



HAL
open science

**Réalisation et caractérisation de dispositifs de mesure
associés à la détermination de la constante de von
Klitzing à partir d'un condensateur calculable étalon dit
de Thompson-Lampard**

Ralph Sindjui

► **To cite this version:**

Ralph Sindjui. Réalisation et caractérisation de dispositifs de mesure associés à la détermination de la constante de von Klitzing à partir d'un condensateur calculable étalon dit de Thompson-Lampard. Energie électrique. Université Paris Saclay (COMUE), 2016. Français. NNT : 2016SACLV053 . tel-01480637

HAL Id: tel-01480637

<https://theses.hal.science/tel-01480637v1>

Submitted on 1 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACLV053

THESE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY
PREPAREE A
L'UNIVERSITE VERSAILLES SAINT-QUENTIN EN YVELINES

ÉCOLE DOCTORALE N°580
Sciences et technologies de l'information et de la communication

Spécialité de doctorat : Génie électrique, Métrologie

Par

Mr SINDJUI Ralph

Réalisation et caractérisation de dispositifs de mesure associés à la détermination de la constante de von Klitzing à partir d'un condensateur calculable étalon dit de Thompson-Lampard

Thèse présentée et soutenue au LISV, le 01 juillet 2016 :

Composition du Jury :

M. Pierre SABOUROUX, Maître de Conférences, Institut Fresnel
M. François VURPILLOT, Professeur des Universités, Université de Rouen
M. Christophe CONSEJO, Ingénieur de recherche, Université Montpellier
M. Dominique PLACKO, Professeur des Universités, ENS Cachan
M. Olivier THEVENOT, Ingénieur de recherche, LNE
M. Luc CHASSAGNE, Professeur des Universités, LISV
M. Pierre GOURNAY, Docteur, BIPM

Rapporteur
Rapporteur
Examinateur
Président du Jury
Invité
Directeur de thèse
Co-encadrant de thèse

Table des matières

Introduction Générale.....	6
Chapitre 1 : Contexte de l'étude.....	9
I. Le système international d'unités (SI)	9
1. Bref aperçu historique, évolution du SI	9
2. Mesures, grandeurs, unités.....	11
3. Définition, réalisation et conservation d'une unité	13
II. Les unités électriques dans le SI : définition et réalisation.....	14
1. Les unités électriques du SI	14
2. L'étalon calculable de Thompson-Lampard	16
3. Principe de l'effet Hall quantique	23
III. Ponts de comparaison d'impédances	24
1. Principe des ponts de comparaison d'impédances.....	24
2. Ponts coaxiaux : égalisateurs de courant	27
3. Définitions métrologiques des impédances.....	29
IV. Ponts de comparaison : mise en œuvre et détermination de R_K au LNE.....	32
1. Ponts de comparaison de capacité en deux paires de bornes et détermination directe du farad.....	32
2. Ponts de comparaison de capacité en quatre paires de bornes.....	34
3. Ponts de quadrature en quatre paires de bornes : passage farad – ohm	36
4. Pont de comparaison de résistances en quatre paires de bornes	38
5. Mesure par rapport à l'effet Hall quantique.....	40
6. Bilan d'incertitudes sur la détermination de R_K en 2000 au LNE	40
V. Ponts de comparaison automatiques :.....	42
Chapitre 2 : Transformateurs étalons	47
I. Principe de fonctionnement des transformateurs	47
1. Equations fondamentales	47
2. Transformateurs parfaits	48
3. Sources d'erreurs	49
II. Autotransformateurs étalons à double étage.....	52
1. Autotransformateurs	52
2. Autotransformateur double étage.....	53
III. Techniques de construction des transformateurs étalons	56

1.	Circuit magnétique	56
2.	Techniques de bobinage.....	58
3.	Minimisation des inductances, résistances et capacités de fuite.....	60
4.	Écrans électriques et magnétiques	62
IV.	Fabrication d'autotransformateurs étalons à double étage au LNE.....	63
1.	Précédente génération d'autotransformateurs étalons.....	63
2.	Conception d'une nouvelle génération d'autotransformateurs étalons.....	64
3.	Conception d'autotransformateurs étalons double étage pour d'autres applications :	72
Chapitre 3 : Étalonnage de transformateurs étalons.....		76
I.	Description des différentes méthodes	76
1.	Par comparaison à un rapport de référence 1:-1	76
2.	Par permutation de capacités dans un pont de comparaison.....	79
3.	Par comparaison à une tension de référence	80
II.	Mise en œuvre de la méthode de comparaison par rapport à une tension de référence	83
1.	Description des différents éléments	83
2.	Résultats de la caractérisation de l'autotransformateur étalon destiné à la chaîne de mesure associée à la détermination de la constante de von Klitzing.....	103
3.	Bilan des différentes composantes d'incertitudes sur la nouvelle génération de transformateurs étalons	107
4.	Résultats de la caractérisation des autotransformateurs étalons double étage conçus pour d'autres applications	107
III.	Impact sur le bilan d'incertitudes de la chaîne de détermination de R_K	109
1.	Variation de la capacité des condensateurs étalons avec la tension.....	110
2.	Variation en fréquence des résistances de transfert	113
Chapitre 4 : Exploration de nouveaux ponts de comparaison automatiques.....		118
I.	Approche des ponts de comparaison automatiques.....	118
1.	Vers l'automatisation des ponts de comparaison.....	118
2.	Vers le numérique	119
II.	Ponts de comparaison d'impédances numériques	122
1.	Principe d'un pont de comparaison d'impédances numérique	122
2.	Mise en œuvre d'un pont de comparaison automatique en deux paires de bornes	124
III.	Ponts de comparaison d'impédances numériquement assistés.....	136

1. Principe d'un pont de comparaison d'impédances numériquement assisté.....	136
2. Exemple d'un pont de comparaison d'impédances numériquement assisté en quatre paires de bornes	139
Conclusion Générale	143
Liste des publications et présentations	146
ANNEXE A.....	148
ANNEXE B.....	149
ANNEXE C.....	150
ANNEXE D.....	155

Introduction Générale

Le Système International d'unités (abrégé SI) est le système d'unités le plus largement reconnu par l'ensemble du monde industrialisé. Il permet de maintenir une cohérence entre toutes les mesures et est fondé sur un choix de sept unités de base liées à sept grandeurs différentes : longueur, masse, temps, intensité de courant, température thermodynamique, intensité lumineuse et quantité de matière. La majorité des unités (six sur sept) de ce système est définie à partir de la valeur numérique de six constantes de la nature. Seule l'unité de masse (kilogramme) est définie à partir d'un artefact matériel (Prototype International du Kilogramme). Du fait de son évolution dans le temps liée à plusieurs facteurs pouvant aller des contraintes naturelles (évolution du matériau dans le temps) à des contraintes d'exploitation (déplacement de l'étalon par les humains), la définition de cette unité implique plusieurs problèmes de conservation sur le long terme. Une part importante des activités de recherche en métrologie fondamentale est actuellement tournée vers la détermination de constantes naturelles en vue d'une redéfinition prochaine des unités du SI à partir de ces dernières. L'objectif final étant de disposer d'un système d'unité débarrassé de toutes attaches à des artefacts matériels.

Des progrès scientifiques et techniques considérables, notamment sur le plan des nanotechnologies et des nanostructures ont permis de mettre en évidence un certain nombre de phénomènes physiques liés à des effets quantiques de taille, de confinement de surface et d'interface dans les matériaux qui sont à l'origine d'un bouleversement considérable dans l'approche de la métrologie, science de la mesure et entre-autre dans le domaine électrique à travers l'effet Hall quantique et l'effet Josephson. Aussi, des expériences ont montré un niveau très élevé de reproductibilité des mesures ainsi que l'universalité de ces phénomènes, mettant l'accent sur le caractère immuable de ces représentations dans l'espace et dans le temps. Les constantes fondamentales de von Klitzing R_K et de Josephson K_J issues respectivement de ces deux phénomènes s'expriment en fonction de la constante de Planck h et de la charge de l'électron e . Néanmoins, nous pouvons nous interroger sur le niveau de cohérence entre les valeurs de ces constantes phénoménologiques R_K et K_J et leurs représentations théoriques, $\frac{h}{e^2}$ et $\frac{2e}{h}$ respectivement.

Le Laboratoire National de métrologie et d'Essais (LNE), en sa qualité de laboratoire national de métrologie s'est inscrit dans cet objectif et un des projets en cours concerne la mesure de la constante de von Klitzing R_K (estimateur du rapport $\frac{h}{e^2}$). Cette constante permettra ensuite de matérialiser des valeurs quantifiées de résistance à partir de l'effet Hall quantique. Elle servira, à terme, de valeur de référence pour la nouvelle définition de l'ohm qui représente l'unité de résistance électrique dérivée du SI. La détermination de R_K est effectuée à partir d'une réalisation directe de l'unité de résistance dans le SI. Elle s'appuie sur une chaîne de mesure dont le principe est basé sur la comparaison (à l'aide de ponts de comparaison d'impédances coaxiaux) des valeurs de la même résistance électrique, mesurées d'une part en courant alternatif par rapport à l'étalon calculable de capacité de Thompson-Lampard, et d'autre part, en courant continu par l'utilisation de l'effet Hall quantique.

Un consensus international fixe à 10^{-8} le niveau d'incertitude associé à la détermination de R_K alors que la contribution française à cette détermination est aujourd'hui de $5 \cdot 10^{-8}$ (étalon calculable de Thompson-Lampard et chaîne de mesure associée). Pour atteindre cette incertitude cible sur la prochaine détermination, le LNE a décidé de construire un nouvel étalon calculable de Thompson-Lampard en alternatif (déjà en cours de développement au LNE) et ensuite perfectionner les dispositifs expérimentaux de mesure impliqués.

Le travail de cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'amélioration, la réalisation et la caractérisation de dispositifs de mesure associés à la détermination de la constante de von Klitzing à partir d'un condensateur calculable de Thompson-Lampard. Les différents contextes et enjeux présentés ici situent les orientations de ce travail qui sont détaillées dans le premier chapitre de ce manuscrit. Le chapitre suivant s'attache à décrire la conception et la réalisation d'une nouvelle génération de transformateurs étalons qui représentent les éléments principaux de la chaîne de mesure associée à la détermination de R_K . Il précise leur principe de fonctionnement et les différents choix techniques retenus pour la réalisation de cette nouvelle génération. Le troisième chapitre présente la caractérisation des transformateurs étalons conçus dans le cadre de cette thèse. Il s'attarde dans un premier temps sur la présentation des principales méthodes permettant l'étalonnage de tels dispositifs. Dans la deuxième partie de ce chapitre, la méthode retenue ainsi que sa mise en œuvre sont développées. L'impact attendu de l'utilisation de la nouvelle génération de transformateurs étalons sur la future détermination de R_K y est détaillé en dernière partie. Le quatrième chapitre consiste à présenter les travaux menés sur la possible automatisation partielle ou complète des ponts de comparaison d'impédances coaxiaux.

Chapitre 1 : Contexte de l'étude

Dans ce chapitre, il est question de présenter le contexte et les enjeux du travail de recherche effectué. Cette thèse a été effectuée au Laboratoire National de métrologie et d'Essais (LNE) au sein du Pôle de Recherche en Métrologie Avancée et en partenariat avec le Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles (LISV). En sa qualité de laboratoire national de métrologie, une des missions qui incombe au LNE est de réaliser et de conserver les unités du Système International d'unités (SI) ainsi que de développer et/ou mettre en œuvre les moyens de transfert de ces unités avec des niveaux d'incertitude aussi réduits que possible. Cette recherche d'incertitude réduite est particulièrement présente dans les activités de métrologie fondamentale mais peut également être limitée aux besoins industriels dans le cadre de la métrologie appliquée.

Une part importante des activités de recherche en métrologie fondamentale est actuellement tournée vers la détermination de constantes naturelles en vue d'une redéfinition prochaine de certaines unités du SI à partir de ces dernières. L'objectif final étant de disposer d'un système d'unité débarrassé de toutes attaches à des artefacts matériels.

Après une introduction sur le SI et ses origines, nous présenterons plus spécifiquement la définition et la réalisation des unités électriques dans ce dernier. La modification des définitions de certaines des unités électriques constitue en effet le contexte général du travail présenté, en particulier la redéfinition de l'ohm, l'unité de résistance électrique. Nous présenterons également le condensateur calculable de Thompson-Lampard employé actuellement pour la réalisation des grandeurs capacité et résistance électriques en unités du SI qui représente le cœur de l'étude. Sa mise en œuvre, ainsi que la chaîne de mesure associée seront aussi décrites.

Aussi, en dehors du contexte de la redéfinition des unités du SI et dans le cadre du projet de recherche européen AIM Qute (Automated Impedance Metrology extending the Quantum toolbox for electricity), des travaux ont été menés dans le cadre de cette thèse pour étudier une possible automatisation partielle ou complète de certains ponts de la chaîne de mesure. Ce chapitre se terminera par une introduction à cette thématique et une description des enjeux du travail effectué.

I. Le système international d'unités (SI)

La rédaction de cette partie s'appuie sur les références [1] à [5].

1. Bref aperçu historique, évolution du SI

Le SI, inspiré du système métrique, est désormais très largement reconnu par l'ensemble du monde industrialisé. Le système métrique a été créé afin d'unifier tous les systèmes de mesure qui existaient avant le XVIII^{ème} siècle et de leur appliquer - pour certaines unités de mesure - un système décimal afin d'en simplifier l'usage. En effet, chaque région du monde disposait de ses propres unités de mesure, ce qui compliquait les échanges commerciaux internationaux. Le système métrique a été mis en place par la France, pendant la révolution française de 1789, puis adopté par de nombreux pays dans le monde. D'où le terme système

international d'unités et son abréviation SI établis par la 11^{ème} Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM) en 1960. La CGPM rassemble des délégués des États membres de la convention du mètre¹ et décide de l'évolution du SI tous les quatre ans. Plusieurs tentatives de réalisation d'un système pratique et cohérent² d'unités ont existé, pendant l'empire romain, puis sous Charlemagne ou encore au début du XIV^{ème} siècle. Cependant, les progrès scientifiques et techniques survenus durant le siècle des Lumières ont permis d'étudier la question sous un angle différent. Il est possible de résumer comme suit les principales étapes historiques qui conduisirent au SI :

Le 9 mars 1790, Talleyrand - conseillé par Condorcet - propose dans un discours une réforme dans les poids et les mesures en France avec comme solution du problème une réduction qui se rapporte à « *un modèle invariable pris dans la nature, afin que toutes les nations puissent y recourir dans le cas où les étalons qu'elles auraient adoptés viendraient à se perdre ou à s'altérer.* ». Ainsi, dès le mois de mai 1790, l'assemblée a voté deux décrets. Le premier demandant à l'académie des sciences de « *déterminer l'échelle de division la plus convenable pour les poids et mesures et pour les monnaies* » et le deuxième demandant que la définition du mètre soit établie en collaboration avec la société royale de Londres. L'adoption d'un système décimal fut donc décidée à la suite de ces décrets et une définition du mètre s'en est suivie.

Le 1 août 1793, la convention adopta des définitions préliminaires et fixa des règles de nomenclature utilisant des préfixes latins pour les multiples et sous-multiples.

Le 7 avril 1795, le système métrique est officiellement adopté ; le mètre est défini comme étant la dix millionième partie du quart du méridien terrestre et le kilogramme comme étant la masse de 100 centimètres cube d'eau à 4 °C.

Le 22 juin 1799, le dépôt de deux étalons en platine - résultant de la création du système métrique décimal au moment de la révolution française et représentant le mètre et le kilogramme - aux archives de la République à Paris peut être considéré comme la première étape ayant conduit au système international d'unités actuel. Ces étalons étaient dédiés à un usage courant. La définition et l'unification d'un système de mesure universel se sont ainsi mises en place au cours de la révolution française. Du fait de la suspension de l'usage du système décimal durant l'Empire après la période mouvementée de la révolution, ce n'est qu'à partir d'une loi du 4 juillet 1837 que la diffusion des étalons et l'acceptation du système décimal furent effectives. Ce système montrait une modification considérable par rapport à la définition des unités précédentes notamment le passage d'unités définies à partir de parties du corps humain (le pouce, le pied, etc.) à des unités définies à partir de propriétés de la nature considérées comme étant universelles et constantes.

¹ La convention du mètre est le traité international signé le 20 mai 1875 à Paris par dix-sept États dans le but d'établir une autorité mondiale dans le domaine de la métrologie. Elle succède à la commission internationale du mètre mise en place en 1870. La convention du mètre crée le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), une organisation intergouvernementale sous l'autorité de la CGPM et sous la direction/surveillance du Comité International des Poids et Mesures (CIPM). Le BIPM a autorité pour agir dans le domaine de la métrologie mondiale et pour démontrer l'équivalence entre les étalons des différents pays. Au 27 avril 2015, on compte cinquante-sept États Membres du BIPM.

² La cohérence d'un système d'unités réside en une interdépendance des unités telle que le plus grand nombre possible de relation entre les unités puisse s'écrire sans coefficient numérique. Le degré de cohérence est donc caractérisé par le fait que les unités dérivent presque toutes d'un nombre aussi réduit que possible d'unités fondamentales, au moyen de relations géométriques ou physiques, dans lesquelles les coefficients numériques sont ramenés à un.

En 1832, Gauss met en place l'application d'un système métrique, associé à la seconde, par l'intermédiaire de mesures absolues du champ magnétique terrestre en utilisant un système décimal fondé sur les trois unités mécaniques : millimètre, gramme et seconde pour, respectivement, les grandeurs longueur, masse et temps. Il étend par la suite, avec Weber, ces mesures pour y inclure d'autres phénomènes électriques.

En 1874, la British Association for the Advancement of Science (BAAS) introduit le système CGS qui est un système d'unités tridimensionnel cohérent fondé sur les trois unités mécaniques (centimètre, gramme et seconde), et utilisant des préfixes allant de micro à méga pour exprimer les sous-multiples et multiples décimaux. Ce système s'appuie sur une mise en œuvre approfondie - par Maxwell et Thomson dans les années 1860 - des mesures proposées par Gauss et Weber dans les domaines de l'électricité et du magnétisme au sein de la BAAS. C'est en grande partie sur l'utilisation de ce système que se fonda, par la suite, le développement expérimental des sciences physiques.

Dans les années 1880, le BAAS et le congrès international d'électricité approuvèrent un système mutuellement cohérent d'unités pratiques afin de compléter le système CGS pour les domaines de l'électricité et du magnétisme. Parmi ces unités figuraient l'ohm pour la résistance électrique, le volt pour la force électromotrice et l'ampère pour le courant électrique.

Lors de la 1^{ère} CGPM en 1889, sont approuvés de nouveaux prototypes internationaux du mètre et du kilogramme fabriqués après la signature de la convention du mètre le 20 mai 1875. Avec la seconde des astronomes comme unité de temps, ces unités constituaient un système d'unités mécaniques tridimensionnel similaire au système CGS, mais avec comme unités de base le mètre, le kilogramme et la seconde (MKS).

Il a été montré par le physicien Giorgi, en 1901, qu'il était possible d'associer les unités mécaniques du système MKS au système pratique d'unités électriques pour former un seul système cohérent quadridimensionnel en ajoutant aux unités MKS une quatrième unité de nature électrique telle que l'ampère ou l'ohm tout en rationalisant les équations de l'électromagnétisme. La discussion de cette proposition par des organisations internationales parmi lesquelles l'Union Internationale de Physique Pure et Appliquée (UIPPA) et la Commission Électrotechnique Internationale aboutit en 1946, à l'adoption par le Comité International des Poids et Mesures (CIPM) d'un système fondé sur le mètre, le kilogramme, la seconde et l'ampère (MKSA). En 1954, après une enquête du Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) entamée en 1948, la 10^{ème} CGPM entérine l'adoption des unités de base supplémentaires que sont le kelvin et la candela, respectivement la température thermodynamique et l'intensité lumineuse. Après de longues discussions entre physiciens et chimistes, en 1971 lors de la 14^{ème} CGPM, pour convenir d'une solution pouvant satisfaire les deux communautés, la mole fut adjointe au SI comme dernière unité de base propre à la quantité de matière. C'est ainsi que le SI est porté à sept unités de base au total tel que nous le connaissons de nos jours.

2. Mesures, grandeurs, unités

Le SI est le système standard d'unités pour les scientifiques du monde entier. Il est constitué de sept unités de base à partir desquelles d'autres unités sont dérivées. Les définitions de ces

sept unités de base sont modifiées en tant que de besoin pour suivre l'évolution des sciences. Le Tableau 1 ci-dessous présente la définition actuelle et le symbole de chacune de ces unités :

Unité	Symbole	Définition
mètre	m	<i>Unité de longueur :</i> Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde (17 ^{ème} CGPM, 1983)
kilogramme	kg	<i>Unité de masse :</i> Le kilogramme est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme κ (3 ^{ème} CGPM, 1901)
seconde	s	<i>Unité de temps :</i> La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 (13 ^{ème} CGPM, 1967/68)
ampère	A	<i>Unité du courant électrique :</i> L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur (9 ^{ème} CGPM, 1948)
kelvin	K	<i>Unité de température thermodynamique :</i> Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau (10 ^{ème} CGPM, 1954)
mole	mol	<i>Unité de quantité de matière :</i> La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12. Lorsqu'on emploie la mole, les entités élémentaires doivent être spécifiées et peuvent être des atomes, des molécules, des ions, des électrons, d'autres particules ou des groupements spécifiés de telles particules (14 ^{ème} CGPM, 1971)
candela	cd	<i>Unité d'intensité lumineuse :</i> La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540.1012 hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est 1/683 watt par stéradian (16 ^{ème} CGPM, 1979)

Tableau 1 : Tableau des unités de base du système international actuel

Comme complément à ce tableau, le BIPM donne des recommandations sur la mise en pratique des unités. Elles permettent d'évaluer les incertitudes relatives avec lesquelles les unités du SI peuvent être représentées comme illustré dans le Tableau 2 [2] :

Unité	Quantité	Incertitude relative
mètre	Longueur	1.10^{-12}
kilogramme	Masse	1.10^{-8}
seconde	Temps	3.10^{-15}
ampère	Courant électrique	4.10^{-8}
kelvin	Température thermodynamique	3.10^{-7}
candela	Intensité lumineuse	1.10^{-4}
mole	Quantité de matière	8.10^{-8}

Tableau 2 : Incertitudes relatives sur la représentation des unités du SI

Le kilogramme est l'unité qui possède la définition la plus ancienne et est la seule unité encore définie à l'aide d'un artefact matériel. La mole, l'ampère et la candela pâtissent de leur lien avec le kilogramme. L'origine du problème qui se pose aujourd'hui au SI est la révolution apportée par un ensemble de découvertes récentes et de nouvelles technologies, qui le met en décalage avec la physique moderne tant au niveau du cadre conceptuel que des techniques de mesure, notamment avec l'avènement de la physique quantique. À l'exception de la seconde et du mètre, les autres unités sont toutes plus ou moins mises en cause. En effet, la seconde se définit à partir d'un phénomène quantique : « *transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133* ». Ceci fait d'elle l'unité la mieux représentée dans le SI. Le mètre, également, est passé d'une définition se référant au méridien terrestre à une définition à partir de la seconde associée à une constante fondamentale dimensionnée - qui est la vitesse de la lumière - supposée exacte. De ce fait, de nombreuses discussions sont en cours depuis plusieurs années [6][7] pour faire évoluer le SI vers une redéfinition du kilogramme, de l'ampère, du kelvin et de la mole car - selon les auteurs - une unité de base devrait être un invariant de la nature et la réalisation pratique de la définition d'une unité doit être accessible et aussi précise que possible. L'idée [6] étant de relier ces quatre unités de base que sont le kilogramme, l'ampère, le kelvin et la mole, respectivement, aux constantes fondamentales suivantes : la constante de Planck h , la charge élémentaire e , la constante de Boltzmann k et la constante d'Avogadro N_A , qui seraient fixées exactement comme cela est déjà le cas pour la vitesse de la lumière dans le vide. Ainsi, lors de sa 25^{ème} réunion (novembre 2014), la CGPM a adopté une résolution sur la révision à venir du SI. Elle fait suite à la résolution adoptée par la CGPM, en 2011, qui actait la proposition du CIPM pour une révision du SI. La date de cette redéfinition a été fixée à 2018 [8].

3. Définition, réalisation et conservation d'une unité

En métrologie, un étalon est la matérialisation d'une grandeur donnée exprimée en unité SI. Il faut différencier les étalons de définition (comme le prototype international du kilogramme) et les étalons de conservation dont la valeur est déterminée par la réalisation d'une unité avec la

meilleure exactitude possible. Les étalons de conservation sont en règles générales utilisés pour étalonner des étalons secondaires eux même employés pour la mise en œuvre pratique de la dissémination de l'unité considérée.

La réalisation pratique d'une unité consiste à élaborer des méthodes et techniques permettant d'exprimer dans cette unité la grandeur qui y est associée (matérialisée par l'étalon), conformément à sa définition. Cette réalisation pratique sera nécessairement associée à une estimation de l'erreur. Plus l'erreur sera minimisée, plus l'obtention d'un étalon fidèle à sa définition sera assurée. Ceci est appelé plus communément la conservation qui consiste à concourir sans cesse à l'amélioration de la réalisation d'une unité c'est-à-dire de la mise en œuvre de la chaîne de mesure associée à sa détermination.

Ainsi, il existe plusieurs types d'étalons pouvant être classés par leur niveau d'incertitude comme représenté sur la Figure 1.

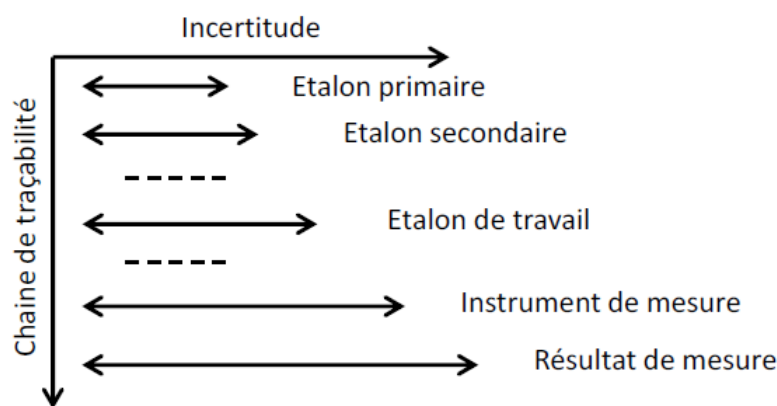


Figure 1 : Hiérarchie métrologique des étalons de mesure [9]

Les étalons primaires sont les étalons de plus haute qualité et sont utilisés pour la conservation de l'unité conformément à sa définition. Les étalons secondaires, étalonnés à partir des étalons primaires, servent à l'étalonnage périodique des étalons de travail susceptibles de varier plus rapidement du fait de leur utilisation fréquente.

Ces étalons de travail sont habituellement utilisés pour étalonner ou contrôler les instruments de mesure.

II. Les unités électriques dans le SI : définition et réalisation

1. Les unités électriques du SI

La seule unité électrique de base du SI est l'ampère [4]. Par définition, l'ampère est « l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur ». Il se définit à partir du mètre, du kilogramme et de la seconde via une force exprimée en newton ($\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$). Sa définition fixe la perméabilité du vide μ_0 comme étant exactement égale à $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$ et repose sur l'hypothèse d'égalité entre l'énergie mécanique et l'énergie électrique. En effet, comme le montre la

relation (1) ci-dessous, cette valeur est issue du calcul de la force par unité de longueur F/l exercée entre deux conducteurs parallèles, rectiligne, placés à une distance d l'un de l'autre et traversés par un courant I [3] :

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \quad (1)$$

Les autres unités électriques découlent de l'ampère avec des liens plus ou moins directs. La filiation des unités électriques dans le SI est illustrée sur la Figure 2 :

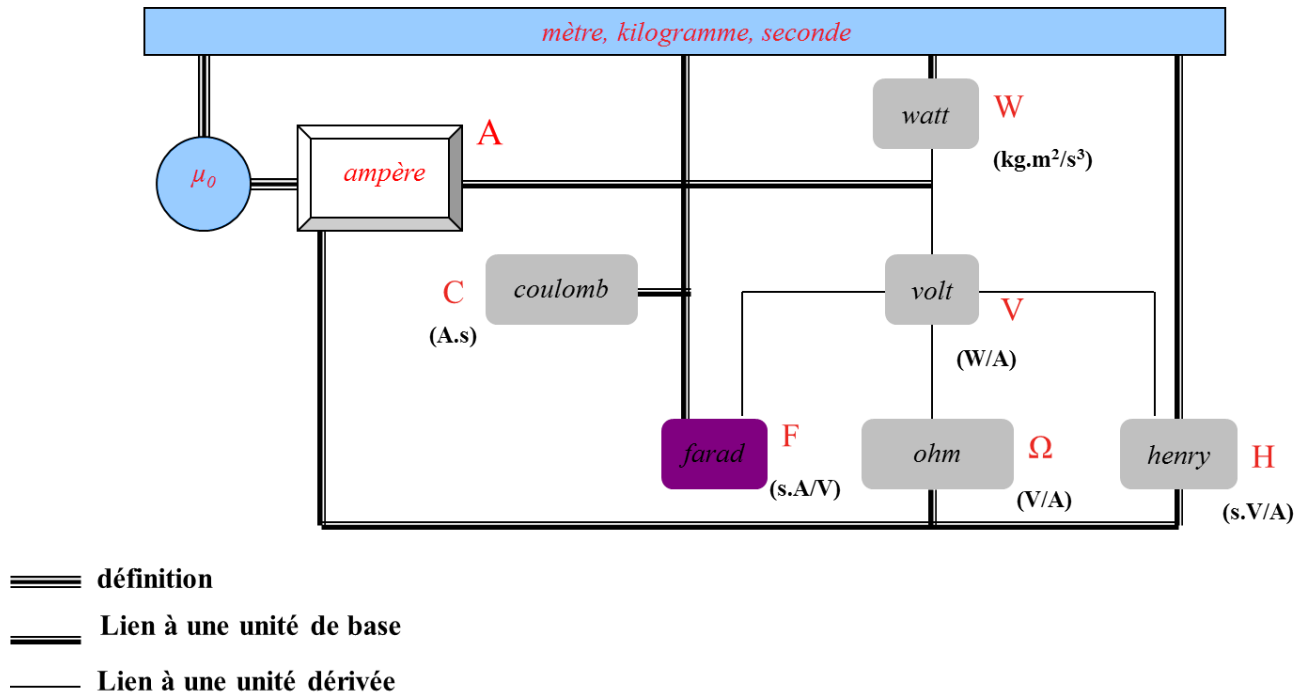


Figure 2: Filiation des unités électriques dans le SI [2]

Compte tenu de la difficulté de mise en œuvre de l'ampère avec une exactitude suffisante, il est généralement réalisé à partir de l'ohm, du volt et de la loi d'ohm $I=U/R$. Pour la même raison, la réalisation pratique des unités électriques dans le SI est effectuée à partir d'un étalon calculable de capacité qui est à la fois étalon de définition et de représentation du farad grâce au théorème de Thompson-Lampard (détaillé en II-2).

Ainsi, la représentation pratique des unités électriques repose sur le farad réalisé avec un étalon de capacité calculable de Thompson-Lampard. La représentation expérimentale des unités électriques est alors effectuée comme indiqué Figure 3.

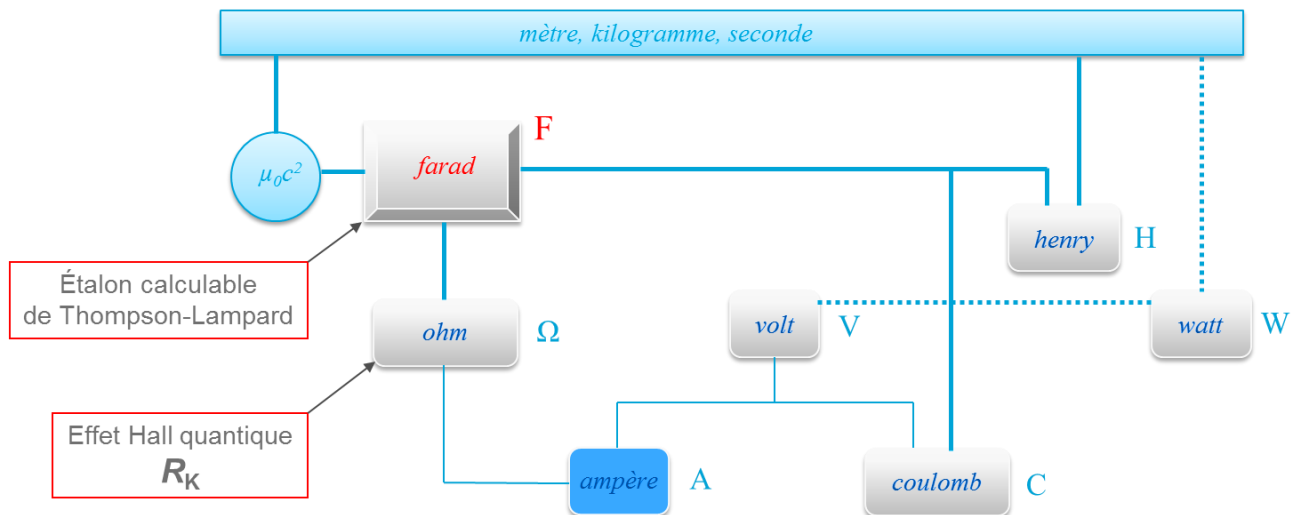


Figure 3 : Représentation expérimentale des unités électriques dans le SI

Comme nous le verrons par la suite le farad est relié à l'ohm réalisé à partir de l'effet Hall quantique via un transfert en quadrature. La réalisation de l'ohm par ce biais permet en outre de déterminer la valeur SI de la constante de von Klitzing R_K caractéristique de l'effet Hall quantique.

Les travaux présentés dans cette thèse concernent la détermination du farad et de l'ohm dans le SI via l'étalon calculable de Thompson Lampard et l'effet Hall quantique dans le but de mesurer la constante de von Klitzing avec la meilleure incertitude possible. Ainsi, la suite consistera à présenter la mise en œuvre du théorème de Thompson Lampard, ainsi que la réalisation de l'ohm au LNE et se terminera par le bilan d'incertitudes associé à la dernière détermination de la constante de von Klitzing en 2000.

2. L'étalon calculable de Thompson-Lampard

En 1956, Douglas Geoffrey Lampard, physicien australien, a énoncé et démontré un théorème d'électrostatique permettant, sous certaines conditions et dans un volume fermé et délimité par quatre électrodes, d'établir une relation entre les deux capacités électriques croisées existant entre deux des électrodes. L'intérêt principal de ce théorème de Lampard réside dans le fait qu'il reste applicable quelles que soient les formes et dimensions de la section inter-électrodes, pourvu qu'elle soit parfaitement cylindrique.

Ensuite, Arthur Melville Thompson, un collègue de D.G. Lampard au laboratoire national de métrologie australien, a perçu l'intérêt métrologique de ce théorème et a proposé une nouvelle conception d'impédance calculable³ sous la forme d'un condensateur [10]. Ce nouvel étalon calculable, dit de Thompson-Lampard, allait permettre - en remplaçant l'inductance étalon - de diminuer largement les incertitudes associées aux déterminations directes du farad et de l'ohm dans le SI. C'est ainsi que le premier étalon fut construit par

³ En effet, jusqu'à la fin des années cinquante, l'ohm (unité d'impédance) était raccordé aux unités du SI par l'intermédiaire de la seconde (fréquence) et du henry via une impédance calculable constituée d'une inductance étalon. La valeur de cet étalon de raccordement était déduite de sa forme et de ses dimensions. Cette détermination directe de l'ohm était associée à une incertitude relative de l'ordre de quelques 10^{-5} qui semblait difficilement améliorable.

A. M. Thompson en Australie. Cependant, devant les difficultés mécaniques de réalisation, seule une petite dizaine de pays a ensuite adopté, construit, et utilisé un étalon de ce type.

a) Principe et mise en œuvre au LNE :

Le principe de construction du condensateur calculable repose sur le théorème de Lampard énoncé comme suit :

Soit un volume parfaitement **cylindrique**, c'est à dire un volume délimité par une surface dont les génératrices sont toutes des droites parallèles et formant quatre électrodes, Figure 4. Si les quatre électrodes sont séparées par une **fente infiniment mince** formant isolation et sont de **longueur infinie**, alors les capacités linéiques entre électrodes non adjacentes γ_{13} et γ_{24} , exprimées en F/m, vérifient l'équation (2) :

$$\exp\left(\frac{-\pi\gamma_{13}}{\varepsilon}\right) + \exp\left(\frac{-\pi\gamma_{24}}{\varepsilon}\right) = 1 \quad (2)$$

avec, ε la permittivité du milieu (où $\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$, si l'on se place dans le vide). Il est important de noter que théorème reste valable quelle que soit la forme de la section du système de quatre électrodes considéré.

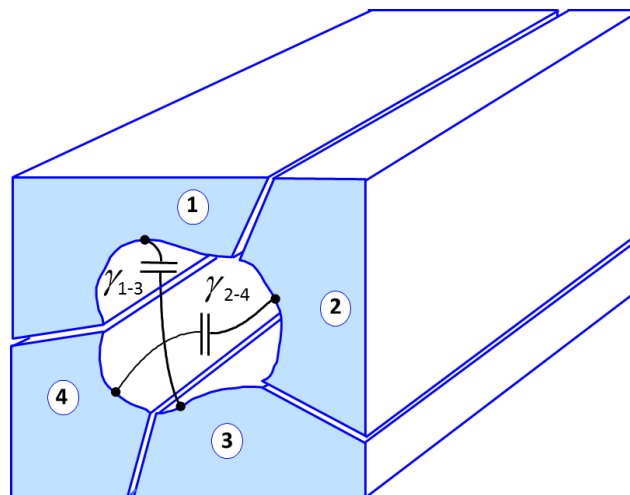


Figure 4 : Illustration du théorème de Thompson-Lampard

Les capacités linéiques croisées γ_{13} et γ_{24} peuvent être déterminées si l'on peut mesurer le rapport k entre ces deux capacités :

$$k = \frac{\gamma_{13}}{\gamma_{24}} \quad (3)$$

Etant donné que le rapport le plus facile à déterminer avec une grande exactitude est le rapport 1 (car il est « auto-étalonnable » par retournement), les formes d'électrodes à réaliser doivent respecter une certaine symétrie afin d'obtenir l'égalité $\gamma_{13} = \gamma_{24}$.

Si l'on considère le cas parfait d'un étalon symétrique à quatre électrodes sous vide, la combinaison des deux relations précédentes (2) et (3) donne donc :

$$\gamma_{13} = \gamma_{24} = \gamma = \left[\frac{(\ln(2) \cdot \epsilon_0)}{\pi} \right] = 1,953\ 549\ 043\ \text{pF/m}$$

Cette valeur est exacte car $\epsilon_0 = \frac{1}{(\mu_0 c^2)}$ et la valeur de la permittivité du vide μ_0 ($8,854\ 187\ 817 \times 10^{-12}\ \text{F.m}^{-1}$) et de la vitesse de la lumière dans le vide c ($299\ 792\ 458\ \text{m/s}$) sont fixés dans le SI actuel. Ainsi, une valeur de capacité électrique peut être reliée directement à une mesure de longueur.

Quelques-unes des formes d'électrodes possibles pour obtenir un système d'électrodes symétrique sont représentées sur la Figure 5.

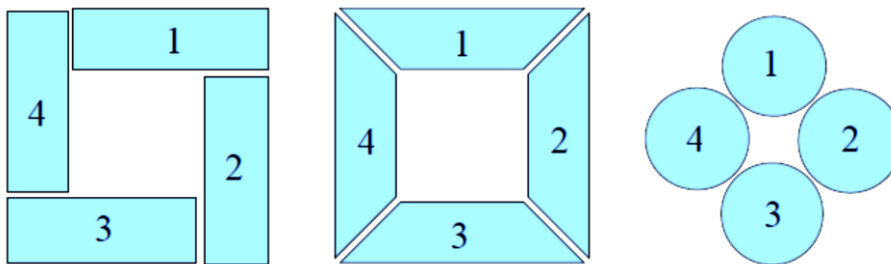


Figure 5 : Formes possibles de sections d'électrodes symétriques

Les électrodes de sections circulaires ont été adoptées partout car elles présentent des caractéristiques permettant de s'approcher au mieux de deux des conditions soulignées dans le théorème de Lampard à savoir, le volume cylindrique de l'espace inter-électrodes et les fentes d'isolation d'épaisseurs nulles. En effet,

- la forme cylindrique que les mécaniciens savent réaliser avec la meilleure exactitude est la section circulaire,
- D.G. Lampard a démontré [10] que l'influence de l'erreur due à l'épaisseur non nulle de la fente d'isolation, Δz , est une fonction décroissante de l'angle α entre les tangentes aux électrodes adjacentes à leur point de contact à l'intérieur de la cavité (cet angle est nul dans le cas d'électrodes de formes circulaires tel qu'illustré sur la Figure 6).

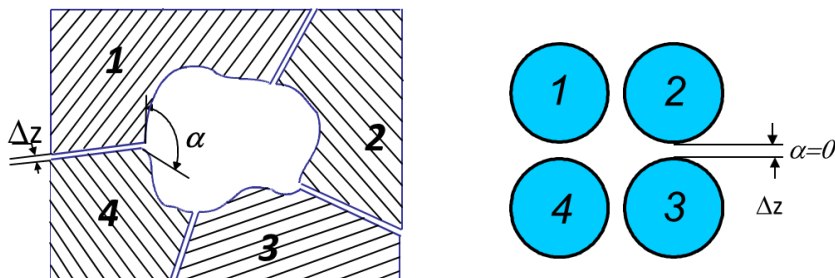


Figure 6 : Influence de l'erreur due à l'espace d'isolation non nul

Par ailleurs, en 1973, N. Elnekavé du Laboratoire Central des Industries Electriques a étendu l'application de ce théorème à un système à cinq électrodes [11].

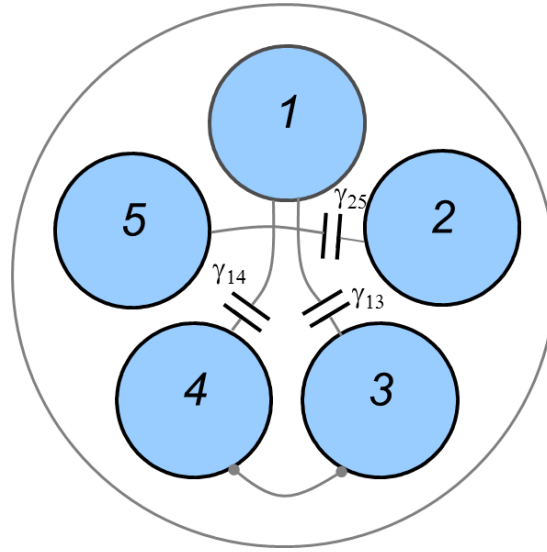


Figure 7 : Configuration à cinq électrodes

Dans un tel système, deux des cinq électrodes sont reliées entre elles et, d'après le théorème de Lampard, les capacités linéiques croisées γ_{13} , γ_{14} et γ_{25} sont liées par la relation,

$$\exp\left(\frac{-\pi(\gamma_{13}+\gamma_{14})}{\varepsilon_0}\right) + \exp\left(\frac{-\pi\gamma_{25}}{\varepsilon_0}\right) = 1 \quad (4)$$

ainsi, dans le cas d'une symétrie parfaite pour laquelle $\gamma_{13} = \gamma_{14} = \gamma_{25} = \gamma$, on obtient,

$$\gamma = \left(\frac{\varepsilon_0}{\pi}\right) \ln \left[\frac{2}{(\sqrt{5} - 1)} \right] = 1,356\ 235\ 626\ \text{pF/m}$$

Le condensateur étalon actuellement en cours de réalisation au LNE est en configuration 5 électrodes. Une telle configuration présente l'avantage, si l'on connecte successivement deux électrodes adjacentes - par permutations circulaires - d'avoir cinq configurations d'un condensateur à quatre électrodes. Ainsi, la comparaison des cinq valeurs obtenues nous fournit des informations sur le degré d'exactitude de la réalisation du théorème de Lampard dans notre condensateur.

La troisième des conditions qui pose problème à l'application du théorème concerne la longueur des électrodes. Le théorème de Lampard fait l'hypothèse d'électrodes de longueur infinie, afin que le champ électrique soit uniformément réparti dans l'espace inter-électrodes, sans déformation due aux effets d'extrémité. Cette condition est bien évidemment irréalisable en pratique. A. M. Thompson a résolu de façon élégante le problème [10] en incorporant ; dans la cavité formée par les électrodes ; une électrode supplémentaire dite « garde mobile ». Cette électrode dérive vers le circuit de garde les lignes de courant sur toute sa longueur, mais introduit en même temps une distorsion de ces lignes de courant à son extrémité. En déplaçant la garde mobile, il est possible de générer en deux étapes (Figure 8.b et Figure 8.c) une

variation de capacité dont les effets d'extrémités sont éliminés par différentiation. Il suffit pour cela que les effets d'extrémité soient invariants et que la longueur des électrodes soit suffisamment grande, ou que le déplacement de la garde mobile soit suffisamment court, afin que les deux déformations de champ n'interfèrent jamais (cf. Figure 8).

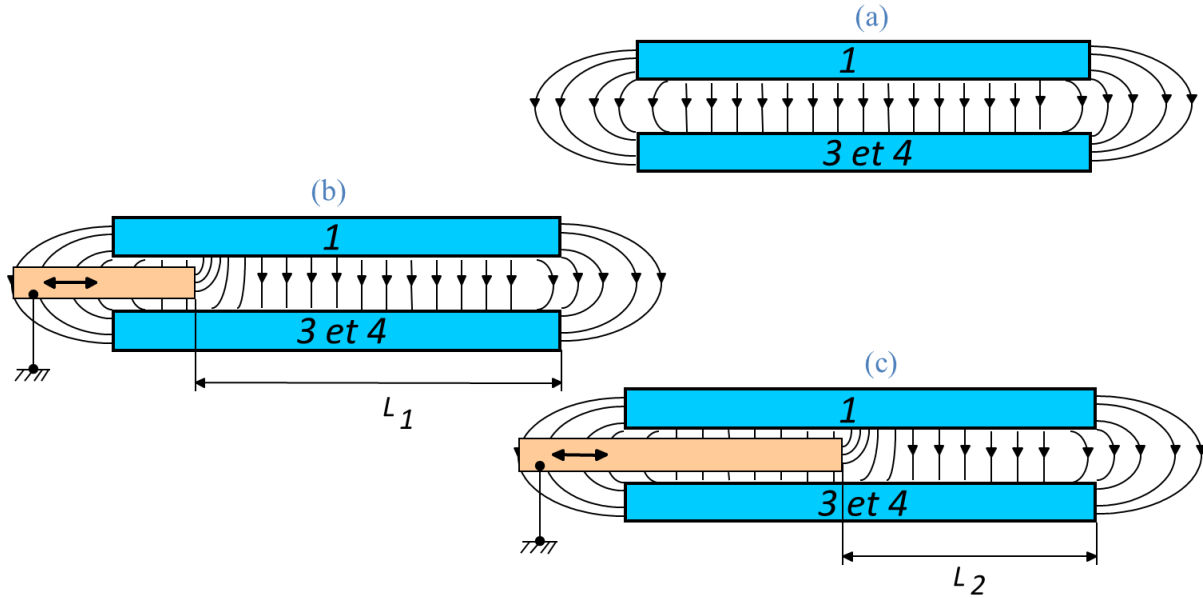


Figure 8 : Effets d'extrémité et garde mobile

$$\gamma_a = \gamma_{13} \cdot L_1 + \delta_{extrémité} \quad (5)$$

$$\gamma_b = \gamma_{13} \cdot L_2 + \delta_{extrémité} \quad (6)$$

$$\Delta\gamma = \gamma_a - \gamma_b = \gamma_{13}(L_1 - L_2) \quad (7)$$

Le terme $\delta_{extrémité}$ représente l'erreur introduite par les deux effets d'extrémité, en bout des électrodes d'une part et de la garde mobile d'autre part. Une mesure de la longueur de déplacement de la garde mobile ($L_1 - L_2$) par interférométrie laser permet un raccordement direct de la variation de capacité, $\Delta\gamma$, au mètre. Pour cela, il est impératif que le déplacement de la garde mobile soit uniforme et parallèle à l'axe de la cavité inter-électrodes. Les autres spécificités de l'étalon calculable du LNE, ainsi que ses caractéristiques et performances sont développées dans [12]. Sur la Figure 9, une photographie du nouveau condensateur calculable du LNE dans l'état actuel d'avancement. L'ensemble sera placé dans une enceinte à vide n'apparaissant pas sur l'image.



Figure 9 : Nouveau condensateur calculable du LNE en cours de construction (photographie LNE)

b) Chaîne de mesure

Plusieurs ponts de comparaison d'impédances coaxiaux sont mis en œuvre pour la détermination de la valeur SI de la constante de von Klitzing, R_K . Une vue d'ensemble du processus de mesure utilisé dans la chaîne est illustrée sur la Figure 10. Le principe de cette chaîne de mesure est basé sur la comparaison des valeurs de la même résistance électrique, mesurées d'une part en courant alternatif par rapport à l'étalon calculable de capacité, et d'autre part, en courant continu par l'utilisation de l'effet Hall quantique (EHQ). La comparaison de ces mesures conduit à la détermination de l'unité de résistance (ohm) dans le SI à partir du farad (comme représenté en Figure 3) et donc à celle de la constante de von Klitzing à un niveau d'exactitude particulièrement élevé. Au LNE, les mesures en courant alternatif sont effectuées à trois fréquences, correspondant aux valeurs de pulsations 2500 rad/s, 5000 rad/s, et 10000 rad/s.

La mesure se déroule comme suit :

- Dans un premier temps, un condensateur de valeur 1 pF (C_{1pF}) est comparé à une variation de capacité générée par l'étalon calculable de Thompson-Lampard, à l'aide d'un pont de comparaison coaxial en deux paires de bornes⁴. Le rapport du pont est adapté à la variation de capacité produite par le condensateur calculable. Cette opération assure le raccordement du farad au mètre et à la permittivité du vide ϵ_0 comme explicité précédemment.
- Ensuite, deux autres ponts de comparaison coaxiaux de rapport 10:-1 (en définitions deux puis quatre paires de bornes) sont utilisés successivement pour raccorder deux condensateurs de valeur 10 nF (condensateurs à plaques d'invar placés sous vide réalisés au LNE) à la capacité primaire générée par le condensateur calculable. Les étalons de transfert de 10 pF, et 100 pF sont des condensateurs en silice métallisée, ils sont placés

⁴ Le principe des ponts de comparaison coaxiaux et les définitions métrologiques des impédances sont détaillés dans la partie III.

dans des enceintes réglées en température (condensateurs Andeen-Hagerling®); l'étalon de transfert de 1 nF est un condensateur à plaques d'aluminium, sous azote, et immergé dans un bain d'huile (condensateur General Radio®).

- Trois paires de résistances sont ensuite comparées aux condensateurs de valeur 10 nF par l'intermédiaire d'un pont dit « pont de quadrature », assurant ainsi la détermination directe de l'ohm par rapport au mètre, à la seconde et à ϵ_0 . Pour les fréquences de mesure correspondant aux pulsations $\omega = 2500$ rad/s, 5000 rad/s et 10 000 rad/s, les valeurs des résistances comparées à 10 nF sont respectivement de 40 k Ω , 20 k Ω , et 10 k Ω .
- Enfin, après correction de leurs variations en fréquence (par comparaison à une résistance calculable coaxiale), ces trois paires de résistances sont également comparées à l'étalon quantique de résistance (QHR) en courant continu, conduisant à une valeur SI de la constante de von Klitzing, R_K . Les mesures en continu sont effectuées en utilisant un système constitué de deux sources de courant associées à un comparateur cryogénique de courants (CCC) [13].

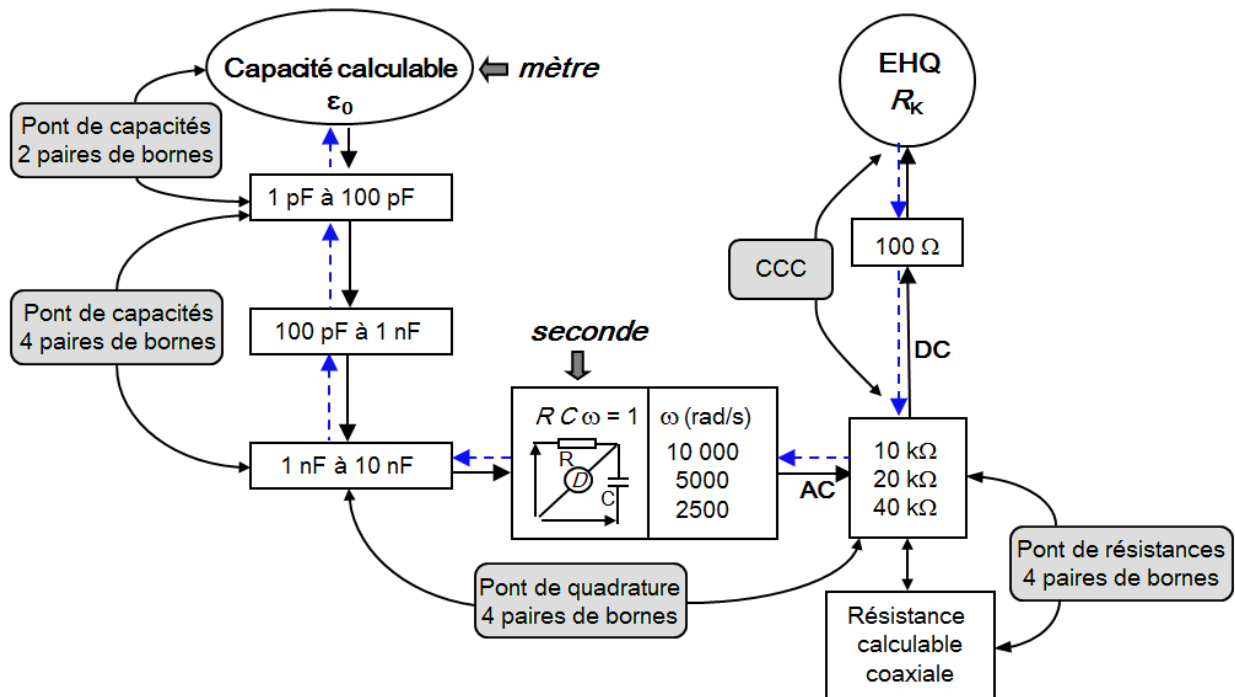


Figure 10 : Chaîne de mesure utilisée pour la détermination de la valeur SI de R_K au LNE

D'éventuelles différences entre les valeurs mesurées de R_K à partir des trois paires de résistances (10 k Ω , 20 k Ω ou 40 k Ω) sont dues à l'effet de fréquence de l'étalon calculable de capacité, qui est le seul élément de la chaîne de mesures non corrigé en fréquence. Afin d'éliminer cet effet, la valeur de R_K est déduite par extrapolation à pulsation nulle des trois valeurs mesurées aux pulsations 2500, 5000 et 10000 rad/s. Aussi, pour s'affranchir d'éventuelles dérives des éléments de transfert, une mesure « aller-retour » est effectuée. Elle est représentée par des pointillés sur la Figure 10.

