



HAL
open science

Dynamique d'un contact glissant rugueux- rugueux sous faible charge: expériences et modélisation

Chaïma Zouabi

► **To cite this version:**

Chaïma Zouabi. Dynamique d'un contact glissant rugueux- rugueux sous faible charge: expériences et modélisation . Génie mécanique [physics.class-ph]. Ecole Centrale Lyon, 2016. Français. NNT : 2016LYSEC43 . tel-01474727

HAL Id: tel-01474727

<https://theses.hal.science/tel-01474727>

Submitted on 23 Feb 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ÉCOLE
CENTRALE LYON



N° d'ordre : 2016LYSEC43

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON opérée au sein de l'Ecole centrale de Lyon

École Doctorale

Mécanique, Énergétique, Génie Civile, Acoustique

Spécialité

Mécanique

Soutenue le 16 décembre 2016

Chaïma ZOUABI

Dynamique d'un contact glissant rugueux- rugueux sous faible charge: expériences et modélisation

Devant le jury composé de :

BUENO Marie-Ange

Professeur des universités

Rapporteur

DION Jean Luc

Professeur des universités

Rapporteur

FORTIN Jérôme

Professeur des universités

SCHEIBERT Julien

Chargé de Recherche CNRS HDR

PERRET-LIAUDET Joël

Maître de Conférences HDR

A mes parents,

A ma sœur,

A mon frère

Remerciements

*Soyons reconnaissants aux personnes qui nous donnent
du bonheur ; elles sont les charmants jardiniers
par qui nos âmes sont fleuries.*

Marcel Proust

Le seul moyen de se délivrer d'une tentation, c'est d'y céder paraît-il ! Alors j'y cède en disant en grand Merci aux personnes qui ont cru en moi et qui m'ont permis d'arriver au bout de cette thèse.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Joël PERRET-LIAUDET, Maître de Conférences, qui fut pour moi un directeur de thèse attentif et disponible malgré ses nombreuses charges. Sa compétence, sa rigueur scientifique et sa clairvoyance m'ont beaucoup appris. Ils ont été et resteront des moteurs de mon travail de chercheur.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Julien SCHEIBERT, Chargé de Recherche CNRS, qui m'a fait confiance, m'a soutenu et m'a permis de réaliser cette thèse. J'ai beaucoup d'estime pour lui. J'ai aussi apprécié la liberté qui m'a laissée dans la conduite de ma recherche. Sa disponibilité, son exigence, ses critiques et ses encouragements m'ont permis de mener ce travail à son terme.

Je voudrais remercier toute personne qui a participé de près ou de loin à ce travail, Alain Le Bot et Davy Dalmas pour leurs aides précieuses pour la partie acoustique, Serge Zara pour le temps passé aux chasses de bruits, Mathieu Guilbert pour sa formation LabView et Didier Roux pour les longues heures d'usinages.

Je suis également reconnaissante à Damien Constant pour m'avoir accueilli en tant que ATER. Je le remercie aussi pour sa disponibilité et sa précieuse aide.

Je remercie le LABEX-Manutech, particulièrement Juliette Cayer-Barrioz et Christophe Donnet pour le financement d'une part de ma thèse.

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont partagé mon quotidien. Je pense particulièrement à Riad Sahli, Sarah Diop, Nicolas Ponthus et Simon Gatignol.

Je pense aussi à ma meilleure amie Emna Amaied, avec laquelle j'ai partagé ces années de thèse.

Enfin, les mots les plus simples étant les plus forts, j'adresse toute mon affection à ma famille, et en particulier à mes parents qui m'ont fait comprendre que la vie n'est pas faite que de problèmes qu'on pourrait résoudre grâce à des formules mathématiques et des algorithmes. Malgré mon éloignement depuis quelques années, leur intelligence, leur confiance, leur tendresse, leur amour me portent et me guident tous les jours. Merci pour avoir fait de moi ce que je suis aujourd'hui.

Chaïma Zouabi

Table des matières

Introduction générale	4
Chapitre 1 : Etat de l'art	8
1. Frottement sec	9
1.1. Les lois du frottement sec : Lois d'Amontons-Coulomb.	9
1.2. Mécanique du contact rugueux : Aire de contact réelle.	10
1.3. Frottement entre deux surfaces rugueuses : Adhésion et labourage.....	15
2. Bruit de frottement	17
2.1. Instabilités de frottement	18
2.2. Bruit de rugosité	19
3.1. Mesure de l'état de surface	22
3.2. Paramètres verticaux.....	23
3.3. Paramètres latéraux de topographie.....	24
4. Modélisation de l'impact.....	26
4.1. Coefficient de restitution	26
4.2. Modèles linéaires d'impact.....	27
4.3. Modèles non linéaires	31
5. Vibrations induites par le glissement d'interfaces rugueuses	33
6. Contact électrique entre surfaces frottantes	35
6.1. Résistance électrique de contact	36
6.2. Résistance de constriction	36
6.3. Résistance d'un contact multi-strictions.....	37
6.4. Exemple de contacts électriques frottants	38
7. Synthèse	39
Chapitre 2 : Dispositif expérimental	40
1. Introduction :	41
2. Principe.....	41
3. Dispositifs expérimentaux.....	41
3.1. Echantillons	42
3.2. Guidage du glisseur	44
3.3. Motorisation.....	45
3.4. Capteur de force tangentielle:.....	46
3.5. Accéléromètres :	46
3.6. Mesure de la tension de contact.....	47

3.7. Microphone :.....	51
3.8. Traitement des mesures	52
4. Protocole.....	52
Chapitre 3 Résultats expérimentaux : D'un contact ininterrompu à une dynamique de sauts.....	54
Introduction	55
1. Observation de deux régimes de glissement	56
1.1. Signaux d'accélération typiques	56
1.2. Principales grandeurs étudiées.....	58
2. Etude statistique des temps de vol.....	63
2.1. Pourcentage du temps passé en vol	63
2.2. Temps de vol individuel	70
3. Etude statistique des chocs	74
3.1. Force d'impact.....	74
3.2. Durée de choc	78
3.3. Nombre de chocs par secondes.....	81
4. Comportement en frottement.....	82
4.1. Coefficient de frottement.....	83
4.2. Dissipation énergétique	86
4.3. Niveau de pression acoustique	87
5. Synthèse.....	91
Chapitre 4 : Résultats expérimentaux : Tension électrique de contact électrique	92
Introduction	93
1. Tension de contact <i>versus</i> accélération normale.....	93
2. Résultats qualitatifs	96
3. Résultats quantitatifs	100
3.1. Temps de vol individuel	100
3.2. Nombre de sauts	100
3.3. Temps de vol cumulé.....	101
3.4. Effet de la masse et de l'aire apparente de contact.....	103
3.5. Effet de la rugosité.....	104
3.6. Durée de chocs.....	106
3.7. Nombre de contacts	107
3.8. Tension de contact.....	108

4. Synthèse	111
Chapitre 5 : Résultats de modélisation : Bouncing Ball.....	113
Introduction	114
1.1. Description générale du modèle	115
1.2. Analyse dimensionnelle.....	116
2. Modèles simplifiés sans corrélations temporelles	117
2.1. Premier modèle (BB1).....	118
2.2. Deuxième modèle (BB2)	119
2.3. Modèles proposés (BB3 et BB4).....	120
2.4. Modèle de Wood & Byrne.....	122
2.5. Comparaison entre les différents modèles simplifiés	124
3. Simulation numérique complète.....	127
3.1. Génération du profil stochastique.....	127
3.2. Equations adimensionnelles	129
3.3. Condition de collage et de décollage	131
3.4. Algorithme complet	133
4. Résultats de la simulation numérique complète	135
4.1. Paramètres de contrôle et conditions initiales	135
4.2. Régimes dynamiques : résultats qualitatifs	136
4.3. Moyennes des vitesses et des temps de vol	137
4.4. Etat balle collée	142
4.5. Effet de la mémoire	143
4.6. Densités de probabilité des vitesses post-impact.....	144
4.7. Identification des paramètres de contrôle du système	145
4.8. Interprétation des résultats de simulation	147
5. Comparaison avec les résultats expérimentaux.....	151
5.1. Modèle physique-modèle numérique	152
5.2. Confrontation entre calculs et essais.	154
6. Commentaires et limites.....	158
Conclusions et perspectives.....	160
Références.....	163

Introduction générale

Contexte

Le frottement est défini comme étant l'ensemble des phénomènes qui s'opposent au mouvement relatif entre deux objets. Le frottement est dans certains cas un effet bénéfique. Par exemple, la marche n'est possible que parce que nos pieds frottent sur le sol. De même notre capacité à saisir un objet entre nos doigts sans qu'il tombe réside dans le frottement entre notre peau et l'objet. Par contre, dans bien des cas, et en particulier en ingénierie, le frottement est considéré comme néfaste, car il contribue à réduire le rendement énergétique d'un système, en dissipant sous forme de chaleur une partie de l'énergie mécanique qui lui est fournie. De plus les efforts de frottement sont à l'origine d'une dégradation des surfaces en contact sous forme d'usure. On comprend aisément que la maîtrise du frottement est un objectif d'importance majeure dans de nombreux secteurs d'activité. Dans ce contexte, la tribologie, c'est-à-dire la science du frottement et de l'usure, peut jouer un rôle crucial pour atteindre cette maîtrise, en améliorant la compréhension des mécanismes élémentaires associés au frottement.

Les contacts sont souvent classés en deux catégories : les contacts secs et les contacts lubrifiés. Dans les contacts secs, les matériaux constituant les deux solides en regard sont directement en contact, avec souvent des forces de frottement associées importantes. Pour contrôler le frottement un fluide est inséré à l'interface de façon à séparer les deux surfaces par un film de lubrifiant. Les efforts de frottement, qui sont maintenant d'origine visqueuse au sein du fluide, sont généralement fortement réduits par rapport au cas d'un contact sec. Dans cette thèse, nous nous intéresserons au cas de contacts secs.

Un point important est qu'il est virtuellement impossible de produire des objets dont la surface est parfaitement lisse. Même des feuilles de mica clivées, qui sont parmi les surfaces les plus lisses qu'on puisse réaliser, portent une rugosité résiduelle due à leur structure atomique. Pour les objets standards, la rugosité est typiquement micrométrique et ce sont donc toujours deux surfaces rugueuses qui vont former les contacts d'intérêt tribologique.

Il existe aujourd'hui des modèles bien établis pour décrire le frottement sec entre deux surfaces solides rugueuses. Au premier ordre, on peut utiliser la loi dite de Coulomb, avec un coefficient de frottement statique, associé au premier glissement, et un coefficient de frottement cinématique, associé au maintien du mouvement à vitesse constante. Ces coefficients sont considérés comme une constante pour un couple de matériaux donnés en contact, indépendants

de la vitesse de glissement. Cependant, depuis les années 1970, on sait que la loi de Coulomb n'est qu'approchée et que le coefficient de frottement cinématique dépend de la vitesse de glissement, tandis que le coefficient de frottement statique dépend de la durée pendant laquelle les matériaux sont restés en contact avant glissement. Ces deux dépendances d'ordre deux sont capturées par la loi de frottement dite Rate & State, formulée par Rice et Ruina [1]. Cette loi parvient à reproduire de nombreuses observations en régime transitoires (changement de vitesse brusque, arrêt puis reprise du glissement,...), tant en ingénierie qu'en géophysique (voir par exemple [2] et [3]).

Depuis les travaux de Bowden et Tabor [4], pour la loi de Coulomb, et ceux de Dieterich [5] pour la loi Rate & State, la communauté du frottement s'accorde aujourd'hui sur l'interprétation de ces lois (voir [6] et [7] pour des revues). Cette interprétation repose sur une vision microscopique des interfaces de contact rugueuses. Les deux surfaces ne se touchent qu'au niveau d'une multitude de points de contact vrais entre aspérités antagonistes, appelés micro-contacts. Ces micro-contacts sont supposés être en grand nombre, et avoir des propriétés mécaniques aléatoires, dues au caractère aléatoire des topographies en regard. Et effectivement, ce sont des modèles statistiques, basés sur des moyennes sur la population des micro-contacts, qui ont offert les interprétations les plus crédibles des observations classiques. Par exemple, d'après le modèle de Greenwood et Williamson [8] l'existence même d'un coefficient de frottement ne serait qu'un petit « miracle » mathématique qui linéarise le lien entre aire de contact réelle et force normale appliquée sur l'interface. Autre exemple, la distance caractéristique qui apparaît dans la loi de Rate & State ne serait autre que la taille moyenne des micro-aspérités au sein de l'interface [9].

Ce type de description statistique n'est cependant pertinente a priori que lorsque la force normale appliquée sur l'interface est suffisamment grande pour former un nombre statistique de micro-contacts. Que deviennent les lois de frottement lorsqu'on considère un chargement normal faible, de sorte qu'il n'y a plus que quelques micro-contacts qui se forment, et que toute approche statistique devient inadaptée ? C'est précisément ce type de situation que nous allons envisager au cours de cette thèse, avec des contacts métalliques rugueux sous faible charge, et pour lesquels on attend à peine plus que les trois premiers points de contacts minimum pour assurer l'équilibre mécanique d'un glisseur sur une surface.

D'autre part, il faut garder en tête que les observations empiriques qui sont reproduites par la loi de Rate & State ont été faites pour des vitesses de glissement extrêmement faibles,

typiquement de quelques micromètres par seconde. Dans ces conditions, on s'affranchit de tout effet lié à l'échauffement des surfaces, comme par exemple l'apparition de temps caractéristiques associés à la viscoélasticité à des matériaux, ou à des changements de phase, ou des réactions chimiques aidées par un accroissement de température (voir par exemple [10]). On s'affranchit également de tout effet dynamique ou vibratoire associé à la destruction et la reformation de nouveaux micro-contacts. Au vu du grand nombre de situations dans lesquelles des vitesses de glissement bien supérieures au micromètre par seconde sont en jeu, on comprend que la loi de Rate & State ne décrit *a priori* qu'une faible fraction des situations pertinentes en tribologie. Il reste donc un large pan de connaissances nouvelles à établir dans les régimes à haute vitesse de glissement. Dans cette thèse, nous allons précisément nous intéresser aux hautes vitesses de glissement, et en particulier aux effets dynamiques associés.

Enjeux

Pour fixer immédiatement les idées, le phénomène qui va nous occuper principalement est la conversion partielle d'un mouvement horizontal imposé à un glisseur vers des vibrations verticales induites. Le moteur de ces vibrations est la rugosité des surfaces en regard : pour avancer le glisseur doit passer les bosses et les creux de la surface antagoniste. A faible vitesse, ce mouvement entraîne une réorganisation lente des micro-contacts. A haute vitesse, les surfaces vont s'entrechoquer, les micro-contacts devenant de véritables micro-impacts. Ce sont ces micro-impacts qui sont alors les événements élémentaires qui pilotent les phénomènes associés au glissement : l'amplitude du frottement qui s'oppose au glissement, mais aussi la vibration du glisseur, dont une part peut contribuer à l'émission d'un bruit dit de rugosité.

On admettra facilement que pour mieux comprendre ces phénomènes émergents, une clef se trouve dans la meilleure caractérisation des propriétés des micro-impacts élémentaires. C'est là un des objectifs majeurs de cette thèse : progresser vers un accès expérimental aux micro-impacts individuels. Au vu des courtes durées de choc attendues (inférieures à la milliseconde), nous aurons besoin de mesures rapides, typiquement à des fréquences au-delà de 10 kHz. Nous verrons que ces mesures nous permettront d'identifier clairement des régimes de frottement encore mal reconnus, en particulier un régime de sauts du glisseur, qui rebondit de façon aléatoire sur la surface antagoniste. Pour interpréter ces observations nouvelles, le corpus théorique adapté est encore quasi-inexistant, ce qui nous portera à proposer une approche de modélisation inspirée du modèle dit du *Bouncing Ball*, qui est classique dans le domaine de la dynamique non-linéaire, mais qui n'est pas standard en tribologie.

Organisation du mémoire

Ce mémoire de thèse est composé de cinq chapitres.

Le premier chapitre sert d'introduction à la problématique et fait un bilan des résultats existants sur le sujet. Ces différentes parties portent sur les lois de frottement sec, le bruit de frottement, la rugosité de surface, les modèles numériques d'impact et le contact électrique entre surfaces frottantes.

Le deuxième chapitre est consacré à la description du banc expérimental. Il permet de présenter son principe avec deux méthodes de mesure : une mesure accélérométrique de la dynamique verticale du solide en mouvement et une mesure électrique de la résistance de contact entre les deux surfaces. Le dispositif ainsi que les protocoles expérimentaux pour étudier la dynamique d'interfaces rugueuses en glissement seront présentés.

Le troisième est dédié à l'analyse de la dynamique verticale des interfaces à partir de la mesure accélérométrique, en fonction de différents paramètres (la masse, l'aire de contact apparente, la rugosité et la vitesse). A travers les différentes campagnes de mesure, on observe l'apparition de deux régimes de glissement en fonction de la vitesse.

Dans le quatrième chapitre, on étudie le contact électrique entre surfaces rugueuses. Ce chapitre comportera une comparaison entre les résultats issus de l'analyse soit de la dynamique verticale du glisseur soit de celle de la tension électrique de contact entre ces surfaces.

Un modèle numérique est proposé dans le chapitre cinq. Dans un premier temps on présente les différents modèles numériques existant ainsi que leurs limites d'utilisation. Ensuite on décrit notre modèle ainsi que les différentes hypothèses que nous avons adoptées pour cette étude. Dans la dernière partie du chapitre, on compare les résultats numériques et expérimentaux et on conclut sur la pertinence de notre modèle.

Nous terminerons par une conclusion qui synthétisera les résultats obtenus et présentera différentes perspectives.

Chapitre 1 : Etat de l'art

*Nulle pierre ne peut être polie sans friction, nul homme ne peut parfaire son
expérience sans épreuve
(Confucius)*

1. Frottement sec

Le frottement sec est celui qui apparaît lorsque des corps rigides, en contact sans lubrifiant, se déplacent ou ont tendance à se déplacer l'un par rapport à l'autre. S'il y a un glissement relatif entre les deux corps, alors il s'agit d'un frottement dynamique sinon le frottement est dit statique. La compréhension des mécanismes entrant en jeu est restée longtemps très lacunaire. Il a fallu attendre les dernières décennies et l'accumulation de données expérimentales et de résultats théoriques pour que des progrès importants soient faits.

1.1. Les lois du frottement sec : Lois d'Amontons-Coulomb.

Pendant la Renaissance, Léonard de Vinci (1452-1519) a commencé à étudier la nature du frottement [11] et ce n'est que 200 ans plus tard qu'Amontons en 1699 [12] et puis Coulomb en 1780 [13] ont été les premiers à formuler les premières lois fondamentales que nous connaissons actuellement. Ces lois stipulent que la force de frottement F_s est proportionnelle à la charge normale appliquée F_n et que cette force est indépendante de la surface apparente de contact.

La première loi d'Amontons énonce que tant que la force tangentielle F_t est inférieure à une force seuil F_s , il n'y aura pas de glissement. Lorsque la force tangentielle atteint cette valeur, la solide glisse.

$$F_s = \mu_s F_n \quad (1-1)$$

μ_s est appelé coefficient de frottement statique.

Une fois que le solide est en mouvement, une force F_d est nécessaire pour maintenir le glissement à vitesse constante. Cette force est aussi proportionnelle à la charge normale appliquée.

$$F_d = \mu_d F_n \quad (1-2)$$

μ_d est appelé coefficient de frottement dynamique. μ_d est généralement inférieur à μ_s .

Selon la deuxième loi, en reprenant les expériences de Léonard de Vinci, Amontons a constaté que quelle que soit la surface apparente de contact d'un bloc, sa force de frottement est uniquement proportionnelle à son poids.

En 1780, suite à des nombreuses expériences, Coulomb [13] a confirmé les deux lois d'Amontons notant que: « *le rapport de la pression au frottement est toujours une quantité constante, et que la grandeur des surfaces n'y influe que d'une manière insensible* ».

Dans le cas des métaux, la force de frottement est indépendante de la vitesse de glissement. Lors du frottement, la force de frottement dynamique est égale à la force de statique nécessaire pour vaincre le frottement après un temps donné de repos ($\mu_d = \mu_s$) (figure 1-1 (a)) Par contre, dans les cas du frottement entre les bois, les forces de frottement statiques sont souvent quadruples des forces de frottement dynamiques ($\mu_s \approx 4 \mu_d$) (figure 1-1 (b)).

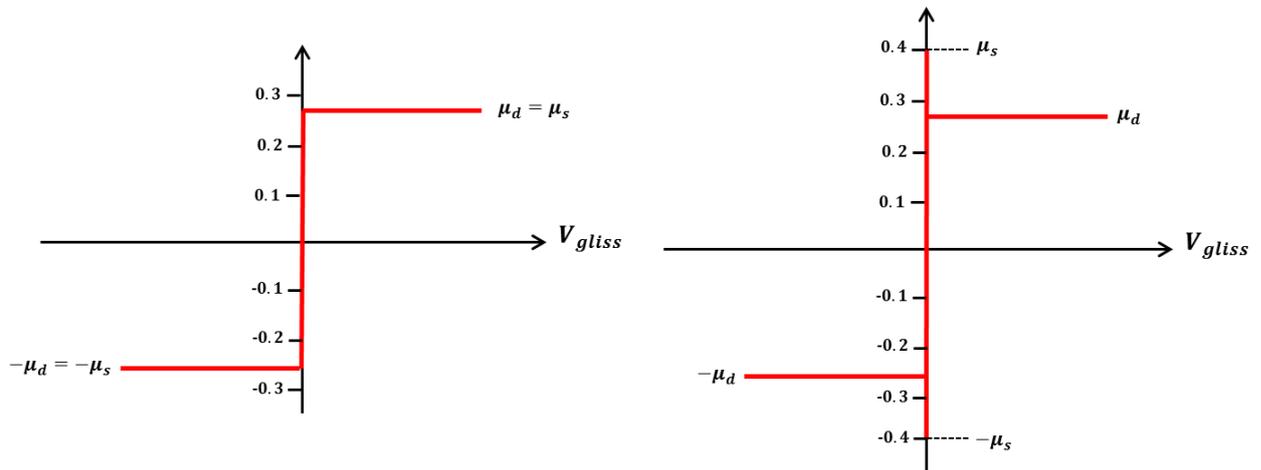


Figure 1-1 : Schéma de la loi de frottement dite d'Amontons Coulomb (a) : Frottement acier/acier ($\mu_s = \mu_d$), (b) : Frottement bois/bois ($\mu_s > \mu_d$).

1.2. Mécanique du contact rugueux : Aire de contact réelle.

Les propriétés du contact et du frottement dépendent fortement de l'état de surface. Quel que soit l'état de finition, par exemple le polissage des surfaces usinées, celles-ci ne sont jamais parfaitement lisses. D'un point de vue microscopique, ces surfaces présentent une suite de bosses et de creux qui peuvent être petites à l'échelle des solides en contact, mais toujours grandes par rapport aux dimensions moléculaires.

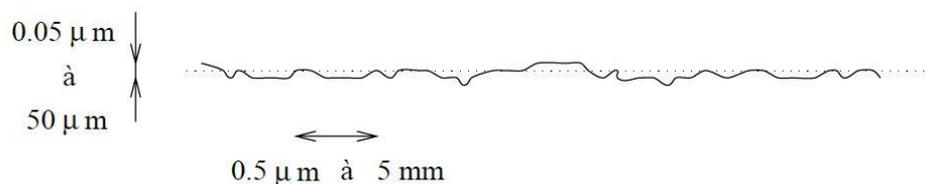


Figure 1-2 : Vue schématique d'un profil de surface

La hauteur moyenne des aspérités de la plupart des surfaces usinées ou polies est de l'ordre de $0.05 \mu m$ à $50 \mu m$, et la pente de ces aspérités est assez faible, au maximum d'environ 20 %, pour une distance entre les aspérités de $0.5 \mu m$ à $5 mm$. Ces valeurs dépendent du procédé de d'élaboration de surfaces.

Le point important est de réaliser que deux surfaces rugueuses ne se touchent pas sur l'ensemble de leur surface apparente A_a , mais uniquement aux sommets des aspérités les plus élevées. Dans ces conditions, l'aire de contact réelle A_r est trouvée bien plus faible de l'aire de contact apparente ($A_r \ll A_a$). A_r dépend de la topographie de surface, des propriétés (élastiques, plastiques,...) du volume des matériaux, et de la force normale F_n appliquée. De nombreux modèles existent pour prédire. Nous allons passer les plus classiques en revue.

Contact sphère / plan : théorie de Hertz

En 1882, Hertz a résolu le problème du contact normal entre deux surfaces sphériques (figure 1-3). On va présenter ici les hypothèses retenues et les principaux résultats.

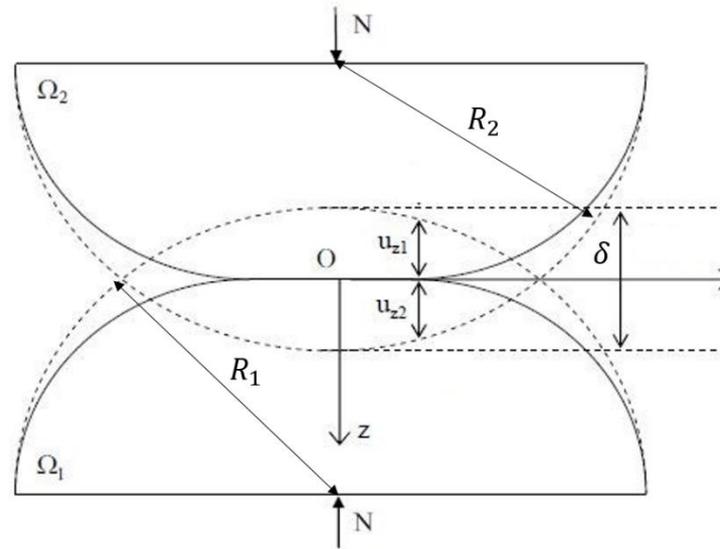


Figure 1-3 : Système considéré dans la théorie de Hertz

Hertz suppose (i) que les matériaux en contact ont une réponse élastique linéaire, (ii) les surfaces sont parfaitement lisses, (iii) que la taille du contact est très faible devant celle des solides en regard et de leur rayon de courbure et (iv) que l'interface est sans frottement.

Avec u_{z1} et u_{z2} les déplacements verticaux des points de la surface des solides 1 et 2, respectivement, lors du contact, et avec δ l'indentation (c'est-à-dire le rapprochement de points lointains du contact), on peut écrire :

$$u_{z1} + u_{z2} = \delta - \frac{r^2}{2R} \quad \text{dans la zone de contact} \quad (1-3)$$

$$u_{z1} + u_{z2} < \delta - \frac{r^2}{2R} \quad \text{hors de la zone de contact} \quad (1-4)$$

Avec R le rayon effectif tel que : $1/R = 1/R_1 + 1/R_2$, où R_1 et R_2 sont les rayons de courbure des solides 1 et 2, respectivement.

Hertz a montré que la distribution de la pression a la forme parabolique suivante:

$$p = p_0 \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \quad (1-5)$$

Avec a le rayon de la zone circulaire de contact ($r < a$). Pour $r = 0$, la pression de contact est maximale et vaut p_0 . Pour $r = a$, la pression est nulle. Le déplacement s'exprime alors :

$$u_z = \frac{1 - \nu^2}{E} \frac{\pi p_0}{a} (2a^2 - r^2) \quad (1-6)$$

En introduisant u_z dans la condition de non pénétration, on a alors :

$$\frac{\pi p_0}{4a E^*} (2a^2 - r^2) = \delta - \frac{r^2}{2R} \quad (1-7)$$

Avec $\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}$. E_1 et E_2 sont les modules de Young des solides 1 et 2, respectivement.

ν_1 et ν_2 sont les coefficients de Poisson associés.

A partir du champ de pression de contact, la charge extérieure appliquée peut s'exprimer comme son intégrale :

A partir de la pression de contact, la charge extérieure appliquée peut s'exprimer comme suit :

$$F_n = \int_0^a 2\pi p(r) \cdot r \cdot dr = \frac{3}{2} p_0 \pi a^2 \quad (1-8)$$

Donc on a :

$$a = \left(\frac{3NR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (1-9)$$

$$\delta = \left(\frac{9N^2}{16 R \cdot E^{*2}} \right)^{1/3} \quad (1-10)$$

Le modèle de Hertz est généralement utilisé pour des problèmes de contact sphère/plan.

Contact rugueux parfaitement plastique : modèle de Bowden et Tabor

La théorie de Hertz ne permettant pas de décrire les surfaces rugueuses, Bowden et Tabor [14] ont fait le raisonnement suivant, adapté à des situations réalistes de contact entre surfaces métalliques rugueuses. Ils ont considéré que, comme l'aire réelle de contact A_r (l'ensemble des micro-contacts) est généralement beaucoup plus petite que l'aire apparente A_a , la pression exercée au niveau de chaque micro-contact doit être très grande. En supposant alors que toutes les aspérités ont atteint leur limite plastique, la contrainte de pression dans le contact réel vaut partout σ_y , la pression de transition élastique/plastique du matériau en contact le plus mou. On en déduit alors directement la relation suivante :

$$A_r = \frac{F_n}{\sigma_y} \quad (1-11)$$

Il s'agit du premier modèle prédisant une proportionnalité entre l'aire de contact réelle et la force normale appliquée à une interface. Nous verrons plus bas que ce point est crucial pour interpréter les lois d'Amontons-Coulomb.

Contact rugueux parfaitement élastique : modèle de Greenwood et Williamson (GW)

En 1966, Greenwood et Williamson [8] ont proposé un modèle aboutissant à un résultat analogue à celui de Bowden et Tabor, mais à partir d'hypothèse complètement différentes. Ils font explicitement intervenir les caractéristiques géométriques des surfaces en contact. Dans ce modèle, le contact entre deux surfaces rugueuses est d'abord ramené au contact entre une surface rugueuse et une surface plane. On considère que cette surface est un plan sur lequel il y a une certaine densité surfacique isotrope d'aspérités. On désigne par η le nombre d'aspérités par unité de surface. On considère ensuite que les aspérités ont des extrémités sphériques de rayon de courbure R constant. Seule la hauteur des aspérités est variable et suit une loi aléatoire de densité $\phi(z)$, où z est la hauteur des aspérités par rapport au plan moyen des aspérités (figure 1-4)

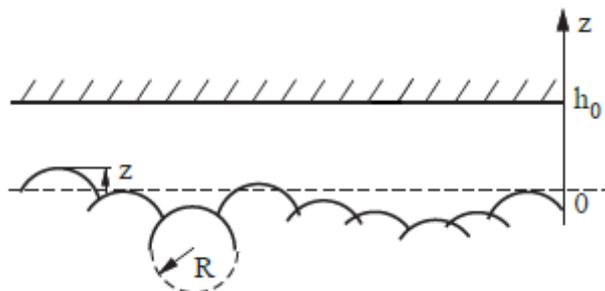


Figure 1-4 : Modèle Greenwood-Williamson pour le contact rugueux

Les aspérités sont supposées ne pas avoir d'interactions entre elles. On ne prend en compte que la déformation des aspérités, et non des déformations plus globales du support. Dans ces conditions, chaque aspérité est supposée se comporter comme un petit contact de Hertz.

En notant de plus h_0 la séparation entre le plan moyen des aspérités et la surface plane, A_n l'aire nominale de contact et N le nombre total d'aspérités disponibles, on a le nombre d'aspérités en contact réel :

$$N_c = N \int_{h_0}^{\infty} \phi(z) dz \quad (1-12)$$

Pour une aspérité en contact donnée de hauteur $z > h_0$, sa pénétration est :

$$\delta = z - h_0 \quad (1-13)$$

En considérant les formules de contact de Hertz, la force et l'aire de contact d'une seule aspérité sont données par [15]:

$$\Delta F = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} \delta^{3/2} \quad (1-14)$$

La force de contact totale est obtenue par la somme des forces appliquées sur toutes les aspérités :

$$F = \int_{h_0}^{\infty} \frac{4}{3} E^* R^{1/2} \delta^{3/2} N \phi(z) dz \quad (1-15)$$

De même pour l'aire de contact totale :

$$A = \int_{h_0}^{\infty} \pi \delta R N \phi(z) dz \quad (1-16)$$

Greenwood et Williamson ont montré que, pour certaines formes pertinentes de distribution ϕ (exponentielle et gaussienne), F_n et A_r sont quasi-proportionnelles. Ce résultat est analogue à celui obtenu par Bowden et Tabor, mais dans le cas où les surfaces sont purement élastiques.

Autres modèles

Une des limitations de ce modèle, c'est que l'on impose un rayon unique à toutes les aspérités, alors que ce n'est vrai pour les surfaces réelles. Divers modèles ont été proposés dans le but de

raffiner la modélisation du contact rugueux. Leurs principes sont similaires à celui de GW, c'est-à-dire une surface représentée par une distribution aléatoire d'aspérités. Le modèle GW a été amélioré par Whitehouse et Archard [16] en considérant que le rayon de courbure des aspérités est aléatoire. Pour eux, si un profil de surface est de type aléatoire alors il peut être complètement défini par deux paramètres : la distribution de hauteur et la fonction d'autocorrélation. Cela est équivalent à des aspérités ayant une distribution statistique à la fois des hauteurs et des rayons.

Nayak [17] s'intéressait à analyser des surfaces rugueuses gaussiennes par la théorie des processus aléatoires : la distribution de hauteur des sommets, la densité des sommets, le gradient moyen de la surface sont reliées à une fonction de densité spectrale de puissance. Contrairement au modèle GW, Nayak a montré que les sommets, en général, ne sont pas sphériques, que leur courbure est fonction de la hauteur et que la distribution de hauteur est non gaussienne.

Malgré ces différences, la conclusion qualitative d'une aire de contact réelle approximativement proportionnelle à la force normale n'a pas été remise en cause.

1.3. Frottement entre deux surfaces rugueuses : Adhésion et labourage

Composante d'adhésion

Quand la séparation entre deux surfaces devient de l'ordre des distances atomiques ($\sim 10 \text{ \AA}$), il y a création entre elles de liaisons moléculaires (jonctions) [18]. L'intensité de la liaison au niveau des jonctions dépend beaucoup de la nature des matériaux en contact. Les traitements de surface et les couches d'oxyde sur les matériaux facilitent ou inhibent la création de jonctions.

Dans la plupart des cas, la force de frottement est essentiellement produite par le cisaillement des jonctions créées. C'est ce qu'on appelle la composante d'adhésion du frottement. L'adhésion peut être renforcée lors du frottement par l'échauffement important supporté par l'extrémité des aspérités en contact, qui par exemple pour les métaux augmente leur ductilité. Il est renforcé aussi par des déformations plastiques des aspérités.

On s'attend naturellement à ce que cette composante purement interfaciale du frottement F_{ad} , soit directement pilotée par l'aire de contact réelle, qui représente l'ensemble des jonctions créées. On écrit donc classiquement que :

$$F_{ad} = A_r \tau \quad (1-17)$$

avec τ la contrainte nécessaire pour cisailer les jonctions de contact. On comprend alors l'intérêt des modèles de prédiction de l'aire de contact réelle vus au paragraphe 1.2 pour évaluer F_{ad} .

Une implication majeure de l'équation (1-17) est que, une fois combinée avec la proportionnalité de la force normale avec l'aire de contact réelle (voir par exemple les modèles de Bowden et Tabor ou Greenwood et Williamson), on trouve que F_{ad} et F_n sont proportionnels entre eux. C'est cette proportionnalité qui autorise la définition d'un coefficient de frottement. Pour fixer les idées, dans le cas de Bowden et Tabor, en combinant (1-11) et (1-17), on peut écrire que la part d'adhésion μ_{ad} du coefficient de frottement μ est [14] :

$$\mu_{ad} = F_{ad}/F_n = \tau/H \quad (1-18)$$

- **Composante de labourage**

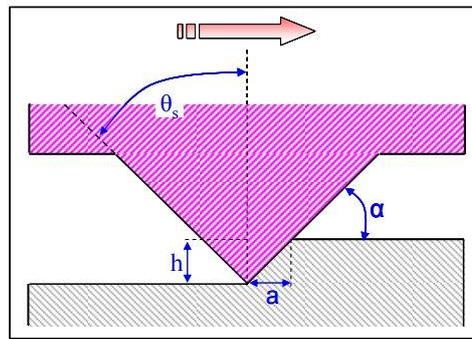


Figure 1-5 : Modèle simple de labourage. α : angle d'attaque ; θ_s : demi angle au sommet du cône représentant la rugosité ; h : profondeur d'indentation ; a : rayon de contact.

Si une part du frottement (F_{ad}) est due à des effets se produisant à l'interface, une autre est due aux déformations engendrées par le labourage du matériau le plus mou par les aspérités du matériau le plus dur. Si on considère une aspérité conique de demi-angle θ_s (figure 1-5), les expressions des efforts normal et tangentiel s'écrivent :

$$F_n = A_n \sigma_n = \pi a^2 c_n p \quad (1-19)$$

$$F_t = A_t \sigma_t = a h c_t p \quad (1-20)$$

avec A_n et A_t les aires de contact projetées normalement et tangentiellement, a le rayon de contact ($a = h \tan \theta_s$). σ_n et σ_t sont respectivement la contrainte normale et tangentielle de contact, c_n et c_t sont des coefficients dépendant de la forme et de l'écrasement du matériau

(typiquement $c_n = 3$ et $c_t = 6$). A partir de (1-19) et (1-20), le coefficient de frottement dû à la déformation est :

$$\mu_{def} = \frac{2}{\pi \tan \theta_s} \quad (1-21)$$

Généralement, la plupart des auteurs estiment que dans le cas des métaux, la composante de labourage due à la déformation plastique est négligeable. Ainsi Roizard [19] a montré que dans le cas d'essais de type étirage-plan, la composante due à la déformation plastique des aspérités ne correspond au maximum qu'à 6% du coefficient de frottement global mesuré. Ces essais ont été réalisés sur des tôles d'acier doux grenillées et pour des pressions apparentes de contact élevées (de 30 à 120 MPa).

Au final si on tient compte de deux processus d'adhésion et de la déformation due au labourage, le coefficient de frottement est donné par [14] :

$$\mu = \mu_{ad} + \mu_{def} = \frac{\tau}{p} + \frac{2}{\pi \cdot \tan \theta_s} \quad (1-22)$$

2. Bruit de frottement

D'un point de vue historique l'étude des bruits des systèmes frottants est très ancienne et remonte à plus d'un siècle. Dans [20], Akay fait une étude bibliographique de référence de ces systèmes. On distingue la famille des bruits de frottement sans glissement, comme le bruit de la neige écrasée lors d'une marche, de celle liée au frottement de glissement, comme le bruit généré par le frottement d'une craie sur un tableau. Une des caractéristiques de ces bruits est qu'ils sont rarement stationnaires. Dans le cas du glissement (figure 1-6) Akay présente des résultats expérimentaux pour des systèmes très divers comme par exemple : le doigt mouillé qui glisse sur le bord d'un verre, le frottement d'un archet de violon sur la face libre d'une poutre encastré ou le frottement d'une poutre sur un disque en rotation.



Figure 1-6 : Exemples des systèmes générant des bruits de frottement de glissement

Il en ressort que le comportement de ces systèmes est sensible à la manière dont le contact est établi. Les bruits de frottement peuvent être classés en fonction de l'intensité de la pression de contact (figure 1-7). Lorsque la pression est importante, cela correspond le plus souvent à un bruit d'instabilité mécanique. Cependant, si la pression est faible, on a le plus souvent un bruit dit de rugosité. On va maintenant présenter plus avant ces deux types de bruit.

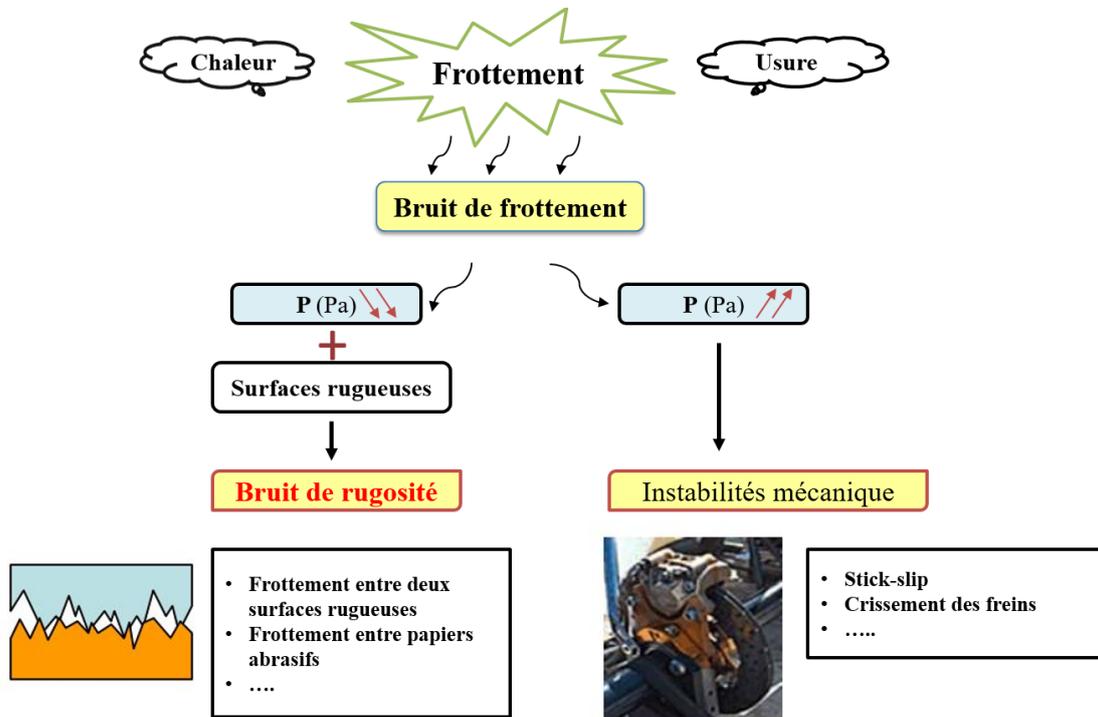


Figure 1-7 : Classification du bruit du frottement selon l'amplitude de la pression de contact

2.1. Instabilités de frottement

L'instabilité de frottement est un phénomène non linéaire qui correspond à la perte de stabilité de la position d'équilibre statique qui impliquait jusqu'à cet instant une force de frottement statique entre les solides antagonistes. L'exemple le plus connu est les vibrations du type stick-slip qui correspondent à une succession de phase d'adhérence et de glissement de deux surfaces frottées, ce qui peut donner lieu à des bruits intenses comme le crissement. Les tremblements de Terre peuvent aussi être inclus dans cette catégorie, bien que les fréquences caractéristiques des vibrations soient souvent en deçà de la gamme audible.

Les instabilités de frottement ont été largement étudiées (voir par exemple [17], [21] et [22]). De nombreuses études ont proposé des modèles pour le stick-slip ou le sprag slip. Ils considèrent généralement de corps rigides, maintenus par des ressorts et amortisseurs, et en contact avec une surface animé d'une vitesse. Pour qu'une instabilité soit envisageable, il faut

que le coefficient de frottement diminue avec la vitesse. Ses conditions d'apparition effective dépendent ensuite de la raideur et de la masse globale de la structure et de l'amortissement. D'autres études ont montré que la présence d'instabilités est caractérisée par la propagation de zones de glissement-adhérence à la surface de contact (voir par exemple [23], [24], [25] et [26]).

2.2. Bruit de rugosité

Ce type de bruit peut être observé dans différents systèmes frottants, comme lors du frottement de deux papiers abrasifs l'un contre l'autre ou simplement lors du frottement de nos mains l'une contre l'autre. A noté que l'indentation des aspérités est bien plus faible que la rugosité.

Mécanisme du bruit de rugosité

Le mécanisme du bruit de rugosité est le suivant (figure 1-8) :

- Chocs aux interfaces : le glissement entre deux surfaces rugueuses engendre des micro-impacts à l'interface entre les aspérités des surfaces antagonistes.
- Vibration des solides : les aspérités sont transitoirement déformées au cours des micro-impacts. Les accélérations associées génèrent des ondes qui se propagent dans le corps solide. Elles sont ensuite réfléchies par les bords et qui entrent en vibration.
- Rayonnement acoustique : la vibration provoque l'oscillation dans l'air au contact de la surface. Le bruit peut être entendu quand cette oscillation est propagée vers l'oreille.

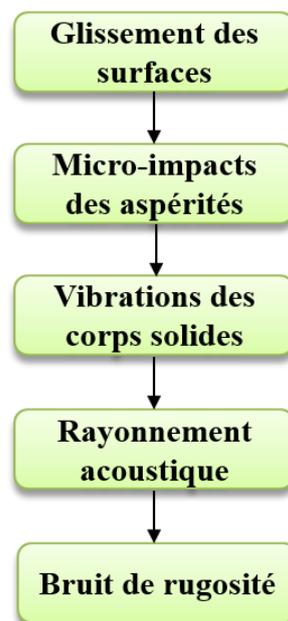


Figure 1-8 : Mécanisme du bruit de rugosité

Propriétés du bruit de rugosité

Plusieurs expériences passées ont pu caractériser le bruit de rugosité. Lors d'une étude de frottement d'un contact pion-disque, Yokoi et Nakai ont observé que le niveau de pression

acoustique est une fonction croissante de la rugosité de surface suivant une loi logarithmique de la forme [27]:

$$L_p(dB) = 20 \log_{10}(R_a)^m \quad (1-23)$$

L_p est la pression acoustique, R_a un paramètre statique de rugosité. L'exposant m est la pente de la droite représentant la variation du niveau sonore rayonné en fonction de la rugosité des surfaces frottées dans une échelle log-log, il est trouvé variable entre 1.6 à 2.4. D'autres auteurs ont confirmé cette formule, comme dans les travaux d'Othman et Elkholy sur le contact aiguille-plan, avec m compris entre 0.5 et 1.3 [28].

Yokoi et Nakai ont par ailleurs relevé la relation entre le bruit et la vitesse de glissement [29]. Elle peut être prédite par la relation suivante :

$$L_p(dB) = 20 \log_{10}(V)^n \quad (1-24)$$

La valeur de n est comprise entre 0.6 et 1.1. Récemment Ben Abdelounis et collaborateurs ont confirmé ces deux relations pour un contact plan-plan et ont pu montrer qu'elles peuvent être combinées dans une formule générale [30] (figure 1-9)

$$L_p(dB) = 20 \log_{10} (R_a)^m (V)^n \quad (1-25)$$

Avec $0.8 \leq m \leq 1.16$ et $0.7 \leq n \leq 0.96$

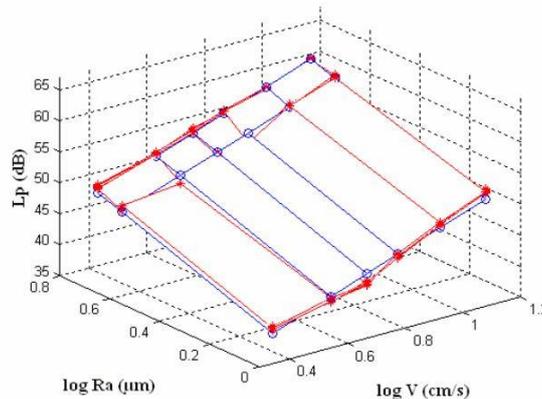


Figure 1-9 : Evolution du niveau de la pression acoustique en fonction de la vitesse de glissement et de la rugosité de la surface [30].

En 2011, Le Bot et collaborateurs ont étudié la dépendance du bruit de rugosité avec l'aire de contact. Deux régimes apparaissent dans le même système. Si l'aire de contact S est petite, la pression acoustique est proportionnelle à S . Par contre, lorsque S devient importante, la pression reste constante. Ce résultat interdit donc d'écrire le bruit rayonné comme une loi de puissance

du type $L_p \propto S^{\lambda/10}$, car λ dépendrait de S lui-même, en prenant des valeurs comprises entre 1.7 et 6.7.

Exemple du bruit automobile

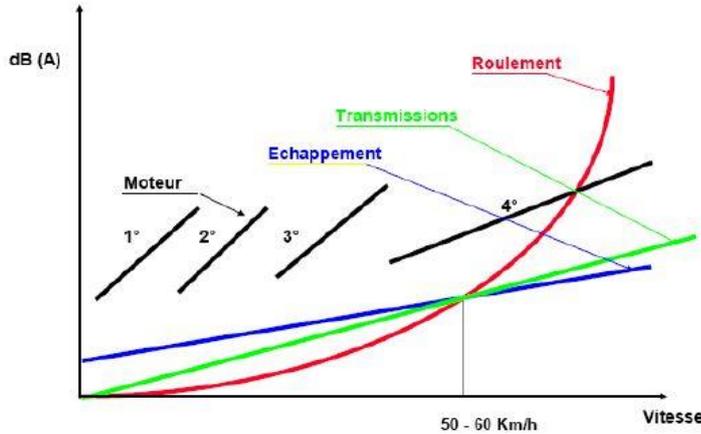


Figure 1-10 : Les sources importantes du bruit automobile [31].

Le moteur, l'échappement, les transmissions mécaniques et le contact pneu-chaussée sont les principales sources du bruit automobile (figure 1-10). Le contact pneu chaussée constitue la source principale des nuisances sonores pour les vitesses supérieures à 50 km/h. Ce bruit est causé par deux grands mécanismes :

- Le phénomène d'*air pumping* dans lequel l'air est comprimé entre les zones de contact pneu-chaussée. A la sortie du contact, l'air est détendu brusquement, entraînant la propagation d'ondes acoustiques
- La vibration des pneumatiques occasionnée par l'interaction entre les pains de gomme et les aspérités de la route, contribue à la génération du bruit de contact pneumatique/chaussée.

Exemple du bruit ferroviaire

La source principale du bruit issu des transports ferroviaires ayant des vitesses comprises entre 50 et 300 km/h est le bruit de roulement [32]. Ce bruit est relié à l'état de surface des structures en contact comme la roue, le rail et les traverses. L'interaction entre les aspérités microscopiques des surfaces excite des vibrations dans les structures. Ces dernières rayonnent à leur tour dans l'environnement. La vibration de la roue entraîne un rayonnement acoustique typiquement entre 2000 et 4000 Hz. La contribution de la vibration du rail se situe autour de 1000 Hz et les traverses vibrent principalement dans les basses fréquences, environ 400 Hz.

3. Etat de surface

La caractérisation des surfaces rugueuses est une étape primordiale dans l'étude de la dynamique d'impacts entre les aspérités présentes à la surface des deux corps en contact. L'altitude à un point quelconque de la surface, notée $h(x)$, est considérée comme aléatoire, donc la surface rugueuse dans son ensemble peut être considérée comme un processus aléatoire.

3.1. Mesure de l'état de surface

Il existe plusieurs moyens d'évaluer la topographie de surface, qui peuvent être classés selon le mode d'évaluation, avec ou sans contact entre l'appareil de mesure et la surface à caractériser. Nous décrivons ici l'appareil de mesure que j'ai utilisé, et qui est un profilomètre de type tactile (figure 1-11).

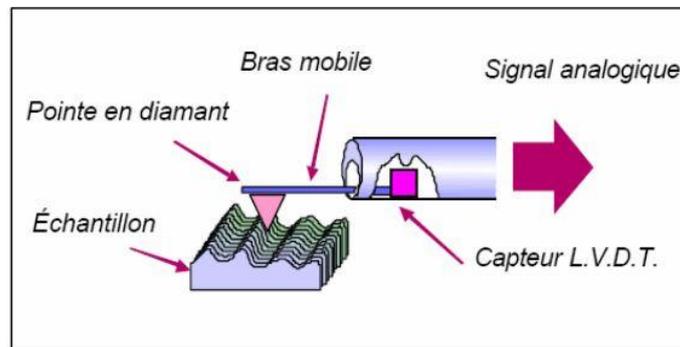


Figure 1-11 : Profilomètre tactile

La mesure consiste à déplacer, le long de la surface, un palpeur muni d'une pointe en diamant, de rayon de courbure pouvant varier entre $2\ \mu\text{m}$ et $10\ \mu\text{m}$, et d'un ensemble de trois moteurs pas-à-pas. Un des moteurs permet le déplacement de la pointe suivant la direction horizontale X (direction suivant laquelle est effectuée l'acquisition d'un profil $h_i(x)$). Un deuxième moteur permet le positionnement de la pointe suivant la direction latérale Y. Le troisième moteur permet le dégagement de la pointe suivant la direction Z.

Les variations de tension générées par un capteur de déplacement dans le bras du palpeur, lors du mouvement de la pointe suivant la direction X, sont converties en un profil $h_i(x)$. Différents paramètres de rugosité calculés à partir du profil sont également fournis par le logiciel de pilotage de l'instrument.

Il est également possible d'obtenir non plus un seul profil de la topographie, mais sa représentation 3D. L'acquisition d'une image 3D se déroule par l'enregistrement d'une succession de profils. Chaque point de la surface est repéré par ses trois coordonnées d'espace x , y et h . La fonction $h(x_i, y_i)$ constitue la topographie de surface.

Dans ce qui suit $h(x)$ désigne l'altitude centrée d'un profil de surface. Ceci signifie que dans la longueur de base explorée L (dont la valeur est choisie de façon à satisfaire la norme ISO 4287 sur les mesures de rugosité), on a :

$$\int h(x)dx = 0 \quad (1-26)$$

3.2. Paramètres verticaux

Ecart moyen arithmétique (Ra)

C'est la moyenne arithmétique des valeurs absolues des ordonnées $h(x)$ à l'intérieur d'une longueur de base.

$$Ra = \frac{1}{L} \int_0^L |h(x)| dx \quad (1-27)$$

Ecart moyen quadratique (Rq)

C'est la moyenne quadratique des valeurs des ordonnées $h(x)$ à l'intérieur d'une longueur de base.

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L h(x)^2 dx} \quad (1-28)$$

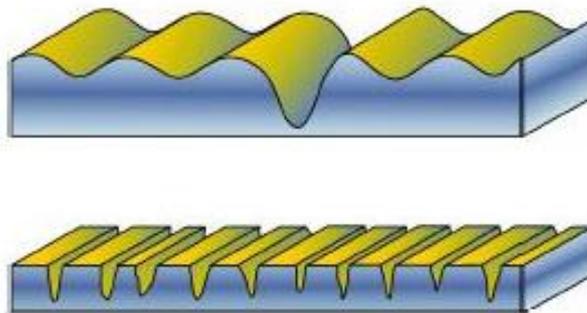


Figure 1-12 : Différentes surfaces ayant la même rugosité : $Ra \approx 2\mu m$

Notons que deux surfaces totalement différentes peuvent avoir le même Ra ou le même Rq (figure 1-12), ce qui nécessite de prendre également en compte d'autres estimateurs. En particulier, les moments d'ordres supérieurs de la distribution des hauteurs donnent des informations complémentaires. En voici deux.

Skewness (*Rsk*)

Pour mesurer la dissymétrie de la distribution des hauteurs par rapport à la ligne moyenne, on utilise le coefficient de dissymétrie (*Rsk*). Il est défini comme le quotient de la moyenne des cubes des valeurs des ordonnées $h(x)$ par le cube du paramètre Rq .

$$Rsk = \frac{1}{LRq^3} \int_0^L \int h^3(x) dx \quad (1-29)$$

Si *Rsk* est nul, le profil est symétrique. Par exemple pour une distribution gaussienne, ce paramètre vaut zéro. Si il est négatif, la distribution est asymétrique à gauche et les creux sont plus larges que les pics. Si il est positif alors la distribution est asymétrique à droite et il y a plus de pics que de creux (figure 1-13).

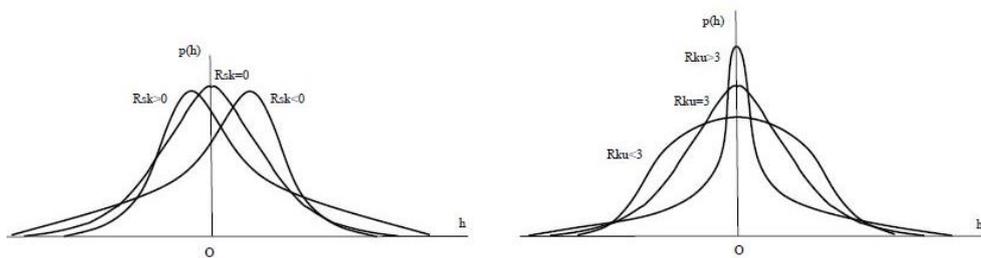


Figure 1-13 : Coefficient *Rsk* pour la mesure de la symétrie du profil et coefficient *Rku* pour la mesure de l'aplatissement de la distribution du profil

Kurtosis (*Rku*)

Le kurtosis ou coefficient d'aplatissement, correspond à une mesure de l'aplatissement de la distribution. Il est défini par :

$$Rku = \frac{1}{LRq^4} \int_0^L h^4(x) dx \quad (1-30)$$

Pour une distribution gaussienne, ce coefficient vaut 3. Un coefficient supérieur à 3 correspond à une distribution pointue qui présente un nombre relativement important de vallées profondes ou de pics élevés et un coefficient inférieur à 3 correspond à une distribution aplatie.

3.3. Paramètres latéraux de topographie

La connaissance, même parfaite, de la distribution des hauteurs ne suffit pas à décrire complètement une topographie. En particulier, elle ne donne aucune information sur la taille latérale caractéristique de creux et des bosses. Pour pallier ce manque, en 1984, McGillem and Cooper [33] ont introduit les fonctions spatiales pour compléter la description des surfaces. Ce sont les fonctions d'auto-covariance et d'autocorrélation.

La fonction d'auto-covariance est définie par la formule suivante :

$$\mathcal{R}(\chi) = \lim_{L \rightarrow \infty} \int_0^L h(x)h(x + \chi)dx \quad (1-31)$$

Son but est de mesurer statistiquement le degré de proximité entre les altitudes de deux points du profil distants de χ (figure 1-14, haut). Pour des surfaces aléatoires, on a souvent $\mathcal{R}(\text{inf}) = 0$, ce qui indique que deux points très éloignés sont décorrélés. On a les propriétés générales suivantes : $\mathcal{R}(0) = Rq$ et $\mathcal{R}(-\chi) = \mathcal{R}(\chi)$.

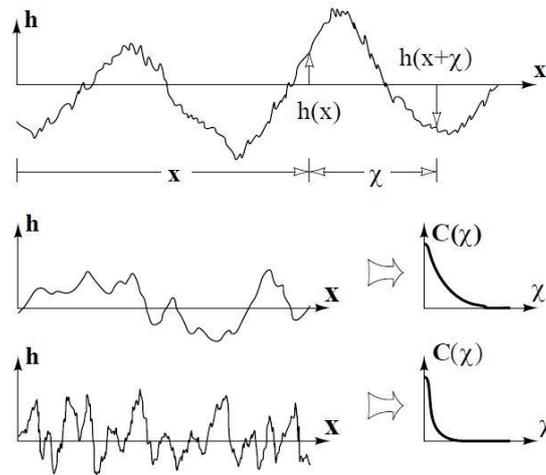


Figure 1-14 : Haut : définition des grandeurs intervenant dans le calcul de la fonction d'auto-covariance. Milieu et bas : Exemples schématiques de fonctions d'auto-corrélation et de leur dépendance en la taille latérale caractéristique des aspérités

La fonction d'auto-corrélation $\mathcal{C}(\chi)$ est obtenue en normalisant la fonction d'auto-covariance.

$$\mathcal{C}(\chi) = \frac{\mathcal{R}(\chi) - m^2}{\sigma^2} \quad (1-32)$$

avec m et σ qui sont respectivement la moyenne et l'écart type des altitudes.

Si h est centré, on a $m = 0$ et de plus $\sigma = Rq$.

Dans la figure 1-14 (milieu et bas), on présente schématiquement la fonction d'auto-corrélation de deux surfaces rugueuses. Plus la surface possède des structures de petite taille latérale, plus sa fonction d'auto-corrélation tend vers 0 rapidement. Cette propriété est caractérisée par la longueur de corrélation l_c qui peut être définie comme la distance nécessaire pour que la fonction d'auto-corrélation se réduise à la valeur $1/e$ (37%).

Généralement, deux types de fonction d'auto-corrélation sont les plus souvent rencontrés : Gaussien et exponentiel. La fonction d'auto-corrélation gaussienne est donnée par :

$$C(\chi) = \exp\left(-\frac{\chi^2}{l_c^2}\right) \quad (1-33)$$

La fonction d'auto-corrélation exponentielle est :

$$C(\chi) = \exp\left(-\frac{|\chi|}{l_c}\right) \quad (1-34)$$

La densité spectrale de puissance de la topographie est la transformée de Fourier spatiale de la fonction d'auto-corrélation.

$$S_h(k) = TF[C_h(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} C_h(x) e^{-kx} dx \quad (1-35)$$

Le profil de la surface est bien défini si à la fois la distribution et le spectre des hauteurs (fonction d'auto-corrélation) sont connus.

En résumé, le profil de la surface est bien défini statistiquement, si à la fois la distribution et le spectre des hauteurs (fonction d'auto-corrélation) sont connus.

4. Modélisation de l'impact

Lorsque deux surfaces rugueuses glissent l'une par rapport à l'autre, leurs aspérités les plus hautes vont s'entrechoquer. Ces chocs vont piloter une bonne partie des propriétés de frottement de ce type d'interfaces. Dans cette partie on va donc dresser un état de l'art des différents modèles proposés dans la littérature pour décrire le phénomène d'impact.

4.1. Coefficient de restitution

Lors de l'impact entre deux solides, il y a une perte d'énergie liée à leurs déformations. Ces phénomènes dissipatifs peuvent être de natures différentes :

- Phénomènes locaux : comportements inélastiques des matériaux en volume et / ou en surface. Ces phénomènes restent confinés dans la zone de contact entre les deux corps.
- Phénomènes globaux : propagation d'ondes à travers l'intégralité du volume des corps en contact. Ces phénomènes dépendent de la géométrie des objets.

Pour prendre en compte ces phénomènes dissipatifs, la manière la plus simple est de définir un coefficient dit de restitution, et généralement noté e .

W.J.Stronge [34] a proposé une définition générale du coefficient de restitution, son carré est le rapport du travail de l'effort normal sur celui de compression (1-36).

$$e^2 = \frac{W_n^r}{W_n^c} = \frac{\int_{t_c}^{t_f} F_n v_n dt}{\int_{t_0}^{t_c} F_n v_n dt} \quad (1-36)$$

Avec t_0 , t_c et t_f respectivement l'instant initial de l'impact, l'instant où l'effort est le plus important et l'instant final de l'impact. Newton, lui, définissait le coefficient de restitution comme étant le rapport de la vitesse relative après impact sur la vitesse relative avant impact. On a alors :

$$e = \frac{(v_A - v_B)_{\text{après impact}}}{(v_A - v_B)_{\text{avant impact}}} \quad (1-37)$$

Ce coefficient varie entre 0 et 1. Si $e = 0$, le choc est dit mou, les deux pièces restent en contact après impact. Si $e = 1$, le choc est dur, il n'y a pas de perte d'énergie. Dans le cas des solides en acier le coefficient est de l'ordre de 0.8. Dans la suite de cette thèse, c'est la définition de Newton que nous utiliserons pour le coefficient de restitution.

Le coefficient de restitution a fait l'objet de plusieurs études. Le choix du modèle met en évidence le degré de la précision du coefficient de restitution. Un coefficient de restitution différent de 1 met en évidence la notion d'inélasticité du contact. L'inélasticité se traduit alors par une perte d'énergie induite par l'impact. Dès lors qu'un amortisseur est introduit dans un modèle d'impact, cette notion d'inélasticité apparaît. L'inélasticité peut être due à plusieurs phénomènes locaux ou globaux précédemment cités. L'influence de l'inélasticité sur le coefficient de restitution a fait l'objet de plusieurs études

Dans une approche numérique, R. Seifried [35] a étudié l'impact d'une sphère sur l'extrémité d'une poutre et il a montré (i) que plus la vitesse d'impact augmente plus le coefficient diminue, (ii) que plus le nombre d'impacts augmente plus le coefficient de restitution augmente et (iii) que la prise en compte de la plasticité tend à réduire le coefficient de restitution. La plasticité est à prendre en compte lorsque les pressions de contact sont importantes. A.D. Lewis [36] a présenté une étude expérimentale et numérique dédiée aux impacts obliques et il a mis en évidence que si l'impact est oblique, l'effort tangentiel n'est pas négligeable et du glissement peut être impliquée dans la dissipation d'énergie.

4.2. Modèles linéaires d'impact

Dans cette première famille de modèles, on va considérer des raideurs et amortisseurs linaires. On considère un corps A de masse m qui impacte un corps B encasté. On note \ddot{z} et

respectivement l'accélération et la vitesse du corps A avant impact. Dans un premier temps le contact n'est pas établi et les conditions initiales du corps A sont :

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= 0 \\ \dot{z} &= v_0 \end{aligned} \quad (1-38)$$

Quand le corps A entre en contact avec le corps B, on peut alors écrire que $F_{A/B} = m \ddot{z}(t)$.

L'évaluation des différents modèles portera sur un intervalle compris entre 0 et $t_{contact}$ qui est l'instant du fin de contact.

