



HAL
open science

Étude et applications de l'imagerie sans lentille par diffraction cohérente

Julien Samaan

► **To cite this version:**

Julien Samaan. Étude et applications de l'imagerie sans lentille par diffraction cohérente. Optique [physics.optics]. Université Paris Saclay (COMUE), 2016. Français. NNT : 2016SACLS557 . tel-01480706

HAL Id: tel-01480706

<https://theses.hal.science/tel-01480706>

Submitted on 1 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACLS557

THÈSE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY
PRÉPARÉE À
L'UNIVERSITÉ PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE N° 572
Ondes et Matière
Optique et photonique

ÉTUDE ET APPLICATIONS DE L'IMAGERIE
SANS LENTILLE PAR DIFFRACTION COHÉRENTE

Présentée et soutenue par
JULIEN SAMAAAN

le 14 décembre 2016
à Gif-sur-Yvette

Composition du Jury

PRÉSIDENT	P ^r Olivier HAEBERLÉ <i>Laboratoire Modélisation, Intelligence, Processus et Systèmes – Mulhouse, FRANCE</i>
RAPPORTEUR	P ^r Marta FAJARDO <i>Instituto Superior Técnico – Lisbonne, PORTUGAL</i>
RAPPORTEUR	D ^r Vincent FAVRE-NICOLIN <i>ESRF, The European Synchrotron – Grenoble, FRANCE</i>
EXAMINATEUR	M. Guillaume DOVILLAIRE <i>Imagine Optic – Orsay, FRANCE</i>
EXAMINATEUR	D ^r Philippe ZEITOUN <i>Laboratoire d'Optique Appliquée – Palaiseau, FRANCE</i>
DIRECTEUR DE THÈSE	D ^r Hamed MERDJI <i>Laboratoire Interactions, Dynamiques et Lasers – Saclay, FRANCE</i>

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY

Pour l'obtention du grade de Docteur en Sciences de l'Université Paris-Saclay

ÉCOLE DOCTORALE N° 572
Ondes et Matière
Spécialité : Optique et photonique

Préparée au sein du Laboratoire Interactions, Dynamiques et Lasers – CEA Saclay

ÉTUDE ET APPLICATIONS DE L'IMAGERIE SANS LENTILLE PAR DIFFRACTION COHÉRENTE

Présentée et soutenue par

JULIEN SAMAAAN

le 14 décembre 2016

Composition du Jury

PRÉSIDENT	P ^R Olivier HAEBERLÉ <i>Laboratoire Modélisation, Intelligence, Processus et Systèmes – Mulhouse, FRANCE</i>
RAPPORTEUR	P ^R Marta FAJARDO <i>Instituto Superior Técnico – Lisbonne, PORTUGAL</i>
RAPPORTEUR	D ^R Vincent FAVRE-NICOLIN <i>ESRF, The European Synchrotron – Grenoble, FRANCE</i>
EXAMINATEUR	M. Guillaume DOVILLAIRE <i>Imagine Optic – Orsay, FRANCE</i>
EXAMINATEUR	D ^R Philippe ZEITOUN <i>Laboratoire d'Optique Appliquée – Palaiseau, FRANCE</i>
DIRECTEUR DE THÈSE	D ^R Hamed MERDJI <i>Laboratoire Interactions, Dynamiques et Lasers – Saclay, FRANCE</i>

ÉTUDE ET APPLICATIONS DE L'IMAGERIE SANS LENTILLE PAR DIFFRACTION COHÉRENTE

© 2016 JULIEN SAMAAAN

Tous droits réservés

Imprimé le 22 janvier 2017

Commissariat à l'Énergie Atomique
Institut Rayonnement-Matière de Saclay
Laboratoire Interactions, Dynamiques et Lasers
Bâtiment 522
91191 Gif-sur-Yvette Cedex, FRANCE

*L'esprit n'use de sa faculté créatrice que quand
l'expérience lui en impose la nécessité.*

— Henri Poincaré

Remerciements

Je dédie ce mémoire, qui clôt l'ensemble de mes années d'étude, à mes parents. Il n'aurait jamais pu voir le jour sans leur soutien indéfectible. Toute ma vie, ce sont eux qui m'ont apporté cette « fibre » scientifique et m'ont amené à questionner sans cesse le monde qui nous entoure. Je pense notamment aux connaissances astronomiques (aux sens propre et figuré) de mon père. À leurs côtés, je remercie chaleureusement mon frère et le reste de ma famille, à qui cet ouvrage est également dédié.

Toute ma gratitude va aux fondateurs de ce projet :

- Hamed Merdji, mon directeur de thèse, qui m'a donné son entière confiance doublée d'un soutien sans faille, malgré les nombreux projets qu'il gère avec le reste du groupe (ce qui en fait notre « papa » à tous). Son ambition, elle, est sans limite. Il est également doué d'une grande inspiration, qui fut capitale pour insuffler de nouvelles idées tout au long de ce projet. Merci à toi pour ton enthousiasme et ton optimisme.
- Samuel Bucourt, directeur d'Imagine Optic. Un grand merci pour m'avoir donné la possibilité de porter ce projet, qui n'aurait pas vu le jour sans toi. Bravo pour tout ce que tu fais pour nous au sein d'Imagine.
- Guillaume Dovillaire, directeur technique d'Imagine Optic, et Xavier Levecq, directeur scientifique. Ils ont toujours été présents pour répondre à mes questions, même les plus stupides. J'ai bénéficié de leurs conseils tranchants et ciblés : merci à vous deux pour cette aide précieuse.

Durant ces trois années, j'ai eu deux « maisons » : Imagine Optic et le CEA. Pour la première, je remercie sincèrement Nicolas Lefaudeux, dont les connaissances en optique semblent infinies. Son soutien scientifique m'a été indispensable. Merci à toi, je te souhaite une grande réussite. Merci et bravo à Dietmar Korn pour la gestion du projet avec tous les membres de NanoImagine. Je remercie également le reste des membres de l'entreprise, pour leur bonne humeur qui la rend si « familiale » : Lionel, Pauline, Audrey, Ilan, Jérôme, Nok, Raphaël, Sihem, Carole, Nasséra, Stéphane, Grég, Audrius, Laurent, Sandrine, ÉmiliP, ÉmiliG, Sylvia, Christian, Mathias, et tous ceux que j'aurais pu oublier.

Au sein de la seconde maison, je remercie Willem, mentor scientifique du groupe, pour les précieux conseils dont j'ai pu bénéficier. À tous mes collègues pour la bonne ambiance qu'ils ont continuellement fait régner : Dominik et ses crèmes brûlées (« Table ! »), Quentin, Rana, Maria (« Café ? »), Julius (« À demaiiin ») et Rémy. Au reste du groupe ATTO : Romain, Céline, Lou, Vincent (et ses coucous dans le couloir), Kristiana, Aura (« Hola fea », « Mais, elle est où Aura ? »), Thierry Ruchon, Thierry Auguste, Pascal, Christian (merci pour le temps de faisceau sur SOFOCKLE), les responsables lasers : Olivier, Michel, Delphine, et notre chef, Bertrand Carré. Je remercie également Marc, Ismael, Gilles, et les membres de l'atelier mécanique, pour leur disponibilité et leur savoir-faire immense, qui nous ont permis d'avancer à grands pas. Je n'oublie pas Thai-Hoa, qui nous a été d'une grande aide pour la préparation des échantillons biologiques. Merci, également, à nos gentilles secrétaires : Jacqueline, Caroline et Véronique, qui sont toujours là pour nous déloger du carcan administratif. Enfin, merci au chef du LIDYL, Philippe Martin.

Sur le plan personnel, mes pensées vont à mes deux compères du CEA. Allan, pour les pauses café, spirituelles ou non selon l'humeur du jour (petit café Jean-Pierre? Harley David...). Adrien, qui a partagé ces trois années de thèse – et les six mois de stage! – dans la bonne humeur. Je garde en mémoire les nombreuses courses en forêt ayant servi à préparer semi-marathons, Marathon, et trail, mais aussi les interminables soirées cidre/fromage qui sont devenues un rituel, les pauses café, les fous rires, et nos répliques cultes de Mozinor (« Non mais non mais t'es complètement irresponsable ! », « Eeeeet hop ! », « Et cette clé est cachée ! », « C'est bien ça ! », « Toi tu vas là-bas ! » etc).

À l'extérieur, j'aimerais remercier mes amis, qui ont vu l'envers du décor. Ils m'ont à la fois soutenu et permis de décompresser. Merci tout d'abord à mes éternels compères, Flo et Manu, qui sont là depuis longtemps, bien avant la thèse. À Guillaume, pour les discussions interminables, intellectuelles ou non – mais toujours intéressantes – ainsi que tous les défis sportifs relevés ensemble : semi(s), Marathon, Ventoux. À Marine et son père, pour les corrections grammaticales. Aux Mistraliens : Mathilde, Olivier M., Maram. À ma vieille branche Cyril (tu me donnes ton MP3!). Aux supops : Olivier B. (un vrai *coach* sportif!), Alexis, Allan, Antoine, Victor, Alex, Clément, Aurélie, Hugo, Séb, Mathieu. Un grand merci à vous tous pour votre présence.

Je remercie chaleureusement Marta Fajardo et Vincent Favre-Nicolin, qui ont accepté d'être les rapporteurs de ce mémoire et de faire partie de mon jury, ainsi que les autres membres : Olivier Haeberlé, Philippe Zeitoun, et mes responsables, Guillaume Dovillaire et Hamed Merdji.

Enfin, merci au lecteur, pour l'intérêt porté à ce travail.

Table des matières

Acronymes	xv
Introduction	1
1 Optique de Fourier : outils théoriques et numériques	7
1.1 Équation de Helmholtz	7
1.2 Solutions	8
1.3 Approximation de Fresnel	9
1.4 Fonction de transfert de l'espace libre	10
1.5 Approximation de Fraunhofer – diffraction en champ lointain	10
1.6 Approche numérique de la propagation de faisceau	11
1.6.1 Cas général	11
1.6.2 Méthode de la Transformée de Fourier ajustée en courbure	13
1.6.3 Validité de la méthode	14
1.6.4 Aberrations	16
1.7 Application à la calibration des échantillons	16
1.8 Échantillonnage de la figure de diffraction	17
1.8.1 Sur-échantillonnage linéaire	18
1.8.2 Capteur CCD	19
1.9 Reconstruction itérative : algorithme de reconstruction « CDI »	20
1.9.1 Rappels sur l'imagerie sans lentille	20
1.9.2 Problème de la phase	20
1.9.3 Algorithme itératif de reconstruction	21
1.9.4 Superposition cohérente des reconstructions	23
1.10 Principe de la technique FTH	24
1.10.1 Présentation	24
1.10.2 Contraintes	25
1.10.3 Avantages	26
1.11 Principe de la technique HERALDO	26
1.11.1 Présentation	26
1.11.2 Contraintes et avantages	27
2 Présentation générale du Nanoscope	29
2.1 Introduction	29
2.2 Présentation générale du prototype	30

2.2.1	Spécifications	30
2.2.2	Contraintes expérimentales et algorithmiques	30
2.3	Calculs théoriques sur les faisceaux gaussiens	31
2.4	Collimateur ajustable	33
2.5	Caractérisation expérimentale du <i>waist</i>	35
2.6	Influence de la largeur spectrale de la source	35
2.7	Détection : conversion photons-ADU [24]	37
3	Imagerie 2D en champ lointain	39
3.1	Introduction	39
3.2	Préparation des échantillons	40
3.3	Influence du bruit	41
3.3.1	Intérêt de l'accumulation du signal	43
3.3.2	<i>High Dynamic Range</i> (HDR)	43
3.3.3	Superposition des hologrammes	45
3.3.4	Algorithme <i>DFT registration</i>	47
3.3.5	Définition(s) du rapport signal sur bruit	48
3.4	Résultats expérimentaux en imagerie FTH	48
3.4.1	Reconstruction de l'objet AVION	48
3.4.2	Sommes cohérente et incohérente des hologrammes	50
3.4.3	Rapport signal sur bruit	50
3.4.4	Estimation de la résolution	52
3.4.5	Reconstruction de la mire en FTH	53
3.5	Imagerie HERALDO	55
3.5.1	Filtrage de la PSF [27]	55
3.5.2	Rapport signal sur bruit en imagerie HERALDO	57
3.5.3	Résultats expérimentaux	61
3.5.4	Résolution	61
3.6	Conclusion sur l'analyse du rapport signal sur bruit en holographie	62
3.7	Résultats expérimentaux en imagerie CDI	63
3.7.1	Reconstruction de l'avion	64
3.7.2	Reconstruction de la lettre π	65
3.7.3	Reconstruction de la mire	66
3.7.4	Calcul de la PRTF [9, 46, 87]	67
3.8	Conclusion générale sur les mesures en champ lointain	69
3.9	Perspectives : (retour) vers la GHOE	70
3.9.1	Introduction	70
3.9.2	Ligne de lumière	71
3.9.3	Résultats expérimentaux	72
3.9.4	Conclusions	73
4	Pupille holographique pour reconstruction 3D	75
4.1	Introduction	75
4.2	Protocole expérimental	75
4.3	Restrictions d'usage	77
4.4	Profondeur de champ	78
4.5	Description de la pupille	78

4.6	Éclairement : de l'importance du choix du diamètre du faisceau . . .	80
4.7	Détermination du plan de mise au point	81
4.8	Interface de reconstruction en direct	83
4.9	Traitement de la phase	84
4.9.1	Dépliage de la phase	84
4.9.2	Aberrations	84
4.10	Validation expérimentale sur une mire USAF 1951	86
4.10.1	Présentation	86
4.10.2	Limitations	86
4.10.3	Résultats expérimentaux	86
4.10.4	Aberrations optiques	90
4.10.5	Résolution	91
4.11	Imagerie d'objets biologiques tridimensionnels	92
4.11.1	Introduction	92
4.11.2	Présentation et préparation des échantillons	92
4.11.3	Recherche des échantillons	93
4.11.4	Effet de la position de la pupille sur la reconstruction	94
4.11.5	Résultats expérimentaux	94
4.11.6	Comparaison des résultats	97
4.11.7	Superposition cohérente	97
4.11.8	Vers la tomographie	97
4.12	Perspectives : imagerie d'objets diffusants	98
4.13	Conclusions sur l'imagerie holographique	101
5	Holographie en ligne	103
5.1	Introduction	103
5.2	Principe	103
5.3	Avantages	105
5.4	Limites de la technique	106
5.5	Problème de l'image jumelle	108
5.6	Algorithme de reconstruction holographique	111
5.7	Interface de reconstruction en direct	113
5.8	Détermination du plan de mise au point	115
5.9	Reconstruction expérimentale d'un objet d'amplitude pure	116
5.9.1	Illustration sur la mire entière	116
5.9.2	Variation du grandissement	118
5.9.3	Estimation de la résolution : imagerie à fort grandissement	119
5.9.4	Conclusions sur l'imagerie de la mire	120
5.10	Intérêt de la mise au point numérique	121
5.10.1	Imagerie de fils d'araignée	121
5.10.2	Imagerie de deux mires délocalisées spatialement	122
5.11	Objets de phase : échantillons biologiques	124
5.11.1	Reconstruction d'un nanoplancton de forme allongée	125
5.11.2	Reconstruction d'un plus gros nanoplancton	126
5.11.3	Reconstruction d'un nanoplancton de petite taille ($\phi < 200 \mu\text{m}$)	127
5.12	Conclusions	128

6	Analyseur Shack-Hartmann LIFT-é	129
6.1	Introduction	129
6.2	Principe de l'analyse de front d'onde	130
6.2.1	L'analyseur de front d'onde Shack-Hartmann	130
6.2.2	Calcul du front d'onde	130
6.3	Aberrations optiques : formalisme mathématique	131
6.4	Linéarisation de l'équation de propagation	132
6.5	Calcul des aberrations : formalisme matriciel	133
6.6	Choix de la porteuse	136
6.7	Temps de calcul	137
6.8	Schéma expérimental en boucle d'optique adaptative	138
6.9	Reconstruction LIFT à 635 nm	139
6.10	Effet de la longueur d'onde sur la mesure	140
6.11	Étude fréquentielle avec un modulateur spatial de lumière	142
6.11.1	Principe du SLM	142
6.11.2	Génération d'un front d'onde sinusoïdal	142
6.11.3	Schéma expérimental	144
6.11.4	Réponse fréquentielle des analyseurs Shack-Hartmann	145
6.12	Conclusions sur les mesures LIFT	147
	Conclusion et perspectives	149
	Appendices	157
A	Outils mathématiques	159
A.1	Produit de convolution	159
A.1.1	Définition	159
A.1.2	Propriétés	159
A.2	Produit de corrélation	159
A.2.1	Définition	159
A.2.2	Propriétés	160
A.3	Transformée de Fourier	160
A.3.1	Définition	160
A.3.2	Propriétés	160
A.4	Transformée de Fourier discrète	162
B	Représentation d'un nombre complexe en colorimétrie	163
C	Polynômes de Zernike	165
D	Spécifications de la diode LP 405 SF-10	169
E	Spécifications de la caméra CCD Illunis RMV-4022	173
F	Spécifications de la mire USAF 1951	177
G	Notice d'Imagine Optic[®] : <i>Absolute measurement</i>	179
H	Notice d'Imagine Optic[®] : <i>Wavefront sensor and beam profiler</i>	185

Publications et actes de conférence	191
Articles	193
Bibliographie	203

Acronymes

ADU	<i>Analog-to-digital Unit</i>
CCD	<i>Charge Coupled Device</i>
CDI	<i>Coherent Diffractive Imaging</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>
DHM	<i>Digital Holographic Microscopy</i>
DL	Développement Limité
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FIB	<i>Focused Ion beam</i>
FTH	<i>Fourier Transform Holography</i>
FTM	Fonction de Transfert de Modulation
FWHM	<i>Full Width at Half Maximum</i>
GHOE	Génération d'Harmoniques d'Ordres Élevés
GUI	<i>Graphical User Interface</i>
HDR	<i>High Dynamic Range</i>
HERALDO	<i>Holography with Extended Reference by Autocorrelation</i>
	<i>Linear Differential Operator</i>
HHG	<i>High-order Harmonic Generation</i>
IR	Infrarouge
LIDyL	Laboratoire d'Interactions, Dynamiques et Lasers
LIFT	<i>LInearized Focal plane Technique</i>
LUCA	Laser Ultra-Court Accordable
MEB	Microscope Électronique à Balayage
NP	Nano-Plancton
ON	Ouverture Numérique
OPA	<i>Optical Parametric Amplifier</i>
PRTF	<i>Phase Retrieval Transfer Function</i>
PSF	<i>Point Spread Function</i>
PV	<i>Peak-to-Valley</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
RSB	Rapport Signal sur Bruit
SLM	<i>Spatial Light Modulator</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
TF	Transformée de Fourier
XUV	<i>EXtreme Ultra Violet</i>

Introduction

Observer le monde qui nous entoure pour en comprendre ses rouages est une chose inhérente à la curiosité humaine. Que l'on se tourne vers les astres et l'infiniment grand pour étudier les lois gravitationnelles, la formation et l'effondrement des étoiles, l'origine de l'Univers... ou, plus près de nous, vers les objets de la Nature invisibles à l'œil nu, des instruments d'observation de plus en plus performants ont été imaginés au fil des siècles. En particulier, le télescope et le microscope optique, qui ont vu le jour vers la fin du XVI^e siècle, ont sensiblement amélioré notre compréhension des lois physiques (mouvement des astres) et biologiques (mécanismes cellulaires). De tels instruments d'observation utilisent toujours le même principe : une ou plusieurs lentilles dévient la trajectoire des rayons lumineux émis par l'objet à observer, pour en donner une image agrandie, visible à l'œil nu. Ce dernier est, dans ce cas, l'instrument « final » utilisé à proprement parler pour la détection, limitant cette dernière au *spectre de la lumière visible*.

Il faudra attendre le début du XIX^e siècle pour que William Herschel découvre une autre partie du spectre électromagnétique, les infrarouges (IR), en mesurant la température derrière un prisme réfractant de la lumière visible. Remarquant que la partie la plus chaude se situait au-delà du rouge, il en a conclu qu'il devait exister un rayonnement « calorifique » que l'on ne peut voir. Plus tard, vers 1860, James Maxwell unifia l'électromagnétisme et la propagation des ondes lumineuses à travers quatre équations du champ électromagnétique, plus connues sous le nom d'*équations de Maxwell*. Celles-ci furent le point de départ du postulat selon lequel il existe une infinité de radiations électromagnétiques, de différentes *longueurs d'onde* λ , qui se propagent dans le vide à la même célérité c , appelée *célérité de la lumière dans le vide* ($c \sim 299792458 \text{ m.s}^{-1}$). S'ensuivit la découverte de nouvelles radiations : les *ondes radio* (Heinrich Hertz, 1886, Allemagne), les *rayons X* (Wilhelm Röntgen, 1895, *id.*) [78], le *rayonnement gamma* (William Henry Bragg, 1910, Angleterre), etc.

Plus tôt, le phénomène de diffraction de la lumière fut observé pour la première fois par Grimaldi (1665, Italie), avant d'être mis en équation par Huygens (*Traité de la Lumière*, 1690). Il fut démontré expérimentalement par Fresnel et Fraunhofer vers 1815. Celui-ci, pour l'essentiel, met en évidence le caractère *ondulatoire* de la lumière. Il est aujourd'hui bien décrit par le formalisme de l'optique de Fourier [5, 33], qui va au-delà des limites de l'optique géométrique. En particulier, ce formalisme permet de déterminer, *via l'intégrale de Rayleigh et de Sommerfeld* [33], l'évolution d'une onde monochromatique qui se propage d'un plan z_0 à un plan $z \neq z_0$. Ce calcul

montre que l'onde diffractée par un objet « transporte » de l'information sur celui-ci, et qu'il est *a priori* possible d'exploiter cette quantité pour étudier les propriétés dudit objet, avec une résolution maximale de $\frac{\lambda}{2}$, où λ est la longueur d'onde de la source : c'est la *limite de diffraction*.

La cristallographie aux rayons X a ainsi vu le jour peu après la découverte de ces derniers par Röntgen. Cette technique consiste à envoyer un faisceau de rayons X sur un cristal. La diffusion élastique de ces derniers par les électrons obéit à la formule des réseaux, et le faisceau réfléchi est constitué de pics d'intensité régulièrement espacés, permettant de remonter aux paramètres de maille du cristal. Ce sont les courtes longueurs d'onde de tels rayons (de l'ordre de l'ångström à la dizaine de nanomètres), et leur pouvoir de pénétration important dans la matière, qui ont justifié leur emploi pour sonder les structures cristallines.

C'est à partir de la fin des années 1990 [62, 65] que la diffraction a commencé à être exploitée en tant que technique d'imagerie, que l'on appelle plus communément *imagerie sans lentille par diffraction cohérente*. Elle consiste à enregistrer la figure de diffraction $I(x, y)$, issue d'un objet de transmission complexe $t(\xi, \eta)$ éclairé par une onde monochromatique de longueur d'onde λ (Fig. 1). L'inversion de I permet, selon le formalisme de l'optique de Fourier, de déterminer t . L'absence d'optique pour relayer l'image permet d'éliminer, et les contraintes liées au montage de lentilles, et les aberrations optiques qui jouent directement sur la résolution finale. Néanmoins, les détecteurs usuellement employés dans de telles expériences (caméras CMOS, CCD...) ne sont sensibles qu'au module carré du champ, sa phase étant perdue. Cela entraîne une perte partielle d'information sur le champ diffracté ; son inversion ne permet donc pas, à elle seule, de retrouver le profil spatial de l'objet. C'est ce qu'on appelle le *problème de la phase*.

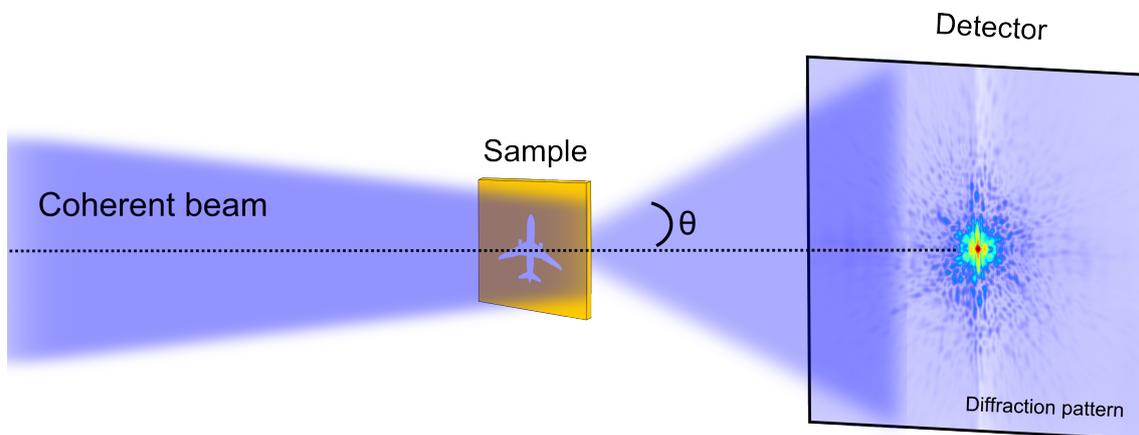


FIGURE 1 – Schéma de principe d'une expérience d'imagerie par diffraction cohérente.

De nombreuses techniques furent mises au point au siècle dernier pour lever cette indétermination. Les techniques holographiques, inspirées de Gabor [21], sont un premier exemple. Il s'agit de faire interférer l'onde diffractée par l'objet avec une onde de référence, par exemple issue d'un petit trou circulaire (FTH) [15, 23, 58, 92], d'une fente (HERALDO) [36, 106], ou même d'un objet quelconque [57]. La phase, contenue dans l'interférogramme, est alors détectable. Dans ce cas de figure, il existe néanmoins de fortes contraintes expérimentales : les références holographiques doivent être d'une certaine taille (suffisamment petites pour obtenir une bonne résolution,

suffisamment grandes pour disposer d'un bon rapport signal sur bruit) et placées à une certaine distance de l'échantillon (c'est le critère de *séparation holographique*). Roy *et al.* ont notamment réalisé une expérience d'holographie dans laquelle les références sont indépendantes de l'échantillon [79].

Des solutions itératives furent alors imaginées pour résoudre le problème de la phase. Sayre avait déjà considéré ce cas de figure pour la cristallographie en 1952 [81]. Vingt ans plus tard, Gerchberg et Saxton développèrent un algorithme de reconstruction [28] qui fera école [39, 41, 42, 72, 80, 98, 102, 103]. Celui-ci utilise des contraintes reposant sur la mesure de l'intensité dans le plan de l'objet et la mesure de la figure de diffraction. Parallèlement, Fienup *et al.* conçurent un nouvel algorithme [18] inspiré de Gerchberg et Saxton. L'innovation majeure apportée à cette nouvelle approche est l'utilisation d'une « contrainte de support » dans l'espace réel, qui exploite le caractère *isolé* de l'échantillon¹. Des variantes de cet algorithme apparaîtront un peu plus tard [19]. De telles méthodes sont appelées « CDI », pour *Coherent Diffractive Imaging*.

La première reconstruction CDI d'un objet non-cristallin fut effectuée par Miao *et al.* en 1999 [62] par rayonnement synchrotron, moyennant l'utilisation de tels algorithmes. Des améliorations de l'algorithme de Fienup furent proposées par Marchesini *et al.* [55] grâce à la méthode *Shrinkwrap*, qui consiste à recalculer le support à chaque itération.

De nombreuses expériences de diffraction par rayons X permirent d'atteindre des résolutions de l'ordre du nanomètre [10, 15, 23, 36, 58, 62], couronnant ainsi le travail algorithmique réalisé en amont par Gerchberg et Fienup.

Au sein du laboratoire, sur la ligne de lumière LUCA (Laser Ultra Court Accordable), c'est la génération d'harmoniques d'ordres élevés (GHOE) qui est utilisée pour l'imagerie CDI. Ce phénomène, découvert simultanément en 1987 à Saclay [17] et à Chicago [59], est aujourd'hui bien compris. Il permet de générer, par interaction non-linéaire d'un faisceau de pompe impulsif² avec un jet de gaz rare³, des radiations XUV dont les fréquences ν_n sont des multiples de celle du laser de pompe ν_{pompe} : $\nu_n = n \times \nu_{\text{pompe}}$, avec n entier impair. Ces radiations, qui conservent les propriétés spatiales et temporelles du laser de pompe, permettent de sonder la matière à l'échelle nanométrique et femtoseconde. Une première validation expérimentale, en configuration « simple tir », a été effectuée sur LUCA en 2009 [74]. Une résolution de 70 nm a été atteinte par la suite, après optimisation de la ligne de lumière [25].

Par ailleurs, l'holographie est intensément exploitée en biologie afin, notamment, de réaliser des cartographies en 3D d'un échantillon à partir d'une seule image. Nous distinguons deux techniques :

1. La microscopie numérique holographique (DHM : *Digital Holographic Microscopy*) consiste à illuminer l'échantillon et à faire interférer l'hologramme avec une onde de référence pour encoder la phase dans le signal détecté [22, 89, 91, 100, 101]. La configuration expérimentale est *hors-axe* : deux axes optiques sont exploités. Cette technique présente l'avantage de disposer d'une remarquable profondeur de champ : une résolution axiale de 5 nm a été obtenue par Kemper *et al.* en 2007 [44].

1. *i.e.* qui est plus petit que le faisceau qui l'éclaire.

2. $\lambda = 800$ nm, durée d'impulsion : 50 fs, fréquence : 20 Hz, énergie : 50 mJ.

3. Argon ou néon.

2. L'holographie en ligne (*In-line holography*), consiste à illuminer l'échantillon à l'aide d'un faisceau cohérent et à enregistrer l'hologramme de l'autre côté. Dans cette configuration, il n'y a pas de faisceau de référence et ce sont les interférences de l'onde incidente avec l'objet qui sont enregistrées. Cette technique, malgré sa grande simplicité quand on la compare avec la DHM, fait face au problème de *l'image jumelle* : la perte de la phase entraîne l'apparition d'un objet virtuel, identique à l'objet réel et situé de l'autre côté du détecteur. On ne peut donc pas faire la mise au point en même temps sur les deux objets. De nombreux algorithmes itératifs, visant à éliminer cette image parasite, ont vu le jour [12, 47, 77].

Pour l'essentiel, l'imagerie par diffraction cohérente consiste donc à illuminer un objet avec une source cohérente et à enregistrer la figure de diffraction avec une caméra. On l'inverse ensuite pour retrouver l'objet éclairé. Au-delà de cette approche simplificatrice, nous avons évoqué les nombreuses techniques existantes. Privilégier l'une par rapport à l'autre dépend essentiellement :

- de la nature même de l'objet observé (transparence, opacité, taille, etc),
- de la résolution latérale que l'on veut atteindre,
- du champ latéral,
- de la rapidité de la reconstruction.

Nous allons, dans cette thèse, tenter de « rassembler » l'ensemble de ces méthodes de reconstruction en les associant à une configuration expérimentale originale.

Plan de la thèse

Conception d'un prototype d'imagerie sans lentille dans le domaine visible

Les expériences d'imagerie sans lentille dans le domaine XUV permettent d'atteindre aisément des résolutions nanométriques. Néanmoins, elles sont hautement contraignantes expérimentalement, limitant ainsi leur exploitation au-delà du domaine académique : emploi d'une source laser de haute puissance, mise sous vide, utilisation d'un jet de gaz pour la GHOE...

Dans une approche plus appliquée, et dans le cadre d'une collaboration entre la société Imagine Optic[®] et le Laboratoire Interactions, Dynamiques et Lasers, nous avons développé un prototype compact dont le principe de fonctionnement est l'imagerie sans lentille. Cet appareil, que nous baptisons *Nanoscope*, est constitué d'une diode laser ultraviolette et d'une caméra CCD, entre lesquels l'échantillon est placé. L'apparente simplicité du Nanoscope va de pair avec sa capacité à *changer de configuration* — expérimentale et algorithmique — en fonction de la nature de l'objet observé : ce n'est plus à l'échantillon de s'adapter à l'expérience, mais l'inverse. Les reconstructions sont généralement effectuées après la détection. Toutefois, le prototype et les algorithmes sont également reliés *via* des interfaces graphiques dédiées qui permettent une visualisation instantanée des reconstructions. L'ensemble forme alors un système d'imagerie *complet* et *versatile*. Ce système sera présenté dans le **chapitre 2**.

Diffraction en champ lointain

Le régime de diffraction en champ lointain est valable pour des objets de diamètre $\phi \ll \sqrt{\lambda z}$, où λ est la longueur d'onde de la source, et z la distance entre l'objet et le détecteur. On l'appelle plus communément *diffraction de Fraunhofer*. Dans ces conditions, l'amplitude incidente et l'amplitude diffractée sont liées par une simple Transformée de Fourier. L'approche théorique sera présentée dans le **chapitre 1**. Nous étudierons ce régime sur des objets 2D (vérifiant donc l'approximation de projection) dans le **chapitre 3**.

Reconstruction itérative de la phase : algorithme CDI

Le problème de la phase est bien connu [18, 28, 90, 94]. Dans le régime de diffraction de Fraunhofer, une Transformée de Fourier inverse ne suffit pas à retrouver l'objet diffractant. Pour résoudre ce problème inverse, on peut employer des méthodes itératives utilisant un jeu de contraintes dans l'espace de Fourier et l'espace réel [10, 18, 62, 82]. Nous étudierons les performances de cet algorithme, inspiré de Fienup [18], sur des échantillons 2D dans le **chapitre 3**. Nous verrons que cette méthode permet d'atteindre des résolutions meilleures que λ .

Holographie par Transformée de Fourier

La conception d'échantillons pour l'holographie est contraignante : comme nous l'avons vu, il faut concevoir des références autour de l'objet pour pouvoir encoder la phase dans la figure de diffraction. Une approche numérique sera envisagée en amont de la conception, afin de respecter les critères holographiques. En contrepartie, cette technique est plus rapide que la méthode CDI, et surtout *déterministe*. L'holographie par Transformée de Fourier sera exploitée expérimentalement et présentée dans le **chapitre 3** (échantillons 2D), sous deux variantes : FTH (référence circulaire) [15, 23, 58, 92] et HERALDO (référence rectangulaire) [36, 106]. Dans le **chapitre 4**, nous présenterons une application de l'holographie par Transformée de Fourier, selon un schéma expérimental inspiré de Roy *et al.* [79]. La reconstruction se fait par l'intermédiaire d'une *pupille holographique*, d'une centaine de microns de diamètre, à partir de laquelle le champ complexe peut être propagé et mis au point dans n'importe quel autre plan. Cela rend possible l'observation d'échantillons *non isolés* et *tridimensionnels*.

Holographie en ligne

L'holographie en ligne est l'une des plus simples configurations utilisant l'imagerie sans lentille. Une onde sphérique illumine l'échantillon à observer et on enregistre l'hologramme en aval à l'aide d'un détecteur. Généralement, un trou d'épingle, ou *pinhole*, est utilisé pour générer cette onde sphérique, ce qui limite considérablement le flux disponible. Nous proposerons, dans le **chapitre 5**, une approche sans trou, avec un faisceau gaussien en sortie de fibre, ce qui permet d'augmenter significativement le contraste de l'hologramme. Cette méthode bénéficie également d'un grand champ latéral (jusqu'à 15 mm), pour une résolution de l'ordre du micron. Moyennant l'emploi d'un algorithme d'élimination de l'image jumelle, il est alors possible

de réaliser des images en contraste de phase, de grand champ et de haute résolution latérale.

Analyse de front d'onde : application de la technique LIFT au Shack-Hartmann

À Imagine Optic[®], un analyseur de front d'onde Shack-Hartmann exploitant la technique LIFT, ou *LInearized Focal plane Technique* [60, 61, 69, 70], a été développé en 2013. De manière analogue à l'imagerie sans lentille, la méthode du LIFT consiste à reconstruire la phase perdue lors de la détection des taches. On obtient donc une résolution meilleure que le diamètre des micro-lentilles, ce qui permet d'aller au-delà de l'habituelle limite des analyseurs de front d'onde Shack-Hartmann. Le prototype LIFT, étudié dans le cadre de cette thèse, est l'un des premiers analyseurs Shack-Hartmann « LIFT » jamais conçus [60]. Nous étudierons les tenants et les aboutissants de cette technique dans le **chapitre 6**.

Chapitre 1

Optique de Fourier : outils théoriques et numériques

Dans ce chapitre, nous allons introduire les modèles théoriques qui seront réutilisés dans nos expériences de diffraction cohérente, ainsi que les formalismes qui permettent d'exploiter simplement ces modèles. Cette dernière approche est importante : les équations doivent être optimisées numériquement afin de limiter le temps de calcul. Nous évoquerons cet aspect numérique en fin de chapitre.

NB : les outils mathématiques utilisés dans ce chapitre sont explicités en Annexe A.

1.1 Équation de Helmholtz

La propagation d'une onde électromagnétique (\vec{E}, \vec{B}) est usuellement décrite par les équations de Maxwell dans le vide :

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \left(\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j} \right) \quad (1.4)$$

Avec : ϵ_0 permittivité diélectrique du vide, μ_0 perméabilité magnétique du vide, et c la célérité de la lumière dans le vide.

La résolution de ces équations dans le vide donne, pour les normes de \vec{E} et \vec{B} , notées respectivement E et B :

$$f(E) = 0 \quad (1.5)$$

$$f(B) = 0 \quad (1.6)$$

Avec :

$$f : A \rightarrow \Delta A - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \quad (1.7)$$

Et Δ l'opérateur Laplacien, défini par $\Delta : A \rightarrow \Delta A = \text{div}(\text{grad } A)$. L'équation $f(A) = 0$, appelée *équation de d'Alembert*, est récurrente en physique des ondes. Dans le cadre d'une expérience de diffraction cohérente, nous considérons une onde monochromatique, représentée par le vecteur d'onde $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$, et décrite par la fonction scalaire $\psi(x, y, z)$. Celle-ci est solution de l'équation de d'Alembert. Nous recherchons des solutions stationnaires, *i.e.* indépendantes du temps, ce qui permet de réécrire l'équation $f(\psi) = 0$ sous la forme suivante :

$$\Delta\psi(x, y, z) + k_0^2 n^2 \psi(x, y, z) = 0 \quad (1.8)$$

Avec : $n = \epsilon\mu c$, où ϵ et μ sont respectivement la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du milieu de propagation. Dans l'espace de Fourier, cette équation se simplifie sous la forme :

$$(k^2 - k_0^2)\tilde{\psi}(\vec{k}) = 0 \quad (1.9)$$

Avec $\tilde{\psi} = \mathcal{F}(\psi)$, et \mathcal{F} l'opérateur de transformation de Fourier. Deux cas apparaissent alors : $\tilde{\psi}(\vec{k}) = 0$ (solution triviale), ou $\tilde{\psi}(\vec{k}) \neq 0$ et $\|\vec{k}\|^2 = k_0^2$, ce qui donne $\|\vec{k}\| = |k_0|$. En trois dimensions, l'ensemble des solutions non triviales, dans l'espace de Fourier, est donc une sphère de centre $O = (0, 0, 0)$ et de rayon $|k_0|$. Il s'agit de la *sphère d'Ewald*, représentée en Fig. 1.1.

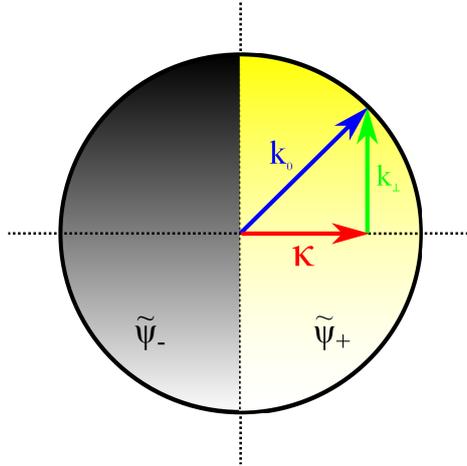


FIGURE 1.1 – Représentation du vecteur d'onde sur la sphère d'Ewald. [24]

1.2 Solutions

Étant donné que dans nos expériences de diffraction, le plan de détection est transverse au faisceau, nous pouvons séparer l'amplitude de l'onde en deux composantes, l'une transverse (x, y), et l'autre parallèle (z) [27]. Il vient :

$$(k_0^2 - k_\perp^2 + \Delta_z)\tilde{\psi} = 0 \quad (1.10)$$

Notant $\kappa = \sqrt{k_0^2 - k_\perp^2}$, la solution générale de l'équation 1.10 est de la forme :

$$\tilde{\psi}(k_\perp, z) = \tilde{\psi}^+(k_\perp, 0)e^{i\kappa z} + \tilde{\psi}^-(k_\perp, 0)e^{-i\kappa z} \quad (1.11)$$

Les deux termes représentent respectivement la solution de propagation vers les z positifs et vers les z négatifs. Dans nos expériences, nous ne considérerons que le premier terme (propagation vers l'avant). La solution générale dans l'espace direct s'écrit alors :

$$\psi = \mathcal{F}^{-1}(\tilde{\psi}^+(k_{\perp}, 0)e^{i\kappa z}) \quad (1.12)$$

Sans effectuer d'autre approximation, nous avons deux cas :

1. $k_0^2 - k^2 > 0$: κ est réel et l'onde se propage.
2. $k_0^2 - k^2 < 0$: κ est complexe ; le terme $\pm i\kappa z$ est alors réel et l'amplitude de l'onde décroît exponentiellement avec z . L'onde est dite *évanescence*. Ce type d'onde est particulièrement exploité en microscopie de champ proche.

On en déduit que les ondes portant un contenu fréquentiel supérieur à k_0 (correspondant à une longueur d'onde plus petite que λ_0) ne peuvent se propager : c'est la *limite de diffraction*. Cela permet d'expliquer pourquoi, dans une expérience d'imagerie par diffraction cohérente, la résolution maximale est limitée par la longueur d'onde de la source.

Par ailleurs, on peut constater que le terme de phase spectrale, κz , n'est pas linéaire en k_{\perp} , ce qui traduit une dispersion des composantes spectrales avec la propagation selon z . Nous pouvons effectuer une analogie avec une onde sinusoïdale de type $\sin kz - \omega t$ dont la vitesse de groupe est définie par $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$. Notant $\phi = k_{\perp} r_{\perp} - \kappa z$ le déphasage entre les composantes transverses (r_{\perp}) et les composantes longitudinales (z), il vient alors [24] :

$$\frac{\partial \kappa}{\partial k_{\perp}} = \frac{k_{\perp}}{\kappa} = \frac{1}{v_g} \quad (1.13)$$

Cela met en évidence de manière plus formelle l'effet dispersif de la propagation sur les composantes spectrales. Qualitativement, on peut remarquer qu'un objet petit (contenant, donc, de hautes fréquences spatiales) renforce l'effet de la diffraction en provoquant une dispersion angulaire plus grande du faisceau incident.

1.3 Approximation de Fresnel

Considérons l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld, liant l'amplitude complexe $U_{\text{obj}}(\xi, \eta, z_0)$ dans le plan $z_0 = 0$ et l'amplitude diffractée dans le plan z , $U_{\text{diff}}(x, y, z)$ [14, 33] :

$$U_{\text{diff}}(x, y, z) = \exp(-jkz) \iint U_{\text{obj}}(\xi, \eta, z_0) \times \frac{\exp(jkr)}{j\lambda z} d\xi d\eta \quad (1.14)$$

Avec : $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}$. L'approximation de Fresnel consiste à effectuer un développement limité de r en négligeant les termes transverses face au terme en z :

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 \ll z^2 \rightarrow r = z + \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{2z} + o\left(\frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}{z}\right) \quad (1.15)$$

On considère donc que l'objet diffractant est petit devant la distance de propagation. En réinjectant le DL de r dans l'équation 1.14, il vient :

$$U_{\text{diff}}(x, y, z) = \iint U_{\text{obj}}(\xi, \eta) \times \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \times \exp\left(j\frac{\pi}{\lambda z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right) d\xi d\eta \quad (1.16)$$

L'équation 1.16 est appelée *intégrale de Fresnel*. Nous allons voir que l'approximation dont découle cette intégrale est de première importance pour notre algorithme de propagation.

1.4 Fonction de transfert de l'espace libre

Reprenons l'expression de l'équation 1.16. Nous pouvons remarquer qu'elle s'écrit sous la forme d'un produit de convolution :

$$U_{\text{diff}}(x, y, z) = [U_{\text{obj}} \otimes h_z](x, y) \quad (1.17)$$

Avec :

$$h_z(\xi, \eta) = \frac{-j}{\lambda z} \exp\left[j\left(kz + \pi\frac{(\xi^2 + \eta^2)}{\lambda z}\right)\right] \quad (1.18)$$

La Transformée de Fourier de h_z , notée H_z , est appelée *fonction de transfert de l'espace libre* [14, 33]. Elle s'écrit sous la forme :

$$H_z(\nu) = \exp[-j(\pi\lambda z\nu^2 - kz)] \quad (1.19)$$

Où ν est la coordonnée dans l'espace des fréquences spatiales ($\nu = \|\vec{\nu}\| = \sqrt{\nu_x^2 + \nu_y^2}$).

Ainsi, le calcul de propagation dans le cadre de l'approximation de Fresnel peut se réécrire simplement sous la forme :

$$U_{\text{diff}} = \mathcal{F}^{-1} [\mathcal{F}[U_{\text{obj}}] \times H_z] \quad (1.20)$$

Dans nos algorithmes, les Transformées de Fourier sont plus rapides que les produits de convolution ; c'est pourquoi on utilisera l'équation 1.20 de préférence à l'équation 1.17.

Dans le cadre de l'approximation de Fresnel, la fonction de transfert de l'espace libre introduit un déphasage qui est linéaire en z et quadratique en ν . On retrouve là encore une relation de dispersion des hautes fréquences spatiales, dont le déphasage est plus important que pour les basses fréquences.

1.5 Approximation de Fraunhofer – diffraction en champ lointain

Nous avons jusqu'ici considéré l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld dans le cadre de l'approximation de Fresnel, où la taille typique de l'objet, dans les dimensions (ξ, η) , était petite devant z . Cette approximation permet alors de définir la fonction

de transfert de l'espace libre. En revanche, elle ne fait pas d'hypothèse sur le nombre de Fresnel, défini par $F = \frac{a^2}{\lambda z}$, avec a la taille typique de l'objet diffractant, et λ la longueur d'onde de la source. Ainsi, bien que l'on considère le cas $a \ll z$, on n'a pas nécessairement $a^2 \ll \lambda z$. L'approximation de Fraunhofer consiste à étudier le cas où $F \ll 1$, *i.e.* $a^2 \ll \lambda z$. Dans l'intégrale de Fresnel (Eq. 1.16), nous pouvons développer le terme en $(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$:

$$U_{\text{diff}}(x, y, z) = \iint U_{\text{obj}}(\xi, \eta) \times \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \times \exp\left(jk \frac{[\xi^2 + \eta^2]}{2z}\right) \times \exp\left(-j \frac{k}{z} [(x \cdot \xi) + (y \cdot \eta)]\right) d\xi d\eta \quad (1.21)$$

Dans l'approximation du champ lointain, nous rappelons : $\lambda z \gg \xi^2 + \eta^2$. Nous pouvons donc négliger le terme en $\exp\left(jk \frac{[\xi^2 + \eta^2]}{2z}\right)$, ce qui donne :

$$U_{\text{diff}}(x, y, z) = \iint U_{\text{obj}}(\xi, \eta) \times \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \times \exp\left(-j \frac{k}{z} [(x \cdot \xi) + (y \cdot \eta)]\right) d\xi d\eta \propto \mathcal{F}[U_{\text{obj}}]\left(\frac{x}{\lambda z}, \frac{y}{\lambda z}\right) \quad (1.22)$$

Par conséquent, l'approximation de Fraunhofer se révèle encore plus simplificatrice : il suffit d'effectuer une Transformée de Fourier du champ initial pour aboutir au calcul du champ diffracté. C'est cette approximation que nous utiliserons pour nos expériences de diffraction cohérente (cf. Chap. 3 et 4).

1.6 Approche numérique de la propagation de faisceau

1.6.1 Cas général

Nos simulations numériques, qu'elles servent à concevoir nos échantillons ou à effectuer les reconstructions expérimentales, découlent toujours de l'intégrale de Rayleigh-Sommerfeld. Nous utiliserons deux approximations selon nos cas d'étude :

- en champ lointain (cf. Chap. 3), nous appliquerons l'approximation de Fraunhofer : l'amplitude du champ détecté est proportionnelle à la Transformée de Fourier du champ dans le plan de l'échantillon. Cela implique de respecter l'approximation de projection.
- pour les reconstructions pupillaires (cf. Chap. 4) ou l'holographie en ligne (cf. Chap. 5), nous appliquerons la fonction de transfert de l'espace libre, dans le cadre de l'approximation de Fresnel.

Étant donné le champ scalaire $U(\vec{r}, z)$ dans le plan objet définissant l'origine de l'axe de propagation ($z = 0$), on a :

$$U(\vec{r}, 0) = A(\vec{r}) \times e^{i\phi(\vec{r})} = U_0(\vec{r}) \quad (1.23)$$

Avec $A(\vec{r})$ l'amplitude du champ, et $\phi(\vec{r})$ sa phase. \vec{r} représente le vecteur dans le plan objet, de coordonnées $\vec{r} = x \cdot \vec{u}_x + y \cdot \vec{u}_y$.

Le propagateur d'espace libre est défini dans nos algorithmes par :

$$H(\vec{\nu}, z) = e^{-ikz} e^{i\phi_h(\vec{\nu}, z)} \quad (1.24)$$

Avec :

$$\phi_h(\vec{\nu}, z) = \pi \lambda z \vec{\nu}^2 \quad (1.25)$$

Et :

$$\vec{\nu} = \frac{\vec{r}}{Np_0^2} = \frac{\vec{u}}{Np_0} \quad (1.26)$$

Avec p_0 le pas d'échantillonnage de U , et $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{p_0}$, vecteur sans dimension.

La méthode de propagation de Fresnel « classique » consiste à :

- effectuer la Transformée de Fourier du champ (Eq. 1.23),
- multiplier par le propagateur d'espace libre (Eq. 1.24),
- effectuer la Transformée de Fourier inverse.

On a alors :

$$U_{p_1=p_0}(\vec{r}, z) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{U_0\}(\nu) \times H(\nu, z)\} \quad (1.27)$$

Dans ces conditions, le champ propagé est échantillonné au même pas que le champ initial.

Lors de la numérisation, $H(\vec{\nu})$ doit être correctement échantillonné. En particulier, les sauts de phase de pixel à pixel ne doivent pas dépasser la moitié d'une période (soit $2\pi/2 = \pi$). Il s'agit du critère d'échantillonnage de Shannon. Pour établir les conditions d'échantillonnage de H , rappelons :

$$\phi_h = \pi \lambda z \nu^2 = \pi \lambda z \left(\frac{r}{Np_0^2} \right)^2 = \pi \lambda z \left(\frac{u}{Np_0} \right)^2 \quad (1.28)$$

Nous pouvons traduire la condition d'échantillonnage sus-citée par une inégalité sur le gradient de la phase. Il vient :

$$\frac{\partial \phi_h}{\partial u} = \frac{2\pi \lambda z u}{(Np_0)^2} < \frac{2\pi}{m}$$

Où m entier ≥ 2 .

Afin de vérifier cette inégalité pour tout u , il faut et il suffit qu'elle le soit pour $u = u_{\max} = N/2$. On obtient :

$$\frac{2\pi \lambda z \frac{N}{2}}{(Np_0)^2} < \frac{2\pi}{m} \Rightarrow z < \frac{2Np_0^2}{m\lambda} = z_0 \quad (1.29)$$

Cette inégalité invalide l'utilisation de cette technique en champ lointain. Toutefois, le repliement de spectre sur H est progressif et quand $m \lesssim 2$, seuls les bords de l'image sont affectés par le repliement de spectre. Nous verrons donc apparaître le

phénomène dans le résultat final seulement si la Transformée de Fourier du champ a un support suffisamment large (*i.e.* que le champ présente de hautes fréquences spatiales). D'une manière générale, il y a un intérêt à réaliser un *zero-padding* du champ initial, *i.e.* en le « pavant » de zéros. Notons $N = pad \times N_{obj}$, avec N_{obj} le nombre de pixels occupés par l'objet (dans une dimension), N le nombre de pixels total (*id.*), et pad le facteur de *padding*. Notant F le nombre de Fresnel défini par $\frac{\phi_{obj}^2}{\lambda z} = \frac{(N_{obj} \times p)^2}{\lambda z}$, nous pouvons réécrire l'équation 1.29 de la façon suivante :

$$z < \frac{2Np_0^2}{m\lambda} \Rightarrow F > \frac{m}{2} \times \frac{N_{obj}}{pad} \quad (1.30)$$

On en déduit qu'il est possible de diminuer la valeur de F_{min} (donc d'aller au-delà de z_0) par augmentation de la valeur du *padding*. Cependant, pour des distances assez grandes ($F \ll 1$), nous nous trouvons limités par la puissance de calcul (trop de pixels requis). Il est alors possible d'utiliser la *méthode d'ajustement en courbure* afin de rééchantillonner le front d'onde.

1.6.2 Méthode de la Transformée de Fourier ajustée en courbure

L'ajustement en courbure consiste à ajouter une phase parabolique au champ incident ($z = 0$), afin de pouvoir changer le grandissement dans le plan image (dans le cadre d'une approche numérique, il s'agit de changer le pas d'échantillonnage). Cela va permettre d'éliminer le repliement de spectre et de pouvoir calculer le champ propagé à n'importe quelle distance, moyennant un rééchantillonnage dans le plan final. À l'inverse, lorsqu'on veut fixer le pas final, il est possible d'ajuster la courbure en conséquence, quel que soit le pas initial. Dans tous les cas, des conditions d'échantillonnage sont à respecter.

Dans le cadre de la méthode de la Transformée de Fourier ajustée en courbure, il faut ajouter des étapes dans le processus de propagation étudié précédemment. Tout d'abord, on multiplie le champ incident par une courbure de rayon R . La phase associée s'écrit $e^{i\phi_c(\vec{r})}$, avec :

$$\phi_c(\vec{r}) = \frac{\pi r^2}{\lambda R} \quad (1.31)$$

On effectue ensuite la Transformée de Fourier du champ initial et on multiplie le résultat par la fonction de transfert de l'espace libre $H(\nu, z') = e^{i\pi\lambda z' \nu^2}$, où z' est une distance « effective » tenant compte de la courbure, et donnée par la relation :

$$\frac{1}{z'} = \frac{1}{z} + \frac{1}{R} \quad (1.32)$$

Nous pouvons remarquer que cette formule est analogue à la formule de conjugaison de Newton avec des lentilles minces. Le grandissement correspondant s'exprime par la quantité :

$$M = \frac{1}{1 + \frac{z}{R}} \quad (1.33)$$

Cette quantité sera notée F_{zoom} par la suite. Le nouveau pas d'échantillonnage s'écrit donc :

$$p_1 = \left(1 + \frac{z}{R}\right) \times p_0 = \frac{p_0}{F_{zoom}} \quad (1.34)$$

On en déduit :

$$R = \frac{zF_{\text{zoom}}}{1 - F_{\text{zoom}}} \quad (1.35)$$

Nous pouvons alors reprendre l'équation 1.27 pour y ajouter le terme de courbure et la distance de propagation effective z' . On obtient :

$$U_{p_1}(\vec{r}, z) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{U_{0,p_0} \times \exp i\phi_c\}(\nu) \times H(\nu, z')\} \quad (1.36)$$

Il est donc possible, moyennant l'ajout d'une courbure et changeant la distance de propagation, de rééchantillonner le champ propagé. La figure 1.2 représente le tracé de l'équation 1.35.

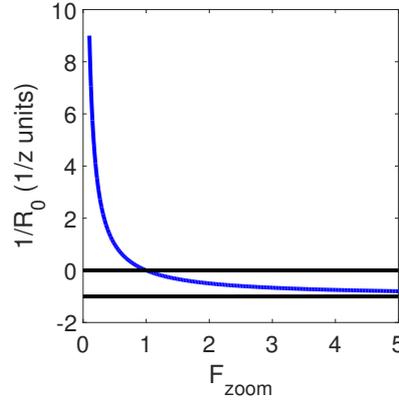


FIGURE 1.2 – Courbure à appliquer, en fonction du facteur de zoom.

1.6.3 Validité de la méthode

Plusieurs conditions limitent l'utilisation de la technique de l'ajustement en courbure. Comme dans le cas classique, il faut tout d'abord s'assurer que la fonction de transfert de l'espace libre est correctement échantillonnée. Nous pouvons donc réécrire l'équation 1.25 sous la forme :

$$\phi_h = \pi\lambda z' \nu^2 = \pi\lambda z' \left(\frac{r}{Np_0}\right)^2 = \pi\lambda z' \left(\frac{u}{Np_0}\right)^2 \quad (1.37)$$

Il vient :

$$\frac{\partial\phi_h}{\partial u} = \frac{2\pi\lambda z' u}{(Np_0)^2} < \frac{2\pi}{m}$$

$$\frac{2\pi\lambda z' \frac{N}{2}}{(Np_0)^2} < \frac{2\pi}{m} \Rightarrow z' < \frac{2Np_0^2}{m\lambda} \Rightarrow z < \frac{2Np_0^2}{m\lambda F_{\text{zoom}}} = \frac{\mathbf{z}_0}{\mathbf{F}_{\text{zoom}}} \quad (1.38)$$

Avec : $z_0 = \frac{2Np_0^2}{m\lambda}$.

Cette dernière inéquation montre qu'en diminuant F_{zoom} (*i.e.* en augmentant le pas d'échantillonnage), nous pouvons repousser la limite de propagation pour le z « réel », au-delà de z_0 . Toutefois, cela implique l'ajout d'une courbure potentiellement grande, qui peut, elle, ne pas respecter le critère de Shannon. L'échantillonnage

de cette courbure doit donc également être assez fin, de manière à ce que les sauts de phase ne dépassent pas la moitié d'une période (soit $2\pi/2 = \pi$). Là encore, cette condition se traduit par une inégalité sur le gradient de la phase :

$$\frac{\partial\phi_c}{\partial u} = \frac{2\pi p_0^2 u}{\lambda R} < \frac{2\pi}{m} \quad (1.39)$$

Avec m entier ≥ 2 .

Prenant $u_{\max} = \frac{N}{2}$, il vient :

$$\Rightarrow \left| \frac{2Np_0^2}{2\lambda R} \right| < \frac{2\pi}{m} \Rightarrow |R| > \frac{mNp_0^2}{2\lambda} = R_{\min} \quad (1.40)$$

Afin que ni z ni R ne provoquent un repliement de spectre, on doit donc respecter à la fois l'inégalité sur z (Eq. 1.38) et l'inégalité sur R (Eq. 1.40). Prenant $|R| = \frac{zF_{\text{zoom}}}{|1-F|}$, $m = 2$ et remarquant $R_{\min} = z_0$, on a :

$$|R| = \frac{zF_{\text{zoom}}}{|1-F|} > R_{\min} = z_0 \quad (1.41)$$

Cela donne :

$$\frac{|1 - F_{\text{zoom}}|}{F_{\text{zoom}}} \times z_0 = z_{\min} < z < z_{\max} = \frac{z_0}{F_{\text{zoom}}} \quad (1.42)$$

Pour que cette inégalité reste valable, on a nécessairement $z_{\min} < z_{\max}$, soit $F_{\text{zoom}} < 2$. Dans cette condition, un domaine de validité est défini en fonction de F_{zoom} . Ce domaine est de hauteur z_0 dans la zone où $F_{\text{zoom}} < 1$, avec un décalage progressif de z_{\min} et de z_{\max} vers $+\infty$ quand $F_{\text{zoom}} \rightarrow 0$; il se resserre ensuite à droite pour $F_{\text{zoom}} \rightarrow 2$ (cf. Fig. 1.3).

Pour vérifier que le calcul théorique de ce domaine est conforme aux limites de notre algorithme, et pour vérifier sa robustesse dans ce même domaine, nous avons effectué la propagation d'un faisceau gaussien. Ce dernier, dans le plan $z = 0$, est échantillonné à un pas fixe p_0 , sur une fenêtre de 2000×2000 pixels. Le diamètre du faisceau à $1/e^2$ est de 1000 pixels, soit la moitié de la fenêtre. Il est propagé par notre algorithme à une distance z variable, avec un facteur F_{zoom} , variable également.

Comme il s'agit d'un faisceau gaussien, son amplitude et sa phase peuvent être calculées dans n'importe quel plan de manière analytique (cf. Chap. 2), ce qui va permettre de comparer le résultat de notre algorithme de propagation avec la théorie. Notant $U_{\text{prop}}(x, y)$ le champ complexe propagé et $U_{\text{th}}(x, y)$ le champ complexe calculé analytiquement, nous définissons l'erreur quadratique moyenne, ou MSE (*Mean Squared Error*) par la formule :

$$MSE = E(|U_{\text{prop}} - U_{\text{th}}|^2) \quad (1.43)$$

Où E représente l'espérance mathématique. MSE a été calculé pour différentes valeurs du couple (F_{zoom}, z) . Les résultats sont présentés en Fig. 1.3.

Qualitativement, on sait que plus le support aura de pixels, moins il sera sensible au repliement de spectre au niveau des bords extérieurs du domaine et au-delà. Cela explique pourquoi on ne voit pas apparaître la courbe de z_{\max} , car le repliement de

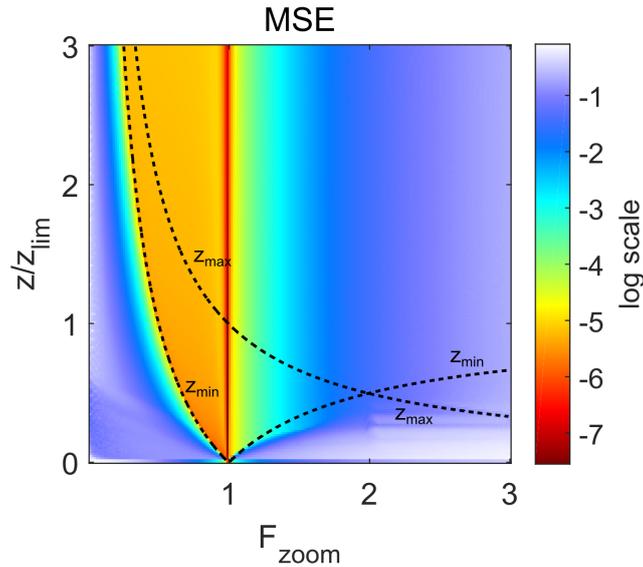


FIGURE 1.3 – Représentation du MSE, en échelle logarithmique, calculé pour différentes valeurs de F_{zoom} et de z . Les courbes de z_{min} et de z_{max} ont également été tracées. On voit que le domaine de validité théorique s'étend entre les deux courbes pour $F_{\text{zoom}} < 2$.

spectre n'est alors visible qu'en bord d'image. On voit cependant le MSE augmenter progressivement avec z , mais de façon beaucoup plus « lente » par rapport à la limite théorique. Un léger écart est donc potentiellement autorisé, mais nous resterons le plus souvent dans le cadre de cette limite.

1.6.4 Aberrations

Il est évident qu'un faisceau présentant des aberrations va perturber le signal diffracté et rendre plus complexe la procédure de reconstruction. L'avantage de l'imagerie sans lentille est que l'on calcule également la phase du faisceau, qui peut être filtrée avant mise au point sur la zone d'intérêt (cf. Chap. 4). Nous verrons toutefois que les aberrations au-delà du tip/tilt sont négligeables, ce qui s'explique par la grande qualité de la source – mode gaussien TEM_{00} – et du collimateur ajustable – limité par la diffraction¹.

1.7 Application à la calibration des échantillons

De manière à reproduire l'expérience d'imagerie sans lentille et à trouver les paramètres de fabrication des échantillons, nous pouvons appliquer l'algorithme de propagation à notre cas d'étude, avec les paramètres expérimentaux². Les étapes de calcul sont les suivantes :

-
1. Ces composants seront décrits dans le Chap. 2
 2. Profil et puissance du faisceau incident, taille de l'échantillon, taille et séparation des références, dynamique de caméra, etc.

1. Génération d'un masque binaire représentant la transmission $t(x, y)$ de l'objet.
2. Ajout de références holographiques (trous circulaires ou rectangulaires).
3. Propagation *via* notre algorithme.
4. Reconstruction holographique.

L'ensemble des paramètres de l'expérience est pris en compte dans l'algorithme afin de la reproduire le plus fidèlement possible et de pouvoir choisir précisément et les composants du Nanoscope (diode, lentille, caméra) et les échantillons (épaisseur d'or à déposer, taille des objets et des références).

1.8 Échantillonnage de la figure de diffraction

Nous allons étudier ici les aspects liés à l'échantillonnage de nos fonctions, afin de faire le lien entre représentation numérique et grandeurs physiques. Cela est d'autant plus important que le Nanoscope est un outil métrologique et doit donc être calibré.

Dans le cadre de l'approximation de Fraunhofer, le champ diffracté est égal à la Transformée de Fourier de la transmission complexe de notre objet, notée t . Nous serons ainsi amenés à effectuer des Transformées de Fourier *rapides*³ sur des fonctions échantillonnées numériquement. On rappelle que, pour tout vecteur $f = (f_1, f_2, \dots, f_N) \in \mathbb{C}^N$, la FFT de f , notée $\tilde{f} = (\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_N) \in \mathbb{C}^N$, est définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, n \leq N, \tilde{f}_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=1}^N f_m \exp\left(\frac{2i\pi mn}{N}\right) \quad (1.44)$$

Si on considère que f représente l'échantillonnage discret d'une fonction continue \hat{f} à un pas Δx , sa représentation dans le domaine de Fourier \tilde{f} sera échantillonnée à un pas Δf donné par la formule :

$$\Delta f = \frac{2\pi}{N\Delta x} \quad (1.45)$$

Notre figure de diffraction est échantillonnée au pas Δ_k , égal à la taille des pixels. Nous la notons $I_{\Delta_k}(p, q)$. En champ lointain, cette grandeur est égale au module carré de la Transformée de Fourier de t . Cette quantité est échantillonnée au pas Δ_r . Notant $t_{\Delta_r}(n, m)$ la fonction d'échantillonnage de t , il vient :

$$I_{\Delta_k}(p, q) = |U_{\Delta_k}(p, q)|^2 = \left| \sum_{n,m} t_{\Delta_r}(n, m) \exp\left(-i\frac{pn + qm}{N}\right) \right|^2 \quad (1.46)$$

Si on effectue la Transformée de Fourier de la figure de diffraction, on obtient l'autocorrélation de l'objet, définie sur un support égal à deux fois sa taille :

$$\mathcal{F}[I_{\Delta_k}](n, m) = \sum_{p,q} I_{\Delta_k}(p, q) \exp\left(i\frac{pn + qm}{N}\right) = [t_{\Delta_r} \otimes t_{\Delta_r}](n, m) \quad (1.47)$$

3. FFT en anglais (*Fast Fourier Transform*).

Nous pouvons alors utiliser l'équation 1.45 pour établir :

$$\Delta_k = \frac{2\pi}{N\Delta_r} \quad (1.48)$$

Par ailleurs, si un objet de taille a est échantillonné sur n pixels, le pas d'échantillonnage correspondant, $\frac{a}{n}$, est relié au pas Δ_r de la reconstruction, par le facteur d'homothétie $\frac{k_0}{z}$ [24, 27] :

$$\frac{a}{n} \times \frac{k_0}{z} = \Delta_r \rightarrow a \frac{k_0}{z} = n\Delta_r \quad (1.49)$$

L'ensemble des variables établies dans ces équations sont représentés en Fig. 1.4. Dans une expérience d'imagerie sans lentille, la perte de la phase, illustrée

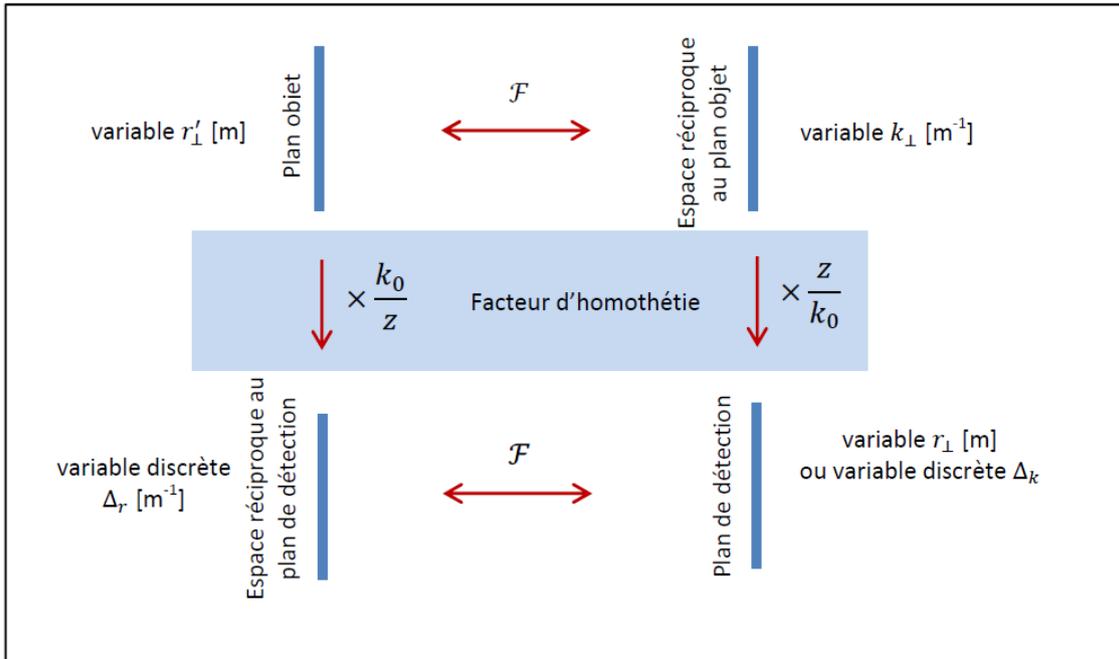


FIGURE 1.4 – Représentation des différentes variables dans une expérience d'imagerie sans lentille [24].

par l'équation 1.46, peut être compensée par un sur-échantillonnage de la figure de diffraction. Nous allons aborder cette notion de sur-échantillonnage en nous basant sur les équations établies dans cette section.

1.8.1 Sur-échantillonnage linéaire

Le théorème de Shannon stipule que pour éviter toute perte d'information dans l'échantillonnage d'un signal, la fréquence d'échantillonnage doit être au moins égale à deux fois la fréquence du signal [67, 86]. Sayre, en 1952 [81], a appliqué ce critère à la cristallographie. Nous allons voir que, dans le cas de l'imagerie sans lentille, il est nécessaire que l'objet soit contenu dans un « support » entouré de pixels de valeur nulle.

Tout d'abord, appliquons le critère de Shannon à l'échantillonnage de la figure de diffraction. Le pas est Δ_k et la fréquence maximale que nous pouvons reconstruire est $f_{\max} = n\Delta_r$. Exploitant l'équation 1.49, il vient :

$$\Delta_k \leq \frac{2\pi}{2f_{\max}} \rightarrow \Delta_k \leq \frac{\lambda z}{2a} \quad (1.50)$$

Cette condition est nécessaire pour retrouver les composantes spectrales de la figure de diffraction. Une application numérique donne, pour une taille de pixel $\Delta_k = 7.4 \mu\text{m}$, et $\lambda = 400 \text{ nm}$:

$$z \geq 37 \times a \quad (1.51)$$

Prenant $a \sim 10 \mu\text{m}$, on a : $z \gtrsim 400 \mu\text{m}$, ce qui est satisfaisant car les échantillons seront placés à une distance de l'ordre de la dizaine de mm. À l'inverse, à une telle distance z , on a : $a \lesssim 300 \mu\text{m}$.

Nous rappelons que n est le nombre de pixels – dans une dimension – utilisés pour représenter notre objet, et N , le nombre total de pixels. Nous allons introduire le paramètre de sur-échantillonnage linéaire, noté O [65, 90], et défini par :

$$O = \frac{N}{n} = \frac{a_{\text{tot}}}{a_{\text{obj}}} \quad (1.52)$$

D'après les équations 1.48 et 1.49, nous pouvons écrire :

$$O = \frac{\lambda z}{a\Delta_k} \quad (1.53)$$

Soit, en reprenant le critère de Shannon appliqué à Δ_k :

$$O \geq 2 \rightarrow N \geq 2n \quad (1.54)$$

Cette dernière équation a une explication simple : l'objet étant à valeurs complexes, il y a $2n$ équations dans chaque dimension. Or, la représentation totale est contenue dans N pixels. Ainsi, pour que le problème soit solvable, il faut au moins autant d'équations que d'inconnues, à savoir : $N \geq 2n$, soit $O \geq 2$. Cette condition est nécessaire mais pas toujours suffisante, en particulier dans le cas unidimensionnel. Dans le cas multidimensionnel (notre cas, donc), un sur-échantillonnage se révèle en général suffisant [4, 7]. La résolution que nous pouvons atteindre est alors définie par :

$$res = \frac{1}{2f} = \frac{\lambda z}{N\Delta_k} \quad (1.55)$$

Cette équation montre que l'on doit minimiser la distance z entre l'échantillon et le détecteur, ce qui justifie l'emploi d'une caméra sans vitre de protection et d'un porte-échantillon qui « rentre » dans la caméra (cf. Chap. 2).

1.8.2 Capteur CCD

La figure de diffraction est échantillonnée sur une matrice CCD de 2048×2048 pixels carrés de $7.4 \mu\text{m}$ de côté. Celle-ci intègre localement le flux sur chaque pixel, et par conséquent se comporte comme un échantillonneur rectangulaire et moyennneur

[11, 24]. Pour alléger les calculs, considérons un cas unidimensionnel. Notant $I(x)$ la figure de diffraction en champ lointain, la figure de diffraction effectivement détectée par une ligne de pixels indexés par $p \in \{0, 1, \dots, N-1\}$, notée $I_{\Delta_k}(p)$, s'écrit sous la forme [24] :

$$I_{\Delta_k}(p) = \sum_{p=0}^{N-1} \delta(x - p\Delta_k) \times \int_{x-\frac{\Delta_k}{2}}^{x+\frac{\Delta_k}{2}} I(s) ds \quad (1.56)$$

Le deuxième terme peut se réécrire sous la forme d'un produit de convolution :

$$I_{\Delta_k}(p) = \sum_{p=0}^{N-1} \delta(x - p\Delta_k) [I \otimes \text{rect}_{\Delta_k}](x) \quad (1.57)$$

Avec : $\text{rect}_{\Delta_k}(x) = 1$ si $x \in [-\frac{\Delta_k}{2}; \frac{\Delta_k}{2}]$, 0 sinon. La Transformée de Fourier de cette grandeur s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[I_{\Delta_k}](p) &= \sum_{p=0}^{N-1} \delta(x - \frac{p}{\Delta_k}) \otimes [\mathcal{F}[I](x) \times \text{sinc}(x\Delta_k)] \\ &= \mathcal{F}[I] \left(x - \frac{p}{\Delta_k} \right) \times \text{sinc}(x\Delta_k - p) \end{aligned} \quad (1.58)$$

Le premier terme met en évidence la nécessité d'échantillonner avec une fréquence $1/\Delta_k$ suffisamment grande, sous peine de provoquer un repliement de spectre. Le second terme est un sinus cardinal parasite [90] qui dégrade la reconstruction.

1.9 Reconstruction itérative : algorithme de reconstruction « CDI »

Dans cette section, nous allons exploiter les notions de sur-échantillonnage pour étayer le problème de la phase, inhérent à toute expérience de diffraction.

1.9.1 Rappels sur l'imagerie sans lentille

Un échantillon bidimensionnel de transmission complexe $t(x, y)$ est illuminé par un faisceau cohérent spatialement. L'onde incidente, après passage dans l'échantillon, va diffracter en générant des ondelettes sphériques en chaque point, qui vont interférer entre elles. L'intensité du faisceau sortant, égale au module carré du champ électromagnétique, que l'on appellera « figure de diffraction », dépend de la nature de l'objet éclairé. Dans l'approximation de champ lointain, le champ diffracté est égal à la Transformée de Fourier de t , ce qui donne :

$$I(X, Y) = |\mathcal{F}[t(x, y)]|^2 \quad (1.59)$$

1.9.2 Problème de la phase

Le problème majeur de la reconstruction CDI est la perte intrinsèque de la phase, liée à la détection par une caméra CCD, qui n'est sensible qu'au nombre de photons

mais pas à leur direction. Ainsi, si l'on cherche à inverser la figure de diffraction par Transformée de Fourier inverse, nous obtenons, non pas l'objet, mais son *autocorrélation*. Cette grandeur est définie sur $N/2$ pixels indépendants, et non N , du fait de la centro-symétrie de la Transformée de Fourier d'une fonction réelle (la figure de diffraction). Par conséquent, la perte de la phase induit une non-solvabilité du problème. C'est pour cette raison que le sur-échantillonnage linéaire O , s'il est pris égal à 2, permet d'obtenir un jeu de $2 \times N/2 = N$ équations indépendantes, ce qui rend le problème solvable [4, 63].

1.9.3 Algorithme itératif de reconstruction

L'algorithme de reconstruction de la phase permet de reconstruire simultanément la phase du champ diffracté et l'amplitude complexe dans le plan de l'objet. Il est itératif et consiste à appliquer des contraintes dans l'espace réel (plan de l'objet) et l'espace réciproque (plan de la CCD) par le biais de Transformées de Fourier et de Transformées de Fourier inverses. Les contraintes, détaillées ci-dessous, permettent à l'algorithme de converger :

- dans l'espace réciproque, on remplace le module du champ diffracté par la figure de diffraction expérimentale,
- dans l'espace réel, on définit un support à la reconstruction, en général par le biais de l'autocorrélation de l'objet (qui est deux fois plus grande que ce dernier).

Les étapes de l'algorithme sont résumées en Fig. 1.5. La première étape consiste à générer une phase aléatoire et à effectuer une première reconstruction, notée g . Les étapes suivantes sont :

1. Transformée de Fourier de l'objet g , ce qui donne $G = |G| \times e^{i\phi}$.
2. Application de la contrainte dans l'espace réciproque : on remplace $|G|$ par \sqrt{I} , où I est la figure de diffraction expérimentale, ce qui donne : $G' = \sqrt{I} \times e^{i\phi}$.
3. Transformée de Fourier inverse de G' , ce qui donne une nouvelle reconstruction g' .
4. Application de la contrainte de support fini (grâce à l'autocorrélation).

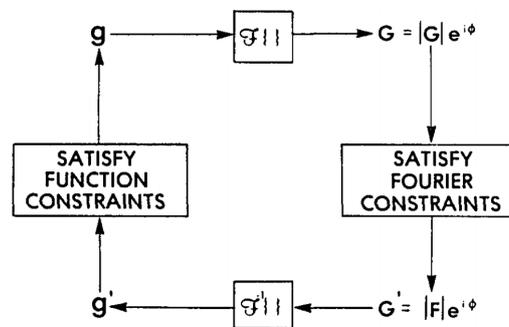


FIGURE 1.5 – Schéma de principe de l'algorithme de reconstruction de la phase [19].