3. Principe de l'effet Hall quantique

L'effet Hall quantique (EHQ) est un phénomène de la physique quantique découvert par Klaus von Klitzing en 1980. Il est « observé sur un gaz d'électrons à deux dimensions (2DEG) de haute mobilité ($\mu > 2 T^{-1}$) [5] placé à très basse température ($< 1 K$) et sous forte densité de flux magnétique » [14][15][16]. Le principe de fonctionnement d'une résistance de Hall quantique est représenté Figure 11 :

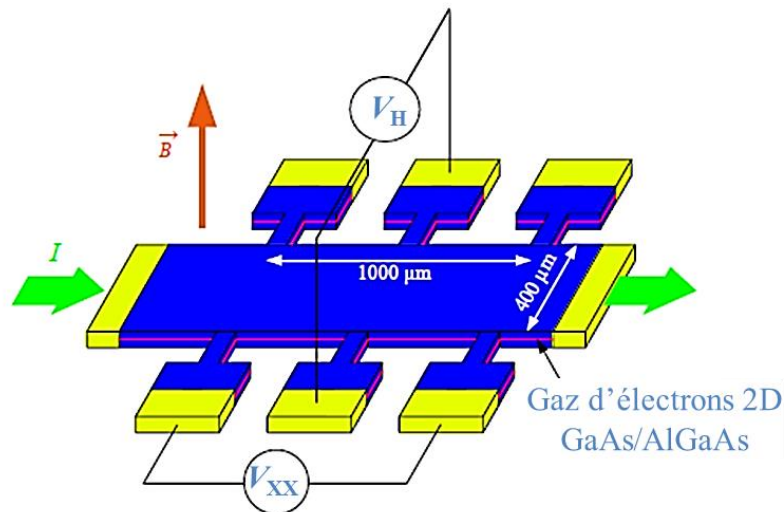


Figure 11 : Géométrie d'une barre de Hall formée dans une hétérostructure GaAs/AlGaAs [17]

Lorsque le gaz d'électrons est traversé par un courant continu I de valeur inférieure à une valeur critique et soumis à un champ magnétique perpendiculaire de densité de flux B , il présente une résistance de Hall transverse $R_H = V_H/I$. Si l'on mesure cette résistance en fonction de B dans les conditions expérimentales énoncées, des plateaux de résistance apparaissent (Figure 12) sur lesquels R_H est parfaitement quantifiée.

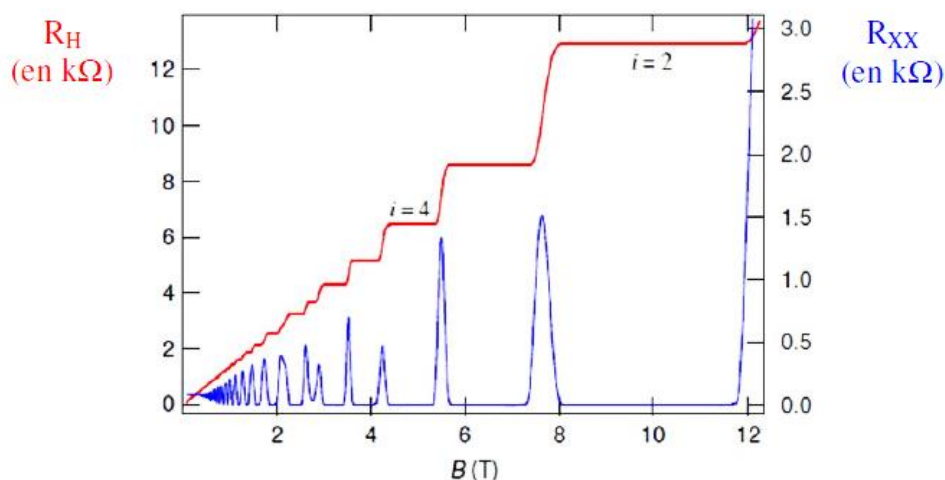


Figure 12 : Graphique représentatif des plateaux de Hall [18]

La résistance de Hall R_H ne dépend que de la constante de von Klitzing R_K et du nombre quantique i tel que,

$$R_H(i) = \frac{R_K}{i} \quad (8)$$

L'effet Hall quantique permet de réaliser un étalon de résistance de référence avec un niveau de reproductibilité très élevé (de l'ordre de 10^{-9} , voire quelques 10^{-10} en valeur relative). Pour cette raison, il est désormais utilisé pour la représentation de l'ohm.

La valeur de la constante de von Klitzing a comme estimateur le rapport h/e^2 . Néanmoins, en pratique sa valeur est celle correspondant à l'ajustement des mesures de R_K obtenues à l'aide de condensateurs calculables. Elle a été fixée conventionnellement par la CGPM en 1990, et a pour valeur,

$$R_{K-90} = 25\,812,807 \, \Omega$$

Notons que R_{K-90} est fixée avec une incertitude de $1 \cdot 10^{-7}$ et que, par voie de conséquence, l'EHQ ne permet pas de déterminer une valeur de résistance dans le SI actuel à mieux que cette incertitude. Toutefois, l'utilisation de la valeur de R_{K-90} constitue un nouveau procédé permettant à tous les laboratoires nationaux de métrologie de reproduire l'ohm de façon uniforme et la plus exacte possible sans pour autant modifier la définition de l'unité de résistance dans le SI. Cependant, ceci ne constitue pas une preuve indéniable que la constante impliquée dans l'EHQ est exactement h/e^2 [2]. Des travaux sont donc entrepris pour démontrer la validité de cette représentation en déterminant cette constante par d'autres moyens et phénomènes physiques et en la comparant à la mesure de la résistance de Hall quantifiée en ohm dans le SI. Ceci contribuera à la modification du SI à condition que le niveau d'exactitude de la représentation $R_K = \frac{h}{e^2}$ soit inférieur ou égal à 10^{-8} .

III. Ponts de comparaison d'impédances

Dans la description de la chaîne de mesure illustrée en Figure 10, nous avons vu que des méthodes de comparaisons d'impédances sont utilisées dans chacune des étapes de raccordement. Cette partie a pour objectif de présenter de manière générale le fonctionnement des ponts de comparaison d'impédances ainsi que leurs spécificités, en particulier le principe de la coaxialité et les définitions métrologiques des impédances.

1. Principe des ponts de comparaison d'impédances

Les ponts de comparaison d'impédances les plus communément utilisés - en métrologie - sont des ponts à transformateurs. Un pont à transformateur permet de comparer une impédance inconnue à une impédance de référence (étalon) - de même nature (condensateur, résistance, ou inductance) - dans un rapport déterminé par le nombre de spires d'un transformateur étalon [19].

Le principe peut être schématisé comme suit :

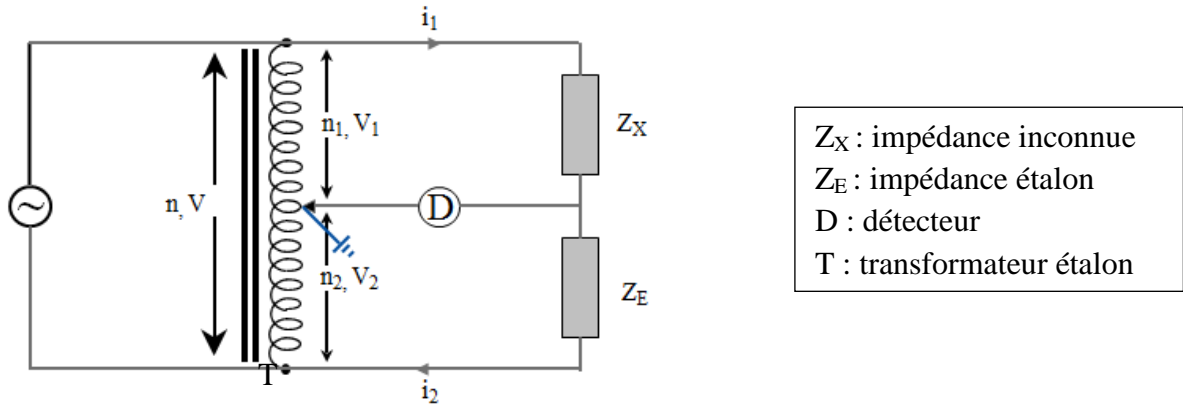


Figure 13 : Schéma de principe d'un pont de comparaison à transformateur. Avec n , n_1 , n_2 , les nombres d'enroulements du transformateur étalon T et V, V_1 , V_2 , les tensions associées respectivement. i_1 et i_2 représentent les courants circulant dans chaque maille du pont.

À l'équilibre, le détecteur D affiche une tension nulle et on a la relation suivante :

$$D = 0 \Rightarrow i_2 = -i_1$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{Z_X}{Z_E} = \frac{n_1}{n_2} \tag{9}$$

$$\text{D'où } Z_X = \frac{n_1}{n_2} Z_E \tag{10}$$

Cependant, pour se rapprocher rigoureusement de la réalité, il faudrait prendre en compte les impédances de fuite qui existent entre l'âme et la gaine des câbles coaxiaux de liaisons, entre les impédances à comparer et leurs blindages, etc. L'ensemble de ces impédances parasites peut être représenté comme indiqué Figure 14-a [19].

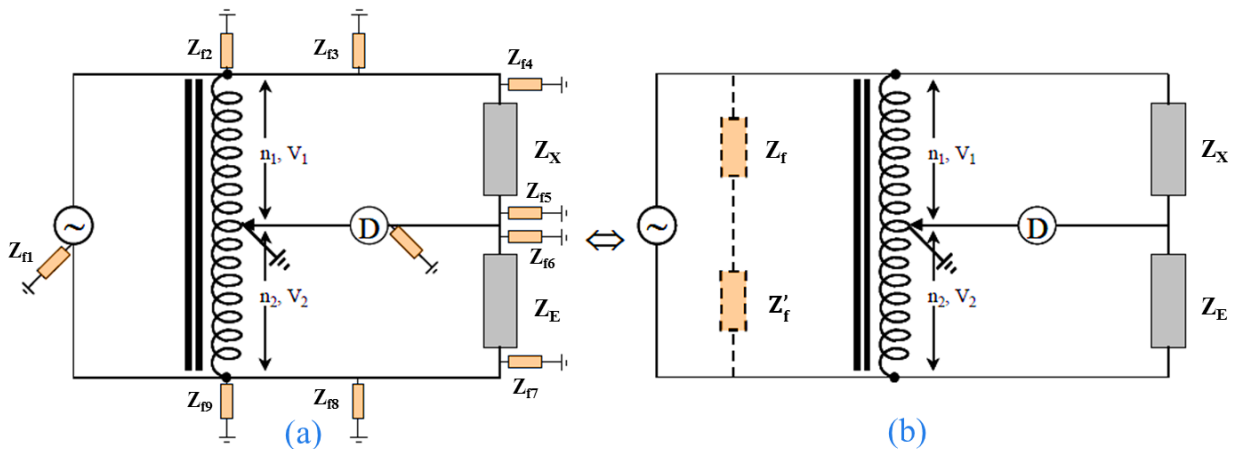
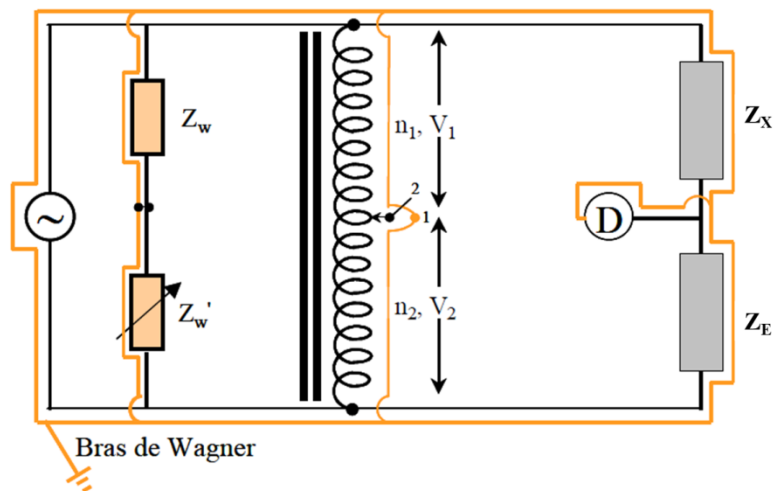


Figure 14 : (a) Représentation des impédances de fuite d'un pont de comparaison à transformateur, (b) Schéma équivalent prenant en compte les impédances de fuite

Elles peuvent également être regroupées et représentées par les éléments Z_f et Z_f' en parallèle avec le pont, Figure 14-b [19]. La relation d'équilibre du pont, (10), n'est alors vraie que si $\frac{Z_f'}{Z_f} = \frac{Z_E}{Z_X}$. Pour réaliser cette condition, il faut donc placer ces impédances parasites dans le même rapport que le pont. En pratique, les placer en parallèle avec les impédances Z_f' et Z_f , des éléments réels variables/ajustables Z_w' et Z_w . On s'affranchit ainsi de l'effet des impédances de fuite. Ce bras supplémentaire est connu sous le nom de *bras de Wagner* [20]. La Figure 15 présente un pont de comparaison à transformateur coaxial comprenant un bras de Wagner.



**Figure 15 : Pont de comparaison à transformateur comprenant un bras de Wagner.
L'âme et la gaine des câbles sont représentées**

Les équilibres du pont et du bras de Wagner (interrupteur en position 1 et position 2 respectivement) se font par approximations successives. Quand les deux équilibres sont réalisés, l'influence des éléments parasites sur l'équilibre principal est supprimée, et la condition d'équilibre (10) est alors parfaitement applicable. Le rapport fourni par des transformateurs étalons est fixe et pour réaliser la condition d'équilibre, une différence de potentiel ajustable en phase et quadrature ε est donc injectée dans la boucle de détection. Elle permet de se rapprocher au mieux de la condition d'équilibre de tension nulle sur le détecteur D. La Figure 16 illustre le principe d'un pont de comparaison comportant un dispositif d'injection.

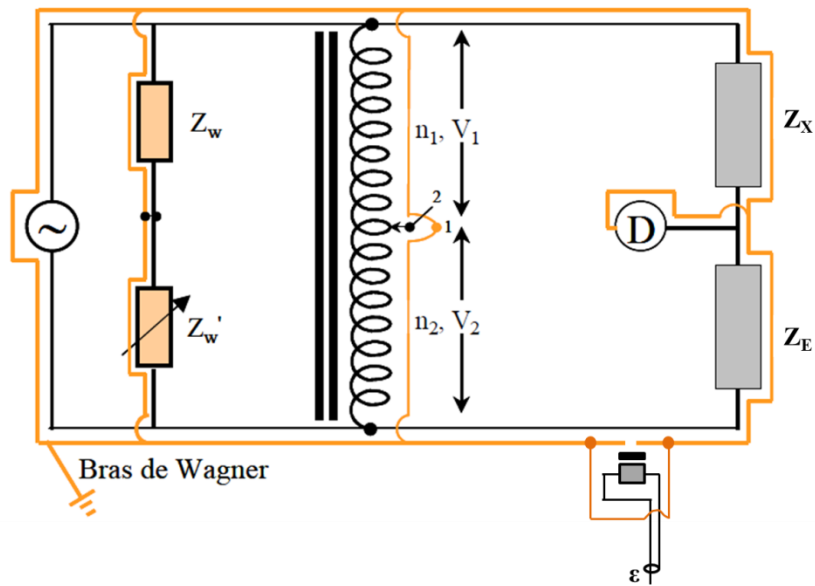


Figure 16 : Pont de comparaison à transformateur avec dispositif d'injection

La difficulté de mise en œuvre de cette méthode réside dans la réalisation et la connaissance d'un rapport d'enroulements étalon avec un niveau d'exactitude très élevé (quelques 10^{-9}). La particularité des transformateurs utilisés pour déterminer le rapport étalon est détaillée dans le chapitre 2. Compte-tenu du niveau d'incertitude recherché, il est important que ces ponts soient insensibles au rayonnement extérieur. Pour cela, on ajoute des égalisateurs de courant détaillés dans la partie III-2 ci-après. Dans cette partie seront également présentés les schémas de principe complets des ponts coaxiaux entrant dans la chaîne de mesure présenté Figure 10.

2. Ponts coaxiaux : égalisateurs de courant

Les liaisons entre les différents éléments des ponts sont réalisées à l'aide de câbles coaxiaux (donc constitués d'une âme et d'une gaine). Pour obtenir une exactitude de l'ordre de quelques 10^{-8} , il est impératif que chaque boucle de mesure soit immune contre les perturbations électromagnétiques provenant de l'extérieur et aussi qu'elle n'ait aucune influence sur les autres boucles de mesure (ne rayonne pas vers l'extérieur).

Dans notre cas (câbles coaxiaux), il est possible de faire circuler un courant dans l'âme et un autre dans la gaine. Comme le montre la Figure 17, pour que le câble ne rayonne pas vers l'extérieur, il suffit de s'assurer d'avoir un courant égal et opposé dans l'âme et la gaine de chaque boucle du pont. Ceci garantit de n'avoir aucun rayonnement de la boucle vers l'extérieur et donc aucune influence du rayonnement extérieur sur la boucle de mesure selon le principe de réciprocité.

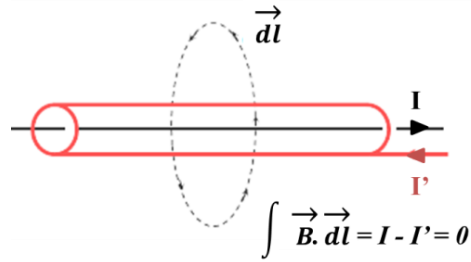


Figure 17 : Champ d'induction électromagnétique autour d'un câble coaxial

Pour réaliser cette condition en pratique, on introduit dans chaque boucle de conducteur de masse (gaine) des *égalisateurs de courant* [20]. Leur principe consiste à enrouler un câble coaxial (âme et gaine) autour d'un tore magnétique de haute perméabilité comme représenté sur la Figure 18.

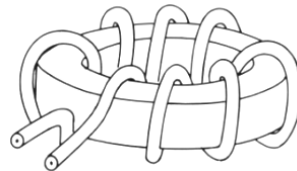


Figure 18 : Égalisateur de courant composé d'un tore magnétique sur lequel est bobiné un câble coaxial

Cet ensemble forme un transformateur de courant de rapport 1:-1. Le conducteur interne (âme) étant l'enroulement primaire à forte impédance et celui de l'extérieur (gaine) étant l'enroulement secondaire à faible impédance. L'efficacité du dispositif peut être améliorée en répétant les enroulements du câble à travers le tore n fois. Un pont de mesure coaxial possède un égalisateur de courant dans chacune de ses boucles de masse. ci-dessous, un schéma plus complet du principe des ponts de comparaison coaxiaux avec tous les éléments représentés. Les impédances sont définies en deux paires de bornes⁵ :

⁵ Les définitions métrologiques des impédances sont détaillées dans la partie III-3.

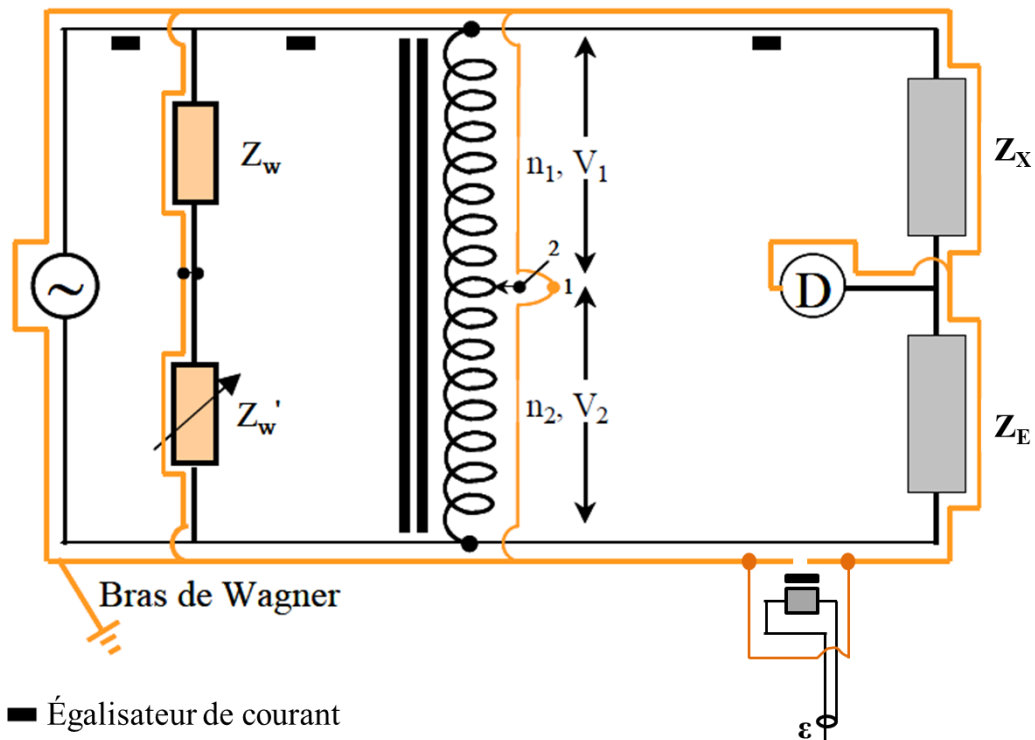


Figure 19 : Principe d'un pont de comparaison d'impédances à transformateur

En pratique, pour vérifier la coaxialité d'un pont (c'est à dire de chacune des boucles du pont), on utilise un transformateur de détection dans lequel on passe le câble de la boucle de mesure testée et l'on s'assure que le détecteur affiche une tension nulle. Un schéma du montage est présenté Figure 20.

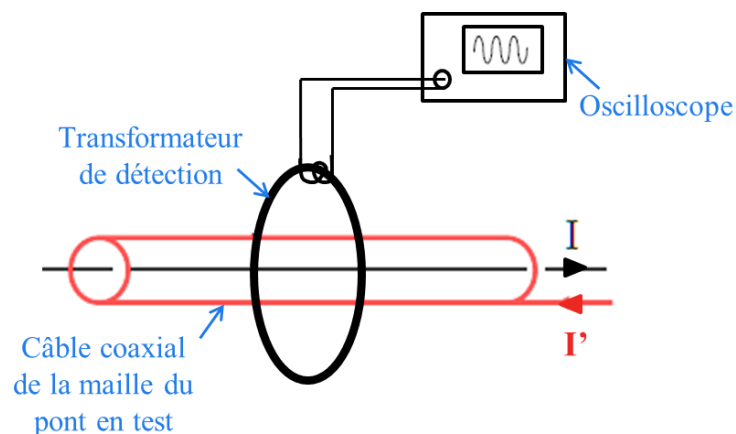


Figure 20 : Dispositif de vérification de l'égalisation de courant

3. Définitions métrologiques des impédances

Les ponts de comparaison coaxiaux employés sont constitués d'impédances définies en deux et/ou quatre paires de bornes. En effet, l'impédance Z d'un composant est définie par le

rapport entre la différence de potentiel U existant à ses bornes et le courant électrique I qui le traverse. On parle de définition en deux bornes et on a la relation suivante :

$$Z = \frac{U}{I} \quad (11)$$

La Figure 21 représente une impédance ainsi que les impédances séries des connexions et les admittances de fuite de l'impédance à mesurer qui sont généralement indéterminées et sont les principales causes d'incertitudes - car elles rendent très souvent rédhitoire l'utilisation des impédances définies en deux bornes à des fins métrologiques - du fait des ambiguïtés sur la connaissance de U et I .

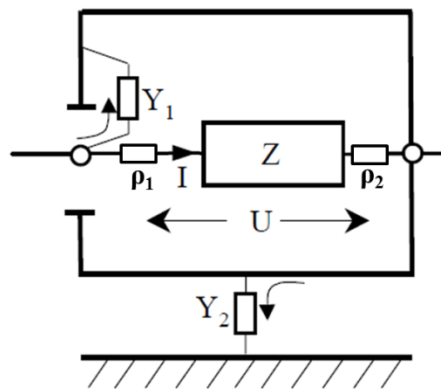


Figure 21 : Représentation d'une impédance Z définie en deux bornes avec les impédances séries des connexions et les admittances de fuite

Il est donc nécessaire de définir un meilleur environnement électrique si l'on veut procéder à une mesure plus exacte. Les principales définitions métrologiques possibles des impédances sont rappelées dans l'article [21]. Nous ne présenterons ici que les configurations en deux et quatre paires de bornes.

a) Définition en deux paires de bornes

La mesure en deux paires de bornes [21] est utilisée pour déterminer – de manière métrologique - des fortes valeurs d'impédance ($Z > 10 \text{ k}\Omega$ ou $100 \text{ k}\Omega$, selon l'incertitude recherchée). En effet, pour de telles valeurs d'impédances, le courant qui circule dans les admittances de fuite est la principale source d'indétermination. L'impédance est donc totalement enfermée dans un blindage et est accessible par deux connecteurs coaxiaux dans une configuration telle qu'illustrée sur la Figure 22. Elle est définie comme étant le rapport entre la tension V_H aux bornes de la prise haute et du courant i_B circulant en sortie de la prise basse lorsque $V_B=0$ (on s'affranchi ainsi de Y_B) dans l'autre et on a :

$$Z = \left(\frac{V_H}{i_B} \right)_{V_B=0} \quad (12)$$

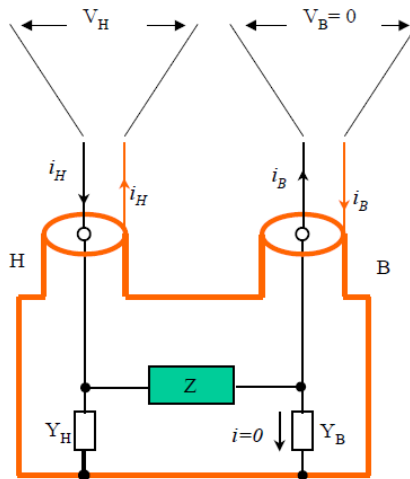


Figure 22 : Définition d'une impédance en deux paires de bornes

b) Définition en quatre paires de bornes

La mesure en quatre paires de bornes [21] est utilisable pour déterminer - de manière métrologique - toutes valeurs d'impédances dans une gamme de fréquence allant de quelques hertz à quelques mégahertz. Elle est mise en œuvre dans notre chaîne de mesure pour des faibles valeurs d'impédances (100 pF, 1000 pF et 10000 pF). En effet, pour des impédances de faibles valeurs, les chutes de tension causées par les impédances séries des connexions ne sont pas négligeables.

Les impédances définies en deux paires de bornes sont influencées par les résistances de contact et les inductances mutuelles des câbles. Avec une définition de l'impédance en quatre paires de bornes, aucun courant ne circule dans les câbles arrivant aux prises de potentiel, ce qui élimine de la mesure les résistances de contact et les impédances de fuite correspondantes. Comme le montre la Figure 23, l'impédance possède, ici, des connecteurs séparés, courant et potentiel, aux points haut et bas.

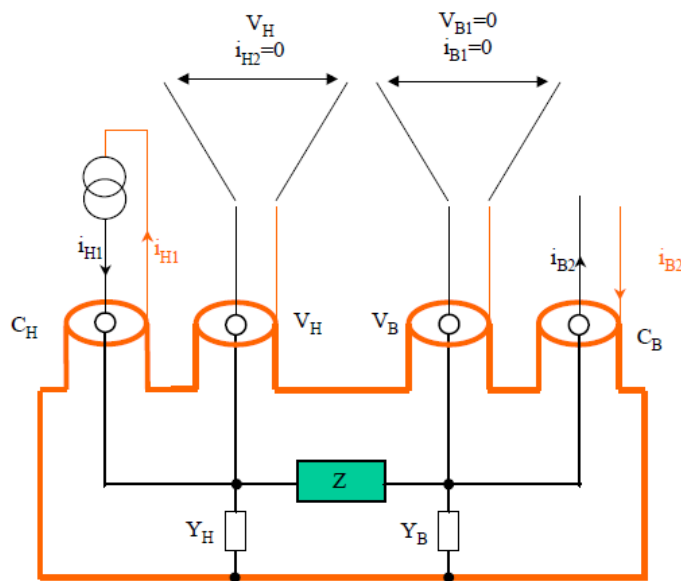


Figure 23 : Définition d'une impédance en quatre paires de bornes

La définition d'une impédance en quatre paires de bornes nécessite que les conditions suivantes soient vérifiées simultanément,

- Avoir un courant égal et opposé qui circule dans l'âme et la gaine du conducteur au niveau de la prise C_B ,
- Avoir une tension nulle entre l'âme et la gaine de la prise de potentiel V_B . Aucun courant ne doit traverser la prise ($i_{B1}=0$),
- Effectuer la mesure de la tension entre l'âme et la gaine de V_H , tout en s'assurant que cette prise n'est traversée par aucun courant ($i_{H2}=0$).

Lorsque toutes ces conditions sont réunies, l'impédance est parfaitement définie par le rapport entre la tension existant entre l'âme et la gaine de la prise tension haute V_H et le courant circulant dans l'âme et la gaine en sortie de la prise courant C_B , soit :

$$Z = \left(\frac{V_H}{i_{B2}} \right)_{i_{B1}=0, V_{B1}=0, i_{H2}=0} \quad (13)$$

IV. Ponts de comparaison : mise en œuvre et détermination de R_K au LNE

Cette partie a pour but de présenter les spécificités des ponts de comparaison d'impédances coaxiaux mis en œuvre au LNE dans le cadre de la détermination de R_K . La présentation se fera de manière progressive suivant le déroulement de la chaîne de mesure.

1. Ponts de comparaison de capacité en deux paires de bornes et détermination directe du farad

Concernant les ponts de comparaison de capacité en deux paires de bornes, le principe est de relever cinq variations de capacité de l'étalon calculable ΔC , obtenues en déplaçant la garde mobile de ΔL (Figure 8). Ces variations sont comparées tout d'abord à un condensateur de transfert C_{1pF} de valeur 1 pF par l'intermédiaire d'un pont de capacités en deux paires de bornes de rapport adapté à la variation de capacité produite par le condensateur calculable de Thompson-Lampard (Figure 24). Les valeurs du condensateur de transfert C_{1pF} sont déduites de cinq relations de type :

$$C_{1pF} = k_i \cdot \Delta L \cdot (\gamma_{i,j} + \gamma_{i,k}) \quad (14)$$

avec k_i le coefficient de proportionnalité entre la variation de capacité ΔC de l'étalon et la capacité de transfert C_{1pF} .

En introduisant les relations de Thompson-Lampard de l'équation (2), nous obtenons un système de dix équations donnant les valeurs numériques de six inconnues que sont les capacités linéiques entre électrodes et la valeur du condensateur de 1 pF [22].

Les mesures sont faites en deux étapes (Figure 24) : premièrement, le condensateur C_{1pF} est mis à la masse et un condensateur de tare (C_{tare}) équilibre la capacité résiduelle de l'étalon calculable, qui correspond à la position de départ de sa garde mobile. Ensuite, le condensateur C_{1pF} est connecté en parallèle avec le condensateur C_{tare} et la garde mobile de

l'étalon est retirée d'une longueur ΔL . Ceci a pour effet d'augmenter la capacité entre une électrode et les deux électrodes opposées de ΔC et de réaliser le nouvel équilibre du pont. Pour chacune de ces positions, la permutation circulaire des connexions des électrodes est effectuée de la première configuration à la cinquième, puis de la cinquième à la première (mesures « aller-retour »).

Le pont (Figure 24) est mis en œuvre avec les précautions décrites en III-1 et III-2. L'équilibre du pont est atteint à l'aide d'un transformateur d'injection à deux étages (Chapitre 2) permettant d'injecter un courant finement réglable, en phase et en quadrature, au niveau du nœud de détection. L'injection de la tension d'équilibre est effectuée au nœud de détection pour éviter un effet éventuel de mode commun dans le transformateur d'injection.

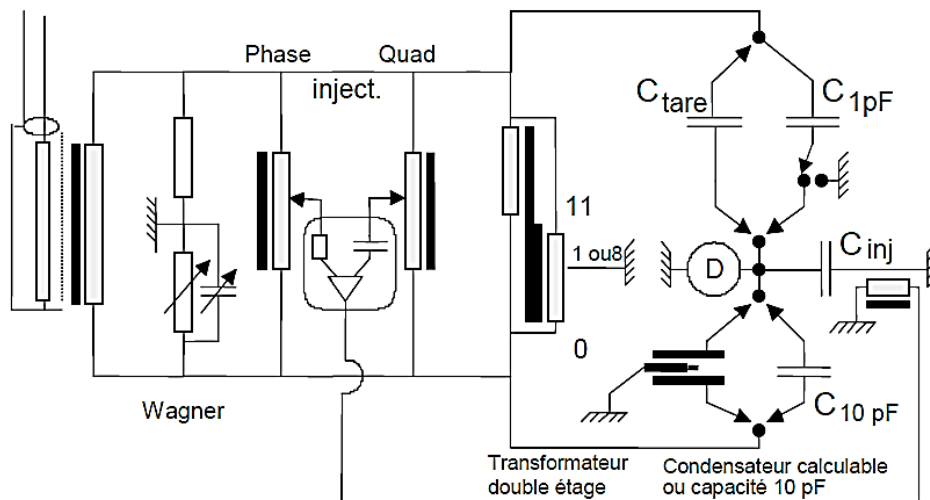


Figure 24 : Pont de comparaison de capacités en deux paires de bornes (la coaxialité n'a pas été représentée pour plus de lisibilité)

Le rapport du pont de comparaison de capacités est ensuite placé en rapport 10:-1 pour comparer le condensateur C_{1pF} avec l'étalon de transfert de valeur 10 pF, puis ce dernier avec l'étalon de transfert de valeur 100 pF (Figure 10). Le pont de comparaison de capacités en deux paires défini en rapport 10:-1 est représenté sur la Figure 25 et une photographie d'un des ponts mis en œuvre au LNE est disponible Figure 26.

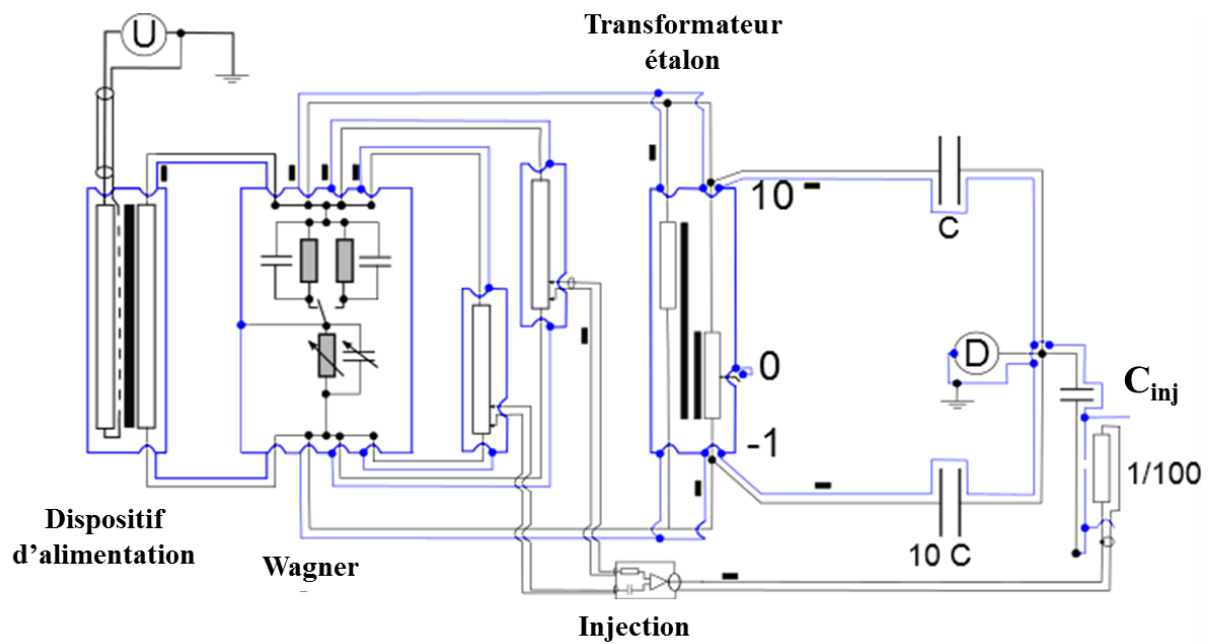


Figure 25 : Pont de comparaison de capacités en deux paires de bornes défini en rapport 10:-1

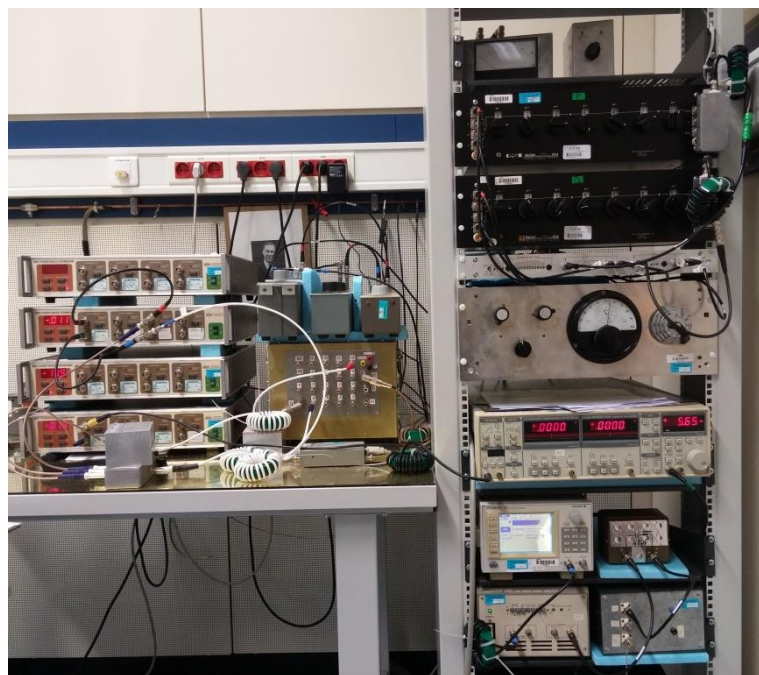


Figure 26 : Pont de comparaison de capacités en deux paires de bornes (photographie LNE)

2. Ponts de comparaison de capacité en quatre paires de bornes

Après avoir effectué la détermination directe du farad et le raccordement des condensateurs de valeurs 10 pF et 100 pF, un second pont de comparaison en rapport 10:-1 avec une définition des condensateurs comparés en quatre paires de bornes est utilisé pour raccorder des

condensateurs de valeurs 1000 pF et 10 000 pF à l'étalon de transfert de valeur 100 pF. Le schéma de principe simplifié de ce pont de comparaison est représenté Figure 27.

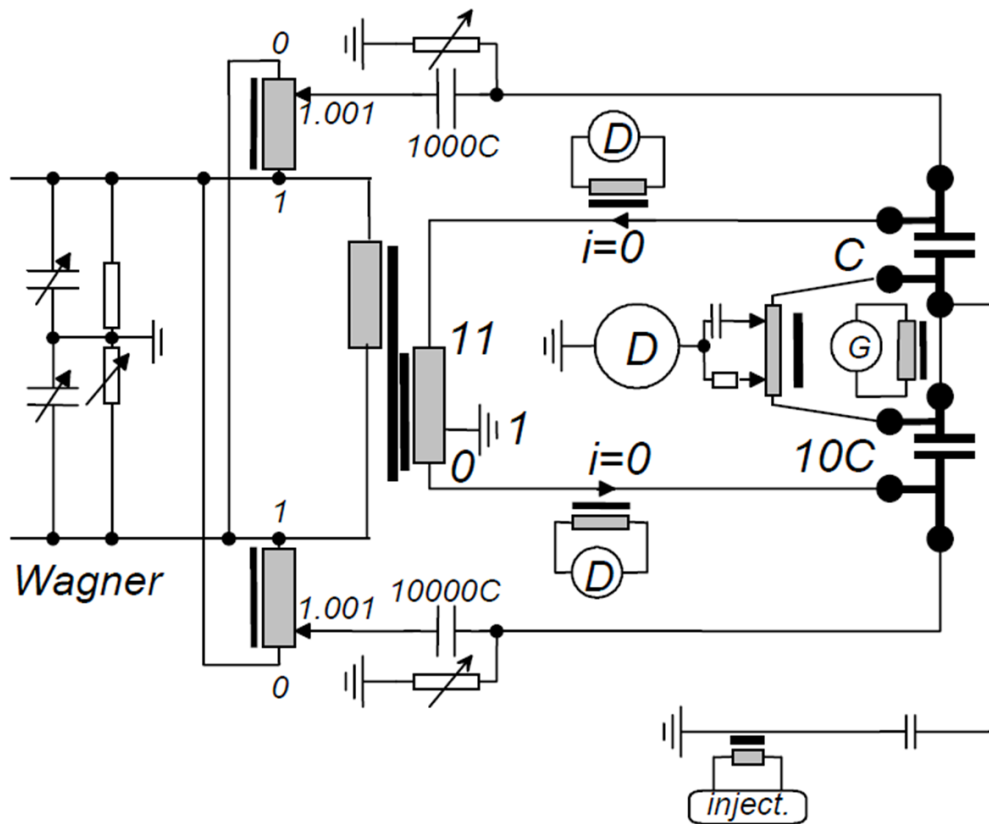


Figure 27 : Pont de comparaison de capacité défini en quatre paires de bornes (le dispositif d'alimentation, le dispositif d'injection et la coaxialité n'ont pas été représentés pour plus de lisibilité)

Une source de courant ajustable sur chacun des points hauts des condensateurs comparés permet d'obtenir la condition de courant nul dans les prises de potentiel correspondantes. Cette condition est vérifiée grâce à des détecteurs de courant constitués de transformateurs associés à des détecteurs de zéro.

Un circuit « RC » associé à un diviseur inductif est placé dans le nœud du détecteur principal. Ce circuit est ajusté de façon à rendre le détecteur principal insensible à une tension, G , qui est temporairement injectée dans le câble de la liaison entre les condensateurs C et $10C$. Le réglage ainsi obtenu est équivalent à une condition de tension nulle aux bornes de ce câble de liaison. Pour ajuster le circuit « RC », une autre méthode est fréquemment utilisée ; elle consiste à augmenter temporairement l'impédance du câble de liaison (en y ajoutant une impédance ou en augmentant sa longueur), au lieu d'injecter une tension à ses bornes. Cette méthode, bien que plus simple à mettre en œuvre, n'a pas été adoptée car elle peut être source d'erreur. En effet, modifier l'impédance du câble de liaison peut conduire à modifier les capacités à la masse des condensateurs comparés, et par conséquent le réglage du circuit de compensation « RC ». Une photographie d'un des ponts de comparaison, en rapport 10:-1 avec une définition des condensateurs comparés en quatre paires de bornes, mis en œuvre au LNE est disponible Figure 28.

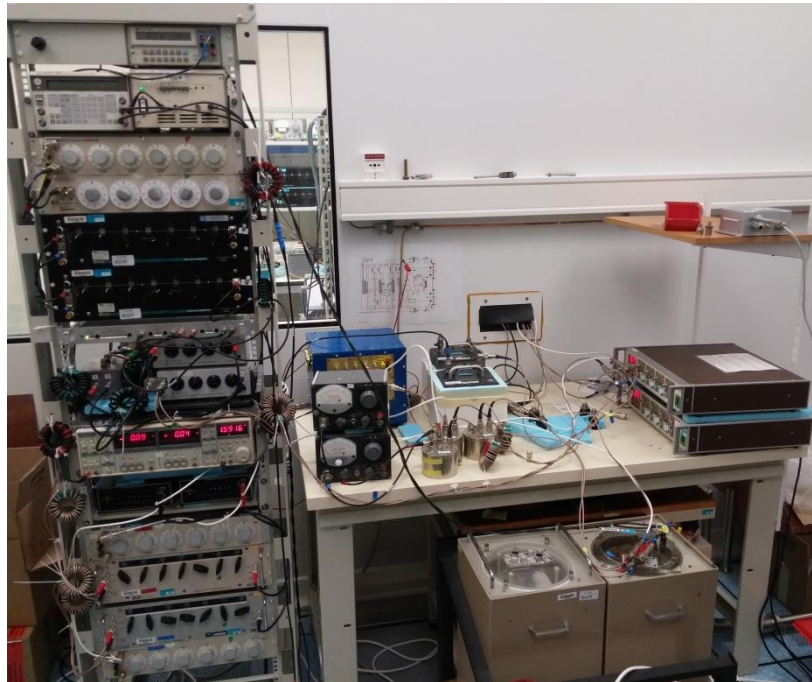


Figure 28 : Pont de comparaison de capacités en quatre paires de bornes (photographie LNE)

3. Ponts de quadrature en quatre paires de bornes : passage farad – ohm

Un pont de quadrature (ou pont fréquencemétrique) permet de comparer l'impédance d'une résistance en courant alternatif à celle d'un condensateur, définis en quatre paires de bornes. Son équilibre est atteint par un ajustement de la fréquence des signaux appliqués aux impédances à comparer. La valeur de la résistance ainsi obtenue est directement raccordée à la seconde et au mètre, sous réserve que le condensateur soit lui-même étalonné par comparaison au condensateur calculable de Thompson-Lampard. La relation d'équilibre (14) du pont permet de raccorder deux résistances au farad et à la seconde :

$$R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2 = 1 \quad (14)$$

avec :

$$\left[\begin{array}{l} C_1 = C_2 = 10 \text{ nF} \\ \omega : \text{ pulsation de la tension de travail} \end{array} \right.$$

Trois couples de résistances de valeurs 10 k Ω , 20 k Ω et 40 k Ω (résistances de type Vishay® placées dans des enceintes régulées en température) sont ainsi comparés aux condensateurs étalons de 10 nF à des fréquences voisines respectivement de 1600, 800 et 400 Hz ($\omega=10000$, 5000 et 2500 rad.s⁻¹ respectivement). La tension de quadrature est générée par l'intermédiaire d'un circuit « RC » associé à un amplificateur opérationnel. Un circuit « RC » auxiliaire porte le potentiel de référence de l'alimentation de l'amplificateur à une

valeur très voisine de la tension de quadrature, ce qui a pour effet de rendre cette dernière pratiquement insensible aux instabilités éventuelles du gain de l'amplificateur. La Figure 29 représente un schéma détaillé d'un pont de quadrature défini en quatre paires de bornes.

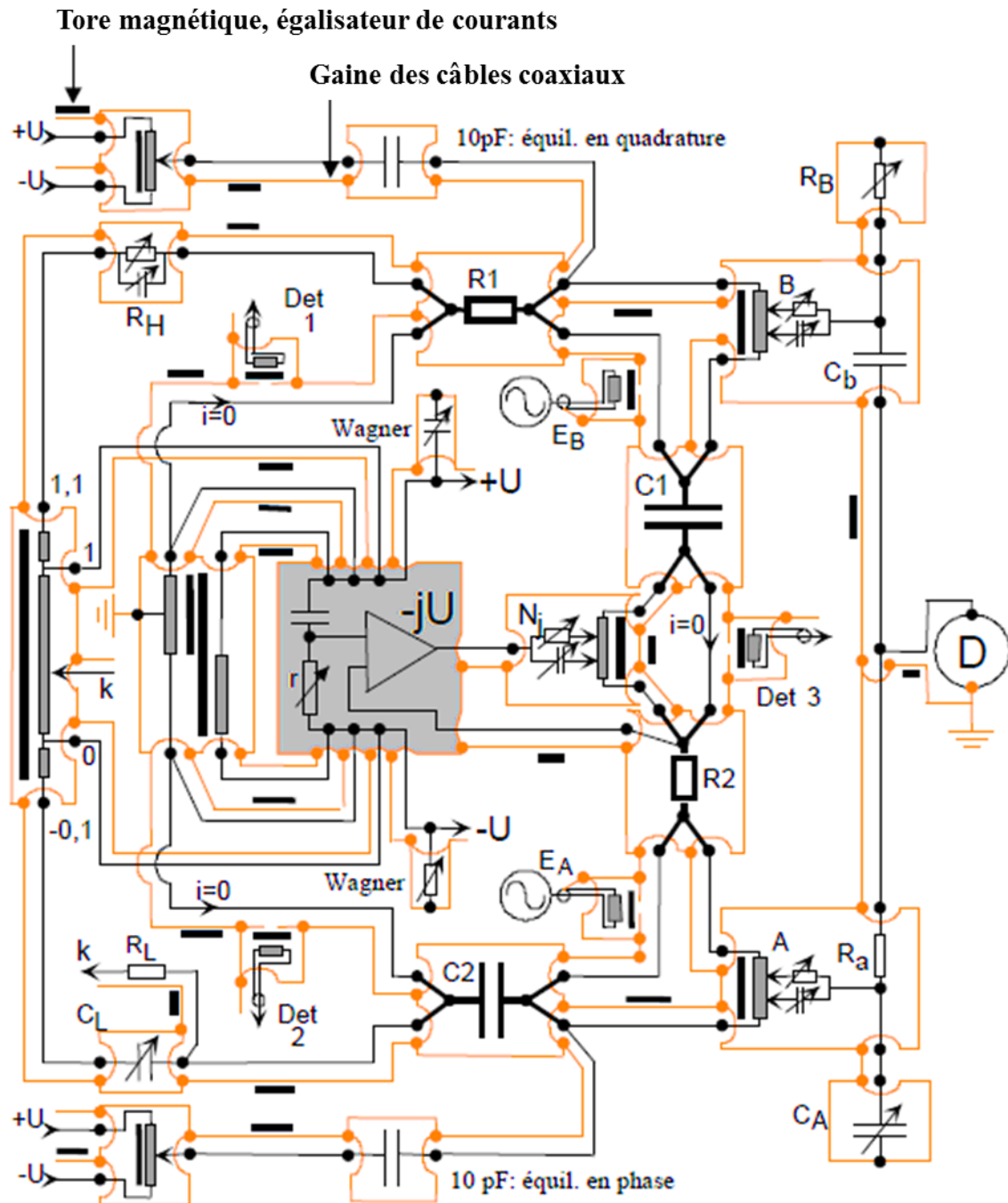


Figure 29 : Pont de quadrature en quatre paires de bornes

Des sources de courant auxiliaires (R_H et C_L) et des circuits de compensation (bras de Kelvin : A, B et N_j) permettent d'obtenir une définition en quatre paires de bornes des impédances métrologiques en comparaison (R_1 , R_2 , C_1 , C_2). En se référant à la Figure 29, et à la procédure décrite dans [20], les opérations successives de réglage et l'utilisation du pont sont les suivantes :

- les conditions de courant nul dans les prises de potentiel sont réalisées en ajustant successivement les éléments R_H , C_L et le circuit N_j jusqu'à obtenir un équilibre simultanément sur les trois détecteurs Det1, Det2, et Det3 (associés à trois transformateurs de détection),
- les bras de Kelvin A et B sont successivement ajustés jusqu'à ce que l'application des tensions E_A et E_B n'ait aucun effet sur le détecteur principal D (cette propriété est équivalente à une tension nulle le long des câbles d'aménées de courant entre les impédances R_2 et C_2 d'une part, et R_1 et C_1 d'autre part),
- les circuits de compensation R_B , C_b et C_A , R_a sont réglés de façon à rendre l'équilibre du pont (détecteur D) indépendant des fluctuations de la tension de quadrature autour de sa valeur nominale, $-jU$ (pour cela, les tensions d'alimentation $+U$ et $-U$ sont déconnectées des impédances R_1 et C_2 et la tension de quadrature est appliquée seule),
- après avoir modifié (temporairement) la valeur de l'un des éléments des circuits de compensation (par exemple en court-circuitant le condensateur C_A), la tension de quadrature est ajustée au plus près de sa valeur nominale, en module et en phase (ajustage de la résistance, r , à l'entrée de l'amplificateur opérationnel et de la fréquence du signal),
- finalement, le détecteur principal, D, est équilibré à l'aide de deux courants capacitifs injectés entre R_1 et C_1 d'une part (réglage de l'équilibre en quadrature), et entre R_2 et C_2 d'autre part (réglage de l'équilibre en phase).

L'erreur du rapport 1:-1 de l'autotransformateur principal à double étage est éliminée par retournement. Une photographie du pont de quadrature mis en œuvre au LNE est disponible Figure 30.

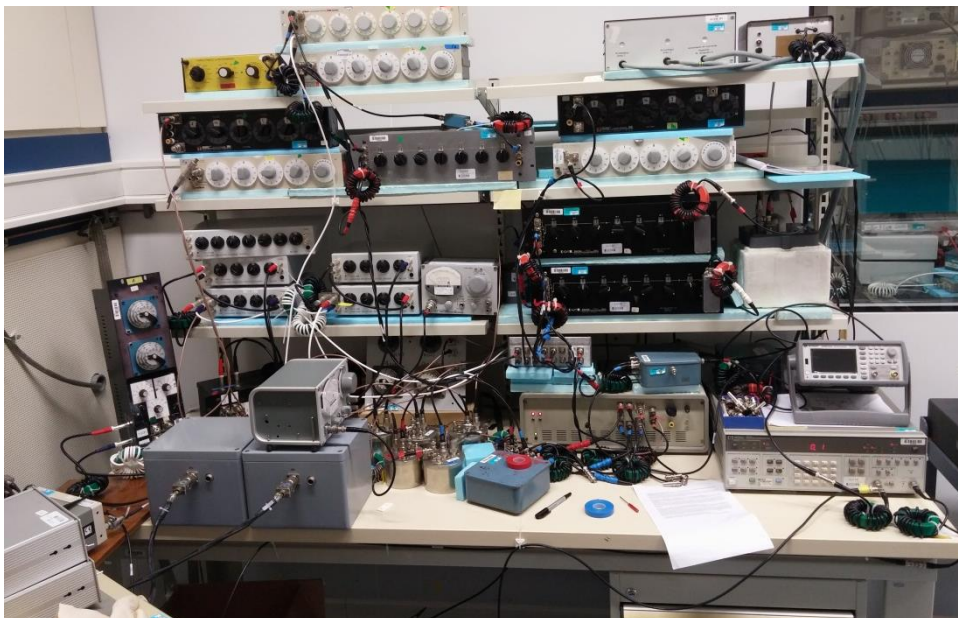


Figure 30 : Pont de quadrature mis en œuvre au LNE (photographie LNE)

4. Pont de comparaison de résistances en quatre paires de bornes

La dépendance en fréquence des résistances est mesurée par comparaison à une résistance calculable unifilaire coaxiale (de type Haddad [5]) de valeur $1\text{ k}\Omega$. La valeur précédemment

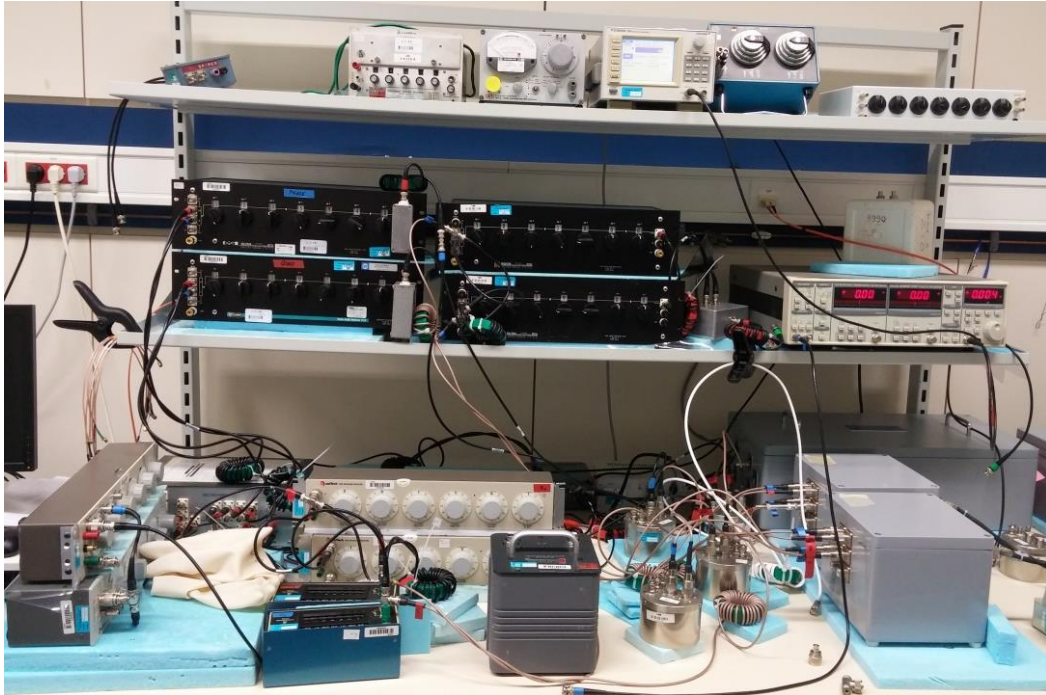


Figure 32 : Pont de comparaison de résistances, en quatre paires de bornes, mis en œuvre au LNE (photographie LNE)

5. Mesure par rapport à l'effet Hall quantique

Le passage par le pont de quadrature donne une valeur SI du produit de trois paires de résistances. Les deux résistances de valeurs $10\text{ k}\Omega$ sont comparées séparément à une résistance de transfert de valeur $100\ \Omega$. Les deux résistances de valeurs $20\text{ k}\Omega$ et celles de valeurs $40\text{ k}\Omega$ sont mises en parallèles pour étalonner respectivement des résistances de valeurs $100\ \Omega$ et $200\ \Omega$. Ces résistances sont ensuite comparées à une résistance de Hall [18]. La comparaison - en courant continu - des résistances du pont de quadrature avec l'effet Hall quantique est effectuée au moyen d'un pont équipé d'un comparateur cryogénique de courant (CCC) décrit dans [13] et [18].

