



HAL
open science

Structure interne et propriétés thermiques macroscopiques, application aux matériaux de construction

Mactar Faye

► **To cite this version:**

Mactar Faye. Structure interne et propriétés thermiques macroscopiques, application aux matériaux de construction. Génie des procédés. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2016. Français. NNT : 2016TOU30032 . tel-01474732

HAL Id: tel-01474732

<https://theses.hal.science/tel-01474732>

Submitted on 23 Feb 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier

Présentée et soutenue par :

Mactar FAYE

Le 26 mai 2016

Titre :

**Structure interne et propriétés thermiques macroscopiques, application
aux matériaux de construction**

Ecole doctorale : **Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés**

Unité de recherche :

Laboratoire Physique de l'Homme Appliquée à Son Environnement

Directrice de Thèse :

Bérandère LARTIGUE Maître de conférences HDR Université Paul Sabatier

Rapporteurs :

Laurent ZALEWSKI Professeur Université d'Artois
Yves JANNOT Ingénieur de recherche HDR Université de Lorraine

Autres membres du jury :

Stéphanie BONNET Maître de conférences Université de Nantes
Martin CYR Professeur INSA de Toulouse
Abdelkader MOJTABI Professeur Université Paul Sabatier

A ma mère en témoignage de ma reconnaissance

A ma femme, à mes enfants

pour leur affection, compréhension et patience.

A la mémoire de mon père

Remerciements

C'est un grand plaisir que je réserve ces quelques lignes pour dire un grand Merci aux personnes qui ont cru en moi et qui m'ont permis d'arriver au bout de cette thèse.

Ce travail a été mené à bout grâce à l'apport scientifique et aux encouragements de Bérangère LARTIGUE. Elle a été toujours disponible pour moi malgré la distance qui nous a souvent séparés. Je tiens à la remercier pour m'avoir permis de persévérer pour mener à bien ce projet.

Je voudrais également remercier très sincèrement Vincent SAMBOU pour son soutien infailible tout au long de cette thèse. C'est grâce à lui que j'ai rejoint le laboratoire PHASE. Je lui en serai toujours reconnaissant.

Mes remerciements s'adressent aussi à Laurent ZALEWSKI et Yves JANNOT pour avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. La version finale de ce mémoire a bénéficié de leur lecture critique et de leurs remarques précieuses.

Je tiens à remercier Abdelkader MOJTABI d'avoir accepté de présider mon jury de soutenance. Je remercie également Stephanie BONNET et Martin CYR d'avoir accepté de juger ce travail.

Mes vifs remerciements vont à l'endroit de Monsieur Vincent GIBIAT, Directeur du laboratoire PHASE, pour m'avoir accueilli dans son laboratoire.

Je remercie Pierre DE GUIBERT pour son appui dans le domaine de l'informatique.

A tout le personnel du laboratoire PHASE, je dis simplement merci pour tout.

Je ne saurai terminer ces remerciements sans associer les autorités de mon université. A monsieur le Recteur de l'Université Alioune Diop de Bambey, j'adresse mes sincères remerciements. Ces remerciements s'adressent également à toutes les personnes, qui de près ou de loin, m'ont soutenu.

Table des matières

Nomenclature	vii
Liste des figures.....	xi
Liste des tableaux	xv
Introduction générale.....	1
Chapitre I Revue bibliographique sur les propriétés thermiques équivalentes des matériaux hétérogènes.....	7
I.1 Introduction.....	7
I.2 Présentation des matériaux hétérogènes.....	8
I.2.1 Structure interne granulaire.....	10
I.2.2 Structure interne fibreuse	11
I.3 Notion de propriété thermique équivalente	12
I.3.1 Equation de diffusion de la chaleur dans les matériaux homogènes et isotropes.....	12
I.3.2 Equation de diffusion de la chaleur dans les matériaux hétérogènes	13
I.3.3 Méthodes de détermination expérimentale des propriétés thermiques équivalentes.....	13
I.4 Revue bibliographique sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes.....	15
I.4.1 Modélisation analytique de la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes.....	15
I.4.2 Modélisation numérique de la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes.....	37
I.5 Revue bibliographique sur la capacité thermique surfacique d'une paroi hétérogène ...	43
I.6 Conclusion.....	46
Chapitre II Construction de la géométrie et caractérisation structurale des matériaux granulaires..	49
II.1 Introduction.....	49
II.2 Présentation des structures granulaires.....	50
II.2.1 Structure périodique	50
II.2.2 Structure aléatoire	51
II.3 Construction de la géométrie des structures granulaires aléatoires.....	51
II.3.1 Les modèles de potentiel d'interaction.....	52
II.3.2 Procédure de génération des structures granulaires aléatoires par la méthode RSA.....	55
II.4 Les descripteurs structuraux.....	58
II.4.1 Fonction de corrélation 1-point (1-point correlation function)	60

II.4.2	Fonction de corrélation 2-points (2-point correlation function).....	60
II.4.3	Fonction du chemin linéaire (Lineal-Path Function).....	63
II.4.4	Fonction de K Ripley	65
II.4.5	Fonction de distribution radiale.....	65
II.5	Conclusion.....	67
Chapitre III	Impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente des matériaux granulaires	69
III.1	Introduction	69
III.2	Modélisation du transfert thermique	70
III.2.1	Equations du transfert thermique	71
III.2.2	Formulation intégrale des équations du transfert thermique	72
III.2.3	Résolution par la méthode des éléments finis	74
III.2.4	Calcul de la conductivité thermique équivalente	75
III.3	Etude de sensibilité du maillage.....	76
III.4	Géométrie simple : comparaison entre les conductivités thermiques issues du code EF et celles issues des modèles analytiques	78
III.5	Validation expérimentale du code éléments finis.....	79
III.5.1	Formulation des échantillons	80
III.5.2	Dispositif expérimental de mesure de la conductivité thermique des échantillons.....	85
III.5.3	Comparaison des conductivités thermiques du code EF et expérimentales	94
III.6	Etude de l'impact de la structure interne des matériaux granulaires sur la conductivité thermique équivalente	96
III.6.1	Etude bidimensionnelle de l'impact de la structure interne des matériaux granulaires sur la conductivité thermique équivalente.....	97
III.6.2	Etude tridimensionnelle de l'impact de la structure interne des matériaux granulaires sur la conductivité thermique équivalente.....	104
III.7	Conclusion.....	121
Chapitre IV	Proposition d'une méthode expérimentale de détermination de la capacité thermique surfacique d'un élément de paroi	123
IV.1	Introduction	123
IV.2	Matrice de transfert thermique d'un composant de bâtiment	124
IV.2.1	Matrice de transfert thermique d'une couche homogène	124
IV.2.2	Matrice de transfert thermique d'un composant multicouche.....	128
IV.3	Méthode de calcul de la capacité thermique surfacique selon la norme ISO 13786....	129
IV.4	Développement d'un modèle analytique de capacité thermique surfacique	134

IV.5	Proposition d'une procédure de mesure expérimentale de la capacité thermique surfacique	136
IV.6	Validation du modèle	138
IV.7	Application de la méthode de détermination de la capacité thermique surfacique à une brique monomur	142
IV.7.1	Description des expériences	142
IV.7.2	Résultats expérimentaux	144
IV.8	Conclusion.....	150
Conclusion et perspectives		151
Bibliographie		155

Nomenclature

Lettres latines

Symbole	Signification	unité
c	Capacité thermique massique	$[\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$
C	Capacité thermique volumique	$[\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}]$
D	Diamètre	[m]
E	Energie potentielle	[J]
E_o	Gradient de température	$[\text{K} \cdot \text{m}^{-1}]$
f	Paramètre empirique (modèles empiriques de conductivité thermique)	
HCA	Capacité thermique surfacique	$[\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}]$
k	Conductivité thermique	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$
l	Longueur d'un segment	[m]
L	Epaisseur	[m]
P	Période	[s]
N	Nombre de particules	
q	Densité de flux de chaleur	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$
U	Potentiel d'interaction	[J]
r	Distance entre deux points	[m]
R	Rayon	[m]
s	Surface spécifique	$[\text{m}^2/\text{m}^3]$

S	Surface	$[\text{m}^2]$
t	Temps	$[\text{s}]$
T	Température	$[^\circ\text{C}]$
V	Volume	$[\text{m}^3]$
x, y, z	Coordonnées cartésiennes	
Z	Impédance	$[\text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}]$

Lettres grecques

Symbole	Signification	unité
α	Facteur de forme	
β	Angle	$[\text{rad}]$
Δq	Amplitude de la densité de flux	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$
ΔT	Amplitude de la température	$[^\circ\text{C}]$
ε	Fraction volumique de structure	
θ	Température dans l'espace complexe	$[^\circ\text{C}]$
ν	Fraction volumique	
ρ	Masse volumique	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$
σ	Facteur de composition	
ϕ	Densité de flux de chaleur dans l'espace complexe	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$
Φ	Flux de chaleur dans l'espace de Laplace	$[\text{W}]$
φ	Déphasage	$[\text{rad}]$
ω	Fréquence angulaire	$[\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]$
ζ	Sphéricité	

Indice

^	complexe
e	milieu extérieur
en	entrée
eq	équivalent
i	milieu intérieur
init	conditions initiales
P	Parallèle
re	représentatif
sef	surface extérieure flux
se	surface extérieure
si	surface intérieure
sif	surface intérieure flux
sit	surface intérieure température
st	sortie
S	Série

Liste des figures

Figure 1 Différents types de morphologies : morphologie inclusion/matrice (a), morphologie polycristalline (b)	9
Figure 2 Exemple de matériau hétérogène en 2D	9
Figure 3 Différents types de structures internes : granulaire [11] (a), fibreuse [12] (b), cellulaire [13] (c).....	10
Figure 4 Exemple de distribution des particules dans la matrice : structure interne granulaire périodique (a), structure interne granulaire aléatoire (b).....	11
Figure 5 Matrice contenant des fibres : longues (a), courtes (b).....	12
Figure 6 Structures internes d'un modèle Série (a) et d'un modèle Parallèle (b).....	15
Figure 7 Structure interne du modèle de Krischer	17
Figure 8 Inclusion sphérique dans une matrice	19
Figure 9 Plusieurs inclusions sphériques dans une matrice (Représentation du modèle de Maxwell)	21
Figure 10 Représentation d'une ellipsoïde aplatie (a) et d'une ellipsoïde allongée (b).....	24
Figure 11 structure constituée de sphères avec revêtement extérieur [24].....	25
Figure 12 Sphère avec revêtement extérieur dans une matrice de conductivité k_{eq}	26
Figure 13 Volume élémentaire représentatif.....	27
Figure 14 Sphère de conductivité k_2 dans une matrice infinie de conductivité k_{eq}	29
Figure 15 Représentation schématique d'un mélange de deux modèles, Parallèle et Maxwell, d'un matériau diphasique [29].....	31
Figure 16 Variation de la conductivité thermique équivalente en fonction de la fraction volumique de polystyrène pour différents modèles analytiques	36
Figure 17 Etat des particules en 2D : état initial (a) et état accepté (b).....	38
Figure 18 Différentes possibilités de choix de la cellule unitaire [56].....	50
Figure 19 Cellule élémentaire	51
Figure 20 Particules représentées par des « sphères molles ».....	52
Figure 21 Représentation d'une « sphère molle ».....	53
Figure 22 Particules représentées par des « sphères dures » : (a) particules dispersées, (b) particules en contact	54
Figure 23 Représentation du volume élémentaire représentatif étudié	56

Figure 24 VER contenant la particule test et la seconde particule.....	56
Figure 25 Exemple de structure générée par la méthode RSA	58
Figure 26 Extrémités des vecteurs \overline{AB} dans la phase Ω_2	61
Figure 27 Fonction de corrélation 2-points des inclusions en fonction de la distance r d'un système de sphères dures de fraction volumique 10,5%	62
Figure 28 Représentation des segments de longueur l dans la phase Ω_2	63
Figure 29 Fonction du chemin linéaire des inclusions d'un système de sphères dures en fonction de la longueur du segment l pour une fraction volumique de 10,5%.....	64
Figure 30 Discrétisation de l'espace dans le calcul de la fonction de distribution radiale	66
Figure 31 Fonction de distribution radiale d'un système de sphères dures en fonction de la distance r pour une fraction volumique de 10,5 %.....	67
Figure 32 Représentation schématique des conditions aux limites.....	71
Figure 33 Champ de température d'un matériau contenant des inclusions sphériques.....	75
Figure 34 Evolution de la conductivité thermique équivalente d'un matériau hétérogène en fonction du nombre d'intervalles par arête d'un cube contenant 526 billes ($v = 20\%$)	77
Figure 35 Matériau bicouche simulé (a) Série, (b) Parallèle.....	78
Figure 36 Photo du Malaxeur utilisé	80
Figure 37 Moule utilisé pour la confection des échantillons	81
Figure 38 Echantillons réalisés	82
Figure 39 Dispositif expérimental du plan chaud asymétrique.....	86
Figure 40 Schéma du dispositif expérimental du plan chaud asymétrique [80]	86
Figure 41 Elévation de la température au centre de la sonde en fonction du temps pour un flux de chaleur de 1,6 W - Echantillon en PVC.....	91
Figure 42 Evolution de la température en fonction du temps – Echantillon en PVC.	91
Figure 43 Exemple d'échantillon généré – Echantillon $E4_{RSA}$	94
Figure 44 Représentation des microstructures (a) 3D et (b) 2D du modèle de Rayleigh.....	97
Figure 45 Matrice contenant deux inclusions décalées l'une par rapport à l'autre.....	99
Figure 46 Evolution de la conductivité thermique équivalente en fonction du niveau de décalage pour différents ratios de conductivité.....	100
Figure 47 Arrangement périodique d'inclusions dans une matrice carrée : (a) arrangement « carré », (b) arrangement « losange»	101
Figure 48 Lignes de flux dans les arrangements (a) « carré » et (b) « losange».....	102

Figure 49 Représentation d'une ligne de flux : (a) arrangement « carré », (b) arrangement « losange».....	103
Figure 50 Matrice contenant deux inclusions décalées l'une par rapport à l'autre en 3D	106
Figure 51 Evolution de la conductivité thermique équivalente 3D en fonction du niveau de décalage pour différents ratios de conductivité.....	107
Figure 52 Représentation des structures M56F5R6-a (a) et M222F20R6-a (b).....	109
Figure 53 Fonction de distribution radiale en fonction de la distance adimensionnée (r/D) pour différentes fractions volumiques	111
Figure 54 Evolution de la densité de coquilles vides en fonction de la fraction volumique..	112
Figure 55 Fonction de corrélation 2-points pour des fractions volumiques de 5 % et 20 % d'inclusions de rayon 0,6 cm.....	113
Figure 56 Courbes de tendance de la fonction de corrélation 2-points pour différentes fractions volumiques	114
Figure 57 Fonction de corrélation 2-points de structures de mêmes caractéristiques structurales : M56F5R6-a et M56F5R6-b (a), M222F20R6-a et M222F20R6b (b)	115
Figure 58 Fonction de corrélation 2-points des inclusions de rayon 0,45 cm et 0,6 cm pour des fractions volumiques de 5 % (a) et 20 % (b).....	117
Figure 59 Courbes de tendance de la fonction de corrélation 2-points pour des fractions volumiques de 5 % (a) et 20 % (b).....	117
Figure 60 Paroi multicouche	124
Figure 61. Températures et flux sur les surfaces d'une paroi homogène.....	125
Figure 62 Composant tricouche d'une paroi de bâtiment	129
Figure 63 Elément de paroi avec les conditions aux limites	130
Figure 64 Représentation électrique d'un élément de paroi en quadripôle « π »	132
Figure 65 Amplitudes et déphasage entre les températures extérieure et intérieure	136
Figure 66 Chambre climatique	137
Figure 67 Température (a) et flux (b) en fonction du temps sur la surface froide de la plaque - Période de 24 heures	139
Figure 68 Température (a) et flux (b) en fonction du temps sur la surface chaude de la plaque - Période de 24 heures	140
Figure 69 (a) Positions des thermocouples sur les faces de la brique étudiée et (b) réseau d'alvéoles de la brique.....	143
Figure 70 Températures mesurées sur les surfaces de la brique en fonction du temps.....	144

Figure 71 Flux de chaleur mesurés sur les surfaces de la brique en fonction du temps. 145

Liste des tableaux

Tableau 1 Comparaison entre les conductivités thermiques analytiques et celles du présent modèle – Cas d’un matériau bicouche	79
Tableau 2 Constitution des échantillons à base de ciment et de billes de polystyrène	81
Tableau 3 Valeurs de la masse volumique des échantillons et de la fraction volumique des billes de polystyrène.....	85
Tableau 4 Conductivité thermique de l’échantillon test PVC-2.....	93
Tableau 5 Effusivité thermique de l’échantillon test PVC-2	93
Tableau 6 Caractéristiques des échantillons générés par le modèle RSA.....	95
Tableau 7 Résultats expérimentaux et numériques de la conductivité thermique	95
Tableau 8 Conductivité thermique équivalente des différents arrangements pour différent ratio de conductivité	102
Tableau 9 Caractéristiques structurales des structures simulées.....	108
Tableau 10 Résultats de conductivité thermique équivalente de différentes structures pour différents ratios de conductivité.....	109
Tableau 11 Caractéristiques des inclusions utilisées pour construire des structures différentes	116
Tableau 12 Surfaces spécifiques des inclusions des différentes structures.....	118
Tableau 13 Niveaux haut et bas des facteurs	119
Tableau 14 Matrice des effets et des interactions	120
Tableau 15. Amplitudes et déphasages des températures et flux sur la surface extérieure (froide) et intérieure (chaude) de la plaque en plâtre - Période de 24 heures.	141
Tableau 16 Comparaison de la capacité thermique surfacique de la plaque en plâtre obtenue avec la norme ISO 13786 et celle obtenue avec notre méthode expérimentale.....	141
Tableau 17. Amplitudes et déphasages des températures et flux sur les surfaces extérieure (froide) et intérieure (chaude) de la brique monomur, pour trois périodes	145
Tableau 18 Propriétés thermiques et dimensions des matériaux homogènes	148
Tableau 19 Eléments des matrices de transfert des différentes couches.....	149
Tableau 20 Capacité thermique surfacique d’une paroi multicouche contenant un mur de briques monomur, des plaques de polystyrènes et de plâtre.	149

Introduction générale

Le Service de l'Observation et des Statistiques (SOeS) [1] du Ministère français de l'Environnement, de l'Energie et de la Mer estime que la consommation énergétique en France s'est contractée sensiblement entre décembre 2014 et décembre 2015 de 7 %. Ce recul de la demande énergétique se répercute également sur le niveau des émissions du CO₂ liées à la combustion d'énergie, qui diminuent de 8,9 % sur un an. Cette bonne nouvelle est hélas justifiée par des conditions météorologiques exceptionnelles. En effet, le climat du mois de décembre 2015 s'est révélé exceptionnellement clément, avec une température moyenne largement au-dessus de toutes les températures moyennes mesurées depuis le début des relevés météorologiques en France.

Malgré cette diminution, la consommation finale énergétique reste élevée. Selon l'Institut National de la Statistique et des Etudes Economiques (INSEE), elle était de 152,1 millions de tep en 2012, 151 millions de tep en 2013 et 150 millions de tep en 2014 [2].

Une consommation d'énergie importante a un grand impact sur notre environnement. Les principales conséquences sont la pollution atmosphérique causant une augmentation de l'effet de serre qui provoque un réchauffement climatique. Ce réchauffement climatique risque d'engendrer une fonte partielle des calottes polaires élevant ainsi le niveau des mers, inondant les zones côtières basses, certaines îles et les deltas.

La Conférence des Nations Unies sur le changement climatique (COP 21) tenue à Paris en décembre 2015 a montré une prise de conscience collective de ce réchauffement climatique à cause des émissions de gaz à effet. La COP 21 s'est terminée par un accord visant à contenir le réchauffement planétaire à 2°C par rapport à l'époque pré-industrielle (1850-1900).

Pour atteindre cet objectif, tous les pays participants ont proposé un plan d'action détaillant la façon dont ils projettent de faire baisser leurs émissions de gaz à effet de serre. Le secteur du bâtiment est particulièrement concerné par ces engagements.

En France, de tous les secteurs économiques, le bâtiment est le plus gros consommateur d'énergie : il représente 43% des consommations énergétiques françaises [2]. Au total, le bâtiment produit chaque année 24 % des émissions nationales de gaz à effet de serre. A l'issue du débat national sur la transition énergétique de 2013, la France s'est engagée sur un objectif de réduction de 50% de cette consommation énergétique d'ici 2050.

La baisse de la consommation énergétique en France en 2015 est essentiellement liée à la diminution de la demande d'énergie pour le chauffage des bâtiments. Dans un pays chaud comme le Sénégal, la hausse de la consommation énergétique est liée à l'augmentation de la demande d'énergie pour la climatisation des bâtiments en été. On peut donc en conclure que toute stratégie qui contribue à diminuer les besoins en énergie de chauffage ou de climatisation réduit de fait la consommation d'énergie et la pollution de l'environnement. C'est ce qui explique que les stratégies pour la réduction des besoins en énergie de chauffage ou de climatisation se concentrent non seulement sur l'amélioration de l'efficacité des appareils, sur la modification des styles de vie des citoyens, mais aussi sur l'amélioration des propriétés d'isolation de l'enveloppe du bâtiment [3].

Propriétés thermiques macroscopiques

L'isolation thermique de l'enveloppe des bâtiments est reconnue comme étant le premier poste à améliorer puisqu'elle permet de réduire les déperditions de chaleur. Cependant, une forte isolation, si elle limite la consommation d'hiver liée au chauffage, induit de fortes surchauffes lors de la saison chaude [4]. Afin de lutter contre ce phénomène, il faut également agir sur l'inertie thermique de l'enveloppe des bâtiments.

L'isolation et l'inertie thermique sont donc les deux paramètres sur lesquels il faut agir pour optimiser l'enveloppe des bâtiments. L'estimation de l'isolation peut être faite à partir de la connaissance de la conductivité thermique [5] et celle de l'inertie à partir de la connaissance de la capacité thermique surfacique [6].

La conductivité thermique des matériaux hétérogènes n'est pas toujours disponible. On fait alors souvent appel à des modèles de conductivité thermique équivalente pour la déterminer. Il existe dans la littérature de nombreux modèles analytiques de conductivité thermique équivalente. Ils ont été établis à partir de structures généralement bidimensionnelles, et parfois tridimensionnelles. Ces modèles dépendent pour la plupart de la fraction volumique et des conductivités thermiques des constituants. L'établissement de ces modèles a souvent été fait en négligeant la contribution de la structure interne (la taille, la forme, les interactions (contact) ou la distribution spatiale des inclusions).

Objectifs

L'objectif principal de notre étude est d'étudier l'impact de la structure interne des matériaux hétérogènes sur leurs propriétés thermiques macroscopiques, à savoir la conductivité thermique équivalente et la capacité thermique surfacique. La compréhension de

ce lien permettrait de déboucher sur la conception de matériaux fonctionnels, c'est-à-dire conçus pour répondre à des fonctions précises, comme des propriétés thermiques cibles. On se rend cependant rapidement compte qu'il est difficile, voire impossible, de balayer le spectre des matériaux hétérogènes. Ainsi, notre étude s'est limitée aux matériaux granulaires tridimensionnels isotropes. Nous avons extensivement caractérisé la structure interne de ces matériaux et calculé leur conductivité thermique équivalente.

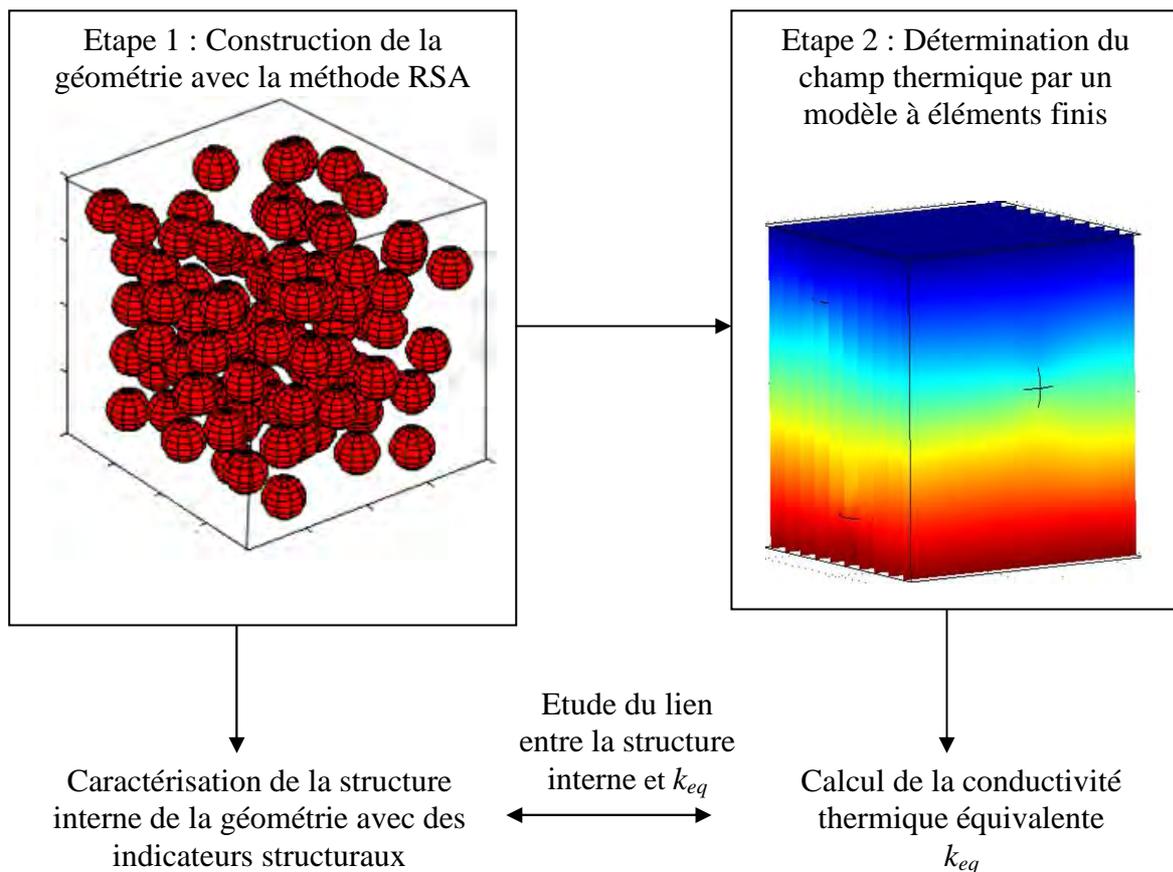
Afin d'étudier l'impact de la structure sur la capacité thermique surfacique, nous avons développé une méthodologie qui couple un modèle analytique à une mesure expérimentale. Dans ce cas, les parois que nous étudions sont symétriques.

Articulation du manuscrit

Pour atteindre nos objectifs, nous avons, dans le premier chapitre, passé en revue les modèles de détermination de la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes et de la capacité thermique surfacique des parois. Dans le deuxième chapitre, nous avons recensé les descripteurs structuraux utilisés dans la littérature pour caractériser les structures granulaires. En guise d'application, le calcul des descripteurs est fait sur des géométries représentatives des matériaux hétérogènes granulaires que nous avons générées.

Dans le troisième chapitre, nous avons tout d'abord étudié l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente des structures périodiques bidimensionnelles. Puis, nous avons développé un code de calcul basé sur la méthode des éléments finis. Ce code est couplé à un algorithme de génération de structures aléatoires RSA (RandomSequential Addition). Nous avons validé expérimentalement le code de calcul. Pour cela, nous avons utilisé la méthode du plan chaud asymétrique et fabriqué des échantillons de différentes fractions volumiques, à base de ciment et de billes de polystyrène. Une fois le code validé, nous avons caractérisé la structure interne des différentes géométries générées, et étudié l'impact de différents paramètres, comme la distribution et le rayon des inclusions, sur la conductivité thermique équivalente.

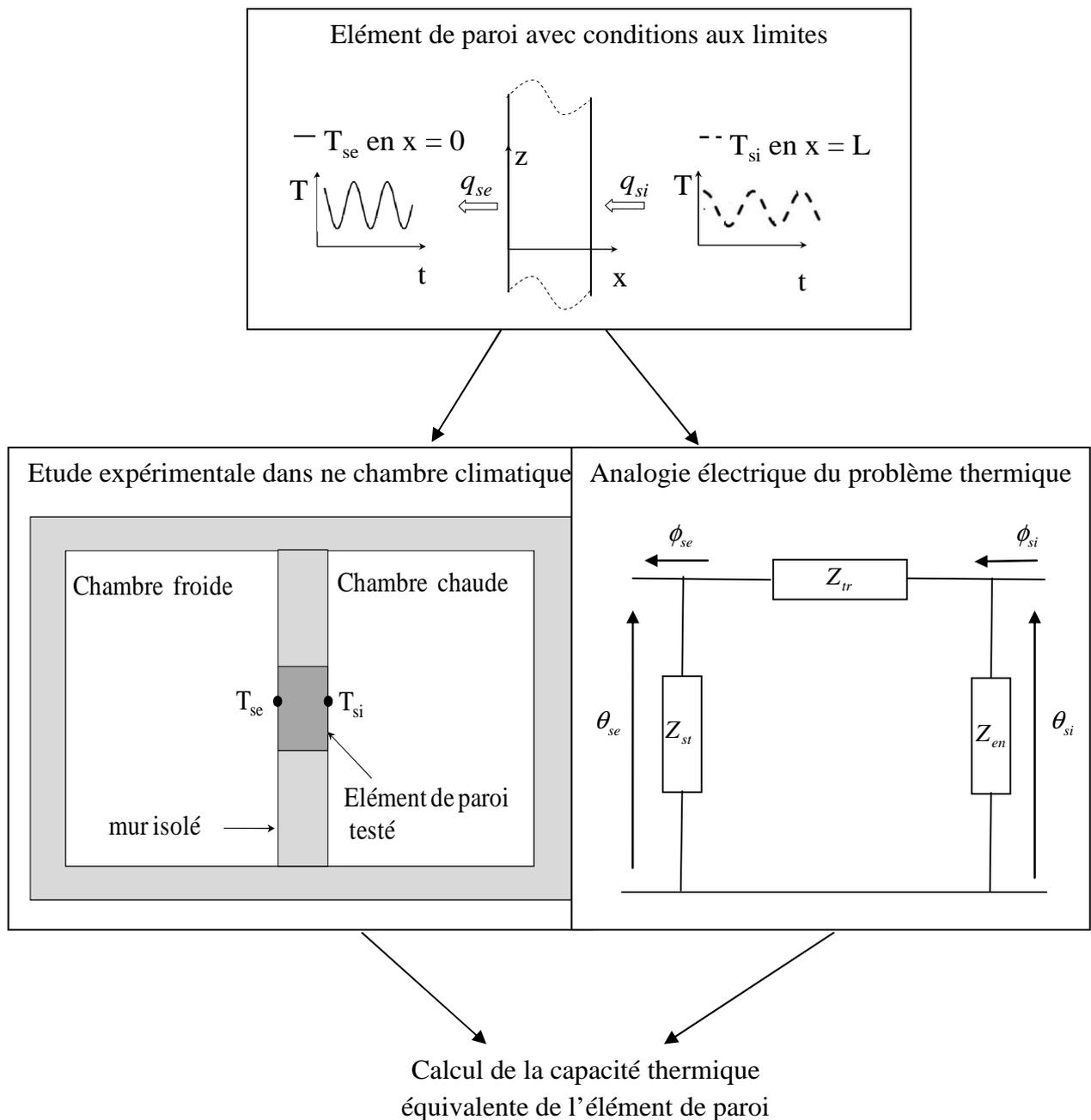
Nous pouvons résumer la méthodologie adoptée dans ce chapitre par la figure (a) ci-dessous :



(a) Méthodologie adoptée pour l'étude de l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente

Le dernier chapitre aborde le développement d'une méthode de calcul de la capacité thermique surfacique des matériaux hétérogènes. Dans ce chapitre, nous avons proposé une expression analytique de la capacité thermique surfacique. Cette expression est obtenue à partir de l'analogie électrique du problème thermique d'un élément de paroi. Elle présente l'intérêt d'être indépendante des propriétés thermophysiques des matériaux. Le modèle analytique est couplé à une mesure expérimentale, dont l'objectif est de déterminer, pour différentes conditions aux limites, les déphasages et amortissement du flux thermique. La capacité thermique surfacique est ensuite calculée.

La méthodologie adoptée est résumée par la figure (b) ci-dessous :



(b) Méthodologie adoptée pour la détermination de la capacité thermique surfacique

Projet professionnel

Je suis enseignant-chercheur à l'Université de Bambey, au Sénégal. Bambey se trouve en zone rurale et bénéficie d'un climat tropical sec. Il y fait chaud toute l'année. La population est confrontée à un problème de confort thermique dans l'habitat. Ce problème de confort est accentué par l'abandon progressif de l'habitat traditionnel au profit d'un habitat moderne pas forcément adapté aux conditions climatiques.

Partant de ce constat, j'ai décidé, dès l'entame de ma carrière universitaire, de m'investir dans la recherche et le développement de l'habitat bioclimatique. Un habitat bioclimatique requiert l'utilisation de matériaux de construction adéquats qui permettent d'assurer aux occupants le meilleur confort.

C'est dans le but de développer mes compétences dans la caractérisation des matériaux de construction et dans la physique du bâtiment que j'ai effectué cette thèse sur les propriétés thermiques des matériaux. Les outils et méthodes développés dans ce cadre seront mis à profit pour développer, au Sénégal, une base de données sur les propriétés thermiques des matériaux de construction disponibles localement. Cette thèse est pour moi le premier pas vers la mise en place d'une équipe de recherche sur l'architecture bioclimatique en zone tropicale à l'Université de Bambey.

Chapitre I Revue bibliographique sur les propriétés thermiques équivalentes des matériaux hétérogènes

I.1 Introduction

D'une manière générale, les matériaux utilisés dans les secteurs de l'industrie, du transport, du bâtiment et du sport sont hétérogènes, avec des structures internes complexes composées de deux ou de plusieurs constituants de différentes propriétés. Avec la demande de plus en plus importante de matériaux thermiquement performants dans tous ces secteurs, la recherche visant à adapter les matériaux hétérogènes dans le but d'obtenir des propriétés thermiques macroscopiques désirées a connu un essor ces dernières années.

La conductivité thermique équivalente est l'une des propriétés thermiques utilisée pour quantifier le comportement thermique des matériaux hétérogènes. Une connaissance précise de cette conductivité est alors indispensable. Or, cette donnée n'est pas toujours disponible. Pour surmonter ce problème, les ingénieurs font souvent appel à des modèles de conductivité thermique équivalente.

La conductivité thermique équivalente est étroitement liée à la composition du matériau et à sa structure interne [7]- [8]. En effet, la quantité, la conductivité thermique, la taille, la forme, les interactions (contact) et la distribution spatiale des inclusions déterminent largement le comportement macroscopique des matériaux hétérogènes. Plusieurs modèles pour le calcul de la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes ont été proposés dans la littérature.

Un autre paramètre utilisé pour caractériser la performance thermique des matériaux est la capacité thermique surfacique. La capacité thermique surfacique est utilisée pour estimer l'inertie des matériaux. Une bonne connaissance de la capacité thermique surfacique d'un matériau permet en effet de prédire sa capacité à emmagasiner, puis à restituer la chaleur. Cette possibilité pour un matériau de stocker et de restituer plus tard la chaleur permet d'obtenir un décalage entre les températures intérieure et extérieure des bâtiments. Elle permet également d'amortir le pic de température intérieure des bâtiments par rapport à la température extérieure. Ce phénomène est souvent mis à profit pour réduire de manière significative la consommation d'énergie dans le secteur du bâtiment.

Avec le changement climatique, l'économie d'énergie et le confort thermique dans l'habitat occupe aujourd'hui le devant de la scène. Ainsi, la capacité thermique, souvent ignorée par les chercheurs par le passé, devient un paramètre qui mérite autant d'attention que la conductivité thermique. Comme nous le verrons dans cette étude bibliographique, il existe peu de travaux sur la capacité thermique surfacique comparé à la conductivité thermique.

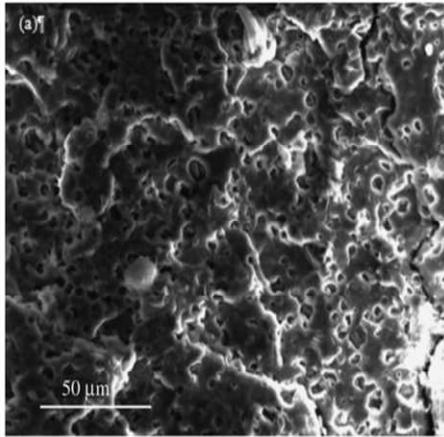
L'objectif de ce chapitre est de passer en revue les méthodes de détermination de la conductivité thermique équivalente et de la capacité thermique surfacique des matériaux complexes. Nous nous efforcerons de montrer autant que possible l'impact de la structure interne dans l'établissement des modèles de conductivité thermique équivalente. En ce qui concerne la capacité thermique, les méthodes de calcul qui existent s'appuient uniquement sur des parois à structure interne simple comme les parois homogènes.

Cette revue bibliographique est organisée comme suit. Nous allons dans un premier temps présenter les matériaux hétérogènes (section 2). Ensuite, nous définissons la notion de propriété thermique équivalente des matériaux hétérogènes (section 3). Puis, les modèles théoriques de conductivité thermique équivalente des matériaux diphasiques sont présentés dans la section 4. Leurs limites sont détaillées et analysées. Cette même section passe en revue les outils numériques de génération de structure hétérogènes, ainsi que les méthodes numériques les plus utilisées pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Dans la section 5, les différentes méthodes de détermination de la surfacique sont présentées. L'utilité et l'utilisation de cette capacité par différentes normes et réglementations sont discutées.

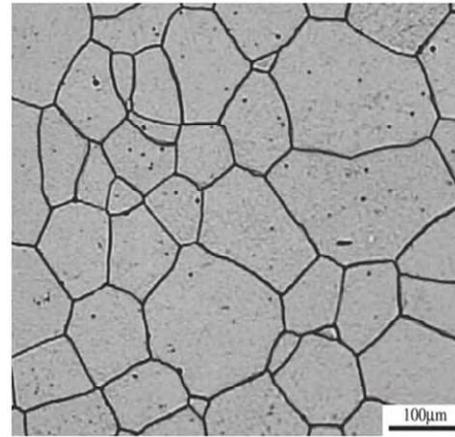
I.2 Présentation des matériaux hétérogènes

Dans le monde de l'ingénierie, la combinaison de deux ou plusieurs constituants conduit à un matériau hétérogène. Un matériau hétérogène est caractérisé par une variation des propriétés d'un point à l'autre du matériau. Quand cette variation est continue, le matériau est à morphologie polycristalline. En revanche, quand la variation est discontinue à cause de la présence d'interfaces, le matériau est à morphologie inclusion/matrice. Le matériau hétérogène est alors appelé matériau composite. La Figure 1 montre un exemple de morphologie inclusion/matrice [9] et un exemple de morphologie polycristalline [10] à l'échelle du micromètre.

Notre travail s'intéresse uniquement aux matériaux à morphologie inclusion/matrice.



(a) Composite microcapsulé de paraffine/polymère [9]



(b) Microstructure d'oxyde de zinc polycristallin [10]

Figure 1 Différents types de morphologies : morphologie inclusion/matrice (a), morphologie polycristalline (b)

Dans l'industrie, le terme "composite" est utilisé pour désigner quelques familles de matériaux modernes, à base de résines plastiques, de céramiques, de carbone ou de métaux, renforcées par des fibres. Selon la définition donnée plus haut, ce terme devrait concerner d'autres types de matériaux comme le torchis, le béton armé ... Pour éviter toute ambiguïté, nous employons le terme matériaux hétérogènes pour désigner les composites "au sens large" du terme.

Nous définissons donc un matériau hétérogène comme un matériau constitué d'une phase continue appelée *matrice*, dans laquelle est distribuée une phase discontinue appelée *inclusion* (Figure 2).

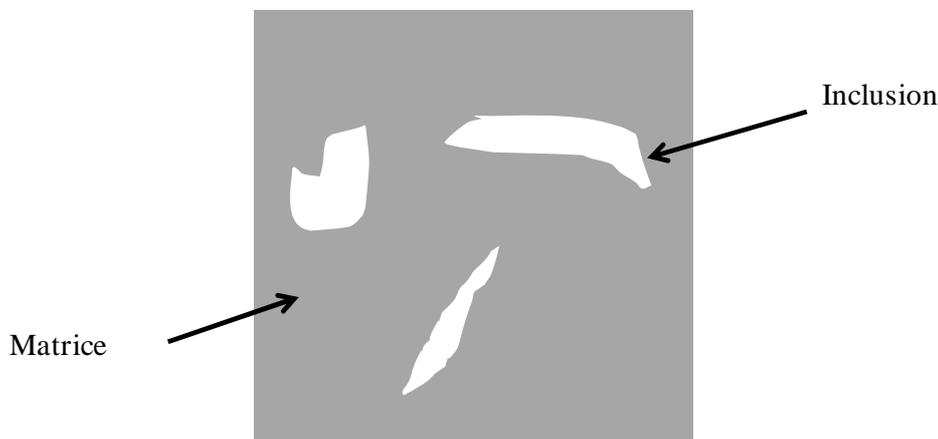


Figure 2 Exemple de matériau hétérogène en 2D

La structure interne des matériaux hétérogènes peut être classée en trois groupes : structure granulaire, fibreuse et cellulaire. La Figure 3a [11], la Figure 3b [12] et la Figure 3c [13] représentent, respectivement, une structure interne granulaire, fibreuse et cellulaire.

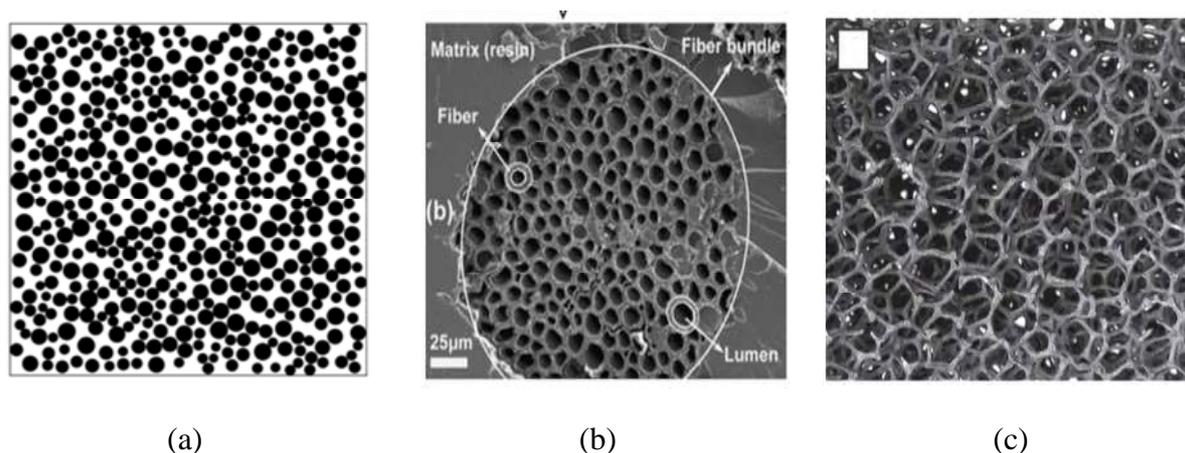


Figure 3 Différents types de structures internes : granulaire [11] (a), fibreuse [12] (b), cellulaire [13] (c).

Dans cette thèse, nous avons fait le choix de nous intéresser à la structure interne des matériaux de construction. Nous nous intéressons particulièrement aux matériaux à structure interne granulaire, car ce sont les structures les plus communes des matériaux de construction. Par exemple, le béton de ciment, qui est un matériau de construction très utilisé, est constitué d'une matrice cimentaire et de granulats. Les granulats peuvent être des grains de formes différentes (sphériques, ellipsoïdes ...) ou des fibres (fibres longues, fibres courtes). Les granulats sont d'origine minérale, végétale ou synthétique. Nous reviendrons sur le béton de ciment car nous l'avons utilisé pour nos expériences.

Dans les paragraphes suivants, les différentes structures internes sont détaillées.

I.2.1 Structure interne granulaire

Les matériaux granulaires sont très courants : sable, béton, médicaments... Ils sont caractérisés par un réseau de particules solides en présence ou non d'une matrice de liaison.

Les particules peuvent être sphériques ou non sphériques. Dans certains matériaux, elles sont distribuées de manière périodique dans la matrice (Figure 4a). Dans d'autres, la distribution est aléatoire (Figure 4b).

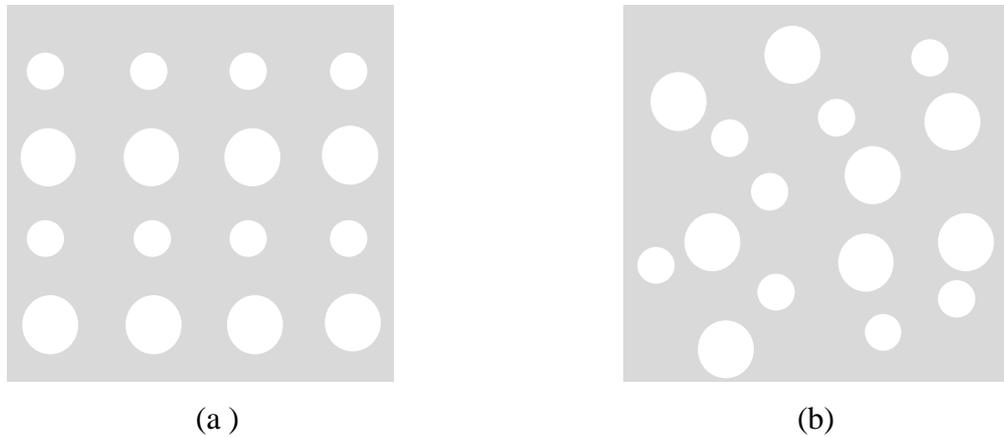


Figure 4 Exemple de distribution des particules dans la matrice : structure interne granulaire périodique (a), structure interne granulaire aléatoire (b)

Nous reviendrons dans le chapitre II sur les matériaux granulaires pour caractériser la structure interne de ces types de matériaux. Dans le chapitre III, l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique de ces matériaux sera également étudié.