Plusieurs types d'algorithmes existent [54, 56], et le choix de l'un d'entre eux par rapport à un autre dépend étroitement des conditions expérimentales. Nous

utilisons l'algorithme de P. Thibault⁴, basé sur la technique de *difference map* [16]. Cet algorithme consiste à projeter les solutions sur un « jeu d'espaces de contraintes » [27]. On notera C_1, C_2, \dots, C_n l'ensemble des contraintes, définies sur un espace de Hilbert, noté \mathcal{E} . Un espace de Hilbert est, par définition, un espace vectoriel normé et complet de dimension finie, muni d'un produit scalaire $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Du produit scalaire découle la norme $\|\cdot\|$ définie par : $\forall x \in \mathcal{E}, \|x\| = \sqrt{\langle x, x \rangle}$. Pour un espace de Hilbert, cette norme vérifie :

$$\forall (x, y) \in \mathcal{E}^2, \|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2) \quad (1.60)$$

Ces contraintes ont une signification physique : objet à support fini, positivité de la phase, égalité du module carré expérimental, etc. La reconstruction, notée x , est projetée sur l'ensemble des espaces de contraintes, à savoir $C_1 \cap C_2 \cap \dots \cap C_n$. Pour tout $i \in [1, N]$, on définit l'opérateur de projection $P_{C_i} : \mathcal{E} \rightarrow C_i$ par [27, 94] :

$$\forall x \in \mathcal{E}, P_{C_i} : x \rightarrow P_{C_i}(x) = y \text{ tel que } \|x - y\| = d(x, C_i) \quad (1.61)$$

Avec :

$$\forall x \in \mathcal{E}, \forall i \in [1, N], d(x, C_i) = \inf\{\|x - y\|\}_{y \in C_i} \quad (1.62)$$

On rappelle par ailleurs que tout opérateur de projection P vérifie $P^2 = P$. La solution issue de toutes les projections sur les contraintes $(C_i)_{i \in [1, N]}$ vérifie alors [27] :

$$\forall i \in [1, N], P_{C_i}(x_{\text{sol}}) = x_{\text{sol}} \quad (1.63)$$

Dans notre cas, nous avons $N = 2$: une contrainte de support et une contrainte sur l'intensité, pour lesquelles on définit les projecteurs correspondants P_1 et P_2 . Ainsi :

$$\begin{cases} y_1 = P_2[(1 + \gamma_1)P_1(x) - \gamma_1 x] \\ y_2 = P_1[(1 + \gamma_2)P_2(x) - \gamma_2 x] \end{cases} \quad (1.64)$$

On définit à partir de ces deux grandeurs, la quantité :

$$d(x) = y_2 - y_1 \quad (1.65)$$

La boucle d'itération $(x_n)_{n \in [1, \dots, N_{\text{iter}}]}$ s'écrit alors sous la forme :

$$x_{n+1} = x_n + \beta \times d(x_n) \quad (1.66)$$

Où γ_1, γ_2 et β sont des paramètres complexes. Le schéma présenté en Fig. 1.6 illustre le principe des projections sur les deux espaces.

À chaque itération, une fonction d'erreur est calculée : elle mesure la similarité de notre reconstruction par rapport à la « vraie » solution. Elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\epsilon_n = \sqrt{\sum_{i=1}^N |d_i(x_n)|^2} \quad (1.67)$$

Où N est le nombre d'éléments constitutifs de la solution x . Cette fonction d'erreur doit être minimisée ; elle chute brutalement lors des dix premières itérations

4. Membre du groupe de recherche du Professor Veit Elser, Cornell University, USA.

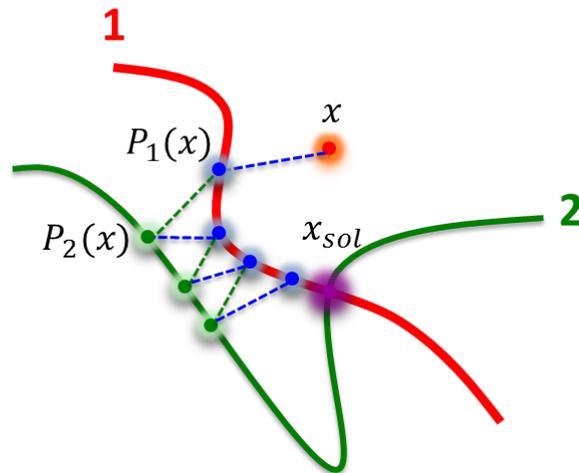


FIGURE 1.6 – Schéma d'illustration des projections successives appliquées à x sur deux espaces de contraintes.

pour ensuite fluctuer autour d'un minimum. Typiquement, nous réalisons quelques centaines d'itérations à partir de la même condition initiale et récupérons une dizaine de reconstructions qui minimisent la fonction d'erreur ϵ . Ces reconstructions seront sommées de façon cohérente pour améliorer le rapport signal sur bruit et pour le calcul de la PRTF (*Phase Retrieval Transfer Function*, cf. Chap. 3).

1.9.4 Superposition cohérente des reconstructions

L'algorithme étant lancé à partir d'une phase aléatoire, nous obtenons des reconstructions légèrement différentes d'une simulation à l'autre, même à partir du même signal. Notamment, la position de l'objet fluctue dans le support alloué à la reconstruction. À la manière des reconstructions FTH, nous avons donc effectué, dans un souci d'améliorer le rapport signal sur bruit et la qualité spatiale des reconstructions, une superposition cohérente des hologrammes reconstruits. L'algorithme « *dft registration* » (cf. Chap. 3) est utilisé dans ce but, avec une étape préalable d'alignement des hologrammes (en plus des déplacements, il peut y avoir rotation et/ou retournement de l'objet reconstruit). Les résultats correspondants sont présentés en Fig. 1.7. Nous pouvons constater une très nette amélioration du rapport signal sur bruit pour ces deux objets. Par ailleurs, on observe que le bruit alentour des objets (a) et (b) est contenu dans une certaine zone qui n'est autre que le support de l'autocorrélation du signal, dans lequel la reconstruction est faite.

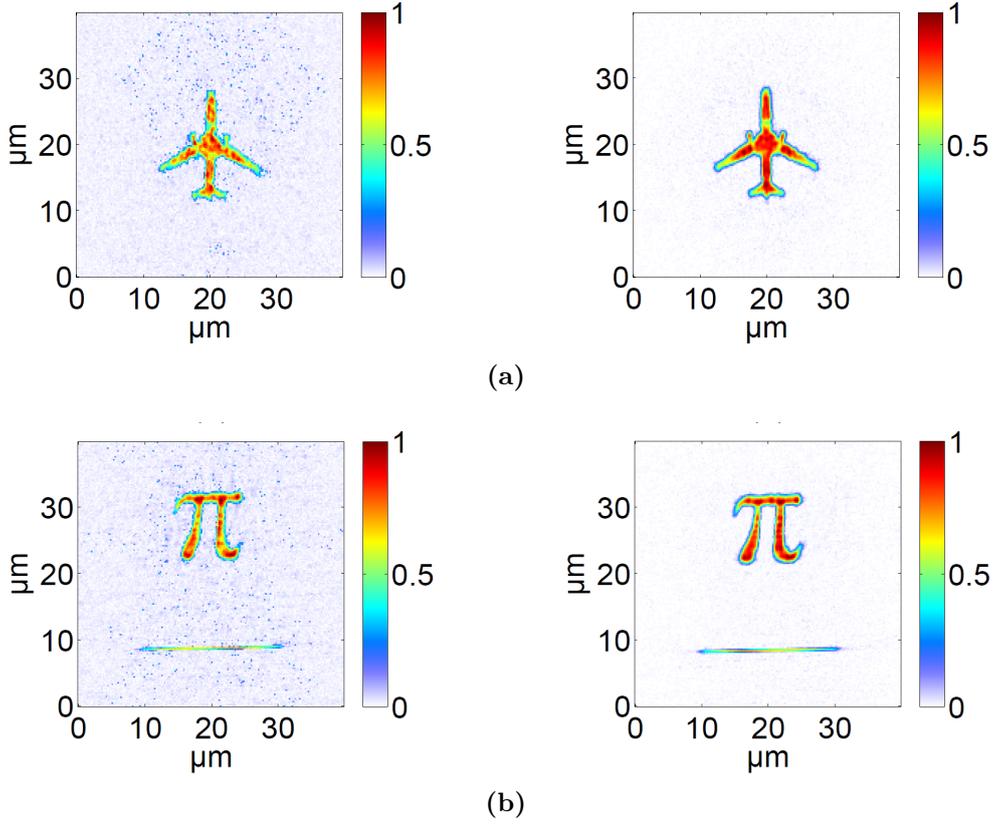


FIGURE 1.7 – Panneaux de gauche : reconstructions expérimentales *via* l’algorithme CDI. Panneaux de droite : accumulation de reconstructions issues d’une même image mais avec une nouvelle condition initiale à chaque lancement de l’algorithme.

1.10 Principe de la technique FTH

1.10.1 Présentation

La technique FTH (*Fourier Transform Holography*) est la plus simple à utiliser expérimentalement. Elle consiste à graver une ou plusieurs références circulaires autour de l’objet. En interférant avec l’objet, ces références vont permettre d’encoder la phase dans le signal diffracté, et ainsi la rendre détectable. Pour mieux appréhender ce phénomène, nous pouvons considérer la transmission de l’échantillon $t(x, y)$, somme des transmissions respectives de l’objet (notée o) et des N références circulaires (notées r_k , $k \in \{1, \dots, N\}$) [27] :

$$t(x, y) = o(x, y) + \sum_{k=1}^n r_k(x, y) \quad (1.68)$$

Dans le cadre de l’approximation du champ lointain, valable dès lors que le nombre de Fresnel $F = \frac{\phi_{\text{ech}}^2}{\lambda z}$ est petit devant 1, nous pouvons écrire le champ diffracté sur la caméra comme étant la Transformée de Fourier de la transmission – *a priori* complexe – de l’échantillon. Étant donné que la caméra est sensible à l’intensité, soit le module carré du champ, nous pouvons représenter le signal diffracté $I(X, Y)$ par :

$$I(X, Y) = |\mathcal{F}\{t(x, y)\}|^2 \quad (1.69)$$

Prenant la Transformée de Fourier inverse du signal $I(X, Y)$, nous obtenons :

$$\mathcal{F}^{-1}\{I\} = \mathcal{F}^{-1}\{|\mathcal{F}\{t\}|^2\} = t \otimes t \quad (1.70)$$

Par conséquent, la Transformée de Fourier inverse du signal représente simplement l'autocorrélation de l'objet. Dans le cas d'une reconstruction « classique », sans référence, nous obtenons, pour un objet isolé et plus petit que le faisceau incident, un support environ deux fois plus grand que l'objet. Dans le cas holographique, d'autres termes croisés apparaissent :

$$\mathcal{F}^{-1}\{I\} = t \otimes t = o \otimes o + \sum_{k=1}^n [o \otimes r_k + r_k \otimes o] + \sum_{i,j}^n r_i \otimes r_j \quad (1.71)$$

Le premier terme dans l'équation 1.71 est le terme « central », plus précisément l'autocorrélation de l'objet. Le second terme représente, quant à lui, les corrélations entre l'objet et chacune des références, qui sont localisées autour du terme central. Le troisième terme représente les corrélations entre les références – y compris leurs autocorrélations. Nous nous intéressons ici exclusivement au second terme. Les r_k étant petits devant l'objet, on peut les considérer, dans un premier temps, par des distributions de Dirac : $r_k \sim \delta(\vec{r} - \vec{r}_k)$. Il vient :

$$\forall k, o \otimes r_k \sim o \quad (1.72)$$

On retrouve donc directement l'objet par Transformée de Fourier inverse. Comme les références ne sont évidemment pas des distributions de Dirac, mais plutôt des cercles de diamètre petit devant la taille de l'objet, nous allons obtenir une reconstruction plus ou moins « floutée » selon leur diamètre.

1.10.2 Contraintes

Étant donné que la résolution est directement donnée par le diamètre des trous, il y a un intérêt à les réaliser le plus finement possible. Toutefois, la reconstruction est également sensible à l'intensité du signal. Par conséquent, le champ sortant des trous ne va pas interférer de façon optimale avec le champ issu de l'objet. Il est donc nécessaire de réaliser un compromis entre résolution et rapport signal sur bruit. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de réaliser plusieurs références circulaires plutôt qu'une seule [83] : nous obtenons autant de reconstructions indépendantes que de références, et il est possible de les sommer de façon cohérente – en amplitude et en phase – afin d'augmenter le rapport signal sur bruit (cf. Chap. 3).

Par ailleurs, la séparation holographique doit être respectée [24, 27], afin que les reconstructions ne se recouvrent pas entre elles et avec le terme central. Nous placerons typiquement les références circulaires suffisamment loin de l'objet, à une distance égale à 1.8 fois la taille de l'objet, le strict minimum étant une fois.

Enfin, réaliser des trous de quelques centaines de nanomètres est assez contraignant expérimentalement, par rapport aux références rectangulaires, beaucoup plus grandes. L'usinage, fait au FIB (*Focused Ion Beam*), est le moyen le plus robuste d'obtenir de si petits motifs mais les réglages et l'utilisation de celui-ci sont contraignants.

1.10.3 Avantages

Cette technique, parfaitement déterministe, ne requiert qu'une simple Transformée de Fourier du signal pour retrouver l'objet en amplitude et en phase. Elle permet une reconstruction avec une résolution typique de l'ordre de la taille des trous. La superposition cohérente, quant à elle, permet d'augmenter le rapport signal sur bruit.

De par la rapidité du calcul, il est également possible d'implémenter la reconstruction dans une interface GUI (*Graphical User Interface*) pour reconstruire l'objet pendant l'alignement, ce qui permet une optimisation de l'expérience en temps réel. Nous montrerons l'exploitation de cet avantage dans les chapitres suivants (Chap. 4 et 5).

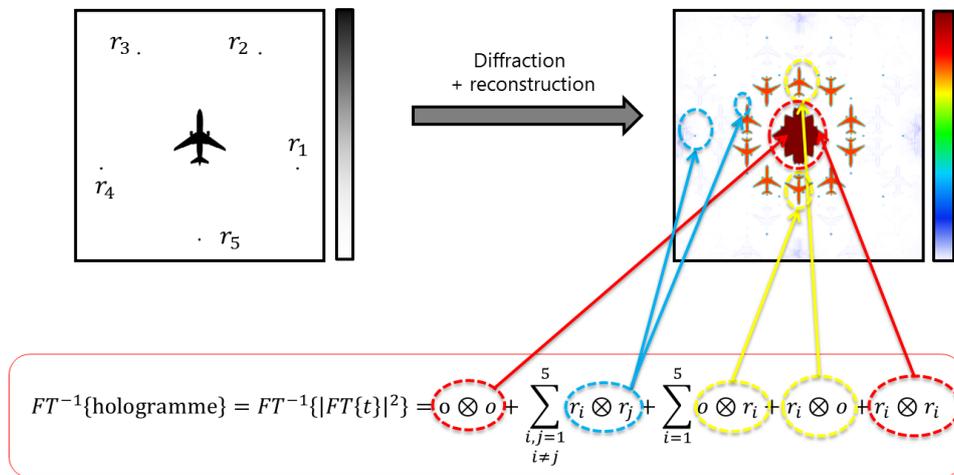


FIGURE 1.8 – Schéma de principe de la technique FTH.

1.11 Principe de la technique HERALDO

1.11.1 Présentation

La technique HERALDO (*Holography with Extended Reference by Autocorrelation Linear Differential Operator*) a quelques similarités avec la technique FTH : une référence étendue (ce qui augmente le signal diffracté), placée à proximité de l'échantillon, permet d'encoder la phase du champ dans la figure de diffraction. Cette référence est ici de forme rectangulaire, de longueur égale à environ deux fois la taille de l'objet, selon un angle $\hat{\alpha}$ (cf. Fig. 1.9), et de largeur petite devant celui-ci, comme pour les références circulaires. Ainsi, si l'on se contente d'appliquer une Transformée de Fourier inverse à la figure de diffraction, l'objet sera reconstruit dans une dimension – la largeur du rectangle – et flouté dans l'autre – la longueur du rectangle. La Fig. 1.9 illustre le principe de cette technique. L'objet est donc intégré le long du rectangle, ce qui implique d'utiliser un opérateur de dérivation [27], s'écrivant sous la forme :

$$\mathcal{L}^{(n)}\{\cdot\} = \sum_{k=0}^n a_k \frac{\partial^n}{\partial x^k y^{n-k}} \quad (1.73)$$

En appliquant cet opérateur à la Transformée de Fourier inverse de la figure de diffraction, on obtient :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(n)}\{\mathcal{F}^{-1}\{I\}\} &= \mathcal{L}^{(n)}\{t \otimes t\} \\ &= \mathcal{L}^{(n)}\{o \otimes o\} + \mathcal{L}^{(n)}\{r \otimes r\} + \mathcal{L}^{(n)}\{o \otimes r\} + \mathcal{L}^{(n)}\{r \otimes o\} \end{aligned} \quad (1.74)$$

Par ailleurs, on a :

$$\mathcal{L}^{(n)}\{u \otimes v\} = (-1)^n [u \otimes \mathcal{L}^{(n)}\{v\}] = \mathcal{L}^{(n)}\{u\} \otimes v \quad (1.75)$$

L'opérateur différentiel appliqué à la référence donne la somme d'une distribution de Dirac et d'une autre fonction arbitraire, notée g :

$$\mathcal{L}^{(n)}\{r(x, y)\} = A\delta(x - x_0)\delta(y - y_0) + g(x, y) \quad (1.76)$$

Il vient :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(n)}\{\mathcal{F}^{-1}\{H\}\} &= \mathcal{L}^{(n)}\{o \otimes o\} + \mathcal{L}^{(n)}\{r \otimes r\} \\ &\quad + (-1)^n [o \otimes \mathcal{L}^{(n)}\{r\}] + \mathcal{L}^{(n)}\{r\} \otimes o \\ &= \mathcal{L}^{(n)}\{o \otimes o\} + \mathcal{L}^{(n)}\{r \otimes r\} + (-1)^n o \otimes g + g \otimes o \\ &\quad + (-1)^n \mathbf{A}^* \mathbf{o}(\mathbf{x} + \mathbf{x}_0, \mathbf{y} + \mathbf{y}_0) + \mathbf{A} \mathbf{o}^*(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0, \mathbf{y} - \mathbf{y}_0) \end{aligned} \quad (1.77)$$

Les deux termes en gras représentent l'objet, reconstruit sur les bords de la référence rectangulaire. En effet, la dérivée d'une fente dans une dimension donne deux distributions de Dirac sur les bords, ce qui équivaut à avoir deux références ponctuelles espacées de la longueur du rectangle.

1.11.2 Contraintes et avantages

Comme toute technique holographique, la séparation objet-référence doit être suffisante pour éviter tout recouvrement (ou *overlapping*) des reconstructions. Les bords des rectangles sont alors placés à une distance de $2\times$ la taille de l'objet par rapport à son centre.

Concernant la simplicité de calcul, faire la Transformée de Fourier du signal n'est cette fois-ci pas suffisant pour retrouver le signal. Il est nécessaire d'appliquer un opérateur linéaire et de l'aligner sur l'image de façon appropriée, ce qui augmente le temps de calcul dans la reconstruction.

En contrepartie, la résolution n'est limitée que dans une seule dimension – la largeur du rectangle – et par la qualité des bords (afin de respecter l'approximation par une fonction « porte »). Le rapport signal sur bruit est également meilleur que pour le cas FTH : une comparaison sera faite dans le Chap. 3, section 3.5.2 (page 57).

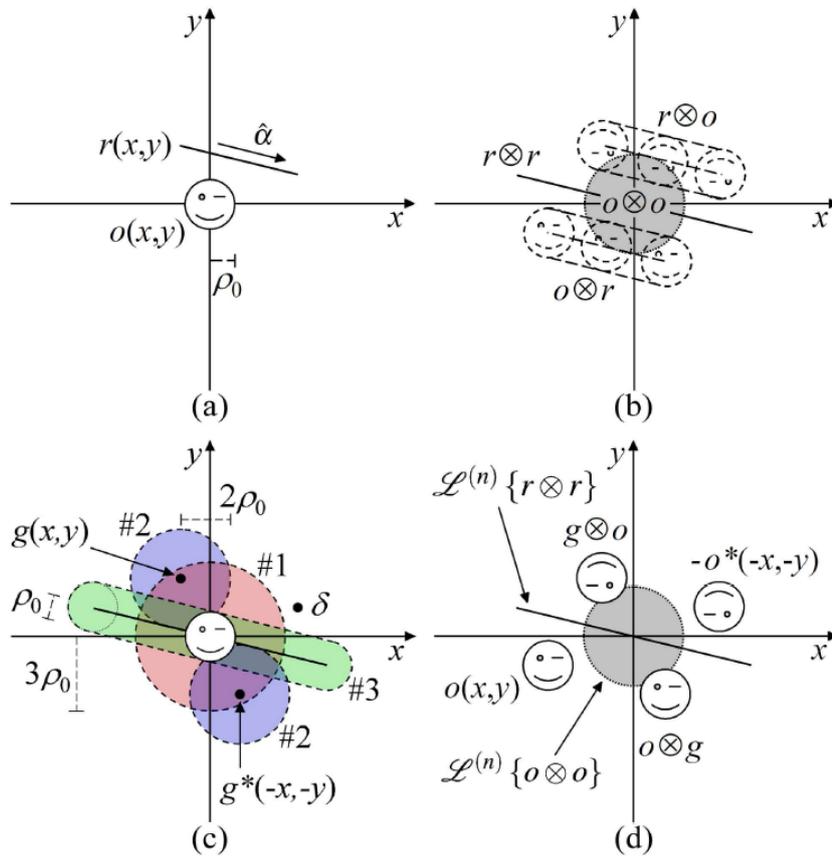


FIGURE 1.9 – Principe de la technique HERALDO [35].

(a) : objet observé.

(b) : représentation des supports de corrélation : de l'objet avec lui-même ($o \otimes o$), de la référence avec elle-même ($r \otimes r$), et de l'objet avec la référence ($o \otimes r$ et $r \otimes o$).

(c) : représentation des différents domaines afin de comprendre la notion de « séparation holographique ».

(d) : reconstruction HERALDO après application de l'opérateur linéaire $\mathcal{L}^{(n)}$.

Chapitre 2

Présentation générale du Nanoscope

2.1 Introduction

L'imagerie sans lentille emploie généralement des sources XUV cohérentes, que ce soit par génération d'harmoniques d'ordres élevés [74] ou par rayonnement synchrotron [62]. Malgré les résolutions spatiale et temporelle élevées de tels dispositifs (de l'ordre de la dizaine de nanomètres et de la dizaine de femtosecondes), ces derniers présentent de grandes contraintes expérimentales et ont un coût de mise en place et d'entretien élevés. Cela limite leur potentiel d'application à des expériences « de démonstration ». Dans le domaine industriel, des solutions commerciales ont ainsi été développées depuis quelques années : des entreprises telles que PHI (*Phase Holographic Imaging*) en Suède, ou Lyncée Tec en Suisse, commercialisent des microscopes réalisant, par le biais de l'holographie microscopique digitale (DHM en anglais), l'imagerie en amplitude et en phase d'échantillons biologiques sensibles (ex. : culture de cellules en mouvement). La résolution de tels appareils est suffisante (centaine de nanomètres en latéral, quelques nanomètres en axial) pour diagnostiquer, par exemple, des cellules cancéreuses.

Dans cette même lignée, nous avons développé un microscope sans lentille compact, à bas coût, industrialisable à terme, utilisant différentes techniques de reconstruction selon le type d'échantillon observé, qui sont dans tous les cas plus simples à implémenter que la DHM.

Le principe de fonctionnement est le suivant : l'échantillon est illuminé par un faisceau cohérent spatialement. La figure de diffraction est ensuite enregistrée de l'autre côté par une caméra CCD, et un algorithme de reconstruction est appliqué pour retrouver la transmission et l'indice optique de l'objet. Le problème de la phase associé à ce type de schéma expérimental, et que l'on retrouve dans la plupart des expériences de diffraction cohérente, sera illustré plus loin.

Selon la nature de l'objet observé, nous choisirons la configuration expérimentale la plus adaptée (diffraction en champ lointain, holographie en ligne, etc). En effet, la convergence des algorithmes de reconstruction de la phase repose généralement sur des contraintes liées à l'objet : support fini, déphasage nul... Il est donc important de tirer parti de la connaissance préalable que l'on en a. Nous allons présenter dans ce chapitre les principales caractéristiques du Nanoscope, de la source à la caméra, ainsi que les contraintes expérimentales qu'il est nécessaire de respecter.

2.2 Présentation générale du prototype

2.2.1 Spécifications

Le Nanoscope, comme mentionné précédemment, a pour principe de fonctionnement l'imagerie sans lentille par diffraction cohérente. Par conséquent, certaines structures propres à ce type de montage seront reproduites lors de son élaboration (en particulier, la source cohérente et la caméra). Le prototype comprend :

- une diode fibrée monomode (modèle LP405-SF10) de puissance optique 10 mW, et de longueur d'onde $\lambda = 403.5$ nm (cf. Annexe D),
- un collimateur ajustable (modèle CFC-5X-A), de focale $f = 4.6$ mm, dont la distance avec la sortie de fibre peut être ajustée finement de 4.4 mm à 6.1 mm,
- un porte-échantillon placé sur une translation manuelle, contenant soit les échantillons 2D (cf. Chap. 3), soit la pupille holographique (cf. Chap. 4),
- un porte-échantillon placé sur une translation motorisée, contrôlée par des piézomoteurs, sur lequel on place les échantillons 2D ou 3D,
- une caméra CCD (Illunis RMV-4022), de dynamique d'acquisition 12 bits (0...4095 niveaux), avec une connexion GigE Vision (cf. Annexe E).

Le schéma expérimental est présenté en Fig. 2.1, dans une configuration particulière qui est celle de la diffraction en champ lointain (cf. Chap. 3). Le porte-échantillon, piloté par une translation manuelle, est conçu de manière à ce que l'objet soit au plus proche de la caméra, afin de maximiser l'ouverture numérique.

2.2.2 Contraintes expérimentales et algorithmiques

Parmi les contraintes liées au prototype, nous pouvons retenir que :

- la source doit être cohérente (source laser), et la largeur spectrale suffisamment fine (typiquement < 10 nm). Nous verrons en section 2.6 que c'est bien le cas ici.
- le contraste des figures de diffraction étant lié en partie au nombre de photons reçus par la caméra, la puissance de la source doit donc être suffisamment élevée ; en effet, les structures illuminées sont potentiellement petites et peuvent éventuellement faire partie d'un environnement totalement opaque. De fait, il faut s'assurer que tous les photons occupent la surface utile, ni plus ni moins, afin d'éviter les pertes. Nous illustrerons ce problème dans un cas particulier, au Chap. 4, page 80.
- la phase est perdue lors de la détection. Dès lors, il est nécessaire d'utiliser, quelle que soit la configuration expérimentale, un algorithme de reconstruction de la phase, itératif¹ ou non².

1. CDI et holographie en ligne.

2. Holographie par Transformée de Fourier et HERALDO.

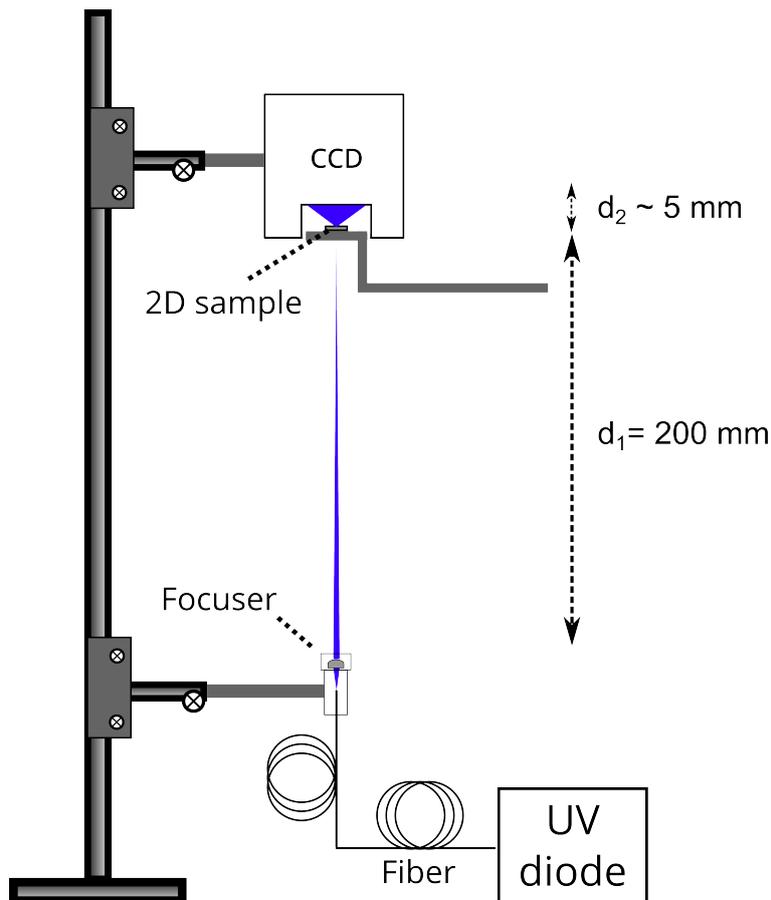


FIGURE 2.1 – Schéma expérimental en champ lointain.

2.3 Calculs théoriques sur les faisceaux gaussiens

Concernant la source laser utilisée, nous allons dans la suite effectuer l'approximation de faisceau gaussien, avec ou sans collimateur ajustable : sans le collimateur, le mode en sortie de fibre est un mode gaussien TEM_{00} (données constructeur). Avec le collimateur, qui est limité par la diffraction (*id.*), nous obtenons une tâche d'Airy dans le plan focal, qui peut être approximée à un faisceau gaussien au centre (sans les anneaux). Nous allons voir que cette hypothèse, aisément vérifiée, simplifie grandement nos calculs.

Le champ électrique transverse $E(r, z)$ d'un faisceau gaussien s'écrit, en notation complexe, sous la forme :

$$E(r, z) = E_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right) \exp \left(\frac{-r^2}{w(z)^2} \right) \exp(-ikz) \exp \left(-i \frac{kr^2}{2R(z)} \right) \exp(i\psi(z)) \quad (2.1)$$

Avec :

- E_0 , l'amplitude du faisceau en $z = 0$,
- $w(z)$, la distance pour laquelle l'intensité du faisceau est de $1/e^2 \sim 13.5\%$ de sa valeur maximale en $r = 0$,
- $w_0 = w(0)$, le minimum de w selon z . On l'appelle *waist* du faisceau. On définit également le diamètre à $1/e^2$, $\phi_0 = 2 \times w_0$,

- $R(z)$, le rayon de courbure du faisceau en z ,
- $\psi(z)$, la phase de Gouy en z .

L'intensité d'un tel faisceau, notée $I(r, z)$, et représentée en Fig. 2.2, est définie par le module carré du champ électromagnétique, ce qui donne :

$$I(r, z) = |E(r, z)|^2 = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp \left(\frac{-2r^2}{w(z)^2} \right) \quad (2.2)$$

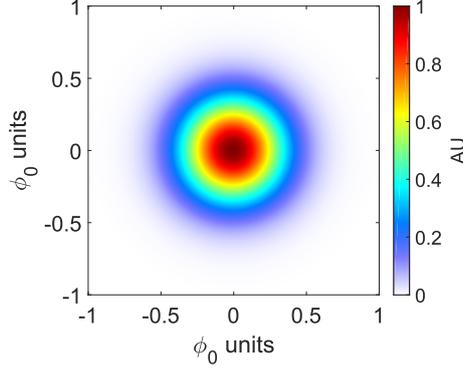


FIGURE 2.2 – Profil transversal d'intensité d'un faisceau gaussien en son *waist*.

Le rayon du faisceau $w(z)$ est donné par la formule :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2} \quad (2.3)$$

Avec z_R la longueur de Rayleigh, donnée par :

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (2.4)$$

La longueur de Rayleigh est définie comme étant la distance à partir de laquelle le faisceau voit son diamètre augmenté d'un facteur $\sqrt{2}$ par rapport au plan du *waist*. Cela se vérifie aisément par la relation : $w(z_R) = \sqrt{2} \times w_0$. D'autre part, le rayon de courbure du faisceau est donné par :

$$R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z_R}{z} \right)^2 \right) \quad (2.5)$$

On a donc : $\frac{1}{R(z)} \underset{z \rightarrow 0}{\sim} \frac{z}{z_R^2}$, $\frac{1}{R(z)} \underset{z \rightarrow z_R}{\sim} \frac{1}{2z}$ et $\frac{1}{R(z)} \underset{z \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{z}$. La figure 2.3 présente la courbure C en fonction de z : $C(z) = \frac{z_R}{R(z)}$.

La phase de Gouy, quant à elle, s'écrit sous la forme

$$\psi(z) = \arctan \frac{z}{z_R} \quad (2.6)$$

Ce terme de phase additionnel traduit le déphasage longitudinal du faisceau au cours de sa propagation.

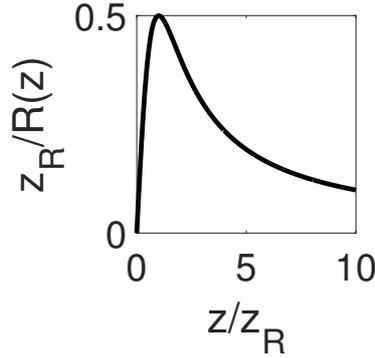


FIGURE 2.3 – Courbure d’un faisceau gaussien en fonction de la distance de propagation (l’origine étant prise au *waist*).

On constate alors que les paramètres physiques d’un faisceau gaussien sont déterminés par la seule connaissance de la longueur d’onde λ et du *waist* w_0 , desquels découlent le calcul de toutes les autres grandeurs caractéristiques de ce faisceau : $w(z)$, z_R , $R(z)$ et $\psi(z)$.

Le modèle du faisceau gaussien présente de nombreux avantages : il est parfaitement déterministe dès lors que l’un des paramètres physiques de ce même faisceau est mesuré ; d’autre part, un faisceau gaussien reste gaussien lors de sa propagation. Que ce soit pour effectuer des simulations ou pour reconstruire expérimentalement nos objets, nous verrons que l’hypothèse de faisceau gaussien peut être raisonnablement appliquée et simplifie considérablement les calculs.

2.4 Collimateur ajustable

Le faisceau étant divergent en sortie de fibre, il présente donc de la courbure, entraînant non seulement une perte de photons lors de l’illumination d’un objet de petite taille (quelques dizaines de microns), mais également un ré-échantillonnage du front d’onde lié à cette courbure. L’idée est donc de focaliser le faisceau sur l’échantillon à l’aide d’un collimateur ajustable. Ce dernier se présente sous la forme d’une lentille intégrée dans une petite plate-forme compatible avec la sortie de fibre. On rappelle que la distance focale de ce collimateur est de 4.6 mm (données constructeur). La distance lentille-fibre peut être finement ajustée afin de régler la conjugaison, donc le diamètre du faisceau ϕ_0 . Ainsi, il est possible de concentrer toute la puissance disponible sur les échantillons, d’augmenter le nombre de photons « utiles », et d’améliorer le rapport signal sur bruit lors de la détection.

Les faisceaux gaussiens, lorsqu’ils sont imagés par une lentille, ne suivent pas les lois de l’optique géométrique « classique ». En effet, utilisant les équations 2.3 et 2.5, il vient [84] :

$$\frac{s'}{f} = 1 + \frac{[(\frac{s}{f}) - 1]}{[(\frac{s}{f}) - 1]^2 + (\frac{z_R}{f})^2} \quad (2.7)$$

Avec : s la distance du *waist* « objet », w_0 , à la lentille, et s' la distance de la lentille au *waist* image, w'_0 . Notant $u = \frac{z_R}{f}$ et $g_u : x \rightarrow 1 + \frac{x-1}{(x-1)^2 + u^2}$, les courbes

$\frac{s'}{f} = g_u(\frac{s}{f})$, paramétrées par u , sont représentées en Fig. 2.4.

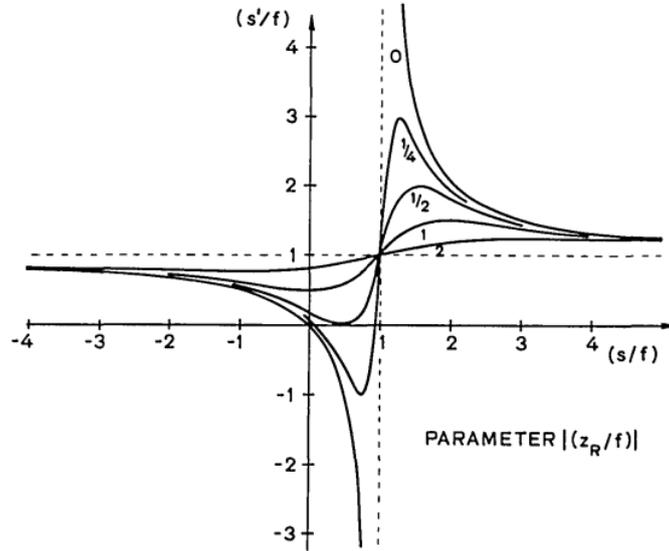


FIGURE 2.4 – Courbes représentatives de (s'/f) en fonction de (s/f) , pour plusieurs valeurs du paramètre sans dimension z_R/f [84]. Le cas limite où $z_R/f \rightarrow 0$ correspond aux lois de l'optique géométrique (relation de conjugaison de Descartes).

Lorsque z_R est petit devant f , nous pouvons réécrire l'équation 2.7 sous la forme :

$$\frac{s'}{f} = 1 + \frac{1}{\left(\frac{s}{f} - 1\right)} \quad (2.8)$$

Soit :

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \quad (2.9)$$

Ainsi, lorsque z_R tend vers zéro, on retrouve la formule de conjugaison habituelle des lentilles minces. Le cas de l'optique géométrique découle donc de l'approximation des faisceaux gaussiens par des ondes sphériques, où les distances de travail (f , etc) sont beaucoup plus grandes que les grandeurs typiques du faisceau (w_0 , z_R).

Le grandissement m est défini par :

$$m = \frac{w'_0}{w_0} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{s}{f} - 1\right)^2 + \left(\frac{z_R}{f}\right)^2}} \quad (2.10)$$

De la même façon, pour z_R petit devant f , on retrouve la formule de grandissement dans l'approximation de l'optique géométrique :

$$m \sim \frac{1}{\frac{s}{f} - 1} = \frac{s'}{s} \quad (2.11)$$

Ces équations sont particulièrement utiles pour choisir le grandissement désiré, donc choisir la taille du faisceau image $\phi'_0 = 2 \times w'_0$.

2.5 Caractérisation expérimentale du *waist*

Pour différentes valeurs de s et de s' , nous avons calculé expérimentalement le *waist* w'_0 correspondant. Cela est particulièrement utile dans le cas où nous travaillons avec de petits échantillons et que nous voulons concentrer tout le flux disponible sur ceux-ci sans perdre trop de photons. Pour ce faire, la caméra est placée dans le plan image du *waist*, et le diamètre à $1/e^2$ est mesuré. Ce diamètre est fonction de s' , grandeur à laquelle nous avons accès par simple mesure de la distance lentille-CCD. Les résultats sont présentés en Fig. 2.5.

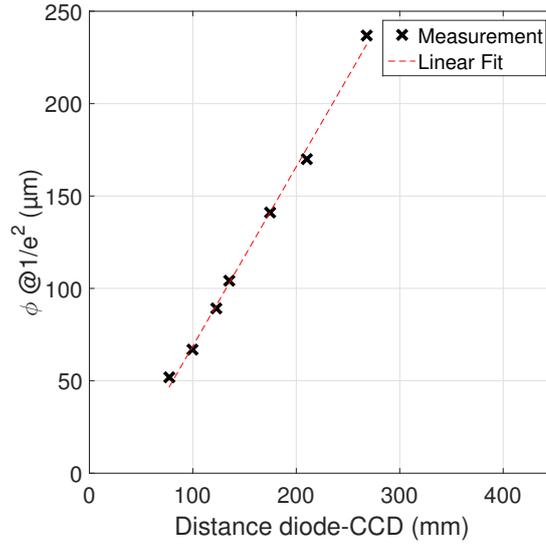


FIGURE 2.5 – Diamètre du *waist* du faisceau ϕ'_0 détecté sur la CCD en fonction de la distance diode-CCD.

Nous pouvons ainsi choisir le diamètre du faisceau en plaçant la CCD à la distance correspondante, puis en focalisant le faisceau à cet endroit. Ce réglage est relativement simple, car il suffit de minimiser la taille du faisceau sur la caméra. Compte tenu des distances de Rayleigh correspondantes z_R (de l'ordre de quelques dizaines de mm pour ϕ_0 de l'ordre de la centaine de microns), nous considérerons que le faisceau est toujours focalisé à l'endroit où se trouve l'échantillon, situé à quelques millimètres de la caméra.

2.6 Influence de la largeur spectrale de la source

Dans notre cas d'étude, nous effectuons toujours les calculs de propagation de faisceau dans l'approximation d'un spectre monochromatique. Autrement, il est nécessaire de superposer les contributions de chaque longueur d'onde. Or, considérant, par exemple, l'holographie par Transformée de Fourier, cette technique permet une reconstruction de l'objet avec un pas d'échantillonnage dépendant de λ ; plus précisément, ce pas vaut $p_1 = \frac{\lambda z}{N p_0}$, où p_0 est le pas pixel de la caméra CCD, N le nombre de pixels dans une dimension, et z la distance objet-CCD. Dans le cas d'un spectre large, la reconstruction est alors convoluée avec le spectre. Afin de ne pas flouter

les reconstructions, il est donc important de travailler en lumière monochromatique. La longueur d'onde centrale de notre source est spécifiée à $\lambda = 403.5$ nm avec une largeur à mi-hauteur de 0.5 nm, soit un écart-type $\sigma = 0.2$ nm. Les spécifications sont présentées en Annexe D.

Afin d'appréhender l'effet de l'étendue spectrale de la source, nous avons simulé l'éclairement d'un objet holographique (ici, la lettre π entourée de cinq références ponctuelles) par des sources gaussiennes de différentes étendues spectrales, centrées à $\lambda = 403.5$ nm. Pour ce faire, nous avons sommé la diffraction provenant de chaque longueur d'onde élémentaire contenue dans le spectre correspondant. Un échantillonnage du spectre est ainsi réalisé – une centaine de points –, et chaque figure de diffraction est pondérée par la valeur correspondante sur le spectre.

Pour comprendre l'effet de l'étendue spectrale, rappelons que nous reconstruisons l'objet avec un pas d'échantillonnage de : $p_1(\lambda) = \frac{\lambda z}{N p_{\text{CCD}}}$. Ainsi, dans le cas d'un spectre large, chaque contribution sera associée à un pas d'échantillonnage spécifique. Prenons l'exemple d'un spectre gaussien de variance σ^2 . L'intensité spectrale s'écrit alors :

$$I_{\lambda_0}(\lambda) = \exp\left(\frac{-(\lambda - \lambda_0)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.12)$$

La reconstruction $R(i, j)$ s'exprime, en fonction de la reconstruction monochromatique $r(\lambda, i, j)$, par :

$$R(i, j) = \int r(\lambda, i, j) I_{\lambda_0}(\lambda) d\lambda \quad (2.13)$$

Il vient alors :

$$R(i, j) = [r(i, j) \otimes I_0](\lambda_0) \quad (2.14)$$

Où $I_0(\lambda) = \exp\left(\frac{-\lambda^2}{2\sigma^2}\right)$. Finalement, on établit que la reconstruction est une convolution de la reconstruction ponctuelle à λ_0 avec une gaussienne de variance σ^2 , ce qui aura pour effet de la flouter.

NB : On retrouve le cas d'une source ponctuelle en prenant $I(\lambda) = \delta(\lambda - \lambda_0)$, soit $R(i, j) = r(i, j, \lambda_0)$.

Les résultats de cette simulation sont présentés en Fig. 2.6. On voit apparaître l'effet de l'étendue du spectre à partir d'une largeur à mi-hauteur de l'ordre de 10 nm, ce qui est bien plus grand que celle de la source que nous utilisons (0.5 nm). Nous nous placerons donc systématiquement dans l'approximation d'une onde *monochromatique*.

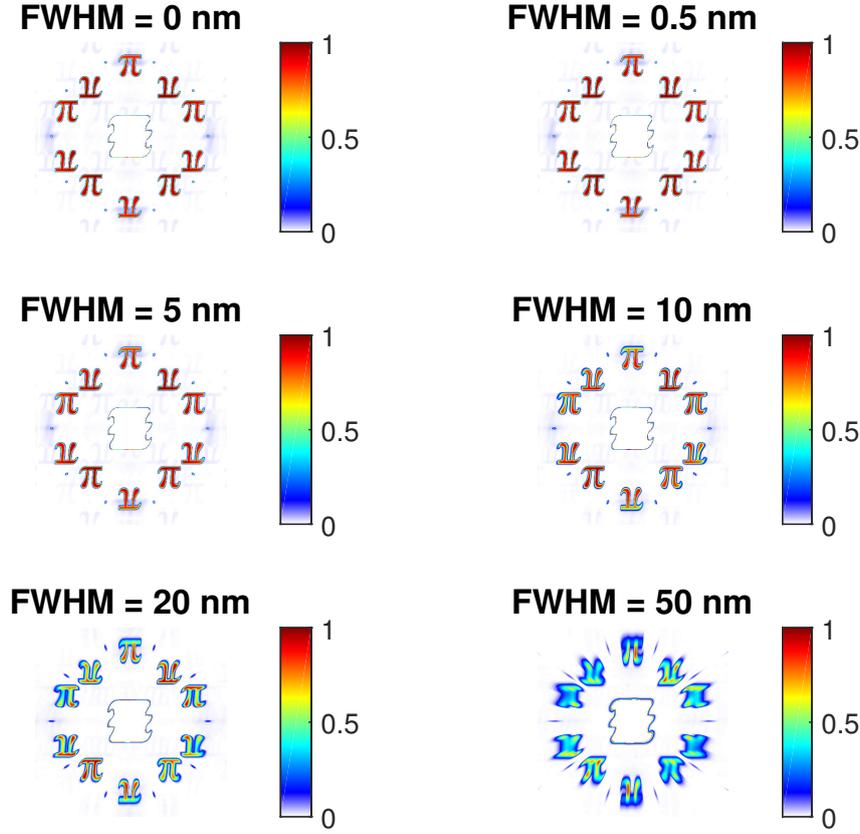


FIGURE 2.6 – Simulation de reconstructions FTH, avec des spectres gaussiens de largeur à mi-hauteur, ou *Full Width at Half Maximum* (FWHM), variable. La longueur d’onde centrale est $\lambda_0 = 403.5$ nm.

2.7 Détection : conversion photons-ADU [24]

Le détecteur utilisé pour enregistrer le signal de diffraction est une caméra CCD comportant 2048×2048 pixels carrés, de côté : $p_{\text{CCD}} = 7.4 \mu\text{m}$. La matrice CCD fait donc 15 mm de côté. De tels détecteurs comportent une matrice de semi-conducteurs, qui convertit les photons reçus en paires électron-trou. Le courant ainsi généré va être traduit en ADU (*Analog-to-digital Unit*) ou *counts*. La valeur ADU est codée sur 12 bits, soit les entiers de 0 à 4095.

Dans le but de rendre compte du principe de fonctionnement d’un détecteur CCD, nous introduisons le paramètre γ_e , qui représente le nombre de paires électron-trou générées lorsqu’un photon d’énergie E_{ph} interagit avec la matrice. Cette quantité s’écrit sous la forme :

$$\gamma_e = \frac{E_{\text{ph}}}{E_w} \quad (2.15)$$

Avec : E_w l’énergie de la bande interdite du semi-conducteur considéré. Pour le silicium, on a $E_w = 3.65$ eV. Après application numérique, prenant $E_{\text{ph}}(\lambda = 405\text{nm}) = 3$ eV, on a $\gamma_e = 0.82$ paire/ph.

Il faut encore pondérer cette grandeur par l'efficacité quantique du détecteur, $Q(\lambda)$, représentant la probabilité qu'un photon de longueur d'onde λ envoyé sur la CCD génère effectivement des paires électron-trou. Selon la présence, ou non, de micro-lentilles, cette grandeur n'est pas la même. En effet, un capteur CCD comportant des micro-lentilles va permettre de focaliser plus efficacement les photons sur les pixels de la matrice, augmentant considérablement la probabilité de détection. En contrepartie, ces micro-lentilles ne peuvent pas transmettre les longueurs d'onde inférieures à 340 nm (cf. Annexe E pour plus de précisions). Dans le but de travailler à plus courtes longueurs d'onde, nous avons donc choisi la version sans micro-lentilles, avec la matrice à nu.

Le nombre total de paires électron-trou générées s'écrit finalement :

$$N_e = \gamma_e \times Q \times N_{\text{ph}} \quad (2.16)$$

Avec N_{ph} le nombre total de photons. À $\lambda = 400$ nm, nous avons une efficacité quantique $Q = 0.10$.

Enfin, nous considérons le gain de conversion des paires électron-trou en ADU, à savoir le nombre de paires comptant pour un ADU ou *count*. Cette quantité est notée G . Nous pouvons alors écrire la valeur ADU affichée par le logiciel d'acquisition sous la forme :

$$ADU = \frac{N_e}{G} = \frac{\gamma_e \times Q \times N_{\text{ph}}}{G} \quad (2.17)$$

Parmi les paramètres introduits ici, G est le seul sur lequel nous puissions jouer expérimentalement pour changer le nombre de *counts*, pour éviter la saturation du signal ou, au contraire, détecter les hautes fréquences spatiales, peu intenses.

Chapitre 3

Imagerie 2D en champ lointain

3.1 Introduction

Le plus simple cas d'étude en imagerie sans lentille est un objet en deux dimensions, de transmission « binaire » (0 ou 1 : opaque ou transparent). Ce chapitre est dédié à l'étude expérimentale de tels objets. Rappelons tout d'abord leurs spécifications, qui doivent être prises en compte avant leur conception :

1. Respect de l'approximation de projection : l'échantillon doit être suffisamment fin par rapport à la profondeur de champ dont on dispose. En pratique, un dépôt métallique par vaporisation sera effectué.
2. Échantillon à l'air : pas de variation de l'indice de réfraction, donc pas de déphasage du champ.
3. Transmission binaire : il faut un matériau opaque dans l'UV. L'or convient, moyennant une épaisseur suffisamment grande (voir plus loin).
4. Respect de l'approximation de Fraunhofer : on doit avoir $\phi_{\text{éch}} \ll \sqrt{\lambda z}$. De cette manière, le champ diffracté au niveau de la caméra est assimilé à la Transformée de Fourier de l'objet.

Plusieurs techniques, selon la structure de nos échantillons, sont appliquées pour aboutir à la reconstruction de nos objets. Nous disposons :

- des techniques holographiques, qui permettent l'encodage de la phase dans la figure de diffraction, et sont donc déterministes,
- de l'algorithme de reconstruction CDI, qui emploie une méthode itérative.

Nous allons tout d'abord présenter les reconstructions holographiques, qui se divisent en deux catégories : FTH (*Fourier Transform Holography*) et HERALDO (*Holography with Extended Reference by Autocorrelation*). À chaque fois, le principe est le même : sont gravées, à proximité de l'objet, une ou plusieurs « références » qui vont servir à encoder la phase du champ dans la figure de diffraction. Contrairement au cas itératif, où seul le module carré du champ est exploité et où la phase est perdue¹, l'information sur la phase est présente dans la figure de diffraction, sous forme de franges provenant des interférences entre objet et référence. Cette dernière agit ainsi comme une « sonde » du champ dans le plan de l'objet. La résolution sera estimée à partir du critère « 10-90 » que nous définirons en section 3.3.

1. Ou considérée comme telle même quand il y a des références holographiques.

Nous aborderons ensuite la solution itérative, et utiliserons le calcul de la PRTF (cf. section 3.7.4) pour estimer la résolution. Une étude comparative sera également faite avec le critère « 10-90 ».

3.2 Préparation des échantillons

Selon le type de schéma expérimental – champ lointain ou champ proche, observation d’objets 2D ou 3D, etc –, nous avons recours à différents types d’échantillons. Considérant l’imagerie 2D en champ lointain, il est, de prime abord, nécessaire de définir la notion de bi-dimensionnalité. Or, lorsqu’on illumine un échantillon, il existe toujours plusieurs contributions, liées à sa structure intrinsèquement tri-dimensionnelle. Toutefois, si l’approximation de projection est respectée, il est possible de considérer que l’épaisseur de l’échantillon est négligeable et que la reconstruction, qu’elle soit holographique ou itérative, se fait dans un seul plan. L’approximation de projection est donnée par la formule suivante :

$$e < \frac{2d^2}{\lambda} \quad (3.1)$$

Où e est l’épaisseur de l’échantillon, d est la résolution latérale et λ la longueur d’onde. Pour atteindre une résolution de λ , il est donc nécessaire de réaliser une gravure d’épaisseur inférieure à 2λ , soit 800 nm.

Pour satisfaire cette contrainte, nous avons utilisé des membranes de nitrure de silicium (Si_3N_4), sur lesquelles nous avons déposé une couche d’or de 250 nm d’épaisseur² par le biais d’une technique de vaporisation. Le nitrure de silicium est transparent dans l’UV, tandis que l’or y est relativement opaque; une telle épaisseur d’or présente une transmission de $T = 5,3 \times 10^{-7}$ [73]. Ainsi, en gravant nos échantillons sur ces membranes, nous pouvons considérer qu’ils sont « isolés » : transmission de 1 sur le lieu de gravure (à l’air libre), et 0 ailleurs. Un schéma illustratif de la membrane est représenté en Fig. 3.1.

La technique de gravure utilisée est la sonde ionique focalisée (FIB en anglais, pour *Focused Ion Beam*), couplé à un microscope électronique à balayage (MEB) afin d’observer en direct le processus de gravure et de caractériser les échantillons produits. Il est possible, grâce au FIB, de réaliser des formes complexes à des échelles nanométriques.

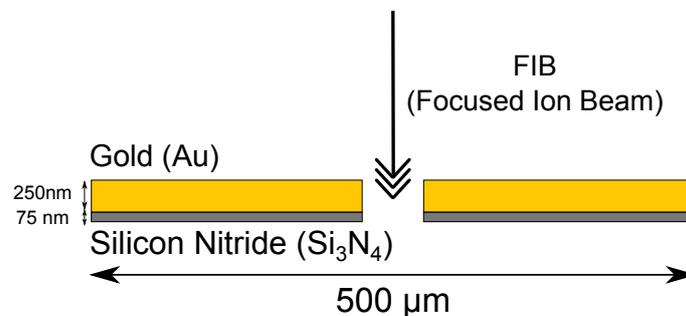


FIGURE 3.1 – Schéma de gravure des échantillons 2D à l’aide du FIB.

2. Ce qui donne, d’après l’équation 3.1, une résolution de 220 nm, proche de $\frac{\lambda}{2}$.

La figure 3.2 présente, quant à elle, le résultat de gravure de trois échantillons. Le premier est en forme d'avion et comporte cinq références circulaires distribuées de façon homogène autour de ce dernier ; il sera reconstruit par le biais de l'holograpie par Transformée de Fourier. Le second, représentant la lettre grecque π , est accompagné d'une référence rectangulaire ; il sera reconstruit *via* la technique HERALDO. Le troisième le sera exclusivement avec l'algorithme CDI, bien qu'il possède des références circulaires (références qui sont mal gravées). Bien entendu, dans les deux premiers cas, l'algorithme CDI peut également être appliqué, en considérant que les références holographiques sont des objets en soi et non plus un moyen d'encoder la phase dans la figure de diffraction. Nous montrerons notamment qu'il est possible de reconstruire la référence rectangulaire de l'objet π .

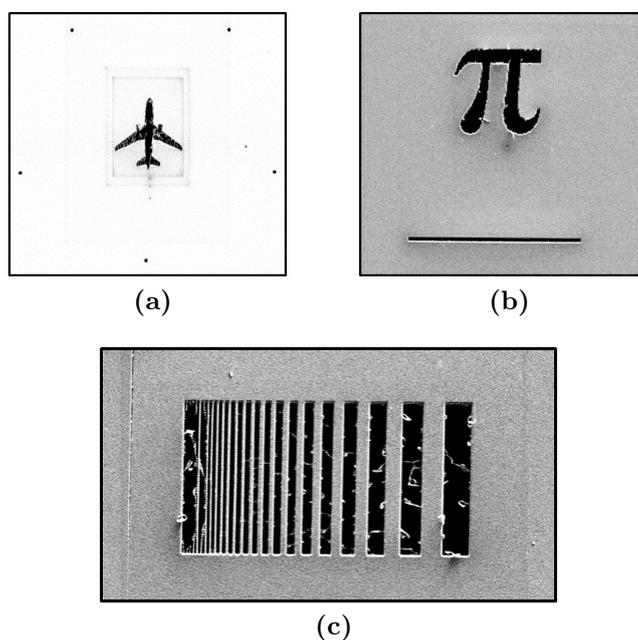


FIGURE 3.2 – Structure des échantillons 2D, observés au microscope électronique à balayage. (a) : objet « avion », de taille $18 \times 16 \mu\text{m}^2$, entouré de cinq références circulaires de 700 nm de diamètre. (b) : objet « π », de taille $11 \times 11 \mu\text{m}^2$, avec une référence rectangulaire de $22 \times 0.45 \mu\text{m}^2$. (c) : objet « mire », de taille $9 \times 16 \mu\text{m}^2$, contenant des motifs rectangulaires de période variable. Sur la gauche, on observe un trou plus grand qui est dû à l'effondrement des résidus de la membrane, trop fins pour résister aux perturbations extérieures. De manière générale, on observe quelques défauts minimes de gravure sur nos échantillons.

3.3 Influence du bruit

Afin de déterminer la qualité des reconstructions holographiques, nous allons calculer plusieurs grandeurs caractéristiques :

- le rapport signal sur bruit, ou SNR (*Signal-to-Noise Ratio*), défini par le rapport des puissances respectives du signal et du bruit :

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{bruit}}} = \left(\frac{\text{RMS}_{\text{signal}}}{\text{RMS}_{\text{bruit}}} \right)^2 = \frac{m_{\text{signal}}^2 + \sigma_{\text{signal}}^2}{m_{\text{bruit}}^2 + \sigma_{\text{bruit}}^2} \quad (3.2)$$

Pour définir le signal et le bruit, deux méthodes existent. La première consiste à appliquer un masque défini par un seuil, où toutes les valeurs en deçà sont considérées comme du bruit, et celles au-delà comme du signal. La deuxième consiste simplement à délimiter une région d'intérêt autour de l'objet et une région d'intérêt loin de celui-ci, où le bruit prédomine. On calcule ensuite les RMS dans ces deux régions.

- la résolution, mesurée *via* le critère « 10-90 » : c'est la taille de la zone, au bord d'une reconstruction, dans laquelle l'intensité de la reconstruction est comprise entre 10% et 90% de son niveau maximal. Plus cette zone est petite, plus la distinction entre objet et bruit est nette. Nous utiliserons ce critère pour déterminer la résolution de nos reconstructions holographiques (FTH et HERALDO). Il est inspiré du critère de Rayleigh, qui stipule que deux points source sont résolus si le maximum du pic de diffraction de l'un coïncide avec le premier zéro de l'autre (cf. Fig. 3.3).

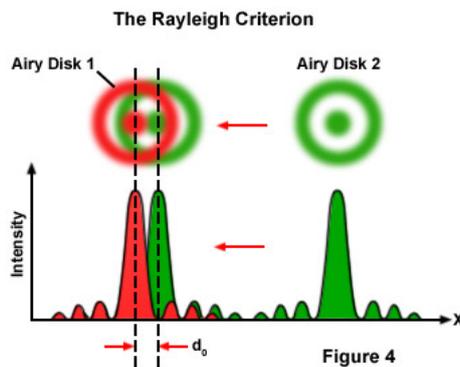


FIGURE 3.3 – Schéma d'illustration du critère de Rayleigh. Source : Zeiss.

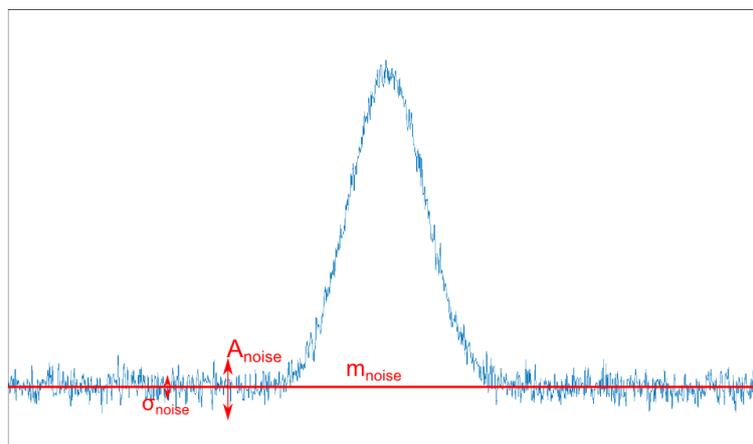


FIGURE 3.4 – Illustration d'un signal gaussien perturbé par un bruit gaussien d'écart-type σ_{noise} et d'amplitude A_{noise} .

3.3.1 Intérêt de l'accumulation du signal

Sur la plupart des lignes de lumière utilisant l'imagerie par diffraction cohérente, les sources émettent des impulsions de quelques dizaines de femtosecondes : c'est le cas, par exemple, sur la ligne de lumière LUCA³, par le biais d'un procédé de génération d'harmoniques d'ordres élevés. Dans ce cas, il est possible de travailler en simple tir afin de résoudre des dynamiques temporelles du même ordre de grandeur que la largeur temporelle de l'impulsion [26].

Or, nous disposons ici d'une source continue (diode UV), ce qui implique que la résolution temporelle est limitée par le temps de lecture de la caméra CCD. Pour des échantillons métalliques 2D, la dynamique temporelle importe peu, d'autant plus que le montage est d'une grande stabilité et qu'aucune fluctuation du signal n'est observée. Cela permet d'intégrer le flux sur quelques secondes pour améliorer le rapport signal sur bruit, essentiellement limité par le bruit de lecture.

Malgré tout, deux problèmes interviennent lorsqu'on détecte la figure de diffraction : tout d'abord, il est important de ne pas saturer la caméra, afin de ne pas introduire de bruit artificiel dans la reconstruction holographique (cf. Fig. 3.6 (b)). Inversement, une image non saturée ne permet pas de détecter correctement les hautes fréquences spatiales moins intenses, ce qui diminue le rapport signal sur bruit et altère sensiblement la résolution. Pour pallier ces problèmes, nous avons eu recours à la technique HDR (*High Dynamic Range*) que nous allons expliquer ci-après.

3.3.2 *High Dynamic Range* (HDR)

La technique HDR est largement utilisée en photographie pour améliorer le contraste et la dynamique des images, intrinsèquement limités par la caméra. Cette technique de traitement post-acquisition consiste à enregistrer deux images avec deux temps d'exposition différents – un long, un court – et à les assembler pour augmenter la dynamique de détection. Ce procédé, appliqué à notre cas d'étude, présente de nombreux avantages : premièrement, on est capable de détecter les hautes fréquences spatiales – moins intenses – par le biais d'une image à fort gain, qui contient alors suffisamment de signal en périphérie, là où elles sont détectées. Une deuxième image à la limite de saturation permet, quant à elle, de disposer de toute la dynamique d'acquisition au centre de la caméra, là où l'autre image – celle destinée à détecter les hautes fréquences – est saturée. On tire ainsi parti des avantages liés à chacune des images (détection des hautes fréquences pour l'image saturée, dynamique d'acquisition intacte au centre pour l'image non saturée).

Par ailleurs, deux types de traitements HDR peuvent être effectués : le premier consiste à exploiter deux images individuelles, l'une à la limite de saturation et l'autre largement saturée. Le deuxième consiste à additionner N_1 images à la limite de saturation, à additionner N_2 images largement saturées⁴, et à exploiter ces deux

3. Pour « Laser Ultra-Court Accordable ». Il s'agit de la ligne de lumière du groupe ATTO, au LIDYL : c'est un laser titane :saphir utilisé pour la génération d'harmoniques d'ordres élevés dans les gaz. Ces harmoniques sont ensuite sélectionnés pour réaliser des expériences de diffraction cohérente.

4. En général, on prend $N_1 \sim N_2$.

sommes.

Les étapes de la reconstruction HDR sont les suivantes :

- on délimite la zone de pixels saturés par un rectangle,
- on définit un masque binaire, qui sera appliqué à l'image saturée, et son négatif à l'image non saturée,
- on applique un filtre gaussien à ces masques afin de les « lisser » et de ne pas introduire de hautes fréquences parasites dans les Transformées de Fourier inverses des signaux,
- on applique un coefficient multiplicateur à l'image non saturée, afin de se mettre au même niveau que l'image saturée,
- on sélectionne l'image non saturée (à l'intérieur du rectangle) et l'image saturée (à l'extérieur du rectangle), et on assemble les deux.

Le principe de cette technique est illustré en Fig. 3.5. L'intérêt de la reconstruction HDR est clairement visible compte tenu du résultat issu d'une image saturée et d'une image à la limite de saturation, qui sont tous deux non exploitables (cf. Fig. 3.6).

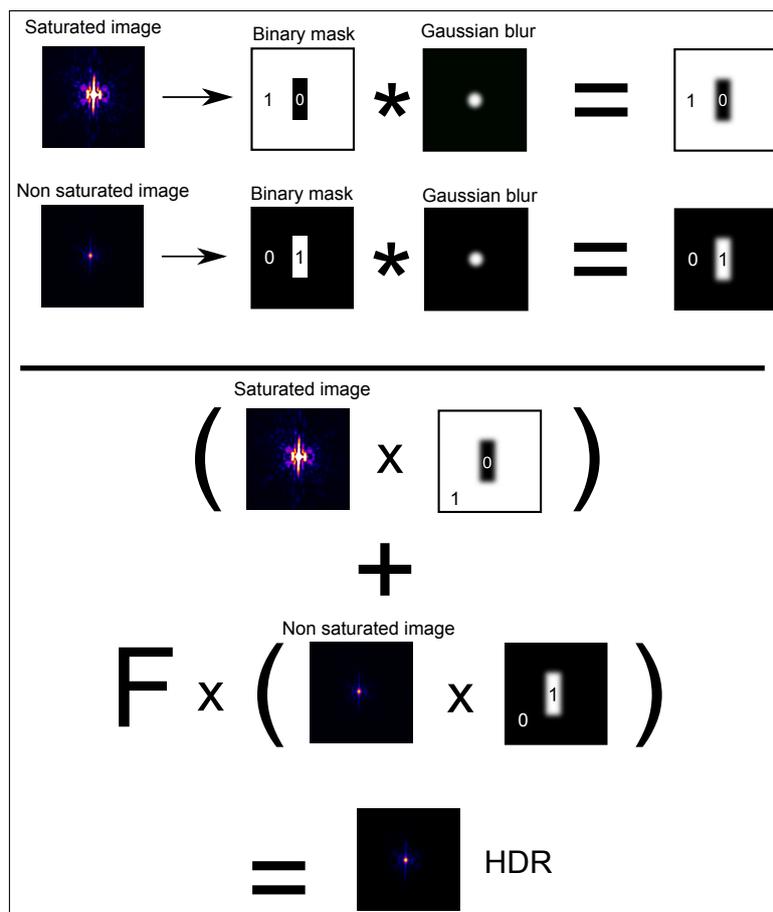


FIGURE 3.5 – Définition des masques gaussiens pour la technique HDR.

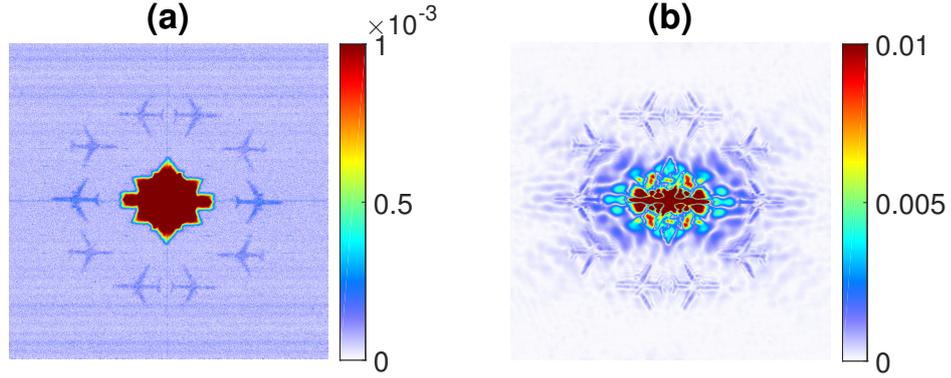


FIGURE 3.6 – (a) : reconstruction normalisée (en module) d’une image à la limite de saturation. (b) : reconstruction normalisée (*id.*) d’une image saturée (temps d’exposition maximal).

Les deux panneaux font 1000×1000 pixels.

On voit que l’on fait face à une limitation du bruit : à la limite de saturation, le contraste est trop faible pour pouvoir distinguer clairement les reconstructions ; *a contrario*, avec un centre saturé, même sur une zone restreinte, l’autocorrélation de l’objet déborde sur les corrélations objet-références.

3.3.3 Superposition des hologrammes

À la détection de la figure de diffraction, nous enregistrons les interférences issues de l’objet avec chacune des références présentes. Il est donc intéressant de tirer parti de chacun des hologrammes afin d’améliorer le rapport signal sur bruit. Pour cela, nous allons superposer les hologrammes, en amplitude et en phase. Dans ce contexte, la phase joue un rôle crucial : bien définie au niveau des objets mais aléatoire en dehors, elle contribue à augmenter le contraste.

Notant $H_k(x, y)$ le k -ième hologramme à valeurs complexes, on peut alors écrire :

$$H_k(x, y) = A_k(x, y) \cdot e^{i\phi_k(x, y)} \quad (3.3)$$

Avec $A_k = |H_k|$ et $\phi_k = \arg H_k$. Il est possible de décomposer chaque hologramme en la somme de deux signaux : le signal « utile » (l’hologramme), noté $H_{k,s}$, et le signal bruité, noté $H_{k,b}$. Ces deux grandeurs sont définies par :

$$H_{k,s} = H_k \text{ si } A_k \geq A_{th}, 0 \text{ sinon} \quad (3.4)$$

$$H_{k,b} = H_k \text{ si } A_k < A_{th}, 0 \text{ sinon} \quad (3.5)$$

Avec A_{th} une amplitude « seuil » fixée au préalable. Nous reviendrons sur cette grandeur lors de l’analyse du rapport signal sur bruit avec la technique FTH (cf. section 3.4.3).

La superposition des reconstructions peut se faire de deux manières : soit on les additionne en amplitude et en phase (superposition *cohérente*), soit on additionne seulement les amplitudes (superposition *incohérente*).

Somme cohérente

La somme cohérente des hologrammes s'écrit simplement :

$$S_{\text{cohérente}} = \sum_k H_k \quad (3.6)$$

Cela consiste à additionner, en amplitude et en phase, l'ensemble des hologrammes – et du bruit associé. Reprenant la décomposition en signaux utile et bruité, il vient :

$$S_{\text{cohérente}} = \sum_k H_{k,s} + \sum_k H_{k,b} \quad (3.7)$$

Somme incohérente

Dans ce cas, on superpose, non pas les hologrammes à valeur complexes, mais leurs modules :

$$S_{\text{incohérente}} = \sum_k |H_k| = \sum_k A_k \quad (3.8)$$

Cela revient à écrire :

$$S_{\text{incohérente}} = \sum_k [A_{k,s} + A_{k,b}] = \sum_k A_{k,s} + \sum_k A_{k,b} \quad (3.9)$$

Comparaison des deux techniques

Pour souligner l'avantage de la superposition cohérente par rapport à la superposition incohérente, rappelons l'inégalité triangulaire sur les complexes. Pour toute séquence de nombres complexes $(z_1, z_2), \dots, z_n$, on a :

$$\left| \sum_{k=1}^n z_k \right| \leq \sum_{k=1}^n |z_k| \quad (3.10)$$

Ce qui donne, dans notre cas :

$$|S_{\text{cohérente}}| \leq S_{\text{incohérente}} \quad (3.11)$$

On pourrait alors croire que la superposition cohérente est moins contrastée que la superposition incohérente. Il n'en est rien ; pour cela, considérons séparément les zones bruitées et les zones de signal. On a, dans chaque cas :

$$\left| \sum_k H_k \right| \leq \sum_k A_k \quad (3.12)$$

En réalité, dans la zone de signal, où la phase est bien définie, chaque reconstruction est relativement similaire de l'une à l'autre, de sorte que l'on a :

$$\left| \sum_k H_{k,s} \right| \lesssim \sum_k A_{k,s} \quad (3.13)$$

En revanche, dans la zone de bruit, la phase, hautement fluctuante, fait drastiquement chuter la valeur de la somme cohérente, de sorte que l'on a :

$$\left| \sum_k H_{k,b} \right| \ll \sum_k A_{k,b} \quad (3.14)$$

En privilégiant la somme cohérente par rapport à la somme incohérente, on sacrifie donc légèrement la contribution de chacune des reconstructions tout en atténuant largement celle du bruit alentour.

3.3.4 Algorithme *DFT registration*

Pour sommer les hologrammes efficacement et précisément, nous avons recours à un algorithme de type « *DFT registration* », développé par M. Guizar [37], qui permet de les aligner à une précision *inférieure au pixel*. Pour cela, une corrélation est effectuée entre les Transformées de Fourier des images $f(x, y)$ et $g(x, y)$ à superposer. Plutôt que d'effectuer un *zero-padding*, le ré-échantillonnage a lieu autour de la région du pic de la corrélation entre les images. Le temps de calcul est alors considérablement réduit. *In fine*, on détermine :

- les translations Δx et Δy à appliquer à g pour l'aligner avec f (si on sur-échantillonne d'un facteur κ , ces valeurs sont données à une précision de $1/\kappa$ pixels),
- le déphasage $\Delta\phi$ entre f et g .

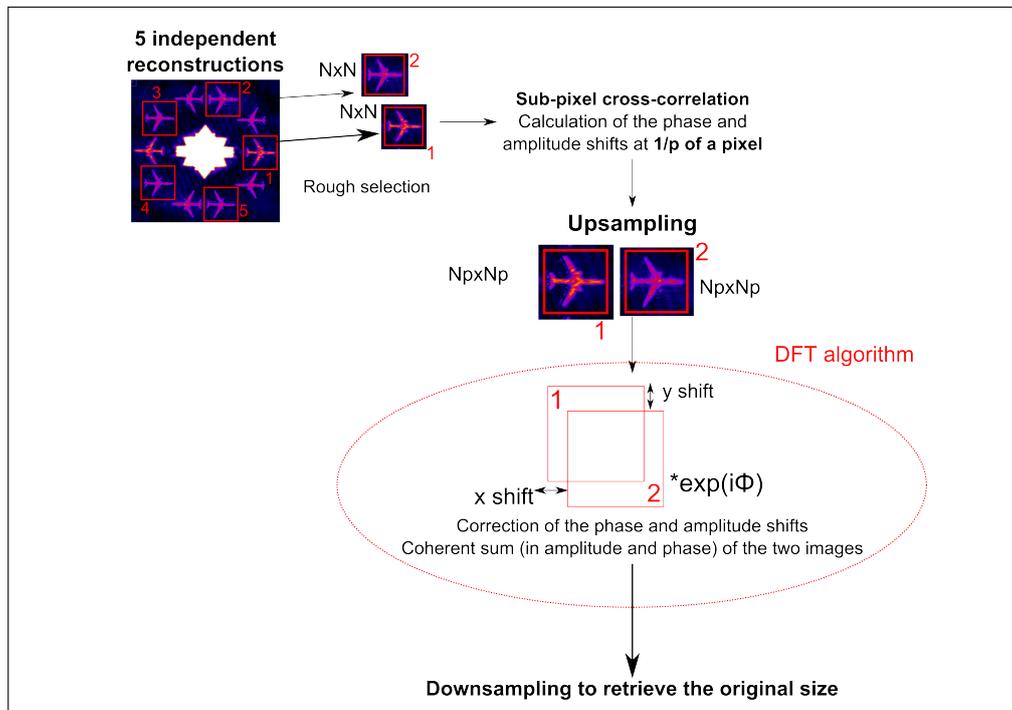


FIGURE 3.7 – Principe de l'algorithme « *DFT sub-pixel registration* ».

3.3.5 Définition(s) du rapport signal sur bruit

La définition du rapport signal sur bruit dans les reconstructions sera toujours la même, quelle que soit notre démarche : $SNR = \left(\frac{RMS_{signal}}{RMS_{bruit}} \right)^2$. Cependant, nous considérerons deux approches dans les définitions du signal et du bruit :

1. La première consiste à utiliser, dans une région un peu plus large que l'objet (environ deux fois sa taille), un masque 2D défini par : $I > th \times \max(I)$, où I est le module de la reconstruction de l'objet, et th une quantité comprise entre 0 et 1. Toute valeur comprise dans ce masque sera considérée comme faisant partie du « signal », le reste sera considéré comme faisant partie du « bruit ». Cette approche sera testée pour plusieurs valeurs de th afin de rechercher la présence éventuelle d'un extremum.
2. La seconde, plus classique, consiste simplement à sélectionner une région d'intérêt autour de l'objet, et à faire de même dans une région hors signal, où seul le bruit est présent.

3.4 Résultats expérimentaux en imagerie FTH

3.4.1 Reconstruction de l'objet AVION

Nous nous intéressons ici à l'objet « avion », qui est illuminé par un faisceau gaussien focalisé, de *waist* $\phi_0 = 120 \mu\text{m}$. La membrane métallique est placée à 4.5 mm de la caméra CCD, distance minimisée pour optimiser l'ouverture numérique, ce qui est particulièrement utile quand on accumule du signal.

Plusieurs méthodes de reconstruction sont utilisées. Nous avons vu qu'il fallait *à minima* accumuler le signal sous peine d'obtenir un très mauvais rapport signal sur bruit. Nous allons étudier trois configurations :

1. Accumulation d'images – pour augmenter le rapport signal sur bruit –, à la limite de saturation – pour avoir toute la dynamique de la figure de diffraction.
2. Reconstruction HDR : une image à la limite de saturation, et une image saturée, sont utilisées.
3. Reconstruction HDR d'images accumulées : on accumule le signal à la limite de saturation, ce qui donne une image sommée ; on accumule ensuite le signal à saturation, ce qui donne une autre image sommée. Ces deux images sont ensuite traitées par HDR.

Ces reconstructions sont présentées en Fig. 3.8. Nous pouvons observer que la technique HDR permet d'augmenter le rapport signal sur bruit en « nettoyant » le bruit de lecture lors de la reconstruction. Cela fonctionne d'autant mieux qu'on travaille avec des images accumulées. Toutefois, le bruit, uniforme quand on se contente d'accumuler le signal (cf. Fig. 3.8 (a)), présente des artefacts après traitement HDR : il y a à la fois des zones « claires » et des zones « sombres » en périphérie de la zone des reconstructions (cf. Fig. 3.8 (b) et (c), panneaux de droite). Cela rend difficile la définition du bruit, donc celle du SNR : faut-il choisir une zone claire, sombre, et de quelle taille ? En pratique, nous sélectionnerons une zone assez large au bord de l'image pour obtenir une contribution plus « uniforme » du bruit.