6. Bilan d'incertitudes sur la détermination de R_K en 2000 au LNE

Le bilan d'incertitudes associé à la dernière détermination de R_K au LNE en 2000 est représenté sur le Tableau 3. On retrouve une incertitude globale de $5,3 \cdot 10^{-8}$. L'incertitude cible sur la prochaine détermination de R_K en 2018 est fixée à $1 \cdot 10^{-8}$ et pour l'atteindre, il faut réduire les composantes surlignées sur le Tableau 3. Les deux principales composantes d'incertitudes sont liées aux imperfections mécaniques du condensateur et des travaux sont actuellement en cours pour la conception d'un nouveau condensateur calculable en position verticale afin de réduire les composantes associées.

Parts d'incertitude	Valeur relative *10⁻⁸ (1σ)
Longueur d'onde du laser [22]	0,003
Indice de l'air	0,013
Alignement laser	0,09
Défauts du coin de cube mobile	0,02
Déformation du pentagone	0,02
Défauts de cylindricité du condensateur calculable	2,4
Efficacité de la garde mobile	0,2
Déplacement latéral du "spike" [22] placé en bout de l'électrode mobile	3
Rapports des ponts de comparaison (0,3*5)	1,5
Injection du signal d'équilibre	0,3
Défauts de coaxialité des ponts	0,5
Charge des autotransformateurs	0,3
Effet de tension des capacités (10 pF, 100 pF, 1000 pF)	1,0
Effet de connexion des 10 nF	0,3
Fréquence (pont de quadrature)	0,02
Effet de fréquence des résistances	1,5
EHQ (courant continu)	0,3
Incertitude de type A	2,6
Incertitude totale	5,3

Tableau 3 : Composantes d'incertitudes relatives associées à la dernière détermination de R_K au LNE en 2000 [22]

La valeur SI de la constante de von Klitzing R_K est donc donnée par :

$$R_K = 25\,812,8081(14)\,\Omega \quad (1\sigma = 5,3 \cdot 10^{-8})$$

Si on l'exprime en fonction de la valeur de R_{K-90} , on a :

$$R_K = R_{K-90} * (1 + 4,1 \cdot 10^{-8}) \quad (1\sigma = 5,3 \cdot 10^{-8})$$

Pour une explication plus détaillée de ces résultats, se référer à [22].

Les travaux de ma thèse étaient axés sur la réduction des composantes associées aux éléments des ponts de comparaison. Plus principalement, la conception d'une nouvelle génération d'autotransformateurs étalons double étage qui représentent les éléments clés des ponts. En effet, cette nouvelle conception contribue à la réduction des composantes (Tableau 3) associées :

- au rapport des ponts de comparaison
- à l'effet de tension des capacités de transfert
- à l'effet de fréquence des résistances

V. *Ponts de comparaison automatiques :*

L'impédance est un élément clé dans la métrologie électrique et aussi dans de nombreuses autres disciplines qui utilisent les changements d'impédances (dans les capteurs par exemple) pour la réalisation des mesures. Les ponts de comparaison d'impédances coaxiaux employés pour la dissémination actuelle des unités d'impédance permettent d'atteindre des niveaux d'incertitudes optimums. Cependant, ils sont manuels et ont une plage de fréquence limitée. Ils présentent également des limitations dans les angles de phase (comparaison entre des impédances de natures différentes). C'est la raison pour laquelle, des travaux sont menés (dans le cadre du projet AIM Qute) pour améliorer les moyens métrologiques à l'aide des progrès scientifiques et techniques actuels, permettant la dissémination d'une gamme d'unités comprenant l'ohm, le farad et le henry. Le principal enjeu étant de pallier les limites des ponts de comparaison actuels (décrites dans le chapitre 4) tout en maintenant des niveaux d'incertitudes satisfaisants.

En métrologie électrique, la tension et la résistance sont bien définies en courant continu (DC) à partir de références quantiques. Obtenir des quantités alternatives (capacité, résistance AC, inductance, etc.) à partir du point de départ en courant continu, au plus haut niveau de précision, n'est pas trivial. La dissémination de l'ohm AC, du farad et du henry est actuellement basée, au niveau primaire, sur l'utilisation de ponts de comparaison d'impédance manuels utilisant des transformateurs variables et/ou fixes. Les incertitudes, comme nous pouvons le voir sur la base de donnée du BIPM comprenant les certificats d'étalonnage et de mesurage (*Calibration Measurement Capabilities - CMC*), vont de quelques 10^{-8} à quelques 10^{-6} pour une gamme de fréquence allant de 500 Hz à 10 kHz. La complexité de ces ponts exige des opérateurs hautement qualifiés. De plus, les ponts doivent être étalonnés à chaque fréquence de fonctionnement. Les ponts coaxiaux manuels restent incontournables pour des mesures d'impédances de haut niveau. Cependant, plusieurs nouvelles techniques peuvent permettre des remplacements plus modernes des ponts de comparaison. L'application de sources Josephson alternatives, par exemple, est une possibilité qui semble prometteuse [23], mais nécessite des développements supplémentaires. Les techniques de l'électronique numérique moderne peuvent également jouer un rôle important dans ce domaine.

Une situation insatisfaisante supplémentaire a été soulignée lors de la conférence sur les mesures électromagnétiques de précision (*Conference on Precision Electromagnetic Measurements - CPEM*) à Daejeon, en juin 2010, par des chercheurs du NPL (National Physical Laboratory), de la PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt) et du BIPM qui ont déclaré un écart de quelques 10^{-6} entre la capacité DC et la valeur extrapolée à partir des mesures AC pour un certain nombre d'étalons utilisés dans des laboratoires nationaux de métrologie. Leurs mesures illustrent des lacunes dans les mesures de capacité entre DC et 50 Hz, ce qui s'étend à la gamme allant de DC à 50 Hz lorsque l'incertitude acceptable est inférieure à quelques 10^{-8} . Cette divergence impacte deux recommandations de "mise en pratique" du courant et de la capacité reflétées dans le document du Comité Consultatif d'Électricité et Magnétisme CCEM/09-05 [24] :

- la recommandation où une capacité DC est utilisée pour la réalisation de l'ampère (option 4-(c) [24])

- les recommandations pour la réalisation du farad basée sur des mesures de capacité en AC (options 9-(a) et 9-(b) [24]) ou sur une mesure DC (option 9-(c) [24]).

Des travaux récents sur les impédances étalons ont étendu l'application de la résistance de Hall quantique étalon en alternatif et fourni une traçabilité pour un ensemble de capacités étalons avec des valeurs nominales décadiques de 10 nF à 10 pF avec une incertitude relative de seulement $1,2 \cdot 10^{-8}$ ($k=2$) [25], mais seulement à une fréquence unique. Des possibilités pour une amélioration significative dans l'état de l'art établi pour la métrologie des impédances ont été démontrées en [23].

Sur cette thématique, **le but des travaux menés dans cette thèse** est :

- d'utiliser l'expérience sur la conception d'une nouvelle génération d'autotransformateurs étalons double étage pour concevoir des autotransformateurs permettant d'élargir la gamme de fréquence pour la mesure d'impédances (chapitre 2),
- d'explorer les méthodes numériques développées dans le cadre du projet AIM Qute (pour la mesure d'impédances) afin d'en déduire les différents avantages et inconvénients (chapitre 4).

Conclusion partielle Chapitre 1

Dans ce chapitre, le contexte et les enjeux du travail de recherche effectué ont été présentés. Dans un premier temps, le système international d'unités (SI) est présenté. Puis, la redéfinition des unités électriques dans le SI avec un accent particulier mis sur la détermination du farad dans le SI via le condensateur calculable étalon de Thompson-Lampard dans le but de réaliser l'ohm, à travers la détermination d'une constante phénoménologique appelée constante de von Klitzing, qui représente le contexte principal de l'étude. Dans ce cadre, le principe du condensateur calculable étalon de Thompson-Lampard en cours de développement au LNE et la chaîne de mesure associée ont été détaillés. Ainsi, le bilan d'incertitude global associé à la dernière détermination de la constante de von Klitzing en 2000 au LNE a été présenté faisant ressortir les axes d'améliorations dont il est question dans le cadre de cette thèse. Le dernier axe de ce chapitre comporte une introduction aux travaux menés dans le cadre de cette thèse pour étudier une possible automatisation partielle ou complète de certains ponts de la chaîne de mesure.

Bibliographie Chapitre 1

- [1]. National Physical Laboratory, *The little big book of metrology*, Seacourt Ltd, 2011
- [2]. B. Steck, *Application en métrologie électrique de dispositifs mono-électriques : vers une fermeture du triangle métrologique*, PhD thesis, Université de Caen, 2007
- [3]. T. Charron, *Pompes à électrons à base de nanofils de silicium pour la métrologie électrique*, PhD thesis, Université Pierre ET Marie-Curie, 2013
- [4]. Bureau international des poids et mesures, *Le système international d'unités, 8ème édition*, 2006
- [5]. A. Morilhat, *Synthèse de couches minces résistives par pulvérisation cathodique magnétron pour l'élaboration de résistances étalons calculables en courant alternatif*, PhD thesis, Université de technologie de Belfort-Montbéliard, 2011
- [6]. I.M. Mills, P.J. Mohr, T.J. Quinn, B.N. Taylor, and E.R. Williams, Redefinition of the kilogram : a decision whose time has come, *Metrologia*, 42 :71-80, 2005
- [7]. I.M. Mills, P.J. Mohr, T.J. Quinn, B.N. Taylor, and E.R. Williams, Redefinition of the kilogram, ampere, kelvin and mole : a proposed approach to implementing CIPM recommendation 1, *Metrologia*, 43 :227-246, 2006
- [8]. <http://www.bipm.org/en/news/full-stories/2015-01/si-roadmap.html>
- [9]. F. Blard, *Conception et réalisation de références de tensions alternatives à base de MEMS*, PhD thesis, Université de Toulouse, 2011
- [10]. A.M. Thompson and D.G. Lampard, "A new theorem in electrostatics and its application to calculable standards of capacitance", *Nature*, vol. 177, p. 888, 1956
- [11]. N. Elnékvé, *An absolute determination of the ohm based on calculable capacitors*, EUROMEAS 77, IEEE Trans. Instrum. Meas., N°152, p. 53, 1977
- [12]. P. Gournay, O. Thévenot, L. Dupont, J.M. David, and F. Piquemal, Toward a determination of the fine structure constant at LNE by means of a new Thompson-Lampard calculable capacitor, *Can. J. of Physics*, Vol. 89, N°1, 169, 2011
- [13]. F. Renguez, *Développement de comparateur cryogénique de courants très faible bruit pour la métrologie électrique quantique*, PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2015
- [14]. K.v. Klitzing, *Physics and application of the Quantum Hall effect*, Physica B 204, pp. 111-116, 1995
- [15]. R.E. Prange, S.M. Girvin, *The Quantum Hall effect*, Springer, New York, 1987
- [16]. B. Jeckelmann, B. Jeanneret, *The Quantum Hall effect as an electrical resistance standard*, Rep. Prog. Phys. 64, pp. 1603-1655, 2001
- [17]. W. Poirier, F. Schopfer, J. Guignard, O. Thévenot, and P. Gournay, Application of the quantum Hall effect to resistance metrology, *C.R. Physique*, 12 :347-368, 2011
- [18]. F. Piquemal, L'effet Hall quantique en métrologie, *Bull. Bur. Nat. Métrologie*, 116, 5 (1995)
- [19]. O. Thevenot, *Etalonnage de transformateurs étalons*, mémoire d'ingénieur CNAM, 2003
- [20]. B.P. Kibble, G.H. Rayner, *Coaxial AC Bridges*, Ed. A. E. Bailey, 1984
- [21]. O. Thévenot, L. Saury, G. Trapon, *Influence des cables de liaison sur les mesures d'impédance en deux et quatre paires de bornes*, Annexe 2 mémoire d'ingénieur CNAM, 2003
- [22]. G. Trapon, O. Thévenot, J.C. Lauceuille, W. Poirier, Determination of the von Klitzing constant R_K in terms of the BNM calculable capacitor – fifteen years of investigations, *Metrologia*, 40, Iss. 4, 159-171, 2003
- [23]. J. Lee, J. Schurr, L. Palafox, R. Behr, The Josephson two-terminal-pair impedance bridge, *Metrologia*, Vol. 47(4), pp. 453-459, 2010
- [24]. <http://www.bipm.org/cc/CCEM/Allowed/26/CCEM-09-05.pdf>

- [25]. J. Schurr, V. Bürkel, B.P. Kibble, Realizing the farad from two ac quantum Hall resistances, *Metrologia*, 46, pp. 619-628, 2009

Chapitre 2 : Transformateurs étalons

Comme nous avons pu le voir dans le chapitre 1, les transformateurs étalons constituent des éléments de références dans les ponts coaxiaux mis en œuvre pour la détermination de R_K ou dans les ponts semi-automatiques du projet AIM Qute. Nous allons décrire dans le présent chapitre leur principe de fonctionnement, puis la conception et la réalisation d'une nouvelle génération de transformateurs étalons.

I. Principe de fonctionnement des transformateurs

L'utilisation de ponts de comparaison comportant un transformateur étalon définissant un rapport de référence constitue la méthode la plus exacte pour comparer deux impédances entre elles. Elle permet en théorie de limiter l'incertitude du rapport d'impédances à quelques 10^{-9} en valeur relative, cette valeur correspondant à l'erreur sur le rapport d'enroulements d'un transformateur étalon réalisé dans les règles de l'art. Ceci suppose en outre que ce dernier soit stable dans le temps (entre deux étalonnages) et en fonction des conditions ambiantes (température, pression, humidité...) [1][2][3][4].

Des précautions drastiques doivent être prises lors de leur conception afin d'obtenir de telles performances.

1. Equations fondamentales

Généralement, les transformateurs possèdent deux enroulements (enroulements primaire et secondaire) bobinés autour d'un noyau ferromagnétique qui constitue un circuit magnétique permettant d'assurer leur couplage. On peut distinguer deux types de transformateurs selon l'application pour laquelle il est conçu. Le premier a pour objectif de transmettre une énergie électrique d'un circuit à un autre tout en procurant une isolation galvanique entre les deux. Le point important étant dans ce cas la transmission de puissance, le rapport des tensions ou des courants entre les différents enroulements n'est pas une considération essentielle.

En revanche, le second type de transformateur, (dont il est question dans ce chapitre) a une conception qui le rapproche le plus possible d'un transformateur idéal pour lequel la tension induite dans chaque spire des enroulements est identique, et la somme de ces tensions égale à celle aux bornes de l'enroulement total. Les noyaux magnétiques utilisés doivent pour cela être de perméabilité très élevée et les fuites de flux magnétique limitées autant que faire se peut.

La Figure 33 rappelle le principe de fonctionnement d'un transformateur. Lorsque l'on applique une tension alternative aux bornes de l'enroulement primaire, le courant qui circule dans celui-ci produit un flux alternatif induisant, via le circuit magnétique, une force électromotrice d'induction dans le secondaire. Les sens positifs des courants, des tensions, des inductions et des flux (n_1 et n_2 , étant respectivement le nombre de spires des enroulements primaire et secondaire) sont également reportés Figure 33.

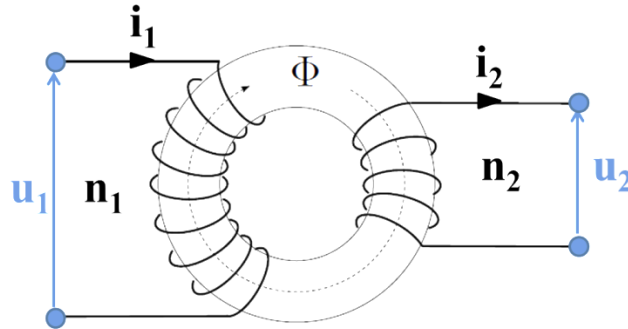


Figure 33 : Circuit magnétique muni de deux enroulements

Si les n_1 spires sont traversées par le même flux Φ et que l'on applique la loi d'ohm pour l'enroulement primaire, alors,

$$u_1 = (r_1 + jL_1\omega)i_1 + jM\omega i_2. \quad (1)$$

D'autre part, si le flux Φ qui traverse les enroulements primaire et secondaire est le même, on peut également écrire,

$$-u_2 = (r_2 + jL_2\omega)i_2 + jM\omega i_1, \quad (2)$$

avec,

$$\begin{cases} L_1 = \frac{n_1^2}{\mathfrak{R}} \\ L_2 = \frac{n_2^2}{\mathfrak{R}} \\ M = \frac{n_1 \cdot n_2}{\mathfrak{R}} \end{cases}. \quad (3)$$

Le signe $-$ de la relation (2) provient du sens conventionnel de i_2 , Figure 33. L_1 et L_2 représentent respectivement les inductances des enroulements primaire et secondaire et M la mutuelle inductance entre les deux circuits. \mathfrak{R} représente ici la reluctance du circuit magnétique qui, elle, dépend de la perméabilité magnétique du matériau et de sa forme. Pour un circuit filiforme de section constante S , de longueur moyenne l et de perméabilité constante μ , on peut écrire :

$$\mathfrak{R} = \frac{l}{\mu S} (H^{-1}).$$

2. Transformateurs parfaits

Afin de dégager les aspects fondamentaux, et compte tenu des ordres de grandeur, il est plus commode d'utiliser la notion de transformateur parfait n'ayant ni pertes, ni fuites magnétiques. Cette notion nous permettra par la suite d'étudier le cas du transformateur réel à

partir du modèle établi pour un transformateur parfait (en y réintroduisant les paramètres négligés).

Un transformateur est dit *parfait* s'il remplit les conditions suivantes,

- les résistances des enroulements sont négligeables devant leurs inductances :
 $r_1 \ll |L_1 \omega|, r_2 \ll |L_2 \omega|,$
- il n'existe aucune fuite magnétique : le circuit magnétique est alors infiniment perméable et toutes les spires sont donc traversées par le même flux,
- la magnétisation du matériau du circuit magnétique n'est pas hystérétique : les pertes magnétiques sont généralement nulles dans ce cas,
- il n'y a pas de pertes par effet Joule dans les enroulements.

Si ces conditions sont réunies, on peut écrire, d'après les relations (1) à (3),

$$\begin{cases} u_1 = jL_1 \omega \left(i_1 + \frac{n_2}{n_1} i_2 \right) \\ -u_2 = jL_1 \omega \left(\frac{n_2}{n_1} i_1 + \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 i_2 \right) = jL_1 \omega \left(i_1 + \frac{n_2}{n_1} i_2 \right) \cdot \frac{n_2}{n_1} \end{cases} \quad (4)$$

D'où,
$$\frac{u_1}{u_2} = -\frac{n_1}{n_2}. \quad (5)$$

Les pertes par effet Joule dans le matériau magnétique étant négligeables, le principe de conservation d'énergie nous permet d'écrire,

$$u_1 i_1 = u_2 i_2$$

D'où,
$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{n_2}{n_1} \quad (6)$$

On constate que les tensions et les courants sont en opposition de phase (équations (5) et (6)). En effet, le rapport des valeurs des tensions $\frac{u_1}{u_2}$ est égal au rapport de transformation $m = \frac{n_1}{n_2}$, et le rapport des courants vaut quant à lui $-\frac{1}{m}$. On constate également que le rapport de transformation est indépendant de la fréquence de travail.

3. Sources d'erreurs

En pratique, il n'est pas possible de construire un transformateur parfait car les fuites et pertes magnétiques, les pertes par effet Joule et les pertes fer ne sont pas négligeables, tout au moins au niveau d'exactitude recherché. Le rapport des tensions est alors égal au rapport du nombre de spires à une erreur ε près, et l'on doit alors écrire,

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2} (1 + \varepsilon) \quad (7)$$

La valeur de ε , est liée aux imperfections de réalisation du transformateur qui sont principalement, en pratique, dues aux impédances de fuite des enroulements et aux pertes magnétiques dans le noyau.

a) Inductances de fuite

En pratique, il est impossible de bobiner les enroulements primaire et secondaire sur le noyau magnétique de telle sorte qu'ils occupent la même région de l'espace. De ce fait, le rapport en sortie du transformateur est affecté car une partie du flux créé par le courant traversant l'enroulement primaire ne traverse pas l'enroulement secondaire comme illustré Figure 34.

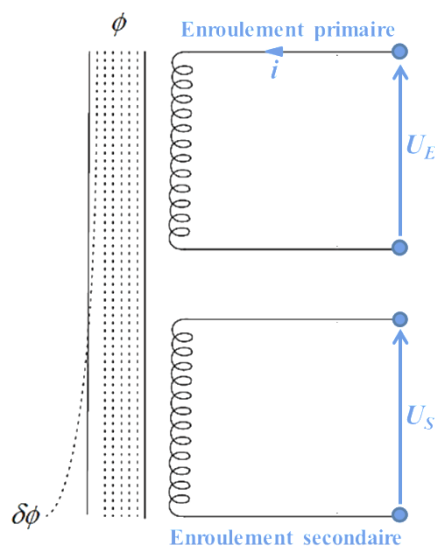


Figure 34 : Représentation d'un flux de fuite $\delta\Phi$

Le courant i généré dans l'enroulement primaire à l'application de U_E donne naissance à un flux Φ dont une partie $\delta\Phi$ ne traverse pas l'enroulement secondaire. La présence de cette fuite diminue la tension dans le secondaire U_S d'une quantité $-\frac{d(\delta\Phi)}{dt}$. Elle modifie le rapport des tensions induites dans les enroulements du transformateur $\frac{U_E}{U_S}$. L'influence de ce flux de fuite peut être modélisée par une inductance l en série avec l'enroulement telle que $-\frac{d(\delta\Phi)}{dt} = l \frac{di}{dt}$, cf. Figure 35.

b) Résistance de fuite

Les pertes par effet Joule dans le circuit magnétique (courants de Foucault) et dans la résistance des fils qui forment les enroulements peuvent être modélisées par une résistance en série avec l'enroulement. En prenant en compte le flux de fuite et les pertes par effet Joule, on peut modéliser le transformateur avec des enroulements parfaitement couplés et une résistance nulle comme indiqué Figure 35.

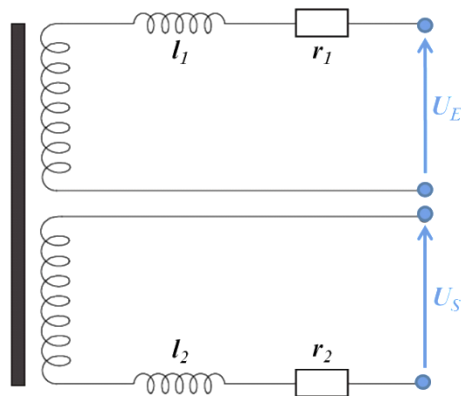


Figure 35 : Représentation des inductances et résistances de fuite présentes dans les enroulements d'un transformateur

c) Capacités de fuite

Dans un transformateur de tension, le potentiel des spires successives d'un enroulement augmente de manière régulière jusqu'à ce que la tension de sortie complète soit atteinte aux bornes de l'enroulement global. Il en résulte que, entre chaque spire des enroulements, circule un courant capacitif dû au couplage de chacune des spires avec ses voisines, comme illustré Figure 36.

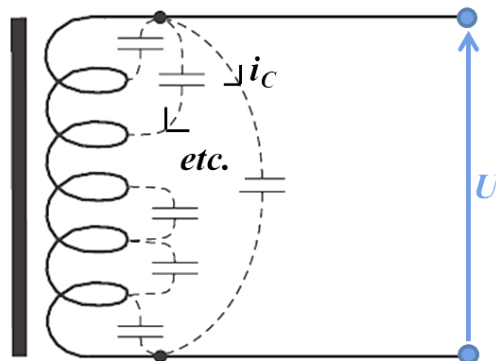


Figure 36 : Capacités de fuite d'un enroulement d'un transformateur

L'ensemble de ces capacités de fuite peut être modélisé par une capacité équivalente [20][6] en parallèle avec l'enroulement, ce qui conduit à la représentation générale en paramètres localisés comme représenté Figure 37.

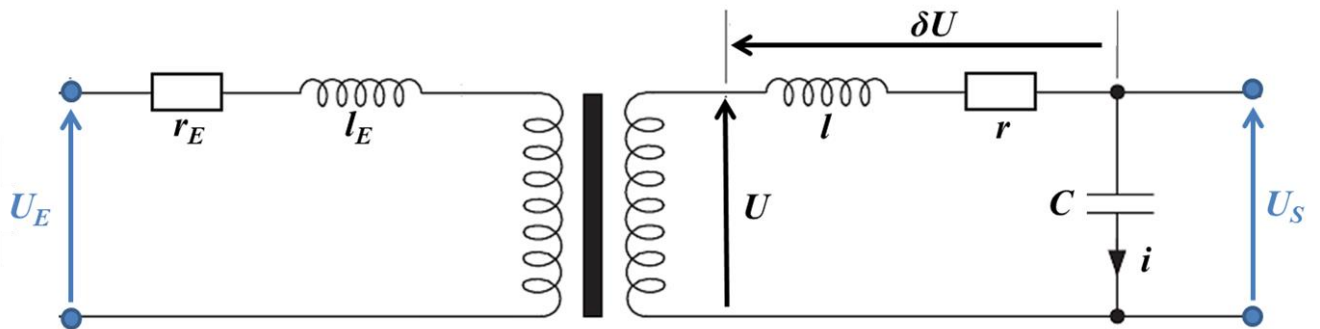


Figure 37 : Circuit équivalent de l'enroulement d'un transformateur prenant en compte les principales sources d'erreur

Le courant i absorbé par la capacité propre modifie la tension de sortie U de l'enroulement en une tension $U_S = U - \delta U$ tel que :

$$i = j\omega CU \quad (8)$$

La chute de tension δU est donc :

$$\delta U = i(r + j\omega l) = j\omega CU(r + j\omega l) = (-\omega^2 lC + j\omega Cr)U \quad (9)$$

Si l'on exprime U_S en fonction de U , on a :

$$U_S = U(1 + \omega^2 lC - j\omega Cr) \quad (10)$$

On remarque que l'erreur sur la tension U_S présente une partie réelle variant de manière quadratique en fonction de la fréquence et une partie imaginaire évoluant linéairement. Les éléments r , l et C sont les principales composantes à minimiser lors de la conception d'un transformateur étalon afin de diminuer la correction à apporter à son rapport de transformation [20][6].

II. Autotransformateurs étalons à double étage

1. Autotransformateurs

Ce sont des transformateurs dans lesquels l'enroulement secondaire est constitué par une partie des spires de l'enroulement primaire. Ils se réduisent à un circuit magnétique comportant un seul enroulement muni de prises de potentiel intermédiaires et peuvent être considérés comme étant des transformateurs à deux enroulements indépendants, Figure 38, dont l'un serait l'enroulement AB et l'autre, l'enroulement CD.

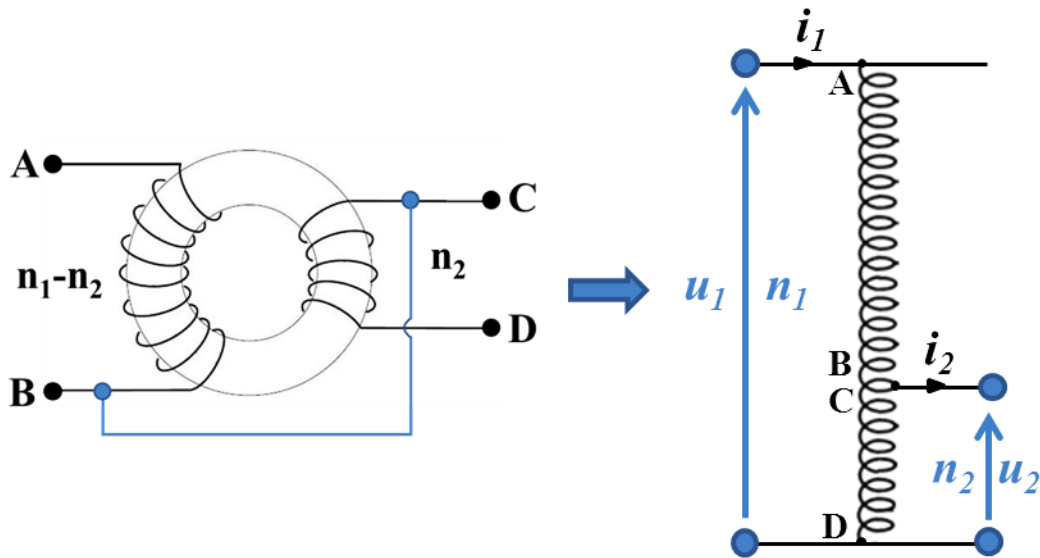


Figure 38 : Représentation d'un autotransformateur

Soit n_1 le nombre total de spires et n_2 le nombre de spires de la partie commune CD, les tensions u_1 et u_2 ainsi que les courants i_1 et i_2 sont liées - dans un cas parfait - par les relations [2] :

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (11)$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (12)$$

Les équations d'un autotransformateur idéal sont exactement les mêmes que celles du transformateur idéal [7]. L'utilisation d'un autotransformateur par rapport à un transformateur présente des avantages et des inconvénients. À performances égales, l'autotransformateur présente un encombrement moindre et une masse inférieure (moins de cuivre et moins de fer), ainsi que des pertes plus petites (pertes par effet Joule et pertes ferromagnétiques). Outre la diminution du nombre d'enroulements, il possède un meilleur rendement [7] et permet de s'affranchir d'éventuelles variations de flux magnétique entre les enroulements primaire et secondaire. Le principal inconvénient de l'autotransformateur est l'absence d'isolation galvanique entre primaire et secondaire, ce qui l'élimine de certaines applications. Par la suite, il sera surtout question d'autotransformateurs.

2. Autotransformateur double étage

Pour diminuer le terme de correction de l'autotransformateur, on ajoute un étage dit métrologique. Il agit principalement pour compenser les fuites de flux et les pertes magnétiques dans le tore magnétisant (Figure 39). Les transformateurs double étage sont généralement utilisés à des fins métrologiques [20][6]. Le schéma de principe d'un autotransformateur double étage est présenté sur la Figure 39.

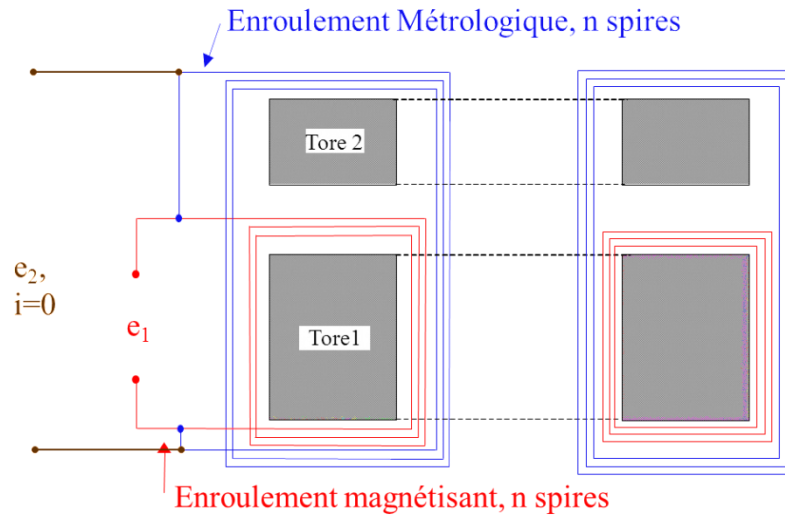


Figure 39 : Vue en coupe d'un autotransformateur double étage : e_1 représente la tension appliquée aux bornes des enroulements primaires et e_2 celle générée aux bornes de l'enroulement secondaire

Un autotransformateur double étage est constitué de deux noyaux magnétiques. Autour du premier noyau magnétique (tore 1, Figure 39), est effectué un premier enroulement appelé *enroulement magnétisant*. Un deuxième enroulement est ensuite bobiné autour de l'ensemble des deux noyaux magnétiques (tore 1 et tore 2, Figure 39). Ce deuxième enroulement est appelé *enroulement métrologique*. Il peut comporter des sorties intermédiaires qui permettent de définir les rapports de transformation comme schématisé Figure 40.

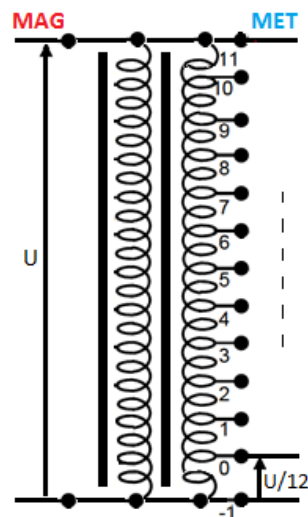


Figure 40 : Représentation d'une subdivision en douze sections de l'enroulement métrologique d'un autotransformateur double étage

L'étage métrologique jouant le rôle de compensation des pertes et des fuites magnétiques de l'étage magnétisant, il n'est pas nécessaire que le tore utilisé dans cet étage ait une section aussi grande que celle du tore employé pour réaliser l'enroulement magnétisant. Les enroulements magnétisants et métrologiques ont le même nombre de spires et sont généralement alimentés par la même source. Cela conduit à un très faible courant circulant dans l'enroulement métrologique destiné à fournir les rapports de tensions étalons et entraîne

une diminution significative de l'incidence des inductances et résistances de fuite qui existeraient dans un autotransformateur à un seul étage. La correction à apporter au rapport étalon peut ainsi être réduite par un facteur de l'ordre de quelques 10^3 par rapport à un transformateur simple étage et conduit à une valeur de correction sur le rapport de transformation étalon inférieure à 10^{-7} à 1 kHz.

La Figure 41 présente un schéma électrique équivalent d'un transformateur double étage [8]. Les impédances d'entrée des différents enroulements, les inductances mutuelles ainsi que les impédances de fuite sont notées respectivement Z_k , M_k et z_k . Des faibles couplages existent entre les inductances l_k mais sont négligés. X représente la charge au secondaire.

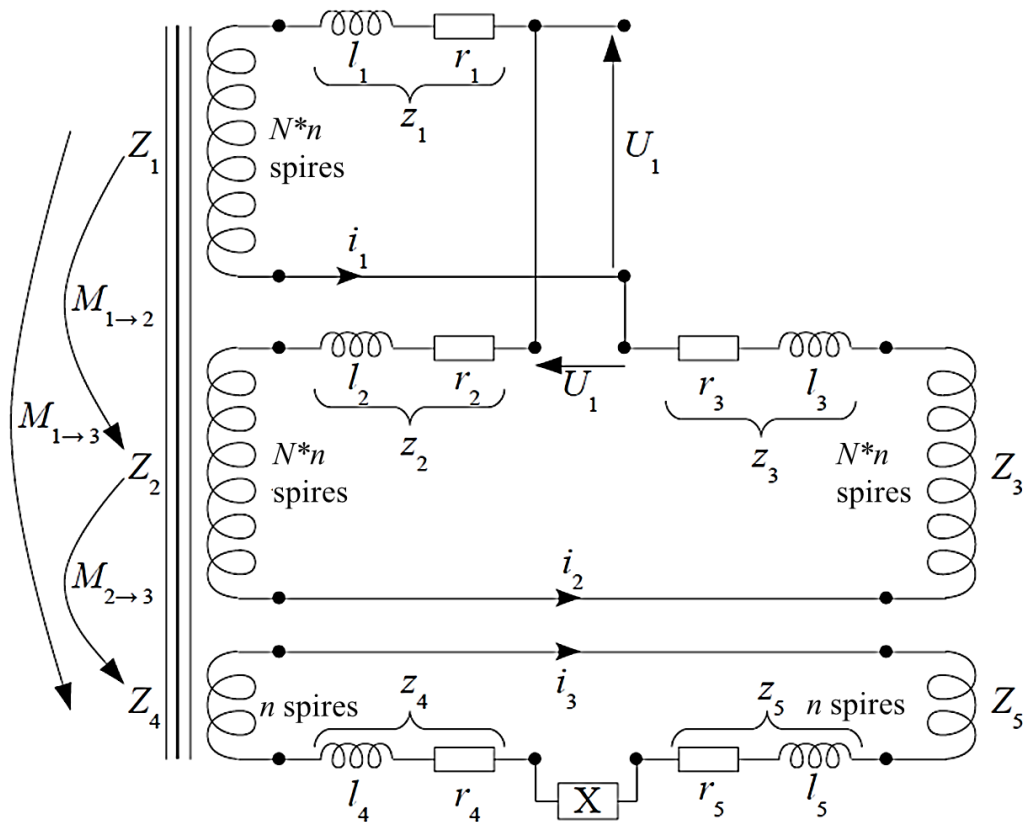


Figure 41 : Schéma électrique équivalent d'un transformateur double étage [8]

Pour un tel dispositif, l'erreur sur le rapport de transformation s'écrit [8] :

$$\left(\frac{z_1}{z_1 + Z_1} \right) \left(\frac{z_2 + z_3}{Z_3} \right) \quad (13)$$

alors que pour un transformateur conventionnel simple étage, elle aurait été de la forme $\frac{z_1}{z_1 + Z_1}$. En effet, le facteur $\left(\frac{z_2 + z_3}{Z_3} \right)$ de la relation (13) dû au deuxième étage est en pratique de l'ordre de 10^{-3} à 1 kHz. Ce qui permet d'obtenir des erreurs sur les rapports de l'ordre de quelques 10^{-7} .

L'interposition d'écrans (paragraphe III-4) diminue le couplage électrostatique entre les enroulements magnétisant et métrologique. Il est important de préciser que ce dispositif ne reste profitable que si on s'assure d'avoir un courant nul dans le circuit secondaire raccordé

aux bornes de l'enroulement métrologique afin d'éviter de modifier le flux dans le tore métrologique, ce qui aurait pour effet de modifier le rapport étalon.

III. Techniques de construction des transformateurs étalons

1. Circuit magnétique

Aujourd'hui, dans la gamme de fréquences de 1 à quelques dizaines de kHz, le circuit magnétique des transformateurs étalons est réalisé à l'aide de matériaux nanocristallins qui sont des alliages de composition typique fer, cuivre, niobium, bore et silicium. La nuance d'appellation commerciale Nanophy® est utilisée pour la conception des nouveaux transformateurs. Ce matériau a une perméabilité initiale très élevée (jusqu'à 100 000 à 1 kHz) et une induction de saturation de 1,25 T. La Figure 42 présente la stabilité de la perméabilité initiale avec la fréquence pour un matériau de type Nanophy® [9].

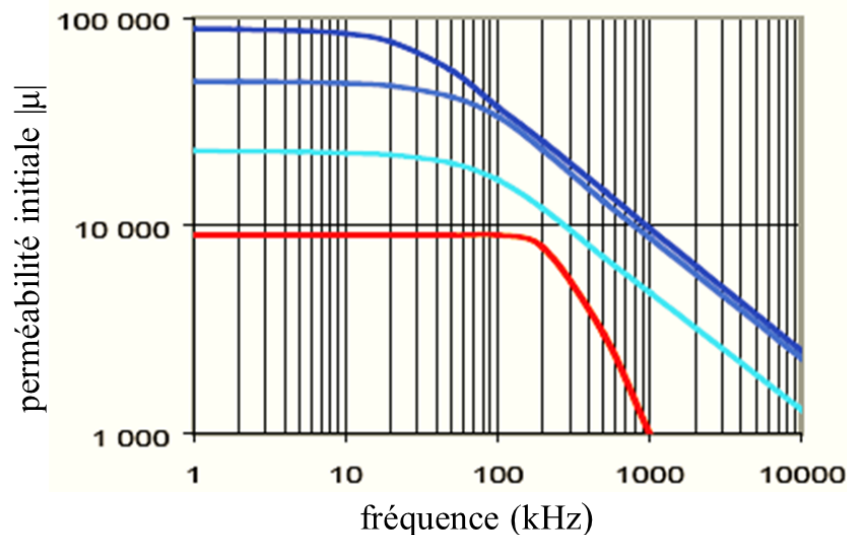


Figure 42 : Stabilité de la perméabilité initiale en fonction de la fréquence pour un matériau de type Nanophy®. Les différentes courbes représentent les évolutions en fonction de la fréquence de la stabilité de différentes perméabilités initiales pour ce type de matériau [9]

Les circuits magnétiques de forme toroïdale sont universellement utilisés dans les transformateurs de tension étalons en raison de leur symétrie. Pour limiter les fuites magnétiques, ils sont sans entrefer. Les tores sont constitués d'une fine bande non conductrice (environ 20 μm) bobinée en spirales aussi serré que possible (comme indiqué sur la Figure 43). Ceci permet de réduire très fortement l'influence des courants de Foucault tout en permettant d'obtenir une section du tore suffisante. Ces courants sont induits dans la section du tore perpendiculaire à la direction du flux magnétique. Ils sont dus aux variations temporelles du flux et forment des boucles générant à leur tour un flux qui s'oppose aux variations du flux qui leur a donné naissance, Figure 44.

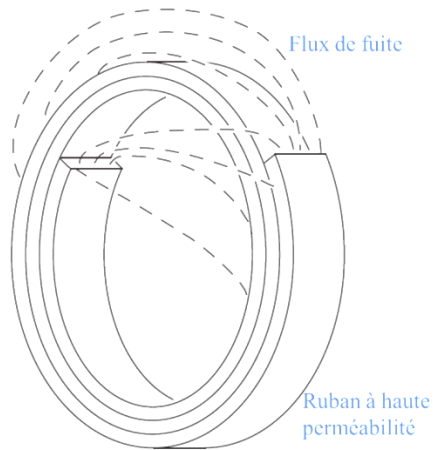


Figure 43 : Tore réalisé à partir d'une bande magnétique bobinée en spirale, les pointillés représentent les flux de fuite existant aux extrémités de la spirale

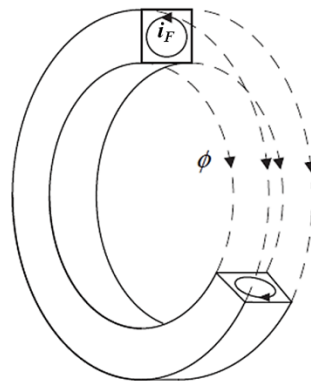


Figure 44 : Courants de Foucault dans un noyau magnétique

La construction des noyaux magnétiques à partir de fines bandes de matériaux magnétiques électriquement isolées, permet de limiter la formation de ces boucles de courant et donc les pertes fer. Le bobinage en spirale ainsi formé peut être placé dans un boîtier scellé rempli de graisse ou d'huile épaisse afin de réduire les contraintes mécaniques.

Toutefois, du fait que la bande enroulée ait un début à l'intérieur du tore et une extrémité à l'extérieur, une faible quantité de flux s'échappe au lieu de rester confinée à l'intérieur du tore, Figure 43. Aussi, une autre faible quantité de flux fait une boucle de l'extérieur vers l'intérieur du noyau sur les deux côtés de celui-ci. Ce flux de bouclage est supérieur à proximité des extrémités intérieures et extérieures de la bande en spirale. Les effets découlant de ces fuites peuvent à toutes fins pratiques être éliminés en enfermant le noyau magnétique et son enroulement dans un écran magnétique suivant la forme du tore.

Par ailleurs, si la densité de flux dans la section du tore atteint une valeur limite B_{sat} , le tore sature. Pour éviter ce phénomène, il faut choisir un tore pouvant admettre l'intensité du champ magnétique auquel il sera soumis. La loi de Faraday illustrée sur la Figure 45 permet d'évaluer la tension maximale que l'on peut appliquer à un bobinage réalisé autour d'un circuit magnétique fermé sans atteindre l'induction de saturation.

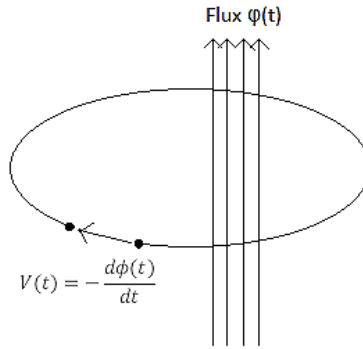


Figure 45 : Représentation de la loi de Faraday pour une spire

D'après la loi de Faraday, pour un flux sinusoïdal $\phi(t) = \phi_0 \sin(2\pi ft)$ d'amplitude maximale ϕ_0 et de fréquence f , la tension aux bornes d'un enroulement constitué de N spires est donnée par :

$$V(t) = -N \frac{d\phi(t)}{dt} = -N \cdot \frac{d(\phi_0 \sin(2\pi ft))}{dt} = -2\pi N f \phi_0 \cos(2\pi ft) \quad (14)$$

On peut alors écrire que la valeur efficace du signal $V(t)$ vaut :

$$V_{eff} = 2\pi N f \phi_{eff} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N f \phi_0 \quad (15)$$

La valeur efficace maximale admissible par le transformateur correspond à la valeur de V_{eff} pour laquelle $\phi_0 = \phi_{sat}$ avec $\phi_{sat} = B_{sat} \times S$. Par conséquent,

$$(V_{eff})_{sat} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N f \phi_{sat} = \sqrt{2} \pi N f B_{sat} S. \quad (16)$$

Avec S la surface fer ou surface effective du tore en m^2 (différence entre la section du tore S_T et la surface S_I de l'isolant enveloppant la bande bobinée en spirale – on parle aussi de facteur de foisonnement défini par le rapport S_I/S_T), B_{sat} l'induction de saturation exprimée en Tesla, f la fréquence en Hertz, $(V_{eff})_{sat}$ la tension à saturation en volt et ϕ_{sat} le flux à saturation en Weber.

Si la surface est donnée en cm^2 , la formule (14) devient alors :

$$V_{eff} = \sqrt{2} \pi 10^{-4} N f B_{sat} S$$

Soit :

$$V_{eff} \approx \frac{N f B_{sat} S}{2250} \quad (17)$$

2. Techniques de bobinage

Un enroulement doit être bobiné uniformément sur toute la surface du tore magnétique, ainsi ses deux extrémités sont adjacentes. Lorsqu'on effectue un enroulement *naturel* (le

bobinage est effectué en entier dans le même sens et la même direction) autour d'un tore, il se crée dans son plan une boucle équivalente qui va capter le champ environnant tel qu'illustré sur la Figure 46.

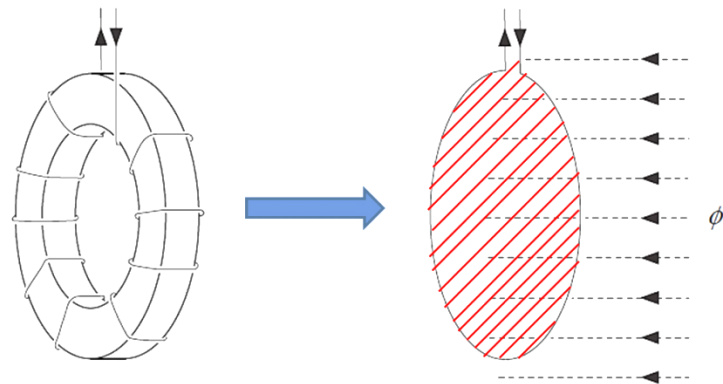


Figure 46 : Bobinage naturel

L'ajout d'une spire de retour dite spire *anti-progression* dans le sens opposé à l'enroulement principal permet de réduire la surface de cette boucle et de la rendre très peu sensible au champ magnétique environnant, Figure 47 :

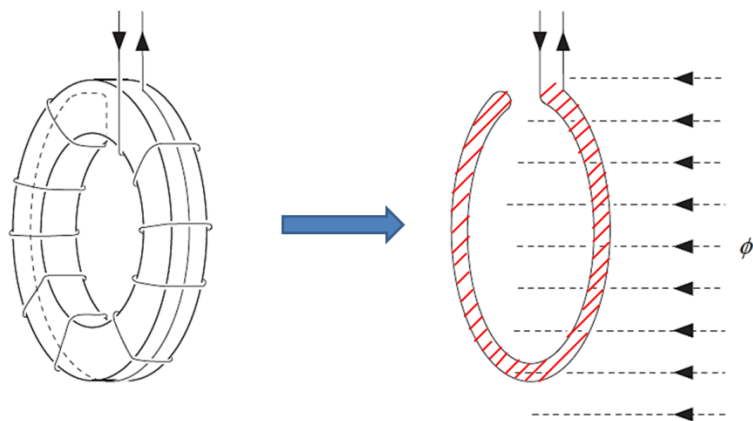


Figure 47 : Bobinage naturel avec spire de retour

Une meilleure solution consiste à bobiner les enroulements selon la méthode "Ayrton-Perry" illustrée sur la Figure 48. Elle permet d'obtenir un enroulement astatique (insensible aux champs magnétiques extérieurs et ne rayonnant pas). La moitié des spires est bobinée dans un sens et l'autre moitié est bobinée par-dessus, dans le même sens, mais dans la direction opposée jusqu'au début de l'enroulement. Ainsi, la surface de la boucle équivalente est nulle.

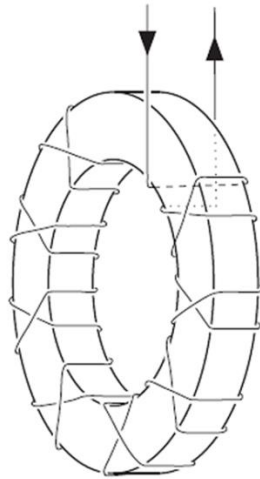


Figure 48 : Bobinage selon la méthode dite de "Ayrton-Perry" [6]

L'inconvénient de cette méthode réside dans le fait que les potentiels sont relativement différents à l'endroit des croisements des fils de l'enroulement. Une amélioration de cette méthode que nous appellerons par la suite méthode de *Ayrton-Perry modifiée* consiste à réaliser un enroulement plus complexe dans lequel la progression des enroulements est réalisée comme indiqué sur la Figure 49. Elle présente l'avantage de rapprocher au mieux les potentiels inter-filaires et de diminuer ainsi l'influence de la capacité propre de l'enroulement.

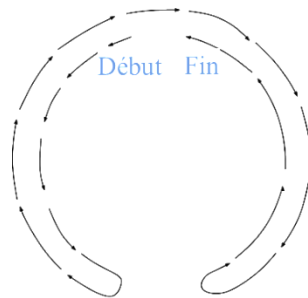


Figure 49 : Progression d'un enroulement de *Ayrton-Perry modifié*

3. Minimisation des inductances, résistances et capacités de fuite

L'optimisation des performances d'un transformateur destiné à fournir des rapports de tensions étalons est réalisée en minimisant les inductances et capacités de fuite entre ses enroulements. Néanmoins, il n'existe pas de méthode permettant de les minimiser simultanément. En effet, réduire les inductances de fuite impose d'avoir des enroulements aussi proches que possible les uns des autres alors que réduire les capacités inter-enroulements revient à éloigner les enroulements les uns des autres. La réduction des inductances de fuite augmente donc les capacités de fuite et vice-versa.

a) Minimisation des inductances de fuite : bobinages constitués de fils torsadés :

Minimiser les inductances de fuite nécessite d'avoir des enroulements aussi proches que possible. Pour le réaliser en pratique, on utilise un bobinage constitué de fils torsadés. Les

différents conducteurs destinés à former les enroulements sont torsadés puis enroulés autour du noyau magnétique, Figure 50, avec le nombre de tours défini au préalable par la relation (15) (une fois la surface effective du tore fixée). Pour que les capacités inter-enroulement soient sensiblement égales, il est important que la position de chacun des conducteurs soit aléatoire tout au long de la torsade.

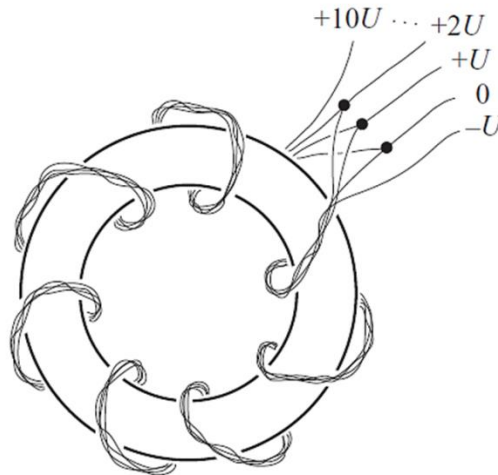


Figure 50 : Enroulements torsadés [6]

Avec cette technique, une solution pour réduire le courant capacitif entre les différentes sections consiste à soumettre à des faibles tensions les enroulements présentant les plus fortes capacités.

b) Minimisation des capacités inter-enroulements : bobinages constitués de nappes de fils :

Minimiser les capacités inter-enroulements nécessite d'éloigner les enroulements les uns des autres. En pratique, on utilise un bobinage constitué de nappes de fils permettant de contrôler la répartition des capacités inter-enroulements et des potentiels alimentant ces capacités. Il consiste à disposer les conducteurs les uns à côté des autres de manière aussi serrée que possible (afin de trouver un compromis entre la minimisation des capacités et inductances de fuite), Figure 51.