I.2.2 Structure interne fibreuse

Les matériaux fibreux sont très utilisés dans les secteurs de l'industrie et du bâtiment. Ils sont constitués de fibres noyées dans une matrice qui joue le rôle de liant. Du point de vue géométrique, on distingue deux types de fibres : les fibres longues et les fibres courtes (Figure 5). Les fibres longues ont une longueur comparable aux dimensions du matériau. Les fibres courtes ont une longueur faible devant les dimensions du matériau.

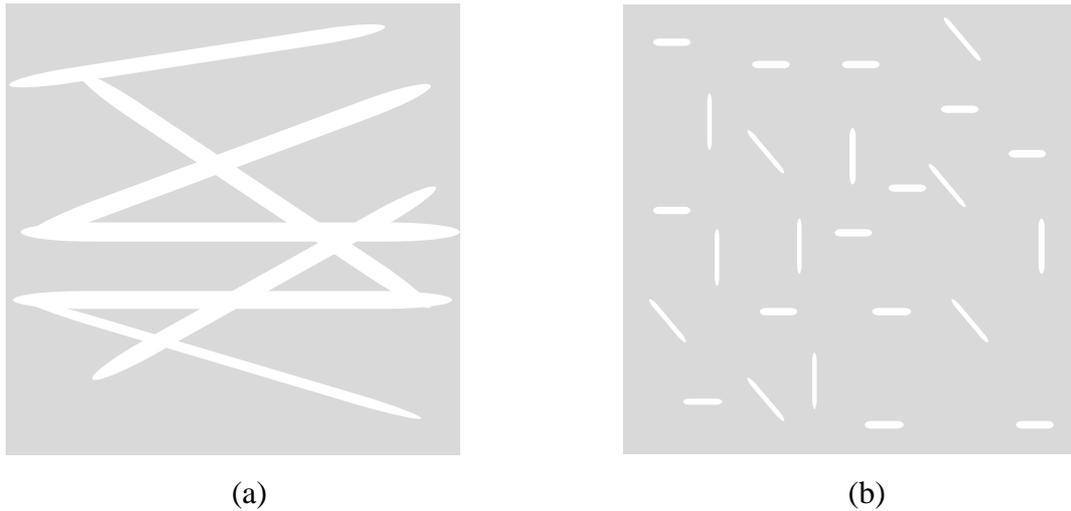


Figure 5 Matrice contenant des fibres : longues (a), courtes (b)

Beaucoup de chercheurs se sont intéressés aux propriétés thermiques des matériaux fibreux [14]- [15].

I.3 Notion de propriété thermique équivalente

I.3.1 Equation de diffusion de la chaleur dans les matériaux homogènes et isotropes

Le bilan thermique dans un élément de volume isotrope d'un matériau homogène conduit à une équation différentielle qui décrit la conduction de la chaleur à l'intérieur du matériau [16] :

$C(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k(T)\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right)$	(I-1)
---	-------

C est la capacité thermique volumique du matériau ($J.m^{-3} .K^{-1}$), t est le temps et x , y et z sont les coordonnées cartésiennes. k est la conductivité thermique du matériau ($W.K^{-1} .m^{-1}$),

L'Equation (I-1) est souvent appelée équation de diffusion de la chaleur.

Si k est indépendante de la température, et que le régime est permanent, l'Equation (I-1) se réduit à l'équation de Laplace :

$\nabla^2 T = 0$	(I-2)
------------------	-------

I.3.2 Equation de diffusion de la chaleur dans les matériaux hétérogènes

Les propriétés thermophysiques des matériaux hétérogènes (conductivité thermique et capacité thermique volumique) dépendent de la quantité des différents constituants et des coordonnées d'espace dans le cas de la conductivité thermique. Ceci rend l'équation de diffusion de la chaleur pour un matériau hétérogène plus complexe que l'Equation (I-1) :

$C(T, v_1, v_2, \dots, x, y, z) \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k(T, v_1, v_2, \dots, x, y, z) \nabla T)$	(I-3)
--	-------

où v est la fraction volumique d'un constituant.

Dans la réalité, il est difficile, souvent même impossible, de connaître avec précision l'emplacement des différents constituants dans le matériau. C'est pour cette raison que l'on parle de conductivité thermique équivalente. Le terme « équivalent » renvoie à l'hypothèse que le matériau hétérogène est équivalent à l'échelle macroscopique à un matériau homogène de conductivité thermique k_{eq} et de capacité thermique volumique C_{eq} . Ainsi, pour le matériau homogène équivalent au matériau hétérogène, l'Equation (I-1) devient :

$C_{eq} \frac{\partial T}{\partial t} = k_{eq} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$	(I-4)
--	-------

I.3.3 Méthodes de détermination expérimentale des propriétés thermiques équivalentes

I.3.3.1 Conductivité thermique équivalente

La conduction thermique est décrite par la loi de Fourier [17]. Cette loi stipule que la densité de flux de chaleur, q (W/m²), résultant d'un transfert de chaleur par conduction est proportionnel au gradient de température. La loi de Fourier s'écrit sous la forme:

$\vec{q} = -k_{eq} \vec{\nabla} T$	(I-5)
------------------------------------	-------

Dans les problèmes de conduction thermique unidirectionnelle, on utilise souvent la loi de Fourier sous sa forme scalaire simple :

$q = k_{eq} \frac{\Delta T}{L}$	(I-6)
---------------------------------	-------

où L est l'épaisseur dans la direction du flux de chaleur. q et ΔT sont toutes les deux des quantités positives.

La conductivité thermique équivalente peut donc s'écrire si le milieu est homogène et isotrope :

$k_{eq} = \frac{qL}{\Delta T}$	(I-7)
--------------------------------	-------

L'Equation (I-7) montre que la conductivité thermique équivalente d'un matériau hétérogène peut être déterminée expérimentalement de manière simple. En effet, il suffit d'imposer une différence de température ΔT aux bornes du matériau d'épaisseur L et de mesurer, lorsque le régime permanent est atteint, le flux thermique q qui traverse le matériau.

Il existe plusieurs méthodes analytiques qui permettent de calculer la conductivité thermique des matériaux hétérogènes. Nous reviendrons plus loin sur ces méthodes analytiques.

I.4 Revue bibliographique sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes

I.4.1 Modélisation analytique de la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes

I.4.1.1 Modèles Série-Parallèle

Les modèles Série et Parallèle ont été proposés par O. Wiener en 1912 [18]. Ces modèles sont basés sur l'hypothèse d'un flux de chaleur unidimensionnel, et ont été obtenus par analogie électrique.

Dans ces modèles, la structure interne du matériau hétérogène est supposée constituer des strates perpendiculaires (modèle série) et parallèles (modèle parallèle) au flux de chaleur. La Figure 6a et la Figure 6b montrent les structures internes constituées de strates, de conductivité k_1 et k_2 , respectivement, perpendiculaires et parallèles au flux de chaleur.

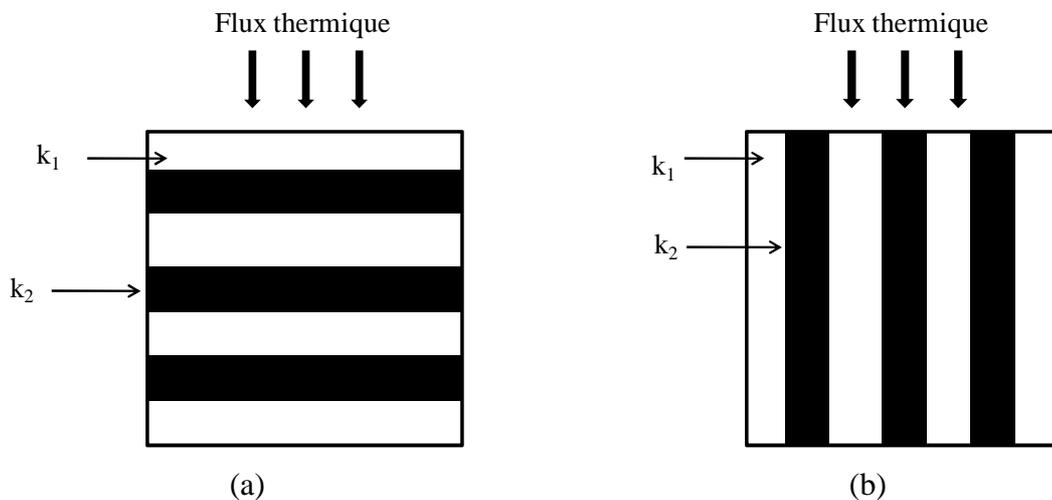


Figure 6 Structures internes d'un modèle Série (a) et d'un modèle Parallèle (b)

Dans le cas d'un matériau diphasique, les conductivités thermiques équivalentes des modèles Série et Parallèle sont données par les Equations (I-8) et (I-9):

$k_{eqS} = \frac{1}{\frac{1-v_2}{k_1} + \frac{v_2}{k_2}}$	(I-8)
---	-------

$$k_{eqP} = (1 - v_2)k_1 + v_2 k_2$$

(I-9)

Le modèle Série modélise bien les matériaux hétérogènes constitués d'une matrice contenant des fibres longues perpendiculaires au flux thermique. Il sous-estime cependant la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes isotropes.

Le modèle Parallèle, quant à lui, modélise bien les matériaux hétérogènes constitués d'une matrice contenant des fibres longues parallèles au flux thermique. Mais il surestime la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes isotropes.

Les modèles Série et Parallèle ne sont pas appropriés pour modéliser des matériaux à structure interne granulaire. Ils permettent de définir en première approximation le domaine où se trouve la conductivité thermique de tout matériau hétérogène. On les appelle ainsi les bornes de Wiener.

Nous constatons que les bornes de Wiener ne dépendent que de la composition et de la fraction volumique des constituants. Elles ignorent la forme, la taille et la répartition des inclusions dans la matrice. Les modèles Série et Parallèle ne sont donc pas appropriés pour étudier l'impact des détails structuraux sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes.

Constatant que les modèles Série et Parallèle sont, respectivement, les limites inférieure et supérieure de la conductivité thermique de tout matériau hétérogène, certains auteurs proposent de les combiner pour modéliser la conductivité thermique des matériaux à structure interne complexe. Dans ce qui suit, nous présentons quelques modèles issus de la combinaison des modèles Série et Parallèle.

I.4.1.2 Modèles empiriques

Dans le but d'étendre le champ d'application des modèles Série et Parallèle, plusieurs auteurs ont combiné ces deux modèles. Les combinaisons se sont faites de manière empirique. Nous appelons les modèles ainsi obtenus « modèles empiriques ». Les modèles empiriques dépendent de la composition et de la fraction volumique des constituants, mais aussi de la contribution de chaque modèle de base (Série ou Parallèle) dans le modèle empirique. Cette contribution est notée f . La conductivité thermique équivalente est donc de la forme:

$$k_{eq} = k_{eq}(k_1, k_2, \dots, v_1, v_2, f)$$

(I-10)

Il existe dans la littérature plusieurs modèles basés sur cette approche. Parmi ces modèles on peut citer ceux de Willy et Soutwick [19], Renaud [20], Krischer (cité dans [21]) et Chaudhary et Bhandari [22]. Nous présentons ici à titre d'exemple les deux derniers modèles qui sont très utilisés dans la littérature.

I.4.1.2.1 Modèle de Krischer [21]

Le modèle de Krischer est une combinaison des modèles Série et Parallèle (Figure 7).

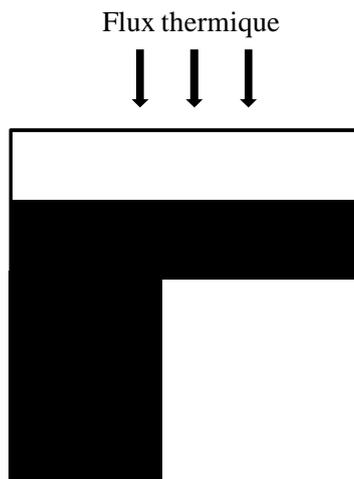


Figure 7 Structure interne du modèle de Krischer

Pour un matériau diphasique, le modèle de Krischer s'écrit :

$$k_{eq} = \frac{1}{\frac{1-f}{(1-v_2)k_1 + v_2 k_2} + f \left(\frac{1-v_2}{k_1} + \frac{v_2}{k_2} \right)}$$

(I-11)

Le modèle de Krischer est une moyenne harmonique pondérée des modèles Série et Parallèle.

I.4.1.2.2 Modèle de Chaudhary et Bhandari [22]

Comme Krischer, Chaudhary et Bhandari ont proposé le modèle de conductivité thermique suivant :

$k_{eq} = [(1 - v_2)k_1 + v_2 k_2]^f \left(\frac{1 - v_2}{k_1} + \frac{v_2}{k_2} \right)^{(1-f)}$	(I-12)
--	--------

Ce modèle est basé sur la moyenne géométrique pondérée des modèles Série et Parallèle.

En résumé :

Les modèles empiriques sont adaptés à tous les types de structure interne. Le paramètre f permet de prendre en compte la contribution de la structure interne. La prise en compte de la structure interne par l'intermédiaire d'un paramètre f permet d'estimer l'impact de cette structure sur la conductivité thermique équivalente. La limite d'une telle approche est que le paramètre f ne peut pas être déterminé analytiquement à partir des informations structurales.

Les modèles empiriques ne peuvent donc pas être utilisés pour étudier l'impact des détails structuraux sur la conductivité thermique équivalente.

I.4.1.3 Modèles de type Maxwell

I.4.1.3.1 Modèle de Maxwell

La détermination des propriétés de transport des matériaux hétérogènes a commencé avec Maxwell (1873) [23]. Ce dernier a proposé une expression exacte pour le calcul de la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes. Pour proposer son modèle de conductivité thermique équivalente, Maxwell considère une structure constituée d'une matrice dans laquelle sont arrangées régulièrement des particules sphériques identiques. Les particules sont supposées suffisamment éloignées pour que les interactions mutuelles entre elles soient négligeables.

Le modèle de Maxwell est le modèle de référence d'un grand nombre de modèles basés sur les structures granulaires. Torquato [24] montre les différentes étapes qui ont conduit à son

établissement. Nous reprenons ici ces différentes étapes pour mettre en évidence les hypothèses simplificatrices posées par Maxwell.

Le modèle de Maxwell traite le cas d'inclusions sphériques identiques isolées dans une matrice. Il repose sur l'hypothèse que le champ de température autour d'une particule n'est pas perturbé par celui de ses voisines. Cette hypothèse est valide si la distance interparticulaire est grande devant le rayon des inclusions.

Maxwell, dans ses travaux, considère une inclusion sphérique de rayon R_2 et de conductivité k_2 plongée dans une matrice de conductivité k_1 . Cette matrice est soumise à un gradient de température constant E_0 (Figure 8).

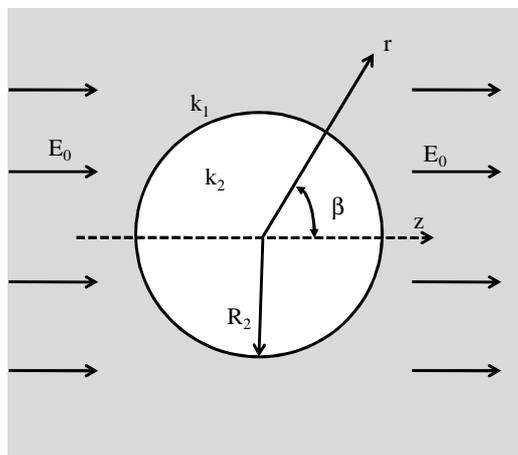


Figure 8 Inclusion sphérique dans une matrice

En régime stationnaire, la distribution de température à l'intérieur d'une région de conductivité thermique constante est donnée par l'équation de Laplace :

$\Delta T(r) = 0$	(I-13)
-------------------	--------

avec les conditions aux limites :

$k_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} = k_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \Big _{r=R_2}$	(I-14)
---	--------

T_2 est la température à l'intérieur de la sphère de rayon R_2 . T_1 est la température à l'extérieur de cette sphère.

$T_1 = T_2,$	en $r = R_2$	(I-15)
--------------	--------------	--------

$T_1 = -E_0 r \cos \beta,$	pour $r \gg R_2$	(I-16)
----------------------------	------------------	--------

Prenant le centre de la sphère comme origine et tenant compte de la symétrie sphérique du problème, la solution générale, en coordonnées sphériques, de l'Equation (I-13) est de la forme :

$T = -E_0 r \cos \beta - \frac{A E_0}{r^2} \cos \beta$	pour $r \geq R_2$	(I-17)
--	-------------------	--------

$T = -E_0 r \cos \beta + B E_0 r \cos \beta$	pour $r \leq R_2$	(I-18)
--	-------------------	--------

Les constantes A et B sont obtenues à partir des conditions de continuité du flux (Equation (I-14)) et de la température (Equation (I-15)) à l'interface inclusion/matrice.

En substituant la constante A ainsi obtenue dans l'Equation (I-17), le champ de température dans la matrice s'écrit :

$T_1 = -E_0 r \cos \beta + E_0 R_2^3 \left(\frac{k_2 - k_1}{k_2 + 2k_1} \right) \frac{\cos \beta}{r^2}$	(I-19)
--	--------

Le modèle de Maxwell étant constitué de N petites sphères de rayon R_2 et de conductivité k_2 qui n'interagissent pas entre elles, l'Equation (I-19) devient :

$T_1 = -E_0 r \cos \beta + E_0 N R_2^3 \left(\frac{k_2 - k_1}{k_2 + 2k_1} \right) \frac{\cos \beta}{r^2}$	(I-20)
--	--------

Maxwell considère que les N petites sphères sont contenues dans une large sphère de rayon R_1 et de conductivité k_1 . La

Figure 9 est une représentation en 2D de la structure interne considérée par Maxwell mais le modèle de Maxwell est un modèle 3D.

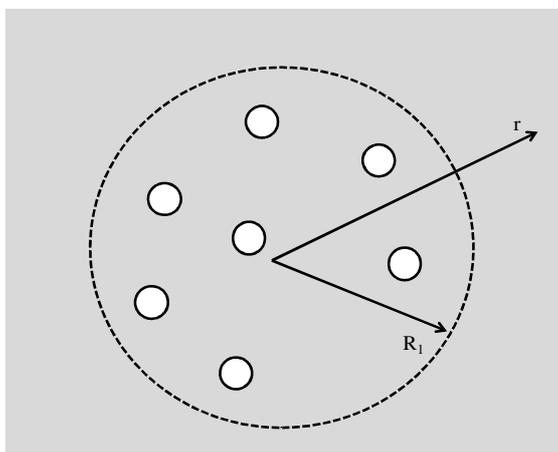


Figure 9 Plusieurs inclusions sphériques dans une matrice (Représentation du modèle de Maxwell)

La fraction volumique des petites sphères s'écrit alors :

$V_2 = \frac{N R_2^3}{R_1^3}$	(I-21)
-------------------------------	--------

et l'Equation (I-20) devient :

$$T_1 = E_0 r \cos \beta - E_0 v_2 R_1^3 \frac{k_2 - k_1}{k_2 + 2k_1} \frac{\cos \beta}{r^2}$$

(I-22)

En faisant l'hypothèse qu'à l'échelle macroscopique, les matériaux hétérogènes peuvent être traités comme des matériaux homogènes, Maxwell remplace la grande sphère de rayon R_1 contenant les N petites sphères par une sphère homogène de rayon R_1 et de conductivité thermique équivalente k_{eq} . L'Equation (I-19) s'écrit alors :

$$T_1 = -E_0 r \cos \beta + E_0 R_1^3 \left(\frac{k_{eq} - k_1}{k_{eq} + 2k_1} \right) \frac{\cos \beta}{r^2}$$

(I-23)

Pour que les Equations (I-22) et (I-23) soient équivalentes, il faut que :

$$\frac{k_{eq} - k_1}{k_{eq} + 2k_1} = \left(\frac{k_2 - k_1}{k_2 + 2k_1} \right) v_2$$

(I-24)

Le modèle de Maxwell s'écrit alors sous la forme :

$$k_{eq} = k_1 \left(\frac{2k_1 + k_2 - 2(k_1 - k_2)v_2}{2k_1 + k_2 + (k_1 - k_2)v_2} \right)$$

(I-25)

Comme nous l'avons dit plus haut, le modèle de Maxwell repose sur l'hypothèse que le champ de température autour d'une particule n'est pas perturbé par celui de ses voisines. Ce qui fait que ce modèle n'est valable que pour des structures internes fortement diluées c'est-à-dire à très faible fraction volumique d'inclusions. Ceci limite son utilisation. Notons qu'on n'a pas trouvé dans la littérature une valeur quantifiée de cette fraction volumique.

Plusieurs auteurs ont fait une extension du modèle de Maxwell. Nous en présentons ici quelques unes.

I.4.1.3.2 Modèle de Hamilton-Crosser

Le modèle de Hamilton [25] est une extension du modèle de Maxwell. Il est basé sur une matrice de conductivité k_1 contenant des inclusions de conductivité k_2 de forme quelconque. Les interactions entre inclusions sont toujours négligées. Le modèle de Hamilton est donné par l'Equation (I-26) :

$k_{eq} = k_1 \left(\frac{\zeta k_1 + k_2 - \zeta (k_1 - k_2) v_2}{\zeta k_1 + k_2 + (k_1 - k_2) v_2} \right)$	(I-26)
---	--------

Contrairement au modèle de Maxwell, le modèle de Hamilton dépend, en plus de la fraction volumique (v_2) et de la conductivité thermique des constituants (k_1, k_2), d'un facteur géométrique ζ . Ce paramètre ζ est la sphéricité. Il dépend de la forme des inclusions. De manière générale, il est défini par le rapport de la surface d'une inclusion sur la surface de la sphère hypothétique, ayant le même volume que l'inclusion.

I.4.1.3.3 Modèle de Fricke

Le modèle de Fricke cité dans [26] est basé sur le même principe que le modèle de Maxwell. Seulement, le modèle de Fricke considère des inclusions ellipsoïdales de conductivité thermique k_2 dispersées dans un milieu continu de conductivité thermique k_1 . La conductivité thermique est donnée par l'expression suivante :

$k_{eq} = \frac{v_1 k_1 + v_2 G k_2}{v_1 + v_2 G}$	(I-27)
--	--------

avec

$G = \frac{1}{3} \left[\frac{2}{1 + \left(\frac{k_2}{k_1} - 1\right) g_a} + \frac{1}{1 + \left(\frac{k_2}{k_1} - 1\right) (1 - 2g_a)} \right]$	(I-28)
---	--------

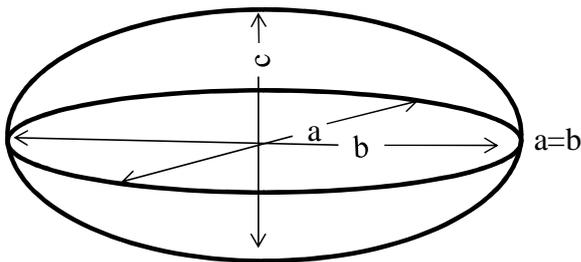
Pour les ellipsoïdes aplatis (Figure 10a), g_a est donné par :

$g_a = \frac{\alpha \cos^{-1}(\alpha) - \alpha \sqrt{1 - \alpha^2}}{2 \sqrt{(1 - \alpha^2)^3}}$	(I-29)
---	--------

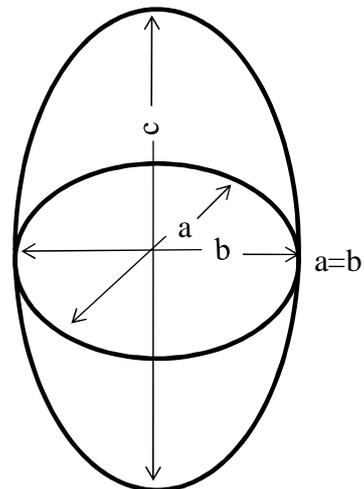
Pour les ellipsoïdes allongées (Figure 10b), g_a est donné par :

$g_a = \frac{1}{2(1 - z^{-2})} - \frac{z^{-2}}{4\sqrt{(1 - z^{-2})^3}} \ln \left[\frac{1 + \sqrt{(1 - z^{-2})}}{1 - \sqrt{(1 - z^{-2})}} \right]$	(I-30)
--	--------

$\alpha = \frac{c}{a}$ est le facteur de forme des inclusions.



(a) ellipsoïde aplatie ($c < a$)



(b) ellipsoïde allongée ($c > a$)

Figure 10 Représentation d'une ellipsoïde aplatie (a) et d'une ellipsoïde allongée (b)

En résumé :

Le modèle de Maxwell dépend uniquement de la fraction volumique et de la composition des constituants. Il ne prend donc pas en compte la contribution de la structure interne. En revanche, les modèles de Hamilton-Crosser et de Fricke sont sensibles à une information structurale qui est la forme des inclusions. Ces modèles peuvent par conséquent être utilisés pour évaluer l'impact de la forme des inclusions sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes. Seulement, les limites de validité de ces modèles peuvent être contraignantes :

- peu d'influence mutuelle entre les inclusions ;
- faible concentration des inclusions.

Les structures interne à inclusions dispersées ont été étudiées en utilisant d'autres approches notamment le Second principe de la thermodynamique et la théorie des milieux effectifs. Dans ce qui suit, nous allons rappeler quelques modèles de conductivité thermique équivalente issus de ces approches.

I.4.1.4 Modèle de la sphère avec revêtement (Coated-Sphere Model)

Ce modèle a été introduit en 1962 par Hashin et Shtrikman [27]. Il est basé sur le principe de minimisation de la fonction énergie par méthode variationnelle.

La structure interne de ce modèle est constituée d'un assemblage de sphères de rayon R_1 et de conductivité k_1 enveloppée par une coquille de rayon R_2 et de conductivité thermique k_2 . La structure est représentée en 2D dans la Figure 11. Le rayon des disques peut être infiniment petit pour que tout l'espace de la structure soit occupé par les disques.

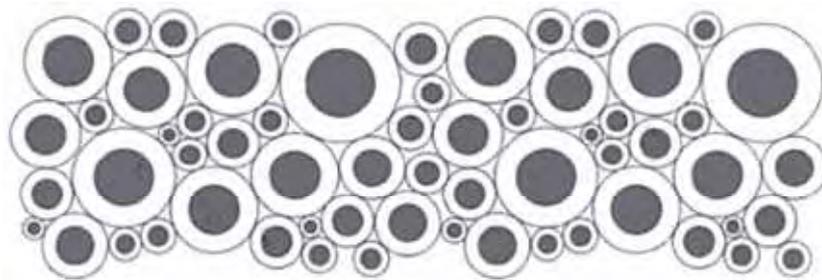


Figure 11 structure constituée de sphères avec revêtement extérieur [24]

Pour obtenir la conductivité thermique équivalente k_{eq} d'une telle structure, les auteurs ont montré qu'il suffit de déterminer le champ thermique d'un milieu constitué d'une sphère avec revêtement extérieur, plongée dans une matrice de conductivité thermique inconnue k_{eq} (Figure 12) soumise à un gradient de température constant E_0 .

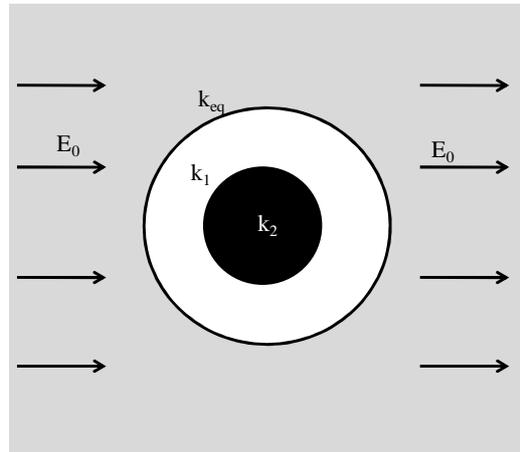


Figure 12 Sphère avec revêtement extérieur dans une matrice de conductivité k_{eq}

La conductivité thermique équivalente de cette structure en 3D s'écrit [24] :

$k_{eq} = v_1 k_1 + v_2 k_2 - \frac{(k_2 - k_1)^2 v_1 v_2}{v_2 k_1 + v_1 k_2 + 2k_1}$	(I-31)
---	--------

Ce modèle ne fait pas d'hypothèse sur l'interaction entre les constituants. Il est donc valable pour n'importe quelle fraction volumique contrairement aux modèles de type Maxwell. Il est cependant insensible aux détails structuraux. Nous ne pouvons donc pas l'utiliser pour étudier la relation structure interne/conductivité thermique équivalente.

I.4.1.5 Théorie des milieux effectifs

Les théories des milieux effectifs sont des modèles mathématiques permettant d'estimer les propriétés macroscopiques ou propriétés équivalentes d'un milieu en fonction des propriétés locales de chaque constituant, et d'un certain nombre d'informations sur la structure telle que la concentration de chaque constituant. Le but de ces modèles est de fournir soit des bornes

pour le comportement macroscopique des milieux aléatoires, soit des approximations du comportement macroscopique pour les milieux périodiques.

I.4.1.5.1 Volume Élémentaire représentatif

Les techniques d'homogénéisation cherchent à remplacer un volume réel contenant l'ensemble des informations structurales du matériau étudié par un volume homogène fictif (Figure 13). Les deux volumes doivent avoir en « moyenne » un comportement identique. Ce volume réel est appelé volume élémentaire représentatif.

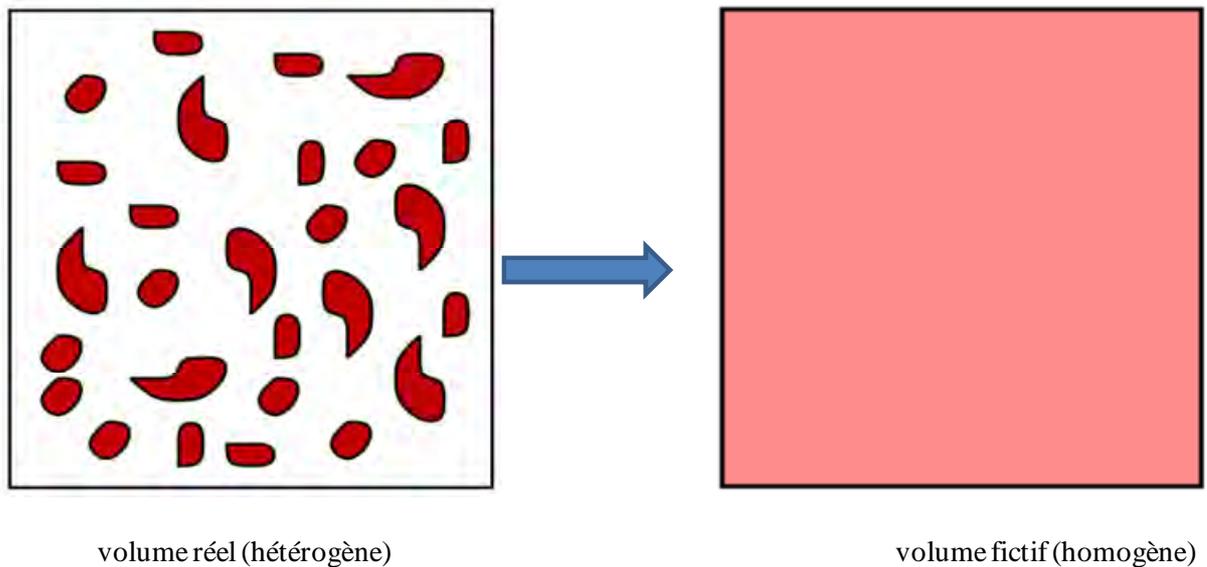


Figure 13 Volume élémentaire représentatif

Le volume élémentaire représentatif (V.E.R) d'un matériau est le volume, V_{re} , au-delà duquel une propriété moyenne du matériau ne varie plus. La notion de propriété moyenne ou équivalente du matériau n'a de sens que pour des volumes égaux ou supérieurs à V_{re} .

Le volume élémentaire représentatif d'un matériau doit satisfaire à deux conditions :

- être plus grand que la taille caractéristique des constituants du matériau ;
- être plus petit que la taille caractéristique du matériau.

I.4.1.5.2 Comportement équivalent d'un matériau hétérogène

Le comportement équivalent d'un matériau hétérogène est obtenu en imposant à son V.E.R un gradient thermique. Ce dernier crée alors un flux de chaleur microscopique. L'homogénéisation vise à trouver la relation qui lie la moyenne du flux microscopique au gradient de température imposé.

Dans le cas d'un V.E.R constitué d'une matrice m de fraction volumique ν_m et d'une inclusion i de fraction volumique ν_i , le flux thermique moyen $\langle \vec{q} \rangle$ qui travers le V.E.R est donné par la relation :

$\langle \vec{q} \rangle = \nu_i \langle \vec{q} \rangle_i + \nu_m \langle \vec{q} \rangle_m$	(I-32)
---	--------

En utilisant la loi de Fourier :

$\vec{q} = -k \overrightarrow{\text{grad}} T$	(I-33)
---	--------

l'Equation (I-32) s'écrit :

$k_{eq} \langle \overrightarrow{\text{grad}} T \rangle = \nu_i k_i \langle \overrightarrow{\text{grad}} T \rangle_i + \nu_m k_m \langle \overrightarrow{\text{grad}} T \rangle_m$	(I-34)
---	--------

où k_{eq} est la conductivité thermique équivalent du matériau.

Le gradient de température imposé peut être décomposé sur la structure suivant la relation :

$\langle \overrightarrow{\text{grad}} T \rangle = \nu_i \langle \overrightarrow{\text{grad}} T \rangle_i + \nu_m \langle \overrightarrow{\text{grad}} T \rangle_m$	(I-35)
--	--------

En combinant les Equations (I-34) et (I-35), on obtient l'équation du comportement thermique équivalent du V.E.R :

$k_{eq} \langle \overrightarrow{grad T} \rangle = k_m \langle \overrightarrow{grad T} \rangle + v_i (k_i - k_m) \langle \overrightarrow{grad T} \rangle_i$	(I-36)
--	--------

Le gradient de température à l'intérieur de l'inclusion $\langle \overrightarrow{grad T} \rangle_i$ est obtenu après résolution de l'équation de la chaleur à l'intérieur du V.E.R.

Plusieurs cas de V.E.R ont été étudiés dans la littérature et ont conduit à différents modèles de conductivité thermique. Nous en présentons ici quelques.

I.4.1.5.3 Les modèles d'homogénéisation

I.4.1.5.3.1 Modèle auto-cohérent (Self-Consistent)

Le modèle auto-cohérent a été introduit par Bruggeman en 1935 [28]. Dans ce modèle, le V.E.R représenté dans la Figure 14 est constitué d'une inclusion sphérique de conductivité k_2 plongée dans un milieu homogène équivalent infini dont la conductivité thermique équivalente k_{eq} est celle qui est recherchée.

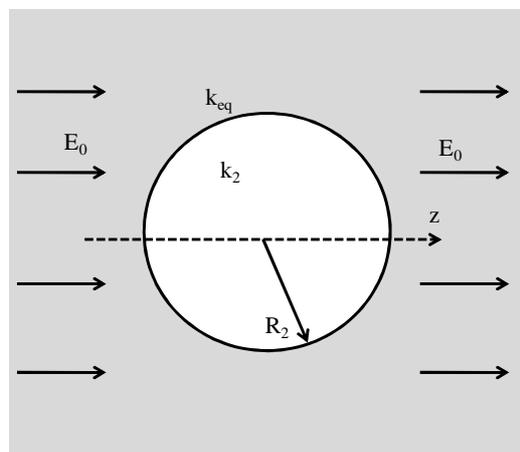


Figure 14 Sphère de conductivité k_2 dans une matrice infinie de conductivité k_{eq}

Ce modèle prend en compte les interactions entre les inclusions et ne fait aucune hypothèse sur la distribution des inclusions. Il s'écrit :

$v_1 \frac{k_1 - k_{eq}}{k_1 + 2k_{eq}} + v_2 \frac{k_2 - k_{eq}}{k_2 + 2k_{eq}} = 0$	(I-37)
---	--------

L'Equation (I-37) est symétrique en ce sens qu'elle reste invariante par changement de la matrice par l'inclusion et vice versa.

Dans la pratique, ce modèle est peu utilisé pour prédire la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes. Cela résulte de la difficulté de rencontrer des structures internes réelles dont les constituants sont interchangeableables.

I.4.1.5.3.2 Modèle du schéma différentiel

Le modèle du schéma différentiel (MSD) a été également introduit par Bruggeman en 1935 [28]. Contrairement au modèle auto-cohérent, ce modèle ne traite pas les phases de manière symétrique. Il est basé sur une homogénéisation incrémentale (étape par étape).

Le modèle MSD considère au départ un volume de matrice V_0 de conductivité thermique k_1 . A la première étape, un volume dV de la matrice est remplacé par le même volume d'inclusion de conductivité thermique k_2 . Une homogénéisation qui utilise la procédure de Maxwell (section I.4.3.1) est effectuée pour obtenir un matériau homogène équivalent. Ensuite, le processus est répété jusqu'à ce que la fraction volumique des inclusions v_2 soit atteinte. La conductivité thermique équivalente s'écrit alors :

$\left(\frac{k_2 - k_{eq}}{k_2 - k_1} \right) \left(\frac{k_1}{k_{eq}} \right)^{1/3} = 1 - v_2$	(I-38)
---	--------

En résumé

Les modèles d'homogénéisation ci-dessus peuvent être étendus à des inclusions de formes ellipsoïdales. De ce fait, les modèles d'homogénéisation sont des outils performants pour étudier l'impact d'un certain nombre de paramètres structuraux comme la forme et

l'orientation des inclusions. Ils sont cependant insensibles à d'autres paramètres comme la distribution, la taille et le nombre d'inclusions.

I.4.1.6 Modèles Structuraux

Les modèles empiriques, vus plus haut, modélisent la conductivité thermique équivalente des matériaux à structure interne complexe par une combinaison de structures simples (Série et Parallèle). Wang [29], s'inspirant de l'approche de Krischer, propose de modéliser une structure complexe par une combinaison des modèles Série, Parallèle, Maxwell et auto-cohérent. Nous appellerons dans la suite ces modèles « structures de base ».

La Figure 15 montre un matériau diphasique représenté par un mélange des structures de base parallèle et Maxwell.



Figure 15 Représentation schématique d'un mélange de deux modèles, Parallèle et Maxwell, d'un matériau diphasique [29]

Dans l'approche de Wang, contrairement à celle de Krischer, la part d'une structure de base j dans le mélange qui modélise le matériau hétérogène est donnée par la « fraction volumique structurale » :

$\varepsilon_j = \sum_i v_i \sigma_{ij}$	(I-39)
--	--------

v_i est la fraction volumique du constituant i du matériau hétérogène.

σ_{ij} est le « facteur de composition structurale ». Il mesure la proportion d'un constituant i du matériau hétérogène dans la structure de base j . Il faut rappeler que la fraction volumique d'un constituant i (ν_i) mesure la proportion de ce constituant dans tout le matériau.

Puisque l'ensemble des structures de base choisies forme le matériau, la fraction volumique structurale vérifie la relation :

$\sum_j \varepsilon_j = 1$	(I-40)
----------------------------	--------

De même, un constituant i étant réparti dans les différentes structures de base choisies, le facteur de composition structurale vérifie la relation :

$\sum_j \sigma_{ij} = 1$	(I-41)
--------------------------	--------

L'originalité du travail de Wang consiste à trouver une expression analytique liant la contribution de chaque structure de base et les propriétés des constituants que sont la conductivité thermique k_i et la fraction volumique ν_i . On rappelle que dans le modèle de Krischer la contribution des structures de base est déterminée de manière empirique.

Nous présentons ci-dessous, à titre d'exemple, le modèle structural obtenu par un mélange des structures de base : Parallèle et Maxwell.

Deux hypothèses sont d'abord considérées :

- Les deux structures considérées contribuent au mélange de manière identique. On a alors :

$\varepsilon_j = \frac{1}{2}$	(I-42)
-------------------------------	--------

- La conductivité thermique de chaque structure de base κ_j est égale à la conductivité thermique équivalente :

$k_{eq} = \kappa_1 = \kappa_2$	(I-43)
--------------------------------	--------

A partir de l'Equation (I-43), du modèle Parallèle et du modèle de Maxwell, on peut écrire :

$\frac{k_1 v_1 \sigma_{11} + k_2 v_2 \sigma_{21}}{v_1 \sigma_{11} + v_2 \sigma_{21}} = \frac{k_2 v_2 \sigma_{22} + k_1 v_1 \sigma_{12} \frac{3k_1}{2k_1 + k_2}}{v_2 \sigma_{22} + v_1 \sigma_{12} \frac{3k_1}{2k_1 + k_2}}$	(I-44)
---	--------

A partir des Equations (I-39) et (I-42), on peut écrire :

$v_1 \sigma_{11} + v_2 \sigma_{21} = \frac{1}{2}$	(I-45)
---	--------

$v_1 \sigma_{12} + v_2 \sigma_{22} = \frac{1}{2}$	(I-46)
---	--------

A partir de l'Equation (I-41), on peut écrire :

$\sigma_{11} + \sigma_{12} = 1$	(I-47)
---------------------------------	--------

$\sigma_{21} + \sigma_{22} = 1$	(I-48)
---------------------------------	--------

La résolution du système d'équations (I-44)-(I-48) conduit à l'expression de la conductivité thermique équivalente d'un mélange modèle Parallèle-modèle Maxwell :

$$k_{eq} = \frac{k_1 v_1 \sigma_{11} + k_2 v_2 \left(\frac{1 - 2v_1 \sigma_{11}}{2v_2} \right) \left(\frac{3k_1}{2k_1 + k_2} \right)}{v_1 \sigma_{11} + v_2 \left(\frac{1 - 2v_1 \sigma_{11}}{2v_2} \right) \left(\frac{3k_1}{2k_1 + k_2} \right)} \quad (\text{I-49})$$

avec

$$\sigma_{11} = \frac{B(2v_1 + 1) - A(2v_2 - 1) + \sqrt{[A(2v_2 - 1) - B(2v_1 + 1)]^2 - 8Bv_1(A + B)}}{4v_1(A + B)} \quad (\text{I-50})$$

où

$$A = v_1 v_2 (k_1 - k_2)(2k_1 + k_2) \quad (\text{I-51})$$

$$B = -\frac{3k_1 A}{2k_1 + k_2} \quad (\text{I-52})$$

En résumé

Les modèles structuraux présentent deux avantages par rapport aux modèles empiriques :

- les modèles structuraux peuvent modéliser aussi bien les structures isotropes qu'anisotropes, alors que les modèles empiriques sont plus adaptés aux structures anisotropes du fait qu'ils découlent de combinaisons des modèles Série et Parallèle ;
- le choix des structures de base appropriées pour la modélisation de la conductivité thermique des matériaux à structure interne complexe peut se faire sur la base d'une démarche scientifique alors que la démarche est empirique dans le cas des modèles empiriques.

Malgré tous ces avantages, les modèles structuraux ne contiennent pas de paramètres, en dehors de la fraction volumique, qui prennent en compte les informations structurales. Ils sont donc insensibles à toute variation de la structure interne.

I.4.1.7 Application aux matériaux de construction

L'un des objectifs de cette thèse est d'étudier l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique des matériaux hétérogènes. Il faut noter qu'il existe une grande variété de matériaux hétérogènes. Ces derniers peuvent être classés en fonction de l'échelle spatiale des constituants (du nm au mm), de la nature des constituants (minérale, organique ou métallique). Des études menées sur une classe donnée de matériaux hétérogènes n'est donc pas forcément valable pour l'ensemble des matériaux hétérogènes. Dans cette thèse, nous nous intéressons plus particulièrement aux matériaux de construction de type béton de ciment. Le béton de ciment est un matériau hétérogène constitué d'une matrice cimentaire contenant des inclusions (granulats). Les inclusions peuvent être de nature minérale (basalte), végétale (paille) ou synthétique (polystyrène). Les matériaux de construction à matrice cimentaire ont fait l'objet de plusieurs études en France. Idir et al. se sont intéressés aux propriétés mécaniques d'un mortier de ciment contenant des débris de verre pulvérisé [30]. Fraj et al. ont étudié la pénétration des ions chlorures dans le béton cimentaire [31]. Franquet et al. [32] ont déterminé les propriétés thermiques d'un mortier de ciment contenant des matériaux à changement de phase micro-encapsulés. Au Sénégal, le béton de ciment est largement utilisé dans la construction, mais nous avons noté une absence de données sur leurs propriétés thermiques. Les modèles analytiques de conductivité thermique équivalente sont donc utilisés pour avoir des informations.

Afin de mettre en évidence la disparité des valeurs obtenues par les différents modèles, nous allons à présent calculer la conductivité thermique d'un béton de ciment. La Figure 16 montre les résultats de quelques modèles cités plus haut appliqués au béton de ciment.

Les modèles dépendent exclusivement de la fraction volumique et de la conductivité thermique des constituants. Nous avons utilisé une matrice cimentaire de conductivité de $0,6 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ et des granulats en polystyrène de conductivité $0,04 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$, et nous avons fait varier la fraction volumique de 0 à 1. La Figure 16 montre les résultats obtenus.