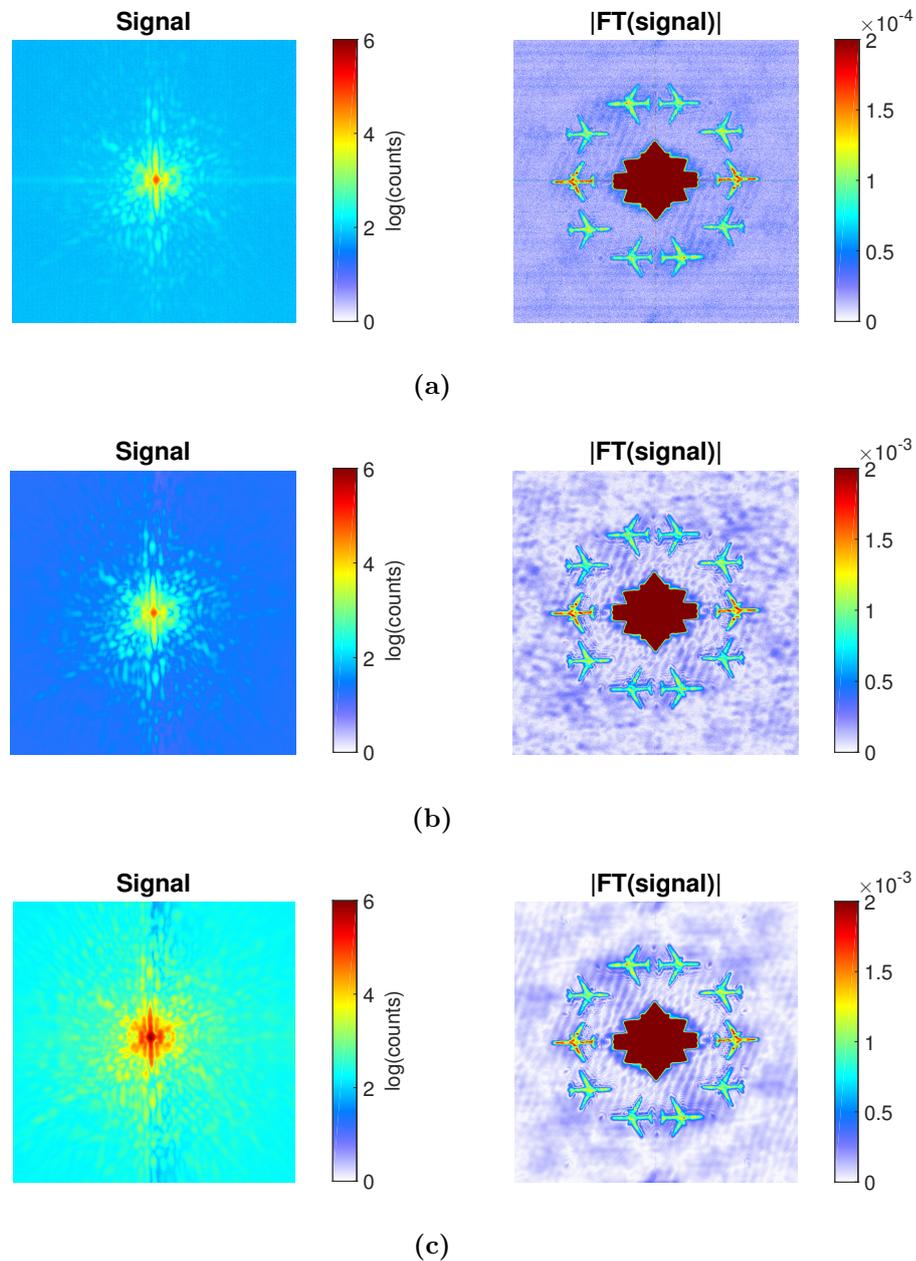


FIGURE 3.8 – (a) : reconstruction d’une accumulation d’images à la limite de saturation.
 (b) : reconstruction d’une image HDR, issue de deux acquisitions, l’une à la limite de saturation, l’autre pleinement saturée.
 (c) : reconstruction d’une image HDR, issue de deux accumulations de signal.
 Panneaux de gauche : signal expérimental , en échelle logarithmique (base 10). Panneaux de droite : module normalisé de la Transformée de Fourier des panneaux de gauche.
 Taille des panneaux : 1000×1000 pixels.

3.4.2 Sommes cohérente et incohérente des hologrammes

Nous rappelons que nous disposons de cinq reconstructions indépendantes (et leurs conjugués), car nous avons cinq références circulaires. Afin d'augmenter encore le rapport signal sur bruit, il est possible de sommer les cinq hologrammes de façon cohérente afin d'en récupérer un seul, plus contrasté. Les résultats de cette sommation sont présentés en Fig. 3.9. Nous avons également effectué des sommes incohérentes (sans tenir compte de la phase) à titre de comparaison.

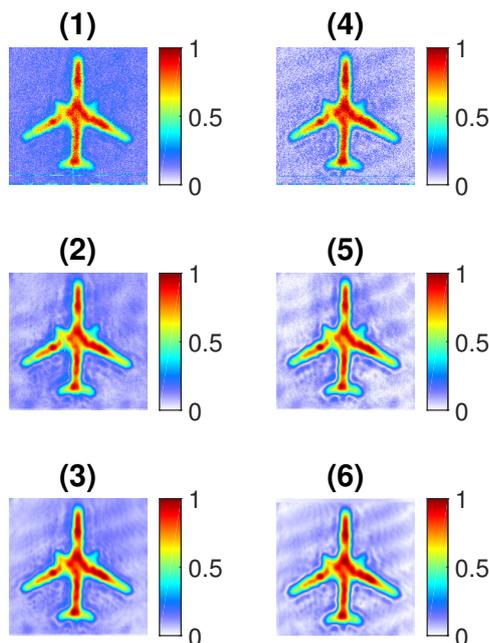


FIGURE 3.9 – Superposition des hologrammes par *DFT registration*.

Panneaux de gauche, de (1) à (3) : superpositions incohérentes des Fig. 3.8 (a), (b), (c).

Panneaux de droite, de (4) à (6) : superpositions cohérentes des Fig. 3.8 (a), (b), (c).

Taille des panneaux : 180×180 pixels.

3.4.3 Rapport signal sur bruit

Nous avons utilisé, pour l'objet avion, plusieurs techniques d'acquisition : acquisition à la limite de saturation, accumulation, traitement HDR, accumulation d'images et traitement en HDR. Nous avons également effectué des superpositions cohérentes et incohérentes des reconstructions. Dans chaque cas, nous avons calculé le rapport signal sur bruit, noté SNR, afin de comparer les différentes techniques. Comme indiqué en section 3.3, deux approches peuvent être considérées : avec un seuil (exprimé en pourcentage de la valeur maximale de la reconstruction), et avec une sélection de deux régions d'intérêt de formes carrées (plus simples à définir).

Dans le premier cas, définir le seuil peut paraître arbitraire ; en réalité, on observe que lorsqu'on calcule le SNR pour différentes valeurs du seuil, un maximal local est systématiquement atteint autour de 10%/20%, autour duquel le SNR varie lentement

(cf. Fig. 3.10). On choisit donc ce seuil qui donne une bonne estimation de la limite entre le signal et le bruit.

Dans le second cas, on sélectionne une région d'intérêt carrée autour de l'objet (l'ensemble est considéré comme du signal, y compris les zones moins intenses), et une autre sélection loin de l'objet où le bruit prédomine.

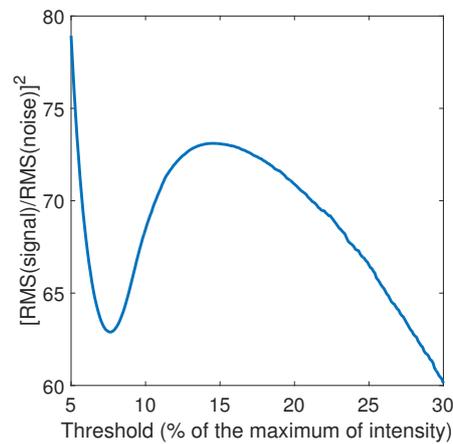


FIGURE 3.10 – Exemple de calcul du SNR avec un seuil en intensité variable (il s'agit de la courbe associée à l'image (6) de la Fig. 3.9).

Les résultats correspondants, obtenus à partir des Fig. 3.6 (a), 3.8, et 3.9, sont consignés dans les tableaux 3.1 et 3.2.

NB : dans ce qui suit, la numérotation des hologrammes est la même que pour la Fig. 3.7.

Avec un seuil

Numéro de l'hologramme	Limite de saturation	Accumulation à la limite de saturation (18 im.)	HDR	HDR issue de deux accumulations (18 et 16 im.)
1	18.1% 6.4	6.7% 24.2	13% 38.6	18.4% 15.8
2	18.1% 4.6	7.8% 11.7	13.4% 21.7	16.1% 17.6
3	17.2% 5.0	6.9% 15.6	13.2% 28.7	18.8% 16.8
4	17.0% 4.7	8.1% 12.4	11.8% 24.0	22.3% 12.8
5	16.3% 5.3	6.8% 13.2	9.9% 21.3	8.1% 17.9
Superp. incoh.	–	30% 17	20.0% 41.45	25.0% 29.3
Superp. coh.	–	14.5% 62.0	23.0% 36.7	14.5% 73.1

TABLE 3.1 – Calculs du SNR associé à l'objet « avion ». On a recueilli les grandeurs (à g. : seuil de définition du masque (%), à d. : SNR correspondant).

Avec une ROI (*Region Of Interest*)

Numéro de l'hologramme	Limite de saturation	Accumulation (17 im.)	HDR	HDR issue de deux accumulations (18 et 16 im.)
1	1.4	8.3	28.8	45.2
2	1.1	5.5	14.5	20.6
3	1.1	4.5	13.6	21.4
4	1.0	4.2	11.6	19.0
5	1.2	4.6	11.9	13.6
Superp. incoh.	–	7.7	25.5	25.4
Superp. coh.	–	19.6	78.6	41.5

TABLE 3.2 – Analyse du SNR des reconstructions FTH (objet avion), par sélection de zones d'intérêt.

Discussion des résultats

Comme nous pouvons nous y attendre, accumuler le signal a pour effet d'augmenter significativement le SNR : on gagne un facteur 3 dans le cas seuillé, et un facteur 5 avec les ROI. La technique HDR est également meilleure que l'accumulation « à la limite de saturation ». Le cas HDR (deux dernières colonnes) est toutefois plus subtil : excepté l'hologramme 1, il semble que le SNR ne soit que peu influencé par l'accumulation d'images. Il tend même à diminuer pour les superpositions cohérentes en tableau 3.2, et incohérentes en tableau 3.1.

3.4.4 Estimation de la résolution

Pour estimer la résolution des reconstructions en imagerie holographique, nous allons utiliser le critère « 10-90 » : une coupe est réalisée sur notre reconstruction.

La résolution est alors définie par l'écart entre 10% et 90% de sa valeur maximale. De ce fait, plus les contours de l'objet seront nets, meilleure sera la résolution. Bien entendu, le calcul de la résolution dépend de l'endroit où l'on fait la coupe : on choisit de préférence des bords bien définis.

Nous présentons les résultats en Fig. 3.11. Nous avons considéré le cas HDR accumulé, qui est le moins bruité. La résolution n'est pas changée pour les deux autres configurations (HDR simple et accumulation de signal à la limite de saturation). Nous l'estimons à environ 800 nm, soit 2λ . Cette valeur est légèrement supérieure au diamètre des trous ($\phi_{\text{réf}} = 700$ nm, cf. Fig. 3.2 (a)).

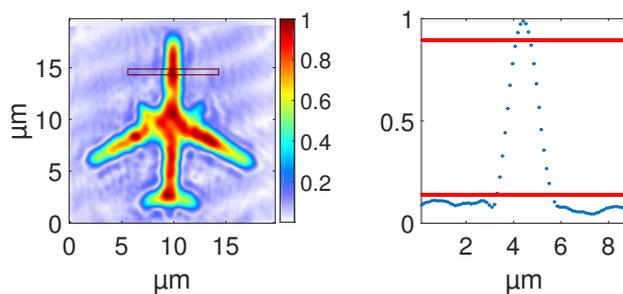


FIGURE 3.11 – Coupe de l'image (6) de la Fig. 3.9. Le pas pixel est de 110 nm. Le critère 10-90 donne une résolution de l'ordre de 7-8 pixels, soit environ 800 nm.

3.4.5 Reconstruction de la mire en FTH

Des trous de 400 nm de diamètre ont été gravés autour de la mire, mais ceux-ci sont trop petits pour obtenir un bon contraste. Nous présentons toutefois deux résultats, en Fig. 3.12, correspondant respectivement à 15 images accumulées à la limite de saturation, et 16 images avec légère saturation au centre du signal.

Le manque de contraste est visible sur les reconstructions, et même la technique HDR ne permet pas de résoudre suffisamment finement les pas de la mire. La reconstruction CDI sera donc privilégiée pour cet objet et sera présentée en section 3.7.

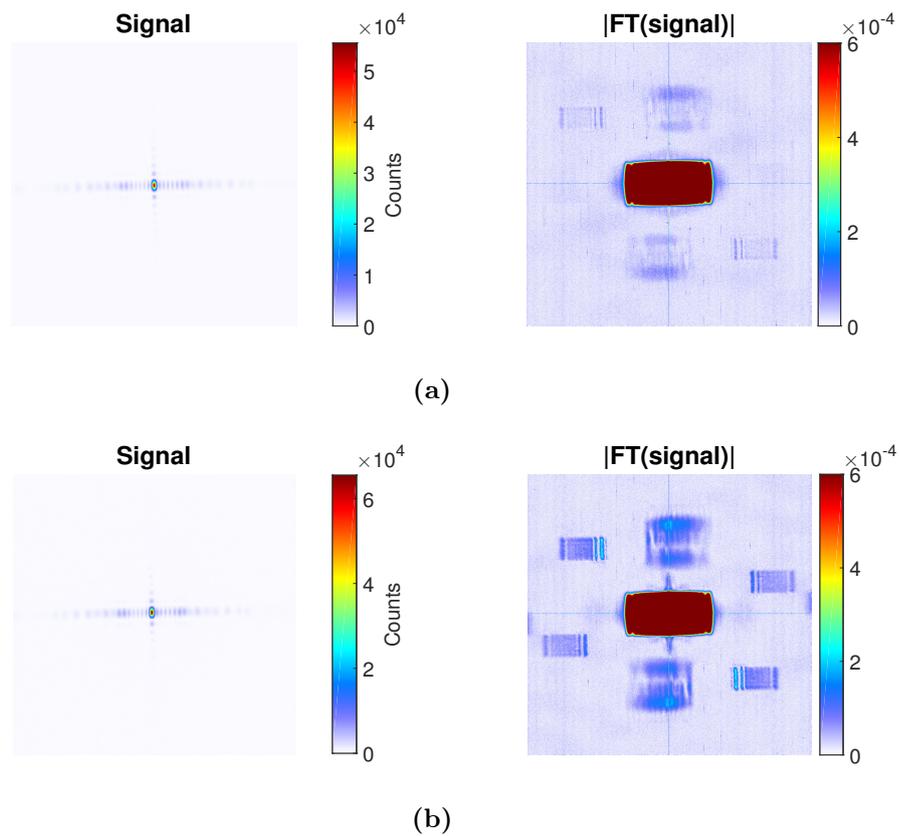


FIGURE 3.12 – Reconstruction de la mire par la méthode FTH.

(a) : à gauche, signal expérimental, accumulé à la limite de saturation (15 acquisitions). À droite, module (normalisé) de la Transformée de Fourier du signal.

(b) : à gauche, signal expérimental, à saturation au centre (16 acquisitions). À droite, module (normalisé) de la Transformée de Fourier du signal.

Les panneaux de gauche font 1000×1000 pixels, et les panneaux de droite 900×900 pixels.

3.5 Imagerie HERALDO

La technique HERALDO, comme nous l'avons vu dans le Chap. 1, est relativement similaire à la technique FTH. Toutefois, certaines étapes sont à rajouter au processus de reconstruction. Nous allons présenter l'ensemble de ces étapes dans cette section. Nous exposerons ensuite la problématique du rapport signal sur bruit, puis les résultats expérimentaux obtenus avec HERALDO.

3.5.1 Filtrage de la PSF [27]

Avant d'effectuer la Transformée de Fourier inverse du signal, qui permet de retrouver l'autocorrélation de l'objet, il est nécessaire d'appliquer un opérateur linéaire dans l'espace de Fourier (donc sur la figure de diffraction expérimentale). En effet, la référence est rectangulaire et non ponctuelle comme dans le premier cas. La Fig. 3.13 illustre cette différence : l'objet est intégré dans la direction de la fente, ce qui entraîne son floutage. Qualitativement, il faut donc dériver cette intégrale pour retrouver l'objet.

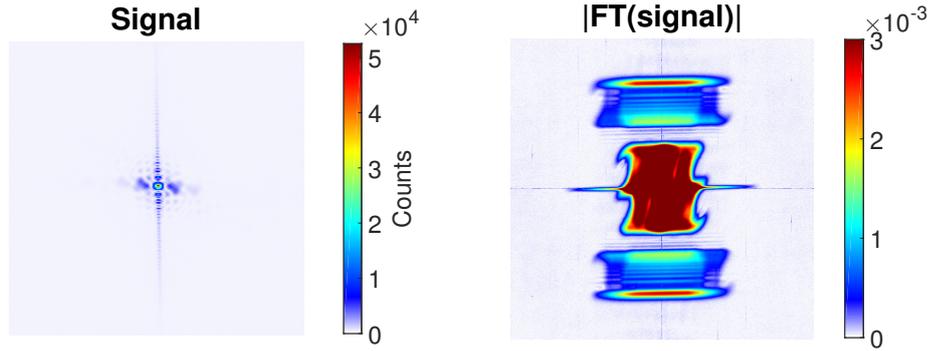


FIGURE 3.13 – Application de la technique FTH au signal HERALDO. À gauche, signal expérimental, observé sur une fenêtre de 1000×1000 pixels. À droite, module normalisé de sa Transformée de Fourier, observé sur une fenêtre de 600×600 pixels. Nous obtenons, en périphérie de l'autocorrélation de l'objet π et celle de la fente, la corrélation objet/fente, qui représente l'objet intégré le long de la référence rectangulaire. Il est nécessaire d'appliquer un opérateur linéaire pour dériver la reconstruction dans la direction de la fente.

Notant α l'angle du sinus cardinal issu de la diffraction de la fente par rapport à l'horizontale (cf. Fig. 1.9), n l'ordre du filtre, r son rayon, (ν_x, ν_y) les coordonnées fréquentielles dans l'espace de Fourier, l'opérateur linéaire $F_{n,r,\alpha} : (\nu_x, \nu_y) \rightarrow F_{n,r,\alpha}(\nu_x, \nu_y)$ est défini par :

$$F_{n,r,\alpha}(\nu_x, \nu_y) = (G_{n,r} \times U_\alpha)(\nu_x, \nu_y) \quad (3.15)$$

Avec :

$$G_{n,r}(\nu_x, \nu_y) = \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{(\nu_x^2 + \nu_y^2)}{r^2}\right]^n\right) \quad (3.16)$$

Et :

$$U_\alpha(\nu_x, \nu_y) = \nu_x \times \cos \alpha + \nu_y \times \sin \alpha \quad (3.17)$$

La fonction G est un filtre dit « super-gaussien ». Quelques exemples de fonctions super-gaussiennes sont présentés en Fig. 3.14. U , G et F sont, quant à eux, présentés dans la Fig. 3.15.

En pratique, nous choisirons $n = 2$ (courbe violette) et $r = 150$ pixels. α est mesuré expérimentalement, par calcul de l'orientation de la ligne définie par le sinus cardinal (contribution de la fente) dans la figure de diffraction (cf. Fig. 3.13).

L'intérêt de ce filtre est double. D'une part, il permet, par le biais de U , d'effectuer une opération de dérivation dans l'espace réel selon l'angle α . En effet, on rappelle, pour toute fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ de classe C^1 :

$$\tilde{f}'(\nu) = 2i\pi\nu\tilde{f}(\nu) \quad (3.18)$$

Par ailleurs, il permet d'effectuer un filtrage passe-bas gaussien – par le biais de G – pour éliminer le bruit au niveau des hautes fréquences. La largeur de ce filtre, définie par r , doit être optimisée. Trop petite, la reconstruction sera trop floue (on ne conserve que les plus basses fréquences). Trop grande, le rapport signal sur bruit sera réduit à cause de la contribution du bruit en périphérie. Nous présenterons une analyse plus détaillée du rapport signal sur bruit dans la section 3.5.2.

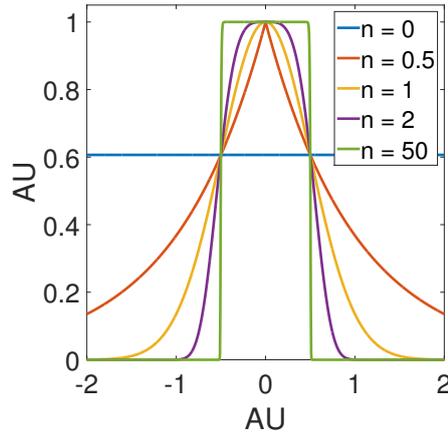


FIGURE 3.14 – Profil spatial unidimensionnel de fonctions super-gaussiennes, pour différents ordres n . Le rayon r est fixé à 0.5. Nous notons une intersection en $e^{-\frac{1}{2}} \sim 0.61$, atteint en ± 0.5 .

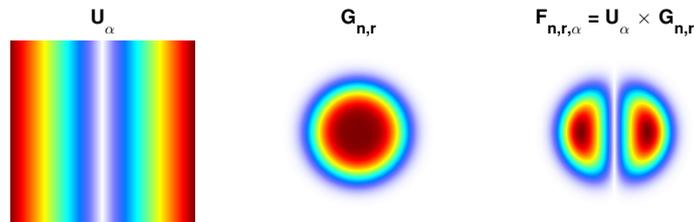


FIGURE 3.15 – Représentation de l'opérateur linéaire $F_{n,r,\alpha}$ (à d.), produit d'un opérateur de dérivation U_α (à g.) dans la direction α (90° ici) et d'un filtre supergaussien $G_{n,r}$ (au centre).

3.5.2 Rapport signal sur bruit en imagerie HERALDO

Analyse théorique

Nous allons voir dans cette section que le rapport signal sur bruit peut être amélioré par le choix convenable du filtre super-gaussien dans le cas d'une référence étendue. Notons $|O|$ et $|R|$ les champs diffractés, en module, issus respectivement de l'objet et de la référence seuls. L'hologramme enregistré s'écrit alors :

$$H = |O + R|^2 = |O|^2 + |R|^2 + 2|O||R| \quad (3.19)$$

Les deux premiers termes représentent la contribution individuelle de chacun et le dernier terme représente les interférences entre l'objet et la référence. Nous pouvons alors définir le contraste des franges C par l'équation suivante [24] :

$$C = \frac{2|O||R|}{|O|^2 + |R|^2} \quad (3.20)$$

Pour calculer le rapport signal sur bruit, nous devons prendre en compte plusieurs contributions [27] :

1. Le bruit de photons, de statistique poissonnienne. Notant N le nombre de photons, l'écart-type du bruit s'écrit alors $\sigma_{ph} = \sqrt{N}$ et on en déduit le rapport signal sur bruit : $\text{SNR}_{ph} = \frac{N}{\sqrt{N}} = \sqrt{N}$. Dans le cas d'une configuration holographique, on a : $\sigma_{ph}^2 = |O|^2 + |R|^2$.
2. Le bruit de lecture-amplification, caractérisé par sa variance σ_l^2 , qui est lié à l'incertitude sur la quantification d'un signal électronique.
3. Le bruit thermique, de variance σ_{th}^2 , qui sera négligé dans la suite.

Nous pouvons alors écrire le rapport signal sur bruit de l'hologramme sous la forme :

$$\text{SNR} = \frac{|O||R|}{\sqrt{\sigma_{ph}^2 + \sigma_l^2}} = \frac{|O||R|}{\sqrt{|O|^2 + |R|^2 + \sigma_l^2}} \quad (3.21)$$

Nous avons vu que pour retrouver l'objet, il fallait appliquer un opérateur linéaire à la figure de diffraction, à savoir la multiplication dans l'espace de Fourier par la fonction U_α représentée en Fig. 3.15 (notée simplement U dans la suite). Cela revient à extraire l'objet $|O|$ du terme holographique $|O||R|$, soit :

$$U_\alpha |O||R| \equiv |O| \rightsquigarrow U_\alpha |R| \equiv 1 \quad (3.22)$$

Après application de l'opérateur U , nous pouvons alors définir le rapport signal sur bruit de la reconstruction par [24] :

$$\text{SNR}_{recons} = \frac{|O|}{\sqrt{1 + U^2|O|^2 + U^2\sigma_l^2}} \quad (3.23)$$

ce qui nous permet d'exprimer le rapport signal sur bruit en fonction du filtre que nous allons appliquer à la figure de diffraction. L'influence du bruit n'est *a priori* pas modifiée par la prise en compte de ce masque.

Plusieurs cas interviennent à présent pour le calcul du rapport signal sur bruit. L'hologramme est en effet décomposé en plusieurs zones :

1. La zone où la contribution de la référence (sinus cardinal pour une fente) est dominante . La valeur associée du masque est négligeable et nous obtenons :

$$\lim_{U \rightarrow 0} \text{SNR}_{\text{recons}} = |O| \quad (3.24)$$

Soit une limitation du rapport signal sur bruit par la contribution de l'objet.

2. La zone où la contribution de la référence est faible. Il vient :

$$\text{SNR}_{\text{recons}} \sim \frac{|O|}{U \sqrt{|O|^2 + \sigma_l^2}} \quad (3.25)$$

Nous avons ensuite deux cas : le cas où la contribution de l'objet est grande (zone centrale où la diffraction de l'objet est visible), et le cas où la contribution de l'objet est négligeable (zone de bruit en périphérie) :

$$\text{SNR}_{\text{recons}} \underset{\frac{\sigma_l}{|O|} \rightarrow 0}{\sim} \frac{1}{U} \quad (3.26)$$

$$\text{SNR}_{\text{recons}} \underset{\frac{|O|}{\sigma_l} \rightarrow 0}{\sim} \frac{1}{U} \times \frac{|O|}{\sigma_l} \quad (3.27)$$

Ainsi, l'impact de l'opérateur U peut être mis en évidence dans le deuxième cas, là où la contribution de la référence est faible. Notamment, cet opérateur, qui joue le rôle d'un filtre passe-haut, a pour effet d'amplifier le bruit dans les zones de hautes fréquences spatiales. C'est pour cette raison qu'il faut ajouter un opérateur gaussien $G_{n,r}$ pour filtrer les hautes fréquences bruitées.

Ceci est d'une différence fondamentale avec la technique FTH. En effet, dans ce dernier cas, nous pouvons considérer que la contribution de la référence est négligeable devant celle de l'objet. Il vient :

$$\text{SNR}_{\text{FTH}} \underset{|R| \ll |O|}{=} \frac{|O||R|}{\sqrt{|O|^2 + \sigma_l^2}} \quad (3.28)$$

Nous pouvons alors distinguer deux cas, celui où la contribution de l'objet est grande devant σ_l et celui où elle est faible :

$$\text{SNR}_{\text{FTH}} \underset{\frac{\sigma_l}{|O|} \rightarrow 0}{\sim} |R| \quad (3.29)$$

$$\text{SNR}_{\text{FTH}} \underset{\frac{|O|}{\sigma_l} \rightarrow 0}{\sim} \frac{|O||R|}{\sigma_l} \quad (3.30)$$

On voit apparaître ici le rôle de la référence circulaire, qui a un impact direct dans le rapport signal sur bruit. C'est le compromis entre bruit et résolution habituellement rencontré en FTH : trop petite, la référence réduit le rapport signal sur bruit, comme on peut le voir dans les dernières équations ; trop grande, on introduit un floutage de la reconstruction et on perd en résolution.

Application expérimentale

Une étude expérimentale du rapport signal sur bruit sur des références étendues est présentée dans l'article intitulé : *Impact of noise in holography with extended references in the low signal regime*, Opt. Express 24, 6318-6327 (2016). Cet article, récemment publié par notre équipe, est présenté en fin de manuscrit, page 193.

Choix du filtre

Comme discuté précédemment, la largeur du filtre $G_{n,r}$ doit être choisie de manière appropriée afin de trouver un compromis entre résolution et rapport signal sur bruit. Nous avons alors reconstruit l'objet π en prenant plusieurs valeurs de r afin d'étudier l'impact de ce dernier dans la reconstruction. Nous avons pris $r \in [50; 600]$ pixels avec un pas de 50 pixels. Les reconstructions correspondantes, pour le bord gauche de la fente, sont présentées en Fig. 3.16. Le rapport signal sur bruit est défini par $\left(\frac{\text{RMS}_{\text{signal}}}{\text{RMS}_{\text{bruit}}}\right)^2$. Les définitions respectives du signal et du bruit sont faites selon le critère suivant : toute valeur en dessous de 25% de la valeur maximale est considérée comme du bruit, et inversement pour le signal. Le résultat, appliqué aux reconstructions de la Fig. 3.16, est présenté Fig. 3.17.

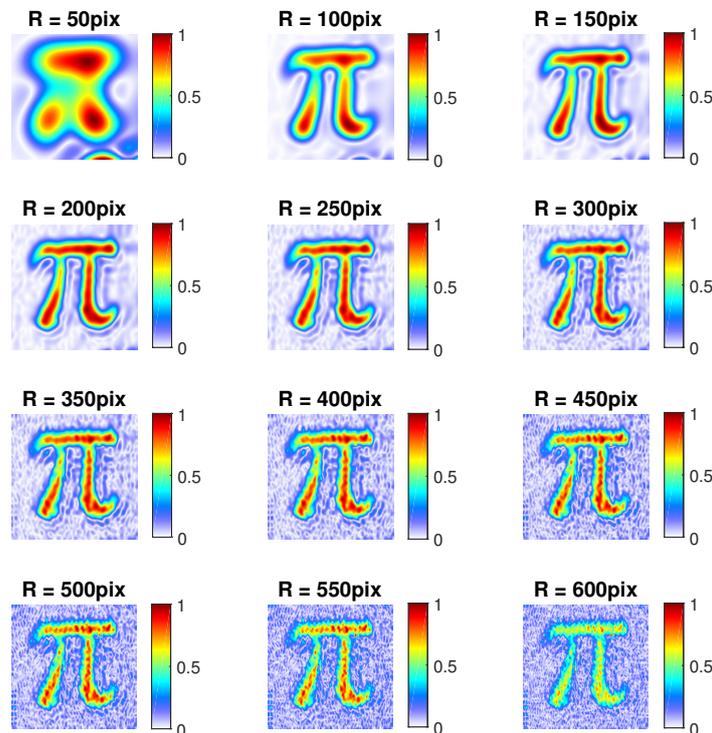


FIGURE 3.16 – Module de la reconstruction HERALDO de l'objet π pour plusieurs valeurs du rayon du filtre supergaussien. L'ensemble est normalisé à la valeur maximale de la reconstruction entière, sans sélection.

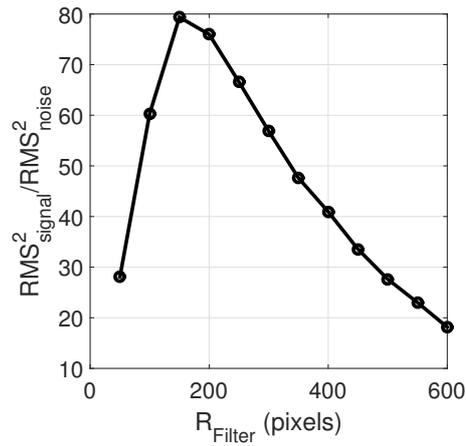


FIGURE 3.17 – Courbe représentant le rapport signal sur bruit de chacune des images de la Fig. 3.16. Le pic est atteint pour $R = 150$ pixels.

Nous pouvons constater l'influence visible du rayon de $G_{n,r}$ sur la reconstruction : pour un rayon trop petit, nous éliminons les hautes fréquences (en bord d'image) et nous obtenons une reconstruction plus ou moins floutée. À l'inverse, lorsque le rayon est trop grand, on préserve l'information contenue dans les hautes fréquences, mais on conserve également le bruit présent au niveau des hautes fréquences spatiales. Cela a pour effet de faire apparaître des sous-structures artificielles en périphérie, de diminuer le rapport signal sur bruit et donc de dégrader significativement les reconstructions.

3.5.3 Résultats expérimentaux

NB : ici, et dans ce qui suit, les reconstructions complexes seront représentées conformément à la Fig. B.1 (a) de l'Annexe B.

Nous présentons, en Fig. 3.18, les résultats expérimentaux associés à la reconstruction HERALDO, pour l'objet π . Le rayon du filtre utilisé est de 150 pixels pour maximiser le rapport signal sur bruit de la reconstruction. On remarque que la reconstruction de droite « bave » un peu vers la gauche. Cette perturbation est probablement liée à des imperfections présentes sur notre référence rectangulaire.

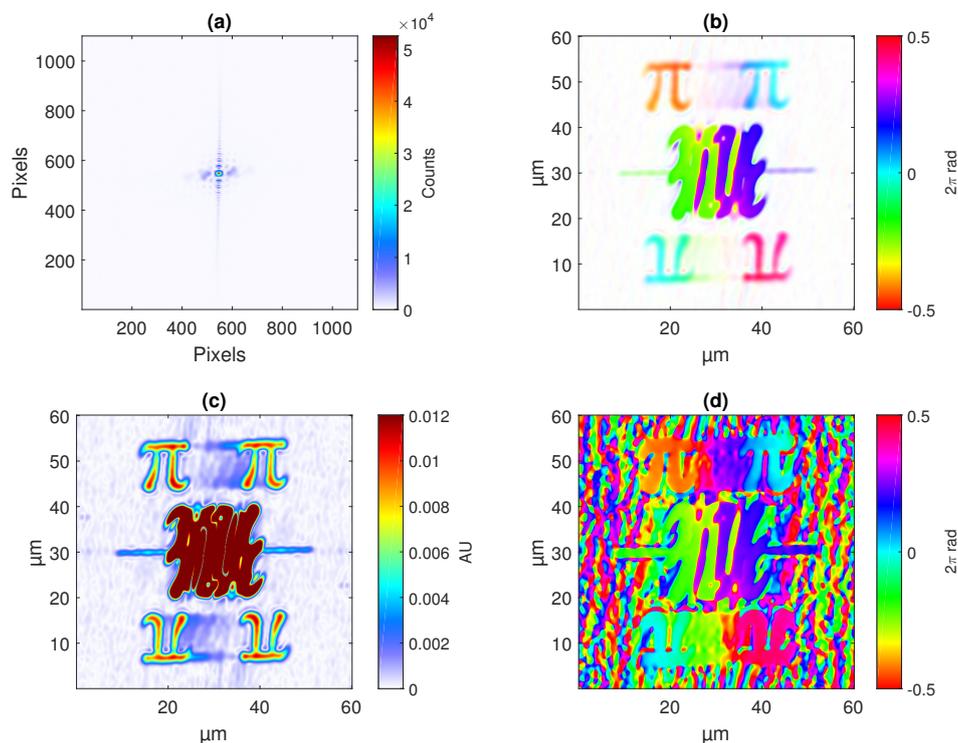


FIGURE 3.18 – Reconstruction HERALDO de l'objet π , après application de l'opérateur de dérivation et d'un filtre super-gaussien de rayon 150 pixels.

- (a) : Signal expérimental, sommé sur 15 images.
- (b) : Champ complexe reconstruit.
- (c) : Module de (b).
- (d) : Phase de (b).

3.5.4 Résolution

Le critère utilisé pour calculer la résolution en configuration HERALDO est le critère « 10-90 », comme pour la technique FTH : on mesure l'écart en pixels, entre 10% et 90% de la valeur maximale du module de la reconstruction. Nous effectuons une coupe sur cette dernière et présentons les résultats en Fig. 3.19 (a), que nous comparons avec une reconstruction effectuée avec un filtre de rayon plus grand (Fig. 3.19 (b)).

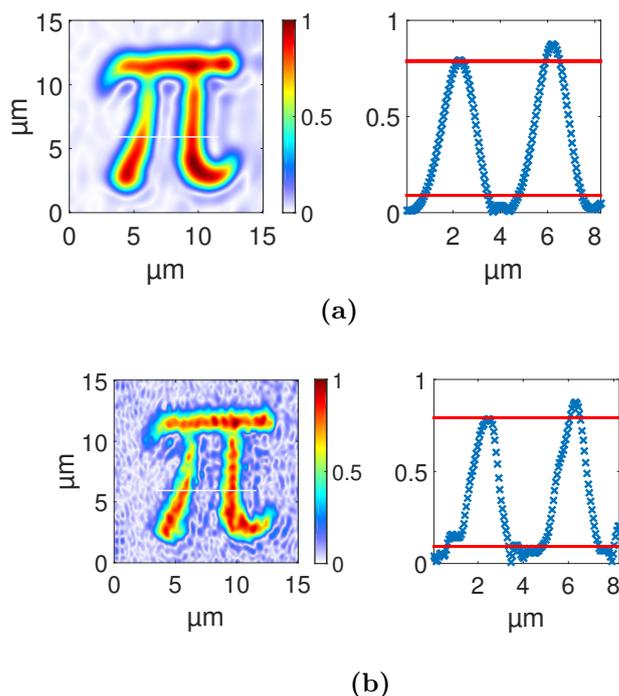


FIGURE 3.19 – (a) : Coupe de l’objet π réalisée sur les deux barres. Le pas de la reconstruction est de 55 nm. Le rayon du filtre est de 150 pixels.

(b) : Coupe de l’objet reconstruit avec un filtre de rayon 400 pixels.

Nous établissons une résolution de l’ordre de 20 pixels, soit 1 μm . Compte tenu de la largeur de la référence (450 nm), nous attendions un meilleur résultat : comme en imagerie FTH (avec des trous circulaires), la résolution est limitée par la plus petite dimension de la référence (pour HERALDO, il s’agit de la largeur de la fente). Il est possible de l’améliorer légèrement, jusqu’à 800 nm, en augmentant le rayon du filtre $G_{n,r}$ de 150 à 400 pixels (cf. Fig. 3.19.b), mais cela se fait au détriment du rapport signal sur bruit.

3.6 Conclusion sur l’analyse du rapport signal sur bruit en holographie

Les reconstructions FTH ont permis de mettre en évidence, d’une part la nécessité d’accumuler le signal pour limiter l’impact du bruit (gain d’un facteur 4 sur le SNR, cf. tableau 3.2), d’autre part l’avantage direct de la technique HDR dans l’amélioration du rapport signal sur bruit (gain supplémentaire d’un facteur 3, cf. Tableau 3.2). La superposition cohérente améliore le SNR d’un facteur ~ 2 à ~ 4 selon les configurations.

La technique HERALDO est quant à elle moins « exigeante » : une simple accumulation à la limite de saturation permet d’atteindre un haut rapport signal sur bruit, que la technique HDR ne permet pas d’améliorer significativement. Au contraire, il semblerait que le bruit se retrouve légèrement amplifié sans que le signal n’augmente. Il faut rappeler que dans le domaine des hautes fréquences spatiales, c’est la fente qui a la plus forte contribution ; or, cette partie est éliminée lors de

l'application de l'opérateur linéaire. Il y a donc moins d'intérêt à exploiter ces hautes fréquences que pour le cas FTH.

3.7 Résultats expérimentaux en imagerie CDI

Les résultats présentés ci-après concernent nos trois objets d'étude bidimensionnels : l'avion, la lettre π et la mire. Une centaine d'itérations a été effectuée pour chacun. La fonction d'erreur correspondante, donnée par : $\epsilon_n = \sqrt{\sum_{i=1}^N |d_i(x_n)|^2}$ (cf. Chap. 1), est calculée à chaque itération. On peut alors sélectionner les reconstructions correspondant aux plus petites valeurs de cette fonction d'erreur et les superposer de façon cohérente à partir de l'algorithme « *DFT registration* » [37]. Ci-après, nous présentons les reconstructions CDI de nos objets 2D.

3.7.1 Reconstruction de l'avion

Les résultats de la reconstruction de l'avion en CDI sont présentés en Fig. 3.20. Le signal a été accumulé sur 15 images. 20 reconstructions indépendantes sont effectuées à partir du signal accumulé (avec une condition initiale différente à chaque nouveau lancement de l'algorithme) et superposées de façon cohérente. Dans le cas d'une seule reconstruction, on a $\text{SNR}_{1\text{recons}} = 30$. Dans le cas de 20 reconstructions superposées, on a $\text{SNR}_{20\text{recons}} = 90$, ce qui est mieux que ce que nous avons obtenu en configuration FTH, toutes techniques de reconstruction confondues (HDR. . .).

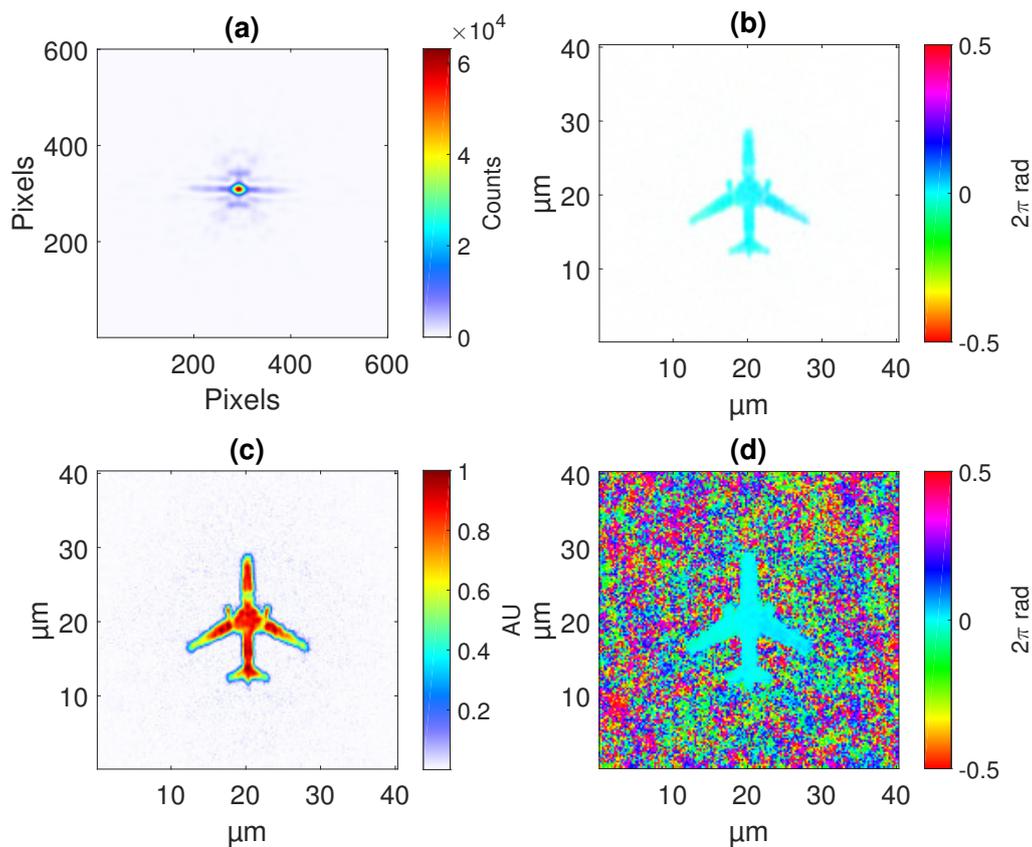


FIGURE 3.20 – Reconstruction, en module et en phase, de l'objet « Avion ».

(a) : signal expérimental, sommé sur 15 images.

(b) : champ complexe reconstruit.

(c) : module de (b).

(d) : phase de (b).

Le pas de la reconstruction est de $0.23 \mu\text{m}$.

3.7.2 Reconstruction de la lettre π

La reconstruction de l'objet π est présentée en Fig. 3.21. Là encore, une vingtaine de reconstructions sont effectuées et sommées de façon cohérente. On a $SNR_{1recons} = 26$, et $SNR_{20recons} = 72$.

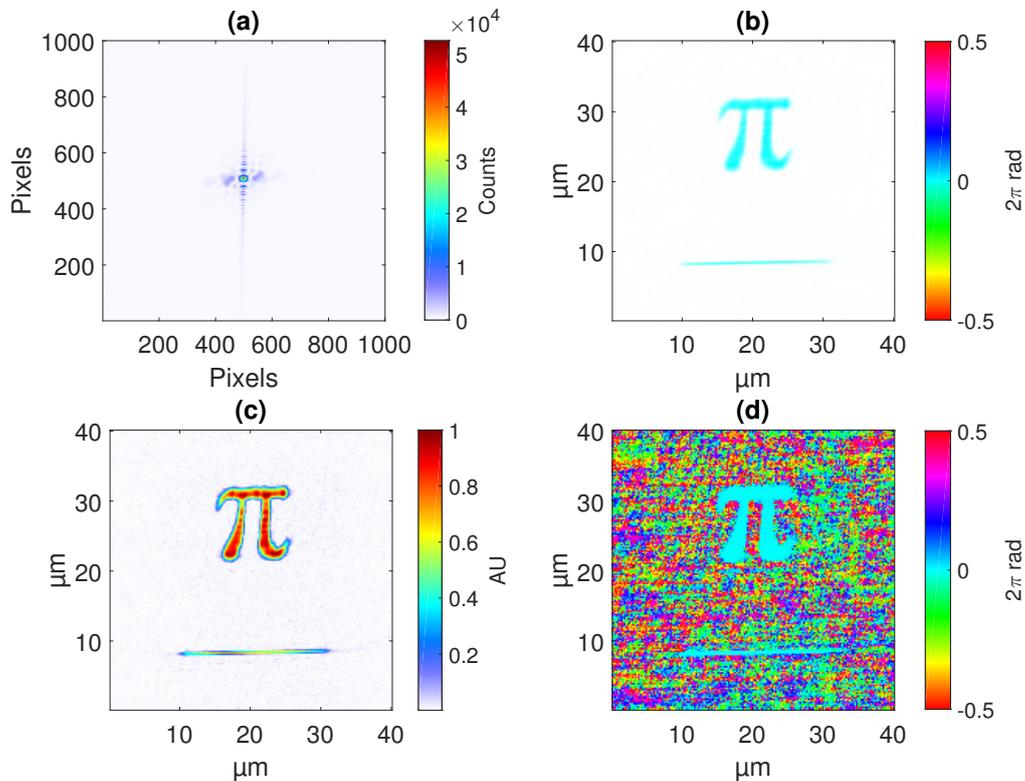


FIGURE 3.21 – Reconstruction, en amplitude et en phase, de l'objet π .

(a) : signal expérimental, sommé sur 15 images.

(b) : champ complexe reconstruit.

(c) : module de (b).

(d) : phase de (b).

Le pas de la reconstruction est de $0.22 \mu\text{m}$.

On remarque que la référence rectangulaire est également reconstruite. Cela rend compte du fait que celle-ci ne joue pas de rôle particulier dans la reconstruction et qu'elle est vue comme un objet « en soi ».

3.7.3 Reconstruction de la mire

La mire, comme nous l'avons vu en section 3.4.5, n'a pas pu être reconstruite de manière satisfaisante en FTH. Cela provient notamment des trous qui ont mal été gravés, ainsi que des motifs trop fins de la mire. La technique CDI est ainsi exclusivement utilisée pour cet objet (cf. Fig. 3.22).

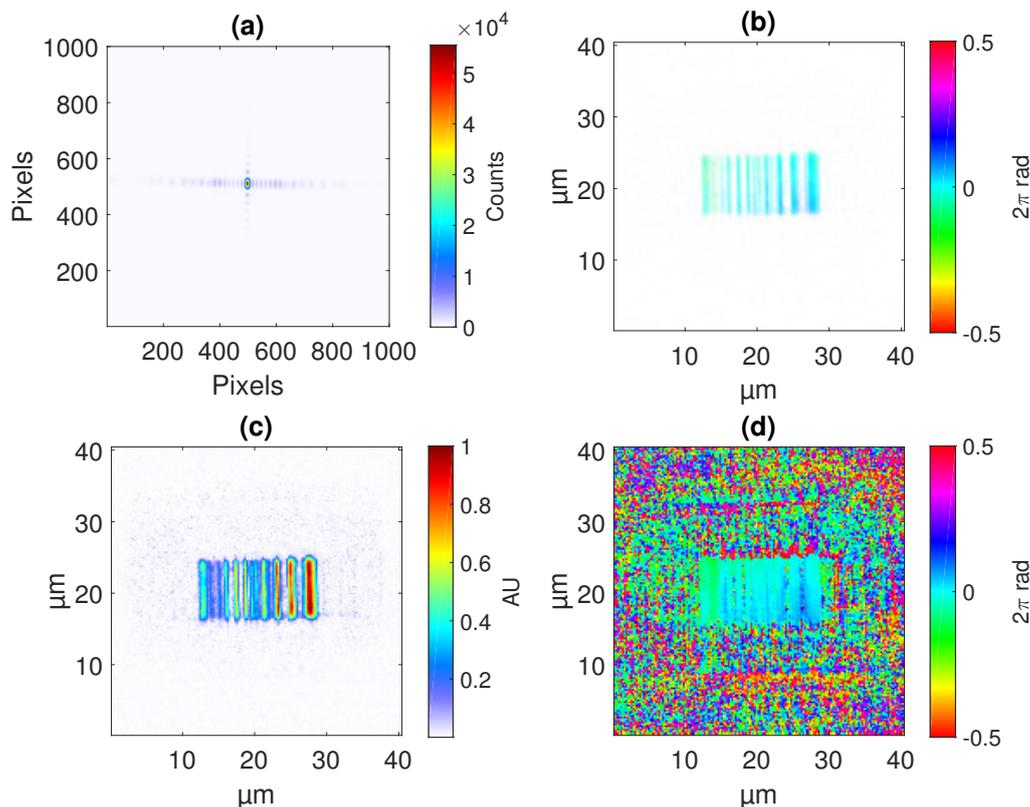


FIGURE 3.22 – Reconstruction CDI, en amplitude et en phase, de la mire.

(a) : signal expérimental, sommé sur 15 images.

(b) : champ complexe reconstruit

(c) : module de (b).

(d) : phase de (b).

Le pas de la reconstruction est de $0.24 \mu\text{m}$.

Présentant des motifs fins et une certaine symétrie, la reconstruction de la mire donne des résultats qui peuvent fluctuer lorsqu'on lance plusieurs fois l'algorithme. Il y a difficulté à retrouver la « vraie » orientation de l'échantillon, et pour cette raison, la superposition cohérente est d'autant plus justifiée. On va ainsi éliminer les fluctuations de l'algorithme en amplifiant les zones « stables » de l'image finale et en annihilant les zones fluctuantes.

3.7.4 Calcul de la PRTF [9, 46, 87]

Comme en imagerie holographique, il est possible de définir la résolution à partir du critère « 10-90 » pour l'imagerie CDI. Cependant, il est plus pertinent de se baser sur le calcul de la PRTF (*Phase Retrieval Transfer Function*) pour l'estimation de la résolution de notre système⁵. Par définition, la PRTF est donnée par la formule suivante :

$$\text{PRTF}(\nu) = \frac{|FT_{\text{recons}}|(\nu)}{\sqrt{I_{\text{exp}}(\nu)}} \quad (3.31)$$

Où ν est la fréquence spatiale, généralement exprimée en μm^{-1} , calculée à partir des paramètres physiques de l'expérience. On rappelle :

$$\nu = \frac{N p_{\text{CCD}}}{\lambda z} \quad (3.32)$$

Où N est le nombre de pixels depuis le centre de la matrice CCD (de 0 à 1024), $p_{\text{CCD}} = 7.4 \mu\text{m}$ la taille des pixels, $\lambda = 400 \text{ nm}$ la longueur d'onde de la source, et $z \approx 5 \text{ mm}$ la distance échantillon-CCD.

Qualitativement, il s'agit de comparer le spectre de fréquences spatiales de notre reconstruction à celui que nous avons détecté par diffraction cohérente. Dans le cas idéal, nous retrouvons exactement les mêmes fréquences et avec la même amplitude et la PRTF vaut 1 partout, ce qui n'est évidemment pas le cas ; la fréquence de coupure est alors déterminée à partir du critère « à $1/e$ »⁶. On rappelle que la « reconstruction » en question est issue d'une accumulation de plusieurs reconstructions, sommées de façon cohérente pour améliorer le rapport signal sur bruit. La résolution du système est déterminée en fonction de ν *via* la formule :

$$r = \frac{1}{2\nu} \quad (3.33)$$

Le contenu fréquentiel de nos objets ne présente pas *a priori* de symétrie cylindrique, à savoir, les hautes fréquences suivent en général une orientation privilégiée (largeur de la fente, des motifs de la mire...). Calculer la PRTF en fonction de r , en intégrant à chaque fois en θ (donc en anneaux concentriques de diamètre variable), est donc insuffisant pour calculer précisément la résolution : il faut tenir compte de θ . Nous représenterons donc, dans la suite, la PRTF par le biais du système de coordonnées cylindrique (r, θ) .

Calculs expérimentaux

Pour le calcul de la PRTF, nous effectuons la Transformée de Fourier de la reconstruction (dans tous les cas, cette dernière est issue de la somme cohérente de 15 lancers de l'algorithme), puis nous appliquons l'équation 3.31. Le pas est de 5 pixels en r et de 2° en θ . Les résultats sont présentés en Fig. 3.23.

De façon générale, nous pouvons observer qu'une grande partie du contenu fréquentiel se situe dans la gamme de résolution de l'ordre du micron $1/(2 \times 1\mu\text{m}) =$

5. On peut par ailleurs évoquer une autre méthode de calcul, nommée FSC (*Fourier Shell Correlation*), qui est notamment employée en microscopie électronique [97].

6. Pour le carré du module, cela correspond donc à un critère à $1/e^2$.

$0.5 \mu\text{m}^{-1}$. Cependant, pour l'objet π et la mire, qui présentent des structures plus fines (référence HERALDO, motifs de la mire), on voit apparaître des hautes fréquences qui peuvent aller jusqu'à environ $2 \mu\text{m}^{-1}$ (cf. Fig. 3.23 (c) et (e)), soit 250 nm de résolution. Plus quantitativement, la résolution est calculée *via* le critère « à $1/e$ », *i.e.* au moment où la PRTF atteint la valeur de $1/e \sim 0.3679$ (cf. Fig. 3.23 (b), (d) et (f)). On établit alors :

1. Objet « avion » : coupure à $1.0 \mu\text{m}^{-1}$, soit une résolution de 500 nm.
2. Objet « π » : coupure à $1.6 \mu\text{m}^{-1}$, soit une résolution de 310 nm.
3. Objet « mire » : coupure à $1.4 \mu\text{m}^{-1}$, soit une résolution de 360 nm.

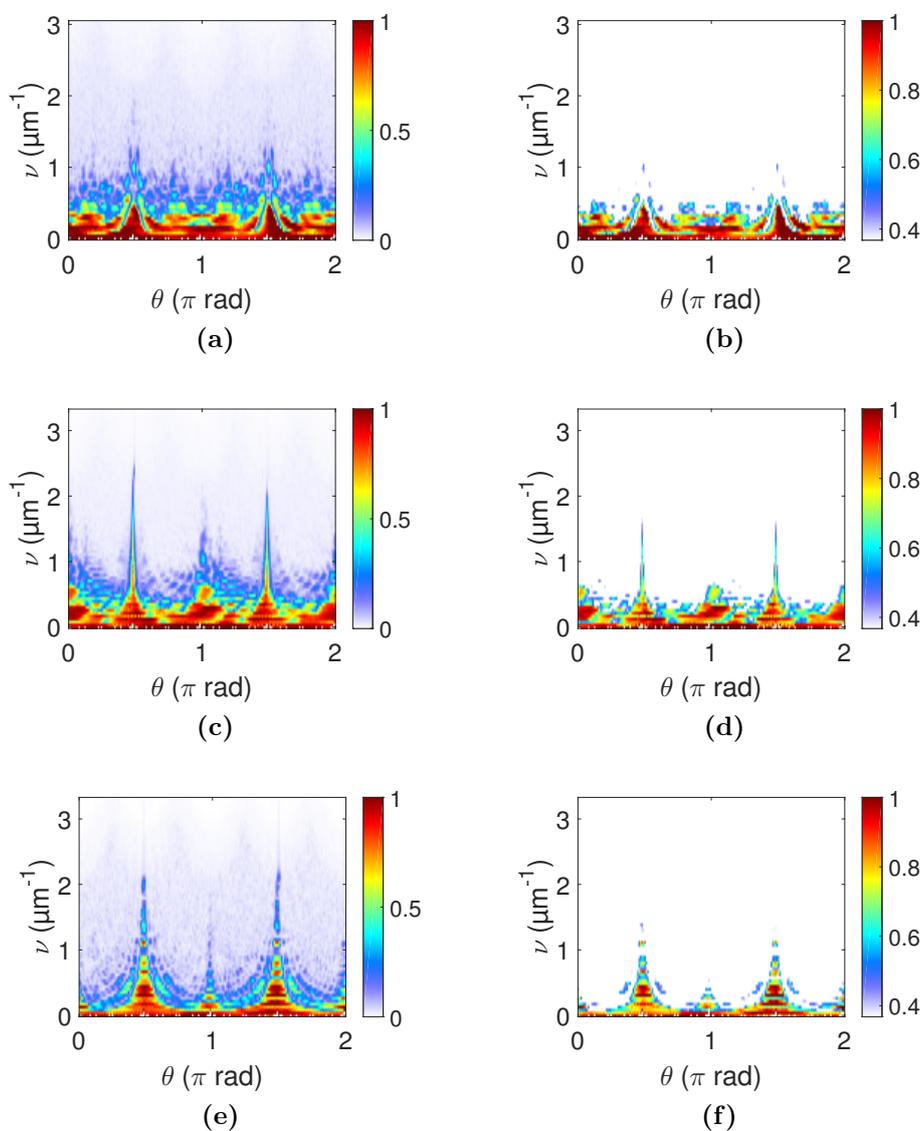


FIGURE 3.23 – (a) : PRTF de l'avion. (b) : même image affichée de $1/e$ à 1 pour calculer la résolution.

(c) : PRTF de π . (d) : *id.*

(e) : PRTF de la mire. (f) : *id.*

Comparaison avec le critère holographique 10-90

Nous avons utilisé le critère 10-90 pour estimer la résolution des reconstructions FTH et HERALDO. Ne requérant qu'une coupe sur les bords de la reconstruction, il est évidemment possible d'appliquer ce critère à nos reconstructions CDI afin de comparer les deux méthodes.

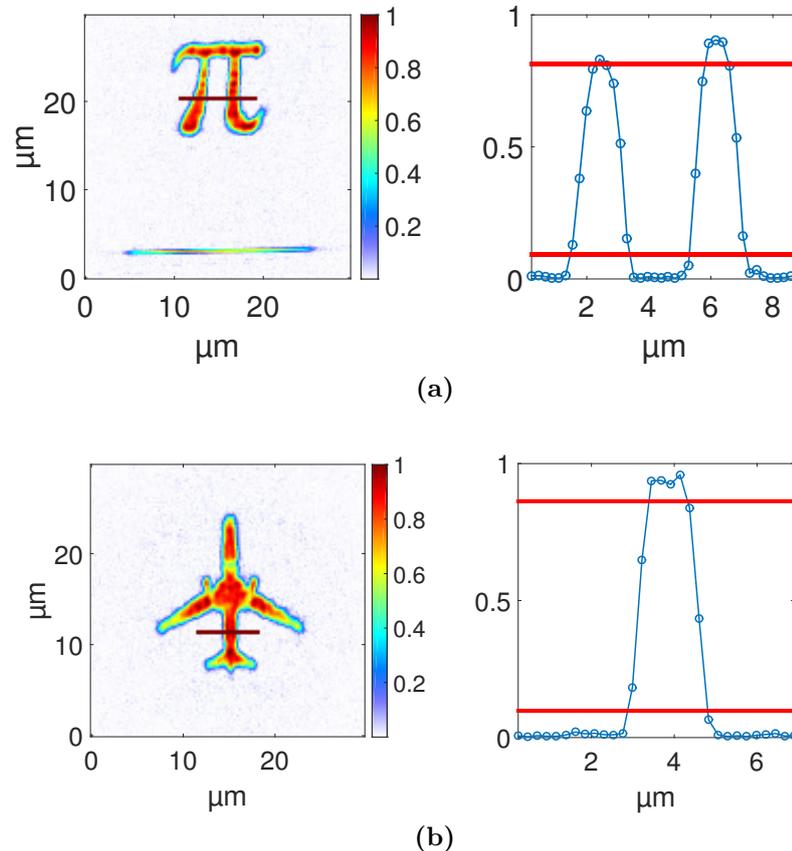


FIGURE 3.24 – (a) : Coupe horizontale réalisée sur la reconstruction « π ».

(b) : Coupe horizontale réalisée sur la reconstruction « avion ».

Les deux droites rouges représentent les valeurs de l'intensité à 10% et à 90% de leurs valeurs maximales.

Nous pouvons estimer, par lecture des courbes, la résolution à environ deux pixels, soit 460 nm, ce qui correspond à une fréquence spatiale de $\sim 1 \mu\text{m}^{-1}$. Ce calcul est moins précis qu'avec la PRTF mais permet d'obtenir une bonne estimation de la résolution, et en adéquation avec les résultats précédents.

3.8 Conclusion générale sur les mesures en champ lointain

Les techniques de reconstruction holographiques présentent l'avantage d'être déterministes et simples à mettre en œuvre : une simple Transformée de Fourier pour la technique FTH, une étape de dérivation supplémentaire pour la technique HERALDO. Cependant, elles reposent étroitement sur la nature des références em-

ployées. Les références circulaires nous contraignent, en effet, à effectuer un compromis entre résolution et rapport signal sur bruit. Cette limitation est levée par la technique HERALDO, qui utilise des références larges (rectangulaires ou carrées). De plus, le rapport signal sur bruit est supérieur à la technique FTH. Dans les deux cas, une résolution de l'ordre de 2λ , soit 800 nm, a été atteinte. Dans le cas holographique, les techniques de superposition cohérente et HDR n'ont pas démontré d'effets significatifs dans l'amélioration de la résolution.

L'imagerie CDI, technique itérative et non déterministe, requiert un fort contraste des franges d'interférences et le respect des conditions de sur-échantillonnage. Malgré ces contraintes, nous avons atteint une résolution de $310 \text{ nm} = 0.8\lambda$, meilleure que pour les techniques holographiques ($800 \text{ nm} = 2\lambda$). Le SNR en CDI est comparable à HERALDO (de l'ordre de 90), et à FTH (de l'ordre de 80 dans le meilleur des cas), moyennant dans chaque cas l'accumulation du signal, et une superposition cohérente de reconstructions indépendantes.

Notre schéma expérimental permet, par l'utilisation d'une diode UV, de disposer de beaucoup plus de photons qu'une source harmonique. Même pour l'observation de petits échantillons (quelques microns ici), le collimateur ajustable permet de concentrer toute la puissance disponible sur la zone utile. Accumuler le signal permet ensuite de réduire considérablement le bruit en un temps réduit.

Dans un souci de confort, c'est la technique FTH que nous adapterons à l'imagerie 3D avec pupille (cf. Chap. 4) : les contraintes expérimentales imposent d'effectuer la reconstruction pendant le *scan*. Il faut donc que celle-ci soit rapide et déterministe, ce qui est le cas pour l'imagerie FTH. On peut éventuellement considérer une « exploration » de l'échantillon avec la technique FTH, puis effectuer une acquisition optimisée (accumulation et/ou HDR) qui sera ensuite reconstruite en CDI afin de pousser la résolution et le rapport signal sur bruit.

3.9 Perspectives : (retour) vers la GHOE

3.9.1 Introduction

Nous avons réalisé une expérience de diffraction cohérente moyennant une diode visible et une caméra CCD. Si l'on compare cette configuration à l'expérience implémentée sur la ligne de lumière LUCA, qui utilise la génération d'harmoniques d'ordres élevés dans les gaz – argon ou néon –, beaucoup de contraintes se retrouvent levées : pas besoin de travailler sous vide (donc pas de pompes), compacité, coût réduit, etc. Ainsi, si l'on met de côté le gain en résolution (diminution de la longueur d'onde vers les X mous), la génération d'harmoniques d'ordres élevés dans les gaz semble moins adaptée à un prototype « *user-friendly* ».

La GHOE n'est toutefois pas limitée aux gaz : elle peut être appliquée aux *cristaux*. Des études théoriques [96] et expérimentales [29, 30, 51] ont été faites à ce sujet, y compris dans notre équipe au LIDyL. En particulier, la GHOE dans des cristaux d'oxyde de zinc (ZnO) et de carbonate de Fer (II) (FeCO_3) a été étudiée sur la ligne de lumière SOFOCKLE. Ces harmoniques peuvent être filtrés et, dans l'air, atteignent une longueur d'onde d'environ 200 nm. Exploiter cette expérience semble donc intéressant pour deux raisons : d'une part, nous restons dans l'air, et d'autre part, la longueur d'onde peut être diminuée d'un facteur 2, soit une résolution ultime

deux fois plus grande dans les reconstructions. Un autre avantage est de disposer d'impulsions harmoniques femtosecondes qui pourraient être utilisées pour sonder des processus dynamiques. Nous avons repris le montage expérimental étudié dans ce chapitre (échantillons 2D et caméra CCD, mais pas de diode) et l'avons placé sur la ligne de lumière SOFOCKLE, qui joue à présent le rôle de source (harmonique).

3.9.2 Ligne de lumière

La ligne SOFOCKLE est constituée d'un laser titane :saphir délivrant des impulsions de 40 fs à $\lambda = 800$ nm, et pompant un OPA (*Optical Parametric Amplifier*, ou Amplificateur Optique Paramétrique). Ce dernier émet avec un large spectre (environ 200 nm), de longueur d'onde centrale $\lambda_c \in [1.3 \mu\text{m}, 2.1 \mu\text{m}]$. Il est donc accordable, ce qui permet, pour génération des harmoniques, de sélectionner plus finement la longueur d'onde « finale » que nous désirons. Un exemple de spectres mesurés sur SOFOCKLE est présenté Fig. 3.25.

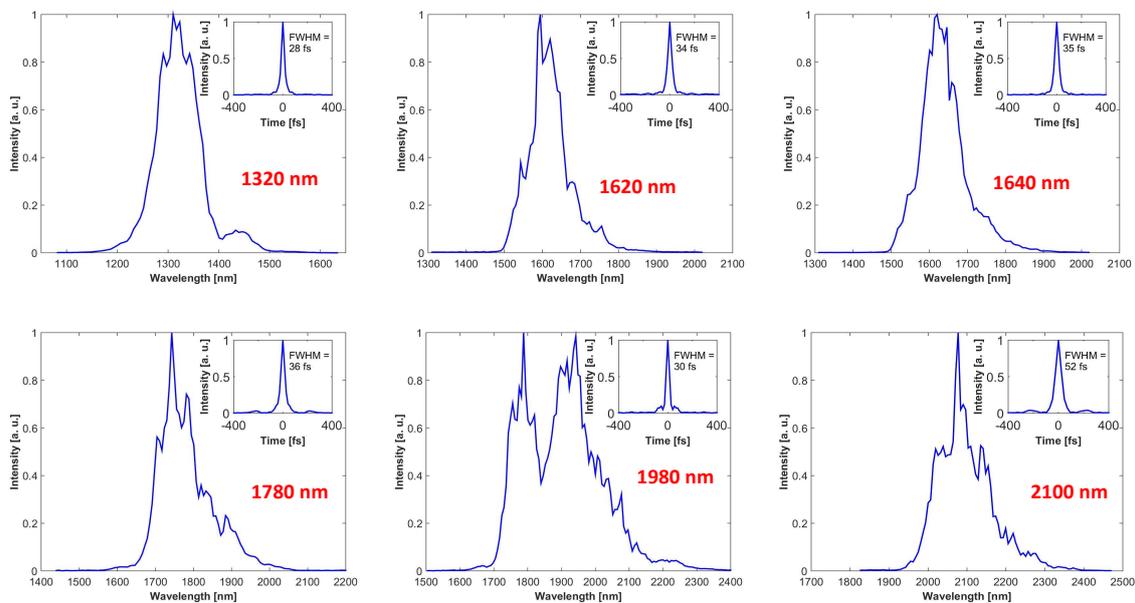


FIGURE 3.25 – Spectres expérimentaux mesurés sur la ligne de lumière SOFOCKLE (crédit : D. Franz), pour plusieurs valeurs de λ_c . L'étendue temporelle peut être obtenue par Transformée de Fourier du spectre (représentée en haut à droite de chaque panneau).

L'expérience de génération d'harmoniques dans les cristaux, développée au laboratoire et présentée en Fig. 3.26, consiste à guider puis focaliser l'*idler* (longueur d'onde centrale sélectionnée : $\lambda_c = 2100$ nm) dans un cristal non-linéaire. La forte puissance crête du faisceau va provoquer une interaction non-linéaire entre les électrons constitutifs des atomes du cristal qui, en oscillant, vont déformer temporellement le champ incident. Ces déformations temporelles se traduisent spectralement par une apparition de nouvelles longueurs d'onde, qui sont des diviseurs de la longueur d'onde du laser de pompe ($\lambda_q = \lambda_{\text{laser}}/q$, $q \in \mathbb{N}$) : ce sont des *harmoniques d'ordres élevés*. Ces harmoniques sont envoyés simultanément sur un spectromètre imageur et sur un autre spectromètre (nommé *Ocean Optics* sur la Fig. 3.26) afin d'être caractérisés.

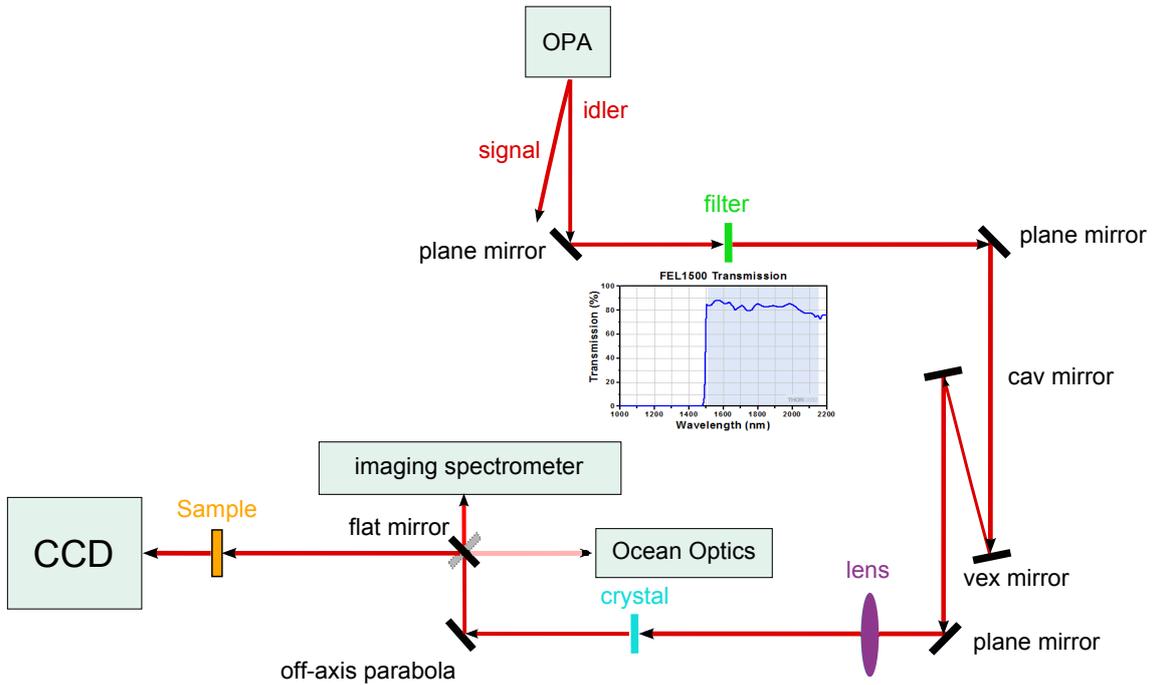


FIGURE 3.26 – Schéma expérimental de diffraction cohérente avec la ligne de lumière Sofockle (crédit : D. Franz). Le miroir placé en fin de ligne peut soit rediriger le faisceau harmonique vers l’Ocean Optics, soit vers l’ensemble {échantillon, caméra CCD}.

3.9.3 Résultats expérimentaux

L’intérêt d’une telle expérience, en comparaison avec le Nanoscope, est la possibilité d’utiliser des impulsions femtosecondes, à des longueurs d’onde plus courtes, avec deux limitations principales :

1. L’absorption dans l’air en deçà d’une certaine valeur, ce qui limite notre étude à $\lambda > \lambda_{\text{lim}} \sim 190$ nm.
2. L’efficacité quantique de notre caméra, $Q(\lambda)$, dont la courbe est donnée en Annexe E. On a ici $\lambda_{\text{min}} = 240$ nm sans micro-lentille.

C’est la limitation majeure du montage par rapport à une expérience sous-vide, pour laquelle on peut générer des harmoniques allant jusqu’à l’XUV. Par ailleurs, comme dans toute expérience de GHOE, l’efficacité de conversion dépend bien évidemment de la longueur d’onde de ces derniers : plus l’ordre harmonique sera élevé, moins nous disposerons de photons.

Il faut également filtrer le rayonnement infrarouge résiduel après génération. Nous utilisons pour cela un filtre coloré qui élimine le faisceau fondamental, puis un miroir dichroïque pour filtrer l’harmonique désiré.

Nous travaillons avec l’*idler*, dont la longueur d’onde centrale sélectionnée est $\lambda_c = 2$ μm . On utilise un cristal de FeCO_3 , de configuration cristalline (1, 0, 0), pour générer et utiliser l’ordre harmonique 3 ($\lambda = 667$ nm). Les résultats expérimentaux sont présentés en Fig. 3.27.

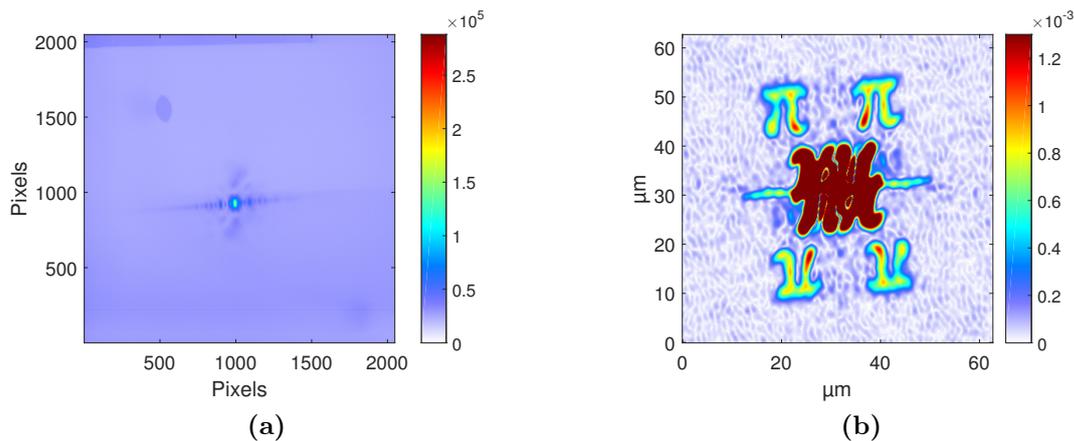


FIGURE 3.27 – Résultats expérimentaux obtenus sur la ligne de lumière SOFOCKLE avec la technique HERALDO.

(a) - Signal expérimental, en nombre de *counts*.

(b) - Module normalisé de la reconstruction HERALDO, avec un filtre supergaussien de 400 pixels de rayon. Le pas de la reconstruction est de $0.16 \mu\text{m}$.

Ces résultats sont moins bons qu’avec le Nanoscope pour plusieurs raisons :

- le phénomène de génération d’harmoniques dans les cristaux a une efficacité limitée qui ne permet pas d’atteindre des puissances optiques comparables à notre diode laser, même à longueur d’onde égale ou supérieure,
- le front d’onde n’est pas optimisé, ce qui non seulement perturbe la reconstruction, mais réduit aussi le nombre de photons incidents sur l’échantillon (le faisceau est plus grand que ce dernier, on a donc moins de photons par unité de surface),
- la caméra a un rendement quantique plus faible à ces longueurs d’onde.

En particulier, les reconstructions CDI sont impossibles à effectuer dans ces conditions.

3.9.4 Conclusions

Malgré l’efficacité limitée de ce montage pour reproduire une expérience d’imagerie sans lentille telle que présentée dans le Chap. 3, la GHOE dans les cristaux est intéressante pour le développement de sources harmoniques compactes (notamment, sans jet de gaz). La cohérence spatiale des harmoniques en fait de bons candidats pour l’imagerie par diffraction cohérente. Ceux-ci sont également impulsionnels (quelques dizaines de femtosecondes), ouvrant la voie à l’étude de phénomènes ultrarapides. Le développement de telles sources est donc prometteur dans l’optique d’une intégration, à terme, au Nanoscope.

Chapitre 4

Pupille holographique pour reconstruction 3D

4.1 Introduction

Généralement, la microscopie est utilisée pour résoudre des structures complexes et surtout *tridimensionnelles*, que ce soit en biologie ou en physique des matériaux. La tomographie, par ailleurs, va beaucoup plus loin et permet d'obtenir une vision de l'objet observé, sous tous les angles. Il est donc à la fois nécessaire et intéressant de ne pas se limiter à l'observation d'échantillons 2D.

À cet effet, nous présentons dans ce chapitre une configuration expérimentale particulière, permettant de coupler nos techniques de reconstruction habituelles (p. ex. FTH) à l'observation d'objets qui ne présentent pas les restrictions usuellement requises pour l'imagerie par diffraction cohérente (notamment, la contrainte de support fini et l'approximation de projection). Cela ouvre la voie à l'observation d'échantillons larges et tridimensionnels, et contribue à la versatilité du Nanoscope. Des échantillons 2D et 3D « quelconques » (*i.e.* non gravés sur un support) seront observés à travers une *pupille holographique* utilisée pour reconstruire le champ de manière simple et déterministe, *via* la technique FTH.

4.2 Protocole expérimental

La configuration expérimentale présentée dans ce chapitre reprend les principes de l'imagerie par diffraction cohérente : l'échantillon est illuminé par la source, la figure de diffraction est détectée par la caméra CCD, et l'on traite le signal pour aboutir à la reconstruction de notre objet.