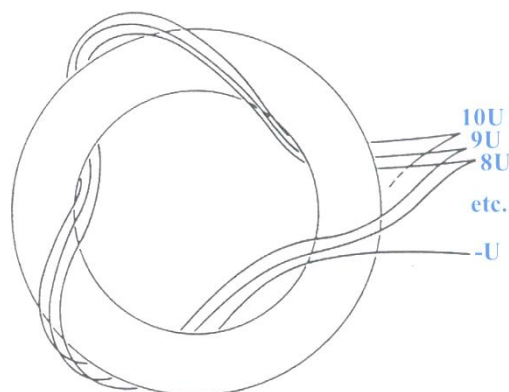


Figure 51 : Enroulements en nappes de fils

Toutefois, contrairement à un bobinage en torsade, les conducteurs sont plus éloignés les uns des autres, ce qui entraîne de plus grandes erreurs sur le rapport provenant des fuites de flux du noyau magnétique (cet effet peut néanmoins être réduit par l'insertion d'écrans magnétiques appropriés) donc une inductance de fuite plus élevée.

4. Écrans électriques et magnétiques

a) Écrans électriques :

Le blindage électrique consiste à enfermer tous les composants actifs d'un circuit de mesure (dispositifs et conducteurs de liaison) à l'intérieur d'une enveloppe électriquement conductrice portée au potentiel bas par rapport à l'environnement. De cette manière, les champs électriques (et les courants de déplacement correspondants) allant de l'environnement au circuit, ou d'une partie du circuit lui-même à une autre, sont interceptés par l'écran.

Dans le cas d'un autotransformateur étalon double étage, afin d'éviter la présence d'une tension de mode commun entre les enroulements magnétisants et métrologiques, et d'éviter ainsi d'avoir un courant capacitif circulant entre eux, on dispose entre ces deux enroulements un écran électrique.

b) Ecrans magnétiques :

Le blindage magnétique consiste à enfermer les composants sensibles dans une enceinte ferromagnétique (matériau magnétique doux) ayant une perméabilité élevée. Un matériau typique utilisé est le *mu-métal*, ayant une perméabilité relative pouvant dépasser 100 000. Sa faible reluctance permet de détourner les champs parasites qui, ainsi, ne pénètrent pas dans l'enceinte (et piègent le champ qui voudrait en sortir). Cependant, un blindage magnétique peut devenir inefficace si un fort champ transitoire magnétise de façon permanente le matériau (réduisant ainsi fortement sa perméabilité); des chocs mécaniques ou des déformations plastiques peuvent modifier les propriétés des matériaux. Pour cette raison, les écrans magnétiques sont usinés dans la forme finale et ensuite traités par un recuit à haute température.

Dans le cas d'un autotransformateur étalon double étage, l'utilisation d'écrans magnétiques permet à chaque spire d'être traversée par le même flux. En effet, d'une part, on s'affranchit du flux de fuite existant aux extrémités de la spirale constituant le noyau magnétique (confère Figure 43) et d'autre part, on est insensible aux champs magnétiques extérieurs et par réciprocité, il n'y a pas de rayonnement vers l'extérieur. Du fait que les écrans magnétiques soient généralement conducteurs, ils peuvent également jouer le rôle d'écrans électriques. Toutefois, lors de leur conception, il faut veiller à ce qu'ils ne forment pas une spire en court-circuit autour du noyau magnétique. La Figure 52 représente un écran formant une spire ouverte autour du noyau magnétique.

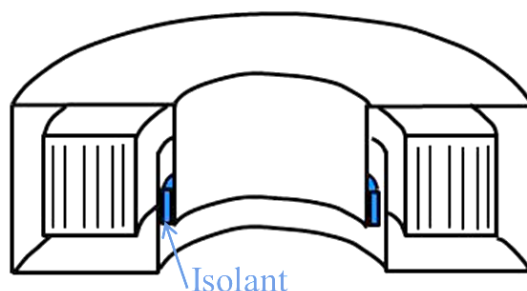


Figure 52 : Représentation d'un blindage magnétique torique

IV. Fabrication d'autotransformateurs étalons à double étage au LNE

1. Précédente génération d'autotransformateurs étalons

Deux autotransformateurs étalons double étage (à onze sections) référencés sous les noms de AT1 et AT2 ont été développés dans les années 1980 et ont été utilisés dans la chaîne de mesure associée jusqu'à la dernière détermination de R_K en 2000 au LNE (cf. Chapitre 1-IV). Leurs principaux défauts résident dans le fait qu'ils ne possèdent pas d'écrans magnétiques, ce qui les rend sensibles aux champs magnétiques extérieurs. Il existe également un fort couplage capacitif entre les enroulements du fait de l'absence d'écrans électrostatiques entre ceux-ci.

Une photographie de l'un de ces autotransformateurs est présentée Figure 53.

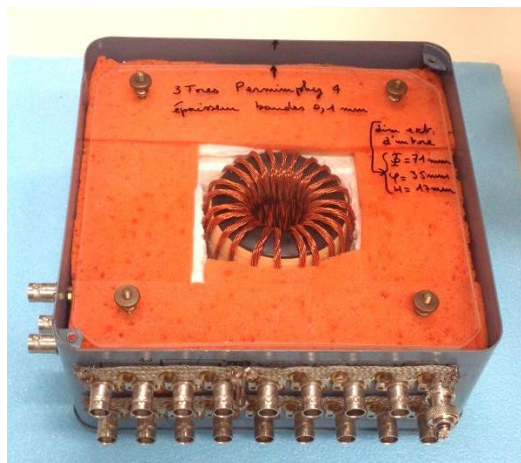


Figure 53 : Autotransformateur étalon de la précédente génération (AT1)

Ils présentent également l'inconvénient d'avoir une tension maximale de l'ordre de 70 V à basses fréquences (400 Hz). Lors de leur dernier étalonnage, il a été mis en évidence un rayonnement de ces étalons et une influence de la position (verticale ou horizontale) sur la valeur des rapports. Ces observations viennent renforcer la nécessité de développer une nouvelle génération d'autotransformateurs étalons double étage plus performante.

2. Conception d'une nouvelle génération d'autotransformateurs étalons

Les principales améliorations attendues de cette nouvelle génération d'autotransformateurs étalons sont les suivantes :

- Augmentation de la tension maximale d'utilisation (augmentation de la section des tores magnétiques), typiquement 240 V à 400 Hz.
- Réduction de l'effet des champs parasites extérieurs et par réciprocity, des champs rayonnés par l'ajout de blindages magnétiques.
- Réduction du couplage électrostatique entre les enroulements (ajout d'écrans électrostatiques).
- Possibilité de réaliser des rapports multiples de 2, 3 et 4 par l'adjonction d'une douzième section.
- Réduction de la correction sur le rapport du transformateur étalon et de l'incertitude sur la connaissance de cette correction (l'incertitude cible étant de 1.10^{-9}).

En pratique, le rapport des tensions est égal au rapport du nombre de spires à une erreur ε près comme défini à la relation (7). Dans des simples transformateurs (conçus sans précautions particulières), cette erreur est de l'ordre de quelques 10^{-6} à 1 kHz [3].

Afin d'obtenir une erreur de l'ordre de quelques 10^{-8} à 1 kHz, l'autotransformateur a été conçu en prenant soin de mettre en application les précautions détaillées précédemment : ajout d'un deuxième étage, tores magnétiques de très haute perméabilité correctement dimensionnés, enroulements insensibles aux interférences, ajout d'écrans magnétiques et électrostatiques, utilisation de connecteurs coaxiaux. De telles précautions devraient a priori permettre d'obtenir une incertitude sur la connaissance de cette erreur de quelques 10^{-9} jusqu'à 2 kHz⁶.

⁶ Un bilan d'incertitudes détaillé sera présenté dans le chapitre 3 à suivre.

a) Noyaux magnétiques

Les noyaux magnétiques des autotransformateurs étalons développés sont réalisés à base d'un matériau nanocristallin (alliage de fer, cuivre, niobium, bore et silicium) et d'appellation commerciale Nanophy®. Leur perméabilité initiale est très élevée (jusqu'à $\mu_r > 100\,000$ à 1 kHz) et leur induction à saturation est de 1,25 T. Ils sont constitués comme décrit dans la partie III-1.

L'autotransformateur étant conçu pour accepter une tension maximale allant jusqu'à 240 V à 400 Hz, la relation (17) nous permet de calculer une section de 19,5 cm² pour le tore de l'étage magnétisant, en prenant en compte le facteur de foisonnement du tore σ donné par le constructeur. Ses dimensions sont : diamètre extérieur 130 mm, diamètre intérieur 100 mm et hauteur 65 mm. Le tore de l'étage métrologique étant employé pour la compensation, il n'est pas nécessaire qu'il ait la même section que celui du magnétisant. Sa section peut-être beaucoup plus faible et est de seulement 4,5 cm². Ses dimensions sont : diamètre extérieur 130 mm, diamètre intérieur 100 mm et hauteur 15 mm. Une photographie du tore utilisé pour réaliser l'enroulement magnétisant est présentée sur la Figure 54.



Figure 54 : Tore employé pour réaliser l'enroulement magnétisant

b) Enroulements

Les enroulements magnétisant et métrologique sont constitués de 240 spires. Un compromis est fait, lors du choix du tore, entre le nombre de spires, la surface effective et l'induction à saturation du tore.

- **Enroulement magnétisant :**

L'enroulement magnétisant est un enroulement *naturel* avec spire de retour (cf. partie III-2) réalisé à l'aide d'un fil de cuivre émaillé. Deux guides (Figure 62-a) ont été conçus en ABS (polymère thermoplastique) pour obtenir un enroulement uniforme comme le montre la photographie suivante qui présente à gauche le tore et les deux guides, et à droite, l'enroulement magnétisant.

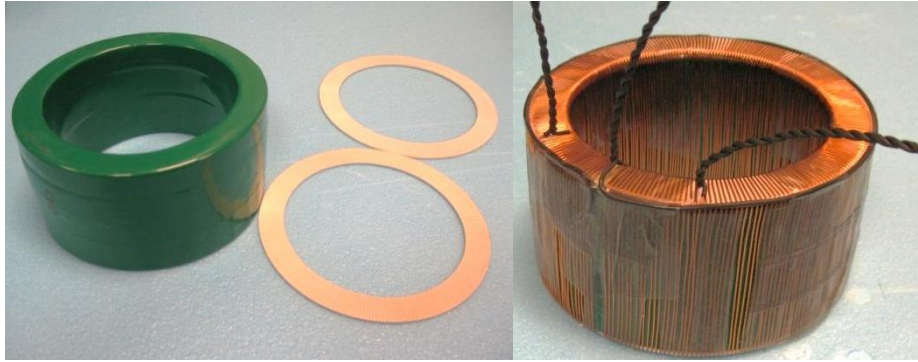


Figure 55 : Enroulement magnétisant avec à gauche, le tore et les guides conçus pour réaliser l'enroulement et à droite, l'enroulement magnétisant réalisé

Il est réalisé à l'aide de trois enroulements séries de respectivement 20 spires, 200 spires et 20 spires, comme illustré sur le schéma Figure 56.

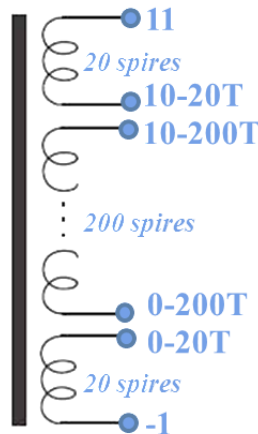


Figure 56 : Subdivision des sections de l'enroulement magnétisant

- **Enroulement métrologique :**

L'enroulement métrologique a été réalisé en utilisant la méthode de « Ayrton-Perry modifiée » décrite dans la partie III-2. Il est constitué de 12 sections de 20 tours connectées en séries. Chacune des sections est constituée de trois nappes de quatre fils superposées (conducteurs en cuivre argenté ayant du Téflon comme isolant entre chaque fil), Figure 59.

En pratique, cet enroulement n'est pas simple à réaliser et des guides ont donc été fabriqués en impression 3D. Ils permettent de réaliser l'enroulement métrologique selon la méthode de « Ayrton-Perry modifiée » tout en le gardant uniforme. La Figure 57 rappelle la progression de l'enroulement métrologique selon cette méthode avec une vue de dessus d'un des guides utilisés.

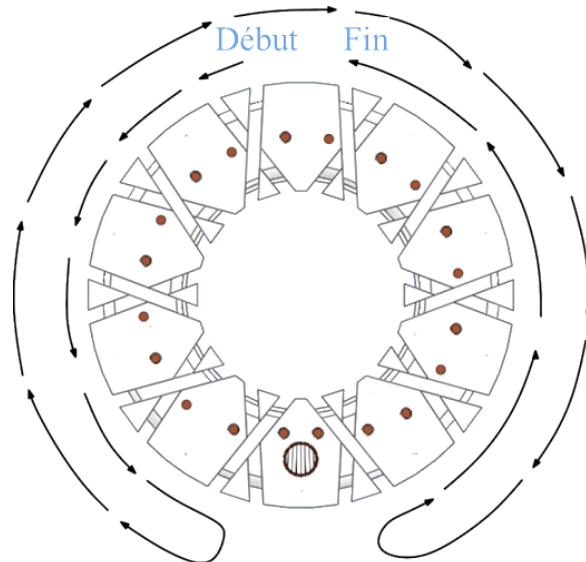


Figure 57 : Progression de l'enroulement métrologique selon la méthode de Ayrton-Perry modifiée

La réalisation de l'enroulement métrologique est présentée sur la Figure 58.

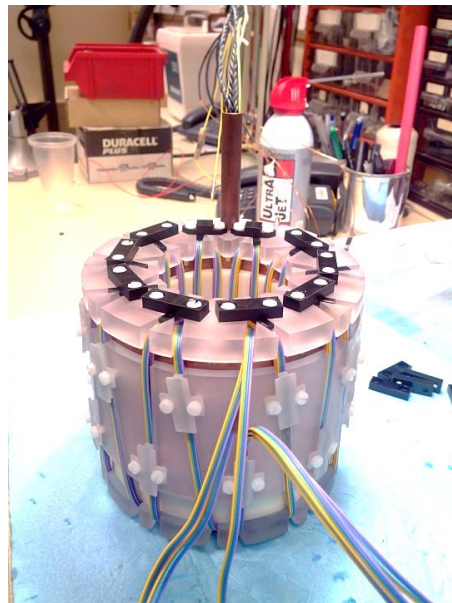


Figure 58 : Réalisation de l'enroulement métrologique

La répartition des potentiels des 12 spires est déterminée de manière à minimiser l'effet des courants capacitifs inter-enroulement, Figure 59.

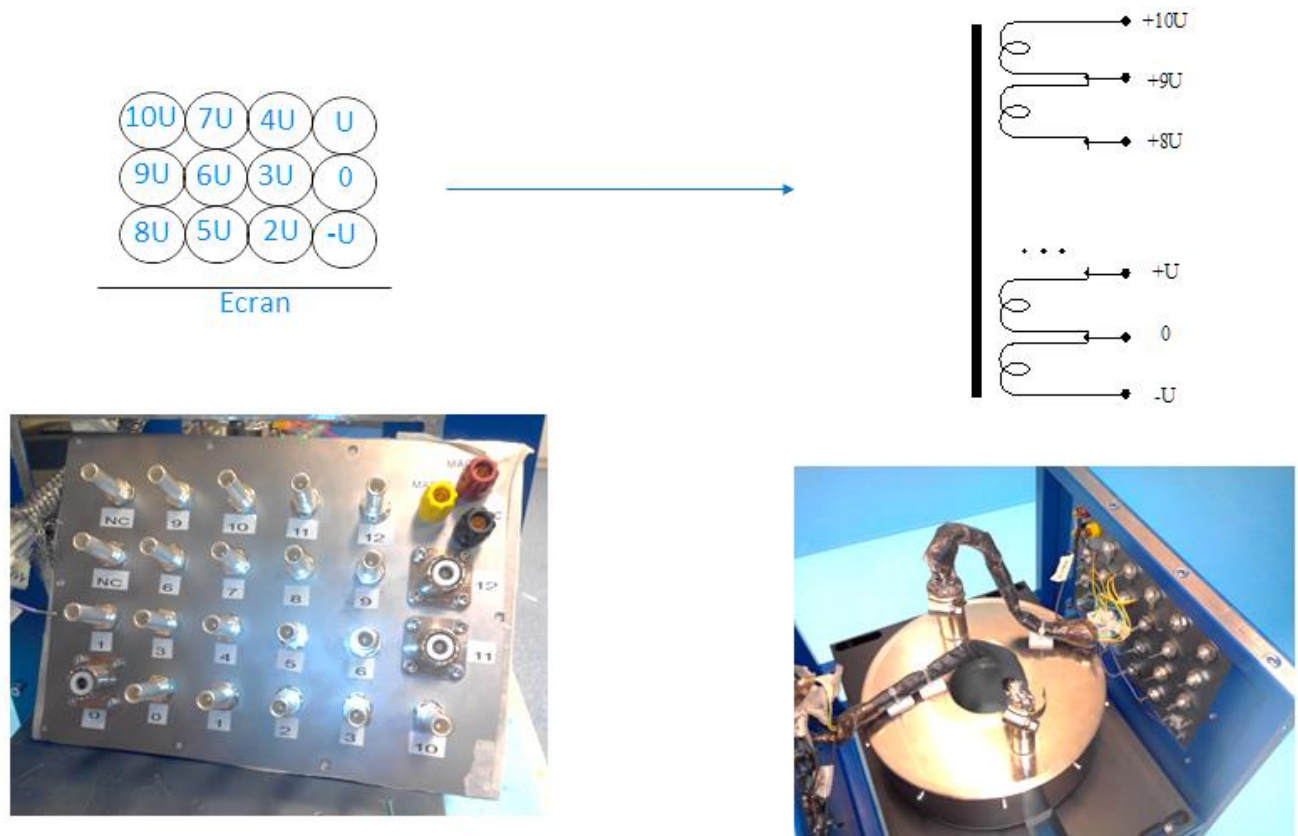


Figure 59 : Réalisation de la répartition des potentiels

La disposition des bornes coaxiales sur la plaque a été réalisée de façon à ce que l'orientation de la boucle de mesure utilisée lors de l'étalonnage de l'autotransformateur reste la même lorsque cette dernière se déplace sur tous les enroulements (de 1 à 12). Cette précaution permettra de rendre quasiment constant l'effet éventuel d'un champ extérieur traversant la boucle de mesure. C'est la raison pour laquelle certaines prises de potentiels ont été doublées comme on peut le remarquer sur la Figure 59.

c) Ecrans électrostatiques et magnétiques

Une fois l'enroulement magnétisant réalisé, avant de superposer le deuxième étage, on insère l'ensemble (tore plus enroulement) dans un écran électrostatique en cuivre qui permettra d'éviter la circulation de courants capacitifs entre les enroulements. La présence d'une cheminée sur le blindage permet de ressortir les fils de l'enroulement magnétisant comme représenté sur la vue en coupe (de la CAO⁷), Figure 60.

⁷ Conception Assistée par Ordinateur (CAO) qui a permis la réalisation des pièces par la suite.

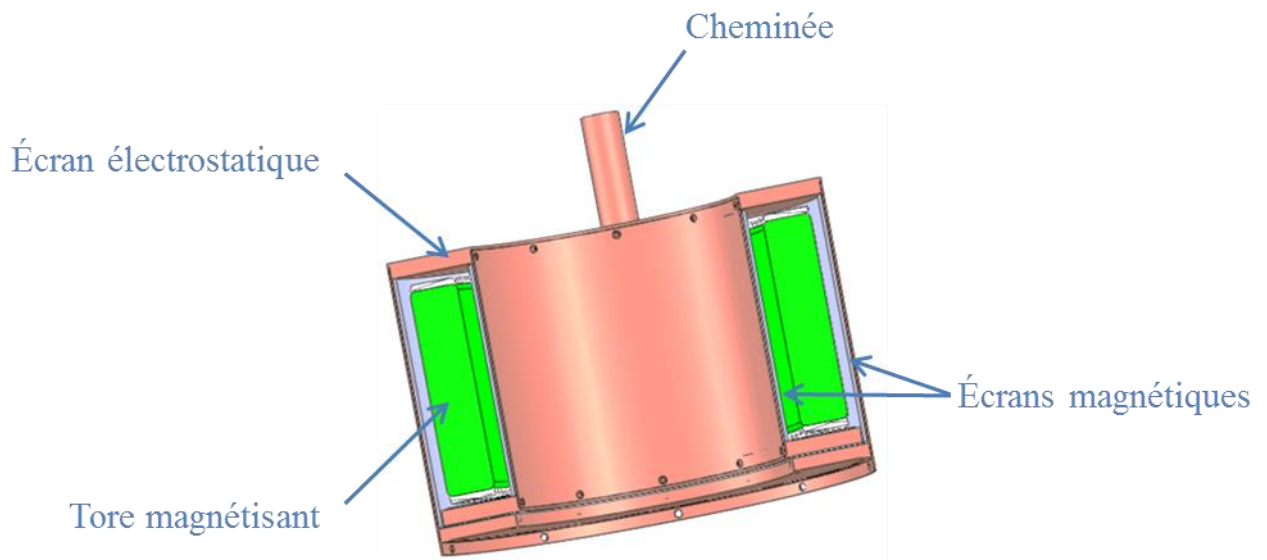


Figure 60 : Vue en coupe de la CAO représentant l'étage magnétisant, l'écran électrostatique, les écrans magnétiques et la cheminée permettant la sortie des fils

Des écrans magnétiques en mumétal, permettant de canaliser le champ magnétique de fuite de l'étage magnétisant sont également placés à l'intérieur de l'écran électrostatique et sont représentés en gris sur la Figure 60. Une photographie des écrans électrostatiques et magnétiques de l'étage magnétisant est présentée Figure 61.



Figure 61 : Réalisation des écrans magnétiques et électriques de l'étage magnétisant

Ensuite le tore de l'enroulement métrologique est superposé. Les guides permettant de réaliser l'enroulement métrologique sont positionnés et, une fois l'enroulement métrologique réalisé, l'ensemble est placé dans un second blindage magnétique en mumétal, Figure 62-c, afin de rendre l'autotransformateur immune aux champs magnétiques extérieurs. Cet écran joue aussi le rôle d'écran électrostatique.

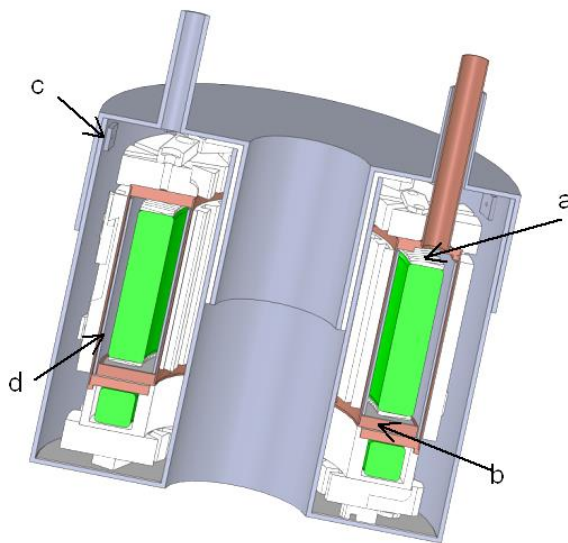


Figure 62 : Vue en coupe de la CAO représentant : (a) les guides conçus en ABS pour la réalisation de l'enroulement magnétisant ; (b) l'écran électrostatique en cuivre de l'étage magnétisant séparant les enroulements magnétisant et métrologique ; (c) l'écran magnétique de l'ensemble ; (d) l'écran magnétique utilisé pour l'étage magnétisant

Pour une meilleure identification des différents éléments, une vue éclatée en coupe de la CAO est présentée sur la Figure 63.

- (1) Écrans magnétiques
- (2) Écran électrostatique
- (3) Guides enroulement métrologique
- (4) Tore magnétisant
- (5) Tore métrologique

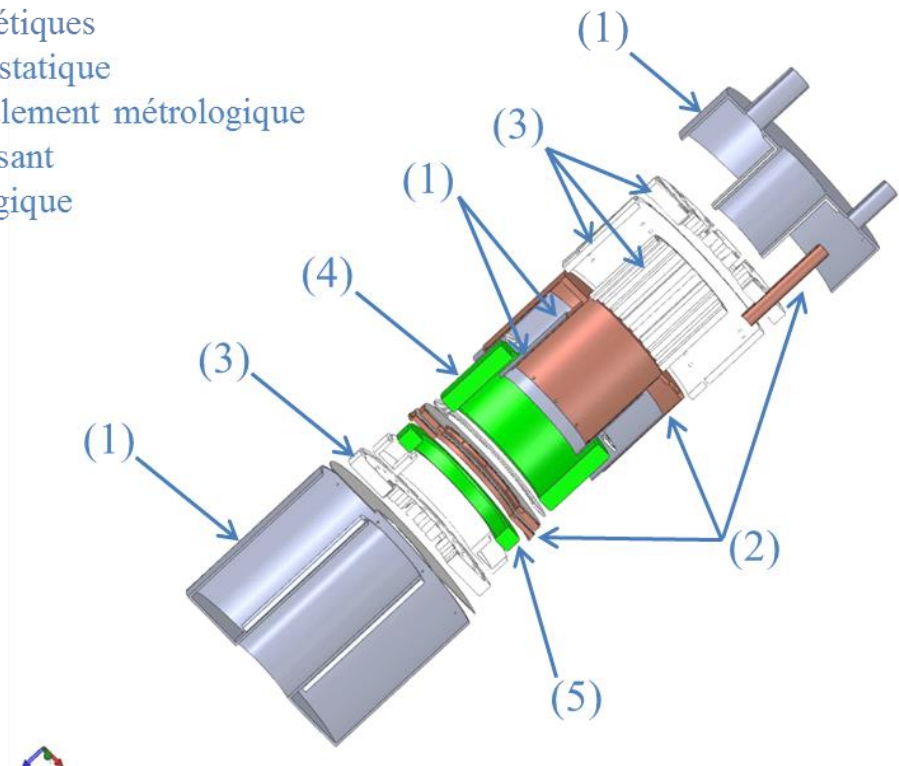


Figure 63 : Vue éclatée en coupe de la CAO représentant les guides pour les enroulements et les écrans magnétiques et électrostatiques

La Figure 64 présente l'autotransformateur avant son insertion dans l'écran magnétique extérieur posé à ses côtés.



Figure 64 : Photographie de l'enroulement métrologique et de l'écran magnétique en mumétal

d) Connecteurs :

Lorsque l'on veut atteindre la plus haute exactitude possible, la connectique utilisée doit respecter les contraintes suivantes :

- Les connecteurs doivent être coaxiaux [10]
- Ils doivent avoir une très faible résistance de contact
- Ils doivent avoir une capacité parasite (entre l'âme et la gaine) négligeable.

Les enroulements magnétisant et métrologique aboutissent sur deux plaques à bornes qui sont disposées sur deux des faces opposées de l'autotransformateur afin de diminuer leurs couplages magnétique et capacitif. L'étage magnétisant est accessible par des connecteurs coaxiaux de type UHF [10] sur la face arrière de l'autotransformateur et les douze sections métrologiques sont accessibles par des connecteurs coaxiaux de type BPO MUSA [10] sur la face avant de l'appareil comme illustré sur la Figure 66. Les connecteurs de type BPO MUSA ont été choisis pour l'étage métrologique afin de permettre une connexion et une déconnexion rapide (de type Push-Pull) permettant de réduire le temps de mesure. Une fois la connectique posée, il est important de s'assurer de l'équipotentialité de l'enveloppe extérieure de tous les connecteurs.

e) Boîtier extérieur :

L'ensemble est placé dans un boîtier en acier inoxydable représenté sur la Figure 65. Il permet d'éviter les interactions (électrostatiques, mécaniques, magnétiques) avec l'extérieur.

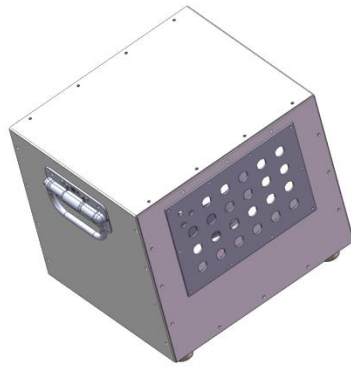


Figure 65 : CAO du boîtier et des plaques à bornes

Une vue d'ensemble de la nouvelle génération d'autotransformateurs est présentée Figure 66.

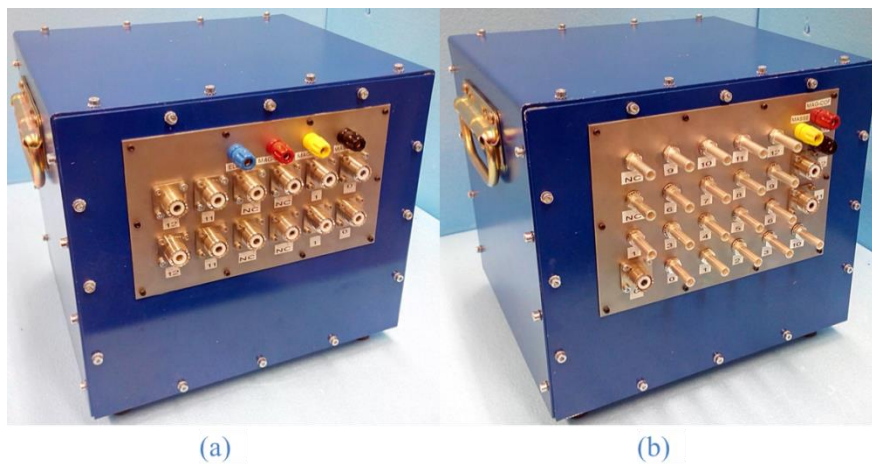


Figure 66 : Photographie représentant la face arrière (a) et la face avant (b) de l'autotransformateur étalon double étage

3. Conception d'autotransformateurs étalons double étage pour d'autres applications :

Trois autres autotransformateurs étalons double étage ont été conçus avec les précautions susmentionnées. Il s'agit :

- d'un autotransformateur étalon RK120 destiné à la chaîne de mesure de la détermination de R_K pour des tensions maximales de 120 V,
- d'un autotransformateur étalon AIMBF destiné au projet AIM Qute (présenté dans la section V du Chapitre 1) permettant de travailler à des basses fréquences (de 100 Hz à 400 Hz),
- d'un autotransformateur étalon AIMHF destiné au projet AIM Qute (présenté dans la section V du Chapitre 1) permettant de travailler à des hautes fréquences (de 2,5 kHz à 10 kHz)

Les caractéristiques de ces autotransformateurs étalons double étage sont récapitulées dans le Tableau 4.

Tableau 4 : Caractéristiques des autotransformateurs étalons double étage conçus pour d'autres applications

	AIMBF	AIMHF	RK120
Tension maximale	55 V à 100 Hz	55 V à 2,5 kHz	120 V à 400 Hz
Gamme de fréquence	100 Hz à 400 Hz	2,5 kHz à 10 kHz	400 Hz à 2 kHz
Section tore magnétisant	19,5 cm ² (130, 100, 65) ⁸	10,5 cm ² (130, 100, 35)	10,5 cm ² (130, 100, 35)
Section tore métrologique	4,5 cm ² (130, 100, 15)	4,5 cm ² (130, 100, 15)	4,5 cm ² (130, 100, 15)
Matériau	Nanophy®	Nanophy®	Nanophy®
Induction à saturation	1,2 T	1,2 T	1,2 T
Nombre de spires	240	120	240

La Figure 67 présente une vue d'ensemble de l'autotransformateur étalon double étage RK120. Les deux autres autotransformateurs étalons (AIMBF et AIMHF) conçus sont similaires à celui présenté ci-dessous.



Figure 67 : Photographie représentant la face arrière (a) et la face avant (b) de l'autotransformateur étalon double étage RK120

Conclusion partielle Chapitre 2

Dans ce chapitre, le principe de fonctionnement et les techniques de construction des transformateurs étalons sont présentés. Ils constituent des éléments de références dans les ponts coaxiaux mis en œuvre pour la détermination de la constante de von Klitzing R_K ou dans les ponts semi-automatiques du projet AIM Qute (le principe de ces ponts a été détaillé dans le Chapitre 1). Une génération de quatre autotransformateurs étalons double étage a été conçue et réalisée dans le cadre de cette thèse. Les différents choix techniques de conceptions retenus pour la réalisation de cette nouvelle génération d'autotransformateurs étalons constituent le deuxième axe de ce chapitre.

⁸ Dimensions du tore en millimètres représentées par (diamètre extérieur, diamètre intérieur, hauteur).

Bibliographie Chapitre 2

- [1]. M.E. Briggs, R.W. Gammon and J.N. Shaumeyer, Measurement of the temperature coefficient of ratio transformers, *Review of Scientific Instruments*, 64, 756, 1993
- [2]. O. Thevenot, *Étalonnage de transformateurs étalons*, mémoire d'ingénieur CNAM, 2003
- [3]. S. Avramov-Zamurovic, B. Waltrip, A. Koffman and G. Piper, A lecture on Accurate Inductive Voltage Dividers, *American Society for Engineering Education Annual Conference & Exposition*, 2002
- [4]. F. Beauclair, J.P. Delvinquier et J.P. Gros, Transformateurs et inductances, *Techniques de l'ingénieur*
- [5]. B.P. Kibble, G.H. Rayner, Coaxial AC Bridges, *Ed. A. E. Bailey*, 1984
- [6]. S. Awan, B.P. Kibble and J. Schurr, Coaxial Electrical Circuits for Interference-Free Measurements, *IET*, 2011
- [7]. T. Wildi, G. Sybille, Électrotechnique, *De Boeck*, 4^{ème} édition, 2005
- [8]. T.A. Deacon, J.J. Hill, Two-stage inductive voltage dividers, *PROC. IEE*, Vol. 115, N°6, June 1968
- [9]. <http://www.aperam.com/alloysandspecialities/fileadmin/Mecagis/Documentations/NanoUKV8.pdf>
- [10]. L. Callegaro, Electrical Impedance : Principles, Measurement, and Applications, *CRC Press Taylor & Francis Group*, 2013

Chapitre 3 : Étalonnage de transformateurs étalons

Les autotransformateurs étalons double étage conçus au cours de cette thèse permettent de fournir un rapport de tensions (ou de courants) égal au rapport du nombre de spires de leurs enroulements avec une erreur de l'ordre de quelques 10^{-7} à 1 kHz. Cette erreur est stable et peut être mesurée (étalonnage des transformateurs) afin d'être corrigée et obtenir ainsi un niveau d'exactitude encore plus élevé sur la valeur du rapport. La correction à appliquer et sa dépendance en tension ou en fréquence peuvent être déterminées par différentes méthodes.

La première partie de ce chapitre consistera à présenter les principales méthodes permettant de déterminer l'erreur sur la valeur nominale du rapport d'un transformateur étalon. Ensuite, nous développerons la méthode retenue pour la caractérisation des autotransformateurs étalons conçus et sa mise en œuvre au LNE. Dans la dernière partie, nous détaillerons l'impact attendu de l'utilisation de ces nouveaux autotransformateurs étalons double étage sur la future détermination de R_K au LNE.

I. Description des différentes méthodes

Dans cette partie, nous présentons les trois principales méthodes employées pour l'étalonnage des transformateurs. Celles-ci sont également valables pour les autotransformateurs étalons, c'est pourquoi dans la suite de ce chapitre nous utiliserons indifféremment les termes « transformateur étalon » ou « autotransformateur étalon ».

La première méthode consiste à comparer le rapport des tensions délivrées par deux sections successives du transformateur en étalonnage, à un rapport de référence 1:-1. La seconde implique une comparaison par permutation de capacités dans un pont de comparaison. La troisième, qui est celle retenue et qui a été mise en œuvre, consiste à comparer les tensions délivrées par ses différentes sections à une tension de référence.

1. Par comparaison à un rapport de référence 1:-1

Le principe de cette méthode [1][2] s'appuie sur les propriétés de stabilité du rapport 1:-1 fournit par le secondaire d'un transformateur dit *transformateur de tare*. Il est représenté sur la Figure 68.

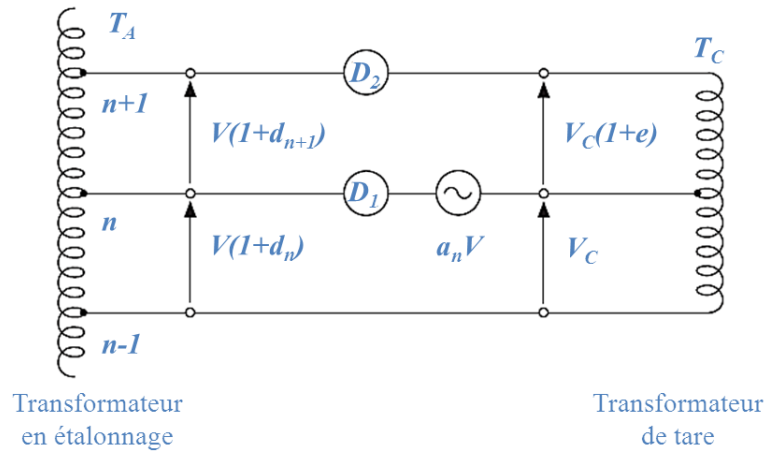


Figure 68 : Étalonnage par comparaison à un rapport de référence 1:-1 (seules deux sections de l'enroulement métrologique du transformateur en étalonnage T_A et le secondaire du transformateur de tare T_C sont représentés) : d_n représente l'écart de la tension délivrée par la section n (en étalonnage) par rapport à sa valeur nominale, D_1 et D_2 des détecteurs de zéro, e l'erreur du rapport 1:-1 du transformateur de tare [1][3]

La mesure consiste à comparer tour à tour un rapport de tensions donné par deux sections de l'enroulement métrologique du transformateur en étalonnage T_A au rapport fourni par le secondaire du transformateur de tare T_C . Pour chaque paire de sections étalonnée, la tension primaire du transformateur de tare T_C est ajustée jusqu'à ce qu'elle soit exactement égale à la tension du transformateur en étalonnage T_A . Le détecteur de zéro D_2 permet de vérifier cette condition d'égalité. Aussi, le générateur de tension $a_n V$ et le détecteur D_1 permettent d'équilibrer et de mesurer la différence de rapport de tensions entre chaque paire de sections du transformateur en étalonnage et le transformateur de tare.

Lorsque les deux conditions d'équilibre sont réunies, les égalités des tensions en regard et de leurs rapports sont données par les relations (1) et (2) suivantes :

$$V(1 + d_n) + V(1 + d_{n+1}) = V_C + V_C(1 + e) \quad (1)$$

$$\frac{V(1+d_{n+1}+a_n)}{V(1+d_n-a_n)} = \frac{V_C(1+e)}{V_C} \quad (2)$$

Une fois ces premières conditions d'équilibre réalisées, les connexions entre les transformateurs T_A et T_C ainsi que le courant dans le primaire de T_C sont inversées. Un nouvel équilibre est alors réalisé (avec cette nouvelle configuration) avec des conditions similaires à celles décrites précédemment permettant d'aboutir à une nouvelle valeur a_n' . En considérant :

$$a_n + a_n' = \overline{a_n} \quad (3)$$

On obtient, en utilisant les équations des deux équilibres, les relations (4) et (5) suivantes :

$$d_{n+1} - d_n = -\overline{a_n} \quad (4)$$

$$a_n - a'_n = e \quad (5)$$

Lorsque l'on connecte successivement les différentes sections du transformateur et qu'on réalise les conditions d'équilibre précédentes, la relation récurrente (4) peut être appliquée (avec n prenant des valeurs entières de 0 à 9) pour déterminer par exemple l'écart $c_{10/1}$ (relation (6)) par rapport à la valeur nominale d'un rapport 10:-1:

$$C_{10/1} = 0,1 \sum_{i=0}^{10} (10 - i) \bar{a}_i \quad (6)$$

Les quantités a_n , d_n et e ont une partie en phase et en quadrature.

Pour obtenir un rapport de transformation 1:-1 très précis, le transformateur de tare est constitué de deux enroulements bifilaires [1][2]. Le principe consiste à torsader fermement deux conducteurs issus d'un même toron. Ils sont ainsi en contact l'un avec l'autre sur toute leur longueur. Cette disposition permet d'obtenir une uniformité des capacités et des inductances de fuite sur toute leur longueur. Ils sont bobinés par la suite sur un tore magnétique de haute perméabilité. La torsade permet d'éliminer l'influence d'un éventuel champ parasite sur le rapport des tensions aux bornes des deux enroulements. En effet, ces tensions sont également affectées par la présence des inductances, résistances et capacités de fuite, ainsi que par la présence d'éventuelles pertes magnétiques du tore. Des écrans doivent également être insérés en respectant les conditions décrites dans le chapitre 2. La Figure 69 illustre le principe de l'enroulement bifilaire.

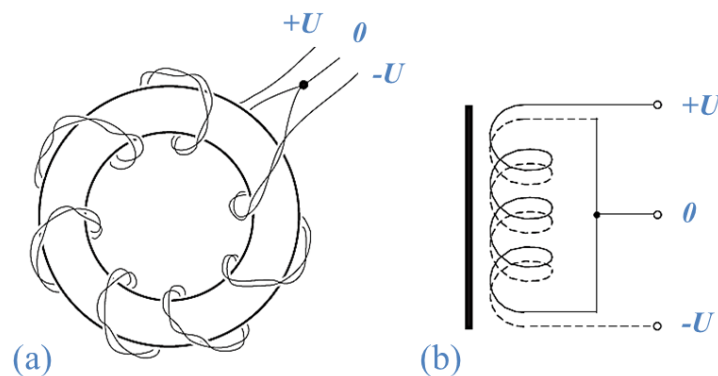


Figure 69 : Enroulement bifilaire [2] : (a) Illustration ; (b) Schématisation

Toutes ces précautions contribuent à obtenir un secondaire du transformateur de tare qui délivre un rapport de tension égal à 1, stable et indépendant du potentiel de la boucle de mesure par rapport au reste du circuit.

Des exemples de mise en œuvre d'une telle méthode peuvent être retrouvés dans les références [1][2][4].

2. Par permutation de capacités dans un pont de comparaison

Une autre méthode permettant d'estimer l'erreur sur le rapport des transformateurs de tension a été décrite par Cutkosky et Shields [5]. Cette méthode permet de mesurer un rapport de tension nominale égal au rapport de deux entiers m/n comme illustré sur la Figure 70.

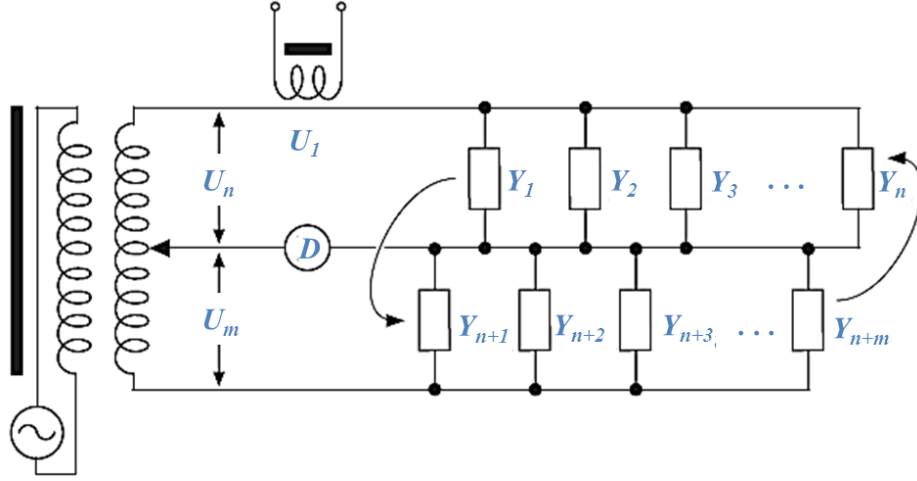


Figure 70 : Étalonnage par permutation de capacités dans un pont de comparaison

Les admittances sont choisies nominalemment égales de manière à ce que le détecteur affiche une tension sensiblement égale à 0 V. Cette tension peut être ramenée exactement à zéro par l'ajout d'une faible tension U_1 injectée en série dans une des branches du circuit (branche U_n sur la Figure 70). La relation s'écrit alors :

$$(U_n + U_1)(Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n) = U_m(Y_{n+1} + Y_{n+2} + \dots + Y_{n+m}) \quad (7)$$

Si l'on effectue une permutation circulaire en transférant à chaque permutation l'une des admittances de l'un des bras du pont vers l'autre bras (comme indiqué par les flèches sur la Figure 70), alors une série de $n + m$ équations similaires à la relation (7) peut être écrite. Par exemple, dans le cas de la première permutation, la relation suivante est obtenue :

$$(U_n + U_2)(Y_2 + Y_3 + \dots + Y_{n+1}) = U_m(Y_{n+2} + Y_{n+3} + \dots + Y_1) \quad (8)$$

et ainsi de suite.

La tension U_2 représente ici la tension injectée nécessaire pour réaliser l'équilibre dans la seconde configuration.

En considérant les $n + m$ relations et étant donné que chaque admittance est traversée par une tension U_n n fois et une tension U_m m fois, on peut écrire :

$$U_n n \sum_{i=1}^{n+m} Y_i + n Y_{mean} \sum_{i=1}^{n+m} U_i = U_m m \sum_{i=1}^{n+m} Y_i \quad (9)$$

La relation (9) prend en considération l'hypothèse que $\sum \Delta Y_j U_j$ est une somme de produits négligeable où ΔY_j est la différence $Y_j - Y_{mean}$.

En prenant également en compte les deux égalités ci-dessous :

$$Y_{mean} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} Y_i}{(n+m)} \quad \text{et} \quad U_{mean} = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} U_i}{(n+m)}$$

on obtient finalement :

$$\frac{U_m}{U_n} = \left(1 + \frac{U_{mean}}{U_n}\right) \frac{n}{m} \quad (10)$$

L'analyse ci-dessus est effectuée dans un cas idéal pour lequel on suppose que les tensions U_n et U_m ne sont pas fortement perturbées par la charge du transformateur étalon par les admittances Y_i et par les admittances de fuite des câbles de raccordement. Le calcul complexe nécessaire pour la mise en œuvre de cette méthode est détaillé dans les références [1][2]. Un exemple de mise en œuvre y est également abordé.

3. Par comparaison à une tension de référence

Cette méthode d'étalonnage est celle le plus couramment employée pour la caractérisation métrologique des transformateurs étalons. Comme pour la méthode présentée au paragraphe 1, elle nécessite l'utilisation des prises de tension intermédiaires entre celles utilisées pour la définition du rapport de transformation. Dans l'exemple d'un rapport 10:-1, les sections 0, 1, 2, ..., 11 seront donc utilisées dans le déroulement de l'étalonnage. Cette méthode dite « bootstrap method » [1] est celle retenue et mise en œuvre pour la caractérisation des autotransformateurs étalons double étage conçus. En effet, elle permet d'atteindre des incertitudes de l'ordre de quelques 10^{-9} sur la détermination de la correction du transformateur en étalonnage et est plus simple à mettre en œuvre que la première méthode décrite (qui permet d'atteindre également le même niveau d'exactitude). La seconde méthode est quant à elle moins exacte que les deux autres.

La méthode « bootstap » consiste à comparer la tension délivrée par le secondaire d'un *transformateur de tare* – de rapport défini en fonction de la configuration de l'étalonnage – à la tension délivrée par chacune des sections du transformateur à étalonner, comme décrit sur la Figure 71.

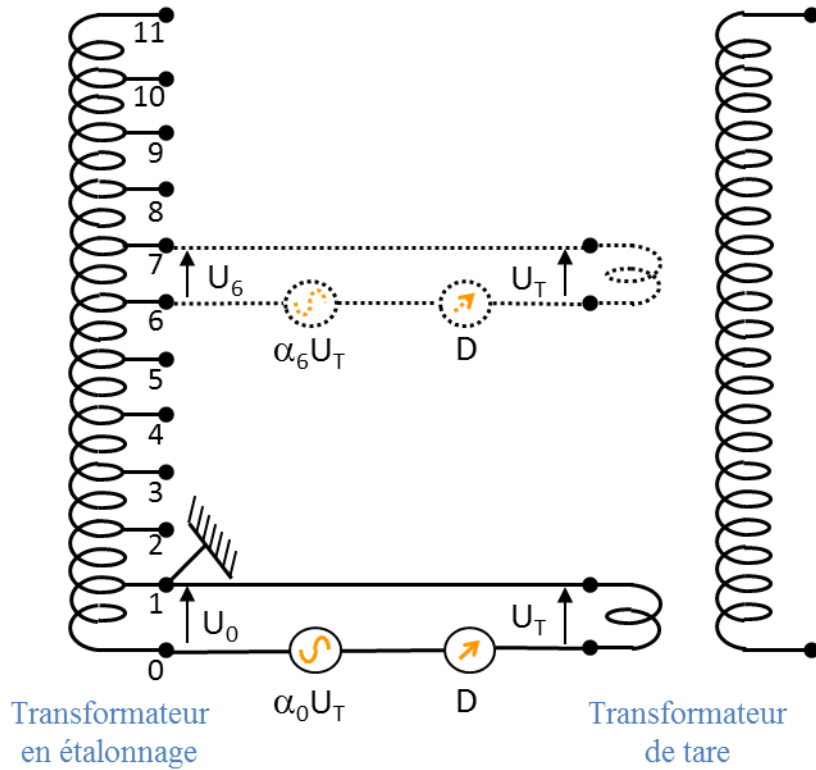


Figure 71 : Étalonnage par comparaison à une tension de référence, seul l'enroulement métrologique de l'autotransformateur en étalonnage et le secondaire du transformateur de tare sont représentés

La tension de sortie du transformateur de tare est égalisée avec celle délivrée par une section du transformateur en étalonnage à l'aide du générateur de tension $\alpha_i U_T$ (i allant de 0 à 10), Figure 71. À l'équilibre, aucun courant ne circule dans la boucle de mesure, cette condition est vérifiée à l'aide du détecteur D. Les différentes sections sont connectées successivement, le courant dans la boucle de mesure est annulé pour chaque comparaison et les écarts α_i sont relevés. On peut ainsi déterminer les corrections des différents rapports accessibles. Si n est le numéro de la borne qui détermine le rapport du transformateur, la correction $C_{\frac{11-n}{n}}$ à apporter au rapport $\frac{11-n}{n}$ est donnée par la relation :

$$C_{\frac{11-n}{n}} = \frac{1}{(11-n)} \sum_{i=n}^{10} \alpha_i - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i \quad (11)$$

où n est un nombre entier compris entre le nombre de sections du transformateur en étalonnage (entre 0 et 11 dans le cas de la Figure 71).

Cette relation se démontre facilement de la manière suivante. La tension $U_{0 \rightarrow 1}$ entre la borne 0 et 1 peut s'écrire :

$$U_{0 \rightarrow 1} = U_T(1 + \alpha_0) \quad (12)$$

et la tension entre la borne 0 et n (borne déterminant le rapport de transformation) s'écrit :

$$U_{0 \rightarrow n} = U_T(n + \alpha_0 + \alpha_1 + \dots + \alpha_{n-1}) = nU_T \left(1 + \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i \right) \quad (13)$$

La tension entre les bornes n et 11 vaut alors :

$$U_{n \rightarrow 11} = U_T((11 - n) + \sum_{i=n}^{10} \alpha_i) = U_T(11 - n) \left(1 + \frac{1}{(11-n)} \sum_{i=n}^{10} \alpha_i \right) \quad (14)$$

et le rapport de tension est donné simplement par :

$$\frac{U_{n \rightarrow 11}}{U_{0 \rightarrow n}} = \frac{U_T(11-n) \left(1 + \frac{1}{(11-n)} \sum_{i=n}^{10} \alpha_i \right)}{U_T n \left(1 + \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i \right)} = \frac{11-n}{n} \times \frac{\left(1 + \frac{1}{(11-n)} \sum_{i=n}^{10} \alpha_i \right)}{\left(1 + \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i \right)} \quad (15)$$

En identifiant la relation (15) à l'écriture suivante du rapport,

$$\frac{U_{n \rightarrow 11}}{U_{0 \rightarrow n}} = \frac{11-n}{n} \left(1 + C_{\frac{11-n}{n}} \right)$$

où $C_{\frac{11-n}{n}}$ correspond à la valeur relative de la correction sur le rapport $\frac{11-n}{n}$, et en négligeant les termes d'ordre 2, on retrouve la relation (11).

La Figure 72 ci-dessous détaille la manière dont s'effectue en pratique la comparaison schématisée Figure 71. Dans ce montage, afin d'augmenter la résolution avec laquelle l'équilibre du pont peut être effectuée, le dispositif d'injection de la tension d'équilibre $\alpha_i U$ est placée en série avec l'enroulement primaire du transformateur de tare. Le circuit est conservé coaxial autant que faire se peut (courant égaux et opposés dans l'âme et la gaine des câbles respectivement). Pour plus de lisibilité, la coaxialité n'a pas été représentée sur la Figure 72. La tension délivrée par le transformateur de tare doit être stable pendant la durée d'une mesure, et indépendante du potentiel de travail par rapport au potentiel de la masse. Il est donc indispensable d'utiliser un transformateur de garde similaire au transformateur en étalonnage permettant de fixer la tension des gaines des câbles constituant la boucle de comparaison et de détection.

Le principe d'un dispositif de garde est décrit en ANNEXE A.

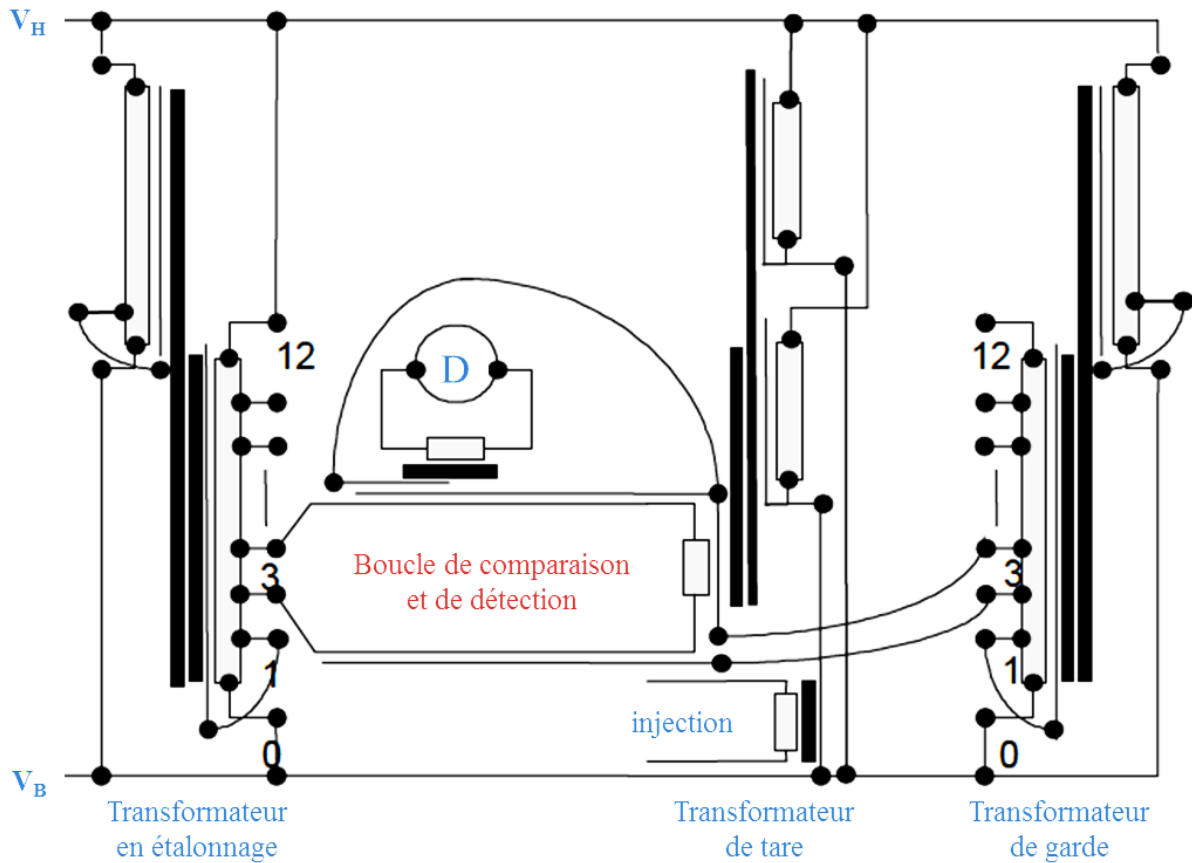


Figure 72 : Transformateur de garde et position du dispositif d'injection dans le montage utilisé pour l'étalonnage des transformateurs [6]

II. Mise en œuvre de la méthode de comparaison par rapport à une tension de référence

1. Description des différents éléments

Le circuit complet mis en œuvre pour l'étalonnage des transformateurs selon la méthode de comparaison à une tension de référence est illustré Figure 73.

