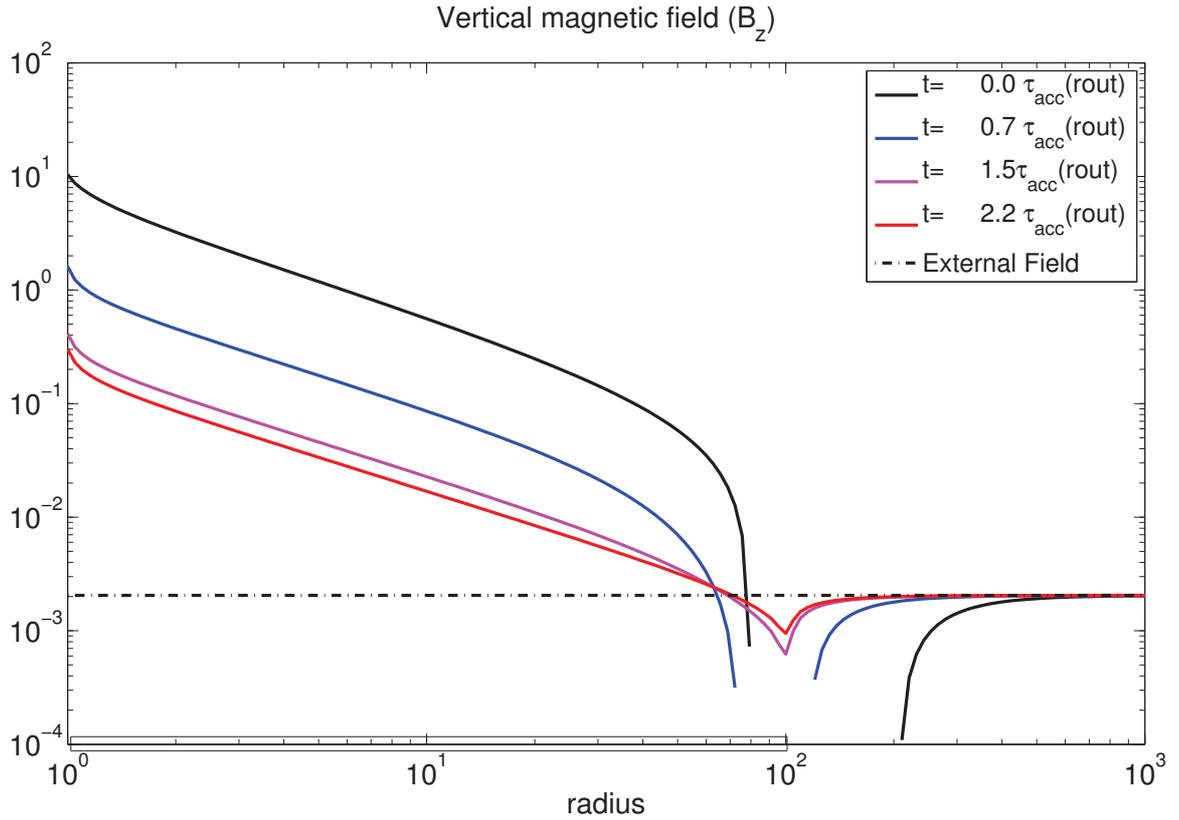
Figure 7.3 – Différents flux traversant le disque. L'extension radiale du disque est représentée par le rectangle noir sur l'axe des abscisses. En haut (courbe noire), le flux généré par le disque. En bas (courbe bleue), le flux dû à des courants extérieurs au disque, qui dans ce cas correspond à un champ magnétique uniforme. Il est délibérément choisi qu'au bord externe du disque $a_d = a_{ext}$.

La figure 7.4 montre l'évolution du flux magnétique total sur une extension radiale comprenant le disque ($1 \leq r \leq 100$), et une décade supplémentaire ($100 \leq r \leq 1000$). On voit que ce flux va diminuer dans le disque jusqu'à venir s'accrocher au flux "externe" au bord externe du disque. La raison s'explique simplement d'après la figure 7.5. On retrouve un point " " à l'intérieur du disque, du fait de la grande différence entre le flux magnétique a_d et le flux externe a_{ext} . Le flux dans le disque va donc diminuer jusqu'à ce que le point " " soit rejeté hors du disque. Ce qui est réalisé lorsque $a_d(r_{out}) = a_{ext}(r_{out})$. On observe ainsi un effet "réservoir". La "gaine magnétique" externe ne permet pas de contenir le flux du disque : celui-ci se vide de son flux

(même comportement que pour $a_{ext} = 0$) jusqu'à ce que $a_d(r_{out}) = a_{ext}(r_{out})$. On peut donc parler pour un état stationnaire de redistribution du flux dans la gaine.



F 7.4 – Évolution du flux magnétique total dans le disque. Les courbes pleines correspondent au flux magnétique total ($a_d = a_{ext}$), et la courbe pointillée correspond au flux magnétique dû à des courants extérieurs au disque (ici des courants à l'infini, ce flux étant celui d'un champ $B_{ext} = B_{ext}(r)$). Le disque est représenté par le rectangle noir sur l'axe des abscisses. On voit que le flux total diminue avec le temps pour presque venir s'accrocher au flux a_{ext} au bord externe du disque.

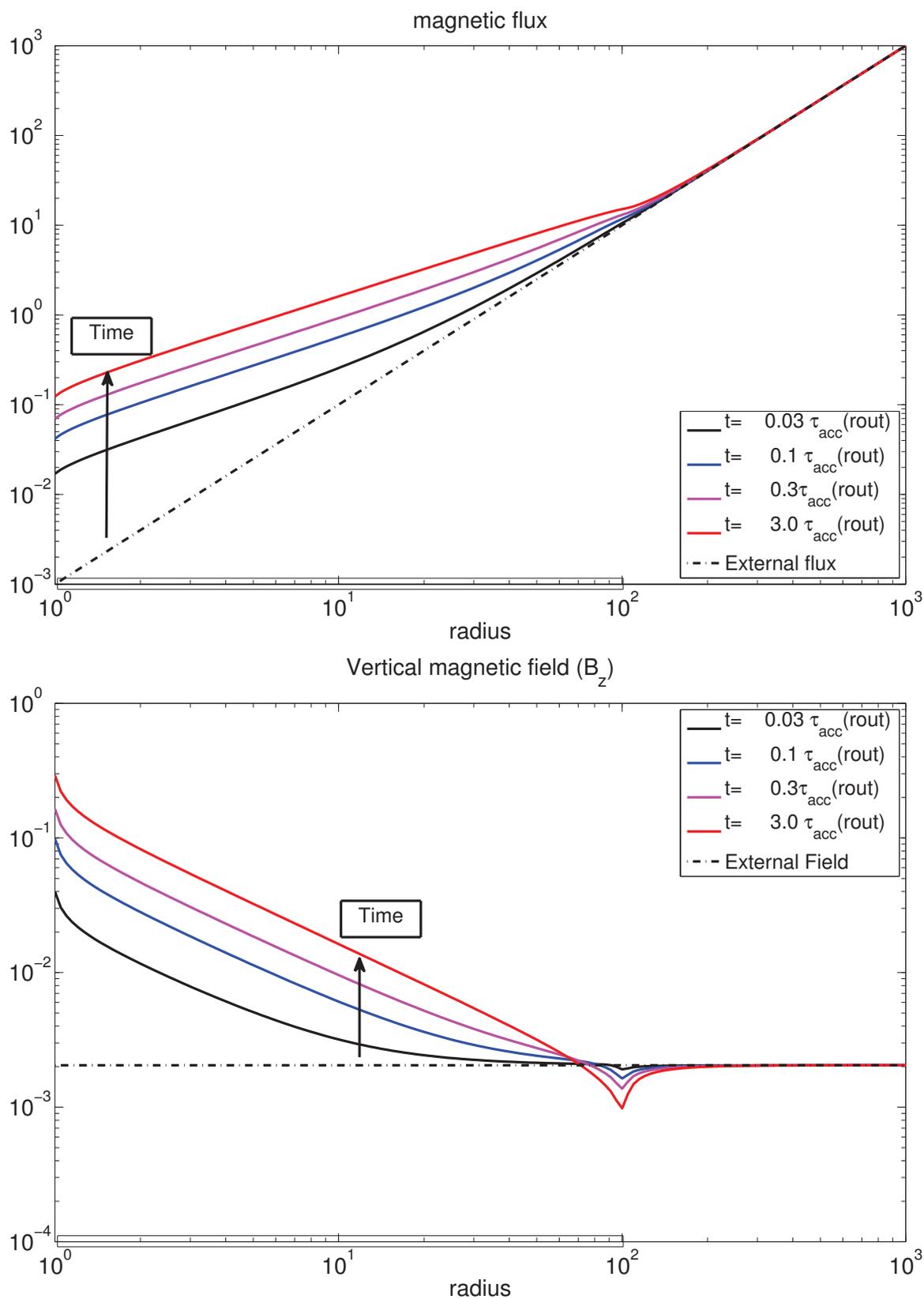


F 7.5 – Evolution du champ magnétique total. Le disque est représenté par le rectangle sur l’axe des abscisses. Les courbes pleines correspondent au champ magnétique total, et la courbe pointillée correspond au champ magnétique extérieur. On voit qu’un champ magnétique trop fort dans le disque implique des effets de bords importants au bord externe du disque qui se manifestent par un champ négatif dans cette zone. On a donc un point dans le disque. L’état stationnaire est atteint lorsque r est rejeté hors du disque.

B SECOND CAS, $a(r_{out}) = a_{ext}(r_{out})$

On considère toujours un champ externe constant non nul. Et comme cas limite de $B_d(t=0) = B_{ext}$, je pose $B_d(t=0) = 0$. Je pars donc simplement d’une configuration où le disque est initialement parcouru par un champ extérieur constant, et qu’aucun courant ne parcourt le disque ($J^S = 0$). On prévoit naturellement que le disque va advecter du champ jusqu’à ce qu’un équilibre soit établi. Le but de ce test est de vérifier qu’on arrive bien au même état final que l’exemple précédent. Les résultats sont présentés figure 7.6, où l’on voit que l’on converge bien vers l’état final précédent, sur une échelle de temps de l’ordre du temps d’accrétion.

Cet effet de gain par le champ magnétique extérieur implique qu’une évolution temporelle du champ externe implique une adaptation du champ dans le disque qui va suivre l’évolution du champ extérieur de manière à assurer $B(r_{out}) = B_{ext}(r_{out})$.



F 7.6 – Test cinématique de l'équation de transport du flux : cas champ externe constant non nul, évolutions temporelles du flux et du champ magnétique. Initialement, le disque n'est parcouru par aucun courant. Le seul champ qui le traverse est le champ extérieur (ici constant). On voit que le disque redistribue progressivement le flux, jusqu'à converger vers le même équilibre que la figure 7.5.

1.5 CHAMP EXTERNE DÉPENDANT DE R

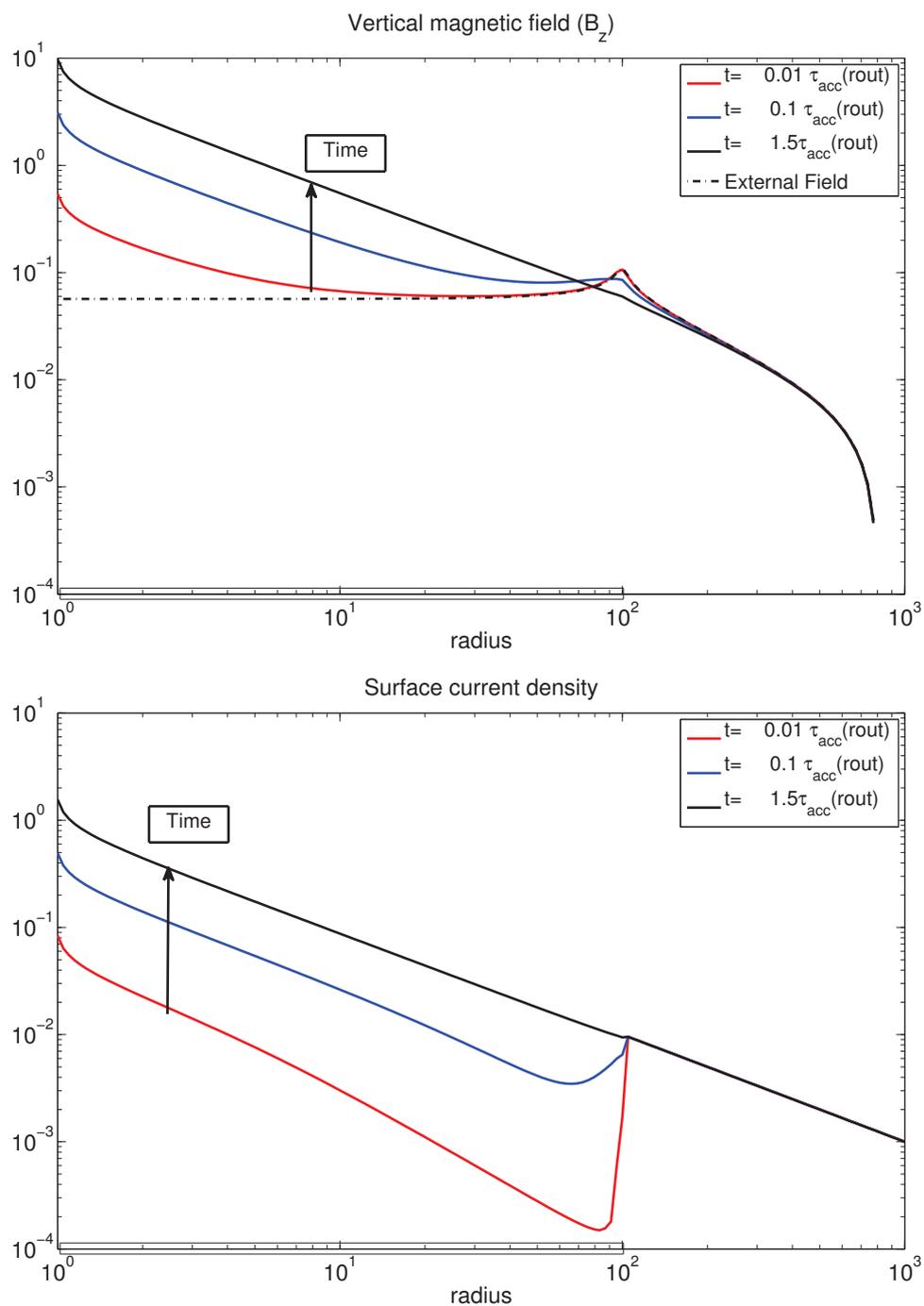
On a considéré dans les 2 tests précédents un champ magnétique externe constant (nul ou pas). À l'équilibre, on a observé un écart à la loi de puissance sur les bords de la zone de calcul. Celui-ci s'explique simplement car avec une magnétosphère potentielle, les discontinuités en courant sur les bord du disque génèrent fatalement ces écarts à la loi de puissance. Cet e et s'est avéré problématique lorsque j'ai pris en compte la rétroaction du champ sur la dynamique du disque. Dans cette section, je cherche à m'a ranchir de cet "e et de bord" au bord externe du disque, la partie interne sera étudiée au chapitre suivant.

Une solution assez naturelle consiste à considérer une ghost zone externe possédant une distribution de courants compatible avec la distribution de courants à l'équilibre dans le disque. Le champ induit jouerait alors le rôle de champ extérieur, et on imagine aisément que l'e et de bord (externe) sera au moins fortement atténué. Je note J^{SG} la distribution de courant dans la ghost zone. Connaissant la loi de puissance à l'équilibre $J^S \propto r$ dans le disque (avec $\alpha = 1$), je choisi d'imposer $J^{SG} = J^S(r_{out}) \frac{r}{r_{out}}$. Dans le cas étudié, on prend $r_{out} = 1$ car $r_{in} = 1$. En somme, on cherche à ce que la magnétosphère ne "voie pas" le bord externe du disque.

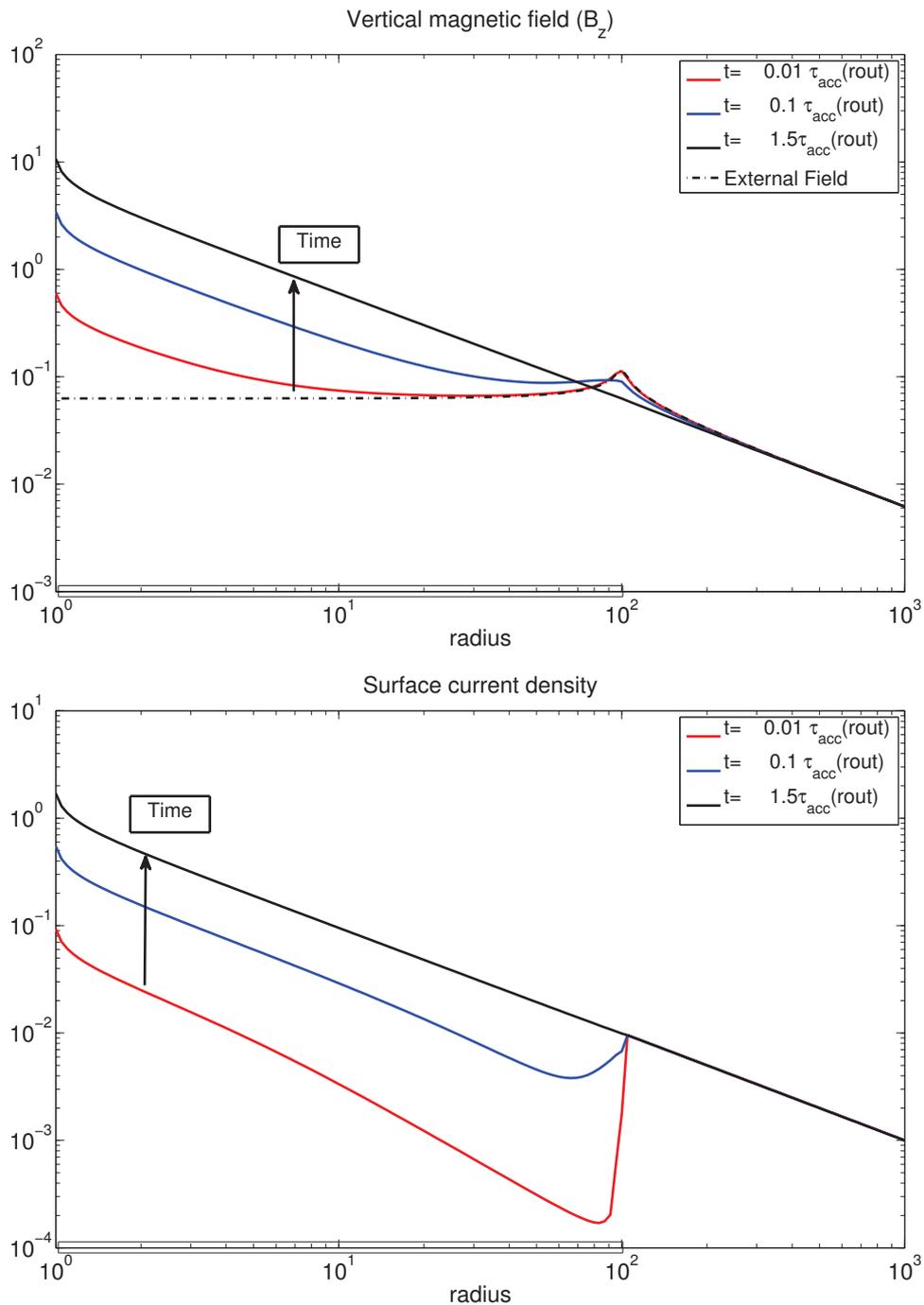
Il est important d'insister sur un point : dans le cas d'un champ extérieur indépendant du temps, on peut prendre une ghost zone externe (presque) aussi large qu'on le veut. En e et, la distribution $J^{SG}(r)$ étant indépendante du temps, il su ra de calculer le champ magnétique a_{ext} induit par cette distribution une seule fois avant de calculer l'évolution temporelle du disque. En revanche, si on considère un champ externe dépendant du temps (*i.e.* une distribution $J^{SG}(r, t)$), la taille de la ghost zone externe peut être un facteur limitant pour la rapidité du calcul (nécessitant de recalculer a_{ext} *via* un produit matriciel à intervalles répétés).

Les courants sont initialement nuls dans le disque, c'est donc une situation analogue à celle observée figure (7.6), à savoir que, initialement, le disque est seulement traversé par le champ magnétique extérieur. À ceci près qu'ici, le champ externe n'est pas constant. Je présenterai deux tests obtenus avec un disque de 2 décades d'extension radiale. Dans le premier test, je considérerai une ghost zone sur une extension radiale d'une décade, et dans la seconde sur 4 décades. Cela sera la seule di érence entre ces deux tests.

Les résultats sont présentés figures (7.7) (ghost zone d'une décade : $10^2 \leq r \leq 10^3$) et (7.8) (ghost zone de 4 décades : $10^2 \leq r \leq 10^6$). Les figures sont présentées jusqu'à $r = 10^3$ afin de pouvoir les comparer à la figure (7.6). À $t = 0$, le champ magnétique dans le disque est constant, hormis en son bord externe où l'on observe l'e et de bord dû à la discontinuité en courant en ce rayon. La condition initiale est donc relativement proche de celle observée dans le test précédent (figure 7.6). Comme dans le test précédent, le champ magnétique externe est advecté jusqu'à atteindre un état stationnaire. On peut voir que dans le cas d'une ghost zone d'une décade que l'e et de bord est déjà considérablement atténué, et que pour une ghost zone extrêmement large, il est quasiment nul. Ces simulations considéreront une champ externe indépendant du temps. Pour des développement futurs, si l'on cherche à étudier la dynamique du disque en imposant un champ externe dépendant du temps, il est possible que l'on doive considérer une ghost zone moins large.



F 7.7 – Test cinématique : cas champ externe dépendant du rayon. La courbe du haut correspond au champ magnétique du disque. La courbe du bas présente la densité surfacique de courants J^S . Le disque s'étend sur $1 \leq r \leq 100$. J'impose une distribution de courants fixe dans la ghost zone externe qui fait une décade d'extension ($100 \leq r \leq 1000$). Au bord externe du disque ($r = 100$), on voit sur l'état final que l'é et de bord n'est quasiment plus présent. On observe néanmoins une légère discontinuité en courant au bord externe du disque.



F 7.8 – Même chose que la figure (7.7) mais avec une ghost zone de 4 décades ($10^2 < r < 10^6$). La courbe du haut correspond au champ magnétique du disque. La courbe du bas présente la densité surfacique de courants J^S . Le disque s'étend sur $1 < r < 100$. Les graphes vont cependant de $1 < r < 1000$ pour pouvoir comparer ces résultats à la figure (7.6). Au bord externe du disque ($r = 100$), on voit sur l'état final que l'é et de bord sur le champ magnétique ne se voit plus. La discontinuité en courant est également très fortement diminuée.

2 COMPARAISON À D'AUTRES TRAVAUX

2.1 LUBOW *et al.* (1994)

Je continue cette série de tests en faisant un comparatif avec les résultats présentés dans Lubow *et al.* (1994). Comme j'utilise la méthode qu'ils présentent dans l'article, et que le test considère des paramètres d'entrée rigoureusement identiques, on peut s'attendre à ce que je retrouve leur résultats. Néanmoins nous verrons que ce n'est pas le cas. Comme présenté dans leur article je considère un disque d'extension radiale $r_{out} = 100r_{in}$ pavé par un maillage logarithmique de 100 points. Dans toute la suite j'écrirai les rayons en unités de r_{in} . Ce disque est initialement traversé par un champ magnétique constant. Pour les paramètres de transport, on suppose au préalable une viscosité ν constante dans tout le disque ($1 \leq r \leq 100$). On pose un profil de vitesse un peu particulier, en supposant que la matière est injectée dans le disque à $r = 75$, et en sort à $r = 1.5$. Les zones $1 \leq r \leq 1.5$ et $75 \leq r \leq 100$ jouent donc le rôle de zones purement diffusives. A l'équilibre on aura donc des courants nuls dans ces zones. La

distribution de vitesse s'écrit :

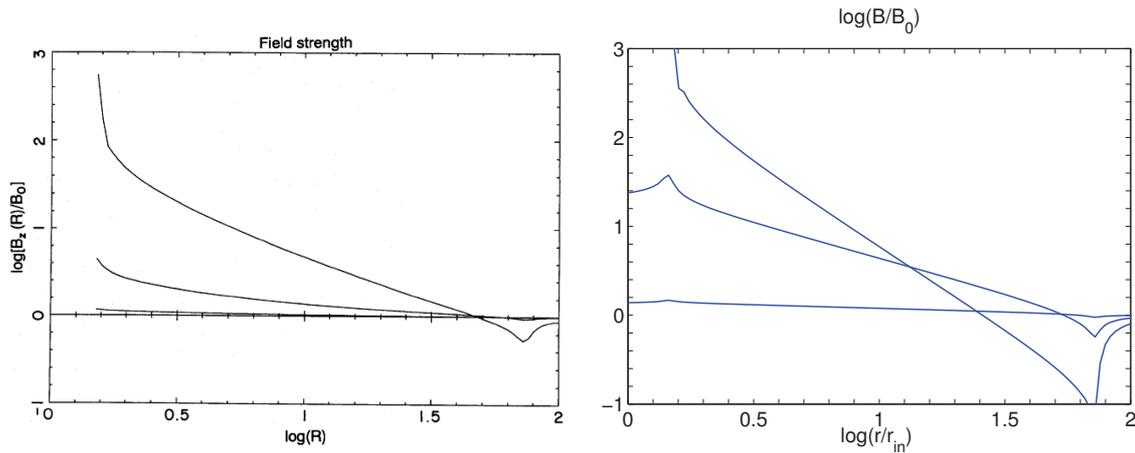
$$u_r(r) = \begin{cases} 0 & 1 \leq r \leq 1.5 \\ (3 - \nu/2r) & 1.5 \leq r \leq 75 \\ 0 & 75 \leq r \leq 100 \end{cases}$$

La diffusivité magnétique η_m est constante pour $1 \leq r \leq 100$ (i.e. le Prandtl magnétique $P_m = \nu/\eta_m$ est constant dans tout le disque). Le rapport h/r est constant égal à 0.1. Comme on l'a vu équation (3.93) l'efficacité du transport du champ se résume au paramètre R_m , ce qui dans ce cas donne $\frac{3}{2}P_m = \frac{3}{2}^{-1}$, où est le paramètre utilisé par Lubow *et al.* (1994) (à noter que dans leur article ils définissent un Prandtl magnétique inversé par rapport à la définition que j'ai prise ici). Il est important de signaler que leur raisonnement fonctionne pour un nombre de Reynolds donné. En effet, dans le cas général le paramètre qu'ils définissent n'est pas suffisant pour quantifier l'efficacité du transport du champ.

Ils ont présenté leur résultats pour 3 valeurs de R_m différentes : 0.2 ; 2 et 20. J'ai également réalisé une simulation pour chacun de ces paramètres. Les résultats que j'ai obtenus, ainsi que ceux de Lubow *et al.* (1994) sont présentés figure 7.9. On observe clairement que je n'ai pas obtenu les mêmes résultats qu'eux. Sur le tableau 7.1, on peut voir que je retrouve le même comportement qualitatif en fonction du paramètre R_m , à savoir que plus R_m est petit, plus l'advection du champ magnétique est importante dans le disque et inversement. Néanmoins les valeurs des R_m que j'obtiens sont différentes des leurs. Quelles pourraient être les raisons de ces différences ? La réponse n'est toujours pas claire. Parmi les causes possibles de différences, on peut envisager les conditions aux limites, car ils ne les précisent pas dans l'article, mais il paraît compliqué qu'elles jouent à ce point sur les profils. Une autre origine pourrait être l'évaluation du terme d'advection. Il parlent en effet de dérivée upwind, en précisant qu'ils l'ont écrite de manière à ce que le flux soit conservé. Malheureusement, pas plus d'information n'est donnée sur la manière dont est discrétisé le terme d'advection. Mais une nouvelle fois, il semble compliqué qu'une divergence dans l'évaluation de ce terme puisse mener à de telles différences sur les solutions stationnaires obtenues. La cause des différences obtenues est donc (malheureusement) restée floue.

	Lubow		de Guiran
$2.0 \cdot 10^1$	0	$7.5 \cdot 10^{-2}$	0.2
$2.0 \cdot 10^0$	0.25	$7.5 \cdot 10^{-1}$	0.9
$2.0 \cdot 10^{-1}$	1.0	$7.5 \cdot 10^0$	1.9

T 7.1 – Comparaison avec solutions stationnaires de Lubow *et al.* (1994). Pour les différents paramètres imposés je donne les lois de puissances $B_z \sim r$ à l'équilibre. Bien qu'on observe les mêmes comportements qualitatifs (augmente inversement à r), je n'ai pas obtenu les mêmes valeurs qu'eux.



F 7.9 – Comparaison du code que j'ai écrit reprenant l'algorithme de Lubow *et al.* (1994) avec leurs résultats. À gauche, leurs résultats, à droite les miens. Chaque courbe correspond à un état stationnaire. La plus raide est obtenue avec $\beta = 0.2$, la moyenne avec $\beta = 2$ et la plus plate avec $\beta = 20$. On observe une différence très nette à la fois dans les pentes de chacune des distributions, mais également dans le comportement de la zone $r \approx 0.75$ où les courants sont nuls.

2.2 SHU *et al.* (2007)

Néanmoins j'ai continué à étudier le code que j'avais écrit, en étudiant les résultats de Shu *et al.* (2007). Dans leur article, ils obtiennent des configurations stationnaires en considérant un disque visqueux, résolvant l'équation de conservation du moment cinétique, l'équilibre radial du disque et l'équation de transport du champ magnétique. Comme l'équilibre entre l'advection et la diffusion du champ ne dépend que du paramètre β , je m'intéresse uniquement à la configuration d'équilibre du champ magnétique en fonction du paramètre β présent dans l'article (qu'ils ont nommé I_l et dont la valeur en fonction des coefficients de transport est : $\frac{3}{2}P_m$). Je m'intéresse à la relation donnant à l'équilibre, la distribution radiale de $B_z \sim r$ en fonction du paramètre β , qui correspond dans leur article à la relation $I_l(l)$ avec :

$$I_l = \frac{1}{\beta} \quad (7.2)$$

Dans Shu *et al.* (2007), en considérant un disque d'extension infinie en partant d'une distribution radiale de champ magnétique I sur le plan du disque (générée par les courants du disque), ils donnent le facteur β assurant l'équilibre de la distribution. Le code que j'ai écrit calcule

l'évolution du champ magnétique dans un disque en fonction du facteur imposé. Pour comparer nos résultats, je suis parti du issu du paramètre l qu'ils imposent, j'ai fait tourner une simulation partant d'un disque traversé par un champ uniforme, jusqu'à obtenir un régime stationnaire. J'en ai ensuite extrait la loi de puissance en B_z (donc le l) de l'équilibre obtenu. Les résultats sont présentés tableau 7.2. On peut voir qu'on retrouve bien les valeurs de l correspondant à celles de Shu *et al.* (2007) avec un écart inférieur à 1 4 pourcent. Finalement, malgré les di érences avec les résultats de Lubow *et al.* (1994), je considère le code validé.

l	0	0 1	0 2	1 4	0 3	5 16	3 8	0 4	0 5	0 6	0 7	0 8	0 9
I_l	1	1 149	1 326	1 428	1 542	1 573	1 742	1 818	2 188	2 726	3 598	5 364	10 34
$l_{de\ Guiran}$	0 002	0 096	0 195	0 245	0 295	0 308	0 371	0 396	0 498	0 600	0 703	0 808	0 913

T 7.2 – Comparaison avec solutions stationnaires de Shu *et al.* (2007). En supposant et une distribution de champ magnétique vertical $B_z = r^{(1-l)}$, ils en ont déduit le paramètre I_l (selon mes notations) assurant l'équilibre de cette distribution. En partant du paramètre I_l qu'ils ont trouvé, j'ai fait tourner le code puis j'ai extrait la loi de puissance en B_z à l'équilibre (notée $l_{de\ Guiran}$). À une erreur relative de quelques pourcent, j'aboutis au même résultat que leur l d'origine.

Partie IV

Dynamique du modèle

Chapitre 8

Configurations homogènes

Sommaire

1	Configuration homogène : SAD	137
1.1	Solutions stationnaires	137
1.2	Évolution hors équilibre	143
2	Configuration homogène : JED	148
2.1	Solutions stationnaires	148
2.2	Évolution hors équilibre	152
3	Bilan des conditions aux limites	158

1 CONFIGURATION HOMOGENÈME : SAD

1.1 SOLUTIONS STATIONNAIRES

A MOTIVATIONS

Je cherche ici à obtenir numériquement les solutions analytiques stationnaires déterminées chapitre 3 section 1. Je détaillerai les choix que j'ai fait sur les conditions aux limites dans le cas où je travaille avec une configuration de SAD pur, cas dans lequel aucun couple magnétique n'est présent. L'obtention par le code des solutions stationnaires analytiques est déterminée, nous le verrons, par l'utilisation de conditions aux limites spécifiques.

B RAPPEL DES SOLUTIONS STATIONNAIRES ET CONTRAINTES DU PROBLÈME

Je résume tout d'abord les prescriptions adoptées. On a :

$$\begin{aligned} h &= r \\ v &= v_0 k_v \\ m &= v P_m \end{aligned} \tag{8.1}$$

où k_v et P_m sont des constantes du rayon et du temps. Au chapitre 3 (section 1), j'ai déterminé une classe de solutions pour un SAD où la densité et le champ magnétique dans le disque sont

des lois de puissance du rayon. Pour ces solutions on a $\dot{M} = 3 \nu \text{cte}$ qui garantit un nombre de Reynolds $R_e = 3/2$. On peut en déduire le paramètre $\frac{m_s}{m} = \frac{3}{2} P_m \text{cte}$.

Je rappelle les dépendances radiales de \dot{m} et B_z déduites de ces solutions stationnaires :

$$B_z = r \frac{1 - 2k_v(1 - \nu)}{r^{1 - 2k_v}} \quad (8.2)$$

dont on peut déduire les dépendances radiales sur la magnétisation et le nombre de Mach sonique :

$$m_s = \frac{2 - 5/2}{\nu} k_v \quad (8.3)$$

où ν est fonction du paramètre β , donc fonction des prescriptions (8.1). Les dépendances radiales obtenues sont donc déterminées par les choix des valeurs de β , k_v et P_m . Je rappelle que le modèle est fondamentalement un modèle à deux variables : densité et champ magnétique. La connaissance des dépendances radiales de deux parmi ces quatre permet de connaître les deux autres.

Pour qu'une solution analytique soit pleinement déterminée, il faut encore spécifier un certain nombre de grandeurs. On retiendra que les n-uplets suivants contraignent une solution.

Avec ρ_1 la densité en un rayon r_1 et B_{z2} le champ magnétique vertical en un rayon r_2 , le quadruplet $(\rho_1; r_1; B_{z2}; r_2)$.

Avec $\dot{M}_0 \text{cte}$, ρ_0 la densité en un rayon r_0 , le triplet $(\dot{M}_0; \rho_0; r_0)$.

Avec $\dot{M}_0 \text{cte}$, B_0 le champ magnétique vertical en un rayon r_0 , le triplet $(\dot{M}_0; B_0; r_0)$.

Dans toute la suite, j'ai travaillé avec un champ magnétique extérieur indépendant du temps. Il faut retenir ici que ces solutions **analytiques** ne tiennent pas compte d'éventuels effets de bords (bord interne d'un disque d'accrétion ou bien effet de bord dû au champ potentiel). Il faut garder ce point en tête car le choix des conditions aux limites est en lien direct avec la propriété des solutions établies.

C CONDITIONS AUX LIMITES SUR LE FLUX MAGNÉTIQUE

Compte tenu du caractère potentiel du champ magnétique et si l'on veut pouvoir converger vers les états stationnaires en loi de puissance du rayon, on ne peut considérer des ghost zones vides de courant. Comme au chapitre (7) (section 1.5), sachant qu'à l'équilibre on a $B_z(r) = r$ (avec $f(\nu)$), il faut imposer dans la ghost zone externe une distribution de courant $J^{SG} = r^{-\nu}$, avec $\nu > 0$. Le flux magnétique généré par cette distribution constitue le flux magnétique externe.

Pour la ghost zone interne, je n'ai pas **imposé** les courants dans cette zone. En effet, le champ généré par les courants imposés dans la ghost zone externe joue déjà le rôle de champ externe. J'ai défini la ghost zone interne comme une zone **cinématique** où seule l'équation de transport du flux magnétique est résolue. L'évolution de la densité n'y étant pas calculée, on ne peut pas calculer de manière consistante ni le champ de vitesse ni la diffusivité magnétique, il est donc nécessaire d'imposer leur distribution. Comme je l'ai dit précédemment, les solutions

analytiques imposent :

$$\frac{m_s}{m} = \frac{3}{2} P_m \quad (8.4)$$

En notant r_{in} le bord interne de la zone dynamique (donc le bord externe de la ghost zone interne), k_{ms} la loi de puissance radiale du m_s à l'équilibre (qui est la même que pour m voir équation 8.3), je choisis pour le Mach sonique m_s et le coefficient m de la diffusivité magnétique les distributions suivantes :

$$\begin{aligned} m_s(r) &= m_s(r_{in}) \left(\frac{r}{r_{in}}\right)^{k_{ms}} \\ m(r) &= m(r_{in}) \left(\frac{r}{r_{in}}\right)^{k_{ms}} \end{aligned} \quad (8.5)$$

Ces prescriptions garantissent ainsi une continuité des grandeurs jouant sur le transport du flux, et sont choisies de manière à garantir $\frac{m_s}{m}$ constante dans la ghost zone interne et égal à $\frac{m_s(r_{in})}{m(r_{in})}$. Ceci nous permet donc d'éviter des discontinuités en champ magnétique au bord interne du disque. Avec ces conditions aux limites, le champ magnétique doit converger vers la solution stationnaire analytique.

Dans le disque (*i.e.* dans la zone dynamique), on atteindra donc l'état stationnaire en B_z voulu seulement si $\frac{3}{2} P_m = 1$, ce qui est équivalent à dire qu'on a $R_e = \frac{3}{2}$. C'est ce qui doit être garanti *via* les conditions aux limites sur l'équation de conservation de la masse.

D CONDITIONS AUX LIMITES SUR LA MASSE.

Comme on l'a vu en (b), pour contraindre complètement la solution il suffit soit d'imposer la densité en un certain rayon, soit d'imposer le taux d'accrétion du disque. Je fais le choix que cette contrainte vient du bord externe du disque. Comme on l'a vu au chapitre (6) section (4) (et qui se justifie maintenant) on peut utiliser plusieurs conditions aux limites pour la conservation de la masse dans le cas d'un SAD :

on impose la densité surfacique au bord externe (ρ_{N-1}), c'est une condition de type Dirichlet.

on impose le flux de masse au bord externe du disque ($\dot{M}_{N-1/2}$). Ce qui correspond à une condition de type Robin (mixte Dirichlet et Neuman car faisant intervenir à la fois la valeur de ρ dans la ghost zone, mais également sa dérivée).

Quel que soit le choix réalisé parmi ces deux conditions, il va entièrement déterminer la solution stationnaire. Un problème se pose alors pour la condition au bord interne, car la solution recherchée est déjà déterminée par les choix réalisés. En effet, en posant $F = 3 \frac{v}{v_0}$, la solution analytique générale de l'équation de conservation de la masse s'écrit (voir équation 4.4 pour la démonstration) en notant, \dot{M}_0 le taux d'accrétion de la solution et F_0 la valeur de F en un rayon $r = r_0$:

$$F(r) = \dot{M}_0 \left(F_0 + \dot{M}_0 \frac{r}{r_0} \right)^{1/2} \quad (8.6)$$

En notant F_1 la valeur de F à un rayon $r_1 = r_0$, on remarque qu'une solution F de l'équation de conservation de la masse est entièrement déterminée par le quadruplet (F_0, r_0, F_1, r_1) , remarque importante pour la suite de ce paragraphe. Cependant la solution particulière vers laquelle on

cherche à converger est :

$$F(r) = \dot{M}_0 Cte \tag{8.7}$$

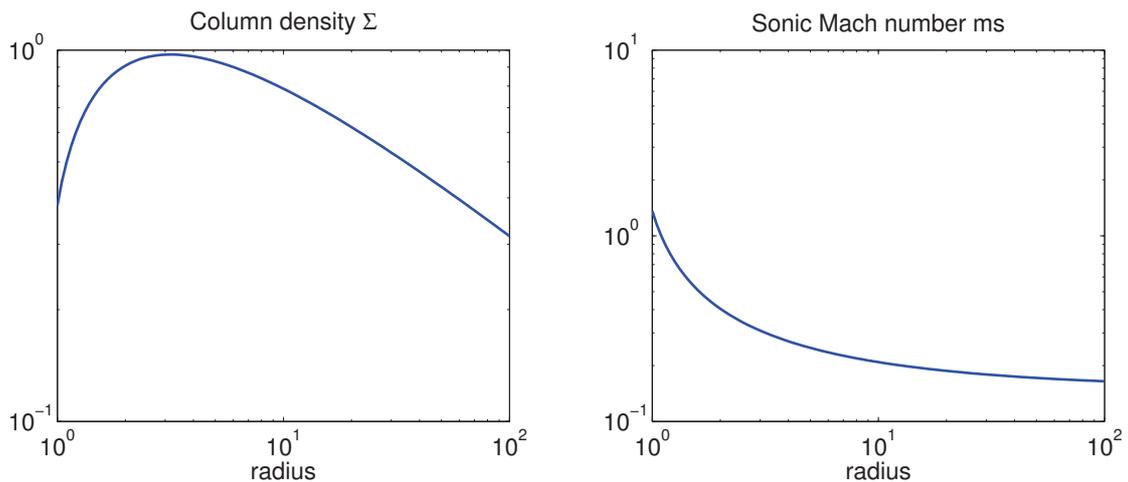
Puisque la solution recherchée est déjà déterminée par la condition à la limite externe, on doit trouver une condition à la limite interne qui autorise le disque à converger vers l'état stationnaire voulu. En effet, une condition inappropriée viendrait à sur-contraindre le disque vis-à-vis de la solution recherchée. Avant de tester des conditions en tenant compte de la rétroaction du champ magnétique sur le disque, il est pertinent de faire une étude en posant v constant, ce qui simplifiera la recherche.