4.2.1. Modèles d'impact avec une raideur

Le modèle se compose uniquement d'une raideur k (figure 1-15). L'équation à résoudre est la suivante :

$$m\ddot{z} + kz = 0 \quad (1-39)$$

avec les conditions initiales suivantes :

$$\begin{aligned} z(0) &= 0 \\ \dot{z}(0) &= v_0 \end{aligned} \quad (1-40)$$

avec v_0 la vitesse d'impact.

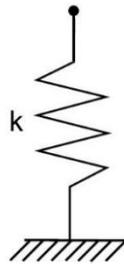


Figure 1-15 : Modèle d'impact avec une raideur

Pendant l'impact on a $F_{A/B} = m\ddot{z}$, la solution analytique de ce modèle est alors :

$$z(t) = -\frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \quad (1-41)$$

avec ω_0 la pulsation propre du système, qu'on peut exprimer en fonction de la raideur k et de la masse m par $\omega_0 = \sqrt{k/m}$. G. Caprino utilise ce modèle pour modéliser l'impact et montre que le temps de contact $t_{contact}$ est indépendant de la vitesse d'impact vu qu'il s'exprime par cette relation [37]:

$$t_{contact} = \pi \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1-42)$$

Cette constatation présente des limites puisqu'il a été observé que le temps de contact dépend de la vitesse de contact au-delà d'une certaine vitesse d'impact ($V \approx 2.5 \text{ m/s}$) (figure 1-16).

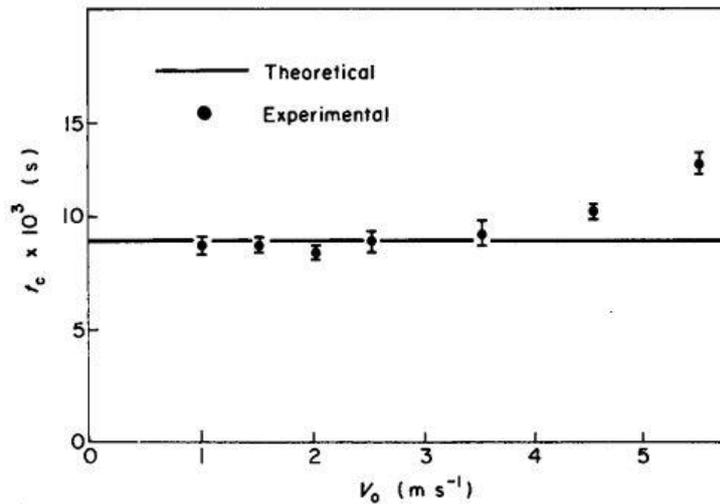


Figure 1-16 : Temps de contact t_c en fonction de la vitesse d'impact V_0 [37].

4.2.2. Modèle de Maxwell

Ce modèle est composé d'une raideur et d'un amortisseur en série (figure 1-17). La relation entre la force et le déplacement est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\dot{F}}{k} + \frac{F}{b} = \dot{z} \quad (1-43)$$

avec b le coefficient d'amortissement.

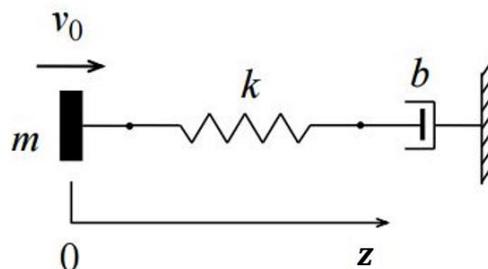


Figure 1-17 : Modèle de Maxwell

Son équation de mouvement s'écrit alors comme suit :

$$\ddot{z} + \frac{k}{b}\dot{z} + \frac{k}{m}z = 0 \quad (1-44)$$

Avec les conditions initiales suivantes $z(0) = 0$, $\dot{z}(0) = v_0$ et $\ddot{z}(0) = 0$, la solution de l'équation (1-44) est la suivante :

$$z(t) = \frac{2v_0\zeta}{\omega_0} + \frac{v_0}{\omega_0} \exp(-\zeta\omega_0 t) \left[\frac{\omega_0(1 - 2\zeta^2)}{\omega} \sin(\omega t - 2\zeta \cos(\omega t)) \right] \quad (1-45)$$

Avec $\zeta = \frac{k}{2\omega_0 b}$ et $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}$

Ce modèle n'est pas satisfaisant car le système ne revient pas à sa position d'équilibre [38].

4.2.3. Modèle de Kevin-Voigt

Ce modèle se compose d'une raideur k et une masse m en parallèle (figure 1-18). L'équation de mouvement s'écrit comme suit

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = 0 \quad (1-46)$$

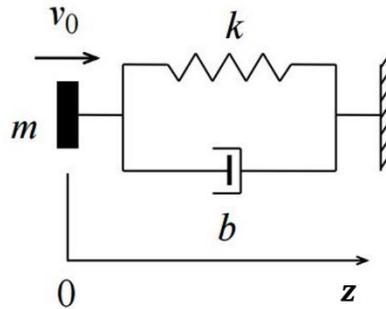


Figure 1-18 : Modèle de Kevin-Voigt

En tenant compte des conditions initiales $z(0) = 0$ et $\dot{z}(0) = v_0$ l'équation de mouvement a pour solution :

$$z(t) = \exp(-\alpha\omega_0 t) \frac{v_0}{\omega_0 \sqrt{1 - \alpha^2}} \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \alpha^2} t), \quad t \in [t, t_c] \quad (1-47)$$

Avec $\alpha = \frac{c}{2\sqrt{km}}$

Ce modèle présente également des incohérences physiques. A $t = 0$, la force d'impact n'est pas nulle ce qui implique une discontinuité dans l'évolution de la force d'impact. De plus une force de traction apparaît à la fin de l'impact, ce qui est impossible physiquement.

Pour corriger ce problème, une solution est de modifier le modèle en considérant un amortisseur non-linéaire, avec l'équation du mouvement suivante:

$$m\ddot{z} + c_1 z\dot{z} + kz = 0 \quad (1-48)$$

La multiplication par z dans le terme d'amortissement permet d'annuler ce terme en début et fin d'impact. Avec cette modification, le modèle devient plus cohérent physiquement, puisque la force à l'instant $t = 0$, devient nulle et la force de traction à la fin de l'impact a disparu. Ce modèle n'admet pas de solution analytique, donc sa résolution est faite numériquement. On peut montrer que la durée de contact est cette fois encore indépendante de la vitesse d'impact et peut s'exprimer sous la forme :

$$t_{contact} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \alpha^2}} \quad (1-49)$$

4.2.4. Modèle de Zener

Ce modèle est la combinaison des modèles de Maxwell et Kelvin-Voigt. Ce qui ramène à résoudre cette équation :

$$cm\ddot{z} + m(k_1 + k_2)\ddot{z} + k_2 c\dot{z} + k_1 k_2 z = 0 \quad (1-50)$$

La résolution se fait numériquement. Il en résulte une dépendance non-physique du paramètre de viscosité : quand c augmente alors le déplacement maximum au cours de l'impact augmente, alors même que la dissipation d'énergie est plus grande.

Le mérite de ces modèles linéaires est de proposer dans certains cas une résolution analytique. Ce type de résolution rend alors ces modèles facilement manipulables et intégrables dans un modèle plus complet. Cependant, on voit que pour les modèles linéaires considérés, la physique n'est pas correctement reproduite, ce qui nous amène à considérer dans la partie suivante des modèles non-linéaires.

4.3. Modèles non linéaires

Les modèles non-linéaires sont des modèles utilisant des raideurs ou des amortisseurs non-linéaires. Ces modèles permettront une description plus précise de la physique mise en jeu, au prix d'une résolution plus complexe.

Modèle de Hunt-Crossley

Afin de résoudre les problèmes des modèles linéaires, Hunt et Crossley proposent dans [38] un nouveau modèle dans lequel ils considèrent une combinaison ressort/amortisseur non linéaire. L'équation de mouvement est donnée par :

$$m\ddot{z} + kz^n + \lambda z^n \dot{z} = 0 \quad (1-51)$$

où n et λ sont deux nouveaux paramètres du modèle.

Ce modèle se résout numériquement et les résultats sont plus réalistes et en cohérence avec la physique mais la prise en compte d'un amortissement nécessite un recalage par rapport à l'expérimental.

Cette famille de modèles se résout en général numériquement et les résultats sont plus réalistes et en cohérence avec la physique. Cependant, la complexité de la définition de l'amortissement nécessite, pour proposer des valeurs réalistes de λ , un recalage par rapport à l'expérimental.

Modèle de Hertz

Le modèle de Hertz est le plus connu des modèles non-linéaires c'est un cas particulier de modèle de Hunt-Crossley. Ce modèle permet de prendre en compte une raideur non linéaire en guise de raideur de contact [18]. Ainsi on n'a plus $F_{B/A} = kz$, mais une relation du type $F_{B/A} = kz^{3/2}$.

L'équation de mouvement s'écrit alors :

$$m\ddot{z} + kz^{3/2} = 0 \quad (1-52)$$

Ce modèle est souvent associé à un amortisseur monté en parallèle. Ce modèle revient à considérer un modèle de Kelvin-Voigt avec une raideur non linéaire. L'équation de mouvement peut alors s'écrire :

$$m\ddot{z} + kz^{3/2} + c\dot{z} = 0 \quad (1-53)$$

Le modèle de Hertz est généralement utilisé pour des problèmes d'impact sphère / plan.

Ce modèle nous permettra en particulier d'estimer au chapitre 3 la durée τ des micro-impacts au cours de nos expériences, en supposant que les aspérités en contact sont sphériques et de même rayon de courbure β . Dans ces conditions, le modèle de Hertz prédit :

$$\tau(s) = 9.36 \cdot 10^{-5} \frac{m^{2/5}}{(V \cdot \beta)^{1/5}} \quad (1-54)$$

où V est la vitesse d'impact et m est la masse des solides en contact (supposée identique pour les deux solides).

5. Vibrations induites par le glissement d'interfaces rugueuses

La dynamique vibratoire induite par le frottement a motivé de nombreux travaux de recherche depuis des décennies, impliquant à la fois des scientifiques et des industriels. A titre d'exemple, Ibrahim A titre d'exemple, Ibrahim ([39] et [40]) fait la synthèse des théories associées aux mécanismes frottants générant du bruit et présente des exemples où ces bruits apparaissent.

D'autres études ([41] et [42]) se sont intéressées à l'interaction dynamique roue-rail des trains, qui peut générer des vibrations dues aux irrégularités de surface de la roue et / ou du rail. Ces vibrations engendrent ainsi le bruit du roulement. Ces études avaient pour but de minimiser ce bruit.

Best et al. [42] et Suk et al. [43] ont étudié l'effet de la rugosité d'un disque sur la dynamique d'un glisseur sur coussin d'air. Pour les vibrations normales au disque, ils ont mesuré une augmentation de la fréquence des oscillations lorsque la vitesse de glissement diminue. Aux faibles vitesses de glissement, les résultats sont contradictoires : Best et al. trouvent que la rugosité augmente la fréquence des oscillations alors que Suk et al, concluent que l'effet de la rugosité est insignifiant.

Ono et Iida [44] ont étudié la fréquence des rebonds d'un glisseur se déplaçant sur une surface ondulée, en la reliant à la rugosité et l'usure. Dans leurs simulations numériques, ils ont montré qu'avec une charge normale plus élevée appliquée sur le glisseur, une masse plus faible de ce dernier, un amortissement plus élevé et un disque plus lisse, la fréquence augmente. Ils ont aussi montré que la fréquence évolue linéairement avec la charge normale.

Giannini et al. [45] ont étudié le crissement des freins et ils ont montré que le niveau sonore du bruit de crissement augmente linéairement avec la charge normale. Ceci est dû à une raideur de contact très élevée. Dans leur modèle expérimental, ils ont également observé que l'usure augmente corrélativement avec le bruit de crissement.

Soom et al. [46] ont observé dans leurs travaux portant sur un glisseur fortement chargé frottant sur une plaque tournante rugueuse que la force tangentielle diminue en fonction de la vitesse de glissement.

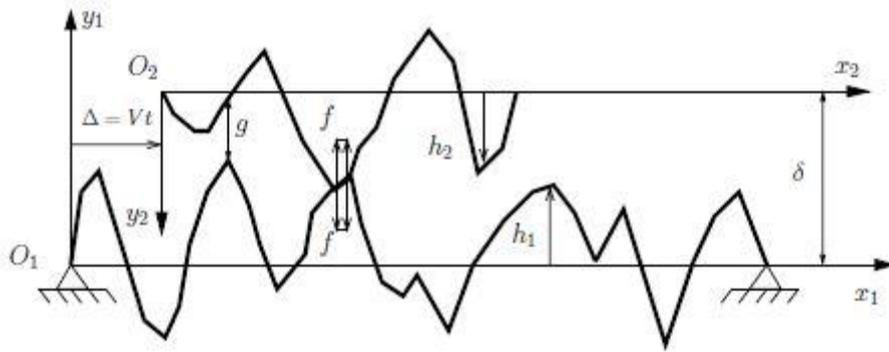


Figure 1-19 : Modèle 2D utilisé par Dang pour étudier le contact glissant entre deux surfaces rugueuses [47]

Récemment, Dang [48] a étudié au LTDS la dynamique des interfaces multi-contacts (figure 1-19). Il a développé des outils numériques 2D et 3D afin d'analyser le comportement vibratoire des solides induit par un contact glissant entre surfaces rugueuses. D'abord, deux profils rugueux en contact plan-plan sont générés numériquement. Le premier profil se déplace horizontalement à vitesse constante V alors que le profil inférieur est fixe et appuyé à ses extrémités. Les résultats ont montré que le niveau vibratoire est une fonction logarithmique croissante de la vitesse de glissement et de la rugosité de surface. Cet outil a permis aussi d'analyser précisément les chocs entre deux surfaces rugueuses. On enregistre une durée de choc de l'ordre de 0.1ms et une force d'impact pouvant atteindre 1000 fois le poids propre du glisseur. Il a conclu que les chocs sont des excitations transitoires qui possèdent une durée très courte mais intense.

Le modèle 3D comportait un résonateur se déplaçant à une vitesse constante sur une plaque appuyée aux quatre coins (figure 1-20). Les résultats ont montré une bonne cohérence avec les résultats du modèle 2D. Avec cet outil les surfaces en contact sont mieux décrites et l'évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement et la rugosité de surface est correctement simulée, non seulement qualitativement, mais aussi quantitativement.

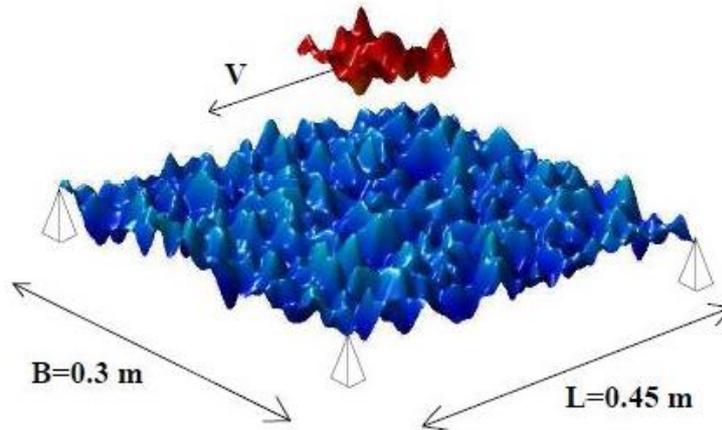


Figure 1-20 : Modèle 3D du contact glissant entre deux surfaces rugueuses [48].

6. Contact électrique entre surfaces frottantes

Les résultats de Dang [48], dont on vient de parler ont montré que la durée moyenne des micro-impacts attendus lors du frottement entre surfaces rugueuses est de 0.1ms (figure1-19). Si l'on souhaite suivre ces impacts expérimentalement, il faut des méthodes ayant une bande passante de 10kHz au minimum. Les accéléromètres offrent des bandes passantes de quelques dizaines de kHz au maximum. Si l'on souhaite aller plus haut, il faut changer de méthode. Les mesures électriques sont un bon candidat, car il est aisé de réaliser, avec un oscilloscope, des mesures au MHz et au-delà. De telles mesures seront présentées au chapitre 4. C'est pour cela que nous présentons ici quelques notions associées à la résistance électrique de contacts rugueux.

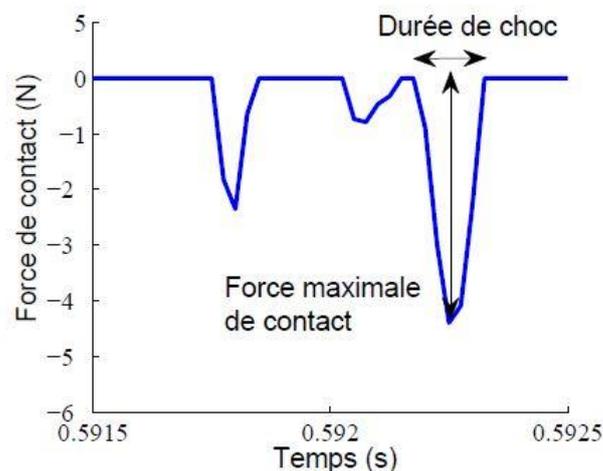


Figure 1-21 : Résultat numérique de l'évolution de la force de contact : durée de choc pour le cas où $Ra=5 \mu\text{m}$ et $V=0.1 \text{ m/s}$ [48].

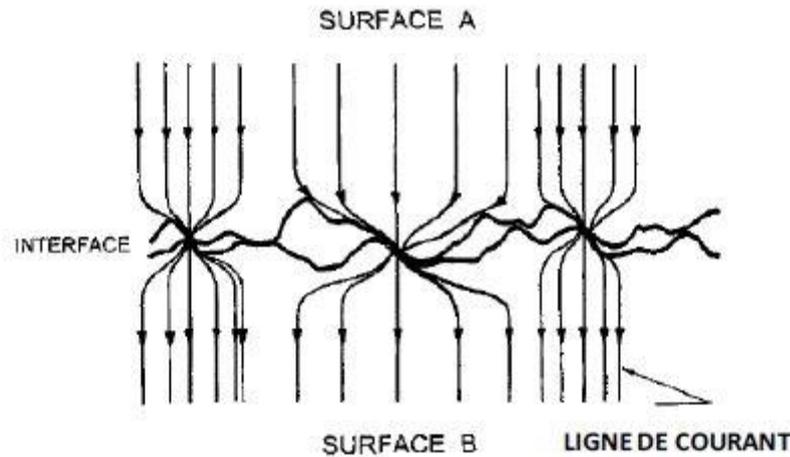


Figure 1-22 : Interface entre deux corps rugueux et lignes de courant qui la traversent.

On a déjà vu que le contact entre deux corps rugueux est constitué d'un nombre de micro-jonctions permettant de soutenir l'effort normal appliquée sur l'interface, comme l'illustre la figure 1-22. Dans un matériau métallique en volume, les lignes de courant sont réparties uniformément à travers sa section. A l'interface, ces lignes de courant doivent se resserrer pour passer à travers les diverses jonctions de microscopiques. Cet étranglement des lignes de courant électrique à travers les jonctions réduit transitoirement le volume de matériau utilisé pour la conduction électrique et ainsi augmente la résistance électrique.

6.1. Résistance électrique de contact

La résistance de contact $R_{contact}$ est la somme d'une résistance de constriction R_c due au passage du courant à travers l'aire réelle de contact électrique et d'une résistance qui serait celle du matériau en l'absence d'interface discrétisée, c'est-à-dire sans aucune constriction des lignes de courant.

$$R_c = R_c + R_{cf} \quad (1-55)$$

6.2. Résistance de constriction

Le premier modèle de résistance électrique a été développé par Holm [49] qui observa la présence d'une résistance de constriction entre les électrodes en contact sur une surface finie et parfaitement lisse. Le spot est supposé circulaire, la résistance de contact engendrée par un étranglement circulaire dans un conducteur cylindrique de résistivité ρ et de rayon R peut être calculée comme suit :

$$R_c = \frac{\rho}{2a} \quad (1-56)$$

avec a le rayon de l'étranglement circulaire.

Pour des matériaux différents en contact, de résistivité ρ_1 et ρ_2 , on a :

$$R_c = \frac{\rho_e}{2a} \quad (1-57)$$

avec $\rho_e = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$ la résistivité équivalente.

6.3. Résistance d'un contact multi-strictions

A l'échelle microscopique, le contact réel correspond en fait à l'ensemble des jonctions en contact. Nous présentons ici deux modèles de rugosité différents qui ont été proposés dans ce cadre.

Modèle de Holm

Dans son modèle, Holm considère n spots circulaires de rayon a , uniformément répartis sur la surface apparente de rayon R (figure 1-23). Si les microstrinctions sont suffisamment éloignées les unes des autres ($a \ll l_e$), alors la résistance peut s'écrire comme suit :

$$R_c = \frac{\rho}{2na} + \frac{\rho}{2R} \quad (1-58)$$

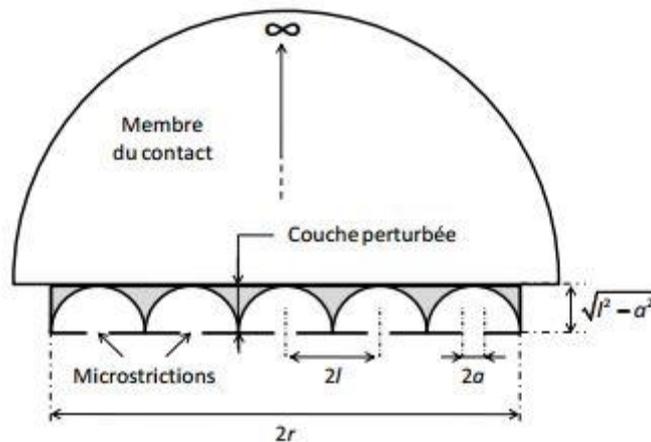


Figure 1-23 : Représentation du contact rugueux selon le modèle de Holm [49].

Le premier terme correspond à la résistance de n spots de contact en parallèle, alors que le second terme correspond à la résistance d'interaction.

Modèle de Greenwood

Selon Greenwood [8], les n micro-strinctions possèdent des aires distinctes et ne sont plus réparties uniformément. Le spot i de rayon a_i est situé à une distance d_{ij} du spot j de rayon a_j .

La résistance devient alors :

$$(R_c)_g = \frac{\rho}{2 \sum a_i} + \frac{\rho}{\pi} \frac{1}{(\sum a_i)^2} \sum \sum_{i \neq j} \frac{1}{d_{ij}} \quad (1-59)$$

Dans le cas où il n'y a aucune corrélation entre le rayon d'un spot et sa position, on peut remplacer les rayons individuels par leur valeur moyenne \bar{a} :

$$(R_c)_g = \frac{\rho}{2n\bar{a}} + \frac{\rho}{\pi n^2} \sum \sum_{i \neq j} \frac{1}{d_{ij}} \quad (1-60)$$

Quand les spots sont uniformément répartis ($d_{ij} = l_e$) pour correspondre au modèle de Holm, Greenwood montre que lorsque $\frac{l_e}{a}$ est élevé, la résistance des strictions en parallèle devient prépondérante devant celle d'interaction.

6.4. Exemple de contacts électriques frottants

Le plus connu des systèmes de contact électrique frottant est le balai des machines tournantes, qui a fait l'objet de plusieurs études (voir par exemple [50], [51] et [52]). Dans [53], Boyer a étudié la répartition du courant dans un contact électrique glissant multi-filamentaire. L'étude a montré que la répartition du courant est analogue à celle due à l'effet de peau, dans un matériau massif parcouru par du courant alternatif. Récemment Chazalon [54], a étudié les variations de la résistance électrique du contact balai-bague dans un alternateur. Cette étude avait pour objectif de réduire les augmentations brutales de résistance de contact dans le cas où le balai est fortement chargé.

Les micro-commutateurs sont des microsystèmes qui se distinguent par l'utilisation de systèmes mécaniques pour réaliser une fonction électrique. Ils sont utilisés dans divers domaines : le militaire, l'aérospatiale, l'automobile, etc... Plusieurs études ont été menées sur ces micro-commutateurs (voir par exemple [55], [56] et [57]). Dans [58] des études expérimentales ont été faites afin de caractériser la résistance électrique de contact en fonction de la charge appliquée et de l'intensité délivrée, pour cela le modèle expérimental consistait à considérer deux barreaux cylindriques croisés recouverts d'une couche mince métallique. Le montage expérimental, fonctionnant sur le principe inverse d'une balance romaine, est capable d'appliquer entre les échantillons une force constante allant de quelques mN jusqu'à quelques Newtons (figure 1-24). Les résultats ont montré que la résistance tend vers une valeur infinie à fortes forces et que la résistance augmente très rapidement quand la force diminue en dessous d'une centaine de mN.

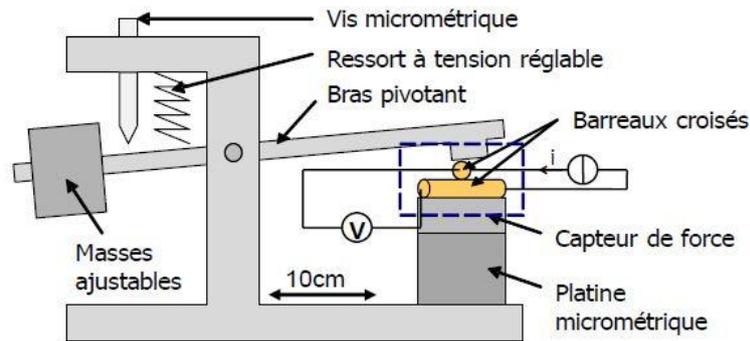


Figure 1-24 : Schéma de principe de la balance de précision

7. Synthèse

On l'a vu, le comportement en frottement entre surfaces rugueuses est en grande partie piloté par la structuration de la zone de contact apparente en une multitude de micro-contacts, en réponse à la topographie aléatoire des surfaces en regard. Il existe de fait beaucoup de modèles visant à prédire les propriétés statiques de l'aire de contact réelle. Ces informations sont suffisantes pour étudier des vitesses de glissement faibles, pour lesquelles on peut faire l'hypothèse d'une évolution quasi-statique.

En revanche, pour décrire le cas des interfaces glissant à haute vitesse, il faut substituer au concept de micro-contacts celui de micro-impacts. Les modèles d'impact ont essentiellement porté sur des contacts uniques, mais pas sur des surfaces rugueuses où un grand nombre d'aspérités différentes peuvent potentiellement intervenir dans les micro-impacts. Du point de vue expérimental également, la compréhension du frottement rugueux haute vitesse reste très lacunaire. Par exemple, tout un pan de la littérature s'intéresse à une conséquence de la dynamique de frottement, qui est le bruit de rugosité. Ce dernier a été bien caractérisé au niveau macroscopique, moyen. Par contre, sa compréhension en termes des micro-impacts individuels sous-jacents n'existe pas encore. Une difficulté majeure pour atteindre cet objectif est d'accéder expérimentalement aux micro-impacts individuels, qui sont à la fois courts et nombreux. Cette thèse représente un pas dans cette direction, en couplant des mesures accélérométriques des vibrations induites par la rugosité, et des mesures électriques à haute fréquence de la résistance de contact, qui sont moins classiques. Le prochain chapitre présente le banc expérimental original qui a été développé et les choix expérimentaux qui ont été faits pour mener à bien les campagnes de mesures.

Chapitre 2 : Dispositif expérimental

1. Introduction :

Nous présenterons dans ce chapitre l'approche expérimentale choisie pour accéder à la dynamique des surfaces rugueuses en glissement. Nous nous sommes intéressés au régime relativement peu étudié des interfaces sous faible charge normale et à haute vitesse de glissement. L'objectif était de disposer de mesures aussi rapides que possible, de façon à résoudre en temps des impacts de durée inférieure à 0.1ms. Au final, nous avons développé un tribomètre original en cela que le glisseur est instrumenté à la fois avec un accéléromètre et avec une mesure rapide de la résistance électrique de contact.

2. Principe

L'expérience consiste à faire glisser, à une vitesse constante bien établie, deux surfaces métalliques de mêmes propriétés topographiques l'une par rapport à l'autre : un solide en mouvement (glisseur) et une plaque fixe (figure 2-1). Le glisseur est laissé sous son propre poids (charge normale constante). Il se déplace sur la surface inférieure à l'aide d'un actionneur animé d'une vitesse constante par un moteur à courant continu. La valeur moyenne de la force tangentielle exercée par le poussoir sur le glisseur est mesurée à l'aide d'un capteur de force placé entre le moteur et le poussoir. Mécaniquement la dynamique verticale du glisseur est contrôlée par deux accéléromètres placés symétriquement un à l'avant et un à l'arrière du glisseur. Electriquement, l'interface de contact est placée dans un pont diviseur de tension, ce qui permet de mesurer l'évolution de la tension électrique à travers l'interface rugueuse au cours du mouvement.

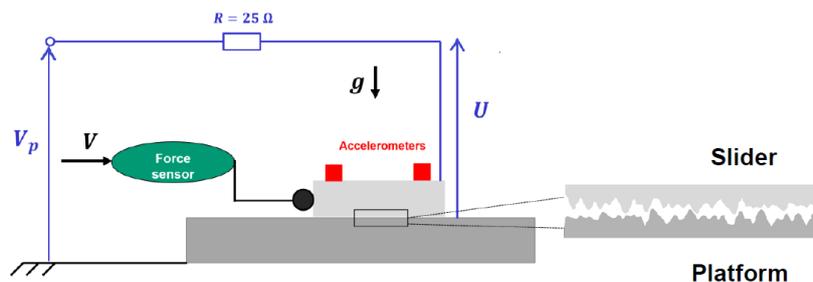


Figure 2-1 : Schéma du dispositif expérimental. V_p : tension d'alimentation ($\approx 10 V$), U : tension de contact. g : accélération gravitationnelle. V : vitesse de l'actionneur.

3. Dispositifs expérimentaux

La figure 2-2 représente montre une photographie du dispositif expérimental. Ses principaux éléments sont décrits les uns après les autres dans les parties qui viennent.

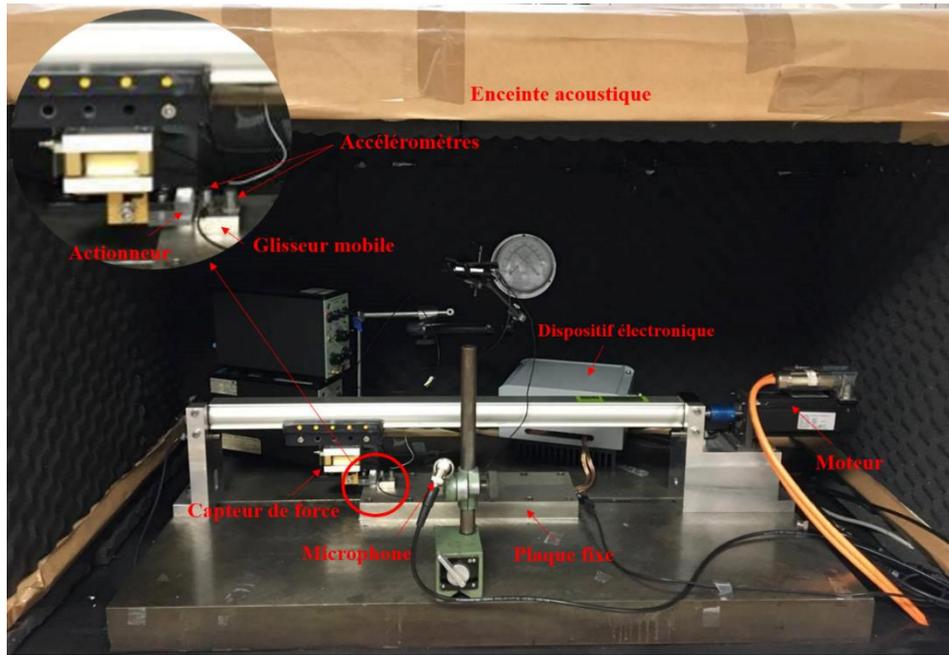
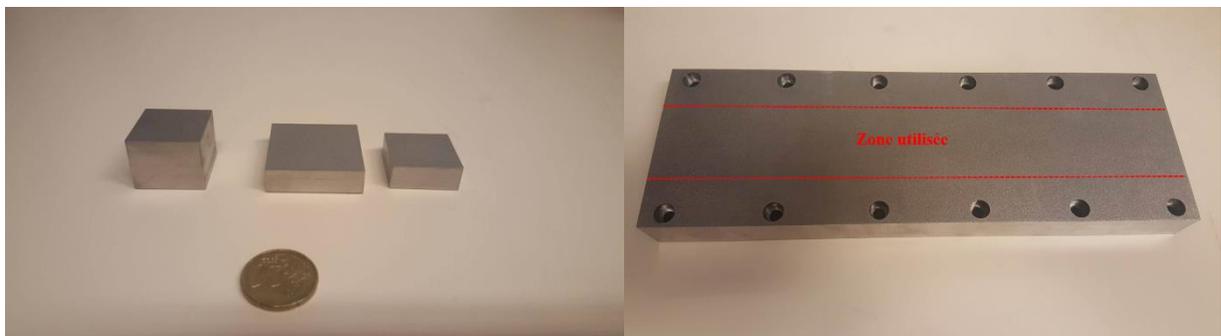


Figure 2-2 : Banc expérimental

3.1. Echantillons

Les glisseurs sont parallélépipédiques, en acier inoxydable (316L), avec les propriétés mécaniques suivantes: module de Young $E=210$ GPa, coefficient de Poisson $\nu=0.3$ et masse volumique $\rho = 7800$ kg/m³. Leurs dimensions $X \times Y \times Z$ (avec X la direction du mouvement, Y la direction transverse et Z la verticale) sont soit $25 \times 25 \times 20$ mm³ ou $35 \times 35 \times 10$ mm³ avec une masse d'environ 100 g, soit $25 \times 25 \times 10$ mm³ avec une masse d'environ 50g. Ces trois différentes tailles de glisseurs nous permettront de varier indépendamment la force normale et l'aire de contact apparente. Les plaques utilisées, de dimensions $300 \times 25 \times 10$ mm³, sont fabriquées avec le même matériau que les glisseurs. Le long des bords selon X de la plaque, on perce des trous destinés à sa fixation sur le bâti. Le glisseur est laissé sous son propre poids et se déplacera sur une zone de 250×50 mm² de la plaque (figure 2-3).



(a) Glisseurs utilisés

(b) Plaque utilisée

Figure 2-3 : Glisseurs et plaque utilisés ($Ra=7 \mu m$)

Les surfaces des échantillons ont été rendues rugueuses par électroérosion. C'est un procédé de traitement de surface qui consiste à remodeler la matière en surface d'une pièce en utilisant des décharges électriques. Il fournit ainsi une rugosité aléatoire, uniforme et isotrope. Les mesures topographiques ont été réalisées à l'aide du profilomètre tactile décrit au chapitre 1.

Sur la figure 2-4 un exemple de topographie de surface 3D est présenté. La mesure a été effectuée sur une surface de $6 \times 6 \text{ mm}^2$. Les paramètres topographiques présentés dans le tableau 2-1 ont été calculés à l'aide du logiciel Surfscan®.

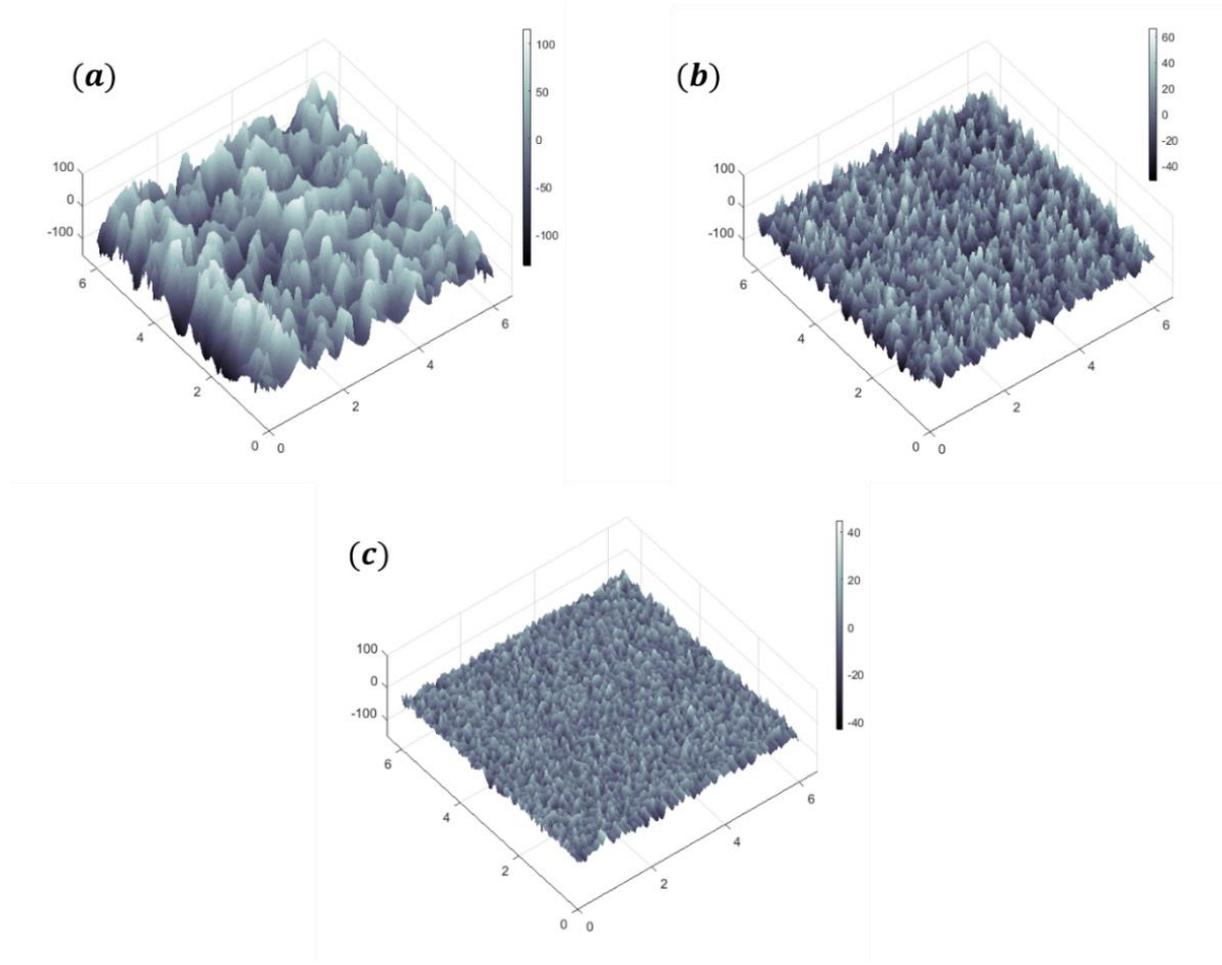


Figure 2-4 : Topographie de surface 3D : (a) $Ra=30 \mu\text{m}$, (b) $Ra=16 \mu\text{m}$, (c) $Ra=7 \mu\text{m}$.
Echelle latérale en mm. Echelle verticale en μm .

Avant de commencer les expériences, un protocole de rodage des glisseurs a été adopté afin de stabiliser les propriétés topographiques. Dans le tableau 2-1 sont présentés les principaux estimateurs topographiques avant et après le rodage pour les différentes rugosités. Avec λ_c et l_c respectivement la longueur d'onde et la longueur de corrélation.

	Ra (µm)	Rq (µm)	λ_c (µm)	l_c (µm)	Rsk	Rku
Avant rodage	7.80	9.75	102	70	0.13	3.09
	17.31	19.21	206	110	0.11	2.94
	31.05	29.46	330	204	0.38	2.76
Après rodage	7.54	9.43	111	74	0.12	3.03
	16.52	18.02	210	112	0.11	3.16
	30.32	28.15	321	238	0.37	2.72

Tableau 2-1 : Paramètres topographiques des surfaces mesurés par profilomètre tactile avant et après rodage pour des glisseurs de dimension 25x25x10 mm²

En rodant les surfaces (400 essais) les propriétés topographiques évoluent légèrement, probablement en raison de l'usure des aspérités initialement les plus hautes. Le kurtosis reste proche de 3, ce qui veut dire que la distribution des hauteurs est raisonnablement gaussienne.

3.2. Guidage du glisseur

Le glisseur est guidé en mouvement sur la plaque grâce à un actionneur dont la vitesse est maintenue constante. Notons que la vitesse du glisseur lui-même n'est pas forcément constante : il peut être projeté en avant par un impact avec le poussoir, c'est-à-dire aller plus vite transitoirement puis ralentir voire s'arrêter en attendant que le poussoir le rattrape. Ce mouvement par à-coups est compatible avec le fait qu'en fin d'expérience, le glisseur finit souvent hors contact avec le poussoir.

Dans nos expériences, nous avons utilisé deux méthodes pour guider le glisseur en mouvement : soit on le pousse à l'aide d'un cylindre horizontal métallique qui fait le contact avec le glisseur (figure 2-5), soit en le tirant dans le sens contraire à l'aide d'une poulie et d'une corde à piano (figure 2-6). Dans les deux cas, le glisseur est isolé électriquement par rapport au capteur de force et au moteur. Dans la situation « pousser », la tête de l'actionneur (sur laquelle est fixé le cylindre horizontal) est en matériau isolant. Dans la situation « tirer », le fil est isolé par une gaine plastique afin d'éliminer tout contact électrique entre le fil et la poulie, qui pourrait perturber la chaîne de mesure. Cette gaine est suffisamment fine pour ne pas perturber la réponse mécanique du fil.

Plusieurs expériences ont été faites afin de déterminer à quelle hauteur du glisseur l'actionneur (cylindre ou fil) sera positionné). Pour cela on a choisi de minimiser l'écart type de l'accélération de rotation σ_{θ} , avec θ l'angle entre la surface haute du glisseur et l'horizontale, autour de l'axe Y. Cette accélération est obtenue par différence des deux signaux accélérométriques mesurés à l'avant et à l'arrière du glisseur. Quelle que soit la méthode de guidage du glisseur, nous avons finalement positionné l'actionneur à mi-hauteur du glisseur.

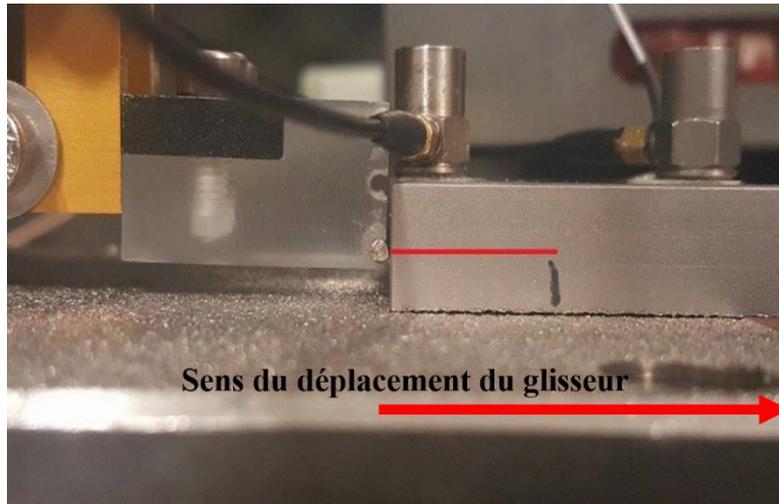


Figure 2-5 : Guidage du glisseur: actionneur en position « pousser »

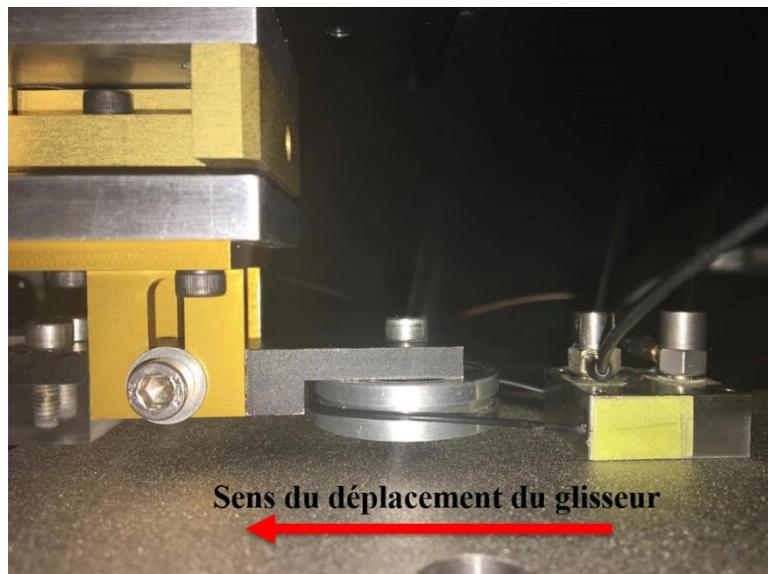


Figure 2-6 : Guidage du glisseur: actionneur en position « tirer »

3.3. Motorisation

L'actionneur est entraîné en mouvement grâce à un moteur à courant continu, type Danaher AKM22C. La vitesse de glissement varie entre 1-500 mm/s. Ce moteur est piloté par un programme LabView dont l'interface est présentée sur la figure 2-7. L'utilisateur doit spécifier

la vitesse de glissement exprimée en mm/s ainsi que la distance à parcourir. A tout moment une pression sur STOP permet d'arrêter le moteur et l'exécution du programme.

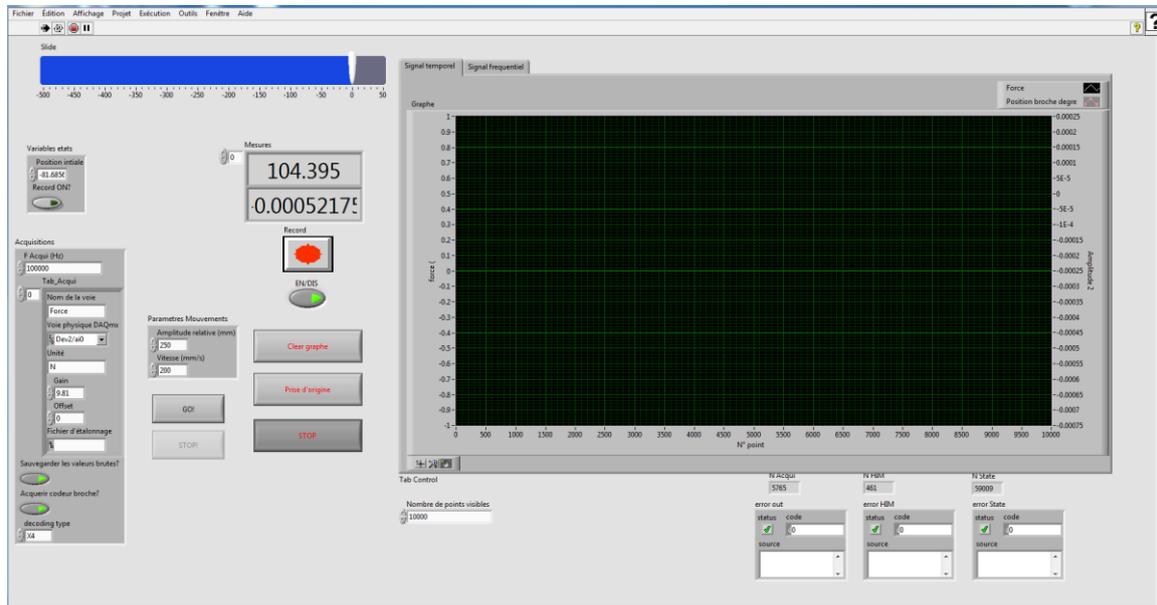


Figure 2-7 : Interface du programme LabView pour piloter le pousseur

3.4. Capteur de force tangentielle:

Pour la mesure de la force tangentielle exercée par l'actionneur sur le glisseur, on a choisi un capteur de force piézoélectrique uniaxial de type KISTLER 9217A, ayant une gamme de mesure de -500 à 500N. Sa sensibilité est de $s = -105 \text{ pC/N}$ et sa bande passante est de 20 kHz. Le signal de la force est filtré sur la bande [0-10 kHz] à l'aide d'un amplificateur Bruël&Kjaer de type 5018 et à acquis à 1 MHz.

3.5. Accéléromètres :

Pour pouvoir mesurer des impacts de durée inférieure à la milliseconde, nous avons choisi des accéléromètres de bande passante large. En pratique, nous avons utilisé deux accéléromètres piézoélectriques Bruël&Kjaer de type 4393 ayant une bande passante de 50 kHz et une sensibilité de 0.3 pC/m.s^{-2} . On aura ainsi accès à une description de la dynamique verticale à l'échelle temporelle des micro-impacts. L'accélération verticale est obtenue par la demi-somme \ddot{z} des deux signaux, tandis que l'accélération en rotation $\ddot{\theta}$ par leur différence.

Les deux accéléromètres sont reliés à deux amplificateurs de charge identiques Bruël&Kjaer de type 2635. Le calibre utilisé est de 0.1mV/g . Les câbles des accéléromètres qui les relient aux amplificateurs ont une raideur non nulle et contribuent à priori à la mesure de force. Pour minimiser ces perturbations, des expériences préalables ont été réalisées afin de maintenir les

câbles à une position bien précise telle que les mesures de forces n'étaient pas faussées. Sur la figure 2-8, est présenté l'effet des câbles des accéléromètres sur les mesures de force.

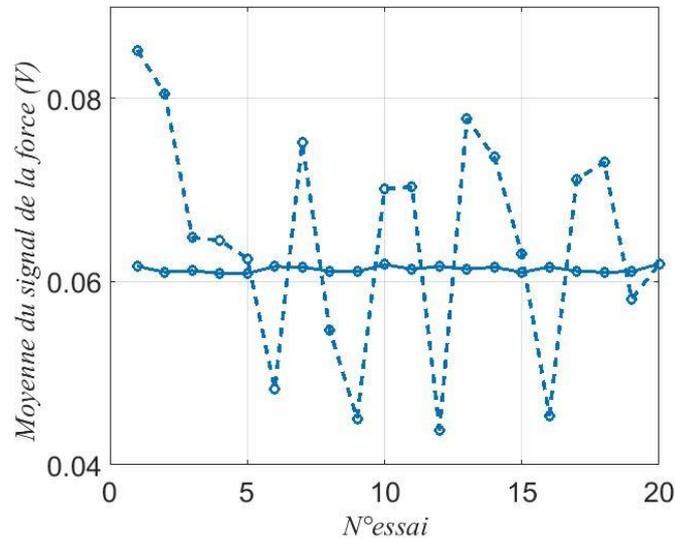


Figure 2-8 : Moyenne temporelle du signal de la force par essai pour vingt essais. En trait bleu discontinu, les valeurs obtenues avant réglage des fils, et en trait bleu continu celle après le réglage. La dispersion des points a été fortement réduite.

3.6. Mesure de la tension de contact

Pour mesurer la tension de contact entre les deux surfaces, nous n'avons pas trouvé de dispositif d'alimentation adaptée dans le commerce. En effet, le temps de réponse à une ouverture ou une fermeture de circuit des alimentations stabilisées est au mieux de quelques dizaines de ms. Au vu des durées d'impact attendues, possiblement inférieures à la ms, nous avons donc dû développer un prototype de dispositif d'alimentation en tension, ayant une réponse bien plus rapide à des ouvertures/fermetures du circuit. Le schéma électrique du montage réalisé au LTDS est illustré sur la figure 2-9. Il permet de faire tomber la tension de contact à 0 en cas de fermeture ou de la faire monter à 10V en cas d'ouverture du circuit, en moins d'un dixième de μ s, ce qui est parfaitement dans le cahier des charges prévu.

La mesure, réalisée à 1MHz, permet ainsi d'avoir accès à l'ensemble des nombreuses échelles de temps de la dynamique de la tension de contact.

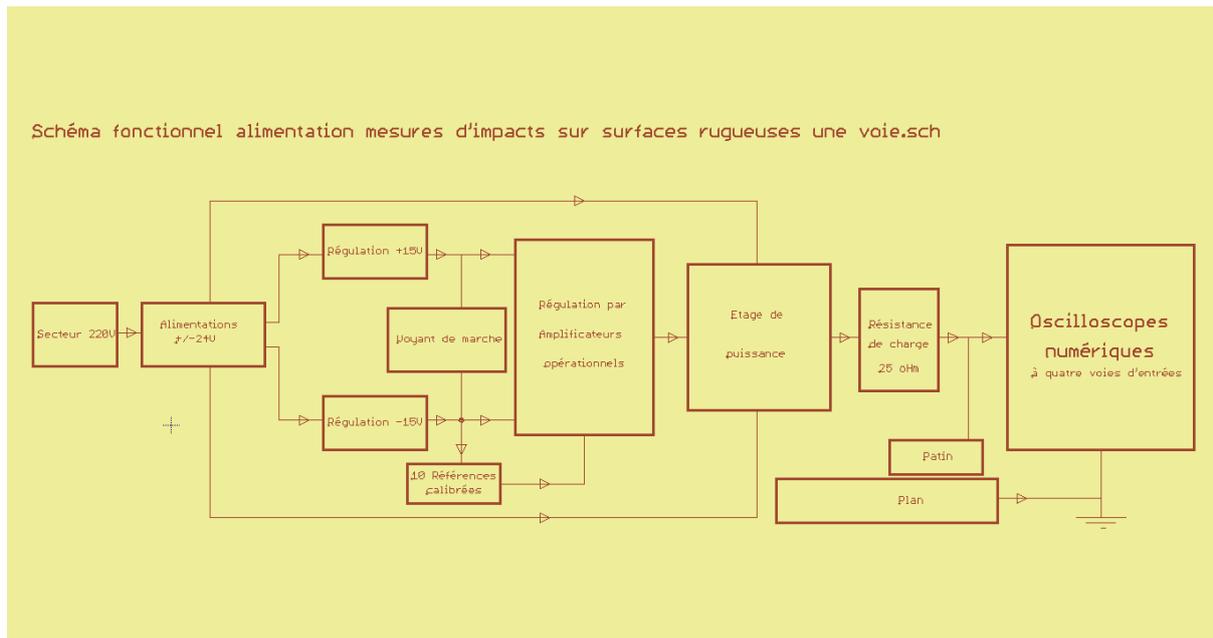


Figure 2-9 : Schéma fonctionnel du dispositif d'alimentation de tension stabilisée et rapide.

Afin d'obtenir des temps de réponses les plus rapides possibles, une faible résistance de charge de 25Ω a été placée en sortie de l'alimentation, celle-ci limitera l'influence des capacités parasites du système (entre le glisseur et la plaque principalement). Cette résistance ne doit pas être trop faible non plus, afin de limiter le courant maximum à une valeur raisonnable qui ne dégrade pas les surfaces en contact, et qui borne la puissance maximum de l'alimentation.

Sous force normale constante, le glisseur est poussé à vitesse constante sur la plaque. On obtient alors pour $V_p = 10 \text{ V}$, le signal de la figure 2-10. Dans les phases où la tension de contact U est faible, la résistance de contact est faible ce qui signifie que les deux solides sont en bon contact électrique. A l'inverse, quand $U = V_p$, la résistance est très grande voire infinie, ce qui indique que les deux solides ne sont plus en contact électrique.

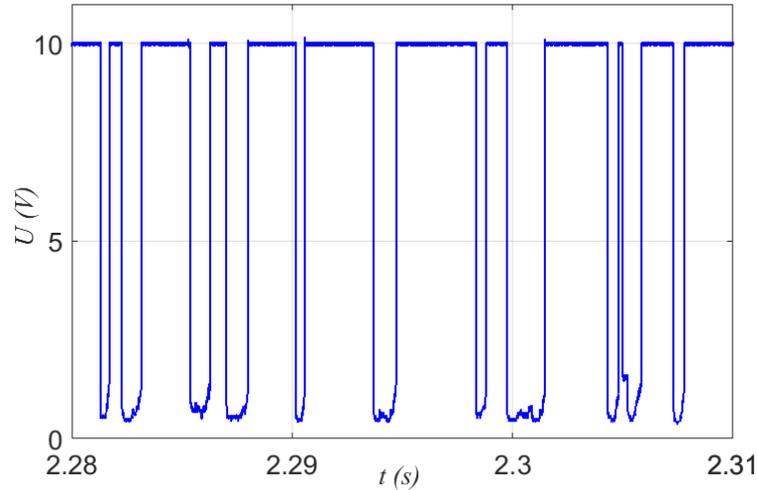


Figure 2-10 : Signal typique de la tension de contact lors du glissement. $V_p=10V$.

Une question qui se pose est quelle tension d'alimentation choisir ? Pour cela plusieurs campagnes ont été faites en faisant varier cette tension pour différentes vitesses.

Les propriétés des échantillons utilisés sont présentées dans le tableau 2-2.

	Glisseur	Plaque
Dimension (mm³)	25x25x20	300x25x10
Ra (µm)	≈ 30 µm	≈ 30 µm
Rq (µm)	≈ 28 µm	≈ 28 µm

Tableau 2-2 : Dimensions et propriétés topographiques des échantillons utilisés pour les tests à différentes tensions d'alimentation V_p .

Les premières expériences ont été faites avec une tension d'alimentation V_p égale à 10V. Durant les expériences, on a pu observer de temps en temps l'apparition d'arcs électriques entre les deux surfaces rugueuses. Ces arcs apparaissent vraisemblablement à l'ouverture rapide du circuit électrique comme celles observés dans les interrupteurs [49]. Dans le but d'éviter les arcs, des expériences ont été faites avec des tensions d'alimentation plus petites (jusqu'à 1 V). Visuellement les arcs deviennent effectivement indétectables. Cependant, un autre phénomène apparaît comme illustré dans la figure 2-11 : les fluctuations de la tension pendant le contact augmentent fortement lorsqu'on diminue la tension d'alimentation. Ce phénomène a été observé précédemment en contact rugueux ([59] et [60]) et résulterait de la non-linéarité de la conductivité des interfaces multi-contacts qui sont formées de petites jonctions. Au niveau de

ces jonctions, les lignes de courant se rétrécissent, conduisent à un échauffement local et favorisent ainsi la croissance de la jonction. Au final, nous avons choisi, pour éviter ces fluctuations importantes qui risquaient de ruiner nos mesures d'impacts, de maintenir la tension d'alimentation à une valeur de 10 V.

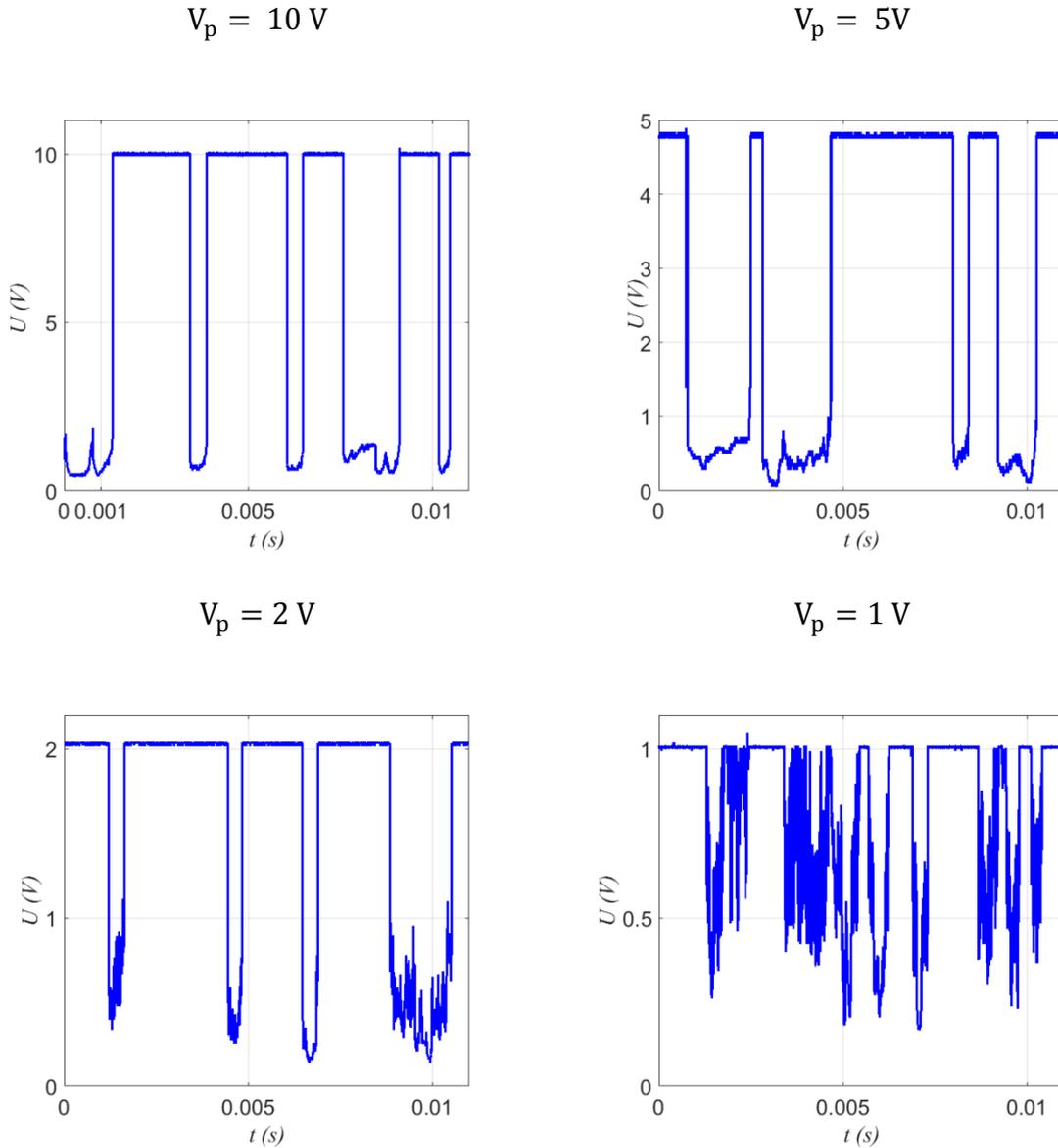


Figure 2-11 : Signal de la tension de contact en fonction de temps en appliquant différentes tensions d'alimentation (10, 5, 2 et 1V) à une vitesse donnée : $V=65$ mm/s

Réduction du bruit de mesure

En mettant en service l'alimentation électrique, et au cours des premiers essais expérimentaux, on a remarqué l'existence de bruits de mesures sur les différents signaux (voir en figure 2-12) l'exemple du signal de force tangentielle).

Les bruits de mesures rencontrés étaient dus au point de référence choisi sur le retour de la mesure. Il fallait que la liaison entre la plaque et la masse de l'alimentation soit très peu résistive, et limite ainsi les chutes de tensions. Pour réaliser cette condition, la plaque et la masse de l'alimentation ont été reliées avec plusieurs brins de câble utilisés pour les connections Hi-Fi.

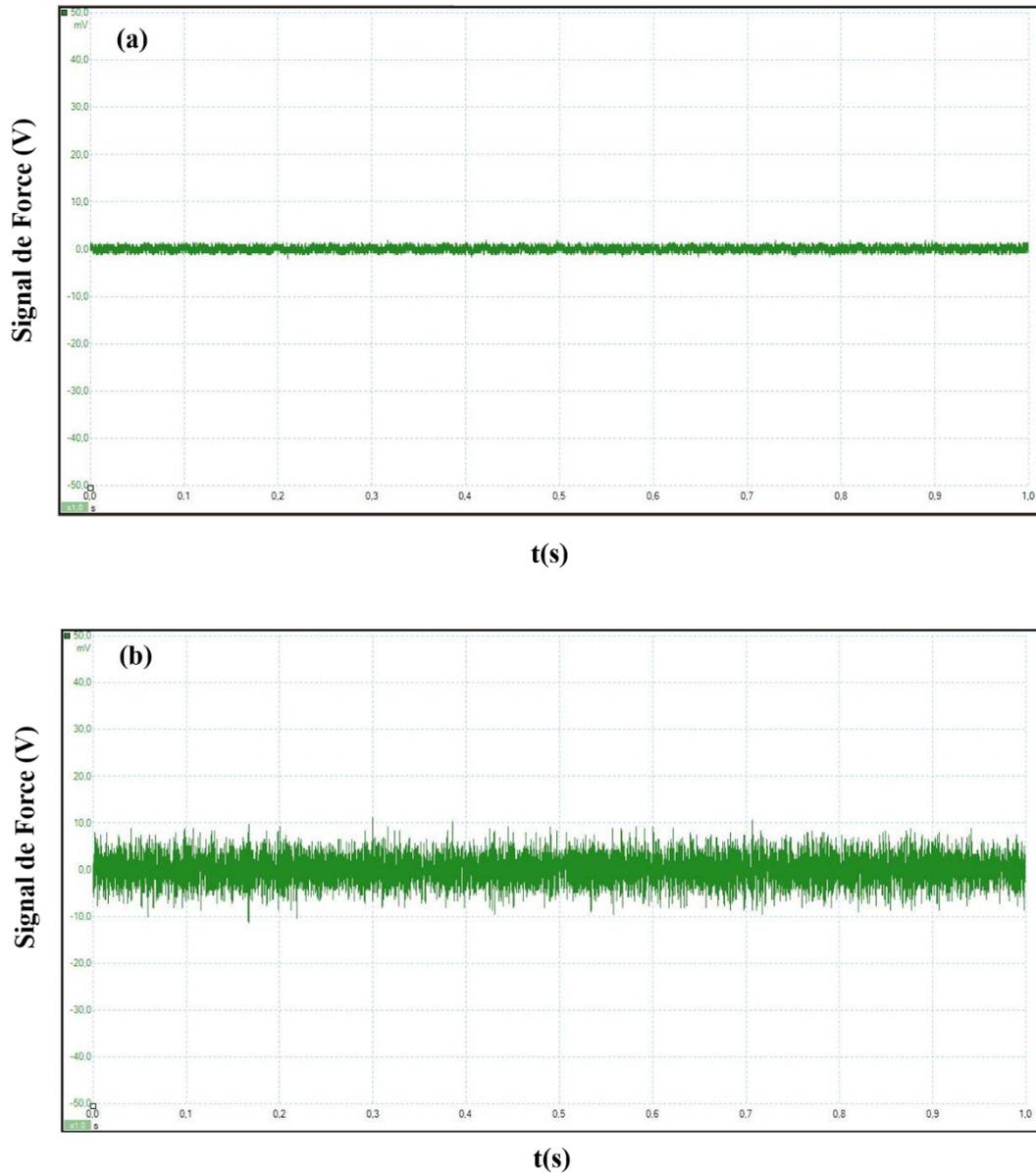


Figure 2-12 : Signal temporel de la force. (a) : après l'amélioration de la mesure électrique.
(b) : avant l'amélioration de la mesure électrique

3.7. Microphone :

Pour mesurer le bruit de frottement, un microphone 1/2" PCB type 377B02 de sensibilité 50 mV/Pa et de bande passante de 5 à 20 kHz, a été placé à 20 cm de la plaque le long de son grand côté. L'amplificateur associé est un PCB type 4282 Series avec un gain de 1mv/Pa.