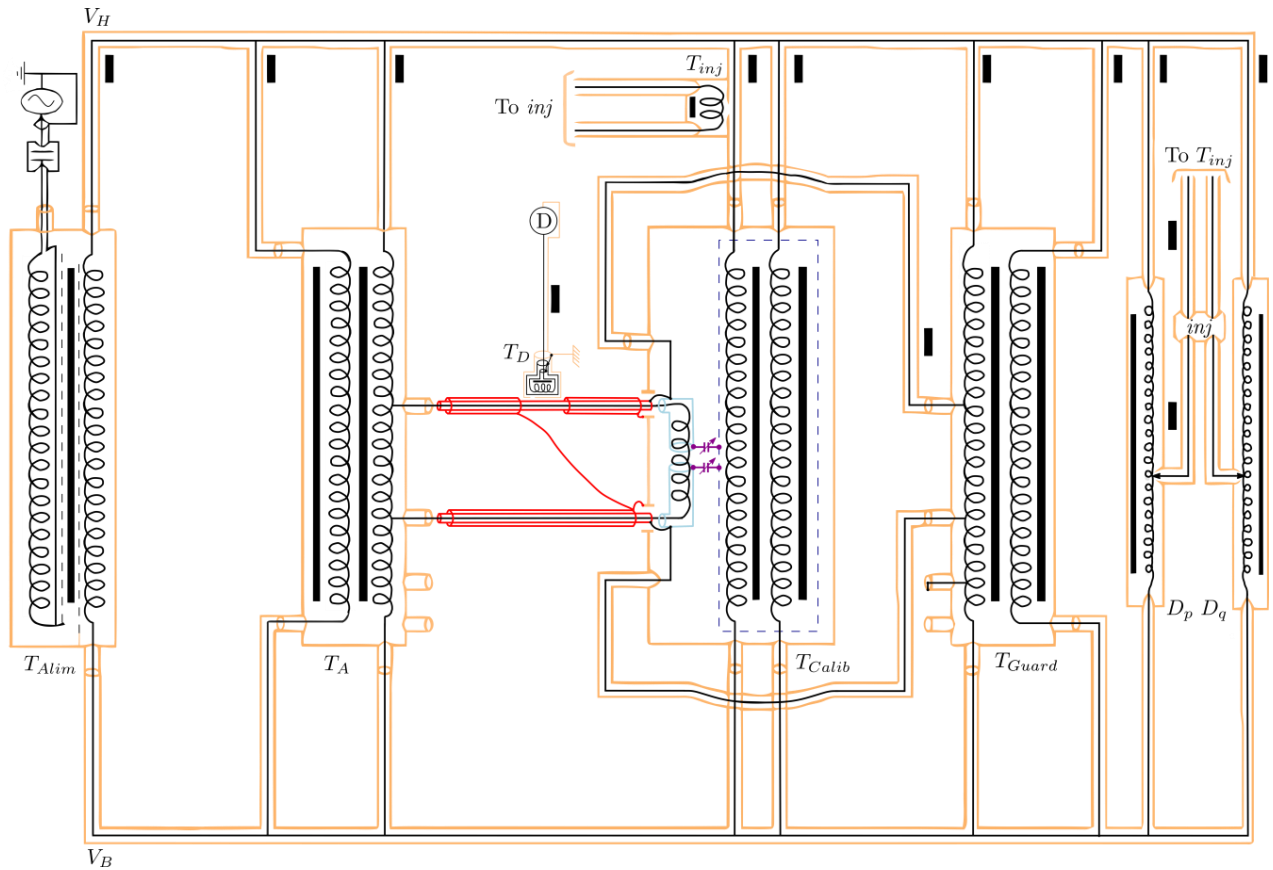


Figure 73 : Circuit d'étalonnage mis en œuvre pour la caractérisation de l'autotransformateur étalon double étage conçu (méthode de comparaison à une tension de référence) avec : T_{Alim} le transformateur d'alimentation, T_A le transformateur en étalonnage, T_D le transformateur de détection, T_{inj} le transformateur d'injection, T_{Calib} le transformateur de tare, T_{Guard} le transformateur de garde, D_p et D_q les diviseurs inductifs de tension associés

Dans ce circuit, on retrouve le dispositif d'alimentation comportant le transformateur T_{Alim} , le transformateur en étalonnage T_A , le transformateur de tare délivrant la tension de référence T_{Calib} , le transformateur de garde utilisé pour garder le potentiel de la boucle de comparaison T_{Guard} , le système de détection constitué d'un transformateur de détection T_D et d'un détecteur D . La comparaison est réalisée à courant nul dans la boucle de détection. L'équilibre est réalisé au moyen d'un transformateur d'injection T_{inj} associé à un générateur de tension réglable en phase et en quadrature. Les réglages en phase et en quadrature sont assurés à l'aide des diviseurs inductifs D_p et D_q associés à un boîtier d'injection. Nous allons maintenant décrire ces éléments dans les paragraphes suivants.

a) Dispositif d'alimentation :

La tension d'alimentation est délivrée à l'aide d'un générateur de fonction. L'amplitude du signal est modulée par un générateur de tensions continues permettant d'alimenter progressivement le circuit jusqu'à la tension de travail. On évite ainsi la circulation des forts courants transitoires qui seraient associés à une mise sous tension brutale. Afin d'atteindre la tension d'étalonnage maximale, un amplificateur multiplie la tension en sortie du générateur de fonction par 10.

Aussi, pour supprimer d'éventuelles composantes continues, un condensateur de capacité $10\ \mu\text{F}$ est placé en sortie de l'amplificateur. Un transformateur à double écrans de rapport 4,5 est également connecté en série avec celui-ci et fournit, en plus d'une première amplification, une isolation galvanique entre le circuit d'alimentation et le circuit d'étalonnage. Il permet également d'amplifier la tension d'alimentation. La tension générée aux bornes du secondaire de ce transformateur est ensuite transmise à un bornier fournissant un nombre suffisant de prises pour pouvoir connecter les différents appareils du banc à la tension d'alimentation.

Un galvanomètre permet de visualiser l'amplitude de la tension d'alimentation. Une incertitude de 1 % est suffisante. En effet, il a été montré lors d'étalonnages antérieurs [4][8] qu'une variation de 1 % de la tension d'alimentation n'a qu'un effet négligeable sur le coefficient de correction recherché. Le dispositif d'alimentation peut être schématisé comme représenté Figure 74.

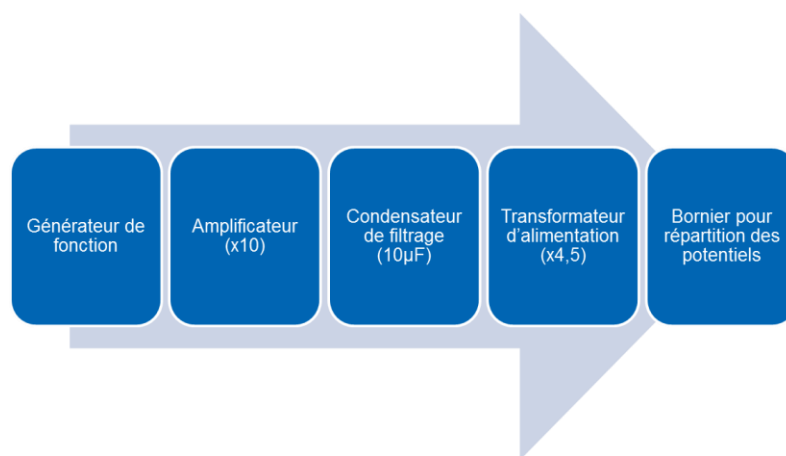


Figure 74 : Synthèse du dispositif d'alimentation du pont

Pour éviter l'encombrement sur le banc de caractérisation et réduire la dimension des boucles de mesure, un bornier de répartition de potentiels a été conçu avec des égalisateurs de courant intégrés, Figure 75 (à gauche la face avant du bornier et à droite une vue CAO en coupe de l'assemblage du bornier). Comme indiqué Figure 74, ce bornier est placé en sortie du transformateur d'alimentation.

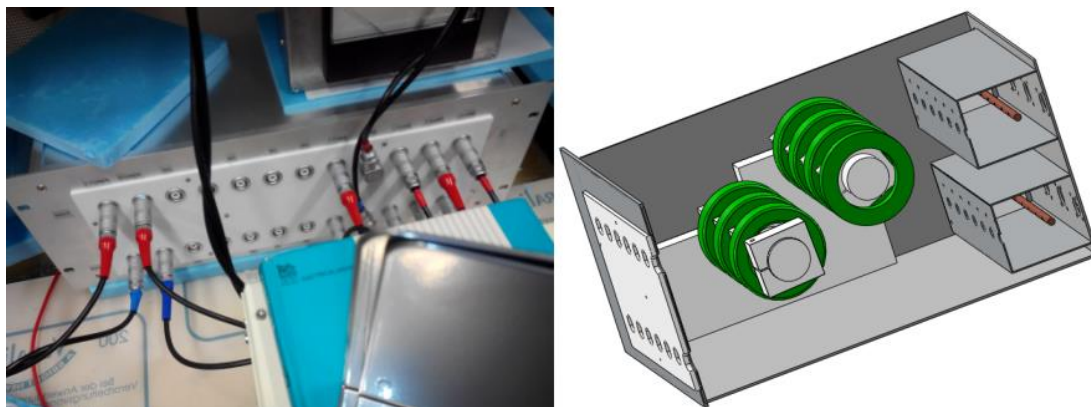


Figure 75 : Bornier de répartition des potentiels sur le banc d'étalonnage avec : à gauche, la face avant du bornier et à droite, une vue en coupe de la CAO du bornier

D'un point de vue pratique, le dispositif d'alimentation du pont est composé :

- D'un générateur de fonction de marque YOKOGAWA type FG200 (face avant présentée en Figure 76) qui peut délivrer une tension maximale de sortie de 10 V avec une gamme de fréquence allant de 1 μ Hz à 15 MHz (pour un signal sinusoïdal) [9]. Il dispose d'une entrée repérée "VCA" qui permet de moduler l'amplitude de la tension de sortie à l'aide d'un générateur de tension continue auxiliaire.



Figure 76 : Générateur de fonction YOKOGAWA type FG200

- D'un générateur auxiliaire connecté à l'entrée "VCA" du générateur de fonction. Il est fabriqué au LNE et constitue une source de tension continue, variable de 0 à 20 V.
- D'un amplificateur de puissance large bande de marque NF type 4005 (Figure 77). Il multiplie par 10 la tension délivrée par le générateur de fonction.
- D'un transformateur d'alimentation (Figure 77) à double écrans de rapport 4,5 qui assure l'isolement galvanique entre le dispositif d'alimentation et la partie métrologique du circuit d'étalonnage. Il est également fabriqué au LNE.



Figure 77 : Amplificateur de puissance et transformateur d'alimentation de rapport 4,5

Contribution au bilan d'incertitudes :

L'incertitude sur la fréquence affichée par le générateur de fonction est de ± 20 ppm, tandis que la composante d'incertitude associée à la lecture de la tension (galvanomètre) est de ± 1 %.

Les mesures effectuées montrent que les variations en tension de l'erreur sur la valeur nominale du rapport (à une fréquence donnée) sont linéaires et de la forme :

$$c = a_v V + b_v \quad (16)$$

La valeur maximale mesurée de a_v à 1600 Hz est inférieure à $1.10^{-12} \text{ V}^{-1}$, une incertitude de 1 % sur la valeur de la tension conduit à une incertitude sur la correction du rapport égale à :

$$S_{cv}=1.10^{-14} \quad (\text{à } 1600 \text{ Hz}).$$

La variation en fréquence des différentes corrections de rapport est de la forme :

$$c = a_f f^2 + b_f \quad (17).$$

La valeur maximale mesurée de a_f est inférieure en valeur absolue à $1.10^{-13} \text{ Hz}^{-2}$. Une incertitude de 20 ppm sur la fréquence de travail conduit à une incertitude sur la correction du rapport égale à :

$$S_{cf}=6.10^{-15} \quad (\text{à } 1600 \text{ Hz}).$$

Ces deux composantes d'incertitudes sont négligeables par rapport aux autres composantes d'incertitudes.

b) Transformateur de tare :

Il est destiné à fournir la tension de référence U et représente l'élément principal de cette méthode. L'enroulement primaire du transformateur de tare est constitué de 240 spires divisées en douze sections (afin de permettre différentes configurations d'étalonnage), et le secondaire possède 20 spires. Il supporte une tension maximale de 200 V à la fréquence de 400 Hz.

Dans le cas d'un transformateur à étalonner en rapport 10:-1, chaque section de celui-ci présente le onzième de la tension d'alimentation appliquée au pont. Le transformateur de tare sera donc alimenté sur onze sections, afin que chaque section du transformateur en étalonnage puisse être comparée à la tension de tare délivrée par le secondaire du transformateur de tare câblé dans le cas présent pour constituer un rapport 1:11.

La tension fournie aux bornes du secondaire doit être stable pendant la durée de la mesure. Pour cela, différentes précautions ont été prises au moment de sa fabrication.

Tout d'abord, l'exactitude requise du circuit d'étalonnage implique d'utiliser un transformateur double étage. Un écran en aluminium disposé autour du bobinage magnétisant permet de s'affranchir du courant capacitif qui pourrait circuler entre les deux enroulements (magnétisant et métrologique) constituant l'enroulement primaire. Un second écran est disposé autour du bobinage métrologique. Celui-ci est en mu-métal® afin de protéger les enroulements primaires des perturbations électromagnétiques environnantes. L'enroulement

secondaire est réalisé à l'aide d'un câble coaxial dont la gaine est portée à un potentiel de garde délivré par le transformateur de garde (T_{Guard} sur la Figure 73). Au point haut, la gaine de l'enroulement secondaire du transformateur de tare sera portée au potentiel du point haut de la section en étalonnage, et réciproquement. La gaine est interrompue au milieu et les capacités entre le point haut et le point bas (comme illustré sur la Figure 78) sont équilibrées afin d'annuler le courant capacitif (existant entre la gaine du secondaire et le blindage du primaire) résultant au centre des tores (magnétisant et métrologique) et d'éviter ainsi de perturber la tension de tare. De cette façon, l'effet des capacités inter-enroulement est fortement diminué.

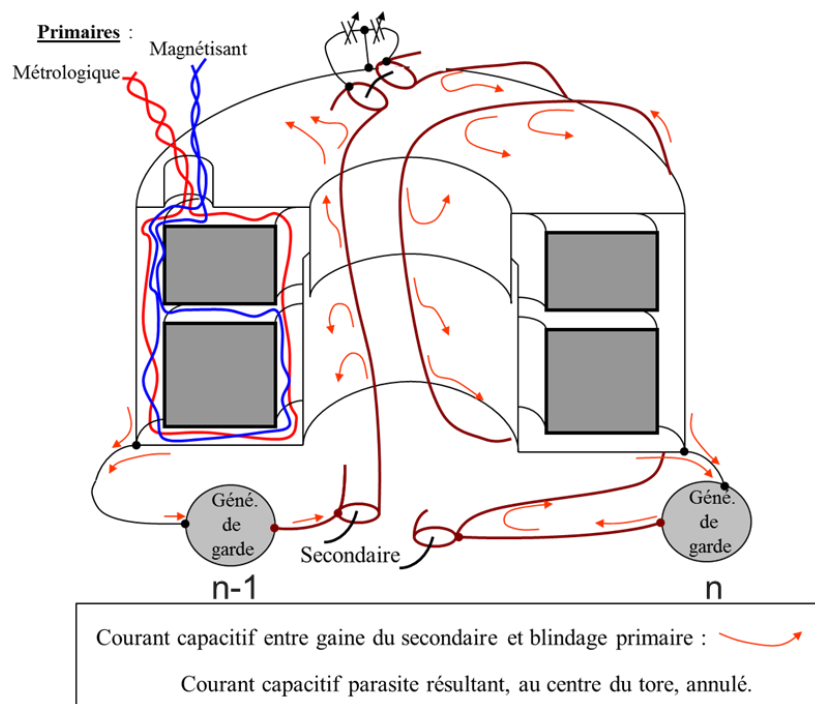


Figure 78 : Vue en coupe illustrant le transformateur de tare

En effet, il existe un couplage capacitif entre le blindage du primaire et la gaine de l'enroulement secondaire du transformateur de tare. Si cette gaine est alimentée (gardée) uniquement en un seul point et qu'elle n'est pas interrompue, il se crée une variation de potentiel le long des blindages qui va entraîner une variation du courant capacitif existant entre eux. D'où l'existence d'un courant capacitif résultant au centre du tore. Ce courant va générer des fuites magnétiques et perturber (modifier) ainsi la tension secondaire du transformateur de tare (tension de tare délivrée). Une telle configuration est représentée Figure 79.

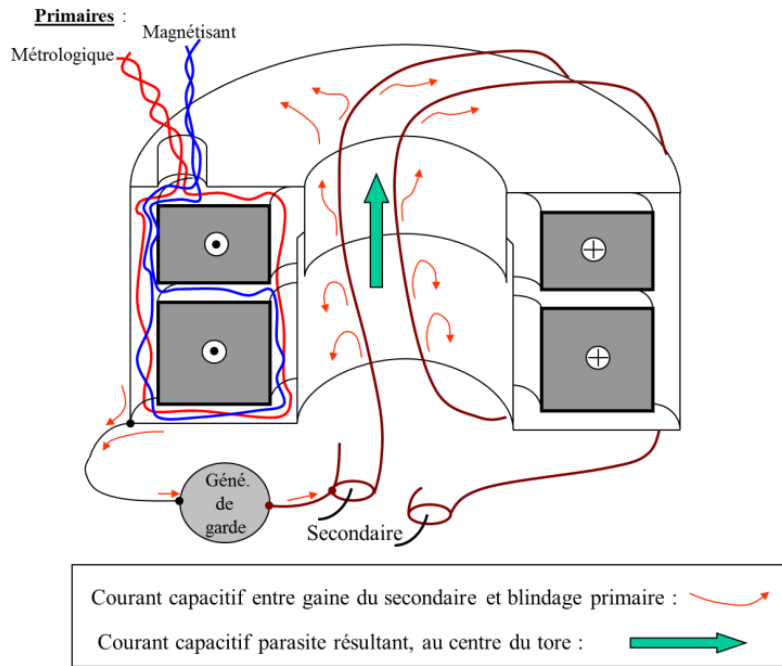


Figure 79 : Représentation de la présence d'un courant capacitif parasite résultant au centre du transformateur de tare si toutes les conditions ne sont pas réunies

c) Dispositif d'injection :

Le dispositif d'injection est une source de tension ajustable en phase et en quadrature (le signal injecté est la somme de deux signaux, en phase et en quadrature). Il est destiné à équilibrer le pont en fournissant la tension de décalage $\alpha_i U = (\alpha_{i,P} + j\alpha_{i,Q})U$ définie précédemment (Figure 71). Il est composé de deux diviseurs inductifs, d'un boîtier d'injection réalisant la quadrature et d'un transformateur double étage de rapport $\frac{1}{100}$. Le signal nécessaire à l'équilibre est au plus, en relatif, de quelques 10^{-5} du signal d'alimentation des ponts. Il doit donc être connu à quelques 10^{-5} près en module et en phase pour ne pas introduire d'incertitude supérieure à 10^{-10} . Le schéma de principe du dispositif d'injection est représenté Figure 80.

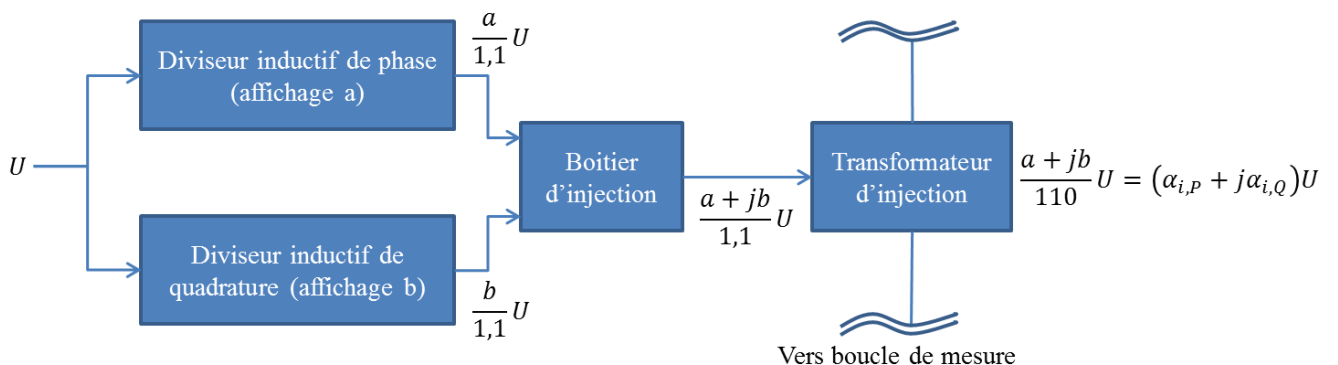


Figure 80 : Principe du dispositif d'injection du pont. U représente la tension en entrée. Le coefficient $\frac{1}{1,1}$ appliqué à la lecture des diviseurs inductifs employés dépend de leur mode de connexion (cf. paragraphe sur les diviseurs inductifs)

En effet, l'écart relatif α_i entre la tension délivrée par le secondaire du transformateur de tare U_T et la section en étalonnage U_i est défini par :

$$U_i = U_T(1 + \alpha_i) \quad (18)$$

Considérons a et b les lectures faites sur les diviseurs inductifs associées respectivement à l'injection en phase et en quadrature. La tension délivrée e_i par le dispositif d'injection est :

$$e_i = \frac{1}{100}(a + jb)U \quad (19)$$

L'injection est placée sur le primaire (enroulement métrologique) du transformateur de tare de rapport 1/11, on en déduit la tension injectée dans la boucle de mesure :

$$\alpha_i = \frac{1}{1,1} \cdot \frac{1}{100}(a + jb)U = \frac{(a+jb)U}{110} \quad (20)$$

➤ **Diviseurs inductifs :**

Les diviseurs inductifs sont des autotransformateurs à rapports variables constitués d'une suite de transformateurs en cascade. Le modèle utilisé est le DT72A. Ils sont constitués de sept décades. La photographie Figure 81 présente la face avant des diviseurs inductifs utilisés dans le pont.



Figure 81 : Diviseurs de tension inductifs DT72A utilisés dans le banc d'étalonnage

Un schéma du câblage interne est également présenté sur la Figure 82.

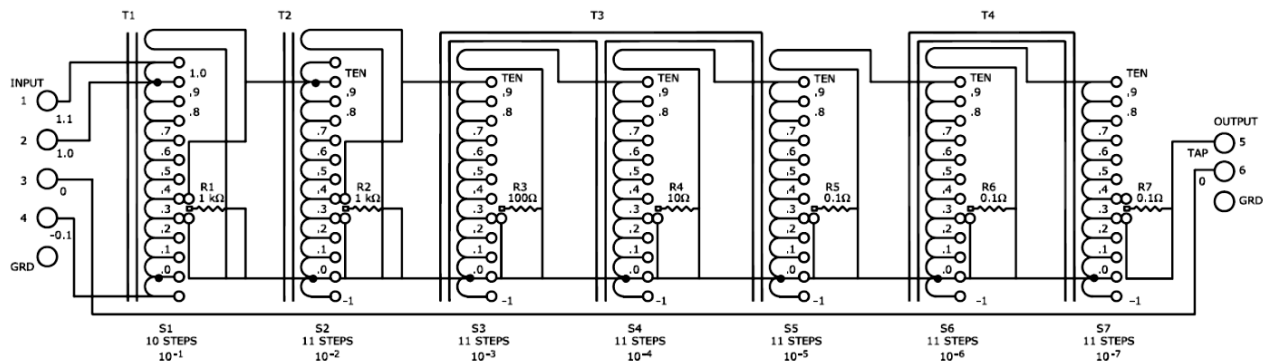


Figure 82 : Schéma électrique des diviseurs de tension inductifs à sept décades du modèle DT72A

Le réglage de la tension s'effectue en modifiant la valeur de chaque décade S_i (i allant de 1 à 7). Le facteur appliqué à la tension d'alimentation s'écrit alors :

$$k = 0, S_1 \dots S_i \dots S_7 = \sum_{i=1}^7 (S_i \cdot 10^{-i}) \quad (21).$$

Ainsi, une modification du rapport du diviseur de 10^{-1} (S_1) appliquerait un échelon de l'ordre de 5 V pour une tension d'alimentation de l'ordre de 50 V. Cette décade délivre donc des niveaux de tension largement supérieurs au signal nécessaire à l'équilibre. C'est la raison pour laquelle elle a été modifiée afin d'être en permanence à zéro permettant de limiter la tension de mode commun à l'entrée du boîtier d'injection. Pour ce faire, l'embase du connecteur coaxial de sortie (borne repérée "GRD") a été reliée au curseur de la première décade (Figure 83). La lecture k du diviseur inductif modifié peut donc s'écrire :

$$k = 0, 0 S_2 \dots S_i \dots S_7 = \sum_{i=2}^7 (S_i \cdot 10^{-i}) \quad (22).$$

La tension de sortie des diviseurs est ainsi recueillie entre la première décade et la prise repérée "OUTPUT" (ou "TAP"). Cette opération permet d'assurer une faible différence de potentiel en entrée du boîtier d'injection, quel que soit le potentiel de la masse par rapport à la tension d'alimentation.

Ces diviseurs disposent de quatre bornes d'entrée repérées "1,1" ; "1,0" ; "0" et "-0,1", et de trois bornes de sorties repérées "OUTPUT" (ou "TAP"), "0" et "GRD". La borne de sortie repérée "0" est reliée à la borne d'entrée repérée "0". Lorsque l'autotransformateur est branché dans le rapport à étalonner, une de ses bornes est fixée au potentiel de la masse. Les diviseurs inductifs sont alimentés en parallèle de l'autotransformateur avec une alimentation en tension commune. En alimentant les diviseurs inductifs sur le même nombre de sections que l'autotransformateur, on fait coïncider la tension de masse avec une des positions possibles de S_1 . Cela implique, pour étalonner des autotransformateurs à onze sections, d'appliquer un coefficient $\frac{1}{1,1}$ à la lecture des diviseurs inductifs. Ainsi, pour étalonner des transformateurs à onze sections, ils seront alimentés entre les prises "-0,1" et "1,0" et la tension de sortie est donnée par la relation suivante :

$$V_S = kU \quad (23).$$

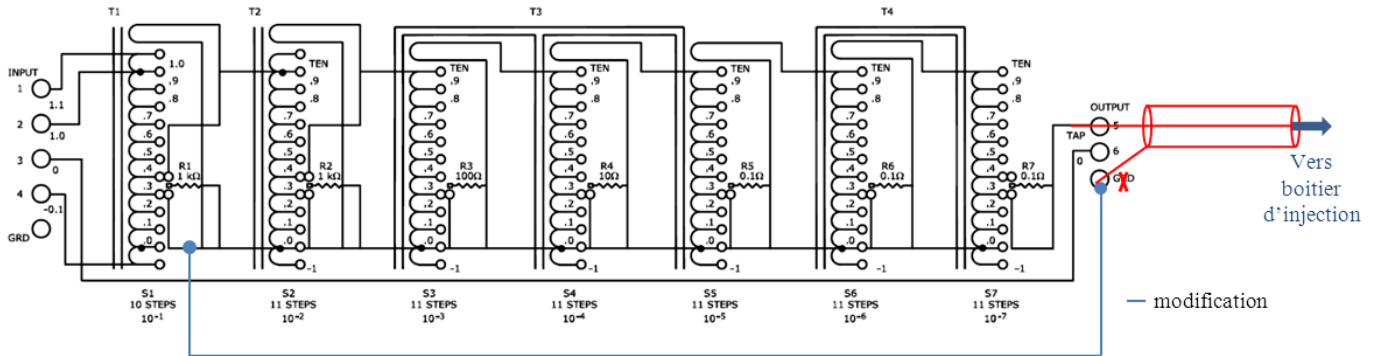


Figure 83 : Schéma représentant la modification apportée aux diviseurs de tension inductifs employés

La présence d'un circuit magnétique saturable impose une limite au courant ou une limite à la tension à une fréquence donnée. Pour ce type de diviseur, la tension d'entrée doit être limitée à $0,3 \cdot f$ (f en hertz) et pour des raisons de tenue diélectrique, elle doit être inférieure à 350 V. La tension maximale à 400 Hz pour ces diviseurs est donc de 140 V. Les tensions issues des deux diviseurs inductifs sont ensuite appliquées en entrée du boîtier d'injection.

➤ **Boîtier d'injection :**

Le boîtier d'injection est utilisé pour déphaser la tension issue de l'un des deux diviseurs inductifs de $\pi/2$ par rapport à la tension d'alimentation. Cette tension sera ensuite additionnée à la tension issue de l'autre diviseur, à l'aide d'un transformateur d'injection, (cf. paragraphe suivant) afin de constituer la tension d'erreur à injecter dans la boucle de mesure. La quadrature est obtenue pour des valeurs de fréquences fixes correspondant aux pulsations de l'étude. Ces boîtiers ont des entrées à fortes impédances, flottantes et inversables. Ils sont composés de deux circuits dont le premier est destiné à conditionner le signal en phase et le second, le signal en quadrature. Leur électronique permet également de corriger d'éventuelles erreurs provenant du système d'injection. Le schéma de la Figure 84 ci-dessous présente le circuit électrique de principe permettant de réaliser l'ensemble de ces fonctions.

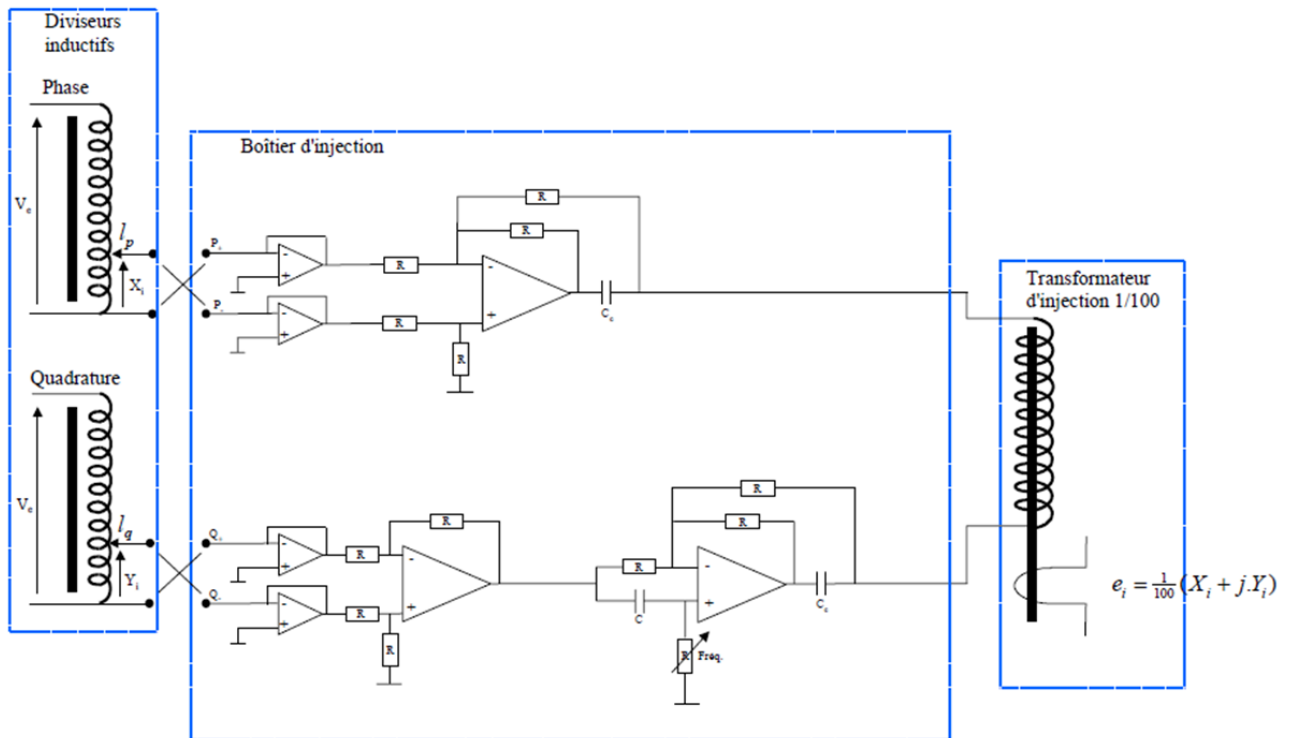


Figure 84 : Schéma électrique de principe du dispositif d'injection

Le schéma de principe présente, en phase, un circuit composé d'un suiveur (qui assure une impédance d'entrée élevée pour le diviseur inductif placé en amont), d'un amplificateur différentiel (permettant un fonctionnement en mode inverseur ou non inverseur) et d'une capacité en sortie (pour éliminer les éventuelles composantes continues). En quadrature, le circuit est composé des mêmes éléments que ceux rencontrés dans le circuit phase associés à un circuit R-C qui permet de fournir en sortie un signal déphasé de $\pi/2$. Une capacité est également placée en sortie pour éliminer une éventuelle composante continue.

Le boîtier utilisé a été conçu au LNE et sa conception ainsi que son utilisation (réglages, montage, etc.) sont détaillées dans [10]. Sa face avant est illustrée Figure 85.



Figure 85 : Face avant boîtier injection (conçu au LNE) employé pour l'étalonnage des transformateurs

➤ **Transformateur d'injection :**

Le transformateur d'injection est l'interface entre le boîtier d'injection et le circuit d'étalonnage (primaire du transformateur de tare). Il a un rapport $\frac{1}{100}$. Ainsi, un affichage du diviseur inductif correspondant à 1.10^{-7} permet de générer une variation de tension au

secondaire du transformateur de tare égale à $1.10^{-9}.U$ (U étant la tension d'alimentation du pont). Le signal d'injection sera alors celui donné par la relation (20).

Il est important de limiter l'erreur sur le signal injecté à quelques 10^{-9} (valeur correspondant à l'erreur maximale acceptable sur le coefficient de correction de l'autotransformateur étalon). Le rapport de transformation est donc un paramètre essentiel, il doit être aussi proche que possible de sa valeur nominale pour permettre au transformateur d'injection de ne pas introduire d'erreur supérieure à 10^{-9} . C'est la raison pour laquelle il s'agit d'un transformateur double étage à écrans. Le secondaire comporte une spire constituée par l'âme du câble de la branche considérée et le primaire d'un enroulement de 100 spires alimenté par une tension V_i . Un schéma de principe est représenté sur la Figure 86.

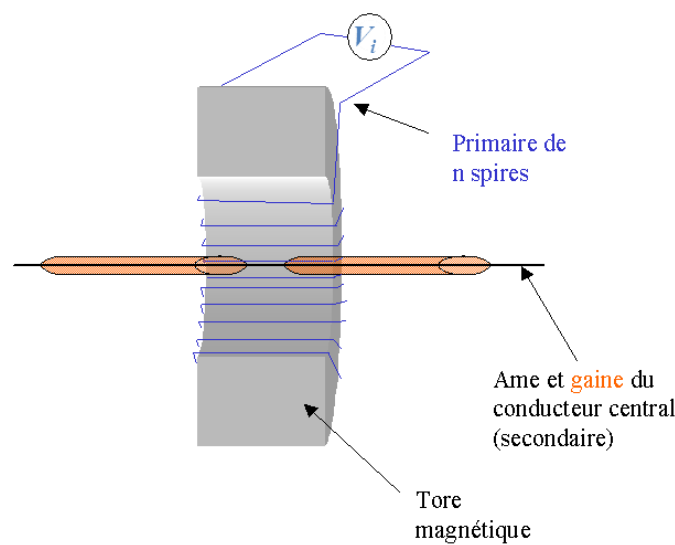


Figure 86 : Vue en coupe d'un transformateur d'injection de rapport 1:n

Une tension ε est ainsi introduite en série dans l'âme du câble comme illustré sur la Figure 87.

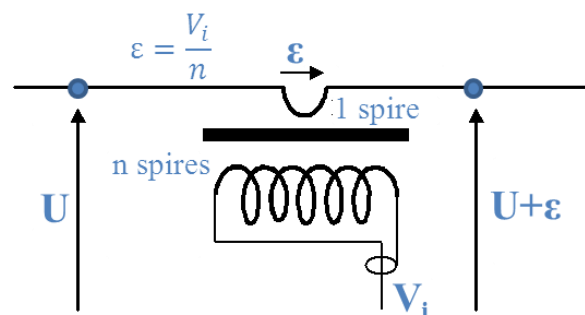


Figure 87 : Injection d'un signal dans une branche d'un circuit

La Figure 87 indique le mode de connexion réel permettant d'additionner les composantes injectées en phase et en quadrature et la Figure 88, le principe de connexion du transformateur d'injection double étage.

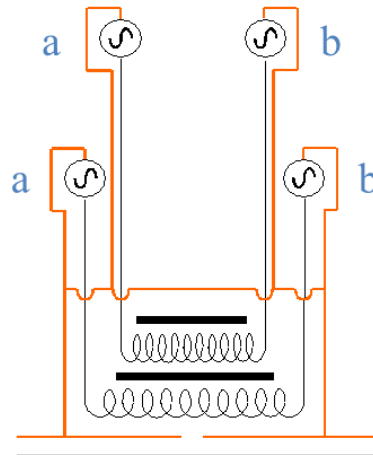


Figure 88 : Principe de connexion du transformateur d'injection double étage ; a et b représentent les composantes respectivement en phase et en quadrature issues du boîtier d'injection

Contribution au bilan d'incertitudes :

Le dispositif d'injection complet est étalonné avant d'être utilisé pour l'étalonnage des transformateurs. L'incertitude-type associée à la lecture l faite sur chacun des diviseurs est :

$$S_i = 1.10^{-4}.l \quad (24)$$

Cette incertitude est due à une erreur de linéarité du dispositif. Les mesures faites lors de son étalonnage montrent qu'elle peut être décomposée en deux termes :

$$S_i = (S_l + S_a).l \quad (25).$$

Où S_l est une erreur systématique due à un mauvais réglage du gain des amplificateurs et S_a la reproductibilité de cette erreur. L'examen des mesures effectuées lors de l'ajustement et de l'étalonnage de cet ensemble a permis d'estimer $S_a < 1.10^{-6}$. Ceci permet de reporter directement cette incertitude sur la correction du rapport. En effet, si on remplace les variables α_i par les lectures l_i faites sur les diviseurs inductifs dans l'équation (11) et qu'on introduit une erreur systématique S_i proportionnelle à chaque lecture dans cette expression, on obtient :

$$\left(\frac{C_{11-n}}{n}\right)_{mesuré} = \frac{C_{11-n}}{n}.(1 + S_i) \quad (26).$$

L'incertitude d'étalonnage du dispositif d'injection se reporte directement sur la valeur de la correction du rapport. Les corrections de rapport mesurées sont toutes inférieures à 1.10^{-6} et le système d'injection introduit une incertitude-type sur leur connaissance de 1.10^{-10} au maximum.

d) Système de détection :

Le système de détection est constitué d'un préamplificateur faible bruit suivi d'une détection synchrone. Cet ensemble est couplé à la branche de détection par l'intermédiaire d'un transformateur de rapport 100.

➤ Transformateur de détection :

Ce transformateur est utilisé pour prélever le signal d'erreur dans la boucle de détection sans connections physiques et en faire une première amplification. Le primaire est constitué par l'un des câbles de la boucle de détection passant au centre d'un tore magnétique sur lequel ont été bobinées au préalable n spires. Comme illustré sur la Figure 89, la gaine du câble constituant le primaire est coupée afin de ne prélever que le courant circulant dans le conducteur central.

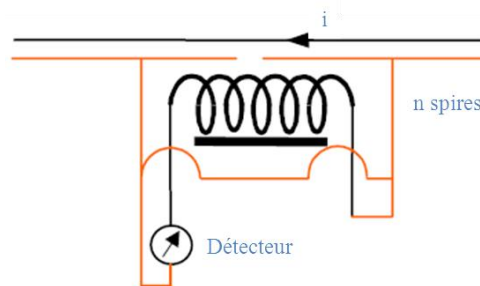


Figure 89 : Schéma de principe du transformateur de détection

Il n'est pas nécessaire de connaître le rapport de ce type d'appareil avec une grande exactitude car il est utilisé pour détecter la circulation ou non d'un courant et non pour effectuer la mesure d'une tension d'erreur. Un transformateur simple étage à double écrans est donc utilisé dans le circuit d'étalonnage. L'enroulement secondaire est constitué de 100 spires. De cette façon, le transformateur amplifie le courant à détecter. En effet, il n'est pas nécessaire de connaître le rapport de transformation de façon exacte mais le transformateur de détection doit être suffisamment sensible pour détecter des tensions/courants très faibles.

Si l'embase de l'entrée de la détection est reliée à la masse et la gaine de la branche de détection portée à un potentiel différent, la capacité entre ces deux circuits serait à l'origine d'une source d'erreur. L'enroulement secondaire est donc entouré de deux écrans électrostatiques dont l'un peut être porté à un potentiel de garde, dans notre cas ces deux blindages sont reliés à la masse. La Figure 90 illustre la configuration des écrans dans cette disposition.

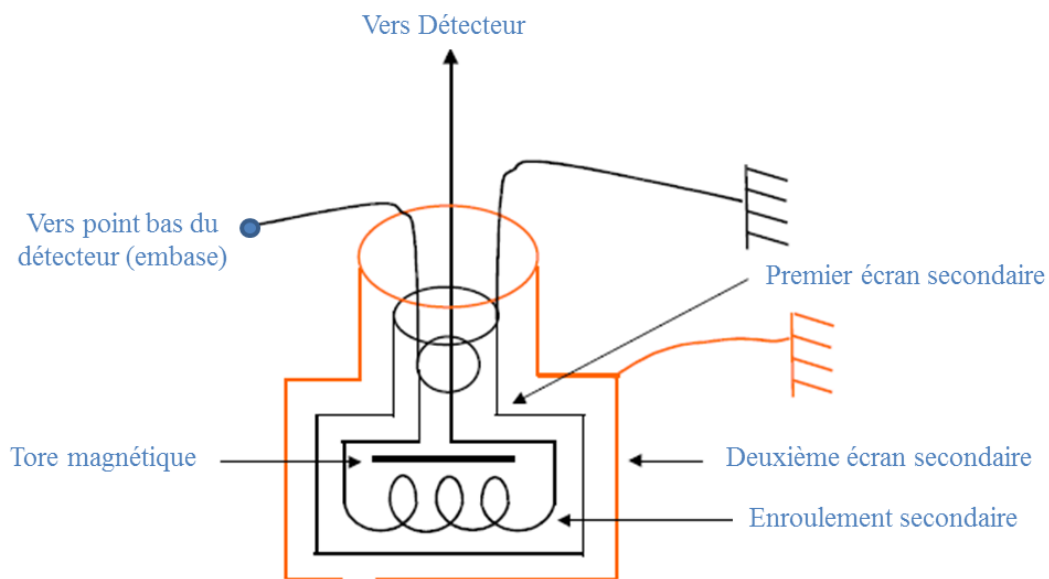


Figure 90 : Représentation du transformateur de détection à deux écrans

L'utilisation d'un transformateur de détection présente également l'avantage de diminuer la source de bruit introduite par l'impédance d'entrée du détecteur. En effet, l'impédance d'entrée du détecteur ramenée à la boucle de mesure est divisée par un facteur n^2 et la source de tension de bruit introduite par cette impédance est divisée par n comme illustré sur la Figure 91.

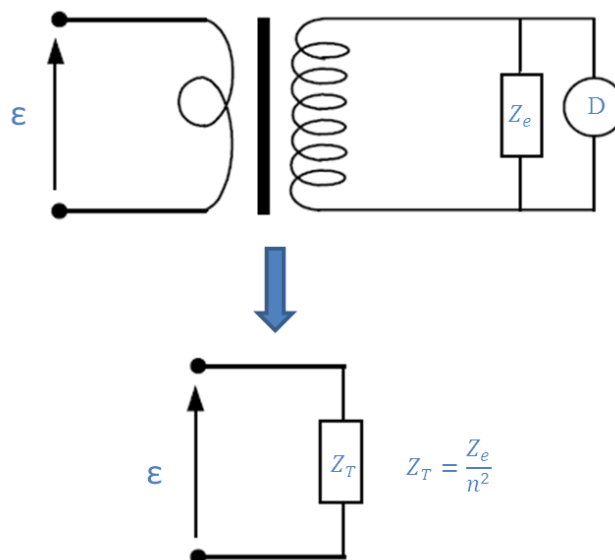


Figure 91 : Impédance ramenée au primaire d'un transformateur

➤ **Détection de zéro :**

Le détecteur utilisé est une détection synchrone (modèle SR 830 DSP STANFORD RESEARCH [11]) associée à un préamplificateur de tension faible bruit

(modèle 5113 SIGNAL RECOVERY [12]). La face avant de ces éléments est représentée sur les Figure 92 et Figure 93.



Figure 92 : Face avant de la détection synchrone SR 830 DSP de chez STANFORD RESEACRH



Figure 93 : Face avant du préamplificateur 5113 de chez SIGNAL RECOVERY

Le principe de la détection synchrone est décrit en ANNEXE B.

Il est important de préciser que l'incertitude sur la correction de rapport du transformateur en étalonnage dépend directement de l'exactitude avec laquelle est effectuée la détection de zéro. Ainsi, plus la sensibilité et la résolution de la détection seront bonnes, meilleure sera l'incertitude.

Le préamplificateur permet de filtrer le signal en amont de la détection synchrone. Il limite son spectre à une bande de fréquences comprise entre 1 kHz et 10 kHz centrée sur la fréquence à laquelle s'effectue l'étalonnage.

Contribution au bilan d'incertitudes :

La sensibilité de la détection est limitée par les bruits résiduels issus du circuit d'étalonnage lui-même, de son environnement ou de l'instrumentation. La limite de sensibilité est fonction de deux paramètres : la fréquence de mesure et le niveau de tension utilisé. Elle a été estimée dans la gamme des fréquences utilisées ($400 \text{ Hz} \leq f \leq 1600 \text{ Hz}$) pour un niveau de tension d'alimentation de 10 V. L'incertitude correspondante est au maximum de $\pm 5.10^{-10}$ de la tension de tare. Cette incertitude est liée à la valeur arrondie lue sur les diviseurs inductifs et correspond à la variation maximale de bruit lue sur la détection à l'équilibre (lorsque toutes les conditions sont remplies). Sa loi de distribution est supposée uniforme et l'incertitude-type associée est égale à :

$$S_{cd}=3.10^{-10}$$

Cette incertitude est négligeable devant l'incertitude finale recherchée. Sa contribution sera combinée à l'incertitude liée à la reproductibilité des mesures.

e) Diminution du bruit superposé à la mesure :

Les câbles utilisés sont coaxiaux et permettent de définir l'environnement électromagnétique du circuit. Ils sont de type 50 Ω et sont équipés de connecteurs de type BNC, UHF ou BPO MUSA [7]. Les connecteurs UHF et BNC sont utilisés pour les prises fixes (ne nécessitant pas de connexion et déconnexion pendant la mesure). Les connecteurs BPO MUSA quant à eux sont utilisés sur des prises nécessitant des connexions et des déconnexions lors du déroulement de la mesure. Ils permettent en effet de réaliser des connexions rapides avec peu de risque d'erreur tout en assurant de bons contacts électriques (âme-âme et gaine-gaine).

Afin de s'affranchir des perturbations générées par les courants circulant dans les câbles reliant les différents éléments du circuit d'étalonnage (et d'éventuelles perturbations extérieures), des égalisateurs de courant (Figure 94) sont introduits dans chacune de ses mailles. Lorsque le câblage du circuit est réalisé, l'utilité et l'efficacité de chacun des égalisateurs est vérifiée. Pour cela, on visualise sur un oscilloscope la tension résiduelle lorsque l'un des câbles de la maille considérée est inséré dans une boucle de détection. Aussi, pour estimer l'influence d'un éventuel champ extérieur sur les mesures, une bobine peut être alimentée par une tension synchrone avec la tension d'alimentation du pont et approchée des différentes parties du montage.



Figure 94 : Égalisateur de courant

Une autre source d'erreur possible est liée à la génération de forces électromotrices induites par des champs électromagnétiques parasites dans la boucle de détection. En effet, la boucle de détection n'est pas coaxiale à proprement parler et est donc plus sensible aux champs parasites. Ainsi, si les deux points entre lesquels la détection est définie sont éloignés, la boucle peut représenter une surface importante et occasionner un couplage parasite. Pour s'en affranchir, il est important de veiller à limiter les champs émis par les autres parties du montage et de réduire au maximum la surface de la boucle de détection comme indiqué sur la Figure 95.

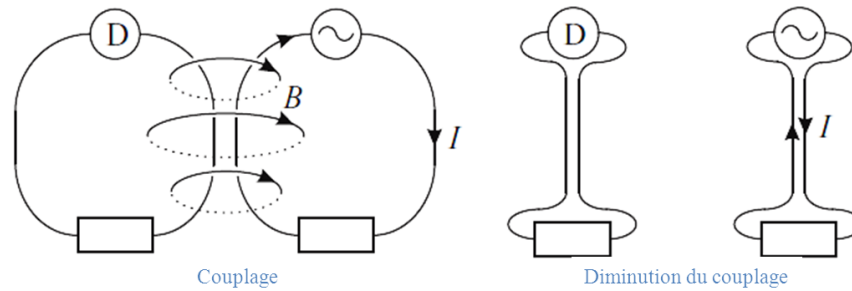


Figure 95 : Rayonnement d'une boucle du circuit sur une autre

L'ensemble du montage étant coaxial, le rayonnement des différentes boucles les unes sur les autres est négligeable. La principale source de perturbation est le rayonnement des autres appareils du circuit d'étalonnage. Pour limiter cette influence, la surface de la boucle de détection (non coaxiale) a été fortement réduite en torsadant les deux câbles, comme illustré Figure 96.

En effet, si on considère qu'un courant égal et opposé circule dans chacune des branches, les champs rayonnés par chacune des boucles de la torsade s'annulent deux à deux et le champ total rayonné par cette boucle est voisin de zéro ; par réciprocité, un éventuel champ extérieur n'a, en moyenne, aucune influence sur la boucle.

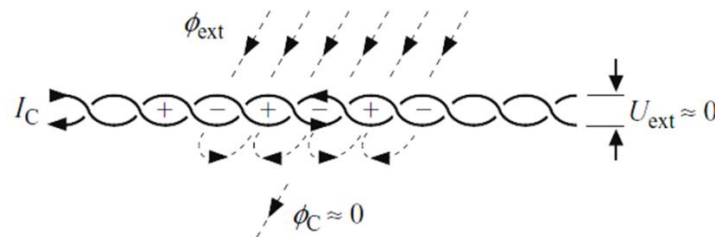


Figure 96 : Champ magnétique généré par deux câbles torsadés [2]

Contribution au bilan d'incertitudes :

La torsade est réalisée jusqu'au plus près des transformateurs (entre les transformateurs de tare et en étalonnage). Pour réaliser la connexion, les deux câbles sont écartés pour accéder aux prises de potentiel. La partie droite de la boucle de détection (côté transformateur de tare) ne se déplace pas tout au long des mesures. Par contre, la partie gauche (côté transformateur en étalonnage) est déplacée pour effectuer un balayage des sections à étalonner. La disposition des bornes coaxiales sur la plaque a été réalisée de telle sorte que l'orientation de la boucle de mesure reste la même lorsque cette dernière se déplace sur tous les enroulements, lors de l'étalonnage (cf. paragraphe IV-2-b du chapitre 2).

Cette précaution permet de rendre quasiment constant l'effet éventuel d'un champ extérieur traversant la boucle de mesure. Des mesures ont été effectuées en faisant varier l'orientation de la boucle de mesure (faisant ainsi varier l'effet du champ résiduel) et les écarts relevés sont de l'ordre de $\pm 5 \cdot 10^{-10}$ en valeur relative. L'orientation de la boucle en configuration de mesure est déterminée par la disposition des connecteurs du transformateur en étalonnage. Cet effet est traité comme une correction c_o d'espérance nulle et de variance $V(c_o) = (5 \cdot 10^{-10})^2$. Sa contribution à l'incertitude sur la correction du rapport est calculée en

appliquant la loi de composition des variances à l'expression (11). En prenant en compte que chaque écart est obtenu à partir de deux mesures non corrélées (cf. I-3) :

$$S_{co}^2 = \left(\frac{1}{11-n}\right)^2 \sum_{i=n}^{10} 2V(\alpha_i) + \frac{1}{n^2} \sum_{i=0}^{n-1} 2V(\alpha_i) \quad (27)$$

$$S_{co}^2 = \frac{22}{n(11-n)} V(\alpha_i) \quad (28)$$

Soit pour le rapport 10:-1, une composante d'incertitude égale à :

$$S_{co}=7,4.10^{-10}$$

f) Tension de mode commun :

L'expérience acquise lors de travaux antérieurs [4] a mis en évidence un écart existant entre les mesures effectuées en configurations « normale » et « retournée » (inversion du sens de branchement du transformateur en étalonnage dans le circuit, Figure 97). Cet écart est dû à une tension de mode commun qui provient du courant capacitif résiduel existant entre les écrans primaire et secondaire du transformateur de tare (cf. paragraphe II-1-b). La mesure de cette tension est une étape à part entière de l'étalonnage. Le montage utilisé pour réaliser cette mesure est présenté sur la Figure 98.