Deux modifications majeures sont apportées ici : l'objet à observer peut être quelconque (2D ou 3D, à support fini ou non), et une *pupille holographique* est placée à proximité pour « isoler » le champ diffracté et l'observer dans les conditions habituelles de sur-échantillonnage. Des références circulaires sont gravées autour de cette pupille afin d'effectuer les reconstructions par FTH. Une configuration similaire a été proposée par Roy *et al.* [79]. Ces derniers ont travaillé en géométrie de réflexion, avec un échantillon 2D, illuminé par un faisceau XUV d'énergie 500 eV ($\lambda = 2.5$ nm). Ici, nous travaillons en géométrie de transmission, avec des échantillons 2D et 3D, et toujours dans l'UV ($\lambda = 400$ nm). Nous donnerons plus de détails sur la

pupille dans la section 4.5. Le schéma expérimental correspondant est présenté en Fig. 4.1. Le protocole expérimental, ainsi que les différentes étapes associées, sont présentés en Fig. 4.2.

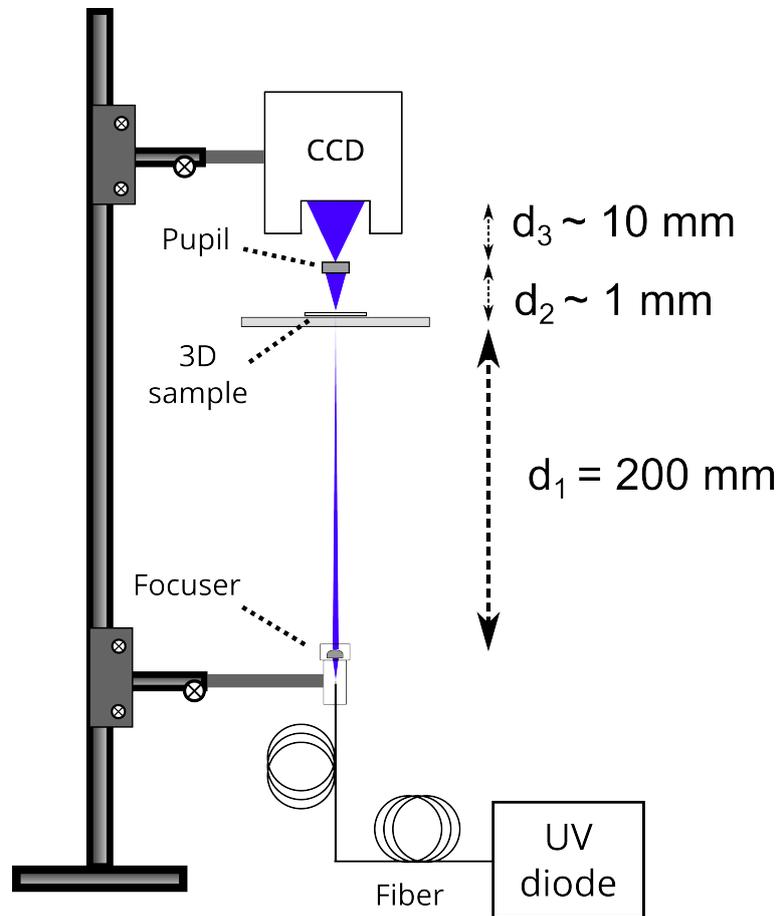


FIGURE 4.1 – Schéma expérimental en configuration pupillaire.

Le protocole d'imagerie est décomposé selon les étapes suivantes :

1. Illumination de l'échantillon par un faisceau focalisé *via* le collimateur ajustable.
2. Fenêtrage par la pupille, afin de définir un support au champ. En périphérie, les références circulaires permettent l'encodage de la phase dans la figure de diffraction.
3. Propagation du champ vers la caméra CCD, et détection du module carré.
4. Reconstruction du champ dans le plan pupillaire, *via* la technique FTH (on effectue donc une simple Transformée de Fourier inverse du signal).
5. Propagation du champ reconstruit *via* la fonction de transfert de l'espace libre (cf. Chap. 1), afin d'effectuer la mise au point sur l'objet.

Cette technique présente de multiples avantages. Premièrement, l'objet est totalement désolidarisé de la pupille, ce qui lève les restrictions sur ses paramètres physiques, car tout est « pris en charge » par le plan pupillaire : définition d'un support et encodage de la phase. Il s'agit par ailleurs d'une technique de reconstruction totalement déterministe, puisqu'on utilise l'holographie par Transformée de Fourier.

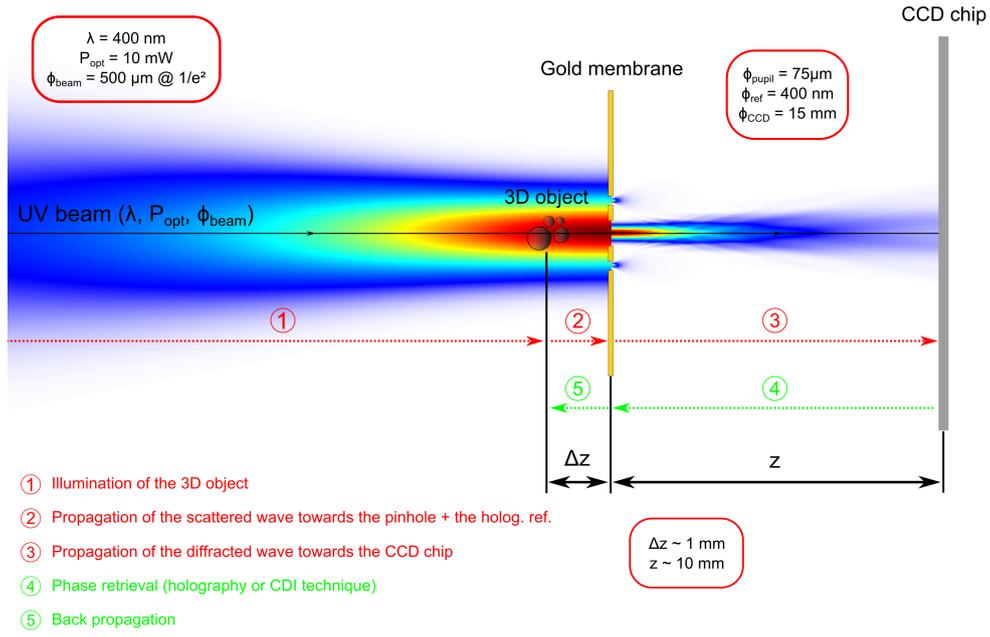


FIGURE 4.2 – Protocole expérimental en configuration pupillaire.

La pupille est alignée à l'aide d'une plate-forme de translation manuelle (la même que pour les échantillons 2D), et l'échantillon à observer est positionné sur une plate-forme motorisée — dans le plan horizontal — dont la précision atteint la dizaine de nanomètres (micro-contrôleurs). Dans l'axe de propagation, la translation reste manuelle : la reconstruction est faite numériquement et on n'a pas besoin de choisir une position précise selon z .

4.3 Restrictions d'usage

Après reconstruction pupillaire, le propagateur de Fresnel est appliqué au champ reconstruit, dont le support est défini par la pupille circulaire. Dès lors, nous pouvons considérer le champ pupillaire comme un objet à part entière, de taille finie, égale au diamètre de la pupille. On peut alors, selon la distance de propagation z par rapport au plan de la pupille, définir le nombre de Fresnel correspondant :

$$F_{\text{pupille}} = \frac{\phi_{\text{pupille}}^2}{\lambda z} \quad (4.1)$$

Où ϕ_{pupille} est le diamètre de la pupille, λ la longueur d'onde de la source, et z la distance entre la pupille et l'objet observé. D'après Roy *et al.* [79], ce nombre doit être suffisamment grand, afin que les structures liées à la diffraction de la pupille ne recouvrent pas les détails de l'objet à observer. En pratique, il nous faut travailler avec $F_{\text{pupille}} \gtrsim 5$. Prenant $\lambda = 400 \text{ nm}$, et $z \sim 1 \text{ mm}$, il vient, après application numérique :

$$\phi_{\text{pupille}} \gtrsim 45 \mu\text{m} \quad (4.2)$$

Nous choisirons $\phi_{\text{pupille}} = 75 \mu\text{m}$, ce qui limite la distance de travail à environ 3 mm pour un nombre de Fresnel de 5. En pratique, cette distance sera inférieure, de l'ordre de quelques centaines de μm (échantillon quasiment « collé » à la pupille).

4.4 Profondeur de champ

Dans le cadre d'une reconstruction 3D, nous allons effectuer la mise au point sur plusieurs plans. Il est donc important de considérer la profondeur de champ disponible, *i.e.* l'épaisseur d'échantillon « vue » par le champ. Nous rappelons que, pour un champ complexe reconstruit de longueur d'onde λ à la résolution r , la profondeur de champ, notée DOF (*Depth of Focus*), s'écrit sous la forme [9] :

$$DOF = \frac{2r^2}{\lambda} = \frac{2\lambda}{\theta_{\max}^2} \quad (4.3)$$

Avec θ_{\max} l'angle maximal de diffraction.

On voit alors que résolution latérale et résolution transversale sont couplées. Pour une faible DOF , la variation du champ avec z sera plus marquée et les différentes tranches reconstruites ne se « superposeront » pas. Inversement, une grande profondeur de champ aura pour effet « d'intégrer » les tranches et de faire varier lentement la reconstruction avec z , avec moins de visibilité sur les détails fins (baisse de la résolution). Nous étudierons l'effet de la pupille sur la profondeur de champ en section 4.11.4.

4.5 Description de la pupille

La pupille servant de support au champ reconstruit, il est nécessaire de travailler en configuration 2D – pupille suffisamment fine – et binaire – échantillon totalement opaque ou totalement transparent. Une fois encore, nous avons utilisé de l'or comme substrat pour notre échantillon 2D, lequel est également gravé au FIB. Cette fois-ci, pour des raisons d'espace (une membrane de nitrure de silicium occupe une surface d'uniquement $500 \times 500 \mu\text{m}^2$), nous avons opté pour un échantillon de fluorure de calcium (CaF_2), qui prend la forme d'une fenêtre circulaire de 5 mm de diamètre et de 1 mm d'épaisseur. Ce matériau, connu pour être quasi-transparent dans l'UV [73] a une transmission de 0.9 à 400 nm. Combiné à l'or, il est alors possible de définir des structures dont la transmission est quasi-binaire. Les Fig. 4.3, 4.4 et 4.5 présentent en détail la structure de la pupille et de son support. La pupille est de forme circulaire, de diamètre 75 μm , et cinq références circulaires sont gravées tout autour, à une distance de $2 \times \phi_{\text{pupille}} = 150 \mu\text{m}$, de manière à respecter la séparation holographique lors de la reconstruction (cf. Fig. 4.4).

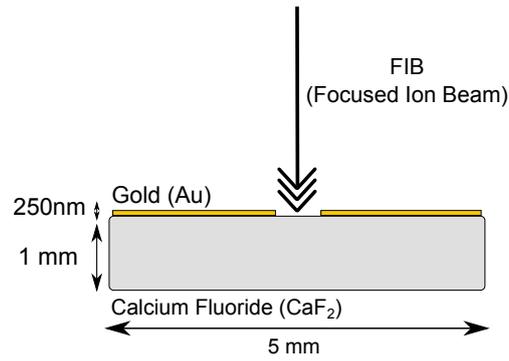


FIGURE 4.3 – Schéma de l'échantillon sur lequel est gravé la pupille circulaire.

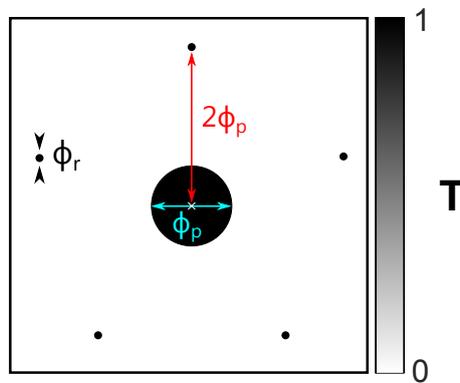


FIGURE 4.4 – Profil de transmission de la pupille circulaire et des références holographiques associées. On a : $\phi_p = 75 \mu\text{m}$, et $\phi_r = 450 \text{ nm}$.

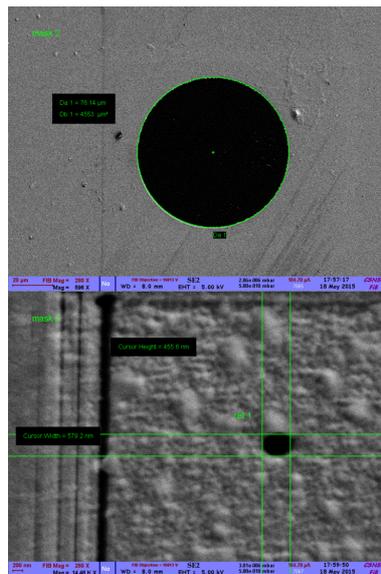


FIGURE 4.5 – Images de la pupille circulaire au microscope électronique à balayage (en haut), et d'une des références circulaires (en bas).

4.6 Éclairement : de l'importance du choix du diamètre du faisceau

Il a été constaté quelques problèmes de gravure dans l'élaboration des références circulaires. En particulier, certaines ne sont pas « débouchantes » : contrairement au cas 2D, nous ne gravons pas le support, trop épais (ici, CaF_2 , 1 mm d'épaisseur), et des impuretés peuvent demeurer sur celui-ci. *In fine*, nous n'avons qu'une ou deux références susceptibles de servir à la reconstruction. Cela fait apparaître un nouveau problème : comment éclairer de manière optimale, *i.e.* en minimisant la perte de photons, l'ensemble {pupille + référence(s)} ? Afin de répondre à cette question, nous avons simulé l'éclairement dans deux cas différents :

1. Faisceau centré sur la pupille, pour éclairer toutes les références de façon symétrique (cf. Fig. 4.6 (a)).
2. Faisceau centré entre la pupille et une référence (cf. Fig. 4.6 (b)). C'est cette configuration que nous adopterons dans la suite.

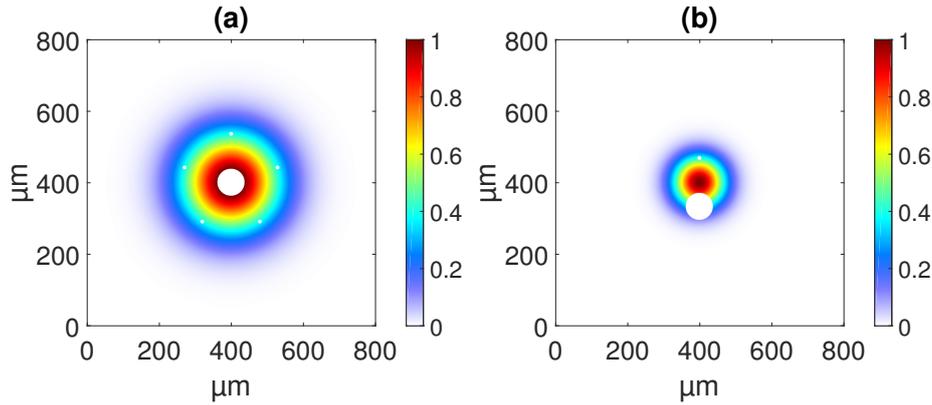


FIGURE 4.6 – Illustration de l'éclairement sur la pupille avec un faisceau de diamètre optimisé. (a) : éclairage centré sur la pupille. (b) : éclairage centré entre la pupille et une référence circulaire, dans le cas où nous n'en utilisons qu'une.

Pour plusieurs valeurs du diamètre du faisceau, ϕ_0 , nous avons mesuré¹ plusieurs grandeurs caractéristiques, en W/cm^2 :

- I_{pupil} est le flux sur la pupille,
- I_{ref} est le flux sur la (les) référence(s),
- $I_{\text{tot}} = I_{\text{pupil}} + I_{\text{ref}}$,
- I_{source} est le flux de la source.

Les résultats de cette simulation sont présentés en Fig. 4.7. Dans le cas centré, le flux dans la pupille diminue très vite, ce qui n'est pas le cas pour les références situées en bordure du faisceau : lorsque celui-ci est trop petit, elles sont trop loin,

1. Les références étant plus petites que la pupille d'environ deux ordres de grandeur, nous avons représenté les intensités surfaciques (en W/cm^2) les traversant afin de revenir à des grandeurs comparables.

et lorsque celui-ci est trop grand, la puissance surfacique diminue petit à petit. Il y a donc une valeur optimale du diamètre du faisceau, située autour de 300-400 μm . De cette manière, on peut optimiser le contraste des interférences.

Dans le cas non-centré, qui sera celui appliqué dans la pratique, le faisceau est situé entre la pupille et la référence ; par conséquent, il y a une valeur optimale du diamètre du faisceau pour la référence *et* pour la pupille. Cette valeur est de l'ordre de 200 μm (courbe rouge).

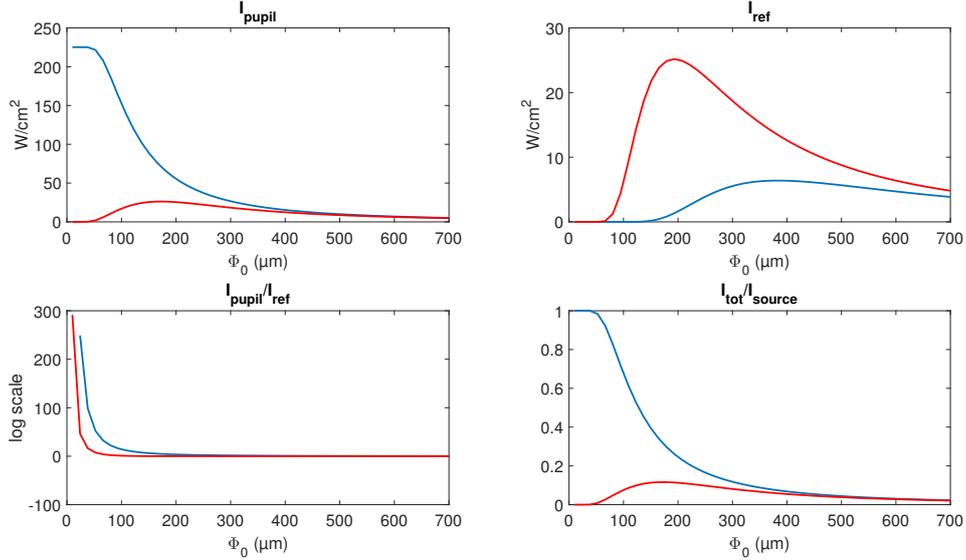


FIGURE 4.7 – Simulations de l'éclairement au niveau de la pupille et au niveau des références, en W/cm^2 , pour plusieurs diamètres de ϕ_0 (faisceau focalisé sur la membrane).

Courbes bleues : configuration de la Fig. 4.6 (a).

Courbes rouges : configuration de la Fig. 4.6 (b).

4.7 Détermination du plan de mise au point

Outre la qualité de reconstruction holographique, il est également requis, dans cette configuration, de trouver le plan optimal dans lequel nous allons observer l'objet. Moyennant l'hypothèse selon laquelle le plan de l'objet contient les structures les plus nettes, il est possible de définir un critère de focalisation à partir du gradient du module de la reconstruction [79]. La distance de travail est donc celle qui maximise le gradient du module du champ. Pour le calculer, nous appliquerons le filtre de Sobel, qui consiste à réaliser une « détection de bords ». Considérons deux noyaux de convolution, représentant respectivement les gradients dans les directions horizontale et verticale :

$$\mathbf{g}_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{g}_y = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ainsi, le gradient horizontal et le gradient vertical de l'image \mathbf{A} s'écrivent respectivement :

$$\mathbf{G}_x = \mathbf{g}_x * \mathbf{A} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{G}_y = \mathbf{g}_y * \mathbf{A} \quad (4.5)$$

Le gradient de l'image peut alors être approximé par la somme quadratique de ces deux images. Il vient :

$$\mathbf{G} = \sqrt{\mathbf{G}_x^2 + \mathbf{G}_y^2} \quad (4.6)$$

Nous présentons, dans la Fig. 4.8, une simulation de calcul du gradient sur un champ propagé. Le champ initial est l'image « *pepper* » incluse dans le logiciel Matlab et définit le module du champ initial (phase plate). Nous propageons ce champ à différentes distances, calibrées par le nombre de Fresnel F . Le module du champ et le gradient correspondant sont calculés pour différentes valeurs de F .

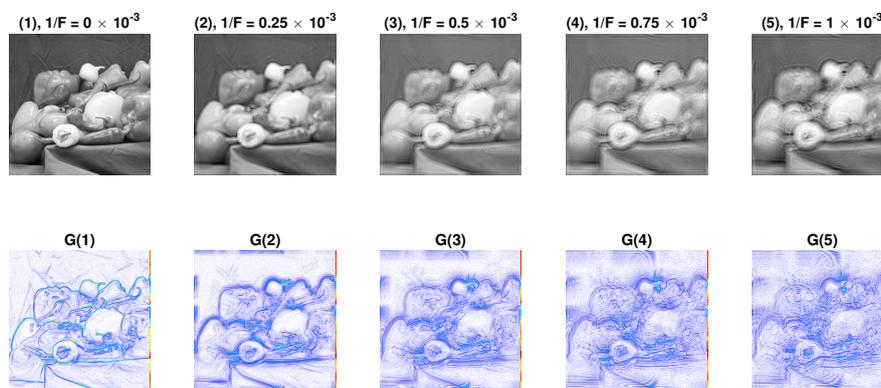


FIGURE 4.8 – En haut, de (1) à (5) : module du champ propagé d'une image 2D, pour différentes valeurs du nombre de Fresnel F défini par $F = \frac{\phi_{image}^2}{\lambda z}$. En bas (*id.*), gradient correspondant.

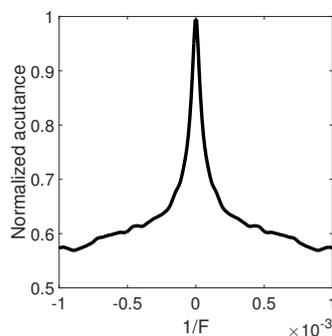


FIGURE 4.9 – Somme du gradient de chaque image en fonction de l'inverse de F , $\frac{1}{F} = \frac{\lambda z}{\phi_{image}^2} \propto z$.

Nous pouvons constater que le gradient décroît très vite avec $1/F$, ce qui en fait un critère de choix dans la recherche du plan de mise au point. La largeur à mi hauteur de la courbe en Fig. 4.9 est estimée à 1.1×10^{-5} , ce qui donne, pour $\phi = 75 \mu\text{m}$ et $\lambda = 400 \text{ nm}$, $\text{FWHM} = 1.5 \mu\text{m}$.

4.8 Interface de reconstruction en direct

Jusqu'à présent, nous avons toujours travaillé selon le procédé suivant : alignement de l'échantillon sur le faisceau, acquisition de la figure de diffraction, puis traitement *a posteriori* des données afin de reconstruire l'objet éclairé. Cette méthode trouve ses limites dans la configuration pupillaire, car la simple « lecture » de la figure de diffraction ne permet pas de déterminer si l'alignement est optimal (p. ex. avec le critère de maximisation du flux). Il faut donc s'assurer de deux choses : d'une part, du bon éclairage de la pupille *et* des références, afin de maximiser le contraste des franges, et donc la qualité des reconstructions. D'autre part, savoir où l'on se trouve sur l'échantillon, ce qui n'est pas possible par simple lecture du signal.

Nous avons développé à cet effet une interface permettant de réaliser la reconstruction holographique de l'objet *pendant* l'acquisition. Ainsi, il est possible de le visualiser directement et d'avoir une maîtrise totale du *scan*. Le bloc-diagramme de cette interface est présenté en Fig. 4.10.

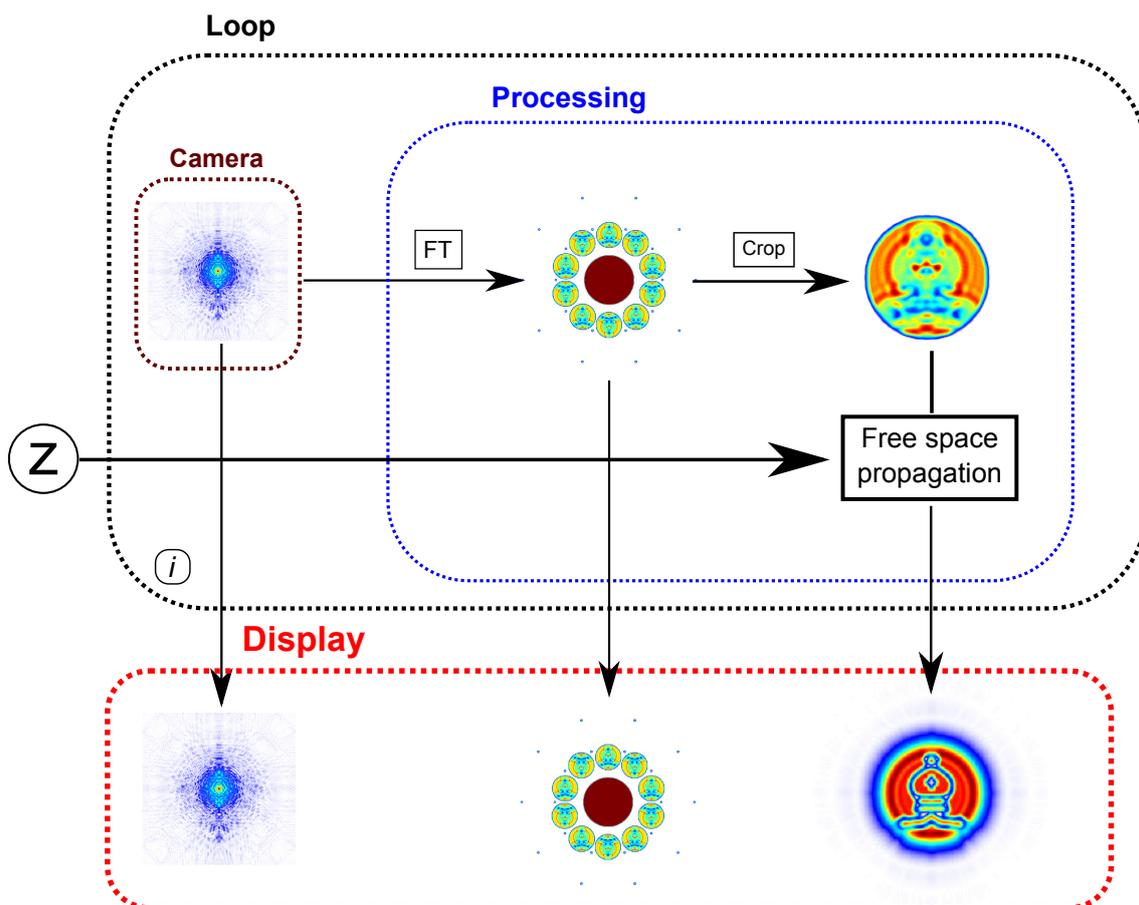


FIGURE 4.10 – Bloc-diagramme de l'algorithme de reconstruction pupillaire. Le signal caméra est intégré dans une boucle afin que la reconstruction correspondante soit affichée à chaque rafraîchissement de la caméra CCD. La variable i est un compteur, incrémenté à chaque acquisition. La valeur de z est déterminée *via* calcul du gradient (cf. Fig. 4.8 et 4.9).

4.9 Traitement de la phase

4.9.1 Dépliage de la phase

La phase reconstruite dans le plan de la pupille peut présenter des aberrations qu'il est nécessaire de filtrer pour améliorer la reconstruction finale. Une projection sur la base des polynômes de Zernike (cf. Annexe C) est appropriée pour cela. Or, dans nos calculs, la phase est intrinsèquement repliée, donc définie à 2π près. Cela empêche tout filtrage direct lorsque la phase absolue dépasse cette période de 2π . Pour résoudre ce problème, un algorithme de dépliage de la phase (*phase unwrapping*) est utilisé afin de remonter à la phase absolue à partir de la phase repliée [31]. La figure 4.11 présente un exemple illustré de dépliage de la phase.

4.9.2 Aberrations

À cause de plusieurs facteurs (alignement, utilisation d'un collimateur ajustable, etc), la phase reconstruite dans le plan de la pupille contient des aberrations, potentiellement responsables de la déformation de l'image finale. Ces dernières doivent donc être filtrées au préalable dans le but d'améliorer la qualité des reconstructions. En particulier, si l'on considère une approche « tomographique » consistant à sommer les tranches successives selon l'axe z , la présence de *tip/tilt* perturbera fortement le résultat final car l'objet est dévié de l'axe z lors de la propagation.

Pour filtrer les aberrations, nous devons tout d'abord appliquer l'algorithme de dépliage de la phase à nos données. Nous obtenons la phase absolue, notée $\phi(\rho, \theta)$. La pupille étant circulaire, nous pouvons donc la décomposer de façon unique sur la base polynomiale de Zernike :

$$\phi = \sum_j a_j Z_j \quad (4.7)$$

Avec a_j réels. Les Z_j formant une base orthonormée sur le disque unité, il vient :

$$\forall j, a_j = \langle \phi, Z_j \rangle \quad (4.8)$$

Nous sommes bien évidemment contraints de réaliser une décomposition finie. Notant n le dernier ordre de la décomposition, nous pouvons séparer ϕ en deux termes : une phase décomposée sur la base de Zernike, et une phase « résiduelle » :

$$\phi = \phi_{\text{ab}} + \phi_{\text{res}} \quad (4.9)$$

Avec :

$$\phi_{\text{ab}} = \sum_{j=1}^n \langle \phi, Z_j \rangle \cdot Z_j \quad (4.10)$$

Nous prendrons $n = 11$, *i.e.* jusqu'à l'aberration sphérique du 3^e ordre. Les $(a_j)_{j \in [1;11]}$ sont calculés *via* l'équation 4.8. Par conséquent, soustrayant ϕ_{ab} , à ϕ , nous pouvons filtrer les aberrations non désirées. Un exemple de ce procédé est présenté en figure 4.11.

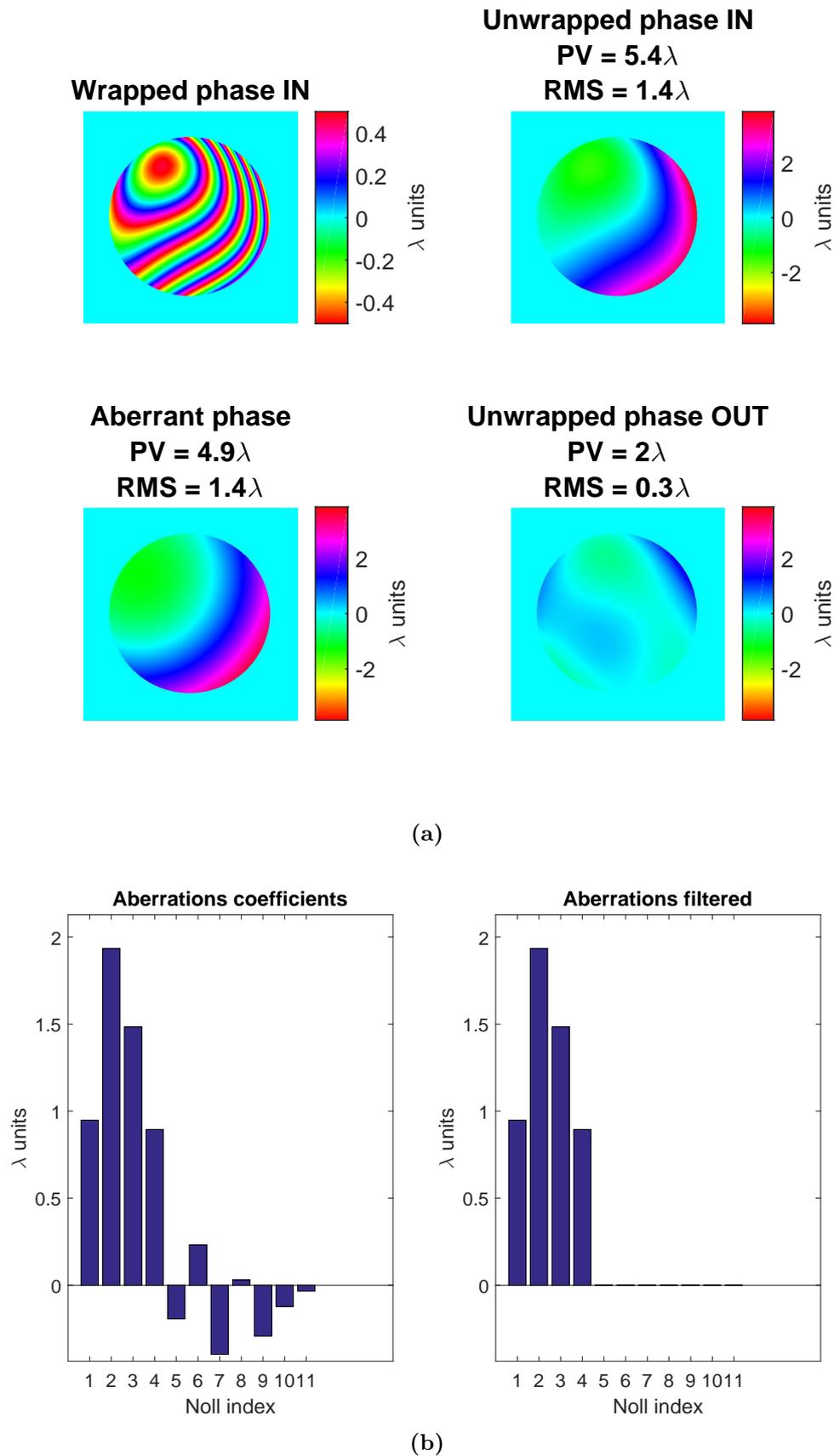


FIGURE 4.11 – Exemple de filtrage de la phase.

(a) - Panneaux du haut : phase repliée (à g.) puis dépliée (à d.). Panneaux du bas : phase aberrante, calculée par projection sur les polynômes de Zernike (à g.), et phase filtrée par soustraction (à d.).
 (b) - Coefficients de Zernike de la phase dépliée non filtrée (à g.), et coefficients de Zernike de la phase aberrante (à d.).

4.10 Validation expérimentale sur une mire USAF 1951

4.10.1 Présentation

Le plus simple objet que nous puissions observer avec cette technique est un objet binaire, d'amplitude pure, bidimensionnel. À ce titre, nous avons choisi d'expérimenter la technique de reconstruction pupillaire avec une mire positive, de type « USAF 1951 ». Elle présente des motifs rectangulaires horizontaux et verticaux de taille variable et parfaitement opaques, placés sur une fenêtre de silice. La figure 4.12 présente le motif de la mire ainsi qu'une vue au microscope optique de la zone d'intérêt.

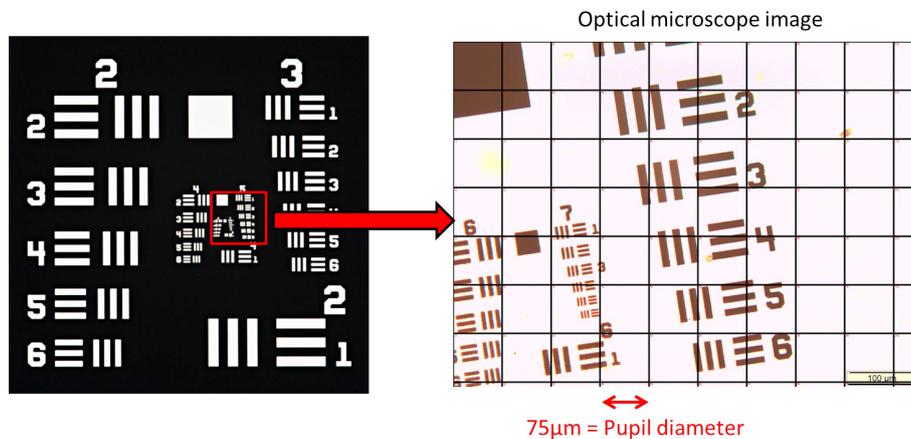


FIGURE 4.12 – À gauche : profil de la mire USAF (blanc : opaque, noir : transparent). À droite : vue au microscope optique. Le pas de la grille est de $75\ \mu\text{m}$, soit le diamètre de la pupille.

4.10.2 Limitations

La mire USAF est un objet que nous considérons comme « étendu » : l'ensemble des motifs est réparti sur une surface de $25\ \text{mm}^2$. Par conséquent, il est possible qu'en plaçant un motif devant la pupille, d'autres se trouvent devant les références holographiques. Cela a pour effet d'éliminer les interférences entre références et pupille, donc les reconstructions. C'est ce que nous avons pu observer au niveau du centre (groupes 6 et 7), notamment à cause du carré d'une trentaine de microns de large qui vient obstruer les références circulaires. Il s'agit là d'une limitation majeure de cette technique dans le cas où l'échantillon à observer présente de multiples motifs.

4.10.3 Résultats expérimentaux

Nous présentons dans cette section les résultats expérimentaux obtenus avec la mire USAF. Pour sélectionner les motifs à observer, il est préférable qu'ils soient contenus dans le champ correspondant au diamètre de la pupille (on rappelle $\phi_{\text{pupille}} = 75\ \mu\text{m}$). Pour déterminer si un ensemble de trois lignes (donc 2.5 paires) est contenu

dans le champ, on applique la formule suivante à partir de la valeur correspondante $v(gr, el)$ en lp/mm (paire de lignes par millimètre) du tableau F.2 :

$$w_{\text{tot}} = \frac{5}{2 \cdot v(gr, el)} < \phi_{\text{pupille}} \Leftrightarrow v(gr, el) > 33 \text{ lp/mm} \quad (4.11)$$

Plusieurs motifs respectant le critère de l'équation 4.11 ont été sélectionnés :

1. Les mires horizontale et verticale de $(gr, el) = (5, 6) \rightarrow \phi_{(5,6)} = 44 \mu\text{m}$
2. Le chiffre 5 de $(gr, el) = (5, 5) \rightarrow \phi_{(5,5)} \lesssim 49 \mu\text{m}$
3. Le chiffre 5 de $(gr, el) = (4, 5) \rightarrow \phi_{(4,5)} \lesssim 98 \mu\text{m}$

Dans les deux derniers cas, nous pouvons remarquer que les chiffres eux-mêmes sont légèrement plus petits que la mire associée.

NB : Dans ce qui suit, les reconstructions complexes seront représentées conformément à la Fig. B.1 (a) de l'Annexe B.

Reconstruction du « grand » cinq

Les résultats expérimentaux associés au « grand » 5 sont présentés en Fig. 4.13. Nous représentons le signal expérimental (PSF), à la limite de saturation et sommé sur environ cinquante images. La Transformée de Fourier inverse de cette somme nous donne la reconstruction holographique. Après sélection de la région d'intérêt, nous calculons le champ propagé à différentes distances, ainsi que le gradient du module pour trouver le meilleur plan de mise au point.

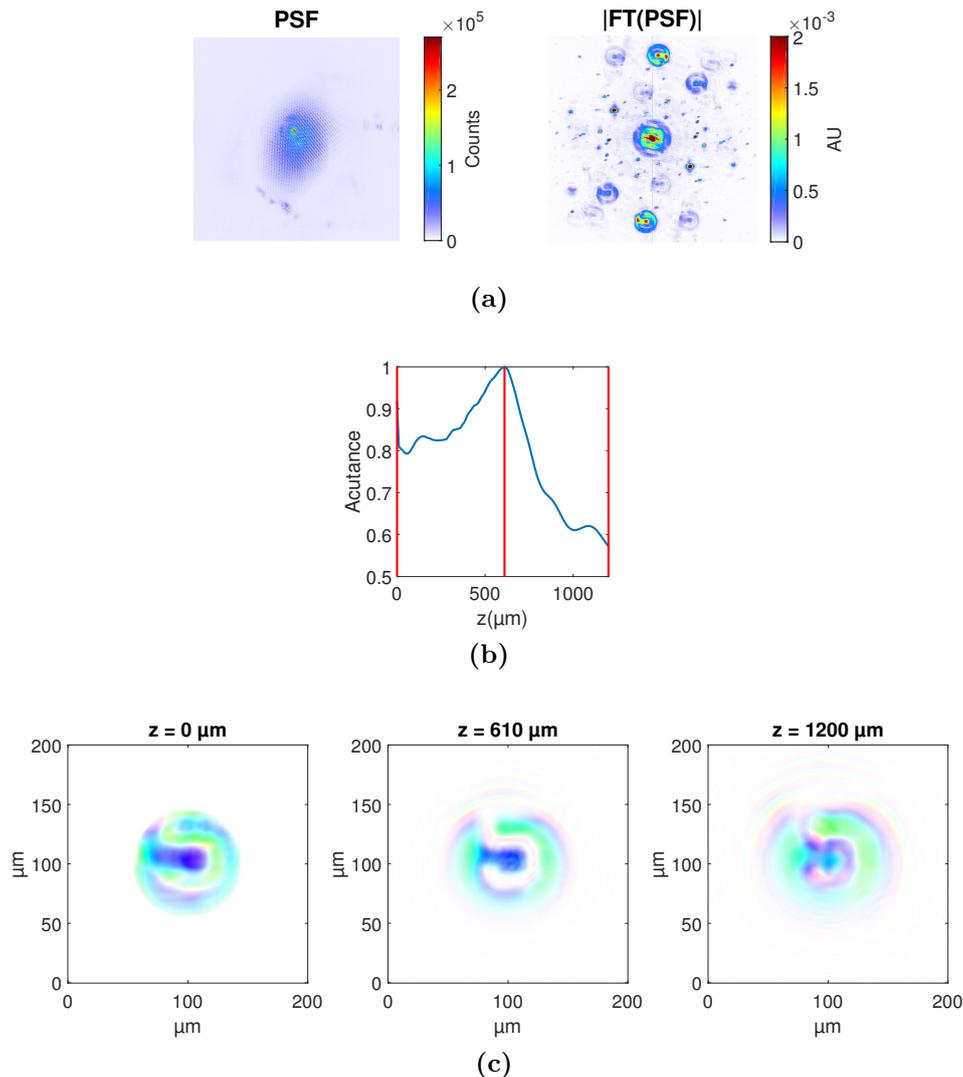


FIGURE 4.13 – (a) - Panneau de gauche : signal expérimental, accumulé sur 66 acquisitions. Région d'intérêt : 600×600 pixels. Panneau de droite : module de la Transformée de Fourier inverse du signal, observé à 2×10^{-3} de sa valeur maximale pour bien distinguer la pupille. Région d'intérêt : 1300×1300 pixels.

(b) - Gradient normalisé du module du champ. Le maximum est atteint en $z = 610$ μm.

(c) - Reconstruction complexe du champ initial ($z = 0$ μm), du champ dans le plan de l'échantillon ($z = 610$ μm), et du champ hors de l'échantillon ($z = 1200$ μm). Le pas d'échantillonnage est de 0.63 μm.

Le contraste est assez bon car il s'agit d'un objet de grande taille par rapport à la pupille, et complètement opaque. Toutefois, il est difficile d'observer cet objet en entier car il est un peu plus grand que le champ (90 μm contre 75 μm).

Reconstruction du « petit » cinq

Cet objet présente l'avantage d'être plus petit que la pupille ($50 \mu\text{m}$) mais bien plus grand que la limite de résolution. Il est donc privilégié pour l'observation dans cette configuration expérimentale. Les résultats sont présentés en Fig. 4.14.

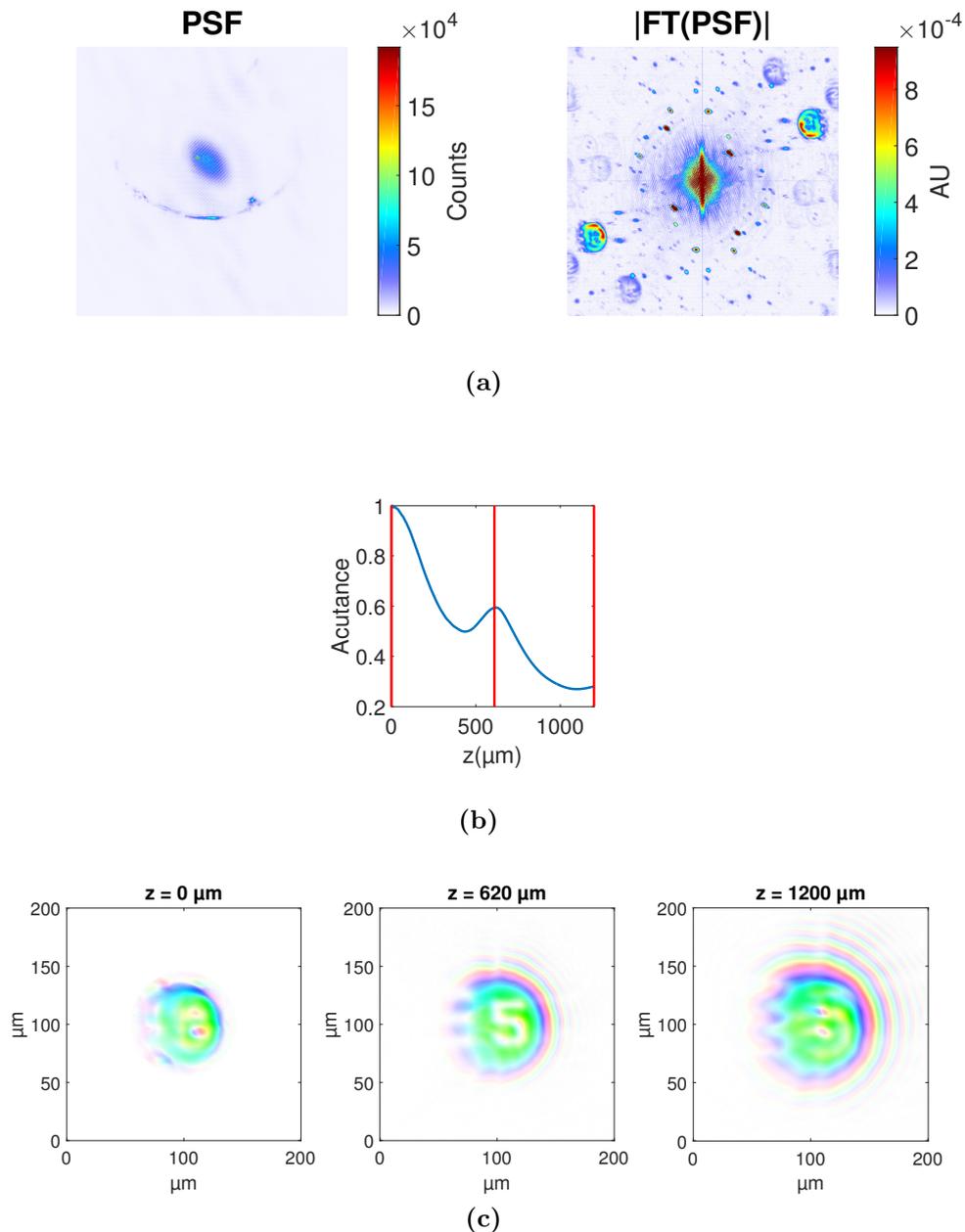


FIGURE 4.14 – (a) - Panneau de gauche : signal expérimental, accumulé sur 53 acquisitions. Région d'intérêt : 800×800 pixels. Panneau de droite : module de la Transformée de Fourier inverse du signal en représentation complexe, observé à 1×10^{-3} de sa valeur maximale pour bien distinguer la pupille. Région d'intérêt : 2048×2048 pixels.

(b) - Gradient normalisé du module du champ. Le maximum est atteint en $z = 620 \mu\text{m}$.

(c) - Reconstruction complexe du champ initial ($z = 0 \mu\text{m}$), du champ dans le plan de l'échantillon ($z = 620 \mu\text{m}$), et du champ hors de l'échantillon ($z = 1200 \mu\text{m}$). Le pas d'échantillonnage est de $0.31 \mu\text{m}$.

4.10.4 Aberrations optiques

Nous avons évoqué la possibilité d'avoir des aberrations dans le champ complexe reconstruit, ce qui pourrait potentiellement nuire à la netteté de l'objet observé. Néanmoins, un calcul expérimental sur la base de Zernike donne, pour les données de la Fig. 4.14, une prédominance du piston (phase constante) et du *tip/tilt* (pointé du faisceau), comme présenté en Fig. 4.15. Celle-ci illustre le fait que non seulement, on peut négliger les ordres supérieurs, mais qu'il est également possible d'améliorer numériquement le pointé lors de la propagation.

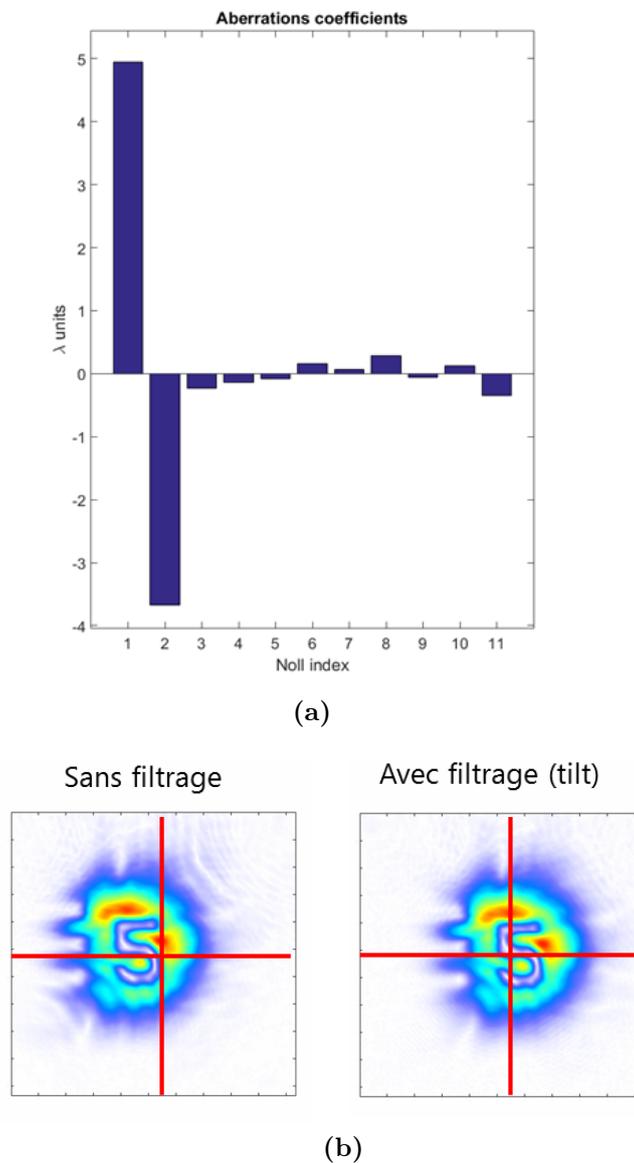


FIGURE 4.15 – (a) : coefficients de Zernike du champ Fig. 4.14 (c), à $z = 0 \mu\text{m}$. (b) : observation de l'amélioration du pointé du faisceau après correction numérique des aberrations (*tip/tilt*). Les croix rouges représentent le centre du faisceau à $z = 0 \mu\text{m}$.

4.10.5 Résolution

Pour déterminer la résolution spatiale dans cette configuration, nous utilisons le critère « 10-90 » : sur une coupe de l'objet (en amplitude), la résolution est définie par la distance entre les deux points pour lesquels l'intensité est respectivement égale à 10% et 90% du maximum sur cette coupe.

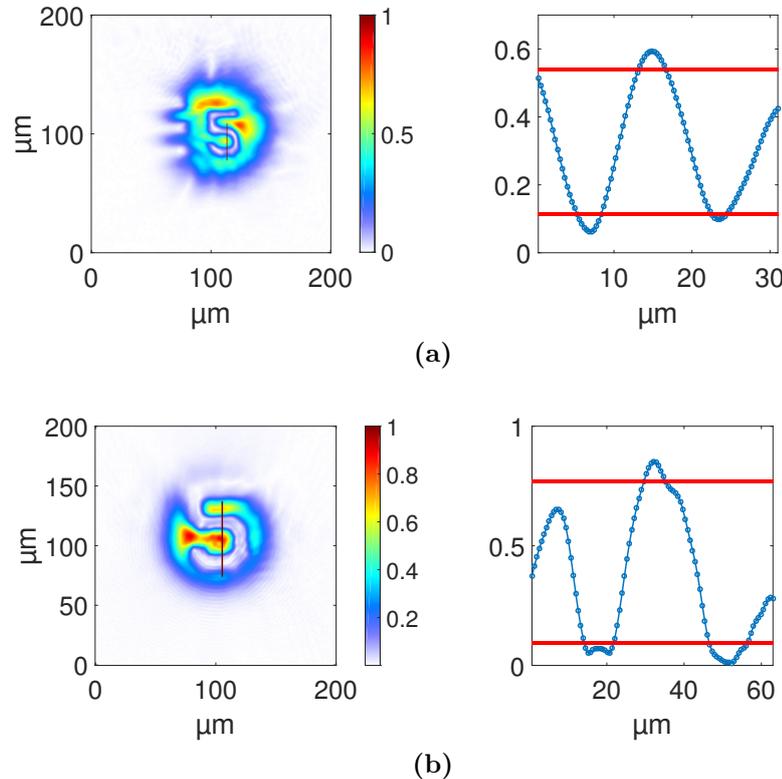


FIGURE 4.16 – (a) : coupe verticale réalisée sur le module de la reconstruction du « petit cinq » (rectangle rouge). On atteint une résolution de $4.5 \mu\text{m}$ sur les bords de l'objet. (b) : coupe verticale réalisée sur le module de la reconstruction du « grand cinq ». La résolution est de l'ordre de $8 \mu\text{m}$.

Nous obtenons, sur ces reconstructions, une résolution de 5 à $8 \mu\text{m}$, soit de l'ordre de 15λ . La perte de résolution par rapport à une configuration 2D s'explique par le fait que l'illumination de l'échantillon (mire) n'est pas optimale : la pupille placée après joue le rôle de filtre passe-bas des fréquences spatiales, et dans le cas où l'on inverserait pupille et échantillon, ce dernier est éclairé avec un faisceau moins énergétique car partiellement occulté par la pupille. On perd donc les grands angles de diffraction. L'utilisation d'une diode plus puissante (de quelques centaines de mW) permettrait de résoudre ce problème.

4.11 Imagerie d'objets biologiques tridimensionnels

4.11.1 Introduction

La mire a permis la validation de la technique dans un seul plan situé à quelques centaines de microns derrière la pupille. C'est l'objet le plus « simple » à observer dans cette configuration (objet 2D, d'amplitude pure et binaire). Roy *et al.* [79] ont, par ailleurs, déjà validé le principe en 2D. Afin d'aller plus loin, nous nous intéressons, à présent, à des échantillons biologiques et *tridimensionnels*.

4.11.2 Présentation et préparation des échantillons

Nous avons choisi, pour cette étude en configuration 3D, d'observer des squelettes de nanoplanctons. Ces derniers sont des organismes aquatiques évoluant dans les océans à faible profondeur (quelques dizaines de mètres). Plusieurs types de nanoplanctons existent et chacun vit à une profondeur qui lui est propre.

Les échantillons utilisés pour notre expérience ont été fournis par Sabine Stäger². Il s'agit de planctons récupérés lors d'une croisière géologique sur le navire *RV Sonne*, ancien chalutier allemand reconverti en navire océanographique, réalisée dans l'est de l'Océan Indien de janvier à février 1999. Les profondeurs d'exploration sont de : 1, 12, 22, 30, 40 et 60 mètres. Pour chaque profondeur, environ 5 litres d'eau sont récupérés par échantillon, et l'ensemble est filtré sur de la cellulose de type « Sartorius »³. Ces filtres sont séchés pendant quelques heures dans un four à 40-60 °C, puis on les stocke dans des boîtes de Pétri contenant du gel de silice, ce qui permet la préservation des nanoplanctons sur plusieurs années.

Pour pouvoir les observer, ils ont été transférés sur une lamelle de microscope. Ce transfert s'effectue par injection d'eau et fixation à l'aide d'une lamelle. Les nanoplanctons ont été triés en fonction de la profondeur à laquelle ils ont été pêchés. Typiquement, ceux que nous utilisons vivent habituellement à une profondeur de 1 ou 12 mètres. La Fig. 4.17 présente quelques spécimens que nous avons transférés sur des lamelles de microscope.

Parmi la multitude des squelettes récupérés, l'un d'entre eux (Fig. 4.17 (d) et 4.17 (e)) présente des caractéristiques tout à fait intéressantes : il est presque de la même taille que notre pupille, mais légèrement plus petit, et présente des branches bien contrastées ; cela en fait un candidat idéal pour notre étude. Nous allons présenter, dans les sections suivantes, les résultats expérimentaux associés à l'observation de ce nanoplancton.

2. *Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe* (BGR), Hanovre, Allemagne. S. Stäger est notamment co-auteur d'un article présentant les résultats d'une expérience d'imagerie stéréoscopique sur des micro-organismes marins type « coccolithes » [1].

3. Diamètre de la cellulose : 50 mm. Diamètre des pores : 450 nm.

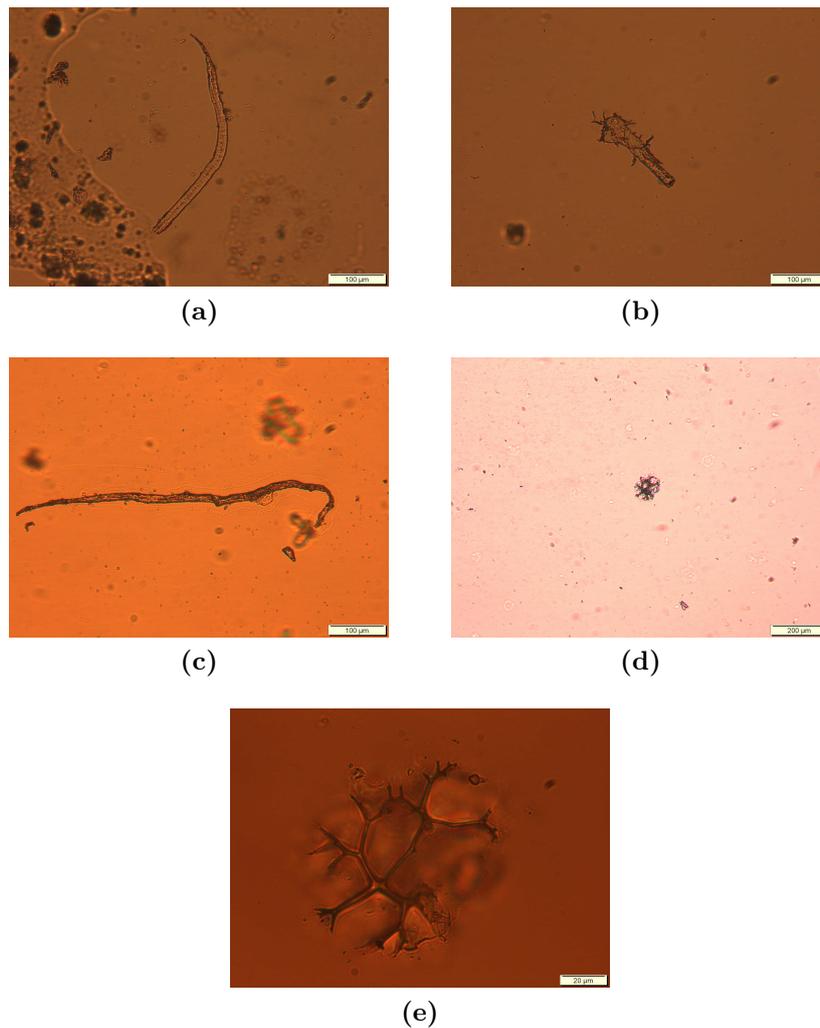


FIGURE 4.17 – Vue au microscope optique de squelettes de nanoplancton dont l'espèce vit à 1 m de profondeur. Les images (d) et (e) représentent le même squelette avec un grossissement différent, et sera utilisé dans notre expérience.

4.11.3 Recherche des échantillons

Nous avons parlé de l'interface de reconstruction « en direct » en section 4.8, qui permet d'afficher l'image de l'objet diffractant pendant la détection, comme pour tout appareil de microscopie. Cet outil est particulièrement utile pour la recherche d'échantillons dont la structure est complexe, tels que les squelettes de nanoplanctons, d'autant plus qu'ils sont répartis de manière aléatoire sur la lamelle. Pour nous aider davantage, nous avons mesuré la position du nanoplancton qui nous intéresse par rapport au coin de la lamelle, grâce à un microscope optique. Le défi n'est pas de détecter le signal de diffraction car cet objet est suffisamment grand et le signal est suffisamment intense⁴. Il s'agit plutôt de faire la distinction avec les autres échantillons pour vérifier qu'on observe bien le bon squelette.

4. Diamètre du faisceau : 200 µm @ $1/e^2$.

4.11.4 Effet de la position de la pupille sur la reconstruction

Nous avons vu, dans le schéma expérimental en Fig. 4.2, que l'échantillon était placé *avant* la pupille dans le sens de propagation. On veut, en effet, maximiser l'éclairement sur l'échantillon, ce qui implique de ne placer aucun intermédiaire entre ce dernier et le faisceau. La pupille sélectionne ensuite une zone d'intérêt et fait interférer le champ partiellement occulté avec les références circulaires. Toutefois, cette pupille a pour effet de filtrer les hautes fréquences issues de la diffraction de l'échantillon ; ainsi, la maximisation de l'éclairement se fait au détriment d'une perte d'information partielle sur le champ diffracté par l'échantillon. Nous allons le voir dans les reconstructions, où seuls les détails « les plus gros » seront visibles.

Nous effectuerons donc une comparaison avec le cas d'étude où l'échantillon est placé *après* la pupille dans le sens de propagation. Premièrement, cela a pour effet de minimiser l'éclairement sur l'objet. Nous rappelons, en effet, que le faisceau focalisé a un diamètre ϕ_0 deux à trois fois plus grand que celui de la pupille, et que cette dernière a un effet diffractant. Ainsi, le faisceau éclairant l'objet dans cette configuration est beaucoup moins intense que s'il était placé de l'autre côté de la pupille. On doit donc accumuler plus longtemps le signal pour compenser cette perte de flux. En revanche, le champ diffracté par l'objet n'est plus du tout occulté, sinon par les bords de la caméra. Cela a pour avantage de conserver toutes les fréquences spatiales contenues dans le champ diffracté. Nous pourrions constater l'amélioration de la profondeur de champ, et l'augmentation de la « sensibilité » de la reconstruction⁵.

4.11.5 Résultats expérimentaux

Avant pupille

Nous présentons, en Fig. 4.18, les résultats associés à la diffraction de l'objet de la Fig. 4.17 (d, e), dans le cas où celui-ci est placé *avant* la pupille. Le pas des reconstructions est de $0.34 \mu\text{m}$, pour une distance pupille-caméra d'environ 13 mm.

Après pupille

Nous présentons les résultats expérimentaux, dans le cas où le nanoplancton est placé *après* la pupille, en Fig. 4.19. Le pas des reconstructions est de $0.4 \mu\text{m}$, pour une distance pupille-caméra d'environ 15 mm.

5. *i.e.* que l'on voit plus de variations du champ avec z du fait de la profondeur de champ réduite.

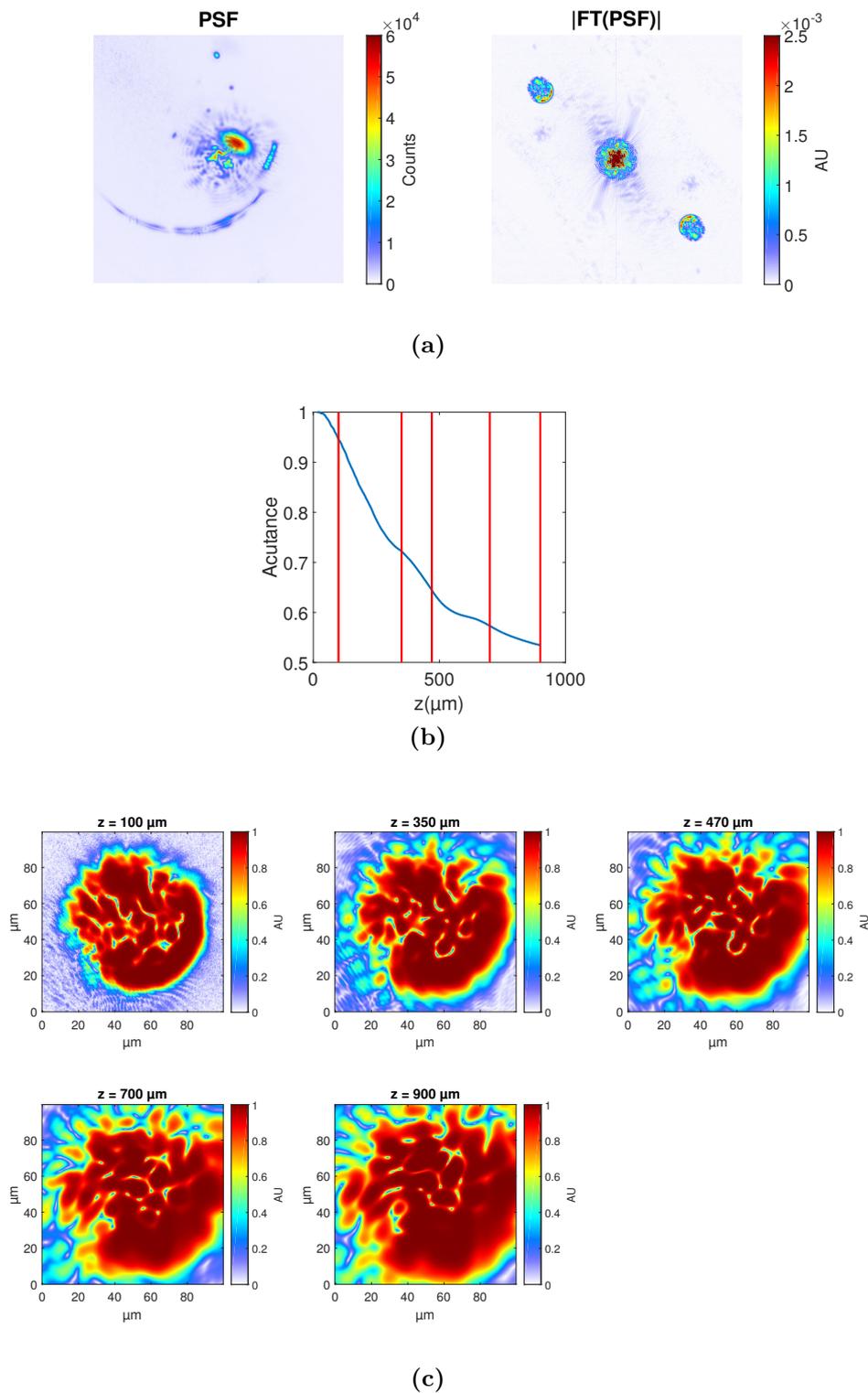


FIGURE 4.18 – Résultats expérimentaux associés à la diffraction du nanoplancton placé *avant* la pupille.

(a) - Panneau de gauche : signal de diffraction expérimental. Zone d'intérêt : 800×800 pixels. Panneau de droite : module normalisé de la Transformée de Fourier inverse du signal (2048×2048 pixels). On distingue la pupille circulaire et son miroir conjugué.

(b) : Gradient normalisé du module du champ. Un maximum local est atteint en $z = 470 \mu\text{m}$.

(c) - Reconstruction en amplitude du nanoplancton, après propagation du champ pupillaire à différentes distances ($z = 100, 350, 470, 700, 1000 \mu\text{m}$). L'amplitude est représentée en échelle logarithmique afin de bien distinguer l'objet, peu contrasté.

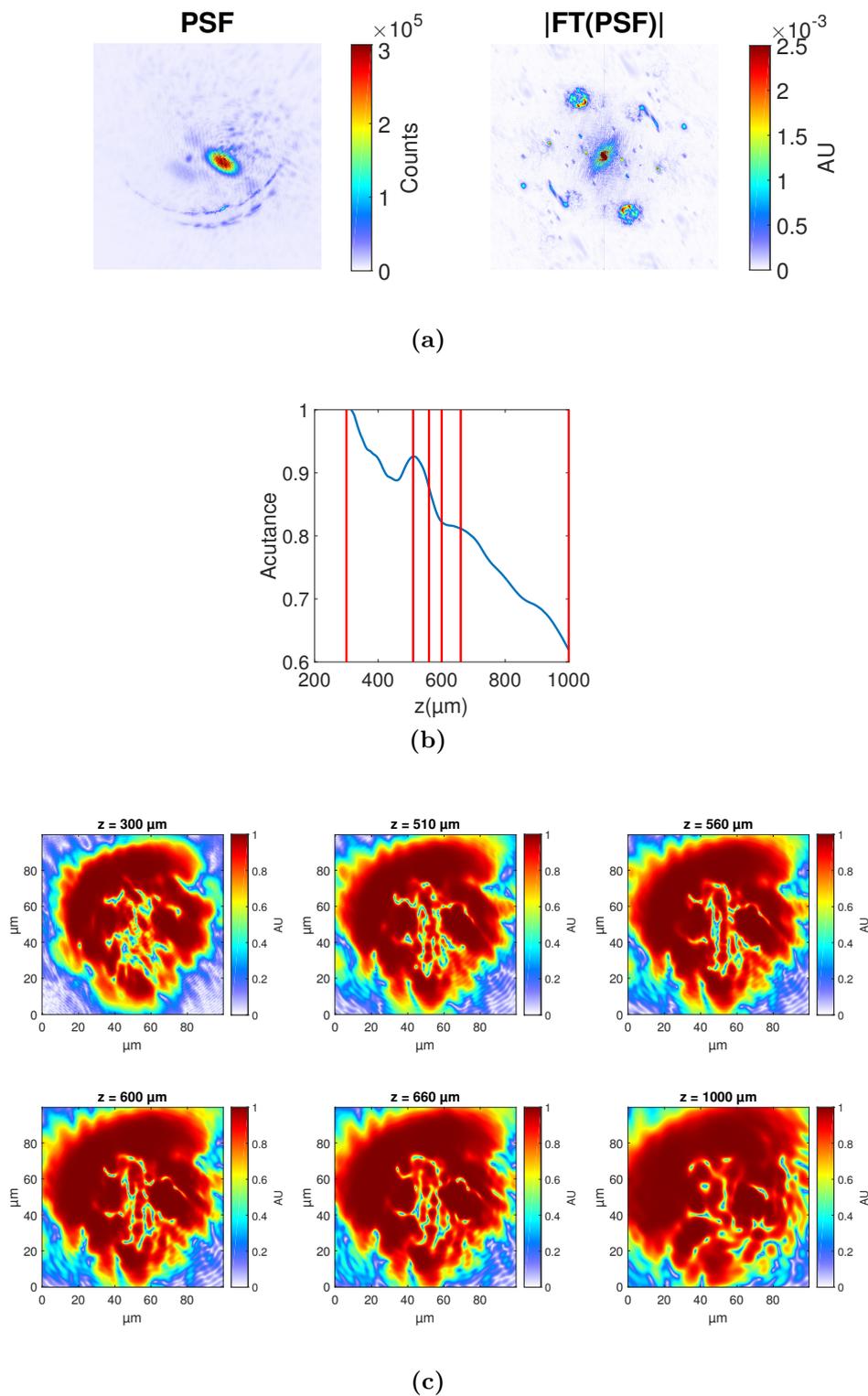


FIGURE 4.19 – Résultats expérimentaux associés à la diffraction du nanoplancton placé *après* la pupille.

(a) - Panneau de gauche : signal de diffraction expérimental. Zone d'intérêt : 800×800 pixels. Panneau de droite : module normalisé de la Transformée de Fourier du signal (2048×2048 pixels). On distingue la pupille circulaire et son miroir conjugué.

(b) - Gradient normalisé du module du champ. Un maximum local est atteint en $z = 510 \mu\text{m}$, mais l'objet est visuellement plus net à $z = 600 \mu\text{m}$.

(c) - Reconstruction en amplitude du nanoplancton, après propagation du champ pupillaire à différentes distances ($z = 300, 510, 560, 600, 660, 1000 \mu\text{m}$). L'amplitude est représentée en échelle logarithmique afin de bien distinguer l'objet, peu contrasté.

4.11.6 Comparaison des résultats

Nous pouvons constater que dans le premier cas, seules les branches principales sont visibles et que la variation de l'amplitude du champ est « douce », *i.e.* qu'on ne voit pas subitement apparaître puis disparaître un détail au profit d'un autre. Dans le second cas, non seulement nous observons plus de détails dans les images prises individuellement, mais en plus, ces détails varient rapidement avec z . En faisant passer l'échantillon de l'autre côté de la pupille, nous avons ainsi augmenté la résolution latérale et la profondeur de champ, au détriment de l'éclairement plus faible sur l'objet, qui peut aisément être compensé par une accumulation du signal.

4.11.7 Superposition cohérente

La Fig. 4.19 (b) présente les reconstructions du nanoplancton à différentes distances. L'effet de la profondeur de champ empêche toutefois de « saisir » la structure de l'objet : au moment où les contributions d'une tranche en z apparaissent, celles de la tranche précédente sont toujours présentes. Pour cette raison, nous avons effectué une combinaison cohérente de plusieurs tranches afin d'obtenir une projection de taille donnée et de visualiser de façon plus claire notre objet. Les résultats sont présentés en Fig. 4.20.

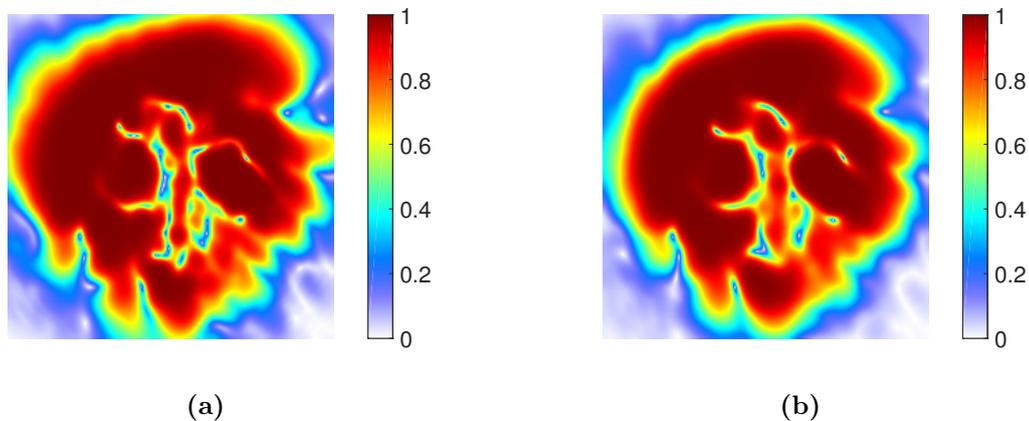


FIGURE 4.20 – Projections issues de superpositions cohérentes des tranches reconstruites en Fig. 4.19, visualisées en échelle logarithmique.

(a) - Superposition d'épaisseur 150 μm , de la tranche $z = 500 \mu\text{m}$ à $z = 650 \mu\text{m}$.

(b) - Superposition d'épaisseur 300 μm , de la tranche $z = 400 \mu\text{m}$ à $z = 700 \mu\text{m}$.

4.11.8 Vers la tomographie

Lorsqu'on reconstruit un échantillon par rétropropagation, l'intérêt est de connaître son profil dans les trois dimensions. Il peut alors être intéressant de réaliser une vue tomographique (x, y, z) permettant de visualiser l'objet entier en une seule animation tridimensionnelle. Dans le cadre d'une expérience avec le Nanoscope, c'est un défi assez conséquent car comme nous l'avons évoqué plus haut, les différentes tranches peuvent coexister et l'ensemble est difficile à visualiser. De plus, nous effectuons à chaque calcul des *projections* dans un plan $z = C^{\text{te}}$, ce qui empêche toute

visualisation de l'objet sur les côtés. Nous présentons en Fig. 4.21 la vue tomographique de nos reconstructions. Une collaboration est en cours à Amsterdam⁶ afin de déterminer un moyen simple et robuste de visualiser nos reconstructions. Un algorithme de filtrage des plans défocalisés est envisagé : de cette manière, on ne conserve que les zones de focalisation, propres à chaque plan.

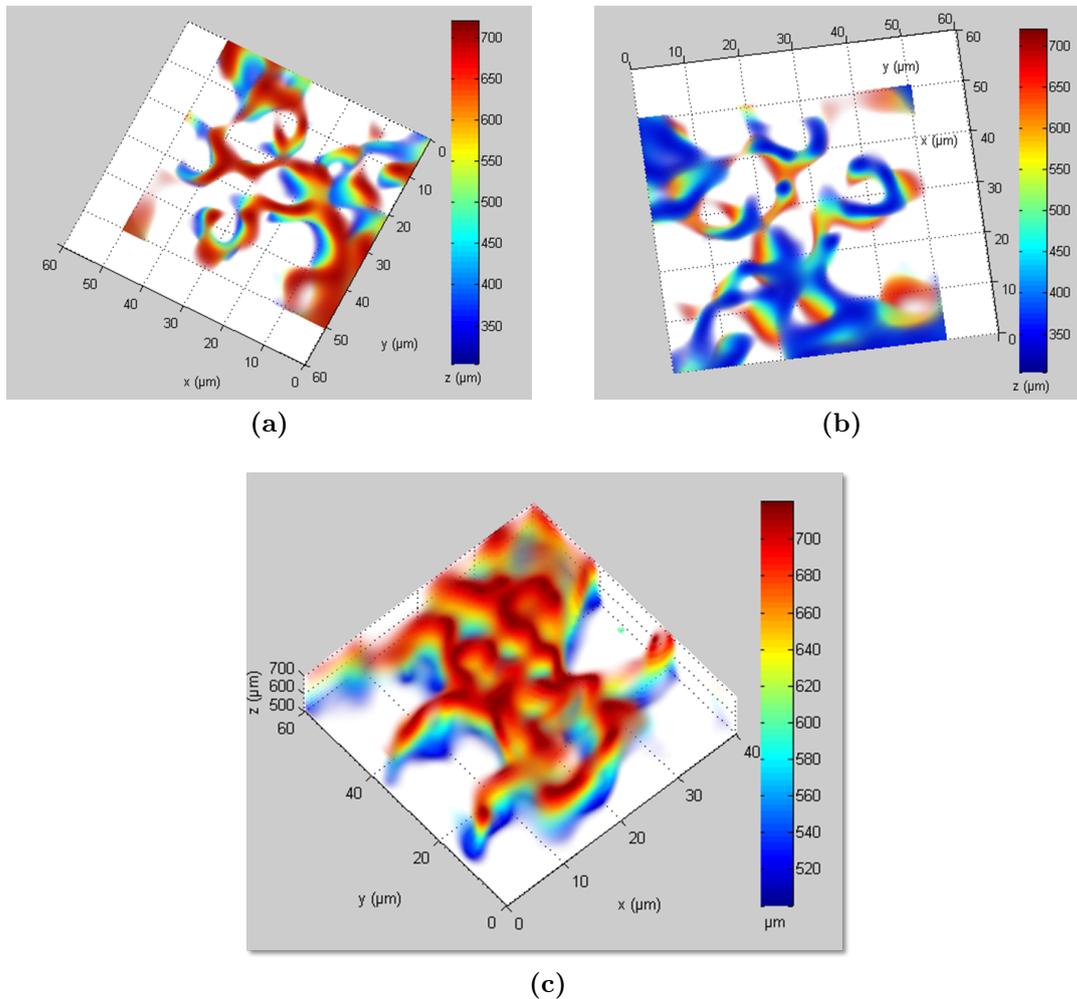


FIGURE 4.21 – Exemples de *stacks* réalisés sur les reconstructions :

(a), (b) : de la Fig. 4.18.