Une enceinte acoustique (133x90x70cm³) (visible sur la figure 2-1) a été construite avec des matériaux isolants. L'isolation et l'absorption acoustiques sont réalisées à l'aide de laine de roche, collée sur les parois extérieures de l'enceinte. Chaque couche est d'épaisseur 15cm. La densité de la laine de roche utilisée est de 60 kg/m³. Des panneaux de mousses en polyuréthane de densité 22 kg/m³ sont collées sur les parois intérieures.

3.8. Traitement des mesures

Tous les signaux sont enregistrés à une fréquence d'échantillonnage de 1 MHz à l'aide de deux oscilloscopes de type PicoScope 3406 D. La gamme de fréquence est de 200 MHz. La fréquence d'échantillonnage peut aller jusqu'à 1GS/s.

4. Protocole

Le protocole qui a été respecté dans tous les essais est le suivant :

- Pour une première utilisation d'un glisseur, une série d'essais de rodage est faite (400 essais) jusqu'à ce que la moyenne de la force tangentielle $\langle F \rangle$ se stabilise (figure 2-13).
- L'électronique de mesure est allumée au moins 1 heure avant les essais.
- Les essais sont réalisés en atmosphère ambiante, l'humidité relative est dans la gamme 75-80% et la température est dans la gamme 19-23°C
- Le glisseur se déplace sur une distance égale à 250 mm (seuls les derniers 200 mm seront utilisées pour l'étude de la dynamique d'impacts, pour éviter les transitoires)
- La vitesse de l'actionneur est maintenue constante et varie entre 1-200 mm/s
- Avant et après chaque campagne de mesure, la topographie du glisseur est mesurée à l'aide d'un profilomètre afin d'obtenir une surface 3D de 6x6 mm²
- Pour une même vitesse, la mesure est répétée vingt fois
- Chaque changement de conditions expérimentales (après 20 essais) est précédé d'un nettoyage des surfaces. Le glisseur est trempé dans un bain ultrason et agité : dans l'éthanol, le propanol puis séché. La plaque est nettoyée d'abord au papier avec de l'heptane (pour éliminer les graisses) puis avec de l'acétone et enfin les finitions se font au propanol 2.
- Au cours de l'expérience, il faut toujours mettre des gants en latex pour éviter tout contact avec la peau.
- Une série d'expériences (pour une même vitesse) doit se dérouler dans les mêmes conditions de température et d'humidité (une seule journée).
- A la fin des campagnes, tous les signaux ont été traités à l'aide d'un programme codé sous MATLAB®.

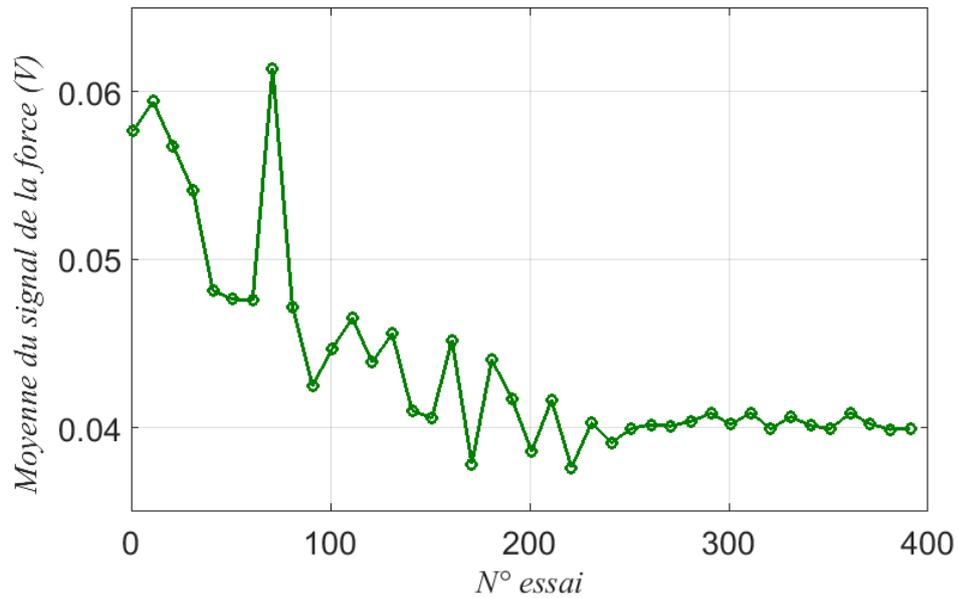


Figure 2-13 : Moyenne du signal de la force tangentielle au cours d'un essai, pour 400 essais successifs.

Au final, nous avons développé un dispositif original permettant de mesurer la dynamique de glissement haute vitesse d'interfaces rugueuses sous faible charge normale. Ce dispositif nous permet d'accéder de façon synchronisée non seulement à la force tangentielle exercée par l'actionneur, mais aussi à deux grandeurs associées à la dynamique verticale du glisseur : son accélération verticale et la tension de contact. Le tout avec une bande de fréquence permettant de résoudre en temps les éventuels impacts entre les solides. Une partie importante de mon travail a également été de minimiser le bruit de mesure, tant d'origine mécanique (par exemple l'influence des câbles des accéléromètres) qu'électrique (problèmes de masse). La définition d'un protocole permettant une bonne reproductibilité des mesures (rodage, nettoyage,...) a également été un défi majeur de cette thèse.

Nous sommes maintenant en mesure de décrire les résultats obtenus lors des campagnes d'essais réalisées avec ce dispositif.

Chapitre 3
Résultats expérimentaux : D'un
contact ininterrompu à une
dynamique de sauts

Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats expérimentaux obtenus pour la dynamique du glisseur, à partir des seuls signaux d'accélération (en pratique la demi-somme \ddot{z}) des signaux des deux accéléromètres. En effet, nous avons vu au chapitre précédent que l'application d'une tension d'alimentation est susceptible de perturber l'interface, par exemple par l'apparition d'arcs électriques. En pratique, dans tout ce chapitre, aucune tension d'alimentation ne sera appliquée ($V_p = 0V$). Les résultats nous serviront de référence pour les résultats du chapitre suivant. Pour limiter la complexité du système, on va s'intéresser qu'aux cas où les deux solides ont les mêmes propriétés topographiques. Dans ces conditions, plusieurs paramètres ont été étudiés : la vitesse de glissement, la rugosité, la masse du glisseur et l'aire de contact apparente. Toutes les campagnes se sont déroulées dans des conditions identiques et en respectant le protocole expérimental décrit au chapitre précédent. Dans le tableau 3-1 on présente un aperçu de l'ensemble des campagnes de mesure qui vont être décrites dans le présent chapitre.

<i>Paramètres</i>				
<i>N° campagne</i>	<i>Ra (μm)</i>	<i>Masse (kg)</i>	<i>Volume (mm^3)</i>	<i>Vitesse (mm/s)</i>
1	30	0.104	25x25x20	[1-200]
2			25x25x10	
3			35x35x10	
4	16	0.054	25x25x10	
5	7	0.104	25x25x20	
6		0.054	25x25x10	

Tableau 3-1 : Les différentes campagnes de mesure présentées dans ce chapitre.

1. Observation de deux régimes de glissement

Dans cette première partie, nous allons immédiatement mettre en évidence l'existence de deux régimes de glissement différents. Avant de passer à la partie 2 à la description détaillée des caractéristiques statistiques de ces deux régimes, nous présenterons les grandeurs mesurables associées à la dynamique du glisseur.

1.1. Signaux d'accélération typiques

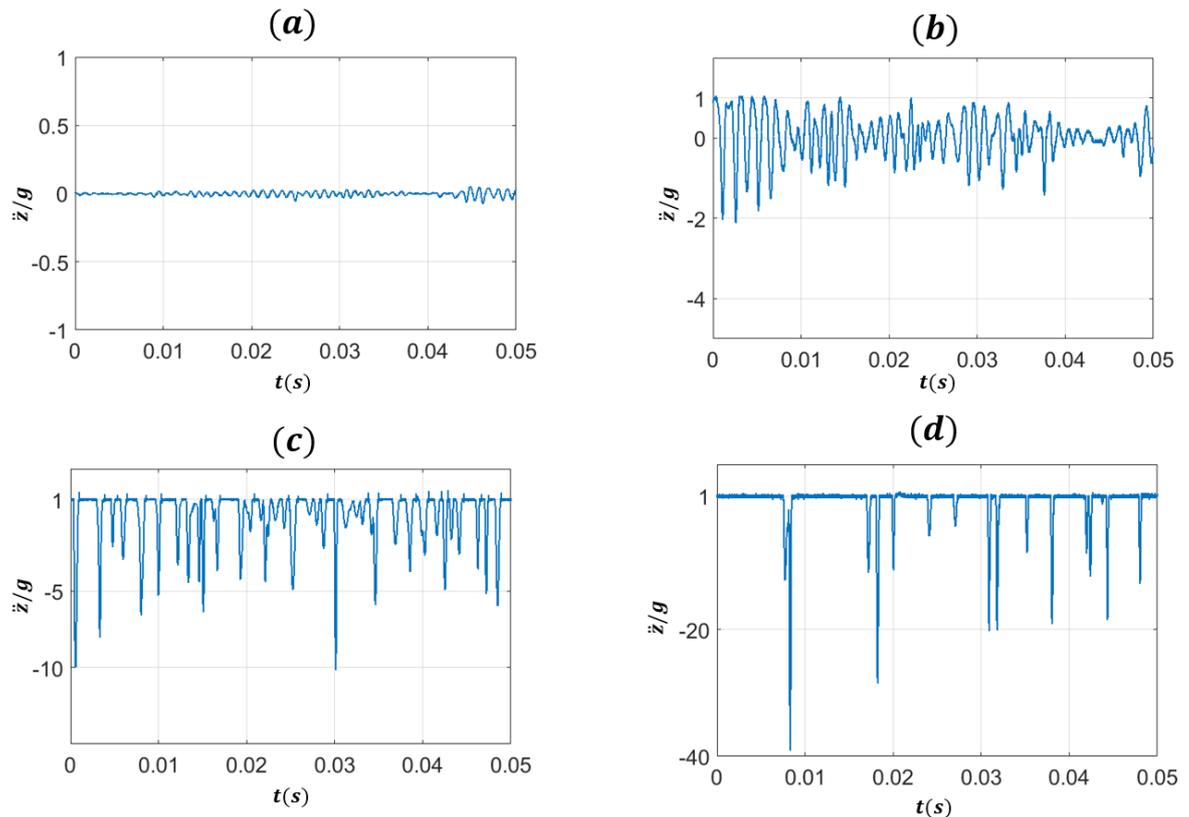


Figure 3-1 : Signal temporel de \ddot{z}/g des différentes vitesses : (a) $V=5$ mm/s, (b) $V=10$ mm/s, (c) $V=45$ mm/s, (d) $V=150$ mm/s. $m=0.104$ kg. $Ra=30$ μm

La figure 3-1 représente des signaux temporels typiques de l'accélération \ddot{z}/g pour quatre vitesses d'entraînement $V=5, 10, 45$ et 150 mm/s. Il est clair que les signaux pour des vitesses différentes sont qualitativement différents. Lorsque l'on pousse le glisseur à des vitesses très basses, le signal de l'accélération est centré autour de zéro avec des fluctuations faibles par rapport à g (figure 3-1a). En revanche pour des vitesses de glissement grandes, on a l'apparition de plateaux interrompus par de fortes accélérations négatives (figure 3-1c et d). Les plateaux correspondent à une accélération égale à g , ce qui traduit le fait que le glisseur ne subit plus de force verticale de contact de la part de la plaque. En d'autres termes, le glisseur est en vol libre. Les pics négatifs du signal, qui séparent les plateaux de vol libre successifs, correspondent aux chocs produits entre les deux solides quand le glisseur retombe sur la plaque et rebondit de

nouveau. Au total, la figure 3-1 montre clairement une transition entre un régime de contact continu et un régime de sauts.

Une autre manière de mettre en évidence cette transition est de présenter l'évolution des fonctions de répartition cumulative (CDF) des signaux de l'accélération \ddot{z}/g pour différentes vitesses (figure 3-2). Pour des vitesses faibles, la CDF est symétrique autour de zéro, avec une largeur qui augmente avec la vitesse (figure 3-2a). Ce graphe est compatible avec le fait que le glisseur est constamment en contact avec la plaque, avec un mouvement vertical dû au fait que le glisseur doit passer les aspérités de la surface inférieure. Lorsque l'on augmente la vitesse, et que des sauts se produisent, l'accélération \ddot{z} est tronquée à g . Plus V augmente, plus on s'avance dans le régime de sauts, et plus la CDF présente un saut marqué à g . Dans le même temps, les fluctuations négatives deviennent de plus en plus importantes car les chocs deviennent de plus en plus violents.

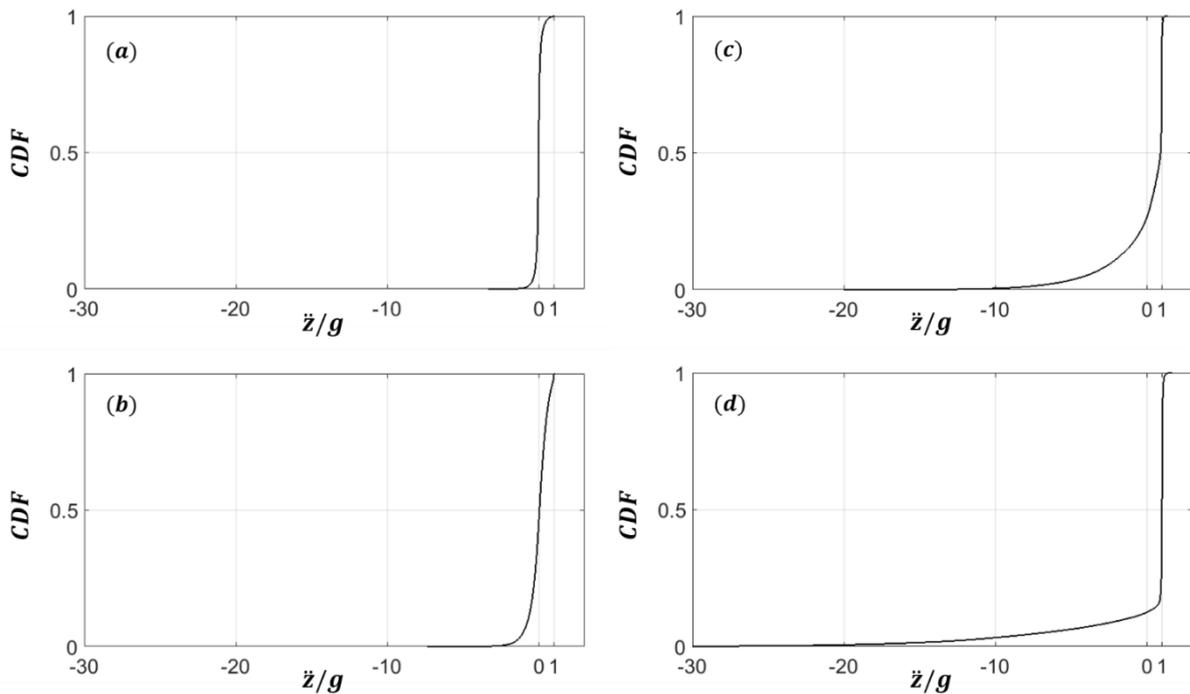


Figure 3-2 : Fonction de répartition de l'accélération \ddot{z}/g pour des différentes vitesses : (a) $V=5$ mm/s, (b) $V=10$ mm/s, (c) $V=45$ mm/s, (d) $V=150$ mm/s. $m=0.104$ kg. $Ra=30$ μm

Quelles que soient les conditions d'expériences : rugosité, masse du glisseur et aire apparente de contact, en variant la vitesse on a toujours observé cette transition d'un régime de contact ininterrompu vers un régime de sauts. Sur la figure 3-3 on trace le signal temporel d'un glisseur ayant une masse, une aire apparente de contact et une rugosité différentes du glisseur dont les signaux sont présentés sur la figure 3-1.

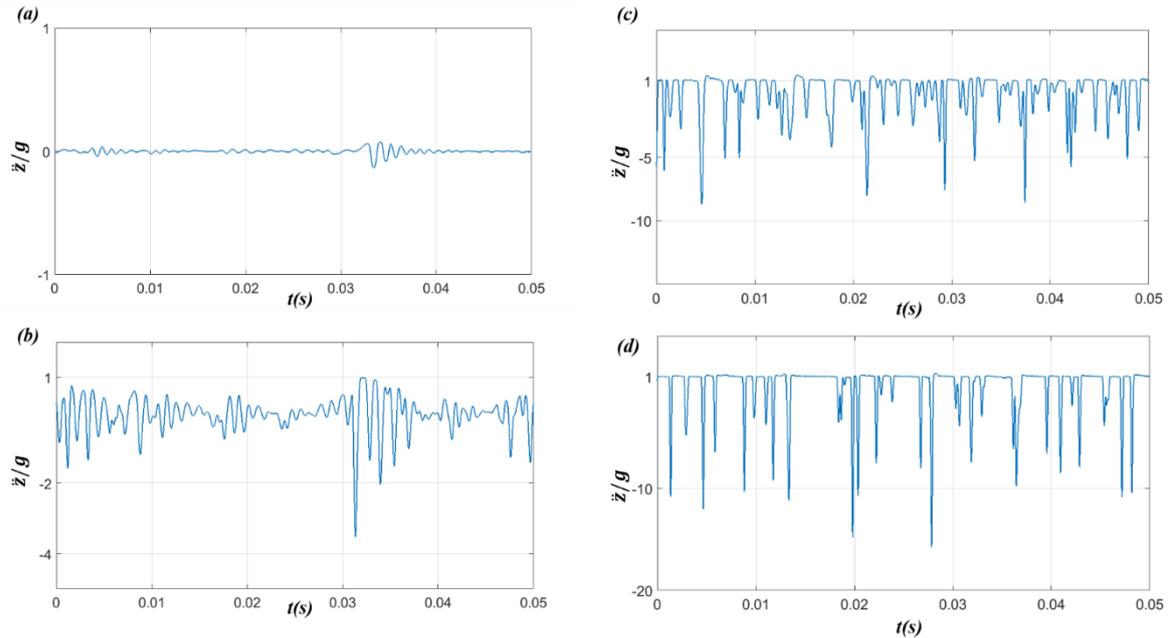


Figure 3-3 : Signal temporel de \ddot{z}/g des différentes vitesses : (a) $V=5$ mm/s, (b) $V=10$ mm/s, (c) $V=45$ mm/s, (d) $V=150$ mm/s. $m=0.054$ kg. $Ra=16$ μ m.

1.2. Principales grandeurs étudiées

Pour caractériser et décrire la statistique de la dynamique du glisseur, nous avons extrait des signaux d'accélération, puis analysé des grandeurs pertinentes telles que les temps de vol, les durées d'impact, le nombre d'impact, ...

Méthode de seuillage

La définition des intervalles de temps passés en vol, et de ceux passés en contact a été réalisée par un seuillage sur le signal d'accélération. Pour les grandes vitesses, allant de 20 à 200 mm/s, le seuillage a été fait à une valeur de 80 % de la valeur de g . Si le signal est au-dessus, on suppose que l'on a un vol libre avec une durée t_{vol} ; sinon on admet qu'il y a contact entre le glisseur et la plaque (figure 3-4).

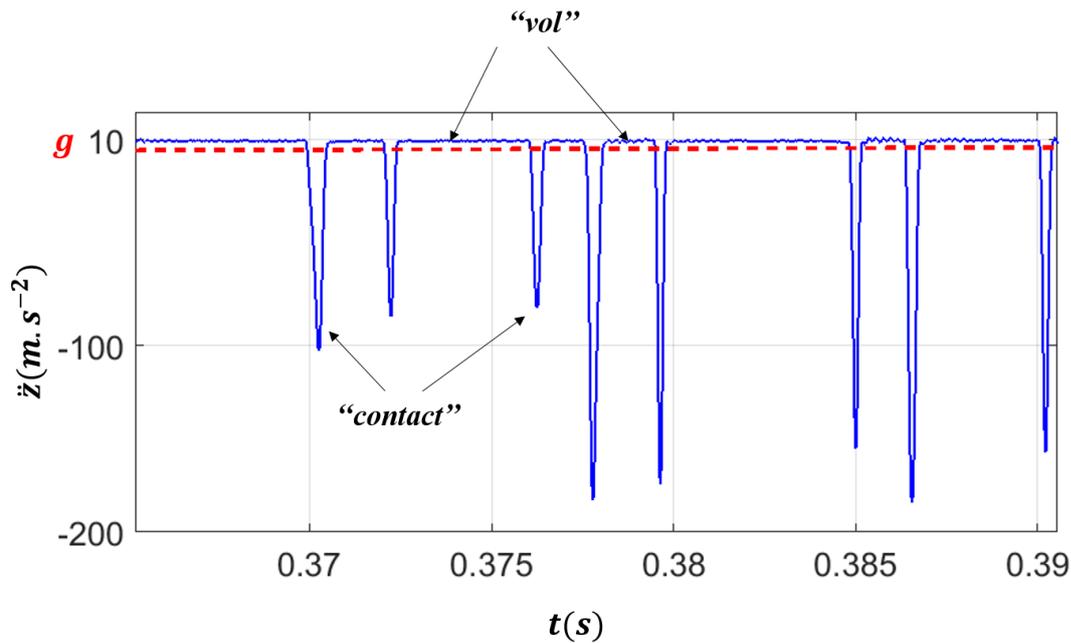


Figure 3-4 : Seuillage du signal de l'accélération (en traits noirs interrompus) à 80% de la valeur de g pour $V=200\text{mm/s}$

Il s'est révélé difficile d'appliquer le même seuillage pour les faibles vitesses (1 à 10 mm/s). La raison est que la tension correspondant à g fluctue d'un jour à l'autre, possiblement en fonction de variations de température qui jouent sur la calibration des accéléromètres et celle de leurs amplificateurs. Autant à haute vitesse, ces fluctuations étaient facilement détectables à partir de la valeur des plateaux dans les signaux, autant à faible vitesse, l'absence de plateau ne permettait pas d'identifier avec certitude la tension associée à g (figure 3-5). Pour définir la valeur du seuil dans ces conditions, nous avons utilisé la valeur de g moyenne observée au cours des expériences à haute vitesse ($20 < V < 200 \text{ mm/s}$).

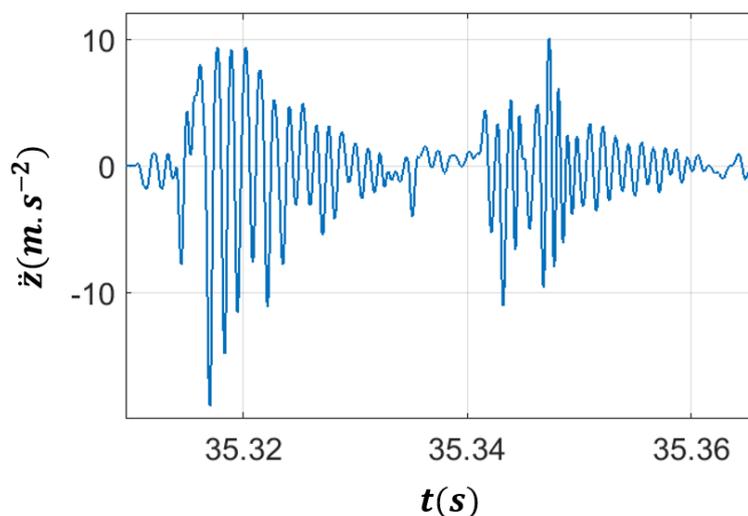


Figure 3-5 : Signal temporel de l'accélération \ddot{z} pour $V=5 \text{ mm/s}$

Cette méthode de seuillage a été appliquée aux signaux obtenus avec les rugosités $Ra=30$ et $16 \mu\text{m}$. Pour la plus faible rugosité ($Ra=7 \mu\text{m}$), cette méthode n'est plus applicable. Le problème qui se présente ici pour des grandes vitesses de glissement, pendant les intervalles où le glisseur est en vol libre, est que les plateaux ne sont plus parfaitement horizontaux, mais présentent des pentes négatives (figure 3-6).

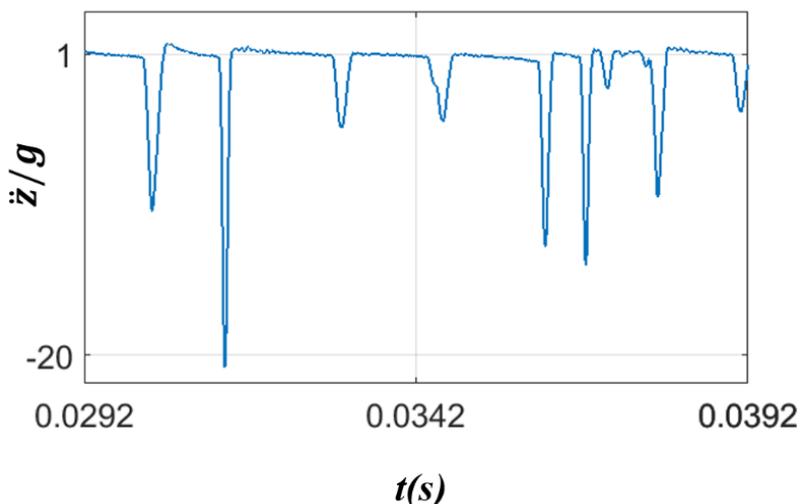


Figure 3-6 : Zoom sur un signal temporel de \ddot{z}/g du glisseur. $m=0.054 \text{ Kg}$. $Ra=7 \mu\text{m}$, $V=150 \text{ mm/s}$

Ce comportement du signal peut être interprété de la manière suivante. Au début du vol, les surfaces des deux solides s'écartent et de l'air doit pénétrer dans l'interstice nouvellement créé. Cet interstice est initialement très fin, et donc la viscosité de l'air peut induire un effet de succion qui va s'opposer à l'écartement des surfaces. Cela se traduira donc par une force vers le bas plus intense que le poids du glisseur et donc une accélération plus grande que g au début du vol. A l'inverse, juste avant l'impact en fin de vol, la viscosité de l'air va s'opposer à la fermeture de l'interstice, et une accélération plus faible que g sera enregistrée. La forme en négative permet de relier continûment ces deux cas limites. Notons qu'on s'attend à ce que ces effets visqueux soient négligeables pour des rugosités importantes, car l'air peut circuler facilement par les anfractuosités laissées par les topographies en regard. Ceci explique pourquoi les plateaux ne sont distordus que pour la plus faible rugosité utilisée.

Pour contourner ce problème, pour $Ra=7\mu\text{m}$, le seuillage a été réalisé à partir de la dérivée du signal d'accélération. Après filtrage pour éliminer l'inévitable bruit lorsqu'on dérive un signal, on a seuillé cette dérivée. Les intervalles de temps de vol ont été interprétés comme ceux ayant une valeur de dérivée sous le seuil. Cette méthode est néanmoins moins satisfaisante que le seuillage direct utilisé pour $Ra=16$ et $30 \mu\text{m}$.

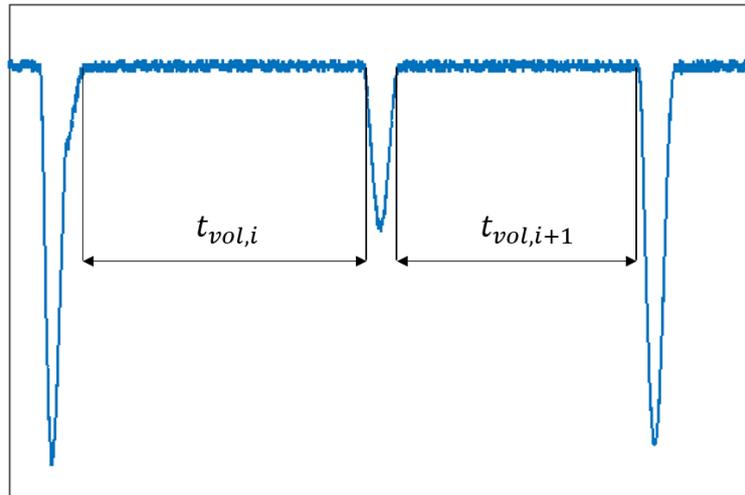
Temps de vol individuel

Figure 3-7 : Définition du temps de vol individuel

Le temps de vol individuel du $i^{\text{ème}}$ saut, soit $t_{vol,i}$, est défini comme étant l'intervalle de temps au cours duquel l'accélération \ddot{z} devient égale à g (figure 3-7).

Pourcentage de temps passé en vol

Le pourcentage du temps passé en vol est défini comme la somme des temps de vol individuels divisée par le temps total de l'expérience, T_{exp} :

$$\Pi(\%) = \frac{\sum_i t_{vol,i}}{T_{exp}} \quad (3-1)$$

T_{exp} varie avec la vitesse de glissement car $T_{exp} = L/V$, avec $L=200$ mm.

Nombre d'impact par seconde

Il s'agit de compter les événements d'impacts pendant un temps d'observation donné. On peut montrer que :

$$N_{saut} \approx \frac{T_{exp}}{\langle t_{vol,i} \rangle} \quad (3-2)$$

Avec $\langle t_{vol,i} \rangle$ la moyenne des $t_{vol,i}$ au cours d'une expérience.

Durée d'impact

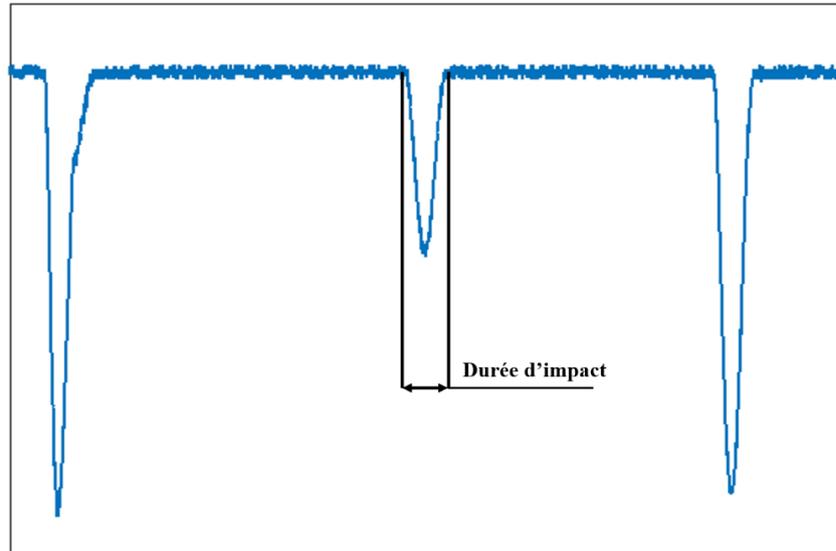


Figure 3-8 : Définition de la durée d'impact

La durée d'impact est définie comme la durée entre la fin d'un saut et le début du suivant (figure 3-8).

Force d'impact

A partir des signaux d'accélération, on a pu estimer la force normale de contact F_c à partir de l'équation du mouvement :

$$F_c = m(g - \ddot{z}) \quad (3-3)$$

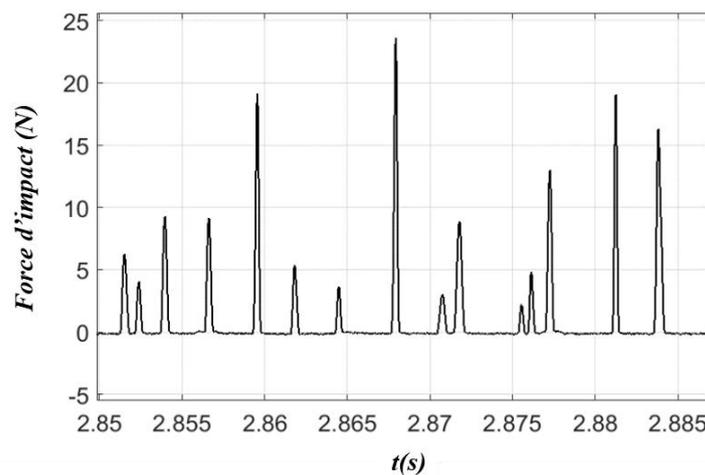


Figure 3-9 : Extrait d'un signal temporel de la force d'impact. $V=65 \text{ mm/s}$, $m=0.104 \text{ Kg}$.

On voit sur la figure 3-9 un extrait de l'évolution de la force d'impact en fonction du temps pour une vitesse $V = 65 \text{ mm/s}$. Lorsque la force devient non nulle, le contact entre les deux surfaces commence [48]. Le temps nécessaire pour que la force revienne à zéro est la durée du

choc. Il y a quinze impacts qui se produisent entre les instants 2.85 s et 2.885 s, la durée d'impact est environ 1 ms, et la valeur maximale de la force d'impact atteint environ 23 N par rapport à un poids de 1 N. La force maximale d'impact correspond à la valeur en haut des pics du signal.

2. Etude statistique des temps de vol

Comme mentionné dans le tableau 3-1, plusieurs campagnes de mesure ont été faites en variant plusieurs paramètres susceptibles d'influencer la dynamique de glissement. Dans ce qui suit on va présenter les différents résultats statistiques concernant le temps de vol, obtenus au cours de ces campagnes. Rappelons que pour les différentes campagnes, l'étude concerne l'analyse du signal de l'accélération (demi-somme des signaux de l'accélération, \ddot{z}) ; la tension d'alimentation est maintenue nulle ($V_p = 0V$) ; le guidage du glisseur se fait de deux manières différentes : soit il est poussé soit il est tiré ; on traite les derniers 200 mm des signaux.

2.1. Pourcentage du temps passé en vol

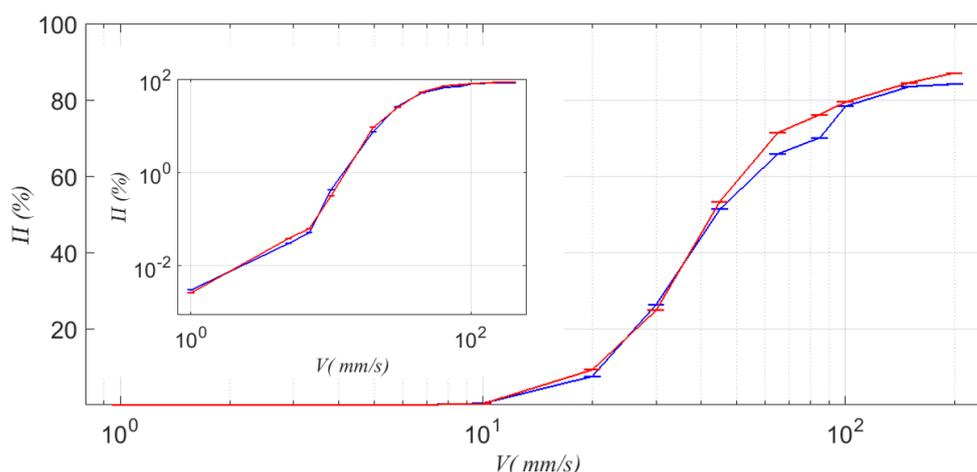


Figure 3-10 : Pourcentage de temps passé en vol Π en fonction de V . $m=0.104$ kg, $Ra=30\mu m$. Courbe bleue : le glisseur est poussé, courbe rouge : le glisseur est tiré. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais. Insert : Représentation log-log des mêmes résultats

Sur la figure 3-10, on trace le pourcentage passé en vol Π en fonction de la vitesse de glissement pour deux façons d'animer le glisseur en mouvement. Le glisseur se déplace sur la plaque soit en le poussant (courbe bleu) ou en le tirant (courbe rouge). Les deux courbes sont sensiblement identiques ce qui nous permet d'affirmer que la dynamique est peu influencée par la manière d'actionner le glisseur.

Pour des vitesses petites $V < V_c$ avec $V_c \approx 10$ mm/s, le pourcentage de vol Π est proche de zéro, puis en poussant plus vite, il augmente systématiquement. Pour des valeurs de vitesses

élevées, le glisseur peut passer jusqu'à 80% de son temps en vol libre. Dans l'insert de la figure en représentation log-log, on voit que la transition n'est pas abrupte. En effet, à cause du caractère aléatoire des topographies de surface, quelle que soit la vitesse de glissement, il y a toujours une probabilité non-nulle de trouver une phase de vol libre.

Nous allons maintenant examiner si on retrouve les deux régimes observés précédemment en utilisant d'autres conditions expérimentales.

Effet de la charge normale

Nous poursuivons nos expériences avec un glisseur ayant un poids qui fait la moitié du poids du glisseur utilisé précédemment. Sur la figure 3-11, sont comparés les signaux d'accélération \ddot{z}/g correspondants aux deux glisseurs. Pour chaque vitesse, les axes des sous-figures sont fixés identiques pour faciliter l'observation et l'évaluation des variables.

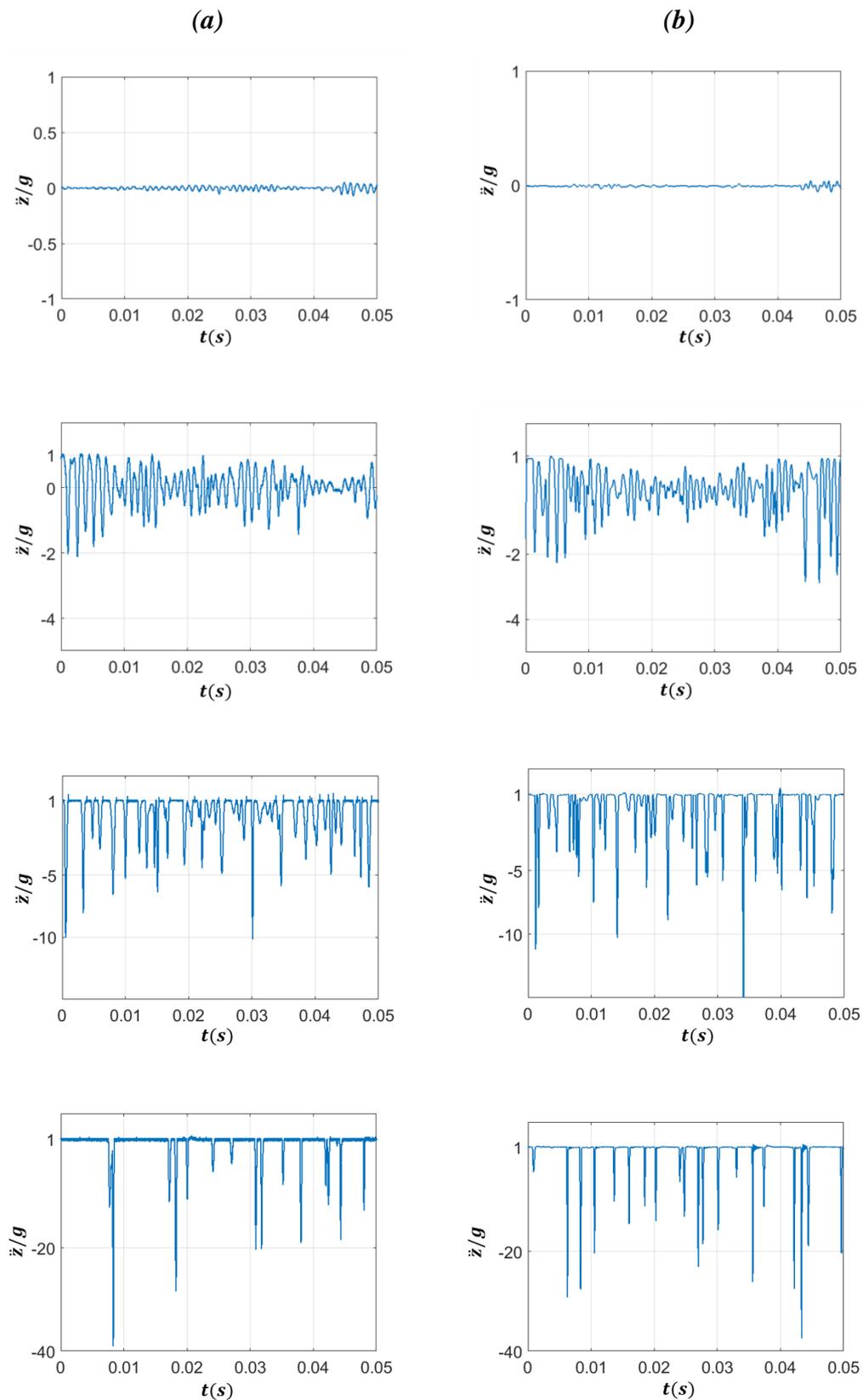


Figure 3-11 : Signaux temporels de \ddot{z}/g pour différentes vitesses et pour deux glisseurs. Colonnes : (a) $m=0.104$ kg, (b) $m=0.054$ kg. De haut en bas : $V=5, 10, 45, 150$ mm/s.

Il apparaît que pour une même rugosité et une même aire de contact apparente, la dynamique est la même pour deux glisseurs différents ayant des poids différentes.

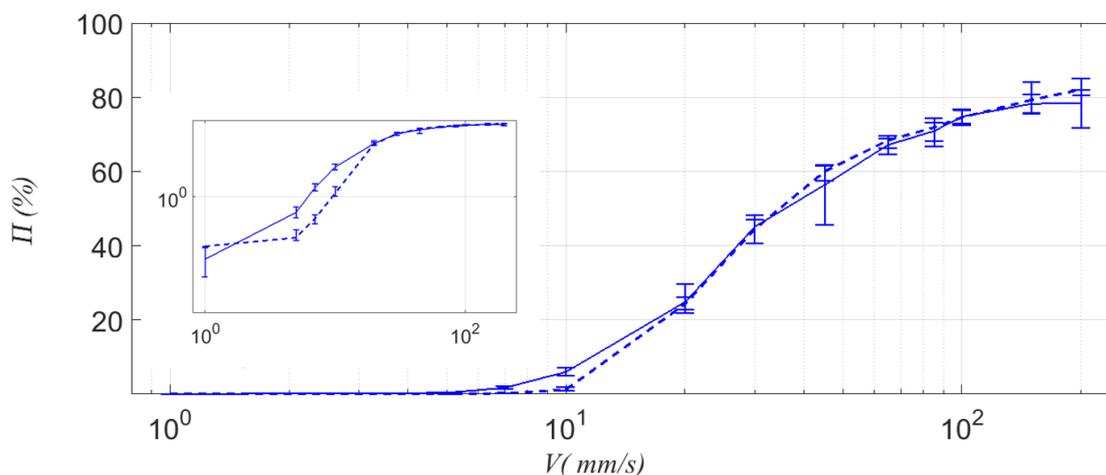


Figure 3-12 : Pourcentage de temps passé en vol Π en fonction de V pour deux glisseurs. Trait plein: $m=0.104$ kg. Trait pointillé : $m=0.054$ kg. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais. Insert : Représentation log-log des mêmes résultats.

Sur la figure 3-12, est tracée l'évolution du pourcentage du temps passé en vol en fonction de la vitesse. On remarque que les courbes sont quasi-identiques, ce qui confirme l'absence d'effet de la masse sur la dynamique. On peut comprendre qualitativement ces résultats de la manière suivante. Durant les phases de vol, le principe fondamental de la dynamique se réduit à $\ddot{z} = -g$, qui est indépendante de la masse. Cela revient à dire que, pour une vitesse initiale $V_{up,i}$ en sortie de l'impact i , la trajectoire du glisseur en vol sera inchangée si sa masse varie. En particulier sa vitesse d'arrivée $V_{down,i+1}$ à l'impact suivant sera aussi inchangée. Si l'on fait l'hypothèse d'un impact représentable par un coefficient de restitution, alors la vitesse de ré-éjection $V_{up,i+1}$ en sortie de l'impact $i+1$ sera simplement $eV_{down,i+1}$, indépendamment de la masse. Au final, on s'attend bien à une influence négligeable de la masse du glisseur sur sa dynamique de rebonds.

Effet de l'aire apparente de contact

Sur la figure 3-13 on voit deux glisseurs ayant la même masse et les mêmes propriétés topographiques mais d'aire apparente de contact variant du simple au double.

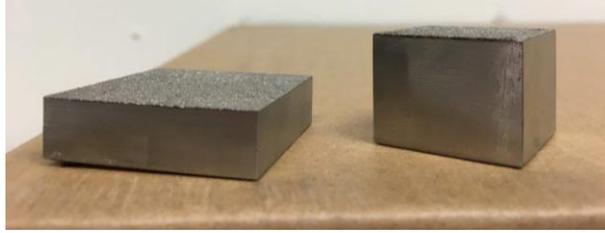


Figure 3-13 : Deux glisseurs d'aires apparentes différentes, mais de masses identiques

Le pourcentage du temps passé hors contact pour les glisseurs de la figure 3-13 est présenté sur la figure 3-14. On observe qu'il y a toujours la présence de deux régimes, même en modifiant l'aire de contact apparente. Dans les deux régimes, le pourcentage du temps passé en vol du glisseur ayant une aire apparente de contact double est toujours légèrement inférieur à celui du glisseur avec une aire de contact simple. On note par exemple pour $V=30$ mm/s $\Pi_a \approx 25\%$ et $\Pi_b \approx 16\%$ et pour $V=200$ mm/s on a $\Pi_a \approx 78\%$ et $\Pi_b \approx 63\%$

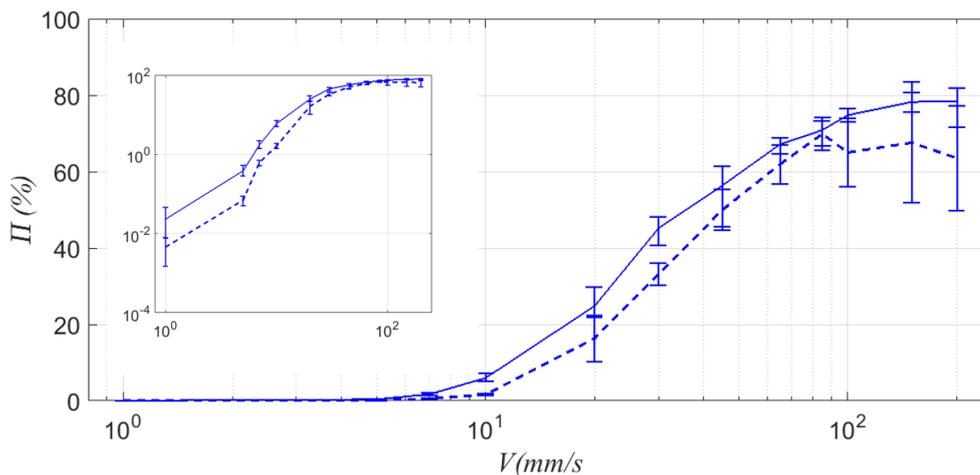


Figure 3-14 : Pourcentage de temps passé en vol Π en fonction de V . Echelle semi-logarithmique. Trait continu : aire apparente simple. Trait pointillé : aire apparente double. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais. Insert: Représentation log-log des mêmes résultats.

Cette différence de dynamique lorsque la taille latérale du glisseur change peut s'interpréter qualitativement de la façon suivante. Considérons un glisseur infiniment petit. Au cours de son mouvement, il va suivre parfaitement la topographie de la surface en regard, comme le ferait par exemple une pointe de Microscope à Force Atomique (AFM). A l'inverse, un glisseur infiniment large n'aurait aucune possibilité de pénétrer dans les creux de la surface en regard. Autrement dit, il ne subirait aucune vibration verticale due à la rugosité des surfaces. On comprend alors aisément que les glisseurs réels, de taille finie, vont se trouver dans une situation intermédiaire, avec des vibrations d'autant plus faibles que leur taille latérale est plus grande.

Ces considérations nous suggèrent qu'un glisseur de plus grande aire de contact apparente va subir une excitation verticale plus faible de la part de la surface inférieure et donc passer moins de temps en vol

Effet de la rugosité

En variant la rugosité Ra des surfaces en glissement, la dynamique n'est maintenant plus la même. Sur la figure 3-15 sont tracés les signaux temporel de l'accélération \ddot{z}/g pour deux glisseurs ayant des propriétés topographiques différentes ($Ra=16$ et $7 \mu m$), et ce pour différentes vitesses. On constate que le nombre d'impacts par seconde est plus grand pour une rugosité plus faible.

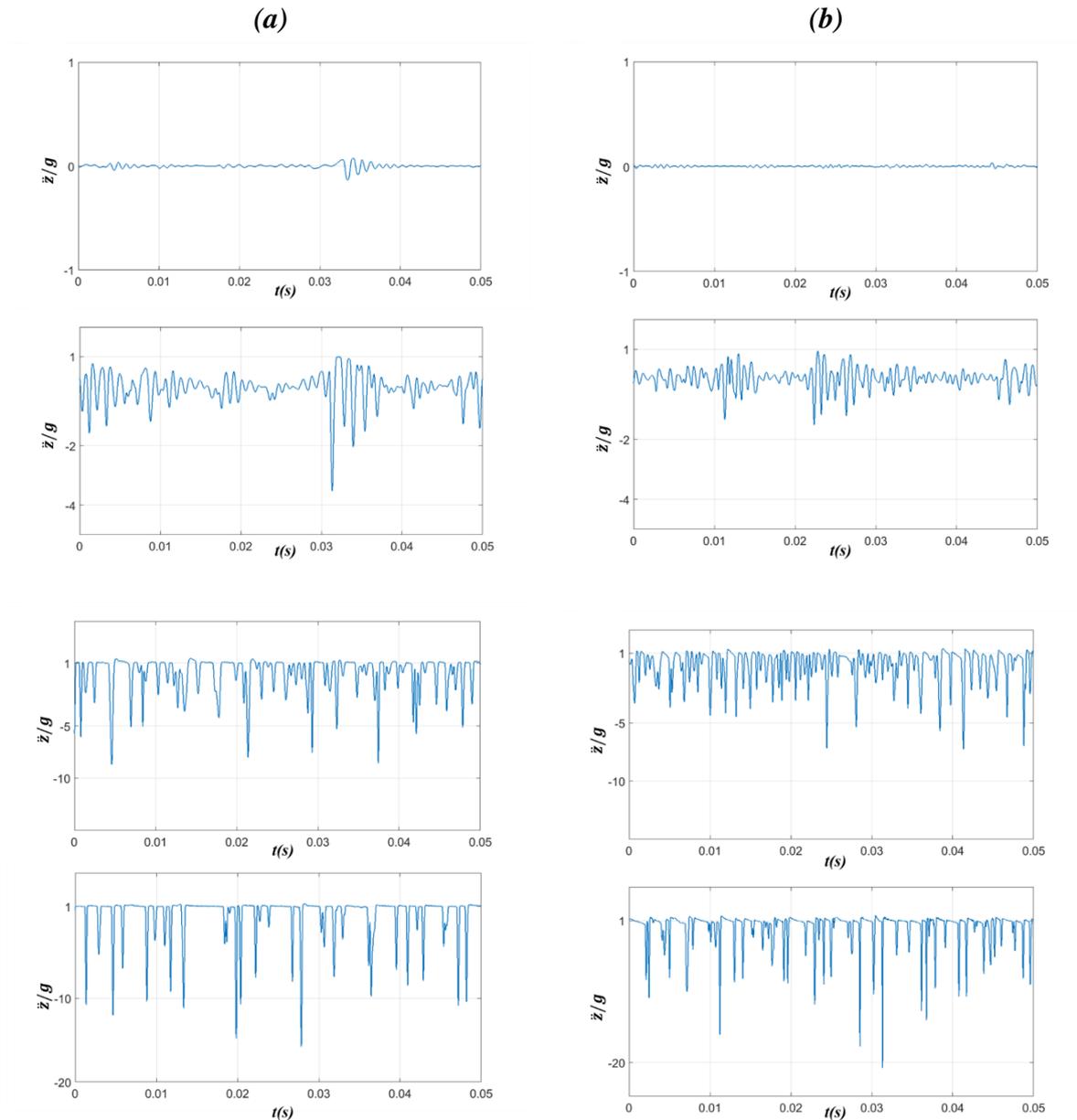


Figure 3-15 : Signaux temporels de \ddot{z}/g de deux glisseurs de rugosités différentes. Colonne (a) $Ra=16\ \mu\text{m}$; (b) $Ra=7\ \mu\text{m}$. Lignes de haut en bas : $V=5, 10, 45$ et $150\ \text{mm/s}$.

Ces différences se traduisent sur la fraction du temps passé en vol Π , comme illustré sur la figure 3-16. Si la vitesse de transition est sensiblement la même, autour de $V \approx 10\ \text{mm/s}$ quelle que soit la rugosité, les valeurs maximales de Π elles dépendent de la rugosité. On observe que plus la rugosité augmente, plus le contact devient rare.

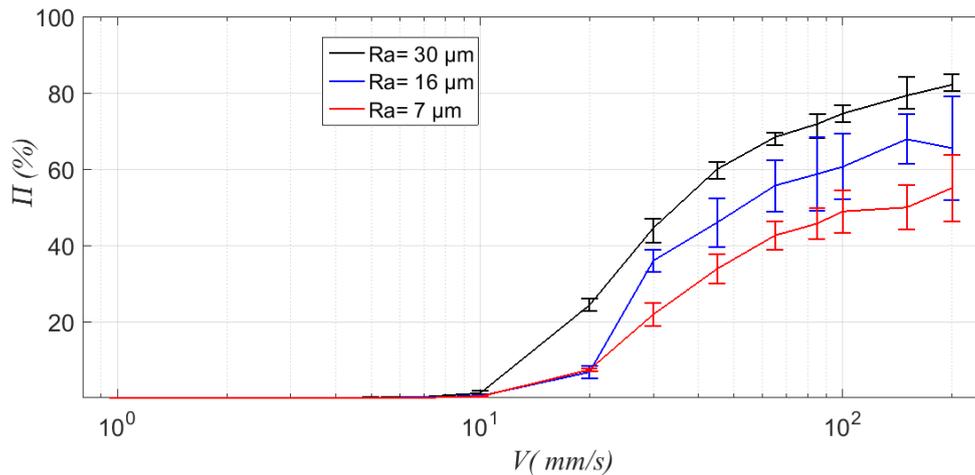


Figure 3-16 : Pourcentage du temps passé en vol Π en fonction de V . Echelle semi-logarithmique. Trait noir : $Ra=30 \mu m$, trait bleu : $Ra=16 \mu m$ et trait rouge $Ra=7 \mu m$. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais.

L'interprétation qualitative est similaire à celle développée pour expliquer l'effet de l'aire de contact apparente. Lorsque la rugosité augmente, les vibrations verticales induites par la nécessité qu'a le glisseur à passer au-dessus des aspérités de la surface inférieure augmentent en amplitude. A même vitesse de glissement, l'accélération associée à ces vibrations sera donc plus grande à plus grande rugosité. Un glisseur plus rugueux aura donc plus de probabilité de décoller de la surface, d'où des valeurs de Π plus élevées.

2.2. Temps de vol individuel

Dans la partie précédente, nous nous sommes intéressés à la fraction du temps passé en vol. Cette quantité est suffisante pour mettre en évidence la transition entre deux régimes dynamiques distincts en fonction de la vitesse de glissement. Malheureusement, cette grandeur intégrée ne nous informe pas sur la durée de chacune des phases de vol, ni sur leur distribution. Dans cette partie, on va précisément s'intéresser aux temps de vol individuels, et voir leur dépendance avec les paramètres du système.

Effet de la charge normale

Sur la figure 3-17 est présentée la moyenne du temps de vol individuel en fonction de la vitesse pour deux glisseurs de masses différentes. Tout d'abord cette figure confirme la conclusion de la partie précédente que la masse du glisseur n'intervient pas dans la dynamique d'impact. On voit ensuite que l'ordre de grandeur des temps de vol est la milliseconde et qu'il s'agit d'une fonction croissante de la vitesse de glissement.

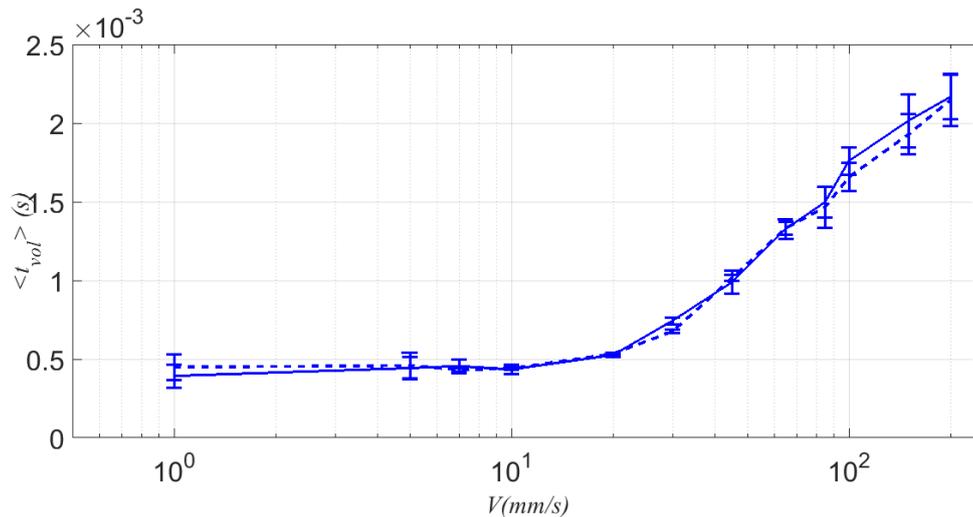


Figure 3-17 : Moyenne du temps de vol individuel en fonction de la vitesse. En trait continu : $m=0.104\text{ kg}$, en trait discontinu : $m=0.054\text{ kg}$. $Ra=30\text{ }\mu\text{m}$. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais

Pour les basses vitesses de glissement, t_{vol} a une valeur moyenne constante d'environ 0.5 ms, alors même qu'on se trouve dans le régime de contact annoncé comme ininterrompu. En réalité, comme on l'a vu dans la partie précédente, la fraction de temps passée en vol n'est jamais strictement nulle. Ce que l'on observe est une diminution du nombre de sauts quand V diminue. Par contre les quelques sauts enregistrés ont tous une valeur proche de 0.5ms. Cette valeur peut en fait être associée à la période de bouffées de vibrations quasi-périodiques du glisseur, que l'on peut voir sur la figure 3-5. La période de ces vibrations est de l'ordre de 1ms, ce qui explique que le dépassement de seuil se fasse sur des durées proches de 0.5ms. Ces vibrations sont de trop basse fréquence pour être associées à des modes propres du glisseur. Par contre, elles pourraient être associées à la raideur normale finie de l'interface multi-contact. Cette suggestion est compatible avec l'ordre de grandeur suivant pour la période T des oscillations de l'interface rugueuse. $T = 2\pi(m/k)^{1/2}$, avec m la masse du glisseur et k la raideur de l'interface. Cette interface étant peu chargée, on aura peu de micro-contacts. Supposons qu'il n'y en a qu'un seul, que l'on va traiter comme un contact de Hertz. Sa raideur est de l'ordre de $E.a$ [18], où a est le rayon de contact et E le module de Young. Ce rayon de contact est

$a \sim (mgR/E)^{1/3}$, avec R le rayon de courbure du contact. On en déduit $T = 2\pi(m^2/(E^2gR))^{1/6}$. En prenant $E=200\text{GPa}$, $R=100\mu\text{m}$, $m=100\text{g}$, on trouve $T \sim 1.6\text{ms}$, ce qui est tout à fait le bon ordre de grandeur pour la période des oscillations observées à la figure 3-5.

Lorsque la vitesse augmente, au-delà de la vitesse de transition, t_{vol} augmente pour atteindre environ 2 ms.

Pour aller plus loin que la simple valeur moyenne du temps de vol, on présente sur la figure 3-18 la fonction cumulative (CDF) des probabilités des temps de vol individuels pour différentes vitesses. On constate qu'en augmentant la vitesse, non seulement la valeur moyenne du temps de vol augmente, mais ses fluctuations (largeur des distributions) aussi.

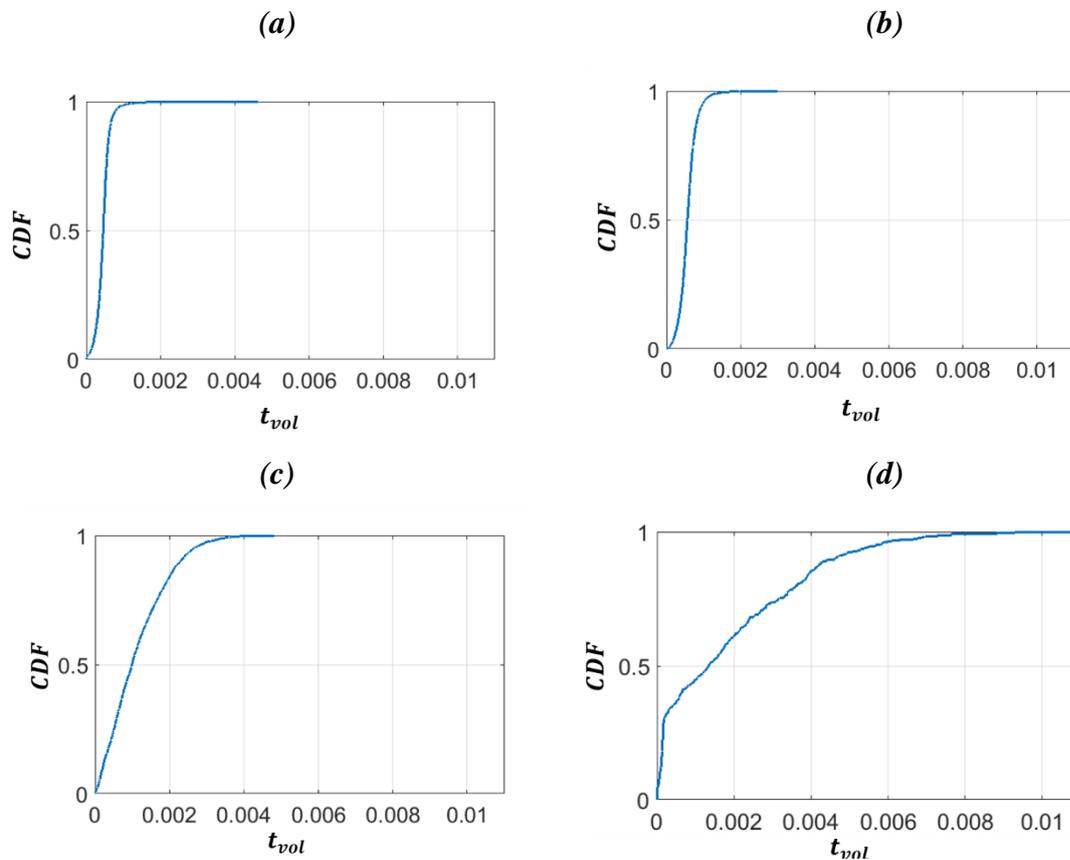


Figure 3-18 : CDF du temps de vol. (a): $V=5\text{mm/s}$, (b) : $V=10\text{ mm/s}$, (c) : $V=45\text{ mm/s}$ et (d) : $V=150\text{ mm/s}$. $R_a= 30\mu\text{m}$. $m=0.104\text{kg}$

Effet de l'aire de contact apparente

On compare deux glisseurs ayant des surfaces apparentes de contact simple ou double (figure 3-19). Les deux courbes sont très voisines. On note cependant des valeurs de $\langle t_{vol} \rangle$ légèrement inférieures dans le cas de la surface double. Cette différence est interprétée de la même façon que celle, déjà commentée à la partie précédente, concernant la fraction de temps passée en vol.