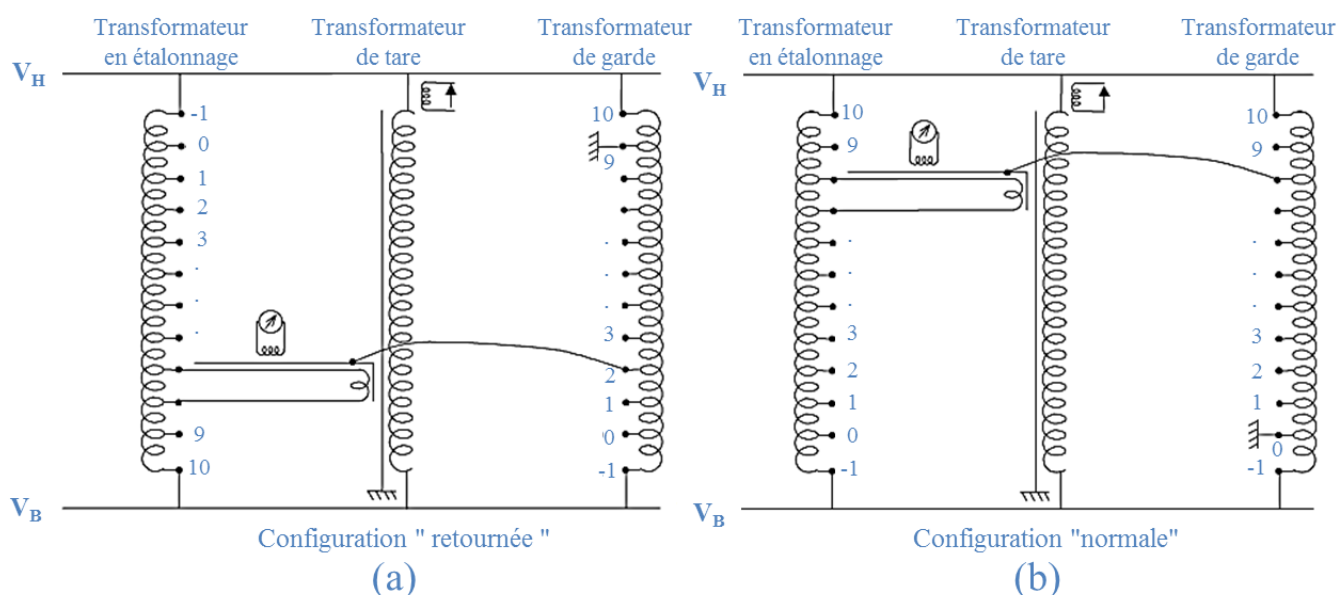


Figure 97 : Représentation des deux configurations de mesure en rapport 10:-1. (a) configuration "retournée" et (b) configuration "normale"

Les écarts existant entre chaque section sont mesurés pour les deux configurations et comparés afin de vérifier que la tension de référence délivrée par le transformateur de tare conserve la même valeur lors de la comparaison des différentes sections. Si un écart

significatif est observé, cela signifie qu'il y a un problème sur le banc d'étalonnage ou sur le transformateur en étalonnage.

Pour effectuer la mesure de la tension de mode commun (montage présenté Figure 98), les enroulements primaires du transformateur de tare sont mis en court-circuit au potentiel de la masse, la boucle de mesure est mise en court-circuit aux bornes du transformateur en étalonnage. Celle-ci est alors portée aux différents potentiels de mesure (différentes sections), et pour chacune de ses positions, l'indication résiduelle relevée sera retranchée à l'équilibre principal. Les mesures d'équilibre (α_i) des différentes sections sont ainsi corrigées.

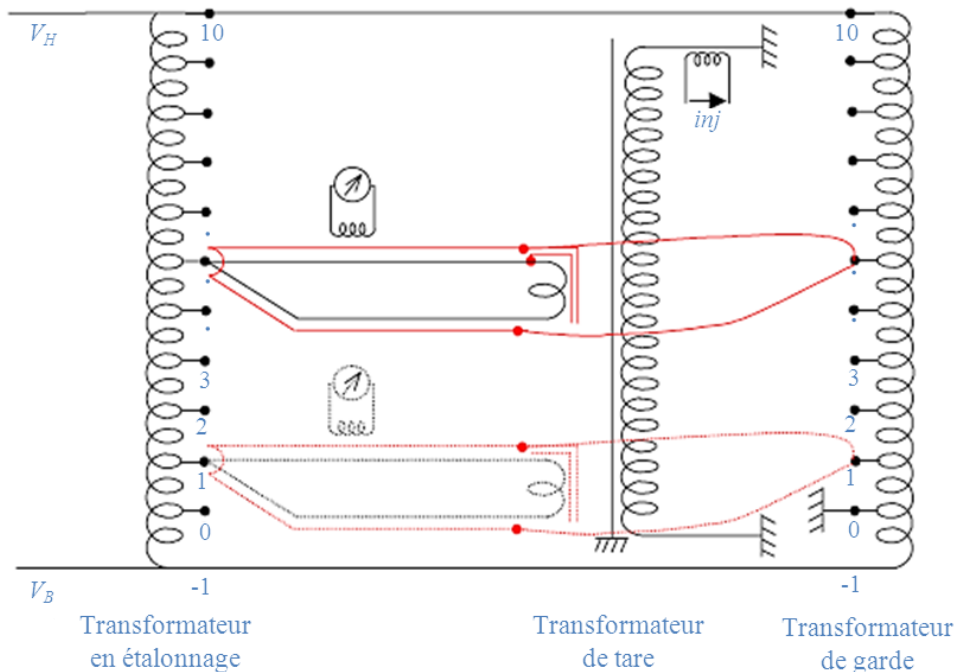


Figure 98 : Montage utilisé pour relever la tension de mode commun

Pour estimer d'éventuelles dérives au cours de l'étalonnage, les mesures sont effectuées en mode « aller-retour » (de la section 0-1 à la section 10-11, puis de la section 10-11 à la section 0-1). Si la dérive observée est faible, il peut être suffisant de revenir juste à la section par laquelle la mesure des écarts a commencé pour vérifier que l'écart est le même qu'au départ de la mesure.

La photographie ci-dessous présente une vue d'ensemble du circuit d'étalonnage mis en œuvre.

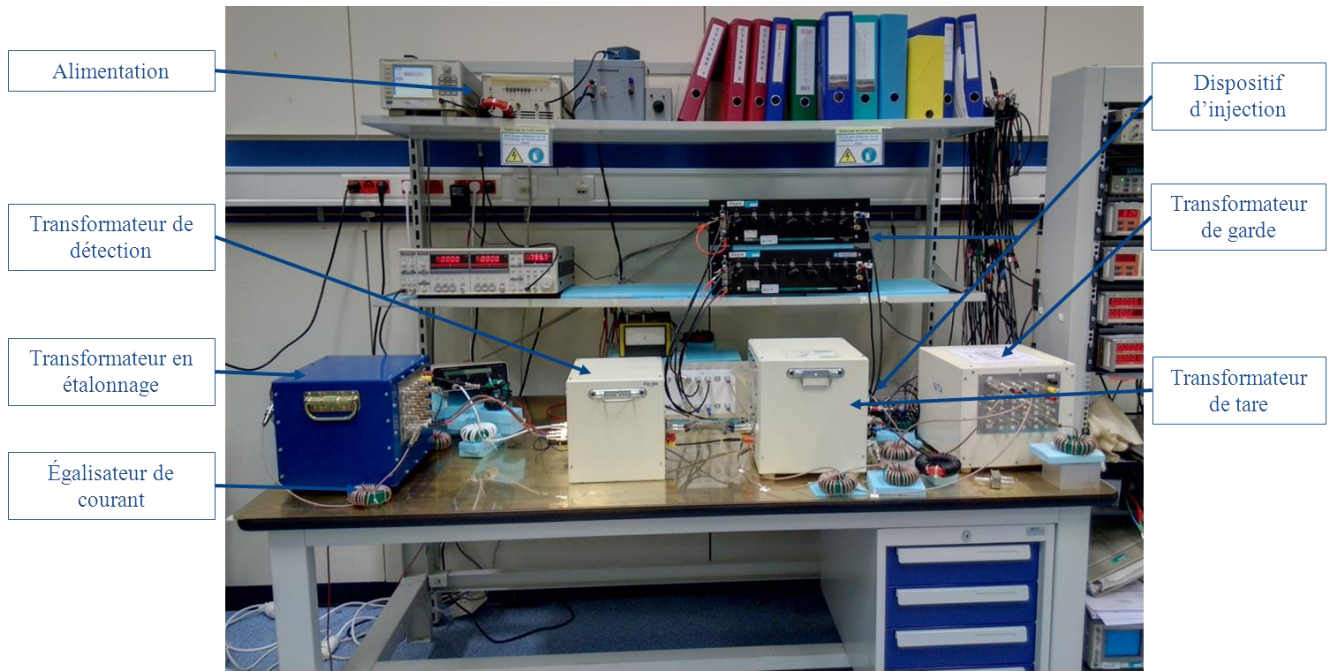


Figure 99 : Vue d'ensemble du banc d'étalonnage de l'autotransformateur étalon double étage

2. Résultats de la caractérisation de l'autotransformateur étalon destiné à la chaîne de mesure associée à la détermination de la constante de von Klitzing

La caractérisation de l'autotransformateur étalon double étage a été effectuée à différentes fréquences (400 Hz, 800 Hz et 1600 Hz) correspondant aux fréquences de travail auxquelles il sera utilisé dans la chaîne de mesure associée à la détermination de la constante de von Klitzing. Un rapport de transformation 10:-1 est utilisé dans cette chaîne.

La variation de la correction du transformateur avec l'amplitude de la tension appliquée est également étudiée pour chaque fréquence de travail. Les écarts au rapport nominal sont présentés Figure 100, Figure 101 et Figure 102 pour des valeurs de fréquences respectives de 1600 Hz, 800 Hz et 400 Hz.

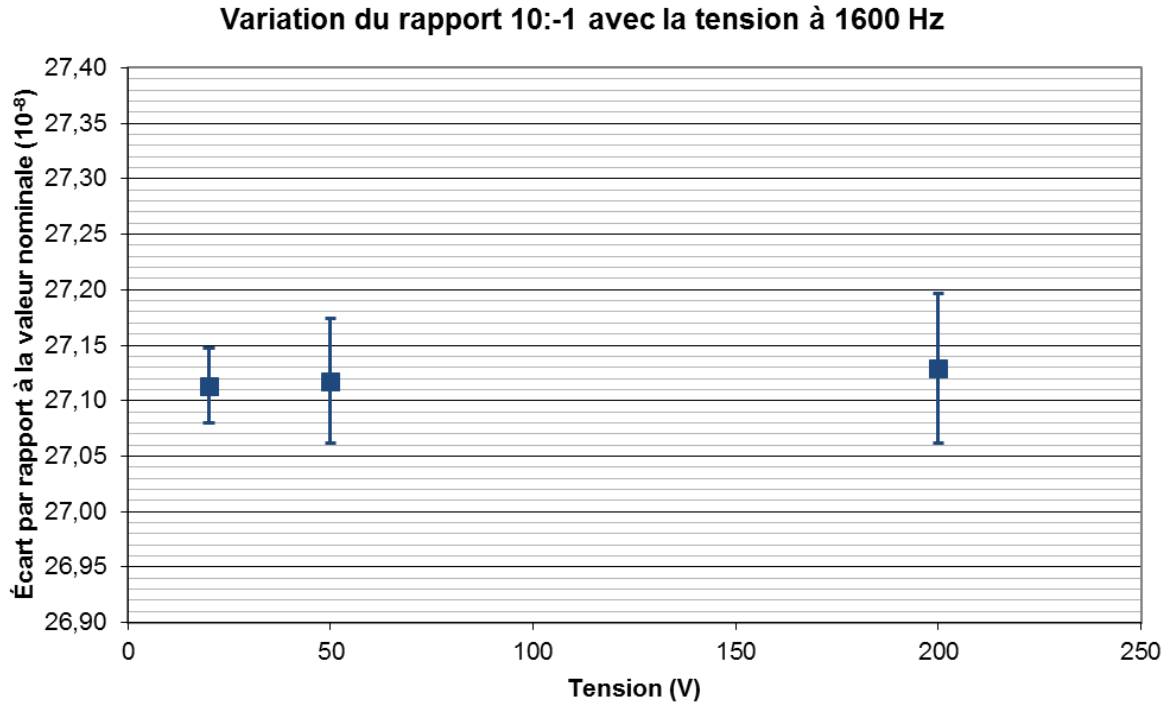


Figure 100 : Variation du rapport 10:-1 avec la tension à 1600 Hz : autotransformateur destiné à la chaîne de mesure associée à la détermination de la constante de von Klitzing

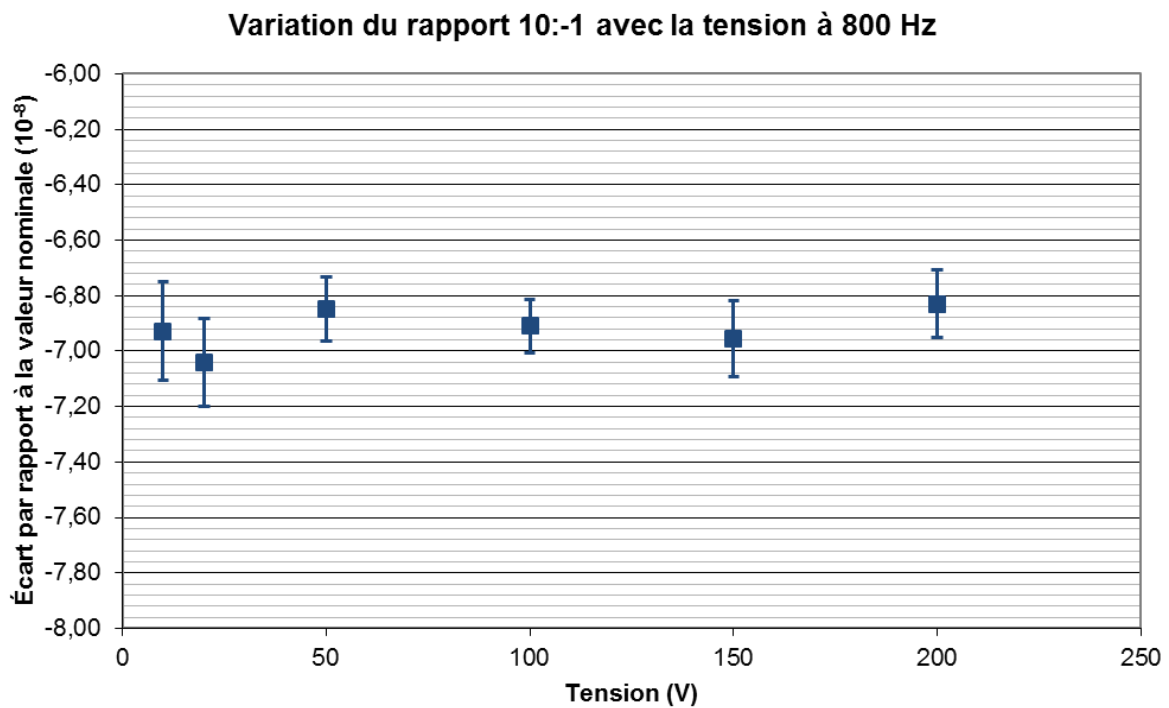


Figure 101 : Variation du rapport 10:-1 avec la tension à 800 Hz : autotransformateur destiné à la chaîne de mesure associée à la détermination de la constante de von Klitzing

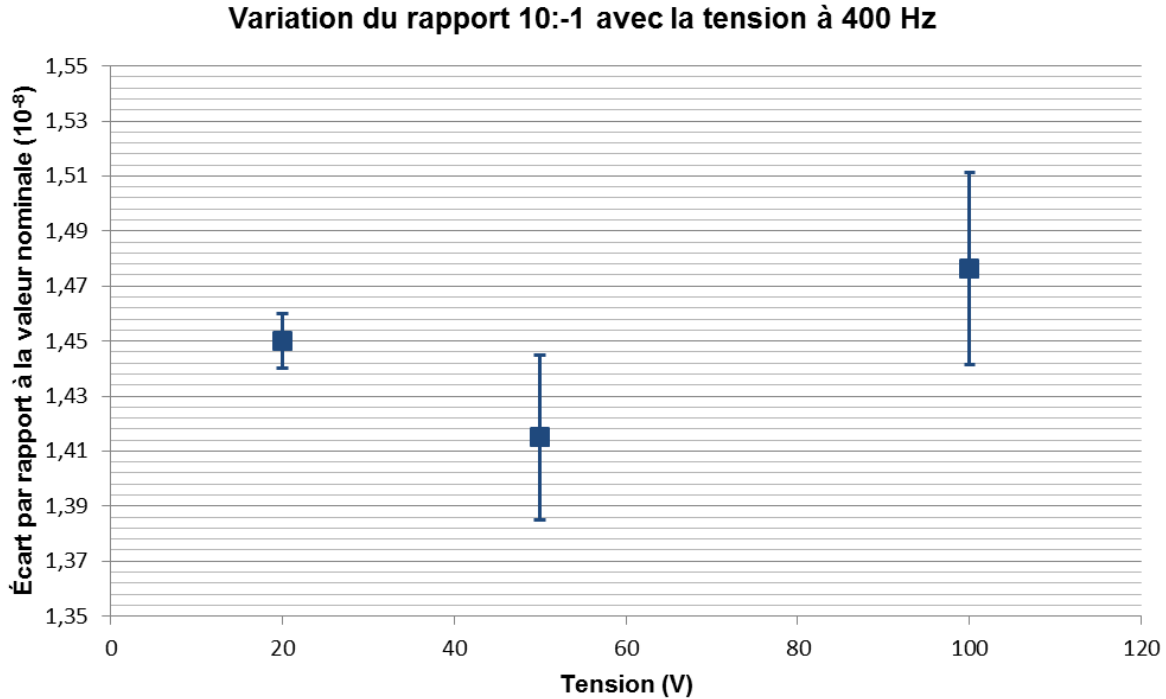


Figure 102 : Variation du rapport 10:-1 avec la tension à 400 Hz : autotransformateur destiné à la chaîne de mesure associée à la détermination de la constante de von Klitzing

Les premières mesures ont été effectuées à la fréquence de 800 Hz et le circuit d'étalonnage optimisé à cette fréquence. Les corrections en rapport 10:-1 ont été mesurées pour plusieurs valeurs de tension. Il n'y a pas de changement significatif observé dans une gamme de tensions comprise entre 10 V et 200 V. La correction moyenne à ajouter au rapport nominal de l'autotransformateur étalon double étage, à la fréquence de 800 Hz, est de $6,92 \cdot 10^{-8}$ (en valeur absolue).

Les mesures ont ensuite été effectuées pour les fréquences de 1600 Hz et 400 Hz et les corrections obtenues sont respectivement de $27,12 \cdot 10^{-8}$ et $1,45 \cdot 10^{-8}$ (en valeurs absolues). La variation en tension à 800 Hz n'étant pas significative, les mesures de variation en tension effectuées aux autres fréquences ont été réalisées pour uniquement trois valeurs de tension. En général, on n'observe pas d'écart supérieur à $2 \cdot 10^{-9}$ entre 10 V et 200 V contre $3 \cdot 10^{-8}$ entre 10 V et 100 V pour l'ancienne génération de transformateurs étalons (utilisés lors de la dernière détermination de R_K au LNE en 2000). Cette amélioration est principalement due à l'ajout d'écrans magnétiques, dans l'étage magnétisant, qui ont permis de canaliser le champ magnétique et donc d'éviter des fuites magnétiques.

La correction a été réduite d'un facteur trois à 1600 Hz (environ $3 \cdot 10^{-7}$ contre $9 \cdot 10^{-7}$ précédemment), en comparaison des anciens transformateurs utilisés pour la dernière détermination de R_K .

La Figure 103 présente la variation en rapport 10:-1 de la correction de l'autotransformateur étalon en fonction de la fréquence pour une valeur de tension de 50 V. La mesure de l'écart à la valeur nominale a également été effectuée à une fréquence supplémentaire de 1233 Hz. Cette fréquence est envisagée lors de la prochaine campagne de

mesures associées à la détermination de la constante de von Klitzing. Elle permettra d'être plus confiant dans le comportement en fréquence de la chaîne de mesure. La correction moyenne à ajouter au rapport nominal de l'autotransformateur étalon double étage, à la fréquence de 1233 Hz, est de $16.76 \cdot 10^{-8}$ (en valeur absolue). Étant donné que la variation en tension n'est pas significative pour les fréquences 1600 Hz, 800 Hz et 400 Hz, elle n'a pas été étudiée à 1233 Hz.

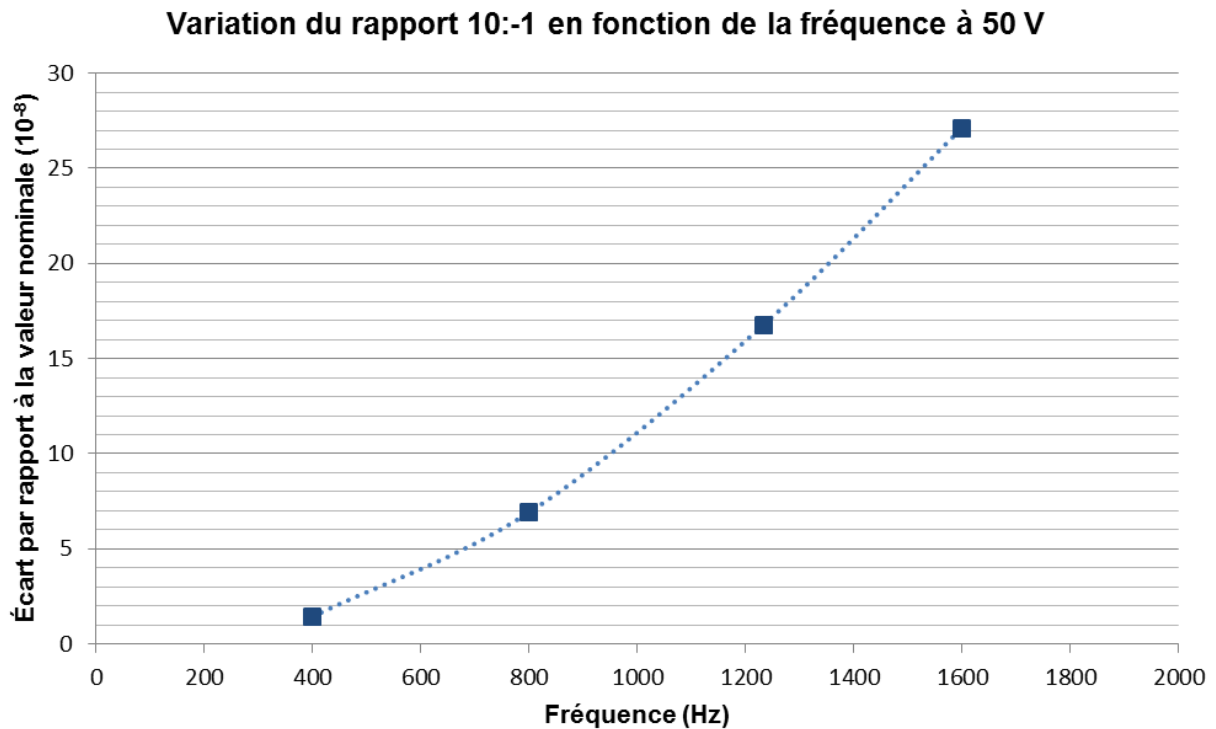


Figure 103 : Variation du rapport 10:-1 en fonction de la fréquence à 50 V : autotransformateur destiné à la chaîne de mesure associée à la détermination de la constante de von Klitzing

Cette figure permet de vérifier que la variation de la correction en fonction de la fréquence est effectivement quadratique comme décrit dans le Chapitre 2 à la section I-3-c.

Par ailleurs, notons que le circuit d'étalonnage ne possède pas de dispositif de compensation des impédances de fuite (Wagner). En effet, le rapport du pont est défini sur le transformateur de garde (cf. Figure 73). Ainsi, l'autotransformateur étalon double étage n'est pas chargé et l'effet des impédances de fuite n'influe pas sur la correction de ce dernier. Cette particularité, combinée à l'utilisation de connecteurs BPO MUSA permettant des connexions/déconnexions rapides des différentes sections de l'autotransformateur étalon, a permis de réduire les risques d'erreur lors de l'étalonnage, et de réduire par deux le temps de mesure.

3. Bilan des différentes composantes d'incertitudes sur la nouvelle génération de transformateurs étalons

Le Tableau 5 résume les contributions des différentes composantes d'incertitudes déterminées dans les paragraphes précédents :

Causes d'incertitudes	Type	Incertitude-type
S_{cd} : Sensibilité de la détection synchrone	A	3.10^{-10}
S_{cf} : Fréquence de la tension d'alimentation	B	6.10^{-15}
S_{cv} : Amplitude de la tension d'alimentation	B	1.10^{-14}
S_i : Dispositif d'injection	B	1.10^{-10}
S_{cc} : Coaxialité	B	$<1.10^{-10}$
S_{co} : Rayonnement sur la boucle de mesure	B	$7,4.10^{-10}$

Tableau 5 : Récapitulatif des différentes causes d'incertitudes en rapport 10:-1

En effectuant la somme quadratique de ces composantes, on obtient une incertitude-type; sur la correction du rapport 10:-1 égale à :

$$S_B(10:-1)=8.10^{-10}$$

L'écart-type maximum (répétabilité des mesures) obtenu sur les mesures de correction en rapport 10:-1 est égal à :

$$S_A(10:-1)=6.10^{-10}$$

Ce qui correspond à une incertitude-type composée en rapport 10:-1, égale à :

$$S(10:-1)=1.10^{-9}$$

L'incertitude sur les mesures des corrections du rapport est donc de 1.10^{-9} entre 400 Hz et 1600 Hz pour des tensions variant de 10 V à 200 V, contre 3.10^{-9} sur la précédente génération d'autotransformateurs étalons.

4. Résultats de la caractérisation des autotransformateurs étalons double étage conçus pour d'autres applications

Les trois autres autotransformateurs étalons également réalisés dans le cadre de cette thèse, dont les caractéristiques sont détaillées dans le paragraphe IV-3 du Chapitre 2 ont également été caractérisés, en rapport 10:-1 avec le circuit d'étalonnage présenté Figure 99. La variation en rapport 10:-1 de la correction de ces autotransformateurs étalons en fonction de la fréquence a été étudiée pour une valeur de tension de 50 V.

- **Autotransformateur étalon RK120 destiné à la chaîne de mesure associée à la détermination de R_K pour des tensions maximales de 120 V :**

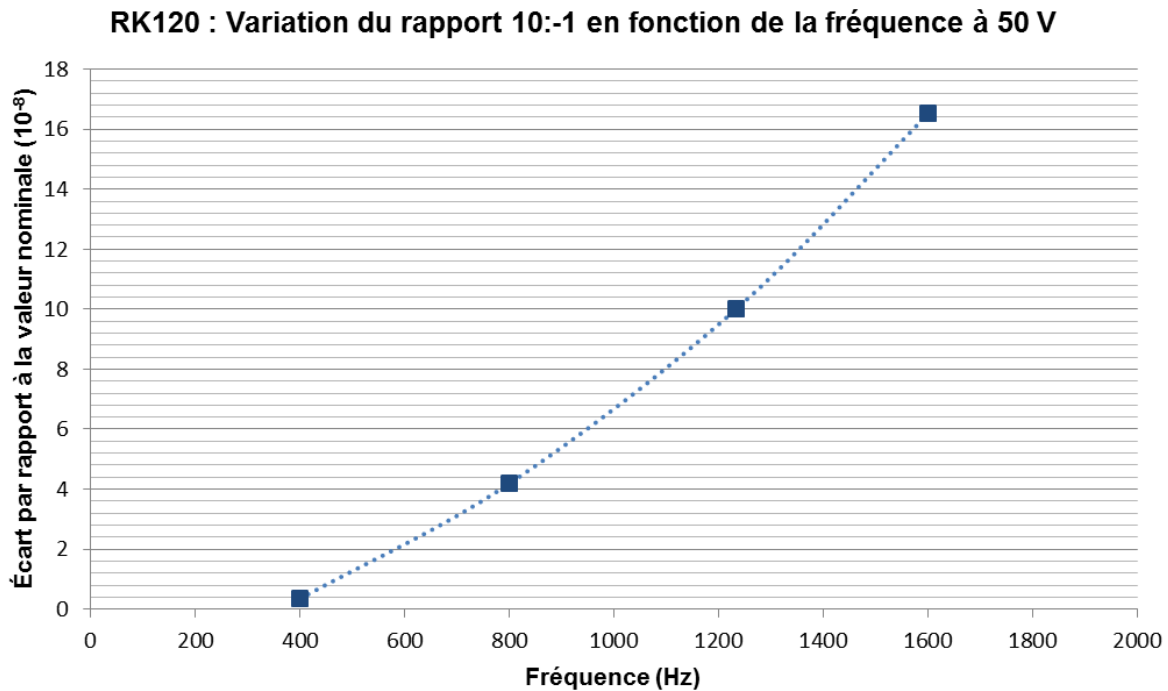


Figure 104 : Variation du rapport 10:-1 en fonction de la fréquence à 50 V pour l'autotransformateur étalon RK120

Dans sa conception, cet autotransformateur étalon (RK120) est plus petit que celui destiné à la détermination de R_K . C'est la raison pour laquelle il présente des corrections plus faibles (réduites d'un facteur quatre à 400 Hz). Il sera également utilisé dans la chaîne de mesure permettant la détermination de la constante de von Klitzing mais pour des valeurs de tension inférieures à 120 V.

- **Autotransformateur étalon AIMBF destiné au projet AIM Qute permettant de travailler à des basses fréquences (de 100 Hz à 400 Hz) :**

Certains éléments employés sur le circuit d'étalonnage (transformateur d'alimentation, diviseurs inductifs) ne permettent pas d'effectuer une caractérisation en basse fréquence du fait de leur limitation en tension. L'autotransformateur étalon AIMBF n'a donc pas pu être complètement caractérisé pour des faibles valeurs de fréquences (inférieures à 400 Hz). Pour une caractérisation de cet appareil, le circuit d'étalonnage nécessite d'être modifié. Cette modification n'a pu être effectuée dans la durée de la thèse. Cependant, la correction moyenne à ajouter au rapport nominal de l'autotransformateur étalon double étage, à la fréquence de 400 Hz, a été mesurée et est de $1.97 \cdot 10^{-8}$ (en valeur absolue). Notons que l'autotransformateur étalon AIMBF a été conçu à l'identique de l'autotransformateur destiné à la détermination de R_K . C'est la raison pour laquelle les valeurs de leur écart à la valeur nominale sont proches à 400 Hz.

- Autotransformateur étalon AIMHF destiné au projet AIM Qute permettant de travailler à des hautes fréquences (de 2,5 kHz à 10 kHz) :

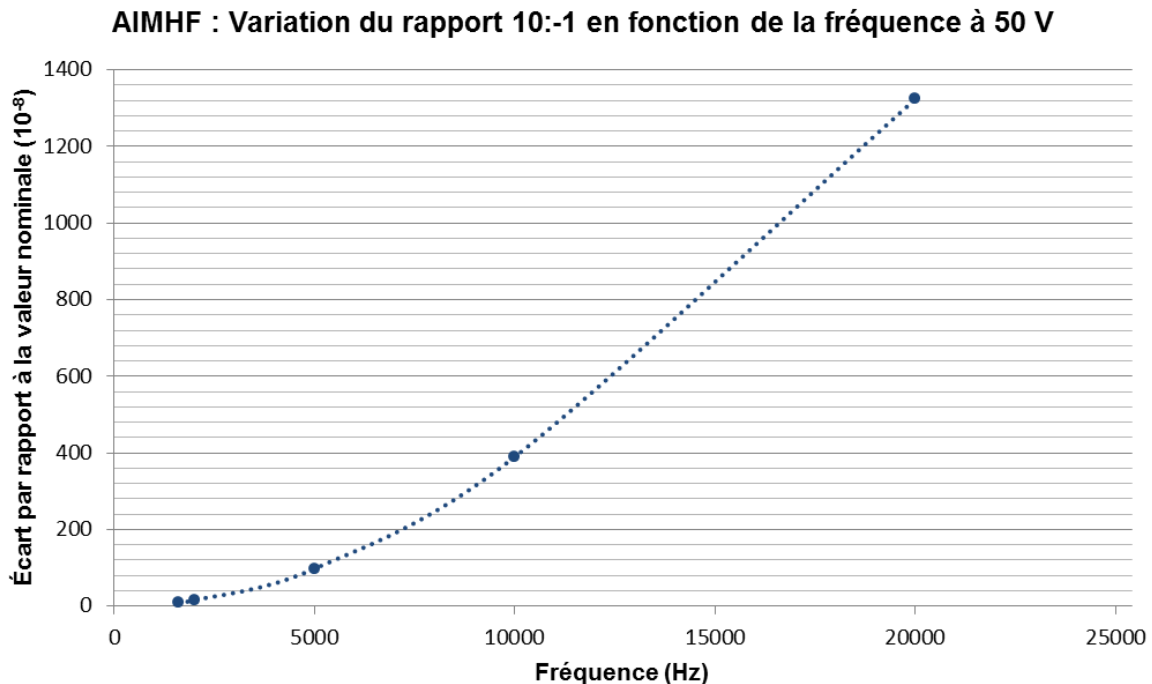


Figure 105 : Variation du rapport 10:-1 en fonction de la fréquence à 50 V pour l'autotransformateur étalon AIMHF

L'écart à la valeur nominale associé à cet autotransformateur étalon (AIMHF), pour une tension de 50 V, a été réduit d'un facteur trois à 1600 Hz en comparaison avec celui destiné à la détermination de R_K . Ceci implique des faibles corrections pour une utilisation dans une gamme de fréquences allant de 2,5 kHz à 10 kHz.

III. *Impact sur le bilan d'incertitudes de la chaîne de détermination de R_K*

L'implémentation de l'autotransformateur étalon double étage (dont les résultats de la caractérisation sont présentés dans le paragraphe II-2 et II-3) dans la chaîne de mesure associée à la détermination de R_K va permettre de réduire la contribution des incertitudes sur les rapports étalons de $15 \cdot 10^{-9}$ à $5 \cdot 10^{-9}$ sur l'incertitude globale (l'autotransformateur étalon étant utilisé cinq fois dans la chaîne de mesure). En effet, une nouvelle composante d'incertitude de $5 \cdot 10^{-9}$ associée au rapport des ponts de comparaison sur le bilan d'incertitudes global (présenté dans le paragraphe IV-6 du Chapitre 1) nous permet de nous aligner sur l'objectif fixé qui est une incertitude globale de $1 \cdot 10^{-8}$ sur la chaîne de mesure associée à la détermination de la constante de von Klitzing.

L'utilisation de cette nouvelle génération d'autotransformateurs étalons permettrait également d'étudier la variation de la capacité des condensateurs étalons avec la tension et celle des résistances de transfert avec la fréquence. Ces éléments étant employés dans la chaîne de mesure associée à la détermination de la constante de von Klitzing. Ainsi, la détermination de la variation de ces éléments à l'aide de la nouvelle génération d'autotransformateurs étalons permettra de réduire les composantes d'incertitudes associées

sur le bilan d'incertitudes global (présenté dans le paragraphe IV-6 du Chapitre 1). Cette détermination sera effectuée lors de la prochaine campagne de mesures associée à la future détermination de R_K . Les méthodes qui seront employées pour déterminer ces effets sont détaillées dans les paragraphes suivants.

1. Variation de la capacité des condensateurs étalons avec la tension

Bien que les condensateurs étalons soient conçus et réalisés avec les précautions nécessaires à leurs fonctions [2][7], leur capacité n'a pas un comportement parfaitement linéaire lorsque l'on fait varier, dans une certaine mesure, la tension qui leur est appliquée. Cette non linéarité est causée, suivant leur type de construction, par le mouvement mécanique des électrodes (sous l'effet de la force exercée par le champ électrique) et/ou par les effets diélectriques entre les armatures du condensateur (issus des gradients de champ sur les bords d'électrodes à couches minces déposées sur des séparateurs diélectriques solides). Les meilleurs condensateurs étalons, généralement utilisés dans des applications métrologiques dont les ponts de comparaison, ont un diélectrique gazeux (azote), solide (silice fondue) ou sont sans diélectrique (vide). Pour ces condensateurs, dont les valeurs de capacité sont typiquement inférieures à 10 000 pF, les variations en tension sont inférieures à $1 \cdot 10^{-6}$ dans l'intervalle 0 V à 100 V.

Dans une démarche métrologique, cette variation doit être estimée et prise en compte. Ce travail peut être effectué avec la méthode décrite en I-2. La valeur de l'étalon devrait être définie comme celle mesurée à une tension appliquée spécifiée ou à celle correspondant à une extrapolation à des valeurs de tension négligeables. En effet, il est impossible de concevoir un condensateur étalon garantissant une faible variation de capacité avec la tension appliquée. Cependant, le coefficient de tension d'un condensateur peut être déterminé en fonction des incréments produits par des augmentations de la tension appliquée ; à condition d'avoir à disposition trois condensateurs de mêmes valeurs nominales ainsi que des ponts de comparaisons à transformateurs définis dans des rapports 2:-1 et 1:-1.

La méthode proposée est celle décrite par Shields [13] et complètement détaillée dans [1]. Elle suppose qu'un transformateur étalon puisse être mesuré avec une exactitude suffisante (de l'ordre de $1 \cdot 10^{-9}$) par l'une des méthodes décrites en I-1 et I-3. Le principe de la méthode est basé sur deux étapes correspondant à deux montages. Un premier montage permet de déterminer la variation moyenne d'un groupe de trois condensateurs, pour deux tensions de mesures (ces deux tensions étant dans un rapport 2:-1) comme illustré Figure 106 ci-dessous. Un deuxième montage permet de déterminer l'écart entre les variations individuelles des trois condensateurs (à l'aide d'un pont de comparaison à transformateur défini en rapport 1:-1) pour ces mêmes tensions de mesures. Ainsi, la connaissance de la variation moyenne du groupe de condensateurs et de l'écart entre leurs variations individuelles permet de déterminer les coefficients de variation de chaque condensateur avec la tension.

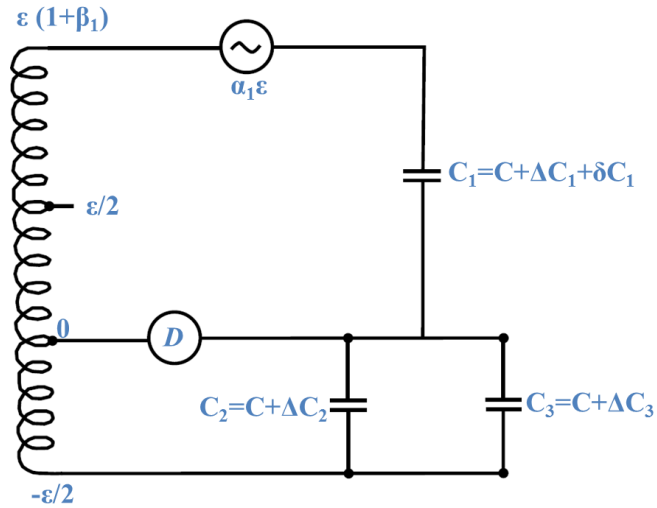


Figure 106 : Permutation de trois condensateurs de mêmes valeurs nominales dans un pont de comparaison défini en rapport 2:-1

β représente l'écart du rapport de transformation par rapport à un rapport 2:-1 parfait. Il peut être mesuré par toutes les méthodes décrites dans la partie I. $\alpha\varepsilon$ représente la petite tension d'injection nécessaire pour réaliser la condition d'équilibre du pont.

Considérons δC_i l'augmentation de la $i^{\text{ème}}$ capacité (i allant de 1 à 3) lorsqu'on fait passer la tension de $\frac{\varepsilon}{2}$ à ε et ΔC_i l'écart par rapport à la valeur nominale C de cette même capacité à $\frac{\varepsilon}{2}$. La valeur de la $i^{\text{ème}}$ capacité pour une tension appliquée $\frac{\varepsilon}{2}$ est donc donnée par la relation suivante :

$$C_i = C + \Delta C_i \quad (29)$$

Ce qui correspond, pour une tension appliquée ε , à :

$$C_i = C + \Delta C_i + \delta C_i \quad (30)$$

La relation d'équilibre peut être écrite comme suit :

$$(1 + \alpha_1 + \beta)(C + \Delta C_1 + \delta C_1) = (C + \Delta C_2 + C + \Delta C_3)/2 \quad (31)$$

En développant et en négligeant les termes d'ordre 2, on obtient :

$$(\alpha_1 + \beta)C + \Delta C_1 + \delta C_1 = (\Delta C_2 + \Delta C_3)/2 \quad (32)$$

Si l'on permute les capacités de manière circulaire et qu'on réalise les équilibres dans les deux autres configurations, on obtient deux autres équations similaires à la relation (32) qui, lorsqu'elles sont combinées avec la première, conduisent à la relation suivante :

$$(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 3\beta)C + (\delta C_1 + \delta C_2 + \delta C_3) = 0 \quad (33)$$

Les condensateurs sont ensuite comparés, à un condensateur de tare (de valeurs de capacité C_D ou C'_D selon la tension d'alimentation), par substitution dans un pont alimenté sous les tensions $\frac{\varepsilon}{2}$ puis, ε comme illustré sur la Figure 107.

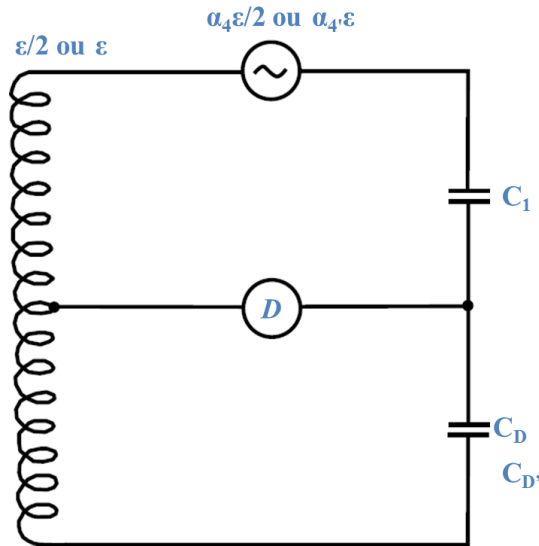


Figure 107 : Principe d'un pont de comparaison de capacités par substitution

Les conditions d'équilibre pour ces deux configurations s'écrivent :

$$(1 + \alpha_4)(C + \Delta C_1) = C_D \quad (34)$$

$$(1 + \alpha'_4)(C + \Delta C_1 + \delta C_1) = C'_D \quad (35)$$

En effectuant la soustraction de l'équation (35) par l'équation (34) et en négligeant les termes d'ordre 2, on obtient :

$$\delta C_1 + C(\alpha'_4 - \alpha_4) = C'_D - C_D \quad (36)$$

Deux autres équations similaires peuvent être établies pour les capacités C_2 et C_3 . On obtient finalement la relation suivante :

$$\delta C_1 = -C[(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + 3\beta) + 2(\alpha'_4 - \alpha_4) - (\alpha'_5 - \alpha_5) - (\alpha'_6 - \alpha_6)]/3 \quad (37)$$

α_5 et α_6 représentent les petites tensions d'injections nécessaires pour réaliser la condition d'équilibre du pont respectivement pour les condensateurs C_2 et C_3 à une tension d'alimentation de $\frac{\varepsilon}{2}$. Lorsqu'on alimente le pont à une tension de ε , on les remplace par les termes α'_5 et α'_6 pour les condensateurs C_2 et C_3 respectivement.

Ainsi, la variation de la valeur d'un condensateur qui résulte de la réduction de moitié de la tension appliquée peut être établie. En effectuant les mêmes mesures à plusieurs reprises après avoir de nouveau réduit la tension de moitié, on peut estimer la loi de variation de la capacité avec la tension, Figure 108.

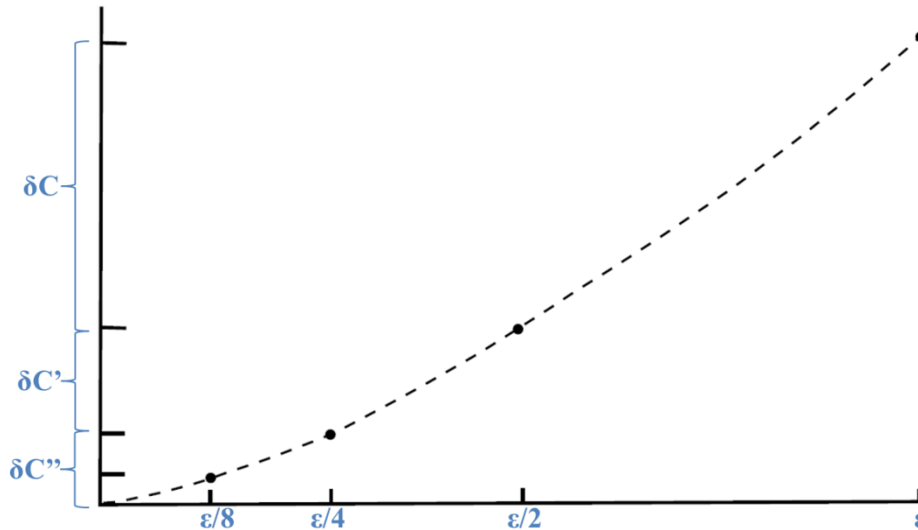


Figure 108 : Variation typique de la valeur d'une capacité en fonction de la tension appliquée [1]

Une fois que la dépendance en tension de la valeur de la plus grande capacité étalon de la chaîne de mesure a été établie (par exemple, de la valeur de la capacité de 10 000 pF dans notre cas), la dépendance de la valeur du condensateur étalon suivant (1000 pF) peut être déduite directement en relatif par rapport à la celle de la première capacité à l'aide d'un pont de comparaison à transformateur défini en rapport 10:-1. La procédure peut être répétée pour établir la dépendance en tension des autres capacités utilisées dans la chaîne de mesure. Il est cependant indispensable que le rapport de transformation utilisé soit étalonné au préalable et que son comportement en fonction de la tension soit également étudié.

2. Variation en fréquence des résistances de transfert

Il existe de nombreuses causes (décrites dans [1]) de variation de la valeur d'une résistance avec la fréquence. En général, il est souhaitable que leurs effets soient minimisés afin d'avoir des résistances de même valeurs en courant alternatif (pour des fréquences allant jusqu'à 10 kHz) que celles qu'elles prennent en courant continu, à l'incertitude de mesure près. Néanmoins, quelles que soient les précautions prises lors de la conception des résistances de transfert, il est indispensable d'étudier leur dépendance en fréquence pour les applications qui nous intéressent ici.

La variation en fréquence des résistances de transfert est obtenue à l'aide d'une comparaison de ces dernières à une résistance calculable coaxiale dans un pont de comparaison coaxial défini en quatre paires de bornes (Figure 109). La résolution du pont peut atteindre quelques 10^{-9} jusqu'à des fréquences de quelques kHz.

Une résistance calculable est un étalon de résistance dont les caractéristiques (module et constante de temps) en fonction de la fréquence sont calculables. L'évolution de sa valeur en

fonction de la fréquence est calculée à partir de la résolution des relations fondamentales de l'électromagnétisme (équations de Maxwell). Il existe plusieurs types d'étalons calculables de résistance correspondant à des concepts et des technologies différents [2][14]. La résistance calculable coaxiale utilisée dans cette expérience est de type Haddad [15][16].

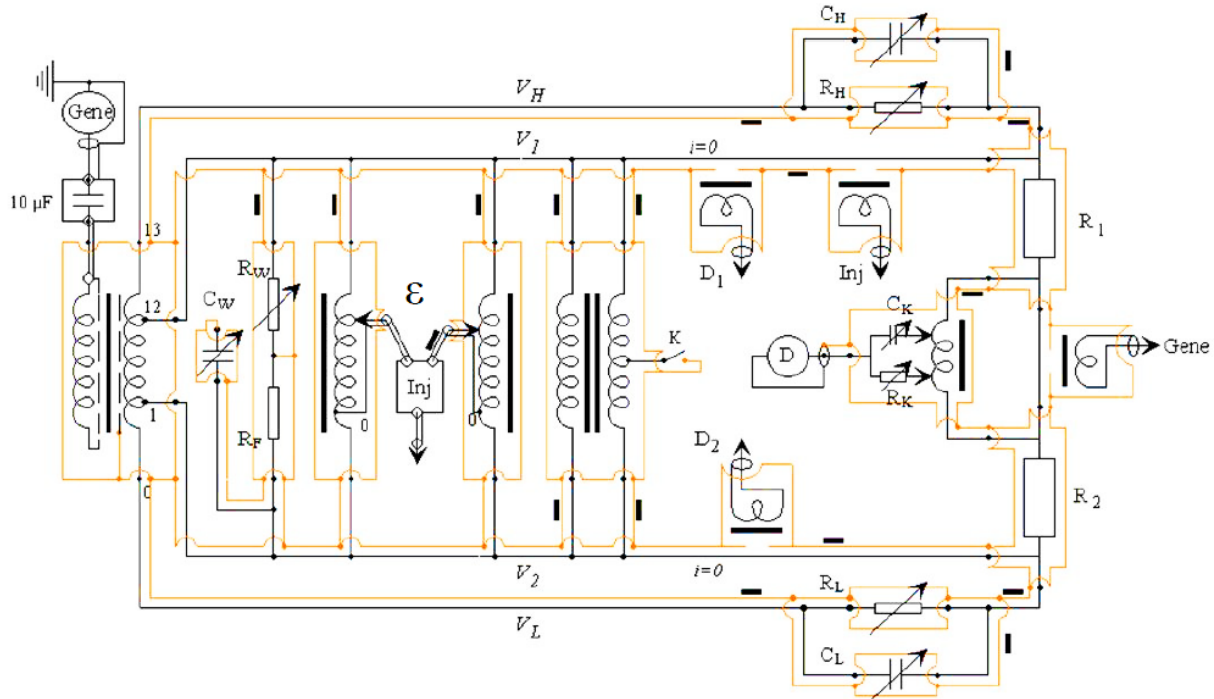


Figure 109 : Schéma électrique du pont de comparaison coaxial à quatre paires de bornes du LNE [14]

Les résistances de transfert sont donc comparées par l'intermédiaire de leur rapport $\frac{R_1}{R_2}$. Celui-ci est établi à partir des rapports d'enroulements du transformateur étalon, et de la tension d'injection ε . La tension d'alimentation et les rapports d'enroulements déterminent les potentiels métrologiques haut et bas (V_1 et V_2). Lorsque la condition d'équilibre est remplie ($V_D = 0$), le montage de la Figure 109 conduit à la relation suivante :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{V_1 + \varepsilon}{-V_2} = \frac{V_1}{-V_2} \left(1 + \frac{\varepsilon}{V_1} \right) \quad (38)$$

Des résistances calculables coaxiales et résistances de transfert ont été conçues et caractérisées [17] pour être utilisées dans la chaîne de mesure permettant la détermination de R_K . En pratique, une résistance calculable coaxiale de type Haddad (ici de valeur nominale 1 k Ω) est comparée à la résistance de transfert de 10 k Ω à l'aide d'un pont de comparaison coaxial en quatre paires de bornes défini en rapport 10:-1. Le pont est ensuite défini en rapport 1:-1 pour comparer la résistance de 10 k Ω à une paire de résistances (de valeurs nominales 20 k Ω) en parallèle. Puis, toujours dans un rapport 1:-1, les résistances de 20 k Ω sont comparées entre elles. Une paire de résistances (de valeurs nominales 40 k Ω) en parallèle est ensuite comparée aux résistances de 20 k Ω dans le même rapport.

Conclusion partielle Chapitre 3

Les principales méthodes permettant de déterminer l'erreur sur la valeur nominale du rapport d'un transformateur étalon sont présentées dans la première partie de ce chapitre. Ensuite, la méthode retenue pour la caractérisation des autotransformateurs étalons double étage conçus (présentés dans le Chapitre 2) et sa mise en œuvre au LNE dans le cadre de cette thèse est développée. Les résultats obtenus sur l'étalonnage de ces autotransformateurs sont présentés ainsi qu'un bilan des incertitudes obtenues sur cette caractérisation. Dans la dernière partie, l'impact attendu de l'utilisation de cette nouvelle génération d'autotransformateurs étalons double étage sur la future détermination de la constante de von Klitzing R_K au LNE est détaillé.

Bibliographie Chapitre 3

- [1]. B.P. Kibble, G.H. Rayner, Coaxial AC Bridges, *Ed. A. E. Bailey*, 1984
- [2]. S. Awan, B.P. Kibble and J. Schurr, Coaxial Electrical Circuits for Interference-Free Measurements, *IET*, 2011
- [3]. K. Grohmann, A step-up method for calibrating inductive voltage dividers up to 1 MHz, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol.25, N°4, p.572, December 1976
- [4]. O. Thevenot, *Etalonnage de transformateurs étalons*, mémoire d'ingénieur CNAM, 2003
- [5]. R.D. Cutkosky, J.Q. Shields, The precision measurement of transformer ratios, *IRE Trans. Instrum.*, I-9:243-50, 1960
- [6]. http://www.lne.fr/publications/actes_12e_congres_metrologie/fabrication_etalonnage_transformateurs_etalons.pdf
- [7]. L. Callegaro, Electrical Impedance : Principles, Measurement, and Applications, *CRC Press Taylor & Francis Group*, 2013
- [8]. T. Laforest, *Fabrication de transformateurs étalons*, mémoire d'ingénieur ISTY, 2010
- [9]. http://tmi.yokogawa.com/files/uploaded/fg200spec_1.pdf
- [10]. D. Bélières, Rapport d'étude, mode d'emploi et procédure de calibrage , *Amplification d'injection des signaux de déséquilibre sur les ponts de comparaison d'impédance en basse fréquence*, LNE, Novembre 2009
- [11]. <http://www.thinksrs.com/downloads/PDFs/Manuals/SR830m.pdf>
- [12]. <http://www.signalrecovery.com/our-products/preamplifiers/5113.aspx>
- [13]. J.Q. Shields, Voltage dependence of precision air capacitors, *J. Res. NBS*, 69c:265-74, 1965
- [14]. A. Morilhat, *Synthèse de couches minces résistives par pulvérisation cathodique magnétron pour l'élaboration de résistances étalons calculables en courant alternatif*, PhD thesis, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard, 2011
- [15]. R.J. Haddad, *A resistor calculable from DC to $\omega=10^5$ rad.s⁻¹*, Thesis Master of sciences in electrical metrology, George Washington University, 1969
- [16]. A. Caizergues, R. Soucek, Rapport LCIE N°1149, *Caractérisation des résistances aux fréquences supérieures à 20 kHz*, 1990
- [17]. C. Consejo, O. Thévenot, L. Lahousse, F. Piquemal, J.M. David, Improvement of the measurement chain for the determination of the von Klitzing constant R_K , *IEE Trans. Instrum. Meas.*, 58, 4, 902-907, 2009

Chapitre 4 : Exploration de nouveaux ponts de comparaison automatiques

En dehors du contexte de la détermination de la constante de von Klitzing R_K des études exploratoires ont également été menées dans le cadre de cette thèse sur la possible automatisation partielle ou complète des ponts de comparaison d'impédances actuellement utilisés au LNE pour la réalisation et la dissémination du farad. L'objectif était de dégager des pistes de mise en œuvre de ponts automatiques ou semi-automatiques permettant d'atteindre un faible niveau d'incertitude, typiquement de l'ordre de 10^{-7} ou mieux, et pouvant être utilisés par un opérateur non spécialiste des ponts coaxiaux.

La semi-automatisation consiste à utiliser les qualités du transformateur étalon pour la réalisation du rapport mais à utiliser des méthodes de conversion numérique-analogique ou analogique-numérique pour la réalisation des fonctions de détection et compensation de manière automatique. L'équilibre principal du pont reste manuel et est effectué à l'aide de diviseurs inductifs et d'un boîtier d'injection.

L'automatisation consiste à remplacer également ce dispositif manuel d'équilibrage du pont par des convertisseurs analogique-numérique ainsi que le transformateur étalon par deux générateurs établissant un rapport de tensions.