Comme attendu, la conductivité thermique équivalente est décroissante lorsqu'on augmente la quantité de polystyrène. Cela est dû au fait que le polystyrène est un milieu isolant pour le passage de la chaleur à travers la matrice cimentaire.

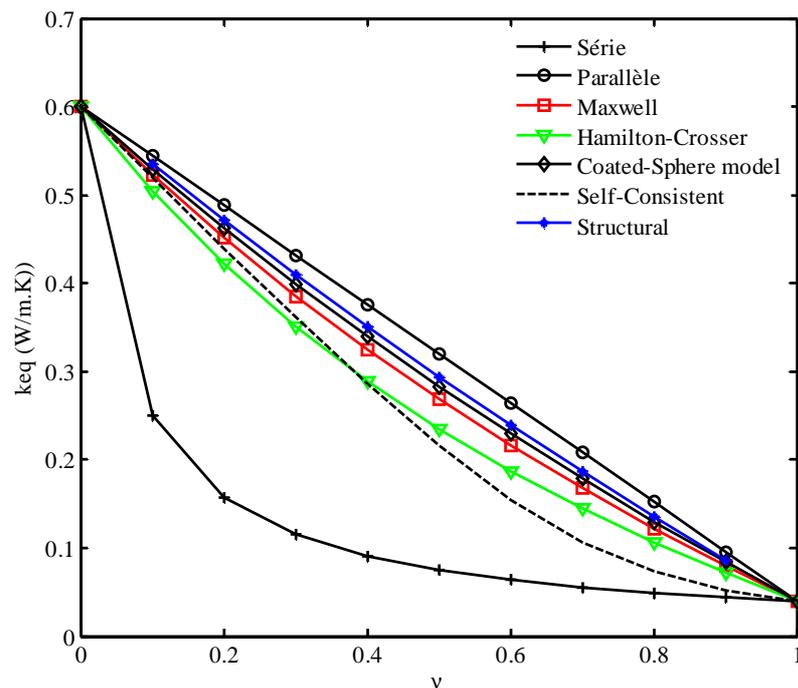


Figure 16 Variation de la conductivité thermique équivalente en fonction de la fraction volumique de polystyrène pour différents modèles analytiques

Les résultats présentés à la Figure 16 montrent que les modèles étudiés plus haut donnent des résultats différents pour le même matériau. La variation est bornée par les modèles Série (qui sous-estime la conductivité) et Parallèle (qui la surestime). Cela s'explique par la différence des hypothèses sur la structure interne posées par les auteurs. A ce stade de notre étude, il nous est donc impossible de choisir un de ces modèles pour prédire le comportement thermique du béton de ciment.

I.4.1.8 Bilan de la revue bibliographique

L'étude bibliographique sur les modèles analytiques montre que les chercheurs ont toujours compris qu'il existe un lien entre la structure interne des matériaux hétérogènes et la conductivité thermique équivalente. En effet, l'établissement d'un modèle analytique s'appuie toujours sur une structure interne spécifique. Cependant, le seul paramètre structural présent dans ces modèles est la fraction volumique, et dans de rares cas le facteur de forme des inclusions.

Les modèles analytiques sont donc insensibles à un grand nombre de paramètres structuraux comme par exemple la distribution, la taille et le nombre des inclusions. Par conséquent, ces modèles sont limités pour nous permettre une étude détaillée de l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes.

Nous allons dans ce qui suit présenter les modèles numériques utilisés pour le calcul de la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes.

I.4.2 Modélisation numérique de la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes

Avant de développer le modèle de simulation de la conductivité thermique, nous devons nous intéresser à la génération de la structure. Pour cela, le paragraphe ci-dessous détaille les méthodes de génération de structures.

I.4.2.1 Méthodes de génération de structure

I.4.2.1.1 La méthode de Metropolis Monte Carlo

La méthode de Metropolis Monte Carlo (MMC) a été développée par Metropolis en 1953 [33]. Elle est utilisée pour simuler un système de particules où le nombre de particules N , le volume V et la température T sont constants. Elle permet de générer un grand nombre d'états ou de configurations et de faire des moyennes statistiques sur les grandeurs macroscopiques caractéristiques du système étudié.

L'algorithme MMC se décline en 5 points [24] :

1. Générer un état initial $m \equiv r^N$ de N particules dans un volume V constant. $r^N \equiv \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$ est la position des N particules. Il existe alors dans le système de particules des forces d'interaction (forces attractives et forces répulsives) entre les particules. Ces forces dérivent d'une énergie potentielle. A l'état m , cette énergie potentielle est notée $E_N(m)$. La densité de probabilité de trouver un état particulier de N particules avec une énergie potentielle $E_N(m)$ est donnée par :

$p_N(r^N) = \frac{\exp[-\chi E_N(m)]}{\int \exp[-\chi E_N(m)] dr^N}$	(I-53)
--	--------

avec $\chi = (1/k_B T)$, $k_B = 1,3806488 \times 10^{-23} J.K^{-1}$ est la constante de Boltzmann et T est la température du système de particules.

2. Déplacer aléatoirement une particule. Un nouvel état n est alors obtenu. Son énergie potentielle d'interaction est $E_N(n)$. La variation d'énergie potentielle entre les états m et n s'écrit :

$\Delta E_N = E_N(n) - E_N(m)$	(I-54)
--------------------------------	--------

3. L'état n est accepté (Figure 17) avec une probabilité :

$p_N(m \rightarrow n) = \min[1, \exp(-\chi \Delta E_N)]$	(I-55)
--	--------

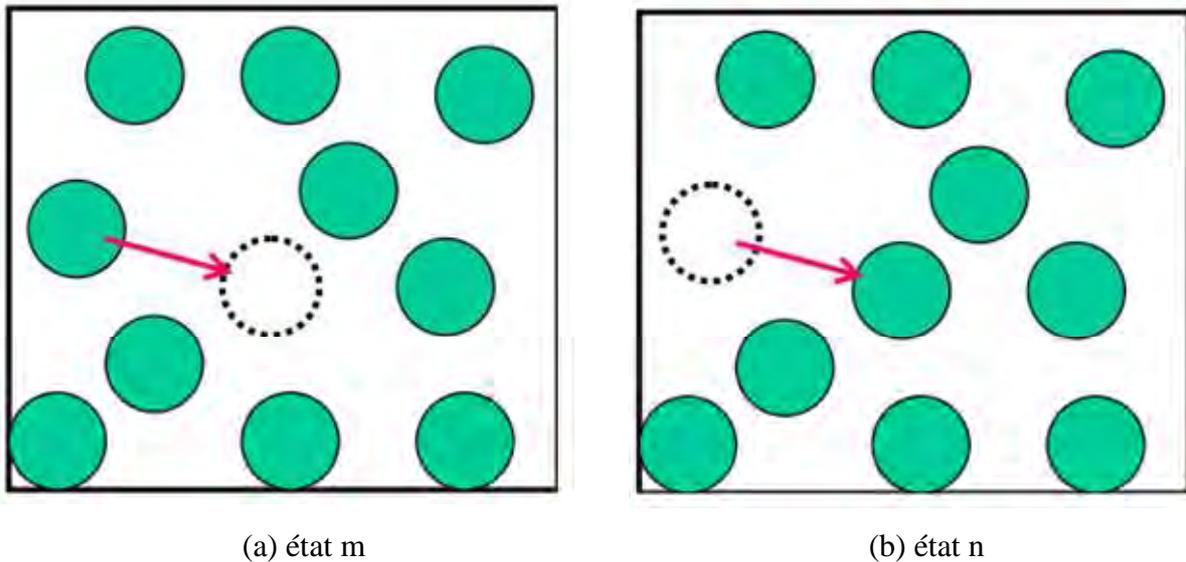


Figure 17 Etat des particules en 2D : état initial (a) et état accepté (b)

Autrement dit, si la variation d'énergie potentielle ΔE_N est négative, $p_N(m \rightarrow n) = 1$.

Le déplacement est alors toujours accepté.

Si $\Delta E_N \geq 0$, alors $p_N(m \rightarrow n) = \exp(-\chi \Delta E_N)$. On compare alors cette probabilité à une valeur p_c choisie aléatoirement dans l'intervalle $[0,1]$. Si $p_N(m \rightarrow n) \geq p_c$, le déplacement est accepté, sinon il est rejeté.

4. Les autres particules restantes sont placées les unes après les autres selon la même procédure qu'en 2 et 3.
5. Répéter la procédure jusqu'à l'obtention d'un état d'équilibre. L'équilibre est atteint lorsque la moyenne de la fonction de corrélation deux-points n'évolue plus quand on déplace les particules. La fonction de corrélation deux-points sera définie en détail au chapitre II.4.2.

La limite de la méthode de Monte Carlo se trouve dans le choix du pas de déplacement des particules. En effet, s'il est trop grand, beaucoup d'étapes seront rejetées et le système évoluera très lentement. S'il est trop petit, le système changera trop lentement. Dans les deux cas, le temps nécessaire pour faire évoluer le système de son état initial à son état d'équilibre peut être long.

Pour cette raison, nous n'avons pas choisi la méthode de Monte Carlo pour générer nos structures.

I.4.2.1.2 Méthode RSA (Random Sequential Addition)

La méthode RSA est un processus irréversible par lequel des particules sont déposées sur une surface. Elle a été introduite par Feder [34]. Plusieurs phénomènes physiques, chimiques et biologiques [35]- [36] ont été étudiés numériquement en utilisant la méthode RSA.

La méthode RSA introduit dans un cube élémentaire les centres des particules les uns après les autres et ceci de manière aléatoire. Son algorithme est détaillé dans [37]. Il suit les étapes suivantes : (i) une première particule test est d'abord déposée ; (ii) puis une deuxième est introduite en vérifiant si elle ne chevauche pas avec la première particule ou les faces du cube élémentaire.

S'il y a chevauchement, la seconde particule est rejetée et sa position est tirée aléatoirement à nouveau. S'il n'y a pas chevauchement la particule est acceptée.

Le processus est répété jusqu'à l'obtention de la fraction volumique désirée.

Plus le nombre de particules insérées augmente, plus il devient difficile de trouver de l'espace libre pour introduire de nouvelles particules. Ainsi, la méthode RSA ne permet pas d'atteindre des fractions volumiques élevées. Selon Feder [34], la fraction volumique limite est de 0,38 pour des particules de forme sphérique.

Plusieurs variantes de la méthode RSA sont proposées dans la littérature pour augmenter cette fraction volumique. La méthode proposée par Segurado et Llorca [38] permet d'atteindre une fraction volumique de 0,5. Elle consiste à introduire dans un cube élémentaire une fraction volumique de particules inférieure à la limite admise et de comprimer ensuite étape par étape le cube élémentaire. A chaque étape de compression, les particules sont réorganisées pour éviter un chevauchement entre particules. Il est possible également d'augmenter la fraction volumique jusqu'à 0,6 en utilisant un système de particules polydispersées [39].

Dans le but de générer des matériaux à structure interne aléatoire représentatifs des matériaux réels dans un temps raisonnable, nous avons choisi la méthode RSA. Nous avons ainsi programmé la méthode. Ce qui nous permet d'avoir des structures aléatoires que nous utilisons par la suite pour étudier les phénomènes de transfert thermique au sein des matériaux hétérogènes granulaires.

Notre étude porte sur les matériaux isotropes. Pour s'assurer de l'isotropie des structures générées par RSA, nous calculons les coordonnées du barycentre des particules :

$x_{bj} = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ij}}{N} \quad j = 1, 2, 3$	(I-56)
--	--------

x_{ij} est la coordonnée de la particule i suivant l'axe j .

Si le barycentre est au centre du volume élémentaire représentatif, la structure générée est retenue. Nous calculons alors le moment d'inertie du système de particules par rapport aux axes de symétrie du matériau suivant les trois directions de l'espace. Le moment d'inertie est une grandeur physique qui caractérise la géométrie des masses d'un solide, c'est-à-dire la répartition de la matière en son sein. Il est donné par la relation :

$J_j = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 \quad j = 1, 2, 3$	(I-57)
--	--------

L'indice j indique l'axe de symétrie du matériau suivant les trois directions de l'espace. r_i est la distance de la particule i à l'axe j . m_i est la masse de la particule i . Toutes les particules étant identiques, nous prendrons la masse d'une particule comme étant égale à l'unité.

Le matériau est isotrope lorsque :

$J_1 = J_2 = J_3$	(I-58)
-------------------	--------

Le comportement thermique du matériau est donc le même dans les trois directions de l'espace. Nous allons donc restreindre l'étude du comportement thermique des matériaux à une seule direction.

I.4.2.2 Méthodes numériques de résolution de l'équation de la chaleur

Les modèles analytiques présentés plus haut permettent de prédire le comportement thermique d'un grand nombre de matériaux hétérogènes à structure interne simple. Pour les matériaux à structure interne complexe, ces modèles ne donnent pas toujours de bons résultats. Dans ce cas, il est souvent fait appel aux méthodes numériques.

Le but des méthodes numériques est de trouver une solution approchée d'une équation aux dérivées partielles (EDP). Dans notre cas, l'équation à résoudre est l'équation de diffusion de la chaleur (I-3).

Les méthodes numériques les plus utilisées pour la résolution des EDP sont les différences finies, les éléments finis et les volumes finis. Dans ce qui suit, nous allons présenter chacune de ces méthodes. Nous mettrons l'accent sur les avantages et les limites de chacune.

I.4.2.2.1 Méthode des différences finies

La méthode aux différences finies joue un rôle important dans la résolution des problèmes thermiques [40]- [41] et acoustiques [42]- [43]. Elle consiste à approcher la valeur de la température, solution de l'équation (I-3) en un nombre fini de points, appelés points de discrétisation du maillage.

La méthode aux différences finies est une méthode simple à implémenter. Elle n'utilise pas une grande taille de mémoire, et ne nécessite pas un temps de calcul long comparé aux autres méthodes numériques comme la méthode des éléments finis [44]. Cependant, elle ne s'applique que sur des domaines de calcul à géométrie simple. De plus, l'existence de discontinuité ou de forts gradients dans le domaine de calcul rend la méthode instable.

I.4.2.2.2 Méthode des volumes finis

Plusieurs auteurs ont utilisé la méthode des volumes finis pour résoudre les problèmes de transfert thermique [45], [46]. Cette méthode est basée sur l'intégration de l'EDP sur tous les volumes de contrôle issus du maillage du domaine de calcul.

La mise en œuvre de la méthode des volumes finis est simple si les volumes de contrôle sont de forme simple. Contrairement à la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis utilise des volumes de contrôle. Elle est donc adaptée aux domaines de calcul à géométrie complexe. Il faut noter qu'il n'existe pas d'étude théorique sur la convergence de cette méthode.

I.4.2.2.3 Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est largement utilisée dans la littérature pour l'analyse des comportements mécaniques [47] et thermiques [48] des matériaux hétérogènes. Elle consiste à approcher dans un sous-espace de dimension finie un problème écrit sous forme variationnelle (minimisation de l'énergie) dans un espace de dimension infinie.

La méthode des éléments finis est adaptée aux géométries complexes. Elle traite plus facilement les conditions aux limites. Elle donne également la possibilité de majorer les erreurs, ce qui n'est pas le cas dans la méthode aux différences finies. Cependant, les inconvénients majeurs de la méthode des éléments finis sont la complexité de sa mise en œuvre et son coût en temps de calcul et en mémoire.

Nous avons choisi dans notre étude d'utiliser la méthode des éléments finis à cause de ses nombreux avantages. En effet, nous avons, dans le cadre de cette thèse, utilisé la méthode des éléments finis pour développer sous fortran un code de calcul. Ce code nous permet d'étudier les transferts thermiques au sein d'un matériau hétérogène aléatoire tridimensionnel.

I.5 Revue bibliographique sur la capacité thermique surfacique d'une paroi hétérogène

Selon Perna et al. [49], la capacité thermique est un paramètre qui décrit la capacité d'un élément de paroi à accumuler de la chaleur. Tsilingiris [50] définit la capacité thermique d'un élément de paroi comme le produit de la masse de l'élément et de sa capacité thermique massique. Pour un élément de paroi composite de n couches de masse m_i et de capacité thermique massique c_i , la capacité thermique (HC) est donnée par la relation :

$HC = \sum_{i=1}^n m_i \cdot c_i$	(I-59)
-----------------------------------	--------

HC signifie en anglais Heat Capacity.

Généralement, à la place de l'expression précédente, la capacité thermique surfacique est utilisée. Elle est donnée par la relation [50] :

$HCA = \frac{HC}{S} = \sum_{i=1}^n \rho_i \cdot c_i \cdot \delta_i$	(I-60)
---	--------

où ρ_i et δ_i sont, respectivement, la densité et l'épaisseur de la couche i de l'élément de paroi. S est la surface de l'élément de paroi. Il faut noter que la capacité thermique massique ($J.K^{-1}.kg^{-1}$), qui est une propriété intrinsèque d'un matériau, ne doit pas être confondue avec la capacité thermique surfacique ($J.K^{-1} m^{-2}$).

Une méthode alternative pour estimer la capacité thermique surfacique dans certains cas particuliers est proposée par la norme ISO 13786 [51]. La méthode utilise le formalisme des quadripôles introduit par Maillet et al. [52]. Dans ce formalisme, une matrice de transfert lie les variations de la température et du flux sur les deux faces d'un élément de paroi. La

méthode est valable pour un élément de paroi constitué de couches homogènes planes. La capacité thermique surfacique est estimée pour une période donnée.

La détermination de cette capacité thermique surfacique par la méthode ISO 13786 ou celle de Tsiringiris nécessite la connaissance des propriétés thermo-physiques k_i , ρ_i and c_i des différentes couches de l'élément de paroi. Cependant, les matériaux utilisés en construction sont souvent hétérogènes et peuvent présenter des cavités d'air. Les transferts thermiques dans le matériau sont alors complexes, parce que, en plus des transferts de chaleur par conduction, des transferts convectif et radiatif s'y développent. Dans ce cas, les paramètres physiques et thermiques ne sont pas toujours connus avec précision. D'autres facteurs comme le processus de fabrication, l'humidité ou la méthode de construction de la paroi peuvent entraîner une évolution des paramètres physiques et thermiques.

Du point de vue pratique, la capacité thermique surfacique est utilisée pour calculer la classe d'inertie dans la Réglementation Thermique Française [53]. Dans la réglementation thermique britannique [54], cette classe d'inertie est connue sous le nom de « Thermal Mass Parameter » (TPM). Le TPM caractérise l'inertie thermique d'un bâtiment. Il est défini comme la somme du produit de la surface de chaque paroi par sa capacité thermique surfacique, divisé par la surface totale du plancher bas (STP) :

$TMP = \frac{\sum_{i=1}^n HCA_i \cdot S_i}{STP}$	(I-61)
--	--------

où HCA_i et S_i sont, respectivement, la capacité thermique surfacique et la surface des murs et des planchers haut et bas.

En fonction de la valeur du TPM, le bâtiment est qualifié de faible, de moyen ou de grande inertie thermique. Cette information, parmi d'autres, est nécessaire pour le calcul de la performance thermique des bâtiments [54].

Tsilingiris [50] utilise également la capacité thermique surfacique pour calculer la constante de temps d'un élément de paroi :

$\tau = \frac{HCA}{\sum h}$	(I-62)
-----------------------------	--------

où HCA est la capacité thermique surfacique de l'élément de paroi. $\sum h$ est la somme des coefficients de transfert sur les surfaces interne et externe de l'élément de paroi. S est la surface de la paroi.

La constante de temps est un paramètre utilisé par certains auteurs [55] pour caractériser l'inertie thermique des parois.

Il faut rappeler que l'inertie thermique d'une paroi est sa capacité à emmagasiner puis à restituer la chaleur. Plus l'inertie d'une paroi est importante, plus elle se réchauffe et se refroidit lentement.

Contrairement à la conductivité thermique, on note qu'il existe peu de méthodes de détermination de la capacité thermique surfacique des parois. Cela s'explique par le fait que la résistance thermique (inverse de la conductivité thermique) a été par le passé l'unique paramètre pertinent pour caractériser la performance thermique d'une paroi. Aujourd'hui, les choses ont évolué. En effet, la Réglementation Thermique française (RT) de 2012 [53] fixe un certain nombre d'exigences supplémentaires pour les bâtiments neufs. Parmi ces exigences, on peut noter l'obligation d'assurer un bon niveau de confort en été sans avoir à recourir à un système actif de refroidissement. Pour certaines catégories de bâtiments, la réglementation impose que la température la plus chaude atteinte dans les locaux, au cours d'une séquence de 5 jours consécutifs très chauds d'été n'excède pas un seuil. L'inertie thermique de l'enveloppe des bâtiments est l'un des paramètres sur lesquels il est possible d'agir pour atteindre l'objectif visé par la RT 2012. Il est donc nécessaire d'approfondir nos connaissances sur ce paramètre. Pour cela, il nous faut étudier davantage la capacité thermique surfacique des parois. Nous allons donc proposer dans le chapitre IV une méthode expérimentale pour le calcul de la capacité thermique surfacique des parois hétérogènes à structure interne complexe.

I.6 Conclusion

Cette étude bibliographique nous a permis de nous rendre compte que les chercheurs ont toujours compris qu'il existe un lien entre la structure interne et la conductivité thermique équivalente. En effet, la plupart des modèles de conductivité thermique équivalente rencontrés dans la littérature s'appuient sur des structures bien identifiées. Cependant, ces modèles n'intègrent pas tous les paramètres qui prennent en compte l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique. Les modèles Série-Parallèle, Maxwell, Sphère avec revêtement (Coated-Sphere), Bruggeman et Structuraux dépendent uniquement de la fraction volumique et des conductivités thermiques des constituants. Ils ne sont donc pas pertinents pour estimer l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente. Les modèles de Hamilton-Crosser et de Fricke intègrent un paramètre qui permet d'évaluer l'impact de la forme des inclusions sur la conductivité thermique équivalente. Ils ne permettent pas de voir l'influence des autres paramètres structuraux tels que la taille et la distribution des inclusions sur la conductivité. Les modèles empiriques sont les plus adaptés pour estimer l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente. Ils permettent en effet, grâce à un paramètre empirique, d'évaluer l'impact de l'ensemble des détails structuraux sur la conductivité thermique. Cependant, ce paramètre ne peut pas être déterminé analytiquement à partir des informations structurales. L'influence des détails structuraux sur la conductivité ne peut donc pas être connue à partir des modèles empiriques.

Le calcul de la conductivité équivalente d'un béton cimentaire par les différents modèles analytiques a clairement mis en évidence la disparité des résultats obtenus.

Les simulations numériques, grâce à leur plus grande flexibilité que les modèles analytiques, offrent plus d'opportunité d'examiner l'effet de certaines variables identifiées dans la littérature comme ayant un impact sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes.

Pour la capacité thermique, force est de remarquer qu'il existe peu de travaux relatifs à cette propriété thermique. Pourtant, comme le montre notre étude bibliographique, elle est un paramètre indispensable pour caractériser l'inertie thermique des parois. La maîtrise des consommations énergétiques tout comme le confort thermique dans les bâtiments passe par la connaissance de ce paramètre.

Avant de nous intéresser à l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente, nous nous proposons de présenter dans le chapitre suivant les méthodes de

modélisation des matériaux hétérogènes. Les différents descripteurs structuraux qui permettent la caractérisation structurale de ces matériaux seront également passés en revue.

Chapitre II Construction de la géométrie et caractérisation structurale des matériaux granulaires

II.1 Introduction

L'étude des phénomènes de transport au sein d'un matériau hétérogène commence par la construction d'une géométrie représentative de la structure interne du matériau. La construction de la géométrie dépend de la nature du matériau. Si le matériau est périodique c'est-à-dire qu'il présente un schéma répétitif, la construction de sa géométrie est aisée. En revanche, si le matériau est aléatoire c'est-à-dire que les positions de ses différents constituants ne sont pas connues, la construction de la géométrie devient complexe.

Le premier objectif de ce chapitre est de générer des géométries représentatives de la structure des bétons cimentaires. On rappelle que le béton cimentaire, qui nous intéresse dans le cadre de cette thèse, est formé d'une matrice cimentaire contenant des billes en polystyrène. Nous le classons donc dans la catégorie des matériaux granulaires. La construction de la géométrie des matériaux granulaires nécessite la connaissance de l'énergie potentielle d'interaction qui caractérise l'état du matériau. Nous allons donc, dans ce chapitre, passer en revue les différents modèles d'énergie potentielle et choisir celui qui peut représenter la structure interne de notre matériau. La méthode RSA, présentée dans le chapitre précédent, sera ensuite utilisée pour générer la géométrie.

Le second objectif de ce chapitre est la caractérisation structurale des matériaux granulaires qui sont générées. Pour cela, nous allons recenser les descripteurs structuraux utilisés dans la littérature pour caractériser les structures internes de type granulaire. En guise d'application, le calcul des descripteurs sera fait sur des géométries représentatives du béton cimentaire qui seront générées. Nous allons, dans ce travail, mettre en évidence les informations structurales qui sont contenues dans chaque descripteur.

II.2 Présentation des structures granulaires

Nous rappelons que les structures granulaires sont caractérisées par un réseau de particules solides en présence ou non d'une matrice de liaison. Ces particules peuvent être sphériques ou non sphériques.

Les structures granulaires peuvent être classées en deux catégories : les structures périodiques et les structures aléatoires (chapitre I, section I.2.1). Dans ce qui suit, nous présentons plus en détail les deux types de structure pour mettre en exergue la particularité de chacune.

II.2.1 Structure périodique

Une structure périodique admet un schéma répétitif qui, par translation dans toutes les directions de l'espace, donnera la structure complète (Figure 18). Ce schéma qui est la cellule de base est appelé cellule unitaire. Il est pris comme le volume élémentaire représentatif du matériau étudié. Il est à noter que la cellule unitaire n'est pas définie de manière univoque comme le montre la Figure 18.

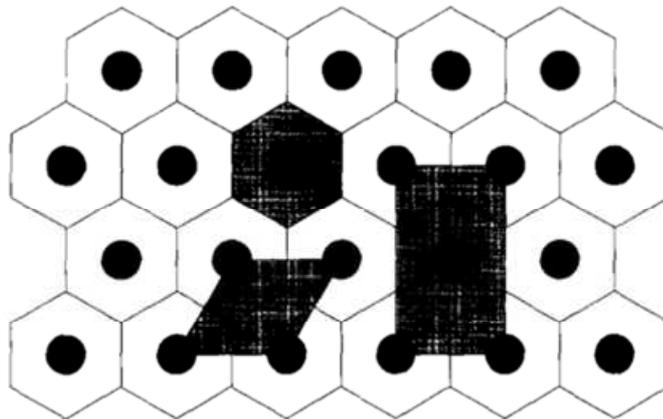


Figure 18 Différentes possibilités de choix de la cellule unitaire [56]

On choisit habituellement comme cellule élémentaire la cellule délimitée par les cotés les plus courts. Dans le cas de la structure représentée à la Figure 18, la cellule unitaire est celle donnée à la Figure 19.

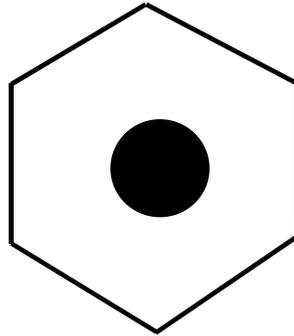


Figure 19 Cellule élémentaire

II.2.2 Structure aléatoire

Une structure aléatoire est une structure dans laquelle les inclusions sont réparties aléatoirement à l'intérieur de la matrice. Une telle structure n'admet donc pas de cellule élémentaire. Le volume élémentaire représentatif d'un matériau à structure interne aléatoire est donné par le volume au-delà duquel une propriété moyenne du matériau ne varie plus.

L'étude de la distribution des inclusions dans une structure aléatoire nécessite une approche probabiliste. Des fonctions de probabilité sont généralement utilisées pour caractériser la répartition des inclusions dans la matrice. Nous reviendrons plus en détail sur ces fonctions de probabilité, encore appelées descripteurs structuraux.

II.3 Construction de la géométrie des structures granulaires aléatoires

On rappelle que le béton cimentaire, qui nous intéresse dans le cadre de cette thèse, est formé d'une matrice cimentaire contenant des billes en polystyrène. Les billes sont aléatoirement distribuées à l'intérieur de la matrice. Nous classons donc le béton cimentaire dans la catégorie des matériaux granulaires aléatoires. Notre objectif dans cette section est de modéliser la géométrie des structures granulaires aléatoires représentative de notre matériau.

II.3.1 Les modèles de potentiel d'interaction

Une structure granulaire peut être représentée par un système de N particules contenues dans un volume V constant. L'état n du système est caractérisé par son énergie potentielle $E_N(n)$. Nous rappelons que cette énergie potentielle est due aux forces d'interaction entre les particules. Elle est donnée par la relation :

$E_N(n) = \sum_{i < j}^N U(r_{ij})$	(II-1)
-------------------------------------	--------

où $U(r_{ij})$ est le potentiel d'interaction entre deux particules.

La construction de la géométrie d'une structure granulaire passe par la connaissance de l'énergie potentielle, et donc du potentiel d'interaction qui régit la structure interne.

Nous présentons ici les modèles de potentiel d'interaction utilisés dans la littérature pour représenter les structures granulaires contenant des inclusions qui se chevauchent et celles contenant des inclusions qui ne se chevauchent pas.

II.3.1.1 Modèle de potentiel d'interaction des « sphères molles » (Penetrable-Sphere model)

Le modèle de potentiel d'interaction des « sphères molles » modélise l'énergie potentielle d'interaction des structures constituées de sphères de diamètre D distribuées aléatoirement dans une matrice de volume V , et qui peuvent se chevaucher (Figure 20).

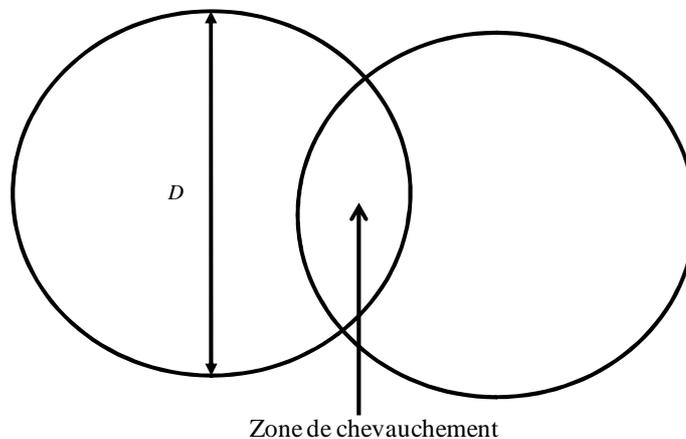


Figure 20 Particules représentées par des « sphères molles »

Le chevauchement des sphères n'a pas de réalité physique, mais c'est un moyen pour générer des matériaux hétérogènes avec une certaine structure interne. Le potentiel d'interaction qui décrit les interactions entre deux sphères au sein d'un tel matériau s'écrit sous la forme [24] :

$U(r) = \begin{cases} +\infty & 0 \leq r \leq \lambda D \\ 0 & r \geq \lambda D \end{cases}$	(II-2)
--	--------

où λ est le paramètre d'imperméabilité. Sa valeur est comprise entre 0 et 1.

Cette énergie potentielle signifie que lorsque la distance des centres de deux sphères est plus faible que λD , alors les deux sphères exercent l'une sur l'autre une force répulsive infinie. En revanche, il n'y a pas d'interaction entre les sphères lorsque cette distance est supérieure à λD . Ainsi, chaque sphère est formée d'une partie sphérique impénétrable de diamètre λD entourée par une coquille d'épaisseur $(1-\lambda)D/2$ (Figure 21). Ce modèle d'énergie potentielle est souvent appelé dans la littérature « penetrable-concentric shell model » ou « Cherry-pit model » [57].

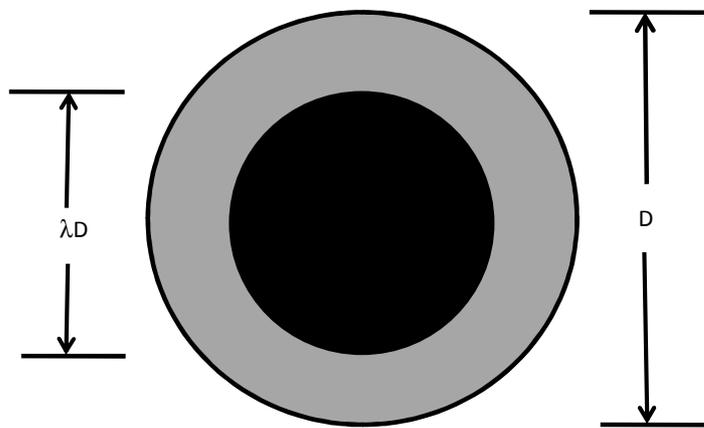


Figure 21 Représentation d'une « sphère molle »

Il faut noter que les inclusions peuvent être de forme cylindrique [58].

Le modèle de potentiel d'interaction des « sphères molles » est utilisé pour modéliser des structures présentant une percolation complexe comme par exemple les matériaux poreux.

II.3.1.2 Modèle de potentiel d'interaction des « sphères dures » (hard-sphere model)

Le modèle de potentiel d'interaction des « sphères dures » modélise l'énergie potentielle d'interaction des structures constituées de sphères de diamètre D distribuées aléatoirement dans une matrice de volume V . Dans ce modèle, les sphères ne se chevauchent pas. Deux cas peuvent se présenter (Figure 22). Dans le premier, les sphères ne se touchent pas. Dans le second, les sphères peuvent être en contact et former ainsi des amas.

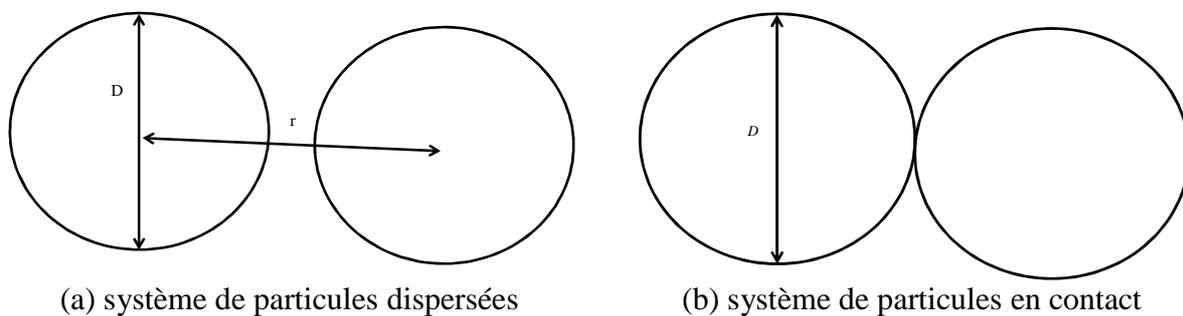


Figure 22 Particules représentées par des « sphères dures » : (a) particules dispersées, (b) particules en contact

Dans le cas où les sphères ne se touchent pas (Figure 22a), le modèle de potentiel qui décrit un tel matériau s'écrit sous la forme :

$U(r) = \begin{cases} +\infty & 0 \leq r \leq D \\ 0 & r \geq D \end{cases}$	(II-3)
--	--------

où r est la distance entre les centres de deux sphères.

Cette énergie potentielle signifie que lorsque la distance des centres de deux sphères est plus faible que le diamètre D , alors les deux sphères exercent l'une sur l'autre une force répulsive infinie. En revanche, il n'y a pas d'interaction entre les sphères lorsque cette distance est supérieure à D .

Dans le cas où il y a possibilité de contact entre les sphères (Figure 22b), l'interaction entre les particules est décrite par le potentiel d'interaction ci-dessous [59]:

$U(r) = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq r < D \\ -\varpi, & D \leq r \leq D + \tau \\ 0, & r > D + \tau \end{cases}$	(II-4)
--	--------

τ est l'épaisseur d'interaction et ϖ prend en compte les interactions attractives entre les sphères.

Le béton de ciment qui nous intéresse dans cette thèse est constitué d'une matrice cimentaire contenant des billes de polystyrène réparties aléatoirement. Les billes de polystyrène ne se chevauchent pas. Nous faisons l'hypothèse que les billes sont bien dispersées dans la matrice, elles ne sont donc pas en contact. L'énergie potentielle qui régit un tel matériau est donc celui donné par l'Equation (II-3).

II.3.2 Procédure de génération des structures granulaires aléatoires par la méthode RSA

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, nous avons choisi de générer des matériaux à structure aléatoire à l'aide d'un algorithme basé sur le modèle d'absorption séquentielle aléatoire (RSA). Nous avons développé le modèle dans l'environnement Matlab.

Le matériau hétérogène que nous étudions est un béton cimentaire. Il peut être représenté par un volume contenant des inclusions sphériques. Les inclusions sont aléatoirement distribuées à l'intérieur du volume. Nous supposons dans notre étude que les inclusions sont bien dispersées. Il n'existe donc pas de contact entre les inclusions. L'algorithme de construction de la géométrie de notre structure s'appuie donc sur le modèle d'énergie potentielle donné par l'Equation (II-3).

Pour construire la géométrie de notre matériau, nous considérons le volume élémentaire représentatif (VER) cubique de volume L^3 représenté à la Figure 23. Le VER contient N particules de rayon R qui ne se chevauchent pas. La fraction volumique des particules est le ratio du volume total des sphères sur le volume du cube :

$v = \frac{N \left(\frac{4\pi R^3}{3} \right)}{L^3}$	(II-5)
---	--------

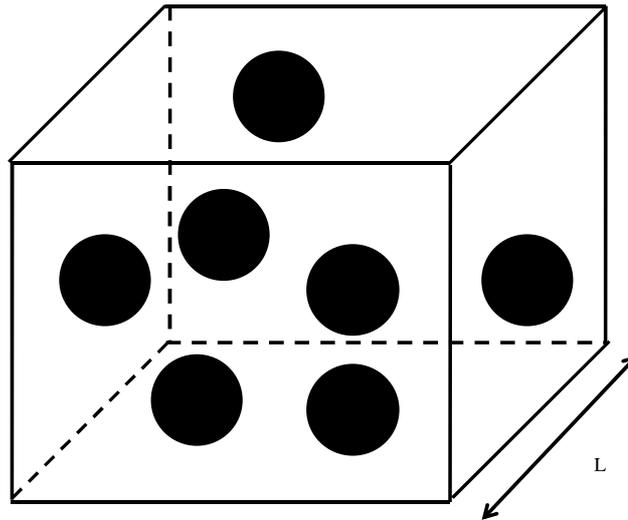


Figure 23 Représentation du volume élémentaire représentatif étudié

Nous avons choisi de contrôler la fraction volumique des particules par variation du nombre total des sphères N et du rayon R . L'arête du cube L est maintenue constante pour l'analyse de toutes les fractions volumiques.

Pour introduire les sphères dans la matrice, l'algorithme RSA génère de manière aléatoire les coordonnées des centres des particules sphériques. Les particules sont introduites les unes après les autres.

L'algorithme commence par l'introduction d'une particule test de coordonnées x_1 , y_1 et z_1 dans le volume V . Une seconde particule de coordonnées x , y et z est ensuite introduite (Figure 24). Un test d'acceptation de la seconde particule est effectué sur la base des contraintes ci-dessous tirées de la thèse de Islam [60].

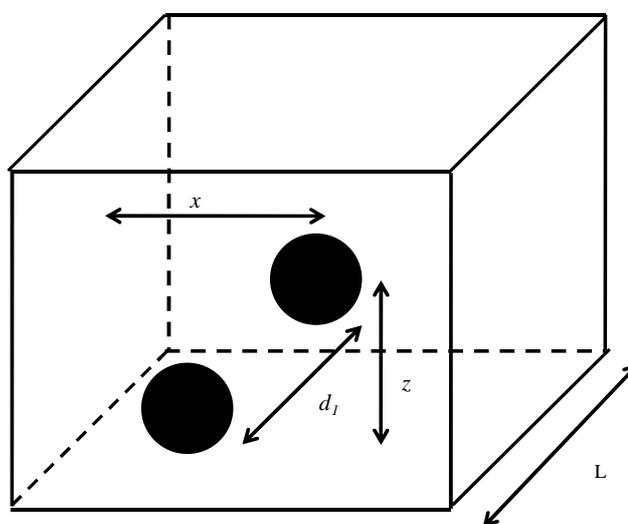


Figure 24 VER contenant la particule test et la seconde particule

Les particules doivent être à une distance minimale d_2 de la surface du cube. La distance d_2 retenue est donnée par la relation :

$d_2 = R + 0,1 R$	(II-6)
-------------------	--------

Cette contrainte (Equation (II-6)) est imposée pour éviter les problèmes de maillage. Pour que cette contrainte soit remplie, les coordonnées du centre de la seconde particule doivent passer le test suivant :

$ x \geq d_2$ $ y \geq d_2$ $ z \geq d_2$	(II-7)
--	--------

et

$\ x - L \geq d_2$ $\ y - L \geq d_2$ $\ z - L \geq d_2$	(II-8)
--	--------

Le système que nous étudions est formé de particules rigides, deux particules voisines ne peuvent donc pas se toucher. Pour que cette contrainte soit remplie, les coordonnées du centre de la seconde particule doivent passer le test suivant :

$\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2} \geq d_1$	(II-9)
---	--------

avec

$$d_1 = 2,07R$$

La seconde particule est acceptée si toutes les conditions précédentes sont remplies. Sinon, elle est supprimée et sa position est tirée aléatoirement à nouveau. Le processus est répété

jusqu'à obtenir la fraction volumique souhaitée. Si au bout d'un certain nombre de tentatives, une nouvelle particule n'est pas acceptée, l'algorithme arrête le programme.

La Figure 25 représente un exemple de structure que nous avons générée par la méthode RSA. C'est un cube d'arête 0,1 m contenant des inclusions sphériques de diamètre 0,01 m. Le cube contient 10,5 % d'inclusions soit un total de 200 sphères. Nous utiliserons cette géométrie pour présenter dans la section suivante les descripteurs structuraux qui nous serviront plus tard à caractériser la structure interne.

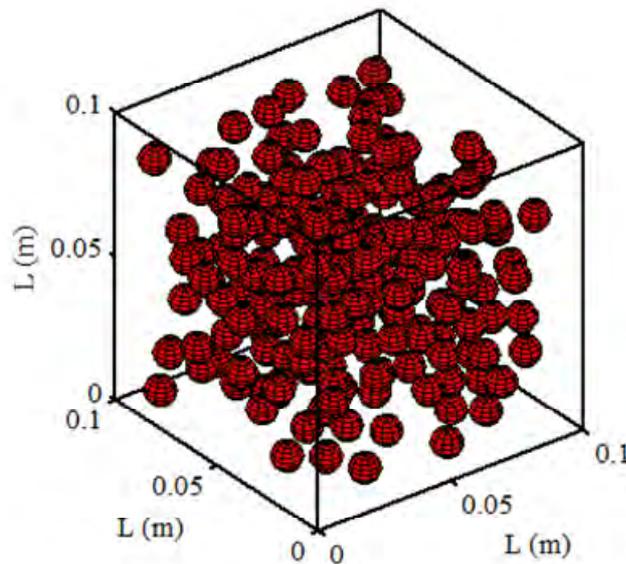


Figure 25 Exemple de structure générée par la méthode RSA

II.4 Les descripteurs structuraux

Les propriétés thermiques équivalentes des matériaux hétérogènes dépendent des propriétés des constituants et des informations structurales [61], [62]. Ces informations structurales sont la morphologie (forme), la taille, la distribution et l'orientation des constituants. Pour prendre en compte correctement l'ensemble de ces paramètres, des descripteurs structuraux sont utilisés.

Il existe plusieurs descripteurs statistiques de la structure interne qui sont classés par Xu [63] en trois catégories : les descripteurs de composition, les descripteurs de la dispersion et les descripteurs géométriques.

- Les descripteurs de composition décrivent la fraction volumique des différents constituants présents dans la structure interne.
- Les descripteurs de la dispersion donnent des informations telles que la distance moyenne entre chaque particule de la structure interne et son voisin le plus proche [64], et la distribution spatiale des phases [65].
- Les descripteurs géométriques fournissent des informations sur la forme des constituants [66]. Pour des structures particulières, les descripteurs géométriques prennent en compte la taille, la surface spécifique, l'excentricité, l'élongation (le facteur de forme), la tortuosité, etc.

Dans ce qui suit, nous présentons quelques descripteurs structuraux rencontrés dans la littérature. Le choix des descripteurs présentés s'explique par le fait qu'ils contiennent suffisamment d'informations sur la structure, et qu'ils sont adaptés aux structures granulaires. A l'exception de la fonction de corrélation 1-point, tous les autres descripteurs présentés ici sont des descripteurs de la dispersion.

Le matériau qui nous intéresse dans cette étude, le béton de ciment, est constitué de deux constituants ou phases : la matrice cimentaire et les inclusions ou granulats. Pour fixer les idées, nous désignons par Ω_1 la matrice de fraction volumique ν_1 et par Ω_2 les inclusions de fraction volumique ν_2 . Le volume de chaque constituant Ω_i ($i = 1, 2$) est V_i , avec le volume total $V=V_1+V_2$. La frontière entre Ω_1 et Ω_2 est $\delta\Omega$, et la surface de $\delta\Omega$ est S . Ω représente le matériau étudié.