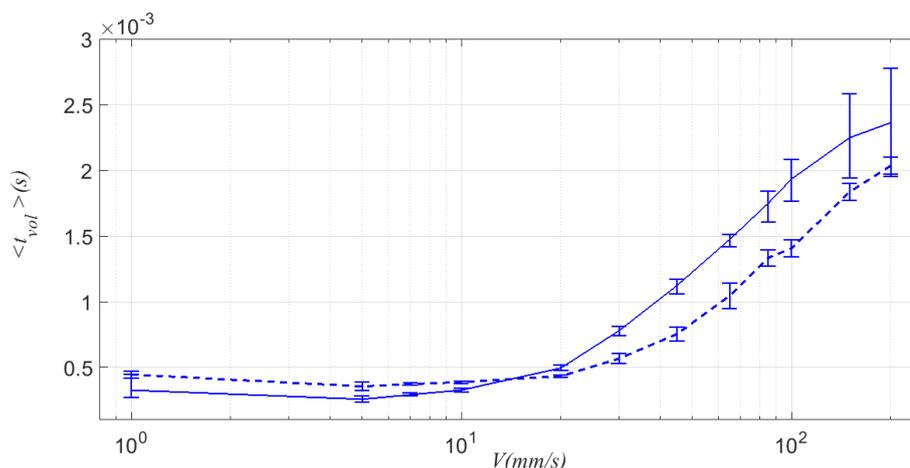


Figure 3-19 : Moyenne du temps de vol individuel en fonction de la vitesse. $R_a = 30 \mu m$. $m = 0.104$ kg. Trait continu : aire apparente simple. Trait pointillé : aire apparente double. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais.

Effet de la rugosité

Pour finir, sur la figure 3-20 est tracée la moyenne du temps de vol individuel en fonction de la vitesse de glissement pour trois rugosités différentes : $R_a = 30, 16$ et $7 \mu m$. Dans le premier régime, pour $R_a = 7 \mu m$, le temps de vol est inexistant vu que le glisseur reste tout le temps en contact avec la surface inférieure (on ne détecte pas de phase de vol). Quant aux autres rugosités, on note un même temps de vol constant de 0.5 ms, comme en figure 3-17. Dans le régime de sauts, le temps de vol est d'autant plus grand que la rugosité est plus grande, pour les mêmes raisons d'augmentation des vibrations induites que pour le commentaire de la figure 3-16.

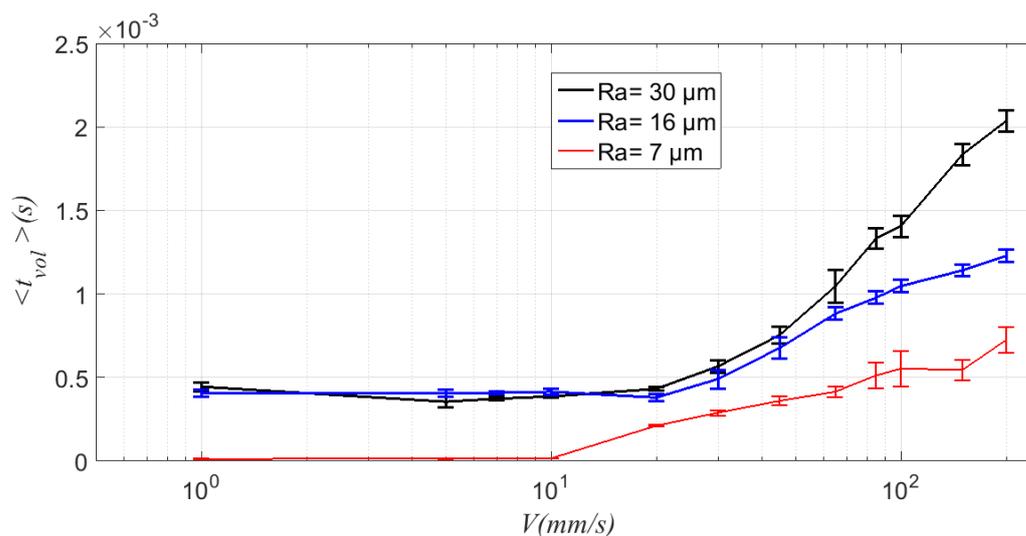


Figure 3-20 : Moyenne du temps de vol individuel en fonction de la vitesse. Echelle semi-logarithmique. $m = 0.054$ kg. Trait noir : $Ra = 30 \mu m$, trait bleu : $Ra = 16 \mu m$ et trait rouge $Ra = 7 \mu m$. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais.

3. Etude statistique des chocs

Dans la partie précédente, on s'est intéressés aux phases de vol du glisseur. Dans cette partie, on va examiner les propriétés des phases de contact qui se produisent entre deux sauts. Dans le premier régime, ces phases de contacts dominent la dynamique de glissement et ne sont interrompues que par quelques rares vols. Par contre, en régime de sauts, les phases de contact sont de véritables impacts entre les deux surfaces. On va s'intéresser d'abord aux forces mises en jeu lors de ces impacts, puis à leur durée et leur fréquence d'occurrence.

3.1. Force d'impact

On rappelle que la fréquence d'échantillonnage des signaux est de 1 MHz (pas de temps de $1 \mu s$), ce qui nous assure de bien résoudre en temps les impacts de durée supérieure à $10 \mu s$. Sur la figure 3-21 on représente l'évolution de la moyenne de la force maximale d'impact (valeur maximale de la force relevée au cours d'un impact) en fonction de la vitesse d'entraînement. Dans le régime basse vitesse, la force d'impact est mesurée en tenant compte uniquement des pics apparus sur le signal de la force d'impact. Cette valeur reste naturellement assez faible en dessous de la vitesse de transition (~ 10 mm/s). Au-dessus, de véritables impacts existent, dont la force augmente avec la vitesse. Ceci est attendu, car à vitesse plus élevée, l'excitation verticale du glisseur est plus forte, les sauts sont plus hauts, et donc les impacts sont plus violents. Les forces d'impacts peuvent en effet être très importantes, avec des valeurs allant sur la figure 3-21 jusqu'à 50 fois le poids du glisseur (environ 1N). Ces grandes valeurs sont

dues aux forces inertielles lorsque le glisseur massif est rapidement décéléré au cours de l'impact.

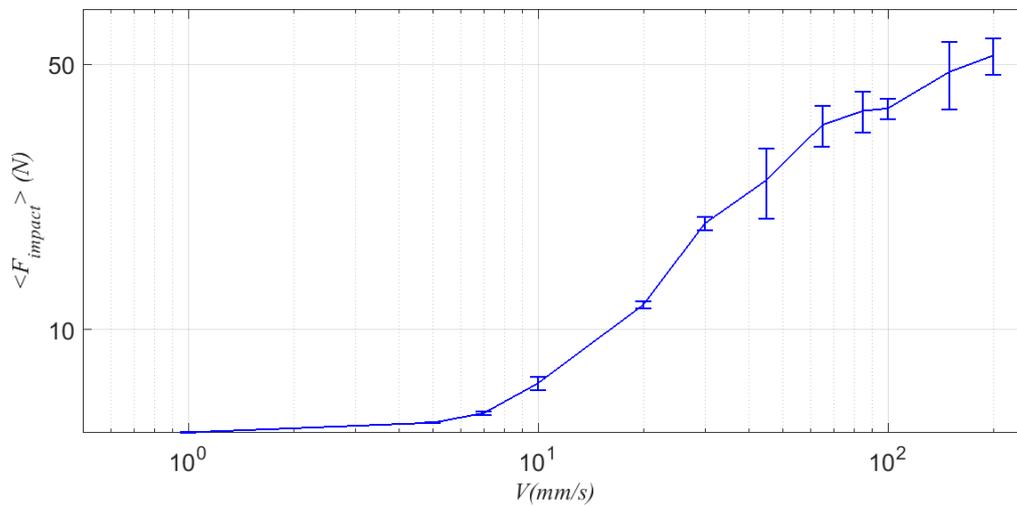


Figure 3-21 : Moyenne de la force d'impact en fonction de la vitesse. $Ra=30 \mu\text{m}$, $m=0.104 \text{ kg}$. Echelle log-log. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais

Pour caractériser les propriétés statistiques de de la force d'impact, nous présentons sur la figure 3-22 la fonction de distribution cumulative (CDF) des forces maximales d'impact.

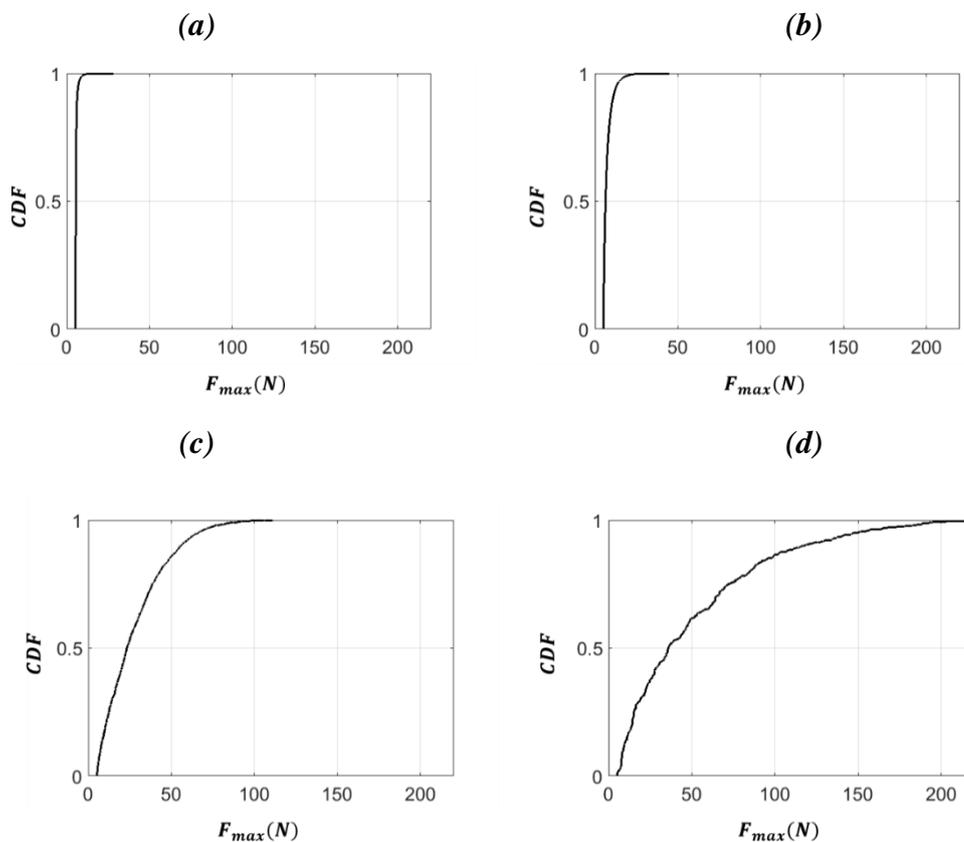


Figure 3-22 : CDF de la force d'impact. $Ra= 30 \mu\text{m}$, $m=0.104 \text{ kg}$. (a): $V=5 \text{ mm/s}$, (b): $V=10 \text{ mm/s}$, (c) : $V=45 \text{ mm/s}$ et (d) : $V=150 \text{ mm/s}$

On constate que la proportion d'impacts diminue lorsque la valeur de la force d'impact maximale augmente. Pour les vitesses dans le premier régime, où il y a un contact quasi-continu entre les deux surfaces, les forces de contact sont inférieures à 20 N, alors que pour $V=45$ mm/s, les forces de contacts peuvent atteindre 80 N, et pour $V=150$ mm/s, il existe 20 % des valeurs de la force d'impact qui sont supérieures à 100 N. Donc les impacts deviennent de plus en plus violents quand la vitesse augmente. Ces résultats sont cohérents avec des simulations numériques de la dynamique de glissement entre deux surfaces rugueuses [48], dans lesquelles la force d'impact augmente en fonction de la vitesse ; pour $m= 0.156$ kg, $Ra= 30$ μm et $V=200$ mm/s les auteurs de [48] trouvent des forces d'impacts de l'ordre de 100 N.

Nous allons à présent étudier l'effet des différents paramètres du système sur les forces d'impact.

Effet de la charge normale

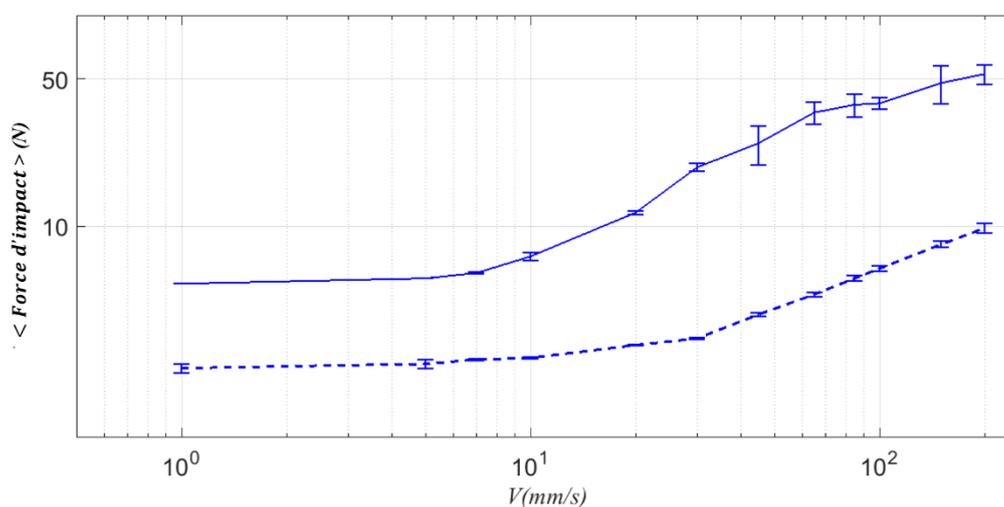


Figure 3-23 : Moyenne de la force d'impact en fonction de la vitesse. En trait continu : $m=0.104$ kg, en trait discontinu : $m= 0.054$ kg. $Ra=30$ μm . Echelle log-log. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais.

Sur la figure 3-23 nous présentons la force d'impact moyenne en fonction de la vitesse pour deux glisseurs ayant des masses différentes. Les forces sont systématiquement plus élevées pour une masse supérieure. Ce résultat est compatible avec l'insensibilité des temps de vols avec la masse (figure 3-17). Les vitesses d'impact et d'éjection sont indépendantes de la masse, par contre la variation d'énergie cinétique au cours de l'impact augmente, elle, avec la masse. Cette variation d'énergie cinétique correspondre à l'énergie dissipée au cours de l'impact, qui n'est autre que le travail de la force d'impact. On s'attend donc à une augmentation de la force de contact avec la masse, comme observé. Par contre, cette augmentation n'est pas directement proportionnelle au rapport des masses : pour $V=200$ mm/s, on trouve par exemple une

augmentation d'un facteur 5 de la force moyenne d'impact, alors que le rapport des masses n'est que de 2.

Effet de l'aire apparente de contact

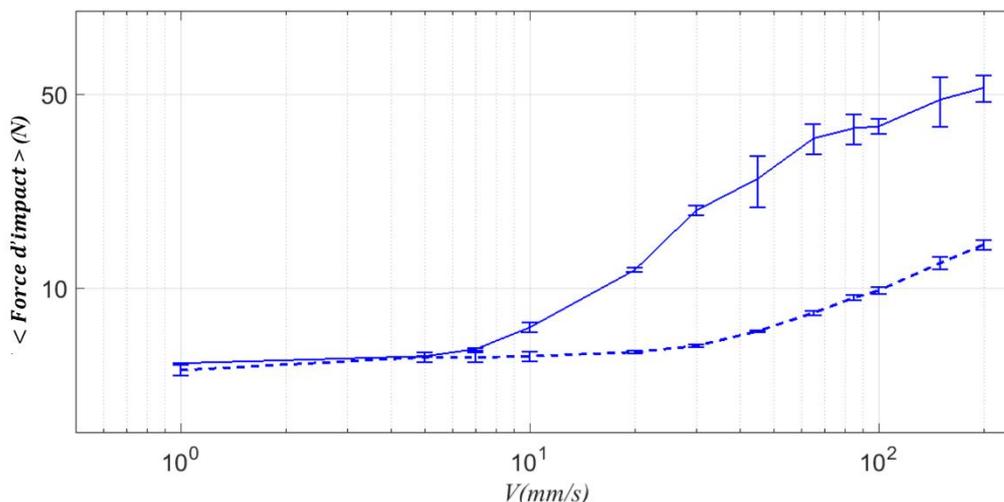


Figure 3-24 : Moyenne de la force d'impact en fonction de la vitesse. Echelle logarithmique. Trait continu : aire apparente simple, trait discontinu : aire apparente double. $R_a=30 \mu\text{m}$. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais

Sur la figure 3-24, on trace la moyenne de la force d'impact en fonction de la vitesse pour deux glisseurs ayant des aires apparentes de contact différentes (simple ou double). Pour le régime à basses vitesses de glissement, les efforts sont très voisins. Par contre, aux grandes vitesses, on constate que la force d'impact pour le glisseur d'aire apparente double est bien plus faible que celle du glisseur ayant une surface apparente de contact simple. Ce résultat est compatible avec la différence des temps de vols entre ces deux glisseurs. Le glisseur de plus grande surface présente des sauts moins longs, donc moins hauts, ce qui correspond à des vitesses d'impact plus faibles et donc des forces d'impact plus faibles.

Effet de la rugosité

Sur la figure 3-25 est présentée la moyenne de la force d'impact en fonction de la vitesse de glissement pour des glisseurs de rugosités différentes. On observe que la force d'impact augmente avec la rugosité. Dans le premier régime, on ne voit pas de différence de force pour $R_a=30$ et $16 \mu\text{m}$. Dans le deuxième régime, la différence est notable. Pour $V=200 \text{ mm/s}$, on enregistre une force d'impact pour $R_a=30 \mu\text{m}$ de 50 N alors que pour $R_a=7 \mu\text{m}$ elle est 5 fois plus faible. En augmentant la rugosité, les vols sont plus longs (figure 3.20) et donc les impacts sont plus violents, ce qui explique le fait qu'en augmentant la rugosité, la force d'impact augmente.

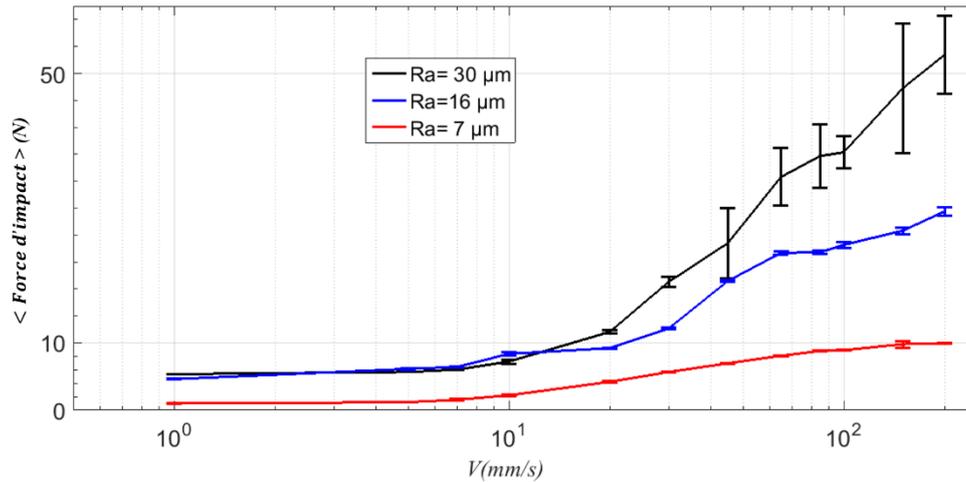


Figure 3-25 : Moyenne de la force d'impact en fonction de la vitesse glissement pour différentes rugosités. $m=0.054$ kg. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais.

3.2. Durée de choc

En plus de la force des impacts, leur durée est une autre propriété importante pour caractériser la dynamique de glissement. Nous allons voir comment elle dépend des paramètres du système. Rappelons au préalable que, comme présenté au chapitre 1, la durée de choc peut être estimée analytiquement à partir du modèle de Hertz [61]:

$$\tau(s) = 9,36 \cdot 10^{-5} \frac{m^{2/5}}{(v_i \cdot \beta)^{1/5}} \quad (3-4)$$

avec v_i la vitesse normale d'impact, m la masse du solide (0.104 kg) et β le rayon de courbure des aspérités. β est estimé à partir des profils obtenus à partir du profilomètre tactile et donné dans le tableau 3.2. La valeur de v_i est estimée à partir du temps de vol moyen par la relation suivante :

$$v_i = \frac{g \langle t_{vol} \rangle}{2} \quad (3-5)$$

Les valeurs estimées de la durée des impacts sont présentés dans la figure 3.26. On ne s'intéressera plus qu'au régime haute vitesse ($V > 10$ mm/s), où les phases de contact sont effectivement des impacts.

Ra (μm)	7	16	30	7	16	30	7	16	30
β (μm)	57	49	12	57	49	12	57	49	12
Durée (ms)	0.8	0.8	0.98	0.73	0.75	0.88	0.62	0.63	0.67

Tableau 3-2 : Durée d'impact calculée à partir de (3-4).

Effet de la charge normale

Sur la figure 3-26, on présente la moyenne de la durée des impacts en fonction de la vitesse d'entraînement. On observe que la moyenne des durées de choc diminue significativement en fonction de la vitesse. Pour $V=20$ mm/s et pour $m=0.104$ Kg, en moyenne la durée de choc est de 1.7 ms et elle atteint 0.75 ms pour $V=200$ mm/s. Lorsque la masse est plus petite, les chocs sont également plus courts. Ces deux comportements sont qualitativement compatibles avec l'équation (3-4). Du point de vue quantitatif, les estimations à partir du modèle de Hertz sont très proches des résultats expérimentaux. Ce bon accord suggère que les chocs entre les deux surfaces pourraient n'impliquer qu'un faible nombre d'aspérités, ce qui est attendu en raison de la faible charge normale appliquée sur l'interface. Notons que nos résultats expérimentaux sont également en accord avec les résultats numériques de Dang [48], qui ont montré une diminution de la durée de choc lorsque la vitesse de glissement augmente.

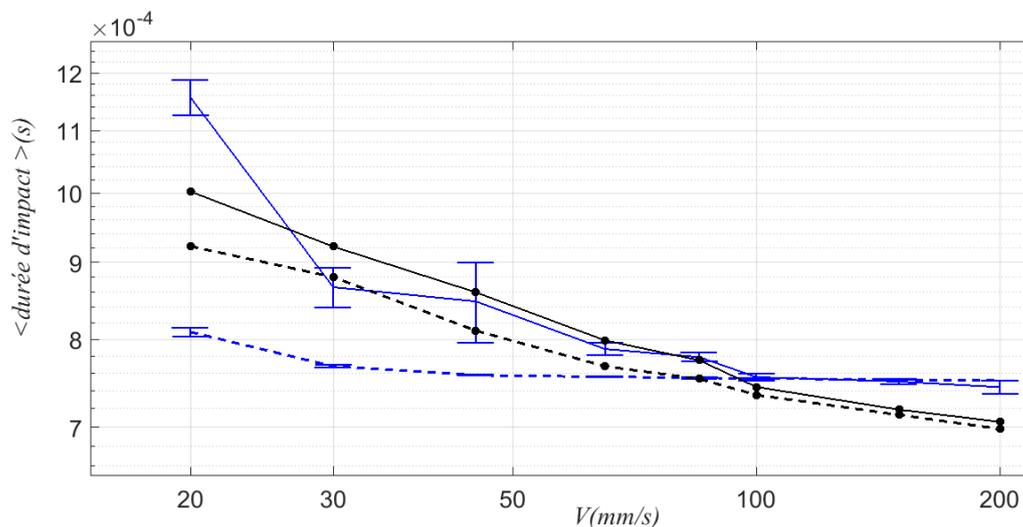


Figure 3-26 : Moyenne de la durée d'impacts en fonction de la vitesse. Trait continu : $m=0.104$ kg, en trait discontinu : $m=0.054$ kg. En bleu : résultats expérimentaux et en noir : durée d'impact calculée à partir de (3-4). Barre d'erreur : écart type sur 20 essais. $Ra=30$ μm .

Effet de l'aire de contact apparente

Dans le cas où on considère un glisseur avec une aire apparente de contact plus grande, la durée d'impact est quasi-inchangée (figure 3-27). Ceci est probablement dû au fait que la masse des deux glisseurs est identique. Selon le modèle de Hertz, on n'attend donc pas de variation de la durée du choc.

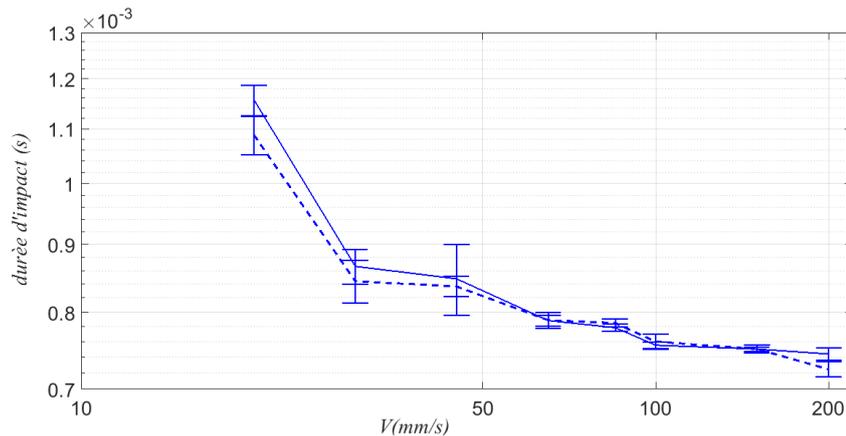


Figure 3-27 : Moyenne de la durée d'impact en fonction de la vitesse. Trait continu : glisseur (a), trait discontinu : glisseur (b). Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais

Effet de la rugosité

La durée moyenne de choc pour les différentes rugosités est présentée en figure 3-28. Cette durée augmente légèrement lorsque la rugosité augmente. Ceci est une fois encore compatible avec les simulations numériques de [48].

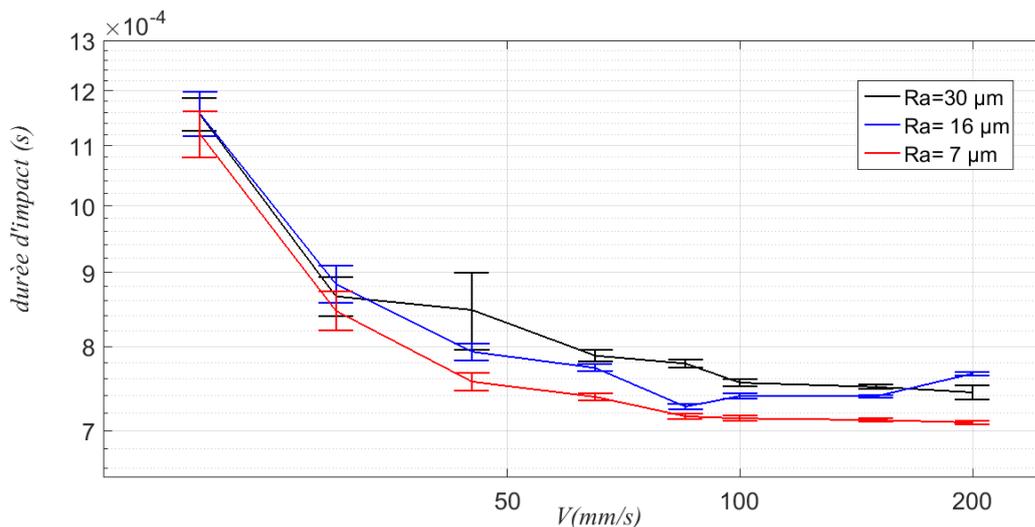


Figure 3-28 : Moyenne de la durée de choc en fonction de la vitesse. $m=0.054$ kg. Echelle logarithmique. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais.

3.3. Nombre de chocs par secondes

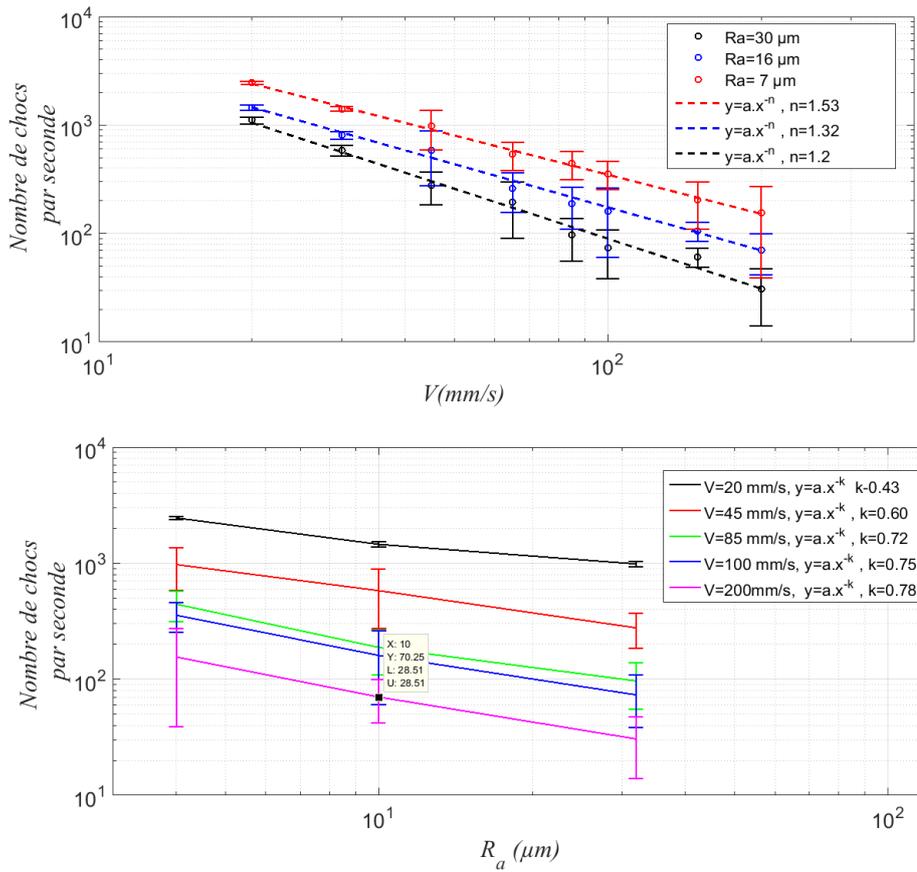


Figure 3-29 : Moyenne du nombre de chocs par seconde en fonction de la vitesse (en haut) et la rugosité (en bas).Echelle log-log. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais. $m=0.104kg$.

L'évolution du nombre de chocs par seconde, η , en fonction de la vitesse de glissement est illustrée sur la figure 3-29 pour les rugosités $R_a = 30, 16$ et $7\mu m$. Cette fois encore, on ne s'intéresse qu'au régime de sauts. On constate que η est de l'ordre 1000- 2000 pour des faibles vitesses de glissement ($V\sim 10mm/s$), et qu'il diminue lorsque la vitesse de glissement ou la rugosité augmentent.

En représentation log-log, les points sont alignés. On peut alors définir une relation entre le nombre de chocs par seconde η et la vitesse de glissement V comme une loi de puissance :

$$\eta \approx \frac{1}{V^n} \tag{3-6}$$

avec $1.2 < n < 1.57$

Par ailleurs la relation entre le nombre de chocs par seconde et la rugosité est donné par :

$$\eta \approx \frac{1}{R_a^k} \quad (3-7)$$

Avec $0.4 < k < 0.8$

D'après la figure 3-20, dans le deuxième régime on a $t_{vol} \sim V$ et le nombre d'impacts peut s'exprimer comme suit

$$\eta = \frac{T_{exp}}{\langle t_{vol} \rangle} \quad (3-8)$$

Avec $T_{exp} = L/V$, et $\langle t_{vol} \rangle \sim V^h$ ($0.43 < h < 0.64$) on a le nombre de chocs par seconde $\eta \sim \frac{1}{V^{1+h}}$ ($1.43 < 1 + h < 1.64$), ce qui correspond bien à nos résultats expérimentaux.

Dans ses simulations [48], Dang a montré que le nombre de chocs par seconde diminue en fonction de la vitesse de glissement. Il a également déterminé les relations qui relient le nombre de chocs par seconde et la vitesse de glissement ou la rugosité par des lois de puissance avec des exposants : $1.5 < n < 2.4$ et $0.8 < k < 1.7$. Ces résultats ont été obtenus pour des vitesses entre 10 et 100 mm/s, et des rugosités qui varient entre 3 et 30 μm .

Quant aux autres paramètres, le nombre de chocs par seconde diminue légèrement avec l'aire apparente de contact et avec la masse du glisseur.

4. Comportement en frottement

L'analyse des signaux d'accélération nous ont montré que la dynamique verticale du glisseur présente une transition entre deux régimes distincts : un régime de contact quasi-ininterrompu à basses vitesses de glissement et un régime de sauts du glisseur à hautes vitesses. Dans cette partie, nous nous préoccupons de voir les conséquences de cette dynamique sur la réponse en frottement du système. Pour cela, nous allons exploiter la mesure de la force exercée par l'actionneur sur le glisseur. En pratique, nous allons considérer la moyenne de cette force au cours de chaque expérience.

4.1. Coefficient de frottement

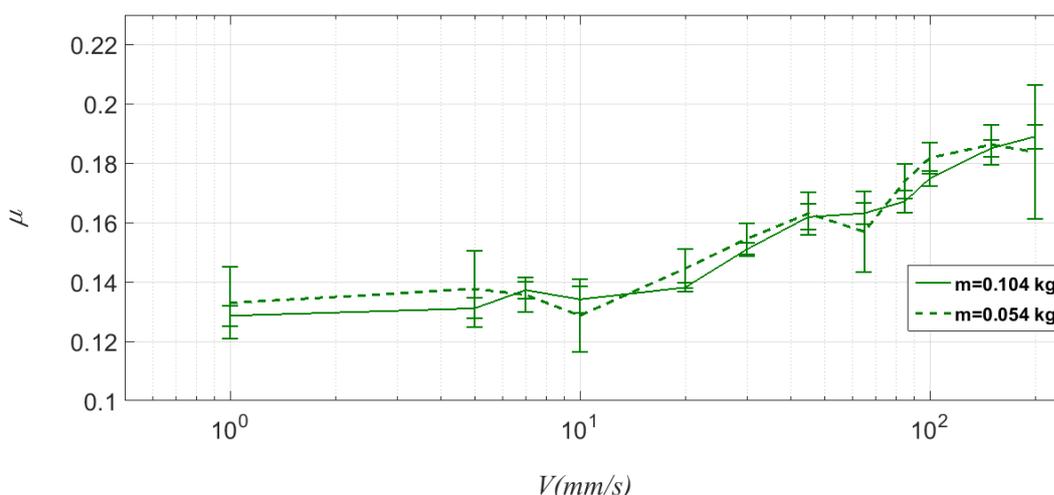


Figure 3-30 : Coefficient de frottement moyen en fonction de la vitesse de glissement, pour deux glisseurs de masses différentes. $Ra=30 \mu\text{m}$. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais.

Sur la figure 3-30, on présente l'évolution du coefficient du frottement moyen en fonction de la vitesse de glissement. Le coefficient de frottement μ est évalué à partir de la moyenne temporelle de la force tangentielle mesurée à l'aide du capteur de force, et divisée par la force normale moyenne, que nous avons vérifié être égale au poids du glisseur, c'est-à-dire mg .

On observe clairement l'existence de deux régimes pour le coefficient de frottement en fonction de la vitesse de glissement. La transition entre ces deux régimes se fait à la même vitesse que pour les grandeurs extraites de l'accélération (parties précédentes), ce qui indique que le changement de régime de μ correspond au même phénomène. Dans le régime basse vitesse le coefficient de frottement est constant. Dans le régime haute vitesse, au-delà d'environ 10 mm/s, le coefficient de frottement croît d'environ 50% entre 10 et 200mm/s. Cela signifie que la dissipation d'énergie traduite par μ est fortement influencée par la dynamique de sauts du glisseur.

Effet de la charge normale

Les résultats présentés sur la figure 3-30 montrent que le coefficient de frottement ne dépend pas du poids du glisseur, et ce pour toutes les vitesses explorées. Cela valide a posteriori l'appellation de coefficient de frottement pour μ , car cette grandeur est bien indépendante de la charge normale.

Notons que la définition d'un coefficient de frottement moyen dans le régime de sauts n'était pas *a priori* évidente, car le glisseur passe beaucoup de temps hors contact, c'est-à-dire sous charge normale nulle. Durant ces phases, la force tangentielle exercée par la surface de la plaque

doit être également nulle. On aurait donc pu s'attendre à une diminution du coefficient de frottement avec la diminution du temps passé en contact. C'est en fait l'opposé qui se produit. Cela suggère que la dissipation d'énergie au cours des courts impacts doit être d'autant plus importante.

Notons également que ces résultats sont opposés à ceux de Soom ([46], [62] et [63]) pour un glisseur fortement chargé frottant sur une plaque tournante rugueuse. Ses expériences montrent qu'en augmentant la vitesse de glissement la force tangentielle moyenne a tendance à diminuer, d'où un coefficient de frottement moyen qui diminue.

Mode de guidage du glisseur

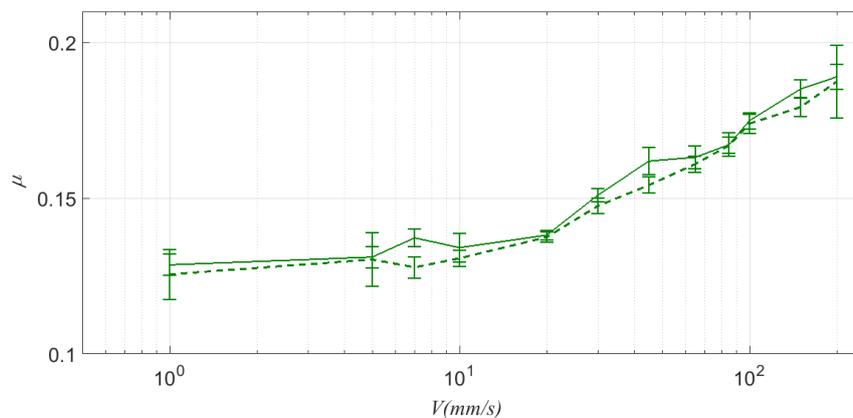


Figure 3-31 : Coefficient de frottement moyen en fonction de la vitesse de glissement pour l'actionneur en position « pousser » (trait continu) ou « tirer » (trait pointillé). $Ra=30$. $m=0.104$ kg. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais.

Sur la figure 3-31 on présente la moyenne du coefficient de frottement en fonction de la vitesse de glissement pour les deux méthodes de guidage du glisseur (« tirer » ou « pousser »). On constate que le changement de méthode n'affecte pas les valeurs du coefficient de frottement, et ce quelle que soit la vitesse.

Effet de l'aire apparente de contact

Sur la figure 3-32 on trace l'évolution du coefficient de frottement moyen en fonction de la vitesse de frottement pour deux glisseurs ayant les mêmes propriétés topographiques, même charge normale appliquée mais des aires apparentes de contact différentes. On constate que le coefficient de frottement moyen pour les différentes vitesses est légèrement plus faible pour un glisseur ayant une aire de contact apparente plus petite.

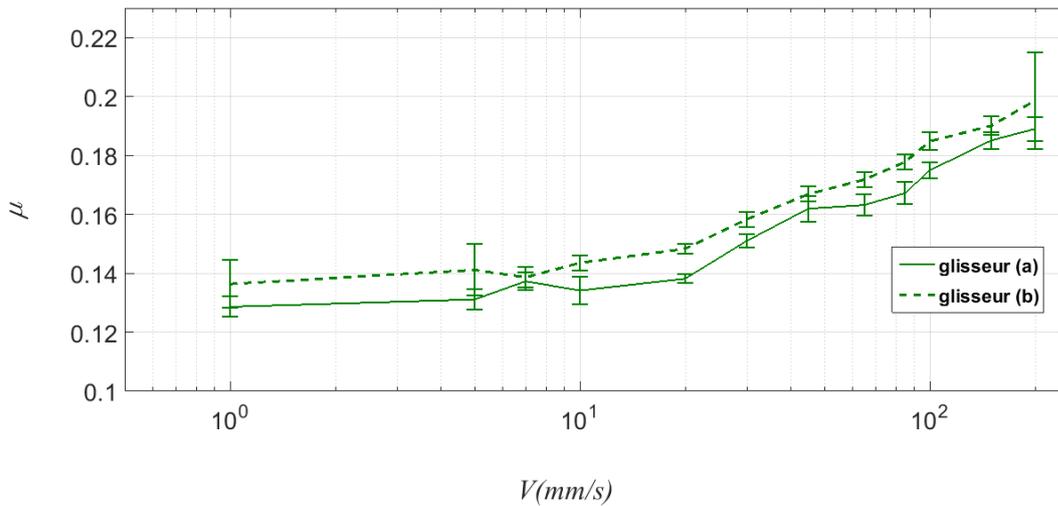


Figure 3-32 : Coefficient de frottement moyen en fonction de la vitesse de glissement pour deux glisseurs ayant des aires apparentes de contact différentes. Glisseur (a) : surface simple. Glisseur (b) : surface double. $R_a=30\ \mu\text{m}$, $m=0.104\ \text{kg}$. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais.

Effet de la rugosité

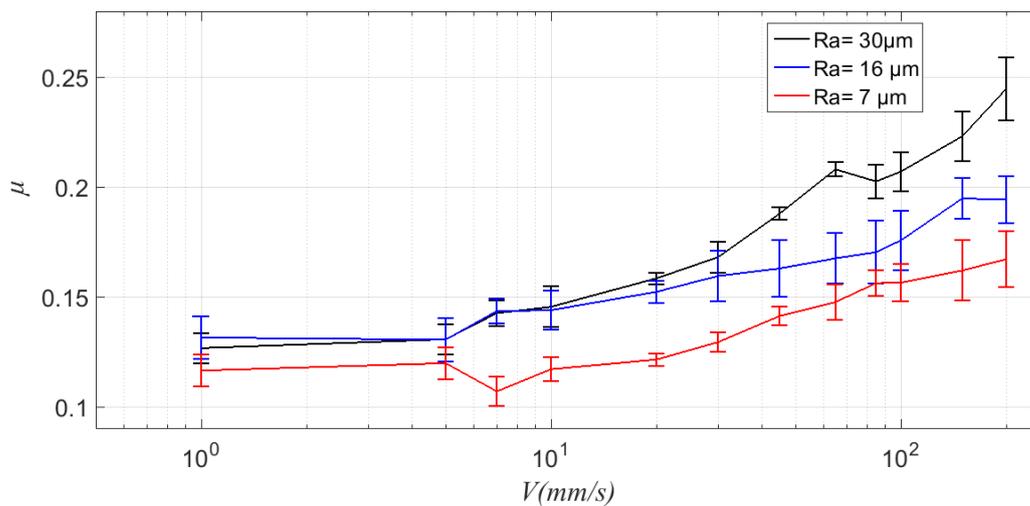


Figure 3-33 : Coefficient de frottement moyen en fonction de la vitesse de glissement pour différentes rugosités : $R_a=30$, 16 et $7\ \mu\text{m}$. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : Ecart type sur 20 essais.

On présente sur la figure 3-33, l'évolution du coefficient de frottement moyen en fonction de la vitesse de glissement pour différentes rugosités. Dans le régime basse vitesse, les trois rugosités correspondent au même coefficient de frottement, ce qui est compatible avec la loi d'Amontons-Coulomb. Par contre, dans le régime de sauts, on constate que μ augmente lorsque la rugosité augmente.

4.2. Dissipation énergétique

A la lumière des résultats d'accélération et de force tangentielle, nous allons ici estimer l'évolution de la dissipation en fonction des paramètres du système.

Dans le régime de sauts, on a constaté une augmentation significative du coefficient de frottement avec la vitesse. Par ailleurs, au niveau temporel, on observe une diminution du nombre de chocs par seconde avec la vitesse. Une quantité énergétique pertinente est l'énergie dissipée par choc. Cette énergie ϵ peut être calculée à partir du rapport entre la puissance dissipée par la force de frottement F et le nombre de chocs par seconde:

$$\epsilon = \frac{F \cdot V}{\eta} \tag{3-9}$$

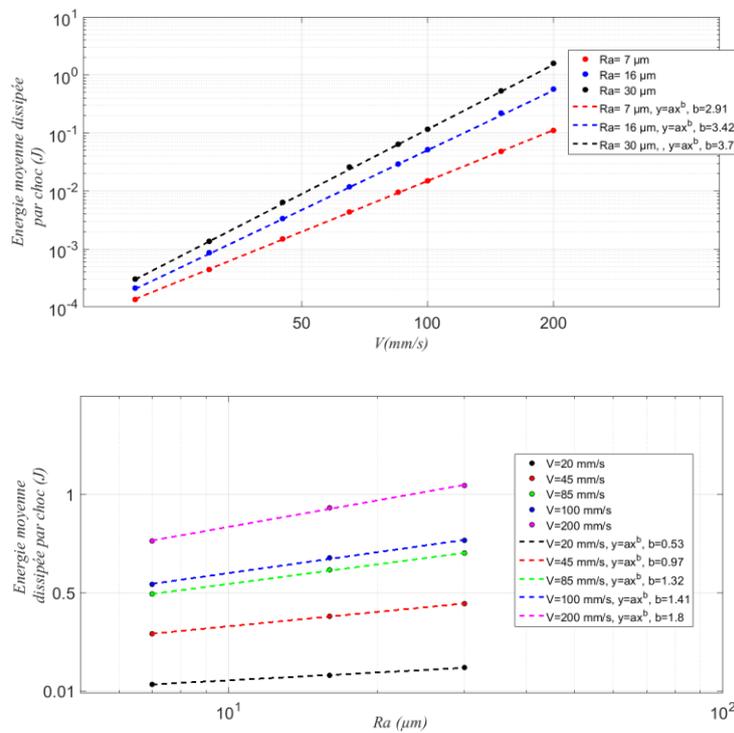


Figure 3-34 : Energie moyenne dissipée par choc en fonction de la vitesse de glissement (en haut) et la rugosité (en bas).

Sur la figure 3-34, on présente l'évolution de l'énergie moyenne dissipée par choc en fonction de la vitesse et de la rugosité. On constate premièrement que cette énergie augmente en fonction de la vitesse comme une loi de puissance, que l'on peut exprimer comme :

$$\epsilon \approx V^\gamma \tag{3-10}$$

avec $2.9 < \gamma < 3.7$.

Quant à la relation entre l'énergie moyennée dissipée par choc et la rugosité, elle peut être donnée par cette relation :

$$\epsilon \approx Ra^\delta \quad (3-11)$$

avec $0.53 < \delta < 1.8$

Au total, l'énergie moyenne dissipée par choc est :

$$\epsilon \approx V^\gamma Ra^\delta \quad (3-12)$$

Les résultats issus des travaux numériques de Dang [48] sont cohérents avec nos résultats expérimentaux en ce qui concerne la vitesse, avec $2.9 < \gamma < 3.9$. Par contre, ce n'est pas le cas pour la rugosité, car il trouve $2.0 < \delta < 3.3$. Ses résultats sont obtenus pour des vitesses entre 10 et 100 mm/s, et des rugosités qui varient entre 3 et 30 μm .

4.3. Niveau de pression acoustique

Au premier chapitre, nous avons évoqué le fait que le bruit de rugosité est contrôlé par les vibrations induites par les chocs entre micro-aspérités. Nous avons vu plus haut que les propriétés de ces chocs sont différentes selon que l'on se trouve dans un ou l'autre des deux régimes de glissement identifiés. Qu'en est-il du bruit enregistré lors de nos essais ? Rappelons que la pression acoustique générée par le frottement entre nos deux solides a été réalisée avec un microphone placé à 30 cm de l'interface, dont la bande passante est couverte les fréquences de 5 à 20 kHz.

On rappelle aussi que le niveau de la pression acoustique L_p (dB) est calculé à partir de la relation suivante :

$$L_p(\text{dB}) = 20 \log_{10} \frac{p_{eff}}{p_0} \quad (3-13)$$

Où $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$, p_{eff} est la valeur efficace de la pression acoustique.

La figure 3-35 présente un relevé typique de la pression acoustique au cours d'un essai. Pour évaluer le niveau acoustique, on s'intéresse uniquement à la partie stationnaire du signal, que l'on peut observer sur la figure entre 0.25 s et 1.4 s.

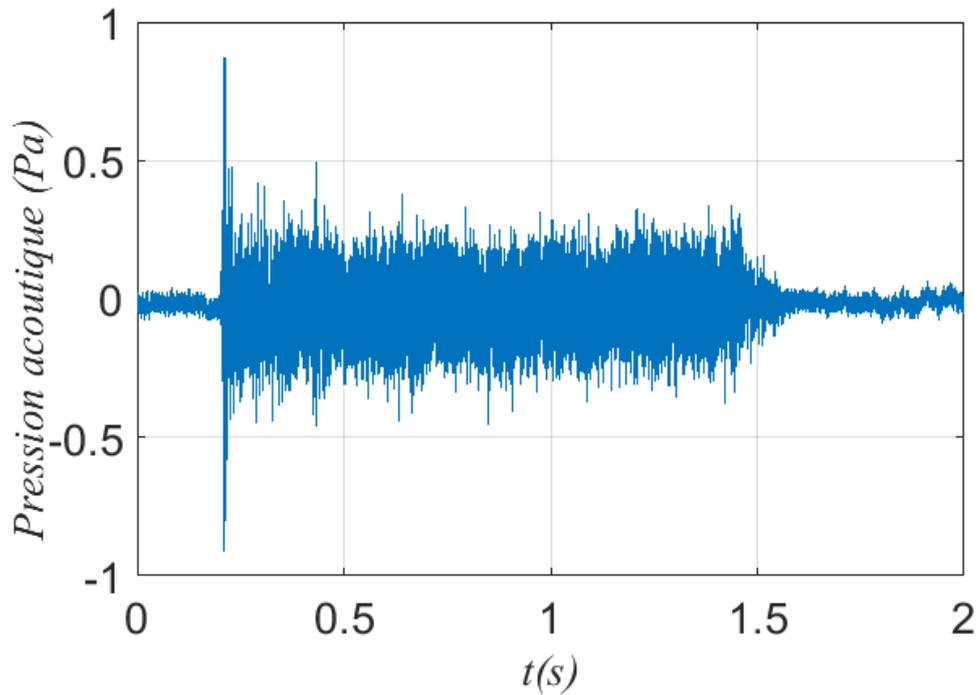


Figure 3-35 : Signal temporel de la pression acoustique. $Ra=30 \mu m$, $m=0.104 \text{ kg}$, $V=150 \text{ mm/s}$

Sur la figure 3-36 sont tracés deux spectres typiques mesurés pour le bruit de rugosité. On remarque à partir de cette figure que le spectre s'étale sur une large bande fréquentielle, qui couvre tout le domaine audible. Pour des faibles vitesses on observe un écart très faible entre le bruit de fond et le bruit mesuré. Par contre à hautes vitesses les mesures sortent bien du bruit de fond.

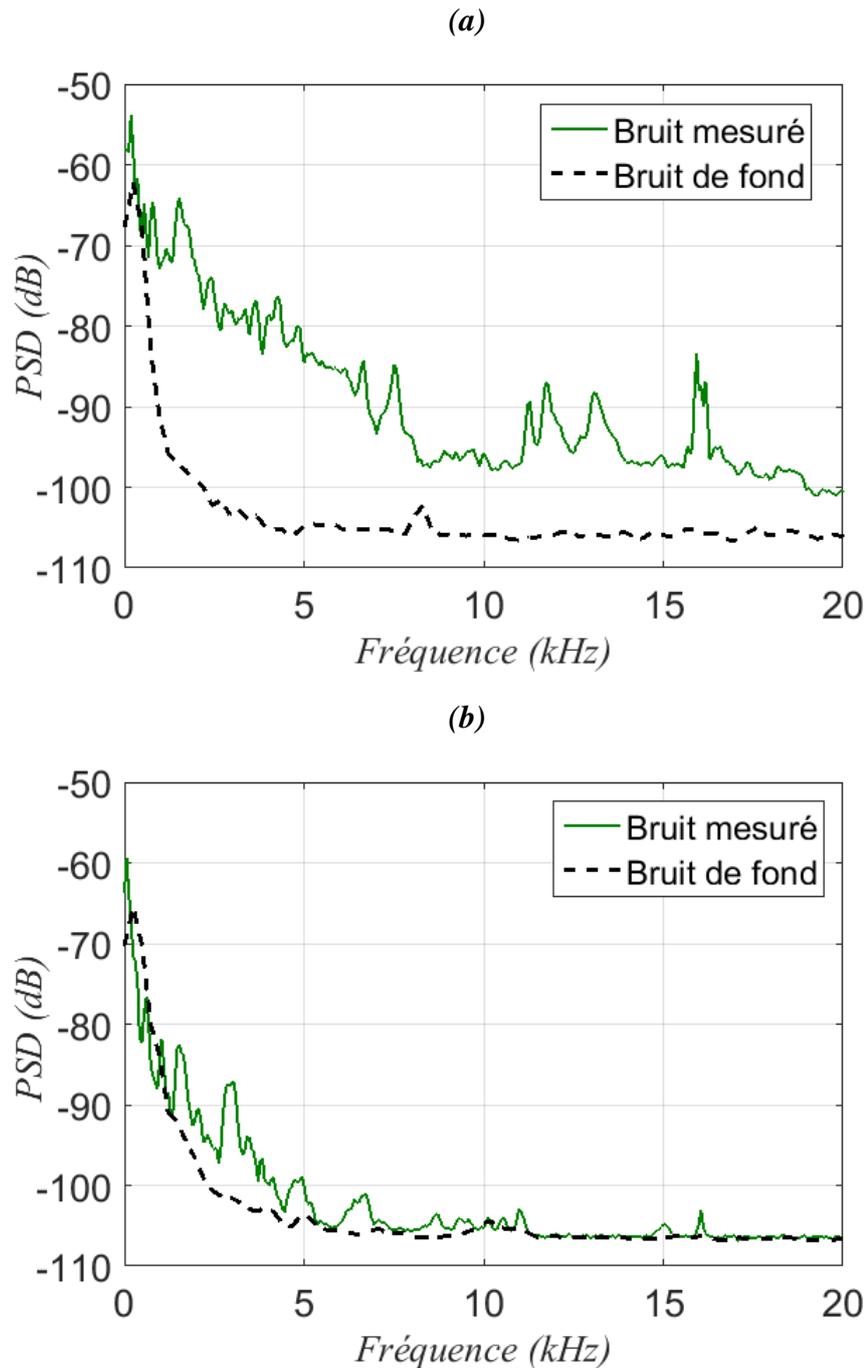


Figure 3-36 : Spectre du bruit mesuré. $Ra=30 \mu\text{m}$, $m=0.104 \text{ kg}$. (a): $V=85 \text{ mm/s}$, (b): $V=10 \text{ mm/s}$.

Sur la figure 3-37, on présente la variation du niveau de la pression acoustique L_p (dB) en fonction de la vitesse de glissement pour $Ra = 30$ et $m=0.104 \text{ Kg}$. Pour servir de référence, nous avons reporté sur le même graphe le bruit de fond et le bruit du moteur lorsqu'il est en marche mais n'entraîne aucun glisseur.

Comme pour les mesures accélérométriques et de force tangentielle, on retrouve nos deux régimes séparés par une vitesse de transition $V \sim 10 \text{ mm/s}$. Cela signifie que, comme pressenti,

le changement de dynamique du glisseur se traduit par un changement du bruit rayonné. Aux hautes vitesses, on trouve que le niveau sonore augmente avec la vitesse de glissement.

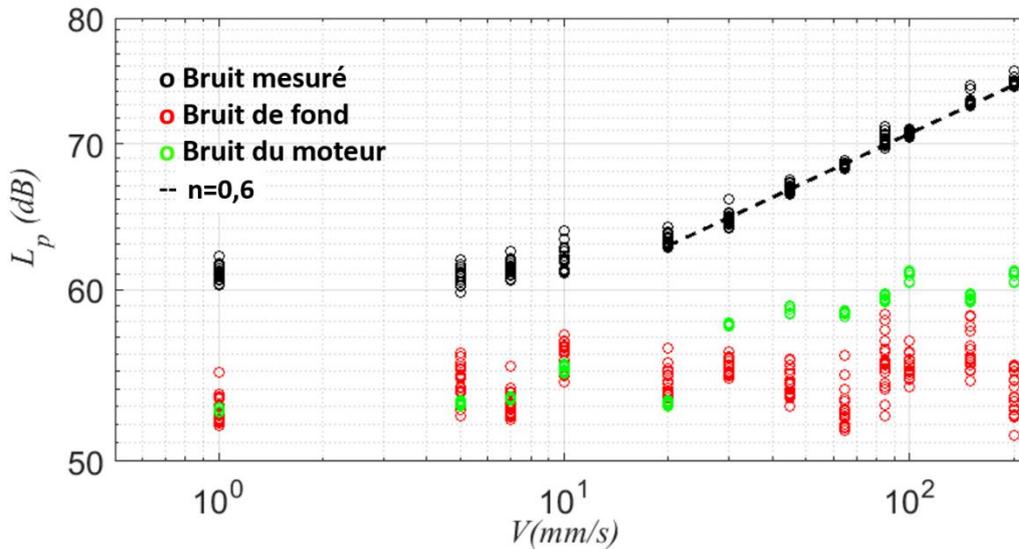


Figure 3-37 : Pression acoustique L_p (dB) en fonction de la vitesse de glissement. $R_a=30 \mu\text{m}$, $m=0.104 \text{ kg}$.

Si on diminue la rugosité du glisseur (figure 3-38), on remarque tout d'abord que le bruit mesuré sort plus difficilement du bruit de fond. Aux basses vitesses, le bruit de fond domine, ce qui empêche une bonne détermination de la relation entre la vitesse de glissement et le niveau de la pression acoustique L_p . Dans ce cas, seules les vitesses supérieures à 30 mm/s seront considérées.

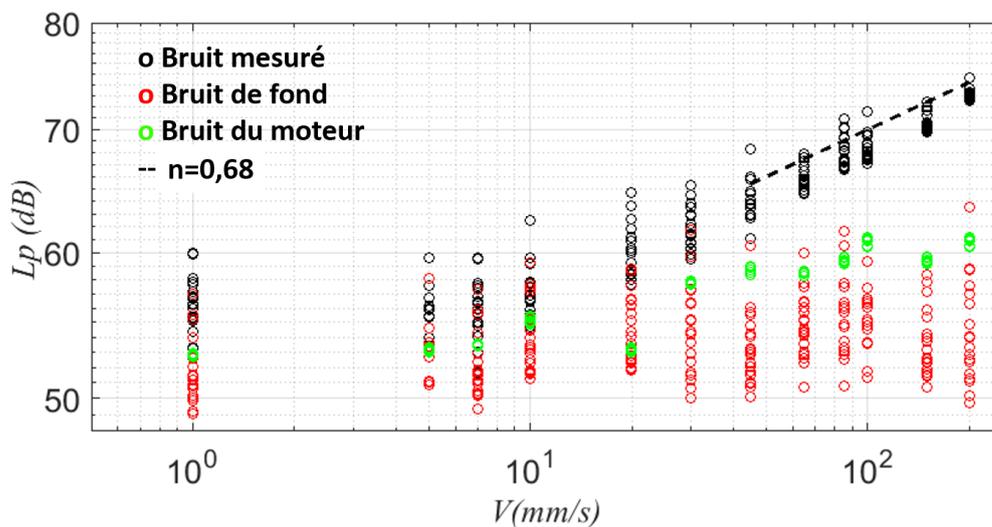


Figure 3-38 : Pression acoustique L_p (dB) en fonction de la vitesse de glissement. $R_a=16 \mu\text{m}$, $m=0.104 \text{ kg}$.

A partir des figures 3-37 et 3-38, on retrouve pour un ajustement du type $L_p \text{ (dB)} = 20 \log_{10} V^n$ une pente $n=0.6$ pour $R_a= 30 \mu\text{m}$ et $n=0.68$ pour $R_a=16 \mu\text{m}$. Ces

valeurs sont en bon accord avec les résultats de Yokoi et Nakai [29], Jibiki et al. [64] et Ben Abdelounis [30], qui sont décrits dans la partie 2 du chapitre 1.

5. Synthèse

Les résultats de ce chapitre ont montré l'existence de deux régimes de glissement différents lorsque la vitesse augmente. Ces deux régimes sont clairement visibles sur l'ensemble des grandeurs mesurées, que ce soit des grandeurs temporelles, des mesures de force ou des mesures acoustiques. Il en ressort une description enrichie du comportement dynamique d'un glisseur rugueux sur une surface également rugueuse. Le mouvement imposé horizontalement par le moteur, par l'intermédiaire de la rugosité, induit des vibrations verticales du glisseur, dont l'amplitude dépend non seulement de l'amplitude verticale de la rugosité, mais aussi de la taille latérale du glisseur. Les fréquences caractéristiques de ces vibrations sont, elles, pilotées par la vitesse de glissement. Lorsque l'accélération associée à ces vibrations dépasse celle de la gravité, le glisseur perd le contact avec la surface inférieure, et peut entrer dans un régime de sauts séparés par des impacts. Ce dernier régime est caractérisé par une augmentation significative de la dissipation d'énergie par le système, quantifiée par le coefficient de frottement.

Cette étude purement dynamique présente toutefois des limites : pour des rugosités faibles, il était difficile de distinguer les phases des vols des phases de contact, ce qui peut affecter la qualité de certains résultats. C'est pour cela que, dans le chapitre suivant, nous exploiterons cette fois la mesure de la tension électrique de contact. Nous verrons si elle permet également d'identifier nos deux régimes, et si elle offre des mesures plus aisées dans les conditions où les accéléromètres sont limités.

Chapitre 4 : Résultats expérimentaux : Tension électrique de contact

Introduction

Afin d'apporter un éclairage différent sur la dynamique verticale du glisseur, nous avons complété nos essais par des mesures originales de résistance électrique, telles que décrites dans le cadre du chapitre 2. Si ce type de mesure ne permet pas d'accéder facilement aux efforts normaux de contact, et notamment aux forces d'impact, on peut souligner par contre la dynamique très rapide de la chaîne d'acquisition, bien au-delà des capacités d'une technologie type accéléromètre piézo-électrique. On peut ainsi espérer une meilleure description des phénomènes d'impacts entre aspérités, et ce notamment pour les faibles rugosités. Par ailleurs, soulignons que la mesure de la résistance électrique devient pertinente pour un certain nombre d'applications, comme par exemple celle d'un collecteur tournant où la qualité de transmission de l'information va précisément dépendre des perturbations dynamiques normales au contact. On peut en outre préciser que cette information permet aussi, dans une certaine mesure, d'appréhender les caractéristiques de raideur du contact. En effet, plusieurs modèles proposent de relier de manière directe la résistance électrique à la raideur normale et non-linéaire du contact rugueux / rugueux.

1. Tension de contact *versus* accélération normale

En premier lieu, il apparaît légitime de s'intéresser à un éventuel effet sur la dynamique normale de la mise sous tension du système. Pour apporter des éléments de réponse à cette question, nous pouvons comparer les signaux d'accélération issus des campagnes hors tension telles que décrites au chapitre 3 précédent, et ceux issus de campagnes d'essais sous une tension $V_p = 10\text{ V}$.

La figure 4-1 présente le pourcentage de temps passé en vol ainsi que la moyenne des temps de vol individuels en fonction de la vitesse de glissement, et ce avec ou sans tension d'alimentation, soit $V_p = 0$ ou 10 V . Les deux régimes dynamiques (contact permanent ou régime de sauts) sont bien observés avec une vitesse de transition similaire dans les deux cas. On observe par ailleurs une modification légère entre les deux campagnes d'essais avec un pourcentage plus faible lors de la mise sous tension. Cet écart reste d'autant plus faible que les vitesses de glissement sont faibles. Si l'on s'intéresse maintenant à la moyenne des temps de vol, on constate une similitude encore plus grande des réponses avec ou sans tension d'alimentation. A la lumière de ces résultats, on peut raisonnablement conclure que l'effet électrique sur les efforts de contact et la dynamique normale du glisseur reste au premier ordre négligeable.