Dans ce cas, le champ magnétique n'intervient pas dans la viscosité puisque v est constant, donc v est indépendant de B_z . Ceci nous permet de considérer l'équation de conservation de la masse indépendamment du transport de flux magnétique. Je présente deux tests qui nous montrent clairement l'influence de la condition interne choisie sur la solution stationnaire obtenue :

le premier où F est imposé aux bords externe et interne du disque. Comme v est constant, v indépendant de B_z et r , imposer $F = 3 \dot{M}_0 v$ revient donc à imposer Σ .

le second où Σ est imposé au bord externe, et où il est soumis à une extrapolation au bord interne pour lui permettre de converger vers une solution "standard".

La figure 8.1 présente les résultats du premier test. L'état stationnaire atteint se "colle" aux valeurs imposées sur les bords, et adapte la vitesse du fluide pour garantir un taux d'accrétion constant à chaque rayon. Le nombre de Mach sonique atteint dans ce cas des valeurs de l'ordre de l'unité dans les rayons internes. On retrouve donc bien un état stationnaire en ayant imposé les valeurs de F (via Σ dans cet exemple) aux bords du disque. Ceci est donc un test utile pour la validation de l'algorithme utilisé, mais qui ne correspond pas à la solution en loi de puissance recherchée.



F 8.1 – Etat stationnaire de l'équation de conservation de la masse dans le cas où la densité surfacique est imposée aux bords du disque. A gauche : la densité surface. A droite : le nombre de Mach sonique. Malgré le disque "alpha", on atteint des nombres de Mach sonique de l'ordre de l'unité dans les rayons internes, pour ensuite retrouver une solution standard dans les rayons externes (ici $\alpha = 0.1$, $v = 1.0$).

En e et, je rappelle que la solution correspond à $F = cte$. On peut donc envisager deux possibilités comme conditions à la limite au bord interne du disque :

on impose $F(r_{in}) = F(r_{out})$. La solution va donc naturellement converger vers la solution attendue. Mais cette option est gênante car elle revient à dire que le bord interne du disque est en permanence "au courant" de son état au rayon externe.

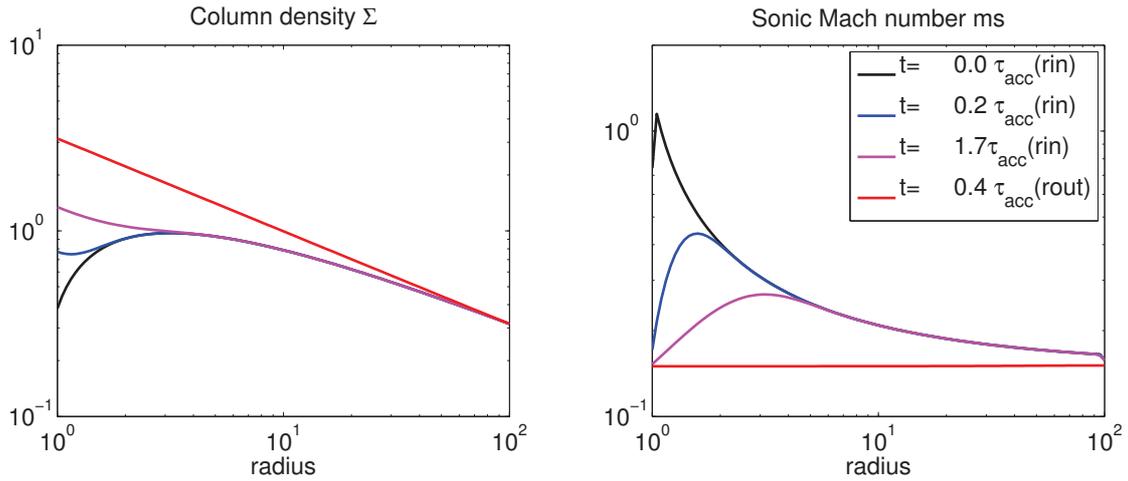
on trouve une forme de relaxation au bord interne qui permet de converger vers ce que le bord externe impose.

C'est la seconde option que j'ai choisie. Comme développé au chapitre 6, les valeurs de ρ et v sont connues en chaque point du disque (*i.e.* de la zone dynamique). Je note F_1 la valeur de F au premier point de maillage, F_0 la valeur de F au premier point de ghost zone interne. J'ai choisi d'imposer $F_0 = F_1$. On peut alors montrer que :

si $F_1 > F_{out}$, le taux d'accrétion calculé au bord interne du disque est plus grand que celui correspondant à la solution d'équilibre. La densité va naturellement diminuer et donc de même pour F_1 .

si $F_1 < F_{out}$, le taux d'accrétion calculé au bord interne du disque est plus petit que celui correspondant à la solution d'équilibre. La densité va naturellement augmenter et donc de même pour F_1 .

Ainsi F va naturellement s'adapter au bord interne (*via* la densité) pour converger vers la solution d'équilibre voulue. Je présente un exemple de relaxation vers l'équilibre attendu sur la figure 8.2 qui correspond au second test. La condition initiale utilisée est l'état stationnaire obtenu sur la figure (8.1) (où les valeurs de F sont imposées aux 2 bords du disque). On voit qu'on converge vers la solution stationnaire attendue, qui correspond à un état stationnaire de disque standard (v constant, profils de ρ en loi de puissance du rayon, nombre de Reynolds $Re = 3 \times 10^2$) et constitue la première étape pour aboutir à des états stationnaires plus généraux (v dépendant de r). Dans un cas plus général où le paramètre v peut dépendre de la magnétisation, on applique la même condition au bord interne. Comme le flux magnétique est calculé de manière consistante (pas d'extrapolation), cette condition revient fondamentalement à imposer la densité au premier point de ghost zone interne de manière à ce que $F_0 = F_1$. Elle n'est cependant pas implémentée numériquement de cette manière parce que la condition $F_0 = F_1$ est nettement plus simple à coder.



F 8.2 – Evolution vers un état stationnaire de l'équation de conservation de la masse. On part de l'état d'équilibre précédent en modifiant la condition aux limites internes. La densité converge vers un profil "standard". Attention, ici le temps de la dernière courbe (en rouge) est exprimé en temps d'accrétion au bord externe du disque, contrairement aux trois autres pour lesquelles les temps sont exprimés en temps d'accrétion au bord interne.

La question des conditions aux limites sur la densité s'est déjà posée dans des simulations de disque standard. Notamment dans le cas du DIM (Disque Instability Model, Hameury *et al.* (1998)). La question était néanmoins assez différente. En effet, dans leur cas, il s'agissait d'étudier des instabilités thermiques dans le disque, et le champ magnétique n'était pas pris en compte, donc le paramètre ν était imposé. Ils ont imposé une densité au bord interne très faible, ce qui (pour conserver le flux de masse) implique une vitesse d'accrétion très importante dans cette zone. Ce choix avait l'avantage de décorrélérer le bord interne (qui engloutit tout) du reste du disque. Néanmoins dans mon cas, le champ de vitesse joue sur le transport de B_z et donc sur la viscosité (via ν). Imposer cette condition au bord interne, reviendrait à ajouter un mécanisme d'advection du champ complètement artificiel, ce qui n'est évidemment pas recherché ici.

E COUPLAGE DENSITÉ-CHAMP MAGNÉTIQUE.

Je présente ici l'état stationnaire atteint dans le cas général où ν dépend de r . On a donc cette fois couplage entre la conservation de la masse et le transport du flux magnétique. Pour le champ magnétique, j'utilise les conditions aux limites explicitées aux paragraphes précédents et j'impose la densité au bord externe du disque. J'ai adopté les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} P_m &= 1 \\ \beta &= 0.1 \\ k_\nu &= 1.2 \end{aligned} \tag{8.8}$$

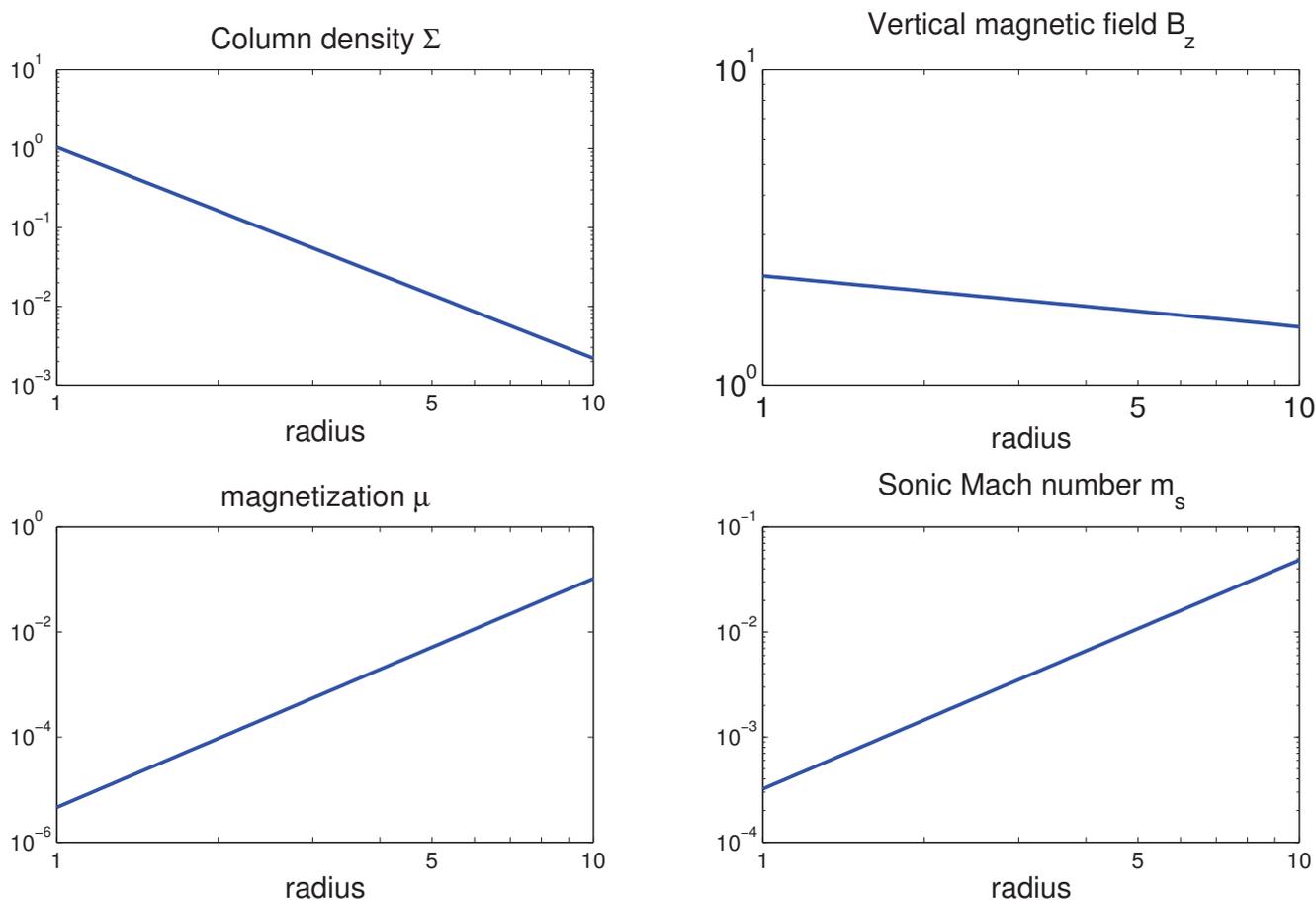
On attend donc les dépendances radiales suivantes :

on a $\Sigma \propto r^{-3/2}$ et $m_s \propto r^{-1/2}$. On en déduit donc $B_z \propto r^{-1/2}$ tel que $B_z \propto r^{-1/2}$ (figure 3.7).

ce qui donne analytiquement : $\Sigma \propto r^{-2.66}$; $m_s \propto r^{-4.32}$; $m_s \propto r^{-2.16}$.

On peut déjà noter la croissance très rapide de la magnétisation vers les rayons croissants pour des $P_m = 1$. Dans ce cas on a donc $J^S \propto r$ puisque $B_z \propto r^{-1/2}$ (chapitre 3 section 3.2). Je choisis

H



F 8.3 – Etat stationnaire de SAD. Ici $P_m = 1$, $\alpha = 0.1$, $k_v = 1.2$ et on impose ρ_{ext} et la distribution de flux extérieur. Les ghost zones ne sont pas représentées. On retrouve les lois calculées semi-analytiquement (utilisant la dépendance ()) : $\Sigma \propto r^{-2.6}$, $B_z \propto r^{-0.17}$, $m_s \propto r^{2.1}$, $\mu \propto r^{4.3}$

donc d'imposer dans la ghost zone externe la distribution de courant $J^{SG} = J^S(r_{out}) \frac{r}{r_{out}}^{0.17}$. Le disque s'étend sur une décade en rayon ($1 < r < 10$), la ghost zone interne sur 1 décades ($10^{-1} < r < 10^0$), de même que la ghost zone externe ($10^1 < r < 10^2$). Le régime stationnaire de SAD est présenté figure 8.3, où je ne présente que des distributions dans la zone dynamique. On récupère bien la solution analytique voulue.

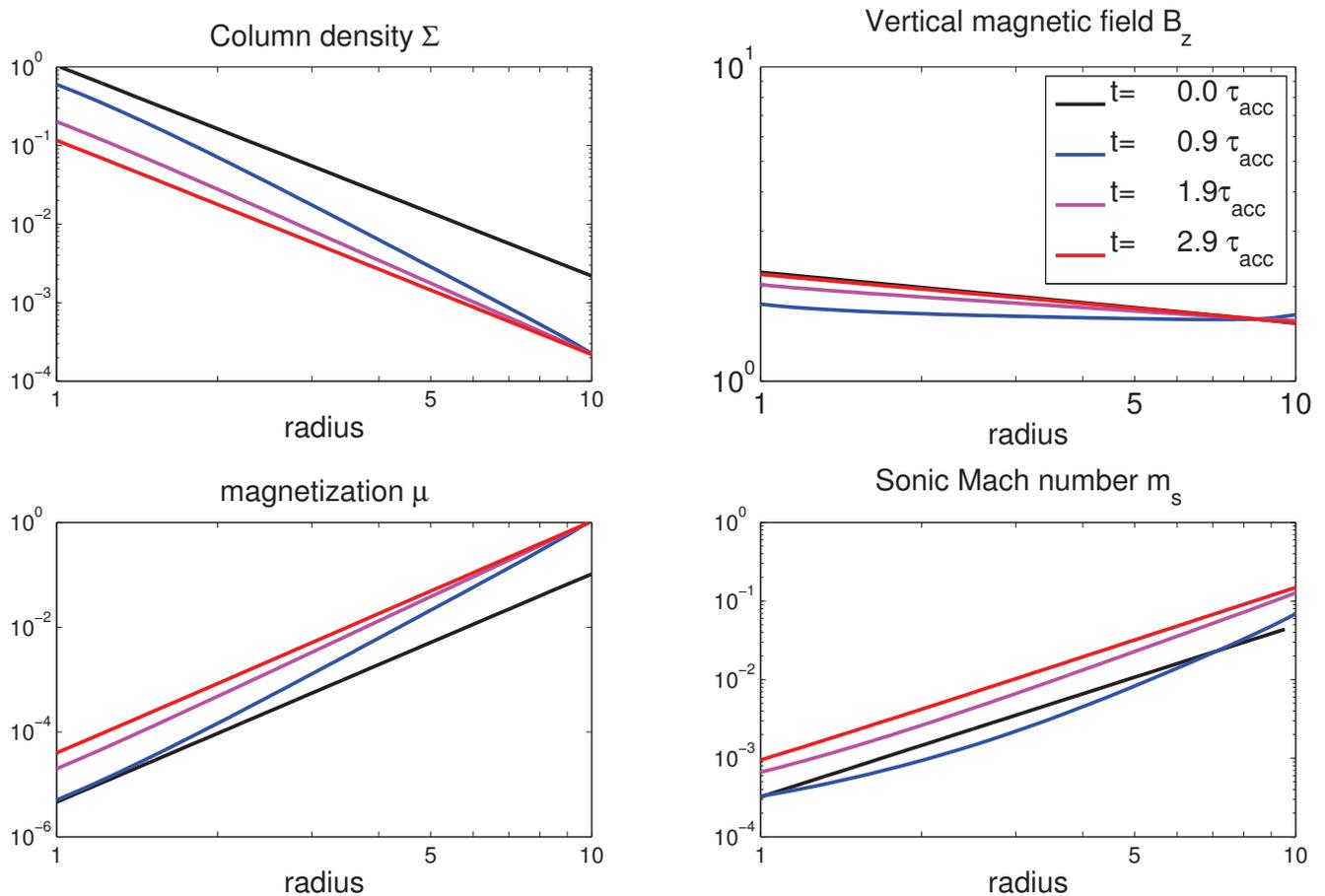
1.2 ÉVOLUTION HORS ÉQUILIBRE

A PERTURBATION AU BORD EXTERNE

On prend ici comme condition initiale l'état stationnaire obtenu figure (8.3), et on introduit une perturbation en densité au bord externe du disque (ρ_{ext} 10 fois plus faible), tout le reste étant identique à l'exemple précédent (flux magnétique extérieur, taille des ghost zones). L'objectif de ce test est de vérifier le bon comportement du code, notamment de voir s'il converge vers un nouvel équilibre correspondant à la solution analytique associée. Puisque le flux extérieur n'est

pas modifié, on peut déjà prévoir un champ magnétique à l'équilibre identique à l'état initial (correspondant à l'état stationnaire de la figure 8.3). En revanche, la densité doit diminuer d'un facteur 10 puisque ρ_{ext} est 10 fois plus petit (en gardant la même loi de puissance, puisque k_v, P_m et μ sont identiques à l'exemple précédent). Puisque le champ magnétique vertical à l'équilibre doit être le même que l'état initial, la magnétisation à l'équilibre doit être 10 fois plus grande qu'à $t = 0$. Le test correspondant est présenté sur la figure (8.4).

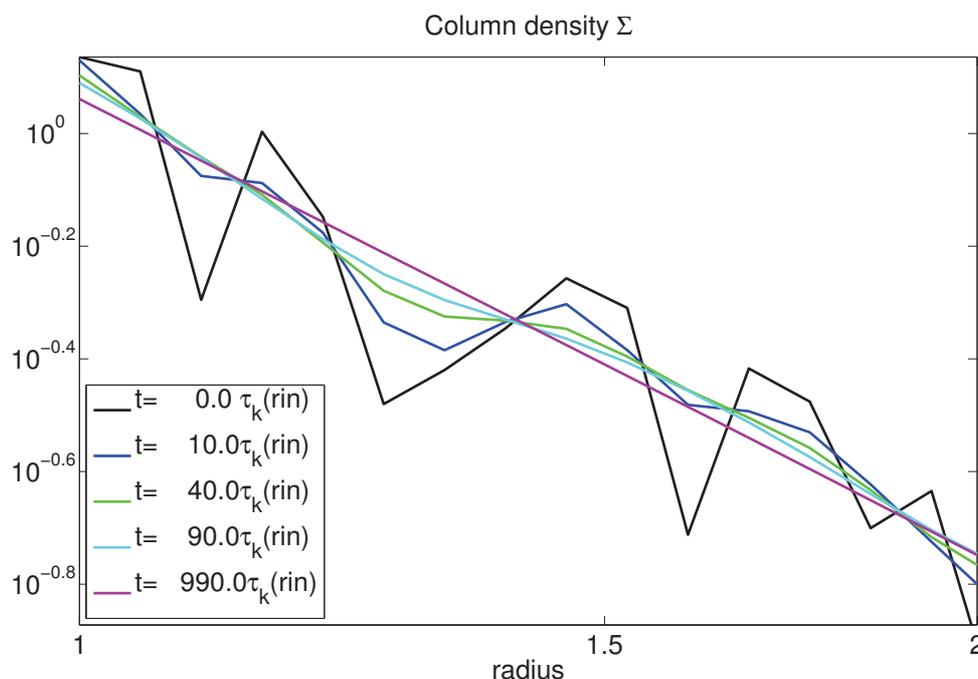
Dans un premier temps, la perturbation initiale en densité implique une modification forte de l'écoulement au bord externe du disque (on a un Mach sonique négatif au début à cause du gradient en densité au bord externe), ce qui implique une variation du champ magnétique dans le disque. Puis, le profil de densité s'adapte, et on converge progressivement vers les profils attendus. Ici, comme on modifie uniquement la densité au bord externe du disque, cette valeur imposée agit comme un appel qui permet au disque de converger vers l'état stationnaire attendu. La modification s'opère donc de l'extérieur puis se propage vers l'intérieur. On remarque également que le champ magnétique converge vers l'état initial, conformément à ce qui était prévu.



F 8.4 – Evolution d'un SAD initialement stationnaire dont on a modifié la densité au bord externe du disque (10 fois plus petit). Comme le champ externe est imposé, l'état stationnaire final est différent de la condition initiale *via* la densité. Celle-ci s'est adaptée pour converger vers la même loi de puissance, mais elle est plus faible d'un facteur 10 (cohérent avec le sigma imposé au bord externe)

B PERTURBATION EN TOUT r : RÉPONSE À UN BRUIT BLANC

Je cherche ici à vérifier la robustesse du code en prenant l'état stationnaire correspondant à la figure 8.3, et en lui ajoutant un bruit blanc à la densité et aux courants du disque de cet état stationnaire. Les résultats sont présentés sur la figure 8.5. La simulation est réalisée sur une décade radiale, mais pour mieux voir la convergence, je présente les résultats sur une extension radiale allant de 1 à 2. On vérifie bien que la perturbation est atténuée.



F 8.5 – Test de réponse à un bruit blanc ajouté à un état stationnaire. La figure présente la réponse pour la densité. Les temps sont exprimés en temps képlérien au bord interne ($r = 1$). La perturbation est bien amortie et la densité converge vers un état stationnaire.

C DOMAINE INSTABLE

Tous les résultats présentés pour cette configurations sont dans le domaine stable. Nous avons vu que le code se comporte convenablement face à des perturbations et converge vers l'équilibre attendu. Je vais maintenant m'intéresser aux domaines d'instabilité mis en évidence par l'analyse WKB du système d'équations du modèle (chapitre 5 section 3.1). Le domaine de stabilité se résume à un critère sur k_v tel que :

$$1 < k_v < 1 \quad (8.9)$$

La borne supérieure du domaine de stabilité a été identifiée comme la limite de stabilité visqueuse, alors que la borne inférieure n'a pas été comprise. Je vais ici chercher à voir si je peux retrouver des situations instables en me plaçant hors du domaine de stabilité. Je présente ici deux simulations : l'une réalisée pour $k_v = 1.5$ qui est censée être instable visqueusement, et la seconde qui n'a pas été comprise, pour $k_v = 1.5$ qui doit être instable. Pour ces deux tests,

je partirai d'une solution stationnaire perturbée en densité (la valeur de Σ augmentée de 10 pourcent). Par soucis de clarté, j'ai normalisé la valeur de la densité et du champ magnétique en chaque point du maillage par sa valeur à l'équilibre. Les solutions stationnaires sont donc des fonctions constantes égales à 1 sur les graphes présentés.

Instabilité visqueuse. On retrouve bien cette instabilité figure (8.6), la perturbation en densité génère des dents de scies autour de la perturbation typiques de cette instabilité. L'instabilité "s'accroche" sur le maillage, puisque le temps de croissance est proportionnel en k (équation 5.34). On observe bien la formation de sillon dans le disque. Le champ magnétique, initialement non perturbé développe également des dents de scies. L'instabilité se développe assez rapidement ($\approx 0.2 \tau_k(r_{in})$, où $\tau_k(r_{in})$ est le temps képlérien au bord interne du disque).

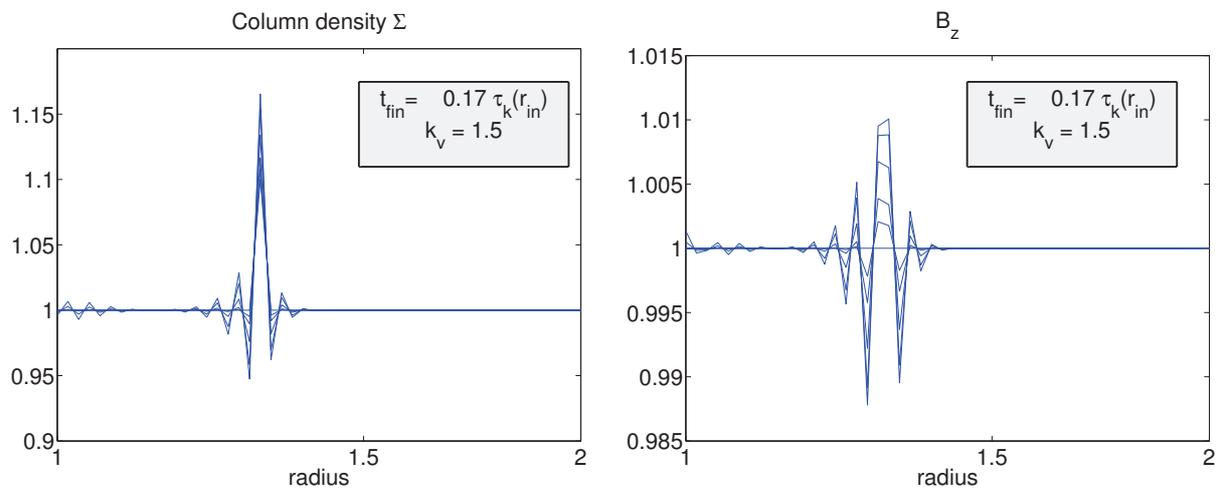
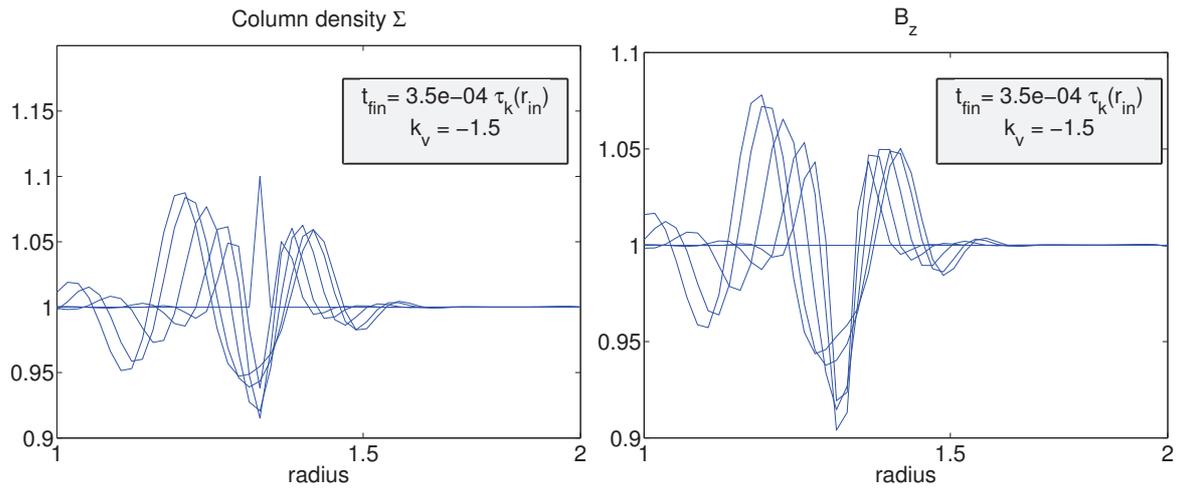


Figure 8.6 – Simulation de l'instabilité visqueuse dans un disque. Le disque est initialement perturbé en densité. On observe la formation de "sillons" de matière qui restent localisés (pas d'advection).

Second domaine d'instabilité. Je présente donc le résultat d'une simulation supposée être instable. Je pose $k_v = 1.5$. Le comportement observé figure (8.7) est différent de l'instabilité visqueuse. En effet, la perturbation en densité génère une oscillation dans le disque. Elle ne conserve pas sa longueur d'onde (elle augmente progressivement). On constate que l'instabilité se développe très rapidement ($\approx 10^{-4} \tau_k(r_{in})$), en réalité beaucoup trop rapidement pour que le phénomène observé ait une quelconque cohérence physique vu le modèle développé. Il est fortement probable qu'on observe figure (8.7) un effet numérique que je n'ai pas étudié, m'intéressant à des domaines de k_v supérieurs à 0, ce que semblent montrer les simulations MRI locales.



F 8.7 – Simulation du second domaine d'instabilité dans un disque visqueux ($k_v = -1$). On observe bien le développement de l'instabilité sur un temps extrêmement court.

2 CONFIGURATION HOMOGÈNE : JED

2.1 SOLUTIONS STATIONNAIRES

A MOTIVATIONS.

Comme pour la section précédente, je cherche à obtenir numériquement les solutions analytiques de JED obtenues (chapitre 3 section 2). De la même manière, l'obtention par le code de ces solutions analytiques nécessite l'utilisation de conditions aux limites spécifiques.

B RAPPEL DES SOLUTIONS STATIONNAIRES ET CONTRAINTES DU PROBLÈME.

JED pur. Les prescriptions utilisées sont les suivantes :

$$\begin{aligned} h &= r \\ m &= m_0 r^{k_m} \\ q &= q_0 r^{k_q} \end{aligned} \quad (8.10)$$

où m_0, k_m, q_0 et k_q sont des constantes du rayon et du temps. Au chapitre 3 (section 2), j'ai déterminé une classe de solutions pour un JED où la densité et le champ magnétique dans le disque sont des lois de puissance du rayon. Pour ces solutions, on a naturellement $\dot{M} = 8 q_0 \frac{r^{k_q+2}}{k_q}$ cte (voir équation 4.18) et j'ai mis en évidence les dépendances radiales suivantes :

$$\begin{aligned} B_z &= r^{5/4} \\ &= r^{1/2} \end{aligned} \quad (8.11)$$

La magnétisation et le nombre de Mach sonique sont quant à eux des constantes du rayon vérifiant :

$$m_s = \frac{1}{2q_0} \frac{1}{r} (1 + k_q + k_m) \quad (8.12)$$

JED en présence de viscosité. Dans le cas où on considère une viscosité ν non nulle, il faudra ajouter la prescription suivante :

$$\nu = P_m m \quad (8.13)$$

avec $P_m = cte(r)$. Dans ce cas, les dépendances radiales sont identiques au JED pur. La seule différence venant des valeurs de la magnétisation et du nombre de Mach sonique à l'équilibre :

$$m_s = \frac{1}{2} \frac{1}{\nu} \left(\frac{3}{2} P_m + \frac{m_0}{2q_0} \right) (1 + k_q + k_m) \quad (8.14)$$

Contrainte d'une solution La recherche de solutions en loi de puissance implique des dépendances radiales uniques pour chacune de ces grandeurs. On retiendra également que dans les solutions de JED pur déterminées précédemment, la dépendance radiale $B_z = r^{5/4}$ implique un unique paramètre $R_m = 1/428$ (figure 3.7) possible. On peut y voir une certaine analogie avec les solutions de SAD pur déterminées qui n'autorisent qu'un unique nombre de

Reynolds $R_e \approx 3 \times 10^4$. Tout autre paramètre autre que la densité et le champ magnétique étant fixés, on a notamment mis en évidence que la solution était entièrement déterminée dès lors que le champ magnétique B_0 en un rayon r_0 était fixé. Ce qui est donc assez restrictif du point de vue des conditions aux limites.

C CONDITIONS AUX LIMITES SUR LE FLUX MAGNÉTIQUE

Ghost zone externe. Comme au chapitre (7) (section 1.5) il est nécessaire d'imposer une distribution de courants dans la ghost zone externe suivant la loi de puissance permettant une distribution $B_z(r) \propto r^{-5/4}$ à l'équilibre. Le flux magnétique généré par cette distribution de courants jouera le rôle du flux magnétique externe. J'utiliserai donc comme distribution de courant dans la ghost zone externe $J^{SG}(r) = J^{SG}(r_{out}) \frac{r}{r_{out}}$ avec $r_{out} \approx 5 \times 10^4$. La solution stationnaire en B_z est donc déterminée par ce champ imposé, et par conséquent **toute la solution**. Toutes les autres conditions aux limites (internes pour le flux magnétique et les conditions sur la masse) doivent donc autoriser une relaxation vers cette solution.

Ghost zone interne. J'utiliserai le même type de conditions aux limites que pour le SAD pur. La ghost zone interne est donc une zone **cinématique** où seule l'équation de transport du flux magnétique est résolue. Il est nécessaire d'imposer donc la distribution du champ de vitesse et de la diffusivité magnétique. On l'a vu équation 8.14 le nombre de Mach sonique m_s ainsi que le coefficient m de résistivité sont des constantes du rayon dans la solution recherchée. En notant r_{in} je choisis pour m_s et m les distributions suivantes dans la ghost zone interne :

$$\begin{aligned} m_s(r) &= m_s(r_{in}) \\ m(r) &= m(r_{in}) \end{aligned} \quad (8.15)$$

Ces prescriptions garantissent ainsi une continuité des grandeurs jouant sur le transport du flux ; elles sont choisies de manière à garantir $m_s = m = \text{cte}$ dans la ghost zone interne et égal à $r_{in} \frac{m_s(r_{in})}{m(r_{in})}$. Ceci nous permet donc d'éviter des discontinuités en champ magnétique au bord interne du disque et nous garantit donc que le champ magnétique ne posera pas de problème pour récupérer les solutions analytiques déterminées au chapitre (3).

D CONDITIONS AUX LIMITES SUR LA MASSE

Pour la conservation de la masse, on a toujours 2 options. On peut imposer la densité aux bords du disque, ou bien imposer une condition qui permet de calculer le taux d'accrétion de manière consistante avec les formules numériques développées au chapitre (6). On a vu qu'à partir du moment où le champ externe est imposé, la solution de JED pur est pleinement déterminée. Pour converger vers cette solution, on peut éventuellement imposer les bonnes valeurs de densité au bord du disque. Sinon, on peut trouver une méthode qui permet de relaxer vers l'équilibre que l'on veut obtenir. Comme pour le SAD pur, c'est ce type de méthode que je privilégie.

Bord interne. Dans le cas d'un JED pur, il n'y a pas d'hypothèse à faire. Le taux d'accrétion dû au couple magnétique seul étant calculé en utilisant une condition upstream pour la densité, le ρ_0 au premier point de grille est suffisant pour déterminer le taux d'accrétion. Pour plus de détails, je renvoie le lecteur au chapitre 6 (section 4). Dans le cas où le couple visqueux n'est pas nul, ce raisonnement ne s'applique plus et on est obligé d'appliquer une condition à la limite sur ρ_0 au premier point de ghost zone interne (équation 6.37) pour évaluer la composante visqueuse du couple. J'ai simplement choisi une extrapolation logarithmique selon la loi de puissance à l'équilibre, c'est à dire $\rho_0 = \rho_1 \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^{1.2}$. Cette fois-ci, on implémente cette condition directement sur ρ_0 , ce qui nécessite de calculer $F_0 = 3 \rho_0 v_0$ (au premier point de la ghost zone interne). Dans les deux cas, je choisis d'appliquer cette extrapolation logarithmique. Elle fonctionne pour un JED en présence de viscosité, et dans le cas d'un JED pur ($\nu = 0$), il s'agira juste d'une opération blanche.

Bord externe. Comme la solution est déterminée par le champ magnétique imposé, il est nécessaire de trouver une condition au bord externe qui permette de relaxer vers l'équilibre attendu. En reprenant les notations du chapitre 6 (section 4, on pourra également regarder la figure 6.3), on a N points de maillage qui pavent la zone dynamique. Pour le bord externe il est nécessaire d'identifier ρ_{N-1} au premier point de la ghost zone externe, c'est à dire en $N-1$. Comme la solution vers laquelle on veut converger est à ρ indépendant de r , j'extrapole ρ_{N-1} de manière à avoir $\rho_{N-1} = \rho_N$. De cette manière la condition au bord externe "suit" ce que le disque cherche à imposer pour relaxer vers l'équilibre. Il n'y a pas de raison *a priori* pour que cette méthode fonctionne, elle fait partie d'un panel de tests que j'ai réalisés. Elle a fourni des résultats satisfaisants comme nous allons le voir. Sinon, on pourra également imposer la valeur de ρ_{N-1} , mais cela suppose néanmoins d'en connaître la valeur à l'équilibre. Dans les deux cas, imposer la densité en r_{N-1} suffit pour calculer le taux d'accrétion entrant dans le disque (ie $\dot{M}_{N-1,2}$).

E SOLUTION STATIONNAIRE OBTENUE

Je présente tout d'abord en figure (8.8) un exemple de solution stationnaire de JED pur obtenue avec le code. Pour ce test, j'ai imposé un couple visqueux nul et

$$\begin{aligned}
 & 0.1 \\
 m_0 & 1.0 \\
 q_0 & 0.72 \\
 k_q & 0.8 \\
 k_m & 0.5
 \end{aligned} \tag{8.16}$$

J'ai choisi ces paramètres de manière à ce qu'à l'équilibre, la magnétisation calculée par l'approche analytique soit égale à 1. En effet et cette magnétisation vaut (équation 4.24) :

$$\frac{1.428 \cdot 1.0}{2 \cdot 0.72} \left(1 - k_q - k_m\right) = 1.0$$

Pour une distribution radiale à l'équilibre $B_z = r^{5/4}$, on a donc $J^S = r^{5/4}$ (chapitre 3 section 3.2). Je choisis donc d'imposer dans la ghost zone externe la distribution de courant

$J^{SG} = J^S(r_{out}) \frac{r}{r_{out}}^{-5.4}$. Le disque s'étend sur une décade en rayon ($1 < r < 10$), la ghost zone interne sur 1 décade ($10^{-1} < r < 10^0$), et la ghost zone externe sur 4 décades ($10^1 < r < 10^4$). Il a été nécessaire d'utiliser une ghost zone externe plus étendue que pour le SAD car le JED s'est révélé plus "sensible" à sa taille. La densité, le champ magnétique, le nombre de Mach sonique et la magnétisation y sont représentés. On retrouve bien les dépendances radiales prédites analytiquement ($\Sigma \propto r^{-1.2}$, $B_z \propto r^{-5.4}$, m_s ; constants), en revanche on observe une valeur de la magnétisation d'environ 0.92, ce qui est sensiblement inférieur à celle prédite. Il est possible que la viscosité numériquement volontairement introduite dans la discrétisation du taux d'accrétion magnétique soit à l'origine de cet écart. En effet, en présence de viscosité, la magnétisation à l'équilibre vaut (équation 4.32)

$$\mu = 1.428 \frac{3}{2} P_m \frac{m_0}{2q_0} \frac{1}{1 + k_q + k_m} \quad (8.17)$$

La viscosité, dont l'influence se mesure ici *via* le nombre de Prandtl magnétique tend à diminuer μ . Néanmoins, au vu du niveau d'approximation du modèle (chapitre 3 section 1), cet écart est tout à fait négligeable.