Pour indiquer la nature du constituant qui se trouve en un point quelconque $A \in \Omega$, on définit la fonction indicateur qui est donnée par :

$I^{(i)}(A) = \begin{cases} 1, & \text{si } A \in \Omega_i, \\ 0, & \text{si } A \notin \Omega_i, \end{cases}$	(II-10)
--	---------

pour $i = 1, 2$

avec

$I^{(1)}(A) + I^{(2)}(A) = 1$	(II-11)
-------------------------------	---------

II.4.1 Fonction de corrélation 1-point (1-point correlation function)

La fonction de corrélation 1-point $S_1^{(i)}(A)$ est un descripteur de composition. Elle est définie comme étant la probabilité de trouver un point A, choisi aléatoirement, en phase Ω_i . Elle est donnée par la relation [24] :

$S_1^{(i)}(A) = p\{I^{(i)}(A) = 1\}$	(II-12)
--------------------------------------	---------

Jefferson et al. [67] ont proposé une méthode simple pour estimer cette probabilité. Ils considèrent N points insérés aléatoirement à l'intérieur de la structure Ω et N_i le nombre de points dans la phase Ω_i . La fonction de corrélation 1-point peut être calculée à travers la relation suivante :

$S_1^{(i)}(A) = \frac{N_i}{N}$	(II-13)
--------------------------------	---------

Il est évident que lorsque N tend vers l'infini, $S_1^{(i)}(A)$ est égale à la fraction volumique v_i de la phase Ω_i :

$S_1^{(i)} = v_i$	(II-14)
-------------------	---------

La fonction de corrélation 1-point représente la fraction volumique. Elle ne prend pas en compte la distribution, l'orientation et la forme de chaque phase. Une description morphologique plus complète de ces détails structuraux est possible en considérant des fonctions de probabilité d'ordre supérieur.

II.4.2 Fonction de corrélation 2-points (2-point correlation function)

La fonction de corrélation 2-points permet de quantifier la distribution et l'organisation relative des phases.

Dans la littérature, la fonction de corrélation 2-points $S_2^{(i)}(\vec{r})$ d'un ensemble aléatoire Ω_i est la probabilité de trouver l'origine A et l'extrémité B d'un vecteur $\vec{r} = \overrightarrow{AB}$ dans la phase Ω_i [68] (Figure 26). Elle est définie par :

$S_2^{(i)}(\vec{r}) = p\{I^{(i)}(A) = 1, I^{(i)}(B) = 1\}$	(II-15)
--	---------

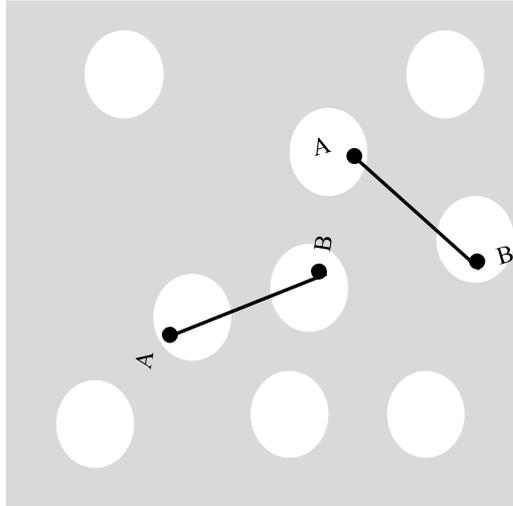


Figure 26 Extrémités des vecteurs \overrightarrow{AB} dans la phase Ω_2

La fonction $S_2^{(i)}(\vec{r})$ peut être évaluée en insérant aléatoirement F vecteurs \vec{r} dans la structure Ω . Si F_{ii} est le nombre de vecteurs \vec{r} dont l'origine et l'extrémité se trouvent dans la phase Ω_i , la fonction de corrélation 2-points peut être calculée à travers la relation [68] :

$S_2^{(i)}(\vec{r}) = \frac{F_{ii}}{F}$	(II-16)
---	---------

Notons que pour un matériau statistiquement homogène et non périodique, la fonction de corrélation 2-points vérifie les deux propriétés suivantes [24] :

$S_2^{(i)}(0) = v_i$	(II-17)
----------------------	---------

$S_2^{(i)}(\infty) = v_i^2$	(II-18)
-----------------------------	---------

Dans le cas où le matériau est anisotrope, la fonction de corrélation 2-points peut être construite par l'analyse mutuelle de différentes coupes prises selon les trois axes principaux [69]. Une seule coupe plane suffit lorsque le matériau est isotrope.

Les résultats de la fonction $S_2^{(i)}(\vec{r})$, qui dépendent du module $r = \|\vec{r}\|$ et de l'orientation α du vecteur \vec{r} , sont caractéristiques de la taille et de l'agencement d'objets constituant l'ensemble Ω_i . Pour un matériau isotrope, la fonction de corrélation dépend uniquement de la distance r .

La Figure 27 représente l'évolution de la fonction de corrélation 2-points des inclusions en fonction de la norme du vecteur \vec{r} . Cette fonction est calculée pour la géométrie représentée à la Figure 25. Nous rappelons que cette géométrie représente la structure d'un béton de ciment contenant 10,5% de billes de polystyrène de diamètre 10 mm.

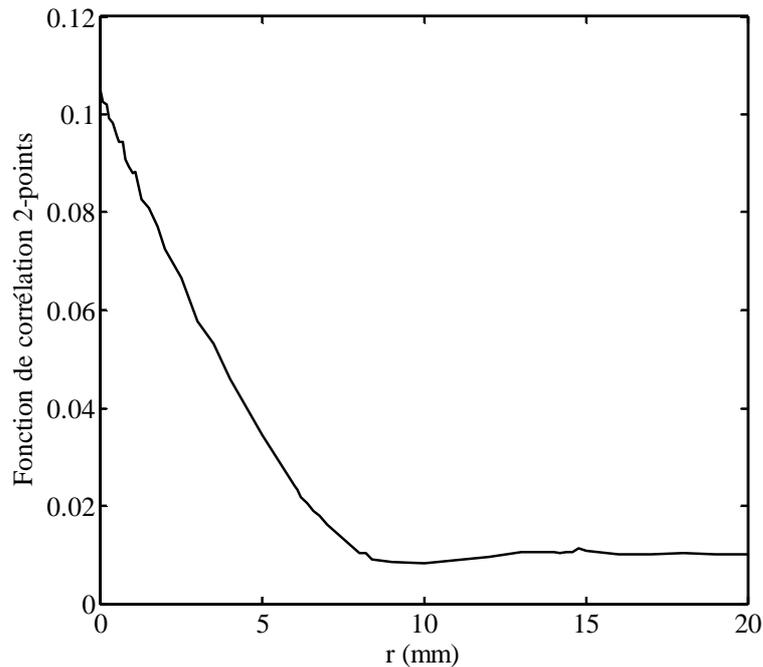


Figure 27 Fonction de corrélation 2-points des inclusions en fonction de la distance r d'un système de sphères dures de fraction volumique 10,5%

Frisch et Stillinger [70] ont montré que pour un système aléatoire de particules identiques de diamètre D qui ne se chevauchent pas, $S_2^{(i)}(\vec{r})$ est donnée par

$S_2^{(i)} = v_i - \frac{s}{4}r + \mathcal{O}(r^2)$	(II-19)
---	---------

où s est la surface spécifique des inclusions, définie comme étant la surface totale des interfaces matrice/inclusions par unité de volume.

Contrairement à la fonction de corrélation 1-point, la fonction de corrélation 2-points est un descripteur statistique efficace de caractérisation d'une structure hétérogène. Cette fonction contient les informations quantitatives relatives aux propriétés structurales. Par exemple, l'ordonnée à l'origine de la fonction de corrélation 2-points permet d'accéder à la fraction volumique du matériau et la pente en $r = 0$ à la surface spécifique qui est un paramètre important dans les phénomènes de transfert thermique.

II.4.3 Fonction du chemin linéaire (Lineal-Path Function)

La fonction du chemin linéaire $L^{(i)}(l)$ est la probabilité qu'un segment de longueur l se trouve entièrement dans la même phase Ω_i [71] (Figure 28). Elle est une fonction décroissante de l . En effet, si on augmente la longueur l du segment, il devient plus difficile d'insérer le segment dans la phase Ω_i . Par exemple, dans le cas de notre matériau, la fonction du chemin linéaire des inclusions s'annule lorsque la longueur du segment est plus grande que le diamètre des sphères.

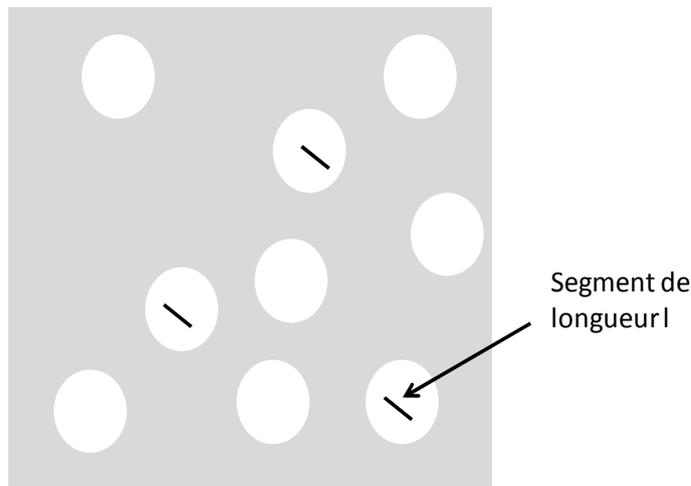


Figure 28 Représentation des segments de longueur l dans la phase Ω_2

Coker et al. [72] ont proposé un algorithme pour évaluer la fonction du chemin linéaire. Les valeurs limites de $L^{(i)}(l)$ sont :

$L^{(i)}(0) = v_i$	(II-20)
--------------------	---------

$L^{(i)}(\infty) = 0$	(II-21)
-----------------------	---------

Nous avons calculé la fonction de corrélation 2-points des inclusions en fonction de la longueur du segment l (La Figure 29) pour la géométrie représentée à la Figure 25.

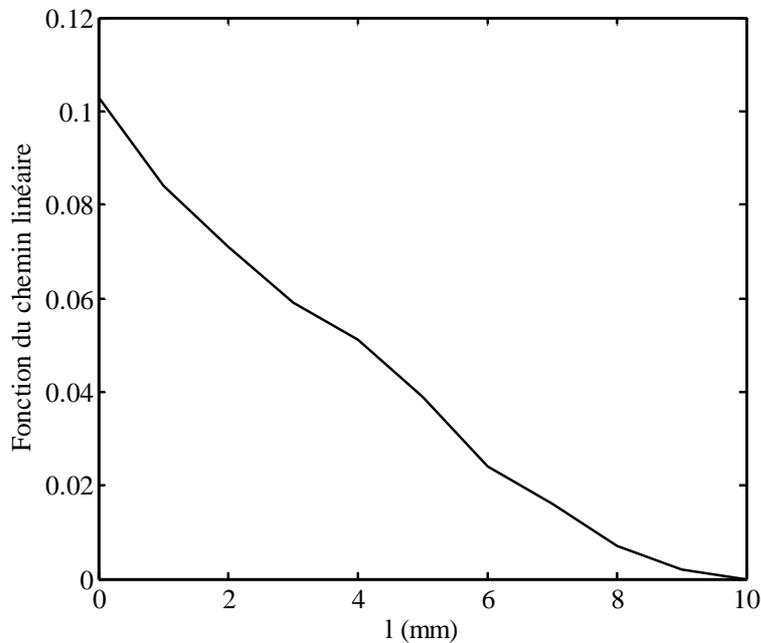


Figure 29 Fonction du chemin linéaire des inclusions d'un système de sphères dures en fonction de la longueur du segment l pour une fraction volumique de 10,5%

La fonction du chemin linéaire contient certaines informations structurales notamment la fraction volumique et la taille des inclusions. En effet, l'ordonnée à l'origine de cette fonction permet d'accéder à la fraction volumique, et la taille des inclusions est obtenue lorsque la fonction est nulle.

II.4.4 Fonction de K Ripley

La fonction K de Ripley évalue la distribution spatiale d'un ensemble de particules par rapport à une distribution qui serait complètement aléatoire. Autrement dit, elle recense la proportion de centres de particules qui se trouvent à une distance comprise entre r et $r + dr$ d'un centre de particule pris comme référence. La fonction K de Ripley permet donc d'évaluer la présence ou non d'amas dans une structure.

La fonction K de Ripley est définie comme [73] :

$K(r) = \frac{N(r)}{\gamma}, \quad r \geq 0$	(II-22)
--	---------

où $N(r)$ est le nombre moyen de particules contenues dans une sphère de rayon r et ayant le même centre que la particule de référence, γ est le nombre de particules par unité de volume.

Du point de vue pratique, K peut être approximée par [74] :

$\hat{K}(r) = \frac{1}{\gamma} \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} \frac{I(\ P_i - P_j\ \leq r)}{N} \quad \text{avec } r > 0 \text{ et } i \neq j$	(II-23)
---	---------

r est la variable représentant la distance d'analyse.

P_i sont les coordonnées cartésiennes des centres des N particules.

I est une fonction indicateur égale à 1, si l'argument est vrai, ou 0 s'il est faux.

La fonction K de Ripley permet de déterminer la fonction de distribution radiale que nous présentons dans le paragraphe suivant.

II.4.5 Fonction de distribution radiale

L'arrangement spatial d'un ensemble de particules est décrit par la fonction de distribution radiale $g(r)$. Le produit $g(r)dr$ est la probabilité de trouver le centre d'une particule dans une coquille sphérique de rayon interne r et d'épaisseur dr , dont le centre coïncide avec celui d'une particule choisie aléatoirement (Figure 30).

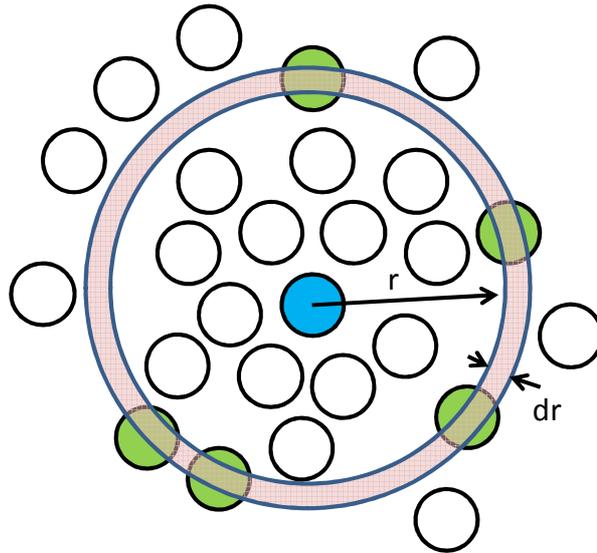


Figure 30 Discrétisation de l'espace dans le calcul de la fonction de distribution radiale

On démontre que $g(r)$ dérive de $K(r)$ [75] :

$g(r) = \frac{1}{2\pi r} \frac{dK(r)}{dr}$	(II-24)
--	---------

La fonction $g(r)$ donne des informations sur l'évolution de la densité de particules en fonction de leur distance par rapport à un point quelconque de la distribution. Pour un réseau de points complètement aléatoires, $g(r)$ est égale à 1 quelque soit r [76]. Ainsi, si $g(r)$ prend des valeurs supérieures à 1, cela signifie que les distances r correspondantes sont plus représentées que dans une distribution complètement aléatoire (et inversement si $g(r)$ est inférieure à 1).

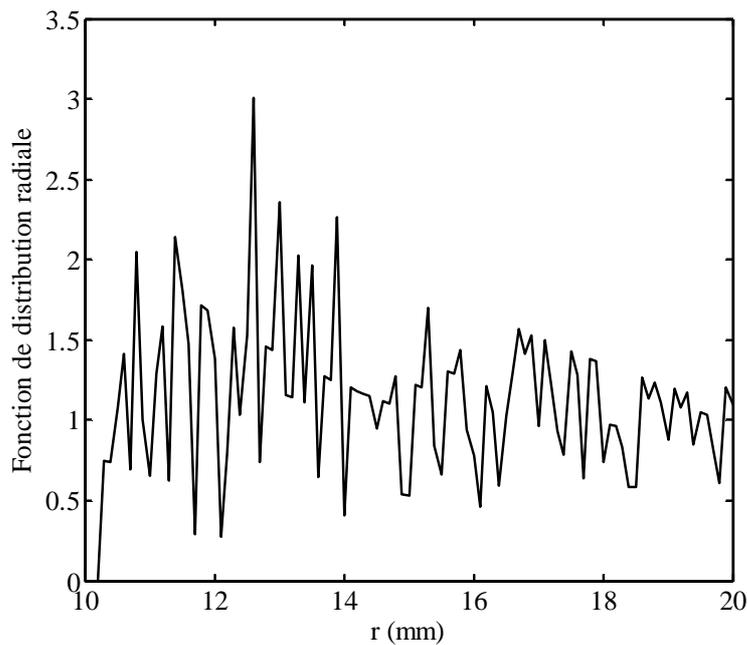


Figure 31 Fonction de distribution radiale d'un système de sphères dures en fonction de la distance r pour une fraction volumique de 10,5 %

La Figure 31 représente l'évolution de la fonction de distribution radiale ($g(r)$) en fonction de la distance r . Cette fonction est calculée pour la géométrie représentée à la Figure 25. On note que, pour une fraction volumique de 10,5 %, la fonction de distribution radiale présente des oscillations autour de 1. Cela signifie qu'à 10,5 %, la distribution des particules n'est pas complètement aléatoire. Il existe, en effet, des zones de forte présence de particules ($g(r) > 1$) et des zones où la présence de particule est moins importante ($g(r) < 1$).

II.5 Conclusion

Cette étude bibliographique nous a permis de passer en revue les différents modèles utilisés dans la littérature pour modéliser le potentiel d'interaction des matériaux hétérogènes. La connaissance du modèle de potentiel d'interaction est indispensable pour générer par la méthode RSA la géométrie représentative du matériau à étudier.

Le matériau qui nous intéresse dans le cadre de cette thèse est le béton de ciment. Il est composé d'une matrice cimentaire et de billes en polystyrène. Nous avons adopté l'hypothèse que les billes de polystyrènes ne sont pas en contact. Ainsi, nous avons choisi le modèle de potentiel d'interaction des « sphères dures » dispersées. Partant de ce modèle, nous avons, en

utilisant la méthode RSA, généré une structure représentative de notre matériau. La fraction volumique de la structure considérée est de 10,5 %.

Dans ce chapitre, les principaux descripteurs structuraux des structures particulières rencontrées dans la littérature ont été recensés. Nous avons fait le calcul de ces descripteurs pour une géométrie représentative de notre matériau. Les calculs ont été faits par simulation numérique. Les résultats obtenus montrent que ces descripteurs permettent d'accéder à certaines informations structurales comme la fraction volumique, la surface spécifique, la taille des inclusions, la nature de la distribution ...

Dans le chapitre suivant, la conductivité thermique équivalente, déterminée à l'aide d'un code éléments finis, sera confrontée aux caractéristiques structurales des matériaux obtenus par simulation numérique dans le but de trouver le lien entre la structure interne et la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes.

Chapitre III Impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente des matériaux granulaires

III.1 Introduction

L'introduction d'inclusions dans une matrice vise à améliorer les performances du matériau, notamment ses performances thermiques.

Lorsqu'on mélange deux matériaux de masses volumiques différentes, la masse volumique du composite est la moyenne des masses volumiques pondérée par la fraction volumique des constituants. En revanche, les propriétés macroscopiques (ou équivalentes) des matériaux hétérogènes ne sont généralement pas obtenues à partir de relations simples impliquant les fractions volumiques comme on a pu le voir dans les différents modèles présentés au chapitre I.

Pourtant, la conductivité thermique équivalente d'un matériau hétérogène est généralement déterminée en utilisant l'un des modèles de conductivité présentés dans le chapitre I. Outre la fraction volumique et les caractéristiques de chaque constituant, les paramètres structuraux pris en compte par certains modèles sont la forme et l'orientation des inclusions. Malgré les nombreux atouts de ces modèles, ils restent limités. Ils ne peuvent pas, par exemple, rendre compte de la distribution de taille des inclusions dans un composite. Ainsi, pour un modèle donné, les estimations de la conductivité thermique de deux matériaux hétérogènes présentant la même composition (les mêmes fractions volumiques), avec toutefois des distributions de taille différentes des inclusions, conduisent aux mêmes résultats. Ces modèles ne sont donc pas pertinents pour estimer l'impact d'un tel détail structural sur la conductivité thermique équivalente. Il en est de même pour d'autres détails structuraux comme l'arrangement. Ces détails de la structure interne des matériaux hétérogènes ont-ils un impact sur les propriétés équivalentes de ces matériaux? Autrement dit, quelle est l'influence sur les propriétés macroscopiques des paramètres structuraux tels que la distribution de taille ou l'arrangement des inclusions?

Notre objectif dans ce chapitre est de répondre à ces questions en étudiant l'impact de la structure interne des matériaux de construction à structure granulaire sur la conductivité thermique équivalente de ces matériaux.

Les modèles présentés dans le chapitre I ne nous permettent pas d'atteindre cet objectif. Nous avons donc adopté la méthodologie suivante. D'abord, nous avons modélisé le transfert thermique au sein d'un matériau hétérogène. Ensuite, nous avons utilisé la méthode des éléments finis pour résoudre le problème thermique. Pour cela, nous avons développé un code de calcul couplant le modèle de transfert thermique et un algorithme de génération de structures hétérogènes aléatoires (algorithme RSA). Une fois ces outils mis en place, les structures générées sont d'abord caractérisées à l'aide des descripteurs structuraux présentés dans le chapitre précédent et leurs conductivités thermiques équivalentes sont ensuite déterminées. L'impact de la structure interne sur la conductivité thermique est alors analysé.

III.2 Modélisation du transfert thermique

Nous avons choisi de considérer un matériau constitué de billes placées dans un volume cubique de dimension $L \times L \times L$ (Figure 25). Les billes sont placées de manière aléatoire en utilisant l'algorithme RSA présenté au chapitre II.

Plusieurs logiciels peuvent être utilisés pour étudier le transfert thermique au sein de ce type de matériaux [77]- [78]. Notre étude utilise un code basé sur les éléments finis que nous avons développé sous Fortran. Nous appellerons ce code « code EF ». L'intérêt de ce code réside dans le couplage du modèle de transfert thermique avec l'algorithme RSA. Ce couplage permet de générer des matériaux hétérogènes contenant un grand nombre d'inclusions aléatoirement distribuées et d'étudier le transfert thermique au sein de ces matériaux. L'avantage de ce code est que les différentes étapes de calcul sont contrôlées.

Dans un premier temps, le matériau hétérogène est généré, puis le champ de température à l'intérieur du matériau est déterminé avec la méthode des éléments finis. Ce champ de température permet par la suite d'accéder à la conductivité thermique équivalente du matériau.

Dans ce qui suit, nous présentons le modèle mathématique et les différentes étapes de la résolution du problème thermique par la méthode des éléments finis.

III.2.1 Equations du transfert thermique

III.2.1.1 Equation de conservation de l'énergie

Comme vu au chapitre I, en régime instationnaire et en l'absence de toute source de chaleur, l'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$\nabla \cdot (k \nabla T) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$	(III-1)
--	---------

où, ρ est la masse volumique, c la chaleur massique, T la température. k est la conductivité thermique équivalente du milieu. Elle dépend de la morphologie, de la composition et de la température du milieu. Dans notre étude, nous allons nous intéresser uniquement à la dépendance de la conductivité thermique avec la morphologie et la composition, mais pas avec la température.

III.2.1.2 Conditions aux limites et initiale

Les conditions aux limites sont montrées schématiquement sur la Figure 32.

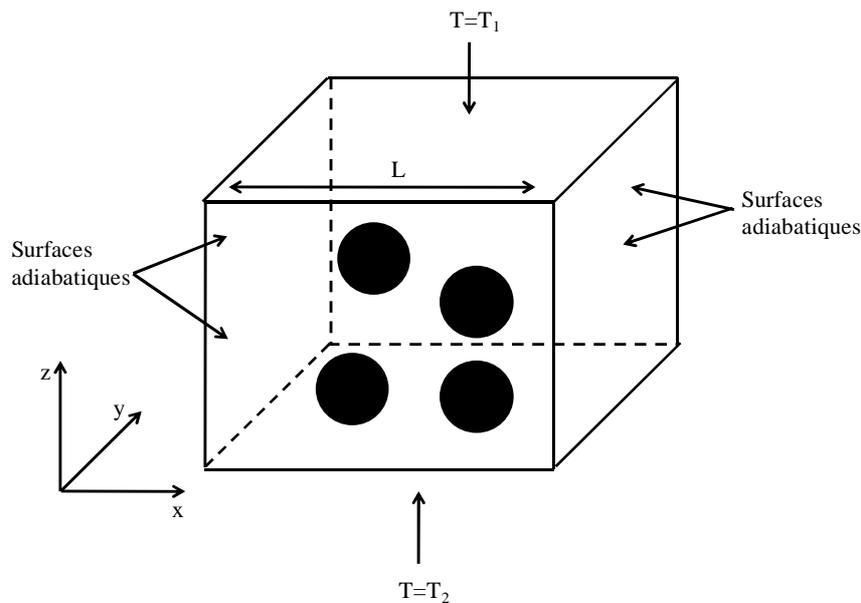


Figure 32 Représentation schématique des conditions aux limites

Les conditions aux limites sont données par les équations suivantes :

$\left. \begin{aligned} T &= T_2 & \text{en } z &= 0 \\ T &= T_1 & \text{en } z &= L \\ \frac{\partial T}{\partial n} &= 0 & \text{en } x &= 0, x = L, y = 0 \text{ et } y = L \end{aligned} \right\}$	(III-2)
--	---------

La condition initiale est :

$T(x, y, z, t=0) = \frac{T_1 + T_2}{2}$	(III-3)
---	---------

III.2.2 Formulation intégrale des équations du transfert thermique

Pour résoudre l'équation de conservation de l'énergie (III-1), nous introduisons la quantité $R(T)$ appelée résidu et définie par :

$R(T) = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla(k \nabla T)$	(III-4)
--	---------

Le résidu s'annule évidemment lorsque T est solution de l'équation (III-1).

La méthode des résidus pondérés consiste à rechercher les fonctions T qui annulent la forme intégrale $W(T)$ de l'Equation (III-4). Cette forme intégrale est donnée par l'équation suivante :

$W(T) = \int_V \psi R(T) dV = 0$	(III-5)
----------------------------------	---------

où ψ est une fonction de pondération.

En utilisant la formule de la divergence, la relation (III-5) devient :

$W(T) = \int_V \left[\psi \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) + \nabla \psi \cdot k \nabla T \right] dV - \int_S \psi \cdot k \nabla T dS = 0$	(III-6)
---	---------

où S est la surface qui entoure le volume V.

L'équation (III-6) est appelée forme intégrale faible. En effet, l'ordre maximum des dérivées de T y est plus faible que dans (III-4).

Le domaine qui nous intéresse dans cette étude (Figure 32) est composé de deux portions : la surface latérale, S_L, formée des 4 surfaces adiabatiques et la surface de base, S_b, formée des surfaces inférieure et supérieure où nous avons imposé des températures constantes, T₂ et T₁, respectivement. La surface latérale étant isolée, l'Equation (III-6) devient :

$W(T) = \int_V \left[\psi \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) + \nabla \psi \cdot k \nabla T \right] dV - \int_{S_b} \psi \cdot k \nabla T d\vec{S} = 0$	(III-7)
---	---------

Le flux échangé à travers la surface de base étant inconnu, nous avons choisi une fonction de pondération ψ telle que $\psi = 0$ sur la surface de base S_b. Il existe plusieurs méthodes de choix des fonctions de pondération ψ [79]. Nous adoptons dans ce travail la méthode de Galerkin qui consiste à choisir ψ telle que :

$\psi = \delta T$	(III-8)
-------------------	---------

δT est l'ensemble des variations des fonctions T. La température étant constante en $z = 0$ et $z = L$, $\delta T = 0$ sur la surface S_b. La méthode de Galerkin est donc adaptée à notre hypothèse : $\psi = 0$ sur la surface de base S_b.

Finalement, le problème à résoudre consiste à rechercher les fonctions T telles que :

$W(T) = \int_V \left[\delta T \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \right) + \nabla \delta T \cdot k \nabla T \right] dV = 0$	(III-9)
---	---------

où

$$\psi = 0 \quad \text{en } z = 0 \text{ et } z = L$$

III.2.3 Résolution par la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis (MEF) consiste à utiliser une approximation par éléments finis des fonctions inconnues T pour discrétiser la forme intégrale W , puis à résoudre le système d'équations algébriques ainsi obtenu.

Nous choisissons d'abord de subdiviser le domaine de calcul V en « n » éléments cubiques à 8 nœuds tels que :

$V = \sum_{e=1}^n V^e$	(III-10)
------------------------	----------

La forme intégrale se décompose alors sur l'ensemble des éléments :

$W = \sum_{e=1}^n W^e$	(III-11)
------------------------	----------

Sur chaque élément, nous choisissons une approximation de la fonction-test δT et de la fonction solution T :

$\delta T = \langle N \rangle \{ \delta T_m \}$	(III-12)
---	----------

$T = \langle N \rangle \{ T_m \}$	(III-13)
-----------------------------------	----------

Les fonctions N sont appelées fonctions d'interpolation.

La forme faible élémentaire discrétisée W_h^e s'écrit donc sous la forme :

$W_h^e = \langle \delta T \rangle \left([c] \left\{ \frac{dT_i}{dt} \right\} + [k_d] \{ T_i \} \right)$	(III-14)
--	----------

Après assemblage de l'ensemble des contributions élémentaires, nous pouvons écrire :

$W_h = \langle \delta T \rangle \left([C] \left\{ \frac{dX}{dt} \right\} + [K] \{X\} \right) = 0$	(III-15)
--	----------

La résolution du problème consiste à trouver $\{X\}$ tel que :

$[C] \{\dot{X}\} + [K] \{X\} = 0$	(III-16)
-----------------------------------	----------

$\{X\}$ est le vecteur global des températures nodales.

$[K]$ est la matrice globale de conductivité thermique.

$[C]$ est la matrice globale de capacité thermique.

III.2.4 Calcul de la conductivité thermique équivalente

Le code éléments finis que nous avons développé a été utilisé pour calculer la conductivité thermique équivalente à différentes fractions volumiques. La résolution de l'Equation (III-16) est faite sur le domaine, et le champ de température dans le milieu est obtenu. La Figure 33 montre un exemple de champ de température d'un matériau contenant des inclusions sphériques.

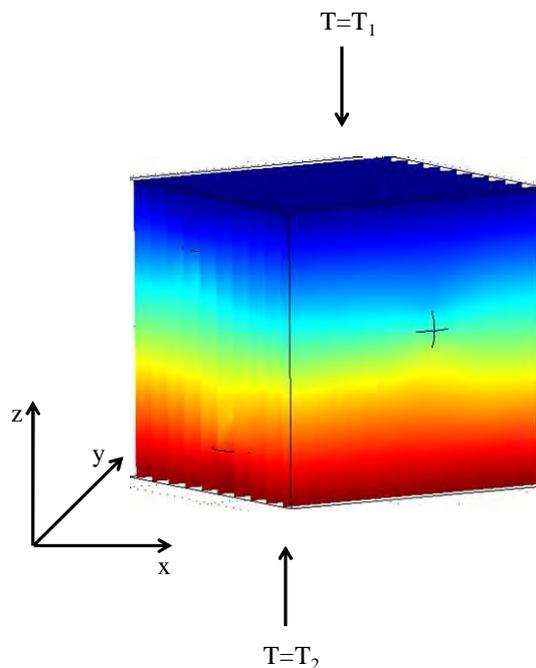


Figure 33 Champ de température d'un matériau contenant des inclusions sphériques.

Le flux de chaleur dans la direction z , q_z , est calculé. Le régime stationnaire est atteint quand la différence entre les flux calculés sur les faces supérieure et inférieure est inférieure à 10^{-7} W. La conductivité thermique équivalente k_{eq} est alors calculée à partir de l'expression :

$k_{eq} = \frac{-k_m \int_0^L \left(\int_0^L \frac{dT}{dz} \Big _{z=L} dy \right) dx}{\Delta T \cdot L}$	(III-17)
---	----------

k_m est la conductivité thermique de la matrice.

III.3 Etude de sensibilité du maillage

La sensibilité du maillage joue un rôle dans la précision et la stabilité numérique du maillage. En effet, la forme et la taille des éléments ont un impact important sur la précision et la stabilité de la solution numérique. L'étude de la sensibilité du maillage consiste à trouver le nombre d'éléments qui conduit à une précision acceptable de la solution numérique en un minimum de temps. Pour ce faire, nous avons analysé l'effet du nombre d'éléments hexaédriques sur la précision de la conductivité thermique équivalente. Pour obtenir ces éléments hexaédriques, nous considérons un domaine cubique d'arrête L contenant des billes qui ne se chevauchent pas et qui sont aléatoirement distribuées dans la matrice. Le domaine de volume V est subdivisé en n éléments cubiques à 8 nœuds en divisant chaque arrête L en N_i intervalles (ou subdivisions). Le nombre d'éléments hexaédriques n est lié au nombre d'intervalles par la relation $n = N_i^3$.

Dans le cadre de notre étude, nous avons créé une géométrie cubique avec le modèle RSA de 526 billes qui ne se chevauchent pas. Ce nombre de billes correspond à une fraction volumique de 20 % qui est la plus grande fraction volumique que nous avons atteinte avec le modèle RSA. Les dimensions du cube sont : 10 cm x 10 cm x 10 cm. Les propriétés thermiques choisies sont :

- $\rho = 1900 \text{ kg/m}^3$, $c = 2000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $k = 0,6 \text{ W/m.K}$ pour la matrice
- $\rho = 33 \text{ kg/m}^3$, $c = 1300 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $k = 0,04 \text{ W/m.K}$ pour les billes.

Les températures imposées sont : $T_1 = 30^\circ \text{C}$, $T_2 = 20^\circ \text{C}$ et $T_0 = 25^\circ \text{C}$.

Les résultats du calcul de la conductivité thermique équivalente k_{eq} sont présentés à la Figure 34. Au-delà de 100 subdivisions par arête, la valeur de k_{eq} ne change plus de manière significative. Par exemple, pour 120 subdivisions, le temps de calcul est doublé comparé au cas où le nombre de subdivisions est de 100 alors que la conductivité thermique ne décroît que 0,6%. Par conséquent, nous adoptons le maillage avec 100 subdivisions par arête. Ce qui correspond à un maillage de 10^6 éléments hexaédriques.

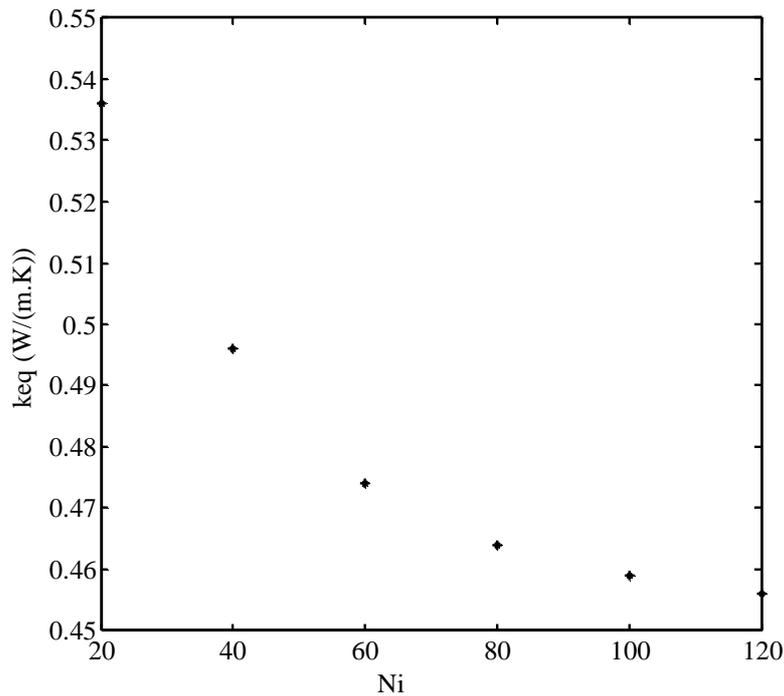


Figure 34 Evolution de la conductivité thermique équivalente d'un matériau hétérogène en fonction du nombre d'intervalles par arête d'un cube contenant 526 billes ($v = 20\%$)

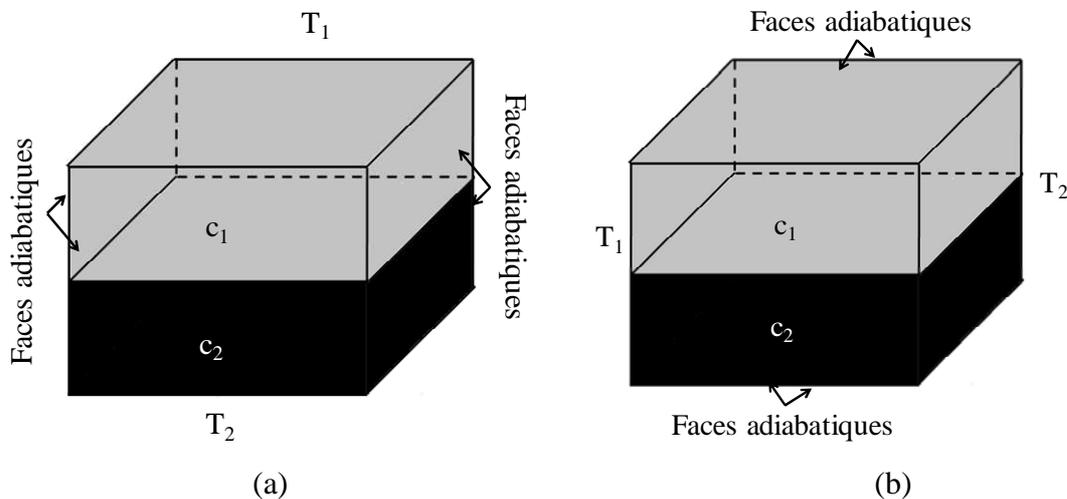
Cette étude de sensibilité porte sur le matériau qui a la plus grande fraction volumique et le plus grand nombre de billes parmi tous les matériaux que nous aurons à étudier. Ainsi, le maillage choisi pour ce matériau est valable pour tous les matériaux qui seront simulés.

III.4 Géométrie simple : comparaison entre les conductivités thermiques issues du code EF et celles issues des modèles analytiques

Afin de vérifier la validité de notre code éléments finis, le problème thermique est résolu dans un premier temps sur des milieux à géométries simples, pour lesquels il est possible d'avoir des solutions analytiques. Les résultats obtenus sont alors comparés.

L'étude est réalisée sur un cube de dimensions 10 cm x 10 cm x 10 cm. Le cas le plus simple considéré est la bicouche représentée à la Figure 35. Elle est constituée de deux phases c_1 et c_2 . La fraction volumique considérée est de 50 % pour chacune des phases.

Dans une première simulation, les deux couches sont placées perpendiculairement au flux thermique dû à la différence des températures T_1 et T_2 . Les surfaces parallèles aux flux sont adiabatiques. Ces conditions aux limites sont représentées à la Figure 35a. Nous obtenons ainsi la conductivité thermique Série. Dans une seconde simulation, les deux couches sont placées parallèlement au flux thermique comme représenté à la Figure 35b. Les surfaces parallèles aux flux sont adiabatiques. Nous obtenons ainsi la conductivité thermique Parallèle.



En considérant la conductivité thermique de chaque constituant k_{c_1} et k_{c_2} , les solutions analytiques de la conductivité thermique équivalente sont données par $(k_{c_1} + k_{c_2})/2$ pour le modèle parallèle et $1/(1/2k_{c_1} + 1/2k_{c_2})$ pour le modèle série. Le Tableau 1 donne les conductivités thermiques équivalents données par notre modèle et celles des modèles

analytiques pour différents ratios k_{c_1}/k_{c_2} . Nous avons gardé k_{c_1} égal à 1 tandis que k_{c_2} varie de 10 à 100. Ces résultats indiquent qu'il y a un écart d'au plus 0,76 % entre les résultats donnés par notre modèle et ceux des modèles analytiques considérés. Les faibles différences s'expliquent par le fait que nous avons fait notre simulation avec une structure en 3D alors que le modèle analytique est basé sur une structure en 2D. Pour ces géométries simples, notre code donne des résultats très satisfaisants.

k_{c_1}/k_{c_2}	Modèle Parallèle			Modèle Série		
	Valeurs théoriques	Presente étude	Ecart relatif (%)	Valeurs théoriques	Presente étude	Ecart relatif (%)
1/10	5,50	5,49	0,18	1,82	1,83	0,49
1/100	50,50	50,41	0,18	1,98	1,99	0,76

Tableau 1 Comparaison entre les conductivités thermiques analytiques et celles du présent modèle – Cas d'un matériau bicouche

III.5 Validation expérimentale du code éléments finis

Pour valider notre code de calcul basé sur les éléments finis et développé sous Fortran, nous avons réalisé des échantillons constitués d'une matrice cimentaire contenant des billes de polystyrène. La conductivité thermique de ces échantillons est ensuite mesurée expérimentalement. Le dispositif expérimental utilisé pour les mesures est le Plan chaud asymétrique. Les résultats obtenus sont comparés à ceux donnés par notre code de calcul.

Les expériences ont été réalisées au Laboratoire d'Energétique Appliquée de l'Ecole Supérieure Polytechnique de Dakar.

Dans ce qui suit, nous présentons la formulation des échantillons confectionnés et le dispositif expérimental utilisé. Les résultats obtenus expérimentalement et numériquement seront également présentés.

III.5.1 Formulation des échantillons

III.5.1.1 Préparation des échantillons

Les échantillons réalisés dans cette étude sont composés d'une matrice cimentaire contenant des billes de polystyrène. Le ciment utilisé est un ciment de Portland Composite CEM II/B – 32,5 de la société Sococim Industries. Le diamètre des billes de polystyrène est compris entre 2,5 mm et 3,5 mm. La masse volumique des billes données par le fabricant est de 44 kg/m³.

Le dispositif utilisé pour le mélange du ciment, de l'eau et des billes de polystyrène est un malaxeur Matest. Une photo du dispositif est donnée à la Figure 36. Le malaxeur est composé d'un moteur, d'une hélice et d'un bac. Les échantillons sont mélangés et malaxés dans les mêmes conditions. Le malaxage a été fait selon la procédure suivante : introduction de l'eau puis du ciment avec malaxage lent pendant 30 s, puis malaxage rapide pendant 1 min. Le malaxeur est ensuite arrêté pendant 15 secondes, le temps d'introduire les billes de polystyrène. Le malaxage rapide est repris pendant 1 min.



Figure 36 Photo du Malaxeur utilisé

Le mélange est ensuite versé dans un moule en aluminium. Les dimensions du moule sont 103 mm x 103 mm x 20 mm (Figure 37). Une fois mise en place dans le moule, la pâte est vibrée manuellement. Le moule est laissé dans une chambre humide pendant 24 h avant d'être démoulé. Après démoulage, l'échantillon est laissé dans la chambre pendant 28 jours.



Figure 37 Moule utilisé pour la confection des échantillons

Nous avons réalisé plusieurs séries de mélanges en faisant varier la masse des billes de polystyrène. La masse de ciment est maintenue constante. Le rapport masse d'eau sur masse de ciment est pris égale à 0,3. Cette valeur a été obtenue suite aux études faites au laboratoire sur la consistance du ciment de Portland distribué par la Sococim Industries. Le Tableau 2 donne la masse des constituants de l'ensemble des mélanges réalisés.

Désignation des échantillons	E1	E2	E3	E4
masse de ciment (g)	900	900	900	900
masse d'eau (g)	270	270	270	270
masse de billes de polystyrène (g)	0	0,52	0,8	1,39

Tableau 2 Constitution des échantillons à base de ciment et de billes de polystyrène

Les échantillons préparés sont présentés sur la Figure 38. Après les 28 jours dans la chambre humide, nous avons gardé tous ces échantillons dans les mêmes conditions (étuve à 50 °C) pendant 7 jours. La masse des échantillons est alors constante. Nous avons ensuite procédé à la mesure de la conductivité thermique des différents échantillons.



Figure 38 Echantillons réalisés

III.5.1.2 Détermination de la fraction volumique des échantillons réalisés

III.5.1.2.1 Expression de la fraction volumique

La fraction volumique des billes de polystyrène dans les échantillons est différente de la fraction volumique théorique. La fraction volumique théorique est souvent calculée en ne tenant compte que des constituants solides utilisés dans la formulation. Dans notre cas, la présence de l'eau modifie de manière significative le volume du ciment, il est donc indispensable de déterminer la fraction volumique exacte des billes de polystyrène dans la matrice cimentaire. Cette détermination permet également de prendre en compte les éventuelles pertes lors de l'introduction des billes de polystyrène dans le malaxeur.

Considérons un échantillon dont on veut mesurer la fraction volumique ν de billes de polystyrène définie comme le rapport entre le volume de billes de polystyrène V_b sur le volume de l'échantillon V_{ech} :

$\nu_b = \frac{V_b}{V_{ech}}$	(III-18)
-------------------------------	----------

Le volume et la masse d'un corps étant liés par la relation :

$V = \frac{m}{\rho}$	(III-19)
----------------------	----------

ρ est la masse volumique du corps,

l'Equation (III-18) peut s'écrire :

$v_b = \frac{m_b \rho_{ech}}{\rho_b m_{ech}}$	(III-20)
---	----------

ρ_{ech} est la masse volumique apparente de l'échantillon. ρ_b est la masse volumique des billes.

La masse de l'échantillon est la somme des masses des billes (m_b) et de la matrice cimentaire (m_m). On peut donc écrire :

$\frac{m_{ech}}{V_{ech}} = \frac{m_b}{V_{ech}} + \frac{m_m}{V_{ech}}$	(III-21)
---	----------

Soit

$\rho_{ech} = \frac{V_b \rho_b}{V_{ech}} + \frac{\rho_m V_m}{V_{ech}}$	(III-22)
--	----------

ρ_m est la masse volumique de la matrice cimentaire.