(c) : de la Fig. 4.19.

La plage de couleur représente la distance axiale (z), et l'intensité de l'image est codée du transparent au saturé.

4.12 Perspectives : imagerie d'objets diffusants

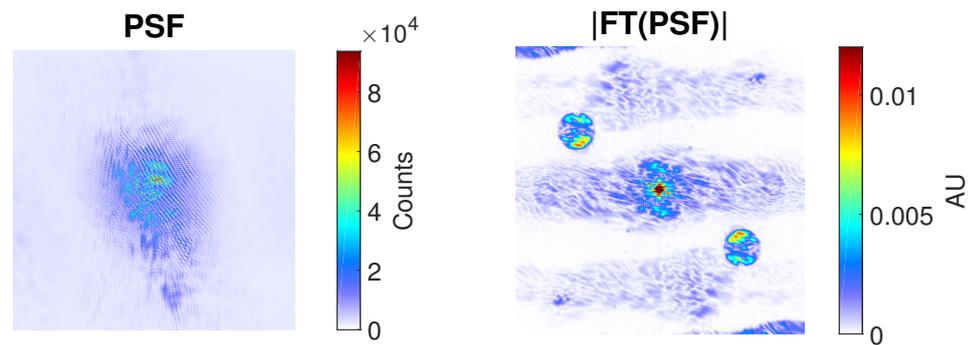
Dans ce chapitre, nous avons étudié l'observation de divers échantillons (mire et nanoplanctons) mais toujours *isolés*, c'est-à-dire que la perturbation introduite au champ est locale par rapport à la taille de la pupille. Or, certaines structures biologiques, comme les cellules d'oignon, sont particulièrement étendues et diffusantes,

6. Équipe de Joost Batenburg, au *Center Wiskunde & Informatika* (CWI).

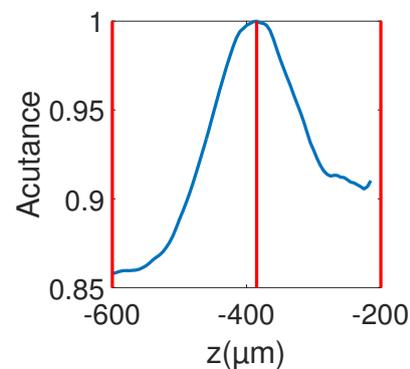
donc difficiles à observer avec le Nanoscope. Il faut tout d'abord prendre en compte la structure diffusante d'un tel échantillon, qui va introduire une perte de cohérence dans le signal diffracté, et le « transformer » en signal *diffusé*. Ce phénomène bloque toute possibilité de rétropropagation du fait qu'on a, par définition, une *dévi*ation du chemin suivi par les photons par rapport à un régime de diffraction sans diffusion [48]. Nous avons toutefois essayé, en optimisant le montage⁷, de réaliser l'imagerie d'une couche de cellules d'oignon en configuration pupillaire. Les résultats sont présentés en Fig. 4.22. On y distingue vaguement les bords d'une cellule à $z = -385$ μm , mais cette dernière apparaît beaucoup plus petite que prévu (taille typique : 100 μm). La courbure du faisceau, qui n'est que de -0.1λ sur la base de Zernike, ne suffit pas à expliquer le biais de cette mesure.

Cette étude met en évidence deux limites intrinsèques à cette configuration : la première, celle du champ latéral, oblige à employer des méthodes telles que la ptychographie [53, 56, 76, 104] pour obtenir une vue complète de l'échantillon étendu. La seconde est liée à la diffusion et la perte de cohérence associée, ce qui rend difficile la rétropropagation vers l'échantillon car « l'histoire » des photons ne peut plus être retracée. La source possédant une polarisation linéaire, on peut envisager l'utilisation d'un polariseur pour filtrer la lumière diffusée (contrairement aux photons diffractés qui, eux, conservent la polarisation de la source).

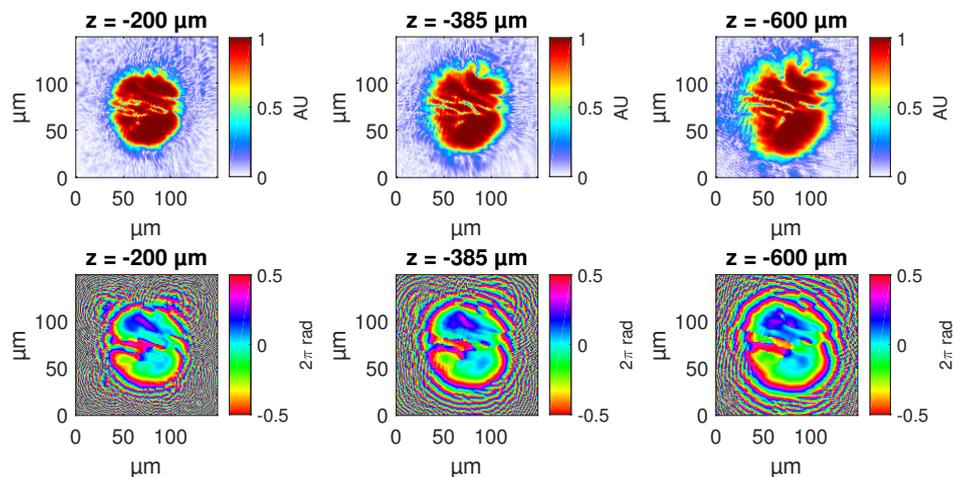
7. Accumulation d'une centaine d'images, augmentation du gain de la caméra, etc.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.22 – Résultats expérimentaux associés à la diffraction d'une couche de cellules d'oignon avec la pupille.

(a) - Panneau de gauche : signal de diffraction expérimental. Zone d'intérêt : 1000×1000 pixels. Panneau de droite : module normalisé de la Transformée de Fourier inverse du signal. Zone d'intérêt : 500×500 pixels. On distingue la pupille circulaire et son miroir conjugué.

(b) - Reconstruction, en amplitude (panneaux du haut) et en phase (panneaux du bas), d'une cellule d'oignon, après propagation du champ pupillaire à différentes distances ($z = -200, -385, -600$ μm). Le module est représenté en échelle logarithmique afin de bien distinguer l'objet, peu contrasté.

4.13 Conclusions sur l'imagerie holographique

Nous avons mis en place une configuration « pupillaire » afin de pouvoir observer des échantillons ne présentant pas les contraintes habituelles rencontrées en imagerie sans lentille⁸ : la pupille, placée devant ou derrière l'échantillon, définit un support de reconstruction par FTH. Le fait que cette pupille soit désolidarisée de l'échantillon présente des avantages certains ; notamment, on peut le translater librement, parallèlement à la pupille, et explorer de larges zones. Par ailleurs, la reconstruction FTH et la propagation de Fresnel sont simples à implémenter et permettent d'observer en direct l'objet reconstruit, à travers l'interface graphique spécialement développée.

La résolution obtenue est de l'ordre de quelques microns, et pourra être améliorée à l'avenir par le biais d'une pupille un peu plus grande (augmentation de l'ouverture numérique). Le rapport signal sur bruit peut, lui, être amélioré par l'emploi de références circulaires un peu plus grandes⁹. Enfin, la ptychographie pourra être envisagée afin de reconstruire des échantillons étendus. Cette dernière technique a notamment l'avantage de reconstruire simultanément l'objet et le front d'onde incident, le tout de façon très robuste.

8. Objet isolé, approximation de projection, *etc.*

9. Nous avons vu que la résolution finale n'était pas limitée par leur taille.

Chapitre 5

Holographie en ligne

5.1 Introduction

Nous avons vu qu'il était possible de réaliser l'imagerie, en champ lointain, d'objets 2D (taille typique : dizaine de microns) ou 3D à travers une pupille circulaire entourée de références holographiques. Ces deux techniques, avantageuses pour observer des objets de petite taille, ont toutefois l'inconvénient de présenter un champ latéral limité à quelques dizaines de microns. Dans le cas où nous voudrions observer des échantillons plus gros, nous ferions face à deux limitations majeures : la première est celle du champ latéral. En effet, pour obtenir une image complète de notre objet, il faudrait le scanner et enregistrer plusieurs hologrammes afin de le reconstruire, comme en ptychographie [53, 76]. La seconde est liée au nombre de Fresnel : pour un objet de plus grande taille, tel que son diamètre ϕ est du même ordre de grandeur que $\sqrt{\lambda z}$, l'approximation de Fraunhofer n'est plus valable ; on doit donc « se contenter » de l'approximation de Fresnel. C'est le principe de *l'holographie en ligne*. Cette technique présente des avantages évidents par rapport à la configuration pupillaire, comme l'augmentation du champ latéral et un meilleur contraste des reconstructions. Nous allons présenter dans ce chapitre l'holographie en ligne, ses multiples avantages, ses limites, ainsi que les résultats expérimentaux.

5.2 Principe

L'holographie en ligne consiste à éclairer un objet peu perturbatif (c'est-à-dire que le champ évanescent est d'amplitude très faible devant le champ incident) à l'aide d'un faisceau cohérent. Il peut être collimaté ou divergent. Comme dans les autres configurations du Nanoscope, la caméra CCD est placée en aval, derrière l'échantillon, et enregistre l'hologramme issu de celui-ci.

Pour augmenter le champ latéral, et dans un souci de rester régime de Fresnel, nous avons retiré le collimateur de la diode afin d'utiliser directement la sortie de fibre : nous travaillons donc avec un mode gaussien TEM_{00} d'ouverture numérique $ON = 0.12$ (données constructeur).

Étant donnée la longueur de Rayleigh du faisceau issu de la diode ($z_R = 9 \mu\text{m}$), nous pouvons considérer qu'à une distance de l'ordre du centimètre, soit de l'ordre de $10^3 z_R$, nous travaillons avec un faisceau dont le front d'onde est sphérique. Cette configuration nous permet d'effectuer un ré-échantillonnage de l'hologramme par le

biais de la courbure du faisceau incident.

Notant z_1 la distance entre la diode et l'objet, z_2 la distance entre l'objet et la CCD, ainsi que $z_{\text{tot}} = z_1 + z_2$ la distance diode-caméra, nous pouvons écrire le grandissement sous la forme :

$$M = 1 + \frac{z_2}{z_1} = \frac{z_{\text{tot}}}{z_1} \quad (5.1)$$

Par conséquent, nous pouvons considérer que l'éclairement par une onde sphérique dans cette configuration est équivalent à celui d'une onde plane avec une distance z_{eff} entre l'échantillon et la caméra. Cette distance z_{eff} est donnée par la formule :

$$\frac{1}{z_{\text{eff}}} = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \quad (5.2)$$

Cela donne :

$$z_{\text{eff}} = \frac{z_2}{M} \quad (5.3)$$

Il est donc possible d'effectuer une rétropropagation à cette distance effective en ne tenant pas compte de la courbure. Il suffit de changer z_2 en z_{eff} et d'appliquer le grandissement M .

Notant p_{CCD} le pas pixel de la caméra, de valeur $7.4 \mu\text{m}$, l'objet présent à z_2 sera en réalité rétropropagé à la distance suivante :

$$z_{\text{eff}} = z_2 \times \left(1 - \frac{z_2}{z_{\text{tot}}}\right) \quad (5.4)$$

Il est donc échantillonné au pas $p = \frac{p_{\text{CCD}}}{M} = \frac{z_1}{z_{\text{tot}}} \times p_{\text{CCD}}$. Ainsi, la simple connaissance de z_{tot} suffit à effectuer les calibrations nécessaires; z_2 puis z_{eff} sont ensuite déterminés numériquement par calcul du gradient (ou *acutance*), et on en déduit M . La figure 5.1 présente le schéma expérimental et la représentation de ses différents paramètres.

Nous pouvons également remarquer, en Fig. 5.2, que la distance de propagation effective z_{eff} atteint son maximum pour $z_1 = z_2$, correspondant à un grandissement $M = 2$, ce qui donne : $z_{\text{eff}} = \frac{z_1}{2} = \frac{z_2}{2} = \frac{z_{\text{tot}}}{4}$, qui est une quantité indépendante de z_1 et de z_2 . Si l'on veut diminuer le nombre de Fresnel, notamment pour réduire la contribution de l'image jumelle en l'éloignant (cf. section 5.5), il est donc nécessaire d'augmenter z_{tot} .

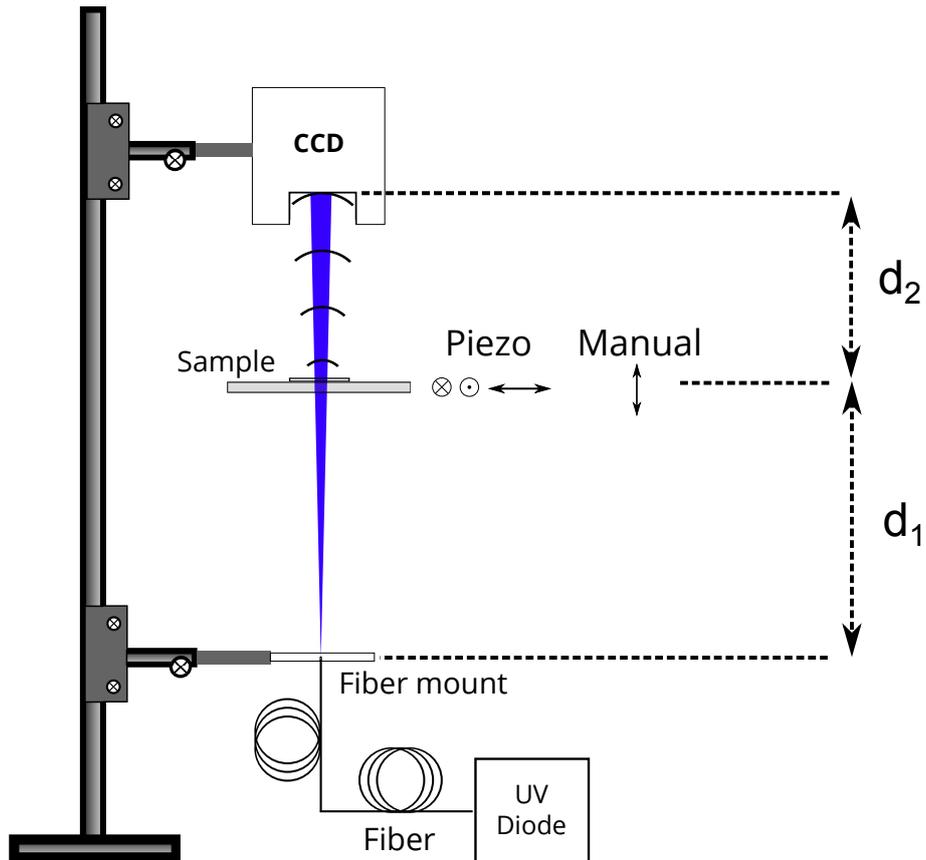
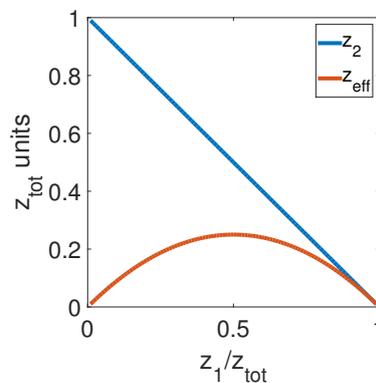


FIGURE 5.1 – Schéma expérimental de l'holographie en ligne.

FIGURE 5.2 – Représentation de z_2 et de z_{eff} en fonction de $\frac{z_1}{z_{\text{tot}}}$.

5.3 Avantages

Une telle technique d'imagerie présente de multiples avantages. La simplicité du montage en fait partie : une source divergente et une caméra suffisent, et l'échantillon est placé entre les deux. Contrairement aux montages en ligne usuels [100, 101], aucun trou d'épingle n'est requis pour générer une onde sphérique – la source, gaussienne, de $waist \sim 2 \mu\text{m}$, peut être assimilée à une source sphérique –, ce qui augmente considérablement le flux disponible. Le champ latéral est grand (jusqu'à environ 15 mm – la taille du capteur CCD), et peut descendre jusqu'à quelques centaines

de microns, pour une résolution de l'ordre du micron. La mise au point est numérique et se fait après l'acquisition, ce qui lève les contraintes mécaniques dans l'axe de propagation.

En revanche, nous faisons face encore une fois à une limitation qui se retrouve dans la plupart des expériences de diffraction cohérente : la perte d'information sur la phase du champ. En effet, seule l'intensité, à savoir le module carré du champ, est détectée sur la caméra CCD. Cette perte de la phase est à l'origine de l'apparition d'un objet virtuel qui va venir se superposer à notre reconstruction : *l'image jumelle*.

5.4 Limites de la technique

Comme toute technique d'imagerie, l'holographie en ligne fait face à des limites intrinsèques en termes de résolution. Les contraintes sont à la fois expérimentales et algorithmiques. Nous pouvons, d'une part, considérer la limitation liée à l'ouverture numérique du faisceau, qui est de 0.12 en l'absence de système optique. Comme pour la microscopie classique, la résolution peut être donnée par la formule :

$$\text{res} = \frac{\lambda}{2 \times ON} = 1.7 \text{ } \mu\text{m} \quad (5.5)$$

Avec $\lambda = 400 \text{ nm}$ et $ON = 0.12$.

D'autre part, nous savons qu'un champ complexe échantillonné sur $N \times N$ pixels de pas p de longueur d'onde λ , peut être propagé à une distance maximale $z_{\max} = \frac{Np^2}{\lambda}$ sans aucun repliement de spectre (cf. Chap. 1). Or, selon la configuration expérimentale adoptée (valeurs de z_1 et z_{tot} , etc), le pas p va changer. Notant $\hat{z} = \frac{z_2}{z_{\text{tot}}}$ le paramètre sans dimension (variant de 0 à 1), il vient :

$$\frac{z_{\text{eff}}}{z_{\text{tot}}} = \hat{z}_{\text{eff}} = \hat{z}(1 - \hat{z}) \quad (5.6)$$

$$z_{\max} = \frac{Np^2}{\lambda} = \frac{Np_{\text{CCD}}^2}{\lambda M^2} = \frac{\beta}{M^2} \quad (5.7)$$

Avec $\beta = \frac{Np_{\text{CCD}}^2}{\lambda}$ constante. Dans le cas d'une détection sur l'ensemble des pixels de la caméra ($N = 2048$), on a $\beta = 280.3 \text{ mm}$. Après normalisation, il vient :

$$\hat{z}_{\max} = \frac{z_{\max}}{z_{\text{tot}}} = \frac{\beta(1 - \hat{z})^2}{z_{\text{tot}}} \quad (5.8)$$

Fixant \hat{z} , nous en déduisons \hat{z}_{eff} et \hat{z}_{\max} . Si $\hat{z}_{\text{eff}} > \hat{z}_{\max}$, il y a repliement de spectre lors de la propagation de Fresnel. Pour déterminer les valeurs « autorisées » de \hat{z}_{eff} , nous pouvons résoudre l'inéquation :

$$\hat{z}_{\text{eff}} < \hat{z}_{\max} \quad (5.9)$$

On obtient :

$$\hat{z}(1 - \hat{z}) < \frac{\beta(1 - \hat{z})^2}{z_{\text{tot}}} \quad (5.10)$$

Prenant $\hat{z} = 1$, soit $z_2 = z_{\text{tot}}$ (l'échantillon et le point source sont confondus), l'inéquation est satisfaite. Dans le cas où $\hat{z} \neq 1$, nous pouvons diviser par $1 - \hat{z}$ et il vient :

$$\hat{z} < \frac{\beta(1 - \hat{z})}{z_{\text{tot}}} \quad (5.11)$$

Cela donne :

$$\hat{z} < \frac{\beta}{\beta + z_{\text{tot}}} = \frac{1}{1 + \frac{z_{\text{tot}}}{\beta}} \quad (5.12)$$

Nous avons, par définition, $\hat{z} \leq 1$. Or, z_{tot} et $\beta \geq 0$, ce qui donne $\frac{1}{1 + \frac{z_{\text{tot}}}{\beta}} \leq 1$. Nous ne sommes donc pas limités expérimentalement¹ mais *algorithmiquement*. Cela fixe, pour éviter le repliement de spectre lors de la propagation, une distance de travail maximale entre l'objet et la caméra, $z_{2,\text{max}}$, et une distance de travail minimale entre l'objet et la diode, $z_{1,\text{min}}$. Remarquant $\frac{1}{M} = 1 - \hat{z} = \hat{z}_1$, il vient :

$$\frac{z_{\text{diode/échantillon}}}{z_{\text{tot}}} = \hat{z}_1 = \frac{1}{M} > \frac{1}{1 + \frac{\beta}{z_{\text{tot}}}} \quad (5.13)$$

On établit alors une limite supérieure pour le grandissement M . La « vraie » distance $z_1 = z_{\text{diode/échantillon}}$ peut quant à elle être minorée selon l'inéquation suivante :

$$\frac{z_{\text{diode/échantillon}}}{\beta} > \frac{z_{\text{tot}}}{\beta} \times \frac{1}{1 + \frac{\beta}{z_{\text{tot}}}} \quad (5.14)$$

Nous avons tracé en Fig. 5.3 les valeurs de $(1/M_{\text{max}})$ et de $z_{1,\text{min}}$, en fonction de z_{tot} , le tout normalisé par la constante β . On voit que pour repousser la limite sur M , il est nécessaire de diminuer z_{tot} , ce qui diminue proportionnellement les distances de travail z_1 et z_2 et rend l'ensemble compact : il est d'autant plus difficile d'augmenter le grandissement que z_{tot} est petit.

Dans le montage actuel, sans système optique, nous faisons donc face à plusieurs limitations : d'une part, pour pousser la résolution maximale, il est nécessaire, d'après la Fig. 5.3, de travailler à courte distance. Or, cela a pour effet de diminuer la surface éclairée par la diode sur la caméra, ce qui fixe la valeur de $\frac{z_{\text{tot}}}{\beta}$ à la valeur $\frac{\lambda}{2ON \times p_{\text{CCD}}} = 0.23$. Pour couvrir l'ensemble du détecteur, il faudrait se placer à une distance minimale de $z_{\text{tot}} = 125$ mm, ce qui donne un pas minimal de l'ordre de 1 μm ($M_{\text{max}} = 7.4$).

1. Bien qu'il soit déjà difficile de faire tendre \hat{z} vers 1, soit $M \rightarrow +\infty$, en collant la diode à l'objet.

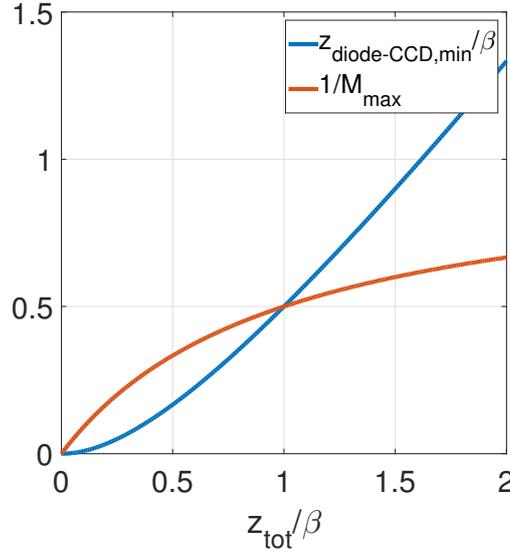


FIGURE 5.3 – Représentation des valeurs maximales de z et de M , en fonction de z_{tot} , pour éviter le repliement de spectre dans la reconstruction. L'ensemble est normalisé pour avoir une vue simplifiée.

5.5 Problème de l'image jumelle

Comme dans la configuration CDI, la phase est perdue lors de la détection : nous utilisons toujours une caméra CCD, insensible à la phase du champ. Ainsi, nous faisons face, encore une fois, à une perte d'information sur le champ complexe détecté. Dans le cas où nous détecterions la phase, une simple rétropropagation dans l'espace libre permettrait de reconstruire numériquement l'objet illuminé, en amplitude et en phase. Ici, une rétropropagation du module du champ, sans la phase, donne lieu à l'apparition d'un objet virtuel, qui est le symétrique de l'objet réel par rapport à la caméra CCD. Par conséquent, en reconstruisant l'objet en z_{eff} , nous observons également l'objet virtuel propagé à une distance $2 \times z_{eff}$, qui se superpose à l'objet reconstruit. Cette image « jumelle » (*twin image*), est d'autant plus gênante que l'on travaille en régime de Fresnel ($F \gtrsim 1$). À l'inverse, en champ lointain ($F \ll 1$), l'hologramme est davantage étalé spatialement et réduit la gêne visuelle lorsque l'image jumelle vient se superposer à la reconstruction. Pour comprendre l'origine de l'apparition de l'image jumelle, nous pouvons considérer l'intégrale [68] :

$$U_h(x, y) = A \exp(-jkz) \iint U_r(\xi, \eta) \times \frac{\exp(jkz)}{j\lambda z} \times \exp\left(j \frac{\pi}{\lambda z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right) d\xi d\eta \quad (5.15)$$

Avec : $U_h(x, y)$ le champ complexe dans le plan de la caméra – dont le module carré représente l'hologramme détecté –, $U_r(\xi, \eta)$ le champ complexe dans le plan de l'objet, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, A une constante réelle et j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$. Nous pouvons réécrire cette équation sous la forme d'un produit de convolution :

$$U_h(x, y) \propto [U_r * h_z](x, y) \quad (5.16)$$

Avec $h_z(x, y)$ le noyau de convolution défini par :

$$h_z(x, y) = \frac{1}{j\lambda z} \exp\left(j\frac{\pi}{\lambda z} [x^2 + y^2]\right) \quad (5.17)$$

L'hologramme enregistré correspondant à l'intensité du champ dans le plan de la caméra, nous pouvons le représenter sous la forme :

$$I_{\text{CCD}} \propto |U_h(x, y)|^2 = |[U_r * h_z](x, y)|^2 \quad (5.18)$$

Dans la suite, nous considérerons l'hologramme normalisé, c'est-à-dire $\frac{I_{\text{CCD}}}{I_{\text{ref}}}$, où I_{ref} représente l'intensité dans le plan de la caméra en absence d'objet. De ce fait, en convoluant l'hologramme normalisé plutôt que l'hologramme réel, nous avons directement accès aux grandeurs caractéristiques de notre échantillon. L'hologramme normalisé sera noté I_{CCD} dans la suite. Le champ incident dans le plan de l'objet se ramène ainsi à la transmission complexe de l'échantillon, laquelle peut être notée [47] :

$$U_r(\xi, \eta) = (1 - a(\xi, \eta)) \times \exp(-j\phi(\xi, \eta)) \quad (5.19)$$

Avec $a(\xi, \eta)$ l'absorbance – réelle – de l'échantillon, et $\phi(\xi, \eta)$ le déphasage qu'il introduit à l'onde de référence. Pour simplifier les calculs dans la suite, nous pouvons réécrire la dernière équation sous la forme :

$$U_r(\xi, \eta) = 1 + t(\xi, \eta) \quad (5.20)$$

Où la quantité complexe $t(\xi, \eta)$ représente la contribution de l'objet ; en l'absence de ce dernier, elle vaut donc zéro. Les deux dernières représentations sont parfaitement équivalentes mais c'est la seconde que nous utiliserons dans la suite. Reprenant l'équation 5.18, il vient :

$$I_{\text{CCD}} = |[(1 + t) * h_z](x, y)|^2 \quad (5.21)$$

Or, on a $1 * h_z = 1$ de par le fait qu'une onde plane reste plane par propagation, soit :

$$I_{\text{CCD}} = |1 + [t * h_z](x, y)|^2 = 1 + [t * h_z](x, y) + [t^* * h_z^*](x, y) + |[t * h_z](x, y)|^2 \quad (5.22)$$

Pour un objet peu perturbatif, *i.e.* $|t| \ll 1$, nous pouvons considérer la contribution du dernier terme comme négligeable. Nous obtenons :

$$I_{\text{CCD}}(x, y) = 1 + 2\Re(t * h_z)(x, y) \quad (5.23)$$

Étant donné que nous détectons le module carré du champ, il faut prendre la racine carrée de la quantité précédente afin d'appliquer le noyau de convolution. Il vient :

$$|U_h(x, y)| = \sqrt{I_{\text{CCD}}(x, y)} = \sqrt{1 + 2\Re(t * h_z)(x, y)} \quad (5.24)$$

Considérant $|t| \ll 1$, il est possible d'effectuer un développement limité, ce qui donne :

$$|U_h(x, y)| \sim 1 + \Re(t * h_z(\xi, \eta)) = \Re([1 + t] * h_z) = \Re[U_r * h_z](x, y) \quad (5.25)$$

La dernière équation fait apparaître deux termes d'amplitudes égales ; remarquant $h_z^* = h_{-z}$, on obtient :

$$|U_h(x, y)| = \frac{[U_r * h_z + U_r^* * h_{-z}](x, y)}{2} \quad (5.26)$$

Ainsi, l'hologramme détecté contient et la contribution de l'objet, et celle d'un objet virtuel, de structure similaire, qui se situerait de l'autre côté du détecteur, symétriquement à l'objet réel. Ces contributions sont de même poids, ce qui satisfait le principe de conservation de l'énergie. Cette « image jumelle » résulte directement de la perte d'information sur la phase du champ $U_h(x, y)$. En déconvoluant l'hologramme *via* convolution avec le noyau h_{-z} , il vient :

$$[|U_h| * h_{-z}](\xi, \eta) = \frac{1}{2} (U_r(\xi, \eta) + [U_r^* * h_{-2z}](\xi, \eta)) \quad (5.27)$$

In fine, la reconstruction de l'objet est superposée avec l'hologramme de ce même objet à une distance $-2z$. La perturbation par l'image jumelle est inhérente à la technique d'holographie en ligne. L'illustration de ce problème est présentée en Fig. 5.4. En pratique, il convient donc de filtrer cette contribution non désirée par le biais d'algorithmes itératifs, qui utilisent des contraintes dans les deux espaces – celui de l'objet et celui de l'hologramme.

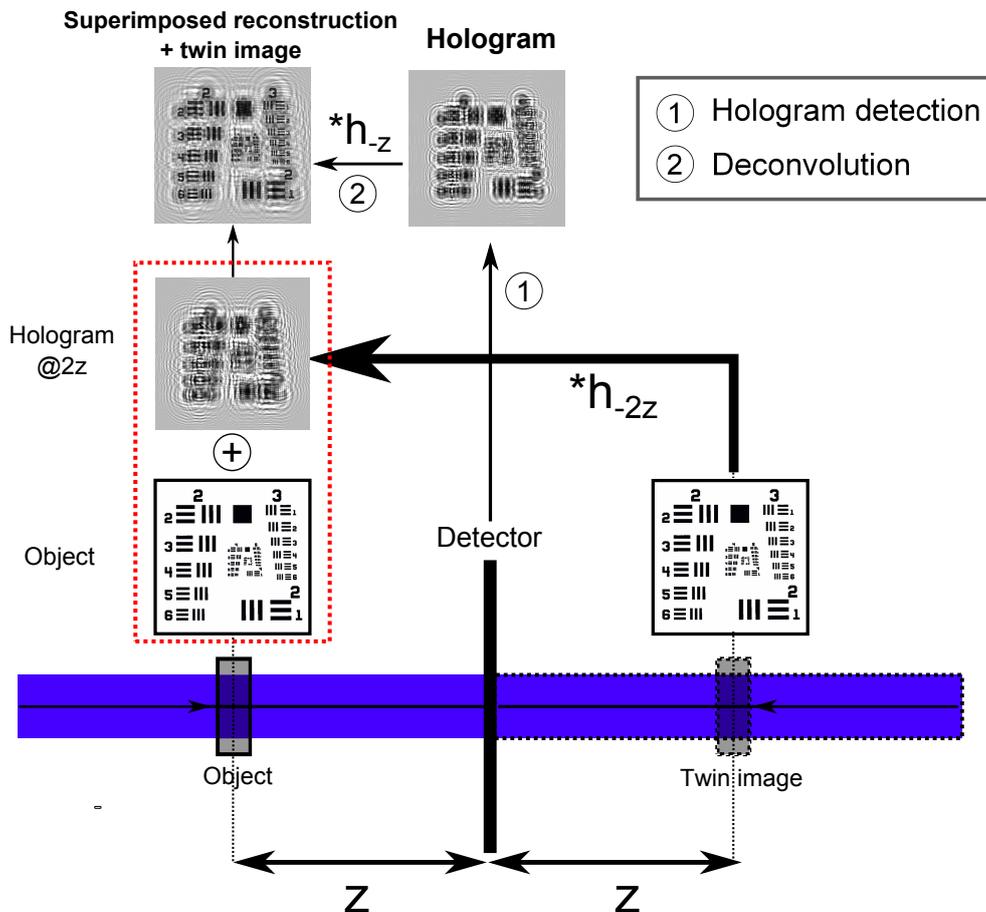


FIGURE 5.4 – Illustration du problème de l'image jumelle en holographie en ligne.

5.6 Algorithme de reconstruction holographique

Notre algorithme est inspiré d'un article de T. Lатыchevskaja [47]. Bien que son fonctionnement soit relativement différent, il consiste, comme pour l'algorithme CDI, à appliquer de façon itérative des contraintes dans les espaces de l'objet et de la caméra. Les instructions de l'algorithme sont les suivantes :

- on divise l'hologramme par l'intensité du faisceau de référence, puis on prend la racine carrée de cette quantité; on obtient l'hologramme normalisé, égal à 1 en tout point en l'absence d'échantillon.
- on applique la boucle suivante :
 1. On applique le propagateur de Fresnel à la distance z_{eff} , dépendant de z_2 . Nous obtenons une première image de notre objet. Le champ résultant contient les paramètres physiques de notre échantillon, du fait de la normalisation de l'hologramme. Plus précisément, le champ peut s'écrire :

$$U_r(\xi, \eta) = (1 - a(\xi, \eta)) \times \exp(-j\phi(\xi, \eta)) \quad (5.28)$$

2. — Si l'objet est parfaitement opaque, alors il est possible de supprimer le terme de phase afin d'accélérer la convergence. Nous obtenons $U_r(\xi, \eta) = 1 - a(\xi, \eta)$.
 - Dans le cas où l'objet est partiellement absorbant, nous gardons le terme de phase.

Dans tous les cas (objet opaque ou non), nous appliquons une contrainte sur $t(x, y)$ afin d'éliminer l'image jumelle. En effet, il est physiquement impossible de créer de l'énergie à partir de la diffusion par un objet. Par conséquent, sur notre reconstruction, normalisée, toutes les valeurs de transmission supérieures à 1 sont nécessairement issues de l'image jumelle, laquelle donne lieu à l'apparition de pics d'intensité locaux liés à la diffraction. Nous remplaçons donc par 1, toutes les valeurs de $t(x, y)$ supérieures à 1.

3. Nous appliquons à ce nouveau champ le propagateur de Fresnel dans la direction opposée.
4. La contrainte à appliquer dans l'espace de la caméra est simplement que le module du champ propagé doit être égal à l'hologramme expérimental initialement calculé. Une fonction d'erreur permet de calculer l'écart du nouvel hologramme à l'hologramme expérimental.

En itérant cette boucle, et en abaissant éventuellement le seuil de transmission (entre 0.8 et 1), il est possible d'éliminer la contribution de l'image jumelle et de reconstruire n'importe quel objet, en amplitude et en phase, avec un champ latéral pouvant atteindre une dizaine de mm. Le bloc-diagramme de cet algorithme est présenté en Fig. 5.5.

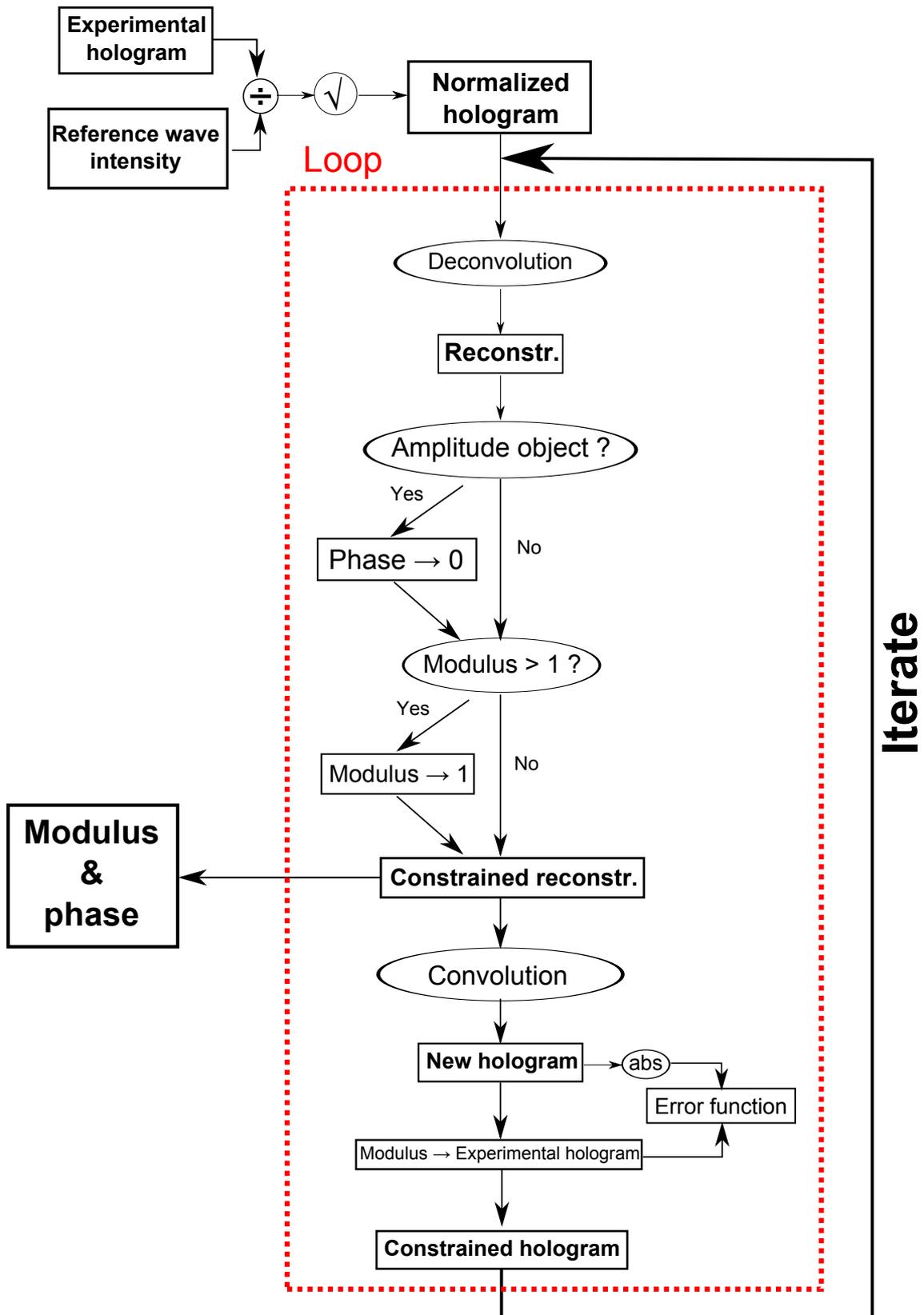


FIGURE 5.5 – Bloc-diagramme de l'algorithme de reconstruction pour l'holographie en ligne.

5.7 Interface de reconstruction en direct

Nous avons vu, dans le Chap. 4, qu'il était nécessaire de réaliser la reconstruction du champ *pendant* qu'on alignait et la pupille et l'objet. C'est également le cas ici car la visualisation de l'hologramme détecté ne suffit pas à « prédire » où l'on se trouve précisément sur notre échantillon. Une autre interface logicielle a donc été développée, similaire au cas pupillaire – au moins en apparence – afin de reconstruire l'objet éclairé « en direct ». Le bloc-diagramme de cette interface est présenté en Fig. 5.6. Celle-ci comprend :

1. Une étape de normalisation de l'hologramme, c'est-à-dire qu'on enregistre l'hologramme de référence (sans échantillon) pour systématiquement diviser le signal par celui-ci.
2. L'algorithme de propagation de faisceau, dans le cadre de l'approximation de Fresnel (cf. Chap. 1).
3. L'algorithme d'élimination de l'image jumelle, présenté en Fig. 5.5.
4. Un affichage de l'ensemble des grandeurs calculées.

Étant donné que l'ensemble fonctionne pour *chaque* trame que la caméra enregistre, il faut limiter le temps de calcul afin de ne pas perdre trop de temps lors de la recherche d'échantillons, tout en ayant de la visibilité dans les reconstructions ; en pratique, on peut limiter le nombre d'itérations à 2 et effectuer un sous-échantillonnage (*binning*) du signal caméra pour avoir moins de pixels (p. ex. facteur 1/2 ou 1/4), ce qui est en général suffisant.

La métrologie est contrôlée grâce au calcul des différents paramètres physiques de l'expérience : pas d'échantillonnage, distance de propagation, grandissement, ... Pour déterminer l'ensemble de ces grandeurs, rappelons tout d'abord :

$$z_{\text{eff}} = z \times \left(1 - \frac{z}{z_{\text{tot}}}\right) \quad (5.29)$$

Où z_{eff} est la distance « effective » de propagation (celle qui va être appliquée dans l'algorithme), z la distance de propagation depuis la caméra (distance *réelle*), et z_{tot} la distance diode/caméra (constante). Ainsi, on peut, fixant z_{tot} , choisir numériquement z et en déduire z_{eff} , puis M , puis $p_{\text{hologramme}}$.

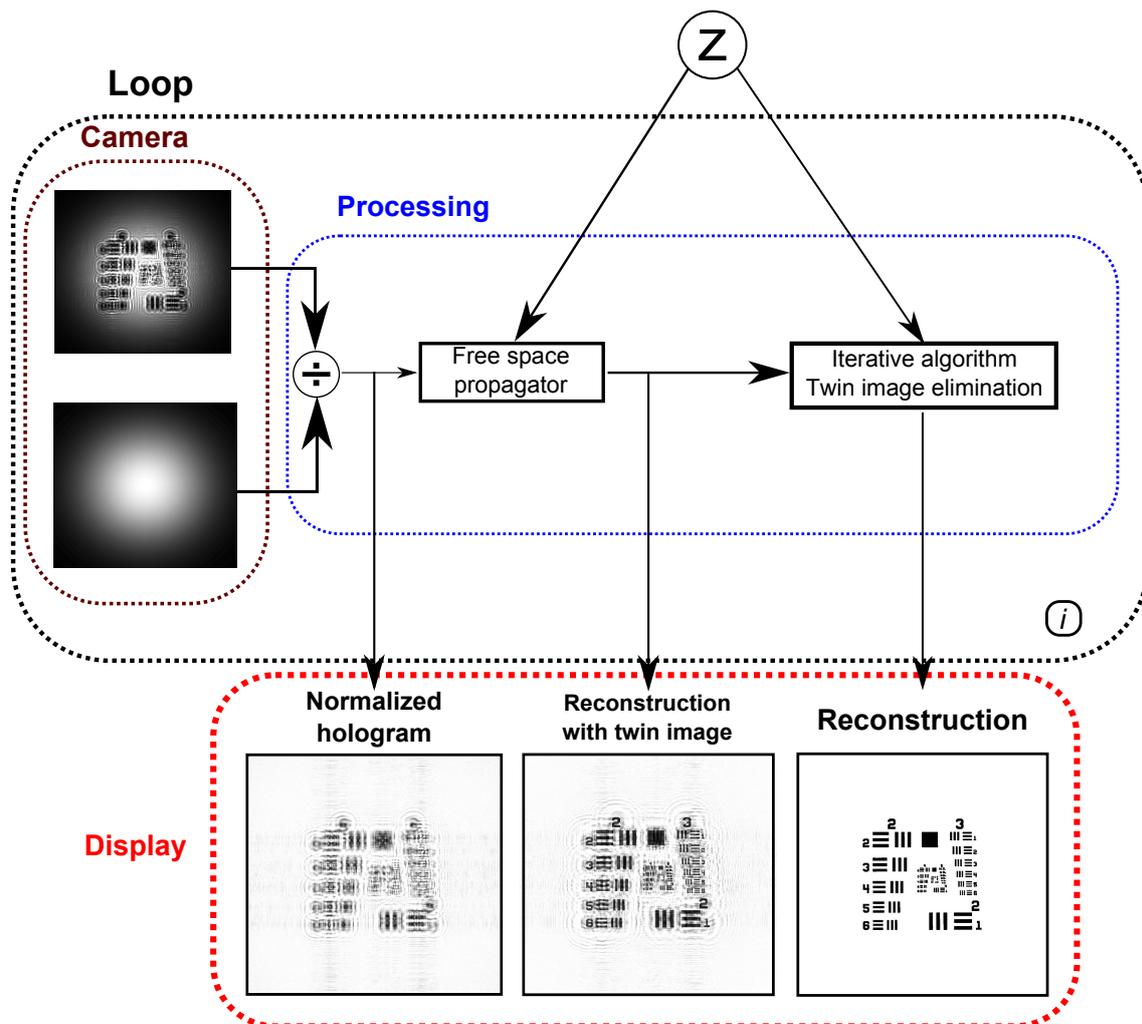


FIGURE 5.6 – Bloc-diagramme de l’algorithme de reconstruction holographique. Le signal caméra est intégré dans une boucle afin que la reconstruction correspondante soit affichée à chaque rafraîchissement de la caméra. Une image du faisceau de référence doit être enregistrée au préalable pour normaliser l’hologramme. La variable i est un compteur, incrémenté à chaque acquisition. L’algorithme itératif, présenté en Fig. 5.5, est intégré dans la boucle pour éliminer l’image jumelle.

5.8 Détermination du plan de mise au point

Comme dans la configuration pupillaire, le plan de mise au point est déterminé par calcul du gradient du module de la reconstruction. Son maximum détermine alors le plan de mise au point. Dans le cas où il y a plusieurs plans, nous rechercherons des maxima locaux.

Pour éviter d'allonger le temps de calcul, une seule propagation est faite pour chaque plan. Une fois le meilleur plan de mise au point déterminé, et seulement à ce moment-là, l'algorithme itératif sera appliqué.

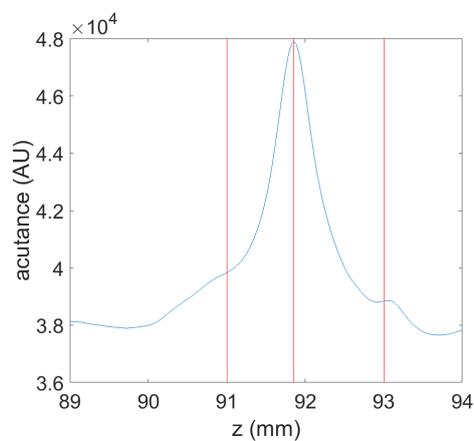


FIGURE 5.7 – Calcul du gradient du module de la reconstruction de la mire, en fonction de la distance de propagation z . Le maximum est atteint en $z = 91.85$ mm. Les images correspondant aux trois valeurs de z en rouge sont présentées en Fig. 5.8. Le pas d'échantillonnage de cette courbe est de $10 \mu\text{m}$, mais la précision est de l'ordre de $20 \mu\text{m}$.

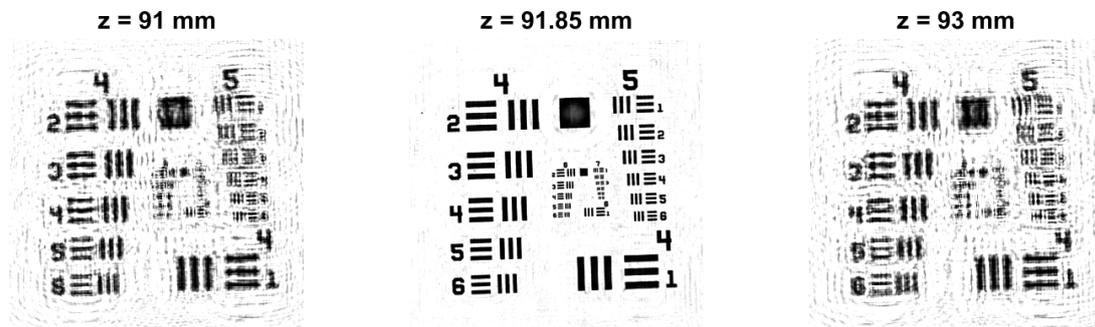


FIGURE 5.8 – Reconstruction expérimentale de la mire dans les plans $z_1 = 91$ mm, $z_2 = z_{\text{foc}} = 91.85$ mm, et $z_3 = 93$ mm, de gauche à droite, respectivement. Dans tous les cas, nous avons itéré les reconstructions afin d'éliminer l'image jumelle. La mauvaise qualité des deux images à gauche et à droite provient donc bien d'un défaut de mise au point.

5.9 Reconstruction expérimentale d'un objet d'amplitude pure

Dans un premier temps, nous avons travaillé sur un objet binaire d'amplitude pure : une mire positive (modèle : Thorlabs USAF 1951). Elle comporte des motifs rectangulaires réguliers et de tailles différentes. Le profil de transmission de cette mire est présenté en Fig. F.1.

L'utilisation de cette mire présente plusieurs avantages : tout d'abord, il s'agit de motifs réguliers et de fréquences spatiales différant de l'un à l'autre, ce qui permet une étude fine de la résolution après reconstruction holographique. D'autre part, la simplicité de l'échantillon (binarité, pas de variation de l'indice de réfraction) en fait un candidat adapté dans l'utilisation de notre algorithme de reconstruction. Il est ainsi possible d'y ajouter une contrainte supplémentaire : l'élimination de la phase dans le plan objet, qui va, nous allons le voir, accélérer considérablement la convergence et améliorer la qualité de la reconstruction.

Afin de prouver l'efficacité de l'algorithme, nous allons comparer la reconstruction issue d'une simple propagation de Fresnel (contenant donc la contribution de l'image jumelle), avec la reconstruction issue de plusieurs itérations de notre algorithme.

5.9.1 Illustration sur la mire entière

Dans cette section, nous travaillons avec une distance $z_{\text{tot}} = 200$ mm. L'échantillon est placé à une distance de 101 mm, ce qui nous donne un grandissement de $M = 2$, soit un pas d'échantillonnage de $p = 3.7$ μm . La distance de propagation effective est $z_{\text{eff}} \sim \frac{z_{\text{obj-CCD}}}{2} = 50$ mm. Les données expérimentales sont présentées en Fig. 5.9. Il s'agit d'une accumulation sur une vingtaine d'acquisitions.

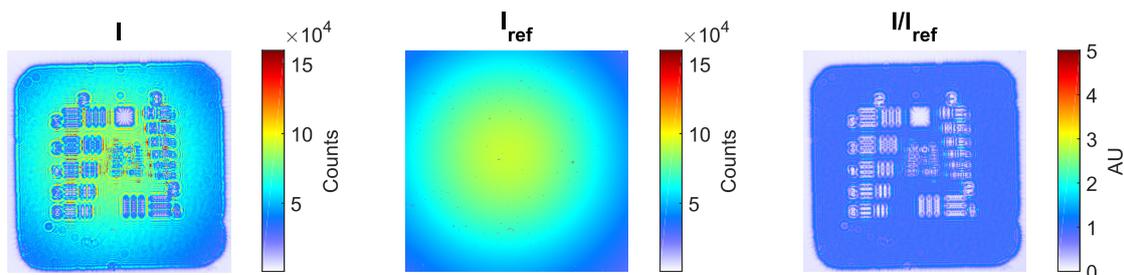


FIGURE 5.9 – De gauche à droite : hologramme expérimental, signal de référence en l'absence d'échantillon, et quotient des deux images.

C'est l'hologramme normalisé qui sert de point de départ à la reconstruction. Nous présentons en Fig. 5.10 le résultat d'une itération (contenant la contribution de l'image jumelle) et de 20 itérations.

L'élimination de l'image jumelle est clairement mise en évidence ici. Pour estimer la résolution dans cette configuration, nous appliquons le critère du 10-90. Une coupe est réalisée sur les motifs verticaux de l'élément 4 du groupe 2 (Fig. 5.11) et permet d'estimer la résolution à 2-3 pixels, soit de l'ordre de 10 μm . Par ailleurs, la donnée constructeur est de 176 μm par paire pour ce motif (5.66 lp/mm), et nous trouvons, d'après la coupe expérimentale, 182 μm par paire, soit environ 3% d'erreur.

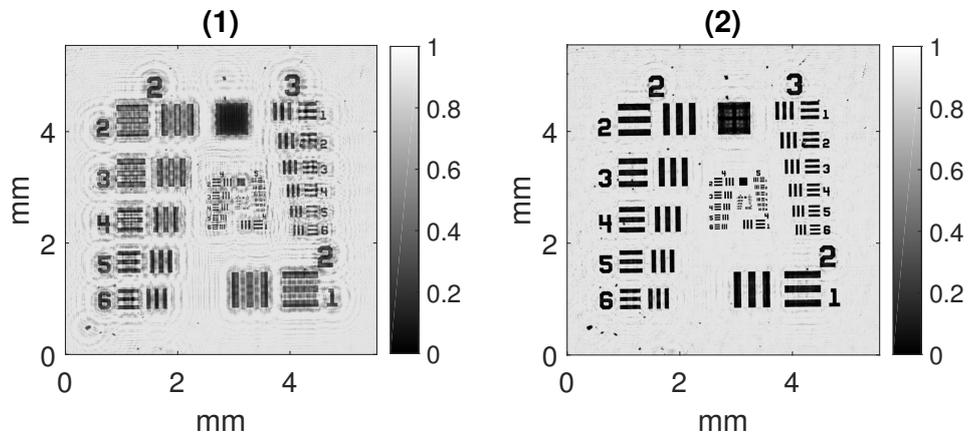


FIGURE 5.10 – Reconstruction de la transmission de la mire en intensité, après une itération (1) et 20 itérations (2).

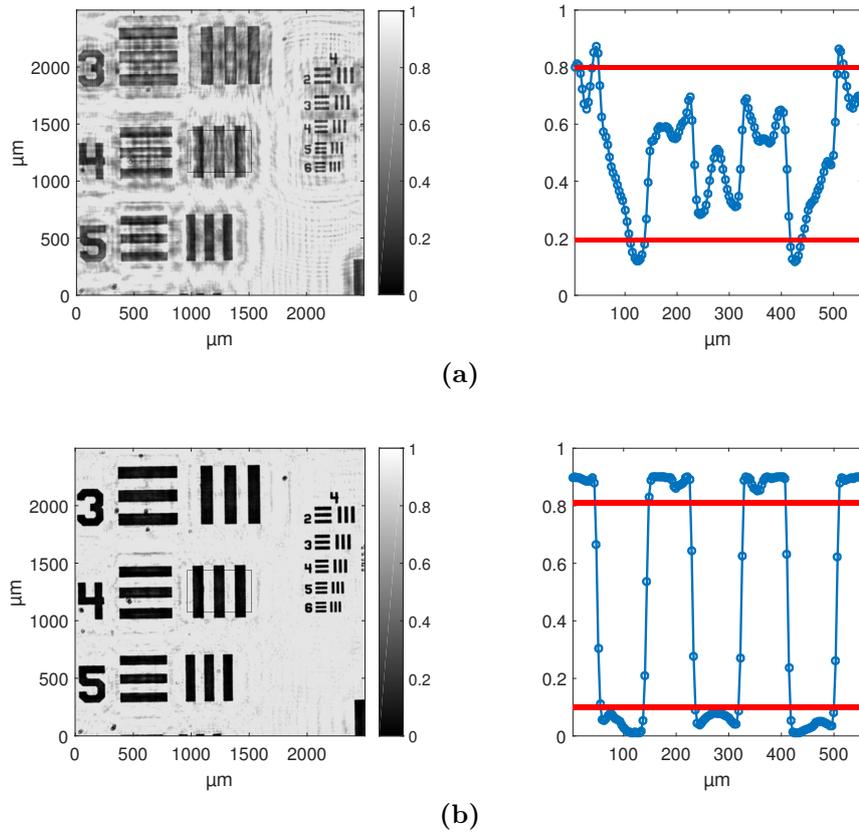


FIGURE 5.11 – Coupe horizontale réalisée sur trois motifs verticaux (au centre de chaque image), après une itération (a), et après 20 itérations (b).

5.9.2 Variation du grandissement

Nous avons vu précédemment qu'il était possible de disposer d'un grand champ (7.5 mm). Toutefois, cela se fait au détriment de la résolution, car on conserve le même nombre de pixels sur le détecteur. Dans cette section, nous travaillons avec une distance $z_{\text{tot}} = 110$ mm (mesurée à la main). L'échantillon est placé à une distance de 91 mm (calculée expérimentalement), ce qui nous donne, cette fois, un grandissement de $M = 5.8$, soit un pas d'échantillonnage de $p = 1.2$ μm , presque trois fois plus petit que dans le cas précédent. On va ainsi diminuer le champ latéral pour gagner en résolution et pouvoir observer les groupes 4...7 de la mire. Nous présentons les données expérimentales en Fig. 5.12 .

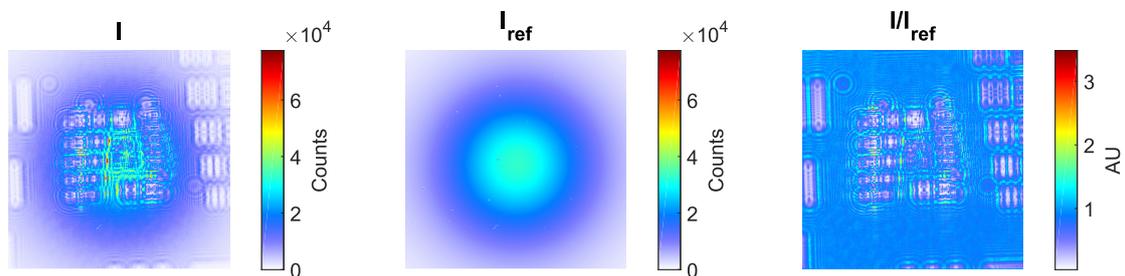


FIGURE 5.12 – De gauche à droite : hologramme expérimental, signal de référence en l'absence d'échantillon, et quotient des deux images.

Là encore, nous pouvons mettre en évidence l'intérêt de l'algorithme à travers l'élimination de l'image jumelle, présentée en Fig. 5.13.

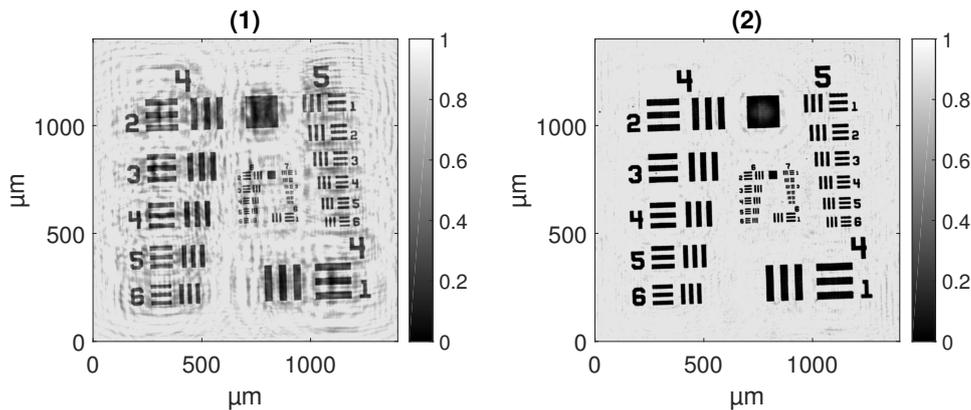


FIGURE 5.13 – Reconstruction de la transmission de la mire en intensité, après une itération (1) et 20 itérations (2). Seuil en intensité : 0.9.

La coupe réalisée en Fig. 5.14 correspond, d'après les spécifications de la mire, à une fréquence spatiale de 22.62 lp/mm, soit 44.2 μm par paire. Nous mesurons expérimentalement 47 μm , soit une erreur relative d'environ 6%. La résolution dans cette configuration peut également être déterminée, *via* le critère 10-90 : on mesure une largeur de 3 pixels, soit une résolution d'environ 4 μm .

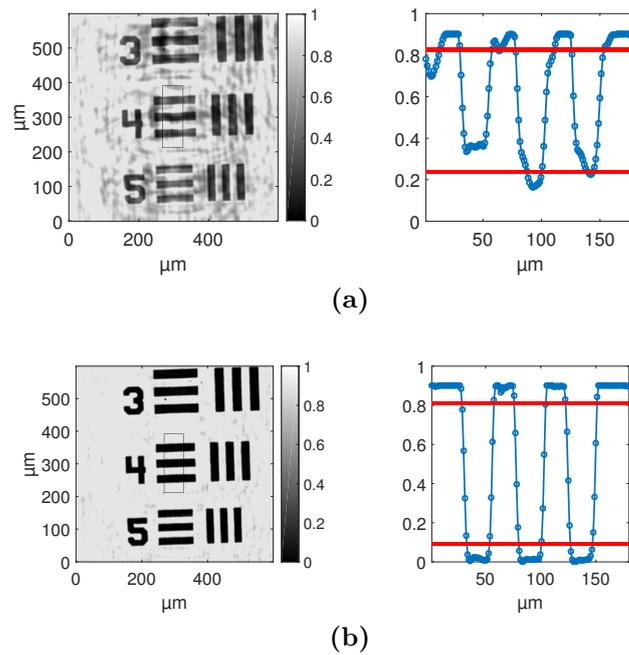


FIGURE 5.14 – Coupe verticale réalisée sur trois motifs verticaux (au centre de chaque image), après une itération (a), et après 20 itérations (b). On rappelle $M = 5.8$, soit $p = 1.2 \mu\text{m}$.

5.9.3 Estimation de la résolution : imagerie à fort grandissement

Dans cette section, nous travaillons avec une distance $z_{\text{tot}} = 110 \text{ mm}$. L'échantillon est placé à une distance de 101 mm, ce qui nous donne un grandissement de $M = 12.3$, soit un pas d'échantillonnage de $p = 0.6 \mu\text{m}$.

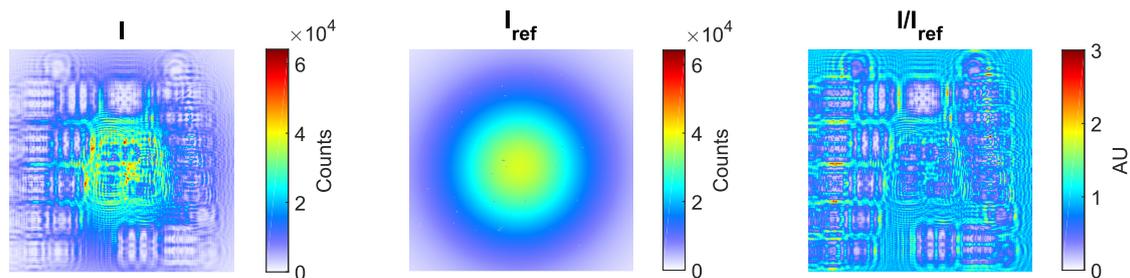


FIGURE 5.15 – De gauche à droite : hologramme expérimental, signal de référence en l'absence d'échantillon, et quotient des deux images.

La résolution selon le critère 10-90 est calculée en Fig. 5.17 et donne environ $2.5 \mu\text{m}$. Nous pouvons aussi « lire » directement cette résolution sur les plus petites mires (cf. Fig. 5.18), et déterminer à partir de quel groupe nous ne pouvons plus distinguer deux paires. Les données constructeurs donnent une fréquence maximale observable de 228 lp/mm (groupe 7, élément 6), soit $4.4 \mu\text{m}$ de résolution, toutefois nous pouvons constater qu'à partir de l'élément 5 (203 lp/mm, soit $5 \mu\text{m}$), les paires ne sont déjà plus distinguables. La résolution « réelle » serait donc moins bonne que nos estimations.

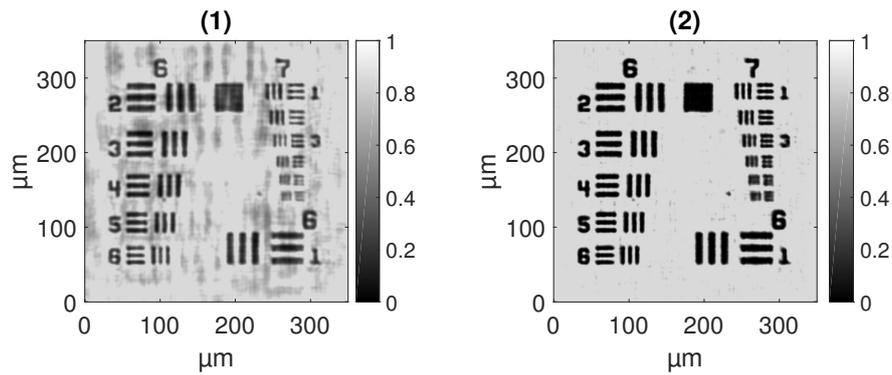


FIGURE 5.16 – Reconstruction de la transmission de la mire en intensité, après une itération (1) et après 20 itérations (2). Seuil en intensité : 0.85.

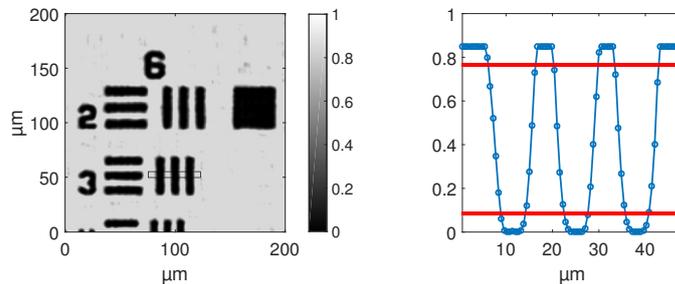


FIGURE 5.17 – Coupe horizontale réalisée sur la reconstruction expérimentale en Fig. 5.16 (2).

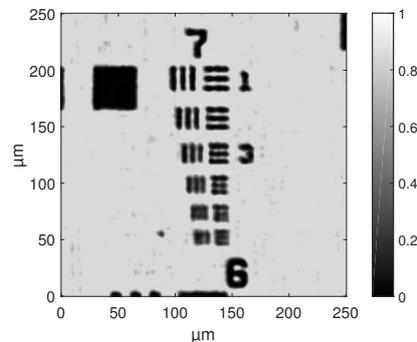


FIGURE 5.18 – Zoom de la reconstruction en Fig. 5.16 (2) sur les détails les plus fins de la mire.

5.9.4 Conclusions sur l'imagerie de la mire

La mire USAF 1951 est un objet d'étude intéressant dans cette configuration car elle présente à la fois une large zone utile (5 mm) et des motifs fins (allant jusqu'à quelques microns). Or, la configuration de notre montage est telle que nous pouvons changer facilement le grandissement et le champ latéral en translatant l'échantillon le long de l'axe optique. Parmi les mesures effectuées, nous obtenons des reconstructions « propres » témoignant de l'efficacité de l'algorithme d'élimination de l'image jumelle², et permettant, selon le grandissement choisi, de sélectionner la zone à étudier, jusqu'à une résolution ultime de 4-5 μm .

2. Cet algorithme fonctionne d'autant mieux qu'il s'agit d'objets qui n'introduisent aucun déphasage.

5.10 Intérêt de la mise au point numérique

L'holographie en ligne présente l'avantage d'enregistrer simultanément les contributions de chaque « tranche » en une image. Cette méthode est donc particulièrement intéressante pour l'étude d'échantillons présentant plusieurs plans de mise au point. Deux cas d'étude seront présentés dans cette section.

5.10.1 Imagerie de fils d'araignée

Nous avons observé des fils d'araignée selon le schéma suivant : enroulement de ces fils autour d'une membrane de nitrure de silicium présentant un trou carré de $500\ \mu\text{m}$ de côté. Les fils, de diamètre $\sim 3\ \mu\text{m}$, sont présents de part et d'autre de la membrane et sont donc séparés d'une distance égale à l'épaisseur de cette dernière, soit environ $400\ \mu\text{m}$. La Fig. 5.19 présente une vue au microscope optique des deux plans correspondants.

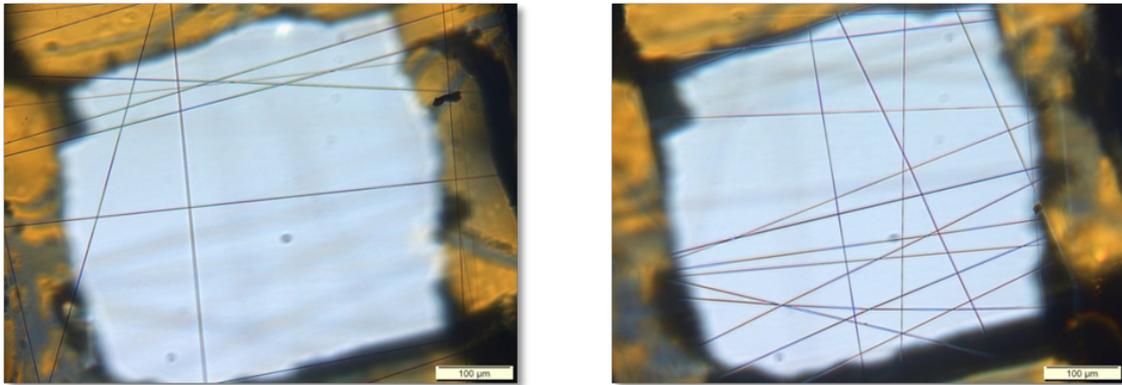


FIGURE 5.19 – Vue au microscope optique des deux plans contenant les fils d'araignée, enroulés sur la membrane métallique.

Nous avons ensuite placé cet objet dans le Nanoscope, à environ $5\ \text{mm}$ de la source, pour une distance de travail totale d'environ $130\ \text{mm}$. Le grandissement vaut donc $M = 25$, ce qui correspond à un pas de $0.3\ \mu\text{m}$. L'hologramme expérimental est présenté en Fig. 5.20.

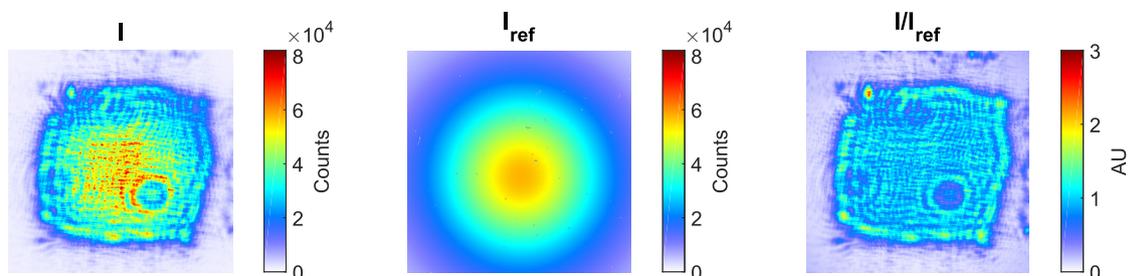


FIGURE 5.20 – De gauche à droite : hologramme expérimental, signal de référence en l'absence d'échantillon, et quotient des deux images.

Pour trouver les deux plans par rétropropagation, il est nécessaire de rechercher, non pas un maximum global du gradient, mais deux maxima locaux. Le profil du

gradient près de la zone d'intérêt est représenté en Fig. 5.21. Deux reconstructions holographiques sont donc faites dans chacun de ces plans. Les résultats correspondants sont présentés en Fig. 5.22.

Nous pouvons noter le manque de contraste dans les reconstructions. En effet, peu de photons passent à travers la membrane de $500 \times 500 \mu\text{m}^2$, ce qui limite le contraste des franges de l'hologramme ; les fils sont également très fins : de l'ordre de quelques microns (moins de $5 \mu\text{m}$), soit à la limite de résolution du système. Il n'est donc pas aisé de réaliser l'imagerie avec la même qualité que pour la mire USAF. De plus, un nombre trop important d'itérations perturbe la reconstruction, car cela tend à « homogénéiser » l'ensemble et à diminuer le contraste de l'image finale des fils d'araignée.

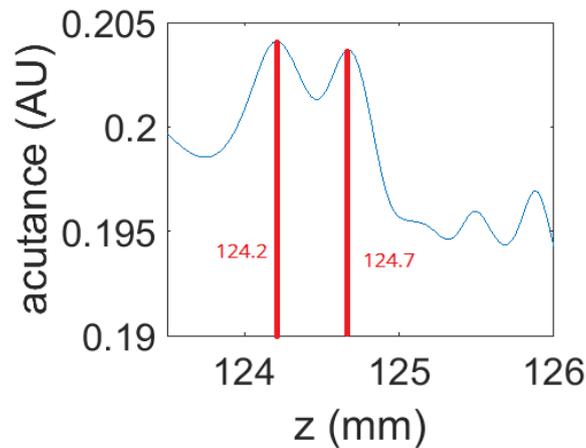


FIGURE 5.21 – Gradient de la reconstruction de l'hologramme issu de l'illumination des fils. Les deux plans d'intérêt sont distants de $500 \mu\text{m}$.

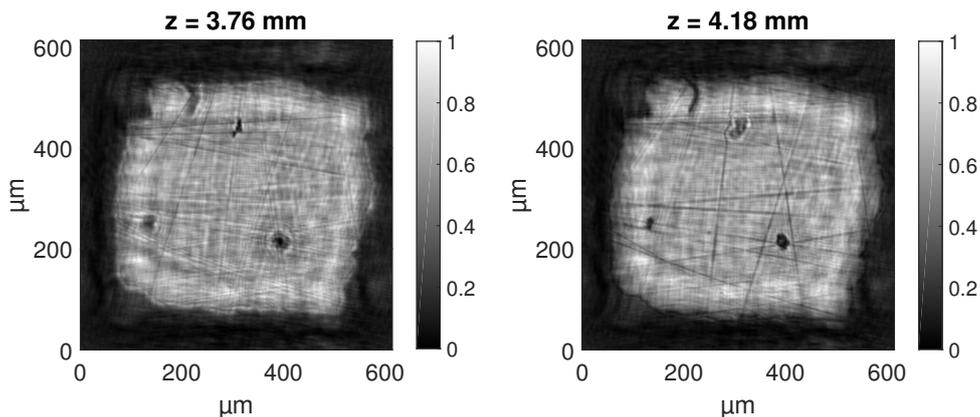


FIGURE 5.22 – Reconstruction holographique, en intensité, des deux plans correspondants. Nous pouvons distinguer des poussières qui se sont piégées sur la toile après coup.

5.10.2 Imagerie de deux mires délocalisées spatialement

Nous avons vu qu'il était possible de reconstruire, à partir d'une seule image, deux plans distants de quelques centaines de microns, avec un champ de $600 \mu\text{m}$. Nous

avons également voulu tester des échantillons plus gros et beaucoup plus éloignés (typiquement, quelques centimètres). Nous réutilisons à cet effet la mire USAF et mettons en place une autre mire de type « règle graduée ». Il s'agit de graduations verticales et horizontales, donnant la forme d'une croix, dont l'espacement de chaque trait est de $100\ \mu\text{m}$ répartis sur $1\ \text{cm}$. La Fig. 5.23 représente une image de la mire... reconstruite avec le Nanoscope. Pour cette expérience, la distance diode-caméra est de $170\ \text{mm}$. Les données expérimentales sont présentées en Fig. 5.24.

Le profil du gradient selon z , présenté en Fig. 5.25, permet d'établir la distance entre les deux objets : étant localisés respectivement à $75.1\ \text{mm}$ (mire) et à $121.7\ \text{mm}$ (règle) de la caméra, ils sont distants de $46.6\ \text{mm}$.

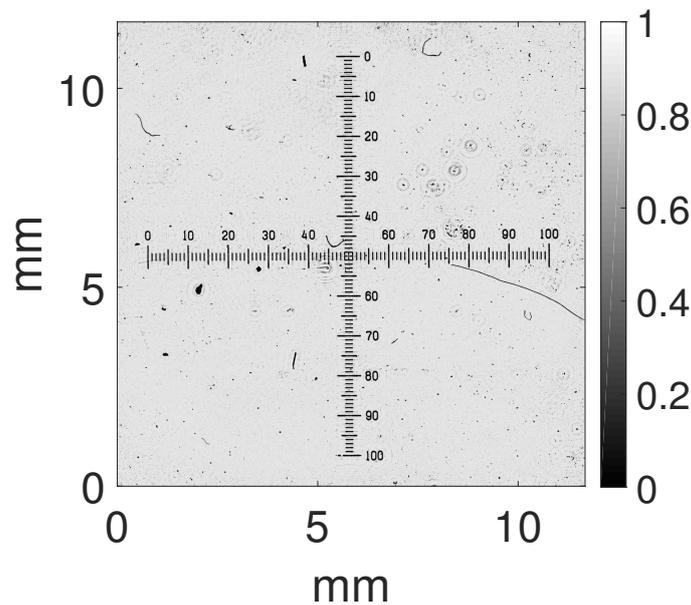


FIGURE 5.23 – Image en intensité de la mire, avec un pas pixel de $5.7\ \mu\text{m}$ ($M = 1.3$), reconstruite après 10 itérations.

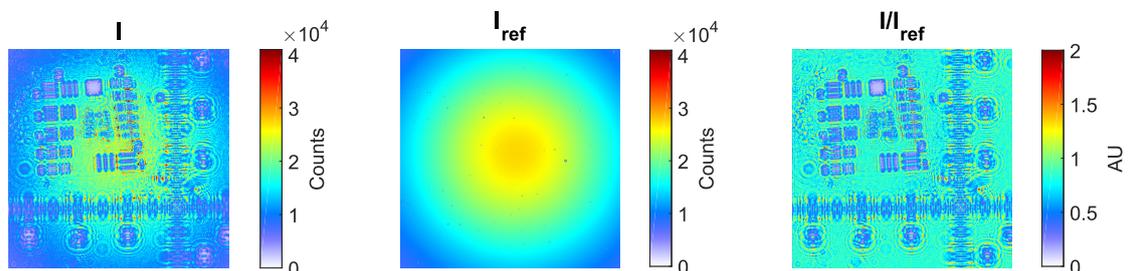


FIGURE 5.24 – De gauche à droite : hologramme expérimental des deux échantillons, éclairés simultanément et délocalisés de $47\ \text{mm}$, signal de référence en l'absence d'échantillon, et quotient des deux images.