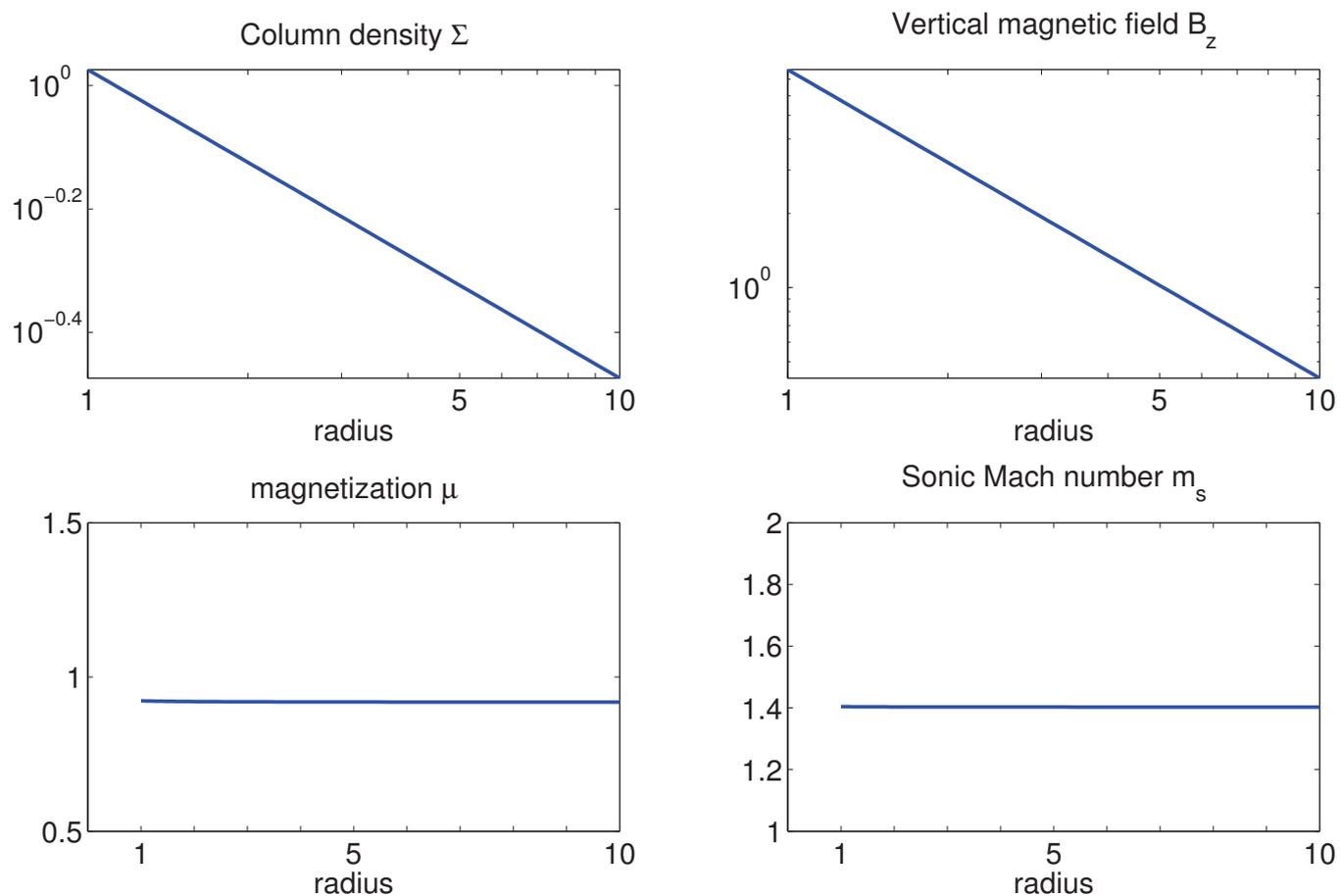


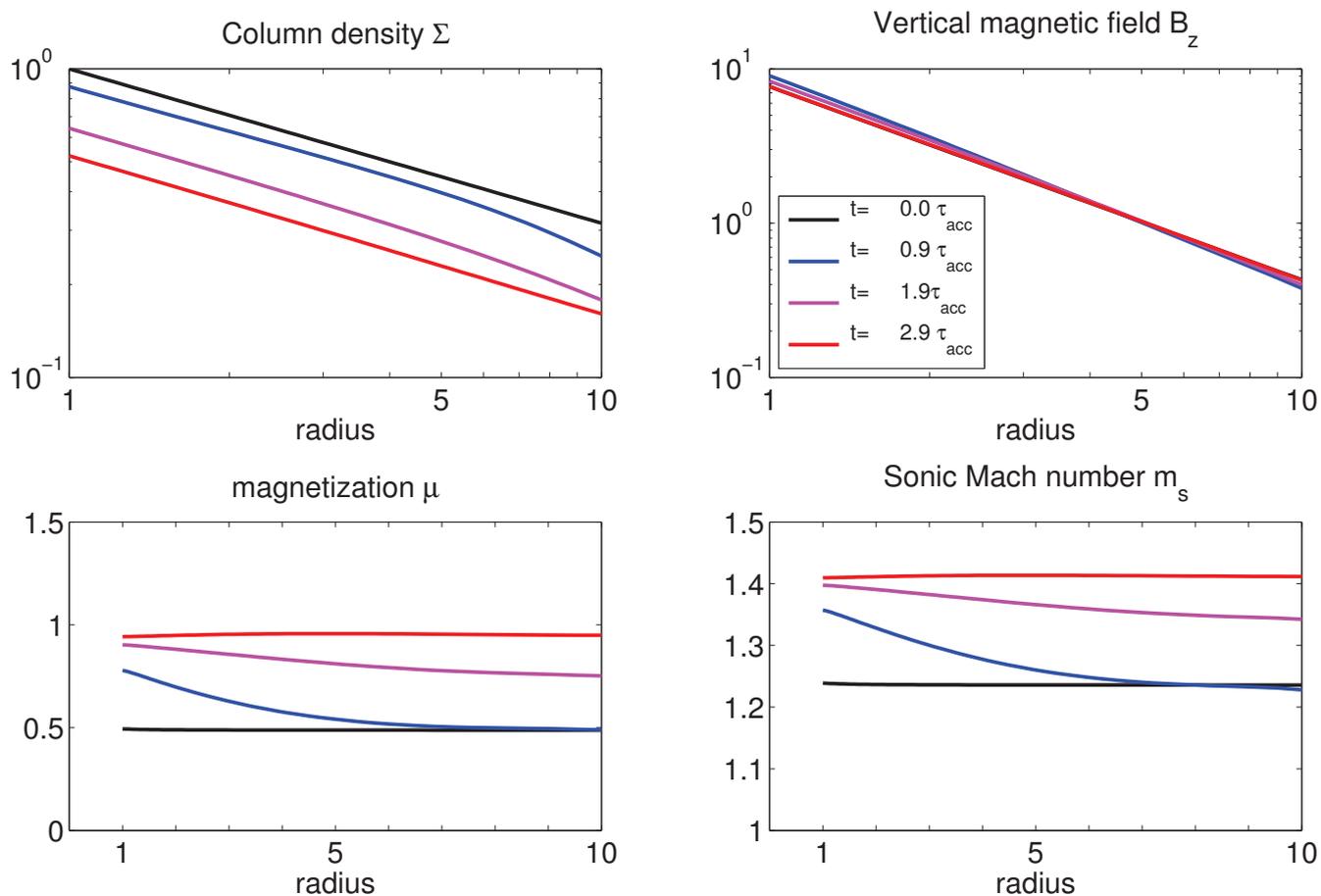
FIG. 8.8 – Configuration stationnaire de JED. On retrouve bien les dépendances radiales prédites analytiquement ($\Sigma \propto r^{-1.2}$, $B_z \propto r^{-5.4}$, et m_s uniformes du rayon). En revanche, la magnétisation est sensiblement inférieure à la valeur prédite analytiquement (0.92 ici contre 1 par le calcul analytique).

2.2 ÉVOLUTION HORS ÉQUILIBRE

A MAGNÉTISATION HORS ÉQUILIBRE

Dans le cas du SAD pur, j'ai étudié la réponse d'un disque initialement stationnaire à une perturbation en ψ au bord externe, et le disque a transité vers la solution attendue. Pour un JED, une solution analytique est déterminée dès lors qu'on a imposé en un point r_0 ou B_z , ou encore le taux d'accrétion du disque. Au cours de ma thèse, j'ai toujours travaillé avec un champ externe B_{ext} indépendant du temps. Dans ce cadre, une solution analytique de JED est déterminée, et imposer la valeur de ψ_{N-1} sur-contraint le problème. En effet, l'introduction d'une perturbation en ψ au bord externe nécessiterait une adaptation du B_{ext} , ce qui n'a pas été implémenté. Pour tester la réponse du code développé, au lieu de perturber une solution d'équilibre, je suis simplement parti d'une condition initiale hors équilibre, avec une magnétisation de 1.2 dans tout le disque alors que la magnétisation à l'équilibre doit respecter $\psi = 1$. Le résultat est présenté figure (8.9). Cette magnétisation hors équilibre plus faible que $\psi = 1$ implique un paramètre β (caractérisant l'efficacité de transport du flux magnétique) supérieur à la valeur d'équilibre (équation 4.20). Ceci implique une augmentation de B_z dans les rayons internes (zone où les temps caractéristiques sont les plus petits) et donc une vitesse d'écoulement plus importante dans cette zone (équation 4.19). Ainsi la densité diminue en premier lieu dans les rayons interne, puis dans tout le disque jusqu'à atteindre la valeur d'équilibre qui garantit $\beta = 1$. A mesure que la magnétisation tend vers $\psi = 1$, β diminue, jusqu'à la valeur d'équilibre, ainsi B_z converge vers sa distribution d'équilibre qui n'est autre que sa distribution initiale. Cette fois l'état hors équilibre ne provient pas d'une perturbation au bord externe du disque mais d'un écart de la condition initiale à l'état stationnaire. Dans ce cas, l'évolution vers l'état stationnaire se produit de l'intérieur jusqu'à l'extérieur.

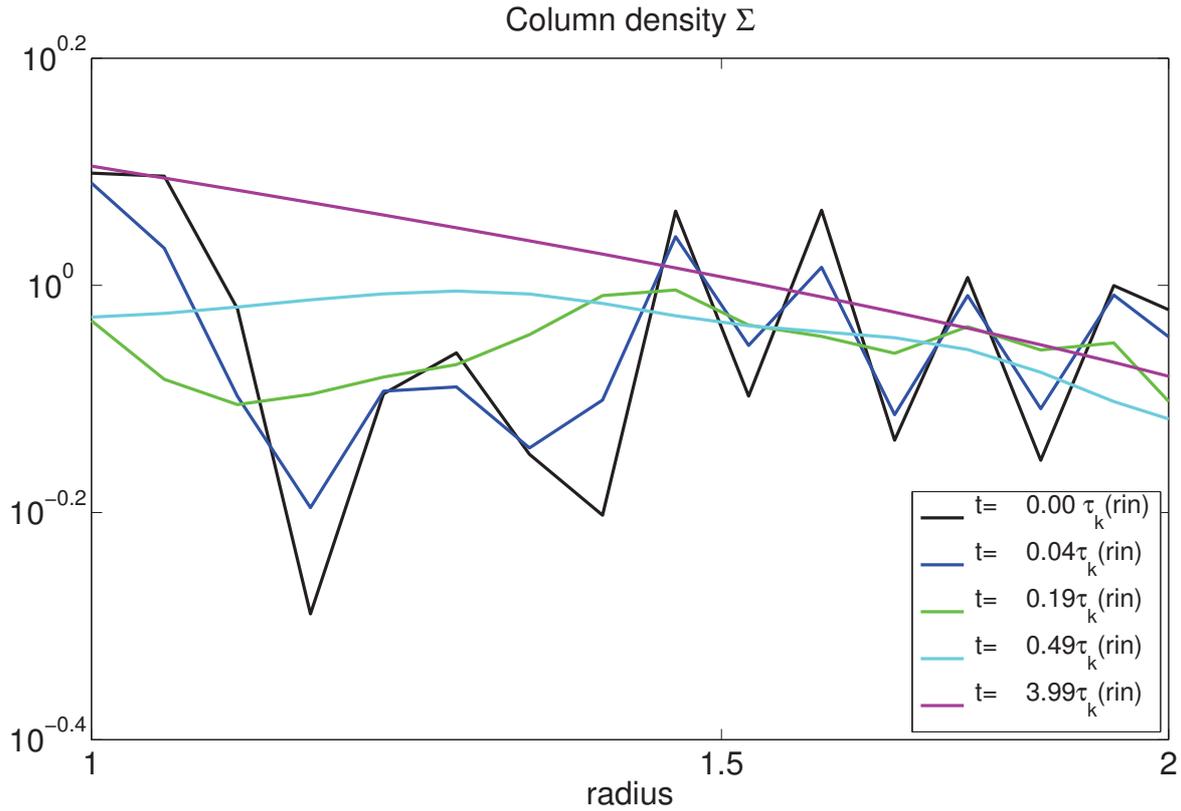
Le cas inverse d'une magnétisation trop importante dans le disque (due à une densité trop faible), converge également vers un équilibre *via* le mécanisme inverse : diminution de B_z dans les rayons internes qui implique une diminution de la vitesse d'écoulement dans cette zone, et donc une augmentation de la densité jusqu'à ce que la magnétisation converge vers $\psi = 1$.



F 8.9 – Evolution d'un JED hors équilibre. Ici la magnétisation est inférieure à la magnétisation d'équilibre, la densité diminue pour permettre à la magnétisation de converger vers sa valeur d'équilibre.

B RÉPONSE DE LA SOLUTION À UN BRUIT BLANC

Afin de vérifier le bon comportement du code, je superpose à la solution stationnaire présentée figure (8.8) un bruit blanc en t et également sur la densité de courant du disque. L'évolution temporelle de la densité est présentée figure 8.10. On vérifie bien qu'on converge vers la solution d'équilibre, la perturbation est amortie.



F 8.10 – Réponse d’un JED soumis à un bruit blanc. Les temps sont exprimés en temps képlériens au bord interne ($r = 1$)

C DOMAINE INSTABLE DU JED PUR

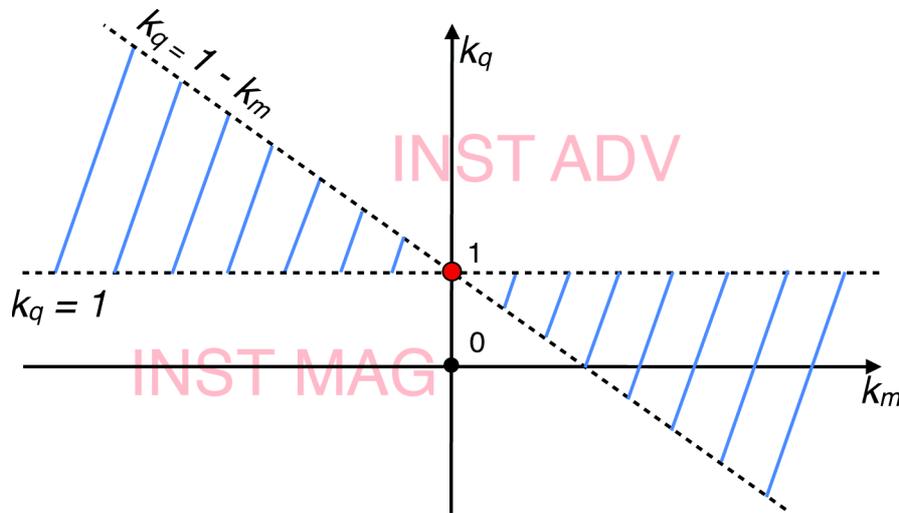
Je rappelle le critère de stabilité sur les coefficients k_q et k_m déterminé chapitre (5) :

Si $k_m = 0$: $1 < k_q < 1 + k_m$.

Si $k_m > 0$: $1 + k_m < k_q < 1$.

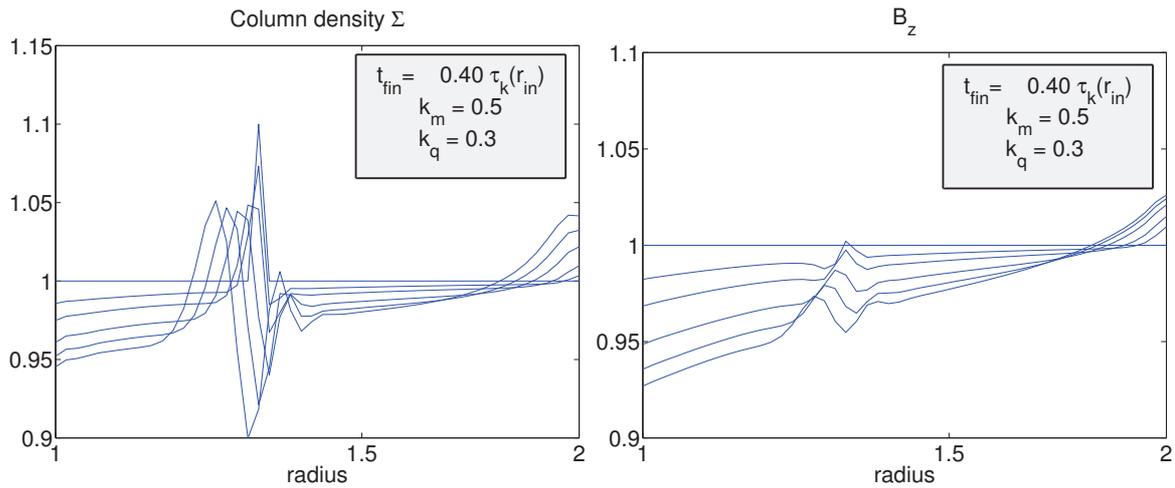
Bien que l’analyse WKB ait été faite en utilisant les dérivées logarithmiques de m et q par rapport à la magnétisation, je raisonne ici en fonction des coefficients k_m et k_q utilisés dans le modèle. Un diagramme de stabilité dans l’espace $(k_m; k_q)$ équivalent à la figure (5.1) est présenté figure (8.11). La zone hachurée correspondant à la zone stable. Le demi-plan supérieur correspond à l’instabilité que nous avons interprété comme une instabilité advective : la vitesse d’accrétion augmente avec la densité (pour un champ magnétique fixé) et inversement. Pour $k_m = 0$, cette instabilité doit se manifester pour $k_q < 1$. Pour $k_m > 0$, elle doit se manifester pour $k_q < 1 + k_m$. Le demi-plan inférieur correspond à l’autre instabilité que nous avons interprétée comme une instabilité magnétoresistive : une augmentation de la magnétisation d’équilibre entraîne une advection du champ magnétique qui elle-même entraîne une augmentation de la magnétisation (et inversement). Si $k_m = 0$, l’instabilité se manifeste pour $k_q > 1 + k_q$. Et si $k_m > 0$, elle se manifeste pour $k_q > 1$. Je vais étudier ici chacun de ces domaines, pour voir d’une part s’il s’agit bien de la même instabilité pour chacun d’entre eux, et également pour voir si l’interprétation donnée est cohérente avec les résultats numériques. J’ai effectué la même normalisation que pour l’étude

numérique des instabilités d'un SAD section précédente.

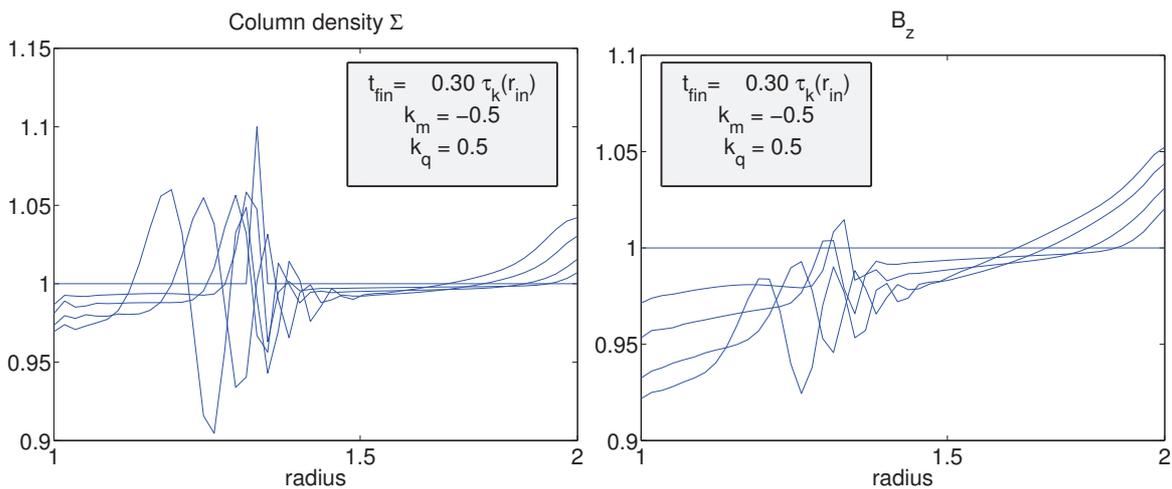


F 8.11 – Diagramme de stabilité dans l'espace $(k_m; k_q)$. La partie hachurée correspond au domaine stable. Le demi-plan supérieur (INST ADV) a été interprété comme une instabilité advective, le demi-plan inférieur a quant à lui été interprété comme une instabilité magnéto-résistive.

Instabilité magnéto-résistive. Je présente ici deux résultats dans le domaine supposé instable. L'une pour le couple $(k_m = 0.5; k_q = 0.3)$ figure (8.12), et l'autre pour $(k_m = 0.5; k_q = 0.5)$ figure (8.13). On observe le même type de comportement instable pour chacune des simulations, ce qui semble tout d'abord confirmer qu'on a bien affaire à la même instabilité. La hausse imposée de densité est effectivement amplifiée, et on observe une perturbation locale du champ magnétique associée à cette perturbation en densité. De plus, à l'évolution locale s'ajoute une évolution globale puisqu'on observe également un évolution du champ magnétique et de la densité sur tout le disque. Il semblerait donc que cette instabilité calculée *via* l'approximation WKB ne soit pas nécessairement locale. Ceci semble cohérent dans la mesure où l'interprétation faite ne préjuge pas de la longueur de perturbation. En revanche, on observe une augmentation du champ magnétique au bord externe du disque. Il ne s'agit probablement pas d'une augmentation due à un reflux du champ qui s'accumule au bord externe du disque, mais plutôt d'un effet de bord. En effet, le champ magnétique tend à diminuer dans le disque ce qui est associé à une diminution des courants dans celui-ci. Or, la distribution de courants dans la ghost-zone externe n'évolue pas. La superposition des champs générés par ces courants (dans le disque et dans la ghost zone) aurait donc tendance à provoquer une augmentation du champ magnétique au bord externe du disque.



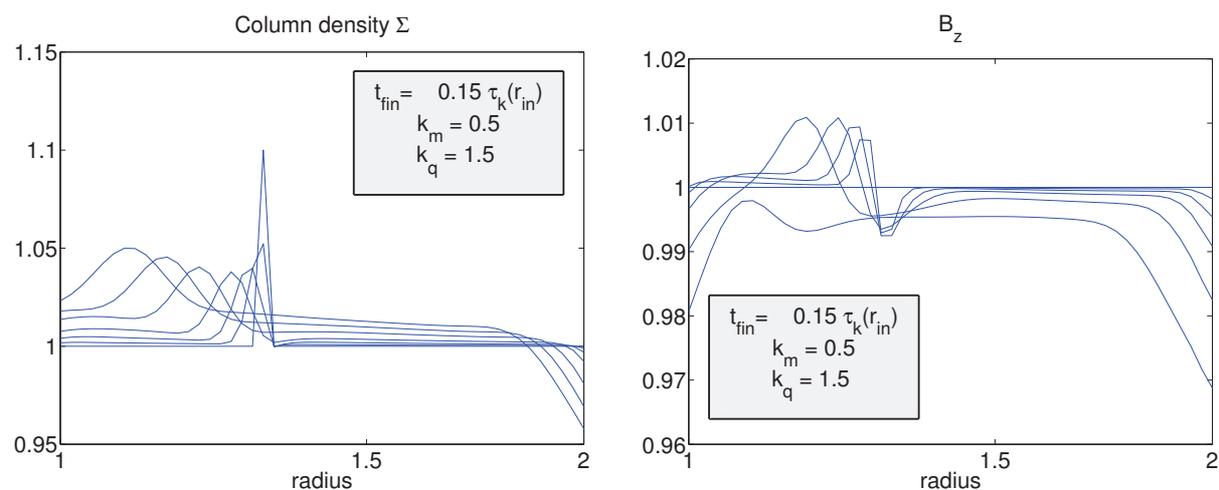
F 8.12 – Simulation numérique de l’instabilité magnéto-résistive : cas ($k_m = 0.5 ; k_q = 0.3$). À gauche, l’évolution de la densité surfacique, et à droite celle du champ magnétique vertical. La perturbation est effectivement amplifiée, et on observe une évolution globale de la densité et du champ magnétique.



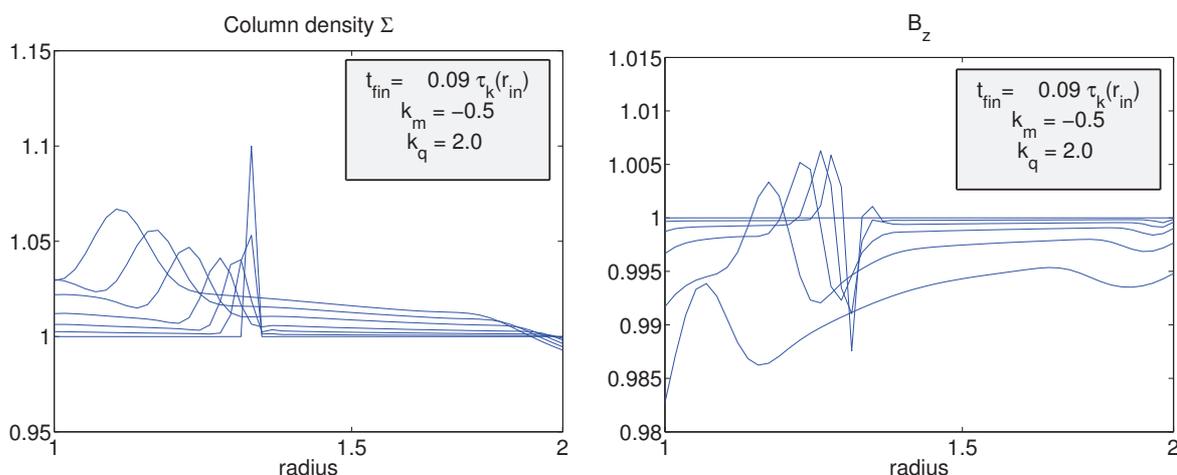
F 8.13 – Simulation numérique de l’instabilité magnéto-résistive : cas ($k_m = -0.5 ; k_q = 0.5$). On observe le même comportement que sur la figure 8.12.

Instabilité advective. Le domaine supposé instable advectivement correspond au demi-plan supérieur (INST ADV) de la figure (8.11). Je présente deux simulations : l’une pour le couple ($k_m = 0.5 ; k_q = 1.5$), et l’autre pour le couple ($k_m = 0.5 ; k_q = 2.0$). Cette fois-ci la perturbation locale en densité n’est pas amplifiée. Il était prévu que la perturbation en densité évolue en une onde se propageant avec le fluide, jusqu’à formation d’un front de choc. On observe bien une advection de la perturbation en densité vers l’intérieur, mais celle-ci s’étale et s’amortit. Nous en concluons que cette instabilité ne peut se développer ici en raison de la trop forte dissipation du code. En effet, pour rendre le schéma stable, j’ai dû introduire de la dissipation numérique dans le schéma d’évaluation du taux d’accrétion dû au couple magnétique (qui ici est le seul présent). Or, nous avons vu au chapitre (5) qu’en présence de

viscosité l'instabilité advective n'est pas mise en évidence par l'analyse WKB. De plus, un front de choc est extrêmement sensible à la viscosité qui a tendance à lisser les discontinuités. Par conséquent, il serait intéressant pour des travaux futurs, d'étudier cette instabilité à l'aide d'un schéma numérique moins dissipatif. Ceci nécessiterait l'utilisation de formules d'ordre plus élevé. On observe pour le champ magnétique une perturbation locale en forme de sinusoïde. Ceci est cohérent avec une augmentation locale de la vitesse d'advection du flux. On observe de plus une évolution globale du disque qui s'éloigne de la solution d'équilibre, avec un comportement au bord externe du disque probablement du même type que celui observé pour les simulations de l'instabilité magnéto-résistive (type e et de bord).



F 8.14 – Simulation numérique de l'instabilité magnéto-résistive : cas ($k_m = 0.5$; $k_q = 1.5$). Bien qu'on observe une advection de la discontinuité en densité, celle-ci est progressivement amortie. Une perturbation en champ magnétique se développe autour de la perturbation en densité. On l'interprète par la réponse du champ magnétique à la perturbation locale de la vitesse d'advection du champ vertical, perturbation induite par la densité. On observe une évolution globale du disque, ainsi qu'un comportement spécifique au bord externe du disque probablement dû à un e et de bord.



F 8.15 – Simulation numérique de l'instabilité magnéto-résistive : cas ($k_m = 0.5$; $k_q = 2.0$). Mis à part au bord externe du disque, on observe le même comportement que pour la figure (8.14).

3 BILAN DES CONDITIONS AUX LIMITES

Bilan pour le flux magnétique. Pour le flux magnétique il est nécessaire de considérer des ghost-zones étendues pour éviter des discontinuités de champ magnétique. On aura :

Bord externe. Quel que soit le régime de disque au bord externe, on emploie le même type de condition dans la ghost-zone externe : on impose une distribution de courant J^{SG} sous la forme

$$J^{SG} = J^S(r_{out}) \frac{r}{r_{out}} \tag{8.18}$$

où J^S est la loi de puissance à l'équilibre de B_z pour le régime de disque au bord externe. Pour un régime de JED au bord externe, on aura systématiquement $J^S = 5/4$. Si l'extérieur du disque est en régime de SAD, la valeur de J^S dépend du paramètre β (figure 3.7), qui vérifie pour un SAD $\beta = \frac{3}{2} P_m$.

Bord interne. On impose les distribution en vitesse et en densité magnétique dans la ghost-zone interne. Dans le cas d'un JED interne on aura (équation 8.15)

$$\frac{m_s(r)}{m(r)} = \frac{m_s(r_{in})}{m(r_{in})} \tag{8.19}$$

Si on a un régime de SAD au bord interne de la zone dynamique, on imposera cette fois (équation 8.5) :

$$\frac{m_s(r)}{m(r)} = \frac{m_s(r_{in})}{m(r_{in})} \left(\frac{r}{r_{in}} \right)^{k_{ms}} \tag{8.20}$$

avec $k_{ms} = k_v \frac{2}{1} \frac{5}{k_v} \frac{2}{k_v}$ et $k_v = \beta$.

Bilan pour la masse. Pour la densité, il suffit de connaître les flux de masse entrant et sortant du disque. Quel que soit le cas, un seul point de ghost-zone est nécessaire.

Bord interne. Dans le cas d'un SAD interne, on impose $F_0 = F_1 = [3 - \beta](r_1)$. Connaissant F_0 , on peut évaluer le flux de masse sortant au bord interne du disque $\dot{M}_{1,2}$. Si on a un JED interne, on impose $\dot{M}_0 = \dot{M}_1 \frac{r_0}{r_1} \frac{1}{2}$, ce qui permet d'évaluer $\dot{M}_{1,2}$.

Bord externe. Si le bord externe du disque est en régime de SAD, on peut soit imposer le taux d'accrétion $\dot{M}_{N,1,2}$ entrant dans le disque, soit imposer la densité $\rho_{N,1}$ qui permet de calculer $\dot{M}_{N,1,2}$. Dans le cas d'un régime externe de JED, on impose $\rho_{N,1}$ de manière à avoir $\rho_{N,1} = \rho_N$. Sinon on impose $\rho_{N,1}$ à condition de connaître sa valeur à l'équilibre.

Chapitre 9

Configuration SAD JED

Sommaire

1	Caractéristiques de la transition	159
1.1	Recherche d'une condition initiale	161
2	Résultats	163
2.1	Étude pour $\beta = 0.1$	163
2.2	Étude pour $\beta = 0.01$	170
3	Bilan	174

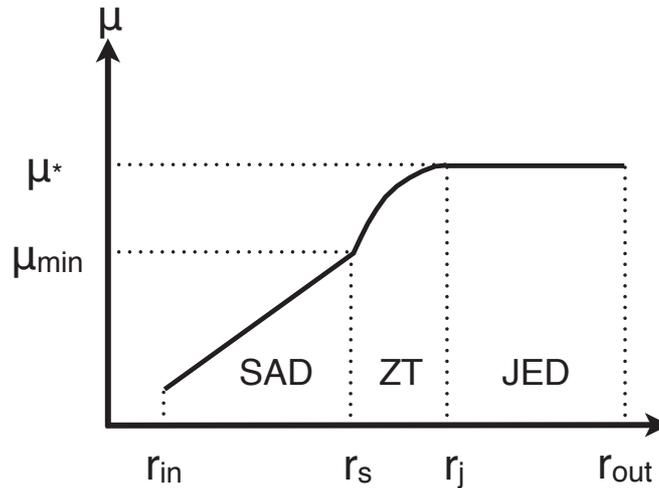
1 CARACTÉRISTIQUES DE LA TRANSITION

Une configuration SAD JED est par définition un disque pour lequel on a un régime de SAD établi dans une portion interne du disque, un JED dans une portion externe et nécessairement une zone de transition entre les 2 régimes. Les solutions stationnaires de JED et de SAD obtenues amènent naturellement à étudier cette configuration. En effet, on sait depuis Ferreira & Pelletier (1995) qu'on peut obtenir des régimes stationnaires de JED pour des magnétisations de l'ordre de l'unité. Pour les disques standards, la caractérisation de coefficients de transport turbulents semble montrer que le nombre de Prandtl magnétique est de l'ordre de l'unité. Ce qui implique nécessairement pour des disques fins ($\beta \ll 1$) une magnétisation qui croît extrêmement rapidement vers l'extérieur dans un SAD (voir section 1 du chapitre 3 pour les dépendances radiales d'un SAD). Finalement, on peut assez naturellement envisager un SAD interne, avec une magnétisation croissante avec le rayon jusqu'à ce qu'elle atteigne une magnétisation de déclenchement d'un jet. On observerait alors sur une certaine extension radiale une zone de transition où le couple visqueux et le couple magnétique dû au jet sont d'importance comparable ; puis, toujours avec les rayons croissants, on atteindrait finalement un JED avec une magnétisation de l'ordre de l'unité. Pour cette transition, j'utiliserai la même terminologie que celle utilisée chapitre (4) (section 3) schématisée figure 9.1 :

β_{min} la magnétisation de déclenchement d'un jet. En dessous de cette valeur, le couple magnétique est rigoureusement imposé nul.

r_s est le rayon où la magnétisation atteint μ_{min} , valeur de déclenchement du jet. En-dessous de ce rayon on est donc dans un régime de SAD.

r_j est le rayon à partir duquel la magnétisation atteint la magnétisation d'équilibre du JED. Au-delà de ce rayon, on est à proprement parler dans un JED (couple magnétique dominant mais couple visqueux non posé nul).



F 9.1 – Schéma d'un transition SAD JED. Pour $r < r_s$, on est dans un SAD, avec un magnétisation croissante vers l'extérieur. En $r = r_s$ la magnétisation atteint μ_{min} , valeur seuil de déclenchement d'un jet. On observe une zone de transition pour $r_s < r < r_j$. Au-delà de r_j on est à la magnétisation d'équilibre du JED $\mu = 1$.

En $r = r_s$ le couple magnétique se déclenche. Pour garantir un taux d'accrétion uniforme, le couple visqueux doit nécessairement avoir un e et "d'accélération", c'est-à-dire que la composante visqueuse du taux d'accrétion est négative (*i.e.* le couple est excréteur). Cet e et diminue avec les rayons croissants jusqu'à ce qu'on atteigne le régime de JED avec une magnétisation de l'ordre de l'unité. Le premier objectif est d'étudier s'il est possible d'obtenir des configurations stationnaires de transition SAD JED avec le modèle développé (notamment avec une magnétosphère potentielle), et si oui à quelles conditions. Ensuite, il sera question d'étudier les critères d'évolution d'une telle transition dans le cas où elle est non stationnaire .

Prescriptions utilisées.

$h = r$ avec μ une constante.

$v = v_0 k_v$ avec v_0 et k_m des constantes.

$m = v P_m$ avec P_m cte

$q = q_0 k_q$ pour $\mu < \mu_{min}$, 0 sinon. Avec q_0 et k_q des constantes.

Je ne considérerai pas de magnétisation μ_{max} à partir de laquelle le couple magnétique s'annule. Néanmoins, ce n'est pas problématique car la magnétisation restera au plus égale à 1. On ne sera pas confronté à des situations où la magnétisation devient trop importante. Pour l'ensemble

des simulations réalisées, les paramètres suivants seront toujours les mêmes :

$$\begin{aligned} k_v &= 0.5 \\ v_0 &= 1.0 \\ k_q &= 0.8 \\ \min &= 0.1 \end{aligned} \quad (9.1)$$

Je choisis de plus une magnétisation d'équilibre du JED égale à 1. Ce qui implique pour chaque simulation la valeur de q_0 . En effet dans le JED la loi de puissance $B_z \propto r^{5/4}$ implique un unique q_0 . Si la magnétisation du JED vaut 1, on trouve nécessairement (équation 4.32)

$$\frac{3}{2} P_m = 2q_0 P_m \quad (9.2)$$

On en déduit directement :

$$q_0 = \frac{1}{2} \frac{3}{P_m} \quad (9.3)$$

Les 2 paramètres restants sont le Prandtl magnétique P_m et l'épaisseur du disque δ . L'étude que je présente porte sur un espace de paramètres en P_m et δ . J'étudierai 3 valeurs différentes de δ , 10^{-1} , 10^{-2} et 10^{-3} . Pour chaque δ , les valeurs de P_m étudiées seront telles que $0.1 \leq P_m \leq 0.4$. Il s'agit donc d'une exploration sur un certain domaine de l'espace des paramètres ($P_m; \delta$). La pertinence de l'étude sur P_m apparaîtra dans les résultats.

1.1 RECHERCHE D'UNE CONDITION INITIALE

Pour étudier une telle configuration, il faut implémenter une condition initiale. Il s'agit dans le jargon d'un "guess" supposé être proche de la configuration d'équilibre (si elle existe). La certitude la plus solide concernant cette transition porte sur le profil de magnétisation dans le disque. Je considère que loin de la transition dans la partie standard, la magnétisation suit la loi de puissance prédite analytiquement, et dans la partie éjectante on prédit une magnétisation constante. Comme point de départ, j'impose une distribution de magnétisation respectant ce "guess" (voir figure 9.2). La distribution en densité $\dot{M}(r)$ satisfaisant un taux d'accrétion constant. On a en effet

$$\dot{M} = 2\pi r \dot{m}_s C_s \quad (9.4)$$

où le produit \dot{m}_s peut s'écrire (équation 3.32) :

$$\dot{m}_s = \frac{3r^{3/2}}{k} \left(\frac{v}{v_0} r^{1/2} \right)^{-2} q \quad (9.5)$$

La hauteur $h(r)$ est imposée via $\dot{m}_s(r)$, de même $\dot{M}(r)$ est imposé. Les distributions radiales de v et q sont donc connues. On voit donc que $\dot{M} = \dot{M}(r)$ se résume à une équation différentielle aux dérivées partielles en r . On peut donc déduire la distribution $\dot{M}(r)$ garantissant $\dot{M} = \dot{M}(r)$ en résolvant cette équation par une méthode de Runge-Kutta. Connaissant $\dot{M}(r)$ et $\dot{m}_s(r)$, on en déduit $B_z(r)$ et donc $a(r)$. Cependant, la manière dont est résolue cette équation ne correspond pas rigoureusement à la manière dont est discrétisé numériquement le taux d'accrétion. On peut donc s'attendre à observer des écarts à l'état voulu. La figure 9.2, montre un exemple de

"guess". Le disque s'étend sur 2 décades ($1 < r < 100$), on a $\beta = 0.1$, $P_m = 1.0$ et $q_0 = 0.64$. Pour des rayons allant de 1 à 6, on est dans le SAD, la zone de transition se situe entre $r = 6$ et $r = 10$, et au delà on est dans le JED. La zone de transition présente donc pour largeur caractéristique $r = r$. La masse subit une décélération lors de la transition allant du JED vers le SAD (vers l'intérieur du disque). Le couple magnétique est encore présent, c'est la viscosité qui joue ce rôle en produisant un couple positif (formellement une accélération). Ce dernier permet de "contrer" le couple magnétique jusqu'à ce qu'on atteigne un nombre de Mach sonique compatible avec un disque standard (formellement $3 < 2 < v$). On voit bien l'écart entre le "guess" et la discrétisation du code au niveau de la transition, puisqu'on y observe un nombre de Mach sonique négatif au niveau où le couple magnétique "s'allume". Il pourrait sembler plus judicieux ici d'évaluer un état initial garantissant un taux d'accrétion constant sur tout le disque, ce qui nécessiterait d'utiliser un algorithme de type Newton. Néanmoins, comme on ne considère pas le transport du flux magnétique ici, cette "estimation" est vouée à évoluer, je n'ai donc pas cherché à implémenter une condition initiale plus "perfectionnée".

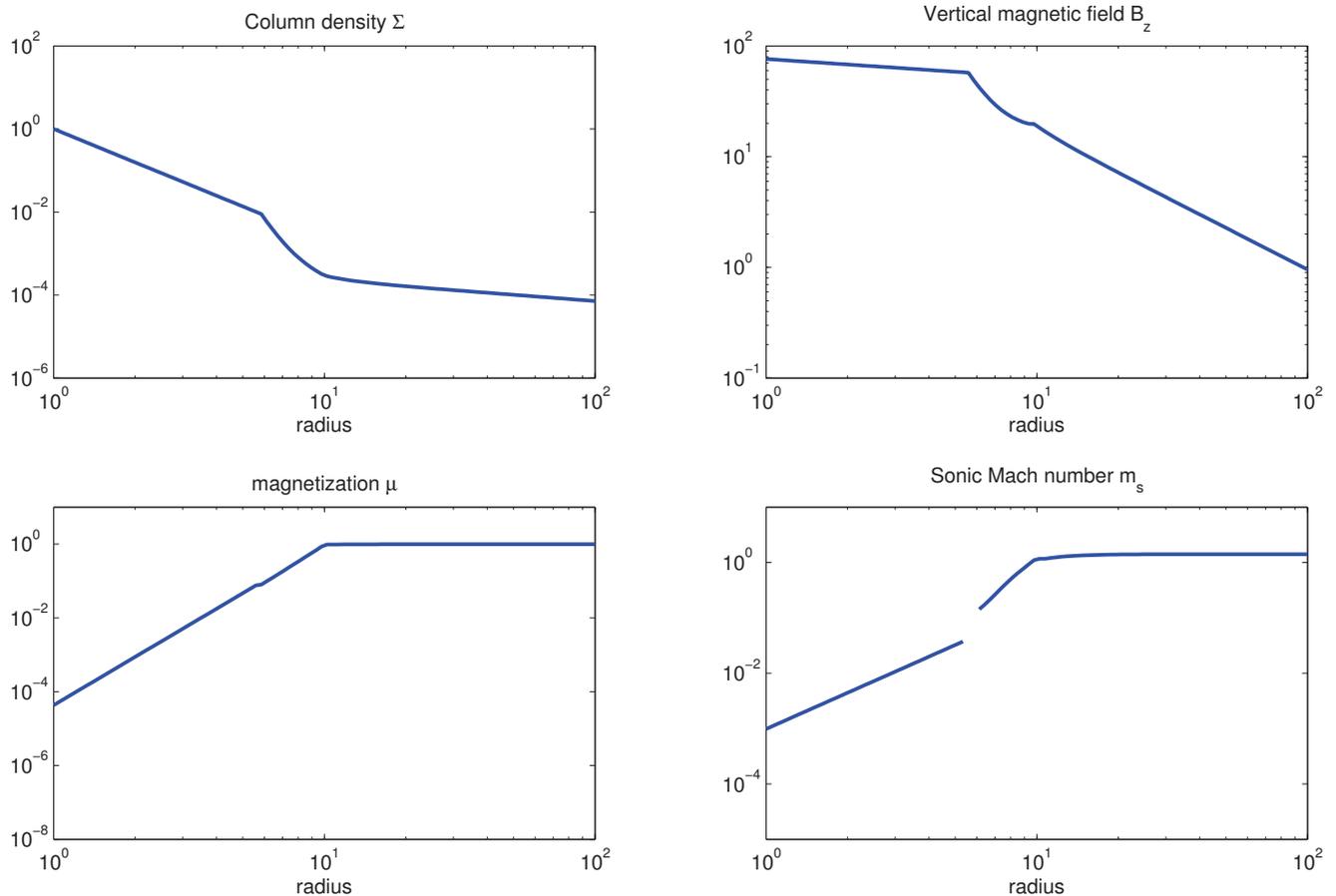


FIGURE 9.2 – Exemple d'état initial de régime SAD JED implémenté dans le code. Ici $\beta = 0.1$, $P_m = 1.0$ et $q_0 = 0.64$. Le disque s'étend sur 2 décades en rayon ($1 < r < 100$). Il est calculé de telle sorte que le taux d'accrétion est constant dans le disque. La zone où $\beta > 1$ constitue la partie "standard" (couple magnétique absent). La zone de transition s'étend pour $0.1 < \beta < 1$. Ce "guess" est voué à évoluer, on voit en $r = 6$ et en r_s un nombre de Mach sonique négatif, dû à une incohérence entre cette estimation et la discrétisation effective.