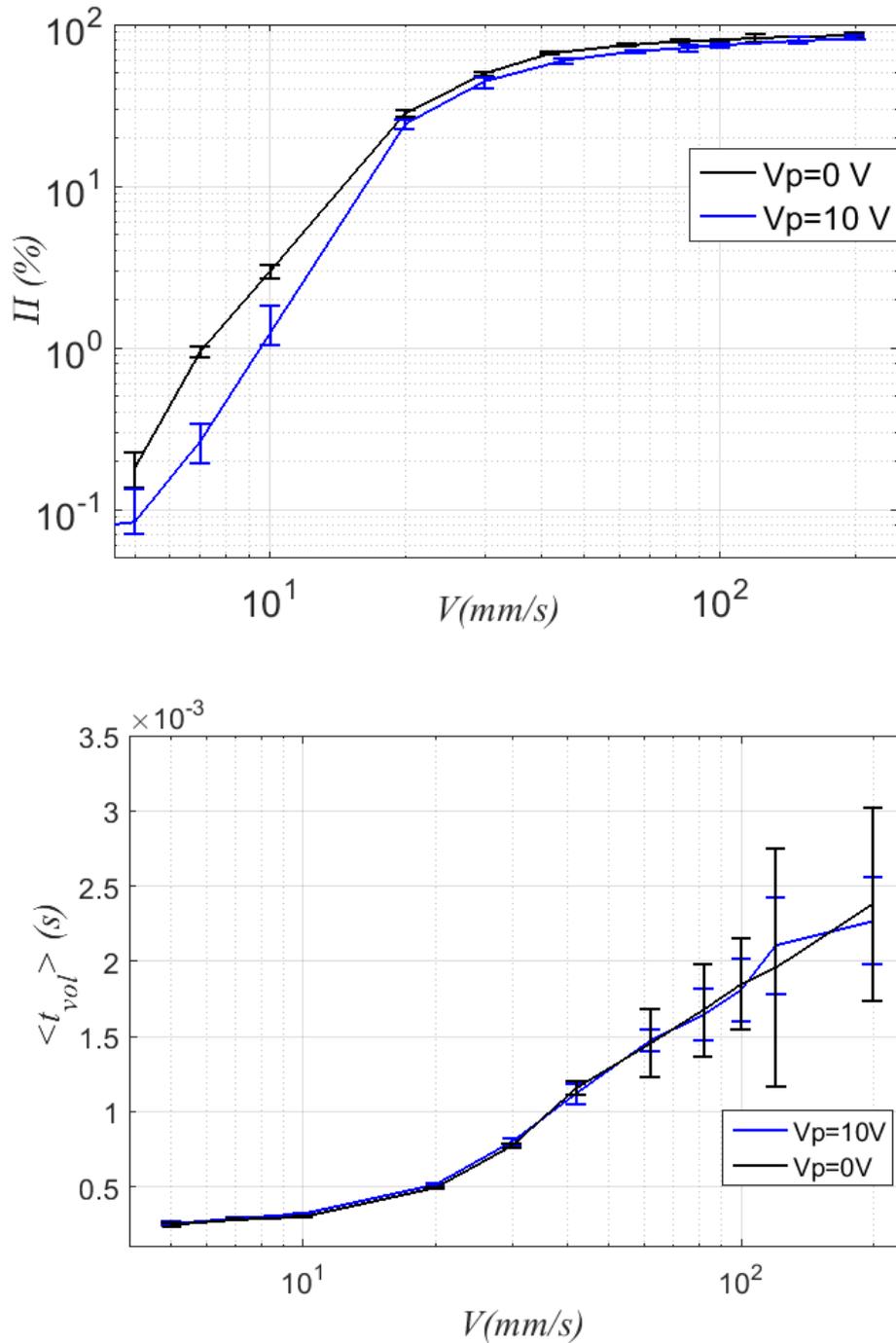


Figure 4-1 : Influence de la tension d'alimentation sur la dynamique vue par les accéléromètres. Pourcentage de temps passé en vol en fonction de la vitesse de glissement (en haut). Moyenne des temps de vol individuels en fonction de la vitesse de glissement (en bas). $Ra=30 \mu m$, $m=0.104$ kg. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais.

En second lieu, on souhaite comparer les signaux temporels de l'accélération à ceux de la tension, dans le souci de garantir la finesse des interprétations des comportements dynamiques de l'interface aux petites échelles spatiales et temporelles. A titre d'exemple et en régime de sauts, on montre sur la figure 4-2, les signaux temporels de l'accélération et de la tension de

contact. On constate une bonne corrélation entre les deux signaux. En effet, les plateaux de la tension électrique $U \approx 10 \text{ V}$ correspondent bien aux vols libres du glisseur identifiés sur le signal d'accélération \ddot{z} . A la séparation des deux corps, le contact électrique est bien interrompu avec une tension de contact égale à la tension d'alimentation. En revanche, une tension faible du contact électrique indique clairement le contact entre les deux solides antagonistes. On peut toutefois remarquer des différences de réponse entre le comportement du contact électrique et celui du contact à proprement parler mécanique. On observe notamment des événements à tension très faible sans réponse accélérométrique, ce qui pourrait traduire des fuites de courant même hors contact. On constate également des informations différentes pendant le contact mécanique, où les signaux électriques ont certainement une signification physique encore difficile à interpréter.

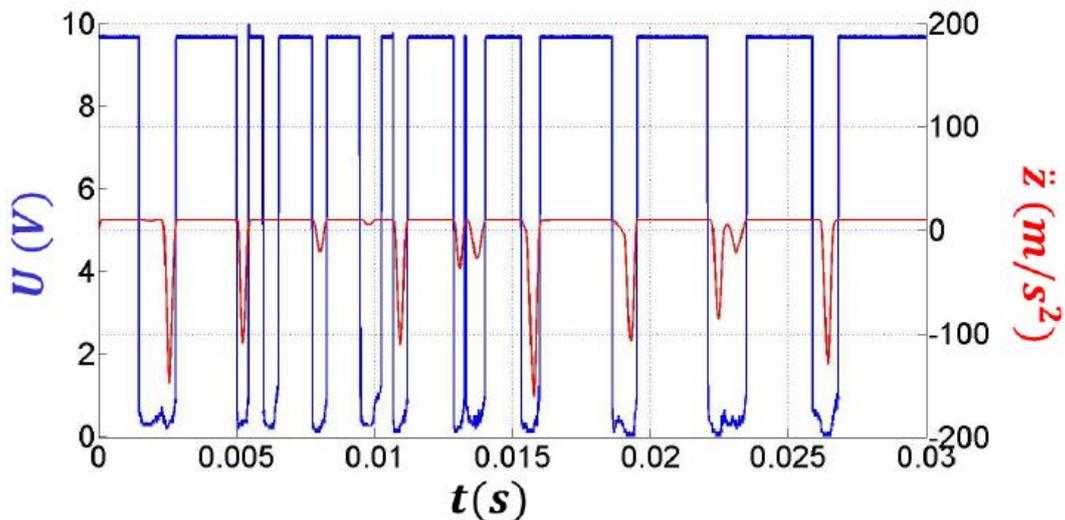


Figure 4-2: En bleu : signal typique de la tension de contact en fonction du temps mesuré dans le régime des sauts. En rouge : signal de l'accélération correspondant

Cependant, cette mesure apparaît très intéressante vis à vis de la mesure accélérométrique, avec une grande dynamique de la chaîne d'acquisition où les réponses de la tension U sont très rapides lors de l'ouverture et de la fermeture du circuit électrique. Cette réponse peut être alors mise à profit avec avantage pour déterminer plus finement les temps de vol, le seuillage du signal améliorant considérablement la précision en temps. D'un point de vue pratique, nous avons choisi une valeur de seuil égale à 9,8 V pour tous les signaux électriques : c'est ce qu'illustre la figure 4-3.

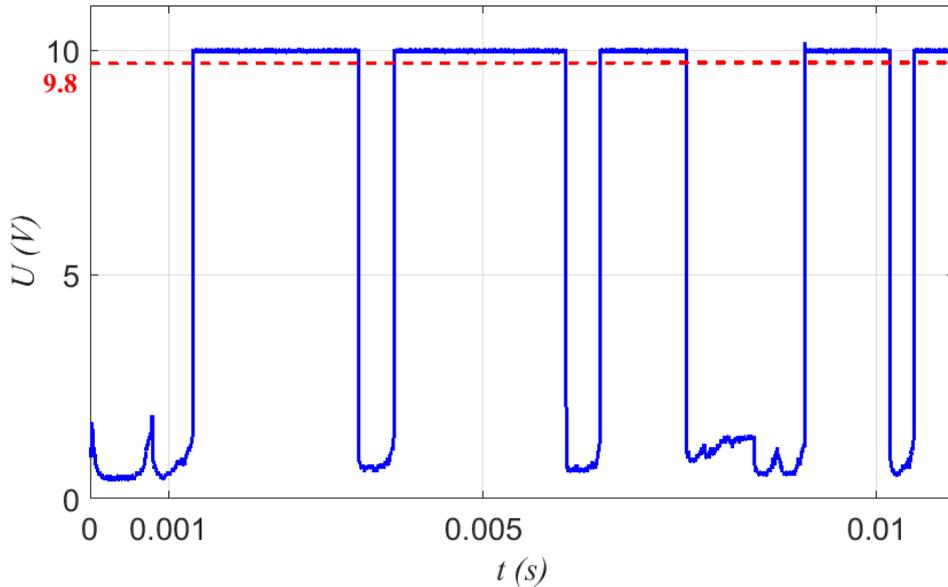


Figure 4-3 : Seuillage du signal de la tension de contact (pointillés rouges) à une valeur de 9.8V.

Rappelons les conditions d'essais : protocole expérimental identique à celui utilisé au chapitre 3, vitesses de glissement de 1 à 200 mm/s, et enregistrement simultané sur une longueur fixe de glissement de 200 mm du signal électrique et du signal de l'accélération. Les résultats présentés concernent le cas des échantillons précisés au tableau 3-1.

2. Résultats qualitatifs

On montre figure 4-4 des exemples illustratifs du signal de la tension de contact U pour quatre vitesses de glissement $V = 5, 10, 45$ et 150 mm/s. Sans surprise, on constate très clairement un comportement dynamique très dépendant de la vitesse de glissement. En poussant le glisseur à des vitesses faibles (figures 4-4 (a) et 4-4 (b)), les ouvertures du circuit sont rares : pour un intervalle de temps de 25 ms, on observe un seul événement à 5 mm/s, et quatre à $V=10$ mm/s. De fait, le glisseur reste la plupart du temps en contact avec la plaque, ce qui correspond bien au comportement déjà identifié par le signal d'accélération. Lorsque la vitesse de glissement est plus grande, le nombre de sauts, comme attendu, augmente très nettement (figures 4-4 (c) et 4-4 (d)). Puis, on observe en cohérence avec les résultats du chapitre 3 que les temps de vol augmentent de manière importante pour des vitesses de plus en plus grandes (dans ce cas les sauts deviennent moins nombreux, voir figure 4-4 (d)).

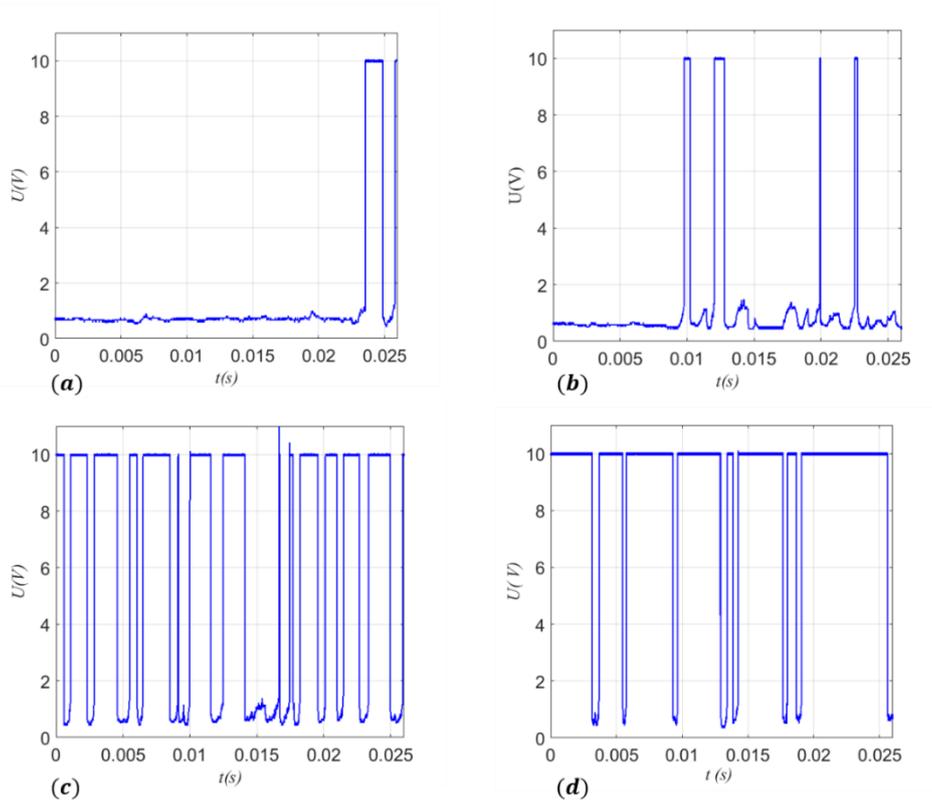


Figure 4-4 : Signal de la tension de contact U pour différentes vitesses : (a) $V=5$ mm/s, (b) $V=10$ mm/s, (c) $V=45$ mm/s, (d) $V=150$ mm/s. $Ra= 30\mu\text{m}$, $m=0.104$ kg.

Afin de mieux caractériser les événements de chocs, on présente figure 4-5 les fonctions de répartition de la tension de contact pour les quatre vitesses correspondant à la figure 4-4 ($V = 5, 10, 45$ et 150 mm/s). L'interprétation de ces fonctions est aisée : pour des vitesses de glissement faibles, 90 % de la tension de contact est à valeurs proches de zéro, ce qui traduit la prépondérance du contact électrique entre le glisseur et la plaque; pour des vitesses élevées, 80% de la tension de contact est égale à 10 V révélant que les vols libres dominent. On notera aux figures 4-5 (c) et (d) les fronts très marqués délimitant la frontière entre contact et vol libre, ce qui confirme la pertinence de cette mesure. Ces fronts très nets peuvent alors être mis à profit pour les mesures statistiques, notamment dans le cas des faibles rugosités.

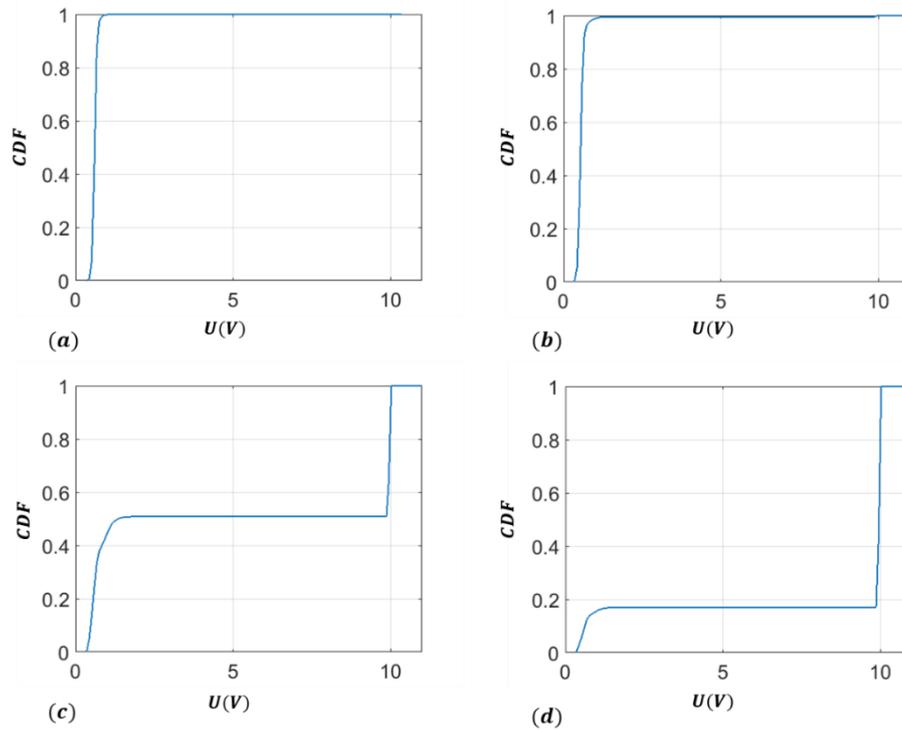


Figure 4-5 : Fonction de répartition cumulative de la tension de contact U pour différentes vitesses : (a) $V=5$ mm/s, (b) $V=10$ mm/s, (c) $V=45$ mm/s, (d) $V=150$ mm/s. $R_a=30$ μm , $m=0.104$ kg.

Dans ce contexte et pour des rugosités faibles des surfaces en contact, nous nous attendons donc à améliorer la connaissance des événements de chocs vis-à-vis de la mesure de l'accélération. Pour les quatre vitesses de glissement ($V = 5, 10, 45$ et 150 mm/s) on montre les fonctions de répartition mesurées pour des rugosités R_a de 16 et 7 μm , respectivement figures 4-6 et 4-7. Sans surprise, plus on diminue la rugosité, plus les événements de sauts deviennent rares. Prenons par exemple le cas de la vitesse de glissement $V = 45$ mm/s et comparons les fonctions de répartition pour les rugosités R_a de $30, 16$ et 7 μm , on note respectivement des valeurs cumulées de la tension de contact égales à 10 V de $50, 30$ puis 10% du total du signal. Ainsi, la transition de régime entre faible et forte rugosités est nettement établie par cette mesure électrique, et peut être très clairement quantifiée, au contraire de la mesure accélérométrique qui présentait dans ce contexte des biais évoqués au chapitre 3.

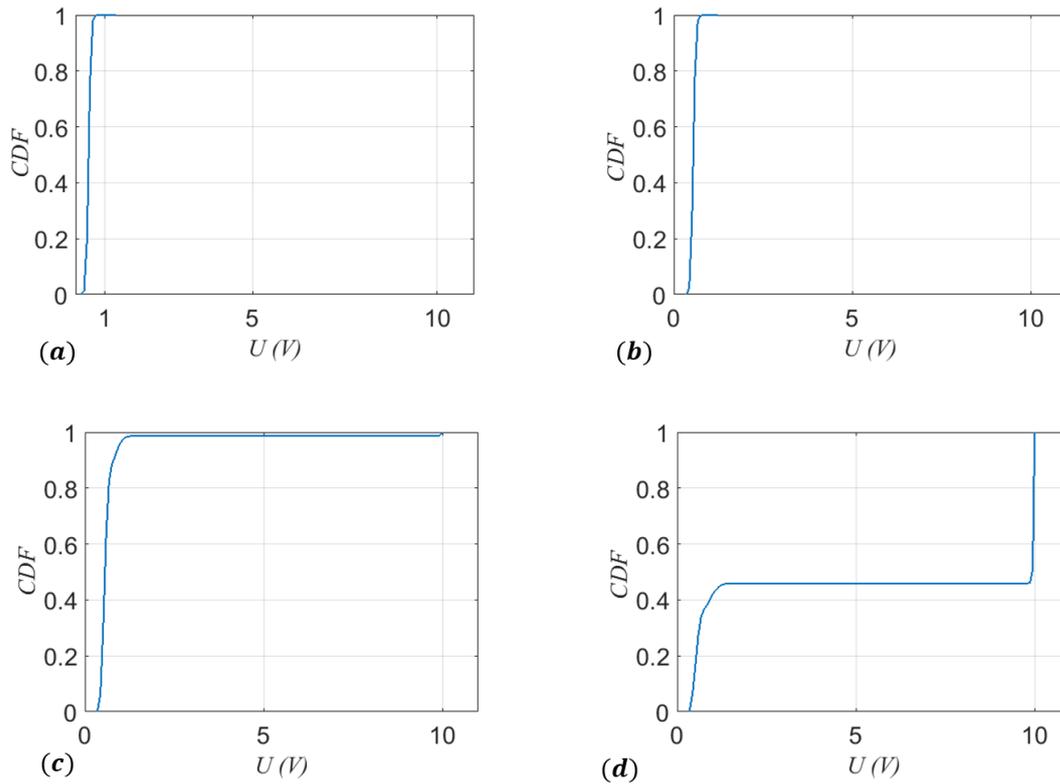


Figure 4-6 : Fonction de répartition de la tension de contact U pour différentes vitesses : a) $V=5$ mm/s, (b) $V=10$ mm/s, (c) $V=45$ mm/s, (d) $V=150$ mm/s. $Ra=7$ μm , $m=0.054$ kg.

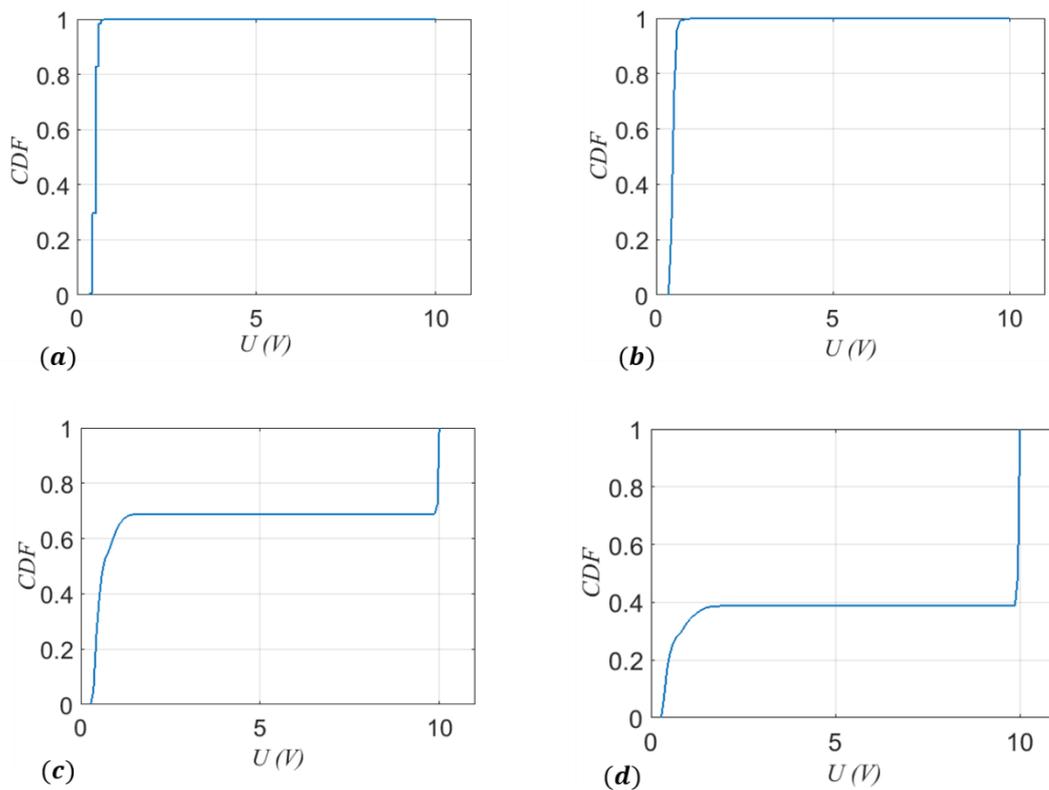


Figure 4-7 : Fonction de répartition de la tension de contact U pour différentes vitesses : a) $V=5$ mm/s, (b) $V=10$ mm/s, (c) $V=45$ mm/s, (d) $V=150$ mm/s. $Ra=16$ μm , $m=0.054$ kg.

3. Résultats quantitatifs

A partir du seuillage de tension mis en œuvre, il nous est possible de fournir un éclairage complémentaire sur le plan quantitatif sur les régimes dynamiques déjà identifiés, et c'est précisément l'objet de ce paragraphe.

3.1. Temps de vol individuel

On présente les moyennes des temps de vol individuels sur la figure 4-8 . On constate sans surprise la présence des deux régimes avec une estimation de la vitesse de transition à $V = 15$ mm/s. Dans le premier régime (vitesses faibles de glissement), le temps de vol moyen est autour de 0.4 ms, alors que pour le deuxième régime, les temps de vol moyens atteignent des valeurs estimées autour de 2.4 ms pour une vitesse de glissement de 200 mm/s.

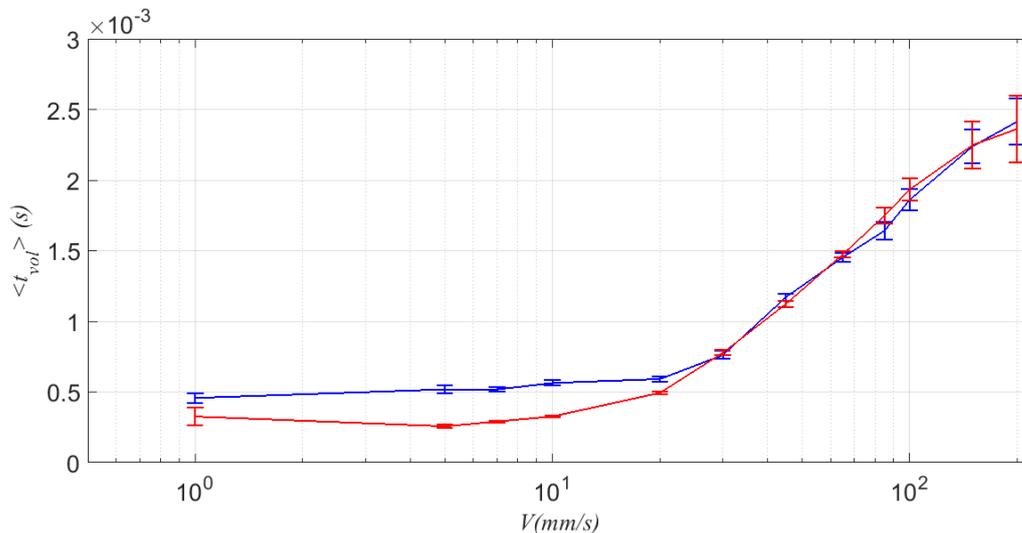


Figure 4-8 : Temps de vol individuel moyen en fonction de V . En bleu $\langle t_{vol} \rangle$ évalué à partir du signal de la tension de contact et en rouge $\langle t_{vol} \rangle$ évalué à partir du signal de l'accélération. $Ra=30 \mu\text{m}$, $m=0.104$ kg. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais

3.2. Nombre de sauts

On présente, figure 4-9, le nombre de sauts par unité de longueur glissée, en fonction de la vitesse de glissement. La courbe bleue représente le résultat estimé à partir du seuillage des signaux électriques et la courbe rouge le résultat estimé à partir des signaux de l'accélération. On retrouve clairement nos deux régimes : (i) dans le premier, le nombre de sauts identifiés à partir des deux signaux augmente avec la vitesse de glissement pour atteindre un maximum à une vitesse comprise entre 20 et 30 mm/s; puis (ii) dans le second, diminue avec la vitesse. Là encore, on observe un écart significatif pour le premier régime, et la superposition des courbes pour le deuxième régime.

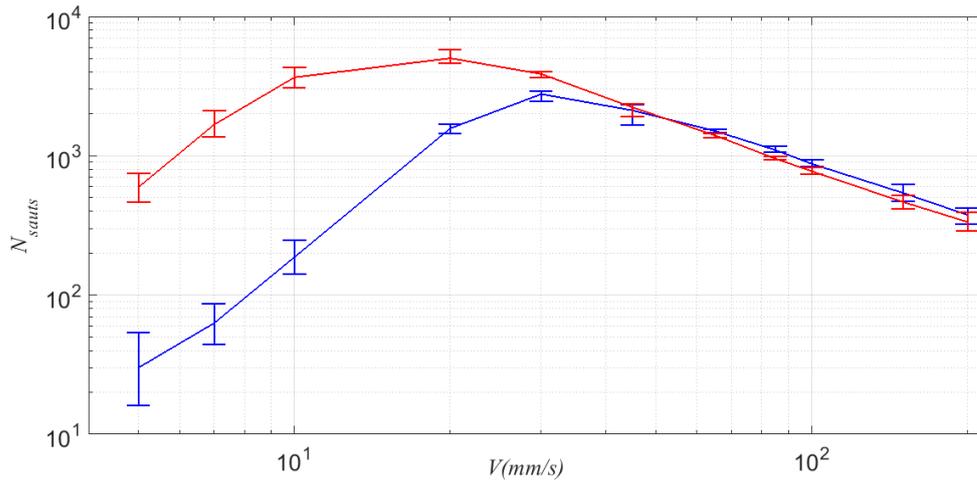


Figure 4-9 : Nombre de sauts sur une distance parcourue $d=200$ mm en fonction de la vitesse. En bleu N_{sauts} à partir du signal de la tension de contact et en rouge N_{sauts} à partir du signal de l'accélération. $Ra=30 \mu\text{m}$, $m=0.104$ kg. Echelle logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais.

3.3. Temps de vol cumulé

Sur la figure 4-10, on présente le pourcentage du temps Π passé en vol en fonction de la vitesse de glissement. La courbe bleue représente le résultat estimé à partir du seuillage des signaux électriques et la courbe rouge le résultat estimé à partir des signaux de l'accélération. Si l'on s'intéresse uniquement aux résultats fournis par la tension, on note que : (i) pour des vitesses comprises entre 1 et 10 mm/s, Π est très faible, inférieur à 1% (avec $\Pi = 0,002$ % pour $V = 1$ mm/s); (ii) pour des vitesses croissantes, Π augmente pour atteindre une valeur limite d'environ 80% (pour une durée d'essai de 1 s, le glisseur est hors contact pendant 0,8 s!). Si l'on compare maintenant ces résultats à ceux obtenus à partir du signal accélérométrique, on note que : (iii) pour des vitesses V supérieures à 20 mm/s, les résultats sont parfaitement cohérents; (iv) pour des vitesses plus faibles, le seuillage de la tension sous-estime le temps de vol au regard des résultats accélérométriques avec un écart qui peut être important (à une vitesse de 20 mm/s, on relève déjà une valeur qui varie de 10 à 25%).

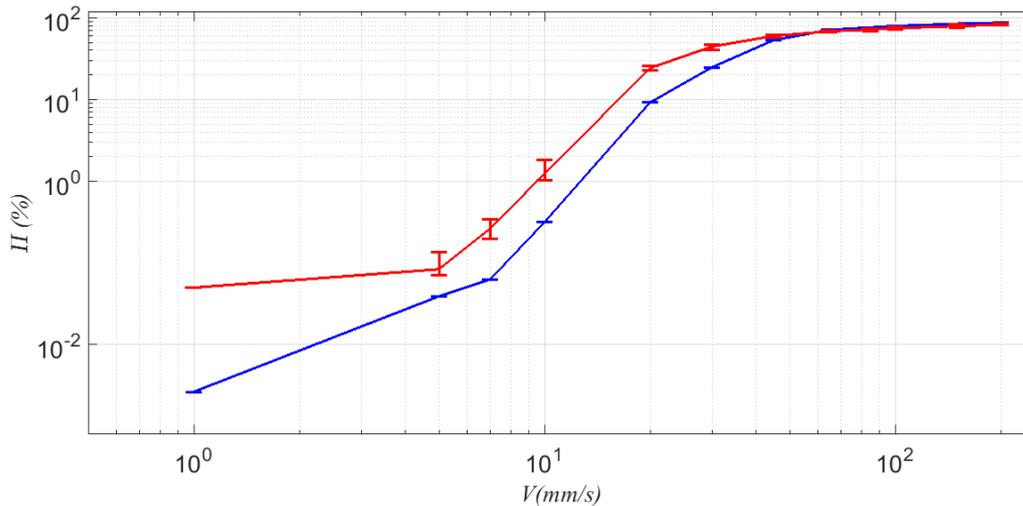


Figure 4-10 : Pourcentage de temps passé en vol Π en fonction de V . En bleu Π évalué à partir du signal de la tension de contact et en rouge Π évalué à partir du signal de l'accélération. $Ra=30 \mu m$, $m=0.104 \text{ kg}$. Echelle logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais.

Quelle interprétation pouvons-nous donner à cet écart, ainsi qu'à celui de la figure 4.9? Pour apporter des éléments de réponse, nous présentons figure 4-11 un signal temporel typique de tension électrique (c'est un zoom de la figure 4-10). On y constate très clairement, au cours de ce contact électrique unique, la présence de plusieurs vols libres du glisseur que l'on identifie sur le signal d'accélération aux valeurs plateaux égales à g . Ceci explique le plus grand nombre de sauts mesurés à partir des signaux accélérométriques (figure 4.9). De légères perturbations que l'on observe sur la tension de contact au moment des chocs mécaniques laissent à penser que la distance entre les deux surfaces reste toutefois assez faible. A la lumière de ces résultats que nous avons systématiquement observés, nous pouvons conclure qu'il n'y a pas stricte équivalence entre la séparation mécanique et l'ouverture du circuit électrique. Ces observations nous suggèrent qu'il existe d'autres mécanismes de conduction électrique même si les deux surfaces sont séparées sur le plan mécanique. Ce peut être par exemple l'apparition d'arcs électriques ([59], [60] et [49]) que nous avons pu d'ailleurs parfois relever dans certaines conditions d'essais.

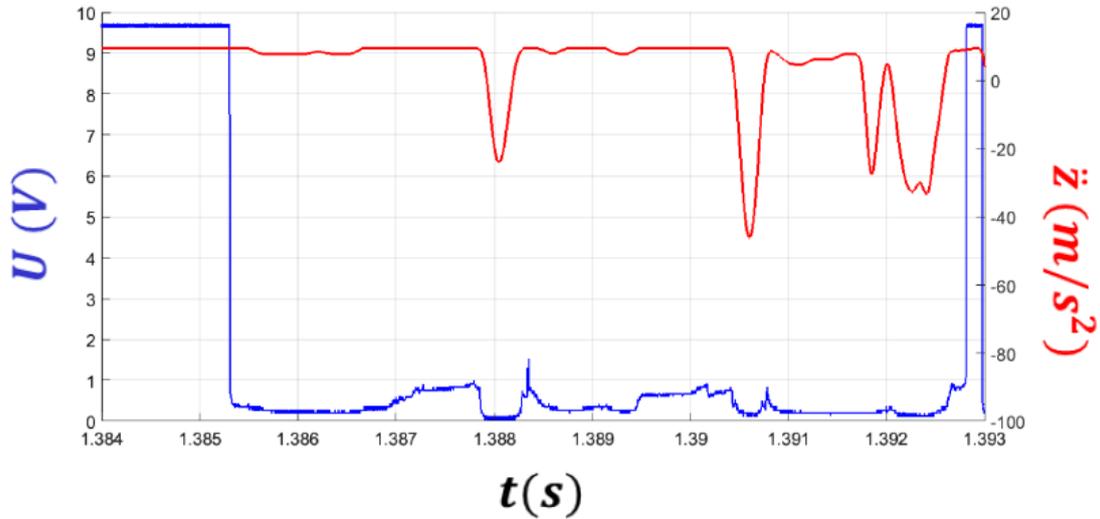


Figure 4-11 : Zoom d'un signal d'accélération

3.4. Effet de la masse et de l'aire apparente de contact

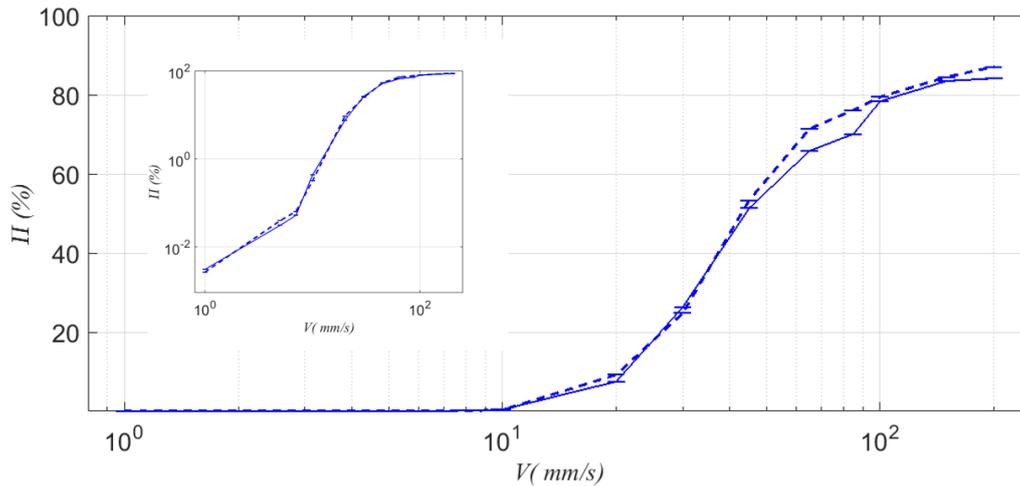


Figure 4-12 : Pourcentage de temps passé en vol Π en fonction de V . En trait continu Π pour $m=0.104$ kg et en trait discontinu Π pour $m=0.054$ kg. $Ra=30$ μm . Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais. Figure insérée : Echelle logarithmique.

Sur la figure 4-12, on trace l'évolution du pourcentage du temps passé en vol pour deux glisseurs ayant les mêmes propriétés topographiques et la même surface apparente mais de masses différentes. On constate que les deux glisseurs suivent une même dynamique. Ce résultat est identique à celui que nous avons identifié à partir des signaux d'accélération.

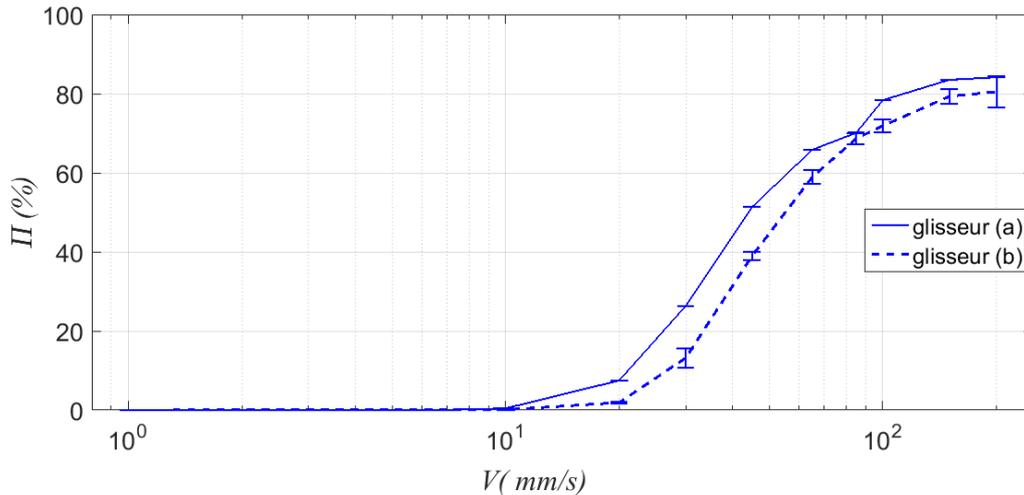


Figure 4-13 : Pourcentage de temps passé en vol Π en fonction de V . En trait continu Π pour $m=0.104$ kg et en pointillés pour $m=0.054$ kg. $Ra=30 \mu\text{m}$. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais. Insert : mêmes données en échelle log-log.

De même, en parfaite cohérence avec nos résultats précédents basés sur la mesure accélérométrique, l'aire apparente de contact influence légèrement les statistiques des temps de vol. C'est ce qu'on observe sur la figure 4-13 qui montre l'évolution du pourcentage du temps passé en vol pour le glisseur (a) ayant une aire apparente de contact deux fois plus faible que le glisseur (b).

3.5. Effet de la rugosité

Dans le chapitre précédent, on a montré que plus la vitesse ou la rugosité augmente, plus le contact entre les deux solides devient rare. Sur la figure 4-14, est tracé le pourcentage Π du temps passé en vol pour des rugosités Ra de 16 et 7 μm . Là encore, on constate que l'évaluation de Π à partir de la tension électrique est plus faible que celle à partir du signal de l'accélération. Sur le plan de la comparaison entre les différentes rugosités, les résultats sont en adéquation avec les résultats présentés pour le signal accélérométrique, à savoir des régimes de vol libre favorisés par des rugosités plus fortes. Pour une vitesse de glissement de 200 mm/s, le temps de vol moyen est de 1.3 ms pour un Ra de 16 μm et 0.8 ms pour un Ra de 7 μm , contre 2.4 ms pour une rugosité Ra de 30 μm .

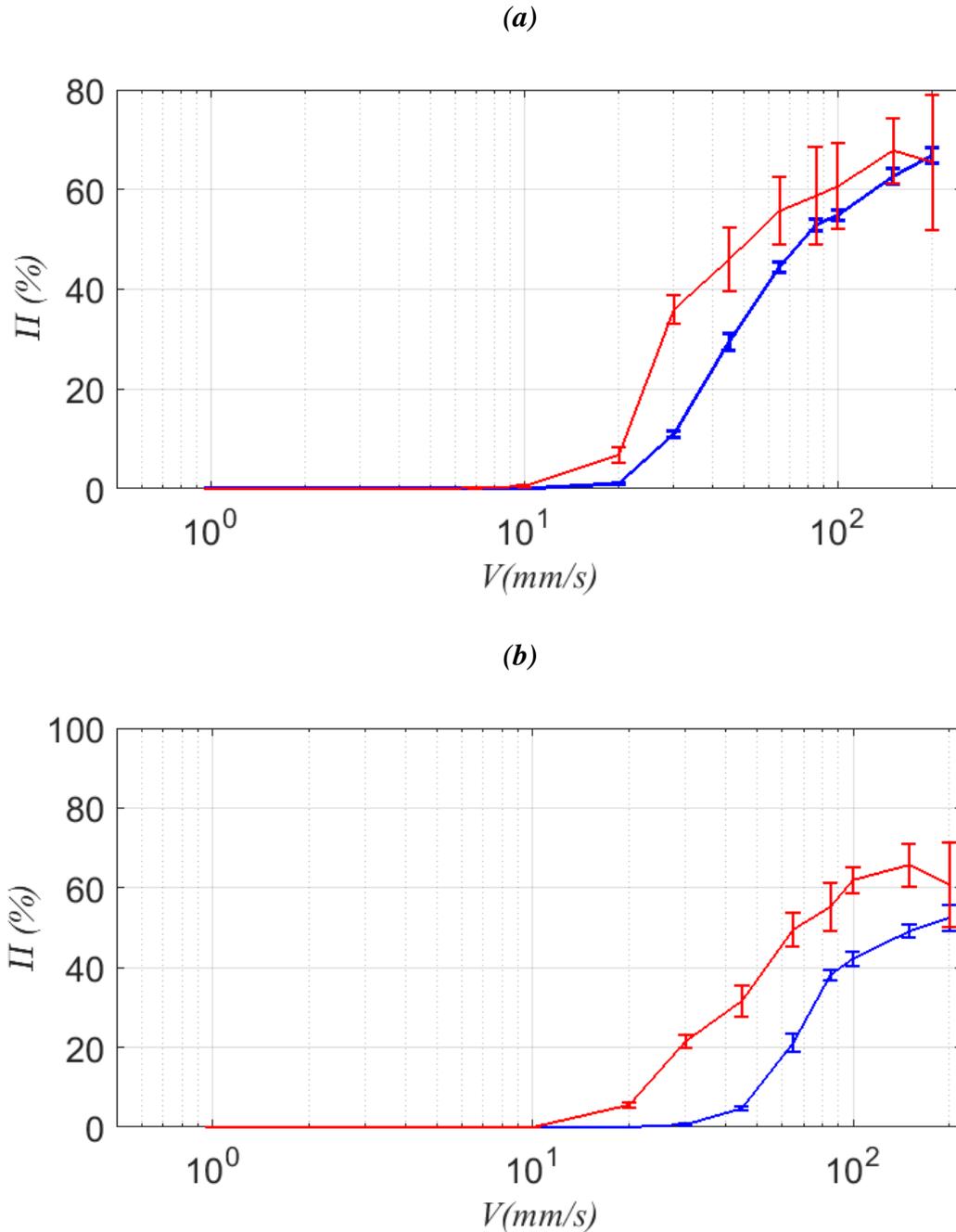


Figure 4-14 : Pourcentage de temps passé en vol Π en fonction de V . En bleu Π évalué à partir du signal de la tension de contact et en rouge Π évalué à partir du signal de l'accélération. (a) : $R_a = 16 \mu\text{m}$, (b) : $R_a = 7 \mu\text{m}$. $m = 0.054 \text{ kg}$. Echelle Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais

Par ailleurs, comme illustré figure 4-15, et en accord avec le résultat de la figure 4-11, on enregistre une très bonne adéquation des moyennes du temps de vol dans tous les cas de rugosité.

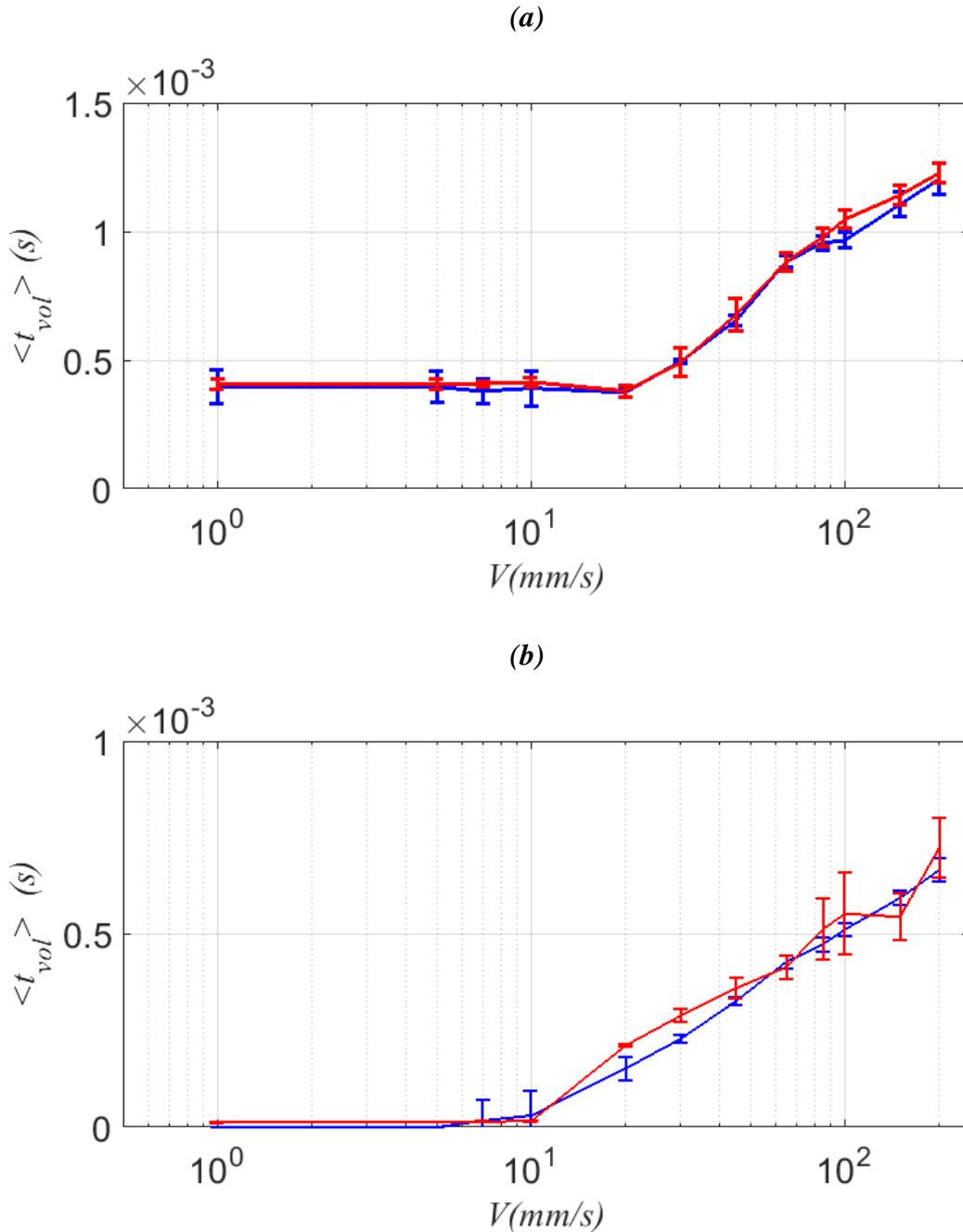


Figure 4-15 : Moyenne du temps de vol individuel en fonction de V . En bleu Π évalué à partir du signal de la tension de contact et en rouge Π évalué à partir du signal de l'accélération. (a) : $Ra = 16 \mu m$, (b) : $Ra = 7 \mu m$. $m = 0.054$ kg. Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais

3.6. Durée de chocs

La persistance du contact, comme la durée d'un choc individuel est une caractéristique primordiale dans bien des cas, par exemple pour assurer la transmission d'information dans des collecteurs. À ce titre, on trace, figure 4-16, l'évolution de la durée de contact en fonction de la vitesse de glissement. Tout d'abord, on note que la durée de contact électrique est supérieure à

la durée de contact mécanique. C'est cohérent avec nos résultats précédents. En second lieu, on note de manière attendue que la durée de contact diminue avec des vitesses de glissement croissantes pour se stabiliser vers un palier. Ainsi, pour des vitesses inférieures à 50 mm/s, la durée du contact électrique est supérieure à 1 ms. L'écart avec le contact mécanique est de l'ordre de 25% à faibles vitesses et de 10% à vitesses élevées.

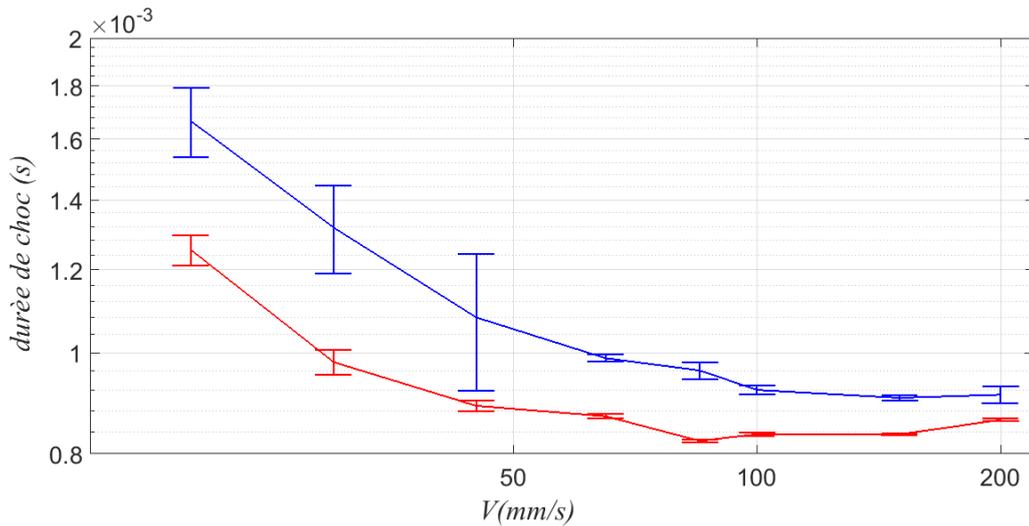


Figure 4-16 : Moyenne de la durée d'un contact individuel en fonction de la vitesse de glissement. En bleu données évalués à partir du signal de la tension de contact et en rouge données évalué à partir du signal de l'accélération. $m=0.104$ kg, $Ra=30$ μm . Echelle semi-logarithmique. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais.

3.7. Nombre de contacts

Sur la figure 4-17, on présente l'évolution du nombre de contacts individuels par seconde en fonction de la vitesse de glissement. On confirme la plus grande persistance du contact électrique au regard de celui mécanique. On confirme également la diminution du nombre de contacts par seconde pour des vitesses croissantes de glissement. Par contre, la loi de puissance n'est pas la même pour le contact électrique avec une pente estimée autour de -2.35. À titre indicatif, les pentes sont de -2.13 et de -1.98 pour des rugosités Ra respectivement de 16 et 7 μm .

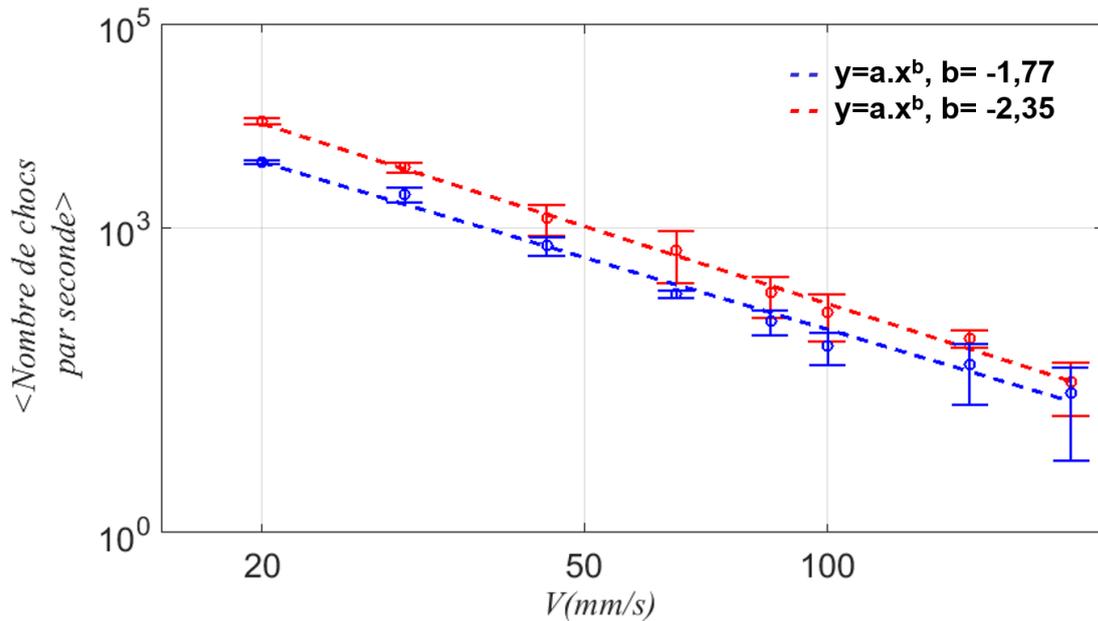


Figure 4-17 : Nombre de contacts individuels par seconde. En bleu données évaluées à partir du signal de la tension de contact et en rouge données évaluées à partir du signal de l'accélération. $m=0.104$ kg, $Ra=30$ μ m.

3.8. Tension de contact

Rappelons que lorsque les deux surfaces sont en contact, la tension électrique U reste faible et dans le cas contraire, hors contact, elle est égale à la tension d'alimentation, soit V_p . Nous nous sommes alors intéressé à quantifier au cours du contact établi les caractéristiques moyennes et fluctuantes de cette tension, alors assez faible. On montre, figure 4-18, l'évolution de la moyenne et de l'écart type de U en contact établi en fonction de la vitesse de glissement. Trois cas de rugosité, avec pour Ra des valeurs de 7, 16 et 30 μ m, sont présentés. Comme premier résultat, on constate que la tension moyenne U durant le contact est quasi-constante quelle que soit la vitesse de glissement. C'est également vrai pour des caractéristiques topographiques différentes avec des écarts sur la tension moyenne entre 0.1 et 0.15 V. A contrario, si l'on s'intéresse aux fluctuations de la tension, on constate cette fois ci clairement deux régimes. Dans le premier, l'écart type de U augmente de manière significative avec la vitesse de glissement, pour atteindre au deuxième régime un palier constant, avec σ_U compris entre 0.1 et 0.15 V. On notera une certaine sensibilité à la rugosité. On peut interpréter l'évolution du niveau de cette fluctuation par l'évolution de la fluctuation de l'accélération normale au contact. C'est ce que montre clairement la figure 4-19 qui décrit l'évolution de l'écart type de l'accélération en fonction de la vitesse du glissement.

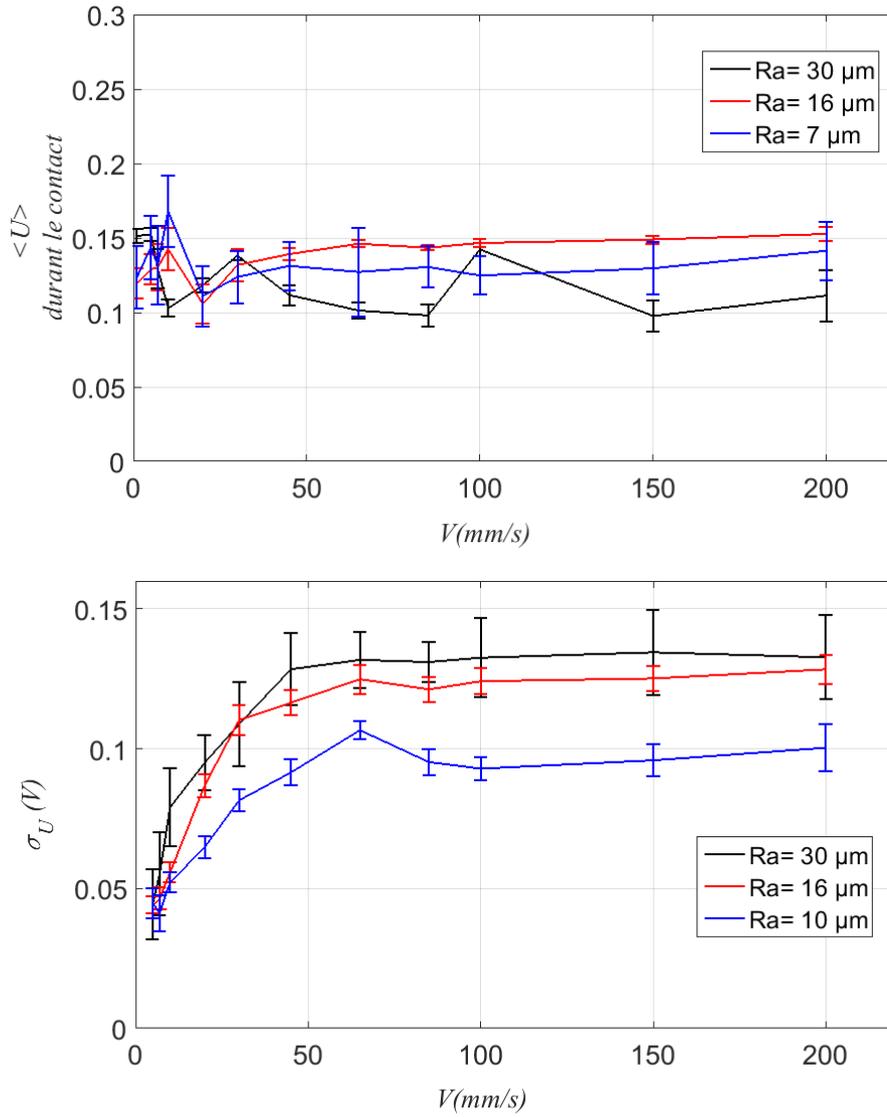


Figure 4-18 : Moyenne et écart type de la tension durant les phases de contact en fonction de la vitesse de glissement. En haut : Moyenne, en bas : écart type. Barre d'erreur : écart type sur 20 essais. $m=0.054$ kg.

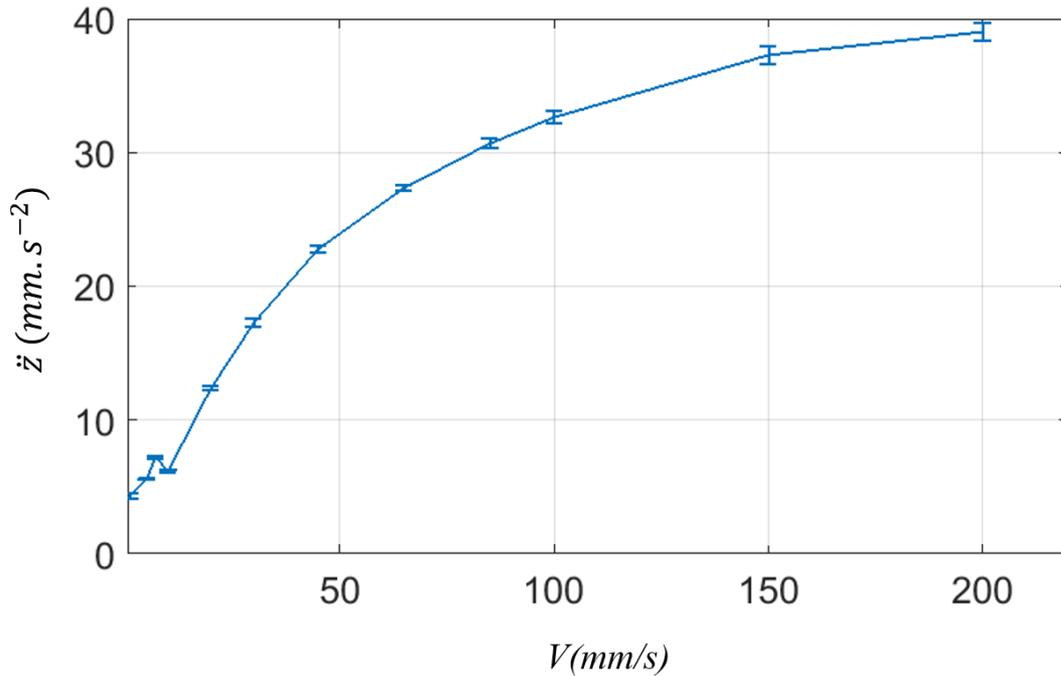


Figure 4-19 : Ecart type de l'accélération \ddot{z} en fonction de la vitesse de glissement V . Barre d'erreur : écart type sur 20 essais. $R_a=30 \mu\text{m}$. $m=0.054 \text{ kg}$.

On peut tenter une interprétation en considérant l'effet de l'accélération sur l'aire réelle de contact. Il faut pour ce faire souligner que le signal d'accélération, à une référence près que constitue l'accélération de la pesanteur, est ici une image fidèle des efforts instantanés du contact. Si l'on reprend le modèle selon lequel la résistance totale de contact est l'association en parallèle de toutes les résistances de chaque microcontact, on peut montrer, après Greenwood et Williamson [8] que la résistance macroscopique de contact R_T est reliée à la charge normale P appliquée selon une loi puissance du type :

$$R_T \propto P^{-a} \quad (4-1)$$

avec $0.9 < a < 1.4$. Soit encore $R_T \propto \ddot{z}^{-a}$. Dans le cas de notre montage, on relie par ailleurs directement la tension U à la résistance de contact R_T via la relation :

$$R_T = \frac{r \cdot U}{V_p - U} \quad (4-2)$$

où r constitue une résistance additionnelle de montage ($r = 25 \Omega$) présentée dans le dispositif de mesure.

En combinant les équations (4-1) et (4-2) on aboutit à une relation entre l'accélération et la tension de contact :

$$U \propto \frac{1}{1 + \alpha \ddot{z}^a}. \quad (4-3)$$

De cette équation, on peut déduire deux choses. Premièrement, comme la valeur moyenne de l'accélération est constante (égale à l'accélération de la pesanteur) alors on comprend que la valeur moyenne de U est également constante, en accord avec la figure 4.18a. Deuxièmement, si les fluctuations de l'accélération augmentent, alors celles de la tension vont également augmenter, ce qui est cohérent avec la comparaison entre les figures 4.18b et 4.19.

4. Synthèse

Pour conclure, nous avons défini et mis en œuvre une chaîne de mesures originale permettant d'accéder à la tension du contact électrique entre les deux surfaces rugueuses en glissement. Ce dispositif permet d'améliorer la précision sur les temps de vol et d'impact compte tenu de la grande dynamique temporelle propre à la mesure électrique. Les statistiques associées en sont affinées. C'est d'autant plus vrai que la rugosité des surfaces est plus faible. A ce titre, la mesure électrique s'avère donc très complémentaire et utile vis-à-vis de la mesure accélérométrique.

Sur le plan des phénomènes mis en jeu, les campagnes d'essais ont permis de confirmer les scénarios déjà décrits, à savoir notamment l'existence de deux régimes de glissement dominés l'un par des temps de contact longs, et l'autre par de nombreux impacts séparés de vols libres du glisseur au-dessus de la surface antagoniste. Cependant, les résultats expérimentaux révèlent qu'il n'y a pas stricte équivalence entre contact mécanique et contact électrique. Le résultat dominant, c'est que l'on peut affirmer sans risque l'existence de fuites de courant lors des phases hors-contact mécanique, aux faibles séparations. Il s'ensuit des temps de contact électrique systématiquement plus longs que les temps de contact mécanique. Toutes les statistiques obtenues, confrontées à celles identifiées par voie accélérométrique au chapitre 3, en découlent. Par ailleurs, la connaissance du comportement de l'interface d'un point de vue résistance électrique est d'un intérêt évident pour de nombreux contextes pratiques où la qualité de la transmission électrique est capitale.

A la lumière de ces résultats expérimentaux tant accélérométriques qu'électriques, il devenait opportun de proposer des modèles de compréhension permettant la simulation numérique du comportement dynamique du glisseur excité par les rugosités des surfaces antagonistes. C'est

précisément l'objet du chapitre suivant que de présenter ces aspects de modélisation et numériques.

Chapitre 5 : Résultats de modélisation : Bouncing Ball

Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons analysé expérimentalement la dynamique normale de deux surfaces rugueuses en glissement. Nous avons en particulier mis en évidence un régime à hautes vitesses de glissement, gouverné par de nombreux impacts entre aspérités des deux solides. Afin d'apporter un éclairage complémentaire et des modèles de description de ce comportement, nous cherchons à décrire par un modèle numérique notre système expérimental. Dans le cadre de ce système et en se basant sur les résultats obtenus durant les campagnes de mesure, les modèles descriptifs doivent (i) tenir compte du caractère aléatoire des surfaces rugueuses en glissement, (ii) permettre de décrire le très grand nombre de chocs de durées très courtes (iii) tenir compte de la dissipation au cours de ces chocs, (iv) tenir compte de l'indépendance de la dynamique normale vis-à-vis de la masse du solide en mouvement, et (v) permettre de décrire la chute libre du glisseur durant son vol. Pour incorporer ces éléments au mieux, tout en restant sur un modèle relativement simple à mettre en œuvre, nous avons choisi de décrire la dynamique normale du glisseur par un modèle de type *Bouncing Ball model*. Contrairement à la très grande majorité de ces modèles décrits dans la littérature, nous avons dans notre modèle introduit le caractère stochastique du mouvement de la table sur laquelle rebondit la balle pour étudier l'effet du caractère rugueux de la surface. Par contre, pour modéliser la dynamique d'impact, nous avons retenu de manière très classique des temps de choc très courts par l'introduction de simples coefficients de restitution.