En combinant les équations (III-18) et (III-22), on a :

$\rho_{ech} = v \rho_b + (1-v) \rho_m$	(III-23)
--	----------

d'où

$v = \frac{\rho_{ech} - \rho_m}{\rho_b - \rho_m}$	(III-24)
---	----------

La masse volumique ρ_b est donnée par le fabricant. Les masses volumiques des échantillons (ρ_{ech}) et de la matrice cimentaire (ρ_m) ne sont pas connues. Nous allons donc les déterminer expérimentalement.

La masse volumique d'un échantillon est le rapport de la masse de l'échantillon par son volume. La masse de l'échantillon peut être obtenue avec précision en utilisant une balance. Le volume de l'échantillon peut être connu à travers ses dimensions. Mais dans notre cas, les dimensions des échantillons sont difficiles à appréhender du fait que les bords ne sont pas forcément droits. Nous utilisons dans ce travail une méthode basée sur le principe d'Archimède pour déterminer le volume des échantillons. Cette méthode est connue sous le nom de méthode de pesée par immersion. On présente dans ce qui suit les différentes étapes de la méthode.

III.5.1.2.2 Détermination expérimentale de la fraction volumique

Dans un premier temps, on pèse l'échantillon sec pour obtenir sa masse m_1 . Ensuite, l'échantillon est immergé dans de l'eau pendant 72 h pour le saturer en eau. On place sur une balance un bécher rempli d'eau, on tare la balance. On immerge l'échantillon saturé en eau dans l'eau contenue dans le bécher. L'échantillon est attaché à un fil inextensible de volume négligeable devant celui de l'échantillon. Le fil maintient l'échantillon immergé sans que ce dernier n'entre en contact avec le fond et les bords du bécher. La masse lue m_2 correspond à la masse d'eau déplacée par l'échantillon (c'est la poussée d'Archimède). Le volume de l'échantillon s'obtient donc par :

$V_{ech} = \frac{m_2}{\rho_{eau}}$	(III-25)
------------------------------------	----------

La masse volumique est donnée par la relation :

$\rho_{ech} = \frac{m_1}{m_2} \rho_{eau}$	(III-26)
---	----------

La masse volumique des différents échantillons sont présentés dans le Tableau 3 ainsi que la fraction volumique des billes de polystyrène obtenue à partir de l'Equation (III-24).

Echantillons	Masse sèche de l'échantillon (g)	Volume d'eau déplacée (cm ³)	Masse volumique de l'échantillon (g.cm ⁻³)	Fraction volumique des billes de polystyrène (%)
E1	411,30	220,40	1,87	0
E2	398,50	217,00	1,84	1,89
E3	372,90	217,60	1,71	8,59
E4	337,00	216,60	1,56	17,06

Tableau 3 Valeurs de la masse volumique des échantillons et de la fraction volumique des billes de polystyrène

III.5.2 Dispositif expérimental de mesure de la conductivité thermique des échantillons

III.5.2.1 Présentation du dispositif expérimental

Le dispositif (Figure 39) a été conçu par Bal [80]. Il est composé d'une plaque chauffante de surface 10 cm x 10 cm alimentée par un générateur de courant continu de marque TTI (Thurby Thandar Instruments) de caractéristiques 32V - 3A. Un thermocouple de type K, constitué de fils de 0,05 mm de diamètre, placé sous la plaque chauffante permet de mesurer la température au centre de celle-ci. La sonde de même section que l'échantillon est placée en dessous de l'échantillon. L'ensemble échantillon-sonde-thermocouple est placé entre deux blocs de mousse de polystyrène de 5,9 cm d'épaisseur. Le thermocouple étant en contact avec la mousse de polystyrène qui est un matériau déformable, sa présence ne devrait pas engendrer d'augmentation de résistance de contact. Le polystyrène étant un isolant, la résistance de contact peut être négligée. La surface extérieure de chaque bloc de mousse de polystyrène est en contact avec la surface d'un bloc d'aluminium de 4 cm en vue d'obtenir une température fixe sur cette surface. L'acquisition des mesures de température est assurée par la centrale de mesure de marque Agilent Benchlink Data Logger 34970A couplée à un ordinateur.

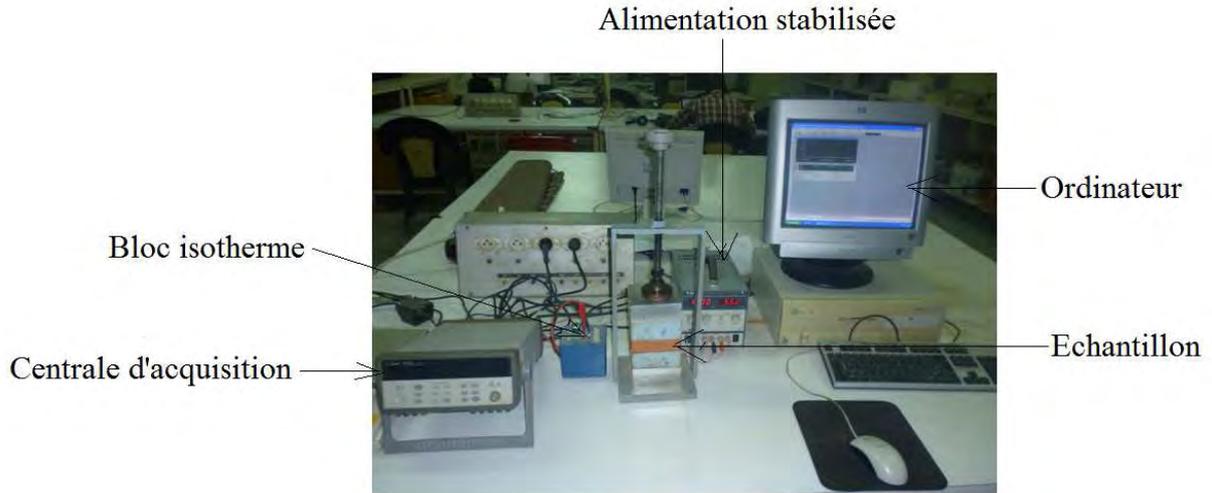


Figure 39 Dispositif expérimental du plan chaud asymétrique

III.5.2.2 Modélisation du dispositif expérimental

Le principe de cette méthode consiste à appliquer un flux de chaleur constant à l'aide d'une résistance chauffante sur une face de l'échantillon à caractériser et à relever l'évolution de la température $T(t)$ au centre de cette même résistance dans laquelle a été placé un thermocouple. Le schéma du principe de la méthode du plan chaud asymétrique est représenté sur la Figure 40.

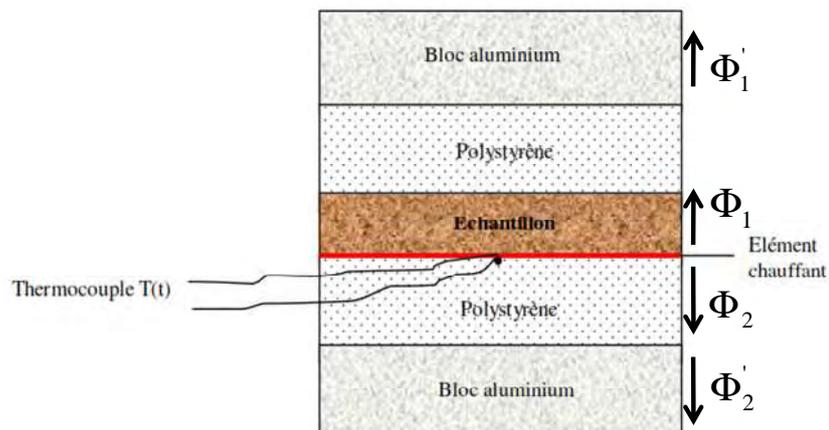


Figure 40 Schéma du dispositif expérimental du plan chaud asymétrique [80]

La modélisation des transferts de chaleur permet de calculer l'évolution de la température $T_{mod}(t)$ au centre de l'échantillon. On modélise le système en faisant l'hypothèse

que le transfert reste unidirectionnel (1D) au centre du dispositif pendant toute la durée de la mesure. Cette hypothèse sera vérifiée par une analyse de résidus : différence entre la température donnée par le modèle $T_{mod}(t)$ et celle donnée par l'expérience $T_{exp}(t)$.

Dans l'espace de Laplace, on peut écrire pour la partie supérieure du dispositif de la Figure 40 (côté échantillon) l'écriture matricielle suivante :

$\begin{bmatrix} \theta \\ \Phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ C_s p & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_e & B_e \\ C_e & D_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_1' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_1' \end{bmatrix}$	(III-27)
---	----------

où

C_s : Capacité thermique de la plaque chaude

R_c : Résistance de contact entre l'élément chauffant et l'échantillon

θ : Transformée de Laplace de la température T(t)

Φ_1 : Transformée de Laplace du flux de chaleur dissipé vers l'échantillon

Φ_1' : Transformée de Laplace de la densité de flux transmise au boc d'aluminium supérieur

avec

$$\begin{bmatrix} A_e & B_e \\ C_e & D_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ch(qe) & \frac{sh(qe)}{k q S} \\ k q S sh(qe) & ch(qe) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ch(q_i e_i) & \frac{sh(q_i e_i)}{k_i q_i S} \\ k_i q_i S sh(q_i e_i) & ch(q_i e_i) \end{bmatrix}$$

où

e : Épaisseur de l'échantillon

e_i : Épaisseur du polystyrène

k : Conductivité thermique de l'échantillon

k_i : Conductivité thermique du polystyrène

avec

$$q = \sqrt{\frac{p}{a}}$$

$$q_i = \sqrt{\frac{p}{a_i}}$$

où

a : Diffusivité thermique de l'échantillon

a_i : Diffusivité thermique du polystyrène

p : Variable de dans l'espace de Laplace

On pose :

$$a = \left(\frac{k}{E}\right)^2$$

$$a_i = \left(\frac{k_i}{E_i}\right)^2$$

où

E : Effusivité thermique de l'échantillon

E_i : Effusivité thermique du polystyrène

En développant le produit matriciel précédent, on obtient l'expression de Φ_1 :

$\Phi_1 = \theta \frac{D}{B}$	(III-28)
-------------------------------	----------

Pour la partie inférieure du dispositif de la Figure 40 (côté isolant), on a la relation matricielle suivante :

$\begin{bmatrix} \theta \\ \Phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_2' \end{bmatrix}$	(III-29)
--	----------

où

Φ_2 : Transformée de Laplace du flux de chaleur dissipé vers le polystyrène

Φ_2' : Transformée de Laplace de la densité de flux transmise au boc d'aluminium inférieur

En développant le produit matriciel précédent, on obtient l'expression de Φ_2 :

$\Phi_2 = \theta \frac{D_i}{B_i}$	(III-30)
-----------------------------------	----------

Une partie du flux total ϕ_0 produit par la plaque chauffante est absorbée par l'échantillon.

L'autre partie est absorbée par l'isolant. Ce qui se traduit dans l'espace de Laplace par la relation :

$\Phi_0 = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{\phi_0}{p}$	(III-31)
---	----------

où

Φ_0 : Transformée de Laplace du flux de chaleur total produit par l'élément chauffant

Donc

$\frac{\phi_0}{p} = \theta \left(\frac{D}{B} + \frac{D_i}{B_i} \right)$	(III-32)
--	----------

On en déduit la valeur de $\theta(p)$ par la relation :

$\theta(p) = \frac{\phi_0}{p} \frac{1}{\left(\frac{D}{B} + \frac{D_i}{B_i} \right)}$	(III-33)
---	----------

Dans l'expression du modèle apparaissent les grandeurs comme la surface (S), la capacité thermique de la résistance chauffante C_s , les propriétés thermiques de l'isolant (k_i, E_i) et les propriétés thermiques de l'échantillon (k, E) à caractériser. Les propriétés thermiques de l'isolant sont supposées connues. L'objectif de la méthode est de déterminer les valeurs des paramètres inconnues, dont k et E , qui permettent de minimiser l'erreur quadratique moyenne de la somme Sm [] :

$Sm = \sum_1^N [T_{\text{exp}}(t) - T_{\text{mod}}(t)]^2$	(III-34)
---	----------

T_{exp} est la température expérimentale et T_{mod} est la température du modèle théorique. T_{mod} est donnée par la transformation inverse de Laplace [81] de l'Equation (III-33). La méthode de Levenberg-Marquardt [82] - [83] est choisie pour résoudre le problème de minimisation.

III.5.2.3 Procédure de mesure

La première étape de la procédure consiste à imposer un flux de chaleur constant et à enregistrer l'évolution de la température au centre de la plaque chauffante. La Figure 41 représente l'élévation de la température d'un échantillon de Polychlorure de vinyle (PVC), par rapport à la température ambiante, au cours du temps. On note que les variations de la température de l'échantillon ne dépassent pas 10 °C. Dans ces conditions, nous pouvons considérer que les propriétés thermophysiques de l'échantillon ne varient pas pendant l'expérience.

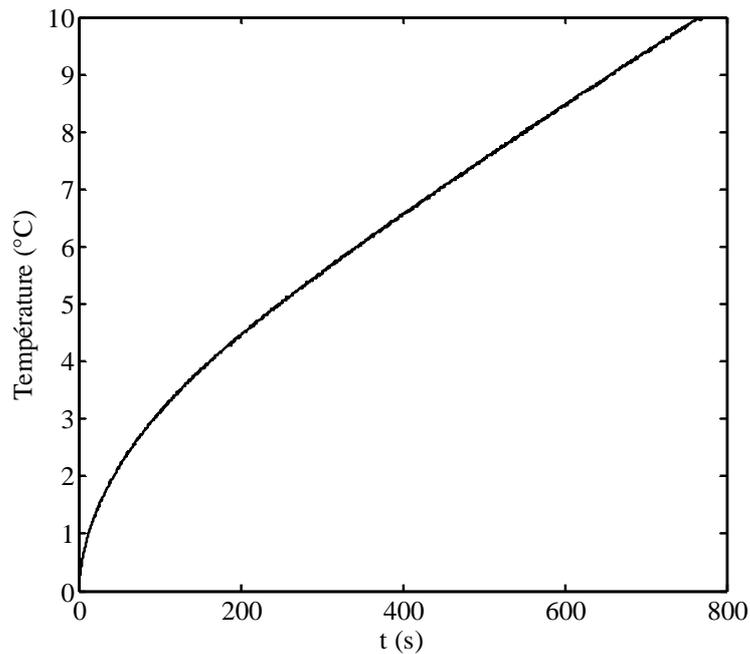


Figure 41 Elévation de la température au centre de la sonde en fonction du temps pour un flux de chaleur de 1,6 W - Echantillon en PVC.

Dans la seconde étape, l'écart quadratique entre la courbe expérimentale et la courbe modèle est minimisé. Une analyse de résidus est faite pour s'assurer que l'hypothèse de transfert 1D est bien respectée. La courbe des résidus est représentée à la Figure 42.

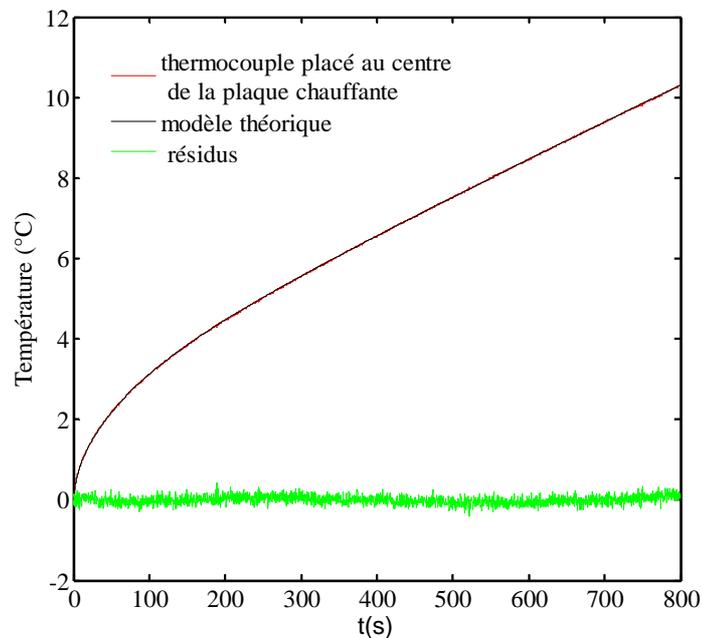


Figure 42 Evolution de la température en fonction du temps – Echantillon en PVC.

III.5.2.4 Etalonnage de la plaque chauffante

Dans la perspective de mesurer les propriétés thermiques de nos matériaux de construction, on commence par étalonner la plaque chauffante. On réalise ainsi une mesure sur un matériau dont les propriétés thermiques sont connues (PVC-1). L'expérience consiste à déterminer la surface de la plaque chauffante (S) et la capacité thermique de la plaque chauffante (C_s) permettant de retrouver les propriétés thermiques du PVC-1 par estimation à partir de la courbe expérimentale. Dans notre cas, nous avons utilisé un PVC-1 dont la conductivité thermique $k = 0,177 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et l'effusivité thermique $E = 502 \text{ J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$. L'épaisseur de l'échantillon est 5 mm. Ce matériau test nous a été fourni par le Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée de l'Université de Lorraine où il a été déjà caractérisé.

Après étalonnage de la plaque chauffante, nous avons trouvé une valeur moyenne de la capacité thermique de la plaque égale à $5,58 \text{ J/K}$ et une surface moyenne de $0,01 \text{ m}^2$.

III.5.2.5 Validation du dispositif expérimental

Le but de cette section est de valider le dispositif expérimental utilisé. Pour cela, nous déterminons la conductivité et l'effusivité thermique d'un échantillon PVC-2 de propriétés thermiques connues. La conductivité de l'échantillon est de $0,196 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et son effusivité est de $526 \text{ J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$. L'épaisseur de l'échantillon est de 10 mm. Ce matériau test nous a été également fourni par le Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée de l'Université de Lorraine où il a été caractérisé.

Nous avons fait deux séries de mesures pour le même échantillon dans les mêmes conditions. Les deux séries de mesures sont espacées de 24 heures. Chaque série de mesures comporte 3 mesures. L'intervalle de temps entre deux mesures est au moins de 1 heure. Les mesures sont réalisées après démontage et remontage de tout le bloc de mesure (échantillon, plaque chauffante, polystyrène et bloc aluminium).

Les résultats concernant la conductivité thermique et l'effusivité thermique obtenues pour les différentes mesures sont donnés, respectivement, dans le Tableau 4 et le Tableau 5.

		Conductivité thermique mesurée ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	Différence absolue entre valeur mesurée et valeur de référence ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	Différence relative (%)
Série 1	mesure 1	0,191	0,005	2,5
	mesure 2	0,193	0,003	1,5
	mesure 3	0,194	0,002	1
Série 2	mesure 4	0,195	0,001	0,5
	mesure 5	0,191	0,005	2,5
	mesure 6	0,195	0,001	0,5
moyenne		0,193	0,003	1,5

Tableau 4 Conductivité thermique de l'échantillon test PVC-2

		Effusivité thermique ($\text{J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$)	Différence absolue entre valeur mesurée et valeur de référence ($\text{J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$)	Différence relative (%)
Série 1	mesure 1	526	0	0
	mesure 2	537	11	2
	mesure 3	537	11	2
Série 2	mesure 4	550	24	4,3
	mesure 5	544	18	3,3
	mesure 6	554	28	5,5
moyenne		541	15	2,8

Tableau 5 Effusivité thermique de l'échantillon test PVC-2

L'étude statistique réalisée pour la conductivité thermique conduit à une valeur moyenne de la conductivité thermique de $0,193 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. La différence absolue moyenne est de $0,003 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ soit 1,5%. L'écart type est de $0,002 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ soit 0,95 %.

L'étude statistique réalisée pour l'effusivité thermique conduit à une valeur moyenne d'effusivité de $541 \text{ J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$. La différence absolue moyenne est de $15 \text{ J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$ soit 2,8 %. L'écart type est de $10,4 \text{ J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$ soit 1,92 %.

En conclusion, les faibles écarts types obtenus montrent que l'expérience est reproductible. Les faibles erreurs de mesure montrent que les valeurs de conductivité thermique et d'effusivité sont en accord avec celles attendues. Nous pouvons donc considérer que notre dispositif de mesure est validé.

III.5.3 Comparaison des conductivités thermiques du code EF et expérimentales

Pour valider notre code de calcul, nous avons généré, en utilisant la méthode RSA, trois échantillons, $E_{2\text{RSA}}$, $E_{3\text{RSA}}$ et $E_{4\text{RSA}}$, constitués d'une matrice cubique contenant des billes aléatoirement distribuées. La Figure 43 montre un exemple d'échantillon généré (échantillon $E_{4\text{RSA}}$)

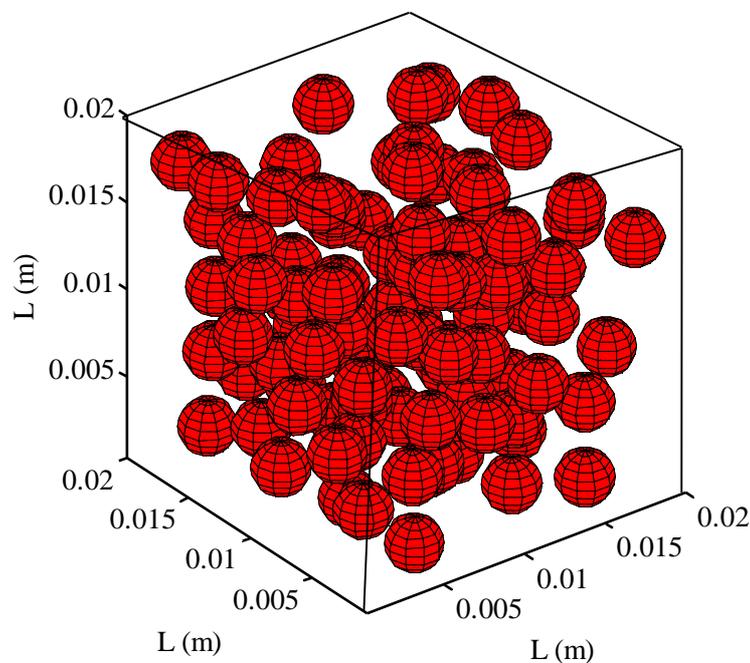


Figure 43 Exemple d'échantillon généré – Echantillon $E_{4\text{RSA}}$

Les caractéristiques de ces matériaux sont présentées dans le Tableau 6. Les fractions volumiques des échantillons obtenus avec la méthode RSA ne sont pas exactement égales à celles des échantillons confectionnés dans la section III.5.1.1. Les écarts entre les fractions volumiques des échantillons E2 et E2_{RSA}, E3 et E3_{RSA} et E4 et E4_{RSA} sont, respectivement, de 2,6 %, 0,8 % et 0,5 %. Les écarts sont faibles. Nous pouvons donc considérer que les échantillons virtuels sont représentatifs des échantillons réels que nous avons confectionnés.

Echantillon	Fraction volumique (%)	Diamètre billes (mm)	Nombres de billes	Dimensions (cm ³) du cube
E2 _{RSA}	1,94	3	11	2 x 2 x 2
E3 _{RSA}	8,66	3	49	2 x 2 x 2
E4 _{RSA}	17,14	3	97	2 x 2 x 2

Tableau 6 Caractéristiques des échantillons générés par le modèle RSA

Rappelons que dans nos simulations, nous avons considéré que les matériaux sont constitués d'une matrice cimentaire et de billes de polystyrène. Nous avons donc dans un premier temps déterminé expérimentalement la conductivité thermique de la matrice cimentaire. La conductivité thermique obtenue est de $0,76 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Cette conductivité a été utilisée comme donnée d'entrée dans nos simulations numériques. La conductivité thermique des billes de polystyrène utilisée comme donnée d'entrée dans nos simulations est celle issue de la littérature [84] : $0,04 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Le Tableau 7 donne les résultats expérimentaux et numériques de la conductivité thermique, ainsi que l'écart relatif. Ces résultats indiquent qu'il y a un écart d'au plus 3 % entre les résultats donnés par notre code de calcul et ceux expérimentaux.

Echantillons	Fraction volumique des billes de polystyrène (%)	Valeurs expérimentales ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	Valeurs numériques du code EF ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	Ecart relatif (%)
E2	1,89	0,73	0,74	1,4
E3	8,59	0,66	0,68	3,0
E4	17,06	0,58	0,59	1,7

Tableau 7 Résultats expérimentaux et numériques de la conductivité thermique

Notre code s'avère donc performant et donne des conductivités thermiques très proches des conductivités expérimentales. Nous pouvons ainsi considérer que le code de calcul est validé pour les matériaux hétérogènes aléatoires.

III.6 Etude de l'impact de la structure interne des matériaux granulaires sur la conductivité thermique équivalente

Nous avons montré dans le chapitre I que la plupart des modèles de conductivité thermique équivalente qui s'appuient sur un matériau tridimensionnel ne prennent pas en compte la contribution de la structure interne. L'hypothèse de négliger l'impact de la structure interne dans l'établissement des modèles est souvent validée par un faible écart entre les résultats expérimentaux et ceux issus de la théorie. De plus, nous n'avons pas trouvé dans la littérature une étude qui nous renseigne sur le domaine de validité de ces modèles.

Notre objectif dans cette partie du travail est de faire une étude théorique qui permette de déterminer le domaine dans lequel l'hypothèse de négliger la contribution de la structure interne dans l'étude de la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes est valable. Pour cela, nous allons étudier l'impact de la structure interne des matériaux granulaires tridimensionnels sur la conductivité thermique équivalente.

Pour étudier l'impact de la structure interne des matériaux granulaires sur la conductivité thermique équivalente, nous allons d'abord générer des géométries représentatives des matériaux granulaires. Nous utiliserons ensuite les différents descripteurs structuraux présentés dans le chapitre II pour caractériser la structure interne des géométries générées. A la suite de ce travail, nous déterminerons la conductivité thermique équivalente des différentes structures. L'analyse des résultats de caractérisation structurale et de conductivité thermique nous permettra d'évaluer le lien entre la structure interne et la conductivité thermique équivalente des matériaux granulaires dans l'intervalle de fraction volumique considéré.

Dans cette thèse, nous nous intéressons plus particulièrement aux matériaux de construction de type béton de ciment. Le béton de ciment est un matériau hétérogène constitué d'une matrice cimentaire contenant des billes de polystyrène. Dans notre étude, la fraction volumique des billes de polystyrène est limitée à 20 %. Ce choix s'explique par le fait que nous avons adopté l'hypothèse que les billes de polystyrènes ne se touchent pas. Au-delà de 20 % de billes de polystyrène, cette hypothèse est difficilement réalisable à cause de la méthode RSA, comme nous l'avons expliqué dans le chapitre II.

Pour des raisons de simplicité, nous commencerons notre étude de l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente par une étude bidimensionnelle. Ensuite, nous montrerons que les résultats issus de simulations 2D doivent être utilisés pour les matériaux tridimensionnels hétérogènes avec prudence. Nous passerons par la suite à l'étude tridimensionnelle de l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente.

III.6.1 Etude bidimensionnelle de l'impact de la structure interne des matériaux granulaires sur la conductivité thermique équivalente

La modélisation bidimensionnelle (2D) est souvent utilisée pour l'analyse des transferts thermiques au sein des matériaux hétérogènes. Rayleigh [85] est le pionnier de la modélisation 2D. En effet, il est le premier à considérer qu'une matrice cubique contenant un cylindre vertical, soumise aux conditions aux limites représentées sur la Figure 44a, est équivalente en deux dimensions à une matrice carrée contenant un disque (Figure 44b). La fraction volumique dans le premier cas est considérée équivalente à la fraction surfacique dans le second cas. Ainsi, Rayleigh a proposé un modèle analytique correspondant à une situation en 2D d'un disque dans une matrice carrée.

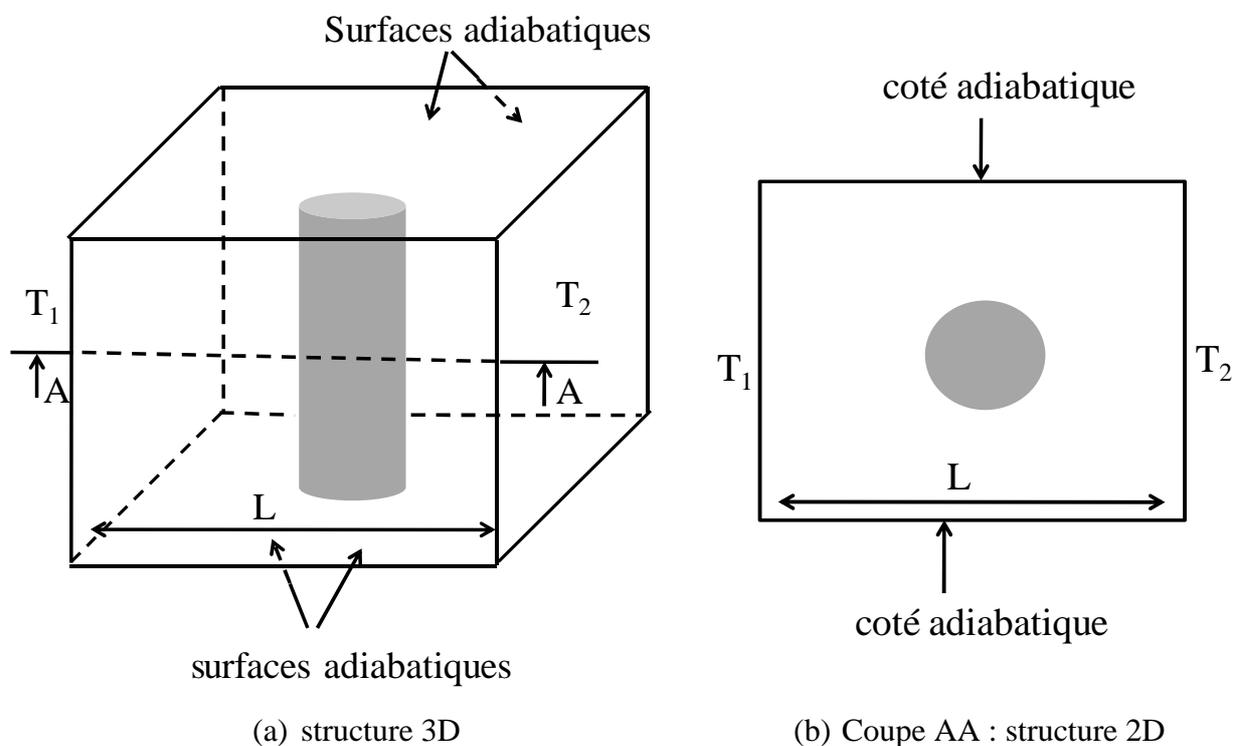


Figure 44 Représentation des microstructures (a) 3D et (b) 2D du modèle de Rayleigh

Plusieurs auteurs ont, à la suite de Rayleigh, utilisés la modélisation 2D pour déterminer la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes. Akbari et al. [86] ont proposé un modèle analytique 2D de conductivité thermique des matériaux biphasés anisotropes. D'autres auteurs ont utilisé la simulation numérique en 2D pour étudier l'influence de certains facteurs structuraux sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes. Dans leur travail, Carson et al. [87] ont utilisé la méthode des éléments finis pour analyser l'influence de la taille des pores dans les produits alimentaires. Ils ont conclu que l'effet de la taille des pores sur la conductivité thermique était négligeable. Jones et al. [88] ont utilisé la méthode des différences finies en 2D pour étudier les effets de la taille et de l'orientation des particules sur la conductivité thermique des composites biphasés. Les calculs sont effectués pour deux tailles et deux orientations différentes de particules distribuées aléatoirement dans une matrice. Selon les auteurs, des échantillons contenant des particules de taille et d'orientation différentes, ont des conductivités thermiques sensiblement différentes. Zain-ul-abdein et al. [89] ont étudié, en utilisant la méthode des éléments finis en 2D, l'influence de la résistance de contact d'un composite Cuivre/Diamant sur la conductivité thermique équivalente. Les auteurs ont montré que l'impact de la résistance de contact sur la conductivité thermique dépend de la fraction volumique du Diamant.

Les études présentées plus haut concernent un certain nombre de paramètres structuraux. Dans cette section, nous utilisons la modélisation 2D pour évaluer l'impact d'autres paramètres structuraux. Les paramètres ciblés dans le cadre de cette étude sont la distance entre deux inclusions circulaires et l'arrangement spatial des inclusions sur la conductivité thermique équivalente.

Le code de calcul que nous avons développé plus haut est basé sur une structure 3D. Nous ne pouvons pas l'utiliser pour nos simulations 2D. Nous avons donc choisi d'utiliser le logiciel Comsol Multiphysics 3.5 [90]. Comsol Multiphysics est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des éléments finis. Ce logiciel permet de simuler de nombreux phénomènes physiques et applications en ingénierie, et tout particulièrement les phénomènes de transfert thermique.

III.6.1.1 Influence de la disposition des inclusions par rapport au flux sur la conductivité thermique équivalente

L'objectif de cette section est d'examiner l'effet de la disposition des inclusions par rapport au flux de chaleur sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes.

Pour cela, nous considérons la structure 2D représentée sur la Figure 45. Elle est soumise à une différence de températures (T_2-T_1) qui engendre un transfert de flux de chaleur. Sa fraction surfacique est de 0,11. La structure est formée de deux inclusions de formes carrées, de côté b , dispersées à l'intérieur d'une matrice carrée unité. Les inclusions peuvent être décalées l'une par rapport à l'autre d'une distance a dans le sens perpendiculaire au flux de chaleur. Nous définissons le niveau de décalage d'une inclusion par rapport à l'autre (Nd) comme étant le rapport entre la longueur de la partie décalée (a) sur le côté de l'inclusion (b). Lorsque Nd est nul, les deux inclusions sont alignées suivant la direction du flux de chaleur. Lorsque Nd est égal à 1, les deux inclusions sont complètement décalées l'une par rapport à l'autre.

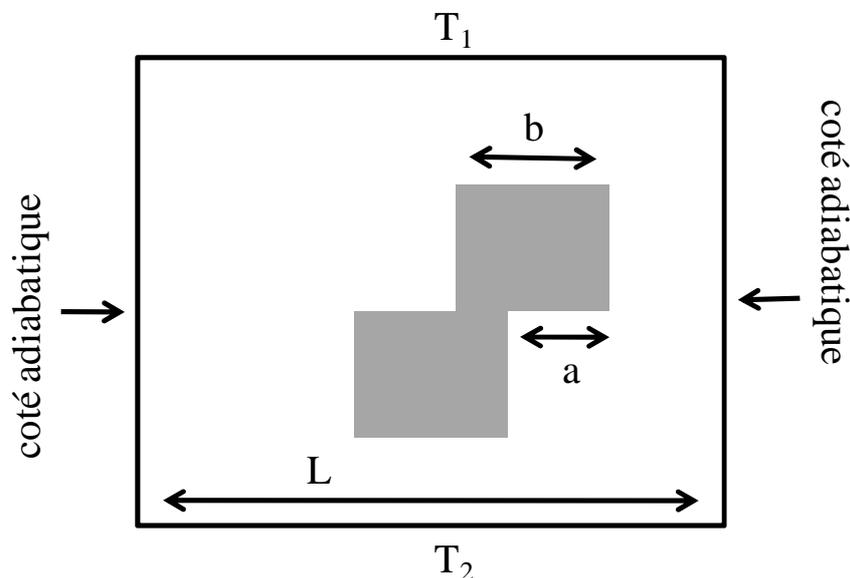


Figure 45 Matrice contenant deux inclusions décalées l'une par rapport à l'autre

L'influence du niveau de décalage sur la conductivité thermique est étudiée pour des ratios de conductivité thermique de 15, 50 et 100. On rappelle que dans notre étude la matrice est

plus conductrice que les inclusions et que le ratio de conductivité est le rapport de la conductivité thermique de la matrice sur celle des inclusions ($k_r = k_m/k_i$).

Les résultats des conductivités thermiques sont montrés à la Figure 46. Cette figure indique qu'il y a une décroissance linéaire de la conductivité thermique équivalente lorsque le niveau de décalage augmente. On peut donc conclure que la disposition des inclusions par rapport au flux de chaleur a un impact sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes. Cet impact est d'autant plus important que le ratio de conductivité est élevé. Nous rappelons que cet impact n'apparaît pas dans les modèles de conductivité thermique équivalente 2D.

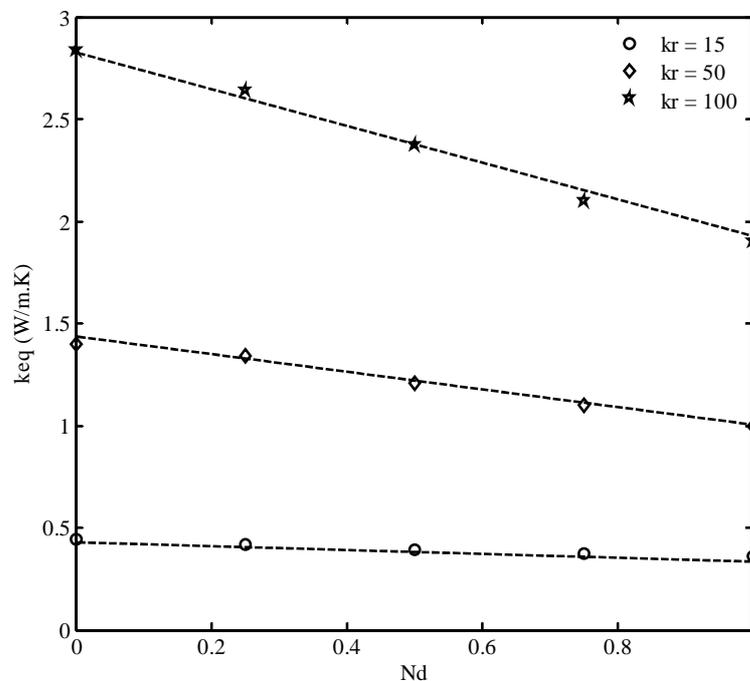


Figure 46 Evolution de la conductivité thermique équivalente en fonction du niveau de décalage pour différents ratios de conductivité

III.6.1.2 Lien entre la structure interne et la conductivité thermique équivalente

Les résultats obtenus plus ci-dessus montrent que l'organisation interne des inclusions a un impact non négligeable sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes. Notre objectif dans cette section est de trouver un paramètre pertinent pour expliquer l'impact de l'arrangement spatial des inclusions sur la conductivité thermique équivalente.

Pour cela, nous considérons les structures représentées sur la Figure 47. Elles sont soumises à une différence de températures (T_2-T_1) qui engendre un transfert de flux. Leur fraction surfacique est de 0,39. Les structures sont formées de disques dispersés à l'intérieur d'une matrice carrée unité. Dans la structure de la Figure 47a, les disques sont parfaitement alignés dans toutes les directions. L'arrangement des inclusions est dit « carré ». Dans la structure de la Figure 47b, une rangée de disques sur deux est décalée suivant la direction horizontale. L'arrangement des inclusions est dit « losange ».

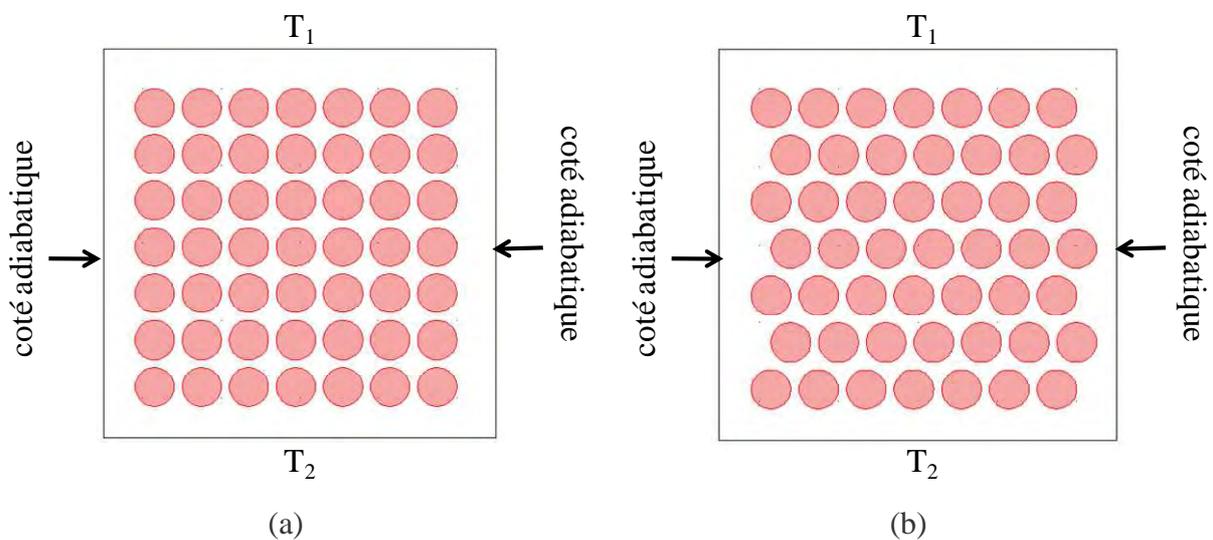


Figure 47 Arrangement périodique d'inclusions dans une matrice carrée : (a) arrangement « carré », (b) arrangement « losange »

L'influence de l'arrangement spatial sur la conductivité thermique est étudiée pour des ratios de conductivité thermique de 15, 50 et 100.

Les résultats des conductivités thermiques équivalentes sont donnés dans le Tableau 8. Ces résultats montrent que, pour une même fraction volumique, la structure à arrangement « losange » a une conductivité thermique équivalente plus faible que celle à arrangement « carré ». On peut donc conclure que l'arrangement des inclusions par rapport au flux de chaleur a un impact sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes. Cet impact est d'autant plus important que le ratio de conductivité est élevé.

k_r	Conductivité thermique équivalente (W/m.K)		Ecart relatif (%)
	arrangement « carré »	arrangement « losange »	
15	0,29	0,28	3,44
50	0,9	0,86	4,44
100	1,80	1,70	5,55

Tableau 8 Conductivité thermique équivalente des différents arrangements pour différent ratio de conductivité

L'étude de l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente que nous avons effectuée dans cette section concerne une distribution périodique des inclusions. Les positions des inclusions dans la matrice sont donc bien connues. Nous ne pouvons pas, par conséquent, utiliser les descripteurs structuraux décrits dans le chapitre II pour caractériser ces structures. En effet, ces descripteurs sont destinés à des structures aléatoires.

Comme nous l'avons indiqué plus haut, le gradient de température soumis aux structures engendre un transfert de flux de chaleur. Les lignes de flux sont représentées sur la Figure 48. Cette figure indique que les lignes de flux ne sont pas identiques dans les deux structures. Ils sont plus sinueux dans l'arrangement « losange » que dans l'arrangement « carré ». Ceci laisse penser que la trajectoire du flux de chaleur est à l'origine de l'impact de la structure interne sur la conductivité. Nous nous proposons donc d'utiliser la tortuosité comme paramètre pour expliquer l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente.

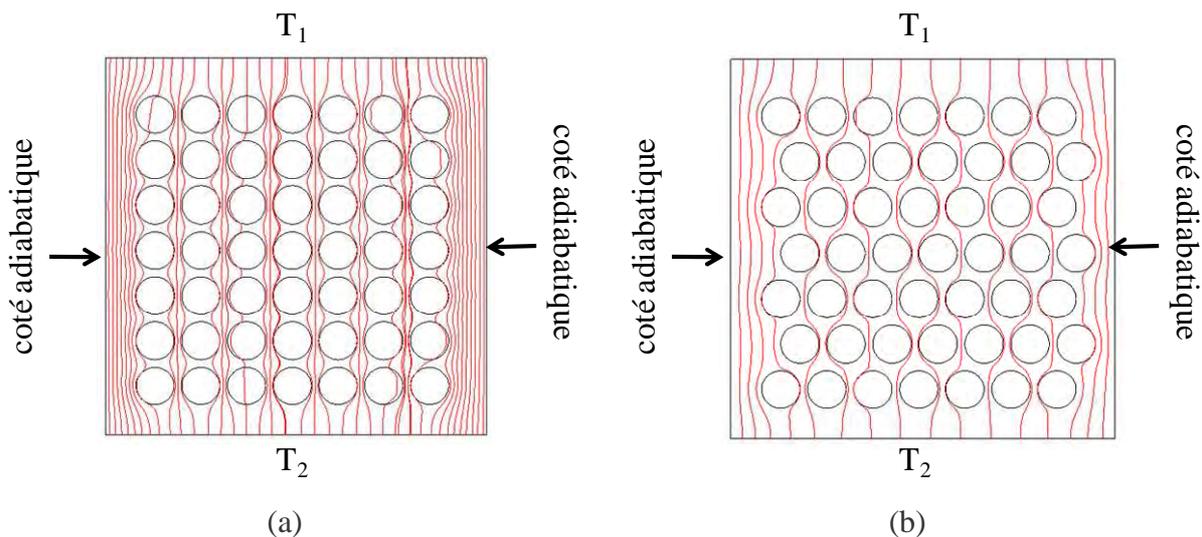


Figure 48 Lignes de flux dans les arrangements (a) « carré » et (b) « losange »

La tortuosité est définie comme étant le rapport de la longueur réelle du chemin du flux de chaleur (L_e) sur la distance entre les points de départ et d'arrivée du flux (L_a).

$\tau = \frac{L_e}{L_a}$	(III-35)
--------------------------	----------

Nous allons calculer la tortuosité pour chacune des structures. Les schémas pour le calcul de la tortuosité sont esquissés dans la Figure 49. Nous avons choisi ces schémas de telle sorte que l'ensemble du matériau puisse être construit en répétant le même schéma dans la direction du flux. Pour le calcul de la tortuosité, nous considérons les lignes de flux représentées à la Figure 49.