Pour les conditions aux limites au bord externe en B_z , j'ai choisi d'imposer un champ externe compatible *via* une distribution de courant compatible avec un JED ($J^{SG} = J^S(r_{out}) \frac{r}{r_{out}}^{5/4}$). La ghost-zone externe s'étend sur 3 décades en rayon, pour éviter tout effet de bord qui pourrait influencer l'évolution temporelle de la simulation. Pour la ghost-zone interne je définis une zone cinématique sur une décade. Pour la masse, puisque le JED externe est initialisé pour être stationnaire, j'impose simplement la densité au bord externe. Quand au bord interne, j'utilise une condition aux limites conditionnelles : si le couple magnétique est nul au bord interne du disque, c'est une condition de type SAD, s'il est non nul, une condition de type JED (cf section 3 de ce chapitre). Les ghost-zones ne seront pas présentées sur les graphes, on y voit uniquement la zone dite "active", où la dynamique (coefficients de transport, taux d'accrétion, vitesse radiale, transport du flux) est complètement calculée.

J'ai tout d'abord lancé un ensemble de simulations avec $\tau = 0.1$ avec différentes valeurs de $1 \leq P_m \leq 4$. Sur toutes les figures présentées, l'échelle de temps τ_{acc} correspond au temps d'accrétion au bord externe du disque défini suivant

$$\tau_{acc} = \frac{r_{out}}{u_0(r_{out})} \quad (9.6)$$

2 RÉSULTATS

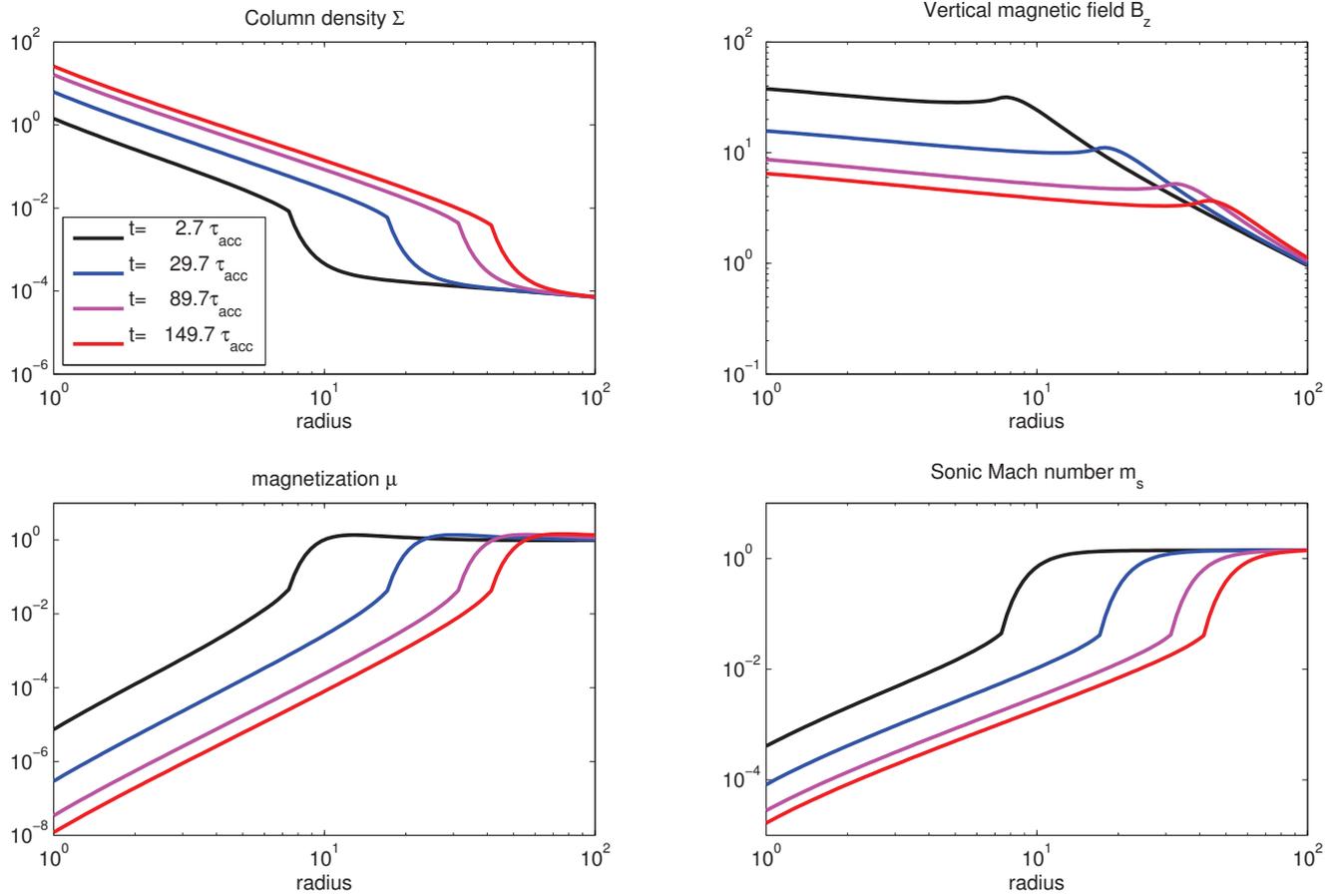
2.1 ÉTUDE POUR $\tau = 0.1$

Dans toutes les simulations, la dynamique est extrêmement lente : il faut plusieurs dizaines de temps d'accrétion au bord externe du disque pour observer des variations significatives des grandeurs. On met en évidence des états stationnaires pour $P_m = 2.75$ à 0.25 . À condition qu'on puisse justifier physiquement la non-stationnarité des autres simulations, cela signifie que le guess n'est pas trop éloigné de la solution stationnaire. Pour des P_m supérieurs, le JED est advecté (r_s diminue) et s'établit sur l'intégralité du disque, pour des P_m inférieurs, il est dissipé et c'est la partie SAD qui "l'emporte" (r_s augmente). Je présente ici les résultats de 3 simulations à $\tau = 0.1$: $P_m = 1.0$; 2.5 ; 4.0 .

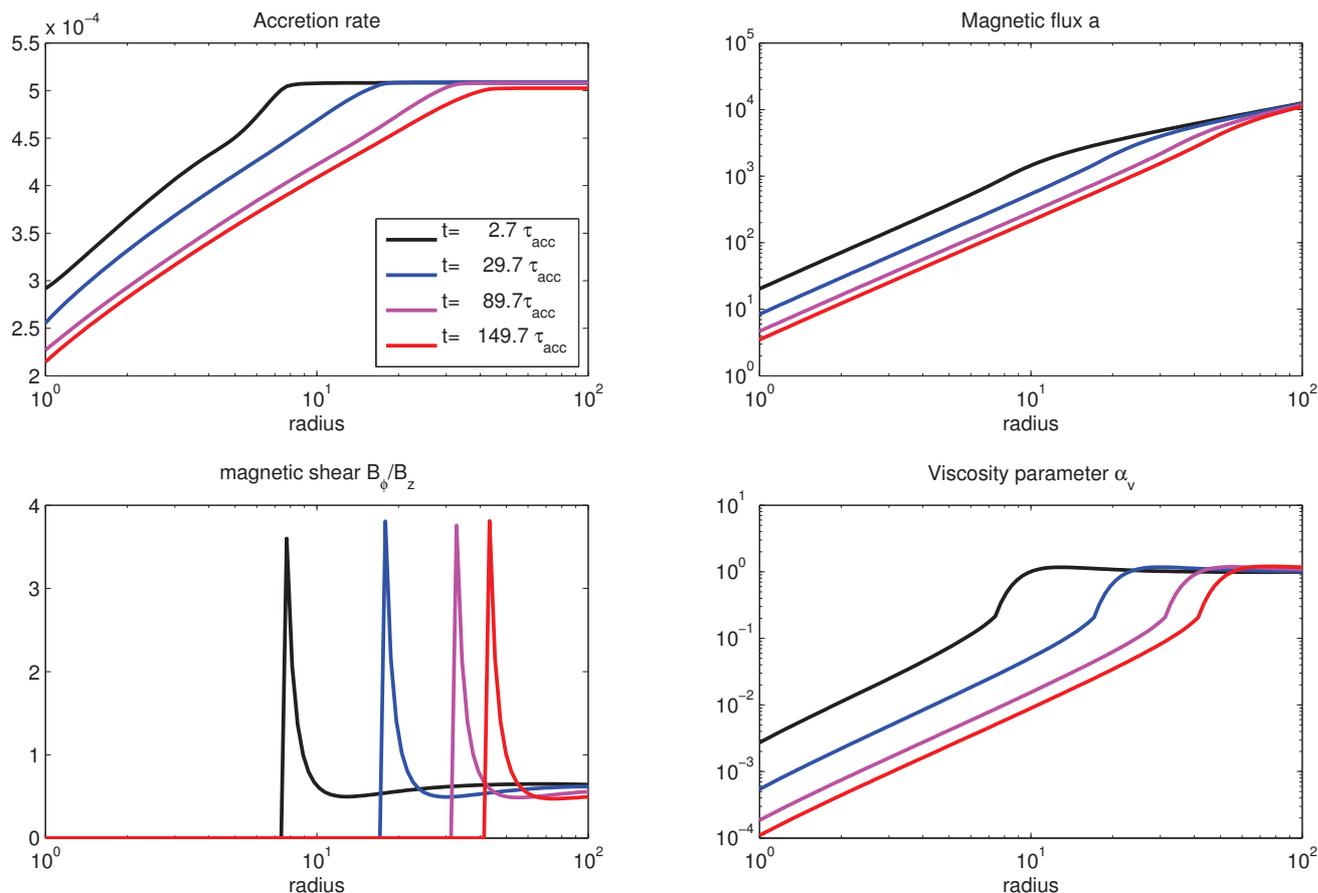
$P_m = 1.0$. Les résultats de cette simulation sont présentés figures 9.3 et 9.4. On voit que sur la figure 9.3, l'interface se déplace clairement vers l'extérieur (le rayon r_s pour lequel \dot{m}_{min} augmente). Quelle est la cause de ce "recul" du JED? On peut voir sur la figure 9.4 que le flux magnétique au bord externe ne varie quasiment pas. Ceci est cohérent avec les études cinématiques réalisées au chapitre (7) (section 1), puisque le disque s'ajuste à la gaine magnétique externe. Il s'agit donc d'une redistribution du flux magnétique dans le disque et non d'une perte de flux vers l'extérieur. La redistribution s'opère au niveau de la zone de transition, le disque n'est donc pas capable de maintenir le flux dans cette zone.

En revanche, on remarque sur la figure 9.4 que le taux d'accrétion dans le SAD et dans la transition est croissant avec le rayon : ceci implique donc une augmentation de la densité dans cette zone et donc une diminution de la magnétisation. On peut alors se demander pour quelle raison le taux d'accrétion dans le SAD chute de cette manière. Ceci sera étudié après avoir observé les résultats suivants.

On remarque également sur ces figures que le temps d'évolution du système est très long (de l'ordre de la centaine de temps d'accrétion au bord externe pour une évolution significative sur une décade en rayon). Ceci est dû au fait qu'on est assez proche du point de stationnarité en P_m .



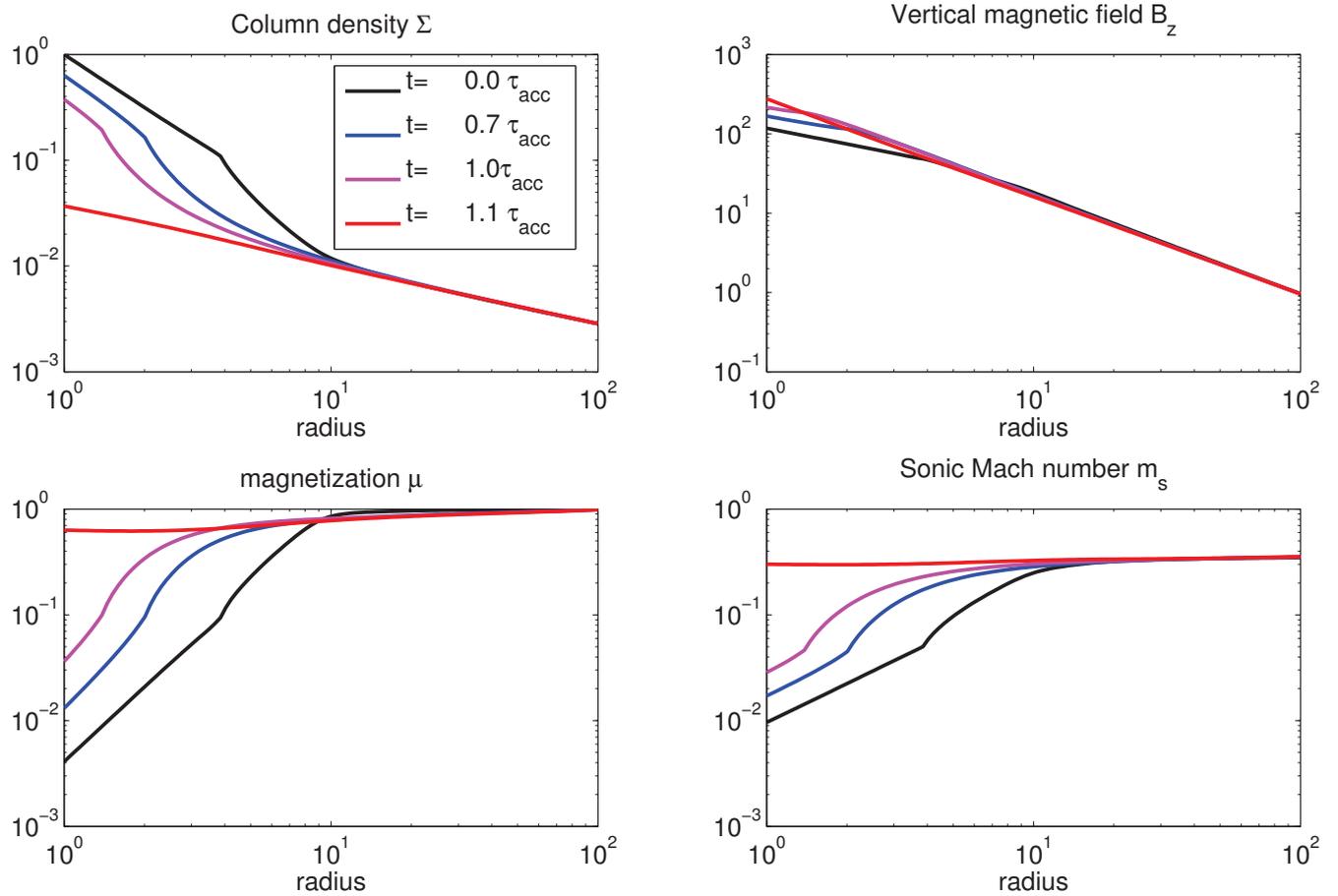
F 9.3 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 10$. En haut à gauche la densité surfacique du disque, en haut à droite le champ magnétique ; en bas à gauche la magnétisation et en bas à droite le nombre de Mach sonique. Chaque grandeur est affichée à quatre instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. On voit clairement que le rayon de transition augmente avec le temps, le JED est progressivement "grignoté" par le SAD.



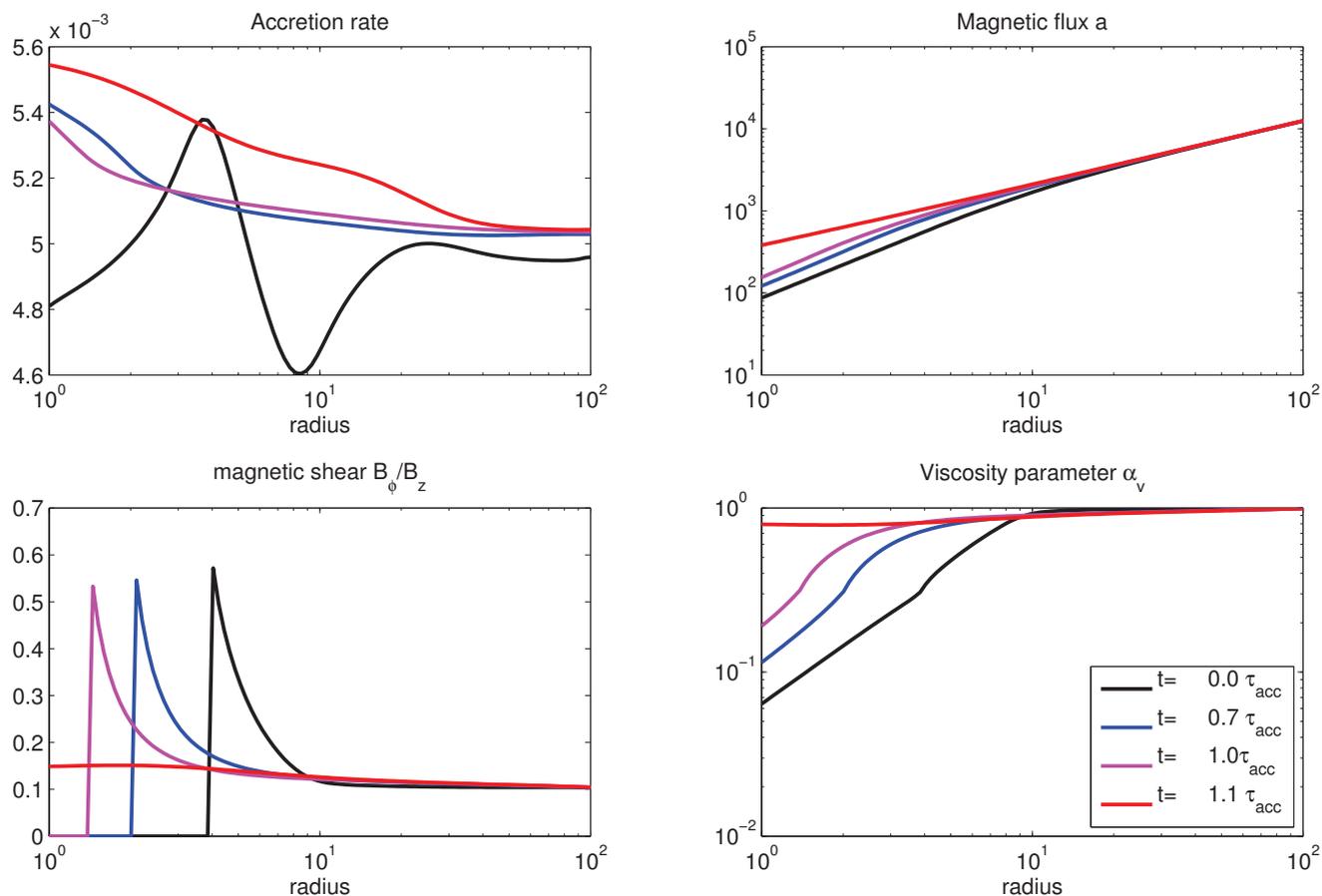
F 9.4 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $P_m = 0.1$ et $P_m = 1.0$. En haut à gauche le taux d’accrétion, en haut à droite le flux magnétique traversant le disque ; en bas à gauche le shear magnétique (q) et en bas à droite α_v . Chaque grandeur est affichée à 4 instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. On voit clairement que le rayon de transition augmente avec le temps.

$P_m = 4.0$. Les résultats de la simulation avec $P_m = 4.0$ sont présentés figures 9.5 et 9.6. On voit que sur la figure 9.5, l’interface se déplace cette fois vers l’intérieur. Le disque évolue jusqu’à ce que r_s atteigne le rayon interne. A cet instant, le couple magnétique est dominant sur tout le disque et le régime de JED s’y établit avec une magnétisation pratiquement constante sur le disque. Comme on pouvait s’y attendre, on remarque sur la figure 9.6 que le flux magnétique au bord externe du disque ne varie que très peu. On peut déjà exclure tout gain de flux magnétique au bord externe du disque comme cause de cette diminution du rayon de transition.

En revanche, on remarque que le taux d’accrétion dans le disque au niveau de la transition est décroissant avec le rayon : ceci implique donc une diminution de la densité dans cette zone et donc une augmentation de la magnétisation. Une nouvelle fois, il semble que la différence entre les taux d’accrétion du SAD et du JED joue un rôle dans l’évolution du rayon de transition, mais il reste encore à trouver l’origine de cet écart.



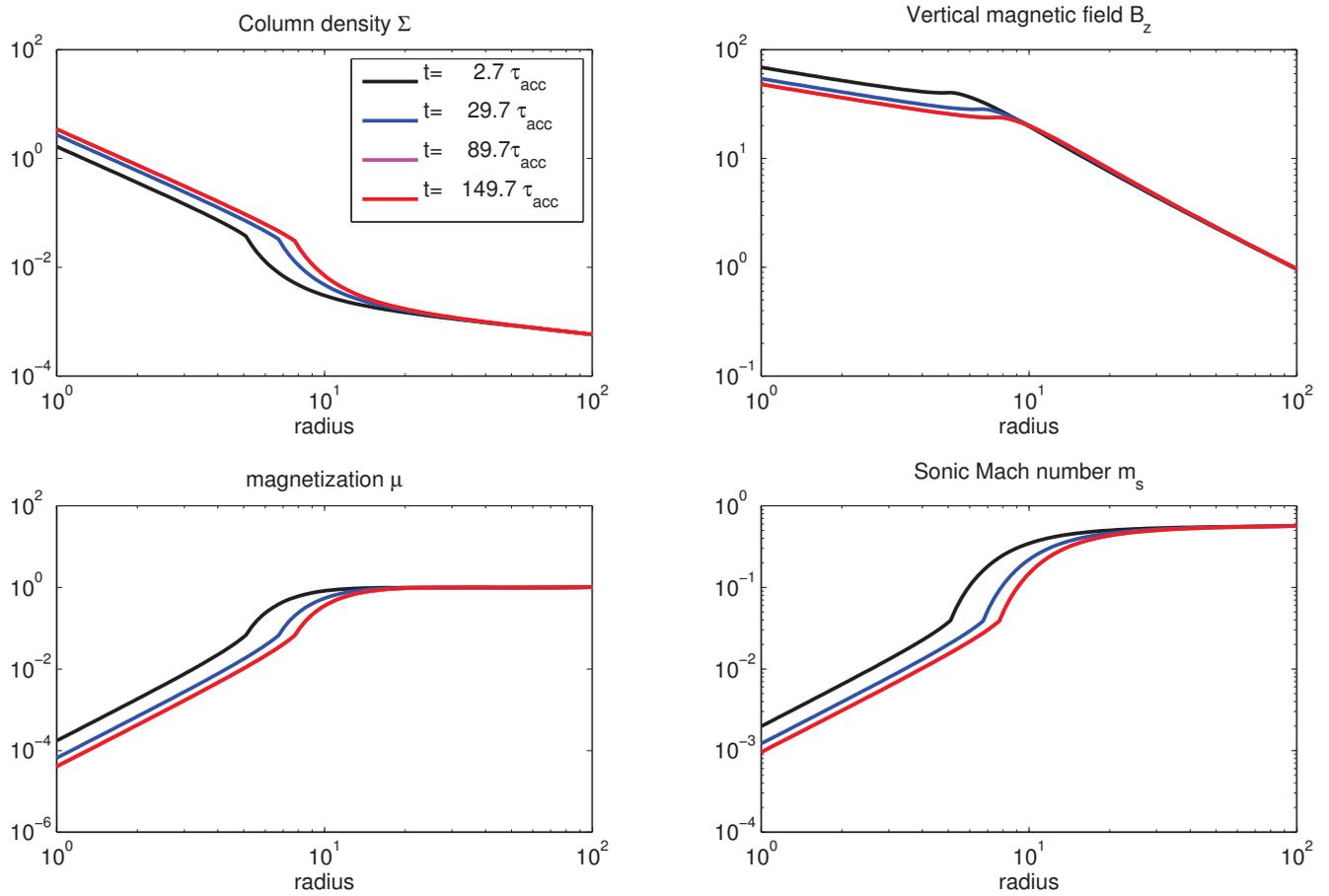
F 9.5 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 4.0$. En haut à gauche la densité surfacique du disque, en haut à droite le champ magnétique ; en bas à gauche la magnétisation et en bas à droite le nombre de Mach sonique. Chaque grandeur est affichée à quatre instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. On voit clairement que le rayon de transition diminue avec le temps. Le disque converge vers un JED.



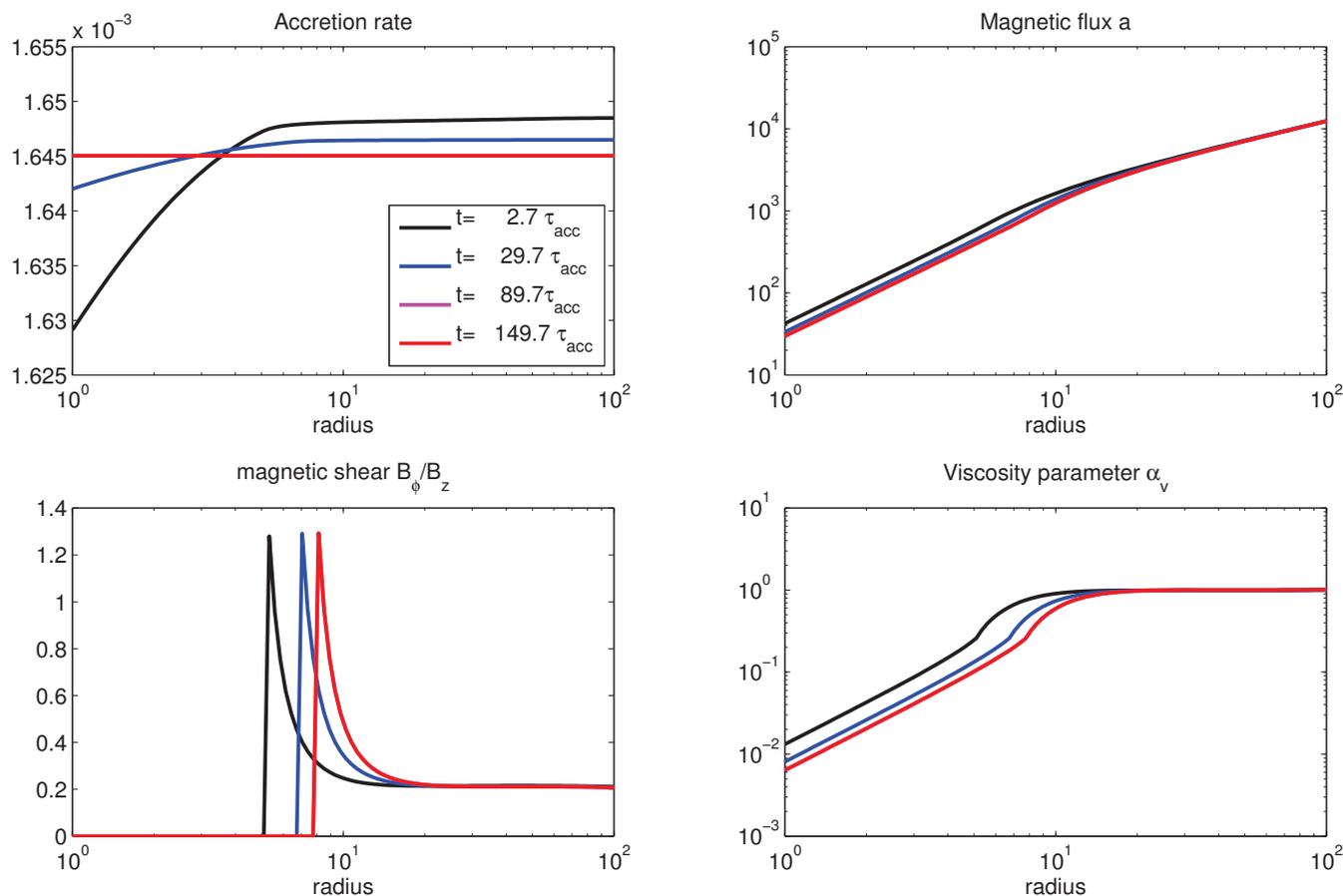
F 9.6 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 4.0$. En haut à gauche le taux d’accrétion, en haut à droite le flux magnétique traversant le disque ; en bas à gauche le shear magnétique (q) et en bas à droite α_v . Chaque grandeur est affichée à quatre instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. On voit clairement que le rayon de transition diminue avec le temps, jusqu’à ce qu’on converge vers un état stationnaire.

On voit donc que pour $\beta = 0.1$ on a déterminé une borne d’encadrement autour d’un (ou de) P_m qui permet(tent) d’aboutir à l’équilibre de la transition.

$P_m = 2.5$: configuration stationnaire. La transition stationnaire est obtenue pour des valeurs proches de $P_m = 2.75$. En effet, je ne présente ici que le résultat pour $P_m = 2.5$, mais on retiendra que j’ai trouvé des états stationnaires pour $P_m = 2.6 ; 2.8 ; 3.0$. Les résultats sont présentés figures 9.7 et 9.8. On observe un régime transitoire pendant lequel le rayon de transition diminue légèrement, puis on atteint un état stationnaire. Cette dégénérescence de paramètres autorisant une configuration stationnaire est probablement due à des effets numériques (dissipation, erreurs et de résolution). Il serait intéressant à l’avenir d’étudier l’effet de la résolution du maillage sur la valeur des P_m qui autorisent une configuration stationnaire, ce qui serait simple à réaliser.



F 9.7 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 2.5$. En haut à gauche la densité surfacique du disque, en haut à droite le champ magnétique ; en bas à gauche la magnétisation et en bas à droite le nombre de Mach sonique. Chaque grandeur est affichée à quatre instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. Les troisième et quatrième courbes se superposent sur chaque graphe.



F 9.8 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 2.5$. En haut à gauche le taux d’accrétion, en haut à droite le flux magnétique traversant le disque ; en bas à gauche le shear magnétique (q) et en bas à droite α_v . Chaque grandeur est affichée à quatre instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque.

Bilan et interprétation des résultats pour $\beta = 0.1$. On a mis en évidence un régime stationnaire de transition SAD JED pour $P_m = 2.75$ à 0.25 . Je résume les évolutions temporelles des rayons de transition pour les différents P_m sur la figure 9.9. Dans toutes les simulations réalisées on a $v = v_0 k_v$, avec v_0 toujours égal à 1 dans les simulations (équation 9.1). La magnétisation m_{min} au rayon r_s étant toujours égale à 0.1, une variation du nombre de Prandtl magnétique $P_m = v_0 m$ correspond donc à une variation de la diffusivité magnétique *via* m . En notant P_m , le P_m garantissant la stationnarité de la transition pour $\beta = 10^{-1}$, si $P_m < P_m$, la diffusion est trop forte et la transition ne peut maintenir le champ magnétique stationnaire. La perte de champ magnétique par le SAD implique une diminution de la magnétisation, qui elle-même implique une diminution de la viscosité et ainsi du taux d’accrétion. Ainsi la densité du SAD augmente ce qui amplifie la diminution de la magnétisation, ce qui implique que la transition ne peut être maintenue. Dans le cas ($P_m > P_m$), c’est le mécanisme inverse qui se produit, le flux magnétique est advecté ce qui implique une hausse de la magnétisation, donc de la viscosité et donc du taux d’accrétion. On comprend ici pourquoi on observe ces variations radiales du taux d’accrétion dans la partie SAD.

Il est nécessaire de continuer l'étude pour d'autres β . En effet, dans le cas $\beta = 0.1$ un état stationnaire de transition est atteint pour P_m de l'ordre de l'unité. On peut alors se demander si toute transition SAD JED stationnaire requiert un Prandtl magnétique de l'ordre de l'unité ou bien si c'est un autre critère qu'il faut alors mettre en évidence. Pour étudier la question, j'ai réalisé un ensemble de simulations identiques aux précédentes, mais avec $\beta = 10^{-2}$ pour la première série, et $\beta = 10^{-3}$ pour la seconde.

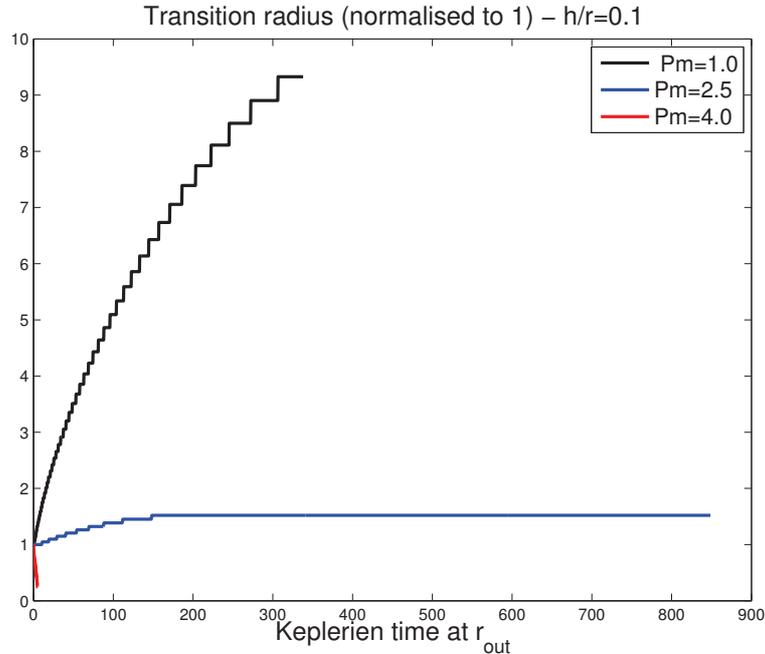
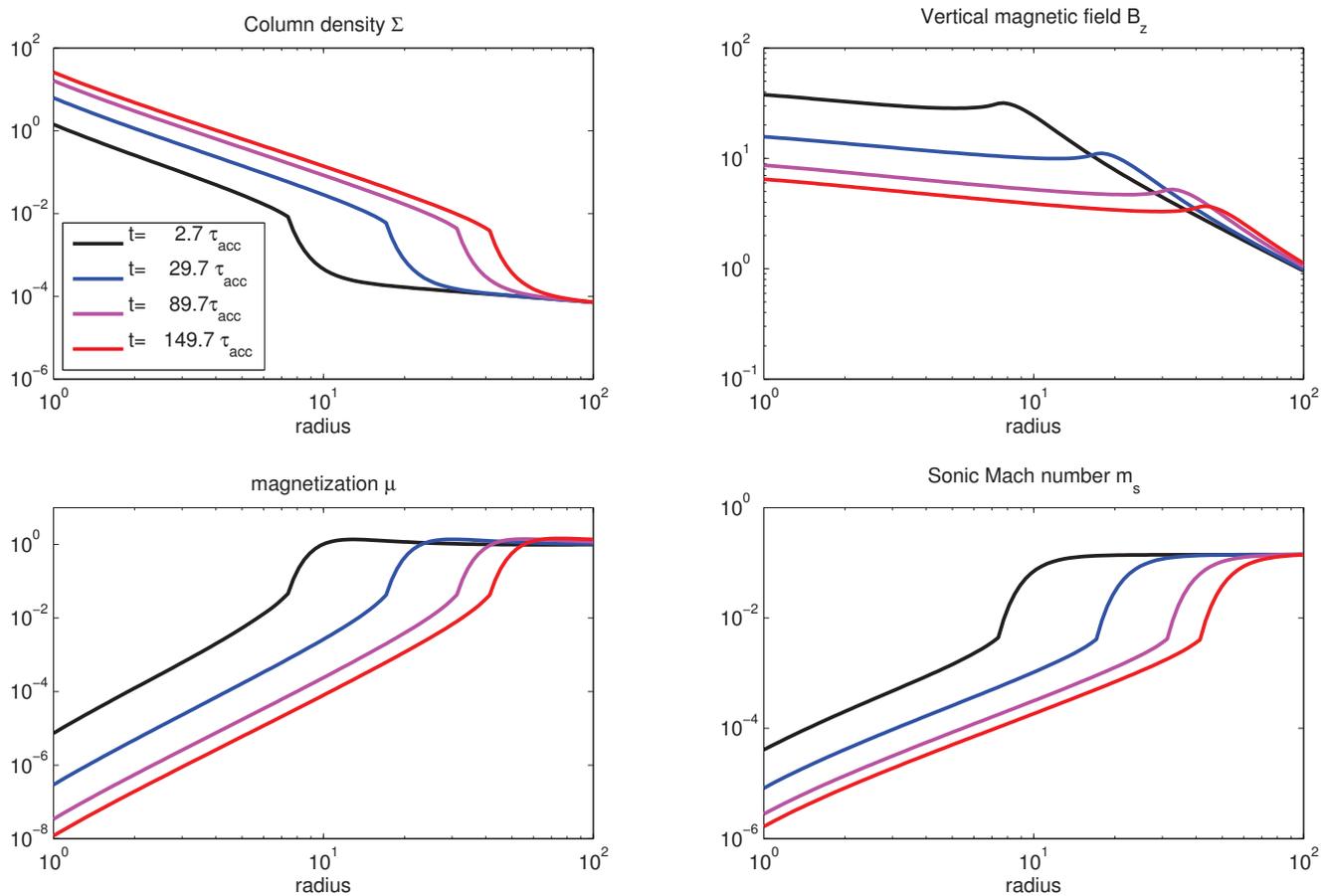


Figure 9.9 – Évolution du rayon de transition SAD JED d'un disque d'épaisseur $h/r=0.1$ pour 3 nombres de Prandtl magnétique : 1.0 ; 2.5 ; 4.0. Pour $P_m = 1.0$, le rayon de transition augmente (courbe noire), on converge vers une configuration stationnaire pour $P_m = 2.5$ (courbe bleu), et pour $P_m = 4.0$, le rayon de transition diminue très rapidement pour atteindre le bord interne du disque (on a donc plus de transition à partir de ce moment).

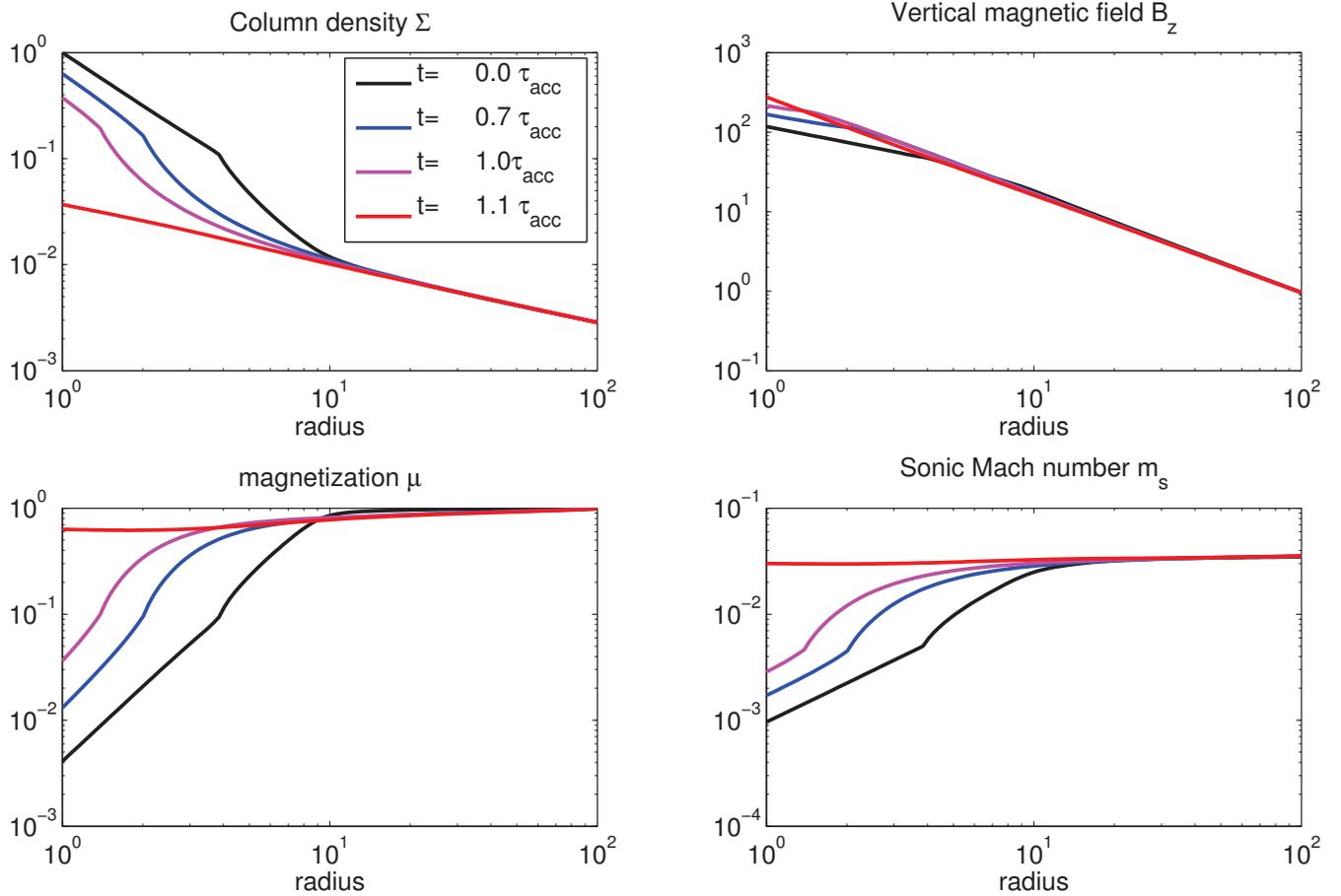
2.2 ÉTUDE POUR $\beta = 0.01$

Pour cette série de simulations, j'ai étudié une gamme de Prandtl magnétique allant de 10 à 40. Je m'intéresse donc à un éventuel critère de stationnarité basé sur P_m car dans ce cas on a $\beta = 0.1$ $P_m = 0.4$ identique à la série précédente donc.