Plus précisément, le modèle type *Bouncing Ball* consiste à faire rebondir une balle verticalement, sous l'action de la gravité, sur une table vibrante infiniment massive. Ce système a été largement étudié vu sa simplicité et la grande diversité des solutions de la dynamique qu'il présente : harmoniques, subharmoniques, quasi-périodiques et chaotiques. Un tel système est souvent utilisé pour modéliser de nombreux problèmes physiques et techniques, y compris le contact mécanique à l'échelle nanométrique [65], le bruit induit par impact ([66], [47] et [67]), les vibrations des gouttelettes d'eau [68] et les écoulements granulaires ([69], [70] et [71]). Dans la plupart des cas, le modèle a été étudié en considérant un mouvement vertical déterministe harmonique de la table. Dans [72], Holmes considère la masse de la balle très petite par rapport à la table de sorte que son mouvement n'est pas affecté par la succession d'impacts. Il a aussi supposé que la hauteur atteinte par la balle entre deux impacts est grande par rapport au déplacement de la table et a pu définir l'intervalle de temps entre les impacts. En se basant sur son modèle, le problème du système avec un mouvement harmonique de la table

a été largement étudié ([73] et [74]). Everson [75] a étudié la réponse chaotique d'une balle qui rebondit en utilisant un modèle similaire à Holmes.

D'autres études ont introduit des amortisseurs d'impacts ([76], [77] et [78]). En dépit de son intérêt pratique pour la résolution de certains problèmes, le modèle du *Bouncing Ball* avec un mouvement aléatoire de la table a été peu étudié. Dans [79] et [80], la balle est confinée entre deux murs ou est attachée par un ressort élastique à une paroi fixe.

Dans ce chapitre, dans un premier temps les différents modèles existants sont décrits et revisités. Ensuite, on propose une simulation numérique complète, qui a fait l'objet d'un article publié [81] (voir annexes). Enfin la dernière partie comporte une confrontation entre les résultats numériques et expérimentaux.

1. Description du modèle physique

1.1. Description générale du modèle

Considérons une balle de masse finie, qui rebondit verticalement sous l'action de la gravité g , sur une plaque vibrante (voir figure 5-1). La plaque est de masse M infiniment grande, de sorte que son mouvement n'est pas affecté par les impacts. Dans le cadre de notre étude, le déplacement $h(t)$ de la plaque est décrit par un processus stochastique. Entre deux chocs successifs aux instants t_i et t_{i+1} la balle suit une trajectoire parabolique décrite par l'équation suivante :

$$Z(t) = -\frac{1}{2}g(t - t_i)^2 + V_{i\uparrow}(t - t_i) + h(t_i) \quad (5-1)$$

où Z représente le déplacement vertical de la balle et $V_{i\uparrow}$ constitue la vitesse de la balle juste en sortie de l'impact i (survenu à l'instant t_i). Notant V_R la vitesse relative à la table de la balle, en négligeant la durée des chocs et en considérant une loi d'impact modélisée par un coefficient de restitution $e \in [0,1]$, le choc est décrit par :

$$V_{R\uparrow} = -eV_{R\downarrow} \quad (5-2)$$

$$(V_{i\uparrow} - W) = -e(V_{i\downarrow} - W) \quad (5-3)$$

$$V_{i\uparrow} = -eV_{i\downarrow} + (1 + e)W \quad (5-4)$$

avec W la vitesse de la plaque au moment de l'impact i . $V_{i\downarrow}$ et $V_{i\uparrow}$ sont respectivement les vitesses avant et après impact, de même pour les vitesses relatives $V_{R\uparrow}$ et $V_{R\downarrow}$. Notons par ailleurs

que les valeurs de $e = 1$ et $e = 0$ correspondent respectivement aux cas de chocs purement élastique et complètement inélastique (sans rebond).

La vitesse avant l'impact $i+1$ est reliée à la vitesse après impact i par la relation suivante :

$$V_{i+1\downarrow} = -g(t_{i+1} - t_i) + V_{i\uparrow} \quad (5-5)$$

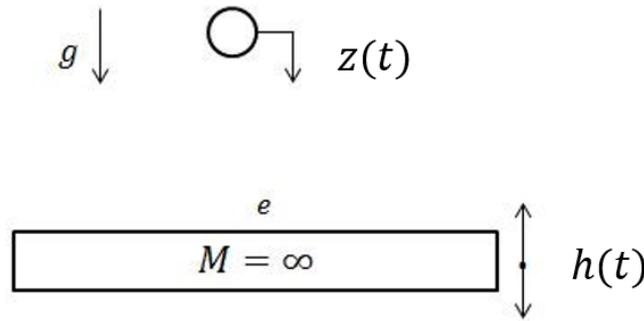


Figure 5-1 : Modèle physique du Bouncing Ball

En choisissant comme section de Poincaré, celle définie par les événements de chocs, il est aisé de construire formellement la carte de premier retour ou carte de Poincaré pour décrire la dynamique d'ensemble de notre modèle *Bouncing Ball*. Cette carte est entièrement définie par les équations (5-2) à (5-5).

Dans notre modèle, $h(t)$ et $\dot{h}(t)$ sont introduits comme des processus aléatoires ergodiques, stationnaires et non corrélés entre eux, à savoir l'espérance $\mathbb{E}(h\dot{h}) = 0$. Les propriétés du déplacement et de la vitesse seront à déterminer en fonction des propriétés topographiques des surfaces en contact et des vitesses de glissement. Nous reviendrons ultérieurement sur ce point lorsque nous comparerons nos résultats numériques à nos résultats expérimentaux. Par ailleurs, et fonction des hypothèses sur les temps de corrélation, ces processus aléatoires pourront être introduits soit via un tirage aléatoire pour lequel seules les fonctions supposées connues de densité de probabilité (PDF) suffiront, soit en simulant directement les processus stochastiques $h(t)$ et $\dot{h}(t)$ afin de prendre en compte ces temps de corrélations.

1.2. Analyse dimensionnelle

Afin de rendre compte de l'effet des paramètres du modèle, notre démarche a été de déterminer *a priori* les grandeurs pertinentes à introduire pour l'analyse dimensionnelle du système. Parmi les hypothèses de travail, on suppose connues les caractéristiques spectrales du déplacement et de la vitesse de la table, et plus particulièrement on suppose définis et connus les deux moments spectraux m_0 et m_2 du déplacement de la plaque $h(t)$ (définis à l'équation 5-6). Il est alors

possible de définir comme autre grandeur associée à l'excitation induite par la table, la pulsation centrale ω par la relation suivante :

$$\omega^2 = \frac{m_2}{m_0} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \Omega^2 S_{hh}(\Omega) d\Omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} S_{hh}(\Omega) d\Omega} \quad (5-6)$$

Où $S_{hh}(\Omega)$ représente la densité spectrale de puissance (PSD) de h . Rappelons que les deux moments spectraux permettent bien sûr de quantifier les niveaux en déplacement et en vitesse de la table.

En dimensionnant le temps par la pulsation ω , les vitesses par g/ω et les accélérations par g , on obtient à partir des équations (5-2) à (5.5) le système d'équations sans dimension suivant:

$$\begin{cases} \tau_{i+1} = \tau_i + \varphi_i \\ v_{i+1} = -e(v_i + \varphi_i) + (1 + e) \Lambda w_{i+1} \\ -\frac{1}{2} \varphi_i^2 + v_i \varphi_i = \Lambda (z_{i+1} - z_i) \end{cases} \quad (5-7)$$

Où $\tau = \omega t$ et $\varphi_i = \omega(t_{i+1} - t_i)$.

La hauteur et vitesse normalisées sont données par $z = h/\sqrt{m_0}$ et $w = \dot{h}/\sqrt{m_2}$. Il en est de même de la vitesse de la balle $v = V/\sqrt{m_2}$. Enfin, le réarrangement des équations conduit ici à ne décrire que la vitesse post impact de la balle, à savoir $v_i = v_{i\uparrow} = V_{i\uparrow}/\sqrt{m_2}$.

La mise à l'échelle, conforme au théorème de Vaschy-Buckingham, permet en outre de dégager les deux paramètres de contrôle de cette dynamique, à savoir le coefficient de restitution e et

l'accélération réduite Λ définie par : $\Lambda = \frac{\omega\sqrt{m_2}}{g} = \omega^2 \sqrt{\frac{m_0}{g}} = \frac{m_2}{g\sqrt{m_0}}$.

2. Modèles simplifiés sans corrélations temporelles

Comme nous l'avons précisé au paragraphe 1.1, il est possible, si l'on retient comme hypothèse de travail des temps de corrélations nettement plus courts que les temps de vol, de s'affranchir de la description temporelle et/ou spectrale des processus stochastiques que sont le déplacement et la vitesse de la table. Dans ces conditions, il suffit de réaliser un tirage aléatoire décorrélé à chaque impact. C'est précisément sur cette technique que s'appuient les modèles présentés dans cette partie, sachant que nous reviendrons sur une simulation directe complète à la partie 3. Enfin, dans toute la suite du travail, nous ferons l'hypothèse pour le déplacement d'un processus Gaussien (loi de probabilité normale).

2.1. Premier modèle (BB1)

Le modèle le plus connu est basé sur l'hypothèse de Chirikov [82]. Celle-ci considère que la hauteur du vol libre est très grande par rapport à l'amplitude du mouvement de la plaque. Dans ce cadre, le temps de vol peut être résolu en considérant $z_i \approx z_{i+1}$. Ainsi on obtient d'après (5-7) :

$$\varphi_i = 2 v_i \quad (5-8)$$

Et la dynamique est réduite à celle d'un processus autorégressif simple :

$$v_{i+1} = e v_i + (1 + e)\Lambda w_i \quad (5-9)$$

Avec un processus aléatoire de type loi normale centrée réduite pour $w \sim \mathcal{N}(0,1)$, on obtient facilement les itérés de la carte de Poincaré selon l'algorithme de simulation décrit ci-après :

Algorithme pour le modèle BB1

1. Paramètres d'entrée : e, Λ, N et R : coefficient de restitution, accélération réduite, nombre d'itérations et nombres de réalisations.

2. **Pour** $i = 1$ à R

Initialisation de la carte :

$$v_{i,1} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

$$z_{i,1} = 0$$

$$\varphi_{i,1} = 0$$

Pour $j = 2$ à N

$$w \sim \mathcal{N}(0,1)$$

Calcul de la nouvelle vitesse post-impact

$$v_{i,j} = e v_{i,j-1} + (1 + e) \cdot \Lambda \cdot w$$

Fin

Fin

On montre sur la figure 5-2 la densité de probabilité de la vitesse v_i après impact. Comme attendu la distribution est de nature Gaussienne. On obtient facilement la moyenne et la variance de v_i :

$$\begin{cases} \mathbb{E}(v) = 0 \\ \sigma^2(v) = \frac{1+e}{1-e} \Lambda^2 \end{cases} \quad (5-10)$$

Le principal problème du modèle BB1 est la valeur nulle de la moyenne obtenue qui conduit à une moyenne du temps de vol également nulle. Ce résultat n'a pas de sens physique, et il convient donc d'améliorer le modèle BB1.

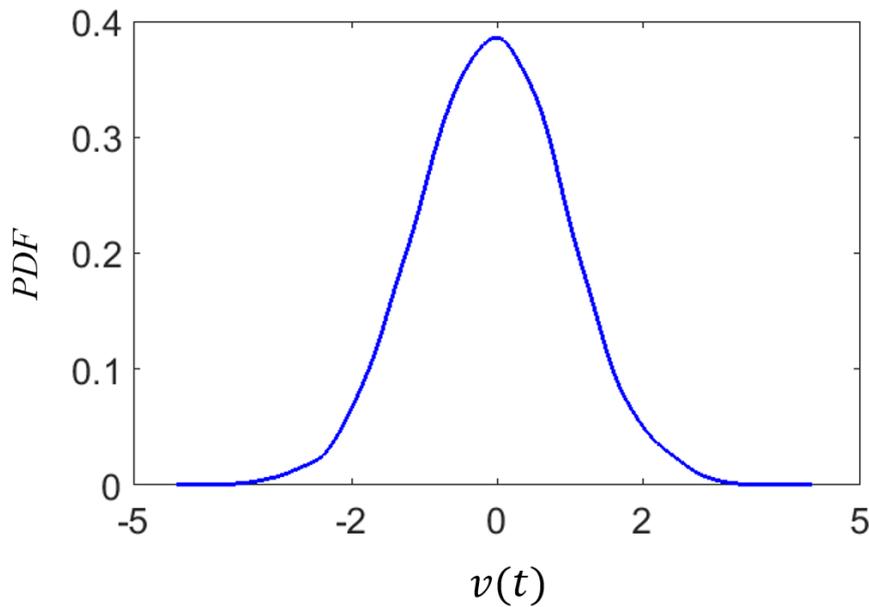


Figure 5-2 : Densité de probabilité de la vitesse après impact dans le modèle BB1.

2.2. Deuxième modèle (BB2)

La moyenne nulle des temps de vol du modèle BB1 résulte des vitesses négatives de table. Afin d'éviter ce problème, on considère un processus aléatoire $w = |\tilde{w}|$ où \tilde{w} est un processus de loi normale centrée réduite $\tilde{w} \sim \mathcal{N}(0,1)$. Ainsi les vitesses négatives de la plaque sont exclues. L'algorithme pour ce modèle est identique à celui de l'algorithme 1 en prenant en compte uniquement les vitesses positives. Dans ce cas, on obtient pour la moyenne et la variance de v_i les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} \mathbb{E}(v) = \Lambda \frac{1+e}{1-e} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \\ \sigma^2(v) = \Lambda^2 \frac{1+e}{1-e} \frac{\pi-2}{\pi} \end{cases} \quad (5-11)$$

A partir de ces résultats, on obtient simplement (en utilisant le fait que de $\varphi = 2v$) la moyenne et la variance du temps de vol $\mathbb{E}(\varphi) = 2\mathbb{E}(v)$ et $\sigma^2(\varphi) = 4\sigma^2(v)$.

2.3. Modèles proposés (BB3 et BB4)

Les modèles BB1 et BB2 décrit ci-dessus présentent des limites, dans le premier on obtient des temps de vol moyens nuls et dans le deuxième cas, on obtient une dynamique très restrictive en ne considérant que des vitesses positives. Afin d'améliorer la description du comportement physique, on propose de modifier judicieusement le tirage aléatoire du *Bouncing Ball*. Pratiquement, on filtre le déplacement z et la vitesse v de la table en appliquant certaines conditions à ces processus aléatoires. Plus précisément, pour assurer un processus de rebond correct, il faut que la séquence de z soit telle que le mouvement de la table et le vol libre puissent se couper ($h = z$) d'une part, et d'autre part que la vitesse de la plaque soit supérieure à la vitesse de la balle juste avant l'impact, c'est-à-dire respecter la condition $\Lambda w_i > -v_i$.

Dans ce cadre, on propose deux améliorations possibles. Dans un premier temps (modèle BB3) on considère à nouveau de grandes valeurs de l'accélération réduite en conservant l'hypothèse de Chirikov $\Delta z \approx 0$ (la relation $\varphi \sim 2v$ reste vérifiée), mais on filtre la vitesse par le respect de la condition $w_i > -v_i/\Lambda$.

Dans le cadre d'une description plus fine du système, c'est à dire qui autorise à considérer des valeurs faibles de Λ , on propose un modèle amélioré (modèle noté BB4) dans lequel on réalise un tirage aléatoire non seulement des vitesses w_i mais aussi des déplacements z_i . Dans ce cas, $z_i \neq z_{i+1}$, le temps de vol devient alors une fonction à la fois de v_i , de z_i et de z_{i+1} selon la relation suivante :

$$\varphi_i = v_i \pm \sqrt{v_i^2 - 2\Lambda(z_{i+1} - z_i)} \quad (5-12)$$

Dans ce cas, on filtre le tirage des déplacements z_i de la table en imposant que dans (5-12) le discriminant (sous la racine) soit positif.

L'algorithme permettant de construire la carte de Poincaré pour le modèle BB4 est fourni ci-après.

Algorithme pour le modèle BB4

1. Paramètres d'entrée : e , Λ , N et R : coefficient de restitution, accélération réduite, nombre d'itérations et nombres de réalisations.

2. **Pour** $i = 1$ à R

Initialisation de la carte :

$$v_{i,1} = \mathcal{N}(0,1)$$

$$z_{i,1} = 0$$

$$\varphi_{i,1} = 0$$

Pour $j = 2$ à N

Calcul de la hauteur maximale

$$z_{max} = z_{i,j-1} + \mathcal{H}(v_{i,j-1}) * (v_{i,j-1})^2 / (2 \Lambda)$$

Générer une hauteur candidate

$$z_2 = 2|z_{max}|$$

$n_z = 0$: compteur de tirages possibles

Tant que $z_2 > |z_{max}|$

$$n_z = n_z + 1$$

Si $n_z > n_{z\ max}$ (nombre de tirages maximal)

$$z_2 = z_{max} \cdot$$

Fin Si

Fin Tant

Calcul du vol libre

$\delta = \mathcal{N}(0,1)$ Probabilité que la vitesse soit positive

$$\gamma = \mathcal{H}(v_{i,j-1}) \cdot \mathcal{H}(z_2 - z_{i,j-1}) \cdot \mathcal{H}(\delta - \frac{1}{2})$$

$$\Delta = v_{i,j-1} + (1 - 2\gamma) * \sqrt{v_{i,j-1} + 2 \Lambda (z_2 - z_{i,j-1})}$$

$$v_{\downarrow} = v_{i,j-1} - \Delta$$

Générer une vitesse candidate

$$w_2 = \mathcal{N}(0,1)$$

$$n_w = 0$$

Tant que $\Lambda w_2 < v_{\downarrow}$

$$w_2 = \mathcal{N}(0,1)$$

$$n_w = n_w + 1$$

Si $n_w > n_{w\ max}$ (nombre de tirages maximal)

$$w_2 = v_{\downarrow}$$

Fin Si

Fin Tant

Calcul de la nouvelle vitesse post-impact

$$v_{i,j} = -e v_{\downarrow} + (1 + e) * (\Lambda w_2)$$

$$z_{i,j} \leftarrow z_2$$

$$\varphi_{i,j} \leftarrow \Delta$$

Fin pour

2.4. Modèle de Wood & Byrne

Wood et Byrne [83] ont présenté une analyse très intéressante sur la dynamique d'impact répétée avec une excitation aléatoire totalement non corrélée. La relation d'impact du modèle est donnée par :

$$V(t_i) - W(t_i) = -e(U(t_i) - W(t_i)) \quad (5-13)$$

où U , V et W sont respectivement la vitesse avant impact, la vitesse après impact et la vitesse de la table, et t_i l'instant du i -ème impact. Les auteurs supposent que les vitesses après-impact sont positives donc dirigées vers le haut, les vitesses avant-impact sont négatives donc dirigées vers le bas, et qu'entre deux impacts le mouvement de la balle s'inverse en raison de la gravité. Par ailleurs, ils considèrent l'hypothèse d'une hauteur de vol très grande par rapport au déplacement de la table (soit l'approximation de Chirikov [82]). L'intervalle du temps entre deux impacts peut être approximé par :

$$t_{i+1} - t_i = 2V(t_i)/g \quad (5-14)$$

Et la vitesse avant impact U au $i+1$ ^{ème} impact est :

$$U(t_{i+1}) = -V(t_i) \quad (5-15)$$

En combinant (5-13), (5-14) et (5-15), on a l'équation reliant l'état du système au $i+1$ ^{ème} impact à celui au i ^{ème} :

$$t_{i+1} = \frac{2V(t_i)}{g} + t_i, \quad V(t_{i+1}) = eV_i + (1 + e)W(t_{i+1} + 2V_i g) \quad (5-16)$$

Quand la balle est en vol libre entre deux impacts, la dynamique du système est déterminée par V_i et t_i .

Wood et Byrne ont étudié le comportement du système sous excitation aléatoire gaussienne. Ils ont montré que la vitesse après-impact augmente rapidement lorsque e tend vers 1 (figure 5-3).

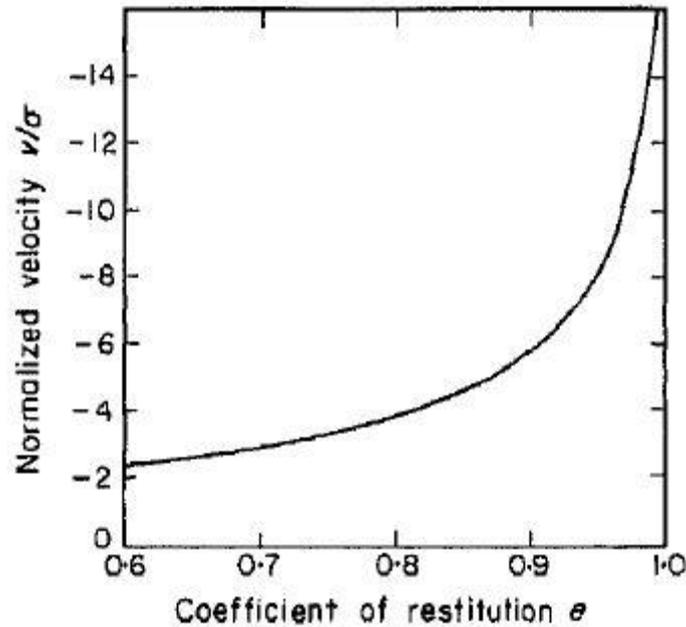


Figure 5-3 : Wood & Byrne [83]. Moyenne de la vitesse après impact V en fonction du coefficient de restitution e , σ est l'écart type de la vitesse de la table W .

Dans le modèle Wood&Byrne, les vitesses de la table à l'impact ne sont pas tirées aléatoirement d'une distribution gaussienne. Ils utilisent une distribution modifiée, permettant de prendre en compte de façon effective un effet d'ombrage de la trajectoire, c'est-à-dire l'impossibilité de certains impacts (voir figure 5-4).

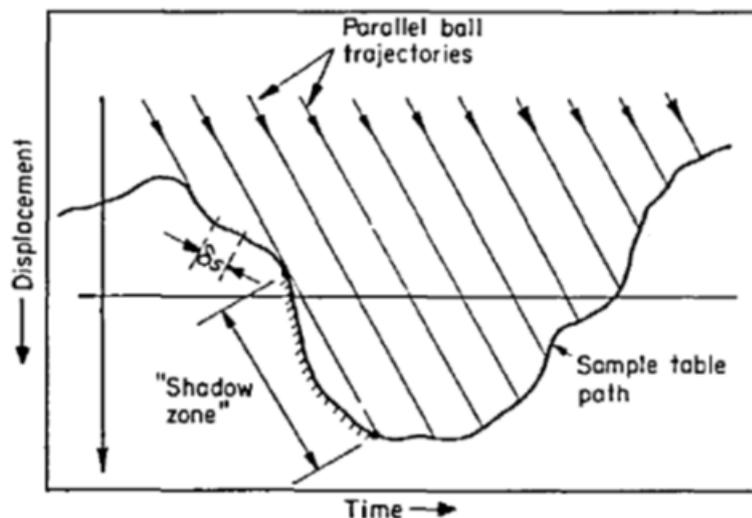


Figure 5-4 : Tirée de Wood&Byrne [83]. Illustration de l'effet d'ombrage de la trajectoire de la table. Des impacts ne peuvent se produire qu'en dehors de la zone d'ombre (shadow zone).

2.5. Comparaison entre les différents modèles simplifiés

Maintenant on va s'intéresser aux propriétés statistiques de la vitesse après impact et du temps de vol en fonction des deux paramètres de contrôle e et Λ pour les différents modèles décrits précédemment. Tout d'abord, nous avons vérifié que notre générateur aléatoire était stationnaire et ergodique. On montre figure 5-5 un exemple de l'évolution de la moyenne des itérés de la vitesse v_i en fonction du nombre d'itérations (ici $N = 500$) pour une réalisation unique. Cette évolution est comparée à l'évolution de la moyenne d'ensemble calculée à partir d'un nombre de réalisations $R = 1000$. On constate bien que la moyenne "temporelle" du processus tend vers la moyenne d'ensemble, au demeurant stationnaire, sur toutes les réalisations, ce qui est le résultat escompté.

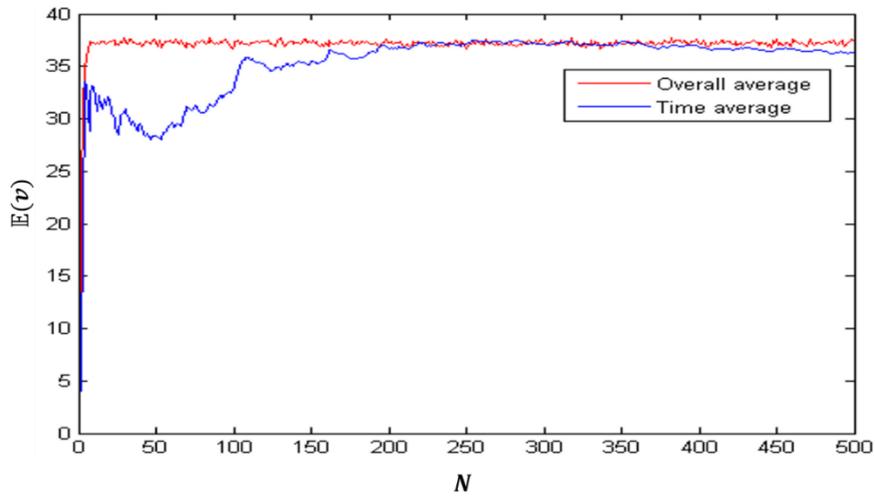


Figure 5-5 : Moyenne de v_i dans le modèle BB4. En rouge : moyenne d'ensemble et en bleu : moyenne temporelle.

Sur la figure 5-5 on présente les évolutions de la valeur moyenne et de la variance de la vitesse post-impact en fonction de e et Λ pour les différentes cartes d'itérés.

On constate que quel que soit le modèle, la moyenne et la variance de la vitesse v_i augmentent linéairement (en échelle log-log) en fonction de Λ (pour le modèle BB1, la moyenne est nulle). En augmentant $(1 + e)/(1 - e)$, la moyenne et la variance de la vitesse des modèles BB1 et BB2 augmentent aussi linéairement. Afin de caractériser cette dépendance et comparer ces modèles entre eux et avec le modèle W&B, on introduit les deux paramètres α et β comme suit :

$$\mathbb{E}(v) = \Lambda \frac{1 + e}{1 - e} \alpha(e, \Lambda) \quad (5-17)$$

$$\sigma^2(v) = \Lambda^2 \frac{1+e}{1-e} \beta(e, \Lambda) \quad (5-18)$$

Sur la figure 5-6 sont tracées les évolutions du paramètre α en fonction de l'accélération réduite Λ et du coefficient de restitution e pour les différents modèles (BB1 n'est pas présentée car on a $E(v) = 0$). Sur les deux figures 5-7 (a) et (b), on constate que α est constant pour le modèle BB2 (carré rouge) avec une valeur de $\alpha \approx 0,8$. Plus précisément cette valeur est bien égale à $\sqrt{2/\pi}$ d'après l'équation (5-11). Le modèle BB3 proposé (diamant vert sur la figure) n'est pas opérationnel pour des valeurs faibles de Λ car le filtrage sur la vitesse conduit à des temps de calcul démesurément long à converger. On note toutefois une accélération réduite à la limite égale à 0,8. La valeur de α de la carte W&B est constante et indépendante de l'accélération réduite, cependant elle dépend du coefficient de restitution. On remarque que pour une grande valeur de e (voir figure 5-6 (b)), les modèles proposés (BB3 et BB4) peuvent être en pratique remplacés par le modèle W&B (les courbes de α pour ces différents modèles sont bien superposés avec celle de W&B). Par contre, pour le modèle complet BB4, α dépend de Λ quand il s'agit de faibles valeurs d'excitation réduite.

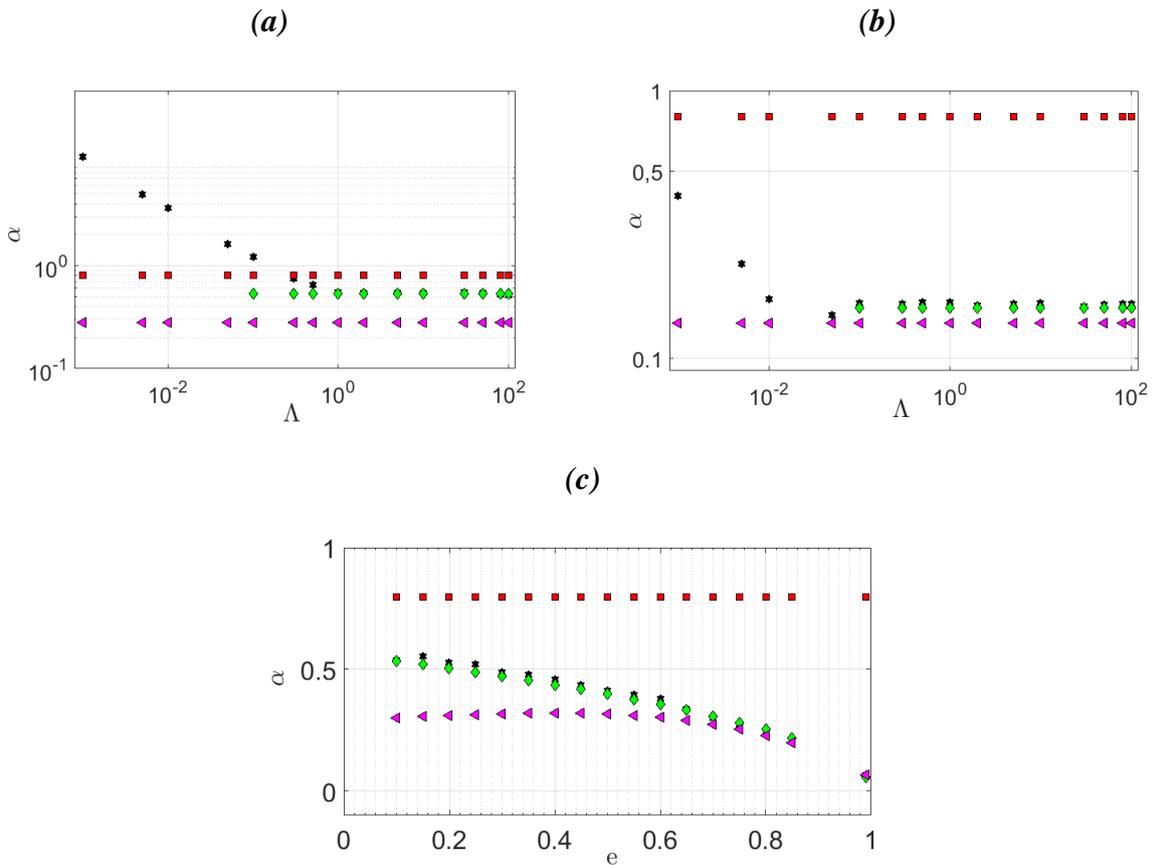


Figure 5-6 α en fonction de Λ et e . Les symboles carrés, diamant, étoile et triangle représentent respectivement les modèles BB2, BB3, BB4 et WB
 (a) : $e=0.1$, (b) : $e=0.9$, (c) : $\Lambda = 0.8$.

Sur la figure 5-6 (c), on constate clairement que α dépend de e pour les modèles BB3, BB4 et W&B. Pour des valeurs de $e < 0,8$, on n'a pas une bonne adéquation entre les modèles BB3, BB4 et W&B. Ce dernier n'est en effet valide que lorsque la valeur moyenne de la vitesse est grande, typiquement supérieure à 3σ (σ est l'écart type de la vitesse). Dans ce cas, la probabilité que la vitesse de la table soit négative (exclu par hypothèse) n'est que de 0,1 %.

Sur la figure 5-7, est présentée l'évolution de β en fonction de l'accélération réduite Λ et du coefficient de restitution e pour les différentes cartes. Comme attendu, β est constant pour le modèle BB2 ($\beta \approx (\pi - 2)/\pi$ d'après l'équation (5-11)). Pour des grandes valeurs de Λ , les modèles BB3 et BB4 proposés ainsi que le modèle de Wood et Byrne ne dépendent que de e . De plus, on observe une bonne adéquation entre ces derniers pour des valeurs de $e > 0,8$. En restant dans ce cadre, on pourra prendre indifféremment comme référence le modèle BB4 ou W&B notamment pour la confrontation avec des simulations numériques directes des déplacements de la table. Ajoutons que le modèle W&B présente toutefois l'intérêt de proposer la description statistique des réponses via le calcul analytique de la densité de probabilité des vitesses post-impacts, ce que n'offrent pas le modèle BB4.

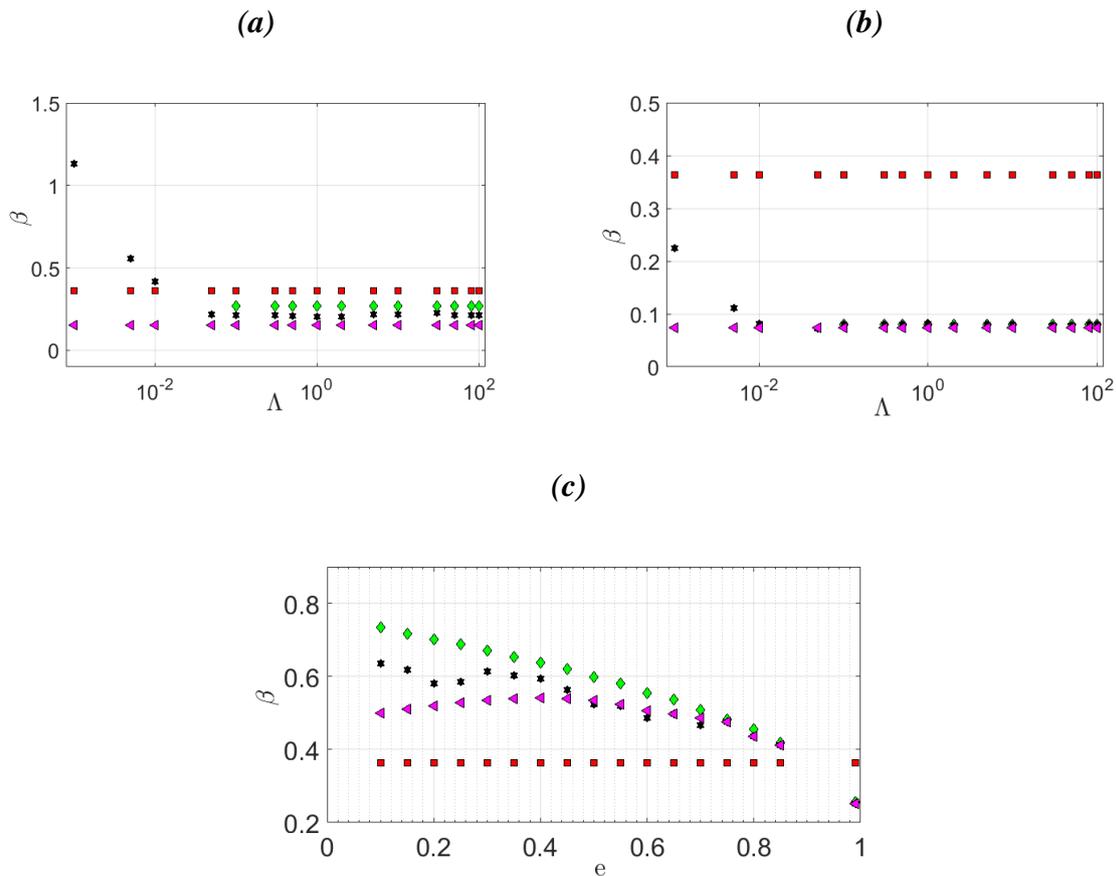


Figure 5-7 : β en fonction de Λ et e . Les symboles carré, diamant, étoile et triangle représentent respectivement les modèles BB2, BB3, BB4 et WB. Wood & Byrne. (a) : $e=0.1$, (b) : $e=0.9$, (c) : $\Lambda = 0.8$.

3. Simulation numérique complète

Pour tous les modèles présentés précédemment, le *Bouncing Ball* était traité selon une approche non-linéaire qui relie la vitesse post-impact de la balle v_n après le n-ième impact à la vitesse v_{n-1} et qui suppose que les vitesses de la plaque à aux instants des impacts n et n+1, soit $w(t_n)$ totalement décorrélées de la vitesse précédente. Cependant, tout signal $w(t)$ réaliste possède un temps fini de corrélation t_{corr} , qui caractérise la mémoire du signal de ses valeurs aux instants antérieurs. L'hypothèse d'indépendance statistique des vitesses w_n successives présente une limite : le temps de vol de la balle entre deux impacts successifs est implicitement supposé plus grand que t_{corr} . Cette hypothèse est favorisée quand l'énergie dissipée pendant l'impact est faible et quand la vitesse de la plaque est grande. Cette hypothèse est vérifiée dans les conditions de Chirikov [85] dans lesquelles on considère que la hauteur atteinte par la balle durant le vol est plus grande que le déplacement typique de la plaque. Inversement pour deux rebonds séparés par un temps de vol très court, les vitesses de la plaque peuvent être fortement corrélées. Ainsi, dans le régime où les temps de vol courts dominent, l'approche par tirage aléatoire de w_i indépendants ne sera plus valide, ne permettant plus de décrire correctement le comportement dynamique du *Bouncing Ball*. Pour s'affranchir de cette limite, il devient nécessaire de simuler directement les mouvements de la table permettant de prendre en considération l'effet de la mémoire. Il convient alors d'adjoindre aux conditions de chocs, un schéma numérique permettant de décrire, outre le vol libre de la balle, les mouvements de la table $h(t)$ au cours de ces vols.

3.1. Génération du profil stochastique

$h(t)$ est obtenu à partir d'un bruit blanc gaussien non corrélé, $\psi(t)$ ($\langle \psi(t) \psi(t + \tau) \rangle = 2\pi S_0 \delta(t)$, avec S_0 le niveau de la densité spectrale), filtré avec un filtre du second ordre comme suit :

$$\ddot{h} + 2\xi\Omega_c \dot{h} + \Omega_c^2 h(s) = \psi(t) \quad (5-19)$$

Ω_c est la fréquence centrale du filtre et ξ est le coefficient d'amortissement. $h(t)$ est dérivable au sens des moindres carrés, alors $w = \dot{h}$ peut être défini. Notons que h et w ne sont pas corrélés entre eux et suivent chacun des distributions normales décrites figure 5-8, avec pour écarts-

types respectifs $\sigma_h = \sqrt{\frac{\pi S_0}{2\xi\Omega_c^3}}$ et $\sigma_w = \Omega_c \sigma_h$.

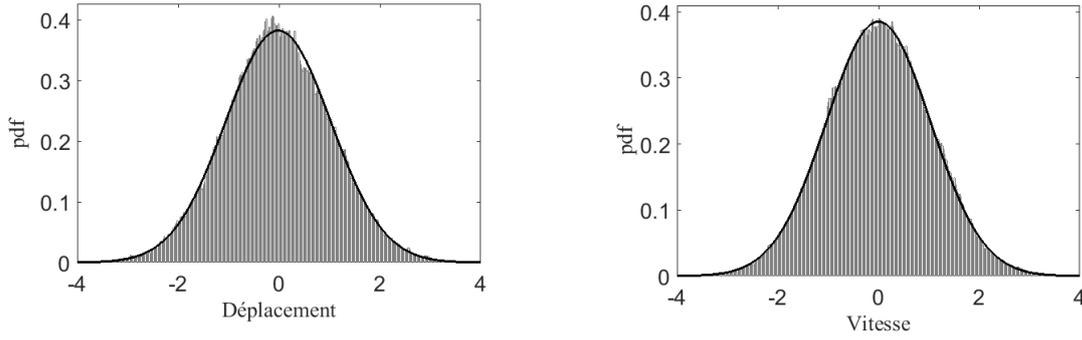


Figure 5-8 : Densité de probabilité du déplacement (à gauche) et la vitesse de la table (à droite). En noir un fit avec une distribution gaussienne.

La densité spectrale de h est donnée par $S_{hh}(\Omega) = \frac{S_0}{(\Omega_c^2 - \Omega^2)^2 + 4\Omega_c^2 \xi^2 \Omega^2}$ et la fonction d'auto-corrélation vaut $\langle h(t)h(t + \tau) \rangle = \sigma_h^2 e^{-\xi\Omega_c|\tau|} (\cos(\Omega_d\tau) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{sign}(\tau) \sin(\Omega_d\tau))$, avec $\Omega_d = \Omega_c \sqrt{1 - \xi^2}$. De ce qui précède, le temps de corrélation peut être défini comme $t_{corr} = \frac{1}{\xi\Omega_c}$. Afin d'éviter une énergie infini du signal d'accélération \ddot{h} , h est filtré avec un filtre passe-bas du premier ordre. La fréquence de coupure Ω_L de ce deuxième filtre est choisie plus grande que la fréquence centrale Ω_c de telle sorte qu'il n'a aucun effet sur t_{corr} . Pour simuler le signal de déplacement de la plaque, l'équation du mouvement (5-19) est intégrée en utilisant la méthode Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4). En pratique, on traite, après changement de variable approprié, le système d'équations du premier ordre suivant :

$$\begin{pmatrix} q' \\ p' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\Omega_c^2 & -2\xi\Omega_c \\ 1 & -\Omega_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ p \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5-20)$$

Avec $q = h$ et $p = \frac{dh}{dt}$

Finalement, l'algorithme utilisé est décrit ci-après.

Algorithme pour la simulation directe du profil

1. Définir les paramètres d'entrées Ω_c , Ω_L , ξ , ds et N : pulsation centrale, pulsation de coupure, coefficient d'amortissement, le pas temporel et le nombre d'itérations
2. Initialiser $q_i = 0$, $p_i = 0$, $z_i = 0$
3. **Fonction** second_membre (p)
 $F(1) = p_i$
 $F(2) = -\Omega_c^2 p_i - 2\xi\Omega_c q_i + R\sqrt{ds}$, $R \sim \mathcal{N}(0,1)$
 $F(3) = -\Omega_L * z_i + q_i$
Fin Fonction
4. **Tant que** le nombre d'itérations n'est pas atteint ($i < N$)
 $k_1 = \text{second_membre}(q)$
 $k_2 = \text{second_membre}(q + ds * k_1/2)$
 $k_3 = \text{second_membre}(q + ds * k_2/2)$
 $k_4 = \text{second_membre}(q + ds * k_3)$
 $q = q + \frac{ds}{6} * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4)$
 $h_i = \Omega_L * F(3)$ (déplacement après filtrage)
 $w_i = F(1)$ (vitesse de la plaque)
Fin Tant

A la fin de chaque simulation, on mesure directement les moments spectraux m_0 , m_2 et m_4 à partir du signal résultat, afin de garantir la cohérence entre simulations différentes.

3.2. Equations adimensionnelles

L'analyse dimensionnelle nous a conduits à introduire les variables sans dimension décrites dans le tableau 5-1 ci-après.

Temps	$\tau = \Omega_c t$
Temps de vol	$T = \Omega_c \Delta t$
Déplacement de la balle	$U = \frac{z}{\sigma_h}$
Vitesse de la balle après impact	$V = \frac{v}{\sigma_w}$
Déplacement de la plaque	$H = \frac{h}{\sigma_h}$
Vitesse de la plaque	$W = \frac{w}{\sigma_w}$

Tableau 5-1 : Paramètres sans dimension utilisés dans la simulation directe

Le système d'équations permettant de décrire la carte de premier retour dans la section de Poincaré définie par les moments d'impacts devient alors :

$$\tau_{n+1} = \tau_n + T_n \quad (5-21)$$

$$-\frac{1}{2\Lambda} T_n^2 + V_n T_n + H(\tau_n) - H(\tau_n + T_n) = 0 \quad (5-22)$$

$$V_{n+1} = -eV_n + \frac{e}{\Lambda} T_n + (1 + e) W(\tau_n + T_n) \quad (5-23)$$

$$\text{Avec } \Lambda = \frac{\sigma_w^2}{g\sigma_h} = \frac{\Omega_c \sigma_w}{g} = \frac{\Omega_c^2 \sigma_h}{g}.$$

Le déplacement de la balle U_{n+1} à l'instant $n + 1$ est calculé comme suit :

$$U_{n+1} = -\frac{1}{2\Lambda} T_n^2 + V_n T_n + U_n \quad (5-24)$$

Contrairement aux cas précédents, la dynamique du système est maintenant contrôlée par trois paramètres sans dimension : le coefficient de restitution e , l'accélération réduite Λ , et le temps de corrélation adimensionné τ_{corr} que l'on obtient à partir de ξ :

$$\tau_{corr} = \Omega_c t_{corr} = \frac{1}{\xi}. \quad (5-25)$$

A titre d'exemples, on présente sur la figure 5-9 les densités spectrales ainsi que des trajectoires typiques de H pour différents temps de corrélation τ_{corr}

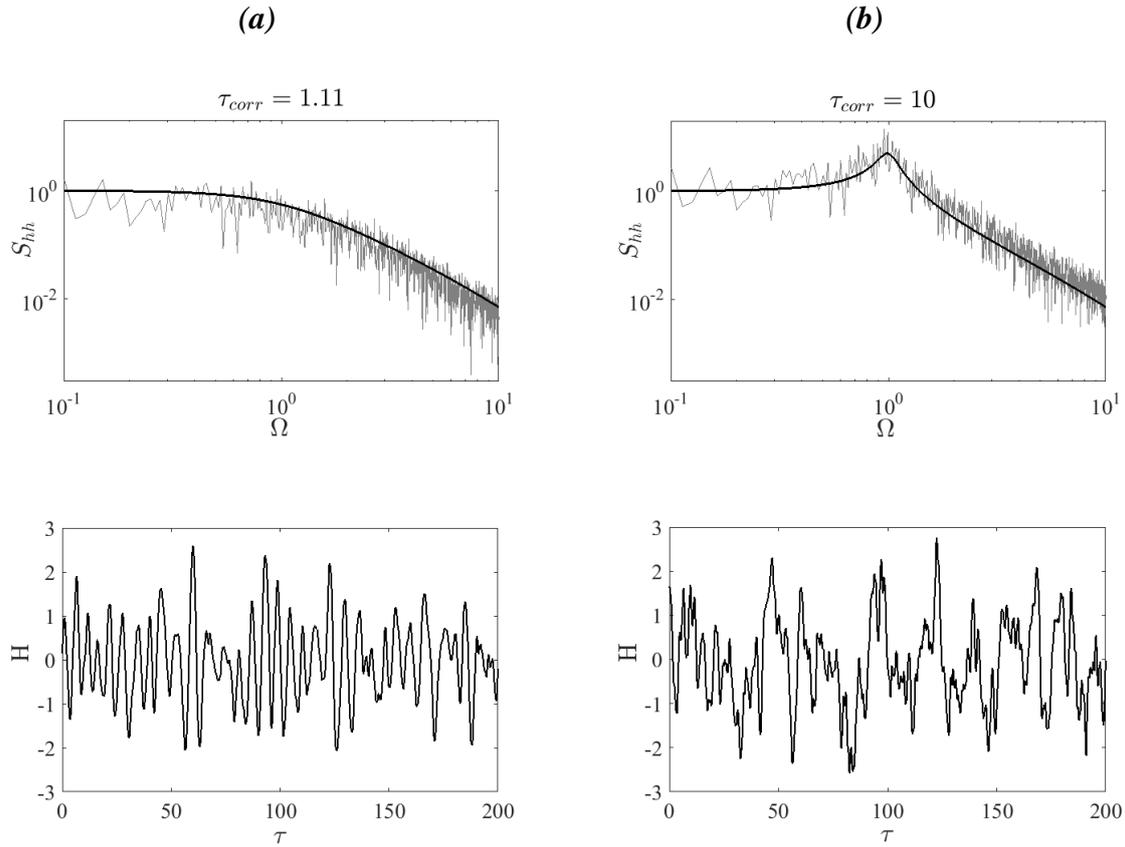


Figure 5-9 : Réalisations typiques de H (en bas) et leurs densités spectrales S_{hh} (en haut), pour deux valeurs de τ_{corr} . Les lignes noires continues représentent les densités de probabilité analytique.

Dans le principe, les trajectoires de la plaque et de la balle sont simulées simultanément. Pour la balle, son état peut être soit libre, soit collé. Pendant une phase de vol libre, la balle suit une trajectoire parabolique que l'on détermine analytiquement parfaitement par la connaissance de la position et de la vitesse d'éjection de la balle à l'impact précédent ($n - 1$). La vitesse V instantanée quant à elle est linéaire et déterminée selon l'équation :

$$V_n = -\frac{1}{\Lambda} T + V_{n-1} \quad (5-26)$$

Pour déterminer l'impact suivant, il convient alors de comparer à chaque pas de temps les positions de la balle et de la plaque pour conclure s'il y a interpénétration ou pas.

3.3. Condition de collage et de décollage

Supposons la balle en vol libre à l'instant i (dans ce cas $U_{i-1} > H_{i-1}$). Un impact aura lieu entre les instants t_{i-1} et t_i si on prédit $U_i < H_i$. Pour déterminer correctement l'instant d'impact on introduit la vitesse de la balle avant impact et la vitesse de la table selon :

$$V_{i\downarrow} = (U_i - U_{i-1})/\Delta_i \quad (5-27)$$

$$W_i = (H_i - H_{i-1})/\Delta_i$$

où Δ_n constitue le pas de discrétisation temporelle. La position de la balle ainsi que l'instant de l'impact deviennent alors :

$$U_i^* = \frac{U_{i-1} \cdot W_i - U_{i-1} \cdot V_{i\downarrow}}{W_i - V_{i\downarrow}} \quad (5-28)$$

$$t_{impact}^* = \frac{(U_i^* - U_{i-1}) \cdot \Delta_i}{U_i - U_{i-1}} \quad (5-29)$$

Comme le montre la figure 5-10, il convient de souligner que la succession des instants d'impacts est déterminée avec une précision bien inférieure au pas de discrétisation.

Après impact, deux cas sont possibles : soit la balle reprend un vol libre, soit la balle colle à la plaque. Pour se rendre de compte de ce phénomène, nous avons défini une condition de collage.

Comme mentionné, H est discrétisé avec un pas de temps Δ_n suffisamment petit devant $\frac{2\pi}{\Omega_L}$.

Pour être représentatif, le temps de vol doit être notablement plus grand que Δ_n . On impose alors le collage de la balle sur la plaque lorsque la vitesse relative post-impact $|V - W|$ est plus faible d'une vitesse critique. En effet, quand le temps de vol est grand on a $V = T/2\Lambda$, on doit alors choisir une vitesse critique qui doit être plus grande que $\frac{\Delta_n}{2\Lambda}$. On a trouvé qu'avec une valeur $10 \frac{\Delta_n}{2\Lambda}$, le temps de vol sera suffisamment plus grand que Δ_n . On a ainsi une vitesse critique de collage définit par:

$$v_{collage} = \frac{5\Delta_t}{\Lambda} \quad (5-30)$$

La balle collée, la condition retenue pour qu'elle décolle est basée sur son accélération, c'est-à-dire celle de la plaque à laquelle elle est collée. Elle doit être supérieure à la gravitation adimensionnelle soit $\ddot{U} > -1/\Lambda$ (condition d'éjection). Dans le cas contraire, le collage est maintenu.

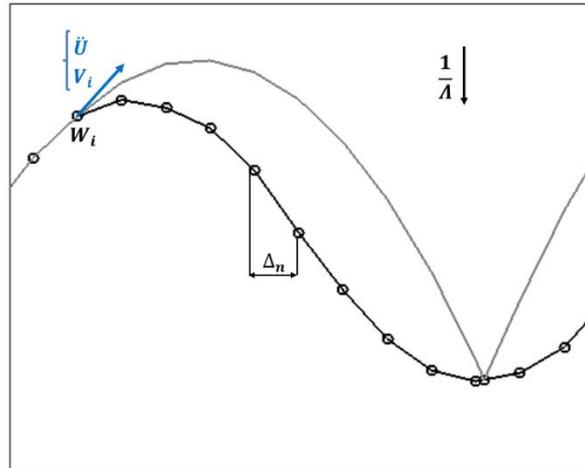


Figure 5-10 : Illustration de la simulation numérique directe

3.4. Algorithme complet

L'algorithme de notre simulation numérique complète est illustré ci-après.

Algorithme 4

1. Définir les paramètres physiques d'entrée : e et Λ : coefficient de restitution et accélération réduite.
2. Définir les paramètres de calcul $\Omega_c, \Omega_L, \xi, \Delta_n, N_{impact_max}$ et $\varepsilon_{collage}$: pulsation centrale, pulsation de coupure, coefficient d'amortissement, pas temporel, le nombre préalable d'impacts et seuil de collage vis-à-vis de ds
3. Initialisation des variables d'entrée et de sortie : $U_1 = 0, V_1=0, H_1 = 0, W_1 = 0$
 $N_{impact} = 0$: compteur nombre d'impact
 $i = 1$: compteur temporel incluant les impacts
 Phase= 'free' : Etat courant de la bille initialisé à libre
 Impact= 'false' : Drapeau d'impact initialisé à faux
4. **While** $N_{impact} < N_{impact_max}$ **do**
 Algorithme 1
 Calcul de l'accélération: $\ddot{H}_i = (V_i - V_{i-1})/\Delta_t$
 Test sur l'état de la balle
 Switch phase
 Case 'free'
 Calcul de U_i et V_i à partir de (5-24) et (5-26)
 Test d'impact
 If $U_i < H_i$
 impact='true'
 $N_{impact} = N_{impact} + 1$
 End
 Case stick
 $U_i = H_i$
 $V_i = \dot{H}_i$
 Test d'éjection de la balle
 If $\ddot{H}_i < -1/\Lambda$
 Phase='free'
 $U_i = U_{i-1}$ et $V_i = V_{i-1}$
 End
 End
 If impact
 Calcul de la hauteur et instant de l'impact corrigées à partir de (5-28) et (5-29)
 $V_i \leftarrow V_{i\downarrow}$
 $U_i \leftarrow U_i^*$
 Test collage
 If $|V_i - W_i| < \varepsilon_{collage}$
 Phase= 'stick'
 $V_i = W_i$
 $U_i = H_i$
 Else
 Phase='free'
 Calcul de de V_i et H_i à partir de (5-22) et (4-3)
 End
 $i = i + 1$
 End
 End

4. Résultats de la simulation numérique complète

4.1. Paramètres de contrôle et conditions initiales

Dans toutes nos simulations, la balle démarre collée à la plaque. Selon les paramètres choisis, elle pourra ensuite effectuer ou non des sauts et des rebonds. On rappelle que les trois paramètres de contrôle sont le coefficient de restitution e , l'accélération réduite Λ et le coefficient d'amortissement ξ (ou de façon équivalente le temps de corrélation réduit $\tau_{\text{corr}}=1/\xi$). On récapitule dans le tableau 5-2, les différentes valeurs retenues pour nos différentes simulations.

ξ	e	Λ
0.1	0.7, 0.8, 0.9	0.3-10
0.125	0.8	0.3-10
0.25	0.8	0.3-10
0.5	0.8	0.2-10
0.9	0.7, 0.8, 0.9	0.1-10

Tableau 5-2 : Paramètres de contrôle utilisés pour les différentes simulations.

Le nombre d'impacts à réaliser a été fixé à un million d'évènements pour toutes les simulations. Cependant, pour des coefficients d'amortissement $\xi=0.1, 0.125$ et 0.25 et pour des valeurs inférieures à $\Lambda = 0.3$, la balle reste toujours collée et les simulations ont été arrêtées au bout d'un certain nombre de cycle de pulsation Ω_c sans pouvoir atteindre le nombre de rebonds souhaité.

Sur la figure 5-11 sont présentés, pour différents couples de valeurs de ξ et Λ , des exemples d'évolution de la moyenne temporelle et de l'écart type de la vitesse post-impact au fur et à mesure des itérés. En accord avec ce que l'on observe sur la figure, nous avons vérifié qu'après environ cent-mille impacts, la moyenne et l'écart type ont convergés. Ainsi, seuls les derniers 900 000 impacts sont retenus pour le traitement statistique afin d'éliminer le régime transitoire initial.

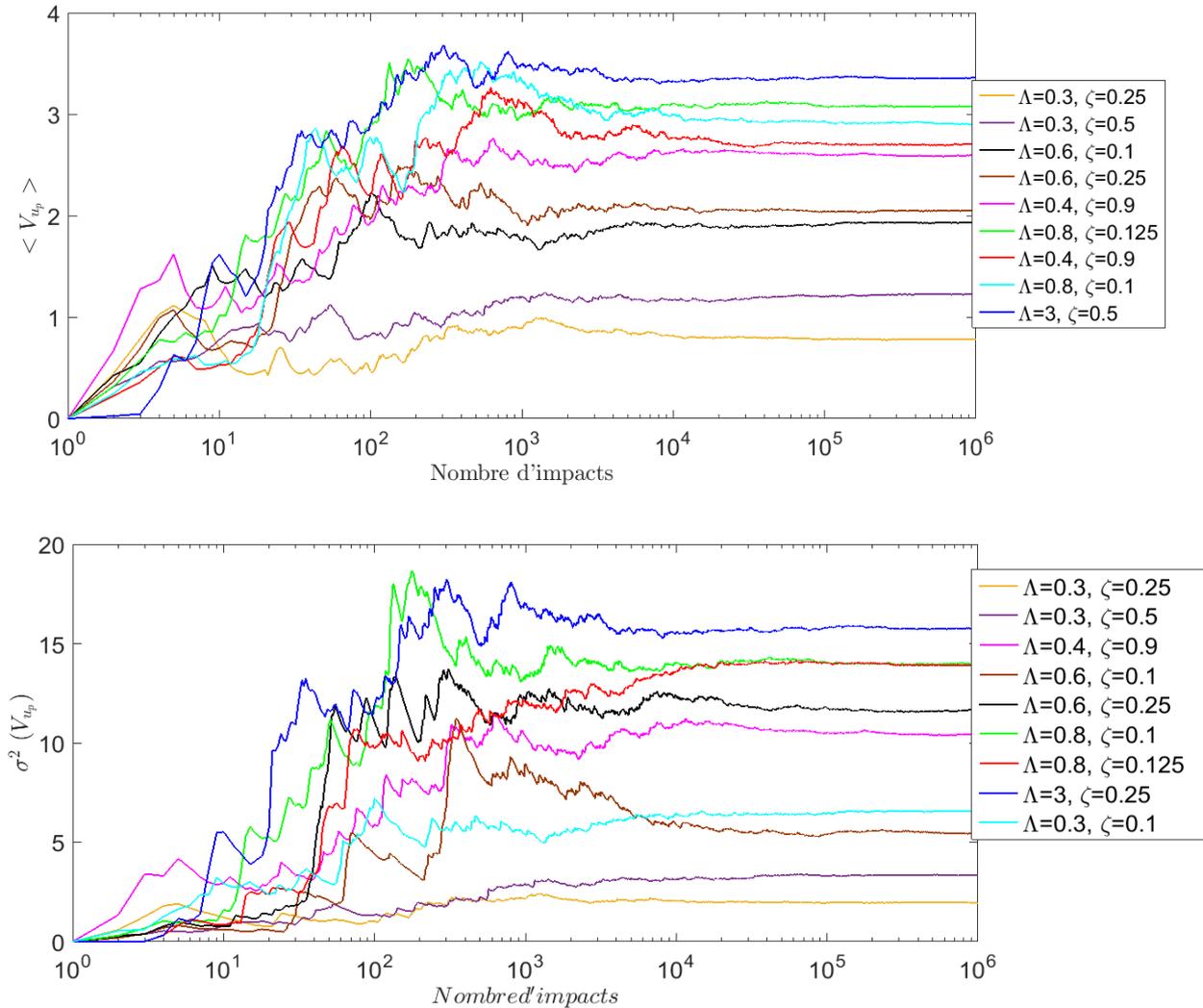


Figure 5-11 : Evolutions de la moyenne et de l'écart type avec le nombre d'itérés, pour différentes simulations. $e=0.8$.

4.2. Régimes dynamiques : résultats qualitatifs

Dans un premier temps, on propose d'analyser la dynamique du système pour $e = 0,8$. Cette valeur est en effet assez réaliste pour un contact acier / acier. On présente sur la figure 5-12 plusieurs exemples de trajectoires pour différentes valeurs de ξ et Λ représentatifs de la diversité des comportements dynamiques de la balle. On peut en effet remarquer que la dynamique de la balle n'est pas toujours de même nature pour les différents paramètres choisis. Plus précisément, il est clair que, quelle que soit la largeur de bande du mouvement de la table (large ou étroite, ce qui est contrôlé par ξ), il existe deux régimes bien distincts en fonction de Λ . Dans le premier régime à bas niveau de Λ , les périodes de collage sont majoritaires devant les périodes de vol. La proportion de vol libre ou le nombre de sauts, qui peuvent devenir assez rares, varient en fonction de la largeur de bande. On l'observe bien sur la figure 5-12 (a) et (b) (l'accélération

réduite est la même). Dans le deuxième régime à plus fort niveau de Λ , il n'y a presque aucune période de collage mais la hauteur des sauts dépend systématiquement du temps de corrélation. La statistique précise de ces deux types de régime est décrite dans les paragraphes suivants

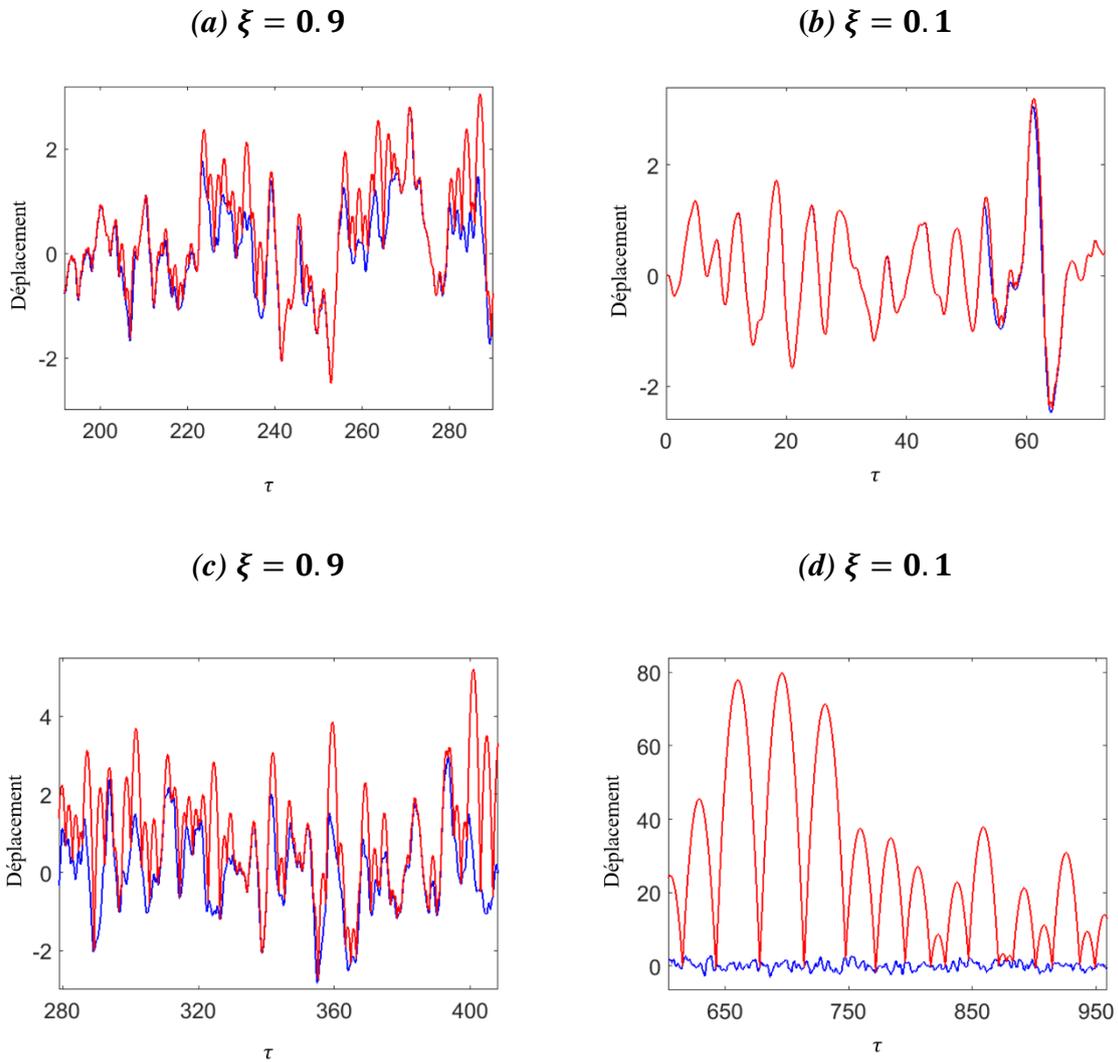


Figure 5-12 : Déplacements de la balle (rouge) et la table (bleu) pour différents jeux de paramètres de contrôle. $e=0.8$.

4.3. Moyennes des vitesses et des temps de vol

Sur la figure 5-13 on trace l'évolution de la vitesse post-impact en fonction de Λ et pour différentes valeurs de e . En premier lieu, on constate bien l'existence de deux régimes et ce quelle que soit la valeur du coefficient de restitution. On voit ainsi qu'à partir des valeurs de $\Lambda < 1$, la vitesse d'abord faible, augmente progressivement pour ensuite converger vers une valeur plateau, ici de 2.54 pour $e = 0.7$, 3.76 pour $e = 0.8$ et 5.51 pour $e = 0.9$. L'accélération réduite pour cette transition entre pente croissante et plateau est de l'ordre de $\Lambda \approx 1$. Afin de caractériser

plus précisément cette transition, on présente sur la figure 5-14 les densités de probabilité cumulée (CDF) de la vitesse post-impact pour $e=0.8$ et pour différentes valeurs du couple (Λ, ξ) .