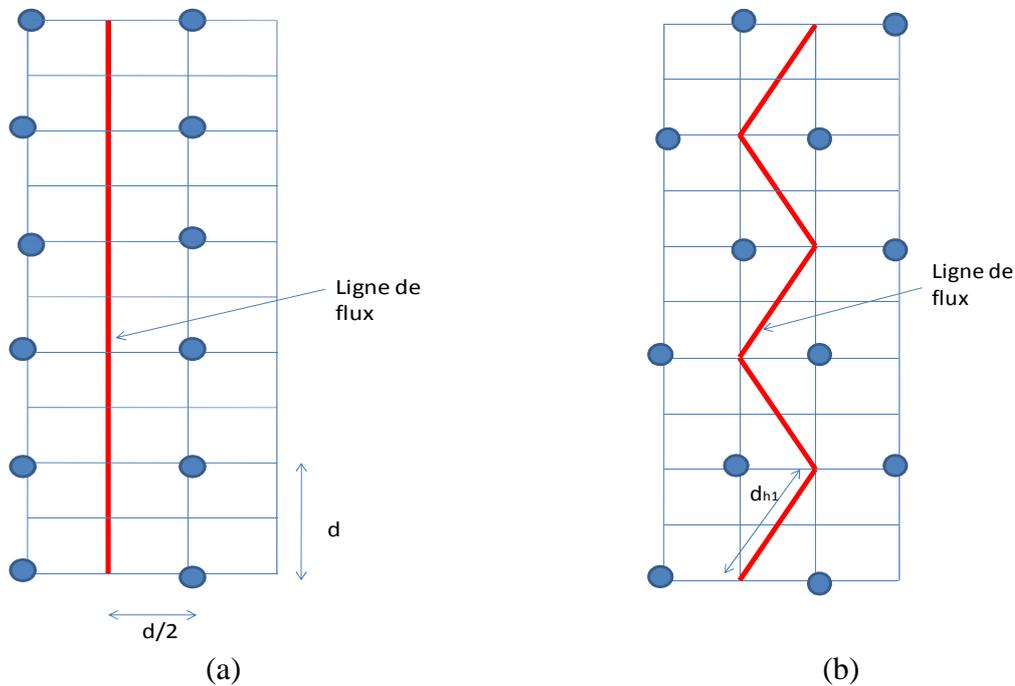


Figure 49 Représentation d'une ligne de flux : (a) arrangement « carré », (b) arrangement « losange »

- Tortuosité de l'arrangement « carré »

$\tau_c = 1$	(III-36)
--------------	----------

- Tortuosité de l'arrangement « losange »

$L_e = 5d_{h1}$	(III-37)
-----------------	----------

avec

$d_{hl} = \sqrt{d^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$	(III-38)
--	----------

$L_a = 5d$	(III-39)
------------	----------

La combinaison des Equations (III-35), (III-37), (III-38) et (III-39) conduit à la tortuosité :

$\tau_l = \frac{\sqrt{5}}{2}$	(III-40)
-------------------------------	----------

La tortuosité est de 1 dans le cas d'un arrangement « carré » et 1,12 dans le cas d'un arrangement « losange ». On rappelle que la conductivité thermique équivalente est plus importante dans le cas d'un arrangement « carré » que dans le cas d'un arrangement « losange ». On peut conclure que pour une même fraction volumique, la conductivité thermique équivalente décroît lorsque la tortuosité augmente. La tortuosité est donc un paramètre pertinent pour caractériser le transfert thermique au sein des structures périodiques bidimensionnelles. Ces résultats confirment ceux obtenus par Spagnol [91] qui a montré que la tortuosité et la conductivité thermique équivalente varient en sens inverse dans les structures périodiques fractales 2D.

III.6.2 Etude tridimensionnelle de l'impact de la structure interne des matériaux granulaires sur la conductivité thermique équivalente

L'étude faite plus haut concerne des structures bidimensionnelles. De nombreux chercheurs ont utilisé la modélisation 2D pour déterminer la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes. En revanche, il existe dans la littérature peu de modèles de conductivité thermique basés sur la modélisation 3D.

Thiele et al. [92] ont étudié en 3D l'effet de l'arrangement sur la conductivité thermique équivalente. Ils ont considéré dans leur étude trois types d'arrangement : arrangement cubique simple, arrangement cubique à face centrée et arrangement cubique centré. Les fractions

volumiques étudiées sont 0,05 et 0,25. Les auteurs ont montré que la conductivité thermique équivalente est indépendante du type d'arrangement choisi. Thiele et al. se sont également intéressés à l'influence du mode de variation de la fraction volumique sur la conductivité thermique équivalente. En effet, la fraction volumique d'un matériau hétérogène granulaire peut être augmentée, soit en augmentant la taille des inclusions tout en maintenant constant le volume du matériau, soit en diminuant le volume du matériau tout en maintenant constante la taille des inclusions. Les auteurs ont montré que le mode de variation de la fraction volumique n'influence pas la conductivité thermique équivalente du matériau.

Nous allons dans ce qui suit faire la comparaison de la conductivité thermique équivalente d'un matériau en 2D et en 3D. Notre objectif est de montrer que la modélisation 2D n'est pas toujours adaptée aux matériaux granulaires.

III.6.2.1 Comparaison de l'impact de la disposition des inclusions sur la conductivité thermique équivalente en 2D et en 3D

L'objectif de cette section est d'examiner l'effet de la disposition des inclusions par rapport au flux de chaleur sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes en 3D.

Pour cela, nous considérons la structure représentée sur la Figure 45. La Figure 50 est la représentation en 3D de cette structure. Elle est soumise à un gradient de température qui engendre un transfert de flux de chaleur. Sa fraction volumique est de 0,04. La structure est formée de deux inclusions de formes cubique, d'arête b , dispersées à l'intérieur d'une matrice carrée unité. Les inclusions peuvent être décalées l'une par rapport à l'autre d'une distance a dans le sens perpendiculaire au flux de chaleur. Nous gardons la même définition du niveau de décalage d'une inclusion par rapport à l'autre (Nd) que celle donnée plus haut.

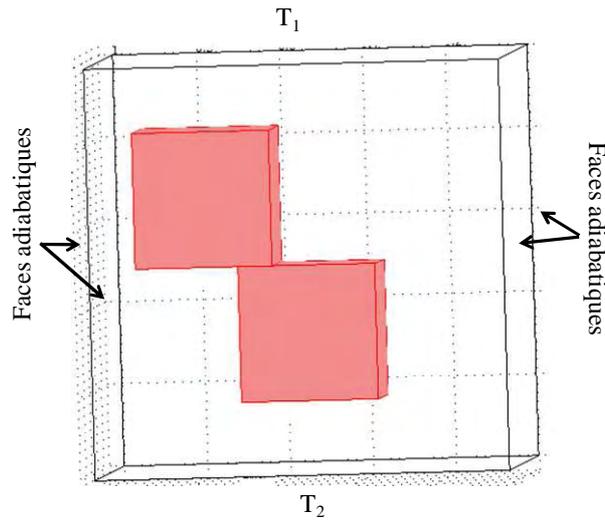


Figure 50 Matrice contenant deux inclusions décalées l'une par rapport à l'autre en 3D

L'influence du niveau de décalage sur la conductivité thermique en 3D est étudiée pour des ratios de conductivité thermique de 15, 50 et 100.

Les résultats des conductivités thermiques sont montrés à la Figure 51. Cette figure indique que la conductivité thermique équivalente est constante lorsque le niveau de décalage augmente, et ceci pour tous les ratios de conductivité thermique considérés dans cette étude. On peut donc conclure qu'en 3D, la disposition des inclusions par rapport au flux de chaleur n'a pas d'impact sur la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes pour une fraction volumique de 0,04.

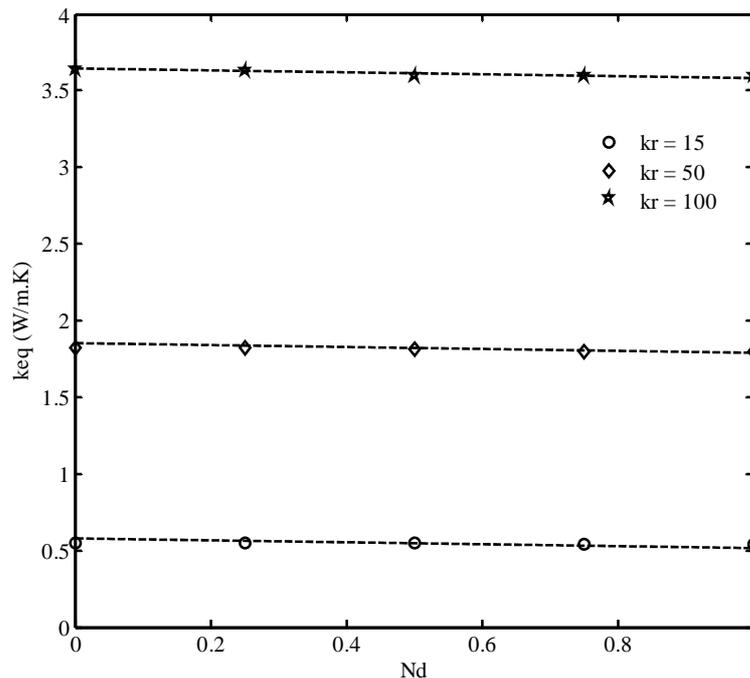


Figure 51 Evolution de la conductivité thermique équivalente 3D en fonction du niveau de décalage pour différents ratios de conductivité

Cette étude montre que la conclusion de l'étude en 2D sur l'impact de la disposition des inclusions sur la conductivité thermique équivalente est différente de la conclusion de l'étude en 3D pour le même matériau. Cela montre que les résultats issus de simulations 2D doivent être utilisés pour les matériaux tridimensionnels hétérogènes avec prudence. Ces résultats sont conformes aux prédictions de Carson [13] et Bakker [15]. En effet, selon Carson, la conductivité thermique équivalente calculée pour une structure tridimensionnelle hétérogène est sensiblement différente de celle obtenue en 2D. Selon Bakker, le flux de chaleur a un nombre de degrés de liberté plus élevé dans une structure tridimensionnelle que dans une structure bidimensionnelle. Cela entraîne que la conductivité thermique en 3D est toujours supérieure que la conductivité 2D.

Pour toutes ces raisons, nous avons décidé de faire l'étude de l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente des matériaux granulaires aléatoires en 3D. Pour cela, nous avons développé au laboratoire un code de calcul en éléments finis. Ce code est basé sur une structure 3D et permet de simuler le transfert thermique au sein d'une structure tridimensionnelle contenant des inclusions distribuées aléatoirement dans une matrice. Il a été décrit plus haut, dans le paragraphe III-2.

III.6.2.2 Influence de la distribution aléatoire des inclusions sur la conductivité thermique équivalente

Comme nous l'avons vu, la méthode RSA permet de construire une géométrie représentative d'un matériau hétérogène en introduisant des sphères, les unes à la suite des autres, et de manière aléatoire à l'intérieur d'un volume. La position des sphères n'étant pas connue d'avance, il est possible de construire plusieurs géométries qui ont les mêmes caractéristiques (fraction volumique, rayon et nombre d'inclusions) mais une répartition des inclusions différentes.

Pour étudier l'impact de la distribution des inclusions sur la conductivité thermique équivalente, nous considérons deux structures qui ont les mêmes caractéristiques (fraction volumique, nombre d'inclusions et rayon). Les deux structures ont cependant des distributions aléatoires des inclusions différentes car elles ont été générées par la méthode RSA à des instants différents. Les structures étudiées sont isotropes. L'étude est faite pour deux fractions volumiques 5 % et 20 %. Les caractéristiques structurales des structures simulées sont présentées dans le Tableau 9.

Fraction volumique (%)	Désignation de la structure	Rayon des inclusions (cm)	Nombre des inclusions
5	M56F5R6-a	0,6	56
	M56F5R6-b	0,6	56
20	M222F20R6-a	0,6	222
	M222F20R6-b	0,6	222

Tableau 9 Caractéristiques structurales des structures simulées.

La désignation M56F5R6 signifie : M56 = matrice contenant 56 inclusions ; F5 = fraction volume de 5 % et R6 = le rayon des inclusions est égale à de 6 mm.

Les structures M56F5R6-a et M222F20R6-a obtenues par la méthode RSA sont représentées, respectivement, sur la Figure 52a et la Figure 52b. Les dimensions de la matrice sont 10 cm x 10 cm x 10 cm.

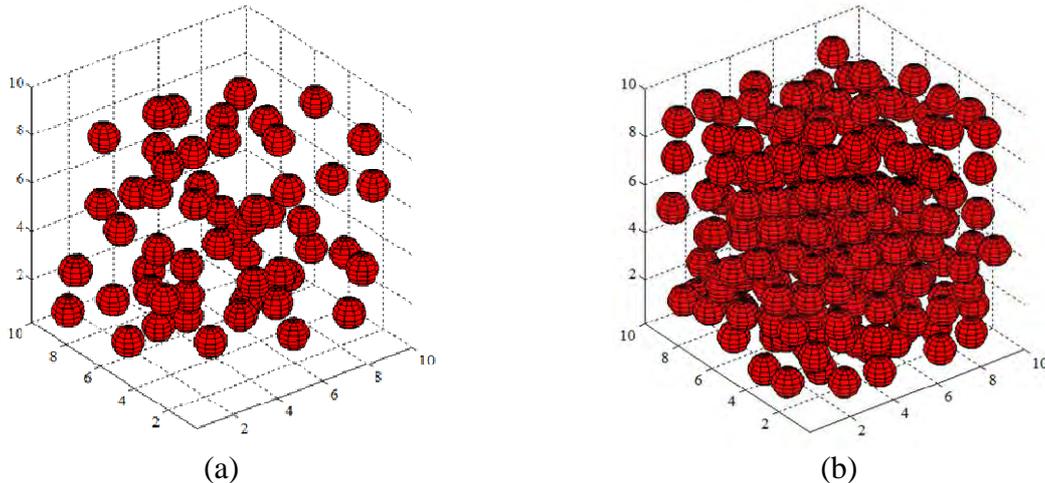


Figure 52 Représentation des structures M56F5R6-a (a) et M222F20R6-a (b)

La simulation du comportement thermique des différentes structures donne les conductivités thermiques équivalentes présentées dans le Tableau 10 pour différents ratios de conductivité thermique. Les résultats montrent que la distribution des inclusions n'a pas d'impact sur la conductivité thermique équivalente des matériaux granulaires isotropes.

Fraction volumique (%)	Désignation de la structure	Conductivité thermique équivalente pour $k_r = 15$ (W/(m.K))	Conductivité thermique équivalente pour $k_r = 100$ (W/(m.K))
5	M56F5R6-a	0,56	3,72
	M56F5R6-b	0,56	3,72
20	M222F20R6-a	0,45	2,93
	M222F20R6-b	0,45	2,93

Tableau 10 Résultats de conductivité thermique équivalente de différentes structures pour différents ratios de conductivité.

La question que nous nous posons est alors la suivante : pourquoi deux structures isotropes qui ont les mêmes caractéristiques, mais qui ont une distribution des inclusions différentes, ont-elle la même conductivité thermique équivalente ?

Pour répondre à cette question, nous allons faire la caractérisation structurale de ces structures.

III.6.2.2.1 Analyse structurale par la fonction de distribution radiale

Dans cette partie du travail, nous allons caractériser les structures présentées dans le Tableau 9. Cette caractérisation structurale nous permettra de voir si les structures ayant la même fraction volumique et la même conductivité thermique équivalente sont identiques ou pas.

Nous choisissons ici la fonction de distribution radiale (définie dans le chapitre II) comme fonction caractéristique de la distribution aléatoire des inclusions. Nous allons dans un premier temps étudier l'évolution de la fonction de distribution radiale en fonction de la fraction volumique. Avec les résultats obtenus, nous allons définir un paramètre caractéristique de la structure interne. Ce paramètre sera par la suite utilisé pour savoir si la fonction de distribution radiale est suffisante pour caractériser la structure interne.

La fraction volumique est le paramètre structural le plus utilisé. Il existe plusieurs travaux relatifs à l'influence de la fraction volumique sur la conductivité thermique. En revanche, peu d'études se sont intéressées à l'influence de la fraction volumique sur la structure interne des matériaux granulaires. Nous allons, dans ce qui suit, étudier l'évolution de la fonction de distribution radiale en fonction la fraction volumique des inclusions. Pour cela, nous avons calculé la fonction de distribution radiale des structures représentées dans la Figure 52.

La Figure 53 montre l'évolution de la fonction de distribution radiale en fonction de la distance adimensionnée (r/D) pour les fractions volumiques de 5 % et 20 %. D est le diamètre des inclusions.

Les résultats montrent que la fonction de distribution radiale s'annule en plusieurs distances r/D pour des fractions volumiques faibles (5 %), ce qui n'est pas le cas pour des fractions volumiques plus élevées (20 %).

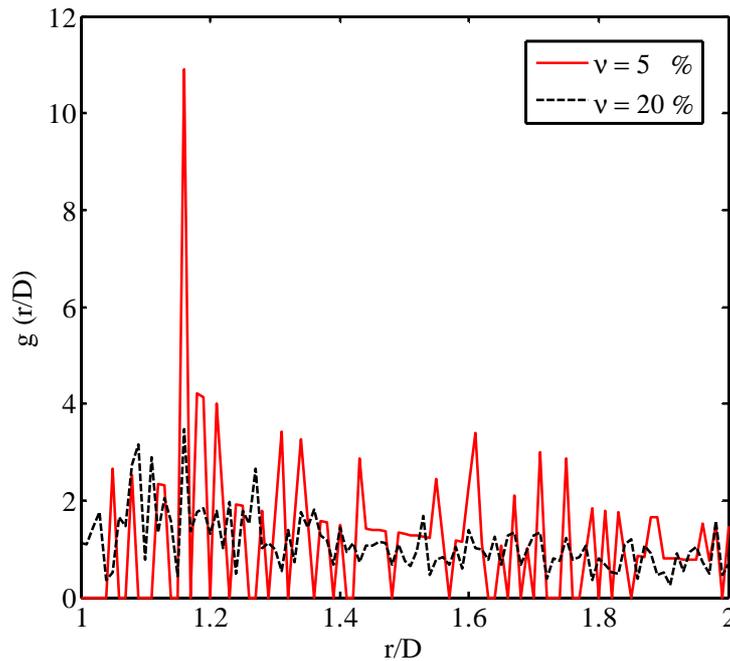


Figure 53 Fonction de distribution radiale en fonction de la distance adimensionnée (r/D) pour différentes fractions volumiques

Comme vu au chapitre II, $g(r/D) = 0$ indique l'absence d'inclusion à l'intérieur d'une coquille sphérique située à une distance r/D du centre d'une bille de référence et d'épaisseur dr (Figure 30).

La différence fondamentale entre les fonctions de distribution radiale lorsque la fraction volumique augmente est le nombre de coquilles sphériques vides. En effet, plus la fraction volumique augmente, moins il y a de coquilles sphériques vides. Ainsi, pour caractériser la structure interne, nous introduisons le paramètre τ que nous appellerons « densité de coquilles vides dans la structure ». Ce paramètre est donné par le rapport entre le nombre de coquilles sphériques vide N_v et le nombre total de coquilles sphériques N_T obtenu par discrétisation de l'espace (Figure 30) :

$$\tau = \frac{N_v}{N_T} \times 100$$

(III-41)

La Figure 54 représente l'évolution de la densité de coquilles vides τ en fonction de la fraction volumique. On constate que τ s'annule à partir de 15 %. Cela signifie que toutes les fractions volumiques au-delà de 15 % auront la même valeur de τ . Donc, au-delà de 15 %, les fonctions de distribution radiale ne présentent plus de différence significative. Nous

pouvons ainsi conclure que la fonction de distribution radiale n'est pas suffisante pour caractériser la structure.

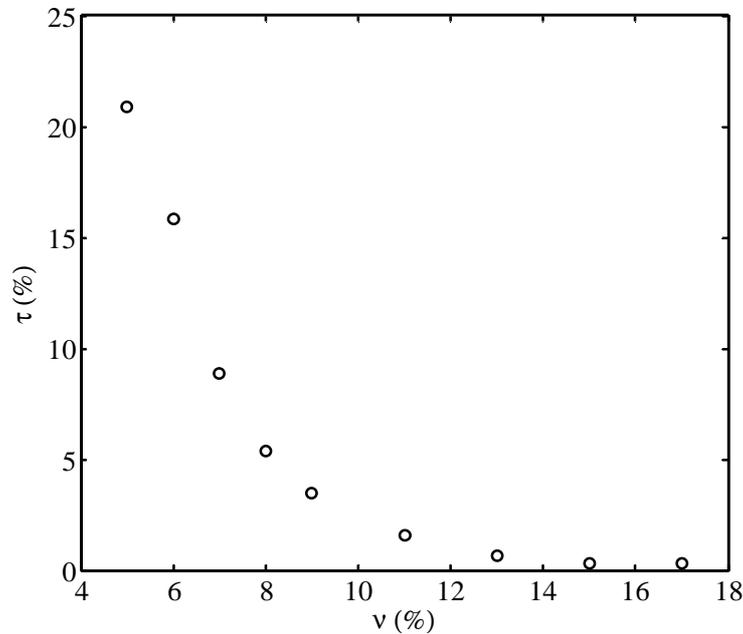


Figure 54 Evolution de la densité de coquilles vides en fonction de la fraction volumique

Nous nous proposons, dans ce qui suit, d'utiliser la fonction de corrélation 2-points pour trouver un paramètre pertinent pour caractériser la structure interne. On rappelle que la fonction de corrélation 2-points permet de quantifier la distribution et l'organisation relative des phases.

III.6.2.2.2 Analyse structurale par la fonction de corrélation 2-points

Dans la section précédente, nous avons montré que la fonction de distribution n'est pas suffisante pour caractériser la structure interne. Nous allons donc utiliser la fonction de corrélation 2-points pour caractériser les structures présentées dans le Tableau 9. La fonction de corrélation 2-points présente l'avantage de contenir plus d'informations structurales que la fonction de distribution radiale.

La Figure 55 représente l'évolution de la fonction de corrélation 2-points en fonction de la distance r pour les fractions volumiques de 5 % et 20 %. Les résultats montrent que la fonction de corrélation 2-points est d'autant plus importante que la fraction volumique est élevée. Cela confirme que la fraction volumique modifie la structure interne du matériau hétérogène.

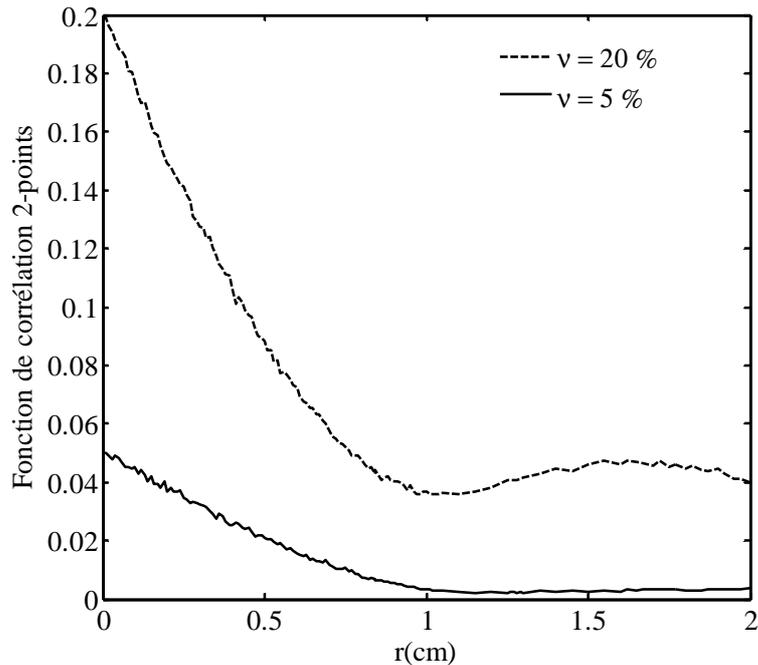


Figure 55 Fonction de corrélation 2-points pour des fractions volumiques de 5 % et 20 % d'inclusions de rayon 0,6 cm

Pour évaluer l'impact de la fraction volumique sur la structure interne, nous calculons la surface spécifique. La surface spécifique est le ratio de la surface totale des interfaces matrice/inclusions sur le volume du matériau [93]. La surface spécifique est un paramètre géométrique important. En effet, c'est au niveau des interfaces que se réalisent les échanges de chaleur entre la matrice et les inclusions. La surface spécifique est liée à la fonction de corrélation 2-points par la relation (II-19).

La pente de la fonction S_2 s'écrit alors :

$\left. \frac{dS_2^{(i)}}{dr} \right _{r=0} = -\frac{s}{4}$	(III-42)
---	----------

Les courbes de tendance de la fonction de corrélation 2-points pour les faibles valeurs de r sont données à la Figure 56. Les pentes de ces courbes sont de $-0,06$ et $-0,229$ pour les structures contenant 5 % et 20 % d'inclusions de rayon 0,6 cm, respectivement.

Les surfaces spécifiques des inclusions sont de $0,24 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$ et $0,92 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$ pour les structures contenant 5 % et 20 % d'inclusions de rayon 0,6 cm, respectivement.

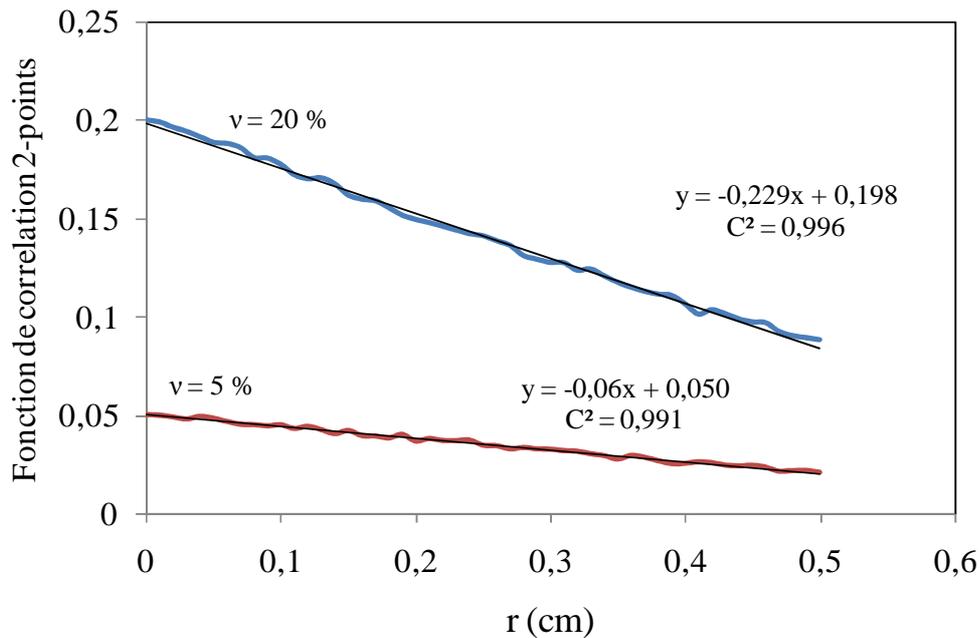


Figure 56 Courbes de tendance de la fonction de corrélation 2-points pour différentes fractions volumiques

Les résultats montrent que la surface spécifique des inclusions augmente avec la fraction volumique. Nous pouvons donc retenir la surface spécifique comme un paramètre pertinent pour caractériser la structure interne.

La Figure 57a montre la fonction de corrélation 2-points des structures M56F5R6-a et M56F5R6-b. La Figure 57b montre la fonction de corrélation 2-points des structures M222F20R6-a et M222F20R6-b.

Les résultats montrent que pour une fraction volumique donnée, les structures ont les mêmes fonctions de corrélation 2-points. La surface spécifique est donc la même pour les structures qui ont la même fraction volumique. Nous pouvons ainsi conclure que les structures isotropes qui ont la même fraction volumique, mais qui ont été générées à des instants différents, ont la même structure interne et donc sont identiques.

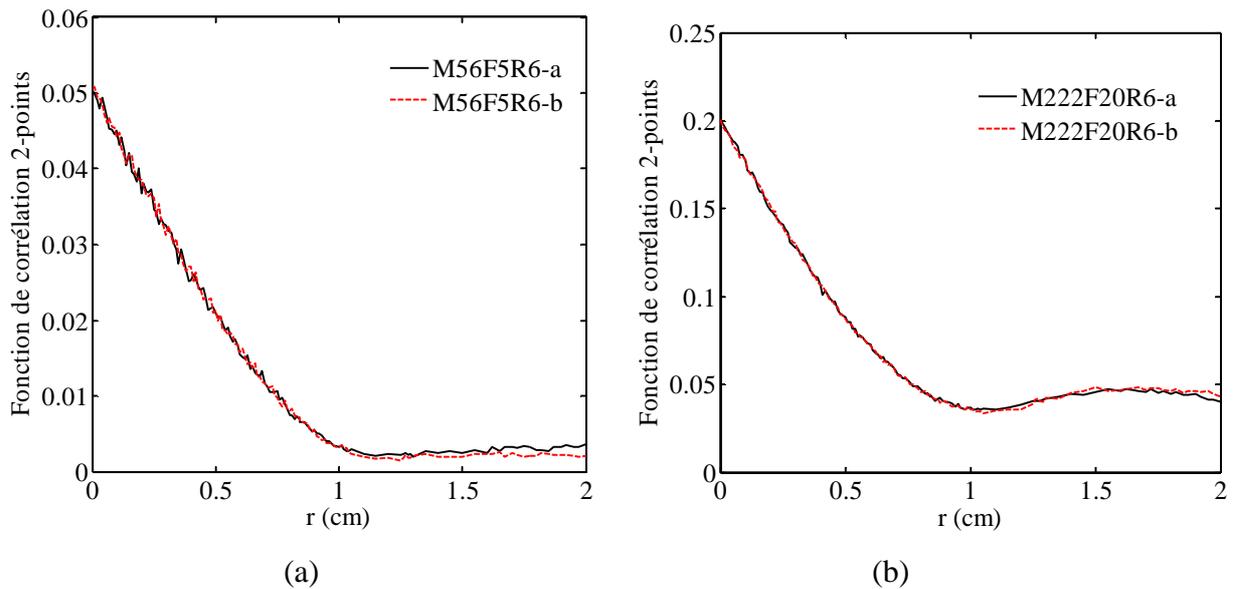


Figure 57 Fonction de corrélation 2-points de structures de mêmes caractéristiques structurales : M56F5R6-a et M56F5R6-b (a), M222F20R6-a et M222F20R6b (b)

Nous rappelons que notre objectif de départ était de faire la caractérisation structurale des différentes structures afin de répondre à la question : pourquoi deux structures isotropes qui ont les mêmes caractéristiques, mais qui ont une distribution des inclusions différentes, ont-elle la même conductivité thermique équivalente ?

Il apparaît à l'issue de cette étude que les structures isotropes qui ont les mêmes caractéristiques (fraction volumique, nombre d'inclusions et rayon), mais qui ont une distribution des inclusions différentes, ont les mêmes paramètres structuraux (surfaces spécifiques). Elles sont donc identiques. Cela explique que la conductivité thermique est la même pour les structures ayant les mêmes caractéristiques. Ces résultats ne nous permettent pas pour l'instant de conclure sur le lien entre la structure interne et la conductivité thermique équivalente.

Pour établir le lien entre la structure interne et la conductivité thermique, nous allons adopter une démarche inverse à la précédente. Elle consiste d'abord à construire des structures différentes car ayant des paramètres structuraux différents pour une même fraction volumique. Ensuite, on détermine la conductivité thermique équivalente de ces structures. L'analyse des résultats permettra de mettre en évidence le lien entre la structure interne et la conductivité thermique équivalente.

III.6.2.3 Analyse du lien Structure interne-Conductivité thermique équivalente

Comme nous l'avons montré dans le chapitre I, les modèles de conductivité thermique des matériaux hétérogènes ont été souvent établis avec l'hypothèse que la structure interne n'avait pas d'impact sur la conductivité. A notre connaissance, il n'y a pas une étude détaillée qui confirme ou infirme cette hypothèse. De plus, nous n'avons pas trouvé dans la littérature un domaine de fraction volumique dans lequel cette hypothèse est acceptable.

L'étude du transfert thermique en 2D que nous avons effectuée plus haut montre que cette hypothèse n'est pas acceptable, même pour des fractions volumiques faibles. Mais comme nous l'avons déjà indiqué, cette conclusion ne peut pas être généralisée aux matériaux tridimensionnels.

Dans la section précédente, nous avons montré que deux structures qui ont la même fraction volumique et les mêmes caractéristiques structurales (surfaces spécifiques) ont la même conductivité thermique. Dans cette section, nous allons étudier le comportement thermique de deux structures qui ont la même fraction volumique et des caractéristiques structurales (surfaces spécifiques) différentes.

III.6.2.3.1 Construction de structures avec des caractéristiques structurales différentes

Pour construire des structures qui ont la même fraction volumique avec des caractéristiques structurales différentes, nous avons choisi de faire varier la taille des inclusions. Le volume des structures est maintenu constant (10 cm x 10 cm x 10 cm) alors que le nombre d'inclusions est différent d'une structure à une autre.

Les structures étudiées sont présentées dans le Tableau 11.

Fraction volumique (%)	Désignation de la structure	Rayon (cm)	Nombre d'inclusions
5	M133F5R4,5	0,45	133
	M56F5R6	0,6	56
20	M526F20R4,5	0,45	526
	M222F20R6	0,6	222

Tableau 11 Caractéristiques des inclusions utilisées pour construire des structures différentes

La Figure 58a représente l'évolution de la fonction de corrélation 2-points des structures M133F5R4,5 et M56F5R6. La Figure 58b représente l'évolution de la fonction de corrélation 2-points des structures M526F20R4,5 et M222F20R6.

Les résultats montrent que pour une même fraction volumique, la fonction de corrélation 2-points est d'autant plus importante que la taille des inclusions est élevée. Cela signifie que la taille des inclusions a une influence sur la structure interne du matériau.

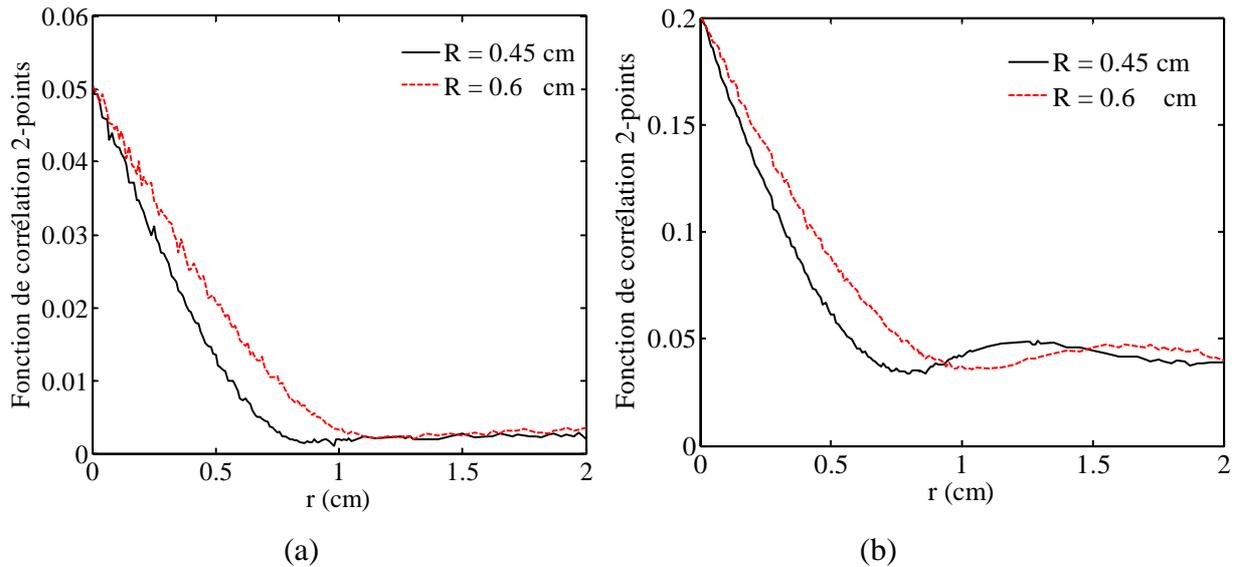


Figure 58 Fonction de corrélation 2-points des inclusions de rayon 0,45 cm et 0,6 cm pour des fractions volumiques de 5 % (a) et 20 % (b)

Les courbes de tendance de la fonction de corrélation 2-points pour les faibles valeurs de r sont données à la Figure 59. Les pentes de ces courbes et les surfaces spécifiques des inclusions sont données dans le Tableau 12.

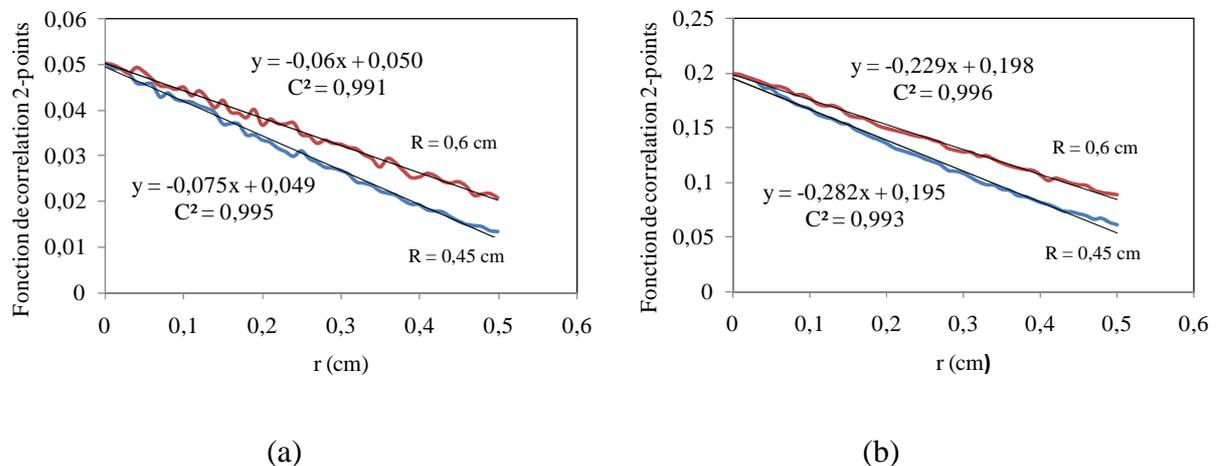


Figure 59 Courbes de tendance de la fonction de corrélation 2-points pour des fractions volumiques de 5 % (a) et 20 % (b)

Fraction volumique (%)	Désignation de la structure	Rayon (cm)	Pente	Surface spécifique (cm ² /cm ³)
5	M133F5R4,5	0,45	-0,075	0,3
	M56F5R6	0,6	-0,06	0,24
20	M526F20R4,5	0,45	-0,282	1,13
	M222F20R6	0,6	-0,229	0,92

Tableau 12 Surfaces spécifiques des inclusions des différentes structures

Ces résultats montrent que pour une même fraction volumique nous avons deux structures qui ont des paramètres structuraux différents lorsque l'on change le rayon des inclusions. Nous pouvons donc conclure que le rayon des inclusions a un impact sur la structure interne des matériaux granulaires.

Nous allons étudier dans la section suivante, en utilisant la technique du plan d'expériences, l'influence de plusieurs facteurs, rayon des inclusions, fraction volumique et ratio de conductivité, sur la conductivité thermique équivalente. Les résultats obtenus nous permettront de connaître l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente des matériaux de construction à structure granulaire sur l'intervalle de fraction volumique considéré.

III.6.2.3.2 Etude de l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente

III.6.2.3.2.1 Présentation de l'étude

Nous considérons le plan d'expériences factoriel visant à étudier l'impact d'un ensemble de facteurs sur la conductivité thermique équivalente (k_{eq}) d'un matériau hétérogène granulaire. Trois facteurs sont étudiés : le rayon des inclusions (A), la fraction volumique (B) et le ratio de conductivité thermique (C).

Nous réalisons un plan factoriel complet 2^3 pour déterminer quels sont les facteurs et interactions importants. Ce plan d'expériences va donc compter 8 simulations avec deux niveaux par facteur : le niveau bas (-1) et le niveau haut (+1).

Nous donnons dans le Tableau 13 les conditions du domaine d'étude. Ce tableau est connu sous le nom de matrice d'expériences.

N° simulation	A	B	C
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	+1
3	-1	+1	-1
4	-1	+1	+1
5	+1	-1	-1
6	+1	-1	+1
7	+1	+1	-1
8	+1	+1	+1

Niveau -1	0,45	5 %	15
Niveau +1	0,6	20 %	100

Tableau 13 Niveaux haut et bas des facteurs

III.6.2.3.2 Calcul des effets et interactions

Les plans d'expériences factoriels utilisent tous le modèle mathématique suivant qui relie la réponse y aux facteurs $X_1, X_2 \dots X_n$:

$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot X_i + \sum_{i,j=1 \atop i \neq j}^n a_{ij} \cdot X_i \cdot X_j + \sum_{i,j,k=1 \atop i \neq j \neq k}^n a_{ijk} \cdot X_i \cdot X_j \cdot X_k + \dots$	(III-43)
--	----------

où $a_0, a_1 \dots$ sont les coefficients du polynôme.

a_0 est la valeur moyenne de la réponse. Les coefficients de type a_i sont les effets des facteurs X_i . Les coefficients de type a_{ij} sont les interactions entre les facteurs X_i et X_j .

Dans notre cas, le rayon, la fraction volumique et le ratio de conductivité thermique sont les facteurs examinés pour la réponse qui est la conductivité thermique équivalente (k_{eq}) d'un matériau hétérogène granulaire. Le modèle mathématique s'écrit donc sous la forme :

$k_{eq} = a_0 + a_1 \cdot R + a_2 \cdot \nu + a_3 \cdot k_r + a_{12} \cdot R \cdot \nu + a_{13} \cdot R \cdot k_r + a_{23} \cdot \nu \cdot k_r + a_{123} \cdot R \cdot \nu \cdot k_r$	(III-44)
---	----------

Nous pouvons alors écrire la matrice des effets et des interactions sous la forme d'un tableau (Tableau 14). Les résultats des simulations sont également donnés dans ce même tableau.

N° simulation	moyenne	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	k_{eq}
1	+	-	-	-	+	+	+	-	0,56
2	+	-	-	+	+	-	-	+	3,72
3	+	-	+	-	-	+	-	+	0,45
4	+	-	+	+	-	-	+	-	2,95
5	+	+	-	-	-	-	+	+	0,56
6	+	+	-	+	-	+	-	-	3,72
7	+	+	+	-	+	-	-	-	0,45
8	+	+	+	+	+	+	+	+	2,93
coefficient	$a_0 = 1,917$	$a_1 = -0,002$	$a_2 = -0,222$	$a_3 = 1,412$	$a_{12} = -0,002$	$a_{13} = -0,002$	$a_{23} = -0,167$	$a_{123} = -0,002$	

Tableau 14 Matrice des effets et des interactions

L'Equation (III-45) ci-dessous montre un exemple de calcul d'un coefficient :

$a_1 = \frac{k_{eq1} + k_{eq2} + k_{eq3} + k_{eq4} - k_{eq5} - k_{eq6} - k_{eq7} - k_{eq8}}{8}$	(III-45)
---	----------

où k_{eqi} est la conductivité thermique équivalente de la simulation i , $i \in [1,8]$

III.6.2.3.2.3 Récapitulatif de l'étude du plan complet

Nous rappelons que notre domaine d'étude est :

- Rayon : 0,45 - 0,6 cm,
- Fraction volumique : 5 % - 20 %,
- Ratio de conductivité thermique : 15 - 100.

Les résultats présentés dans le Tableau 14 montrent que l'effet du facteur A (rayon des inclusions) n'est pas significatif par rapport aux effets de la fraction volumique et du ratio de conductivité thermique sur la conductivité thermique équivalente. Les interactions du rayon des inclusions avec les autres facteurs sont également peu significatives. Le rayon des inclusions n'a donc pas d'influence sur la conductivité thermique équivalente.

En résumé

Dans l'intervalle de fraction volumique considéré, le rayon des inclusions a un impact significatif sur la structure interne des matériaux granulaires alors qu'il n'a pas d'impact sur la conductivité thermique équivalente. Nous pouvons donc conclure que pour des fractions volumiques inférieures à 20 %, la structure interne n'a pas de lien avec la conductivité thermique équivalente des matériaux de construction isotrope à structure granulaire.

Les modèles analytiques de type Maxwell qui sont basés sur une structure granulaire tridimensionnelle et qui négligent la contribution de la structure interne peuvent donc être utilisés pour prédire la conductivité thermique équivalente des matériaux de construction comme le béton de ciment lorsque la fraction volumique des inclusions est inférieure à 20 %.

Comme nous l'avons vu dans la section I.4.1.7, les autres modèles analytiques (Parallèle, Série, Structural ...) donnent des résultats sensiblement différents à ceux données par les modèles de type Maxwell. On peut donc en déduire que ces modèles ne sont pas adaptés aux matériaux de construction comme le béton de ciment, quelque soit la fraction volumique des inclusions.

III.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au lien entre la structure interne et la conductivité thermique équivalente des matériaux à structure granulaire. Cette étude porte sur des structures isotropes. Les fractions volumiques des inclusions étudiées sont inférieures à 20 %. Cette fraction volumique limite est imposée par notre modèle de génération de la structure (RSA). Au-delà de cette fraction volumique, les inclusions peuvent se présenter sous forme d'amas. Les structures contenant des amas d'inclusions sortent du cadre de notre étude.

Dans un premier temps, nous avons montré que les résultats de l'étude de l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente des structures bidimensionnelles ne pouvaient pas être généralisés aux structures tridimensionnelles. Cette étude préliminaire a été réalisée avec le logiciel Comsol. Ce résultat nous a conduit à faire une modélisation tridimensionnelle du transfert thermique à travers un matériau hétérogène.