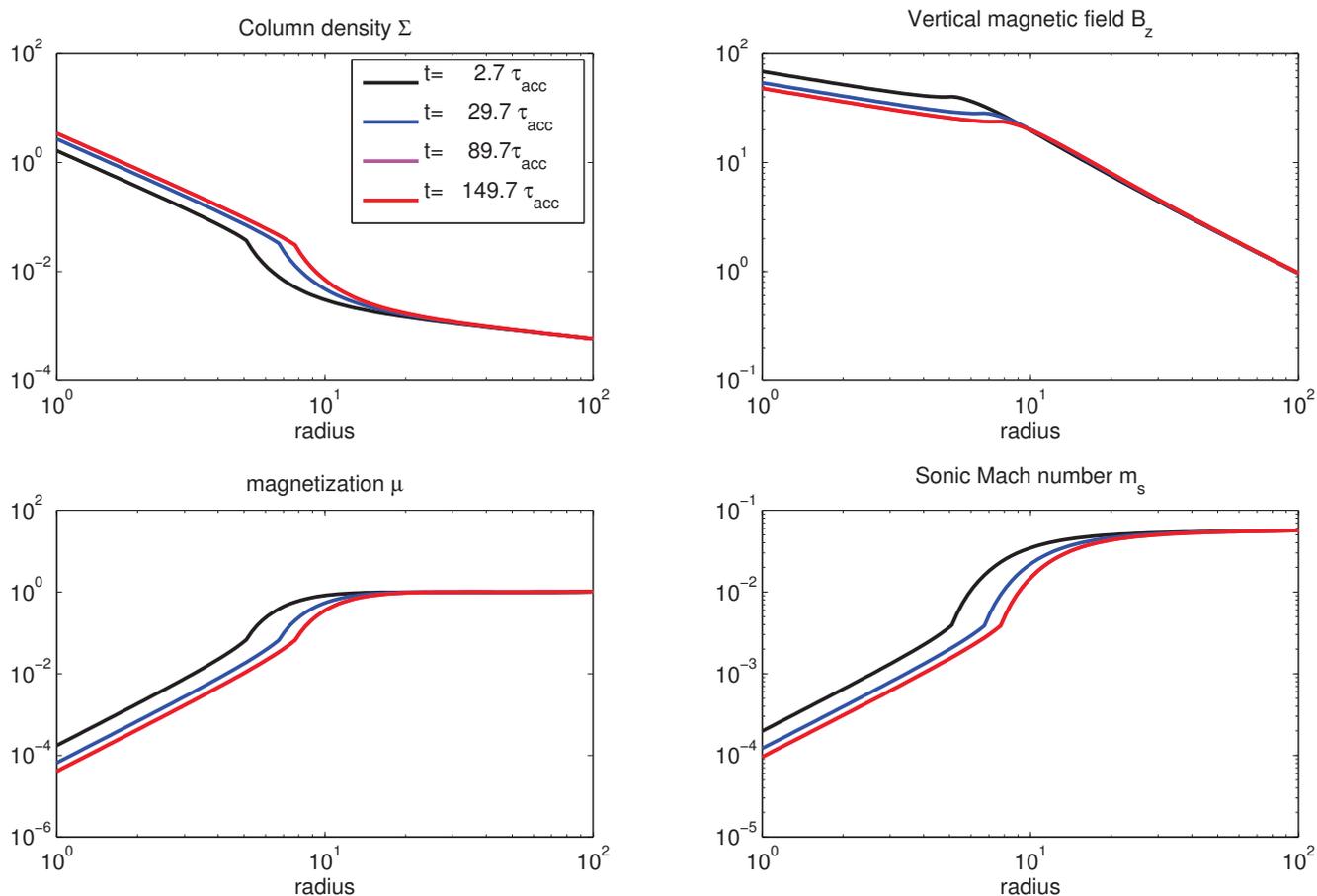
Dans le cas $P_m = 10.0$ et $\beta = 0.01$ on aboutit à des résultats très proches de $P_m = 1.0$ lorsqu'on avait $\beta = 0.1$. Les résultats obtenus sont présentés figure 9.10. On constate qu'on retrouve un comportement quasi identique au cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 1.0$. On remarque également que les temps d'évolution (normalisés au temps d'accrétion au bord externe) sont les mêmes. Ce résultat tend à montrer que le critère déterminant l'évolution d'une transition SAD JED est le paramètre P_m . Si tel est bien le cas, pour $\beta = 0.01$, on devrait observer une advection significative de la transition pour $P_m = 40.0$. C'est effectivement ce qu'on observe figure 9.11. On trouve également un état stationnaire pour $P_m = 27.5$ ≈ 2.5 (figure 9.12).



F 9.10 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\beta = 0.01$ et $P_m = 10.0$. En haut à gauche la densité surfacique du disque, en haut à droite le champ magnétique ; en bas à gauche la magnétisation et en bas à droite le nombre de Mach sonique. Chaque grandeur est affichée à quatre instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. On retrouve des résultats très proches du cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 1.0$, à savoir que le rayon de transition augmente, on a donc un recul du JED vers l’extérieur.



F 9.11 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\beta = 0.01$ et $P_m = 40.0$. En haut à gauche la densité surfacique du disque, en haut à droite le champ magnétique ; en bas à gauche la magnétisation et en bas à droite le nombre de Mach sonique. Chaque grandeur est affichée à quatre instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. On retrouve des résultats très proches du cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 4.0$, à savoir que le rayon de transition diminue, et qu’on converge vers un JED partout sur le disque.



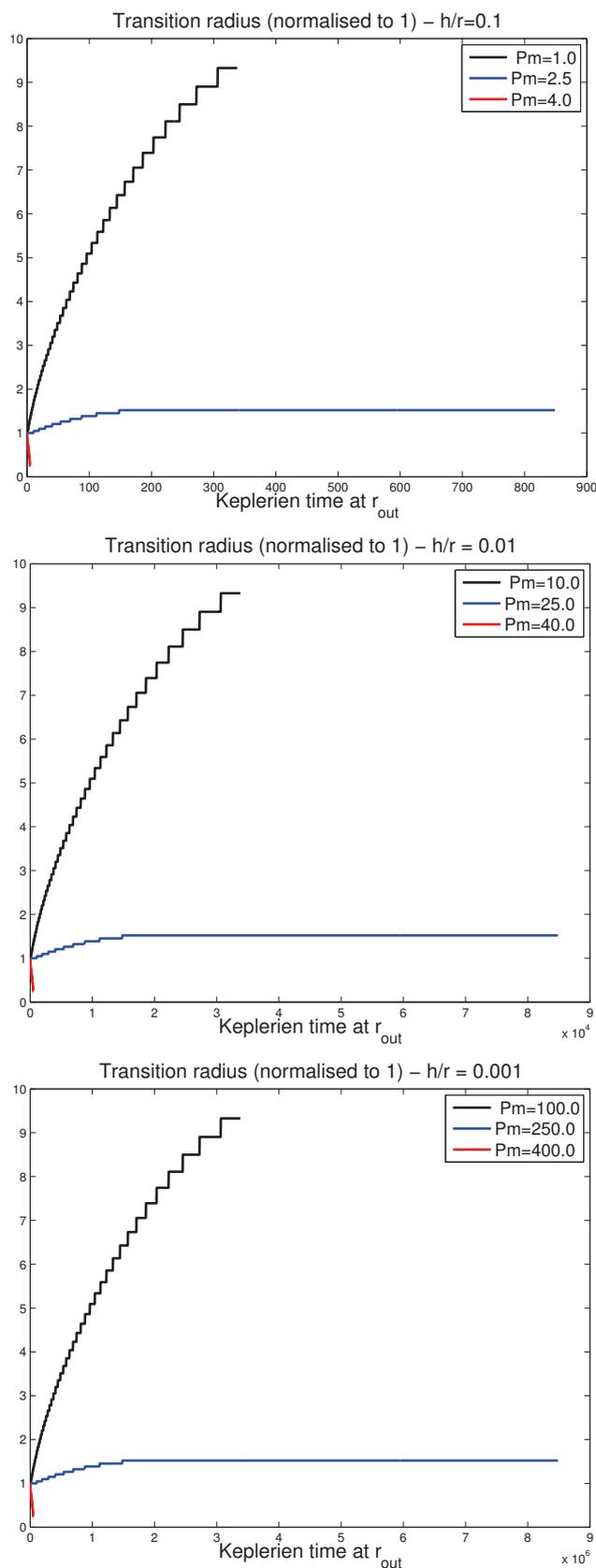
F 9.12 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\beta = 0.01$ et $P_m = 25.0$. En haut à gauche la densité surfacique du disque, en haut à droite le champ magnétique ; en bas à gauche la magnétisation et en bas à droite le nombre de Mach sonique. Chaque grandeur est affichée à quatre instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. On retrouve des résultats très proches du cas $\beta = 0.1$ et $P_m = 2.5$, à savoir que le rayon de transition diminue, et qu’on converge vers un JED partout sur le disque.

Bilan pour $\beta = 0.01$. On a mis en évidence un régime stationnaire de transition SAD JED pour $P_m = 27.5 - 2.5$. Je résume les évolutions temporelles des rayons de transition pour les différents P_m sur la figure (9.13). Avec le jeu de paramètres fixé pour toutes ces simulations, on peut avancer le résultat suivant : une transition SAD JED stationnaire n’est possible que si $P_m < 0.25$. Au-delà de cette valeur, on observe que le rayon de transition diminue et on converge vers un JED partout, le cas contraire, le rayon de transition augmente jusqu’à ce que le JED ait complètement disparu du disque. Réaliser une exploration pour $\beta = 10^{-3}$ permettrait de statuer sur cette hypothèse, j’ai donc réalisé des simulations pour cette valeur de β . On obtient des résultats quasi identiques aux deux premières études, et je ne montrerai pas ici les courbes correspondant aux tests $P_m = 100$, $P_m = 250$ et $P_m = 400$ qu’on pourra voir en annexe D.

3 BILAN

Je présente ici un récapitulatif de l'évolution du rayon de transition pour trois valeurs de P_m : 0,1, 0,25 et 0,4 (figure 9.13). On vérifie bien le critère de stationnarité de la transition suivant : $P_m \approx 0,275$. Les simulations MRI semblent montrer que le Prandtl magnétique turbulent est de l'ordre de l'unité ($P_m \approx 2,5$). Par conséquent, pour qu'une telle transition puisse être advectée, on doit nécessairement avoir une épaisseur du disque $\approx 0,1$ sans quoi le JED resterait cantonné au bord extérieur du disque.

Si on comprend bien pour quelle raison le rayon de transition évolue en faisant varier le nombre de Prandtl magnétique pour un β donné. La raison pour laquelle on doit avoir précisément $P_m \approx 0,275$ reste floue. Il pourrait être judicieux de faire une étude sur un espace de paramètres plus grand, afin de voir si l'on obtient des critères identiques, ou bien si ce critère est un cas particulier dû à l'espace de paramètres étudié.



F 9.13 – Évolution du rayon de transition SAD JED. Chaque figure correspond à une valeur d'épaisseur du disque (0.1 ; 0.01 ; 0.001). Trois différentes valeurs du nombre de Prandtl magnétique sont testées sur chacune des figures. Pour chaque graphe, les valeurs de Prandtl sont choisies telles que $P_m = 0.1; 0.25; 0.4$. On observe le même comportement pour chaque épaisseur de disque, à savoir que pour $P_m = 0.25$, la transition converge vers un état stationnaire. Pour des valeurs inférieures, la transition augmente, et pour des valeurs plus grandes, elle diminue pour converger vers un régime de JED partout sur le disque.

Partie V

Conclusions

Conclusions et perspectives

Au cours de cette thèse, j'ai développé un modèle de disque mince képlérien prenant en compte à la fois la conservation du moment cinétique et le transport d'un champ magnétique vertical à grande échelle par le disque. Le modèle décrit un disque magnétisé axisymétrique soumis à deux sources de transport de moment cinétique : une viscosité turbulente et un couple magnétique dû à un jet lorsque celui-ci se déclenche. Les prescriptions utilisées impliquent une rétroaction du champ magnétique sur le disque. En effet, pour la viscosité d'une part, j'ai fait une prescription de type MRI, supposant une dépendance fonctionnelle du paramètre ν avec la magnétisation du disque. D'autre part, j'ai supposé que l'efficacité du couple magnétique dû au jet (lorsqu'il est présent) était fonction de la magnétisation du disque. J'ai également introduit des seuils dans le déclenchement des jets, considérant qu'il est non nul uniquement dans un certain intervalle de magnétisations $[\nu_{min}; \nu_{max}]$. Le transport de flux magnétique ainsi que les conservations du moment cinétique et de la masse sont donc intimement liés de par ces hypothèses. Pour modéliser le transport du champ magnétique, j'ai dû réaliser un compromis en supposant une magnétosphère potentielle, hypothèse nécessaire pour simuler le modèle sur des échelles de temps de l'ordre du temps d'accrétion ou plus grandes.

Pour étudier dynamiquement ce modèle, j'ai réalisé un code dépendant du temps et à une dimension spatiale (en rayon). Ce code prend en compte la conservation de la masse et l'équation de transport du champ magnétique sur des échelles de temps longues devant la dynamique képlérienne. À l'aide de ces deux outils, j'ai pu réaliser plusieurs études.

La première partie de mon travail a été d'étudier analytiquement les configurations stationnaires pour des régimes de disques éjectant (JED) et pour des régimes de disque standard (SAD). J'ai récupéré des solutions standards de disques éjectant de type Blandford & Payne (1982). Ce résultat semble conforter l'approximation potentielle pour des configurations homogènes. Dans des SAD, la rétroaction du champ magnétique sur la dynamique du disque (*via* la prescription sur ν), m'a amené à revisiter le modèle standard des disques d'accrétion. J'ai ainsi obtenu de nouvelles dépendances radiales pour les grandeurs du disque. Pour des nombres de Prandtl magnétique de l'ordre de l'unité, un champ magnétique extérieur ne peut être significativement advecté (dans l'hypothèse disque mince) et reste donc globalement uniforme radialement. Ce résultat, qui confirme les précédentes études sur le transport de B_z , peut cependant être la conséquence d'un biais induit par l'intégration verticale des équations du disque, abaissant l'efficacité du transport. Ce point est discuté notamment par Guilet & Ogilvie (2012), qui, s'appuyant sur des simulations locales, argumentent que même pour $P_m \approx 1$ un disque standard peut

adveciter significativement du flux. Ce point reste cependant à clarifier, et permettrait d'utiliser les résultats de simulations locales comme prescriptions pour des simulations globales telles que celles que j'ai réalisées pendant ma thèse.

Néanmoins, les dépendances radiales que j'ai obtenues dans le SAD avec $P_m = 1$ présentent un résultat intéressant : la magnétisation croît dramatiquement vers l'extérieur. Dans ce cadre et pour des tailles de disque astrophysique, la magnétisation finit toujours par atteindre la magnétisation B_{min} de déclenchement d'un JED. Ce résultat pose la question de jets émanant des régions externes d'un disque. Des éjections de matières sous forme de vents non collimatés sont observées dans les étoiles jeunes (Font *et al.*, 2004), les noyaux actifs de galaxie (Elitzur & Shlosman, 2006) et les binaires-X (Ponti *et al.*, 2012). Ces vents externes sont probablement émis par des phénomènes radiatifs et ou thermiques. Néanmoins, ce travail montre que ces zones du disque peuvent être très magnétisées et la question de vent magnétocentrifuge se pose clairement.

En utilisant des conditions aux limites appropriées, j'ai pu retrouver numériquement les solutions analytiques stationnaires de JED et de SAD. L'ensemble de ces résultats analytiques et numériques m'ont servi de base pour l'étude de configurations mixtes (SAD JED ou JED SAD).

Je me suis ensuite intéressé à ces transitions. J'ai réalisé tout d'abord une analyse qualitative de telles transitions, en étudiant les conditions qui leur permettent de garantir un taux d'accrétion constant dans le disque. Il est apparu pour la transition JED SAD qu'on peut envisager une transition conservant un taux d'accrétion constant, mais qu'il serait nécessaire d'obtenir des distributions radiales de champ magnétique très "raides" dans le SAD, ce qui semble interdit si seul le couple visqueux autorise la transition. Un couple additionnel pourrait éventuellement maintenir la configuration magnétique, ce qui n'a pas été envisagé au cours de ma thèse. De plus, le profil radial de la magnétisation obtenu dans un SAD semble assez contradictoire avec une telle transition. Ce qui m'a amené à ne pas considérer plus loin une telle transition.

Dans une configuration SAD JED, j'ai vérifié que le couple visqueux pouvait assurer un taux d'accrétion constant dans la transition. Le type de configuration obtenu semble cohérent avec les configurations homogènes obtenues. Ce qui m'a amené à étudier numériquement la dynamique d'une telle configuration. Cette étude m'a permis de déterminer sous quelles conditions un JED externe pouvait être advecité, c'est à dire que le rayon interne du JED diminue, jusqu'à éventuellement aboutir à une configuration homogène de JED (un JED partout sur le disque). Il en est ressorti que si le nombre de Prandtl magnétique est de l'ordre de l'unité, alors le disque doit être moyennement mince (quantitativement de rapport d'aspect $h/r = 0.1$) pour permettre une advection d'un JED externe. Donc si le disque est géométriquement plus mince, ($h/r = 10^{-2}$ ou moins), alors le flux lié au JED externe diffuse vers l'extérieur. Il y a donc un lien entre le maintien de la configuration magnétique et l'état thermique qui est très intéressant et qui mériterait d'être exploré. En effet, ce lien pourrait être une indication de l'importance des transitions spectrales observées dans les binaires-X sur le transport de B_z via h/r .

L'ensemble de ces résultats m'amène à proposer plusieurs extensions du code que j'ai développé durant ma thèse. En premier lieu, l'implémentation de conditions aux limites au bord externe du disque dépendantes du temps, permettrait d'étudier la réponse du disque interne

à des modifications imposées de la densité et du champ magnétique au bord externe du domaine. Cette implémentation simple à réaliser serait le premier pas vers l'étude de la variabilité d'un disque soumis à des variations au bord externe. Deuxièmement, une modélisation de la hauteur du disque *via* l'équation d'énergie fournirait des informations intéressantes pour confronter les résultats de simulations à des données observationnelles (transitions optiquement épais-optiquement mince). Enfin, la résolution d'une configuration magnétosphérique *force free* constituerait une avancée importante, car elle permettrait de vérifier la qualité de l'hypothèse potentielle. Une telle modification nécessiterait des ressources numériques conséquentes pour simuler un disque sur des échelles de temps longues, ce qui poserait probablement la question d'une parallélisation du code.

J'ai également étudié analytiquement la stabilité du modèle développé. Il en ressort les conclusions suivantes :

Dans le cas d'un disque standard, une instabilité magnéto-visqueuse peut se manifester sous certaines conditions liées à l'efficacité de la turbulence MRI en fonction de la magnétisation. Le résultat principal de cette étude montre qu'en l'état actuel des connaissances sur la turbulence MRI, mon modèle est stable. Une caractérisation précise de cette dépendance à l'aide de simulations MRI globales reste cependant à réaliser afin de pouvoir conclure sur ce sujet. Si néanmoins cette instabilité est effective dans les disques d'accrétion, elle se manifesterait (comme toute instabilité visqueuse) par la formation de sillons de matière dans le disque, ce qui impliquerait observationnellement des trous dans les distributions spectrales d'énergie. On peut noter que ce type de comportement a déjà été observé dans des simulations MRI en présence d'un flux magnétique moyen non nul (Steinacker & Papaloizou, 2002). La cause de l'apparition de ces sillons n'est pas établie, mais il semble que ce comportement soit systématique d'un disque MRI traversé par un champ poloidal. Une autre instabilité visqueuse a été mise en évidence analytiquement, également liée à la dépendance de la viscosité à la magnétisation. Cette instabilité, que j'ai observée numériquement, n'a cependant pas été comprise et nécessiterait une étude supplémentaire.

Je me suis également intéressé à la stabilité d'un disque éjectant (JED) en l'absence de viscosité (en supposant en revanche une résistivité non nulle). Remarquons que l'axisymétrie du modèle exclut toute possibilité d'instabilité non axisymétrique pour le modèle. Cependant, comme les solutions obtenues de JED présentent une magnétisation constante et de l'ordre de l'unité, ces solutions sont, hors axisymétrie, sujettes à l'instabilité d'accrétion éjection (Tagger & Pellat, 1999).

Dans le cadre du modèle développé, j'ai mis en évidence une instabilité magnéto-résistive qui dépend à la fois de l'efficacité de la diffusion du champ magnétique en fonction de la magnétisation du disque, et à la fois de l'efficacité du couple magnétique en fonction de celle-ci. J'ai vérifié numériquement que cette instabilité était effective à l'aide du code développé. En l'état actuel des connaissances sur ces paramètres, j'ai trouvé qu'un disque éjectant est stable (toujours dans le cadre du modèle développé). Ce résultat est pour le moins délicat dans la mesure où l'hypothèse d'une magnétosphère potentielle joue nécessairement un rôle important dans l'existence d'une telle instabilité, alors que la magnétosphère de disques éjectant

est nécessairement non potentielle. Cependant les raisonnements avancés pour expliquer cette instabilité restent assez généraux et il serait intéressant d'étudier cette instabilité potentielle dans des simulations MHD de disques éjectants. Citons le travail de Tzeferacos *et al.* (2009) (communication privée) qui ont réalisé des simulations axisymétriques de disque éjectant. Ils obtiennent des résultats intrigants : en effet, ils observent des variations radiales de la magnétisation (qui est une constante du rayon dans les solutions autosimilaires). Ce comportement pourrait s'expliquer par l'instabilité magnétorésistive que j'ai mise en évidence.

J'ai également mis en évidence une deuxième classe d'instabilité dans un JED pur, de type advective cette fois. Cette instabilité est également liée aux paramètres m et q et mène à la formation de chocs. Elle n'a cependant pas pu être observée, probablement en raison de la trop forte dissipation du code. Il pourrait donc être intéressant de revoir les schémas utilisés pour étudier si cette instabilité s'observe numériquement.

Partie VI

Annexes

Chapitre A

Stabilité du modèle

I PERTURBATION EN COURANT

Je cherche ici à expliciter le lien entre une perturbation J^S et le a induit. Il s'agira d'explicitier le lien entre a et J^S dans l'espace de fourrier. Je rappelle que pour une fonction $f(r)$ de Re^3 , la transformée de Fourier $f(k)$ s'écrit :

$$f(k) = \int_{\text{Re}^3} e^{-ik \cdot r} f(r) d^3r \quad (\text{A.1})$$

Et la transformée inverse :

$$f(r) = \int_{\text{Re}^3} e^{ik \cdot r} f(k) \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \quad (\text{A.2})$$

En notant A la composante toroidale du potentiel vecteur. Avec l'hypothèse d'axisymétrie, on trouve a :

$$\begin{aligned} B_p &= \int_0^a e^{-kz} J^S(k_r, k_z) dk_z \\ J &= \int_0^a (B_p) dz = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

On cherche à établir la transformée de Fourier de la seconde équation. Comme on s'intéresse à une distribution de courant surfacique axisymétrique $J^S = J^S(z) \delta(z)$, où δ la fonction dirac, on a :

$$J^S(k_r, k_z) = \int_{\text{Re}^3} J^S(z) e^{-ik \cdot r} J^S(k_r, k_z) dz \quad (\text{A.4})$$

donc :

$$(ik)^2 J^S(k_r, k_z) = \int_0^a J^S(k_r, k_z) dz \quad (\text{A.5})$$

Vu la distribution surfacique de courant, on n'a pas à de perturbation en k_z . Ainsi on revient dans l'espace réel pour k_z en faisant la transformée de Fourier inverse par rapport à lui :

$$(k_r, k_z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\text{Re}} (k) e^{ik_z z} dk_z = \frac{0}{2\pi} \int_{\text{Re}} \frac{J^S(k_r, k_z)}{k^2} e^{ik_z z} dk_z = \frac{0 J^S(k_r, k_z)}{2\pi} \frac{e^{ik_z z}}{k^2} dk_z \quad (\text{A.6})$$

On décompose ici $k^2 = k_H^2 + k_z^2$ avec $k_H^2 = k_r^2 - k^2$ afin de séparer la variable d'intégration du reste. Je cherche donc à évaluer l'intégrale :

$$I = \int_{\text{Re } k_H^2}^{\text{Re } k_z^2} \frac{e^{ik_z z}}{k_H^2 - k_z^2} dk_z = \int_{\text{Re } k_H^2}^{\text{Re } k_z^2} \frac{e^{ik_z z}}{(k_H - ik_z)(k_H + ik_z)} dk_z \quad (\text{A.7})$$

On peut résoudre cette intégrale en invoquant le théorème des résidus. On sait que :

Si $z > 0$; $I = 2i \int_{\text{Im } 0}^{\text{Im } \infty} \text{Res}\left(\frac{e^{ik_z z}}{(k_H - ik_z)(k_H + ik_z)}; z_j\right)$, avec z_j les résidus de la fonction à partie imaginaire positive.

Si $z < 0$; $I = 2i \int_{\text{Im } 0}^{\text{Im } -\infty} \text{Res}\left(\frac{e^{ik_z z}}{(k_H - ik_z)(k_H + ik_z)}; z_j\right)$, avec z_j les résidus de la fonction à partie imaginaire négative.

Ce qui se résout :

a. Si $z > 0$:

– Si $k_H > 0$, on trouve $I = \frac{e^{-k_H z}}{k_H}$

– Si $k_H < 0$, on trouve $I = \frac{e^{k_H z}}{k_H}$

b. Si $z < 0$

– Si $k_H > 0$, on trouve $I = \frac{e^{k_H z}}{k_H}$

– Si $k_H < 0$, on trouve $I = \frac{e^{-k_H z}}{k_H}$

Ce qui finalement se résume à :

$$I = \frac{e^{-k_H z}}{k_H} \quad (\text{A.8})$$

$$(k_r - k - z) = \frac{{}_0J^S(k_r - k)}{2} I = \frac{{}_0J^S(k_r - k)}{2} \frac{e^{-k_H z}}{k_H} \quad (\text{A.9})$$

Comme on s'intéresse aux perturbations dans le plan $z = 0$, on retiendra l'égalité suivante :

$$(k_r - k - z) = \frac{{}_0J^S(k_r - k)}{2 k_H} \quad (\text{A.10})$$

Dans l'approximation WKB, on s'intéressera à des perturbations de faible longueur d'onde devant r , on aura donc simplement :

$$a(k_r - k - z) = \frac{r {}_0J^S(k_r - k)}{2 k_H} \quad (\text{A.11})$$

2 DÉMONSTRATION DU CRITÈRE DE STABILITÉ DANS LE CAS JED PUR

Mise en place du problème - notations. La relation de dispersion s'écrit :

$$2 = i(A - D) - AD - BC = 0 \quad (\text{A.12})$$

avec les coefficients :

$$A = uk - ip_q \quad (\text{A.13})$$

$$B = uk^2 \frac{r}{p_a} - 2(1 - p_q) \quad (\text{A.14})$$

$$C = u \frac{p_a}{r} - p_q - 1 - p_m \quad (\text{A.15})$$

$$D = uk \frac{k}{k} - \frac{1}{m} - i - 2(1 - p_q) - 1 - 2p_m \quad (\text{A.16})$$

En posant $X = \frac{1}{u\bar{k}}$, la relation de dispersion s'écrit :

$$X^2 - X(3 - 2p_m - p_q) - i - 2p_m - p_q - 2 - ip_q = 0 \quad (\text{A.17})$$

avec $\frac{k}{k} - \frac{1}{R_m}$ et $p = 2p_m - p_q$. Le système est stable ssi $\text{Im}(X) < 0$. Pour la suite du raisonnement, je réécris la relation de dispersion sous la forme :

$$X^2 - \bar{a}X - \bar{c} = 0 \quad (\text{A.18})$$

avec \bar{a} et \bar{c} des complexes tels que :

$$\bar{a} = i \quad (\text{A.19})$$

$$\bar{c} = i - p_q \quad (\text{A.20})$$

avec $\theta = 3 - p_q - 2p_m$, $\phi = 2p_m - p_q - 2$. J'écris le discriminant Δ de l'équation A.18 sous la forme :

$$\Delta = \bar{\Delta} e^{i\theta} = A + iB \quad (\text{A.21})$$

avec l'argument de $\bar{\Delta}$ et $(A; B)$, qui valent :

$$A = \bar{\Delta}^2 - \theta^2 - 4 \quad (\text{A.22})$$

$$B = 2(\theta - 2p_q) \quad (\text{A.23})$$

Je note :

$$\bar{\Delta} = \bar{\Delta} e^{i\theta} = \bar{\Delta} (\cos(\theta) + i \sin(\theta)) \quad (\text{A.24})$$

avec :

$$\bar{\Delta} \cos(\theta) \quad (\text{A.25})$$

$$\bar{\Delta} \sin(\theta) \quad (\text{A.26})$$

$$(\text{A.27})$$

avec $(\theta; \phi)$. Les solutions X de l'équation A.18 sont :

$$X = \frac{\bar{a} \pm \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{\bar{a} \pm i(\theta - \phi)}{2} \quad (\text{A.28})$$

Condition de stabilité. je note les solutions de l'équation A.12. Le régime de JED pur est stable ssi $\text{Im}(\lambda) < 0$. Comme par définition : $\lambda = u + kX$. Le critère de stabilité revient à $\text{Im}(u + kX) < 0$ soit :

$$u + k(1 - \dots) < 0 \quad (\text{A.29})$$

Par définition de on a : $u = k \frac{k_m}{r}$. Par cohérence physique, on supposera toujours une diffusivité magnétique $m > 0$. Le critère de stabilité se résume donc à $1 - \dots < 0$, ce qui est équivalent à :

$$2 - \dots < 0 \quad (\text{A.30})$$

il est donc nécessaire de caractériser pour continuer le calcul.

Caractérisation de . On a $\overline{\sin(\dots)}$, avec $\overline{\dots} = A^2 - B^2$. Il reste à trouver $\overline{\sin(\dots)}$. A partir de la formule trigonométrique $\overline{\sin(\frac{\dots}{2})} = \frac{1 - \overline{\cos(\dots)}}{2}$, sachant que $\overline{\cos(\dots)} = \frac{\text{Re}(\overline{\dots})}{\dots}$, on trouve :

$$\overline{\sin(\frac{\dots}{2})} = \frac{A^2 - B^2 - A}{2} \quad (\text{A.31})$$

Établissement du critère. Le critère de stabilité peut donc se réécrire :

$$\frac{A^2 - B^2 - A}{2} < 0 \quad (\text{A.32})$$

Je donne quelques étapes du calcul :

$$B^2 = 4 - 2(\dots - A) \quad (\text{A.33})$$

En utilisant les expressions de A, B , et \dots , on développe et simplifie, et le critère de stabilité se résume à l'inégalité :

$$p_q^2 - (2 - p_m)p_q - (1 - p_m) < 0 \quad (\text{A.34})$$

ce qui correspond à une inégalité de degré 2 en p_q . Elle se résout en recherchant les zéros de la fonction qui sont les points de stabilité marginale :

$$p_q = 1$$

et $p_q = p_m - 1$

Vu le signe positif devant p_q^2 . Le polynôme est négatif entre les 2 racines. On obtient finalement le critère de stabilité :

$$\text{Si } p_m < 0 : p_m - 1 < p_q < 1$$

$$\text{Si } p_m > 0 : 1 < p_q < p_m - 1$$

Chapitre B

Équations du modèle

1 ÉQUILIBRE VERTICAL DU DISQUE

Dans un cas général, la pression dans le disque s'écrit :

$$P = P_{gaz} + P_{rad} + P_{mag} \quad (\text{B.1})$$

avec P_{gaz} la pression thermique, P_{rad} la pression de radiation et P_{mag} la pression magnétique. On néglige la pression de radiation. Comme le modèle se place dans un contexte où la magnétisation est au plus de l'ordre de l'unité, la compression magnétique est au plus du même ordre de la compression thermique. Pour simplifier on néglige le terme magnétique pour l'équilibre vertical du disque. L'équilibre s'écrit alors :

$$\frac{dP}{dz} = -g_z \quad (\text{B.2})$$

avec $P = P_{gaz}$. Comme on a la vitesse du son $C_s^2 = \frac{dP}{d\rho}$. De plus en négligeant le champ de gravitation généré par le disque devant celui de l'objet central on a : $g_z = \frac{GMz}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$ avec M la masse de l'objet central. On trouve donc :

$$C_s^2 \frac{\log}{z} = \frac{GMz}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \quad (\text{B.3})$$

On fait l'approximation que le disque est mince (ie $z \ll r$) et on le suppose isotherme (donc $C_s = \text{cte}(z)$). Donc :

$$\frac{\log}{z} = \frac{k}{C_s^2} z \quad (\text{B.4})$$

avec $k = (GM/r^3)^{1/2}$ qui correspond à la vitesse de rotation keplerienne en r . Donc :

$$\log(r/z) = \frac{z^2}{2C_s^2} \frac{k}{r} \quad (\text{B.5})$$

On définit la demi hauteur caractéristique du disque en un rayon donné :

$$h = \frac{C_s}{k} \quad (\text{B.6})$$

On définit $\rho(r)$:

$$\rho(r) = \int_0^h \rho(r, z) dz \quad (\text{B.7})$$

Or on a :

$$\rho(r) = \int_0^h \rho(r, z) dz = 0.68 \rho(r) \quad (\text{B.8})$$

donc l'essentiel de la masse est compris entre h et $0.68h$. Je cherche à développer un modèle intégré sur la hauteur du disque. Donc la variable calculée sera ρ . La pression thermique est un paramètre à considérer dans le problème. Comme on a $P = C_s^2 \rho$. Il est nécessaire de définir une densité ρ_0 sur le plan du disque (à $z = 0$) :

On définit :

$$\rho_0(r) = \rho(r) (2h) \quad (\text{B.9})$$

ainsi qu'une pression P_0 sur le plan du disque :

$$P_0(r) = \rho_0 C_s^2 \quad (\text{B.10})$$

Dans le cas particulier isotherme, on peut remarquer que :

$$\frac{\rho_0}{\rho(r, 0)} = \frac{1}{2} = 1.25 \quad (\text{B.11})$$

ce qui correspond donc dans ce cas à une légère surestimation de la densité sur le plan du disque. Je me satisferai de cette approximation.

$$P(r, z) = \rho(r, z) C_s^2 = \rho(r, z) \frac{2h^2}{k} \quad (\text{B.12})$$

donc :

$$P_0 = \rho_0 C_s^2 = \rho_0 \frac{2h^2}{k} \quad (\text{B.13})$$

Si on veut calculer h de manière consistante, il est nécessaire de résoudre l'équation d'énergie du disque pour connaître C_s . Je ne résoudrai pas cette équation et ferai l'hypothèse suivante :

$$\frac{h}{r} = \text{cte}(r, t) \quad (\text{B.14})$$

hypothèse restrictive, mais efficace pour le développement du modèle. On retiendra donc cette dernière expression et également celle donnant la vitesse du son :

$$C_s(r) = k(r)h(r) = k(r)r \quad (\text{B.15})$$

2 APPROXIMATION QUASI KÉPLÉRIENNE : ÉVALUATION DE LA COMPOANTE RADIALE DE LA FORCE DE LORENTZ

La composante radiale de la force de Lorentz est :

$$J \mathbf{B}_r = J B_z - J_z B \tag{B.16}$$

Dans l'approximation disque mince, je néglige la contribution $J_z B$. En considérant la densité surfacique de courant toroïdale du disque, je considère : $J_{phi} = J^S$, dans l'approximation disque mince on peut écrire :

$$J_{phi} = \frac{J^S}{2h} = \frac{B_r}{0h} \tag{B.17}$$

Comme on travaillera avec des régimes de disques pour lesquels on aura au plus $B_r = B_z$, on trouve :

$$J \mathbf{B}_r = \frac{B_z B_r}{0h} = \frac{B_z^2}{0h} \tag{B.18}$$

Pour quantifier l'influence de la force de Lorentz sur le mouvement Képlérien, il faut la pondérer par la force gravitationnelle et on trouve

$$\frac{1}{2} \frac{J \mathbf{B}_r}{k (r)} \tag{B.19}$$

La composante radiale de la force de Lorentz est donc la plus susceptible d'affecter le mouvement Képlérien. En effet et pour des magnétisations de l'ordre de l'unité, la déviation est de l'ordre d'un facteur epsilon (Petite donc mais qui commence à devenir non négligeable pour un disque moyennement mince). On retrouve d'ailleurs ici le résultat d'un disque magnétiquement arrêté ($\Omega = 0$) pour $\Omega = 1$. Ceci dit si la magnétisation n'excède pas l'unité, le disque est mince, et la vitesse d'accrétion est petite devant la vitesse képlérienne, l'approximation disque képlérien est valide. Comme on se placera toujours dans ce cadre, on pourra considérer le disque Képlérien.

3 CRITÈRE AUTORISANT a INDÉPENDANT DE z

Critère. On a :

$$a(r, l) = a(r, 0) + \int_0^l \frac{a}{z} dz \tag{B.20}$$

Sachant que $B_r = \frac{1}{r} \frac{dz}{dz} a$

$$a(r, l) = a(r, 0) + r \int_0^l B_r(r, z) dz \tag{B.21}$$

Donc :

$$\frac{a(r, l)}{a(r, 0)} = 1 + \frac{r}{a(r, 0)} \int_0^l B_r(r, z) dz \tag{B.22}$$

On a :

$$\frac{B_r(r, z)}{r B_z} = \frac{B_r}{a r} \tag{B.23}$$

Donc :

$$1 \frac{a(r, l)}{a(r, 0)} = \frac{h B_r}{r B_z} \quad (\text{B.24})$$

On peut donc réécrire la condition "a indépendant de z" :

$$\frac{h B_r}{r B_z} = 1 \quad (\text{B.25})$$

Le critère donné ci-dessus nous permet de savoir si oui ou non, on peut considérer a indépendant de z . Supposons que l'on fasse une simulation du transport en utilisant un algorithme reprenant la méthode que l'on veut expliciter. Pour vérifier la validité de la méthode dans un cas donné, il faudra étudier le rapport $\frac{h B_r}{r B_z}$ sur toute la durée d'évolution de champ. Donc on ne saura qu'à la fin de la simulation si elle est valable. Il est donc très intéressant d'avoir un critère nous permettant de connaître la validité de la méthode avant de faire tourner une simulation, c'est à dire en fonction des paramètres d'entrée du code. Pour cela, il est nécessaire de se faire une idée de l'état final du champ dans le disque.

État stationnaire. On pourra voir équation (3.92) :

$$\frac{B_r}{B_z}(r) = \frac{\overline{R_m}(r) h}{\overline{R_m}(r) r} \quad (\text{B.26})$$

Critère retenu En utilisant les équations B.25 et B.26, on obtient le critère utile pour avoir a indépendant de z : a indépendant de z si :

$${}^2\overline{R_m} = 1 \quad (\text{B.27})$$

Le nombre de Reynolds magnétique est très important car il permet de quantifier le rapport des coefficients de transport. C'est le critère donné par l'équation B.26 qui est utile pour connaître la validité de notre hypothèse de travail.