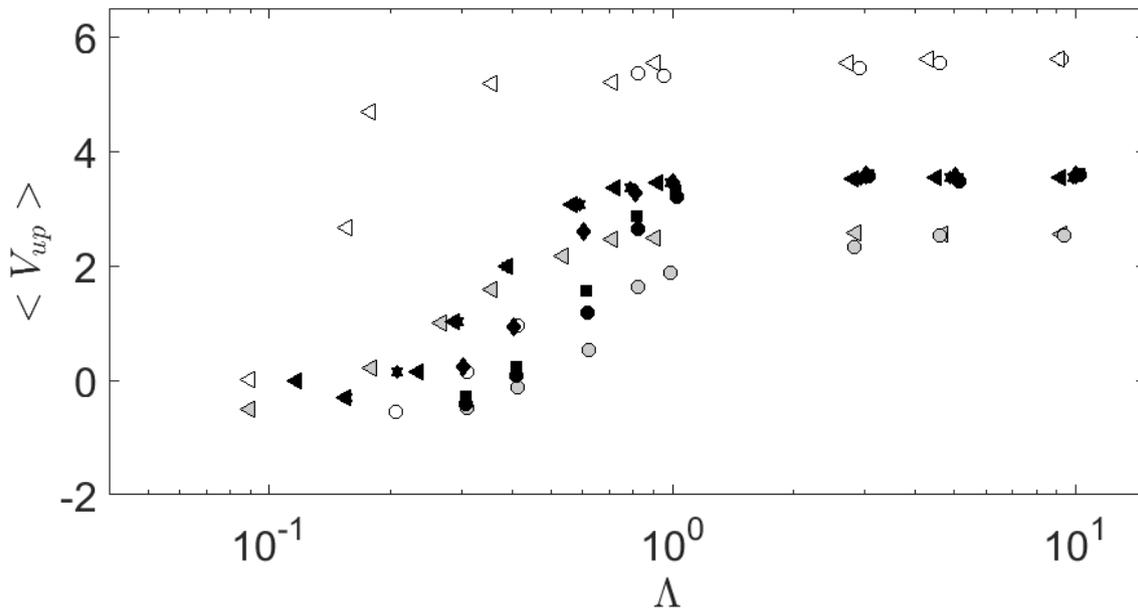


Figure 5-13 : Moyenne de la vitesse après impact en fonction de Λ . En gris : $e=0.7$, en noir : $e=0.8$ et en blanc : $e=0.9$. Les symboles cercle, carré, diamant, étoile et triangles représentent respectivement $\xi = 0.1, 0.125, 0.25, 0.5$ et 0.9

Les CDF montrent que pour des bandes étroites (figure 5-14) et pour des faibles excitations, il existe environ 25% de valeurs de V_{up} négatives. Ces vitesses négatives deviennent très rares lorsque l'accélération réduite ou le coefficient d'amortissement augmentent. Dans ce cas, à partir d'un certain seuil, V_{up} reste invariante en moyenne quelle que soit les paramètres de contrôle.

Sur la figure 5-15, on trace des exemples de l'évolution de la moyenne du temps individuel du vol libre en fonction de Λ , pour différentes valeurs de e . On retrouve à nouveau une transition entre deux régimes. Quand l'accélération réduite reste faible ($\Lambda < 1$), la moyenne du temps de vol individuel augmente de manière non linéaire avec Λ . Pour des accélérations réduites plus fortes ($\Lambda > 1$), le temps de vol augmente linéairement en fonction de Λ , quelles que soient les valeurs de ξ . La moyenne du temps de vol individuel en fonction de l'accélération peut alors s'écrire dans le deuxième régime comme suit :

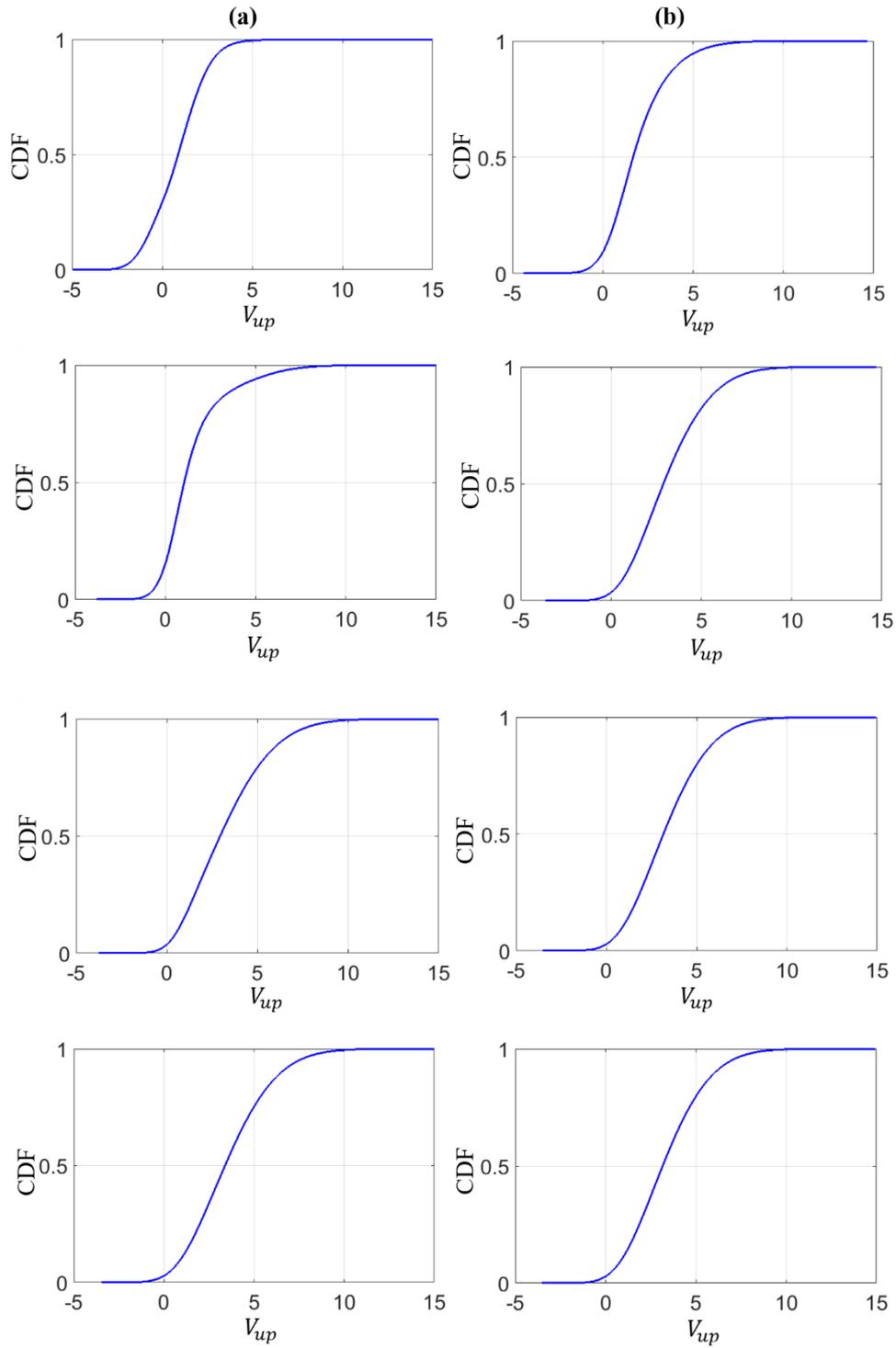


Figure 5-14 : Densité de probabilité cumulée de la vitesse après impact. Colonne (a), $\xi = 0.1$.
 (b) : $\xi = 0.9$. Du haut vers le bas $\Lambda = 0.3, 0.6, 1, 3$. $e=0.8$.

$$T \sim \Lambda^n \tag{5-31}$$

Avec $n = 1.01$ (valeur fittée) quelle que soit la valeur du coefficient de restitution.

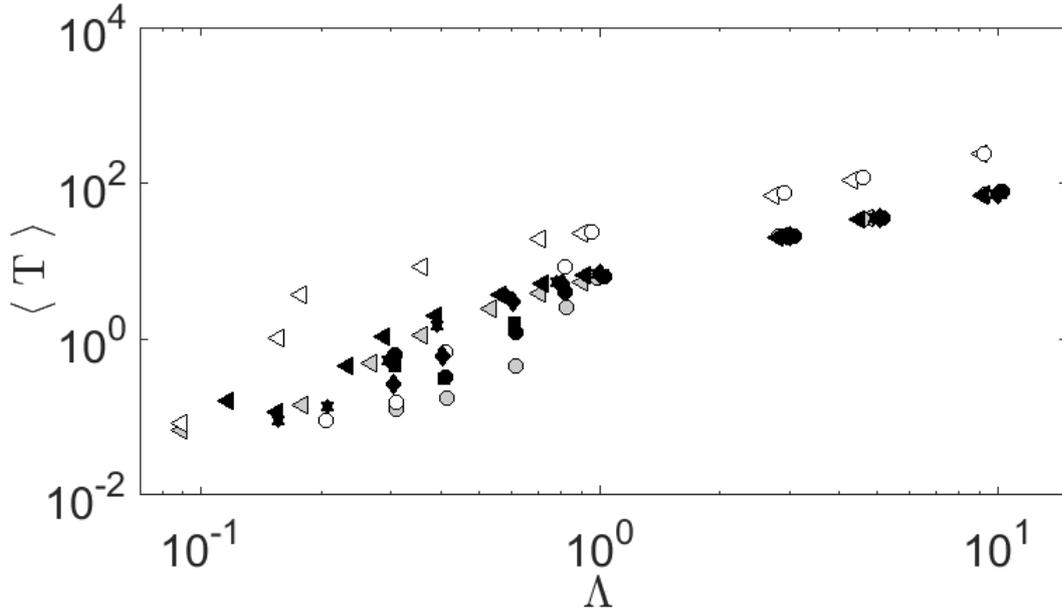


Figure 5-15 : Moyenne du temps de vol individuel en fonction de Λ . En gris : $e=0.7$, en noir : $e=0.8$ et en blanc : $e=0.9$. Les symboles cercle, carré, diamant, étoile et triangle représentent respectivement $\xi = 0.1, 0.125, 0.25, 0.5$ et 0.9

Dans le deuxième régime, où les sauts deviennent très grands, l'hypothèse de Chirikov [82] est vérifiée et implique que U_n (altitude maximum au sommet de la parabole) est très grand par rapport au profil de la plaque. Dans ce cas, l'équation (5-22) devient :

$$T_n = 2 \Lambda V_n \quad (5-32)$$

Soit d'après l'équation (5-23):

$$V_{n+1} = eV_n + (1 + e)W(\tau_n + T_n) \quad (5-33)$$

On prenant alors la moyenne de l'équation (5-33) et en considérant que la dynamique du système est stationnaire ($\langle V_{n+1} \rangle = \langle V_n \rangle = \langle V \rangle$ et $\langle W_{n+1} \rangle = \langle W \rangle$) on a alors :

$$\langle V_{n+1} \rangle = e \langle V_n \rangle + (1 + e) \langle W_{n+1} \rangle \quad (5-34)$$

Il vient entre $\langle V \rangle$ et $\langle W \rangle$ la relation :

$$\langle V \rangle = \frac{1 + e}{1 - e} \langle W \rangle \quad (5-35)$$

Et dans les mêmes conditions on a :

$$\langle V \rangle = 2 \frac{\langle T \rangle}{\Lambda} \quad (5-36)$$

On trace sur la figure 5-16, la valeur moyenne de $\langle V \rangle$ calculée à partir de (5-35) (figure (5-35) (a)) et de (5-36) (figure 5-16 (b)). La couleur noire représente les valeurs de $\langle V \rangle$ issues directement des simulations et les couleurs rouges et bleus les valeurs calculées à partir des relations (5-35) et (5-36).

On constate que pour le régime où $\Lambda > 1$, les valeurs de $\langle V \rangle$ obtenues directement à partir de la simulation et celles déterminées à partir des relations (5-35) et (5-36) sont similaires, cependant on a une dispersion entre ces valeurs pour des excitations verticales $\Lambda < 1$.

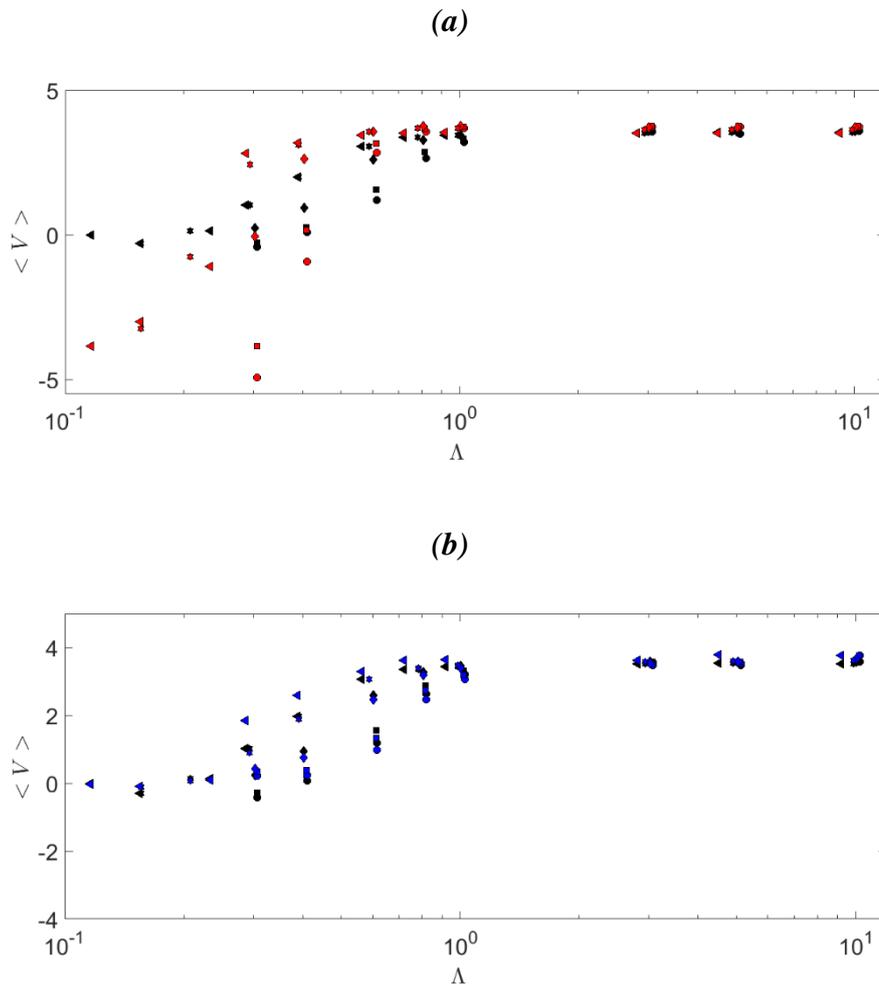


Figure 5-16 : Moyenne de la vitesse après impact en fonction de Λ . Les symboles cercle, carré, diamant, étoile et triangle représentent respectivement $\xi = 0.1, 0.125, 0.25, 0.5$ et 0.9 . $e=0.8$. En noir calculée à partir des simulations, en rouge à partir de l'équation (5-35) et en bleu à partir de l'équation (5-36)

4.4. Etat balle collée

Une fois collée, la balle peut décoller si $\dot{H} > -\frac{1}{\Lambda}$. On s'intéresse ici au temps passé par la balle dans l'état collé. D'après Preumont [84], la probabilité $W(T, b)$ pour qu'un processus aléatoire gaussien dépasse le seuil de valeur b pendant une période d'observation T s'exprime par :

$$W(T, b) = [1 - e^{-\frac{\eta^2}{2}}] \exp[-2\nu_0 T \frac{1 - \exp(-\sqrt{\frac{\pi}{2}} \delta \eta)}{e^{-\frac{\eta^2}{2}}} - 1] \quad (5-37)$$

où δ caractérise la largeur de bande du processus ($\delta = (1.16 \xi^{0.15} - 0.21)^{2.2}$), $\eta = 1/\Lambda$ et $\nu_0 = \Omega/2\pi$. Afin de déterminer le temps nécessaire avant éjection de la balle collée, on détermine, suivant Preumont [85], la distribution de la densité de probabilité du facteur pic (*peak factor*) comme étant la distribution de la valeur réduite de l'extrême absolu (voir figure 5-17). La valeur moyenne et l'écart type du facteur pic sont définis comme suit [85]:

$$E[\eta] \approx (2 \ln \kappa N)^{\frac{1}{2}} + \frac{\delta}{(2 \ln N)^{\frac{1}{2}}} \quad (5-38)$$

$$\sigma[\eta] \approx \frac{\pi}{6} \frac{1}{(2 \ln N)^{\frac{1}{2}}}$$

$N = 2 \nu_0 T$ représente le nombre de cycles durant une période d'observation T ;

$\kappa = 1.5 * (1 - e^{-1.8 \delta})$ pour $\delta < 0.5$ et $\kappa = 0.94$ pour $\delta > 0.5$.

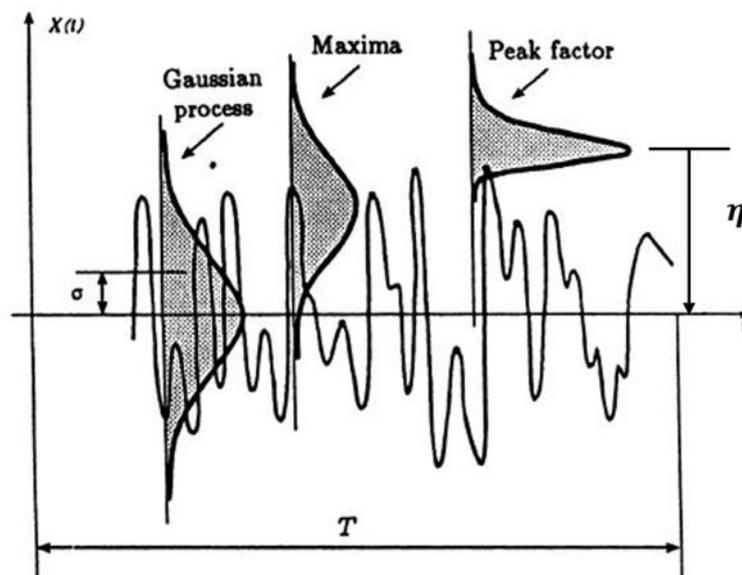


Figure 5-17 : Illustration du Peak factor [85]

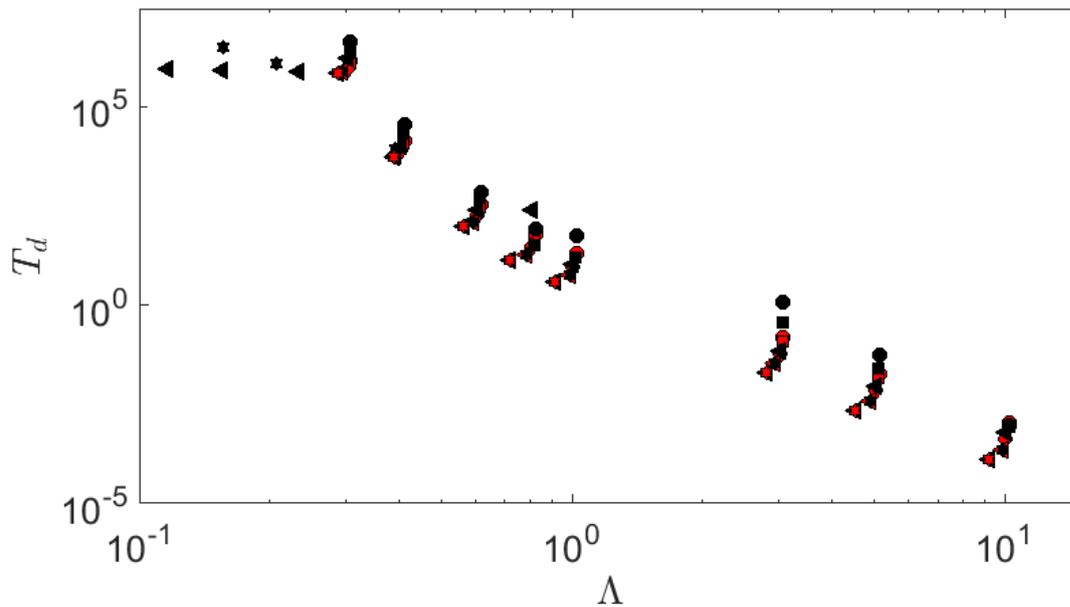


Figure 5-18 : Temps nécessaire avant le décollage T_d . Les symboles cercle, carré, diamant, étoile et triangle représentent respectivement $\xi = 0.1, 0.125, 0.25, 0.5$ et 0.9 . En noir : moyenne des temps avant le décollage issue de la simulation et en rouge le temps avant le premier décollage calculé à partir de (5-37). $e=0.8$.

Sur la figure 5-18, est représenté le temps sans dimension T_d nécessaire avant que la balle ne puisse décoller de la plaque inférieure. Ce temps s'obtient d'une part directement à partir des simulations, d'autre part par intégration de l'équation (5-37). La figure montre que les résultats obtenus à partir des simulations sont cohérents avec les résultats analytiques. On constate sans surprise, que plus l'accélération réduite est faible, plus ce temps est important. Au départ la balle part collée sur la plaque pour ensuite rebondir et ceci dépend de l'excitation donnée à la surface inférieure. En augmentant à l'approche de l'accélération réduite de transition ($\Lambda \approx 1$), la balle décolle presque pendant toute la période d'observation, ce qui rend le temps nécessaire pour décoller de plus en plus faible

4.5. Effet de la mémoire

Dans la plupart des modèles présentés dans la littérature, le processus d'excitation est considéré sans mémoire, l'excitation est introduite en tirant la vitesse de la plaque w_n à chaque impact indépendamment, suivant une distribution donnée. Notre modèle numérique complet prend en considération l'effet de la mémoire de l'excitation, qui est traduit par τ_{corr} (équation (5-25)). Afin d'analyser et comprendre comment les propriétés statistiques de la dynamique du système peuvent être affectées par le temps de corrélation, la simulation numérique complète sera comparée à la carte sans mémoire de Wood & Byrne.

L'effet de la mémoire est attendu être négligeable quand le temps de vol individuel est très grand par rapport au temps de corrélation. C'est généralement le cas quand l'excitation Λ est très grande ou quand le temps de corrélation est faible.

L'effet de la mémoire est attendu négligeable quand le temps de vol individuel est très grand par rapport au temps de corrélation. C'est généralement le cas quand l'excitation Λ est très grande ou quand le temps de corrélation est faible.

4.6. Densités de probabilité des vitesses post-impact

On montre sur la figure 5-19 les densités de probabilités (pdf), de la vitesse après impact V_n pour différentes valeurs de Λ et τ_{corr} . Ces pdfs sont comparées à la densité de probabilité P_{WB} des vitesses V_n obtenue par le modèle de Wood et Byrne. Comme on peut le constater sur cette figure, les pdf des vitesses simulées V_n correspondent parfaitement à P_{WB} quand l'accélération réduite est très grande et que le temps de corrélation τ_{corr} reste faible (figure 5-19 (a)). Dans les autres cas, les pdf simulées sont très différentes de P_{WB} , non seulement quand Λ diminue à temps de corrélation constant (figure 5-19 (b)) mais aussi quand τ_{corr} augmente à Λ constant (figure 5-19 (c)). Avec une accélération réduite faible et un temps de corrélation grand, on constate des écarts importants entre les pdf de V_n et P_{WB} (figure 5-19 (d)). Pour conclure, on confirme la grande influence du temps de corrélation sur la dynamique du *Bouncing Ball*, et en particulier sur la répartition des vitesses post-impact.

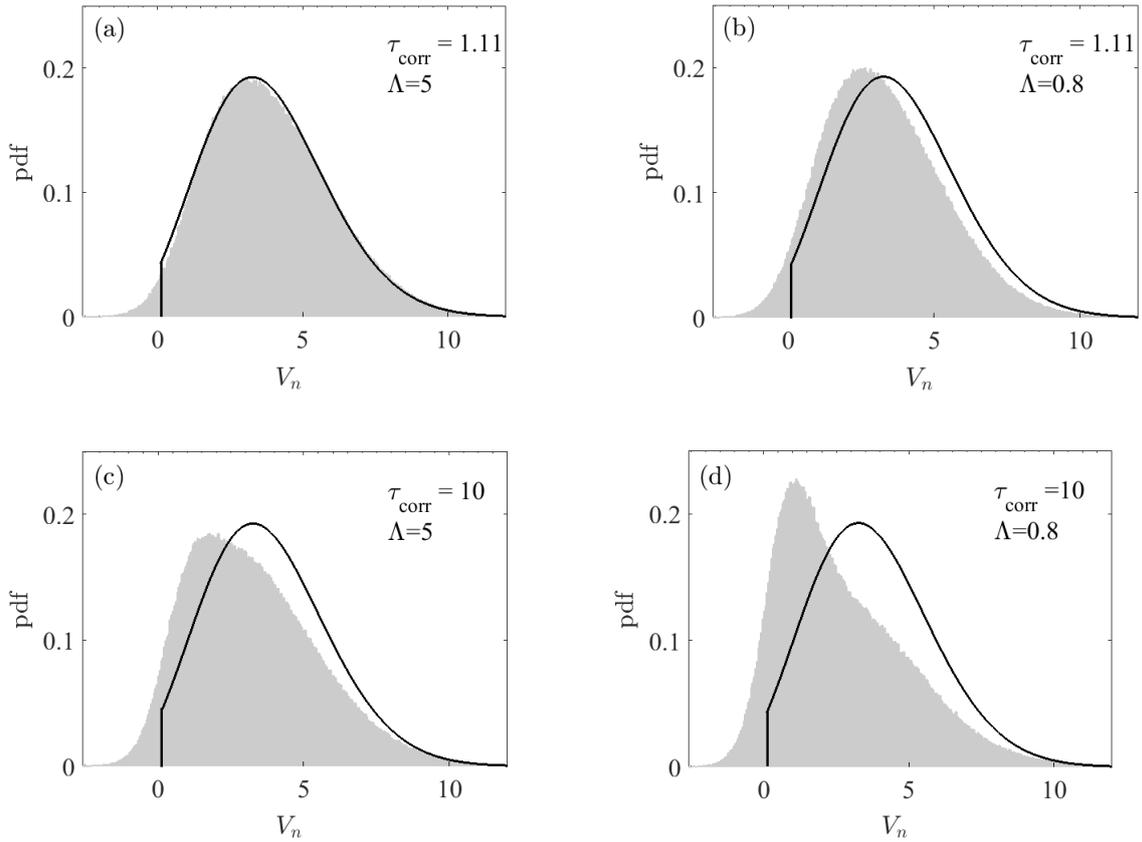


Figure 5-19 : Gris : Densité de probabilité (pdf) de V_n pour différents Λ et τ_{corr} , $e=0.8$. Traits noirs : pdf de la carte Wood & Byrne P_{WB} .

4.7. Identification des paramètres de contrôle du système

Afin de quantifier l'effet de τ_{corr} , on revient aux valeurs moyennes de vitesse après impact $\langle V_n \rangle$ et des temps de vol individuel $\langle T_n \rangle$. Pour ce faire, on introduit de manière heuristique le paramètre α donné par la relation suivante :

$$\alpha = \frac{\sigma_w^2}{\sigma_h \sigma_a} \quad (5-39)$$

qui constitue un paramètre permettant de quantifier la largeur de bande du processus w [84]. Ce paramètre dépend uniquement du contenu spectral du signal exciteur. α , toujours inférieur à 1, tend vers 1 pour un processus bande étroite et tend vers 0 pour un processus large bande. α est calculé directement à partir de nos simulations.

En mettant à l'échelle la moyenne des vitesses simulées post impact $\langle V_n \rangle$ par rapport au résultat de Wood et Byrne V_{WB} , on peut montrer que toutes les courbes présentées figure 5-13 se superposent sur une courbe maîtresse unique présentée figure 5-20 (a), lorsqu'on introduit le paramètre $\frac{\Lambda V_{WB}}{\alpha}$ comme abscisse. On rappelle que V_{WB} dépend uniquement de e , soit $V_{WB} =$

$V_{WB}(e)$ [83]. L'interprétation physique de la grandeur $\frac{\Lambda V_{WB}}{\alpha}$ sera discutée dans un paragraphe ultérieur. On observe aussi une bonne superposition pour les temps de vol en traçant $\frac{\langle T_n \rangle}{T_{WB}}$ fonction de $\frac{\Lambda V_{WB}}{\alpha}$ (voir figure 5-20 (b)). La moyenne du temps de vol individuel du modèle W&B est telle que $T_{WB} = 2\Lambda V_{WB}$, compte tenu de la relation basée sur l'hypothèse de Chirikov [82] $\langle T_n \rangle = 2\Lambda \langle V_n \rangle$ avec $\langle V_n \rangle = V_{WB}$.

A partir de la figure 5-20, on peut définir les paramètres pour lesquels la dynamique du *Bouncing Ball* est non corrélée. Cet état décorréolé correspond aux plateaux identifiés sur les deux figures pour une valeur seuil ($\frac{\Lambda V_{WB}}{\alpha} > 7$). Dans ce cas, les moyennes $\langle V_n \rangle$ et $\langle T_n \rangle$ sont bien égales aux valeurs non corrélés V_{WB} et T_{WB} du modèle W&B. En dessous de la valeur de transition 7, les rapports $\frac{\langle V_n \rangle}{V_{WB}}$ et $\frac{\langle T_n \rangle}{T_{WB}}$ sont inférieurs à 1, la diminution devient d'autant plus importante que $\frac{\Lambda V_{WB}}{\alpha}$ décroît vers 1. A cette valeur de 1, $\frac{\langle T_n \rangle}{T_{WB}}$ a chuté d'un facteur proche de 100, et $\frac{\langle V_n \rangle}{V_{WB}}$ est devenue négatif.

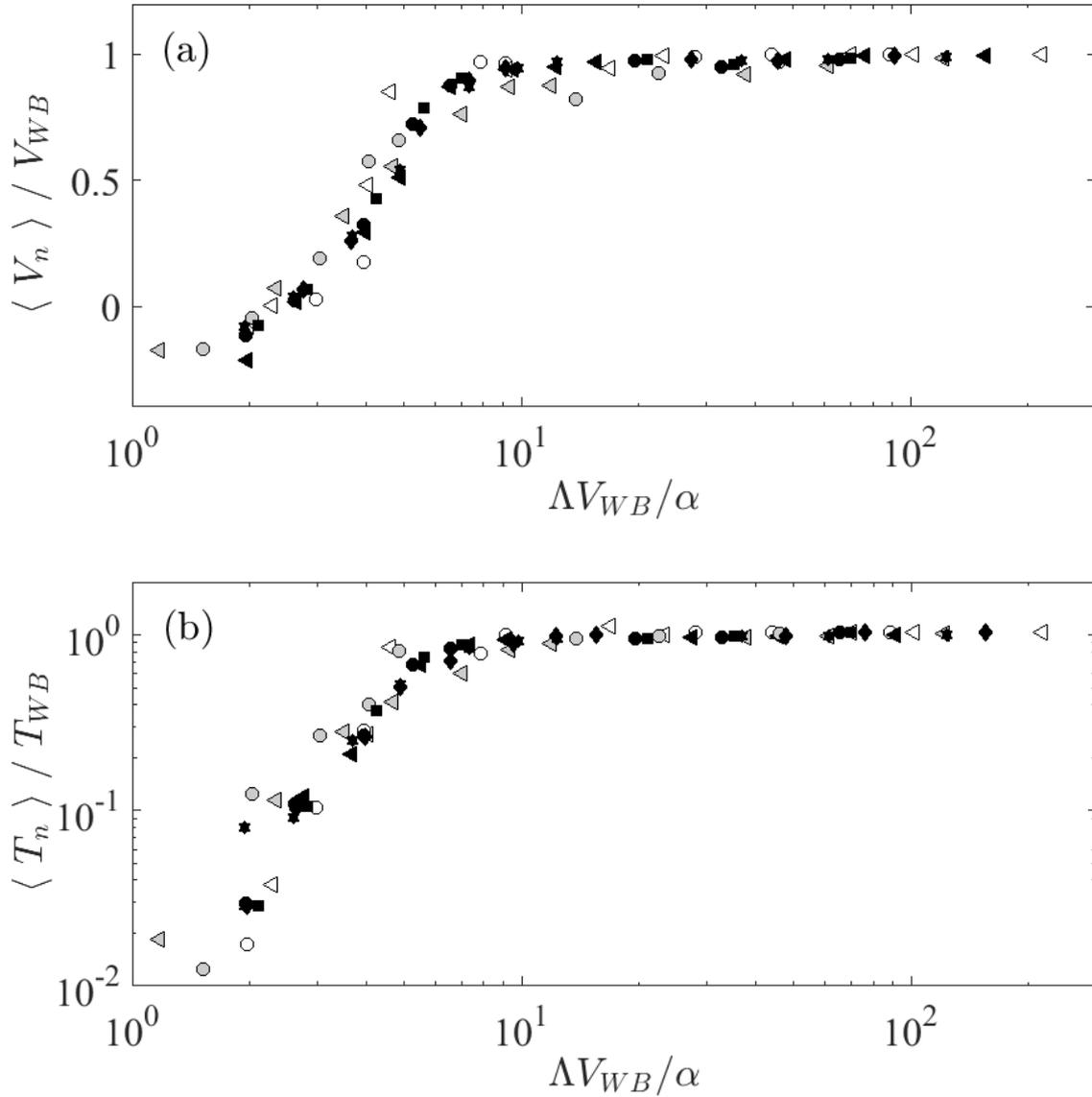


Figure 5-20 : (a) $\frac{\langle V_n \rangle}{V_{WB}}$ et (b) $\frac{\langle T_n \rangle}{T_{WB}}$ en fonction de $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$, pour différents paramètres (Λ , e , τ_{corr}). En gris : $e=0.7$, en noir : $e=0.8$ et en blanc : $e=0.9$. Les symboles cercle, carré, diamant, étoile et triangles représentent respectivement $\xi = 0.1, 0.125, 0.25, 0.5$ et 0.9

4.8. Interprétation des résultats de simulation

Afin d'interpréter et d'analyser plus clairement la dynamique du *Bouncing Ball*, on considère maintenant les altitudes H_n et H_{n+1} de la table lors de deux impacts successifs. Sur la figure 5-21 on trace la probabilité que H_{n+1} soit plus grand que H_n , $p(H_{n+1} < H_n)$, pour les différentes simulations.

On observe maintenant trois régimes distincts décrits ci-après.

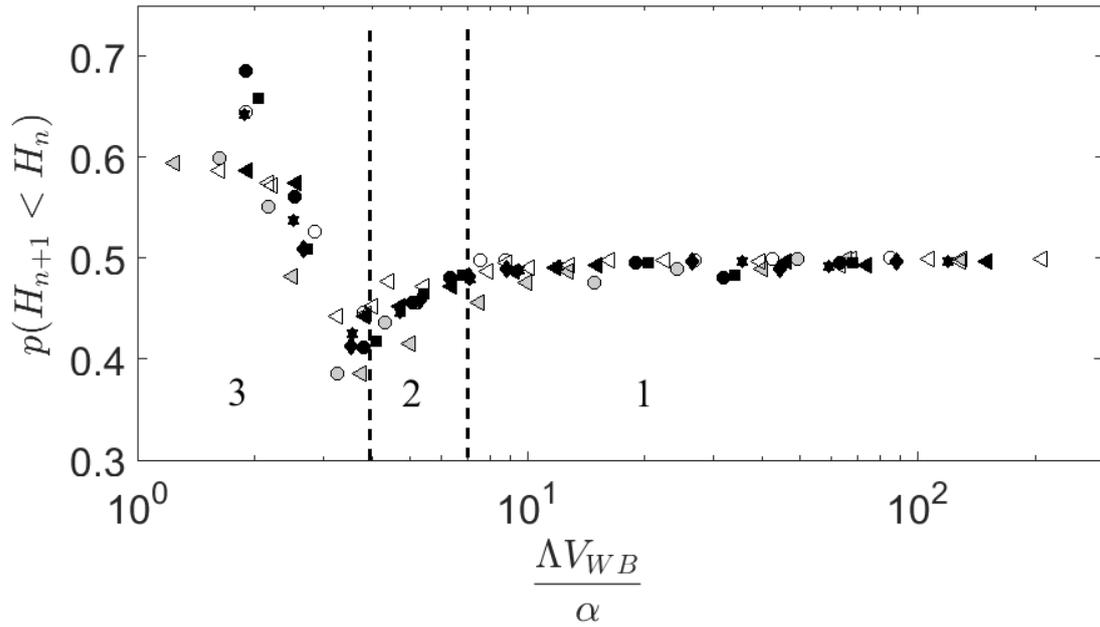


Figure 5-21 : Probabilité que $H_{n+1} < H_n$ en fonction de $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$. En gris : $e=0.7$, en noir : $e=0.8$ et en blanc : $e=0.9$. Les symboles cercle, carré, diamant, étoile et triangles représentent respectivement $\xi = 0.1, 0.125, 0.25, 0.5$ et 0.9

- Régime 1 : lorsque $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha} > 7$, $p(H_{n+1} < H_n) = 50\%$. Il y a équi-répartition autour de l'altitude moyenne. Ceci correspond au cas où la dynamique est totalement non corrélée, la balle peut facilement dépasser les pics de l'excitation $H(\tau)$ (figure 5-22) et impacte la plaque à une altitude indifféremment supérieure à la précédente.

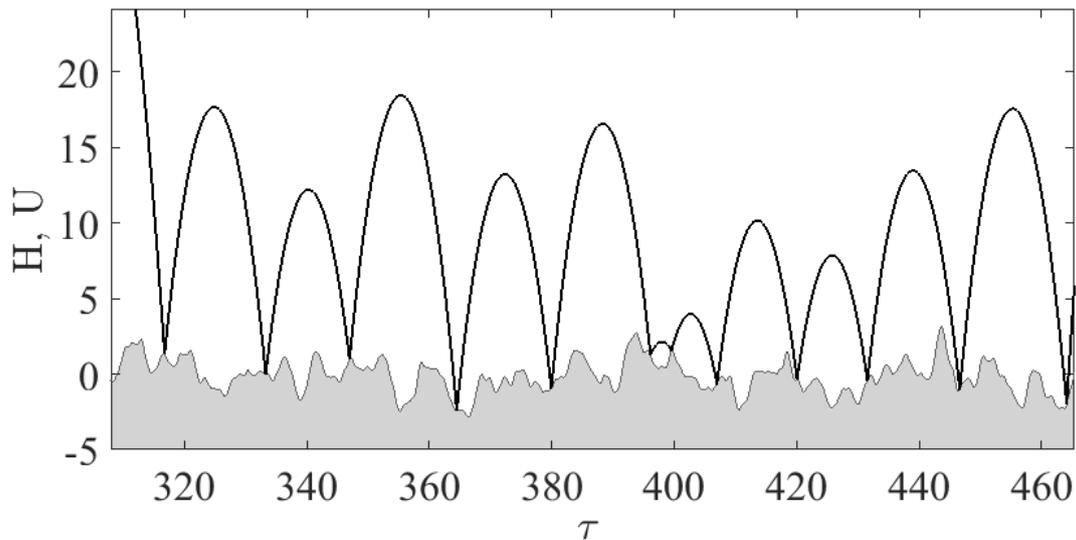


Figure 5-22 : Trajectoire typique de la balle dans le régime 1

- Régime 2 : lorsque $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha} < 7$, $p(H_{n+1} < H_n) < 50\%$. Il y a plus de sauts montants que de sauts descendants, comme l'illustre la figure 5-23. On peut interpréter cela par le fait

que la balle doit maintenant gravir les pics (ou maxima locaux) compte tenu d'une excitation plus faible.

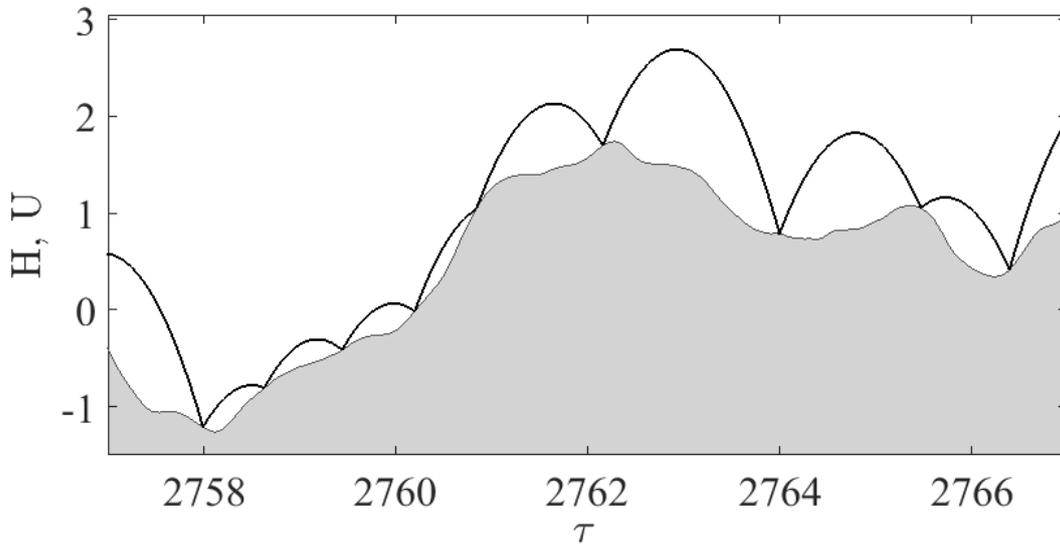


Figure 5-23 : Trajectoire typique de la balle dans le régime 2.

- Régime 3 : lorsque $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha} < 4$ où $p(H_{n+1} < H_n) > 50\%$. Cette fois ci, on note plus de sauts descendants que montants. On interprète cette nouvelle dynamique par le fait que la balle maintenant colle au profil bien avant de parvenir aux pics locaux. Elle ne se remet à faire des sauts que lors des descente, d'où les sauts majoritairement descendants. Ce scénario est bien illustré sur la figure 5-24 .

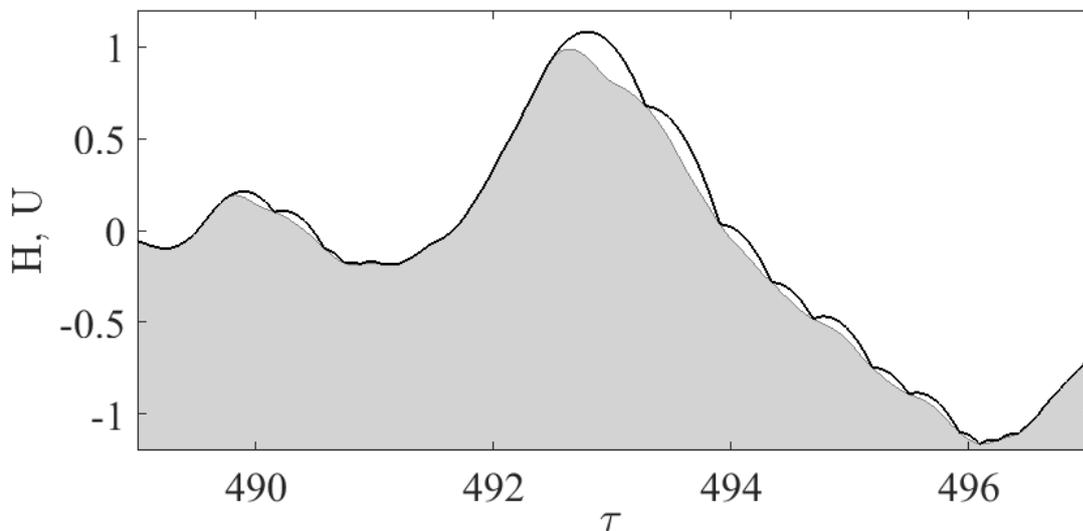


Figure 5-24 : Trajectoire typique de la balle dans le régime 3.

- Enfin pour des valeurs de $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha} < 1$, la probabilité que la balle décolle de la plaque devient quasiment nulle. Ceci explique l'absence de points sur les figures 5-20 et 5-21. A titre d'exemple, pour $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha} \approx 1,42$, on enregistre moins de quinze sauts pendant une durée de simulation $\tau \approx 6 \cdot 10^6$.

Dans les régimes 2 et 3, avec des altitudes de sauts de l'ordre des variations de la hauteur de la table, les temps de vol individuels ne peuvent plus être correctement prédits sous l'hypothèse de Chirikov. En particulier, le terme $H_n - H_{n+1}$ devient non négligeable dans l'équation (5-22), ce qui traduit dans ce cas un fort effet de mémoire. La conséquence de cet effet mémoire est la grande diminution, pour des valeurs $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha} < 7$, du temps de vol $\langle T_n \rangle$ et de la vitesse post impact $\langle V_n \rangle$.

La superposition des points de toutes les simulations permet aussi de conclure que le rapport $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ constitue bien le paramètre de contrôle pertinent pour la dynamique du *Bouncing Ball* pour les trois régimes observés sur la figure 5-21.

On vient d'interpréter la transition d'une dynamique corrélée (régimes 2 et 3) vers une dynamique non corrélée (régime 1) comme la capacité de la balle à dépasser ou pas les pics locaux du mouvement de la table en un seul saut. Ceci revient à comparer la durée d'un saut individuel à la durée entre deux pics successifs. La durée d'un saut individuel $\langle T_n \rangle$, au voisinage de la transition du régime 1 vers le régime 2, peut être approximée par $T_{WB} = 2\Delta V_{WB}$. D'autre part on peut montrer que la durée entre pics est de l'ordre de $T_{peak} = 2\pi\alpha$ [85]. On en conclut donc que le paramètre α est proportionnel à $\frac{T_{WB}}{T_{peak}}$ et quantifie directement le rapport entre ces deux temps caractéristiques de la dynamique normale de la balle.

Pour finir de caractériser l'effet de la mémoire du mouvement de la plaque sur celle de la dynamique du système, il convient d'exprimer la relation entre α et τ_{corr} . Rappelons que selon la définition (équation (5-39)) α dépend essentiellement de la PSD de $h(t)$. Dans le cas particulier de nos simulations, l'excitation est un bruit blanc filtré par un filtre du second ordre (fréquence centrale Ω_c), puis par un filtre du premier ordre (fréquence centrale Ω_L) afin d'éviter une énergie infinie pour le signal de l'accélération et de pouvoir définir $\sigma_{\dot{h}}$.

On peut alors montrer à partir du calcul analytique de σ_h , $\sigma_{\dot{h}}$ et $\sigma_{\ddot{h}}$ que $\alpha(\tau_{corr})$ s'écrit sous cette forme :

$$\alpha = \left[\left(1 + \frac{2\Omega_L}{\Omega_c \tau_{corr}} \right) \left(1 + \frac{2\Omega_c}{\Omega_L \tau_{corr}} \right) \right]^{-1/2} \quad (5-40)$$

Comme l'illustre la figure 5-25, cette relation est en parfait accord avec les calculs de α déduits directement des profils h simulés et de l'équation (5-39) (figure 5-25).

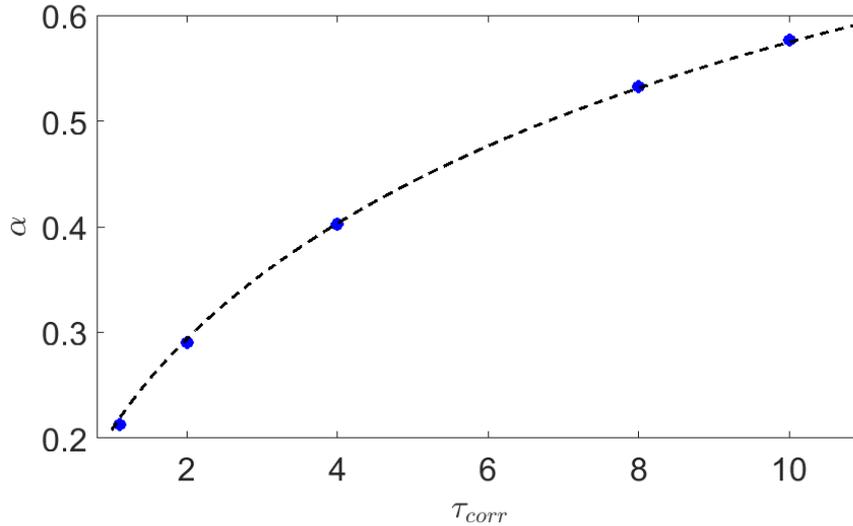


Figure 5-25 : α en fonction de τ_{corr} . Cercles bleus : résultats numériques et pointillés noirs : α calculé à partir de l'équation (5-40).

Dans le régime 3, on observe une succession de périodes de collages et décollages qu'on trouve fortement dépendante de la valeur du paramètre de corrélation $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$; il y a des variations importantes de $p(H_{n+1} < H_n)$ en fonction de $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ quand ce dernier devient plus petit que 4. Quant à la transition du régime 1 au régime 2 (de la dynamique non corrélée à la dynamique non corrélée) elle est indépendante du paramètre de collage, ou de la forme des PSD. En revanche, la transition du régime 2 au régime 3 peut dépendre des choix de modélisation, en particulier le critère de collage ou le spectre e l'accélération.

5. Comparaison avec les résultats expérimentaux

Les modèles simplifiés puis la simulation numérique complète que nous venons de détailler, nous ont permis d'apporter un regard complémentaire et riche sur le comportement dynamique verticale du glisseur. Certes, nos modèles se restreignent au cas d'un point matériel sur un profil animé d'un mouvement stochastique, et comportent ainsi des limites en termes de prédiction. Toutefois, comme nous allons le démontrer, ils apportent des éléments prédictifs très pertinents et confortent les scénarios mis en lumière au travers de nos campagnes expérimentales. C'est

dans cet objectif que nous nous attachons maintenant à confronter nos résultats numériques à nos résultats expérimentaux.

5.1. Modèle physique-modèle numérique

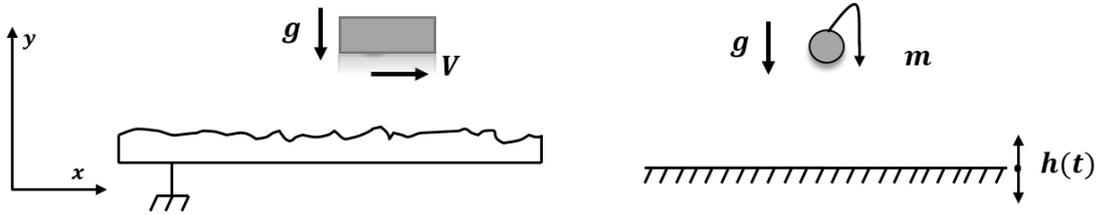


Figure 5-26 : Modèle physique (à gauche) et modèle numérique (à droite)

Sur la figure 5-26, sont présentés le modèle physique de notre étude et le modèle numérique pour nos simulations. Dans le premier cas, nous avons un glisseur dont la dynamique verticale résulte du mouvement transversal de deux corps rugueux en contact, et dans l'autre, une balle qui rebondit sur une table mobile. La première question que l'on doit se poser est quelles sont les caractéristiques de l'excitation verticale $h(t)$ qu'il convient de retenir au regard de la vitesse de glissement et des propriétés topographiques des surfaces pour bien rendre compte du comportement dynamique normal du glisseur ?

Pour ce faire, commençons par exprimer le paramètre sans dimension qui constitue l'accélération réduite $\Lambda = \frac{\sigma_h \Omega_c^2}{g}$ en fonction des données expérimentales. Pour l'écart type de $h(t)$, il est raisonnable en ordre de grandeur de le quantifier par le niveau de rugosité des surfaces en contact, soit $\sigma_h = \sqrt{m_0} = R_q$. Rappelons que dans les campagnes expérimentales, le glisseur est essentiellement soumis à son propre poids, ainsi l'accélération de la pesanteur peut être introduite telle quelle. Il reste à exprimer la pulsation centrale Ω_c en fonction de la vitesse de glissement, ici noté U et d'une longueur d'onde caractéristique des rugosités, noté λ_c , à savoir :

$$\Omega_c = \frac{2\pi U}{\lambda_c} \quad (5-41)$$

Il vient, pour l'expression de l'accélération réduite Λ :

$$\Lambda = \frac{4\pi^2 R_q}{\lambda_c^2 g} U^2 \quad (5-42)$$

Rappelons que le temps de vol sans dimension T_n s'exprime par :

$$\Omega_c(t_{n+1} - t_n) = T_n \quad (5-43)$$

On en déduit la relation directe qui relie ce temps sans dimension au temps de vol réel t_{vol} en fonction des paramètres expérimentaux :

$$T = \frac{2\pi U}{\lambda_c} t_{vol} \quad (5-44)$$

De même, à partir de :

$$v_n = \sigma_w V_n = \sigma_h \Omega_c V_n \quad (5-45)$$

on obtient la vitesse post impact comme suit :

$$v_n = \frac{R_q 2 \pi U}{\lambda_c} V_n \quad (5-46)$$

Il convient de choisir maintenant une valeur appropriée pour le coefficient de restitution. Notre contact expérimental est de type acier-acier. Dans ce cas une valeur crédible du coefficient de restitution est de l'ordre de 0.8.

Il reste enfin à fournir la procédure pour estimer le paramètre α caractéristique de la largeur de bande du processus. D'après la définition (5-39), on peut de manière équivalente écrire :

$$\alpha = \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \quad (5-47)$$

où m_0 , m_2 et m_4 constituent les moments spectraux de h , à savoir :

$$m_j = \int_{-\infty}^{+\infty} \Omega^j S_{hh}(\Omega) d\Omega \quad (5-48)$$

En exprimant $S_{hh}(\Omega)$ en fonction de $S_{zz}(k)$, où $k = 2\pi/\lambda$ désigne le nombre d'onde, il vient :

$$\alpha = \frac{\tilde{m}_2^2}{\tilde{m}_0 \tilde{m}_4} \quad (5-49)$$

Avec

$$\tilde{m}_j = \int_{-\infty}^{+\infty} k^j S_{zz}(k) dk \quad (5-50)$$

On peut donc estimer ce paramètre directement à partir des densités spectrales mesurées des profils réels.

5.2. Confrontation entre calculs et essais.

Propriétés statistiques : Afin d'illustrer notre propos, nous avons choisi de présenter les comparaisons en s'appuyant sur les essais réalisés dans le cas des surfaces dont les rugosités sont de $Ra=30 \mu\text{m}$. Pour ce cas d'étude, on montre sur la figure 5-27, la moyenne d'ensemble des densités spectrales d'amplitude des profils (3000 échantillons). On constate que le signal est filtré au-delà de $\approx 15 \text{ mm}^{-1}$. Selon la relation (5-49), les valeurs de la rugosité Rq et du paramètre α représentatif de la largeur de bande ont été estimée selon le tableau 5-3 ci-après :

Ra	Rq	α
$30 \mu\text{m}$	$28 \mu\text{m}$	0.193

Tableau 5-3 : Propriétés topographiques retenues à partir de 3000 relevés avec le profilomètre tactile.

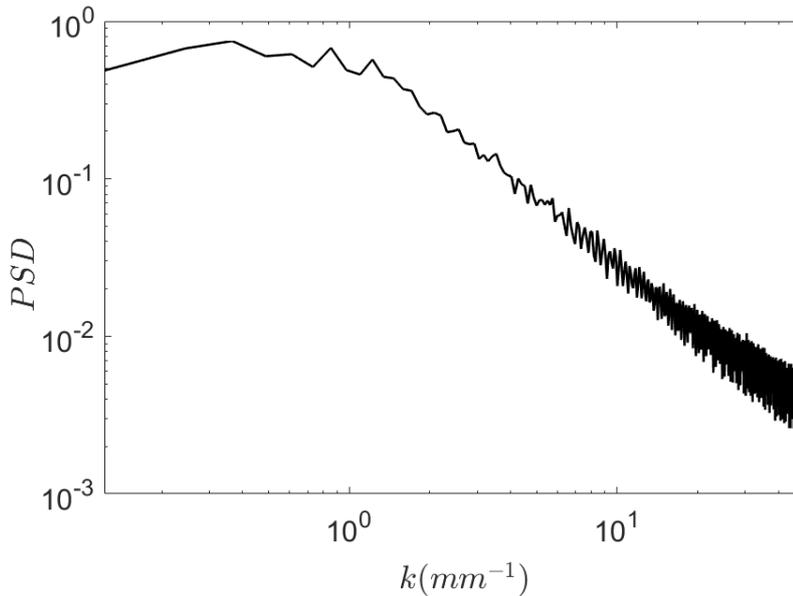


Figure 5-27 : PSD moyenne des profils topographiques. $Ra=30 \mu\text{m}$.

Sur le tableau 5-4 on présente les valeurs de α déterminées à partir de nos simulations pour différentes valeurs du temps de corrélation.

τ_{corr}	α
10	0.573
8	0.531
4	0.403
2	0.292
1.11	0.215

Tableau 5-4 : Paramètre α déterminé à partir des simulations numériques pour différentes valeurs de τ_{corr}

Au regard de la courbe présentée sur la figure 5-25 et dont quelques valeurs ont été reportées au tableau 5-4 , on peut estimer le temps de corrélation autour de τ_{corr} . On peut dans un premier temps prédire que le profil de la plaque a une bande fréquentielle large.

Estimation de la vitesse de transition : A partir de la figure 5-21, la transition de l'état collé vers l'état décollé se fait pour une vitesse de transition tel que $\alpha V_{WB}/\Lambda = 4$. En réécrivant Λ à partir de la relation (5-42), on a $(4\pi^2 R_q U_t^2 V_{WB})/(\lambda_c^2 g \alpha) = 4$. D'où la vitesse de transition U_t est donné par :

$$U_t = \sqrt{\frac{\lambda_c^2 g \alpha}{\pi^2 R_q V_{WB}}} \quad (5-51)$$

En introduisant les valeurs expérimentales $R_q = 28\mu m, \lambda_c = 320\mu m, \alpha = 0.193$ et $V_{WB}=3.65$, on obtient $U_t = 14 \text{ mm/s}$. Cette valeur est compatible avec la zone de transition observée sur les résultats expérimentaux ($V \approx 10 \text{ mm/s}$).

Afin de confronter les résultats numériques aux résultats expérimentaux, on va s'intéresser maintenant aux statistiques des temps de vol.

Evaluation du temps de vol individuel : Sur la figure 5-28, on trace l'évolution du temps de vol individuel pour résultats numériques (symboles noirs) et expérimentaux (symboles rouges) en fonction de la vitesse de glissement pour $Ra = 30 \mu m$.

Le temps de vol individuel peut être défini en combinant les relations (5-32), (5-42) et (5-44), on a ainsi :

$$t_{vol} = \frac{4\pi V_{WB} R_q}{g \lambda_c} U \quad (5-52)$$

Pour des valeurs expérimentales ($Rq = 28 \mu m$ et $\lambda_c = 320 \mu m$), on trouve pour $U = 0.1 m/s$ un temps de vol $t_{vol} = 0.04 s$. Cette valeur et d'autres pour d'autres vitesses sont montrées sur la figure 5-28 (symboles noirs). Cependant, les résultats expérimentaux montrent un écart d'un facteur 20 fois plus faible, $t_{vol} = 0.002 s$. Cette différence entre les résultats expérimentaux et numériques nous suggère que la valeur de l'écart type de l'excitation induit par la rugosité n'est pas bien estimée par R_q , mais qu'elle serait bien plus faible. Van Zwol et al. [86] ont effectivement constaté cet effet. Ils ont montré que l'écart type de la hauteur de premier contact entre surfaces rugueuses peut être un ordre de grandeur plus faible que l'écart type (rugosité rms) des altitudes des surfaces en regard.

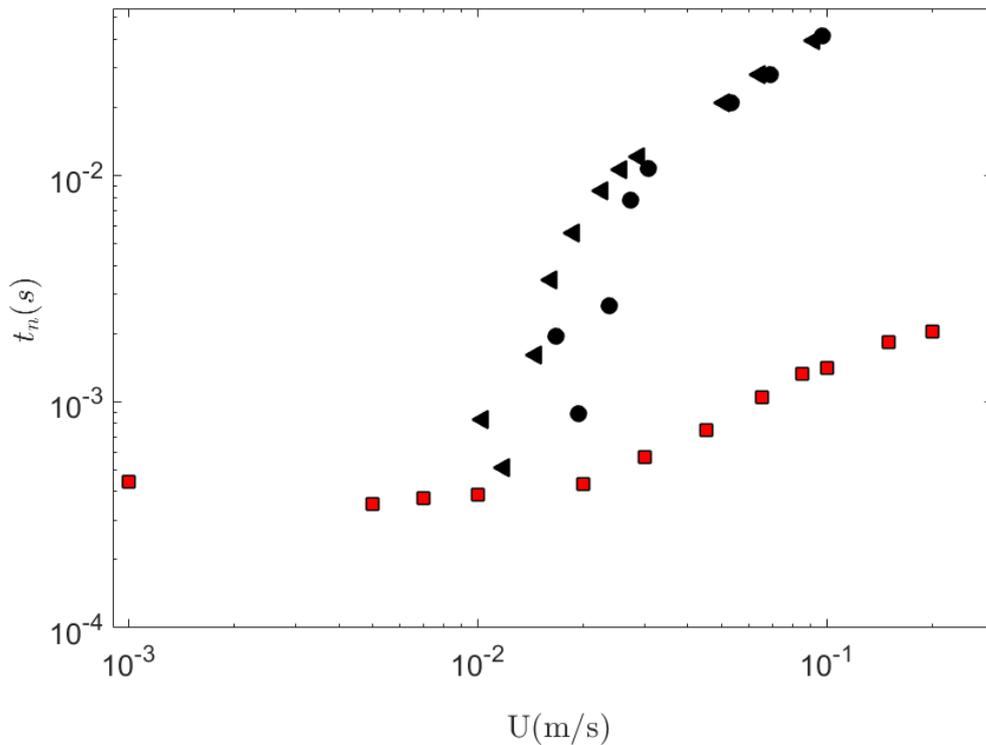


Figure 5-28 : Temps de vol individuel en fonction de la vitesse de glissement. En noir les résultats numériques. Les cercle et triangles représentent respectivement $\xi = 0.1$ et $\xi = 0.9$. En rouge les résultats expérimentaux.

Estimation de la fraction du temps de vol passé en vol : Le pourcentage du temps passé en vol peut être estimé comme suit :

$$\Pi = \frac{T_{manip} - T_{impact}}{T_{manip}} = 1 - \frac{N_{impact} * t_{impact}}{T_{manip}} \quad (5-53)$$

où N_{impact} et t_{impact} sont respectivement le nombre d'impacts et la durée moyenne d'impact.

Or, dans le régime de sauts, on peut écrire que $N_{impact} \sim \frac{T_{manip}}{(t_{impact} + t_{vol})}$. On en déduit que :

$$\Pi = 1 - \frac{t_{impact}}{t_{impact} + t_{vol}} \quad (5-54)$$

On suppose que le temps d'impact est constant $t_{impact} = 1 \text{ ms}$ (voir figure 3-28). D'après la relation (5-52) et pour des valeurs expérimentales ($Rq = 28 \text{ }\mu\text{m}$ et $\lambda_c = 320 \text{ }\mu\text{m}$), on trouve :

$$\Pi \sim 1 - \frac{0.001}{0.001 + 0.4U} \quad (5-55)$$

avec U en m/s .

Pour une valeur de $U = 200 \text{ mm/s}$, on prédit $\Pi \sim 1 - 0.01 \sim 0.99$. Or au chapitre 3, on a trouvé que pour $U = 200 \text{ mm/s}$, le pourcentage de temps de vol $\Pi \sim 1 - 0.2 \sim 0.8$. On retrouve là encore le facteur 20 entre la mesure (0.2) et la prédiction de la relation (5-55). L'origine vient alors de la valeur de t_{vol} dans la relation (5-54), qui n'a pas la bonne valeur.

Le pourcentage du temps passé en vol peut être aussi estimé à partir des temps de vol et d'impact mesurés expérimentalement. Dans le chapitre 3, on peut montrer à partir de la figure 3-28 que $t_{impact} \sim B + U^{-C}$, avec $B = 0.0007$ et $C = 2.6$. On peut également montrer, à partir de la figure 3-20 que $t_{vol} \sim D \cdot U^E$, avec $D = 0.000069$ et $E = 0.64$. En injectant ces deux expressions dans 5.54, on trouve que la proportion du temps passé en vol peut être prédite par cette relation :

$$\Pi \sim 1 - \frac{B + U^{-C}}{B + U^{-C} + DU^E} \quad (5-56)$$

On trace ainsi sur la figure 5-29, le pourcentage du temps passé en vol déduit soit de la relation (5-55) (en bleu) soit de la relation (5-56) (en rouge) en fonction de $\frac{\alpha V_{WB}}{\Lambda}$. La différence entre le pourcentage de temps passé en vol évalué à partir des relations (5-55) et les résultats expérimentaux est due au fait que le temps de vol est toujours sur estimé d'un facteur 20, donc Π est fortement surestimé. Si l'on introduit ce facteur 20 dans l'équation (5-55) comme un paramètre correctif heuristique (préfacteur 0.02 au lieu de 0.4), la prédiction est en effet largement améliorée. Par contre, la prédiction à partir de l'équation (5-56) est la meilleure, car on y a injecté des fits issus directement des grandeurs mesurées expérimentalement.