La modélisation du transfert thermique a conduit à un système d'équations que nous avons résolu en utilisant la méthode des éléments finis. Un code sous Fortran a été développé pour

calculer le champ de température à l'intérieur d'un matériau hétérogène. Ce code a été couplé avec l'algorithme RSA. Ce dernier nous a permis de générer des structures représentant les matériaux granulaires. Nous avons validé notre code de calcul par une étude expérimentale.

A la suite de la validation du code de calcul, nous avons étudié l'impact de la distribution des inclusions sur la structure interne et sur la conductivité thermique équivalente. Les résultats ont montré que dans le cas des matériaux isotropes à structure granulaire, la distribution des inclusions n'avait pas d'impact, ni sur les caractéristiques structurales du matériau, ni sur la conductivité thermique équivalente du matériau. Une telle information structurale ne peut donc être utilisée pour étudier le lien entre la structure interne et la conductivité thermique des matériaux granulaires isotropes.

Pour étudier la corrélation entre la structure interne et la conductivité thermique équivalente, nous nous sommes intéressés d'abord à l'impact du rayon des inclusions sur la structure interne. Les résultats ont montré que le rayon des inclusions avait un impact significatif sur la structure interne des matériaux granulaires. Nous avons ensuite, en utilisant la technique du plan d'expériences, étudié l'impact du rayon des inclusions sur la conductivité thermique. Les résultats ont montré que l'impact du rayon des inclusions sur la conductivité thermique équivalente des matériaux granulaires est peu significatif pour des fractions volumiques inférieures à 20 %.

Ces résultats nous ont permis de conclure qu'il n'y a pas de lien entre la structure interne des matériaux granulaires isotropes et la conductivité thermique équivalente lorsque la fraction volumique des inclusions est inférieure à 20 %.

Chapitre IV Proposition d'une méthode expérimentale de détermination de la capacité thermique surfacique d'un élément de paroi

IV.1 Introduction

La Réglementation Thermique Française de 2012 [53] fixe un certain nombre d'exigences pour les bâtiments neufs. Parmi ces exigences, on peut noter l'obligation d'assurer un bon niveau de confort en été sans avoir à recourir à un système actif de refroidissement. Pour certaines catégories de bâtiments, la réglementation impose que la température la plus chaude atteinte dans les locaux, au cours d'une séquence de 5 jours consécutifs très chauds d'été n'excède pas un seuil.

L'inertie thermique de l'enveloppe des bâtiments est l'un des paramètres sur lesquels il est possible d'agir pour atteindre les objectifs visés par la RT 2012. Comme nous l'avons vu dans le chapitre I, l'estimation de l'inertie peut être faite à partir de la connaissance de la capacité thermique surfacique. La détermination de cette capacité thermique surfacique par la méthode ISO 13786 [51] ou celle de Tsiringiris [50] nécessite la connaissance des propriétés thermo-physiques k_i , ρ_i and c_i des différentes couches de l'élément de paroi. Cependant, les matériaux utilisés en construction sont souvent hétérogènes, et peuvent présenter des cavités d'air. Les transferts thermiques dans le matériau sont alors complexes, parce que, en plus des transferts de chaleur par conduction, des transferts convectif et radiatif s'y développent. Dans ce cas, les paramètres physiques et thermiques ne sont pas toujours connus avec précision. D'autres facteurs comme le processus de fabrication, l'humidité ou la méthode de construction de la paroi peuvent entraîner une évolution des paramètres physiques et thermiques. A notre connaissance, il n'existe pas une méthode pour déterminer la capacité thermique surfacique d'un élément de paroi dont les propriétés thermiques sont inconnues. L'objectif de ce chapitre est de proposer une nouvelle méthode de mesure expérimentale de la capacité thermique surfacique d'un élément de paroi. Pour y parvenir, nous développons dans un premier temps un modèle analytique basé sur la méthode des quadripôles. Ce modèle ne nécessite que la connaissance des conditions aux limites. La connaissance des propriétés thermiques n'est pas nécessaire. Ensuite, nous allons associer à ce modèle une étude expérimentale pour calculer la

capacité thermique surfacique d'un élément de paroi hétérogène. L'élément de paroi considéré dans notre étude est la brique monomur.

Ce chapitre a fait l'objet d'un article publié dans Energy and Building en 2015 [94].

IV.2 Matrice de transfert thermique d'un composant de bâtiment

Nous considérons une paroi telle qu'un mur, un plancher ou une toiture, ou une partie de celle-ci. Ce composant peut être constitué d'une couche ou de plusieurs couches. Une couche peut être homogène ou hétérogène. La matrice de transfert d'une paroi permet de lier les flux et températures des deux faces de la paroi. La Figure 60 représente une paroi multicouche composée de N couches homogènes.

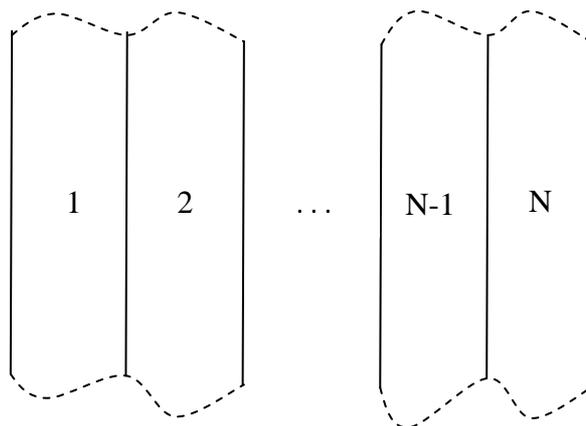


Figure 60 Paroi multicouche

IV.2.1 Matrice de transfert thermique d'une couche homogène

Considérons une paroi homogène d'épaisseur L ; les autres dimensions sont supposées infinies. La paroi n'a pas de source interne. A l'instant initial, la paroi est en équilibre thermique à la température T_{init} . La paroi est soumise aux conditions aux limites présentées sur la Figure 61. Les propriétés thermiques de la paroi sont la diffusivité a et la conductivité k .

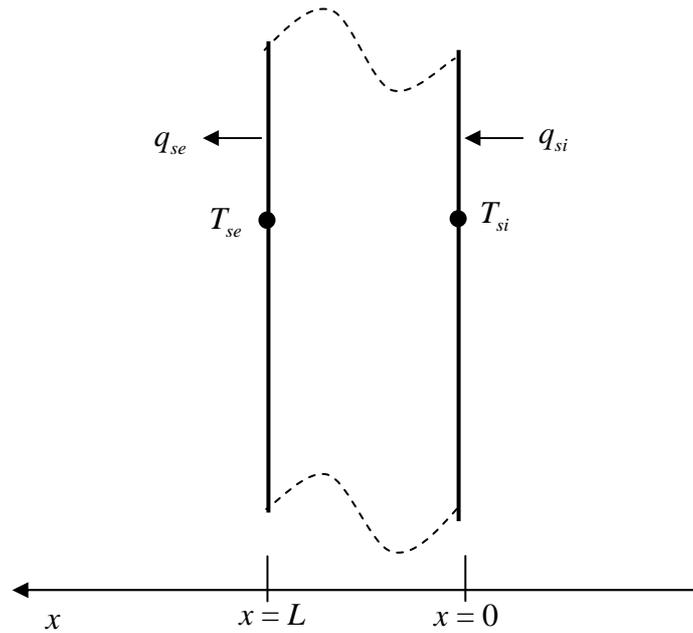


Figure 61. Températures et flux sur les surfaces d'une paroi homogène

L'équation de transfert de chaleur dans ce cas s'écrit :

$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2}$	(IV-1)
---	--------

où $a = \frac{k}{\rho c}$ est la diffusivité thermique du matériau.

La température initiale de l'élément de paroi s'écrit :

$T(x,0) = T_{init}$	(IV-2)
---------------------	--------

Le flux de chaleur q pour une surface unité à l'instant t et à la position x dans la paroi s'écrit :

$q(x,t) = -k \frac{\partial T(x,t)}{\partial x}$	(IV-3)
--	--------

Les Equations (IV-1) et (IV-3) peuvent être résolues en utilisant la transformée de Laplace.

Pour cela, posons $\chi = T - T_{init}$, les Equations (IV-1) et (IV-2) s'écrivent :

$\frac{\partial \chi}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2}$	(IV-4)
---	--------

$\chi(x,0) = 0$	(IV-5)
-----------------	--------

La transformée de Laplace de la température χ est Θ . Elle est donnée par l'expression:

$\Theta = \int_0^{\infty} \chi(x,t) \exp(-pt) dt$	(IV-6)
---	--------

où p est la variable de Laplace.

Dans l'espace de Laplace, l'Equation (IV-4) s'écrit :

$p \Theta = a \frac{d^2 \Theta}{dx^2}$	(IV-7)
--	--------

La solution de l'Equation (IV-7) est :

$\Theta(x,p) = K_1 \sinh(\eta x) + K_2 \cosh(\eta x)$	(IV-8)
---	--------

où $\eta = \sqrt{\frac{p}{a}}$, K_1 et K_2 sont des constantes

La transformée de Laplace du flux de chaleur Φ est donnée par:

$\Phi = \int_0^{\infty} q(x,t) \exp(-pt) dt$	(IV-9)
--	--------

Dans l'espace de Laplace, l'Equation (IV-3) s'écrit :

$\Phi = -k \frac{\partial \Theta}{\partial x}$	(IV-10)
--	---------

En combinant les Equations (IV-8) et (IV-10), nous obtenons :

$\Phi(x, p) = -\eta (K_1 \cosh(\eta x) + K_2 \sinh(\eta x))$	(IV-11)
--	---------

Notons Θ_{si} et Θ_{se} les transformées de Laplace des températures $\chi_{si} = T_{si} - T_{init}$ et $\chi_{se} = T_{se} - T_{init}$, respectivement en $x=0$ et $x=L$ (Figure 61), et Φ_{si} et Φ_{se} les transformées de Laplace des flux q_{si} et q_{se} , respectivement en $x=0$ et $x=L$.

En $x=0$, les Equations (IV-8) et (IV-11) deviennent, respectivement :

$\Theta_{si} = K_2$	(IV-12)
---------------------	---------

$\Phi_{si} = -k \eta K_1$	(IV-13)
---------------------------	---------

En $x=L$, les Equations (IV-8) et (IV-11) deviennent, respectivement :

$\Theta_{se} = K_1 \sinh(\eta L) + K_2 \cosh(\eta L)$	(IV-14)
---	---------

$\Phi_{se} = -\eta (K_1 \cosh(\eta L) + K_2 \sinh(\eta L))$	(IV-15)
---	---------

Nous combinons les Equations (IV-12), (IV-13), (IV-14), et (IV-15) pour obtenir :

$\begin{cases} \Theta_{si} = \cosh(\eta L)\Theta_{se} + \frac{1}{k\eta} \sinh(\eta L)\Phi_{se} \\ \Phi_{si} = k\eta \sinh(\eta L)\Theta_{se} + \cosh(\eta L)\Phi_{se} \end{cases}$	(IV-16)
--	---------

Le système d'équations (IV-16) peut être écrit sous forme matricielle:

$\begin{bmatrix} \Theta_{si} \\ \Phi_{si} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_{se} \\ \Phi_{se} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} \Theta_{se} \\ \Phi_{se} \end{bmatrix}$	(IV-17)
---	---------

où M est la matrice de transfert.

avec

$$A = \cosh(\eta L)$$

$$B = \frac{1}{k\eta} \sinh(\eta L)$$

$$C = k\eta \sinh(\eta L)$$

$$A = D$$

On rappelle que $\eta = \sqrt{\frac{p}{a}}$. Les éléments de la matrice de transfert A , B , C et D dans l'espace de Laplace, dépendent donc, parmi d'autres paramètres, des propriétés thermiques de l'élément de paroi : la conductivité thermique k et la diffusivité thermique a .

IV.2.2 Matrice de transfert thermique d'un composant multicouche

Une paroi est généralement composée de plusieurs couches adjacentes (Figure 62). A Chaque couche i on peut associer une matrice de transfert M_i .

La matrice de transfert thermique d'un composant multicouche, de surface à surface, est

$$M = M_1 \cdot M_2 \cdot \dots \cdot M_N$$

où M_1, M_2, \dots, M_N , sont les matrices de transfert thermique des différentes couches du composant.

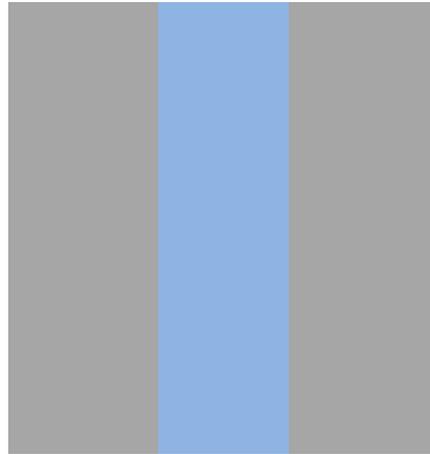


Figure 62 Composant tricouche d'une paroi de bâtiment

IV.3 Méthode de calcul de la capacité thermique surfacique selon la norme ISO 13786

Dans cette section, nous considérons un élément de paroi. La Figure 63 montre la représentation des températures et flux sur les surfaces extérieure ($x=0$) et intérieure ($x=L$) d'un élément de paroi. Les conditions aux limites sont :

- une température sinusoïdale du milieu extérieur $T_e(t)$,
- une température du milieu intérieur laissée libre $T_i(t)$.

Sous ces conditions aux limites, les températures et flux sur les surfaces extérieure – $T_{se}(t)$ et $q_{se}(t)$ – et intérieure – $T_{si}(t)$ et $q_{si}(t)$ – de l'élément de paroi sont sinusoïdaux.

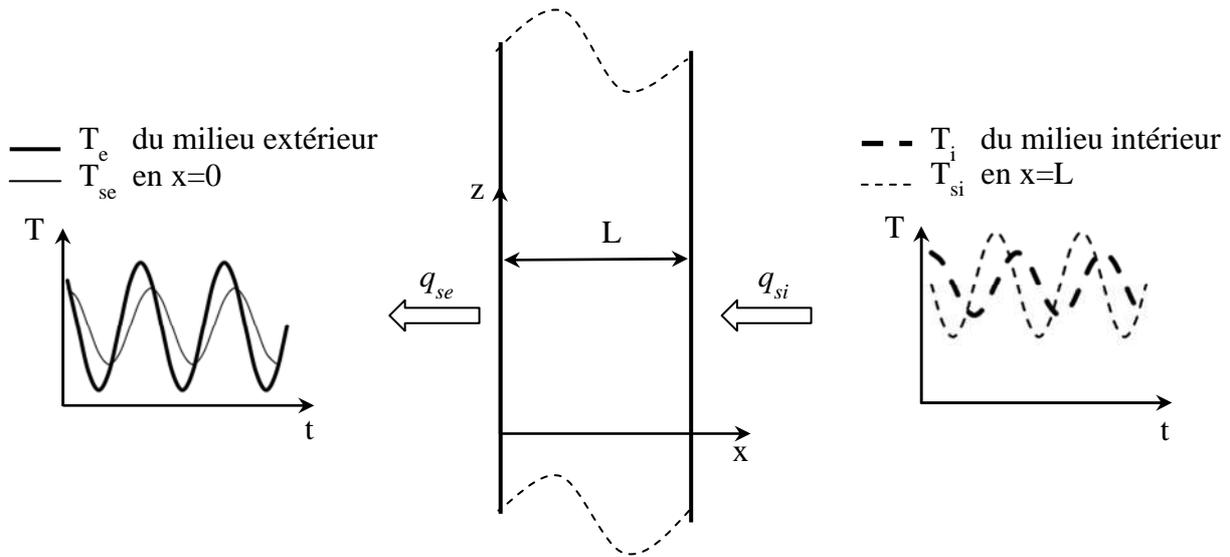


Figure 63 Elément de paroi avec les conditions aux limites

Les surfaces de l'élément de paroi perpendiculaires à l'axe z sont isolées. Le transfert de chaleur à travers l'élément de paroi est unidirectionnel suivant l'axe x . La relation entre les températures et flux des surfaces extérieure ($x=0$) et intérieure ($x=L$) dans l'espace de Laplace est donnée par l'Equation (IV-16).

Dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale, les températures et flux complexes sur les surfaces de l'élément de paroi sont donnés par les expressions :

- sur la surface extérieure ($x = 0$)

$\theta_{se} = \Delta T_{se} \cdot \exp j(\omega t)$	(IV-18a)
--	----------

$\phi_{se} = \Delta q_{se} \cdot \exp j(\omega t + \varphi_{sef})$	(IV-18b)
--	----------

- sur la surface intérieure ($x = L$)

$\theta_{si} = \Delta T_{si} \cdot \exp j(\omega t + \varphi_{sit})$	(IV-19a)
--	----------

$\phi_{si} = \Delta q_{si} \cdot \exp j(\omega t + \varphi_{sif})$	(IV-19b)
--	----------

où $j = \sqrt{-1}$.

L'Equation (IV-16) peut être réécrite dans l'espace complexe en remplaçant η par $\sqrt{j\omega/a}$ [52].

Par conséquent, la relation entre les températures et flux pariétaux dans l'espace complexe s'écrit :

$\theta_{si} = \hat{A}\theta_{se} + \hat{B}\phi_{se}$	(IV-20a)
---	----------

$\phi_{si} = \hat{C}\theta_{se} + \hat{D}\phi_{se}$	(IV-20b)
---	----------

Les Equations (IV-20a) et (IV-20a) s'écrivent sous forme matricielle :

$\begin{bmatrix} \theta_{si} \\ \phi_{si} \end{bmatrix} = \hat{M} \begin{bmatrix} \theta_{se} \\ \phi_{se} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_{se} \\ \phi_{se} \end{bmatrix}$	(IV-21)
---	---------

Nous rappelons qu'en électricité, les circuits électriques sont souvent représentés par « une boîte » munie de deux bornes d'entrée et de deux bornes de sortie que l'on nomme quadripôle. Quatre grandeurs électriques caractérisent ce quadripôle : le courant I_e et la tension U_e d'entrée, le courant I_s et la tension U_s de sortie. Pour les quadripôles ne contenant que des dipôles passifs, les grandeurs d'entrée et de sortie sont liées par une matrice de transfert M :

$\begin{bmatrix} I_s \\ U_s \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} I_e \\ U_e \end{bmatrix}$	(IV-22)
---	---------

Dans le cadre de notre étude, l'élément de paroi modélisé ne possède pas de source interne. La modélisation a conduit à l'Equation (IV-21). En comparant cette équation à l'Equation

(IV-22), nous pouvons par analogie assimiler l'élément de paroi à un quadripôle passif. Dans ce cas, les éléments \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} et \hat{D} obéissent à la relation :

$\hat{A} \cdot \hat{D} - \hat{B} \cdot \hat{C} = 1$	(IV-23)
---	---------

L'analogie électrique du problème (Equation (IV-21)) en utilisant le quadripôle en "π" est présentée sur la Figure 64. Le quadripôle est fait de 3 impédances: l'impédance d'entrée Z_{en} , l'impédance de transfert Z_{tr} et l'impédance de sortie Z_{st} . Ces impédances peuvent être exprimées sous la forme:

$Z = R + j \cdot X$	(IV-24)
---------------------	---------

où $R = Re(Z)$ est la résistance de l'impédance et $X = Im(Z)$ est la réactance.

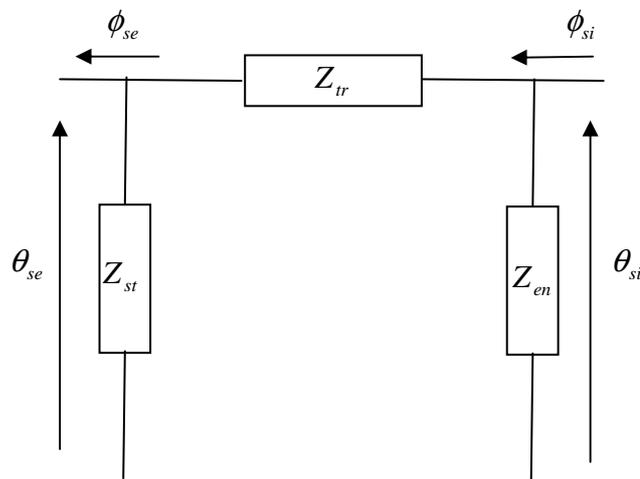


Figure 64 Représentation électrique d'un élément de paroi en quadripôle « π »

L'impédance d'entrée Z_{en} , l'impédance de transfert Z_{tr} , et l'impédance de sortie Z_{st} du quadripôle en « π » sont données par les expressions suivantes [52] :

$Z_{en} = \frac{\hat{B}}{\hat{D}-1}$	(IV-25)
--------------------------------------	---------

$Z_{st} = \frac{\hat{B}}{\hat{A}-1}$	(IV-26)
--------------------------------------	---------

$Z_{tr} = \hat{B}$	(IV-27)
--------------------	---------

La norme ISO 13786 utilise l'analogie électrique et considère que les capacités thermiques surfaciques d'entrée et de sortie de l'élément de paroi s'écrivent :

$HCA_{en} = -\frac{1}{\omega Im(Z_{en})}$	(IV-28)
---	---------

$HCA_{st} = -\frac{1}{\omega Im(Z_{st})}$	(IV-29)
---	---------

Le calcul de ces capacités thermiques surfaciques passe par la connaissance des éléments matriciels \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} et \hat{D} . On rappelle que ces éléments dépendent des dimensions et des propriétés thermiques (a et k) de chaque couche de l'élément de paroi.

Ces 4 éléments sont liés par trois équations : Equations (IV-20a), (IV-20a) et (IV-23). Pour résoudre ce problème, nous supposons que l'élément de paroi est symétrique (Figure 62). Dans ce cas, \hat{A} et \hat{D} sont égaux.

La résolution du système d'Equations (IV-20a), (IV-20a) et (IV-23) impose de choisir une méthode de résolution non linéaire du fait de l'équation $\hat{A}^2 - \hat{B} \cdot \hat{C} = 1$. Didier Gossard, dans le cadre de sa thèse, a choisi de résoudre ce système par la méthode de résolution numérique de Newton Raphson. Les éléments matriciels, une fois obtenus, sont utilisés pour déterminer la capacité thermique surfacique.

Nous proposons dans le cadre de cette thèse de développer une méthode analytique de calcul de la capacité thermique surfacique. L'avantage de cette méthode, par rapport à la méthode de résolution numérique de Newton Raphson, est qu'elle est plus facile d'utilisation.

IV.4 Développement d'un modèle analytique de capacité thermique surfacique

Pour une paroi quelconque, le calcul de la capacité thermique surfacique nécessite le calcul de la matrice de transfert. Nous proposons dans ce qui suit de déterminer analytiquement les éléments de la matrice de transfert d'une paroi quelconque à partir des conditions aux limites seules. Ceci nous permettra ensuite d'établir des expressions simples des impédances d'entrée et de sortie. Ainsi, nous pouvons proposer une expression analytique de la capacité thermique surfacique. L'avantage de cette expression analytique est qu'elle ne nécessite pas la connaissance des dimensions et des propriétés thermiques du matériau. Elle permet aussi d'éviter les méthodes de résolution numérique qui ne sont pas toujours à la portée de tous le monde.

Tenant compte de l'hypothèse de symétrie du matériau, les Equations (IV-20a), (IV-20a) et (IV-23) deviennent :

$\theta_{si} = \hat{A}\theta_{se} + \hat{B}\phi_{se}$	(IV-30a)
---	----------

$\phi_{si} = \hat{C}\theta_{se} + \hat{A}\phi_{se}$	(IV-30b)
---	----------

$\hat{A}^2 - \hat{B} \cdot \hat{C} = 1$	(IV-31)
---	---------

Si l'élément est symétrique, alors nous pouvons aussi écrire que l'impédance d'entrée Z_{en} et celle de sortie Z_{st} sont égales. Par conséquent, la capacité thermique surfacique d'entrée HCA_{en} et la capacité thermique surfacique de sortie HCA_{st} sont égales. Finalement, on peut déduire des Equations (IV-28) et (IV-29) que la capacité thermique surfacique d'un tel matériau est $HCA = HCA_{en} = HCA_{st}$.

HCA dépend de Z_{en} (Equation (IV-28)). Puisque nous voulons déterminer Z_{en} , nous nous intéressons aux coefficients \hat{A} et \hat{B} . La combinaison des Equations (IV-30a), (IV-30a) et (IV-31) permet d'obtenir pour un matériau symétrique :

$\hat{A} = \frac{\theta_{se} \cdot \phi_{se} + \theta_{si} \cdot \phi_{si}}{\theta_{se} \cdot \phi_{si} + \theta_{si} \cdot \phi_{se}}$	(IV-32)
---	---------

$\hat{B} = \frac{\theta_{si}^2 - \theta_{se}^2}{\theta_{se} \cdot \phi_{si} + \theta_{si} \cdot \phi_{se}}$	(IV-33)
---	---------

Ainsi, la connaissance des températures et flux pariétaux suffit pour calculer la matrice de transfert d'une paroi symétrique quelconque, et par la suite sa capacité thermique.

Pour faire le calcul de la capacité thermique surfacique en une seule étape, nous proposons dans ce qui suit une expression analytique de la capacité thermique surfacique.

L'introduction des Equations (IV-32) et (IV-33) dans (IV-25) donne l'expression :

$Z_{en} = \frac{\theta_{se} + \theta_{si}}{\phi_{si} - \phi_{se}}$	(IV-34)
--	---------

Nous introduisons les Equations (IV-18a), (IV-18a), (IV-19a) et (IV-19a) dans (IV-34). La partie imaginaire de l'Equation (IV-24) s'écrit alors :

$X = \frac{(\Delta T_{se} + \Delta T_{si} \cdot \cos \varphi_{sit})(\Delta q_{se} \cdot \sin \varphi_{sef} - \Delta q_{si} \cdot \sin \varphi_{sif}) - \Delta T_{si} \cdot \sin \varphi_{sit} \cdot (\Delta q_{se} \cdot \cos \varphi_{sef} - \Delta q_{si} \cdot \cos \varphi_{sif})}{\Delta q_{se}^2 - 2\Delta q_{se} \Delta q_{si} \cos(\varphi_{sef} - \varphi_{sif}) + \Delta q_{si}^2}$	(IV-35)
---	---------

Finalement, à partir de l'Equation (IV-28), la capacité thermique surfacique s'écrit:

$HCA = \frac{\Delta q_{se}^2 - 2\Delta q_{se} \Delta q_{si} \cos(\varphi_{sef} - \varphi_{sif}) + \Delta q_{si}^2}{(\Delta T_{se} + \Delta T_{si} \cdot \cos \varphi_{sit})(\Delta q_{se} \cdot \sin \varphi_{sef} - \Delta q_{si} \cdot \sin \varphi_{sif}) - \Delta T_{si} \cdot \sin \varphi_{sit} \cdot (\Delta q_{se} \cdot \cos \varphi_{sef} - \Delta q_{si} \cdot \cos \varphi_{sif})} \cdot \frac{P}{2\pi}$	(IV-36)
--	---------

A titre d'exemple, nous illustrons sur la Figure 65 les amplitudes et le déphasage entre les températures extérieure et intérieure.

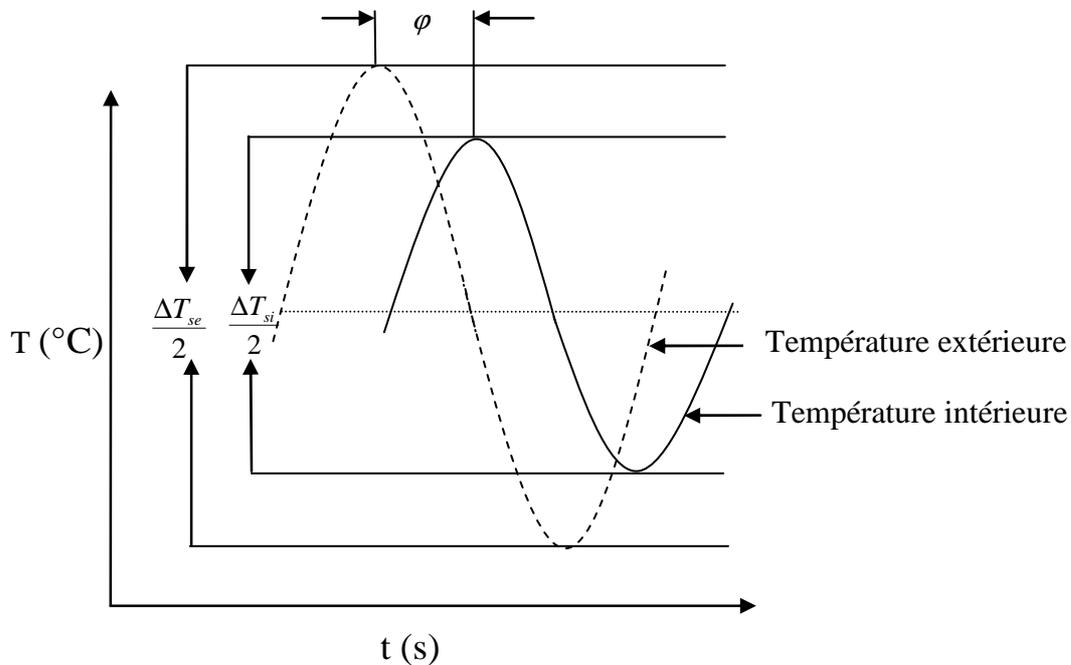


Figure 65 Amplitudes et déphasage entre les températures extérieure et intérieure

IV.5 Proposition d'une procédure de mesure expérimentale de la capacité thermique surfacique

Nous proposons une procédure de mesure expérimentale de la capacité thermique surfacique d'un élément de paroi en utilisant notre modèle analytique. Rappelons que l'élément de paroi étudié doit être symétrique. Il peut être hétérogène, mais le transfert de chaleur doit être unidirectionnel.

L'élément de paroi est inséré dans un mur isolé qui sépare deux chambres complètement calorifugées : chambre chaude et chambre froide (Figure 66). Les chambres sont instrumentées et contrôlées thermiquement [95]. La chambre froide est refroidie par un refroidisseur qui permet de faire varier la température de l'enceinte entre 30°C et $+25^{\circ}\text{C}$. Dans cette chambre, un signal sinusoïdal, représentant la température de l'environnement extérieur d'un bâtiment, est appliqué. La température de la chambre chaude est laissée libre.

Les températures sur les deux faces de l'élément de paroi sont mesurées par des thermocouples de type K. Après calibration des thermocouples, l'incertitude sur la température est estimée à $0,3^{\circ}\text{C}$. Deux fluxmètres ($100 \times 100 \text{ mm}^2$) mesurent les flux de chaleur sur les surfaces froide et chaude. La surface froide (surface extérieure) de l'élément de paroi est la surface en contact avec la chambre froide. La surface chaude (surface intérieure) de l'élément de paroi est la surface en contact avec la chambre chaude.

Les températures et flux pariétaux sont mesurés en fonction du temps. Les amplitudes et déphasages entre les signaux sur les deux faces sont alors calculés et utilisés comme données d'entrée de notre modèle. Le calcul de la capacité thermique surfacique de l'élément de paroi est ensuite fait.

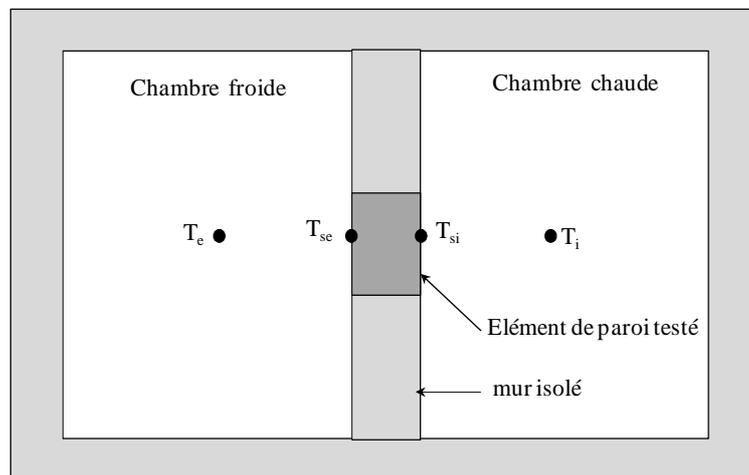


Figure 66 Chambre climatique

Les expériences présentées dans ce qui suit n'ont pas été réalisées dans le cadre de cette thèse. Elles ont été menées par différents chercheurs du laboratoire et seront précisées. Ces mesures permettront d'appliquer la méthode que nous avons développée.

IV.6 Validation du modèle

L'élément de paroi choisi pour la validation expérimentale est une plaque de plâtre. La plaque est homogène. Les propriétés thermo-physiques sont connues ou mesurées. Nous pouvons donc utiliser la norme ISO 13786 pour estimer sa capacité thermique surfacique.

Dans cette validation, la détermination des températures et flux pariétaux nécessaires pour le calcul de la capacité thermique surfacique avec notre modèle est faite expérimentalement. Ces mesures ont été faites par Didier Gossard dans le cadre de sa thèse [96] .

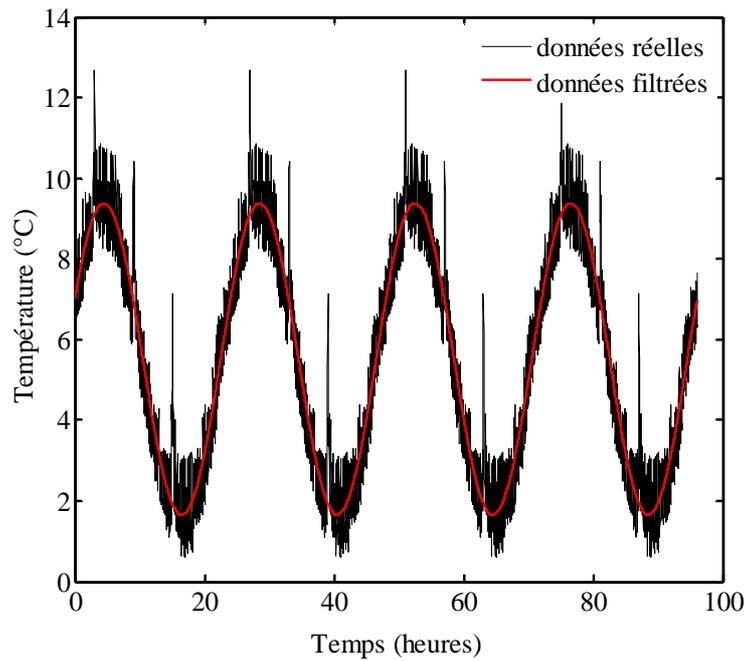
Les dimensions de la plaque étudiée sont $H = 290$ mm, $l = 204$ mm, et 100 mm d'épaisseur. La plaque est insérée dans un mur isolé qui sépare la chambre climatique en deux enceintes (Figure 66).

Deux thermocouples sont placés sur chaque face de la plaque. Leurs valeurs sont moyennées pour obtenir la température des faces chaude et froide de la plaque.

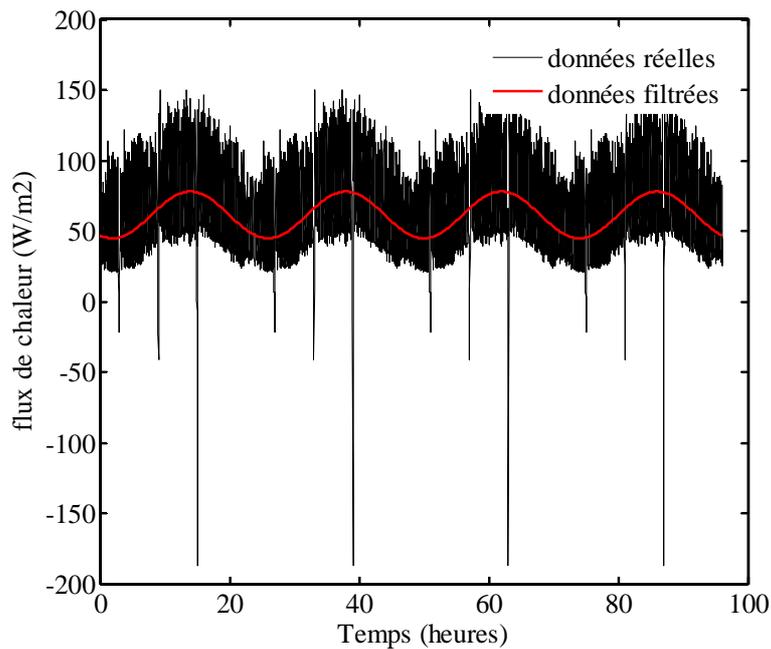
Les conditions aux limites imposées dans la chambre climatique sont :

- température du milieu extérieur (dans la chambre froide): $T_e = 5 + 5 \sin\left(\frac{2\pi}{P} t\right)$,
- la température de l'ambiance intérieure (dans la chambre chaude) est libre.

Pour obtenir les amplitudes et déphasages nécessaires pour le calcul, la procédure suivante est utilisée : le signal est d'abord filtré en utilisant la transformée de Fourier ; ensuite, une onde sinusoïdale est isolée. Les Figure 67a et 67b montrent, respectivement, la température et le flux, réels et filtrés, sur les surfaces chaude et froide.



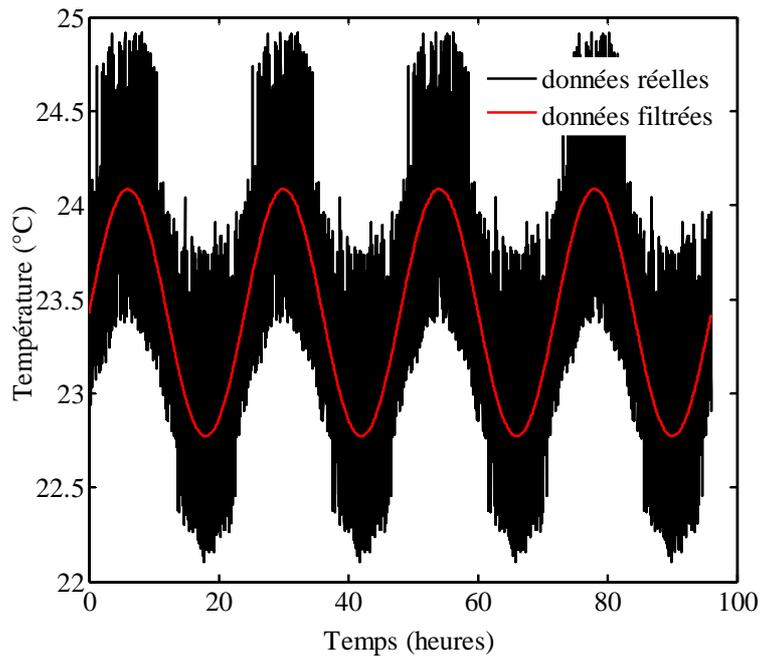
(a)



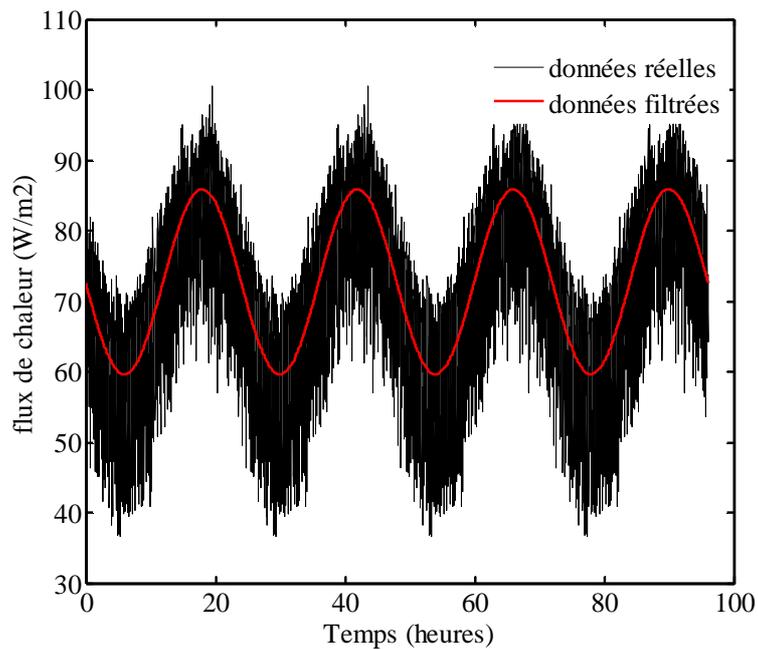
(b)

Figure 67 Température (a) et flux (b) en fonction du temps sur la surface froide de la plaque - Période de 24 heures

Les Figure 68a et 68b montrent la température et le flux réels et filtrés sur la surface chaude de la plaque. Dans ces figures, la période de l'onde est de 24 heures.



(a)



(b)

Figure 68 Température (a) et flux (b) en fonction du temps sur la surface chaude de la plaque - Période de 24 heures

Les amplitudes et déphasages (Figure 65) obtenus à partir de ces mesures sont donnés dans le Tableau 15. L'Equation (IV-36) est utilisée pour calculer la capacité thermique surfacique de la plaque en plâtre.

	Amplitude	Déphasage (radian)
θ_{si}	0,7	-0,44
ϕ_{si}	9,4	-2,90
θ_{se}	3,5	0
ϕ_{se}	15,6	- 3,80

Tableau 15. Amplitudes et déphasages des températures et flux sur la surface extérieure (froide) et intérieure (chaude) de la plaque en plâtre - Période de 24 heures.

Pour calculer la capacité thermique surfacique avec la norme ISO 13786, la chaleur spécifique ($c = 1000 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) du plâtre a été utilisée. La densité ($\rho = 930 \text{ kg.m}^{-3}$) a été mesurée. La conductivité thermique de la plaque en plâtre a été aussi mesurée expérimentalement dans la chambre climatique en maintenant constante la température dans les deux chambres. La conductivité thermique mesurée est égale à $0,37 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ [96].

Les résultats donnés par les deux méthodes sont présentés dans le Tableau 16. Le faible écart montre un excellent accord entre les deux méthodes.

ISO 13786 ($\text{kJ.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$)	Méthode expérimentale ($\text{kJ.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$)	Ecart relatif (%)
46,28	44,23	5

Tableau 16 Comparaison de la capacité thermique surfacique de la plaque en plâtre obtenue avec la norme ISO 13786 et celle obtenue avec notre méthode expérimentale

La méthode de résolution numérique de Newton Raphson utilisée par Didier Gossard dans le cadre de sa thèse conduit à un écart de 8 %, alors que la méthode analytique utilisée dans ce travail conduit à un écart relatif de 5 %.

IV.7 Application de la méthode de détermination de la capacité thermique surfacique à une brique monomur

Ces dernières années, les briques monomur en terre cuite ont été très utilisées en France dans les maisons passives. Elles présentent un double avantage. Elles ont une résistance thermique importante et une forte inertie. La brique monomur est un matériau hétérogène, avec des alvéoles remplies d'air séparées par des parois en terre cuite. Les propriétés thermo-physiques équivalentes d'une brique monomur ne sont pas connues avec précision. Ce problème a fait l'objet d'études approfondies au laboratoire [97]- [98]- [99]. La norme ISO 13786 ne peut donc pas être utilisée pour estimer la capacité thermique surfacique de la brique.

Nous décrivons dans la suite le calcul de la capacité thermique surfacique d'une brique monomur en utilisant notre modèle analytique associé à une expérience.

IV.7.1 Description des expériences

Les expériences ont été réalisées au laboratoire PHASE par Stéphanie Cadrieu dans le cadre de son mémoire de Master II.

L'élément de paroi choisi est une brique monomur (**Figure 69a**). Le réseau d'alvéoles de la brique est symétrique (**Figure 69b**). Les dimensions de la brique sont $H = 220$ mm, $l = 275$ mm, et 300 mm d'épaisseur.

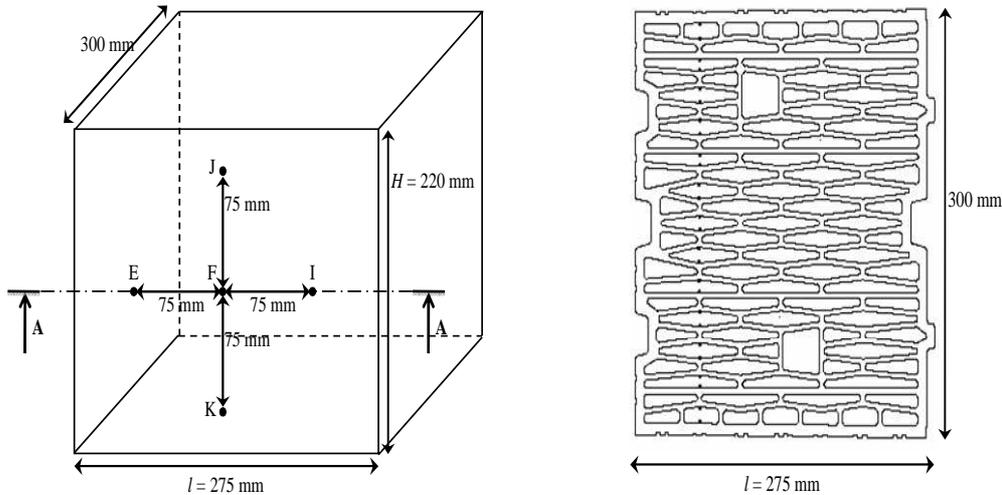
Deux fluxmètres (100×100 mm²) mesurent les flux de chaleur sur les surfaces chaude et froide.

Cinq thermocouples de type K sont placés sur chaque face de la brique monomur. Leurs positions sont montrées sur la **Figure 69**.

Les conditions aux limites imposées dans la chambre climatique sont :

- température du milieu extérieur (dans la chambre froide): $T_e = 10 + 10 \sin\left(\frac{2\pi}{P}t\right)$,
- la température de l'ambiance intérieure (dans la chambre chaude) est libre.

Des campagnes de mesures ont été faites pour trois périodes : 6 heures, 12 heures et 24 heures. Les températures et flux pariétaux ont été mesurés en fonction du temps.