I. Approche des ponts de comparaison automatiques

1. Vers l'automatisation des ponts de comparaison

Les ponts de comparaison coaxiaux à transformateurs (section III du Chapitre 1) permettent, lorsque toutes les conditions de définition sont réunies [1], d'atteindre la meilleure exactitude possible pour la mesure des rapports d'impédances dans la plage de fréquence audio. Ils sont largement utilisés par les instituts nationaux de métrologie pour la réalisation des unités électriques de résistance et de capacité dans le système international d'unités (SI).

Ces ponts permettent d'atteindre des incertitudes de l'ordre de quelques 10^{-9} mais leur utilisation est limitée aux rapports et aux fréquences pour lesquels le transformateur étalon a été caractérisé. L'étalonnage du transformateur étant très consommateur de temps, on limite très souvent l'utilisation du pont à un ou quelques rapports et une gamme restreinte de fréquences.

Par ailleurs, la configuration du pont varie suivant que l'on mesure une résistance, une capacité ou une inductance et plusieurs ponts sont généralement nécessaires.

Les ponts sans transformateur et utilisant deux sources de tension ajustable en phase et en quadrature pour générer le rapport de référence ont été étudiés par plusieurs groupes depuis le début des années 1980 [2][3][4][5]. L'idée de départ est de pouvoir disposer de ponts permettant de comparer des rapports d'impédances de valeurs quelconques dans une large gamme de fréquence. Cette solution offre également la possibilité d'effectuer une comparaison directe R-C et R-L, contrairement aux ponts de quadrature (Section IV du

Chapitre 1) ou de Maxwell-Wien [6] qui sont basés sur les comparaisons des produits RC et RL, respectivement. La Figure 110 illustre l'apport d'une telle solution.

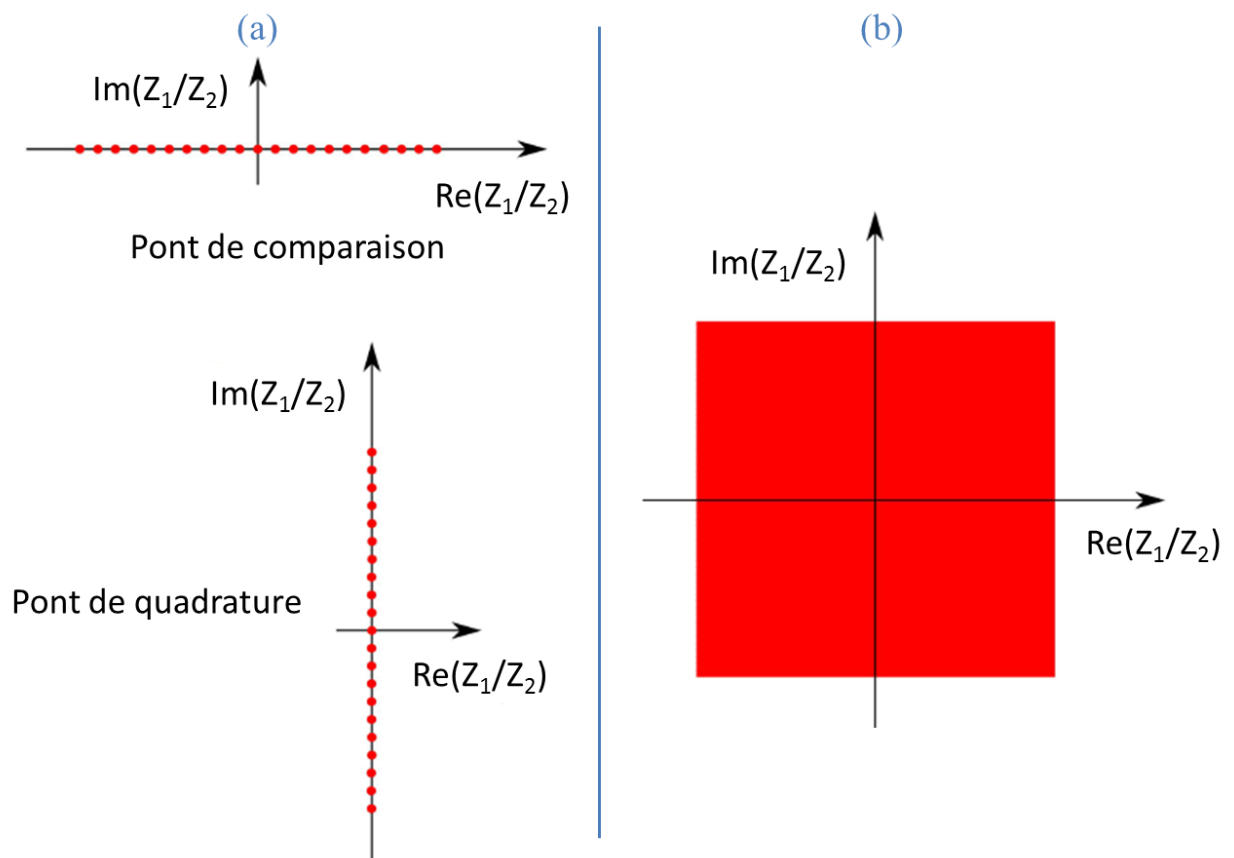


Figure 110 : Parallèle des possibilités offertes dans le domaine des impédances entre : (a) les ponts de comparaisons coaxiaux à transformateurs et (b) les ponts digitaux [7]

2. Vers le numérique

Comme dans de nombreux autres domaines de mesure et de test, l'usage de l'électronique à signaux mixtes⁹ est de plus en plus fréquent dans les systèmes de mesure d'impédances. L'électronique à signaux mixtes permet l'interfaçage entre la partie analogique qui assure les fonctions d'excitation, de détection et d'injection des tensions/courants sur l'impédance à mesurer, et l'unité de traitement numérique du signal qui commande l'ensemble et en facilite l'automatisation.

Par ailleurs, le recours au numérique permet un stockage aisé de l'information, une excellente reproductibilité des traitements, la possibilité de développer relativement aisément des fonctionnalités complexes, etc.

⁹ On parle d'électronique mixte lorsque l'on est en présence d'un système dans lequel coexistent les signaux numériques et analogiques. Les modules spécifiques à cette discipline sont le convertisseur analogique-numérique (CAN) et le convertisseur numérique-analogique (CNA). Ils permettent de transformer un signal analogique en signal numérique et vice versa, réalisant ainsi une interface entre des fonctions purement analogiques et purement numériques.

L'interface permettant l'échange d'informations entre la partie analogique d'un dispositif et la fonction de traitement numérique de celui-ci est constituée de convertisseurs analogique – numérique (CAN) et numérique – analogique (CNA) [8][7] dont les caractéristiques [10] sont détaillées en ANNEXE C. La suite de cette section consiste à détailler la synthèse numérique directe qui est une méthode présentant un intérêt pour l'automatisation des ponts de comparaison d'impédances.

Synthèse numérique directe

La synthèse numérique directe (DDS pour Direct Digital Synthesis) est une technique qui permet d'employer des blocs de traitement de données numériques et les CNA comme un moyen de générer un ou plusieurs signaux de sortie périodiques dont la fréquence et la phase sont ajustables.

La Figure 111 illustre la mise en œuvre d'un synthétiseur numérique direct dans sa forme la plus simple. Il fonctionne sur le principe de la création d'un signal à partir d'échantillons en faisant varier leur nombre à une vitesse constante.

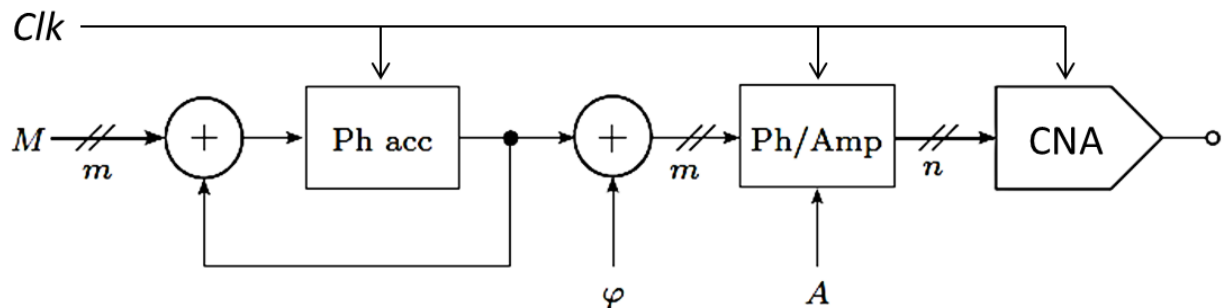


Figure 111 : Illustration d'un système DDS simple. M représente la fréquence, φ la phase, A l'amplitude, Ph acc un accumulateur de phase à m bits, Ph/Amp un convertisseur phase/amplitude de m à n bits, Clk une horloge numérique

Un système DDS est constitué d'un accumulateur de phase, d'un convertisseur phase/amplitude et d'un CNA. L'accumulateur de phase est réalisé à partir d'un additionneur et d'un registre de mémorisation. Sa sortie (valeur numérique codée sur m bits) représente la phase instantanée du signal à synthétiser tel que : $[0;2\pi] \rightarrow [0;2^m]$. À chaque période d'horloge (f_{Clk}), le mot de contrôle de la fréquence (M) est ajouté à la valeur précédemment stockée dans le registre de phase. Il représente l'incrément de phase entre deux points successifs du signal de sortie. La continuité de la phase d'une période par rapport à la suivante est obtenue automatiquement par le comptage cyclique de l'accumulateur de phase. Le contenu de l'accumulateur de phase est décalé par un changement de phase programmable par l'utilisateur, et envoyé ensuite à un convertisseur phase/amplitude qui aura pour rôle de convertir la phase d'entrée à m bits en une amplitude de sortie de n bits ($n \leq m$). La conversion, qui pourrait également accepter un signal de commande d'amplitude, peut être réalisée par un algorithme de calcul de fonction en temps réel, ou à l'aide d'une table de consultation stockée en mémoire. Le signal d'amplitude est ensuite envoyé à un CNA (éventuellement par l'intermédiaire d'une mémoire tampon) dont la sortie est disponible pour le conditionnement du signal.

Avant d'entrer dans l'étape de conditionnement du signal (qui inclut habituellement le filtrage), la sortie DDS est une approximation d'une fonction en escalier périodique, ayant une fréquence f_{OUT} donnée par la relation (1).

$$f_{OUT} = \frac{2^m}{M} f_{CLK} \quad (1)$$

Chaque approximation d'une période est une forme d'onde en escalier, donnée par $\frac{2^m}{M}$ étapes¹⁰ choisies sur 2^n niveaux d'amplitude possibles.

Si l'application nécessite plus d'une sortie, l'accumulateur de phase peut être traité en parallèle par plusieurs canaux comme illustré sur la Figure 112. Dans le générateur polyphasé résultant, les sorties sont verrouillées en fréquence et la relation de phase est bien définie.

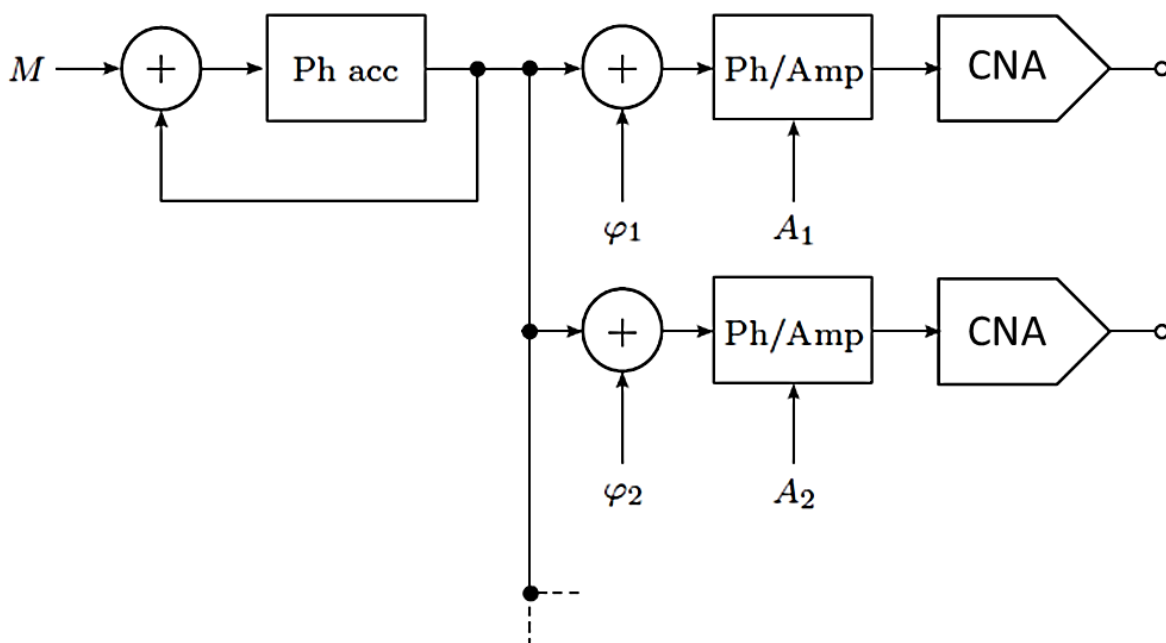


Figure 112 : Extension du principe de la DDS à un générateur polyphasé commandé par des signaux d'amplitudes A_1, A_2, \dots et des signaux de phases $\varphi_1, \varphi_2, \dots$

Une application typique de la DDS est la génération d'ondes sinusoïdales. Les principaux avantages présentés par la DDS au regard de l'automatisation des ponts de comparaison d'impédances sont :

- contrôle entièrement numérique des signaux analogiques de sortie,
- haute précision de f_{OUT} , qui est strictement lié à la précision de f_{CLK} ,
- haute résolution de f_{OUT} (souvent jusqu'au niveau du μHz , en fonction de la longueur des mots numériques de la phase m),
- pour les systèmes DDS à plusieurs sorties, une haute résolution de l'amplitude et des relations de phase entre les canaux bien définies.

¹⁰ En général, le terme $\frac{2^m}{M}$ n'est pas un entier. Par conséquent, les approximations sont différentes d'une période à une autre. f_{OUT} est la fréquence de répétition de la forme d'onde d'origine ; la fréquence de répétition de la séquence d'approximation particulière peut être beaucoup plus petite.

Des informations plus détaillées sur la DDS et sa mise en œuvre sont accessibles en [7][10].

II. Ponts de comparaison d'impédances numériques

1. Principe d'un pont de comparaison d'impédances numérique

Les ponts de comparaison d'impédances numériques utilisent des sources de signaux numériques pour établir un rapport de référence ajustable en amplitude et angle de phase et permettre ainsi la comparaison d'impédances présentant des rapports complexes quelconques, Figure 113. Ils peuvent travailler dans une large gamme de fréquences et ainsi être entièrement automatisés.

Les sorties d'un générateur DDS polyphasé sont généralement utilisées dans ces ponts numériques.

Un exemple simple de pont de comparaison fournissant un rapport de tensions avec un générateur à deux phases est illustré sur la Figure 113. Un tel pont permet de comparer des impédances définies en deux bornes (section III du Chapitre 1) et ayant des relations d'amplitude et de phase arbitraires.

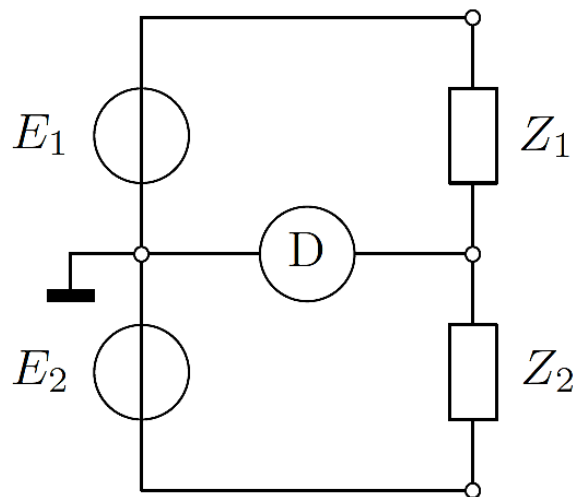


Figure 113 : Pont de comparaison d'impédances (Z_1 et Z_2 définies en deux bornes) avec un générateur DDS polyphasé à deux sorties E_1 et E_2

D'autres ponts de comparaison complexes peuvent nécessiter des générateurs comportant plus de deux phases pour réaliser des équilibres auxiliaires. Des exemples sont illustrés en Figure 114 qui présente un pont de comparaison défini en quatre bornes tiré de [11], et en Figure 115 qui présente un pont de comparaison d'impédances définies en quatre paires de bornes [7].

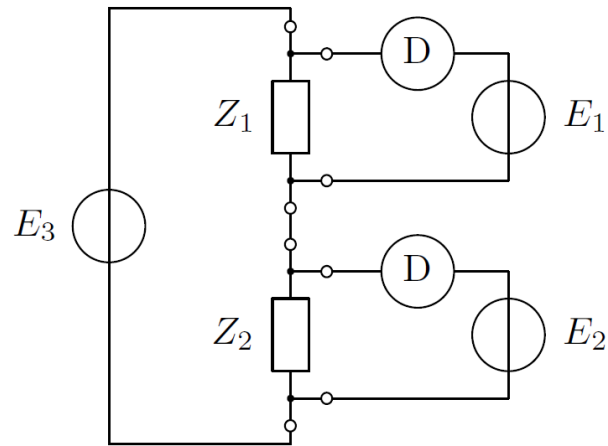


Figure 114 : Pont de comparaison d'impédances (Z_1 et Z_2 définies en quatre bornes) avec un générateur DDS polyphasé à trois sorties (E_1 , E_2 et E_3) [11]

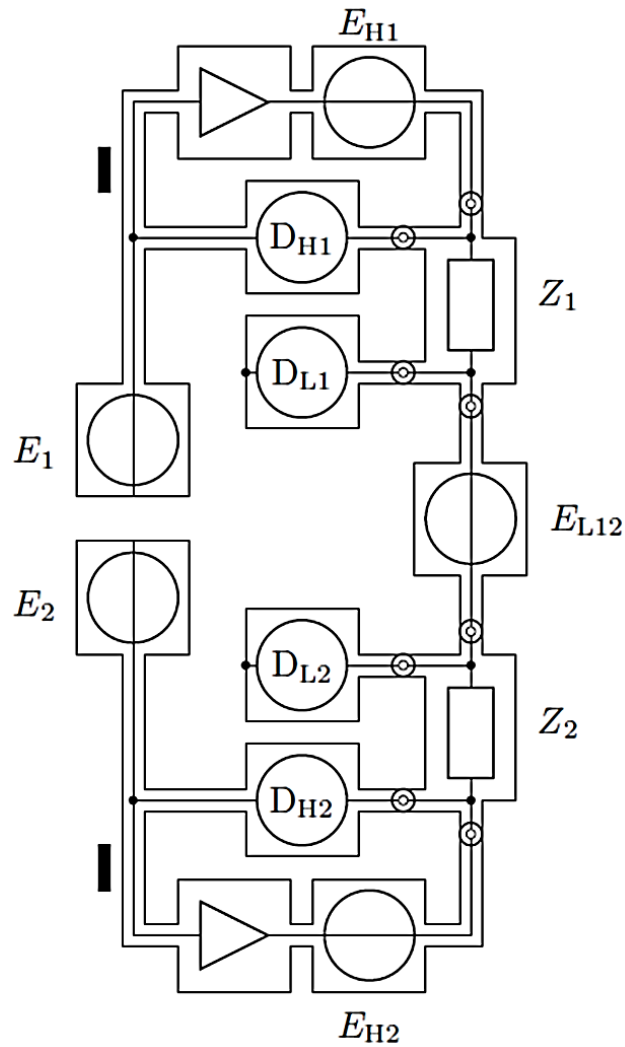


Figure 115 : Pont de comparaison d'impédances (Z_1 et Z_2 définies en quatre paires de bornes) avec un générateur DDS polyphasé à plusieurs sorties [7]

Le pont illustré sur la Figure 115 compare deux impédances Z_1 et Z_2 définies en quatre paires de bornes. E_1 et E_2 représentent les tensions de référence pour lesquelles la relation (2) s'applique.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (2)$$

Un amplificateur tampon¹¹ sur chacun des points hauts des condensateurs comparés (Z_1 et Z_2) permet d'obtenir la condition de courant nul dans les prises de potentiel correspondantes. Les tensions de correction E_{H1} et E_{H2} sont contrôlées par les détecteurs D_{H1} et D_{H2} , respectivement. Les détecteurs D_{L1} et D_{L2} contrôlent le rapport de référence E_1/E_2 et le bras de Kelvin (E_{L12}).

2. Mise en œuvre d'un pont de comparaison automatique en deux paires de bornes

Un pont de comparaison automatique a été mis en œuvre dans le cadre de cette thèse afin de comparer deux impédances définies en deux paires de bornes et établir le bilan d'incertitude associé. La mise en œuvre de ce pont doit permettre de passer d'une configuration de mesure manuelle vue précédemment (Figure 116) à une configuration de mesure automatique représentée Figure 117.

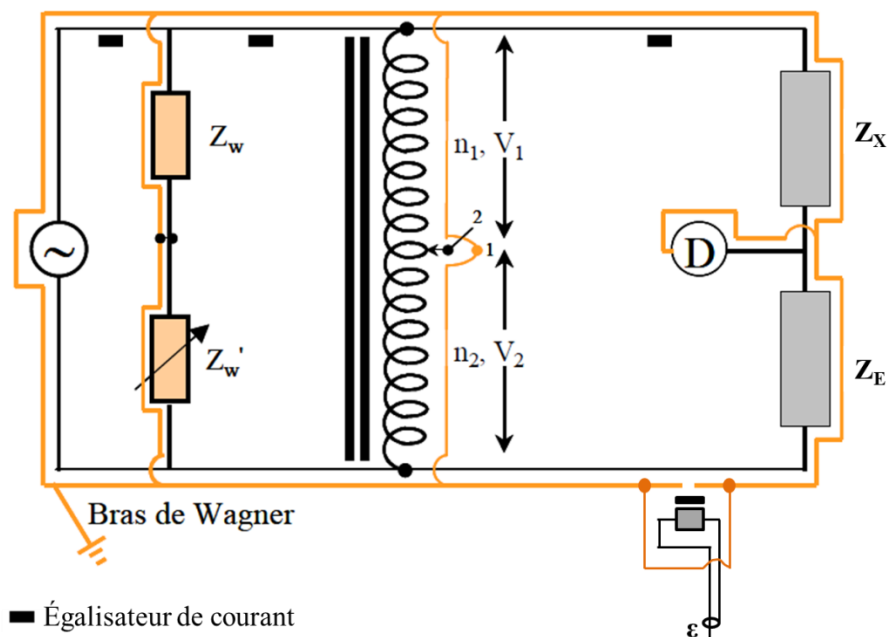


Figure 116 : Principe d'un pont de comparaison d'impédances à transformateur défini en deux paires de bornes (section III du Chapitre 1)

¹¹ Un amplificateur tampon ou suiveur est un circuit électronique destiné à isoler deux parties de circuit, de telle sorte qu'une modification des caractéristiques électriques de l'une n'affecte pas l'autre. Un tampon préserve la forme du signal et réalise l'adaptation d'impédance entre les circuits.

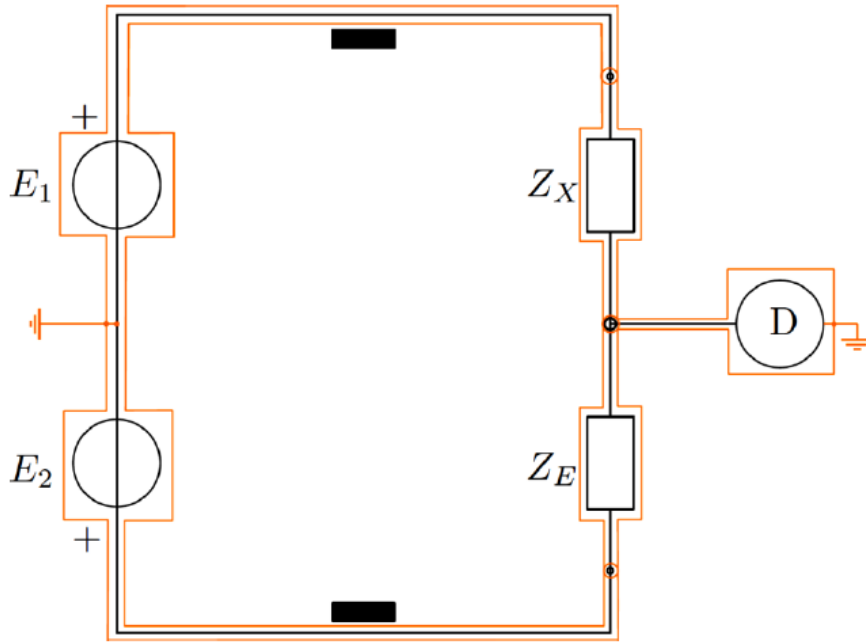


Figure 117 : Principe d'un pont de comparaison automatique défini en deux paires de bornes

La sortie analogique E_1 de la source alimente l'impédance Z_X et la sortie analogique E_2 , l'impédance Z_E . Z_X et Z_E sont en série et le détecteur de zéro D détecte la tension commune aux points bas de Z_X et Z_E . Des égalisateurs de courant sont insérés dans chaque maille du circuit afin de rendre le pont insensible aux interférences électromagnétiques. La condition d'équilibre du pont (tension nulle affichée par le détecteur D) est obtenue en ajustant l'amplitude et la phase de l'un des deux canaux de sortie (E_1 ou E_2).

À l'équilibre,

$$E_1 Y_X + E_2 Y_E = 0 \quad (3)$$

Y_X ($1/Z_X$) et Y_E ($1/Z_E$) sont les admittances des impédances Z_X et Z_E , respectivement.

La relation d'équilibre (3) implique que le rapport d'impédances complexe $W=Z_X/Z_E$ est donné par :

$$W = \frac{Z_X}{Z_E} = -\frac{E_1}{E_2} \quad (4)$$

Les tensions E_1 et E_2 représentent les lectures du pont à l'équilibre.

La photographie de la Figure 118 présente le pont mis en œuvre.



Figure 118 : Photographie du pont de comparaison automatique présentant les impédances en comparaison Z_X et Z_E (définies en deux paires de bornes), la source S alimentée par des alimentations P (Agilent E3620A et TTI EL302D), le détecteur D (SR modèle 7265), les égalisateurs de courant E, l'alimentation pour la référence de tension Ref (Fluke 5440A), ainsi que la source d'horloge de 10 MHz C (SRS modèle DS345).

Les éléments utilisés dans cette réalisation sont :

a) Source

La source employée (Figure 119) est un générateur de signaux de précision à deux voies développée pour des applications métrologiques (< 20 kHz) par le MIKES [12] et commercialisée par la société Aivon sous l'appellation Aivon Oy DualDAC™. Elle constitue l'élément de référence du système et est constituée d'une unité de commande numérique et d'une unité de conversion analogique. Ces deux unités sont isolées optiquement et sont alimentées séparément.

Les performances de cette source sont présentées dans la référence [13]. À 1 kHz, le rapport d'amplitude a une stabilité de l'ordre du 10^{-8} pour trente minutes de mesure et la différence de phase entre les deux voies présente une stabilité meilleure que 0,1 μ rad (cette valeur ne rentre pas en compte dans le calcul de l'erreur du rapport à mesurer mais est importante pour la définition du rapport en fonction des impédances en comparaison).



Figure 119 : Générateur de signaux Aivon Oy DualDAC™

Les codes de calcul définissant les formes d'ondes sont exécutés à l'aide d'un ordinateur de contrôle et leurs images numériques transférées vers la mémoire de l'unité de commande par l'intermédiaire d'une interface GPIB¹² (General Purpose Interface Bus). Les codes numériques sont convertis en signaux analogiques à l'aide de deux CNA synchrones de 16 bits et à entrées parallèles (représentés par DAC sur la Figure 120). Une fois que les codes ont été transférés, la source fonctionne de manière autonome, sans interruption de l'ordinateur. Les CNA des deux canaux de sortie partagent une tension de référence commune permettant un ajustement précis de l'amplitude et un rapport stable. La Figure 120 présente un schéma simplifié du générateur employé.

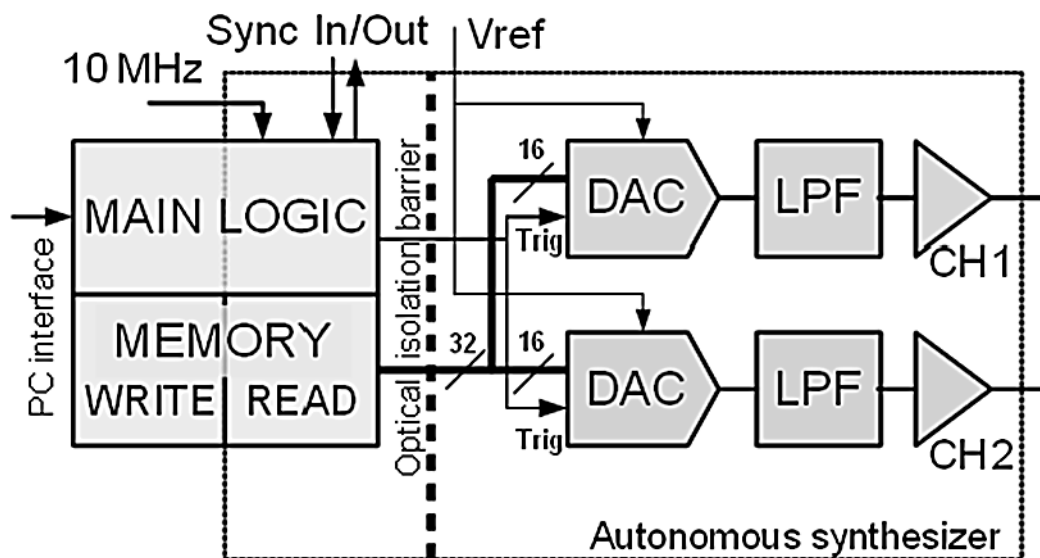


Figure 120 : Schéma simplifié du générateur de signaux de précision à deux voies de sortie. Les deux canaux analogiques (CH1 et CH2) partagent une tension de référence commune. Des connexions optiques transmettent les signaux de synchronisation [13]

¹² Le GPIB est une norme publiée par l'IEEE (Institute of Electrical and Electronic Engineers) sous la référence ANSI/IEEE Standard 488. Elle définit les spécifications électriques, mécaniques, fonctionnelles et logicielles pour interfacier les instruments programmables aux ordinateurs.

Unité de commande numérique :

Un microcontrôleur gère l'interface GPIB et l'échange interne de données entre la mémoire et l'unité de conversion analogique. Des connexions optiques sont prévues pour la synchronisation avec une horloge externe de 10 MHz, et pour des signaux de synchronisation avec d'autres appareils. Il y a deux banques de mémoire pour le stockage des codes de forme d'onde. Pendant que l'une des banques est lue pour la conversion numérique/analogique, un nouveau code numérique d'onde sinusoïdale peut être chargé dans l'autre. La commutation entre les banques de mémoire peut être programmée pour n'importe quel emplacement de mémoire permettant ainsi des changements continus de formes d'ondes. La Figure 121 présente l'unité de commande numérique du générateur de signaux Aivon Oy DualDAC™.



Figure 121 : Unité de commande numérique du générateur de signaux Aivon Oy DualDAC™

Unité de conversion analogique :

Les lignes véhiculant les données numériques sont optiquement isolées des circuits comportant les CNA afin de pouvoir disposer de sorties flottantes par rapport au potentiel de masse de la carte numérique. La tension de référence qui est commune aux deux voies provient d'une source externe. La tension maximale de sortie est de 4 V. Les harmoniques de la fréquence d'échantillonnage sont atténuées par des filtres passifs passe-bas de second ordre (représentés par LPF sur la Figure 120). Ces filtres sont assemblés à partir de composants ayant de très faibles coefficients de température. La réponse du filtre a été optimisée pour un taux d'échantillonnage de 5 Méch./s.



Figure 122 : Unité de conversion analogique du générateur de signaux Aivon Oy DualDAC™

b) Détection

L'appareil utilisé pour détecter l'équilibre des tensions est une détection synchrone modèle 7265 de SIGNAL RECOVERY. Son principe de fonctionnement [14] est le même que celui de la détection synchrone modèle SR 830 DSP de STANFORD RESEARCH (section II du chapitre 3). La Figure 123 présente sa face avant.



Figure 123 : Face avant de la détection synchrone modèle 7265 de SIGNAL RECOVERY

Elle permet de détecter un signal de tension de très faible amplitude (quelques nanovolts) auquel se superpose un bruit large bande d'amplitude cent à mille fois plus élevé. Il est toutefois nécessaire de réduire au maximum le bruit à la fréquence de référence nécessitant en particulier l'ajout d'égalisateurs de courant (section III du chapitre 1).

c) Programme de contrôle

Le programme de commande du pont ajuste les tensions de sortie de la source S et lit le détecteur D via des interfaces GPIB (Figure 124 et Figure 125). Il est développé dans le cadre de la thèse sous l'environnement LabVIEW et représente un temps conséquent d'implémentation dans la durée de la thèse.

Au démarrage, l'utilisateur doit régler le taux d'échantillonnage de la source et le nombre d'échantillons par période d'onde sinusoïdale. Il peut ensuite définir les amplitudes (par rapport à la pleine échelle définie par la tension de référence appliquée au CNA) et les phases initiales des deux voies de sortie (Figure 125). L'équilibre du pont peut être réalisé soit en ajustant manuellement les paramètres d'une des deux voies ou, plus aisément, en invoquant une routine d'équilibrage automatique (bouton "Auto Zero" sur Figure 124). Cette routine, décrite en détail dans [15], fonctionne de manière itérative : après avoir lu la détection D, les paramètres d'une des deux voies sont recalculés au moyen d'un algorithme de recherche de zéro (ou racine) basé sur la méthode de la sécante. Chaque itération a une durée qui dépend principalement de la constante de temps du détecteur, mais d'autres retards sont introduits lorsque le détecteur effectue un ajustement automatique de la portée. Les paramètres de la détection sont réglés à l'initialisation du programme (comme illustré sur la Figure 124). La durée d'une itération typique est d'environ une seconde.

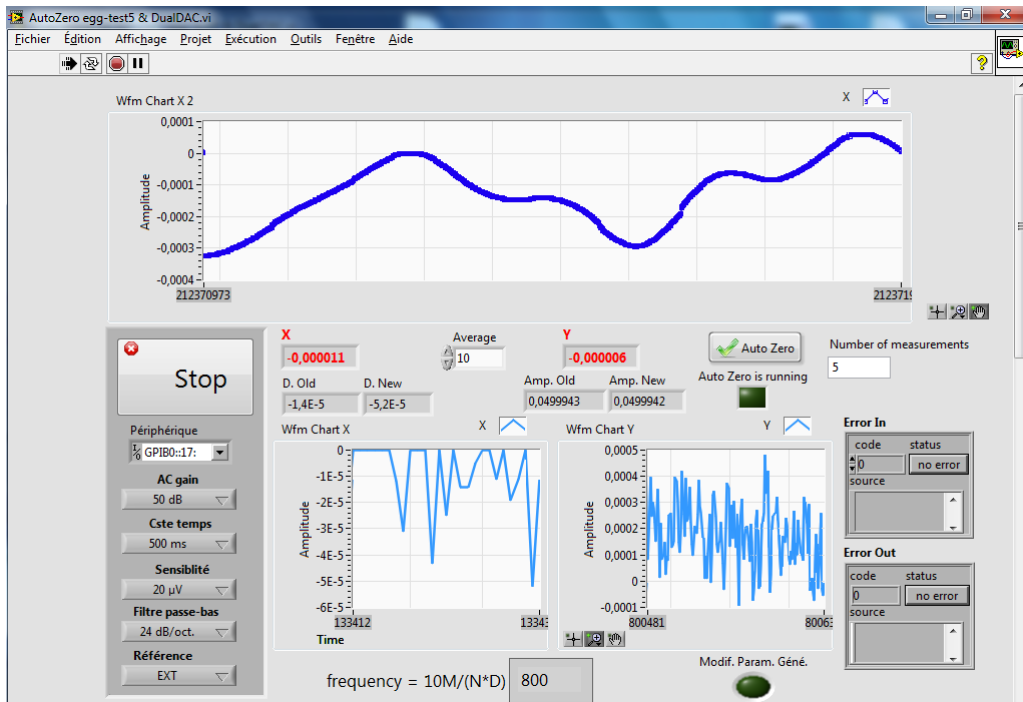


Figure 124 : Programme de contrôle : réglage des paramètres de la détection synchrone et visualisation des signaux

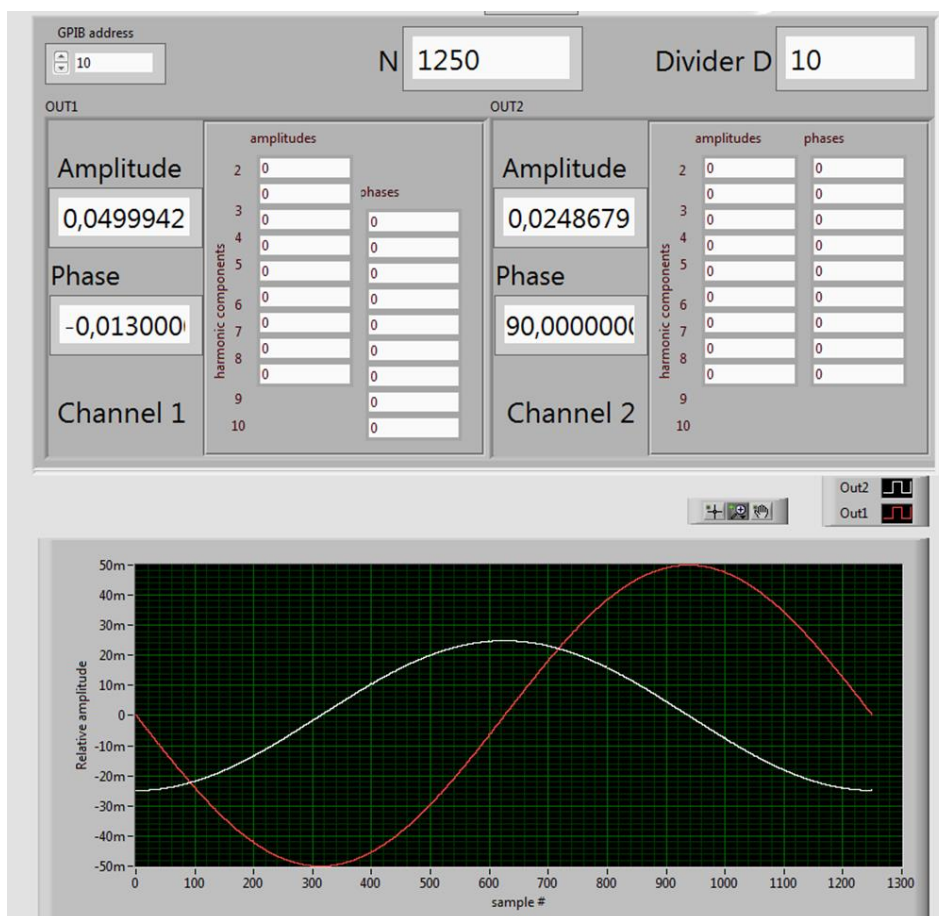


Figure 125 : Programme de contrôle : ajustement des paramètres de la source et vérification de l'échantillonnage du signal appliqué

La routine d'équilibrage, si elle est invoquée, prend fin lorsque l'amplitude de la tension détectée (U_d) par le détecteur passe en dessous d'un seuil prédéfini (ϵ). Le temps d'ajustement total est typiquement inférieur à une minute.

L'ensemble du processus d'équilibrage est présenté par l'organigramme de la Figure 126.

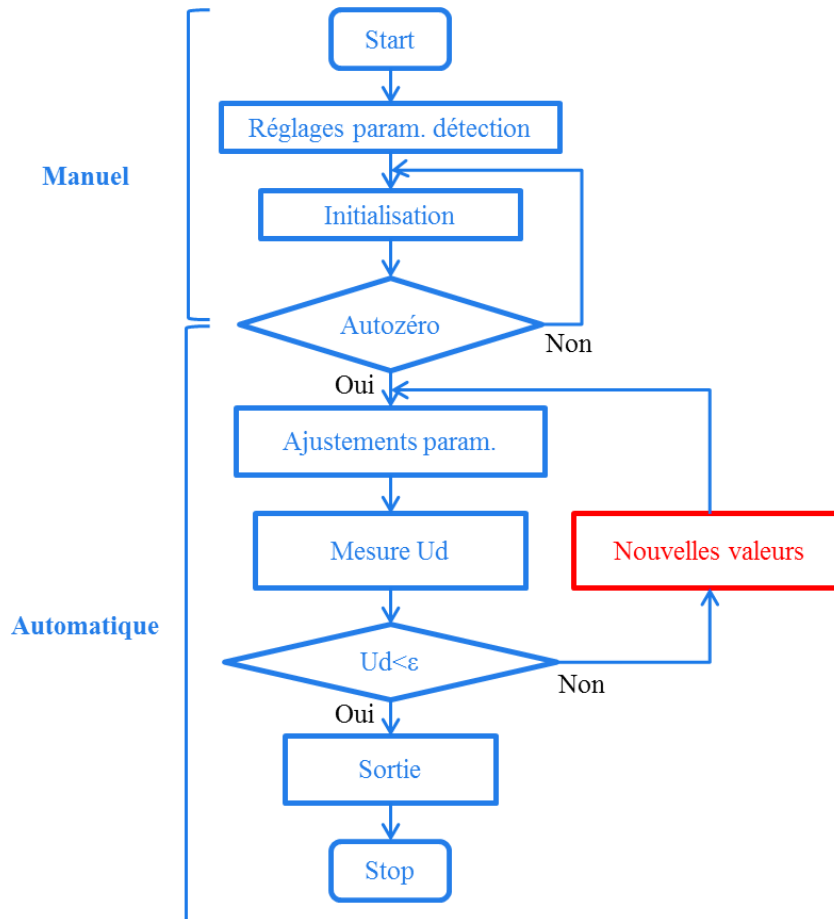


Figure 126 : Organigramme du processus d'équilibrage : U_d représente la tension mesurée au nœud de détection et ϵ un seuil fixé par l'utilisateur pour définir l'arrêt de la routine d'équilibrage.

Recherche de zéro : méthode de la sécante

Le calcul du nouveau jeu de paramètres à appliquer à la source, suite à la lecture de la tension de détection U_d , est effectué automatiquement à l'aide de la méthode de la sécante. Cet algorithme, employé en analyse numérique, est utilisé pour déterminer numériquement une approximation précise d'un zéro d'une fonction réelle d'une variable réelle. À chaque itération, la fonction dont on cherche un zéro est linéarisée en l'itéré (ou point) courant et l'itéré suivant est pris égal au zéro de la fonction linéarisée comme illustré sur la Figure 127.

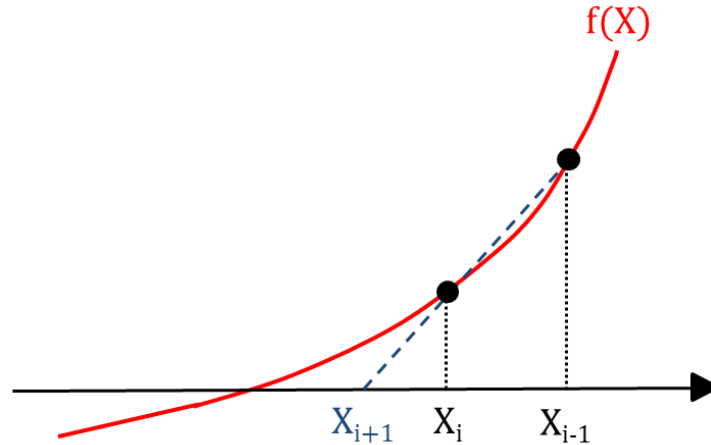


Figure 127 : Interprétation géométrique de la méthode de la sécante pour une fonction quelconque $f(X)$.

Si à une tension appliquée x_k (tension d'injection) correspond une tension détectée $F(x_k)$, alors, la nouvelle tension à injecter x_{k+1} pour se rapprocher du zéro est donnée par la relation de récurrence (5) [15].

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k - x_{k-1}}{F(x_k) - F(x_{k-1})} F(x_k) \quad (5)$$

Chaque itération se sert ainsi des informations venant des deux précédentes évaluations de $F : F(x_k)$ et $F(x_{k-1})$ aux points x_k et x_{k-1} , respectivement. L'initialisation nécessite deux points x_0 et x_1 , proches, si possible, de la solution recherchée. Cette méthode peut ne pas converger si la valeur initiale est trop loin d'un zéro. En effet, si l'itéré initial n'est pas pris suffisamment proche d'un zéro, la suite des itérés générée par l'algorithme a un comportement erratique, dont la convergence éventuelle ne peut être que le fruit du hasard (un des itérés est, par chance, proche d'un zéro).

Dans la pratique, l'initialisation des amplitudes s'effectue en les fixant dans un rapport proche du rapport nominal des impédances en comparaison. Les angles de phase sont également initialisés en prenant en compte la nature des impédances en comparaison.

La principale difficulté de mise en œuvre de cette méthode est la réalisation du stockage de la valeur affichée sur la détection pour une valeur de tension d'injection donnée (valeurs actuelles et précédentes). En effet, si les valeurs retenues (x_k et $F(x_k)$) ne reproduisent pas exactement le comportement du pont, la méthode de recherche de zéro va diverger. Hors, des délais sont introduits lors de la génération de la tension d'injection et de l'acquisition de la tension affichée par la détection. Pour s'en affranchir, un temps d'acquisition est fixé. Il permet d'effectuer la mesure de la tension une fois la tension injectée et la détection stabilisée. Ensuite, la valeur retenue est une valeur médiane issue de l'intégration de plusieurs mesures. Le nombre de mesures peut être sélectionné par l'utilisateur.

d) Modèle de mesure

Lors de la comparaison de deux impédances, une permutation physique (configurations normale et retournée¹³) de ces dernières est effectuée et la valeur retenue est une moyenne des deux mesures. Cette permutation permet de corriger les erreurs systématiques introduites par les imperfections du pont (erreurs de phase et d'amplitude). Elles sont donc compensées. Cependant, les erreurs liées aux effets des impédances de sorties et des impédances des câbles ne sont pas compensées. C'est la raison pour laquelle les valeurs obtenues sont corrigées selon une méthode classique [1] appliquée à un pont de comparaison d'impédances définies en deux paires de bornes [16].

Le schéma de la Figure 128 illustre, pour une configuration normale, un modèle du pont représentant les impédances de sortie de la source et les impédances des câbles dans une définition en deux paires de bornes.

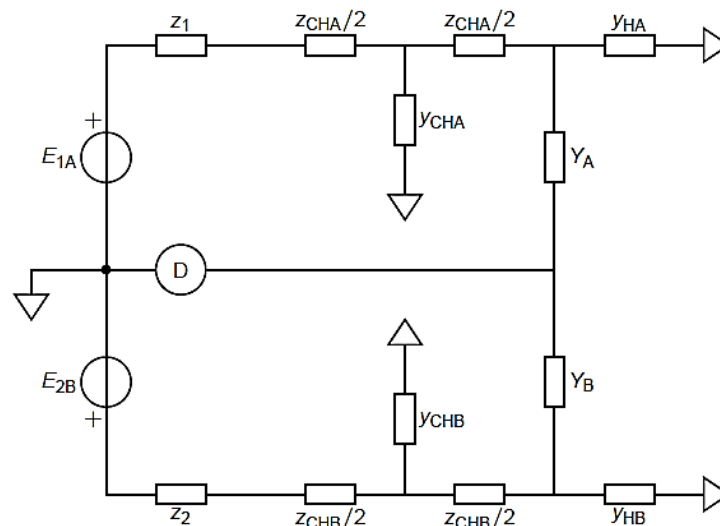


Figure 128 : Modèle du pont pour une configuration normale [16]

Les canaux de sortie $k=1,2$ de la source numérique sont modélisés avec un circuit équivalent de Thévenin composé d'une source de tension idéale E_{kX} ($X=A,B$) en série avec une impédance de sortie z_k . Les impédances Z_A et Z_B sont représentées sur le schéma en admittances Y_A et Y_B , respectivement, avec $Y_A=1/Z_A$ et $Y_B=1/Z_B$. Les câbles de liaison entre la source numérique et les impédances en comparaison sont modélisés comme des réseaux en T à deux connexions comprenant des impédances série $z_{CHX} = r_{CHX} + j2\pi f L_{CHX}$ et des admittances de shunt $y_{CHX} = j2\pi f C_{CHX}$. Les admittances $y_{HX} = j2\pi f C_{HX}$ représentent les capacités parasites entre le point haut des impédances en comparaison et la masse.

Le rapport réel $\frac{E_1}{E_2}$ peut dévier de la lecture $\frac{E_1^{(r)}}{E_2^{(r)}}$. Cette déviation possible peut être modélisée avec l'introduction d'une erreur complexe g , en fonction de la configuration de mesure (normale ou retournée) tel que :

¹³ La configuration normale correspond à l'impédance Z_X connectée à la source E_1 et Z_E à la source E_2 . Tandis que la configuration retournée correspond à l'impédance Z_X connectée à la source E_2 et Z_E à la source E_1 .

$$\frac{E_1^{(r)}}{E_2^{(r)}} = (1 + g) \frac{E_1}{E_2} \quad (6)$$

Puisque le rapport change en fonction des configurations normale (N) ou retournée (R), on peut écrire les relations (7) et (8).

$$\frac{E_{1A}^{(r)}}{E_{2B}^{(r)}} = (1 + g_N) \frac{E_{1A}}{E_{2B}} \quad (7)$$

$$\frac{E_{1B}^{(r)}}{E_{2A}^{(r)}} = (1 + g_R) \frac{E_{1B}}{E_{2A}} \quad (8)$$

Sur la base des hypothèses précédentes, le modèle de mesure est le suivant [16] :

$$W = W^{(r)}(1 + \varepsilon_W) \quad (9)$$

Avec,

$$W^{(r)} = \left[\frac{E_{1A}^{(r)} E_{2A}^{(r)}}{E_{2B}^{(r)} E_{1B}^{(r)}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$W^{(r)}$ représente la lecture du pont et ε_W le terme de correction donné par :

$$\varepsilon_W = -\frac{1}{2} \Delta g_{NR} + \frac{1}{2} (z_1 + z_2) [(Y_B + y_{CHB} + y_{HB}) - (Y_A + y_{CHA} + y_{HA})] + z_{CHB} \left(Y_B + y_{HB} + \frac{y_{CHB}}{2} \right) - z_{CHA} \left(Y_A + y_{HA} + \frac{y_{CHA}}{2} \right) \quad (11)$$

avec, $\Delta g_{NR} = g_N - g_R$.

Ce calcul est développé en ANNEXE D.

e) Application du pont à la comparaison de condensateurs étalons

Des comparaisons des condensateurs listés dans le Tableau 6 ont été effectuées avec le pont réalisé, Figure 118. Les capacités de ces mêmes condensateurs ont été mesurées individuellement avec un pont de comparaison de capacité automatique commercial de haute exactitude (pont Andeen-Hagerling AH2700A [17]). Il permet d'effectuer des mesures de de capacités dans une gamme de fréquence allant de 50 Hz à 20 kHz, Figure 129.

Tableau 6 : Références des capacités comparées et valeurs nominales

Référence LNE	Valeur nominale
AH A1672	10 pF
AH B1429	10 pF
AH 1430	100 pF

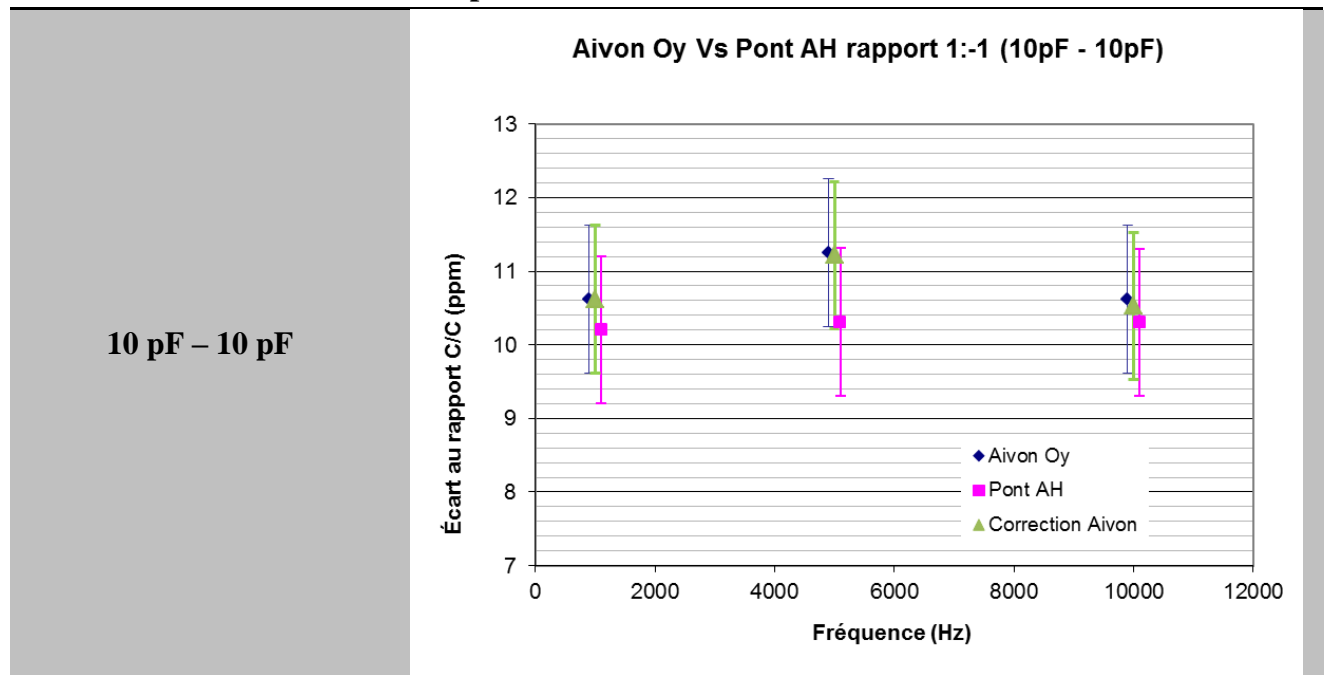


Figure 129 : Pont de comparaison de capacités automatique AH2700A

Les comparaisons en rapport 1:-1 et en rapport 10:-1 des capacités du Tableau 6 sont regroupées dans le Tableau 7 ci-dessous.