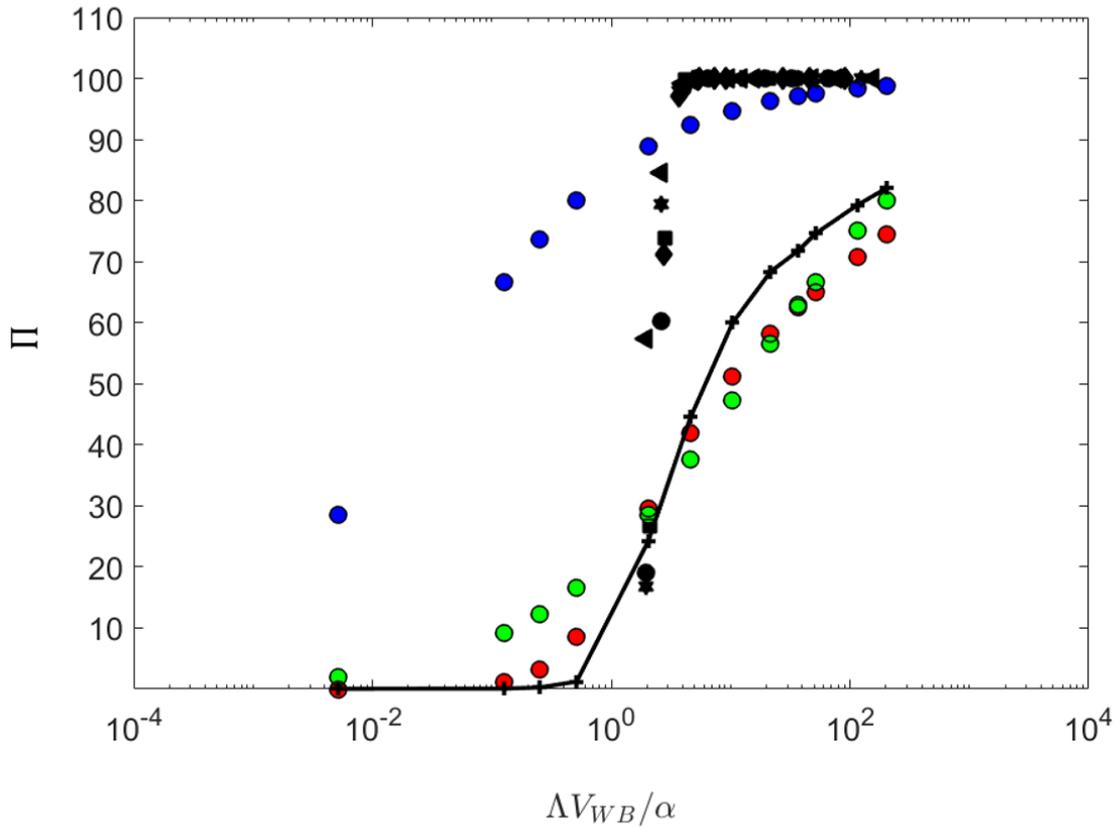


Figure 5-29 : Pourcentage du temps passé en vol Π en fonction $\frac{\alpha V_{WB}}{\Lambda}$. Les symboles représentent Π évaluée à partir des simulations numériques. Cercle, carré, diamant, étoile et triangles représentent respectivement $\xi = 0.1, 0.125, 0.25, 0.5$ et 0.9 . Trait noir continu représente Π évalué à partir des expériences pour $Ra=30 \mu\text{m}$. Bleu : prédiction de l'équation (5-55). Vert : prédiction de l'équation (5-56) lorsqu'un correctif d'un facteur 20 a été introduit dans le temps de vol. Rouge : prédiction de l'équation 5.56.

6. Commentaires et limites

Ce chapitre a permis de modéliser la dynamique entre deux surfaces rugueuses en glissement avec le modèle *Bouncing Ball*. Certains des modèles simplifiés existants présentaient des limites ; soit on avait des temps de vols nuls en moyenne, soit on ne considère que les vitesses positives d'éjection ce qui était très restrictif. Pour garantir un comportement plus physique, on a proposé les modèles BB3 et BB4 qui assurent un processus correct de rebond. Cependant dans tous ces modèles le temps de corrélation qui caractérise la mémoire du processus aux instants antérieurs n'est pas pris en considération. Pour ces raisons un modèle numérique complet a été proposé. Les résultats fournissent une bonne compréhension de comment la mémoire intervient dans la dynamique de la balle en considérant des excitations corrélées. L'effet de mémoire diminue significativement la durée des sauts ainsi que la vitesse après impact. Ceci dépend essentiellement de la forme de la PSD de l'excitation et du temps de corrélation.

Les résultats numériques prédisent bien l'existence d'un régime de contact ininterrompu et d'un régime de sauts, comme observé expérimentalement. La vitesse de transition prédite correspond bien à celle mesurée, lorsqu'on injecte dans le modèle des paramètres expérimentaux pour l'excitation du *Bouncing Ball*. Par contre, la prédiction des temps de vol surestime fortement les résultats de mesure. Cela suggère que l'écart-type de la topographie n'est pas la valeur pertinente pour estimer l'écart type de l'excitation effective du *Bouncing Ball*. Des investigations complémentaires pour éclaircir cet aspect apparaissent nécessaires. Au final, malgré sa grande simplicité, notre modèle permet à la fois de rendre compte des observations sur le plan qualitatif, et de pointer du doigt des directions de recherche futures pour améliorer notre compréhension du glissement rugueux-rugueux.

Conclusions et perspectives

Conclusion générale

Au cours de cette thèse, je me suis intéressée au contact sec entre surfaces rugueuses dans des conditions tribologique assez peu étudiées : sous faible charge normale mais animées d'une grande vitesse de glissement. Dans ces conditions, la faible déformation au niveau des aspérités se traduit par une vibration verticale importante de l'ensemble du glisseur. J'ai montré que ces vibrations, lorsque la vitesse de glissement dépasse une valeur critique, peuvent induire un véritable décollement des deux surfaces et donner lieu à une dynamique de glissement par sauts successifs séparés par des impacts violents entre les deux surfaces. A ma connaissance, cette transition entre un régime de contact ininterrompu et un régime de sauts n'avait pas été clairement identifiée auparavant. Cette découverte est d'autant plus importante que la transition pilote également un changement de régime dans l'évolution du coefficient de frottement. Paradoxalement, la dissipation de frottement augmente alors même que la proportion du temps passé en contact diminue fortement.

Mon travail a permis de tester l'effet des différents paramètres expérimentaux, tels que la masse du glisseur, ses dimensions et sa rugosité, sur cette transition. Du point de vue mécanique, les mesures accélérométriques ont permis de valider l'hypothèse des sauts, d'identifier sans ambiguïté des impacts aussi courts que $10\mu\text{s}$ et d'accéder aux distributions des grandeurs temporelles associées tels que la durée des sauts et des impacts. J'ai pu montrer que, dans certaines conditions, ces grandeurs pouvaient être également estimées à partir de mesures de la résistance électrique de contact. Cependant, à faible vitesse de glissement, lorsque les sauts sont de faible amplitude, les résultats mécanique et électrique diffèrent, car l'existence d'un contact électrique n'est plus nécessairement associée à l'existence d'un contact mécanique, par exemple en présence d'arcs électriques.

Ces résultats expérimentaux devraient servir de base pour des études futures de situations tribologiques analogues, couplant faible chargement et haute vitesse. On peut citer l'exemple des machines électriques qui comportent des collecteurs tournants, permettant de créer une connexion électrique entre une partie fixe (stator) et, une partie tournante (rotor). Ces situations se retrouvent par exemple dans les moteurs d'équipement automobile ou dans les éoliennes. La connexion électrique est assurée par un balai qui passe d'une électrode à l'autre. A cause des irrégularités topographiques à la frontière entre électrodes successives, le balai peut sauter transitoirement, générant des coupures de courant qui provoquent des fluctuations de la

puissance transmise. Dans le cas où le courant/tension sert à transmettre un signal portant de l'information, les sauts du balai vont de même dégrader la qualité de la transmission.

Comme l'existence d'un régime de sauts a été jusqu'à présent mal reconnue, l'arsenal théorique pour le décrire est quasi-inexistant. Pour mieux comprendre l'origine de la transition et les caractéristiques du régime de sauts, j'ai proposé une première approche qui s'inspire du modèle dit du Bouncing Ball. Ce modèle classique dans le domaine de la dynamique non-linéaire, et qui est largement utilisé pour interpréter des observations en astrophysique, dans les milieux granulaires ou pour le transport de particules, n'a par le passé reçu que peu d'attention en tribologie. Ma thèse a permis d'étendre pour la première fois ce modèle à des cas pratiques où l'excitation de la bille possède une corrélation temporelle [Zouabi et al, EPL 2016], qui est l'analogue de la longueur de corrélation des surfaces rugueuses en contact. Malgré les limitations dues aux hypothèses utilisées, ce modèle étendu permet de reproduire une partie des observations expérimentales, en particulier l'existence de la transition contact ininterrompu / contact sautant et l'ordre de grandeur de la vitesse de transition.

Perspectives

En dépit des avancées réalisées, mes travaux laissent pendantes de nombreuses questions qui mériteront d'être explorées dans des travaux futurs et dont je donne ici trois exemples.

Premier point. L'observation directe, visuelle du glisseur lors d'une expérience de glissement montre clairement que la description de son mouvement avec deux degrés de liberté (translation à vitesse constante et vibration verticale) est limitée. Il existe tout d'abord des rotations aléatoires autour des axes horizontaux (x et y). Ces rotations sont a priori associées à la hauteur aléatoire des quelques points de contact entre les surfaces rugueuses. On peut imaginer que ces rotations vont influencer la position des impacts lors des rebonds dans le régime de sauts. Il existe aussi des rotations aléatoires autour de l'axe vertical, ainsi que des translations aléatoires perpendiculairement à la direction d'entraînement par le moteur. Cela laisse penser que les efforts subis par le glisseur lors des chocs possèdent des composantes non négligeables selon y . Pour avoir une meilleure compréhension de la dynamique complète du glisseur, deux actions seraient à entreprendre. Tout d'abord enrichir l'instrumentation du dispositif, pour accéder à ces degrés de liberté supplémentaires. Par exemple, des mesures par vibrométrie laser, non-invasive, seraient intéressantes. Ensuite, il serait judicieux dans le même temps d'inclure

explicitement ces degrés de libertés dans les simulations. Cela reviendrait à remplacer le point matériel qui sert de bille dans le modèle Bouncing Ball par un corps rigide avec des dimensions et des inerties de rotation tirées de l'expérience.

Deuxième point. Notre objectif à long terme était d'accéder à la mesure de la dynamique spatio-temporelle des micro-impacts individuels entre deux surfaces rugueuses en glissement. Au terme de cette thèse, nous avons fait la moitié du chemin. Nous avons certes une résolution temporelle suffisante pour résoudre les impacts. Cependant, nous ne savons pas encore les localiser dans l'espace. Est-ce que les aspérités impliquées dans les micro-impacts sont différentes à chaque choc, ou au contraire est-ce que certaines d'entre elles ont tendance à être plus actives que d'autres ? Pour répondre à cette question, la mesure accélérométrique, qui est intégrée sur l'ensemble du glisseur, n'est pas adaptée. Par contre, on peut imaginer « pixelliser » la mesure électrique : le glisseur serait divisé en sous-parties isolées électriquement, chacune associée à une mesure analogue à celle décrite dans cette thèse. On pourrait alors obtenir la cartographie spatiale de l'activité de micro-impacts le long de l'interface et son évolution temporelle. Notons également que ce type de mesure permettrait de mieux comprendre la dynamique de chocs aux échelles locales dans le régime où, à l'échelle macroscopique, le contact apparaît ininterrompu. J'ai déjà réalisé avec succès quelques mesures préliminaires dans cette direction avec un glisseur à quatre pixels.

Troisième point. Du point de vue de la modélisation, différentes hypothèses simplificatrices peuvent être progressivement relaxées pour rendre les simulations plus réalistes. J'ai déjà évoqué au point 1 l'intérêt de passer d'un point matériel à un vrai glisseur avec ses dimensions et inertie propres. L'autre simplification majeure est l'hypothèse de chocs instantanés, décrit par un simple coefficient de restitution. Il semblerait plus réaliste de considérer des impacts Hertiens entre aspérités ayant des rayons de courbure tirés des mesures profilométriques et d'intégrer les différents types de dissipation énergétique (en volume, par radiation,...). Enfin, la rugosité du glisseur pourrait également être introduite. Bien que l'hypothèse d'une surface excitatrice 1D soit très forte, je pense qu'il serait inutile d'étendre notre modèle à des surfaces pleinement 2D. L'idée de notre approche de modélisation était de capturer qualitativement les comportements expérimentaux, tout en gardant un outil léger en utilisation et en temps de calcul. Inclure le 2D mènerait à un code bien plus complexe, et en fait très similaire au code Ra3D, déjà développé au LTDS au cours de la thèse de V.H. Dang. Une comparaison entre les deux types de simulations serait en revanche intéressante.

Références

- [1] J. R. Rice, A. L. Ruina, Stability of Steady Frictional Slipping, *Appl Mech* (1983).
- [2] J. Persson, Sliding Friction (2000).
- [3] H. Christopher, The Mechanics of Earthquakes and Faulting (2002).
- [4] F. P. Bowden, D. Tabor, Mechanism of Metallic friction, *Nature* .
- [5] J. Dieterich, Time-dependent friction and the mechanics of stick-slip, *Appl Geophys*, **116**, 790-806 (1978).
- [6] M.Chris, Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting, *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, **26**, 643-696 (1998).
- [7] T.Baumberger, C.Caroli , Solid friction from stick-slip to pinning and aging, **55**, 279-348 (2006).
- [8] J. A. Greenwood and J. B. P. Williamson, Contact of nominally surfaces, *R.Soc. Lond. Ser.*, **295**, 300-319 1(966).
- [9] E. Rabinowicz, An investigation of surface damage using radioactive metals, *British Journal of Applied Physics*, **2** (1951).
- [10] G. D. Toro, Fault lubrication during earthquakes, *Nature*, **471**, 494-498 (2011).
- [11] D. Dowson, History of Tribology (1979).
- [12] G.Amontons, De la résistance causée dans les machines, *Mémoire de l'Académie Royale des Sciences* (1966).
- [13] A.Coulomb, Théorie des machines simples, *Mémoire de mathématique et de physique de l'académie royale*, Edition Librairie Scientifique et Technique (1782).
- [14] K.L.Johnson, Contact Mechanics, *Cambridge University Press* (1979).
- [15] V.L.Popov, Contact Mechanics and friction, Physical Principles and Applications *Springer* (2010).
- [16] D. J. Whitehouse, J. F. Archard, The properties of random surface and significance in their contact,» *Proc.R.Soc.*, **A** (1316), 97-121 (1970).
- [17] D. J. Whitehouse, J. F. Archard, The properties of random surface and significance in their contact, *Proc.R.Soc.*, **1316**, 97-121 (1970).
- [18] P. Ranganath Nayak, Random process model for rough surfaces, *Lubr. Technol. Tans. ASME*, **193**, 398-407 (1971).

- [19] X.Roizard, Etude des conditions de frottement et des mécanismes d'endommagements surfaciques en emboutissage par simulation en étirage plan, Loraine (1992).
- [20] Akay.A, Acoutics of friction, **111** (2002).
- [21] R.T.Spurr, A theory of disc brake squeal, *Proc. Auto Div. Instn MEch Engrs*, **62** (1961).
- [22] Bongini, E. Bongini, S. Molla, P. E. Gautier, D. Habault, P. O. Mattéi, F. Poisson , Synthesis of Noise of Operating Vehicles: Development within SILENCE of a Tool with Listening Features, **99**, 320-326 (2008)
- [23] G.G.Adams, Self excited oscillations of two elastic half-space sliding with a constant coefficient of friction, *J.Appl.Mech*, **62**, 867-872 (1995).
- [24] J. K.Ranjith, Slip dynamics at the interface between dissimilar materials, *Journal of the Mechanics and physics of Solids* , **49**, 341-361 (2001).
- [25] SM Rubinstein, G Cohen, J Fineberg, Detachment fronts and the onset of dynamic friction, *Nature*, **430**, 1005-1009 (2004).
- [26] J.K. Trømborg, H. Sveinsson, J.Scheibert, K.Thøgersen, D.S Amundsen and A.Malthe-Sørensen , Slow slip and the transition from fast to slow fronts in the rupture of frictional interfaces, *Proc. Natl. Acad*, **111** (24) (2014).
- [27] M.Yokoi, M.Nakai, A Fundamental study on frictional noise, *JSME*, **25**, 827-833, (1982)..
- [28] M.O.Othman, A.H. Elkholy, A. A. Seireg, Experimental investigation of frictional noise and surface-roughness characteristics, *Experimental Mechanics* , **30** (14), 328-331 (1990).
- [29] M.Yokoi, M.Nakai, A fundamental study of frictional noise (1st report, the generating mechanism of rubbing noise and squeal noise, *BULL.JSME*, **22**, 1665-1671 (1979).
- [30] H. Ben Abdelounis, A. Le Bot, J. Perret-Liaudet and H. Zahouani, An experimental study on roughness noise of dry rough surfaces, *Wear*, **268**, 335-345 (2010).
- [31] Bruitparif, Etat des lieux des performances acoustiques des revêtements de chaussées, *Technical report* (2011).
- [32] D.Thompson, Railway Noise and Vibration, *Mechanisms, Modelling and Means of Control. Elsevier* (2009).
- [33] C.D. McGiller, G.R Cooper, «Continuous and Discrete Signal and System Analysis,» 1991.
- [34] W.J.Stronge, Planar impact of rough compliant bodies, *International Journal of Impact Engineering* , **15** (14), 435-450 (1994).

- [35] R. Seifried, W. Schiehlen, P. Eberhard, Numerical and experimental evaluation of the coefficient of restitution for repeated impacts, *International Journal of Impact Engineering*, **32**, 508-524 (2005)
- [36] R. R.J.Rogers, Experimental and numerical study of forces during oblique impact, *Journal of Sound and Vibration*, **125**, 403-412 (1988).
- [37] G.Capriano, I.Crivelli Visconti and A.Di Ilio, Elastic Behaviour of composite structures under low velocity impact, *Composites*, vol. **15** (13), 231-234 (1984).
- [38] K.Hunt, F. Crossley, Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact, *ASME J.Appl.Mech*, **42**, 440-445 (1975).
- [39] R.A.Ibrahim, Friction-induced vibration, chatter, squeal and chaos; part 2: Dynamics and modelling,» *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. **47** (17), pp. 227-253, 1994.
- [40] R.A.Ibrahim, «Friction-induced vibration, chatter, squeal and chaos; part 1 : Mechanics of contact and friction, *ASME Journal of Applied Mechanics*, **47** (17), 208-226 (1994).
- [41] J. Paul, L. Witting, Prediction of the effectiveness of noise control treatments in urban rail elevated structures, *Journal of acoustical society of America*, **78**, 2017-2033 (1985).
- [42] G.Best, K.Deckert, G.Singh, Effect of disk roughness on slider dynamics, *IEEE Transactions on Magnetics*, **24** (16), 2748–2750 (1988).
- [43] M. Suk, B. Shushan, D. B. Bogy, Role of disk surface-roughness on slider flying height and air-bearing frequency, *IEEE Transactions on Magnetics*, **16** (15), 2493-2495 (1990).
- [44] K. Ono, K. Lida, Statistical analysis of perfect contact and wear durability conditions of a single-degree-of-freedom contact slide, *Journal of Tribology Transactions of the ASME*, **122** (11), 238-245 (2000).
- [45] O. Giannini, A. Akay, F. Massi, Experimental analysis of brake squeal noise on a laboratory brake setup, *Journal of Sound and Vibration*, **292**,1-20 (2006).
- [46] A.Soom and C.H.Kim, Interaction between dynamic normal and frictional forces during unlubricated sliding, *Journal of lubrication Technology*, **105**, 221-229 (1983).
- [47] V.H.Dang, Dynamique des interfaces multicontact, *Thèse de doctorat*, Ecole Centrale de Lyon (2013).
- [48] R.Holm, Electric contacts, *Springer* (1967).
- [49] B.B.Mikic, Thermal contact conductance; theoretical considerations, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **17**, 205-214 (1974).
- [50] T. A. Edison, Electrical Generator and Motor, *US Patent*, 276 (1883).
- [51] I. McNab, Recent advance in electrical current collection, *Wear*, **59**, 259-276 (1980).

- [52] L.Boyer, Etude du mode de répartition du courant dans un contact électrique glissant multifilamentaire, *Phys.Appl*, **20**, 183-190 (1985).
- [53] L.Boyer, J. P. Charbrerie, J. Saint-Michel, Low wear metallic fiber brushes, *Wear*, **78**, 59-68 (1982).
- [54] P.Chazalon, Etudes des variations de la résistance électrique du contact balai-bague de l'alternateur, *Thèse de doctorat*, Ecole Centrale de Paris (2014).
- [55] J.C.Brown, Impact of Environmental Conditions on the Contact Physics of Gold contact RF Microelectromechanical Systems (MEMS) Switches, *Thèse de doctorat* (2008).
- [56] C.Brown, O. Rezvanian, M. A. Zikry, J. Kim, Temperature dependence of asperity contact and contact resistance in gold RF MEMS switches, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **19** (2009).
- [57] L. Chen, H. Lee, Z. Guo, G.G.Adams, Y. Du, Separation modes in microcontacts identified by the rate dependence of the pull -off force, *Applied Physics Letters*, vol. **93** (2007).
- [58] P.Y. Duvivier, Etude expérimentale et modélisation du contact électrique et mécanique quasi statique entre surfaces rugueuses d'or: application aux micros-relais mems, *Thèse de doctorat*, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint Etienne (2010).
- [59] E.Falcon, B.Castaing, M.Creysse, Nonlinear electrical conductivity in a 1D granular medium, *Eur.Phys. J.B*, **38**, 475 (2004).
- [60] E. Falcon, S.Dorbolo, A.Merlen, M.Creysse, Effects of electromagnetic waves on the electrical properties of contacts between grains, *Europhysics Letters*, **79** (2007).
- [61] H. Ben Abdelounis, Dynamique et vibroacoustique du contact rugueux: expérimentation et modélisation, *Thèse de doctorat*, Ecole Centrale de Lyon (2010).
- [62] D. P. Hess, A. Soom, Normal vibrations and friction at a Hertzian contact under random excitation: Theory and experiments, *Journal of sound and Vibration*, vol. **153** (13), 491-508 (1992).
- [63] D. P. Hess, A. Soom, Normal vibrations and friction at a Hertzian contact under random excitation: perturbation solution, *Journal of Sound and Vibration*, **164** (2), 317-326 (1993).
- [64] T. Jibiki, M. Shima, H. Akita, M. Tamura, A basic study of friction noise caused by fretting, *Wear*, **251**, 1492-1503 (2001).
- [65] N. A. Burnham, A. J. Kulik, G. Gremaud, G. A. D. Briggs, Nanosubharmonics: The Dynamics of Small Nonlinear Contacts, *Phys. Rev. Lett*, **74** (1995).
- [66] J. Perret-Liaudet, E. Rigaud, Experimental and numerical analysis of, *Journal of Sound and Vibration*, **331**, 3144 (2012).

- [67] ZJ. Kowalik, M. Franaszek, P. Pieranski, Self-reanimating chaos in the bouncing-ball system, *Phys Rev A Gen Phys.*, **37** (110), 4016-4022 (1988).
- [68] D. Terwagne, F. Ludewing, N. Vandewalle, S. Dorbolo, The role of the droplet deformations in the bouncing droplet dynamics, *Physics of Fluids* **25**, 122101 (2013).
- [69] S. J. Linz, P. H. Anggi, Effect of vertical vibrations on avalanches in granular systems,» *Physical Review E*, **50**, 3464 (1994).
- [70] A. Valance and D. Bideau, Dynamics of a ball bouncing on a rough inclined line, *Physical Review E*, **57**, 1886 (1998).
- [71] G. G. Batrouni, S. Dippel, L. Samson, Stochastic model for the motion of a particle on an inclined rough plane and the onset of viscous friction, *Physical Review E*, **53**, 6496 (1996).
- [72] P. J. Holmes, The dynamics of repeated impacts with a sinusoidally vibrating table, *Journal of Sound and Vibration*, **84** (173) (1982).
- [73] E. E. N. Macau¹, M. V. Carneiro, J. J. Barroso, Bouncing Ball problem: numerical behavior characterization, *WI Latin American Workshop Nonlinear Phenomena* (2010).
- [74] J. J. Barroso, Bouncing Ball problem: Stability of the periodic modes, *Physical review E*, **79** (2009).
- [75] R. M. Everson, Chaotic dynamics of a bouncing ball, *Physica D*, **19**, 355-383 (1986).
- [76] R. P. S.Han, A. C. J.Luo, W.Deng , Chaotic motion of a horizontal impact pair, *Journal of Sound and Vibration*, **181**, 231-250 (1995).
- [77] S. Heiman., A. k. Bajaj, P. J. Sherman, Periodic motions and bifurcation in dynamics of an inclined impact pair, *Journal of Sound and Vibration*, vol. **124**, 55-78 (1988).
- [78] L. N. Virgin, V. Bayly An experimental study of an impacting pendulum, *Journal of Sound and Vibration*, **164**, 364-374 (1993).
- [79] A. K. Karlis, P. K. Papachristou, F. K. Diakonou, V. Constantoudis, P. Schmelcher, Hyperacceleration in a Stochastic Fermi-Ulam Model, *Phys. Rev. Lett.*, **97**, 194102 (2006).
- [80] D. R. da Costa, C. P. Dettmann, J. A. de Oliveira, E. D. Leonel, Dynamics of classical particles in oval or elliptic billiards with a dispersing mechanism, *An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, **20**, 871 (2015).
- [81] C. Zouabi, J. Scheibert, J. Perret-liaudet, Memory in random bouncing ball dynamics, *Europhysics Letters*, 2016.
- [82] B.V.Chirikov, Physics Reports, *Physical Review E*, vol. **79**, 1056212 (2009).

- [83] L. A. Wood, K. E. Byrne, Analysis of a random repeated impact process, *Journal of Sound and Vibration*, **81**, 325-329 (1981).
- [84] A. Preumont, Random vibration and spectral analysis, *Springer Science* (1994).
- [85] A. Preumont, On the Peak factor of stationary gaussian processes, *Journal of Sound and Vibration*, **100** (11), 15-34 (1985).
- [86] P.J. van Zwol, V.B. Svetovoy, G. Palasantzas, Distance upon contact: Determination from roughness profile, *Phys. Rev.*, **80**, (2009).

Productions scientifiques

Article dans une revue internationale à comité de lecture

C.Zouabi, J.Scheibert, J.Perret-Liaudet, Memory in random bouncing ball dynamics, *Europhysics Letters* (2016) (voir Annexe 1)

Proceedings avec comité de lecture

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Direct simulations of a Bouncing Ball system under randomly vibrating platform”, International Conference on Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis, 19-21 May 2014, Agadir, Morocco

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Dynamic simulations of a Bouncing Ball on a randomly vibrating platform”, 1st Euro-Mediterranean Conference on Structural Dynamics and Vibroacoustics, 23-25 April 2013, Marrakech, Morocco.

Proceeding sans comité de lecture

C.Zouabi, J.Scheibert et J.Perret-Liaudet, “Dynamique de vibration verticale d’un patin rugueux glissant sur une surface rugueuse”, Congrès Acoustique de Français, 11-15 Avril 2016, Le Mans, France.

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Roughness-induced jumping dynamics of a high velocity sliding mass under gravitational field”, International Tribology Conference, 16-20 September 2015, Tokyo, Japan.

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Roughness-induced jumping dynamics of a high velocity sliding mass under its own weight”, Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 7-9 September 2015, Lyon, France.

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Stochastic vibrations induced by roughness under steady sliding conditions”, Congrès Français de Mécanique, 24-28 August 2015, Lyon, France

Communications dans des conférences internationales

Communications orales

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Roughness-induced jumping dynamics of a high velocity sliding mass under gravitational field”, International Tribology Conference, 16-20 September 2015, Tokyo, Japan.

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Roughness –induces jumping dynamics of a high velocity slider under gravity”, Gordon Research Seminar, 19-20 July 2014, Waltham, (MA), USA.

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Direct simulations of a Bouncing Ball system under randomly vibrating platform”, International Conference on Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis, 19-21 May 2014, Agadir, Morocco

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Dynamic simulations of a Bouncing Ball on a randomly vibrating platform”, 1st Euro-Mediterranean Conference on Structural Dynamics and Vibroacoustics, 23-25 April 2013, Marrakech, Morocco.

Communications écrites

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Roughness-induced jumping dynamics of a high velocity sliding mass under its own weight”, Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 7-9 September 2015, Lyon, France (voir annexe 2)

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Roughness –induced jumping dynamics of a high velocity slider under gravity”, Gordon Research Conference, 20-25 July 2014, Waltham, (MA), USA.

Communications dans des conférences nationales

Communications orales

C.Zouabi, J.Scheibert et J.Perret-Liaudet, “Dynamique de vibration verticale d’un patin rugueux glissant sur une surface rugueuse”, Congrès Acoustique de Français, 11-15 Avril 2016, Le Mans, France.

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Stochastic vibrations induced by roughness under steady sliding conditions”, Congrès Français de Mécanique, 24-28 August 2015, Lyon, France

Posters

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Roughness –induces jumping dynamics of a high velocity slider under gravity”, Journées des jeunes chercheurs en vibrations, acoustique et bruit, 6-7 November 2014, Lyon, France (NOMINEE POUR LE PRIX INDUSTRIEL)

Autres

C.Zouabi, J.Scheibert and J.Perret-Liaudet, “Roughness-induced jumping dynamics of a high velocity slider under gravity”, GDR MéPhy, 10-12 June 2015, Agay, France

C.Zouabi, J.Scheibert et J.Perret-Liaudet, “Comportement dynamique de surfaces sèches rugueuses en glissement”, Colloque des doctorants LTDS, 19 Juin 2014, Sainte Etienne, France

Memory in random bouncing ball dynamics

C. ZOUABI¹, J. SCHEIBERT¹ and J. PERRET-LIAUDET¹¹ *Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes, UMR5513, CNRS / Ecole Centrale de Lyon / Univ Lyon / ENISE / ENTPE, 36 Avenue Guy de Collongue, F-69134 Ecully, France*PACS 05.45.-a – Nonlinear dynamics and chaos
PACS 02.50.-r – Probability theory, stochastic processes, and statistics

Abstract –The bouncing of an inelastic ball on a vibrating plate is a popular model used in various fields, from granular gases to nanometer-sized mechanical contacts. For random plate motion, so far, the model has been studied using Poincaré maps in which the excitation by the plate at successive bounces is assumed to be a discrete Markovian (memoryless) process. Here, we investigate numerically the behaviour of the model for continuous random excitations with tunable correlation time. We show that the system's dynamics are controlled by the ratio of the Markovian mean flight time of the ball and the mean time between successive peaks in the motion of the exciting plate. When this ratio, which depends on the bandwidth of the excitation signal, exceeds a certain value, the Markovian approach is appropriate; below, memory of preceding excitations arises, leading to a significant decrease of the jump duration; at the smallest values of the ratio, chattering occurs. Overall, our results open the way for uses of the model in the low excitation regime, which is still poorly understood.

Introduction. – The bouncing ball (BB) model, *i.e.* a point-like ball of finite mass bouncing vertically under the action of gravity, g , on an infinitely massive vibrating plate (Fig. 1(a)), has been widely studied in the last decades. Its popularity is due to both its simplicity and the richness of its dynamics, from harmonic to chaotic, through subharmonic and quasi-periodic solutions. It is now one of the paradigms for nonlinear dynamics and chaos (see *e.g.* [1, 2] for BB in textbooks). It has been used to model a variety of systems, including granular flow [3–6], nanoscale mechanical contacts [7], bouncing droplets on a vibrating bath [8], impact-induced noise [9, 10] and particle transport by surface waves [11].

In most cases, the BB model has been studied with a harmonic vertical motion of the plate (see *e.g.* [12–17]). The BB model with random vibrations of the plate, despite of its practical relevance to real systems and of the qualitatively new dynamic regimes it offers, has been much less investigated ([18, 19] for BB, or [20, 21] for a modified BB model in which the ball is confined between two walls or when the ball is attached to a fixed wall through an elastic spring [22]). In all these studies, the model was treated using a non-linear mapping (Poincaré map) for which the ball velocity v_n just after the n^{th} impact is related to v_{n-1} and to the plate velocity w_n at the instant of the n^{th} im-

pact. The randomness of the excitation was introduced by drawing each w_n independently, from a known distribution. The excitation process was thus assumed to be a memoryless, Markov chain.

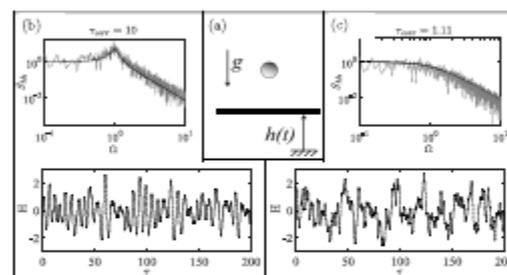


Fig. 1: (a) Sketch of the Bouncing Ball (BB) model. A ball submitted to gravity, g , bounces on an exciting plate having a correlated random displacement, $h(t)$. (b) (resp. (c)) Typical realisation of the dimensionless plate displacement, H , as a function of the dimensionless time, τ (bottom), and its power spectral density (PSD), S_{hk} (top), for a dimensionless correlation time $\tau_{\text{corr}}=10$ (resp. 1.11). Solid lines are the analytic PSDs.

Real vibration signals $w(t)$ are always characterized by a finite auto-correlation time t_{corr} below which the signal keeps memory of its previous values. The limitation induced by the Markovian assumption of independent successive w_n is thus qualitatively clear: the ballistic flight time of the ball between two successive bounces is assumed to be much larger than t_{corr} . This situation is more probable when the energy dissipation during impact is lower and/or when the characteristic plate velocity is higher. Note that for the so-called Chirikov conditions [23], in which the height reached by the ball during ballistic flight is large compared with the table displacement, a Markov-like excitation is expected. Conversely, for two bounces separated by a short flight-time, the two relevant plate velocities can be strongly correlated. Thus, in regimes in which short flight-times are dominant, the standard Markovian map approach is expected to fail to capture the BB model dynamics.

The purpose of this Letter is to characterize the BB model dynamics with stochastic excitation, when memory effects cannot be neglected. To do that, we performed full simulations of the ball's dynamics using continuous excitations having various correlation times. We show how the statistical properties of the dynamics are affected by t_{corr} and we identify the range of model parameters for which the Markovian map approach is not valid anymore.

Model. – The originality of our model is to consider, for the vibrating plate, a correlated stochastic motion, $h(t)$, with tunable correlation time, t_{corr} . Figure 1 shows typical realisations of $h(t)$, for either a long (b) or a short (c) t_{corr} . $h(t)$ is obtained from an (uncorrelated) Gaussian white noise, $\psi(t)$, filtered by a second order filter as:

$$\ddot{h} + 2\zeta\Omega_c\dot{h} + \Omega_c^2h = \psi(t), \quad (1)$$

with Ω_c being the center frequency of the filter and ζ its damping coefficient. Note that ζ is related to the frequency contents of the signal, because the bandwidth of its power spectrum density (PSD), $S_{hh}(\Omega)$, is equal to $2\Omega_c\zeta$. $h(t)$ is twice differentiable in the least square sense, so we can define $w = \dot{h}$ and $a = \ddot{h}$. h and w have the property to be independent centered Gaussian random variables, with their standard deviations being related by $\sigma_w = \Omega_c\sigma_h$. The autocorrelation function of h is $\langle h(t)h(t+t') \rangle = \sigma_h^2 e^{-\zeta\Omega_c|t'|} f(t')$, with f a periodic function of t' [24], so that the correlation time can be defined as $t_{corr} = \frac{1}{\zeta\Omega_c}$. To avoid infinite energy in the acceleration signal, a , h is further filtered by a first order low-pass filter with a cutoff frequency, Ω_L , much larger than Ω_c , so that this further filtering has negligible effect on h and thus on t_{corr} (in this study we use $\Omega_L = 10\Omega_C$). The role of this extra filtering will appear later on. Typical PSDs of the signals used are shown in Fig. 1, together with their analytical prediction, for two cases: narrow-band (b) and broad-band (c).

For any generated excitation signal, h , we then solve the bouncing ball problem by calculating the values of the

post-impact velocity, v_n , and instant, t_n , of all successive impacts. In practice, we solve the following equations:

$$t_{n+1} = t_n + \theta_n, \quad (2)$$

$$v_{n+1} = -c(v_n - g\theta_n) + (1+c)w_{n+1}, \quad (3)$$

with c being the restitution coefficient. The flight time, θ_n , is obtained from the following equation:

$$-\frac{1}{2}g\theta_n^2 + v_n\theta_n + h_n - h_{n+1} = 0. \quad (4)$$

Equations 2 and 3 represent a classical Poincaré map for the BB model (see *e.g.* [2], section 2.4). Equation 3 describes an instantaneous partially inelastic impact process, with energy dissipation quantified by $e \in [0; 1]$ ($e=1$ and $e=0$ correspond to purely elastic and completely inelastic limit cases, respectively) and a pre-impact velocity $v_n - g\theta_n$ resulting from the finishing free flight. Equation 4 enables analytic determination of the impact time, as the intersection between the parabolic free flight and the plate motion, h . In practice, h is obtained using the fourth-order Runge-Kutta method with time step Δt and piecewise linearized between integration points. To ensure that this interpolation is accurate, Δt was chosen sufficiently small compared to the time period of the highest relevant frequency of the excitation signal, $2\pi/\Omega_L$. As a consequence, the flight time determination was found to be essentially independent of the time step. Nevertheless, the shortest free flights are affected by the largest relative error on their flight time. This unavoidable limitation was handled by imposing that the ball will stick to the plate if the estimate of the coming free flight duration, $\frac{2v_n}{g}$, is found smaller than $10\Delta t$, which amounts to define a cut-off velocity $v_{stick} = 5g\Delta t$. After sticking, the ball takes off again as soon as the acceleration of the plate becomes larger than gravity ($\ddot{h} > -g$); at this time, the ball takes off with an initial velocity equal to that of the plate.

Let us rewrite Eqs. 2 to 4 in a dimensionless form:

$$\tau_{n+1} = \tau_n + T_n, \quad (5)$$

$$V_{n+1} = -cV_n + \frac{e}{\Lambda}T_n + (1+c)W_{n+1}, \quad (6)$$

$$-\frac{1}{2\Lambda}T_n^2 + V_nT_n + H_n - H_{n+1} = 0, \quad (7)$$

with $\tau = \Omega_c t$, $T = \Omega_c \theta$, $H = \frac{h}{\sigma_h}$, $W = \frac{w}{\sigma_w}$, $V = \frac{v}{\sigma_w}$ and $\Lambda = \frac{\sigma_w^2}{g\sigma_h}$. It is now clear that the system's dynamics are fully controlled by two dimensionless parameters, the restitution coefficient, c , and the reduced plate acceleration, Λ . The effect of the correlation time, t_{corr} , will be obtained by varying ζ , because the dimensionless form of t_{corr} is $\tau_{corr} = \Omega_c t_{corr} = \frac{1}{\zeta}$. We have performed simulations for a large number of values of the triplet $\{\Lambda, c, \tau_{corr}\}$, with for each a large number of flights (the last 9.10^5 out of 10^6 , to avoid any initial transient) so that accurate steady-state distributions of V_n and T_n could be obtained. In the following, V_n will be denoted as the take-off velocity, because

it represents initial flight velocities either after an impact or after a stick period. All simulations start with the ball lying on the plate and use $\Delta\tau = 5.10^{-3}$.

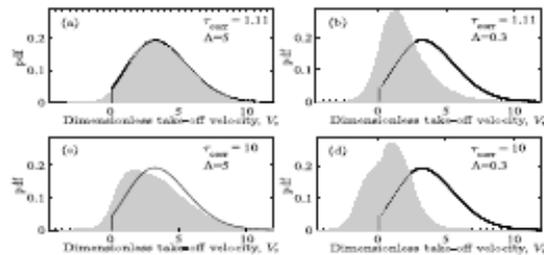


Fig. 2: Bars: Typical probability density functions (pdf) of the dimensionless take-off velocity, V_n , for selected Λ and τ_{corr} (see legends), on the example of $e = 0.8$. Mean values are 3.65 in (a), 1.93 in (b), 3.12 in (c) and 0.85 in (d). Solid lines: pdf of the fully uncorrelated case, P_{WB} (mean value 3.76).

Results. – The case of a completely uncorrelated (Markovian) excitation has been studied by Wood and Byrne (WB) [18]. Assuming that (i) all impact velocities are downwards, (ii) all post-impact velocities are upwards and (iii) between impacts, reversal due to gravity always occurs, they provided the (Λ -independent) probability density function (pdf) of post-impact ball velocity, $P_{WB}(V)$, which depends only on e . We will use P_{WB} as a reference to highlight the differences brought by our improved model including correlation in the excitation. Such memory effects are expected to be negligible when individual flight times are larger than the correlation time. This case is favoured for large excitations (large Λ) and/or short correlation time, τ_{corr} . Figure 2 indeed shows that, in our simulations, the pdf of V_n closely matches P_{WB} when Λ is large and τ_{corr} is small (Fig. 2(a)). Contrary to P_{WB} , our distributions are not only dependent on e , but also on the two other control parameters, Λ (see Fig. 2(b)) and τ_{corr} (see Fig. 2(c)). As expected, changes in the distribution occur when Λ is reduced or when τ_{corr} is increased. Combining a small Λ and a large τ_{corr} produces even larger deviations from P_{WB} (Fig. 2(d)). Those deviations qualitatively change the distributions compared to P_{WB} . For instance, in Fig. 2(d), the mean value of the distribution is 4.3 times smaller than that of P_{WB} , with almost half of the distribution corresponding to negative velocity values. Such negative velocities being forbidden in the WB analysis, P_{WB} fails to capture, even qualitatively, the observed distributions in this range of control parameters. Figure 2 alone demonstrates that, although it has not been considered previously, the correlation time of the excitation has a significant influence on the BB dynamics.

To quantify the effect of τ_{corr} , let us now focus on the mean values of the distributions of the dimensionless take-off velocity and flight time, $\langle V_n \rangle$ and $\langle T_n \rangle$ respectively. The inset of Fig. 3(a) shows the evolution of $\langle V_n \rangle$

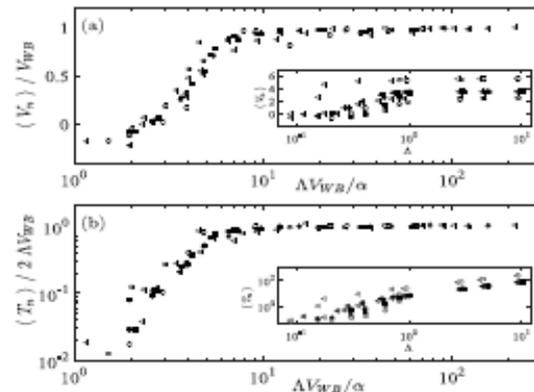


Fig. 3: (a) $\frac{\langle V_n \rangle}{V_{WB}}$ and (b) $\frac{\langle T_n \rangle}{2 \Delta V_{WB}}$ as a function of $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$, for various triplets $\{\Lambda, e, \tau_{corr}\}$. Grey, black and white symbols correspond to $e=0.7, 0.8$ and 0.9 respectively. Circles, squares, diamonds, stars and triangles correspond to $\tau_{corr}=10, 8, 4, 2$ and 1.11 , respectively. Insets: (a) $\langle V_n \rangle$ and (b) $\langle T_n \rangle$ as a function of Λ ; same data as main.

as a function of the reduced acceleration Λ , for various values of τ_{corr} and e . The main graph of Fig. 3(a) shows that all those velocity data can be collapsed onto a single master curve when plotting $\frac{\langle V_n \rangle}{V_{WB}}$ as a function of $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$, with V_{WB} the mean value of P_{WB} and $\mu = \frac{\sigma^2}{\sigma_n \sigma_a}$, which is computed from the actual simulated excitation signal used. The physical interpretation of $\Delta V_{WB}/\alpha$ will be discussed later on. α is a bandwidth parameter (see e.g. [24], section 10.3) which depends only on the spectral contents of the excitation signal, i.e. on τ_{corr} ; it is close to 1 (resp. 0) for a narrow-band (resp. wide-band) process. Note that σ_a exists because of the Ω_L -centered first order low pass filter. V_{WB} depends only on e and the function $V_{WB}(e)$ is provided in Fig. 11 of [18].

An equally good collapse can be obtained with the time data when plotting $\frac{\langle T_n \rangle}{T_{WB}}$ as a function of $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ (Fig. 3(b), main). $T_{WB} = 2 \Delta V_{WB}$ is the mean dimensionless flight time in the WB model, which straightforwardly follows from combining the classical relation $\langle T_n \rangle = 2 \Lambda \langle V_n \rangle$ valid under Chirikov's assumption, with $\langle V_n \rangle = V_{WB}$.

From Fig. 3, we can clearly define the range of parameters for which the BB dynamics are uncorrelated. It corresponds to the plateaus in both panels, i.e. $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ larger than about 7. Indeed, in this regime, both $\langle V_n \rangle$ and $\langle T_n \rangle$ are equal to their uncorrelated counterparts, V_{WB} and T_{WB} . Below 7, correlation effects are observed as both $\frac{\langle V_n \rangle}{V_{WB}}$ and $\frac{\langle T_n \rangle}{T_{WB}}$ become smaller than 1, as already illustrated for three particular cases in Fig. 2. The decrease is massive when $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ is decreased down to about 1: $\frac{\langle V_n \rangle}{V_{WB}}$ drops by a factor as large as 100; concurrently $\frac{\langle T_n \rangle}{T_{WB}}$ goes all the way down to zero and even changes sign.

In order to exhibit more clearly how the BB dynamics

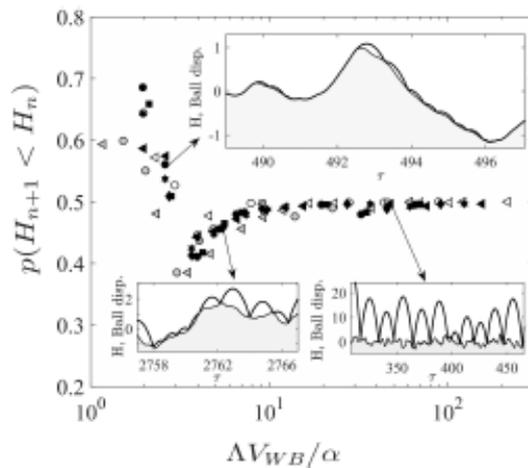


Fig. 4: Fraction of flights such that $H_{n+1} < H_n$, as a function of $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$. Symbol colors and shapes have the same meaning as in Fig. 3. Insets: typical ball trajectories in three different simulations, each one being extracted from one of the three regimes described in the text.

are correlated at low $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$, we now consider the altitudes of two successive take-offs, H_n and H_{n+1} . Figure 4 shows the probability that H_{n+1} be smaller than H_n , $p(H_{n+1} < H_n)$, for all performed simulations. We find that all data are reasonably collapsed onto a single master curve by the same dimensionless quantity, $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$, that we already used in Fig. 3. Three regimes appear, the typical ball trajectories of which are illustrated as insets in Fig. 4:

- For $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ larger than about 7 (regime I), $p(H_{n+1} < H_n) = 50\%$, which is consistent with fully uncorrelated dynamics: the ball can easily jump over any peak (local maximum) of the excitation $H(\tau)$ and thus has equal chances to impact the table again at a larger or smaller altitude.

- When $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ is decreased below 7 (regime II), an increasing fraction of jumps become smaller than the coming peak in $H(\tau)$. More and more jumps are required in order to climb the peaks. Helped by gravity, the way downhill is achieved in relatively less jumps. Overall, there are more jump uphill than downhill; which explains why $p(H_{n+1} < H_n)$ becomes smaller than 50%.

- For values of $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ smaller than about 4 (regime III), another phenomenon is involved. Climbing the peaks requires so many inelastic jumps that their amplitude decreases down to the sticking limit. The rest of the climbing is thus achieved with the ball stuck to the plate, *i.e.* with no more uphill jumps. Take-off and jumps may start again when the plate goes down again, which explains why $p(H_{n+1} < H_n)$ rises, up to values exceeding 50%.

- For $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ below about 1, the probability of the ball to take-off when it is in a stuck state is almost zero. For instance, for $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha} \simeq 1.42$, we found less than 15 take-offs

during a simulation time $\tau \simeq 6.10^6$. It explains why there is no point below 1 in Figs. 3 and 4.

In regimes II and III, the free flights are significantly modified compared to the symmetric parabola expected under Chirikov conditions, due to early or late intersections with the non-negligible table motion. This, or equivalently the fact that the term $H_n - H_{n+1}$ is not negligible anymore in Eq. 7, induces memory effects which translate into the drastic decrease of $\langle V_n \rangle$ and $\langle T_n \rangle$ observed in Fig. 3 for $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ below 7.

Discussion. – Given the above-described picture of the three bouncing regimes, we can now explain why $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ is the relevant parameter that controls the BB dynamics, including the emergence of memory effect. As we have seen, understanding the transition from uncorrelated (regime I) to correlated dynamics (regimes II and III) amounts to evaluating whether a single jump will be able or not to overcome the immediately coming peak (local maximum) of the plate motion. In other words, one needs to compare the typical duration of a jump with the typical time interval between two successive peaks. In dimensionless units, the former is directly $\langle T_n \rangle$ which, at the transition from regime I to II, can still be approximated by T_{WB} (Fig. 3(b)). The latter can be shown to be $T_{\text{peak}} = 2\pi\alpha$. The parameter used to rescale Figs. 3 and 4 is thus naturally proportional to the ratio $\frac{T_{WB}}{T_{\text{peak}}}$ between these two characteristic time scales.

We emphasize that $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$ combines into a single quantity all three control parameters of the model: Λ , e (through V_{WB}) and τ_{corr} (through α). This finding will considerably simplify further studies of the correlated stochastic BB model by drastically reducing the dimension of the parameter space to be explored, from three down to only one.

To complete the story about memory effects in the BB dynamics caused by correlation in the plate motion, we now need to identify the relationship between α and τ_{corr} . There is no universal such relationship, because α depends on the shape of the PSD of $h(t)$. In our case of a white noise filtered by a second order filter and extra-filtered by a first order filter with a cut-off frequency Ω_L , one can show that $\alpha(\tau_{\text{corr}}) = \left[\left(1 + \frac{2\Omega_L}{11_0 \tau_{\text{corr}}} \right) \left(1 + \frac{2\Omega_L}{11_1 \tau_{\text{corr}}} \right) \right]^{-1/2}$. We found that this formula is in perfect agreement with calculations of α done using the various generated $h(t)$.

Regime III bears many analogies with the important phenomenon of chattering (or inelastic collapse), which consists in the sticking of the inelastic ball onto the plate after a finite time, but an infinite number of bounces. Again, so far, this phenomenon has been studied for periodically vibrating tables (see *e.g.* [13, 25, 26]) or with Markovian random excitations [19]. Here, we also observe chattering in the case of correlated random excitations: regime III is a random succession of bouncing and sticking periods, the statistics of which are found to strongly depend on the value of the correlation parameter $\frac{\Delta V_{WB}}{\alpha}$.

(see the strong variations of $p(H_{n+1} < H_n)$ with $\frac{AV_{\text{stick}}}{\alpha}$ when the latter becomes smaller than about 4).

The transition from regime I (uncorrelated) to regime II (correlated bouncing dynamics) is expected to be independent of the details of our model, in particular of the precise PSD used. In contrast, the transition from regime II to regime III (correlated random chattering) may depend on modelling choices. In our simulations, the onset of sticking depends on an arbitrary cutoff velocity v_{stick} . Although we have found that doubling and halving v_{stick} has negligible influence on our results, the sticking process is not identical to the pure inelastic collapse case, in which the ball velocity goes down to arbitrarily small values before sticking. We believe that extending our model to include pure collapse conditions will provide significant insights into random chattering.

Overall, our results provide new insights into how and why memory arises in BB dynamics when realistic, continuous correlated excitations are concerned. The main effect of memory is to significantly decrease the jump duration with respect to its expected value for uncorrelated excitation. The present study opens new research avenues to apply the BB model to low excitation levels or to understand the transition from sticking to bouncing dynamics when the excitation is increased. Our work is part of the effort to include memory effects in some of the most prominent non-linear dynamics and statistical physics models, including the BB (this work), the random walk [27], the predator/prey [28], the foraging [29] and the Ising [30,31] models.

This work was supported by the LABEX MANUTECHSISE (ANR-10-LABX-0075) of Universit de Lyon, within the program "Investissements d'Avenir" (ANR-11-IDEX-0007) operated by the French National Research Agency (ANR). J.S. acknowledges support from the People Programme (Marie Curie Actions) of the European Unions 7th Framework Programme (FP7/2007-2013) under REA grant agreement 303871.

REFERENCES

- [1] N. B. Tufillaro and T. Abbot, *An experimental approach to nonlinear dynamics and chaos* (Addison-Wesley, 1992).
- [2] J. Guckenheimer and P. J. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields* (Springer-Verlag New York, 1993).
- [3] S. J. Linz and P. Hänggi, *Physical Review E* **50**, 3464 (1994).
- [4] G. H. Ristow, F.-X. Riguidel, and D. Bideau, *Journal of Physics I France* **4**, 1161 (1994).
- [5] G. G. Batrouni, S. Dippel, and L. Samson, *Physical Review E* **53**, 6496 (1996).
- [6] A. Valance and D. Bideau, *Physical Review E* **57**, 1886 (1998).
- [7] N. A. Burnham, A. J. Kulik, G. Gremaud, and G. A. D. Briggs, *Physical Review Letters* **74**, 5092 (1995).
- [8] D. Terwagne, F. Ludewig, N. Vandewalle, and S. Dorbolo, *Physics of Fluids* **25**, 122101 (2013).
- [9] Y. Kadmiri, E. Rigaud, J. Perret-Liaudet, and L. Vary, *Journal of Sound and Vibration* **331**, 3144 (2012).
- [10] V. Dang, J. Perret-Liaudet, J. Scheibert, and A. Le Bot, *Computational Mechanics* **52**, 1169 (2013).
- [11] M. Ragulskis and M. A. F. Sanjuán, *New Journal of Physics* **10**, 083017 (2008).
- [12] P. J. Holmes, *Journal of Sound and Vibration* **84**, 173 (1982).
- [13] J. M. Luck and A. Mehta, *Physical Review B* **48**, 3988 (1993).
- [14] S. Giusepponi, F. Marchesoni, and M. Borromeo, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **351**, 142 (2005).
- [15] J. J. Barroso, M. V. Carneiro, and E. E. N. Macau, *Physical Review E* **79**, 026206 (2009).
- [16] S. Vogel and S. J. Linz, *International Journal of Bifurcation and Chaos* **21**, 869 (2011).
- [17] E. D. Leonel, A. L. Livorati, and A. M. Cespedes, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **404**, 279 (2014).
- [18] L. A. Wood and K. P. Byrne, *Journal of Sound and Vibration* **78**, 329 (1981).
- [19] S. N. Majumdar and M. J. Kearney, *Physical Review E* **76**, 031130 (2007).
- [20] A. K. Karlis, P. K. Papachristou, F. K. Diakonou, V. Constantoudis, and P. Schmelcher, *Physical Review Letters* **97**, 194102 (2006).
- [21] D. R. da Costa, C. P. Dettmann, and E. D. Leonel, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **20**, 871 (2015).
- [22] O. F. de Alcantara Bonfim, *Physical Review E* **79**, 056212 (2009).
- [23] B. V. Chirikov, *Physics Reports* **52**, 263 (1979).
- [24] A. Preumont, *Random vibration and spectral analysis* (Springer-science + business media Dordrecht, 1994).
- [25] C. Budd and F. Dux, *Philosophical Transactions of the Royal Society A - Mathematical Physical and Engineering Sciences* **347**, 365 (1994).
- [26] S. Giusepponi and F. Marchesoni, *Europhysics Letters* **64**, 36 (2003).
- [27] T. Guérin, N. Levernier, O. Bénichou, and R. Voituriez, *Nature* **534**, 356 (2016).
- [28] S. Aly, *International Journal of Bifurcation and Chaos* **16**, 1855 (2006).
- [29] B. E. Kerster, T. Rhodes, and C. T. Kello, *Cognition* **148**, 85 (2016).
- [30] J. Brey and A. Prados, *Europhysics Letters* **57**, 171 (2002).
- [31] F. Caccioli, S. Franz, and M. Marsili, *Journal of Statistical Mechanics - Theory and Experiments* (2008).

Annexe 2



42nd LEEDS-LYON SYMPOSIUM ON TRIBOLOGY



SURFACES AND INTERFACES

ROUGHNESS-INDUCED JUMPING DYNAMICS OF A HIGH VELOCITY SLIDING MASS UNDER ITS OWN WEIGHT

Chaima Zouabi
Chaima.zouabi@ec-lyon.fr

Julien Scheibert
julien.scheibert@ec-lyon.fr

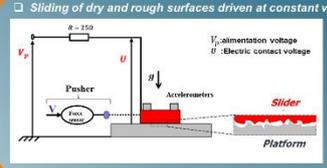
Joël Perret-Liaudet
joel.perret-liaudet@ec-lyon.fr

Context

In dry contacts, the friction between two rough surfaces is characterized by a succession of shocks between antagonist micro-asperities. This dynamic vibro-impact regime leads to the so-called roughness noise^{1,2,3}. The dynamics of this system are controlled by the impact statistics. To better characterize these statistics, we combine measurements of acceleration and electric contact voltage on an experimental device consisting on a rough slider driven at constant velocity, under its own weight, on a rough plate.

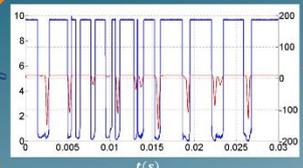
Experimental setup

Sliding of dry and rough surfaces driven at constant velocity V



	Slider 1	Slider 2
Mass (g)	234	54
Dimensions (mm)	25x25x20	25x25x10
Material	stainless steel	stainless steel
R_q (μm)	32	32

Measurements



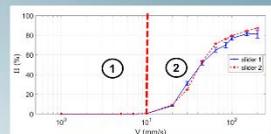
— Electric contact signal
— Vertical accelerometer signal

Free flight
 $U = V_p \quad \ddot{z} = g$

Contact
 $U < V_p \quad \ddot{z} < g$

Jumping Dynamics

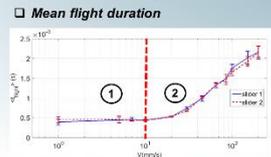
Fraction of time in free flight



Regime 1
 $\Pi \approx 0\%$

Regime 2
 Π up to 80%

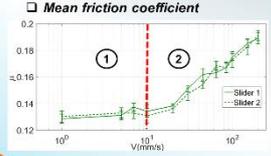
Mean flight duration



Regime 1
 $\langle t_{flight} \rangle \approx 0.5 \text{ ms}$

Regime 2
 $\langle t_{flight} \rangle \propto V$

Mean friction coefficient



Regime 1
 $V \uparrow, \langle \mu \rangle \rightarrow$

Regime 2
 $V \uparrow, \langle \mu \rangle \uparrow$

Statistics of contact voltage

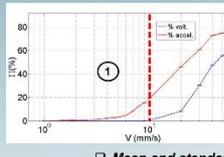
Mean flight duration



Number of jumps

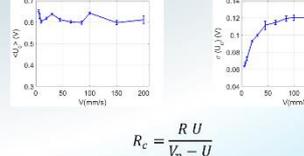


Fraction of time in free flight



$\Pi(\%) = \frac{\text{Nbr. jumps} < t_{flight}}{T}$

Mean and standard deviation of contact voltage



$R_c = \frac{R U}{V_p - U}$

Bouncing Ball model

Modelling of regime 2 by an adapted bouncing ball model under stochastic excitation⁴, which is governed by 2 dimensionless parameters: The restitution coefficient e and the reduced shaking acceleration $\Lambda = \frac{R_q}{g} \frac{4 \pi^2}{\lambda^2} V^2$

→ This model predicts a transition to jumping for $\Lambda \approx 1$.

With $R_q = 32 \mu\text{m}$ and $\lambda = 500 \mu\text{m}$, this translates into $V_{transition} \approx 30 \text{ mm/s}$

[1] Viet-Hung A, Perret-Liaudet J, Le Bot A, Scheibert J. Direct numerical simulation of the dynamics of sliding rough surfaces. *Comput. Mech.* (2013)

[2] Ben Abdounne H, Le Bot A, Perret-Liaudet J, Zahouani H. An experimental study on roughness noise of dry rough flat surfaces. *Wear* (2010)

[3] Le Bot A, Bou Chakra E. Measurement of friction noise versus contact area of rough surfaces weakly loaded. *Tribol Lett* (2010)

[4] Wood L.A, Byrne K.P. Analysis of a random repeated impact process. *Journal of sound and vibration* (1981)



SEPTEMBER 7-9 2015, LYON - FRANCE





AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur J. PERRET-LIAUDET et Monsieur J. SCHEIBERT

et les rapports de

Mme M-A. BUENO

Professeur - Université de Haute Alsace LPTM - 11 rue Alfred Wemer - 68093 Mulhouse cedex

et de

M. J-L. DION

Professeur - SUPMECA - LISMMA - 3 rue Fernand Hainaut - 93407 SAINT OUEN cedex

Madame ZOUABI Chaima

est autorisée à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 23 novembre 2016

P/Le directeur de l'E.C.L.
La directrice des Etudes

Service
Scolarité

M-A. GALLAND



Résumé

Ce travail de thèse concerne le frottement et la dynamique d'un contact glissant entre deux plans secs et rugueux soumis à une faible charge normale. La vibration normale, et le bruit qui en résulte, sont associés à l'excitation induite au cours du glissement par les deux topographies aléatoires des solides en regard.

Des mesures expérimentales de l'accélération verticale d'un patin rugueux soumis à son propre poids et en glissement stationnaire sur une piste rugueuse ont permis d'identifier et de caractériser une transition entre deux régimes : un régime de contact ininterrompu entre les solides à basses vitesses et un régime de sauts pour des vitesses plus élevées. Pour ce dernier, la dynamique est gouvernée par de très nombreux impacts entre aspérités que nous avons caractérisés sur le plan statistique (nombre de chocs, durées entre chocs, forces d'impact, etc.). Ces deux régimes conduisent à des comportements en frottement bien distincts. Une des originalités de cette recherche a été de confirmer les scénarios suggérés par les mesures accélérométriques à l'aide d'une mesure haute fréquence des variations temporelles de la résistance électrique de contact au cours du glissement. En améliorant la résolution temporelle des chocs, ces mesures apportent un éclairage dynamique sur la problématique du contact électrique rugueux.

Pour interpréter ces résultats expérimentaux, nous avons revisité le modèle standard du *Bouncing Ball*. Il décrit une bille soumise à la gravité, et rebondissant sur une table animée d'un mouvement vertical aléatoire, représentatif de l'excitation stochastique induite par les topographies de surfaces en glissement. Nous avons introduit pour la première fois dans le modèle un temps de corrélation pour l'excitation aléatoire et montré son influence sur la dynamique des rebonds. Ce temps de corrélation est directement relié aux longueurs de corrélations des surfaces en contact et à la vitesse de glissement. Ce modèle revisité permet *in fine* une bonne prédiction de la vitesse de transition entre les deux régimes observés expérimentalement.

Mots clés: Bruit; Frottement; Rugosité; Vibro-impact; Bouncing Ball; Tribologie; Vibration

Abstract

This work deals with the friction and dynamics of a sliding contact between two dry and rough surfaces subjected to a low normal load. The normal vibration and the resulting noise are associated with the excitation induced during slip by the random topographies of both solids.

Experimental measurements of the vertical acceleration of a rough slider subjected to its own weight and steadily sliding on a rough plate enabled identification and characterization of a transition between two regimes: An uninterrupted contact regime at low speeds and a regime of jumps at higher speeds. For the latter, the dynamics are governed by many impacts between asperities that we have characterized statistically (number of shocks, duration between shocks, impact forces, etc.). These two regimes lead to distinct frictional behaviors. One of the originalities of this research was to confirm the scenarios suggested by the accelerometric measurements through high-frequency monitoring of the temporal evolution of the electrical contact resistance during sliding. By improving the temporal resolution of shocks, these measurements provide a dynamics picture of the problem of rough electrical contact.

To interpret these experimental results, we have revisited the standard *Bouncing Ball* model. It describes a ball subjected to gravity, and bouncing on a table animated by a random vertical motion, representative of the stochastic excitation induced by the topographies of sliding surfaces. We improved the model by introducing a correlation time for the random excitation and showed its influence on the dynamics of the bounces. This correlation time is directly related to the correlation lengths of the surfaces in contact and to the sliding velocity. This revisited model enables a good prediction of the speed at which the transition between the two regimes is observed experimentally.

Keywords: Noise; Friction; Roughness; Vibro-impact; Bouncing Ball; Tribology; Vibration