(a) Positions des thermocouples sur la face chaude (b) Coupe AA: réseau d'alvéoles de la brique monomur

Figure 69 (a) Positions des thermocouples sur les faces de la brique étudiée et (b) réseau d'alvéoles de la brique

Dans le but de vérifier que le transfert de chaleur à travers la brique est unidirectionnel, la différence de température entre les thermocouples sur chaque surface est étudiée pour chaque campagne de mesures.

Dans ce qui suit, les résultats de la campagne de mesures pour une période de 12 heures sont présentés. La durée totale de l'expérience est de 5 jours. Les calculs sont faits sur les trois dernières périodes. Les températures sont enregistrées toutes les 5 minutes. Les différences de température sont calculées dans les directions verticale et horizontale.

Suivant la direction verticale, les maximums de la différence de température entre les thermocouples aux points J et K (Figure 69a) sont de $0,27^\circ\text{C}$ pour la face froide et de $0,34^\circ\text{C}$ pour la face chaude. Les valeurs moyennes sont de $0,15^\circ\text{C}$ pour la face froide et de $0,17^\circ\text{C}$ pour la face chaude.

De la même manière, suivant la direction horizontale, les maximums de la différence de température entre les thermocouples aux points E et I (Figure 69a) sont de $0,18^\circ\text{C}$ pour la face froide et de $0,18^\circ\text{C}$ pour la face chaude. Les valeurs moyennes sont de $0,04^\circ\text{C}$ pour la face froide et de $0,08^\circ\text{C}$ pour la face chaude.

Ces valeurs maximales et moyennes sont inférieures ou proches de l'incertitude des thermocouples qui est de $0,3^{\circ}\text{C}$. Elles confirment que les deux surfaces de la brique sont isothermes. Le transfert de chaleur à travers la brique suivant l'axe x (Figure 63) peut être considéré comme unidirectionnel. Nous rappelons que la brique testée est symétrique. L'ensemble des hypothèses de notre modèle sont donc vérifiées. Par conséquent, le modèle peut être appliqué pour estimer la capacité thermique surfacique de la brique monomur.

IV.7.2 Résultats expérimentaux

Pour le calcul de la capacité thermique surfacique, les cinq températures sur chaque face de la brique sont moyennées.

Les températures et flux expérimentaux sur les surfaces froide et chaude de la brique dans le cas d'une période de 24 heures sont présentés dans la Figure 70 et la Figure 71. Ces courbes montrent l'atténuation et le déphasage de la température et du flux.

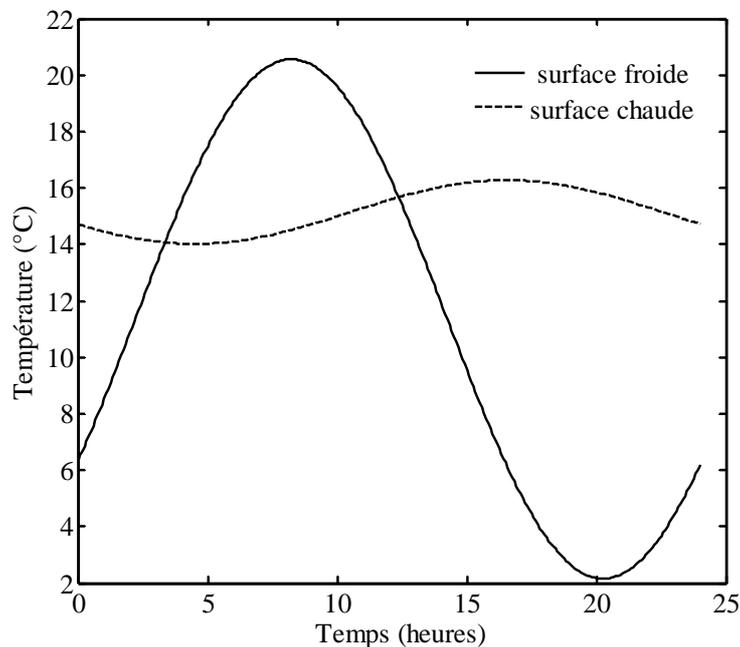


Figure 70 Températures mesurées sur les surfaces de la brique en fonction du temps

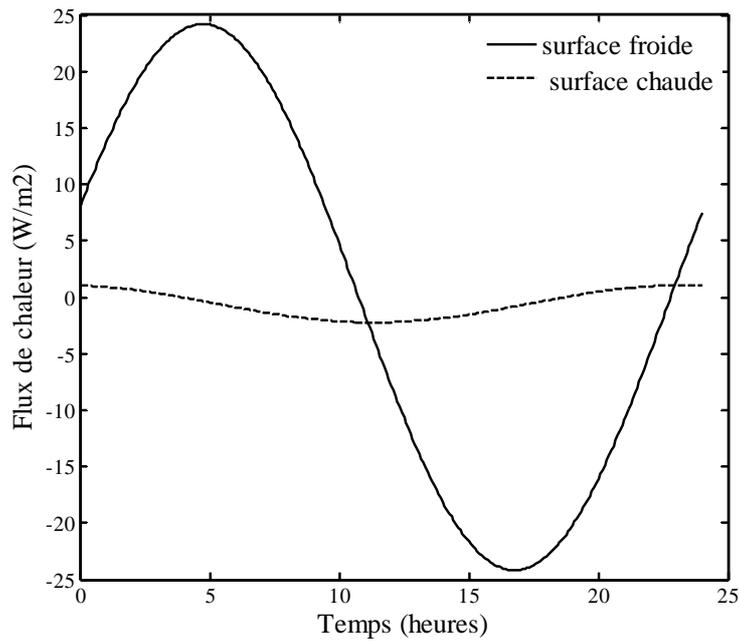


Figure 71 Flux de chaleur mesurés sur les surfaces de la brique en fonction du temps.

Les amplitudes et les déphasages obtenus à partir de ces mesures pour les trois périodes sont donnés dans le Tableau 17. Ces résultats sont utilisés pour le calcul de la capacité thermique surfacique de la brique monomur.

	Période de 6 heures		Période de 12 heures		Période de 24 heures	
	Amplitude	Déphasage	Amplitude	Déphasage	Amplitude	Déphasage
θ_{si}	0	Non défini	0	Non défini	1,13	2,16
ϕ_{si}	0	Non défini	1	4,58	1,66	3,95
θ_{se}	8,63	0	8,98	0	9,02	0
ϕ_{se}	56,46	- 0,80	34,41	- 0,87	24,2	- 0,92

Tableau 17. Amplitudes et déphasages des températures et flux sur les surfaces extérieure (froide) et intérieure (chaude) de la brique monomur, pour trois périodes

IV.7.2.1 Capacité thermique surfacique d'une brique monomur

Pour une période de 6 heures, la température et le flux sont constants sur la surface chaude, ce qui signifie que les deux signaux (température et flux) sont amortis. Par conséquent, les déphasages de la température et du flux ne sont pas définis (Tableau 17). Dans ce cas, notre modèle (Equation (IV-36)) ne peut être utilisé pour estimer la capacité thermique surfacique.

Pour une période de 12 heures, la température sur la surface chaude est constante tandis que le flux est sinusoïdal. Par conséquent, le déphasage de la température sur la surface chaude n'est pas défini, mais le déphasage du flux est défini. Dans ce cas, la capacité thermique surfacique est donnée par l'Equation (IV-36) avec $\Delta T_{is} = 0$.

Pour une période de 24 heures, la température et le flux sur la surface chaude sont sinusoïdaux. Par conséquent, les amplitudes et déphasages de la température et du flux sont calculés. L'Equation (IV-36) est utilisée pour calculer la capacité thermique surfacique de la brique monomur.

Les résultats pour une période de 12 heures et 24 heures sont, respectivement, $34,2 \text{ kJ.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ and $47,1 \text{ kJ.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$.

Les résultats obtenus montrent que la capacité thermique surfacique dépend de la période du signal d'entrée.

De cette conclusion, nous pouvons dire que la période (P) est un paramètre très important, mais comment pouvons-nous faire le choix raisonnable de la période quand on ne connaît pas les propriétés thermophysiques de l'élément de paroi étudié?

Puisque notre méthode ne nécessite pas la connaissance des propriétés thermophysiques, il est impossible de trouver la période adéquate. Une solution pour avoir un ordre de grandeur de P peut être d'utiliser la profondeur de pénétration δ . La profondeur de pénétration est définie comme suit [52] :

$\delta = \sqrt{2\pi Pa}$	(IV-37)
---------------------------	---------

a est la diffusivité thermique du matériau

La période peut être approximé à partir de cette équation en prenant l'épaisseur de l'élément de paroi comme étant égale à la profondeur de pénétration, et en utilisant les propriétés thermophysiques des matériaux similaires connus.

IV.7.2.2 Méthode de calcul pour une paroi multicouche contenant une couche de briques monomur

Les résultats présentés plus haut concernent un élément de paroi constitué d'une brique monomur. Ils ont été obtenus avec un dispositif expérimental adapté à un élément de paroi (Figure 66). Dans le cas d'un mur de briques monomur (ensemble de briques liées par des joints), le dispositif peut être adapté. De la même manière que pour la capacité thermique surfacique de la brique monomur, la capacité thermique surfacique du mur de briques monomur peut être alors obtenue par la méthode développée plus haut. Les mêmes contraintes sont appliquées : le mur peut être hétérogène mais doit être symétrique.

Avec les valeurs expérimentales (températures et flux) obtenues dans le cas d'un mur de briques monomur, la capacité thermique surfacique d'une paroi multicouche contenant le mur de briques monomur peut être calculée en utilisant la norme ISO 13786 [51]. La paroi multicouche peut ne pas être symétrique. La procédure suivante est alors appliquée. Considérons une paroi composée d'une couche d'isolant sur la surface intérieure, du mur de briques monomur, et d'une couche de plâtre sur la surface extérieure. La méthode pour le calcul de la capacité thermique surfacique de la paroi multicouche est la suivante :

- Si les propriétés thermo-physiques k , ρ et c de l'isolant et du plâtre sont connues, les éléments de leurs matrices de transfert sont calculés à partir de l'Equation (IV-16).
- Les éléments de la matrice de transfert de la couche de briques monomur ne peuvent pas être calculés de la même manière puisque les propriétés physiques et thermiques équivalentes ne sont pas connues avec précision. Dans ce cas, les éléments matriciels sont calculés à partir des Equations (IV-31), (IV-32) et (IV-33), en utilisant les amplitudes et les déphasages obtenus à partir des mesures expérimentales faites sur le mur de briques monomur.
- La matrice de transfert de la paroi complète M est alors calculée en multipliant les matrices de transfert des différentes couches [51]. Ainsi les impédances d'entrée Z_{en} et de sortie Z_{st} du quadripôle en « π » de la paroi multicouche peuvent être calculées à partir des Equations (IV-25) and (IV-26).

Finalement, les capacités thermiques d'entrée HC_{en} et de sortie HC_{st} de la paroi multicouche sont calculées, respectivement, à partir des Equations (IV-28) et (IV-29).

Application numérique

Pour améliorer la résistance thermique des parois des bâtiments, les murs avec briques monomur sont souvent associés avec une couche d'isolant. La couche d'isolant peut être placée sur la surface intérieure ou sur la surface extérieure du mur de briques. En guise d'application, nous considérons une paroi multicouche composée d'un mur de brique monomur, d'un isolant en polystyrène sur la face intérieure du mur et d'une couche de plâtre sur la face extérieure.

Les propriétés thermiques et les dimensions des matériaux homogènes sont données dans le Tableau 18.

	Conductivité thermique ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	Masse volumique (kg.m^{-3})	Chaleur spécifique ($\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	Epaisseur (cm)
Polystyrène	0,04	33	1300	5
Plâtre	0,37	930	1000	2

Tableau 18 Propriétés thermiques et dimensions des matériaux homogènes

Le calcul des éléments des matrices de transfert de la plaque de polystyrène (M_{po}), de la brique monomur (M_{bm}) et de la plaque de plâtre (M_{pl}) conduit aux résultats présentés dans le Tableau 19. Rappelons que ces éléments sont sous forme complexe. Les éléments des matrices de transfert des couches de polystyrène et de plâtre sont calculés à partir de des coefficients de l'Equation (IV-16) en fonction de leurs propriétés thermiques et de leurs dimensions. Ceux de la brique monomur sont calculés à partir des Equations (IV-31), (IV-32) et (IV-33), en utilisant les amplitudes et les déphasages obtenus à partir des mesures expérimentales faites sur la brique monomur (Tableau 17).

	Polystyrène(M_{po})	Brique monomur(M_{bm})	Plâtre(M_{pl})
A	0,9984 + 0,0975i	-11.9553 - 9.4753i	0,9998 + 0,0366i
B	1,2496 + 0,0406i	-0.1566 + 5.6907i	0,0541 + 0,0007i
C	-0,0051 + 0,1559i	39.5300 -10.2514i	-0,0165 + 1,3526i
D	0,9984 + 0,0975i	-11.9553 - 9.4753i	0,9998 + 0,0366i

Tableau 19 Eléments des matrices de transfert des différentes couches

La matrice de transfert thermique de la multicouche, de surface à surface, est donnée dans ce cas par la relation :

$M = M_{po} \cdot M_{bm} \cdot M_{pl}$	(IV-38)
--	---------

Nous pouvons donc calculer les impédances d'entrée et de sortie à partir des éléments matriciels de M :

$Z_{en} = \frac{M(1, 2)}{M(2, 2) - 1}$	(IV-39)
--	---------

$Z_{st} = \frac{M(1, 2)}{M(1, 1) - 1}$	(IV-40)
--	---------

Les capacités thermiques d'entrée HC_{en} et de sortie HC_{st} de la paroi multicouche peuvent maintenant être calculées. Pour une période de 24 h, les résultats obtenus sont donnés dans le Tableau 20.

HC_{en} (kJ.m ⁻² .K ⁻¹)	HC_{st} (kJ.m ⁻² .K ⁻¹)
51,72	58,71

Tableau 20 Capacité thermique surfacique d'une paroi multicouche contenant un mur de briques monomur, des plaques de polystyrènes et de plâtre.

Rappelons que la capacité de la brique monomur pour une période de 24 h est de 47,1 kJ.m⁻².K⁻¹. Les résultats obtenus montrent donc que l'utilisation de couches supplémentaires dans les parois en briques monomur entraîne, en plus de l'augmentation de la résistance thermique de la paroi, une augmentation non négligeable de la capacité thermique.

IV.8 Conclusion

Nous avons dans ce chapitre développé un modèle analytique qui permet de calculer la capacité thermique surfacique d'un matériau hétérogène symétrique. Ce modèle ne nécessite que la connaissance des conditions aux limites. La connaissance des propriétés thermiques n'est pas nécessaire. Ensuite, nous avons associé à ce modèle une étude expérimentale pour calculer la capacité thermique surfacique d'un élément de paroi hétérogène. L'élément de paroi considéré dans notre étude est la brique monomur. Les résultats obtenus montrent que la capacité thermique surfacique dépend de la période du signal d'entrée. Ils montrent également que l'utilisation de couches supplémentaires dans les parois en briques monomur entraîne une augmentation non négligeable de la capacité thermique.

Conclusion et perspectives

Lien structure interne– conductivité thermique des matériaux granulaires

Dans cette thèse, nous avons, pour commencer, réalisé une étude préliminaire dont l'objet est de comparer les modélisations bidimensionnelle et tridimensionnelle du transfert thermique au sein d'un matériau hétérogène constitué d'une matrice contenant des inclusions carrées. Cette étude a été réalisée avec le logiciel Comsol. Une structure 3D de fraction volumique 0,04 et sa structure équivalente en 2D dont la fraction surfacique est de 0,11 ont été étudiées. Les résultats obtenus ont montré qu'en 2D, la structure interne a un impact sur la conductivité thermique équivalente. En revanche, en 3D, l'impact s'estompe. Ces résultats montrent que l'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente obtenu à partir de la modélisation bidimensionnelle des matériaux ne peut pas être généralisé aux matériaux tridimensionnels. Il est donc nécessaire de mener une investigation poussée sur la modélisation tridimensionnelle des matériaux hétérogènes afin d'essayer d'établir un lien entre leur structure interne et leurs propriétés thermiques macroscopiques, comme cela a été fait de façon extensive en 2D.

Pour étudier en détail le comportement thermique des matériaux hétérogènes, nous avons modélisé le transfert thermique au sein de ces matériaux. La modélisation est faite en 3D. Nous avons développé un code de calcul basé sur la méthode des éléments finis. Il a été développé sous Fortran et validé avec une étude expérimentale.

Notre étude a porté sur les matériaux de construction de type béton de ciment. Pour construire des géométries représentatives de ce type de matériaux, nous avons utilisé l'algorithme RSA (Random Sequential Addition). Les matériaux générés sont des matrices cubiques contenant des inclusions sphériques aléatoirement distribuées plus isolantes que la matrice. L'algorithme RSA impose une fraction volumique limite des inclusions de 20 %.

Pour évaluer le lien entre la structure interne et la conductivité thermique équivalente des matériaux hétérogènes granulaires, nous avons, dans un premier temps, déterminé la conductivité thermique équivalente de deux structures générée par la méthode RSA à des instants différents. Les deux structures ont la même fraction volumique et contiennent des inclusions de même taille, mais n'ont pas la même distribution des inclusions. Les résultats obtenus ont montré que les structures ont la même conductivité thermique. La caractérisation

structurale des structures a montré qu'elles ont les mêmes fonctions de corrélation-2 points. Les deux structures ont donc le même indicateur structural c'est-à-dire la même surface spécifique. Elles sont par conséquent identiques. Il est donc normal que la conductivité thermique soit la même pour les deux structures.

L'étude de l'impact de la distribution des inclusions sur la conductivité thermique équivalente n'est pas suffisante pour donner une conclusion sur le lien entre la structure interne et la conductivité thermique. Nous avons donc adopté une autre démarche. Cette dernière consiste à générer d'abord des structures internes différentes et à déterminer ensuite leur conductivité thermique équivalente.

Nous avons, dans un premier temps, généré deux structures de même fraction volumique contenant des inclusions de taille différente. La caractérisation structurale montre que les deux structures ont des fonctions de corrélation-2-points différentes, donc des surfaces spécifiques différentes. Les structures considérées sont alors différentes. Ces résultats montrent que la taille des inclusions a un impact sur la structure interne.

Nous avons, dans un second temps, étudié, en utilisant la technique du plan d'expériences, l'impact de la fraction volumique, du ratio de conductivité thermique et de la taille des inclusions sur la conductivité thermique équivalente. Les résultats ont montré que la fraction volumique et le ratio de conductivité thermique ont un impact sur la conductivité thermique équivalente. En revanche, la taille des inclusions n'en a pas.

Il apparaît donc que la taille des inclusions a un impact sur la structure interne, mais n'a pas d'impact sur la conductivité thermique équivalente. Ainsi, deux matériaux de même fraction volumique mais de structures internes différentes peuvent avoir la même conductivité thermique équivalente. Ce résultat montre qu'il n'y a pas d'impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente pour des matériaux hétérogènes isotropes granulaires lorsque la fraction volumique des inclusions est inférieure à 20 %. Bien sûr, la fraction volumique et le rapport des conductivités restent des facteurs impactant.

Proposition d'une méthode de mesure expérimentale de la capacité thermique surfacique d'un élément de paroi

Un autre objectif de notre travail est de proposer une méthode de mesure expérimentale de la capacité thermique surfacique d'un élément de paroi à structure interne complexe. Pour cela, nous avons développé un modèle analytique basé sur la méthode des quadripôles. Ce modèle est ensuite associé à une étude expérimentale pour calculer la capacité thermique surfacique d'un élément de paroi hétérogène. L'originalité de notre méthode consiste à

proposer un modèle analytique de la capacité thermique surfacique indépendant des propriétés thermiques des constituants, souvent inaccessibles. De plus, cette méthode s'applique à des structures complexes, c'est-à-dire à des éléments de paroi non-homogènes. Une contrainte est cependant appliquée à notre méthode : le matériau peut être hétérogène, mais doit être symétrique.

Nous avons appliqué notre méthode à une brique monomur en terre cuite et à une paroi multicouche contenant la brique monomur. La paroi multicouche peut ne pas être symétrique. Les résultats ont montré que la capacité thermique surfacique de la brique dépend de la période du signal d'entrée. Cette conclusion conduit à la question suivante : comment pouvons-nous faire le choix raisonnable de la période quand on ne connaît pas les propriétés thermophysiques de l'élément de paroi étudié? Nous avons proposé la solution qui consiste à utiliser la profondeur de pénétration et les propriétés thermophysiques des matériaux similaires à ceux étudiés pour avoir un ordre de grandeur de la période.

Perspectives

Compte tenu des résultats obtenus, nous pouvons lister quelques perspectives à donner à cette thèse :

- **Impact de la structure interne sur la conductivité thermique équivalente**
 - Elargir l'étude à des fractions volumiques supérieures à 20 %. Pour cela, il faudrait investiguer le couplage de notre code avec l'algorithme de génération de structures mis au point récemment par Catalanotti [100] qui permettrait d'augmenter la fraction volumique.
 - Elargir l'étude à d'autres types de structure, en commençant par les matériaux fibreux, Les études sur ces matériaux sont généralement faites en 2D. Il s'agira de développer un algorithme de génération de matériaux fibreux en 3D, qui permette la modélisation de l'enchevêtrement des fibres, afin d'obtenir des structures fibreuses représentatives des matériaux de construction.

- **Capacité thermique surfacique**

- Une fois la capacité thermique surfacique déterminée expérimentalement par la méthode exposée dans cette thèse, des méthodes inverses pourraient être utilisées pour calculer les propriétés thermophysiques équivalentes des parois.
- Coupler notre code éléments finis et notre modèle de capacité thermique surfacique pour étudier l'impact de différents paramètres comme la fraction volumique, le ratio de conductivité, la structure interne des parois sur la capacité thermique. Pour cela, il faudra intégrer dans le code des conditions aux limites avec des températures sinusoïdales.

- **Optimisation thermique des matériaux**

Une perspective à plus long terme serait de définir des propriétés macroscopiques cibles et de construire les structures internes permettant de les atteindre. Des méthodes d'optimisation de structure pourraient être utilisées.

Bibliographie

- [1] Commissariat général au développement durable. Observation et Statistiques. <http://www.statistiques.developpement-durable.gouv.fr/publications>; visité le 8 mars 2016
- [2] Institut National de la Statique et des Etudes Economiques. <http://www.insee.fr/fr/themes/document.asp>; visité le 8 mars 2016.
- [3] Francesco Asdrubali, Francesco D'Alessandro, Samuele Schiavoni, "A review of unconventional sustainable building insulation materials," *sustainable Materials and Technologies*, vol. 4, pp. 1-17, 2015.
- [4] Robert S. McLeod, Christina J. Hopfe, Alan Kwan, "An investigation into future performance and overheating risks in Passivhaus dwellings," *Building and Environment*, vol. 70, pp. 189-209, 2016.
- [5] Xuan Caoa, Junjie Liua, Xiaodong Caoa, Qian Lia, "Study of the thermal insulation properties of the glass fiber board used for interior building envelope," *Energy and Buildings*, vol. 107, pp. 49–58, 2015.
- [6] Soumia Mounira, Khabbazi abdelhamida, Youssef Maaloufaa, "Thermal inertia for composite materials white cement-cork, cement mortar-cork, and plaster-cork," *Energy Procedia*, vol. 74, pp. 991 – 999, 2015.
- [7] L. Weigold, D. P. Mohite, S. Mahadik-Khanolkar, N. Leventis, G. Reichennauer, "Correlation of microstructure and thermal conductivity in nanoporous solids: the case of polyurea aerogels synthesized from an aliphatic tri-isocyanate and water," *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 368, pp. 105-111, 2013.
- [8] E. Kamseu, Z.N.M. Ngouloure, B.N. Ali, S. Zekeng, "Cumulative pore volume, pore size distribution and phases percolation in porous inorganic polymer composite: Relation microstructure and effective thermal conductivity," *Energy and buildings*, vol. 88, pp. 45-56, 2015.
- [9] S. bari-Bey, M. Fois, I. Krupa, L. Ibos, B. Benyoucef, "Thermal characterization of polymer matrix composites containing microencapsulated parafin in solid or liquid state," *Energy Conversion and Management*, vol. 78, pp. 796-804, 2014.
- [10] M. Nogueira, W. R. Ferraz, A. Sabioni, "Diffusion of the Zn radiotracer in ZnO polycrystalline ceramics," *Materials Research*, vol. 6, pp. 167-171, 2003.
- [11] F. Zhou, G. Cheng, "Lattice Boltzman model for prediction effective thermal conductivity of composite with randomly distributed particles: considering effect of

- interactions between particles and matrix," *Computational Materials Science*, vol. 92, pp. 157-165, 2014.
- [12] K. Liu, H. Takagi, R. Osugi, and Z. Yang, "Effect of lumen size on the effective transverse thermal conductivity of unidirectional natural fiber," *Composites Science and Technology*, vol. 72, pp. 633-639, 2012.
- [13] R. Dyga, S. Witczak, "Investigation of effective thermal conductivity aluminum foams," *Procedia Engineering*, vol. 42, pp. 1088-1099, 2012.
- [14] Z. Fanglong, C. Shizhong, G. Bohong, "Fractal analysis for effective thermal conductivity of random fibrous porous materials," *Physics Letters A*, vol. 374, pp. 4411-4414, 2010.
- [15] N. Nouri, A. Martin, "Three dimensional radiative heat transfer model for the evaluation of the anisotropic effective conductivity of fibrous materials," *International Journal of heat and Mass Transfer*, vol. 83, pp. 629-635, 2015.
- [16] J. F. Sacadura, *Initiation aux transferts thermiques*, Edition TEC et DOC-Lavoisier, Ed. Paris, 1993.
- [17] J. Fourier, *Théorie analytique de la chaleur*. Paris: Firmin Didot, Pere et Fils, 1822.
- [18] M. Bachar, L. Azzoud, M. Rabehi, B. Mezghiche, "Characterization of a stabilized earth concrete and effect of incorporation of aggregates of cork on its thermo-mechanical properties: experimental study and modeling," *Construction and Building Materials*, vol. 74, pp. 259-267, 2015.
- [19] M. R. J. Wyllie, P. F. Southwick, "An experimental investigation of the S. P. and resistivity phenomena in dirty sands," *Journal of Petroleum Technology*, vol. 6, pp. 44-57, 1954.
- [20] T. Renaud, P. Briery, J. Audrien, M. Laurent, "Thermal properties of model foods in the frozen state," *Journal of Food Engineering*, vol. 15, pp. 83-87, 1992.
- [21] B. Dietrich, G. Schell, E.C. Bacharsky, R. Oberacker, "Determination of the thermal properties of Ceramic sponges," *International Journal of heat and Mass Transfer*, vol. 53, pp. 198-205, 2010.
- [22] D. R. Chaudhary, R.C. Bhandari, "Heat transfer through a three-phase porous medium," *British Journal Physics (Journal Physics D)*, vol. 1, pp. 815-817, 1968.
- [23] J.C. Maxwell, *Treatise on Electricity and Magnetism*. Oxford: Clarendon Press, 1873.
- [24] S. Torquato, *Random heterogeneous materials: microstructure and macroscopic*

- properties*. New York: Springer, 2002.
- [25] R.L. Hamilton, O.K. Crosser, "Thermal conductivity of heterogeneous two component systems," *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, vol. 1, pp. 187-191, 1962.
- [26] J. Côté, J. Konrad, "Assessment of structure effects on the thermal conductivity of two-phase porous geomaterials," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, pp. 796-804, 2009.
- [27] Z. Hashin, S. Shtrikman, "A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials," *Journal of Applied Physics*, vol. 33, pp. 3125-3131, 1962.
- [28] D. Bruggeman, "Berechnung verschiedener Physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen," *Annalen Physik*, vol. 24, pp. 636-679, 1935.
- [29] J. Wang, J.K. Carson, M.F. North, D.J. Cleland, "A new approach to modelling the effective thermal conductivity of heterogeneous materials," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, pp. 3075-3083, 2006.
- [30] Rachida Idir, Martin Cyr, Arezki Tagnit-Hamou, "Pozzolanic properties of fine and coarse color-mixed glass cullet," *Cement and concrete composites*, vol. 33, pp. 19-29, 2011.
- [31] Amor Ben Fraj, Stéphanie Bonnet, Abdelhafid Khelidj, "New approach for coupled chloride/moisture transport in non-saturated concrete with and without slag," *Construction and Building Materials*, vol. 35, pp. 761-771, 2012.
- [32] Erwin Franquet, Stéphane Gibout, Pierre Tittlein, Laurent Zalewski, Jean-Pierre Dumas, "Experimental and theoretical analysis of a cement mortar containing microencapsulated PCM," *Applied Thermal Engineering*, vol. 73, pp. 32-40, 2014.
- [33] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, E. Teller, "Equation of state calculations by fast computing machines," *Journal of chemical physics*, vol. 21, p. 1087, 1953.
- [34] J. Feder, "Random sequential adsorption," *Journal of Theoretical Biology*, vol. 87, pp. 237-254, 1980.
- [35] M. Ciesta, J. Barbasz, "Random sequential adsorption of trimers and hexamers," *Journal of Molecular Modeling*, vol. 19, pp. 5423-5427, 2013.
- [36] Z. Adanczyk, B. Siwek, P. Weronki, M. Zembala, "Adsorption of colloid particle mixtures at interfaces," *Progress in Colloid and Polymer Science*, vol. 111, pp. 41-47,

- 1998.
- [37] G. D. Garcia, F. O. Sanchez-Varretti, P. M. Centres, A. J. Ramirez-Pastor, "Random sequential adsorption of straight rigid rods on a simple cubic lattice," *Physica A*, vol. 436, pp. 558-564, 2015.
- [38] J. Segurado, J. Llorca, "A numerical approximation to the elastic properties of sphere-reinforced composites," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 50, pp. 2107-2121, 2002.
- [39] S. Kari, H. Berger, R. Rodriguez-Ramos, U. Gabbert, "Computational evaluation of effective material properties of composites reinforced by randomly distributed spherical particles," *Composite Structures*, vol. 77, pp. 223-231, 2007.
- [40] S.M. Bateni b, D.-S. Jeng, S.M. Mortazavi Naeini, "Estimating soil thermal properties from sequences of land surface temperature using hybrid Genetic Algorithm-Finite Difference Method," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 25, pp. 1425-1436, 2012.
- [41] M. E. Schmalko, R. O. Morawicki, L. A. Ramallo, "Simultaneous Determination of Specific Heat Capacity and Thermal Conductivity Using the Finite-difference Method," *Journal of Food Engineering*, vol. 31, pp. 531-540, 1997.
- [42] K. Kimoto, Y. Ichikawa, "A finite difference method for elastic wave scattering by a planar crack with contacting faces," *Wave Motion*, vol. 52, pp. 120-137, 2015.
- [43] S. Das, W. Liaob, A. Guptac, "An efficient fourth-order low dispersive finite difference scheme for a 2-D acoustic wave equation," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 258, pp. 151-167, 2014.
- [44] Y. Liu, M. K. Sen, "Time-space domain dispersion-relation-based finite-difference method with arbitrary even-order accuracy for the 2D acoustic wave equation," *Journal of Computational Physics*, vol. 232, pp. 327-345, 2013.
- [45] P. Wang, B. Yu, J. Li, Y. Zhao, Q. Shao, "A novel finite volume method for cylindrical heat conduction problems," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 63, pp. 8-16, 2015.
- [46] C. Chang, M. Chang, "Non-iteration estimation of thermal conductivity using finite volume method," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 33, pp. 1013-1020, 2006.
- [47] Y.L. Chena, C.Z. Tiana, L.X. Lia, "A key-node finite element method and its application to porous materials," *Computer Physics Communications*, vol. 195, pp. 102-111, 2015.

-
- [48] T. Telejko, Z. Malinowski, "Application of an inverse solution to the thermal conductivity identification using the finite element method," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 146, pp. 145–155, 2004.
- [49] C. Di Perna, F. Stazi, A. Ursini Casalena, M. D’Orazio, "Influence of the internal inertia of the building envelope on summertime comfort in buildings with high internal heat loads," *Energy and Buildings*, vol. 43, pp. 200–206, 2011.
- [50] P.T. Tsilingiris, "Parametric space distribution effects of wall heat capacity and thermal resistance on the dynamic thermal behavior of walls and structures," *Energy and Buildings*, vol. 38, pp. 1200–1211, 2006.
- [51] International Standard ISO 13786, "Thermal performance of building components – Dynamic thermal characteristics – Calculation methods," 2007.
- [52] D. Maillet, S. André, J-C. Batsale, A. Degiovanni, C. Moyne, *Thermal Quadrupoles*. New York: Wiley, 2000.
- [53] French Thermal Regulation “Réglementation thermique 2012”, "<http://www.rt-batiment.fr/>," accessed on November 1, 2014.
- [54] British Thermal Regulation, "“The Building Regulations 2010”," <http://www.legislation.gov.uk/ukxi/2010/2214/contents/made>, accessed on February 9, 2014.
- [55] J.A. Orosa and A.C. Oliveira, "A field study on building inertia and its effects on indoor thermal environment," *Renewable Energy*, vol. 37, pp. 89-96, 2012.
- [56] J.C. Michel, H. Moulinec, P. Suquet, "Effective properties of composite materials with periodic microstructure: a computational approach," *computational Methods applied Mechanical engineering*, vol. 172, pp. 109-143, 1999.
- [57] S. B. Lee, S. Torquato, "Porosity for the penetrable-concentric-shell model of two-phase disordered media: Computer simulation results," *Journal of Chemical Physics*, vol. 89, pp. 3258-3263, 1988.
- [58] S. Torquato, J. D. Beasley, "Effective properties of fiber-reinforced materials: I-Bounds on the effective thermal conductivity of dispersions of fully penetrable cylinders," *International Journal of Engineering Science*, vol. 24, pp. 415-433, 1986.
- [59] P. W. Rouw, A. Vrij, C. G. de Kruif, "Adhesive hard-sphere colloidal dispersions. III. Stickiness in n-dodecane and benzene," *Progress in Colloid & Polymer Science*, vol. 76, pp. 1-15, 1988.
- [60] Islam M. S., "Characterization and prediction of material response of micro and nano-

- underfills for flip chip devices," Auburn University, Auburn, PHD 2006.
- [61] V. Salnikov, S. Lemaitre, D. Choï, P. Karamian-Surville, "Measure of combined effects of morphological parameters of inclusions within composite materials via stochastic homogenization to determine mechanical properties," *Composite structures*, vol. 129, pp. 122-131, 2015.
- [62] P. Capek, M. Vesely, P. Sysel B. Bernauer, V. Hejtmanek, L. Brabec, O. Prokopova M. Kocirik, "Stochastic reconstruction of mixed-matrix membranes and evaluation of effective permeability," *Computational Materials Science*, vol. 89, pp. 142-156, 2014.
- [63] H. Xu, D. A. Dikin, C. Burkhart, W. Chen, "Descriptor-based methodology for statistical characterization and 3D reconstruction of microstructural materials," *Computational Materials Science*, vol. 85, pp. 206-216, 2014.
- [64] A. Tewari, A. M. Gokhale, "nearest-neighbor distances between particles of finite size in three-dimensional uniform random microstructures," *Materials Science and Engineering A*, vol. 385, pp. 332-341, 2004.
- [65] J. D. Scalon, N. R. J. Filler, E. C. Stillmann, H. V. Atkinson, "Spatial pattern analysis of second-phase particles in composites materials," *Materials Science and Engineering A*, vol. 356, pp. 245-257, 2003.
- [66] M. Thomas, N. Boyard, L. Perez, Y. Jarny, D. Delaunay, "Representative volume element of anisotropic unidirectional carbon-epoxy composite with high-fibre volume fraction," *Composites Science and Technology*, vol. 68, pp. 3184-3192, 2008.
- [67] G. Jefferson, H. Garmestani, R. Tannebaum, A. Gokhale, E. Tadd, "Two-point probability distribution function analysis of co-polymer nano-composites.," *International Journal of Plasticity*, vol. 21, pp. 185-198, 2005.
- [68] "B. Baniassadi; S. Ahzi; H. Garmestani; D. Ruch; Y. Remond," *New approximate solution for N-point correlation functions for heterogeneous materials*, vol. 60, pp. 104-119, 2012.
- [69] M. Arab, "Reconstruction stochastique 3D d'un matériau céramique poreux à partir d'images expérimentale et évaluation de sa conductivité thermique et de sa perméabilité," Université de Limoges, Thèse de doctorat 2010.
- [70] H. L. Frisch, F. H. Stillinger, "Contribution to the statistical geometric basis of radiation scattering.," *Journal of chemical physics*, vol. 38, pp. 2200-2207, 1963.
- [71] B. L. Lu, S. Torquato, "Lineal-path function for random heterogeneous materials," *Physic Review A*, vol. 45, pp. 922-929, 1992.

-
- [72] D. A. Coker, S. Torquato, "Extraction of morphological quantities from a digitized medium," *Journal of Applied Physics*, vol. 77, pp. 6087-6099, 1995.
- [73] B. D. Ripley, "Modelling spatial patterns," *Journal of the royal statistical Society. Series B (methodological)*, vol. 39, pp. 172-212, 1977.
- [74] A. Pontefisso, M. Zappalorto, M. Quaresimin, "An effective RVE formulation for the analysis of the elastic properties of spherical nanoparticle reinforced polymers," *Computational Materials Science*, vol. 96, pp. 319-326, 2015.
- [75] D. Stoyan, U. Bertram, H. Wendrock, "Estimation variances for estimators of product densities and pair correlation functions of planar point processes," *Ann. Inst. Statist.Math.*, vol. 45, pp. 211-221, 1993.
- [76] A. Borbely, F. F. Csikor, S. Zabler, P. Cloetens, H. Biermann, "Three-dimensional characterization of the microstructure of a metal matrix composite by holotomography," *Materials science and Engineering*, vol. 367, pp. 40-50, 2004.
- [77] J. Sun, L. Fang, "Numerical simulation of concrete hollow bricks by the finite volume method," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, pp. 5598-5607, 2009.
- [78] J. Flourey, J. Carson, and T.Q. Pham, "Modelling thermal conductivity in heterogeneous media with finite method," *Food Bioprocess Technology*, vol. 1, pp. 161-170, 2008.
- [79] G. Dhatt, G. Touzot, E. Lefrançois, *Méthode des éléments finis*. Paris: Lavoisier, 2007.
- [80] Harouna Bal, Yves Jannot, Salif Gaye, Frank Demeurie, "Measurement and modelisation of the thermal conductivity of a wet composite porous medium: Laterite based bricks with millet waste additive," *Construction and Building materials*, vol. 41, pp. 586-593, 2013.
- [81] De Hoog FR., "An improved method for numerical inversion of Laplace transforms," *Society of Industrial and Applied Mathematics*, vol. 3, pp. 357-366, 1982.
- [82] Levenberg K., "A method for a solution of certain non-linear problems in least-squares," *Q. Appl. Math*, vol. 2, pp. 164-168, 1944.
- [83] Marquart D., "An algorithm for least squares estimation of non-linear parameters," *J. Soc. Indust. Appl. Math.*, vol. 11, pp. 431-41, 1963.
- [84] Yves Jannot, "Théorie et pratique de la métrologie thermique," Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée, Nancy, Cours 2008.
- [85] L. Rayleigh, "On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the

- properties of a medium," *Philosophical Magazine*, vol. 34, pp. 481–507, 1892.
- [86] Amir Akbari, Mohsen Akbari, Reghan J. Hill, "Effective thermal conductivity of two-dimensional anisotropic two-phase media," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 63, pp. 41-50, 2013.
- [87] Carson J.K., Lovatt S.J., Tanner D.J., Cleland A.C., "An analysis of the influence of material structure on the effective thermal conductivity of theoretical porous materials using finite element simulations," *International Journal of refrigeration*, vol. 36, pp. 873-880, 2003.
- [88] Jones F. W., Pascal F., "Numerical model calculations of the effects of grain sizes and orientations on the thermal conductivities of composites," *Geothermics*, vol. 23, pp. 365-371, 1994.
- [89] Muhammad Zain-ul-abdein, Kabeer Raza, Fazal Ahmad Khalid, Tarek Mabrouki, "Numerical investigation of the effect of interfacial thermal resistance upon the thermal conductivity of copper/diamond composites," *Materials and Design*, vol. 86, pp. 248–258, 2015.
- [90] R.W. Pryor, *Multiphysics Modeling Using COMSOL: A First Principles Approach*. Sudbury: Jones and Barlett Publishers, 2011.
- [91] Sandra Spagnol, "Transferts conductifs dans des aérogels de silice, du milieu nanoporeux autosimilaire aux empilements granulaires," Université Paul Sabatier, Toulouse, Thèse de doctorat 2007.
- [92] Alexander M. Thiele, Aditya Kumar, Gaurav Sant, Laurent Pilon, "Effective thermal conductivity of three-component composites containing spherical capsules," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 73, pp. 177-185, 2014.
- [93] Serge Bories, Abdelkader Mojtabi, Marc Prat, Michel Quintard, *Transfert de chaleur dans les milieux poreux - Conduction - convection - rayonnement*.: Techniques de l'ingénieur, 2008, vol. be8250.
- [94] Mactar Faye, Berangere Lartigue, Vincent Sambou, "A new procedure for the experimental measurement of the effective heat capacity of wall elements," *Energy and Buildings* , vol. 103, pp. 62-69, 2015.
- [95] V. Sambou, B. Lartigue, F. Mouchoux, M. Adj, "V. Theoretical and experimental study of heat transfer through a vertical partitioned enclosure: Application to the optimization of the thermal resistance," *Applied thermal Engineering* , vol. 28 , pp. 488–498, 2008.
- [96] Didier Gossard, "Impact de l'enveloppe sur la performance énergétiques de l'enveloppe: de la caractérisation jusqu'à l'optimisation," Université de Toulouse 3 Paul Sabatier,

Thèse de doctorat 2011.

- [97] V. Sambou, B. Lartigue, F. Monchoux, M. Adj, "Theoretical and experimental study of heat transfer through a vertical partitioned enclosure: Application to the optimization of the thermal resistance," *Applied Thermal Engineering* , vol. 28, pp. 488-498, 2008.
- [98] Didier Gossard, Berangere Lartigue, "Three-dimensional conjugate heat transfer in partitioned enclosures : Determination of geometrical and thermal properties by an inverse method," *Applied Thermal Engineering* , vol. 54, pp. 549-558, 2013.
- [99] Bruno Lacarrière, "Etude numérique et expérimentale des échanges thermiques en cavités partitionnées : application aux transferts instationnaires dans les briques à perforations verticales," Université Toulouse III, Toulouse, Thèse 2003.
- [100] G. Catalanotti, "On the generation of RVE-based models of composites reinforced with long fibres or spherical particles," *Composite Structures*, vol. 138, pp. 84-95, 2016.

AUTHOR : Mactar FAYE

TITLE : Internal structure and macroscopic thermal properties, application to construction materials

SUPERVISOR : Bérangère LARTIGUE

LOCATION AND DATE OF DEFENSE : University of Toulouse III Paul Sabatier - may 26, 2016

ABSTRACT :

The objective of this thesis is to study the impact of the internal structure of isotropic granular materials on the macroscopic thermal properties. We have developed a model to solve the heat transfer problem within a heterogeneous three-dimensional material. This code is coupled with an algorithm generating random structure. After an experimental validation, we first generated granular materials and we characterized their internal structure; then we studied the impact of this structure on the thermal conductivity.

We also developed a new experimental method for measuring the heat capacity area of a wall element with complex internal structure. The originality of this method is the coupling of an analytical model of heat capacity area, which is independent of the thermal properties of the constituents, and an experimental study.

Keywords : *heterogeneous materials, effective thermal conductivity, heat capacity area, internal structure, asymmetric hot plane.*

LABORATORY ADDRESS :

Laboratoire P.H.A.S.E. - Physique de l'Homme Appliquée à Son Environnement

Université de Toulouse III Paul Sabatier

118, route de Narbonne 31062 Toulouse Cedex 9

Tél. : 05 61 55 65 33 – Fax : 05 61 55 81 54

AUTEUR : Mactar FAYE

TITRE : Structure interne et propriétés thermiques macroscopiques, application aux matériaux de construction

DIRECTRICE DE THESE : Bérangère LARTIGUE

LIEU ET DATE DE SOUTENANCE : Université de Toulouse III Paul Sabatier – 26 mai 2016

RESUME :

L'objectif de cette thèse est d'étudier l'impact de la structure interne des matériaux isotropes granulaires sur leurs propriétés thermiques macroscopiques. Nous avons développé un code de calcul pour résoudre les transferts thermiques au sein d'un matériau hétérogène tridimensionnel. Ce code est couplé avec un algorithme de génération de structures aléatoires. Après validation expérimentale, nous avons généré des géométries granulaires dont nous avons caractérisé la structure interne, puis nous avons étudié l'impact de cette structure sur la conductivité thermique.

Nous avons également développé une nouvelle méthode de mesure expérimentale de la capacité thermique surfacique d'un élément de paroi à structure interne complexe. L'originalité de cette méthode est le couplage d'un modèle analytique de la capacité thermique, indépendant des propriétés thermiques des constituants, et d'une étude expérimentale.

Mots-clés : *matériaux hétérogènes, conductivité thermique équivalente, capacité thermique surfacique, structure interne, méthode du plan chaud*

DISCIPLINE : Energétique et transferts

LABORATOIRE DE RATTACHEMENT :

Laboratoire P.H.A.S.E. - Physique de l'Homme Appliquée à Son Environnement

Université de Toulouse III Paul Sabatier

118, route de Narbonne 31062 Toulouse Cedex 9

Tél. : 05 61 55 65 33 – Fax : 05 61 55 81 54