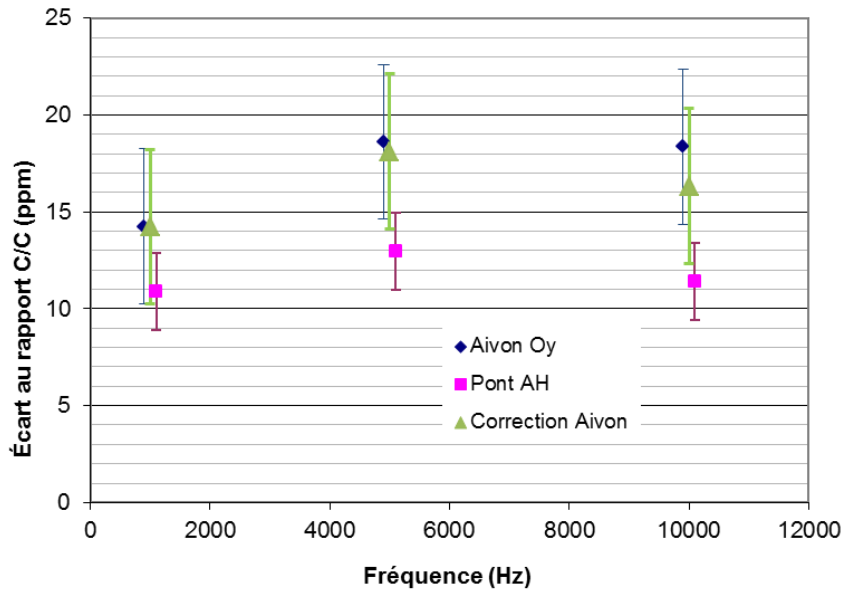
Tableau 7 : Résultats des comparaisons de capacités réalisées, d'une part, à l'aide du pont automatique réalisé et d'autre part, avec le pont de capacités automatique AH2700A. La mention Aivon Oy indique les valeurs issues de la mesure avec le pont numérique réalisé, Correction Aivon indique les valeurs corrigées à l'aide du modèle présenté en II-2-d) et Pont AH indique les valeurs issues des mesures réalisées avec le pont AH2700A. Un décalage en fréquence est fait pour chaque point pour la lisibilité.

Valeurs nominales C - C Comparaisons



Aivon Oy Vs Pont AH rapport 10:-1 (100pF - 10pF)

100 pF – 10 pF



L'exactitude du pont numérique réalisé est directement liée à la qualité du générateur employé, étant donné que les paramètres d'équilibre de la source déterminent le résultat de la mesure. Le rapport d'amplitude ayant une stabilité de l'ordre du 10^{-8} à 1 kHz, la composante d'incertitude la plus significative est celle liée à la répétabilité des mesures (écart-type maximum) qui est de l'ordre du 10^{-6} à 1 kHz. Chaque point des graphes représente une moyenne de dix mesures minimum.

Le pont numérique réalisé permet d'effectuer des mesures de comparaisons d'impédances définies en deux paires de bornes de manière rapide et conviviale et offre la possibilité de comparer des impédances de natures différentes. Il présente cependant des incertitudes plus fortes (de l'ordre du 10^{-6} à 1 kHz) en comparaison aux ponts à transformateurs étalons (de l'ordre du 10^{-8} à 1 kHz).

III. Ponts de comparaison d'impédances numériquement assistés

1. Principe d'un pont de comparaison d'impédances numériquement assisté

L'exactitude des ponts numériques présentés dans la section précédente est tributaire de la précision des générateurs employés, étant donné que les paramètres d'équilibre de la source déterminent le résultat de la mesure. Il est intéressant de combiner les avantages des ponts numériques avec la qualité des ponts à transformateurs étalons. Ainsi, on utilise les propriétés de ces derniers (permettant d'atteindre les meilleurs niveaux d'incertitudes possibles) pour la définition du rapport de comparaison et les compensations des ponts sont réalisées à l'aide de dispositifs numériques. Nous pouvons alors parler de ponts de comparaison d'impédances numériquement assistés.

Un exemple de pont de comparaison numériquement assisté est représenté sur la Figure 130, pour la comparaison de deux impédances Z_1 et Z_2 définies en deux bornes.

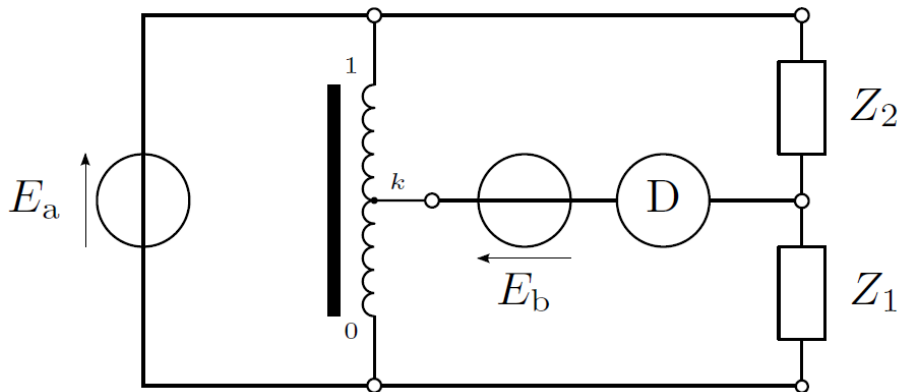


Figure 130 : Principe d'un pont de comparaison d'impédances (Z_1 et Z_2 définies en deux bornes) numériquement assisté [7]

Le pont est alimenté sous une tension E_a délivrée par la phase 1 d'un générateur ; le transformateur étalon (élément central du pont) présente un rapport de transformation fixe et connu k , qui peut être modifié par une faible tension d'injection E_b provenant de la phase 2 du générateur (par l'intermédiaire d'un transformateur d'injection par exemple) jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint sur le détecteur D. Si $\varepsilon = \frac{E_b}{E_a} \ll 1$, alors la condition d'équilibre s'écrit [7] :

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1-k+\varepsilon}{k-\varepsilon} \approx \frac{1-k}{k} + \frac{1}{k^2} \varepsilon \quad (12)$$

L'exactitude du pont est déterminée par le transformateur étalon, étant donné que la qualité du générateur affecte uniquement le terme de correction ε .

Ainsi, pour un pont de comparaison d'impédances définies en deux paires de bornes tel que celui illustré sur la Figure 116, une semi-automatisation correspondrait au pont numériquement assisté présenté sur la Figure 131.

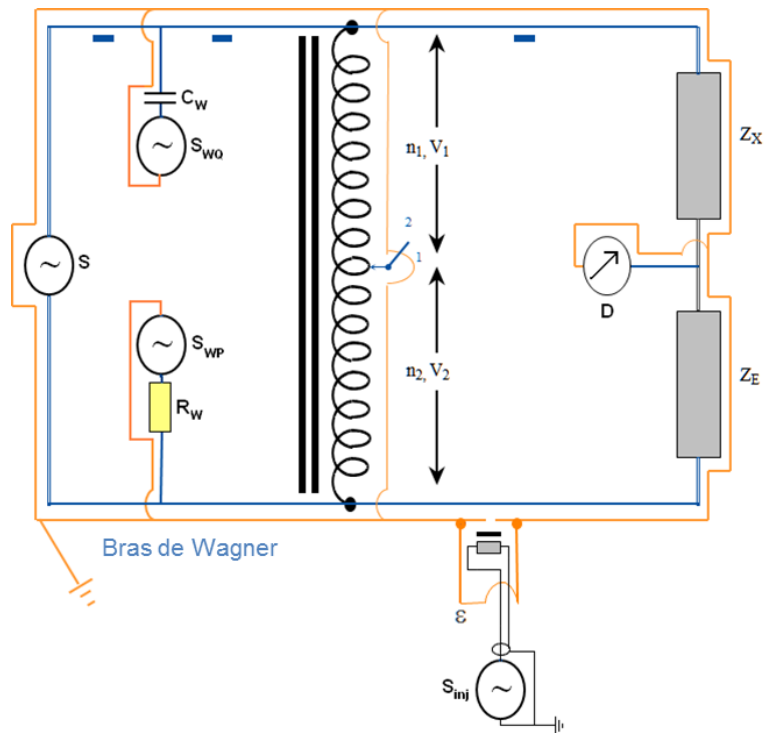


Figure 131 : Pont de comparaison numériquement assisté d'impédances définies en deux paires de bornes

La mise en œuvre d'un tel pont nécessite l'emploi de quatre générateurs de signaux :

- une source principale S pour l'alimentation du pont,
- une source secondaire S_{inj} dérivée de la source principale permettant d'ajuster le rapport de tension fixe délivré par le transformateur étalon. L'injection dans la boucle de mesure est réalisée par l'intermédiaire d'un transformateur d'injection jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint sur le détecteur D ,
- deux sources auxiliaires S_{WQ} et S_{WP} permettent de réaliser le bras de Wagner (section III du Chapitre 1) selon la méthode suggérée dans [18]. On s'affranchit ainsi de l'effet des impédances parasites sur le pont.

La mise en œuvre du pont de comparaison numériquement assisté illustré sur la Figure 131 n'a pu être effectuée dans le cadre de la thèse. Elle s'inscrit dans la continuité de l'étude préliminaire détaillée ci-dessus. Toutefois, il est possible d'établir la liste du matériel nécessaire à cette implémentation,

- le rapport de transformation est fourni par un transformateur étalon double étage dont la conception et la caractérisation sont détaillées dans les Chapitre 2 et Chapitre 3 respectivement,
- le détecteur D est une détection synchrone modèle 7265 de SIGNAL RECOVERY (section II-2-a),
- les générateurs de signaux S , S_{inj} , S_{WQ} et S_{WP} sont des sorties analogiques de périphériques d'entrées/sorties analogiques de haute performance et de haute précision disponibles dans le commerce sous la référence NI PXI 4461. Chaque voie a son propre convertisseur 24 bits, un amplificateur et un filtre anti-repliement. Le taux maximum de génération est de 204,8 kéch./s,

- le transformateur d'injection est un transformateur double étage de rapport 1:100 identique à celui décrit dans la section II du Chapitre 3.

Un essai d'un bras de Wagner réalisé avec des sources de tensions en remplacement d'éléments passifs dans un pont de comparaison d'impédances (définies en deux paires de bornes) a été effectué selon la méthode suggérée dans [18]. On ne constate pas d'écart supérieur à $2 \cdot 10^{-9}$ entre les deux méthodes, sur l'équilibre principal du pont.

2. Exemple d'un pont de comparaison d'impédances numériquement assisté en quatre paires de bornes

Les ponts de comparaison numériquement assistés sont d'un intérêt particulier si l'on considère la comparaison d'impédances définies en quatre paires de bornes. En effet, une grande partie des compensations (ajustements) nécessaires dans les ponts de comparaison à transformateurs étalons définis en quatre paires de bornes n'est pas prise en compte dans l'équation d'équilibre du pont. Ces compensations sont cependant nécessaires pour réaliser la définition des impédances. La Figure 132 présente un exemple de pont de comparaison numériquement assisté pour la comparaison, en rapport 10:-1, d'impédances étalons Z_{top} et Z_{bot} définies en quatre paires de bornes [19].

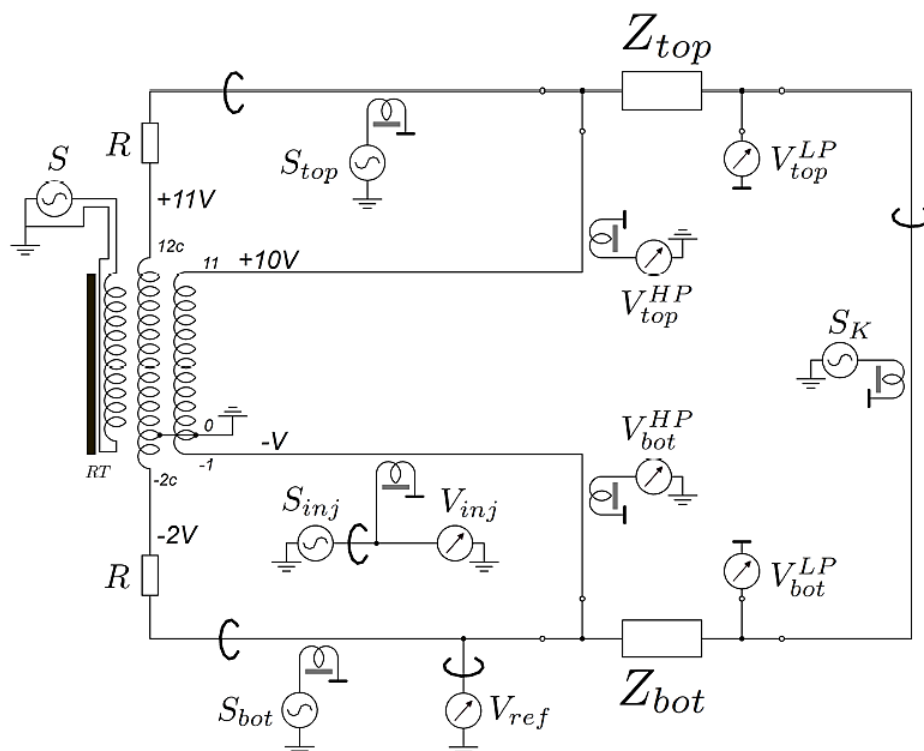


Figure 132 : Schéma simplifié d'un pont de comparaison numériquement assisté pour la comparaison, en rapport 10:-1, d'impédances étalons définies en quatre paires de bornes [19]. Les gains des câbles coaxiaux ne sont pas représentés pour plus de clarté. Le pont est composé d'un transformateur étalon RT ; de cinq générateurs de signaux S, S_{top} , S_{bot} , S_{inj} et S_K ; de six numériseurs V_{ref} , V_{inj} , V_{top}^{HP} , V_{bot}^{HP} , V_{top}^{LP} et V_{bot}^{LP} ; et six transformateurs d'injection/de détection.

L'élément principal du pont est un transformateur étalon RT double-écran ayant un enroulement primaire et deux enroulements secondaires. Le premier enroulement secondaire, qui comporte quatorze prises numérotées de -2c à 12c, alimente les prises de courant aux points hauts des impédances étalons à travers des résistances R. Le second enroulement secondaire, qui comprend douze prises numérotées de -1 à 11, fournit le rapport de tension de référence. Le pont présenté sur la Figure 132 est placé en rapport 10:-1. Il nécessite l'utilisation de cinq générateurs de signaux, six numériseurs (voltmètre numériques) et six transformateurs d'injection/de détection.

Les générateurs de signaux/détections numériques sont les entrées/sorties analogiques (AI/AO) de périphériques d'entrées/sorties analogiques commerciaux de haute exactitude (NI PXI 4461 par exemple).

Des ponts de comparaison numériquement assistés atteignant des exactitudes appropriées pour la métrologie primaire ont été publiés [3][18][19][20][21]. L'incertitude minimale pouvant être atteinte avec ces ponts de comparaison numériquement assistés définis en deux et quatre paires de bornes est de l'ordre de quelques 10^{-8} pour une gamme de fréquences allant de 100 Hz à 20 kHz. Ce type de réalisation est un objectif possible à la suite du travail réalisé.

Conclusion partielle Chapitre 4

Dans ce chapitre, les travaux menés sur la possible automatisation partielle ou complète des ponts de comparaison d'impédances actuellement utilisés au LNE pour la réalisation et la dissémination du farad sont présentés. Les pistes de mise en œuvre de ponts automatiques ou semi-automatiques permettant d'atteindre un faible niveau d'incertitude, typiquement de l'ordre de 10^{-7} ou mieux, et pouvant être utilisés par un opérateur non spécialiste des ponts coaxiaux y sont dégagées. Un pont de comparaison d'impédances numérique a été développé et caractérisé dans le cadre de cette thèse. Une application à la comparaison d'impédances a été réalisée et les résultats sont présentés dans la deuxième partie. Il permet d'atteindre des incertitudes de l'ordre du 10^{-6} sur la comparaison d'impédances et des pistes d'amélioration permettant d'atteindre un niveau d'incertitude de l'ordre de quelques 10^{-8} y sont dégagées grâce au développement d'un pont de comparaison d'impédances semi-automatique (dernière partie de ce chapitre).

Bibliographie Chapitre 4

- [1]. S. Awam, B.P. Kibble and J. Schurr, Coaxial Electrical Circuits for Interference-Free Measurements, *IET*, 2011
- [2]. W. Helbach, P. Marczinowsk, and G. Trenkler, High-Precision Automatic Digital AC Bridge, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. IM-32, N°1, pp. 159-162, Mar. 1983
- [3]. A. Muciek, Digital Impedance Bridge Based on a Two-Phase Generator, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 46, N°2, pp. 467-470, Apr. 1997
- [4]. J. Lee, J. Schurr, J. Nissilä, L. Palafox, and R. Behr, The Josephson two-terminal-pair impedance bridge, *Metrologia*, Vol. 47, pp. 453-459, Jun. 2010
- [5]. F. Overney and B. Jeanneret, Realization of an inductance scale traceable to the quantum Hall effect using an automated synchronous sampling system, *Metrologia*, Vol. 47, pp. 690-698, Nov. 2010
- [6]. T.L. Zapf, Calibration of inductance standard in the Maxwell-Wien bridge circuit, *J. Res. Natl Bur. Stand.*, 65C 183-8, 1961
- [7]. L. Palafox, Automated impedance metrology extending the quantum toolbox for electricity, *Annex la – JRP-Protocol*, 3 October 2011
- [8]. http://www.emse.fr/~dutertre/documents/cours_convertisseurs.pdf
- [9]. L. Callegaro, Electrical Impedance : Principles, Measurement, and Applications, *CRC Press Taylor & Francis Group*, 2013
- [10]. <http://www.analog.com/media/en/training-seminars/tutorials/MT-085.pdf>
- [11]. G. Ramm, Impedance measuring device Based on an AC Potentiometer, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. IM-34, N°2, pp. 341-344, June 1985
- [12]. <http://aivon.fi/dualdac-2/>
- [13]. J. Nissilä and al., A precise two-channel digitally synthesized AC voltage source for impedance metrology, *Conf. Precision Electromagn. Meas. (CPEM)*, Rio de Janeiro, Brazil, 24-29 Aug. 2014
- [14]. <http://www.signalrecovery.com/our-products/lock-in-amplifiers/7265.aspx>
- [15]. L. Callegaro, On strategies for automatic bridge balancing, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 54, N°2, pp. 529-532, Apr. 2005
- [16]. L. Callegaro, V. D'Elia, and F. Pourdanesh, Experiences with a two-terminal-pair digital impedance bridge, *Conf. Precision Electromagn. Meas. (CPEM)*, Rio de Janeiro, Brazil, 24-29 Aug. 2014
- [17]. <http://www.andeen-hagerling.com/ah2700a.pdf>
- [18]. A.C. Corney, Digital generator assisted impedance bridge, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 52, N°2, pp.388-391, Apr. 2003
- [19]. F. Overney and Al., Digitally assisted coaxial bridge for automatic quantum Hall effect measurements at audio frequencies, *Conf. Precision Electromagn. Meas. (CPEM)*, Rio de Janeiro, Brazil, 24-29 Aug. 2014
- [20]. B. Trinchera and Al., Quadrature bridge for R-C comparisons based on polyphaser digital synthesis, *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, Vol. 58, N°1, pp.202-206, Jan. 2009
- [21]. L. Callegaro and Al., Realization of the farad from the dc quantum Hall effect with digitally assisted impedance bridges, *Metrologia*, Vol. 47, N°4, p. 464, 2010

Conclusion Générale

Cette thèse a été initiée dans le cadre de la redéfinition des unités électriques du SI. Elle s'inscrit dans un projet en cours au LNE qui concerne la mesure de la constante de von Klitzing R_K (estimateur du rapport $\frac{h}{e^2}$) avec la meilleure incertitude possible. L'incertitude cible est de 1.10^{-8} contre 5.10^{-8} lors de la dernière détermination au LNE en 2000. Le travail de thèse consistait à réaliser les dispositifs de mesures associés à cette détermination avec un niveau d'incertitude en ligne avec l'objectif fixé. Dans cette optique, la première partie du travail consistait en la conception, la réalisation et la caractérisation d'une nouvelle génération d'autotransformateurs étalons double étage qui représentent les éléments principaux de la chaîne de mesure. Cette nouvelle génération d'autotransformateurs étalons a été fabriquée et caractérisée. Leur tension de travail a été élevée à 240 V à 400 Hz. Leur sensibilité aux champs magnétiques extérieurs a été réduite grâce à l'ajout d'écrans magnétiques. Ils présentent des corrections réduites d'un facteur trois à 1600 Hz (environ 3.10^{-7} contre 9.10^{-7} précédemment) en comparaison avec l'ancienne génération d'autotransformateurs étalons utilisée pour la dernière détermination de R_K . L'ajout des écrans magnétiques lors de leur conception a également permis de réduire leur variation avec la tension d'alimentation. En général, aucun écart supérieur à 2.10^{-9} entre 10 V et 200 V n'est observé contre 3.10^{-8} entre 10 V et 100 V pour l'ancienne génération. L'incertitude cible de 1.10^{-9} entre 400 Hz et 1600 Hz pour des tensions variant de 10 V à 200 V a été atteinte sur les mesures des corrections du rapport, contre 3.10^{-9} sur la précédente génération. Leur implémentation dans la chaîne de mesure associée à la détermination de R_K va permettre de réduire la contribution des incertitudes sur les rapports étalons de 15.10^{-9} à 5.10^{-9} sur l'incertitude globale (l'autotransformateur étalon étant utilisé cinq fois dans la chaîne de mesure). En effet, une nouvelle composante d'incertitude de 5.10^{-9} associée au rapport des ponts de comparaison (de la chaîne de mesure) sur le bilan d'incertitudes global nous permet de nous aligner sur l'objectif fixé qui est une incertitude globale de 1.10^{-8} sur la chaîne de mesure associée à la détermination de la constante de von Klitzing.

L'utilisation de cette nouvelle génération d'autotransformateurs étalons double étage conçue permettrait également d'étudier les variations (avec la tension et avec la fréquence) des étalons de transfert (condensateurs étalons et résistances étalons) employés dans la chaîne de mesure. Ainsi, les composantes d'incertitudes associées à ces éléments pourront être réduites sur le bilan d'incertitudes global. La détermination de cette variation sera effectuée lors de la prochaine campagne de mesures associée à la future détermination de R_K .

Le deuxième axe du travail de thèse consistait à mener des études exploratoires sur la possible automatisation partielle ou complète des ponts de comparaison d'impédances actuellement utilisés au LNE pour la réalisation et la dissémination du farad. L'objectif était de dégager des pistes de mise en œuvre de ponts automatiques ou semi-automatiques permettant d'atteindre un faible niveau d'incertitude, typiquement de l'ordre de quelques 10^{-7} ou mieux, et pouvant être utilisés par un opérateur non spécialiste des ponts de comparaison coaxiaux. Un pont de comparaison automatique a été réalisé et permet d'effectuer des mesures de comparaisons d'impédances définies en deux paires de bornes de manière rapide et conviviale et offre la possibilité de comparer des impédances de natures différentes. Il

présente cependant des incertitudes plus fortes (de l'ordre du 10^{-6} à 1 kHz) en comparaison aux ponts à transformateurs étalons (de l'ordre du 10^{-8} à 1 kHz). La précision d'un pont de comparaison automatique étant tributaire de la précision des générateurs employés, l'exploration de ponts de comparaison semi-automatiques a également été réalisée. Ils permettent de combiner les avantages des ponts de comparaison automatiques avec la précision des ponts à transformateurs étalons. Ainsi, les propriétés de ces derniers (permettant d'atteindre les meilleurs niveaux d'incertitudes possibles) sont utilisées pour la définition du rapport de comparaison et les compensations des ponts sont réalisées à l'aide de dispositifs numériques. L'incertitude minimale pouvant être atteinte avec ces ponts de comparaison semi-automatiques définis en deux et quatre paires de bornes est de l'ordre de quelques 10^{-8} pour une gamme de fréquences allant de 100 Hz à 20 kHz. Ce type de réalisation est un objectif possible à la suite du travail réalisé.

Liste des publications et présentations

- [1]. R. Sindjui, P. Gournay, O. Thévenot, and G. Thuillier, Fabrication of a two-stage autotransformer at LNE, *IEEE*, Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Rio de Janeiro, 2014
- [2]. R. Sindjui, O. Thévenot, P. Gournay, F. Piquemal, G. Thuillier, S. Khan, and O. Séron, Improvement of the Measurement Chain Linking the farad to the ohm at LNE, *EDP Sciences*, 17th International Congress of Metrology, Paris, 2015
- [3]. R. Sindjui, P. Gournay, O. Thévenot, and G. Thuillier, Fabrication of a two-stage autotransformer at LNE, *Poster*, Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Rio de Janeiro, 2014
- [4]. R. Sindjui, O. Thévenot, P. Gournay, F. Piquemal, G. Thuillier, S. Khan, and O. Séron, Improvement of the Measurement Chain Linking the farad to the ohm at LNE, *Présentation orale*, 17th International Congress of Metrology, Paris, 2015
- [5]. R. Sindjui, P. Gournay, O. Thévenot, and G. Thuillier, Fabrication and characterization of a standard two-stage autotransformer, *Poster*, EURAMET Workshop, Paris, 2015
- [6]. O. Thévenot, G. Thuillier, R. Sindjui, M.S. Khan, and O. Séron, Progress report on the determination of R_K project at LNE, *Article soumis*, Conference on Precision Electromagnetic Measurements, Ottawa, 2016

ANNEXE A

Le principe d'un dispositif de garde est décrit dans [1]. L'écran de garde (inséré entre l'âme et la gaine du câble considéré) est porté à un potentiel identique ou très proche de celui du conducteur central (âme) pour lequel la garde est employée, Figure 133. Ainsi, l'admittance de fuite qui aurait existé entre l'âme et la gaine est rendue inactive et aucun courant ne fuit entre ces conducteurs.

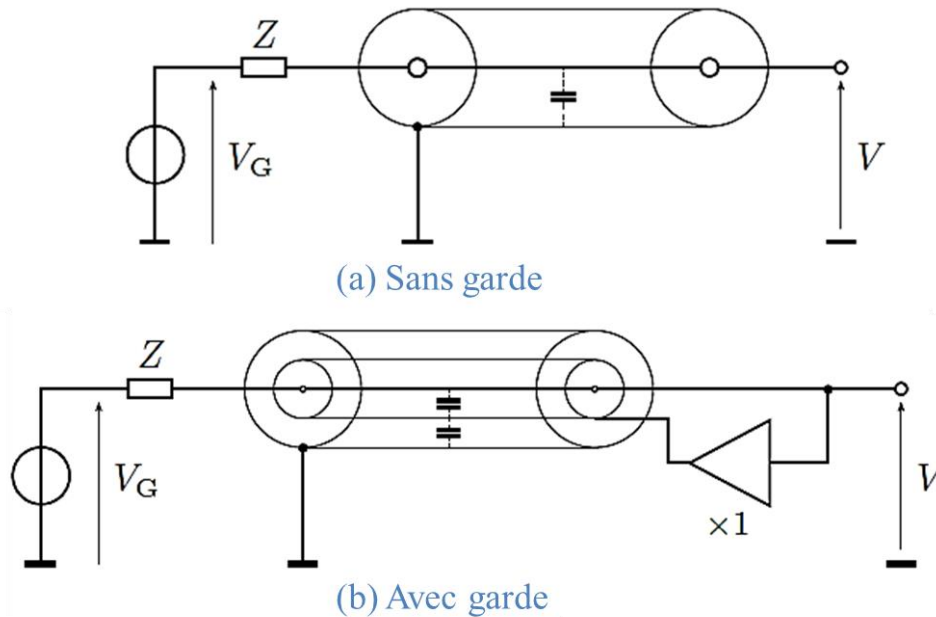


Figure 133 : Principe de la garde [1] : (a) câble coaxial non gardé, (b) Câble triaxial gardé

Dans un câble coaxial conduisant une tension V_G délivrée par un générateur de tension d'impédance de sortie Z , la capacité du câble existant entre l'âme et la gaine charge le générateur et la tension de sortie est différente de la tension d'entrée ($V \neq V_G$).

Le principe de garde consiste à remplacer le câble coaxial, conduisant la tension V_G (délivrée par le même générateur) par un câble triaxial. On porte la garde (gaine plus proche du conducteur central) au potentiel de sortie V avec un générateur de faible impédance (amplificateur opérationnel de gain 1 dans le cas de la Figure 133). Le conducteur central (âme) et la garde étant soumis au même potentiel, aucun courant ne circule à travers la capacité âme / garde et la tension en sortie est égale à la tension en entrée ($V \sim V_G$).

[1]. L. Callegaro, *Electrical Impedance : Principles, Measurement, and Applications*, CRC Press Taylor & Francis Group, 2013

ANNEXE B

Une détection synchrone est une technique de traitement du signal utilisée en mesure physique permettant d'extraire des signaux de faible amplitude, mais à bande étroite, noyés dans un bruit important, à large bande, par multiplication du signal par un signal sinusoïdal de fréquence proche de celle de la fréquence moyenne à détecter. Elle travaille avec deux signaux de référence déphasés de $\pi/2$. Les déséquilibres peuvent ainsi être détectés en phase et en quadrature. Le signal de référence est délivré par la sortie TTL du générateur de fonction.

La Figure 134 illustre un diagramme fonctionnel de la détection synchrone SR 830 DSP.

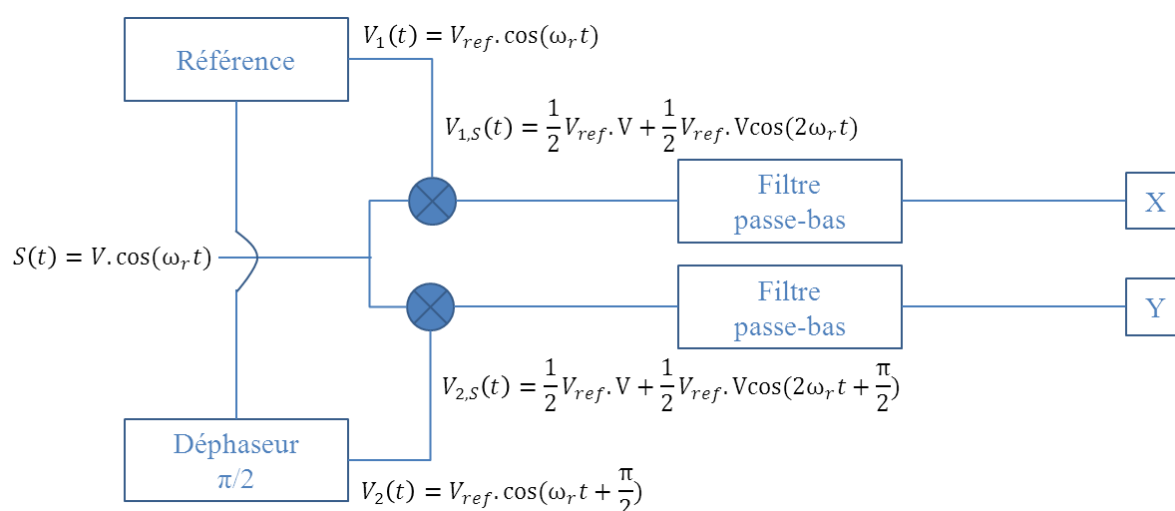


Figure 134 : Diagramme fonctionnel de la détection synchrone SR 830 DSP

La détection synchrone est utilisée dans la configuration suivante :

- Constante de temps : 1 s
- Entrée : A
- Masse : connectée ("ground on")
- Sensibilité : de 1 V à 3 μ V
- Référence : "Trig = sinus"
- Source : externe

Référence externe : fournie par le générateur Yokogawa FG 200.

ANNEXE C

L'interface permettant l'échange d'informations entre la partie analogique d'un dispositif et la fonction de traitement numérique de celui-ci est constituée de convertisseurs analogique – numérique (CAN) et numérique – analogique (CNA) comme représenté sur la Figure 135.

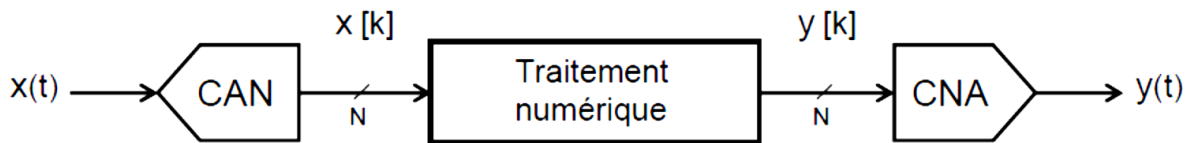


Figure 135 : Chaîne de conversions et traitement numérique des données. Dans cette chaîne, un signal analogique de base $x(t)$ est convertit en un signal numérique $x[k]$ à l'aide d'un CAN. Ce signal est ensuite traité numériquement pour obtenir un signal $y[k]$. Le signal numérique $y[k]$ est ensuite convertit en un signal analogique $y(t)$ à l'aide d'un CNA

CAN

Le rôle d'un CAN est de convertir un signal analogique en un signal numérique pouvant être traité par une logique numérique. Un signal analogique est un signal continu en temps et en amplitude et un signal numérique est un signal échantillonné [8] et quantifié, discret en temps et en amplitude. La conversion analogique – numérique peut donc être divisée conceptuellement en trois étapes [1] : l'échantillonnage temporel, la quantification et le codage. La Figure 136 présente successivement ces trois étapes pour un CAN dont la sortie du signal numérique est codée sur 3 bits.

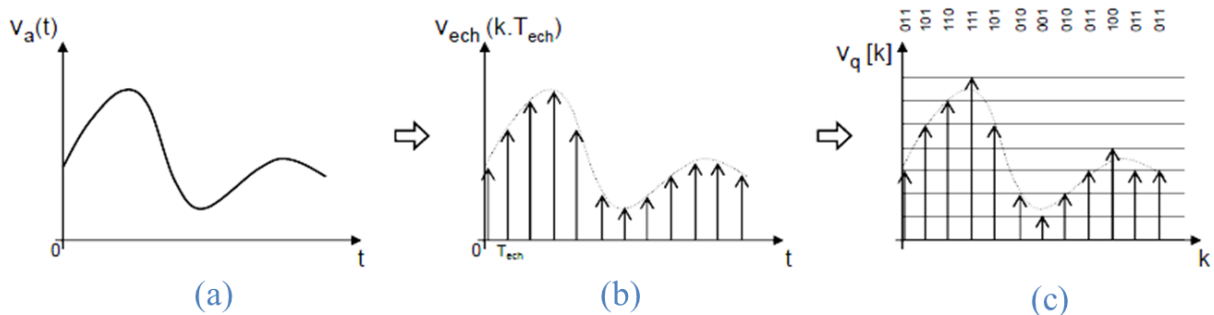


Figure 136 : Conversion pour un CAN à 3 bits (a) Signal analogique avec $V_a(t)$ le signal analogique continu en temps et en amplitude ; (b) Signal échantillonné avec T_{ech} la période d'échantillonnage et $V_{ech}(k.T_{ech})$ le signal échantillonné discret en temps et continu en amplitude ; (c) Signal quantifié avec $V_q[k]$ le signal numérique discret en temps et en amplitude [1]

La Figure 136-(c) indique également le code numérique sur trois bits (en code binaire naturel) associé à $V_q[k]$ en fonction du temps. La quantification est liée à la résolution du

CAN (son nombre de bits). Dans l'exemple de la Figure 136, $V_q[k]$ peut prendre 2^3 amplitudes différentes (3 étant le nombre de bits du CAN).

La Figure 137 présente le symbole d'un CAN à N bits.

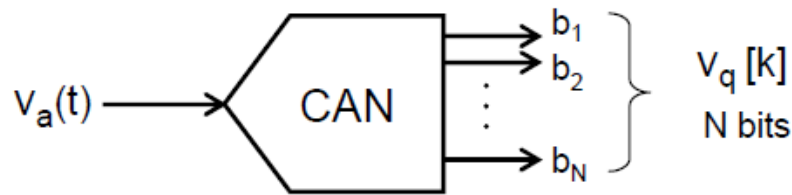


Figure 137 : Symbole d'un convertisseur analogique – numérique à N bits

CNA

Le rôle d'un CNA est de convertir un signal numérique après traitement en un signal analogique. Le symbole d'un CNA à N bits est présenté sur la Figure 138 ; il peut être suivi, ou non, d'un filtre de lissage (filtre passe-bas).

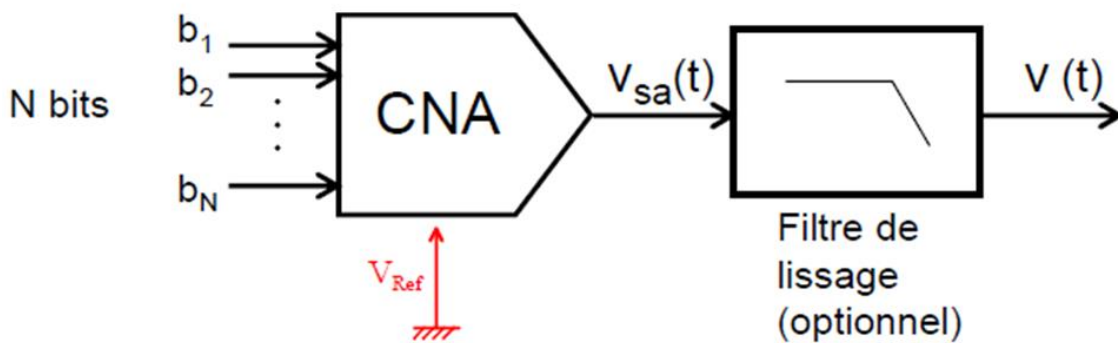


Figure 138 : Symbole d'un convertisseur numérique – analogique, V_{Ref} tension de référence

Chacun des 2^N mots binaires pouvant être appliqué en entrée est associé à une tension analogique de sortie $V_{sa}(t)$ (il peut s'agir également d'un courant¹⁴) telle que :

$$V_{sa} = (b_1 \cdot 2^{N-1} + b_2 \cdot 2^{N-2} + \dots + b_{N-1} \cdot 2^1 + b_N \cdot 2^0) \cdot \frac{V_{PE}}{2^{N-1}} \quad (1)$$

avec b_1 le bit de poids fort¹⁵ (MSB pour Most Significant Bit), V_{PE} la "tension pleine échelle" représentant la tension maximale que peut prendre la sortie du CNA.

Dans le cas d'un CNA idéal, cette tension est égale à la tension de référence V_{Ref} mais en pratique, la tension pleine échelle est le plus souvent inférieure à la tension de référence. Elle est fixée à la fabrication du composant et est donnée dans les caractéristiques techniques du constructeur.

¹⁴ Pour les hautes fréquences (à partir de quelques dizaines de MHz), la sortie d'un CNA sera généralement en courant.

¹⁵ En codage binaire naturel, un mot binaire s'écrit : $b_1 b_2 \dots b_{N-1} b_N$, avec b_1 le bit de poids fort (MSB) et b_N le bit de poids faible (LSB), le nombre décimal correspondant est : $D = b_1 \cdot 2^{N-1} + b_2 \cdot 2^{N-2} + \dots + b_{N-1} \cdot 2^1 + b_N \cdot 2^0$.

La Figure 139 illustre la conversion numérique – analogique d’une série de mots binaires (Figure 139-(a)) pour un CNA à 3 bits.

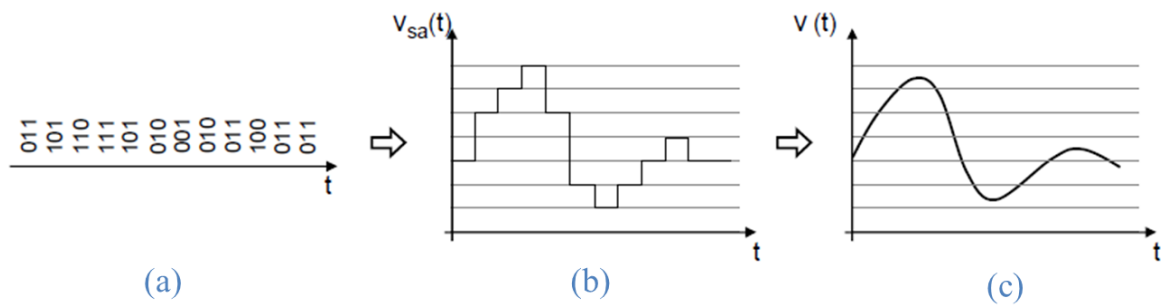


Figure 139 : Exemple de conversion pour un CNA à 3 bits (a) série de mots binaires ; (b) sortie analogique quantifiée $V_{sa}(t)$;(c) signal en sortie du CNA filtré $V(t)$

Caractéristiques des CAN et CNA

Le signal d’entrée/de sortie typique d’un CAN/CNA est une tension d’amplitude généralement comprise entre ± 1 V et ± 10 V. Par conséquent, la mesure/génération d’une grandeur électrique peut nécessiter une forme de conditionnement du signal. Le conditionnement du signal peut inclure la conversion analogique à partir/vers d’autres grandeurs électriques, la gamme correspondante, le filtrage et l’isolation électrique.

Les propriétés importantes des CAN et CNA sont :

- le taux d’échantillonnage maximum,
- la portée du signal et les polarités de signal disponibles,
- la résolution exprimée en bits (longueur minimale de mot numérique exprimant le code d’entrée/sortie).

Les CAN et CNA sont caractérisés par leurs paramètres statiques et dynamiques.

Paramètres statiques :

Les paramètres statiques expriment les défauts liés aux déviations de la caractéristique de transfert réelle par rapport à la droite de transfert idéale.

- erreur d’offset (de décalage) et erreur de gain (Figure 140 pour un CAN, Figure 141 pour un CNA)

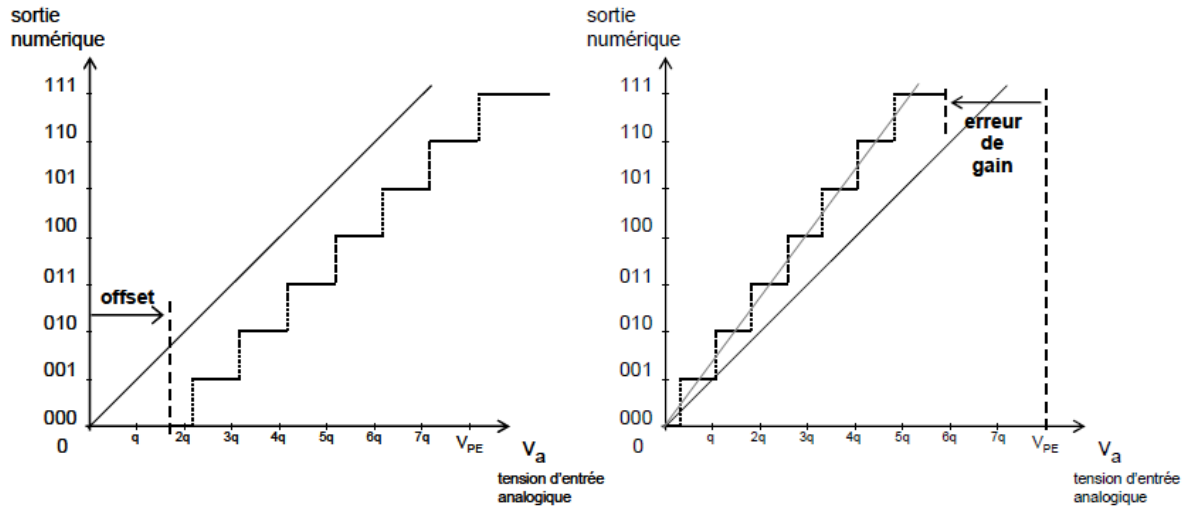


Figure 140 : Erreur d'offset et de gain pour un CAN [1]

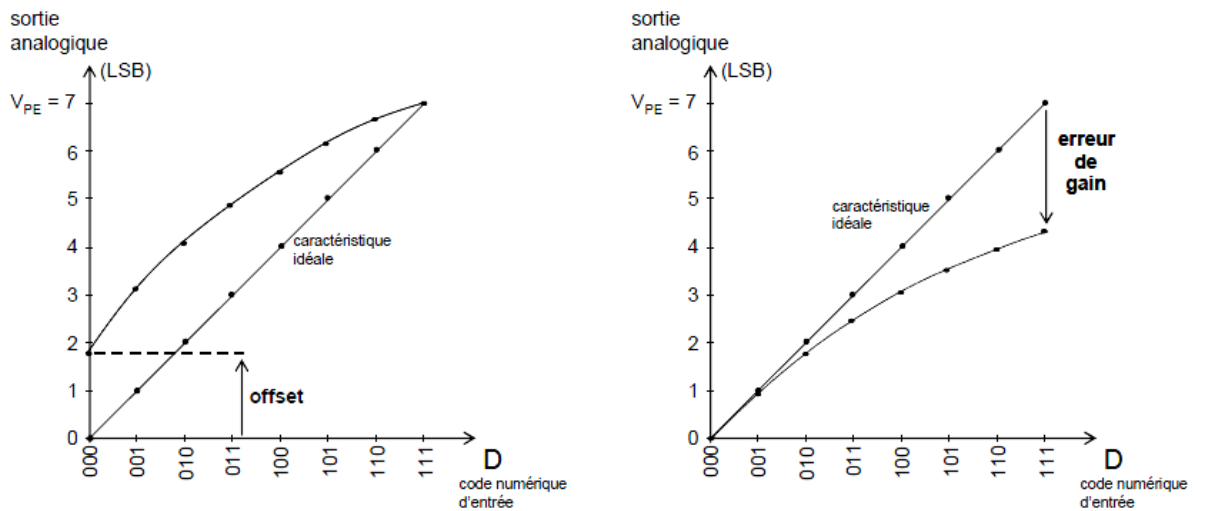


Figure 141 : Erreur d'offset et de gain pour un CNA [1]

- erreur de non-linéarité (Figure 142), typiquement exprimée sous forme de non-linéarité intégrale (INL, écart maximal sur la plage de comportement linéaire) ou de non-linéarité différentielle (DNL, écart maximal d'un comportement linéaire entre des codes adjacents).

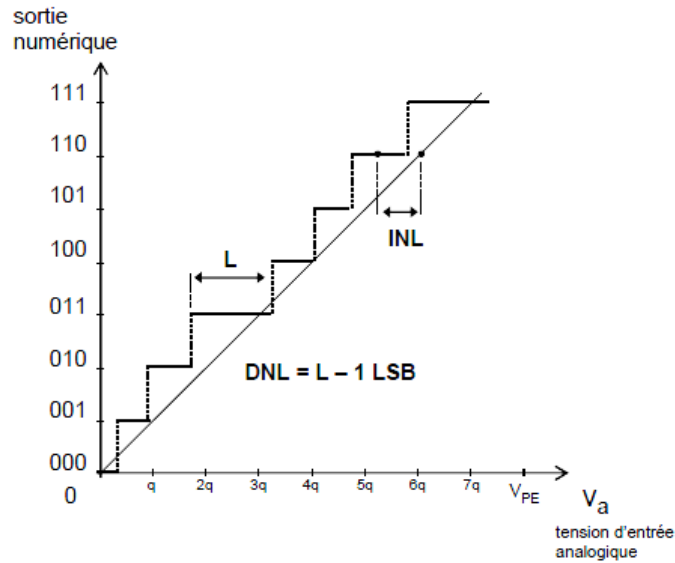


Figure 142 : Non linéarités différentielles et intégrales [1]

Paramètres dynamiques :

Les paramètres dynamiques concernent la distorsion subie et le bruit ajouté au signal d'entrée. Sur ce point, les spécifications des CAN/CNA peuvent être données en termes de diverses quantités telles que SNR (rapport signal sur bruit hors distorsion), SINAD (rapport signal sur bruit avec distorsion), ENOB (nombre de bits effectif), SFDR (rapport d'intensité du signal fondamental par rapport au signal parasite le plus fort en sortie), etc. Ces quantités ont une définition complexe (et pas toujours unique) qui est détaillée dans la littérature spécialisée [2].

- [1]. http://www.emse.fr/~dutertre/documents/cours_convertisseurs.pdf
- [2]. <http://www.analog.com/media/en/training-seminars/tutorials/MT-085.pdf>

ANNEXE D

Le schéma de la Figure 143 illustre, pour une configuration normale, un modèle du pont représentant les impédances de sortie de la source et les impédances des câbles dans une définition en deux paires de bornes.

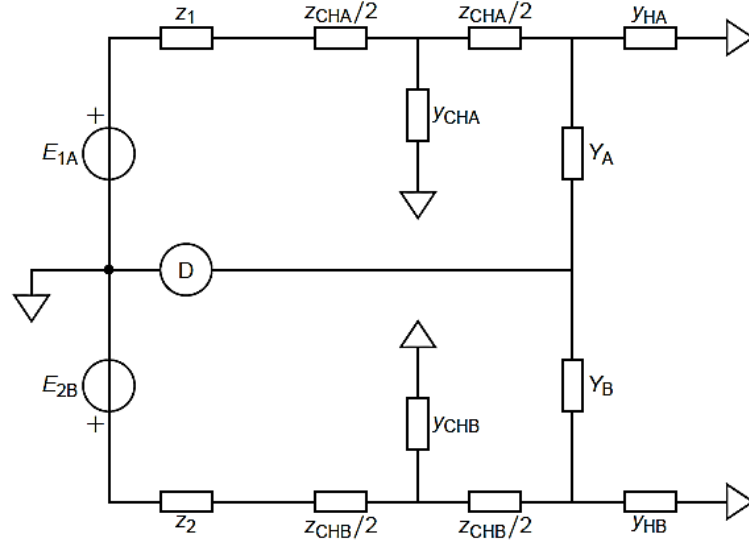


Figure 143 : Modèle du pont pour une configuration normale [1]

Les canaux de sortie $k=1,2$ de la source numérique sont modélisés avec un circuit équivalent de Thévenin composé d'une source de tension idéale E_{kX} ($X=A,B$) en série avec une impédance de sortie z_k . Les impédances Z_A et Z_B sont représentées sur le schéma en admittances Y_A et Y_B , respectivement, avec $Y_A=1/Z_A$ et $Y_B=1/Z_B$. Les câbles de liaison entre la source numérique et les impédances en comparaison sont modélisés comme des réseaux en T à deux connexions comprenant des impédances série $z_{CHX} = r_{CHX} + j2\pi f L_{CHX}$ et des admittances de shunt $y_{CHX} = j2\pi f C_{CHX}$. Les admittances $y_{HX} = j2\pi f C_{HX}$ représentent les capacités parasites entre le point haut des impédances en comparaison et la masse. La tension de sortie V_{kX} est :

$$V_{kX} = \frac{1}{1+z_k(Y_X+y_{HX})} E_{kX} \quad (1)$$

Le rapport réel $\frac{E_1}{E_2}$ peut dévier de la lecture $\frac{E_1^{(r)}}{E_2^{(r)}}$. Cette déviation possible peut être modélisée avec l'introduction d'une erreur complexe g , en fonction de la configuration de mesure (normale ou retournée) tel que :

$$\frac{E_1^{(r)}}{E_2^{(r)}} = (1 + g) \frac{E_1}{E_2} \quad (2)$$

Puisque le rapport change en fonction des configurations normale (N) ou retournée (R), on peut écrire les relations (3) et (4).

$$\frac{E_{1A}^{(r)}}{E_{2B}^{(r)}} = (1 + g_N) \frac{E_{1A}}{E_{2B}} \quad (3)$$

$$\frac{E_{1B}^{(r)}}{E_{2A}^{(r)}} = (1 + g_R) \frac{E_{1B}}{E_{2A}} \quad (4)$$

Pour les deux configurations, la condition d'équilibre s'écrit :

$$\begin{aligned} W &= -\frac{V_{1A}}{V_{2B}} = -\frac{E_{1A}}{E_{2B}} \left(\frac{1+z_2(Y_B+y_{HB})}{1+z_1(Y_A+y_{HA})} \right) \quad (N), \\ W &= -\frac{V_{2A}}{V_{1B}} = -\frac{E_{2A}}{E_{1B}} \left(\frac{1+z_1(Y_B+y_{HB})}{1+z_2(Y_A+y_{HA})} \right) \quad (R). \end{aligned} \quad (5)$$

En faisant une moyenne géométrique entre les lectures des configurations normale et retournée, le modèle de mesure peut être écrit comme suit :

$$W = \left[\frac{1+g_R}{1+g_F} \cdot \frac{E_{1A}^{(r)}}{E_{2B}^{(r)}} \cdot \frac{E_{2A}^{(r)}}{E_{1B}^{(r)}} \cdot \frac{1+z_2(Y_B+y_{HB})}{1+z_1(Y_A+y_{HA})} \cdot \frac{1+z_1(Y_B+y_{HB})}{1+z_2(Y_A+y_{HA})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

Si l'on considère que $|g_F|, |g_R| \ll 1$ et que tous les termes $|z(Y + y_H)| \ll 1$, l'équation (6) peut être linéarisée comme suit :

$$W = W^{(r)}(1 + \varepsilon_W) \quad (7)$$

Avec,

$$W^{(r)} = \left[\frac{E_{1A}^{(r)} E_{2A}^{(r)}}{E_{2B}^{(r)} E_{1B}^{(r)}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

$W^{(r)}$ représente la lecture du pont et ε_W le terme de correction donné par :

$$\varepsilon_W = -\frac{1}{2} \Delta g_{NR} + \frac{1}{2} (z_1 + z_2) [(Y_B + y_{CHB} + y_{HB}) - (Y_A + y_{CHA} + y_{HA})] + z_{CHB} \left(Y_B + y_{HB} + \frac{y_{CHB}}{2} \right) - z_{CHA} \left(Y_A + y_{HA} + \frac{y_{CHA}}{2} \right) \quad (9)$$

avec, $\Delta g_{NR} = g_N - g_R$.

- [1]. L. Callegaro, V. D'Elia, and F. Pourdanesh, Experiences with a two-terminal-pair digital impedance bridge, *Conf. Precision Electromagn. Meas. (CPEM)*, Rio de Janeiro, Brazil, 24-29 Aug. 2014

Titre : Réalisation et caractérisation de dispositifs de mesure associés à la détermination de la constante de von Klitzing à partir d'un condensateur calculable étalon dit de Thompson-Lampard

Mots clés : Ponts de comparaison d'impédances coaxiaux, Transformateurs étalons, Métrologie, Électricité, Instrumentation

Résumé : Le sujet de thèse s'inscrit dans le cadre d'un nouveau projet de détermination de la constante de von Klitzing débuté depuis quelques années au LNE et dont l'aboutissement est prévu pour 2018. A ce jour, la mesure la plus exacte de cette constante traçable au Système International d'unités (SI) est obtenue via le raccordement de l'ohm produit par l'effet Hall quantique au farad, matérialisé à l'aide d'un condensateur calculable dit de Thompson-Lampard. Afin d'améliorer sa précédente détermination délivrée en 2000 avec une incertitude relative de 5.10^{-8} , le LNE a décidé de construire un nouvel étalon calculable de Thompson-Lampard (déjà en cours de développement) et d'améliorer l'exactitude de l'ensemble des dispositifs de mesure associés avec pour objectif de réduire l'incertitude globale sur cette détermination à une valeur proche de 10^{-8} . Le travail de thèse porte sur la réalisation, la caractérisation et/ou l'automatisation de la chaîne de mesure associée à cette détermination.

Title : Realization and characterization of the measurement devices associated to the determination of the von Klitzing constant from a standard calculable capacitor said Thompson-Lampard

Keywords : Coaxial AC bridges for impedance comparison, Standard transformers, Metrology, Electricity, Instrumentation

Abstract : The comparison of electrical quantities expressed in units of the International System of Units (SI) and the same quantities generated from quantum effects is a direct way of determining physical constants. The determination of the von Klitzing constant (quantum of resistance) from a calculable capacitor is a part of this process. The last determination of this constant was conducted at LNE in 2000 with an uncertainty of 5.10^{-8} . To achieve a target uncertainty of 1.10^{-8} , the LNE decided to build a new standard capacitor and improve the associated measurement chain. The work presented here is implemented in the framework of the design/amelioration and the characterization of the measurement chain leading to the relative uncertainty of 1.10^{-8} . Exploratory studies were also conducted about the possible partial or full automation of elements of the measurement chain.