Chapitre C

Bilan de l'ensemble des équations discrétisées

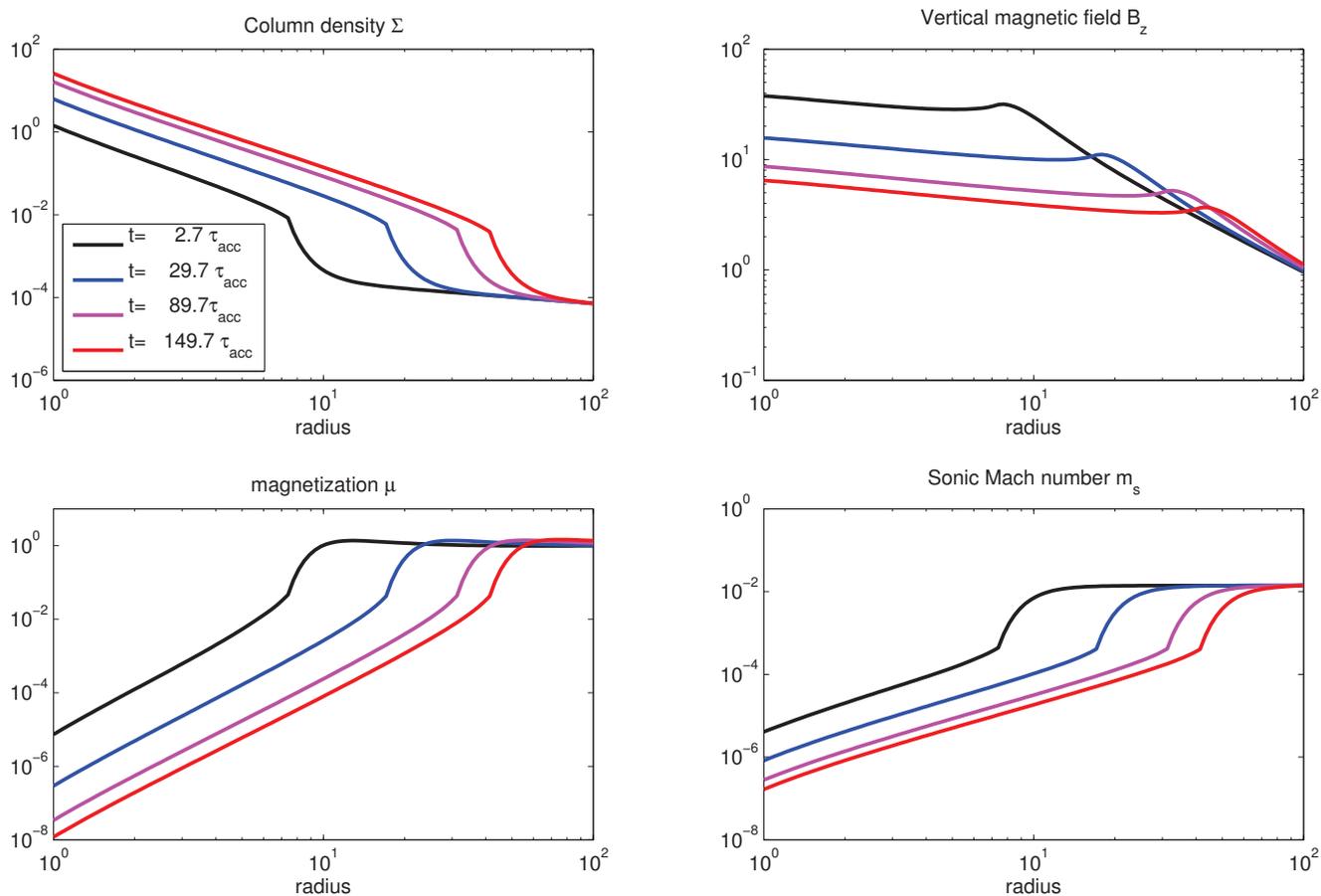
Je présente ici le bilan des équations discrétisées du modèle.

$$\begin{aligned}
 1 \quad & \frac{r_{i-1}}{r_i} K ; \quad y \log K ; r_{i-1/2} \frac{r_{i-1} - r_i}{2} ; r_i - r_{i-1/2} - r_{i-1/2} \\
 2 \quad & \frac{1}{(r_{i-1/2}^2 - r_{i+1/2}^2)} (t_{n-1} - t_n) \dot{M}_{i-1/2}^n - \dot{M}_{i+1/2}^n \\
 3 \quad & \dot{M}_{i-1/2}^n - \dot{M}_{v,i-1/2}^n - \dot{M}_{m,i-1/2}^n \\
 4 \quad & \dot{M}_{v,i-1/2}^n - 6 \frac{r_{i-1/2}^2}{v r_{i-1/2}^2} \frac{v r_{i-1/2}^2}{r_{i-1} - r_i} \\
 5 \quad & v_i^n f_v(\frac{n}{i}) ; m_i^n f_m(\frac{n}{i}) \\
 6 \quad & \frac{2}{k r_i} B_{z,i-1/2}^n ; B_{z,i-1/2}^n \frac{1}{r_i^2} \frac{a_{i-1}^n - a_i^n}{2 y} \\
 7 \quad & \dot{M}_{m,i-1/2}^n - \frac{8}{0 k(r_{i-1/2})} B_{z,i-1/2}^n q_{i-1/2}^n ; B_{z,i-1/2}^n \frac{1}{r_{i-1/2}} \frac{a_{i-1}^n - a_i^n}{r_i} \\
 8 \quad & q_{i-1/2}^n - q(\frac{n}{i-1/2}) ; \frac{2}{k r_{i-1/2}} B_{z,i-1/2}^n \frac{1}{r_{i-1/2}} \\
 9 \quad & \frac{a_{i-1} - a_i}{t_{n-1} - t_n} u_i^n \frac{a_{i-1} - a_i}{r_{i-1} - r_i} \frac{1}{2} \int_0^m J^S(i,n) ; J^S(i,n) \frac{I_i^n}{r_i} \\
 10 \quad & u_i^n \frac{\dot{M}_i^n}{2 r_i} ; \dot{M}_i^n \frac{\dot{M}_{i-1/2}^n - \dot{M}_{i+1/2}^n}{2} \\
 11 \quad & I \quad Q[A - A_{ext}] ; Q - Q(r_i)
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

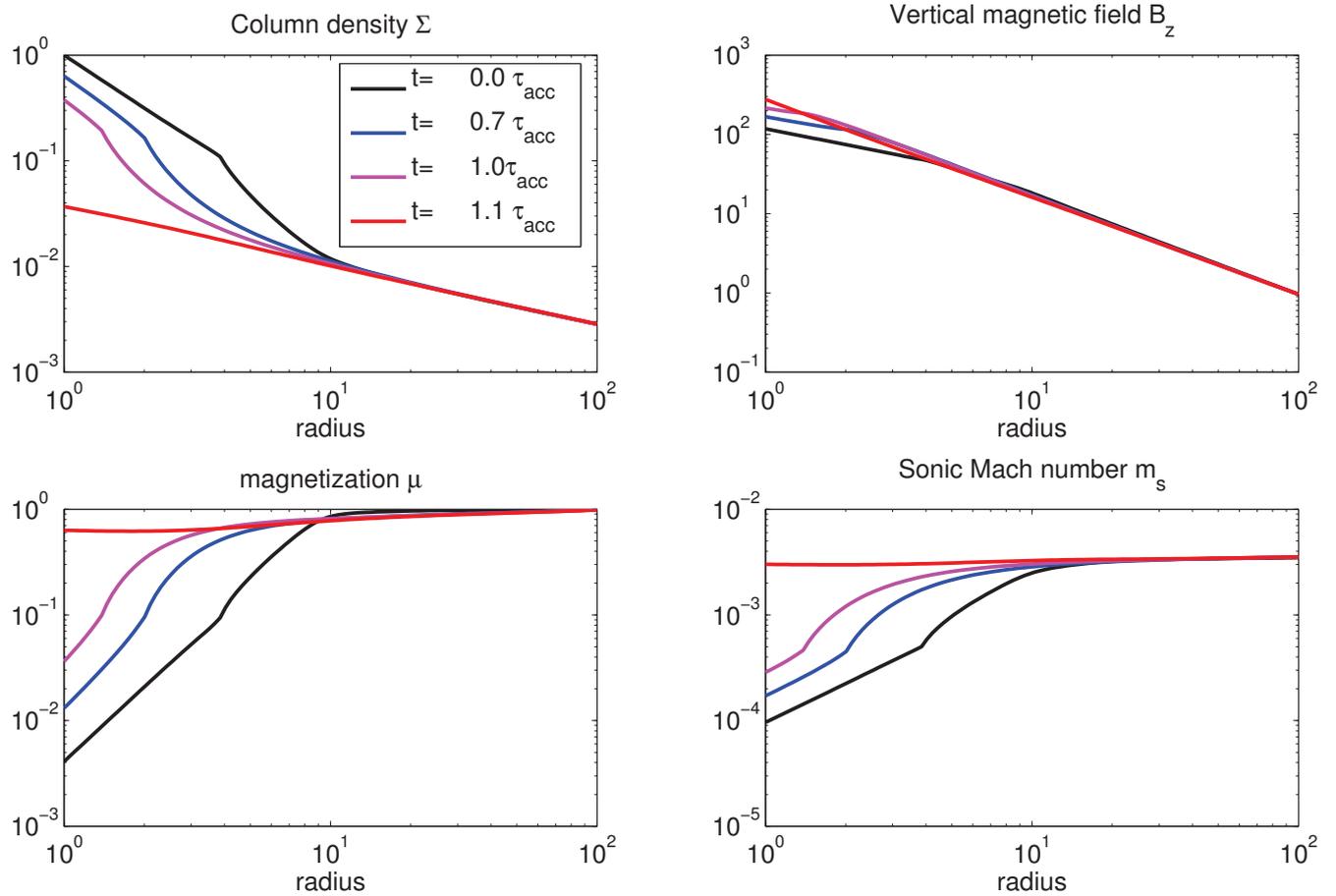
Ce bilan ne présente pas les conditions aux limites.

Chapitre D

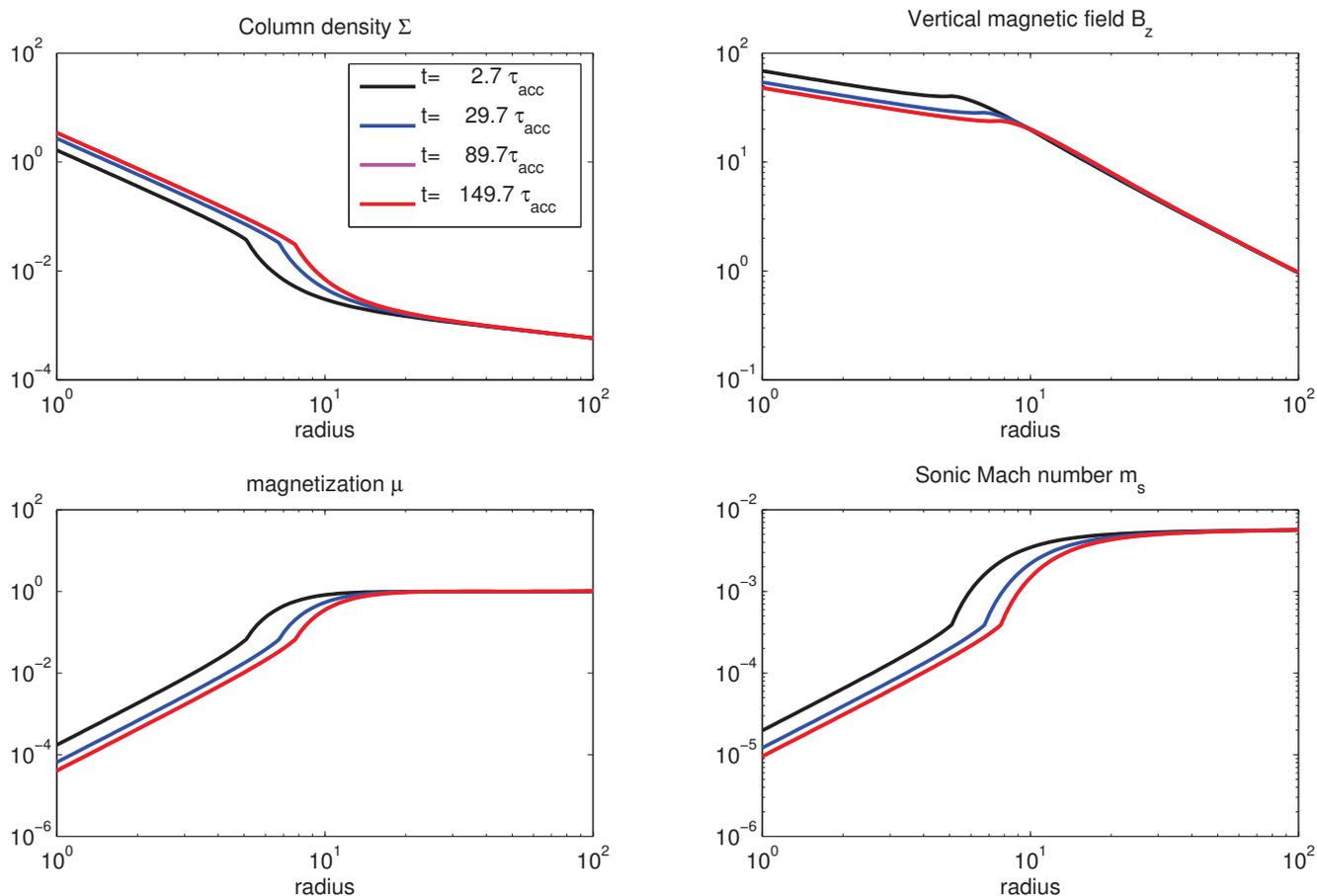
Simulation SAD JED réalisée pour
 10^3



F D.1 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\alpha = 0.001$ et $P_m = 100.0$. En haut à gauche la densité surfacique du disque, en haut à droite le champ magnétique ; en bas à gauche la magnétisation et en bas à droite le nombre de Mach sonique. Chaque grandeur est affichée à 4 instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. On retrouve des résultats très proches du cas $\alpha = 0.1$ et $P_m = 1.0$, à savoir que le rayon de transition augmente, on a donc un recul du JED vers l’extérieur.



F D.2 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\alpha = 0.001$ et $P_m = 400.0$. En haut à gauche la densité surfacique du disque, en haut à droite le champ magnétique ; en bas à gauche la magnétisation et en bas à droite le nombre de Mach sonique. Chaque grandeur est affichée à 4 instants de la simulation exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. On retrouve des résultats très proches du cas présenté dans le corps du texte, à savoir que le rayon de transition diminue, et qu’on converge vers un JED partout sur le disque.



F D.3 – Évolution temporelle d’une transition SAD JED : cas $\alpha = 0.001$ et $P_m = 250.0$. En haut à gauche la densité surfacique du disque, en haut à droite le champ magnétique ; en bas à gauche la magnétisation et en bas à droite le nombre de Mach sonique. Chaque grandeur est affichée à 4 instants de la simu exprimés en temps d’accrétion au bord externe du disque. On retrouve également des résultats très proches de ceux présentés dans le corps du texte, à savoir que le rayon de transition diminue, et qu’on converge vers un JED partout sur le disque.

Chapitre E

Projet "Fly your thesis !"

Fly your Thesis! 2010

Final Report

1. Executive Summary

The aim of this project was to give better constraints on models of dust production during impacts between asteroids in late debris discs. Thus we built an experiment creating an impact between a projectile and a target simulating an asteroid.

The projectile is a 6mm stainless-steel bead, and the target is a 2cm sphere of compacted dust. The dusts used are peridotite, JSC MARS 1-A and LUNAR 1-A analogs, with a grain size distribution ranging between 50 and 500 microns. The projectile and the target are collided under vacuum and in microgravity using an original experimental set up we will describe. The collision energy is probed by varying the projectile velocity between 1 and 10m/s.

The experimental data we focus on are the production rate, the size distribution and the velocity field of the dust produced by the impact, as well as the Q^* parameter, ie the energy required for the fragmentation of targets. Those data are obtained by filming the collisions with two high frequency cameras (2000fps) I-SPEED 3 by Olympus, and by doing particle-tracking analysis.

For each kind of dust, we obtained both cratering and fragmentation regime. Preliminary results show that the energy collision and the impact parameter are to be taken into account to characterise the limit between these two regimes. Particule-tracking was achieved in January 2012 with the help of Pr. J.Blum, in Braunschweig Technical University, Germany. The data interpretation is under progress. This will enable to refine current statistical simulations of collisions that do not take into account the small compacted dust bodies composition, the velocity field and the impact parameter in cratering processes.

2. Student Team Description



Remi de Guiran
Third year Phd student at Institut de Planetologie et
d'Astrophysique de Grenoble (IPAG).
Research field: Astrophysics.
Masters degree in Astrophysics



Magali Dugue
Third year Phd student at SIMaP-GPM2 in Grenoble.
Research field: Materials physics.
Master degree in Astrophysics.



Audrey Grockowiak
Third year Phd student at Institut Néel (CNRS/UJF) and
INAC (CEA) de Grenoble.
Research field: Condensed matter.
Master degree in Astrophysics.



Laurianne Palin
Third year Phd student at Institut de Recherche en
Astrophysique et Planétologie (IRAP, CNRS/UPS) de
Toulouse.
Research field: Space physics.
Master degree in Astrophysics.



Jean-Charles Augereau
Researcher at Institut de Planetologie et
d'Astrophysique de Grenoble (IPAG).
Research field: exo-planetary astrophysics.
Project involvement: Endorsing Professor.



Jerome Giraud
Engineer at Laboratoire Interdisciplinaire de Physique
(LIPHY Grenoble).
Project involvement: Experiment designer.



Thomas Podgorski
Researcher at Laboratoire Interdisciplinaire de
Physique (LIPHY Grenoble).
Research field: Fluid mechanics.
Project involvement: Elgra Mentor.



Julien Vandeportal
PHD student at CRAQ (Montreal).
Research field: exo-planetary astrophysics.
Project involvement: Scientific advisor.

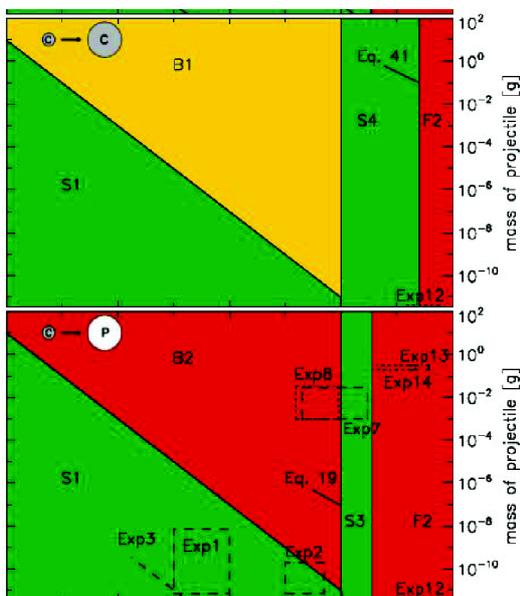
3. Project Description

3.1 Scientific objectives

3.1.1 Introduction

Nowadays unveiling the mechanisms of planetary formation in our Solar system as well as in other stellar systems is a key topic. It is today widely accepted that planets are formed from successive aggregates at different scales (from micro-metric to kilometric) of dust coming from the primitive nebula. As well as aggregating collision occur, destructive collisions also take place during the planetary formation phase in different places in the proto-planetary disc, and also in debris discs, ie fully formed planetary system with asteroids belts. Such collisions occur for relative body sizes and velocity that have not been very extensively experimentally studied, neither in ground nor in microgravity setups.

3.1.2 Objectives



We chose to partly address this problem by studying the creation of dust by small bodies collision in late debris discs, from an experimental point of view.

Considering the previous experiments, we chose to go beyond those and probe different collision parameters. An extensive review of all the collisions experiments was realized by C.Güttler, J.Blum et al. (see ref9), and shows that there is still a wide range of collision parameters to be explored. The graph on the left, taken from this paper, is a good illustration of the lack of experimental results in this area. This paper also describes the current collision models.

The x-axis represents the collision velocity (not shown here), and the y-axis represents the mass. The graph at the top represents the collision between a compact small body and a compact bigger body, and below a collision between a compact small body and a porous bigger body. The different colour zone are given by the models depending on the outcome of the collision (aggregation, creation of dust or neutral in term of growth), and the already performed experiments are indicated on the graph.

Considering those previous works, we proposed to probe higher collision velocities ranging between 100 and 1000cm/s with cm- sized spherical free-floating targets to explore the

impact parameter influence, and to vary their chemical compositions. We intend to produce collisions of bouncing, eroding and fragmenting type. In order to repeat our impact experiment, we designed a set up that could perform up to 35 collisions per parabolic flight.

References :

- 1 : Dohnanyi, J.S. 1968, in IAU Symposium, Vol.33, Physics and Dynamics of Meteors, ed. L.Kresak &P.M.Lillman, 486-+
- 2 : “Dust production from collisions in extrasolar planetary systems: The inner β Pictoris Disc”, P. Thebault , J.C. Augereau and H.Beust, A&A 408, 775–788 (2003).
- 3 : « Collisional processes and size distribution in spatially extended debris discs », P. Thebault and J.C. Augereau, A&A 472, 169–185 (2007)
- 4 : ”Dust Distribution in debris disks : effects of gravity, radiation pressure and collisions”, Krivvov, A.V., Löhne, T., Sremcevic, M., A&A 455, 509-519 (2006)
- 5 : “A Zero-Gravity Instrument to Study Low Velocity Collisions of Fragile Particles at Low Temperatures”, Salter, D.M., et al., Rev. Sci. Instr 80 (7), 074501
- 6 : “Drop Tower Experiments on Sticking, Restructuring, and Fragmentation of Preplanetary Dust Aggregates”, J. Blum and G. Wurm
- 7 : ”Low-Velocity Microgravity Impact Experiments into Simulated Regolith”, Colwell et al., Icarus 138, 241-248 (1999)
- 8 : ”Low velocity impacts into dust : results from the COLLIDE-2 microgravity experiment”, Colwell, Icarus 164 (2003) 188-196.
- 9 : “The outcome of protoplanetary dust growth : pebbles, boulders or planetesimals ? I. Mapping the zoo of laboratory collision experiments” C.Güttler et al., A&A 513, A56 (2010)

3.2 Experimental set-up

3.2.1 General description

The aim of the experiment is to perform the collision in microgravity of two simulated asteroids during parabolic flights campaign. We distinguish two kinds of simulated asteroids’ surfaces : the sample and the impactor. The sample is a sphere of compacted dust of 2cm in diameter, slowly accelerated. The impactors are 6mm in diameter stainless steel bead shot at a greater velocity towards the sample. There is one collision performed per parabola, in a vacuum chamber providing a vacuum down to 10^{-2} mbar. The collision is recorded from the top of the chamber using two I-SPEED 3 Olympus cameras. The general view of the rack is presented in figure 1, and a simplified view with only the collisioning systems are shown on figure 2. The parameters that can be varied are the chemical composition, the impactor velocity and the impact parameter (ie the collision angle) using the unavoidable fluctuations of microgravity. The outputs obtained from the films of the collisions are the type of collision (eruptive or catastrophic), the dust production rate as well as its velocity field. We describe each subsystem of the set up below.

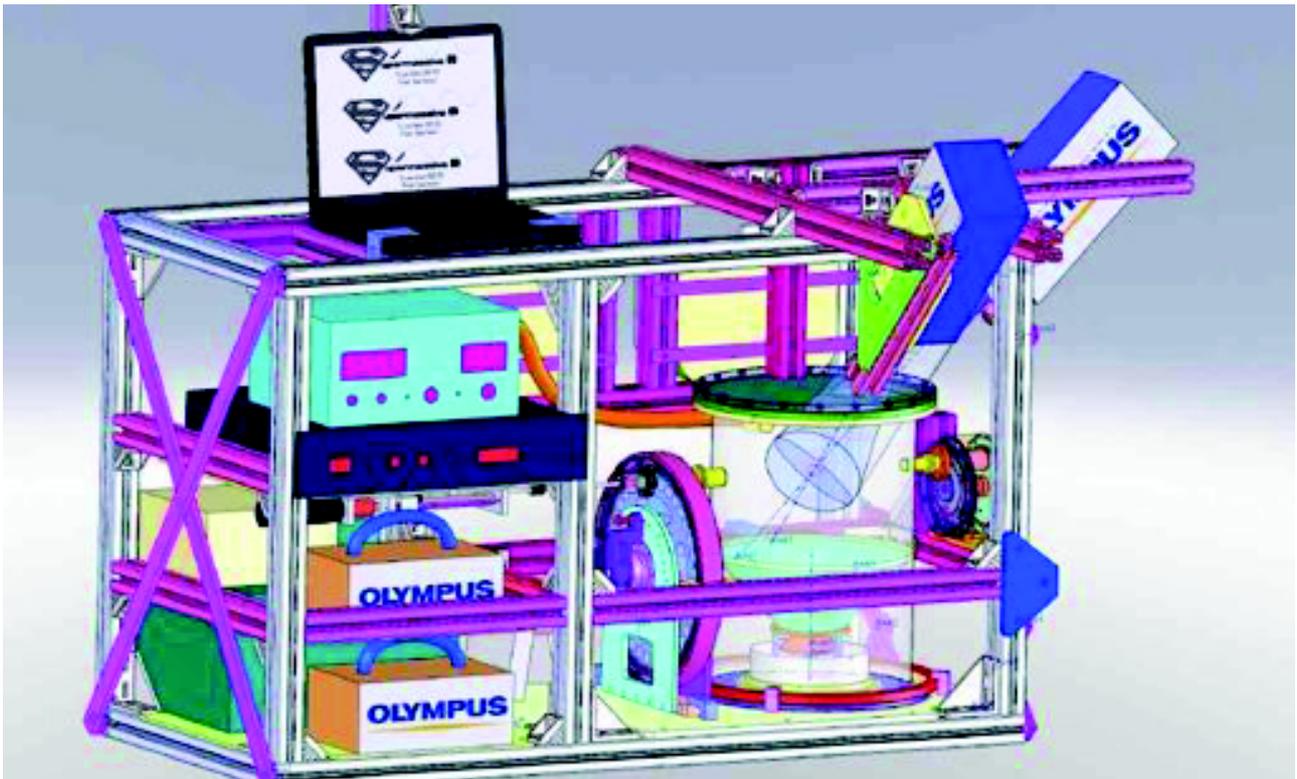


Figure 1: General view of the experimental rack

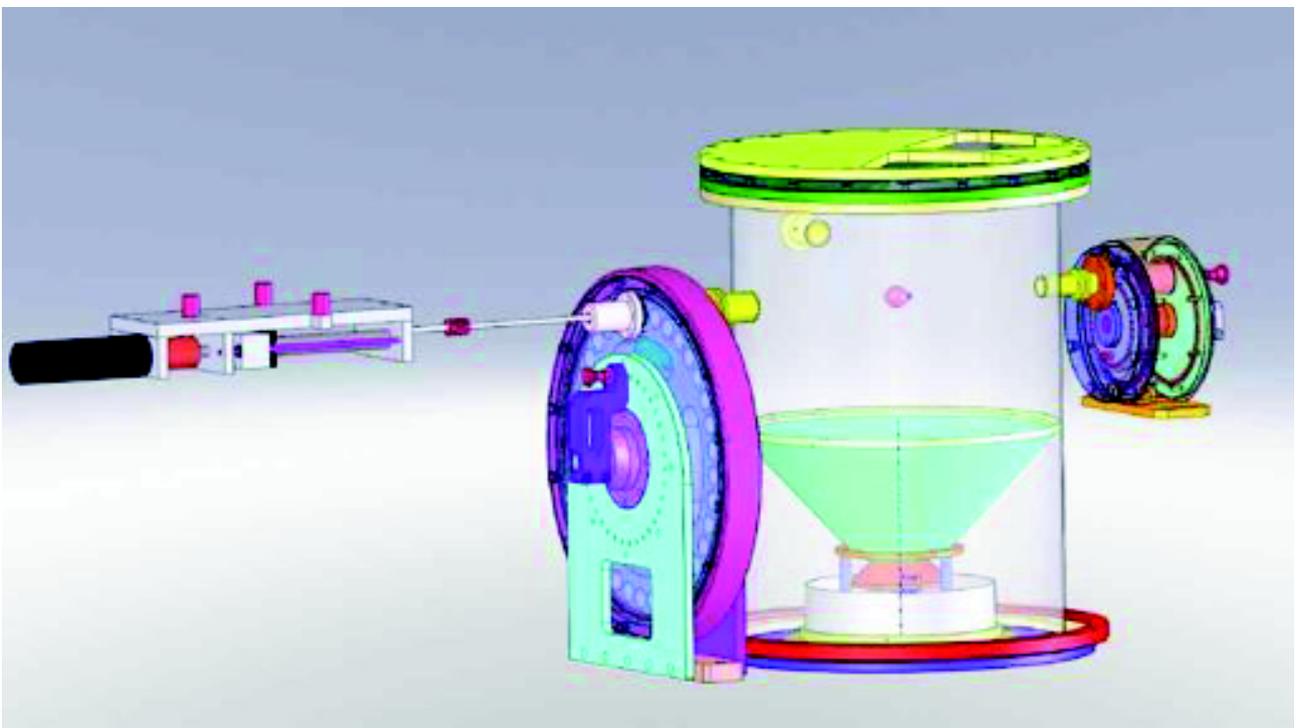


Figure 2: Collisioning system

3.2.2 Sample and impactor storing: the cylinder system

The cylinder system is a cylinder pierced with 35 holes, like a gun loader system of about 35cm in diameter. The targets are placed in the holes as shown open on figure 3. The center of the cylinder is pierced with and connected to a rod, around which it rotates. Rotating the cylinder with a driving wheel (not drawn here) allows placing a target in front of the piston S4 that then slowly accelerates it into the chamber. The rotation is manual so as to have a better control than a motor driven rotation. The rotation is blocked with a spring loaded indexing screw that ensures that a sample hole of the cylinder is aligned with the piston.

The rotating cylinder is placed inside immobile flasks that ensure the vacuum inside the cylinder (the sealing between the different parts is ensured by O-rings). Lip-seal connectors ensure the air tightness of the connection between the cylinder and the chamber, and the sealing between the translating piston and the cylinder is made by a double lip seal.

Leaks around the rotating axis that passes through the cylinder's flask is also ensured by a double lip seal. The projectile storage system is based on the same principle as the cylinder, but smaller to adapt the holes to the impactors size (6mm in diameter).

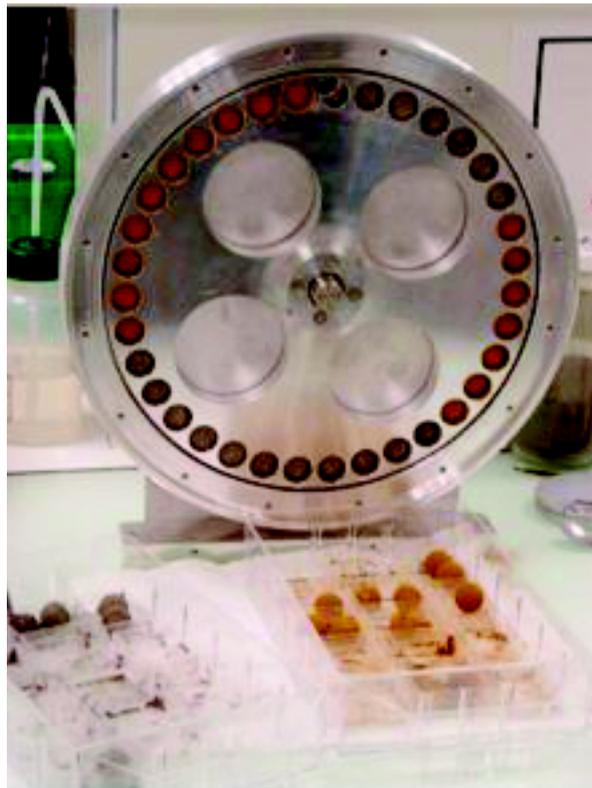


Figure 3: Cylinder (without cover), filled with Martian and Lunar simulant samples.

3.2.3 Accelerating systems

Samples are pushed out of their hole by using a piston developed by J. Blum (TU Braunschweig, Germany), H.J. Fraser (University of Strathclyde, Scotland, UK) and their team, and described in (5). The principle of this piston is to slowly accelerate the sample during the microgravity phase without fragmenting it. This piston is computer monitored and motor driven.

Impactors are shot in the chamber using a pushing electromagnet. The velocity of the impactor depends directly on the voltage applied to the solenoid. Our impactors are spheres made of stainless steel of 6mm in diameter.

3.2.4 Vacuum chamber and recovery box

We designed a vacuum chamber of 360mm in diameter, and 460mm in height. The chamber is made of a 2mm thick stainless steel sheet, rolled into a cylinder and soldered at the junction. The bottom of the chamber is soldered to a pancake-like plate of stainless steel, which will ensure the connection to the rack. In order to allow the observation of the collisions, the chamber is closed at the top by a piece of 10mm thick Makrolon™ (polycarbonate) of optical quality.

The chamber is also pierced by three holes : two are exactly facing each other and allow the sample and the impactor to enter the chamber, and the third is used as a connection for the pump. Appropriate joints ensure the vacuum of the system. A pumping group composed of a membrane and a secondary vacuum pump ensures a 10mbar vacuum. It is mainly in operation before the first parabola, and during long breaks to maintain the vacuum if needed. The pressure is monitored by a pressure gauge placed outside the chamber, at the pump connection.

To avoid any contamination in between parabolas, the samples and impactors are collected during the hypergravity phase using a funnel that will direct them into a box located at the bottom of the main chamber (loaded inside the chamber before the flight and removed after the flight by opening the chamber's lid, as shown on figure 4). The volume of the box was designed to be sufficient to contain all the samples and impactors. A closing system is used to prevent the dust and remains of the impacted samples to fly back into the main chamber during the following parabolas. The closing system is an aluminum cone that, during the normal and hypergravity phases, slides down an aluminum rod to open the funnel and allow the dust evacuation, and slides up the rod during the microgravity phases if negative g occurs, in order to close the funnel and prevent dust or impactors from going back into the chamber.



Figure 4: Dust recovery system

3.2.5 Imaging systems

Two cameras placed in two perpendicular planes at 45° of the vertical direction (Fig. 5) on top of the chamber are used to record the collisions. The cameras used are high-speed, high-resolution I-SPEED 3 and I-SPEED Tr Olympus cameras. They are operated at 2000fps, with a CMOS captor with 1280×1024 resolution, a pixel size of 21 microns with 10 bit pixel depth (grey scale), a field of view of $10\text{cm} \times 10\text{cm}$ and a field depth of about 5cm.

Figure 5: Cameras

The cameras are simultaneously triggered by an external signal provided by the limit switch of the piston, and individually controlled by a CDU screen. These control panels allow the experimenters to choose the useful sections of the movies and to record only the necessary part on the 8Go compact flash card of the camera after each parabola. The use of the camera internal memory avoids having to write on an external hard- drive during the flight, which is usually impossible for parabolic flight experiments with only small breaks between experiments (from 1min30s up to 10min).

The use of high frequency cameras requires illuminating strongly and homogeneously our samples; for this purpose two halogen cold light generators IL-P2 by Olympus are used.

3.3 Experimental procedure

3.3.1 Before the flight

-Samples compacting and loading of the targets cylinder: The dust samples have to be prepared in the premises of Novespace. Even though the dust balls proved to be quite tough and resistant to vibrations, we feared that they might not support the trip by car from Grenoble to Bordeaux. We tried however to simplify our work in Novespace as much as possible by preparing in Grenoble in separate boxes the exact amount of dust necessary to prepare a sample. No binding agent is necessary for compacting the dust, except for a bit of ethanol that holds together with capillary forces the dust during compacting and unmoulding and that evaporates within a couple of hours. The compaction is done with a spherical mould especially made for our experiment. As the loading must be done in a lab, the target cylinder must be removed, brought and cleaned into the lab, and then brought back to the plane and re-installed on the experiment.

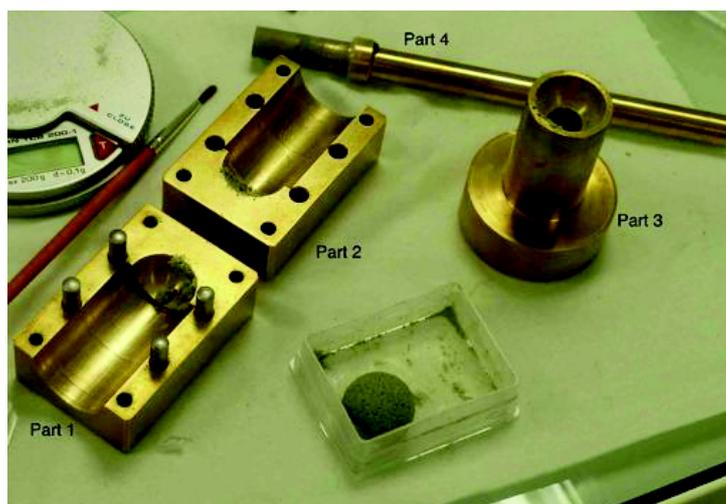


Figure 5: Mould for dust compaction

The dust we used are: Peridotite from Massif Central, France, JSC Mars-1 and JSC 1-A (respectively Martian and Lunar regolith simulants, provided by Orbitec).

-Loading of the impactors cylinder. No special issues for this task.

- Vacuum: it must be done the night before the flight and re-engaged one hour before the flight. The pump is then switched-off before the take-off, and eventually switch-on during the flight if necessary.

3.3.1 During the flight

-Before each parabola: checking of the computer set up.

-During each parabola: once the zero-G phase is reached, each cylinder is turned in order put the target in front of the piston and the impactor in front of the solenoid. So each cylinder is ready for the shot. The shot is then launched, which also launch the cameras thanks to the triggering.

-After each parabola: data collecting. As not all the movie recorded by each camera during the impact is necessary, we select the section of the movie which is useful for the data analysis, and save it (see part 3.2.5). Then one must report which kind of sample was impacted during the parabola and check if the computer is set up for the next parabola.

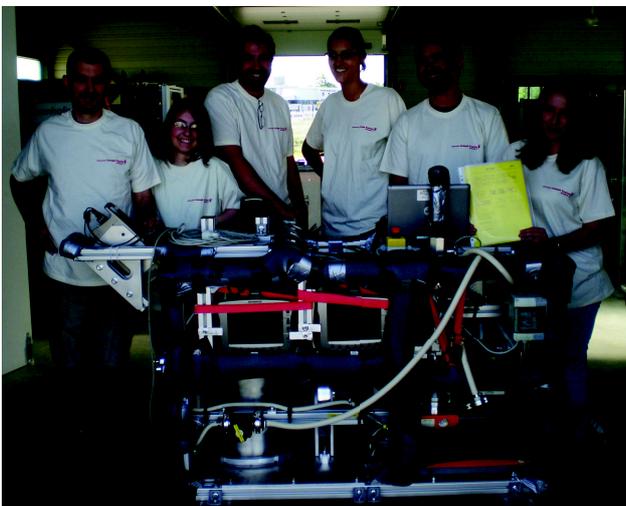


Figure 8: Experiment ready to be taken aboard

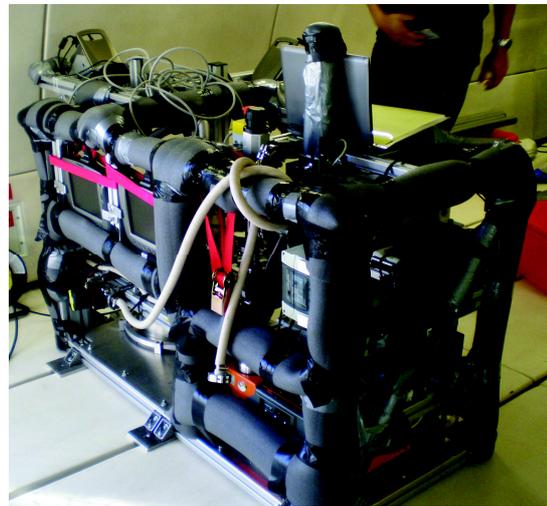


Figure 9: The set up on board the aircraft

4. Parabolic Flight Campaign

4.1 Before the flights

4.1.1 Security aspects

We first had to deal with safety aspects. After our arrival to Novespace, the engineer in charge with our experiment (Patrice Rosier) gave us instructions to be sure that the final

security review by DGA personal would not be a problem.

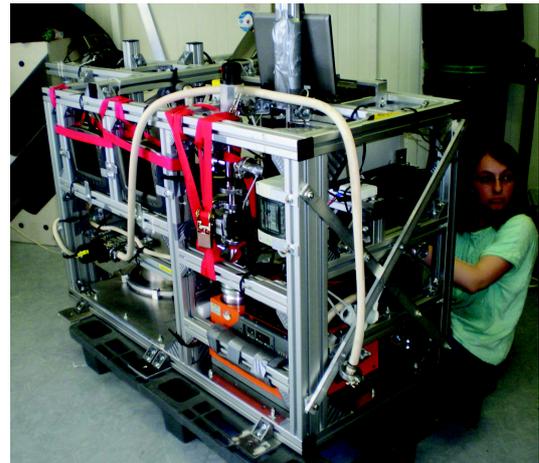
We had to modify the electrical connections which were not regulatory for the flight rules.

Then we put all the necessary protections on the experiment to prevent any injure during the flights.

We also had to check that there was no unexpected material in the experiment (free bolt for example) to prevent any free floating material which could be dangerous during parabolas.



Figure 7: Clean up of the experiment



Once the experiment aboard, the final security review has been successfully passed.

4.1.2 Technical aspects.

We had to fine tune the computer function which automates the experiment (time delay to launch the impactor, triggering of the cameras). The optics also needed a final adjustment. We used 50 mm reflex lenses on each camera, and looked for the best adjustment of the focus and the optical depth. There was a compromise to find between the optical depth, shutter time and sensitivity. We also had a small problem, as one of the light generators broke down. Our contact from Olympus (Jean-Francois Forsan), gave us a new one that was fine for the experiment.

4.2 During the flights

As this campaign was our first one, we did not know how we would react to micro-gravity. Fortunately, nobody was sick during the flights, which made the work a lot easier.

4.2.1 First flight

Students aboard: Audrey, Magali and Remi.

The first parabola was for us a discovery of micro-gravity, so we did not try any collision at that time.

The first experimental procedure was not optimal and we also had some coordination problems during some of the parabolas. We first decided to turn the cylinders before the zero-G phase. In this situation, samples are free to fall in the chamber if there a sufficient perturbation, which is possible during the 2-G phase or during the first seconds of the zero-G phase. So we lost some parabolas because some samples fell in the chamber before the shot. There was also another issue: the zero-G fluctuations sometimes made the impactor miss the target. This issue, inherent to free floating impacts during parabolic flights, could not have been resolved for the other flights. However, 13 impacts were realised on the 30 available parabolas, which remains quite good for a first flight.

4.2.2 Second flight

Students aboard: Audrey, Laurianne and Magali.

We decided to change the experiment procedure: the cylinders were turned during the zero-G phase, when a good micro gravity level is reached, which should lead to a decrease of the sample number lost before the shot. Things went very well until the third parabola, when the voltage supply of the solenoid broke down. We tried to re-plug the generator but it was short-cut, and even worse, also led to a power fault on the nearby experiment. In such a situation it was decided to stop the experiment for the rest of the flight. In the end we tried making shots by hand, sending the first sample slowly and the second faster in

order to have collisions between the samples. It didn't succeed because it was too hard to get the required velocity by hand and to trigger and synchronise the two cameras.

4.2.3 Third flight

Students aboard: Audrey, Magali and Remi.

The generator was changed between the second and the third flight. This flight was the most successful, because the experiment procedure was finalised, so we obtained 20 collisions out of the 30 parabolas.

4.3 Between the flights

The procedure between two flights is explained in the section «experiment procedure». However, as a voltage generator broke down during the second flight, the afternoon between the second and the third flight was very complicated. We had only a few hours to find a new generator that could suit our needs, and install it on the experiment rack, which required some adaptation, tests and validation by Novespace. This could not have been possible without the help of our mentor Thomas Podgorski, Christophe Minetti and all the Belgium FYT team. We would like to sincerely thank them in this report.

5. Scientific Results

5.1 Collected data

As we performed 33 collisions, we have 33 movies per camera, which recorded the impacts at 2000 frames per second.

5.2 Data processing and analysis

The first step of our analysis of the results aims at finding the transition between the fragmentation and craterisation regimes, then velocities of ejecta resulting from the collision will be determined. This analysis has been started by the extraction of the impact velocity (i.e. relative speed between the target and the impactor), and the speed of both target and impactor after the collision. The measurement of number of particles, as well as the speed of ejecta requires a heavy image processing with an adapted software. This was done with the software Davis, by LaVision, using Pr. Blum's licence, which performs automatic shadowgraphy. Shadowgraphy means that the software recognizes the shadows on a given frame, and automatic implies that the shadows are recognized automatically.

hundreds of particles without an operator having to clic, manually, on each particle, frame after frame, for the recognition. Explaining this may seem trivial, however it was a massive gain of time for us to be able to access such a software, as we learned recently that some other groups working on similar movies do manual tracking.

Shadowgraphy was also a point that we didn't foresee and which could be a significant improvement for a future campaign : since the software recognizes shadows, a background illumination (compared to our current front illumination) would have provided us with more easily exploitable movies.

5.3 Results

Different kind of information are required in order to reach final conclusions on this work. First (this has already been partly done), the velocities of both impactor and target before and after the impact should be determined. We also need the impact parameter of the collision and the speed of the ejecta.