La reconstruction expérimentale est, comme pour les fils d'araignée, effectuée dans deux plans, à partir du même hologramme initial. La connaissance de la distance diode-caméra est nécessaire et suffisante pour effectuer les calibrations sur les reconstructions, à savoir, déterminer les distances réelles de propagation et le

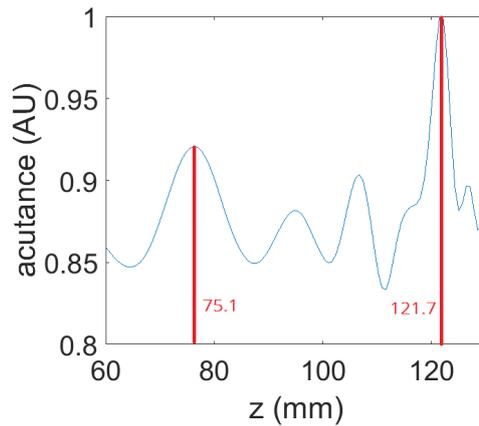


FIGURE 5.25 – Profil du gradient des reconstructions 2D en fonction de z . Deux maxima sont atteints en $z = 75.1$ mm et en $z = 121.7$ mm.

pas d'échantillonnage correspondant. Rappelons en effet qu'à ces deux distances, la courbure vue par chaque objet n'est pas la même. Nous avons ainsi :

1. Mire : $z = 75.1$ mm, pas pixel : $4.1 \mu\text{m}$, $M = 1.8$, champ latéral : 8.4 mm.
2. Règle : $z = 121.7$ mm, pas pixel : $2.1 \mu\text{m}$, $M = 3.5$, champ latéral : 4.3 mm.

Les deux reconstructions expérimentales sont présentées Fig. 5.26.

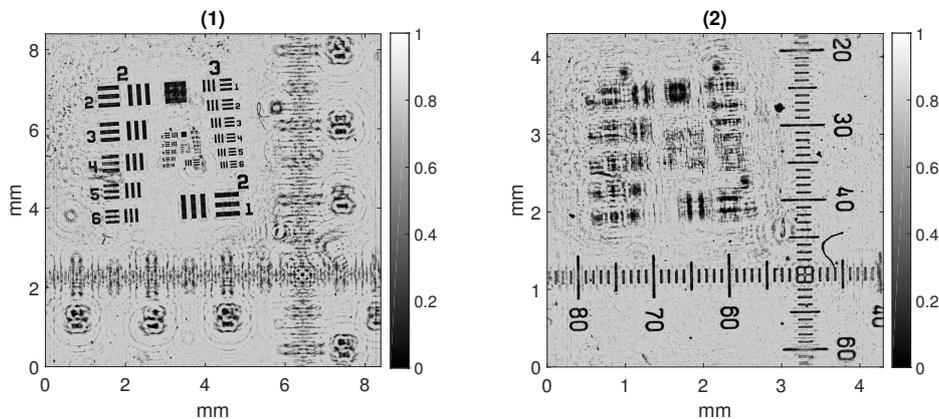


FIGURE 5.26 – Reconstruction des deux objets, (1) : mire, (2) : règle, après élimination de l'image jumelle (50 itérations), avec un seuil en intensité de 0.8 (plus faible que d'habitude pour tenir compte de l'absorption des deux objets). La différence de taille de fenêtre s'explique par le fait que les distances de propagation sont différentes, ce qui change le pas d'échantillonnage.

Le contraste de chaque image est assez bon malgré l'existence d'au moins un objet défocalisé. Par ailleurs, nous observons un bon accord métrologique entre le calcul du pas d'échantillonnage et les graduations de la règle (pas des graduations : $100 \mu\text{m}$).

5.11 Objets de phase : échantillons biologiques

Nous avons jusqu'ici testé des objets d'amplitude pure, du fait de leur opacité : mire, fil d'araignée ; cette connaissance préalable de nos objets permet d'ajouter une

contrainte supplémentaire – à savoir, l’homogénéité de la phase – dans l’algorithme de reconstruction afin d’accélérer sa convergence et d’augmenter la qualité de l’image finale. Nous avons également cherché à réaliser l’imagerie d’objets partiellement transparents, introduisant donc potentiellement un déphasage du faisceau incident. Ainsi, dans le cas d’objets « quelconques », la phase sera conservée afin de retrouver l’ensemble des propriétés de l’objet : transmission réelle et indice de réfraction.

Nos objets d’étude seront, encore une fois, les nanoplanctons, mais de taille supérieure au cas pupillaire : notre champ latéral peut en effet atteindre 15 mm. En pratique, nous sélectionnerons des planctons de l’ordre de 500 μm de long.

5.11.1 Reconstruction d’un nanoplancton de forme allongée

Nous nous intéressons ici à un nanoplancton de forme allongée, de 500 μm de longueur et une dizaine de microns de largeur. La Fig. 5.27 présente deux exemples d’un tel type d’échantillon, observés au microscope optique.

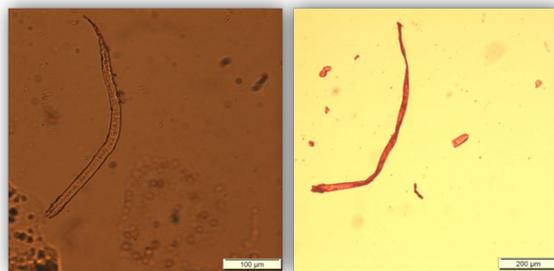


FIGURE 5.27 – Nanoplanctons observés au microscope optique.

La distance totale de travail est, ici, de 65 mm. L’objet est placé à environ 50 mm de la caméra (après reconstruction, on calcule 57.74 mm), ce qui donne un grandissement $M = 9.2$, soit un pas de 0.8 μm . Nous présentons l’hogramme expérimental en Fig. 5.28 et la reconstruction associée en Fig. 5.29.

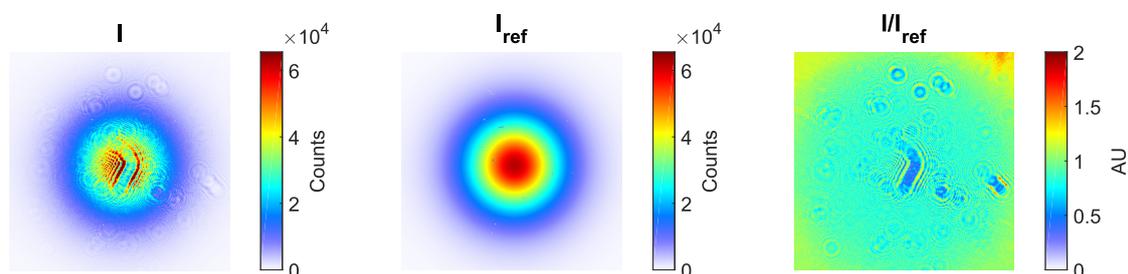


FIGURE 5.28 – De gauche à droite : hologramme expérimental, signal de référence en l’absence d’échantillon, et quotient des deux images.

Une contrainte sur la phase a tout de même été appliquée pour accélérer la convergence, à savoir un seuillage dans l’intervalle $[-\pi, 0]$. Nous pouvons noter l’effet des itérations sur la reconstruction, qui est une amélioration du contraste du champ (amplitude et phase). Les variations internes de phase sont visibles au sein de l’échantillon, au niveau des zones les moins opaques.

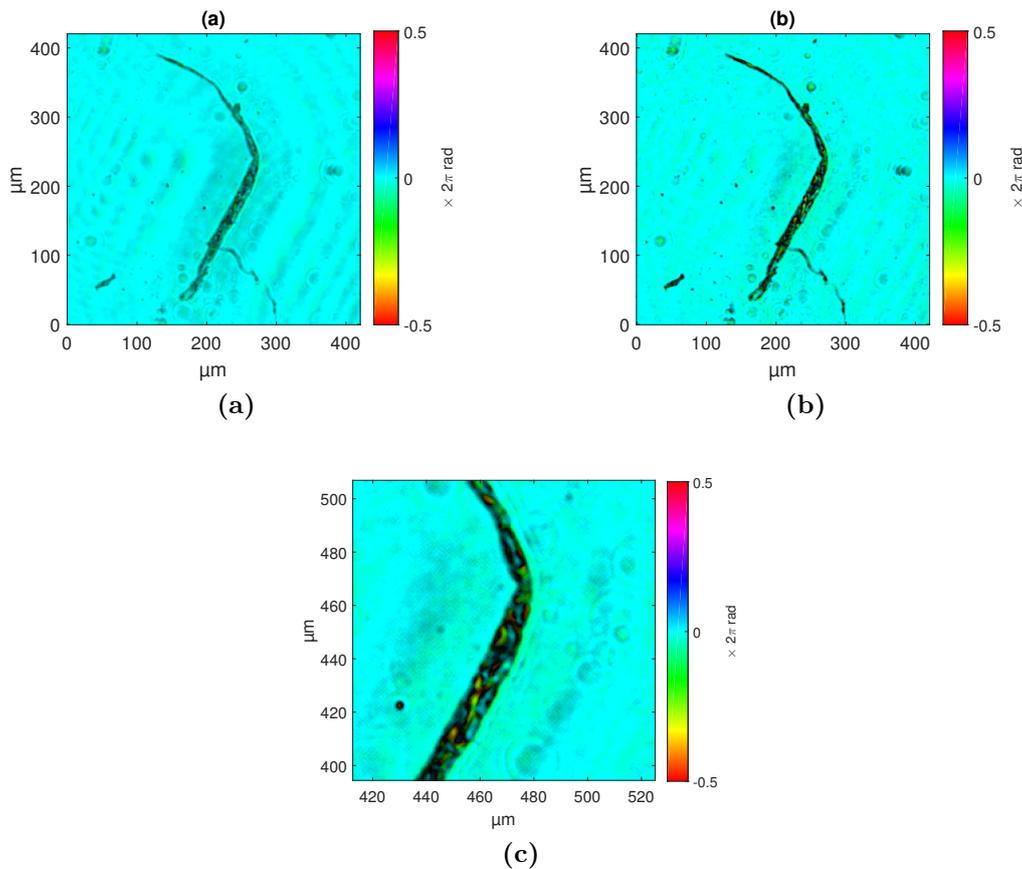


FIGURE 5.29 – Reconstruction complexe, en amplitude (du noir au saturé) et en phase (plage de couleur), du nanoplancton, après une itération (a) et après 10 itérations (b). La figure (c) représente un zoom de la figure (b), où l'on peut distinguer les variations de phase au sein de l'objet.

5.11.2 Reconstruction d'un plus gros nanoplancton

Nous nous sommes intéressés ici à un nanoplancton légèrement plus gros, de 800 μm de longueur environ. La distance z_{tot} est de 110 mm. L'objet est placé à 102.4 mm de la caméra, ce qui donne un grandissement $M = 14.5$ et un pas d'échantillonnage de 0.5 μm . Les données expérimentales sont présentées en Fig. 5.30, et les reconstructions correspondantes en Fig. 5.31.

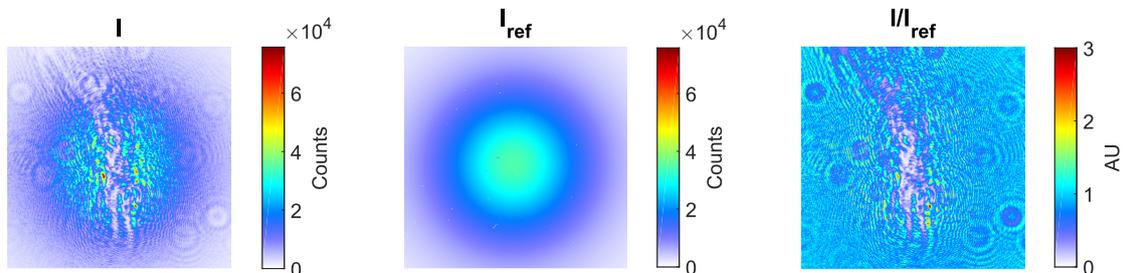


FIGURE 5.30 – De gauche à droite : hologramme expérimental, signal de référence en l'absence d'échantillon, et quotient des deux images.

Le contraste de phase est assez visible sur les bords de l'échantillon. Néanmoins,

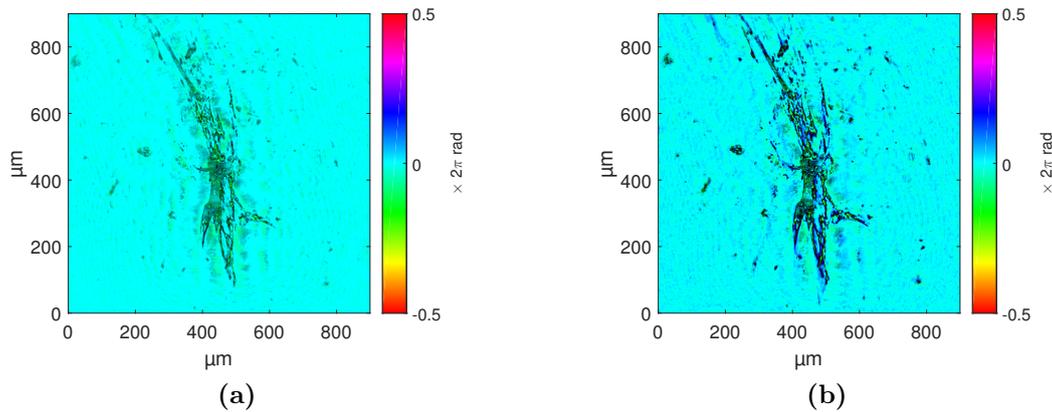


FIGURE 5.31 – Reconstruction complexe, en amplitude (du noir au saturé) et en phase (plage de couleur), du nanoplancton, après une itération (à g.) et après 10 itérations (à d.).

on constate que les détails issus de l'image jumelle ne sont pas aussi bien « nettoyés » qu'avec la mire : la contrainte de phase homogène n'est pas appliquée ici, ce qui diminue la « force » du lissage lors des itérations.

5.11.3 Reconstruction d'un nanoplancton de petite taille ($\phi < 200 \mu\text{m}$)

Pour bien mettre en évidence le contraste de phase, nous privilégions l'observation d'un objet relativement transparent. Nous avons reconstruit un nanoplancton de forme (quasi) circulaire, d'environ $150 \mu\text{m}$ de diamètre. Les données expérimentales sont présentées en Fig. 5.32, et la reconstruction correspondante en Fig. 5.33.

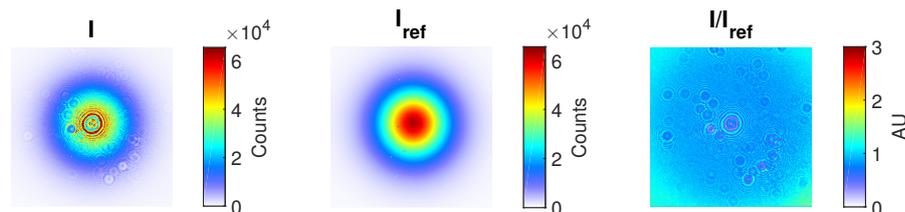


FIGURE 5.32 – De gauche à droite : hologramme expérimental, signal de référence en l'absence d'échantillon, et quotient des deux images.

Nous notons un grand contraste de phase sur les bords de ce nanoplancton (de l'ordre de -0.8π radians). Cette valeur est à prendre avec des pincettes : le pourtour du nanoplancton est de transmission assez faible et peut donner lieu à des sauts de phase plus importants que dans les zones plus « transparentes ». Néanmoins, on note qu'il y en a également la sur première reconstruction (Fig. 5.33 (a)), au niveau des bords ; il est donc pertinent de considérer le contraste de phase dans cette situation.

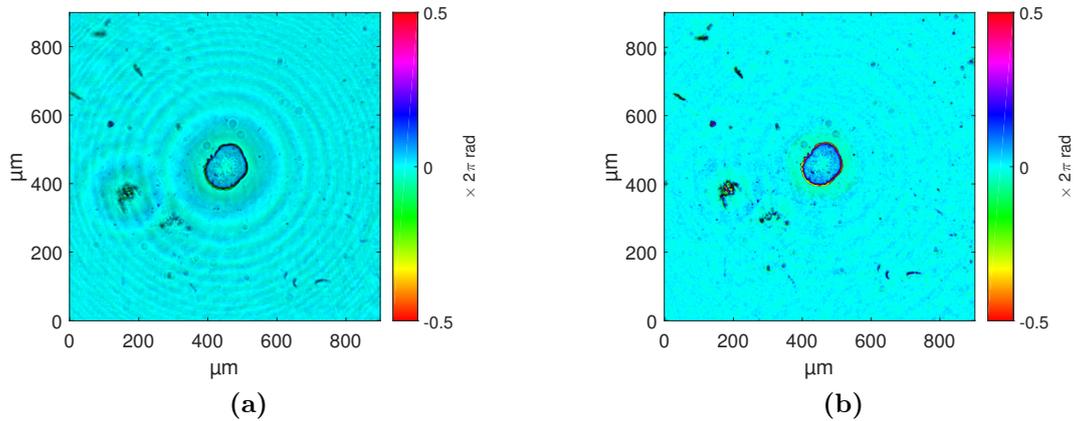


FIGURE 5.33 – Reconstruction en amplitude (du noir au coloré) et en phase (plage de couleur) du nanoplancton après une itération (a) et après 20 itérations (b).

5.12 Conclusions

L’holographie en ligne est d’une grande simplicité à mettre en œuvre. Elle permet d’obtenir, avec une diode et une caméra, un système d’imagerie à bas coût, avec une grande dynamique sur le champ latéral – de 15 mm à environ 500 μm – et une résolution variant de 10 à 2.5 μm (avec le critère 10-90). L’image jumelle, intrinsèquement présente dans une telle configuration, est éliminée *via* un algorithme itératif, inspiré de [47, 77]. En plus d’éliminer l’image jumelle, ce dernier prend en compte toutes les grandeurs physiques, quelle que soit la distance d’observation : seule z_{tot} , la distance diode-caméra – fixe – doit être mesurée au préalable. La métrologie d’un tel système est donc robuste car nous connaissons en tout point le grandissement et le pas, variables avec z . En contrepartie, nous sommes majoritairement limités par l’ouverture numérique, assez faible ($ON = 0.12$), ainsi que par le caractère divergent du faisceau incident qui, contrairement au cas pupillaire, n’est pas focalisé sur l’échantillon. On perd ainsi beaucoup plus de photons et il est compliqué avec cette technique d’observer des échantillons trop absorbants et/ou diffusants.

Chapitre 6

Analyseur Shack-Hartmann LIFT-é

6.1 Introduction

L'analyse de front d'onde est un procédé largement employé dans le milieu de l'optique et de la photonique. Il consiste à mesurer la phase spatiale d'un faisceau par échantillonnage des pentes locales. Parmi les applications directes, on retrouve la caractérisation d'optiques (objectifs de caméra, de microscope...) et l'optique adaptative (notamment en astronomie pour corriger la turbulence atmosphérique, et en biologie pour le traitement cancéreux).

La technique de mesure la plus courante aujourd'hui s'effectue par le biais d'un analyseur de Shack-Hartmann. Il s'agit d'une caméra CCD devant laquelle est placée une matrice de micro-lentilles, qui échantillonnent les pentes locales du front d'onde. Cette technique est intrinsèquement limitée par le pas des micro-lentilles, qui ne donnent localement que le *tip/tilt* (déviations horizontales et verticales des taches focales).

Toutefois, il a été démontré [70] que l'on peut reconstruire le front d'onde à l'échelle d'une seule micro-lentille, par application d'une porteuse – à savoir, une phase aberrante – de valeur connue. Ce principe, appelé LIFT (*LInearized Focal plane Technique*), a été initialement exploité pour l'astronomie [95], avant d'être appliqué aux analyseurs Shack-Hartmann d'Imagine Optic®. Il consiste à linéariser l'intensité des taches mesurées et les aberrations optiques à l'échelle d'une micro-lentille, afin de reconstruire le front d'onde à un pas plus fin qu'avec une mesure barycentrique.

Nous allons présenter dans ce chapitre le principe de la technique LIFT, et les résultats associés à un prototype Shack-Hartmann, spécialement conçu à Imagine Optic. La théorie de propagation de faisceau est également appliquée ici, notamment pour le calcul des taches à partir des aberrations présentes au niveau des micro-lentilles. Bien que l'approche soit différente, la problématique reste donc la même que pour le Nanoscope : *comment reconstruire la phase perdue lors de la détection ?*

6.2 Principe de l'analyse de front d'onde

6.2.1 L'analyseur de front d'onde Shack-Hartmann

Un analyseur Shack-Hartmann est un appareil utilisé pour mesurer la phase spatiale d'un faisceau lumineux. Il est constitué d'un capteur CCD chargé de détecter le flux incident, et d'une matrice de micro-lentilles placée devant ce capteur. Celles-ci sont généralement carrées, de taille typique égale à la centaine de microns. L'alignement de la matrice est tel que la distance micro-lentilles/CCD est égale à leur focale.

De fait, le faisceau incident est décomposé en autant de faisceaux élémentaires qu'il y a de micro-lentilles. Chacun d'entre eux est ensuite focalisé sur la matrice CCD. Dans le cas d'un faisceau collimaté et centré sur le capteur, les taches seront équiréparties sur la matrice, bien centrées sur la zone parallèle à la micro-lentille associée. En revanche, pour un faisceau aberrant, elles seront déplacées de leur position centrale d'une quantité proportionnelle au *tip/tilt* local (cf. Fig. 6.1). La position des taches est déterminée par calcul barycentrique, d'où l'importance de placer le capteur CCD dans le plan focal des micro-lentilles.

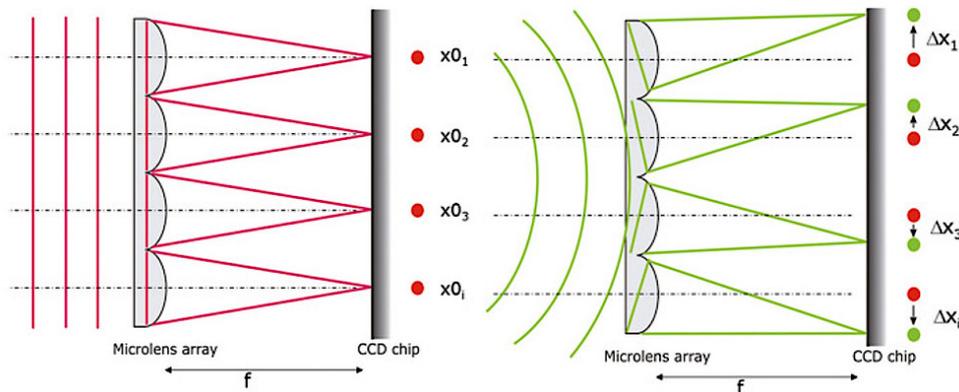


FIGURE 6.1 – Illustration du fonctionnement d'un analyseur de front d'onde Shack-Hartmann (source : site Internet de Trioptics).

Les analyseurs de front d'onde Shack-Hartmann développés par Imagine Optic[®] mesurent la phase *absolue*, ce qui élimine le besoin d'utiliser un faisceau de référence. Par ailleurs, il est possible, dans certains cas, de réaliser une cartographie axiale du faisceau à partir d'une seule mesure, puisque l'intensité et la phase sont connues. Les annexes G et H, issues du site Internet d'Imagine Optic[®], donnent plus d'informations à ce sujet.

6.2.2 Calcul du front d'onde

Par définition, le front d'onde – ou surface d'onde – d'un faisceau lumineux est la surface orthogonale à tous les rayons. Du point de vue de l'électromagnétisme, il s'agit de la surface d'isophase du champ électromagnétique. C'est cette surface qui détermine le profil spatial du faisceau, et les aberrations qui y sont présentes.

Considérons un élément de faisceau focalisé par une micro-lentille indexée par (i, j) sur la matrice. La position barycentrique de cette tache est calculée expéri-

mentalement et définie par son décalage horizontal et son décalage vertical, respectivement notés (δ_x, δ_y) , par rapport à un front d'onde parallèle à la matrice de micro-lentilles. Dans l'approximation des petits angles, ces décalages s'écrivent sous la forme :

$$\delta_x(i, j) = f_{\mu\text{-lentille}} \times \theta_x(i, j) \quad (6.1)$$

$$\delta_y(i, j) = f_{\mu\text{-lentille}} \times \theta_y(i, j) \quad (6.2)$$

Avec : $f_{\mu\text{-lentille}}$ la focale des micro-lentilles, et $\delta_x(i, j)$ (resp. $\delta_y(i, j)$) l'angle horizontal (resp. vertical) de la surface d'onde par rapport au plan de la CCD.

La mesure des décalages barycentriques donne alors, au niveau de chaque micro-lentille, le plan tangent à la surface d'onde. On mesure ainsi les dérivées premières de la surface d'onde en x et en y . L'intégration de cette mesure permet ensuite de déterminer le profil du front d'onde.

La taille des micro-lentilles est une limitation intrinsèque du Shack-Hartmann : il est insensible aux aberrations de fréquences spatiales supérieures à $1/\phi_{\text{lens}}$. Cela est dû au fait que le front d'onde est approximé par un plan à l'échelle d'une micro-lentille, où seule la position barycentrique de la tache est déterminée. Grâce au LIFT, on peut lever cette approximation en reconstruisant non pas une pente par micro-lentille, mais plusieurs.

6.3 Aberrations optiques : formalisme mathématique

Il est d'usage, en analyse de front d'onde, de décomposer la phase sur une base orthogonale de polynômes, afin de pouvoir caractériser métrologiquement les aberrations optiques et éventuellement les filtrer (notamment le *tip/tilt*, la courbure...) pour optimiser l'affichage de la surface d'onde. Pour les analyseurs de Shack-Hartmann, la pupille est généralement circulaire, ce qui nous tourne vers l'utilisation des polynômes de Zernike (cf. Chap. 4). Ici, la phase sera calculée au niveau de chaque micro-lentille, jusqu'ici approximée par un plan défini par (θ_x, θ_y) . Les micro-lentilles étant carrées, nous utiliserons la base orthogonale des polynômes de Legendre. Ceux-ci sont représentés en Fig. 6.2.

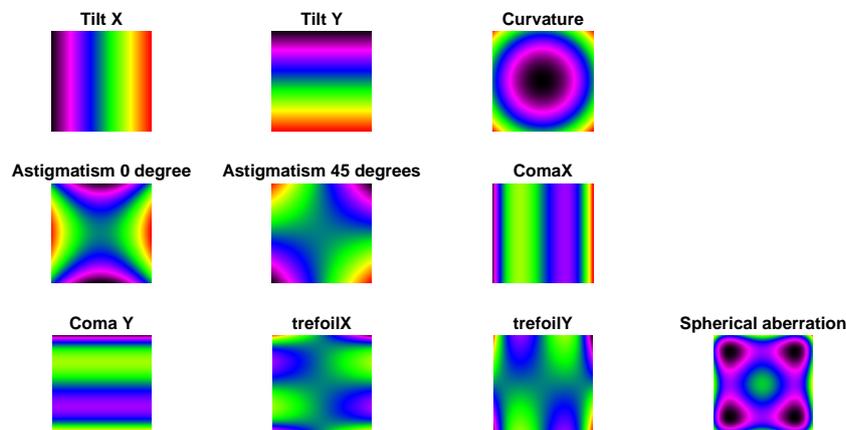


FIGURE 6.2 – Polynômes de Legendre utilisés dans l'algorithme LIFT.

Rappelons la notation de l'amplitude complexe du champ, dans le plan pupillaire (une micro-lentille unique) :

$$U(\vec{r}) = u(\vec{r})e^{i\phi(\vec{r})} \quad (6.3)$$

Avec $u(\vec{r})$ l'amplitude du champ, dont le carré est égal à son intensité, et ϕ sa phase. Cette dernière, étant définie sur un support carré, peut se décomposer sur la base des polynômes de Legendre :

$$\phi = \sum_{i=1}^{\infty} a_i L_i \quad (6.4)$$

Avec a_i réels. Pour retrouver chaque coefficient de Legendre, il suffit d'appliquer le produit scalaire lié à cette base. Ainsi :

$$\forall i, a_i = \langle \phi, L_i \rangle \quad (6.5)$$

La décomposition que nous effectuons étant finie, nous pouvons réécrire la phase sous la forme suivante :

$$\phi = \phi_{\text{ab}} + \phi_{\text{res}} \quad (6.6)$$

Avec :

$$\phi_{\text{ab}} = \sum_{i=1}^n \langle \phi, L_i \rangle \cdot L_i \quad (6.7)$$

Nous prendrons, en pratique, $n = 11$, jusqu'à l'ordre 3 des aberrations optiques. La phase ϕ « réelle » sera ainsi approximée à la phase décomposée ϕ_{ab} . Dans la suite, la décomposition de la phase s'écrira sous la forme d'un vecteur $\vec{A} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ exprimé dans la base de Legendre. L'intensité des taches sera, quant à elle, notée I . D'après le formalisme de l'optique de Fourier (cf. Chap. 1), la relation entre ϕ et I peut s'écrire :

$$I = |\mathcal{F}[U(\vec{r})]|^2 = |\mathcal{F}[u(\vec{r})e^{i\phi(\vec{r})}]|^2 \quad (6.8)$$

Nous reviendrons dans la section suivante sur cette équation.

6.4 Linéarisation de l'équation de propagation

La technique LIFT permet d'aller au-delà de l'approximation de *tip/tilt* au niveau des micro-lentilles. Elle consiste à linéariser le profil d'intensité des taches et les aberrations dans le plan de chaque micro-lentille. Cette hypothèse n'étant vraie que pour des faibles déphasages, il est nécessaire d'employer une méthode itérative pour minimiser l'erreur que l'on fait sur cette approximation.

Pour passer de la phase aberrante ϕ au profil d'intensité I dans le plan de la CCD, nous avons considéré l'équation 6.8. Cette relation est doublement non linéaire et il n'est pas possible de l'inverser : la phase est perdue lors de la détection, comme dans tout montage de diffraction cohérente.

L'algorithme LIFT a été développé dans le but de linéariser cette relation, afin de pouvoir, par exploitation du profil des taches focales, remonter à la phase aberrante *au niveau de chaque micro-lentille* – et pas seulement le *tip/tilt*, qui est donné par la position barycentrique des taches. L'ambiguïté sur les modes d'ordres pairs peut

être levée par application d'une « porteuse », *i.e.* une phase constante et connue [95]. Elle sera notée ϕ_p . L'équation 6.8 peut ainsi se réécrire sous la forme :

$$I = |\mathcal{F}[u(\vec{r})e^{j\phi_p}e^{j\phi}]|^2 \quad (6.9)$$

Dans la suite, nous noterons l'intensité $I(\vec{A})$, avec $\vec{A} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$ le vecteur dont les coordonnées sont les coefficients de Legendre de la phase aberrante ϕ_{ab} . Pour linéariser l'équation 6.8, nous effectuons un développement limité d'ordre 1 de $I(\vec{A})$, au voisinage de $\vec{0}$:

$$I(\vec{A}) = I(\vec{0}) + \sum_{i=1}^n a_i D_i(\vec{0}) + o(\|\vec{A}\|) \quad (6.10)$$

Avec :

$$\forall i, \forall \vec{A}_0, D_i(\vec{A}_0) = \left. \frac{\partial I(\vec{A})}{\partial a_i} \right|_{\vec{A}_0} \quad (6.11)$$

Nous pouvons calculer ces dérivées partielles à partir de l'équation 6.9. Remarquons que $\frac{\partial |\mathcal{F}[U(\vec{r})]|^2}{\partial a_i} = 2\Re(\mathcal{F}^*[U(\vec{r})] \times \frac{\partial \mathcal{F}[U(\vec{r})]}{\partial a_i})$, il vient :

$$\forall i, D_i(\vec{0}) = 2 \cdot \Re(j \cdot \mathcal{F}^*[u(\vec{r})e^{j\phi_p}] \times \mathcal{F}[u(\vec{r})e^{i\phi_p} \cdot L_i]) \quad (6.12)$$

Avec $\Re : z \rightarrow \Re(z) = \frac{z+z^*}{2}$.

Les D_i sont appelés *matrices d'interaction*, qui lient front d'onde – décomposé sur la base des polynômes de Legendre – et intensité sur le capteur CCD. Chaque matrice D_i représente donc le profil d'intensité d'une tache issue d'un front d'onde de phase aberrante L_i . Ces coefficients ne dépendent expérimentalement que du module du champ, supposé uniforme, et de la porteuse ϕ_p , connue. Ainsi, notant $\Delta I(\vec{A}) = I(\vec{A}) - I(\vec{0}) \approx \sum_{i=1}^n a_i D_i(\vec{0}) = D \times \vec{A}$, on fait face à un problème matriciel. Nous introduirons les notations associées à ce formalisme dans la section suivante.

6.5 Calcul des aberrations : formalisme matriciel

On définit la matrice H par la concaténation des matrices D_i en colonnes : $H = (D_1 \ D_2 \ \dots \ D_n)$. Ainsi, la matrice H est le lien entre toutes les aberrations à étudier et l'intensité correspondante. On peut donc noter :

$$I = H \times A \quad (6.13)$$

À partir de l'intensité des taches mesurée expérimentalement, il est donc possible de remonter aux aberrations en inversant la matrice H :

$$A = H^{-1} \times I \quad (6.14)$$

Néanmoins, cette relation est linéaire, contrairement à l'équation 6.9. Elle n'est donc valable que pour les faibles valeurs de $\|\vec{A}\|$. C'est la raison pour laquelle il faut itérer le calcul afin d'élargir la gamme de linéarité. Les étapes de l'algorithme LIFT sont les suivantes :

1. Mesure expérimentale de $\Delta I_0 = I(\vec{A}) - I(\vec{0})$. On en déduit une première estimation des aberrations *via* la formule : $\vec{A}_0 = H^{-1}\Delta I_0$.
2. Calcul de $I(\vec{A}_0)$ par propagation de Fresnel. On en déduit une nouvelle valeur du différentiel $\Delta I_1 = I(\vec{A}) - I(\vec{A}_0)$.
3. Calcul du nouvel estimateur des aberrations \vec{A}_1 selon la relation : $\vec{A}_1 = H^{-1}\Delta I_1 + \vec{A}_0$.
4. L'opération est répétée. À l'itération k , on a ainsi : $\Delta I_k = I(\vec{A}) - I(\vec{A}_k)$ puis $\vec{A}_k = H^{-1}\Delta I_k + \vec{A}_{k-1}$.

À chaque étape, une fonction d'erreur est calculée et définie par :

$$\epsilon = \frac{RMS(\Delta I_k) - RMS(\Delta I_{k-1})}{RMS(\Delta I_k)} \quad (6.15)$$

Si cette fonction atteint un certain seuil, c'est-à-dire, si elle est considérée comme *suffisamment petite*, l'algorithme est arrêté et retourne le dernier estimateur $\vec{A}_{k_{\text{final}}}$ calculé. Ce vecteur est ensuite traduit en pentes locales pour reconstruire le front d'onde sur-échantillonné d'un facteur 3 (3×3 pentes par sous-pupille). Le bloc-diagramme de l'algorithme LIFT est présenté en Fig. 6.3.

Le fait d'itérer a pour effet de lever progressivement l'approximation linéaire entre \vec{A} et I , initialement trop grossière. Les figures en page 135, extraites de l'article de C. Plantet *et al.* [70], montre l'augmentation des domaines de linéarité par application du LIFT.

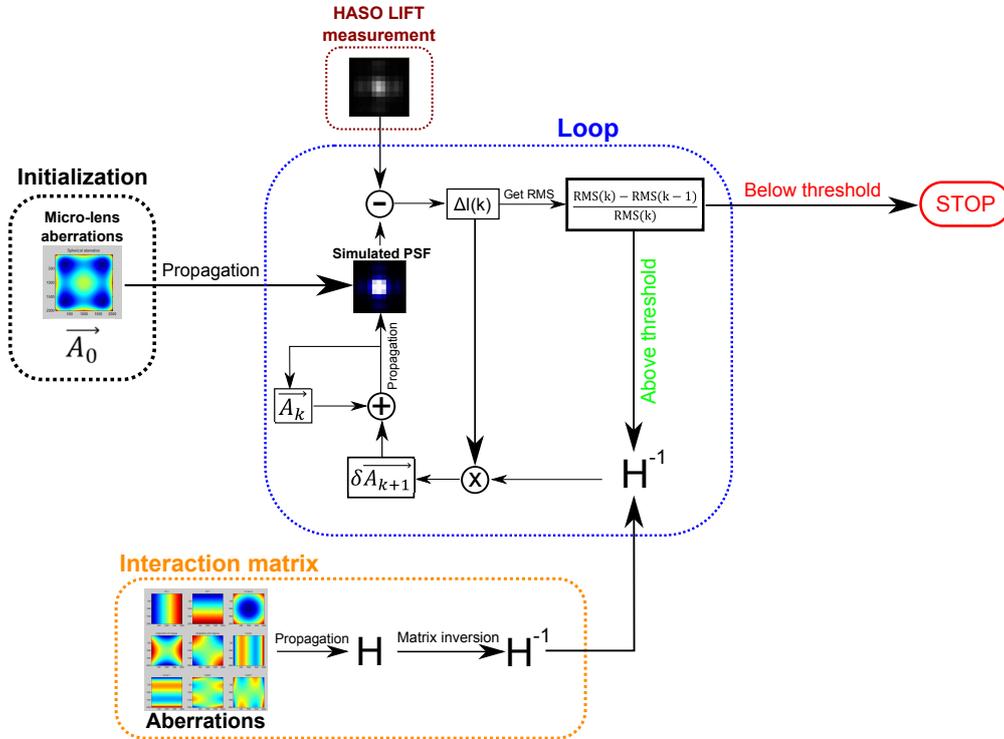


FIGURE 6.3 – Bloc-diagramme de l'algorithme LIFT. La phase initiale est prise égale à l'aberration sphérique introduite par la micro-lentille considérée. La matrice H^{-1} est calculée avant de lancer les calculs itératifs (bloc orange). À chaque itération, la mesure barycentrique est comparée avec la PSF reconstruite, simulée à partir du vecteur \vec{A} .

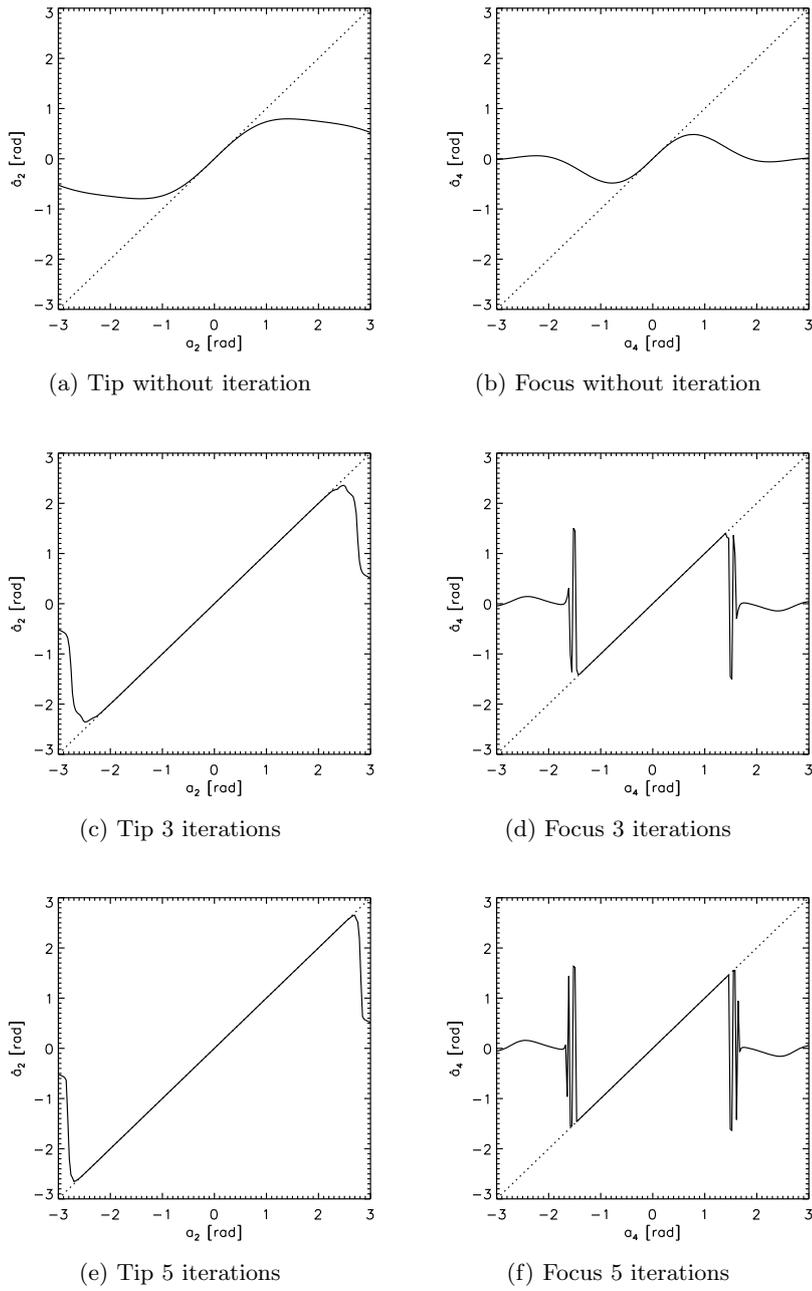


Fig. 1: Linearity domains with various numbers of iterations for tip and focus.

Par conséquent, l'avantage du LIFT est de pouvoir reconstruire le front d'onde au niveau de *chaque* micro-lentille, en exploitant le profil spatial des taches. On augmente ainsi la fréquence d'échantillonnage de la surface d'onde, qui n'est plus limitée par le pas des micro-lentilles. La Fig. 6.4 illustre le gain de résolution spatiale correspondant.

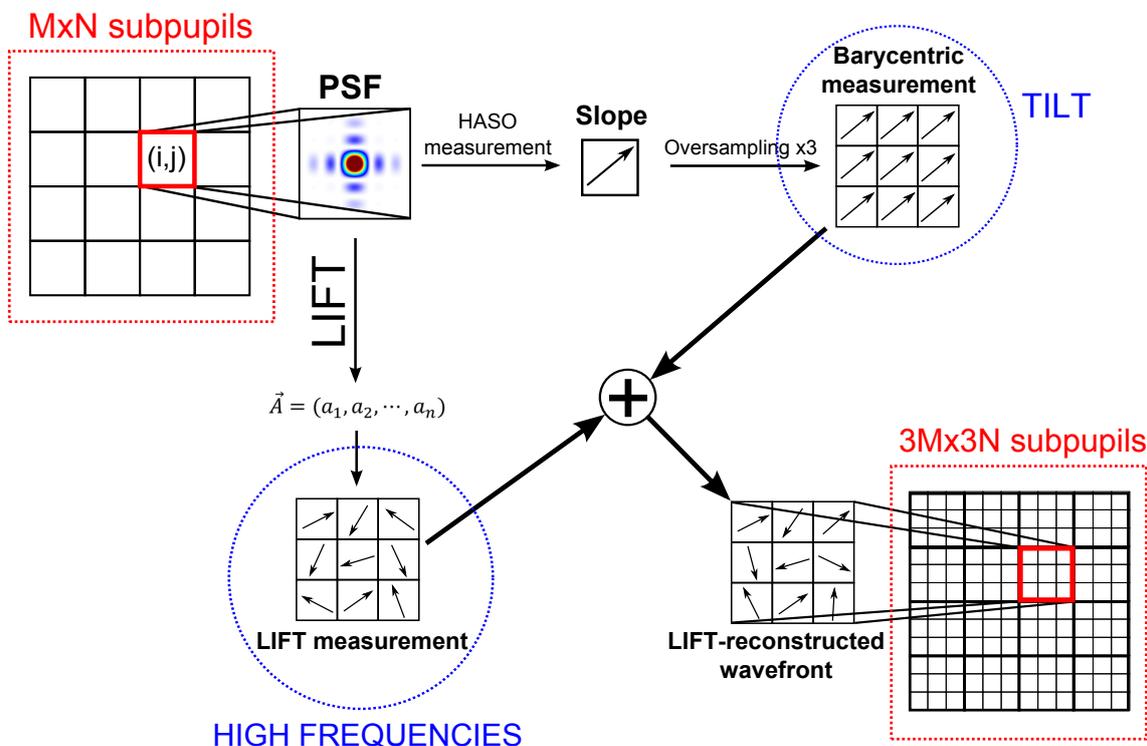


FIGURE 6.4 – Illustration du principe de fonctionnement du LIFT. Nous exploitons les aberrations optiques allant jusqu'à l'ordre 3, ce qui nous donne une amélioration de la résolution d'un facteur 3.

6.6 Choix de la porteuse

Nous avons vu que pour reconstruire le front d'onde à l'échelle d'une micro-lentille, il fallait appliquer une porteuse de valeur connue. De plus, afin de lever l'ambiguïté sur les modes pairs, il est nécessaire que la porteuse soit également d'ordre pair. Pour les aberrations jusqu'au 3^e ordre, nous avons donc le choix entre l'astigmatisme et la courbure. Techniquement, c'est la courbure qui est la plus simple à utiliser, puisqu'il suffit de translater la matrice de micro-lentilles d'une distance connue, telle que $d_{\text{µ-lentille/CCD}} \neq f_{\text{µ-lentille}}$. En pratique, on prend $d_{\text{µ-lentille/CCD}} \sim 1.5 \times f_{\text{µ-lentille}}$. On obtient donc des taches plus grosses, comme présenté en Fig. 6.5.

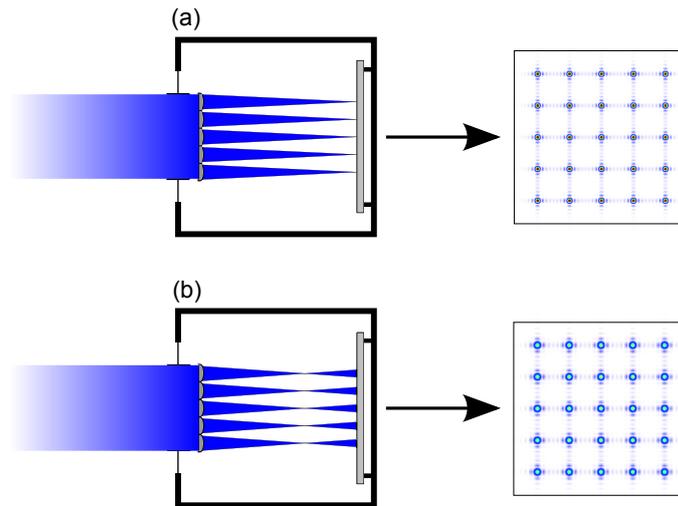


FIGURE 6.5 – Illustration de l'ajout de la porteuse au front d'onde.

(a) : Shack-Hartmann usuel, avec des taches bien focalisées.

(b) : Prototype LIFT, avec défocalisation des taches pour ajouter une courbure artificielle et constante.

6.7 Temps de calcul

La technique LIFT est appliquée *a posteriori*, *i.e.* l'affichage final du front d'onde se fait après détection et traitement, contrairement au cas « classique » où l'affichage est quasi immédiat. De plus, les calculs LIFT sont effectués pour chaque sous-pupille. Notre prototype compte environ 100 sous-pupilles et environ 5 itérations sont effectuées pour chacune d'entre elles, ce qui représente 500 propagations de faisceau et autant d'inversions de matrice. D'après la Fig. 6.6, il faut environ 20 secondes par itération, soit 200 ms par sous-pupille.

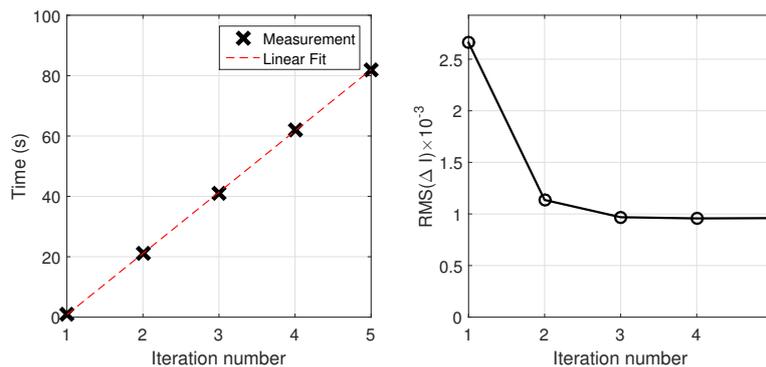


FIGURE 6.6 – Panneau de gauche : calcul du temps écoulé après chaque itération. La courbe d'ajustement a pour équation $y = 20.3x - 19.5$.

Panneau de droite : RMS de la quantité ΔI calculée à chaque itération. L'arrêt de l'algorithme est marqué par une variation relative suffisamment faible de cette quantité.

L'inconvénient majeur réside donc dans la boucle sur l'ensemble des sous-pupilles, qui ralentit considérablement le temps de calcul. Une parallélisation est envisagée pour l'avenir, en utilisant un processeur multi-cœur et en effectuant plusieurs Transformées de Fourier en même temps.

6.8 Schéma expérimental en boucle d'optique adaptative

Pour valider la technique LIFT, le prototype correspondant, appelé « HASO LIFT » dans la suite, a été implémenté sur un banc optique. Ce dernier est également composé d'une source laser, d'un HASO 32¹, et d'un appareil générateur d'aberrations – ici, un miroir déformable. Celles-ci, qui peuvent être contrôlées, permettent d'étudier les limites du capteur.

La technique LIFT a tout d'abord été étudiée dans la configuration expérimentale présentée en Fig. 6.7. Le miroir déformable travaille en boucle fermée avec le HASO 32, ce qui facilite son pilotage. La conjugaison est effectuée entre les micro-lentilles et le miroir déformable, afin que le même nombre de micro-lentilles soit éclairé quelles que soient les aberrations appliquées.

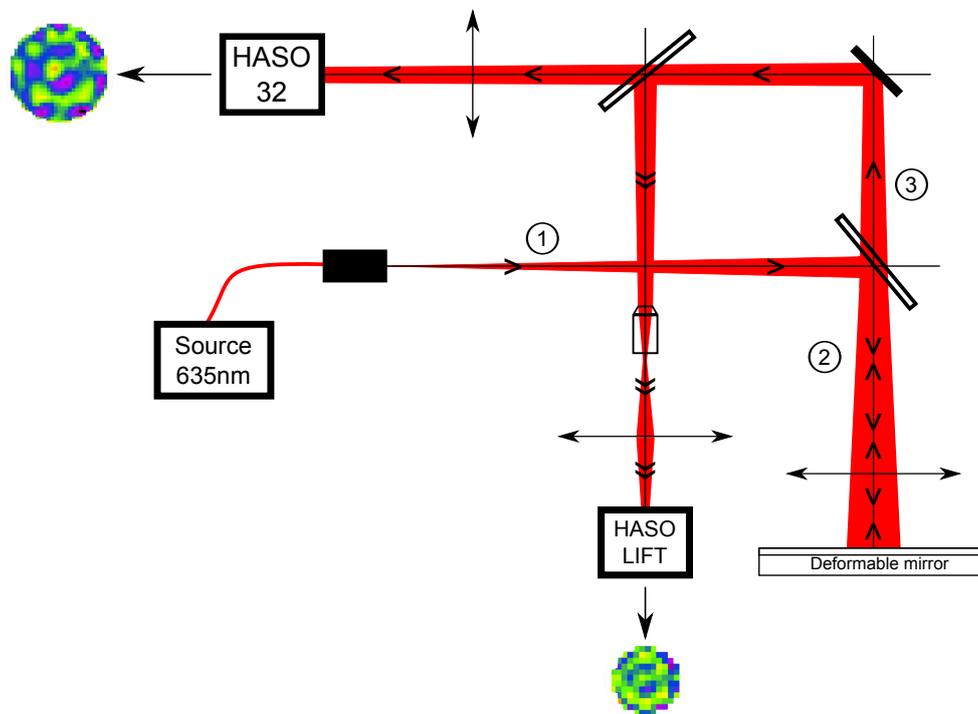


FIGURE 6.7 – Schéma expérimental utilisant le prototype LIFT. Le faisceau source est d'abord envoyé sur le miroir déformable. Celui-ci est piloté par une boucle d'optique adaptative et renvoie le front d'onde corrigé simultanément sur le HASO 32 (Shack-Hartmann « classique ») et sur le prototype HASO LIFT.

Ainsi, la configuration expérimentale est telle que les deux capteurs « voient » le même front d'onde généré par le miroir déformable. On peut alors comparer les reconstructions LIFT avec la mesure « classique » du HASO 32. Le HASO LIFT est constitué d'environ 10×10 sous-pupilles, soit environ trois fois moins que le HASO 32. Étant donné que la reconstruction LIFT permet de gagner un facteur 3 en résolution (cf. Fig. 6.4), nous attendons donc une résolution finale similaire au HASO 32.

1. Analyseur Shack-Hartmann « classique », composé de 32×32 micro-lentilles.

La mesure s'effectue de la façon suivante :

1. Le front d'onde aberrant est généré par le miroir déformable, qui travaille en boucle fermée avec le HASO 32.
2. On enregistre les pentes mesurées par chacun des deux capteurs.
3. On calcule les aberrations à l'échelle de chaque micro-lentille du HASO LIFT.
4. On les traduit en pentes locales et on les ajoute à la mesure barycentrique expérimentale.

Le but du HASO LIFT étant de reconstruire les hautes fréquences invisibles avec la seule mesure barycentrique, nous travaillons sur le « résidu » du front d'onde mesuré, *i.e.* filtré des premiers ordres de Zernike, qui eux, sont généralement visibles avec la mesure barycentrique. Un exemple de reconstruction avec des basses fréquences est présenté en Fig. 6.8.

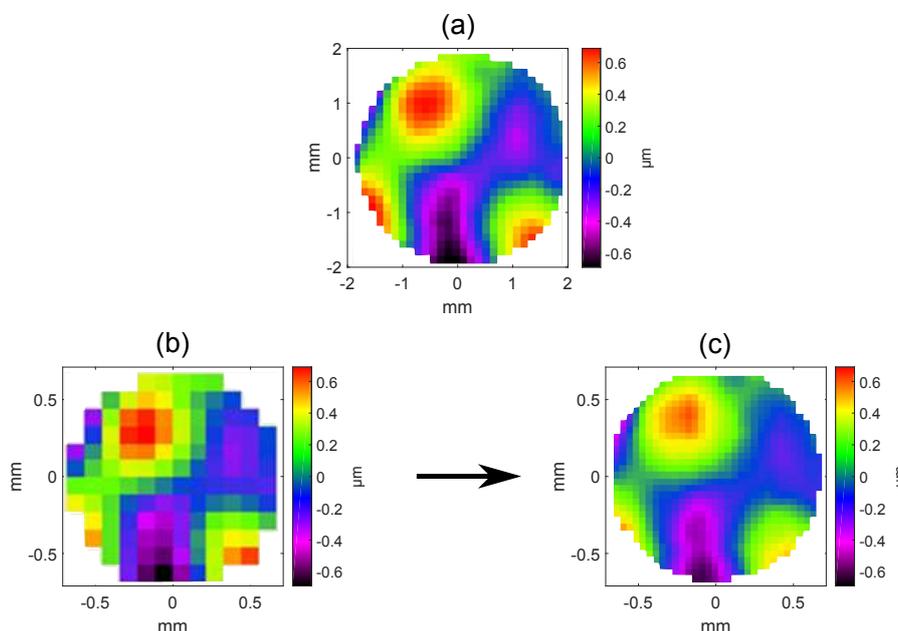


FIGURE 6.8 – Front d'onde aberrant détecté par le HASO 32 (a), le HASO LIFT (b), et après reconstruction LIFT (c). Les actionneurs du miroir déformable sont à zéro.

6.9 Reconstruction LIFT à 635 nm

Nous allons aborder dans cette partie les résultats expérimentaux obtenus avec une diode laser de longueur d'onde $\lambda = 635$ nm, qui est la diode utilisée « par défaut » dans le montage expérimental. La Fig. 6.9 présente ces résultats.

Plusieurs choses ressortent de cette figure. Tout d'abord, nous pouvons constater que la mesure barycentrique (cf. Fig. 6.9 (b)) ne suffit pas, à elle seule, à récupérer le contenu fréquentiel tel que celui des Fig. 6.9 (a) ou 6.9 (c). On voit ainsi l'intérêt du LIFT qui est de retrouver les hautes fréquences perdues et d'améliorer la résolution du front d'onde. D'autre part, on note la fidélité de la reconstruction LIFT (c) par rapport au front d'onde mesuré avec le HASO 32 (a). En effet, on détecte un front d'onde résiduel de 480 nm PV et 86 nm RMS pour le HASO 32, et de 386 nm PV et 80 nm RMS pour la reconstruction LIFT.

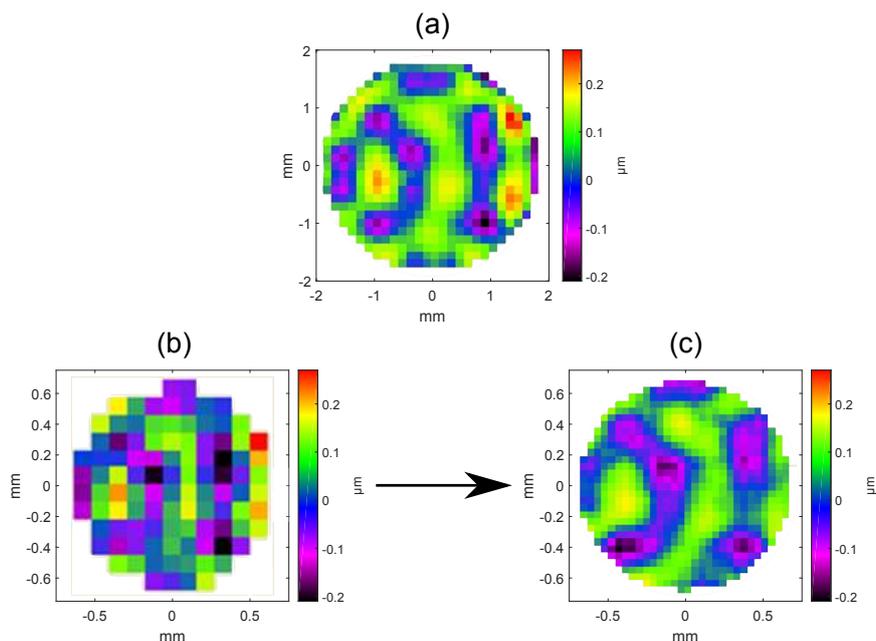


FIGURE 6.9 – Résidu d’un front d’onde aberrant, de courbure positive $12 \mu\text{m}$ PV (polynôme de Zernike $Z_3 = +6$), détecté par le HASO 32 (a), par le HASO LIFT (b), et après reconstruction LIFT (c). La longueur d’onde de travail est de 635 nm . Les aberrations sont filtrées ici pour afficher le front d’onde résiduel contenant les hautes fréquences.

6.10 Effet de la longueur d’onde sur la mesure

Nous avons vu que l’algorithme utilisait la propagation de Fresnel pour le calcul des taches focales à partir de la phase aberrante. Ces calculs prennent donc en compte la longueur d’onde de la source. Le prototype LIFT étant conçu, comme le HASO 32, pour travailler dans le visible, il est possible de changer de source et d’indiquer la nouvelle longueur d’onde dans l’algorithme, afin de prendre en compte le changement de taille des taches.

Nous avons réalisé des mesures avec deux autres sources cohérentes, de longueur d’onde respectives : 532 nm et 780 nm , afin de vérifier que le prototype et l’algorithme « suivent » les variations de longueur d’onde. Les résultats sont présentés en Fig. 6.10 et 6.11.

Reconstruction à 532 nm

Les caractéristiques des fronts d’onde sont les suivantes :

- (a) : 193 nm PV, 31 nm RMS
- (b) : 187 nm PV, 38 nm RMS
- (c) : 219 nm PV, 34 nm RMS

Reconstruction à 780 nm

Les caractéristiques des fronts d’onde sont les suivantes :

- (a) : 476 nm PV, 73 nm RMS
- (b) : 307 nm PV, 68 nm RMS
- (c) : 383 nm PV, 69 nm RMS

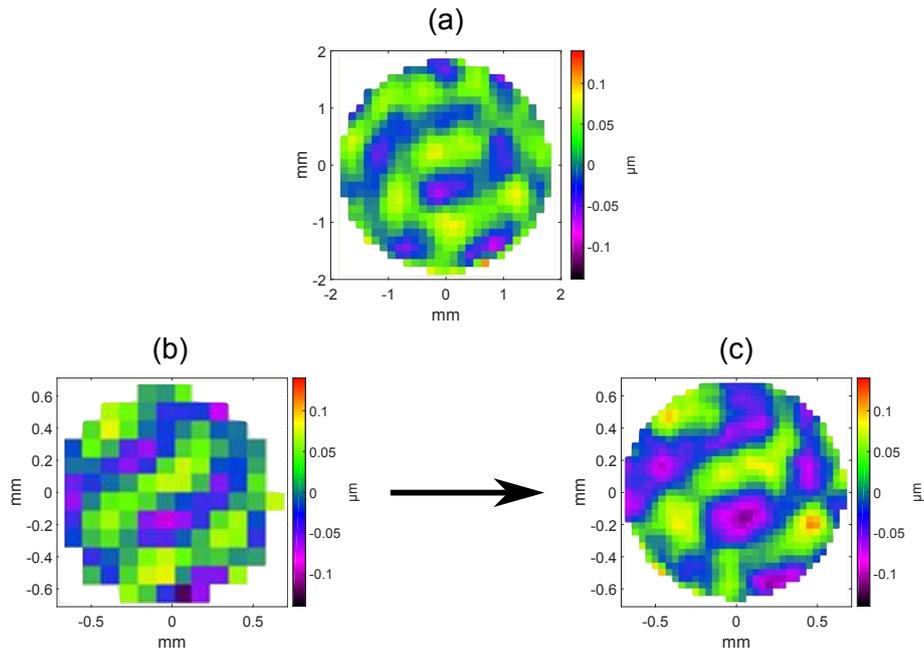


FIGURE 6.10 – Résidu d'un front d'onde aberrant ($\lambda = 532$ nm), de courbure négative $1 \mu\text{m}$ PV (polynôme de Zernike $Z_3 = -3$), détecté par le HASO 32 (a), par le HASO LIFT (b), et après reconstruction LIFT (c).

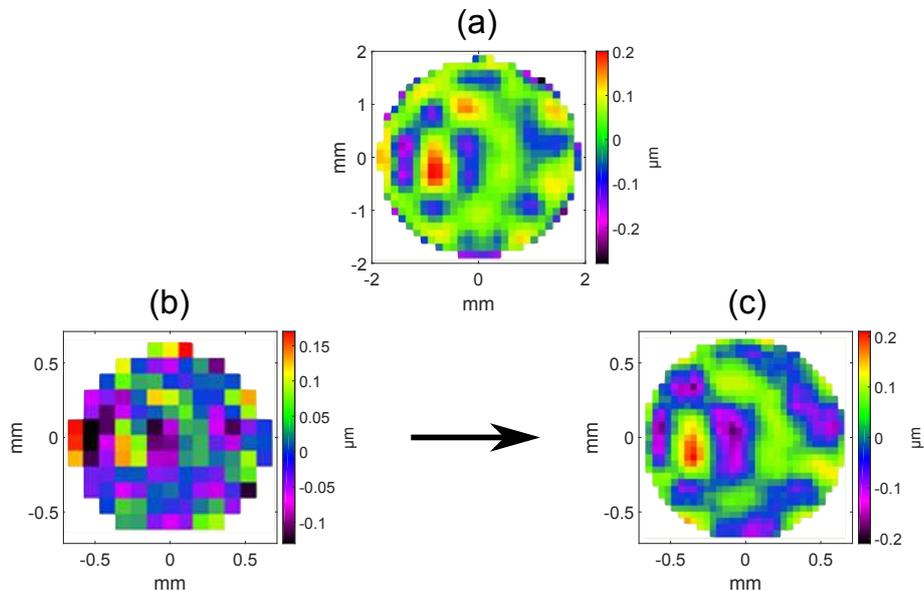


FIGURE 6.11 – Résidu d'un front d'onde aberrant ($\lambda = 780$ nm), de courbure positive $8 \mu\text{m}$ PV (polynôme de Zernike $Z_3 = +4$), détecté par le HASO 32 (a), par le HASO LIFT (b), et après reconstruction LIFT (c).

Conclusions sur les mesures multi- λ

Ces résultats montrent que l'algorithme LIFT prend bien en compte le changement de longueur d'onde, qui se traduit expérimentalement par un changement de taille des taches. En particulier, les valeurs PV et RMS sont relativement similaires entre les Fig. (a) et les Fig. (c).

6.11 Étude fréquentielle avec un modulateur spatial de lumière

Nous avons étudié, dans la partie précédente, les performances du LIFT en présence d'un miroir déformable, qui peut générer des aberrations de Zernike : *tip/tilt*, aberration sphérique, coma, astigmatisme... Nous nous intéressons dans cette partie à son étude fréquentielle, *i.e.* la détermination de la fréquence de coupure du HASO LIFT. Un front d'onde sinusoïdal de fréquence variable peut être généré à cet effet, mais cela nécessite un modulateur de phase de plus grande dynamique que le miroir déformable précédemment utilisé, qui ne comporte « que » 52 actionneurs. En partenariat avec la société Hamamatsu, nous avons utilisé un modulateur spatial de lumière (SLM : *Spatial Light Modulator*) pour cette étude, qui vient donc remplacer le miroir déformable.

6.11.1 Principe du SLM

Un SLM est un outil dont la fonction est de modifier les paramètres d'un faisceau lumineux : amplitude, phase, état de polarisation... Il est généralement constitué d'une structure cristalline, dont l'orientation est contrôlée électroniquement. Avec celui que nous utilisons (cf. Fig. 6.12), seule la phase peut être modifiée : la couche de cristaux, qui est nématique², peut tourner sous l'effet d'une tension, provoquant un déphasage local du faisceau incident. La matrice est constituée de 1024×1272 cristaux, de pas $p_{\text{SLM}} = 12.5 \mu\text{m}$ (données constructeur). Ces cristaux seront considérés numériquement comme des pixels. Le masque de phase, codé en niveau de gris sous la forme d'une image, est envoyé au SLM *via* un ordinateur. Un tel système est donc équivalent à un miroir déformable comportant $1272 \times 1024 = 1.3 \cdot 10^6$ actionneurs, ce qui en fait un candidat idéal pour générer des aberrations de haute fréquence. Nous allons exploiter la haute dynamique du SLM pour générer des fronts d'onde sinusoïdaux, chose plus délicate avec le miroir déformable MIRA0.

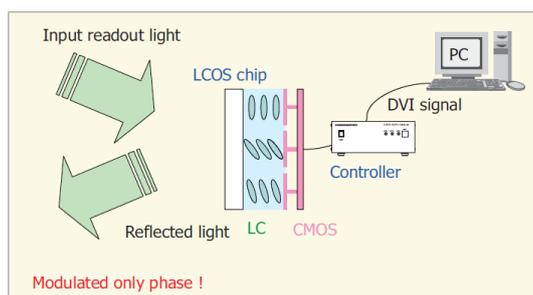


FIGURE 6.12 – Principe de fonctionnement d'un SLM de la gamme LCOS (Hamamatsu).

6.11.2 Génération d'un front d'onde sinusoïdal

Nous allons travailler avec des fronts d'onde sinusoïdaux, *i.e.* de la forme : $S(x, y) = A \sin(2\pi\nu_x x) + B \sin(2\pi\nu_y y)$, avec $A = 0$ ou $B = 0$ (sinusoïde verti-

2. État de la matière intermédiaire entre les phases liquide et cristalline.

cale ou horizontale). Le front d'onde est généré en envoyant au SLM une image en niveaux de gris (de type bitmap). Il se comporte alors comme un écran qui affiche une image fixe. La Fig. 6.13 présente un exemple de masque de phase sinusoïdal (horizontal) envoyé au SLM. Sur cette figure, un *tilt* vertical est ajouté pour aligner correctement le faisceau réfléchi, et se traduit par une périodisation du masque dans la direction perpendiculaire à la sinusoïde.

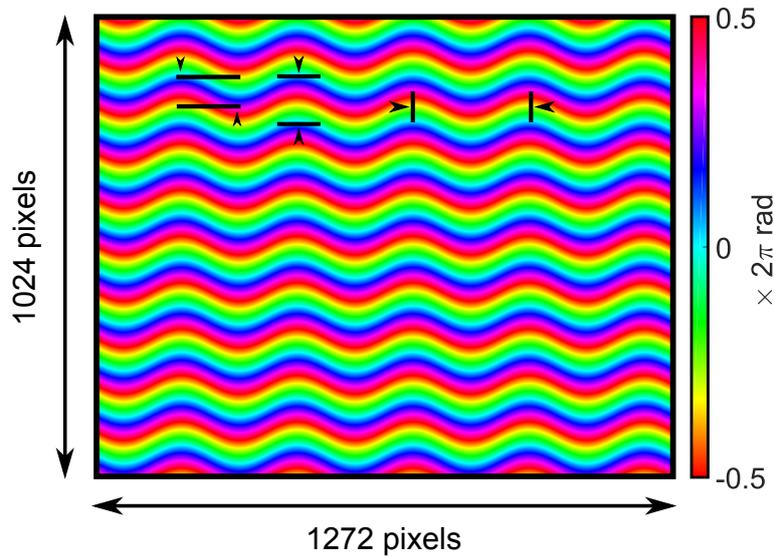


FIGURE 6.13 – Masque de phase généré par le SLM. Les curseurs, de gauche à droite, représentent respectivement : l'amplitude de la sinusoïde, la période du tilt vertical, et la période de la sinusoïde.

La Fig. 6.14 illustre le profil du front d'onde au niveau des micro-lentilles. L'amplitude du front d'onde sinusoïdal, notée A , est donnée dans le logiciel dédié en unités de λ , et les autres paramètres de ce front d'onde (valeurs PV et RMS) sont consignés dans le Tableau 6.1. On doit également préciser le nombre total de périodes sur le SLM, noté N_T .

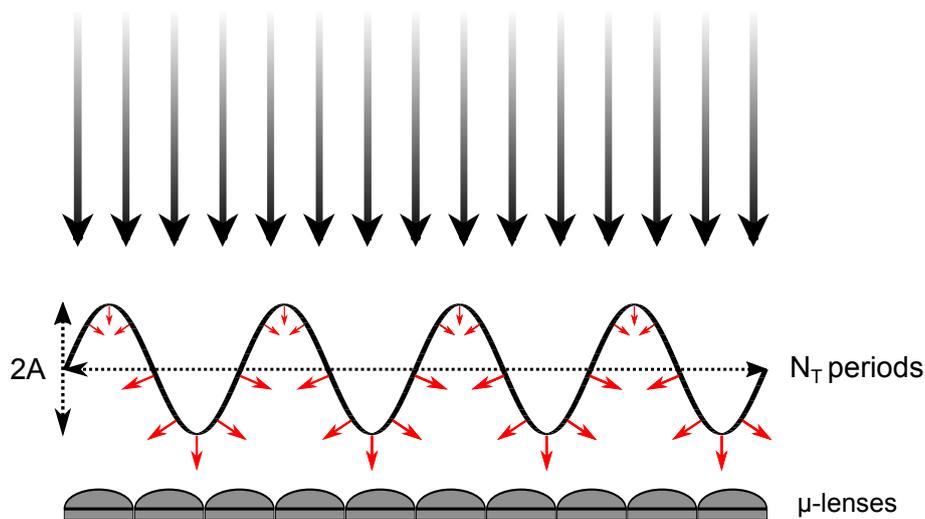


FIGURE 6.14 – Illustration du profil d'un front d'onde sinusoïdal au niveau des micro-lentilles. Les flèches rouges représentent les pentes locales.

A (unités de λ)	PV (nm)	RMS (nm)
0.05	63.5	22.5
0.1	127	44.9
0.15	190.5	67.4
0.2	254	89.8
0.25	317.5	112.3
0.3	381	134.7
0.4	508	179.6
0.5	635	224.5

TABLE 6.1 – Tableau de correspondance des fronts d’onde générés par le SLM, en fonction de l’amplitude dans le masque de phase.

Nous travaillerons typiquement à $A = 0.1\lambda$. Théoriquement, les valeurs PV et RMS d’un front d’onde sinusoïdal ne dépendent que de son amplitude, et pas de sa période. Or, un analyseur Shack-Hartmann a une capacité d’échantillonnage limitée. Si la fréquence des oscillations de phase est trop importante, il va les « noyer » lors de la détection et le RMS calculé ne correspondra plus à la valeur théorique : il aura tendance à diminuer. Ce comportement est similaire à celui d’un filtre passe-bas. Nous allons étudier ci-après la réponse fréquentielle du HASO 32 et du HASO LIFT, en fonction de N_T .

6.11.3 Schéma expérimental

Le schéma expérimental correspondant est présenté en Fig. 6.15. Le SLM étant constitué d’une structure cristalline dont la réflectivité dépend de la polarisation de la lumière incidente, il est nécessaire de piloter la polarisation de la source – qui est linéaire mais d’angle inconnu. Une lame demi-onde est alors ajoutée devant le SLM, afin de faire tourner la polarisation et de maximiser le signal réfléchi.

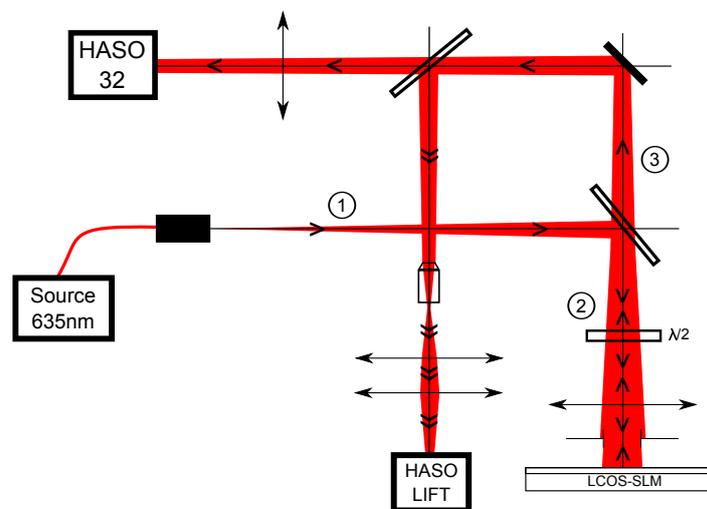


FIGURE 6.15 – Schéma expérimental avec le SLM en lieu et place du miroir déformable. Une lame demi-onde est ajoutée devant le SLM car il est sensible à la polarisation de la lumière incidente. Le reste du montage est semblable à celui de la Fig. 6.7.

6.11.4 Réponse fréquentielle des analyseurs Shack-Hartmann

Les deux capteurs enregistrent le même front d'onde sinusoïdal, issu du SLM. Un exemple de reconstruction est présenté en Fig. 6.16. Afin de les calibrer, nous mesurons le nombre de micro-lentilles éclairées par une période de sinusoïde, en fonction de N_T . Les courbes correspondantes (exprimées en nombre de périodes par micro-lentilles, pour revenir à une grandeur fréquentielle) sont tracées en Fig. 6.17. On peut ainsi ramener l'ensemble à des grandeurs intrinsèques aux capteurs.

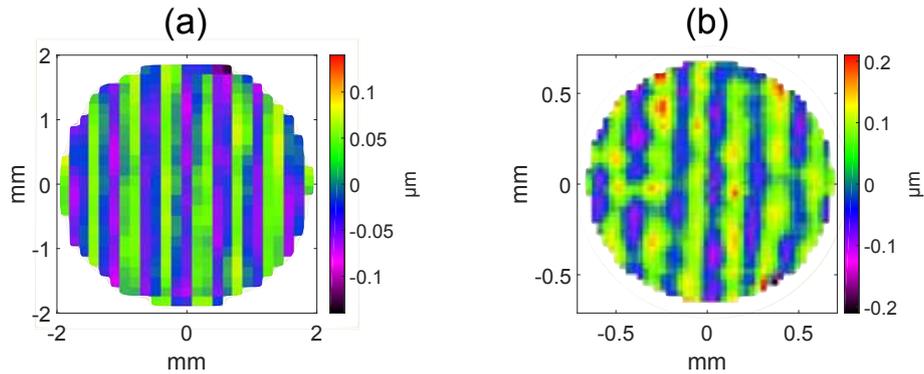


FIGURE 6.16 – Front d'onde sinusoïdal, d'amplitude $A = 0.15$, présentant $N_T = 9$ périodes :
 (a) - détecté par le HASO 32
 (b) - reconstruit avec le HASO LIFT.

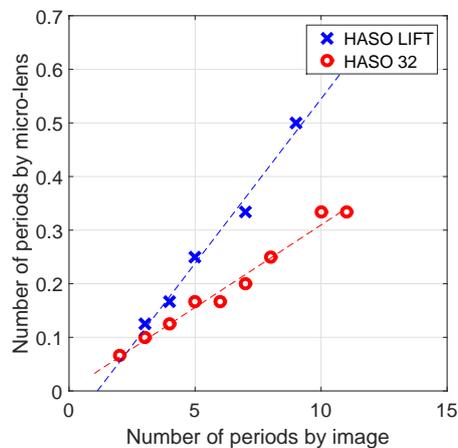


FIGURE 6.17 – Nombre de périodes par micro-lentilles détectées par les HASO 32 et LIFT, en fonction du nombre de périodes N_T générées par le SLM.

La limite fixée par Shannon est de 0.5 période par micro-lentille. Dans notre configuration expérimentale, cette valeur est atteinte en $N_T = 16$ pour le HASO 32 (interpolation de la courbe rouge), et en $N_T = 9$ pour le HASO LIFT (avec la mesure barycentrique). Sans reconstruction, ce dernier est *a priori* 1.8 fois moins résolu que le HASO 32.

Pour plusieurs valeurs de N_T , avec $A = 0.1$ fixée, nous avons enregistré le front d'onde et filtré les aberrations de Zernike sur les deux capteurs : le HASO LIFT, pour lequel la reconstruction est effectuée, et le HASO 32. Le calcul du RMS donne une information capitale sur la réponse du capteur : plus il est bas par rapport à la valeur

« théorique », moins le capteur est « apte » à détecter les hautes fréquences. La valeur RMS de référence est notée $\text{RMS}_0 = 45 \text{ nm}$, conformément au Tableau 6.1. Pour différentes valeurs de N_T , nous avons tracé la grandeur $H(N_T) = 20 \log \left(\frac{\text{RMS}(N_T)}{\text{RMS}_0} \right)$. N_T est ramené au nombre de périodes par micro-lentilles grâce aux courbes de calibration en Fig. 6.17. Les résultats sont présentés en Fig. 6.18.

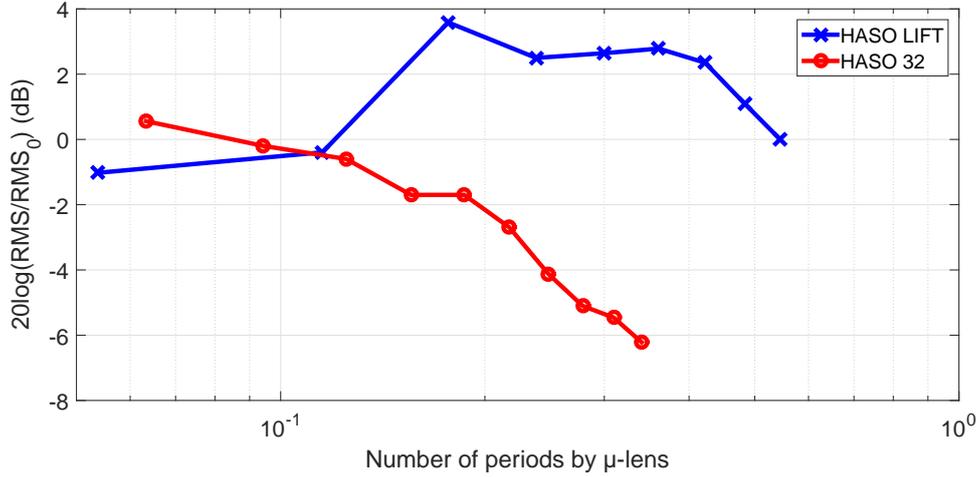


FIGURE 6.18 – Tracé du RMS (en échelle logarithmique) de fronts d’onde sinusoidaux, d’amplitude $PV = \lambda/5$ ($A = 0.1$), de fréquence variable, détectés simultanément par les HASO 32 et LIFT (après reconstruction).