We summarize our preliminary results in the tables and figures below :



Figure 10 : Erosion (left) and fragmentation regime (right)

Chemical Composition	Cratering	Fragmenting
Martian	6	4
Lunar	8	2
Peridotite	10	3

Table 1: Behaving of samples according to their composition

Composition	Collision type	Impact parameter	Impactor velocity (m/s)	Sample velocity (m/s)
mars-01	fragmentation	middle	3,49	-0,51
mars-02	fragmentation	middle	3,46	-0,41
mars-03	cratering	side	3,53	-0,51
mars-04	cratering	side	3,55	-0,48
mars-05	fragmentation	side	3,12	-0,21
mars-06	cratering	side	2,13	-0,45
mars-07	cratering	side	3,404	0,69
mars-08	cratering	side	3	-0,52
mars-09	fragmentation	side	3,44	-0,43
mars-10	cratering	side	3,51	-0,51
mars-11	missed		3,39	-0,51
lunaire-01	cratering	side	3,884	-0,524
lunaire-02	cratering	side	3,545	-0,273
lunaire-03	cratering	side	3,922	-0,582
lunaire-04	cratering	side	3,721	-0,580
lunaire-05	missed		3,410	-0,578
lunaire-06	cratering	side	3,315	-0,517
lunaire-07	cratering	side	3,344	-0,488
lunaire-08	fragmentation	side	3,740	-0,526
lunaire-09	missed		3,517	-0,527
lunaire-10	cratering	side	2,548	-0,452
lunaire-11	cratering	side	2,828	-0,459
lunaire-12	fragmentation	side	3,113	-0,504
péridot-01	cratering	side	5,79	-0,571
péridot-02	cratering	side	3,22	-0,478
péridot-03	fragmentation	side	3,154	-0,498
péridot-04	cratering	side	3,566	-0,475
péridot-05	fragmentation	middle	3,891	-0,54
péridot-06	fragmentation	side	3,747	-0,445
péridot-07	cratering	side	3,937	-0,613
péridot-08	cratering	side	3,68	-0,526
péridot-09	cratering	side		
péridot-10	cratering	side	3,631	-0,567
péridot-11	cratering	side	2,719	-0,497
péridot-12	cratering	side	3,134	-0,524
péridot-13	cratering	side	3,45	-0,534

Table 2: Speed and result of the collision for each impact observed

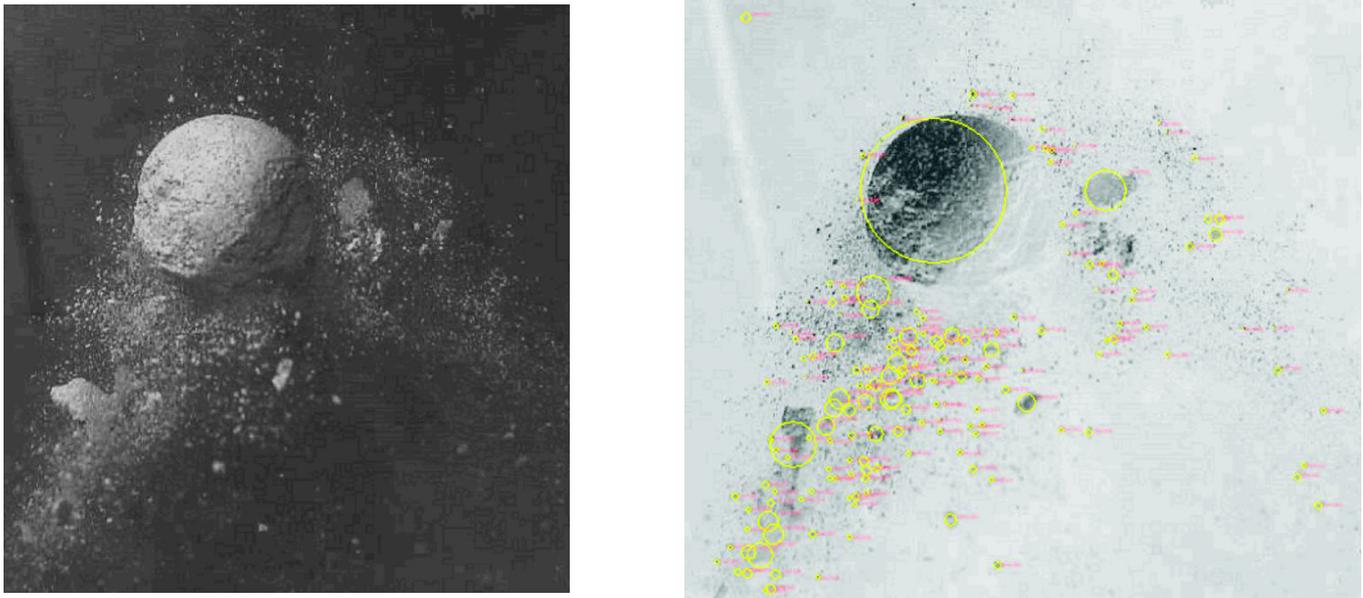


Figure 11 : Frame extracted from a peridotite collision, on the left with no tracking, on the right with the yellow circles representing the equivalent tracked particles

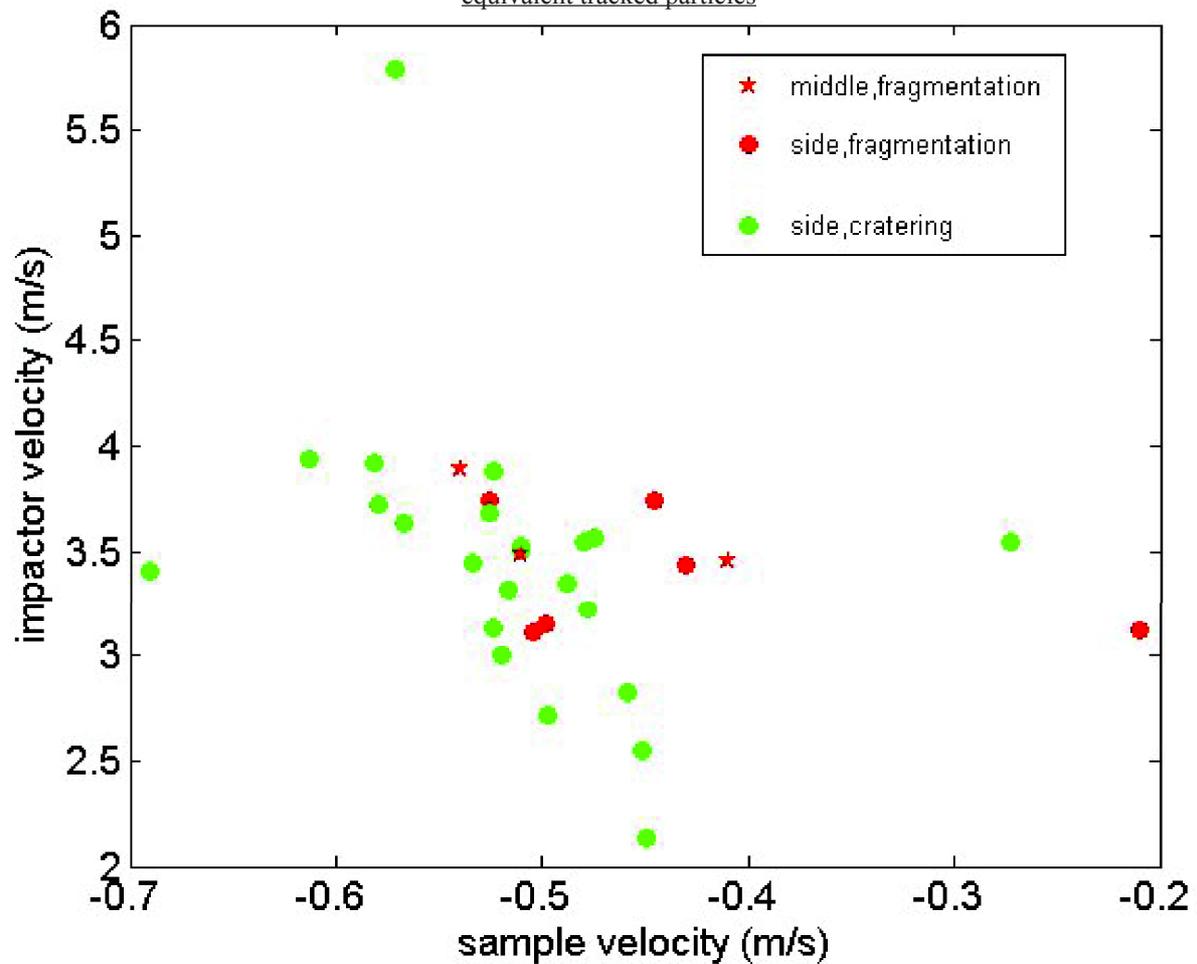


Figure 12: Result of the impact (fragmentation, cratering) as a function of the both impactor and target velocity, and the impact parameter.

The JSC Lunar and Mars simulant behaved roughly the same as far as dynamics is involved. The samples remained spherical throughout the flight, however their natural dark colors (dark grey and red) make the films more difficult to analyse. Contrary to that, peridotite samples proved to be much weaker, ie few samples were spherical when shot. We believe that it is due to a different granulometry, ie a larger size distribution of the grains compared to that of the commercial powders. However the light green color, close to white, allowed the light to reflect more efficiently and made the particle tracking easier. So for such high frequency recording, we recommend using a stronger lighting system than the one used, background illumination, or to use peridotite powder.

Figure 10 shows examples of the two regimes of impact observed in the experiment: erosion (cratering) and fragmentation. In the first type of impact, a small amount of dust is ejected from the sample upon impact and the majority of the sample's mass keeps its coherence. In the second type of impact, the sample is destroyed and many fragments are produced with a broad size distribution which were characterized during the movie analysis.

Figure 11 show a comparison between a frame extracted from a movie with no treatment, and the same frame with the particle recognition and tracking. The yellow circles indicate the particles recognized by the software.

Table 1 shows the statistics of all impacts observed during the campaign, while table 2 shows the details of each impact : sample and impactor velocity before impact, and a qualitative description of the impact parameter or position of impact on the sample. For the 3 different sample compositions, most impactor velocities are in the range 2.5-4 m/s. Sample velocities vary over a small range (0.4-0.6 m/s). Overall, about 1/3 of the impacts led to fragmentation.

As a first attempt to build a phase diagram of impact dynamics, we represented the type of impact vs. impactor and sample velocity (fig. 11). There is no clear separation between the fragmentation and erosion regimes, which suggests that, at least in this range, velocities are not the only parameters governing the impact and that the impact parameter is a key element to explain the difference between this two regimes. So while ideally the range of velocities could have been wider, the experiment took place in an interesting range where varying the impact parameter shows a transition between the two impact regimes, providing useful information for the phase diagram.

So far, only a qualitative classification of impact parameters has been done, between impacts in the middle of the target, and off-center impacts (labeled as "side" in the table). While a more precise determination of this parameter must be done, one can already notice that all centered impacts led to fragmentation.

5.4 Expected outcome

Up to now, we managed to obtain the velocity of the collision, and to perform the particle tracking of all the exploitable movies. A more detailed interpretation is under progress, and we expect to submit a paper with all our results in the coming months, as various people involved in simulations already showed a strong interest in our data.

In the cratering regime, the particle recognition and tracking give us the number of particles detected, their size and when tracked, their velocity, in each camera's 2D plan. No 3D reconstruction is possible due to the fact that it is impossible to match one particle in one camera 2D plan, to the same particle in the other camera 2D plan.

Then the energy balance (kinetic energy of the system before and after the impact) could lead us to deduce the mechanical feature of the regolith during an impact, and so deduce if models underestimate or not the dust quantity created during an impact between asteroids.

6. Conclusions

We proposed an original experiment allowing a new way of studying the dust production by asteroid collisions.

Except for the electrical breakdown during the second flight, the campaign went well. As a first campaign for this experiment, there were some uncertainties on the behavior of the experiment in zero-G. We can now say that it is well adapted for parabolic flights. There are some possible improvements in order to get a better rate of success from our experiment. The launching of the shot by taking into account the microgravity fluctuations in real time would prevent the samples from deviating too much before reaching the center of the chamber. The lighting could be changed by more powerful lights. This would make the data analysis easier, without decreasing the frequency of the cameras. It also should be mentioned that NOVESPACE proposed our experiment to be a back-up experiment for a next campaign.

Before this experiment, there were two experiments dealing with dust production by impacting a target in micro-gravity: the Collision Into Dust Experiment (COLLIDE), by Colwell et al. The experiment was flown in a space shuttle in 1998 and repeated in 2001 (COLLIDE -2). The principle of COLLIDE is to impact a target fixed on a support at velocities between 1 to 100 cm/s. Six impacts were realized on each campaign. The question was to study at which velocities a significant cratering of the target is occurring. It was estimated to be 25 cm/s. We focus on the impacts which regime is clearly cratering (1-10 m/s). Or even fragmentation by investigating the limit between these two regimes. This is an important point for exo-planetary physics (as explained below). We already had 35 impacts during the next flight campaign. And our experiment allows to realize until 90 impacts this campaign, which is very interesting for statistical analysis. We can already say that the speed limit between the cratering and the fragmentation regimes is around 3m/s,

and that the impact parameter is a key parameter to explain the difference between these regimes. The speed field analysis of the dust produced is going to be done next month.

It would be interesting to re-fly our experiment. We did not fully investigated the speed space we initially wanted (1-10 m/s). We focused on impact speed around 3m/s. This would be very precious to re-fly the experiment in order to finish this statistical study.

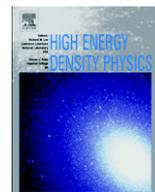
Chapitre F

Publication



Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

High Energy Density Physics

journal homepage: www.elsevier.com/locate/hedp

Review

What does it take to launch self-confined jets from astrophysical accretion discs?

Jonathan Ferreira*, Remi Deguiran

UJF-Grenoble 1/CNRS-INSU, Institut de Planétologie et d'Astrophysique de Grenoble (IPAG) UMR 5274, Grenoble F-38041, France

ARTICLE INFO

Article history:

Received 3 June 2012

Received in revised form

12 September 2012

Accepted 30 September 2012

Available online 9 October 2012

Keywords:

Accretion

Accretion discs

Magnetohydrodynamics (MHD)

Stars: pre-main sequence

ISM: jets and outflows

X-rays: binaries

ABSTRACT

Well collimated jets are observed from young stellar objects (YSO), active galactic nuclei (AGN) and some galactic compact objects (X-ray Binaries). These jets are powerful in the sense that they seem to carry a sizable fraction of the power released in the underlying accretion disc. The most complete and reliable jet models are actually disc winds, launched from the innermost disc regions: accretion and ejection are naturally interdependent, through the action of large scale magnetic fields anchored in the disc.

In the last decade, disc winds have been quite successfully compared to observed YSO jets. Indeed, these jets are well monitored and provide several valuable diagnostics (plasma temperature, density and velocity stratification) that put stringent constraints on all available jet models. However, even if disc winds provide a satisfactory “first order” explanation for YSO jets, they cannot explain alone the whole phenomenology of these jets and some interaction with the central object must be taken into account.

Disc wind models rely on the presence of a large scale vertical field close to equipartition. It will be shown that fulfilling such a condition is not an easy task. A complex interplay between advection and turbulent diffusion of the field is probably the cause of long term variability, as observed in X-ray binaries for instance. We also show, for the first time, that the outer parts in accretion discs could be highly magnetized. This may be the reason of ubiquitous massive, low velocity winds observed in YSOs, AGN and XrBs.

© 2012 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Self-confined jets from young stellar objects

1.1. Why can they be described by disc winds?

Young Stellar Objects (hereafter YSO) provide fantastic tools for investigating non-relativistic jets through images, Position–Velocity diagrams, line ratios etc... unveiling detailed kinematic maps, mass loss rates measurements and collimation/acceleration properties. Their most striking feature is certainly the fact that these supersonic jets are highly collimated (opening angle of a few degrees) very close to the source (at the limit of our actual resolution). This hints to the necessity of linking collimation and acceleration processes and only the presence of a large scale magnetic field anchored on the jet driving source has been proven to be effective enough (see e.g. [1]). Observations clearly show that jets suffer strong disturbances due to shocks and possibly unsteady ejection events. However, the time scales inferred are long (at least years) with respect to the dynamical time scales at the innermost regions where jets are believed to be launched from (days, see e.g. Livio 2012, HEDP submitted). Moreover, within the first 100 AU, jets

(termed “microjets”) seem to be less messy and inferred shock speeds seem to be always much smaller than the speed of the main component. Thus, while the jet phenomenon is intrinsically a time-dependent one, steady-state models provide valuable tools to understand them.

There are basically three main steady-state models of YSO jets in the literature: stellar winds [2], X-winds [3,4] and disc winds [5–8]. They are governed by the same set of MHD equations and share the same physics, the differences being the boundary conditions. They all rely on the existence of a large scale magnetic field, anchored on a rotating object (hence, spinning down this object). Stellar winds and X-winds assume somehow that there is no large scale magnetic field in the disc: all the relevant magnetic flux coming from the infalling envelope has been stored in the star. On the contrary, a disc wind requires another magnetic scenario, where a strong field remains present in the disc (see next section). How can these models be discriminated from observations? A complete review of both theoretical and observational constraints has been made by [9]. There are actually five main pieces of evidences that, to our view, must be considered:

- (1) Global mass and energy budgets: disc winds tap the accretion power. This is the only physical situation where it is easy to extract energy and mass in amounts comparable to

* Corresponding author.

E-mail address: Jonathan.Ferreira@obs.ujf-grenoble.fr (J. Ferreira).

- observations, naturally explaining the accretion–ejection correlation. Stellar winds suffer from a mass supply problem [10,11], whereas some (unknown and theoretically challenging) process must be invoked to power X-winds with the stellar rotational energy [3].
- (2) Jet collimation scales: the way a MHD jet opens is related to its transverse equilibrium (Grad–Shafranov equation) and linked to the poloidal motion along the magnetic surfaces (Bernoulli invariant). Contrary to some expectations, disc winds settled from the disc innermost radius to, say, 0.1 up to a few AU are consistent with all known images of optical jets [1,12,13].
 - (3) Presence of dust in jets: recent spectro-imaging studies of YSOs show a clear depletion of iron gas phase [14–16]. This is an evidence of dust in jets, which cannot be explained if these are X-winds or stellar winds.
 - (4) Molecular microjets: small scale (<100 AU) low-velocity molecular (CO in HH30 [17], H₂ in DG Tau, Agra-Ambaoge, in prep) flows are observed surrounding the inner optical jet. While these flows could in principle be due to the photo-evaporation of the outer disc, they could as well be the molecular counterpart of the disc wind, settled beyond 1 AU, since molecules would survive in the disc wind [18].
 - (5) Jet kinematics: optical and IR emission line allow to derive jet kinematics, both along but also across the jet. It has been argued that rotation has been detected, allowing to determine the launching radius of the dominant (in terms of emission) streamline [19–22]. It is found that only extended disc winds can meet all known observational constraints, as long as the observed velocity shift is indeed a signature of jet rotation (Fig. 1, see also [22]).

Disc winds appear therefore to constitute the main component, in terms of power and mass, of YSO jets.

1.2. A situation slightly more complex

However, there are also several aspects that cannot be explained by only disc winds:

- (i) Variability: a disc wind has no typical time scale (unless perhaps the orbital time scales at its inner and outer radii), whereas YSO jets harbor several time scales, from years (e.g.

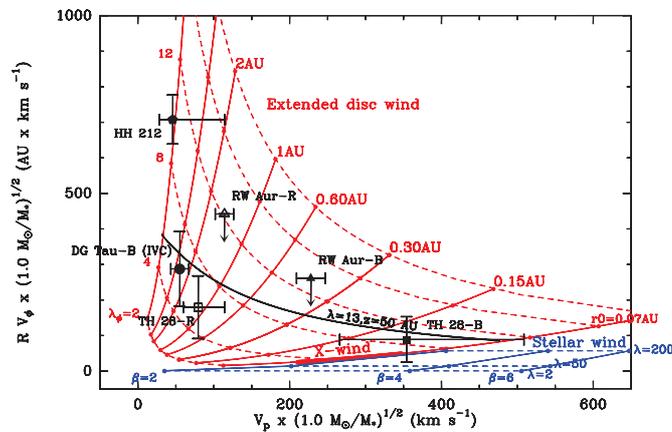


Fig. 1. Comparison of predicted specific angular momentum vs. poloidal velocities with observations of T Tauri microjets. Full and dashed curves show expected theoretical relations for MHD disc and stellar winds. Plotted in symbols are jet kinematics measured at distance $z \approx 50$ AU in the DG Tau, RW Aur, and Th 28 jets. The infrared HH 212 jet is also shown for comparison. See [9] for more details.

knot periodicity from 2.5 to tens of years [16,23] to hundreds of years.

- (ii) Jet asymmetry: YSO jets are bipolar but, while they seem to eject the same mass at each side, the terminal velocities differ by up to a factor 2 [15,24].
- (iii) Presence of a hot inner flow, detected in blue shifted HeI absorption lines [25,26]. This is indicative of a component whose most probable origin is a stellar wind, which is necessarily present in any case.
- (iv) X-ray emission at the base of jets with a possible stationary component [27,28]. This may be explained by a shock due to a very fast jet carrying not much mass flux [29,30].

All these features could be explained if YSO jets would be flows constituted by three components: (1) An outer disc wind, carrying most of the mass and providing a magnetic self-confinement of the whole flow; (2) An inner stellar wind, carrying some stellar angular momentum and providing a hot, fast and tenuous jet spine; (3) An unsteady intermediate plasma, made of several plasmoid ejection events confined by the outer disc wind (see [31] and discussion in [9]). These magnetospheric ejections could carry away most of the stellar angular momentum and provide thereby the only means by which an accreting and still contracting protostar could be spun down. Such reconnection-driven flows have been observed in numerical simulations of star–disc interactions (Zanni & Ferreira 2012, submitted). They are somehow related to the “magnetic tower” process that is observed in some laboratory experiments [32,33] and numerical simulations (Huarte-Espinosa et al., 2012, HEDP submitted).

2. Jet emitting discs

The above discussion was focused on YSOs but, as discussed by Livio (2012, HEDLA, submitted), the disc wind model offers a universal paradigm that should also apply regardless of the nature of the central object, be it a compact star (white dwarf or neutron star) or a black hole (stellar or supermassive). And, indeed, self-confined jets are observed as well in these systems. Since the seminal paper of [5], it is well known that magneto-centrifugally driven jets exert a torque on the underlying accretion disc. However, most of the studies devoted to the launching of such jets assumed either a platform¹ or an underlying disc unaffected by the presence of the wind, namely where the dominant torque remains the “viscous” one (as in the Standard Accretion Disc [34], hereafter SAD).

Here, we describe instead Jet Emitting Discs (hereafter JED), which is a class of accretion solutions where all the local disc angular momentum is transported vertically via two jets. The physical origin of this torque is Lenz’s law: once the ejected material reaches the Alfvénic radius, its inertia produces a feedback on the disc that acts to brake it down.

2.1. Self-similar models

In a series of papers, the full set of dynamical equations describing both the resistive accretion disc and ideal MHD jets (Fig. 2a) were simultaneously solved thanks to a self-similar Ansatz (see e.g. [8] and references therein). It was shown that once a large scale magnetic field reaches a value smaller than but close to the equipartition value, its torque become dominant wrt the usual viscous (turbulent) torque and accretion reaches almost sonic speeds. As a consequence, for a given accretion rate \dot{M} , a JED is much less dense than a Standard Accretion Disc (hereafter SAD). In

¹ The disc structure is not considered and equations are solved above the disc surface where ideal MHD applies.

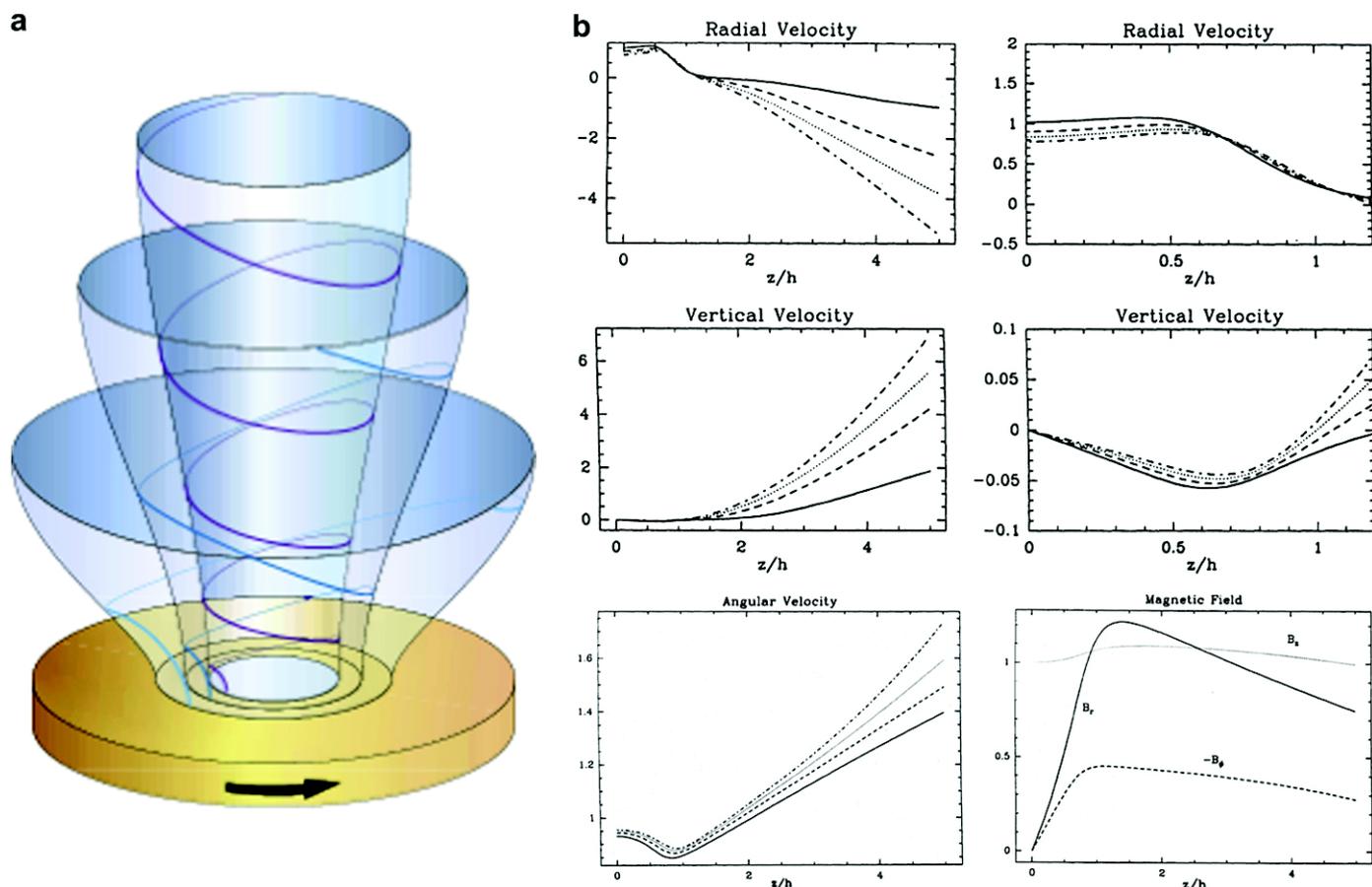


Fig. 2. (a) Left: Picture of an axisymmetric magnetized accretion–ejection structure: the jet can be seen as a series of magnetic surfaces nested around each other. (b) Right: Vertical profiles of velocity for several solutions characterized by different ejection efficiencies ξ and magnetic field components for one solution. Within a factor of 2, all components of the magnetic field are comparable at the disc surface. Here, the flow operates a transition around $x = z/h \approx 1.2 - 1.6$ from a quasi-static resistive MHD disc to a super slow-magnetosonic ideal MHD jet. Figure adapted from [7].

these models, the disc accretion rate scales as $\dot{M} \propto r^\xi$ where ξ is the local jet ejection efficiency. It is not a free parameter but a result of the trans-Alfvénic jet condition. It is found to vary typically between 0.01 and 0.1 (when some heat deposition occurs at the disc upper layers [35]), hardly higher.

Fig. 2b shows a close up of the vertical profiles of the velocity and magnetic fields in a vertically isothermal disc with a local vertical scale height $h(r)$. These profiles are quite typical of those found within a JED (see [7] for more details). The flow is accreting at a sonic speed (because of the quite strong magnetic field), with a slightly converging motion (ie $u_z < 0$). Only the disc upper layers are being deviated into the jet. The slightly sub-Keplerian profile of the angular velocity Ω shows a typical arcade shape: the initial decrease is due to the increasing effect of the radial magnetic tension as the density decreases with height. The following increase is the sign of an azimuthal magnetic acceleration. As a consequence, the centrifugal term grows and becomes comparable to the radial magnetic tension (driving thereby a strong outward-ejection-motion). The magnetic torque changes its sign roughly at the disc surface. When this occurs, the projection of the Lorentz force along a magnetic surface becomes also positive [36]. The jet is thus accelerated by magnetic means in both directions (azimuthally and in the poloidal plane). However, within the disc, the poloidal Lorentz force is acting against the flow. Note also that the disc is being vertically pinched by a strong magnetic compression. It is that element that limits the actual amplitude of the magnetic field (measured by the disc magnetization parameter

$\mu = B_z^2 / \mu_0 P$, where $P = \rho c_s^2$ is the plasma thermal pressure, ρ its density and B_z the magnetic field at the disc midplane). While accretion is favored for stronger μ , the disc vertical balance forbids μ to be larger than about unity [7].

Note that although a thin disc approximation was used in [7], subsequent works used the full expression for the gravitational potential of the central object. These works are still the only ones available in the literature that include all dynamical terms,² thereby allowing to study either geometrically thin or thick discs (the disc aspect ratio $\varepsilon = h/r$ is a free parameter). The JED parameter space (obtained with both slow and Alfvénic constraints) has been computed in [36] for isothermal and in [37] for adiabatic magnetic surfaces. It is shown that the ejection efficiency ξ grows nonlinearly with the disc magnetization μ . The outcome of this parametric study is that only a tiny interval of JED physical conditions allows for steady-state ejection:

$$0.1 < \mu = \frac{B_z^2}{\mu_0 P} < 1 \quad (1)$$

$$0.2 < \alpha_m = \frac{v_m}{V_A h} \sim 1 \quad (2)$$

² Dynamo, disc self-gravity and radiation pressure have been neglected.

$$\chi_m = \frac{\nu_m}{\nu'_m} \sim 1/3 \quad (3)$$

where $V_A = B_z/\sqrt{\mu_0\rho}$ is the Alfvén velocity at the disc midplane, ν_m and ν'_m are the turbulent magnetic diffusivities, responsible for the diffusion of the poloidal and toroidal components of the magnetic field, respectively. Note that a slight anisotropy of the magnetic diffusivities is required in these stationary models. A larger level of magnetic diffusion in the toroidal direction allows to provide a magnetic structure with comparable components at the disc surface (namely $B_z^+ \sim B_r^+ \sim -B_\phi^+$), despite the strong anisotropy of the velocity field inside the disc $u_\phi \gg u_r \gg u_z$.

Although these solutions are solutions to the full set of MHD equations, they suffer of course from two caveats: (1) there are self-similar (power-laws of the cylindrical radius), so that no radial boundary condition can be imposed; (2) a local α -prescription for the turbulent torque and magnetic field transport has been made. The first caveat is actually not too serious: while astrophysical jets are definitely not self-similar, the underlying physics revealed by these exact solutions remains valid, as far as the jet launching is concerned. When it comes to jet propagation and asymptotic behavior, then the mathematical bias comes into play [8,36]. The second caveat, the use of an α -prescription, is more serious. It assumes that a full 3D magnetized turbulence is established but that, nevertheless, the effective anomalous transport of magnetic field (diffusivity) and angular momentum (viscosity) remains local (ie, involving scales smaller than the local disc scale height h). This is far from being obvious and one must therefore remain cautious.

2.2. Numerical experiments

Most of the findings of self-similar calculations were confirmed by 2.5D time-dependent numerical simulations, using either the MHD VAC code [38,39], FLASH code [40] or newer PLUTO code [41]. Among a quite large amount of available numerical simulations of jet launching from thin accretion discs, only those cited above achieved a quasi-steady-state. The reason lies in the fact that they started their simulation with i) an initial condition taking into account the radial and vertical magnetic forces, ii) a field close to equipartition $\mu \sim 0.5$ and iii) a turbulence mimicked with an α -prescription with $\alpha_m \sim 1$. The parametric study done by [41] confirmed that a field larger or much smaller than equipartition would never allow steady-state ejection. To our view, these time-dependent experiments provide a firm ground to the analytical analysis. However, they also suffer from the α -prescription used.

It is well known that whenever magnetic fields are present, the disc is unstable to the Magneto-Rotational Instability (hereafter MRI) and that a self-sustained turbulence sets in [42]. This leads to a radial angular momentum transport very much alike an anomalous viscosity ν_v [43]. Within a JED, viscosity is useless but a magnetic diffusivity of turbulent origin (ν_m and ν'_m) is still needed. Thus, the problem remains. The initial conjecture of [6] was that the relevant MHD instability in JEDs would also provide such a diffusivity, with an effective Prandtl number $\mathcal{P}_m = \nu_v/\nu_m \sim 1$ and some degree of anisotropy $\chi_m = \nu_m/\nu'_m \sim 1/3$.

However, MRI is quenched when the field approaches an equipartition level so that it might seem inconsistent with our assumption. This is actually not exactly the case: all trans-Alfvénic solutions found had a field below equipartition so that JEDs would be close to the limit of marginal stability (but still unstable). We therefore still expect MRI to be the main driver of turbulence within JEDs and recent works on MRI in shearing box seem to confirm this statement. Indeed [44], measured the decay time of an imposed

field and derived the amplitude of the turbulent magnetic diffusivity ν_m . It appears comparable to the “viscosity” ν_v . Closer to our preoccupations [45], imposed a current density J_i inside the shearing box and verified that the turbulent term $(\delta\vec{u} \times \delta\vec{B})_i$ is actually proportional to J_i . Thus, the turbulent magnetic transport does seem to behave like a resistivity whose tensor is mostly diagonal. This is a major result as (1) it is a hint that a local prescription may be accurate enough to describe 3D MRI and (2) that using a turbulent resistivity is not too bad. Besides, they also report some degree of anisotropy (comparable to the one used in JED calculations), with an effective magnetic Prandtl number close to unity.

These remarkable results have been verified only for $\mu \ll 1$ and require therefore to be extended to near equipartition fields. Note also that MRI can be quenched by other factors (such as the lack of ionization or external irradiation [46–48], and references therein) and that a complete view on this topic is far from being achieved. We nevertheless believe that the phenomenological scalings used for the turbulent transport coefficients are physically motivated. In any case, they have the great advantage of allowing us to grasp most of the averaged (ie within a mean field approach) behavior of accretion–ejection structures.

3. Large scale magnetic fields in discs

3.1. SADs and JEDs

Astrophysical jets are expected to be launched from the inner parts of the accretion disc. As a consequence, any system driving a self-confined jet should have a disc undergoing a radial transition from an outer SAD to an inner JED. Let us define R_{j0} as the outer JED radius, marking the transition to the SAD. Now, the corner stone assumption in JEDs is the presence of a large scale magnetic field such that the magnetic pressure B_z^2/μ_0 becomes close to the total (gas + radiation) pressure, namely a near equipartition field. How could such a field be built in?

One could invoke for instance a disc dynamo: The disc would be on a SAD state everywhere and, every now and then, its inner parts would switch to a JED configuration [49]. It is remarkable however that no large scale magnetic field amplification has been observed in any of the numerous global MHD disc simulations, where turbulence and its related dynamo process can be followed. Besides, no jet whatsoever is obtained in a simulation box where, initially, there is no vertical magnetic field [50]. Dynamo is clearly not working in these simulations. There is no clear understanding of this phenomenon yet, although one can attempt a “back of the envelope” argument. In a sense, building up a large scale magnetic field from small scale fields requires some large scale coherence of the dynamo modes. This might be possible only if any large scale structure could remain coherent (through mode coupling, hence wave propagation). But this is actually forbidden by the Keplerian shear, which introduces a drastic temporal (hence causal) hierarchy...

Anyway, given our current poor level of understanding on disc dynamo, we will mainly focus on field advection from the outer SAD. This was partly addressed by [51], where they computed the time evolution of an initially constant magnetic field subjected to both advection and diffusion. The disc was assumed to be an infinitely thin SAD, with no feedback from the magnetic field. It was found that, unless the effective magnetic Prandtl number $\mathcal{P}_m = \nu_v/\nu_m$ is of the order of r/h or larger, no advection would take place. On the other hand, intuitive pictures of turbulence tend to favor $\mathcal{P}_m \sim 1$, which is indeed verified in MRI turbulence studies. These two results are at the origin of the idea that there cannot be any strong large scale magnetic field in the inner regions of thin

($h/r \ll 1$) accretion discs (at least built through advection). According to this idea, the conditions for inner JEDs would never be met³...

Let us analyze this problem with a bit more details. The definition of the disc mass accretion rate and the steady-state disc angular momentum conservation law provide

$$\dot{M}_a = 2\pi r \Sigma u_o \quad (4)$$

$$= \frac{6\pi}{\Omega_K r} \frac{\partial}{\partial r} (\Sigma \nu_v \Omega_K r^2) + 8\pi q \frac{r B_z^2}{\mu_o \Omega_K} \quad (5)$$

The last expression is equivalent to a sonic Mach number (measured at the disc midplane)

$$m_s = \frac{u_o}{\Omega_K h} = 2q\mu + \zeta \alpha_v \varepsilon \quad (6)$$

where $\varepsilon = h/r$, $\zeta = 3d \ln(\Sigma \nu_v r^{1/2}) / d \ln r$, $\mu = B_z^2 / \mu_o P = 2B_z^2 / \mu_o \varepsilon \Sigma \Omega_K^2 r$ is the local disc magnetization and $q = -B_\phi^+ / B_z$ is the magnetic shear at the disc surface. Ohm's law describes the balance between advection and diffusion and relates therefore the accretion speed (u_o , hence m_s) to the turbulent magnetic diffusivity ($\nu_m \equiv \alpha_m \Omega_K h^2$ and $\nu_v \equiv \alpha_v \Omega_K h^2$ hereafter). Assuming a potential magnetosphere [51], the steady-state vertical field distribution β (such that $B_z \propto r^{-\beta}$) can be computed as a function of $p = hu_o / \nu_m = m_s / \alpha_m$ (see Fig. 3).

In a steady-state SAD, the dominant torque is the viscous one so that $\zeta = 3/2$ and $m_s \propto \alpha_v(\mu)$: all power law exponents will critically depend on the functional dependency $\alpha_v(\mu)$ chosen. We use here $\alpha_v \approx \mu^k$ and obtain (Deguiran & Ferreira, in preparation):

$$\mu \propto B_z^{\frac{2}{1-k}} r^{\frac{5/2}{1-k}} \quad (7)$$

$$\Sigma \propto B_z^{-\frac{2k}{1-k}} r^{-\frac{1/2+2k}{1-k}} \quad (8)$$

$$m_s \propto B_z^{\frac{2k}{1-k}} r^{\frac{5k/2}{1-k}} \quad (9)$$

with $k = 0$ in usual SADs and $k = 1/2$ if one assumes the dependency found in shearing box MRI [54,55]. The small value of the accretion speed provides $p \sim \varepsilon \mathcal{P}_m$ which, for a magnetic Prandtl number of order unity, leads to $p \ll 1$ thus $\beta \ll 1$. A SAD will therefore provide an almost uniform magnetic field across the disc (regardless of k): no field increase towards the center seems possible.

On the contrary, a JED has a dominant magnetic torque due to the wind (with $m_s \sim q \sim \mu \sim 1$) and gives rise to p of order unity, indeed consistent with a Blandford & Payne field distribution ($\beta = 3/4$, Fig. 3). This means that JEDs are able to sustain toroidal electric currents strong enough to maintain their poloidal magnetic field.

There seems to be no way to build up an inner JED by magnetic flux accumulation through field advection in the outer SAD. On the other hand, observations seem to rule out the existence of JEDs established on the whole disc extent. One obvious solution to this tricky problem would be to appeal to the initial condition (disc formation). Objects with self-confined jets would be those where

³ One way out of what is almost a “no-advection theorem” would be to take into account the disc vertical structure [52,53]. These authors argued that MRI would be quenched at the disc surface layers so that, there, the local \mathcal{P}_m could be much larger than unity, allowing field advection. But why then would there still be accretion in these layers if MRI is indeed quenched?

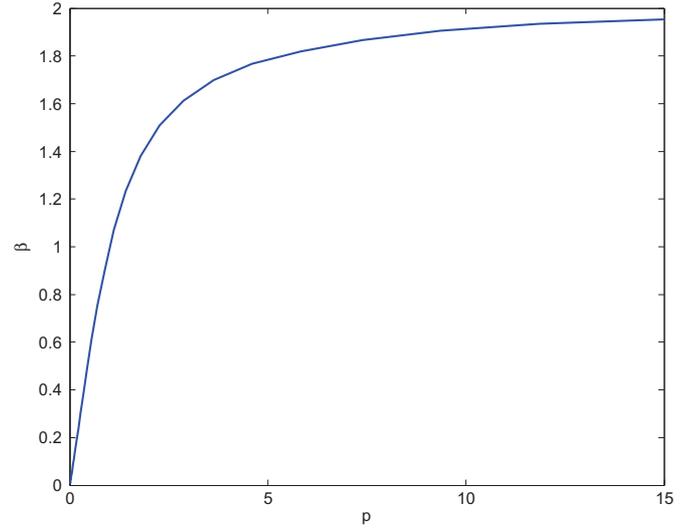


Fig. 3. Exponent β of the vertical magnetic field component $B_z \propto r^{-\beta}$ in a potential magnetosphere, threading a disc providing electric toroidal currents such that $p = hu_o / \nu_m$ is a constant of the radius.

a significant magnetic flux has been successfully maintained or trapped in the inner regions of the disc...

3.2. Outer JEDs

There is however another interesting aspect of the disc magnetic state in SADs. Equation (7) shows that the steady-state distribution of the disc magnetization μ is a steep increasing function with the radius, namely $r^{2.5}$ or r^5 for respectively $k = 0$ or $k = 1/2$. This is a critical result that has been overlooked until now. While the disc gas pressure is necessarily a decreasing function of the radius, the steady-state magnetic pressure is approximately constant, unavoidably leading to an outwardly growth of the disc magnetization. Moreover, the ratio R_{out}/R_{in} of the outer to the inner disc radius can be as large as $10^3 - 10^4$ in YSOs (it even reaches $10^5 - 10^7$ in X-ray binaries, which are also known to have jets [56,57]). Thus, unless μ is vanishingly small at the inner radii, the tremendous size of accretion discs should always give rise to outer regions with equipartition fields, namely to outer JEDs.