Pour le HASO 32, nous notons deux régimes de décroissance, séparés par un plateau situé à environ 0.2 période/μ-lentille. À gauche, la décroissance est lente, de l’ordre de -5 dB/décade ($R^2 = 0.992$), centrée autour de 0 dB (on est donc conforme à la valeur théorique). À droite, elle est de -19 dB/décade ($R^2 = 0.985$), caractéristique d’un filtre passe-bas du premier ordre. La fréquence de coupure, calculée à -3 dB partir du plateau, est de $f_{c,\text{HASO32}} = 0.3 \text{ période}/\mu\text{-lentille}$. Cela correspond à $N_T \sim 9.2 \rightarrow 9$.

Le cas du HASO LIFT est plus subtil. Sur la gauche, pour les basses fréquences, le capteur répond plutôt bien : les valeurs sont stables autour de 0 dB. Néanmoins, on constate une hausse soudaine du RMS à 4 dB, à partir de ~ 0.15 période/μ-lentille. Cela peut s’expliquer par le traitement des hautes fréquences par le LIFT, qui fait « pousser » le RMS en surestimant la valeur de l’amplitude sinusoidale. En revanche, cette surestimation ne dépend pas de la fréquence : on retrouve l’apparition d’un plateau à 2.5 dB, de 0.2 à 0.4 période/μ-lentille. La coupure a ensuite lieu à 0.4 période/μ-lentille, avec une pente de -21 dB/décade ($R^2 = 1$). Là encore, on note le comportement d’un filtre passe-bas du premier ordre. La fréquence de coupure du HASO LIFT, à -3 dB , est estimée à $f_{c,\text{HASO LIFT}} = 0.6 \text{ période}/\mu\text{-lentille}$, soit $N_T \sim 10.9 \rightarrow 11$.

Nous avons vu plus haut que sans application de l’algorithme, le HASO LIFT échantillonnait le front d’onde dans la limite de Shannon pour $N_T = 9$, contre $N_T = 16$ pour le HASO 32. À ce stade, il y a donc un facteur $\frac{r_{\text{LIFT}}}{r_{32}} = \frac{1/9}{1/16} = 1.8$, en termes de résolution, pour visualiser le même front d’onde. Après application de l’algorithme, on a un facteur $\frac{r_{\text{LIFT}}}{r_{32}} = \frac{1/11}{1/9} = 0.8$. On peut donc estimer le gain de résolution introduit par l’algorithme LIFT dans cette expérience à $\frac{1.8}{0.8} = \mathbf{2.3}$.

Nous sommes donc 25% au-dessous de la limite théorique, qui est de 3 (ordre des aberrations de Legendre mesurées). Cela peut s'expliquer par la difficulté à « sonder » les hautes fréquences, qui ont une faible contribution dans la base de Legendre que nous avons choisie (le front d'onde est alors quasi « résiduel »). Il faudrait augmenter l'ordre maximal des aberrations mesurées, afin de pouvoir « suivre » les hautes fréquences.

6.12 Conclusions sur les mesures LIFT

Nous avons étudié dans ce chapitre la technique LIFT : principe théorique, implémentation algorithmique, et étude expérimentale. Un prototype spécialement conçu a été mis en place expérimentalement, parallèlement à une boucle fermée d'optique adaptative (fonctionnant avec un HASO 32 « classique »). De cette manière, on peut comparer les reconstructions LIFT avec la mesure d'un autre capteur, plus résolu. Le prototype LIFT possède environ trois fois moins de micro-lentilles que le HASO 32, et l'application de l'algorithme LIFT augmente la résolution d'un facteur ~ 3 , qui est de l'ordre des aberrations mesurées (3^e ordre de Legendre). On attend donc, *in fine*, une résolution similaire pour les deux capteurs. Des tests à trois longueurs d'onde différentes, $\lambda \in \{532\text{nm}, 635\text{nm}, 780\text{nm}\}$, ont été effectués en boucle fermée. Les reconstructions LIFT sont très similaires aux mesures du HASO 32, et présentent un contenu fréquentiel invisible avec la seule mesure barycentrique, ce qui témoigne du bon fonctionnement de la technique à ces différentes longueurs d'onde.

Une étude fréquentielle a ensuite été réalisée, à l'aide d'un SLM, qui dispose d'une grande matrice de pixels et permet donc un pilotage précis de la phase. Nous avons pu, à ce titre, générer des fronts d'onde sinusoidaux et tracer les réponses fréquentielles du HASO 32 et du HASO LIFT (après application de l'algorithme). Nous avons ainsi établi que le gain de résolution introduit par l'algorithme LIFT était de 2.3, soit un peu plus faible que la valeur théorique, qui est de 3. Sonder des modes plus grands et optimiser la configuration expérimentale sont des pistes d'amélioration de ce facteur. Ces résultats valident tout de même l'application de la technique LIFT à un analyseur Shack-Hartmann comportant une centaine de sous-pupilles, technique autrefois restreinte à une seule d'entre elles [95].

Conclusion et perspectives

Le Nanoscope : un prototype compact et complet

Dans ce mémoire, nous avons présenté la conception d'un prototype compact d'imagerie par diffraction cohérente, fonctionnant dans le domaine UV, puis sa validation expérimentale. Les principes théoriques liés à la diffraction, ainsi qu'une approche numérique plus « pratique », ont été présentés dans le **chapitre 1**, tandis que le **chapitre 2** a permis de mettre en exergue les différentes contraintes expérimentales liées à un tel système :

Cohérence de la source La source doit être suffisamment cohérente : une largeur à mi-hauteur de moins de 10 nm est souhaitable ; nous en avons 0.5 nm. Par ailleurs, le faisceau est quasi-gaussien, ce qui le rend exempt de toute aberration susceptible de perturber le signal diffracté. Enfin, le collimateur ajustable est limité par la diffraction.

Flux La diode choisie, de puissance optique 10 mW et de longueur d'onde $\lambda = 400$ nm, délivre environ $2 \cdot 10^{16}$ photons/s. Dans l'exemple des échantillons 2D étudiés dans le **chapitre 3**, cela représente un flux surfacique de 10^{20} photons/(cm² · s), avec $\phi_{\text{faisceau}} \sim 150 \mu\text{m}$ à $1/e^2$. Maintenir un flux surfacique aussi élevé est rendu possible grâce au collimateur ajustable, qui focalise le faisceau sur une zone suffisamment petite et avec une grande dynamique (de 50 à 700 μm à $1/e^2$). Dans l'avenir, nous utiliserons une diode plus puissante – de l'ordre de 300 mW – afin, notamment, d'améliorer le contraste des reconstructions 3D.

Alignement Les échantillons observés étant petits (inférieurs au millimètre), la mécanique de translation doit être précise. Pour des échantillons 2D (**chapitre 3**), des translations manuelles sont utilisées. Pour les échantillons 3D (**chapitres 4 et 5**), des piézomoteurs sont mis en place dans les deux axes perpendiculaires au faisceau.

Une fois l'ensemble appréhendé théoriquement et expérimentalement, nous avons présenté les premiers résultats expérimentaux dans le **chapitre 3**. Ce dernier est dédié à l'étude d'échantillons 2D (au sens de l'approximation de projection), gravés sur une membrane métallique recouverte d'or. Plusieurs techniques de reconstruction ont été étudiées :

Holographie par Transformée de Fourier

Cette méthode requiert une métrologie contrôlée (taille et position des références) pour ne pas altérer le rapport signal sur bruit ni la résolution. En contrepartie, elle est très simple à utiliser algorithmiquement³. Une résolution de $800 \text{ nm} = 2\lambda$ a été obtenue. Le rapport signal sur bruit est poussé à 80 après accumulation HDR et superposition cohérente.

HERALDO

La méthode FTH est reprise avec une référence non pas circulaire, mais rectangulaire. L'étape de dérivation est à ajouter au processus d'inversion, mais cette configuration expérimentale est meilleure que la FTH : accumuler le signal en limite de saturation suffit à obtenir un rapport signal sur bruit similaire. Cela est essentiellement dû à la taille plus grande de la référence. Là encore, la résolution atteinte est de l'ordre de 2λ .

Reconstruction itérative

L'algorithme *difference map* [16], développé par P. Thibault, a été utilisé. Cette méthode n'est pas limitée par les références holographiques, mais impose de respecter les conditions de sur-échantillonnage [4, 7]. Le flux de photons, suffisant ici, permet d'obtenir un bon contraste des figures de diffraction. *In fine*, cette technique, bien que moins rapide et non-déterministe (car itérative), est plus puissante que les méthodes holographiques : nous avons atteint une résolution meilleure que λ (310 nm) avec l'un de nos échantillons, et une résolution moyenne de $400 \text{ nm} = \lambda$. Le calcul de la PRTF [9, 46, 87] est une méthode robuste pour établir la résolution de notre système dans cette configuration. Enfin, la superposition cohérente d'une vingtaine de reconstructions aboutit à un excellent rapport signal sur bruit (de l'ordre de 100).

Ces premiers résultats ont validé le principe de l'imagerie sans lentille sur notre prototype, et ouvert la voie à l'exploration d'échantillons plus « sophistiqués ».

Application de l'holographie par Transformée de Fourier à l'imagerie 3D

Nous nous sommes inspirés de Roy *et al.* [79] pour établir une configuration expérimentale originale, en géométrie de transmission. Présentée dans le **chapitre 4**, elle permet d'effectuer une reconstruction holographique avec un objet *a priori* quelconque. Pour cela, une pupille holographique, indépendante de l'échantillon, est placée à proximité. Elle est entourée de références circulaires, et cet ensemble respecte l'approximation de projection. Elle sert donc de support 2D à la reconstruction du champ diffracté. Il suffit ensuite de rétropropager ce champ *vers* l'échantillon pour en observer la structure. La technique FTH étant rapide à utiliser, nous avons développé une interface graphique qui permet d'observer le champ *dans le plan de l'objet* et *pendant l'acquisition*. Il faut pour cela récupérer le signal à chaque rafraîchissement de la caméra, d'appliquer une Transformée de Fourier inverse, et de propager

3. En particulier, nous l'avons réutilisée avec la configuration pupillaire dans le **chapitre 4**.

le champ à la distance désirée. Cette technique a été validée avec une mire positive USAF 1951, ainsi qu'un nanoplancton transféré entre deux lamelles de microscope. La résolution obtenue est de l'ordre de $5\ \mu\text{m}$.

Holographie en ligne

Cette technique, simple à implémenter expérimentalement, a pour but d'augmenter le champ latéral limité par la pupille présentée au **chapitre 4**. L'holographie en ligne, étudiée au **chapitre 5**, est appliquée à notre prototype, mais sans l'habituel *pinhole* utilisé pour générer une onde sphérique : non seulement cela diminue considérablement le flux disponible, mais nous disposons déjà d'une source sphérique (nous travaillons à une distance de la source très grande devant sa longueur de Rayleigh, qui est de l'ordre de $10\ \mu\text{m}$). Nous avons donc travaillé en sortie de fibre, par simple illumination de notre échantillon avec le faisceau divergent.

Parallèlement, l'algorithme de reconstruction de Lатыchevskaia *et al.* [47] a été repris et adapté à notre étude. Ce dernier a pour but d'éliminer l'image jumelle intrinsèquement présente après rétropropagation de l'hologramme détecté. Cet algorithme a été implémenté dans une interface graphique qui reconstruit *en direct* l'objet observé. Nous bénéficions d'une grande dynamique pour le champ latéral : il peut s'étendre d'une centaine de microns (pour un pas d'échantillonnage d'environ $0.5\ \mu\text{m}$) à une dizaine de millimètres (pour un pas de l'ordre de $p_{\text{CCD}} = 7.4\ \mu\text{m}$). Par ailleurs, la métrologie d'un tel système est robuste : il suffit de mesurer la distance diode-caméra pour le calibrer et connaître le grandissement en tout point de l'axe de propagation⁴.

La validation expérimentale a été effectuée, encore une fois, sur la mire USAF 1951, et sur plusieurs nanoplanctons. L'élimination de l'image jumelle est bien visible sur nos reconstructions et le contraste est très bon, malgré une résolution de seulement $5\ \mu\text{m}$ (limite intrinsèque : $1.5\ \mu\text{m}$).

Par ailleurs, plusieurs échantillons ont pu être reconstruits *simultanément* dans différents plans : fils d'araignée enroulés sur une membrane, et deux mires délocalisées. Cela souligne l'avantage majeur de cette technique, qui est de disposer, avec un seul hologramme enregistré, des contributions de chaque « tranche » selon z .

Perspectives du Nanoscope

Imagerie *in vivo*

La conception verticale du Nanoscope n'est pas liée au hasard : pouvoir observer des échantillons biologiques *in vivo* représente un potentiel considérable en termes d'applications du prototype. Nous allons développer un porte-échantillon dédié, pouvant accueillir, par exemple, une boîte de Petri remplie d'eau. Une collaboration avec l'équipe de L. Bally-Cuif (CNRS) est en cours, afin de réaliser l'imagerie d'embryons de poissons-zèbre [3, 49].

4. On rappelle que l'onde est sphérique, donc que l'hologramme change de taille par propagation.

Imagerie 4D

Nous avons évoqué par deux fois (**chapitres 4 et 5**) la notion d'*interface graphique de reconstruction*, qui permet de visualiser la reconstruction en même temps que la caméra détecte le signal diffracté. C'est particulièrement utile pour chercher nos échantillons, mais également dans l'étude de *systèmes dynamiques* : mouvement brownien de microsphères [101], imagerie *in vivo*... On peut alors réaliser des films 4D, intégrant les trois dimensions de l'espace, et le temps.

Imagerie d'objets diffusants

Le cas des cellules d'oignon, étudié au **chapitre 4**, illustre bien le problème de la diffusion dans notre expérience. Exploiter la polarisation – linéaire – de la diode est une piste possible pour éliminer le signal parasite. Si la diffusion n'est pas trop importante, on peut en effet placer un polariseur après l'échantillon afin d'éliminer le champ diffusé et non-polarisé. Cependant, cette méthode ne peut fonctionner qu'avec des échantillons peu diffusants, sans quoi le nombre de photons diffractés sera trop faible.

Amélioration de la résolution

Dans le cadre de l'observation d'échantillons 3D (**chapitres 4 et 5**), la résolution s'est toujours limitée à quelques microns, soit de l'ordre de 10λ . Plusieurs pistes d'amélioration sont possibles dans chaque cas.

Configuration pupillaire

La pupille est le premier élément limitant : soit elle occulte les hautes fréquences issues du champ diffracté par l'échantillon (s'il est placé avant), soit elle réduit le nombre de photons disponibles (s'il est placé après). Les références ont également un rôle primordial dans la résolution finale. Étant donné que la résolution n'était pas limitée par celles-ci, nous pouvons envisager la conception d'un support holographique avec de plus grandes références, dans le but d'améliorer le contraste des franges d'interférences. D'autre part, la pupille pourra être agrandie jusqu'à environ 200-300 μm (au-delà, il faut un faisceau de l'ordre du millimètre de diamètre pour éclairer correctement les références).

Holographie en ligne

Nous avons passé en revue les limitations de cette technique dans le **chapitre 5**. La première est liée à l'ouverture numérique ; la seconde est liée à l'algorithme de reconstruction et fixe un pas d'échantillonnage minimal afin d'éviter le repliement de spectre (**chapitre 1**).

Dans le but d'améliorer la résolution dans cette configuration, on pourra, par exemple, y placer un objectif de microscope. Généralement limité par la diffraction, un tel instrument ne devrait pas introduire trop d'aberrations, et devrait très significativement augmenter l'ouverture numérique, donc la résolution.

Longueur d'onde de la source

La résolution d'un tel système est donnée par sa longueur d'onde et son ouverture numérique. Nous avons contribué à augmenter cette dernière, notamment par le biais de porte-échantillons permettant d'aller au plus près de la caméra (quelques millimètres). La longueur d'onde pourrait également être modifiée : la caméra CCD actuellement utilisée est sensible jusqu'à 240 nm, avec un rendement quantique de 3%, contre $\sim 8\%$ à 400 nm (cf. Annexe E). On peut donc envisager d'utiliser une diode de longueur d'onde plus courte, afin d'augmenter la résolution finale. Néanmoins, cette idée présente des inconvénients :

- une diode de plus courte longueur d'onde émet moins de photons,
- la caméra est encore moins sensible (rendement quantique Q plus faible),
- pour l'observation d'objets biologiques, des dommages peuvent être causés dans la gamme de longueur d'onde < 300 nm.

Puissance de la source

Nous avons présenté ici les résultats associés à l'utilisation d'une diode laser de puissance optique $P_{\text{opt}} = 10$ mW. Dans le futur proche, nous utiliserons une diode de même longueur d'onde centrale ($\lambda_c = 405$ nm), mais de plus grande puissance optique ($P_{\text{opt}} = 300$ mW). Nous pourrions notamment accroître la détection des hautes fréquences spatiales – donc la résolution –, et réduire le bruit de lecture de la caméra – donc le rapport signal sur bruit – en travaillant à gain plus faible.

Intégration produit

Une étude de marché est en cours afin d'étudier le potentiel commercial du Nanoscope⁵. En parallèle, une conception mécanique élaborée a été lancée en ce sens, dans le but d'aboutir à un produit « fini » (cf. Fig. 6.19).

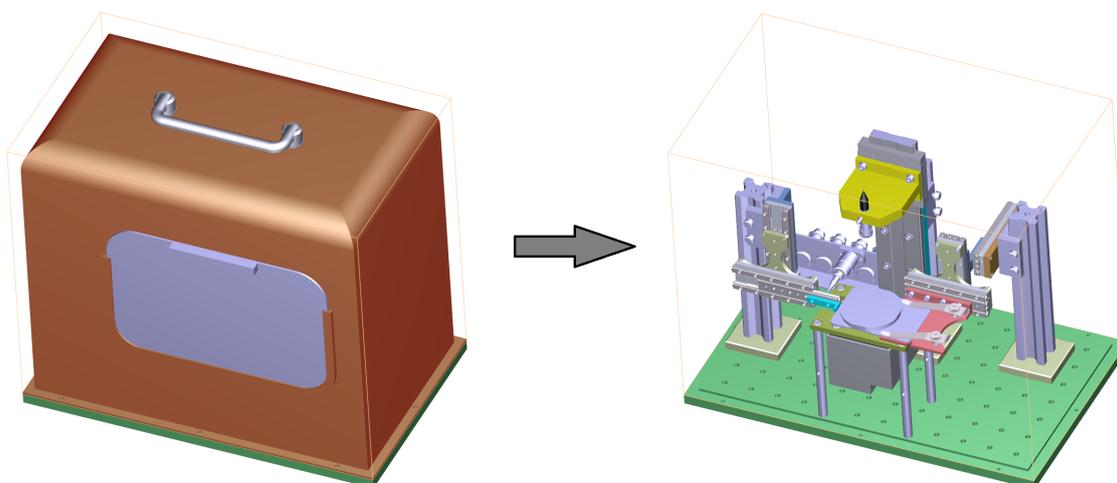


FIGURE 6.19 – Schéma 3D du Nanoscope dans sa future configuration. L'ensemble est optimisé pour garantir une grande maîtrise par l'utilisateur.

5. Le nom sera probablement changé.

Méthode du LIFT

Validation expérimentale sur un prototype Shack-Hartmann

Un prototype a été spécialement conçu pour fonctionner avec la technique LIFT (par ajout d'une courbure artificielle). Il a ensuite été validé sur une boucle d'optique adaptative. Parmi les améliorations apportées à cette expérience par la suite, on note : l'optimisation de l'algorithme, qui intègre notamment la méthode de la Transformée de Fourier ajustée en courbure (**chapitre 1**), l'élimination des hautes fréquences parasites, et la reconstruction pupillaire. Nous avons ensuite étudié, dans le **chapitre 6**, le prototype LIFT avec plusieurs sources pour vérifier sa versatilité. La similarité des fronts d'onde mesurés par le capteur LIFT et le HASO 32 est très encourageante. Nous avons ensuite utilisé un modulateur spatial de lumière (SLM) afin de déterminer la réponse fréquentielle du prototype, en comparaison avec le HASO 32. Ce dernier présente une fréquence de coupure à 0.3 période/micro-lentille, contre 0.6 pour le capteur LIFT (après application de l'algorithme). Une calibration avec la période d'oscillation de phase du SLM, permet d'établir que le gain obtenu est de 2.3 sur la résolution du capteur LIFT, par rapport à la mesure barycentrique. Ce gain oriente la technique LIFT vers des applications concrètes.

Applications du LIFT

Sources à bas flux

La technique LIFT est porteuse pour la société Imagine Optic[®]. La première application que l'on peut en trouver est son utilisation sur les sources à faible flux. En effet, à résolution constante, la technique LIFT permet de récupérer un flux plus élevé par micro-lentille (cf. Fig. 6.20).

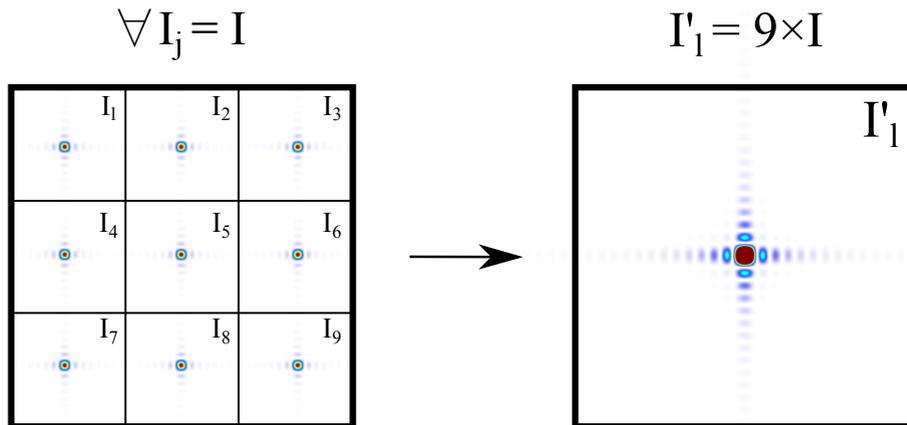


FIGURE 6.20 – Illustration du gain en intensité par sous-pupille grâce à la technique LIFT, à résolution égale (après application de l'algorithme). À gauche, un HASO « classique » échantillonne un front d'onde sur 3×3 micro-lentilles, récupérant un flux I par sous-pupille ; à droite, un HASO LIFT échantillonne ce même front d'onde sur une seule micro-lentille, avec un flux $9 \times I$ par sous-pupille.

« LIFT FAST »

Les calculs liés au LIFT sont essentiellement des Transformées de Fourier rapides (FFT). Dans notre cas, avec environ 10×10 sous-pupilles et l'ordre 3 des aberrations, le temps de calcul est de 20 s par itération pour l'ensemble des taches, soit 200 ms par sous-pupille. Si on veut calculer des modes plus grands afin de pousser la résolution finale, une parallélisation des calculs s'avère nécessaire. Des processeurs multi-cœurs pourront être utilisés pour calculer simultanément plusieurs FFT.

Par ailleurs, l'algorithme LIFT est écrit en langage Labview[®], qui, bien que permettant la bonne communication avec les analyseurs de front d'onde, n'est pas optimal pour coder. Une nouvelle version de l'algorithme est en cours d'écriture, en langage Python, beaucoup plus « intuitif ». *In fine*, le but est d'en faire un système d'analyse de front d'onde capable d'effectuer les calculs aussi rapidement que les Shack-Hartmann classiques.

Mesure de la phase sur le Nanoscope

L'utilisation d'un collimateur ajustable, même limité par la diffraction, peut introduire des aberrations. Une autre application du LIFT est la reconstruction de la phase du faisceau issu de ce collimateur, par mesure de sa PSF. On pourra ainsi tenir compte de ces aberrations lors des reconstructions (CDI, FTH, HERALDO) et éventuellement gagner en résolution spatiale.

Sources XUV

Dans le domaine XUV, l'utilisation d'optiques est prohibée car elles absorbent les rayons. À ce titre, des analyseurs de front d'onde dédiés ont vu le jour à Imagine Optic[®] : en lieu et place de la matrice de micro-lentilles, se situe une matrice de trous qui va faire diffracter le faisceau vers la CCD. On retrouve alors le principe d'imagerie par diffraction cohérente étudié dans les chapitres précédents. Le formalisme LIFT peut être envisagé dans ce cas d'étude, que l'on pourrait même coupler à des algorithmes de reconstruction CDI, afin de déterminer une carte de phase au niveau de chaque trou.

Appendices

Annexe A

Outils mathématiques

A.1 Produit de convolution

A.1.1 Définition

Étant données deux fonctions $f, g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, le produit de convolution de f et g , noté $f \otimes g$, est la fonction $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ définie par :

$$\tau \rightarrow (f \otimes g)(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot g(\tau - t) dt \quad (\text{A.1})$$

A.1.2 Propriétés

Commutativité

$$\forall f, g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, f \otimes g = g \otimes f.$$

Distributivité

$$\forall f, g, h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, f \otimes (g + h) = f \otimes g + f \otimes h.$$

Associativité

$$\forall f, g, h : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, f \otimes (g \otimes h) = (f \otimes g) \otimes h.$$

Dérivation

$$\forall f, g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, (f \otimes g)' = f' \otimes g = f \otimes g'.$$

A.2 Produit de corrélation

A.2.1 Définition

Étant données deux fonctions $f, g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$, le produit de corrélation de f et g , noté $f \otimes g$, est la fonction $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ définie par :

$$x \rightarrow (f \otimes g)(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^*(t) \cdot g(t + \tau) dt \quad (\text{A.2})$$

Avec f^* fonction conjuguée de f .

L'autocorrélation d'une fonction f est alors, par définition, la fonction $f \otimes f$.

A.2.2 Propriétés

Étant données trois fonctions $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, on a les propriétés suivantes :

1. $f \otimes g = f^*(-t) \otimes g$.
2. f est hermitienne $\Leftrightarrow f \otimes g = f \otimes g$.
3. f et g sont hermitiennes $\Leftrightarrow f \otimes g = g \otimes f$.
4. $(f \otimes g) \otimes (f \otimes g) = (f \otimes f) \otimes (g \otimes g)$.
5. $(f \otimes h) \otimes g = h \otimes (f \otimes g)$.

A.3 Transformée de Fourier

A.3.1 Définition

Étant donnée une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ intégrable dans \mathbb{R} , définie par $f : x \rightarrow f(x)$, la *Transformée de Fourier* de la fonction f est la fonction $\mathcal{F}(f) = \hat{f}$, définie par :

$$\hat{f} : \nu \rightarrow \hat{f}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-i2\pi\nu x) dx \quad (\text{A.3})$$

Plus généralement, pour une fonction $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}$ intégrable dans \mathbb{R}^n , avec $f : \vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow f(\vec{x})$, on a :

$$\hat{f} : \vec{\nu} = (\nu_1, \nu_2, \dots, \nu_n) \rightarrow \hat{f}(\vec{\nu}) = \int_{\mathbb{R}^n} f(\vec{x}) \exp(-i2\pi\vec{\nu} \cdot \vec{x}) d\vec{x} \quad (\text{A.4})$$

Avec : $\vec{\nu} \cdot \vec{x} = \sum_{i=1}^n \nu_i \times x_i$.

A.3.2 Propriétés

Linéarité

$$\forall f, g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}^n, \forall a, b \in \mathbb{C}, \mathcal{F}(a \cdot f + b \cdot g) = a \cdot \mathcal{F}(f) + b \cdot \mathcal{F}(g) \quad (\text{A.5})$$

Translativité

Étant donnés $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ et $x_0 \in \mathbb{R}$ fixé, on définit : $g : x \rightarrow g(x) = f(x + x_0)$. Il vient :

$$\mathcal{F}(g) = \exp(i2\pi\nu x_0) \cdot \mathcal{F}(f) \quad (\text{A.6})$$

Réciproquement, notant $g : x \rightarrow g(x) = \exp(i2\pi\nu_0 x) \cdot f(x)$, avec $\nu_0 \in \mathbb{R}$ fixé, on a :

$$\hat{g}(\nu) = \hat{f}(\nu - \nu_0) \quad (\text{A.7})$$

Dérivation

Étant donnée $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ dérivable dans \mathbb{R} , on a :

$$\mathcal{F}(f')(\nu) = i2\pi\nu\hat{f}(\nu) \quad (\text{A.8})$$

Réciproquement, étant donnée la fonction $g : x \rightarrow g(x) = x \cdot f(x)$, on a :

$$\mathcal{F}(g)(\nu) = i\hat{f}'(\nu) \quad (\text{A.9})$$

Symétrie

Étant données $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ et $\hat{f} = \mathcal{F}(f)$, on a les équivalences suivantes :

1. f est réelle et paire $\Leftrightarrow \hat{f}$ est réelle et paire.
2. f est réelle $\Leftrightarrow \hat{f}$ est paire, à symétrie hermitienne*.
3. f est réelle et impaire $\Leftrightarrow \hat{f}$ est imaginaire pure et impaire.
4. f est imaginaire pure et paire $\Leftrightarrow \hat{f}$ est imaginaire pure et paire.
5. f est imaginaire pure et impaire $\Leftrightarrow \hat{f}$ est réelle et impaire.
6. f est gaussienne $\Leftrightarrow \hat{f}$ est gaussienne.

Formule de Parseval

Étant données deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ de carré intégrable, et $\hat{f} = \mathcal{F}(f)$ (resp. $\hat{g} = \mathcal{F}(g)$), l'égalité de Parseval est la suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)g^*(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\nu)\hat{g}^*(\nu)d\nu \quad (\text{A.10})$$

On en déduit, prenant $f = g$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{f}(\nu)|^2 d\nu \quad (\text{A.11})$$

Cette égalité est fondamentale en optique de Fourier : elle traduit la conservation de l'intensité totale (égale au module carré du champ) par propagation.

Transformée de Fourier inverse

Étant donnée une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, si sa Transformée de Fourier, $\hat{f} = \mathcal{F}(f)$ est également une fonction intégrable, on peut définir l'opérateur de *Transformée de Fourier inverse*, noté \mathcal{F}^{-1} , défini par :

$$\mathcal{F}^{-1} : \hat{f} \rightarrow \mathcal{F}^{-1}(\hat{f}) = f \quad (\text{A.12})$$

Avec :

$$f : x \rightarrow f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(\nu) \exp(i2\pi\nu x) d\nu \quad (\text{A.13})$$

Convolution

Étant données deux fonctions f et $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, et \hat{f} , \hat{g} leurs Transformées de Fourier respectives, on a la propriété suivante :

$$\mathcal{F}(f \otimes g) = \mathcal{F}(f) \times \mathcal{F}(g) \quad (\text{A.14})$$

Si, de plus, f et g sont de carrés intégrables, on a :

$$f \otimes g = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(f) \times \mathcal{F}(g)) \quad (\text{A.15})$$

Cette équation est d'une importance capitale, dans la mesure où les Transformées de Fourier sont, numériquement parlant, plus rapides à calculer que les produits de convolution. Par ailleurs, on a :

$$\mathcal{F}(f \otimes g) = [\mathcal{F}(f)]^* \times \mathcal{F}(g) \quad (\text{A.16})$$

A.4 Transformée de Fourier discrète

Dans cette annexe, nous avons raisonné sur des fonctions *continues*. En pratique, nous avons affaire à des fonctions échantillonnées ou *discrètes*. Étant donnée la séquence $x = (x_0, x_2, \dots, x_{n-1}) \in \mathbb{C}^n$, la *Transformée de Fourier discrète*, ou DFT, de x est définie par :

$$\forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\}, X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot \exp\left(-i2\pi k \frac{n}{N}\right) \quad (\text{A.17})$$

NB : k peut être plus grand que $N-1$, mais on se restreint à $\{0, 1, \dots, N-1\}$ en raison de la périodicité de X_k .

Généralisation au cas multi-dimensionnel

Étant donné le tableau multi-dimensionnel $x = x_{n_1, n_2, \dots, n_d}$, avec $\forall \ell \in \{1, 2, \dots, d\}$, $n_\ell \in \{0, 1, \dots, N_\ell - 1\}$, on a :

$$X_{k_1, k_2, \dots, k_d} = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} \cdots \sum_{n_d=0}^{N_d-1} x_{n_1, n_2, \dots, n_d} \cdot \prod_{\ell=1}^d \exp\left(-i2\pi k_\ell \frac{n_\ell}{N_\ell}\right) \quad (\text{A.18})$$

Notant $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots, n_d)$, $\mathbf{k} = (k_1, k_2, \dots, k_d)$, $\mathbf{N} = (N_1, N_2, \dots, N_d)$, $\mathbf{x}_{\mathbf{n}} = x_{n_1, n_2, \dots, n_d}$, $\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{N}} = \left(\frac{n_1}{N_1}, \frac{n_2}{N_2}, \dots, \frac{n_d}{N_d}\right)$, et $\mathbf{X}_{\mathbf{k}} = X_{k_1, k_2, \dots, k_d}$, il vient, plus simplement :

$$\mathbf{X}_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{n}=0}^{\mathbf{N}-1} \mathbf{x}_{\mathbf{n}} \exp\left(-i2\pi \mathbf{k} \cdot \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{N}}\right) \quad (\text{A.19})$$

En pratique, nous nous limiterons au cas bidimensionnel ($d = 2$).

Annexe B

Représentation d'un nombre complexe en colorimétrie

Nous sommes souvent amenés à représenter des grandeurs complexes, notamment les reconstructions d'un objet – en amplitude et en phase. Pour simplifier la représentation, qui nécessite habituellement deux paramètres (parties réelle/imaginaire, ou module/phase), nous utilisons une échelle « complexe », où module et phase sont visibles simultanément. Nous pouvons représenter une reconstruction complexe par une fonction f de variables réelles (x, y) , à valeur complexes : $(x, y) \rightarrow f(x, y) = R_f(x, y) \times \exp(j\phi_f(x, y))$, avec : $R_f = \sqrt{f \times f^*}$ et $\phi_f = \arctan \frac{\Im(f)}{\Re(f)}$.

En colorimétrie, deux principales approches sont possibles pour décrire la couleur d'un pixel :

1. L'échelle RGB (*Red, Green, Blue*) : le pixel est décrit par trois variables $(R, G, B) \in [0, 1]^3$, chacune représentant le « poids » de chaque couleur primaire, à savoir le rouge, le vert et le bleu. Par exemple, le rouge correspond à $(1, 0, 0)$, le noir correspond à $(0, 0, 0)$ et le blanc à $(1, 1, 1)$.
2. L'échelle HSV (*Hue, Saturation, Value*) : le pixel est décrit par trois variables (H, S, V) , représentant respectivement : la teinte (le spectre coloré), de $-\pi$ à π , la saturation (du blanc au coloré) de 0 à 1 et la valeur (du noir au coloré) de 0 à 1. Par exemple, le noir correspond à $V = 0$, le rouge à $(H, S, V) = (\pi, 1, 1)$ et le blanc à $S = 0$.

C'est l'approche HSV qui sera faite dans notre cas. Un nombre complexe étant représenté dans un espace à deux dimensions, il faut choisir un jeu de deux variables : (H, S) , (H, V) , (S, V) . Nous prenons :

- (H, S) dans les chapitres 3 et 4, avec $V = 1$: la teinte H représente la phase, et la saturation S représente le module (Fig. B.1 (a))
- (H, V) dans le chapitre 5, avec $S = 1$: la teinte H représente la phase, et la valeur V représente le module (Fig. B.1 (b))

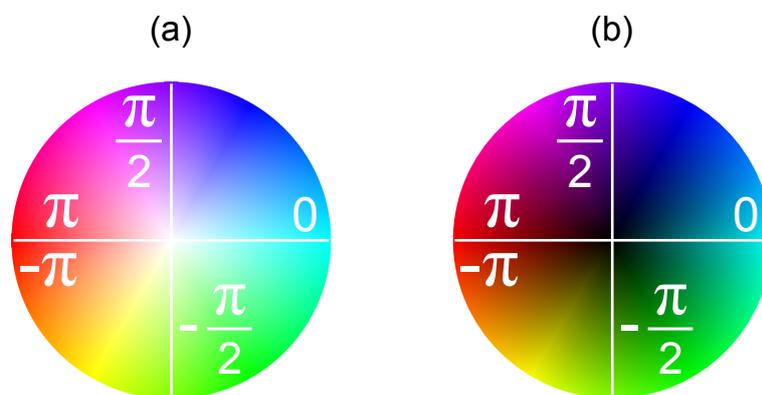


FIGURE B.1 – Représentations HSV du cercle unité dans le plan complexe.

(a) : $V = 1$.

(b) : $S = 1$.

Annexe C

Polynômes de Zernike

Les polynômes de Zernike se décomposent en deux catégories : les polynômes d'ordre pair et ceux d'ordre impair. Les premiers s'écrivent sous la forme :

$$Z_n^m(\rho, \phi) = R_n^m(\rho) \cos(m\phi) \quad (\text{C.1})$$

Les ordres impairs s'écrivent, quant à eux :

$$Z_n^{-m}(\rho, \phi) = R_n^m(\rho) \sin(m\phi) \quad (\text{C.2})$$

Dans les deux cas, m et $n \in \mathbb{N}$, $n \geq m$. ρ est la coordonnée polaire radiale ($0 \leq \rho \leq 1$) et ϕ est l'angle azimuthal ($0 \leq \phi \leq 2\pi$).

Les R_n^m sont appelés « parties radiales » des polynômes de Zernike, et sont définis par :

$$R_n^m(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! (\frac{n+m}{2} - k)! (\frac{n-m}{2} - k)!} \rho^{n-2k} \quad (\text{C.3})$$

Ces polynômes ont la propriété d'être orthogonaux sur le produit scalaire défini par :

$$\langle f, g \rangle = \int_{\rho=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} (f \times g)(\rho, \theta) \rho \, d\rho \, d\theta \quad (\text{C.4})$$

Dans un souci de simplification des notations, nous utiliserons l'indexation de Noll. Cette dernière consiste à utiliser une seule indexation au lieu de deux ($\pm m$ et n). Le tableau suivant détaille le procédé d'indexation de Noll.

(m, n)	j
$(0, 0)$	1
$(1, +1)$	2
$(1, -1)$	3
$(2, 0)$	4
$(2, -2)$	5
$(2, +2)$	6
$(3, -1)$	7
$(3, +1)$	8
$(3, -3)$	9
$(3, +3)$	10
$(4, 0)$	11
$(4, +2)$	12
$(4, -2)$	13
$(4, +4)$	14
$(4, -4)$	15

TABLE C.1 – Indexation de Noll des premiers polynômes de Zernike.

Nous pouvons à présent normaliser les polynômes de manière à obtenir une base *orthonormée* sur le disque unité. Nous obtenons, pour les onze premiers ordres :

j	$\sqrt{\pi} \times \mathbf{Z}_j(\rho, \theta)$	Description
1	1	Piston
2	$2\rho \cos \theta$	Tip (Tilt horizontal)
3	$2\rho \sin \theta$	Tilt (Tilt vertical)
4	$\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$	Defocus
5	$\sqrt{6}\rho^2 \sin 2\theta$	Astigmatisme Oblique
6	$\sqrt{6}\rho^2 \cos 2\theta$	Astigmatisme vertical
7	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \sin \theta$	Coma verticale
8	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \cos \theta$	Coma horizontale
9	$\sqrt{8}\rho^3 \sin 3\theta$	Trefoil vertical
10	$\sqrt{8}\rho^3 \cos 3\theta$	Trefoil oblique
11	$\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	Aberration sphérique

TABLE C.2 – Équation des premiers polynômes de Zernike sous l'indexation de Noll, et leur analogie en termes d'aberrations optiques.

Ainsi, le produit scalaire de deux polynômes Z_p et Z_q appartenant à cette famille s'écrit :

$$\langle Z_p, Z_q \rangle = \int_{\rho=0}^1 \int_{\theta=0}^{2\pi} (Z_p \times Z_q)(\rho, \theta) \rho \, d\rho \, d\theta = \delta_{p,q} \quad (\text{C.5})$$

Avec $\delta_{p,q}$ le symbole de Kronecker : $\delta_{p,q} = 0$ si $p \neq q$ et $\delta_{p,q} = 1$ si $p = q$.

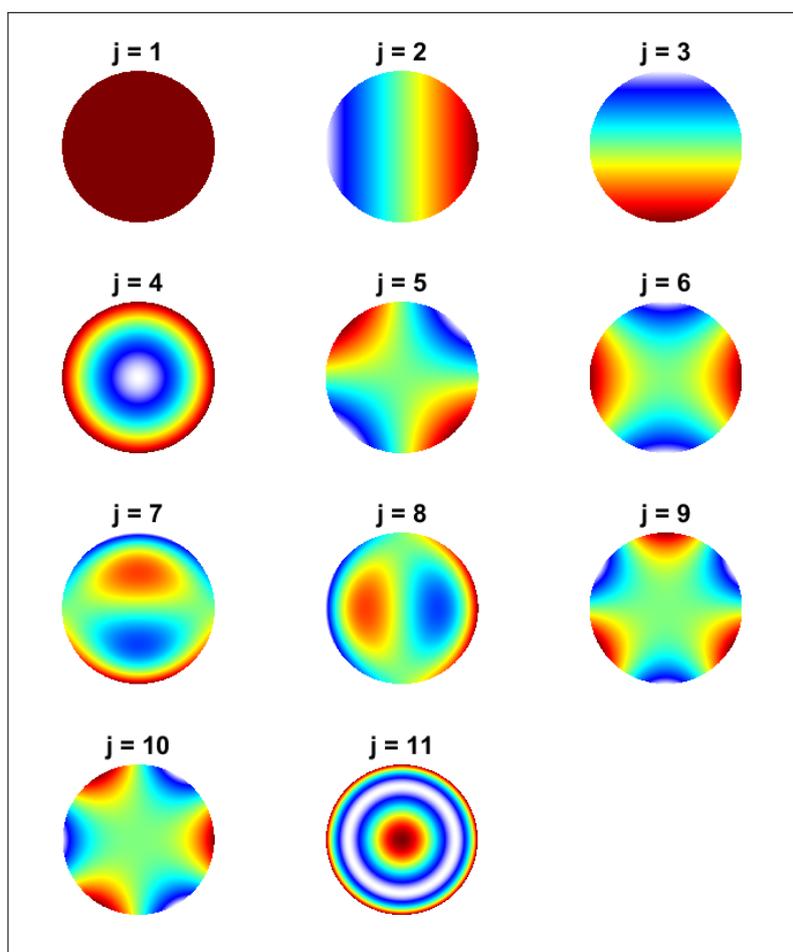


FIGURE C.1 – Représentation graphique des polynômes de Zernike normalisés.

Annexe D

Spécifications de la diode LP 405 SF-10

Single Mode Fiber-Pigtailed Laser

LP405-SF10



S/N: 141009-64

Center Wavelength: 403.5 nm
Fiber Type: S405-XP
Test Date: 10/10/2014



Diode Package: TO 5.6 mm
Connector: FC/PC
Tested By: Leila

QA: Pass



Summary of Test Data (CW, T_{case}=25°C)

Parameter	Symbol	Value	Unit
Fiber Output Power	P _{op}	10.0	mW
Operating Current@P _{op}	I _{op}	43.5	mA
Operating Voltage@P _{op}	V _{op}	5.23	V
Monitor Current @P _{op}	I _{mon}	0.497	mA
Threshold Current	I _{th}	23.0	mA
Slope Efficiency	ΔP/ΔI	0.49	W/A

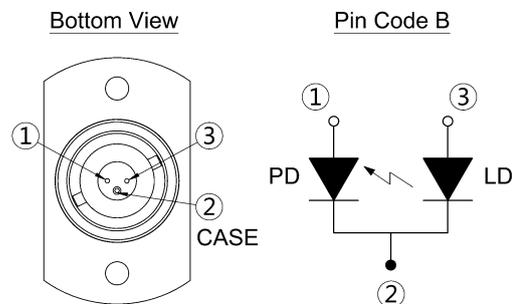
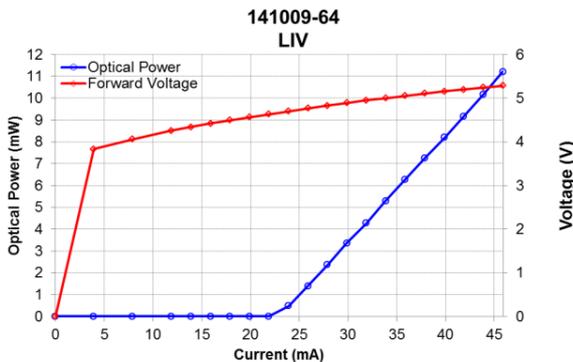
Absolute Maximum Ratings

Parameter	Rated	Unit
Laser Diode Current*	46	mA
Optical Output Power*	11	mW
LD Reverse Voltage*	5	V
Storage Temperature	-10~65	°C
Case Temperature	0~+50	°C

* CW, T_{case}=25°C



CAUTION- use of controls or adjustments or performance of procedures other than those specified herein may result in hazardous radiation exposure. There are no user serviceable parts in this product. When proper power is applied to this product, Laser radiation will be emitted from the optical fiber.

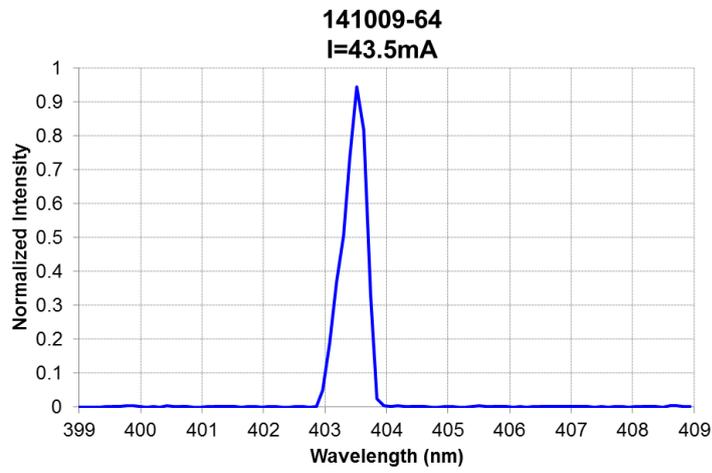


Important Notes:

1. The maximum ratings mean the limitation over which the laser should not be operated even instant time.
2. Do not clean the fiber connector when the diode is in operation. The laser should be off when plugging or un-plugging the connector.
3. To protect the laser diode from damage due to static electricity (ESD), please follow proper ESD handling precautions.
4. Do not pull or fold the fiber. The fiber is very fragile and easily broken. Avoid handling the fiber by the rubber “boots” of the black housing and connector ends of the pigtail.
5. To ensure safe operation use only with a suitable power source that complies with the pertinent requirements for laser systems as specified in IEC-60825-1 “Safety of Laser Products.”



Thorlabs Inc 56 Sparta Avenue Newton, New Jersey 07860 USA	US, Canada & South America 1-973-300-3000 Brazil +55-16-3413 7062	France +33 (0)970 440 844 Scandinavia +46-31-733-30-00	Europe +49 (0) 8131-5956-0 Japan & Asia +81-3-5979-8889	UK & Ireland +44 (0)1353-654440 China +86 (0)21-60561122
---	--	---	--	---



$T_{\text{case}}=25^{\circ}\text{C}$, $I_{\text{op}}=43.5\text{mA}$
Spectrum measured by CCS100.

Annexe E

Spécifications de la caméra CCD Illunis RMV-4022

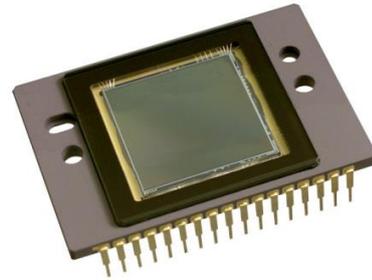


Summary Specification

KAI-04022 Image Sensor

DESCRIPTION

The KAI-04022 Image Sensor is a high-performance 4-million pixel sensor designed for a wide range of medical, scientific and machine vision applications. The 7.4 μm square pixels with microlenses provide high sensitivity and the large full well capacity results in high dynamic range. The two high-speed outputs and binning capabilities allow for 16-50 frames per second (fps) video rate for the progressively scanned images. The vertical overflow drain structure provides antiblooming protection and enables electronic shuttering for precise exposure control. Other features include low dark current, negligible lag and low smear.



FEATURES

- High resolution
- High sensitivity
- High dynamic range
- Low noise architecture
- High frame rate
- Binning capability for higher frame rate
- Electronic shutter

APPLICATIONS

- Intelligent Transportation Systems
- Machine Vision
- Scientific Imaging
- Surveillance

Parameter	Value
Architecture	Interline CCD; Progressive Scan
Total Number of Pixels	2112 (H) x 2072 (V)
Number of Effective Pixels	2056 (H) x 2062 (V)
Number of Active Pixels	2048 (H) x 2048 (V)
Pixel Size	7.4 μm (H) x 7.4 μm (V)
Active Image Size	15.15mm (H) x 15.15mm (V) 21.43mm (diagonal)
Aspect Ratio	1:1
Number of Outputs	1 or 2
Charge Capacity	40,000 e ⁻
Output Sensitivity	33 μV/e ⁻
Peak Quantum Efficiency	55%
KAI-04022-ABA	45%, 42%, 35%
KAI-04022-CBA (BGR)	
Read Noise (f=10MHz)	9 electrons, rms
Dark Current	< 0.5 nA/cm ²
Dark Current Doubling Temperature	7 °C
Dynamic Range	72 dB
Charge Transfer Efficiency	> 0.99999
Blooming Suppression	300X
Smear	-80 dB
Image Lag	<10 e ⁻
Maximum Frame Rates	8 fps (single output) 16 fps (dual output)
Package	34 pin cerDIP
Cover Glass	AR Coated, 2 side

All parameters above are specified at T = 40 °C



Typical Performance Curves

QUANTUM EFFICIENCY

Monochrome with Microlens

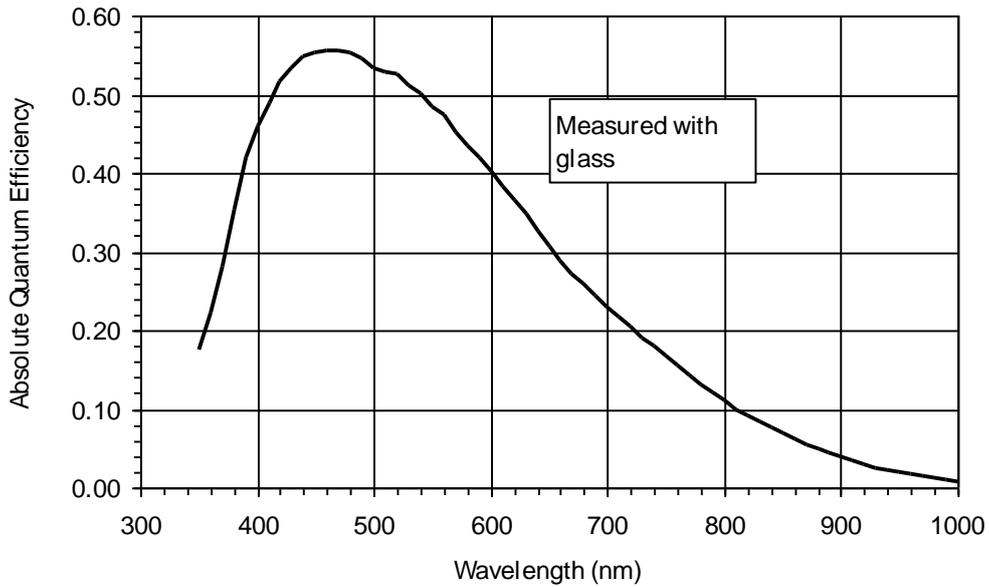


Figure 9: Monochrome with Microlens Quantum Efficiency

Monochrome without Microlens

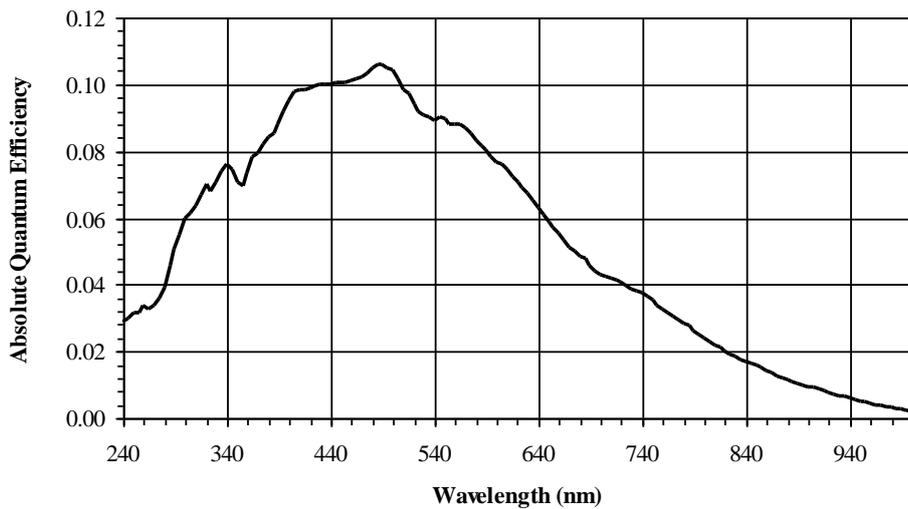


Figure 10: Monochrome without Microlens Quantum Efficiency

Annexe F

Spécifications de la mire USAF 1951

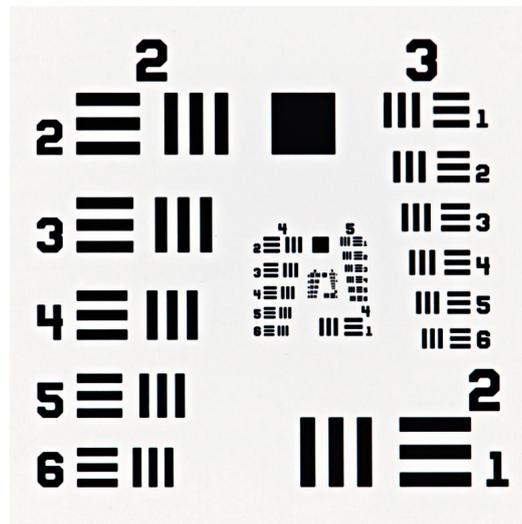


FIGURE F.1 – Profil de transmission de la mire positive USAF 1951. La surface totale est de $5 \times 5 \text{ mm}^2$.

$$\text{Resolution} \left(\frac{\text{line pair}}{\text{mm}} \right) = 2^{\text{Group} + \left(\frac{\text{Element} - 1}{6} \right)}$$

Element	Group Number									
	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
1	0.250	0.500	1.00	2.00	4.00	8.00	16.00	32.00	64.00	128.00
2	0.280	0.561	1.12	2.24	4.49	8.98	17.95	36.0	71.8	144.0
3	0.315	0.630	1.26	2.52	5.04	10.10	20.16	40.3	80.6	161.0
4	0.353	0.707	1.41	2.83	5.66	11.30	22.62	45.3	90.5	181.0
5	0.397	0.793	1.59	3.17	6.35	12.70	25.39	50.8	102.0	203.0
6	0.445	0.891	1.78	3.56	7.13	14.30	28.50	57.0	114.0	228.0

Values are in lp/mm.

FIGURE F.2 – Spécification des éléments constitutifs de notre mire USAF, fournie par le site web de Thorlabs.

Annexe G

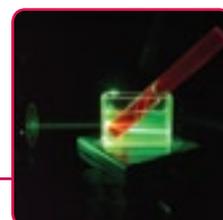
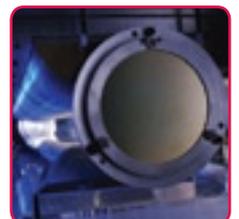
Notice d'Imagine Optic[®] : *Absolute
measurement*

Absolute measurement – Why is it important and how do you know if your wavefront sensor is really capable?

A lot of wavefront sensor manufacturers claim that their devices are capable of absolute measurement. In order to best help you understand what this means, the best place to start is with a straightforward definition of the words that comprise that term.

The Merriam Webster® dictionary defines absolute (in this case) as “free from imperfection or fault” and measure as “an adequate, given or fitting amount or degree; commensurate or due to proportion.” Even though these definitions may seem somewhat oxymoronic, when we put them into the context of wavefront analysis, we can provide a reasonably accurate definition by saying “the ability to provide the most accurate, quantitative and objective data possible on the optical qualities of a light source without relying on a similar external reference in order to establish a proportional relationship.”

The importance of absolute measurement versus relative measurement depends of course on your application. At Imagine Optic, we believe that any application is best served by the ability to perform absolute measurement, even if the final result is based on relative measurement. Why? Because it provides an objective point of reference for decision making.



What's the interest in true absolute measurement? The answers are as simple to provide as the technique is difficult to master:

- complete measurement and characterization of laser beams, laser diodes and LED's
- measurement of the optical assembly or system with its source (auto-collimating lenses, collimators, laser assemblies...)
- adjustment and characterization of optical systems as well as the adjustment of collimators, afocal optical elements, zoom assemblies and other components in order to measure the focal spot, the aberrations at the center of the field and the Modulation Transfer Function (MTF)
- easier construction and lower costs (often associated with buying components that finally prove unnecessary)
- adaptive optics without a reference beam

Achieving absolute measurement over a wide dynamic range is a challenge that few manage to overcome. Many manufacturers are unclear as to their devices' capabilities or, in the rare cases where detailed information is provided, the dynamic and wavelength ranges are not specified. These same providers prefer to insist on the sensitivity, the repeatability or the precision of measurements in relative measurement mode. All of these terms mean the same thing – the ability of the device to measure minute variations in the wavefront's phase in relation to known data. Plainly stated, this does not apply to the device's ability to measure the beam's phase in relation to the form of its own true wavefront. Only Imagine Optic provides written proof of our HASO™ wavefront sensors' dynamic range and wavelength range in absolute measurement mode.

HASO incorporates over ten years of industry leading excellence to overcome the limitations imposed on other devices. The secret is in the quality of the individual components at the heart of each HASO sensor and the mastery of the entire manufacturing process from design to delivery. Every HASO sensor incorporates:

- optical elements of exceptional quality along the sensor's entire assembly
 - Imagine Optic is one of a small handful of manufacturers to produce its own microlens arrays. In order to precisely measure the wavefront's local slopes over a wide dynamic and spectral range, our microlens arrays are composed of an exceptionally high optical quality material that ensures irreproachable focalization of each elementary beam (spot) on the detection grid. Other manufacturers rely on third parties for their arrays or may use opaque mask structures (Hartmann screens and shearing interferometers) that can cause a loss of wavefront data when the wavefront passes through.
- a high-quality detector array (usually a CCD camera) that provides a homogeneous, pixel by pixel wavefront acquisition that ensures linearity and sensitivity
- optimized design and meticulous assembly to guarantee accurate sampling and to eliminate the effects of outside interference
- a powerful software interface that combines wide-ranging functionality with ease-of-use

Overcoming variations in beam intensity

One of the keys to performing true absolute measurement is the ability to compensate for the effect that extreme variations in your beam's intensity can have on the wavefront sensor's interpretation of its phase. Even if all of the above criteria are met beyond reproach and to varying degrees, all wavefront sensors are sensitive to the effects of heterogeneous intensity distribution in the measurement pupil on phase aberration measurement. Although Hartmann wavefront sensors and shearing or point-source diffraction interferometers are particularly sensitive to this malignant effect on measurement, Shack-Hartmann sensors equally, even if to a lesser extent, fall victim as well.

To counter this effect and provide accurate measurements, HASO wavefront sensors employ patented independent and simultaneous measurement of phase and intensity coupled with proprietary software correction algorithms. Combined with our other proprietary and patented technologies, HASO enables you to perform truly absolute measurements over the widest dynamic and spectral range available on the market.

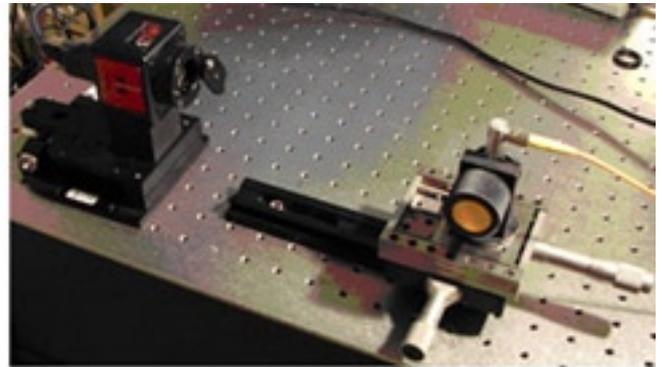
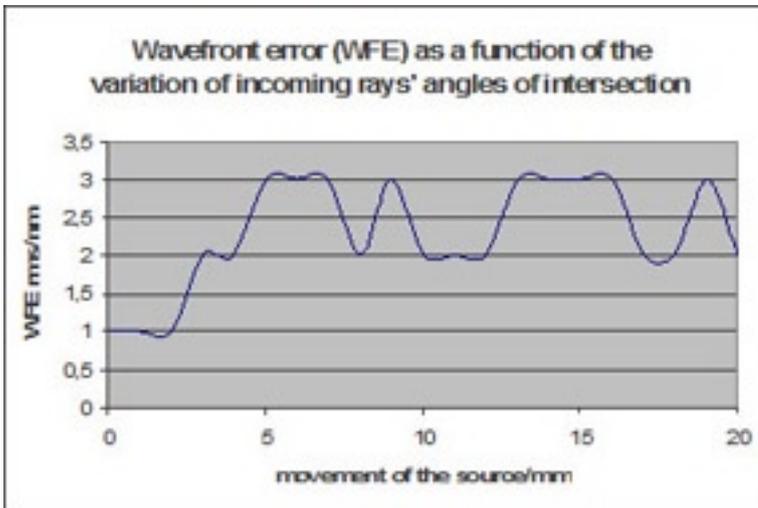
How do you know if your sensor really performs absolute measurement?

As the title of this technology note indicates, we're going to show you how to test for yourself the performance of your wavefront sensor. The procedure is actually quite simple and requires little time or preparation.

- 1) Place an intermittent source on a translation stage orthogonally in front of your sensor (within any range close enough for the wavefront to be measured) and set your sensor to measure in absolute mode
 - 1) Ideally, the source is a mono-mode, fibered laser or laser diode. In this case, the generated wavefront is spherical and nearly perfect, thereby ideal to test the sensor's performance
 - 2) In the absence of a fibered source, a non-fibered laser diode or LED with a flat window (avoid LED's with lenses) can be used. In this case, place the source in such a way that it is far enough away from the sensor to allow for only a small part of the wavefront, spherical and nearly aberration-free, to be detected. If you use an LED, please ensure that the casing does not reflect light from the emission zone. You can suppress parasite reflections by using a diaphragm that will mask errant light from the reflective LED casing.
- 2) Your sensor should measure a spherical wavefront, free of aberrations
- 3) Next, begin to move your source in order to vary, in a known manner, its position. During the translation, verify that the wavefront remains spherical and without aberrations, even when the tilt evolves, and that the value of the tilt measured by the sensor is coherent with the undergone translation.

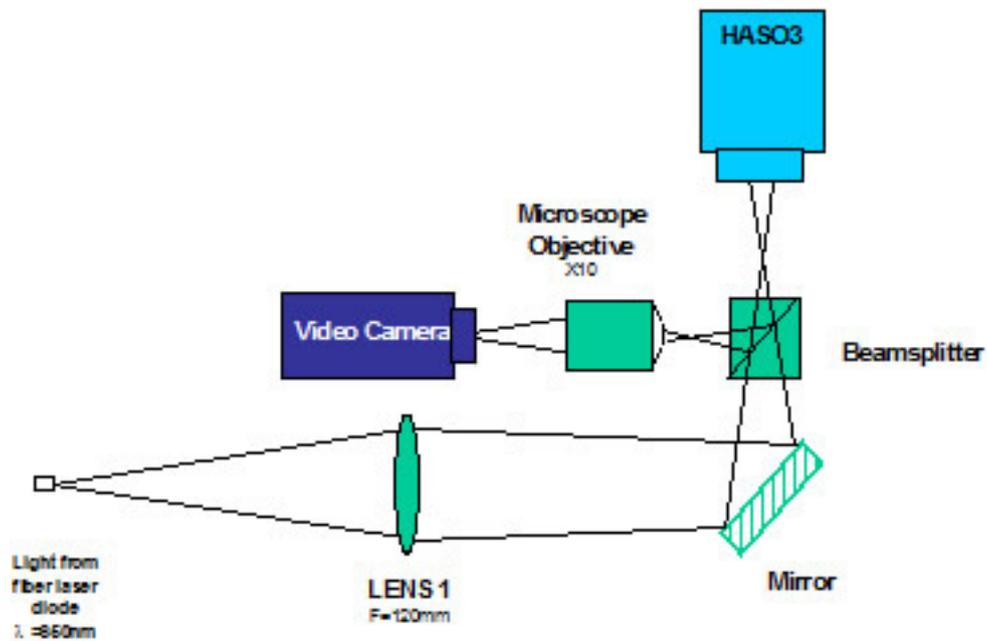
This test shows how the aberrations measured by the sensor, from either a fixed source or one during translation, are in and of themselves an excellent indicator of the sensor's quality. In short, this simple test enables anyone to prove that a perfect spherical wavefront is measured as such by the sensor. You can equally perform this same test during collinear translation and observe the variations in the curvature of the measured beam.

The diagram below shows the results obtained using a HASO™3 wavefront sensor.

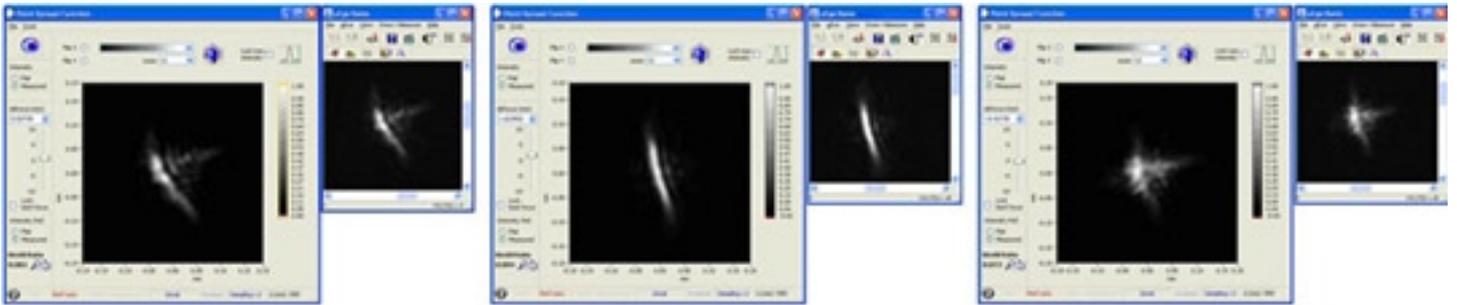


X-tilt measurement error: 1.9 μ rad rms; Y-tilt error: 2.5 μ rad rms; Linearity error: 0.09%; Wavefront quality: better than $\lambda/100$ rms

Another simple manner to validate the absolute measurement capacities of your sensor is to compare the calculated Point Spread Function (PSF), obtained through calculations of the phase and intensity measurements (most wavefront sensors offer this feature), to that of a directly measured PSF, obtained by placing a camera in the beam's focal plane. If the wavefront's phase and intensity measurements are reliable, then your calculated PSF should be identical to the directly measured PSF. The diagram on the following page proposes one type of bench setup you can use to achieve this.



As the screen captures below demonstrate, viewing the results of this test with your HASO™ wavefront sensor on your own is not difficult.



In the 3 screen captures above, taken from actual wavefront measurements performed using HASOv3, you can clearly see that the calculated PSF (larger, left-hand screen capture) is identical to the directly measured PSF (smaller, right-hand screen capture).

If you would like more information on Imagine Optic's products, please call us on +33 (0)1 64 86 15 60 or visit imagine-optic.com.

Annexe H

Notice d'Imagine Optic[®] :

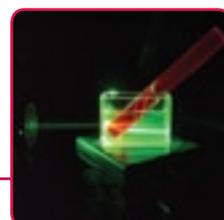
Wavefront sensor and beam profiler

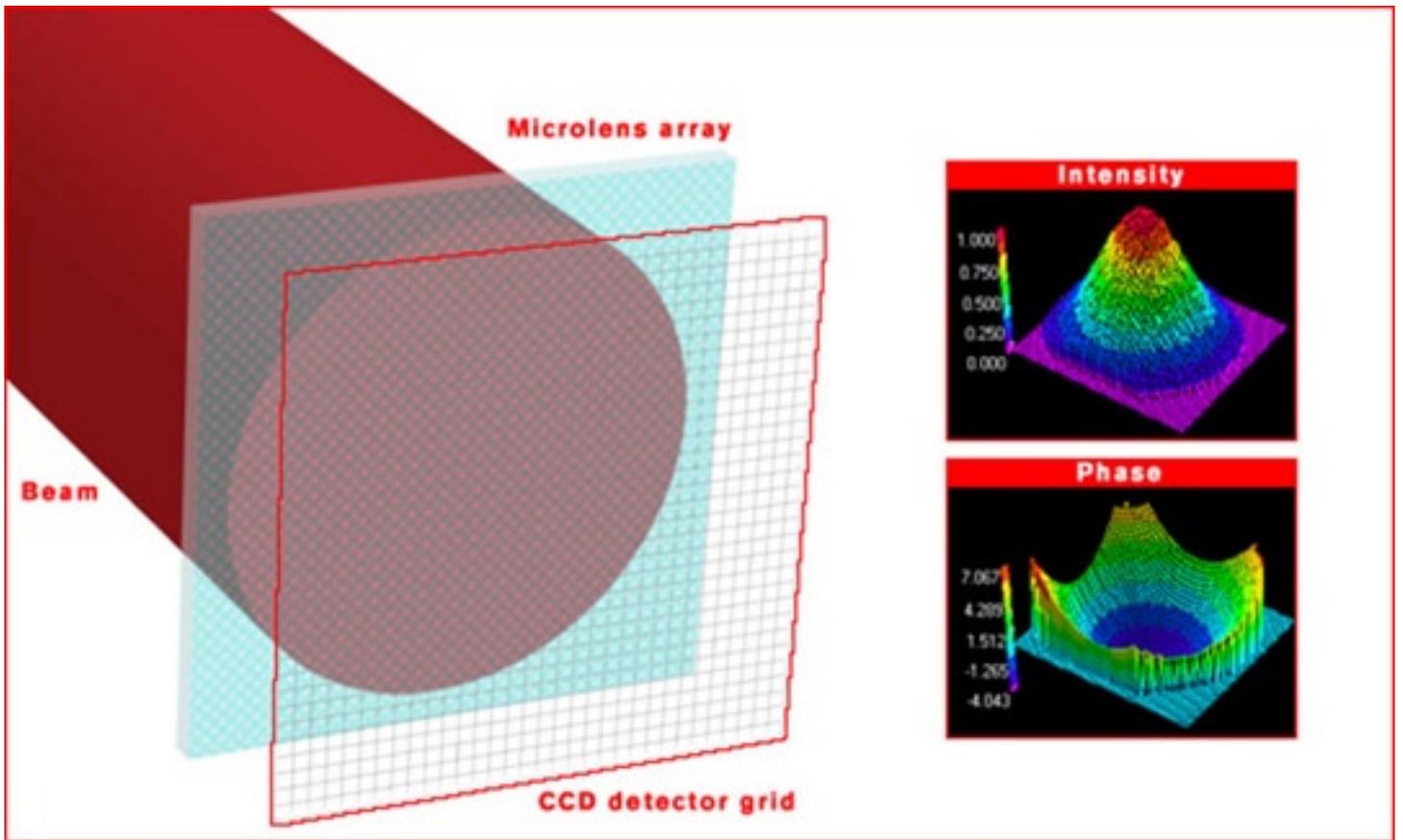
Beam analysis with HASO™ as a complement to your beam profiler

Customers that work with lasers know how important it is to have a properly aligned optical system to optimize the efficiency of their beam. In this technology note, we'll explain why HASO Shack-Hartmann wavefront sensors are an ideal complement to your beam profiler.

Beam profilers are excellent, inexpensive tools for measuring the intensity of your laser at a very high spatial resolution. While they are extremely useful, the fact that they only measure intensity means that the data you rely on to perfect your beam is limited to the consequences of its imperfections rather than the causes behind them.

In contrast to beam profilers, HASO wavefront sensors use a wealth of patented technologies to measure your beam's phase and intensity, simultaneously and independently. This functionality, unique to HASO, provides you with information on the beam's geometric parameters and propagation as well as on the perturbations it's undergone. The data you acquire allows you to understand the beam's evolution over time and space, and to determine where the problem is in your assembly in order to correct it quickly.





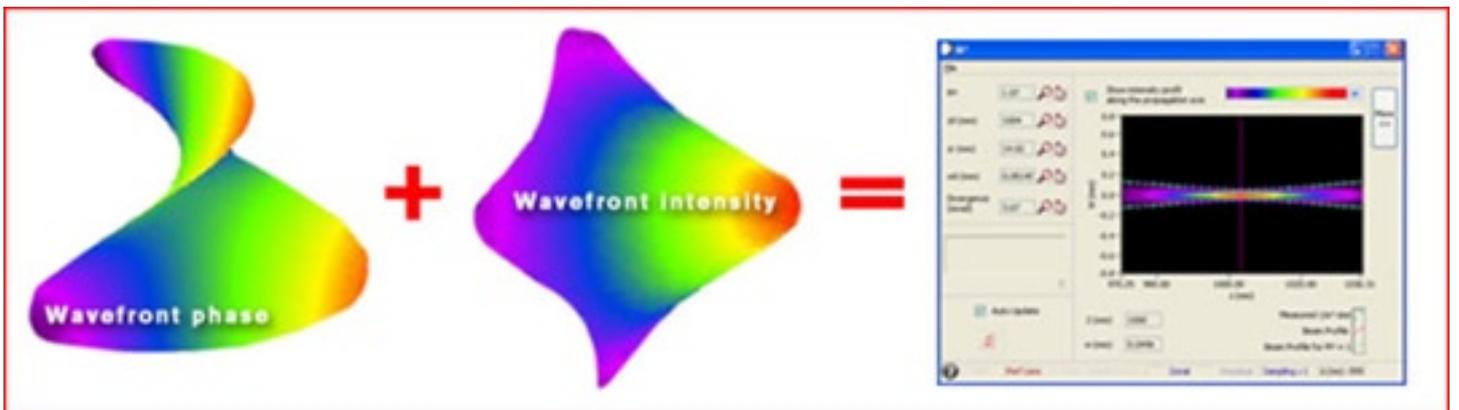
HASO™ Shack-Hartmann technology provides information both beam intensity and phase.

When you rely solely on the measurements furnished by a beam profiler, you can find yourself with a lot of guess work in order to get your beam up to peak performance, transforming what may often be a rapid correction into a long and arduous procedure. What's more, when you only measure intensity, you're never 100% sure that you've gotten your beam up to its full potential.

While, as we said, beam profilers are excellent tools, the inherent limitations of their technology also limit their effectiveness. In situations where speed and precision are absolute necessities, a beam profiler alone may not be sufficient to get the job done. One of the HASO family's many advantages is that it can be used in conjunction with your beam profiler, or in its place, allowing you to decide for yourself how you want to work.

More about measuring phase and intensity

While optimizing the intensity of your beam at a given point in space is the goal, measuring its phase in parallel lets you perform the adjustments necessary to achieve that objective. As we mentioned earlier in this note, measuring the phase and in intensity together provides you information on your beams geometric parameters and propagation through space and time.



The preceding illustration shows that by combining the independent measurements of the beam's phase and intensity, HASO determines its M^2 parameter. This allows you to determine the beam's form anywhere in space, the position and shape of its waist, its divergence over distance, and its angular size.

What makes HASO wavefront sensors unique and what does that mean to you?

Imagine Optic's HASO wavefront sensors are based on the Shack-Hartmann technique for wavefront sensing (to learn more about this technology, please see the introduction and related documents on www.imagine-optic.com). The HASO family of products provides several key advantages over other Shack-Hartmann technologies.

Simultaneous and independent measurement of phase and intensity – HASO wavefront sensors use patented technology to provide the unique ability to measure both the phase and the intensity simultaneously yet independently. Used with its companion software, HASOv3, these synchronized measurements allow you to calculate the beam form anywhere over space and time, providing you not only with information on the beam's aberrations but equally on the cause of those abnormalities. This can help save your time when correcting the alignment of optics.

Absolute measurement – Another of HASO's patented technologies is its factory calibration process that eliminates the need for a reference beam. This allows you to compare your beam's performance to its own proper potential rather than that of an "ideal" reference beam.

This is accomplished through the exceptional optical quality and ultra-precise placement, with the convex surface facing the CCD, of the microlens array in relation to the detector plane (CCD camera). HASO sensors, depending on the model, can be calibrated to measure wavefronts at wavelengths between X-EUV (7-25nm) through NIR (Near Infrared 1500-1600nm) and everything in between. While measuring in the calibrated range is highly recommended, HASO wavefront sensors are capable of measuring outside of their factory calibrated range.

High accuracy and wide dynamic range – HASO wavefront sensors' unique design enables them to offer the widest dynamic range available without compromising on accuracy. Combined with other key features including their achromaticity and insensitivity to vibration, HASO enables you to measure and correct highly aberrated, convergent or divergent beams quickly and precisely.

Using HASO functionality for beam analysis and adjustment

HASO wavefront sensors, delivered with our HASOv3 software, provide you with all the tools you need to perform a variety of measurement and analysis procedures. Earlier in this document, we discussed the key advantages that the HASO family of products offers over other technologies. In this part of this note, we'll show you how HASO's superior design comes into play for beam analysis applications.

General information on HASO wavefront sensors

Our HASO products enable you to measure over a dynamic range from 7 to 1600nm¹ with exceptional accuracy ranging from $\lambda/100$ up to $\lambda/10001$. HASO equally provides remarkable precision with intrinsic lateral resolutions ranging from 114 μ m to 450 μ m¹ and spatial resolutions from 256 up to more than 16,000 measurement points¹ with 12-bit resolution. And, HASO lets you work fast with speeds up to 950Hz¹.

Analyzing and adjusting phase and intensity

As we discussed earlier, HASO wavefront sensors, used in conjunction with HASOv3 wavefront analysis software, allow you to measure your beam's phase and intensity simultaneously and independently. The data you acquire is not affected by severe variations in your beam's intensity that can provoke other technologies

into providing false measurements. In short, performing both measurements at the same time, yet keeping them independent, provides you with precise information on the state of your beam that you can use in a variety of ways.

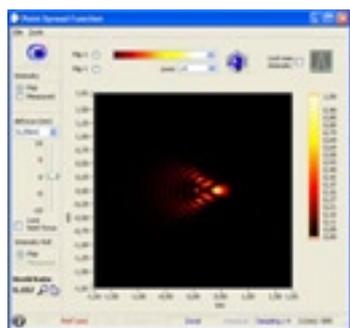
First, you can compare your beam's actual wavefront intensity and phase versus its best theoretical performance. This can help you work better and to save time by deciding for yourself what the optimal beam quality is to meet your individual needs. HASO equally allows you to analyze your beam's performance over time to identify progressive or evolutionary variations via a recurring measurement functionality that allows you to define measurement intervals from fractions of seconds to several minutes or hours. Examples include precise measurement of the thermal focus, or the optimization of the position and performance of lenses and mirrors in the laser chain as well as beam expanders and collimators.

Next, for those who work with beam amplification, HASO's independent measurement of phase and intensity can help avoid losses in amplification or the formation of unexpected hotspots by helping you to identify where the problem is in your assembly. Not only can this save you time but it can equally help you to protect sensitive optical components.

Improving beam quality

Our HASO products provide you with advanced software tools that take full advantage of the sophisticated hardware technology in our wavefront sensors.

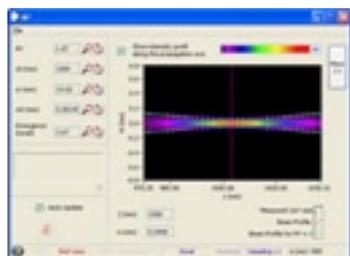
PSF (Point Spread Function) and Strehl ratio



The PSF, or far field, is the spatial dispersion of the energy in the laser's focal plane. It is calculated by combining the phase and intensity measurements on the sensor's surface via propagation of the electromagnetic field in accordance with the law of free space propagation.

The PSF module also provides the Strehl ratio, allowing you to compare the actual maximum intensity on the focal plane to a perfect theoretical distribution of intensity without the presence of aberrations, avoiding the need for a beam profiler and going beyond the capabilities of interferometers.

M² parameter



The M² parameter, M² calculation is accomplished by calculating the propagation of the electromagnetic field on different planes and reconstructing the envelope of propagation. A product of the phase measurement, the M² enables you to verify the position and quality of the beam's waist, to check the alignment and quality of focusing optics, to analyze the divergence of the beam as a whole or in any given direction, and to judge your beam's overall performance. HASOv3 equally offers a zoom function that allows you to magnify the displayed graphics to examine them in detail.

Zonal and modal reconstruction modes

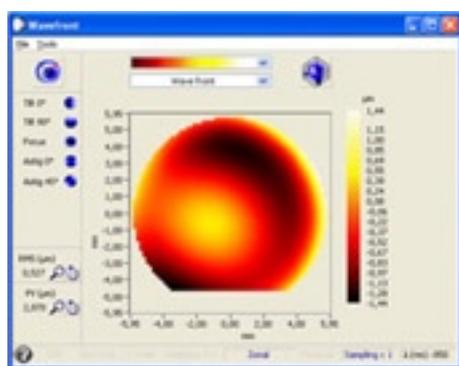
Zonal reconstruction is ideal for measuring and adjusting your beam because it allows you to analyze your beam's brut performance no matter what shape its pupil takes. HASOv3 reconstructs your beam's pupil using data acquired only from measurement points that receive a signal, whereas inferior products may present zones with no signal as aberrations.

Modal reconstruction allows you to quantify aberrations in your beam and compare it to known polynomials via a software simulation interface. This mode is ideal for exporting data for reports and publications and only HASOv3 incorporates certain unique features into its circumscribed or inscribed pupil definition options.

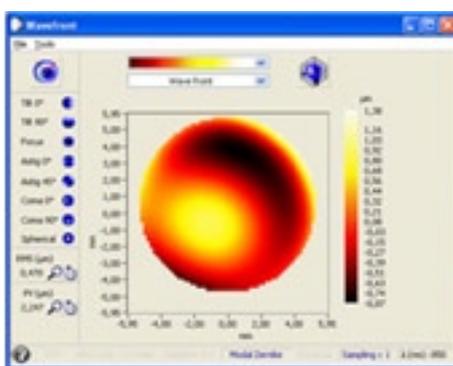
When you choose to work with a circumscribed pupil, HASOv3 provides the unique, real-time (image to the far left below) ability to detect the radius around your beam's entire pupil and, by eliminating measurement points with no signal, provides you with its true form. When you choose to work with an inscribed pupil, HASOv3 allows you to define both the measurement diameter and the area of your beam's pupil to be analyzed. Once again, only truly acquired data is represented.

In short, if there's nothing to measure, HASOv3 never provides false measurements by filling in the blanks with assumed data. Even more, in both zonal and modal modes, HASOv3 eliminates the corona around the pupil that can cause other products to furnish false measurements.

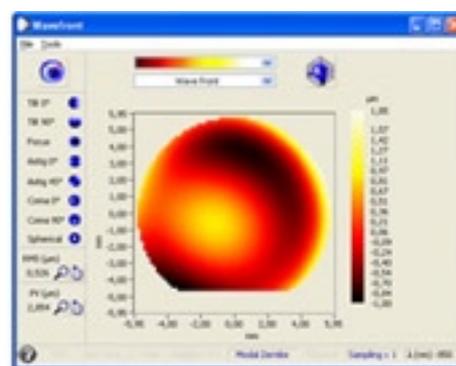
The images below show how HASOv3 offers you the choice of choosing between zonal and modal wavefront reconstruction. This feature allows you to put the information on your beam to a variety of uses.



Zonal wavefront reconstruction



Modal wavefront reconstruction with an inscribed pupil



Modal wavefront reconstruction in real-time with a circumscribed pupil.

Convenience and ease of use

HASOv3 offers some other unique features that help you to facilitate your workflow including:

- Follow-up tools – historical data on tilts for directional stability, on focus for tracking targeting on the focal plane, on thermal stability and on mechanical details
- Screen zoom feature – This feature allows you to enlarge the display of your HASOv3 control panel so that you can easily see your monitor while you're working on various optical components that may be located at some distance from your screen.
- Remote operation – HASO can be controlled remotely over Ethernet and WiFi networks
- Save to video – record your acquisition sequences as video for use in presentations
- Reporting – simply define your report format and print in one click

As you can see, HASO offers a wide range of features specifically tailored to the needs of professionals working with lasers in a variety of domains. At Imagine Optic, we continuously strive to improve our products by maintaining a constant dialogue with our customers.

For every application, there's a HASO to respond to your needs. For example, HASO 32 is an economic choice for characterizing and aligning beams with few imperfections, HASO3-76 GE or 128 GE is perfect for fine tuning, and HASO-WSR 32 and 58 are ideal for precision measurement in spectral ranges between 400 and 80 nm or 532 and 1064 nm (YAG and frequency doubled YAG lasers).

If you would like to learn more, please call +33 0()1 64 86 15 60 or visit imagine-optic.com.

Publications et actes de conférence

Publications

W. Boutu, D. Gauthier, X. Ge, R. Cassin, M. Ducouso, A.I. Gonzalez, B. Iwan, J. Samaan, F. Wang, M. Kovačev, and H. Merdji, *Impact of noise in holography with extended references in the low signal regime*, Opt. Express 24, 6318-6327 (2016).

Cet article est présenté en page 193.

Actes de conférence

STINT Nanoplasma meeting, September 2015, Uppsala, Sweden

Regular talk : *Fourier Transform Holography applied to 3D samples*

Rencontres annuelles en nano-métrie, January 2016, Paris, France

Poster session : *Development of a lensless microscope*

Coherence 2016, June 2016, Saint-Malo, France

Poster session : *Development of a lensless microscope*

13^e Colloque sur les Sources Cohérentes et Incohérentes UV, VUV et X, October 2016, Chinon, France

Invited talk : *Development of a lensless microscope*

Impact of noise in holography with extended references in the low signal regime

W. Boutu,^{1,*} D. Gauthier,¹ X. Ge,¹ R. Cassin,¹ M. Ducouso,¹ A.I. Gonzalez,¹ B. Iwan,¹ J. Samaan,¹ F. Wang,¹ M. Kovačev,^{2,3} and H. Merdji¹

¹LIDYL, CEA, CNRS, Université Paris-Saclay, CEA Saclay 91191 Gif-sur-Yvette, France

²Leibniz Universität Hannover, Institut für Quantenoptik, Welfengarten 1, D-30167 Hannover, Germany

³QUEST, Centre for Quantum Engineering and Space-Time Research, Hannover, Germany

*willem.boutu@cea.fr

Abstract: Signal-to-noise ratio is a key factor in lensless imaging, particularly for low diffraction signal experiments in the single shot regime. We present our recent study of the noise impact on holography with extended references. Experimental data have been measured in single shot acquisition using an intense coherent soft X-ray high harmonic source. The impact of hardware and software noise under various detection conditions is discussed. A final comparison between single shot and multi-shot regimes is given.

©2016 Optical Society of America

OCIS codes: (140.7090) Ultrafast lasers; (140.7240) UV, EUV, and X-ray lasers; (340.7480) X-rays, soft x-rays, extreme ultraviolet (EUV); (340.7440) X-ray imaging.

References and links

1. R. L. Sandberg, A. Paul, D. A. Raymondson, S. Hädrich, D. M. Gaudiosi, J. Holtsnider, R. I. Tobey, O. Cohen, M. M. Murnane, H. C. Kapteyn, C. Song, J. Miao, Y. Liu, and F. Salmassi, "Lensless diffractive imaging using tabletop coherent high-harmonic soft-X-ray beams," *Phys. Rev. Lett.* **99**(9), 098103 (2007).
2. A. Ravasio, D. Gauthier, F. R. N. C. Maia, M. Billon, J.-P. Caumes, D. Garzella, M. Géléoc, O. Gobert, J.-F. Hergott, A.-M. Pena, H. Perez, B. Carré, E. Bourhis, J. Gierak, A. Madouri, D. Maily, B. Schiedt, M. Fajardo, J. Gautier, P. Zeitoun, P. H. Bucksbaum, J. Hajdu, and H. Merdji, "Single-shot diffractive imaging with a table-top femtosecond soft x-ray laser-harmonics source," *Phys. Rev. Lett.* **103**(2), 028104 (2009).
3. D. Gauthier, M. Guizar-Sicairos, X. Ge, W. Boutu, B. Carré, J. R. Fienup, and H. Merdji, "Single-shot femtosecond x-ray holography using extended references," *Phys. Rev. Lett.* **105**(9), 093901 (2010).
4. A. Barty, S. Boutet, M. J. Bogan, S. Hau-Riege, S. Marchesini, K. Sokolowski-Tinten, N. Stojanovic, R. Tobey, H. Ehrke, A. Cavalleri, S. Dusterer, M. Frank, S. Bajt, B. W. Woods, M. M. Seibert, J. Hajdu, R. Treusch, and H. N. Chapman, "Ultrafast single-shot diffraction imaging of nanoscale dynamics," *Nat. Photonics* **2**(7), 415–419 (2008).
5. D. Gabor, "A new microscopic principle," *Nature* **161**(4098), 777–778 (1948).
6. M. Bartels, M. Krenkel, J. Haber, R. N. Wilke, and T. Salditt, "X-ray holographic imaging of hydrated biological cells in solution," *Phys. Rev. Lett.* **114**(4), 048103 (2015).
7. S. Eisebitt, J. Lüning, W. F. Schlotter, M. Lörger, O. Hellwig, W. Eberhardt, and J. Stöhr, "Lensless imaging of magnetic nanostructures by X-ray spectro-holography," *Nature* **432**(7019), 885–888 (2004).
8. S. G. Podorov, K. M. Pavlov, and D. M. Paganin, "A non-iterative reconstruction method for direct and unambiguous coherent diffractive imaging," *Opt. Express* **15**(16), 9954–9962 (2007).
9. M. Guizar-Sicairos and J. R. Fienup, "Holography with extended reference by autocorrelation linear differential operation," *Opt. Express* **15**(26), 17592–17612 (2007).
10. M. Guizar-Sicairos and J. R. Fienup, "Direct image reconstruction from a Fourier intensity pattern using HERALDO," *Opt. Lett.* **33**(22), 2668–2670 (2008).
11. M. Guizar-Sicairos, "Methods for coherent lensless imaging and X-ray wavefront measurement," thesis work at *The Institute of Optics Arts, Sciences and Engineering, Edmund A. Hajim School of Engineering and Applied Sciences, University of Rochester, Rochester, New York* (2010).
12. X. Ge, W. Boutu, D. Gauthier, F. Wang, A. Borta, B. Barbrel, M. Ducouso, A. I. Gonzalez, B. Carré, D. Guillaumet, M. Perdrix, O. Gobert, J. Gautier, G. Lambert, F. R. N. C. Maia, J. Hajdu, P. Zeitoun, and H. Merdji, "Impact of wave front and coherence optimization in coherent diffractive imaging," *Opt. Express* **21**(9), 11441–11447 (2013).
13. M. R. Howells, T. Beetz, H. N. Chapman, C. Cui, J. M. Holton, C. J. Jacobsen, J. Kirz, E. Lima, S. Marchesini, H. Miao, D. Sayre, D. A. Shapiro, J. C. H. Spence, and D. Starodub, "An assessment of the resolution limitation

- due to radiation-damage in X-ray diffraction microscopy,” *J. Electron Spectrosc. Relat. Phenom.* **170**(1-3), 4–12 (2009).
14. A. Schropp and C. G. Schroer, “Dose requirements for resolving a given feature in an object by coherent X-ray diffraction imaging,” *New J. Phys.* **12**(3), 035016 (2010).
-

1. Introduction

In the last decade, lensless imaging has shown spectacular advances. Researchers have demonstrated the capability of imaging nano-scale objects with nanometer scale spatial resolution and on femtosecond time scales using coherent diffractive imaging (CDI) or holographic techniques. Powerful free-electron laser (FEL) sources are the best candidates to answer exciting challenges, such as tracking in real space and time the ultrafast motion of electrons, atoms and nanoscale objects. Thanks to the remarkable progresses in ultrafast laser sources, high order harmonics (HH) sources have proven to be good alternatives for lensless imaging experiments. Due to the low output of HH sources, first demonstrations of CDI on HH sources required hours of signal accumulation [1]. However, thanks to femtosecond laser developments, single shot femtosecond nanoscale imaging is now available using intense table-top HH source [2]. Subsequently, single-shot femtosecond X-ray holography with extended references has also been demonstrated using an HH source [3]. High resolution lensless imaging with HH sources is limited by the amount of photons (i.e. the dose), and requires the investigation of techniques that provide a sufficient robustness to noise. This is especially relevant for transient ultrafast nanoscale imaging, as signals tend to be very low while accumulation is not always possible [4]. Imaging techniques have various sensitivities to signal to noise ratio impact on the reconstruction process especially when the information tends to be low or sparse.

In this work, we analyze an extension of Fourier Transform Holography (FTH) to the case of extended references (HERALDO) in the low signal regime. Holography [5] is inspired by the idea of “full recording”: the spatial amplitude and phase of the sample are encoded in the interferences between light diffracted by the object and by a reference. Then, a direct and non-iterative mathematic transform is required to reconstruct the object image. This makes holography very robust to noise errors. The direct in-line scheme proposed by Gabor is now applied to X-ray imaging, reaching sub 50 nm spatial resolution [6]. In Fourier transform holography, the field diffracted by a point like reference in the vicinity of the sample interferes in the far field with the diffraction from the sample. A simple Fourier transform then gives directly the object complex image [7]. In HERALDO, the image reconstruction is based on a differential operator applied to the registered hologram [3,8–10]. Sharp edges of the extended references act as Dirac functions ensuring a high spatial resolution. The resolution is no longer limited by the reference size (like in FTH) but by the quality of its edges, so one can increase the diffraction signal without affecting the resolution. However, sources of noise, coming from the diffracted photons or due to the detector itself, can have an impact on the image reconstruction process. An analysis of the photon noise influence in the HERALDO technique can be found in the work of M. Guizar-Sicairos [11]. The findings, in photon-limited statistics, are that the HERALDO technique is robust to the photon noise. The bulk of noise contribution by the extended reference is filtered during the reconstruction procedure. However, in many experiments, the signal-to-noise ratio of the diffraction patterns is not only limited by the photon statistic, but includes also a noise contribution from the detector. This can be particularly critical for low photon energy, low scattering efficiency single particle imaging at FELs or HH beamlines. Using our soft X-ray HH beamline [12] in the single and multi-shot regimes, we have investigated the influence of detection noises on the image reconstruction and the best achievable spatial resolution.

2. Experimental arrangement

For a quantitative comparison, all the measurements have been conducted using the same test object. It consists in a geometrical pattern of $1\ \mu\text{m} \times 1\ \mu\text{m}$ in size (see Fig. 1) with a

significant level of details. Note that in the low signal regime, the weak contribution to the hologram from each detail of the object complicates significantly the possibility of reconstruction and the spatial resolution accessible [13, 14]. Various references (i.e. the squares in Fig. 1) are etched next to the test object at a distance larger than the minimum holographic separation (about 1 μm , in accordance with the holographic separation condition [8]) so that the total pattern “object + reference” is contained in a box of about 3 μm x 3 μm . Two HERALDO configurations have been studied: two slits (one dimensional reference) or two squares (two dimensional references). For FTH, two pinholes of about 100 nm diameter act as holographic references. For all techniques, the diffraction patterns are obtained using the same harmonic beam in the femtosecond single-shot regime. The experimental setup is described in our previous work [2,3,12]. Briefly, the soft X-ray harmonic beam, monochromatized at a wavelength of 32 nm, is focused on a 5 μm diameter spot. The sample is illuminated with about 10^9 to 10^{10} photons in a single shot with pulse duration of 20 fs. The experimental data were acquired with a back-illuminated cooled CCD PI-MTE from Princeton Instruments, 19 mm after the sample. The CCD has two readout frequencies, 100 kHz and 1 MHz. The pixel size is of 13.5 μm . The hardware binning option enables the possibility to combine charges from adjacent pixels into a single effective pixel during the readout process. At the photon energy used for this experiment (~ 40 eV), taking into account the quantum efficiency ($\sim 40\%$), one photon hitting the CCD chip creates about 4 photon-electrons. With the amplifier gain setting and the 16 bits dynamics of the CCD, these photo-electrons are converted approximately to the same number of counts.

3. Impact of detector noises and reconstruction filters in HERALDO

In our experiment, the signal is not photon-limited due to the low photon energy and the modest flux. As a consequence, the detector noise has a large contribution to the noise in the hologram. In general, noise can be separated into four independent components according to their nature: 1) Photon noise, directly related to the diffraction signal and obeying a Poisson distribution with the signal-to-noise ratio $SNR = \frac{N}{\sqrt{N}} = \sqrt{N}$, where N is the photon number;

2) Readout noise, related here to the CCD camera readout quality, which is the uncertainty introduced during the process of quantifying the electronic signal. The readout noise mainly arises from the on-chip preamplifier. It is characterized by its standard deviation $\sigma_{readout}$ (or its variance $\sigma_{readout}^2$); 3) Dark noise (also called dark current), introduced by the thermally generated electrons within the silicon layers of the CCD. The dark current describes the statistical variation of the thermal electrons at a given CCD temperature and a given exposure duration, obeying also a Poisson law. It is characterized by electrons/pixel/s; 4) Parasite light noise, due to scattering during the light transport from the source to the object.

Usually, with a low diffraction signal, the noise is dominated by the readout noise, which is called readout-noise limited; with a high diffraction signal, the photon noise is dominant, which is called photon-limited. Here the number of electrons generated by one photon is comparable to the readout noise at 1 MHz. As a consequence, the measured diffraction patterns are mainly influenced by the readout noise and the photon noise. The SNR of the diffraction pattern is then

$$SNR_{\text{diffraction pattern}} = \frac{N_{\text{detected signal}}}{\sqrt{N_{\text{detected signal}} + \sigma_{\text{readout}}^2}}.$$

Overall, we distinguish in the holograms two regions: the region of low spatial frequencies is photon limited and the region of high spatial frequencies is readout-noise limited. We will present here different strategies to optimize the image reconstruction process in such context.

HERALDO requires application of a linear differential operator associated to the reference shape in object space. This step, in practice, is realized by a point-by-point multiplicative filter, $W_{p,q}$, in the Fourier domain (the hologram), at the p and q pixel coordinates. Then, the object image is reconstructed by applying an inverse Fourier transform on the filtered diffraction pattern. $W_{p,q}$ is a high-pass filter, which also amplifies the high spatial frequency region, dominated by the noise. An additional low-pass filter is used to eliminate the amplified readout noise. In the following example, we show that the low-pass filter is essential to the HERALDO reconstruction process, especially with diffraction patterns significantly influenced by noise.

The test object used in this study (Fig. 1 left) contains two squared references. In the HERALDO process, these two squares can provide eight independent reconstructions (associated with each of the eight corners) in a single hologram acquisition. Figure 1 (right) represents a typical single-shot diffraction pattern acquired with a readout frequency of 100 kHz and within a window size of 600×600 pixels with 2×2 hardware binning ratio. The measured diffraction signal is $\sim 6 \times 10^7$ photons. The noise around the diffraction signal is here dominated by the readout noise, which leads to a background level of 14 counts and a noise level of 4 counts, measured in the red square (Fig. 1 right).

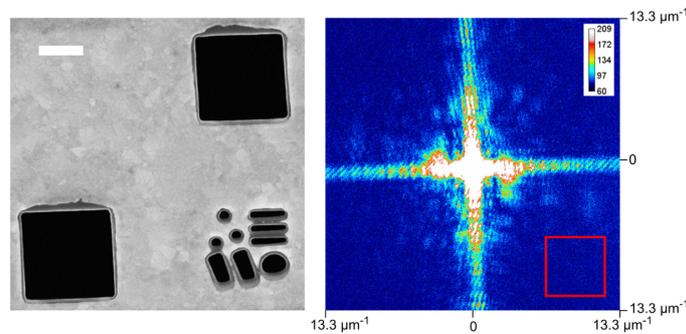


Fig. 1. (left) SEM image of the geometric grid object with two square references. White scale bar: 500 nm. (right) Corresponding experimental single-shot diffraction pattern (log. scale).

Figure 2 presents the effect of the low-pass filter during the reconstruction process. When no low-pass filter is used (top line), the high spatial frequencies of the hologram are significantly amplified after applying the multiplicative filter. The reconstructions are strongly affected by the noise. When applying a low-pass filter, whose diameter is too large (800 pixels, not shown) to eliminate all the readout noise, the object is reconstructed but with a low quality. Applying a suitable low-pass filter (bottom line), with a diameter (400 pixels) small enough to eliminate most detection noise at high spatial frequencies, the object is then clearly reconstructed. To quantify the noise contribution, we can use the power SNR of the reconstructed image [11]:

$$SNR_r = \frac{\sum_{p,q}^{N_o} |o_{p,q}|^2}{N_o \langle |\sigma_{p,q}|^2 \rangle}$$

SNR_r is the ratio between the signal energy and the noise energy presented in the reconstruction image. The signal energy $\sum_{p,q}^{N_o} |o_{p,q}|^2$ is calculated by integrating the signal inside the object region N_o (blue square in Fig. 2), and the noise energy is the multiplication of N_o and its variance calculated in the region without signals (white square in Fig. 2). Here, the noise energy is the total contribution of photon noise and readout noise. Note that SNR_r only

accounts for the statistical noise and does not include the effects of resolution loss. In particular, SNR_r does not integrate the local modulations of the hologram, i.e., the fringes.

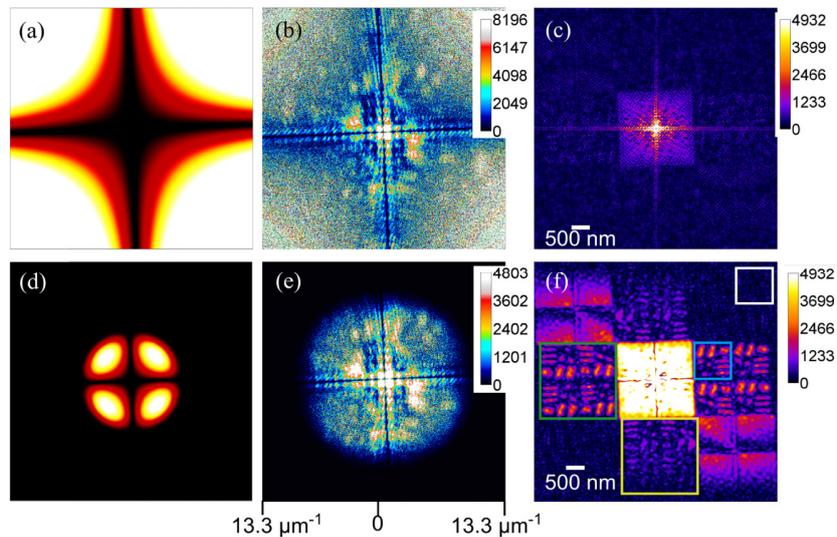


Fig. 2. Influence of the low-pass filter during the reconstruction process. (a,d) Multiplicative filter without (a) and with super Gaussian (order 3) low-pass filter (d: 400 pixels diameter). (b,e) Results of the multiplication (in Fourier space) of the measured diffraction pattern by the HERALDO multiplicative filter (a,d respectively). (c,f) Inverse Fourier transform of (b,e) respectively, giving the object reconstructions. While (c) is drowned in noise, the eight independent reconstructions in (f) are within the green and the yellow squares (each associated to a square reference, see text for details). The fact that the reconstructions in the yellow square are of low quality is due to a misalignment of the XUV beam (the corresponding reference was not sufficiently illuminated). Note that the multiplicative filter is slightly tilted to agree with the diffraction axis.

Figure 3 emphasizes the effect of the low-pass filter diameter. We used the diffraction pattern presented in Fig. 1 and varied the filter diameter from 900 to 200. While an image reconstruction can be obtained without the low-pass filter, Fig. 3 shows that optimizing its diameter leads to a better contrast. This is a direct consequence of the competition between different factors. First, the smaller the filter diameter is, the more the SNR_r at high spatial frequencies (region where the readout noise tends to dominate) is reduced. However, the measured contrast of the image, related to the resolution of the reconstructions, decreases for small values, meaning that the spatial resolution does not depend only on the SNR_r . Note that the smallest filter diameter imposes a resolution limit of 113 nm, close to the period of the three horizontal slits of the object (190 nm), which explains the loss of resolution when the filter diameter gets smaller.

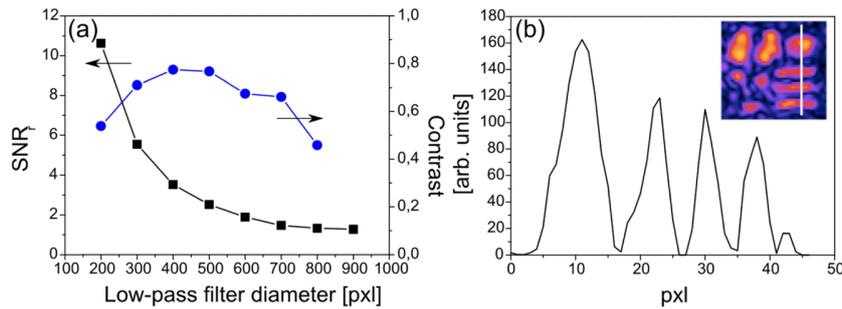


Fig. 3. (a) Evolution of the reconstruction SNR, and contrast with the low-pass filter diameter. (b) Illustration contrast measurements. For each filter diameter, a lineout of the object reconstruction is taken as shown in the inset. The contrast is the mean value of the successive peaks contrasts. (b) was obtained for a filter diameter of 400 pixels.

4. Effect of the readout frequency and hardware binning

We have shown that detector noises are a major constraint for low-signal experiments. However, reconstructions can be improved by applying either software or hardware procedures. In this section, we present experimental results and analysis of different signal to noise ratio improvement strategies during the detection stage. We first study the evolution of the noise with the CCD readout frequency. The diffraction pattern recorded from the object presented in Fig. 1(d) with 1 MHz and 100 kHz readout frequencies are shown in Fig. 4. The two diffraction patterns have equivalent signals (4.8×10^6 at 1 MHz and 5×10^6 at 100 kHz). The other conditions are similar. After applying a super Gaussian filter, we clearly see the influence of readout noise in regions where the detected signal is low. This effect is reduced when working at 100 kHz. The background level, which can be adjusted by the CCD settings, is of around 30 counts in both cases. The noise level is 10 counts and 4 counts for 1 MHz and 100 kHz respectively. The SNR_r is increased by a factor of about 2 for 100 kHz reconstructions, and the resolution is clearly improved. Thanks to the reduced noise level, the reconstructions associated to the second reference, which are difficult to be resolved due to bad illumination of the reference, are better reconstructed (Figs. 4(a) and 4(b)). In this configuration, we can estimate the relative influence from the photon noise and the readout noise in the reconstruction. It turns out that, for a readout frequency of 1 MHz and a large filter diameter, the influence of the readout noise is larger than that of the photon noise. An optimal reconstruction should then find a compromise between image quality and resolution as illustrated in Fig. 3.

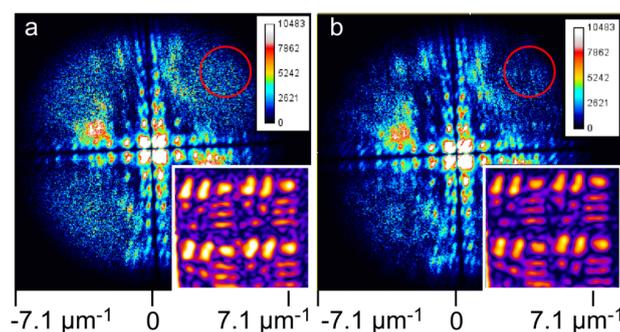


Fig. 4. Effect of the CCD readout frequency. (a,b) Single shot diffraction pattern from the object of Fig. 1(d) with a 1 MHz and 100 kHz respectively, after applying the HERALDO multiplicative and super Gaussian (320 pixels diameter) filters. In inset, the corresponding reconstruction from one of the reference.

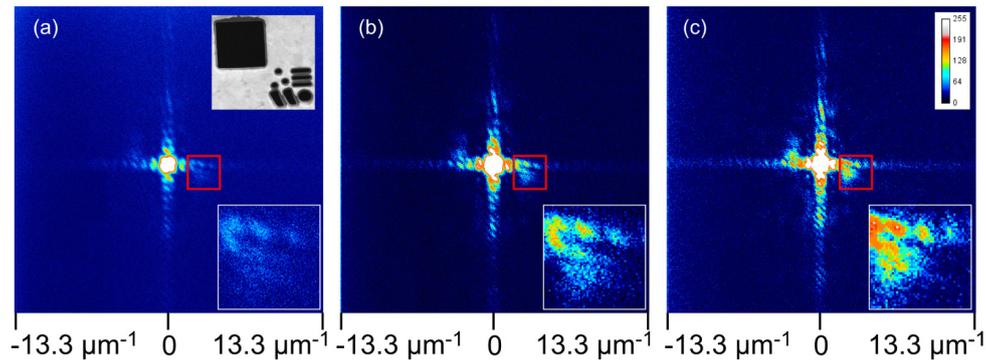


Fig. 5. Effect of hardware binning. Single shot diffraction pattern from the object in the inset (total size: $2 \times 2 \mu\text{m}$) for 1×1 (a), 2×2 (b) and 3×3 (c) hardware binning factor. The zoom-in insets correspond to the red square in each image and show the signal enhancement. The window size for each hologram is 1200×1200 , 600×600 and 467×467 pixels from a) to c) respectively. All the images are presented with the same color scale.

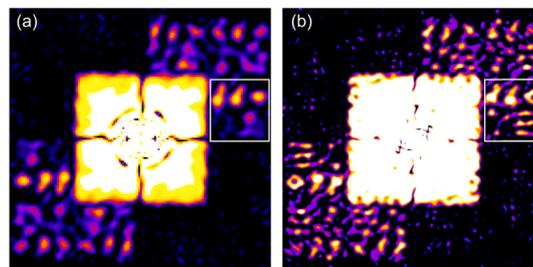


Fig. 6. HERALDO reconstruction of the holograms from in Fig. 5(a) and 5(c). The white squares emphasize the best reconstructed image from one of the square reference. The size of the squares is $1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$.

Another possibility to increase the signal-to-noise ratio, when the oversampling is larger than required, is to use the hardware binning option to increase the effective pixel size. In the ideal case, the SNR enhancement is equal to the binning ratio. Figure 5 shows the diffraction patterns for 1×1 , 2×2 and 3×3 binning ratios of a test object (a grid similar to Fig. 3 with a single square reference that can provide three independent reconstructions). When no binning is applied, the weak diffraction signal associated with the object is buried in the noise (the white squares in the bottom right corners of Figs. 5(a)-5(c) show a zoom into the red squares of the diffraction pattern). When the binning factor is increased, more signal is extractable from the high frequencies content of the hologram, even when the number of photons on the detector is smaller. Keeping the same filter equivalent diameter for the three binning factors, the reconstruction SNR_r is improved by a factor three, and the resolution is improved in general. Figure 6 shows the object reconstruction from the holograms presented in Fig. 5 (with 1×1 and 3×3 binning factors) and using optimum algorithm parameters for each case (low pass filter diameter of 400 pixels and 200 pixels, respectively). The three horizontal bars and the three small holes that are not reconstructed when no binning is used are clearly visible with binning. We conclude that a proper hardware binning can clearly improve the reconstruction quality. However, there is a binning ratio limit given by the fact that the sampling ratio of the diffraction pattern has to be respected. The other advantage of hardware binning is to reduce the long readout time when using 100 kHz readout frequency.

5. Comparison between various reference shapes

Using optimized data collection and data analysis, we now compare HERALDO with slits and square references to Fourier Transform Holography. The point reference has a diameter of 110 nm giving a resolution limit of 80 nm. In the HERALDO procedure, a slit reference requires a 1D derivation step along the slit direction. The resolution is then limited by the transverse size of the slit, as it is not affected by the derivation. In the present case, the slit width is 115 nm, limiting the resolution to 82 nm. In the case of a square reference, a 2D derivation along the two edges orthogonal directions is needed. The resolution is not related to the size of the square but to quality of the etched corners. All the data are taken using a hardware binning of 3 and an acquisition frequency of 1 MHz. Figure 7 shows the test samples, the measured diffraction pattern and the reconstructed images. The total number of photons measured on the CCD in the point (FTH), slit and square (HERALDO) reference configurations is respectively 3.3×10^5 , 1.1×10^6 and 2.1×10^6 . We used different filter diameters in order to independently optimize each reconstruction. As shown in Fig. 7(b), the slit reference clearly gives the best result.

However, to get a more quantitative image reconstruction criterion, we plot the image profile along the direction of the object with the hole and three slits. It is shown in Fig. 8. The plot profiles confirm the qualitative observation: we get highest contrast in the image reconstruction for the slit reference (95%). The square references give a good contrast (80%) but the signal is lower in the three slits part of the image. The FTH point reference has even lower contrast (65%). This is mainly due to the fact that the hologram contains a lower total number of photons because of the limited size of the point reference compared to extended references. As a consequence, high frequency photons are in the background. Note that the derivative filter lowers the SNR_r in the reconstruction by amplifying the high frequency noise from the hologram. It is even more pronounced in the case of a square reference as a second order polynomial is necessary. This is correlated to the fact that at low photon energy and low flux, the readout noise tends to dominate the far field diffraction pattern. The best compromise is found with a slit reference which geometry reduces the effect of noise amplification. However, the resolution given by a slit reference is limited by the slit width, while the resolution of the two-dimensional reference is theoretically non-limited.

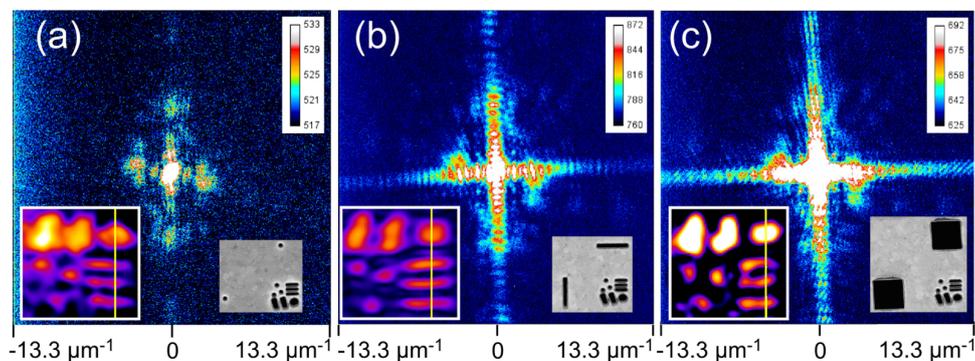


Fig. 7. Comparison between FTH (a), HERALDO with slit (b) and square (c) references. The diffraction images were acquired in single shot with a times 3 hardware binning factor. In insets, corresponding SEM images of the sample and references and image reconstructions (the size of the white box is $1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$). The filter parameters were optimized independently.

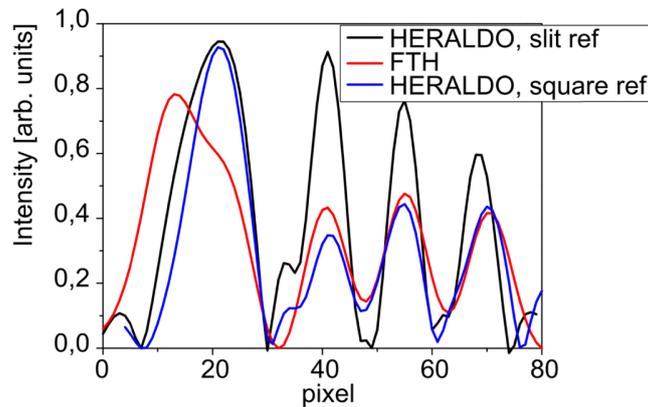


Fig. 8. Lineout of the three reconstructions from Fig. 7(a)-7(c) along the yellow lines.

6. Multiple-shot acquisition

As demonstrated in the previous examples, the reconstruction of the diffraction pattern is mainly limited by the amplified readout noise. When the sample is not damaged by the radiation or by the physical process under investigation, it is possible to increase the incident beam flux by shot accumulation. Figure 9 presents a comparison between single-shot and multiple-shot acquisition of the grid test object. The measured 5-shot diffraction pattern has 2.9×10^8 photons and the single-shot acquisition has 5.9×10^7 photons. Both holograms are recorded within a window size of 1200×1200 non-binning pixels and the readout frequency is 1MHz. The single-shot acquisition has equivalent photon noise and readout noise contributions in its reconstruction, while the 5-shot reconstruction is mainly influenced by the photon noise. Table 1 compares the 1-shot and 5-shot best reconstructions extracted from Fig. 9. The SNR_r is increased from 2.95 to 4.5. The effect is particularly sensitive at high frequencies in the holograms which contributes to a better spatial resolution and image contrast. However, the disadvantage of the accumulation is the eventual blur of the diffraction pattern due to the instable beam position, and radiation damage for certain samples.

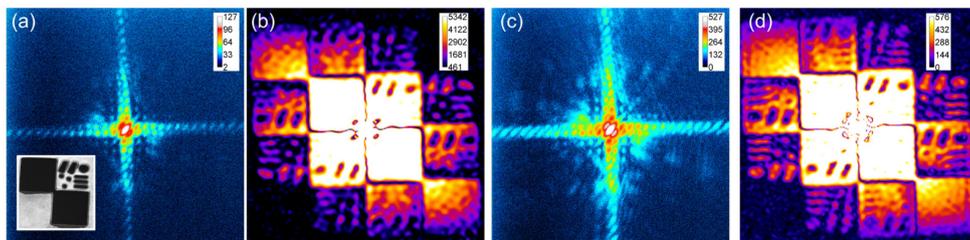


Fig. 9. Diffraction patterns (a,c) and best reconstructions (b,d) for respectively single-shot (a) and 5-shot (c) detections. The SEM image of the grid test object is shown as an inset, the size of the geometric pattern is $1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$.

Table 1. Analysis of the best reconstructions with 1-shot and 5-shot, respectively.

	Filter diameter	SNR_r	Theoretical resolution	Reconstruction contrast
1 shot	600 pixels	2.95	75 nm	0.61
5 shots	800 pixels	4.51	56 nm	0.75

7. Conclusion

In summary, we have presented different strategies to increase the resolution and signal to noise in holography with extended reference when the signal is comparable to the detector

readout noise. The basic principle of HERALDO makes it robust to photon noise, the latter coming essentially from the large signal diffracted by the extended reference. The application of the differential operator compensates for the influence of the reference, including its noise. When the signal is now, i.e., in the single shot regime, various sources of noise, especially the readout noise, will affect the image reconstruction. Indeed, the differential operator in HERALDO acts as a high-pass filter amplifying significantly the noise at high frequency. This increases the proportion of wrong information in the reconstruction. Our finding is that the readout noise is the main obstacle in low signal regime. Strategies can be applied to reduce this noise. On the detection side, hardware binning and readout frequency tuning improve the signal-to-noise ratio of the diffraction pattern. Additionally, a posteriori image processing, like low pass filtering to reduce the readout noise contribution, increases the SNR_r of the reconstructed images.

It effectively compensates the amplification of the readout noise by the multiplicative filter introduced by the reconstruction procedure. We conclude that the reconstruction quality can be improved by the optimization of the detection stage and a carefully chosen low-pass filter diameter. The comparison between FTH, one-dimensional and two-dimensional HERALDO shows that the slit reference is the best holographic configuration for our harmonic beam. At the low flux and low photon energy used here, the noise amplification by the second order polynomial multiplicative step decreases more the spatial resolution than the lateral size of a slit.

Accumulation over multiple shots in a long acquisition time can also improve the diffracted signal, the image reconstruction quality and resolution. The signal is then photon noise limited. This imposes to work with high beam stability (in terms of pointing, intensity and phase spatial distribution, coherence properties, wavefront...) as it otherwise might reduce the visibility of the diffraction details. In addition, accumulation is not compatible with experiments that result in sample destruction if there is no possibility to provide multiple identical copies. Nevertheless, upcoming high repetition rate XUV sources are likely to meet the needed stability criteria in the near future and could contribute towards compact lensless X-ray imaging approaches.

Acknowledgments

We acknowledge discussions with Manuel Guizar-Sicairos. We acknowledge support from the Saclay SLIC laser team. Membranes were processed thanks to the SEM/FIB facility of the CSNSM (Centre de Sciences Nucléaire et de Sciences de la Matière) Univ. Paris-Sud/CNRS/In2P3. We acknowledge financial support from the European Union through the EU-LASERLAB (SLIC 001682) and the VOXEL FET (665207), from the French ministry of research through the 2013 ANR grant "NanoImagine" (ANR-13-NANO-0005) and the joint ANR-DFG 2014 grant KO 3798/4-1 "IPEX", and from the C'NANO research program through the NanosciX grant, from the Swedish Research Council (Vetenskapsrådet), grant number 637-2013-439/D0043901 and the Swedish Foundation for International Cooperation in Research and Higher Education (STINT).

Bibliographie

- [1] Harald Andruleit, Markus Geisen, and Sabine Stäger. Stereo-microscopy of coccolithophores-modern applications for imaging and morphological analysis. *Journal of nanoplankton research*, 28(1) :1–16, 2006.
- [2] David Attwood. *Soft x-rays and extreme ultraviolet radiation : principles and applications*. Cambridge university press, 2007.
- [3] Joana S Barbosa, Rosario Sanchez-Gonzalez, Rossella Di Giaimo, Emily Violette Baumgart, Fabian J Theis, Magdalena Götz, and Jovica Ninkovic. Live imaging of adult neural stem cell behavior in the intact and injured zebrafish brain. *Science*, 348(6236) :789–793, 2015.
- [4] RHT Bates. Fourier phase problems are uniquely solvable in more than one dimension. i : Underlying theory. *Optik (Stuttgart)*, 61 :247–262, 1982.
- [5] Max Born and Emil Wolf. *Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. CUP Archive, 2000.
- [6] Willem Boutu and Hamed Merdji. Imagerie nanométrique femtoseconde par diffraction x cohérente. *Photoniques*, (59) :44–49, 2012.
- [7] Yu M Bruck and LG Sodin. On the ambiguity of the image reconstruction problem. *Optics Communications*, 30(3) :304–308, 1979.
- [8] Emmanuel J Candès et al. Compressive sampling. In *Proceedings of the international congress of mathematicians*, volume 3, pages 1433–1452. Madrid, Spain, 2006.
- [9] Henry N. Chapman, Anton Barty, Stefano Marchesini, Aleksandr Noy, Stefan P. Hau-Riege, Congwu Cui, Malcolm R. Howells, Rachel Rosen, Haifeng He, John C. H. Spence, Uwe Weierstall, Tobias Beetz, Chris Jacobsen, and David Shapiro. High-resolution ab initio three-dimensional x-ray diffraction microscopy. *J. Opt. Soc. Am. A*, 23(5) :1179–1200, May 2006.
- [10] Henry N Chapman and Keith A Nugent. Coherent lensless x-ray imaging. *Nature Photonics*, 4(12) :833–839, 2010.
- [11] Jean-Pierre Delmas. *Éléments de théorie du Signal : les signaux déterministes*. Ellipses-marketing, 1995.
- [12] Loic Denis, Corinne Fournier, Thierry Fournel, and Christophe Ducottet. Numerical suppression of the twin image in in-line holography of a volume of micro-objects. *Measurement Science and Technology*, 19(7) :074004, 2008.

- [13] David L Donoho. Compressed sensing. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52(4) :1289–1306, 2006.
- [14] Arnaud Dubois. Fourier optics, September 2014.
- [15] S Eisebitt, J Lüning, WF Schlotter, M Lörger, O Hellwig, W Eberhardt, and J Stöhr. Lensless imaging of magnetic nanostructures by x-ray spectroholography. *Nature*, 432(7019) :885–888, 2004.
- [16] Veit Elser. Phase retrieval by iterated projections. *JOSA A*, 20(1) :40–55, 2003.
- [17] M Ferray, A l’Huillier, XF Li, LA Lompre, G Mainfray, and C Manus. Multiple-harmonic conversion of 1064 nm radiation in rare gases. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 21(3) :L31, 1988.
- [18] James R Fienup. Reconstruction of an object from the modulus of its fourier transform. *Optics letters*, 3(1) :27–29, 1978.
- [19] James R Fienup. Phase retrieval algorithms : a comparison. *Applied optics*, 21(15) :2758–2769, 1982.
- [20] JR Fienup. Iterative method applied to image reconstruction and to computer-generated holograms. *Optical Engineering*, 19(3) :193297–193297, 1980.
- [21] Dennis Gabor et al. A new microscopic principle. *Nature*, 161(4098) :777–778, 1948.
- [22] Jorge Garcia-Sucerquia, Wenbo Xu, Stephan K Jericho, Peter Klages, Manfred H Jericho, and H Jürgen Kreuzer. Digital in-line holographic microscopy. *Applied optics*, 45(5) :836–850, 2006.
- [23] D Gauthier, M Guizar-Sicairos, X Ge, W Boutu, B Carré, JR Fienup, and H Merdji. Single-shot femtosecond x-ray holography using extended references. *Physical review letters*, 105(9) :093901, 2010.
- [24] David Gauthier. *Imagerie nanométrique ultra-rapide par diffraction cohérente de rayonnement extrême-UV produit par génération d’harmoniques d’ordre élevé*. PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, 2012.
- [25] X Ge, W Boutu, D Gauthier, F Wang, A Borta, B Barbrel, M Ducouso, AI Gonzalez, B Carré, D Guillaumet, et al. Impact of wave front and coherence optimization in coherent diffractive imaging. *Optics express*, 21(9) :11441–11447, 2013.
- [26] X Ge, M Ducouso, W Boutu, B Tudu, B Barbrel, D Gauthier, A Borta, A-I Gonzalez, F Wang, B Iwan, et al. Sub-100 nanometer lensless probing of co/pd magnetic nanodomains using a table-top femtosecond soft x-ray harmonic source. *Journal of Modern Optics*, 60(17) :1475–1483, 2013.
- [27] Xunyou Ge. Ultrafast nanometric imaging by xuv coherent diffraction. Master’s thesis, Université Paris Sud XI, 2012.
- [28] Ralph W Gerchberg. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35 :237, 1972.
- [29] Shambhu Ghimire, Anthony D DiChiara, Emily Sistrunk, Pierre Agostini, Louis F DiMauro, and David A Reis. Observation of high-order harmonic generation in a bulk crystal. *Nature physics*, 7(2) :138–141, 2011.

- [30] Shambhu Ghimire, Anthony D DiChiara, Emily Sistrunk, Georges Ndabashimiye, Urszula B Szafruga, Anis Mohammad, Pierre Agostini, Louis F DiMauro, and David A Reis. Generation and propagation of high-order harmonics in crystals. *Physical Review A*, 85(4) :043836, 2012.
- [31] Richard M Goldstein, Howard A Zebker, and Charles L Werner. Satellite radar interferometry : Two-dimensional phase unwrapping. *Radio science*, 23(4) :713–720, 1988.
- [32] Aura Ines Gonzalez Angarita. *Single shot lensless imaging with coherence and wavefront characterization of harmonic and FEL sources*. Theses, Université Paris Sud - Paris XI, April 2015.
- [33] Joseph W Goodman. *Introduction to Fourier optics*. Roberts and Company Publishers, 2005.
- [34] Radek Grzeszczuk, Gary R Bradski, Michael H Chu, and Jean-Yves Bouget. System and method for gesture recognition in three dimensions using stereo imaging and color vision, September 7 2004. US Patent 6,788,809.
- [35] Manuel Guizar-Sicairos. *Methods for coherent lensless imaging and x-ray wavefront measurement*. PhD thesis, University of Rochester, 2010.
- [36] Manuel Guizar-Sicairos and James R Fienup. Holography with extended reference by autocorrelation linear differential operation. *Optics express*, 15(26) :17592–17612, 2007.
- [37] Manuel Guizar-Sicairos, Samuel T Thurman, and James R Fienup. Efficient subpixel image registration algorithms. *Optics letters*, 33(2) :156–158, 2008.
- [38] John M Heck, David T Attwood, Werner Meyer-Ilse, and Erik H Anderson. Resolution determination in x-ray microscopy : an analysis of the effects of partial coherence and illumination spectrum. *Journal of x-ray science and technology*, 8(2) :95–104, 1998.
- [39] Mark Hedley, Hong Yan, and Dov Rosenfeld. A modified gerchberg-saxton algorithm for one-dimensional motion artifact correction in mri. *IEEE Transactions on signal processing*, 39(6) :1428–1433, 1991.
- [40] Xiaojing Huang, Huijie Miao, Jan Steinbrener, Johanna Nelson, David Shapiro, Andrew Stewart, Joshua Turner, and Chris Jacobsen. Signal-to-noise and radiation exposure considerations in conventional and diffraction x-ray microscopy. *Optics Express*, 17(16), Jan 2009.
- [41] Hone-Ene Hwang, Hsuan T Chang, and Wen-Nung Lie. Fast double-phase retrieval in fresnel domain using modified gerchberg-saxton algorithm for lensless optical security systems. *Optics express*, 17(16) :13700–13710, 2009.
- [42] Hone-Ene Hwang, Hsuan T Chang, and Wen-Nung Lie. Multiple-image encryption and multiplexing using a modified gerchberg-saxton algorithm and phase modulation in fresnel-transform domain. *Optics letters*, 34(24) :3917–3919, 2009.
- [43] L Jochum and Werner Meyer-Ilse. Partially coherent image formation with x-ray microscopes. *Applied optics*, 34(22) :4944–4950, 1995.
- [44] Björn Kemper, Patrik Langehanenberg, and Gert Von Bally. Digital holographic microscopy. *Optik & Photonik*, 2(2) :41–44, 2007.

- [45] Soo-Gil Kim, Byoung-ho Lee, and Eun-Soo Kim. Removal of bias and the conjugate image in incoherent on-axis triangular holography and real-time reconstruction of the complex hologram. *Applied optics*, 36(20) :4784–4791, 1997.
- [46] Takashi Kimura, Yasumasa Joti, Akemi Shibuya, Changyong Song, Sangsoo Kim, Kensuke Tono, Makina Yabashi, Masatada Tamakoshi, Toshiyuki Moriya, Tairo Oshima, et al. Imaging live cell in micro-liquid enclosure by x-ray laser diffraction. *Nature communications*, 5, 2014.
- [47] Tatiana Latychevskaia and Hans-Werner Fink. Solution to the twin image problem in holography. *Physical review letters*, 98(23) :233901, 2007.
- [48] Philip Laven. Separating diffraction from scattering : the million-dollar challenge. *Journal of Nanophotonics*, 4(1) :041593–041593, 2010.
- [49] Nathan D Lawson and Brant M Weinstein. In vivo imaging of embryonic vascular development using transgenic zebrafish. *Developmental biology*, 248(2) :307–318, 2002.
- [50] D Russell Luke. Relaxed averaged alternating reflections for diffraction imaging. *Inverse Problems*, 21(1) :37, 2004.
- [51] Tran Trung Luu, M Garg, S Yu Kruchinin, Antoine Moulet, M Th Hassan, and Eleftherios Goulielmakis. Extreme ultraviolet high-harmonic spectroscopy of solids. *Nature*, 521(7553) :498–502, 2015.
- [52] Filipe RNC Maia, Tomas Ekeberg, David Van Der Spoel, and Janos Hajdu. Hawk : the image reconstruction package for coherent x-ray diffractive imaging. *Journal of applied crystallography*, 43(6) :1535–1539, 2010.
- [53] Andrew M Maiden, John M Rodenburg, and Martin J Humphry. Optical ptychography : a practical implementation with useful resolution. *Optics letters*, 35(15) :2585–2587, 2010.
- [54] Stefano Marchesini. Invited article : A unified evaluation of iterative projection algorithms for phase retrieval. *Review of scientific instruments*, 78(1) :011301, 2007.
- [55] Stefano Marchesini, H He, Henry N Chapman, Stefan P Hau-Riege, Aleksandr Noy, Malcolm R Howells, Uwe Weierstall, and John CH Spence. X-ray image reconstruction from a diffraction pattern alone. *Physical Review B*, 68(14) :140101, 2003.
- [56] Stefano Marchesini, Andre Schirotzek, Chao Yang, Hau-tieng Wu, and Filipe Maia. Augmented projections for ptychographic imaging. *Inverse Problems*, 29(11) :115009, 2013.
- [57] Andrew V Martin, Adrian J D’Alfonso, Fenglin Wang, Richard Bean, Flavio Capotondi, Richard A Kirian, Emmanuele Pedersoli, Lorenzo Raimondi, Francesco Stellato, Chun Hong Yoon, et al. X-ray holography with a customizable reference. *Nature communications*, 5, 2014.
- [58] Ian McNulty, Chris Jacobsen, et al. High-resolution imaging by fourier transform x-ray holography. *Science*, 256(5059) :1009, 1992.
- [59] A McPherson, G Gibson, H Jara, U Johann, Ting S Luk, IA McIntyre, Keith Boyer, and Charles K Rhodes. Studies of multiphoton production of vacuum-ultraviolet radiation in the rare gases. *JOSA B*, 4(4) :595–601, 1987.

- [60] Serge Meimon, Thierry Fusco, Vincent Michau, and Cédric Plantet. Sensing more modes with fewer sub-apertures : the lifted shack–hartmann wavefront sensor. *Optics letters*, 39(10) :2835–2837, 2014.
- [61] Serge Meimon, Thierry Fusco, and Laurent M Mugnier. Lift : a focal-plane wavefront sensor for real-time low-order sensing on faint sources. *Optics letters*, 35(18) :3036–3038, 2010.
- [62] Jianwei Miao, Pambos Charalambous, Janos Kirz, and David Sayre. Extending the methodology of x-ray crystallography to allow imaging of micrometre-sized non-crystalline specimens. *Nature*, 400(6742) :342–344, 1999.
- [63] Jianwei Miao, Tetsuya Ishikawa, Erik H Anderson, and Keith O Hodgson. Phase retrieval of diffraction patterns from noncrystalline samples using the oversampling method. *Physical Review B*, 67(17) :174104, 2003.
- [64] Jianwei Miao and D Sayre. On possible extensions of x-ray crystallography through diffraction-pattern oversampling. *Acta Crystallographica Section A : Foundations of Crystallography*, 56(6) :596–605, 2000.
- [65] Jianwei Miao, David Sayre, and HN Chapman. Phase retrieval from the magnitude of the fourier transforms of nonperiodic objects. *JOSA A*, 15(6) :1662–1669, 1998.
- [66] Fabien Momey, Cédric Allier, Olivier Cioni, Jean-Guillaume Coutard, Lionel Hervé, Vinjimore Kesavan Srikanth, Jean-Marc Dinten, Nathalie Picollet-D’Hahan, Monika Dolega, and Xavier Gidrol. Vidéo-microscopie sans lentille pour la biologie cellulaire 2d et 3d. In *3ème rencontre francophone d’holographie numérique appliquée à la métrologie des fluides*, 2014.
- [67] Harry Nyquist. Certain topics in telegraph transmission theory. *Proceedings of the IEEE*, 90(2) :280–305, 2002.
- [68] Levent Onural and Peter D Scott. Digital decoding of in-line holograms. *Optical Engineering*, 26(11) :261124–261124, 1987.
- [69] C Plantet, S Meimon, J-M Conan, and T Fusco. Experimental validation of lift for estimation of low-order modes in low-flux wavefront sensing. *Optics express*, 21(14) :16337–16352, 2013.
- [70] Cédric Plantet, Serge Meimon, Thierry Fusco, and Jean-Marc Conan. Experimental validation of the linearized focal-plane technique (lift). *Proc. AO4ELT*, 2011.
- [71] T-C Poon, Taegeun Kim, G Indebetouw, BW Schilling, MH Wu, K Shinoda, and Y Suzuki. Twin-image elimination experiments for three-dimensional images in optical scanning holography. *Optics letters*, 25(4) :215–217, 2000.
- [72] Sudheesh K Rajput and Naveen K Nishchal. Fresnel domain nonlinear optical image encryption scheme based on gerchberg–saxton phase-retrieval algorithm. *Applied optics*, 53(3) :418–425, 2014.
- [73] Aleksandar D Rakić, Aleksandra B Djurišić, Jovan M Elazar, and Marian L Majewski. Optical properties of metallic films for vertical-cavity optoelectronic devices. *Applied optics*, 37(22) :5271–5283, 1998.
- [74] A Ravasio, D Gauthier, FRNC Maia, M Billon, JP Caumes, D Garzella, M Géléoc, O Gobert, Jean-François Hergott, AM Pena, et al. Single-shot diffractive

- imaging with a table-top femtosecond soft x-ray laser-harmonics source. *Physical review letters*, 103(2) :028104, 2009.
- [75] R Rick, A Scherz, WF Schlotter, D Zhu, J Lüning, and J Stöhr. Optimal signal-to-noise ratios for soft x-ray lensless imaging. *Optics letters*, 34(5) :650–652, 2009.
- [76] JM Rodenburg. Ptychography and related diffractive imaging methods. *Advances in Imaging and Electron Physics*, 150 :87–184, 2008.
- [77] Lu Rong, Yan Li, Shuo Liu, Wen Xiao, Feng Pan, and Dayong Wang. Iterative solution to twin image problem in in-line digital holography. *Optics and Lasers in Engineering*, 51(5) :553–559, 2013.
- [78] Wilhelm Conrad Röntgen. Über eine neue art von strahlen. *Annalen der Physik*, 300(1) :1–11, 1898.
- [79] S Roy, D Parks, KA Seu, Run Su, JJ Turner, Weilun Chao, EH Anderson, Stefano Cabrini, and SD Kevan. Lensless x-ray imaging in reflection geometry. *Nature Photonics*, 5(4) :243–245, 2011.
- [80] Andy Rundquist, Anatoly Efimov, and David H Reitze. Pulse shaping with the gerchberg-saxton algorithm. *JOSA B*, 19(10) :2468–2478, 2002.
- [81] David Sayre. Some implications of a theorem due to shannon. *Acta Crystallographica*, 5(6) :843–843, 1952.
- [82] David Sayre. Imaging processes and coherence in physics. *Springer Lecture Notes in Physics*, 112 :229–235, 1980.
- [83] WF Schlotter, R Rick, K Chen, A Scherz, J Stöhr, J Lüning, S Eisebitt, Ch Günther, W Eberhardt, O Hellwig, et al. Multiple reference fourier transform holography with soft x rays. *Applied Physics Letters*, 89(16) :163112, 2006.
- [84] Sidney A Self. Focusing of spherical gaussian beams. *Applied optics*, 22(5) :658–661, 1983.
- [85] Sungkyu Seo, Serhan O Isikman, Ikbal Sencan, Onur Mudanyali, Ting-Wei Su, Waheb Bishara, Anthony Erlinger, and Aydogan Ozcan. High-throughput lens-free blood analysis on a chip. *Analytical chemistry*, 82(11) :4621–4627, 2010.
- [86] Claude Elwood Shannon. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IRE*, 37(1) :10–21, 1949.
- [87] David Shapiro, Pierre Thibault, Tobias Beetz, Veit Elser, Malcolm Howells, Chris Jacobsen, Janos Kirz, Enju Lima, Huijie Miao, Aaron M Neiman, et al. Biological imaging by soft x-ray diffraction microscopy. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 102(43) :15343–15346, 2005.
- [88] Qun Shen, Ivan Bazarov, and Pierre Thibault. Diffractive imaging of nonperiodic materials with future coherent x-ray sources. *Journal of synchrotron radiation*, 11(5) :432–438, 2004.
- [89] Antonio C Sobieranski, Fatih Inci, H Cumhuri Tekin, Mehmet Yuksekkaya, Eros Comunello, Daniel Cobra, Aldo von Wangenheim, and Utkan Demirci. Portable lensless wide-field microscopy imaging platform based on digital in-line holography and multi-frame pixel super-resolution. *Light : Science & Applications*, 4(10) :e346, 2015.

- [90] Changyong Song, Damien Ramunno-Johnson, Yoshinori Nishino, Yoshiki Kohmura, Tetsuya Ishikawa, Chien-Chun Chen, Ting-Kuo Lee, and Jianwei Miao. Phase retrieval from exactly oversampled diffraction intensity through deconvolution. *Physical Review B*, 75(1) :012102, 2007.
- [91] Jun Song, Christine Leon Swisher, Hyungsoon Im, Sangmoo Jeong, Divya Pathania, Yoshiko Iwamoto, Misha Pivovarov, Ralph Weissleder, and Hakho Lee. Sparsity-based pixel super resolution for lens-free digital in-line holography. *Scientific Reports*, 6, 2016.
- [92] George W Stoke. *An introduction to coherent optics and holography*. Academic Press, 1969.
- [93] Mohammad Rafiq Swash, Juan Carlos Fernandez, Amar Aggoun, O Abdulfatah, and Emmanuel Tseklevs. Reference based holoscopic 3d camera aperture stitching for widening the overall viewing angle. In *3DTV-Conference : The True Vision-Capture, Transmission and Display of 3D Video (3DTV-CON), 2014*, pages 1–3. IEEE, 2014.
- [94] Pierre Thibault. *Algorithmic methods in diffraction microscopy*. 2007.
- [95] A Tokovinin and S Heathcote. Donut : measuring optical aberrations from a single extrafocal image. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 118(846) :1165, 2006.
- [96] G Vampa, CR McDonald, G Orlando, DD Klug, PB Corkum, and T Brabec. Theoretical analysis of high-harmonic generation in solids. *Physical review letters*, 113(7) :073901, 2014.
- [97] Marin Van Heel and Michael Schatz. Fourier shell correlation threshold criteria. *Journal of structural biology*, 151(3) :250–262, 2005.
- [98] Graeme Whyte and Johannes Courtial. Experimental demonstration of holographic three-dimensional light shaping using a gerchberg–saxton algorithm. *New Journal of Physics*, 7(1) :117, 2005.
- [99] Jingjiang Xu, Wei Wei, Shaozhen Song, Xiaoli Qi, and Ruikang K Wang. Scalable wide-field optical coherence tomography-based angiography for in vivo imaging applications. *Biomedical optics express*, 7(5) :1905–1919, 2016.
- [100] Wenbo Xu, MH Jericho, IA Meinertzhagen, and HJ Kreuzer. Digital in-line holography for biological applications. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 98(20) :11301–11305, 2001.
- [101] Wenbo Xu, MH Jericho, IA Meinertzhagen, and HJ Kreuzer. Digital in-line holography of microspheres. *Applied optics*, 41(25) :5367–5375, 2002.
- [102] Guo-zhen Yang, Bi-zhen Dong, Ben-yuan Gu, Jie-yao Zhuang, and Okan K Ersoy. Gerchberg–saxton and yang–gu algorithms for phase retrieval in a nonunitary transform system : a comparison. *Applied optics*, 33(2) :209–218, 1994.
- [103] Zeev Zalevsky, Rainer G Dorsch, and David Mendlovic. Gerchberg–saxton algorithm applied in the fractional fourier or the fresnel domain. *Optics letters*, 21(12) :842–844, 1996.
- [104] Guoan Zheng, Roarke Horstmeyer, and Changhuei Yang. Wide-field, high-resolution fourier ptychographic microscopy. *Nature photonics*, 7(9) :739–745, 2013.

- [105] Xiaodong Zhou, Kai Yu Liu, Nan Zhang, and Christina Tan. Simultaneous characterization of the shape and refractive index of transparent living cells by an optical aperture. *Applied optics*, 49(33) :6416–6424, 2010.
- [106] Diling Zhu, Manuel Guizar-Sicairos, Benny Wu, Andreas Scherz, Yves Acremann, Tolek Tyliszczak, Peter Fischer, Nina Friedenberger, Katharina Ollefs, Michael Farle, et al. High-resolution x-ray lensless imaging by differential holographic encoding. *Physical review letters*, 105(4) :043901, 2010.

Titre : Étude et applications de l'imagerie sans lentille par diffraction cohérente

Mots clefs : imagerie, diffraction, holographie, reconstruction, phase

Résumé : Ce mémoire est dédié à l'imagerie par diffraction cohérente. Dans un premier temps, nous présentons la conception et la mise en œuvre expérimentale d'un système d'imagerie compact fonctionnant sur ce principe. Il est composé d'une diode UV ($\lambda = 400$ nm), d'une caméra CCD, et d'une plate-forme pour placer l'échantillon à observer. Le faisceau cohérent issu de la diode éclaire l'échantillon, et la figure de diffraction est enregistrée par la caméra. La rétropropagation du champ détecté permet, en principe, de déterminer le profil de l'échantillon. Néanmoins, la phase du champ, perdue lors de la détection, nous contraint à employer des méthodes de « reconstruction de la phase », cette quantité étant nécessaire à l'opération d'inversion. Plusieurs techniques ont été utilisées. L'holographie par Transformée de Fourier, par exemple, est une méthode *déterministe* qui consiste à utiliser une référence circulaire (ou rectangulaire) gravée à côté de l'échantillon. La phase est encodée dans la figure de diffraction, sous la forme de franges d'interférences issues de l'objet et de la référence. Une simple Transformée de Fourier du signal permet alors de retrouver le profil de l'échantillon. Une méthode *itérative* a également été mise en œuvre, basée sur un jeu de contraintes dans les espaces réel et réciproque. En particulier, l'objet éclairé doit être « isolé », *i.e.* plus petit que le faisceau incident. Bien que cette méthode soit non-déterministe, nous verrons toutefois qu'elle est plus robuste et permet d'obtenir de meilleures résolutions spatiales qu'en holographie. Cette étude est un point de départ à l'observation d'objets tridimensionnels. Nous présentons une première méthode déterministe, basée sur l'holographie par Transformée de Fourier. Pour ce faire, une « pupille holographique » est utilisée et sert de support à une première reconstruction 2D du champ. Celui-ci est ensuite rétro-propagé vers l'échantillon placé à proximité, afin de réaliser une mise au point entièrement *numérique* de ce dernier. La contrainte « d'isolation » de l'objet est alors levée par l'utilisation de cette pupille. Avec cette méthode, le champ latéral est toutefois limité par son diamètre. Pour l'observation d'échantillons plus larges, la technique d'holographie « en ligne » a également été exploitée. Elle consiste à éclairer l'objet avec une onde sphérique et à enregistrer les franges d'interférences (ou « hologramme »). Une rétropropagation est ensuite effectuée pour faire la mise au point sur l'échantillon. Le caractère divergent du faisceau permet de disposer d'un champ latéral de plusieurs millimètres. Le problème de « l'image jumelle », inhérent à cette configuration, est résolu *via* un algorithme itératif couplé à la rétropropagation. Des reconstructions tridimensionnelles ont été effectuées sur divers échantillons, avec ces deux méthodes — reconstruction pupillaire et holographie en ligne. Pour chacune d'entre elles, des interfaces de reconstruction ont été mises au point et fonctionnent pendant la détection, afin d'observer l'objet en temps réel. Nous disposons alors d'un prototype d'imagerie sans lentille compact et complet. Enfin, nous présentons l'application d'une technique de reconstruction de la phase, appelée LIFT (pour *L*inearized *F*ocal plane *T*echnique), appliquée à un analyseur de front d'onde Shack-Hartmann. Usuellement, de tels capteurs ont une résolution spatiale limitée par le pas des micro-lentilles : seules les pentes locales (*tip/tilt*) sont mesurées. Le LIFT consiste à déterminer les ordres supérieurs de la phase à l'échelle de chaque micro-lentille, en exploitant le profil du spot correspondant. Des matrices d'interaction sont calculées afin de linéariser la relation entre l'espace réel (micro-lentilles) et l'espace réciproque (matrice CCD), et une boucle itérative permet d'étendre ce domaine de linéarité. Un gain de résolution spatiale de l'ordre de 3, au niveau de chaque micro-lentille, est attendu avec cette technique.

Title : Study and applications of lensless imaging by coherent diffraction

Keywords : imaging, diffraction, holography, phase retrieval

Abstract : This dissertation is dedicated to coherent diffractive imaging. Firstly, we present the conception and experimental implementation of a compact imaging system, working on this principle. It is made of an UV laser diode ($\lambda = 400$ nm), a CCD camera, and a platform to place the sample. The coherent beam coming from the diode illuminates the sample, and the diffraction pattern is recorded by the camera. Back-propagating the detected field should allow, in principle, to derive the sample's profile. Nevertheless, the field's phase, lost during the detection, forces us to use “phase retrieval” methods, this quantity being necessary to the inversion process. Several techniques have been used for that purpose. Fourier Transform Holography (FTH), for example, is a *deterministic* method that consists in using a circular reference, closely drilled nearby the sample. The phase is encoded in the diffraction pattern, in the form of interference fringes coming from the object and the reference. Then, a simple inverse Fourier Transform of the signal leads the profile of the sample. An *iterative* method has also been implemented, based on a set of constraints in the real and reciprocal spaces. In particular, the illuminated object must be “isolated”, *i.e.* smaller than the incident beam. Although this method is non-deterministic, we will see that it is more robust and gives better resolutions than the holographic cases. This study is the starting point of three-dimensional imaging. We present a first deterministic method, based on FTH. For this purpose, a “holographic pupil” is used and serves as a support for a first 2D reconstruction of the field. The latter is then back-propagated towards the sample closely placed, in order to realize an entirely *numerical* focusing on it. The “isolation constraint” is then removed by the use of this pupil. However, with this method, the field of view is limited by its diameter. In order to observe larger samples, the “in-line holography” technique has been exploited as well. It consists in illuminating the object with a spherical wave and recording the interference fringes (or “hologram”). A back-propagation is made after the fact in order to do the focusing on the sample. The divergent nature of the beam allows for reaching several millimeters for the lateral field of view. The “twin-image problem”, inherent to this configuration, is solved *via* an iterative algorithm coupled to the back-propagation process. Three-dimensional reconstructions have been made on varied samples, with these two methods — pupil reconstruction and in-line holography. In both cases, reconstruction interfaces have been implemented and work during the detection, in order to observe the object in real time. We then have a compact and complete lensless imaging prototype. Finally, we present the application of a phase retrieval technique, named LIFT (*L*inearized *F*ocal plane *T*echnique), applied to a Shack-Hartmann wavefront sensor. Usually, such sensors have a spatial resolution that is limited by the micro-lenses size : only the local slopes, *i.e.* tip and tilt, are measured. The LIFT consists in determining the higher orders of the phase at the scale of each micro-lens, by exploiting the corresponding spot profile. Interaction matrices are calculated in order to linearize the relation between the real space (micro-lenses) and the reciprocal space (CCD chip), and an iterative loop allows for increasing this linearity domain. With this technique, a gain in spatial resolution by a factor 3 is expected.

Titre : Étude et applications de l'imagerie sans lentille par diffraction cohérente

Mots clefs : imagerie, diffraction, holographie, reconstruction, phase

Résumé : Ce mémoire est dédié à l'imagerie par diffraction cohérente. Dans un premier temps, nous présentons la conception et la mise en œuvre expérimentale d'un système d'imagerie compact fonctionnant sur ce principe. Il est composé d'une diode UV ($\lambda = 400$ nm), d'une caméra CCD, et d'une plate-forme pour placer l'échantillon à observer. Le faisceau cohérent issu de la diode éclaire l'échantillon, et la figure de diffraction est enregistrée par la caméra. La rétropropagation du champ détecté permet, en principe, de déterminer le profil de l'échantillon. Néanmoins, la phase du champ, perdue lors de la détection, nous contraint à employer des méthodes de « reconstruction de la phase », cette quantité étant nécessaire à l'opération d'inversion. Plusieurs techniques ont été utilisées. L'holographie par Transformée de Fourier, par exemple, est une méthode *déterministe* qui consiste à utiliser une référence circulaire (ou rectangulaire) gravée à côté de l'échantillon. La phase est encodée dans la figure de diffraction, sous la forme de franges d'interférences issues de l'objet et de la référence. Une simple Transformée de Fourier du signal permet alors de retrouver le profil de l'échantillon. Une méthode *itérative* a également été mise en œuvre, basée sur un jeu de contraintes dans les espaces réel et réciproque. En particulier, l'objet éclairé doit être « isolé », *i.e.* plus petit que le faisceau incident. Bien que cette méthode soit non-déterministe, nous verrons toutefois qu'elle est plus robuste et permet d'obtenir de meilleures résolutions spatiales qu'en holographie. Cette étude est un point de départ à l'observation d'objets tridimensionnels. Nous présentons une première méthode déterministe, basée sur l'holographie par Transformée de Fourier. Pour ce faire, une « pupille holographique » est utilisée et sert de support à une première reconstruction 2D du champ. Celui-ci est ensuite rétro-propagé vers l'échantillon placé à proximité, afin de réaliser une mise au point entièrement *numérique* de ce dernier. La contrainte « d'isolation » de l'objet est alors levée par l'utilisation de cette pupille. Avec cette méthode, le champ latéral est toutefois limité par son diamètre. Pour l'observation d'échantillons plus larges, la technique d'holographie « en ligne » a également été exploitée. Elle consiste à éclairer l'objet avec une onde sphérique et à enregistrer les franges d'interférences (ou « hologramme »). Une rétropropagation est ensuite effectuée pour faire la mise au point sur l'échantillon. Le caractère divergent du faisceau permet de disposer d'un champ latéral de plusieurs millimètres. Le problème de « l'image jumelle », inhérent à cette configuration, est résolu *via* un algorithme itératif couplé à la rétropropagation. Des reconstructions tridimensionnelles ont été effectuées sur divers échantillons, avec ces deux méthodes — reconstruction pupillaire et holographie en ligne. Pour chacune d'entre elles, des interfaces de reconstruction ont été mises au point et fonctionnent pendant la détection, afin d'observer l'objet en temps réel. Nous disposons alors d'un prototype d'imagerie sans lentille compact et complet. Enfin, nous présentons l'application d'une technique de reconstruction de la phase, appelée LIFT (pour *L*inearized *F*ocal plane *T*echnique), appliquée à un analyseur de front d'onde Shack-Hartmann. Usuellement, de tels capteurs ont une résolution spatiale limitée par le pas des micro-lentilles : seules les pentes locales (*tip/tilt*) sont mesurées. Le LIFT consiste à déterminer les ordres supérieurs de la phase à l'échelle de chaque micro-lentille, en exploitant le profil du spot correspondant. Des matrices d'interaction sont calculées afin de linéariser la relation entre l'espace réel (micro-lentilles) et l'espace réciproque (matrice CCD), et une boucle itérative permet d'étendre ce domaine de linéarité. Un gain de résolution spatiale de l'ordre de 3, au niveau de chaque micro-lentille, est attendu avec cette technique.

Title : Study and applications of lensless imaging by coherent diffraction

Keywords : imaging, diffraction, holography, phase retrieval

Abstract : This dissertation is dedicated to coherent diffractive imaging. Firstly, we present the conception and experimental implementation of a compact imaging system, working on this principle. It is made of an UV laser diode ($\lambda = 400$ nm), a CCD camera, and a platform to place the sample. The coherent beam coming from the diode illuminates the sample, and the diffraction pattern is recorded by the camera. Back-propagating the detected field should allow, in principle, to derive the sample's profile. Nevertheless, the field's phase, lost during the detection, forces us to use "phase retrieval" methods, this quantity being necessary to the inversion process. Several techniques have been used for that purpose. Fourier Transform Holography (FTH), for example, is a *deterministic* method that consists in using a circular reference, closely drilled nearby the sample. The phase is encoded in the diffraction pattern, in the form of interference fringes coming from the object and the reference. Then, a simple inverse Fourier Transform of the signal leads the profile of the sample. An *iterative* method has also been implemented, based on a set of constraints in the real and reciprocal spaces. In particular, the illuminated object must be "isolated", *i.e.* smaller than the incident beam. Although this method is non-deterministic, we will see that it is more robust and gives better resolutions than the holographic cases. This study is the starting point of three-dimensional imaging. We present a first deterministic method, based on FTH. For this purpose, a "holographic pupil" is used and serves as a support for a first 2D reconstruction of the field. The latter is then back-propagated towards the sample closely placed, in order to realize an entirely *numerical* focusing on it. The "isolation constraint" is then removed by the use of this pupil. However, with this method, the field of view is limited by its diameter. In order to observe larger samples, the "in-line holography" technique has been exploited as well. It consists in illuminating the object with a spherical wave and recording the interference fringes (or "hologram"). A back-propagation is made after the fact in order to do the focusing on the sample. The divergent nature of the beam allows for reaching several millimeters for the lateral field of view. The "twin-image problem", inherent to this configuration, is solved *via* an iterative algorithm coupled to the back-propagation process. Three-dimensional reconstructions have been made on varied samples, with these two methods — pupil reconstruction and in-line holography. In both cases, reconstruction interfaces have been implemented and work during the detection, in order to observe the object in real time. We then have a compact and complete lensless imaging prototype. Finally, we present the application of a phase retrieval technique, named LIFT (*L*inearized *F*ocal plane *T*echnique), applied to a Shack-Hartmann wavefront sensor. Usually, such sensors have a spatial resolution that is limited by the micro-lenses size : only the local slopes, *i.e.* tip and tilt, are measured. The LIFT consists in determining the higher orders of the phase at the scale of each micro-lens, by exploiting the corresponding spot profile. Interaction matrices are calculated in order to linearize the relation between the real space (micro-lenses) and the reciprocal space (CCD chip), and an iterative loop allows for increasing this linearity domain. With this technique, a gain in spatial resolution by a factor 3 is expected.