These outer JEDs should have observable consequences, especially in terms of mass loss (not so much in power). Let us define R_{ji} as the inner radius of this outer JED, so that below R_{ji} a SAD is established. As the power in these outer jets is at most comparable to the released accretion power, it scales as \dot{M}_a / R_{ji} and is certainly negligible wrt to the accretion power released at the disc inner radius. Note that massive outflows from the outer parts of accretion discs are indeed observed in all objects: YSOs [58], active galactic nuclei (see e.g. [59] and Dorodnitsyn et al., 2012, HEDP submitted) and X-ray binaries [60]. We therefore argue that, even if these outflows can be mostly driven by radiation, they are also most probably magnetized.

A second important aspect related to the presence of these outer JEDs is the possibility for field advection from the outer regions. Indeed, these outer JEDs are not only able to maintain their own field but could also accrete towards the center, leading to an outside-in build-up of an inner JED. Assuming a potential magnetosphere, we computed the time evolution of the disc column density Σ and the vertical magnetic field B_z as a function of the magnetic Prandtl number $\mathcal{P}_m = \nu_v / \nu_m$. Contrary to previous analyzes, we took into account the feedback of the magnetic field on the disc angular momentum transport. This has been done

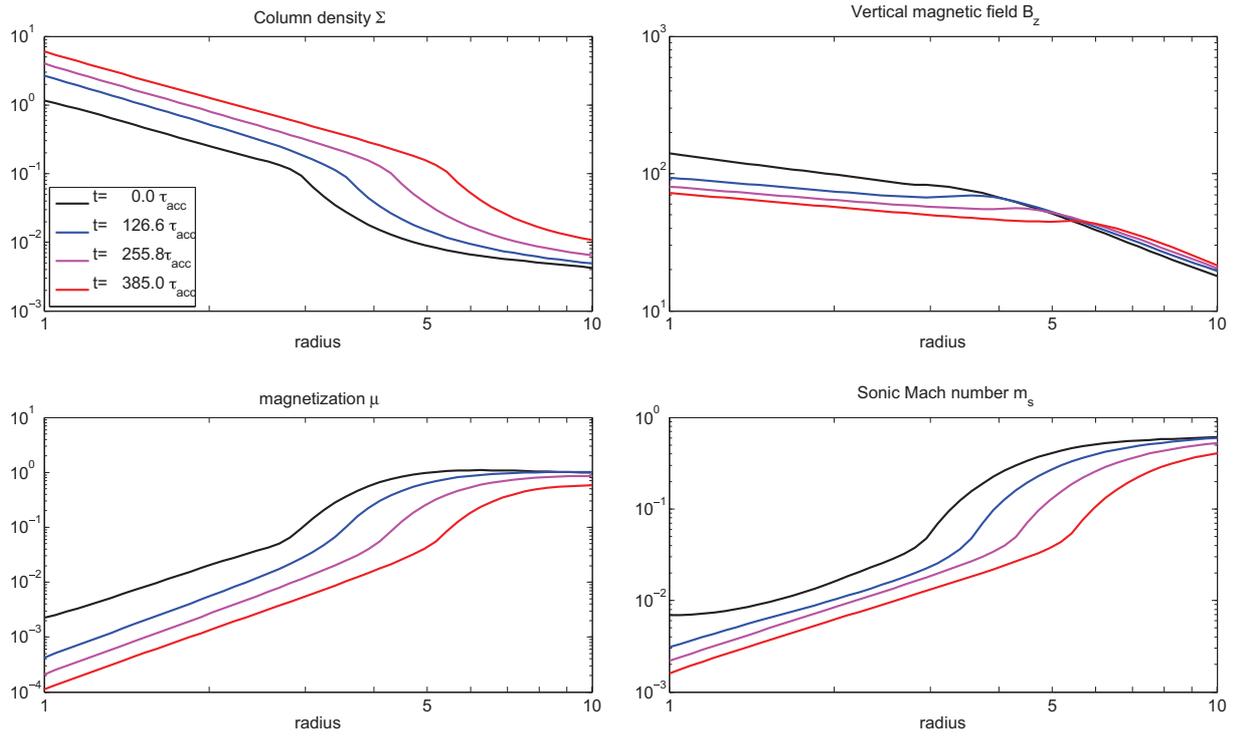


Fig. 4. Snapshots of the radial distributions of the disc column density Σ , vertical magnetic field B_z , local magnetization μ and sonic Mach number m_s , obtained for $\mathcal{P}_m = 2$. τ_{acc} is the accretion time scale at the outer radius. The sharp decrease in Σ seen at the SAD-JED transition radius R_{ji} is a consequence of the corresponding increase in m_s in the outer JED (so that M remains constant). Here R_{ji} goes from 3 to about 6 in 385 accretion time scales. The outer JED is fading away and the disc loses its magnetic flux (Deguiran & Ferreira, in preparation).

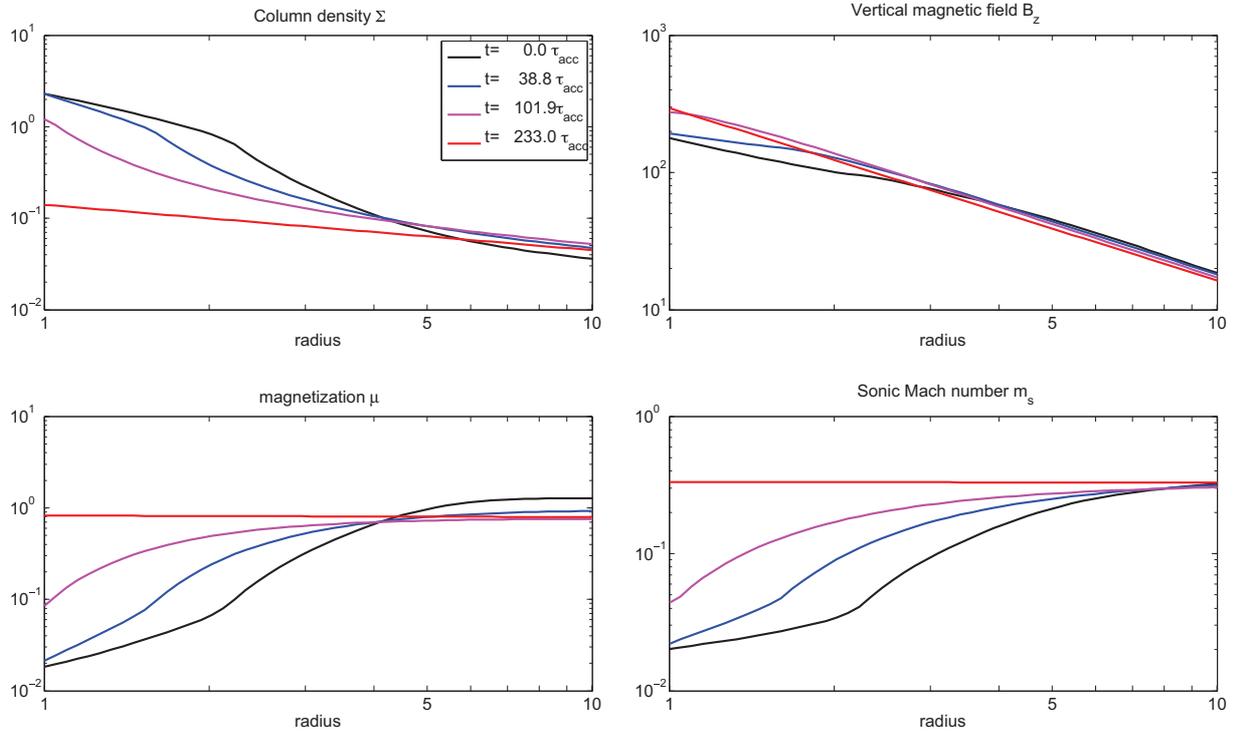


Fig. 5. Same as in Fig. 4, for $\mathcal{P}_m = 4$. A slightly smaller diffusivity allows a field advection and the outer JED progressively “eats” the SAD ($R_{\text{ji}} = 1$ after only 100 accretion time scales).

through the magnetization μ : both viscosity ν_v and magnetic diffusivity ν_m depend on μ and, whenever μ reaches a threshold (taken as 0.1), a jet is launched and the disc becomes a JED. Figs. 4 and 5 show time snapshots of several quantities for, respectively, $\mathcal{P}_m = 2$ and $\mathcal{P}_m = 4$. While R_{ji} increases in time for $\mathcal{P}_m = 2$, leading to the disappearance of the outer JED, it actually decreases for $\mathcal{P}_m = 4$, hence to the establishment of a JED on the whole disc extent. A steady-state configuration (where R_{ji} does not move) is achieved for $\mathcal{P}_m \approx 2.5$. This preliminary result is very interesting for X-ray Binaries, which undergo cycles of ejection that are followed by accretion with no jets (see [56] for a review). This outside-in mechanism may provide an answer to how jets can be “switch-on” again after a period without any observable jet. This deserves further study (Deguiran & Ferreira, in prep).

4. Concluding remarks

The mechanism by which a thin (near-Keplerian) accretion around a central object can steadily launch self-confined jets has been understood, both analytically and numerically, using a local α -prescription to describe the disc turbulence. These MHD flows have been compared to optical and molecular YSO jets and are indeed quite successful [9,18]. However, many observational features remain unexplained, probably requiring some magnetic interaction with the central star. Interestingly, the properties of the disc portion capable of driving these jets (JEDs) are quite different from those of a standard disc (SADs), which might be observationally tested [61].

JEDs are expected in any systems where accretion and ejection phenomena are intrinsically linked. They should therefore be also present in active galactic nuclei and X-ray binaries (XrBs). The latter show complex cycles of accretion/ejection activity, displaying clear signs of hysteresis [56,62]. But the time scales involved are fantastic: while a whole cycle can last up to one year, with long lasting phases (months) without jets, the dynamical time scale around the central black hole is of the order of milliseconds only. We are thus contemplating (very) long time evolution of the accretion–ejection phenomenon, but on human (scientific) time scales. Along their evolution, young stars do also have outbursting stages, called Fu-Orionis events [63]. But the time scales involved are too long and forbid any deep analysis of the interplay between accretion and ejection. Thus, understanding the hysteresis cycles of XrBs may shed light on YSO outbursts.

JEDs require a large scale magnetic field close to equipartition. How can this be achieved? This situation is probably the result of the non-linear magnetic field redistribution within the whole accretion disc. It is highly non-linear because of the dependency on the disc magnetization μ of both advection and turbulent magnetic diffusion processes. As a consequence, the presence of JEDs in the innermost disc regions may depend on the whole magnetic history of the object (YSO or XrB). Finally, accretion discs could be prone to magnetic tides triggered by variations in the outer disc accretion rate [64,65].

References

- [1] S.Cabrit, Jets from young stars: the need for MHD collimation and acceleration processes, in: J. Ferreira, C. Dougados, E.Whelan (Eds.), *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, vol. 723 of *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, p. 21.
- [2] C. Sauty, E. Trussoni, K. Tsinganos, Nonradial and nonpolytropic astrophysical outflows. VI. Overpressured winds and jets, *Astron. Astrophys.* 421 (2004) 797–809.
- [3] F. Shu, J. Najita, E. Ostriker, F. Wilkin, S. Ruden, S. Lizano, Magnetocentrifugally driven flows from young stars and disks. 1: a generalized model, *ApJ* 429 (1994) 781–796.
- [4] M.J. Cai, H. Shang, H.-H. Lin, F.H. Shu, X-winds in action, *ApJ* 672 (2008) 489–503.
- [5] R.D. Blandford, D.G. Payne, Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets, *MNRAS* 199 (1982) 883–903.
- [6] J. Ferreira, G. Pelletier, Magnetized accretion–ejection structures. 1. General statements, *Astron. Astrophys.* 276 (1993) 625.
- [7] J. Ferreira, G. Pelletier, Magnetized accretion–ejection structures. iii. Stellar and extragalactic jets as weakly dissipative disk outflows, *Astron. Astrophys.* 295 (1995) 807.
- [8] J. Ferreira, F. Casse, Stationary accretion disks launching super-fast-magnetosonic magnetohydrodynamic jets, *ApJ* 601 (2004) L139–L142.
- [9] J. Ferreira, C. Dougados, S. Cabrit, Which jet launching mechanism(s) for T Tauri stars? *Astron. Astrophys.* 453 (2006) 785–796.
- [10] S. Matt, R.E. Pudritz, Accretion-powered stellar winds as a solution to the stellar angular momentum problem, *ApJ* 632 (2005) L135–L138.
- [11] C. Zanni, J. Ferreira, Observational limits on the spin-down torque of accretion powered stellar winds, *ApJ* 727 (2011) L22.
- [12] P.J.V. Garcia, S. Cabrit, J. Ferreira, L. Binette, Atomic T Tauri disk winds heated by ambipolar diffusion. II. Observational tests, *Astron. Astrophys.* 377 (2001) 609–616.
- [13] N. Pesenti, C. Dougados, S. Cabrit, D. O'Brien, P. Garcia, J. Ferreira, Near-IR [Fe II] emission diagnostics applied to cold disk winds in young stars, *Astron. Astrophys.* 410 (2003) 155–164.
- [14] L. Podio, S. Medves, F. Bacciotti, J. Eislöffel, T. Ray, Physical structure and dust reprocessing in a sample of HH jets, *Astron. Astrophys.* 506 (2009) 779–788.
- [15] L. Podio, J. Eislöffel, S. Melnikov, K.W. Hodapp, F. Bacciotti, Tracing kinematical and physical asymmetries in the jet from DG Tauri B, *Astron. Astrophys.* 527 (2011) A13.
- [16] V. Agra-Ambogae, C. Dougados, S. Cabrit, J. Reunanen, Sub-arcsecond [Fe II] spectro-imaging of the DG Tauri jet. Periodic bubbles and a dusty disk wind? *Astron. Astrophys.* 532 (2011) A59.
- [17] J. Pety, F. Gueth, S. Guilloteau, A. Dutrey, Plateau de Bure interferometer observations of the disk and outflow of HH 30, *Astron. Astrophys.* 458 (2006) 841–854.
- [18] D. Panoglou, S. Cabrit, G. Pineau Des Forêts, P.J.V. Garcia, J. Ferreira, F. Casse, Molecule survival in magnetized protostellar disk winds. I. Chemical model and first results, *Astron. Astrophys.* 538 (2012) A2.
- [19] F. Bacciotti, T.P. Ray, R. Mundt, J. Eislöffel, J. Solf, Hubble space telescope/STIS spectroscopy of the optical outflow from DG Tauri: indications for rotation in the initial jet channel, *ApJ* 576 (2002) 222–231.
- [20] J.M. Anderson, Z.-Y. Li, R. Krasnopolsky, R.D. Blandford, Locating the launching region of T Tauri winds: the case of DG Tauri, *ApJ* 590 (2003) L107–L110.
- [21] N. Pesenti, C. Dougados, S. Cabrit, J. Ferreira, F. Casse, P. Garcia, D. O'Brien, Predicted rotation signatures in MHD disc winds and comparison to DG Tau observations, *Astron. Astrophys.* 416 (2004) L9–L12.
- [22] D. Coffey, E. Rigliaco, F. Bacciotti, T.P. Ray, J. Eislöffel, Jet rotation investigated in the near-ultraviolet with the hubble space telescope imaging spectrograph, *ApJ* 749 (2012) 139.
- [23] P. Hartigan, J. Morse, Collimation, proper motions, and physical conditions in the HH 30 jet from hubble space telescope slitless spectroscopy, *ApJ* 660 (2007) 426–440.
- [24] S.Y. Melnikov, J. Eislöffel, F. Bacciotti, J. Woitas, T.P. Ray, HST/STIS observations of the RW Aurigae bipolar jet: mapping the physical parameters close to the source, *Astron. Astrophys.* 506 (2009) 763–777.
- [25] S. Edwards, W. Fischer, J. Kwan, L. Hillenbrand, A.K. Dupree, He I λ 10830 as a probe of winds in accreting young stars, *ApJ* 599 (2003) L41–L44.
- [26] S. Edwards, W. Fischer, L. Hillenbrand, J. Kwan, Probing T Tauri accretion and outflow with 1 micron spectroscopy, *ApJ* 646 (2006) 319–341.
- [27] M. Güdel, S.L. Skinner, K.R. Briggs, M. Audard, K. Arzner, A. Telleschi, Evidence for an X-ray jet in DG Tauri A? *ApJ* 626 (2005) L53–L56.
- [28] S.L. Skinner, M. Audard, M. Güdel, Chandra evidence for extended X-ray structure in RY Tau, *ApJ* 737 (2011) 19.
- [29] R. Bonito, S. Orlando, G. Peres, F. Favata, R. Rosner, X-rays from protostellar jets: emission from continuous flows, *Astron. Astrophys.* 462 (2007) 645–656.
- [30] R. Bonito, S. Orlando, M. Miceli, G. Peres, G. Micela, F. Favata, X-ray emission from protostellar jet HH 154: the first evidence of a diamond shock? *ApJ* 737 (2011) 54.
- [31] J. Ferreira, G. Pelletier, S. Appl, Reconnection X-winds: spin-down of low-mass protostars, *MNRAS* 312 (2000) 387–397.
- [32] A. Ciardi, S.V. Lebedev, A. Frank, F. Suzuki-Vidal, G.N. Hall, S.N. Bland, A. Harvey-Thompson, E.G. Blackman, M. Camenzind, Episodic magnetic bubbles and jets: astrophysical implications from laboratory experiments, *ApJ* 691 (2009) L147–L150.
- [33] F. Suzuki-Vidal, S.V. Lebedev, S.N. Bland, G.N. Hall, G. Swadling, A.J. Harvey-Thompson, J.P. Chittenden, A. Marocchino, A. Ciardi, A. Frank, E.G. Blackman, S.C. Bott, Generation of episodic magnetically driven plasma jets in a radial foil Z-pinch, *Physics of Plasmas* 17 (2010) 112708.
- [34] N.I. Shakura, R.A. Sunyaev, Black holes in binary systems. Observational appearance, *Astron. Astrophys.* 24 (1973) 337–355.
- [35] F. Casse, J. Ferreira, Magnetized accretion–ejection structures. V. Effects of entropy generation inside the disc, *Astron. Astrophys.* 361 (2000) 1178–1190.
- [36] J. Ferreira, Magnetically-driven jets from Keplerian accretion discs, *Astron. Astrophys.* 319 (1997) 340–359.
- [37] F. Casse, J. Ferreira, Magnetized accretion–ejection structures. IV. Magnetically-driven jets from resistive, viscous, Keplerian discs, *Astron. Astrophys.* 353 (2000) 1115–1128.

- [38] F. Casse, R. Keppens, Magnetized accretion–ejection structures: 2.5-dimensional magnetohydrodynamic simulations of continuous ideal jet launching from resistive accretion disks, *ApJ* 581 (2002) 988–1001.
- [39] F. Casse, R. Keppens, Radiatively inefficient magnetohydrodynamic accretion–ejection structures, *ApJ* 601 (2004) 90–103.
- [40] C. Zanni, A. Ferrari, R. Rosner, G. Bodo, S. Massaglia, MHD simulations of jet acceleration from Keplerian accretion disks: the effects of disk resistivity, *Astron. Astrophys.* 469 (2007) 811.
- [41] P. Tzeferacos, A. Ferrari, A. Mignone, C. Zanni, G. Bodo, S. Massaglia, On the magnetization of jet-launching discs, *MNRAS* 400 (2009) 820–834.
- [42] S.A. Balbus, J.F. Hawley, A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I – Linear analysis. II – Nonlinear evolution, *ApJ* 376 (1991) 214–233.
- [43] S.A. Balbus, Enhanced angular momentum transport in accretion disks, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 41 (2003) 555–597.
- [44] X. Guan, C.F. Gammie, The turbulent magnetic Prandtl number of MHD turbulence in disks, *ApJ* 697 (2009) 1901–1906.
- [45] G. Lesur, P.-Y. Longaretti, Turbulent resistivity evaluation in magnetorotational instability generated turbulence, *Astron. Astrophys.* 504 (2009) 309–320.
- [46] C.F. Gammie, Layered accretion in T Tauri disks, *ApJ* 457 (1996) 355.
- [47] C. Combet, J. Ferreira, F. Casse, Dead zones in protostellar discs: the case of jet emitting discs, *Astron. Astrophys.* 519 (2010) 108.
- [48] X.-N. Bai, J.M. Stone, Effect of ambipolar diffusion on the nonlinear evolution of magnetorotational instability in weakly ionized disks, *ApJ* 736 (2011) 144.
- [49] A.R. King, J.E. Pringle, R.G. West, M. Livio, Variability in black hole accretion discs, *MNRAS* 348 (2004) 111–122.
- [50] K. Beckwith, J.F. Hawley, J.H. Krolik, The influence of magnetic field geometry on the evolution of black hole accretion flows: similar disks, drastically different jets, *ApJ* 678 (2008) 1180–1199.
- [51] S.H. Lubow, J.C.B. Papaloizou, J.E. Pringle, Magnetic field dragging in accretion discs, *MNRAS* 267 (1994) 235–240.
- [52] D.M. Rothstein, R.V.E. Lovelace, Advection of magnetic fields in accretion disks: not so difficult after all, *ApJ* 677 (2008) 1221–1232.
- [53] R.V.E. Lovelace, D.M. Rothstein, G.S. Bisnovatyi-Kogan, Advection/diffusion of large-scale B field in accretion disks, *ApJ* 701 (2009) 885–890.
- [54] M.E. Pessah, C.-k. Chan, D. Psaltis, Angular momentum transport in accretion disks: scaling laws in MRI-driven turbulence, *ApJ* 668 (2007) L51–L54.
- [55] G. Lesur, P.-Y. Longaretti, Impact of dimensionless numbers on the efficiency of magnetorotational instability induced turbulent transport, *MNRAS* 378 (2007) 1471–1480.
- [56] R.A. Remillard, J.E. McClintock, X-ray properties of black-hole binaries, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 44 (2006) 49–92.
- [57] P.O. Petrucci, J. Ferreira, G. Henri, J. Malzac, C. Foellmi, Relevance of jet emitting disc physics to microquasars: application to cygnus X-1, *Astron. Astrophys.* 522 (2010) A38.
- [58] A.S. Font, I.G. McCarthy, D. Johnstone, D.R. Ballantyne, Photoevaporation of circumstellar disks around young stars, *ApJ* 607 (2004) 890–903.
- [59] M. Elitzur, I. Shlosman, The AGN-obscuring torus: the end of the “Doughnut” paradigm? *ApJ* 648 (2006) L101–L104.
- [60] G. Ponti, R.P. Fender, M.C. Begelman, R.J.H. Dunn, J. Neilsen, M. Coriat, Ubiquitous equatorial accretion disc winds in black hole soft states, *MNRAS* 422 (2012) L11.
- [61] C. Combet, J. Ferreira, The radial structure of protostellar accretion disks: influence of jets, *Astron. Astrophys.* 479 (2008) 481–491.
- [62] R.J.H. Dunn, R.P. Fender, E.G. Körding, C. Cabanac, T. Belloni, Studying the X-ray hysteresis in GX 339-4: the disc and iron line over one decade, *MNRAS* 387 (2008) 545–563.
- [63] L. Hartmann, S.J. Kenyon, The FU orionis phenomenon, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* 34 (1996) 207–240.
- [64] J. Ferreira, P.-O. Petrucci, G. Henri, L. Saugé, G. Pelletier, A unified accretion–ejection paradigm for black hole X-ray binaries. I. The dynamical constituents, *Astron. Astrophys.* 447 (2006) 813–825.
- [65] P.-O. Petrucci, J. Ferreira, G. Henri, G. Pelletier, The role of the disc magnetization on the hysteresis behaviour of X-ray binaries, *MNRAS* 385 (2008) L88–L92.

Partie VII

Bibliographie

Bibliographie

- Balbus, S. A. 2003. Enhanced Angular Momentum Transport in Accretion Disks. *Annual review of Astronomy & Astrophysics*, **41**, 555–597.
- Balbus, S. A., & Hawley, J. F. 1991. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I - Linear analysis. II - Nonlinear evolution. *Astrophysical Journal*, **376**(July), 214–233.
- Belloni, T., Homan, J., Casella, P., van der Klis, M., Nespoli, E., Lewin, W. H. G., Miller, J. M., & Méndez, M. 2005. The evolution of the timing properties of the black-hole transient GX 339-4 during its 2002 2003 outburst. *Astronomy & Astrophysics*, **440**(Sept.), 207–222.
- Bertout, C. 1989. T Tauri stars - Wild as dust. *Annual review of Astronomy & Astrophysics*, **27**, 351–395.
- Blandford, R. D., & Payne, D. G. 1982. Hydromagnetic flows from accretion discs and the production of radio jets. *MNRAS*, **199**(June), 883–903.
- Blandford, R. D., & Znajek, R. L. 1977. Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **179**(May), 433–456.
- Cabrit, S. 2002. Constraints on accretion-ejection structures in young stars. *Pages 147–182 of : Bouvier, J., & Zahn, J.-P. (eds), EAS Publications Series. EAS Publications Series, vol. 3.*
- Cai, M. J., Shang, H., Lin, H.-H., & Shu, F. H. 2008. X-Winds in Action. *Astrophysical Journal*, **672**(Jan.), 489–503.
- Camenzind, M. 1987. Hydromagnetic flows from rapidly rotating compact objects. II - The relativistic axisymmetric jet equilibrium. *Astronomy & Astrophysics*, **184**(Oct.), 341–360.
- Casse, F., & Ferreira, J. 2000a. Magnetized accretion-ejection structures. IV. Magnetically-driven jets from resistive, viscous, Keplerian discs. *Astronomy & Astrophysics*, **353**(Jan.), 1115–1128.
- Casse, F., & Ferreira, J. 2000b. Magnetized accretion-ejection structures. V. Effects of entropy generation inside the disc. *Astronomy & Astrophysics*, **361**(Sept.), 1178–1190.
- Chandrasekhar, S. 1960. The Stability of Non-Dissipative Couette Flow in Hydromagnetics. *Proceedings of the National Academy of Science*, **46**(Feb.), 253–257.
- Combet, C., & Ferreira, J. 2008. The radial structure of protostellar accretion disks : influence of jets. *Astronomy & Astrophysics*, **479**(Feb.), 481–491.

- Cowling, T. G. 1933. The magnetic field of sunspots. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **94**(Nov.), 39–48.
- Donati, J.-F., Paletou, F., Bouvier, J., & Ferreira, J. 2005. Direct detection of a magnetic field in the innermost regions of an accretion disk. *Nature*, **438**(Nov.), 466–469.
- Dunn, R. J. H., Fender, R. P., Körding, E. G., Belloni, T., & Cabanac, C. 2010. A global spectral study of black hole X-ray binaries. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **403**(Mar.), 61–82.
- Elitzur, M., & Shlosman, I. 2006. The AGN-obscuring Torus : The End of the “Doughnut” Paradigm ? *Astrophysical Journal Letters*, **648**(Sept.), L101–L104.
- Fender, R. P., Belloni, T. M., & Gallo, E. 2004. Towards a unified model for black hole X-ray binary jets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **355**(Dec.), 1105–1118.
- Fender, R. P., Homan, J., & Belloni, T. M. 2009. Jets from black hole X-ray binaries : testing, refining and extending empirical models for the coupling to X-rays. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **396**(July), 1370–1382.
- Fendt, C., Camenzind, M., & Appl, S. 1995. On the collimation of stellar magnetospheres to jets. I. Relativistic force-free 2D equilibrium. *Astronomy & Astrophysics*, **300**(Aug.), 791.
- Ferreira, J. 1997. Magnetically-driven jets from Keplerian accretion discs. *Astronomy & Astrophysics*, **319**(Mar.), 340–359.
- Ferreira, J., & Casse, F. 2004. Stationary Accretion Disks Launching Super-fast-magnetosonic Magnetohydrodynamic Jets. *Astrophysical Journal Letters*, **601**(Feb.), L139–L142.
- Ferreira, J., & Pelletier, G. 1993. Magnetized accretion-ejection structures. 1. General statements. *Astronomy & Astrophysics*, **276**(Sept.), 625.
- Ferreira, J., & Pelletier, G. 1995. Magnetized accretion-ejection structures. III. Stellar and extragalactic jets as weakly dissipative disk outflows. *Astronomy & Astrophysics*, **295**(Mar.), 807– .
- Ferreira, J., Dougados, C., & Cabrit, S. 2006. Which jet launching mechanism(s) in T Tauri stars ? *Astronomy & Astrophysics*, **453**(July), 785–796.
- Font, A. S., McCarthy, I. G., Johnstone, D., & Ballantyne, D. R. 2004. Photoevaporation of Circumstellar Disks around Young Stars. *Astrophysical Journal*, **607**(June), 890–903.
- Fromang, S., & Stone, J. M. 2009. Turbulent resistivity driven by the magnetorotational instability. *Astronomy & Astrophysics*, **507**(Nov.), 19–28.
- Girart, J. M., Rao, R., & Marrone, D. P. 2006. Magnetic Fields in the Formation of Sun-Like Stars. *Science*, **313**(Aug.), 812–814.

- Guan, X., & Gammie, C. F. 2009. The Turbulent Magnetic Prandtl Number of MHD Turbulence in Disks. *Astrophysical Journal*, **697**(June), 1901–1906.
- Guilet, J., & Ogilvie, G. I. 2012. Transport of magnetic flux and the vertical structure of accretion discs - I. Uniform diffusion coefficients. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **424**(Aug.), 2097–2117.
- Gullbring, E., Hartmann, L., Briceno, C., & Calvet, N. 1998. Disk Accretion Rates for T Tauri Stars. *Astrophysical Journal*, **492**(Jan.), 323.
- Hameury, J.-M., Menou, K., Dubus, G., Lasota, J.-P., & Hure, J.-M. 1998. Accretion disc outbursts: a new version of an old model. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **298**(Aug.), 1048–1060.
- Hartmann, L. 2008. *Accretion Processes in Star Formation*.
- Hartmann, L., & Kenyon, S. J. 1996. The FU Orionis Phenomenon. *Annual review of Astronomy & Astrophysics*, **34**, 207–240.
- Hawley, J. F., Gammie, C. F., & Balbus, S. A. 1995. Local Three-dimensional Magnetohydrodynamic Simulations of Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, **440**(Feb.), 742.
- Igumenshchev, I. V. 2008. Magnetically Arrested Disks and the Origin of Poynting Jets : A Numerical Study. *Astrophysical Journal*, **677**(Apr.), 317–326.
- Igumenshchev, I. V. 2009. Magnetic Inversion as a Mechanism for the Spectral Transition of Black Hole Binaries. *Astrophysical Journal Letters*, **702**(Sept.), L72–L76.
- Jackson, J. D. 1975. *Classical electrodynamics*.
- Jaffe, W., Ford, H. C., Ferrarese, L., van den Bosch, F., & O’Connell, R. W. 1993. A large nuclear accretion disk in the active galaxy NGC4261. *Nature*, **364**(July), 213–215.
- Jerjeys, H. 1924. Sun, On the possible rate of increase of mass of the. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **84**(May), 533.
- Jiang, C., Feng, X., & Xiang, C. 2012. A New Code for Nonlinear Force-free Field Extrapolation of the Global Corona. *Astrophysical Journal*, **755**(Aug.), 62.
- Lasota, J.-P. 2001. The disc instability model of dwarf novae and low-mass X-ray binary transients. *New Astronomy Reviews*, **45**(June), 449–508.
- Lesur, G. 2007. *Instabilités et sources locales de turbulence dans les disques d’accrétion*. Ph.D. thesis, Université Joseph-Fourier.
- Lesur, G., & Longaretti, P.-Y. 2009. Turbulent resistivity evaluation in magnetorotational instability generated turbulence. *Astronomy & Astrophysics*, **504**(Sept.), 309–320.
- Lewin, W. H. G., & van der Klis, M. 2006. *Compact Stellar X-ray Sources*.

- Lightman, A. P., & Eardley, D. M. 1974. Black Holes in Binary Systems : Instability of Disk Accretion. *Astrophysical Journal Letters*, **187**(Jan.), L1.
- Lin, D. N. C., & Papaloizou, J. C. B. 1996. Theory of Accretion Disks II : Application to Observed Systems. *Annual review of Astronomy & Astrophysics*, **34**, 703–748.
- Livio, M. 1999. Astrophysical jets : a phenomenological examination of acceleration and collimation. *Physics reports*, **311**(Apr.), 225–245.
- Lovelace, R. V. E., Rothstein, D. M., & Bisnovatyi-Kogan, G. S. 2009. Advection Diffusion of Large-Scale B Field in Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, **701**(Aug.), 885–890.
- Lubow, S. H., Papaloizou, J. C. B., & Pringle, J. E. 1994. Magnetic field dragging in accretion discs. *MNRAS*, **267**(Mar.), 235–240.
- Lynden-Bell, D. 1969. Galactic Nuclei as Collapsed Old Quasars. *Nature*, **223**(Aug.), 690–694.
- Lynden-Bell, D., & Pringle, J. E. 1974. The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **168**(Sept.), 603–637.
- Ménard, F., & Duchêne, G. 2004. On the alignment of Classical T Tauri stars with the magnetic field in the Taurus-Auriga molecular cloud. *Astronomy & Astrophysics*, **425**(Oct.), 973–980.
- Murphy, G. C., Ferreira, J., & Zanni, C. 2010. Large scale magnetic fields in viscous resistive accretion disks. I. Ejection from weakly magnetized disks. *Astronomy & Astrophysics*, **512**(Mar.), A82.
- Narayan, R., Mahadevan, R., & Quataert, E. 1998. Advection-dominated accretion around black holes. *Page 148 of :* Abramowicz, M. A., Björnsson, G., & Pringle, J. E. (eds), *Theory of Black Hole Accretion Disks*.
- Ogilvie, G. I. 1997. The equilibrium of a differentially rotating disc containing a poloidal magnetic field. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **288**(June), 63–77.
- Osterloh, M., & Beckwith, S. V. W. 1995. Millimeter-wave continuum measurements of young stars. *Astrophysical Journal*, **439**(Jan.), 288–302.
- Petrucci, P.-O., Ferreira, J., Henri, G., & Pelletier, G. 2008. The role of the disc magnetization on the hysteresis behaviour of X-ray binaries. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **385**(Mar.), L88–L92.
- Ponti, G., Fender, R. P., Begelman, M. C., Dunn, R. J. H., Neilsen, J., & Coriat, M. 2012. Ubiquitous equatorial accretion disc winds in black hole soft states. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **422**(May), L11.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., & Vetterling, W. T. 2007. *Numerical recipes : the art of scientific computing*. Cambridge University Press.

- Remillard, R. A., & McClintock, J. E. 2006. X-Ray Properties of Black-Hole Binaries. *Annual review of Astronomy & Astrophysics*, **44**(Sept.), 49–92.
- Reyes-Ruiz, M., & Stepinski, T. F. 1996. Axisymmetric Two-dimensional Computation of Magnetic Field Dragging in Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, **459**(Mar.), 653– .
- Rothstein, D. M., & Lovelace, R. V. E. 2008. Advection of Magnetic Fields in Accretion Disks : Not So Difficult After All. *Astrophysical Journal*, **677**(Apr.), 1221–1232.
- Sauty, C., Trussoni, E., & Tsinganos, K. 2004. Nonradial and nonpolytropic astrophysical outflows. VI. Overpressured winds and jets. *Astronomy & Astrophysics*, **421**(July), 797–809.
- Shakura, N. I., & Sunyaev, R. A. 1973. Black holes in binary systems. Observational appearance. *Astronomy & Astrophysics*, **24**, 337–355.
- Shalybkov, D., & Rüdiger, G. 2000. Magnetic field dragging and the vertical structure of thin accretion discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **315**(July), 762–766.
- Shu, F., Najita, J., Ostriker, E., Wilkin, F., Ruden, S., & Lizano, S. 1994. Magnetocentrifugally driven flows from young stars and disks. 1 : A generalized model. *Astrophysical Journal*, **429**(July), 781–796.
- Shu, F. H., & Li, Z.-Y. 1997. Magnetic Forces in an Isopedic Disk. *Astrophysical Journal*, **475**(Jan.), 251.
- Shu, F. H., Li, Z.-Y., & Allen, A. 2004. Does Magnetic Levitation or Suspension Define the Masses of Forming Stars ? *Astrophysical Journal*, **601**(Feb.), 930–951.
- Shu, F. H., Galli, D., Lizano, S., Glassgold, A. E., & Diamond, P. H. 2007. Mean Field Magnetohydrodynamics of Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, **665**(Aug.), 535–553.
- Snell, R. L., Loren, R. B., & Plambeck, R. L. 1980. Observations of CO in L1551 - Evidence for stellar wind driven shocks. *Astrophysical Journal Letters*, **239**(July), L17–L22.
- Spitzer, L. 1962. *Physics of Fully Ionized Gases*.
- Steinacker, A., & Papaloizou, J. C. B. 2002. Three-dimensional Magnetohydrodynamic Simulations of an Accretion Disk with Star-Disk Boundary Layer. *Astrophysical Journal*, **571**(May), 413–428.
- Tagger, M., & Pellat, R. 1999. An accretion-ejection instability in magnetized disks. *Astronomy & Astrophysics*, **349**(Sept.), 1003–1016.
- Tagger, M., Varnière, P., Rodriguez, J., & Pellat, R. 2004. Magnetic Floods : A Scenario for the Variability of the Microquasar GRS 1915 – 105. *Astrophysical Journal*, **607**(May), 410–419.
- Takahashi, H. R., & Masada, Y. 2011. Stability of MRI-turbulent Accretion Disks. *Astrophysical Journal*, **727**(Feb.), 106.

- Tzeferacos, P., Ferrari, A., Mignone, A., Zanni, C., Bodo, G., & Massaglia, S. 2009. On the magnetization of jet-launching discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **400**(Dec.), 820–834.
- van Ballegoijen, A. A. 1989. Magnetic fields in the accretion disks of cataclysmic variables. *Pages 99–106 of*: G. Belvedere (ed), *Accretion Disks and Magnetic Fields in Astrophysics*. Astrophysics and Space Science Library, vol. 156.
- Velikhov, E. P. 1959. Stability of an Ideally Conducting Liquid Flowing Between Cylinders Rotating in a Magnetic Field. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, **36**(Feb.), 1398–1404.
- Zanni, C., Ferrari, A., Rosner, R., Bodo, G., & Massaglia, S. 2007. MHD simulations of jet acceleration from Keplerian accretion disks. The effects of disk resistivity. *Astronomy & Astrophysics*, **469**(July), 811–828.

Ce travail a été en partie financé par le conseil de la recherche européenne *via* le contrat ERC-Stg-200911



This work was partially supported by the European Community *via* contract ERC-Stg-200911

Transport d'un champ magnétique vertical dans les disques d'accrétion

Rémi de GUIRAN

Résumé

Le champ magnétique vertical joue un rôle prépondérant dans la dynamique des disques d'accrétion. L'émission de jets par un disque ainsi que la turbulence qu'on suppose y exister sont tous deux fortement contraints par l'intensité de ce champ vertical. Ce champ évolue lui-même suivant les mécanismes d'advection par la matière et de diffusion par la turbulence. Depuis plus de vingt ans, la question de l'évolution d'un tel champ dans un disque fait l'objet de nombreuses études, mais une modélisation globale de disque prenant en compte tous ces ingrédients n'avait encore jamais été réalisée. Je propose ici un modèle, considérant le transport d'un champ magnétique vertical par le disque, mais également la rétroaction de ce champ sur la dynamique du disque. Une résolution analytique de configurations homogènes est réalisée. Elle confirme les résultats des études précédentes, à savoir qu'en l'état actuel des connaissances des processus de transport, un disque turbulent ne peut advecter significativement le champ vertical pour permettre l'émission d'un jet. Elle met cependant en avant une configuration nouvelle de disque, mixte, dans laquelle les conditions d'éjection sont réunies non pas à l'intérieur du disque mais dans ses régions externes. La stabilité des configurations homogènes calculées a été réalisée, et de nouvelles instabilités sont mises en avant. L'efficacité de ces instabilités est caractérisée par les dépendances fonctionnelles employées pour quantifier la dynamique du disque et celle du champ magnétique. Une caractérisation, via des simulations locales, de ces dépendances fonctionnelles, permettrait de savoir si ces instabilités peuvent être efficaces dans un disque d'accrétion. Enfin, les outils numériques développés permettent d'étudier les configurations envisagées. Les configurations homogènes stationnaires déterminées analytiquement sont récupérées, et une étude dynamique de la configuration mixte permet de caractériser les conditions d'advection de la limite disque éjectant disque standard. Les perspectives qu'ouvrent cette thèse sur différents sujets (turbulence, compréhension des mécanismes d'accrétion, variabilités observées) seront discutées.

Mots-clés : Disque d'accrétion, champ magnétique, MHD.

Abstract

The vertical magnetic field plays a fundamental role in the dynamics of accretion discs. The jet launching, so as the turbulence that is supposed to exist in these discs are strongly constrained by the intensity of this field. This field evolves following the mechanisms of advection by the matter and diffusion by turbulence. The question of the evolution of such a field has been studied since more than 20 years, but a global modelling, involving all these mechanisms wasn't done yet. I propose a model, taking into account the transport of a vertical magnetic field by the disc, and also the feedback of this field on the dynamics of the disc. Analytical solutions for standard configurations are calculated. It confirms previous studies in the sense that considering the state of the art, a turbulent disc can not advect a vertical field in order to allow a jet launching. However, a new configuration is found, in which the ejection conditions are realised in the outer radius of the disc. The stability of the standard configurations is calculated, and new instabilities are found. The efficiency of such instabilities depends on the functional dependencies used to quantify the disc dynamics. A determination of such dependencies, via local simulations, would clarify if such instabilities could be effective in accretion discs. At last, the numerical tools developed allows to study the configurations. Standard ones are found, and a dynamical study of the new configuration is done to determine the advection conditions for the limit ejecting disc standard disc. The perspectives of this study on different topics (turbulence, understanding of accretion mechanisms) will be discussed.

Keywords : Accretion disc, magnetic field, MHD.